

# TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS NA PRODUÇÃO MATEMÁTICA ON-LINE

DAISE LAGO PEREIRA SOUTO

**TRANSFORMAÇÕES  
EXPANSIVAS NA  
PRODUÇÃO MATEMÁTICA  
ON-LINE**

CONSELHO EDITORIAL ACADÊMICO  
Responsável pela publicação desta obra

Dr. Marcos Vieira Teixeira  
Dra. Miriam Godoy Penteadó  
Dr. Roger Miarka  
Dra. Rosana Giarretta Sguerra Miskulin

DAISE LAGO PEREIRA SOUTO

**TRANSFORMAÇÕES  
EXPANSIVAS NA  
PRODUÇÃO MATEMÁTICA  
ON-LINE**

**CULTURA  
ACADÊMICA**   
*Editora*

© 2014 Editora Unesp

**Cultura Acadêmica**

Praça da Sé, 108

01001-900 – São Paulo – SP

Tel.: (0xx11) 3242-7171

Fax: (0xx11) 3242-7172

www.editoraunesp.com.br

www.livrariaunesp.com.br

feu@editora.unesp.br

CIP – BRASIL. Catalogação na publicação  
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ

---

S71t

Souto, Daise Lago Pereira

Transformações expansivas na produção matemática on-line [recurso eletrônico] / Daise Lago Pereira Souto. – 1. ed. – São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

Recurso digital : il.

Formato: ePub

Requisitos do sistema: Adobe Digital Editions

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-7983-581-0 (recurso eletrônico)

1. Matemática. 2. Matemática – estudo e ensino. 3. Livros eletrônicos. I. Título.

14-18121

CDD: 510

CDU: 51

---

Este livro é publicado pelo Programa de Publicações Digitais da Pró-Reitoria de Pós-Graduação da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp)

Editora afiliada:



Asociación de Editoriales Universitarias  
de América Latina y el Caribe



Associação Brasileira de  
Editoras Universitárias

# SUMÁRIO

Introdução 7

1 As bases da teoria da atividade 11

2 Produção de conhecimento 33

3 Produção matemática on-line e sistemas de atividade 51

4 Transformações expansivas 61

5 Uma expansão teórico-metodológica em debate 145

Referências bibliográficas 157

Sobre a autora 163



# INTRODUÇÃO

Neste momento da história, em que desenvolvemos tecnologias digitais que já se tornaram parte de nossas vidas, como smartphones, computadores, softwares, internet, tablets, e-reader, entre outras, vivenciamos mudanças culturais que têm provocado transformações na produção de conhecimento. Diversas perspectivas teóricas sugerem que o ator humano não é o único, nem o principal responsável pelo conhecimento produzido, e que esse processo deve ser visto como o produto de inter-relações entre pessoas e dispositivos tecnológicos. No entanto, a escola tem dificuldade em acompanhar essa evolução sociocultural e lidar com os diferentes espaços e modos de produção de conhecimento.

Há um descompasso entre as formas de comunicar e expressar ideias adotadas pela escola e aquelas utilizadas pelos alunos. A escola, de modo geral, resiste ao uso de tecnologias digitais e considera o papel do professor, em uma visão bem conservadora, central no processo de produção de conhecimento. Ela continua arraigada à racionalidade que surgiu com a escrita, a qual tem como base a existência de um conhecimento “verdadeiro” que deve ser transmitido (Bonilla, 2009).

Sendo assim, a escola muitas vezes tem dificuldade para entrar em harmonia com os alunos, os quais, imersos na metamorfose cul-



tural da sociedade, utilizam as diferentes formas de expressão do pensamento e, conseqüentemente, de produção do conhecimento que surgem com as tecnologias digitais, em particular com a internet.

Na escola, os professores reconhecem que o modelo dito tradicional de educação já não funciona. No entanto, sentem-se inseguros, preocupados, angustiados e muitas vezes têm receio de tomar qualquer iniciativa em busca de mudanças. Isso porque qualquer atitude nessa direção pressupõe o enfrentamento de tensões, de riscos. Afinal, mudar requer, no mínimo, uma reconstrução que demanda ousadia, criatividade, coragem e, mais, exige romper com práticas muitas vezes já enraizadas.

No que se refere especificamente à produção matemática, a preocupação em compreender as formas como ela ocorre em ambientes on-line não é recente (e.g. Borba; Penteado, 2001; Gracias, 2003; Santos, 2006; Zulatto, 2007; Malheiros 2008; Bairral, 2005, 2010; Rosa; Maltempi, 2010). Observa-se um esforço para desmistificar as relações entre atores humanos e não humanos em tal produção. Atualmente, o uso de ambientes on-line na aula presencial é considerado praticável e já se discute a possibilidade de a internet modificar a sala de aula (Borba, 2009, 2012).

O número de pesquisas que tratam desse tema, apesar de ter crescido nos últimos anos, ainda é tímido. Contudo, seus resultados trazem contribuições importantes e, de forma geral, sugerem que o contexto on-line diferencia-se, em vários aspectos, da sala de aula presencial, entre eles, as formas de expressão do pensamento matemático. Em outras palavras, a linguagem matemática muda de acordo com o espaço comunicativo disponível ou utilizado. Em um chat, por exemplo, ela precisa ser adaptada para a linguagem materna, enquanto a interação realizada oralmente que ocorre em videoconferências aproxima a linguagem matemática da comunicação usual na sala de aula presencial (Santos, 2006; Zulatto, 2007). Desse modo, ao considerar que a comunicação é um dos aspectos que faz parte do processo de ensinar e aprender, entende-se que essas diferentes formas de comunicar ideias matemáticas transformam a produção de conhecimento.

No entanto, a velocidade exponencial com que as tecnologias digitais imprimem mudanças em nossas vidas nos impõe, a cada dia, novos desafios, particularmente em relação à busca de novas compreensões sobre as diferentes e incessantes transformações que podem ocorrer no processo de produção do conhecimento em virtude dos avanços tecnológicos (Souto; Borba, 2013). Aceitar esse desafio pode ser uma forma de contribuir para que a escola consiga contemplar a complexidade das novas formas de organizar e expressar o pensamento e, com isso, entrar em sintonia com os alunos. Além do mais, também pode fazer o professor sentir-se menos intimidado em utilizar as tecnologias digitais em suas aulas.

Neste livro, são discutidas algumas especificidades dos atores não humanos na produção matemática, com o olhar direcionado para as transformações expansivas, analisando-se como elas podem ocorrer em um curso on-line de Educação Matemática a distância para professores. Além disso, com base nas discussões (teóricas e empíricas) do estudo realizado, é colocada em debate uma perspectiva teórico-metodológica que pode contribuir para pesquisas em Educação Matemática, em particular aquelas desenvolvidas em ambientes on-line.

A opção pelas transformações expansivas não foi feita ao acaso. Elas são propostas por Engeström (1987), que tem contribuído, de modo particular, para o desenvolvimento de uma das vertentes da teoria da atividade. E esta teoria é um dos referenciais teóricos adotados no estudo que originou este livro. Nele é feita uma breve apresentação do seu desenvolvimento histórico, com destaque para as contribuições de três de seus principais representantes. Aborda-se também a forma como as transformações expansivas, em conjunto com quatro outros princípios (unidade de análise, multivocalidade, historicidade e contradições internas), possibilitam um olhar amplo sobre a produção e as transformações do conhecimento reveladas em transformações qualitativas, que podem ocorrer durante o curso mencionado, analisado como um sistema de atividade.

Para realçar a participação dos atores não humanos, adotamos no estudo a visão epistemológica associada ao construto seres-hu-

manos-com-mídias. Apresentamos o pensamento de Borba (1999), que se apoia nas ideias de estudiosos da própria teoria da atividade, da etnomatemática e da filosofia da técnica para defender que o raciocínio matemático de quem interage com determinada mídia é reorganizado com base nos “retornos” dados por ela. Em outras palavras, humanos e mídias formam uma unidade básica de produção de conhecimento.

Além disso, foi reservado um espaço para o reencontro entre a teoria da atividade e o construto seres-humanos-com-mídias, pois ambos têm no pensamento vygotskyano uma origem comum, mas se distanciaram à medida que se desenvolveram, pois receberam outras influências teóricas. Analisamos o próprio construto como um sistema de atividade, ao mesmo tempo que relacionamos o seu desenvolvimento com o processo evolutivo da teoria da atividade ao longo da história.

Neste livro, o leitor também encontrará uma análise qualitativa de dados empíricos que foram produzidos durante o curso on-line de Educação Matemática, reflexões teóricas sobre como as transformações expansivas ocorrem e, de modo particular, como os atores não humanos as influenciam.

Por fim, com base nas ideias que emergiram nas discussões teóricas e empíricas, propomos uma nova camada ao construto seres-humanos-com-mídias. Em vista disso, colocamos em debate uma perspectiva teórico-metodológica que pode trazer um novo horizonte para a análise das transformações do processo de produção intelectual de conjecturas e refutações que objetivam a solução de problemas matemáticos, em conjunto com ferramentas da internet e demais tecnologias a elas associadas.

# 1

## AS BASES DA TEORIA DA ATIVIDADE

A teoria da atividade fundamenta-se nos princípios da escola histórico-cultural da psicologia soviética, a qual tem como um de seus principais representantes Vygotsky e possui raízes filosóficas nos trabalhos de Karl Marx e Friedrich Engels. Desenvolvida nas primeiras décadas do século XX, a partir das contribuições de Vygotsky e de seus colaboradores Leontiev e Luria, essa teoria considera a atividade humana como a unidade básica do desenvolvimento humano. Tem como eixo central as transformações que ocorrem nas interações que se estabelecem entre o ser humano e o ambiente no desenvolvimento de atividades mediadas por artefatos.<sup>1</sup>

Em sua base, existem dois conceitos fundamentais para a compreensão da concepção de atividade humana que alicerça essa teoria. O primeiro coloca em destaque a natureza da existência da atividade humana, a qual pressupõe um elemento principal: o objeto. Atividade sem objeto é desprovida de significado (Leontiev, 1978). O segundo indica que, a partir do conceito de mediação, os

---

1 Artefatos (instrumentos e signos), no âmbito da teoria da atividade, devem ser entendidos como meios mediacionais. Referem-se às máquinas, à escrita, à fala, aos gestos, aos números, aos recursos mnemotécnicos etc.

artefatos deixam de constituir somente produtos da ação dos seres humanos sobre o ambiente e passam a ser entendidos como mediadores culturais por meio dos quais os indivíduos agem na estrutura social, material e psicológica.

As inter-relações que marcam o desenvolvimento da atividade humana são caracterizadas por trocas mútuas entre seres humanos e artefatos, as quais revelam o potencial transformador de uma atividade. Os seres humanos transformam-se e reorganizam-se por meio da transformação, da reorganização de atividades, as quais, por sua vez, transformam-se, reorganizam-se por meio do desenvolvimento de novos artefatos.

Um exemplo clássico encontrado na literatura é o da caçada. Leontiev (1978) destaca que uma das formas mais elementares para explicar como a atividade humana desenvolveu-se historicamente é a necessidade de saciar a fome. O autor ilustra uma passagem em que os homens, em busca de sua sobrevivência (objeto), organizam-se de forma consciente para a atividade orientada, que nesse caso é a caçada. Ao longo do tempo, essa atividade foi se desenvolvendo e mudando, na medida em que os próprios homens foram aprimorando as técnicas e estratégias que a mediavam. Desse modo, os seres humanos reorganizam-se, transformam-se e desenvolvem-se de acordo com as regras da natureza e o desenvolvimento da sua própria história e cultura (Kawasaki, 2008).

Essa passagem sugere, de forma sutil, que as influências das inclinações filosóficas dessa teoria são aquelas predominantes na época em que Vygotsky desenvolveu seus estudos, cujas raízes estão nos trabalhos de Karl Marx e Friedrich Engels. A ideia desses dois filósofos era romper com a dicotomia presente nas correntes filosóficas alemãs: objetividade (materialismo) ou subjetividade (idealismo).<sup>2</sup>

---

2 Para Marx, os proponentes do materialismo concebiam a consciência a emergir do impacto que os objetos da realidade tinham no sujeito cogniscente, eliminando o poder de agir do indivíduo. Em contraposição, o idealismo colocava todo o poder na mente/cabeça do indivíduo: a realidade seria concebida pelo pensamento humano, seria subordinada à cognição humana, a consciência existiria antes da matéria (Kawasaki, 2008).

Para tanto, propuseram uma abordagem alternativa, materialista-dialética, segundo a qual o pressuposto primeiro de toda a história humana é a existência de indivíduos que, na luta pela sobrevivência, organizam-se em torno do trabalho, estabelecendo relações entre si e com a natureza.

Apesar de fazer parte da natureza, o ser humano diferencia-se dela, na medida em que é capaz de transformá-la conscientemente, de acordo com as suas necessidades. Dessa forma, a compreensão do ser humano implica necessariamente a compreensão da sua relação com a natureza, já que é nessa relação que ele constrói e transforma a si mesmo e à própria natureza, criando novas condições para a sua existência (Rego, 2009).

Um dos pontos de partida para a construção de argumentos que sustentassem essa abordagem filosófica foram os estudos que visavam a comparação entre a atividade animal e a atividade humana. Seguindo essa mesma linha, mas no campo da psicologia, Vygotsky desenvolveu parte de seus estudos e, em conjunto com seus colaboradores, identificou traços característicos que distinguem o comportamento humano do comportamento animal.

Assim, com base nos resultados de suas pesquisas e influenciado pela abordagem filosófica que consolidava a partir dos postulados marxistas, Vygotsky argumentava que os seres humanos não deveriam ser considerados apenas em função de suas reações ao ambiente exterior. Para ele, a maneira como criam o seu ambiente, o que, por sua vez, dá origem a novas formas de consciência, também deve ser observada (Rego, 2009).

De acordo com a perspectiva materialista-dialética, sujeito e objeto de conhecimento relacionam-se de modo recíproco e constituem-se pelo processo histórico-cultural. Nessa relação, que é dialética, o sujeito é ativo, pois a produção do conhecimento envolve sempre um atuar do ser humano. A partir desse princípio, Vygotsky afirma que é nas interações entre o ser humano e a natureza que as funções psíquicas surgem e se desenvolvem.

No entanto, as aproximações entre os estudos de Marx, Engels e Vygotsky vão muito além dessas primeiras considerações.

O conceito de mediação, por exemplo, um dos pilares das teses vygotskianas, também mostra uma forte ligação entre as ideias desses estudiosos. Isso porque ele estendeu a noção de mediação homem–mundo pelo trabalho, por meio do emprego de instrumentos, ao uso de signos. Contudo, não se pretende esgotar aqui todas as relações entre o pensamento de Vygotsky e as ideias do materialismo dialético. O intuito foi apontar, de modo sucinto, algumas ligações entre a base filosófica e a psicologia que fundamentam a teoria da atividade. Na próxima seção, em que se aborda o desenvolvimento histórico dessa teoria, algumas dessas relações serão retomadas com maior detalhamento.

## **O desenvolvimento histórico da teoria da atividade**

Abordar o desenvolvimento histórico de algo pressupõe que o ponto de partida seja o seu princípio. Mas, no caso da teoria da atividade, a sua origem é obscurecida principalmente devido às dificuldades de tradução (Daniels, 2011). Na literatura, tem sido apresentada com diferentes variações ou abordagens, de acordo com a perspectiva do estudioso que a apresenta. Engeström (1987), por exemplo, explica a genealogia das suas próprias ideias e, para isso, descreve o desenvolvimento dessa teoria em três gerações. Piccolo (2012) contra-argumenta, afirmando que essa divisão em três gerações é controversa, sobretudo em função da posição que deve ser ocupada por Leontiev em tal tríade geracional (se na primeira ou na segunda). Kaptelinin (2005) destaca duas variações que têm como foco a distinção, no processo de análise, entre a natureza individual e a natureza coletiva de uma atividade. Por outro lado, Daniels (2003, 2011) trata essa teoria no âmbito das ideias que perpassam seu desenvolvimento. Não há, no entanto, nos trabalhos desse último autor, preocupação com o rigor, em termos de uma apresentação linear de tempo.

Parece muito tênue a linha que esses e outros autores usam para separar as fases do desenvolvimento dessa teoria e, em certa medida, elas se complementam. Por isso, neste livro, nos limitaremos a apresentar a sua evolução, procurando estabelecer uma linearidade de tempo a partir das contribuições de alguns de seus principais representantes, com destaque para Engeström, pois foram as suas ideias, em particular, que fundamentaram as análises do estudo que originou este livro.

### **As contribuições de Lev Semenovitch Vygotsky**

Iniciamos com o desenvolvimento da teoria da atividade a partir do pensamento vygostkyano de mediação, por parecer uma gênese consensual entre alguns estudiosos (Daniels, 2003, 2011; Rego, 2009; Engeström, 1987; Leontiev, 1978, 1981). Como foi comentado, Vygotsky elaborou esse conceito por meio da extensão da noção de mediação da abordagem materialista-dialética de Marx. Sua intenção era superar duas tendências psicológicas – a behaviorista e a da psicanálise (ou psicoanálise) – que predominavam na época e eram radicalmente antagônicas. Segundo Vygotsky, nenhuma delas possibilitava a fundamentação de uma teoria consistente sobre os processos psicológicos tipicamente humanos.

Engeström (1987) explica, de forma didática e simplificada, as ideias opostas dessas tendências em relação às análises sobre a mente, o comportamento humano e o mundo material. Para a tendência behaviorista, o sujeito responderia de forma objetiva a um dado estímulo externo e o comportamento humano seria, portanto, controlado de “fora para dentro”. Para a psicanálise, o movimento ocorre de modo contrário, de “dentro para fora”, ou seja, a resposta seria subjetiva e determinada pela consciência.

A crítica de Vygotsky, em ambos os casos, referia-se à aceitação de uma resposta imediata para cada estímulo externo. Essa explicação elucida a observação de Leontiev (1978) a respeito de algo comum entre essas tendências: o ponto de vista metodológico. Ele afirmava que ambas eram derivadas de um “plano binomial” de



análise: assunto  $\rightarrow$  resposta, resultante  $\rightarrow$  fenômenos (subjetiva e objetiva). No behaviorismo, em conformidade com o estudo do comportamento, esse plano apareceu em sua primeira expressão direta no clássico esquema mostrado na Figura 1.

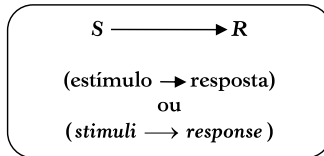


Figura 1 – Esquema do postulado da resposta imediata (*immediacy postulate*), também chamado de postulado da objetividade (Uznadze, 1966, apud Leontiev, 1981, p.42)

Indo ao encontro dos ideais marxistas, fundamentados no poder de agir do sujeito e que destacavam a importância da dinamicidade nas relações entre o comportamento humano e o mundo, Vygotsky argumentava que, independentemente do tipo de resposta, o processo da relação  $S \rightarrow R$  é estático. Com essa visão crítica, ele argumentava que a relação do ser humano com o mundo não é direta, e sim mediada. Tal relação é representada na forma triangular (Figura 2), com a inclusão de um terceiro elemento ( $X$ ), um elo entre os outros dois elementos ( $S \rightarrow R$ ), o qual representa uma expansão da relação proposta pelo esquema do postulado da resposta imediata (Figura 1).

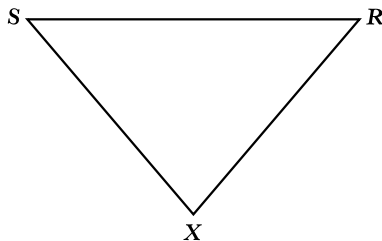


Figura 2 – Ato complexo

A criação e o uso de signos auxiliares, representados pelo elemento X na Figura 2, para solucionar um problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher etc.) são, em certa medida, análogos à criação e ao emprego de instrumentos da abordagem materialista-dialética no campo psicológico (Vygotsky, 1984). O signo age como um instrumento da atividade psicológica, de maneira semelhante ao papel de um instrumento de trabalho. Este último é responsável por mediar atividades com fluxo externo. No entanto, na mediação dos signos, o ser humano pode controlar voluntariamente sua capacidade psicológica (atividade interna) e ampliar sua capacidade de atenção, memória e acúmulo de informações, como amarrar um barbante no dedo para não esquecer um encontro, escrever um diário para não esquecer detalhes etc.

Essa explicação de Vygotsky é esclarecedora no sentido de se compreender por que, na representação triangular da Figura 3, que posteriormente ficou conhecida através da teoria da atividade, instrumentos e signos aparecem juntos, como artefatos mediadores a representar o elo entre sujeito e objeto.

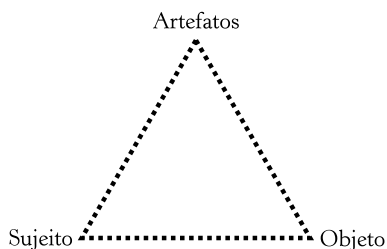


Figura 3 – Mediação entre sujeito e objeto pelos artefatos (Baseado em: Engeström; Miettinen, 1999)

Leontiev (1978) explica que, na representação da Figura 1, está excluído o processo em que são feitas conexões reais do sujeito com o mundo dos objetos. Essa lacuna é superada na forma representada pela Figura 3, em que os artefatos mediadores são os instrumentos e os signos. Entretanto, é preciso ressaltar que há distinções entre esses elos. Segundo Vygotsky, embora a função desses artefatos seja

mediar a atividade, nenhum deles deve ser considerado isomórfico em relação às funções que realiza. Os instrumentos medeiam (atividades com fluxo externo) a influência humana sobre o objeto da atividade, enquanto os signos medeiam a atividade interna, dirigindo-a para o controle do próprio indivíduo. Desse modo, atividades mediadas por signos influenciam a mente, a memória e o pensamento (Vygotsky, 2000).

Souto e Araújo enfatizam a importância das contribuições de Vygotsky:

O trabalho de Vygotsky, que relaciona dialeticamente a atividade interna psíquica do indivíduo com sua atividade externa, significou um grande avanço para a compreensão de como o sujeito transforma a realidade e a si mesmo por meio da produção e apropriação de artefatos culturais. (Souto; Araújo, 2013, p.74)

É a partir desse trabalho, de seu mestre, que Leontiev (1978) formulou as suas próprias ideias e deu continuidade ao desenvolvimento da teoria da atividade.

## **As contribuições de Alexei Nikolaevich Leontiev**

Existe na literatura uma série de argumentos que procuram, a partir de diferentes perspectivas, explicar a continuidade que Leontiev deu ao trabalho de Vygotsky.

Para Engeström (2001), Vygotsky continuava focando as análises no indivíduo, e Leontiev expandiu as discussões para o papel de coletivos humanos em atividade.

Kaptelinin (2005), por outro lado, afirma que a distinção entre o individual e o coletivo não parece tão cristalizada nos trabalhos de Leontiev; segundo o autor, o viés das análises de Leontiev parecia ter uma acentuada, senão única, inclinação para o individual, mesmo que ele tenha reconhecido a atividade como coletiva.

Para Daniels (2011), o aspecto a destacar diz respeito à forma como a proposta de Leontiev deve ser considerada: um esforço

para colocar a mediação em seu contexto cultural, ampliando a presença real da cultura na vida humana. O autor (2003) ressalta que Vygotsky não se baseava em uma explanação das estruturas sociais que agem, elas mesmas, para organizar e restringir a própria atividade, e que o trabalho de Leontiev traz contribuições nesse sentido.

Do ponto de vista de Ratner (2002), Vygotsky enfatizava a gênese da mediação da mente por meio de ferramentas culturais (semioses), enquanto Leontiev fazia-o através das relações sociais e das regras de conduta, governadas por instituições culturais, políticas e econômicas (aproximando-se do que Marx chamava de atividade humana sensória). Essa ênfase foi mais tarde elaborada e apresentada de forma sistêmica por Engeström (1987), em colaboração com outros teóricos (Cole; Engeström, 1993; Thorne, 2005).

As posições desses autores não se mostram mutuamente excluídas. Mesmo as ideias de Kaptelinin (2005), que, a princípio, parecem destoar das demais, têm em comum com os outros autores pelo menos um ponto: Leontiev é um dos principais representantes da teoria da atividade e trouxe contribuições importantes para o seu desenvolvimento. O seu trabalho envolveu a elaboração das noções de objeto e meta, colocando a centralidade do objeto na motivação. Nessa perspectiva, nem todo processo que o indivíduo realiza é considerado uma atividade. Esta só se configura nos processos realizados em resposta a uma necessidade, ou seja, o que caracteriza ou distingue uma atividade de outra é o seu objeto.

A primeira condição de toda atividade é uma necessidade. Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto (se “objetiva” nele), o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula. (Leontiev, 1978, p.107-8)

Para Leontiev (1978), o motivo da atividade impulsiona-a e direciona-a para a satisfação de determinada necessidade. Para

ilustrar o seu pensamento, retomemos o exemplo apresentado anteriormente: na organização da atividade de caçada, a cada membro são atribuídas, individualmente ou em grupo, diversas ações que visam atender metas distintas. Alguns devem afugentar as presas em direção a outros que devem aguardar o momento oportuno para abatê-las. Essas ações têm metas imediatas e, a depender da forma como são analisadas, parecem não coincidir com o real motivo da atividade, que está além da caçada. Juntas, essas pessoas têm em vista obter alimento e vestimentas – a sua sobrevivência é o verdadeiro motivo da atividade, portanto, o objeto. Assim, para compreender por que ações separadas, como espantar uma presa, são significativas, é preciso entender o motivo por trás delas.

Leontiev (1978) elaborou uma estrutura hierárquica para explicar a atividade (Figura 4).

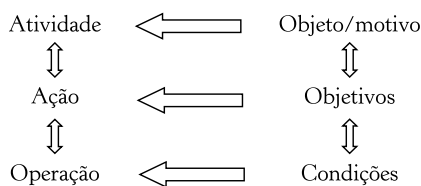


Figura 4 – Estrutura hierárquica da atividade (Baseado em: Leontiev, 1978)

Na representação da Figura 4, cada nível da atividade – atividade, ação e operação – associa-se a outros conceitos importantes: atividade ligada a um motivo, ações ligadas a objetivos, operações ligadas a condições de realização das ações. Com essas ideias, Leontiev (1978) organizou e modelou a atividade nesses três níveis distintos, mas interdependentes.

As ações são processos subordinados a metas individuais – objetivos parciais –, que em sua totalidade compõem, de forma não aditiva, o objeto da atividade, e são realizadas por diferentes indivíduos do grupo que conduz a atividade.

Diferentemente da atividade, que é coletiva, a ação é individual e pode ser executada por um único indivíduo, ou por um grupo de indivíduos que realizam a mesma ação, compartilham o mesmo ob-

jetivo. No exemplo anterior, é possível identificar no mínimo duas ações: a de espantar a presa e a de abatê-la. Cada uma visa atingir uma meta – objetivo específico – e é feita por grupos distintos, mas a realização da atividade depende de ambas.

Quaisquer que sejam as ações, elas dependem das condições materiais e dos métodos para realizá-las, ou seja, dos procedimentos que o indivíduo emprega para alcançar o objetivo delas. A distinção entre ação e operação é fundamental, uma vez que uma única ação pode ser realizada em condições materiais e com o uso de métodos diferentes, por meio de operações distintas. Retomando a ação que visa o abate, no exemplo da caçada, é possível pensar que as ferramentas utilizadas operacionalizam a ação, permitindo ao grupo atingir seu objetivo: o abate.

Existe um caráter relacional entre as definições de atividade, ação e operação. Leontiev ilustra, com o exemplo de aprender a dirigir, o movimento de passagem entre esses níveis da atividade:

No início, toda operação, como mudar as marchas, é formada como uma ação subordinada especificamente a essa meta e tem sua própria “base de orientação” consciente. Em seguida, a ação é incluída em outra ação [...], por exemplo, mudar a velocidade do carro. Mudar as marchas torna-se um dos métodos para atingir a meta, a operação que efetua a variação na velocidade, e mudar as marchas agora de ser realizada como um processo orientado para uma meta: sua meta não é isolada. Para a consciência do motorista, mudar as marchas em circunstâncias normais é como se não existisse. Ele faz algo mais: ele tira o carro de um lugar, sobe ladeiras íngremes, dirige o carro em alta velocidade, para em determinado lugar etc. Na verdade, essa operação [de mudar marchas] pode, como se sabe, ser totalmente retirada da atividade do motorista e executada automaticamente. Em geral, o destino da operação torna-se, mais cedo ou mais tarde, a função da máquina. (Leontiev, 1978, p.66)

O propósito do autor é mostrar que a mudança de marcha, para um motorista experiente, constitui um aspecto operacional da sua ação, uma vez que esse comportamento já está automatizado e absor-

vido por ele. No entanto, para quem ainda está aprendendo a dirigir, mudar de marcha não é algo automático ou já incorporado. Neste caso, a mudança de marcha não se trata de uma operação, mas pode ser vista como uma ação que é parte de uma atividade de aprendizagem.

Com a frase “uma vez ação, nem sempre ação” Kawasaki (2008, p.107) destacou esse caráter relacional entre os níveis da atividade.

Em síntese, de acordo com o pensamento de Leontiev, a atividade humana é consciente e intencional, tem a mediação cultural como principal característica e leva a um processo de transformações recíprocas entre sujeito e objeto. Seus exemplos e argumentos apontam a necessidade de uma ampliação, em relação à unidade de análise de Vygotsky, focada no individual, para um plano coletivo. Entretanto, ele não elaborou um modelo para esse novo foco que expandisse aquele modelo representado na Figura 3; quem o fez foi Engeström (1987).

## As contribuições de Yrjö Engeström

A partir das ideias de Leontiev, Engeström (1987) propõe uma estrutura sistêmica (Figura 5) que representa uma ampliação da estrutura inicial (Figura 3), na qual estão inseridos, de modo formal, elementos que fazem parte de atividade humana e que até então não estavam representados: comunidade, regras de estruturação e formas de distribuição continuamente negociada de tarefas (divisão do trabalho).

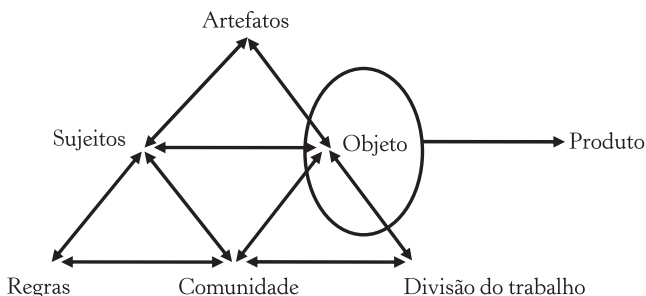


Figura 5 – Representação do sistema de atividade humana

Nessa representação, a relação entre sujeitos e objeto é mediada, também, pela comunidade, ou seja, não apenas os artefatos medeiam essa relação. A mediação entre sujeito e objeto, pela comunidade, é representada pelo triângulo que une esses três elementos. A relação entre sujeito e comunidade, por sua vez, é mediada pelas regras e representada [...] pelo respectivo triângulo. Finalmente, a relação entre comunidade e objeto é mediada pela divisão do trabalho. O triângulo que tem por vértices a comunidade, a divisão do trabalho e o objeto representa essa mediação. Como resultado da atividade, o objeto, entendido como “a ‘matéria-prima’ ou o ‘espaço-problema’ para o qual a atividade é direcionada” (Engeström; San- nino, 2010, p.6), é transformado no produto da atividade. (Souto; Araújo, 2013, p.76)

A exemplo de Daniels (2011), na Figura 5 fizemos uma mudan- ça no sistema originalmente representado por Engeström (1987), destacando o objeto com a ajuda de uma oval. O propósito foi enfatizar a complexidade desse elemento: “o objeto de atividade é um alvo móvel (Engeström, 1999d)”, e as ações orientadas por ele são caracterizadas por ambiguidades, surpresa, instabilidade e potencial para mudança (Daniels, 2011, p.170).

Na citação anterior, expressamos (Souto e Araújo, 2013), de modo sintético, mas esclarecedor, o que foi destacado nas ideias de Daniels (2003; 2011), Ratner (2002), Cole e Engeström (1993) e Thorne (2005), apresentadas anteriormente, e que dizem respei- to às compreensões de Vygotsky e Leontiev sobre o conceito de mediação. Mencionamos o esforço do último teórico em estender tal conceito ao contexto cultural. O seu trabalho profícuo e o seu esforço foram cristalizados na representação sistêmica (Figura 5) elaborada por Engeström (1987).

Os seis elementos que compõem um sistema de atividade (Figu- ra 5) se inter-relacionam e formam uma macroestrutura com moti- vos, objetivos e condições de operacionalização. A atividade pode envolver uma série de ações que visam determinados resultados,



direcionando a própria atividade e as ações dos indivíduos. Estas, por sua vez, podem ser concretizadas de diversas maneiras ou com o uso de diferentes métodos, pelas operações que estão disponíveis para realizá-las, de acordo com o objetivo pretendido.

Assim, a atividade é tomada como um processo contínuo de mudança e movimento decorrentes de crises e rupturas, os quais, inter-relacionados em uma formação criativa, composta de múltiplos elementos, vozes e concepções, provocam transformações e inovações que são entendidas do ponto de vista histórico.

A proposta de Engeström estruturou-se a partir dos estudos de Leontiev. Contudo, há uma diferença fundamental entre as perspectivas desses teóricos, não apenas em relação à forma triangular de representação de uma atividade (ou sistema de atividade), mas principalmente no que tange à concepção de objeto de cada um. Para Leontiev o objeto da atividade é único e corresponde ao seu verdadeiro motivo, enquanto para Engeström a atividade é coletiva e o objeto, em geral, é compartilhado por todos os sujeitos e refere-se à matéria-prima ou espaço-problema para o qual a atividade é dirigida. Esse elemento é moldado e transformado em resultado, e não se devem descartar as necessidades humanas em sua constituição. Além disso, essa nova ótica permite a análise de atividades polimotivacionais (que possuem mais de um motivo).

Engeström (1999c) propõe como um desafio necessário à extensão das análises o desenvolvimento de ferramentas conceituais para se compreender os diálogos, as múltiplas perspectivas e as transformações para além do sistema de atividade singular e seguir em direção ao exame de redes de atividade. O autor (2001) aponta cinco princípios que explicam a teoria da atividade em seu formato atual, os quais permitiram atender aos propósitos da pesquisa que originou este livro, que buscou compreender as transformações que enfatizam aspectos da produção matemática, realizada de forma coletiva e colaborativa, em um curso on-line de Educação Matemática.

O primeiro princípio proposto por Engeström indica que um sistema de atividade é coletivo, mediado por artefatos e orientado

para o objeto, e deve ser tomado como a unidade mínima de análise. Os sistemas de atividade se realizam ao gerar ações e operações. As ações estão relacionadas a um objetivo, e também às operações, as quais, por sua vez, estão ligadas às condições materiais e aos métodos disponíveis. Ambas são unidades de análise relativamente interdependentes, mas subordinadas, e são compreendidas de modo adequado quando interpretadas contra o pano de fundo do sistema.

Um sistema de atividade integra sujeitos, objeto, artefatos, regras, comunidade e divisão de trabalho em um todo unificado, que costuma ser ilustrado pela forma triangular da Figura 5. Essa representação é utilizada como ferramenta para explicar as relações entre os próprios elementos que constituem o sistema.

O segundo princípio consiste na multivocalidade do sistema de atividade. Engeström argumenta que uma atividade, por ser coletiva, é sempre heterogênea e apresenta múltiplas vozes. Ele explica que os indivíduos que compõem o sistema carregam consigo diferentes valores, histórias, convenções, posicionamentos, enfim, diferentes vivências que são compartilhadas. A divisão do trabalho, por exemplo, gera diferentes posições, que revelam os interesses pessoais de cada um. Assim, as múltiplas vozes que emergem podem ser fonte de problemas, mas ao mesmo tempo podem revelar-se potenciais para a inovação.

Pode-se dizer que o curso Tendências em Educação Matemática<sup>3</sup> acontece no encontro de múltiplas vozes que podem ser representadas, no mínimo, por dois grupos: o dos professores organizadores, os quais idealizaram a proposta do curso, ambos docentes do ensino superior, e o dos professores participantes, constituído por docentes de diversos níveis de ensino, oriundos das mais diversas regiões do país e do exterior (Espanha, Japão, Argentina, Venezuela).

---

3 O curso serviu de palco para a produção de dados empíricos que serão analisados no Capítulo 4. Trata-se de uma ação extensionista que visa a formação continuada de professores em ambientes on-line e que vem sendo ofertado desde o ano 2000, sob a coordenação do prof. dr. Marcelo de Carvalho Borba.

O eco dessas múltiplas vozes – múltiplos pontos de vistas, tradições e interesses – carrega consigo potencial para gerar distúrbios ou conflitos, mas, por outro ângulo, deve ser visto também como mola propulsora para inovar o sistema de atividade.

