

## **ANÁLISE MATEMÁTICA DA POTÊNCIA GERADA POR SISTEMAS FOTOVOLTAICOS E SUAS APLICAÇÕES**

**Daniel dos Santos Viais Neto**<sup>1</sup>

**Juliano Aparecido Véri**<sup>2</sup>

**Luís Roberto Almeida Gabriel Filho**<sup>3</sup>

**Camila Pires Cremasco Gabriel**<sup>4</sup>

**Odivaldo José Seraphim**<sup>5</sup>

**RESUMO:** A radiação solar constitui-se numa inesgotável fonte energética, havendo um enorme potencial de utilização por meio de sistemas de captação e conversão em outra forma de energia. Para a conversão direta da energia solar em elétrica, são utilizadas células fotovoltaicas constituídas, que associadas constituem um módulo fotovoltaico, sendo que também quando agrupados, formam painéis fotovoltaicos. Estes painéis

---

<sup>1</sup> Licenciado e Bacharel em Matemática (ICMC/USP), Mestre em Matemática Pura (ICMC/USP) e Doutorando em Agronomia/Irrigação e Drenagem (FCA/UNESP), Professor Associado da FATEC – Presidente Prudente. [dvneto@fatecpp.edu.br](mailto:dvneto@fatecpp.edu.br).

<sup>2</sup> Licenciado em Matemática (FACLEPP/UNOESTE) e Mestrando em Agronomia/Irrigação e Drenagem (FCA/UNESP).

<sup>3</sup> Licenciado em Matemática (FCT/UNESP), Mestre em Matemática Pura (ICMC/USP), Doutor em Agronomia/Energia na Agricultura (FCA/UNESP) e Pós-doutorando em Agronomia/Energia na Agricultura (FCA/UNESP), Professor Assistente Doutor da CET/UNESP – Tupã/SP. [gabrielfilho@tupa.unesp.br](mailto:gabrielfilho@tupa.unesp.br).

<sup>4</sup> Licenciada em Matemática (FCT/UNESP), Mestre em Matemática Pura (DM/UFSCar), Doutora em Agronomia/Energia na Agricultura (FCA/UNESP) e Pós-doutoranda em Bioestatística (IB/UNESP), Professora Assistente da FATEC – Presidente Prudente. [camila@fatecpp.edu.br](mailto:camila@fatecpp.edu.br).

<sup>5</sup> Engenheiro Elétrico, Mestre em Agronomia/Energia na Agricultura (FCA/UNESP), Doutor em Agronomia/Energia na Agricultura (FCA/UNESP) e Livre Docente em Energização Rural(FCA/UNESP), Professor Assistente Adjunto (FCA/UNESP). [seraphim@fca.unesp.br](mailto:seraphim@fca.unesp.br).

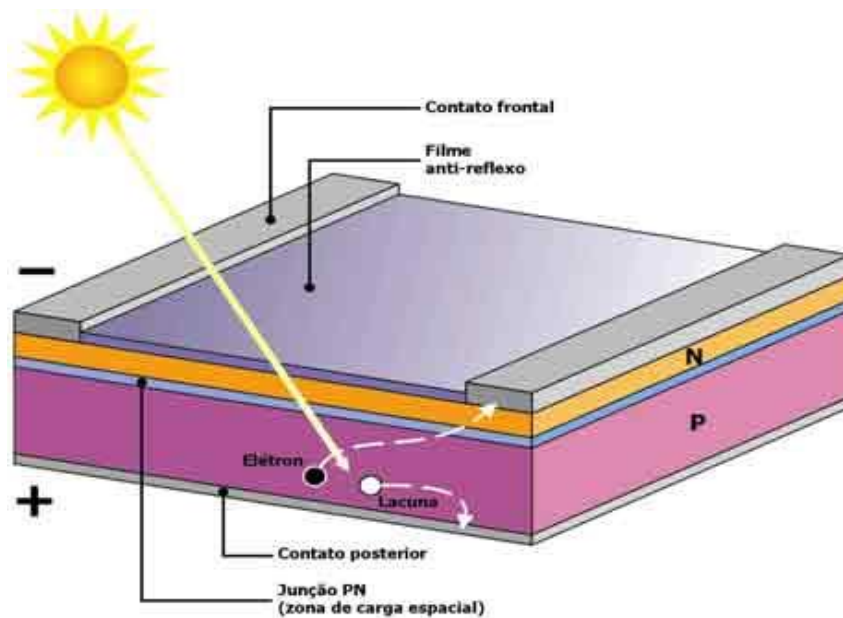
associados a outros equipamentos que transformam ou armazenam energia elétrica para que ela possa ser utilizada é chamado de sistema fotovoltaico. Neste trabalho, foram determinadas analiticamente formas de obtenção de curvas de corrente e potência fotovoltaicas, e também o ponto de potência máxima. Tais métodos foram aplicados no sistema fotovoltaico localizado na FCA/UNESP, sendo utilizado um sistema constituído por três módulos fotovoltaicos. Para o desenvolvimento das equações que regem a potência dos sistemas fotovoltaicos, procurou-se estudar o circuito elétrico de células fotovoltaicas, sendo necessária também a aplicação de métodos numéricos iterativos para a determinação de alguns parâmetros elétricos. De acordo com os teoremas apresentados, foi possível determinar as expressões analíticas da resistência série e do ponto de potência máxima de uma célula fotovoltaica, possibilitando a geração dos gráficos de tais funções com os dados obtidos experimentalmente. Comparando-se os valores obtidos pelas funções com os valores padrões do sistema fotovoltaico instalado, o valor calculado apresentou um erro de 1,03% em relação ao dado pelo fabricante, representando uma excelente aproximação. Desta forma, pode-se concluir que os métodos e teoremas dos sistemas fotovoltaicos apresentados podem servir de auxílio a futuros dimensionamentos para aplicações destes sistemas.

