



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**O PAPEL DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM DISCIPLINAS
DE ÁLGEBRA LINEAR A DISTÂNCIA:
POSSIBILIDADES, LIMITES E DESAFIOS**

Aparecida Santana de Souza Chiari

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO

2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

APARECIDA SANTANA DE SOUZA CHIARI

**O PAPEL DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM DISCIPLINAS DE ÁLGEBRA
LINEAR A DISTÂNCIA: POSSIBILIDADES, LIMITES E DESAFIOS**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do *Câmpus* de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Orientador: Marcelo de Carvalho Borba

Rio Claro – SP
2015

512.5 Chiari, Aparecida Santana de Souza
C532p O papel das tecnologias digitais em disciplinas de álgebra
linear a distância : possibilidades, limites e desafios /
Aparecida Santana de Souza Chiari. - Rio Claro, 2015
206 f. : il., figs., quadros

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Marcelo de Carvalho Borba

1. Álgebra linear. 2. Teoria enraizada. 3. Educação
matemática. 4. Universidade Aberta do Brasil (UAB). 5.
Licenciatura em matemática. 6. Educação a distância. I.
Título.

APARECIDA SANTANA DE SOUZA CHIARI

**O PAPEL DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM DISCIPLINAS DE ÁLGEBRA
LINEAR A DISTÂNCIA: POSSIBILIDADES, LIMITES E DESAFIOS**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do *Câmpus* de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba - Orientador
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Henrique Lazari
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas
INMA/UFMS/Campo Grande (MS)

Prof. Dr. Marco Aurélio Kalinke
UTFPR/Curitiba (PR)

Prof(a). Dr(a). Marcus Vinicius Maltempi
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Rio Claro, 15 de outubro de 2015

Resultado: APROVADA.

Dedico este trabalho ao meu marido, Edgar, pelo apoio incondicional em todos os meus projetos e sonhos, e também aos meus pais, Romualdo e Ivaneide, e às minhas irmãs, Natália e Angélica, por serem meu grande alicerce na vida e minha fonte de inspiração.

AGRADECIMENTOS

Em uma caminhada longa, como a que envolve um doutorado, sempre aparecem obstáculos e imprevistos. Nesses momentos, contar com a ajuda de pessoas próximas torna o caminhar mais tranquilo. Ao encerrar o ciclo, é preciso reconhecer o apoio dessas pessoas e agradecê-las. Assim, agradeço:

Ao meu orientador Marcelo, com quem aprendi muito mais do que fazer uma pesquisa de doutorado. Obrigada pela abertura de tantas portas e pelo imenso aprendizado que me proporcionou, perpassando o âmbito acadêmico. Além da relação orientador-orientanda, acabamos desenvolvendo uma bonita amizade.

Aos professores José Luiz Magalhães de Freitas, Henrique Lazari, Marco Aurélio Kalinke e Marcus Vinicius Maltempi, que aceitaram compor minha banca de avaliação. A partir de suas considerações, pude enriquecer o texto e evitar várias falhas.

A todos os meus professores, que me despertaram a paixão pela docência. Em particular, a Henrique Lazari, Marcelo Borba, Marcos Teixeira e Rômulo Lins, com os quais cursei disciplinas durante o curso.

Aos profissionais das quatro instituições analisadas no trabalho que se dispuseram a colaborar com entrevistas, abrindo as portas virtuais de seus cursos. Sem sua colaboração, a realização desse trabalho não seria possível.

Ao grupo de pesquisa GPIMEM e ao Geraldo Lima, com os quais aprendi a importância do trabalho em grupo e colaborativo, pelas oportunidades de troca e reflexão durante as reuniões, pela aprendizagem em ouvir o outro e pelos agradáveis momentos de descontração. Obrigada Ana Paula, Daise, Debbie, Fabian, Felipe, Fernando, Fran, Hannah, Helber, Jeannette, Rejane, Luana, Maitê, Malheiros, Maltempi, Marcelo, Marília, Mazzi, Nilton, Ricardo Mendes, Ricardo Scucuglia, Rúbia, Silvana, Sueli, Tiago, Vinícius etc, inclusive a nova geração que entrou depois que me mudei de Rio Claro! Vários de vocês se tornaram grandes amigos!

Aos alunos do PPGEM, pela alegria e animação nas festas da pós e pelas discussões e acalorados debates nas reuniões discentes.

À Marinéia e à Rejane, que compartilharam moradia comigo no período que residi em Rio Claro como aluna especial.

A Helber-Rejane-Éder-e-Rafael, Rejane-e-Junior, Marcelo-e-Anne, Vanessa, Hannah, Luana e Nilton, pelos almoços e jantares, caronas e hospedagem amiga depois que me mudei de Rio Claro.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP, que financiaram esta pesquisa em momentos distintos.

Ao projeto CAPG-BA, que me permitiu estagiar fora do Brasil durante três meses. Minha experiência na Argentina foi única e dela trago muito aprendizado e lembranças boas. Em especial, agradeço à querida Mónica Villarreal, que me orientou durante esse estágio em Córdoba, e à Leticia Losano, que me recebeu em sua casa.

Aos profissionais da UFMS, que me receberam como colega de trabalho.

Aos meus queridos alunos, com os quais aprendo todos os dias.

Aos meus amigos de Tupi, com quem passo momentos agradáveis e, a partir deles, renovo a energia para continuar.

À minha sogra Helena e à minha cunhada Edmar, que me acolheram como parte de sua família.

Às minhas irmãs, Natália e Angélica, com as quais posso contar em qualquer situação, em qualquer circunstância. Vocês são fundamentais em minha vida. Agradeço também ao meu cunhado Rodolfo por integrar agora nossa família e cuidar tão bem da Natália.

Aos meus pais, Romualdo e Ivaneide, que são a base de tudo que construo. Para vocês dois não tenho palavras que expressem meu agradecimento e gratidão, então digo apenas que é por vocês que sempre busco meu melhor.

Ao meu amado marido Edgar. Você é meu companheiro de vida há muitos anos. Juntos tivemos lindos momentos, passamos por obstáculos e superamos dificuldades. Seu apoio incondicional foi fundamental para que eu chegasse até aqui. Nosso caminho continua, com novos sonhos e projetos.

A Deus, por minha vida.

AGÊNCIAS DE FOMENTO

Esta pesquisa foi financiada por agências de fomento em três momentos distintos:

Durante setembro de 2012 e de janeiro a março de 2013, totalizando quatro meses, a pesquisa foi financiada por bolsa Demanda Social da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES.

De outubro a dezembro de 2012, durante um intercâmbio acadêmico, recebi financiamento de um projeto vinculado ao programa Centros Associados de Pós-graduação – Brasil/Argentina (CAPG-BA), da CAPES. Esse programa custeou descolamento, seguro saúde e bolsa para manutenção mensal.

Ainda, de abril de 2013 a julho de 2014, a pesquisa foi financiada por bolsa da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), sob processo de número 2012/12176-3.

A essas agências presto agradecimento pela oportunidade de dedicação exclusiva ao curso durante parte significativa de meu doutorado. A bolsa da FAPESP não foi mantida até o final do curso, pois em agosto de 2014 assumi um concurso público e, por essa razão, solicitei a suspensão da mesma.

Tive um professor que dizia: “as luzes fortes não devem ser jogadas diretamente aos olhos, pois podem cegar. Devem ser mantidas a uma certa distância para que tenha outro fim: o de iluminar o caminho a ser percorrido”. Com certeza a tecnologia é uma dessas luzes que dependerá do professor se a utilizará para cegar ou iluminar o caminho, muitas vezes escuro, de seus alunos.

(Fala de um de meus alunos)

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é compreender o papel das tecnologias digitais (TD) nos processos educativos associados a disciplinas de Álgebra Linear de quatro cursos de Licenciatura em Matemática a distância vinculados à Universidade Aberta do Brasil (UAB), no contexto de seus Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA). Trata-se de uma pesquisa qualitativa. Perspectivas associadas aos modos de descrição em Álgebra Linear, à noção de seres-humanos-com-mídias, à distância transacional e ao papel da interação e da colaboração na modalidade a distância fornecem sustentação teórica ao estudo e ao processo analítico. A Teoria Enraizada é utilizada para conduzir a análise de dados, que foram produzidos a partir de quatro fontes: observação em ambientes virtuais de aprendizagem, entrevistas, projetos político pedagógicos e notas da pesquisadora. Os resultados permitem inferir que há dois papéis em evidência, cada um analisado em uma das categorias, intituladas “TD como promotoras de variedade comunicacional” e “TD na construção de materiais didáticos digitais”. Da primeira categoria foram exploradas quatro propriedades: conteúdo, agentes, temporalidade e avaliação. Da segunda, três: conteúdo, natureza e recursos envolvidos. Posteriormente, as duas categorias foram integradas em uma categoria central que sugere que as TD, a internet e o uso do AVA podem transformar esse último em Material Didático Digital Interativo (MDDI) a partir do registro automático das interações. Esta transformação pode se dar via diferentes linguagens, como a textual, a audiovisual ou a multimodal. Do ponto de vista da disciplina de Álgebra Linear, notou-se um desequilíbrio em termos de abordagem dos modos de descrição (formal, algébrico e geométrico) e destacou-se a necessidade de estimular o movimento entre eles, que pode ser favorecido pelas possibilidades que se abrem com a presença das TD. O modelo construído foi utilizado para identificar padrões de uso de tecnologias nas instituições como forma de validar a análise e provocar reflexões sobre a consistência entre as práticas observadas e os objetivos institucionais. Nesse contexto a UAB se revela plural e diversa. Espera-se que o estudo dispare outras reflexões sobre os temas abordados e ações interventivas direcionadas à disciplina de Álgebra Linear e à modalidade a distância, com base nas possibilidades abertas pela presença de tecnologias digitais.

Palavras-chave: Teoria Enraizada. Educação Matemática. Universidade Aberta do Brasil (UAB). Licenciatura em Matemática. Educação a Distância.

ABSTRACT

The objective of this research is to understand the role of digital technologies (DT) in educational processes associated with Linear Algebra in four distance teacher education in mathematics courses linked to the Open University of Brazil (UAB), in the context of its Virtual Learning Environments (VLE). It is a qualitative study. The study and the analysis are guided by theoretical perspectives related to modes of description in Linear Algebra, the notion of humans-with-media, transactional distance and the role of interaction and collaboration in distance learning. Grounded Theory is used to analyze the data, which was produced from four sources: observation in virtual learning environments, interviews, educational projects and researcher's notes. Results show that two roles are evident (each treated as an analytic category): "DT as promoting communication range" and "DT in building digital learning materials." Four properties of the first category were explored: content, agents, temporality and evaluation. For the second category, three properties were analyzed: content, nature and resources involved. The two categories were then integrated into one central category, which suggested that DT, the internet, and the use of VLE can turn the latter into Interactive Digital Didactic Material (IDDM) through the automatic registration of interactions. This transformation can take place via different languages, such as textual, audio-visual or multimodal. With respect to the linear algebra course, an imbalance in description mode approaches (formal, algebraic, and geometric) was noted, which stressed the need to encourage movement among them. This movement can be encouraged by the possibilities introduced by DT. The model constructed was used to identify patterns of use of technologies in the institutions as a way to validate the analysis and provoke reflections about the consistency between observed practices and institutional goals. In this context, the UAB reveals itself to be a plural and diverse institution. It is hoped that the study provokes other reflections on the themes and interventional actions directed to the discipline of linear algebra and distance education based on the possibilities offered by the presence of digital technologies.

Keywords: Grounded Theory. Mathematics Education. Open University of Brazil (UAB). Pre-Service Mathematics Teacher Education. Distance Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Wordle dessa tese.....	22
Figura 2 – Pórtico do Panteão.....	24
Figura 3 – Confusão entre elementos e conjuntos.....	30
Figura 4 – Integração entre as fases das TD em Educação Matemática.....	44
Figura 5 – Organização do capítulo 4.....	78
Figura 6 – Estrutura do Sistema UAB.....	80
Figura 7 – Interação no fórum referente ao TP 2.....	112
Figura 8 – Videoaula realizada com apoio de cinegrafista.....	113
Figura 9 – Videoaula gravada pelo próprio professor na UFMS.....	113
Figura 10 – Postagem de aluna utilizando fotografia.....	115
Figura 11 – Teclado do aplicativo WolframAlpha.....	117
Figura 12 – Videoaula gravada em estúdio.....	118
Figura 13 – Videoaula gravada pelo próprio professor na UFU.....	118
Figura 14 – Webconferência gravada.....	119
Figura 15 – Videoteca da UNEB.....	121
Figura 16 – Trecho de vídeo da UNEB gravado e editado.....	121
Figura 17 – Edição durante videoaula da UNEB.....	122
Figura 18 – Propriedade Conteúdo.....	133
Figura 19 – Propriedade Agentes.....	145
Figura 20 – Propriedade Temporalidade.....	146
Figura 21 – Propriedade Avaliação.....	148
Figura 22 – Codificação axial da categoria Variedade Comunicacional.....	148
Figura 23 – Propriedade Conteúdo.....	155
Figura 24 – Propriedade Natureza.....	159
Figura 25 – Propriedade Recursos Envolvidos.....	161
Figura 26 – Codificação axial da categoria Material Didático Digital.....	162
Figura 27 – Esquema geral de codificação axial.....	163
Figura 28 – Atividade (papel e lápis) com os três modos de descrição.....	166
Figura 29 – Atividade (geometria dinâmica) com os três modos de descrição.....	166
Figura 30 – Sala de Álgebra Linear montada no VMT.....	168

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Modo de descrição algébrico no fórum.....	126
Quadro 2 – Dúvida na própria fotografia	127
Quadro 3 – Modos de descrição algébrico e formal durante webconferência	128
Quadro 4 – Modo de descrição geométrico no fórum	130
Quadro 5 – Modo de descrição formal no fórum	132
Quadro 6 – Comunicação multidirecional na webconferência.....	134
Quadro 7 – Comunicação multidirecional no fórum.....	136
Quadro 8 – Comunicação bidirecional no fórum da UFMG.....	142
Quadro 9 – Comunicação unidirecional: tutora	143
Quadro 10 – Comunicação unidirecional: aluna.....	144
Quadro 11 – Modo de descrição algébrico no livro texto	150
Quadro 12 – Modo de descrição algébrico na videoaula	151
Quadro 13 – Modo de descrição geométrico no livro-texto	153
Quadro 14 – Modo de descrição formal na videoaula	153
Quadro 15 – Videoaula da UNEB.....	156
Quadro 16 – Videoaulas da UFMS.....	158
Quadro 17 – Videoaula da UFU	158
Quadro 18 – Transformação do AVA em Material Didático Digital Interativo	173

SUMÁRIO

1 PÓRTICO	14
2 PILASTRAS	24
2.1 Ensino e aprendizagem de Álgebra Linear	25
2.2 Tecnologias digitais	37
2.3 EaD	45
2.4 Relacionando os pilares	57
3 A PIPA, O PÁSSARO E O AVIÃO	64
3.1 Abordagem qualitativa	64
3.2 Teoria Enraizada (Grounded Theory)	65
3.2.1 <i>Como a construção de teoria acontece?</i>	69
3.2.1.1 <i>Codificação aberta</i>	69
3.2.1.2 <i>Codificação axial</i>	72
3.2.1.3 <i>Codificação seletiva</i>	73
3.2.2 <i>Quando parar?</i>	75
4 CONTEXTO DA PESQUISA: UAB, LICENCIATURAS E E-LICM@T	78
4.1 UAB	78
4.2 As Licenciaturas em Matemática da UAB e o E-licm@t	83
4.3 Universidades analisadas	90
4.3.1 <i>UFMG</i>	93
4.3.2 <i>UFMS</i>	97
4.3.3 <i>UFU</i>	100
4.3.4 <i>UNEB</i>	103
4.4 Uso de softwares na pesquisa	106
5 PAPÉIS DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS	110
5.1 Caracterizando a disciplina de Álgebra Linear nos cursos	110
5.1.1 <i>UFMG</i>	111
5.1.2 <i>UFMS</i>	112
5.1.3 <i>UFU</i>	117
5.1.4 <i>UNEB</i>	120
5.2 Codificação aberta: identificando categorias de análise	122

5.3 Codificação axial: desenvolvendo propriedades e dimensões	124
5.3.1 <i>Variedade comunicacional.....</i>	124
5.3.1.1 <i>Conteúdo.....</i>	125
5.3.1.2 <i>Agentes</i>	133
5.3.1.3 <i>Temporalidade.....</i>	145
5.3.1.4 <i>Avaliação.....</i>	146
5.3.2 <i>Material didático digital</i>	149
5.3.2.1 <i>Conteúdo.....</i>	149
5.3.2.2 <i>Natureza.....</i>	155
5.3.2.3 <i>Recursos envolvidos</i>	159
5.4 Codificação seletiva: em busca de uma categoria central.....	164
5.4.1 <i>O desequilíbrio entre os modos de descrição: implicações envolvendo a temporalidade.....</i>	165
5.4.2 <i>Comunicação síncrona e assíncrona e a relação com a simbologia matemática.....</i>	171
5.4.3 <i>Material Didático Digital Interativo (MDDI).....</i>	173
5.5 Identificando padrões de uso de tecnologias digitais.....	178
5.5.1 <i>UFMG</i>	179
5.5.2 <i>UFMS.....</i>	181
5.5.3 <i>UFU</i>	182
5.5.4 <i>UNEB.....</i>	183
5.5.5 <i>Aspectos comuns das quatro instituições.....</i>	184
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	188
REFERÊNCIAS.....	196
APÊNDICE A – Resumo CAPES (200 palavras).....	206

1 PÓRTICO

(Aluno de licenciatura): Eu não quero ser professor, professora. Pelo menos não do ensino médio.

Eu: Por quê?

Aluno: Porque professor de ensino médio mente muito para o aluno.

Eu: Como assim? Você pode explicar com mais detalhes?

Aluno: Ah, professor de ensino médio não pode contar toda a verdade para o aluno porque se ele tiver uma dúvida que dependa de mais conhecimento para entender, eu não vou ter como explicar a teoria por completo para o aluno porque ele é um aluno de ensino médio. Mesmo que eu explicasse, ele não iria entender. E por essa razão às vezes o aluno de ensino médio aprende coisas que não são verdade. Quando eles entrarem na faculdade, vão ver que não é verdade. Por isso que eu acho que professor de ensino médio mente muito para os alunos, mas eu não sei se “mentir” é a palavra certa para expressar o que eu estou querendo dizer.

[...] Tem aulas na faculdade que me traumatizaram. Digo que tive trauma pela forma como os professores conduziam as aulas, falando uma vez só e achando que a gente era obrigado a entender de primeira. Quando a gente perguntava, ficava nervoso dizendo que já tinha dito. Despejava a matéria na lousa e a gente que tinha que se virar.

[...] Vamos pensar em outra profissão, por exemplo, a do médico. Vamos supor que um médico, ao longo de toda a sua carreira, mate umas oito pessoas, por erro médico mesmo, sem intenção. Quantas pessoas a senhora acha que um professor mata durante a sua carreira? Eu não quero fazer isso.

Eu não sei se fui capaz, com esse breve relato, de transmitir ao leitor a profundidade que percebi da reflexão desse aluno após realizar uma de minhas provas (desde agosto de 2014 sou professora universitária e esse aluno cursou uma das disciplinas que ministrei no meu primeiro semestre de trabalho na universidade). Antes da aplicação da prova, eu fiz uma fala com um breve resumo das iniciativas que fiz ao longo do semestre no sentido de me aproximar mais dos estudantes, de suas dificuldades e das estratégias que utilizei para que os problemas que havia diagnosticado em relação à aprendizagem da turma fossem parcialmente superados. Algumas dessas iniciativas envolviam o uso de recursos tecnológicos. Pedi que houvesse um retorno da parte deles, que fizessem uma reflexão como a minha para que eu pudesse perceber aspectos de minha prática na visão deles e que eu pudesse também continuar pensando em estratégias para minimizar os problemas enfrentados pelos alunos nas aulas de Matemática e potencializar os momentos de estudo e de aprendizagem.

Eu disse que eles poderiam fazer tal avaliação por qualquer um dos meios de comunicação que eu havia criado ao longo da disciplina e que essa avaliação era opcional. Esse foi o único aluno que não quis fazer o relato por escrito e pediu para conversar comigo tão logo a prova terminou. Na ocasião, expliquei a ele por que para mim seria importante o registro escrito de suas reflexões, mas o deixei livre para fazer o relato apenas oralmente. Durante nossa conversa, ele contou parte de seu histórico de vida que o levou a praticamente detestar qualquer recurso tecnológico, utilizado com fins pedagógicos ou não.

Esse aluno não tem rede social, não gosta de ver *e-mail* (aliás, só criou um por necessidades que apareceram após seu ingresso na universidade) e confidenciou que boa parte desse sentimento em relação ao uso de tecnologias havia sido “herdada” de um de seus professores da educação básica, que argumentava veementemente em relação a como as tecnologias e a internet atrapalhavam o sucesso das pessoas e que pessoas compromissadas com o estudo deveriam abandonar esse tipo de “coisa”.

Esse relato me fez pensar muito, como pessoa, como professora e como pesquisadora, refletindo sobre aspectos disparados pela reflexão desse aluno que tangenciavam os temas dessa tese. Por ter provocado tantas reflexões em mim, quis iniciar a redação do trabalho com ele, mas quando reproduzi uma parte da fala desse aluno no início dessa seção, eu não conseguia escrever uma transição entre a fala dele e o tema do meu trabalho. Essa transição ficou como lacuna no texto durante várias semanas.

Tal transição só me ocorreu quando recebi um relato por escrito desse aluno em relação às práticas que eu, enquanto professora, havia realizado com sua turma ao longo do semestre, particularmente em relação ao uso de tecnologias digitais. Algumas semanas depois do término das aulas ele enviou por escrito algumas observações. Seguem alguns trechos de seu relato:

No início achei um absurdo a ideia de dar aula de matemática no slide ou em qualquer tipo de mídia que não fosse o quadro negro¹, pois tive experiências não muito agradáveis com o ensino através de tais mídias. Os professores utilizavam para dar uma quantidade máxima de aulas, mas não se preocupavam em ter qualidade de aula. A depender de como o professor utiliza esse tipo de tecnologia [...] e pensando em ensinar realmente o aluno, [ela] é uma ótima ferramenta para auxiliar não só o professor, mas também o aluno e

¹ Nas aulas dessa turma foi utilizado GeoGebra, Winplot, Facebook e vídeos produzidos por mim.

mostrar gráficos em situações que sem a tecnologia seria difícil visualizar. Tive um professor que dizia: “as luzes fortes não devem ser jogadas diretamente aos olhos, pois podem cegar. Devem ser mantidas a uma certa distância para que tenha outro fim: o de iluminar o caminho a ser percorrido”. Com certeza a tecnologia é uma dessas luzes que dependerá do professor se a utilizará para cegar ou iluminar o caminho, muitas vezes escuro, de seus alunos. Avaliando a sua forma de ensinar com a tecnologia, é uma professora que não nos cega e sim aponta o caminho e ilumina.

O mesmo aluno, em outros momentos de sua avaliação sobre minha prática, aponta elementos os quais preciso melhorar e que não lhe agradaram por completo, como a avaliação, por exemplo, que em sua opinião não foi tão desafiadora, o que mostra seu compromisso em fazer uma crítica construtiva ao meu trabalho e não apenas escrever coisas “que eu gostaria de ouvir ou ler”. No entanto, sua visão sobre o uso de tecnologias na disciplina me chamou atenção, em particular pelo histórico que esse aluno tem com mídias digitais. Esta é a transição que eu buscava: o aluno destaca o papel das tecnologias no curso, em sua visão, e esse também é meu objetivo nesse trabalho, embora o contexto seja outro.

Apresentarei detalhes sobre isso, mas antes gostaria de destacar que o tipo de uso de tecnologia feito na disciplina e do qual o aluno gostou não é mérito meu e fruto apenas de minha iniciativa, mas sim o resultado de estudos e práticas que acompanhei nos últimos anos, em particular junto ao grupo de pesquisa² do qual faço parte, que busca alternativas para se ensinar Matemática utilizando recursos digitais há mais de vinte anos. O que fiz foi adaptar alguns usos que observei à realidade que encontrei na universidade, considerando também as possibilidades e limitações que me cercavam no momento.

Durante um intercâmbio acadêmico que realizei em Córdoba, Argentina, no final de 2012, tive a oportunidade de fazer um curso com uma importante pesquisadora daquele país na área de Antropologia, Elena Lúbia Achilli, sobre processos de escrita científica. Nessa oportunidade, a professora Achilli defendeu que qualquer tema pode ser escolhido para se realizar um estudo científico, como uma tese de doutorado. No entanto, um objeto de investigação precisa ser construído. Essa construção, segundo ela, deve ser realizada de maneira fortemente

² Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM). Mais informações em <<http://www.rc.unesp.br/gpimem>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

relacionada com a literatura afim e com o referencial teórico-metodológico (ACHILLI, 2005).

Embora o capítulo 2 traga de forma mais profunda os temas que constituem a tese, nos próximos parágrafos procuro apresentar, de forma resumida ao leitor, como esse objeto de estudo foi construído a partir da escolha de três temas: os processos educativos associados à disciplina de Álgebra Linear (AL), o uso de tecnologias digitais (TD) voltado ao ensino de Matemática e a modalidade de Educação a Distância (EaD).

Segundo Maltempi e Malheiros (2010), o acesso público à internet no Brasil começou em 1995, mas a Educação a Distância online³ é mais recente, com um número pequeno de estudos relacionados à Educação Matemática (EM) e restritos a alguns grupos de pesquisa. Nesse mesmo texto, que faz um balanço de parte da EaD ligada à EM, os autores fazem um esboço do potencial e da relevância da EaD para o sistema educacional brasileiro. Eles concluem que os componentes essenciais dessa modalidade são diferentes dos componentes da educação na modalidade presencial, mas ainda não estão bem compreendidos. Existem algumas pesquisas que já ilustram alguns aspectos dessas diferenças, como a de Zulatto (2007), por exemplo, que mostra que a aprendizagem matemática, em um ambiente online, pode ter natureza colaborativa, coletiva e argumentativa.

Por essa razão e pelo fato da EaD, hoje, no Brasil, ser uma realidade e ter um espaço cada vez maior no sistema educacional nacional, Maltempi e Malheiros (2010) afirmam serem necessários mais estudos na área para a efetiva compreensão desses componentes essenciais.

Dentro da perspectiva da EaD, que pode acontecer em diferentes níveis de ensino, destaco as Licenciaturas em Matemática a Distância vinculadas à Universidade Aberta do Brasil (UAB), por serem parte do foco de minha pesquisa. A UAB foi instituída em junho de 2006 com o objetivo central de “promover a formação e a capacitação inicial e continuada de professores da Educação Básica com a utilização de **metodologias de Educação a Distância**” (GATTI; BARRETO, 2009, p.

³ Embora o *site* da Academia Brasileira de Letras classifique a palavra como estrangeira e aponte a grafia com hífen (on-line), neste texto utilizarei a grafia “online”, sem itálico, pelo fato de que autores da área de educação a distância, citados neste trabalho, o fazem dessa forma. Assim, como a palavra será considerada incorporada à língua portuguesa, ela não será destacada em itálico.

99, grifo nosso). Sendo assim, seria possível questionar: como, de fato, essas metodologias têm sido utilizadas no âmbito da UAB?

Minha pesquisa é sustentada por três pilares. O primeiro deles, a EaD online, foi apresentado de maneira sucinta nos parágrafos anteriores. O segundo se refere às tecnologias digitais. Sobre esse tema, destaco que inúmeras pesquisas têm buscado formas de utilizar as TD de maneira a potencializar a produção de conhecimento, em particular matemático, pelos alunos (BARBOSA, 2009; JAVARONI, 2007; SANTOS, 2006). Borba e Penteado (2010, p. 45), originalmente publicado em 2001, por exemplo, realizam “uma discussão teórica sobre o lugar do computador em práticas educativas nas quais se enfatiza a produção de significado por parte de alunos, professores e pesquisadores envolvidos em tais práticas”. No trabalho, os autores defendem a ideia de que uma mídia, como a informática, “abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento e que é possível haver uma ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento” (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 45).

Nessa discussão, eles chamam atenção para o fato de que o uso das tecnologias digitais pode ser pontual ou pode ser intenso, sendo utilizado para introduzir um conceito ou para reforçar uma exposição feita em lousa e giz, por exemplo. Uma visão mais ampla das diversas discussões sobre tecnologias da informação e comunicação (TIC), como a ressonância entre TIC e elementos como experimentação, visualização, modelagem matemática, entre outros, pode ser encontrada em Borba e Villarreal (2005), atualizada em Bussi e Borba (2010).

O terceiro pilar desse estudo é a Álgebra Linear. Celestino (2000) mostra que esse assunto é de interesse recente no país e que essa disciplina apresenta-se como uma disciplina-problema por seus altos índices de reprovação. No âmbito internacional, Dorier (2000) revela que os alunos franceses, assim como os brasileiros, apresentam dificuldades na compreensão dos primeiros conceitos de Álgebra Linear, como espaços vetoriais e subespaços, o que interfere em seus aproveitamentos. Todavia, por que é importante e ao mesmo tempo difícil estudar Álgebra Linear? Por que essa disciplina tem índices de reprovação tão altos? Esses índices também são tão negativos no contexto da EaD?

Destaco que a Álgebra Linear está relacionada a diferentes domínios da Matemática, como os sistemas de equações lineares, a Geometria, o Cálculo, as transformações lineares, as equações diferenciais, entre outros. Segundo Grande

(2006), uma característica fundamental da Álgebra Linear é a possibilidade que ela tem de unificar o pensamento matemático. Entendo que uma característica desse caráter unificador seja a possibilidade de se estudar elementos de diferentes subáreas da Matemática a partir de suas propriedades comuns, por meio do conceito de Espaço Vetorial.

O caráter unificador dessa disciplina, a meu ver, é tanto uma porta de entrada para os alunos a um novo e interessante mundo de ideias quanto uma perigosa armadilha. Isto porque, além de permitir estabelecer conexões entre diferentes ramos, a Álgebra Linear também introduz uma linguagem e um tipo de raciocínio com os quais os alunos que a estudam pela primeira vez não estão acostumados a lidar.

Possivelmente essas dificuldades contribuem para o quadro problemático apresentado por Celestino (2000), Dorier (2000) e outros pesquisadores da área. Outro fator que pode estar contribuindo para o quadro apresentado é a abordagem formal e essencialmente algébrica adotada pelos professores e pela maioria dos autores de livros didáticos dessa disciplina (FRANÇA, 2007). Quadro semelhante estaria acontecendo na UAB? Ainda não se tem pesquisas que respondem a essa questão, mas espero que esse trabalho provoque alguns *insights* sobre o assunto.

Viel (2011), ao analisar o curso que serviu de inspiração para a UAB, e que hoje está incorporado a ela, destacou pontos frágeis que precisavam ser revistos, à época. Dentre eles, destaco o sentimento de solidão apontado por vários alunos, que é provocado pela pouca interação com professores. Assim, ao pensarmos a disciplina de Álgebra Linear no contexto da Educação a Distância, fica a dúvida de como essa questão problemática apresentada nos parágrafos anteriores se apresenta, mas não é difícil conjecturar que, talvez, o problema possa ser ainda maior, caso o que foi percebido por Viel (2011) seja o contexto de outras instituições.

Portanto, buscar alternativas para amenizar esses problemas é algo relevante e, principalmente, necessário. Uma das alternativas para isso é utilizar os recursos tecnológicos hoje amplamente desenvolvidos. Como explorar suas potencialidades? Como criar novos problemas a partir das novas possibilidades que se abrem? Pensar em respostas para essas questões implica em conhecer o que de fato vem sendo feito no contexto da UAB para que a intervenção proposta seja direcionada e situada às suas características peculiares. Dessa forma, é preciso entender como a disciplina de Álgebra Linear tem se revelado na UAB em termos de usos de

tecnologias digitais. Conhecer o que vem sendo praticado hoje é o primeiro passo para pensar se há necessidade de ajustes e, em caso positivo, como realizá-los.

Diante do exposto, proponho um trabalho que busque responder à seguinte pergunta: **qual é o papel das tecnologias digitais nos Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs) de disciplinas de Álgebra Linear realizadas a distância?**

Esse trabalho está vinculado a outra pesquisa mais ampla, coordenada por meu orientador, que investiga o uso de tecnologias em cursos de Licenciatura em Matemática a Distância vinculados à UAB. Dentro desse projeto maior, minha pesquisa está interessada especificamente na compreensão do papel das tecnologias digitais na disciplina de Álgebra Linear.

Essa pesquisa foi financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, pelo Programa CAPES de Centros Associados de Pós-Graduação – Brasil/Argentina e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP (sob número 2012/12176-3).

A partir do que pretendo responder na questão de pesquisa, ressalto que o objetivo desse trabalho é **analisar o papel das tecnologias digitais nos processos educativos associados à disciplina de Álgebra Linear em cursos de Licenciatura em Matemática a Distância vinculados à UAB, no contexto de seus AVAs.**

O que tem a ver Pórtico, título desta introdução, com os três temas apresentados? Um pórtico é um “portal de grande edifício, como templo, palácio, e que compreende certo espaço coberto, cuja abóbada é quase sempre sustentada de colunas e que serve de entrada” (POMBO, 2011, p. 169). Utilizando a palavra Pórtico como metáfora, acredito que até aqui apresentei ao leitor a entrada do edifício, que é a presente tese. Convido-o agora a entrar. Antes compartilho resumidamente o que você irá encontrar.

No capítulo 2, discuto em profundidade os três temas desse trabalho, apresentando pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra Linear, particularmente algumas que investigam os principais problemas enfrentados pelos alunos quando a cursam. Em segundo lugar, apresento uma forma de analisar a pesquisa em Educação Matemática relacionada ao uso de tecnologias digitais, sistematizada por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014). Trato também de alguns elementos da Educação a Distância importantes para esse trabalho, em particular iniciativas de políticas públicas que culminaram com a instituição da UAB em 2006 e

algumas discussões sobre interação, comunicação e Ambientes Virtuais de Aprendizagem. Termino o capítulo relacionando os três temas e situando o trabalho no bojo das pesquisas apresentadas.

No capítulo 3, apresento as principais ideias da Teoria Enraizada (TE), na perspectiva de Strauss e Corbin (2008), que constitui uma metodologia que auxilia a construção de teorização sobre determinado tema, em geral pouco discutido na literatura afim, como é o meu caso. Apresento, neste capítulo, como se dá o processo analítico segundo a TE, abordando as codificações aberta, axial e seletiva. Abordo características gerais dessa metodologia, como a comparação constante e a simbiose entre análise e produção de dados, bem como critérios de parada e validação.

No capítulo 4, trago o contexto da pesquisa, partindo do mais geral para o mais específico. Início abordando em detalhes a estrutura de organização e funcionamento do sistema UAB. Em seguida, situo as Licenciaturas em Matemática como parte da Universidade Aberta do Brasil. A partir disso, apresento o projeto E-licm@t, pesquisa do tipo “guarda-chuva” da qual a presente tese faz parte. Trago os principais resultados publicados desse projeto e termino apresentando ao leitor as características gerais dos quatro cursos investigados nesse trabalho (UFMG, UFMS, UFU e UNEB).

No capítulo 5, discuto a análise de dados. A partir do que foi produzido em termos de dados e do que foi estudado em relação à Teoria Enraizada, explico, nesse capítulo, como se deu o desenvolvimento das duas categorias emergentes. A primeira se refere à variedade comunicacional proporcionada pelas tecnologias digitais nos cursos. Nessa categoria analiso aspectos como: o que está sendo comunicado? Como? Por quem? Para quem? Etc. Na segunda categoria, discuto a construção de material didático digital. Analiso o papel da tecnologia digital no caminho da construção de diversos materiais com os quais o aluno pode interagir. Ambas as categorias foram integradas em uma categoria central a qual chamei de MDDI (Material Didático Digital Interativo). Algumas relações entre as propriedades e dimensões desenvolvidas são estabelecidas e, na última seção desse capítulo, apresento uma análise de padrões de uso de tecnologias nas instituições, a partir do modelo analítico construído.

Nas considerações do trabalho retomo os aspectos gerais abordados no texto, discuto um pouco mais algumas relações sobre MDDI e outras particularidades

2 PILASTRAS

Voltando à metáfora, há diversos tipos de pórticos e seus nomes são dados de acordo com o número de colunas, ou pilastras, que possuem. Assim, há os pórticos tetrastilos, hexastilos, octostilos e decastilos, com quatro, seis, oito e dez pilastras respectivamente. Abaixo há um exemplo de um pórtico octostilo no monumento Panteão, localizado em Roma.

Figura 2 – Pórtico do Panteão



Fonte: Google imagens.

No caso dessa tese, o pórtico é sustentado por três pilastras. São elas: as questões pedagógicas ligadas à Álgebra Linear, o uso educacional de tecnologias digitais e a Educação a Distância, particularmente a Educação Matemática online. Na busca por trabalhos sobre esses temas, encontrei estudos sobre cada um deles, mas também encontrei pesquisas que tratavam simultaneamente de mais de um.

Com o objetivo de deixar o texto o mais claro possível para o leitor, organizei esse capítulo da seguinte forma: nas seções 2.1, 2.2 e 2.3, apresento, respectivamente, questões gerais sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra Linear, o uso pedagógico de tecnologias digitais e a modalidade de ensino distância. Na seção 2.4, apresento trabalhos que se relacionam com dois ou mais desses temas e situo minha pesquisa no bojo das pesquisas apresentadas.

O presente capítulo não é um capítulo de Referencial Teórico nem de Revisão de Literatura. Noções teóricas com as quais vou dialogar na análise aparecem permeadas de resultados de pesquisas empíricas. Separar tais pesquisas nessas

duas classes foi impossível uma vez que até as pesquisas empíricas trazem teorizações com as quais podemos dialogar no processo de análise. Início, portanto, com a seção que trata das pesquisas sobre Álgebra Linear.

2.1 Ensino e aprendizagem de Álgebra Linear

No prefácio do livro Dorier (2000), André Revuz⁵ conta que, durante os anos 60, em uma conferência em Zürich, ouviu insistentemente de Plancherel⁶, na época em idade já avançada, que de todas as disciplinas matemáticas que havia ministrado na vida, Álgebra Linear era, de longe, a que os alunos sentiam mais dificuldade para entender. Ele afirma que, trinta anos depois desse episódio, a situação na França parecia ser a mesma. A partir do estudo que fiz de obras realizadas no Brasil de 2000 a 2014, penso que o quadro descrito por Plancherel talvez não esteja distante do que temos aqui no Brasil atualmente. Não tenho elementos para dizer se Álgebra Linear é a disciplina mais difícil, mas em vários trabalhos autores apontam tal disciplina como fonte de grande dificuldade por parte dos alunos (ANDRADE, 2010; ARANDA; CALLEJO, 2010; CELESTINO, 2000; COIMBRA, 2008; DORIER, 2000).

Revuz (2000) continua o texto questionando o que poderia ser feito sobre o quadro problemático exposto por Plancherel. Segundo o autor, uma solução radical seria assumir que quem não entende Álgebra Linear é matematicamente incapaz e, portanto, não nos interessa e deve ser desconsiderado. Para ele, esse, de fato, é o pensamento de muitos matemáticos, alguns dos quais nem hesitam em admitir tal linha de pensamento. Corroboro Revuz (2000) quando o autor repudia veementemente essa assertiva e afirma que não podemos aceitá-la. Ele apresenta dois motivos para tal, com os quais concordo: 1) a Álgebra Linear tem aplicações variadas e significantes e tem importância fora do domínio da Matemática para várias pessoas que sabem como utilizá-la e, mais importante, 2) a Matemática não é propriedade única dos matemáticos. Eles não formam uma sociedade secreta

⁵ Matemático francês que teve papel importante durante a reforma da Matemática Moderna, especialmente em relação ao ensino de Álgebra Linear. Ele também ajudou a desenvolver a Educação Matemática na França (DORIER, 2000).

⁶ Matemático suíço que viveu de 1885 a 1967. Trabalhou na área de análise matemática, álgebra, física matemática e é conhecido pelo teorema de Plancherel, em análise harmônica. Fonte: Wikipédia. Disponível em <http://pt.wikipedia.org/wiki/Michel_Plancherel>. Acesso em 28 out. 2014.

detentora do saber. Para o autor, cumprir seu papel na sociedade é uma exigência moral e, pensando com argumentos egoístas, seria uma forma de os matemáticos defenderem sua disciplina de ataques daqueles que, bem ou mal, tenham a impressão de serem excluídos do seletivo grupo que entende a disciplina.

Para Revuz (2000),

isso equivale a dizer que precisamos de um ensino de Matemática que seja cada vez mais eficaz, enquanto ao mesmo tempo temos de ser honestos o suficiente para admitir que até o momento isso só tem acontecido em pequeno grau. (Matemática não é o único assunto nesta situação, mas isso não deve ser considerado como uma desculpa). E deve-se admitir que esta não é uma tarefa fácil para que todas as boas intenções e ideias, aparentemente razoáveis, ainda que não tenham sido submetidas a um controle da realidade, sejam de pouca ajuda (REVUZ, 2000, p. XV, tradução nossa).⁷

Tentando ser realista, como sugere Revuz (2000), mas ao mesmo tempo tentando avançar procurando alternativas para o quadro problemático exposto, o estudo aqui realizado tenta não refletir uma concepção de que para ensinar Matemática é preciso, apenas, conhecer Matemática a fundo, nem o outro extremo do pêndulo ao imaginar que com uma boa didática se ensina qualquer coisa (REVUZ, 2000). É preciso considerar as particularidades de cunho pedagógico do que se quer ensinar e levar em consideração outros conhecimentos, como aponta pesquisadores como Shulmann (1987), Tardiff (1999) e, especificamente sobre Matemática, Ball (2000; 1993).

Voltando ao quadro problemático exposto, questiono o que, de fato, deixa a Álgebra Linear tão difícil. Acredito que estudar as dificuldades enfrentadas pelos alunos ajuda nessa compreensão além de ser o primeiro passo, a meu ver, para elaborar estratégias para mitigar o problema da falta de compreensão de seus conteúdos. Encontrei alguns trabalhos que discutem esse tema e passo a apresentá-los nos próximos parágrafos.

Robert e Robinet apud Dorier et al. (2000) afirmam que as principais queixas dos alunos em relação à disciplina de Álgebra Linear residem no uso do formalismo, na enorme quantidade de novas definições e na falta de conexão com o que eles já sabem de Matemática. Se pensarmos que a Álgebra Linear tem a característica de

⁷ Trecho original em inglês: "This amounts to saying that we need a teaching of mathematics that would be more and more efficacious, while at the same time we have to be honest enough to admit that so far it has only been so to a minor degree. (Mathematics is not the only subject in this situation but this is not to be regarded as an excuse). And it must be admitted that this is not an easy task for which all the good intentions and ideas, apparently reasonable, yet which have not been submitted to a control of reality, are of little help".

unificar diferentes ramos da Matemática – já que o conceito de espaço vetorial permite que estudemos matrizes, polinômios, elementos geométricos, funções e outros a partir de suas estruturas – o apontamento pelos alunos no que se refere ao terceiro problema (falta de conexão com o que eles já sabem de Matemática) sugere que eles não entendem o que, de fato, a Álgebra Linear permite fazer, uma vez que essa conexão de assuntos já conhecidos não é reconhecida por eles.

Para Dorier et al. (2000, p. 86, tradução nossa) "é bastante claro que muitos estudantes têm a sensação de ter desembarcado em um planeta novo e não são capazes de encontrar o seu caminho neste novo mundo"⁸. Por outro lado, professores usualmente se queixam que seus alunos não possuem habilidades em Geometria Cartesiana Elementar⁹ e, conseqüentemente, "[...] não podem usar a intuição para representações geométricas construídas dos conceitos básicos da teoria dos espaços vetoriais" (DORIER *et al.*, 2000, p. 86, tradução nossa)¹⁰. Para os autores, essas queixas correspondem a uma determinada realidade, mas as poucas tentativas de remediação não parecem mudar substancialmente o quadro.

O que se percebe, portanto, é um problema que surge em duas frentes: por um lado, há as dificuldades dos alunos, que estudaremos a seguir. Por outro, as estratégias de ensino utilizadas por professores ajudam a piorar a situação, além da linguagem dos livros didáticos (FRANÇA, 2007).

Tentando avançar na compreensão do primeiro problema apontado anteriormente, Dorier et al. (2000) realizaram um estudo sobre o obstáculo do formalismo em Álgebra Linear. Segundo os autores, o ensino de Álgebra foi totalmente remodelado com o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que ocorreu nos anos 60. A influência do grupo Bourbaki¹¹ fez com que a teoria axiomática de espaços vetoriais de dimensão finita fosse ensinada na educação básica, com justificativas de que essa abordagem tornaria a Geometria mais

⁸ Trecho original em inglês: "It is quite clear that many students have the feeling of having landed on a new planet and are not able to find their way in this new world."

⁹ Acredito que a expressão "Geometria Cartesiana Elementar", utilizada pelo autor, se refira ao uso do sistema de coordenadas cartesianas para representar e estudar objetos geométricos.

¹⁰ Trecho original em inglês: "[...] cannot use intuition to built geometrical representations of the basic concepts of the theory of vector spaces"

¹¹ "[...] grupo que se destacou na Europa em relação à fundamentação teórica que norteou a modernização da matemática escolar, tendo em vista adequá-la aos avanços científicos e tecnológicos que despontavam em nível mundial" (DIESEL; FRANÇA; PINTO, 2008)

acessível aos alunos. O fracasso do movimento na França, no Brasil e em outros países é bem conhecido e explorado em diversos trabalhos.

O que é diferente em ambos os países é o que acontece após: na França, uma reforma no ensino de Matemática de escolas secundárias, no começo dos anos 80, gradualmente retirou do currículo qualquer tópico relacionado à Álgebra chamada Moderna e o ensino de Geometria estava baseado no estudo de transformações de figuras elementares (DORIER *et al.*, 2000). Já no Brasil, a dificuldade enfrentada pelos professores em ensinar pela abordagem do MMM fez com que a Geometria fosse, em geral, deixada para o final do ano letivo e quase sempre esquecida, mesmo depois que o movimento perdeu força no país (PAVANELLO, 1993).

Entretanto, em ambos os países, percebe-se que o aluno não tem mais contato com estruturas algébricas no ensino básico. Esse primeiro contato, em geral, acontece quando ele conhece a abordagem "moderna" enquanto cursa a disciplina de Álgebra Linear na universidade, nos casos em que opta por um curso da área de exatas. Embora o aluno tenha contato com conceitos novos quando estuda Cálculo ou Geometria Analítica, é apenas no curso de Álgebra Linear que ele tem seu primeiro contato com as estruturas algébricas e começa a aprender um tipo de raciocínio baseado em axiomas, teoremas e demonstrações, o que gera grandes dificuldades.

Segundo Dorier *et al.* (2000), em muitas universidades francesas os alunos são preparados para o estudo da Álgebra Linear com um curso de Geometria Cartesiana e/ou um curso de lógica e teoria dos conjuntos. Não tenho percebido cursos introdutórios do segundo tipo nos currículos brasileiros da área de exatas, em particular das Licenciaturas em Matemática.

Retomando o problema das queixas dos alunos sobre o ensino de Álgebra Linear, lembro o leitor que um dos pontos levantados foi a questão do uso do formalismo. Sobre isso, Dorier *apud* Dorier *et al.* (2000) testou, com ferramentas estatísticas, a correlação entre as dificuldades com o uso da definição formal de independência linear e as dificuldades com a utilização da implicação matemática em diferentes contextos. O autor afirma que, "embora esses dois tipos de dificuldades pareçam à primeira vista intimamente ligados, os resultados mostraram

que nenhuma correlação sistemática pode ser feita" (DORIER et al., 2000, p. 86, tradução nossa)¹². Para ele,

[...] isso significa que as dificuldades dos alunos com o aspecto formal da teoria de espaços vetoriais não são apenas um problema geral com o formalismo, mas principalmente estão ligadas a dificuldades em entender o uso específico do formalismo na teoria dos espaços vetoriais, além da interpretação dos conceitos a partir de contextos mais intuitivos, como geometria ou sistemas de equações lineares, em que historicamente surgiram (DORIER et al., 2000, p. 86, tradução nossa)¹³.

Dorier (2000) defende que as dificuldades dos alunos em Álgebra Linear revelam um único obstáculo enorme que aparece em gerações sucessivas: o obstáculo do formalismo, mas mostra também que esse não é apenas um problema com o formalismo de modo geral, mas sim localizado e específico dessa disciplina. Além de mostrar dificuldades dos alunos, ele argumenta como a falta de conhecimento prévio de teoria elementar dos conjuntos contribui para agravar o problema ligado ao formalismo e à produção de erros em Álgebra Linear.

De certa forma, toda a Matemática tem um grau de formalidade. No entanto, há duas características específicas inerentes à Álgebra Linear: 1) a natureza generalizadora e unificadora da teoria, analisada de um ponto de vista histórico e epistemológico em Dorier (2000), que a torna muito difícil para ser introduzida aos alunos a partir de problemas; e 2) o fato de ainda não terem sido encontrados problemas matemáticos para serem discutidos com os alunos, de modo que as noções básicas de Álgebra Linear apareçam de forma implícita (DORIER et al., 2000). Conseqüentemente, passar diretamente da Geometria aprendida na educação básica para a Álgebra Linear é particularmente problemático.

Diante desse quadro, em outubro e novembro de 1987, o grupo liderado por Dorier conduziu um trabalho para ir a fundo nessa questão e determinar os conhecimentos dos alunos sobre Álgebra Linear. Os participantes do estudo já haviam cursado seu primeiro ano no ensino superior, durante o qual estudaram espaços e subespaços vetoriais, transformações lineares, sistemas de equações lineares, formas lineares, matrizes e determinantes.

¹² Trecho original em inglês: "Although these two types of difficulties seemed at first closely connected, the results showed clearly that no systematic correlation could be made".

¹³ Trecho original em inglês: "This means that students' difficulties with the formal aspect of the theory of vector space are not just a general problem with formalism, but mostly a difficulty of understanding the specific use of formalism in the theory of vector spaces, and the interpretation of the formal concepts in relation with more intuitive contexts like geometry or systems of linear equations in which they historically emerged".

Nesse estudo constatou-se falta de apropriação dos conceitos em questão e o uso inadequado da linguagem da teoria de conjuntos, o que justifica a afirmação anterior em relação à produção de erros relacionada à falta de conhecimento prévio sobre teoria dos conjuntos. Além disso, os dois problemas constatados se alimentavam de forma mútua, de modo que um favorecia a ocorrência do outro.

O obstáculo do formalismo nesse trabalho fica em evidência, por exemplo, quando os autores mostram a confusão entre elementos e conjuntos em decorrência da analogia nas expressões usualmente utilizadas na disciplina, como pode ser observado na figura a seguir, na qual $\text{Im}(u)$ (Imagem da transformação linear u) é tratada como elemento:

Figura 3 – Confusão entre elementos e conjuntos

$$\begin{aligned}
 &v \text{ and } u \text{ being 2 linear transformations, } v \circ u = 0 \text{ by definition so } V \text{ vector space} \\
 &\text{Ker } v = \{ \vec{e} \in V, v(\vec{e}) = 0 \} \\
 &\text{Im } u = \{ \vec{e} \in V, \exists \vec{u} \in V \text{ such that: } u(\vec{u}) = \vec{e} \} \\
 &u(e_1) = e_2 \Rightarrow v(u(e_1)) = v(e_2) \\
 &v(e_2) = 0 \quad v(u(e_1)) = 0 \\
 &v \circ u (e_1) = 0 \\
 &\text{Im}(u) = u(e_1) = e_2 \text{ and } \text{Ker}(v) = v(e_2) = 0 \Rightarrow \text{Im } u = \text{Ker } v.
 \end{aligned}$$

Fonte: Dorier et al. (2000, p. 90).

Note que, na Figura 3, o aluno afirma que $\text{Im}(u)=e_2$, ou seja, para ele um conjunto é igual a um elemento, mostrando uma confusão entre esses dois objetos, que têm naturezas distintas no contexto. Confusões como vetor, transformação linear e subespaços vetoriais sendo tratados como elementos de conjuntos também foram observadas. Em uma das questões apresentadas aos alunos, na qual era solicitado que eles expressassem o que eles entendem por Álgebra Linear, como se fossem explicar o que é a disciplina a um calouro do mesmo curso, nenhum apontou a capacidade de estudar uma variedade de problemas geométricos a partir do estudo da disciplina.

Parece que muitos dos conceitos de Álgebra Linear permaneceram no estado conceito-objeto, ou seja, o que é estudado na disciplina é visto como um objeto isolado, e não como possível ferramenta para resolver problemas. A única ocorrência de menção à Álgebra Linear como ferramenta foi ao mencionar que a

partir de seu estudo é possível resolver sistemas de equações lineares. Dorier et al. (2000) inferem, mas afirmam serem necessários estudos para confirmar a conjectura, que o ensino fundamentalmente axiomático, sem exploração de aplicações, pode influenciar a não percepção por parte dos alunos das contribuições da Álgebra Linear fora da disciplina em si.

No estudo também constatou-se que os alunos enfrentam problemas com a abstração, por exemplo, afirmando que o nível de abstração requerido impede o uso da intuição e posterior verificação. Eles também mencionaram que a quantidade de definições e teoremas a entender e a aprender dificulta o acompanhamento da disciplina. Outros mencionaram o fato dos cálculos serem longos e por vezes difíceis de serem realizados rapidamente, sem que cometessem erros. Outros, ainda, apontaram dificuldades em realizar demonstrações.

Para boa parte dos alunos, a disciplina é muito abstrata e eles sentem dificuldade em fazer uso de suas noções. Problemas em relação à linguagem também foram abordados, assim como em relação ao formalismo e à abundância de novas definições e teoremas. Para os autores, as dificuldades dos alunos são ampliadas pela simultaneidade em se introduzir a linguagem da teoria dos conjuntos, o uso de quantificadores e um grande número de definições e teoremas novos.

Sobre as habilidades normalmente discutidas na disciplina, o estudo mostrou que poucos estudantes eram capazes de manipular as noções de imagem e núcleo de uma transformação linear, resolver sistemas lineares de ordem 4×4 em que os cálculos a serem realizados eram simples e determinar a matriz de uma transformação linear quando o espaço vetorial é distinto de \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 , munidos de suas operações usuais, mesmo quando o espaço vetorial em questão era isomorfo¹⁴ a um deles. Para a maioria dos alunos, a Álgebra Linear é não mais do que um catálogo de noções abstratas que eles representam com muita dificuldade.

Além disso, eles apontam ficarem submersos em uma avalanche de novas palavras, novos símbolos, novas definições e teoremas e, eu acrescentaria, novas formas de pensar e estabelecer relações, lembrando do caráter unificador inerente dessa disciplina. Por fim, outra dificuldade percebida está relacionada ao controle do que se está fazendo. Para os autores, isso está relacionado à confusão entre

¹⁴ Quando uma transformação linear entre dois espaços vetoriais é bijetora, dizemos que ela é um isomorfismo. Nesse caso, tais espaços vetoriais são ditos isomorfos um em relação ao outro (BOLDRINI et al., 1980).

variáveis e parâmetros, por exemplo, quando os alunos estão resolvendo sistemas lineares.

Em um segundo estudo, o grupo conseguiu estabelecer relações entre conhecimentos prévios dos alunos e chances maiores de sucesso em Álgebra Linear. Por exemplo, alunos que tinham conhecimentos prévios em lógica básica se saíram melhor nas avaliações de Álgebra Linear. Outras relações foram percebidas, como entre conseguir conectar concepções formais com concepções intuitivas e o fato de conseguirem construir demonstrações rigorosas com mais facilidade. Assim, uma das questões a ser explorada ao se ensinar Álgebra Linear, para os autores, é dar aos estudantes melhores formas de conectar objetos formais da teoria com as concepções prévias que possuem de forma a ter uma aprendizagem mais baseada na intuição. Isso não implica somente em dar exemplos, mas mostrar como esses exemplos estão conectados e qual seu papel em conceitos formais.

Em 1992 e 1993 novos estudos foram feitos e constatou-se que os erros e dificuldades percebidos nas pesquisas anteriores persistiam, embora avanços tenham sido notados, como uma melhora na compreensão de subespaços vetoriais. Nas pesquisas brasileiras, outros tipos de dificuldades foram destacados, embora muitos trabalhos façam referência aos trabalhos dos franceses. Uma síntese dos principais resultados encontrados está sistematizada a seguir.

Andrade (2010) evidenciou algumas dificuldades de aprendizagem, relacionadas à Álgebra Linear, que remetem a duas classes: as relativas a objetos a serem aprendidos e as relativas ao contexto de aprendizagem. Os problemas relativos ao contexto serão apresentados na seção 2.4. A seguir teço comentários sobre os problemas relacionados aos objetos a serem aprendidos.

