

# GÓNDOLA

ISSN 2145-4981

Vol 5 No 2 Diciembre 2010 Pp 8-22

---

## EL CRECIMIENTO POBLACIONAL: UNA PROPUESTA PEDAGÓGICA PARA ABORDAR BIOLOGÍA, MATEMÁTICAS Y TICs

Jairo Gonçalves Carlos<sup>1</sup>  
jairogcarlos@gmail.com  
Diana Fabíola Moreno Sierra<sup>2</sup>  
dianaeduci@hotmail.com  
Aguinaldo Robinson de Souza<sup>3</sup>  
arobinso@fc.unesp.br

### RESUMEN

En este trabajo nos proponemos realizar una actividad interdisciplinar, involucrando Biología y Matemáticas, con estudiantes de media vocacional a partir del tema crecimiento poblacional. El objetivo de la actividad es proporcionar a los estudiantes una visión más amplia sobre las formas de crecimiento poblacional de los diferentes organismos de su región, ayudándolos a que los representen por medio de modelos matemáticos. La formulación del problema se hace a partir de datos empíricos y teóricos, en donde el alumno tiene el desafío de presentar una postura participativa y dialógica en todas las etapas del proceso. La modelización matemática y construcción gráfica de las curvas de crecimiento poblacional se hace con ayuda del software de matemáticas Geogebra, dando énfasis al análisis cualitativo de tales datos a partir de los conceptos biológicos y de los principios de la educación ambiental.

*Palabras clave: Crecimiento poblacional, proyecto interdisciplinar, enseñanza a nivel de media vocacional.*

### ABSTRACT

In this paper we propose the achievement of an interdisciplinary activity evolving biology and mathematics knowledge with students of the third grade of high school about the population growth theme. The goal of this activity is to offer to the students a wider perception about the ways of population growth of different organisms from their home region, helping them to represent it through mathematics models. The formulation of the research problem is done from the theoretical and empirical data and the student is encouraged to behave in a participative and dialogic way in all stages of the activity. The mathematical modeling and the graphic representation of the population growth are made through the mathematical software Geogebra and we emphasize the qualitative analysis of the data from the biological and environmental education point of view.

*Keywords: Population growth, interdisciplinary project, high school*

---

<sup>1 2</sup> Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência – Faculdade de Ciência – Unesp/Bauru

<sup>3</sup> Docente do Departamento de Química e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência – Faculdade de Ciência – Unesp/Bauru

## Introducción

Vivimos un momento en el cual la tecnología de la información está cada vez mas presente en el ambiente de trabajo y en el hogar de las personas. La presencia de ese recurso ha contribuido en su amplia aceptación y uso en nuestra sociedad, convirtiéndose en una de las formas mas importantes de acceso a la información y al entretenimiento, tanto como la televisión.

Esa realidad ha contribuido también en la intensificación de los proyectos de informatización de las escuelas. Notando de otro lado, que a pesar de la disponibilidad de computadores en un buen número de escuelas en el país, no se han hecho esfuerzos mas amplios de formación inicial y continuada de profesores para el uso pedagógico de tal tecnología (SANTANA e BORGES NETO, 2001; BORGES, 2008; BORGES et al, 2008). Esto produce una gran resistencia por parte de los profesores, para utilizar el computador en la enseñanza; la mayoría de las veces, esa postura es resultado del hecho de no saber como incorporar tal recurso en sus clases, de forma significativa (KENSKI, 1998).

En el presente trabajo, nuestro objetivo es proponer una actividad pedagógica interdisciplinar a partir de la temática de crecimiento poblacional de sagüis de la especie *Callithrix jacchus*. En esta actividad, abordaremos algunos temas de la educación ambiental, además de los conceptos de ecología relacionados al estudio del crecimiento poblacional. Para esto, utilizaremos el software Geogebra para simular la construcción de curvas representativas del crecimiento poblacional de una comunidad de sagüis a partir de datos sobre su nicho ecológico.

Sin embargo, antes de describir los detalles de la propuesta, discutiremos algunos de los presupuestos teóricos que delinear su construcción.

### 1. El uso del computador en la enseñanza de las matemáticas.

A pesar de los esfuerzos para la introducción de las tecnologías de la información en el contexto educativo, aún hay mucha resistencia por parte de los profesores, debido al hecho de que no se sienten aun preparados para esa tarea (ROCHA et al, 2008). Esto ocurre probablemente porque el uso del computador coloca a los profesores en un contexto que no es exactamente igual al de el salón de clase. Santana e Borges Neto (2001) usan una metáfora muy interesante para referirse a ese proceso de transición del aula tradicional para el aula de laboratorio de informática educativa (LIE). Según ellos, “ El nuevo PC es el personal computer y el viejo PC es el lápiz-papel. Actualmente, en la enseñanza y en la producción de conocimientos, se hace una ‘escalada’ del viejo PC para el nuevo PC. Tal hecho acarrea, a priori, el abandono de ‘viejas’ prácticas” (traducción y subrayado de los autores).

Esa metáfora ilustra bastante bien el actual clima de incertidumbre y escepticismo de los profesores en cuanto a la eficacia del uso del computador en la enseñanza, pues una nueva tecnología necesariamente exige una alteración, en mayor o menor grado, de las prácticas de enseñanza y aprendizaje. Esa es la tesis defendida por Postman (1994) al afirmar que

As novas tecnologias alteram a estrutura de nossos interesses: as coisas sobre as quais pensamos. Alteram o caráter de nossos símbolos: as coisas com que pensamos. E alteram a natureza da comunidade: a arena na qual os pensamentos se desenvolvem. [...] ***O que precisamos para refletir sobre o computador nada tem a ver com sua eficiência como ferramenta de ensino. Precisamos saber ele que maneira de vai alterar nossa concepção de aprendizado e como, em conjunção com a televisão, ele minará a velha idéia de escola.*** (p. 9, subrayado del autor)