**Palavras- chave:** células fotovoltaicas, métodos numéricos, potência máxima.

## 1. INTRODUÇÃO

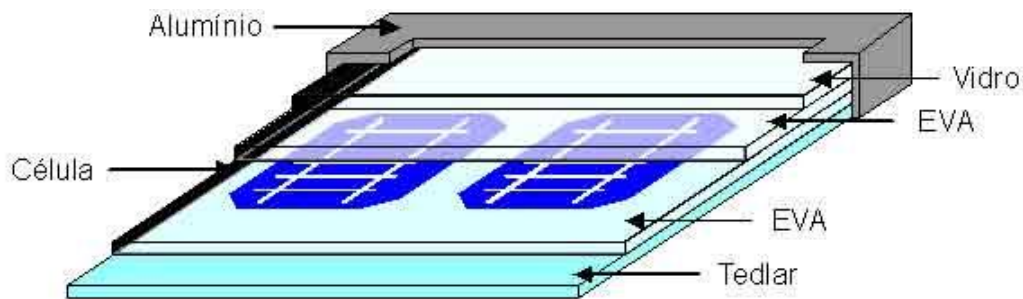
A Terra recebe anualmente  $1,5 \cdot 10^{18}$  kWh de energia solar, o que corresponde a 10.000 vezes o consumo mundial de energia nesse período. Esse fato vem indicar que, além de ser responsável pela manutenção da vida na Terra, a radiação solar constitui-se numa inesgotável fonte energética, havendo um enorme potencial de utilização por meio de sistemas de captação e conversão em outra forma de energia (CRESESB, 1999).

De acordo com Castro (2008), as células fotovoltaicas (Figura 1) são constituídas por um material semicondutor - o silício - ao qual são adicionadas substâncias, ditas dopantes, de modo a criar um meio adequado ao estabelecimento do efeito fotovoltaico, isto é, conversão direta da potência associada à radiação solar em potência elétrica DC. Além disso, Castro (2008) afirma que a célula é o menor elemento do sistema fotovoltaico, produzindo tipicamente potências elétricas da ordem de 1,5 W (correspondentes a uma tensão de 0,5 V e uma corrente de 3 A).



**Figura 1.** Constituição interna de uma célula fotovoltaica típica.

Um módulo fotovoltaico (Figura 2) é constituído de células solares associadas eletricamente em série e/ou em paralelo. A maioria dos módulos convencionais encontrados no mercado é constituída de 36 células solares de silício. Consequentemente, a tensão de circuito aberto, isto é, a diferença de potencial quando a corrente elétrica é nula, é da ordem de 20 V. A potência do módulo, sob condições padrão, é variável desde 10 W a 150 W. Em consequência, o tamanho do dispositivo varia entre 0,2 m<sup>2</sup> a 1,5 m<sup>2</sup>.



**Figura 2.** Módulo fotovoltaico.

É possível ainda agrupar módulos em painéis fotovoltaicos de modo que a potência disponível seja adequada à aplicação pretendida. Estes painéis associados a outros equipamentos que transformam ou armazenam energia elétrica para que ela possa ser utilizada é chamado de sistema fotovoltaico.

O objetivo deste trabalho é determinar analiticamente formas de obtenção das curvas de corrente e potência fotovoltaicas, bem como encontrar os pontos de potência, tensão e corrente máximas, aplicando tais métodos no sistema fotovoltaico localizado na Fazenda Experimental Lageado da FCA/UNESP.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1. Materiais

O sistema fotovoltaico utilizado neste trabalho foi instalado no Núcleo de Energias Alternativas e Renováveis – NEAR do Laboratório de Energização Rural do Departamento de Engenharia Rural da UNESP, Faculdade Ciências Agrônômicas, Fazenda Experimental Lageado, localizada no município de Botucatu-SP.