Em relação a eles, a autora afirma que foi possível identificar três pontos importantes a serem considerados. O primeiro é o que remete à confusão entre procedimento e objeto. Andrade (2010) afirma que o excesso de formalismo e abstração inerentes aos objetos de Álgebra Linear termina por não “permitir a compreensão dos objetos propriamente ditos, e assim, como os seus símbolos podem ser manipulados independentemente da compreensão obtida, o que fica é o tratamento operacional dado a eles para sua verificação” (ANDRADE, 2010, p. 67–68) o que gera, por sua vez, uma confusão entre objeto e procedimento. Furtado (2010) também identificou o mesmo problema em sua pesquisa.

Andrade (2010) afirma ter estimulado a flexibilidade no uso de diferentes registros pelos alunos, na perspectiva de Duval (2003), e indica que isso pareceu contribuir “para uma maior significação do objeto e conseqüentemente compreensão do objeto enquanto relação” (ANDRADE, 2010, p. 68). Seu trabalho tinha como foco os conceitos de dependência e independência linear, então essa conclusão está situada nesse contexto.

O segundo ponto levantado pela autora se relaciona ao uso de procedimentos não adequados aos objetos. A autora afirma ter percebido essa dificuldade ao observar o constante uso de produto interno para verificar a existência de dependência linear, revelando uma confusão entre essa noção e a noção de ortogonalidade. Ainda, ela acredita que

essa confusão advém da axiomatização característica da Álgebra Linear e da abundância de símbolos para a representação de suas linguagens, o que, provavelmente, leva os sujeitos a confundirem produto **por** escalar ($k \cdot \vec{v}$) e produto escalar ($\vec{u} \times \vec{v}$), que têm sentidos completamente diferentes, mas que, encapsulados ao procedimento, os sujeitos costumam confundir (ANDRADE, 2010, p. 68, grifo nosso).

O terceiro ponto se refere à confusão entre os objetos propriamente ditos, como a confusão entre paralelismo entre vetores e dependência e independência linear ou entre espaço vetorial e dependência e independência linear. Sobre esse aspecto, a autora afirma que

além da infinidade de teoremas e definições presentes nos conteúdos de Álgebra Linear que acarreta suas estratégias de resolução a uma operacionalização entre símbolos, o uso monopolizado de registros simbólico-algébricos em situações de tratamento também deve ser considerado como forte elemento a essa constatação, visto que os registros geométricos permitem a visualização de perspectivas inerentes aos objetos não identificadas nos registros utilizados (ANDRADE, 2010, p. 68–69).

Bittar (1998) identificou problemas de natureza semelhante em seu trabalho, no qual realizou uma sequência para a aprendizagem de vetores em um ambiente computacional de Geometria Dinâmica. O fato de os alunos não reconhecerem os vetores como classe de equivalência os levou a confundirem as coordenadas vetoriais com as dos pontos de extremidades.

Como uma alternativa aos problemas ligados à aprendizagem de Álgebra Linear, particularmente àqueles relacionados ao formalismo e bastante debatidos pelo grupo liderado por Jean-Luc Dorier, Robert (2000) propõe o que ele chama de níveis de conceituação para abordar aspectos formais e abstratos da disciplina.

Para o autor, um nível de conceituação corresponde a uma organização coerente de uma parte de um campo de estudo. Segundo ele, caracteriza-se por "objetos matemáticos apresentados de uma maneira particular, teoremas sobre esses objetos, métodos associados a estes teoremas e os problemas que os alunos podem resolver com os teoremas ao nível adequado usando esses métodos" (ROBERT, 2000, p. 125, tradução nossa)¹⁵.

Robert (2000) argumenta que muitas noções matemáticas podem e devem ser abordadas a partir de diferentes níveis de conceituação. Por exemplo, em Álgebra Linear, o autor utiliza um exemplo com quadrados mágicos para mostrar que sua resolução pode ser discutida com pelo menos três abordagens: utilizando praticamente nenhuma noção matemática além de números inteiros, a partir da resolução de sistemas lineares de ordem oito com eliminação de Gauss ou ainda utilizando a noção de espaços vetoriais e combinações lineares.

Em seguida, ele argumenta que muitas vezes um problema é abordado em um nível de conceituação elevado sem que o aluno tenha tido a oportunidade de experimentar atividades em níveis de conceituação anteriores. É como se o ensino desse um salto que o processo de aprendizagem não é capaz de acompanhar.

Além do problema relacionado aos níveis de conceituação, há a questão da multiplicidade de formas de descrição do campo, estudada por Hillel (2000). Segundo o autor, em Álgebra Linear, há três modos de descrição que coexistem, mas que certamente não são equivalentes: 1) modo abstrato, que usa linguagem e conceitos da teoria já formalizada, incluindo espaços vetoriais, subespaços, dimensão, operadores, núcleos, entre outros. Nessa tese a expressão utilizada para esse modo será "modo formal", pois acredito que, de acordo com minha interpretação, essa expressão representa de forma mais adequada a proposta do autor no âmbito desse trabalho, além de se relacionar mais fortemente à questão do formalismo já abordada aqui; 2) modo algébrico, usando linguagens e conceitos mais específicos no \mathbb{R}^n , incluindo n-uplas, matrizes, solução de sistemas lineares, etc; e 3) modo geométrico, que usa as linguagens e os conceitos dos espaços bi e tridimensionais, como segmentos de reta orientados, pontos, retas, planos e transformações geométricas.

¹⁵ Trecho original em inglês: "mathematical objects presented in a particular way, theorems on these objects, methods associated with these theorems, and problems that students can solve with the theorems at the appropriate level using these methods".

O pesquisador afirma que, dentro de cada modo de descrição, as operações e transformações com vetores têm notação, terminologia e representação específicas. Ele também defende que dominar o movimento entre os modos de descrição é essencial para que o aluno consiga lidar com a disciplina. Tanto o movimento quanto a compreensão da forma como as representações mudam em cada modo, de acordo com a escolha da base, também são fontes de grande dificuldade para os alunos, além das diversas outras fontes já apresentadas aqui.

Boa parte do foco dos trabalhos apresentados até aqui residiu no estudo das dificuldades dos alunos ao estudar Álgebra Linear. É importante, também, destacar resultados que focam, por outro lado, a produção dos estudantes. Em Wawro, Sweeney e Rabin (2011), os pesquisadores reportam formas como estudantes conceitualizam as ideias chave de Álgebra Linear, retratando particularmente, nesse artigo, as interações dos mesmos com a noção de subespaço vetorial.

A partir de entrevistas, os autores relatam que frequentemente as descrições iniciais dos alunos para o conceito diferem da linguagem formal de sua definição, que é consideravelmente algébrica em sua natureza. Para eles, esse resultado é consistente com a literatura que estuda o domínio de conteúdos matemáticos, uma vez que a mesma aponta que o entendimento preliminar de um aprendiz sobre um conceito não é necessariamente advindo de sua definição formal.

A partir da análise, os pesquisadores identificaram três tipos recorrentes de conceituação de subespaço, os quais nomearam Objeto Geométrico, Parte de um Todo e Objeto Algébrico. O primeiro se manifesta quando o aluno afirma, por exemplo, que subespaço vetorial é um plano no espaço. O segundo, quando dizem que um subespaço está contido em um espaço vetorial e o terceiro quando dizem que subespaço é um conjunto de vetores.

A pesquisa foi feita a partir de entrevista com oito alunos, três semanas após a conclusão da primeira de quatro partes da disciplina, na qual o conceito de subespaço vetorial foi trabalhado a partir de sua definição formal. Os alunos foram convidados para uma entrevista individual em que os pesquisadores questionaram como eles pensavam que fossem os subespaços vetoriais de \mathbb{R}^6 . As três categorias já mencionadas emergiram da análise de suas respostas. Em seguida, os pesquisadores pediram que os alunos consultassem no livro a definição formal, a interpretassem e, em seguida, a relacionassem com suas primeiras respostas à pergunta feita.

Os autores se mostram surpresos ao informarem que, embora a definição tenha por natureza uma formulação essencialmente algébrica, sua interpretação por parte da maioria dos alunos envolvia linguagem consistente com as categorias Objeto Geométrico e Objeto Algébrico e, mais ainda, tais linguagens só foram utilizadas por estudantes que já as havia utilizado em suas respostas prévias. Todos, no entanto, interpretaram a definição formal com linguagem consistente à da categoria Parte de um Todo, mesmo os estudantes que não a tinham utilizado no começo da entrevista.

A meu ver esse é um resultado que reforça a importância do movimento entre os três modos de descrição propostos por Hillel (2000), pois os alunos entrevistados em Wawro, Sweeney e Rabin (2011), mesmo diante de uma definição de natureza algébrica, foram consistentes com suas interpretações iniciais e só aqueles que já haviam revelado um conhecimento prévio do conceito associado ao modo de descrição geométrico manifestaram-se nesse sentido ao interpretar a definição formal no livro. Caso o desenvolvimento da disciplina tenha natureza puramente formal e algébrica, pode ser que conexões como essa não se estabeleçam.

Plaxco e Wawro (2015) investigaram a compreensão de estudantes sobre espaço gerado e dependência e independência linear. Particularmente, o estudo buscou classificar concepções de estudantes sobre os conceitos supracitados e investigar como estudantes usam essas concepções para raciocinar sobre relações entre eles. Os pesquisadores afirmam que a análise foi facilitada observando o tipo de atividade matemática com a qual os estudantes estavam engajados enquanto pensavam sobre as relações.

Por exemplo, a justificativa de um aluno em relação à sentença ser verdadeira ou falsa ou em relação ao questionamento sobre como ele pensa sobre o conceito acabou revelando diferentes formas de pensamento (PLAXCO; WAWRO, 2015). Cinco atividades matemáticas, nas quais os alunos estiveram engajados, foram identificadas: definir, provar, relacionar, dar um exemplo gerador e resolver problema. No texto, os autores argumentam que essas atividades podem ajudar a caracterizar as concepções dos estudantes sobre espaço gerado e dependência e independência linear. Conjecturo que perspectiva de análise semelhante possa ser implementada para outros conceitos de Álgebra Linear.

Pensando no contexto da modalidade de ensino a distância, poderíamos pensar como essas atividades matemáticas podem ser estimuladas. As tecnologias

digitais podem ser úteis nesse sentido, uma vez que dependendo do ambiente e das ferramentas utilizadas, aspectos importantes para a modalidade como a interação e a colaboração, por exemplo, podem estar mais ou menos em evidência. Além disso, elas têm recursos a partir dos quais os três modos de descrição podem ser explorados, de forma dinâmica. Esse será o assunto da seção 2.4. Antes, no entanto, é preciso abordar os outros dois grandes temas da pesquisa.

2.2 Tecnologias digitais

O mundo digital vem invadindo o analógico há tempos. Há quem diga que as mídias digitais e as de massa vão convergir para o mesmo ponto, com personalidades famosas de uma migrando para a outra e vice-versa. Isso já começa a aparecer no Brasil ao observarmos que temos emissoras de TV aberta com o conteúdo ao vivo disponível na internet podendo ser acessado pelo computador ou por *tablets* e *smartphones*. Pesquisa da revista *Variety*, publicada em julho de 2015¹⁶, mostra que das dez *top* celebridades mundiais *teen* do momento, oito são criadores de conteúdo no YouTube, ou seja, são personalidades do mundo digital.

Se o avanço das mídias digitais é tão grande em todos os meios sociais, como hoje é possível notar, não deveria ser diferente na Educação. No entanto, a velocidade de mudança nesse contexto é bem menor, em particular na disciplina de Matemática. Isto porque, de acordo com Oliveira e Santos (2013, p. 01), utilizar as tecnologias em salas de aula dessa disciplina “não é trabalho que se realize sem crítica, conhecimento e reflexão”.

Particularmente na área da Educação Matemática, corroboro a opinião de Borba (2014, p. 05) quando o autor afirma que, embora a “produção na área de Educação Matemática tenha crescido substancialmente nos últimos anos, ainda é presente a sensação de que há falta de textos voltados para professores e pesquisadores em fase inicial”, como é o meu caso. Acredito que essa afirmação é mais verdadeira ainda quando nos referimos à área de tecnologias digitais e Educação Matemática.

Uma primeira discussão que normalmente não aparece nos trabalhos é a definição do termo “Tecnologia Digital”. No dicionário Aurélio, consta que a palavra

¹⁶ Disponível em: < <http://variety.com/2015/digital/news/youtubers-teen-survey-ksi-pewdiepie-1201544882/>>. Acesso em 02 ago. 2015.

digital é um adjetivo “dos, ou pertencente ou relativo aos dedos” (FERREIRA, 2001, p. 236). Hoje em dia normalmente a palavra se relaciona com a informática, o computador ou as tecnologias associadas a ele.

Silva (2010) sugere uma interessante interpretação para o entendimento da palavra digital. O autor dá como exemplo uma foto impressa em tela de celulose, em sua forma mais tradicional. Dessa forma específica, normalmente as edições estão relacionadas a processos de restauração, menos comuns, mas ao passo em que ela é digitalizada e exibida na tela do computador, várias mudanças podem ser feitas facilmente, como alterações na cor dos olhos, cabelos, corpo, etc. Segundo o pesquisador, isso revela como o digital permite a autoria do usuário. Em educação, normalmente utilizamos o termo "Tecnologia Digital" quando nos referimos ao uso de computador, internet e outros meios associados, como softwares, vídeos digitais, entre outros.

Há muitos trabalhos acadêmicos realizados na área com propostas de uso de TD para ensinar Matemática, mas não se encontra com facilidade discussões teóricas sobre o assunto que analisem a fundo as transformações que ocorrem no ensino quando a Tecnologia Digital está presente. Borba e Villarreal (2005) discutem elementos que ajudam a preencher essa lacuna ao analisarem a produção de conhecimento como o resultado da interação entre humanos e não humanos.

Apoiados em autores como Lévy (1993) e Tikhomirov (1981), Borba e Villarreal (2005) propõem que o conhecimento é produzido por um coletivo composto de seres-humanos-com-mídias. Essa noção ajuda a entender como o pensamento é reorganizado com a presença das tecnologias da informação e comunicação e que tipos de problemas são gerados por coletivos que incluem humanos e mídias, como papel-e-lápis, oralidade, softwares etc.

Segundo Borba e Villarreal (2005), Tikhomirov (1981) analisa como os computadores afetam a cognição humana e, conseqüentemente, como os computadores podem mudar a educação. Esse autor defende a ideia de que os computadores não são substitutos ou suplementos dos seres humanos, mas promovem, além de uma mudança quantitativa na atividade humana, principalmente uma mudança qualitativa. Já Lévy (1993), entre várias outras contribuições teóricas desse pesquisador, refuta a noção de que papel e lápis são meras extensões de humanos e defende que a oralidade e a escrita, por exemplo, também podem ser vistas como uma tecnologia.

A partir dessas considerações, Borba e Villarreal (2005) propõem a noção de seres-humanos-com-mídias como a unidade básica de produção de conhecimento, uma vez que há uma relação dialógica entre humanos e não humanos. Eles utilizam a metáfora “seres-humanos-com-mídias” para destacar a produção coletiva de conhecimento além do papel das mídias nessa produção, às vezes subestimado. Para eles, as mídias, digitais ou não, condicionam a forma como os humanos podem pensar, mas não a determinam. Elas moldam os modos como os humanos pensam, assim como os humanos podem moldá-las, em um processo dialético ao qual denominaram moldagem recíproca.

É importante que seja observado que o termo “mídias”, na metáfora proposta pelos pesquisadores, não se refere apenas às mídias digitais. A oralidade e a escrita também são vistas como mídias e a proposta dos autores sugere que a produção de conhecimento acontece a partir da interação entre humanos e oralidade, escrita, mídias digitais e outros.

Durante a leitura desse trabalho, peço que o leitor, portanto, leve em consideração a concepção que assumo sobre a transformação provocada pelo uso de tecnologias: esse uso reorganiza o pensamento humano, de modo que, dependendo da mídia com a qual o sujeito interage, o conhecimento produzido possuirá especificidades próprias. Em outras palavras, o conhecimento produzido com mídias distintas é qualitativamente diferente.

Ainda para Borba e Villarreal (2005), dos *feedbacks* possibilitados pelo computador desde que os monitores passaram a integrá-los, a visualização parece ser um dos principais. No entanto, a discussão sobre o tema no âmbito da Educação Matemática é bem mais ampla e algumas vezes nem está associada aos computadores, sendo muitas vezes considerada parte importante do “fazer” Matemática.

Os autores, após analisarem diversas definições para o termo propostas por vários pesquisadores, concluem que para muitos deles a visualização é considerada um processo que envolve um caminho duplo entre as mídias externas e a compreensão dos estudantes. Uma das formas de defini-la seria associá-la ao processo de interpretar uma informação visual ou até gerar uma imagem visual a partir de uma informação que não é figural (BEN-CHAIM; LAPPAN; HOUANG, 1989).

A visualização também pode estar associada à construção de imagens mentais que correspondem à interpretação de determinado objeto. Os pesquisadores afirmam, ainda, que o reconhecimento da importância da visualização para a Educação Matemática veio antes da popularização dos computadores, mas ao mesmo tempo, se tornou mais importante depois que eles e as calculadoras gráficas se tornaram populares.

Consistente com o movimento entre os modos de descrição em Álgebra Linear já abordados nesse texto, Borba e Villarreal (2005) também defendem que a produção matemática está associada à coordenação entre representações gráficas, algébricas e tabulares e, nesse sentido, softwares que permitam essa coordenação são centrais para essa perspectiva. Retomando a metáfora seres-humanos-com-mídias, que é vista como a unidade que produz conhecimento, os autores afirmam, por exemplo, que considerando a questão das múltiplas representações, eles consideram representações gráficas no papel qualitativamente diferentes das que são construídas em softwares como o GeoGebra, por exemplo.

Mas, que diferenças são essas? Diversos trabalhos da área de Educação Matemática exploraram possibilidades de uso de tecnologias em salas de aulas de Matemática. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) publicaram uma obra que sistematiza o conjunto de trabalhos realizados nesse sentido, ao mesmo tempo em que os analisa do ponto de vista do desenvolvimento histórico das mídias digitais.

Os autores iniciam seu texto citando uma reportagem publicada na revista Carta Capital em 09/01/2013 na qual a educação e a tecnologia são colocadas em local de destaque. Segundo os autores, a reportagem "realça a importância de formar alunos críticos, conectados às novas tecnologias e capazes de selecionar conhecimentos para serem utilizados em um dado problema" (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 11). Ainda, afirmam que o texto faz referências ao uso de TD por professores e alunos, mas também reconhece que a tecnologia sozinha não é suficiente.

Os autores argumentam que, pelo menos nos últimos quinze anos, "a educação virou tema constante de campanhas eleitorais, sendo explorada por todos os lados interessados no poder político: partidos, imprensa, sociedades científicas [e] empresas de consultoria" (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 11). Eles dizem que, muitas vezes, soluções fáceis são vendidas para os problemas da educação de nosso país, das quais devemos suspeitar.

Dizem também que a universidade, como instituição, em particular as faculdades de educação,

têm se debruçado sobre os mais diversificados problemas da educação, mas nem sempre conseguem traduzir os estudos e pesquisas em argumentos que adentrem o debate sobre propostas concretas para a solução dos problemas, ou, muitas vezes, não encontram espaço na grande mídia para essas opiniões (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 11).

O livro, segundo os autores, não apresenta uma solução para os problemas, mas sistematiza pesquisas realizadas na área mostrando como as TD podem ser utilizadas em Educação Matemática, "ao mesmo tempo em que discute seus limites e aponta problemas em aparentes soluções" (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 12).

Para Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), quando se olha para a maioria das pesquisas em Educação Matemática desenvolvidas no Brasil ao longo dos últimos trinta anos, nota-se "diversificados contextos, propostas e perspectivas com relação ao uso didático e pedagógico de tecnologias para investigação matemática" (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 18). Assim, eles argumentam acerca de uma perspectiva que foi estruturada em quatro fases para se discutir o uso de tecnologias na Educação Matemática no Brasil. Acredito ser importante abordar de forma resumida as quatro fases apresentadas pelos autores para situar meu trabalho em relação aos trabalhos já produzidos na área. As fases já haviam sido propostas inicialmente por Borba (2012), mas em Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) elas foram desenvolvidas em detalhes.

Segundo os autores, a primeira fase é caracterizada principalmente pelo uso do software LOGO, algo que aconteceu por volta de 1985. "O construcionismo (PAPERT, 1980) é a principal perspectiva teórica sobre o uso pedagógico do LOGO, enfatizando relações entre linguagem de programação e pensamento matemático" (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 18).

A segunda fase tem início na primeira metade dos anos 1990 e se constitui tanto a partir da acessibilidade aos computadores pessoais quanto a partir de sua popularização. Segundo os autores, nessa fase houve uma grande variedade de perspectivas em relação a como alunos, professores e pesquisadores vivenciavam o papel dos computadores em suas vidas, pessoais ou profissionais.

Nessa fase, vários softwares educacionais foram produzidos e os professores passaram a encontrar suporte e alternativas para que as TD fossem utilizadas em

suas aulas em cursos de formação continuada. Os autores destacam nessa fase o uso de softwares que permitem múltiplas representações de funções e Geometria Dinâmica, como o Winplot, Fun, Graphmathica, Cabri Géomètre e Geometricks, além de sistemas de computação algébrica, como o Maple. Para eles, esses softwares são caracterizados por suas interfaces amigáveis e pela natureza dinâmica, visual e experimental.

Ainda, afirmam que nessa fase, mesmo com os cursos de formação continuada, foi necessário que professores se movessem de suas zonas de conforto em direção a zonas de risco, uma vez que o uso dos softwares investigativos em suas aulas os levavam a caminhos nem sempre possíveis de serem previstos.

Borba e Penteadó (2010) discutem as noções de zona de conforto e zona de risco, mas sinteticamente pode-se definir a primeira como o conjunto de práticas com as quais o professor já está acostumado a trabalhar e que normalmente possui caminhos previsíveis. A zona de risco emerge quando o professor trabalha com atividades mais abertas que possuem caminhos múltiplos, que não podem ser totalmente previstos.

Borba e Zulatto (2010) acrescentam que, no contexto das zonas de risco e conforto, os professores tendem a domesticar as mídias, adaptando seu uso para uma forma próxima a como estão acostumados, como uma maneira de não sair de suas zonas de conforto. Em consequência, acabam não explorando as possibilidades que se abrem. Esses pesquisadores sugerem, no entanto, que práticas colaborativas com os pares e com os próprios alunos podem possibilitar que a zona de risco se torne zona de conforto quando buscamos nos sentir confortáveis com o risco. Dessa forma, é possível que as possibilidades abertas por novas tecnologias sejam, de fato, exploradas.

A terceira fase tem início por volta de 1999, mesmo sem ter a segunda fase consolidada ou a superação de dificuldades que a ela são associadas, como questões ligadas a problemas de gestão e dificuldade dos professores para utilizar laboratórios. Essa nova fase se inicia com o advento da internet, que começa a ser utilizada também com fins pedagógicos, como fonte de informação e meio de comunicação entre professores e alunos. Isso permite que cursos sejam oferecidos a distância, com interação síncrona ou não.

Expressões como *blended learning* (aprendizagem mesclada) surgem para caracterizar a mescla entre as modalidades presencial e a distância. A terceira fase

foi sistematizada e abordada em detalhes no livro Borba, Malheiros e Amaral (2011), que apresentou diversas pesquisas realizadas com objetivos tangentes ao problema de ensinar Matemática a distância, ao mesmo tempo em que realizou uma discussão teórica sobre o tema.

A quarta fase teve início em meados de 2004 com o advento da internet rápida e é caracterizada por diversos aspectos como a integração entre a Geometria Dinâmica e as múltiplas representações de funções, cenários inovadores de investigação matemática, multimodalidade, novos designs e interatividade, tecnologias móveis ou portáteis, performance matemática digital, entre outros. Segundo os autores, esses aspectos trazem inquietações, questionamentos e perguntas ainda a serem formulados.

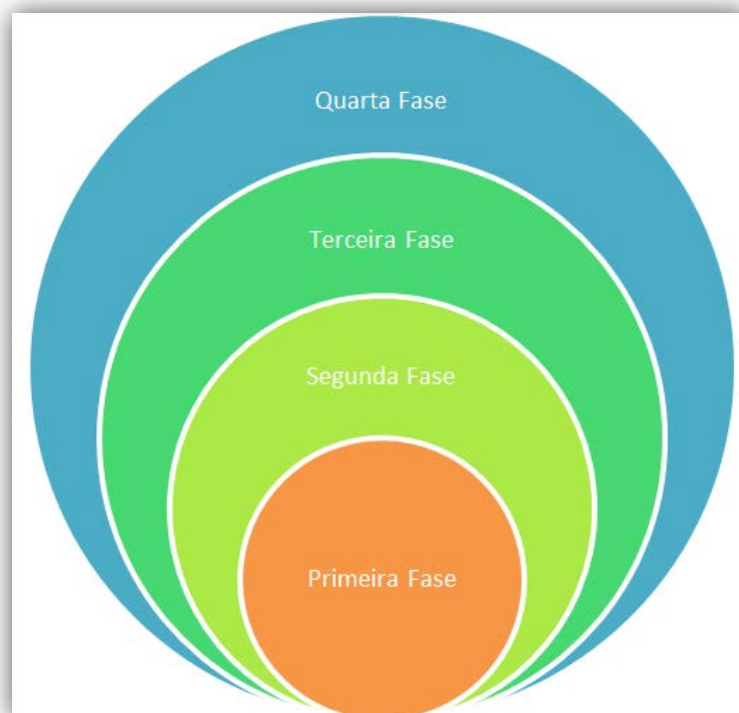
É importante, neste momento, destacar que

[...] uma nova fase surge quando inovações tecnológicas possibilitam a constituição de cenários qualitativamente diferenciados de investigação matemática; quando o uso de um novo recurso tecnológico traz originalidade ao *pensar-com-tecnologias*. Esses desenvolvimentos estão intrinsecamente envolvidos com outros aspectos, como a elaboração de novos tipos de problemas, o uso de diferentes terminologias, o surgimento ou aprimoramento de perspectivas teóricas, novas possibilidades ou reorganização de dinâmicas em sala de aula, dentre outros (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 37).

Os autores também afirmam que uma fase não exclui ou substitui a anterior, de modo que há certa sobreposição e integração entre elas. Eles apresentam um diagrama que ajuda a representar essa ideia, que pode ser observado na Figura 4.

Da forma como os autores apresentam as fases, situo minha pesquisa na interface da terceira e quarta fases. Por um lado, elementos da terceira fase fazem parte do foco de análise, uma vez que todos os cursos da UAB se utilizam de Ambientes Virtuais de Aprendizagem e neles se presume que aconteça aprendizagem de Matemática. Esse é um ponto central da terceira fase. Por outro lado, elementos da quarta fase também são explorados, como a multimodalidade, novos designs para interação e uso de tecnologias digitais. Nesse trabalho busca-se analisar como esses elementos, presentes nas duas fases, se manifestam em cursos de Álgebra Linear ministrados a distância.

Figura 4 – Integração entre as fases das TD em Educação Matemática



Fonte: Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 38).

A análise em fases sistematiza a busca, em termos de pesquisa, por formas de se ensinar e aprender matemática utilizando TD. No entanto, é importante deixar claro que o uso por si só não substitui

a concepção dos processos e das estratégias, nem [...] [implementa] ou [...] [melhora] as metodologias isoladamente. Isto pode ser feito, sim, mas a partir de um cenário em que as pessoas planejam e as usam para compor suas concepções do processo de [...] [ensino e aprendizagem], como suportes para ampliar as interações e os meios de experimentação, para pôr em foco cenários de construção dinâmicos e modificáveis, para implementar novas possibilidades de interação e de intervenção, entre outros propósitos (OLIVEIRA; SANTOS, 2013, p. 02).

Dessa forma, é importante levar em conta quais tecnologias serão utilizadas, porém, mais importante que isso, é como serão utilizadas, a partir de que perspectiva pedagógica e com quais objetivos. O uso de tecnologias, portanto, deve compor um contexto mais amplo que envolve estratégias, visões teóricas, posturas metodológicas e processos de ensino.

Kenski (2007) corrobora a visão de que as tecnologias, sozinhas, não educam ninguém e afirma que tecnologias e educação são indissociáveis. A autora, portanto, tem visões consistentes com as apresentadas aqui. Para ela, inclusive, “as

tecnologias digitais são igualmente geradoras de novos problemas na educação” (KENSKI, 2007, p. 53), ou seja, não se pode levar o pêndulo ao extremo achando que a tecnologia é vilã ou é a solução de todos os problemas. Para reforçar sua afirmação, ela apresenta alguns exemplos, entre eles o plágio permitido pelo “ctrl+c e ctrl+v” e a facilidade de encomenda, compra e venda de trabalhos prontos para todas as áreas do conhecimento e para todos os níveis de ensino.

Há, ainda, os problemas relacionados aos processos educacionais, como a falta de conhecimento para o melhor uso pedagógico da tecnologia, o fracasso em projetos na modalidade a distância com modelos em que um professor fala para muitos alunos, sem interação, *feedback* ou preocupação com as reais necessidades dos estudantes, ou ainda a não adequação da tecnologia ao conteúdo a ser ensinado, bem como aos propósitos do ensino.

Problemas como esses, no entanto, não devem intimidar iniciativas que busquem explorar o que de novo e de positivo as tecnologias trazem. Há uma diversidade bastante grande de trabalhos mais pontuais que apresentam propostas de uso de TD para se ensinar tópicos específicos sobre Matemática (BARBOSA, 2009; BARROS, 2013; BITTAR; PAULA, 2013; HEITMANN, 2013; MAZZI, 2014; OLIVEIRA, 2012; RICHIT, 2010; SANTOS, 2006; SOARES, 2012, para citar alguns). Apresentarei trabalhos com esse objetivo e que tenham como foco conteúdos de Álgebra Linear na seção 2.4. Antes, contudo, ainda é necessário abordar o terceiro pilar que sustenta a tese: a EaD.

2.3 EaD

Pensar a formação de professores na modalidade a distância não é algo simples. Almeida e Silva (2014), em um trabalho que trata da articulação entre teoria e prática do ponto de vista da formação de professores, partem do pressuposto de que essa articulação é uma categoria fundante dos cursos, nem sempre contemplada, independente da modalidade, mas que pode ser impulsionada ao se utilizar ambientes online.

Os autores mostram, a partir de uma revisão de literatura, uma disjunção entre teoria e prática nos cursos de formação de professores. Ao mesmo tempo, citam diversos autores que advogam favoravelmente sobre a integração entre esses dois elementos, embora o foco do artigo, depois, se volte para a formação continuada.

Para eles,

a EaD é uma modalidade educativa, em que os processos de ensino e aprendizagem são mediados pelas tecnologias em uso, as quais estruturam os modos de interagir e representar o conhecimento. Mas, são as intenções, necessidades e os interesses do homem que direcionam o uso das tecnologias (ALMEIDA; SILVA, 2014, p. 133).

Considerando esse argumento, pode-se inferir que “a formação inicial de professores na modalidade a distância pode potencializar problemas situados na formação de professores de modo mais amplo, os quais precisam ser enfrentados desde sua concepção e estrutura” (ALMEIDA; SILVA, 2014, p. 133). Portanto, ter esse contexto em mente é importante quando se estuda qualquer elemento da formação de professores na modalidade, considerando a necessidade de “articulação entre teoria e prática como eixo norteador da formação, o qual se estabelece na ação por meio do diálogo reflexivo e criativo entre alunos-professores e professores-formadores” (ALMEIDA; SILVA, 2014, p. 144)

Quando abordo o tema "Educação a Distância", nessa tese, não falo de forma geral sobre toda a modalidade em si. Mais especificamente, trato de questões sobre a formação de professores de Matemática realizada nessa modalidade de ensino, já que o lócus de investigação é a Licenciatura em Matemática a distância. Nos próximos parágrafos apresento um pouco do histórico que levou o Brasil a ter um número tão grande de matrículas em cursos de Licenciatura nessa modalidade.

Gatti e Barreto (2009) afirmam que, no final da década de 1970, países como Inglaterra, Alemanha e Espanha criaram universidades públicas com ensino a distância. Para os autores, com o tempo, esses cursos conseguiram obter bom padrão de qualidade nos programas desenvolvidos.

O governo brasileiro, no entanto, não cogitou, na época, a possibilidade de também criar uma universidade estatal a distância, mas desenvolveu programas nacionais de EaD, como o Projeto Minerva e o Logos, esse último voltado à formação de professores leigos (1973-1990). Em 1992 foi criada a Coordenadoria Nacional de Educação a Distância, pelo MEC, e em 1995, a Seed, Secretaria de Educação a Distância. O governo ainda não assume, a essa época, uma política para EaD, mas continua apoiando projetos que atendem demandas específicas da educação, como o Telecurso 2000, o Proformação e o Um Salto para o Futuro. Alguns desses programas eram dirigidos a professores leigos, à formação continuada de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e também a

alguns cursos de licenciaturas. Durante esse período, o que se percebe é a implementação de soluções emergenciais para problemas graves e imediatos da educação (GATTI; BARRETO, 2009).

A maioria desses programas foi desativada com trocas de gestão. Dentre os motivos da não eficácia dos mesmos estão

[...] a falta de atualização do material didático, de atendimento sistematizado e personalizado de alunos, de desenvolvimento de sistemas de avaliação do processo formativo, assim como o fato de os programas serem quase sempre gerados no governo central para todo o território nacional e implementados sem a devida consideração das diferenças regionais (GATTI; BARRETO, 2009, p. 90).

Em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação nacional trouxe novas possibilidades para o desenvolvimento da EaD no país ao estabelecer que o poder público iria incentivar programas na modalidade em todos os níveis de ensino, incluindo a educação continuada. Em 1998 veio, de fato, a regulamentação da modalidade de ensino e as diretrizes para credenciamento de instituições de ensino superior para oferecerem cursos nessa modalidade. No mesmo ano, o governo publicou um documento que estabelecia referenciais de qualidade para cursos de graduação a distância. No entanto, o documento não tinha (e ainda não tem) força de lei (GATTI; BARRETO, 2009).

Por volta da metade dos anos 1990, algumas universidades públicas brasileiras iniciaram suas primeiras experiências na modalidade. Foram elas: Universidade Federal de Mato Grosso, UFMT, (1995), Universidade Federal do Paraná, UFPR, (1998), Universidade Estadual do Ceará, UECE, (1998) e Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, (1998). Embora essas iniciativas ainda não constituíssem sistemas em caráter permanente, características locais começaram a ser contempladas em projetos regionais. Isso pode ser visto como um tipo de resposta ao fracasso dos programas inicialmente implementados pelo governo em anos anteriores que não levavam em consideração as diferenças e potencialidades regionais tão características em nosso país. Ainda, é importante destacar que tais iniciativas seguiram experiências de outros países emergentes da América Latina e focaram mais os sujeitos do que as demandas de mercado (GATTI; BARRETO, 2009).

Os autores ainda afirmam que, a partir das iniciativas individuais, realizadas em primeiro lugar pela UFMT e depois assessoradas por ela (no caso da UFPR e

UFSC), começaram a aparecer consórcios entre instituições. No entanto, algumas pesquisas apontam que por vezes a organização desses projetos, bem como de suas ações pedagógicas, pode ser vista mais como um modelo de ensino de massas e, portanto, sem identidade regional. Ainda,

a incipiente capacidade de regulação e de controle da qualidade por parte do poder público e a ausência de políticas de EaD terminam, contudo, favorecendo o desenvolvimento desvinculado das iniciativas de educação a distância no interior das instituições públicas de ensino superior.

Alimentam também a diluição dos limites entre o público e o privado (GATTI; BARRETO, 2009, p. 94).

Continuava, todavia, "o esforço de criar sistemas cooperados ou de redes para oferecimento de cursos de formação de professores da educação básica" (GATTI; BARRETO, 2009, p. 94). Nesse sentido, o consórcio Cederj foi criado em 2002 reunindo as universidades públicas e o Centro de Ciências do estado do Rio de Janeiro. Outros consórcios também foram implementados, como a Univir, que reuniu as universidades do centro-oeste, e a CampusNet, que reuniu as da Amazônia (GATTI; BARRETO, 2009).

Com a expansão dos cursos e redes, a EaD ganhou nova dimensão no país e passou a ter importância crescente na política educacional nacional. Documentos como o Plano Nacional de Educação, de 2001, e as recomendações da Conferência Mundial sobre o Ensino Superior, de 1998, corroboram essa afirmação e colocam a EaD em lugar de destaque, segundo Gatti e Barreto (2009).

Em 2002 foi criada uma Comissão Assessora para Educação Superior a Distância cujo relatório

[...] parte do pressuposto de que a EaD constitui a iniciativa de maior alcance para fazer face às novas demandas geradas pela ampliação do número de egressos do ensino médio e pela formação docente, estimadas em 875 mil vagas no ensino superior, longe ainda de serem atendidas [na época] (GATTI; BARRETO, 2009, p. 95–96).

O relatório também apontou que a regulamentação brasileira sobre a modalidade ainda estava presa a uma visão emergencial e ultrapassada das possibilidades que a EaD oferece. Assim, a comissão se colocou à disposição para contribuir para o desenvolvimento de novas normas para a modalidade que sejam capazes de orientar os processos de supervisão e avaliação de EaD (GATTI; BARRETO, 2009).

Finalmente, em Brasil (2005), a modalidade recebeu novo ordenamento legal e foi definida como

[...] modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino-aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos (BRASIL, 2005, p. 01).

No mesmo ano, de acordo com Gatti e Barreto (2009), o MEC discutiu com o Fórum das Estatais pela Educação a criação do sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB), cujo objetivo principal era oferecer formação inicial e continuada de professores. A UAB, por fim, foi instituída em 2006. Uma discussão mais densa sobre elementos históricos da modalidade a distância no Brasil pode ser encontrada em Niskier (1999).

Há mais alguns pontos importantes a serem tratados nessa seção, por serem relevantes para a análise de dados posteriormente apresentada. Começando pelo papel da interação, há diversos autores que colocam a interação como peça-chave na modalidade a distância (ALMEIDA, 2011; BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011; VALENTE, 2010).

Esse conceito também é abordado por Kenski (2008). A autora pontua que interação pressupõe envolvimento e que há vários tipos de interação e comunicação, tendo o apoio ou não de ferramentas digitais.

Nesse sentido, podemos dizer que interagimos com pessoas, animais, plantas, com o ambiente que nos cerca, com um livro que lemos, com um professor, com várias pessoas de diferentes idades e formação, com o conteúdo oferecido na televisão, no rádio e no computador e em seus acessórios midiáticos (KENSKI, 2008, p. 123).

É dessa forma que vou entender interação nessa pesquisa. Para Valente (2010), em um texto que discute o papel da interação entre aprendiz e professor e entre aprendizes nas atividades de EaD, o autor afirma que a presença ou não dessas interações define as abordagens pedagógicas utilizadas na modalidade.

Para ele, tanto a memorização da informação quanto a construção de conhecimento fazem parte do processo de aprender. Porém, "uma formação totalmente baseada na memorização não dá mais conta de preparar pessoas para atuarem e sobreviverem na sociedade do conhecimento" (VALENTE, 2010, p. 25). O autor ainda afirma que hoje, além de ter informação, é preciso dominar conceitos e competências que são impossíveis de serem apenas memorizados. Ele afirma que essas competências "devem ser construídas por cada aprendiz na interação com objetos e com pessoas que coabitam o seu cotidiano" (VALENTE, 2010, p. 25).

Valente (2010) argumenta que o desafio da educação, em particular na modalidade a distância, está em criar condições para que tanto a transmissão de informação quanto a construção de conhecimento aconteçam. Para ele, essa construção não é possível apenas com acesso à informação, sendo necessária a interação que se estabelece entre o aprendiz e outras pessoas, podendo estas serem outros aprendizes, tutores ou professores.

O autor desenvolve o termo *estar junto virtual* para expressar alto grau de interação entre professor e aprendizes, e entre aprendizes. Segundo ele, o advento da internet cria condições para que essas interações sejam intensas, "permitindo o acompanhamento do aluno e a criação de condições para o professor 'estar junto', ao lado do aluno, vivenciando e auxiliando-o a resolver seus problemas, porém virtualmente" (VALENTE, 2010, p. 32).

Valente (2010) ainda afirma que para a implantação de abordagem pedagógica que tenha o *estar junto virtual* como objetivo, "é necessário que o aluno esteja engajado na resolução de um problema, ou projeto" (VALENTE, 2010, p. 33).

Nessa situação, diante de alguma dificuldade ou dúvida, ela pode ser resolvida com o suporte do professor, que poderá auxiliar o aluno via rede. O aluno age, produz resultados que podem servir como objetos de reflexões. Estas podem gerar indagações e problemas, e o aluno pode não ter condições para resolvê-los. Nessa situação, ele pode enviar para o professor as questões ou uma breve descrição do que ocorre. O professor reflete sobre as questões solicitadas e envia sua opinião, ou material na forma de textos, imagens ou exemplos de atividades que poderão auxiliar o aluno a resolver seus problemas. O aluno recebe essas ideias e tenta colocá-las em ação, podendo gerar novas dúvidas, que poderão ser resolvidas com o suporte do professor. Com isso, estabelece-se um ciclo de ações que mantém o aluno no processo de realização de atividades inovadoras, gerando conhecimento sobre como desenvolver essas ações, com o suporte do professor (VALENTE, 2010, p. 33).

Ele afirma, ainda, que a interação também pode ocorrer entre os aprendizes, na medida em que um auxilia o outro com o conhecimento que possui a partir de interações possibilitadas pela internet.

Peters (1999) também discute o tema. O autor afirma que a questão da distância física entre professor e aluno se fixou na consciência das pessoas como um *déficit* em relação à modalidade presencial e que, desde as primeiras tentativas de se pensar em princípios didáticos específicos para a educação a distância se propunham caminhos para superar, reduzir, anular ou amenizar essa distância.

Dos esforços nesse sentido se condensaram cinco modelos que, assim como defendido por Valente (2010), se constituem a partir do tipo de práticas pedagógicas estabelecidas ou, nesse caso, simuladas: modelo da correspondência, da conversação, o professoral, o tutorial e o tecnológico de extensão.

O primeiro, exercido por Platão e pelo apóstolo Paulo, se inicia pelo envio de correspondência manuscrita. As características principais desse modelo são o diálogo por escrito, a locução direta e o tom pessoal, costumeiro em cartas. Ao adotar a locução direta e informal, o professor se apresenta como alguém que compreende as necessidades e os interesses de seus alunos, além do tom pessoal permitir ganhar a confiança dos mesmos. Com esses elementos, se pensava ser possível compensar, pelo menos em parte, a distância física.

Segundo o autor, esse modelo foi aprovado na prática e contribuiu, no século XIX, para o sucesso da telescola comercial. No entanto, está muito claro que, a partir do estabelecimento de um sistema postal confiável, a correspondência era o meio de comunicação mais importante e eficaz, se oferecendo, portanto, como solução à distância entre professores e alunos. No entanto, o autor questiona se apenas a postura de diálogo direto e informal é suficiente para suprir as reais necessidades dos estudantes, que muitas vezes encontram-se isolados.

O modelo da conversação é baseado na simulação de uma conversa entre docentes e discentes. Nesse caso o texto didático não é transmitido, como um livro especializado. Tenta-se estabelecer uma conversação didática com o aluno a partir de textos escritos em linguagem falada. O diálogo por parte dos alunos era esperado, no entanto, de forma silenciosa e estabelecida a partir da imaginação do aprendiz.

Por meio do modo como os conteúdos são expostos, é preciso conseguir, por outro lado, que os discentes imaginem os docentes durante a leitura e que mantenham um diálogo silencioso com eles. Num estágio avançado, eles adquirem a faculdade de levar adiante esse diálogo, não apenas fazendo perguntas a si mesmos, mas também formulando eles mesmos, em lugar do docente, respostas possíveis. Assim, a leitura dos textos didáticos e a assimilação dos conteúdos neles oferecidos se transformam em uma conversação interior (PETERS, 1999, p. 51).

Nesse modelo, o autor questiona as vantagens didáticas dessa simulação, uma vez que, ao cabo, não se constitui uma conversa de fato, embora defenda que o modelo seja avaliado positivamente em princípio pelo fato de os subsídios impressos receberem uma estrutura própria específica para a modalidade. Assim, esses

materiais se diferenciam dos materiais impressos usados presencialmente e fogem de modelos de escrita que, “por sua impessoalidade, rigorosa objetividade, densidade de informações e sistemática, mantêm o leitor a distância” (PETERS, 1999, p. 53), ainda que presente fisicamente.

No entanto, analisando sua aplicação na prática, se impõem restrições e reservas. É compreensível, para o autor, o desejo de diminuir a distância, mas esse esforço torna-se questionável se o modelo do diálogo

[...] se presta em termos gerais para a apresentação de conteúdos científicos no ensino superior. Para tanto, é necessário oferecer estruturas e formas de organização do pensamento e métodos que apresentem resultados específicos dentro da respectiva disciplina, que dificilmente podem ser conciliados com a forma de conversa um tanto incidental (PETERS, 1999, p. 53).

No modelo professoral, o professor transmite ao texto sua habilidade e arte. Assim, os docentes estariam embutidos no texto e, portanto, sempre presentes, algo que superaria a distância física.

De que funções didáticas se trata no caso? Numa situação típica de ensino e aprendizagem – na sala de uma escola ou de um *college*, por exemplo – pode-se observar o seguinte: Os docentes

- despertam e direcionam a *atenção* dos discentes,
- despertam e aumentam o *interesse*,
- nomeiam e fundamentam os *objetivos*,
- trazem à memória *conhecimentos preliminares* que se relacionam com o objeto que está sendo estudado,
- expõem o *conteúdo* em partes e numa sequência que facilitam a recepção e compreensão,
- expõem assuntos difíceis com exagerada clareza e reiteradas vezes,
- dão conselhos sobre como melhor estudar os conteúdos expostos,
- por meio do *retorno*, certificam-se do resultado do processo ensino-aprendizagem,
- *fazem exercícios* com os alunos e
- os ajudam a *empregar* o que aprenderam (PETERS, 1999, p. 55, grifos do autor).

O autor afirma ser possível transferir essas funções ao papel impresso e que esse modelo representa um progresso em relação aos anteriores, já que ele se apoia em modelos genuinamente didáticos em lugar de imitar processos que, no fundo, não têm a ver com o ensino. No entanto, trata-se de um modelo ancorado na pretensão de ser calculado, suficiente e autoinstrutivo.

O modelo tutorial, originário da Inglaterra, diferentemente do professoral, em que os alunos são conduzidos com rédeas curtas, assume o aconselhamento quando há previsão de dificuldades. A natureza do texto se aproxima das funções de

um tutor, que normalmente assessora os alunos individualmente em questões gerais que se relacionam com o estudo. O autor afirma ser um modelo normalmente indicado a estudantes adultos com tendência ao estudo autônomo, já que ele não apresenta nem linguagem que busca a simpatia dos estudantes, presentes nos modelos da correspondência e do diálogo, nem a responsabilidade por cada passo no estudo, presente no modelo professoral.

O modelo tecnológico de extensão consiste em permitir o acesso e a participação dos estudantes em aulas presenciais com o auxílio de tecnologias da informação e comunicação. “Aí se economizam o esforço e o dispêndio de desenvolver métodos de ensino *específicos para o ensino a distância* ou até de instalar universidades específicas para tal” (PETERS, 1999, p. 60, grifo do autor).

Segundo o autor, nesse modelo é possível que o número de estudantes seja ampliado consideravelmente mantendo custos mínimos, aumentando a possibilidade de arrecadação de mensalidades nos casos em que a universidade é privada. Dos modelos apresentados, esse é o mais criticado pelo pesquisador. Ele afirma que, nesse caso, nem se pode dizer que está se realizando a modalidade a distância, chamando o modelo, na verdade, de um contra modelo, por não apresentar qualquer preocupação com produção de material didático específico e rejeitar levar em consideração as necessidades específicas de alunos que cursam essa modalidade.

Citando o pesquisador Michael Moore, o autor apresenta um conceito que, em outro plano teórico, contempla o que não foi atingido com os cinco modelos experienciados por diversas instituições ao redor do mundo: a distância transacional. O autor afirma que há uma diferença entre distância física e distância comunicativa.

A função transacional é determinada pela medida em que docentes e discentes podem interagir (*dialogue*) simultaneamente, porém ela é influenciada pela medida em que o caminho a ser seguido no estudo está prefixado (*structure*) por meio de programas de ensino preparados. Segundo isso, a distância transacional atinge seu *auge* quando docentes e discentes não têm qualquer intercomunicação e quando o programa de ensino de ensino está pré-programado em todos os detalhes e prescrito compulsoriamente, sendo que, conseqüentemente, necessidades individuais não podem ser respeitadas. E analogamente ela é *menor* se o programa de estudos está aberto, isto é, não fixado, sendo que, por isso, enseja frequentes diálogos, nos quais podem expressar-se os pré-conhecimentos, interesses e desejos dos estudantes individualmente, determinando o andamento do ensinar e aprender (PETERS, 1999, p. 63).

Entretanto, reduzir a distância transacional não é algo que se deve buscar em qualquer circunstância, mas sim a dosagem adequada em cada instituição. Ao

definir esse conceito, no entanto, o autor muda o debate da superação da distância física para a adequação da distância comunicacional.

A ideia pode ser associada ao conceito *estar junto virtual* proposto por Valente (2010) que implicaria em interação intensa a fim de ter distância transacional mínima, mas há uma diferença importante ao se estabelecer que nem sempre a distância mínima é a mais adequada. Nessa perspectiva, que poderia ser utilizada inclusive em contextos presenciais, a distância pode existir inclusive estando professor e aluno compartilhando o mesmo espaço físico. Para Peters (1999), adequar tal distância envolve um trabalho em torno de três aspectos importantes: diálogo, estrutura e autonomia. Dessa forma, podemos entender que a interação interfere diretamente na distância transacional.

Tangenciando a noção de interação estão o processo de comunicação e a noção de interatividade. Silva (2000, 2010), estudioso da teoria da comunicação, critica a banalização do uso do termo interatividade em contextos de mercado e com objetivos de venda, por exemplo, e defende que esse é um termo da teoria da comunicação e se refere ao estado da construção e do tratamento da mensagem e do processo de comunicação sob responsabilidade tanto do emissor quanto do receptor, no contexto do campo da informática, de modo que esses papéis podem até se confundir ou serem trocados durante a comunicação.

O autor argumenta que, na era de mídias de massa, como a TV e o rádio, por exemplo, o controle do processo comunicacional fica nas mãos do emissor. É ele quem escolhe o que vai ser falado, quando vai ser falado e como vai ser falado. Na perspectiva da interatividade, o receptor também atua como coautor, de modo que o processo de comunicação não fica unidirecional, mas se torna bidirecional ou até multidirecional.

Segundo Silva (2010), as mídias de massa não contemplam essa dinâmica, mas a web sim. Diversos recursos como YouTube, Facebook, Wikipédia, Blogs, etc, permitem que qualquer pessoa seja emissor. A web também aumenta o número de potenciais receptores, já que qualquer pessoa conectada pode se tornar receptor de mensagem disponível online de forma pública.

Silva (2010) ainda afirma que a sala de aula tradicionalmente conhecida segue a lógica das mídias de massa, com o professor como emissor e os alunos como receptores no processo comunicacional. O autor sugere uma mudança de

paradigma para a sala de aula interativa, que consiste numa sala de aula em que a perspectiva da interatividade esteja presente.

É preciso que o professor, no processo de planejamento das atividades pedagógicas, considere constantemente a entrada dos alunos como coautores no processo. Para isso é necessário investir na formação inicial e continuada do professor, que inserido na lógica das mídias de massa, dentro e fora dos ambientes educacionais dos quais participou antes de se tornar professor, dificilmente irá abrir mão dessa mesma lógica para uma que, provavelmente, constitui parte de sua zona de risco (BORBA; PENTEADO, 2010).

Tendo abordado algumas questões sobre a interação, interatividade e distância transacional, passo à discussão em relação aos Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs), já que o cerne dos dados que constituem essa pesquisa advêm dos AVAs das quatro instituições analisadas. Parte dessa discussão foi abordada em artigo publicado no último Simpósio Internacional de Educação a Distância, realizado em 2014 na cidade de São Carlos (CHIARI; BORBA, 2014).

A sigla AVA é constituída por três palavras: ambiente, virtual e aprendizagem. O dicionário Aurélio, em uma das definições possíveis para ambiente, afirma que ambiente é "aquilo que cerca ou envolve os seres vivos ou as coisas" (FERREIRA, 2009, p. 116). Virtual seria "que resulta de, ou constitui uma emulação, por programas de computador, de determinado objeto físico ou equipamento, de um dispositivo ou recurso, ou de certos efeitos ou comportamentos seus" (FERREIRA, 2009, p. 2067). A aprendizagem poderia ser entendida como o ato de tomar conhecimento (FERREIRA, 2009). No entanto, essa última noção, na área de educação, possui diversas definições. A partir das definições separadas já se pode ter uma ideia do que são os AVAs. Almeida (2003, p. 331, grifo da autora) sistematiza essa ideia definindo os AVAs como

[...] sistemas computacionais disponíveis na internet, destinados ao suporte de atividades mediadas pelas tecnologias de informação e comunicação. Permitem integrar múltiplas mídias, linguagens e recursos, apresentar informações de maneira organizada, desenvolver interações entre pessoas e objetos de conhecimento, elaborar e socializar produções tendo em vista atingir determinados objetivos. As atividades se desenvolvem no tempo, ritmo de trabalho e espaço em que cada participante se localiza, de acordo com uma intencionalidade explícita e um planejamento prévio denominado *design educacional*.

Em um AVA podemos ter diferentes combinações de ferramentas que, entre outras ações, permitem: comunicação por escrito e/ou por som, com ou sem compartilhamento de imagem, espaço para postagens de materiais digitais, espaço para comunicação privada entre usuários, gerenciamento de atividades pedagógicas, como aplicação de avaliações online, entre outros.

Entretanto, acreditamos que mais importante do que ter um AVA com diversas ferramentas é pensar a forma como essas ferramentas serão utilizadas. Ferreira, Zampieri e Queiroz (2013), por exemplo, discutem potencialidades dos AVAs para o ensino e a aprendizagem de Matemática, com foco na comunicação e na colaboração. As autoras afirmam, no trabalho, que as limitações de alguns desses ambientes, que por vezes requerem que seus usuários criem simbologias para representar suas intencionalidades, não impedem que aconteça comunicação nesses espaços.

Nesse trabalho me apoio em Kenski (2008) ao considerar que colaboração

[...] pressupõe a realização de atividades de forma coletiva, ou seja, a tarefa de um complementa o trabalho de outros. Todos dependem de todos para a realização das atividades, e essa interdependência exige aprendizados complexos de interação permanente, respeito ao pensamento alheio, superação das diferenças e busca de resultados que possam beneficiar a todos (KENSKI, 2008, p. 112).

Borba, Malheiros e Amaral (2011) apresentam diversos exemplos nos quais redes de colaboração são construídas em AVAs com diferentes recursos, com e sem compartilhamento de som e imagem. Com o avanço tecnológico, as deficiências de suporte à simbologia, apontadas antes como um dos desafios a serem superados (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011), hoje já não são mais entrave.

Nos cursos analisados nessa pesquisa, o AVA utilizado é o Moodle¹⁷, o qual é um software livre, ou seja, qualquer pessoa pode utilizá-lo e colaborar para sua evolução. Ele tem suporte a todas as ferramentas descritas no parágrafo anterior. Alguns autores apontavam, em anos anteriores (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011), a necessidade de os AVAs incorporarem a simbologia matemática para que fosse possível utilizar, por exemplo, o símbolo "∫" no lugar da palavra "integral" para compor o texto de uma dúvida a ser postada em um fórum. Atualmente existem *plug-ins* para isso e o Moodle é um dos ambientes que já pode contar com esse recurso.

¹⁷ Mais informações em <<https://moodle.org/>>. Acesso em 02 jun. 2014.

A partir do exposto sobre interatividade e Ambientes Virtuais de Aprendizagem, podemos inferir que, na perspectiva exposta por Silva (2000, 2010), para que um AVA seja interativo e nele se estabeleça distância transacional mínima (ou adequada), é preciso que a mesma lógica exposta anteriormente esteja presente: os alunos participando como coautores do processo comunicacional e se colocando como responsáveis por ele. No capítulo 5 analisarei aspectos sobre essa questão.

Vários profissionais podem estar envolvidos no processo de criação, gerenciamento e alimentação de um AVA. Mill (2010b) tratou da questão propondo o conceito de *polidocência*, que pode ser definido como uma docência coletiva, ou seja, o conceito pressupõe uma docência fragmentada em que cada parte é realizada por um trabalhador distinto.

