

Trabalho de Conclusão de Curso

Curso de Graduação em Física

EXPERIMENTOS COM FRENAGEM ELETROMAGNÉTICA

Túlio Turcarelli

Prof. Dr. Francisco José dos Santos

Rio Claro (SP)

2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

Túlio Turcarelli

EXPERIMENTOS COM FRENAGEM ELETROMAGNÉTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, para obtenção do grau de Bacharel em Física.

Rio Claro - SP

2015

537.1 Turcarelli, Tulio  
T932e Experimentos com frenagem eletromagnética / Tulio  
Turcarelli. - Rio Claro, 2015  
35 f. : il., figs., gráfs., forms., tabs.

Trabalho de conclusão de curso (bacharelado - física) -  
Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e  
Ciências Exatas

Orientador: Francisco José dos Santos

1. Eletromagnetismo. 2. Ímã. 3. Lei de Faraday - Lenz. 4.  
Condutividade. 5. Materiais condutores. I. Título.

*“Dedico este trabalho aos meus pais  
Luiz e Marcia, meus irmãos Tiago,  
Tobias, Tomaz e Tadeu, através dos  
quais agradeço a toda família  
Turcarelli”.*

## **AGRADECIMENTOS**

Levo profunda gratidão a todos que de alguma forma me ajudaram a concluir este trabalho, amigos de longa data que não serão esquecidos, Adelson Feitosa, Miriam Castejon, Marta Lilian, Carlos Eduardo, Jefferson Moreira, Rodrigo Tumolin, Vinicius Polzin, Daniel Coutinho e Ana Laura.

Agradeço em especial ao professor Francisco que desde sempre teve grande paciência para com minha pessoa.

*"Embora ninguém possa voltar  
atrás e fazer um novo começo,  
qualquer um pode começar agora  
e fazer um novo fim".*

*(Chico Xavier)*

## **RESUMO**

Apresentamos o estudo do comportamento do movimento de queda de um ímã de neodímio, dentro de tubos dos seguintes materiais condutores metálicos como: cobre alumínio, latão e bronze. Procuramos desenvolver as relações existentes entre algumas características do movimento de queda do ímã com propriedades mecânicas e elétricas dos materiais condutores que constituem os tubos, sendo estas o comprimento, diâmetro externo, massa, resistividade elétrica e condutividade elétrica, de forma a verificar a existência de algumas relações entre o comportamento do movimento e as propriedades dos materiais dos tubos.

**Palavras-chave:** ímã. Lei de Faraday-Lenz. Condutividade. Materiais condutores.

## **ABSTRACT**

In this work we study the behavior of the falling motion of neodymium magnets, inside a conductive metallic duct made of copper, aluminum, brass and bronze. We obtain, analyze and present results involving relationships between material and dynamical properties of falling neodymium magnets with the mechanical and electrical properties of conductive materials, such as mass, electrical resistivity, electrical conductivity, length and external diameter

**Keywords:** magnets, Faraday law, Lenz law, conductivity, conductive materials.



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>2. ELETRODINÂMICA.....</b>	<b>10</b>
<b>2.1. CORRENTE ELÉTRICA .....</b>	<b>10</b>
<b>2.2. TENSÃO ELÉTRICA .....</b>	<b>11</b>
<b>2.3. MATERIAIS CONDUTORES E ISOLANTES .....</b>	<b>11</b>
<b>2.4. RESISTIVIDADE ELÉTRICA .....</b>	<b>11</b>
<b>2.5. CONDUTIVIDADE ELÉTRICA.....</b>	<b>12</b>
<b>2.6. CAMPO ELÉTRICO .....</b>	<b>12</b>
<b>3. MAGNETISMO .....</b>	<b>13</b>
<b>3.1. CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS MAGNÉTICOS .....</b>	<b>13</b>
<b>3.2. CAMPO MAGNÉTICO .....</b>	<b>14</b>
<b>3.3. FLUXO MAGNÉTICO .....</b>	<b>15</b>
<b>4. ELETROMAGNETISMO.....</b>	<b>16</b>
<b>4.1. INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA .....</b>	<b>16</b>
<b>4.2. FRENAGEM ELETROMAGNÉTICA .....</b>	<b>17</b>
<b>5. TEORIA DE ERROS.....</b>	<b>19</b>
<b>5.1. VALOR MÉDIO .....</b>	<b>19</b>
<b>5.2. ERRO VERDADEIRO - DESVIO ABSOLUTO - DESVIO PADRÃO E PROPAGAÇÃO DE ERROS .....</b>	<b>20</b>
<b>6. OBJETIVOS .....</b>	<b>21</b>
<b>7. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>21</b>
<b>8. RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>23</b>
<b>8.1. EXPERIMENTO I: VELOCIDADE DE QUEDA DE UM ÍMÃ CILÍNDRICO EM TUBOS DE ALUMÍNIO DE COMPRIMENTOS DIFERENTES .....</b>	<b>23</b>
<b>8.2. EXPERIMENTO II: VELOCIDADE DE QUEDA DE UM ÍMÃ ESFÉRICO EM TUBOS DE COBRE COM DIÂMETROS EXTERNOS DIFERENTES .....</b>	<b>24</b>
<b>8.3. EXPERIMENTO III: VELOCIDADE DE QUEDA DE UM ÍMÃ ESFÉRICO EM TUBOS DE MATERIAIS CONDUTORES DIVERSOS .....</b>	<b>28</b>
<b>8.4. EXPERIMENTO IV: VELOCIDADE DE QUEDA DE UM ÍMÃ CILÍNDRICO EM TUBOS DE COBRE DE COMPRIMENTOS DIFERENTES .....</b>	<b>30</b>
<b>9. CONCLUSÃO .....</b>	<b>34</b>
<b>10. REFERÊNCIAS .....</b>	<b>35</b>
<b>11. BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA.....</b>	<b>35</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A concepção do eletromagnetismo ocorreu em 1820 com Hans Christian Oersted (1771-1851), quando este verificou a interação que ocorria entre uma bússola e um fio condutor submetido a uma corrente elétrica. Ele percebeu que ao aproximar a bússola do fio o ponteiro da mesma sofria uma variação em sua posição [1]. Este fato ficou conhecido como a Experiência de Oersted, sendo o primeiro registro de um fenômeno relacionando eletricidade e magnetismo.

O primeiro físico a construir um aparelho utilizando eletromagnetismo foi André-Mari Ampère (1775-1836) ao construir um eletroímã [2], abrindo o caminho para o desenvolvimento tecnológico de várias invenções que viriam surgir posteriormente.

O estudo e descoberta da indução eletromagnética e da relação entre tensão induzida e fluxo magnético, foram dados por Michael Faraday (1791-1867) em 1831, mas foi em 1845 que Franz Ernst Neumann (1798-1895) escreveu a Lei em uma forma matemática [2]. Posteriormente Heinrich Lenz (1804-1865) percebeu que a formulação de Neumann não obedecia todas as condições para que houvesse a conservação de energia, necessitando a adição do sinal negativo na fórmula para corrigi-la.

Talvez o físico mais emblemático no estudo do eletromagnetismo seja James Clerk Maxwell (1831-1879), responsável por estabelecer a teoria ordenadora de todas as leis da eletricidade e do magnetismo em um só pensamento. Em suma, seus feitos conhecidos como as equações de Maxwell vislumbram as leis de Ampère, lei de Faraday, lei de Gauss e Lei de Gauss para o magnetismo, como sendo as quatro leis suficientes para descrever qualquer fenômeno eletromagnético.

## 2. ELETRODINÂMICA

Neste capítulo procuramos abordar os principais conceitos de eletricidade, de forma a estruturar formalmente a teoria necessária para embasar o estudo proposto neste trabalho.

A eletrodinâmica é o estudo dos fenômenos que ocorrem quando se tem cargas elétricas em movimento ordenado, podendo ser um movimento contínuo, gerando uma corrente contínua ou um movimento oscilatório, gerando uma corrente alternada ao longo do tempo.

Os conceitos trabalhados neste capítulo são os de corrente elétrica, tensão elétrica, materiais condutores e isolantes, resistividade, condutividade e campo elétrico.