Para constituição do sistema fotovoltaico, com relação à geração de energia elétrica a partir da energia solar incidente no local, foram utilizados três módulos fotovoltaicos I -100 da ISOFOTON com potência nominal de 100 Wp cada, perfazendo um total de 300 Wp instalados (Figura 3). Os módulos, cujas células são feitas de silício monocristalino, foram conectados em paralelo para elevação da corrente, mantendo a

mesma tensão de saída. Além disto, foram instalados em um suporte voltado para o norte geográfico e inclinado em um ângulo de 33° nesta direção, correspondente à latitude do local adicionada de 10°. As especificações técnicas fornecidas pelo fabricante são dadas na Tabela 1.



**Figura 3.** Módulos fotovoltaicos de 100 Wp cada, instalados em paralelo e constituindo o painel fotovoltaico do sistema.

**Tabela 1.** Especificações técnicas dos módulos fotovoltaicos.

<b>Especificações do Módulo I-100/12</b>	
<b>Física</b>	
Dimensões	1310 mm x 654 mm x 39,5 mm
Número de células em série	36
Número de células em paralelo	2
Área de células do módulo	0,72 m <sup>2</sup>
TONC (800 W/m <sup>2</sup> , 20 °C, AM 1,5, 1 m/s)	47 °C
<b>Elétricas (1000 W/m<sup>2</sup>, 25 °C célula, AM 1,5)</b>	
Tensão nominal	12 V
Potência máxima ( $P_{max}$ )	100 Wp ± 10 %
Corrente de curto-circuito ( $I_{SC}$ )	6,54 A
Tensão de circuito aberto ( $V_{OC}$ )	21,6 V

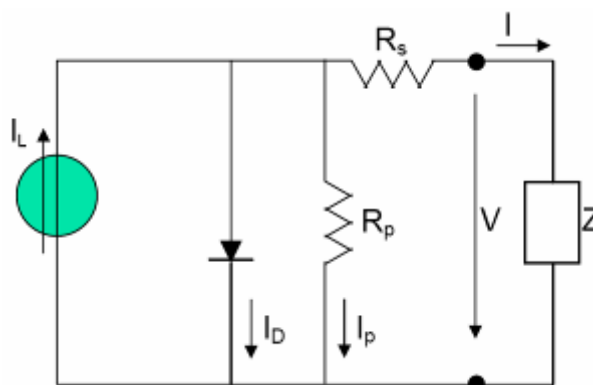


Corrente de potência máxima ( $I_{\max}$ )	5,74 A
Tensão de potência máxima ( $V_{\max}$ )	17,4 V

## 2.2. Métodos

A metodologia do presente trabalho foi desenvolvida de acordo com os objetivos propostos, preocupando-se com a elaboração de modelos matemáticos determinísticos e obtenção de resultados práticos via métodos numéricos.

Para o desenvolvimento das equações que regem a potência dos sistemas fotovoltaicos, procurou-se estudar o circuito elétrico de células fotovoltaicas que, segundo Castro (2008), pode ser descrita de acordo com a Figura 4, onde se pode observar a resistência série  $R_S$  [ $\Omega$ ], representando a queda de tensão no circuito até os contatos exteriores, e a resistência paralelo  $R_P$  [ $\Omega$ ], representando as correntes de fuga.



**Figura 4.** Circuito elétrico equivalente detalhado de uma célula fotovoltaica alimentando uma carga Z.

A corrente de iluminação (ou fotogerada)  $I_l$  decorrente das cargas geradas pela iluminação do material e representa a corrente elétrica gerada pelo feixe de radiação luminosa, constituído por fótons, ao atingir a superfície ativa da célula (efeito fotovoltaico). Esta corrente unidirecional é constante para uma dada radiação incidente. A junção  $p-n$  funciona como um diodo que é atravessado por uma corrente interna unidirecional  $I_d$ , que depende da tensão  $V$  nos terminais da célula.

Segundo Lorenzo (1994), a relação entre a corrente  $I$  e a tensão  $V$  na célula fotovoltaica, que passa pela carga, é dada por:

$$I = I_l - I_d - I_p \quad (1)$$

ou

$$I = I_l - I_o \left( \exp \frac{V + IR_s}{V_t} - 1 \right) - \frac{V + IR_s}{R_p} \quad (2)$$

onde:  $I_d$  é a corrente que passa através do diodo, [A];  $I_o$  é a corrente de escuridão, [A];  $V_t = \frac{mkT_c}{q}$  é a tensão térmica, [V];  $m$  é o fator de idealidade do diodo;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  é a constante de Boltzmann, [J / K];  $T_c$  é a temperatura da célula fotovoltaica, [K];  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  é a carga do elétron, [C]; e  $I_p$  representa as correntes de fuga, [A].