[...] quando consideramos a docência na EaD como *polidocência* estamos entendendo-a como uma categoria profissional que extrapola o fazer pedagógico, para além da categoria professoral. Desta forma, não apenas os professores responsáveis pelo conteúdo devem ser considerados como docentes na EaD, mas também aqueles que acompanham os estudantes e aqueles que organizam pedagogicamente os conteúdos nos materiais didáticos para diferentes suportes midiáticos (impresso, virtual, audiovisual, etc.). Em outras palavras, [...] estamos considerando um docente coletivo, que inclui os tutores (virtuais e presenciais) que acompanham os estudos dos alunos, o projetista educacional que realiza uma assessoria técnico-pedagógica ao professor responsável pela disciplina e outros atores docentes que emergem em resposta à proposta de EaD. Todos esses profissionais que contribuem para o fazer docente, partilhando os saberes do educador presencial, compõem o que estamos denominando de *polidocência* (MILL; OLIVEIRA; RIBEIRO, 2010, p. 16, grifos dos autores).

Assim, esse conceito não se refere a qualquer coletivo de trabalhadores, mas ao coletivo de trabalhadores que, mesmo com formação e funções diversas, é responsável pelos processos de ensino e aprendizagem na EaD, ou seja, quem ensina em EaD é um polidocente (MILL, 2010b).

2.4 Relacionando os pilares

Nas três seções anteriores abordei os três principais temas dessa pesquisa: ensino e aprendizagem de Álgebra Linear, tecnologias digitais e Educação a Distância. Nesta seção procuro relacionar esses temas, dialogando com pesquisas realizadas que abordam dois ou mais deles.

Retomando discussões da seção 2.1, diversos aspectos problemáticos em relação ao ensino e à aprendizagem de conceitos de Álgebra Linear foram apresentados. Alternativas em termos de abordagem foram discutidas, como o trabalho com distintos níveis de conceituação (ROBERT, 2000) e com distintos modos de descrição (HILLEL, 2000), de forma a estimular o aluno a dominar o movimento entre os níveis e os modos. As tecnologias digitais podem ser utilizadas para potencializar essas experiências e algumas iniciativas nesse sentido já foram realizadas, mas é importante que o uso proposto seja feito levando-se em consideração elementos apresentados na seção 2.2, como a articulação entre visualização e o modo de descrição geométrico, por exemplo.

Karrer (2006) desenvolveu uma pesquisa de doutorado que envolveu o design de atividades sobre “transformações lineares”, explorando o uso de diferentes tipos de registros, no sentido proposto por Duval (2003), em um ambiente de Geometria Dinâmica. Sua análise revelou evolução dos sujeitos na "compreensão das condições de determinação de transformações lineares e de particularidades gráficas inerentes a estas", o que revela um movimento entre o modo de descrição geométrico e os modos algébrico e formal.

Já França (2007) investigou em que medida um tratamento geométrico e a articulação de registros de representação, também no sentido proposto por Duval (2003), auxiliados por um software de Geometria Dinâmica, influenciam as concepções de estudantes que já cursaram a disciplina de Álgebra Linear. De modo complementar ao realizado por Karrer (2006), a pesquisadora também notou evoluções a partir da exploração das atividades com o software, em particular por ele permitir a integração de linguagens matemáticas de naturezas distintas, como a algébrica e a geométrica.

Aranda e Callejo (2010) também analisam uma proposta de ensino para a construção do conceito de dependência linear em um contexto de Geometria Dinâmica. Embora o aporte teórico seja diferente do utilizado por Karrer (2006) e França (2007), a conclusão é semelhante: o ambiente de Geometria Dinâmica favoreceu o movimento entre o uso de linguagem algébrica e geométrica, o que, por sua vez, estimulou generalizações necessárias para desenvolvimento de "processos de abstração reflexiva que implicam a construção do conceito de dependência linear" (ARANDA; CALLEJO, 2010, p. 01). Perspectiva semelhante foi utilizada para analisar a exploração de transformações lineares com o uso do software Winplot em

Rosa et al. (2009), e com o software GeoGebra em Dalmolin, Bonaldo e Mathias (2012).

Desse modo, Karrer (2006), França (2007), Aranda e Callejo (2010), Rosa et al. (2009) e Dalmolin, Bonaldo e Mathias (2012) trazem elementos ao estudo de questões referentes à aprendizagem de conceitos de Álgebra Linear, incorporando uma nova atriz ao processo: a tecnologia digital, apontando para benefícios que a incorporação dessa atriz traz ao processo de aprendizagem de Álgebra Linear. Todas as pesquisas, entretanto, foram realizadas na modalidade presencial. É necessário destacar que muito mais importante do que usar ou não usar um recurso é o "como" usar. Certamente as evoluções notadas pelos pesquisadores também estavam ancoradas no tipo de abordagem adotado, estimulando o movimento entre modos de descrição referentes aos tópicos explorados.

O número de pesquisas voltadas ao ensino e à aprendizagem de Álgebra Linear não é grande se comparado a outros campos, como Cálculo, por exemplo, mas diversos trabalhos que abordavam esse tópico foram citados na seção 2.1. Em menor número estão os trabalhos voltados para o ensino e à aprendizagem dessa disciplina explorando recursos digitais, como o leitor deve ter percebido se comparou os parágrafos anteriores com a seção 2.1. Em menor número ainda estão os trabalhos que abordam elementos referentes ao ensino ou à aprendizagem na disciplina no contexto da Educação a Distância.

Machado e Bianchini (2012) investigaram as concepções de transformação linear de estudantes de uma Licenciatura em Matemática realizada na modalidade a distância. As pesquisadoras concluem que o curso possibilitou aos licenciandos apenas o início do caminho da construção da concepção ação. Para explicar essa expressão é preciso apresentar brevemente as ideias do aporte teórico utilizado pelas autoras. De acordo com as mesmas, a teoria APOS foi desenvolvida para considerar os processos mentais pelos quais conceitos abstratos novos são adquiridos. Segundo a teoria, o conhecimento matemático é construído em etapas denominadas ação, processo, objeto e esquema. A ação é

[...] uma mudança executada pelo indivíduo sobre um objeto matemático. [...] Um sujeito pode não se limitar a executar uma ação, porém, se ele limita sua compreensão de uma dada noção à realização de ações, dizemos que ele demonstra uma **concepção ação** sobre essa noção (MACHADO; BIANCHINI, 2012, p. 72, grifo das autoras).

As demais noções de concepção processo, concepção objeto e concepção esquema vão elevando o nível de compreensão do indivíduo sobre determinado tema. No caso da pesquisa apresentada pelas autoras, elas concluem que as alunas entrevistadas ficaram apenas no início do caminho da construção da concepção ação, não tendo passado, portanto, pelos outros tipos de concepções, o que revela um conhecimento ainda bastante inicial sobre o assunto, mesmo após a conclusão da disciplina.

Machado e Bianchini (2012) afirmam que o resultado é compartilhado não para desencorajar que a disciplina de Álgebra Linear faça parte do currículo de cursos na modalidade a distância, mas sim para propor um desafio aos responsáveis pela "implantação de AL nessa modalidade de curso, que é o de criar estratégias de aprendizagem que incorporadas às vantagens de um curso em EAD tenham condições de desenvolver concepções próprias para os principais objetos" da disciplina (MACHADO; BIANCHINI, 2012, p. 69).

Andrade (2010), já citado anteriormente na seção sobre as dificuldades que os alunos enfrentam na aprendizagem de conceitos de Álgebra Linear, realizou uma pesquisa cujo objetivo era analisar os requisitos necessários ao desenvolvimento de softwares educativos que amparem a aprendizagem à distância de alguns conceitos de Álgebra Linear, especificamente dependência e independência linear. Para isso, a pesquisadora realizou um estudo das dificuldades dos alunos na disciplina, levando em consideração esse contexto.

A pesquisadora encontrou dificuldades de duas naturezas: as relacionadas aos objetos estudados, já apresentadas na seção 2.1, e as relacionadas ao contexto a distância. Em relação ao segundo grupo, ela afirma que há uma "necessidade de comunicação à distância com o uso de representações dos objetos matemáticos possibilitando, a partir de colaboração em atividades síncronas, o desenvolvimento de um sentimento de presencialidade e motivação" (ANDRADE, 2010, p. 69).

O uso de estratégias colaborativas em contextos de aprendizagem à distância é condição fundamental. Contudo, para a aprendizagem de objetos matemáticos como os de dependência e independência linear entre outros, faz-se necessário aceder aos ambientes colaborativos que além de possibilitar a comunicação com o uso de registros algébricos, atendam a outras especificidades inerentes a natureza dos seus conhecimentos tanto em caráter dos registros de representação semióticas como de colaboração da aprendizagem (ANDRADE, 2010, p. 69).

Ou seja, a autora chama a atenção para o fato de que, quando a interação é a distância, é importante que momentos síncronos aconteçam e que, nesses momentos, exista um suporte de ambientes colaborativos nos quais os alunos possam se expressar utilizando as linguagens específicas do conteúdo estudado. No caso de Álgebra Linear, como já vimos, esses registros envolvem os modos de descrição formal, algébrico e geométrico, cada um com suas linguagens e notações próprias (HILLEL, 2000).

As dificuldades percebidas por Andrade (2010) formaram uma base para a descrição de requisitos importantes em objetos digitais que amparem o ensino e a aprendizagem à distância de conceitos de Álgebra Linear, entre eles, a necessidade de comunicação simultânea e de existência de ambiente que suporte as linguagens e notações específicas dos objetos estudados, associada à construção colaborativa dos conceitos. A partir das necessidades elencadas, um protótipo de software que contemplasse todas elas foi desenvolvido e utilizado em aulas de Álgebra Linear. Em suas conclusões, a autora afirma que, "apesar de os requisitos apreendidos serem importantes, não são suficientes, sendo fundamental a consideração às dificuldades de conversão entre os registros semióticos oferecidos e à língua materna" (ANDRADE, 2010, p. 07).

A única pesquisa encontrada que tem como contextos de investigação a disciplina de Álgebra Linear e o sistema UAB foi a de Pinto Júnior (2013), que buscou compreender como se desenvolve a disciplina de Álgebra Linear no âmbito da Universidade Federal de Juiz de Fora. No entanto, o curso analisado foi o de Licenciatura em Química. Nas conclusões o autor do trabalho destaca os altos índices de reprovação da disciplina, as dificuldades dos alunos em relação ao formalismo, dificuldades essas já discutidas na seção 2.1, e a importância dada ao tutor presencial, às aulas de exercícios, à formação de grupos de estudo e ao uso de videoaulas.

Acredito que as pesquisas apresentadas nesse capítulo representam um recorte expressivo do que vem sendo investigado sobre os temas que se relacionam com o meu trabalho. Apoio-me nessas pesquisas para sustentar a afirmação de que o meu trabalho tenta preencher uma lacuna no conhecimento em relação ao uso de tecnologias digitais em disciplinas de Álgebra Linear de cursos da UAB, tema sobre o qual não foi encontrado nenhum trabalho. Duas especificidades desse tema carecem de investigações por representarem um terreno quase inexplorado e de

compreensão complexa: o contexto da UAB, grande e recente iniciativa pública de oferecimento de ensino superior gratuito, e o ensino e aprendizagem à distância de Álgebra Linear, que, conforme Andrade (2010) mostrou, possui seus problemas específicos, tanto em relação ao tema em si quanto em relação à modalidade de ensino em que ele é abordado.

A relevância do estudo também pode ser sustentada no mesmo conjunto de pesquisas apresentado, uma vez que expus ao leitor uma ampla gama de dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem de conceitos abstratos de Álgebra Linear e ainda poucas iniciativas para superação do quadro. Também foi mostrado que as tecnologias digitais podem ajudar a mitigar tais problemas, dependendo, é claro, da abordagem pedagógica que é feita. No entanto, não encontrei estudos que analisam o desenvolvimento dessa disciplina na modalidade a distância com foco no uso de recursos digitais.

Aqui o leitor pode questionar: por que, então, essa pesquisa não veio com uma proposta de intervenção para ajudar a melhorar o quadro? Respondo mais uma vez com base no mesmo conjunto de pesquisas apresentado. Note que não foram encontrados estudos que analisem de modo sistemático como a disciplina vem sendo desenvolvida no âmbito da UAB.

Kenski (2007), por exemplo, afirma que, para que ocorra a integração individual e social que é esperada pela educação, entendida como processo de desenvolvimento da capacidade física, moral e intelectual, é preciso que

conhecimentos, valores, hábitos, atitudes e comportamentos do grupo sejam ensinados e aprendidos, ou seja, que se utilize a educação para ensinar sobre as tecnologias que estão na base da identidade e da ação do grupo e que se faça uso delas para ensinar as bases dessa educação (KENSKI, 2007, p. 43).

Ao ler essa tese, você poderá perceber como a UAB é plural e diversa. Considerando os argumentos de Kenski (2007), é preciso conhecer os modelos de curso e as diversas formas como a disciplina vem sendo desenvolvida, levando em consideração as possibilidades e limitações dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem, algo que é realizado no presente trabalho. A análise pode servir de parâmetro para uma intervenção direcionada e que tente contemplar as reais necessidades dos alunos que optaram por essa modalidade de ensino.

É certo que pesquisas intervencionistas são de extrema importância, em particular pelo potencial transformador que possuem, no entanto, pesquisas que

buscam se aproximar da compreensão de determinada realidade também têm seu valor e precisam ser desenvolvidas. Este é o caso dessa investigação.

Como o presente capítulo traz de forma simultânea elementos teóricos e resultados de pesquisas empíricas, é importante deixar claro quais conceitos e perspectivas serão utilizados na análise de dados. Sobre o ensino de Álgebra Linear, serão levados em consideração os modos de descrição formal, algébrico e geométrico (HILLEL, 2000) e, principalmente, a necessidade de ser capaz de se movimentar entre esses modos. Será dada atenção especial ao modo de descrição geométrico e à visualização, do qual ele depende, pois o levantamento bibliográfico apresentado aponta para um *déficit* em relação ao trabalho associado a ele.

Em termos de tecnologias, os elementos teóricos do constructo seres-humanos-com-mídias, como a noção de reorganização do pensamento e de moldagem recíproca, serão utilizados para analisar as diferenças qualitativas entre interações mediatizadas por mídias distintas. Também será levado em consideração que, embora o coletivo de seres-humanos-com-mídias seja visto como a unidade básica de produção de conhecimento, é importante analisar a relação que há dentro desse coletivo, entre humanos e mídias, e que as mídias por si só não promovem melhorias isoladamente.

Em termos de EaD, será considerado que, como Mill (2010b) propõe, quem ensina na modalidade a distância é o polidocente, mas o trabalho envolvido pelos diversos profissionais que integram esse conceito precisa estar coordenado de forma a se adequar a distância transacional almejada entre docentes e alunos em cada instituição. As tecnologias digitais participam desse processo e cabe ao polidocente utilizá-la visando esse objetivo. Também serão utilizadas as perspectivas sobre interação e colaboração expostas.

No próximo capítulo apresento as principais ideias da Teoria Enraizada (STRAUSS; CORBIN, 2008) e discuto como essa metodologia embasou o processo de teorização sobre o papel das tecnologias digitais nas disciplinas de Álgebra Linear dos quatro cursos investigados nesse trabalho.

3 A PIPA, O PÁSSARO E O AVIÃO

Voltando à metáfora do início do texto, do pórtico e do edifício, se o capítulo 1 é o pórtico e o capítulo 2, as pilastras, esse capítulo apresenta como o restante do edifício foi construído, pois trata dos aspectos metodológicos que guiaram a produção e a análise de dados. Nele discuto brevemente a abordagem da pesquisa qualitativa e, em seguida, apresento uma das possibilidades dessa abordagem, que é a Teoria Enraizada (TE). Mais especificamente, apresento uma das versões da TE: a que foi proposta por Anselm Strauss.

3.1 Abordagem qualitativa

Pela natureza do objetivo do trabalho, que consiste em compreender o papel das tecnologias digitais em determinado contexto, a abordagem metodológica utilizada é qualitativa. Para Goldenberg (2011, p. 14), nessa modalidade, “a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição”.

Em minha proposta, estou interessada em analisar como está sendo feito o uso de tecnologias digitais em disciplinas de Álgebra Linear. Além disso, o objeto de estudo não requer a utilização de métodos estatísticos para análise de dados. Dessa forma, meu objeto de estudo, de acordo com a visão de conhecimento já apresentada (BORBA; VILLARREAL, 2005), não pode ser mensurado, muito pelo contrário, é subjetivo e passível de expor sensações e opiniões, sendo, portanto, inapropriada a aplicação de quantificadores (GOLDENBERG, 2011).

Pelo fato dessa pesquisa ser realizada no contexto virtual, destaco que Borba, Malheiros e Amaral (2011) discutem como alguns elementos da pesquisa qualitativa, como a transcrição e análise de dados, além da revisão de literatura, ganham nova roupagem no contexto online, pois a virtualidade molda a pesquisa assim como molda o papel do aluno e do professor.

Na modalidade de pesquisa online, não faz sentido, por exemplo, transcrever dados, e aqui me refiro aos dados do AVA, uma vez que esse já o faz automaticamente. Por outro lado, não se tem controle sobre a parte do material que é produzida não presencialmente, pois o pesquisador não tem acesso ao que possa

estar sendo falado por comunicador instantâneo ou via *e-mail*, nos casos de *chats* e fóruns, bem como às expressões corporais que os alunos manifestam durante as discussões, no caso de não ter imagens.

Ainda assim, mesmo sendo necessário considerar as alterações que elementos da pesquisa qualitativa sofrem em pesquisas feitas integral ou parcialmente de maneira não presencial, como esta, Borba, Malheiros e Amaral (2011) defendem que a pesquisa qualitativa pode ser realizada em contextos virtuais. Os autores utilizam exemplos de pesquisas já concluídas nesse contexto para ratificar a ideia.

3.2 Teoria Enraizada (Grounded Theory)

Esta seção foi escrita fundamentalmente baseada na segunda edição da obra “Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada” (STRAUSS; CORBIN, 2008). A edição do livro estudado, segundo os autores, esclarece e amplia a publicação original e, embora tenha sido publicada após a morte de Anselm Strauss, Juliet Corbin afirma que a escrita do texto foi de fato colaborativa e realizada em conjunto quando ainda em vida do primeiro autor. Aqui apresento as principais ideias do livro, a partir de minhas interpretações sobre as mesmas.

O nome original da metodologia é Grounded Theory. No Brasil, os termos mais utilizados são Teoria Fundamentada, Teoria Fundamentada nos Dados e Teoria Enraizada. Nesse texto utilizarei o termo Teoria Enraizada, pois é o que, a meu ver, reflete de maneira mais forte a intrínseca relação entre teorização e dados, como se a teoria estivesse enraizada nos dados e emergisse fortemente ancorada nos mesmos. No entanto, na maioria dos trabalhos com os quais tive contato, o termo mais utilizado é Teoria Fundamentada.

Segundo os autores, o livro é destinado a pesquisadores de várias disciplinas que estejam interessados em construir teoria por meio de análise de dados qualitativos. Aqui está o primeiro fato que justifica minha escolha. Para eles, Teoria Enraizada significa:

[...] teoria que foi derivada de dados, sistematicamente reunidos e analisados por meio de processo de pesquisa. Neste método, coleta de dados, análise e eventual teoria mantêm uma relação próxima entre si [...]. O pesquisador começa com uma área de estudo e permite que a teoria surja a partir dos dados. A teoria derivada dos dados tende a se parecer mais com a “realidade” do que a teoria

derivada da reunião de uma série de conceitos baseados em experiência ou somente por meio de especulação (como alguém acha que as coisas devem funcionar). Teorias fundamentadas, por serem baseadas em dados, tendem a oferecer mais discernimento, melhorar o entendimento e **fornecer um guia importante para ação** (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 25, grifo nosso).

Grifei o final da citação anterior para, mais uma vez, justificar a pesquisa ora apresentada e a metodologia escolhida. Em primeiro lugar, optei pela TE, além do motivo apresentado anteriormente, pelo fato dela permitir a aproximação de uma realidade que precisa ser compreendida, a partir do exposto no capítulo 2, que é o contexto do uso de tecnologias digitais nas disciplinas de Álgebra Linear em cursos da UAB. Em segundo lugar, como afirmei no final daquele capítulo, embora a pesquisa aqui apresentada não seja intervencionista, ela irá permitir que conheçamos parte da realidade dos cursos da UAB, tema pouco trabalhado em trabalhos científicos da área de Educação Matemática.

Nesse sentido, pensei que a TE poderia ajudar na construção de uma teorização que permitisse compreender como esse uso, de fato, vem sendo realizado. Compreender esse uso, como já destaquei anteriormente, pode servir como elemento, diretriz ou, pelo menos, uma fonte de consulta durante a construção de políticas, públicas ou não, de incentivo de uso de TD em cursos a distância ou até mesmo para que atores envolvidos nos cursos aqui analisados ou em outros reflitam sobre suas práticas e analisem se elas estão refletindo seus objetivos ou se precisam ser repensadas, ampliadas ou até mesmo discutidas internamente.

Segundo os autores, portanto, a TE permite que, a partir dos dados, se construa relações entre conceitos a partir das quais seja possível compreender um fenômeno, uma instituição, uma ação, entre outros. Ainda segundo Strauss e Corbin (2008), o pesquisador também tem que ter um toque de criatividade. Esse foi outro motivo que me levou a optar pela TE, pois os autores não propõem uma listagem de procedimentos a serem seguidos fielmente. Pelo contrário, eles apresentam um conjunto de ferramentas para auxiliar o pesquisador a construir teoria a partir dos dados, porém reforçam em diversas partes do texto que cada pesquisador deve utilizar tais ferramentas de forma criativa e flexível, levando em consideração seus objetivos e problema de pesquisa.

De acordo com eles,

A criatividade se manifesta na capacidade dos pesquisadores de competentemente nomear categorias, fazer perguntas estimulantes e

extrair um esquema inovador, integrado e realista de massas de dados brutos desorganizados (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 25).

Lendo e estudando as propostas dos autores, passei por momentos em que me fazia as mesmas questões apresentadas por eles em partes do trabalho:

Como posso ter uma interpretação teórica ao mesmo tempo em que ela é baseada na realidade empírica refletida por meus materiais? Como posso ter certeza que meus dados e interpretações são válidos e confiáveis? Como posso superar as inevitáveis tendências, preconceitos e perspectivas estereotipadas que trago comigo para a situação analítica? Como reúno todas as minhas análises para criar uma formulação teórica concisa da área que está sendo estudada? (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. VIII).

Concordo com Strauss e Corbin (2008) quando fazem considerações sobre questões desse tipo, pois afirmam que o processo de aprendizagem, assim como qualquer conjunto de habilidades, envolve persistência, trabalho duro, e algumas, mas nem sempre, experiências prazerosas (STRAUSS; CORBIN, 2008). A partir dessa observação, neste capítulo apresento ao leitor o conjunto de ferramentas que me ajudaram no processo analítico.

Início a apresentação discutindo algumas características gerais da metodologia e da visão dos autores sobre pesquisa qualitativa. Para Strauss e Corbin (2008, p. 23), pesquisa qualitativa é

[...] qualquer tipo de pesquisa que produza resultados não alcançados através de procedimentos estatísticos ou de outros meios de quantificação. Pode se referir à pesquisa sobre a vida das pessoas, experiências vividas, comportamentos, emoções e sentimentos, e também à pesquisa sobre funcionamento organizacional, movimentos sociais, fenômenos culturais e interação entre nações. Alguns dados podem ser quantificados, como no caso do censo ou de informações históricas sobre pessoas ou objetivos estudados, mas o grosso da análise é interpretativa.

Geralmente os dados que constituem uma pesquisa qualitativa provêm de observações e entrevistas. Esse estudo não é diferente dos demais nesse aspecto. Além disso, há o uso de notas de campo. Strauss e Corbin (2008) afirmam que, além de entrevistas e observações, podem ser utilizados filmes, gravações, documentos ou outros materiais que possam complementar a análise, até mesmo se forem dados quantitativos, desde que o foco central da análise continue na interpretação. Os documentos que complementarão a análise – além das observações, entrevistas com gestores e professores da disciplina e notas da pesquisadora – serão os projetos político pedagógicos (PPPs) dos cursos, pois neles é possível identificar como as instituições se posicionam em relação a como

entendem a formação de professores, a modalidade a distância, entre outros elementos.

De acordo com Strauss e Corbin (2008), pesquisadores qualitativos costumam relatar que "foram mudados benéficamente durante a experiência" de realizar pesquisa (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 18). Eles tendem a serem flexíveis e abertos, pelo menos em parte.

A maioria dos pesquisadores que usa esta metodologia provavelmente espera que seu trabalho tenha relevância direta ou potencial tanto para público não-acadêmico como acadêmico. Isso porque a metodologia ordena que se leve muito a sério as palavras e as ações das pessoas estudadas (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 19).

Para Strauss e Corbin (2008), um pesquisador que utiliza efetivamente a TE tem as seguintes características:

1. Capacidade de retroceder e analisar criticamente as situações;
2. Capacidade de reconhecer a tendência em direção aos vies¹⁸;
3. Capacidade de pensar abstratamente;
4. Capacidade de ser flexível e aberto a críticas construtivas;
5. Sensibilidade às palavras e às ações dos informantes;
6. Um sentido de absorção e devoção ao processo de trabalho (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 21).

No texto, os autores reforçam a ideia de que não querem que os leitores simplesmente apliquem mecanicamente os procedimentos apresentados, mas sim que o façam de maneira flexível e criativa, que aprendam a questionar, a se afastar dos dados, pensar abstratamente e, depois, voltar a eles; que aprendam a pensar comparativamente e em termos de propriedades e dimensões.

Ainda, afirmam que não é necessário usar o método completo. É possível utilizá-lo em partes, de modo criativo e de forma a ter ferramentas úteis para o problema que está sendo estudado, pois nem todos têm objetivo de criar teoria. Segundo os autores, as ferramentas analíticas propostas podem ajudar, inclusive, quem não tem esse objetivo.

Assim como os pintores precisam de técnicas e de visão para dar vida a novas imagens na tela, os analistas precisam de técnicas para ajudá-los a ver além do comum e para atingir uma nova compreensão da vida social. Há outros métodos de pesquisa disponíveis para pessoas que querem publicar uma descrição competente. Porém, se o objetivo dos pesquisadores é criar entendimentos novos e teoricamente expressos, então os métodos de construção de teorias como aqueles fornecidos neste texto, são indicados [...]. Tanto a teoria como a análise de dados envolvem

¹⁸ Segundo Goldenberg (2011, p. 44), "a utilização do termo em inglês é comum entre os cientistas sociais. Pode ser traduzido como vies, parcialidade, preconceito".

interpretação, mas, pelo menos, é interpretação baseada em investigação feita sistematicamente (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 21).

Para os autores, há várias técnicas para fazer pesquisa qualitativa. O livro apresenta uma dessas técnicas, a TE, e, mais especificamente, uma versão dessa técnica, ensinada por Strauss.

3.2.1 Como a construção de teoria acontece?

Analisar é um processo dinâmico e fluido, portanto, qualquer tentativa de sistematizar linearmente esse processo seria artificial. Por outro lado, embora desdobrar o processo analítico seja algo artificial, é também algo necessário, pois quem faz análise deve entender a lógica que está por trás dessa tarefa (STRAUSS; CORBIN, 2008).

Se, então, quem faz análise deve entender a lógica que está por trás dessa tarefa, a meu ver, você que lê esse trabalho também deveria ter a mesma oportunidade. Por esse motivo, apresento a seguir as ideias centrais do processo de realizar análise segundo a TE, processo esse com o qual trabalhei em minha pesquisa.

3.2.1.1 Codificação aberta

Strauss e Corbin (2008, p. 102) definem codificação aberta como o “processo analítico por meio do qual os conceitos são identificados e suas propriedades e suas dimensões são descobertas nos dados”. Os conceitos seriam “os blocos de construção da teoria”. Categorias são “conceitos que representam o fenômeno”. As categorias possuem propriedades e dimensões. Propriedades são “características de uma categoria, a delimitação do que define e dá significado a essa categoria”. Dimensão é o “âmbito ao longo do qual as propriedades gerais de uma categoria variam, dando especificação à categoria e variação à teoria” (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 102).

Em geral, a codificação aberta é realizada no início do processo analítico. Nela, o pesquisador separa os dados em partes distintas, os examina rigorosamente realizando comparação entre eles, em busca de similaridades e diferenças. “Eventos, acontecimentos, objetos e ações/interações considerados conceitualmente

similares em natureza ou relacionados em significado são agrupados sob conceitos mais abstratos, chamados 'categorias'" (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 104).

Por exemplo, ao observar o céu, podemos identificar os conceitos de pipa, pássaro e avião. Como nos três casos há a característica comum de algo associado à ação de voar, os três conceitos podem ser agrupados na categoria "Voo", embora seja óbvio que existam diferenças entre uma pipa, um avião e um pássaro (STRAUSS; CORBIN, 2008). Uma categoria, portanto, agrupa conceitos que são similares em algum aspecto. Agrupar conceitos em categorias é importante, pois reduz o número de unidades analíticas com as quais o pesquisador trabalha.

Esse é o tipo de processo que o pesquisador realiza quando está fazendo codificação aberta. Os autores sugerem algumas ferramentas que podem ser utilizadas para ajudar o pesquisador a identificar conceitos e categorias. São elas: uso de questionamentos, uso de comparações constantes e microanálise. O livro apresenta outras, mas essas são as principais técnicas que me ajudaram durante a codificação aberta.

O uso de questionamentos envolve a ação de questionar o material analisado o tempo todo. O pesquisador pode encontrar direcionamento nos próprios dados para onde prosseguir com a análise com perguntas como: Quem? Quando? Por quê? Onde? O quê? Como? Quanto? Com que resultados?

Ele também pode perceber que os dados ainda não fornecem informações que permitam compreender determinado aspecto do fenômeno estudado, então ele pode ir a campo para tentar coletar tais informações. Esse processo se chama amostragem teórica¹⁹, ou seja, é produção de dados guiada a partir da análise. Além disso, perguntas como as apresentadas neste parágrafo ajudam o pesquisador no momento em que ele está bloqueado e não consegue "enxergar nada além das formas padronizadas de explicação de fenômenos" (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 93).

O uso de comparações também se mostrou como uma importante ferramenta durante o processo analítico. Segundo Strauss e Corbin (2008), ele é essencial para identificar categorias e desenvolvê-las. A comparação pode ser realizada entre dois

¹⁹ Neste trabalho utilizei a mesma expressão proposta pelos autores Strauss e Corbin (2008) para amostragem teórica. No entanto, poderia ser mais adequada a expressão amostragem intencional, utilizada por outros autores da área de pesquisa qualitativa, como Lincoln e Guba (1985), já que este tipo de amostragem é feita intencionalmente com o objetivo de preencher lacunas no modelo analítico em construção.

incidentes, dois objetos ou duas situações que aparecem nos dados. Ela também pode ser uma comparação teórica entre dois conceitos ou duas categorias. A comparação teórica, por sua vez, pode ser realizada entre dois conceitos ou categorias desenvolvidos no próprio estudo ou entre um conceito/categoria do estudo e outro da literatura afim.

Ao realizar comparação, as semelhanças e as diferenças entre os elementos comparados ajudam o pesquisador a enxergar quais são as características que constituem determinada categoria. Com isso, ele avança na identificação de propriedades de categorias já conhecidas ou descobre categorias novas. Ainda, ele percebe como essas características variam, ou seja, identifica as dimensões das propriedades. Esse processo é justamente o processo de desenvolver uma ou mais categorias em termos de dimensões e propriedades, uma das principais características da codificação axial (ainda não apresentada). Portanto, até para escrever um texto linear fica difícil separar codificação aberta de axial, pois, realmente, são processos que caminham juntos.

A terceira ferramenta que utilizei foi a microanálise, ferramenta analítica que demanda maior tempo. Trata-se de um exame minucioso, palavra por palavra, frase por frase ou parágrafo por parágrafo. É mais uma técnica que pode ajudar o pesquisador durante um momento de bloqueio. Trata-se de um processo que envolve o pensamento em significados que uma palavra, frase ou parágrafo podem ter. Decidir qual, entre tantos sentidos, é o mais coerente depende da sensibilidade do pesquisador em relação aos dados. À medida que a interação entre pesquisador e dados aumenta, a sensibilidade também aumenta.

O exemplo a seguir ilustra bem essa técnica:

Pegue a palavra "droga". Para uma pessoa que precisa de um certo medicamento para sobreviver, o termo pode significar "dar vida". Para outra pessoa, pode significar aquela pílula que compramos no balcão da farmácia para dor de cabeça. Para um viciado, pode significar "alívio". Para pessoas ligadas ao viciado, pode significar "dor". Algumas pessoas podem dizer que o uso de drogas é "destrutivo" o tempo todo, enquanto outras podem dizer que depende de quem usa, por que e quanto [e por quanto tempo]. Evidentemente, o contexto no qual o conceito é usado pode indicar o significado. Porém, ele nem sempre é evidente, e algumas vezes o que um informante nos diz não é necessariamente o que ele queria dizer. Temos que procurar significados escondidos ou obscuros, que podem não estar tão evidentes para nós nos dados (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 96).

Os autores dizem que essas técnicas devem ser utilizadas segundo a necessidade e criatividade do pesquisador. Não tenho como dizer se uma é mais importante que a outra. Cada uma delas ajuda em determinado aspecto e foi utilizando-as de forma variada ao longo da análise que consegui chegar às categorias de meu estudo.

3.2.1.2 Codificação axial

Segundo Strauss e Corbin (2008, p. 123), codificação axial é chamada “ [...] de “axial” porque ocorre em torno do eixo de uma categoria, associando categorias ao nível de propriedades e dimensões”.

O objetivo da codificação axial é começar o processo de reagrupamento dos dados que foram divididos durante a codificação aberta. Na codificação axial, as categorias são relacionadas às suas subcategorias para gerar explicações mais precisas e completas sobre os fenômenos (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 124).

As duas codificações (axial e aberta) não são necessariamente sequenciais. Apenas é preciso que, para realizar codificação axial, se tenha algumas categorias, que surgem na codificação aberta, mas depois que a codificação axial se inicia, novas categorias (codificação aberta) ainda podem surgir.

Desenvolver uma categoria em termos de propriedades e dimensões é a tarefa central da codificação axial. Um exemplo apresentado por Strauss e Corbin (2008) ilustra bem esse processo. Já apresentei aqui a categoria "Voo", que pode ser obtida quando se observa o céu. Nessa categoria estão os conceitos de pássaro, avião e pipa. Quando observamos os voos desses objetos/elementos, percebemos que características eles podem apresentar: duração, altura, velocidade, entre outros. Essas são as propriedades da categoria "Voo". Cada propriedade possui variação, a qual poderíamos pensar em termos de uma faixa com intensidades diferentes. Por exemplo: a altura do voo pode variar de baixa até alta (baixa e alta são dimensões da propriedade "altura" da categoria "Voo"). A velocidade, por sua vez, varia de lenta até rápida.

Quando observamos por bastante tempo o céu, analisando propriedades e dimensões da categoria "Voo", começamos a notar padrões. Por exemplo, determinados tipos de avião podem realizar um voo alto, rápido e de longa duração.

Para identificar um padrão, procuramos por eventos/objetos para os quais as dimensões das propriedades apareçam alinhadas, dentro de um limite.

Por exemplo: voos altos rápidos e de longa duração poderiam estar associados a um tipo específico de avião, que seria um padrão. Provavelmente uma pipa seria outro padrão e os pássaros, outro. As propriedades e as dimensões permitem que sejam compreendidas as diferenças entre elementos que pertençam à mesma categoria, embora todos possuam alguma semelhança que os fizeram ser relacionados à categoria (nesse caso, a capacidade de voar).

Mesmo utilizando a noção de padrões ou de categorias, há variabilidade com diferentes pessoas, grupos ou organizações. Veja que no exemplo, embora pássaro seja um conceito, não significa que todos os pássaros sejam iguais. Tudo depende do grau de detalhes com o qual analisamos. É preciso levar em consideração esse fato para deixar claro que as categorias não querem classificar as pessoas ou instituições em “caixas”.

3.2.1.3 Codificação seletiva

Embora realizar codificação aberta e axial seja importante para o processo analítico, durante o desenvolvimento de ambas os dados ainda não assumiram a forma de teoria.

[...] o analista deve focar-se no entrelaçamento complexo de fatos (condições) que levam a um problema, uma questão ou um acontecimento, aos quais as pessoas respondem por meio de alguma forma de ação/interação, com algum tipo de consequência (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 132).

Ou seja, é quando estabelecemos relações intra e entre categorias que construímos teoria. Provavelmente, segundo os autores, a análise não levará a uma explicação simples do tipo "se, então", mas sim a uma rede, que normalmente é complexa. Ao processo de construção dessa complexa rede os autores deram o nome de integração. Integração é o procedimento-chave da codificação seletiva, terceira e última forma de codificação proposta pelos autores. É importante observar que, embora os dados deem dicas de como as categorias se relacionam, a verdadeira associação entre elas é feita em nível conceitual.

Ao longo da análise, o pesquisador pode fazer declarações que relacionam aspectos do modelo teórico que está sendo construído. Exemplo: “quando as drogas

estão imediatamente disponíveis, há pressão dos pares, as drogas são consideradas uma experiência nova e os adolescentes têm mais tendência a “usar” drogas”. Nessa declaração, há uma relação (do tipo causa-consequência) entre o acesso às drogas, o fato de serem consideradas uma experiência nova e seu uso. Em meu caso, uma declaração relacional poderia ser do tipo: quando o fórum é avaliado, os alunos tendem (ou são obrigados) a participar. Essa participação se dá, necessariamente, utilizando tecnologias digitais, uma vez que os fóruns são locais virtuais de discussão. Assim, os alunos podem usar uma variedade de ferramentas para se expressar, variando, portanto, a interação com diversas mídias.

As declarações relacionais, à medida que a análise avança, vão se tornando cada vez mais complexas e integram cada vez um número maior de conceitos. É nesse nível de relação/integração entre conceitos abstratos e categorias – construídas a partir dos dados na codificação aberta e desenvolvidas em termos de propriedades e dimensões na codificação axial – que a teoria se desenvolve (STRAUSS; CORBIN, 2008).

Dentre as técnicas para facilitar o processo de integração, os autores destacam a redação de um enredo que relacione as categorias que estão sendo desenvolvidas, o uso de diagramas e organização de memorandos que tragam algumas declarações relacionais. Em geral, esses memorandos vão ficando mais abstratos e acabam dando dicas para integração.

Quando se percebe que ainda faltam elementos para desenvolver sistematicamente alguma categoria ou para estabelecer uma relação complexa entre categorias, o pesquisador pode realizar amostragem teórica, que, como observado, consiste em buscar dados para completar as lacunas percebidas.

A amostragem teórica, portanto, não significa ir a campo aleatoriamente, mas sim de forma guiada pela análise. Tal tipo de amostragem pode ser realizada buscando dados novos ou voltando aos dados brutos e procurando por elementos que possam ter ficado despercebidos. De acordo com Strauss e Corbin (2008), é normal que isso aconteça, principalmente no começo do estudo, pois, no início, o pesquisador pode ainda não estar sensível a todos os elementos que influenciam a construção para a resposta de sua pergunta de pesquisa.

Durante o processo analítico, o pesquisador pode se deparar com algum fato estranho que se distancia muito do restante que tem sido observado. Strauss e Corbin (2008) afirmam que, geralmente, há condições que explicam essa

variabilidade. É importante que sejam acrescentadas explicações e interpretações para esses casos extremos na teoria. Dessa forma, além do pesquisador estar sendo mais fiel aos seus dados, ele também está deixando seu modelo mais denso.

Durante a integração, o pesquisador deve buscar uma categoria central que relacione todas as outras e que forneça os elementos que respondem sua pergunta de pesquisa. Há duas formas principais de buscar essa categoria central.

Alguns pesquisadores procuram na literatura um conceito unificador que possa se ajustar a seus dados. Eles fazem isso quando já classificaram e releem todos os seus memorandos e têm um senso intuitivo de qual é a ideia central, mas não têm um nome para ela. Algumas vezes, tentam localizar um conceito similar em natureza à ideia central identificada em sua pesquisa [...]. Esse sistema ajuda os analistas a posicionarem seus resultados no campo mais amplo de conhecimento profissional e contribui para o desenvolvimento adicional e para o refinamento dos conceitos existentes em sua área. Porém essa não é nossa técnica habitual, pois, com muita frequência, os conceitos existentes se ajustam apenas parcialmente aos dados (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 154).

No lugar de buscar na literatura, os autores sugerem que os jovens pesquisadores, como alunos de pós-graduação, por exemplo, sejam criativos e deem nomes. Depois, quando estiverem escrevendo o relatório final, eles podem fazer comparações com a literatura contrastando como suas conceituações se ajustam à ou ampliam a literatura existente. Às vezes, um conceito se “encaixa” tão perfeitamente aos dados que fica praticamente impossível não usá-lo. Para Strauss e Corbin (2008), isso é natural e pode ser feito sem problemas. Ainda, o pesquisador pode realizar uma pesquisa inteira para analisar determinado conceito da literatura sob diferentes perspectivas, de modo a ampliar sua generalização. Entretanto, qualquer que seja a estratégia para identificar a categoria central, uma vez que ela esteja demarcada, ela deve atender aos critérios expostos anteriormente.

3.2.2 Quando parar?

De acordo com Corbin e Strauss (2008), o pesquisador para de buscar dados novos (ou revisitar dados brutos) quando as categorias estão saturadas.

Uma categoria é considerada *saturada* quando parece não surgir nenhuma nova informação durante a codificação, ou seja, quando não se vê novas propriedades, dimensões, condições, ações/interações ou consequência nos dados. Porém, essa declaração é uma questão de grau (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 135, grifo dos autores).

É importante observar que essa saturação é uma saturação teórica, ou seja, se buscarmos dados em outras instituições, outros grupos, certamente aparecerão fatos novos, mas se as categorias estiverem saturadas, esses dados novos não resultam em novas propriedades e dimensões. É importante observar que os próprios autores identificam, porém, que a saturação é uma questão de grau. Em outras palavras, se procurarmos muito nos dados, sempre irá aparecer algo novo.

A saturação é mais uma questão de encontrar um ponto na pesquisa no qual coletar dados adicionais parece contraprodutivo; o “novo” que é revelado não acrescenta muita coisa à explicação naquele momento. Ou, como ocorre algumas vezes, o pesquisador fica sem tempo ou sem dinheiro, ou ambos (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 135).

Os autores falam que sempre há uma dimensão de indução e de dedução na análise segundo a TE. No caso da dedução, a literatura sobre o tema também faz parte do processo. Portanto, durante a codificação seletiva, quando realizamos integração entre categorias por meio de declarações relacionais, tais declarações podem envolver conceitos advindos da literatura. É nesse sentido que a análise não é cem por cento indutiva e possui, também, um grau de dedução. Os autores defendem a integração entre ambos os processos.

Considerando que a teorização emerge fundamentalmente dos dados, é importante explicar como a validação do processo é proposta pelos autores. Para eles,

a teoria surgiu a partir dos dados, mas, no momento da integração, ela representa uma interpretação abstrata desses dados brutos. Dessa forma, é importante determinar como a abstração se ajusta aos dados brutos e também determinar se algo importante foi omitido do esquema teórico. Há várias formas de validar o esquema. Uma forma é voltar e comparar o esquema com os dados brutos, fazendo um tipo de análise comparativa de alto nível. O esquema teórico deve ser capaz de explicar a maioria dos casos. Outra forma de validar é contar a história real aos informantes ou pedir a eles que leiam e depois comentem como ela parece se ajustar a seus casos (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 157).

Na citação anterior, portanto, os autores apontam caminhos para que o pesquisador garanta que o processo analítico desenvolvido é válido.

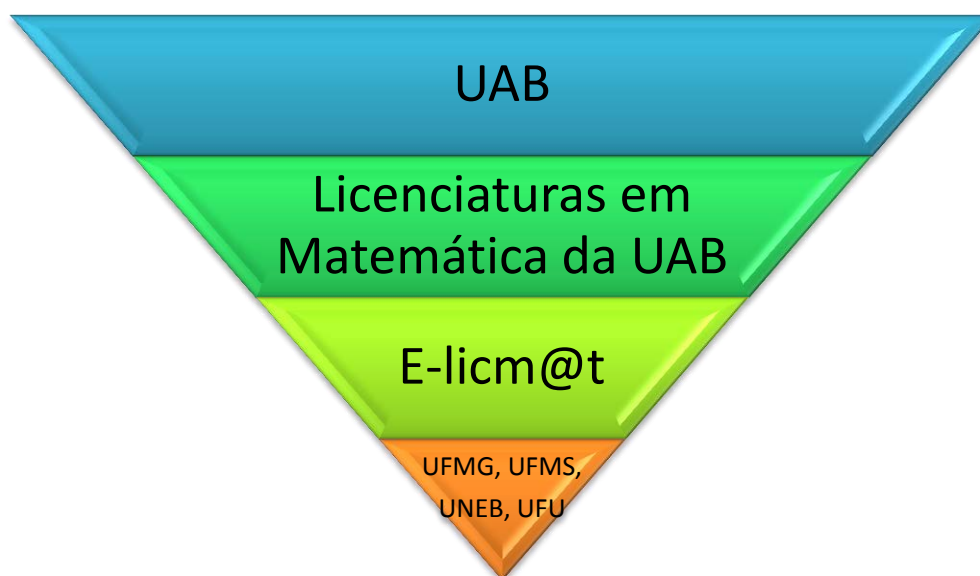
Nesse capítulo apresentei as principais noções da Teoria Enraizada a partir do estudo que fiz do trabalho de Strauss e Corbin (2008). É importante ressaltar que a visão de conhecimento, já apresentada na seção 2.2 (BORBA; VILLARREAL, 2005), pode influenciar a forma com que olho para os dados, embora haja um esforço no sentido da neutralidade e da sensibilidade ao contexto investigado. No próximo

capítulo, apresento detalhes desse contexto, como a forma de organização do sistema UAB, o projeto mais amplo do qual essa tese faz parte e características gerais dos cursos que são analisados nesse trabalho.

4 CONTEXTO DA PESQUISA: UAB, LICENCIATURAS E E-LICM@T

Mais uma vez retornando à metáfora do edifício, neste capítulo é apresentado o chão da construção, que se refere ao contexto do qual me aproximo. O capítulo está estruturado no formato de "pirâmide invertida" (Figura 5). Apresento o contexto da pesquisa indo do mais geral para o mais específico de acordo com o diagrama a seguir, em que o leitor pode perceber que o contexto mais amplo é a Universidade Aberta do Brasil (UAB). De seus cursos, o foco dessa pesquisa reside nas Licenciaturas em Matemática, das quais quinze constituem o universo de investigação do projeto batizado de E-licm@t. A presente tese faz parte do E-licm@t, investigando quatro das universidades do projeto mais amplo (UFMG, UFMS, UFU e UNEB). Particularmente, meu interesse reside na disciplina de Álgebra Linear, já abordada de forma teórica no capítulo 2. Ao longo do capítulo deverá ficar mais claro para o leitor como os elementos citados nesse parágrafo se relacionam.

Figura 5 – Organização do capítulo 4



Fonte: a pesquisa.

4.1 UAB

No capítulo 2 desse trabalho foi feito um breve histórico do desenvolvimento da EaD no Brasil até o momento de implantação do sistema UAB. Nessa seção abordo

com um pouco mais de profundidade como esse sistema se constitui e se desenvolve, já que a UAB é o contexto mais geral que essa tese investiga.

O Sistema UAB foi instituído pelo Decreto 5.800, de 8 de junho de 2006, para "o desenvolvimento da modalidade de educação a distância, com a finalidade de expandir e interiorizar a oferta de cursos e programas de educação superior no País" (BRASIL, 2006). O decreto deixa claro que o objetivo prioritário da UAB é o de oferecer cursos de licenciatura e formação inicial e continuada para professores da educação básica, seguidos de dirigentes, gestores e outros trabalhadores também vinculados à educação básica.

Nessa direção, a UAB surge inicialmente para suprir uma demanda de formação de quem já atua na educação básica e não possui fácil acesso à formação pública gratuita, como uma forma de expandir e interiorizar o ensino superior público (BRASIL, 2005). Além disso, era grave o fato de que, em 2005, apenas 11% dos jovens em idade para cursar o ensino superior encontravam-se matriculados nesse nível de ensino. Apenas para informação do leitor, os índices da Argentina e dos Estados Unidos nas mesmas condições eram, respectivamente, 22,3% e 33% (POCHMANN apud COSTA; PIMENTEL, 2009). A seguir estão os outros objetivos do sistema, além dos dois principais já citados:

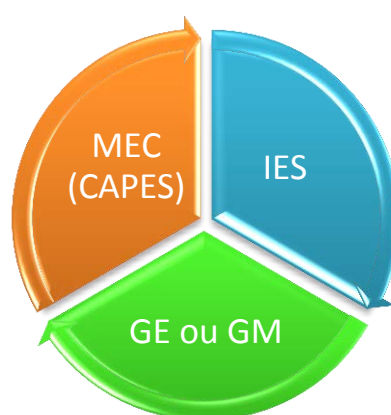
- III - oferecer cursos superiores nas diferentes áreas do conhecimento;
- IV - ampliar o acesso à educação superior pública;
- V - reduzir as desigualdades de oferta de ensino superior entre as diferentes regiões do País;
- VI - estabelecer amplo sistema nacional de educação superior a distância; e
- VII - fomentar o desenvolvimento institucional para a modalidade de educação a distância, bem como a pesquisa em metodologias inovadoras de ensino superior **apoiadas em tecnologias de informação e comunicação** (BRASIL, 2005, p. 01, grifo nosso).

É importante destacar que o próprio decreto que institui o sistema prevê o uso de tecnologias de informação e comunicação, assunto de grande interesse para esse trabalho. Sobre esse aspecto, pergunto: como tal apoio tem acontecido de fato? Esse trabalho pretende levantar elementos que ajudem a responder essa questão.

Segundo o portal da UAB²⁰, o sistema também "incentiva a colaboração entre a União e os entes federativos, bem como estimula a criação de centros de formação permanentes por meio dos polos de apoio presencial em localidades estratégicas" (CAPES, 2010).

Com o decreto 5800, a UAB é instituída, resultado de um longo e gradual processo de avanço no caminho da implantação de políticas públicas no Brasil voltadas à modalidade de ensino a distância. A UAB, na verdade, é um sistema constituído por três tipos de instituições e representado na figura a seguir.

Figura 6 – Estrutura do Sistema UAB



Fonte: a pesquisa.

Assim, constituem o sistema: a) o Ministério da Educação (MEC), desde 2009 representado pela CAPES, que coordena a "implantação, o acompanhamento, a supervisão e a avaliação dos cursos do sistema UAB" (BRASIL, 2005, p. 01); b) as Instituições de Ensino Superior (IES) estaduais ou federais, mas em sua maioria federais, que são responsáveis pelo oferecimento dos cursos por meio de convênios firmados com o MEC, a partir de editais publicados pelo mesmo, nos quais constam informações sobre requisitos, condições de participação e critérios de seleção; e c) os governos estaduais ou municipais (GE ou GM), que são responsáveis pelo oferecimento de estrutura para alocar os polos de apoio presencial.

Ainda segundo o decreto, os polos são unidades operacionais para o "desenvolvimento descentralizado de atividades pedagógicas e administrativas relativas aos cursos e programas ofertados a distância pelas instituições públicas de ensino superior" (BRASIL, 2005, p. 01). Os polos também precisam ter infraestrutura física e recursos humanos para desenvolver tais atividades presenciais. Costa e

²⁰ Disponível em <http://uab.capes.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=6&Itemid=18>. Acesso em 07 jan. 2015.

Pimentel (2009, p. 77) afirmam que os polos deveriam ter "laboratórios de informática com conexão de internet de banda larga, biblioteca, laboratórios pedagógicos para disciplinas experimentais, salas de coordenação, salas de tutoria, espaço para atividades de conferência-web, entre outros".

Os pagamentos do sistema dependem do Ministério da Educação e do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), cabendo ao poder executivo "compatibilizar a seleção de cursos e programas de educação superior com as dotações existentes, observados os limites de movimentação e empenho e de pagamento da programação orçamentária e financeira" (BRASIL, 2005, p. 01).

A lei número 11.502, de 11 de julho de 2007, amplia a competência da CAPES e o decreto 318 do MEC, em 2009, coloca o sistema sob operacionalização da Diretoria de Educação a Distância da CAPES, considerando a instituição da Política Nacional de Formação de Profissionais do Magistério da Educação Básica, regulamentada pelo Decreto número 6.755, de 20 de janeiro de 2009. Ou seja, a partir de 2009, o sistema que era ancorado no MEC, nas IES e nos governos municipais e estaduais, passa a ter como representante do MEC a CAPES.

Para direcionar a forma com que as IES ofereceriam os cursos e os governos municipais e estaduais proporiam os polos de apoio presencial (lembrando que quem financia e **avalia** os cursos é a CAPES), em agosto de 2007 é publicado o documento intitulado "Referenciais de Qualidade para a Educação a Distância", da Secretaria de Educação à Distância (Seed), secretaria essa que foi incorporada à estrutura do MEC em 1996, segundo Costa e Pimentel (2009).

Esse documento, embora não tenha força de lei, é um "referencial norteador para subsidiar atos legais do poder público no que se referem aos processos específicos de regulação, supervisão e avaliação da modalidade citada [a saber, a educação a distância]" (BRASIL, 2007, p. 02). Em outras palavras, com esse documento, a Seed torna públicos os critérios com os quais os cursos serão avaliados, lembrando que tal avaliação, dependendo da nota, pode implicar na continuação ou não do curso. Por outro lado, o mesmo documento afirma que as orientações lá contidas devem ter função indutora "não só em termos da própria concepção teórico-metodológica da educação a distância, mas também da organização de sistemas de EaD" (BRASIL, 2007, p. 02).

Ainda é importante destacar que o documento afirma ter sido

elaborado a partir de discussão com especialistas do setor, com as universidades e com a sociedade [...] [Ele] tem como preocupação central apresentar um conjunto de definições e conceitos de modo a, de um lado, garantir qualidade nos processos de educação a distância e, de outro, coibir tanto a precarização da educação superior, verificada em alguns modelos de oferta de EAD, quanto a sua oferta indiscriminada e sem garantias das condições básicas para o desenvolvimento de cursos com qualidade (BRASIL, 2007, p. 02).

No documento consta que, após a publicação dos referenciais, em 2003, o Brasil passou por um momento de intenso debate sobre a modalidade, inclusive no âmbito acadêmico com discussões teóricas e metodológicas. Os processos foram amadurecidos, especialmente aqueles ligados às possibilidades pedagógicas que se abrem quando o uso de tecnologias digitais é levado em consideração. Assim, um novo documento foi publicado, atualizando o conteúdo do primeiro.

Por fim, gostaria, ainda em tempo, de destacar a iniciativa de publicação de um documento preliminar em junho de 2007 para apreciação pública e envio de sugestões. Segundo o *site* do MEC²¹, mais de 150 sugestões foram enviadas e a maioria delas foram incorporadas ao documento final. Acredito que ações desse tipo tornam as ações públicas mais transparentes e democráticas.

Dada a importância do documento (uma vez que ele é base para a avaliação dos cursos na modalidade), passo agora ao destaque de alguns pontos relevantes. É importante que o leitor perceba que as considerações a seguir refletem as políticas do governo para essa modalidade.

Segundo Brasil (2007), não há um modelo único de EaD. "Os programas podem apresentar diferentes desenhos e múltiplas combinações de linguagens e recursos educacionais e tecnológicos" (BRASIL, 2007, p. 07). No documento, ainda consta que

a natureza do curso e as reais condições do cotidiano e necessidades dos estudantes são os elementos que irão definir a melhor tecnologia e metodologia a ser utilizada, bem como a definição dos momentos presenciais necessários e obrigatórios, previstos em lei, estágios supervisionados, práticas em laboratórios de ensino, trabalhos de conclusão de curso, quando for o caso, tutorias presenciais nos polos descentralizados de apoio presencial e outras estratégias (BRASIL, 2007, p. 07).

²¹ Disponível em < http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12777%3Areferenciais-de-qualidade-para-ead&catid=193%3Aseed-educacao-a-distancia&Itemid=865 >. Acesso em 08 jan. 2015.

Perceba o leitor a importância dessa citação. Isto significa que é deixado em aberto que os desenhos pedagógicos dos cursos levem em consideração os contextos e as especificidades regionais, como economia, cultura, recursos, entre outros. Parte do fracasso da EaD em determinadas situações reside, segundo alguns autores da área, na importação de modelos de EaD de outros lugares como se fossem "dar certo" em qualquer contexto (GATTI; BARRETO, 2009).

O documento segue com a ressalva de que, embora exista certa flexibilidade de modelos, um ponto deve ser comum: "a compreensão de EDUCAÇÃO como fundamento primeiro, antes de se pensar no modo de organização: A DISTÂNCIA" (BRASIL, 2007, p. 07).