O terceiro princípio é o da historicidade, que tem raízes “na noção de desenvolvimento humano discutido pela lógica do materialismo dialético: o ser humano desenvolve-se, em atividade, sujeito ao jogo dialético entre a sua natureza biológica e histórica” (Kawasaki, 2008). Qualquer que seja o sistema de atividade, ele deve ser visto à luz da sua história, pois é construído e transformado de forma irregular ao longo do tempo. Desse modo, os seus problemas e potenciais só podem ser compreendidos em toda a sua complexidade se a sua própria história pode ser estudada. A história precisa ser considerada em termos da história local do sistema e seu objeto, mas também como a história das ideias e ferramentas teóricas que moldaram a atividade (Daniels, 2003, 2011).

Assim, a produção matemática dos professores e o processo de transformação que ocorre ao longo do curso Tendências em Educação Matemática devem ser analisados com base na história de sua organização local e na história global dos conceitos e procedimentos empregados e acumulados na atividade local.

Para elaborar o quarto princípio, que remete ao papel das contradições internas como fonte de mudança e de desenvolvimento, Engeström valeu-se das ideias de Ileynkov (1977). As contradições não equivalem a problemas ou conflitos, mas são tensões estruturais historicamente acumuladas nos sistemas de atividade. Elas podem servir de fonte que renova tentativas de mudar a atividade, ou de energia para conflitos que seriam discordâncias, choques de opiniões ou não aceitação do outro.

Consideradas tensões ou desequilíbrios inerentes a toda e qualquer atividade, as contradições podem, portanto, gerar mudanças e transformações. Elas podem surgir pelo menos de quatro formas: no interior do sistema, entre seus próprios elementos; entre os elementos do sistema de atividade e algo novo; entre as possíveis ações

que formam o objeto coletivo, principalmente entre algo que é proposto e algo que é padrão dominante; entre o sistema de atividade e outros a eles interligados.

As contradições internas (tensões) são consideradas molas propulsoras potenciais, as quais fazem que novos estágios qualitativos e formas de atividades possam emergir como soluções. Em outras palavras, podem possibilitar que as transformações expansivas do sistema de atividade venham a emergir. Desse modo, compreender como ocorrem as transformações expansivas em um curso a distância on-line para professores de Matemática pressupõe a análise de suas contradições internas.

Por fim, o quinto princípio refere-se à possibilidade de transformações expansivas em sistemas de atividade. Engeström define-o enfatizando um caráter muito mais relacional do que determinístico para a sua compreensão.

Os sistemas de atividade atravessam ciclos relativamente longos de transformações qualitativas. À medida que as contradições de um sistema de atividade são agravadas, alguns participantes individuais começam a questionar e se afastar de suas normas estabelecidas. Em alguns casos, isso ascende à visão colaborativa e a um deliberado esforço coletivo de mudança. Uma transformação expansiva é realizada quando o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados para abarcar um horizonte radicalmente mais amplo de possibilidades do que no modo anterior da atividade. (Engeström, 1999d, p.4-5)

O autor explica que as transformações expansivas são movimentos contínuos de construção e resolução de tensões em um sistema que envolve objeto, artefatos e os motivos dos participantes envolvidos. Segundo ele, também podem ser entendidas como movimentos de reorquestração da multivocalidade do sistema de atividade.

Com o intuito de facilitar a compreensão acerca do desenvolvimento histórico, do surgimento de contradições internas e das ocorrências de transformações expansivas na unidade de análise,

Engeström (1999c) elabora uma ferramenta analítica: o ciclo de aprendizagem expansiva.

Um ciclo total de aprendizagem expansiva, segundo o autor, pode ser compreendido como uma jornada coletiva, comparada à zona de desenvolvimento proximal (ZDP), mas ele faz outra interpretação do sentido das ideias de Vygotsky.

Vygotsky (1978) descreve o processo de desenvolvimento humano como fruto das interações sociais, que permitem aos signos externos transformar-se em processos internos. A essa reconstrução interna de uma operação externa ele nomeia de internalização e argumenta:

A internalização das atividades socialmente enraizadas e historicamente desenvolvidas constitui o aspecto característico da psicologia humana; é a base do salto qualitativo da psicologia animal para a psicologia humana. (Vygotsky, 1978, p.76)

De acordo com Mateus (2005), as principais diferenças entre as teses vygostkyanas e a proposta de Engeström são: a mudança do olhar sobre o processo, passando de exclusivamente positivo, de domínio do sujeito sobre o meio ou sobre si, para também de negação, de destruição, de resistência, de confronto de culturas que se encontram, se chocam e não se reconhecem; o desenvolvimento não como uma transformação somente individual, mas coletiva, um mudar a si mesmo com os outros; e, finalmente, o processo de desenvolvimento visto não como um movimento exclusivamente vertical entre níveis, em que o mais experiente puxa para cima o menos experiente, mas como um movimento horizontal.

Desse modo, para Engeström (1999c), na perspectiva vygotskyana o desenvolvimento é analisado em uma dinâmica do pior para o melhor, do externo para o interno, do mais experiente para o menos experiente. Ele faz uma releitura desses movimentos, propondo uma nova interpretação do conceito de internalização das funções psicológicas superiores, culturalmente dadas, conforme proposto na noção de zona de desenvolvimento proximal, que, de acor-

do com o autor, não é suficiente para incorporar os processos de criação de artefatos e a produção de novos padrões sociais. Para ele, transformação não se reduz a aquisição, assimilação e internalização da cultura, mas inclui fundamentalmente a criação do novo.

Engeström (1987), então, define zona de desenvolvimento proximal como “a distância entre as ações cotidianas dos indivíduos e as formas historicamente novas da atividade social que podem ser coletivamente geradas” (p.174). Ao resignificá-la, inclui a ideia de transformações expansivas, com ênfase nos processos de transformação social e na natureza conflituosa da prática social. Para ele, a internalização está ligada à reprodução da cultura, e a externalização, à criação de artefatos que possam ser usados para transformar a cultura. Ambos os processos estão intimamente ligados por relações não lineares de continuidade e mudança, reprodução e transformação, que devem ser analisadas em conjunto, à luz da historicidade.

Com essa compreensão, Engeström (1999b) explica que um ciclo de aprendizagem expansiva (Figura 6) em geral começa com a socialização e a formação dos aprendizes para se tornarem membros da atividade, que acontece por meio de questionamentos, críticas ou negações à prática corrente.

Nesse início, há a predominância do processo de internalização. A externalização ocorre de forma discreta nas inovações individuais, com a realização da análise da situação e a proposta de possíveis soluções. Com o avanço do ciclo, o desenho e a execução de uma nova representação para a atividade – a externalização – começam a dominar, ou seja, é construído um novo modelo ou uma nova ideia que explique e ofereça uma solução para a situação-problema. Parte-se então para a experimentação desse modelo ou dessa ideia, com o intuito de verificar suas potencialidades e limitações. Nesse estágio, as rupturas e contradições da atividade tornam-se mais exigentes, levando a internalização a assumir cada vez mais a autor-reflexão crítica, e a externalização, a ampliar a busca por soluções. Encontrado o melhor modelo, solução ou ideia, é hora de implementá-lo por meio de aplicação prática.

Nessa fase, em que uma nova representação para a atividade é implementada, a externalização atinge o seu pico. Segue-se então a reflexão avaliativa sobre a nova representação, a partir da qual a nova prática se consolida, ou seja, quando essa nova representação se estabiliza, a internalização das suas formas e dos meios inerentes de aprendizagem e desenvolvimento torna-se mais uma vez dominante.

Se o pesquisador observar que um ciclo não está avançando, poderá intervir no sentido de provocar ou promover movimentos que gerem tensões ou impulsionem a resolução daquelas já existentes. Com isso, ele pode favorecer o desenvolvimento de transformações expansivas.

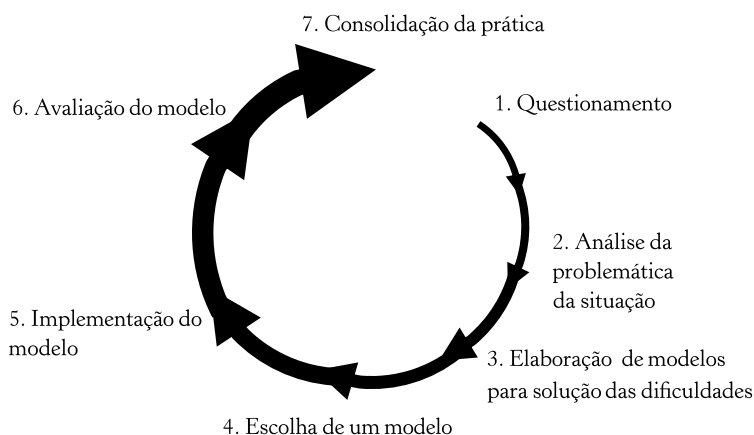


Figura 6 – Diagrama representativo de um ciclo de aprendizagem expansiva (Baseado em: Engeström, 1999c)

Cada uma das etapas representadas na Figura 6 pode ser entendida, de modo resumido, da seguinte forma: 1. Questionamento – ato de questionar, criticar ou rejeitar aspectos da prática corrente; 2. Análise da situação – envolve o olhar para a situação criticada, questionada, a fim de compreender seus diferentes aspectos; 3. Modelagem da nova situação – corresponde à construção de modelos que possam explicar e oferecer uma solução para a situação;

4. Escolha do melhor modelo – refere-se à exploração das possibilidades e limitações dos modelos para encontrar aquele que pareça o mais adequado para a situação; 5. Implementação do modelo escolhido – é o momento de concretizar a aplicação do modelo na prática; 6. Avaliação do modelo implementado – corresponde ao processo de reflexão e análise das implicações da implementação do modelo; 7. Consolidação da prática – momento em que é possível observar o estabelecimento de fato da nova prática.

Um ciclo como aquele representado na Figura 6 pode dar a ideia de movimentos repetitivos e sequenciais. Contudo, um ciclo de aprendizagem expansiva, como proposto por Engeström, deve ser entendido como um movimento espiral que se desenvolve marcado por relações não lineares. De acordo com o autor (1999b), ele pode durar meses ou anos e seu desenvolvimento completo nem sempre ocorre. Além disso, ciclos que se desenvolvem em períodos mais curtos de tempo também podem ser considerados potencialmente expansivos.

A ideia de ciclos menores de tempo, em conjunto com os pressupostos do construto seres-humanos-com-mídias, foi utilizada na análise da produção matemática dos professores que realizaram o curso mencionado, no momento em que, organizados em pequenos grupos, realizaram o estudo das cônicas.





## 2

# PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO

Os estudos de Tikhomirov (1981) e de Lévy (1993) constituem as bases teóricas do construto seres-humanos-com-mídias. Borba (1999) discute, aproxima, amplia e reorganiza as ideias desses dois autores no âmbito da Educação Matemática e coloca em pauta a preocupação em compreender como acontece a produção de conhecimento, destacando o papel das mídias informáticas no processo.

O trabalho do psicólogo russo Oleg Tikhomirov (1981) – publicado originalmente em russo em meados de 1970 – baseia-se na teoria da atividade e versa sobre computadores e cognição. O autor considera uma mídia como a informática como reorganizadora do pensamento, no lugar de substituí-lo ou suplementá-lo. Para ele, o pensamento é mais do que a capacidade para resolver um dado problema, porque abrange o caminho utilizado para alcançar a resolução, os valores nela envolvidos e a própria escolha do problema como parte do pensamento.

O francês Pierre Lévy (1993), filósofo da técnica, descreve três tecnologias que estão associadas à memória e ao conhecimento: oralidade, escrita e informática – as “tecnologias da inteligência” –, que caracterizam distintas ecologias cognitivas,<sup>1</sup> devido sobretudo

---

1 Lévy (1993) define ecologia cognitiva como o estudo das dimensões técnicas e coletivas da cognição.

às suas respectivas formas canônicas do saber, de comunicar as figuras do tempo, a memória social. Para Lévy (1993), as tecnologias da inteligência devem ser vistas entrelaçadas com os seres humanos e a produção de conhecimento, pois diferentes tecnologias têm moldado a forma como as pessoas vêm produzindo conhecimento ao longo da história, e exemplifica: a oralidade, caracterizada pela circularidade do pensamento, foi utilizada por muitos povos para a disseminação do seu conhecimento. Com o surgimento da escrita, foi possível o desenvolvimento de um pensamento linear. A informática rompe com essa linearidade, na medida em que permite que imagens, sons, textos e vídeos sejam utilizados de modo simultâneo para a elaboração de uma ideia. O autor afirma que oralidade, escrita e informática são formas qualitativamente diferentes de estendermos nossa memória.

Essas são, de modo resumido, as ideias que formam a base do construto seres-humanos-com-mídias. A seguir apresentamos, com um nível maior de detalhamento, os estudos de Tikhomirov e Lévy e, na sequência, o modo como essas ideias são ampliadas, reorganizadas e trazidas para o âmbito da Educação Matemática através desse construto.

## **Reorganização do pensamento**

Os fundamentos da proposta de Tikhomirov (1981) estão ancorados na discussão de três abordagens que versam sobre computadores e cognição. A primeira abordagem é a da substituição, pela qual o computador é considerado substituto das esferas intelectuais humanas. O autor argumenta que colocar o computador como substituto do ser humano é uma visão distorcida. Embora em determinadas situações essa máquina possa chegar ao mesmo resultado que o ser humano, isso não significa que possa ser colocada no mesmo nível do pensamento humano. Isso porque, segundo o autor, no processo gerado pelo computador não são considerados muitos elementos envolvidos nos processos humanos que são mo-

bilizados quando um problema é eleito e solucionado. Borba (1999) destaca que “a refutação desta abordagem é baseada em uma visão de conhecimento na qual a escolha do problema é fundamental e está intimamente relacionada com seus entornos socioculturais” (p.286).

Após descartar a abordagem do computador como substituto do ser humano, Tikhomirov (1981) apresenta seus argumentos para contestar a abordagem pela qual o computador seria um suplemento para os seres humanos, existindo, nesse caso, apenas uma justaposição entre as “novas” tecnologias e o ser humano.

Para o autor, essa abordagem está fundamentada na ideia de que o pensamento pode ser dividido em pequenas partes, em que o ser humano é justaposto ao computador, o qual poderia ser visto simplesmente como um aumento ou complemento à quantidade de informações processadas pelos seres humanos, pressupondo uma visão meramente quantitativa, e não qualitativa de como os computadores influenciariam a atividade humana. Além disso, esse enfoque não considera os objetivos que se tem em mente ao escolher determinado problema, nem as possíveis modificações que podem ocorrer no processo de resolução.

Por fim, Tikhomirov (1981) defende a abordagem da reorganização do pensamento, que atribui ao computador o papel de mediador da atividade humana. Ancorado nos princípios da teoria da atividade, em que o processo de produção do conhecimento é concebido pela (re)construção do pensamento, que ocorre nas relações do ser humano com o mundo, o autor destaca que o caráter mediador que permeia essas relações produz uma reorganização nos processos de criação, busca e armazenamento de informação, bem como nas relações humanas.

De acordo com o autor (1981), o pensamento é exercido por sistemas de ser-humano-computador, em que a reorganização dele é considerada um novo estágio, qualitativamente diferente, pois envolve as possibilidades oferecidas pela máquina.

Borba (1999) concorda com a teoria da reorganização do pensamento e destaca que a informática exerce papel semelhante àquele

realizado pela linguagem na teoria vygotskyana, base da teoria da atividade. No entanto, o autor ressalta que há uma diferença qualitativa, pois, nesse caso, todos os processos são mediados também pelas imagens dos monitores, pelos sons e outros recursos que esses equipamentos oferecem. Ele explica que “o computador pode dar feedback a passos intermediários da atividade humana, que seriam impossíveis de serem dados por observadores externos” (p.287).

As considerações de Lévy (1993) mostram-se compatíveis com a teoria da reorganização do pensamento. Contemplam dimensões técnicas e coletivas da cognição e, principalmente com o advento da internet, vão além do sistema ser-humano-computador, propondo a noção de um coletivo pensante homem-coisas. As ideias de Tikhomirov e Lévy também têm forte ligação, por exprimirem a não possibilidade de separação entre seres humanos e técnicas no processo de produção do conhecimento.

## **Ecologias cognitivas**

Ao desenvolver o conceito de ecologia cognitiva, Lévy (1993) discute o papel das tecnologias informáticas na constituição de atividades cognitivas e defende a ideia de um coletivo pensante homem-coisas. O autor observa que é preciso desfazer e refazer as ecologias cognitivas, que estavam estabilizadas desde o século XVII, com a generalização da impressão, e que as tecnologias da inteligência – oralidade, escrita e informática – trazem contribuições importantes para construirmos os alicerces culturais que guiam a forma como nos apropriamos da realidade.

O autor argumenta que as tecnologias devem ser vistas entrelaçadas com os seres humanos e a produção de conhecimento, pois diferentes tecnologias têm moldado a forma como as pessoas vêm produzindo conhecimento ao longo da história, e destaca a ideia central do conceito de ecologia cognitiva: as tecnologias da inteligência condicionam, mas não determinam o pensamento, que é exercido por um coletivo dinâmico. Ele realiza o exercício de refle-

xão sobre as influências que a oralidade, a escrita e a informática, associadas à memória e ao conhecimento, têm historicamente exercido sobre as formas de pensamento e as normas do saber.

Lévy (1993) constrói a sua linha de raciocínio a partir da mais antiga forma de expressão – a linguagem oral – e define dois tipos de oralidade: a primária, que remete ao papel da palavra antes do advento da escrita, e a secundária, relacionada com o estatuto da palavra, que é complementar ao da escrita, tal como a conhecemos. A oralidade primária, por situar-se antes de qualquer tipo de representação escrita, atribuía à palavra a função básica de gestão da memória social, espaço onde a cultura era preservada.

O autor esclarece que, nas sociedades sem escrita, a produção de espaço-tempo está quase totalmente baseada na memória humana, associada ao manejo da linguagem. Junto com os gestos, a oralidade primária limitava o homem ao espaço do seu grupo, no qual ele circulava e se comunicava. A memória e a cultura do grupo eram propagadas por meio de cantos, poesias, rituais, em uma época que o autor representa através da forma canônica do círculo, supondo um movimento de recomeço, de reiteração. Ele afirma que as lembranças retratadas nas histórias dos seus membros, circulares, adquirem novos contornos, sem, contudo, abalar a sua estrutura. Desse modo, o uso regular da fala pode ser interpretado como determinante para a cultura e a forma de transmissão de conhecimentos de um povo.

De acordo com Lévy (1993), a oralidade é uma classe particular de ecologias cognitivas, que disponibilizam ao homem apenas recursos de sua memória para reter e transmitir as representações que lhe parecem dignas de subsistir. Com o surgimento da escrita, uma nova ecologia cognitiva é fundada, a qual implica a compreensão de uma representação gráfica. Kenski (2007) explica que os primeiros registros gráficos do pensamento humano foram encontrados nas paredes de cavernas, em ossos, pedras, peles de animais, até se chegar à invenção do papel, que estimulou a escrita e a impressão de livros.

A escrita, argumenta Lévy (1993), permite que os textos sejam separados das circunstâncias em que foram produzidos. Essa pos-

sibilidade gera um distanciamento entre a pessoa que escreve e a outra que lê e interpreta o escrito, permitindo a construção de múltiplas versões para um mesmo texto, gerando autonomia ao conhecimento que se dá por meio da compreensão racional do que está sendo apresentado.

Para o autor, a escrita é como uma ferramenta para a extensão da memória, do pensamento e da comunicação, pois essa tecnologia liberta a memória da dependência das lembranças humanas, uma vez que possibilita o registro. Vista dessa forma, a escrita permite ao homem expor as suas ideias, deixando-o mais livre para ampliar a sua capacidade de reflexão e apreensão da realidade. Entretanto, o fato de a memória não depender exclusivamente da capacidade humana exige uma organização modular e sistemática para registro das informações, e assim o espaço-tempo na sociedade escrita torna-se linear.

Por fim, Lévy (1993) discute o papel das tecnologias informáticas na constituição das atividades cognitivas. O autor argumenta que a informática rompe com as narrativas circulares e com a linearidade do pensamento, na medida em que, ao englobar aspectos da oralidade e da escrita, apresenta-se como um fenômeno descontínuo, fragmentado, e ao mesmo tempo dinâmico, aberto e veloz, permitindo a utilização de imagens, sons, textos e vídeos de forma simultânea para a elaboração de uma ideia.

O fato de a memória estar tão objetivada em dispositivos automáticos faz o autor questionar se a própria noção de memória seria pertinente na tecnologia informática.

O saber informatizado afasta-se tanto da memória (este saber “de cor”), ou ainda a memória, ao informatizar-se, é objetivada a tal ponto que a verdade pode deixar de ser uma questão fundamental, em proveito da operacionalidade e velocidade. (Lévy, 1993, p.119)

Contudo, o autor afirma que não se trata de omissão da verdade, ou mesmo de falta de preocupação com a exatidão dos fatos, mas sim de identificar o deslocamento do centro de gravidade em atividades

cognitivas desempenhadas pelo coletivo social. O conhecimento do tipo operacional, fornecido pela informática, origina modelos que são constantemente atualizados e aperfeiçoados, segundo uma lógica que classifica sua pertinência de acordo com o objetivo a que se destinam. Por analogia ao tempo circular da oralidade e ao tempo linear da escrita, Lévy (1993) ressalta que na informática ocorre “uma implosão cronológica de um tempo *pontual* instaurado pelas redes de informática” (p.115; grifo do autor).

A reconstrução histórica que o autor faz acerca das tecnologias da inteligência evidencia que nenhum tipo de produção de conhecimento é independente delas. Para ele, o sujeito cognitivo é fruto de uma infinidade de coisas, tais como objetos simulados, associados, imbricados, reinterpretados, suportes de memória e pontos de apoio de combinações diversas, que chama de “coisas do mundo”, sem as quais os seres humanos não pensariam. São, em si, produto deles próprios, de coletividades intersubjetivas, que as saturam de humanidade.

Villarreal e Borba (2010) recorrem a Davis e Hersh (1981) para ilustrar o pensamento de Lévy. Para Davis e Hersh, a régua e o compasso são incorporados aos axiomas na fundação da geometria euclidiana, a qual definem como a ciência da construção com régua e compasso. Expandindo esse pensamento, Villarreal e Borba afirmam que a geometria euclidiana é produzida por coletivos de seres-humanos-com-régua-e-compasso, ao interpretarem o pensamento dos autores como sendo a mídia uma parte intrínseca da fundação dessa geometria. Com isso, querem chamar a atenção para o fato de que, ao longo da história, instrumentos são associados às tecnologias da inteligência e à produção de conhecimento, em particular, neste caso, de conhecimento matemático.

A visão de que seres humanos e mídias misturam-se de forma inextricável, formando uma unidade que pensa junto e produz conhecimento, é a ideia central da noção de seres-humanos-com-mídias inicialmente proposta por Borba (1999) e depois sistematizada por Borba e Villarreal (2005).



## Seres-humanos-com-mídias

As ideias de reorganização do pensamento e de ecologia cognitiva indicam a constituição de novos estilos cognitivos, em razão do avanço das tecnologias informáticas. Em particular, Tikhomirov (1981) toma da teoria da atividade o caráter mediador dos artefatos na atividade humana, que está implícito no conceito de reorganização, presente nos processos de interação do ser humano com o ambiente, e propõe a constituição de um sistema formado por ser-humano-computador. Por sua vez, Lévy (1993), diante das dimensões técnicas e coletivas da cognição, conceitua a expressão “ecologia cognitiva” e, ao vivenciar as novas possibilidades proporcionadas pela informática, sugere um sistema que vai além da proposta de Tikhomirov (1981), que componha um coletivo pensante de homem-coisas. O trânsito dessas ideias para o âmbito da Educação Matemática foi feito por Borba (1999).

[...] Podemos pensar, metaforicamente, que o pensamento é exercido por sistemas ser-humano-computador, como proposto por Tikhomirov (1981) [...]. Podemos ampliar esta metáfora e pensar que o ser humano tem sido ao longo da história ser-humano-oralidade, ser-humano-escrita e ser-humano-informática. Um novo passo pode ser dado [...] se a unidade básica de conhecimento for pensada como ser-humano-lápis e papel-informática-... cujas reticências significam que o pensamento é algo coletivo, como proposto por Lévy (1993). (Borba, 1999, p.292)

O autor expande as ideias de Tikhomirov (1981) e de Lévy (1993) e propõe, inicialmente, uma unidade básica de conhecimento que se forma a partir do desenvolvimento de um pensamento coletivo do “ser humano” com tecnologias. Depois, passa a denominar esse coletivo de “seres-humanos”-com-mídias, forma empregada até hoje.

Para expressar a amplitude de seu pensamento em relação aos diferentes tipos de tecnologias, Borba (1999) utiliza o termo “mí-

dias” para referir-se tanto às tecnologias materiais (instrumentos, ferramentas, coisas) como às imateriais (oralidade, escrita, informática, pensamento).

Borba e Villarreal (2005) esclarecem que a produção de conhecimento deve ser entendida como um “pensar com” mídias. Nessa perspectiva, as tecnologias materiais ou imateriais devem ser consideradas parte constitutiva dessa produção, na medida em que às mídias é atribuído um papel mais abrangente, que vai além de um suporte ou veículo de mensagem que “através de” produz conhecimento.

A perspectiva teórica adotada por Borba (1999) está em harmonia com Leontiev (1978), que elaborou seus argumentos pautado na necessidade que os seres humanos têm de sobreviver, isto é, de desenvolver-se e, ao mesmo tempo, desenvolver o ambiente que os cerca para se manterem nele. Esses processos, segundo o autor, se dão por meio de relações recíprocas, de trocas mútuas entre seres humanos e ambiente, que geram transformações ou reorganizações tanto em um como no outro.

Embora, para Leontiev (1978) e outros estudiosos da teoria da atividade, a referência de coletividade esteja mais fortemente ligada à constituição de um conjunto de seres humanos, não se pode negar que aos artefatos é atribuído um papel de destaque, uma vez que sem eles não seria possível o desenvolvimento da atividade. Tal como preceitua a noção de seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias, em que o conhecimento é tido como algo produzido por um coletivo de atores humanos e não humanos, em que todos desempenham um papel central, essas metáforas, no âmbito da Educação Matemática, segundo Borba (2001), sugerem *insights* sobre como se dá a produção de conhecimento.

Do meu ponto de vista, creio que essa metáfora [seres-humanos-com-mídias] sintetiza uma visão de cognição e de história das técnicas que permite que seja analisada a participação de “novos atores” informáticos nesses coletivos pensantes de uma forma que não julgamos se há “melhoria” ou não, mas sim de uma forma que

identifica transformações em práticas. [...] Tal noção é adequada para mostrar como o pensamento se reorganiza com a presença das tecnologias da informação e que tipos de problemas são gerados por coletivos que incluem lápis e papel e diversas facetas das tecnologias da informação. (Borba, 2001, p.139)

Borba (2001) destaca que não existe uma escala de qualidade entre as mídias, classificando-as em melhores ou piores, mas diferentes tipos de mídias, que têm, ao longo da história, condicionado a produção de diferentes tipos de conhecimentos. Os seres humanos, ao interagirem com elas, reorganizam o pensamento de acordo com as múltiplas possibilidades e restrições que essas mídias oferecem. Portanto, a presença ou a ausência de uma mídia influencia o tipo de conhecimento produzido e, mais, o uso ou o surgimento de determinada mídia não invalida ou extingue outra.

Um exemplo é apresentado por Borba e Penteadó (2001) e consiste na realização da seguinte tarefa: traçar um gráfico de uma função como  $y = 2^x$ . Eles argumentam que tal tarefa pode tornar-se um problema para um coletivo de seres-humanos-com-lápis-e-papel, mas isso não acontecerá se o coletivo que desenvolverá a tarefa tiver, por exemplo, um software que permita o traçado de gráficos. Os autores afirmam que no trabalho dos educadores matemáticos deve residir a preocupação com a matemática produzida nesses diferentes tipos de coletivos. Façamos uma alteração/acréscimo a essa afirmação: no momento de planejarmos determinada tarefa, devemos observar se os objetivos que pretendemos alcançar estão em sintonia com o coletivo que irá desenvolvê-la.

Avançando na ampliação das ideias sobre reorganização do pensamento e coletivo pensante, Borba e Penteadó argumentam:

[...] Os seres humanos são constituídos por técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, esses seres humanos estão constantemente transformando essas técnicas. Assim, não faz sentido uma visão dicotômica. Mais ainda, entendemos que o conhecimento é produzido com uma determinada mídia,

ou com uma tecnologia da inteligência. É por isso que adotamos a perspectiva teórica que se apoia na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias. (Borba; Penteadó, 2001, p.46)

A ideia dos autores está pautada na perspectiva de que a produção de conhecimento não é atributo de um agente único, mas de relações mútuas entre as estruturas do pensamento, as ferramentas do intelecto fornecido pela cultura e as mídias.

De forma sutil, essa linha de raciocínio deixa transparecer a influência da teoria de Vygotsky, que estende a noção de mediação e afirma que o processo de construir conhecimento implica uma ação partilhada, que se materializa nas interações entre o ser humano e o meio em que vive. Nessas ações mútuas, novas estruturas cognitivas surgem, a partir de demandas sociais, de necessidades de novos instrumentos de trabalho e de pensamento. Com esse mesmo conceito, Tikhomirov (1981) propõe que a participação do computador na atividade humana faz o pensamento atingir um novo estágio.

Tikhomirov sugere uma integração entre técnica e ser humano – em outras palavras, entre informática e pensamento –, indo ao encontro da noção de “moldagem recíproca” proposta por Borba (1999), pela qual o “computador é visto como algo que molda o ser humano e ao mesmo tempo é moldado por ele” (p.288). Desse modo, pode-se dizer que o computador é protagonista no processo de reorganização do pensamento humano.

Também o pensamento de Lévy (1993) mostra-se coerente com a noção de moldagem recíproca. Como exemplificam Villarreal e Borba (2010), oralidade, escrita e informática são formas qualitativamente diferentes de estender a memória, e cada uma, à sua maneira, contribui para moldar os seres humanos. Um exemplo é a forma como os estudantes utilizam determinado software, muitas vezes diferente da maneira como a equipe que o desenvolveu havia pensado. Por outro lado, os autores chamam a atenção para o fato de que a equipe que desenvolve um software procura elaborar um design levando em consideração a forma como os estudantes utilizam-no.

A noção de moldagem recíproca proposta por Borba (1999) também guarda forte relação com a teoria da atividade. Por essa noção, o ser humano, apesar de fazer parte da natureza – pois é um ser natural, criado pela natureza e submetido às suas leis –, diferencia-se dela na medida em que é capaz de transformá-la conscientemente, segundo suas necessidades, e, assim, estabelecer relações de trocas que provocam transformações recíprocas, em que ele constrói e transforma a si mesmo e à própria natureza, criando novas condições para a sua existência. Isto é, sujeitos e objeto do conhecimento não são dissociáveis, uma vez que se relacionam de modo recíproco, um dependente do outro, formando um polo único que se constitui pelo processo histórico-social.

Borba e Villarreal (2005) apresentam, além dessas ideias, o modo como elas têm sido legitimadas pelas teorizações resultantes de estudos empíricos. Os autores revelam também preocupação com a produção de conhecimento na Educação a Distância on-line. Na próxima seção apresentamos uma síntese de alguns trabalhos que foram realizados em contextos on-line e que se apoiaram no construto seres-humanos-com-mídias. É preciso reconhecer que se trata de um olhar endógeno sobre a produção do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (Gpimem), de fundamental importância principalmente para ilustrar algumas ideias que podem fortalecer uma reaproximação da teoria da atividade com esse construto, que será discutida no próximo capítulo.

## **Seres-humanos-com-EaD-on-line**

Borba, Malheiros e Amaral (2011) discutem como estender para o contexto da EaD on-line a noção de que os seres humanos são essenciais para a produção de conhecimento, na mesma medida que as mídias. Segundo esses autores, as primeiras pesquisas estavam muito arraigadas aos estudos desenvolvidos em salas de aula presenciais e buscavam sobretudo indícios de como a matemática era produzida em ambientes virtuais de aprendizagem.

Uma exceção foi a pesquisa de Gracias (2003), que tinha como preocupação compreender a reorganização do pensamento em um curso totalmente on-line para professores sobre tendências em Educação Matemática. As análises realizadas pela autora caminham na mesma direção das ideias de Borba (2001), uma vez que ela conclui que o pensamento é condicionado pelas tecnologias intelectuais. Ou seja, a produção de conhecimento está associada a um coletivo pensante formado por atores humanos e não humanos. Dessa forma, as tecnologias digitais não podem, do seu ponto de vista, ser encaradas como neutras ou transparentes, pois exercem um papel fundamental de referenciais intelectuais.

A partir do estudo da autora, começou a ser desenvolvido o conceito de multiálogo, definido por Borba, Malheiros e Amaral (2011) como a forma como o diálogo se estabelece em um chat, no qual várias pessoas “conversam” ao mesmo tempo, em diferentes diálogos que são estabelecidos de acordo com os interesses dos participantes, instituindo uma dinâmica diferenciada de uma sala de aula presencial.

Os autores destacam que a natureza da discussão, em um chat, caracteriza o tipo de multiálogo. Como exemplo, podem ser citadas as discussões dos chats relatadas nos trabalhos de Gracias (2003) e Santos (2006). As discussões que permearam o primeiro estudo foram pautadas em algumas tendências em Educação Matemática, necessitando apenas da linguagem materna como forma de expressão. Já o segundo estudo, focado na produção matemática, exigiu o uso da linguagem dos símbolos matemáticos, o que demandou uma transformação/adaptação nas formas de expressão do pensamento.

Avançando na formulação do conceito de multiálogo, Santos (2006) evidencia, em sua análise, que as mídias utilizadas em um ambiente virtual de aprendizagem condicionaram a forma como os participantes de sua pesquisa discutiram as conjecturas formuladas durante as construções geométricas propostas e transformaram a produção matemática desenvolvida nesse ambiente.

[...] O pensamento coletivo passa a sofrer fortes influências do ator internet e é transformado pelas interfaces associadas a ela, como, por exemplo, o chat. E encarando o chat como um ponto de encontro, é possível notar que ao reunir pessoas com diferentes saberes, que se ajudam mutuamente, uma inteligência coletiva se consolida. Por esta razão, noções de espaço, hipertexto, conhecimento em rede, virtualidade, entre outras, são visivelmente evidenciadas nos resultados dessa pesquisa, por transformarem a forma como a produção matemática acontece. (Santos, 2006, p.125)

A formação de uma inteligência coletiva pode trazer indicativos da existência de um ser cognitivo, que transcende o ser biológico, o qual, neste caso, constituiu-se a partir do encontro de seres humanos com o chat e outros aspectos da EaD on-line. Outro aspecto interessante, na análise de Santos (2006), é a presença de fatores sociais e culturais que condicionaram a produção matemática. Mesmo não sendo abordados de forma explícita, é pertinente considerar que os diálogos entre “pessoas de diferentes saberes”, em sua maioria, são carregados de experiências vivenciadas em outros contextos. Esse fato é destacado também por Borba, Malheiros e Amaral (2011), que chamam a atenção para o fato de que as próprias tecnologias da inteligência – oralidade, escrita e informática – são produto de marcas históricas, sociais e culturais e que, portanto, é nesse sentido que seres-humanos-com-EaD-on-line devem ser vistos como impregnados de aspectos sociais e culturais.

Outro estudo que aborda as ideias desse construto é o de Malheiros (2008), que busca compreender a importância dos atores informáticos na elaboração de projetos de modelagem no contexto da EaD on-line. De certa forma, essa pesquisa pode ser considerada em sintonia com as ideias tecidas por Gracias (2003). A autora faz menção a um papel que as tecnologias digitais ocupariam no processo cognitivo, mas não explicita que papel é esse, nem a sua extensão, uma vez que isso extrapolaria o objetivo de seu trabalho.

Malheiros (2008) faz a interpretação das conversas dos chats, fóruns e portfólios do ambiente Tidia-Ae construídos durante a

edição do ano de 2006 no curso Tendências em Educação Matemática. Aponta como um dos resultados o fato de que as tecnologias de informação e comunicação tiveram o papel de protagonistas ao longo de todo o processo e que a natureza da comunicação e da interação com a internet é qualitativamente diferente do que em geral acontece no presencial.

Penso sim que as mídias condicionam a natureza do conhecimento, ou seja, quando muda uma mídia, ela também é modificada. E, sendo assim, só o fato de os alunos-professores terem elaborado projetos de modelagem por meio da internet e não pelo telefone, por exemplo, caracteriza diferenças na comunicação e interação entre eles, e essas diferenças, embora sutis no resultado final, mostram que, dependendo do meio utilizado, estratégias são elaboradas para que os objetivos sejam alcançados. O projetar no ciberespaço ganhou contornos próprios, desde o minimizar e maximizar de janelas até a comunicação por palavras, de modo síncrono e assíncrono, por meio de diferentes mídias e táticas. (Malheiros, 2008, p.121)

A autora enfatiza não apenas o papel das mídias a condicionar o desenvolvimento de projetos no ciberespaço, mas também a moldagem recíproca, observando que, ao mesmo tempo que uma mídia muda, ela também se modifica. As considerações de Malheiros (2008) caminham paralelamente ao trabalho de Zulatto (2007), que investigou a natureza da aprendizagem no contexto da Educação a Distância on-line. Os resultados relatados por essa autora indicam que a aprendizagem matemática com chat e videoconferência teve uma natureza coletiva, colaborativa e argumentativa, na medida em que a produção matemática foi condicionada pelo coletivo pensante de atores humanos e não humanos.