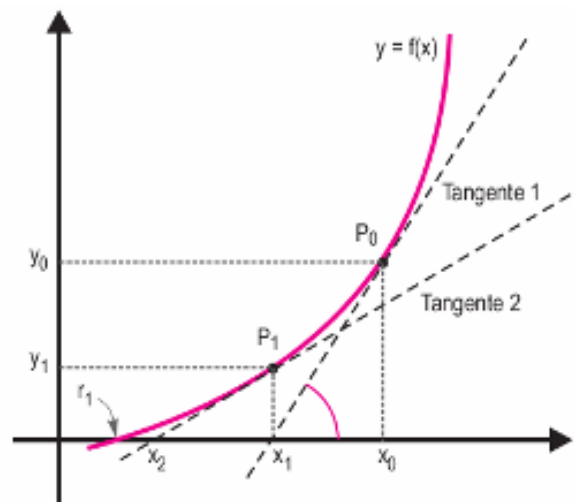
Essa equação pode representar adequadamente o funcionamento de uma célula solar, mas apresenta alguns inconvenientes na sua utilização prática. A expressão possui um caráter implícito, a corrente  $I$  aparece de ambos os lados da equação, forçando a sua resolução através de métodos iterativos. Além disso, os parâmetros  $I_l$ ,  $I_o$ ,  $R_s$  e  $R_p$  são de difícil determinação.

Devido a este fato, foram utilizados parâmetros de funcionamento dos módulos fornecidos pelo fabricante aferidos em condições denominadas Condições Padrão (STC - Standard Test Conditions), que são definidas pela irradiância de  $1000 \text{ W/m}^2$  (radiação solar recebida na superfície da Terra em dia claro, ao meio dia), temperatura de  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  na célula (a eficiência da célula é reduzida com o aumento da temperatura), velocidade do vento de  $1 \text{ m/s}$  e distribuição espectral (AM) 1,5.

Dessa forma, nas condições padronizadas, os módulos fotovoltaicos são caracterizados através de medidas da tensão de circuito aberto  $V_{oc}$  (para a corrente nula), da corrente de curto circuito  $I_{sc}$  (para a tensão nula) e do ponto de potência máxima  $P_{max}$ , caracterizado pela corrente e tensão no ponto de potência máxima,  $I_{max}$  e  $V_{max}$ , respectivamente, onde  $P_{max} = I_{max} \cdot V_{max}$ .



Para a determinação de algumas informações tais como a resistência série e o valor das condições de potência máxima requerem a utilização de métodos analíticos para criação de equações que representem à potência, corrente e tensão nestas condições. Para isto a resolução de tais equações através de métodos iterativos são indispensáveis. Sendo assim, para a determinação da tensão máxima, foi utilizado o método de Newton, que consiste na estimação das raízes de uma função (Figura 5).



**Figura 5.** Aplicação do método de *Newton*.

Para aplicação deste método, toma-se inicialmente um ponto  $x_0$  no domínio da função possivelmente próximo da solução  $r_1$ , e calcula-se o intercepto da reta tangente à função nesse ponto com o eixo das abscissas, cuja abscissa denota-se por  $x_1$ . Caso  $f(x_1)$  seja próximo de zero, elege-se o ponto  $x_1$  como a solução (raiz) da equação. Caso contrário, repete-se o processo para  $x_1$  até que  $f(x_i)$  seja suficientemente próximo de zero, estabelecendo assim, a convergência do processo. Se não houver a convergência, ou elege-se outro valor para a condição inicial  $x_0$ , ou deve-se procurar outro método iterativo. Em notação matemática, pode-se escrever tal processo da seguinte forma:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (3)$$

onde  $n$  indica a  $n$ -ésima iteração do algoritmo e  $f'(x_n)$  é a derivada da função  $f$  em  $x_n$ .





### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1. Resultados teóricos

**Definição 1:** O ponto de potência máxima de uma célula solar será denotado por  $P_{max}$ . A tensão e corrente na célula que produzem tal potência serão denotadas, respectivamente, por  $V_{max}$  e  $I_{max}$ .