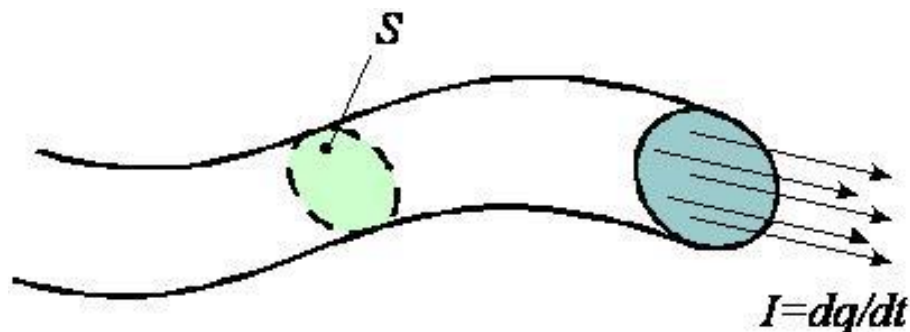
### 2.1. Corrente Elétrica

O movimento ordenado de elétrons é chamado de corrente elétrica, ela é devida a força elétrica exercida sobre elétrons livres em um material condutor [1].

A intensidade de corrente elétrica é à grandeza física responsável por medir a corrente elétrica, isto é, a razão entre, a quantidade de cargas elétricas que atravessam um material, durante um intervalo de tempo. Sua representação no sistema internacional de unidades (SI) é a letra  $I$  e sua unidade de medida é o ampère (A).

A definição matemática da intensidade de corrente elétrica  $I$  é a razão entre a quantidade de carga elétrica  $dq$  que passa por uma superfície durante um intervalo de tempo  $dt$ .

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (1)$$

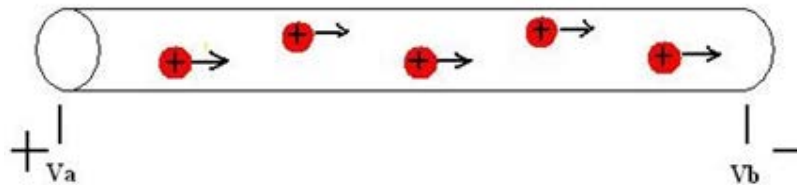


**Figura 1:** Fio condutor sendo atravessado por uma carga elétrica  $dq$  em uma seção  $S$  em um intervalo de tempo  $dt$ .

## 2.2. Tensão Elétrica

Ao considerarmos que uma carga de prova positiva  $q$ , se desloca de um ponto A até um ponto B, sobe ação de uma força elétrica  $\vec{F}$ , devida a um campo elétrico  $\vec{E}$ , em que a carga se encontra imersa. Define-se, tensão elétrica entre A e B, a razão entre o trabalho realizado para deslocar a carga de prova  $q$  e o valor de sua carga [3]. A expressão dada é:

$$V_{ab} = \frac{W_{ab}}{q} \quad (2)$$



**Figura 2:** partícula de carga  $q$  percorrendo um fio condutor, devido à diferença de potencial entre do ponto A ao ponto B.

## 2.3. Materiais Condutores e Isolantes

Os materiais onde cargas elétricas podem mover-se livremente são chamados de materiais condutores [4], por não oferecer uma resistência significativa ao movimento destas cargas em seu interior. Já aqueles materiais que não permitem este movimento sem oferecer grande resistência são denominados de isolantes elétricos. De fato, todos os corpos oferecem certa resistência à passagem de corrente elétrica por eles [4], assim como, todos permitem a condução da mesma, de forma que podemos dizer que, todos os materiais são em parte isolantes e em parte condutores, o que qualifica todos os materiais bons condutores como maus isolantes, assim como todos os materiais maus condutores como bons isolantes.

## 2.4. Resistividade Elétrica

É a grandeza física que quantifica o quanto um material é ou não um bom isolante, seu símbolo no sistema internacional de unidades (SI) é a letra grega  $\rho$  e sua unidade de medida é o Ohms-metro ( $\Omega \cdot m$ ).

No caso específico de um corpo com formato cilíndrico de comprimento  $L$ , seção transversal de área  $A$  e uma resistividade elétrica  $\rho$ , pode-se calcular a resistência elétrica  $R$  através da segunda lei de Ohm [5]:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad (3)$$

É importante notar que a resistência elétrica é propriedade do corpo e depende de sua forma física, já a resistividade é característica do material do qual o corpo é constituído.

### 2.5. Condutividade Elétrica

De forma similar a resistividade, podemos também definir a condutividade elétrica de um material, sendo a medida da facilidade com que este é capaz de conduzir eletricidade, isto é, uma grandeza inversa à resistividade [1]. Seu símbolo no sistema internacional de unidades (SI) é a letra grega  $\sigma$  e sua unidade de medida é o  $(\Omega \cdot m)^{-1}$ .

$$\sigma = \rho^{-1} \quad (4)$$

### 2.6. Campo Elétrico

O campo elétrico desempenha o papel de estabelecer conexão entre cargas elétricas, sem que estas estejam em contato.

Uma carga elétrica  $q_1$  possui em seu entorno um campo elétrico  $\vec{E}_1$ . Quando houver a presença de uma segunda carga elétrica  $q_2$  imersa no campo elétrico  $\vec{E}_1$ , essa carga elétrica fica sob a ação de uma força elétrica  $\vec{F}_e$ . Assim a carga elétrica  $q_2$  sente a presença da carga elétrica  $q_1$ . Da mesma maneira, a carga elétrica  $q_1$  sente a presença da carga elétrica  $q_2$ , através de um campo elétrico  $\vec{E}_2$  gerado pela carga  $q_2$ .

O vetor campo elétrico tem como unidade de medida no sistema internacional (SI) o (Newton/Coulomb) ou (N/C) e é definido através da força elétrica [5]:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (5)$$

Pode-se também tratar o campo elétrico através de um formalismo mais elegante utilizando a lei de Gauss, que estabelece uma relação entre o fluxo de campo elétrico e a carga que o gera, ou seja, uma ligação entre o campo elétrico que atravessa uma superfície fechada, com a carga que gera este campo [1]. No caso específico em que o meio é o vácuo, temos:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} da = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (6)$$

### 3. MAGNETISMO

As observações de fenômenos magnéticos remontam a antiguidade. Sabe-se que na região da Magnésia havia um tipo de rocha, conhecida como magnetita, que tinha a propriedade de atrair e repelir outras rochas do mesmo material, assim como podia atrair pequenos pedaços de ferro [1].

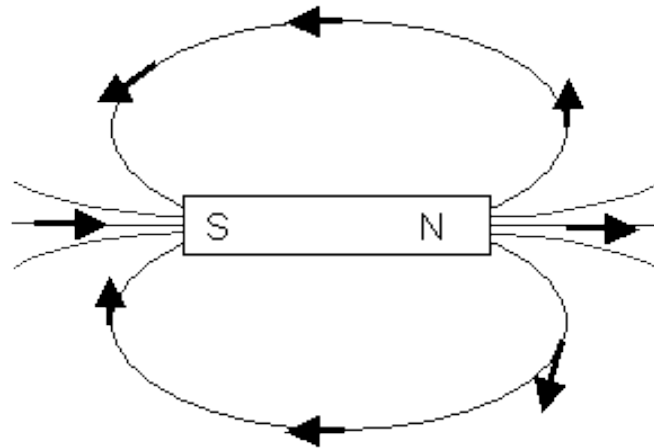
Materiais como a magnetita são chamados de ímãs e a primeiras aplicações deles são provavelmente na construção e no uso de bússolas [2], utilizadas para orientar navegadores.

Na verdade, a bússola nada mais é do que um ímã geralmente no formato de uma agulha, que é atraído pelo campo magnético da terra, que por sua vez, comporta-se como um grande ímã.

