

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

DAVÍ FILENGA

CORRENTES CRÍTICAS E COMPORTAMENTO DINÂMICO DOS VÓRTICES EM  
FITAS SUPERCONDUTORAS DO TIPO II COM ARRANJOS CONFORMES DE  
CENTROS DE APRISIONAMENTO

Bauru

2016

DAVÍ FILENGA

CORRENTES CRÍTICAS E COMPORTAMENTO DINÂMICO DOS VÓRTICES EM  
FITAS SUPERCONDUTORAS DO TIPO II COM ARRANJOS CONFORMES DE  
CENTROS DE APRISIONAMENTO

Dissertação apresentada como requisito à obtenção do título de Mestre à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia de Materiais, área de concentração em Modelagem e Simulação de Materiais, sob a orientação do Prof. Dr. Pablo A. Venegas Urenda.

Bauru

2016

Filenga, Daví.

Correntes críticas e comportamento dinâmico dos vórtices em fitas supercondutoras do tipo II com arranjos conformes de centros de aprisionamento / Daví Filenga, 2016

120 f. : Il.

Orientador: Pablo Antonio Venegas Urenda

Dissertação (Mestrado)- Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2016

1. Fita supercondutora. 2. Efeitos de tamanho. 3. Arranjo conforme. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE DAVÍ FILENGA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS.**

Aos 04 dias do mês de abril do ano de 2016, às 14:00 horas, no(a) Sala 1 da Pós-graduação da Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. PABLO ANTONIO VENEGAS URENDA - Orientador(a) do(a) Departamento de Física / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. DAYSE IARA DOS SANTOS do(a) Departamento de Física / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, Prof. Dr. DURVAL RODRIGUES JÚNIOR do(a) Escola de Engenharia de Lorena / Universidade de São Paulo/ EEL, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de DAVÍ FILENGA, intitulada **Correntes críticas e comportamento dinâmico dos vórtices em fitas supercondutoras do tipo II com redes de pinning conformes**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final:       
Aprovado . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

  
Prof. Dr. PABLO ANTONIO VENEGAS URENDA  
Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. DAYSE IARA DOS SANTOS  
Prof. Dr. DURVAL RODRIGUES JÚNIOR

Novo título:

Correntes Críticas e Comportamento  
Dinâmico dos Vórtices em Fitas  
Supercondutoras do Tipo II com  
Arranjos Conformes de Centros de  
Aprisionamento

A handwritten signature in black ink, consisting of a stylized, cursive name with a horizontal line underneath.

*Dedico este trabalho, com muita alegria, aos meus familiares que me apoiaram durante toda minha trajetória acadêmica.*

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria primeiramente de agradecer a Deus, cuja força me motivou e conduziu para a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Pablo Antonio Venegas Urenda, orientador da presente dissertação, pela atenção, amizade e esforços dedicados ao desenvolvimento deste projeto de mestrado, tendo sempre me apoiado e incentivado em todas as etapas.

À Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Dayse Iara dos Santos, com quem muito pude aprender, por toda amizade, esforços, ideias e discussões que puderam contribuir enormemente para o aprimoramento desta dissertação.

Ao Prof. Dr. Durval Rodrigues Júnior, pelo apoio, discussões, ideias e por dedicar parte de seu tempo a este projeto de mestrado, cujos esforços foram de enorme importância para o enriquecimento do mesmo.

À Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Denise Fernandes de Mello, pela orientação durante meu período de estágio de docência na pós-graduação, bem como em projetos de extensão universitária realizados durante a graduação. Agradeço também por toda amizade, apoio e incentivo para que eu pudesse concluir o mestrado.

Aos professores Dr. Felipe Fernandes Fanchini e Dr. Rafael Plana Simões, pela amizade, conselhos e disposição em colaborar com este projeto.

Ao Prof. Dr. Luis Vicente de Andrade Scalvi, coordenador do POSMAT, pelo ótimo trabalho que vem desenvolvendo, bem como às secretárias da seção de pós-graduação, pela atenção, presteza e eficiência.

Ao Prof. Dr. Alexys Bruno Alfonso, pelo auxílio com o software Wolfram Mathematica, ao Prof. Dr. Edson Sardella, pelo auxílio com o software MATLAB, à

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Edilaine Martins Soler, pelo auxílio com cálculos matemáticos, e ao Prof. Dr. José Brás Barreto de Oliveira, por toda amizade, apoio e incentivo.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Faculdade de Ciências, pelos auxílios financeiros destinados à execução deste projeto e à participação em congressos.

Ao Núcleo de Computação Científica (NCC/GridUNESP) da Universidade Estadual Paulista, por disponibilizar todos os recursos computacionais necessários ao desenvolvimento deste trabalho, sem o qual a realização do mesmo não seria possível.

Aos meus amigos Marcelo Sartori, Levy Alvarenga, Leandro Guarnetti, Davi Papim, Nicolas Vizarim, Maicon Carlone, Jônatas da Silva Cavalcante, Marcelo Finez e Pedro Rogério Cleto, pela amizade mantida durante todos esses anos e pelos importantes auxílios prestados ao desenvolvimento desta dissertação.

Aos funcionários do Departamento de Física, em especial à Fabrícia Lélis, ao Márcio Quintanilha e ao Eduardo Almeida, pelas diversas vezes que me ajudaram desde os tempos da graduação.

Gostaria de fazer um agradecimento especial ao meu professor de física do ensino médio Jair Roberto Davides, pelo enorme apoio fornecido durante este período de minha vida, o qual me fez despertar o interesse pela ciência.

E é claro, um agradecimento mais do que especial aos meus familiares que me apoiaram durante todos esses anos, os quais são dignos de todo meu amor e gratidão por estarem presentes em minha vida e por torná-la próspera e feliz.

A todos MUITO OBRIGADO!



*“E ainda que tivesse o dom de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria.”*

**Apóstolo Paulo**

## RESUMO

Na presente dissertação realizou-se o estudo das forças críticas e do comportamento dinâmico dos vórtices magnéticos de fitas supercondutoras do tipo II com arranjos conformes de centros de aprisionamento (*pinning*), bem como de diversos outros tipos de arranjos e também de diferentes trechos de arranjos. Além dos efeitos da geometria finita e aprisionamento, foi analisado o comportamento do sistema ao variar parâmetros externos como força de transporte e campo magnético.

Os sistemas simulados correspondem a supercondutores bidimensionais, finitos na direção transversal e infinitos na direção longitudinal. A descrição das interações existentes no sistema pôde ser feita através de um conjunto de equações de Langevin, as quais foram resolvidas utilizando a técnica de Dinâmica Molecular. As soluções destas equações permitiram, dentre outros resultados, a obtenção das trajetórias e velocidades dos vórtices. Através das trajetórias, foi possível determinar o comportamento dinâmico das linhas de fluxo, e através das velocidades, os valores de força crítica. Para obter as posições iniciais dos vórtices, foi utilizado um algoritmo de Recozimento Simulado Generalizado (*Generalized Simulated Annealing*), o qual permitiu obter as configurações de menor energia do sistema.