Segundo Lorenzo (1994), os efeitos da resistência paralela são desprezíveis, logo podemos considerar  $I_p = 0$ . Além disso, a corrente gerada e a corrente de curto-circuito são iguais, ou seja,  $I_l = I_{sc}$ . Portanto, a corrente ( $I$ ) pode ser dada por:

$$I = I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \quad (4)$$

Como  $P = VI$ , então a potência ( $P$ ) na célula fotovoltaica é dada por:

$$P = V \cdot I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right]. \quad (5)$$

**Teorema 1:** A resistência série da célula solar fotovoltaica é dada por:

$$R_s = \frac{-V + V_{oc} + V_t \ln\left(1 - \frac{I}{I_{sc}}\right)}{I} \quad (6)$$

**Demonstração:**

Pela Equação (4), tem-se que:

$$I = I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \Rightarrow 1 - \frac{I}{I_{sc}} = \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right)$$

$$\Rightarrow \ln\left(1 - \frac{I}{I_{sc}}\right) = \frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t} \Rightarrow R_s = \frac{-V + V_{oc} + V_t \ln\left(1 - \frac{I}{I_{sc}}\right)}{I} \quad \blacksquare$$



Desta forma, é possível estabelecer equações para a potência, tensão e corrente máximas para as células fotovoltaicas pelo Teorema 2, que podem ser estendidos para módulos e geradores fotovoltaicos segundo Gabriel Filho (2007).

**Teorema 2:** A potência máxima ( $P_{\max}$ ) de uma célula fotovoltaica, e a tensão ( $V_{\max}$ ) e corrente ( $I_{\max}$ ) na célula que produzem tal potência são dadas por:

$$P_{\max} = V_{\max} \cdot I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V_{\max} - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \quad (7)$$

$$V_{\max} = V_{oc} - I_{sc}R_s - V_t \ln\left(1 + \frac{V_{\max}}{V_t}\right) \quad (8)$$

$$I_{\max} = I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V_{\max} - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \quad (9)$$

**Demonstração:**

Como  $P = V \cdot I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right]$ , então:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dV} &= \frac{d \left[ V \cdot I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \right]}{dV} = \\ &= I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] + V \cdot \frac{d \left[ I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \right]}{dV} \\ &= I_{sc} \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] - \frac{V \cdot I_{sc}}{V_t} \left[ \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \frac{d(V - V_{oc} + I_{sc}R_s)}{dV} = \\ &= I_{sc} \left[ 1 - \left(1 + \frac{V}{V_t}\right) \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \Rightarrow \frac{dP}{dV} = I_{sc} \left[ 1 - \left(1 + \frac{V}{V_t}\right) \exp\left(\frac{V - V_{oc} + I_{sc}R_s}{V_t}\right) \right] \end{aligned}$$

O ponto de potência máxima  $P_{\max}$  pode ser determinado fazendo  $\frac{dP}{dV} = 0$ . Daí,



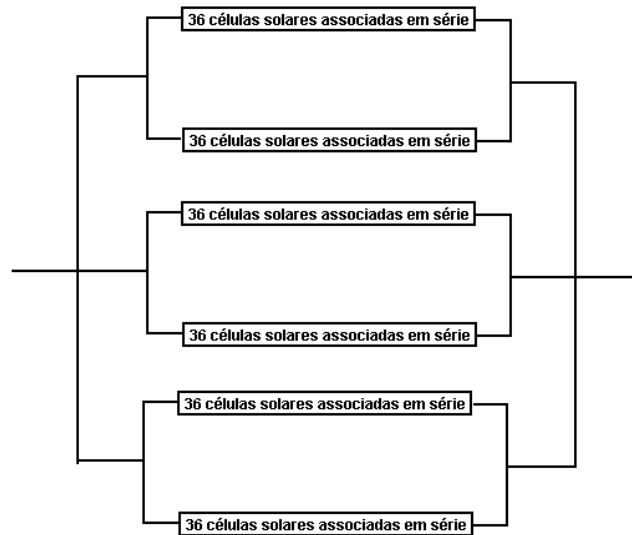
$$\begin{aligned}\frac{dP}{dV} = 0 &\Rightarrow I_{sc} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{V}{V_t} \right) \exp \left( \frac{V - V_{oc} + I_{sc} R_s}{V_t} \right) \right] = 0 \\ \Rightarrow \left( 1 + \frac{V}{V_t} \right) \exp \left( \frac{V - V_{oc} + I_{sc} R_s}{V_t} \right) &= 1 \Rightarrow \exp \left( \frac{V - V_{oc} + I_{sc} R_s}{V_t} \right) = \left( 1 + \frac{V}{V_t} \right)^{-1} \\ \Rightarrow \frac{V - V_{oc} + I_{sc} R_s}{V_t} = -\ln \left( 1 + \frac{V}{V_t} \right) &\Rightarrow V = V_{oc} - I_{sc} R_s - V_t \ln \left( 1 + \frac{V}{V_t} \right).\end{aligned}$$

Logo, o ponto de potência máxima ocorre quando  $V = V_{oc} - I_{sc} R_s - V_t \ln \left( 1 + \frac{V}{V_t} \right)$ .

