



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PPGEM - PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

CARLOS FERNANDO JOVENTINO

**CONTROLE ATIVO DE ESTRUTURAS RETICULADAS UTILIZANDO
ATUADORES DE PILHA DE PZT.**

Ilha Solteira, Fevereiro de 2015

CARLOS FERNANDO JOVENTINO

**CONTROLE ATIVO DE ESTRUTURAS RETICULADAS UTILIZANDO
ATUADORES DE PILHA DE PZT.**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP – “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. VICENTE LOPES JUNIOR.

Co-orientador: Prof. Dr. GUSTAVO LUIZ C. M. DE ABREU.

Ilha Solteira

2015.

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

J86c Joventino, Carlos Fernando.
Controle ativo de estruturas reticuladas utilizando atuadores de pilha de PZT / Carlos Fernando Joventino. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2015
94 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2015

Orientador: Vicente Lopes Junior

Co-orientador: Gustavo Luiz Chagas Manhães De Abreu

Inclui bibliografia

1. Estruturas flexíveis. 2. Controle ativo. 3. Materiais inteligentes.



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Controle ativo de estruturas reticuladas utilizando atuadores de pilha de PZT's

AUTOR: CARLOS FERNANDO JOVENTINO


ORIENTADOR: Prof. Dr. VICENTE LOPES JUNIOR

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHÃES DE ABREU

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica,
Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. VICENTE LOPES JUNIOR
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JOAO ANTONIO PEREIRA
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. PAULO JOSE PAUPITZ GONCALVES
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru

Data da realização: 10 de fevereiro de 2015.

DEDICO

A Deus e à minha família e amigos.

Especialmente aos meus pais **Carlos Wagno Joventino** e **Maria Ivonilde Bonfim Joventino** e meu irmão **Michel Augusto Joventino**.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Vicente Lopes Junior, por ter acreditado e confiado em mim no momento em que aceitou ser meu orientador, e também pelos conhecimentos compartilhados e todo suporte necessário durante esta etapa tão importante da minha vida.

Gostaria de agradecer também ao Prof. Dr. Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu, co-orientador deste trabalho, e que sempre esteve disposto a esclarecer dúvidas a respeito do trabalho além de muitos momentos de descontração que também foram importantes na concepção deste trabalho.

A todos integrantes do grupo de pesquisa GMSINT da UNESP/Ilha Solteira, em especial ao meus novos amigos, Sanderson, Fábio, Breno, Pedro, pelas pescarias descontraídas que participamos e pelos muitos momentos de aprendizagem que pude presenciar.

Um agradecimento especial aos meus amigos Altair de Araújo França, Danilo Damasceno Sabino, Fernando Ribeiro Alves e Willians França Leite, que me acompanham desde os anos de graduação e em muitas ocasiões me deram força e suporte para continuar nesta caminhada.

À minha namorada Ana Rita Medeiros, por compreender e me apoiar durante todo este tempo.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP/Ilha Solteira, à CAPES pelo suporte financeiro, sem a qual seria difícil realizar este trabalho de pesquisa.

RESUMO

Estruturas flexíveis do tipo treliça estão presente em grande parte das aplicações industriais e possuem uma grande importância no dia a dia das pessoas, seja em uma simples antena de telecomunicações, ou em equipamentos mais sofisticados e com maior precisão, como por exemplo os satélites em órbita no espaço. Este trabalho apresenta o projeto e a construção de uma estrutura flexível inteligente além da realização do controle desta estrutura através do projeto e implementação de um controlador integral de força. O problema do projeto do controlador é resolvido através do método do lugar das raízes (*root locus*), utilizando um modelo identificado experimentalmente através do método de identificação de sistemas ERA/OKID. Atuadores de pilha de PZT's (Titanato Zirconato de Chumbo) do tipo *stack* são acoplados na estrutura juntamente com sensores de força, formando um elemento ativo responsável pelo controle de vibração da estrutura. O problema do posicionamento ótimo dos sensores e atuadores é resolvido através da técnica da energia modal de deformação (*Fraction Energy Deformation Modal, FEDM*). O modelo matemático utilizado para o cálculo do posicionamento dos sensores e atuadores foi feito através do método dos elementos finitos. São apresentados resultados analíticos e experimentais do problema de posicionamento dos sensores e atuadores e do problema do controle ativo. Os resultados mostram que um par de elementos ativos em conjunto com o controlador integral foram suficientes para resolver o problema de vibrações em estruturas flexíveis do tipo treliça, aumentando de forma considerável o seu amortecimento e, conseqüentemente, atenuando as vibrações da estrutura.

Palavras-chave: Estruturas flexíveis. Controle ativo. Materiais inteligentes.

ABSTRACT

Flexible structures, for instance, trusses, are present in many industrial applications and have a great importance in the daily lives of people, either in a single telecommunications antenna, or either in more sophisticated and accurate devices, such as satellites orbiting in space. This work presents the design and the construction of a smart flexible structure. The control design of this structure was obtained through the implementation of an integral force controller. The controller design problem is solved by the root locus method, using a model identified experimentally by the system identification ERA / OKID method. Stack PZT (lead zirconate titanate) actuators were coupled in the structure with force sensors in order to obtain the active element responsible for vibration control of the structure. The problem of optimal sensors and actuators placement was solved using (Fraction Modal Deformation Energy technique, (FEDM)). The mathematical model used to calculate the placement of sensors and actuators was done by the finite element method. Analytical and experimental results for the problem of placement of sensors and actuators and the problem of active control are presented. The results showed that a pair of active elements in conjunction with the integral controller can be used to solve the problem of vibrations in flexible structures of truss type, considerably increasing their damping and hence attenuating the vibrations in the structure.

Keywords: Flexible structures. Active control. Smart materials.

Lista de Ilustrações

Figura 1 - Radiotelescópio Grenn Bank (GBT).	24
Figura 2 – Projeto da estrutura tipo treliça.	26
Figura 2 – Efeito piezelétrico direto.	29
Figura 3 – Efeito piezelétrico inverso.....	29
Figura 4 – Direções de aplicação do campo elétrico em um piezelétrico.	31
Figura 5 – Modo mais comum de operação de uma placa piezelétrica.	33
Figura 6 – Esquema de ligação do atuador de pilha de PZT's.	33
Figura 7 - Atuador de pilha de PZT's (Cedrat Technologies).....	34
Figura 9 – Detalhes do elemento ativo.	37
Figura 10 – Representação dos graus de liberdade do elemento de viga.	38
Figura 11 – Possibilidades de posicionamento dos elementos ativos.	46
Figura 12 – Modos de vibrar da estrutura tipo treliça.	49
Figura 13 – Bancada montada.	50
Figura 14 – FRF calculada a partir dos dados experimentais.....	51
Figura 15 – Detalhamento da conexão utilizada na montagem da treliça.	53
Figura 16 – Viga em detalhe.....	53
Figura 17 – Montagem final da treliça.	54
Figura 18 – Projeto da estrutura.	55
Figura 19 – Montagem dos elementos ativos.	56
Figura 20 – Efeito da incorporação do observador no sistema.....	62
Figura 21 – Lugar das raízes (Root Locus).	74
Figura 22 – Bancada utilizada na identificação.....	76
Figura 23 – Esquema de ligação e componentes utilizados no experimento.	77

Figura 24 – Diagrama de blocos da identificação.	78
Figura 25 – Modelo identificado.	79
Figura 26 – Análise LGR do controlador K_1	80
Figura 27- Mapeamento dos polos e zeros do sistema.	80
Figura 28 – Ilustração do limite imposto pelo controlador.	81
Figura 29 – Análise LGR do controlador K_2	81
Figura 30 – Ilustração do limite imposto pelo controlador.	82
Figura 31 – Diagrama de blocos do controle.....	83
Figura 32 – Local de excitação.....	83
Figura 33 – Resultado do controle no domínio do tempo.	84
Figura 34 – Resultado do controle no domínio da frequência.....	84
Figura 35 – Comparação do desempenho dos elementos ativos.	85
Figura 36 – Deslocamento no ponto mais alto da estrutura e na direção mais flexível.	86
Figura 37 – Deslocamento do ponto mais alto da estrutura.	87

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Propriedades dos materiais.	41
Tabela 2 – Índices de posicionamento dos elementos ativos.	47
Tabela 3 – Comparação dos valores de frequências naturais.	48
Tabela 4 – Comparação dos valores de frequências real/teórico.....	52
Tabela 5 – Características do atuador de pilha de PZT's.	56
Tabela 6 – Etapas do experimento.....	77

Lista de Símbolos

S - Matriz de deformação mecânica

D - Matriz de deslocamento elétrico

s^E - Matriz de compliança mecânica sob campo elétrico constante

d - Matriz de deformação piezoeétrica

d^t - Transposto da deformação piezoeétrica

ϵ^T - Matriz de permissividade dielétrica sob tensão mecânica constante

T - Matriz de tensão mecânica

E - Matriz de campo elétrico

Y_i^E - Módulo de elasticidade

ν_{ij} - Coeficiente de Poisson

G_{ij}^E - Módulo de cisalhamento

n - Número de camadas piezoeétricas

V - Tensão elétrica

A_p - Área da cerâmica piezoeétrica

L_a - Comprimento do atuador piezoeétrico

t_p - Espessura da cerâmica piezoeétrica

Δ - Expansão total do atuador piezoeétrico

Q - Carga elétrica total do atuador piezoeétrico

f_a - Força gerada pelo atuador piezoeétrico

d^e - Graus de liberdade do elemento de viga

k^e - Matriz de rigidez elementar

m^e - Matriz de massa elementar

E - Módulo de elasticidade do material

G - Módulo de rigidez do material

A - Área de secção transversal do elemento

ρ - Densidade do material

L - Comprimento da viga

I - Momento de inércia a flexão

J - Momento de inércia a torção

m - Massa da conexão de alumínio

L_d - Comprimento da viga diagonal

\mathbf{d}^g - Vetor de graus de liberdade no sistema global de coordenadas

\mathbf{T}_R - Matriz de transformação de coordenadas

\mathbf{R} - Matriz de rotação do elemento

$\left[\{n_x\} \{n_y\} \{n_z\} \right]$ - Vetores unitários

x, y, z – Eixos de referências locais

$X Y Z$ – Eixos de referências globais

i, j – Pontos nodais do elemento

\mathcal{G}_{ij} - Vetor de posicionamento nodal

\mathbf{k}^g - Matriz de rigidez elementar no sistema de coordenada global

\mathbf{m}^g - Matriz de massa elementar no sistema de coordenada global

\mathbf{K} - Matriz de rigidez global

\mathbf{M} - Matriz de massa global

N_n - Número de nós da estrutura

$\mathbf{I}_{3 \times 3}$ - Matriz identidade

K_{eq} - Rigidez equivalente do elemento ativo

b_k - Matriz com a localização dos elementos ativos

Φ_i - Vetor com os deslocamentos nodal da i -ésima forma modal

ω_i - i -ésima frequência natural

v_{ki} - Índice de posicionamento dos elementos ativos

u - Vetor de excitação

y - Vetor com sinal de saída

A, B, C, D - Matrizes dinâmicas

H - Matriz de Hankel

$\mathbf{R}\Sigma\mathbf{S}^T$ - Matrizes resultado da decomposição em valores parciais da matriz de Hankel

E_m, E_r - Matrizes auxiliares

\hat{A}, B, C, D - Matrizes dinâmicas identificadas

Y - Matriz contendo os parâmetros de Markov

U - Matriz contendo os dados da entrada

Y_1, U_1 - Versões truncadas das matrizes U e Y

U_1^\dagger - Pseudo-inversa da matriz U_1

G - Ganho do observador

\bar{A}, \bar{B} - Matrizes dinâmicas com observador incorporado

\bar{Y} - Matriz contendo os parâmetros de Markov com observador incorporado

v - Matriz de entrada de dados

V - Matriz triangular com os dados de entrada

\bar{Y}_1, V_1 - Versões truncadas das matrizes \bar{Y} e V

\bar{V}^\dagger - Pseudo - inversa da matriz \bar{V}

V - Tensão elétrica aplicada no atuador

K - Ganho do atuador

Y - Saída no sensor de força

ε - Fator de compensação

Lista de Siglas

APA – Amplified Piezoelectric Actuator

IMSC – Independent Modal Space Control

EMC – Efficient Modal Control

FEDM – Fraction Energy Deformation Method

NASA – National Aeronautics and Space Administration

ACCESS – Assembly Concept for Construction of Erectable Space Structures

GBT – Green Bank Telescope

FEM – Finite Element Method

SHM – Structural Health Monitoring

ERA – Eigensystem Realization Algorithm

OKID – Observer/Kalman Identification

GDL – Graus de Liberdade

LQR - Regulador Linear Quadrático

LQG – Regulador Linear Quadrático Gaussiano

SISO – Single Input Single Output

Sumário

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 Estruturas Flexíveis do Tipo Treliças.....	22
1.2 Objetivo do Trabalho	25
1.3 Metodologia do Trabalho.....	26
2 MATERIAIS PIEZELÉTRICOS	28
2.1 Atuadores de Pilha de PZT's.....	33
3 MODELAGEM MATEMÁTICA POR ELEMENTOS FINITOS.....	36
3.1 Modelo Matemático da Estrutura.....	36
3.2 Matrizes Elementares.....	39
3.3 Transformação de Coordenadas	42
3.4 Matrizes Globais	44
3.5 Posicionamento Ótimo dos Sensores e Atuadores	45
3.6 Validação do Modelo Matemático	47
3.7 Validação do Modelo Teórico Através de Experimento	50
3.8 Montagem da Bancada Experimental	52
4 IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE SISTEMAS MECÂNICOS	57
4.1 Método de Identificação Experimental (ERA/OKID).....	57
4.2 Realização de Sistemas	58
4.3 Eigensystem Realization Algorithm – ERA	60
4.4 Observer/Kalman Identification – OKID	62
4.5 Cálculo dos Parâmetros de Markov	70
4.6 Controle Modal Independente.....	72
4.7 Controle Integral	73
4.8 Método do Lugar das Raízes	74
5 RESULTADOS	76
5.1 Identificação Experimental da Estrutura.....	76

5.2 Projeto do Controlador	79
5.3 Resultados Experimentais.....	82
6 CONCLUSÃO E ETAPAS FUTURAS	88
6.1 Conclusão	88
6.2 Etapas Futuras.....	90
REFERÊNCIAS	91

1 INTRODUÇÃO

Os sistemas estruturais flexíveis, sejam eles manipuladores robóticos utilizados na indústria moderna, estruturas de grande porte utilizados na construção civil ou até mesmo componentes estruturais de veículos de transporte, estão frequentemente sujeitos à excitações externas e internas capazes de provocar distúrbios indesejáveis, colocando em risco muitas vezes a própria integridade estrutural do sistema ou até, em alguns casos, a saúde dos usuários. Segundo Abreu (2003) no âmbito da indústria aeroespacial, por exemplo, a atenuação das vibrações em estruturas flexíveis pode permitir aos sistemas aeroespaciais, como antenas e apêndices de veículos espaciais, uma operação mais eficiente e segura, proporcionando manutenções periódicas menos frequentes, evitando com isso gastos dispendiosos.

Uma maneira eficaz de buscar a solução do problema de vibrações em estruturas flexíveis é através da utilização de dispositivos, como atuadores e sensores, que apresentem características ditas como “inteligentes”. O projeto de atuadores e sensores que apresentam na sua composição materiais inteligentes, tem ganhado destaque na área da engenharia de controle, e, pode-se dizer que o uso de materiais piezelétricos na concepção destes dispositivos tem crescido de forma considerável. Estes materiais possuem como principal característica a propriedade de sofrer polarização (deslocamento de cargas elétricas) quando submetidos a esforços mecânicos (efeito piezelétrico direto) e de maneira inversa, estes materiais respondem com uma deformação mecânica quando submetidos a uma tensão elétrica (efeito piezelétrico reverso). O efeito piezelétrico inverso, é geralmente mais utilizado na construção de atuadores, enquanto que o efeito direto tem sua utilização voltada mais para ocasiões de sensoriamento. No primeiro caso (uso em atuadores), os elementos piezelétricos são dispostos sob a forma de placas finas, e empilhados uma sobre a outra, formando uma pilha de placas piezelétricas, o que é basicamente o conceito do dispositivo conhecido como atuador de pilha de PZT's. O acoplamento destes atuadores na estrutura geralmente é realizado através de conexões roscadas, ou acoplamentos colados, de forma a garantir a melhor fixação possível. A opção do uso como sensores, geralmente ocorre colando finas placas piezelétricas à estrutura, recebendo desta forma as deformações mecânicas geradas por vibrações e/ou carregamentos externos.

O uso de materiais piezelétricos (PZT's) no panorama da engenharia moderna já é uma realidade concreta, especialmente em aplicações que exigem atuações de alta precisão e velocidade, como por exemplo: sistemas de rastreamento óptico, microposicionamento de robôs, uso em impressoras a jato de tinta e uso em alto-falantes. Alguns recentes trabalhos

podem ser citados exemplificando o uso de materiais piezelétricos como sensores e/ou atuadores: Conceição (2012) utilizou como atuador uma placa fina de material piezelétrico (PZT patch) colado próximo a extremidade engastada de uma viga de alumínio para obter a excitação desta viga. A estrutura foi utilizada na proposição de técnicas de identificação experimental e de redução de modelos. França (2014) propôs a utilização de uma rede de sensores/atuadores de PZT para detectar falhas em uma placa de material compósito aeronáutico. As cerâmicas piezelétricas tinham a função hora como atuador, hora como sensor. O trabalho propõe a utilização de redes neurais artificiais para distinguir os efeitos dos danos dos efeitos causados pela variação de temperatura.

O uso de atuadores piezelétricos acoplados em estruturas mecânicas, especialmente estruturas treliçadas, já há um tempo tem sido estudado por diversos autores. Bueno (2007) utilizou dois atuadores de pilha de PZT's do tipo APA (*Amplified Piezoelectric Actuator*) conectados perfeitamente a uma estrutura tipo treliça com o objetivo de atenuar um sinal de vibração nos dois primeiros modos de vibrar desta estrutura.

Geralmente busca-se controlar os primeiros modos vibracionais destes tipos de estruturas, já que normalmente as vibrações provocadas por estes modos são as que mais perturbam a estrutura. Uma forma de conhecer o comportamento da estrutura, e conseqüentemente conhecer seus modos vibracionais é através de uma técnica de modelagem de sistemas mecânicos muito eficiente e também muito utilizada no estudo de vibrações mecânicas, que é o método dos elementos finitos. Pode-se afirmar que esta técnica é sem dúvida, um dos procedimentos mais eficientes em ocasiões onde a complexidade do sistema mecânico atinge um grau elevado. O método dos elementos finitos possibilita a descrição de problemas de engenharia altamente complexos em equações diferenciais que representam de maneira precisa a dinâmica do problema estudado. Além de se obter informações estáticas do modelo em si, como tensões ou deformações mecânicas, por exemplo, o método dos elementos finitos proporciona a busca de informações dinâmicas da estrutura, como os valores das frequências naturais e a determinação dos modos de vibrar da estrutura a ser analisada.

Além do problema do equacionamento dos modelos matemáticos que descrevem o comportamento dinâmico e estático do sistema, uma outra questão também muito importante é a escolha da localização ótima dos sensores e atuadores na estrutura. Esta escolha da localização ideal visa, através de uma metodologia descrita por Preumont (2002) em conjunto com o método dos elementos finitos, contabilizar, de acordo com a posição de instalação de cada atuador/sensor, quanto cada elemento ativo é importante no controle de cada modo da estrutura.

O controle de sistemas dinâmicos tem exercido um papel essencial no avanço das engenharias e ciências em geral. Veículos espaciais, mísseis teleguiados sistemas robóticos e similares, são exemplos de aplicações do controle automático. Além de aplicações de níveis com alta tecnologias, como as citadas anteriormente, o uso do controle em processos industriais tem ganhado um espaço de destaque na indústria moderna, como por exemplo no uso em comandos numéricos de máquinas – ferramentas, no uso em equipamentos que controlam pressão, temperatura, umidade, viscosidade, vazão, entre outras grandezas.

O controle ativo de vibrações é uma área da ciência que vem recebendo uma crescente atenção por grande parte da comunidade científica mundial nas últimas décadas. A aplicação das técnicas de controle em operações que envolvem o uso de estruturas flexíveis tem tido um grande destaque especialmente na indústria aeroespacial, onde frequentemente estruturas que compõem o corpo de satélites e veículos espaciais, se apresentam em forma de estruturas reticuladas. Outras áreas podem ser citadas como exemplo do uso de técnicas de controle em estruturas flexíveis, é o caso por exemplo, da utilização de técnicas para redução de abalos sísmicos em edifícios, uso mais frequente em locais com alto risco de tremores de solo, além do uso em componentes mecânicos, como em braços robóticos, onde a precisão no posicionamento e rapidez de movimentos são questões importantes para o bom funcionamento.

Ao longo dos anos e, mais precisamente na última década, muitos autores tem dedicado sua atenção para o uso de técnicas de controle em estruturas flexíveis e algumas destas publicações foram de suma importância para o desenvolvimento deste trabalho. Carvalhal (2005) utilizou a técnica de Controle de Espaço Modal Independente (IMSC), onde vários modos da estrutura são controlados independentemente e a técnica de Controle Modal Eficiente (EMC), no controle dos quatro primeiros modos de vibrar de uma estrutura do tipo treliça, composta por 3 andares e 39 barras. A norma H_{∞} foi utilizada como função objetivo para o posicionamento ótimo dos sensores e atuadores.

Com o auxílio da técnica de modelagem por elementos finitos Abreu e Lopes Jr. (2010) apresentaram uma estratégia de controle integral para o amortecimento modal ativo de uma estrutura tipo treliça composta por 12 andares. Utilizando a técnica de fração de energia de deformação modal (FEDM) foi possível posicionar o elemento ativo, composto por um atuador de pilhas de PZT juntamente com um sensor de força. Esta técnica de posicionamento ótimo de sensores e atuadores basicamente diz qual posição do atuador é mais importante para um determinado modo de vibrar da estrutura que se deseja controlar.

Também utilizando modelagem por elementos finitos, Gonçalves (2007) apresentou uma estrutura em escala de um satélite desenvolvido pela NASA durante o programa ACCESS

(*Assembly Concept for Construction of Erectable Space Structures*) composto por 93 membros conectados por 33 juntas, totalizando uma medida de 4,5 m de comprimento. Utilizando técnicas de controle ativo como *Feedforward Control* e *Feedback Control*, foi possível reduzir as vibrações de tal estrutura.

Song et. al (2001) construíram uma estrutura flexível em forma de “T” representando um veículo espacial capaz de suportar equipamentos como interferômetros, antenas e outros tipos de instrumentos sensíveis a vibrações. Como estratégia de controle foi desenvolvido um controlador através da técnica de controle integral *force feedback control* e como conjunto atuador/sensor foi adaptado na estrutura um elemento ativo composto por um piezelétrico e um transdutor de força conectados em série.