Moran (2000) se dedica a la reflexión sobre los impactos de la tecnología en la enseñanza y como eso modificará nuestra concepción de enseñanza y aprendizaje. Él es enfático al afirmar que “muchas formas de enseñar hoy, ya no se justifican más” (p.1). tanto profesores como alumnos tienen la sensación de que las clases convencionales están en desuso. Para el,

Ensinar e aprender exigem hoje muito mais flexibilidade espaço-temporal, pessoal e de grupo, menos conteúdos fixos e processos mais abertos de pesquisa e de comunicação. [...] Temos informações demais e dificuldade em escolher quais são significativas para nós e conseguir integrá-las dentro da nossa mente e da nossa vida. A aquisição da informação, dos dados dependerá cada vez menos do professor. As tecnologias podem trazer hoje dados, imagens, resumos de forma rápida e atraente. O papel do professor – o papel principal – é ajudar o aluno a interpretar esses dados, a relacioná-los, a contextualizá-los. Aprender depende também do aluno, de que ele esteja pronto, maduro, para incorporar a real significação que essa informação tem para ele, para incorporá-la vivencialmente, emocionalmente. (p.2)

En ese nuevo contexto, la realización de acciones colaborativas, tanto como la investigación grupal, el compartir de las informaciones y la participación activa de los alumnos en el proceso de aprendizaje y la construcción colectiva del conocimiento son fundamentales. En ese sentido, el papel del profesor también cambia, de igual modo con la relación espacio-tiempo de la clase. “El espacio de intercambios aumenta del salón de clases para lo virtual. El tiempo de enviar o recibir informaciones se amplía para cualquier día de la semana. El proceso de comunicación se da en el salón de clase, en la Internet, en el e-mail, en el chat” (MORAN, 2000, p. 4).

Para Moran (2000) hasta la misma estructura física de la escuela deberá ser readaptada para esa nueva dinámica de aprendizaje. Habrá menos salones de clase e estos serán mas funcionales, con acceso a Internet. Los alumnos utilizarán notebooks y los profesores estarán más conectados en la casa como en el salón de clase, y tendrán más tecnologías a su disposición. Las bibliotecas serán espacios de integración de medios, softwares y bancos de datos. “Los cursos serán híbridos en el estilo, presencia, tecnologías, requisitos” (p.5). Así, el salón de clase no se limitará a un espacio determinado, sino que se dará en un tiempo y espacio continuos. El concepto de actividad presencial también cambiará y muchos profesores participarán en momentos específicos del curso y a distancia, a través de videoconferencias, por ejemplo. Los niños continuarán teniendo más contacto físico para la socialización, pero para los jóvenes y adultos, lo virtual predominará sobre lo presencial.

De otra parte, Moran (2000) tanto como Santana e Borges Neto (2001), entre otros, alertan para el hecho de que muchos profesores en lo virtual, o aun en lo LIE, las prácticas tradicionales de la enseñanza presencial en el salón de clase.

En su investigación sobre el uso del software Geogebra en la enseñanza de la matemática, Rocha et al (2008) hacen un relato sobre esa dificultad de los profesores:

Antes de levarmos os dois professores para estudo do software no LIE procuramos saber quais eram suas impressões sobre uso das tecnologias digitais no ensino de Matemática. Ambos admitiram que não tinham uma fundamentação teórica sólida sobre o assunto e que também ainda não tinham utilizado esse recurso nas suas aulas [...]. Defendiam, ainda, que não acreditavam muito nessas “novidades”, pois não conseguiam compreender como seria possível dar aula com tal recurso, sem prejudicar a abordagem curricular. Essa visão começou a se dissipar quando os professores manipularam os recursos do software. Mesmo admitindo que o software poderia favorecer maior interatividade do aluno com o conhecimento matemático, os professores ainda não conseguiam perceber como administrar o conteúdo do que seria abordado na sala de aula convencional com aquela a ser realizada no LIE. (p. 5)

Como podemos ver, es clara la falta de preparación del profesor para utilizar las nuevas tecnologías de forma significativa en la enseñanza, mas específicamente en la enseñanza de las Matemáticas, como sugiere la citación anterior. Meier, Seidel e Basso (2005) enfrentaron la misma dificultad al desarrollar una actividad con profesores de 5ª e 6ª series (actual 6º e 7º año en el Brasil).

Respecto a esa resistencia de los profesores, las experiencias en el uso de software de matemáticas en la enseñanza, han mostrado una considerable atracción e interés de los alumnos por este tipo de actividad con resultados positivos tanto en el aprendizaje de los alumnos como en la familiaridad y abertura de los profesores a tales recursos, después de una experiencia inicial apoyada por los investigadores (SANTANA e BORGES NETO, 2001; MEIER, SEIDEL e BASSO, 2005; ROCHA et al, 2008). Esto sugiere que el contacto de los profesores con tales recursos, debe ocurrir en el ámbito de la formación inicial y continuada, para que ellos conozcan y experimenten posibilidades de inclusión de esas tecnologías en el contexto escolar y se sientan seguros para utilizarlos cuando lo consideren necesario.

Pensando en construir una metodología de trabajo que favorezca la enseñanza de las Matemáticas, el grupo Fedathi, fundado en 1996 por el matemático Borges Neto, fruto de una acción conjunta de investigadores y egresados de la Universidad Federal de Ceará (UFC) y la Universidad Estadual de Ceará (UECE), desarrolló una metodología de enseñanza conocida como secuencia Fedathi. Esa metodología se propone superar la tendencia del inmediatismo en la presentación y solución de problemas por parte de los profesores de matemáticas, lo que acaba excluyendo el alumno de una participación más activa en las clases, mediante la argumentación y el diálogo.

