

Método Primal-Dual de Pontos Interiores em Problemas de Despacho Econômico e Ambiental *

Larissa Tebaldi de Oliveira [†] Amélia di Lorena Stanzani [‡]
Antonio Roberto Balbo [§]

21 de março de 2013

Resumo

Este artigo traz os resultados obtidos através do estudo e da aplicação do Método Primal-Dual Previsor-Corretor de Pontos Interiores para Problema de Programação Quadrática convexa a um Problema de Despacho Econômico (PDE) e a um Problema Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental (DEA). O primeiro problema busca determinar a solução ótima aproximada, minimizando os custos dos combustíveis empregados na geração termoelétrica de energia e satisfazendo as restrições operacionais. Já o segundo é solucionado através do Método da Soma Ponderada, que apresenta um balanceamento entre o problema de otimização dos custos e o problema de emissão de poluentes. Ao final do artigo, um algoritmo para cada problema é proposto e implementado computacionalmente utilizando o software Borland C++ Builder 6.0. Os testes foram realizados utilizando um PDE de 13 geradores e um DEA de 06 geradores e os resultados obtidos demonstram a eficiência dos métodos quando comparados a outros encontrados na literatura.

Palavras Chave: Otimização, Método de Ponto Interior Primal-Dual, Método Previsor-Corretor, Despacho Econômico, Despacho Ambiental.

Introdução

Dentre os problemas de otimização não-linear encontrados na Engenharia Elétrica destacam-se aqueles chamados de Problemas de Despacho Econômico (PDE's) e Problemas de Despacho Ambiental (PDA's), ambos inseridos na área de sistemas de geração de energia. Os PDE's procuram otimizar o processo de alocação da

*Trabalho realizado durante o período de Iniciação Científica com apoio financeiro PIBIC/CNPq

[†]Email: ltdo@icmc.usp.br. Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional, ICMC/USP, São Carlos, SP

[‡]Email: mel.stanzani@hotmail.com. Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, FEB/Unesp, Bauru, SP

[§]Email: arbalbo@fc.unesp.br. Departamento de Matemática, FC/UNESP, Bauru, SP

demanda de energia elétrica entre as unidades geradoras disponíveis, minimizando uma função quadrática relativa ao custo de geração e satisfazendo algumas restrições operacionais relativas a demanda e aos limites mínimos e máximos de geração de cada unidade geradora. O PDA atende as mesmas restrições do PDE, mas possui o objetivo de minimizar a emissão de poluentes na natureza. O PDE e PDA podem ser formulados a fim de minimizar uma função objetivo quadrática, de minimização de custos ou de minimização de emissão de poluentes, desta forma, os PDE's e PDA's podem ser tratados como Problemas de Programação Quadrática (PPQ's) com restrições de igualdade e variáveis canalizadas.

O nosso primeiro objetivo foi estudar um método Primal-Dual de Pontos Interiores (PDPI) a fim de utilizá-lo na determinação das soluções ótimas aproximadas do PDE em destaque. Propomos para isso, um método Primal-Dual de Pontos Interiores que foi definido utilizando-se de procedimentos baseados na função barreira logarítmica definida em [2] e [3]. Este método é variante do algoritmo de transformação projetiva de Karmarkar [4] e foi também analisado e apresentado em [11], que realizou a sua extensão para PPQ's e Programação Não-Linear (PPNL) convexo.

A inclusão do procedimento previsor-corretor no método foi feita baseando-se em [5], e também pode ser encontrada em [11]. A partir desse método formulamos um algoritmo que foi implementado computacionalmente utilizando o software Borland C++ Builder 6.0 e testado utilizando um PDE de 13 geradores.

O nosso segundo objetivo foi determinar soluções eficientes para um problema multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental (DEA), através do Método da Soma Ponderada definido em [6]. Neste método a função custo e a função ambiental são combinadas em uma única função objetivo com diferentes pesos. Logo, o DEA é modelado através de um PPQ com restrições de igualdade e variáveis canalizadas e resolvido através do método primal-dual de pontos interiores associado ao método da soma ponderada, o qual é uma estratégia utilizada para a resolução de problemas multiobjetivo.

A implementação computacional deste algoritmo também foi realizada utilizando o software Borland C++ Builder 6.0 e o mesmo foi testado utilizando um DEA de 06 geradores.

Na prática, estes métodos têm se mostrado eficientes para determinar soluções aproximadas e consistentes de PPQ's e PPNL's, pois os resultados obtidos demonstraram a eficiência do método quando comparado com outros métodos encontrados na literatura.

O artigo está organizado na seguinte maneira: na Seção 1 são apresentadas as formulações dos problema em destaque e que serão abordados ao longo do artigo, o Problema de Despacho Econômico (PDE) e o Problema de Despacho Econômico e Ambiental (DEA). A Seção 2 apresenta o conteúdo teórico necessário para o desenvolvimento e obtenção dos algoritmos que serão apresentados na Seção 3. A Seção 4 traz os resultados obtidos através da implementação computacional de tais algoritmos e por fim, na Seção 5 fazemos algumas conclusões quanto ao desempenho

dos métodos apresentados.

1 Conceitos Preliminares

Utilizaremos esta seção para apresentar os problemas em destaque neste artigo cujos algoritmos propostos para sua resolução serão apresentados na Seção 3.