O trabalho apresentando a seguir está organizado da seguinte maneira:

- O capítulo 1 traz uma pequena introdução ao uso do controle ativo de vibrações em estruturas flexíveis, além de tratar de temas referentes a materiais inteligentes, com ênfase em materiais piezelétricos e atuadores de pilha de PZT's, mostrando também as relações constitutivas para estes materiais.
- O capítulo 2 apresenta uma abordagem dos conceitos básicos utilizados na concepção deste trabalho. Neste capítulo é mostrada a modelagem da estrutura tipo treliça através do método dos elementos finitos, o posicionamento ótimo dos sensores e atuadores na estrutura e as técnicas para identificação de sistemas. A descrição detalhada da montagem da treliça também é mostrada neste capítulo.
- O capítulo 3 mostra uma síntese geral de controle modal independente, além de apresentar a técnica de controle integral utilizada no controle da estrutura tipo treliça.
- O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos através dos experimentos realizados aplicando a técnica de controle integral.
- Por fim, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões gerais do trabalho e propostas para o direcionamento futuro de trabalhos nesta área.

1.1 Estruturas Flexíveis do Tipo Treliças

Estruturas reticuladas, também conhecidas como treliças ou "sistemas triangulados" são estruturas formadas por elementos resistentes, aos quais se dá o nome de vigas. Estes elementos

encontram-se ligados entre si por articulações (nós) que, no cálculo estrutural, são consideradas perfeitas, isto é, sem qualquer consideração de atrito ou outras forças que impedem a livre rotação das barras em relação ao nó. Na definição comum de treliça as cargas são aplicadas somente nos nós, não havendo qualquer transmissão de momento fletor entre os seus elementos, ficando assim as barras sujeitas apenas a esforços normais/axiais/uniaxiais (alinhados segundo o eixo da barra) de tração ou compressão.

Os primeiros relatos do uso deste tipo de estruturas aconteceram por volta dos séculos XVIII e XIX na França e Alemanha e eram construídas em madeira. O uso do aço como principal elemento na composição destas estruturas tem seus primeiros registros por volta do ano de 1811. O primeiro protótipo de estruturas reticuladas em forma tridimensional foi desenvolvido por Alexander Graham Bell, o famoso inventor do telefone, no ano de 1906. Na ocasião ele relatou estas estruturas como sendo estruturas que apresentavam uma “extraordinária resistência”.

A escolha do sistema estrutural em treliça espacial se deve a algumas de suas características, que resultam em vantagens estruturais e construtivas em relação aos sistemas planos convencionais.

Entre as principais vantagens na utilização de treliças espaciais pode-se citar:

- Comportamento tridimensional que permite uma distribuição de esforços bastante homogêneo entre as barras que compõem a estrutura, permitindo a padronização das seções e redução de peso próprio da estrutura;
- Possuem grande rigidez a flexão, alto grau de indeterminação estática e podem apresentar grande número de barras redundantes, o que pode representar uma reserva de segurança do sistema;
- Podem ser fabricadas em pequenas partes ou elementos de peso próprio reduzido facilitando o transporte e a montagem, resultando na redução de custos;

Tendo como uma das principais características o fato de se produzir grandes construções com um peso relativamente pequeno, aplicações com este tipo de estrutura abrangem diversas áreas do mundo moderno, no qual pode-se citar o uso em aplicações no âmbito da engenharia civil, como em coberturas de grandes edifícios, ou antenas de telecomunicações, passando pelo uso em operações espaciais, como na construção de satélites, painéis solares, estruturas de aeronaves, entre outras aplicações.

Um outro importante exemplo de aplicação de estruturas reticuladas é o uso na construção de membros robóticos, onde a precisão no posicionamento, a resistência a torção e

a flexão e o baixo peso são características primordiais para o bom desempenho destes dispositivos.

Figura 1 - Radiotelescópio Grenn Bank (GBT).



Fonte: http://en.wikipedia.org/wiki/Green_Bank_Telescope.

A figura 1 mostra uma foto do radiotelescópio Grenn Bank, atualmente o maior telescópio de rádio totalmente controlável do mundo, situado em Grenn Bank, Virgínia, USA. Toda a sua estrutura é feita a partir de treliças. Com a área de coleta medindo cerca de 100m de diâmetro este radiotelescópio demonstra como o uso de treliças em estruturas grandes e com elevado grau de precisão se mostra bastante confiável.

Manter um satélite orbitando estável corrigindo de maneira precisa eventuais distúrbios que possam afetar seu funcionamento ou até mesmo ter um melhor controle de um braço robótico na indústria automobilística, são tarefas importantes para o funcionamento deste tipo de estrutura.

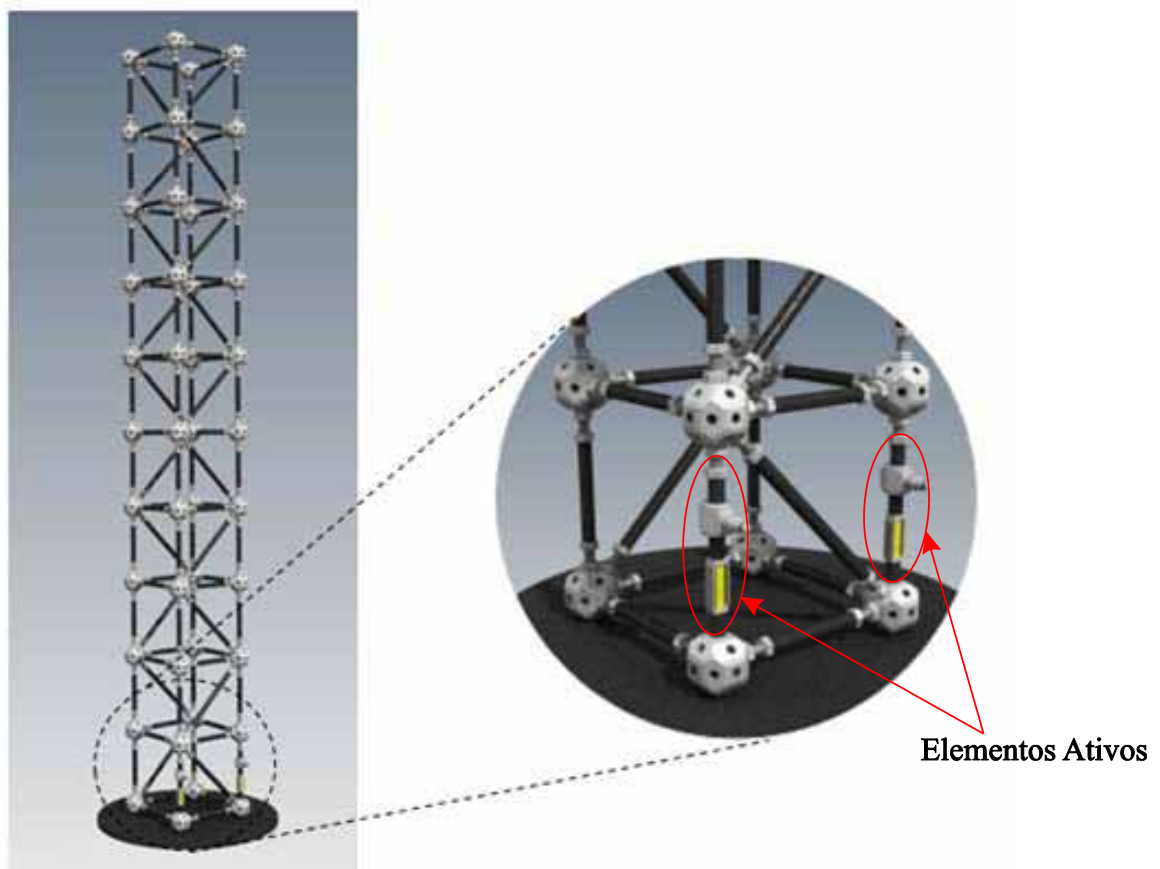
Pensando na importância destas estruturas em nossas vidas, este trabalho tem como principal objetivo a construção dos modelos matemático e físico de uma estrutura reticulada do tipo treliça espacial e a realização do controle de vibrações desta 'estrutura'. O projeto dos controladores será realizado através de técnicas de controle moderno, acoplando na estrutura elementos ativos compostos por transdutores de força e atuadores de pilhas de PZT (Titanato Zirconato de Chumbo).

1.2 Objetivo do Trabalho

Com o passar dos anos o uso de estruturas flexíveis tipo treliça em ambientes que nos cercam tem crescido de forma considerável. Podemos nos deparar com esse tipo de estrutura diversas vezes em um mesmo dia, seja em uma estrutura de telhado, ou antenas de celulares. Aplicações em situações mais complexas que exigem alta precisão, como por exemplo na montagem de um satélite, ou no uso como de robóticos na indústria mecânica, ou ainda o uso em estrutura de aviões ou veículos espaciais, também utilizam este tipo de estrutura.

Este trabalho tem como principal objetivo controlar uma estrutura reticulada do tipo treliça espacial através de elementos ativos compostos por transdutores de força e atuadores de pilhas de PZT's. A estrutura foi projetada e construída para se avaliar experimentalmente o desempenho do controlador integral. A figura 2 mostra o projeto da treliça que foi avaliada neste trabalho.

Figura 2 – Projeto da estrutura tipo treliça.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

1.3 Metodologia do Trabalho

A metodologia do trabalho aqui apresentado se dividiu em 5 etapas essenciais, que seguem:

1. Construção e validação de um modelo matemático da estrutura espacial;
2. Construção do sistema físico e implementação dos elementos ativos a partir do modelo matemático;
3. Identificação experimental do sistema físico;
4. Projeto do controlador baseado no modelo identificado experimentalmente;
5. Aplicação do controle.

O trabalho teve como etapa inicial a construção do modelo matemático da estrutura feito em elementos finitos. A realização da etapa 1, teve como principal justificativa a realização dos

cálculos para o posicionamento ótimo dos sensores e atuadores (elementos ativos) na estrutura. Apesar do posicionamento ideal dos elementos ativos mostrar de certa forma uma escolha óbvia (os elementos foram posicionados na base da estrutura), o trabalho tem como um dos seus objetivos propor uma metodologia para o posicionamento destes elementos, independente das condições de contorno e do tipo de estrutura. Um outro motivo não menos importante e que também justifica a realização da etapa 1, foi a possibilidade de, através do modelo em elementos finitos, conhecer as características dinâmicas, como frequências naturais e modos de vibrar da estrutura, antes de realizar a construção do modelo físico em questão.

Após a finalização e validação do modelo em elementos finitos iniciou-se a etapa de construção do modelo físico e implementação dos elementos ativos na estrutura, respeitando os valores de posicionamento obtidos através da técnica FEDM. Dentre as etapas necessárias para a realização deste trabalho, a construção do modelo físico foi a etapa que apresentou maior complexidade. Um dos motivos que exemplifica o grau de dificuldade que esta etapa apresentou, foi no momento da montagem precisa dos elementos de viga nas conexões, pois como se tratava de elementos roscados, apenas uma volta a mais ou a menos no ato de parafusar, poderia deixar a estrutura fora de alinhamento, e com isso, como resultado final teria uma estrutura fora dos padrões. Um outro aspecto desafiador na montagem da estrutura foi a conexão dos elementos ativos na treliça. Por se tratar de dispositivos que apresentam como características fortes a fragilidade e a sensibilidade e, além disso, apresentam deformações máximas na faixa de μm , qualquer tipo de folga na montagem dos elementos ativos poderia inutilizar o experimento. Realizar a montagem ideal destes elementos, deixando-os o mais fixos possíveis na estrutura, sem ocasionar nenhum tipo de dano nos dispositivos, foi uma tarefa das mais complexas para o sucesso deste trabalho.

Após vencer o desafio da montagem da treliça e com os respectivos elementos ativos posicionados e acoplados na estrutura, foi possível realizar a etapa 3, que trata da identificação do modelo experimental. Na identificação experimental foram utilizados sinais do tipo “chirp” para realizar a excitação da estrutura e utilizou-se da técnica ERA/OKID para realizar a identificação das matrizes dinâmicas de estados da treliça.

A etapa 4, que trata do projeto do controlador, utilizou o modelo identificado descrito na etapa 3 para, através da técnica do Lugar das Raízes (*Root Locus*), encontrar o ganho ideal do controlador integral que foi utilizado no experimento em questão. Embora descrito neste trabalho, o método de controle modal independente foi apenas testado superficialmente por falta de tempo. No entanto, foi deixado na parte da metodologia, pois se pretende utilizá-lo em estudos posteriores.

2 MATERIAIS PIEZELÉTRICOS

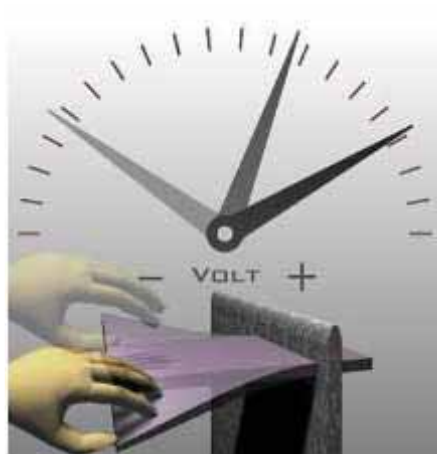
Materiais piezelétricos pertencem ao grupo de materiais ferroelétricos, fazem parte da família dos materiais inteligentes e apresentam como uma das principais características um efeito conhecido como acoplamento eletromecânico, que é responsável por fazer com que dispositivos que apresentam a característica da piezeletricidade possam ser utilizados em estruturas tanto como sensor quanto como atuador.

Dentre as possibilidades de uso de materiais piezelétricos destacam-se o uso em estudos de vibrações mecânicas, aplicações de sistemas de detecção de falhas, sistemas de controle, e em diversas aplicações cotidianas como microfones e captadores de violão (dispositivo que capta as vibrações mecânicas e as converte em sinais elétricos), por exemplo. Entre a ampla variedade de dispositivos de detecção e de acionamento, as vantagens da utilização de sensores e atuadores piezelétricos incluem a sua eficácia ao longo de uma ampla gama de frequências, a simplicidade, confiabilidade e baixo peso (SREEKALA; MUTHUMANI, 2009).

Nas aplicações atuais, pode-se afirmar que a grande maioria são baseadas em titanato zirconato de chumbo, mais comumente conhecido como 'PZT', que consistem de uma estrutura molecular mista de zirconato de chumbo (PbZrO_3) e titanato de chumbo (PbTiO_3). Ao se aplicar uma tensão mecânica em um material piezelétrico, ocorre o alinhamento dos seus dipolos elétricos, e conseqüentemente um deslocamento elétrico que produz tensão elétrica. De maneira oposta, ou seja, ao se submeter um material piezelétrico a um campo elétrico, este material responde com uma deformação mecânica.

Pelo fato do acoplamento mecânico/elétrico ter sido descoberto primeiro, descoberta feita por volta de 1880 pelos irmãos Pierre e Jacques Curie, este recebe o nome de efeito piezelétrico direto e o acoplamento elétrico/mecânico recebe então o nome de efeito piezelétrico inverso. As figura 3 e 3 demonstram graficamente os efeitos direto e inverso respectivamente de um piezelétrico.

Figura 3 – Efeito piezelétrico direto.



Fonte: Rocha (2004).

Figura 4 – Efeito piezelétrico inverso.



Fonte – Rocha (2004).

As equações constitutivas para um material piezoelétrico linear que descrevem o efeito piezoelétrico direto e inverso podem ser combinadas em uma equação matricial, demonstrando a relação entre deformação mecânica e deslocamento elétrico em função da força aplicada e campo elétrico (LEO, 2007), como mostra a equação (1).

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^E & \mathbf{d}' \\ \mathbf{d} & \boldsymbol{\varepsilon}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde;

- \mathbf{S} é uma matriz 6x1 que representa deformação mecânica [m/m];

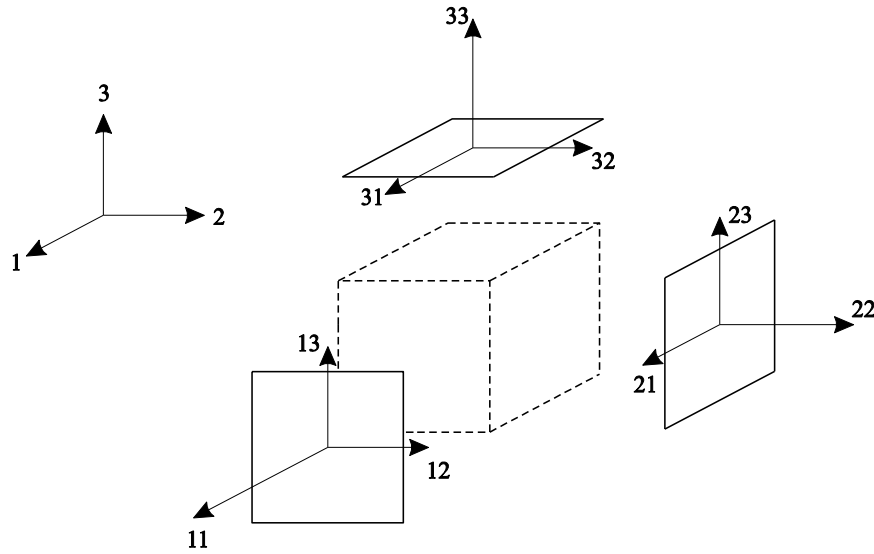
- D é uma matriz 3x1 que representa o deslocamento elétrico [C/ m²];
- s^E é uma matriz 6x6 que representa as relações mecânicas constitutivas entre tensão e deformação, também chamada de compliança mecânica [m²/N];
- d é uma matriz de dimensão 3x6 que representa os coeficientes de deformação piezoeétrica [C/N];
- ϵ^T tem uma dimensão de 3x3 e é uma matriz composta pelos valores da permissividade dielétrica [F/m];
- T representa a tensão mecânica e tem dimensão 6x1 [N/ m²];
- E representa o campo elétrico com dimensão 3x1 [V/m].

Os sobrescritos que aparecem em s e ϵ representam as condições de contorno associadas as medidas de propriedades particulares elétricas ou mecânicas. O sobrescrito E , denota campo elétrico constante para uma propriedade mecânica, já o sobrescrito T , representa tensão mecânica constante para uma propriedade elétrica. O sobrescrito t que aparece em d denota transposta.

A parte de cima da equação mostra a relação para o efeito piezoeétrico inverso, já a parte de baixo da expressão matricial mostra a relação para o efeito piezoeétrico direto. Na equação (1) a diagonal principal apresenta as relações constitutivas mecânicas e elétricas do material e a diagonal secundária mostra o acoplamento eletromecânico que o material apresenta, sendo que quanto mais próximo de zero for este valor menor será o acoplamento eletromecânico deste material.

A figura 5 mostra as possíveis direções que pode ser aplicado um campo elétrico e também as possíveis direções que um cubo piezoeétrico pode sofrer tensão e deformação.

Figura 5 – Direções de aplicação do campo elétrico em um piezelétrico.



Fonte: Adaptado de Leo (2007).

Os vetores de tensão e deformação podem ser relacionados de acordo com as direções apresentadas na figura 5, e consequentemente simplificados da seguinte maneira:

$$S_1 = S_{11} \quad T_1 = T_{11} \quad (2)$$

$$S_2 = S_{22} \quad T_2 = T_{22} \quad (3)$$

$$S_3 = S_{33} \quad T_3 = T_{33} \quad (4)$$

$$S_4 = S_{23} + S_{32} \quad T_4 = T_{23} = T_{32} \quad (5)$$

$$S_5 = S_{31} + S_{13} \quad T_5 = T_{31} = T_{13} \quad (6)$$

$$S_6 = S_{12} + S_{21} \quad T_6 = T_{12} = T_{21} \quad (7)$$

Considerando a simetria associada às propriedades elásticas, elétricas e eletromecânicas, já que a grande maioria dos piezelétricos são considerados materiais ortotrópicos, as matrizes de compliança, de permissividade dielétrica e de deformação piezelétrica, podem ter uma redução significativa. A equação (8) mostra a matriz de compliança, onde os valores de Y_i^E , $i = 1, 2$ e 3 são os valores dos módulos de elasticidade nas direções 1, 2 e 3 respectivamente assumindo uma placa piezelétrica em curto circuito, ν_{ij} é o coeficiente de Poisson de deformação transversal da direção j para uma tensão axial na direção i , quando a força ocorre na direção i , G_{23}^E , G_{13}^E e G_{12}^E são os valores dos módulos de cisalhamento.

$$s^E = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_1^E} & -\frac{v_{12}}{Y_1^E} & -\frac{v_{13}}{Y_1^E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{21}}{Y_2^E} & \frac{1}{Y_2^E} & -\frac{v_{23}}{Y_2^E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{31}}{Y_3^E} & \frac{v_{32}}{Y_3^E} & \frac{1}{Y_3^E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}^E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}^E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}^E} \end{bmatrix} \quad (8)$$

A matriz que relaciona campo elétrico com deslocamento elétrico é mostrada na equação (9). Como o campo elétrico aplicado em uma direção particular não produz deslocamento elétrico em uma direção ortogonal, a matriz de permissividade é completada com zeros nas posições que relacionam direções perpendiculares.

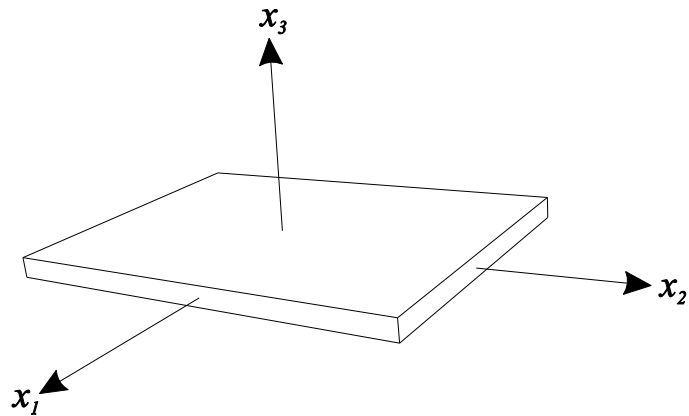
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

A matriz com os coeficientes de deformação piezoeétrica considerando um piezoeétrico simétrico está descrita na equação (10) (LEO, 2007).

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

O modo de operação mais comum de utilização em uma placa piezoeétrica é ao longo do seu eixo de polarização, sendo que quase sempre utiliza-se como polarização a direção ao longo do eixo x_3 , como mostrado na figura 6.

Figura 6 – Modo mais comum de operação de uma placa piezelétrica.

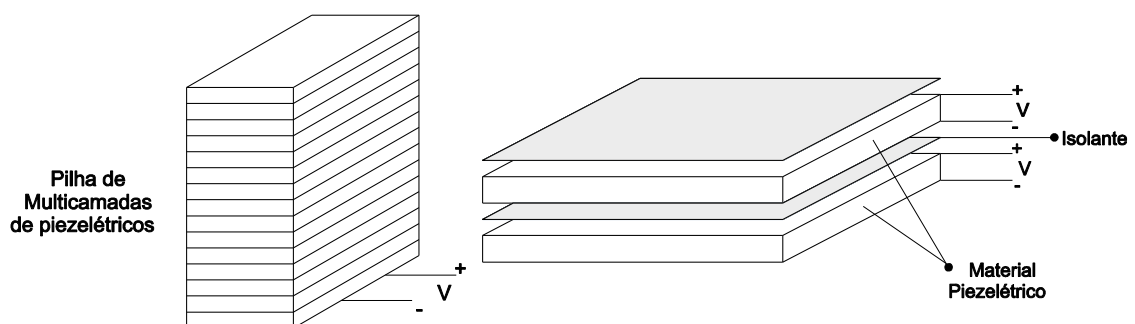


Fonte: Dados da pesquisa do autor.