Isto implica que  $V_{max} = V_{oc} - I_{sc} R_s - V_t \ln \left( 1 + \frac{V_{max}}{V_t} \right)$ . A demonstração de (7) e (9) segue de (4) e (5). ■

### 3.2. Resultados práticos

Faz-se necessário determinar alguns valores característicos do sistema fotovoltaico em relação à célula fotovoltaica, ao módulo fotovoltaico e ao gerador fotovoltaico. O gerador é constituído de 3 módulos em paralelo. Assim,  $N_{pm} = 3$  (número de módulos em paralelo) e  $N_{sm} = 1$  (número de módulos em série). Cada módulo é formado por 72 células, sendo 36 em série ( $N_{sc} = 36$ ) e duas em paralelo ( $N_{pc} = 2$ ) (Figura 6).



**Figura 6.** Associação das células solares nos sistema fotovoltaico total.

De acordo com as especificações técnicas dos módulos fotovoltaicos fornecidas pelos fabricantes, na tabela 1, obtêm-se os dados da Tabela 2.

**Tabela 2.** Valores característicos do módulo fotovoltaico fornecidos pelo fabricante na condição padrão de operação.

Valores Característicos	Célula	Módulo	Gerador
Área Ativa ( $A_a$ )	-	0,72	-
Tensão de Circuito Aberto ( $V_{oc}$ )	-	21,6	-
Corrente de Curto Circuito ( $I_{sc}$ )	-	6,54	-
Tensão de Potência Máxima ( $V_{max}$ )	-	17,4	-
Corrente de Potência Máxima ( $I_{max}$ )	-	5,74	-
Potência Máxima ( $P_{max}$ )	-	100	-
Resistência Série ( $R_s$ )	-	-	-
Tensão Térmica ( $V_t$ )	-	-	-

Através das leis de associações em série e em paralelo de resistências com tensões e corrente associadas e segundo Gabriel Filho (2007) os demais valores da tabela acima podem ser calculados da seguinte forma:



- $A_{ac} = \frac{A_{am}}{N_{sc}N_{pc}} = \frac{0,72}{36.2} = 0,01 \Rightarrow A_{ac} = 0,01$
- $A_{ag} = N_{sm}N_{pm}A_{am} = 1.3.0,72 = 2,16 \Rightarrow A_{ag} = 2,16$
- $V_{occ} = \frac{V_{ocm}}{N_{sc}} = \frac{21,6}{36} = 0,6 \Rightarrow V_{occ} = 0,6$
- $V_{ocg} = N_{sm}V_{ocm} = 1.21,6 = 21,6 \Rightarrow V_{ocg} = 21,6$
- $I_{scc} = \frac{I_{scm}}{N_{pc}} = \frac{6,54}{2} = 3,27 \Rightarrow I_{scc} = 3,27$
- $I_{scg} = N_{pm}I_{scm} = 3.6,54 = 19,62 \Rightarrow I_{scg} = 19,62$
- $V_{maxc} = \frac{V_{maxm}}{N_{sc}} = \frac{17,4}{36} = 0,48333333 \Rightarrow V_{maxc} = 0,48333333$
- $V_{maxg} = N_{sm}V_{maxm} = 1.17,4 = 17,4 \Rightarrow V_{maxg} = 17,4$
- $I_{maxc} = \frac{I_{maxm}}{N_{pc}} = \frac{5,74}{2} = 2,87 \Rightarrow I_{maxc} = 2,87$
- $I_{maxg} = N_{pm}I_{maxm} = 3.5,74 = 17,22 \Rightarrow I_{maxg} = 17,22$
- $P_{maxc} = V_{maxc}I_{maxc} = \frac{P_{maxm}}{N_{sc}N_{pc}} = \frac{100}{36.2} = 1,3888889 \Rightarrow P_{maxc} = 1,3888889$
- $P_{maxg} = V_{maxg}I_{maxg} = N_{sm}N_{pm}P_{maxm} = 1.3.100 = 300 \Rightarrow P_{maxg} = 300$

Na condição padrão de operação, a temperatura da célula é 25 °C e assim,

$$T_c = (273,16 + 25)K = 298,16K .$$

Observando que a constante de Boltzmann é dada por  $k = 1,3806505 \cdot 10^{-23}$  J/K, a carga do elétron é  $e = 1,60205 \cdot 10^{-19}$  C e considerando o fator de idealidade do diodo

como sendo  $m = 1$  neste trabalho (condição ótima), calcula-se, respectivamente, a tensão térmica de uma célula solar, do módulo e do gerador da seguinte forma:

- $V_{tc} = \frac{mkT_c}{e} = \frac{1,3806505 \cdot 10^{-23} \cdot 298,16}{1,60205 \cdot 10^{-19}} = 0,0256955$
- $V_{tm} = N_{sc} V_{tc} = 36 \cdot 0,0256955 = 0,92503799$
- $V_{tg} = N_{sm} V_{tm} = 1 \cdot 0,92503799 = 0,92503799$

Pelo Teorema 1, tem-se que:

- $R_{sc} = \frac{-0,48333333 + 0,6 + 0,0256955 \ln\left(1 - \frac{2,87}{3,27}\right)}{2,87} = 0,021839146$
- $R_{sm} = \left(\frac{N_{sc}}{N_{pc}}\right) R_{sc} = \left(\frac{36}{2}\right) \cdot 0,021839146 = 0,393104636$
- $R_{sg} = \left(\frac{N_{sm}}{N_{pm}}\right) R_{sm} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot 0,393104636 = 0,131034879,$

onde as relações de  $R_{sm}$  e  $R_{sg}$  foram estabelecidas por Gabriel Filho (2007).

Finalmente, obtêm-se através dos cálculos realizados, todos os valores característicos do sistema fotovoltaico em estudo (Tabela 3).

**Tabela 3.** Valores característicos da célula, módulo e gerador fotovoltaico na condição padrão de operação.

Valores Característicos	Célula	Módulo	Gerador
Área Ativa ( $A_a$ )	0,01	0,72	2,16
Tensão de Circuito Aberto ( $V_{oc}$ )	0,6	21,6	21,6
Corrente de Curto Circuito ( $I_{sc}$ )	3,27	6,54	19,62
Tensão de Potência Máxima ( $V_{max}$ )	0,48333333	17,4	17,4

<b>Corrente de Potência Máxima (<math>I_{max}</math>)</b>	2,87	5,74	17,22
<b>Potência Máxima (<math>P_{max}</math>)</b>	1,3888889	100	300
<b>Resistência Série (<math>R_s</math>)</b>	0,021839146	0,393104636	0,131034879
<b>Tensão Térmica (<math>V_t</math>)</b>	0,0256955	0,92503799	0,92503799

Deve-se, por fim, atentar para as equações dos pontos onde ocorre a potência máxima da célula solar fotovoltaica obtidos no Teorema 2. Neste momento, não seria necessário utilizá-las para calcular tais pontos. Porém, tais equações podem ser utilizadas para condições quaisquer de operação e, devido a este fato, é de extrema importância calcular os pontos de potência máxima através das fórmulas citadas com o objetivo de tecer considerações sobre tais aproximações.

Utilizando os valores de  $R_s$  e  $V_t$  presentes na Tabela 3, e também alguns dados fornecidos pelo fabricante, foi possível aplicar o método de Newton para a obtenção do valor de  $V_{max}$  na seguinte equação:

$$V_{max} - V_{oc} + I_{sc}R_s + V_t \ln\left(1 + \frac{V_{max}}{V_t}\right) = 0, \quad (10)$$

onde considerou-se  $f(x)$  igual ao primeiro membro de (10) e  $x = V_{max}$ , obtendo-se o valor da tensão máxima para a célula  $V_{maxc} = 0,45341105$ .

Pelo Teorema 1 e de acordo com as leis de associações em série e em paralelo de resistências com tensões e corrente associadas, tem-se que:

- $I_{maxc} = 3,27 \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{0,45341105 - 0,6 + 3,27 \cdot 0,021839146}{0,0256955}\right)\right] = 3,09462296$
- $P_{maxc} = V_{maxc} \cdot I_{maxc} = 0,45341105 \cdot 3,09462296 = 1,4031362$