O magnetismo tem origem na organização atômica dos materiais e advém do movimento dos elétrons que constituem os mesmos. Em um modelo atômico clássico temos que os elétrons giram em torno de um núcleo atômico e também giram em torno deles mesmos. Geralmente os elétrons que formam um corpo giram em torno de si mesmos em diferentes sentidos, assim formam materiais não magnéticos [1]. Porém em alguns casos, especialmente ferro, níquel e cobalto, a rotação dos elétrons não obedece à simetria encontrada nos materiais não magnéticos e tem a orientação de suas rotações alinhadas no mesmo sentido, formando materiais com propriedades magnéticas.

#### 3.1. Características Dos Materiais Magnéticos

Os ímãs possuem algumas características em comum, diferente de cargas elétricas que se apresentam de forma individual, eles não possuem monopólo magnético e são formados por dipolos magnéticos, com polo norte e polo sul [4].

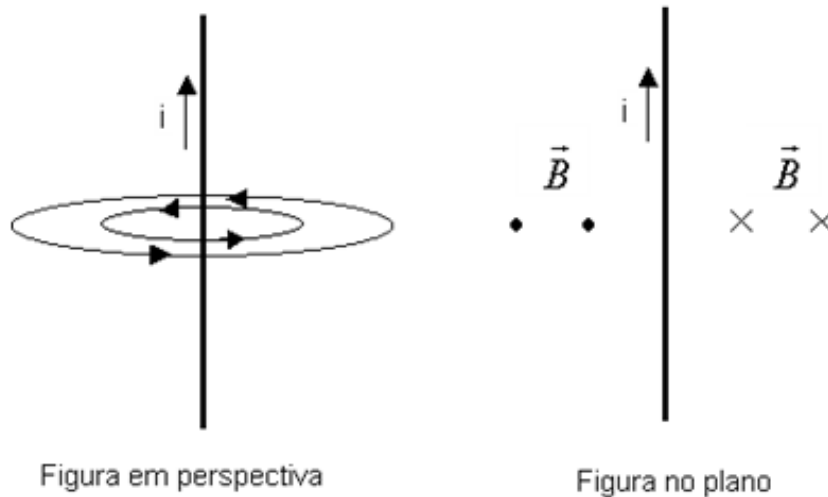


**Figura 3:** Campo magnético em um ímã.

- Polos magnéticos iguais se repelem e polos magnéticos diferentes se atraem;
- Ao dividir um ímã formam-se dois novos polos, um sul e outro norte;
- Os polos são as regiões responsáveis por atrair ou repelir um material magnético, sendo que são por eles que o campo magnético permeia o ímã.

### 3.2. Campo Magnético

Para definir campo magnético, primeiro devemos lembrar que este é gerado através do movimento de elétrons, isto é, para gerarmos um campo magnético basta termos elétrons em movimento, por exemplo: quando temos um fio condutor submetido a uma diferença de potencial elétrica em suas extremidades, gerando um campo elétrico e conseqüentemente uma força sobre os elétrons livres do condutor, estes acabam entrando em movimento através do fio na mesma direção do campo elétrico, por conseqüência, em torno do fio condutor surge um campo magnético perpendicular ao campo elétrico, surge também uma força magnética, que é devida ao campo magnético e ao movimento das cargas elétricas pelo fio [5].



**Figura 4:** Campo magnético gerado pelo movimento de elétrons em um fio condutor.

A grandeza física campo magnético, é representada no sistema internacional de unidades (SI) pela letra B e sua unidade de medida é o Tesla (T). Experimentalmente sabe-se que, a relação entre a carga, sua velocidade, o campo magnético e a força magnética é [5]:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (7)$$

Para calcular de forma apropriada o valor de um campo magnético devemos utilizar a lei de Ampère, que é assim como a lei de Gauss, uma forma elegante de se entender o mecanismo de ação do campo em estudo [3].

A lei de Ampère nos mostra que, a circulação de um campo magnético em uma curva fechada C é proporcional a corrente elétrica que o gera, isto é:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (8)$$

### 3.3. Fluxo Magnético

Considere uma superfície S por onde atravessam linhas de campo magnético  $\vec{B}$ , denomina-se fluxo magnético  $\Phi_B$  a quantidade de linhas que atravessam essa superfície. Sua formulação é dada por [1]:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, da \quad (9)$$



## 4. ELETROMAGNETISMO

Como visto na introdução histórica, o eletromagnetismo teve seus primeiros estudos com Oersted, em sua experiência que verificava a interação entre o ímã de uma bússola e a corrente elétrica em um fio condutor [2].

Neste ponto do trabalho, vamos nos aprofundar mais nas intrínsecas relações entre estas manifestações da natureza e logo ficará claro que, em realidade, os fenômenos da eletricidade e do magnetismo são faces do mesmo evento físico [2].

O trato mais formal do eletromagnetismo é dado através das equações de Maxwell [1], que nada mais são do que as principais leis da eletricidade e do magnetismo só que agora vistas sob uma nova ótica, a da unificação, que nos permite entender o fenômeno como uma manifestação única e não mais separada.

É importante termos em mente que, o campo elétrico só existe individualmente quando se tem uma partícula carregada em repouso e que em todos os outros casos a existência de um campo elétrico está atrelada com a existência de um campo magnético. Em verdade sabemos que, não existem portadores de carga realmente em repouso (elétrons parados!), o que permite visualizarmos claramente que quando existe um campo elétrico existe um campo magnético e se existe um campo magnético então existe um campo elétrico associado.

### 4.1. Indução Eletromagnética

A lei de indução eletromagnética de Faraday-Neumann-Lenz ou apenas lei de Faraday, tem como objetivo mostrar que quando se varia no tempo um campo magnético, gera-se um campo elétrico correspondente. Esta Lei pode ser dada de uma forma bem direta, entre a variação do fluxo magnético e a tensão elétrica induzida  $\mathcal{E}$  gerada por esta perturbação [5]:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (10)$$

Existe também uma maneira sofisticada de apresentar esta lei [4]:

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (11)$$

Em ambos os modos o sinal de menos representa a contribuição de Lenz na construção da lei, o que permite a mesma estar de acordo com a lei de conservação de energia.

#### 4.2. Frenagem Eletromagnética

Quando temos um tubo constituído de um material condutor não ferromagnético e dentro deste tubo abandonamos um objeto imantado, é criada no tubo, através da indução eletromagnética uma tensão induzida, que por sua vez origina uma força contra o movimento de queda do objeto [6].

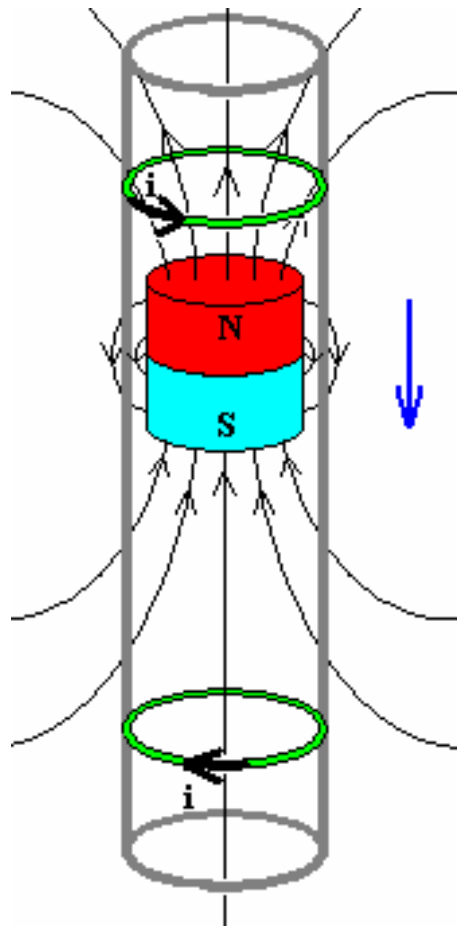


Figura 5: correntes induzidas em um tubo condutor

A força de Lorentz é dependente da velocidade de queda do magneto. Quando a velocidade é alta, o valor da força é maior do que quando a velocidade de queda é baixa [7]. No início do movimento de queda a velocidade do ímã varia e a força também, após um tempo a

velocidade torna-se constante, característica esta, que será verificada experimentalmente. Abaixo estão listadas algumas implicações da frenagem eletromagnética:

- Quando o ímã se distancia de uma parte do tubo, o campo magnético produzido pela corrente induzida o atrai.
- Quando o ímã se aproxima de uma parte do tubo, o campo magnético produzido pela corrente induzida o repele.
- Desta forma, o campo magnético criado pelas correntes induzidas tem sentidos que geram uma força de oposição à queda do ímã.