Os cálculos realizados foram feitos para 154 diferentes sistemas, que consistiram na análise do comportamento das interações neles existentes ao variar o campo magnético externo ( $H$ ) aplicado nas amostras, bem como na análise dos efeitos de tamanho das fitas supercondutoras, utilizando diferentes arranjos e trechos de arranjos de centros de aprisionamento. Para o estudo da influência do campo magnético aplicado, foi feita uma varredura com diferentes valores de  $H$  e um valor fixo de largura de fita, tanto para o arranjo conforme quanto para os arranjos quadrado, aleatório, hexagonal e conforme deformado de

centros de aprisionamento, a fim de realizar comparações. Para o estudo dos efeitos de tamanho, foram utilizados valores fixos de campo magnético externo aplicado e diferentes larguras de fita, com arranjos de centros de aprisionamento conforme, aleatório e conforme deformado, bem como diferentes trechos dos arranjos conforme e conforme deformado. Em todos os casos, a densidade de centros de aprisionamento, para efeitos de comparação, foi mantida constante para todos os tipos de arranjos e trechos de arranjos. Os resultados mostram que o arranjo conforme de centros de aprisionamento, e também trechos desse arranjo, apresentam maior estabilidade que os outros tipos de arranjos e trechos de arranjos analisados, revelando, com algumas exceções, maiores valores de força crítica para os valores de campo utilizados.

Este resultado também pode ser observado em simulações numéricas que lidam com sistemas supercondutores infinitos. Entretanto, foi possível notar que o aumento na força crítica depende significativamente dos valores de campo magnético aplicados. Enquanto que em sistemas infinitos são reportados acréscimos nas forças críticas, para todos os valores de campo analisados, que podem chegar a até 100% para o arranjo conforme em relação a arranjos aleatórios de centros de aprisionamento [1], para o caso de fitas supercondutoras encontramos acréscimos nas forças críticas, para todos os valores de campo analisados em sistemas com largura fixa, que chegam a até 65,22%, aproximadamente, para o arranjo conforme em relação a arranjos aleatórios, bem como acréscimos que chegam a até 140% para o arranjo conforme em relação ao arranjo hexagonal de centros de aprisionamento. Ao variar a largura das amostras, encontramos acréscimos de até 81,82%, aproximadamente, para o arranjo conforme e, para trechos do arranjo conforme, um acréscimo de até 127,27%, aproximadamente, na força crítica em relação a arranjos aleatórios de centros de aprisionamento, considerando diferentes valores de  $H$ .

**Palavras-chave:** fita supercondutora, efeitos de tamanho, arranjo conforme, forças críticas.

## ABSTRACT

In this work we study the critical forces and dynamic behavior of magnetic vortices in type II superconducting tapes with conformal pinning arrays, as well several other types of arrays and also parts of arrays. In addition to the effects of finite geometry and pinning, we analyze system behavior by varying external parameters such as transport force and magnetic field.

The simulated systems corresponds a two-dimensional superconductor, finite in the transverse direction and infinite in the longitudinal direction. The description of the interactions existing in the system can be made via a set of Langevin equations which were solved using Molecular Dynamics techniques. The solutions of these equations allowed, among other results, to obtain the trajectories and velocities of the vortices. Through the trajectories, it was possible to determine the dynamic behavior of the vortex lines, and through the velocities, the values of critical force. To obtain the initial positions of the vortices, we use a Generalized Simulated Annealing algorithm, which sought the settings of the lower energy system.

Our calculations were made for 154 different systems, consisting in analyzing the interaction behavior contained in the systems by varying the external magnetic field ( $H$ ) applied in the samples and the analysis of size effects of superconducting tapes using different arrays and parts of arrays of pinning centers. To study the influence of the applied magnetic field, a scan was taken with different values of  $H$  and a fixed value of tape width, both the conformal as for square, random, hexagonal and deformed conformal pinning centers, in order to make comparisons. To study the effects of size, were used fixed values of an external applied magnetic field and different widths of tapes, with the conformal, random and

deformed conformal pinning centers, as well different parts of the conformal and deformed conformal arrays. In all cases, the density of pinning centers, for the purpose of comparison, were kept constant for all types of arrays, and parts of arrays. The results show that the conformal pinning array, and also parts of this array, exhibit greater stability than other types of arrays and parts of arrays, showing, with some exceptions, higher values of critical forces for the field values used.

This result can also be observed in numerical simulations dealing with infinite superconducting systems. However, it was noticeable that the increase in critical force significantly depends on the magnetic field values applied. While in infinite systems are reported increases in critical forces to all field values analyzed which can reach up to 100% for a conformal array of pinning centers in relation to random arrays [1], for the case of superconducting tapes we found increases in critical forces for all field values analyzed in systems with fixed width, which reach up to 65.22%, approximately, to the conformal array in relation to random arrays, and increases to reach up to 140% to the conformal array in relation to the hexagonal array of pinning centers. By varying the width of the samples, there are increases up to 81.82%, approximately, for conformal pinning array, and for parts of a conformal pinning array, an increase of up to 127.27% approximately in critical force in relation to random pinning arrays, considering different  $H$  values.

**Keywords:** superconducting tape, size effects, conformal array, critical forces.

## SUMÁRIO

### 1 INTRODUÇÃO

|  |    |
|--|----|
| 1.1 Motivação .....                        | 15 |
| 1.2 Aplicações da Supercondutividade ..... | 16 |

### 2 HISTÓRICO E PROPRIEDADES DO ESTADO SUPERCONDUTOR

|   |    |
|---|----|
| 2.1 Histórico .....                           | 19 |
| 2.2 Supercondutores do tipo I .....           | 23 |
| 2.3 Supercondutores do tipo II .....          | 25 |
| 2.4 Superfície crítica .....                  | 27 |
| 2.5 Parâmetro de Ginzburg-Landau .....        | 28 |
| 2.6 Equações de London .....                  | 30 |
| 2.7 Interação entre vórtices magnéticos ..... | 34 |
| 2.8 Efeitos de superfície .....               | 38 |

### 3 MECANISMOS DE CENTROS DE APRISIONAMENTO

|   |    |
|---|----|
| 3.1 Aprisionamento de vórtices .....                                | 41 |
| 3.2 Tipos de arranjos de centros de aprisionamento .....            | 44 |
| 3.3 Arranjo conforme de centros de aprisionamento .....             | 50 |
| 3.4 Influência do <i>CPA</i> nas propriedades supercondutoras ..... | 52 |

### 4 MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO SISTEMA

|   |    |
|---|----|
| 4.1 Efeitos de tamanho em uma fita supercondutora ..... | 62 |
|---|----|

|   |    |
|---|----|
| 4.2 Dinâmica de Langevin .....  | 72 |
| 4.3 Dinâmica Molecular .....  | 74 |
| 4.4 Recozimento Simulado .....  | 77 |
| 4.5 Simulação do movimento de vórtices em uma fita supercondutora ..... | 81 |