1.1 Problema de Despacho Econômico

Os Problemas de Despacho Econômico, PDE's, são problemas encontrados dentro da Engenharia Elétrica, na área de Sistemas de Energia, e têm por objetivo a otimização da alocação da demanda de energia entre as unidades geradoras disponíveis satisfazendo suas restrições operacionais compostas de restrições de igualdade relativas ao atendimento da demanda de mercado e variáveis canalizadas relativas aos limites mínimo e máximo de geração, minimizando uma função quadrática associada aos custos dos combustíveis empregados na geração termoeétrica de energia.

Utilizaremos neste artigo o modelo de otimização para o PDE, desconsiderando-se o efeito de ponto de válvula, apresentado por [10], definido por:

$$\begin{aligned} \min \quad & Fe(P_k) = \sum_{k=1}^n a_k P_k^2 + b_k P_k + c_k \\ \text{s.a :} \quad & \sum_{k=1}^n P_k = P_D + P_L, \\ & P_k^{min} \leq P_k \leq P_k^{max}, \quad k = 1, \dots, n, \end{aligned} \tag{1.1}$$

onde, Fe é a função custo total, e a_k , b_k , e c_k são os coeficientes da função custo. P_k corresponde às potências de operação das unidades geradoras; P_D é o valor da demanda de energia; P_L é o valor das perdas na transmissão; P_k^{min} e P_k^{max} são, respectivamente, os limites operacionais inferiores e superiores de saída das unidades de geração termoeétrica.

1.2 Problema de Despacho Ambiental

Durante muito tempo a geração termoeétrica de energia considerou apenas as condições econômicas do sistema como argumentos para suas escolhas, não levando em conta os aspectos ambientais envolvidos, contribuindo para a elevação da poluição atmosférica. Cada quilowatt produzido está associado a uma taxa de emissão através de um fator de emissão, que é obtido pela relação emissão de poluente/energia produzida ou combustível consumido, expresso em kg por unidade de energia.

Ao longo dos anos, estudos surgiram a fim de criarem estratégias para minimizar os efeitos causados ao meio ambiente. A única técnica que não requer modificações no sistema de geração é aquela que sugere incluir as emissões na estratégia de despacho, sendo esta conhecida como Despacho Ambiental. A modelagem da função

emissão do Despacho Ambiental, Fa , considera a relação entre a quantidade de cada poluente e a saída de potência da unidade, ou seja, o modelo da função emissão depende, entre outras coisas, do tipo da emissão. O modelo de otimização para o Despacho Ambiental apresentado por [1] é definido por:

$$\min \quad Fa_k(P_k) = \sum_{k=1}^n A_k P_k^2 + B_k P_k + C_k, \quad (1.2)$$

onde, $Fa_k(P_k)$ representa a emissão de cada unidade geradora; A_k , B_k , e C_k são os coeficientes da função emissão e P_k corresponde às potências de operação das unidades geradoras. As emissões totais correspondem ao somatório das emissões de cada unidade geradora, ou seja:

$$Fa = \sum_{i=1}^n Fa_i(P_i). \quad (1.3)$$

1.3 Problema Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental

Os Problemas de Despacho Econômico (PDE) e os Problemas de Despacho Ambiental (PDA) são problemas que se destacam dentre os problemas de otimização restritos não-lineares encontrados na Engenharia Elétrica. Contudo, até recentemente, a maioria dos problemas de despacho era formulada a fim de minimizar uma função objetivo simples, minimizando custos ou minimizando emissão de poluentes. Porém, os custos e as emissões de poluentes podem ser combinados com diferentes pesos em uma única função objetivo. A essa estratégia é dado o nome de Despacho Econômico e Ambiental (DEA), caracterizando um problema multiobjetivo. O modelo de otimização multiobjetivo DEA é definido por:

$$\begin{aligned} \min \quad & \{Fe(P_k); Fa(P_k)\} \\ \text{s.a :} \quad & \sum_{k=1}^n P_k = P_D + P_L, \\ & P_k^{min} \leq P_k \leq P_k^{max}, \quad k = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (1.4)$$

onde, $Fe(P_k) = \sum_{k=1}^n a_k P_k^2 + b_k P_k + c_k$ é a função de custos total relativa ao PDE e $Fa(P_k) = \sum_{k=1}^n A_k P_k^2 + B_k P_k + C_k$ é a função emissão total relativa ao PDA.

O DEA (1.4) é modelado neste trabalho através da estratégia de soma ponderada, que explora o problema mono-objetivo, definido a seguir:

$$\begin{aligned} \min \quad & \beta Fe(P_k) + (1 - \beta) Fa(P_k) \\ \text{s.a :} \quad & \sum_{k=1}^n P_k = P_D + P_L, \\ & P_k^{min} \leq P_k \leq P_k^{max}, \quad k = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (1.5)$$

onde $\beta \in [0, 1]$.