Com estas considerações podemos criar um modelo simples das forças que descrevem o movimento, a força peso do ímã e a força magnética [7].

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{g} - \vec{F}_m \quad (12)$$

Quando a velocidade do ímã atinge seu valor terminal, ela se torna constante e sendo assim, a força resultante se anula (ver gráfico 1). Sabendo-se que, todas as forças estão na mesma direção, temos:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \quad (13)$$

$$0 = m \cdot \vec{g} - \vec{F}_m \quad (14)$$

$$F_m = m \cdot g \quad (15)$$

A força magnética expressa em (15) é devida a formação de um dipolo magnético, formado entre os campos de repulsão a queda do ímã. Os campos magnéticos gerados pelas correntes induzidas, onde o ímã está para passar, repelem o campo magnético do ímã em queda, e os campos magnéticos formados pelas correntes induzidas, onde o ímã já passou, atraem as linhas de campo do ímã [7].

Existem grandes semelhanças ao estudar a força de arraste de um fluido e a força de frenagem eletromagnética. Ambas são forças de oposição ao movimento, que agem como freios. Por este motivo, podemos relacionar a força magnética opositora como sendo proporcional a velocidade de queda do ímã, isso nos fornece a relação seguinte [6]:

$$k \cdot v = m \cdot g \quad (16)$$

$$v = \frac{m \cdot g}{k} \quad (17)$$

Determinando a velocidade de queda de um magneto, pode-se encontrar o valor da constante  $k$  (equivalente simbólica do coeficiente de arraste), que tem seu valor em função de diversos fatores, como momento de dipolo, condutividade do tubo, raio interno e externo do tubo [6].

## 5. TEORIA DE ERROS

Neste capítulo vamos mostrar de forma bastante sucinta o tratamento matemático dos erros e como se deve fazer quando um procedimento experimental é realizado.

Primeiramente listamos os tipos de erros ocorridos durante uma experiência:

-Erros sistemáticos: são identificáveis e passíveis de serem eliminados, estão subdivididos em quatro categorias [8]:

Instrumentais: são oriundos da falta de precisão dos aparelhos de medidas utilizados;

Observacionais: são devido a falhas humanas, como o tempo que se leva do momento que você visualiza a passagem de um corpo, por um determinado ponto e o momento que você observa em seu relógio, o horário em que isso ocorreu.

Teóricos: Erros característicos de modelos matemáticos usados para prever um resultado experimental, por exemplo, quando se considera um pêndulo simples como realizador de um movimento harmônico simples.

-Erros randômicos: São flutuações impossíveis de se evitar e não dependem dos aparelhos usados nas medições, são facilmente percebidos quando se repete um procedimento de medida diversas vezes e os valores obtidos apresentam flutuações. A maneira de minimizar os efeitos destas flutuações é tratar os dados estatisticamente [8].

### 5.1. Valor Médio

Quando se tem diversos valores obtidos através da repetição da medição é necessário tratar estes dados para que se obtenha um resultado que represente da melhor forma possível o valor real da medida. Para isso que existe a medida de tendência central denominada média [9].

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (17)$$

## 5.2. Erro Verdadeiro - Desvio Absoluto - Desvio Padrão e Propagação de Erros

É importante conhecermos o conceito de erro verdadeiro, que na realidade nada mais é do que a diferença entre o valor medido e o valor real da grandeza física [9].

$$e_i = x_i - u \quad (18)$$

A definição de desvio absoluto é a diferença entre o valor medido e o valor médio obtido [9].

$$d_i = x_i - \bar{x} \quad (20)$$

Desvio padrão é a principal medida de dispersão, usada em estatística para tratar dados experimentais, ele permite analisar o quanto um valor médio é ou não confiável e o quanto os dados obtidos estão dispersos [9].

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)}} \quad (21)$$

No caso de ser preciso analisar uma grandeza física composta por outras, obtidas experimentalmente, torna-se necessário descobrir o desvio padrão da nova medida, isso é feito propagando o erro, como mostrado abaixo [9]:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \sigma_i \right)^2} \quad (19)$$

## 6. OBJETIVOS

Através da revisão bibliográfica vista nos capítulos anteriores, este trabalho busca estudar as características do movimento de um ímã, durante o fenômeno da frenagem eletromagnética. Objetivamos também o aprimoramento dos conhecimentos sobre a lei de Faraday e algumas de suas consequências, especialmente as que se referem ao movimento de queda de um magneto no interior de um tubo metálico não ferromagnético.

Para alcançarmos este propósito, foi necessário construir diversas experiências, que posteriormente tiveram seus resultados submetidos à análise, necessária para compreender o fenômeno ocorrido e embasar explicações satisfatórias para o comportamento do ímã durante a frenagem eletromagnética.

Uma vez explicado o comportamento do movimento em cada experiência, é possível através da revisão teórica dada nos primeiros capítulos, estabelecer princípios gerais relacionando todas as análises construídas anteriormente para cada prática em uma só concepção fenomenológica.

## 7. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

As práticas desenvolvidas buscam estabelecer relações entre a queda do magneto de neodímio-ferro-boro, com características geométricas dos tubos e propriedades elétricas dos materiais que os constituem. Para isso estabelecemos um conjunto de experiências que, juntas podem ajudar a explicitar algumas qualidades do evento físico.

- 1º prática: procura relacionar a velocidade de queda de um ímã cilíndrico em tubos de alumínio com comprimentos diferentes.
- 2º prática: procura relacionar a velocidade de queda de um ímã esférico em tubos de cobre de diâmetros externos diferentes e, portanto massas diferentes.
- 3º prática: procura relacionar a velocidade de queda de um ímã esférico com a resistividade e condutividade em tubos de materiais diferentes, mas com a mesma geometria.
- 4º prática: procura comparar a velocidade de queda de dois ímãs, um esférico e outro cilíndrico.

Todos os experimentos realizados são procedimentos simples e de fácil entendimento, abaixo é explicado todas as suas etapas:

- Medimos o comprimento, diâmetro interna e externo de cada tubo;
- Colocamos o tubo na posição vertical;

- Soltamos o ímã dentro do tubo, a partir do repouso;
- Através de um cronômetro medimos o tempo de queda do ímã;
- Repetimos o procedimento seis vezes para que pudéssemos fazer o tratamento estatístico dos dados de forma a diminuir os erros de medida.

Após a captação dos dados, foram feitos tratamentos estatísticos, onde foram obtidos tempos médios de queda e seus respectivos desvios padrões. Com esses tempos médios e os comprimentos dos tubos, foi possível calcular as velocidades médias de queda para os tubos por meio da equação de velocidade média:

$$\bar{v}_i = \frac{L_i}{\bar{t}_i} \quad (20)$$

Os erros dos aparelhos de medida são a metade da menor divisão da escala, para aqueles que são analógicos e a precisão da medida, para os aparelhos digitais. Nos procedimentos realizados foi usada uma trena com erro de 0,5mm e um cronômetro digital com erro de 0,01s. Abaixo estão os valores de algumas propriedades dos metais [10] que constituem os tubos, estes dados são necessários para as práticas aqui tratadas.

TABELA 1: Propriedades Elétricas Das Amostras			
Amostra	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Resistividade (10 <sup>8</sup> .Ω.m)	Condutividade (10 <sup>8</sup> .Ω.m) <sup>-1</sup>
Cobre	9,05	1,73	0,58
Alumínio	2,58	2,84	0,35
Latão	8,45	8,18	0,12
Bronze	7,60	12,59	0,08

## 8. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 8.1. Experimento I: Velocidade De Queda De Um Ímã Cilíndrico Em Tubos De Alumínio De Comprimentos Diferentes

Nesta prática temos como objetivo entender o que ocorre com a velocidade de queda do ímã, quando se altera o comprimento dos tubos. No caso específico foram utilizados tubos de alumínio.