2.1 Atuadores de Pilha de PZT's

A necessidade de se obter maiores deslocamentos utilizando cerâmicas piezelétricas deu origem ao desenvolvimento do atuador de pilha de PZT's ou do inglês (*piezoelectric stack*). Como o nome sugere, atuadores de pilha de PZT's consistem em uma pilha de finas camadas de cerâmicas piezelétricas com espessuras entre 0.1 e 1 mm dispostas uma em cima da outra e separadas por um isolante. A direção de polarização de um atuador de pilha de PZT é perpendicular à sua face e coincidente com a direção de expansão do atuador, possibilitando então o controle no modo de coeficiente d_{33} . A figura 7 mostra uma ligação básica de um atuador de pilha de PZT's, onde a ligação elétrica é considerada como uma ligação em paralelo, mantendo a mesma tensão elétrica em todas as camadas dos PZT's que compõem o atuador, já em termos de ligação mecânica, considera-se como uma ligação em série, já que o deslocamento mecânico de cada cerâmica piezelétrica influencia no deslocamento total do atuador.

Figura 7 – Esquema de ligação do atuador de pilha de PZT's.



Fonte: Adaptado de Leo (2007)

Segundo Carvalho (2005) existem dois tipos de classificação quanto a tensão aplicada para os atuadores piezelétricos: os de baixa tensão (multicamadas) que necessitam aproximadamente de 100 V para a extensão total e os de alta tensão que necessitam de aproximadamente 1000 V para a extensão total. A figura 8 mostra o atuador de pilha de PZT's da *Cedrat Technologies*, que foi utilizado nos testes experimentais.

Figura 8 - Atuador de pilha de PZT's (*Cedrat Technologies*).



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Considerando uma situação ideal de funcionamento a geometria de pilha proporciona uma amplificação no deslocamento, uma vez que cada camada cerâmica irá deslocar a mesma quantidade.

Como o atuador é uma barra piezelétrica unidirecional, somente a tensão axial T_3 , a deformação S_3 , o deslocamento elétrico D_3 e o campo elétrico E_3 são considerados. Deste modo a equação (1) pode ser reduzida a forma das equações (11) e (12):

$$S_3 = s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3 \quad (11)$$

$$D_3 = d_{33} T_3 + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad (12)$$

sendo s_{33}^E definida como a compliança elástica da pilha de PZT's assumindo campo elétrico constante.

Considerando n camadas de material piezelétrico, V como o potencial elétrico aplicado, A_p é a área da cerâmica piezelétrica e L_a como o comprimento total do atuador, ou ainda

$L_a = n t_p$, onde t_p é a espessura da cerâmica piezolétrica, chega-se finalmente nas relações fundamentais da piezeletricidade para atuadores axiais (LEO, 2007):

$$\Delta = \frac{L_a}{Y_3^E A_p} f_a + n d_{33} V \quad (13)$$

$$Q = n d_{33} f_a + n \frac{\varepsilon_{33}^T A_p}{t_p} V \quad (14)$$

onde Q e Δ são a carga elétrica e expansão totais e f_a é a força gerada pela pilha de PZT's.

Da equação (13) tem-se que o alongamento ou a expansão total Δ do atuador de pilha é a soma das expansões mecânica (termo $\frac{L_a}{Y_3^E A_p} f_a$) e induzida ($n d_{33} V$). Já na equação (14), a carga elétrica total é a soma das cargas elétricas mecanicamente induzidas (termo $n d_{33} f_a$) e geradas pelo potencial elétrico (termo $n \frac{\varepsilon_{33}^T A_p}{t_p} V$).

Cabe dizer que tão importante quanto o deslocamento que se possa conseguir com o atuador de pilha de PZT's é a magnitude da força que se obtém com o atuador. Segundo Leo (2007), este tipo de atuador é capaz de produzir grandes deslocamentos, se comparado a uma simples cerâmica piezolétrica.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA POR ELEMENTOS FINITOS

Na resolução da maioria dos problemas mais complexos de engenharia, é vantajoso o uso de equações matemáticas que descrevam o sistema com precisão. Na maioria dos casos essas equações que governam o sistema, tratam-se de equações diferenciais parciais, que em muitas ocasiões tornam-se difícil a resolução de tais expressões de forma que traduzam com clareza o comportamento do sistema.

Com a intenção de tornar esse tipo de resolução mais simples, foram desenvolvidas várias técnicas para resolução de problemas numéricos, e entre estes métodos o que mais se destaca é o método de elementos finitos, ou do inglês (*Finite Element Method (FEM)*).

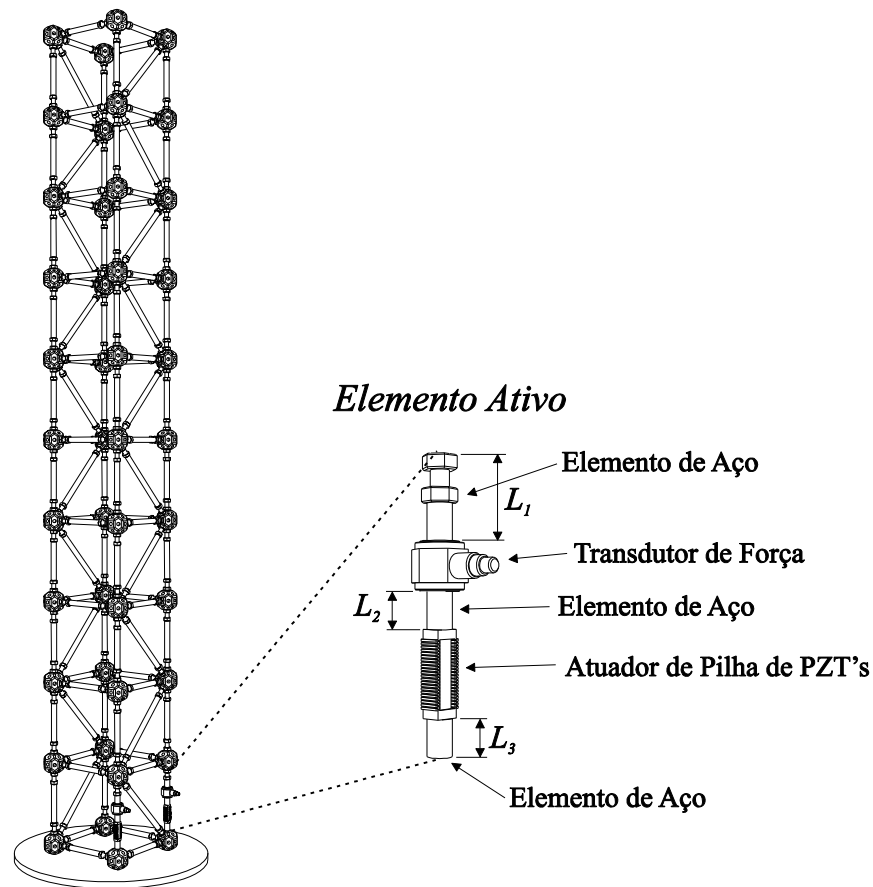
O método de elementos finitos requer a divisão do domínio do problema em vários subdomínios, e cada subdomínio recebe o nome de elemento finito (KWON e BANG, 2000). Segundo Azevedo (2003), o método dos elementos finitos tem como principal objetivo determinar o estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores.

3.1 Modelo Matemático da Estrutura

Estruturas reticuladas tridimensionais são estruturas formadas por elementos lineares (vigas) dispostos em planos diversos. Treliças tridimensionais, objeto de estudo deste trabalho, são um caso particular de estruturas reticuladas, que são formadas por duas ou mais malhas planas, em geral paralelas, conectadas por meio de vigas e conexões esféricas.

A estrutura flexível tipo treliça espacial considerada neste trabalho apresenta dimensões de 1250 mm de altura por 125 mm de largura e 125 mm de profundidade sendo composta por 10 andares e 104 elementos conectados através de 44 nós, como mostrado na figura 9. A estrutura sofre a atuação de um par de elementos ativos perfeitamente posicionados (sem folgas) na base da treliça, elemento este que também pode ser visto em detalhes na figura 9. A posição dos elementos ativos foi determinada através do método da fração de energia de deformação modal, que será tratado na seção 3.5. A forma da estrutura (comprimento total e comprimento dos elementos) foi determinada inicialmente através de simulações no método de elementos finitos para que as frequências naturais nos dois planos fossem diferentes e dentro de uma faixa de frequência adequada para o sistema de medidas disponível.

Figura 9 – Detalhes do elemento ativo.



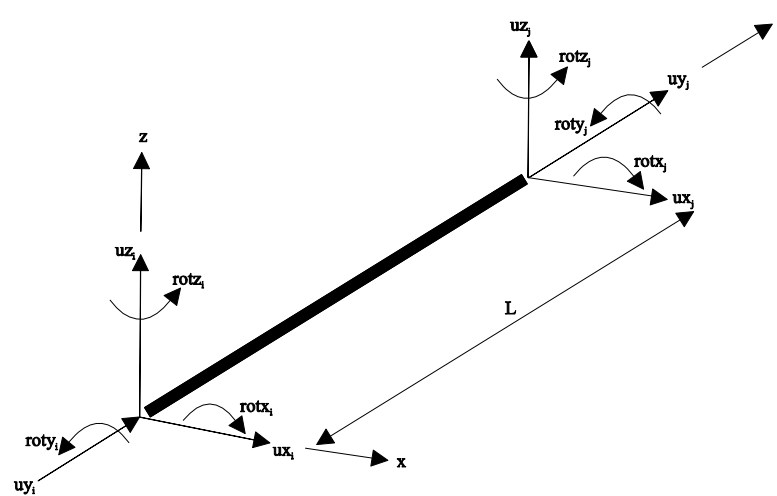
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Os elementos que compõem a estrutura são constituídos de aço e a interconexão destes elementos é feita através de conexões de alumínio. A estrutura apresenta um peso total de cerca de 5,4 kg. Como condição de contorno foi assumido a base da estrutura engastada e a extremidade oposta livre. O elemento ativo mostrado na figura 9 é composto por um transdutor de força e um atuador piezoelétrico axial conectados em série através de três elementos de aço com diâmetros a 8 mm. A treliça foi construída pelo autor deste trabalho (incluindo as conexões), que buscou um projeto que possa, de maneira simples, ser utilizado por outros membros do grupo, seja para aplicações de monitoramento de danos estruturais (SHM), controle, análise dinâmica, etc.

Cada viga da treliça mostrada na figura 9 é tratada como um elemento finito, e os pontos de conexão das vigas (conexões esféricas) são associadas aos nós do modelo em elementos finitos. Neste trabalho a descrição da viga é limitada à discussão de materiais lineares isotrópicos e que apresentam uma relação linear entre tensão e deformação.

Este trabalho apresenta o modelo em elementos finitos utilizando um elemento de viga que possui dois nós com seis graus de liberdade em cada nó, sendo três deslocamentos e três rotações em torno dos eixos x , y e z . O elemento de viga considerado neste trabalho apresenta características geométricas constantes ao longo do seu comprimento. A figura 10 apresenta o elemento de viga tridimensional de comprimento L para o qual são considerados os efeitos de tração/compressão, flexão e torção.

Figura 10 – Representação dos graus de liberdade do elemento de viga.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Os doze graus de liberdade do elemento são demonstrados na equação (15):

$$\{\mathbf{d}^e\} = \{u_{x_i}, u_{y_i}, u_{z_i}, rot_{x_i}, rot_{y_i}, rot_{z_i}, u_{x_j}, u_{y_j}, u_{z_j}, rot_{x_j}, rot_{y_j}, rot_{z_j}\}^T \quad (15)$$

3.2 Matrizes Elementares

Segundo Kwon e Bang (2000) as matrizes elementares de rigidez elástica $[k^e]$ e de massa $[m^e]$ ambas de dimensão 12x12 de uma viga tridimensional com 6 graus de liberdade por nó são formadas como mostrado abaixo.

$$[k^e] = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (16)$$

onde:

$$\mathbf{K}_{11} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{12} = \mathbf{K}_{21}^T = \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{22} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

E a matriz de massa $[\mathbf{m}^e]$;

$$[\mathbf{m}^e] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (17)$$

onde:

$$\mathbf{M}_{11} = \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{12} = \begin{bmatrix} 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{21} = \begin{bmatrix} 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{22} = \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material, G é o módulo de cisalhamento do material, A é a área da seção transversal do elemento, ρ é a densidade do material, L é o comprimento da viga, I é o momento de inércia a flexão e J é o momento de inércia a torção. A tabela 1 apresenta os valores das constantes utilizadas na modelagem da estrutura.

Tabela 1 – Propriedades dos materiais.

Constante	Simbologia	Valor
<i>Módulo de Elasticidade</i>	E	210×10^9 Pa
<i>Módulo de Rigidez</i>	G	81×10^9 Pa
<i>Área da seção transversal</i>	A	$4,948 \times 10^{-5}$ m ²
<i>Densidade (aço)</i>	ρ	7850 kg/m ³
<i>Massa da conexão de alumínio</i>	m	$0,036$ kg
<i>Comprimento dos elementos verticais e horizontais</i>	L	$0,125$ m
<i>Comprimento do elemento diagonal</i>	L_d	$0,180$ m
<i>Momento de Inércia a Flexão</i>	I	$1,948 \times 10^{-10}$ m ⁴
<i>Momento de Inércia a Torção</i>	J	$3,897 \times 10^{-10}$ m ⁴

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

3.3 Transformação de Coordenadas

Como cada um dos elementos de viga utilizados na montagem da treliça possui, em geral, orientação diferente dos demais, para a montagem das equações matriciais globais é necessário expressar as matrizes elementares $[k^e]$ e $[m^e]$ em relação ao sistema de referência global X Y Z. isto é feito introduzindo a seguinte relação entre o vetor de deslocamentos do elemento no sistema de coordenadas local $\{d^e\}$ e o vetor de deslocamentos do elemento no sistema global $\{d^g\}$ (PANTLING, 1999):

$$\{d^e\} = [T_R]\{d^g\} \quad (18)$$

onde $[T_R]$ é a matriz de transformação que relaciona o sistema local ao sistema global e é expressa por:

$$[T_R] = \begin{bmatrix} [R] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [R] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [R] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [R] \end{bmatrix} \quad (19)$$

e $[R]$ é a matriz de rotação do elemento dada por:

$$[R] = [\{n_x\} \{n_y\} \{n_z\}]^T = \begin{bmatrix} n_x X & n_x Y & n_x Z \\ n_y X & n_y Y & n_y Z \\ n_z X & n_z Y & n_z Z \end{bmatrix} \quad (20)$$

onde $\{n_x\}$, $\{n_y\}$ e $\{n_z\}$ são, respectivamente, os vetores unitários constituídos dos co-senos diretores dos eixos locais x , y , z em relação ao sistema de coordenadas global X Y Z. Tais vetores são determinados no que se segue.

Para o caso do elemento de viga tridimensional da figura 10, em que o eixo y foi escolhido do ponto nodal i para o nó j , considera-se o vetor:

$$\{\mathfrak{g}_{ij}\} = \{X_j - X_i \quad Y_j - Y_i \quad Z_j - Z_i\} \quad (21)$$

e o vetor unitário associado:

$$\{\mathbf{n}_x\} = \{n_x X \quad n_x Y \quad n_x Z\} = \frac{\{\mathfrak{g}_{ij}\}}{|\{\mathfrak{g}_{ij}\}|} \quad (22)$$

onde o denominador, módulo de $\{\mathfrak{g}_{ij}\}$, é igual ao comprimento L do elemento:

$$|\{\mathfrak{g}_{ij}\}| = L = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (23)$$

e (X_i, Y_i, Z_i) e (X_j, Y_j, Z_j) são as coordenadas cartesianas globais dos pontos nodais i e j , respectivamente.

Caso $\{\mathbf{n}_x\}$ tenha direção coincidente com Y ou Z, definem-se os vetores $\{\mathfrak{g}_Y\}$ e $\{\mathfrak{g}_Z\}$ expressos, respectivamente, por:

$$\{\mathfrak{g}_Y\} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \{\mathbf{n}_x\}^T \quad (24)$$

$$\{\mathfrak{g}_Z\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{n}_x\}^T \quad (25)$$

Logo, na direção e sentido do eixo y tem-se o vetor unitário $\{\mathbf{n}_y\}$ definido pelo produto vetorial mostrado na equação:

$$\{\mathbf{n}_y\} = \{n_y X \quad n_y Y \quad n_y Z\} = \frac{\{\mathbf{n}_x\} \times \{\mathfrak{g}_Y \text{ ou } Z\}}{|\{\mathbf{n}_x\} \times \{\mathfrak{g}_Y \text{ ou } Z\}|} \quad (26)$$

Similarmente ao procedimento anterior, obtém-se o vetor unitário $\{\mathbf{n}_z\}$:

$$\{\mathbf{n}_z\} = \{n_z X \quad n_z Y \quad n_z Z\} = \frac{\{\mathbf{n}_x\} \times \{\mathbf{n}_y\}}{|\{\mathbf{n}_x\} \times \{\mathbf{n}_y\}|} \quad (27)$$

Uma vez definida a matriz de rotação do elemento (equação (19)), passa-se à fase de transformação das matrizes elementares de rigidez $[\mathbf{k}^e]$ e massa $[\mathbf{m}^e]$ que são definidas no sistema de coordenadas globais como:

$$[\mathbf{k}^g] = [\mathbf{T}_R]^T [\mathbf{k}^e] [\mathbf{T}_R] \quad (28)$$

$$[\mathbf{m}^g] = [\mathbf{T}_R]^T [\mathbf{m}^e] [\mathbf{T}_R] \quad (29)$$

3.4 Matrizes Globais

De posse das matrizes de massa e de rigidez elástica dos vários elementos presentes na estrutura, integra-se estes elementos para se obter as matrizes globais. Para ilustrar este processo de integração, seja um elemento de viga selecionado conforme ilustrado na figura 10.

Sabendo-se que cada elemento admite 12 graus de liberdade, seja o vetor de índices $\{\mathcal{G}_k\}$ contendo todos os graus de liberdade do k -ésimo elemento de viga selecionado:

$$\{\mathcal{G}_k\} = \{6(i_k-1)+1 \quad \dots \quad 6(i_k-1)+6 \quad 6(j_k-1)+1 \quad \dots \quad 6(j_k-1)+6\} \quad (30)$$

As matrizes globais de rigidez $[\mathbf{K}]$ e massa $[\mathbf{M}]$ são obtidas na forma:

$$[\mathbf{K}] = \sum_{k=1}^{N_e} \mathbf{K}_{\mathcal{G}_k \mathcal{G}_k} + \mathbf{k}^g \quad (31)$$

$$[\mathbf{M}] = \sum_{k=1}^{N_e} \mathbf{M}_{\mathcal{G}_k \mathcal{G}_k} + \mathbf{m}^g \quad (32)$$

onde N_e expressa o número total de elementos e as matrizes $[\mathbf{K}]$ e $[\mathbf{M}]$ são de dimensão quadrada e igual ao número de graus de liberdade da estrutura.

Considerando m_i a massa da i -ésima conexão esférica (nó) e seja o vetor de índices $\{\mathcal{G}_i\}$ contendo os 3 primeiros graus de liberdade do nó associado:

$$\{\mathcal{G}_i\} = \{6(i-1)+1 \quad 6(i-1)+2 \quad 6(i-1)+3\} \quad (33)$$

a matriz de massa global $[\mathbf{M}]$ é atualizada conforme a equação (34):

$$[\mathbf{M}] = \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{M}_{\mathcal{G}_i, \mathcal{G}_i} + m_i \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad (34)$$

onde N_n denota o número de nós da estrutura e $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ é a matriz identidade.

3.5 Posicionamento Ótimo dos Sensores e Atuadores

O problema da localização de elementos ativos na estrutura é uma das etapas fundamentais a serem empregadas no projeto de um sistema de controle. Em problemas que envolvem o controle de grandes estruturas espaciais, a localização de atuadores/sensores são variáveis de projeto de fundamental importância pois se exigem dentre outros requisitos: um rigoroso controle no tocante ao desempenho dos atuadores/sensores, segurança, versatilidade e custo dos sistemas estruturais envolvidos neste tipo de projeto. No entanto, é desejável que se estabeleça não somente esta análise, mas também a busca por um mecanismo que quantifique a controlabilidade/observabilidade dos atuadores/sensores, permitindo assim que se eleja entre as possibilidades de posicionamento existentes dos atuadores/sensores a mais controlável/observável.

Premount (2002) sugere realizar a análise do efeito do posicionamento de atuadores/sensores em estruturas reticuladas através do cálculo de um indicador conhecido como “fração de energia de deformação modal (FEDM)”, que é obtido através da equação (35)

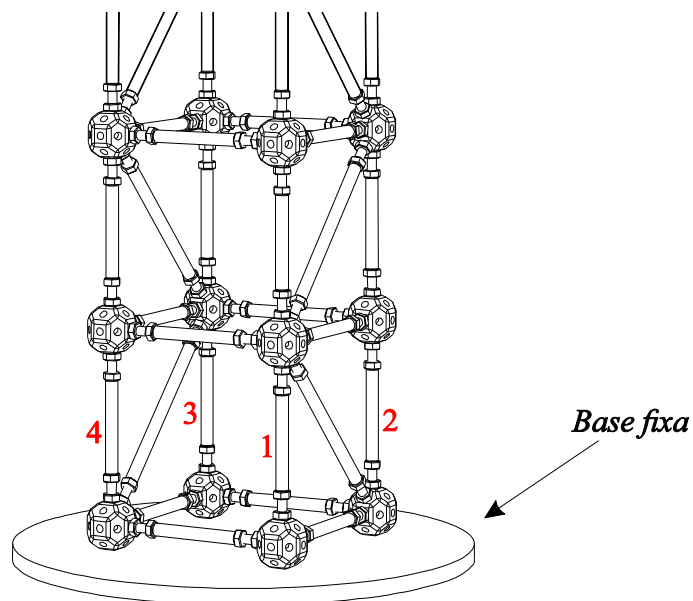
$$\mathbf{v}_{ki} = \frac{\Phi_i^T (K_{eq} \mathbf{b}_k^T \mathbf{b}_k) \Phi_i}{\Phi_i^T ([\mathbf{K}] - K_{eq} \mathbf{b}_k^T \mathbf{b}_k) \Phi_i} = \frac{K_{eq} (\mathbf{b}_k \Phi_i)^2}{\omega_i^2} \quad (35)$$

onde K_{eq} representa a rigidez equivalente do elemento ativo, \mathbf{b}_k é uma matriz que representa a localização dos elementos ativos na estrutura com dimensões $m \times n$, onde m representa o número de graus de liberdade livres da estrutura e n representa a quantidade de elementos ativos presentes na estrutura. O símbolo Φ_i , representa o deslocamento nodal da i -ésima forma modal, sendo uma matriz que apresenta uma dimensão $m \times 1$ e por último ω_i representa o valor da i -ésima frequência natural da estrutura.