As mídias condicionaram esse processo [de aprendizagem matemática], pois a distância geográfica foi superada por meio do ciberespaço, e a interação em tempo real aproximou coletivos pensantes atuais em um coletivo pensante virtual. Dessa forma,



se constituiu uma inteligência coletiva em que os participantes se sentiam reunidos, em um grupo de interesse comum, trocando ideias e experiências, ou seja, “estavam-juntos-virtualmente-com-mídias”. E as possibilidades dos seres-humanos-com-escrita eram ampliadas quando as discussões ocorriam por videoconferência, o que culminou na opção desse recurso nas duas últimas edições do curso na quase totalidade dos encontros, constituindo um coletivo pensante de seres-humanos-com-oralidade-Geometricks. (Zulatto, 2007, p.152)

De acordo com Zulatto (2007), as mídias exercem um papel não periférico por condicionarem a produção de conhecimento e, dessa forma, constituem um coletivo pensante virtual. O estar-junto-virtual-com-videoconferência, de acordo com a autora, não trouxe apenas novas possibilidades para a escrita, mas, sobretudo, moldou uma nova forma de oralidade, chamada por Borba, Malheiros e Amaral (2011) de oralidade virtual. Essa nova forma de expressão caracteriza-se fundamentalmente por modificar algumas normas sociais aceitáveis, como as implicações das conversas paralelas: diferentemente da sala de aula usual, na sala de aula com videoconferência elas não representam uma quebra de etiqueta.

Todos os trabalhos realizados no contexto da EaD on-line, a exemplo de outros desenvolvidos pelo Gpimem, ainda que em contextos diferenciados, contribuíram para legitimar o pensamento sintetizado por Villarreal e Borba:

O conhecimento não é um empreendimento individual, mas coletivo por natureza; e a cognição inclui ferramentas, artefatos e mídias com os quais o conhecimento é produzido. As mídias são componentes do sujeito epistêmico, não são auxiliares nem suplementares, mas uma parte constitutiva essencial. (Villarreal; Borba, 2010, p.51)

Essa citação expressa a principal ideia que fundamenta essa perspectiva teórica, porque destaca a natureza coletiva da produção de

conhecimento, sugere a participação de mídias distintas no processo de produção de diferentes conhecimentos e atribui a elas o papel de protagonistas. Além disso, coloca em destaque a ideia de que as mídias fazem parte de um sujeito que não corresponde a ninguém em particular, mas que abarca, ao mesmo tempo, as potencialidades de seres humanos e mídias, formando um todo que, em conjunto, produz conhecimento.



### 3

## PRODUÇÃO MATEMÁTICA ON-LINE E SISTEMAS DE ATIVIDADE

Nos capítulos anteriores, procuramos mostrar que os fundamentos do construto teórico seres-humanos-com-mídias e os princípios da teoria da atividade podem atender aos propósitos do estudo que originou este livro. A ligação mais forte entre ambos são os movimentos que indicam a ocorrência de trocas mútuas, relações recíprocas entre humanos e não humanos.

Neste capítulo, especificamente, buscamos reaproximar esses fundamentos teóricos, a fim de mostrar que se harmonizam, se potencializam, apesar de se relacionarem dialeticamente. Afinal, Heráclito<sup>1</sup> já afirmava que é da dialética que nasce a concórdia, a harmonia: “o contrário em tensão é convergente, da divergência dos contrários a mais bela harmonia” (Fragmento 8, apud Bettoni, 2001).

O pensamento vygotskyano e os estudos de Tikhomirov (1981) são as chaves que explicam o sentido de se pensar em uma reaproximação. Vygotsky é considerado o principal representante da escola histórico-cultural da psicologia soviética da qual se originou a teoria da atividade. Tikhomirov (1981) baseia-se na ideia de mediação oriunda dessa teoria para elaborar a noção de reorganização do pensamento e sugerir a constituição de um sistema ser-humano-computador.

---

1 Filósofo pré-socrático considerado o pai da dialética (Bettoni, 2001).

No âmbito da Educação Matemática, Borba (1999) apoia-se nas ideias de Tikhomirov (1981) e de Lévy (1993) para propor o construto seres-humanos-com-mídias, que tem como conceito central a noção de moldagem recíproca. É razoável pensar que, de certa forma, temos uma relação transitiva, pois Tikhomirov (1981) apoia-se na teoria da atividade, e a noção desse construto baseia-se nesse autor. Logo, teoria da atividade e seres-humanos-com-mídias harmonizam-se. No entanto, essa relação não é tão simples e direta, uma vez que a noção de seres-humanos-com-mídias recebeu outras influências. Além disso, a própria teoria da atividade tem diferentes abordagens.

Uma forma de reaproximar e fortalecer esses laços é realizar o exercício de analisar o construto mencionado como um sistema de atividade e, ao mesmo tempo, relacionar o seu desenvolvimento ao processo evolutivo da teoria da atividade ao longo da história. Essa análise teórica foi iniciada por Souto e Araújo (2013).

De acordo com a teoria da atividade, o ser humano, ao longo da história, inventou ferramentas e desenvolveu formas de adaptação para garantir sua sobrevivência. Esse processo de criação e interação com o ambiente é dialético, pois faz que, ao mesmo tempo que o ser humano transforma o ambiente, também seja transformado por ele. Essa ideia, sob a ótica do construto teórico seres-humanos-com-mídias, assemelha-se ao que Borba (1993, 1999) chama de “moldagem recíproca”. A diferença reside na ênfase que o autor atribui à interação com uma mídia como a informática. Um exemplo é quando os seres humanos recebem feedbacks que condicionam (sem determinar), que moldam suas ações, ao mesmo tempo que tais ações condicionam e moldam as possibilidades que a mídia oferece.

A noção de moldagem recíproca é semelhante à tese vygotskyana de mediação, base da teoria da atividade, ao tratar o desenvolvimento de ferramentas pelo ser humano, ao longo da história, para adaptar-se ao ambiente e, desse modo, garantir sua sobrevivência (Souto; Araújo, 2013). Em síntese, tanto na teoria da atividade como nas ideias que circundam o construto seres-humanos-com-mídias, os movimentos convergem para uma forma de reorganiza-

ção que engloba os meios culturais, sociais, materiais e psicológicos (neste último, inclui-se a reorganização do pensamento).

É possível perceber que há uma aproximação entre a noção de moldagem recíproca (seres-humanos-com-mídias) e a teoria da atividade, na medida em que são consideradas as transformações recíprocas entre os polos sujeitos–objeto. Ao mesmo tempo, verifica-se que há algo distinto quando essa noção coloca em evidência esse mesmo processo também no polo sujeitos–artefatos. Desse modo, a moldagem recíproca sugere que as mídias desempenham papel duplo. Utilizamos representações triangulares (Figuras 7 e 8), como aquelas empregadas na teoria da atividade, para ilustrar uma forma de compreender o construto seres-humanos-com-mídias como um sistema de atividade, e percebemos a necessidade de analisar o duplo papel das mídias sugerido por esse construto.

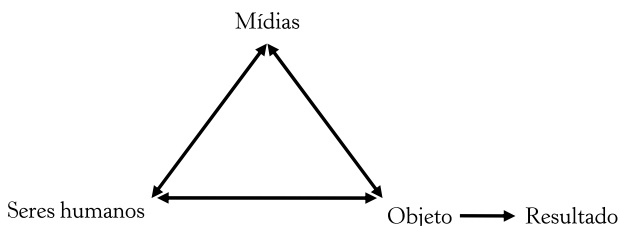


Figura 7 – Mídias como artefatos no sistema seres-humanos-com-mídias (Souto; Araújo, 2013)

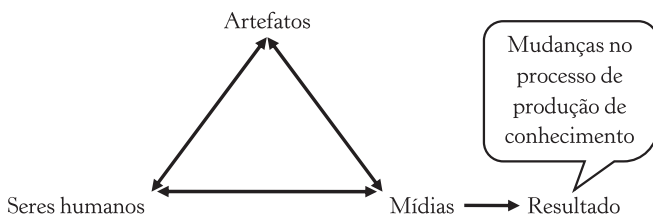


Figura 8 – Mídias como artefatos no sistema seres-humanos-com-mídias (Souto; Araújo, 2013)

Na Figura 7, as mídias são artefatos que medeiam a atuação dos seres humanos em suas atividades, tal como é preconizado pela teo-

ria da atividade. Já na Figura 8, as próprias mídias, de acordo com a noção de moldagem recíproca, são transformadas e transformam os seres humanos. Desempenham, portanto, o papel de objeto, o qual, ao transformar-se, gera mudanças nos processos de produção de conhecimento.

Em outras palavras, as mídias são artefatos que, no desenvolvimento da atividade, transformam-se em objeto – o qual, por sua vez, gera como resultado mudanças nos processos de produção de conhecimento –, sem deixarem de ser artefatos. Em vista disso, surge a necessidade de analisar esse duplo papel das mídias.

As duas representações são semelhantes, mas é preciso deixar claro que não devem ser consideradas congruentes à representação da Figura 3, organizada originalmente a partir de Vygotsky, que se manteve nos estudos de Leontiev. Isso porque há duplicidade no papel que a mídia ocupa nesse novo sistema. Outra diferença deve ser ressaltada: na teoria da atividade, de início, o polo sujeito era marcado pela ênfase no indivíduo, diferente do que ocorre aqui, em que os seres humanos (coletivo) protagonizam esse polo desde a sua primeira representação. Esse tipo de constatação indica uma primeira inclinação em direção ao pensamento de Engeström (1987), o qual elaborou um modelo que estendeu a unidade de análise para um plano coletivo, surgindo uma possibilidade para o avanço da reaproximação que se busca neste capítulo do livro.

Com um olhar mais refinado para os resultados dos trabalhos que utilizam a noção de seres-humanos-com-mídias no contexto da Educação a Distância on-line apresentados na seção anterior, é possível verificar uma possibilidade de expansão da unidade de análise desse sistema. Esse movimento assemelha-se ao que Engeström (1987) propõe em relação às ideias de Leontiev (1978).

Como mencionado anteriormente, os estudos de Gracias (2003) e Santos (2006) desenvolvem o conceito de multiálogo, o qual indica que as regras comuns em uma sala de aula presencial, como respeitar a vez do outro falar, prestar atenção em um único discurso, expressar o pensamento por meio da oralidade, são transformadas no contexto on-line. Essa constatação, do nosso ponto de vista (Souto; Araújo, 2013), permite ampliar o foco que, até então,

mantinha-se nas transformações entre humanos e mídias, ou seja, na tríade sujeito–artefato–objeto.

O conceito de multiállogo sugere que as regras são elementos importantes no sistema, o qual passaremos a chamar de sistema de atividade seres-humanos-com-EaD-on-line. De acordo com Engeström e Sannino (2013), as regras medeiam a relação entre sujeitos e comunidade. Desse modo, observar que elas desempenham um papel nesse novo sistema implica considerar o papel da comunidade, uma vez que são fruto de aspectos socioculturais historicamente construídos pela própria comunidade.

Por outro lado, é preciso atentar para o fato de que é na relação da comunidade com o objeto da atividade que se estabelecem diferentes formas de organização do trabalho (Souto; Araújo, 2013). Desse modo, guardadas as devidas proporções, alcança-se uma proximidade entre o desenvolvimento do construto seres-humanos-com-mídias, analisado como um sistema de atividade, e o desenvolvimento da própria teoria da atividade (Figuras 9 e 10).

A respeito dessa nova representação (Figuras 9 e 10), é importante frisar que, a exemplo do que foi apontado anteriormente em relação ao duplo papel das mídias (Figuras 7 e 8), em que foram referendados os trabalhos relativos à EaD on-line, esta também deve ser considerada um artefato que, de acordo com a noção de moldagem recíproca, transforma-se ao longo do desenvolvimento da atividade e passa a desempenhar o papel de objeto.

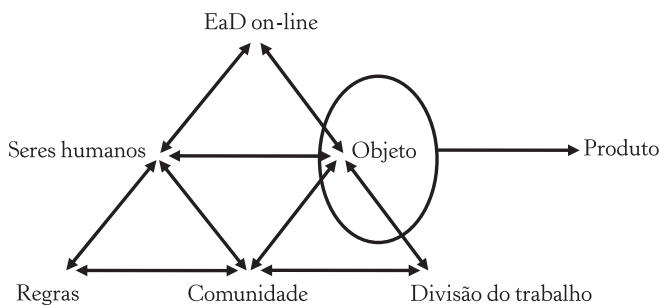


Figura 9 – EaD on-line como artefato no sistema seres-humanos-com-EaD-on-line (Souto; Araújo, 2013)



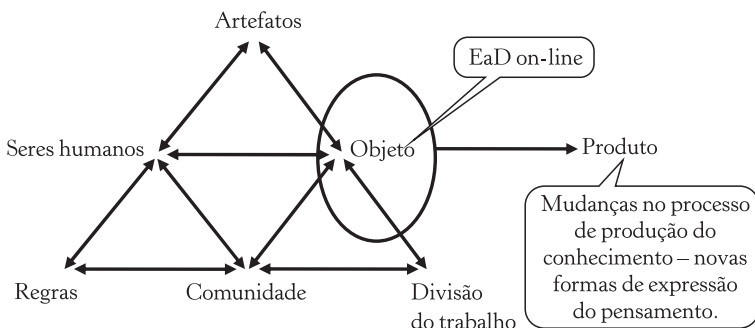


Figura 10 – EaD on-line como objeto no sistema seres-humanos-com-EaD-on-line (Souto; Araújo, 2013)

Nas Figuras 9 e 10, o sistema seres-humanos-com-EaD-on-line pode ser considerado uma expansão do sistema seres-humanos-com-mídias (Figuras 7 e 8), em que são incluídos, a partir do olhar sobre os resultados de trabalhos já desenvolvidos, outros elementos: regras, comunidade e organização do trabalho. Nessa nova representação, análoga àquela proposta por Engeström (1987) (Figura 5), a necessidade de analisar a produção de conhecimento mantém-se, as mídias passam a ser representadas pela EaD on-line e, da mesma forma que no sistema seres-humanos-com-mídias, transformam-se em objeto ao longo do desenvolvimento da atividade.

Entretanto, não é apenas isso que deve ser observado. De acordo com Engeström (1987), qualquer sistema de atividade se desenvolve por meio de mediações dialéticas e deve ser visto como uma unidade. Assim, no sistema seres-humanos-com-EaD-on-line, as regras das quais o multiólogo faz parte também colaboraram para a transformação do objeto em produto (Souto; Araújo, 2013). Este último resulta em mudanças no processo de produção do conhecimento que estão estreitamente relacionadas às novas formas de expressão do pensamento.

Quanto aos outros dois elementos – comunidade e organização do trabalho –, os quais, como visto anteriormente, estão intimamente ligados às regras, ainda precisam ser mais bem observados, com um olhar mais refinado, tendo como lente a própria teoria da

atividade. Na análise de dados empíricos, no Capítulo 4, o leitor terá de oportunidade de fazer esse tipo observação.

Por outro lado, alguns aspectos desses novos elementos, embora não tenham sido tratados nesses termos, já se mostram presentes em alguns trabalhos. A comunidade, por exemplo, aparece de forma implícita na análise de Santos (2006), ao destacar fatores socioculturais como condicionantes para a produção matemática; a autora afirma que as experiências vivenciadas pelos participantes da sua pesquisa, em outros contextos, geram transformações no processo de produção do conhecimento matemático.

Aspectos socioculturais também são destacados por Borba, Malheiros e Zulatto (2008), revelando a presença da comunidade. Esses autores destacam que as próprias tecnologias da inteligência (Lévy, 1993) – oralidade, escrita e informática – são produto de marcas socioculturais. Essas considerações reforçam a ideia de que a unidade seres-humanos-com-EaD-on-line é impregnada de aspectos socioculturais e, portanto, deve considerar o papel da comunidade como parte integrante do processo de produção de conhecimento.

No que se refere à organização do trabalho, um exemplo pode ser tomado da pesquisa de Zulatto (2007), que investigou a natureza da aprendizagem matemática em um contexto on-line. A autora explica que, nesse contexto específico, a produção matemática com chat e videoconferência teve natureza coletiva, colaborativa e argumentativa. Souto e Araújo (2013) explicam que “falar em natureza coletiva ou argumentativa nos remete à organização do trabalho nesses dois formatos”(p.85).

Além desses trabalhos desenvolvidos no contexto on-line, os apontamentos de Villarreal e Borba (2010) sugerem, de forma sutil, mas não intencional, que buscar reaproximações entre o construto seres-humanos-com-mídias e a teoria da atividade pode ser propício. Esses autores enfatizam que o ato de pensar não é só a capacidade de resolver um problema, mas implica o caminho percorrido para solucioná-lo, a capacidade de optar por determinada mídia, os valores envolvidos na resolução, assim como a própria escolha

do problema a resolver. Eles reconhecem que cabe ao sujeito do conhecimento escolher o problema que deseja solucionar e deixam implícitas questões como: necessidade de escolha, motivos, intencionalidade, termos que também remetem a conceitos da teoria da atividade. Mas esses temas ainda não foram aprofundados no âmbito do construto seres-humanos-com-mídias. Uma forma de discutir os motivos e as intenções envolvidos no processo de produção de conhecimento pode ser lançar mão dos princípios da teoria da atividade, que veem a necessidade como condição de existência de toda atividade e relacionam-na a um motivo.

Nesse sentido, é necessário atentar também à macroestrutura da atividade proposta por Engeström (1987), que se baseia nos níveis hierárquicos de Leontiev (1978). Nela, a atividade está ligada aos motivos, a ação aos objetivos e a operação às condições. Com base nesses fundamentos teóricos, é possível pensar que, no momento de realizar uma ação com um objetivo a alcançar, a presença ou a ausência de determinada mídia trará implicações ao processo de análise da situação e, portanto, às decisões sobre o caminho mais adequado a trilhar.

Além disso, à luz do construto seres-humanos-com-mídias, as possibilidades e restrições (condições) que determinada mídia oferece resultam em um processo de produção de conhecimento distinto de outro realizado com uma mídia diferente.

Portanto, podemos concluir que o processo de produção do conhecimento, do ponto de vista do construto teórico seres-humanos-com-mídias, pode ser visto imbricado ao processo de constituição e desenvolvimento da atividade do ponto de vista da vertente atual da teoria da atividade.

Essa conclusão se fortalece quando se verifica que as ideias discutidas em Borba (2000) convergem para a reinterpretação que Engeström (1999c) faz da zona de desenvolvimento proximal (Capítulo 1). Borba critica a existência de uma estrutura vertical em que o conhecimento fluiria do mais titulado para o menos titulado. Para ele, há uma independência linear que faz que pais aprendam com filhos, professores com alunos e vice-versa. Com isso, aconte-

ce uma “democratização – no sentido de que informações não são ‘passadas’ apenas de coordenadores para coordenados, de docentes para alunos ou de doutorandos para graduandos” (p.51) – que é potencializada pela complexidade das demandas da própria tecnologia. Isso porque, segundo o autor, há a exigência de formação de coletivos de atores humanos e não humanos que consigam organizar-se de uma forma não rigidamente hierárquica e, desse modo, sejam capazes de cumprir essas demandas.

Finalizamos aqui essa discussão que buscou reaproximar a teoria da atividade e o construto seres-humanos-com-mídias. Os conceitos e possibilidades discutidos serão retomados ao longo das discussões e das análises dos dados empíricos (Capítulo 4).

Ao buscar nos fundamentos da teoria da atividade elementos para fortalecer sua ligação com o construto seres-humanos-com-mídias, acreditamos ter chegado bem perto de alcançar o objetivo deste capítulo: evidenciar que ambos se harmonizam e se potencializam. Procuramos mostrar que esse construto pode ser entendido como uma tríade – humanos–mídias–objeto (com suas especificidades) – e que, a exemplo do que ocorreu com a própria teoria da atividade, também pode ser visto de forma expandida. Os resultados de pesquisas realizadas no contexto on-line, mesmo que não nos termos da teoria da atividade, deram suporte para a possibilidade de inclusão de regras, comunidade e organização do trabalho na composição inicial.

Entretanto, nesse exercício de análise, tal como indicamos (Souto; Araújo, 2013), também deparamos com uma tensão (contradição interna), que pode ser uma fonte de potência para uma inovação teórica para o construto seres-humanos-com-mídias, assim como para a própria teoria da atividade, daí a relação dialética apontada no início deste diálogo. Essa tensão está relacionada ao papel das mídias no construto analisado como um sistema de atividade. Como discutido ao longo do capítulo, elas podem desempenhar o papel de artefatos, ao mediar a atividade dos sujeitos na produção de conhecimento, mas elas próprias também podem transformar-se dialeticamente ao longo da atividade dos sujeitos, e neste caso desempenham o papel de objeto.

Há ainda a possibilidade de as mídias desempenharem o papel de objeto sem deixarem de ser artefatos, ou seja: mídias como artefatos que se transformam? Desse modo, a contradição interna pode ser resumida na seguinte questão: qual é o papel das mídias no construto teórico seres-humanos-com-mídias? Essa contradição é uma forma de mostrar como esses fundamentos teóricos se potencializam. Além disso, abre espaço para discutir a possibilidade de incluir uma nova camada a esse construto, que será discutida no Capítulo 5.

# 4

## TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS

### Produzindo um caso “genérico”

Nas edições dos anos de 2010 e 2011 do curso Tendências em Educação Matemática, docentes de várias regiões do país e do exterior realizaram trabalhos de cunho matemático voltados para o estudo das cônicas com o software de matemática dinâmica GeoGebra. Além disso, encontraram-se para discutir as tendências em Educação Matemática. Esses encontros aconteceram no ambiente virtual de aprendizagem Tidia-Ae,<sup>2</sup> que possui ferramentas de comunicação síncronas e assíncronas.

As análises realizadas neste capítulo focam as transformações expansivas que ocorreram durante o desenvolvimento da proposta de estudo de cunho matemático, que foi realizada em grupos. A primeira parte consistia em construir as cônicas com o GeoGebra. Essas construções eram orientadas por uma espécie de tutorial, com um passo a passo enviado com antecedência a todos os participantes. Logo após essas construções, havia uma série de questões abertas, respondidas a partir dos feedbacks do recurso Arrastar do software. Por exemplo: o que acontece quando movemos o ponto C?

---

2 <http://tidia-ae.rc.unesp.br>

No menu Exibir, habilite a janela algébrica. Mova novamente o ponto C e descreva o que acontece nessa janela. Após essas construções, na segunda parte do estudo, foi proposta a solução de problemas retirados de livros didáticos, sem nenhum tipo de orientação sobre a forma como deveriam ser resolvidos.

O “caso genérico” é uma produção dos professores que constituíram o Grupo 1-2010. Eles atuam ou já atuaram em diferentes níveis de ensino, desde a Educação Básica até o Ensino Superior. Para a maior parte desses professores, o curso Tendências possibilitou duas experiências inéditas: o acesso à própria EaD on-line e a interação com o software GeoGebra, como evidencia a conversa a seguir entre Sandra, Vânia e Vinícius e o comentário de Thaísa.

**18/04/2010**

**Sandra** Só uma pergunta antes de começarmos a trabalhar: vcs conhecem o GeoGebra? Já trabalharam com este software?

**Vânia** Olha, eu não conheço o GeoGebra.

**Vinícius** Eu estou conhecendo agora.

**11/04/2010**

**Thaísa** Bem, eu também estou participando de um curso a distância pela primeira vez e, como já disse na última aula, isso foi um dos motivos que me atraiu para fazê-lo. (Postado no fórum de discussão)

Thaísa revelou que o fato de nunca ter vivido a experiência de um curso a distância motivou-a a participar do curso Tendências e diz já ter comentado isso na aula anterior. Ao iniciarmos o curso, procuramos conhecer as expectativas desses professores em relação a ele. Especificamente, o que queríamos saber era por que haviam escolhido fazer o curso Tendências e o que esperavam dele.

Nas respostas, percebe-se uma convergência que sintetiza o desejo dos professores: debater on-line algumas tendências em Educação Matemática. As justificativas para a escolha do curso foram: busca por novas oportunidades para a carreira profissional, devido à expansão dessa modalidade de ensino, e por novos caminhos para dar continuidade à formação acadêmica, com aspirações à formação

em nível de pós-graduação (algumas já em andamento, outras em projeto).

De acordo com Daniels (2011), fazer perguntas aos participantes sobre aspectos relacionados ao objeto da atividade, mesmo que não se utilize o termo “objeto”, é um primeiro passo para a identificação de tensões (ou contradições internas) que podem alavancar transformações expansivas. Os comentários de Sílvia e Vânia, reproduzidos a seguir, explicitam as ideias que permeavam o pensamento do grupo, contribuindo para uma aproximação em relação ao objeto naquele instante.

**11/04/2010**

**Sílvia** Como alguns aqui, este também é meu primeiro curso a distância. Tive interesse em fazê-lo por alguns motivos. Primeiro, para saber como funciona e vivenciar um curso de extensão a distância e, segundo, auxiliar no meu mestrado. (Postado no fórum de discussão)

**14/04/2010**

**Vânia** Os EaDs dão oportunidades às pessoas que não têm acesso aos grandes centros, para fazer uma formação [...] e esse curso de tendências vai me ajudar muito a entender a educação a distância, pois aqui em Vila Rica terá um polo da UAB. (Postado no fórum de discussão)

Os excertos reproduzidos revelam objetivos comuns entre participantes do grupo e sugerem que, no instante inicial, as motivações eram vivenciar a Educação a Distância on-line e construir a identidade de pesquisadores em Educação Matemática. Esses motivos favorecem o entendimento de que o objeto está, inicialmente, relacionado à possibilidade de ascensão profissional e qualificação acadêmica (Figura 11).

Várias observações desse grupo de professores podem ser resumidas na colocação final de Vânia, ao destacar que o seu interesse está vinculado à possibilidade de abertura de um futuro polo da Universidade Aberta do Brasil (UAB) na sua cidade. Ela já atua no ensino superior, e da sua fala é possível inferir que o curso Ten-



dências também pode ser visto como um meio de formação/capacitação que futuramente poderá alavancar a carreira profissional. Outro fator enfatizado pelos demais participantes aparece no comentário de Sílvia: a busca de ajuda para a qualificação acadêmica. Diante dessas considerações, é possível esboçar uma representação triangular inicial do sistema de atividade desse grupo (Figura 11).

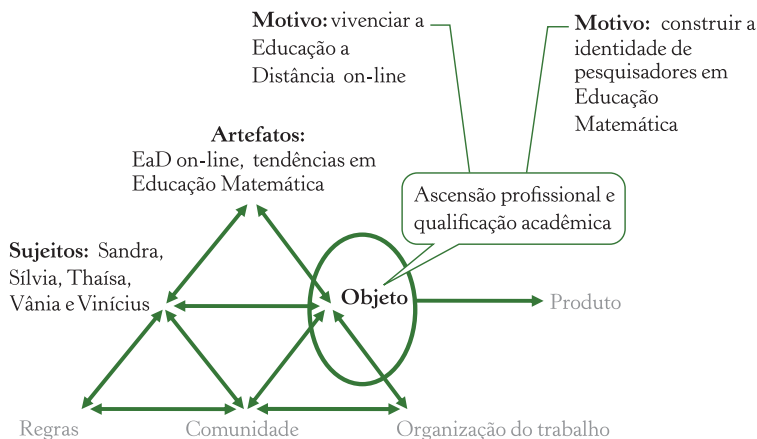


Figura 11 – Primeira representação do sistema de atividade do Grupo 1-2010

Com relação à representação triangular da Figura 11, além dos motivos e do objeto, é preciso destacar que no papel de sujeitos estão Sandra, Sílvia, Thaísa, Vânia e Vinícius. Na função de artefatos e, portanto, a princípio, como mediadores das relações entre os sujeitos e o objeto, estão a EaD on-line e as tendências em Educação Matemática. O tratamento dado às regras e a forma como foi organizado o trabalho, bem como a caracterização da comunidade e a identificação do produto da atividade, serão analisados na medida em que o sistema for sendo desenvolvido.

Durante a realização da proposta de atividade, em particular no momento que envolvia o estudo das cônicas, ocorreram novos movimentos nesse sistema de atividade. A organização do trabalho começou a ser desenhada de acordo com as regras estabelecidas pelos organizadores e os encontros aconteceram na sala de bate-papo

própria do grupo. Nesse caso, é possível afirmar que o multiálogo, entendido como a forma como o diálogo se estabelece em um chat (Borba; Malheiros; Amaral, 2011), apresenta-se como uma regra nesse sistema (Figura 12).

Houve também uma espécie de revezamento nas funções de relator e mediador no decorrer de dezesseis encontros extras, que duraram em média três horas cada um, o que sugere traços de um trabalho colaborativo, conforme ilustrado na Figura 12.

No início do estudo da parábola, o GeoGebra passou a fazer parte do sistema de atividade, desempenhando o papel de artefato, porque havia o passo a passo que orientava as construções com o uso desse aplicativo. Entretanto, no desenvolvimento da proposta de estudo, mais especificamente, no momento em que as questões retiradas dos livros didáticos estavam em discussão, prevaleceu um impulso inicial em realizar o trabalho “no braço” – expressão utilizada pelos professores para caracterizar o uso de lápis e papel, pois, para alguns deles, a solução com essas mídias se mostrava evidente, enquanto, para outros, esses recursos remetiam a um tipo de “segurança”, “legitimação de ideias”. Nesse momento, a mídia lápis e papel passou a exercer a função de artefato, e o GeoGebra ficou momentaneamente fora do sistema de atividade. Esses movimentos mostram alterações no sistema apresentado na Figura 12 em relação à representação inicial (Figura 11).

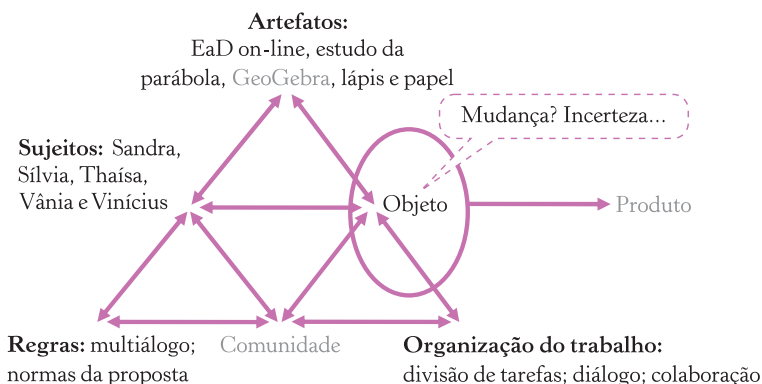


Figura 12 – Segunda representação do sistema de atividade do Grupo 1-2010

Nesse momento do trabalho, representado na Figura 12, pareceu que uma nova proposta de estudo estava sendo desenhada pelo grupo e, com isso, o objeto que talvez se relacionasse com ela estivesse em processo de transformação. Isso porque os professores não recorreram ao GeoGebra, inicialmente explorado nas construções, para solucionar as questões retiradas dos livros didáticos.

Contudo, essa possível “nova” proposta mediada pela mídia lápis e papel não se configurou como um objeto (Engeström, 1987), nem mesmo como um problema (Borba, 1994, 2009; Saviani, 1985), no sentido de constituir um obstáculo a ser superado. Ao contrário, mostrou-se trivial e até mesmo superficial para os participantes, não demandando maiores esforços para encontrar a solução.

No entanto, o sistema de atividade apresentado na Figura 12 não estava estabilizado. Ocorreram novas movimentações dentro do grupo que provocaram alterações no sistema. O recorte a seguir é um bom exemplo desses movimentos. Ele retrata o processo adotado na resolução da questão *j* do estudo da parábola: “Dada a equação  $y^2 = -8x$ , trace o gráfico, determine suas coordenadas de foco e a equação da diretriz”.

O grupo de início adotou um procedimento de produção de matemática que pode ser considerado padrão entre professores, que consiste em utilizar lápis e papel para “pensar com” e encontrar uma solução algébrica empregando técnicas analíticas conhecidas e usualmente encontradas em livros didáticos. Em soluções como essas, a mídia lápis e papel protagoniza o papel de artefato, como representado na Figura 12. Esse tipo de procedimento é simples, e muitas vezes foi considerado evidente pelos participantes do grupo, como se depreende das palavras de seus membros: a solução “salta aos olhos”. Entretanto, ao discutir a solução, Thaísa escreveu:

**20/04/2010**

**Thaísa Sim, (-2,0).** Vinícius, o que eu quero fazer é determinar o foco e a equação da diretriz diretamente no software.

Essa colocação aflorou no momento em que Thaísa conseguiu relacionar a questão atual com as construções iniciais, em que se es-

timulou um “pensar com” o GeoGebra (Borba, 1999). Esse “querer fazer” pode ser considerado um esforço para superar o impulso inicial de encontrar uma solução que se mostrava mais evidente? Seria uma tensão? Seria o início de um miniciclo?

Antes de Thaísa pronunciar-se, o grupo seguia um caminho “normal” para ele: a busca de soluções usando a mídia lápis e papel, desconsiderando o trabalho realizado inicialmente com o GeoGebra. Nesse momento, parece ter havido uma predominância do processo de internalização (Engeström, 1999b), ou seja, a repetição das formas de produção matemática usuais para esses professores.

Quando Thaísa pronunciou-se, sinalizou em direção a algo diferente, que podia ser considerado novo para esse grupo de professores. De acordo com Engeström (1999b), isso pode marcar o começo do processo de externalização. Os feedbacks desse software nas situações anteriores foram, em grande parte, responsáveis pelo despertar do interesse de Thaísa.

Diante do exposto, parece-nos que as respostas para as questões suscitadas anteriormente podem ser positivas. O querer expressa vontade, desejo, intenção, e o fazer remete ao agir, ao realizar, ou seja, o querer fazer pode ser lido como uma intenção de ir além e superar uma situação estabelecida. Além disso, de acordo com a teoria da atividade, um tipo de tensão pode ocorrer quando algo novo é introduzido (Engeström, 2001). Nesse caso, o GeoGebra é o “algo novo” que foi introduzido e entrou em choque com o que era, até então, o padrão dominante no grupo: resolver com lápis e papel.

Thaísa expressou um desejo em relação a algo que parecia incompleto, por não ter sido utilizado o software para encontrar a solução. Esse desejo foi compartilhado por todos, que, imediatamente, sob a liderança de Vinícius, mobilizaram-se. Nesse momento, o GeoGebra voltou a fazer parte do sistema de atividade, exercendo a função de artefato. Esse pode ser um marco inicial para o que consideramos um miniciclo de aprendizagem expansiva, porque há interesse coletivo em buscar o desconhecido. Em outras palavras, a

procura por artefatos que pudessem contribuir para transformar a produção matemática desse grupo de professores (a externalização) começou a intensificar-se.

**20/04/2010**

**Vinícius** Construí um pto qualquer sobre a parábola, depois construí uma reta perpendicular até  $x$ . Criei um pto em comum entre a reta e o eixo  $x$  [...]. Vou salvar e mandar para vcs... e prepara melhor a explicação para amanhã.

**Tháísa** Tá bom, vou tentar fazer isso e depois conversamos...

**Sandra** Vou tentar fazer isso para conversarmos amanhã... eu não consegui fazer com o GeoGebra.

**Vinícius** Esquece... deu errado...

Esse diálogo reforça a ideia de que o trabalho com o GeoGebra, além de coletivo, é dialógico e colaborativo. Vinícius e seus colegas realizaram testes, simulações, experimentos com o software, na tentativa de buscar possíveis soluções e entendimentos. Esse comportamento indica também que o processo de moldagem recíproca ocorre de modo parcial, porque o GeoGebra moldou as ações do grupo, na medida em que seus feedbacks influenciaram o raciocínio dos professores, ou seja, as respostas do aplicativo às ações do grupo reorganizaram o pensamento coletivo. Esse fato sugere que, a princípio, esse software desempenhou o papel de artefato mediador da atividade.

Na representação triangular do sistema de atividade da Figura 13, a moldagem recíproca não aparece de forma explícita, mas o fato de o GeoGebra passar a fazer parte do objeto da atividade, na medida em que o sistema avançou, pode ser considerado um indicativo de que esse processo aconteceu.

Esses movimentos encaminham o trabalho em direção à abordagem experimental-com-tecnologias (Borba; Villarreal, 2005) e geraram alterações no sistema, que podem ser constatadas na terceira representação triangular da Figura 13.