Assim, embora a modalidade a distância possua características, linguagem e formato próprios, exigindo administração, desenho, lógica, acompanhamento, avaliação, recursos técnicos, tecnológicos, de [...] [infraestrutura] e pedagógicos condizentes, essas características só ganham relevância no contexto de uma discussão política e pedagógica da ação educativa (BRASIL, 2007, p. 07).

Em Brasil (2007) é afirmado que, com base na necessidade de uma abordagem sistêmica e na complexidade da modalidade, os PPPs dos cursos devem ter claramente expressos os seguintes elementos: 1) concepção de educação e currículo no processo de ensino e aprendizagem, 2) sistemas de comunicação, 3) material didático, 4) avaliação, 5) equipe multidisciplinar, 6) infraestrutura de apoio, 7) gestão acadêmico-administrativa e 8) sustentabilidade financeira.

Como já observado, uma das prioridades do sistema UAB é o oferecimento de licenciaturas. Entre elas encontra-se a Licenciatura em Matemática e é sobre ela e sobre o E-licm@t, projeto que a investiga, que falarei na próxima seção.

4.2 As Licenciaturas em Matemática da UAB e o E-licm@t

Essa tese faz parte de um projeto mais amplo, batizado de E-licm@t, cujo nome formalizado é "Interação e Tecnologias da Informação e Comunicação: Licenciaturas em Matemática a Distância". O projeto, cadastrado e financiado pelo CNPq sob números 304915/2011-4 e 471758/2012-4, tem por objetivo investigar de que forma a Internet está sendo utilizada para propiciar a interação entre docentes e alunos de Licenciaturas em Matemática a distância da Universidade Aberta do Brasil (UAB). Nesse projeto estão sendo analisadas as potencialidades que se abrem

quando as TIC são utilizadas como parte de um coletivo pensante que inclua docentes universitários e futuros professores (BORBA, 2012).

O contato com as universidades analisadas no E-licm@t começou em 2011 e continuou em 2012. Das 37 Licenciaturas em Matemática ativas no portal da UAB²² na época – hoje são 40 – conseguimos estabelecer parcerias com quinze delas, a saber: CEDERJ, UFBA, UFC, UFMG, UFMS, UFOP, UFPA, UFPB, UFPel, UFRR, UFSJ, UFU, UFV, UFVJM e UNEB. Há também entrevistas com membros de universidades da América Latina (Argentina, Colômbia, México, Uruguai e Venezuela), uma vez que o projeto possui uma etapa internacional. As pesquisas individuais dos membros do E-licm@t analisam uma ou mais universidades e focam em disciplinas específicas.

As perguntas de pesquisa do E-licm@t são:

- a) De que forma se dá a interação licenciando-docente com auxílio das tecnologias digitais?
- b) De que maneira a internet – entendida também como extensão da memória do aluno – participa da produção de conhecimento do futuro professor?
- c) Como o licenciando lida com a multiplicidade da polidocência?
- d) Que lugar as TIC ocupam neste coletivo em relação a outras mídias tradicionalmente utilizadas em educação?
- e) Como se situa o uso das TIC feito na UAB dentro do contexto internacional de oferecimento de Educação a Distância? (BORBA; CHIARI, 2014, p. 134).

Como o leitor pode ter percebido pelo objetivo e pelas perguntas de pesquisa apresentados, o E-licm@t está bastante relacionado com essa tese, mas é bem mais amplo. Enquanto o projeto maior tem diversas perguntas a serem respondidas, esse trabalho, além de ter uma pergunta única, tem a especificidade de focar a disciplina de Álgebra Linear. No entanto, é certo que ambas as pesquisas, apesar de distintas, se alimentam mutuamente, assim como alimentam e são alimentadas por outras pesquisas individuais também associadas ao E-licm@t, algumas já concluídas (HEITMANN, 2013; OLIVEIRA, 2013; ZABEL, 2014; ZAMPIERI, 2013) e outras em desenvolvimento, como a pesquisa de Almeida (2013), por exemplo.

Essas pesquisas têm construído o que alguns membros do nosso grupo chamam de mosaico de pesquisas. O termo é utilizado para estender a noção de triangulação, amplamente utilizada em pesquisa qualitativa (GOLDENBERG, 2011), para a triangulação na pesquisa de um grupo, "que se realiza, dentre outras formas,

²² Disponível em <<http://uab.capes.gov.br/>>. Acesso em 09 jan. 2015.

por meio das pesquisas de cada um de seus membros que, por sua vez, estão relacionadas entre si" (BORBA; ARAÚJO, 2012, p. 42). Chiari e Borba (2013, p. 15) acrescentam "que este mosaico está em movimento, e que novas inserções e edições estão sempre sendo feitas". É como se cada pesquisa individual fosse uma peça do mosaico. Quando o observamos como um todo, enxergamos mais do que cada peça. Assim, com o conjunto de pesquisas espera-se que seja possível compreender de maneira mais densa como a formação de professores de matemática está ocorrendo na modalidade a distância, no que tange a utilização de tecnologias digitais.

Com essa metáfora, defendemos, portanto, a ideia de que "um conjunto de investigações com focos particulares distintos, mas sobre o mesmo tema, permite uma análise longitudinal sobre a área, o que possibilita, por sua vez, que se tenha uma compreensão mais abrangente da mesma" (CHIARI; BORBA, 2013, p. 13). No E-licm@t há ainda outra camada, que é a pesquisa coletiva, conduzida pela equipe de pesquisadores que, em paralelo com suas pesquisas individuais, também trabalham no desenvolvimento da pesquisa ligada ao E-licm@t com outras questões não necessariamente abordadas em suas iniciações científicas, mestrados ou doutorados. A equipe é coordenada pelo pesquisador Marcelo de Carvalho Borba. Mais detalhes sobre as dimensões individual e coletiva do E-licm@t se encontram em Chiari et al. (2013).

Como a presente tese faz parte do mosaico mencionado no parágrafo anterior, apresento, a seguir, os resultados das demais pesquisas associadas ao E-licm@t para que o leitor se situe em relação ao andamento do projeto e perceba o papel desse trabalho no mosaico em construção sobre a relação entre as tecnologias digitais e as Licenciaturas em Matemática da UAB. Além de trabalhos acadêmicos, foram produzidos artigos para eventos e periódicos.

O primeiro trabalho concluído foi Heitmann (2013). A pesquisa foi norteadada pela questão: Como um ambiente de aprendizagem a distância composto por bate-papo, escrita colaborativa, Geometria Dinâmica, compartilhamento de tela e pesquisa na web pode propiciar a realização de atividades investigativas em grupos a distância? Heitmann (2013) acompanhou uma disciplina ligada ao curso de Licenciatura em Matemática a distância da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). Além do acompanhamento da disciplina, o pesquisador realizou uma intervenção, que

consistiu no foco de sua análise, na qual utilizou os elementos contidos na pergunta norteadora para realizar uma atividade investigativa sobre Geometria.

No trabalho, após a análise de cinco episódios, três temas emergiram: 1) a comunicação por meio de diversas interfaces, 2) a participação coletiva no processo de investigação, e 3) o papel da internet no coletivo pensante. Heitmann (2013) conclui que é possível produzir matemática coletivamente de uma forma que privilegie o diálogo e a interação. O autor também destaca o potencial investigativo do ambiente criado com grupos online no cenário de EaD apresentado.

O segundo trabalho concluído foi Zampieri (2013), que investigou como se deu a comunicação entre os atores envolvidos em uma disciplina de Introdução à Estatística da Licenciatura em Matemática a distância da Universidade Federal de Rondônia (UFRR). A pesquisadora destaca, dentre os resultados, que as potencialidades das videoconferências e de estudos em grupo para o estabelecimento de comunicação bidirecional podem se manifestar tanto no desenvolvimento da disciplina analisada quanto no curso como um todo do qual ela faz parte. Zampieri (2013) sugere um incentivo para o desenvolvimento de atividades que favoreçam o diálogo, a interpretação de dados e a comunicação escrita, visando a bidirecionalidade da comunicação, ainda que não se encontrem disponíveis recursos tecnológicos disponíveis para tal. A autora também destaca os percalços tecnológicos enfrentados pela Região Norte do país, especialmente com relação ao difícil acesso à internet.

Zabel (2014) analisou como acontece a formação de professores em relação à utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) para o ensino de Matemática. A autora acompanhou a disciplina "Prática de Ensino II: utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática" da Licenciatura em Matemática a distância da UFOP. Três temas emergiram em seu trabalho: a Prática de Ensino, a formação do professor de Matemática para o uso das TIC e a Educação a Distância online.

A pesquisadora conclui que na disciplina foram possibilitados momentos de reflexão em relação ao uso de tecnologias no ensino de Matemática, além de materiais didáticos serem construídos utilizando tais tecnologias, destacando-se *podcasts* (áudios disponíveis na internet) e *screencasts* (vídeos com a captura do movimento na tela de um computador associado ao áudio do usuário). Ela considera que as interações entre os sujeitos da pesquisa permitidas nos fóruns abertos

possibilitaram a produção de conhecimento coletiva. Zabel (2014) destaca, ainda, que um elemento chave na análise foi a participação do professor na concepção do curso, uma vez que suas experiências prévias serviram de alicerce para a construção e desenvolvimento do mesmo.

Oliveira (2013) analisou alguns dos projetos político pedagógicos (PPP) das Licenciaturas em Matemática a Distância vinculadas à UAB e que fazem parte do universo de investigação do E-licm@t. Seu objetivo era analisar como as universidades se posicionam em seus documentos escritos em relação ao uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de seus cursos. Apesar de serem públicos, a pesquisadora encontrou grande dificuldade em encontrar os PPPs nos *sites* de algumas universidades. Ela conseguiu reunir apenas dez projetos, mesmo entrando em contato individualmente e utilizando a lei número 12.527, de 18 de novembro de 2011, que regulamenta o acesso a informações de instituições públicas.

Almeida (2013) busca compreender o uso das tecnologias digitais em disciplinas de Cálculo I de algumas Licenciaturas em Matemática vinculadas à UAB. Por se tratar de pesquisa ainda em desenvolvimento, utilizei como referência seu texto do Encontro Brasileiro de Pós-graduandos em Educação Matemática, no qual o autor apresenta seu projeto de pesquisa. Não há resultados parciais publicados para serem compartilhados no momento.

Além das pesquisas acadêmicas de iniciação científica, mestrado e doutorado, também há artigos publicados por dois ou mais membros do grupo. Em Chiari et al. (2013) são apresentados e discutidos os elementos metodológicos do E-licm@t, que foram brevemente abordados aqui.

Zampieri e Javaroni (2012) apresentam possibilidades para a compreensão acerca da produção matemática que ocorre por meio da interação entre alunos e professores em uma disciplina de Cálculo IV da Licenciatura em Matemática a distância da UFMG. As autoras perceberam, em sua análise, diferentes processos de produção matemática coletiva que envolviam articulações de ideias, nem sempre com concordância de opiniões. Mesmo no caso de não convergência, percebeu-se uma busca coletiva pela constituição de uma solução. A ferramenta analisada foi o fórum e, sobre ele, as autoras inferem que o mesmo apresenta características que promovem argumentação, discussão e debates sobre conteúdos matemáticos, permitindo que a modalidade de ensino a distância faça uso da ferramenta de forma

a incentivar a articulação de ideias matemáticas por grupos que estejam distantes fisicamente, mesmo nos casos em que não se estabeleça interação síncrona.

Almeida, Oliveira e Francisco (2014), ao mesmo tempo em que realizam um recorte do trabalho de Oliveira (2013) — pois analisam cinco dos PPP que fazem parte da pesquisa de Oliveira (2013), um de cada região do país — o ampliam, pois os autores realizam uma triangulação (GOLDENBERG, 2011) com as entrevistas dos coordenadores de curso das cinco instituições cujos projetos pedagógicos foram abordados no artigo. No trabalho, eles percebem uma convergência entre os PPPs analisados, apontando o uso de tecnologias digitais nos cursos de três formas: 1) a inclusão de algumas tecnologias em disciplinas, como o uso de softwares específicos para apoio ao desenvolvimento de determinados conteúdos, 2) o uso de webconferências e 3) as tecnologias possibilitando comunicação entre professores, tutores e alunos dos cursos. Pela fala dos coordenadores, eles concluem que essa inserção é feita de forma gradual e é permeada de problemas relacionados à dificuldade de acesso à internet em determinadas regiões.

Almeida, Zampieri e Borba (2014) vão mais a fundo na questão da dificuldade de acesso à internet mencionada no parágrafo anterior. Os pesquisadores afirmam, no trabalho, que a exclusão digital percebida na fala de alguns coordenadores, pela grande dificuldade de acesso à internet, às vezes impossibilita a implementação de uma EaD online que amplie as possibilidades das tecnologias digitais dentro dessa modalidade de ensino. Eles inferem que há situações nas quais ocorre uma "domesticação das mídias", no sentido abordado por Borba e Penteado (2010). Em outras palavras, a internet, por vezes, é utilizada da mesma forma que mídias anteriores e não é explorada de forma a trazer mudanças qualitativas ao que era realizado, por exemplo, por um correio, mudando apenas a rapidez com que determinadas ações de envio de material são realizadas. É importante ressaltar, no entanto, que esse tipo de problema de acesso não acontece em todas as instituições.

Borba e Chiari (2014) discutem resultados parciais da análise coletiva realizada pela equipe do E-licm@t em reuniões de trabalho. No texto, os autores analisam nove das quinze instituições que fazem parte da pesquisa. Eles utilizam as cores azul, verde e amarela para identificar três tipos de uso de tecnologias digitais percebidos nas instituições, a partir das entrevistas com seus coordenadores de curso e também de observações realizadas em algumas IES. Na cor azul, percebe-

se uso intenso de GeoGebra a distância, de diferentes formas e por diferentes atores. O vídeo também é utilizado de várias formas, consistindo principalmente em gravações de estúdio de videoaulas, gravação de webconferências realizadas de forma síncrona e disponibilizadas a seguir nos ambientes para posterior acesso pelos alunos, ou mesmo indicação de vídeos já prontos e disponíveis em *sites* como o YouTube. Aqui é importante diferenciar os termos videoaulas e webconferências. O primeiro termo diz respeito aos vídeos gravados em cada instituição e disponibilizados no Moodle como material didático. O segundo se refere a interações síncronas entre professores, tutores e alunos, com compartilhamento de som e imagem. A mesma diferenciação entre esses dois elementos, feita no artigo, é seguida nessa tese.

Na cor verde, percebe-se tentativas de implementação de webconferências, mas permeadas de problemas técnicos. O uso de vídeos também acontece, exceto para aquele tipo ligado à webconferência. O fórum tem papel de destaque e as interações são essencialmente assíncronas, mas nem por isso distantes da noção do estar junto virtual proposto por Valente (2010).

Já na cor amarela não há, em grande parte dos casos, conexão com a internet e, quando há, em geral não se trata de banda larga. O Moodle raramente é utilizado para interação, ficando restrito ao depósito de material didático. Também percebe-se nessa cor a visita a polos de apoio presencial de tutores ou professores para suprir a falta de comunicação impossibilitada pela internet precária. O tutor, aliás, ganha, muitas vezes, papel de destaque, pois não são raras as situações em que ele representa a única figura docente com a qual os alunos têm contato.

Os trabalhos apresentados, sintetizados em formato de livro em Borba e Almeida (2015), trazem alguns elementos comuns, algo natural considerando que seus autores integram o mesmo grupo de pesquisa e, por isso, compartilham algumas noções teóricas, além de comporem o mesmo projeto “guarda-chuva”. No entanto, cada um traz especificidades em relação ao que se propôs a fazer. Por exemplo, Heitmann (2013) conseguiu construir um ambiente rico para a realização de atividades investigativas que não foi registrado em nenhum outro trabalho. Por outro lado, Zampieri (2013) e Oliveira (2013) trazem à tona percalços relacionados ao uso de tecnologia e à lei de acesso à informação que são bastante particulares ao seu contexto de pesquisa.

Assim, os trabalhos ligados ao E-licm@t se diferem do projeto mais amplo em diversos aspectos, entre eles, abrangência em termos de instituições e disciplinas analisadas e variedade de pontos de vista, como o foco em interações no ambiente virtual ou nos PPPs, por exemplo, mas o alimentam elucidando questões particulares que ajudam a compreender o uso de tecnologias digitais na Licenciatura em Matemática a distância da UAB.

Nesse mosaico de pesquisas, minha tese contribui com um olhar específico para a **disciplina de Álgebra Linear**, para **quatro das instituições** participantes do E-licm@t e para **questões ligadas à comunicação e ao material didático utilizado** nessas instituições. Assim, o uso de tecnologias digitais na UAB, grande interesse de pesquisa do E-licm@t, se revela, nessa investigação, situado aos elementos destacados em negrito nesse parágrafo.

4.3 Universidades analisadas

O processo de consulta às IES quanto à disponibilidade em colaborar com essa pesquisa foi feito após a consulta para participação no E-licm@t, já que essa investigação integra o projeto mais amplo. Os contatos para o E-licm@t foram iniciados em meados de 2011 e se mantiveram no primeiro semestre de 2012, inicialmente gerenciados por mim e depois continuados por outros membros do projeto.

Um *e-mail* em nome do coordenador do projeto, professor Marcelo Borba, foi escrito e enviado a todos os coordenadores de curso, apresentando o E-licm@t. Os endereços eletrônicos foram obtidos no portal da UAB. Em anexo, foi enviada uma carta de apresentação com mais detalhes do projeto, no fim da qual constava o convite de participação. Em um segundo anexo foi enviada uma carta de autorização que já poderia ser enviada de volta assinada pelo coordenador e digitalizada, caso a instituição aceitasse participar.

Em várias instituições os documentos enviados passaram por reuniões de seus colegiados para que a parceria pudesse ser estabelecida. Toda essa movimentação de mensagens foi coordenada a partir de um *e-mail* criado exclusivamente para isto. Além do *e-mail*, eu mantinha um caderno com o status de cada instituição: se havia aceitado, negado, se o pedido estava sob análise ou se estávamos sem resposta.

Três *e-mails* foram enviados a cada instituição que não respondeu, reforçando o convite.

Como não recebemos devolutiva de várias instituições, nem aceitando e nem recusando, a nova etapa de contato foi feita por telefone. Nos telefonemas, eu apresentava mais detalhes do projeto e, quando solicitado, reenviava a carta de apresentação e de autorização. Algumas parcerias também foram intermediadas por pessoas com as quais tínhamos contato e que tinham maior proximidade com a coordenação do curso.

Ao final dessas etapas, conseguimos parceria com quinze instituições, já apresentadas na seção anterior. Após a assinatura da carta por cada uma, eu enviava novo *e-mail* com o convite de participação para minha pesquisa de doutorado. Nesse *e-mail* eu me apresentava como integrante do E-licm@t, enviava o resumo do meu trabalho e pedia autorização para ter acesso ao AVA de Álgebra Linear da instituição. As coordenações que aceitaram o pedido entravam em contato com os professores das disciplinas e, quando estes aceitavam, o acesso era liberado a mim.

Das quinze universidades que constituem o universo de pesquisa do E-licm@t, quatro me autorizaram a ter acesso ao seu AVA e são, portanto, analisadas nesse trabalho: Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Universidade Federal de Uberlândia (UFU) e Universidade do Estado da Bahia (UNEB). Apenas a UNEB é estadual. As outras três são universidades federais.

Há apenas um instituto federal participando do E-licm@t, mas mesmo após obter autorização de sua coordenadora para realizar a pesquisa no curso, não consegui acesso ao Ambiente Virtual de Aprendizagem. Vários *e-mails* foram enviados e ligações telefônicas realizadas, mas não obtive mais retorno da instituição.

Na parte coletiva do E-licm@t, em geral, o foco da análise reside nas entrevistas com os coordenadores dos cursos. Dentro do projeto, na parte que é focada em minha tese, trabalho mais com as observações de todo o desenvolvimento da disciplina de Álgebra Linear nos AVAs. O cerne dessa pesquisa são essas observações. Penso que seja um pouco mais difícil obter autorização para observar o AVA, pois a exposição da instituição é maior.

Assim, inicialmente, o planejado era ter mais instituições dispostas a participar e algum critério seria escolhido para analisar aproximadamente quatro ou cinco delas, considerando que a análise não poderia ser superficial e um número muito grande inviabilizaria isto. Como o número conseguido foi exatamente quatro, todas as universidades com as quais consegui estabelecer essa parceria foram consideradas no trabalho.

A dificuldade em conseguir acesso ao AVA das instituições, assim como a dificuldade em ter autorização para realizar pesquisa em instituições de ensino de forma geral, é um problema conhecido de pesquisadores dessa área. Por que várias instituições não aceitaram participar do E-licm@t? Por que apenas quatro autorizaram acesso ao AVA?

Algumas conjecturas podem ser estabelecidas: pode ser que o volume de trabalho seja tão grande que o medo em aumentá-lo não favoreça uma resposta positiva e, para evitar o “não”, o coordenador opte por não responder. Pode ser também que, como a pesquisa se interessa pelo uso de tecnologias, caso o gestor avalie que a forma de uso em sua IES esteja distante do almejado, ele opte por negar participar ou até não responder ao convite para preservar a instituição e evitar que uma análise negativa seja associada a ela, embora tenha sido enfatizado que não era objetivo dos integrantes do projeto dizer que determinado tipo de uso era bom ou ruim. De todo modo, não temos evidências que apontem no sentido de validar alguma das conjecturas acima levantadas.

Independente do motivo, a questão da dificuldade de acesso para se realizar pesquisa é algo que precisa ser analisado, já que, em última instância, as pesquisas buscam por melhorias. Por outro lado, não se pode ir a campo tendo em mente apenas a obtenção de um título, ou seja, utilizar o contexto de investigação para realização de pesquisa, que é item obrigatório para se tornar mestre ou doutor, mas depois não dar uma devolutiva à instituição que se disponibilizou em colaborar. Talvez experiências negativas das instituições nesse sentido sejam mais um fator para que elas não se abram para os pesquisadores.

Tendo esclarecido detalhes sobre como realizei o contato inicial com as quatro IES analisadas nesse trabalho, a partir daqui meu objetivo é apresentar, de forma geral, a estrutura de organização e desenvolvimento dos cursos de cada uma das universidades. O leitor perceberá que há uma variedade grande de modelos, que é possível pelo já exposto em Brasil (2007) e também mostrado em Borba e Almeida

(2015), uma vez que a CAPES, como representante do MEC, permite que cada instituição monte seu projeto político pedagógico pensando nas necessidades específicas de seus alunos. A ordem de apresentação é alfabética. Os dados utilizados nas subseções a seguir foram obtidos nos projetos político pedagógicos dos cursos. Os PPPs das quatro universidades somam 328 páginas de texto que se referem à forma como essas instituições se posicionam em relação ao ensino na modalidade a distância e seu planejamento em relação às atividades, estrutura e forma de gerenciamento do curso. Penso que a descrição a seguir é importante para o leitor conhecer um pouco mais como cada curso é organizado, além de perceber elementos de como a UAB é plural e diversa.

4.3.1 UFMG

A partir do projeto político pedagógico da Licenciatura em Matemática a distância da UFMG (UFMG, 2011), percebe-se que o curso é sediado em um instituto com grande tradição na graduação e pós-graduação presenciais. Por exemplo, o Instituto de Ciências Exatas (ICEx) é formado por cinco departamentos, conta com cerca de 300 professores e 150 servidores técnico-administrativos. O ICEx possui nove cursos de graduação e cinco de pós-graduação, dos quais dois possuem nota 7, dois nota 6 e um nota 5. Possui ainda mais de 100 laboratórios de pesquisa, produz cerca de 300 artigos científicos por ano, 50 teses e mais de 100 dissertações.

A justificativa da necessidade de se criar um curso de Licenciatura em Matemática a distância na UFMG vai ao encontro das necessidades de criação da própria UAB (GATTI; BARRETO, 2009): oferecer formação a professores leigos já em exercício. Além disso, o documento aponta para a diferença entre o número de vagas ofertadas no ensino médio e a demanda real para esse nível de ensino no Brasil e naquela região, o que demandaria, por sua vez, um número maior de professores. Em outras palavras, além de formar professores leigos, era necessário aumentar o número de professores de Matemática para atuarem nas redes do estado e municípios mineiros.

Particularmente em Minas Gerais, o documento afirma que o estado encontra dificuldade em promover uma educação inclusiva entre os habitantes dos vales do Jequitinhonha, Mucuri e Norte de Minas. O curso de Licenciatura em Matemática da

UFMG, na modalidade a distância, atua de maneira a contribuir para o desenvolvimento dessas regiões em termos de formação inicial de professores de Matemática.

A realidade educacional das regiões que abrigam os pólos de educação a distância da UFMG pode ser resumida pelo baixo IDH - Índice de Desenvolvimento Humano, pela predominância de taxa de analfabetismo superior à média nacional, pelo tempo de escolarização médio inferior a três anos e elevado índice de trabalho infantil (UFMG, 2011, p. 11).

Essa realidade, segundo o documento, torna importante a iniciativa da UFMG em ofertar um curso na modalidade a distância.

A forma de acesso ao curso é única e é realizada por vestibular. Na primeira oferta organizou-se prova própria. Nas demais utilizou-se os resultados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). A carga horária total do curso é de 3150 horas, distribuídas em quatro anos e meio, das quais 2040 consistem em conteúdos específicos, 870 em estágio e práticas pedagógicas e 240 em aproveitamento de estudos. Ao final do curso, o aluno pode optar por um ou dois grupos de disciplinas para aprofundar seus estudos entre os três grupos seguintes: Ensino Fundamental, Informática e Ensino Médio. Em outras palavras, o aluno tem a opção de escolher parte do currículo que estuda.

Esta escolha tem relação com a própria percepção que a comissão que elaborou o currículo faz da possível clientela do curso: professores em exercício nas 4 primeiras séries do ensino fundamental em busca de uma licenciatura em matemática, talvez a primeira que obterão, profissionais que ensinarão matemática mas que podem ser solicitados a ensinar informática e/ou cuidar de laboratórios de informática nas escolas e profissionais que atuarão de 5a a 8a e no ensino médio que gostariam de ter uma formação matemática mais aprofundada em matemática (UFMG, 2011, p. 15).

Segundo os elaboradores do PPP, a organização de um curso na modalidade a distância com atividades presenciais pode ser mais complexa que a presencial. Isto porque, na EaD, o aluno não tem contato diário com os professores, o que implica na necessidade de uma perspectiva sistêmica e articulada entre si de atividades a serem desenvolvidas. Para eles, o sistema, ao mesmo tempo que tem que ser aberto, para "permitir a flexibilidade, plasticidade, a criatividade, a autonomia [e] a auto-organização" (UFMG, 2011, p. 16), tem também que ser fechado, no sentido de preservar sua organização, funcionalidade e identidade.

Dessa maneira, eles elencam subsistemas que julgam serem imprescindíveis. São eles: a organização dos polos de apoio presencial, a produção, organização e distribuição de material didático, a avaliação, a tutoria, a implementação de uma rede que promova a comunicação entre os atores do processo educativo e, por fim, a adoção de um modelo de gestão ancorado na colaboração.

Os polos de apoio presencial possuem a estrutura posta como orientação no documento Brasil (2007), incluindo secretaria, biblioteca, laboratório de informática, internet, entre outros. Em relação à tutoria, os proponentes do PPP acreditam que, por meio dela, realiza-se em grande parte

[...] o processo de retroalimentação acadêmica e pedagógica, se promove a comunicação e o diálogo, superando as limitações da ausência do professor, se rompe com o possível isolamento do cursista e se introduz a perspectiva humanizadora em um processo mediado pelos meios tecnológicos (PRETI apud UFMG, 2011, p. 17).

Na UFMG, a tutoria é realizada por três equipes: professores especialistas, tutores a distância e tutores locais (terminologia utilizada no PPP). Os professores especialistas são responsáveis pela qualidade do trabalho a ser realizado nas disciplinas.

Os tutores a distância são "executores dos planos de estudos dos alunos" (UFMG, 2011, p. 18). Geralmente são alunos de pós-graduação, professores de ensino médio ou professores de outras universidades. A seleção acontece via edital. Dentre suas atribuições, estão: preparar e orientar tutores locais, ter disponibilidade para viajar aos polos, atender dúvidas de alunos pela internet, telefone ou fax, coordenar a aplicação e corrigir avaliações presenciais e participar da preparação de fóruns e *chats*.

Os tutores locais são, em geral, licenciados em Matemática e residem na cidade sede do polo. Sua disponibilidade deve ser de 20 horas semanais. A eles cabe, entre outras atribuições, atender dúvidas dos licenciandos, fomentar o uso do laboratório e da biblioteca, detectar problemas acadêmicos dos licenciandos (e auxiliá-los no sentido de superar tais problemas), participar da aplicação de provas presenciais, manter os tutores a distância informados em relação aos problemas e dificuldades dos licenciandos e identificar falhas no sistema de tutoria. Os tutores locais são contratados de forma a manter uma relação de 20 a 25 alunos por tutor. Sua contratação é de responsabilidade do sistema UAB.

O foco do sistema educacional nessa universidade é colocado no aluno. Como sua interação com outros alunos e professores pode não ocorrer presencialmente com frequência, o PPP prevê ações para que, ainda assim, o diálogo e a comunicação constantes aconteçam. Para isso, são montados momentos presenciais, organizados pela coordenação do curso, para a realização de atividades como participação em webconferências, fóruns de discussão, avaliações de aprendizagem e plantões pedagógicos, oferecidos pelos tutores locais. Há aproximadamente quatro visitas por ano aos polos realizadas pelo coordenador de curso ou professores especialistas. Fica implícito que não há aulas durante as visitas pelos tipos de atividades descritas no PPP que são realizadas nessas ocasiões.

Nos momentos a distância, o aluno realiza estudos individuais e atividades pedagógicas. Nesses momentos, eles têm o apoio dos tutores a distância. Esse atendimento é feito via correio eletrônico particular ou em salas de bate-papo. Os alunos do curso a distância podem usufruir de todos os serviços online oferecidos pela UFMG e disponíveis aos alunos dos cursos presenciais.

Em relação ao material didático, é preconizado que ele reflita os princípios do PPP e traduza os objetivos do curso. Há uma preocupação com a relação teoria-prática, que deve permear todos os materiais. Também permeiam o material atividades de autoavaliação, promovendo autonomia, criticidade e responsabilidade. A produção dos materiais deverá estar vinculada aos conteúdos, didática, linguagens das mídias utilizadas, organização visual e aos processos interativos.

Por fim, o sistema de gestão acadêmica está ancorado na parceria e colaboração entre profissionais de competências diversas, mantendo os processos envolvidos no sistema educativo interligados, o que Mill (2010b) aponta como necessidade suprema para um curso na modalidade a distância ter qualidade. Como atividades complementares para cumprimento do restante da carga horária total do curso, o licenciando pode cursar disciplinas optativas, como já observado, mas também pode participar de programas de monitoria, cursos de verão e iniciações científicas.

A disciplina de Álgebra Linear aparece em dois momentos, como Álgebra Linear I, com carga horária de 60 horas e ministrada no quarto bimestre do primeiro ano, e Álgebra Linear II, também com carga horária de 60 horas e ministrada no terceiro bimestre do terceiro ano. A carga horária de cada bimestre varia de 150 a 210 horas. Nessa pesquisa de doutorado, acompanhei apenas a disciplina de

Álgebra Linear I, pois não consegui acesso ao AVA de Álgebra Linear II mesmo após várias tentativas de contato com a professora responsável.

4.3.2 UFMS

Na introdução do projeto político pedagógico da Licenciatura em Matemática da UFMS (UFMS, 2012), a equipe que o elaborou destaca a vocação da instituição na interiorização do ensino superior público, uma vez que a universidade possui campus, além de em Campo Grande, que é sua sede, em Aquidauana, Bonito, Chapadão do Sul, Corumbá, Coxim, Naviraí, Nova Andradina, Paranaíba, Ponta Porã e Três Lagoas, descentralizando o ensino e atendendo alguns dos principais polos de desenvolvimento do estado.

A instituição também destaca sua experiência na modalidade de ensino a distância, que é anterior à constituição do sistema UAB. A UFMS chegou a fazer parte do consórcio de universidades chamado UNIREDE, já abordado no capítulo 2. Desde 2001, a instituição é credenciada para o oferecimento de cursos de graduação e pós-graduação a distância, mas entre eles ainda não configurava a Licenciatura em Matemática. No PPP consta também que a UFMS participou do Projeto Piloto da UAB com o oferecimento do curso de Administração.

Uma peculiaridade do curso reside no fato de a UFMS não atender apenas o estado do Mato Grosso do Sul. Além de cidades do próprio estado, a instituição atende os municípios de Cruzeiro do Oeste e Siqueira Campos, do estado do Paraná, e Igarapava, situada em São Paulo.

A justificativa para a implantação do curso está ancorada no argumento de que o estado do Mato Grosso do Sul não é amplamente atendido em relação ao oferecimento de cursos superiores, o que acarreta uma carência de professores para ministrarem aulas de Matemática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio.

A secretaria acadêmica da Coordenadoria de Educação Aberta e a Distância (CED) da instituição, que dá suporte ao desenvolvimento do curso, possui seis técnico-administrativos que atendem o público em geral e a comunidade acadêmica. Destes, três possuem nível de mestrado. O curso está estruturado em quatro anos, podendo ser realizado em até doze semestres. Consta no projeto o oferecimento de

oitocentas vagas, mas o número de turmas depende dos convênios firmados junto às prefeituras municipais.

No PPP aparecem 11 convênios: Água Clara/MS, Bataguassu/MS, Camapuã/MS, Cruzeiro do Oeste/PR, Costa Rica/MS, Igarapava/SP, Rio Brillante/MS, Siqueira Campos/PR, São Gabriel do Oeste/MS, Miranda/MS e Porto Murtinho/MS. A estrutura dos polos, assim como na UFMG, segue as orientações contidas no documento Brasil (2007) e o ingresso ao curso se dá por processo seletivo próprio estabelecido em edital público. A carga horária total é de 2960 horas.

Os elementos norteadores do curso envolvem abordagem contextualizada, articulação de conteúdos, valorização dos conhecimentos prévios dos alunos, tratamento de conteúdos de forma espiral, incorporação de avanços científicos e tecnológicos, estímulo ao raciocínio e à socialização de conhecimentos e avaliação permanente, incluindo a autoavaliação. Na UFMS o aluno também é colocado como centro do processo educativo. Além disso, segundo o PPP, é ele quem "determina os horários de estudo e o ritmo da aprendizagem" (UFMS, 2012, p. 10).

O estudante tem à sua disposição tutores presenciais e online (terminologia utilizada no PPP), coordenador de tutoria, professores online e coordenação de curso, atores com os quais pode sanar dúvidas acadêmicas e administrativas. Há materiais impressos e online disponíveis no AVA (Moodle), guia de estudos, atividades online e webaulas. Há também atividades de avaliação online e presenciais. É feito um destaque para a interação entre o grupo de alunos e os materiais didáticos disponíveis.

Tanto o professor quanto o tutor são colocados como orientadores de aprendizagem e cada disciplina é acompanhada por um Guia do Aluno, que, como o próprio nome indica, serve como uma referência para atividades e conteúdos a serem estudados e desenvolvidos.

Os momentos presenciais são compostos de trabalhos com ferramentas informáticas, distribuição e discussão do Guia do Aluno, aulas práticas, seminários e avaliações. A quantidade de atividades presenciais depende da carga horária da disciplina. Sugere-se que

[...] para disciplinas com C.H [carga horária] de 34h/a e 68h/a tenha-se um único momento presencial e para C.H de 102h/a tenha-se três momentos presenciais, podendo alterar de acordo com a decisão do colegiado do curso. As aulas no curso a distância são sexta à noite,

sábado dia todo e podendo também acontecer domingo pela manhã (UFMS, 2012, p. 11).

Portanto, o modelo pedagógico da Licenciatura em Matemática a distância da UFMS prevê aulas presenciais concentradas nos finais de semana, acompanhadas de outras atividades presenciais e a distância. Há a previsão de ao menos 200 horas de atividades complementares no curso e uma preocupação com o reforço de conteúdos do ensino básico no primeiro ano. O estágio é desenvolvido de forma articulada com as disciplinas de Prática de Ensino e Instrumentação para a Pesquisa.

O sistema de avaliação é composto por diversos instrumentos, entre eles, provas escritas, trabalhos de investigação, autoavaliação, seminários, participação em atividades, entre outros. Ressalta-se que o tipo de avaliação varia dependendo da disciplina e a participação virtual também influencia a nota do aluno, ou seja, o uso de tecnologias como o computador, a internet e o acesso ao Ambiente Virtual de Aprendizagem deve fazer parte do cotidiano do aluno. Percebe-se especial atenção aos instrumentos de avaliação, não só em relação aos acadêmicos, mas também em relação ao curso. A realização de monitoramento e autoavaliação do curso por seus atores é feita periodicamente.

Os discentes podem participar de diversas atividades acadêmicas como projetos de ensino e extensão, atividades de monitoria, entre outros. O material didático do curso foi produzido pelos professores da universidade e por outros contatados. Entre eles estão: textos escritos, textos audiovisuais (terminologia utilizada no PPP que se refere a vídeos), textos orais e os próprios textos produzidos pelos alunos em trabalhos acadêmicos (que compõem a biblioteca do polo para consulta).

A disciplina de Álgebra Linear está prevista para o segundo ano do curso e tem carga horária de 80 horas. Entre as demais disciplinas do currículo, chama atenção a disciplina intitulada "EaD, Tecnologias e Formas de Linguagem", cujo objetivo é desenvolver "atividades voltadas para a apropriação e utilização da informática como forma de comunicação e de acesso ao conhecimento e sua utilização nas relações e práticas pedagógicas" (UFMS, 2012, p. 17). Considerando as especificidades que a modalidade a distância possui e que, em geral, seus alunos não tiveram experiências anteriores a não ser presenciais, acredito que uma disciplina como

essa pode atenuar os problemas de adaptação enfrentados pelos alunos apontados em diversas pesquisas da área.

4.3.3 UFU

Entre alunos de graduação (presencial e a distância), pós-graduação, ensino profissional e básico da UFU, a universidade possui mais de 22 mil alunos. Ela oferece 62 cursos de graduação, 27 de mestrado e 14 de doutorado. Possui um complexo de comunicação composto por uma emissora de TV, uma de rádio FM, uma editora, uma imprensa universitária e duas livrarias. Ainda, possui cinco museus, três centros de memória, três hospitais e uma clínica. Os hospitais e a clínica atendem a uma população potencial de três milhões de pessoas, englobando cerca de 100 cidades de quatro estados.

As justificativas para o oferecimento do curso em Licenciatura em Matemática a distância pela UFU são expostas a partir de dois argumentos principais. O primeiro, comum às universidades já apresentadas, é o problema da falta de profissionais com habilitação para ministrar aulas de Matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. O segundo se refere às “potencialidades da EaD na formação do professor da educação básica e/ou do acadêmico da área de Matemática” (UFU, 2010, p. 13).

Assim como na UFMS, na UFU houve uma preocupação em relação à passagem para o estudo da Matemática do ensino superior e da adaptação à modalidade de ensino. Sendo assim, duas disciplinas são oferecidas no primeiro semestre de curso para que os alunos conheçam a forma de estudar na nova modalidade, além de realizarem o que, no PPP, chama-se de nivelamento de conteúdos para que tenham melhores condições de acompanhar as disciplinas subsequentes.

O curso é dividido em oito semestres e, em cada um, são oferecidas ao menos quatro disciplinas. Os momentos presenciais ocorrem duas vezes por semestre, aos finais de semana, em encontro de 8 horas de duração cada. Nesses encontros são realizadas atividades de três tipos principais: palestras com sínteses do conteúdo estudado em determinado período, apresentação de resultados de pesquisas temáticas e avaliações.

As atividades a distância consistem em leituras individuais, participação em videoconferências, interação em fóruns e *chats*, realização de atividades individuais e coletivas, além do acesso ao Ambiente Virtual de Aprendizagem. Há menção clara ao papel atribuído à internet:

Os recursos da Internet serão empregados para disseminar informações sobre o curso, abrigar funções de apoio ao estudo, proporcionar acesso ao correio eletrônico, fóruns e *chats*, além de trabalhos cooperativos entre os alunos. As videoconferências e as vídeos-aula também serão utilizadas como ferramenta para a interlocução professor-aprendiz-tutor (UFU, 2010, p. 16, grifo nosso).

No entanto, para que problemas de queda de internet não interfiram de forma negativa na comunicação, o PPP prevê interações também por telefone, fax e correio.

O projeto prevê, além do uso de obras conhecidas da área, o uso de material escrito específico produzido de maneira direcionada para a modalidade. Isto porque, segundo os elaboradores do projeto, a modalidade exige uma interlocução mais próxima do estudante. Há a previsão, também, da ocorrência de duas sessões de videoconferências anuais (acredito que houve um erro de digitação aqui e as sessões seriam mensais ou semanais). Além das videoconferências, os professores têm a possibilidade de gravar videoaulas a serem distribuídas aos alunos por CD ou internet.

Há duas formas de acesso previstas. Considerando que o curso é direcionado para o atendimento da demanda indicada no Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica, a principal forma de acesso é via Plataforma Paulo Freire, criada pelo Ministério da Educação. O professor em exercício há mais de três anos tem a opção de escolher a modalidade de formação que deseja cursar. A validação da inscrição e a autorização de participação do professor no curso são feitas pela secretaria municipal ou estadual de educação. As vagas remanescentes seriam preenchidas por vestibular.

Os componentes curriculares do projeto do curso estão organizados em dois núcleos: 1) formação específica e pedagógica e 2) acadêmico-científico-cultural. Consta no PPP que a parte específica e a pedagógica não seriam vistas de forma desvinculada, de modo que o núcleo 1 integra os conhecimentos específicos aos de natureza prático-pedagógica.

As atividades complementares perfazem um total de 200 horas e podem ser compreendidas por participação em projetos de ensino, pesquisa ou extensão,

participação em eventos, participação em grupos de estudo temáticos sob orientação docente, visitas orientadas a centros educacionais em área específica, representação estudantil, participação em concursos e atividades acadêmicas a distância (como o “Salto Para o Futuro”, por exemplo, que trata-se de programa para formação continuada de professores e gestores, integrante da grade da TV Escola²³).

A avaliação da aprendizagem aparece no PPP da UFU como sendo contínua, ampla, gradual, cumulativa, formativa e cooperativa. Ela deve ter aspectos quantitativos e qualitativos, sendo que os qualitativos devem se sobressair aos quantitativos. Deve também considerar o “domínio dos conteúdos e o desenvolvimento de habilidades, competências, atitudes, hábitos e conhecimentos” (UFU, 2010, p. 122).

Dentre os instrumentos de avaliação, obrigatoriamente deve haver pelo menos duas modalidades distintas, das quais uma consiste em provas presenciais. As provas presenciais devem corresponder a pelo menos 60% da nota final do aluno na disciplina. Os recursos do AVA também podem ser utilizados na avaliação, por exemplo: fóruns, *chats*, trabalhos a serem postados, etc.

O grupo de profissionais da polidocência (MILL, 2010b) na UFU é composto de: coordenador geral da EaD, coordenador de curso, coordenador de tutoria, professores vinculados às disciplinas específicas, tutores presenciais, tutores a distância, equipe técnica em informática e tecnologia da comunicação, equipe técnico-administrativa, professores envolvidos na produção de material didático e equipe multidisciplinar (composta por webdesigner, ilustrador gráfico, webmaster, designer instrucional, produtor de vídeo, editor de vídeo, digitador e técnico de suporte tecnológico).

Os tutores presenciais são licenciados em Matemática, residem nas cidades que alocam os polos de apoio presencial e atendem até 25 alunos cada um. Suas funções são as de apoiar os alunos em suas dificuldades de aprendizagem, acompanhá-los no desenvolvimento de atividades presenciais ou de campo previstas no curso, orientar os estudantes em relação a assuntos técnicos e administrativos e sugerir ações de melhoria. Sua carga horária de trabalho é de vinte horas semanais.

²³ Informação disponível em: <<http://tvbrasil.org.br/saltoparaofuturo/o-programa.asp>>. Acesso em 10 jan. 2015.

Os tutores a distância também devem ser graduados em Matemática, mas devem residir em Uberlândia, sede do curso. Para eles, a relação de atendimento é de 15 alunos para cada um. Suas funções são as de participar dos cursos, oficinas, seminários e demais atividades para aprofundamento teórico de conhecimentos específicos, conhecer e participar das discussões sobre a produção, revisão e uso de material didático, auxiliar os alunos no processo de estudo, orientando-os individualmente ou em pequenos grupos, detectar problemas de aprendizagem e buscar soluções para os mesmos, interagir e mediar fóruns e *chats*, avaliar os materiais didáticos com base nas dificuldades enfrentadas pelos alunos, apontar falhas no sistema de tutoria, coordenar atividades programadas para encontros presenciais da sua turma, entre outras.

Os professores vinculados às disciplinas específicas são responsáveis por elaborar o programa de cada disciplina, selecionar materiais de leitura, ministrar cursos aos tutores, propor temas de debate em fóruns e *chats*, supervisionar fóruns, conduzir pelo menos um fórum e um *chat* de discussão, gravar videoconferências quando solicitado pela coordenação de curso e conduzir o processo avaliativo da disciplina.

Há uma descrição detalhada das instalações físicas e infraestrutura tecnológica da sede e do polo de apoio presencial. Aliás, o destaque da infraestrutura da UFU foi algo que chamou atenção em relação aos demais PPPs analisados. A sede do curso é no próprio Departamento de Matemática da universidade em Uberlândia. O curso possui três polos presenciais, que, assim como na UFMG e UFMS, seguem as orientações de Brasil (2007). No entanto, além dos itens obrigatórios, como salas para coordenação, tutoria e aulas, biblioteca e laboratório de informática, possui também sala de professores e reuniões, sala específica para videoconferência e sala de estudos.

A disciplina de Álgebra Linear está prevista para ser desenvolvida no segundo semestre e não é necessário que o aluno tenha sido aprovado em outras disciplinas cursadas, ou seja, não há pré-requisito. A carga horária é de 75 horas de um total 375 horas previstas para o semestre.

4.3.4 UNEB

A justificativa do oferecimento da Licenciatura em Matemática a distância da UNEB é contextualizada a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB). Segundo a equipe de elaboração do PPP do curso (UNEB, 2009), uma das grandes mudanças trazidas com a LDB foi a integração da educação infantil e do ensino médio à educação básica brasileira, aumentando, portanto, a “duração da escolaridade considerada base necessária para exercer a cidadania, inserir-se produtivamente no mundo do trabalho e desenvolver um projeto de vida pessoal autônomo” (UNEB, 2009, p. 20). Com o aumento da oferta obrigatória da educação básica, aumenta também a demanda por professores, em particular de Matemática. Embora essa última ideia não esteja explícita no PPP, é tido como senso comum que o Brasil ainda enfrenta déficit de professores formados para ministrar aulas de Matemática na educação básica.

A metodologia do curso será baseada em uma proposta de mediação pedagógica que segue uma abordagem de caráter sócio-interacionista compreendendo a construção de conhecimento como uma ação rica quando realizada entre sujeitos (alunos, professores das disciplinas, professor-orientador, monitor e coordenador) e mediada pelos elementos tecnológicos (UNEB, 2009, p. 84).

Há especial atenção dada à interação, tanto presencial quanto virtual. A organização curricular da Licenciatura em Matemática da UNEB está baseada em três eixos temáticos: 1) formação básica, envolvendo saberes da Matemática e conhecimentos gerais, 2) formação para a docência, com o estudo das relações entre Matemática, cultura, desenvolvimento humano e cotidiano escolar, e 3) prática profissional, com a articulação entre o saber matemático e o saber pedagógico na prática docente. Como uma integração entre teoria e prática é buscada no curso, a maioria das disciplinas “tem uma parte de sua carga horária destinada à prática de ensino. A carga horária total do curso é de 2830 horas/aula (h/a), distribuídas em 1500 h/a no eixo 1, 720 h/a no eixo 2, 400 h/a no eixo 3 e 210 h/a em atividades acadêmico-científicas e culturais oferecidas pela universidade.

A polidocência (MILL, 2010b) na UNEB é constituída por professor-autor, professor-mediador-online, professor-mediador-presencial, agente pedagógico, coordenador de curso, coordenador de polo e líder de mediação. Não fica claro no PPP como é a participação de profissionais da área de tecnologia da informação e comunicação para o suporte à produção de material audiovisual, por exemplo, ou ao gerenciamento das ferramentas online do AVA.

Algo a ser destacado é a diferença de terminologia para o profissional que em outras instituições seria o tutor. Na UNEB ele também é chamado de professor, embora a nomenclatura oficial do sistema UAB seja realmente “tutor”. A meu ver, isso reflete a concepção da equipe que gerencia o curso em relação a esse profissional, reconhecendo seu papel docente, algo que algumas pesquisas como a de Mill (2010a) e a de Santos (2013) defendem.

O professor-autor é o profissional responsável por elaborar o plano de curso da disciplina, produzir material didático, interagir com o grupo de trabalho multidisciplinar para a proposição de suporte multimidiáticos, sugerir agenda de trabalho, propor atividades a distância e desenhar a estrutura de avaliação. Esse profissional é estimulado a participar da interação a distância com os alunos para avaliar a adequação do material proposto.

O professor-mediador-online acompanha e intervém nas atividades online, atende dúvidas de alunos, avalia atividades propostas, fomenta a formação de grupos de estudo online e articula a participação dos alunos em eventos online. O professor-mediador-presencial acompanha encontros presenciais e avaliações, orienta alunos no desenvolvimento de atividades, supervisiona atividades de estágio, emite relatórios sobre o processo de mediação presencial, discute estratégias de resgate de alunos em potencial evasão, entre outros. A relação aluno/professor é de 25 para 1 para os professores-mediadores-presenciais e de 50 para 1 para os professores-mediadores-online. O cargo de agente pedagógico é único enquanto o de líder de mediação é distribuído para um profissional a cada cinco mediadores online.

Embora seja desejável formação específica em Matemática, no mínimo de graduação, para o professor-mediador-presencial e de mestrado para o professor-mediador-online, no PPP consta que a realidade de profissionais com esses perfis na Bahia dificultaria que se conseguisse quadro completo com a formação desejada. No entanto, compromissos de esforços nessa direção são assumidos.

O agente pedagógico é responsável por emitir relatórios periódicos sobre indicadores de evasão, dialogar com os professores-mediadores-online para a busca de estratégias de combate à evasão, entrar em contato com alunos para garantir ou motivar regularidade na participação de atividades propostas e avaliar informações para diminuir ruídos na comunicação com o aluno. O líder de mediação acompanha as interações e emite relatórios sobre a mesma. Também discute estratégias com o

grupo de mediação para sanar problemas no material didático, nas atividades propostas ou no processo de aprendizagem dos alunos. O leitor deve ter percebido que há profissionais que não apareceram em polidocências (MILL, 2010b) das demais universidades e também que há uma preocupação com a evasão.

O material didático é produzido no semestre que antecede a disciplina. Ele é avaliado em dois momentos: antes do início da disciplina, por um conselho editorial, e durante o desenvolvimento da mesma, pelos professores e alunos. Afirma-se que ele será baseado na construção de objetos de aprendizagem em diferentes mídias “compondo uma estrutura em rede hipertextual” (UNEB, 2009, p. 69). Um objeto de aprendizagem pode ser definido como uma ferramenta interativa baseada na *web* “que suporta a aprendizagem de conceitos específicos reforçando, ampliando e orientando o processo cognitivo dos aprendizes” (KAY; KNAACK, 2007, p. 06). É prevista a produção ou indicação de material diversificado, incluindo material impresso, vídeos, jogos, livros, *sites*, reportagens e outros.

O processo de avaliação ocorre em três situações:

- durante a oferta das disciplinas, a partir de atividades realizadas a distância, como pesquisas, exercícios, e outras tarefas planejadas para o desenvolvimento da disciplina;
- durante os encontros presenciais, a partir da realização de provas, apresentação de trabalhos e realização de outras tarefas propostas no encontro;
- ao final do curso, com a elaboração do TCC e respectiva defesa em banca examinadora (UNEB, 2009, p. 72).

A avaliação institucional também está descrita no PPP. O curso está previsto para ser realizado em quatro anos. A disciplina de Álgebra Linear integra o eixo 1 e é oferecida no segundo semestre do segundo ano. Chama atenção no currículo que, antes de Álgebra Linear, o aluno cursa Álgebra I, disciplina cuja ementa envolve Operações Binárias e extensões, estruturas algébricas (monóide, grupo e subgrupo, anel, domínio de integridade e corpo) e álgebra booleana. Portanto, no caso da UNEB, o primeiro contato do aluno com o pensamento formal algébrico não acontece em Álgebra Linear, o que remete à discussão realizada no capítulo 2 sobre grande fonte de dificuldade dos alunos. Além disso, a disciplina tem como pré-requisito a disciplina Fundamentos de Matemática III, na qual o aluno estuda análise combinatória, binômio de Newton, sistemas lineares, matrizes e determinantes.

4.4 Uso de softwares na pesquisa

O foco deste trabalho está no uso de tecnologias digitais. Dessa forma, tendo apresentado os modelos de cada um dos cursos, nesta seção destaco o papel dessas tecnologias no próprio processo de fazer e relatar a pesquisa. Acredito que essa possa ser uma forma de compartilhar informações de ferramentas que me ajudaram e que também podem ser úteis a leitores desse trabalho, em particular outros alunos de pós-graduação.

O software Blueberry²⁴ foi utilizado para fazer a captação de áudio e imagem da tela do computador sempre que necessário. Em determinadas situações, não era possível fazer *download* de videoconferências gravadas e disponibilizadas no Ambiente Virtual de Aprendizagem. Nessas situações o software foi utilizado para fazer o registro das gravações para arquivamento. Também durante a produção de dados do E-licm@t, esse software foi utilizado para registrar algumas entrevistas virtuais realizadas por Skype com coordenadores de curso.

O software NVivo²⁵ foi utilizado em duas etapas dessa pesquisa: na análise e na revisão de literatura. Trata-se de um software para análise de dados qualitativos. Na análise, sua atuação foi no sentido de facilitar o trabalho de organização durante o desenvolvimento das categorias, em particular durante as etapas de codificação aberta e axial. O NVivo não realiza análise. Essa tarefa continua sendo exclusiva do pesquisador, mas ele ajuda em diversas tarefas do processo. O software foi criado com base na Teoria Enraizada, então acredito que a relação entre software e análise de dados, no meu caso, foi bem-sucedida.

No NVivo é possível destacar trechos de texto, áudio ou vídeo e agrupá-los em nós, que seriam categorias da codificação aberta. Quando se clica em um nó, o software resgata todos os trechos, de naturezas diversas, que foram catalogados sob determinado rótulo. Isso permite que o pesquisador identifique conexões sutis que seriam mais difíceis sem as ferramentas automáticas do software.

Também podemos associar um memo a um nó. No memo anotamos percepções e relações iniciais que identificamos a partir dos trechos que pertencem àquele nó. Nesse caso, estaríamos realizando codificação axial, ao passo que, nessas relações, o pesquisador começa a apresentar propriedades e dimensões das categorias.

²⁴ Disponível em: <http://www.bbsoftware.co.uk/BBFlashBack_FreePlayer.aspx>. Acesso em 22 jul. 2015.

²⁵ Disponível em: <http://www.qsrinternational.com/products_nvivo.aspx>. Acesso em 22. jul. 2015.

Há diversas outras ferramentas presentes no software, incluindo análise estatística, presentes no software, mas que não são utilizadas nesse trabalho. Trabalho semelhante ao realizado na análise foi desenvolvido na revisão de literatura para elaboração do capítulo 2. Nesse caso os textos em PDF foram utilizados como “dados” e a categorização em nós e redação de memos foram realizadas de forma semelhante à descrita nos parágrafos anteriores.

Por fim, gostaria de socializar o uso do software Zotero²⁶. Esse software ajudou no gerenciamento automático das referências bibliográficas desse trabalho. Sei que não é comum um trabalho acadêmico conter informações como essa, mas certamente meu trabalho de redação teria sido muito mais árduo e suscetível a erros se eu não utilizasse o Zotero. Dessa forma, gostaria de utilizar esse espaço também para divulgar como ele me ajudou.

No Zotero é possível cadastrar as referências bibliográficas que o pesquisador utiliza em trabalhos acadêmicos, podendo ser um relatório, dissertação, tese, artigo, capítulo, livro, entre outros. Há formas de se fazer o cadastro automaticamente. Se for manual, ele é feito a partir do preenchimento de campos que variam de acordo com o tipo de referência cadastrada. Por exemplo, para cadastrar um livro o software pede determinadas informações. Para cadastrar um artigo publicado em anais de evento, pedirá outras.

Com a instalação do software, uma nova aba no editor de texto Word é criada, chamada “Suplementos”. Nessa aba é possível realizar a chamada das obras durante a escrita do texto. O software já fornece a informação da referência seguindo o padrão de formatação utilizado no documento, podendo ser ABNT, APA ou outro.