De acuerdo con Rocha (2008), la secuencia Fedathi puede ser aplicada en cuatro etapas, sucintamente descritas a continuación:

1. Toma de posición – momento inicial en el cual el profesor presenta la situación problema a los alumnos, llevando en consideración los conocimientos previos de los mismos. En esa ocasión, el profesor establece con los alumnos el contrato didáctico.
2. Maduración – fase en la que el profesor actúa como mediador de la discusión, escuchando los argumentos e identificando las dificultades de los estudiantes.
3. Solución – en esta ocasión, es recomendable invitar al alumno a resolver el problema, ya que así ellos superan el miedo, la ansiedad y el recelo al compartir la solución de un problema con los demás colegas y con el profesor. Además, Rocha (2008) afirma que “los alumnos tienden a prestar más atención a lo que está siendo explicado por uno de sus pares, pues, de cierta forma, se reconocen allí.” (p. 59)
4. Evaluación – momento final, en el cual el profesor presenta la solución del problema a través de la notación simbólica considerando las soluciones presentadas por los estudiantes.

Desde su creación, esa metodología ha inspirado muchas investigaciones (Rocha et al, 2008; Rocha, 2008) y actividades realizadas por el grupo Fedathi con profesores de matemáticas del Estado de Ceará (Brasil), principalmente, en las actividades realizadas en el LIE usando software de matemáticas.

Santana e Borges Neto (2001) afirman que es necesario explorar una “nueva forma de ver para un problema matemático antiguo, y el computador es una herramienta que puede ayudar en esta tarea” (p.5). De este modo, ellos proponen que se de a los alumnos la oportunidad de vivir la propia experiencia matemática a partir del computador. Pero, de una forma poco convencional, en la cual el computador sea apenas el punto de partida para el raciocinio matemático, es decir, “es necesario que los estudiantes salgan *del Nuevo PC para el viejo PC*, por medio de la prueba matemática”(p.6). Ese sería, a priori, un camino opuesto a la lógica actual que busca llevar los alumnos de lo real (salón de clase) a lo virtual (computador).

Finalmente, Santana e Borges Neto (2001) afirman que

[...] o papel do computador no ensino de Matemática é apresentar nova lógica de ver sobre problemas antigos, por meio da manipulação e simulação que a máquina produz, mas o seu papel não termina aí. Ocorre que a aprendizagem pela via das novas tecnologias depende da formação que o professor possui para trabalhar de modo autônomo. Afinal, caso este não esteja devidamente capacitado para trabalhar com o uso do computador (o que geralmente sucede) ele torna as aulas extremamente formais com uso do computador, fato freqüente em escolas particulares em Fortaleza e alhures. (p. 12)

En lo que sigue, propondremos una actividad pedagógica que busca seguir esos principios, abordando la matemática a partir de una perspectiva problematizadora, haciendo uso del computador, pero sin limitarse totalmente a este.

## 2. Propuesta Interdisciplinar entre biología y matemáticas

La presente propuesta pedagógica fue creada durante el curso “Informática e o Ensino de Ciências”, ofrecida por el profesor Dr. Aguinaldo Robinson de Souza, en el Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, de la Unesp, sede Bauru-SP. Una de las propuestas sugeridas en la disciplina era desarrollar una actividad pedagógica, utilizando el software Geogebra, para aplicar en la enseñanza.

El Geogebra es un software de matemáticas dinámico, desarrollado para el uso escolar, que permite trabajar con geometría, álgebra y cálculo. Es un sistema interactivo que permite manipular elementos geométricos como puntos, vectores, segmentos, líneas, secciones cónicas y otros, para construir y modificar figuras geométricas. Además, el software permite al usuario insertar ecuaciones, funciones, coordenadas y realizar operaciones de derivación e integración, entre otras (HOHENWARTER, J.; HOHENWARTER, M. 2008).

La interfase del Geogebra (Fig.1) consiste de una ventana gráfica, una ventana para expresiones algebraicas y una ventana de plantilla. Así, el usuario puede tanto construir figuras geométricas en la ventana gráfica, como insertar una función o expresión algebraica en la ventana de álgebra, por medio del teclado. Por lo tanto, en el Geogebra, una expresión en la ventana de álgebra corresponde a un objeto en la ventana gráfica y viceversa. Simultáneamente, los datos matemáticos pueden ser exhibidos también en las celdas de la ventana de plantilla.