A equação (35) pode ser interpretada como a razão entre a energia de deformação do k -ésimo atuador e a energia de deformação elástica total da estrutura quando a mesma vibra no i -ésimo modo, ou seja, o índice ν_{ki} representa a contribuição individual do k -ésimo elemento ativo em relação à energia de vibração do i -ésimo modo de vibrar. De uma forma mais simplificada, aquele elemento ativo que mais contribui com o modo que se deseja controlar deve ser mantido e aquele que pouco contribui deve ser reposicionado.

A estrutura analisada, engastada-livre, tem condições de contorno simples e, sabe-se que os atuadores são mais efetivos próximos ao engaste. No entanto, para sistema onde não é óbvio a instalação dos atuadores este processo é um passo importante na análise. A figura 11 mostra as possíveis posições candidatas que foram consideradas neste trabalho para instalação do par de elementos ativos.

Figura 11 – Possibilidades de posicionamento dos elementos ativos.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A tabela 2 mostra os valores encontrados para as seis pares de posições de instalação dos elementos ativos a partir da aplicação da técnica de fração de energia de deformação modal. Como neste trabalho o objetivo principal é atenuar as vibrações nos dois primeiros modos de vibrar da estrutura, a tabela 2, relaciona os índices v_{ki} dos dois primeiros modos de vibrar pelos dois atuadores existentes na estrutura. Por exemplo, o índice v_{21} diz qual a contribuição do atuador 1 na atenuação do segundo modo de vibrar da estrutura.

Tabela 2 – Índices de posicionamento dos elementos ativos.

Índice Posições	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}
1 e 2	1,36	1,36	21,63	15,20
1 e 3	1,42	1,42	14,43	14,42
1 e 4	1,25	1,25	20,25	6,97
2 e 3	1,25	1,25	6,98	20,24
2 e 4	1,40	1,40	11,29	11,28
3 e 4	1,36	1,36	21,63	15,20

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Analisando a tabela 2 pode-se concluir que em duas situações o posicionamento dos elementos ativos na estrutura pode ser considerado como ideal, que são quando os elementos ativos estão posicionados nas posições 1 e 2 e quando estão posicionados nas posições 3 e 4, de acordo com a figura 11. Neste trabalho optou-se pelas posições 1 e 2 como sendo ideais.

3.6 Validação do Modelo Matemático

A validação foi feita através da comparação dos resultados obtidos no software de elementos finitos ANSYS®, considerando como elemento finito o elemento BEAM4, que possui as mesmas características do elemento de viga utilizado no modelo em elementos finitos feito no MATLAB®. A tabela 3 apresenta os valores das 10 primeiras frequências naturais encontrados nos dois modelos.

Tabela 3 – Comparação dos valores de frequências naturais.

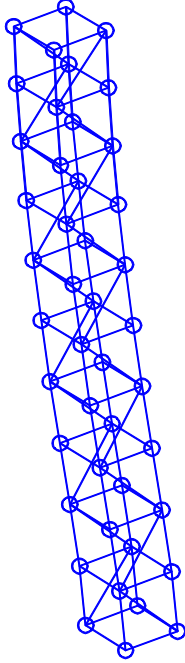
<i>Freq.</i>	<i>ANSYS® [Hz]</i>	<i>MATLAB® [Hz]</i>	<i>Diferença [%]</i>
1	12,8	12,8	0,0
2	39,8	39,8	0,0
3	40,8	40,8	0,0
4	41,2	41,2	0,00
5	70,7	70,8	0,18
6	104,2	104,5	0,34
7	141,5	142	0,67
8	141,9	142,3	0,23
9	182	183,1	0,59
10	184	184,3	0,18

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

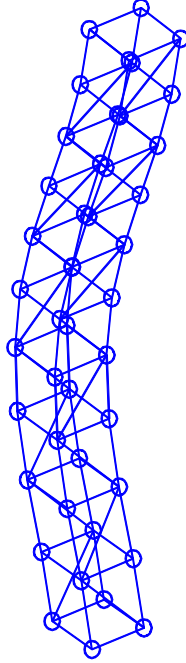
Os resultados mostram a boa relação entre os dois modelos, com erro máximo menor que 1%. A figura 12 mostra os 6 primeiros modos de vibrar e seus respectivos valores de frequência obtidos a partir do modelo feito no software MATLAB®.

Figura 12 – Modos de vibrar da estrutura tipo treliça.

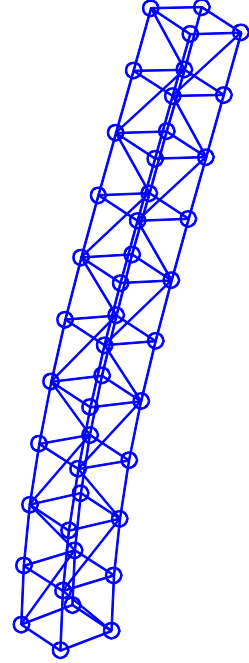
1º Modo de Vibrar da Treliça (12,8 Hz)



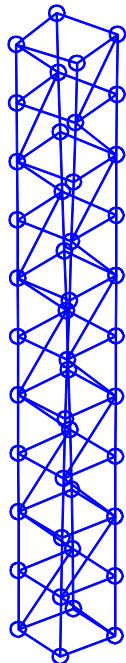
2º Modo de Vibrar da Treliça (39,8 Hz)



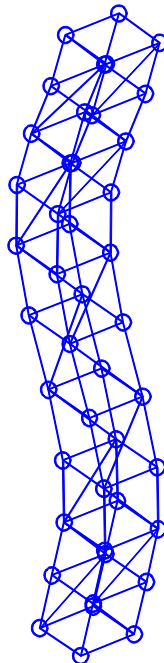
3º Modo de Vibrar da Treliça (40,8 Hz)



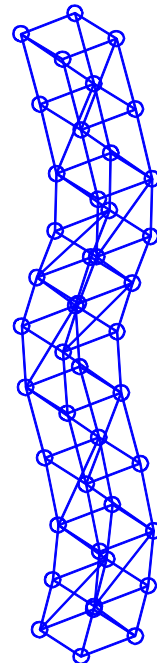
4º Modo de Vibrar da Treliça (41,2 Hz)



5º Modo de Vibrar da Treliça (70,8 Hz)



6º Modo de Vibrar da Treliça (104,5 Hz)



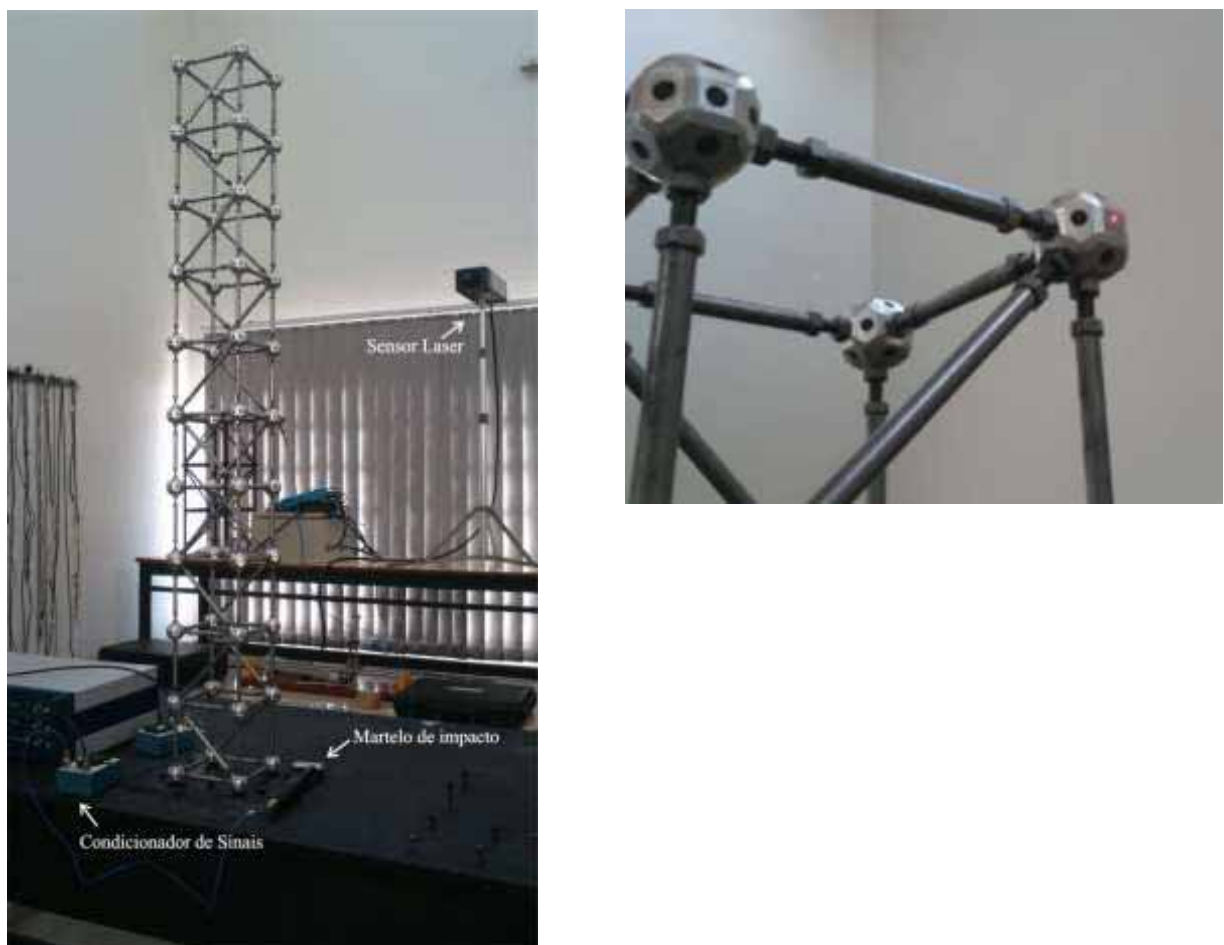
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

3.7 Validação do Modelo Teórico Através de Experimento

Para fim de validação do modelo em elementos finitos, foram realizados testes preliminares com o modelo real. O experimento consistiu em excitar a estrutura com um sinal impulso através do martelo de impacto, e coletar os dados através de sensores estrategicamente posicionados no corpo da estrutura, com o intuito de após processados estes dados comparar os valores das frequências do modelo matemático com o modelo experimental.

Os sinais de saída foram coletados através de um sensor laser da marca Polytec® modelo OFV - 5000. A excitação da treliça foi feita utilizando um martelo de impacto da marca PCB Piezotronics® modelo 086C04. Foi utilizado também um condicionador de sinal da marca PCB Piezotronics® modelo 480E09. A figura 13 mostra a montagem da bancada utilizada neste experimento.

Figura 13 – Bancada montada.

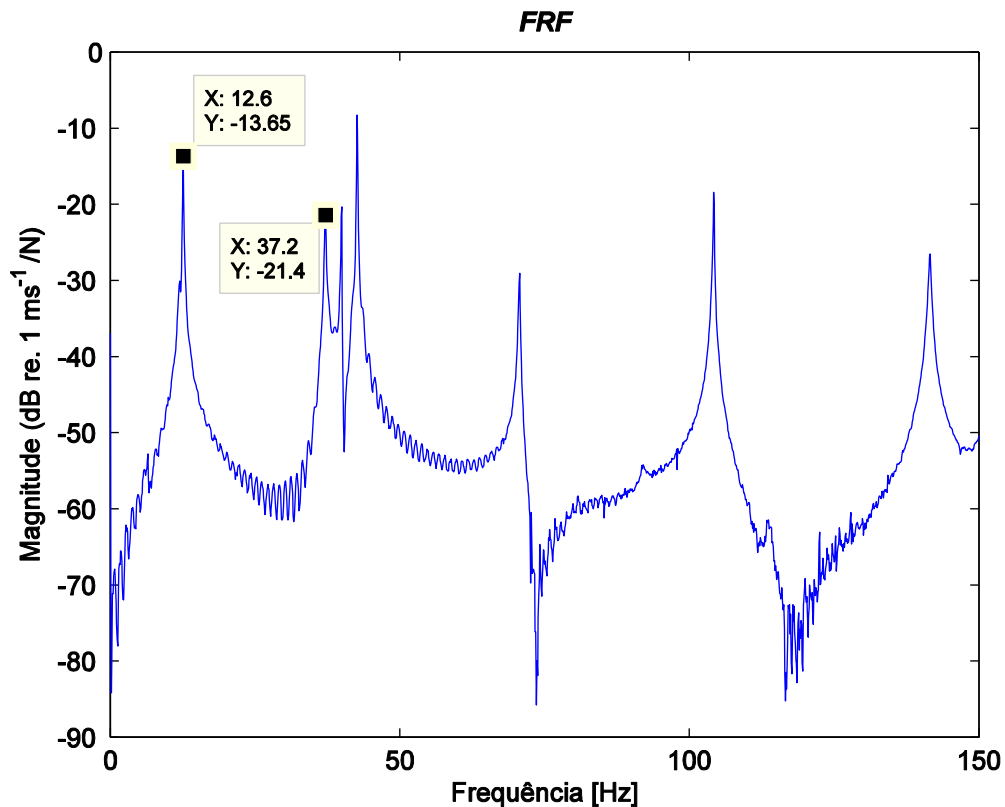


Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O sistema de aquisição de dados utilizado foi a DSpace® modelo 1103, que possui 20 canais de entrada e 8 canais de saída, além de possibilitar a conexão com o software MATLAB®.

Foram colhidas 5 amostras em cada direção da treliça e então feita uma média. A frequência de amostragem utilizada neste experimento foi de 1000 Hz e após análise e processamento dos sinais colhidos, os resultados são apresentados no gráfico demonstrado pela figura 14. A FRF mostrada neste gráfico apresenta os valores de frequência da estrutura encontrados em uma faixa de 0 a 150 Hz. Em destaque estão os valores das duas primeiras frequências naturais, já que, a proposta deste trabalho é realizar a atenuação da amplitude nas duas primeiras frequências naturais da estrutura.

Figura 14 – FRF calculada a partir dos dados experimentais.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A tabela 4 apresenta a comparação entre o modelo experimental e o modelo em elementos finitos, e os respectivos valores em porcentagem da diferença entre os valores de cada frequência.

Tabela 4 – Comparação dos valores de frequências real/teórico.

<i>Freq.</i>	<i>Elem. Finito [Hz]</i>	<i>Experimental [Hz]</i>	<i>Diferença [%]</i>
1	12,8	12,6	1,6
2	39,8	37,1	7,3
3	40,8	40	2
4	41,2	42,6	3,3
5	70,8	70,7	0,1
6	104,5	104,2	0,3

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

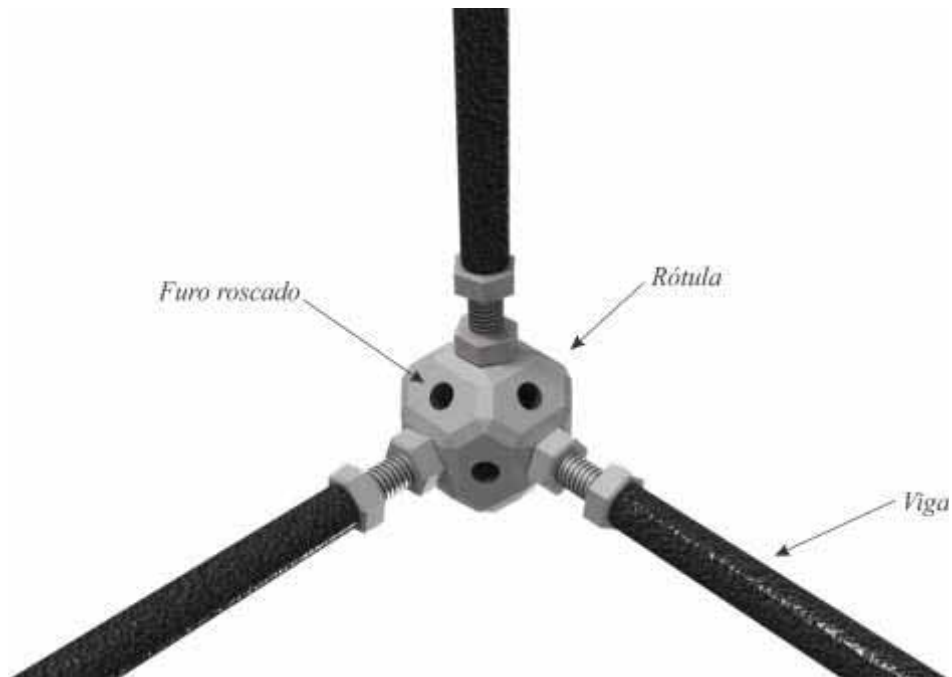
Analisando os valores apresentados na tabela 4 pode-se assumir que o modelo em elementos finitos apresenta coerência em termos de valores de frequência com relação ao modelo experimental.

3.8 Montagem da Bancada Experimental

Como dito anteriormente a estrutura tridimensional flexível tipo treliça proposta neste trabalho possui 10 andares e apresenta dimensões aproximadas de 1250 mm por 125 mm por 125 mm de altura, largura e profundidade, respectivamente. A estrutura foi construída utilizando-se 104 membros feitos em aço maciço redondo de diâmetros iguais a 8 mm e comprimentos iguais a 125 mm para os elementos horizontais e verticais e 180mm para os elementos diagonais. Os elementos em questão apresentam em suas extremidades eixos dotados de roscas, que tem como principal função realizar a conexão aparafusada destes componentes.

Estes elementos são interconectados entre si através de 44 conexões de formato octogonal feitas em alumínio. Medindo cerca de 30 mm de lado e pesando aproximadamente 40 g, estas conexões representam os nós da treliça. Com objetivo de oferecer maior praticidade na montagem e desmontagem da estrutura, estes componentes possuem furos roscados que são responsáveis também por conectar de maneira segura os elementos que compõe a treliça. A figura 15 mostra um exemplo da conexão descrita acima sendo utilizada como nó responsável pela interconexão dos elementos.

Figura 15 – Detalhamento da conexão utilizada na montagem da treliça.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Por razões como maior facilidade no momento da montagem e desmontagem e a possibilidade do uso futuro desta bancada em outras possíveis áreas de estudo, esta estrutura foi construída a partir de acoplamentos roscados.

Os membros de aço (vigas) possuem comprimento regulável (figura 16) através de eixos roscados acoplados nas duas extremidades possibilitando dessa forma a retirada ou a colocação destes membros sem a necessidade de desmontagem da estrutura sempre que houver a necessidade de retirada ou colocação de um elemento. Como é possível ver na figura 15 a fixação destes elementos nas conexões de alumínio foi realizada através do uso de duas porcas em cada extremidade do elemento, obtendo-se um total de quatro porcas para cada elemento, como é possível observar na figura 16.

Figura 16 – Viga em detalhe.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Todos os componentes utilizados na montagem da treliça, foram confeccionados na Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, sendo que no caso particular dos furos roscados nas conexões de alumínio, houve-se a necessidade de confeccioná-los de forma

manual e individual, realizando-se a operação de rosca um total de 220 vezes. A figura 17 mostra a foto da treliça montada completa, inclusive com os elementos ativos adaptados à estrutura.

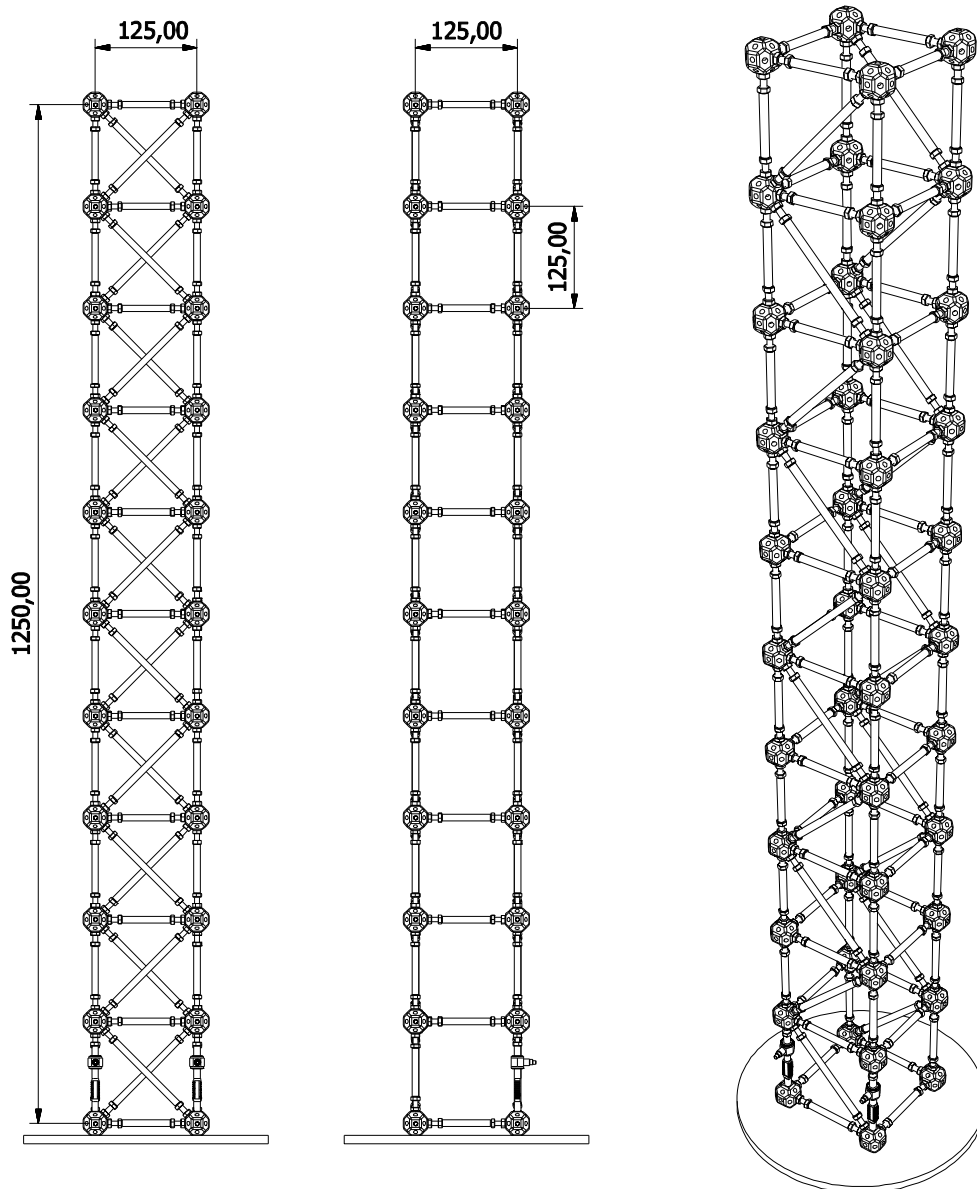
Figura 17 – Montagem final da treliça.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Um detalhe importante na construção da estrutura é o fato de que em dois dos lados da treliça não existem elementos diagonais de travamento, proporcionando à estrutura uma rigidez menor. Isso ocorre pela necessidade de tornar a estrutura ligeiramente mais flexível e evitar a ocorrência de modos duplos (estrutura simétrica), possibilitando, assim, a aplicação das técnicas de controle, objetivo principal deste trabalho. Pode-se observar de acordo com a figura 18 que na direção 'x' a estrutura apresenta uma rigidez maior do que em relação a direção 'y', fato causado pela ausência de travamento.