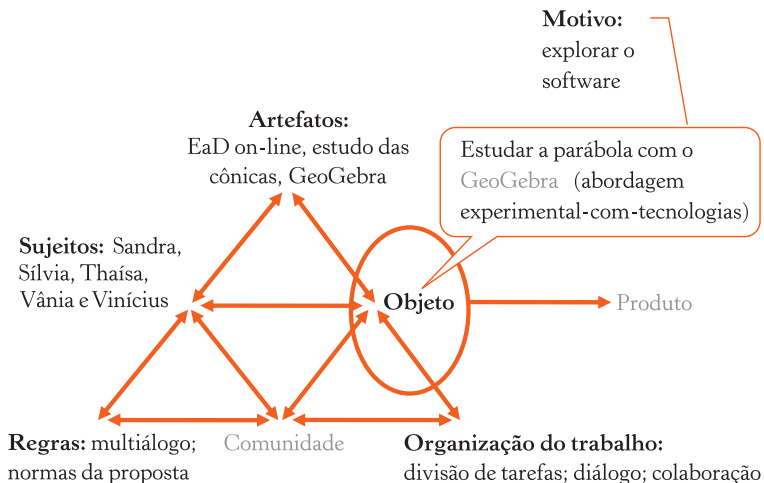


Figura 13 – Terceira representação do sistema de atividade do Grupo 1-2010

O objetivo de Thaísa de “determinar o foco e a equação diretriz diretamente no software” foi compartilhado pelos demais sujeitos do grupo. Pode-se dizer, então, que esse objetivo comum gerou um novo motivo (Kawasaki, 2008): explorar o software, o que de imediato remete ao objeto (Kaptelinin, 2005), estando diretamente relacionado ao estudo da parábola com o GeoGebra e indiretamente à abordagem experimental-com-tecnologias, uma vez que o estudo das cônicas seguiu a orientação dessa abordagem (Figura 13). Essas alterações desencadearam novos movimentos no trabalho do grupo.

**21/04/2010**

**Thaísa** Calculamos o foco, mas não sabíamos como fazer isso diretamente no GeoGebra...

**Vinícius** Vamos inserir uma equação, vamos abrir álgebra (em branco) e colocar  $p = 2$  e  $x^2 = 2 * p * y$ , teremos a parábola passando pela origem. Vamos fazer um caso genérico pra aquecer. Depois todo mundo tenta no exemplo proposto pela atividade.

**Thaísa** Sim...

**Vinícius** Após usar vários recursos do GeoGebra, decidi fazer uma coisa que sempre falo aos alunos, que às vezes devemos dar um passo para trás para podermos dar muitos outros à frente (quase nunca faço).

**Sandra** Ok. . . rrsrsrr

**Vinícius** Foi o que fiz, voltei ao início da atividade 1 e observei algumas coisas: que a reta mediatriz ( $m$ ) é tangente à parábola, em todos os pontos da parábola, mais precisamente. Todo mundo concorda com isso? Estão lembrados?

No trecho do diálogo reproduzido, o ato protagonizado por Vinícius de voltar ao início do trabalho e “rever algumas coisas” sugere que o “pensar com” o GeoGebra propiciou movimentos de reorganização em seu pensamento (Tikhomirov, 1981; Borba, 1999). Essas reorganizações podem ter originado a necessidade de compreender os conceitos envolvidos com maior profundidade, ou pelo menos de revisitá-los com mais atenção.

No entanto, apesar do empenho do grupo, a solução não foi facilmente encontrada. Isto estimulou novas discussões sobre diferentes possibilidades de resolver a questão, como a construção de um “caso genérico”, proposta por Vinícius, cuja representação inicial pode ser observada na Figura 14.

A dificuldade para encontrar uma solução pode ser atribuída a dois fatores: a pouca “intimidade” com o GeoGebra e a falta de compreensão sobre as relações entre as representações algébricas e geométricas envolvidas na construção da parábola. O diálogo anterior entre Thaísa, Sandra e Vinícius de certa forma indica isso. Thaísa explicitou que o grupo não conseguiu encontrar a solução com o GeoGebra e Vinícius reconheceu que precisou rever as construções iniciais. Esse momento é o ponto de partida de um novo segmento dentro do sistema de atividade, de uma nova direção do miniciclo de aprendizagem expansiva. O grupo abandonou momentaneamente a questão e caminhou em direção à nova proposta de Vinícius: encontrar uma solução para o caso genérico, algo válido para todas as parábolas. De acordo com Engeström (1999b), esse tipo de compor-

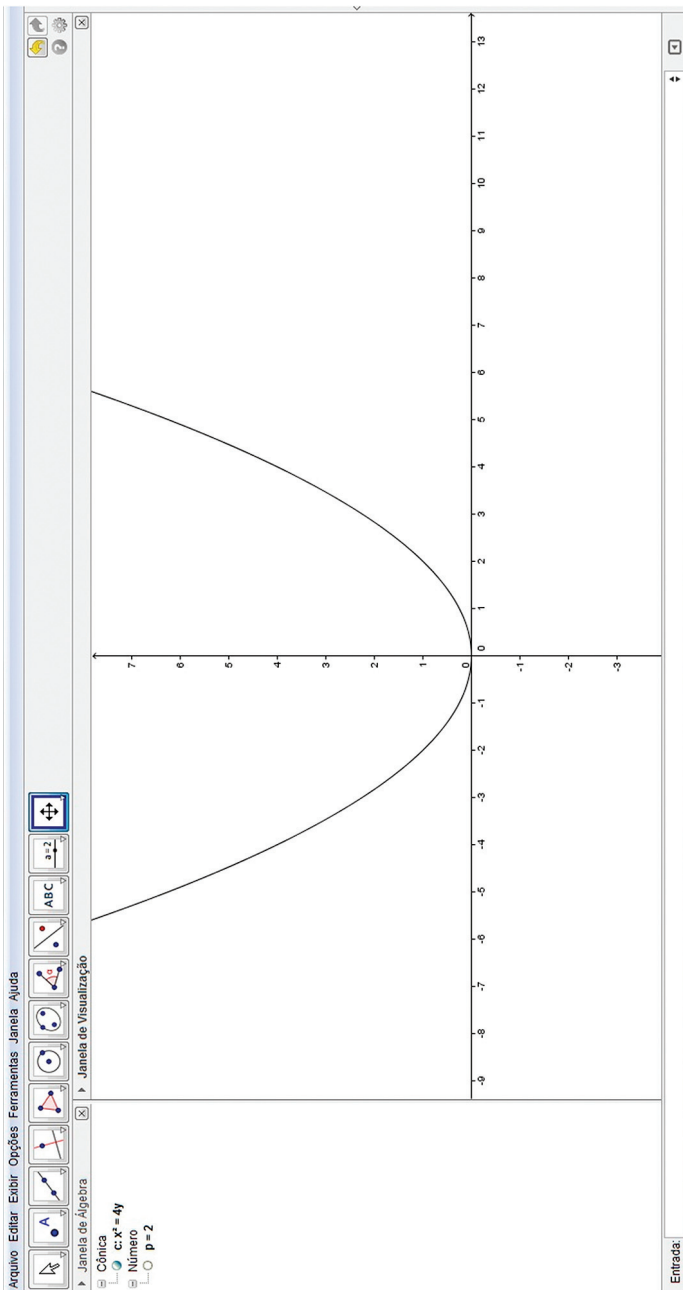


Figura 14 – Primeira fase da construção do “caso genérico”



tamento em busca de novos encaminhamentos ou soluções sugere que o processo de externalização pode ter se intensificado.

O que chamamos de “novo segmento”, neste livro, é congruente com o que Hardman (2007) considera uma quebra, interrupção ou pausa no fluxo do script legítimo (planejamento do professor). Nesse caso, Vinícius, ao dar nova direção para o script legítimo, assumiu o papel de professor. Identificar esses rompimentos ou mudanças de direção pode auxiliar na identificação do objeto da atividade, pois permite captar o que se está trabalhando e a motivação para o agir. Na Figura 15 é possível verificar essas mudanças que ocorreram no sistema de atividade do grupo.

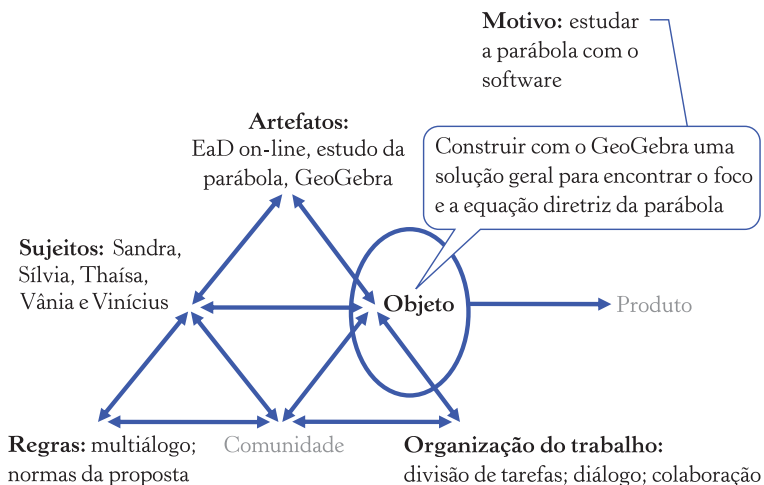


Figura 15 – Quarta representação do sistema de atividade do Grupo 1-2010

Na Figura 15, a aproximação ao objeto foi elaborada com base nas discussões de Daniels (2011), que propõe encaminhamentos que podem ser resumidos na questão: O que se está trabalhando? Uma resposta plausível é que se está trabalhando na construção de uma solução geral para encontrar o foco e a equação diretriz da parábola com o GeoGebra. Relacionado a esse objeto, está o motivo para o “agir”: Por que se está trabalhando? Uma resposta possível: estudar a parábola com o software.

O diálogo e a Figura 16 a seguir marcam o início do trabalho liderado por Vinícius, que representa um novo segmento do miniciclo de aprendizagem expansiva e está relacionado à representação triangular da Figura 15.

**21/04/2010**

**Vinícius** Então criei um pto qualquer sobre a parábola e por esse uma reta tangente. E observei onde ela (reta tangente) intercepta o outro eixo, e nesta intersecção criei um pto.

**Sandra Sim**, Vinícius, também observei isso.

**Vinícius** Se vcs clicarem sobre o pto e pressionarem as setas verão a tangente passando por todos os pto.

**Thaísa** Ok, podemos ver o movimento da tangente direitinho.

**Vinícius** Exato. Sílvia e Sandra, como estão?

**Sílvia Sim**.

Na medida em que Sandra, Sílvia, Thaísa e Vinícius empenhavam-se para encontrar uma solução, iam explorando o software e descobrindo suas potencialidades. Uma das especificidades de softwares dinâmicos como o GeoGebra é o recurso Arrastar, que permite a análise de uma construção geométrica em diferentes posições. No diálogo anterior, Vinícius propôs a utilização desse recurso para verificar a relação de tangência entre a reta e a parábola (Figura 23). Com base nas ideias de Tikhomirov (1981), Lévy (1993), Borba e Villarreal (2005), entendemos que essa particularidade desse tipo de software possibilita reorganizar o pensar matematicamente de forma diferente, em termos qualitativos, de quando pensamos com uma construção estática, construída com lápis e papel, por exemplo.

Essa reorganização qualitativa do pensar é coletiva e colaborativa. O caráter colaborativo também foi observado no diálogo anterior, em que foi possível verificar a forma harmônica como o trabalho desenvolveu-se no grupo. Essa harmonia parece reforçar o sinal de mudança no sistema de atividade, porque evidencia a convergência de objetivos, materializada na busca de uma “solução genérica” com o GeoGebra.

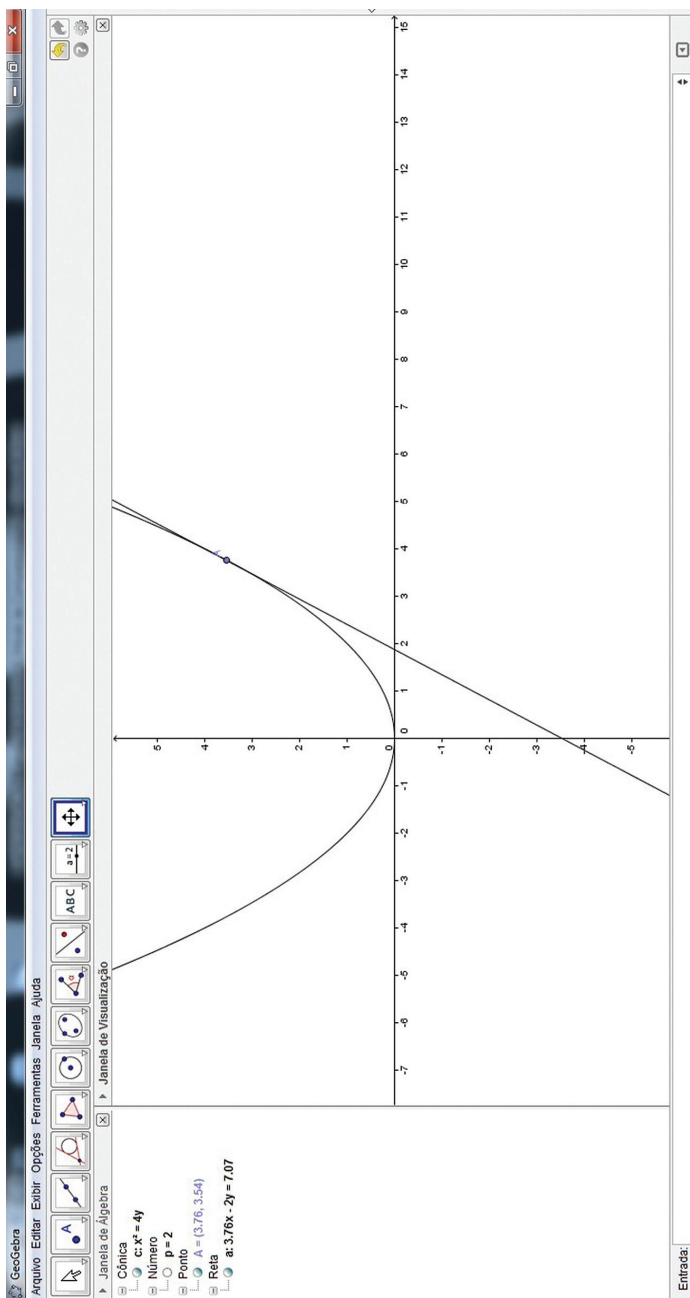


Figura 16 – Segunda fase da construção do “caso genérico” do Grupo 1-2010

A cadência desses movimentos sugere que houve uma preocupação com o outro, em particular quando os participantes tiveram o cuidado de avançar somente após todos terem sinalizado que haviam compreendido a discussão. Essa postura do grupo indica que a organização do trabalho, no sistema de atividade do grupo, foi pautada em um pensamento coletivo, construído com diálogo e colaboração.

**21/04/2010**

**Vinicius** Ok, vamos adiante. Observei onde ela (reta tangente) intercepta o outro eixo (**y**) e nesta intersecção criei um pto pensando no processo inverso. Tô querendo criar algo parecido com a reta mediatriz... Bom, agora o bicho pega. Tive a ideia de construir a mediatriz entre estes ptos como processo inverso da construção inicial. Essa mediatriz intercepta **y** no pto que faz papel de foco da parábola. Criei um pto nesta intersecção.

**Sílvia** Faz sentido, independente do lugar do ponto no eixo **y**.

**Vinicius** Todos acharam a mediatriz?

**Tháisa** Nossa... geometria definitivamente não é meu forte, por isso minha dissertação foi em álgebra...

**Vinicius** Pessoal, precisamos saber o pq disto estar dando certo... eu mesmo fiz na intuição... mas o fato é que fiz para várias, mtas, e toda essa mediatriz cortou o **y** no foco.

**Tháisa** Sim, dá certinho...

O avanço das discussões indica que os conceitos envolvidos não estavam totalmente compreendidos ou que as relações existentes entre as representações algébricas e geométricas não estavam claras. A resposta construída com o GeoGebra condicionou o pensamento dos professores, uma vez que seus argumentos foram baseados no recurso visual do software. A exploração visual das relações algébricas e geométricas, a partir das várias posições de uma mesma figura, possibilitada pelo recurso Arrastar desse aplicativo, pode ter favorecido o surgimento de uma tensão no sistema de atividade. Isso porque a produção matemática com o GeoGebra parece ter

introduzido procedimentos que não faziam parte das estratégias comumente utilizadas pelos professores do grupo.

Esse momento foi marcado por movimentos intuitivos, como Vinícius deixou claro no diálogo anterior. Porém, existe a preocupação com a produção de argumentos matemáticos que expliquem a solução, mas o grupo não se ateve a isso nesse momento. O trabalho seguiu em um movimento “cadenciado”, de modo que todos pudessem discutir e contribuir.

**21/04/2010**

**Vinícius** Vamos construir um pto neste “suposto foco” todo mundo junto? Entendido?

**Tháísa** Sim, o ponto é  $(0,1)$ .

**Vinícius** Agora, pra fazer a reta diretriz, temos que usar a definição de parábola... distância de qualquer pto da parábola é a mesma do foco e da reta diretriz, certo?

**Sílvia** Achei a diretriz já... [...] Fiz uma perpendicular por A (pto qq da parábola), daí, no lugar onde encontra a mediatriz q a gnt fez agora, fiz um ponto D (mediatriz do ponto A com o ponto que colocamos no eixo **y**)... Daí fiz uma paralela ao eixo **x**, passando por este ponto D.

**Vinícius** Tentarei, parece mais lógico que o meu...

**Sílvia** Graças ao meu noivo que tá fazendo junto comigo aqui =; ele tbm é de matemática, rsrs.

**Vinícius** Ah, que bom... mto melhor que o meu... graças a Deus e à Sílvia... kkk ou ao noivo da Sílvia...

A Figura 17 retrata, em certa medida, o resultado do pensamento coletivo e do esforço colaborativo do grupo. Para finalizar essa construção, o grupo contou com a participação direta do noivo de Sílvia, que, nesse caso, pode ser considerado um representante da comunidade que compõe o sistema de atividade do grupo (Figura 18), porque, apesar de não fazer parte dele, auxiliou na mediação da relação entre os sujeitos e o objeto da atividade.

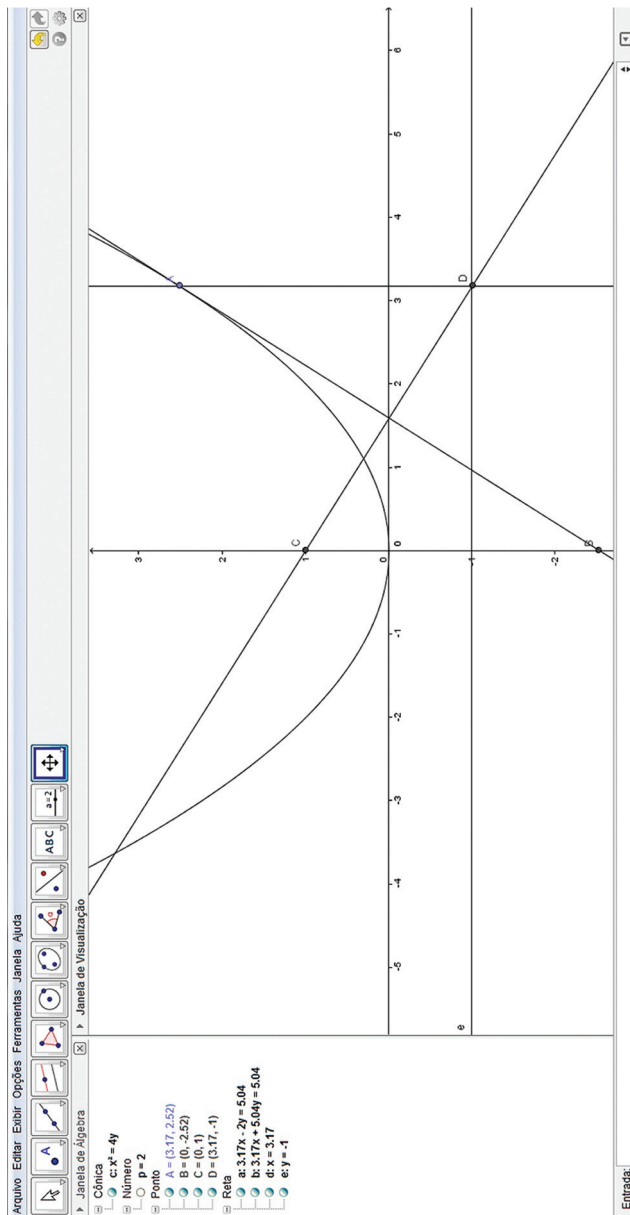


Figura 17 – Terceira fase da construção do “caso genérico” do Grupo 1-2010

A mobilização desse grupo quebrou o script legítimo (Hardman, 2007), porque alterou, em parte, a proposta inicial, uma vez que o interesse foi direcionado para a busca de uma solução geral. Os passos dessa construção determinariam, de acordo com as conjecturas formuladas até então, as coordenadas do foco e a equação da reta diretriz de quaisquer parábolas. Entretanto, essa terceira fase de construção do caso genérico (Figura 17) não indica a finalização do miniciclo de aprendizagem expansiva, ao contrário, o grupo retoma a necessidade de produzir argumentos matemáticos que expliquem a solução. Esse movimento, representado na Figura 18, indica avanços do miniciclo.

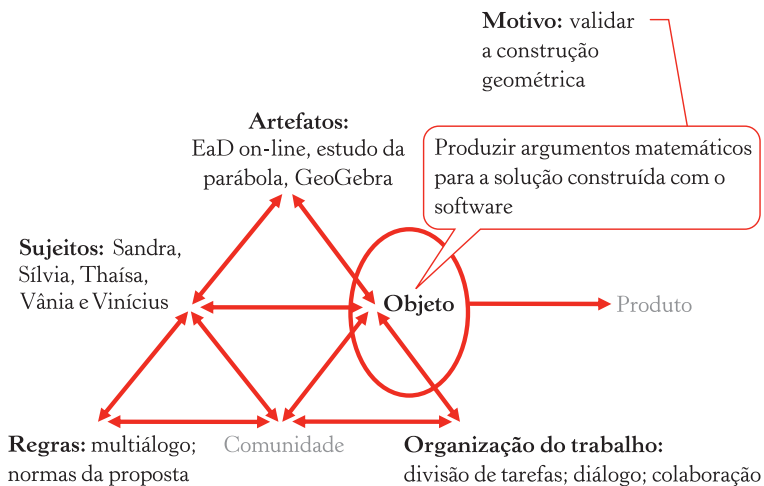


Figura 18 – Quinta representação do sistema de atividade do Grupo 1-2010

Outras mudanças aparecem em destaque nessa representação triangular do sistema de atividade do Grupo 1-2010. A partir da finalização da construção geométrica para o “caso genérico” há uma transformação no motivo da atividade: antes era estudar a parábola com o software, depois passou a ser validar a construção. Ligado a esse motivo está o objeto, que também foi transformado:

produzir argumentos matemáticos para a solução construída com o software.

Além dessas mudanças, é possível identificar os participantes da comunidade desse sistema. No diálogo anterior, Sílvia destacou a participação do seu noivo no processo de construção geométrica. No diálogo a seguir, a sugestão de compartilhar as dúvidas que surgiram durante a construção indica que o professor Marcelo, esta autora e os demais grupos também podem ser considerados membros dessa comunidade.

**21/04/2010**

**Sílvia** Haha... rendeu essa construção.. mas temos que ver a justificativa certa...

**Tháisa** Certo... alguma consideração sobre a questão do foco? temos que pensar qual a relação dele com a mediatriz, certo?

**Vinícius** A ideia inicial que tive, mas não tô sabendo como dizer isso, é assim... Diagonais, se penso na diagonal de um quadrado.

**Sílvia** Acho que o quadrado, neste caso, fica para um caso específico (mexendo com o ponto da parábola etc.).

**Vinícius** Isso... me convenci disto sim, agora... mas foi a primeira ideia que tive.

**Sílvia** Estou entendendo o q vc está falando, mas a gnt não tá conseguindo dar o último passo e concluir... tô tentando lá ainda...

**Vinícius** Qual?

**Sílvia** Que aflição... hehe, mas isso que eu gosto na matemática... tentar e tentar e tentar...

**Vinícius** Acho que tem a ver com pts colineares, mas tô mto enferrujado nesta parte de geometria.

**Sílvia** Viu... o que vcs acham de a gnt levar esta dúvida para amanhã e prosseguirmos com as atividades?

**Tháisa** Era bem o que ia dizer...

**Vinícius** Pode ser... ok, vamos levar o milagre sem saber o santo.

Para Lévy (1993), diferentes ecologias cognitivas geram distintos modos de pensar e condicionam a forma de produzir conhecimento.



O autor afirma que, de modo particular, as tecnologias informáticas englobam aspectos da oralidade e da escrita, rompendo com a linearidade do pensamento e permitindo a utilização de imagens, sons, textos e vídeos para a formulação de ideias. As argumentações do grupo foram construídas com base nas imagens produzidas pelo software, o qual permitiu que a construção geométrica, arrastada pela tela, pudesse ser analisada em diferentes posições e, ao mesmo tempo, verificar as implicações desses movimentos dinâmicos na representação algébrica. Esse tipo de potencial do GeoGebra pode ter propiciado um pensar matematicamente diferente de quando se realiza uma construção estática no papel, ou de quando apenas existe uma expressão oral sobre ela, sem nenhum tipo de recurso visual (Borba; Villarreal, 2005). Desse modo, o GeoGebra parece ter contribuído para que os professores pensassem nos conceitos envolvidos na construção da parábola de uma forma qualitativamente distinta daquela em que haviam pensado quando elaboraram a solução com lápis e papel.

No diálogo, quando Sílvia propõe “levar esta dúvida para amanhã”, refere-se ao chat maior, que reúne todos os grupos. O grupo decidiu compartilhar com os demais grupos as suas descobertas e incertezas. Antes disso, em virtude do tempo, resolveu avançar em outras construções. Entretanto, a problemática anterior está a todo momento presente nas discussões, inclusive no estudo sobre a parábola com o vértice fora da origem, como pode ser observado no diálogo a seguir.

Ao debater esse aspecto, o grupo concluiu que a construção que havia feito anteriormente não era válida para todas as parábolas, apenas para aquelas com o vértice na origem, e que para os outros casos era preciso traçar o eixo de simetria. Esses movimentos remetem às ideias de Engeström (1999a), para quem existem dois tipos de tempo: o tempo ação, que é linear e finito, e o tempo atividade, que é cíclico, expansivo e recorrente. Em que tempo estaria esse grupo? Os movimentos verificados no diálogo a seguir sugerem que está no tempo atividade, pois, mesmo focado em outra

questão, retoma a todo instante a discussão iniciada na questão “abandonada”.

**21/04/2010**

**Vinícius** Sílvia, por ex.,  $x^2 = y^2 + z^2$ , para todos os triângulos retângulos, então o nosso processo só dá certo para parábolas com vértice na origem... entenderam?

**Thaísa** Sim, pode ser... mais uma dúvida, ou melhor, um aumento na dúvida anterior...

**Sílvia** AHHHHHHH... agora entendi.

**Vinícius** Não sabemos explicar pq nada dá certo e só dá certo para um tipo de parábola...

**Sílvia** Para dar certo com o vértice fora da origem, basta a gente fazer o eixo de simetria da parábola.

**Sílvia** E a tangente vai passar pelo eixo de simetria da parábola deslocada...

**Vinícius** Claro que passa pelo pto (2,3), EXATO... esse seu noivo é bom, hem ... kkkkk

**Thaísa** Hahahahaha. Parabéns, noivo (ou Sílvia, sei lá)!

**Sílvia** Foi ele!

**Vinícius** Isso, eixo de simetria, onde a tg corta o eixo de simetria....

**Thaísa** Sim, concordo...

**Sandra** Agora me parece lógico...

**Sílvia** Idem.

**Vinícius** Ufa, toda aquela novela pra ficar reduzido ao caso específico...

Um sentimento de satisfação tomou conta do grupo e impulsionou o trabalho. O noivo de Sílvia trouxe contribuições em momentos em que o trabalho do grupo parecia intrincado. Essa participação remete ao papel que a comunidade pode desempenhar em um sistema de atividade.

O diálogo entre Vinícius, Thaísa, Sílvia e Sandra é parte do último debate do grupo antes do chat maior, no qual finalmente foi colocado em discussão o “caso genérico”. Nesse chat, que ocorreu em

22 de abril de 2010, esse grupo de professores experimentou certa frustração porque os outros grupos não conseguiram contribuir, muitos sequer haviam se reunido. Diante dessa situação, o Grupo 1-2010 chegou a solicitar a finalização do processo, a elaboração de argumentações matemáticas para a construção em pauta. Para não dar respostas prontas, foi feita a contraproposta de abrir um fórum para a discussão dessa e de outras questões de cunho matemático. Nesse fórum, houve uma boa participação, porém as reflexões sobre essa questão, em particular, não avançaram.

Com o passar do tempo, o desinteresse em buscar argumentações para essa construção parecia tomar conta do grupo. Procuramos resistir ao máximo para não apresentar uma resposta final. Os seus participantes pareciam cada vez mais apáticos diante da situação, talvez decepcionados e também preocupados com o trabalho que se acumulava em virtude do tempo despendido na questão.

Oferecemos algumas sugestões, na tentativa de gerar novos estímulos, sempre com a preocupação de não interferir no trabalho do grupo. Resistimos a formular as respostas da forma como seus componentes queriam por dois motivos. Um deles liga-se à trajetória desta autora, que há mais de dez anos trabalha com formação continuada de professores e acredita que eles devem ter a oportunidade de vivenciar situações desafiadoras como essa, pois só então poderão um dia propô-las aos seus alunos. O outro motivo está relacionado à pesquisa que originou este livro, na qual, apesar de ter sido adotada a teoria da atividade como referencial teórico-metodológico, ela não foi utilizada como uma metodologia intervencionista, no sentido de o pesquisador intervir no momento do desenvolvimento da atividade a ponto de provocar transformações expansivas no sistema. Desse modo, qualquer movimento da parte desta autora poderia modificar os movimentos do sistema. Então, na tentativa de resgatar o entusiasmo do grupo, e sem saber ao certo em que medida poderia interferir no trabalho deles, limitamo-nos a oferecer sugestões sobre o possível ponto de partida para o grupo construir as argumentações matemáticas relativas à construção representada na Figura 19 adiante.

**24/04/2010**

**Daise** Bom, algumas observações a respeito da construção. Para vcs justificarem acho que o melhor caminho é partir para a congruência de triângulos.

**Vinícius** Precisamos ter foco... Acho melhor partir da tua sugestão... semelhança de triângulos. Temos que justificar pq a mediatriz entre os pto A e D passa pelo ponto F (foco).

**Tháísa** Tô meio perdida... estamos olhando pra dois triângulos semelhantes: AFD e AF'D, certo? Mas acho que eles teriam que ser congruentes, isso sim.

**Sílvia** Certo.

**Vinícius** Temos um losango, certo? As diagonais de um losango dividem em quatro triângulos congruentes (caso LLL).

**Sílvia** Bom... se é mediatriz, temos os ângulo de 90 graus do segmento FF'. E como AFF' é isósceles, a altura desse triângulo passa pelo pto médio de FF' (não sei se isso vai ajudar... mas é no que eu estou pensando...). Assim, F e F' são equidistantes...

**Tháísa** Sim, eu concordo... mas ainda não consigo ver relação disso com justificar que a mediatriz entre A e D passa por F.

**Sílvia** Será que é pq AFD é isósceles e a altura passa pelo pto médio do segmento AD? ou algo nesse sentido...

**Vinícius** Poderíamos justificar assim, pela def. de parábola temos que os AF e AF' (segmentos) são congruentes e que pela construção da parábola a reta tangente é mediatriz dos pontos F e F'. Logo os triângulos são congruentes pelo caso LAL. OK, procede isso? Pensei em trabalhar com AFD, mas não sabemos nada do ponto D. Se trabalharmos com F', temos, pela definição de parábola, que os lados AF e AF' são congruentes... CERTO? FD não nos garante nada, por mais que saibamos que ele também é congruente... mas até o momento queremos chegar na bendita mediatriz dos pto A e D, mas temos que justificar a congruência entre os lados... para chegar até lá...

**Sandra** Eu vejo que a sua justificativa é lógica, Vinícius, não sei se ainda iremos discutir isso na próxima aula, mas, se sim, isso

poderia ser colocado ao gde grupo... talvez eles tenham encontrado outra(s)...

**Vinícius** Tchau e boa noite, tô fazendo mais matemática do que fiz na faculdade...

Nesse diálogo, no primeiro comentário, Vinícius referiu-se à sugestão desta autora, e parece ter confundido os conceitos de congruência e semelhança de triângulos. A confusão passou despercebida pelo grupo, que continuou a discussão utilizando o termo “semelhança”, até que Thaísa chama a atenção dos demais. A discussão prosseguiu, o grupo percebeu que o trabalho estava cada vez mais atrasado. Apesar de Sandra sugerir que a discussão fosse compartilhada no grande grupo, esse grupo decidiu continuar o debate por e-mail e, paralelamente, nos chats, as questões restantes foram solucionadas.

Após algumas trocas de e-mails, o grupo finalmente chegou ao resultado final, representado na Figura 19. Todo o trabalho culminou na elaboração de algumas argumentações matemáticas que justificam a construção, e que foram postadas no fórum de discussão “GeoGebra e geometria analítica”, apresentadas na sequência.

Dada uma parábola  $c$  e o seu eixo de simetria  $s$ . Se tomarmos um ponto  $A \in c$  e por ele traçarmos uma reta tangente à curva  $c$ , obteremos o ponto  $D$  na intersecção da reta tangente com o eixo de simetria  $s$ . Se traçarmos a mediatriz do segmento  $AD$ , a sua intersecção com o eixo de simetria  $s$  determina o foco  $F$  da parábola e sua intersecção com a reta tangente determina o ponto  $E$ . Ao unirmos os pontos  $A$  e  $F$ , obtemos dois triângulos congruentes,  $AEF$  e  $DEF$ , pelo caso LAL. Por  $A$  traçamos uma reta  $t$  paralela ao eixo de simetria  $s$ , na intersecção de  $t$  com  $m$  (mediatriz do segmento  $AD$ ), e obtemos o ponto  $F'$ . Pela definição de parábola, o segmento  $FA$  deve ter a mesma medida de  $AF'$ .

Verificamos isto: temos que  $r \parallel t$  e as retas  $m$  (mediatriz) e  $a$  (tangente) são transversais que cortam as duas paralelas, logo podemos afirmar que os ângulos  $EDF$  e  $EAF'$  são congruentes.

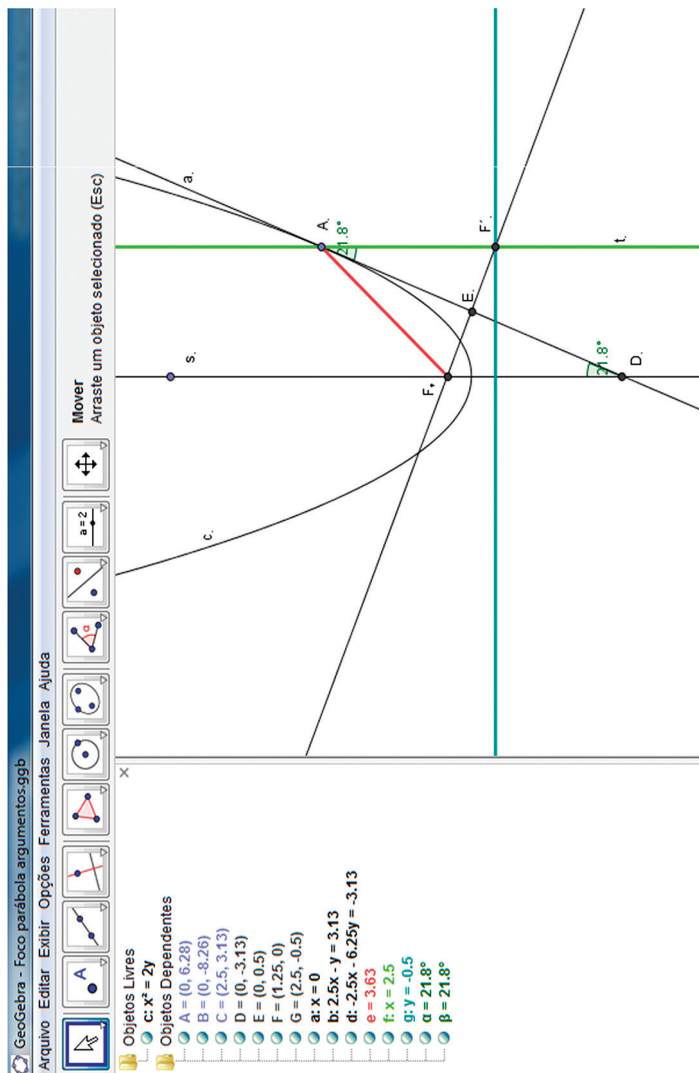


Figura 19 – Construção final do caso genérico

Logo, os triângulos DEF e AEF' são congruentes pelo caso ALA. Encontramos a seguinte relação entre os triângulos:  $AEF \cong DEF$ ;  $AEF' \cong DEF$ . Portanto,  $AEF \cong AEF'$ , logo  $F \cong F'$ . Então F é o foco da parábola e por F' deve passar a reta diretriz, que é perpendicular ao eixo de simetria s.