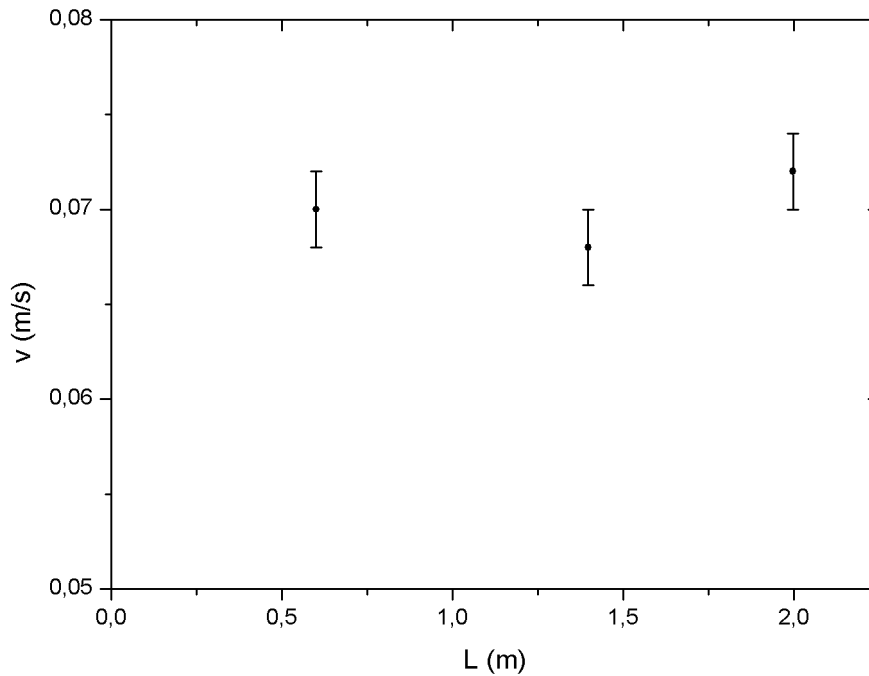
TABELA 2: Tempo De Queda De Um Ímã Cilíndrico Em Tubos De Alumínio De Comprimentos Diferentes					
Amostra I		Amostra II		Amostra III	
$L_1=0,600\text{m}$		$L_2=1,397\text{m}$		$L_3=1,997\text{m}$	
$\Phi_i=12\text{ mm}$		$\Phi_i=12\text{ mm}$		$\Phi_i=12\text{ mm}$	
$\Phi_e=20\text{ mm}$		$\Phi_e=20\text{ mm}$		$\Phi_e=20\text{ mm}$	
Tempo de queda(s)	Erro de medida (s)	Tempo de queda(s)	Erro de medida (s)	Tempo de queda(s)	Erro de medida (s)
8,80	0,01	20,30	0,01	28,00	0,01
8,36	0,01	20,11	0,01	29,18	0,01
8,53	0,01	21,00	0,01	26,74	0,01
8,47	0,01	20,87	0,01	28,84	0,01
8,29	0,01	20,68	0,01	27,10	0,01
8,29	0,01	20,89	0,01	27,21	0,01
$\bar{t}_1 = (8,46 \pm 0,19)\text{s}$		$\bar{t}_2 = (20,64 \pm 0,36)\text{s}$		$\bar{t}_3 = (27,85 \pm 0,98)\text{s}$	

Através da equação de velocidade (23) e dos dados da (tabela 2), obtemos a (tabela 3):

TABELA 3: Velocidade Média De Queda De Um Ímã Cilíndrico Em Tubos De Alumínio De Comprimentos Diferentes	
Amostra de comprimento $L_1(0,600\text{m})$	$\bar{v}_1 = (0,070 \pm 0,002)\text{m/s}$
Amostra de comprimento $L_2(1,397\text{m})$	$\bar{v}_2 = (0,068 \pm 0,002)\text{m/s}$
Amostra de comprimento $L_3(1,997\text{m})$	$\bar{v}_3 = (0,072 \pm 0,002)\text{m/s}$



Colocando a (tabela 2) na forma de gráfico, temos:



**Gráfico 1:** Velocidade De Queda De Um Ímã Cilíndrico Em Tubos De Alumínio De Comprimentos Diferentes

O gráfico permite observar que, para três tubos do mesmo material, variando apenas as medidas de seus comprimentos, a velocidade de queda de um ímã em seu interior permanece praticamente constante [6], ou seja, o modelo adotado na equação (15) condiz com os resultados da experimentação. Sabe-se que na realidade, a velocidade de queda varia no início e no fim do movimento, por motivos de efeitos de bordas ocorridos nas extremidades dos tubos [6].

## 8.2. Experimento II: Velocidade De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Cobre Com Diâmetros Externos Diferentes

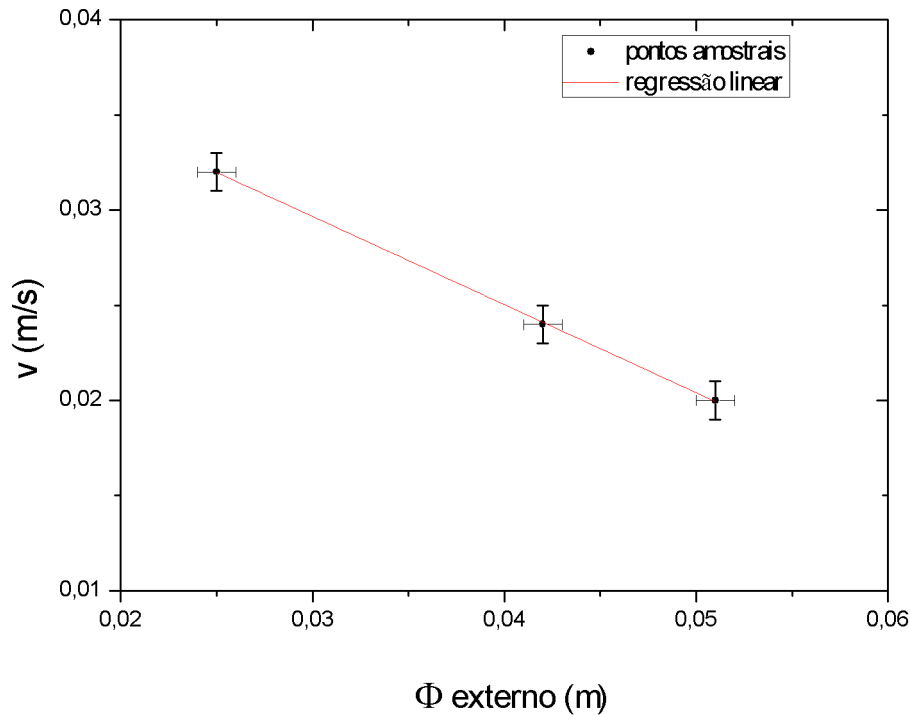
Assim como na experiência anterior, esta tem como variável uma característica geométrica dos tubos. Ao contrário da prática anterior, não estamos analisando o comportamento de queda em relação ao comprimento dos tubos, mas sim quando variamos o valor do diâmetro externo deles.