Após realizar a chamada de cada obra, ao pressionar o botão “gerar bibliografia” o pesquisador tem todas as referências citadas no texto, em ordem alfabética, organizadas no final do documento. A seção de referências dessa tese, portanto, foi construída com apenas um clique do *mouse*! Talvez o leitor já deva ter passado pelo enfadonho momento de organizar as referências. Não se trata de um processo rápido, principalmente se os textos citados não estão mais acessíveis. Fica, portanto, uma sugestão para facilitar essa tarefa.

²⁶ Disponível em: <<https://www.zotero.org/>>. Acesso em 22 jul. 2015.

5 PAPÉIS DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS

Nos capítulos anteriores foram apresentadas partes de um edifício a partir de uma metáfora que simboliza essa pesquisa. Neste capítulo o leitor poderá analisar o edifício em si, após ter passado por seu pórtico, suas pilastras e seu chão. No edifício propriamente dito, é possível observar a análise de dados desse trabalho.

Início a seção 5.1 caracterizando as disciplinas de Álgebra Linear em cada um dos cursos. O leitor verá que os modelos mudam bastante, assim como o uso de tecnologias digitais no contexto do Ambiente Virtual de Aprendizagem. Essa apresentação é importante para que algumas das seções seguintes façam mais sentido a quem está lendo, pois ela permite que as disciplinas sejam olhadas, em um primeiro momento, de uma perspectiva mais geral, que contempla sua estrutura, sua forma de organização e desenvolvimento.

Na seção 5.2 mostro como as categorias de análise emergiram a partir do uso sistemático de técnicas de codificação aberta da Teoria Enraizada. Em seguida, na 5.3, caminhando para a codificação axial, abordo em detalhes propriedades e dimensões das categorias, intituladas “tecnologias digitais como promotoras de variedade comunicacional” e “tecnologias digitais na construção de materiais didáticos digitais”. A seção 5.4 aborda a codificação seletiva, na qual a noção de Material Didático Digital Interativo (MDDI) é desenvolvida. Essa noção constitui a categoria central que integra as duas categorias de análise. Por fim, na seção 5.5, faço uma proposta de como utilizar o esquema teórico desse trabalho para analisar o uso de tecnologias digitais nas disciplinas de Álgebra Linear dos quatro cursos investigados.

5.1 Caracterizando a disciplina de Álgebra Linear nos cursos

No capítulo 4 o leitor teve contato com a variedade dos modelos pedagógicos que estruturam os cursos que aqui analiso. Provavelmente, portanto, não ficará surpreso quando eu disser que as estruturas das disciplinas de Álgebra Linear nesses cursos também variam bastante. Tal diversidade se manifesta em vários aspectos.

Ressalto que a análise realizada é feita no contexto do Ambiente Virtual de Aprendizagem, portanto, o uso de tecnologias digitais analisado é feito pelo que se

encontra registrado nesse espaço virtual. Por exemplo, no caso da UFMS, que prevê aulas presenciais nos polos de apoio sob responsabilidade do professor especialista, pode ser que haja uso intenso de tecnologias digitais no próprio polo, ou não. No entanto, essa variável não será considerada, já que o interesse está no uso de recursos digitais no contexto virtual.

5.1.1 UFMG

Quando o AVA da UFMG é acessado, encontra-se uma mensagem direcionada aos alunos e assinada pelos professores responsáveis pela disciplina (que são quatro). Nessa mensagem, os professores apresentam os principais tópicos que seriam trabalhados, dos quais destacam os espaços vetoriais e as aplicações lineares. O livro-texto adotado foi escrito pelo professor Dr. Hamilton Prado Bueno especificamente para o curso. Além dessa obra, os professores indicam o livro de Álgebra Linear de José Luiz Boldrini como material de estudo importante. Ao final da mensagem, explicam que a avaliação irá consistir de duas provas presenciais valendo 30 pontos cada uma e quatro trabalhos práticos (TP), valendo dez pontos cada um, que poderiam ser realizados em grupos de até quatro alunos.

A disciplina foi oferecida no segundo semestre de 2013, para oito polos (Araçuaí, Bom Despacho, Corinto, Coronel Murta, Governador Valadares, Januária, Montes Claros e Teófilo Otoni), mas os alunos não residem apenas nessas cidades, característica peculiar dos cursos da UAB.

Há um ambiente único criado no Moodle para todos os polos. A interação no AVA acontece no fórum. Há um fórum criado para cada discussão de trabalho prático. No entanto, como os trabalhos podem ser realizados por até quatro pessoas e a interação online não vale nota, percebe-se que tais fóruns, ao longo da disciplina, acabaram sendo utilizados mais para dúvidas técnicas sobre o andamento do curso do que para dúvidas de conteúdo específico, como sugere a Figura 7.

O AVA ainda conta com materiais escritos postados em PDF, como o livro-texto do curso, bibliografia complementar, soluções dos trabalhos práticos e das provas comentadas, *link* para envio dos TPs, com prazo máximo estipulado, e fóruns para discussão para as provas e exame final.

Figura 7 – Interação no fórum referente ao TP 2

Tópico	Autor	Comentários
NOTAS EM GERAL		18
Solicito provas corrigidas!		0
Nota do 2º TP		0
2ª prova		6
Soluções Comentadas TP 2		0
prova		1
Mudança no prazo de envio do TP 2		5
Questão 2		1
Questão 6		2
Exemplo 2.4		9

Fonte: Moodle UFMG ²⁷.

5.1.2 UFMS

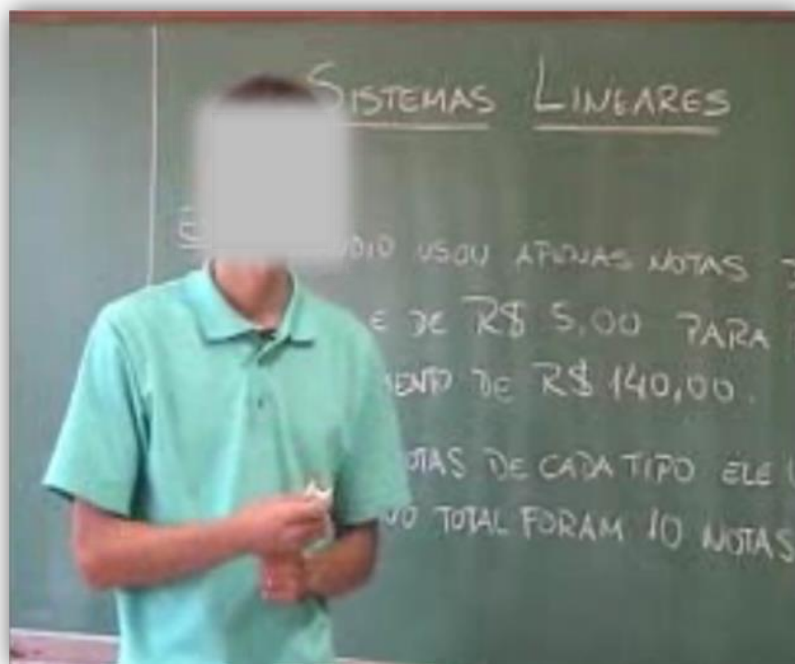
Na UFMS, um ambiente é criado para cada polo. O polo ao qual tive acesso é o de São Gabriel do Oeste, com oferecimento da disciplina em dois momentos e para turmas distintas, no segundo semestre de 2011 e no segundo semestre de 2014. A estrutura do AVA do curso tem três partes principais: a primeira é chamada “Recurso”, na segunda estão os fóruns e a terceira é intitulada “Tarefa”.

Em “Recurso” são postados materiais de apoio de diversos tipos, como vídeos gravados pelo professor ou por outros professores especificamente para a disciplina, atividades de estudos escritas de forma dialogada, slides das aulas presenciais, livro texto da disciplina, provas comentadas, guia do aluno, entre outros.

Há dois tipos de vídeos gravados e disponibilizados para os alunos, alguns feitos com o apoio de cinegrafista e edição com inserção de vinhetas e cortes e outro tipo no qual o professor grava o vídeo sozinho, utilizando um software de captura de tela, uso de slides e mesa digitalizadora, que permite a resolução de cálculos manuscritos realizados durante a gravação do mesmo (Figura 8 e Figura 9).

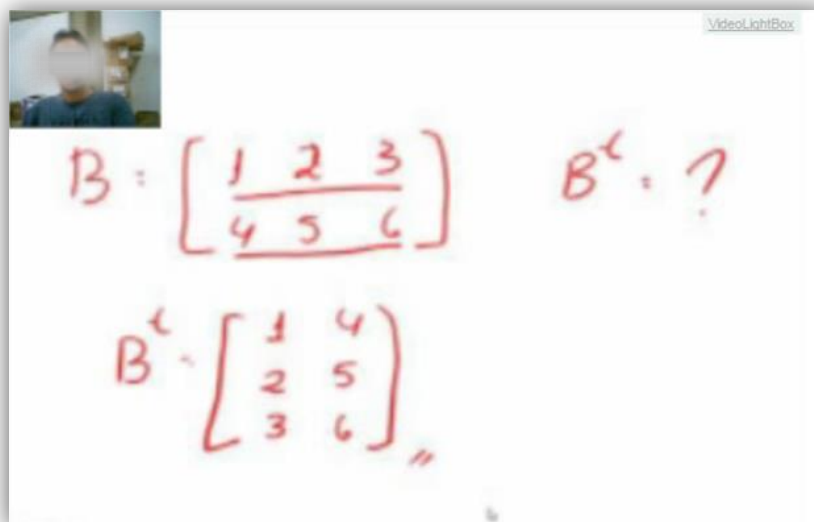
²⁷ Retângulos cinzas foram utilizados para preservar a identidade e a foto de cada um dos participantes.

Figura 8 – Videoaula realizada com apoio de cinegrafista



Fonte: Moodle UFMS.

Figura 9 – Videoaula gravada pelo próprio professor na UFMS



Fonte: Moodle UFMS.

Na segunda parte estão os fóruns da disciplina, nos quais são discutidas dúvidas sobre as atividades de estudo e sobre o conteúdo. Na terceira parte, chamada “Tarefa”, encontram-se *links* para os alunos postarem atividades e

realizarem provas online, que são aplicadas como mais um momento de estudo e não como uma avaliação propriamente dita.

No guia do aluno há diversas atividades programadas, alternando entre atividades presenciais e a distância. Algumas webconferências foram realizadas, mas elas não ficaram disponíveis no ambiente virtual para posterior consulta. O professor responsável por uma das versões da disciplina na UFMS relata, durante entrevista, como faz uso de tecnologias digitais nas suas aulas virtuais, fazendo, inclusive, uma reflexão crítica desse uso.

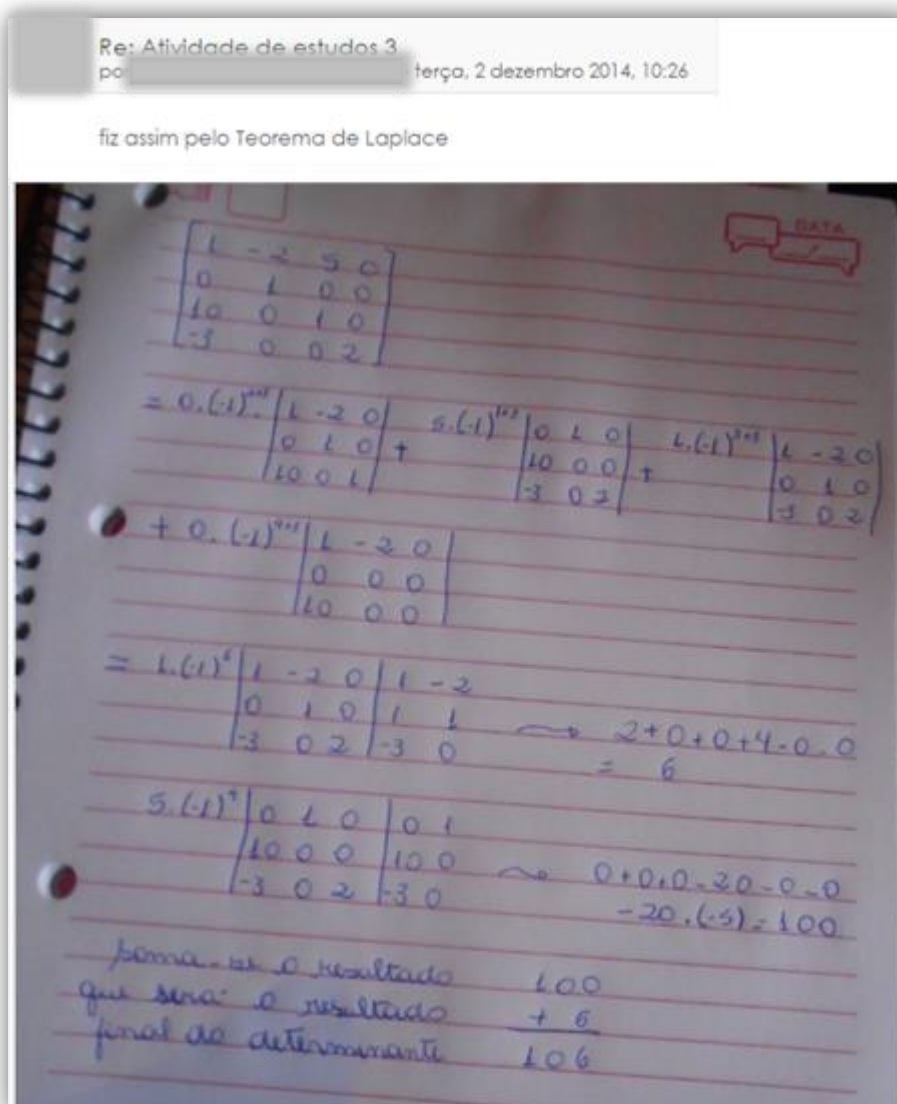
[...] eu percebo que eu não sei se eu uso da forma mais adequada, porque o que eu faço me parece que é basicamente uma tentativa de fazer o que eu não consigo fazer presencialmente. Então, quando eu uso o Adobe Connect é porque eu não estou lá pra dar uma aula; quando eu risco no slide é porque eu não posso riscar no quadro; quando eu uso o Fórum é porque eles não estão do meu lado pra tirar a dúvida. Mas tem vantagens, por exemplo, o fórum ele é meio que atemporal assim, você manda lá para o aluno e na hora que ele pode ele vê, o que é uma vantagem em relação ao presencial, que você tem que marcar e ele tem que estar lá na hora pra ele ver a sua explicação e a coisa tem que andar no momento em que você está com ele. No Fórum, por exemplo, você posta lá, [...] o aluno que você mandou vê e os outros colegas podem ver e intervir, podem ir lá e tirar a dúvida e você consegue avaliar o seu aluno melhor, porque no fórum fica registrado o que ele falou, o que ele pensou, a intenção dele, se ele se propõe a participar.

(Fala de um dos professores especialistas do curso).

Percebe-se uma intensa movimentação nos fóruns mobilizada pelas atividades de estudo. Embora o AVA suporte a simbologia matemática por meio do *plug-in* DragMath, há um constante uso de fotografias por parte dos alunos, que registram imagens de resoluções feitas em papel para postagem no fórum com finalidade de solucionar alguma dúvida ou questionar se a resolução está correta. A Figura 10 ilustra isto.

Kalinke (2014) investigou essa questão. O autor analisou de que forma o uso da linguagem normalmente empregada em ambientes *web*, “em detrimento da linguagem simbólico-matemática, pode interferir na interpretação de problemas matemáticos formulados com o uso da ‘linguagem *web*’” (2014, p. 13, grifo do autor). Para ele, aspectos como linguagem e simbologia próprias da Matemática merecem atenção especial por não serem passíveis de utilização natural na *web* sem ferramentas adicionais que as suportem.

Figura 10 – Postagem de aluna utilizando fotografia



Fonte: Moodle UFMS.

Kalinke (2014) afirma que “isso acontece em decorrência da utilização de códigos-fontes específicos para a internet e essa mudança de linguagem pode trazer dificuldades, por exemplo, na interpretação de problemas matemáticos” (KALINKE, 2014, p. 41).

Um dos problemas significativos encontrados durante o uso da internet como ferramenta pedagógica em atividades matemáticas, reside na linguagem utilizada entre a interface e o usuário. O padrão HTML, ou suas variações, não permite a utilização direta de caracteres matemáticos nem sua formatação. Sendo assim, ainda não é possível, ao menos para o usuário comum, digitar em uma página da internet textos semelhantes a “ $\sqrt{16} = 4$ ”. Esse texto precisa ser digitado em linguagem corrente, tal como “raiz quadrada de dezesseis é igual a quatro”, ou em uma simplificação típica da linguagem utilizada na rede: “raiz 16 = 4”, ou ainda com o auxílio de

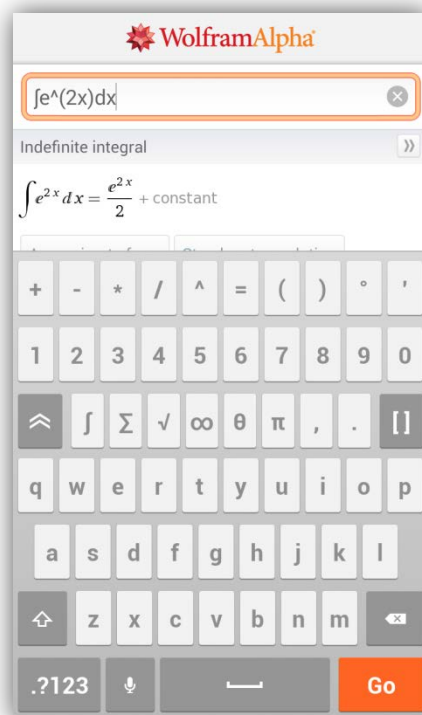
aplicativos específicos tais como o LaTeX2 (KALINKE, 2014, p. 45–46).

O pesquisador afirma que uma das alternativas a superar o problema de suporte à simbologia específica é tratar uma expressão matemática como imagem, recurso que, como mostrado na Figura 10, é utilizado na UFMS e em outras das instituições analisadas. No entanto, isso minimiza, mas não resolve o problema no caso da rapidez de comunicação característica em ambientes de *chat*, por exemplo. Provavelmente esse é o motivo do recurso ser mais recorrente em comunicações assíncronas, pelo menos olhando para os dados dessa pesquisa.

Kalinke (2014) ainda afirma que o processo envolvido na criação da expressão matemática, transformação em figura, armazenamento do arquivo de imagem e envio ao destinatário faz com que a rapidez do diálogo seja prejudicada. No caso dos AVAs das instituições, analisados aqui apenas na disciplina de Álgebra Linear, percebe-se que, mesmo com *plug-in* com suporte à linguagem matemática, o recurso da fotografia é utilizado com frequência. Isso pode estar relacionado à falta de conhecimento técnico para uso do *plug-in* ou ao fato de que a linguagem matemática específica de Álgebra Linear, em especial à associada aos modos de descrição geométrico e algébrico, é mais lenta se representada em *plug-ins*, pois não é rara a necessidade de digitação de matrizes, representação de planos cartesianos, entre outros. Em outras palavras, pode ser que, mesmo com o *plug-in*, seja mais rápido representar no papel, bater a foto e postá-la. De qualquer forma, apesar do tempo ganho com a foto, o processo ainda não é tão natural como a digitação em língua materna.

Algumas aplicações começam a superar o problema, como o aplicativo para smartphones WolframAlpha. No entanto, mesmo considerando especificamente a simbologia matemática, algumas representações ainda são mais naturais que outras. Por exemplo, como pode ser visto no teclado do aplicativo na Figura 11, digitar o símbolo de uma integral é tão natural quanto digitar uma letra do alfabeto, mas o mesmo não pode ser dito para a representação de “ e^{2x} ”, que precisa ser representada como “ $e^{(2x)}$ ”, ou para uma matriz, elemento recorrente no modo de descrição algébrico da Álgebra Linear. Borba, Malheiros e Amaral (2011) alertavam para a necessidade de superação de suporte para simbologia matemática em um *chat*. As argumentações aqui expostas indicam que o problema foi apenas parcialmente superado.

Figura 11 – Teclado do aplicativo WolframAlpha



Fonte: Aplicativo WolframAlpha.

Voltando à caracterização da disciplina na UFMS, há duas peculiaridades a se destacar nesse curso que não foram identificadas nos demais: as aulas presenciais e o guia do aluno. O guia é um material no qual os professores informam aos alunos todas as questões referentes à disciplina, datas de encontros presenciais e avaliações, formas de avaliação, atividades que serão propostas, etc. Trata-se realmente de um guia para o aluno se situar em relação ao desenvolvimento das atividades programadas. O documento é voltado especificamente para disciplina de Álgebra Linear. É importante destacar, em segundo lugar, que no curso da UFMS há aulas presenciais para as quais os professores responsáveis pela disciplina se deslocam até o polo de apoio presencial, em finais de semana pré-agendados.

5.1.3 UFU

A estrutura da disciplina da UFU é fortemente baseada em material audiovisual. Aqui há quatro tipos de vídeos sendo utilizados de forma integrada: um gravado com cinegrafista em estúdio e passado por posterior edição e inserção de vinheta; outro gravado pelo próprio professor com auxílio de software de captura de

tela e mesa digitalizadora ou lousa digital, outro gerado das webconferências realizadas com os alunos e gravadas para posterior postagem no AVA e um quarto com coletânea de vídeos encontrados no YouTube, produzidos por pessoas externas ao curso e sugeridos para que os alunos complementem seus estudos. Todos os vídeos ficam disponíveis para consulta no ambiente virtual (Figura 12, Figura 13 e Figura 14).

Figura 12 – Videoaula gravada em estúdio



Fonte: Moodle UFU.

Figura 13 – Videoaula gravada pelo próprio professor na UFU

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad L_1 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot L_1 \\
 &\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad L_3 \rightarrow L_3 - 6L_1 \\
 &\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -11 & 3 \end{pmatrix} \quad L
 \end{aligned}$$

Fonte: Moodle UFU.

Figura 14 – Webconferência gravada

The screenshot shows a webconference interface. On the left, there is a video feed of a person and a chat window with several messages. The main area is a SMART Notebook with handwritten mathematical work. The work shows a matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ with a circled arrow indicating a swap between rows L_1 and L_2 . Below this, the matrix is transformed to $\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ with the operation $L_3 \rightarrow -3L_1 + L_3$. The next step shows $\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ with the operation $L_3 \rightarrow L_2 + L_3$. The final step shows $\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$ with the operation $L_3 \rightarrow \frac{1}{18} \cdot L_3 \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Moodle UFU.

A disciplina de Álgebra Linear é dividida em quatro módulos. Cada módulo é composto por uma videoaula previamente gravada, um texto de apoio produzido por professores da instituição e que contém a teoria trabalhada no módulo permeada de exemplos e exercícios, material complementar, com os vídeos do YouTube, e uma webconferência, durante a qual o professor tira dúvidas dos alunos em relação ao que estudaram, utilizando os materiais disponíveis no AVA.

A webconferência tem a seguinte estrutura: dela participam professor, tutores, alunos e um técnico de informática, que fica conectado para dar apoio caso algum problema ocorra. O professor vai até a sede do curso para ministrar a aula. No ambiente montado para transmissão da webconferência, o aluno tem acesso a uma foto do professor, embora fosse possível disponibilizar o vídeo, o som de sua voz, um *chat* escrito, que não tem suporte à simbologia matemática, e um espaço em branco no qual o professor, com o auxílio da lousa digital, resolve exercícios e exemplos. A webconferência na UFU não é uma aula, como usualmente a conhecemos. O aluno estuda pelos materiais postados e, nesse momento, tira as dúvidas com o professor, que sempre fica perguntando que tipo de exercícios eles têm mais dificuldades. Ou seja, nesse momento o professor não explica elementos teóricos da disciplina, mas interage com os alunos a partir da demanda que surge de suas dúvidas.

Cada módulo tem duas semanas de duração e conta com duas webconferências, uma em cada semana. A disciplina foi ministrada no segundo semestre de 2013. Não há fóruns no AVA. A interação escrita acontece via *chat* no

momento da webconferência semanal. Além das webconferências semanais em cada módulo, houve uma extra ao final do curso para revisão dos conteúdos estudados. O aluno pode participar dessa interação síncrona de três formas: 1) individualmente, de sua casa, 2) reunido em um pequeno grupo de alunos ou 3) do polo de apoio presencial, com a presença do tutor presencial. As provas são presenciais.

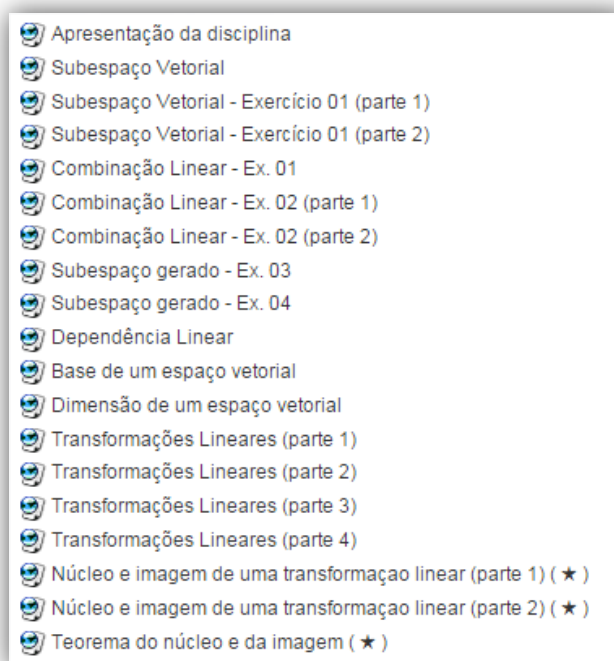
5.1.4 UNEB

Na UNEB, tive acesso a três versões da disciplina, ministradas nos segundos semestres de 2011, 2012 e 2013. O AVA da disciplina é estruturado da seguinte forma: após uma mensagem de recepção aos alunos, há uma parte com diversos fóruns: avisos, dúvidas gerais, livre e avaliativos. A UNEB é a única instituição que avalia a participação dos alunos nos fóruns, que são bem movimentados. Em um dos quatro fóruns avaliativos, por exemplo, há o registro de 1361 postagens (contando todos os polos). Cada polo possui seus fóruns, de modo que alunos de determinado polo não “enxergam” colegas de outros. A professora faz uma postagem com cada questão a ser solucionada pelos alunos e eles, com o apoio dos tutores e da própria professora, interagem a partir da questão disparadora.

Após a parte dedicada aos fóruns, há outra com os materiais disponíveis em arquivo PDF, que consistem em um plano de ensino com cronograma de atividades e o livro produzido para o curso do consórcio CEDERJ. Oliveira (2013) aponta que algumas Licenciaturas em Matemática da UAB utilizam o material didático em PDF escrito para o CEDERJ em vez de construir material próprio. A UNEB é uma dessas instituições.

Na sequência, há uma videoteca (com vídeos gravados pela própria professora com o auxílio de um cinegrafista e de uma equipe de edição). No caso da UNEB, os vídeos não ficam alocados no próprio Moodle. Eles foram disponibilizados no YouTube e são reproduzidos no ambiente, de modo que esse material não fica restrito apenas aos alunos do curso. Em particular, dentre os materiais complementares indicados no curso da UFU, estão os vídeos produzidos para o curso da UNEB. Veja a relação de vídeos da videoteca de Álgebra Linear da UNEB na figura a seguir.

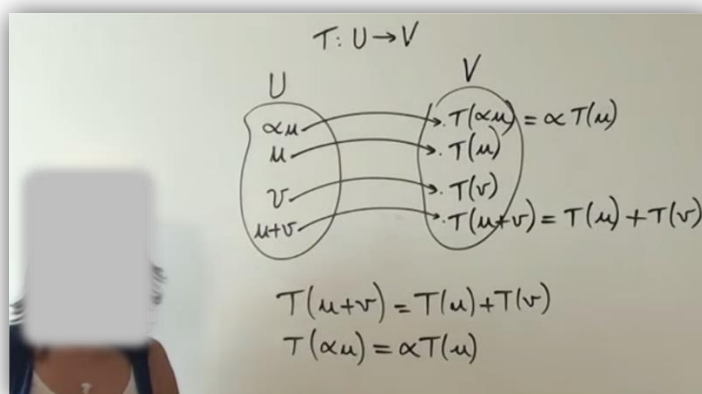
Figura 15 – Videoteca da UNEB



Fonte: Moodle UNEB.

Alguns dos vídeos se tornaram populares no YouTube. O vídeo sobre a primeira parte de Transformações Lineares²⁸, por exemplo, contava em janeiro de 2015 com quase 240 mil acessos e, em julho do mesmo ano, com quase 285 mil, o que representa uma média de 250 acessos diários. Mais de 200 comentários aparecem abaixo do vídeo com agradecimentos à postagem do material e elogios à professora. A Figura 16 mostra um registro desse vídeo.

Figura 16 – Trecho de vídeo da UNEB gravado e editado

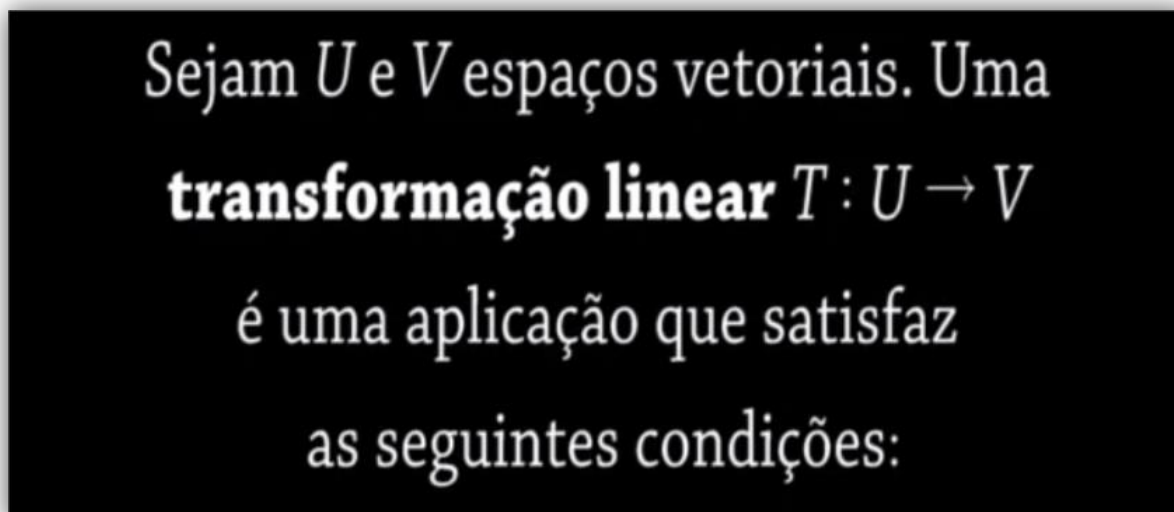


Fonte: YouTube (<https://www.youtube.com/watch?v=NyAp-3QXdC0>).

²⁸ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=NyAp-3QXdC0>>. Acesso em 10 jan. 2015 e 28 jul. 2015.

Os vídeos da UNEB intercalam falas da professora e edições com elementos da teoria, que são passadas como se fossem os créditos ao final de um filme, em conjunto com a voz da professora explicando o que aparece escrito (Figura 17).

Figura 17 – Edição durante videoaula da UNEB



Fonte: YouTube (<https://www.youtube.com/watch?v=NyAp-3QXdC0>).

Em seguida, há uma divisão do período total da disciplina em períodos menores de aproximadamente vinte dias, durante os quais os alunos deveriam realizar atividades propostas, como assistir determinadas videoaulas, realizar roteiros de estudos, resolver listas de exercícios, participar dos fóruns avaliativos e realizar provas presenciais.

5.2 Codificação aberta: identificando categorias de análise

Nos parágrafos anteriores apresentei, de maneira sucinta, como cada disciplina está estruturada e os principais recursos que são utilizados para discussão dos temas. Retomando alguns aspectos principais do processo de codificação na Teoria Enraizada, lembro ao leitor que, no processo de codificação aberta, o pesquisador gera algumas categorias e começa a perceber suas propriedades. Na codificação axial, ele desenvolve essas categorias, em termos de suas propriedades e dimensões. Entretanto, é apenas na codificação seletiva, quando as categorias são integradas, que dizemos que os resultados assumem a forma de teoria (STRAUSS; CORBIN, 2008).

Durante o processo de codificação aberta, utilizei as técnicas sugeridas pelos autores, em particular a microanálise, a comparação constante e os questionamentos. Trata-se de um processo bastante subjetivo, que envolve sensibilidade em relação aos dados e que, de fato, emerge deles. A partir da observação sistemática, visitando os Ambientes Virtuais de Aprendizagem, navegando pelas páginas, assistindo aos vídeos, lendo postagens, analisando materiais escritos, destacando e agrupando excertos relevantes no NVivo; comecei a perceber, com a comparação entre as instituições, que o papel das tecnologias mudava em determinadas situações. Na verdade, como o leitor deve ter percebido, praticamente tudo muda de uma instituição para a outra, mas foi deixando a pergunta de pesquisa sempre à mente que comecei a identificar as mudanças relacionadas especificamente ao papel das tecnologias digitais, que é o meu foco de estudo.

Retomar mais uma vez a questão de pesquisa nesse momento pode ser útil para explicar as categorias elencadas. Portanto, lembro que minha pergunta é: qual é o papel das tecnologias digitais nos Ambientes Virtuais de Aprendizagem de disciplinas de Álgebra Linear de alguns cursos de Licenciatura em Matemática a Distância da UAB?

Soares (2012) também tinha como foco de estudo o papel das tecnologias digitais. Mais especificamente, a autora investigava o papel de um software no desenvolvimento de uma abordagem pedagógica baseada na Análise de Modelos. A proposta foi elaborada para alunos de um curso de Biologia que cursavam a disciplina Matemática Aplicada. A pesquisadora identificou três papéis para o software: fornecer resultados sobre o fenômeno biológico, contribuir para a compreensão de conceitos matemáticos e mediar o estabelecimento de relações entre Matemática e Biologia.

Meu contexto de pesquisa é outro. Meu foco não está em um software específico. Busco analisar como os diferentes recursos digitais disponíveis são utilizados nas disciplinas de Álgebra Linear, no contexto dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem. Ainda assim, achei importante destacar os papéis identificados por Soares (2012) para que o leitor tivesse ao menos um exemplo de pesquisa que mostra como os papéis das tecnologias digitais, neste caso de um software, em particular, podem mudar. No meu caso, percebi dois papéis principais das tecnologias digitais nos AVAs das instituições que analisei. Ao primeiro papel dei o

nome “tecnologias digitais como promotoras de variedade comunicacional” e, ao segundo, “tecnologias digitais na construção de materiais didáticos digitais”.

5.3 Codificação axial: desenvolvendo propriedades e dimensões

Como dito anteriormente, uma das categorias elencadas durante a codificação aberta tem como nome “tecnologias digitais como promotoras de variedade comunicacional”. Início a apresentação da codificação axial por ela, destacando as propriedades e dimensões que foram desenvolvidas.

5.3.1 Variedade comunicacional

Percebi, comparando os cursos, que diferentes recursos são utilizados de diferentes formas no sentido de promover a comunicação entre os atores envolvidos. Pode ser que o leitor pense que essa é uma conclusão óbvia: como o curso é à distância, é natural que as tecnologias sejam utilizadas para estabelecer a comunicação, que não é possível acontecer presencialmente. No entanto, argumento que pensar dessa forma reduziria muito o que de fato acontece nos cursos, especialmente no contexto da disciplina de Álgebra Linear, que tem seus modos de descrição particulares. O que se percebe, na verdade, é uma grande variedade de formas de se estabelecer tal comunicação e algumas dessas formas podem favorecer momentos de estudo e de aprendizagem.

Lembrando das características da codificação axial, é nessa etapa que o pesquisador tenta desenvolver as propriedades e dimensões das categorias. A primeira categoria envolve o processo de comunicação e sobre ela relacionei as seguintes propriedades: 1) conteúdo, 2) agentes, 3) temporalidade, e 4) avaliação.

Nos próximos parágrafos, ilustro cada uma dessas propriedades com “cenas” que destaquei das instituições. As cenas são recortes dos dados brutos e têm o objetivo de mostrar como cada propriedade varia em termos de dimensões. Lembrando o exemplo da pipa, do pássaro e do avião, reforço que os três pertenciam à categoria “Voo”. Tal categoria tinha propriedades como altura, velocidade e duração, por exemplo. Cada propriedade variava em termos de dimensão. Por exemplo, a altura pode ser baixa ou alta. A velocidade pode deixar o objeto lento ou rápido, assim como a duração pode ser curta ou longa. No caso das

propriedades que elenquei, com as cenas apresentadas, busco mostrar as dimensões de cada uma delas.

5.3.1.1 Conteúdo

Começando pelo conteúdo que está sendo comunicado, percebi uma variação entre as instituições, destacando-se principalmente três tipos de comunicação do ponto de vista do conteúdo: 1) aquela em que o foco da discussão residia em elementos algébricos como noções sobre matrizes, estudo de determinantes, regras de resolução de sistemas lineares, entre outros; 2) aquelas em que, pelo próprio tipo de atividade proposta, foram trabalhados conceitos de espaços e subespaços vetoriais, combinações lineares, dependência e independência linear, base e dimensão, transformações lineares, núcleo, imagem etc; e 3) as situações em que esses elementos eram discutidos com foco na representação gráfica, por exemplo, analisando a soma de vetores bidimensionais no plano cartesiano.

Neste ponto é importante retomar os distintos modos de descrição abordados por Hillel (2000): geométrico, algébrico e formal, discutidos na seção 2.1. Como cada modo de descrição possui linguagens e notações específicas, determinados recursos podem ser mais ou menos adequados para representar as linguagens de cada um. Portanto, percebe-se uma variação no uso de tecnologias digitais por essa propriedade.

Na UFMS, por exemplo, a linguagem matricial, característica do modo algébrico, foi bastante trabalhada. Normalmente, essa linguagem é mais trabalhosa para ser “digitada” no computador, mesmo que exista *plug-in* que dê suporte à simbologia matemática, como é o caso. Assim, é razoável utilizar a fotografia para registrar o cálculo feito em papel e depois compartilhar no fórum, como já foi mostrado na Figura 10, ainda mais com os celulares que hoje, geralmente, já vêm com câmera digital integrada. Isso acontece de forma bastante recorrente. Alguns alunos, inclusive, afirmam que fazem postagens de fotos diretamente do celular.

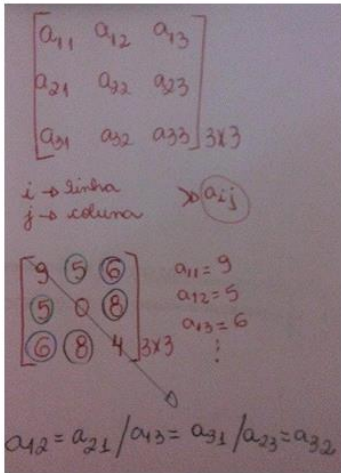
Antes de apresentar o primeiro excerto, informo que as figuras serão apresentadas em quadros. Em uma parte haverá a figura em si e, na outra, uma descrição do que se destaca na figura e que é levado em consideração na análise, que aparecerá em seguida ou imediatamente antes do quadro. As disposições verticais e horizontais variaram de acordo com as dimensões das imagens.

Quadro 1 – Modo de descrição algébrica no fórum

Re: atividade 1 do livro
quinta, 16 outubro 2014, 21:27

Vou tentar ajudar vcs a pensarem no que é a_{ij} .

Cada elemento de uma matriz possui uma notação específica, correto?



Observe essa matriz 3x3.
Ela é um exemplo de matriz simétrica. Observe os elementos que são iguais.

Clareou um pouco?
Sugiro que vcs construam diversas matrizes para se acostumarem com as notações.

abraços...

Em determinado fórum, alguns alunos estão com dúvidas sobre o significado de $a_{ij} = a_{ji}$, característica de matrizes simétricas.

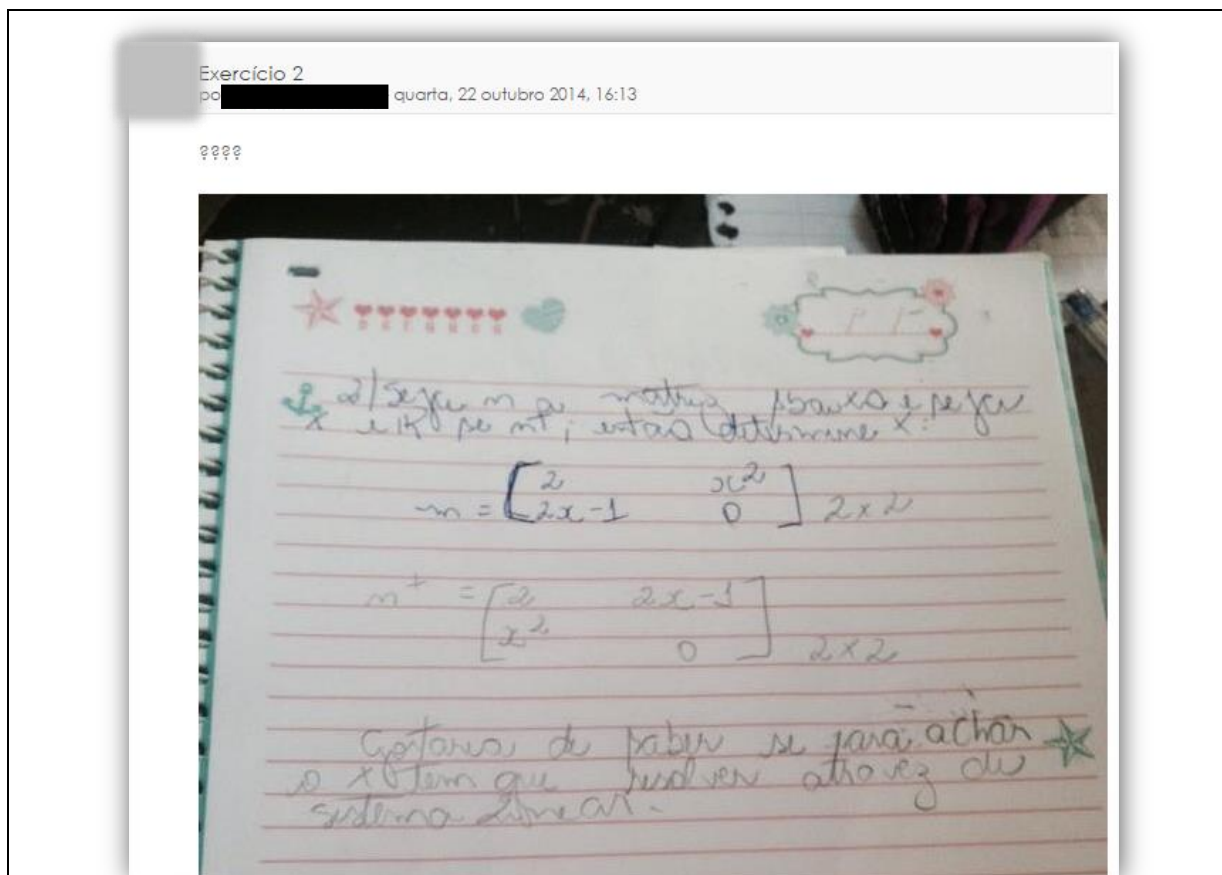
A tutora elabora uma postagem para ajudá-los a compreender esse significado. Note que o esquema que ela faz, ao circular elementos iguais e traçar uma linha reta na diagonal principal, como se dividisse a matriz ao meio, seria mais complicado de ser construído no computador. Isso envolveria um trabalho de inserção de símbolos que tomaria mais tempo.

Neste caso, ela faz o esquema da explicação em papel, registra em fotografia para, posteriormente, complementar digitando parte da explicação no próprio fórum.

Fonte: Moodle da UFMS.

Algumas vezes, a fotografia em si já contém a própria dúvida. Veja o próximo quadro.

Quadro 2 – Dúvida na própria fotografia



Fonte: AVA da UFMS.

Na figura deste quadro, uma aluna compartilha uma dúvida sobre um exercício de matrizes. No entanto, sua fotografia traz uma característica que não é comum na maioria das postagens com fotos. Nesse fórum, usualmente a pessoa posta uma foto e elabora o restante da mensagem digitando. Nesse caso, a aluna manifesta a dúvida na própria fotografia, o que mostra que, ao ter a dúvida, ela já registra no papel com a intencionalidade de compartilhar a imagem no AVA.

O próximo quadro traz uma ocorrência do modo de descrição algébrico em uma webconferência. Assim, o leitor poderá perceber que, embora a forma de comunicação mude de assíncrona para síncrona, nesse caso com compartilhamento de áudio e imagem da lousa digital, a ocorrência de um mesmo modo de descrição pode se estabelecer, desde que, é claro, o ambiente utilizado para a comunicação dê suporte para tal.

Quadro 3 – Modos de descrição algébrico e formal durante webconferência

The image consists of two screenshots from a web conference. The top screenshot shows the professor's video feed on the left and a SMART Notebook application on the right. The notebook contains the following text:

① CONSIDERE A TRANSFORMAÇÃO LINEAR $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ DADA POR $T(x, y, z) = (x+y, x-z)$, E AS BASES $B = \{(1, 2, 0), (0, -1, 3), (0, 0, 1)\}$ DO \mathbb{R}^3 E $C = \{(1, 0), (1, 1)\}$ DO \mathbb{R}^2 .

The bottom screenshot shows the same SMART Notebook application with the following text:

DETERMINE $[T]_C^B$.

SOLUÇÃO:

$$T(1, 2, 0) = (3, 1) = a_{11}(1, 0) + a_{21}(1, 1)$$

$$= (a_{11}, 0) + (a_{21}, a_{21})$$

$$= (a_{11} + a_{21}, a_{21})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_{11} + a_{21} = 3 \\ a_{21} = 1 \end{cases} \Rightarrow a_{11} = 2 \text{ e } a_{21} = 1$$

Fonte: AVA da UFU.

Nesta webconferência o professor resolve um exercício que pede a matriz mudança de base. Note que os conjuntos que formam os espaços vetoriais em questão são \mathbb{R}^3 e \mathbb{R}^2 . Dessa forma, ao aplicar uma transformação linear, os elementos, tanto do domínio quanto do contradomínio, são elementos desses conjuntos. Assim, interpretei como um registro de modo de descrição algébrico.

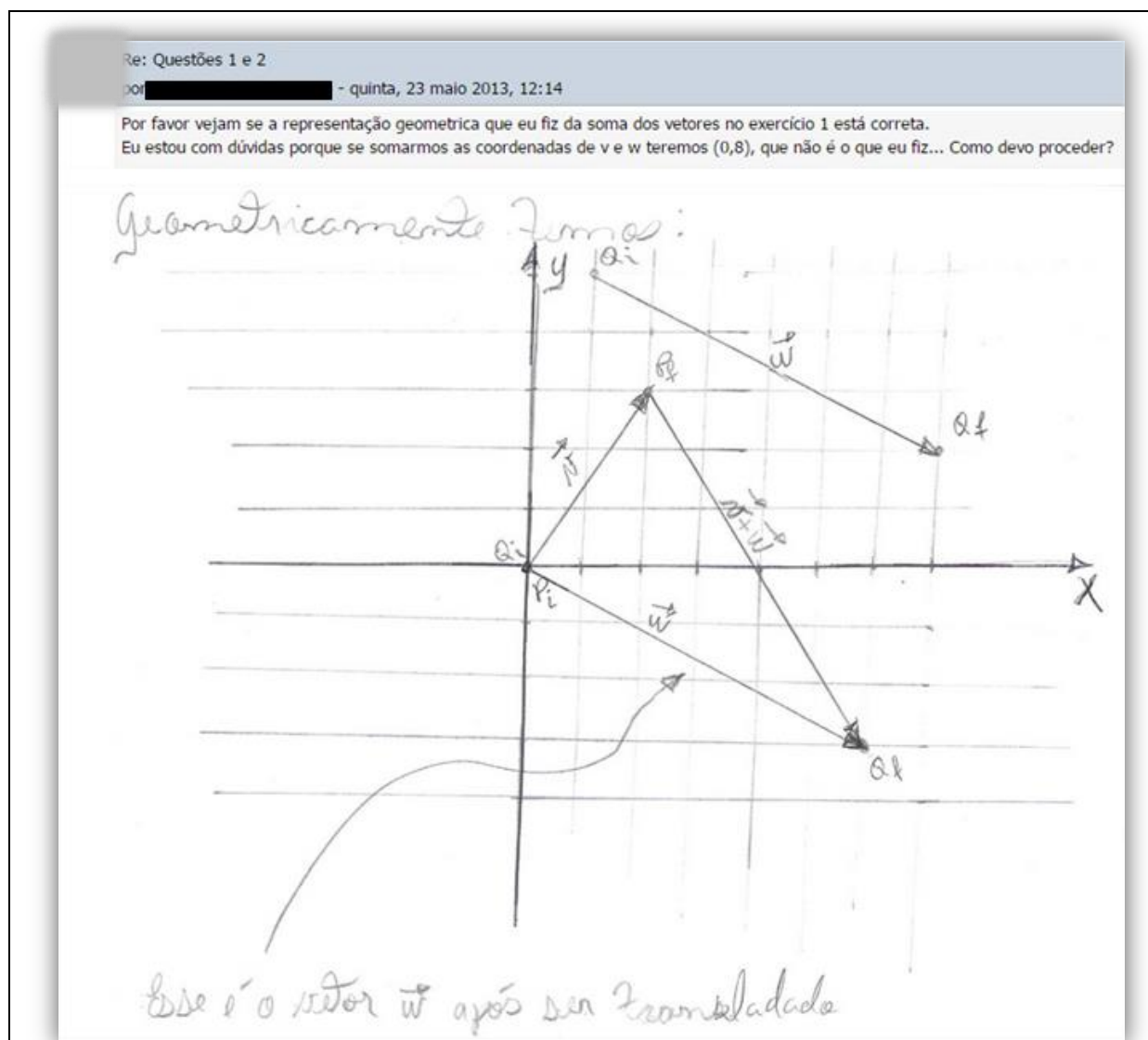
É importante destacar que, no caso da webconferência mencionada no Quadro 3, caso os alunos sentissem a necessidade de representar determinados elementos

matemáticos, sua comunicação ficaria prejudicada, uma vez que apenas o professor tem acesso à lousa digital. O espaço para comunicação dos alunos está restrito ao *chat*, que não suporta representações gráficas nem símbolos matemáticos específicos.

Além do modo algébrico, os modos geométrico e formal também foram registrados em interações. Algumas cenas, inclusive, podem ser interpretadas como sendo registros de mais de um modo de descrição, pois eles não representam conjuntos disjuntos. Por exemplo, voltando ao Quadro 3, além dele se configurar como exemplo de ocorrência do modo de descrição algébrico, é também um exemplo do modo de descrição formal, já que, na cena, os elementos da teoria já formalizada também estão presentes.

Portanto, interpretei os modos de descrição algébrico, formal e geométrico propostos por Hillel (2000) como dimensões da propriedade conteúdo, mas gostaria de enfatizar que, embora esses modos não sejam equivalentes, eles podem se sobrepor em um mesmo registro. Nos quadros seguintes apresento mais dois exemplos de comunicação ligados aos modos formal e geométrico.

Quadro 4 – Modo de descrição geométrica no fórum



Fonte: AVA da UFMG.

Na UFMG também percebe-se que o recurso da fotografia é usado quando a postagem envolve símbolos mais trabalhosos ou difíceis de serem feitos no computador. No modo de descrição geométrica isso acontece. Na figura desse quadro o aluno tem uma dúvida sobre a resolução de um exercício que pede a soma de vetores dados. Ele representa no papel o que acha ser a representação geométrica da soma e posta a fotografia no fórum, na espera que um tutor ou algum colega o ajude a entender se ele fez a soma corretamente, considerando, em suas palavras, a representação geométrica da situação. O recurso da fotografia foi utilizado de forma semelhante ao do Quadro 2, mas nesse caso com conteúdo de outra natureza.

Veja que a fotografia foi utilizada em dois modos de descrição distintos: no modo algébrico, como uma possível forma de acelerar a postagem de matrizes no fórum, e no modo geométrico, como uma forma de compartilhar representações gráficas que, sem o auxílio de uma mesa digitalizadora ou de um software específico, seriam mais complicadas de serem reproduzidas no computador. A partir do momento em que a foto se torna digital e pública entre os participantes do curso, qualquer um pode fazer seu *download* e inserir edições.

Há mais um aspecto interessante a ser destacado em relação ao uso de fotografia: ela permite que o professor possa ver até mais matemática de seu aluno do que se o estudante utilizasse um software para fazer uma postagem, dentro de um mesmo modo de descrição. Isto porque a fotografia registra as representações que o aluno constrói e não representações construídas para ele automaticamente por software a partir do uso adequado de comandos. No papel fotografado, o aluno pode inserir grifos, setas e outras representações que indicam sua forma de pensar e que, para serem registradas de forma semelhante em um computador, deveriam contar com uma mesa digitalizadora ou uma lousa digital (que simulariam uma folha em branco e um lápis), artefatos aos quais normalmente só os professores têm acesso. Assim, de certa forma, a fotografia democratiza as formas de expressão entre alunos, professores e tutores.

Quadro 5 – Modo de descrição formal no fórum

Re: 6 - Exercícios resolvidos sobre núcleo e imagem de uma transformação linear
por [REDACTED] PF - quarta, 2 novembro 2011, 22:51

b) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $T(x,y,z) = (x + y - z, 3y + z)$

O núcleo da transformação linear T é o conjunto formado pelos vetores de \mathbb{R}^3 (domínio de T) que tem como imagem o vetor nulo de \mathbb{R}^2 (contradomínio de T), isto é, $N(T) = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; T(x,y,z) = (0,0)\}$. Assim, temos que:

$$T(x,y,z) = (0,0) \Rightarrow (x + y - z, 3y + z) = (0,0) \Rightarrow \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3y + z = 0 \end{cases}$$

Isolando z na segunda equação, temos que $z = -3y$. Substituindo o valor encontrado para z na primeira equação, obtemos $x = -4y$. Logo,

$$N(T) = \{(-4y, y, -3y); y \in \mathbb{R}\}$$

ou

$$N(T) = \{y(-4, 1, -3); y \in \mathbb{R}\}$$

ou

$$N(T) = [(-4, 1, -3)]$$

Fonte: AVA da UNEB.

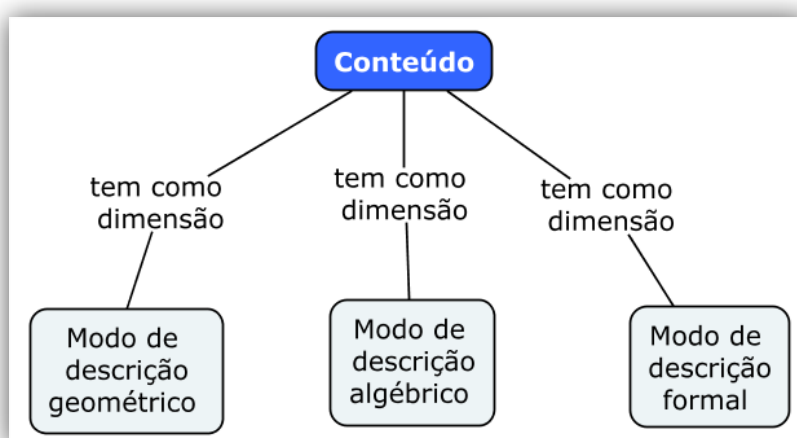
Professora explicando a resolução de exercício que envolve o cálculo do núcleo de uma transformação linear. Mesmo existindo *plug-in* específico que suporta simbologia matemática, a postagem da professora combina o uso de captura de imagem da tela do computador a partir de um editor de texto. Em outras palavras, embora não seja uma fotografia propriamente dita, é um caso análogo ao já apresentado anteriormente, mas aqui um editor de texto com diversas ferramentas foi utilizando, incluindo o uso de linguagem matemática. A professora redige o texto matemático que deseja compartilhar, faz as edições, tira uma captura da tela, provavelmente a recorta em um editor de imagem e, em seguida, posta a figura no fórum.

No Quadro 5 é possível notar a ocorrência do modo de descrição formal em um fórum da UNEB. Nesse modo de descrição, aparecem conceitos da teoria já formalizada (HILLEL, 2000), como transformação linear, núcleo e vetor como imagem de uma transformação linear. Momentos de comunicação sobre outras

questões mais técnicas ou mesmo pedagógicas do desenvolvimento das disciplinas, como consulta de prazos, divulgação de notas, agendamento de atividades, etc., também foram registrados, mas não irão compor o esquema teórico aqui proposto, uma vez que o foco do trabalho está no uso de tecnologias digitais **nos processos educativos associados à Álgebra Linear**. Comunicações desse tipo são inerentes a qualquer disciplina que esteja sendo desenvolvida na modalidade a distância, e algumas até mesmo em cursos presenciais.