2 Problemas de Programação Quadrática com restrições lineares de igualdade e variáveis canalizadas

Definiremos o Problema de Programação Quadrática, PPQ, primal da seguinte forma: seja $Q_e \in R^{n \times n}$ uma matriz semi-definida positiva, $A \in R^{m \times n}$, $b_e, w \in R^m$ e $x, c_e, u, l, z, r, s, f, b \in R^n$, temos que o PPQ com restrições lineares de igualdade e variáveis canalizadas será

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^t Q_e x + b_e^t x + c_e \\ \text{s.a :} \quad & Ax = b, \\ & x + z = u, \\ & x - r = l, \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $r \geq 0$, $z \geq 0$ são as variáveis primais de excesso e folga, respectivamente. A concepção de dualidade também é aplicada aos problemas de minimização de funções quadráticas, sendo ela apresentada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \max \quad & -\frac{1}{2}x^t Q_e x + b^t w - u^t f + l^t s \\ \text{s.a :} \quad & -Q_e x + A^t w + s - f = b_e, \end{aligned} \tag{2.2}$$

onde $s \geq 0$, $f \geq 0$; w, s e f são as variáveis duais do problema.

Para um escalar $\mu \geq 0$, pode-se incorporar à (2.1) uma função barreira logarítmica resultando no seguinte PPNL Primal-Dual irrestrito, o qual é definido a partir da função Lagrangiana Barreira Logarítmica $L_\mu(x, z, r, w, s, f)$ e converge para a solução do PPQ restrito:

$$\begin{aligned} \min L_\mu(x, z, r, w, s, f) = & \frac{1}{2}x^t Q_e x + b_e^t x + c_e + w^t(b - Ax) + f^t(x + z - u) \\ & + s^t(l + r - x) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(r_j) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(z_j). \end{aligned} \tag{2.3}$$

Consideraremos, juntamente com (2.3), as seguintes condições de KKT:

$$\begin{aligned} Ax &= b, & (\text{Factibilidade Primal}) \\ x + z &= u, \\ x - r &= l, \\ -(Q_e x + b_e) + A^t w + s - f &= 0, & (\text{Factibilidade Dual}) \\ ZFe - \mu e &= 0, & (\text{Folgas Complementares}) \\ RSe - \mu e &= 0, & (\text{Folgas Complementares}) \end{aligned} \tag{2.4}$$

onde R, S, Z e F são matrizes diagonais com, respectivamente, r_i, s_i, z_i e f_i como elementos diagonais e $e = (1, 1, \dots, 1)^t$.

Definindo os novos pontos como:

$$\begin{aligned} x &= x^k + \alpha_p^k dx^k, & r &= r^k + \alpha_p^k dr^k, \\ z &= z^k + \alpha_p^k dz^k, & s &= s^k + \alpha_d^k ds^k, \\ f &= f^k + \alpha_d^k df^k, & w &= w^k + \alpha_d^k dw^k, \end{aligned} \quad (2.5)$$

conseguimos determinar as direções de busca primais dr^k , dz^k , dx^k e duais, df^k , ds^k , dw^k , através de uma pequena perturbação nas variáveis presentes nas condições (2.4); os tamanhos de passo primal α_p^k e dual α_d^k , obtidos pelas condições de fronteira do problema e reduzidos por um multiplicador $\alpha=0.995$ para garantir que o ponto continue interior a região; os critérios de otimalidade e os novos pontos, que serão: $x^{k+1} = x$, $r^{k+1} = r$, $z^{k+1} = z$, $s^{k+1} = s$, $f^{k+1} = f$ e $w^{k+1} = w$.

O passo previsor do método é obtido quando consideramos os termos de primeira ordem e eliminamos os termos de segunda ordem das equações : $ZFe - \mu e = 0$ e $RSe - \mu e = 0$, presentes após uma atualização realizada nestas equações, utilizando as novas soluções definidas em (2.5). O passo corretor é obtido quando passamos a considerar os termos de segunda ordem obtidos em $ZFe - \mu e = 0$ e $RSe - \mu e = 0$ com a atualização feita.

Um algoritmo foi proposto para esse método e está apresentado em na Seção 3.1. Sua implementação foi feita utilizando o software Borland C++ Builder 6.0 e os testes foram realizados utilizando um PDE que está descrito na Seção 4.1.

Para a segunda parte desde artigo, que consiste na resolução de um DEA multiobjetivo, precisamos adaptar os resultados até agora apresentados para o caso de PPQ multiobjetivo. Baseando-se no Método Primal-Dual de Pontos Interiores para PPQ's proposto em [9] e [11], realizamos sua extensão para PPQ's multiobjetivos com variáveis canalizadas e restrições de igualdade que considera a soma ponderada de funções objetivo. O modelo é apresentado a seguir através de um PPNL Primal-Dual irrestrito, o qual é definido a partir da função Lagrangiana Barreira Logarítmica $L_\mu(x, z, r, w, s, f)$, e converge para a solução do PPQ multiobjetivo restrito.