## **5 RESULTADOS**

|   |     |
|---|-----|
| 5.1 Cálculos com largura fixa e campo variável .....                    | 85  |
| 5.1.1 Arranjos de centros de aprisionamento simulados .....             | 85  |
| 5.1.2 Configurações de equilíbrio: minimização da energia .....         | 90  |
| 5.1.3 Forças críticas em função do campo aplicado.....                  | 96  |
| 5.1.4 Forças críticas para pequenos intervalos de campo .....           | 98  |
| 5.2 Efeitos de tamanho .....  | 99  |
| 5.2.1 Arranjos, trechos de arranjos e amostras simuladas .....          | 99  |
| 5.2.2 Configurações de mínima energia dos vórtices .....                | 102 |
| 5.2.3 Velocidade, resistência diferencial média e forças críticas ..... | 106 |
| 5.2.4 Comparação das velocidades dos vórtices .....                     | 111 |

## **6 CONCLUSÕES**

## **REFERÊNCIAS**

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

Um dos grandes objetivos do trabalho com supercondutores é criar materiais que possuam alta corrente crítica, que é definida como a maior corrente elétrica suportada pelo estado supercondutor. O aumento, e em geral, o controle da corrente crítica em supercondutores é de grande importância para diversas aplicações tecnológicas atuais como, por exemplo, em micro e nano eletrônica. Os recentes progressos na fabricação de nanoestruturas têm permitido criar uma variada gama de topologias de centros de aprisionamento de vórtices, incluindo diversos tipos de arranjos periódicos, entre os quais podemos mencionar redes quadradas, hexagonais, colméia (*honeycomb*) e kagomé [2–5]. Sendo assim, um dos problemas centrais em supercondutividade é a forma de melhorar a densidade de corrente crítica escolhendo uma distribuição adequada de centros de aprisionamento. É um fato conhecido que a corrente crítica para supercondutores com arranjos periódicos de centros de aprisionamento é geralmente maior que para arranjos aleatórios [2]. Isto se deve, principalmente, aos importantes efeitos de comensurabilidade presentes no primeiro, ou seja, para campos magnéticos em que a quantidade de vórtices é a mesma ou igual a uma determinada fração da quantidade de centros de aprisionamento, a corrente crítica pode ser aumentada significativamente [3–5]. Quando não se cumpre esta relação entre o número de vórtices e centros de aprisionamento, tem-se então vórtices intersticiais (isto é, vórtices que não estão ancorados a um centro de aprisionamento) em posições energeticamente instáveis, e assim, conseqüentemente, poderão se mover mais facilmente, levando a menores valores de corrente crítica. Apesar do aumento desta devido aos efeitos de comensurabilidade, em arranjos periódicos os picos obtidos são estreitos e



altamente instáveis frente a mudanças do campo magnético aplicado, o que dificulta drasticamente a utilização destes arranjos em aplicações tecnológicas. A fim de aumentar as faixas de campo na qual os vórtices permaneçam em posições energeticamente mais estáveis, outras distribuições de centros de aprisionamento têm sido propostas. Dentre estas, é possível mencionar as quase periódicas, como é o caso dos arranjos do tipo Penrose [6–9], bem como os do tipo mosaico hiperbólico (*hyperbolic-tessellation*) [10]. Entretanto, estudos mais recentes têm se concentrando em arranjos do tipo conforme [1, 11–17].

Atualmente, pesquisas envolvendo simulações computacionais de sistemas supercondutores passaram a ganhar notoriedade em virtude do grande aumento da capacidade de processamento dos computadores ocorrida ao longo dos últimos anos. Apesar dos extensivos estudos relativos à dinâmica de vórtices que podem ser encontrados na literatura, muitas questões ainda permanecem abertas e precisam de um tratamento aprofundado. Como exemplo, estudos teóricos das forças críticas e comportamento dinâmico de vórtices magnéticos em fitas supercondutoras incluindo arranjos de centros de aprisionamento como o conforme, que para sistemas infinitos possibilitam maiores valores de magnetização em intervalos de campos muito mais vastos que quaisquer outros tipos de arranjos já estudados [11], não têm sido realizados até o momento. Por este motivo, a proposta do presente projeto foi fazer uma análise detalhada das forças críticas e propriedades dinâmicas dos vórtices para o caso de fitas supercondutoras, dando enfoque, desta forma, ao arranjo conforme de centros de aprisionamento.

## **1.2 Aplicações da supercondutividade**

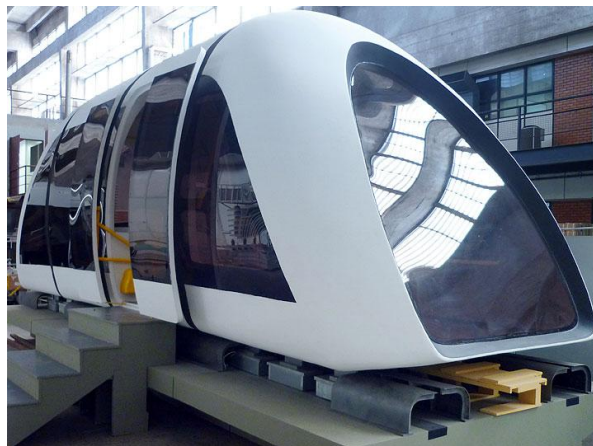
Os magnetos supercondutores são alguns dos mais poderosos eletroímãs conhecidos, sendo utilizados para diversas finalidades: transmissão de energia elétrica por

meio de cabos supercondutores, dispositivos de armazenamento de energia, fabricação de geradores elétricos e motores, máquinas de ressonância magnética (*MRI*) e ressonância magnética nuclear (*NMR*), espectrômetros de massa, nanotubos e até em aceleradores de partículas para o direcionamento de feixes [18, 19]. Supercondutores recentemente têm sido utilizados na construção de circuitos digitais baseados na tecnologia quântica de fluxo rápido, filtros de microondas para estações base de telefonia móvel e também na construção de junções Josephson, conhecidos como Dispositivos Supercondutores de Interferência Quântica ou *SQUIDs* (*Superconducting Quantum Interference Device*), usados em microscópios de varredura *SQUID* e magnetoencefalografia.

Promissoras aplicações da supercondutividade também consistem no desenvolvimento de computadores supercondutores, onde ocorre a substituição das interconexões metálicas semicondutoras tradicionais por componentes supercondutores. Através da utilização de memórias supercondutoras, podem-se atingir, em geral, velocidades de até 1000 ordens de magnitude maior do que a velocidade de um computador tradicional atual [18]. Outra aplicação de grande potencial que merece ser enfatizada é a utilização de supercondutores para gerar *qubits* (*quantum bits*) em computadores quânticos, que podem superar extraordinariamente a velocidade de cálculo das máquinas atuais [18].

Outro importante exemplo de inovação tecnológica que envolve a utilização de supercondutores são os trens de levitação magnética, também conhecidos como *maglev* (*magnetic levitation transport*). Este tipo de levitação baseia-se na propriedade diamagnética dos supercondutores do tipo II de exclusão parcial do campo magnético do interior dos supercondutores, o que diminui a força de levitação, porém conduz sua estabilidade, dispensando sistemas de controle sofisticados ou rodas. As vantagens deste tipo de tecnologia são o baixo custo global de sua utilização, a rapidez de sua aplicação e implantação, leveza, baixo custo de obras civis, inexistência de agentes poluente e menor gasto energético [20].