Para finalizar, apresento um esquema que resume essa propriedade.

Figura 18 – Propriedade Conteúdo



Fonte: a pesquisa.

A propriedade conteúdo da categoria "tecnologias digitais como promotoras de variedade comunicacional" tem três dimensões: modo de descrição geométrico, modo de descrição algébrico e modo de descrição formal. Embora as dimensões tenham emergido dos dados, a terminologia utilizada foi a mesma proposta por Hillel (2000) sobre modos de descrição, pois os modos se relacionaram com os dados de maneira muito forte. Strauss e Corbin (2008) sugerem essa possibilidade, como apresentado no capítulo 3.

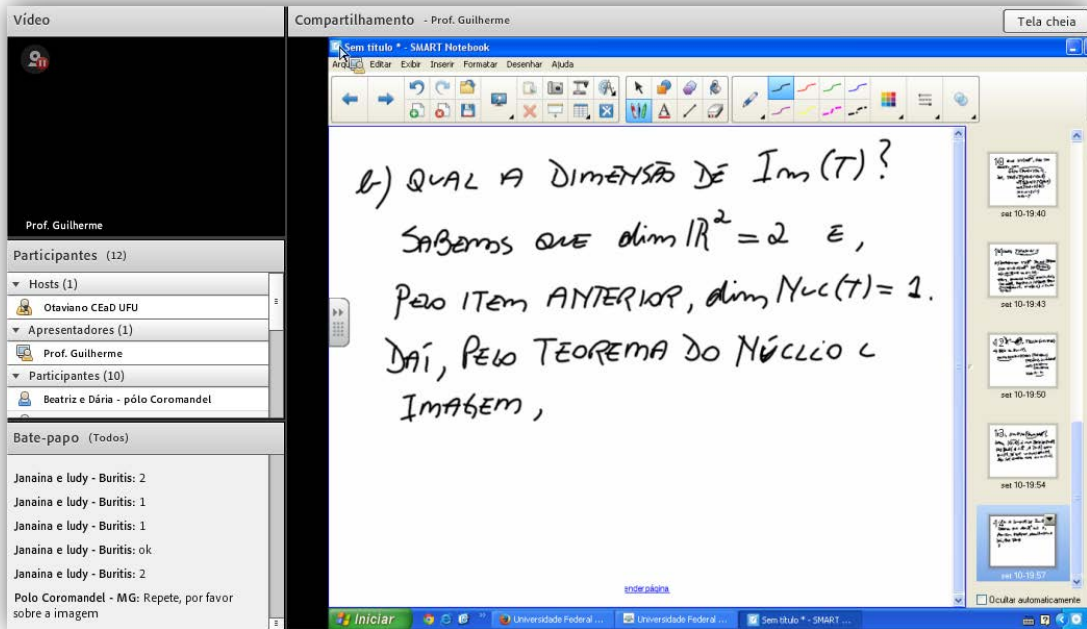
5.3.1.2 Agentes

Para discutir a propriedade "agentes", é importante lembrar que, para que haja comunicação, é preciso que estejam presentes, pelo menos, um emissor, um receptor e uma mensagem a ser comunicada (SILVA, 2000). A propriedade anterior

(conteúdo) está mais relacionada à mensagem comunicada em si. Nesta, o foco está nos emissores e receptores, que são os agentes no processo comunicacional.

A palavra “agentes” foi escolhida no sentido de se referir a quem age ou exerce alguma ação, que no caso é a ação de emitir ou receber uma mensagem. Destaco que receber a mensagem também é visto, nesse trabalho, como uma ação. Há diferentes casos a serem abordados aqui, pois foi identificada comunicação em diferentes direções. Iniciarei com um exemplo da webconferência da UFU.

Quadro 6 – Comunicação multidirecional na webconferência



Fonte: AVA da UFU.

No momento representado pela figura, o professor resolvia um exemplo sobre teorema do núcleo e da imagem e queria discutir com os alunos as dimensões do núcleo e da imagem de uma determinada transformação linear. Utilizando o áudio que era transmitido de maneira síncrona a todos os polos e a alguns alunos que estavam conectados de forma individual, o professor questiona a dimensão do núcleo da transformação linear. Os alunos, no *chat* integrado ao ambiente que suporta a webconferência, têm a possibilidade de responder. Note que há duas alunas conectadas pelo mesmo computador que inicialmente afirmam que a dimensão é 2. Em seguida corrigem para 1. O professor repete a pergunta e elas confirmam que seria realmente 1. Em seguida, o professor explica o motivo da dimensão ser realmente 1 e questiona se as alunas entenderam. As mesmas

respondem com um "ok". Depois, quando questionadas sobre a dimensão da imagem, respondem que nesse caso seria 2. Neste momento, a pessoa à frente do computador no polo de Coromandel pede que o professor repita a explicação, pedido que é atendido assim que ele lê a mensagem no *chat*.

Veja como a comunicação aconteceu nessa cena: professor se dirige para os alunos, os alunos podem responder ao professor, mas ao responderem a esse professor, também enviam mensagem aos outros alunos e tutores, já que todos estão conectados no mesmo ambiente. Uma discussão presencial entre alunos e tutor, que se encontram em Coromandel, provavelmente acontece para que alguém que está a frente do computador peça que o professor repita. Neste caso, houve uma comunicação entre alunos e tutores, presencial, outra entre o grupo que está no polo, representado pela pessoa que digita no computador, e o professor e outra entre o professor e as alunas que respondem sobre a dimensão do núcleo e da imagem.

Percebe-se, portanto, que o professor em determinado momento foi emissor, mas depois foi receptor ao ler o pedido no *chat* ou as respostas da dupla de alunas. Alguns alunos foram inicialmente receptores, mas em dado momento foram emissores, ao responderem ao professor ou pedirem nova explicação, para novamente se tornarem receptores enquanto o professor explica pela segunda vez. Alguns alunos permaneceram como receptores durante toda a cena. A cena acontece virtualmente, sendo possibilitada pela internet e por alguns artefatos, como computadores (no centro emissor da videoconferência, nos polos, na casa dos alunos), lousa digital e software destinado a reuniões virtuais (Adobe Connect²⁹). A comunicação na cena foi multidirecional, termo utilizado por Silva (2010).

Também podemos associar a cena à noção de multiálogo, proposta por Borba, Malheiros e Amaral (2011). Os autores definem o conceito como “conversas realizadas simultaneamente, sobre assuntos relacionados direta ou indiretamente com o foco principal do encontro, com participantes envolvidos, às vezes, em mais de uma discussão ou “saltando” de uma para outra” (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011, p. 42–43). A noção expande o conceito de diálogo, pressuposto

²⁹ Mais informações em <<http://www.adobe.com/br/products/adobeconnect.html>>. Acesso em 20 jan. 2015.

para acontecer entre duas pessoas, para associar a multiplicidade de diálogos que podem acontecer ao mesmo tempo.

No caso dos fóruns, também se percebe uma variedade de direções e atores agindo no processo comunicacional. Há postagens entre os próprios alunos, entre alunos e tutores, entre tutor e professor, entre professor e alunos, etc. Segue quadro que ilustra mais uma ocorrência da comunicação multidirecional, em outra instituição. Trata-se, também, de um exemplo de multiálogo que, diferentemente do exemplo dado em Borba, Malheiros e Amaral (2011), se manifesta em uma interação assíncrona.

Quadro 7 – Comunicação multidirecional no fórum

dúvida
por [redacted] segunda, 13 outubro 2014, 12:50

Professor o que é uma matriz quadrada de ordem 1?

[Participações](#) | [Responder](#)

Resposta
por [redacted] 14 outubro 2014, 09:12

[redacted]

Como toda matriz, essa também é uma tabela, mas neste caso, é uma "tabela" que possui apenas um elemento.

Note que quando definimos conceitos matemáticos, muitas vezes os casos extremos nos parecem muito estranhos. Por exemplo, um conjunto é uma coleção de objetos (matemáticos ou não, reais ou não). Quando pensamos no caso extremo de conjunto, definimos o conjunto vazio que é o conjunto que não possui elemento. O conjunto vazio é muito estranho, não é? Inicialmente tínhamos definido conjunto como uma coleção de objetos e agora definimos um conjunto que não tem objeto nenhum??

Bom, na matemática muitas vezes é assim. Começamos pensando nos casos que fazem mais sentido, casos esses que muitas vezes deram origem às definições, mas matematicamente é sempre interessante tentar generalizar as definições preservando algumas propriedades básicas ou tentando criar objetos que nos ajudem com certas operações ou propriedades. No caso das matrizes, a propriedade básica é ser uma tabela. No caso dos conjuntos, o conjunto vazio desempenha papel importante, por exemplo, quando pensamos em operações entre conjuntos (união, interseção, diferença).

Entendeu?

Um abraço.

Fonte: AVA³⁰ da UFMS.

³⁰ Como a figura está em tamanho que não favorece a leitura, segue a transcrição do que nela está escrito:

Aluna pergunta: Professor o que é uma matriz quadrada de ordem 1?

Professor responde:

Como toda matriz, essa também é uma tabela, mas neste caso, é uma "tabela" que possui apenas um elemento.

Note que quando definimos conceitos matemáticos, muitas vezes os casos extremos nos parecem muito estranhos. Por exemplo, um conjunto é uma coleção de objetos (matemáticos ou não, reais ou não). Quando pensamos no caso extremo de conjunto, definimos o conjunto vazio que é o conjunto que não possui elemento. O conjunto vazio é muito estranho, não é? Inicialmente tínhamos definido conjunto como uma coleção de objetos e agora definimos um conjunto que não tem objeto nenhum??

Bom, na matemática muitas vezes é assim. Começamos pensando nos casos que fazem mais sentido, casos esses que muitas vezes deram origem às definições, mas matematicamente é sempre interessante tentar generalizar as definições preservando algumas propriedades básicas ou tentando criar objetos que nos ajudem com certas operações ou propriedades. No caso das matrizes, a propriedade básica é ser uma tabela. No caso dos conjuntos, o conjunto vazio desempenha papel importante, por exemplo, quando pensamos em operações entre conjuntos (união, interseção, diferença).

Na figura, uma aluna abre nova postagem para questionar o que seria uma matriz quadrada de ordem 1. O professor responde dando outros exemplos e explicando que, na Matemática, há casos menos intuitivos que são definidos para que se tenha generalidade e para que algumas propriedades sejam preservadas.

Re: dúvida
por [nome] - quarta, 15 outubro 2014, 15:26

Professor quando você se refere a um elemento vc esta querendo dizer uma coluna?

[Participações](#) | [Mostrar principal](#) | [Interromper](#) | [Responder](#)

Re: dúvida
por [nome] - domingo, 26 outubro 2014, 15:22

Juliana, quando o professor se refere a um elemento significa que a matriz pode ter uma linha e três colunas. ex: $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{pmatrix}$.
Ou que ela tem uma coluna e três linhas . ex: $A = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix}$.

Compreende, professor não ficou errada a explicação, né?

[Participações](#) | [Mostrar principal](#) | [Interromper](#) | [Responder](#)

Re: dúvida
por [nome] - segunda, 27 outubro 2014, 18:02

Leandra, a qual explicação do professor vc está se referindo?

abraços

[Participações](#) | [Mostrar principal](#) | [Interromper](#) | [Responder](#)

Re: dúvida
por [nome] - segunda, 27 outubro 2014, 21:47

Jackeline,

Acho que a Leandra se referiu às explicações que ela mesma deu.

Um abraço.

A aluna questiona uma parte da explicação do professor. Como a pergunta foi feita no fórum, ao qual todos têm acesso, qualquer aluno, tutor ou professor pode se tornar receptor e, em sequência, emissor no sentido de ajudar e tentar responder. A sequência de imagens foi reproduzida aqui na mesma ordem que aparece no fórum. Lá, a organização não é cronológica. Os tópicos são aninhados para que a resposta a determinada pergunta fique próxima desta. No entanto, se o usuário dá uma resposta sem clicar na pergunta que quer responder, sua mensagem não fica aninhada a essa e aparece mais abaixo. Uma segunda aluna tenta ajudar a colega e participa da interação, provavelmente antes de ver que o professor já havia respondido, mais abaixo. Ela tenta ajudar e pergunta ao professor se sua explicação está correta. Também provavelmente sem ver que já havia uma postagem do professor mais abaixo, a tutora questiona a segunda aluna: “a qual explicação do professor você está se referindo?”, fazendo uma pequena confusão em relação ao

Entendeu?
Um abraço.

que foi postado, já que a aluna estava se referindo à sua própria explicação e não à do professor. O professor então intervém e explica à tutora o teor da mensagem da segunda aluna.

Re: dúvida
por [redacted] - segunda, 27 outubro 2014, 18:01

Juliana, um elemento de uma matriz não quer dizer uma coluna.
Veja a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$. É uma matriz que possui 3 elementos, uma linha e três colunas.
Entendeu?

abraços

[Participações](#) | [Mostrar principal](#) | [Interromper](#) | [Responder](#)

Re: dúvida
por [redacted] quarta, 15 outubro 2014, 15:26

E não entendi o que é uma matriz identidade?

[Participações](#) | [Mostrar principal](#) | [Interromper](#) | [Responder](#)

A tutora responde à pergunta da primeira aluna, reforçando a conjectura de que também não tenha visto que o professor já havia respondido. Em seguida, há uma terceira postagem da primeira aluna, que foi feita após a primeira resposta do professor. Talvez o leitor tenha que acompanhar as datas e horários das postagens para entender a ordem dos acontecimentos.

Re: dúvida
por [redacted] quinta, 16 outubro 2014, 15:04

A mensagem ficou um pouco grande, mas é importante você ler com cuidado o que escrevi, fazer o que orientei e responder o que perguntei.

Um elemento não é igual a uma coluna. Uma coluna de uma matriz é um conjunto de elementos que estão alinhados verticalmente. Mas em certos casos, pode ser que uma coluna possua apenas um elemento.

Em relação à dúvida sobre o que é uma matriz identidade, acho que sua dúvida está em entender o que significa $a_{ij} = 1$ e $a_{ij} = 0$, para i diferente de j , não é?

Para te ajudar a entender esses símbolos, você deve inicialmente reler as páginas 5 e 6 do livro de Álgebra Linear e depois você deve responder as perguntas que vou fazer abaixo:

- 1) Seja A uma matriz 3×4 (lê-se "3 por 4" e isso significa que a matriz A possui 3 linhas e 4 colunas). Se digo que a_{ij} , com $i \in \mathbb{N}$ variando de 1 a 3 e $j \in \mathbb{N}$ variando de 1 a 4, são os elementos de A , então o elemento a_{34} da matriz A está em qual linha e em qual coluna?
- 2) Agora esboce no caderno uma matriz B de ordem 3×3 e escreva cada um dos elementos da matriz na sua posição, sendo eles: b_{11} , b_{12} , b_{13} , b_{21} , b_{22} , b_{23} , b_{31} , b_{32} e b_{33} .
- 3) Circule os elementos que possuem índices iguais, isto é, que estão posicionados de modo que sua coluna e sua linha sejam iguais.

Esses elementos podem ser representados na forma b_{ij} , pois no caso deles, $i = j$, já que os dois índices são iguais.

Os elementos de uma matriz quadrada que possuem índices iguais (ou seja, a_{11} , a_{22} , a_{33} , a_{44} , ...) são representados de forma geral como a_{ij} e estão posicionados na diagonal da matriz que se chama **diagonal principal**.

- 4) Agora releia definição de matriz identidade e responda: Para ser classificada como matriz identidade, a matriz deve ser quadrada e o que deve acontecer na sua diagonal principal? E fora da diagonal principal, o que deve ocorrer?

É importante você ler com cuidado o que escrevi, fazer o que orientei e responder o que perguntei.

Aguardo retorno.

Nessa imagem³¹ aparece a resposta que o professor havia dado à segunda dúvida da primeira aluna. No entanto, a postagem está mais abaixo na página e a segunda

³¹ Como a figura está em tamanho que não favorece a leitura, segue a transcrição do que nela está escrito:

aluna e a tutora provavelmente não a viram antes de interagirem com a primeira aluna. Aqui, o professor dá uma explicação detalhada em relação ao que significa “elemento” de uma matriz e faz orientações de estudo. Ao final, ele pede que aluna faça o que orientou e poste no fórum, deixando claro que aguarda um retorno.

A mensagem ficou um pouco grande, mas é importante você ler com cuidado o que escrevi, fazer o que orientei e responder o que perguntei.

Um elemento não é igual a uma coluna. Uma coluna de uma matriz é um conjunto de elementos que estão alinhados verticalmente. Mas em certos casos, pode ser que uma coluna possua apenas um elemento.

Em relação à dúvida sobre o que é uma matriz identidade, acho que sua dúvida está em entender o que significa $a_{ij} = 1$ e $a_{ij} = 0$, para i diferente de j , não é?

Para te ajudar a entender esses símbolos, você deve inicialmente reler as páginas 5 e 6 do livro de Álgebra Linear e depois você deve responder as perguntas que vou fazer abaixo:

1) Seja A uma matriz 3×4 (lê-se “3 por 4” e isso significa que a matriz A possui 3 linhas e 4 colunas). Se digo que a_{ij} com $i \in \mathbb{N}$ variando de 1 a 3 e $j \in \mathbb{N}$ variando de 1 a 4, são os elementos de A , então o elemento a_{34} da matriz está em qual linha e em qual coluna?

Os números 3 e 4 menores que aparecem abaixo no símbolo “ a_{34} ” são chamados índices do elemento a_{34} .

2) Agora esboce no caderno uma matriz B de ordem 3×3 e escreva cada um dos elementos da matriz na sua posição, sendo eles: $b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{21}, b_{22}, b_{23}, b_{31}, b_{32}$ e b_{33} .

3) Circule os elementos que possuem índices iguais, isto é, que estão posicionados de modo que sua coluna e sua linha sejam iguais.

Esses elementos podem ser representados na forma b_{ii} , pois no caso deles, $i = j$, já que os dois índices são iguais.

Os elementos de uma matriz quadrada que possuem índices iguais (ou seja $a_{11}, a_{22}, a_{33}, a_{44}, \dots$) são representados de forma geral como a_{ii} e estão posicionados na diagonal da matriz que se chama diagonal principal.

4) Agora releia definição de matriz identidade e responda: Para ser classificada como matriz identidade, a matriz deve ser quadrada e o que deve acontecer na sua diagonal principal? E fora da diagonal principal, o que deve acontecer?

É importante você ler com cuidado o que escrevi, fazer o que orientei e responder o que perguntei.

Aguardo retorno.

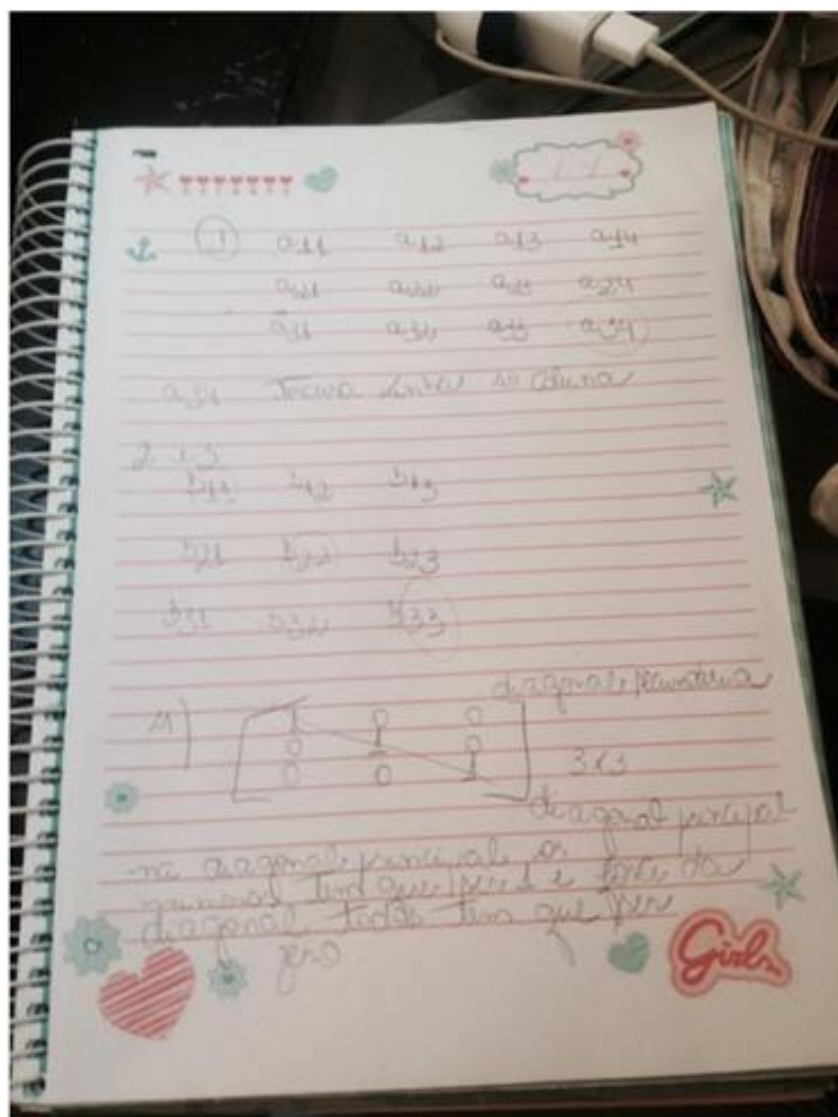
Re: dúvida

por [redacted] - quarta, 22 outubro 2014, 14:39

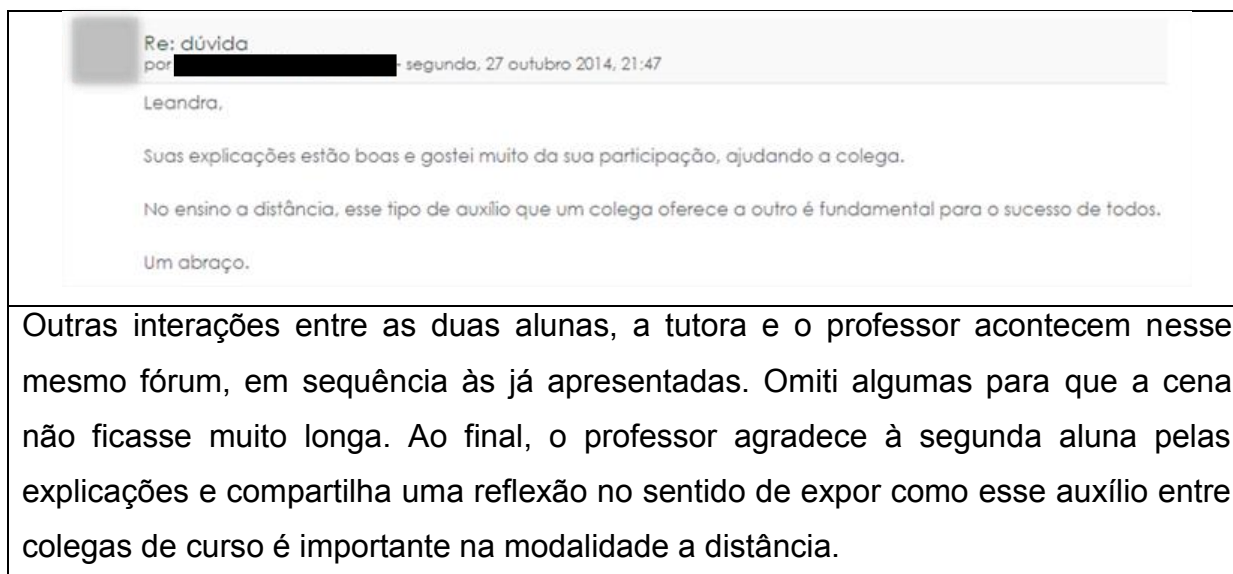
 10561607_10152763777469334_3816685086062762683_n.bmp

Esta ai Professor,

[Participações](#) | [Mostrar principal](#) | [Interromper](#) | [Responder](#)



A aluna segue a orientação do professor e compartilha uma foto em anexo à sua postagem. A foto que aparece na imagem é a que a aluna anexou. Nela, é possível perceber que ela compreende como se dá a construção de uma matriz identidade, que era uma de suas dúvidas, pois nas linhas finais ela explica as características de tal matriz.



O quadro anterior ilustra mais uma ocorrência de comunicação multidirecional, primeira dimensão identificada da propriedade “agentes”. Note como os papéis de emissor e receptor vão sendo constantemente invertidos ao longo da cena. O AVA, nesse caso, com seus registros automáticos, permite que cada participante seja um receptor e um emissor em potencial, basta que o usuário tome para si a responsabilidade de ser coautor da mensagem, como defende Silva (2010).

Também é importante destacar a confluência de mídias presente no exemplo, nesse caso mesclando texto escrito no AVA e fotografia. Kenski (2007) aborda essa questão. Para a autora,

por meio das tecnologias digitais é possível representar e processar qualquer tipo de informação. Nos ambientes digitais reúnem-se a computação (a informática e suas aplicações), as comunicações (transmissão e recepção de dados, imagens, sons etc.) e os mais diversos tipos, formas e suportes em que estão disponíveis conteúdos (livros, filmes, fotos, músicas e textos) (KENSKI, 2007, p. 33).

Como consequência dessas possibilidades, temos um ambiente plástico e moldável, que suporta inserções de fotografias, por exemplo, quando a mesma representação, se fosse feita apenas no computador, dispenderia um trabalho muito maior. De certa forma, trata-se, também, de um exemplo até irônico: enquanto diversos softwares matemáticos que contemplam a representação geométrica são desenvolvidos para superar a questão da representação desse modo de descrição, um recurso simples, como o de tirar uma fotografia, permite que se faça qualquer representação figural utilizando lápis e papel e, em seguida, digitalizando o registro

via fotografia e, utilizando a internet, a imagem é facilmente compartilhada, o que permite novas edições por ser uma imagem digitalizada.

Outra dimensão da propriedade “agentes” é a comunicação bidirecional, da qual participam um emissor e um receptor. Nesse caso, podem estar em cada um dos papéis qualquer participante do curso, seja ele aluno, tutor ou professor. A seguir trago um exemplo de comunicação bidirecional registrada no fórum da UFMG.

Quadro 8 – Comunicação bidirecional no fórum da UFMG

Questão 2
por [REDACTED] - quinta, 6 junho 2013, 13:49

Boa tarde a todos!

Na questão 2 eu montei a matriz aumentada das equações e em seguida esolonei e obtive: $1 \ 0 \ -5 \ : \ -3$
 $0 \ 1 \ 1 \ : \ -1$

Portanto temos que: $X = 5Z - 3$
 $Y = -Z - 1$
 $Z = -Y + 1$
as agora estou confuso. Esse sistema possui infinitas soluções?

Att. Reginldo Lopes/GV

Na figura anterior, um aluno posta uma dúvida relacionada a um dos trabalhos práticos propostos na disciplina.

Re: Questão 2
por [REDACTED] quinta, 6 junho 2013, 15:10

Olá Reginldo,

Então, na questão dois, é pra provar que se temos dois vetores LD, então um é múltiplo do outro, não é isso?

Vamos lá, o que quer dizer que os vetores v_1, v_2, \dots, v_n sejam LD (isto é, esses vetores NÃO são linearmente independentes)? quer dizer que se temos $a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + \dots + a_n \cdot v_n = 0$, então pelo menos uma das constantes $a_i \neq 0$. (Pois, se fossem todas zeros, então teríamos que esses vetores são Linearmente Independentes).

No exercício 2, temos somente dois vetores, tenta usar a definição acima, para chegar na conclusão. Qualquer dúvida podemos seguir discutindo.

Att,
Carlos.

Um dos professores responsáveis pela disciplina responde a dúvida do aluno, relacionada a um exercício sobre dependência e independência linear, e se coloca à disposição para continuarem discutindo, caso o aluno sinta que seja necessário. A interação para por aí e nenhuma postagem nova é feita.

Veja como é a estrutura usual de um fórum. Por exemplo, na UFMG, quatro trabalhos práticos são desenvolvidos na disciplina. Para cada um é aberto um fórum de discussão. Cada fórum pode ter tópicos iniciados por qualquer usuário: professor, aluno ou tutor. Uma vez que um tópico é criado, qualquer um pode responder. No quadro anterior, um aluno abriu um tópico intitulado “Questão 2” para fazer uma pergunta sobre uma dúvida que tinha. Um professor responsável pela disciplina

respondeu e, depois disso, nenhuma nova postagem foi feita no tópico. Nesse caso, houve um emissor (o aluno), um receptor (o professor) e uma mensagem (a pergunta). O receptor recebeu a mensagem e foi emissor de uma nova mensagem (a resposta). A forma como o aluno recebeu essa resposta não está registrada no ambiente. Como participaram dessa interação um emissor e um receptor, interpretei que seria um caso de comunicação bidirecional.

Há registros também de “comunicação unidirecional”. Utilizei aspas pois, na perspectiva que estou entendendo a comunicação, seria um pouco contraditório dizer “comunicação unidirecional”, ou seja, apenas com uma mensagem e um emissor. Uma vez que não há registro de receptor, não há como dizer se a comunicação se estabeleceu ou não. Em alguns casos conjecturo que não. Em outros, realmente, não tenho como afirmar. Veja o próximo quadro.


Quadro 9 – Comunicação unidirecional: tutora

<p>Definições por [REDACTED] - terça, 8 novembro 2011, 22:34</p> <p>Prezados Acadêmicos,</p> <p>vamos pesquisar em livros as definições de Matriz linha, matriz coluna, matriz nula, matriz quadrada de ordem n, matriz diagonal e matriz identidade.</p> <p>Ressalto que é importante citar o livro de onde foi “tirada” a definição e que podemos encontrar modos diferentes de definir um mesmo tipo de matriz.</p> <p>Att.</p>
<p>Nessa figura percebe-se que uma tutora faz uma proposta para os alunos. Ela sugere que eles procurem definições relacionadas ao conceito de Matriz e que citem os livros de onde essas definições foram retiradas. No entanto, não há nenhuma resposta a esse tópico.</p>

Quadro 10 – Comunicação unidirecional: aluna

Re: Questão 2 - lista 2
por [redacted] quarta, 16 novembro 2011, 10:39

Este vídeo me ajudou bastante... Deixo o link pra vcs...



Método de Gauss Jordan, escalonamento e sistemas lineares

0 1 -1 -2
0 0 12 42

1 -3
0 1 -1

0:00 / 9:55

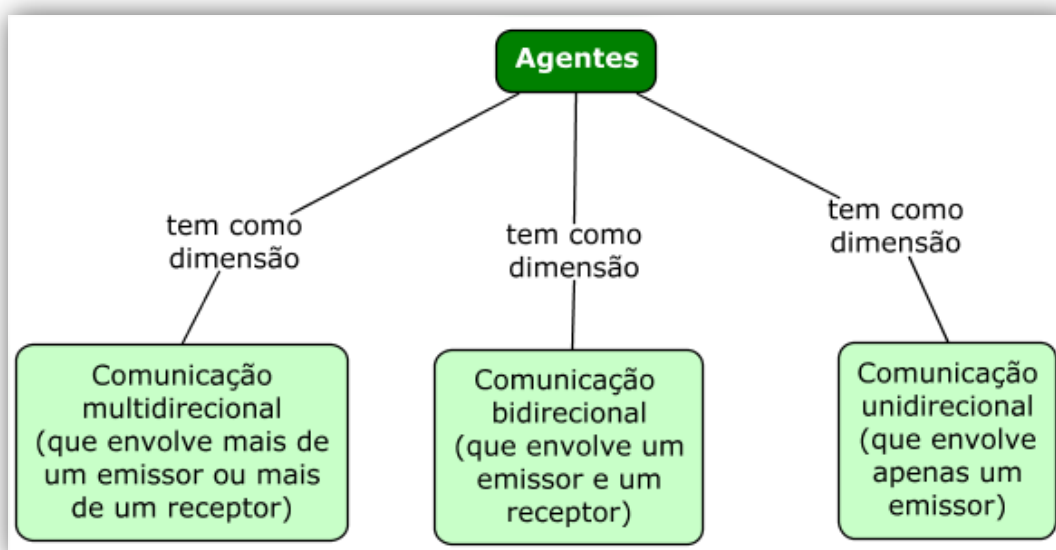
Em um tópico de uma questão, de um fórum aberto para discutir uma lista de exercícios, uma aluna posta um vídeo que diz ter sido útil para que ela entendesse o conteúdo abordado na questão. Embora o tópico tenha mais 42 postagens além da registrada na figura desse quadro, nenhuma postagem faz referência ao vídeo encaminhado pela aluna, não sendo possível, portanto, dizer se a mensagem do emissor teve receptor, ou receptores.

Nos quadros anteriores, houve uma tentativa de comunicação estabelecida pela tutora, no primeiro, e por uma aluna, no segundo. Em ambos os casos, há uma mensagem e um emissor, no entanto, não há registros de receptores e novos emissores. Conjectura-se que a comunicação não tenha sido estabelecida ou que tenha sido feita fora do AVA do curso ou até que tenha alcançado um ou mais receptores, mas neste caso eles não se tornaram emissores enviando mensagem de volta. Esses seriam exemplos de comunicação unidirecional. Se o contexto de comunicação fosse o presencial, outros elementos poderiam indicar a presença do receptor, mesmo que ele não tenha se tornado emissor posteriormente. Por exemplo, o contato visual e movimentos gestuais poderiam indicar que o receptor realmente ouviu a mensagem. No contexto virtual, as distâncias física e temporal não permitem que isso seja analisado, a menos que o receptor se manifeste com uma nova postagem.

Silva (2010) afirma que diversos meios são unidirecionais, como a TV e o rádio, por exemplo. Segundo o autor, a mensagem nesses meios sempre fica sob o poder do emissor. A web rompe essa lógica trazendo a possibilidade de coautoria do receptor. No entanto, mesmo na web, há casos em que uma tentativa de comunicação é feita, mas ela acaba não sendo de fato estabelecida, como pode ser observado nos quadros apresentados.

Em suma, a propriedade “agentes” tem três dimensões, que envolvem a quantidade de emissores e receptores atuando no estabelecimento da comunicação. Quando há mais de um emissor ou mais de um receptor, a comunicação é multidirecional; quando há apenas um emissor e um receptor, a comunicação é bidirecional; e quando há apenas um emissor, a comunicação é unidirecional. A figura a seguir representa essa síntese.

Figura 19 – Propriedade Agentes



Fonte: a pesquisa.

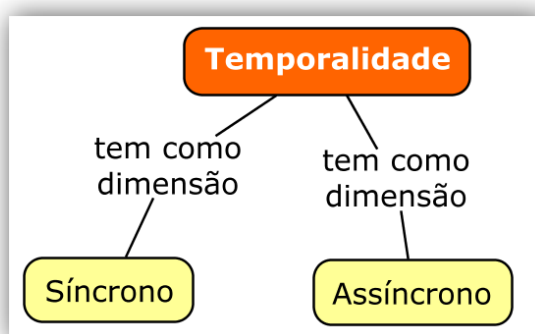
5.3.1.3 Temporalidade

Na propriedade temporalidade, as dimensões que aparecem são comunicação síncrona e assíncrona. Na propriedade "agentes" foi dito que a comunicação acontece entre diversos atores, tanto no *chat* quanto na videoconferência e fórum. Se considerarmos a propriedade temporalidade, o fórum estaria mais ligado à comunicação assíncrona, embora comunicação síncrona também seja possível

nesse espaço, enquanto a videoconferência e o *chat* têm a característica de comunicação síncrona.

Andrade (2010) alertou para a importância da comunicação síncrona para superação de problemas encontrados pelos alunos em relação a tópicos de Álgebra Linear. Por outro lado, o uso do fórum permite que o aluno reflita com mais calma sobre a questão, tente, erre e aprenda com seu erro. Essa é uma propriedade importante e suas duas variações possuem características específicas, não equivalentes e complementares em relação às possibilidades que trazem. Os quadros apresentados na discussão das propriedades anteriores já ilustram exemplos de comunicação síncrona e assíncrona e a figura a seguir mostra suas dimensões.

Figura 20 – Propriedade Temporalidade



Fonte: a pesquisa.

5.3.1.4 Avaliação

Por fim, a propriedade avaliação traz variações na forma como a comunicação virtual do aluno é avaliada pelos professores e tutores. Nessa propriedade, as dimensões são “é avaliada” e “não é avaliada”. A UNEB é a única instituição cuja comunicação virtual é avaliada, por meio de fóruns avaliativos.

O fato de ter a comunicação avaliada parece influenciar a forma de participação do aluno no fórum, o que, por sua vez, influencia o uso de recursos digitais, uma vez que o aluno precisa utilizar alguma ferramenta para compartilhar as diferentes linguagens presentes nos modos de descrição de Álgebra Linear.

O trecho da entrevista, realizada com a professora responsável por um dos cursos, ilustra um pouco sua percepção em relação à participação dos alunos no

fórum avaliativo e como o fato dele ser avaliado altera a maneira como os alunos se posicionam.

Tem o fórum avaliativo, que esse fórum é dividido em duas partes. Eu geralmente também coloco três questões pra cada parte, a depender do tipo da questão coloco a, b, c, d. Até pra ter mais questões pra que os alunos possam estar participando. Então eles vão tirando as dúvidas no fórum. Eu vejo que o fórum avaliativo hoje não funciona do jeito que eu acho que deveria funcionar, porque muitos alunos, assim, às vezes você tem uma dúvida de uma questão do fórum avaliativo. Em vez de trazer essa dúvida no fórum, que aí um aluno, tirando, por exemplo: um aluno levantando um questionamento é uma forma de participar do fórum avaliativo. Outro aluno tirando a dúvida desse aluno, ele está participando do fórum avaliativo e ele leva isso pro fórum de dúvidas, então fica difícil para o tutor fazer [a avaliação]. Ele [o tutor] vai se basear pelo que o aluno postou no fórum avaliativo [para dar a nota]. Então eu sempre peço: gente, questão do fórum avaliativo é pra ser discutido no fórum avaliativo, aí levo toda essa justificativa, mas eles [...] dizem: "ah não, porque os alunos não entram no fórum avaliativo, eles não veem o fórum avaliativo como deveria ser, eles veem como mais uma atividade que eles têm que postar lá e acabou, não entram mais, não participam ativamente do fórum.

Eu: E eles participam mais desse fórum de dúvidas?

Professora: [Isso], do fórum de dúvidas. O de dúvidas seria um fórum avaliativo, entendeu?

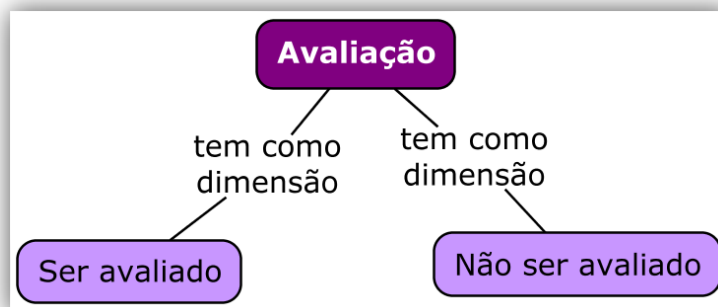
Eu: Entendi.

Professora: Mas eles não encaram o fórum avaliativo. Talvez no início. Eu vejo também pela condução. Talvez no início os professores não tiveram essa mesma fala, em conduzir, então um professor faz essa chamada e os outros fazem diferente, não adianta, entendeu?

Na fala, a professora explica como o fórum avaliativo foi pensado: o professor posta uma questão diretamente no fórum e os alunos têm que interagir. Eles são avaliados por essa interação. No entanto, a professora pontua que a forma como ele acaba se desenvolvendo não reflete a forma planejada inicialmente. Na verdade, os alunos encaram a questão do fórum como um exercício a ser resolvido e se preocupam mais em postar a resposta da questão do que debater sua resolução. Os tutores afirmam que os alunos não encaram o fórum avaliativo da forma como encaram o fórum de dúvidas. A professora reflete que gostaria que o mesmo tipo de interação que ocorre no fórum de dúvidas acontecesse no avaliativo, no entanto, o fato de ser avaliado acaba condicionando a forma de participação dos alunos.

As demais instituições não avaliam a comunicação virtual do aluno. A avaliação, nos outros três casos, é feita pelos materiais produzidos pelos estudantes, seja resolvendo trabalhos práticos, listas de exercícios ou provas presenciais. A figura a seguir resume essa propriedade.

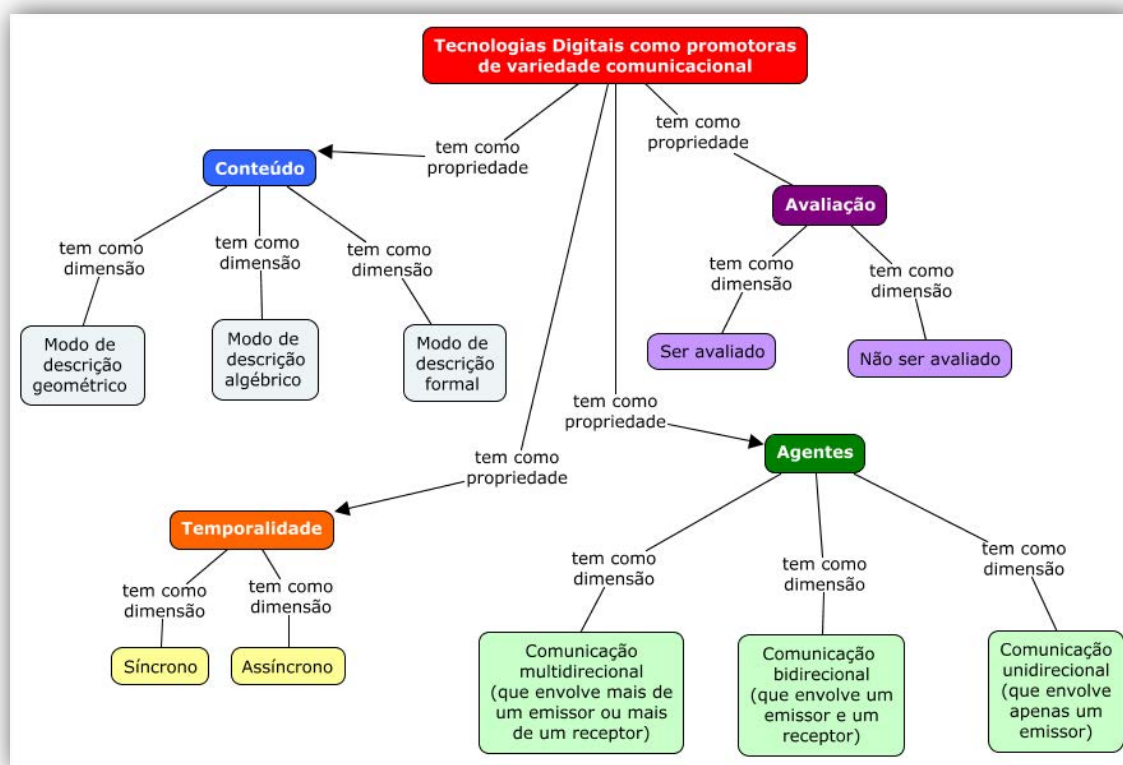
Figura 21 – Propriedade Avaliação



Fonte: a pesquisa.

Assim, a primeira categoria foi apresentada nessa seção, em termos de suas propriedades e dimensões. Exemplos foram tirados dos dados brutos para ilustrar minha interpretação em relação a essas propriedades e dimensões. A próxima figura resume a categoria completa, o que constitui a etapa de codificação axial em relação à primeira categoria. Essa categoria destaca um dos papéis das tecnologias digitais percebido nas instituições analisadas, que reflete uma grande variedade em termos de comunicação virtual.

Figura 22 – Codificação axial da categoria Variedade Comunicacional



Fonte: a pesquisa.

5.3.2 *Material didático digital*

O material didático foi citado nos Referenciais de Qualidade (BRASIL, 2007) como um elemento central dos cursos na modalidade a distância. Isto porque, com a ausência física do professor responsável pela disciplina, os demais atores e materiais com os quais o aluno pode interagir ganham destaque. Com as possibilidades dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem, que armazenam texto, vídeo, áudio e imagem, percebi que as tecnologias digitais atuaram na produção de diversificados tipos de materiais didáticos digitais.

Os materiais disponíveis variam em forma, em conteúdo e em outros aspectos. O livro em PDF, por exemplo, pode ser editado por qualquer aluno, com inserção de comentários e grifos. A videoaula gravada permite que o aluno assista a mesma explicação do professor quantas vezes achar necessário. A webconferência gravada também se torna material didático uma vez que está disponível para acesso posterior no AVA. Nesse caso, tanto o aluno que não pôde participar tem acesso ao que foi discutido quanto aquele que participou pode retomar a discussão, assistir várias vezes, refletir sobre as interações estabelecidas e até mesmo compreender algo que possa ter ficado confuso no momento da interação síncrona.

Assim, a segunda categoria que emergiu da análise de dados foi intitulada Material Didático Digital e tem como propriedades: conteúdo, natureza e recursos envolvidos.

5.3.2.1 Conteúdo

O título dessa propriedade e de suas dimensões coincide com os da primeira propriedade da categoria anterior por ter intersecções importantes, mas há diferenças substanciais. No caso da outra categoria, a referência era feita à comunicação estabelecida entre os atores do curso. Nesse caso, trata-se de analisar o conteúdo do material didático proposto ao aluno. Que tipos de modos de descrição são privilegiados nesses materiais? Nesta seção buscarei responder a essa questão com mais algumas cenas dos dados, agora situadas nos materiais propostos.

Como o material didático é específico da disciplina de Álgebra Linear, ao analisar suas diversas formas nas instituições, foi natural estabelecer como dimensões os modos de descrição formal, algébrico e geométrico.

Quadro 11 – Modo de descrição algébrico no livro texto

Exemplo 4.6.2: Consideremos os vetores $e_1 = (1, 0, 0, \dots, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0, \dots, 0)$, ..., $e_n = (0, 0, 0, \dots, 0)$. Vimos no exemplo 4.5.4 que o conjunto $A = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ é LI no espaço \mathfrak{R}^n . Além disso, A gera \mathfrak{R}^n , pois todo vetor $v = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ pode ser escrito como combinação linear dos vetores de A , isto é:

$$v = e_1x_1 + e_2x_2 + \dots + e_nx_n$$

Portanto, A é uma base do \mathbb{R}^n , conhecida como *base canônica* do \mathfrak{R}^n .

Fonte: AVA da UFMS.

A figura desse quadro retrata um trecho do livro texto da disciplina do curso da UFMS. No capítulo em questão, o autor discute espaços e subespaços vetoriais, combinações lineares, subespaços gerados, dependência e independência linear e base. No exemplo em questão é apresentado um conjunto de vetores do \mathbb{R}^n que, com as operações usuais, formam uma base do espaço vetorial \mathbb{R}^n . As condições para que um conjunto de vetores forme uma base são demonstradas. Nesse processo, é utilizada a representação em n-uplas, característica do modo de descrição algébrico. Por essa razão, o excerto foi utilizado como exemplo dessa dimensão, na segunda categoria de análise.

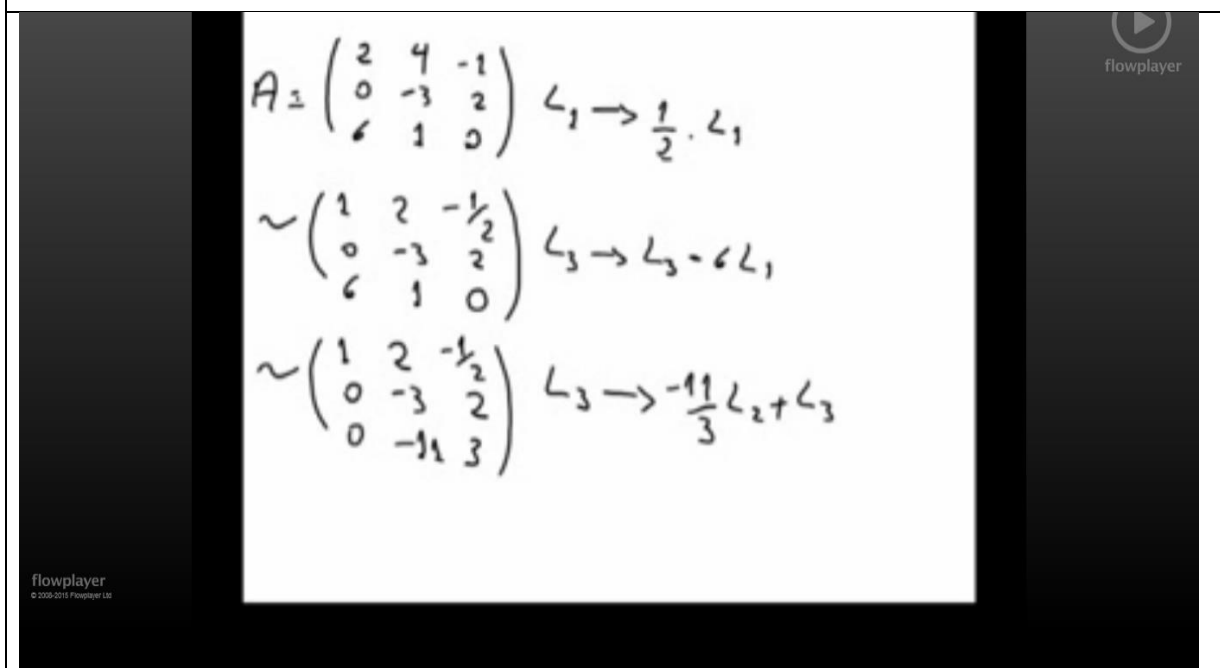
Os modos de descrição algébrico e formal foram fartamente mais utilizados nos materiais didáticos dos cursos do que o modo de descrição geométrico. Eles aparecem em maior frequência tanto nos materiais escritos quanto nos audiovisuais. Ressalta-se que quando os autores apresentam um exemplo ou um exercício proposto, tais exemplos e exercícios são apresentados, com grande frequência, no contexto do modo de descrição algébrico, mesmo quando o exemplo é de cunho formal. Logo, o movimento entre os modos de descrição parece acontecer apenas entre esses dois modos.

Quadro 12 – Modo de descrição algébrica na videoaula



Fonte: AVA da UFU.

As videoaulas da UFU geralmente são estruturadas com uma introdução gravada em estúdio seguida por uma imagem da lousa digital acompanhada do áudio da voz do professor, que resolve exercícios ou explica elementos teóricos do tema em questão. Durante o uso da lousa digital, a imagem do professor e, portanto, seus movimentos gestuais, não são compartilhados. Aparece apenas o que o professor escreve na lousa enquanto fala, como é apresentado na próxima imagem.



Fonte: AVA da UFU.

Nesse trecho, o professor explica como uma matriz 3×3 pode ser escalonada. Tratava-se do módulo 1 da disciplina, referente a matrizes e sistemas lineares. Assim, é natural a ocorrência do modo de descrição algébrico, como pode ser visto na imagem, já que o professor utiliza a linguagem matricial.

Transcrição de parte do áudio da voz do Professor: *Bom, pessoal, então vamos fazer alguns exemplos aqui de exercícios que estão relacionados aos assuntos estudados no Módulo 1.*

Bom, primeiro, vamos escalonar a matriz A, uma matriz três por três (enquanto professor fala, escreve a matriz A). Bom, eu peço desculpas pela letra, porque eu não estou muito acostumado à lousa digital, mas espero que vocês entendam.

Então, essa é a matriz A e a gente vai, através das operações elementares, que são trocas de linhas, colunas [...], multiplicar uma linha por uma constante não nula e trocar uma linha pela soma dela com uma outra linha multiplicada por uma constante...

O objetivo é deixar essa matriz na forma de uma matriz triangular superior.

Enquanto escreve na lousa, o professor dá informações adicionais em relação ao processo que está sendo realizado. Nesse caso, ele utilizou a linguagem matricial não apenas na escrita, mas também em sua fala, ao mencionar suas linhas, colunas e as operações que são possíveis de serem realizadas para transformar uma matriz associada a um sistema linear em outra equivalente, ou seja, em uma matriz de outro sistema linear com mesmo conjunto solução do sistema original.

Assim como ocorreu na categoria anterior, os dois quadros anteriores mostram que a ocorrência de um modo de descrição não está restrita ao mesmo tipo de comunicação ou, nesse caso, ao mesmo tipo de material didático, podendo se estabelecer tanto na linguagem oral quanto escrita. O quadro a seguir traz uma ocorrência do modo de descrição geométrico.

Quadro 13 – Modo de descrição geométrico no livro-texto

Exemplo 6.1 Sejam $v_1 = (1,1)$ e $v_2 = (-1,1)$. É claro que $\mathcal{B} = \{v_1, v_2\}$ é uma base do \mathbb{R}^2 . Consideremos $x = (2,2) \in \mathbb{R}^2$. Na base \mathcal{B} , temos $x = 2v_1 + 0v_2$. Quer dizer, as coordenadas de x na base \mathcal{B} são 2 e 0. ◁

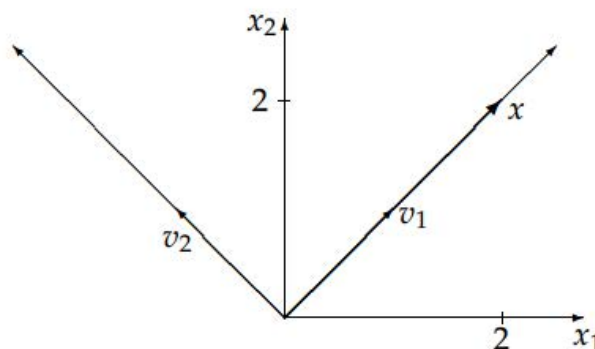


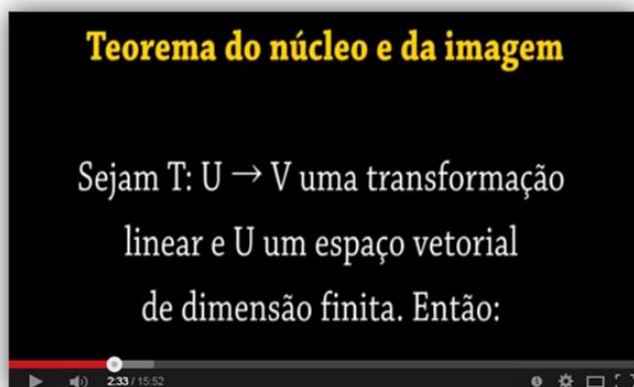
Figura 6.1: As coordenadas de $x = (2,2)$ na base \mathcal{B} são 2 e 0, pois $x = 2v_1 + 0v_2$.

Fonte: Livro texto da UFMG, página 67.

Neste excerto, o autor do livro didático apresenta um exemplo que ilustra graficamente a diferença de representação de um mesmo ponto se tomadas bases distintas.

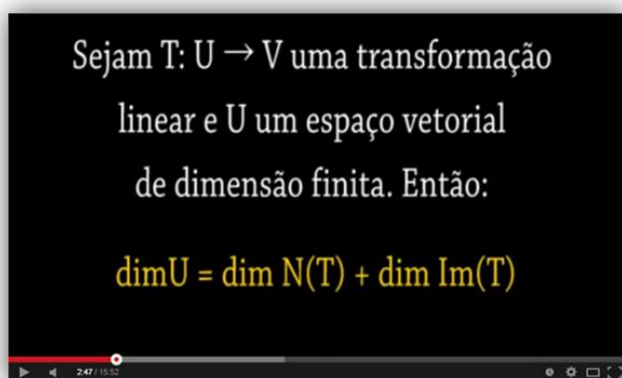
Das quatro instituições analisadas, a que apresentou mais ocorrências do modo de descrição geométrico foi a UFMG, embora ainda em menor frequência, se comparado ao modo algébrico e ao formal naquela instituição. Por fim, no quadro a seguir ilustro uma ocorrência do modo de descrição formal.

Quadro 14 – Modo de descrição formal na videoaula



Na figura deste quadro, a professora, com o auxílio de cinegrafista e equipe de edição, aborda o Teorema do Núcleo e da Imagem em uma videoaula gravada e postada no YouTube e no Moodle da UNEB.

Como já apresentado antes, as videoaulas da UNEB são

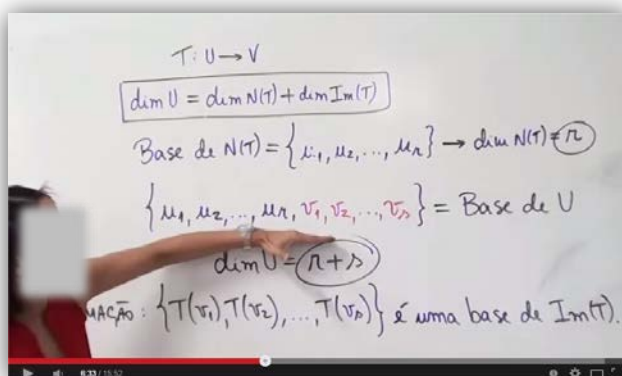


Fonte: YouTube (direcionado pelo AVA da UNEB).