Essa etapa do estudo do grupo, em que ocorreu a formalização dos conceitos, do ponto de vista matemático, pode ser considerada o final do miniciclo de aprendizagem expansiva do sistema de atividade desse grupo. Os professores conseguiram estabelecer relações entre as representações algébricas e geométricas da parábola e, com isso, houve uma transformação nas formas usuais da sua produção matemática. Para tanto, foram mobilizados vários conceitos matemáticos, que envolveram não só a definição da cônica em si, mas também alguns fundamentos da geometria plana. A influência do software nas reorganizações do pensamento que aconteceram durante o processo parcial de moldagem recíproca foi fundamental para que tais mobilizações ocorressem.

A representação final do sistema de atividade do Grupo1-2010 pode ser observada na Figura 20.

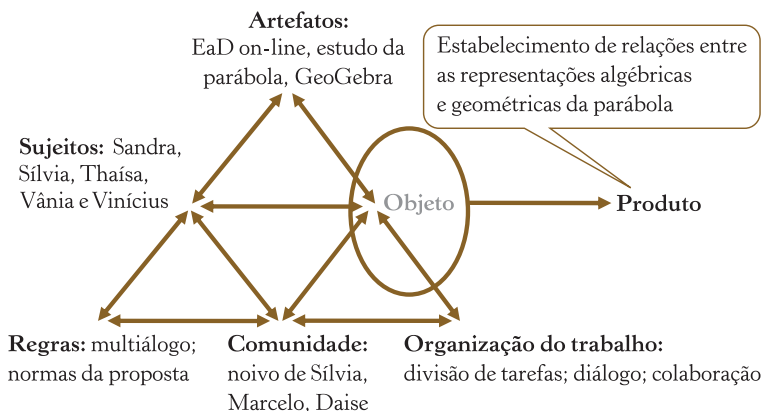


Figura 20 – Representação final do sistema de atividade do Grupo 1-2010

Nessa última representação, o destaque é o produto da atividade que resultou das transformações no sistema e, nesse caso, pode ser

entendido como o estabelecimento de relações entre as representações algébricas e geométricas da parábola.

Na Figura 21 foram sintetizados e sistematizados os movimentos do Grupo 1-2010. Em destaque, aparecem as diferentes representações do sistema de atividade do grupo e como relacionam-se com os avanços do miniciclo.

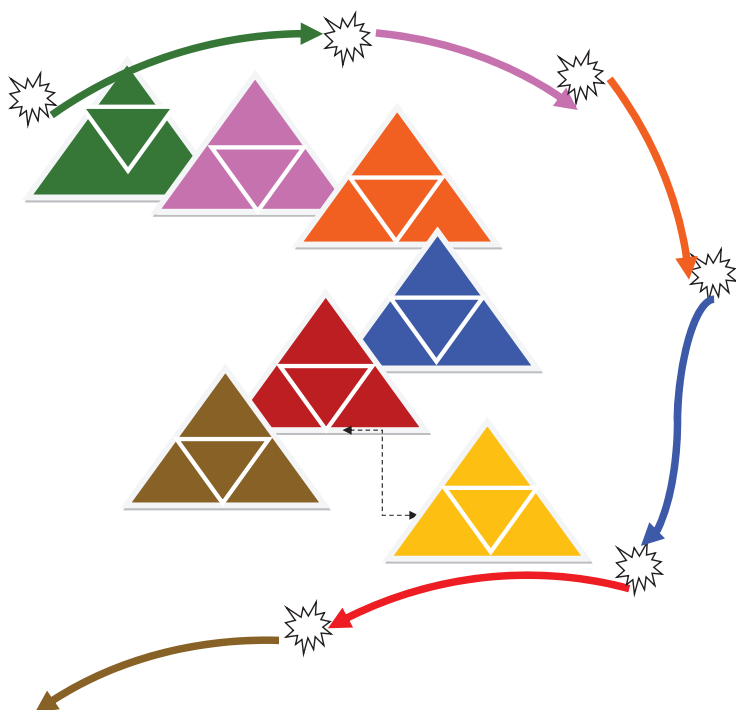


Figura 21 – Ilustração da relação entre o sistema de atividade do Grupo 1-2010 e o miniciclo correspondente

Nessa figura, cada representação triangular corresponde a determinado momento do sistema de atividade do grupo. O triângulo verde, por exemplo, corresponde à primeira representação triangular do sistema, no início do trabalho do grupo, que pode ser verificada em detalhes na Figura 11; o triângulo rosa corresponde à segunda representação (Figura 12), e assim sucessivamente, até



chegar ao triângulo marrom, equivalente à representação final do sistema, apresentada na Figura 20.

Também é possível observar, na Figura 21, a mudança de direção do sistema, ocasionada pela proposta de solução do “caso genérico”, ilustrada pelo triângulo azul. Além disso, a ligação entre o triângulo vermelho e o triângulo amarelo, por meio de uma seta pontilhada, representa a tentativa (sem êxito) do grupo de relacionar-se com os outros participantes no chat maior.

Essas mudanças que ocorreram no sistema são compreendidas com base em seu desenvolvimento histórico, explicado com o auxílio do miniciclo de aprendizagem expansiva. Desse modo, as setas que aparecem em volta das representações triangulares representam os movimentos do miniciclo. Cada uma possui uma cor específica, correspondente às cores das representações triangulares.

A opção por cores iguais não foi por acaso. A intenção foi sinalizar que as mudanças que ocorreram no sistema de atividade estão intimamente relacionadas com o avanço e/ou o desenvolvimento do miniciclo. No início dele e entre as setas, aparecem imagens que podem ser vistas como onomatopeias de uma explosão, para destacar as tensões que surgiram, as quais são consideradas molas propulsoras que podem impulsionar o desenvolvimento do sistema de atividade. Por isso, em seguida a uma tensão aparece uma seta indicando quais transformações estão em processo. Desse modo, na Figura 21, o surgimento de tensões, o desenvolvimento do miniciclo e as mudanças no sistema de atividade devem ser vistos de forma imbricada entre si e com o processo de moldagem recíproca.

De forma simplificada, os movimentos do grupo analisado como um sistema de atividade podem ser assim caracterizados: inicialmente, o objeto da atividade parecia não estar totalmente alinhado com o objeto idealizado pelos organizadores. Porém, no decorrer do curso, o alinhamento dos objetos dos dois sistemas foi acontecendo. Observamos também que solucionar questões apresentadas em livros didáticos, em geral resolvidas com o uso da mídia lápis e papel, utilizando o GeoGebra resultaram, em boa parte, em representações algébricas que se tornaram um problema (Borba, 2009), um

obstáculo para o grupo. O maior obstáculo parecia estar na forma de relacionar as representações algébricas e geométricas. O comentário de Thaísa expressa essa dificuldade: “Nossa... geometria definitivamente não é o meu forte, por isso minha dissertação foi em álgebra...”. A superação de tais dificuldades teve a participação do software (com destaque para o recurso Arrastar), pois seus feedbacks influenciaram o raciocínio dos professores.

A opção do grupo em trabalhar com o “caso genérico” mudou a direção do que havia sido planejado por nós, organizadores. Durante o processo de busca por soluções para esse caso, as interações com o GeoGebra aumentaram e, com isso, os processos de testar, experimentar e simular intensificaram-se. Os movimentos, em alguns casos intuitivos, ocorriam de forma rápida, e a cada ação dos professores havia uma resposta do aplicativo que reorganizava o pensamento deles e conduzia a outra ação, e assim sucessivamente, como se as ações estivessem sendo moldadas pelo software (Borba; Villarreal, 2005).

Para finalizar as considerações a respeito do sistema de atividade do Grupo 1-2010, destacamos, mais uma vez, os movimentos do GeoGebra, que acabou desempenhando dois papéis: o de artefato e o de objeto da atividade.

## **Em busca de soluções específicas**

Ao contrário do grupo de professores que propôs a construção de um “caso genérico”, o trabalho das professoras que constituíram o Grupo 4-2011 teve como marca a busca por soluções específicas. Elas atuam em diferentes níveis de ensino, que vão desde a Educação Básica até o Ensino Superior, com exceção de Virgínia, que ainda não exerce a profissão. A EaD on-line não é novidade para essas professoras: algumas já a vivenciaram na condição de alunas; outras, na de tutoras; e outras, ainda, tiveram a oportunidade de desempenhar, em momentos distintos, as duas funções. A maioria também conhece o GeoGebra.

**23/03/2011**

**Elza** Moro em Itaperuna [...] e trabalho aqui com uma matrícula no estado e uma no município de Miracema (que é pertinho aqui de Itaperuna). Já atuei também como tutora de um pré-vestibular social e atualmente sou tutora do curso de pós-graduação em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática oferecido pela UFF. Acabei me interessando por essa modalidade! (Postado no fórum de discussão)

**03/04/2011**

**Thaís** Me envolvi em dois projetos do MEC que eram para alimentar o Bioe (Banco Internacional de Objetos de Ensino) e o Portal do Professor. [...] Me apaixonei pelo GeoGebra e passei a utilizá-lo tanto nas minhas aulas, quanto na minha dissertação. [...] Sou moderadora de fórum e isso me faz refletir sobre a contribuição da tecnologia nesse contexto. Hoje sou professora do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) (Postado no fórum de discussão)

Os textos reproduzidos indicam que se, por um lado, o exercício da docência faz ressaltar a heterogeneidade do grupo, por outro, as expectativas em relação ao curso apresentam certa homogeneidade, retratada no objetivo de buscar qualificação profissional e acadêmica (mestrado e doutorado). Nesse sentido, o interesse pelo curso justifica-se pela oportunidade de estudar Educação Matemática.

**22/03/2011**

**Bianca** Como fiquei muito tempo parada com relação aos estudos e pesquisas, estou sentindo vontade e necessidade de estudar sobre Educação Matemática. Vejo este curso como uma oportunidade de atualizar minha prática docente e talvez até prosseguir no doutorado nessa área. (Postado no fórum de discussão)

**29/03/2011**

**Virgínia** Sou mestranda [...] ainda não atuo como professora [...] fiquei sabendo do curso por minha orientadora [...] e gostei da proposta. Considero importante ao professor estar atento a todas as novidades que permeiam a educação, fazendo bom uso das mesmas para produzir resultados eficazes... Por tudo isso,

acredito que o curso irá me ajudar a aprofundar conhecimentos nesse sentido. (Postado no fórum de discussão)

Uma forma de conhecer os motivos, em um sistema de atividade, é verificar os objetivos que são discutidos e negociados (Kawasaki, 2008). No caso em análise, embora não tenha havido uma negociação dos objetivos, a homogeneidade dos interesses revelados, já apontada, dá indicativos sobre os motivos do sistema de atividade do grupo: construir a identidade de pesquisadoras em Educação Matemática e buscar capacitação profissional. O objeto da atividade parecia relacionado com a possibilidade de uma qualificação profissional e acadêmica. Essas observações iniciais permitem traçar o esboço da representação triangular inicial do sistema de atividade desse grupo (Figura 22).

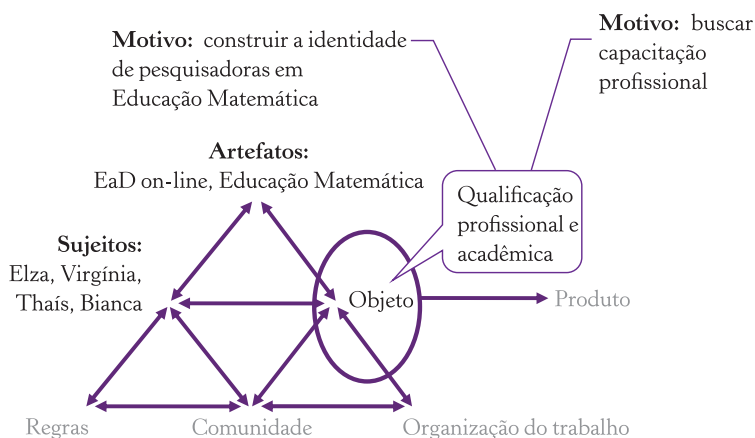


Figura 22 – Primeira representação do sistema de atividade do Grupo 4-2011

Na representação triangular dessa figura, os sujeitos são Elza, Virgínia, Thaís e Bianca. A EaD on-line e a Educação Matemática protagonizam o papel de artefatos. A qualificação profissional e acadêmica, no balão, indica que elas estão ligadas ao objeto da atividade do grupo no início do curso.

Entretanto, à medida que a proposta avança em direção ao espaço de estudo de cunho matemático, o sistema se altera (Figura 23) e, com isso, outros elementos do sistema de atividade podem ser observados.

Um exemplo é a organização do trabalho, que durante o estudo das cônicas iniciou-se seguindo as regras apresentadas por nós, organizadores, sem nenhum tipo de divergência. Isso sugere que, nas regras, há o multiálgo e as normas da proposta de estudo e, na organização do trabalho, a divisão de tarefas, o diálogo e a colaboração. O trabalho dessa etapa foi desenvolvido pelo grupo ao longo de nove encontros extras, que tiveram em média duração de duas horas cada um.

Em momento algum do estudo das cônicas as professoras abriram mão de interagir com o software para buscar possíveis soluções para as questões. Com base nas ideias de Kawasaki (2008), compreendemos essa determinação como um objetivo partilhado por todas e, nesse caso, explorar o software, naquele momento, caracterizava-se como um motivo do sistema de atividade. Houve, de certa forma, uma negociação implícita dos objetivos, o que gerou esse novo motivo e ocasionou mudanças no sistema que estão diretamente relacionadas ao objeto (Figura 23). Uma aproximação a esse último elemento passou a ser estudar a parábola com o GeoGebra, o que, nesse caso, implicou adotar a abordagem experimental-com-tecnologias (Borba; Villarreal, 2005), a qual norteou a proposta elaborada pelos organizadores do curso.

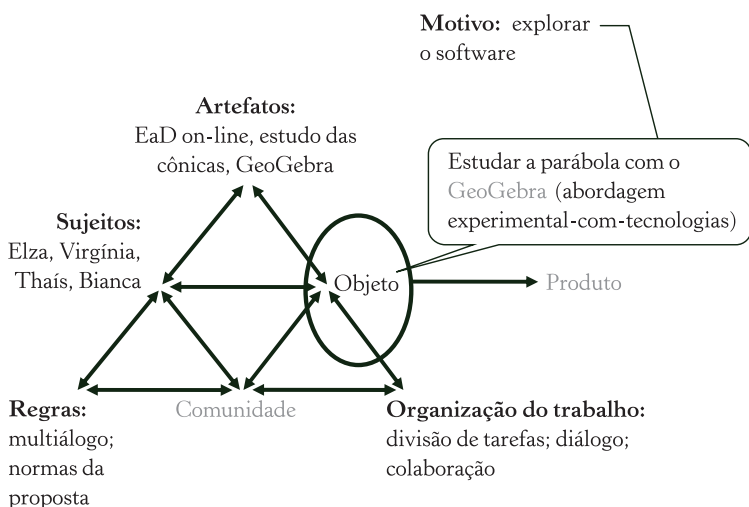


Figura 23 – Segunda representação do sistema de atividade do Grupo 4-2011

Nesse sistema já modificado e representado na Figura 23, o GeoGebra pode desempenhar dois papéis: o de artefato, mediando junto com a EaD on-line a relação dos professores com o objeto (triângulo superior); e, na medida em que o sistema se desenvolve, pode passar a compor o próprio objeto, ou pelo menos está bem próximo do que pode ser considerado como tal.

Thaís, ao iniciar o trabalho de cunho matemático que ilustra, em certa medida, as modificações que ocorreram no sistema de atividade representado na Figura 23, comenta:

**03/05/2011**

**Thaís Olha, Virgínia...** também tenho que confessar que estou mexida com essas construções... nunca tinha parado para estudar a parábola assim... fiquei tentada a procurar teorias a respeito, mas decidi que não ia, para conseguir chegar nas minhas próprias construções... acho que a Daise quer que sejamos investigativas, e nesse processo até parece que estamos construindo o conceito novamente... rrsrs

Thaís é docente do ensino superior e trabalha esse conteúdo há algum tempo. É importante ressaltar essa experiência, pois o seu comentário mostra que a abordagem do tema com o GeoGebra imprimiu movimento, “mexeu” com ela e possibilitou-lhe rever, reavaliar e reconstruir a partir dos seus próprios conceitos.

Esses movimentos podem ser interpretados como movimentos de reorganização do pensamento (Tikhomirov, 1981; Borba, 1999). Como Thaís concorda com Virgínia, essa reorganização mostra-se comum ao pensamento de ambas, ou seja, houve uma mediação feita pelo software. Por outro lado, no comentário de Thaís também percebe-se a determinação em explorar o aplicativo, com base no conhecimento que ela já possui sobre o tema. Isso sugere um movimento que poderia deslocar o GeoGebra da condição de artefato para a de objeto do sistema de atividade.

De acordo com Engeström (1999b), o objeto e o motivo de uma atividade coletiva são como um mosaico em constante evolução, um padrão que nunca está inteiramente acabado. O comentário de

Thaís e o pensamento de Engeström reforçam a suposição de que o objeto do sistema, naquele momento, poderia ser estudar cônicas com o GeoGebra (Figura 23).

A partir do momento representado na Figura 23, o miniciclo de aprendizagem expansiva começou a desenvolver-se. Isso porque há movimentos que apontam em direção ao processo de externalização (busca pelo novo, pela construção de algo que não é conhecido pelas professoras participantes desse grupo). O item j do estudo da parábola: “Dada a equação  $y^2 = -8x$ , trace o gráfico, determine suas coordenadas de foco e a equação da diretriz” exemplifica essa situação.

**03/05/2011**

**Elza** Fizeram a letra j?? Tive problemas...

**Virgínia** Pelo q me parece, o foco deve estar sobre o eixo  $x$ , à esquerda de  $y$ , ou seja, deve ser um  $x$  negativo, com  $y = 0$ . O q vcs acham, meninas? será q o caminho é esse? Me parece q o foco deve ser equidistante dos dois “braços” da parábola, e, para q isso ocorra, precisa estar sobre o eixo  $x$ .

**Elza** Tô captando...

**Virgínia** E aí, meninas, o q vcs acham?... Não estou conseguindo avançar sozinha, se vcs tiverem alguma ideia, por favor, escrevam... e, nesse caso, a diretriz deve ser paralela ao eixo  $y$ ?

**Elza** Paralela?? Pq??

**Virgínia** Não sei explicar... pensando na atividade q fizemos anteriormente, movimentando o ponto A, qdo P traçava a parábola... lembra? Pensando naquilo, me parece q é mais ou menos isso, precisamos buscar essa confirmação.

Nesse diálogo, Elza solicita ajuda de suas colegas para solucionar a questão j. Sua dificuldade era compreender a representação geométrica dos parâmetros da equação. Seria essa uma tensão na atividade do grupo? A mobilização das professoras que o integraram pode ser um indicativo para uma resposta positiva.

Virgínia, na tentativa de contribuir, expõe conjecturas feitas a partir do que o grupo havia realizado na etapa anterior do estudo,

em que elas exploraram, com o recurso Arrastar do GeoGebra, as relações entre as representações algébricas e geométricas. Essas conjecturas foram construídas de forma intuitiva, pois a própria Virgínia reconhece que ainda não possuía argumentos para aceitá-las ou refutá-las. O trabalho colaborativo começou a ser delineado e, além de Virgínia, Thaís também se mobilizou em busca de construir uma solução com o GeoGebra.

**03/05/2011**

**Thaís** Concordo que o foco é um ponto do tipo  $(x,0)$ . Então, fiz um parâmetro com esse valor.

**Virgínia** Prossiga, Thaís, por favor, estou agoniada...

**Thaís** Mas num tá dando, Virgínia... vou tentar descrever.

**Elza** O que não tá dando??

**Thaís** Meus testes... peraí, gente... Minha ideia é deixar fixa a distância de um ponto  $(x,0)$  à parábola do outro lado e tentar seguir os procedimentos que fizemos da perpendicular e da mediatriz.

**Virgínia** Um ponto  $p$ , formação da parábola é o foco  $q$ , por ora estamos considerando  $q$  esteja sobre o eixo  $x$   $(x,0)$ . Para  $q$  a parábola exista, o outro ponto deve estar sobre a diretriz e ambos devem ser equidistantes de qualquer ponto do traçado da parábola. Pois é, parei nisso... me ajudem a organizar isso, os dados são esses, mas agora precisamos, a partir disso, conseguir provar  $q$  a diretriz é paralela a  $y$  ou não.

**Thaís** Ele está sob o eixo  $x$ . Concordo, Virgínia... por isso estou tentando deixar esse ponto fixo no eixo  $x$  e fixar a distância dele para o outro lado, em busca da reta diretriz... mas estou me perdendo nos procedimentos. Virgínia... ela é paralela ao eixo  $y$ .

**Virgínia** É o  $q$  penso...

**Elza** Ah, gente, eu tô perdida!!

**Thaís** Ops... consegui... O foco é o  $(-2,0)$  e a diretriz é a reta  $x = 2$ .

**Elza** Fala, Thaís...

**Virgínia** E aí, Thaís...

O trabalho avançou, as conjecturas de Virgínia foram “avalizadas” por Thaís, enquanto Elza ainda não conseguia acompanhar o



raciocínio de suas colegas, mas manteve-se interessada em compreender as relações e encontrar uma solução. A tentativa de Thaís era explorar as possibilidades do software, fixando alguns elementos da parábola, utilizando o recurso Arrastar em outros e fazendo, assim, simulações, até encontrar a resposta desejada.

Borba e Villarreal (2005) afirmam que diferentes tecnologias da inteligência têm, ao longo da história, condicionado a produção de diferentes tipos de conhecimentos. Desse modo, a simulação feita por Thaís com o GeoGebra seria difícil de realizar com outra tecnologia que não tivesse os mesmos recursos desse aplicativo, como a oralidade ou a escrita.

Nas entrelinhas desses movimentos apresenta-se de modo parcial o processo de moldagem recíproca (Borba; Villarreal, 2005), porque as ações de Thaís e das suas colegas eram moldadas pelos feedbacks do GeoGebra, a reorganização do pensamento ocorria a cada nova simulação, que estava condicionada às possibilidades que o software oferecia. Thaís explicou em um chat os procedimentos que utilizou na proposta de construção e, depois de sintetizar as suas ideias, enviou-as por e-mail, destacando, mais uma vez, a importância do pensamento coletivo, que foi reorganizado a partir das interações com o software e com as suas colegas (Borba, 1999). A sugestão proposta no e-mail de Thaís resultou na construção apresentada na Figura 24 adiante.

**04/05/2011**

**Thaís** Aula de ontem... Olá, meninas... tudo bem com vocês???? Fiquei pensando no que tínhamos feito ontem e acho que pode ser feito mais fácil. Observação: a parábola tangencia o eixo  $y$  na origem... isso nos garante que o foco  $F$  será um ponto do eixo  $x$  e a diretriz paralela ao eixo  $y$ . Além disso, lembram das conclusões da Bianca de que em um momento as retas eram paralelas?... Então, se o foco for  $F(a,0)$  a diretriz será  $y = -a$ , no plano cartesiano... Seguindo os passos anteriores que fizemos na atividade, conseguimos encontrar o desejado.

Sugestão de resolução:

Digite a parábola  $y^2 = -8x$ .

Digite  $a = -4$ .

Crie o ponto A digitando  $A = (a,0)$

Crie a reta diretriz digitando  $x = -a$

Vá na janela de álgebra e clique na bolinha em branco do número que criamos... (assim a gente vai poder ajustá-lo).

Crie um ponto P na reta  $x = -a$  (basta ir com a ferramenta ponto em qualquer ponto dessa reta).

Trace a reta perpendicular a  $y = -a$  em P.

Trace a mediatriz entre A e P.

Use a ferramenta intersecção de dois objetos e encontre a intersecção das duas últimas retas que construímos, gerando um ponto B.

Ao ajustar o seletor a no  $-2$ , movimente o ponto P.

O ponto B passará exatamente na parábola que desejávamos...

Um grande abraço a todas!

No seu e-mail, Thaís realça a importância das contribuições do grupo para o resultado final. Ao redigir o passo a passo da construção, baseou-se nas discussões realizadas nos chats anteriores, nas interações com o grupo e com o software.

As conjecturas sobre a reta diretriz, o foco e outros elementos da parábola ajudaram-na a sistematizar a proposta final, que culminou em uma construção dinâmica, a qual foi possível devido às potencialidades do software. Nesse caso, o aplicativo teve importante participação no processo de construção. Essa observação vai ao encontro das ideias de Borba e Villarreal (2005) de que as mídias desempenham um papel não periférico na produção de conhecimento.

Apesar de essas professoras atuarem no ensino de geometria analítica, o estudo da parábola com o GeoGebra ampliou as possibilidades. A declaração de Thaís de que “nunca tinha parado para estudar parábola assim” e os movimentos no grupo sugerem, de certo modo, que essas novas possibilidades surgiram, em parte, devido ao software.

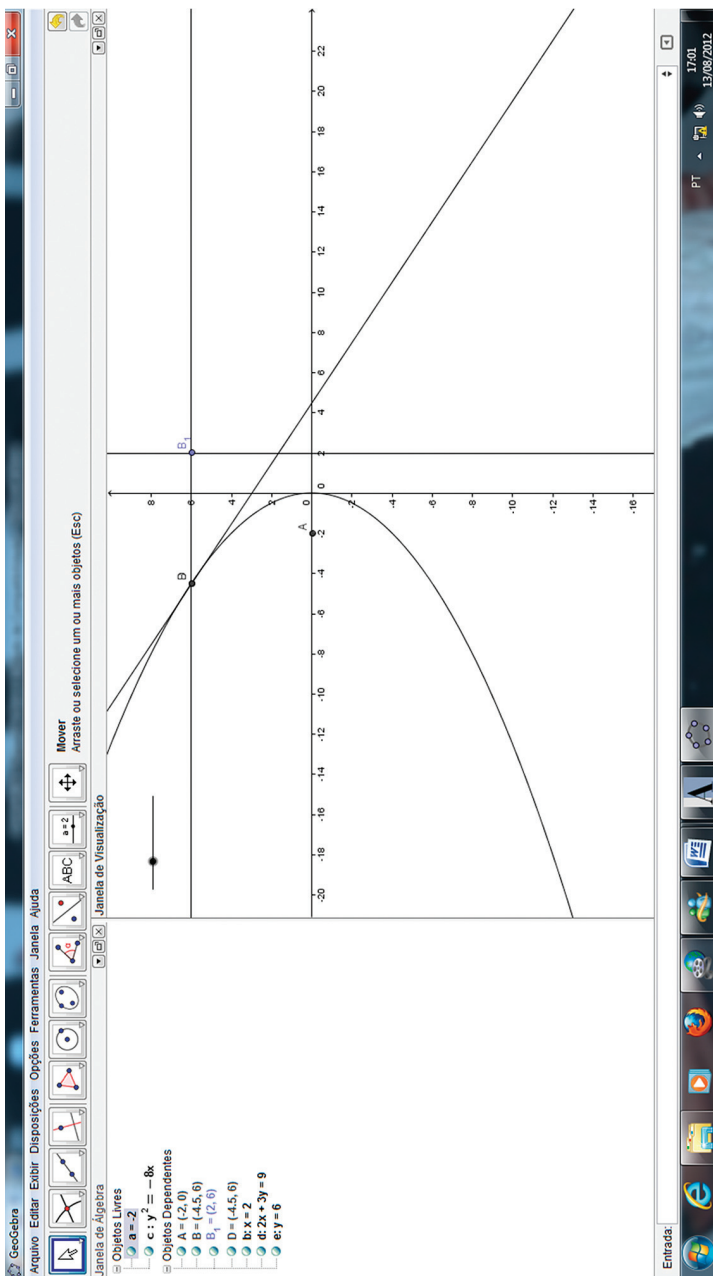


Figura 24 – Solução para a tarefa j da parábola do Grupo 4-2011

Entretanto, junto com esse aplicativo, é preciso destacar a importância da proposta de estudo. No caso do trabalho que originou este livro, a abordagem experimental-com-tecnologias (Borba; Villarreal, 2005) foi a base que estruturou a proposta de estudo das cônicas com o GeoGebra. Tal abordagem contribuiu para que o trabalho com esse aplicativo propiciasse o desenvolvimento de um raciocínio que não havia sido formulado antes pelas professoras, ou seja, mexeu, desestabilizou e reorganizou o sistema de atividade do grupo.

O grupo continuou a construção, discutindo os procedimentos a utilizar, os quais indicam novos movimentos no seu sistema de atividade.

**05/05/2011**

**Elza** Como vc chegou à sugestão de resolução mandada pelo e-mail?? Tentativas, ou as escolhas possuem um pq??

**Thaís** Tudo possui um porquê... por isso insisto na colaboração do grupo. Peço desculpas a todas, pois estava muito irritada pq a minha internet não funcionava e me senti muito egoísta quando comecei a escrever sem parar minhas conclusões, mas elas foram baseadas na discussão. O fato do ponto estar no eixo  $x$  gerava o padrão dele ser  $(x,0)$ , mas não sabia onde ia por esse  $x$ . Para poder testar se ele tava certo, seria interessante que pudéssemos manipular ele. Aí a ideia de usar o procedimento das letras anteriores com o uso do  $k$ . Bianca, na parte 1 da atividade, não iniciamos com uma reta e um ponto fora dela?? O ponto era o foco e a reta, a reta diretriz que norteava a parábola. Aí, então, vi vcs discutindo que a diretriz seria paralela ao eixo  $y$ , e aí o resto fez sentido, pois comecei a repensar sobre como tínhamos construído a primeira parte da atividade.

**Elza** Ok, Thaís... A Virgínia é que percebeu que ela seria paralela, mas não encontrou uma explicação.

**Thaís** Então, depois, refletindo, penso que a explicação seja na parábola tangenciar o eixo  $y$  na origem. O que acha, Elza?

**Elza** Considero que esse é um fator essencial, ela ser tangente na origem...

**Thaís** Vc acha que esse fator responde às propriedades geométricas do foco  $(x,0)$  e da diretriz  $x = a$ ?

Nesse diálogo, Elza procurou esclarecer suas dúvidas. Para tanto, questionou Thaís, que se mostrou solícita e tentou explicar como e por que havia sugerido a solução enviada por e-mail, representada na Figura 24. As palavras de Thaís (“para poder testar se ele tava certo, seria interessante que pudéssemos manipular ele”) sugerem que a construção elaborada pelo grupo com o software talvez não fosse possível com mídias que possibilitam apenas construções estáticas.

A discussão continuou e, em outro momento do chat, Bianca também contribuiu para o debate. A última questão colocada por Thaís no diálogo anterior foi retomada a partir das observações que o grupo fez no primeiro encontro, em que as construções foram realizadas passo a passo. Para colaborar com Elza, as outras professoras integrantes do grupo fizeram mais perguntas, procurando estimular o seu raciocínio. O debate foi encerrado somente quando Elza afirmou que compreendeu a solução.

Nessa questão, não houve, na forma escrita, a elaboração de uma argumentação do ponto de vista mais formal da matemática. Entretanto, foi discutida a solução construída pelo grupo, que visava a compreensão das relações entre as representações algébricas e geométricas da parábola. A representação do sistema de atividade do grupo nesse momento pode ser verificada na Figura 25.

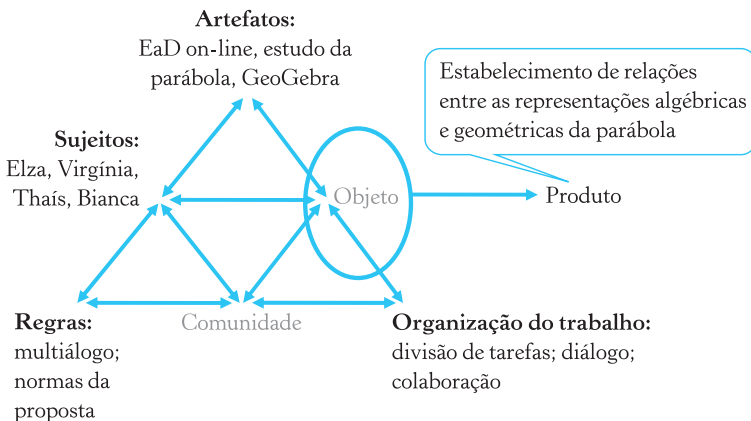


Figura 25 – Terceira representação do sistema de atividade do Grupo 4-2011

Nesse momento em que foi possível identificar o produto do sistema (Figura 25), o segmento do miniciclo de aprendizagem expansiva, que diz respeito ao estudo da parábola, pode ser considerado finalizado. O que mais chamou a atenção, nessa etapa do miniciclo, foram as estratégias do grupo, que realçaram o potencial do GeoGebra. Ele possibilitou a verificação das conjecturas através da manipulação de parâmetros. Seria difícil utilizar esse tipo de procedimento com outra tecnologia, como a escrita, porque a manipulação com o software não é controlável, como acontece com a mídia lápis e papel (Borba; Villarreal, 2005).

O trabalho avançou e o grau de dificuldade aumentou, principalmente durante o estudo da hipérbole, em que um novo segmento do miniciclo de aprendizagem expansiva desenvolveu-se. Consideramos significativos, para os propósitos do estudo realizado, os movimentos que ocorreram durante a solução do exercício i: “Determine o centro, os eixos e os focos da hipérbole  $\frac{(x-2)^2}{9^2} - \frac{(y-2)^2}{7^2} = 1$ .”

**10/05/2011**

**Thaís Bianca**, segundo meus testes... veja bem, temos aquele centro (c,d), que neste caso é o (2,2). Se traçarmos a reta  $y = 2$ , nela encontraremos o “vértice” de cada parte da hipérbole. Nos meus testes, parece que a distância deste vértice ao centro é que é a...

**Bianca** Vcs concordam que temos como foco nessa letra i F1(-14,2) e F2(18,2). Eu não sei como mostrar ou demonstrar isso...

**Elza** Acho que não captei.

**Thaís Bianca**... está parecendo, mas ainda tenho dúvidas....

**Thaís** Desconsidere o que eu disse sobre o a... já furou nos meus testes.

**Bianca** Eu tb tenho dúvidas...

**Thaís** Não desconsidera não... isso acontece se o  $b = 0$ . Elza... eu acredito que a Bianca está fazendo testes no GeoGebra para tentar descobrir quais as relações do **a** e do **b** na equação. É isso, Bianca?

A troca de ideias entre Thaís, Bianca e Elza pode ser um indicativo de que os testes que elas procuraram fazer em conjunto com o software contribuíram para a reorganização do pensamento do grupo. Sugere ainda que o processo de “pensar com” o GeoGebra intensificou-se, e testar, simular e experimentar tornaram-se procedimentos comuns.

De acordo com Borba e Villarreal (2005), uma nova tecnologia da inteligência resulta em um novo coletivo que produz conhecimento qualitativamente diferente daquele produzido por outros coletivos. Esta afirmação pode ser contrastada com o trabalho do grupo. A estratégia dessas professoras foi explorar o recurso Arrastar do software para analisar simultaneamente o comportamento das duas representações, algébrica e geométrica. Nesse caso, os movimentos do sistema podem ser considerados análogos aos que ocorreram durante o estudo da parábola pelo mesmo grupo. Ambos sugerem que os procedimentos dinâmicos e simultâneos estimulam a elaboração de conjecturas, além de permitirem que elas sejam testadas.

Por trás de todos esses movimentos, é possível identificar, de forma parcial, o processo de moldagem recíproca. Isso porque os feedbacks do software, conforme as ideias de Borba (1999), moldaram as ações das professoras. Contudo, não foi possível verificar, nesse instante, como o próprio software foi moldado.

**10/05/2011**

**Thaís** Tem muito parâmetro!!!!!!! É difícil manter um e alterar os outros... e aí, Bianca??? Alguma ideia? Geometricamente parece que eu consegui... mas não consigo aliar estes números com a equação.

O trabalho com o GeoGebra foi realizado na base da “tentativa e erro”, o que não foi uma tarefa simples para o grupo. A dificuldade de compreender as relações entre as representações algébricas e geométricas não era pequena. Isso pode indicar o início de uma tensão, de forma semelhante ao que ocorreu no estudo da parábola analisado anteriormente. A Figura 26 mostra que o comporta-

mento inicial do sistema de atividade do grupo durante o estudo da hipérbole foi bem próximo ao verificado durante o estudo da parábola.

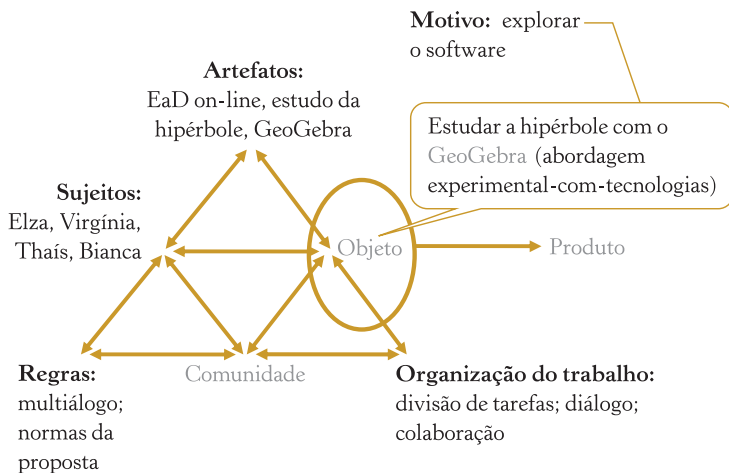


Figura 26 – Quarta representação do sistema de atividade do Grupo 4-2011

Na representação triangular da Figura 26, é possível perceber uma similaridade com a representação da Figura 23. A diferença reside basicamente na especificidade do conteúdo.