TABELA 4: Tempo De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Cobre Com Diâmetros Externos Diferentes					
Amostra I		Amostra II		Amostra III	
$L_1=15$ cm		$L_2=15$ cm		$L_3=15$ cm	
$\Phi_i=1,6$ cm		$\Phi_i=1,6$ cm		$\Phi_i=1,6$ cm	
$\Phi_e=5,1$ cm		$\Phi_e=4,2$ cm		$\Phi_e=2,5$ cm	
Tempo de queda (s)	Erro de medida (s)	Tempo de queda (s)	Erro de medida (s)	Tempo de queda (s)	Erro de medida (s)
7,33	0,01	6,47	0,01	4,63	0,01
8,00	0,01	6,08	0,01	5,01	0,01
7,01	0,01	6,25	0,01	4,21	0,01
7,37	0,01	6,48	0,01	4,75	0,01
7,19	0,01	6,80	0,01	5,02	0,01
7,19	0,01	6,30	0,01	4,39	0,01
$\bar{t}_3 = (7,35 \pm 0,34)s$		$\bar{t}_2 = (6,40 \pm 0,25)s$		$\bar{t}_3 = (4,67 \pm 0,33)s$	

Através da equação (23) e os dados da (tabela 4), obtemos a (tabela 5):

TABELA 5: Velocidade Média De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Cobre Com Diâmetros Externos Diferentes	
Amostra de diâmetro $\Phi_{e1}(5,1$ cm)	$\bar{v}_1 = (0,020 \pm 0,001)m/s$
Amostra de diâmetro $\Phi_{e2}(4,2$ cm)	$\bar{v}_2 = (0,024 \pm 0,001)m/s$
Amostra de diâmetro $\Phi_{e3}(2,5$ cm)	$\bar{v}_3 = (0,032 \pm 0,001)m/s$

Podemos então, construir um gráfico dos dados da (tabela 5):



**Gráfico 2:** Velocidade De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Cobre Com Diâmetros Externos Diferentes

TABELA 6: Regressão Linear ( $v = a + b \cdot \phi_e$ )	
Coeficiente Linear (a)	(0,044±0,002) m/s
Coeficiente Angular (b)	(0,463±0,053) s <sup>-1</sup>

Verificamos que os pontos amostrais formam uma reta. Isso nos motivou a realizar uma regressão linear e obter os parâmetros correspondentes a reta formada.

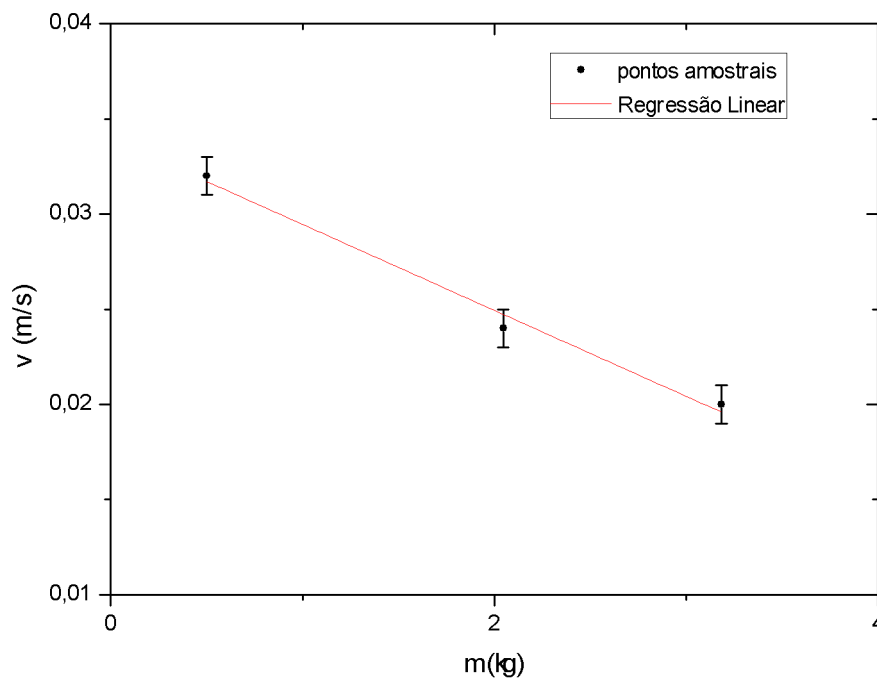
Percebemos que a velocidade de queda decresce conforme aumenta o valor do diâmetro externo, esse comportamento provavelmente deve-se ao fato de que, a resistência elétrica associada à corrente induzida diminui conforme aumenta a espessura do tubo. Isso é fácil de notar, visto que a resistência elétrica diminui, conforme aumenta a seção pela qual percorre a corrente elétrica induzida, como mostra a equação (3).

O (gráfico 3) logo abaixo, está relacionado com o (gráfico 4), diferenciando entre eles que o último tem como parâmetro a massa, obtida através das equações abaixo:

$$d_i = \frac{m_i}{V_i} \quad (24)$$

$$V_i = \pi \cdot (\Phi_e^2 - \Phi_i^2) \cdot L_i \quad (25)$$

TABELA 7: Velocidade Média De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Cobre Com Massas Diferentes	
Massa da Amostra: $\Phi_{e1}(5,1 \text{ cm}) = 3183,3 \text{ g}$	$\bar{v}_1 = (0,020 \pm 0,001) \text{ m/s}$
Massa da Amostra: $\Phi_{e2}(4,2 \text{ cm}) = 2047,1 \text{ g}$	$\bar{v}_2 = (0,024 \pm 0,001) \text{ m/s}$
Massa da Amostra: $\Phi_{e3}(2,5 \text{ cm}) = 500,9 \text{ g}$	$\bar{v}_3 = (0,032 \pm 0,001) \text{ m/s}$



**Gráfico 3:** Velocidade De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Cobre Com Massas Diferentes

TABELA 8: Regressão Linear ( $v = a + b \cdot m$ )	
Coeficiente Linear (a)	$(0,034 \pm 0,001) \text{ m/s}$
Coeficiente Angular (b)	$(-0,0045 \pm 0,0005) \text{ m/g} \cdot \text{s}$

A mesma conclusão obtida para o (gráfico 2), temos para o (gráfico 3) das massas dos cilindros. Isto é, aparentemente podemos concluir uma dependência linear da velocidade pela massa [6].

### 8.3. Experimento III: Velocidade De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Materiais Condutores Diversos

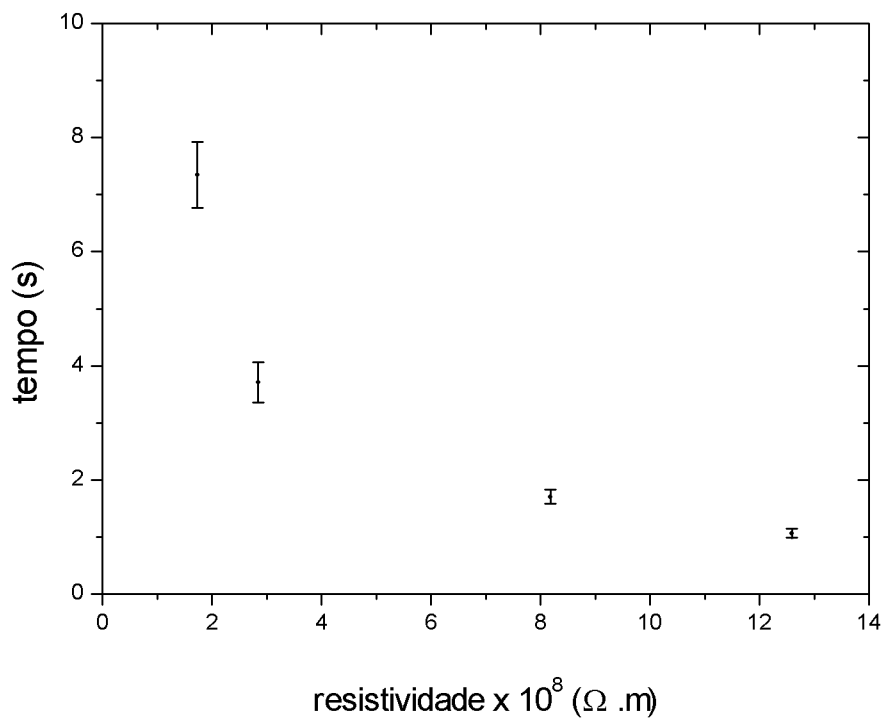
Está prática tem motivação singular em relação às anteriores, pois agora não foi atribuído como variável um parâmetro geométrico, nesta experimentação mudamos o material que constitui os tubos e mantivemos a mesma geometria tubular para todas as amostras.