Podemos também encontrar muitas outras aplicações dentro desta linha de pesquisa (transformadores, separadores magnéticos, limitadores de corrente, etc.). No entanto, a supercondutividade é sensível a altos valores de temperatura, campo magnético e corrente de transporte, sendo a obtenção de valores críticos cada vez maiores para estas grandezas um desafio que os cientistas vêm enfrentando há décadas. Em particular, para supercondutores do tipo II, a criação de centros de aprisionamento pode auxiliar no aumento de sua eficiência ao impedir a movimentação dos vórtices magnéticos. Dependendo do modo como os centros de aprisionamento forem arranjados no material, o comportamento do sistema será influenciado de diferentes maneiras, podendo levar, para cada situação, a diferentes acréscimos nos valores máximos das grandezas críticas. A escolha adequada do tipo de arranjo de centros de aprisionamento é, portanto, de grande importância para aplicações tecnológicas que envolvem o uso de supercondutores do tipo II, e o estudo de diferentes tipos de arranjos, como o conforme, será o objetivo da presente dissertação.



**Fig. 1.1** – Protótipo de veículo de levitação magnética nacional *maglev* Cobra, o qual utiliza supercondutores de alta temperatura crítica como mecanismo de levitação [20].

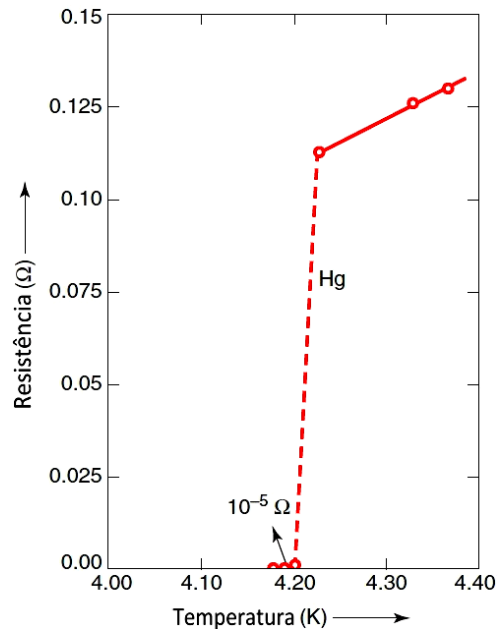
## 2. HISTÓRICO E PROPRIEDADES DO ESTADO SUPERCONDUTOR

### 2.1 Histórico

Até o início do Século XX, acreditava-se ser impossível um material conduzir corrente elétrica sem nenhuma resistência em virtude da temperatura, das imperfeições atômicas e das impurezas existentes no material causarem dissipação de energia. Como na prática não é possível atingir o zero absoluto e não existe nenhum material totalmente livre de defeitos e impurezas (um material 99,9999% puro ainda apresentará uma ordem de  $10^{22}$  a  $10^{23}$  átomos/m<sup>3</sup> de impurezas [21]), seria impossível, como consequência, um material conduzir corrente elétrica com total eficiência [22–24].

Entretanto, em 1911, o físico holandês Heike Kammerlingh Onnes, publicou resultados sobre seus experimentos com mercúrio sólido que, a temperaturas inferiores a aproximadamente 4,2 K, apresentava resistência elétrica nula [22–24]. Sua descoberta lhe rendeu o prêmio Nobel de Física de 1913, bem como fez surgir o campo da supercondutividade. A contribuição de Onnes para a história da ciência não se resume apenas à descoberta da supercondutividade, mas também à liquefação do Hélio, que representou uma importante inovação tecnológica de sua época e possibilitou os primeiros estudos de materiais a baixas temperaturas.

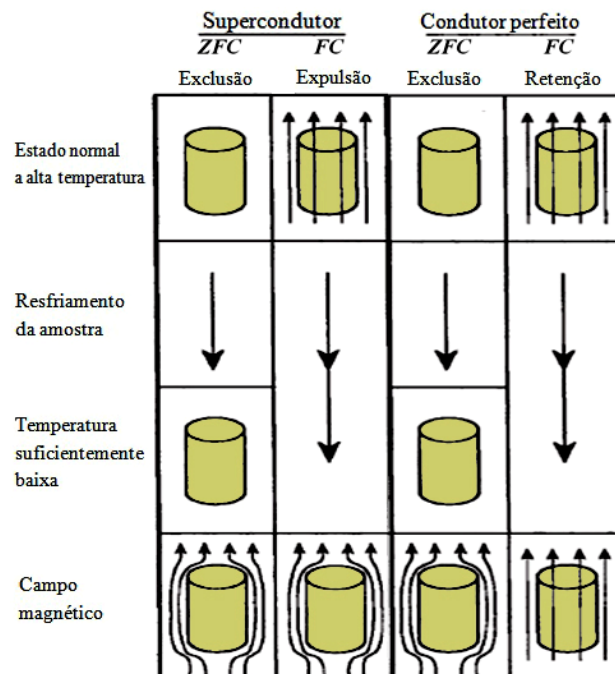
Além do mercúrio, Onnes descobriu posteriormente que outros materiais também apresentavam essa propriedade, porém para cada material havia um valor diferente de temperatura abaixo da qual a resistividade elétrica tornava-se nula. Onnes chamou essa temperatura de temperatura crítica ( $T_c$ ), e o estado atingido pelo material de “estado supercondutor”.



**Fig. 2.1** – Resistência elétrica em função da temperatura para uma amostra de Hg (Figura adaptada de [19]).

Dois décadas depois, em 1933, Walther Meissner e Robert Oschensfeld descobriram que, quando os materiais estão no estado supercondutor e um campo magnético externo é aplicado, este é expelido de seu interior, caracterizando um diamagnetismo perfeito. Este fenômeno ficou conhecido como efeito Meissner [22–24], e seu comportamento é diferente para um material no estado supercondutor e para um condutor teoricamente perfeito. Tal diferença de comportamento pode ser mais bem compreendida ao se considerar dois tipos de situações: o resfriamento com campo nulo ou *ZFC* (*Zero Field Cooling*), onde um material é resfriado a uma temperatura suficientemente baixa e posteriormente submetido a um campo magnético externo, e o resfriamento com campo ou *FC* (*Field Cooling*), onde um campo magnético externo é inicialmente aplicado e em seguida o material é resfriado a uma temperatura suficientemente baixa. Para um material no estado supercondutor, tanto para os processos *ZFC* quanto *FC*, ocorre o diamagnetismo perfeito devido à formação de uma corrente de blindagem que impede a penetração do campo externo (desde que os valores de temperatura e campo magnético estejam abaixo dos valores de temperatura crítica e campo crítico, como será discutido posteriormente). Por outro lado, para um “condutor perfeito”,

apenas em *ZFC* ocorre a expulsão do campo magnético, havendo, portanto, penetração magnética no material no processo *FC* devido a não orientação dos momentos de dipolo magnético dos átomos em resposta ao campo magnético aplicado [22]. Estas duas situações estão ilustradas na Figura 2.2.