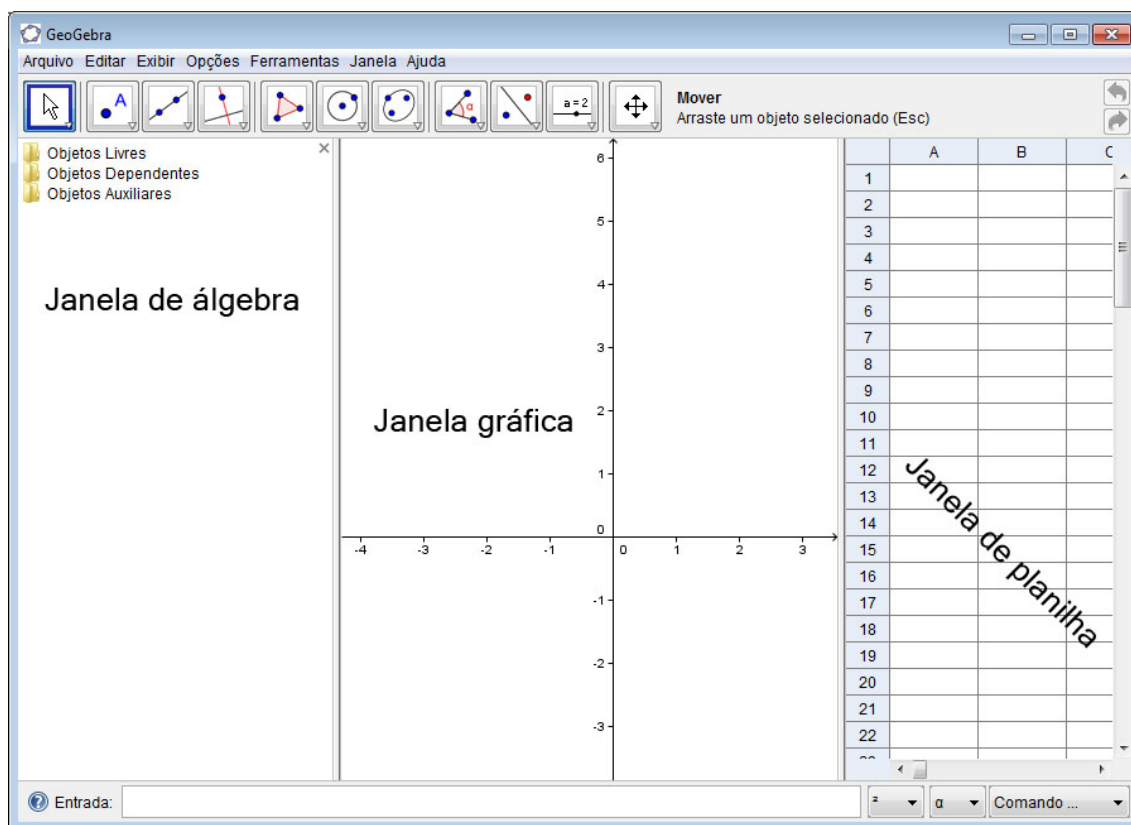


Fig. 1 – Interfase del software GeoGebra

Como ya mencionamos al comienzo de este artículo, el tema escogido para la elaboración de la propuesta pedagógica es el de crecimiento poblacional. Ese contenido es comúnmente enseñado por el profesor de Biología a los estudiantes de tercer año de enseñanza media (en el Brasil), y es considerado uno de los objetos de estudio del ramo de la Biología, conocido como ecología.

Una consulta inicial a tres textos escolares (PAULINO, 1997; LOPES, 1997; AMABIS e MARTHO, 2004) que figuran entre los más utilizados en la educación media tanto de colegios oficiales como particulares, reveló que el asunto es tratado de forma sucinta, con énfasis en los conceptos biológicos, más específicamente en los binomios: tasa de natalidad y mortalidad, inmigración y emigración, factores bióticos y abióticos. De los tres libros consultados, apenas dos presentaron los gráficos característicos del crecimiento poblacional. Los modelos abordados en esos dos libros son el modelo de crecimiento poblacional de Malthus y el modelo de Verhulst-Pearl, que tomamos como referencia para la realización de nuestra actividad, por ser modelos basados en funciones exponenciales, ya estudiadas por los estudiantes de tercer año, en los cursos anteriores a la educación media.

Además de estos, hay otros modelos más sofisticados y representativos, pero cuya complejidad extrapola los límites conceptuales de la matemática enseñada en el nivel medio. Por lo tanto, nos detendremos en el uso de los dos modelos mencionados arriba. Nuestro análisis tendrá en cuenta la interpretación algebraica y gráfica de tales modelos, por tener elementos representativos de un crecimiento poblacional hipotético de un bando de *sagüis-de-tufo-branco*.

## 2.1 Descripción de la propuesta.

Para el desarrollo de la propuesta, partimos del siguiente problema generador: ¿cómo crecen algunas poblaciones de organismos que habitan en mi ciudad?. Esa es una pregunta inicial, de carácter más amplio, usada como punto de partida para una discusión con los estudiantes sobre las especies más comunes y, de preferencia, nativas de la región donde residen. En nuestro caso, delimitamos nuestro trabajo al estudio del *sagüi-de-tufo-branco* (*Callithrix jacchus*), por ser una especie muy común en las reservas ambientales de las proximidades de la ciudad de Bauru.

Una acción que consideramos importante y gostaríamos sugerir es la visita a ambientes naturales y reservas ambientales para el reconocimiento de la especie en estudio. En nuestro caso, una visita al Jardín Botánico de la ciudad sería ideal para conocer el *sagüi-de-tufo-branco*, su hábitat y obtener registros fotográficos del mismo. Tales visitas son una buena oportunidad para discutir sobre los problemas ambientales de la ciudad, la importancia de las acciones de preservación (reservas ambientales) y evaluar los riesgos a los cuales las especies en estudio están sometidas por vivir cerca de la zona urbana, por ejemplo.

Además de esta visita, sugerimos la realización de una indagación teórica, por parte de los alumnos, sobre el nicho ecológico de esa especie, con la finalidad de obtener datos suficientes para discutir cómo los modelos de crecimiento de Malthus y de Verhulst-Pearl podrían ser aplicados para simular el crecimiento poblacional de esa especie en condiciones hipotéticas bien definidas. Después de la visita al Jardín Botánico y la indagación teórica, el profesor y los alumnos estarían aptos para formular un problema más específico involucrando la relación entre los conceptos biológicos y los modelos matemáticos representativos del crecimiento poblacional

de una comunidad de sagüis-de-tufo-branco en circunstancias ambientales diversas y bien definidas (abordaje interdisciplinar).

## 2.2. Formulación del problema

Después de ese abordaje inicial de carácter investigativo mas amplio e introductorio en el campo de la Biología, compuesta por el trabajo de campo (visita al Jardín Botánico) y la indagación teórica sobre el nicho ecologico del sagüi-de-tufo-branco, podemos delimitar el problema inicial, dándole la siguiente forma:

**“Muchas personas que viven en mi ciudad comentan que a cada día observan grupos de micos (sagüis) en diferentes lugares. Muchos creen que ellos están buscando comida, otros piensan que se están reproduciendo rápidamente y otros consideran que estos animales tienen una vida larga.**

**Que está pasando con la población de micos (sagüis)?**

**Podríamos pensar que el crecimiento poblacional de micos es semejante al crecimiento poblacional humano?**

A partir de las preguntas anteriores, enfocamos nuestra atención sobre el aspecto del crecimiento poblacional y lo hacemos en una perspectiva interdisciplinar y contextualizada, de acuerdo a las directrices adoptadas en la propuesta.