TABELA 9: Tempo De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Materiais Condutores Diversos				
Bronze	Cobre	Alumínio	Latão	
$L_1=15$ cm	$L_2=15$ cm	$L_3=15$ cm	$L_4=15$ cm	
$\Phi_i=1,6$ cm	$\Phi_i=1,6$ cm	$\Phi_i=1,6$ cm	$\Phi_i=1,6$ cm	
$\Phi_e=5,1$ cm	$\Phi_e=5,1$ cm	$\Phi_e=5,1$ cm	$\Phi_e=5,1$ cm	
Tempo de queda (s)				Erro de medida (s)
1,04	7,33	3,51	1,51	0,01
1,16	8,00	3,18	1,96	0,01
1,20	7,01	3,16	1,55	0,01
0,96	7,37	3,31	1,57	0,01
0,98	7,19	3,53	1,85	0,01
0,99	7,19	3,71	1,73	0,01
TABELA 10: Tempo Médio De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Materiais Condutores Diversos				
Cobre			$\bar{t}_1 = (7,354 \pm 0,344)s$	
Alumínio			$\bar{t}_2 = (3,400 \pm 0,219)s$	
Latão			$\bar{t}_3 = (1,695 \pm 0,182)s$	
Bronze			$\bar{t}_4 = (1,055 \pm 0,101)s$	

Através da equação (23) e dos dados das (tabelas 9 e 10), obtivemos a (tabela 11).

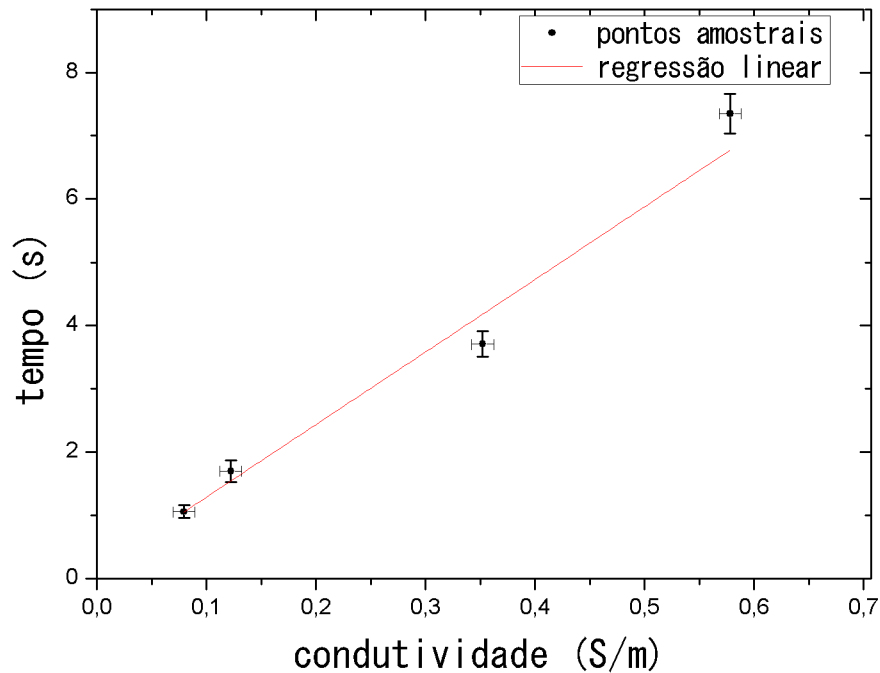
TABELA 11: Velocidade Média De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Materiais Condutores Diversos	
Cobre	$\bar{v}_1 = (0,020 \pm 0,001)m/s$
Alumínio	$\bar{v}_2 = (0,044 \pm 0,001)m/s$
Latão	$\bar{v}_3 = (0,088 \pm 0,001)m/s$
Bronze	$\bar{v}_4 = (0,142 \pm 0,001)m/s$

Utilizando as informações obtidas na (tabela 10) e os valores das resistividades contidas na (tabela 1), construímos um gráfico entre tempo de queda e a resistividade dos materiais.



**Gráfico 4:** Tempo De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Materiais Condutores Diversos Em Função Da Resistividade

Evidentemente que o (gráfico 4) mostra uma relação inversa entre as duas grandezas, isto nos motivou a construir um novo gráfico, usando a condutividade e não mais a resistividade. Para realizar tal substituição bastou empregar a equação (4).



**Gráfico 5:** Tempo De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Materiais Condutores Diversos Em Função Da Condutividade

TABELA 12: Regressão Linear ( $y = a + b \cdot x$ )	
Coefficiente linear (a)	$(0,044 \pm 0,002) \text{ s}$
Coefficiente angular (b)	$(0,463 \pm 0,053) \text{ S} \cdot \text{s}^{-1}$

Neste ponto do trabalho fica claro que, o tempo de queda de um ímã depende da resistividade do material do tubo, isto se dá devido à corrente induzida em torno do tubo, ser maior ou menor conforme o valor da sua resistividade. Podemos assim dizer que, se o tempo é inversamente proporcional à resistividade logo a velocidade é proporcional à mesma.

#### 8.4. Experimento IV: Velocidade De Queda De Um Ímã Cilíndrico Em Tubos De Cobre De Comprimentos Diferentes

Mostraremos agora o comportamento da frenagem eletromagnética variando um parâmetro diferente dos anteriores, mas não menos importante. Já foi trabalhado com os parâmetros geométricos dos tubos e com diferenças nos materiais que os constituem. Agora analisaremos

a atuação do fenômeno comparando o tempo e a velocidade de queda quando usamos ímãs com geometrias e valores de campos magnéticos diferentes.

Abaixo são fornecidos os valores do campo magnéticos dos ímãs usados nas experiências:

-Valor do campo gerado pelo ímã esférico:  $B_e = 7 \cdot 10^3 G$ .

-Valor do campo gerado pelo ímã cilíndrico:  $B_c = 5 \cdot 10^3 G$ .

TABELA 13: Tempo De Queda De Um Ímã Cilíndrico Em Tubos De Cobre De Comprimentos Diferentes			
Amostra I		Amostra II	
$L_1=0,60m$		$L_2=1,26m$	
$\Phi_i=15,60mm$		$\Phi_i=15,60mm$	
$\Phi_e=19,20mm$		$\Phi_e=19,20mm$	
Tempo de queda(s)	Erro de medida (s)	Tempo de queda(s)	Erro de medida (s)
11,10	0,01	23,30	0,01
11,10	0,01	23,66	0,01
11,12	0,01	23,55	0,01
11,24	0,01	23,68	0,01
11,09	0,01	23,57	0,01
11,00	0,01	23,30	0,01
$\bar{t}_1 = (11,11 \pm 0,08)s$		$\bar{t}_2 = (23,51 \pm 0,17)s$	

Através da equação (23) e dos dados fornecidos pela (tabela 13), obtivemos a (tabela 14) para o ímã cilíndrico.

TABELA 14: Velocidade Média De Queda De Um Ímã Cilíndrico Em Tubos De Cobre De Comprimentos Diferentes	
Amostra de comprimento $L_1(0,60 m)$	$\bar{v}_1 = (0,054 \pm 0,002) m/s$
Amostra de comprimento $L_2(1,26 m)$	$\bar{v}_2 = (0,054 \pm 0,002) m/s$

O mesmo processo feito com o ímã cilíndrico foi repetido para o ímã esférico, fornecendo os resultados abaixo.