Seja $Q_e, Q_a \in R^{n \times n}$ matrizes semi-definidas positivas, $A \in R^{m \times n}$, $b_e, b_a, w \in R^m$ e $x, c_e, c_a, u, l, z, r, s, f, b \in R^n$, minimizar o PPQ multiobjetivo com variáveis canalizadas e restrições de igualdade será equivalente a:

$$\begin{aligned} \min L_\mu(x, z, r, w, s, f) &= \beta \left(\frac{1}{2} x^t Q_e x + b_e^t x + c_e \right) + (1 - \beta) \left(\frac{1}{2} x^t Q_a x + b_a^t x + c_a \right) \\ &+ w^t (b - Ax) + f^t (x + z - u) + s^t (l + r - x) \\ &- \mu \sum_{j=1}^n \ln(r_j) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(z_j), \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde $s \geq 0$, $f \geq 0$; r e z são as variáveis primais de excesso e folga, respectivamente, w, s e f são as variáveis duais do problema, $0 \leq \beta \leq 1$, e $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira ou parâmetro de centragem. São consideradas as mesmas condições de KKT apresentadas em (2.4), porém com a seguinte alteração da condição de

factibilidade dual:

$$-\beta(Q_e x^k + b_e) + A^t w^k + s^k - f^k - (1 - \beta)(Q_a x^k + b_a) = 0. \quad (2.7)$$

De modo semelhante ao que já fizemos para o caso mono-objetivo, conseguimos determinar as direções de busca primais e duais, dr^k , dz^k , dx^k , df^k , ds^k , dw^k ; os tamanhos de passo primal α_p^k e dual α_d^k ; os critérios de otimalidade e os novos pontos: x^{k+1} , r^{k+1} , z^{k+1} , s^{k+1} , f^{k+1} e w^{k+1} . Na Seção 3.2 apresentamos o algoritmo desse método, implementado utilizando o software Borland C++ Builder 6.0, que será utilizado na resolução de um DEA descrito na Seção 4.2.

3 Métodos Primal-Dual Previsor-Corretor de Pontos Interiores para PPQ's

Conforme já mencionado, esta seção contém dois algoritmos Primal-Dual Previsor-Corretor (PCPD) de Pontos Interiores para PPQ's com variáveis canalizadas e restrições de igualdade propostos para a resolução de PDE's e DEA's, respectivamente, apresentados a seguir:

3.1 Algoritmo Primal-Dual Previsor-Corretor de Pontos Interiores para PPQ's com variáveis canalizadas e restrições de igualdade

Passo 1 (Inicialização): Fixar $k = 0$ e escolher x^0, s^0, w^0 e f^0 factíveis. Além disso, escolher $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ e ε_3 , como três números positivos suficientemente pequenos e $0 < \alpha < 1$, como uma constante positiva. Calcular $r^0 = x^0 - l$ e $z^0 = u - x^0$. Usualmente $\alpha = 0.995$.

Passo 2 (Cálculos intermediários - Previsor): Calcular $H_k = (R_k^{-1} S_k + Z_k^{-1} F_k + Q_e)$; $t_3^k = x^k - r^k - l$; $t_2^k = u - x^k - z^k$; $p^k = -R_k^{-1}(v^k + S_k t_3^k) + Z_k^{-1}(F_k t_2^k - q^k)$; $t^k = Ax^k - b$; $u_1^k = -Q_e x^k - b_e + A^t w^k + s^k - f^k$; $q^k = \mu^k - (z^k)^t f^k$; $v^k = \mu^k - (r^k)^t s^k$.

Passo 3 (Teste de otimalidade): Se $\frac{\|Ax^k - b\|}{\|b\| + 1} \leq \varepsilon_1$, $\frac{\|u_1^k\|}{\|Q_e x^k + b_e\| + 1} \leq \varepsilon_2$, $l \leq x^k \leq u$, $s^k \geq 0$, $f^k \geq 0$; $(r^k)^t s^k \leq \varepsilon_3$ e $(z^k)^t f^k \leq \varepsilon_3$ então PARE, pois, x^k, w^k, s^k e f^k são soluções ótimas aproximada do problema (2.3). Caso contrário, vá para o passo seguinte.

Passo 4 (Cálculo das direções): Calcular $dw^k = (AH_k^{-1} A^t)^{-1}(AH_k^{-1}(-p^k - u_1^k) - t^k)$; $dx^k = H_k^{-1}(A^t dw^k + p^k + u_1^k)$; $dr^k = dx^k + t_3^k$; $dz^k = t_2^k - dx^k$; $df^k = Z_k^{-1}(q^k - F_k dz^k)$; $ds^k = R_k^{-1}(v^k - S_k dr^k)$.

Passo 5 (Cálculos intermediário - Corretor): Calcular $q^k = \mu^k - (z^k)^t f^k - df^k dz^k$; $v^k = \mu^k - (r^k)^t s^k - dr^k ds^k$ utilizando as direções dr^k, dz^k, ds^k, df^k determinadas no passo 4; atualizar $p^k = -R_k^{-1}(S_k t_3^k + v^k) + Z_k^{-1}(F_k t_2^k - q^k)$; e recalculer as direções $dw^k, dx^k, dr^k, dz^k, ds^k, df^k$ analogamente ao passo 4.

Passo 6 (Teste de ilimitariedade): Se $dr^k, dz^k, ds^k, df^k > 0$ então PARE, pois, o problema é ilimitado. Se $dr^k = dz^k = ds^k = df^k = 0$ então PARE também, pois r^k, z^k, s^k e f^k são soluções ótimas do primal e do dual, respectivamente. Caso contrário, vá para o passo 6.