Transcrição da voz da Professora: Teorema do núcleo e da imagem. Seja T de U em V uma transformação linear e U um espaço vetorial de dimensão finita. Então, a dimensão de U , a dimensão do domínio da transformação linear, é igual à dimensão do núcleo da transformação, mais a dimensão da imagem.

intercaladas por edições como a que podemos ver ao lado, enquanto a voz da professora pode ser escutada por quem assiste ao vídeo.

Ao lado encontra-se a transcrição do áudio da voz da professora enquanto a definição aparece no vídeo. Note que sua fala vai além da imagem. Ela, ao enunciar o teorema, afirma que o espaço vetorial U é o domínio da transformação linear T . Essa relação pode não ser inicialmente percebida pelo aluno. A voz da professora ajuda no estabelecimento dessa relação.



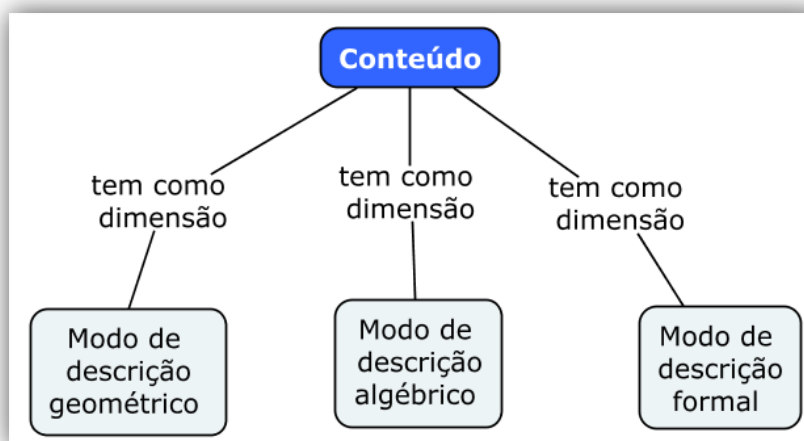
Fonte: YouTube (direcionado pelo AVA da UNEB).

Continuando o vídeo, a imagem da professora retorna e ela explica a ideia da demonstração desse teorema, argumentando que essa ideia será importante durante a resolução de alguns exercícios que os alunos terão como atividade.

O conjunto de quadros aqui apresentados mostra a variação em termos de conteúdo encontrada nos materiais didáticos disponíveis aos alunos, do ponto de

vista dos modos de descrição de Álgebra Linear. Embora a variedade apresentada envolva os três modos, é importante destacar mais uma vez a predominância dos modos algébrico e formal. Esse fato será mais explorado na etapa de codificação seletiva. Assim, sintetizando a primeira propriedade da segunda categoria, apresento o esquema a seguir.

Figura 23 – Propriedade Conteúdo



Fonte: a pesquisa.

5.3.2.2 Natureza

Dentre os materiais didáticos disponíveis aos alunos, foram identificadas três naturezas distintas: os materiais textuais, audiovisuais e os multimodais. Essa é uma importante característica dos cursos a distância, a meu ver, já que em cursos presenciais é menos usual que materiais audiovisuais sejam produzidos e propostos como materiais didáticos. Muitas vezes os próprios alunos os buscam na internet, mas, em geral, não se percebe uma prática de produção de material audiovisual por parte dos professores com a finalidade de compor o rol de materiais didáticos propostos. Na modalidade a distância, no entanto, essa é uma prática que se verificou nos AVAs de três dos quatro cursos analisados (UFMS, UFU e UNEB).

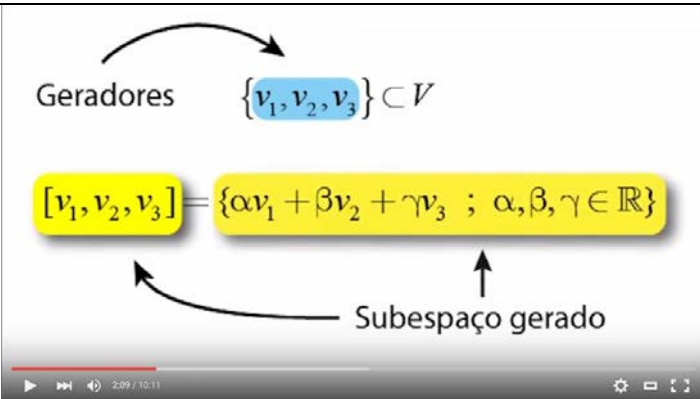
O material em texto normalmente é postado em arquivo PDF e apresenta certa variedade. Todos os cursos disponibilizam um livro texto nesse formato. Além dele, em algumas instituições há roteiros de estudo (UFMG, UFMS e UNEB), que normalmente trazem elementos da teoria e exercícios propostos. Na UFU, o livro texto e os exercícios propostos formam um material único. Algumas das atividades propostas são avaliadas, devendo o aluno, nesses casos, enviar suas soluções, pelo

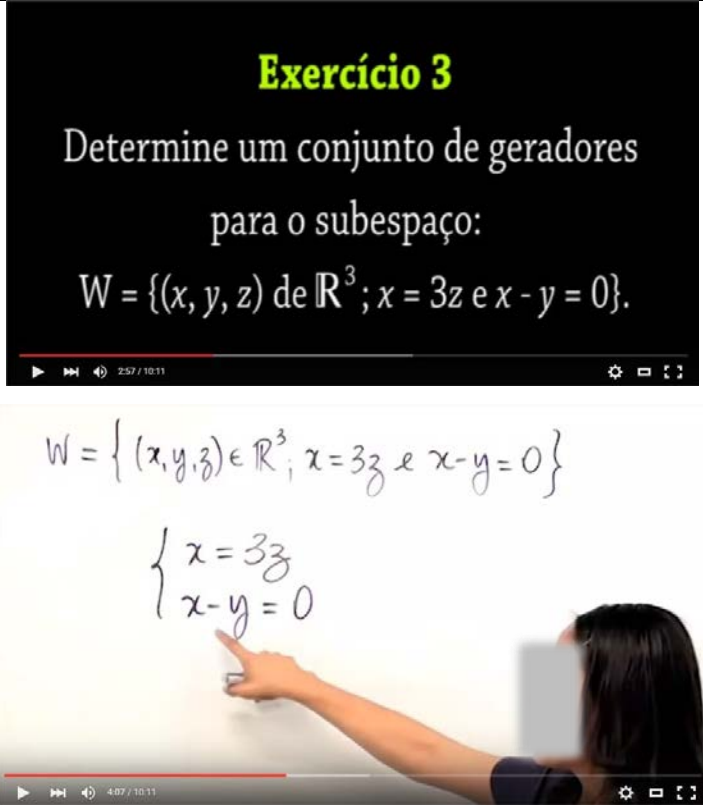
Moodle, respeitando prazos pré-determinados. Essas atividades normalmente são corrigidas pelos tutores. Em todos os casos, os arquivos podem ser baixados pelos alunos e editados posteriormente, com grifos e notas. Por se tratar de material escrito com várias páginas, a reprodução na tese não favorece a fluidez do texto. Por esse motivo, nessa dimensão, optei por descrever o material em vez de reproduzi-lo como imagem.

A segunda dimensão dessa propriedade é a de natureza audiovisual. Na UFMS, UFU e UNEB, instituições que utilizaram esse recurso, o material em vídeo é produzido especificamente para o curso. No caso da UFU, além do material produzido pelo professor, outros vídeos sobre o tema disponíveis no YouTube são propostos como material didático complementar. É importante destacar esse fato de produção intencional para o curso. Em casos como este, é possível ter convergência de linguagem utilizada nas listas de exercícios, videoaulas, provas, roteiros de estudos e outros materiais. Quando o material é proposto partindo de produto pronto disponível na internet, nem sempre essa convergência é garantida.

A forma de produção de vídeo, no entanto, muda de uma instituição para outra. Na UNEB, as videoaulas são gravadas em salas de aula presenciais e posteriormente editadas. No processo de edição são inseridas telas que mesclam a voz da professora com texto matemático. Enquanto a professora é filmada, ela explica o conteúdo utilizando caneta e quadro branco, mas ao longo do vídeo outras formas de expressão são utilizadas, como mostra o Quadro 15.

Quadro 15 – Videoaula da UNEB

 <p>Geradores $\{v_1, v_2, v_3\} \subset V$</p> <p>$[v_1, v_2, v_3] = \{\alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_3 ; \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}$</p> <p>Subespaço gerado</p>	<p>As três figuras ao lado são da mesma videoaula. Nos momentos em que a professora não aparece, sua voz continua explicando o que aparece na tela.</p> <p>Momentos de <i>zoom</i> acontecem, também, para enfatizar resultados importantes.</p>
---	--



Exercício 3

Determine um conjunto de geradores para o subespaço:

$$W = \{(x, y, z) \text{ de } \mathbb{R}^3; x = 3z \text{ e } x - y = 0\}.$$

$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x = 3z \text{ e } x - y = 0\}$

$$\begin{cases} x = 3z \\ x - y = 0 \end{cases}$$

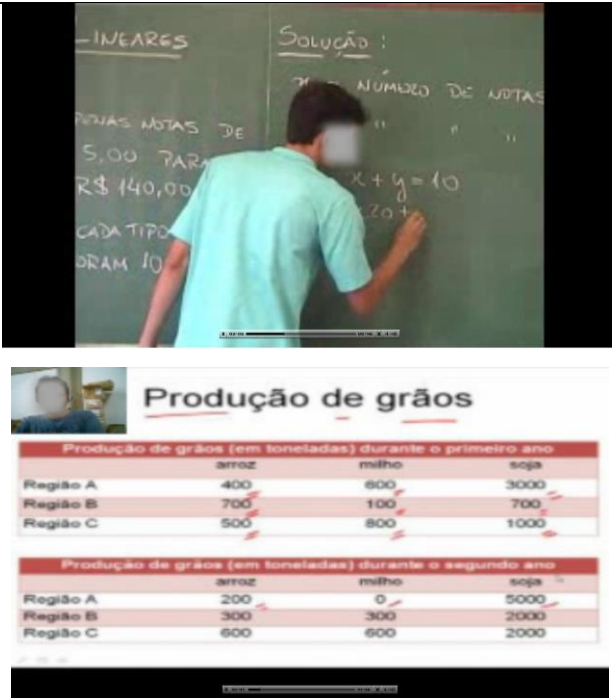
Fonte: <<https://www.youtube.com/watch?v=nRJViGVC6iU>>³².

Vídeos em que imagem, gestos, áudio, diagramas e outras possíveis formas de expressão são editados e combinados se aproximam do que Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) denominam discurso multimodal. Assim, nem todo vídeo pode ser visto como uma representação de discurso multimodal, mas se ele apresenta características de combinação de diversas formas de expressão, como as ilustradas no quadro anterior, a relação pode ser estabelecida.

Na UFMS, algumas das videoaulas são gravadas como na UNEB, mas existe outra forma, em que o professor utiliza mesa digitalizadora, slides e software de captação do movimento da tela do computador com o áudio do usuário. Nesse caso, o professor, sem auxílio de equipe extra, pode produzir seus vídeos multimodais. Veja o Quadro 16.

³² Acesso em 04 ago. 2015.

Quadro 16 – Videoaulas da UFMS




Fonte: AVA da UFMS.

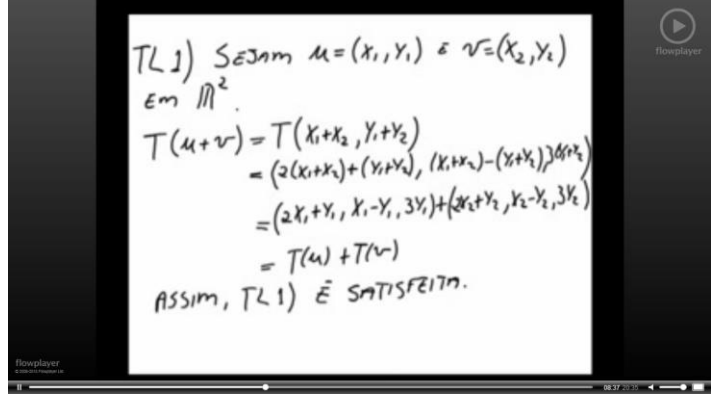
Ao lado aparecem exemplos dos dois tipos de videoaulas gravadas na UFMS. Na primeira, o professor é filmado por cinegrafista em uma sala de aula usual. A segunda é produzida pelo próprio professor com o auxílio de uma mesa digitalizadora, um computador e um software de captação do movimento da tela. Nesse segundo caso, temos mais uma ocorrência de multimodalidade.

Na UFU, as videoaulas são gravadas em estúdio, como já observado. A introdução capta a imagem do professor, que explica os temas principais que serão trabalhados, para, em seguida, aparecer a imagem de uma lousa digital acompanhada da voz do docente. Nessas videoaulas, os gestos do professor não são captados, como acontece nos vídeos da UFMS e da UNEB. O Quadro 17 ilustra essa ocorrência.

Quadro 17 – Videoaula da UFU



As duas figuras ao lado representam trechos da mesma videoaula. Todas as videoaulas da disciplina de Álgebra Linear da UFU possuem a mesma estrutura. Na primeira parte, em um estúdio, o professor adianta os elementos principais que serão discutidos para, em

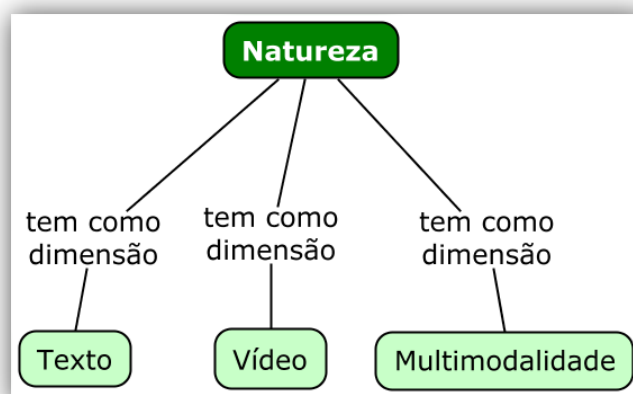


Fonte: AVA da UFU.

seguida, desenvolver o restante da teoria e dos exemplos em uma lousa digital. Nesse segundo momento, a única imagem que aparece na tela é o resultado do que é feito na lousa, acompanhado da voz do professor.

Portanto, a propriedade Natureza, da segunda categoria de análise, apresentou três dimensões. A figura a seguir apresenta o esquema que resume essa propriedade.

Figura 24 – Propriedade Natureza



Fonte: a pesquisa.

5.3.2.3 Recursos envolvidos

Na terceira propriedade da segunda categoria, discuto os recursos envolvidos na produção de material didático digital. Esse foi um elemento que se mostrou relevante quando comecei a analisar como essa produção variava, pois a presença de determinado artefato tecnológico acabou condicionando a produção de material, em alguns casos. Por exemplo, na UFU, a mesma lousa digital utilizada nas webconferências é utilizada, também, na gravação de videoaulas. Nos materiais de natureza textual, arquivos usuais digitados em editores com suporte à simbologia

matemática foram identificados em todos os cursos. Nesse caso, o material pode ser produzido com um computador que tenha os softwares necessários instalados.

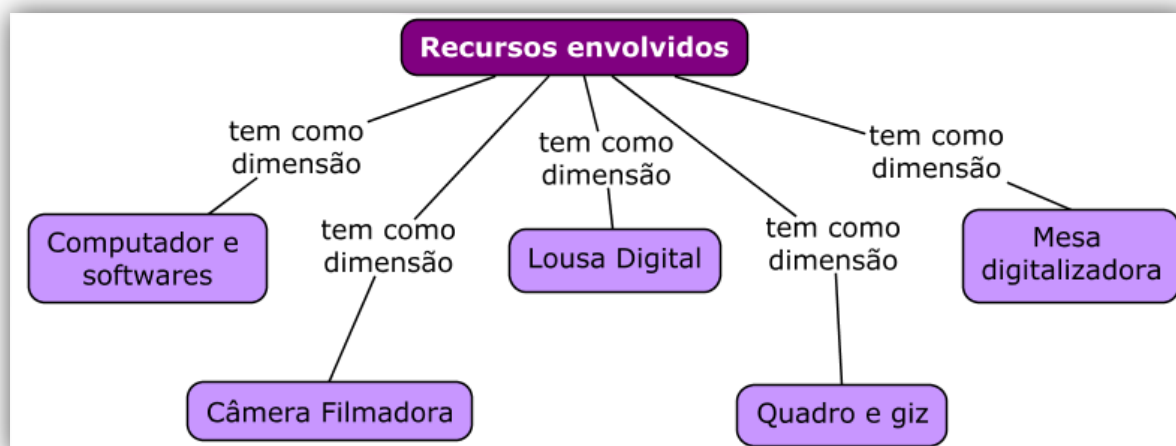
Os artefatos tecnológicos, no entanto, pareceram influenciar de forma mais diversificada a produção de vídeos. Os quadros anteriores já contemplam a variedade percebida nos dados e, por isso, não serão reproduzidos novamente para evitar repetição. As segundas figuras do Quadro 12 e do Quadro 17, por exemplo, mostram o uso de lousa digital em videoaulas. A gravação também é feita, em outros casos, com auxílio de câmera filmadora e quadro negro, o que é representado nas terceiras figuras do Quadro 14 e do Quadro 15, assim como na primeira do Quadro 16. A segunda figura deste último, inclusive, mostra o uso de mesa digitalizadora e um computador. Nesse caso, a imagem do professor em vídeo acompanha sua voz, mostrando aos alunos pelo menos parte de suas expressões faciais e gestos.

Em geral, os vídeos produzidos, seja em sala de aula presencial com filmagem por cinegrafista ou com o auxílio de lousa digital e mesa digitalizadora, são editados posteriormente em um computador. Em alguns casos são inseridos diagramas, vinhetas, telas com textos matemáticos, entre outros. Autores como Borba, Scucuglia e Gananidis (2014) utilizam o termo multimodalidade para expressar a linguagem combinada em vídeos utilizando áudio, texto, imagem, entre outros, na produção de material audiovisual.

Os vídeos digitais, que podem ser concebidos enquanto narrativas ou textos multimodais, compilam diversos modos de comunicação como oralidade, escrita, imagens dinâmicas, espaços, formas de gestualidade e movimentos, etc., integrados ao uso de diferentes tecnologias como giz e lousa, o GeoGebra, câmera digital, notebooks, dentre outras. Isso implica em aspectos diferenciados no que diz respeito à natureza do pensamento matemático que envolve a formação de coletivos pensantes de seres-humanos-com-mídias em salas de aula (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 30).

Assim, para os autores, diferentes combinações de mídias implicam em aspectos diferenciados quando se pensa a produção de conhecimento matemático do ponto de vista da metáfora seres-humanos-com-mídias, a qual representa, como já afirmado, a produção de conhecimento sendo o resultado da interação entre humanos e mídias, como a oralidade, a escrita ou a informática. Em síntese, a Figura 25 traz as dimensões da propriedade Recursos Envolvidos.

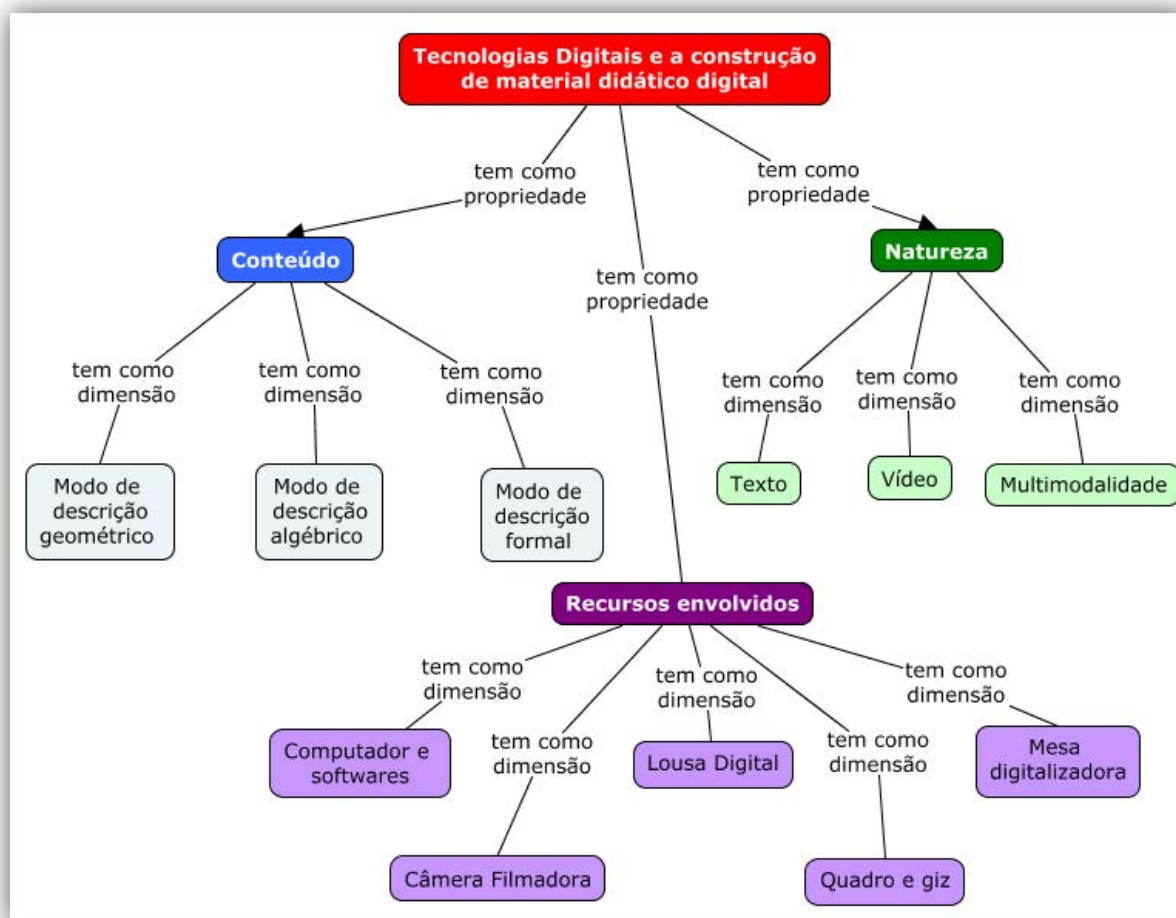
Figura 25 – Propriedade Recursos Envolvidos



Fonte: a pesquisa.

Retomando o que foi feito na segunda categoria, três propriedades foram aqui desenvolvidas: conteúdo, com dimensões que variam de acordo com o modo de descrição (HILLEL, 2000) em evidência; natureza, com materiais em texto, vídeo ou multimodais; e recursos envolvidos, envolvendo diferentes artefatos tecnologias que vão desde o quadro e giz usuais até as modernas lousas digitais. Isso mostra, mais uma vez, a pluralidade da UAB como sistema que contempla as possibilidades e características locais. A Figura 26 sintetiza a segunda categoria de análise.

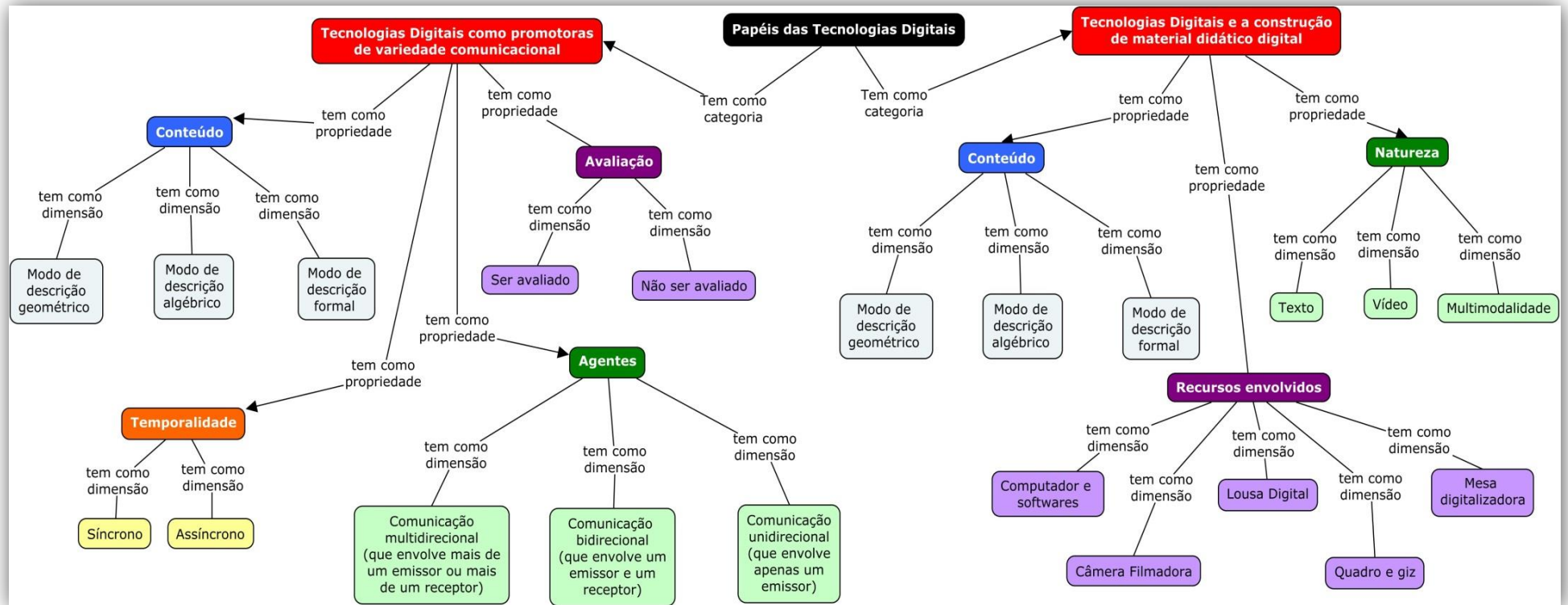
Figura 26 – Codificação axial da categoria Material Didático Digital



Fonte: a pesquisa.

O esquema da Figura 27, então, resume a etapa de codificação axial que consistiu em desenvolver as duas categorias de análise em termos de suas propriedades e dimensões. Nas próximas seções o modelo analítico avança com o aprofundamento das declarações relacionais, a apresentação da categoria central generalizadora e a apresentação de padrões de usos de tecnologias digitais em cada instituição.

Figura 27 – Esquema geral de codificação axial



Fonte: a pesquisa.

5.4 Codificação seletiva: em busca de uma categoria central

Strauss e Corbin (2008) afirmam que, na codificação seletiva, o pesquisador desenvolve declarações relacionais intra e entre categorias. À medida que a análise de dados avança, essas declarações vão se tornando cada vez mais complexas, formando uma rede. É nesse nível de relações que a teoria se desenvolve e se constrói uma categoria central que relaciona as demais. Neste ponto o pesquisador deve se encontrar em condições de responder sua pergunta de pesquisa.

Na seção de codificação axial, alguns elementos de codificação seletiva já aparecem quando dialogado com alguns autores. É difícil separar por completo as três codificações em um relato de pesquisa, uma vez que se trata de processos desenvolvidos parcialmente em paralelo.

Além disso, em certos casos, discutir algumas questões apenas nesta seção traria repetições para a tese, já que eu teria que retomar várias cenas anteriores. Essa opção poderia, portanto, prejudicar a leitura. Assim, em algumas cenas apresentadas, já optei por estabelecer algumas relações com a literatura afim.

Para a apresentação das demais relações, destaco alguns temas, os quais, em sua maioria, surgiram do cruzamento entre categorias, propriedades e dimensões. Algumas dessas relações implicam em possibilidades exploradas pelas instituições e percebidas na análise durante o desenvolvimento da pesquisa, outras, no entanto, revelam algumas limitações e desafios a serem superados, sob meu ponto de vista.

Optei por discutir as duas vertentes, por dois motivos: em primeiro lugar, para ser fiel aos meus dados e, em segundo, para ajudar a pensar em possibilidades de superação e, nos casos em que não consigo sugerir uma alternativa, pelo menos apontar aparente problema e deixar o caminho aberto para outros pesquisadores e profissionais. A discussão, como já adiantado, é feita considerando a literatura afim e dialogando com ela. É nesse sentido que Strauss e Corbin (2008) ponderam que a análise de acordo com a Teoria Enraizada não é totalmente indutiva contendo, também, certo grau de dedução.

Quando discuto limitações, não tenho o objetivo de realizar uma análise pela falta, mas é importante destacar alguns pontos que podem ser revistos, uma vez que essa pesquisa também busca, transcendendo seu objetivo de investigação, provocar reflexões em quem esteja interessado pela modalidade a distância e/ou pela disciplina de Álgebra Linear e/ou pelo uso pedagógico das tecnologias digitais.

5.4.1 O desequilíbrio entre os modos de descrição: implicações envolvendo a temporalidade

A primeira relação envolve a propriedade Conteúdo, que faz parte das duas categorias de análise, e, em determinados momentos, envolve também a propriedade Temporalidade. Como já afirmado, foi natural estabelecer como dimensões do conteúdo comunicado ou do conteúdo dos materiais didáticos os modos de descrição formal, algébrico e geométrico, propostos por Hillel (2000), no entanto, percebi certo desequilíbrio na ocorrência desses modos, em ambas as categorias.

Começando pelo material didático, a abordagem, em todas as instituições, é mais de cunho algébrico e formal. Ainda, mesmo quando os elementos da teoria formalizada são apresentados, como a noção de transformação linear, os exemplos apresentados quase sempre recaem em subespaços vetoriais de \mathbb{R}^n . Dos materiais didáticos propostos, o livro texto é o que apresenta uma variedade maior em termos de espaços vetoriais explorados, como os polinômios, as matrizes, as funções, entre outros, mas, em geral, eles aparecem como exemplos e as atividades propostas aos alunos não seguem a mesma característica.

O desequilíbrio na abordagem já era apontado por outros pesquisadores que se interessaram sobre aspectos didáticos da disciplina de Álgebra Linear, apresentados no capítulo 2. Dorier (2000), por exemplo, debateu o obstáculo do formalismo e França (2007) citou a abordagem formal e essencialmente algébrica – que se vale dos registros simbólicos e algébricos e é adotada por professores e por autores de livros didáticos – como uma das principais fontes de dificuldades dos alunos nesse tema.

Diante disso, Karrer (2006) apresenta uma proposta para a discussão de transformações lineares, a partir de uma perspectiva que integra Álgebra Linear e Geometria, mostrando que é possível privilegiar, também, o modo de descrição geométrico. O estudo envolveu atividades com essa característica tanto para serem desenvolvidas com papel e lápis quanto em um ambiente de geometria dinâmica. As figuras a seguir mostram um exemplo de cada uma.

Figura 28 – Atividade (papel e lápis) com os três modos de descrição

Tarefa 1. Determine a lei algébrica $T(x,y)$ que transforma o quadrado azul, de vértices $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ e $(0,1)$, no quadrilátero destacado em vermelho.

Tarefa 2 Sabendo que $T(x,y)=(2x-2y,y)$ representa a lei algébrica de uma transformação linear, determine a imagem gráfica do quadrado ABCD, dados $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(1,1)$ e $D(0,1)$.

Fonte: Karrer (2006, p. 211).

Figura 29 – Atividade (geometria dinâmica) com os três modos de descrição

Tarefa 1. Abra o arquivo 1 da atividade 7 do *Cabri* (arq1_ativ7). Nele serão dados dois triângulos, sendo o triângulo azul a imagem do triângulo vermelho por meio da translação, segundo o vetor w dado. Esta translação foi realizada com o auxílio do comando “Translação” do *Cabri*.
Utilizando o *Cabri*, verifique se a transformação é linear, justificando sua resposta.
Se julgar necessário, você pode utilizar o comando “Equação e coordenadas” para determinar as coordenadas dos vetores.

Tarefa 2. A lei algébrica da translação é dada por $F(x,y) = (x+a, y+b)$, sendo (a, b) as coordenadas do vetor que fornece a direção, o sentido e a medida do deslocamento. Abra o arquivo 2 da atividade 7 (arq2_ativ7). Altere os valores de a e b e descreva o papel de cada um na representação gráfica da translação do quadrado inicial. Para que vetor (a, b) esta transformação respeitará as condições de linearidade? Por quê?

Tarefa 3. Considerando $(k_1, k_2) \neq (0,0)$, é possível representar a translação na forma $F \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$? Justifique sua resposta. Existe uma matriz de ordem 2×2 que represente a translação?

Fonte: Karrer (2006, p. 232).

É importante notar que, nas duas atividades, percebe-se a integração entre os três modos de descrição. Assim, o movimento entre modos que Hillel (2000) afirma ser necessário para a aprendizagem em Álgebra Linear é favorecido com atividades como as reproduzidas aqui. Esse movimento, inclusive, poderia ajudar a superar o quadro problemático apontado no capítulo 2. O trabalho de Karrer (2006) traz mais atividades sobre transformações lineares e o de França (2007) apresenta outras para coordenadas de vetores, dependência linear e base de um espaço vetorial em perspectiva semelhante.

O que é preciso refletir, neste ponto, é: como atividades desse tipo poderiam ser trabalhadas em uma disciplina a distância, uma vez que as pesquisas

apresentadas desenvolveram-se em um ambiente presencial? Alguns recursos, a meu ver, teriam que estar disponíveis para uma interação síncrona intensa que coloque o aluno em atividade matemática.

Há algumas possibilidades. Considerando, em primeiro lugar, que hoje temos o GeoGebra, que é um software gratuito, a atividade poderia ser proposta para ser realizada assincronamente, com relatórios enviados via Moodle, por exemplo. Ainda, poderia haver discussão assíncrona no fórum. Nesse caso, nenhum recurso adicional, além dos já registrados, precisaria ser implementado e o aluno poderia resolver a atividade em casa ou em pequenos grupos no polo de apoio presencial.

Poderíamos pensar, também, em sua realização de modo síncrono e online. Nesse caso o Moodle até permite compartilhamento de tela, mas ainda apresenta uma limitação: o “passar a caneta” ainda não é um recurso que pode ser explorado no contexto das instituições analisadas.

O recurso “passar a caneta”, discutido por Borba e Zulatto (2006), permite que, durante uma interação síncrona virtual com compartilhamento de som e imagem, o professor passe o controle da ação, ou o controle do *mouse*, para o aluno, enquanto todos os que estão conectados têm acesso por imagem às ações de quem está no comando no momento.

Assim, por exemplo, se uma construção geométrica está sendo feita em um software específico, como as que foram propostas na Figura 28 e na Figura 29, o aluno pode modificar a construção. É claro que isso só é possível com uma velocidade de internet razoável e, mais importante, se o ambiente utilizado para a comunicação o permitir. O Moodle, infelizmente, ainda não tem esse recurso disponível, pelo menos não nas instituições analisadas, mas já há projetos como o VMT³³ que permitem esse tipo de ação.

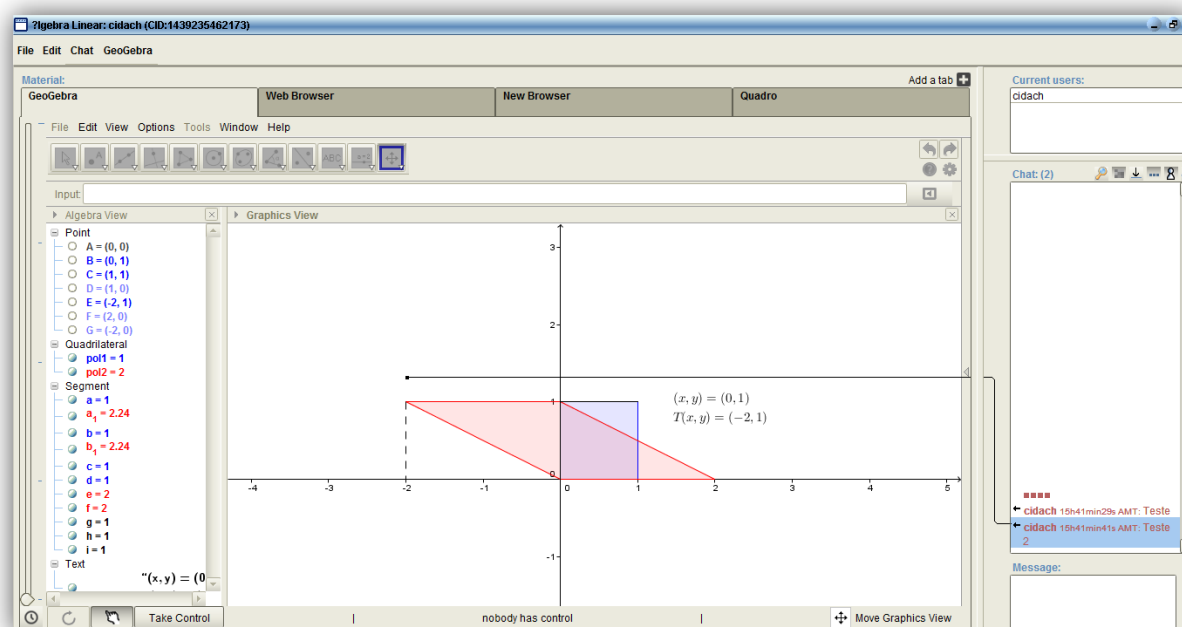
O VMT é um ambiente de aprendizagem que oferece a estudantes e professores a oportunidade de trabalharem juntos e fazerem Matemática online. O registro no ambiente é gratuito. Apenas a título de ilustração, criei uma sala nesse ambiente para mostrar como ele poderia funcionar com uma atividade de Álgebra Linear. A inspiração da atividade montada é a Figura 28. O criador da sala pode “montá-la” colocando as ferramentas que achar necessárias. Cada uma aparece em

³³ Virtual Math Teams. Mais informações em: <<http://vmt.mathforum.org/vmt/index.html>>. Acesso em 07 ago. 2015,

uma guia, ou aba. Entre elas, encontra-se disponível o GeoGebra e uma tela em branco que simula um quadro negro.

O recurso de “passar a caneta” está integrado em todos os ambientes, assim como um *chat* por escrito. Ao enviar uma mensagem, o usuário pode clicar em uma parte de construção geométrica, figura ou qualquer elemento que apareça na tela para que o texto digitado fique associado à parte da tela a que ele está se referindo, como pode ser visto na Figura 30. Assim, quem clica na mensagem vê a associação entre o texto postado e a tela. Ainda na Figura 30, o leitor pode observar o botão “Take Control”. Esse é o botão que habilita a função “passar a caneta” quando alguém clica nele.

Figura 30 – Sala de Álgebra Linear montada no VMT



Fonte: A pesquisadora e o ambiente VMT³⁴.

Assim, é possível fazer modificações em uma construção geométrica de forma colaborativa e discutir sobre ela em tempo real. Este tipo de interação não foi registrado nas instituições analisadas. Assim, seria possível que um professor utilizasse salas do VMT para discutir Álgebra Linear online com seus alunos, mas seria necessário que, para uma interação desse tipo, o professor não utilizasse o AVA oficial, algo que nem sempre é permitido pela instituição.

³⁴ Disponível em: <http://vmt.mathforum.org/vmt/index.html>. Acesso em 02 ago. 2015.

Mesmo o VMT tendo significativas ferramentas disponíveis, ele também tem limitações, como a impossibilidade de compartilhar o som dos usuários e o fato de o *chat* integrado não ter suporte à simbologia matemática. Assim, como o leitor pode perceber, cada ambiente possui possibilidades e limitações e, considerando que o Moodle é um software livre, ou seja, pode ser atualizado de forma colaborativa por qualquer usuário, penso que seria interessante que as equipes multidisciplinares dos cursos a distância analisassem como elementos presentes no VMT podem ser incorporados ao Moodle.

Borba, Malheiros e Amaral (2011, p. 64–65) descrevem experiências em cursos de formação continuada de professores de Matemática nos quais o recurso de “passar a caneta” era possível e afirmam que, com ele, “os alunos-professores saíam do papel passivo de assistir às construções realizadas pelos professores e passavam a ter papel ativo no processo de produção matemática”.

Andrade (2010) alertou para a necessidade de comunicação a partir de colaboração em atividades síncronas utilizando a representação adequada para objetos matemáticos da Álgebra Linear. Segundo a autora, esse tipo de ação promove um sentimento de presencialidade e de motivação, problema da modalidade a distância apontado por Santos (2013) e Viel (2011) em suas pesquisas.

Entendo, portanto, que trazer atividades como as que foram apresentadas aqui para a modalidade poderia favorecer a superação de alguns problemas encontrados na disciplina de Álgebra Linear ministrada a distância. Em particular sobre o tema de dependência e independência linear, foco da pesquisa de Andrade (2010), retomo sua fala sobre o assunto:

O uso de estratégias colaborativas em contextos de aprendizagem à distância é condição fundamental. Contudo, para a aprendizagem de objetos matemáticos como os de dependência e independência linear entre outros, faz-se necessário aceder aos ambientes colaborativos que além de possibilitar a comunicação com o uso de registros algébricos, atendam a outras especificidades inerentes a natureza dos seus conhecimentos tanto em caráter dos registros de representação semióticas como de colaboração da aprendizagem (ANDRADE, 2010, p. 69).

Assim, há a necessidade de se ter um equilíbrio entre os modos de descrição explorados nas atividades propostas, mas também em relação aos atores que realizam ações no desenvolvimento de tais atividades. A questão da colaboração em

ambientes síncronos ainda é pouco desenvolvida nos cursos e será explorada em detalhes à frente.

O desequilíbrio entre os modos de descrição percebido na construção do material didático acaba refletindo na comunicação que ocorre nos ambientes síncronos e assíncronos disponíveis em cada curso. Como os modos algébrico e formal prevaleceram nos livros textos, nas videoaulas e nas atividades propostas, o mesmo ocorreu na comunicação no fórum e nas webconferências. Quando se percorre os fóruns, mesmo os muito movimentados, como os da UNEB, são raras as postagens como a do Quadro 4, que contempla o modo de descrição geométrico.

Como exemplo, cito a UFMG. Seu livro texto, assim como suas atividades propostas, são os que mais apresentam exploração do modo de descrição geométrico se comparados com as outras três instituições. Da mesma forma, seu fórum é o que apresenta mais ocorrências de comunicação utilizando a linguagem e a representação desse modo de descrição. Há, portanto, uma relação direta entre o conteúdo do material didático, das atividades propostas e da comunicação estabelecida.

Aqui levanto uma conjectura: o desequilíbrio entre os modos de descrição percebido em todas as instituições pode estar influenciando o desenvolvimento da disciplina nos AVAs em termos das tecnologias digitais utilizadas. Por exemplo: se o foco estivesse, também, no modo de descrição geométrico, seria possível um professor utilizar o VMT para interagir com seus alunos, gravar a imagem da tela e posteriormente disponibilizar a interação gravada no Moodle. Isso traria outro tipo de interação multidirecional e colaborativa ainda não registrada.

Caso a instituição não permita interação fora do AVA oficial, um trabalho conjunto entre os profissionais da polidocência das instituições poderia ser realizado no sentido de disponibilizar no Moodle, de cada uma, um espaço com funções semelhantes, algo que é possível se lembrarmos que o Moodle é um software livre, ou seja, que pode ter seu código expandido por qualquer usuário que entenda de programação. No entanto, com o foco nos modos de descrição algébrico ou formal, pode ser que um ambiente como o do VMT não se faça necessário e que as atuais formas de comunicação proporcionada pelas tecnologias em uso se mostrem suficientes.

Pode ser, ainda, que aconteça o contrário: o modo de descrição geométrico em espaços de interação síncrona não seja identificado com tanta intensidade por não

ter ambientes como o do VMT, inibindo, portanto, sua ocorrência. No entanto, penso que essa conjectura é menos provável de ser verdadeira uma vez que, mesmo nas videoaulas gravadas, em que o professor tem o quadro negro ou a lousa digital à disposição e neles pode utilizar qualquer um dos modos, a ênfase no aspecto geométrico também não acontece.

5.4.2 Comunicação síncrona e assíncrona e a relação com a simbologia matemática

Em obra publicada há menos de dez anos, Borba, Malheiros e Amaral (2011)³⁵ apontavam como um grande problema a falta de suporte à simbologia matemática. Menos de uma década depois, como já mostrado nesse trabalho, este problema foi superado de maneiras distintas no fórum, que é o espaço de discussão assíncrona.

Algumas postagens são feitas utilizando *plug-in* para escrita de texto matemático e outras são feitas com fotos ou *print screen* da tela do computador. De uma forma ou de outra, é fato que a escrita matemática é um problema aparentemente superado nesse contexto.

Ainda, professor, tutores e alunos têm acesso às mesmas ferramentas para fazerem suas postagens. Todos podem indicar vídeos, postar imagens, escrever textos, sem qualquer hierarquia. No entanto, essas características presentes na comunicação do fórum ainda não são percebidas em sua totalidade nos ambientes de comunicação síncrona das universidades pesquisadas. Nos casos analisados, percebo que a webconferência se aproxima do que Valente (2010) chama de virtualização da escola tradicional, com limitações em relação a essa última.

Duas instituições fazem webconferências em Álgebra Linear, UFU e UFMS. Em ambos os casos, a partir dos exemplos e dos trechos de entrevista apresentados na etapa de codificação axial, os professores usam a lousa digital ou a mesa digitalizadora de forma semelhante como usariam o quadro negro na sala presencial, não explorando as funcionalidades extras que essas têm em relação à mídia “quadro negro”. Borba e Penteado (2010) denominam esse tipo de uso de tecnologia como domesticação, em que uma mídia, como a informática, por exemplo, é utilizada da mesma forma que mídias que a precederam.

³⁵ Originalmente publicado em 2007.

Assim, a comunicação por parte do aluno fica restrita ao *chat*, que ainda não tem suporte a representações gráficas nem a símbolos matemáticos específicos. Em consequência, o avanço que o fórum teve, superando questões desse tipo, ainda não chegou aos espaços de comunicação síncrona. A hierarquia, não percebida no fórum, aqui parece fazer presença, já que o professor tem mais ferramentas para se expressar do que o aluno. A diferença de ferramentas exploradas por professor e alunos em uma interação síncrona pode favorecer, a meu ver, o aumento indesejado da distância transacional entre esses atores.

Superar esse obstáculo envolve outros profissionais da polidocência além do professor. É claro que a abordagem do professor pode favorecer mais ou menos a participação ativa do aluno e a ênfase em modos de descrição formal e algébrico também influencia a representação na comunicação, como já observado, mas, no caso da modalidade a distância, se o ambiente no qual a interação acontece não favorece a comunicação multidirecional com todos tendo acesso às mesmas ferramentas, por mais que o professor se esforce, o estabelecimento de uma comunicação multidirecional que contemple os três modos de descrição tanto por professor quanto por alunos fica prejudicado. Além disso, se o ambiente tivesse essa possibilidade, outros fatores ainda poderiam atrapalhar, como a internet lenta. O problema é complexo, mas a meu ver sua complexidade não deve inibir discussões que visem sua superação.

Lembrando que Andrade (2010) advoga a favor de espaços colaborativos tanto na interação síncrona quanto na assíncrona, parece-me que ainda há bastante a se pensar em termos de interação em tempo real. Do ponto de vista teórico da produção de conhecimento matemático, a partir do que foi exposto sobre o constructo seres-humanos-com-mídias, experiências como uma webconferência com o aluno no comando das ações implicaria em produção matemática qualitativamente diferente daquela produzida com os estudantes ouvindo o professor e podendo interagir apenas pelo *chat*, muitas vezes ainda representados pelo tutor presencial, que é quem efetivamente digita as dúvidas.

É preciso trazer os alunos para a atividade matemática também nos momentos síncronos. Ademais, Heitmann (2013), compondo o mosaico de pesquisas do E-licm@t, conjectura que apenas transpor os métodos e práticas da sala de aula tradicional e presencial para o contexto virtual, como parece acontecer no contexto dessa investigação, situado ao ambiente de comunicação síncrona, faz com que

aspectos ilustrados em sua pesquisa envolvendo colaboração e investigação, apresentados na seção 4.2, não estejam presentes.

Voltando à questão da distância transacional, seria interessante que a adequação da mesma dependesse apenas dos elementos humanos que compõem os cursos, mas me parece que a ausência de algumas ferramentas que permitam outras experiências de interação também pode estar contribuindo para que a distância transacional identificada possa não ser a almejada pelos mentores das disciplinas.

5.4.3 *Material Didático Digital Interativo (MDDI)*

Embora algumas limitações tenham sido identificadas, lançando desafios a serem enfrentados, há possibilidades interessantes a se considerar analisando a comunicação estabelecida nas disciplinas. A partir e durante o desenvolvimento das categorias, percebi que a possibilidade de registro automático das interações – que se relaciona com a primeira categoria, pois envolve comunicação, e a posterior possibilidade de acesso pelos alunos, que se relaciona com a segunda, já que o AVA armazena os materiais didáticos digitais – acaba transformando aquelas interações em material de estudo.

A cena descrita a seguir ilustra esse processo:

Quadro 18 – Transformação do AVA em Material Didático Digital Interativo

Imagem do AVA	Explicação
---------------	------------

<p>TEOREMA DO NÚCLEO E DA IMAGEM. Sejam $T: U \rightarrow V$ uma transformação linear e U um espaço vetorial de dimensão finita. Então</p> $\dim U = \dim N(T) + \dim \text{Im}(T)$ <p>É interessante termos uma ideia da demonstração desse teorema, pois com ela podemos resolver alguns tipos de exercícios, que apresentaremos a seguir. Vejamos, então.</p> <p>Seja $B = \{u_1, u_2, \dots, u_r\}$ uma base de $N(T)$. Essa base pode ser estendida a uma base de U, acrescentando vetores a B:</p> $C = \{u_1, u_2, \dots, u_r, v_1, v_2, \dots, v_s\}$ <p>Afirmamos que $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_s)\}$, isto é, o conjunto das imagens dos vetores acrescentados à base do núcleo, é uma base da imagem de T. Provando essa afirmação (deixaremos a prova dessa afirmação como um exercício para vocês resolverem), o teorema está demonstrado, pois observando que $\dim N(T) = r$, $\dim U = r + s$ e $\dim \text{Im}(T) = s$, temos que:</p> $\dim U = \dim N(T) + \dim \text{Im}(T).$ <p>Agora, vejamos alguns exercícios resolvidos, nos quais aplicamos o teorema do núcleo e da imagem.</p> <p>Determinar uma transformação linear:</p> <p>a) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cuja imagem seja gerada por $\{(1,2,3), (4,5,6)\}$.</p> <p>Fonte: AVA da UNEB.</p>	<p>No fórum da UNEB acontecia uma discussão sobre o Teorema do Núcleo e da Imagem. A professora da disciplina postou alguns exercícios resolvidos na tentativa de ajudar os alunos em seus estudos. Ela, ainda, pediu para que, se aparecesse alguma dúvida, que ela fosse compartilhada para ser sanada.</p> <p>Tanto o exercício como as resoluções de cada item foram postados em formato de imagem, como pode ser observado ao lado.</p>
<p>Prof.ª [REDACTED]</p> <p>Com sua dedicação e competência, esta disciplina ficou muito mais interessante e de fácil compreensão. Parabéns!!!</p> <p>Fonte: AVA da UNEB.</p>	<p>Há outras mensagens semelhantes à que está ao lado, nas quais os alunos mostram a satisfação tanto em ter postagens como esta quanto no trabalho que a professora vinha desenvolvendo na disciplina.</p>
<p>Oi, pessoal!</p> <p>Sugiro que vocês estudem, revejam esses exercícios resolvidos.</p> <p>Abraços</p> <p>Fonte: AVA da UNEB.</p>	<p>A professora, então, postou a mensagem ao lado e incentivou que os alunos estudassem pelos exercícios resolvidos.</p>
<p>Estudando e revendo tudo</p> <p>Respeitosamente [REDACTED]</p> <p>Olá pró [REDACTED]</p> <p>Mensagem recebida alto e claro... revisão geral no fórum.</p>	<p>Dois alunos afirmaram que iriam fazer uma revisão no próprio fórum e foram elogiados pela professora.</p>

<p>Muito bem, [REDACTED]</p> <p>Estou gostando de ver, [REDACTED]</p> <p>Grande abraço</p> <p>Fonte: AVA da UNEB.</p>	
<p>Tutores e colegas,</p> <p>Não consegui entender, no 4º exemplo, o $y-2x$.</p> <p>Obrigado,</p> <p>[REDACTED]</p> <p>Colega [REDACTED], assim como você também não entendi. Na minha resolução o elemento 11 e o elemento 21 da matriz resultou em y e os elementos 12 e 22 ficaram iguais a zero.</p> <p>Fonte: AVA da UNEB.</p>	<p>No dia seguinte, um aluno postou uma dúvida, questionando o motivo do termo $(y-2x)$ aparecer na resolução. A segunda mensagem mostra que ele não era o único.</p> <p>O segundo aluno, inclusive, compartilhou parte de sua resolução, o que mostra que ele não apenas leu o exercício resolvido, como também tentou resolvê-lo novamente.</p> <p>Isso mostra, também, que os alunos fizeram o que a professora sugeriu e estudaram pelo fórum.</p>
<p>Olá, [REDACTED] e [REDACTED]</p> <p>Observem que x e $(y - 2x)$ são as coordenadas do vetor (x,y), em relação à base $\{(1,2),(0,1)\}$. Como foram encontrados?</p> <p>Foi feito o seguinte:</p> <p>Se (x,y) pode ser escrito como combinação linear dos vetores $(1,2)$ e $(0,1)$, então existem escalares a e b, tais que:</p> $(x,y) = a(1,2) + b(0,1) \Rightarrow (x,y) = (a,2a) + (0,b) \Rightarrow (x,y) = (a,2a + b) \Rightarrow$ $x = a \text{ e } y = 2a + b \Rightarrow a = x \text{ e } b = y - 2a \Rightarrow a = x \text{ e } b = y - 2x.$ <p>Assim, $(x,y) = x(1,2) + (y - 2x)(0,1)$.</p> <p>Vocês entenderam?</p> <p>Abraços</p> <p>Fonte: AVA da UNEB.</p>	<p>A professora então postou uma mensagem na qual explicou como o elemento $(y-2x)$ foi encontrado. Em seguida, ambos os alunos manifestaram que compreenderam e a agradeceram pela explicação.</p>

<p>alguém ajuda...</p> <p>d) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ tal que $N(T) = [(1,2)]$ e $\text{Im}(T) = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]$.</p> <p>Como $N(T) = [(1,2)]$ e o vetor $(1,2)$ é L.I., então o conjunto $\{(1,2)\}$ é uma base de $N(T)$. Além disso, temos que $T(1,2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.</p> <p>Por outro lado, se $\text{Im}(T) = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]$ e o vetor $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ é L.I., então o conjunto $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ é uma base de $\text{Im}(T)$.</p> <p>Relembrando a demonstração do Teorema do Núcleo e da Imagem podemos estender a base de $N(T)$ a uma base de \mathbb{R}^2. As imagens dos vetores que são acrescentados à base do núcleo para formar uma base de \mathbb{R}^2 formam uma base da imagem de T. Então, acrescentando por exemplo, o vetor $(0,1)$ à base do núcleo, temos que $T(0,1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Logo,</p> $T(1,2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } T(0,1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ POR QUE } (y-2x) \text{ ???????????}$ <p>Daí, temos:</p> $(x,y) = x(1,2) + (y-2x)(0,1) \Rightarrow$ $T(x,y) = xT(1,2) + (y-2x)T(0,1) \Rightarrow$ $T(x,y) = x \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (y-2x) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$ <p>Fonte: AVA da UNEB.</p>	<p>Um tempo depois, uma aluna editou uma das imagens postadas pela professora, inserindo uma pergunta em vermelho, que pode ser observada ao lado, na qual questionava o porquê de aparecer o termo $(y-2x)$ no desenvolvimento do raciocínio, ou seja, a dúvida era a mesma já questionada antes por dois alunos e respondida pela professora.</p>
<p>JA VIA EXPLICAÇÃO DA PRÓ [REDACTED].</p> <p>COMPREENDI ..DESCULPE TER POSTADO SEM TER LIDO ANTES!</p> <p>Fonte: AVA da UNEB.</p>	<p>Quatro minutos depois, a mesma aluna postou a mensagem ao lado, sinalizando que já havia compreendido, pois encontrou a explicação que a professora havia dado anteriormente aos dois colegas.</p>

Essa sequência de interações, e outras semelhantes, sinalizou-me algumas coisas. Em primeiro lugar, ela mostra que o registro da comunicação serviu para que outros alunos, além dos dois que questionaram a professora inicialmente, pudessem sanar suas dúvidas e estudar. Uma dúvida surgiu e foi sanada pela professora. Em seguida, outra aluna questionou o mesmo ponto e, antes que alguém precisasse respondê-la, ela mesma encontrou a explicação da professora e compreendeu o que estava confuso, ou seja, o registro escrito da explicação se tornou fonte de estudo para ela. Mais que isso: o material elaborado previamente pela professora não contemplava a dúvida dos dois primeiros alunos. Apenas após sua interação com eles é que isso se tornou possível.