As discussões desse grupo, durante o desenvolvimento do estudo da hipérbole, também eram realizadas por e-mail. Em um deles, Elza comentou que sentia-se confusa em relação ao significado do parâmetro **b** da equação na representação geométrica. Thaís retomou esse e-mail no chat de 12 de maio e explicou que as poucas relações que ela tinha compreendido haviam sido observadas nas mudanças do comportamento da representação gráfica quando alterava o valor dos parâmetros. Entretanto, destacou que ainda não se sentia totalmente segura em relação ao que a representação dos parâmetros **a** e **b** significava na construção geométrica. O grupo decidiu, então, focar no estudo desses dois parâmetros. Para isso, Thaís destacou o potencial do software.



**12/05/2011**

**Thaís** Sugestão... Meninas, precisamos descobrir o que tem a ver aqueles **a** e **b** nas construções... certo? Podemos fazer isso usando o potencial do software... Acho que isso que Elza e Virgínia podem não estar conseguindo fazer. O GeoGebra é um simulador, então podemos brincar com ele... Modificamos os parâmetros e tentamos analisar quais alterações acontecem. Vamos lá!!! Aos testes. Meninas... acho que o caso mais fácil para investigarmos é o exercício **i**.

**Elza** Mais fácil??

**Thaís** Nele temos  $A(-7,2)$   $B(11,2)$   $F1(-9,6;2)$   $F2(13,4; 2)$ . Sim, Elza... pq nele nós temos as duas coisas... os elementos geométricos e os algébricos.

Thaís insistiu com suas companheiras para que juntas buscassem compreender as relações existentes entre as representações algébricas e geométricas. Elza não considerou fácil a tarefa, mesmo assim procurou colaborar. Durante o trabalho coletivo e colaborativo, o processo de moldagem recíproca (Borba, 1993, 1999) pôde ser verificado em particular nos momentos em que suposições foram realizadas, testadas e refutadas ou não. Além disso, em alguns casos, os feedbacks do software originaram novas suposições que eram novamente testadas, e assim sucessivamente, até que uma justificativa do ponto de vista matemático fosse encontrada pelo grupo. Esses movimentos sinalizam que as reorganizações do pensamento (Tikhomirov, 1981) são constantes e condicionadas pelas contribuições das mídias no processo de busca por uma solução.

Durante o processo de “pensar com” o Geogebra, um feedback do recurso Arrastar do software, em um movimento de experimentar, pode ter influenciado o raciocínio de Thaís, que sugeriu que as assíntotas da hipérbole deviam ser investigadas.

**12/05/2011**

**Thaís** Vcs sabem o que é a assíntota da hipérbole?? como podemos encontrá-la aqui?? será que o **b** não está relacionado com

ela?? Pois é... por isso minha suspeita de que devemos investigar-la.

**Bianca** Com certeza está... se é q entendi o q são as assíntotas... São duas, né, Thaís?

**Elza** Mas a questão é encontrá-las... Alguma sugestão??

**Bianca** Gurias... vou buscar algo p ajudar na internet...

**Thaís** Vejam este site...

<http://www.algosobre.com.br/matematica/geometria-analitica-hiperbole.html>.

**Bianca** Olhem este site: [http://alfaconnection.net/pag\\_avsm/geo0504.htm](http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0504.htm).

**Thaís** Gente... agora ficou fácil... decifrado. Ao traçarmos a assíntota, podemos traçar uma perpendicular em A à reta  $y = d$ . Ops... tem um erro aí. vou escrever tudo de uma vez e mando como encontrar os focos, usando as ferramentas do GeoGebra, e tendo a equação da hipérbole. Bianca... o primeiro passo era encontrar o algoritmo... agora precisamos estudá-lo... rsrrs... A saga ainda não terminou. Usei o dado que tinha no site... que é a figura que coloquei no começo do Word... mas os porquês, vou ter que pensar...

O diálogo revela o grau de dificuldade das questões e o tempo, a cada instante mais escasso, pode ter levado o grupo a abrir mão do desejo inicial de “não buscar teorias a respeito” para procurar ajuda na internet. Nesse caso, a internet desempenhou o papel de comunidade (Figura 27), pois um dos papéis da comunidade é situar o sistema de atividade no contexto sociocultural daqueles que compartilham o mesmo objeto (Engeström, 1999a).

O motivo que impulsionou essa ação do grupo era compreender o que são assíntotas de uma hipérbole. Consequentemente, observou-se uma alteração no objeto, o qual passou a ser estudar as relações das assíntotas nas representações algébrica e geométrica da hipérbole.

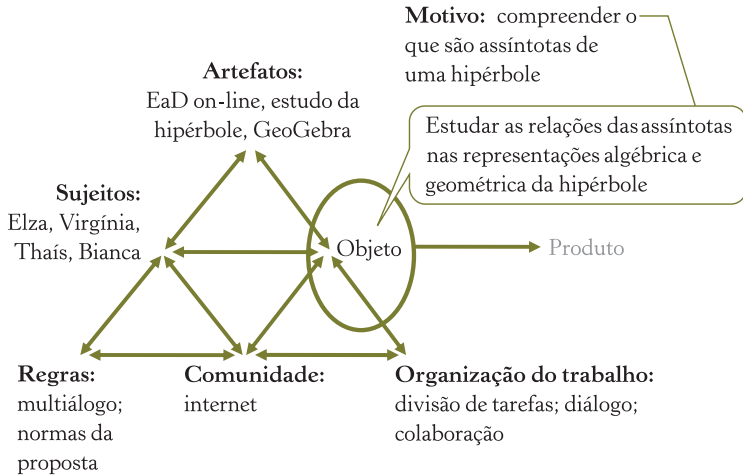


Figura 27 – Quinta representação do sistema de atividade do Grupo 4-2011

O sistema representado na Figura 27 manteve-se mais ou menos estável em relação ao que ocorreu anteriormente no estudo da parábola desse grupo. A observação mais significativa relaciona-se ao papel de comunidade, que passou a ser desempenhado pela internet e, com isso, o motivo e o objeto do sistema de atividade transformaram-se.

Em determinadas situações, foram observados movimentos voltados para uma forma de trabalho que pareceu mais individualizada, como aconteceu quando Thaís comprometeu-se a sistematizar as ideias e organizar uma solução com o GeoGebra. Isso não significa que não houve pensamento coletivo, pois, de acordo com Lévy (1993), “fora da coletividade, desprovido de tecnologias intelectuais, ‘eu’ não pensaria” (p.135) ou, nas palavras de Borba e Villarreal (2005), as tecnologias estão impregnadas de humanidade, assim como os seres humanos estão impregnados de tecnologias, não existindo uma separação possível entre os dois, e, nesse sentido, o pensamento é coletivo.

Com o avanço do trabalho, Thaís enfatizou que é importante estudar, compreender, justificar a solução encontrada. Esse movimento indica que esse segmento do miniciclo de aprendizagem expansiva pode estar se aproximando do seu final, porque há a busca de argumentações do ponto de vista matemático para a solução

construída. A seguir, reproduzimos o anexo do e-mail que Thaís enviou (Figura 28), com as considerações sobre a solução encontrada, e a construção da questão i (Figura 29).

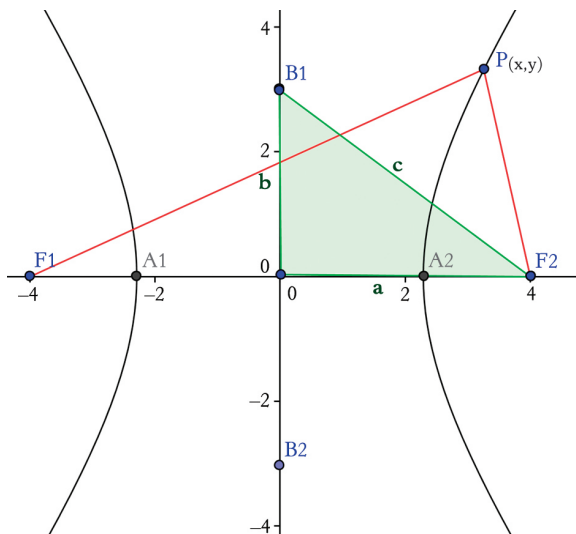


Figura 28 – Hipérbole do anexo do e-mail da Thaís (Fonte: <http://www.algo-sobre.com.br/matematica/geometria-analitica-hiperbole.html>)

13/05/2011

**Thaís** Conhecemos a equação  $\frac{(x-c)^2}{a^2} - \frac{(y-d)^2}{b^2} = 1$

O ponto (c, d) indica o centro da nossa hipérbole.

Traçamos a reta  $y = d$ .

Encontramos a intersecção da hipérbole com a reta  $y = d$ .

Encontramos os pontos A e B, que distam  $a$  do centro (c,d). Em A traçamos uma reta  $t$  perpendicular a  $y = d$ .

Traçamos as assíntotas  $y - d = -\frac{b}{a}(x - c)$  e  $y - d = \frac{b}{a}(x - c)$

A intersecção de uma assíntota e da reta  $t$ , chamamos de G.

Há a formação de um triângulo retângulo AOG, cuja hipotenusa OG é a distância do centro ao foco.

Então, basta usar a ferramenta de construir uma circunferência conhecendo o raio com centro em O e raio distância [OG] e temos os dois focos determinados.

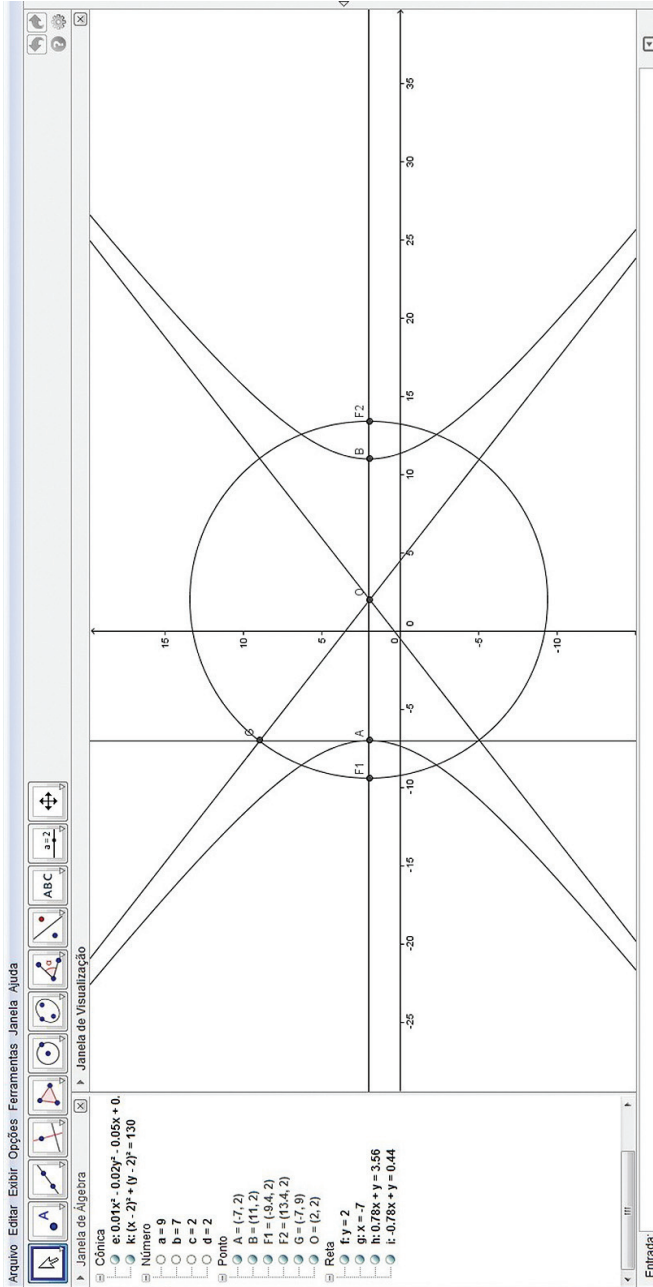


Figura 29 – Solução hipérbole – letra i

Apesar de o grupo ter utilizado o recurso Arrastar durante o processo de construção, a solução final, nesse caso, é estática. Esse resultado talvez decorra da influência das informações contidas nas páginas consultadas na internet no trabalho do grupo.

Elza, Bianca, Thaís e Virgínia trocaram vários e-mails, em que discutiram outras possibilidades explorando o recurso Arrastar, mas não houve avanço nessa direção. Um fator que talvez tenha limitado esse movimento pode ter sido o tempo.

A elaboração de argumentos matemáticos que justificassem a construção era uma preocupação do grupo. No entanto, o acúmulo de trabalho acelerou esse processo, deixando em aberto a formalização dos conceitos matemáticos envolvidos na construção.

**16/05/2011**

**Thaís** Oi, Elza... eu acho que esgotamos o principal da atividade 2. Precisamos iniciar a 3 e podemos discutir por e-mail aquelas pendências da 2 (eu ainda não consegui pensar sobre elas).

**Bianca** Eu tb não consegui, mas só p recapitularmos: precisamos entender pq a hipotenusa do triângulo é a distância entre os focos dividida por 2. Isso? Pensamos e enviamos as conclusões por e-mail.

**Thaís** Isso, Bárbara... como aqueles elementos se comportam (a, b, c) e por que aparece aquele triângulo retângulo...? qual a relação das assíntotas?? Acho que tem bastante pergunta ainda... quem pensar e descobrir algo, manda por e-mail. Ainda temos que orientar as atividades... tb podemos fazer isso via e-mail. Mas temos até semana que vem, não podemos esquecer o prazo.

O diálogo sugere que as regras da proposta já não foram mais observadas, acarretando mudanças na organização do trabalho, sobretudo quando o grupo decidiu que cada uma poderia tentar “sozinha”. Essa decisão pode ter influenciado diretamente a qualidade da produção matemática do grupo.

Bianca insistiu em retomar o estudo da hipérbole no chat. No entanto, a preocupação com o tempo estabelecido para a conclusão do estudo pode ter contribuído para que o debate sobre essa questão não tenha avançado.

24/05/2011

**Bianca** Olha só... estou tentando construir novamente os gráficos da atividade 2... Estou quase no fim... Virgínia... eu só estava verificando que a distância focal de uma hipérbole é o dobro da medida da hipotenusa do triângulo retângulo em que os catetos medem o **a** e o **b** da fórmula da hipérbole... Assim, realmente, na atividade 2 (letra i), temos os focos  $(13,4; 2)$  e  $(-9,4; 2)$ .

**Virgínia** Hum... esta é aquela atividade q gerou mta discussão né... ã participei do início e não consegui mais acompanhá-las.

**Thaís** Meninas... acredito que o mais importante seja começar a 6ª parte de cada atividade. Pois, por mais que não tenhamos feito as outras inteiras... concluímos muita coisa. Mas nem começamos a 6ª parte ainda e acho que não será uma tarefa fácil.

O fato de as discussões terem sido finalizadas com a elaboração de justificativas formais, do ponto de vista matemático, pode ter gerado o sentimento de que algo ficou incompleto. Isso porque parece, no caso da hipérbole, que não foram suficientemente esclarecidas e discutidas pelo grupo as relações existentes entre as representações algébricas e geométricas. Em vista disso, na Figura 30, o produto desse sistema de atividade aparece em um balão pontilhado.

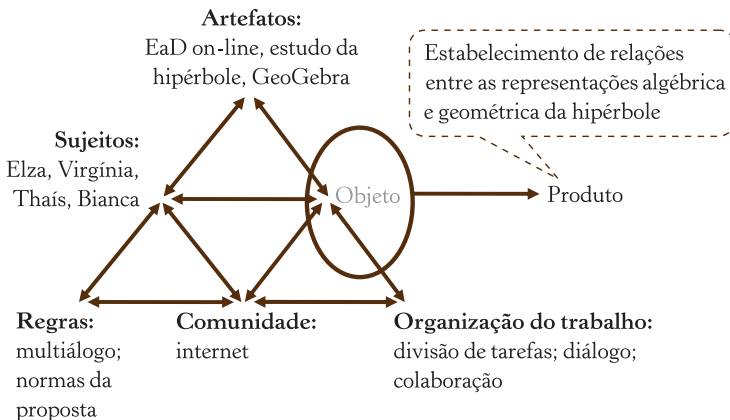


Figura 30 – Sexta representação do sistema de atividade do Grupo 4-2011

As observações a respeito da sexta representação do sistema podem ser consideradas indicativas de que o miniciclo de aprendizagem expansiva ainda não chegou à sua totalidade na etapa final. Entretanto, o próprio Engeström (1999c) explica que não é comum o desenvolvimento de todas as fases de um ciclo expansivo. Além disso, os ciclos e os miniciclos não são lineares, com início, meio e fim bem definidos, mas constituem movimentos cíclicos e recorrentes. Desse modo, é possível conjecturar que essas professoras ainda poderão produzir mais significados sobre essas relações em outras oportunidades. Contudo, o fato de um miniciclo não ter sido desenvolvido por completo não significa que não houve aprendizagem, afinal, “toda atividade, todo ato de comunicação, toda relação humana implica um aprendizado” (Lévy, 2000, p.27).

A Figura 31 ilustra os movimentos do Grupo 4-2011.

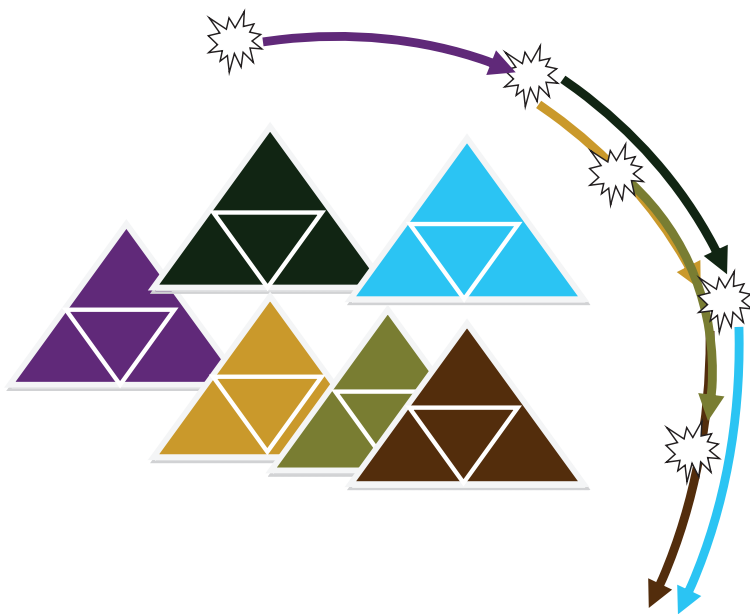


Figura 31 – Ilustração da relação entre o sistema de atividade do Grupo 4-2011 e o miniciclo correspondente



Na figura, o triângulo de cor roxa representa a forma inicial do sistema de atividade, discutido anteriormente em detalhes (Figura 22). Ligado a ele encontram-se duas sequências de triângulos, apresentadas de forma mais ou menos paralela, com o intuito de destacar que o comportamento do sistema do grupo manteve-se, de certa forma, estável. As sequências paralelas representam as mudanças que ocorreram no estudo da parábola (triângulos verde-escuro e azul-claro) e no estudo da hipérbole (triângulos amarelo, verde-claro e marrom-escuro). A diferença mais significativa entre essas duas sequências é o papel da comunidade, que passou a ser desempenhado pela internet durante o estudo da hipérbole, representada pelo triângulo verde-claro.

Auxiliando na compreensão dessas diferentes representações está o miniciclo, que começa a desenvolver-se (seta de cor roxa) a partir de uma tensão inicial. No decorrer desse desenvolvimento, novas tensões surgem e impulsionam o seu próprio desenvolvimento e correspondem a mudanças no sistema de atividade.

Como as mudanças são semelhantes, algumas setas aparecem em paralelo. Entretanto, há uma especificidade: a seta verde-clara sobrepõe-se parcialmente às setas amarela e marrom-escuro. Essa foi uma forma de ressaltar uma mudança muito significativa nesse momento do miniciclo: o papel desempenhado pela internet como comunidade. Essa mudança está intimamente relacionada às ideias do construto seres-humanos-com-mídias, pois foi durante o “pensar com” o GeoGebra que surgiu a proposta de buscar ajuda na internet para compreender as assíntotas da hipérbole.

Além disso, o fato de o processo de moldagem recíproca favorecer o desempenho de diferentes funções pelo software no sistema sugere a ligação entre a atividade, o miniciclo e o construto seres-humanos-com-mídias. Esse comportamento pode ser considerado análogo ao que ocorreu no grupo anteriormente analisado.

Finalizando a análise desse grupo, discutiremos rapidamente os destaques que consideramos como potenciais indicativos de possíveis tensões do sistema de atividade Tendências. Um deles diz respeito aos motivos e ao objeto da atividade do grupo, que esteve

alinhado com aquele idealizado pelos organizadores, em particular, durante a busca de soluções com o GeoGebra.

Outro destaque pode ser ilustrado pelos comentários de Thaís – “Tem muito parâmetro!!!!!!! É difícil manter um e alterar os outros...”; “Geometricamente parece que eu consegui... mas não consigo aliar estes números com a equação” – e Elza – “Sim, mas não consegui uma relação algébrica”. Verifica-se que há certa dificuldade em compreender as relações entre as representações algébricas e geométricas.

O fato de diferentes mídias desempenharem papéis distintos merece ser apontado, mais uma vez, como um destaque, porque trouxe contribuições para o desenvolvimento do sistema de atividade do grupo. O GeoGebra, por exemplo, transitou entre os papéis de artefato e de objeto e a internet, por sua vez, ocupou o papel de artefato e de comunidade.

As soluções com o GeoGebra construídas nos movimentos de tentativa e erro influenciaram o raciocínio das professoras. No entanto, havia a preocupação com a elaboração de justificativas e argumentos matemáticos que pudessem validar a solução encontrada.

## Transformação expansiva dos motivos e do objeto

**Vânia** Sim, me senti desafiada.

**Vinícius** Acho que esse é o objetivo, superar...

**Thaís** Olha, Virgínia... também tenho que confessar que estou mexida com essas construções... nunca tinha parado para estudar a parábola assim... fiquei tentada a procurar teorias a respeito, mas decidi que não ia, para conseguir chegar nas minhas próprias construções... [...] e nesse processo até parece que estamos construindo o conceito novamente... rrsrrs

Convergências e/ou divergências entre a forma como idealizamos (o professor Marcelo e esta autora) o curso e os movimentos no

interior dos grupos mostraram uma fluidez contínua de um processo implícito de negociação dos objetivos, marcado por tensões que apontaram para possibilidades de transformações expansivas dos motivos e do objeto no sistema de atividade Tendências.

De modo particular, dois destaques, nos sistemas de atividade dos grupos, indicam tais possibilidades: desacordo entre o objeto da atividade dos grupos e o objeto dos organizadores do curso; a busca por soluções para as questões com o GeoGebra, que se tornou um novo espaço-problema.

Ao elaborarmos a proposta do curso, nossos motivos, como organizadores, eram: possibilitar que os professores tornem-se capazes de produzir matemática usando tecnologias digitais em um ambiente on-line; colocar em destaque a Educação Matemática; fazer pesquisa e extensão. Apoiados em Kaptelinin (2005), identificamos, com base nesses motivos, o objeto do sistema idealizado: construir um espaço de formação continuada e de pesquisa em Educação Matemática voltado para o uso de tecnologias digitais em um ambiente on-line. Considerando que no decorrer do curso não alteramos a proposta, é possível afirmar que os motivos e o objeto do sistema de atividade que idealizamos mantiveram-se estáveis.

Nos grupos, de modo geral, os motivos iniciais eram: vivenciar a Educação a Distância on-line; construir a própria identidade como pesquisadores em Educação Matemática; buscar capacitação profissional. Tais motivos sugerem que o objeto estava, inicialmente, relacionado à possibilidade de uma futura ascensão profissional e uma qualificação acadêmica.

Se, por um lado, as questões relacionadas à Educação a Distância on-line e à pesquisa em Educação Matemática indicam convergências entre os motivos e o objeto do sistema de atividade dos organizadores com os dos grupos, por outro, o espaço de formação especificamente voltado para o uso de tecnologias digitais não é, de início, identificado de forma explícita nos comentários dos professores. Entretanto, objeto e motivos vão, de forma paulatina, organizando-se e reorganizando-se como um mosaico em constru-

ção (Engeström, 1999b), em que as peças ajustam-se na medida em que o sistema de atividade desenvolve-se. Entender como ocorre essa sucessão de mudanças na “disposição das peças desse mosaico” contribui para compreender como ocorrem as transformações expansivas desses elementos em um sistema de atividade.

No caso do sistema de atividade Tendências, uma transformação foi observada quando a proposta de estudo das cônicas com o GeoGebra, baseada na abordagem experimental-com-tecnologias (Borba; Villarreal, 2005), começou a ser desenvolvida. O objeto do sistema de atividade dos participantes foi, de modo geral, reconceitualizado, alinhando-se ao dos organizadores. Os grupos iniciaram a proposta realizando as construções (passo a passo) com o GeoGebra sem muita dificuldade. O maior obstáculo era a falta de conhecimento sobre os recursos do software, como utilizar o recurso Arrastar, construir uma reta, construir um segmento de reta etc.

**18/04/2010**

**Sílvia** Vamos construir a reta **d**.

**Sandra** Tentei e não consegui, fiquei na dúvida em relação a qual comando usar...

Esse tipo de dificuldade foi rapidamente superado. Em geral, no segundo encontro de cada grupo, já não existia mais.

Quando os grupos começaram a desenvolver a terceira parte da proposta de estudo com o GeoGebra, mais especificamente, nas questões retiradas dos livros didáticos, ocorreram movimentações distintas. Em alguns grupos, no sistema de atividade que se formou para solucionar esse tipo de questão, a mídia lápis e papel exerceu a função de artefato. Nessa configuração do sistema, o raciocínio é mais algébrico e, por já fazer parte do conhecimento dos professores, parecia um caminho natural. O GeoGebra foi momentaneamente esquecido, até que alguém lançou questionamentos sobre o uso desse aplicativo nas soluções. O diálogo a seguir ilustra esse tipo de movimento. A discussão, nesse momento, girava em torno do estudo da elipse.

**27/04/2010**

**Sílvia** Determine a equação e as coordenadas dos focos de uma elipse de eixo maior 10 e distância focal 6. [...] eu cheguei em  $F_1 = (-3,0)$ ;  $F_2 = (3,0)$  e  $x^2/25 + y^2/16 = 1$ .

**Tháisa** Sim, eu também... Comecei achando o **b** pelo teorema de Pitágoras, já que  $a = 5$  e  $c = 3$ . [...] Daí já saem os focos, e a equação, é só montar com esses valores. [...] certo... e como verificar no GeoGebra?

Em outros grupos prevaleceu, desde o início, o uso do GeoGebra. Entretanto, mídias como livro didático, websites, lápis e papel também foram usadas. A solução encontrada com o software em geral era avalizada ou complementada pelas soluções encontradas com as outras mídias. Para Lévy (1993), o uso de múltiplas mídias para solucionar um mesmo problema revela convergências, pois a sucessão de diferentes ecologias cognitivas não se dá por simples substituição, e sim por complexificação. Assim, uma mídia não substitui outra, mas possibilita a articulação entre diferentes gêneros de conhecimento e tecnologias intelectuais. O diálogo que se segue ilustra momentos do estudo da elipse que evidenciam o uso de diferentes mídias.

**16/05/2011**

**Bianca** E na letra **b** o raio das circunferências muda e mudam tb os pontos de intersecção das circunferências (P e P').

**Virgínia** Na janela algébrica modificam-se os valores C, P e P'...

**Tháís** Perfeito... se pegarmos a raiz quadrada de cada raio que está ao quadrado na equação e somarmos dará o valor do segmento AB.

**Virgínia** Como vcs chegaram que o eixo menor é 8?

**Elza** Pitágoras!

**Bianca** Quando PF1 e PF2 forem iguais temos um triângulo isósceles e os lados iguais medem 5 (pois a soma dos dois tem q ser 10). Como a distância focal é 6, temos um triângulo retângulo cuja hip é 5 e um dos catetos é 3.

No primeiro trecho do diálogo, Bianca, Virgínia e Thaís elaboram e apresentam suas conjecturas com base na interação com o GeoGebra. No segundo, Virgínia expressa uma dúvida em relação ao eixo menor da elipse, e Elza e Bianca tentam ajudar, dizendo que deve ser aplicado o teorema de Pitágoras. Fica subentendido, nesse caso, o uso de outras mídias, como lápis e papel.

Nos dois casos, o software passou a fazer parte do objeto do sistema de atividade dos grupos, mais especificamente, quando o seu uso para solucionar as questões tornou-se um espaço-problema (Engeström, 1999). Houve, portanto, uma transformação expansiva do objeto, e o GeoGebra desempenhou papel fundamental nesse processo.

De acordo com Engeström (1999), transformações expansivas são movimentos contínuos de construção e resolução de tensões (contradições internas). Uma tensão pode ocorrer com a introdução de algo novo que pode ir ao encontro de um elemento já existente (Daniels, 2003). Foi a inserção desse aplicativo, aliada à proposta de estudo, que gerou a seguinte tensão: como encontrar com o software soluções para as questões propostas?

Tal tensão ocasionou uma mudança na “disposição das peças do mosaico” em análise, que, naquele momento, estava estreitamente relacionada ao trabalho com o GeoGebra. Este software abriu novos espaços de atividade inovadora<sup>3</sup> que estavam além do imaginado pelos participantes antes de vivenciarem o estudo das cônicas pautado na abordagem experimental-com-tecnologias de Borba e Villarreal (2005). Desse modo, o sentido de coletividade de um sistema de atividade aproxima-se do que Borba (1999) nomeia como uma unidade de seres-humanos-com-mídias. O trabalho no interior dos grupos atesta a participação de diferentes mídias no sistema. Primeiro foi usada a mídia lápis e papel no processo de produção matemática em que foram construídas soluções voltadas

---

3 O termo “atividade inovadora” está sendo usado no sentido proposto por Engeström (1999, p.385) e refere-se ao potencial expansivo de um sistema de atividade.

para um raciocínio mais algébrico. Esse tipo de produção coletiva não se caracterizou como um espaço-problema porque esse tipo de raciocínio já fazia parte do conhecimento dos professores. No comentário a seguir, Thaísa refere-se a esse tipo de solução e também expressa o seu desejo de interagir com o GeoGebra, em busca de novas possibilidades.

**20/04/2010**

**Thaísa** Sim, calculando podemos achar... mas queria ver no software.

Esse comentário e o trecho do diálogo reproduzido no início desta seção revelam o sentimento despertado em virtude da inserção de um novo elemento (software) e de procedimentos não usuais (abordagem experimental-com-tecnologias) pelos participantes. Os professores sentiram-se provocados, incitados a superar algo que nem eles mesmos sabiam bem do que se tratava, ou, nas palavras de Engeström (2002), buscavam algo que não estava “ali”.

Quando o software passou a integrar o sistema de atividade, provocou uma transformação do espaço-problema (Engeström, 1987). A produção matemática, com esse novo elemento, é qualitativamente diferente daquela produzida anteriormente, relacionada à tecnologia escrita. A solução encontrada com o software aliou o raciocínio algébrico com o geométrico e estabeleceu uma conexão intermédias. Esse tipo de combinação gerou um conhecimento diferente daquele que os professores envolvidos no trabalho tinham até então.

Entretanto, esse tipo de movimento expansivo ligado aos motivos e ao objeto da atividade não aconteceu em todos os grupos. O fato de os professores, no ato da inscrição do curso, não terem ciência de que uma parte do programa contemplava o estudo das cônicas com o GeoGebra pode ser uma justificativa para isso. Contudo, não explica totalmente essa ocorrência. Teria sido então o conteúdo matemático proposto o responsável pela transformação da tensão em conflito? A sugestão apresentada por Daniela aponta para uma resposta afirmativa a essa questão.

**25/08/2011**

**Daniela** Talvez perguntar aos participantes sugestões de conteúdos semanais antes de iniciar o curso. (Entrevista on-line via Gmail)

A sugestão de Daniela é plausível, mas é preciso considerar que, em nossa trajetória escolar, seja na posição de alunos ou de professores, nem sempre aprendemos ou ensinamos somente o que desejamos. Existe um sistema de atividade mais amplo, que engloba as diretrizes curriculares, em seus diferentes níveis de ensino. Nesse caso, surge outra tensão: é possível um equilíbrio entre os objetivos que almejamos e os que estão prescritos? Há como romper com esse sistema? Alguns trabalhos no âmbito da Educação Matemática, como os de Araújo (2002), Malheiros (2008) e Soares (2012), entre outros, apontam para movimentos expansivos desse tipo de tensão, embora não utilizem os referenciais teóricos do estudo que originou este livro.

De acordo com Borba (2009), a modelagem matemática, como abordagem pedagógica, em conjunto com a internet, pode contribuir para que os alunos se tornem mais ativos no processo de aprendizagem. Entrelaçando as ideias de Borba (2009) com as de Engeström (2002), é possível pensar que: se reorganizarmos os princípios da teoria da atividade com a noção de modelagem matemática como uma abordagem pedagógica, em conjunto com a internet, em uma única proposta, haverá um efeito potencializador para a superação da encapsulação<sup>4</sup> da aprendizagem matemática escolar. No entanto, essa é uma questão que ainda precisa ser estudada em trabalhos futuros.

Retomando a questão dos conflitos, acreditamos que uma explicação complementar às justificativas apresentadas esteja no tratamento dado às regras, uma vez que elas regulam as relações dentro

---

4 A expressão “encapsulação da aprendizagem” deve ser entendida como a maneira como a aprendizagem escolar tem sido cada vez mais compartimentada, dividida em cápsulas, isolada e sem sentido (Engeström, 2002, p.175).



do sistema e colaboram para a transformação do objeto em produto (Souto; Araújo, 2013).

Na análise de alguns sistemas de atividade, observou-se que as regras colocadas na proposta de estudo não atenderam às especificidades de alguns grupos. Por outro lado, os próprios grupos não conseguiram sugerir novas regras. Isso transformou as tensões em conflitos, que influenciaram a organização do trabalho. O que pode ter gerado essa situação é o fato de os encontros extras não estarem computados na carga horária do curso.

Entretanto, é preciso destacar que reconceitualizações de motivos e objeto em um sistema de atividade são complexas e, portanto, não ocorrem com frequência (Engeström, 1999c). Existe também a possibilidade de as transformações expansivas não terem acontecido em determinados grupos em virtude de uma resistência à mudança. Lévy apresenta um argumento:

É grande a tentação de condenar ou ignorar [resistir] aquilo que nos é estranho. É mesmo possível que não nos apercebamos da existência de novos estilos de saber, simplesmente porque eles não correspondem aos critérios e definições que nos constituíram e que herdamos da tradição. (Lévy, 1993, p.177)

Como visto ao longo desta análise, não existe uma única causa para a não ocorrência de transformações expansivas. Ao contrário, ela envolve uma série de fatores que, combinados e aliados a determinado grau de aflição ou angústia, muitas vezes gerado pela não percepção da existência de novos estilos de saber, podem paralisar, ao invés de mobilizar sistemas de atividade.

## **Transformação expansiva da produção matemática sobre cônicas**

Vinícius Tchau e boa noite,  
tô fazendo mais matemática  
do que fiz na faculdade...

**Thaís** Tem muito parâmetro!!!!!!!  
 é difícil manter um e alterar os outros...  
 E aí, Bianca??? Alguma ideia?  
 Geometricamente parece que eu consegui...  
 mas não consigo aliar estes números com a equação.

Um olhar mais atento à produção matemática nos sistemas de atividade dos grupos permitiu identificar movimentos bem particulares, os quais indicam uma tensão no sistema de atividade do curso Tendências: como representar geometricamente, com o GeoGebra, os resultados obtidos nos cálculos algébricos realizados com a mídia lápis e papel? Os comentários a seguir evidenciam com mais clareza essa tensão.

**Vinicius** Mas tô muito enferrujado nesta parte de geometria.

**Thaís** Geometricamente parece que eu consegui... mas não consigo aliar estes números com a equação.

**Elza** Sim, mas não consegui uma relação algébrica.

Essa tensão, embora seja local, também é estrutural e tem sido historicamente construída pela forma como aprendemos e passamos a ensinar matemática no ensino presencial.

Nós, professores, vivenciamos um processo de aprendizagem no qual a organização didática muitas vezes foi compartimentalizada e hierarquizada. Aprendemos, por exemplo, equações algébricas de primeiro e segundo grau sem necessariamente compreender sua representação gráfica. Quando Thaísa escreveu: “Nossa... geometria definitivamente não é o meu forte, por isso minha dissertação foi em álgebra...”, revelou esse tipo de tensão.