Passo 7 (Comprimento do passo): Calcular $\alpha_1^k = \min \left\{ \frac{-\alpha r_i^k}{dr_i^k} / dr_i^k > 0 \right\}$; $\alpha_2^k = \min \left\{ \frac{-\alpha z_i^k}{dz_i^k} / dz_i^k > 0 \right\}$; $\alpha_3^k = \min \left\{ \frac{-\alpha s_i^k}{ds_i^k} / ds_i^k > 0 \right\}$; $\alpha_4^k = \min \left\{ \frac{-\alpha f_i^k}{df_i^k} / df_i^k > 0 \right\}$; em que, $i = 1, 2, \dots, n$ e $\alpha_5^k = -\frac{[(dx^k)^t(Q_e x^k + b_e)]}{[(dx^k)^t Q_e dx^k]}$, onde $0 < \alpha < 1$. Determinar $\alpha_p^k = \min\{\alpha_1^k, \alpha_2^k, \alpha_5^k, 1\}$ e $\alpha_d^k = \min\{\alpha_3^k, \alpha_4^k, 1\}$.

Passo 8 (Determinar uma nova solução): Executar a translação: $x^{k+1} = x^k + \alpha_p^k dx^k$; $r^{k+1} = r^k + \alpha_p^k dr^k$; $z^{k+1} = z^k + \alpha_p^k dz^k$; $s^{k+1} = s^k + \alpha_d^k ds^k$; $f^{k+1} = f^k + \alpha_d^k df^k$; $w^{k+1} = w^k + \alpha_d^k dw^k$; $\mu^{k+1} = \gamma \left(\frac{\mu_k^1 + \mu_k^2}{2} \right)$, onde $\mu_k^1 = \frac{(r^k)^t s^k}{n}$; $\mu_k^2 = \frac{(z^k)^t f^k}{n}$ e faça $k = k + 1$.

Passo 9: Refazer os passos 3, 4, 5, 6 e 7, e voltar ao passo 2.

3.2 Algoritmo Primal-Dual Previsor-Corretor de Pontos Interiores para PPQ's multiobjetivos com variáveis canalizadas e restrições de igualdade

O algoritmo é proposto de forma análoga àquele definido na Seção 3.1, considerando-se apenas as alterações que ocorrem no Passo 2 e no Passo 5, os quais são expressos por:

Passo 2 (Cálculos intermediários - Previsor): Calcular $H_k = (R_k^{-1} S_k + Z_k^{-1} F_k + \beta Q_e + (1 - \beta) Q_a)$; $t_3^k = x^k - r^k - l$; $t_2^k = u - x^k - z^k$; $p^k = -R_k^{-1}(v^k + S_k t_3^k) + Z_k^{-1}(F_k t_2^k - q^k)$; $t^k = Ax^k - b$; $u_1^k = -\beta(Q_e x^k + b_e) + A^t w^k + s^k - f^k - (1 - \beta)(Q_a x^k + b_a)$; $q^k = \mu^k - (z^k)^t f^k$; $v^k = \mu^k - (r^k)^t s^k$.

Passo 5 (Cálculos intermediário - Corretor): Calcular $q^k = \mu^k - (z^k)^t f^k - df^k dz^k$; $v^k = \mu^k - (r^k)^t s^k - dr^k ds^k$ utilizando as direções dr^k, dz^k, ds^k, df^k determinadas no passo 4; atualizar $p^k = -R_k^{-1}(S_k t_3^k + v^k) + Z_k^{-1}(F_k t_2^k - q^k)$; e recalculer as direções $dw^k, dx^k, dr^k, dz^k, ds^k, df^k$ analogamente ao passo 4 definido na Seção 3.1.

4 Aplicação dos métodos e resultados

Os algoritmos apresentados nas Seções 3.1 e 3.2 foram implementados computacionalmente através do software Borland C++ Builder 6.0. Testes foram realizados utilizando-se um PDE de 13 geradores e um DEA de 06 geradores, encontrados na Engenharia Elétrica e definidos em [7], [8] e [9].

4.1 Problema de Despacho Econômico

O algoritmo proposto na Seção 3.1 foi aplicado a um PDE de 13 geradores, cujas características são apresentadas na tabela da Fig. 1.

Geradores	Função Econômica			P_i^{Min}	P_i^{Max}
	a_i (\$/MW ²)	b_i (\$/MW)	c_i (\$)		
1	0,00028	8,1	550	0	680
2	0,00056	8,1	309	0	360
3	0,00056	8,1	307	0	360
4	0,00324	7,74	240	60	180
5	0,00324	7,74	240	60	180
6	0,00324	7,74	240	60	180
7	0,00324	7,74	240	60	180
8	0,00324	7,74	240	60	180
9	0,00324	7,74	240	60	180
10	0,00284	8,6	126	40	120
11	0,00284	8,6	126	40	120
12	0,00284	8,6	126	55	120
13	0,00284	8,6	126	55	120

Figura 1: Tabela com as características do PDE de 13 geradores.