## 2.3. Objetivos

Al colocar el problema de esa forma, pretendemos que los alumnos adquieran la capacidad de **comprender las formas de crecimiento poblacional de los diferentes organismos de su región y representarlos por medio de modelos matemáticos.**

Además, teniendo en cuenta que

O ensino de ecologia tem sido seriamente comprometido pelas estratégias metodológicas utilizadas em sala de aula, que transformam o aluno em elemento passivo, dependente de uma síntese de informações, conteúdos prejulgados escolhidos pelo professor atrelados a livros-texto que, além de apresentarem os conceitos de forma fragmentada, abordam os conhecimentos científicos totalmente desvinculados do cotidiano e da realidade local na qual os alunos estão inseridos. (WEISSMANN, 1998 apud BRANDO, CAVASSAN, CALDEIRA, 2009, p. 14)

Pretendemos también **favorecer procesos argumentativos en los estudiantes a partir del estudio de las dinámicas poblacionales (crecimiento, amenaza de extinción) de algunos organismos, incluyendo el ser humano.** Por eso, priorizamos un proceso en el cual los alumnos puedan tener una participación activa en la construcción del conocimiento, através de la acción y



la argumentación. También es muy importante que los alumnos tengan condiciones de generalizar los conocimientos adquiridos a través de esa experiencia de estudio con los sagüis para analizar el crecimiento poblacional de otras especies en otros contextos.

Con la intención de garantizar el éxito de estos objetivos generales, perseguiremos los siguientes objetivos específicos:

- Usar el software Geogebra para crear modelos matemáticos que ayuden a comprender los conceptos de potencial biótico y resistencia ambiental;
- Identificar las variables involucradas en un modelo matemático simplificado de crecimiento poblacional y discutir las relaciones entre ellas;
- Analizar el modelo de crecimiento poblacional exponencial, propuesto por Malthus (1798), como modelo descriptivo del potencial biótico de un ecosistema;
- Analizar el modelo de crecimiento logístico de Verhulst-Pearl (1838), que toma en cuenta factores limitantes del crecimiento (resistencia ambiental);
- Comparar los modelos de Malthus e Verhulst-Pearl y destacar sus condiciones de validez y limitaciones, como modelos representativos del crecimiento poblacional.
- Discutir la importancia del estudio del crecimiento poblacional en acciones de preservación de las especies y políticas de desarrollo humano.

Acá, queda claro que el uso del computador y software Geogebra no representan un fin, sino un medio para explotar de una manera mas significativa el papel de los modelos matemáticos en el estudio del crecimiento poblacional y su importancia como parámetro para la toma de decisión y definición de políticas de preservación ambiental, por ejemplo.

### **3. Presentación y discusión de los datos**

Tanto el trabajo de campo (visita al jardín Botánico) como la indagación teórica sobre la especie en estudio, su hábitat y nicho ecológico ofrecen datos suficientes para el diseño de una situación-problema con “condiciones de contorno” bien definidas y conocidas por los alumnos, que desde el comienzo han venido participando de estas actividades.

En nuestro caso, realizamos apenas la indagación de carácter teórico, en la cual identificamos los conceptos biológicos tratados en los libros didácticos de Biología del 3° año de enseñanza media, a fin de poder identificar el nivel conceptual con que se aborda este tema. También hicimos una breve indagación sobre los modelos de crecimiento poblacional propuesto por Malthus, por Verhulst-Pearl, y sobre el nicho ecológico del sagüi-de-tufo-branco (*Callithrix jacchus*). Con los datos que obtuvimos, seleccionamos aquellos que juzgamos cruciales para la composición de la situación-problema, de acuerdo a la Tabla 1.

| Variable                   | Valor   |
|----------------------------|---|
| Tiempo de vida             | Hasta 20 años                                 |
| Alimentación               | Frutos, semillas, huevos e insectos           |
| Hábitat                    | Selvas y florestas (Amazonía, mata atlántica) |
| Principal predador         | Aves de rapiña                                |
| Periodo de gestación       | Aprox. 150 días                               |
| Nº de individuos por bando | 30 a 40 individuos                            |
| Nº de crías por gestación  | 2 crías                                       |
| Período de lactancia       | 6 meses                                       |
| Edad reproductiva          | A partir de 15 a 18 meses de vida             |

Tab. 1 – Datos obtenidos sobre el sagüi-de-tufo-branco (*Callithrix jacchus*)

Con estas informaciones sobre el nicho ecológico y el ciclo de vida del sagüi-de-tufo-branco, podemos formular diversas actividades. En primer lugar, optamos por proponer la construcción de una gráfica ilustrativa del crecimiento poblacional de un bando constituido por 15 saguis, siendo 3 hembras en edad reproductiva, durante un periodo de 12 meses en dos circunstancias diferentes, a saber:

- En un contexto donde no hay ninguna amenaza a la existencia de esa especie (acción predatorio inexistente, abundancia de espacio y alimentos, entre otros).
- En un contexto donde hay acción predatoria, límite en la disponibilidad de alimentos, en fin, donde un conjunto de factores designados como resistencia ambiental actúen limitando el crecimiento poblacional.

En el primer caso (a), el crecimiento será descrito por el modelo de Malthus, en el cual los factores limitantes del crecimiento son simplemente ignorados y, por tanto, el crecimiento ocurre en el umbral del potencial biótico de la especie. Ese modelo es dado por la siguiente función.

$$P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$$

la cual es de tipo exponencial y tiene una gráfica ya conocida por los alumnos. En el problema dado,  $P_0$  es la cantidad de individuos pertenecientes al bando en el comienzo del periodo de  $t=12$  meses, donde  $k$  es una constante, cuyo valor depende de los factores bióticos que, en ese caso en especial, determinan el ritmo de crecimiento del bando, y  $P$  es la cantidad de individuos en un instante cualquiera  $t$ .