De modo geral, a geometria analítica, em que está inserido o estudo das cônicas, começa a ser abordada no Ensino Médio e faz parte da grade curricular dos cursos de graduação (licenciatura e bacharelado) em Matemática ainda nos primeiros semestres letivos. Ela tem sido vista como facilitadora para a compreensão das relações entre as representações algébricas e geométricas, porque pode propiciar tanto a interpretação algébrica de problemas geomé-

tricos como a interpretação geométrica dos resultados obtidos nos cálculos algébricos.

Entretanto, o potencial desse elemento facilitador não tem sido muito explorado. Alguns dos nossos alunos que ingressam no Ensino Superior possuem, muitas vezes, apenas uma noção superficial de como diferentes tipos de representações (gráficas, algébricas, numéricas) se relacionam. A análise dos movimentos nos sistemas de atividades dos grupos e os comentários dos professores participantes do curso sugerem que esse fato ocorre também no Ensino Superior.

**27/04/2010**

**Vinicius** No meu curso de graduação não desenhava nada em GA.

Ao depararmos com esse tipo de situação, o primeiro impulso, em geral, é questionar: Por que isso acontece? De quem é a culpa? Não se trata de atribuir algum tipo de responsabilidade a ninguém. Trata-se de uma tensão estrutural em uma rede de sistemas de atividade mais ampla, que envolve outros fatores, entre eles, as políticas organizacionais que compõem nossa base curricular.

Então isso significa que não há nada que possamos fazer? Apesar de tratar-se de uma tensão estrutural, em termos de sistemas de atividades locais, desenvolvidos no âmbito da sala de aula on-line, o potencial expansivo está próximo de nossas ações, como foi possível verificar nos minicírculos que se desenvolveram durante o trabalho dos grupos. O fato de termos aprendido de certa maneira, com o uso de determinada tecnologia, não impede que busquemos novas alternativas para ensinar de modo diferente, e também outras tecnologias.

Engeström (2002) recomenda que os alunos sejam sempre convidados a realizar a análise crítica dos conteúdos específicos que nos são apresentados, principalmente em livros didáticos, pois só assim será possível romper com a encapsulação da aprendizagem escolar. Nessa perspectiva, a proposta de estudo que elaboramos pode ser considerada um convite aos participantes para a realização de uma análise crítica à forma como o conteúdo específico das cônicas tem sido trabalhado, no sentido de questionar e debater outras possibilidades de produção matemática com o uso de software dinâmico.

A ideia de que mídias distintas contribuem para a produção de diferentes conhecimentos e podem levar a questionamentos e críticas não realizados antes pode ser verificada nas iniciativas de Thaís e Elza. Elas lançaram para os grupos que integram alguns questionamentos que foram provocados pelo não uso do software GeoGebra. Tais questionamentos foram ratificados pelos seus pares através de ações que caracterizaram a forma como o pensamento coletivo foi organizado. O resultado numérico, no momento do estudo das cônicas, não era o objeto da atividade; o que orientava o trabalho era a necessidade de encontrar uma solução com o software. O comentário a seguir ilustra essa observação.

**12/05/2011**

**Thaís** Como encontrar os focos, usando as ferramentas do GeoGebra, e tendo a equação da hipérbole?

Apesar de os professores, em sua maioria, atuarem ou já terem atuado no ensino de geometria analítica, o estudo das cônicas com o GeoGebra, pautado na abordagem experimental-com-tecnologias (Borba; Villarreal, 2005), trouxe outras possibilidades e contribuiu para as transformações no sistema, na medida em que “mexeu”, “desestabilizou” as formas usuais de produção matemática deles, contribuindo, assim, para mudanças no sistema de atividade.

O “pensar com” o Geogebra influenciou o raciocínio dos professores, sobretudo a exploração do recurso Arrastar, que permitiu a análise de padrões algébricos das cônicas durante a movimentação da representação geométrica. Esse tipo de potencialidade mostrou como o pensar matematicamente foi reorganizado de uma forma qualitativamente diferente daquele em que foi utilizada a mídia lápis e papel.

Os procedimentos que envolviam apenas uma solução algébrica de início predominaram no processo, não havendo a necessidade de emprego do software. Esse tipo de comportamento indica um modo de agir padrão dominante entre os professores e que está relacionado ao modo como a matemática geralmente tem sido abordada

em diferentes níveis de ensino. À medida que as interações on-line avançaram e o software passou a ser utilizado, ocorreram algumas transformações no sistema de atividade, originadas da seguinte tensão: como representar geometricamente com o GeoGebra os resultados obtidos nos cálculos algébricos realizados com a mídia lápis e papel?

Engeström (2002) ressalta que os aprendizes devem ter a oportunidade de elaborar e implementar um caminho alternativo, um novo modo de fazer o trabalho escolar. Nas suas palavras: “os alunos têm de aprender algo que ainda não está ali; eles adquirem sua atividade futura enquanto a vão criando” (p.193). O curso Tensões pode ser caracterizado como um momento de (auto)análise crítica oportunizado aos professores que, na posição de alunos, puderam refletir sobre o seu trabalho em sala de aula e reavaliá-lo.

O movimento em busca do que não estava “ali” pode registrar as transformações expansivas no sistema. Nos sistemas de atividade dos grupos, esse tipo de movimento, em particular, contribuiu para a transformação da tensão descrita anteriormente, gerada em torno das dificuldades de estabelecer relações entre duas formas de representação das cônicas. Nesses momentos, houve uma mobilização em busca de uma solução que não havia sido pensada anteriormente pelo grupo de professores. Essa solução foi construída de forma coletiva, colaborativa e dialógica e resultou em um modo diferente de fazer matemática para eles.

A transformação expansiva da tensão, discutida ao longo desta seção, ocorreu quando os professores, em conjunto com o software, conseguiram construir relações entre as representações algébricas e geométricas e, assim, produzir um conhecimento diferente daquele que possuíam até então.

Na análise das transformações expansivas dos motivos, do objeto e da produção matemática sobre cônicas, foi mencionado que elas ocorreram quando havia uma expansão dos papéis dos próprios elementos do sistema de atividade, que eram desempenhados por mídias. Essa foi uma referência, especificamente, à expansão do papel dos artefatos, analisada a seguir.

## **Transformação expansiva dos artefatos: os papéis das mídias**

De acordo com a teoria da atividade, as mídias têm potencial para exercer, em sistemas de atividade, o papel de artefatos, porque podem mediar as relações entre os sujeitos e o objeto. Entretanto, ao buscar uma reaproximação que fortalecesse as relações entre essa teoria e o construto seres-humanos-com-mídias (Capítulo 3), identificamos uma possibilidade expansiva relacionada às tensões geradas em torno dos diferentes papéis que as mídias poderiam desempenhar em um sistema de atividade.

A princípio, a tensão mais latente que emergiu era compreender o seu papel no construto seres-humanos-com-mídias analisado como um sistema de atividade. Relacionadas a essa tensão, surgiram outras: As mídias ocupariam apenas o papel de artefatos? Existe a possibilidade de desempenharem o papel de objeto? Como artefatos, poderiam transformar-se expansivamente ao logo do desenvolvimento da atividade, passando a ocupar o lugar de objeto no sistema? Ou, ainda, poderiam desempenhar duplos papéis simultaneamente?

Na análise dos dados produzidos nos sistemas de atividade dos grupos, foram identificadas outras tensões: Há a possibilidade de as mídias desempenharem o papel de comunidade? Sendo comunidade, deixariam de ser artefatos? Ou desempenhariam os dois papéis (artefato e comunidade) ao mesmo tempo?

O comportamento no interior dos sistemas de atividade dos grupos, além de confirmar a existência de todas essas tensões, indicou alguns desdobramentos expansivos. A identificação dessas potencialidades expansivas, vinculada à ideia de miniciclos de aprendizagem expansiva, inspirou-nos a propor uma nova camada ao construto seres-humanos-com-mídias, que será apresentada no próximo capítulo.

Antes, porém, discutiremos a transformação expansiva das tensões geradas em torno dos papéis das mídias. Primeiro, analisare-

mos o caso do GeoGebra e, em um segundo momento, as funções (o lugar que ocupa) da internet no sistema.

### O caso do GeoGebra: artefato e/ou objeto?

As análises tecidas anteriormente em relação à expansão dos motivos e do objeto da atividade, em conjunto com as observações dos movimentos que ocorreram durante o processo de produção matemática, fornecem elementos para a discussão da tensão gerada em torno do papel desempenhado pelo GeoGebra nesse sistema.

O que chamou a atenção foram, em particular, algumas manifestações dos professores, que indicavam a falta de algo nas soluções construídas por eles. O trabalho parecia incompleto ou em aberto. Esse tipo de manifestação em geral surgiu quando era feito algum tipo de comparação entre a solução algébrica com o uso de lápis e papel e as construções geométricas com o emprego do software. A indicação de que solucionar as questões com o GeoGebra tornou-se um novo espaço-problema (objeto) nos sistemas de atividade dos grupos reafirma essa tensão.

No início do estudo das cônicas, em que havia um passo a passo para as construções, o Geogebra desempenhava o papel de artefato (Figura 32), mediando as relações entre os professores e o objeto que, naquele instante, estava relacionado à qualificação profissional e acadêmica deles.

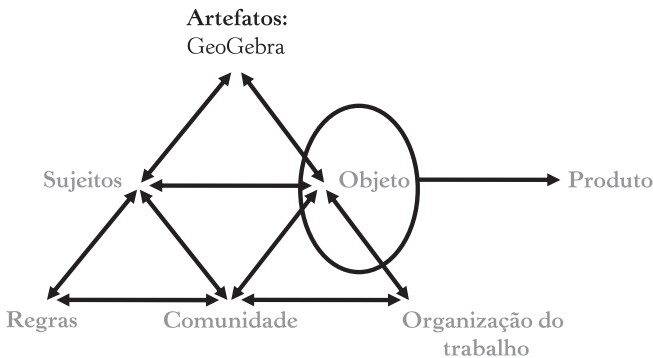


Figura 32 – GeoGebra como um artefato do sistema de atividade Tendências

O texto a seguir é parte do relatório do primeiro encontro do Grupo 4-2011. Nele, é possível verificar o GeoGebra desempenhando o papel de artefato, como representado na Figura 32. Na Figura 33 foi retratada a construção que estava em discussão no encontro.

**28/04/2011**

**Bianca** Assim, iniciamos o trabalho juntas, e no primeiro passo da atividade Virgínia sente dificuldade em renomear o ponto que, no GeoGebra, aparece com outra letra. Bianca e Tháís a auxiliam, indicando para “clicar no mouse com o direito no ponto que se quer renomear e aparecerá uma janela com esta opção”. [...] [ao final do passo a passo o debate se inicia a partir das questões propostas] Virgínia questiona se podemos concluir que esta janela [algébrica] mostra os posicionamentos dos pontos e as retas no plano cartesiano. Bianca e Elza afirmam que sim [...]. Bianca inicialmente conclui que as retas [mediatriz entre F e A e a perpendicular a a] que se movem nunca serão paralelas, e Elza questiona como Bianca concluiu isso, “se analisou as equações ou somente pelas construções”. Bianca, então, distancia a construção e, dessa forma, fica com dúvida, pois, analisando os coeficientes das retas, parece que em algum momento eles tornam-se iguais. Finalizando a análise, Bianca acredita que, “quando movemos o ponto A, duas retas se movem e a intersecção delas é o ponto P (que sempre irá existir), logo, elas nunca serão paralelas”. (Resumo do primeiro encontro do Grupo 4-2011)

As respostas do aplicativo às ações dos professores suscitaram debates em que o raciocínio deles era reorganizado, ou seja, suas suposições eram elaboradas e testadas com base nos feedbacks do software. A análise de Bianca, a partir do uso do recurso Arrastar, sugere tal reorganização, a qual pode ser entendida como um processo de mediação (Tikhomirov, 1981; Borba; Villarreal, 2005). Portanto, o GeoGebra pode ser considerado um artefato porque mediou a relação dos professores (sujeitos) com o objeto, que naquele instante inicial estava relacionado com a possibilidade de uma qualificação acadêmica e profissional.



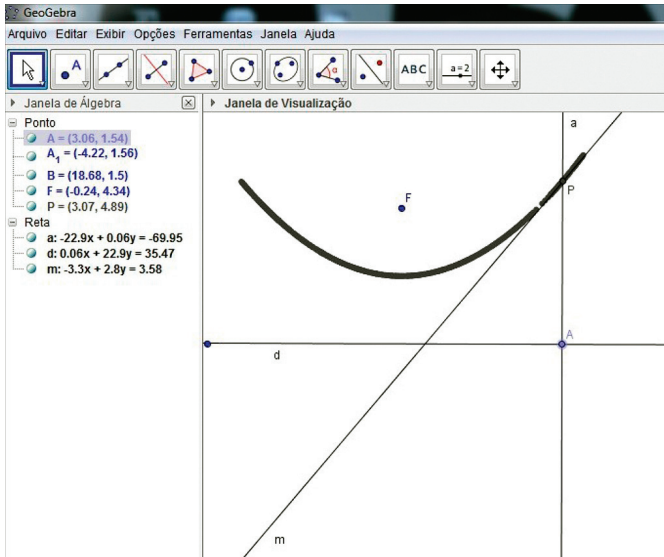


Figura 33 – Construção geométrica da parábola com passo a passo

À medida que o estudo das cônicas avançava, algumas tensões surgiam, em particular durante a busca de soluções para os problemas da segunda parte do estudo. De início, os professores adotavam o que pode ser considerado um procedimento padrão entre eles: encontrar uma solução algébrica utilizando técnicas analíticas conhecidas, também comumente encontradas em livros didáticos. Por outro lado, a parte inicial da proposta de estudo mostrou a eles as possibilidades de uso do GeoGebra para a construção das cônicas. Isso gerou uma tensão (contradição interna) no sistema de atividade que estava se constituindo.

**Sílvia** Determine a equação e as coordenadas dos focos de uma elipse de eixo maior 10 e distância focal 6. [...] Eu cheguei em  $F_1 = (-3,0)$ ,  $F_2 = (3,0)$  e  $x^2/25 + y^2/16 = 1$ .

**Tháís** Sim, eu também... comecei achando o **b** pelo teorema de Pitágoras, já que  $a = 5$  e  $c = 3$ . [...] Daí já saem os focos, e a equação, é só montar com esses valores. [...] Certo... e como verificar no GeoGebra?

Atividades são sistemas abertos, por isso a introdução de algo novo, como um instrumento, pode ir de encontro a um elemento já existente e, desse modo, provocar tensões (Daniels, 2011). Nesse caso, o elemento novo é o próprio software. O diálogo revela que as possibilidades desse aplicativo parecem ter colidido, se chocando com as formas usuais como os professores organizavam o seu trabalho.

Essa tensão é um indicativo de que o miniciclo expansivo começou a desenvolver-se. Isso porque, como pode ser observado no diálogo, o GeoGebra protagonizou uma situação que desestabilizou e imprimiu mudanças no sistema de atividade, ao “mexer” com a forma de produzir matemática já internalizada por esses professores. Esses movimentos decorrem das reorganizações do pensamento, que foram influenciadas pelo próprio aplicativo no início da proposta de estudo (Tikhomirov, 1981; Borba, 1999).

No desenvolvimento desse miniciclo, é possível verificar que o processo pelo qual o software moldou as ações dos professores intensificou-se e o trabalho com esse aplicativo transformou-se em um espaço-problema, no sentido proposto por Engeström (1987), uma vez que as soluções já não se mostravam triviais e provocavam transformações qualitativas no pensamento coletivo. Esse fato colocou o GeoGebra na condição de objeto do sistema de atividade (Figura 34).

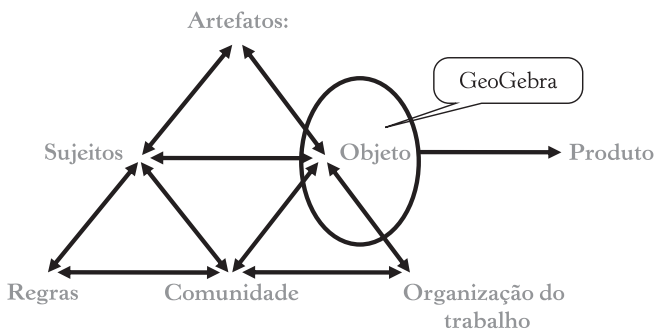


Figura 34 – O GeoGebra na condição de objeto do sistema de atividade Tendências

Alguns comentários feitos durante o estudo da hipérbole retratam, em certa medida, que a busca por uma solução com o GeoGebra foi um processo difícil. Esse tipo de discussão também auxilia na compreensão desse novo papel do software destacado na Figura 34.

**10/05/2011**

**Thaís** E aí, Bianca??? Alguma ideia?

**Bianca** Estou ainda fazendo testes... peguei dois possíveis focos (sobre a reta  $y = 2$ ) e estou testando as distâncias...

**Thaís** Vc observou que  $f_1$ ,  $f_2$ , A e B podem estar alinhados?

**Bianca** É?? Na verdade precisamos encontrar  $f_1$  e  $f_2$ ... mas já deu pra mim... preciso pensar mais... cansei.

**Thaís** Num desiste não... please. Poxa, Daise... você judiou. rs

**Bianca** Verdade... judiou.

**Thaís** Hehehe... é brincadeira, viu?? Eu tô cansada... e não quero parar! Nós vamos conseguir!!

Esse diálogo entre Thaís e Bianca expressa, em parte, a dificuldade enfrentada não apenas por elas, mas também por integrantes de outros grupos que se propuseram construir uma solução com o GeoGebra. Com base nessa observação, é possível supor que o estudo das cônicas tornou-se um problema (Saviani, 1985; Borba, 1994; 2009), no sentido de constituir um obstáculo que esses professores queriam superar. Nesse caso, ele pode ser considerado parte do objeto do sistema de atividade (Engeström, 1987).

No entanto, identificar o objeto de um sistema de atividade não é tão simples, porque é preciso verificar se ele, de alguma forma, transformou o sistema e, ao mesmo tempo, foi transformado. Para analisar esse processo de transformação, a noção de moldagem recíproca pode contribuir. Entretanto, nesse caso específico, é necessário um duplo olhar, que envolve a análise voltada não apenas para dentro, mas também para fora do sistema de atividade.

Olhando para dentro do sistema em análise, é possível encontrar comentários (chat do grande grupo) que ajudam a supor a forma

como esse software contribuiu para transformar o modo de pensar matematicamente dos professores, através das reorganizações que ocorreram durante o estudo das cônicas.

**05/05/2011**

**Franciele** Eu pensei que a minha dificuldade iria estar restrita ao software, mas não. Tive muitas dúvidas na interpretação.

**Thaís** É isso mesmo, Francieli... as ferramentas são muito simples no GeoGebra, mas difícil é articular as ideias matemáticas.

**Raquel** Concordo com você, Francieli, também tive dificuldades em relação à interpretação.

**Thaís** Aprendemos muita matemática ao usar o software, né, Caio?

**Caio** Si, Thaís, yo creo que aprendemos matemática usando el software porque el discurso que utilizamos allí es meramente matemático y el razonamiento que exige también.

**12/05/2011**

**Bianca** Daise... a dificuldade não foi com o GeoGebra, mas sim de visualização dos parâmetros e encontrar explicação algébrica...

**Franciele** Essa visualização não é simples.

Nessa conversa, os professores emitiram as suas opiniões sobre o software no processo de produção matemática. Ao mencionarem a dificuldade para interpretar e visualizar, referem-se ao processo de análise das representações algébrica e geométrica, que foi realizada com o GeoGebra, de forma simultânea e dinâmica. Anteriormente, esses professores faziam comparações entre essas duas formas de representação como se fossem “coisas” distintas. No entanto, os recursos desse aplicativo propiciaram um tipo de análise que as relacionava e, com isso, despertava outras possibilidades de raciocínio não pensadas antes pelos sujeitos da atividade. Nesse sentido, é possível dizer que o software transformou a produção matemática dos professores participantes do curso.

É possível verificar tais transformações não só pelas falas desses professores, mas também pelas próprias ações.

**21/04/2010**

**Tháisa** Calculamos o foco, mas não sabíamos como fazer isso diretamente no GeoGebra...

**Vinícius** Vamos inserir uma equação, vamos abrir álgebra (em branco) e colocar  $p = 2$  e  $x^2 = 2 * p * y$ , teremos a parábola passando pela origem. Vamos fazer um caso genérico pra aquecer. Depois todo mundo tenta no exemplo proposto pela atividade.

**Tháisa** Sim...

**Vinícius** Após usar vários recursos do GeoGebra, decidi fazer uma coisa que sempre falo aos alunos, que às vezes devemos dar um passo para trás para podermos dar muitos outros à frente (quase nunca faço).

**Sandra** Ok... rrsrrsrr

**Vinícius** Foi o que fiz, voltei ao início da atividade 1 e observei algumas coisas: que a reta mediatriz (m) é tangente à parábola, em todos os pontos da parábola, mais precisamente. Todo mundo concorda com isso? estão lembrados?

**Tháís** Sugestão... meninas, precisamos descobrir o que tem a ver aqueles **a** e **b** nas construções... certo? Podemos fazer isso usando o potencial do software... acho que isso que Elza e Virgínia podem não estar conseguindo fazer. O GeoGebra é um simulador, então podemos brincar com ele... modificamos os parâmetros e tentamos analisar quais alterações acontecem. Vamos lá!!! Aos testes. Meninas... acho que o caso mais fácil para investigarmos é o exercício i.

Ao verificar as contribuições do GeoGebra para a transformação da produção matemática desses professores nesse diálogo, reforça-se a ideia de que o processo de moldagem recíproca (Borba, 1993, 1999) pode auxiliar na identificação do objeto da atividade. Os feedbacks do software, em resposta às ações dos professores, reorganizaram o pensamento coletivo e, dessa forma, moldaram as ações futuras. Tais reorganizações implicaram mudanças nas formas de pensar e de se expressar matematicamente desses do-

centes, e nesse sentido o software pode ser considerado um agente transformador.

Por outro lado, não pareceu tão evidente a forma como o próprio GeoGebra foi transformado, o que, neste caso, corresponderia à outra parte da moldagem recíproca. Serão necessários outros estudos para comprovar que esse processo pode ocorrer dentro do próprio sistema de atividade.

Contudo, ao se olhar para fora do sistema de atividade, para o modo como ele se relaciona com outros sistemas, talvez seja possível supor o outro lado da moldagem recíproca. Para tanto, é necessário imaginar um sistema de atividade que possa ter se constituído quando o GeoGebra foi idealizado e que continua em desenvolvimento.

É preciso lembrar que o objetivo inicial de Markus Hohenwarter, ao criar esse software, foi construir um aplicativo que permitisse a combinação de procedimentos algébricos e geométricos. Presumindo que esse objetivo possa ter surgido a partir da forma como outros usuários utilizavam, anteriormente, os diferentes softwares de geometria dinâmica, podem-se considerar esses aspectos como o outro lado da moldagem.

Além disso, é oportuno destacar que atualmente esse aplicativo transformou-se em um software de matemática dinâmica, em virtude do trabalho de uma rede de pesquisadores, professores e estudantes que está se formando ao redor do mundo para ampliar as possibilidades dele, ou seja, transformá-lo. Essa rede pode moldar o GeoGebra a partir de seus interesses pessoais e dos diferentes usos desse aplicativo. Desse modo, ficaria subentendido, na rede da qual o sistema de atividade em análise faz parte, o outro lado da moldagem recíproca, caracterizado pela maneira como os seres humanos moldam o software.

Para sistematizar essa análise, o caso do GeoGebra é ilustrado na Figura 35, na qual a movimentação dessa mídia (os diferentes papéis que ocupa) aparece relacionada ao desenvolvimento do miniciclo, à ocorrência de transformações expansivas no sistema de atividade e ao processo de moldagem recíproca.

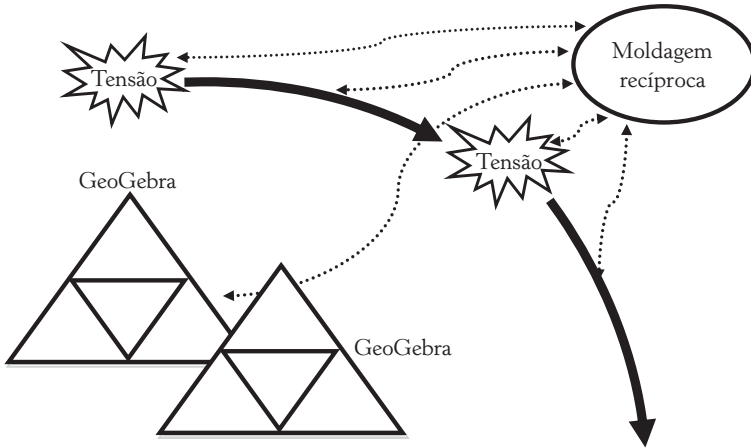


Figura 35 – Movimentos do GeoGebra

Nessa figura, cada uma das representações triangulares corresponde a determinado instante do desenvolvimento do sistema de atividade. Na primeira, o GeoGebra encontra-se na condição de artefato, mediando as relações dos sujeitos com o objeto que, no momento inicial do sistema, estava relacionado à qualificação profissional e acadêmica dos professores. Esse sistema corresponde ao início do miniciclo expansivo, representado pela primeira seta lateral, que teve início com a tensão causada pela inserção do próprio software através da proposta de estudo.

À direita da figura aparece o processo de moldagem recíproca, ligado com linhas pontilhadas aos sistemas de atividade, ao miniciclo e às tensões. Com isso, objetivou-se destacar que, à medida que o processo de moldagem recíproca acontece, as tensões que surgem podem dar início a um miniciclo ou contribuir para que as transformações expansivas ocorram.

Na segunda representação triangular, o próprio software apresenta-se como parte do objeto, que passou a ser estudar cônicas com o GeoGebra. Essa representação deve ser relacionada com a segunda seta lateral, que corresponde ao miniciclo. Isso porque, nesse momento, observa-se um avanço no miniciclo, decorrente

do próprio processo de moldagem recíproca e de uma tensão que surgiu quando os professores procuraram construir relações entre as representações algébricas e geométricas com esse aplicativo. Na Figura 35, essa tensão aparece representada entre as setas que simbolizam o miniciclo.

Em outras palavras, o GeoGebra protagonizou a condição de artefato e, à medida que o processo parcial de moldagem recíproca desenvolveu-se (o pensamento coletivo foi reorganizado também pelas contribuições do próprio software), tensões surgiram e desenvolveram-se expansivamente. Assim, ocorreu uma transformação expansiva em que o artefato GeoGebra tornou-se objeto. Esses movimentos impulsionaram outra transformação: a própria expansão da produção matemática dos sujeitos sobre cônicas.

### O caso da internet: artefato e/ou comunidade?

A ação dos professores de consultar páginas da internet em busca de “ajuda” para compreender conceitos matemáticos fundamentais à construção de soluções para os problemas chamou a atenção para o papel dessa mídia no sistema de atividade, que se revela duplo, pois a internet desempenha o papel de artefato (Figura 36) e, ao longo do desenvolvimento da atividade, o de comunidade.

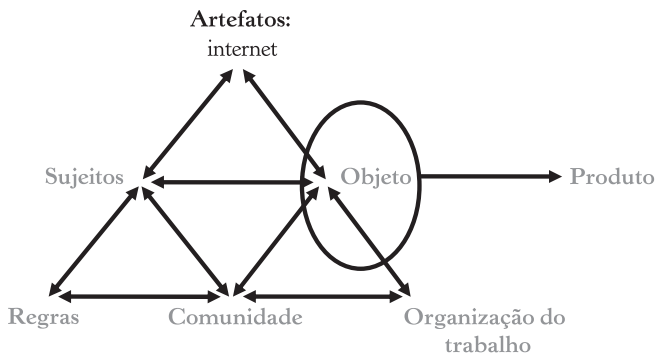


Figura 36 – A internet na condição de artefato do sistema de atividade Tendências



Como ambiente virtual de aprendizagem, a internet mediou as relações entre os sujeitos e o objeto do sistema, desempenhando o papel de artefato.

**02/09/2011**

**Amália** Não senti tanta falta de um editor de textos matemáticos no ambiente, acho que pelo conteúdo que trabalhamos nas construções. (Entrevista on-line via Gmail)

**25/08/2011**

**Daniela** [...] Falar de expressões e conceitos matemáticos no chat, parece faltar ferramentas para colocar fórmulas ou equações que ajudem na explicação e conceitos que um quer passar para o outro... (Entrevista on-line via Gmail)

**23/08/2011**

**Caio** Discutir matemática en el chat me parece que fue un poco difícil. Considero, sin saber mucho sobre los niveles escolares en los que se desempeñan mis compañeros de grupo, que pude influir mucho el lenguaje matemático que estamos habituados a usar. [...] Me parece a mí que no es el mismo lenguaje el de la pizarra y el marcador, o el del papel y lapiz, que el lenguaje que se usa cuando se tiene una herramienta computacional dentro del aula. Entonces, considero que habían ciertas dificultades. Me pasó a mí por ejemplo, que quería dar una instrucción a un compañero, para que realizara alguna acción en GeoGebra en la actividad, y no me daba a entender. (Entrevista on-line via Gmail)

Nesses textos, é possível observar que a comunicação na internet via chat despertou diferentes sentimentos. Alguns professores disseram, em suas entrevistas, que não tiveram dificuldades em expressar o pensamento matemático, enquanto outros revelaram de forma explícita que essa forma de comunicação não pareceu simples.

Santos (2006) discute alguns aspectos da produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem, tendo como foco as interações síncronas realizadas em chats. A autora afirma que o desenvolvimento de problemas de geometria euclidiana é condicio-

nado à tecnologia, porque o tipo de comunicação em chats exige que a linguagem matemática seja adaptada para a linguagem materna. Esse tipo de mudança pode influenciar as interações e condicionar o processo de mediação. Alguns professores, como Caio e Daniela, que já haviam participado de outros cursos on-line, comentam suas experiências anteriores. Os comentários podem auxiliar na compreensão da forma como a interação propiciada em um ambiente virtual traz implicações para a mediação.

**23/03/2011**

**Caio** Ya he participado en cursos a distancia. La dinámica del curso fue totalmente on-line en una plataforma propia, con lecturas semanales y trabajos propuestos con base en las mismas, interacción con el profesor tutor y los demás participantes a través de foros. (Postado no fórum de discussão)

**24/03/2011**

**Daniela** Já participei de disciplinas EaD e de cursos estaduais a distância, bem como aulas de videoconferência. (Postado no fórum de discussão)

Caio revela que sua experiência estava relacionada à comunicação em fóruns, em que a velocidade de interação não é tão intensa e permite que a mensagem a ser transmitida seja pensada e reorganizada com mais tempo. De acordo com Bairral (2010), a construção de conhecimento em ambientes virtuais de aprendizagem a distância é influenciada pela dimensão discursiva de cada espaço comunicativo (chat, fórum, lista de discussão...). Desse modo, cada um dos espaços comunicativos disponibilizados por essa mídia medeia a relação dos professores com o objeto, na medida em que requer formas distintas de expressão das ideias matemáticas.

O ambiente virtual de aprendizagem molda, portanto, o raciocínio dos professores, pois propicia distintas reorganizações do pensamento para que uma mesma ideia matemática possa ser expressa de diferentes formas (Borba; Villarreal, 2005). Em síntese, o processo de mediação do ambiente virtual entre sujeito e objeto

da atividade é condicionado pelas possibilidades que o próprio ambiente oferece.

No caso de Daniela, as interações nas aulas com videoconferência eram realizadas por meio da oralidade. Zulatto (2007) destaca que esse tipo de interação utilizada em ambientes on-line é um processo muito próximo da comunicação usual no nosso cotidiano e que expressar-se matematicamente somente na forma escrita, como ocorre em chats, requer “outra forma de pensamento, de expressão de ideias e raciocínios” (p.134).

Dessa maneira, é factível pensar que a experiência do comunicador em expressar-se matematicamente na forma escrita – língua materna – é fator preponderante na mediação pela internet via chat? Trata-se de um questionamento pertinente, mas, ao mesmo tempo, difícil de responder. De modo intuitivo, a resposta parece positiva, mas pode inclinar-se para uma negação, pelo menos no caso de Amália, que não teve dificuldades em expressar o seu pensamento matemático no chat, mesmo sendo “a primeira vez que participo de um curso a distância” (Amália, postado no fórum de discussão em 28/03/2011).

As diferentes manifestações dos participantes em relação às maneiras de expressar-se matematicamente em um chat estão ligadas de modo estreito à forma como se aprende.

Há diferentes estilos de aprendizagem para cada participante, que se adaptam mais à sala de aula usual ou a ambientes on-line nos quais o chat tem papel de destaque. É possível que tímidos presenciais sejam falantes virtuais, e que haja aqueles que preferem se expor tendo a internet como mídia. Porém, talvez outros prefiram como interface apenas o ar que circula nas salas de aula. (Borba; Malheiros; Amaral; 2011, p.93)

Independente do grau de dificuldade, da experiência anterior vivida pelos participantes em relação às formas de expressão do pensamento matemático em chats ou dos diferentes estilos de aprendizagem de cada um, verifica-se que a internet – representada

pelo ambiente virtual de aprendizagem – mediou as relações entre os sujeitos e o objeto do sistema de atividade, desempenhando, portanto, o papel de artefato (Figura 36). Isso porque moldou (Borba; Villarreal, 2005) o raciocínio desses professores, ao propiciar distintas reorganizações no pensamento para que uma mesma ideia matemática pudesse ser expressa de diferentes formas.

Por outro lado, nos dados verifica-se também que a internet serviu de veículo para a busca de informações. Nesse caso, é possível supor que, ao consultar uma página da internet, os professores buscavam, em um contexto mais amplo, outros que compartilhassem ou pelo menos se aproximassem do mesmo objeto da atividade deles. Nesse sentido, a internet estaria exercendo a função de comunidade (Figura 37), pois um dos papéis desta é situar o sistema de atividade no contexto sociocultural daqueles que compartilham o mesmo objeto (Engeström, 1999b).

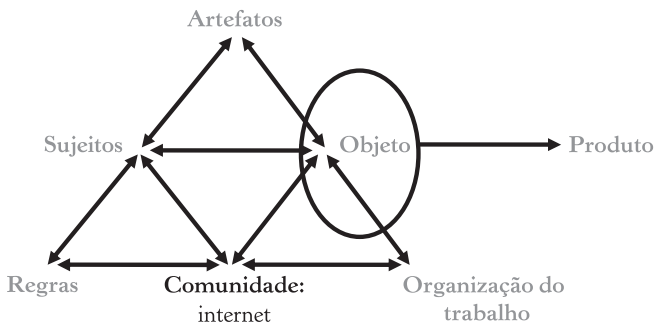


Figura 37 – A internet na condição de comunidade do sistema de atividade Tendências

Quando a internet passa a desempenhar o papel de comunidade no sistema (Figura 37), outros elementos também se transformam. O motivo, por exemplo, passou a ser compreender, recordar ou revisitar alguns conceitos matemáticos. Com isso, o objeto a compartilhar também modificou-se e passou a ser estudar as relações de conceitos matemáticos envolvidos na solução em processo de construção.

**12/05/2011**

**Caio** Yo recurría a internet, por facilidad, para recordar los elementos de la hipérbola.

**Ismar** Caio me indicou alguns videos no Youtube...

**Bianca** Gurias... vou buscar algo p ajudar na internet...

**Thaís** Vejam este site:

<http://www.algosobre.com.br/matematica/geometria-analitica-hiperbole.html>.

**Bianca** Olhem este site: [http://alfaconnection.net/pag\\_avsm/geo0504.htm](http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0504.htm).

Ao verificar que uma mídia como a internet pode desempenhar o papel de comunidade, foi possível perceber uma ampliação na multivocalidade desse sistema de atividade, pois engloba não apenas os indivíduos que fazem parte dele, mas também as múltiplas vozes daqueles indivíduos externos ao sistema, que de alguma forma ou em algum momento relacionam-se com ele. A construção de uma página na internet é impregnada dos diferentes valores, histórias, convenções, posicionamentos, enfim, das diferentes vivências dos seus idealizadores e, na medida em que é fonte de consulta, transmite todos esses aspectos ao sistema. Metaforicamente, pode-se dizer que das mídias também emergem múltiplas “vozes”.

Um exemplo desses aspectos que podem ser transmitidos ao sistema foi observado no comportamento do Grupo 4-2011. As professoras que o compunham produziam soluções dinâmicas, procurando explorar ao máximo as potencialidades do software e buscando compreender o conteúdo que estava em discussão, até que em dado momento surgiu a ideia de “buscar” ajuda na internet. Após essa ação, as construções do grupo passaram a ser estáticas, próximas às representações que estavam nas páginas que consultou.

Com base nas ideias da teoria da atividade, esses movimentos sugerem que a internet (a forma de apresentação do conteúdo consultado) transmitiu ao sistema normas sociais que têm sido histori-

camente construídas, que contemplam a ideia de que a matemática é exata, abstrata, rígida e linear, e, com isso, interferiu no processo de transformação expansiva em desenvolvimento. Por outro lado, sob as lentes do construto seres-humanos-com-mídias, o comportamento desse grupo indica que a internet moldou a forma de produzir matemática dos seus componentes.