**Fig. 2.2** – Diferença de comportamento entre um supercondutor e um condutor teoricamente perfeito (Figura adaptada de [22]).

A diferença observada pelo que era esperado para um condutor teoricamente perfeito e o real comportamento apresentado pelo supercondutor exigiu que novas teorias fossem desenvolvidas para tratar do fenômeno. Em 1935, os irmãos Fritz e Heinz London desenvolveram uma primeira descrição teórica para a condutividade perfeita e o diamagnetismo perfeito nos supercondutores baseando-se nas relações eletrodinâmicas de Maxwell. Posteriormente, Ginzburg e Landau desenvolveram uma teoria mais complexa para tratar do fenômeno, combinando as teorias de London com a teoria de transições de fases de Landau e conceitos de mecânica quântica [22–24]. Em 1957, John Bardeen, Leon Cooper e Robert Schrieffer desenvolveram a teoria BCS, que tratava o problema de maneira

microscópica, assumindo que a supercorrente ocorria devido à formação de pares de elétrons ligados interagindo com fônons e considerando a existência de uma banda de energia entre o estado normal e supercondutor. Além do estado supercondutor, a teoria BCS consegue ainda explicar o efeito Meissner. Segundo essa teoria, o diamagnetismo perfeito ocorre porque os pares de Cooper, ao serem expostos a um campo magnético externo, tendem a direcionar seu movimento de modo a criar uma corrente cujo efeito será um campo contrário de mesmo módulo para conservar a energia [22–24]. Os criadores desta teoria receberam em 1972 o prêmio Nobel de Física, sendo a sigla BCS a inicial de seus sobrenomes.

Outra descoberta de grande importância na história da supercondutividade é o tunelamento da corrente elétrica quando dois supercondutores estão separados por um determinado material. Descoberto por Brian David Josephson em 1962, esse fenômeno ficou conhecido como efeito Josephson, podendo ser explicado pela teoria BCS. A explicação se dá pelo fato de que cada supercondutor tem uma função de onda associada ao movimento de seus pares de Cooper que fora do material decai suavemente. Se a junção que separa os dois supercondutores permitir que as funções se correlacionem, ocorrerá uma continuidade da corrente do primeiro para o segundo supercondutor [22–24]. A predição teórica do tunelamento dos pares de Cooper através de uma barreira isolante entre supercondutores rendeu a Josephson o prêmio Nobel de Física de 1973.

Ainda em 1957, o físico russo Alexei Alexeevich Abrikosov, utilizando a teoria de Ginzburg-Landau, mostra a existência de uma segunda classe de supercondutores denominados supercondutores do tipo II. Para estes materiais, linhas de fluxo magnético quantizadas, provenientes de um campo magnético externo suficientemente intenso, penetram na amostra e são circundadas por uma corrente de blindagem, dando origem aos vórtices magnéticos. Dentro dos vórtices, as regiões são normais, porém, nas demais regiões do material, a supercondutividade é mantida. Tal estado passou a ser denominado misto, uma vez

que há simultaneamente a coexistência das fases normal e supercondutora [22–24]. Tem-se então a ocorrência de dois tipos de transição: uma do estado supercondutor para o estado misto, que ocorre a partir de um determinado valor de campo crítico  $H_{C1}$ , e outra do estado misto para o estado supercondutor, que ocorre a partir de outro valor de campo crítico  $H_{C2}$ .

Em 1986, os físicos Johannes Georg Bednorz e Karl Alexander Müller dão início à era dos supercondutores de alta temperatura crítica ao descobrirem um material supercondutor (um composto de óxido de cobre) com temperatura crítica de 30 K [25]. Tal feito motivou a descoberta de outras diversas cerâmicas compostas por óxidos de cobre que atingiam temperaturas de transição elevadas, bem como despertou grande interesse de pesquisas nessa área, uma vez que a aplicabilidade desse tipo de material passou a ser muito mais acessível já que o resfriamento por hélio líquido não mais era necessário. Apesar da descoberta dos supercondutores de alta temperatura crítica ter aberto as portas para diversas aplicações práticas, fez também com que surgisse a necessidade de uma maior compreensão e controle das propriedades do estado misto, sendo que até o presente momento ainda não existe uma teoria capaz de explicar completamente o fenômeno da supercondutividade de alta temperatura crítica. Tal descoberta também rendeu a Bednorz e Müller o prêmio Nobel de Física de 1987. Em 2003, Ginzburg e Abrikosov também receberam o prêmio Nobel de Física, sendo Ginzburg devido ao desenvolvimento da teoria fenomenológica da supercondutividade, e Abrikosov devido ao desenvolvimento da teoria dos supercondutores do tipo II.

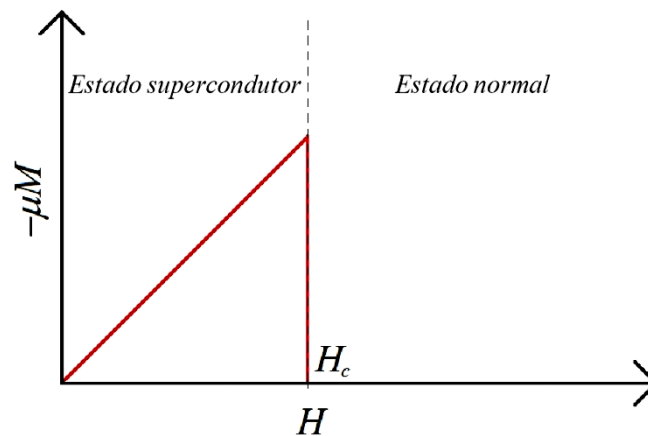
## **2.2 Supercondutores do tipo I**

Em supercondutores do tipo I, a transição do estado supercondutor para o estado normal ocorre de maneira direta e descontínua, a partir de um determinado valor crítico. Neste



tipo de material, diferentemente dos supercondutores do tipo II, não há penetração de vórtices magnéticos.

Os valores críticos, acima do qual a supercondutividade no material é destruída, estão relacionados a três grandezas físicas: campo magnético, corrente elétrica e temperatura. Dessa forma, até que um determinado valor crítico de campo magnético aplicado ( $H_c$ ), densidade de corrente elétrica aplicada ( $J_c$ ) ou temperatura ( $T_c$ ) seja atingido, o material estará no estado supercondutor e exibirá suas propriedades como resistividade nula e diamagnetismo perfeito [22–24]. A Figura 2.3 mostra um gráfico hipotético de magnetização versus campo magnético externo aplicado, onde o estado supercondutor deixa de existir a partir de um determinado valor de campo crítico.