Figura 18 – Projeto da estrutura.

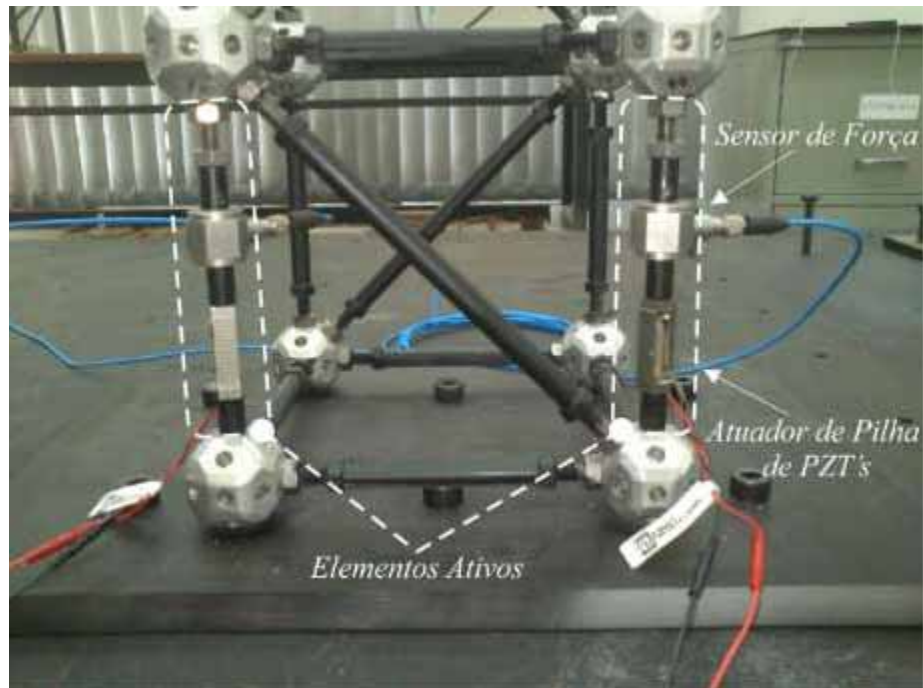


Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Com relação a conexão dos elementos ativos na estrutura, pode-se dizer que foi uma das etapas mais complexas de toda montagem da treliça, pois além da necessidade de mantê-los alinhados com o resto da estrutura, existia também a obrigatoriedade de mantê-los fixos de forma a permanecerem sem folgas, pois como tratam-se de dispositivos que atuam na casa dos μm , qualquer folga na montagem destes poderia resultar em um experimento mal sucedido. Com todos esses detalhes e preocupações a serem analisados, realizar uma montagem sem causar danos que pudessem vir a prejudicar seu funcionamento, demandou muito tempo e cuidados especiais, além de certa destreza no manuseio dos dispositivos. A montagem dos elementos na estrutura foi também realizada através de eixos roscados e porcas, afim de

proporcionar o acoplamento entre a estrutura e os elementos ativos o mais fixo possível. A figura 19 detalha os elementos ativos conectados na estrutura, evidenciando o sensor de força da marca PCB® modelo 208C03 e o atuador de pilha de PZT's da empresa *Cedrat Technologies*®, modelo PPA20M.

Figura 19 – Montagem dos elementos ativos.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A tabela 5 apresenta as principais características do atuador de pilha modelo PPA20M utilizado durante a execução deste trabalho:

Tabela 5 – Características do atuador de pilha de PZT's.

Propriedades	Unidades	Valor Nominal
Max. Deslocamento s/ Carga	μm	19,38
Força Bloqueada	N	926
Rigidez	$N/\mu m$	47,79
Frequência de Ressonância	Hz	38067,18
Tempo de Resposta	μs	13,13
Massa	g	12

Fonte: *Cedrat Technologies*®

4 IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE SISTEMAS MECÂNICOS

4.1 Método de Identificação Experimental (ERA/OKID)

Identificação experimental de sistemas trata-se do processo de construção de um modelo matemático a partir de um sistema físico através de dados experimentais de entrada e saída. É atualmente uma importante ferramenta no âmbito da engenharia moderna, e muito utilizada em sistemas de controle que apresentam características mais complexas, onde o modelo matemático não descreve com precisão o sistema físico.

Entre as diversas técnicas de identificação de sistemas existentes, o método de identificação ERA/OKID recebe destaque. Esta técnica basicamente consiste em encontrar a matriz de Hankel, matriz que é composta pelos parâmetros de Markov do sistema, a partir de uma entrada qualquer através do algoritmo computacional OKID (*Observer/Kalman Identification*), e a partir da matriz de Hankel, alimentar o algoritmo ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*) para realizar a identificação das matrizes dinâmicas do sistema em espaço de estados.

Dentre os vários autores que fizeram o uso desta técnica podemos citar algumas publicações que foram importantes para o desenvolvimento deste trabalho. Juang e Pappa (1985) apresentaram a técnica ERA com a utilização em estruturas mecânicas aeroespaciais, Alves (2005) utilizou o ERA para avaliar numericamente um sistema mecânico com 2 GDL's e utilizou o método ERA/OKID para avaliar experimentalmente um duto acústico.

Abreu et. al (2012) aplicaram a técnica de identificação experimental ERA/OKID na resolução do modelo dinâmico em espaço de estados e redução de modelo de uma viga de alumínio reduzindo o modelo a apenas cinco estados.

Com base nas publicações citadas acima este trabalho apresenta a identificação experimental e redução de modelo de uma estrutura espacial do tipo treliça apresentada no capítulo 2.

4.2 Realização de Sistemas

Antes de tratar especificamente dos métodos ERA e OKID para identificação de sistemas, é preciso caracterizar a forma como são montadas as matrizes de Hankel que são essenciais no processo de identificação.

Como o propósito deste trabalho não é detalhar a teoria de identificação de sistemas, o desenrolar matemático aqui mostrado apresenta uma forma mais resumida, focando apenas nos conceitos principais para o desenvolvimento da técnica.

Em uma primeira etapa descreve-se a realização do sistema a partir dos sinais de excitação \mathbf{u} e dos sinais de saída medidos \mathbf{y} . As equações (36) e (37) descrevem um sistema discreto:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (36)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \quad (37)$$

Em seguida aplica-se uma entrada impulsiva unitária da forma $\mathbf{u} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$ sobre o sistema descrito nas equações (36) e (37), considerando as condições iniciais nulas, $\mathbf{x}(0) = 0$ (Alves e Ribeiro, (2004)). Dessa forma torna-se possível obter, recursivamente, uma expressão para resposta impulsiva \mathbf{Y} , cuja dimensão é $m \times r$, como mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} k=0 &\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{x}(1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\mathbf{u}(0) = \mathbf{B} \\ \mathbf{y}(0) = \mathbf{C}\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(0) = \mathbf{D} \end{cases} \\ k=1 &\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{x}(2) = \mathbf{A}\mathbf{x}(1) + \mathbf{B}\mathbf{u}(1) = \mathbf{A}\mathbf{B} \\ \mathbf{y}(1) = \mathbf{C}\mathbf{x}(1) + \mathbf{D}\mathbf{u}(1) = \mathbf{C}\mathbf{B} \end{cases} \\ k=2 &\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{x}(3) = \mathbf{A}\mathbf{x}(2) + \mathbf{B}\mathbf{u}(2) = \mathbf{A}^2\mathbf{B} \\ \mathbf{y}(2) = \mathbf{C}\mathbf{x}(2) + \mathbf{D}\mathbf{u}(2) = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} \end{cases} \\ k=3 &\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{x}(4) = \mathbf{A}\mathbf{x}(3) + \mathbf{B}\mathbf{u}(3) = \mathbf{A}^3\mathbf{B} \\ \mathbf{y}(3) = \mathbf{C}\mathbf{x}(3) + \mathbf{D}\mathbf{u}(3) = \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{B} \end{cases} \\ &\vdots \\ k=\dots &\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) = \mathbf{A}^k\mathbf{B} \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) = \mathbf{C}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B} = \mathbf{Y}_k \end{cases} \end{aligned}$$

que resulta na seguinte seqüência:

$$Y_0 = D, \quad Y_1 = CB, \quad Y_2 = CAB, \quad \dots, \quad Y_k = CA^{k-1}B \quad (38)$$

Esta seqüência de matrizes constantes é conhecida como matrizes dos Parâmetros de Markov (JUANG; PHAN, 2004). Os parâmetros de Markov são de grande importância para o desenvolvimento da identificação de modelos discretos no domínio do tempo, equações (36) e (37), que são representadas a partir de quatro matrizes constantes A , B , C e D .

A partir daí é possível realizar a montagem da matriz de Hankel, matriz composta pelos parâmetros de Markov dispostos de uma forma como é mostrado nas equações (39) a (41). A forma generalizada da matriz de Hankel é mostrada na equação (39):

$$H(k-1) = \begin{bmatrix} Y_k & Y_{k+1} & \dots & Y_{k+\beta-1} \\ Y_{k+1} & Y_{k+2} & \dots & Y_{k+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{k+\alpha-1} & Y_{k+\alpha} & \dots & Y_{k+\alpha+\beta-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CA^{k-1}B & CA^k B & \dots & CA^{k+\beta-2}B \\ CA^k B & CA^{k+1}B & \dots & CA^{k+\beta-1}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{k+\alpha-2}B & CA^{k+\alpha-1}B & \dots & CA^{k+\alpha+\beta-3}B \end{bmatrix} \quad (39)$$

onde α e β são os parâmetros que compõem, respectivamente, o número de linhas e o número de colunas da matriz de Hankel H .

A equação (40) mostra a matriz de Hankel para quando o $k=1$;

$$H(0) = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_\beta \\ Y_2 & Y_{k+2} & \dots & Y_{1+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_\alpha & Y_{1+\alpha} & \dots & Y_{\alpha+\beta-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CB & CAB & \dots & CA^{\beta-1}B \\ CAB & CA^2B & \dots & CA^\beta B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{\alpha-1}B & CA^\alpha B & \dots & CA^{\alpha+\beta-2}B \end{bmatrix} \quad (40)$$

e a equação (41) para quando o $k=2$;

$$H(1) = \begin{bmatrix} Y_2 & Y_3 & \dots & Y_{\beta+1} \\ Y_3 & Y_{k+2} & \dots & Y_{2+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_\alpha & Y_{1+\alpha} & \dots & Y_{\alpha+\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CAB & CA^2B & \dots & CA^\beta B \\ CA^2B & CA^3B & \dots & CA^{\beta+1}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^\alpha B & CA^{\alpha+1}B & \dots & CA^{\alpha+\beta-1}B \end{bmatrix} \quad (41)$$

As duas matrizes, $\mathbf{H}(0)$ para quando $k=1$ e $\mathbf{H}(1)$ para quando $k=2$, são necessárias para “alimentar” o algoritmo ERA no processo de identificação de sistemas dinâmicos.

4.3 Eigensystem Realization Algorithm – ERA

O ERA, *Eigensystem Realization Algorithm* (ou Algoritmo de Realização de Auto-Sistema), foi desenvolvido por Juang e Pappa (1985) em aplicações da área da engenharia aeroespacial, onde as estruturas e sistemas apresentam uma complexidade elevada quando comparados à maioria das aplicações convencionais. A principal característica, e também a mais importante neste algoritmo de identificação, é que ele é capaz de determinar, a partir de dados experimentais de entrada e saída, as matrizes que representam o comportamento dinâmico do sistema em espaço de estados.

O processo ERA inicia-se com a decomposição da matriz de Hankel em três matrizes, usando o método de decomposição em valores singulares

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{R} \mathbf{\Sigma} \mathbf{S}^T \quad (42)$$

onde as colunas das matrizes \mathbf{R} e \mathbf{S} são ortonormais e $\mathbf{\Sigma}$ é uma matriz retangular e a matriz de Hankel \mathbf{H} , é a matriz que contém as saídas do sistema a uma entrada impulsiva.

Agora, seja \mathbf{R}_n e \mathbf{S}_n as matrizes formadas pelas n primeiras colunas das matrizes \mathbf{R} e \mathbf{S} , respectivamente. Então a matriz $\mathbf{H}(0)$ fica da seguinte forma:

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{R}_n \mathbf{\Sigma}_n \mathbf{S}_n^T \quad (43)$$

A partir da decomposição da matriz de Hankel $\mathbf{H}(0)$, e com o auxílio da matriz de Hankel $\mathbf{H}(1)$, torna-se possível realizar a identificação da matriz dinâmica $\hat{\mathbf{A}}$, como é mostrado no equação (44):

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{\Sigma}_n^{-1/2} \mathbf{R}_n^T \mathbf{H}(1) \mathbf{S}_n \mathbf{\Sigma}_n^{-1/2} \quad (44)$$

Para a determinação das matrizes \mathbf{B} e \mathbf{C} são definidas duas matrizes auxiliares, como mostrado abaixo:

$$\mathbf{E}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m \\ \mathbf{O}_m \\ \vdots \\ \mathbf{O}_m \end{bmatrix}_{m(\beta-1) \times m} \quad (45)$$

e

$$\mathbf{E}_r = [\mathbf{I}_r \quad \mathbf{O}_r \quad \cdots \quad \mathbf{O}_r]_{r \times r(\alpha-1)} \quad (46)$$

onde, \mathbf{I}_m e \mathbf{I}_r são matrizes identidades de ordem m e r , respectivamente, e, \mathbf{O}_m e \mathbf{O}_r são matrizes quadradas nulas de ordem m e r , respectivamente e lembrando ainda, m e r são respectivamente, o número de saídas e de entradas.

Com auxílio das matrizes mostradas em (45) e (46) torna-se possível calcular as matrizes identificadas \mathbf{B} e \mathbf{C} ;

$$\mathbf{B} = \sum_n^{1/2} \mathbf{S}_n^T \mathbf{E}_m \quad (47)$$

e finalmente a matriz \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = \mathbf{E}_r \mathbf{R}_n \sum_n^{1/2} \quad (48)$$

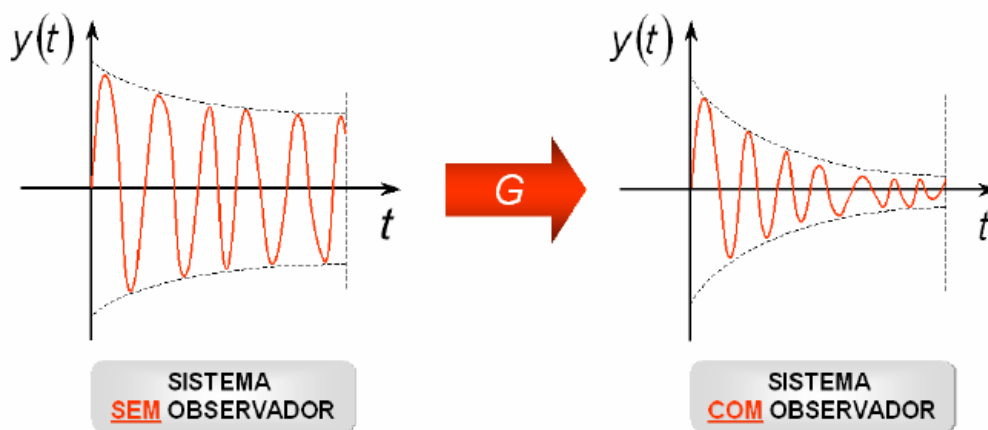
Por fim a matriz \mathbf{D} identificada é simplesmente, segundo a equação (38), o parâmetro de Markov quando $k=0$, ou seja:

$$\begin{aligned} Y_0 &= D \\ D &= Y_0 \end{aligned} \quad (49)$$

4.4 Observer/Kalman Identification – OKID

Desenvolvido por Phan et. al. (1992) o OKID é uma técnica de identificação com observador de estado. Esta técnica foi desenvolvida para ser utilizada, principalmente, na identificação de estruturas levemente amortecidas, que apresentam como principal característica, no ponto de vista da teoria de controle, um tempo de acomodação muito grande. O método OKID, introduz, nestes tipos de sistemas, um amortecimento artificial, o que provoca uma antecipação na estabilidade do sistema e uma diminuição no comprimento do vetor de dados adquiridos. A figura 20 demonstra graficamente o efeito da incorporação do observador em um sistema pouco amortecido.

Figura 20 – Efeito da incorporação do observador no sistema.



Fonte: ALVES, 2005

De uma forma resumida pode-se dizer que o método de OKID calcula, através dos dados de entrada e saída do sistema, primeiramente os parâmetros de Markov do observador, e em seguida extrai, do observador, os parâmetros de Markov do sistema real, que na realidade, são os dados que se tem maior importância na identificação de sistemas propriamente dita.

Consideram-se de início as equações (36) e (37) que descrevem um sistema linear, discreto e invariante no tempo. Fazendo as condições iniciais nulas, ou seja, $x(0)=0$, o conjunto destas equações para uma sequência de $k=0, 1, 2, \dots, \ell-1$ pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
x(0) &= 0 \\
y(0) &= \mathbf{D}u(0) \\
\\
x(1) &= \mathbf{B}u(0) \\
y(1) &= \mathbf{C}\mathbf{B}u(0) + \mathbf{D}u(1) \\
\\
x(2) &= \mathbf{A}\mathbf{B}u(0) + \mathbf{D}u(1) \\
y(2) &= \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}u(0) + \mathbf{C}\mathbf{B}u(1) + \mathbf{D}u(2) \\
&\vdots \\
x(\ell-1) &= \sum_{i=1}^{\ell-1} \mathbf{A}^{i-1} \mathbf{B}u(\ell-1-i) \\
y(\ell-1) &= \sum_{i=1}^{\ell-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1} \mathbf{B}u(\ell-1-i) + \mathbf{D}u(\ell-1)
\end{aligned} \tag{50}$$

Agrupando a equação (50) em uma forma matricial, tem-se:

$$\begin{matrix} (m \times \ell) & (m \times r\ell) & (r\ell \times \ell) \\ \mathbf{y} & = & \mathbf{Y} \mathbf{U} \end{matrix} \tag{51}$$

onde

$$\mathbf{y} = [y(0) \quad y(1) \quad y(2) \quad \cdots \quad y(\ell-1)]$$

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{D} \quad \mathbf{C}\mathbf{B} \quad \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} \quad \cdots \quad \mathbf{C}\mathbf{A}^{\ell-2}\mathbf{B}]$$

e

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \cdots & u(\ell-1) \\ & u(0) & u(1) & \cdots & u(\ell-2) \\ & & u(0) & \cdots & u(\ell-3) \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & u(0) \end{bmatrix}$$

A matriz \mathbf{y} é uma matriz com dimensão $m \times \ell$ contendo os dados de saída, onde m representa o número de saídas e ℓ o número de dados adquiridos. A matriz \mathbf{Y} contém todos os

parâmetros de Markov D , CB , CAB , ..., $CA^{\ell-2}B$ a serem determinados, possui dimensão $m \times r\ell$, onde r representa a quantidade de entradas do sistema. Por fim a matriz U é uma matriz triangular superior, com dimensão $r\ell \times \ell$ contendo os dados de entrada.

Analisando a equação (51) fica claro que para o caso de $r > 1$, a solução Y não é única. Desse modo a matriz Y só pode ser determinada unicamente a partir de um conjunto de equações para $r = 1$, mas ainda assim, segundo Alves (2005), existem situações que constituem empecilho para o cálculo de Y ;

- sinal de entrada com valor inicial nulo, isto é, $u(0) = 0$;
- sinal de entrada que não apresenta variedade suficiente de frequência, como, por exemplo um sinal harmônico;
- comprimento do vetor de dados (ℓ) muito grande.

A ocorrência de qualquer um destes três eventos citados acima, pode fazer com que a matriz contendo os dados de entrada, U , se torne mal condicionada e assim o cálculo de $Y = yU^{-1}$, pode não apresentar a devida precisão. No caso onde A apresenta um comportamento assintoticamente estável de modo que para algum valor de p suficientemente grande, $A^k = 0$ para $k \geq p$. Desta forma pode-se realizar a aproximação da equação (51), como mostrado na equação (52).

$$y = Y_I U_I \quad (52)$$

Sendo de dimensão $(m \times \ell)$ a matriz y , $m \times r(p+1)$ a dimensão da matriz Y_I e $r(p+1) \times \ell$ a dimensão da matriz U_I , onde

$$y = [y(0) \quad y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(p) \quad \dots \quad y(\ell-1)]$$

$$Y_I = [D \quad CB \quad CAB \quad \dots \quad CA^{p-1}B]$$

e

$$U_I = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \cdots & u(p) & \cdots & u(\ell-1) \\ & u(0) & u(1) & \cdots & u(p-1) & \cdots & u(\ell-2) \\ & & u(0) & \cdots & u(p-2) & \cdots & u(\ell-3) \\ & & & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & & u(p) & \cdots & u(\ell-p-1) \end{bmatrix}$$

onde as matrizes Y_I e U_I são versões truncadas das matrizes Y e U , mostradas na equação (51). A equação (52) indica que existem mais equações $m \times \ell$ do que incógnitas $m \times r(p+1)$ pois $\ell > r(p+1)$. Daí pode-se dizer que os primeiros p parâmetros de Markov satisfazem $Y = yU_I^\dagger$, onde U_I^\dagger é a pseudo-inversa da matriz U_I , e o erro de aproximação decresce a medida que p cresce.

De acordo com Alves (2005), um grande inconveniente que ocorre nestes tipos de estruturas levemente amortecidas, é o fato de que para tornar válida a aproximação descrita na equação (52), o valor inteiro p assim como o comprimento de dados ℓ necessariamente deveriam ser valores altos, tornando, conseqüentemente, a matriz U_I muito grande e dificultando a solução numérica da pseudo-inversa U_I^\dagger .

Como solução para este inconveniente, a teoria de controle sugere o uso de uma realimentação no sistema adicionando e subtraindo o termo $Gy(k)$ no lado direito da equação de estado (36), fazendo com que o sistema apresente características de amortecimento de acordo com que se deseja, e, com isto a equação (36) passa a ser como mostrado:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{G}\mathbf{y}(k) - \mathbf{G}\mathbf{y}(k) \quad (53)$$

mas como

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k)$$

então

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{G}[\mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k)] - \mathbf{G}\mathbf{y}(k) \quad (54)$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{G}\mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{D}\mathbf{u}(k) - \mathbf{G}\mathbf{y}(k) \quad (55)$$

Agrupando os termos em $\mathbf{x}(k)$ e $\mathbf{u}(k)$, tem-se

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} + \mathbf{GC})\mathbf{x}(k) + (\mathbf{B} + \mathbf{GD})\mathbf{u}(k) - \mathbf{G}\mathbf{y}(k) \quad (56)$$

Redefinindo, a equação (36) fica assim:

$$\mathbf{x}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k) \quad (57)$$

e isolando os termos, fica;

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}} &= \mathbf{A} + \mathbf{GC} \\ \bar{\mathbf{B}} &= [\mathbf{B} + \mathbf{GD} \quad -\mathbf{G}] \end{aligned} \quad (58)$$

$$\mathbf{v}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix}$$

onde $\bar{\mathbf{A}}$ é a matriz dinâmica com o observador incorporado de dimensão $(n \times n)$, $\bar{\mathbf{B}}$, com dimensão $(n \times [r+m])$, é a matriz que contém a posição dos atuadores com o observador incorporado, $\mathbf{v}(k)$ é uma matriz de “entrada” e \mathbf{G} é uma matriz arbitrária com dimensão $(n \times n)$ escolhida para fazer a matriz $\bar{\mathbf{A}}$ tão estável quanto desejado.