Por essas razões, entendo que a forma como os alunos utilizaram o AVA, possibilitada pelas tecnologias digitais em uso e pela internet, transformou a maneira

como a utilização desse ambiente estava inicialmente prevista: no lugar de apenas os materiais postados servirem como material didático digital, como o livro em extensão PDF e diversas videoaulas, por exemplo, a própria interação por escrito com a professora, e registrada no AVA, se tornou material didático. Vale destacar que este "novo" material didático foi alimentado tanto pela professora quanto pelos próprios alunos.

Como na elaboração desse material tanto alunos como a professora foram coautores, acredito que o material didático resultante apresente características de interatividade, como defendido por Silva (2010). Nesse caso, chamo este material didático produzido em coautoria, e possibilitado pela presença de internet, de "Material Didático Digital Interativo" (MDDI).

A noção de MDDI integra, a meu ver, as duas categorias já apresentadas em uma categoria central, que poderia ser descrita como: **as tecnologias digitais transformando o AVA em material didático digital interativo a partir do registro automático da comunicação.**

A participação das tecnologias digitais na construção desse material acontece de mais de uma forma: em primeiro lugar, a internet permitiu a comunicação, abordada na primeira categoria, e o registro automático da interação associado ao tipo de uso feito pela aluna transformou essa comunicação estabelecida em MDDI. Um editor de imagem participou no momento em que a aluna reutiliza uma imagem postada pela professora que, por ser digital, permite edição. Nesse sentido, ela insere uma pergunta sobre a própria imagem sinalizando onde está sua dúvida. O registro automático permite que a dúvida seja sanada antes da intervenção de outra pessoa.

Do ponto de vista do constructo seres-humanos-com-mídias, identifica-se um tipo de interação bastante particular às mídias presentes na cena. Fica difícil imaginar que algo semelhante possa ocorrer no contexto presencial em que as aulas são fortemente baseadas na interação via oralidade. A cena, portanto, representa um contraexemplo à noção de domesticação das mídias, pois os elementos explorados são inerentes do contexto digital e virtual e não se reproduziu práticas constitutivas de outras mídias.

Ainda, identifica-se uma moldagem proporcionada pelo registro automático em relação à forma como a aluna sana sua dúvida: nesse caso a interação foi com a explicação da professora, mas uma explicação registrada automaticamente e

produzida com o objetivo de ajudar outro aluno, inicialmente. O registro automático permitido pelas mídias em uso moldou a forma como a dúvida foi sanada, sem a necessidade de nova alimentação por outro ator humano.

Borba e Villarreal (2005) argumentam que existe uma moldagem em humanos provocada pelas mídias e também uma moldagem nas mídias provocada por humanos, processo denominado por eles de moldagem recíproca. A transformação em MDDI gerada pelo tipo de uso que a aluna fez das mídias constitui-se em exemplo de moldagem das mídias pelos humanos.

Por outro lado, as mídias utilizadas e o registro automático do AVA moldou a forma como ela tira sua dúvida, como afirmado nos parágrafos anteriores. Primeiramente, ela pede ajuda, mas, depois, o próprio registro é suficiente para que ela entenda o que estava confuso. Diante dessas observações, também é possível associar a cena apresentada à noção de moldagem recíproca.

Por ser uma construção alimentada pelas interações, ela fica situada nos modos de descrição trabalhados no desenvolvimento da disciplina em cada instituição e na demanda de conteúdo que parte dos alunos, mas que, como já mostrado, é condicionada pelo tipo de linguagem explorada no material didático proposto.

Isso significa que o MDDI produzido em cada AVA é único para cada oferecimento da disciplina, mudando de uma turma a outra mesmo que os recursos utilizados, os tutores e os professores sejam os mesmos. Note que os alunos são outros, portanto, podem ser outras dúvidas, outras perguntas e outras observações inseridas nos fóruns e durante as webconferências, embora, é claro, seja provável que algumas se repitam. As dúvidas dos alunos, portanto, são fundamentais para a construção desse material, pois dessa forma tem-se um material construído a partir da necessidade dos estudantes e não de um planejamento prévio do professor ou do tutor que pode não contemplá-la.

5.5 Identificando padrões de uso de tecnologias digitais

Ao longo das seções 5.2, 5.3 e 5.4, apresentei ao leitor como o esquema de análise foi sendo construído. Nesta seção, meu objetivo é retornar aos dados brutos tentando analisar o papel das tecnologias digitais em cada instituição. O intuito é procurar por padrões a avançar um pouco mais no estabelecimento de relações.

Lembrando da metáfora da pipa, do pássaro e do avião, os três pertenciam à categoria “Voo”. Pelas características dos voos, é possível identificar a pipa, o pássaro ou o avião, já que nos três casos haverá variação de altura, velocidade, direção e duração, por exemplo. É como se uma pessoa, sem olhar para o céu, conseguisse identificar o tipo de objeto/animal que está voando apenas escutando de outra pessoa as características de seu voo.

No caso do meu trabalho, aqui tento notar padrões das quatro instituições a partir do desenvolvimento teórico apresentado, analisando a constituição de diferentes coletivos de seres-humanos-com-mídias. A partir das características de uso de tecnologias digitais de forma geral, que contempla toda a variação percebida nos dados, gostaria de identificar como cada instituição se revela em termos do modelo analítico.

Veja que quando abordei questões de cada propriedade, na seção 5.3, trouxe trechos de dados de todas as instituições, de maneira alternada, como forma de ilustrar toda a variedade identificada em cada propriedade. Nessa seção o objetivo é focar em cada instituição, e não nas propriedades em si, para perceber elementos do modelo, ou seja, elementos de cada uma das duas categorias de análise, como uma forma de entender o papel das tecnologias digitais em cada caso. Como varia cada propriedade e cada dimensão nas instituições? Intuitivamente, se pensássemos que a análise desenvolvida até a seção 5.4 foi vertical, aqui a proposta é que ela seja horizontal.

5.5.1 UFMG

Na UFMG identifiquei o menor desequilíbrio entre os modos de descrição, tanto em termos de comunicação quanto em termos de material didático digital. Ainda assim, mesmo sendo menor, o desequilíbrio foi identificado. Na instituição prevalece a comunicação assíncrona textual, assim como o texto é a linguagem predominante no material didático proposto.

Vejo o fato de o Moodle para a disciplina de Álgebra Linear ser único para todos os polos como algo positivo, pois a rede estabelecida para comunicação é maior e, nesse sentido, a comunicação multidirecional fica favorecida. No entanto, justamente por integrar todos os polos, acredito que o fórum pudesse ser mais

movimentado, fato que levanta um alerta em relação à distância transacional no curso.

Por outro lado, é impossível dizer, já que não compo o corpo docente investigado em nenhuma das instituições, que a distância transacional está adequada ou não em cada caso, pois, como Peters (1999) afirma, não se deve buscar distância mínima, mas sim ajustá-la às particularidades de cada instituição.

Ainda, como a UAB é uma universidade que adota o modelo semipresencial, com atividades presenciais desenvolvidas nos polos, fica difícil dizer se a distância transacional está muito grande observando apenas o Ambiente Virtual de Aprendizagem, pois ela pode ser ajustada com atividades presenciais.

O fórum da UFMG não é avaliado, então caso o polidocente responsável julgue que a movimentação no fórum esteja abaixo do esperado, avaliar a participação no fórum poderia ser uma alternativa para mudar o quadro. Oliveira (2007) discute possibilidades ancoradas na colaboração e no trabalho coletivo. Perspectivas como as propostas pelo autor, que serão apresentadas nas considerações dessa tese, favorecem o trabalho com o erro de forma diferenciada:

Devido à característica das TIC relacionada com o fazer, rever e refazer contínuos, o erro pode ser tratado como objeto de análise e reformulação. Dito de outra forma, o aprendiz tem a oportunidade de avaliar continuamente o próprio trabalho individualmente ou com a colaboração do grupo e efetuar instantaneamente as reformulações que considere adequadas para produzir novos saberes, assim como pode analisar as produções dos colegas, emitir feedback e espelhar-se nessas produções (ALMEIDA, 2003, p. 336).

Em relação à natureza do material didático, pondera-se que, mesmo se a internet dos polos e dos estudantes não for a ideal, a natureza do material didático poderia contemplar outras linguagens possibilitadas pelas tecnologias digitais além da textual, que parece ancorar o desenvolvimento da disciplina, pelo menos no contexto do Ambiente Virtual de Aprendizagem analisado.

Por ter material didático digital bastante baseado em textos, os recursos utilizados na construção dos mesmos envolveram o computador e os softwares associados a eles. No entanto, é importante destacar que, mesmo sendo a instituição que apresenta o menor uso de material audiovisual, o que, por muitos, poderia ser visto como algo negativo, foi a instituição que mais contemplou o modo de descrição geométrico no contexto da disciplina de Álgebra Linear, o que mostra

que o trabalho com os três modos de descrição pode ser estimulado mesmo sem grandes aparatos tecnológicos.

5.5.2 UFMS

Na UFMS, apesar da disciplina ser montada no Moodle de forma individual para cada polo e, em geral, os alunos do mesmo polo morarem na mesma cidade ou em cidades próximas, o que favorece a comunicação presencial, os fóruns se mostraram movimentados com diversas ocorrências de comunicação multidirecional, bastante estimulada pelo professor. Tanto no material didático proposto, principalmente na parte de atividades a serem desenvolvidas, quanto na comunicação estabelecida assincronamente nos fóruns, o modo de descrição algébrico esteve mais em evidência.

A instituição apresentou uma variedade grande em termos de construção de material didático digital, apresentando alguns vídeos que se aproximam do conceito de multimodalidade. Portanto, trata-se de uma instituição que apresentou material didático das três naturezas percebidas nos dados: texto, vídeo e multimodal. Assim, os recursos envolvidos também foram variados, sendo utilizados quadro negro e giz, câmera digital, mesa digitalizadora, computador e softwares associados.

Houve também variação em termos de comunicação. As interações são síncronas, por webconferências, e assíncronas, pelos fóruns. No entanto, as webconferências realizadas não ficam disponíveis para os alunos para posterior acesso, o que, a meu ver, seria interessante para aumentar a gama de materiais aos quais eles têm acesso e, principalmente, por representar um material construído por docentes e discentes, muitas vezes alimentado com dúvidas que podem ser de mais de um aluno.

Não há avaliação da comunicação estabelecida no fórum, portanto a sugestão apresentada para o caso da UFMG também é válida para a UFMS. No entanto, acredito que experiências bastante ricas poderiam ser desenvolvidas se houvesse uma turma que integrasse os alunos, professores e tutores de todos os polos. Por outro lado, o fato de ter um ambiente para cada polo faz com que um professor fique responsável para cada um deles, o que pode aumentar a possibilidade de se conseguir uma distância transacional adequada, pelo menos considerando apenas o AVA, já que o número de alunos por docente fica reduzido.

5.5.3 UFU

A UFU baseia fortemente a comunicação na disciplina de Álgebra Linear na modalidade síncrona com compartilhamento de som e imagem. A disciplina é dividida em quatro módulos e, para cada um, o professor se reuniu duas vezes com os alunos via webconferência. O fato de o professor propor atividades previamente e que apenas as dúvidas fossem sanadas durante a webconferência otimizou o tempo gasto na interação síncrona, pois, em geral, a interação síncrona virtual demanda mais tempo do que a presencial para uma mesma discussão já que muitas vezes há atrasos entre o falar e o ouvir, entre outras questões técnicas que podem acontecer e que não fazem parte do contexto da comunicação presencial. Assim como nas outras instituições, o modo de descrição geométrico foi pouco explorado, prevalecendo os outros dois, algébrico e formal.

Além das webconferências, há videoaulas gravadas, o que reforça a importância dada pela instituição para o material audiovisual. Percebe-se um investimento da instituição na qualidade técnica do material didático audiovisual, algo explicado pelo fato de a UFU possuir uma emissora de TV no espaço físico da universidade, o que, provavelmente, permite a gravação de parte das videoaulas em estúdio.

Ainda assim, há texto de apoio que traz o mesmo conteúdo abordado nas videoaulas, ficando flexível ao aluno privilegiar uma ou outra forma de material. No entanto, percebe-se que não há fórum para interação assíncrona, o que acaba limitando o acesso do aluno a alguém que possa sanar suas dúvidas aos encontros virtuais síncronos semanais realizados com o professor ou aos encontros com o tutor presencial. Considerando que não há fórum, acredito ser importante retomar as questões apresentadas sobre a comunicação síncrona registrada nos dados em detrimento da comunicação assíncrona.

Os ambientes utilizados para webconferências ainda não permitem a participação do aluno da mesma forma que no fórum. O estudante tem acesso apenas a um *chat* integrado à sala virtual que não suporta representações gráficas nem simbologia característica dos modos de descrição algébrico e geométrico. Portanto, ter um fórum para comunicação assíncrona com essas possibilidades poderia enriquecer a interação dos estudantes dessa universidade com o conteúdo

de Álgebra Linear. Por outro lado, todas as webconferências ficam disponíveis no ambiente para posterior consulta, o que pode sanar algumas das dúvidas que seriam postadas no fórum caso os alunos de fato as acessem.

5.5.4 UNEB

A UNEB é a instituição que apresenta o fórum mais movimentado entre todas as instituições e também é a única em que a comunicação virtual compõe a avaliação da disciplina. Isso mostra uma preocupação forte com a interação. Também é a única instituição em que o fórum tem duas camadas distintas. Os fóruns avaliativos são individuais para cada polo, embora as questões trabalhadas sejam as mesmas. No fórum de dúvidas, por outro lado, alunos e tutores de todos os polos interagem em espaço único.

Esse caso é importante para reforçar a conjectura de que a criação de fóruns que não sejam divididos por polos favorece a comunicação multidirecional e a construção de MDDI. Em um trecho da entrevista com a professora da disciplina, apresentado na seção de codificação axial, a própria docente já percebia problemas no fórum avaliativo que foram confirmados durante a análise de dados.

O objetivo da docente, ao propor o fórum avaliativo, foi o de estimular a interação. No entanto, os alunos não compreenderam dessa forma o espaço e o utilizavam, em geral, para postar as respostas prontas dos exercícios propostos, como se estivessem resolvendo uma lista de exercícios.

No fórum de dúvidas, do qual todos participam, é que eles efetivamente levavam as dificuldades de resolução. Nota-se, aqui, outra ocorrência de moldagem (BORBA; VILLARREAL, 2005) de mídias por humanos, transformando a mídia em uso de maneira não prevista inicialmente.

Segundo a docente, o fato de um aluno manifestar uma dúvida ou de ajudar um colega seria visto como participação no fórum avaliativo, mas a forma como os dois fóruns acabaram se desenvolvendo mostra que, de fato, esse objetivo não foi alcançado. Dessa forma, os dados permitem inferir que apenas avaliar o fórum não é suficiente para garantir a comunicação multidirecional almejada pela professora. Atividades ancoradas na perspectiva colaborativa podem ser uma alternativa para se atingir esse objetivo.

Assim como na UFU, os modos de descrição mais explorados foram o algébrico e o formal e, assim como na UFMG, não há momentos de interação síncrona. Em termos de natureza de material didático proposto, foi a instituição que mais explorou a multimodalidade ao preparar suas videoaulas, que têm grande destaque durante todo o desenvolvimento da disciplina.

Os recursos envolvidos foram o quadro negro e giz, câmera digital, computador e softwares associados. Daqui percebe-se que a multimodalidade, assim como o trabalho com os três modos de descrição, não dependem de muitos aparatos tecnológicos para serem implementados. Note que, nesse caso, nem mesa digitalizadora nem lousa digital foram utilizadas e mesmo assim o discurso multimodal esteve presente.

A iniciativa em disponibilizar as videoaulas no YouTube mostra uma preocupação, também, em ajudar alunos além dos que cursam a disciplina na instituição. Ali cria-se um novo espaço de comunicação, uma vez que o YouTube também possui uma área de interação por escrito abaixo de seus vídeos que muitas vezes não é explorada, em particular em pesquisas. É como se o fórum da instituição ganhasse uma terceira camada fora do Moodle, ampliando a possibilidade de discussão de seus alunos com qualquer outra pessoa interessada no tema, cursando Licenciatura em Matemática ou não.

5.5.5 Aspectos comuns das quatro instituições

Há três pontos gerais a serem destacados que foram comuns em todas as instituições. O primeiro deles se refere ao fato de que, nos quatro cursos analisados, 60% ou mais da nota do aluno na disciplina é dada via correção de prova presencial individual escrita. Penso este ser um ponto que requer reflexão. Por um lado, há autores que defendam que a avaliação, na modalidade a distância, deve fugir desse modelo e ser pensada levando-se em consideração suas especificidades (ALMEIDA, 2003; OLIVEIRA, 2007). As tecnologias digitais permitem que diversas alternativas propostas pelos autores sejam, de fato, implementadas.

Por outro lado, temos um cenário em que, em geral, o docente que atua na modalidade não tem formação específica para tal e, assim, muitas vezes adapta as práticas com as quais está acostumado na modalidade presencial. Isso fica claro nas entrevistas realizadas para essa pesquisa. Ainda, os cursos da UAB não são

classificados como cursos totalmente a distância. São cursos semipresenciais e, assim, espera-se que atividades presenciais também sejam desenvolvidas. Não penso que há escolha ótima, mas acredito que algumas práticas possam ser revistas e outras implementadas, mesmo que não componham grande parte da nota.

A segunda questão é sobre o movimento entre os modos de descrição. Ainda que a UFMG tenha apresentado o maior número de ocorrências do modo de descrição geométrico, não houve registro de atividades que estimulem o movimento entre os modos, sendo os mesmos tratados de forma isolada em muitos casos, em todas as instituições.

Penso que este é um ponto a ser refletido por quem ministra a disciplina de Álgebra Linear e por quem produz material didático para ela. Acredito, inclusive, que essa é uma questão que perpassa as modalidades de ensino presencial e a distância. Uma ênfase maior no modo de descrição geométrico aumentaria a exploração da visualização nos cursos, apontada como parte importante no “fazer” Matemática.

É claro que no contexto a distância outras questões devem ser pensadas, como a possibilidade de o ambiente contemplar os três modos, por exemplo, mas estimular o movimento entre eles é algo fundamental mesmo para o contexto presencial. Em particular para a modalidade a distância, penso que o movimento precisa ser explorado nas interações síncronas e assíncronas e que os alunos, em ambos os ambientes, devam ser estimulados a movimentarem-se entre eles.

A terceira questão é relacionada à construção de material didático. Os Referenciais de Qualidade para a modalidade (BRASIL, 2007), já citados nesse trabalho, destacam a importância do material didático além da importância de se pensar as necessidades locais. Os quatro cursos mostraram preocupação relacionada a essa questão ao investirem na construção de material didático específico, seja de natureza textual, audiovisual ou multimodal. As diferenças regionais no Brasil são imensas e acho que esse é um caminho que deve continuar a ser seguido por instituições que almejem oferecer cursos a distância.

Em suma, nessa seção busquei notar padrões de uso de tecnologias em cada instituição utilizando a terminologia construída ao longo dessa tese. Essa análise, a meu ver, é relevante, em primeiro lugar, pois com ela é possível validar a análise feita, processo previsto por Strauss e Corbin (2008) e já descrito no capítulo 3. A

partir do modelo construído, foi possível caracterizar o uso de tecnologia em cada instituição, ou seja, com o modelo é possível explicar os casos analisados.

Em segundo lugar, é possível que os atores dessas e de outras instituições, que venham possivelmente ler esse trabalho, reflitam sobre a análise exposta e sobre suas próprias práticas, analisando se elas estão de acordo com suas visões e com os objetivos de cada instituição perante o desenvolvimento de cursos na modalidade à distância. É possível e desejável, também, que o modelo seja ampliado para se adequar a outras situações não registradas nas quatro instituições analisadas.

Conhecer práticas de outras instituições pode estimular adaptações, ampliações e outras ações. Há falas no sentido de que aprendemos fazer Educação a Distância efetivamente fazendo Educação a Distância, já que a grande maioria das pessoas tiveram apenas experiências presenciais em sua formação e atuação profissional.

A ideia é que a análise aqui exposta aproxime interessados pela modalidade pelo que de fato vem sendo realizado em algumas instituições, em determinado contexto, não no sentido de entrar em juízo de valor, como dizer se determinado tipo de uso de tecnologias digitais é bom ou ruim, mas no sentido de conhecer o que vem sendo feito, conhecer distintas formas de trabalho para pensar quais tipos de uso podem ser adaptados ou até mesmo criados para outras realidades.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente tese buscou analisar o papel das tecnologias digitais nas disciplinas de Álgebra Linear de algumas Licenciaturas em Matemática da UAB. Dois papéis foram identificados e cada um originou uma categoria de análise: a primeira foi denominada “tecnologias digitais como promotoras de variedade comunicacional” e a segunda foi intitulada “tecnologias digitais na construção de materiais didáticos digitais”.

Cada uma das categorias foi desenvolvida em termos de propriedades e dimensões e posteriormente integrada em uma categoria generalizadora da qual derivou o conceito de Material Didático Digital Interativo (MDDI). Essa noção caracteriza a transformação do registro automático das interações em material didático digital.

O modelo analítico construído foi posteriormente utilizado para identificar padrões de uso de tecnologias digitais nas instituições, cujos profissionais se disponibilizaram a colaborar com essa pesquisa. Embora já tenha sido destacado, é relevante ressaltar a importância de não se atribuir juízos de valor a um tipo de uso ou outro. A intenção ao fazer essa análise foi a de conhecer práticas para subsidiar, adaptar, ampliar ou criar novas ações.

Diversas perspectivas associadas aos três temas abordados nessa pesquisa – a Álgebra Linear, as tecnologias digitais e a Educação a Distância – forneceram sustentação teórica à análise realizada que, metodologicamente, ancorou-se na Teoria Enraizada para se desenvolver. A composição da análise a partir dessas perspectivas permitiu mostrar a variedade com que as tecnologias digitais são utilizadas em cada curso e possibilitou a reflexão sobre a disciplina de Álgebra Linear a distância, disciplina essa que carrega uma tradição de diversos problemas abordados no capítulo 2.

Conjecturo que quanto mais complexa for a rede comunicacional estabelecida em cada instituição, maior será a ocorrência de construção de MDDI, o que vejo como algo positivo por explorar potencialidades abertas pelo AVA e pela internet, como o registro automático das interações, algo bastante particular desse contexto.

Gracias (2003), Santos (2006), Zulatto (2007), Malheiros (2008), Borba, Malheiros e Amaral (2011) e outros já haviam apontado para algumas transformações que as tecnologias digitais, em particular a internet, provocam no

contexto da Educação, em particular da Educação Matemática. Acredito que a transformação do AVA em MDDI seja mais um exemplo disto.

Além disso, a ocorrência de MDDI indica participação ativa dos alunos. Assim, se alguns veem a distância física como um *déficit* da modalidade a distância em relação à presencial, embora eu defenda que elas não devam ser comparadas, a ocorrência de MDDI seria algo positivo particular da educação a distância, mas sua construção depende fortemente dos atores envolvidos, em particular do professor.

Em outras palavras, embora a participação dos alunos seja fundamental, é também primordial que o docente que trabalha na modalidade busque propiciar ambientes e propor atividades em que construções como o MDDI possam acontecer. Kenski (2008) destaca o papel docente no uso de tecnologias em ambientes online ao afirmar que

[...] não resta apenas aos alunos a aquisição de conhecimentos operacionais para poder desfrutar das possibilidades interativas com as novas tecnologias. O impacto das novas tecnologias reflete-se de maneira ampliada sobre a própria natureza do que é ciência e do que é conhecimento socialmente válido. Exige uma reflexão profunda sobre a escola e o ensino que ela oferece; sobre as formas de avaliação da aprendizagem e do próprio processo pedagógico em ação.

Essas alterações nas estruturas e na lógica dos conhecimentos caracterizam-se como desafios para as instituições de ensino de todos os níveis e, sobretudo, requerem novas concepções para as abordagens disciplinares, novas metodologias e novas perspectivas para a ação docente (KENSKI, 2008, p. 75).

Entendo que a noção de MDDI se configura como uma das possibilidades interativas sugeridas por Kenski (2008) na citação. Acredito também que a ocorrência de MDDI até possa ser natural e não intencional, mas ela não precisa se manifestar apenas dessa forma. Ou seja, penso que ela pode (e deve) ser também provocada pelo professor. Por outro lado, apenas provocá-la não é suficiente: a responsabilidade precisa ser compartilhada.

A sequência de interações apresentada na seção 5.4.3, a meu ver, corrobora Almeida (2003, p. 336), que afirma que a possibilidade de acessar os fóruns em qualquer momento e em qualquer lugar permite “refletir, apreender pensamentos e ações representados, descontextualizá-las do espaço e tempo originários, apropriar-se dessas ações e contextualizá-las em outras situações”.

Nos trechos apresentados não fica claro que os alunos descontextualizaram a mensagem e a contextualizaram em outras situações, mas é possível notar que a

possibilidade de acesso futuro ao fórum permitiu que a aluna refletisse, apreendesse os pensamentos e ações que haviam sido representados e compreendesse a dúvida que surgiu durante o acompanhamento da resolução postada inicialmente pela professora. Nesse caso, portanto, ela tomou para si parte da responsabilidade por sua aprendizagem, mas a dúvida só foi sanada via construção de MDDI porque a ação docente realizada anteriormente forneceu subsídios para tal.

Seria natural que, assim como ocorre no fórum, as webconferências gravadas e posteriormente disponibilizadas aos alunos no ambiente também apresentassem características constitutivas de MDDI, ou seja, seria natural pensar que uma dúvida possa ser sanada por um aluno apenas assistindo à gravação de uma interação que foi síncrona, a partir da dúvida de um colega manifestada durante essa interação. No entanto, não há registro nos Ambientes Virtuais de Aprendizagem de que isso tenha ocorrido e tenho algumas conjecturas a levantar sobre o assunto.

Em primeiro lugar, apenas uma instituição das quatro analisadas gravou suas webconferências e as disponibilizou aos alunos. Apenas esse fato já diminui consideravelmente a possibilidade de registros como esse. Ainda, nessa mesma instituição, não há proposta de fóruns para interação assíncrona que pudessem registrar ocorrências como a cena apresentada no Quadro 18, mas fazendo alusão a uma webconferência. Em terceiro lugar, a forma como as webconferências são conduzidas não favorece esse tipo de ocorrência porque os alunos, naquele ambiente, são menos ativos do que no fórum. E, em quarto lugar, pode ser que diversas ocorrências de construção de MDDI tenham se efetivado nesse contexto, mas não tenham sido registradas no AVA, já que ele representa apenas um entre os canais de comunicação dos cursos.

Assim, uma importante sugestão que deixo aos profissionais que trabalham nessa modalidade, e que têm a possibilidade de realizar webconferências, é que registrem essas interações e as disponibilizem aos alunos. Penso que outra camada de interação poderia ser construída se os alunos pudessem contar com esse MDDI alimentado por eles mesmos. A noção de seres-humanos-com-webconferências-gravadas é um potencial meio para favorecer reflexões interessantes aos estudantes, expandindo a noção de MDDI para outro contexto não registrado nos dados.

Algo que também poderia contribuir para a ampliação da rede comunicacional seria fazer com que a comunicação no Ambiente Virtual de Aprendizagem

componha a avaliação na disciplina. Oliveira (2007) explora algumas possibilidades tendo por base uma abordagem colaborativa, amplamente defendida por muitos autores que pesquisam a modalidade a distância. O autor defende que, para a modalidade, formas específicas de avaliação sejam implementadas.

De fato, em cursos colaborativos *on-line*, outra avaliação da aprendizagem deve ter lugar. Algumas boas práticas podem ser apropriadas desde outras experiências de ensino-aprendizagem, nos múltiplos e diversificados ambientes nos quais esta experiência pode ocorrer. Mas esta apropriação não se fará sem a devida crítica ou sem o consistente planejamento, de modo a considerar as especificidades do ambiente virtual e os estilos de aprendizagem evidenciados pelos participantes (OLIVEIRA, 2007, p. 33).

Entre as formas utilizadas por ele, estão a construção conjunta de textos sobre determinado tópico por parte dos alunos, sendo o texto coletivo objeto de avaliação, e o estudo conjunto de um caso que, no contexto da disciplina de Álgebra Linear, poderia ser um problema envolvendo alguns conceitos do tema. As atividades em grupo favorecem a colaboração e estimulam a ampliação da rede comunicacional, ampliando a possibilidade de ocorrência de construção de MDDI.

Almeida (2003) também defende parte da avaliação baseada na resolução de problemas por grupos colaborativos que se comunicam em um ambiente digital de interação. A autora destaca a avaliação processual e a autoavaliação como outras possibilidades nesse contexto.

Há outra questão a ser explorada a partir da noção de MDDI: para que um material seja caracterizado como MDDI, é importante que ele tenha sido alimentado a partir da noção de interatividade proposta por Silva (2000) e depois servido como fonte de estudo para os alunos, característica percebida com mais intensidade nos fóruns do que nas webconferências. Como o fórum é escrito, não se teve registro da noção de MDDI com outras linguagens, como a audiovisual ou a multimodal, por exemplo.

Uma forma de explorar essa possibilidade seria trazer os alunos para a construção de materiais didáticos digitais a serem utilizados em suas próprias turmas ou em turmas futuras. A vertente das performances matemáticas digitais, estudada por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), seria uma via para isto. Nessa perspectiva, os alunos são convidados a produzirem vídeos digitais nos quais expressem suas aprendizagens sobre conteúdos matemáticos.

Estas performances poderiam ser desenvolvidas em interações síncronas ou não, mas, em ambos os casos, poderiam estar disponíveis no AVA do curso para proporcionar outras camadas de interação, já que um vídeo produzido por um grupo de alunos pode ser citado em fórum, ao se elaborar uma resposta a uma dúvida, em uma videoaula gravada pelo professor ou ainda em espaços de comunicação presenciais que, diferentemente do AVA, não registram automaticamente a interação, mas que também têm especial importância no desenvolvimento de cursos no modelo semipresencial utilizado pela UAB.

Um novo projeto nesse sentido começou a ser desenvolvido no GPIMEM, buscando trazer os alunos para participar da construção de materiais multimodais que possam servir como expressão de sua aprendizagem, mas que também possam ser utilizados como material didático em sua própria turma ou em turmas futuras. Iniciativas como essa devem ser implementadas, a meu ver, em particular no contexto da disciplina de Álgebra Linear.

Nesse caso, a codificação axial desenvolvida nesse trabalho poderia ser expandida trazendo a propriedade agentes também para a categoria de material didático digital. Nessa pesquisa ela não se configurou como propriedade porque todos os materiais didáticos são propostos pelos professores. Assim, percebe-se que o modelo analítico aqui proposto é situado ao contexto analisado, mas pode ser ampliado à medida que novas ações sejam identificadas ou implementadas.

Refletindo sobre as possíveis contribuições dessa tese para a área da Educação Matemática, acredito, em primeiro lugar, que foi possível apresentar à comunidade uma forma de se analisar o papel das tecnologias digitais ancorada na Teoria Enraizada. Essa perspectiva, amplamente utilizada na área da saúde, também apresentou potencialidades interessantes para a Educação Matemática do ponto de vista analítico.

No âmbito da modalidade a distância, não se tinha conhecimento de estudos que buscassem analisar as práticas efetivas realizadas em disciplinas de Álgebra Linear de cursos de Licenciatura em Matemática com foco nas TD. Tendo como senso comum que todos nós professores nos ancoramos em experiências que tivemos como alunos para nos constituir docentes, é importante que o trabalho nessa e em outras disciplinas esteja pautado nas necessidades específicas que um curso de formação de professores tem. Assim, conhecendo práticas relativas a uma disciplina específica, é possível ampliar o escopo do que foi observado e refletir de

forma mais geral sobre a formação de professores de Matemática que tem se efetivado no Brasil na modalidade a distância.

Diferentemente do que pensam muitas pessoas que não acreditam na modalidade a distância, espero que a tese tenha mostrado que é possível formar professores a distância, a partir da análise de quatro cursos em desenvolvimento. A partir da interpretação realizada, pode-se inferir que é possível criar redes de comunicação multidirecional mesmo com poucos recursos, mas também é preciso refletir sobre alguns elementos que, do ponto de vista apresentado nesse texto, podem ser ampliados ou revistos.

Em termos do tema de uso pedagógico de tecnologias digitais associadas à modalidade, acredito que a tese traz propostas que podem ser implementadas em outras disciplinas e com potencial para estimularem interação intensa e produção matemática colaborativa. As mídias digitais abrem diversas possibilidades que podem ser exploradas buscando sempre novas formas de se ensinar e aprender Matemática.

Em relação ao constructo seres-humanos-com-mídias, acredito que o trabalho analisou diversos coletivos que incluíam diferentes mídias e apontou particularidades em relação ao uso delas, como a fotografia anexada aos fóruns, por exemplo, ou os ambientes de comunicação síncrona que não oferecem suporte à simbologia matemática. Além disso, uma nova dimensão relacionada à moldagem recíproca, associada à noção de MDDI, foi identificada e ainda não tinha sido explorada nas pesquisas do GPIMEM.

Os resultados compõem o mosaico do projeto E-licm@t contribuindo de forma particular para a questão das implicações que o uso variado dessas mídias tem para a comunicação e para a construção de material didático, além de ter uma disciplina específica como foco.

Considerando a natureza da disciplina de Álgebra Linear, penso que o estudo aponta para a necessidade de se estimular mais o equilíbrio entre os modos de descrição e acredito que esse é um ponto fundamental para superar diversos problemas associados a ela e discutidos ao longo do texto. Acredito, inclusive, que essa questão perpassa a modalidade de ensino a distância.

Contrapondo as contribuições da tese apresentadas estão as limitações do estudo. Em primeiro lugar, o registro parcial das interações que ocorrem na disciplina é algo que precisa ser levado em consideração. Não se teve acesso ao

que pode ter sido comunicado presencialmente, virtualmente fora do AVA ou mesmo internamente ao AVA, mas via correio privado. Assim, é preciso situar os resultados a essa limitação, embora esse fato seja natural a praticamente qualquer investigação qualitativa. Não se pode ter acesso a tudo e geralmente temos muitas variáveis atuando, o que reforça a importância de contextualizar em detalhes o universo de pesquisa.

A presente tese não abordou uma discussão epistemológica de fundo referente, por exemplo, à possível conexão entre Geometria, Álgebra e Álgebra Linear. Também não discuti se a Álgebra Linear está se transformando com o uso das tecnologias digitais da mesma forma que Borba e Villarreal (2005) afirmam sobre o Cálculo, mostrando exemplos. Essas discussões serão parte do que esta pesquisadora fará a partir de agora, analisando, por exemplo, se a quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) traz modificações visíveis à Álgebra Linear.

A escolha pelas instituições, a meu ver, também representa uma limitação. A ideia inicial do projeto era contar com a colaboração de um número maior de cursos e estabelecer algum critério para escolher entre quatro e cinco deles. No entanto, só consegui estabelecer parceria com os quatro cursos que foram apresentados, de modo que nenhum critério de escolha que pudesse aumentar a variedade percebida nos dados pôde ser utilizado.

Como bem afirmou Soares (2012), o momento de terminar uma tese nunca é realmente um encerramento, já que muitas discussões podem ainda ser realizadas a partir dos dados e das ideias apresentadas no texto. Nesse sentido, ao escrever as considerações de um trabalho, pode-se ter como meta sugerir outras pesquisas a serem realizadas baseadas no que foi discutido, algo que passo a fazer nos próximos parágrafos.

Com base no quadro apresentado, acredito ser de urgência trabalhos que estimulem o movimento entre os modos de descrição da Álgebra Linear em espaços de comunicação síncrona e assíncrona. Esse movimento pode ser favorecido ao se propor atividades investigativas que integrem os três modos, como as propostas por Karrer (2006).

Pensar a expansão das possibilidades de representação matemática nos espaços de comunicação síncrona que são utilizados nos cursos também me parece algo importante a ser desenvolvido. Todavia, é importante ter em mente que as

tecnologias digitais trazem sim diversas possibilidades, mas o elemento humano, o polidocente, é de fundamental importância para que essas possibilidades sejam, de fato, exploradas. Nesse sentido, as estratégias e os processos de ensino devem ganhar especial atenção, assim como a formação específica para docência na modalidade.

Também poderiam ser desenvolvidos trabalhos que explorem as diferentes camadas de interação que são possíveis de serem construídas em Ambientes Virtuais de Aprendizagem e fora deles, abrindo o fórum, ou a webconferência, a um polo, a todos os polos, ou até ultrapassando os muros virtuais dos cursos e utilizando ambientes como o YouTube para promover interação entre seus alunos e pessoas externas, conforme projeto que já se esboça no GPIMEM.

Após concluir a análise de dados, concordo com Mill (2010b, p. 38) quando o autor, ao abordar a questão da polidocência, afirma que “com a docência virtual compartilhada e colaborativa evidenciam-se elementos positivos e, também, mostram-se outros dificultadores aos trabalhadores, decorrentes da fragmentação do processo de trabalho docente”. O elo que liga todos esses profissionais, a colaboração, precisa estar sempre em evidência para que as experiências positivas sejam ampliadas e compartilhadas e os problemas e obstáculos possam ser superados sem maiores traumas e sem sacrificar quem é o mais importante em todo o processo: o aluno.

Termino retomando o que foi desenvolvido na tese a partir da metáfora da construção de um edifício, iniciando pelo pórtico e terminando com o edifício em si. Fecho o trabalho colocando o edifício construído como parte de um contexto maior, composto por outras pesquisas, que poderiam representar um bairro, uma cidade, uma unidade federativa, um país - dependendo no nível de *zoom* que se pretende dar. É importante observar, no entanto, que qualquer edifício pode ter reformas, pode ter espaços interiores novos, algo que é previsto na Teoria Enraizada. Essa é uma forma de apontar que o que foi construído continua em movimento. Espero que resultados dessas reformas apareçam em artigos e livros ainda a serem escritos.

REFERÊNCIAS

- ACHILLI, E. L. *Investigar en antropologia social*. Rosário: Laborde, 2005.
- ALMEIDA, H. R. F. L. O Uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Aula de Cálculo 1 a Distância. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2013, Vitória. *Anais...* Vitória: IFES, 2013.
- ALMEIDA, H. R. F. L.; OLIVEIRA, L. P. F.; FRANCISCO, R. F. O. O uso das tecnologias digitais na licenciatura em matemática a distância: uma visão a partir dos projetos políticos pedagógicos. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA E ENCONTRO DE PESQUISADORES EM EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 2., 2014, São Carlos - SP. *Anais...* São Carlos: UFSCar, 2014.
- ALMEIDA, H. R. F. L.; ZAMPIERI, M. T.; BORBA, M. C. Formação inicial de professores de matemática a distância: discussões acerca do acesso à internet. In: FÓRUM GT 06 - SBEM, 2., 2014, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro: SBEM, 2014.
- ALMEIDA, M. E. B. Educação a distância na internet: abordagens e contribuições dos ambientes digitais de aprendizagem. *Educação e Pesquisa*, v. 29, n. 2, p. 327–340, 2003.
- ALMEIDA, M. E. B. Educação, ambientes virtuais e interatividade. *Educação Online: teorias, práticas, legislação e formação corporativa*. 3. ed. São Paulo: Loyola, 2011. .
- ALMEIDA, M. E. B.; SILVA, K. A. G. Formação de professores a distância e as perspectivas de articulação entre teoria e prática por meio de ambientes on-line. *Educar em Revista*, n. esp. 4, p. 129–148, 2014.
- ANDRADE, J. P. G. *Vetores: interações à distância para aprendizagem de Álgebra Linear*. 2010. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.
- ARANDA, C.; CALLEJO, M. L. Construcción del concepto de dependencia lineal en un contexto de geometría dinámica: em estudio de casos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, v. 13, n. 2, p. 129–158, 2010.
- BALL, D. L. Bridging Practices: Intertwining Content and Pedagogy in Teaching and Learning to Teach. *Journal of Teacher Education*, v. 51, n. 3, p. 241–247, 2000.
- BALL, D. L. With an eye on the mathematical horizon: dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The Elementary School Journal*, v. 93, n. 4, p. 373–397, 1993.
- BARBOSA, S. M. *Tecnologias da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia*. 2009. 199 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2009.

BARROS, A. P. R. M. D. *Contribuições de um Micromundo composto por recursos do Geogebra e da Coleção M3 para a aprendizagem do conceito de volume da pirâmide*. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

BEN-CHAIM, D.; LAPPAN, G.; HOUANG, R. T. The role of visualization in the middle school mathematics curriculum. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, v. 11, p. 49–60, 1989.

BITTAR, M. *Les vecteurs dans l'enseignement secondaire. Une analyse en termes d'outil et d'objet. Étude de difficultés d'élèves dans deux environnements: Cabri-géomètre e papier crayon*. 1998. Tese (Doutorado em Didática de Disciplinas Científicas) – Université Joseph Fourier, Grenoble I, UJF, França, 1998.

BITTAR, M.; PAULA, A. F. Articulação da geometria euclidiana plana e da álgebra no estudo de geometria analítica com o Grafeq. *Boletim GEPEM*, n. 62, p. 117–133, 2013.

BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I. L.; FIGUEIREDO, V. L.; WETZLER, H. G. *Álgebra Linear*. 3. ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.

BORBA, M. C. Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments. *ZDM*, Berlim. v. 44, p. 802–814, 2012.

BORBA, M. C. *Interação e Tecnologias da Informação e Comunicação: Licenciaturas em Matemática a Distância. Currículo Lattes - Marcelo Borba*. [S.l.: s.n.]. Disponível em:
<<http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?metodo=apresentar&id=K4781765U0#ProjetosPesquisa>>. Acesso em: 5 jan. 2015. , 2012

BORBA, M. C. Nota do coordenador. In: BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. .

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L. *As Licenciaturas em Matemática da Universidade Aberta do Brasil (UAB): uma visão a partir da utilização das Tecnologias Digitais*. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação matemática*. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. S. Diferentes usos de Tecnologias Digitais nas Licenciaturas em Matemática da UAB. *Nuances: estudos sobre educação*, v. 25, n. 2, p. 127–147, 2014.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. *Educação a Distância online*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005. v. 39.

BORBA, M. C.; ZULATTO, R. B. A. Dialogical Education and Learning Mathematics Online from Teachers. In: LEIKIN, R.; ZAZKIS, R. (Org.). *Learning Through Teaching Mathematics*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2010. p. 111–125. Disponível em: <http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-90-481-3990-3_6>. Acesso em: 13 ago. 2015.

BORBA, M. C.; ZULATTO, R. B. A. Different media, different types of collective work in online continuing teacher education: would you pass the pen, please? In: PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 30, 2006, Praga. *Anais... Praga: PME, 2006*. p. 201–208. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba_zulatto/borba_zulatto-2006-pme30.pdf>. Acesso em: 25 ago. 2015.

BRASIL. *Decreto nº 5.800, de 8 de junho de 2006*. Brasília: Presidência da República - Casa Civil, 2006. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/decreto/d5800.htm>. Acesso em: 10 jul. 2015.

BRASIL. *Decreto nº 5622, de 19 de dezembro de 2005*. Brasília: Presidência da República - Casa Civil, 2005. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2005/Decreto/D5622.htm>. Acesso em: 22 nov. 2014.

BRASIL. *Referenciais de qualidade para educação superior a distância*. Brasília: MEC, 2007. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/legislacao/refead1.pdf>>.

BUSSI, M. G. B.; BORBA, M. C. The role of resources and technology in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 42, p. 1–4, 2010.

CAPES. *Portal UAB*. Disponível em: <<http://uab.capes.gov.br/>>. Acesso em: 22 jul. 2015.

CELESTINO, M. R. *Ensino-aprendizagem da álgebra linear: as pesquisas brasileiras na década de 90*. 2000. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

CHIARI, A. S. S.; BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; OLIVEIRA, L. P. F.; ZAMPIERI, M. T. Mapa de uso de Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação a Distância online no Brasil: procedimentos de análise. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevidéo. *Anais... Montevidéo: Semur, 2013*. p. 1–8.

CHIARI, A. S. S.; BORBA, M. C. Ambientes virtuais de aprendizagem e educação matemática online: biblioteca interativa ou livro didático dinâmico? In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA E ENCONTRO DE PESQUISADORES EM EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 2., 2014, São Carlos. *Anais...* São Carlos: UFSCar, 2014. p. 1–13.

CHIARI, A. S. S.; BORBA, M. C. Vinte anos de GPIMEM: um mosaico de pesquisas em movimento. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. S. (Org.). *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013. p. 13–37.

COIMBRA, J. L. *Alguns aspectos problemáticos relacionados ao ensino-aprendizagem da Álgebra Linear*. 2008. 78 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.

COSTA, C. J.; PIMENTEL, N. M. O sistema Universidade Aberta do Brasil na consolidação da oferta de cursos superiores a distância no Brasil. *Educação Temática Digital*, v. 10, n. 2, p. 71–90, 2009.

DALMOLIN, D.; BONALDO, L.; MATHIAS, C. V. Transformações lineares no plano e o software Geogebra. In: ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2012, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2012. p. 1–12. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/RE/RE_Rosa_Taynara_Oliveira.pdf>. Acesso em: 9 jan. 2015.

DIESEL, B. W.; FRANÇA, I. S.; PINTO, N. B. Estruturalismo e Matemática Moderna : dilemas e implicações para o ensino. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE), 8., 2008, Curitiba. *Anais...* Curitiba: PUC/PR, 2008.

DORIER, J. L. (Org.). *On the teaching of linear algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

DORIER, J. L.; ROBERT, A.; ROBINET, J.; ROGALSKI, M. The obstacle of formalism in linear algebra. In: DORIER, J. L. (Org.). *On the teaching of linear algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 85–124.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p. 11–33.

FERREIRA, A. B. H. *Miniaurélio Século XXI Escolar: o minidicionário da língua portuguesa*. 4. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

FERREIRA, A. B. H. *Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa*. 4. ed. Curi: Positivo, 2009.

FERREIRA, M. J. A.; ZAMPIERI, M. T.; QUEIROZ, S. M. Ambientes virtuais e suas potencialidades para o ensino e aprendizagem de matemática: comunicação e colaboração. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevidéo. *Anais...* Montevidéo: Semur, 2013. p. 6688–6697.

FRANÇA, M. *Conceitos fundamentais de Álgebra Linear: uma abordagem integrando geometria dinâmica*. 2007. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

FURTADO, A. L. C. *Dificuldades na aprendizagem de conceitos abstratos da Álgebra Linear*. 2010. 157 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. S. As licenciaturas a distância. In: GATTI, B. A.; BARRETO, E. B. S. *Professores do Brasil: impasses e desafios*. Brasília: UNESCO, 2009. p. 89–116.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Record, 2011.

GRACIAS, T. A. *A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática*. 2003. 165 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2003.

GRANDE, A. L. *O conceito de independência e dependência linear e os registros de representação semiótica nos livros didáticos de álgebra linear*. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

HEITMANN, F. P. *Atividades Investigativas em Grupos Online: possibilidades para a educação matemática a distância*. 2013. 173 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

HILLEL, J. Modes of description and the problem of representation in Linear Algebra. In: DORIER, J. L. (Org.). *On the teaching of linear algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 191–208.

JAVARONI, S. L. *Abordagem Geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias*. 2007. 231 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2007.

KALINKE, M. A. *Tecnologias no ensino: a linguagem matemática na web*. 1. ed. Curitiba: CRV, 2014.

KARRER, M. *Articulação entre álgebra linear e geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica*. 2006. 371 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006.

KAY, R. H.; KNAACK, L. Evaluating the learning in learning objects. *Open Learning: The Journal of Open, Distance and e-Learning*, v. 22, n. 1, p. 5–28, fev. 2007.

KENSKI, V. M. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. 1. ed. Campinas: Papirus, 2007.

KENSKI, V. M. *Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância*. 6. ed. Campinas: Papirus, 2008.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*. London: Sage Publications, 1985.

MACHADO, S. D. A.; BIANCHINI, B. L. Álgebra linear e a concepção de transformação linear construída por estudantes de EaD. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 7, n. 2, p. 69–89, 2012.

MALHEIROS, A. P. S. *Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem*. 2008. 186 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2008.

MALTEMPI, M. V.; MALHEIROS, A. P. S. Online distance mathematics education in Brazil: research, practice and police. *ZDM Mathematics Education*, v. 42, p. 291–303, 2010.

MAZZI, L. C. *Experimentação-com-GeoGebra: revisitando alguns conceitos da Análise Real*. 2014. 137 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2014.

MILL, D. Elementos básicos para contrato de trabalho docente na educação a distância: reflexões sobre a tutoria como profissão. *Revista Extra-classe: revista de trabalho e educação do SINPRO-MG*, v. 1, n. 3, p. 14–41, 2010a.

MILL, D. Sobre o Conceito de Polidocência ou Sobre a Natureza do Processo de Trabalho Pedagógico na Educação a Distância. In: MILL, D.; RIBEIRO, L. R. C.; OLIVEIRA, M. R. G. (Org.). *Polidocência na Educação a Distância: múltiplos enfoques*. São Carlos - SP: EdUFSCar, 2010b. p. 23–40.

MILL, D.; OLIVEIRA, M. R. G.; RIBEIRO, L. R. C. Múltiplos enfoques sobre a polidocência na Educação a Distância virtual. In: MILL, D.; RIBEIRO, L. R. C.; OLIVEIRA, M. R. G. *Polidocência na Educação a Distância: múltiplos enfoques*. São Carlos: EduUFSCar, 2010. p. 13–22.

NISKIER, A. *Educação à distância: a tecnologia da esperança*. São Paulo: Loyola, 1999.

OLIVEIRA, A. D. *Reconstruindo o Conceito de Paralelogramo com o Software Klogo: uma experiência com professores de Matemática*. 2012. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal De Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2012.

OLIVEIRA, G. P. Colaboração e multidimensionalidade como elementos para a avaliação da aprendizagem em cursos on-line. *Revista de Ciências Exatas e Tecnologia*, v. 2, n. 2, p. 30–37, 2007.

- OLIVEIRA, G. P.; SANTOS, R. P. Formação de professores de matemática: tecnologias e o teorema de Tales. *Revista Iberoamericana de Educación*, v. 2, n. 3, p. 1–13, 2013.
- OLIVEIRA, L. P. F. Formação de Professores de Matemática a Distância na UAB. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UNESP, 25, 2013, Rio Claro (SP). *Anais...* Rio Claro (SP): UNESP, 2013. Disponível em: <<http://goo.gl/5vmgbL>>. Acesso em: 4 ago. 2014.
- PAPERT, S. *Mindstorms: children, computers and powerful ideas*. New York: Basic Books, 1980.
- PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, v. 1, n. 1, p. 7–18, 1993.
- PETERS, O. *Didática do ensino a distância*. São Leopoldo: Unisinos, 1999.
- PINTO JUNIOR, W. N. *Álgebra linear a distância para licenciandos em Química: análise de um curso oferecido no modelo UAB*. 2013. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.
- PLAXCO, D.; WAWRO, M. Analyzing student understanding in linear algebra through mathematical activity. *The Journal of Mathematical Behavior*, v. 38, p. 87–100, jun. 2015.
- POMBO, J. F. DA R. *Dicionário de sinônimos da língua portuguesa*. 2. ed. Rio de Janeiro: Academia Brasileira de Letras, 2011.
- REVUZ, A. Prefácio. In: DORIER, J. L. (Org.). *On the teaching of linear algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. XV–XVIII.
- RICHIT, A. *Aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais*. 2010. 243 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2010.
- ROBERT, A. Level of conceptualization and secondary school math education. In: DORIER, J. L. (Org.). *On the teaching of linear algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 125–133.
- ROSA, O. S.; GOULART, I.; CASANOVA, L.; LEHMANN, M. Explorando as transformações lineares no plano, através do software WINPLOT. *TECCEN*, v. 2, n. 2, p. 10–20, 2009.
- SANTOS, S. C. *A Produção Matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial*. 2006. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2006.
- SANTOS, S. C. *Um retrato de uma Licenciatura em Matemática a distância sob a ótica de seus alunos iniciantes*. 2013. 208 f. Tese (Doutorado em Educação

Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação matemática, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1–22, 1987.

SILVA, M. *Sala de aula interativa*. YouTube: [s.n.]. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=EGfw73ZJ4U>>. Acesso em: 14 jan. 2015. , 2010

SILVA, M. *Sala de aula interativa*. Rio de Janeiro: Quartet, 2000.

SOARES, D. S. *Uma Abordagem Pedagógica baseada na Análise de Modelos para Alunos de Biologia: qual o papel do software?* 2012. 341 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2012.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. *Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

TARDIFF, M. *Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários*. Rio de Janeiro: PUC, 1999.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (Org.). *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M. E. Sharpe. Inc, 1981. p. 256–278.

UFMG. *Projeto Político Pedagógico: licenciatura em Matemática a distância*. Belo Horizonte: UFMG, 2011.

UFMS. *Projeto Político Pedagógico: licenciatura em Matemática a distância*. Campo Grande: UFMS, 2012.

UFU. *Projeto Político Pedagógico: licenciatura em Matemática a distância*. Uberlândia: UFU, 2010.

UNEB. *Projeto Político Pedagógico: licenciatura em Matemática a distância*. Salvador: UNEB, 2009.

VALENTE, J. A. O papel da interação e as diferentes abordagens pedagógicas de Educação a Distância. In: MILL, D.; PIMENTEL, N. M. (Org.). *Educação a distância: desafios contemporâneos*. São Carlos: EdUFSCar, 2010. p. 25–42.

VIEL, S. R. *Um olhar sobre a formação de professores a distância: o caso da CEDERJ/UAB*. 2011. 218 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2011.

WAWRO, M.; SWEENEY, G. F.; RABIN, J. M. Subspace in linear algebra: investigating students’ concept images and interactions with the formal definition. *Educational Studies in Mathematics*, v. 78, n. 1, p. 1–19, 2011.

ZABEL, M. *Luz, câmera, flashes: uma compreensão sobre a disciplina de Prática de Ensino de Matemática a distância*. 2014. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2014.

ZAMPIERI, M. T. *A comunicação em uma disciplina de Introdução a Estatística: um olhar sob a formação inicial de professores de matemática a distância*. 2013. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

ZAMPIERI, M. T.; JAVARONI, S. L. A produção matemática coletiva em uma disciplina de Cálculo IV a distância. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA E ENCONTRO DE PESQUISADORES EM EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 1., 2012, São Carlos - SP. *Anais...* São Carlos: UFSCar, 2012.

ZULATTO, R. B. A. *A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores*. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2007.

APÊNDICE A – Resumo CAPES (200 palavras)

Após a defesa da tese, foi exigido um resumo menor que o original para ser enviado à CAPES, com no máximo 200 palavras, para ser disponibilizado no Banco de Teses. Reproduzo, a seguir, o resumo enviado.

Resumo

Esta pesquisa busca compreender o papel das tecnologias digitais (TD) nos processos educativos associados a disciplinas de Álgebra Linear de quatro Licenciaturas em Matemática a distância da UAB, no contexto de seus Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs). Trata-se de uma pesquisa qualitativa. Perspectivas associadas aos modos de descrição em Álgebra Linear, à noção de seres-humanos-com-mídias, à distância transacional e ao papel da interação na modalidade a distância fornecem sustentação teórica ao trabalho. A Teoria Enraizada é utilizada para conduzir a análise de dados, que foram produzidos a partir de quatro fontes: observação em AVAs, entrevistas, projetos político pedagógicos e notas da pesquisadora. Os resultados permitem inferir que há dois papéis em evidência, analisados em duas categorias: uma associada à comunicação e outra ao material didático. Ambas foram integradas em uma categoria central que sugere que as TD, a internet e o uso do AVA podem transformar esse último em Material Didático Digital Interativo (MDDI) a partir do registro automático das interações. O modelo construído foi utilizado para identificar padrões de uso de tecnologias nas instituições como forma de validar a análise e provocar reflexões sobre a consistência entre as práticas observadas e os objetivos institucionais.

Abstract

This research seeks to understand the role of digital technologies (DT) in educational processes associated with Linear Algebra in four distance teacher education courses linked to the Open University of Brazil (UAB), in the context of its Virtual Learning Environments (VLE). It is a qualitative study. Theoretical perspectives related to modes of description in Linear Algebra, the notion of humans-with-media, transactional distance and the role of interaction and collaboration in distance learning guide the study and the analytical process. Grounded Theory is used to conduct the analysis of the data, which was produced from four sources: observation in VLEs, interviews, educational projects and researcher's notes. Results revealed two roles of DT (two categories): one associated with communication and another with teaching materials. Both were integrated into a central category suggesting that DT, the internet and the use of VLE can transform VLE into Interactive Digital Didactic Material (IDDM) through the automatic registration of interactions. The model constructed was used to identify patterns of use of technologies in the institutions as a way to validate the analysis and provoke reflections about the consistency between observed practices and institutional goals.