O método foi inicializado com os seguintes pontos: $x^0 = (660, 320, 330, 150, 140, 155, 165, 150, 140, 70, 80, 75, 85)$, $w^0 = 0$, $f^0 = (30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30)$ e $s^0 = (38.4696, 38.4584, 38.4696, 38.7120, 38.6472, 38.7444, 38.8092, 38.7120, 38.6472, 38.9976, 39.0544, 39.0260, 39.0828)$ e os seguintes dados $A = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$, $b = P_D + P_L = 2520$, onde $P_D = 2520$ é o valor da demanda e $P_L = 0$, ou seja, desconsideram-se as perdas de transmissão. As tolerâncias são dadas por $\varepsilon_1 = 10^{-5}$, $\varepsilon_2 = 10^{-3}$ e $\varepsilon_3 = 10^{-4}$ e $\alpha = 0,995$. Os resultados obtidos pelo método foram encontrados na 10ª iteração de acordo com a tabela da Fig. 2.

Solução ótima para PDE 13 - Caso Previsor/Corretor						
Iteração	x	z	r	s	f	w
10	680	3,11E-06	680	1,25E-09	0,2635994	8,74440002
	360	3,37E-06	360	2,37E-09	0,24119937	
	360	3,37E-06	360	2,37E-09	0,24119937	
	155	25,0000038	95	8,98E-09	3,39E-08	
	155	25,0000038	95	8,98E-09	3,39E-08	
	155	25,0000057	94,9999924	8,98E-09	3,40E-08	
	155	25,0000057	94,9999924	8,98E-09	3,40E-08	
	155	25,0000038	95	8,98E-09	3,39E-08	
	155	25,0000038	95	8,98E-09	3,39E-08	
	40,0000114	79,9999924	1,03E-05	0,08280068	1,07E-08	
	40,0000076	79,9999924	8,89E-06	0,08280066	1,42E-08	
	55,0000038	64,9999924	5,34E-06	0,16800065	1,32E-08	
	55,0000038	64,9999924	5,28E-06	0,16800065	1,34E-08	

Figura 2: Tabela com resultados do PDE de 13 geradores.

A tabela da Fig. 3 apresenta os valores da função objetivo encontradas pelos métodos: Primal-Dual Previsor-Corretor (PDPC) desenvolvido nesse trabalho, pelo Algoritmo Genético Coevolutivo (AGHCOE) encontrado em [8], pelo Algoritmo Cultural (AC) encontrado em [7] e pelo método Primal-Dual com busca unidimensional (PDBU) visto em [9].

Resultados	Função Objetivo
PDPC	R\$ 24.050,14
AGHCOE	R\$ 24.072,03
AC	R\$ 24.052,10
PDBU	R\$ 24.050,14

Figura 3: Tabela com valores das funções objetivo do PDE de 13 geradores.

Observa-se que os métodos PDPC e PDBU obtiveram as soluções ótimas globais do PDE com 13 geradores, as quais foram determinadas com uma melhor precisão, 10^{-5} , pelo método PDPC, implementado em linguagem C/C++, em relação ao método PDBU, 10^{-3} , implementado em Pascal 7.0. O PDPC também possui um desempenho computacional mais robusto que o PDBU, gastando apenas milésimos de segundo para obter a solução ótima global, enquanto que PDBU gasta na casa de centésimos de segundo para o mesmo feito.

4.2 Problema Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental

O algoritmo desenvolvido na Seção 3.2 foi implementado computacionalmente utilizando o software Borland C++ Builder 6.0 e aplicado a um modelo de 06 geradores encontrado em [7], [8] e [9]. As características desse problema são apresentadas na tabela da Fig. 4.

Geradores	Função Econômica			Função Ambiental			P_i^{Min}	P_i^{Max}
	a_i (\$/MW ²)	b_i (\$/MW)	c_i (\$)	A_i (\$/MW ²)	B_i (\$/MW)	C_i (\$)		
1	0,15247	38,53973	756,7986	0,00419	0,32767	13,85932	10	125
2	0,10587	46,15916	451,3251	0,00419	0,32767	13,85932	10	150
3	0,02803	40,39655	1049,998	0,00683	0,54551	40,2669	35	225
4	0,03546	38,30533	1243,531	0,00683	0,54551	40,2669	45	210
5	0,02111	36,32782	1658,57	0,00461	0,51116	42,89553	130	325
6	0,01799	38,27041	1356,659	0,00461	0,51116	42,89553	125	315

Figura 4: Tabela com as características do DEA de 06 geradores.

O método foi inicializado com os pontos: $x^0=(33, 34, 88, 88, 131, 126)$, $w^0=(0)$ e $f^0=(1, 1, 1, 1, 1, 1)$ As tolerâncias são dadas por $\varepsilon_1 = 10^{-3}$, $\varepsilon_2 = 10^{-2}$ e $\varepsilon_3 = 10^{-3}$ e $\alpha = 0.99$. Os resultados obtidos são apresentados na tabela da Fig. 5.