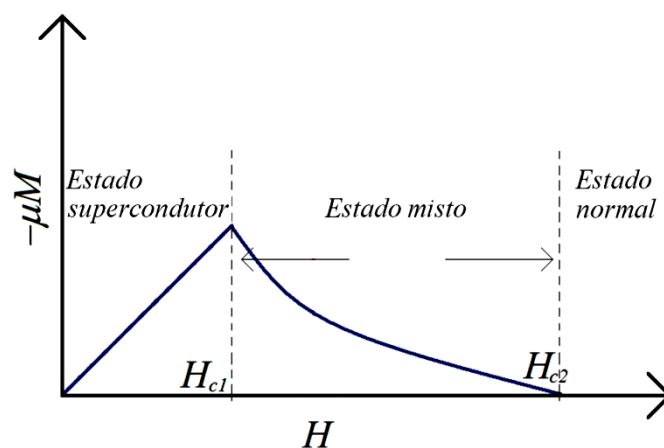
**Fig. 2.3** – Magnetização versus campo magnético aplicado para um supercondutor do tipo I hipotético (Figura adaptada de [26]).

Os supercondutores do tipo I são também conhecidos como supercondutores fracos, uma vez que seus valores críticos são relativamente baixos.

## 2.3 Supercondutores do tipo II

Como anteriormente mencionado, em supercondutores do tipo II a transição do estado supercondutor para o estado normal não ocorre de maneira direta, havendo um estado intermediário chamado “estado misto”, no qual ocorre penetração das linhas de fluxo e há formação de vórtices magnéticos. O estado misto se inicia quando o campo magnético aplicado excede um valor de campo crítico  $H_{C1}$  para o qual o fluxo começa a penetrar no material, e o diamagnetismo perfeito é então perdido. Se o campo externo continuar aumentando, o material passará do estado misto para o estado normal a partir de um determinado valor de campo crítico  $H_{C2}$ . Acima desse valor, as propriedades supercondutoras são completamente perdidas em todo o material [22–24].

A Figura 2.4 mostra o gráfico da magnetização em função do campo magnético externo aplicado para um supercondutor do tipo II hipotético.

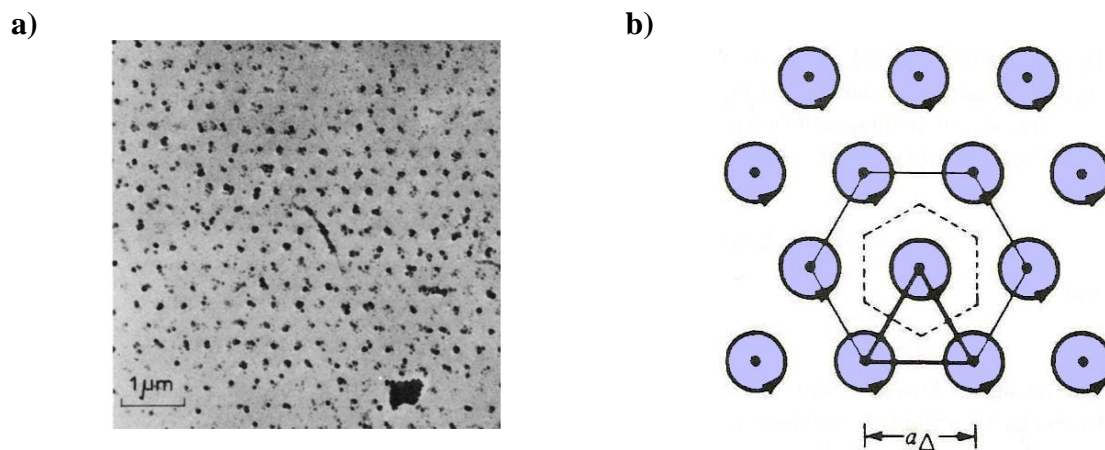


**Fig. 2.4** – Magnetização versus campo magnético aplicado para um supercondutor do tipo II hipotético (Figura adaptada de [26]).

Sucintamente, pode-se dizer que entre  $H_{C1}$  e  $H_{C2}$  o material está no estado misto e o fluxo magnético é capaz de penetrar em unidades quantizadas, confinadas dentro do

material por uma corrente de blindagem, formando regiões denominadas vórtices. Para campos magnéticos externos aplicados com baixos valores, pouco acima de  $H_{C1}$ , o campo magnético é forte nos núcleos dos vórtices, decrescendo com a distância até tornar-se insignificante. Essa distância é chamada de profundidade de penetração ( $\lambda$ ). Para altos valores de campos magnéticos aplicados, porém ainda menores que  $H_{C2}$ , muitos vórtices penetram no material e acabam por se sobrepor, ocupando quase toda a área do material, que passa a ser normal onde houver campo [22–24].

Uma característica interessante dos vórtices magnéticos, desconsiderando a existência de centros de aprisionamento, é fato de eles formarem um arranjo hexagonal quando se encontram no estado de menor energia [22–24]. Isso se deve ao fato dos vórtices se repelirem com mesma intensidade até chegarem a uma posição de equilíbrio onde todos permanecem separados a uma mesma distância. As posições dos vórtices coincidem, portanto, com os vértices de triângulos equiláteros como mostra a Figura 2.5.



**Fig. 2.5** – a) Imagem de uma amostra supercondutora do tipo II com arranjo hexagonal de vórtices obtida através da técnica de decoração de Bitter [27]; b) Representação esquemática do arranjo hexagonal dos vórtices no estado de menor energia (Figura adaptada de [24]).

Dentro da classe de supercondutores do tipo II, estão os supercondutores de alta temperatura crítica ou *HTS* (*High Temperature Superconductors*), como compostos cerâmicos a base de óxido de cobre, também chamados cupratos [22].

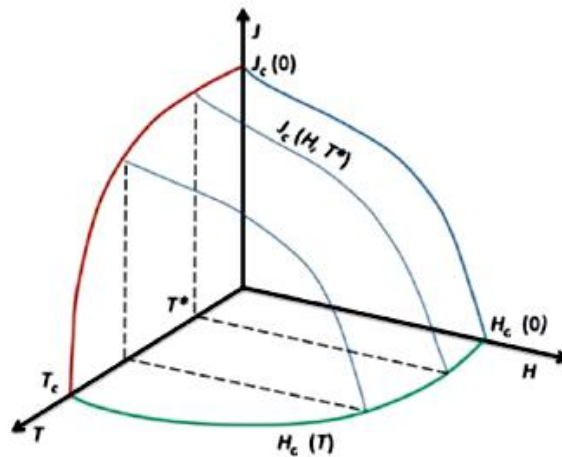
## 2.4 Superfície crítica

Como anteriormente mencionado, o campo magnético crítico  $H_c$ , em supercondutores do Tipo I, é definido como sendo o valor de campo a partir do qual o material perde suas propriedades supercondutoras. Este valor depende de diversos fatores, como a geometria do material, a direção na qual as linhas de campo são aplicadas na amostra (para o caso de uma amostra assimétrica) e também da temperatura. Com alguns pequenos desvios, a dependência de  $H_c$  com a temperatura pode ser representada através de uma relação parabólica de acordo com a seguinte equação [22]:

$$H_c(T) = H_{c_0} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (2.1)$$

Onde  $H_{c_0}$  denota o campo magnético crítico à temperatura nula e  $T_c$  a temperatura crítica de transição do estado normal para o estado supercondutor.