O desenvolvimento de um sistema de atividade constituído em um ambiente de aprendizagem on-line seria, então, condicionado por fatores socioculturais – regras, normas, valores éticos e morais etc. – e, quando as diferentes mídias que fazem parte dele se movimentam, passam a exercer papéis distintos. Com isso, propiciam a geração de tensões e conflitos ou alavancam transformações que podem ser locais ou até mesmo ultrapassar os limites do sistema.

A representação gráfica da Figura 38 exemplifica como os movimentos da internet (como ambiente virtual de aprendizagem e mecanismo de busca) e o processo de moldagem recíproca podem interferir no desenvolvimento expansivo e na transformação de outros elementos do sistema de atividade.

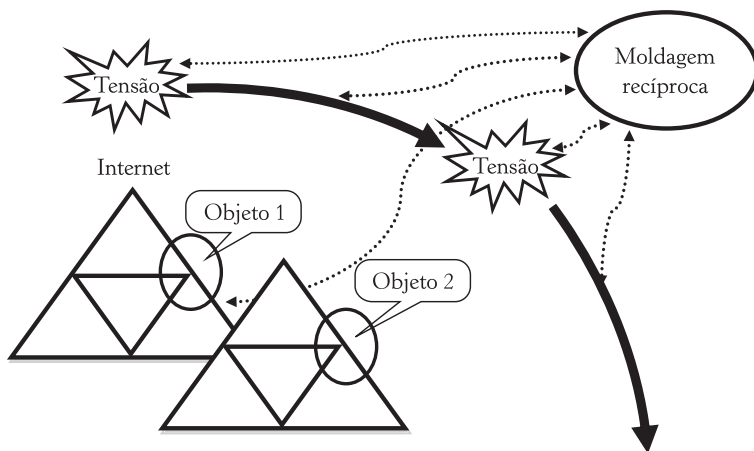


Figura 38 – Movimentos da internet

Na figura, cada uma das representações triangulares corresponde a um instante do desenvolvimento do sistema de atividade. Na primeira, a internet aparece como protagonista, no papel de artefato, a mediar as relações dos sujeitos com o objeto inicial do sistema de atividade: estudar cônicas com o GeoGebra (Objeto 1). Esse sistema corresponde ao início do miniciclo expansivo, representado pela primeira seta lateral, que teve início com a tensão causada pela inserção do próprio software através da proposta de estudo.

À direita da figura aparece o processo de moldagem recíproca, ligado com linhas pontilhadas aos sistemas de atividade, ao miniciclo e às tensões. O objetivo foi destacar que, à medida que o processo de moldagem recíproca acontece, mesmo que de forma parcial, tensões surgem e podem dar início a um miniciclo, como também contribuir para o seu desenvolvimento, para que ocorram transformações.

Na segunda representação triangular, a internet exerce o papel de comunidade, situando o sistema de atividade no contexto socio-cultural daqueles que compartilham o mesmo objeto, que naquele momento era estudar as relações de conceitos matemáticos envolvidos na solução em processo de construção (Objeto 2). Verificou-se um avanço tímido no miniciclo, decorrente do próprio processo de moldagem recíproca e da tensão que surgiu quando os professores procuraram construir relações entre as representações algébricas e as geométricas. Na Figura 38, essa tensão surge entre as setas que representam o miniciclo. Além disso, a segunda representação triangular da figura deve ser relacionada à segunda seta lateral, que simboliza o miniciclo.

Em síntese, a internet ocupava a condição de artefato e, quando o processo parcial de moldagem recíproca desenvolveu-se, passou a ser utilizada como mecanismo de busca, o que gerou uma transformação expansiva, e ela passou a desempenhar o papel de comunidade. Esses movimentos relacionam-se com a mudança do objeto da atividade.

Os duplos papéis que as mídias desempenharam no sistema de atividade analisado, aliados à reaproximação entre a teoria da

atividade e o construto seres-humanos-com-mídias, além de algumas produções intelectuais que esta autora publicou sozinha ou em parceria com outros autores,<sup>5</sup> permitiram a reflexão sobre uma possibilidade expansiva para esse construto, discutida no próximo capítulo.

---

5 Souto (2010, 2011, 2011a, 2012, 2013); Souto; Borba (2012, 2013); Souto; Araújo (2013).





## 5

# UMA EXPANSÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA EM DEBATE

Neste capítulo inicia-se um debate sobre algumas ideias que trazem um novo horizonte para a análise das transformações do processo de produção intelectual de conjecturas e refutações com vistas à solução de exercícios, problemas ou tarefas matemáticas, em conjunto com ferramentas da internet e demais tecnologias, caracterizando um “fazer” matemática on-line. Esse novo horizonte reflete a possibilidade de expansão teórico-metodológica para pesquisas em Educação Matemática, em particular aquelas desenvolvidas em ambientes virtuais de aprendizagem.

A expressão “Sistema seres-humanos-com-mídias”, no subtítulo a seguir, foi escolhida com o intuito de destacar que esse coletivo (Borba, 1999) pode ser considerado um sistema de atividade (Souto; Araújo, 2013) com características próprias, conforme discutido no Capítulo 3. A tensão nele sugerida, que diz respeito aos papéis que as mídias poderiam desempenhar como artefato ou como objeto em um sistema de atividade, confirmou-se na análise dos dados empíricos. Além disso, foi possível verificar também que as mídias podem transitar entre as funções de artefato e de comunidade ao longo do desenvolvimento de uma atividade. O exame dessas possibilidades contribuiu para a busca de uma expansão para o próprio construto seres-humanos-com-mídias.

## Sistema seres-humanos-com-mídias

Em um sistema seres-humanos-com-mídias, estas podem desempenhar mais de um papel, por exemplo, o de artefatos, objeto, regras, comunidade etc. (Figura 39). Outro aspecto relaciona-se à proposta de estudo, que pode constituir um novo elemento para esse tipo de sistema.

Um questionamento recorrente foi: qual seria o papel desempenhado pela proposta de estudo que havíamos elaborado? As respostas indicavam que a proposta de estudo estava diluída, fragmentada, dividida em pedaços entre os elementos do sistema. Uma parte dela apresentava-se nas regras e na divisão do trabalho, como a divisão dos grupos, os encontros extras etc., outra parte podia ser encontrada nos artefatos e, ainda, foram identificados traços da proposta no próprio objeto do sistema. Essa compartimentalização da proposta de estudo dificultou a compreensão do seu papel no desenvolvimento do sistema de atividade, daí a proposta de que a ela seja atribuído papel de destaque no sistema seres-humanos-com-mídias. Mas onde “encaixá-la” na representação triangular? Seria viável ou oportuna uma nova representação? Em busca de respostas a essas questões, elaboramos vários diagramas. Ao refletirmos sobre eles, percebemos que há uma limitação para a representação adequada dos movimentos. Isso ocorre até mesmo em decorrência da tecnologia aqui usada: a escrita. Desse modo, convidamos o leitor a um exercício imaginativo, pelo qual “visualize mentalmente” tais movimentos, pois optamos em manter a representação triangular, com o acréscimo da proposta de estudo (Figura 39).

Essa figura ilustra o sistema seres-humanos-com-mídias e destaca como a mídia pode movimentar-se e desempenhar diferentes papéis dentro dele, reafirmando o seu papel de protagonista, como propõem Borba e Villarreal (2005), fazendo jus à denominação do sistema.

A análise dos dados indicou, por exemplo, que uma mídia pode ocupar a condição de artefato ou objeto, como ocorreu com o GeoGebra. De acordo com a teoria da atividade, o papel de um artefato é mediar as relações entre os sujeitos e o objeto. Na Figura 39, é

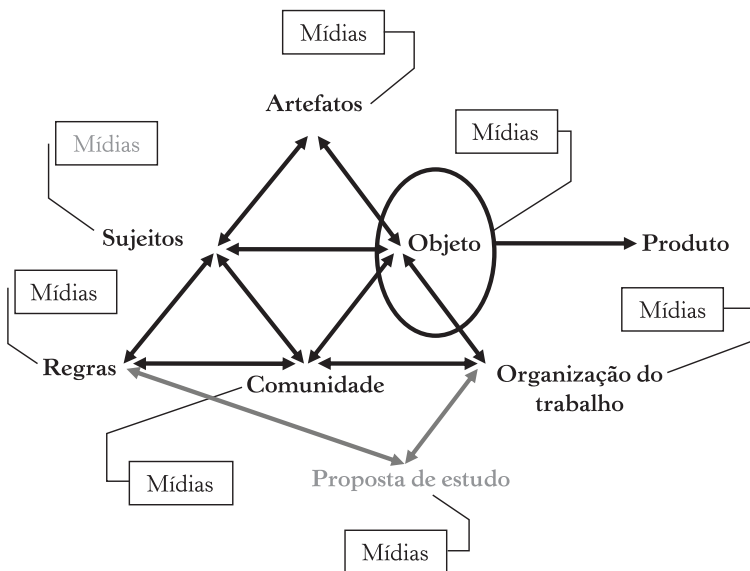


Figura 39 – Sistema seres-humanos-com-mídias

possível identificar essa relação de mediação no triângulo superior (sujeitos–artefatos–objeto). Por outro lado, o papel da mídia, como objeto, deve ser o de transformar e, ao mesmo tempo, ser transformada (mediação dialética) durante o desenvolvimento do sistema de atividade.

Os dados sugerem que a produção matemática foi condicionada (não determinada) pela internet enquanto espaço comunicativo de um ambiente virtual e também pelo software como lócus de formulação e teste de conjecturas. Isso porque essas mídias moldaram o raciocínio dos professores, ao propiciarem distintas reorganizações do pensamento durante a exploração de determinado conteúdo matemático que poderia ser realizada de diferentes formas, desempenhando o papel de artefato.

No entanto, ao mesmo tempo que essas mídias condicionam, podem transformar a produção matemática dos sujeitos ao provocar mudanças qualitativas no pensamento. Por outro lado, os diferentes usos que os sujeitos fazem delas podem transformá-las. No

exame dos dados, esse tipo de situação pode ser observado durante o processo de moldagem recíproca (Borba, 1993, 1999) e no produto final, quando os sujeitos da atividade conseguiram expressar uma mesma ideia matemática de diferentes formas e relacioná-las. Nessas condições, as mídias estariam exercendo a função de objeto e aproximando-se da forma como o construto seres-humanos-com-mídias entende a relação entre seres humanos e mídias.

Na condição de artefato ou comunidade, a internet também pode protagonizar outra expansão do sistema. Tratar novamente o papel de uma mídia como artefato dentro desse sistema seria redundante. Esta discussão focará diretamente a função de uma mídia como comunidade. Pela teoria da atividade, o papel da comunidade é mediar as relações dos sujeitos com o objeto. Na Figura 39 ela aparece representada pelo triângulo (sujeitos-comunidade-objeto). Além disso, deve situar o sistema de atividade no contexto sociocultural daqueles que compartilham o mesmo objeto, o que, nesse caso, foi realizado com mecanismos de busca na internet.

As regras, por sua vez, têm a função de mediar as relações entre os sujeitos e a comunidade (Engeström, 1987). Na figura, aparecem representadas no triângulo inferior esquerdo (sujeitos-regras-comunidade). Elas podem ser consideradas referências para as formas de organização do trabalho que, de acordo com a teoria da atividade, têm o papel de mediar as relações entre a comunidade e o objeto-triângulo inferior direito (comunidade-organização do trabalho-objeto).

Ao sugerirmos a presença da mídia nas regras e na organização do trabalho, tomamos como referência a discussão realizada no Capítulo 3 e na análise do Capítulo 4, em que abordamos o modo como a internet, em particular, transforma o tratamento dado a esses elementos do sistema. Apoiamo-nos também na noção de multiálogo (Gracias, 2003; Santos, 2006; Borba; Malheiros; Amaral, 2011), a qual indica que algumas regras comuns em uma sala de aula presencial sofrem alterações nas interações que ocorrem nos chats, como falar um de cada vez, expressar o pensamento por meio da oralidade e de gestos. Esse conceito mostra a forma como a mídia, representa-

da aqui pelo ambiente on-line, muda as regras e, em consequência, a forma de organização do trabalho. Nesse caso, a mudança está condicionada às possibilidades de interação do ambiente virtual. Sendo assim, a análise dos dados reafirma a influência das mídias nas regras e, portanto, na organização do trabalho.

A necessidade de colocar em destaque a proposta de estudo também emergiu da análise dos dados. Algumas vezes, ela poderia ser considerada como mediadora entre os sujeitos e o objeto e estaria desempenhando o papel de artefato. Em outros momentos, parecia aceitável que fosse parte do próprio objeto, pois, como ficou subentendido nos dados, a abordagem experimental-com-tecnologias adotada na proposta contribuiu para as transformações no sistema. Na Figura 39 ela aparece como mediadora das relações entre as regras e a organização do trabalho. Entretanto, sua função não foi verificada com muita clareza. O fato de ter sido tratada de forma fragmentada entre alguns elementos do sistema pode ter prejudicado a sua compreensão. Questões que envolvem esse novo elemento ainda precisam ser estudadas. Contudo, é natural pensarmos que dentro da proposta de estudo esteja presente alguma mídia, seja ela o computador, a internet, o software, a calculadora... ou o lápis e papel.

Finalizamos a discussão sobre os diferentes papéis que as mídias podem ocupar no sistema seres-humanos-com-mídias abordando o papel delas como sujeitos do sistema. Pensar em mídias nesse papel pode, intuitivamente, causar estranheza, porque, em geral, pensa-se em pessoas. Pela teoria da atividade, devem ser considerados sujeitos de um sistema de atividade aqueles que têm *agency* (poder de ação) (Engeström; Sanino, 2010). Analisando os dados do ponto de vista do construto seres-humanos-com-mídias, verifica-se que, no processo de moldagem recíproca, as mídias mobilizaram a atividade. Isso significa que elas (segundo a teoria da atividade) têm poder de ação?

Os dados analisados indicam que o papel da mídia como sujeito em um sistema de atividade parece admissível. Contudo, configura-se como uma nova contradição, que pode ser assim formulada: É possível que mídias como artefatos se transformem e passem a

exercer o papel de sujeitos em um sistema de atividade? Expandi-la requer um debate sobre a própria ideia de mediação de Vygotsky. Nesse caso, estaríamos diante de uma possibilidade expansiva para a própria tríade geracional da teoria da atividade apresentada por Engeström? Buscar uma expansão para essa contradição ou formular uma resposta à última questão são desafios instigantes, que poderão ser enfrentados em trabalhos futuros, que busquem o refinamento dessa perspectiva teórica.

## **Miniciclo(nes) de transformações expansivas**

Retomando a proposta expansiva do construto seres-humanos-com-mídias, consideramos oportuna a discussão das seguintes questões: Metodologicamente, como poderia ser o processo de análise de um sistema seres-humanos-com-mídias? É possível, necessário ou conveniente propor uma ferramenta analítica específica para esse tipo de sistema? Para esboçar uma resposta a essas questões, baseamo-nos na análise dos dados, com os quais passamos a refletir sobre o conceito de ciclos de aprendizagem expansiva de Engeström (1999d) e miniciclos de aprendizagem expansiva para desenvolver a ideia do que pode ser considerado um “miniciclo(ne)” de transformações expansivas para a análise de sistemas seres-humanos-com-mídias.

A palavra “miniciclo(ne)” deriva da palavra “miniciclo”. No contexto do desenvolvimento de sistemas de atividade, ciclos ou miniciclos não devem ser entendidos como uma sequência de fenômenos que se sucedem de forma linear e determinada, mas transformar esse significado já internalizado em nossa cultura não é algo simples. Por esse motivo, acrescentamos “(ne)” à palavra “miniciclo”, buscando uma aproximação com a ideia de ciclone.

Um ciclone é uma tempestade produzida por extensas massas de ar com grande velocidade de rotação que se deslocam a velocidades de translação crescentes. Ao propormos uma aproximação com essa definição, referimo-nos aos movimentos desse fenômeno.

Além de as massas de ar rotarem (movimentarem-se em torno de si mesmas) e transladarem (movimentarem-se em torno de outros sistemas de atividade), não é possível, *a priori*, determinar ou prever com exatidão a direção que vão tomar. Além disso, parece-nos apropriado relacionar a ideia de velocidade crescente ao processo de produção do conhecimento e suas transformações.

No entanto, outro esclarecimento se torna necessário: um ciclone, como fenômeno da natureza, remete à ideia de destruição, a qual, no caso do miniciclo(ne), deve ser analisada com cautela. Em um primeiro momento, pode-se pensar que ocorre o contrário, uma vez que se trata da construção, da produção de conhecimento. Esse pensamento é pertinente, mas é necessário considerar também que, muitas vezes, para construir algo, é preciso desconstruir alguma coisa.

Retomando os conceitos da teoria da atividade, a primeira distinção a destacar relaciona-se ao caráter intervencionista dos ciclos de aprendizagem expansiva, pelo qual o pesquisador deve intervir, provocando ações que possam gerar transformações expansivas no sistema (Engeström, 2001). A análise dos dados do trabalho que originou este livro mostrou que, em ambientes virtuais de aprendizagem, esse caráter intervencionista não é necessário para explicar as transformações expansivas que ocorrem em sistemas de atividade.

Outra distinção relaciona-se às fases ou etapas de um ciclo. De acordo com Engeström (2001), o desenvolvimento de um ciclo de aprendizagem expansiva em sua totalidade não é algo comum. O autor faz a sua descrição completa através de sete fases, que não acontecem necessariamente na ordem em que são apresentadas, como foi discutido no Capítulo 3: 1. Questionamento; 2. Análise da situação; 3. Construção de novos modelos; 4. Experimentação dos novos modelos; 5. Implementação do melhor modelo; 6. Análise do modelo implantado; 7. Consolidação da prática. No caso do miniciclo(ne) de transformações expansivas que estamos propondo, a consolidação da prática dos professores, por exemplo, é difícil de verificar, devido à limitação de tempo.



Outra diferença refere-se aos distintos papéis que as mídias podem ocupar no sistema de atividade e que podem influenciar o comportamento do miniciclo(ne). No entanto, apesar de existirem diferenças com relação ao ciclo de aprendizagem expansiva, também há convergências. Um miniciclo(ne) é marcado por dúvidas, questionamentos e autocríticas, referentes a um padrão de produção matemática relativamente estável. O seu desenvolvimento inicia-se com uma tensão, que pode ser originada, por exemplo, da inserção de uma mídia no sistema que estimule o rompimento desse padrão ou desestabilize as crenças relativas a ele. Além disso, as próprias mídias devem ser consideradas como agentes mobilizadores protagonistas na evolução do miniciclo(ne), pois seus feedbacks provocam reorganizações no pensamento dos seres humanos que, “pensando com” elas, experimentam, simulam, testam e analisam suposições. Com isso, um movimento coletivo e colaborativo, no qual os conceitos matemáticos podem ser reorganizados e (re)construídos, organiza-se (Souto; Borba, 2013).

Em um primeiro momento, uma mídia pode exercer o papel de artefato no sistema, mediando as relações entre os sujeitos e o objeto. Este, considerado um elemento complexo e difícil de ser identificado (Hardman, 2007; Araújo; Santos; Silva, 2010), por ser móvel e encontrar-se em constante evolução, com o processo de moldagem recíproca, mesmo apresentado de forma parcial dentro do sistema, tem sua identificação favorecida. A constatação de que uma mídia molda as ações dos sujeitos e, desse modo, contribui para a transformação da produção matemática indica que ela pode ser entendida como componente do objeto em sistemas seres-humanos-com-mídias.

Assim, verifica-se que o miniciclo(ne) iniciado com a mídia no papel de artefato expande-se durante o processo de moldagem recíproca. Esse fato dá origem a uma transformação expansiva em que o artefato torna-se objeto, como aconteceu no caso do GeoGebra. Na Figura 40, essa situação corresponde ao processo ilustrado na cor azul-claro.

Contudo, como dito anteriormente, não é possível prever com certeza o início do miniciclo(ne), nem a direção que vai tomar ou como as expansões vão ocorrer. Isso porque isso depende, entre outros fatores, da mídia envolvida. As tensões que surgem ao longo do processo de moldagem recíproca geram distintas necessidades no sistema e podem impulsionar uma mídia para ocupar outras posições. Um exemplo é o deslocamento do papel de artefato para ocupar o lugar de comunidade, como aconteceu no caso da mídia internet. Esse novo papel implica expansões dos motivos e, em consequência, do objeto, fazendo emergir outras transformações expansivas da atividade. Na Figura 40 essa situação corresponde ao processo ilustrado na cor rosa.

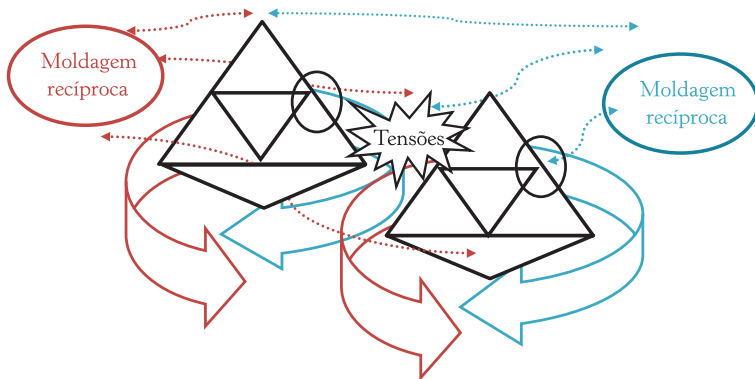


Figura 40 – Miniciclo(ne) de transformações expansivas (MTE)

A Figura 40 ilustra dois encaminhamentos expansivos distintos de um miniciclo(ne), que podem ocorrer em um mesmo sistema de atividade. Conforme o miniciclo(ne) evolui, a experimentação e a análise de conjecturas fundem-se em movimentos de reorganização do pensamento (Tikhomirov, 1981; Borba, 1993; 1999) que podem gerar novas tensões e alimentar o desenvolvimento do próprio sistema. Essas tensões podem ser consideradas possibilidades expansivas, como buscar com diferentes mídias formas variadas de representar um mesmo conceito matemático.

Uma tensão como essa, que inclui a participação ativa da mídia, recebe forte influência da proposta de estudo. A busca pela superação de tensões pode gerar diferentes segmentos dentro do próprio miniciclo(ne), como a quebra de script (Hardman, 2007), em que os aprendizes assumem o papel de liderança e redirecionam a proposta de estudo.

Os ciclos de aprendizagem expansiva são considerados movimentos recorrentes. Desse modo, seria intuitivo pensar que eles nunca acabam. Entretanto, de acordo com Engeström e Sannino (2010), um ciclo “termina” quando um novo padrão se consolida. Desse modo, como identificar a finalização de um miniciclo(ne) em sistemas seres-humanos-com-mídias, se o curto espaço de tempo dificulta ou até mesmo impossibilita a verificação da consolidação de um novo padrão? Esta última etapa pode ocorrer quando se consegue elaborar, discutir e justificar uma solução produzida para um problema a partir de conexões intermédias que não haviam sido pensadas até então pelos sujeitos da atividade e que, com isso, resulte em novas formas de expressão do pensamento matemático. A concretização desse tipo de transformação está exemplificada nos dados, mais especificamente, nas construções que aliam duas representações: algébrica e geométrica.

Como discutido no Capítulo 1, as transformações expansivas possuem um caráter muito mais relacional do que determinístico. Isso indica uma pluralidade que envolve esse conceito e sugere que buscar uma transformação expansiva requer, concomitantemente, uma reinterpretação desse conceito. Em vista disso, uma transformação expansiva que envolve a produção matemática, no âmbito da Educação Matemática e em contextos on-line, pode ser entendida como movimentações em um sistema de atividade coletiva em que seres humanos com tecnologias buscam, de forma crítica, um modo que não havia sido pensado por eles em outras situações para compreender e/ou reconstruir entendimentos sobre determinado problema ou conteúdo matemático.

Esse é apenas o início de um debate que não se esgota aqui. Construir uma perspectiva teórico-metodológica pode comparar-

-se ao processo de construção de um mosaico, em que o padrão está em constante construção. Ou seja, o processo é dinâmico, as peças vão se acomodando ao longo do tempo, algumas vezes surgem espaços que precisam ser preenchidos, em outros momentos as peças podem parecer sobrepor-se parcialmente. Como é caso dessa perspectiva, muitas questões precisam ser mais bem estudadas, refinadas. Algumas já foram apontadas anteriormente, como o papel da proposta de estudo e a possibilidade de as mídias passarem a exercer a função de sujeitos, o que implica uma releitura da própria ideia de mediação de Vygotsky. Deixamos ao leitor um convite para participar da construção do padrão desse mosaico.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO, J. L. *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. Rio Claro, 2002. 174f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.
- \_\_\_\_\_; SANTOS, M.; SILVA, T. Identificando o(s) objeto(s) em atividades de modelagem matemática. In: X ENEM – ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* Salvador, 2010.
- BAIRRAL, M. A. Natureza do conhecimento profissional do professor: contribuições teóricas para a pesquisa em Educação Matemática. *Boletim do Gepem*, Rio de Janeiro, n.41, p.11-33, fev. 2003.
- \_\_\_\_\_. Desenvolvendo-se criticamente em Matemática: a formação continuada em ambientes virtualizados. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática*. São Paulo: Musa, 2005.
- \_\_\_\_\_. Estratégias didático-metodológicas na avaliação e formação continuada em ambientes virtuais a distância. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Orgs.). *Tecnologias e educação matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores*. Recife: SBEM, 2010.
- BETTONI, R. Dialética e Sartre: uma possibilidade de se pensar a realidade. *Revista Metavóia*, São João Del-Rei, n.3, 2001.
- BONILLA, M. H. S. Escola aprendente: comunidade em fluxo. In: FREITAS, M.T. (Org.). *Cibercultura e formação de professores*. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

- BORBA, M. C. *Students understanding of transformations of functions using multi-representational software*. Ithaca, NY, 1993, 372f. Tese (Doctor of Philosophy) – Faculty of Graduate School of Cornell University.
- \_\_\_\_\_. *Um estudo de etnomatemática: sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o “núcleo-escola” da favela da Vila Nogueira-São Quirino*. Rio Claro, 1987. 266f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp. Publicado pela Associação de Professores de Matemática, Portugal, 1994.
- \_\_\_\_\_. Computadores, representações múltiplas e a construção de ideias matemáticas. *Bolema*, Rio Claro, v.9, n.3, p.83-101, 1995.
- \_\_\_\_\_. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora Unesp, 1999.
- \_\_\_\_\_. Gpimem e Unesp: pesquisa, extensão e ensino em Informática e Educação Matemática. In: PENTEADO, M.; BORBA, M. (Orgs.). *A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. São Paulo: Olho d'Água, 2000.
- \_\_\_\_\_. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção matemática. In: I SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* Curitiba, 2001.
- \_\_\_\_\_. *Potential scenarios for internet use in the mathematics classroom*. *ZDM Mathematics Education*, Berlin, 2009.
- \_\_\_\_\_. *Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments*. *ZDM Mathematics Education*, Berlin, 2012.
- \_\_\_\_\_; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- \_\_\_\_\_; VILLARREAL, M. V. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005. v.39.
- \_\_\_\_\_; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. *Educação a distância on-line*. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- \_\_\_\_\_; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. *Educação a distância on-line*. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

- COLE, M.; ENGESTRÖM, Y. A cultural-historical approach to distributed cognition. In: SALOMON, G. (Ed.). *Distributed cognitions: psychological and educational considerations*. New York: Cambridge University Press, 1993.
- DANIELS, H. *Vygotsky e a pesquisa*. São Paulo: Loyola, 2011.
- \_\_\_\_\_. *Vygotsky e a pedagogia*. São Paulo: Loyola, 2003.
- DAVIS, P. J.; HERSH, R. *The mathematical experience*. New York: Viking Penguin Inc., 1981.
- ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit, 1987. Disponível em: <<http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>>. Acesso em: 4 mar. 2011.
- \_\_\_\_\_. *Learning by expanding: ten years after*, 1999a. Disponível em: <<http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>>. Acesso em: 4 abr. 2009.
- \_\_\_\_\_. Activity theory and individual and social transformations. In: ENGESTRÖM, Y.; MIETTINEN, R.; PUNAMÄKI, R. L. (Eds.). *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999b.
- \_\_\_\_\_. Innovative learning in work teams: analyzing the cycles of knowledge creation in practice. In: ENGESTRÖM, Y.; MIETTINEN, R.; PUNAMÄKI, R. L. (Eds.). *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999c.
- \_\_\_\_\_. Changing practice through research: changing research through practice. In: 7 ANNUAL CONFERENCE ON POST – COMPULSORY EDUCATION AND TRAINING. *Discurso programático*. Austrália: Griffith University, 1999d.
- \_\_\_\_\_. Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, v.4, n.1, 2001.
- \_\_\_\_\_. *Nom scolae sed vitae discimus: como superar a encapsulação da aprendizagem escolar*. In: DANIELS, H. (Org.). *Uma introdução a Vygotsky*. São Paulo: Loyola, 2002.
- \_\_\_\_\_; MIETTINEN, R. Introduction. In: ENGESTRÖM, Y.; MIETTINEN, R.; PUNAMÄKI, R. L. (Eds.). *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- \_\_\_\_\_; SANNINO, A. Studies of expansive learning: foundations, findings, and future challenges. *Educational Research Review*, v.5, p.1-24. DOI: 10.1016/j.edurev.2009.12.002. Acesso em: 12 maio 2013.



- GRACIAS, T. A. *A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre tendências em Educação Matemática*. Rio Claro, 2003. 165p. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista.
- HARDMAN, J. Making sense of the meaning maker: tracking the object of activity in a computer-based mathematics lesson using activity theory. *International Journal of Education and Development Using ICT*, University of Cape Town, South Africa, 2007.
- ILYENKOV, E. V. *Dialectical logic. Essays on its history and theory*. Moscou: Progress Publishers, 1977.
- \_\_\_\_\_. The object of activity: making sense of the sense-maker. Mind, culture, and activity. *An International Journal*, California, 2005.
- KAWASAKI, T. F. *Tecnologias na sala de aula de Matemática: resistências e mudanças na formação continuada de professores*. Belo Horizonte, 2008. 212f. Tese (Doutorado em Conhecimento e Inclusão Social) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais.
- KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. Campinas: Papirus, 2003.
- \_\_\_\_\_. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. Campinas: Papirus, 2007.
- LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.
- \_\_\_\_\_. The problem of activity in Psychology. In: WERTSCH J. V. (Ed.). *The concept of activity in Soviet Psychology*. New York: M.E. Sharpe Inc., 1981.
- LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.
- \_\_\_\_\_. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço*. São Paulo: Loyola, 2000.
- MALHEIROS, A. P. *Educação Matemática on-line: a elaboração de projetos de modelagem*. Rio Claro, 2008. 178f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista.
- MATEUS, E. F. *Atividade de aprendizagem colaborativa e inovadora de professores: ressignificando as fronteiras dos mundos universidade-escola*. São Paulo, 2005. 316f. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- PICCOLO, M. G. Historicizando a teoria da atividade: do embate ao debate. *Psicologia e Sociedade* 24(2): 283-92, 2012.
- RATNER, C. *Cultural psychology: theory and method*. New York: Kluwer Academic/Plenum, 2002.

- REGO, T. C. *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação*. Petrópolis: Vozes, 2009.
- ROSA, M.; MALTEMPI, M. V. A construção do conhecimento matemático sobre integral: o movimento hipertextual em um curso utilizando o RPG on-line. In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Orgs.). *Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores*. Recife: Sbem, 2010.
- SANTOS, S. C. *A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial*. Rio Claro, 2006.135f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.
- SAVIANI, D. *Do senso comum à consciência filosófica*. São Paulo: Cortez, 1985.
- SOARES, D. S. *Uma abordagem pedagógica baseada na análise de modelos para alunos de Biologia: qual o papel do software?* Rio Claro, 2012. 341f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.
- SOUTO, D. L. P. Atividades humanas mediadas pela internet. In: XIV EBRAPEM – ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* Campo Grande, 2010.
- \_\_\_\_\_. Formação continuada on-line de professores de Matemática: aspectos relativos ao design emergente de uma pesquisa. In: XIV EBRAPEM – ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* Campina Grande, 2011.
- \_\_\_\_\_. Atividades humanas mediadas pela internet: um olhar através da teoria da atividade e do construto teórico seres-humanos-com-mídias. In: SEMINÁRIO OBRIGATÓRIO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Rio Claro, 2011a.
- \_\_\_\_\_. Matemática on-line e pensamento coletivo: uma abordagem expansiva para análise de dados. In: XIV EBRAPEM – ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* Canoas, 2012.
- \_\_\_\_\_. Mídias: artefatos e/ou objeto? In: XVI CONFERÊNCIA GPI-MEM: 20 ANOS DE TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* Rio Claro, 2013.

- \_\_\_\_\_; ARAÚJO, J. L. Possibilidades expansivas do sistema seres-humanos-com-mídias: um encontro com a teoria da atividade. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Orgs.). *Tecnologias digitais e Educação Matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2013.
- \_\_\_\_\_; BORBA, M. C. Transformações expansivas e tarefas matemáticas em um universo que envolve seres-humanos-com-mídias. In: I CONGRESSO INTERNACIONAL SOBRE A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E 11ª JORNADA DO NÚCLEO DE ENSINO DE MARÍLIA. *Anais...* Marília: Oficina Universitária, 2012. v.1, p.1-15.
- \_\_\_\_\_; BORBA, M. C. Miniciclo de aprendizagem expansiva em sistema seres-humanos-com-mídias e o fazer matemática on-line. In: XI ENEM – ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* Curitiba, 2013.
- TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of the computerization. In: WERSTCH, J. *The concept of activity in Soviet psychology*. New York: Sharp, 1981.
- THORNE, S. L. Epistemology, politics, and ethics in sociocultural theory. *The Modern Language Journal* 89: 393-408, 2005.
- \_\_\_\_\_; BORBA, M. C. Collectives of humans-with-media in mathematics education: notebooks, blackboards, calculators, computers and... notebooks throughout 100 years of ICMI. *ZDM Mathematics Education*, Berlin, v.42, p.49-62, 2010.
- VYGOTSKY, L. S. *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University, 1978.
- \_\_\_\_\_. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1984.
- \_\_\_\_\_. *Manuscrito de 1929. Educação e Sociedade* n.71. Campinas: Cedes, 2000.
- ZULATTO, R. B. A. *A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente on-line de formação continuada de professores*. Rio Claro, 2007. 146f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.

## SOBRE A AUTORA

**Daise Lago Pereira Souto.** Docente da Universidade Estadual do Mato Grosso (Unemat). Atua nas modalidades presencial e a distância. Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp) de Rio Claro. Mestre em Ensino de Ciências pela Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul (Unijuí). Especialista em métodos estatísticos e licenciada em Matemática, com habilitação em Física, pela Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI). Principais linhas de pesquisa: Educação a Distância on-line; formação de professores e tecnologias digitais; teoria da atividade e tecnologias. Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática (Gpimem) da Unesp. Foi secretária municipal de Educação em Santo Ângelo, RS. Principais publicações: SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. *Transformações expansivas em sistemas de atividade: o caso da produção matemática com internet*; *Perspectivas da Educação Matemática*, v.6, p.70-89, 2013. SOUTO, D. L. P.; ARAÚJO, J. L. Possibilidades expansivas do sistema seres-humanos-com-mídias: um encontro com a teoria da atividade. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. de S. (Orgs.). *Tecnologias digitais e Educação Matemática*. 1.ed.

São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013, v.1, p.71-90. SOUTO, D. L. P. Refletindo sobre o papel do software GeoGebra na produção de conhecimento matemático construído por um coletivo pensante formado por humanos e mídias. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo (Igisip)*, v.1, p.22-36, 2012. MALHEIROS, A. P. S.; SANTOS, S.; SOUTO, D. L. P. Dinâmica e pesquisa do Gpimem: o olhar de alguns de seus membros. *Rematec – Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN)*, ano 6, p.65-72, 2011. SOUTO, D. L. P.; OLIVEIRA, L. P. F.; SIQUEIRA, M. N. Afinal, o que é fazer iniciação científica? In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. de S. (Orgs.). *Tecnologias digitais e Educação Matemática*. 1.ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013, v.1, p.39-57. MEDINA, C. R. P. SOUTO, D. L. P. Reflexiones en torno al diseño e implementación de una propuesta de actividades sobre cónicas usando GeoGebra: intercâmbio Brasil–Argentina. In: CONFERENCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA 2012, Montevideo. *Actas...* Montevideo, 2012, v. único, p.456-67. SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Miniciclo de aprendizagem expansiva em sistema seres-humanos-com-mídias. In: XI ENEM – ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba. *Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas*. Curitiba: PUC-PR, 2013. p.1-15.

SOBRE O LIVRO

*Formato:* 14 x 21 cm

*Mancha:* 23,7 x 42,5 paicas

*Tipologia:* Horley Old Style 10,5/14

EQUIPE DE REALIZAÇÃO

*Coordenação Geral*

Maria Luiza Favret