Antes de construir el gráfico del crecimiento poblacional en las condiciones definidas en (a), necesitamos determinar  $k$  para poder obtener la función descriptiva de ese crecimiento. Para eso, debemos estimar el tamaño de la población después del periodo de 12 meses, ignorando la existencia de cualquier resistencia ambiental. De esa forma, en una población inicial de 15 individuos y considerando que en el periodo de 12 meses cada una de las tres hembras tuvo una

gestación de dos crías, tendríamos un incremento de 6 crías en el grupo, totalizando 21 individuos. Entonces,

$$21 = 15 \cdot e^{k \cdot 12}$$

la solución de esa ecuación, obtenida a partir de la aplicación del  $\log_e$  en los dos lados de la igualdad, es  $k \cong 0,028$ . Por lo tanto, el modelo matemático para el crecimiento poblacional de la comunidad de sagüis en las circunstancias definidas en la letra (a) del problema propuesto anteriormente, es

$$P(t) = 15 \cdot e^{0,028t}$$

esa función nos permite calcular la cantidad de sagüis en cualquier momento  $t$  para un ambiente exento de cualquier resistencia ambiental donde el crecimiento ocurre de acuerdo con el potencial biótico de la especie en el ambiente considerado. El gráfico de esta función, construido en el Geogebra es

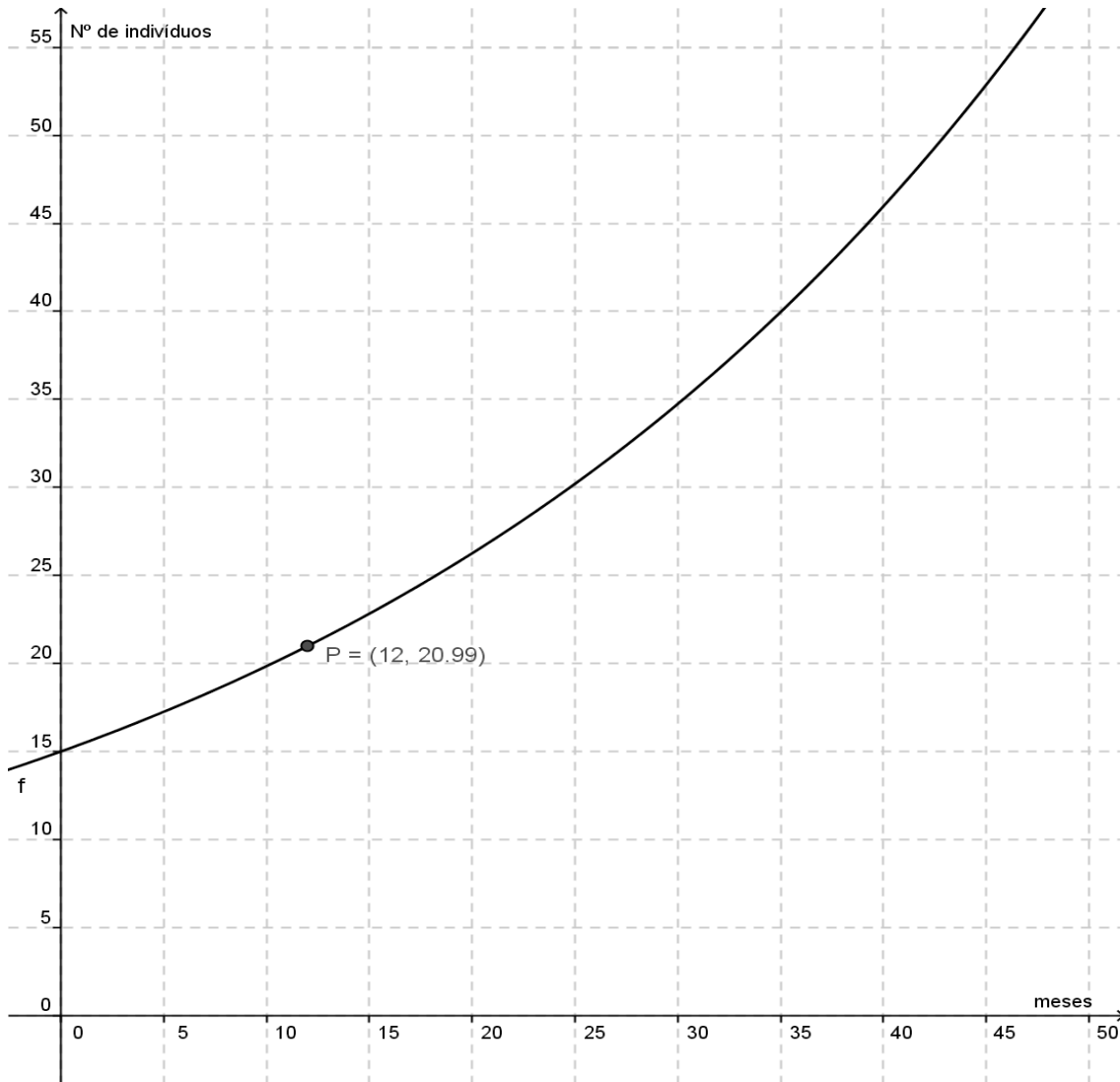


Fig. 2 – Gráfica del crecimiento poblacional (caso “a”)

Como se puede observar en esta gráfica exponencial, si no hay factores limitantes para el crecimiento de la población, esta crecerá infinitamente. Sin embargo, sabemos que ese modelo no corresponde a la realidad de los ecosistemas y especies existentes en nuestro planeta. También es importante destacar que, conforme a lo previsto a partir de las suposiciones realizadas en el problema, el número de individuos después de los 12 meses es de 21 saguis, tal como lo indica el punto P resaltado en la gráfica.