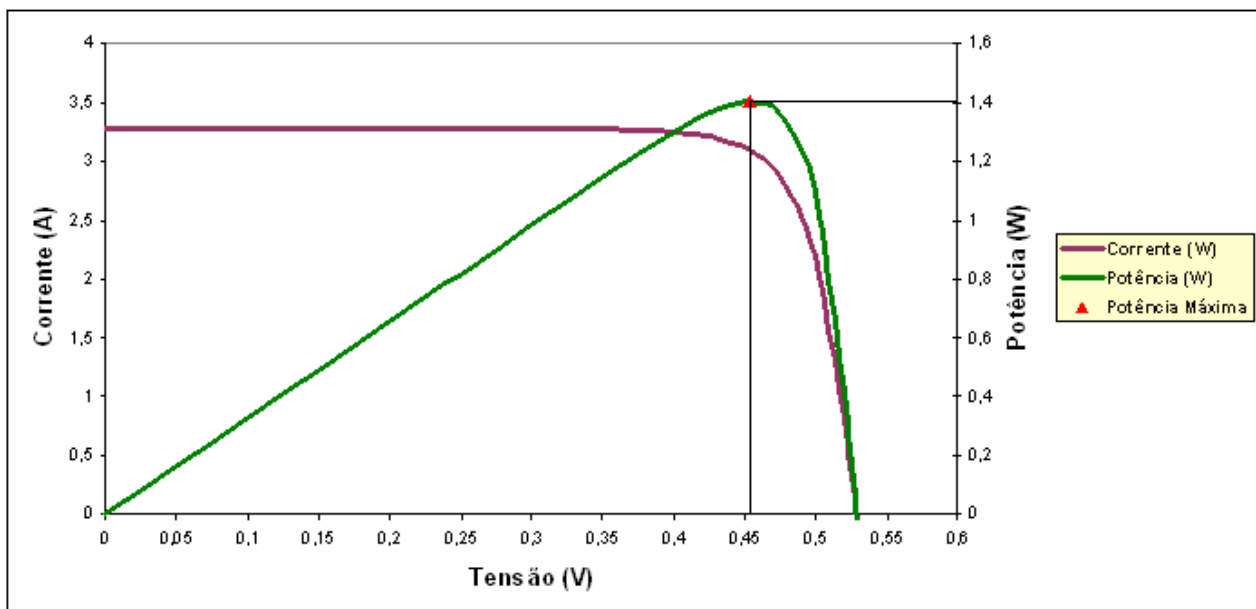
Estes valores constituem aproximações dos valores fornecidos pelo fabricante na condição padrão de operação, cujas comparações são dadas pela Tabela 4, mostrando que equações apresentadas no Teorema 2 fornecem boas aproximações para as grandezas calculadas.

**Tabela 4.** Valores característicos nos pontos de potência máxima da célula fotovoltaica na condição padrão de operação.

Valores Característicos Célula	Especificado	Calculado	Erro
Tensão de Potência Máxima	0,48333333	0,45341105	-6,19%
Corrente de Potência Máxima	2,87	3,09462296	7,83%
Potência Máxima	1,3888889	1,4031362	1,03%

Pelas equações (4) e (5) e com os valores constantes relacionados na Tabela 3 para as condições de operação padrão de cada célula fotovoltaica do módulo em estudo, é possível obter a curva característica e a curva da potência para a célula (Figura 7). A curva característica e a curva da potência para a célula fotovoltaica são dadas por:

$$I = 3,27 \cdot \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - 0,528586}{0,0256955}\right) \right] \text{ e } P = 3,27 \cdot V \cdot \left[ 1 - \exp\left(\frac{V - 0,528586}{0,0256955}\right) \right].$$



**Figura 7.** Curvas da corrente e potência da célula solar fotovoltaica em função da tensão nas condições padrão de operação através das equações desenvolvidas.

Pela Figura 7, é possível observar que o ponto de potência máxima da célula solar fotovoltaica é 1,4031362, o que está de acordo com o valor calculado (Tabela 4) através dos teoremas desenvolvidos no presente trabalho.



#### 4. CONCLUSÃO

Comparando-se os valores obtidos pelas funções com os valores padrões do sistema fotovoltaico instalado, o valor calculado da potência máxima na célula fotovoltaica apresentou um erro de 1,03% em relação ao dado pelo fabricante, representando uma excelente aproximação.

Desta forma, pode-se concluir que os métodos e teoremas de sistemas fotovoltaicos apresentados podem servir de auxílio a futuros dimensionamentos para aplicações destes sistemas, uma vez que a potência máxima calculada garante um limite de fornecimento da energia gerada.

#### 5. REFERÊNCIAS

CASTRO, R. M. G. *Introdução à energia fotovoltaica*. Universidade Técnica de Lisboa - Instituto Superior Técnico - DEEC/Secção de Energia - Energias Renováveis e Produção Descentralizada – Maio/2008 (edição 2.2).

CENTRO DE REFERÊNCIA PARA ENERGIA SOLAR E EÓLICA SÉRGIO DE SALVO BRITO *Manual de engenharia para sistemas fotovoltaicos*. Rio de Janeiro, CRESESB, 1999

GABRIEL FILHO, L. R. A. *Análise e Modelagem Geométrica da Potência Gerada por um Sistema Híbrido Solar Fotovoltaico Eólico*. Botucatu, 2007. 136p. Tese (doutorado em Energia na Agricultura). UNESP/FCA.

LORENZO, E. *Electricidade Solar: Ingeniería de los Sistemas Fotovoltaicos*. Espanha:Artes Gráficas Galas, 1994. 338p.

OLIVEIRA, S. H. F. *Dimensionamento de Sistemas Fotovoltaicos Autônomos: Ênfase na Eletrificação de Residências de Baixo Consumo*. São Paulo, 1997. 240p. Dissertação (mestrado em Energia). USP/PIPGE.