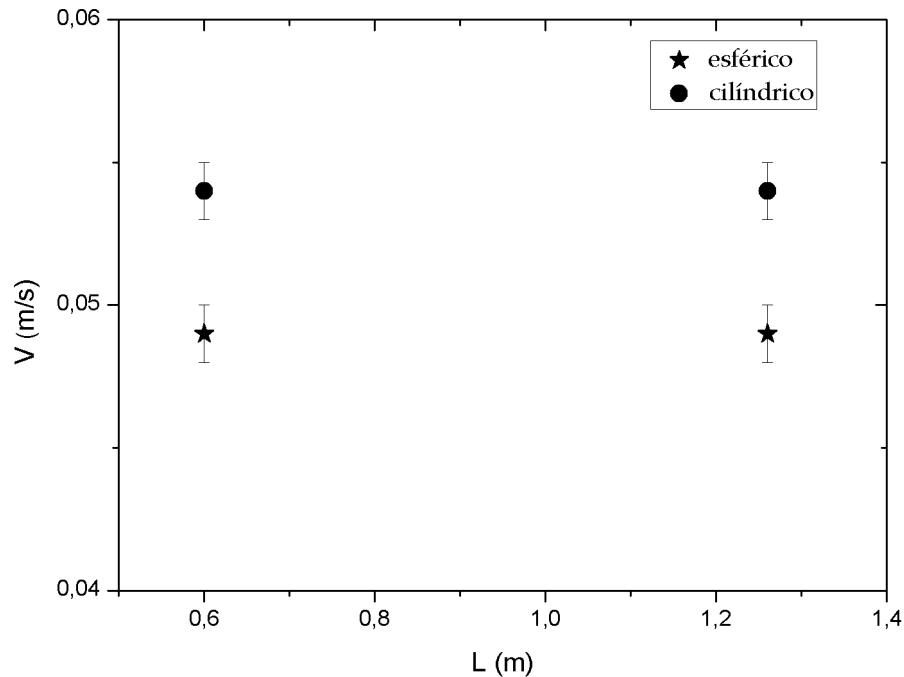


TABELA 15: Tempo De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Cobre De Comprimentos Diferentes			
Amostra I		Amostra II	
$L_1=0,60\text{m}$		$L_2=1,26\text{m}$	
$\Phi_i=15,60\text{mm}$		$\Phi_i=15,60\text{mm}$	
$\Phi_e=19,20\text{mm}$		$\Phi_e=19,20\text{mm}$	
Tempo de queda(s)	Erro de medida (s)	Tempo de queda(s)	Erro de medida (s)
12,33	0,01	25,59	0,01
11,95	0,01	26,00	0,01
12,16	0,01	25,05	0,01
12,53	0,01	25,49	0,01
11,99	0,01	26,13	0,01
11,88	0,01	26,05	0,01
$\bar{t}_1 = (12,14 \pm 0,25)s$		$\bar{t}_2 = (25,72 \pm 0,42)s$	

Através de (23) e dos dados fornecidos pela (tabela 15), temos a (tabela 16).

TABELA 16: Velocidade Média De Queda De Um Ímã Esférico Em Tubos De Alumínio De Comprimentos Diferentes	
Amostra de comprimento $L_1(0,60\text{m})$	$\bar{v}_1 = (0,049 \pm 0,002)m/s$
Amostra de comprimento $L_2(1,26\text{m})$	$\bar{v}_2 = (0,049 \pm 0,002)m/s$

Com a (tabela 15 e 16) foi construído o gráfico entre velocidade de queda e comprimento do tubo para cada ímã.



**GRÁFICO 6:** Velocidade De Queda De Dois Ímãs: Um Esférico E Outro Cilíndrico Em Tubos De Alumínio De Comprimentos Diferentes

Assim como na primeira experiência, essa prática mostra que, a velocidade de queda de um ímã no interior de um tubo metálico não ferromagnético é praticamente constante e só não obedece a este comportamento nas regiões próximas as bordas do tubo [6].

Percebemos que o magneto esférico é mais lento do que o cilíndrico, acreditamos que isto se deve ao campo magnético mais intenso do ímã esférico, o que por consequência da lei de Faraday gera uma corrente induzida e um campo magnético induzido, maiores do que os gerados pelo ímã cilíndrico. Em outras palavras, o dipolo magnético produzido pelas correntes induzidas pelo ímã esférico é maior do que o dipolo magnético produzido pelas correntes induzidas pelo ímã cilíndrico.

Outro fator a considerar é o fato do ímã cilíndrico ser mais massivo do que o ímã esférico, consequentemente a força peso atuante no magneto cilíndrico é maior [6].

Findando a análise, podemos dizer que o fato do peso do ímã ser menor e o campo magnético por ele produzido ter maior intensidade, são os dois principais responsáveis pelo comportamento mais vagaroso do ímã esférico em comparação com o ímã cilíndrico.

## 9. CONCLUSÃO

Desenvolvemos um trabalho sobre um fenômeno físico encantador, a frenagem eletromagnética. Evidentemente que existem ainda muitas coisas a serem exploradas nessa área de estudo, como a modelagem da força magnética que atua sobre o ímã, o comportamento instantâneo da velocidade durante o percurso de queda entre outros.

Buscamos realizar um estudo de forma a individualizar os fatores envolvidos no processo de queda, por isso criamos diversas experiências, cada uma com o objetivo de analisar o comportamento da frenagem eletromagnética variando apenas um de seus parâmetros. Desta maneira pudemos observar o que ocorre de diferente no movimento de queda em cada situação.

Entendemos um pouco mais sobre a natureza da frenagem eletromagnética onde pudemos concluir sobre alguns aspectos do fenômeno. Ao considerarmos a velocidade de queda de um magneto dentro de um tubo condutor não ferromagnético, podemos dizer:

- É constante se considerarmos que as dimensões do tubo são muito maiores do que as do ímã;
- Diminui conforme aumenta a espessura do tubo;
- É linearmente dependente da resistividade do material que constitui o tubo;
- Diminui conforme aumenta a intensidade do campo magnético do ímã em queda.
- Varia conforme a relação entre o valor do campo B produzido e a massa do ímã; se o campo B do ímã se mantém constante, mas a massa do ímã diminui, a velocidade de queda deve diminuir.

Por meio destas observações buscamos explicar os motivos de cada ocorrência fenomenológica, recorrendo às leis físicas que regem o eletromagnetismo, em especial a lei de Faraday.

Acredito que este trabalho oferece uma pequena e modesta contribuição no que se refere à aplicação da lei de Faraday e uma análise qualitativa do fenômeno estudado.

## 10. REFERÊNCIAS

- [1] K. D. Machado. Eletromagnetismo. 1ª edição. Todapalavra, 2013, Volume 2.
- [2] Cavalcante, K. A História do Magnetismo: <http://www.brasilecola.com/fisica/a-historia-eletromagnetismo.htm>.
- [3] K. D. Machado. Eletromagnetismo. 1ª edição. Todapalavra, 2013, Volume 1.
- [4] Nussenzveig, M. H. Curso de Física Básica. 1ª edição. Edgard Blucher, 1997, volume 3.
- [5] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. Fundamentos de Física: Eletromagnetismo. 9ª edição. LTC, 2007, Volume 3.
- [6] Garcia, A. F. Física con Ordenador: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica>
- [7] Silveira, F. L. da, LEVIN, Y., RIZZATO, F. B. A Frenagem Eletromagnética de um Ímã que Cai. Caderno Brasileiro de Física, Florianópolis, v. 24, n.3: p. 295-318, dez. 2007.
- [8] D. W. Preston e E. R. Dietz. “The Art of Experimental Physics”. Ed: John Wiley & Sons. Nova York, 1991. Pag. 8.
- [9] Costa, A. B., Cabral, F. C. F. Teoria de Erros. UFBA, Salvador, 2013 [10] Edufer: <http://www.edufer.com.br/>.
- [10] Edufer: <http://www.edufer.com.br/>.

## 11. BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

- [11] Silva, O. H. M. da, Laburú, C. E. Um Equipamento com Automatização Tipo Push-Button para Demonstrar a Levitação Magnética de um Ímã. Revista Ciências & Ideias, Londrina, v. 5, n. 2: p. 144-158, Mai/Out. 2014.
- [12] M. Z. Baharom, M. Z. Nuawi, S. M. Hanris, G. Priyandoko. Braking Torque Analysis On Eletromagnetic Braking Study Using Eddy Current For Brake Disk Of AI6061 and AI7075. International Review of Mechanical Engineering, Vol. XX, n. X Malaysia, 2007.
- [13] P. Capena. Velocity measurements though magnetic induction, 1996.
- [14] Almeida, C. R. de. Estudos das Propriedades Elétricas do Cobre e Alumínio sobre a Força Magnética em um Ímã Caindo Dentro de um Tubo. Rio Claro, 2013.
- [15] Almeida, C. R. de. Estudos das Propriedades Elétricas do Cobre e Alumínio sobre a Força Magnética em um Ímã Caindo Dentro de um Tubo. Rio Claro, 2013.