Além do campo magnético, a densidade de corrente elétrica também pode ser intensificada até um determinado valor a partir do qual o material perderá suas características supercondutoras, o que introduz, de maneira análoga ao campo magnético crítico, o conceito de densidade de corrente elétrica crítica. Pode-se então perceber que para um supercondutor do tipo I, existe uma dependência entre essas três grandezas físicas: temperatura crítica ( $T_c$ ), campo magnético crítico ( $H_c$ ) e densidade de corrente crítica ( $J_c$ ), acima do qual esses valores destroem o estado supercondutor do material. Partindo desse princípio, é possível representar graficamente a relação entre essas três grandezas para os materiais supercondutores do tipo I através de um gráfico tridimensional, no qual abaixo da “superfície crítica” gerada pelas funções dessas grandezas críticas, o material estará no estado supercondutor, e acima da superfície crítica, no estado normal, como mostra a Figura 2.6 [22–24].

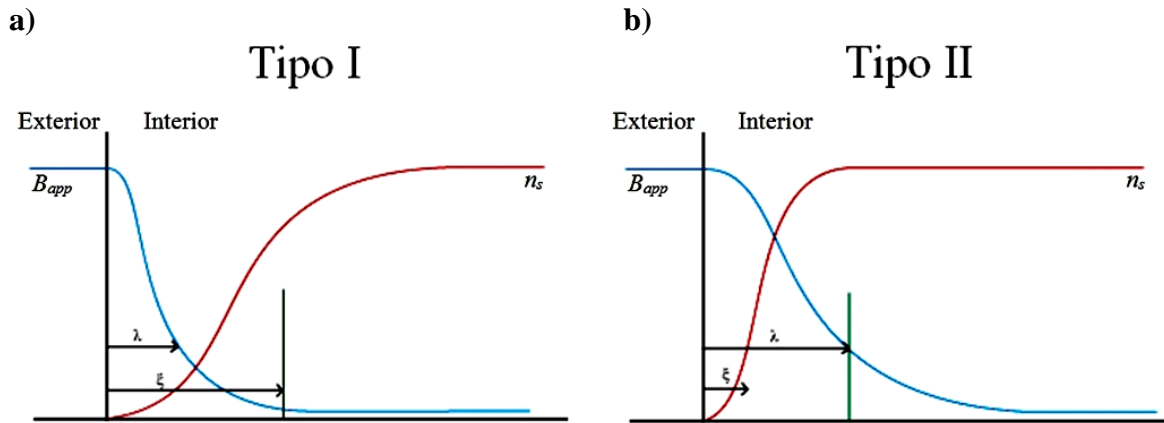


**Fig. 2.6** – Superfície crítica para um supercondutor do tipo I hipotético (Figura adaptada de [28]).

Este tipo de gráfico também pode ser feito, evidentemente, para um supercondutor do tipo II, envolvendo os estados supercondutor, misto e normal.

## 2.5 Parâmetro de Ginzburg-Landau

Se a interface de um material no estado normal for conectada à interface de um material no estado supercondutor e em seguida um campo magnético externo for aplicado, diferentes comportamentos serão observados para supercondutores do tipo I (Figura 2.7a) e do tipo II (Figura 2.7b). Nas Figuras 2.7a e 2.7b, é possível observar a dependência do comprimento de coerência  $\zeta$ , que é distância na qual a densidade de elétrons supercondutores ( $n_s$ ) aumenta de zero até um determinado valor constante, com a profundidade de penetração  $\lambda$ , que é a distância na qual o campo magnético decai de um valor inicial até um valor desprezível.



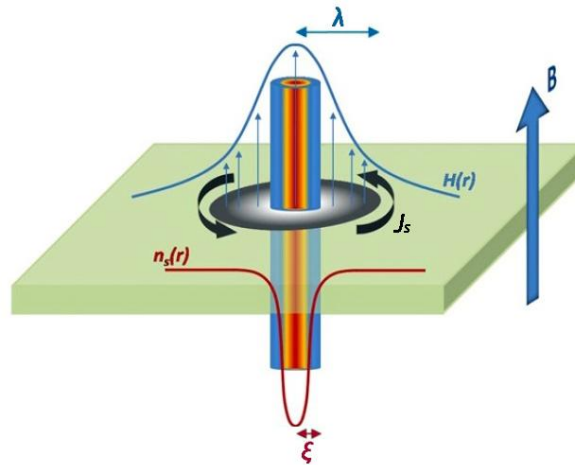
**Fig. 2.7** – Comprimento de coerência  $\zeta$  e profundidade de penetração  $\lambda$  associados à variação de  $n_s$  e  $B_{app}$ , respectivamente, para **a)** um supercondutor do tipo I, e **b)** um supercondutor do tipo II (Figuras adaptadas de [29]).

Além disso, também é possível considerar  $\zeta$  como sendo o raio da região em estado normal no interior do vórtice, e  $\lambda$  como sendo o raio do próprio vórtice (Figura 2.8).

A teoria de Ginzburg e Landau define um parâmetro  $k$  para a classificação dos supercondutores, denominado parâmetro de Ginzburg-Landau, que pode ser obtido pela razão entre a profundidade de penetração e o comprimento de coerência [22]:

$$k = \frac{\lambda}{\zeta} \quad (2.2)$$

Segundo Abrikosov, os supercondutores podem ser classificados como sendo do tipo I se  $k < 1/\sqrt{2}$ , e do tipo II se  $k > 1/\sqrt{2}$  [24]. Desse modo, é possível perceber que  $\zeta > \lambda$  para um supercondutor do tipo I, e  $\zeta < \lambda$  para um supercondutor do tipo II, ou seja, somente para supercondutores do tipo II as condições de existência de um vórtice são satisfeitas [24].



**Fig. 2.8** – Representação esquemática do campo magnético ao redor de um vórtice individual, sendo o comprimento de coerência  $\zeta$  tomado como sendo o raio do núcleo do vórtice, e a profundidade de penetração  $\lambda$  como o raio do próprio vórtice. A densidade de superelétrons é representada por  $n_s$  (Figura adaptada de [30]).

## 2.6 Equações de London

Em 1934, Fritz London desenvolve a primeira teoria capaz de descrever o estado supercondutor utilizando o modelo de dois fluidos, que pressupunha que alguns elétrons existentes no material comportavam-se de maneira normal – aproximadamente como elétrons livres – enquanto outros (os superelétrons) apresentavam comportamento anômalo. Partindo do modelo clássico das Leis de Maxwell e elaborando uma solução complementar capaz de descrever o efeito Meissner, London cria um modelo no qual os elétrons normais continuam a obedecer a lei de Ohm, porém há, agora, os elétrons responsáveis pela supercondutividade (os superelétrons), para os quais esta lei deve ser modificada. Considerando uma densidade total  $n$  de elétrons, há uma fração  $n_s$  que corresponde aos pares de superelétrons (pares de Cooper). Estes são acelerados livremente por um campo elétrico e não são espalhados por defeitos, impurezas ou vibrações da rede, ou seja, não há resistividade [24, 31]. Sua equação de movimento é dada pela segunda lei de Newton:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2.3)$$