β	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_{total}	F. Econ.	F. Amb.	Iter.
0	36,2839	36,2841	86,1809	86,1808	130,011	125,0593	500	27327,8672	255,9241	22
0,1	23,9155	10,0071	84,3454	88,6671	150,6205	142,4444	500	27042,9648	264,2017	21
0,2	20,7311	10,0016	78,159	85,5639	159,0846	146,4598	500	27019,4082	268,1222	21
0,3	19,4373	10,0009	73,7788	83,4569	164,3756	148,9505	500	27009,4707	271,3451	21
0,4	18,7355	10,0007	70,5612	81,9676	168,0403	150,6947	500	27004,4941	273,9762	21
0,5	18,295	10,0005	68,1064	80,8652	170,7377	151,9952	500	27001,8164	276,1368	21
0,6	17,9927	10,0004	66,1745	80,018	172,8088	153,0056	500	27000,3301	277,9307	21
0,7	17,7724	10,0003	64,6154	79,3472	174,4501	153,8146	500	26999,5018	279,4383	21
0,8	17,6047	10,0003	63,3312	78,8031	175,7832	154,4775	500	26999,0742	280,7202	21
0,9	17,4728	10,0002	62,2552	78,3531	176,8877	155,031	500	26998,877	281,8219	21
1	17,3663	10,0002	61,3407	77,9747	177,8179	155,5002	500	26998,8242	282,7782	21

Figura 5: Tabela com os resultados do DEA de 06 geradores.

A tabela da Fig. 6 apresenta os resultados encontrados pelos mesmos métodos citados na Seção 4.1. Todos eles foram adaptados ao caso multiobjetivo DEA e resolvido utilizando a estratégia da soma ponderada.

β	Função Econômica				Função Ambiental			
	PDPC	AGHCOE	AC	PDBU	PDPC	AGHCOE	AC	PDBU
0	27327,87	27319,30	27331,20	27310,25	255,924	256,360	255,960	255,965
0,1	27042,96	27191,50	27041,30	27050,30	264,202	259,460	264,978	263,885
0,2	27019,41	27114,80	27026,60	27021,95	268,122	263,735	267,754	268,636
0,3	27009,47	27109,70	27012,80	27015,37	271,345	264,575	271,886	270,674
0,4	27004,49	27104,00	27014,10	27011,71	273,976	265,284	272,658	272,880
0,5	27001,82	27092,70	27007,80	27006,34	276,137	266,030	275,000	276,198
0,6	27000,33	27068,00	27004,90	27006,91	277,931	268,270	278,768	275,121
0,7	26999,50	27059,00	27004,60	27004,92	279,438	269,970	279,225	277,408
0,8	26999,07	27051,90	27004,80	27,005,35	280,720	272,707	281,472	277,294
0,9	26998,88	27046,90	27004,30	27003,79	281,822	274,930	283,133	280,016
1	26998,82	27037,20	27003,90	27003,80	282,778	276,894	282,212	283,513

Figura 6: Tabela com valores obtidos para as funções econômica e ambiental.

Da mesma forma que nos teste realizados com PDE, o PDPC também apresentou um desempenho computacional mais robusto que o PDBU, gastando também milésimos de segundo para obter as soluções ótimas, enquanto que PDBU gasta na casa de centésimos de segundo. Além disso, seus resultados são melhores que aqueles obtidos pelos algoritmos genéticos apresentados na tabela da Fig. 6.

Note que, para cada valor de β considerado nas Fig. 5 e 6, os valores obtidos, respectivamente, para a função econômica Fe e para a função emissão Fa , não são os valores mínimos para ambas as funções separadamente, pois estas têm objetivos conflitantes. Podemos notar melhor isso nos gráficos das Fig. 7 e 8 onde, a medida que β aumenta a função econômica sofre um decréscimo (passa-se a priorizar sua minimização) enquanto que a função ambiental sofre um acréscimo (priorizamos menos sua minimização). Isso ocorre porque, conforme o modelo apresentado em (1.5), ponderamos mais a função econômica e menos a função ambiental a medida que β aumenta seu valor.

Como já mencionado, os resultados apresentados na Fig. 5 não são os valores mínimos para ambas as funções separadamente, porém minimizam a função soma

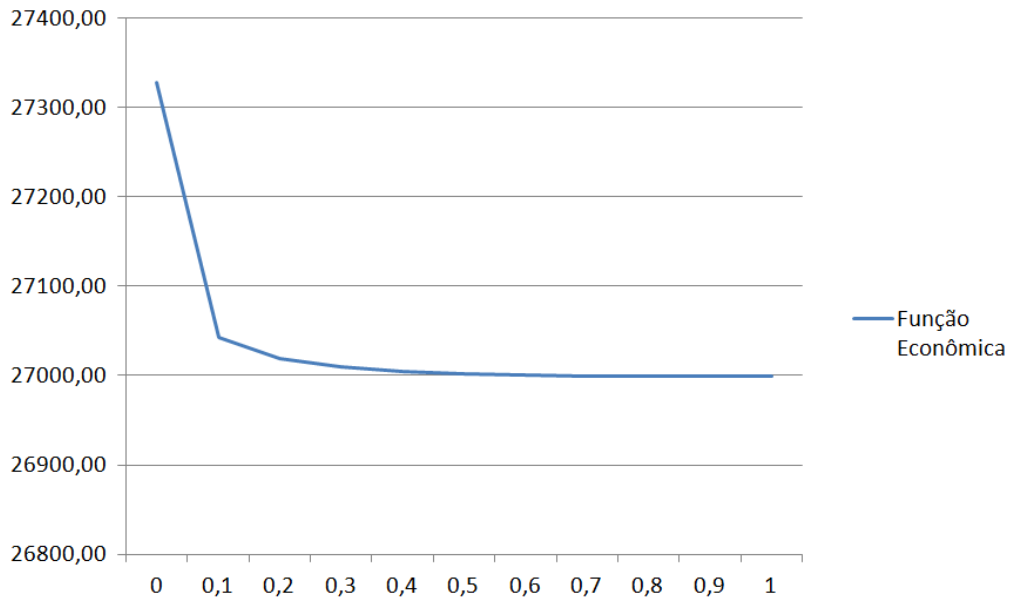


Figura 7: Gráfico de valores das funções econômica versus valores de beta.