Segundo Alves (2005), os parâmetros de Markov do sistema na equação (57) são considerados como sendo parâmetros de Markov do observador, já que a equação (57) é expressa de forma diferente da equação característica do sistema, utilizando matrizes diferentes para o sistema e contendo uma entrada diferente também. Com isso a descrição de entrada-saída na forma matricial para a equação (57) torna-se:

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{Y}} \mathbf{V} \quad (59)$$

Sendo de dimensão $(m \times \ell)$ a matriz \mathbf{y} , $m \times [(m+r)(\ell-1)+r]$ a dimensão da matriz $\bar{\mathbf{Y}}$ e $[(m+r)(\ell-1)+r] \times \ell$ a dimensão da matriz \mathbf{V} , onde

$$\mathbf{y} = [y(0) \quad y(1) \quad y(2) \quad \cdots \quad y(p) \quad \cdots \quad y(\ell-1)]$$

$$\bar{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{C}\bar{\mathbf{B}} & \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} & \cdots & \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{p-1}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{\ell-2}\bar{\mathbf{B}} \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \cdots & u(p) & \cdots & u(\ell-1) \\ & v(0) & v(1) & \cdots & v(p-1) & \cdots & v(\ell-2) \\ & & v(0) & \cdots & v(p-2) & \cdots & v(\ell-3) \\ & & & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & & v(0) & \cdots & v(\ell-p-1) \\ & & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & & v(0) \end{bmatrix}$$

Desta forma para resolver os parâmetros de Markov do observador a partir de dados reais utiliza-se a mesma abordagem feita na equação (52):

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{Y}}_I \mathbf{V}_I \quad (60)$$

Sendo de dimensão $(m \times \ell)$ a matriz \mathbf{y} , $m \times [(m+r)p+r]$ a dimensão da matriz $\bar{\mathbf{Y}}$ e $[(m+r)p+r] \times \ell$ a dimensão da matriz \mathbf{V}_I , onde

$$\mathbf{y} = [y(0) \quad y(1) \quad y(2) \quad \cdots \quad y(p) \quad \cdots \quad y(\ell-1)]$$

$$\bar{\mathbf{Y}}_I = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{C}\bar{\mathbf{B}} & \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} & \cdots & \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{p-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{V}_I = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \cdots & u(p) & \cdots & u(\ell-1) \\ & v(0) & u(1) & \cdots & v(p-1) & \cdots & v(\ell-2) \\ & & v(0) & \cdots & v(p-2) & \cdots & v(\ell-3) \\ & & & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & & v(p) & \cdots & v(\ell-p-1) \end{bmatrix}$$

No caso as matrizes \mathbf{V}_I e $\overline{\mathbf{Y}}_I$ referem-se a versões truncadas das matrizes \mathbf{V} e $\overline{\mathbf{Y}}$ da equação (59). Considerando as condições iniciais nulas, $\mathbf{x}(0) = 0$, a partir da equação (57) mostra-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \overline{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k) + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k) \\ \mathbf{x}(k+2) &= \overline{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k+1) + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+1) \\ &= \overline{\mathbf{A}}^2\mathbf{x}(k) + \overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k) + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+1) \\ \mathbf{x}(k+3) &= \overline{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k+2) + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+2) \\ &= \overline{\mathbf{A}}^3\mathbf{x}(k) + \overline{\mathbf{A}}^2\overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k) + \overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+1) + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+2) \\ &\vdots \\ \mathbf{x}(k+p) &= \overline{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k+p-1) + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+p-1) \\ &= \overline{\mathbf{A}}^p\mathbf{x}(k) + \overline{\mathbf{A}}^{p-1}\overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k) + \overline{\mathbf{A}}^{p-2}\overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+1) + \cdots + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+p-1) \end{aligned} \tag{61}$$

Usando a equação das medidas, equação (37), mostra-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k+p) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+p) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k+p) \\ &= \mathbf{C}\overline{\mathbf{A}}^p\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\overline{\mathbf{A}}^{p-1}\overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k) + \mathbf{C}\overline{\mathbf{A}}^{p-2}\overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+1) + \cdots + \\ &\quad + \cdots \mathbf{C}\overline{\mathbf{B}}\mathbf{v}(k+p-1) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k+p) \end{aligned} \tag{62}$$

O conjunto destas equações, para uma sequência de $k = 0, 1, 2, \dots, \ell-1$, pode ser escrito como:

$$\overline{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\overline{\mathbf{A}}^p\mathbf{x} + \overline{\mathbf{Y}}\overline{\mathbf{V}} \tag{63}$$

onde

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{y}} &= [y(p) \quad y(p+1) \quad \cdots \quad y(\ell-1)] \\ \mathbf{x} &= [x(0) \quad x(1) \quad \cdots \quad x(\ell-p-2)] \\ \bar{\mathbf{Y}} &= [\mathbf{D} \quad \mathbf{C}\bar{\mathbf{B}} \quad \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} \quad \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{p-1}\bar{\mathbf{B}}]\end{aligned}\tag{64}$$

e

$$\bar{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} u(p) & u(p+1) & \cdots & u(\ell-1) \\ v(p-1) & v(p) & \cdots & v(\ell-2) \\ v(p-2) & v(p-1) & \cdots & v(\ell-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v(0) & v(1) & \cdots & v(\ell-p-1) \end{bmatrix}_{r(p+1) \times (\ell-p)}$$

No caso onde $\bar{\mathbf{A}}^p$ é suficientemente pequeno e todos os estados em \mathbf{x} são limitados, a equação (63) pode ser aproximada ao se desprezar o primeiro termo do segundo membro, como mostrado abaixo:

$$\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{Y}}\bar{\mathbf{V}}\tag{65}$$

que tem a seguinte solução calculada por mínimos quadrados:

$$\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{y}\bar{\mathbf{V}}^\dagger \left[\bar{\mathbf{V}}\bar{\mathbf{V}}^\dagger \right]^{-1}\tag{66}$$

onde $\bar{\mathbf{V}}^\dagger$ é a pseudo – inversa de $\bar{\mathbf{V}}$.

4.5 Cálculo dos Parâmetros de Markov

De acordo com Alves (2005), para recuperar os parâmetros de Markov do sistema em Y a partir dos parâmetros de Markov do observador, faz-se necessário a seguinte partição em \bar{Y} , tal como:

$$\bar{Y} = [\bar{Y}_0 \quad \bar{Y}_1 \quad \bar{Y}_2 \quad \dots \quad \bar{Y}_p] \quad (67)$$

onde

$$\bar{Y}_0 = D \quad (68)$$

$$\bar{Y}_k = C \bar{A}^{k-1} \bar{B} \quad (69)$$

$$\bar{Y}_k = \left[C(A+GC)^{k-1}(B+GD) \quad -C(A+GC)^{k-1}G \right] \quad (70)$$

$$\triangleq \left[\bar{Y}_k^{(1)} \quad -\bar{Y}_k^{(2)} \right]; \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (71)$$

Inicia-se o processo de recuperação dos parâmetros de Markov do sistema a partir do primeiro parâmetro, CB , como mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} Y_1 &= CB = C(B+GD) - (CG)D \\ &= \bar{Y}_1^{(1)} - \bar{Y}_1^{(2)} D \end{aligned} \quad (72)$$

Para obter o segundo parâmetro de Markov $Y_2 = CAB$, considera-se primeiro o produto $\bar{Y}_2^{(1)}$;

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_2^{(1)} &= C(A+GC)(B+GD) \\
&= CAB + \underbrace{CGCB}_{\bar{Y}_1^{(2)}} + \underbrace{C(A+GC)GD}_{\bar{Y}_2^{(2)}} \\
&= Y_2 + \bar{Y}_1^{(2)} Y_1 - \bar{Y}_2^{(2)} D
\end{aligned}$$

Então, para determinar Y_2 , basta isolá-lo na expressão acima, o que resultará em:

$$Y_2 = \bar{Y}_2^{(1)} - \bar{Y}_1^{(2)} Y_1 - \bar{Y}_2^{(2)} D \quad (73)$$

De maneira similar, para se obter o parâmetro de Markov $Y_3 = CA^2B$, considera-se primeiro o produto $\bar{Y}_3^{(1)}$;

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_3^{(1)} &= C(A+GC)^2(B+GD) \\
&= C(A^2 + GCA + AGC + GCGC)(B+GD) \\
&= CA^2B + \underbrace{CGCAB}_{\bar{Y}_1^{(2)} Y_2} + \underbrace{C(A+GC)GCB}_{\bar{Y}_2^{(2)} Y_1} + \underbrace{C(A+GC)^2GD}_{\bar{Y}_3^{(2)}} \\
&= Y_3 + \bar{Y}_1^{(2)} Y_2 + \bar{Y}_2^{(2)} Y_1 + \bar{Y}_3^{(2)} D
\end{aligned}$$

Então utiliza-se o mesmo processo utilizado para Y_2 , ou seja, isola-se Y_3 na expressão acima, que resulta em:

$$Y_3 = \bar{Y}_3^{(1)} - \bar{Y}_1^{(2)} Y_2 - \bar{Y}_2^{(2)} Y_1 - \bar{Y}_3^{(2)} D \quad (74)$$

Seguindo o mesmo procedimento, pode-se extrair a relação entre os parâmetros de Markov do sistema real e do observador, que é:

$$D = Y_0 = \bar{Y}$$

$$Y_k = \bar{Y}_k^{(1)} - \sum_{i=1}^k \bar{Y}_i^2 Y_{k-i} \quad \text{para } k = 1, \dots, p \quad (75)$$

$$Y_k = -\sum_{i=1}^p \bar{Y}_i^2 Y_{k-i} \quad \text{para } k = p+1, \dots, \infty$$

Com os parâmetros de Markov do sistema real obtidos, monta-se então a matriz de Hankel e então, a partir destes derivam-se as matrizes dinâmicas A , B , C e D do sistema, utilizando pra isto o algoritmo ERA apresentado na seção 3.1.

4.6 Controle Modal Independente

Controle modal independente é um termo utilizado para definir uma classe de técnicas baseadas na ideia de que o controle de um sistema pode ser atingido através do controle independente de seus modos. Tal característica permite reduzir consideravelmente o esforço computacional necessário para o controle da estrutura.

Existe na literatura um conjunto expressivo de técnicas de controle modal propostas para o problema do controle ativo de vibrações em estruturas flexíveis. Uma das mais utilizadas, o controle no espaço modal independente (IMSC), foi originalmente proposta por Meirovitch e Oz (1980). Como o próprio nome indica, esta técnica permite uma ação de controle separada sobre cada modo da estrutura. Singh et al (2003) propuseram uma nova estratégia de controle modal, chamada de Controle Modal Eficiente (EMC), onde a força de controle é aplicada em diferentes modos de acordo com a amplitude de vibração ou energia modal dos respectivos modos, isto é, modos com menor energia modal recebem forças de controles menores. Mais recentemente, Carvalhal et al (2007) empregaram esta técnica para a atenuação de vibrações de uma treliça espacial acionada por atuadores piezelétricos axiais. Vale ressaltar que o uso dos métodos mencionados gera a necessidade de se estimar os estados modais através de um observador de estados (Kalman, 1963). Então é de fundamental importância que o vetor de estados modal seja reconstruído com precisão para se obter a força de controle necessária para agir sobre o sistema. Em sistemas incertos como grandes estruturas espaciais, a reconstrução de estados modais pode levar à ocorrência de instabilidade por *spillover* (Czajkowski e Preumont, 1987).

Um controlador modal é geralmente representado na forma de uma matriz de ganho fixa, obtida normalmente pelo uso de uma lei de controle ótimo (LQR/LQG). Entretanto, qualquer método de controle pode, em princípio, ser usado. Sua escolha, neste sentido, depende da configuração geral do sistema a ser controlado (Meirovitch, 1990).

4.7 Controle Integral

A estratégia de controle integral aplicada na atenuação de vibrações em estruturas tipo treliça foi introduzida no início da década de 90 e desde então tem sido profundamente estudada tanto no aspecto teórico quanto no aspecto experimental (ABREU; LOPES JR, 2010). Preumont et al (1992) propuseram uma lei de controle que usa como realimentação a integral da força gerada pelo atuador piezolétrico. Nos seus resultados experimentais, Preumont (2002) mostrou a eficiência do procedimento proposto especialmente em testes envolvendo incertezas decorrentes de pequenas variações paramétricas.

A estratégia de controle integral descrita por Preumont (2002), e que é utilizada neste trabalho, é demonstrada abaixo na equação (76):

$$V(s) = -K \frac{Y(s)}{s + \varepsilon} \quad (76)$$

onde $V(s)$ é a tensão elétrica que deve ser aplicada no atuador, K é o ganho do controlador, $Y(s)$ é a saída no i -ésimo sensor de força e ε é um fator que Preumont (2002) destaca como responsável por contornar o problema da saturação do controle, movendo, o pólo que o controlador integral introduz no sistema, do zero para o eixo real negativo. Neste trabalho assume-se o valor de ε mostrado abaixo:

$$\varepsilon = \frac{\omega_1}{2} [\text{rad/s}] \quad (77)$$

O termo integral $\frac{1}{s}$ introduz ao sistema em malha fechada uma contribuição angular de 90° e uma inclinação de -20 dB/década. Segundo Preumont (2002), o uso deste compensador

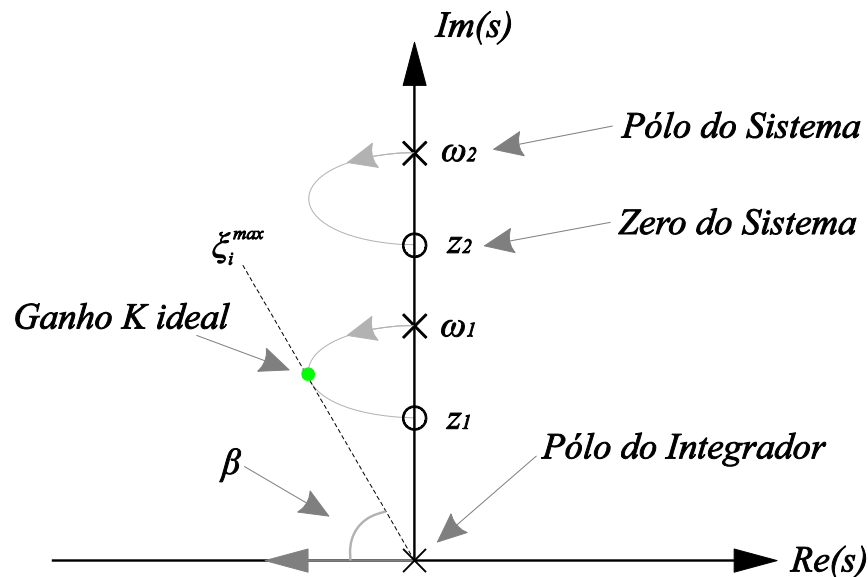
diminui o risco de ocorrência de instabilidade por *spillover* e aumenta o amortecimento modal do sistema (CHEN et al, 1989).

Segundo Abreu et. al. (2014), a lei de controle descrita em (76) pode ser implementada de maneira descentralizada, com cada atuador interagindo somente com o seu respectivo sensor, ou seja, cada elemento ativo representa um sistema SISO que funciona em loops independentes.

4.8 Método do Lugar das Raízes

Para o projeto do controlador este trabalho opta por utilizar como ferramenta o método do lugar das raízes, pois, apesar de se tratar de uma metodologia relativamente simples, apresenta alta eficácia no estudo do controle de sistemas mecânicos. Desenvolvido por W. R. Evans, este método trata de um procedimento pelo qual as raízes da equação características são localizadas graficamente em função dos valores de um parâmetro do sistema (OGATA, 2003). A figura 21 mostra um exemplo gráfico da utilização do método do lugar das raízes.

Figura 21 – Lugar das raízes (Root Locus).



Fonte: Adaptado de Preumont (2002).

A figura 21 apresenta de forma simplificada a localização de dois pares de pólos e zeros de um sistema no plano complexo. Segundo Preumont (2002), a estabilidade do sistema em malha fechada fica sempre garantida para qualquer valor positivo do ganho K , uma vez que estes ramos sempre se iniciam e terminam no semi-plano esquerdo do gráfico. A partir desta

localização e sabendo-se que a trajetória percorrida pelo ganho K (ponto verde da figura) tem início sempre no pólo (x) e término no zero (o), onde no pólo, o valor de K é igual a zero, e no zero, o valor de K é igual infinito, pode-se, através da análise do lugar das raízes (*Root Locus*), obter o valor do ganho K ideal para o controlador.

Primeiramente traça-se uma reta cruzando com um ponto qualquer na curva de trajetória do pólo para o zero, sendo a origem desta reta no pólo que foi introduzido pelo controlador. O ponto verde, que na realidade é o valor de K , tem a possibilidade de percorrer toda a trajetória criada a partir dos pólos e zeros, indo de zero até infinito e, fazendo com que o ângulo β , mostrado na figura 21 também varie conforme exista variação do valor do ganho K .

A análise pelo lugar das raízes diz que o valor do ganho K ideal é encontrado quando consegue-se atingir o menor ângulo β possível, variando o ganho K . Esse ponto é considerado ideal porque garante o maior amortecimento no sistema segundo Preumont (2002).

5 RESULTADOS

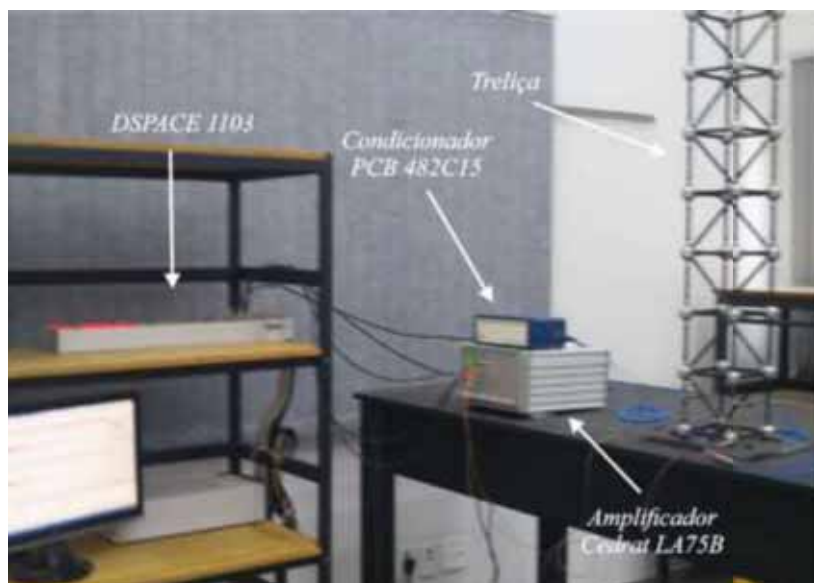
5.1 Identificação Experimental da Estrutura

Antes de iniciar o projeto do controlador, foi realizado primeiramente a identificação experimental da estrutura tipo treliça, para poder, com os dados adquiridos através da identificação, realizar o projeto do controlador integral.

Para identificar o sistema, a bancada ilustrada na figura 22 foi utilizada. A bancada em questão é composta por uma placa de aquisição de dados dSPACE® 1103 ligada em conjunto com software MATLAB/Simulink®, no qual foram gerados e processados os sinais, um condicionador de sinais da marca PCB® modelo 482C15, onde foram condicionados os sinais colhidos com os sensores de força, e um amplificador da marca Cedrat® modelo LA75B, onde foram ligados os atuadores de pilha de PZT's. A estrutura recebeu como excitação um sinal chirp através dos atuadores de pilha de PZT's e as respostas foram medidas através dos sensores de força. Os seguintes parâmetros foram utilizados durante a execução deste experimento:

- Sinal de Excitação: Chirp (0 a 100 Hz)
- Frequência de Amostragem: 200 Hz
- Tempo de Aquisição: 41 s
- Quantidade de Amostras: 20 amostras para cada atuador.

Figura 22 – Bancada utilizada na identificação.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

As excitações nos atuadores foram realizadas de forma individual. Primeiro excitou-se com o sinal chirp o atuador 1 e então, mediu-se as respostas referentes aos sensores de força 1 e 2 posicionados na parte inferior da treliça, e em seguida repetiu-se a excitação, agora no atuador 2, e colheu-se os dados referentes aos sensores 1 e 2 novamente. Para cada atuador foram feitas 20 excitações, totalizando 80 amostras referentes as respostas nos sensores. A tabela 6 apresenta as etapas do experimento descrito neste texto.

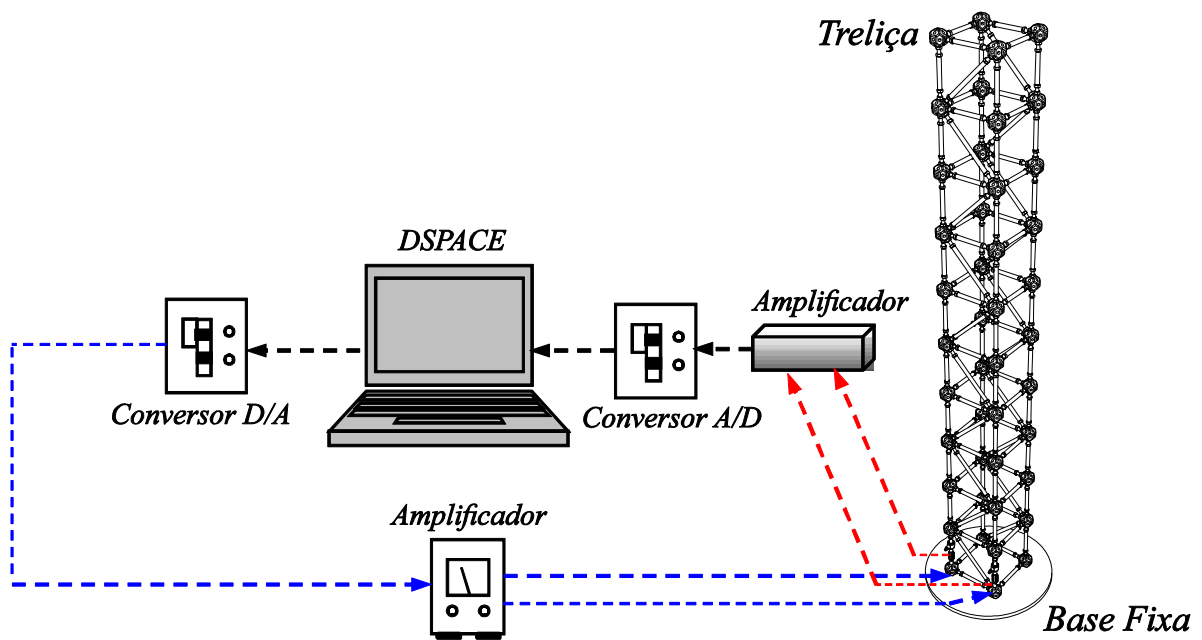
Tabela 6 – Etapas do experimento.