En el caso (b), tomamos en cuenta la existencia de acción predatoria, además de las limitaciones ambientales y de la disponibilidad de alimentos, por lo tanto, en ese caso el crecimiento será limitado, siendo exponencial en el comienzo cuando hay mucha disponibilidad de alimentos, y se va reduciendo progresivamente por causa de la acción de los factores abióticos limitantes del crecimiento (resistencia ambiental). De esta forma, a largo plazo, el crecimiento poblacional debe alcanzar un estado de equilibrio más o menos estable, bajo condiciones específicas. En esas condiciones, la cantidad de individuos se debe estabilizar al rededor de un valor medio. El modelo del crecimiento poblacional de Verhulst-Pearl es capaz de representar ese proceso a través de una función del tipo

$$P(t) = \frac{L \cdot P_0}{P_0 + (L - P_0)e^{-kt}}$$

esta es una función exponencial en que, cuando  $t$  tiende al infinito,  $P(t)$  tiende a un valor constante  $L$ , que es el límite máximo sustentable de individuos en el ambiente. Para la solución del caso (b) del problema, consideramos  $L=40$  individuos, lo que sería de acuerdo con la tabla 1, el valor máximo de individuos pertenecientes a un bando (suponiendo que el ambiente en cuestión no soporte más de un bando). Una vez más tenemos que estimar el valor de  $k$ , pues las condiciones ahora son diferentes del caso (a). Como la cantidad inicial de individuos (15) es considerablemente baja en relación al límite  $L$  (40), podemos considerar el incremento de 6 individuos (2 crías para cada hembra en edad reproductiva), con en el caso anterior. Así, resolvemos la ecuación

$$21 = \frac{40 \cdot 15}{15 + (40 - 15)e^{-12k}}$$

por un método semejante al anterior y obtenemos  $k \cong 0,051$ . Teniendo entonces, la función

$$P(t) = \frac{600}{15 + 25e^{-0,051t}}$$

que representa el modelo de crecimiento poblacional para el caso (b) del problema dado, donde se considera la influencia de la resistencia ambiental en la limitación del crecimiento poblacional. La gráfica de esta función es

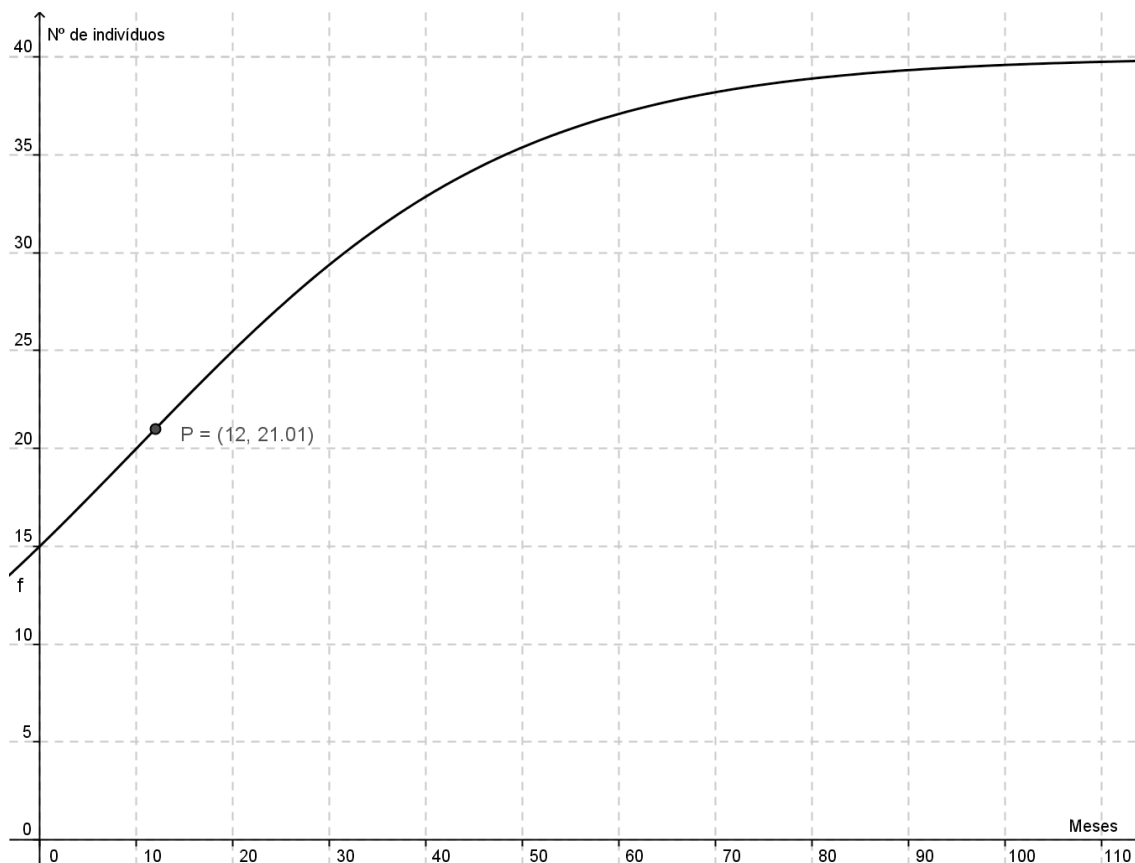


Fig. 3 – Gráfica del crecimiento poblacional (caso “b”)

En contraste con el caso anterior, notamos que en ese modelo, hay una reducción progresiva en la tasa de crecimiento poblacional en la medida en que la cantidad de individuos se aproxima al límite sustentable  $L$ . Eso se debe a la influencia cada vez mayor de la resistencia ambiental sobre el crecimiento poblacional de sagüis. De acuerdo con esa gráfica, aunque el crecimiento en el periodo de 12 meses no sea comprometido por las condiciones ambientales (aumento de 6 individuos, como en el caso anterior), ese impacto (reducción progresiva en la tasa de crecimiento) ya comienza a ser percibido alrededor de los 30 meses y alcanza el equilibrio ecológico cerca de 100 meses después del tiempo inicial.