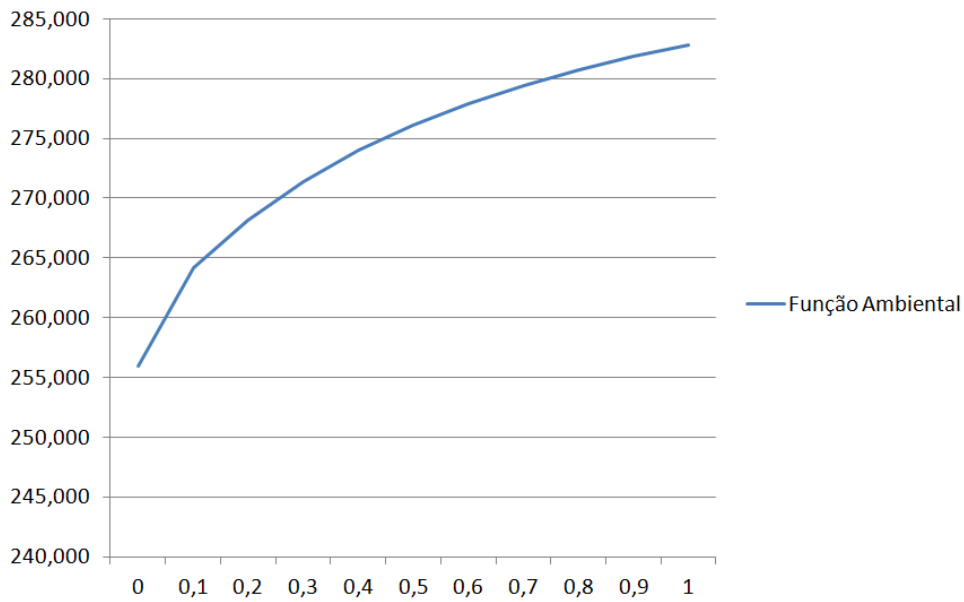


Figura 8: Gráfico de valores das funções ambiental versus valores de beta.

ponderada total apresentada na Equação 1.5, para cada valor de β considerado.

5 Conclusões

As implementações computacionais dos métodos apresentados nas Seções 3.1 e 3.2 realizadas em C++ mostraram-se robustas, e as aplicações destes métodos ao PDE com 13 geradores e DEA de 06 geradores foram realizadas com sucesso onde, o tempo computacional de execução foi pequeno e desprezado e os resultados encontrados quando comparados àqueles encontrados em [7], [8] e [9], demonstraram a eficiência

do método citado na resolução destes problemas.

De acordo com os resultados obtidos e apresentados na Seção 4 deste artigo, o método PDPC é um método eficiente e robusto para a resolução dos modelos destacados de PDE e multiobjetivo de DEA.

6 Agradecimentos

O primeiro autor agradece a PIBIC/CNPq pela bolsa de iniciação científica concedida. O segundo autor agradece a CAPES pela bolsa de mestrado concedida.

Referências

- [1] El-Hawary M.E., El-Hawary F., Mbamalu G. A. N. (1992). *NOx emission performance models in electric power system. Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, vol II, p. MA 8.11.1, 1992.
- [2] Fiacco A. V., McCormick G. P. (1968). *Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques*, New York, John Wiley & Sons, 1968.
- [3] Frisch, K. R. *The Logarithmic Potential Method of Convex Programming*. University Institute of Economics (manuscript), Oslo, Norway, 1955.
- [4] Karmarkar, N. *A new polynomial time algorithm for linear programming*, *Combinatoria* 4, 373-395, 1984.
- [5] Lustig, I.J. , Marsten, R. E. and Shanno, D. F. *On Implementing Mehrota's Predictor-Corrector Interior Point Method for Linear Programming*, *SIAM Journal on Optimization*, vol. 2, pp. 435-449, 1995.
- [6] Miettinen, K.; *Nonlinear multiobjective Optimization*. Boston: Kluwer. 1999
- [7] Rodrigues, N. M.. *Um algoritmo cultural para problemas de despacho de energia elétrica*, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Maringá, Maringá - Pr, 2007.
- [8] Samed, M. M. A. *Um Algoritmo Genético Híbrido Co-Evolutivo para Resolver Problemas de Despacho*, Tese de Doutorado, UEM, Depto. De Engenharia Química, Agosto de 2004, 167 p.
- [9] Souza, M. A. S. *Investigação e Aplicação de Métodos Primal - Dual de Pontos Interiores em Problemas de Despacho Econômico e Ambiental*, Dissertação de Mestrado, FC/UNESP, Bauru, 2010.
- [10] Steinberg, M. J. C. and Smith, T. H. *Economic Loading of Power and Electric Systems*, MacGraw-Hill, 1943.
- [11] Wright, S. J. *Primal-Dual Interior Point Methods*, *SIAM Journal*, 289-304, 1997.