<i>Excitação</i>	<i>Leitura</i>	<i>Nº de amostras</i>
<i>Atuador 1</i>	Sensor 1	20
	Sensor 2	20
<i>Atuador 2</i>	Sensor 1	20
	Sensor 2	20

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Abaixo a figura 23 demonstra graficamente o esquema de ligação dos componentes utilizados na bancada experimental.

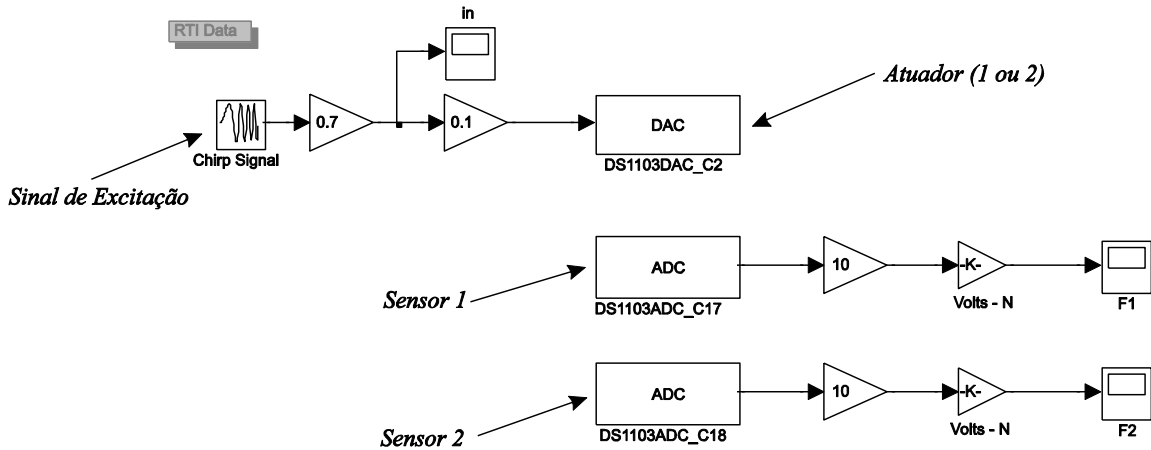
Figura 23 – Esquema de ligação e componentes utilizados no experimento.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Na figura 24 é demonstrado o diagrama de blocos feito no MATLAB/Simulink® responsável pela execução do experimento, chamando atenção para os blocos que recebem as excitações e os blocos onde são medidas as respostas.

Figura 24 – Diagrama de blocos da identificação.

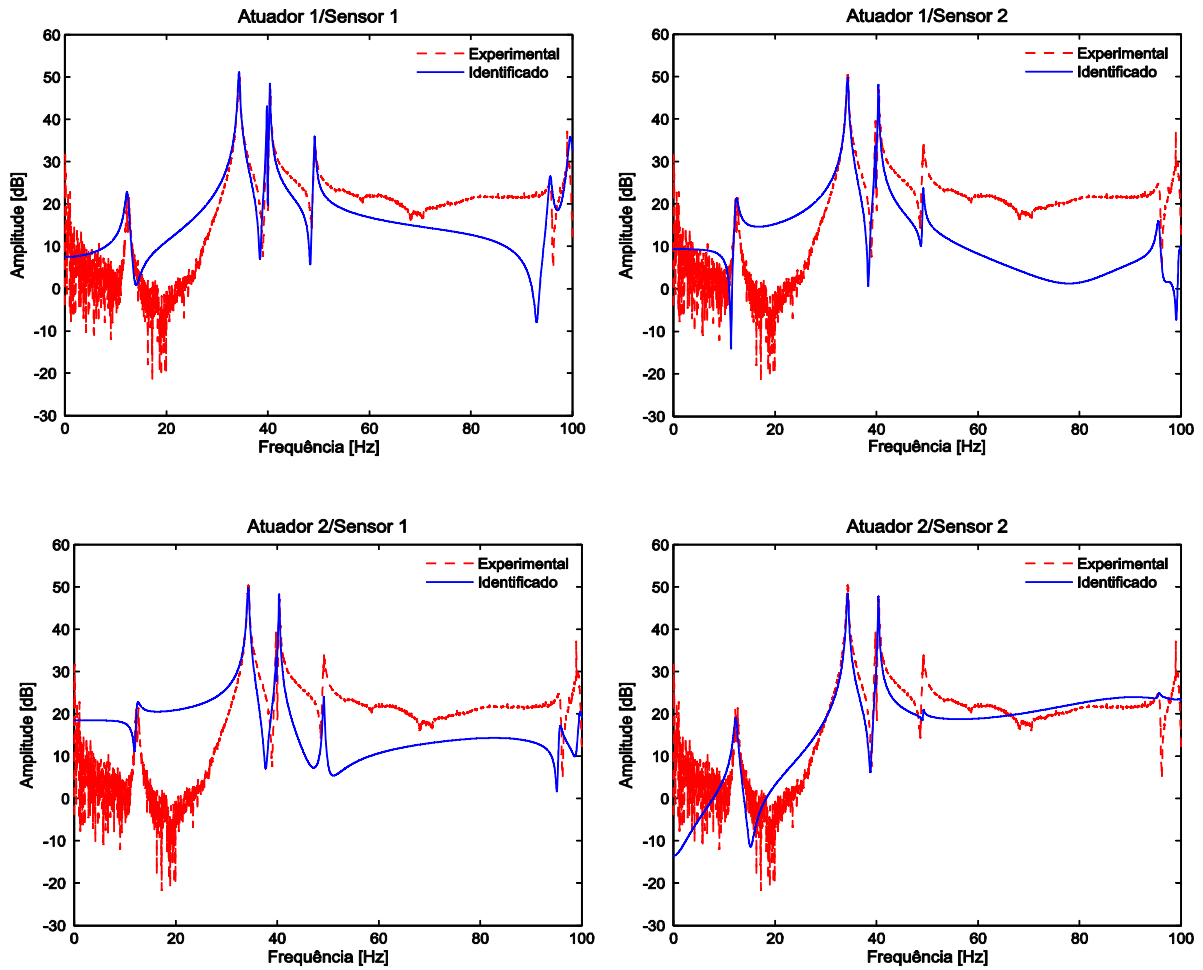


Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Após conclusão do experimento, e utilizando o método ERA/OKID descrito no capítulo 3 deste trabalho, os parâmetros de Markov do observador e do sistema são calculados, e, conseqüentemente, é determinado o modelo em espaço de estados da treliça. Após vários testes foram considerados 100 estados. Como a intenção deste trabalho é controlar os dois primeiros modos de vibrar da treliça, torna-se necessário realizar a redução do modelo. A técnica de Hankel de redução de modelo foi utilizada, gerando um novo modelo com 14 estados.

A figura 25 compara as funções de resposta em frequência do modelo real, feitas a partir da média de 20 amostras colhidas, com o modelo identificado a partir de 14 estados. É possível observar que as respostas em frequência do modelo identificado com 14 estados e do modelo experimental, coincidem nos picos dos dois primeiros modos, modos estes mais importantes para este trabalho.

Figura 25 – Modelo identificado.



Fonte: Dados da Pesquisa do Autor.

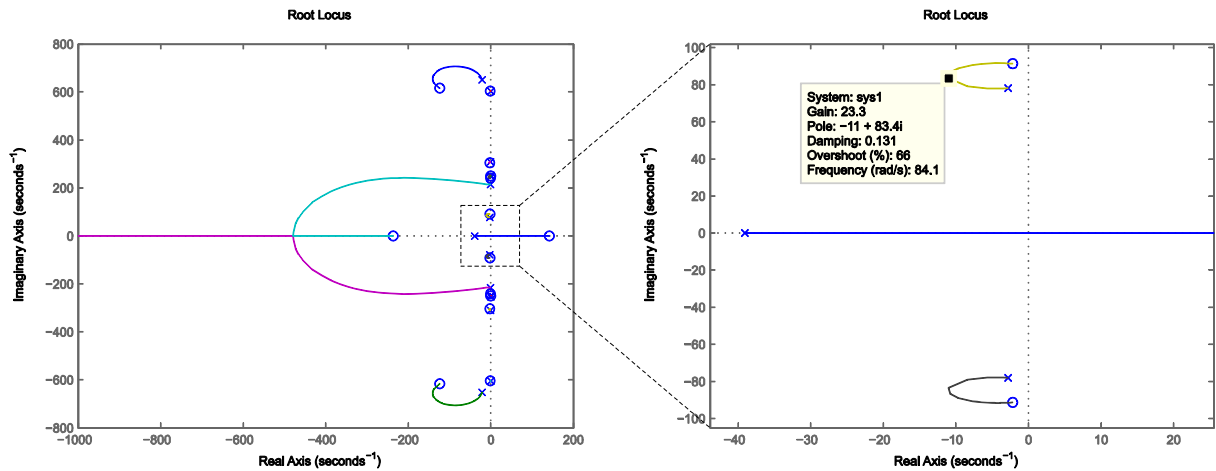
5.2 Projeto do Controlador

A partir do modelo em espaço de estados identificado descrito acima, torna-se possível a realização da etapa seguinte deste trabalho que trata-se do projeto do controlador.

Como dito antes, o método do lugar das raízes foi utilizado como ferramenta para projetar o ganho ideal do controlador a partir do modelo identificado de 14 estados. Como o controle é feito de maneira independente, cada controlador foi projetado a partir da sua respectiva função de transferência. Em outras palavras, no projeto do primeiro controlador utilizou-se a função de transferência do atuador 1 para o sensor 1, e no projeto do segundo controlador, utilizou-se a função de transferência do atuador 2 para o sensor 2.

A figura 26 apresenta o diagrama do lugar das raízes do sistema em malha fechada utilizado para projetar o controlador 1 (K_1). Esta figura detalha o ganho ideal do controlador 1 (K_1), segundo o método do lugar da raízes, que seria de 23,3.

Figura 26 – Análise LGR do controlador K_I .

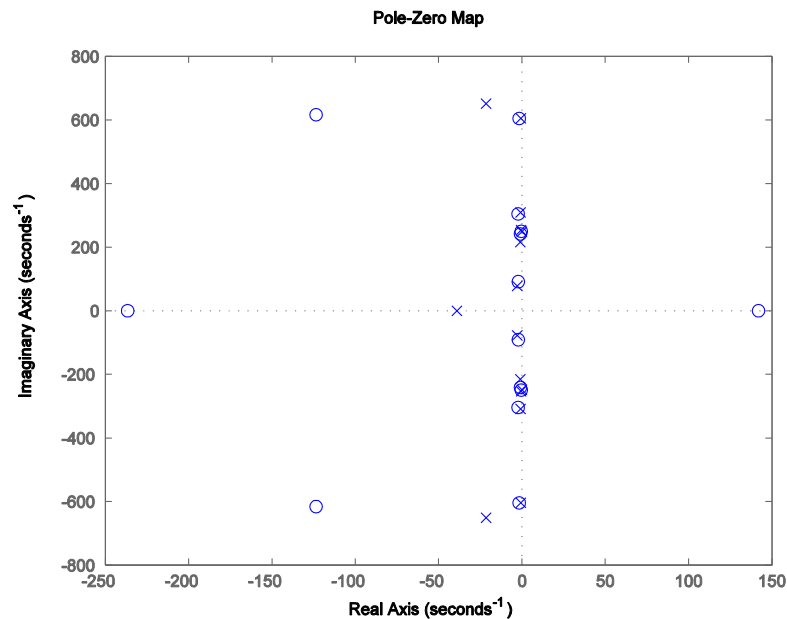


Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Como é de conhecimento, a implementação do controlador integral provoca o aparecimento de um pólo no sistema. Na maioria dos casos este pólo inicia-se na origem do plano complexo, mas neste caso em específico, este pólo é deslocado de acordo com o valor de ε , neste caso este valor é igual a 39,49 rad/s.

A figura 27 apresenta o mapeamento dos pólos e zeros do sistema onde pode-se ver o pólo introduzido pelo controlador deslocado em relação à origem.

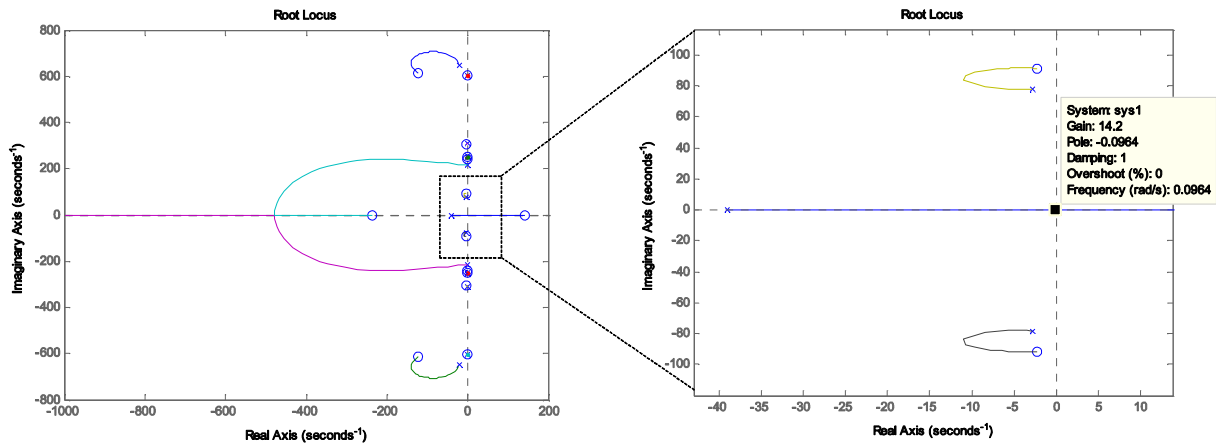
Figura 27- Mapeamento dos polos e zeros do sistema.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

De acordo com o mapeamento dos pólos e zeros mostrado na figura 27, observa-se que o pólo introduzido no sistema pelo controlador provoca uma restrição no valor do ganho K_1 , já que a introdução deste pólo gerou o aparecimento de um zero no lado direito do plano complexo, região onde é caracterizada a instabilidade do sistema. A figura 28 mostra em detalhe o valor limite de 14,2, no caso do controlador 1, para manter o sistema estabilizado.

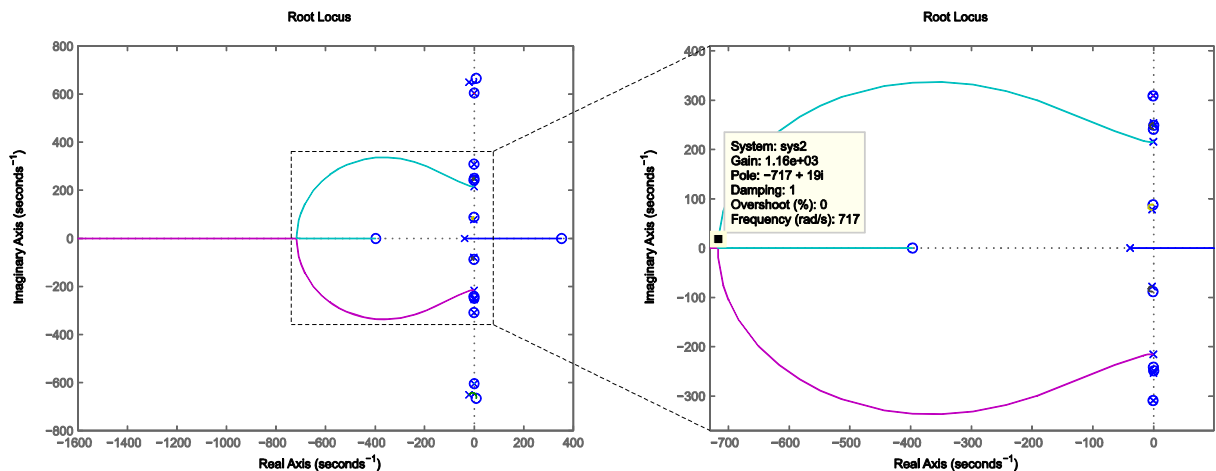
Figura 28 – Ilustração do limite imposto pelo controlador.



Fonte: Dados da pesquisa do autor

Para o projeto do controlador 2 (K_2) a mesma análise foi realizada e os resultados encontrados foram similares. A figura 29 detalha o valor do ganho K_2 ideal segundo a análise feita pelo método do lugar das raízes.

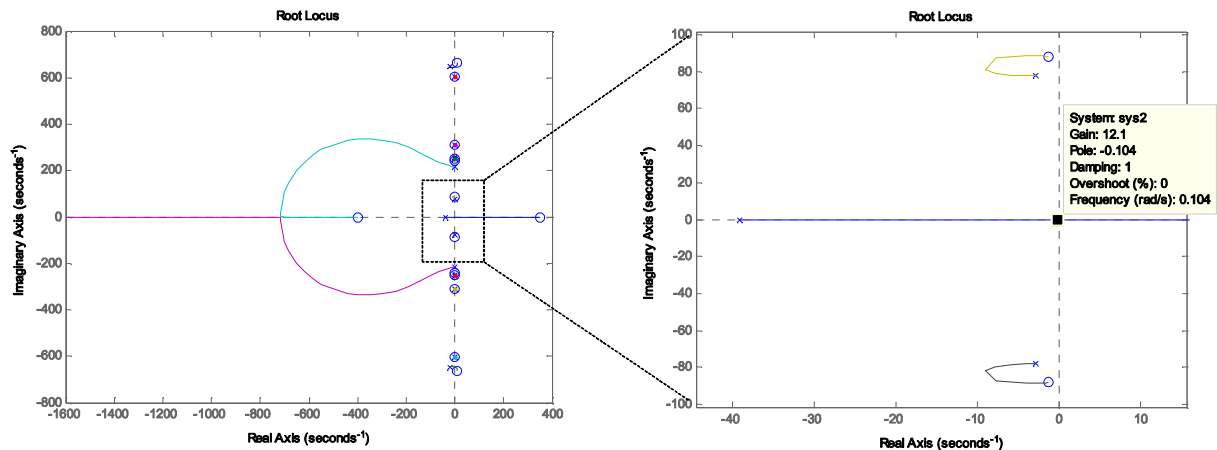
Figura 29 – Análise LGR do controlador K_2 .



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

De maneira similar ao projeto do controlador 1, no projeto do controlador 2 o pólo inserido pelo controlador no sistema também restringe o valor do ganho K_2 em um valor igual a 12,1, como é mostrado em detalhe na figura 30.

Figura 30 – Ilustração do limite imposto pelo controlador.



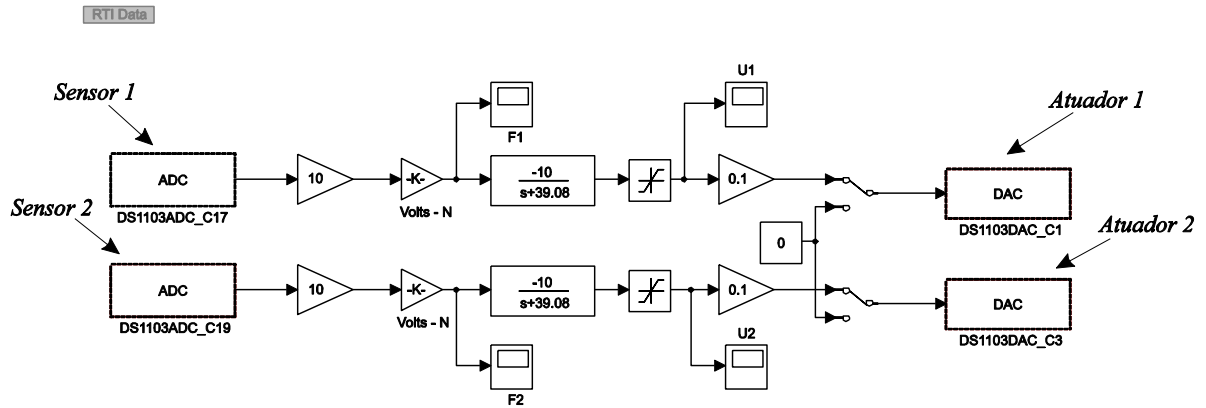
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A partir das restrições apresentadas no texto acima e com a realização de vários testes experimentais foi possível comprovar que a escolha de um valor que fosse minimamente maior do que aquele valor imposto pelo pólo do controlador para o ganho, tornava o sistema instável. Os valores de K_1 e K_2 deveriam então ser escolhidos de forma a respeitar as condições de estabilidade do sistema. Devido a todos estes fatores citados, neste trabalho adotou-se um valor de ganho K igual a 10 para ambos os controladores integrais.

5.3 Resultados Experimentais

Definido o valor de ambos os controladores, realizou-se os experimentos para verificar a eficácia do método proposto neste trabalho. O experimento foi realizado utilizando a mesma bancada ilustrada na figura 22, mas diferentemente do experimento realizado para identificação, este experimento foi configurado de forma a controlar a treliça. O controlador foi implementado utilizando o software MATLAB/Simulink[®] em conjunto com a placa de aquisição de dados dSPACE 1103. A figura 31 mostra o diagrama de blocos feito no Simulink[®] dos controladores

Figura 31 – Diagrama de blocos do controle.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A treliça recebeu a excitação através de um martelo de impacto da marca PCB[®] modelo 086C04, conforme mostrado na figura 32, e a região excitada, como também se observa na figura, foi a região superior da estrutura. A treliça esteve configurada na condição engastada-livre, sendo a base engastada e a extremidade livre, e os sinais de respostas foram medidos através dos sensores de força posicionados na sua base.

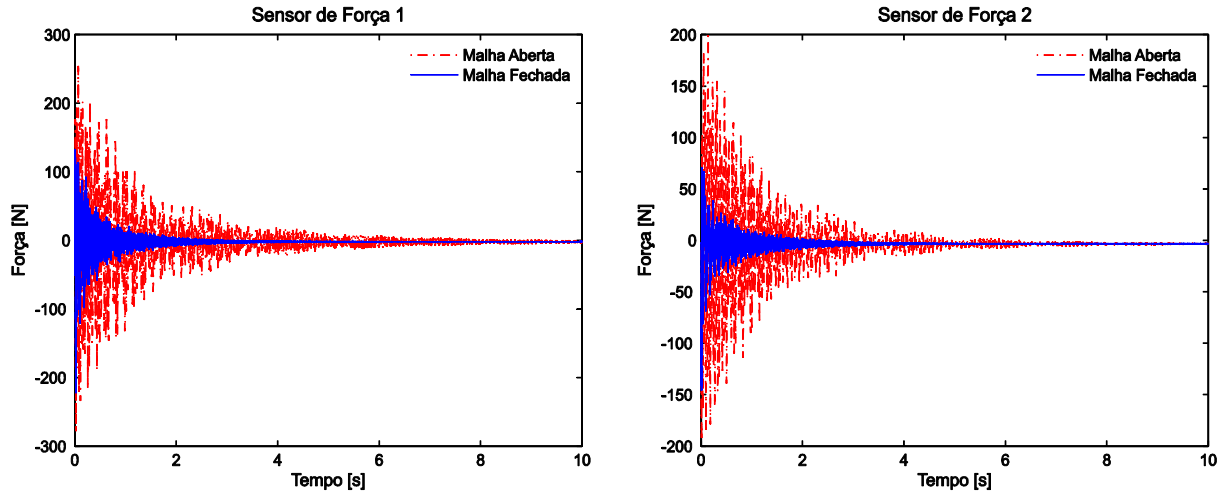
Figura 32 – Local de excitação.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Foram medidas respostas da estrutura com controle e sem controle. Os resultados no domínio do tempo dos sinais adquiridos nos dois sensores de força são apresentados na figura 33.