En ese punto, sería interesante hacer que el grupo de estudiantes diseñaran un pequeño programa de monitoreo y protección ambiental de la especie en estudio y su preservación a largo plazo. La actividad sugerida anteriormente, también podría culminar con una exposición en una feria de ciencias, por ejemplo.

#### 4. Consideraciones finales

A través de esa actividad muchas preguntas pueden ser discutidas con los estudiantes que, por una cuestión de delimitación del ámbito de aplicación de este artículo, no nos cabe mencionar aquí. Sin embargo, resaltamos el potencial de esta actividad para el aprendizaje significativo de los estudiantes, ya que ellos pueden participar activamente de todas las etapas del proyecto, sea

en la indagación inicial teórica y de campo, recolectando y registrando datos ambientales, o a través de la discusión con los colegas y con el profesor sobre las cuestiones ambientales.

En un segundo momento, hay definición de un problema de carácter matemático a ser resuelto por los alumnos con el uso del computador y del software Geogebra, sin perjudicar el carácter dialógico y participativo de la actividad. La actividad no finaliza con la construcción de la gráfica, porque continúa a través del análisis crítico de los datos y las gráficas.

El uso de las TICs en el proceso de enseñanza – aprendizaje requiere una preparación del profesor en cuanto al conocimiento de las herramientas para la construcción de los modelos matemáticos, lo cual requiere de repensar la interacción entre las disciplinas o áreas del saber.

A pesar de esto, consideramos esta propuesta como pertinente para los alumnos de educación media, por presentar algunos principios facilitadores del aprendizaje significativo como la interdisciplinariedad, la priorización de una actitud investigativa, dialógica y participativa de los alumnos en la construcción del conocimiento; el uso apropiado de recursos tecnológicos (computador y software Geogebra) como elementos de soporte para el aprendizaje y la modelación matemática de los conceptos biológicos de crecimiento poblacional; la transversalidad de las preguntas ambientales de forma contextualizada y enfocada en los problemas ambientales locales; la formulación de un problema abierto formulado a partir de datos empíricos y teóricos reunidos por los alumnos, y la simpatía con la pedagogía de proyectos, con posibilidad de presentación de los resultados en una muestra científica realizada en la escuela.

Aunque el proyecto englobe todas las perspectivas arriba mencionadas, reconocemos que esta propuesta aun presenta algunas limitaciones en términos estructurales. Otra dificultad es la problematización en una perspectiva mas abierta, que torna el tratamiento de la pregunta menos rigurosa en términos conceptuales y lleva a una inevitable simplificación del problema/fenómeno, mediante la necesidad de hacer aproximaciones. Sin embargo, creemos que esas limitaciones solamente serán progresivamente superadas a través de sucesivas aplicaciones de esta actividad en la clase, lo que aún no ha ocurrido.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMABIS, J. M.; MARTHO, G. R. **Biologia**. v. 3. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2004.

BRANDO, F.; CAVASSAN, O e CALDEIRA A. Ensino de Ecologia: Dificuldades conceituais e metodológicas em alunos de iniciação científica . In: CALDEIRA, A. (Org.). **Ensino de ciências e matemática**, II: temas sobre a formação de conceitos. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2009. p. 269- 287. Disponível em: <[http://www.culturaacademica.com.br/titulo\\_view.asp?ID=29](http://www.culturaacademica.com.br/titulo_view.asp?ID=29)>. Acesso 1 de março de 2008.

HOHENWARTER, J.; HOHENWARTER, M. **The GeoGebra book**. 2008. Disponível em: <<http://www.geogebra.org/book/intro-en.pdf>>. Acesso em: 21 ago. 2010.

LOPES, S. **Bio**. v. 3. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 1997.

MEIER, M.; SEIDEL, S.; BASSO, M. V. A. Imagine e Shapari – software gráficos no ensino e aprendizagem de matemática. **Novas tecnologias na educação**, Porto Alegre, v. 3, n. 1, mai. 2005. Disponível em: <[http://www.cinted.ufrgs.br/renote/maio2005/artigos/a44\\_imagineshapari.pdf](http://www.cinted.ufrgs.br/renote/maio2005/artigos/a44_imagineshapari.pdf)>. Acesso em: 31 ago. 2010.

PAULINO, W. R. **Biologia atual**. v. 3. 9. ed. São Paulo: Ática, 1997.

KENSKI, V. M. O redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 8, p. 58-71, mai/ago. 1998.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias. **Informática na educação: teoria & prática**, Porto Alegre, v. 3, n. 1, p. 137-144, set. 2000.

POSTMAN, Neil. **Tecnopólio**: a rendição da cultura à tecnologia. São Paulo: Nobel, 1994.

ROCHA, E. M. **Tecnologias digitais e ensino de matemática**: compreender para realizar. 2008. 200 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade do Ceará, Fortaleza, 2008.

ROCHA, E. M. ; SANTIAGO, L. M. L.; LOPES, J. O.; ANDRADE, V. S.; MOREIRA, M.; SOUSA, T. Uso do GeoGebra nas aulas de Matemática: Reflexão centrada na prática. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 19., 2008, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: SBC, 2008, p. 776-784. Disponível em: <<http://www.br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/viewFile/766/752>>. Acesso em: 29 ago. 2010.

SANTANA, J. R.; BORGES NETO, H. Do Novo PC ao Velho PC: uma discussão sobre o computador no ensino de matemática. In: Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, 15., 2001, São Luis. **Anais...** São Luis: UFMA, 2001, p. 594. Disponível em: <<http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/congressos/congressos-do-novo-pc-ao-velho-pc.pdf>>. Acesso em: 29 ago. 2010.