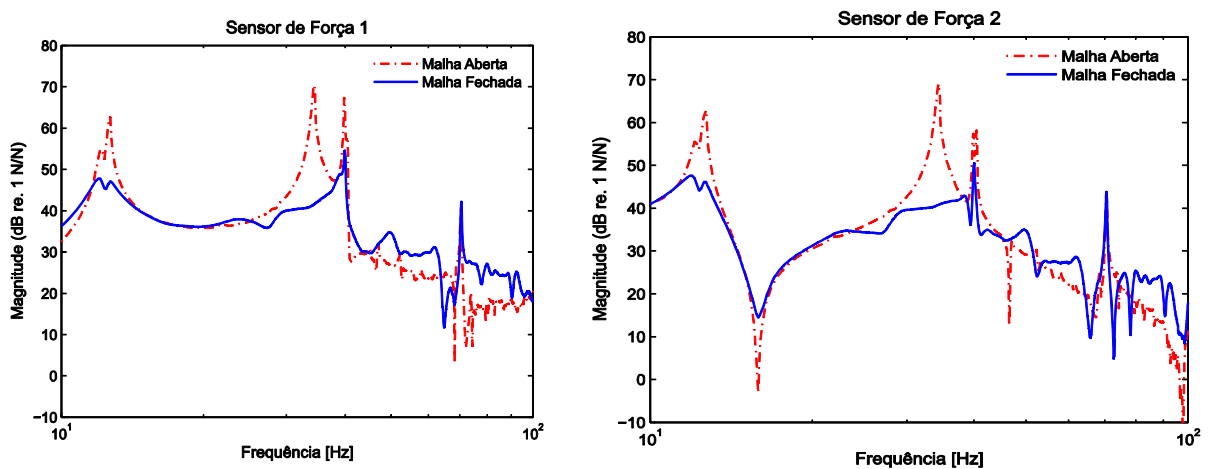
Figura 33 – Resultado do controle no domínio do tempo.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A figura 34 mostra as funções de resposta em frequência em malha aberta e em malha fechada dos sinais mostrados na figura 33. É possível observar que o sistema controlado reduziu a vibração na faixa de frequência que contém os dois primeiros modos; e, de acordo com os resultados apresentados abaixo, pode-se notar que as respostas em frequência tiveram reduções significativas, de aproximadamente 20 dB no primeiro modo e de 30 dB no segundo modo.

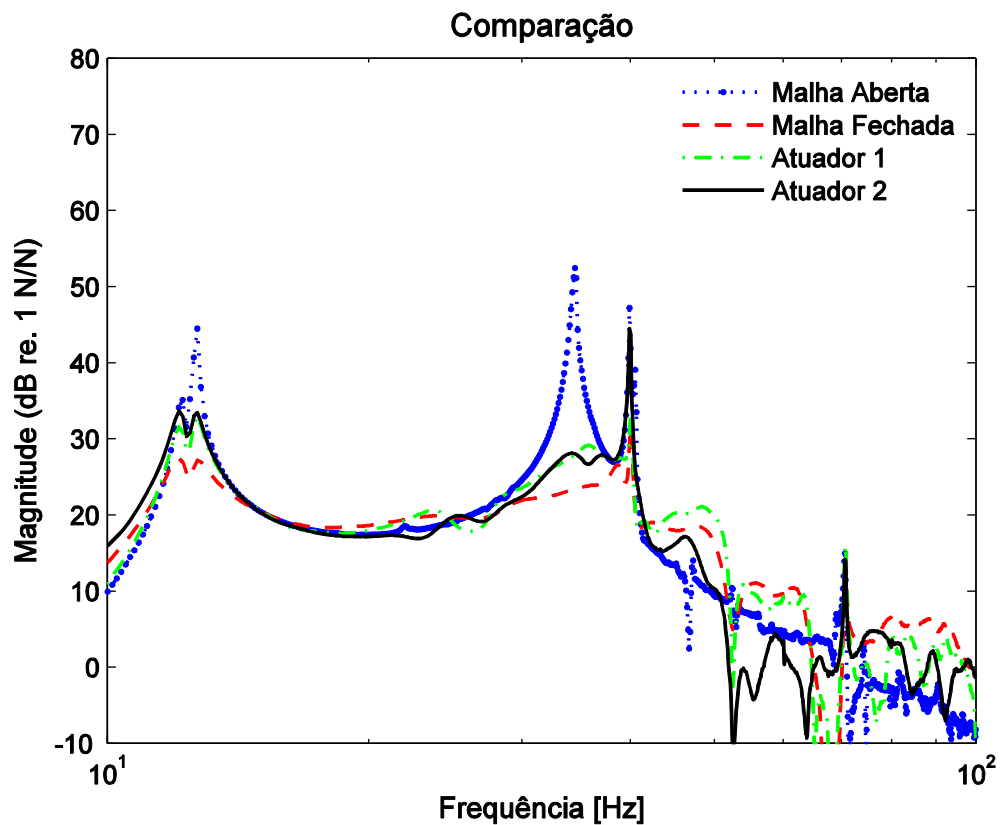
Figura 34 – Resultado do controle no domínio da frequência.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Como forma de enriquecimento do trabalho e também uma maneira de conhecer a capacidade de atuação de cada elemento ativo na estrutura, foram coletadas alguns dados alternando a maneira de atuar dos elementos ativos, ou seja, foram realizados testes com os elemento ativos atuando de forma individual na estrutura e então comparado os resultados com o desempenho do par de elementos ativos trabalhando em conjunto. A figura 35 apresenta os resultados da comparação de desempenhos entre os elementos ativos.

Figura 35 – Comparação do desempenho dos elementos ativos.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

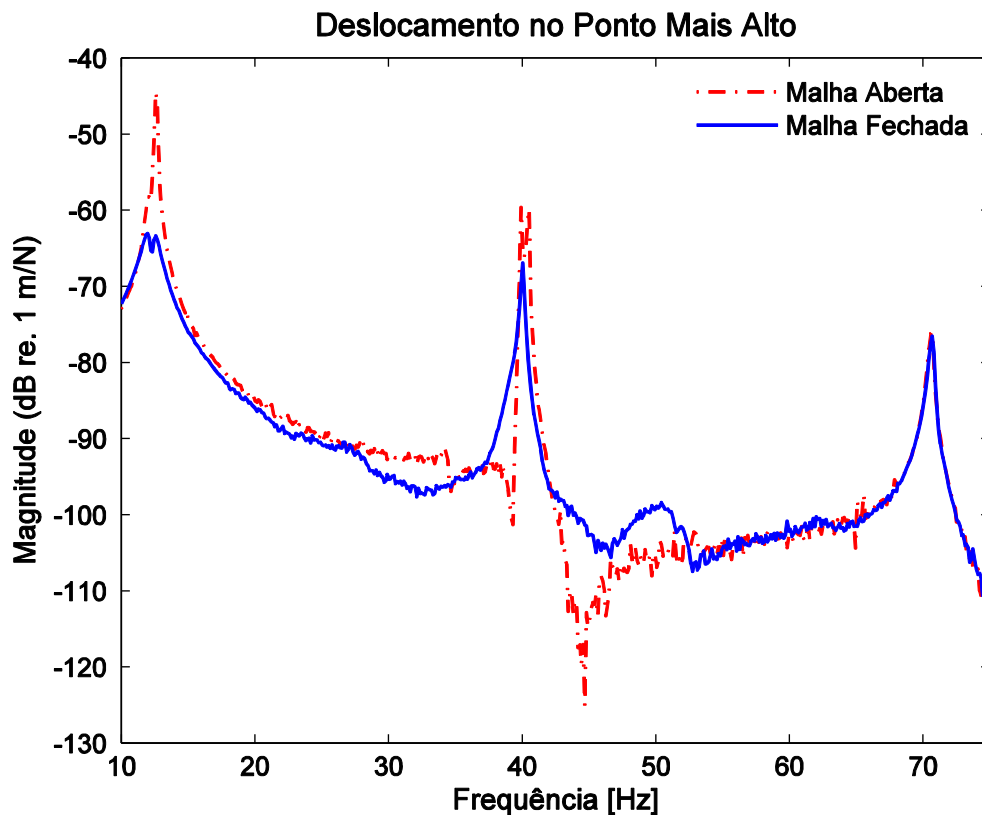
Analisando a figura 35 pode-se dizer que o desempenho apresentado pelos elementos ativos quando utilizados na forma individual foi de certa maneira até surpreendente, tendo em vista que, nas duas ocasiões em que o controle foi realizado apenas com um elemento ativo ligado conseguiu-se uma considerável atenuação da vibração da estrutura. Entretanto, mesmo com o bom desempenho individual dos elementos ativos, a maior quantidade de atenuação ocorre quando utiliza-se o par de elementos ativos trabalhando em conjunto.

Em uma última etapa deste trabalho, foram coletados dados com sensores posicionados nos pontos superiores da estrutura, ou seja, nos nós mais altos da treliça. O objetivo deste último

experimento, foi essencialmente comprovar que a estrutura estava também sendo controlada em uma posição distante dos sensores e atuadores. Este experimento pode ser aproximado de uma situação real de uso por exemplo de um braço robótico, onde o principal ponto no qual se deseja manter controlado é a extremidade do braço. Os dados foram coletados utilizando o sensor laser marca Polytec® modelo OFV – 5000 e a excitação da treliça foi realizada utilizando um martelo de impacto da marca PCB Piezotronics® modelo 086C04. Foram coletadas um total de 15 medidas para cada condição da estrutura, ou seja, excitou-se 15 vezes a estrutura na condição de malha aberta e 15 vezes na de malha fechada e então foram feitas as médias destes dados.

Os resultados obtidos neste experimento através das médias citadas acima são apresentados na figura 36 e na figura 37, sendo que na figura 36 é mostrado o comportamento no domínio da frequência. Observa-se uma considerável redução na amplitude de vibração da treliça, sendo de aproximadamente 20 dB no primeiro modo de vibrar da estrutura e de aproximadamente 7 dB no segundo modo de vibrar.

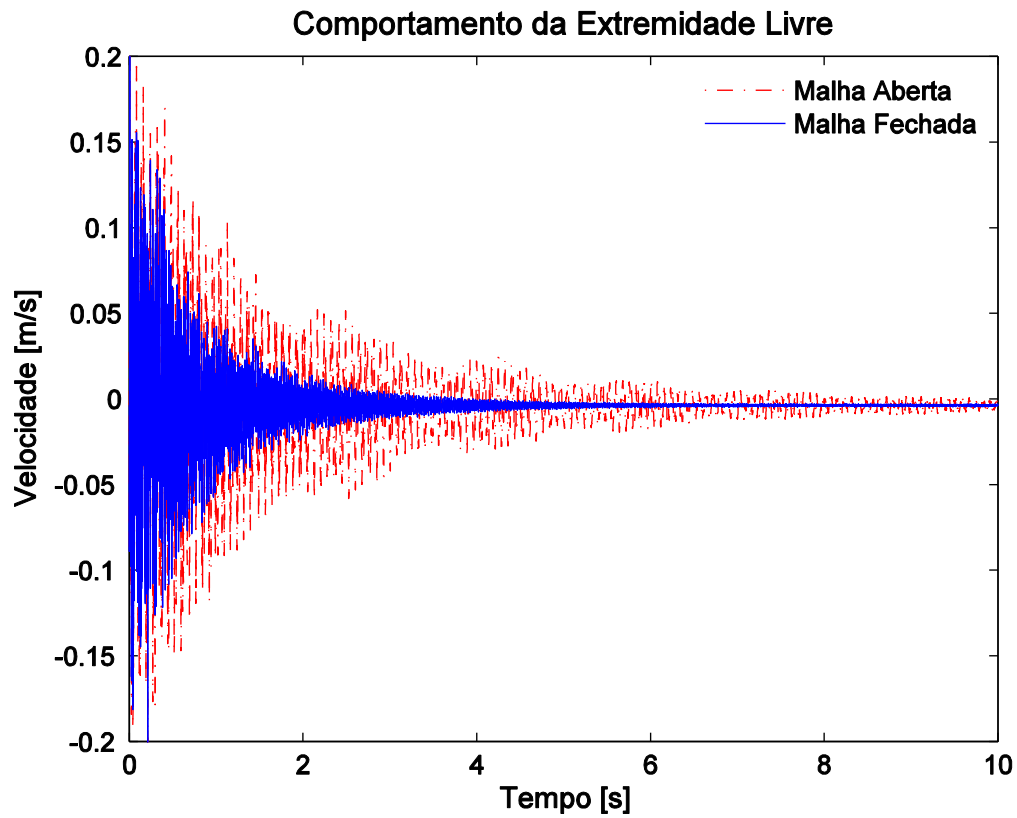
Figura 36 – Deslocamento no ponto mais alto da estrutura e na direção mais flexível.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Já na figura 37 é mostrado o comportamento da estrutura no domínio do tempo, onde da mesma forma que no gráfico no domínio da frequência, é possível observar uma considerável redução na amplitude das medidas de velocidade adquiridas com o sensor a laser.

Figura 37 – Deslocamento do ponto mais alto da estrutura.



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

6 CONCLUSÃO E ETAPAS FUTURAS

6.1 Conclusão

Este trabalho apresentou em um primeiro momento a construção do modelo em elementos finitos de uma estrutura tridimensional flexível do tipo treliça que serviu como base para o cálculo do posicionamento dos elementos ativos e como definição da construção do sistema físico. A construção do modelo real foi descrita neste trabalho evidenciando o grande desafio no qual foi construir uma estrutura complexa de forma que esta pudesse corresponder com a exatidão necessária para o sucesso do trabalho. Em uma segunda etapa foi descrito o sistema de identificação, o projeto do controlador e sua implementação no controle de vibração da estrutura física. Um controlador integral foi desenvolvido e implementado experimentalmente na estrutura do tipo treliça contendo um par de elementos ativos. Foi demonstrado que o problema de controle pode ser formulado com a ajuda da técnica do lugar das raízes, através de um modelo obtido a partir da técnica de identificação experimental ERA/OKID, excitando a estrutura com sinais do tipo chirp.

A técnica de elementos finitos empregada para construção do modelo teórico se mostrou atrativa na análise do problema em questão. É uma técnica consagrada em análise de vibrações e não apresentou dificuldades na sua implementação. As frequências naturais obtidas por esta técnica apresentaram resultados compatíveis com aqueles determinados em ambiente ANSYS®. Tal método mostrou-se como uma ferramenta matemática bastante interessante quanto à sua aplicação na metodologia do posicionamento ótimo de sensores e atuadores utilizada por este trabalho.

Foi apresentado neste trabalho uma técnica de posicionamento ótimo dos elementos ativos na estrutura descrita por Preumont (2002), conhecida como “Fração de Energia de Deformação Modal” ou *Fraction Energy Deformation Modal (FEDM)*. Os modos de vibrar são relacionados com a posição dos elementos ativos na estrutura e calculados índices que dizem basicamente o valor da representatividade de cada posição dos elementos ativos no controle daquele modo. A escolha desta técnica como instrumento de seleção das configurações mais adequadas para a localização dos elementos ativos na planta, se mostrou intuitivo e simples de ser aplicado. Os resultados obtidos revelaram-se em perfeita consonância com a análise dos modos de vibrar efetuada na estrutura.

Em relação à identificação do modelo real optou-se por fazer o uso da metodologia descrita em Alves (2005), que trata-se da técnica ERA/OKID. Primeiramente através do algoritmo de OKID é possível encontrar os parâmetros de Markov do observador de estados e a partir daí torna-se possível calcular os parâmetros de Markov do sistema real. Estes valores são responsáveis por alimentar o algoritmo ERA, que, através de algumas manipulações matemáticas não muito complexas, são extraídas as matrizes dinâmicas do sistema.

Quanto ao projeto do controlador integral, foi utilizado neste trabalho a técnica do lugar das raízes, onde através de uma análise gráfica de pouca complexidade, é possível encontrar o ganho ideal para o controlador. Esta proposta de projeto do controlador, se revelou acertada e promissora, apresentando excelentes características de desempenho, estabilidade e robustez, mesmo diante de incertezas nos parâmetros nominais da planta e perturbações produzidas nos sensores de força.

Com os dados aqui apresentados, tanto de natureza teórica quanto os de natureza experimental, conclui-se que a proposta de controlar uma estrutura do tipo treliça utilizando elementos ativos compostos por atuadores de pilhas de PZT's foi eficiente. Deve-se destacar que os atuadores devem ser posicionados de maneira adequada na estrutura. O uso da técnica de controle integral se mostrou eficiente no controle dos dois primeiros modos de vibrar da estrutura, modos estes considerados os mais prejudiciais ao comportamento da estrutura.

Ficou evidente, de acordo com os resultados aqui apresentados, que a técnica de controle integral utilizada neste trabalho alcançou sucesso na atenuação dos dois primeiros modos de vibrar da treliça, porém, nos modos subsequentes esta atenuação não alcançou níveis tão satisfatórios. Este fato pode ser creditado ao motivo pelo qual a proposta inicial deste trabalho era realizar o controle de vibrações nos dois primeiros modos de vibrar da estrutura, e de certa forma não se importar com os outros modos.

Na comparação feita entre a eficiência dos elementos ativos atuando na estrutura de forma individual ou em pares foi mostrado que apenas um elemento ativo foi capaz de atenuar as vibrações da estrutura, mas os melhores resultados foram conseguidos quando se optou por acionar os dois elementos ativos de forma conjunta.

Apesar de todas as dificuldades enfrentadas na concepção deste trabalho, principalmente no que diz respeito ao projeto, construção, montagem da estrutura e acoplamento dos elementos ativos na mesma, os resultados finais foram satisfatórios, e mostraram que um par de elementos ativos em conjunto com o uso da técnica de controle integral foram capazes de realizar com sucesso a atenuação na vibração dos dois primeiros modos de vibrar de uma estrutura flexível do tipo treliça.

6.2 Etapas Futuras

É possível citar como propostas para trabalhos futuros:

- Realização da análise modal da estrutura para comprovação do modelo numérico;
- Implementação e avaliação de outros tipos de controladores, como por exemplo um controlador robusto.

REFERÊNCIAS

ABREU, G. L. C. M. et al. System identification and active vibration control of a flexible structure. **Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Rio de Janeiro, p. 386-392. jun. 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-58782012000500007&lng=en&nrm=iso&tlng=e>. Acesso em: 09 jun. 2014.

ABREU, G. L. C. M. **Projeto robusto H^∞ aplicado no controle de vibrações em estruturas flexíveis com materiais piezelétricos**. 2003. 299 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2003.

ABREU, G. L. C. M.; LOPES JUNIOR, V. Active modal damping of truss structures using integral control strategy. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 18., 2010, Bonito. **Anais...** Bonito: SBA, 2010. p. 2467 - 2472.

ALVES, M. T. S. **Avaliação numérica e experimental dos métodos ERA e ERA/OKID para a identificação de sistemas mecânicos**. 2005. 131 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2005.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos elementos finitos**. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 248 p.

BANKS, H. T.; SMITH, R. C.; WANG, Y. **Smart materials structures: modeling, estimation and control**. Paris: John Wiley, 1996. 301 p.

BUENO, D. D. **Controle ativo de vibrações e localização ótima de sensores e atuadores piezelétricos**. 2007. 230 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

CARVALHAL, R. **Controle ativo de vibrações em estruturas espaciais tipo treliças**. 2005. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2005.

CHEN, G. S.; LURIE, B. J. ; WADA, B. K. Experimental studies of adaptive structures for precision performance. In: STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS AND MATERIALS CONFERENCE, 30, 1989, Mobile. **Proceedings of the...** Mobile: AIAA, 1989. p. 1462-1472. (AIAA Paper 89-1327 CP).

CONCEIÇÃO, S. M. **Métodos de identificação e redução de modelos para atenuação de vibrações em estruturas inteligentes**. 2012. 77 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012

CZAJKOWSKI, E. A. ; PREUMONT, A. 1987. Spillover stabilization and decentralized modal control of large space structures. In: STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS AND MATERIALS CONFERENCE, 28, 1987, Monterey. **Proceedings of the...** Monterey: AIAA, 1987. p. 599-609. (AIAA Paper 87-0903).

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de controle modernos**. Rio de Janeiro: LTC, 2001. 813 p.

FRANÇA, A. A. **Detecção e localização de danos em materiais compósitos aplicado em aeronaves utilizando redes neurais**. 2014. 110 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2014.

GONÇALVES, P. J. P. **Dynamic analysis and control of lattice structures**. 2007. 226 f. Thesis (Doctor Engineering Mechanics) - Faculty of Engineering, Science and Mathematics - University of Southampton, Southampton, 2007.

JUANG, J.; PHAN, M. Q. **Identification and control of mechanical systems**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. 334 p.

KALMAN, R. 1963, **Theory optimal control and the calculus of variation**. R. Bellman Ed, Math. Opt. Tech., Univ. of California Press, Berkeley-CA.

KWON, Y.; BANG, H. **The finite element method using matlab**. Boca Raton: CRC Press, 1997. 519 p. (CRC Mechan).

LEO, D. J. **Engineering analysis of smart material systems**. Hoboken: John Wiley e Sons, 2007. 553 p.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. New York: John Wiley, 1990. 425 p.

MEIROVITCH, L. ; OZ, H. Modal-space control of large flexible spacecraft possessing ignorable coordinates. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, Reston, v. 3, n. 6, p. 569-577, 1980.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003. 788 p.

PANTLING, C. M. **Active vibration control method for space truss using piezoelectric actuators and finite elements**. 1999. 190 f. Dissertation (Master) - Astronautical Engineering, Naval Postgraduate School, Monterey, 1999.

PREUMONT, A. **Vibration control of active structures: an introduction**. 2. ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. 364 p.

PREUMONT, A.; DUFOUR, J. P. ; MALEKIAN, C. Active damping by a local force feedback with piezoelectric actuators. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, Reston, v. 15, p. 390-395, 1992.

ROCHA, T. L. **Modelagem de estruturas inteligentes**. 2004. 124 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.

SCHWARTZ, M. **Smart materials**. Boca Raton: CRC Press, 2009. V. 1.

SINGH, S. P.; PRUTHI, H. S. ; AGARWAL, V. P. Efficient modal control strategies for active control of vibrations. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 262, n. 2, p. 563-575, 2003.

SONG, G. et al. **Active vibration control of a space truss using a lead zirconate titanate stack actuator.** p. 355-361, 2001. Disponível em: <<http://pig.sagepub.com/content/215/6/355.full.pdf>>. Acesso em: 09 fev. 2015.

SREEKALA, R.; MUTHUMANI, K. Structural application of smart materials. In: SCHWARTZ, M. (Ed.). **Smart Materials**, Boca Raton: CRC Press, 2009. Cap. 4. p. 1-7.