Entretanto, os superelétrons sempre existem em pares. Dessa forma, tem-se para um par de superelétrons sua massa como sendo  $m^* = 2m_e$ , e sua velocidade como sendo  $\vec{v}_s$ , onde  $m_e$  é a massa de um único elétron. Desse modo, tem-se a seguinte equação para a força  $\vec{F}_s$  de um par de superelétrons:

$$\vec{F}_s = m^* \frac{d\vec{v}_s}{dt} \quad (2.4)$$

Além disso, da equação utilizada para calcular a intensidade do vetor campo elétrico  $\vec{E}$ , tem-se a seguinte relação:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{|q|} \quad (2.5)$$

Onde  $\vec{F}$  é a força elétrica e  $q$  a carga elétrica. Considerando a carga elétrica  $e^*$  de um par de superelétrons como sendo  $e^* = 2e$ , onde  $e$  é a carga de um único elétron, tem-se a seguinte equação para a força  $\vec{F}_s$  de um par de superelétrons:

$$\vec{F}_s = e^* \vec{E} \quad (2.6)$$

Igualando as equações (2.4) e (2.6) tem-se que:

$$m^* \frac{d\vec{v}_s}{dt} = e^* \vec{E} \quad (2.7)$$

Da equação de densidade de corrente elétrica  $\vec{j}$  tem-se:

$$\vec{j} = \frac{i}{A} = \frac{Ne/t}{A} \quad (2.8)$$

Onde  $i$  representa a intensidade de corrente elétrica,  $A$  a área da região a qual se está considerando,  $t$  o tempo e  $N$  o número de elétrons. Para a densidade de corrente de superelétrons  $\vec{j}_s$  tem-se:

$$\vec{j}_s = \frac{Ne^*/t}{A} \quad (2.9)$$



Multiplicando a Equação (2.9) em cima e em baixo pelo comprimento  $l$ , chega-se à Equação (2.10), que é o produto da densidade dos pares de Cooper  $n_s$  pela velocidade  $\vec{v}_s$  e pela carga  $e^*$ :

$$\vec{j}_s = \frac{Ne^* l}{At l} = \frac{Nl}{Vt} e^* = n_s \vec{v}_s e^* \quad (2.10)$$

Derivando a Equação (2.10) em função do tempo, tem-se que:

$$\frac{d\vec{j}_s}{dt} = n_s e^* \frac{d\vec{v}_s}{dt} \quad (2.11)$$

Isolando  $d\vec{v}_s/dt$  na Equação (2.7) e substituindo na Equação (2.11) chega-se então à 1ª Equação de London:

$$\frac{d\vec{j}_s}{dt} = \frac{n_s e^{*2}}{m^*} \vec{E} \quad (2.12)$$

Esta equação consegue descrever a propriedade de resistividade nula em um supercondutor, onde há campo elétrico no material apenas se houver corrente variando com o tempo. Através das equações de Maxwell, também é possível chegar à 2ª Equação de London, que descreve o efeito Meissner da seguinte maneira:

Inicialmente é tomado o rotacional nos dois lados da Equação (2.12):

$$\frac{d}{dt} (\vec{\nabla} \times \vec{j}_s) = \frac{n_s e^{*2}}{m^*} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \quad (2.13)$$

Pela Lei de Faraday-Lenz, tem-se a seguinte relação na qual um campo magnético variável no tempo gera força eletromotriz:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.14)$$

Substituindo a Equação (2.14) na Equação (2.13) tem-se:

$$\frac{d}{dt} (\vec{\nabla} \times \vec{j}_s) = -\frac{n_s e^{*2}}{m^*} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.15)$$

Da Lei de Ampère, tem-se a seguinte relação na qual densidade de corrente elétrica gera campo magnético:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_s \quad (2.16)$$

Isolando  $\vec{J}_s$  na Equação (2.16) e substituindo na Equação (2.15) tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( \frac{1}{\mu_0} \right) (\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B}) + \frac{n_s e^{*2}}{m^*} \vec{B} \right] = 0 \quad (2.17)$$

Que leva à seguinte relação:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} + \frac{\mu_0 n_s e^{*2}}{m^*} \vec{B} = 0 \quad (2.18)$$

Pode-se ainda usar a seguinte identidade vetorial:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\nabla^2 \vec{B} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \quad (2.19)$$

Substituindo a Equação (2.19) na Equação (2.18) e considerando que pela Lei de Gauss  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  (não há monopólos magnéticos), tem-se:

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B} = 0 \quad (2.20)$$

Onde  $\lambda_L = \left( \frac{m^*}{\mu_0 n_s e^{*2}} \right)^{1/2}$ . Ao se considerar um sistema unidimensional, tem-se

então a seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} B \quad (2.21)$$

Cuja solução é uma função do tipo:

$$B = B_0 e^{-x/\lambda_L} \quad (2.22)$$

Essa função descreve a entrada do campo magnético no material, que decai exponencialmente a partir da superfície e tende a zero. A quantidade  $\lambda_L$ , conhecida como profundidade de penetração de London, mede a extensão da penetração do campo magnético no interior do supercondutor até um valor a partir do qual o campo magnético deixa de ser significativo [22–24, 31]. Dessa forma, a 2ª Equação de London prevê a ocorrência do Efeito Meissner, como mostra a Figura 2.9.

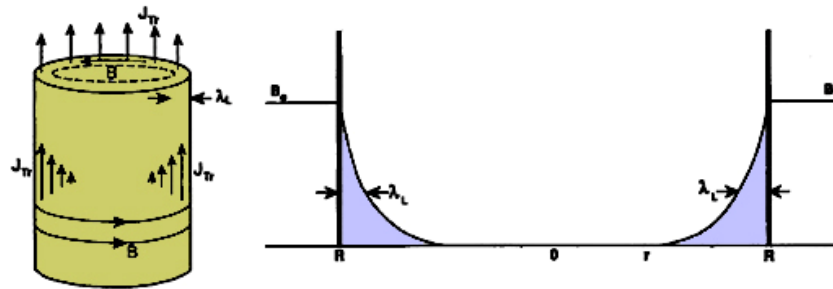


Fig. 2.9 – Penetração do fluxo magnético no interior de um supercondutor cilíndrico (Figura adaptada de [22]).

## 2.7 Interação entre vórtices magnéticos

Um vórtice magnético pode ser definido como sendo a estrutura formada por um filamento de campo magnético quantizado (fluxóide) que penetra no material, juntamente com uma corrente de blindagem que se forma ao seu redor [22]. Quando o campo magnético aplicado aumenta, a densidade de vórtices também aumenta e estes começam a se sobrepôr, fazendo com que a distância entre vórtices vizinhos fique menor que a profundidade de penetração, conforme mostra a Figura 2.10.

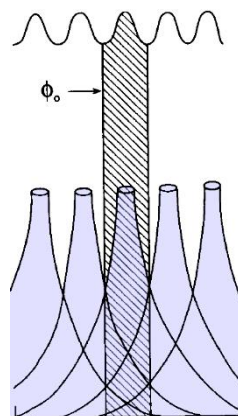


Fig. 2.10 – Sobreposição de altas densidades de vórtices (Figura adaptada de [22]).

Para uma região com alta densidade de vórtices, o campo magnético em uma determinada região pode ser considerado como uma superposição linear dos campos

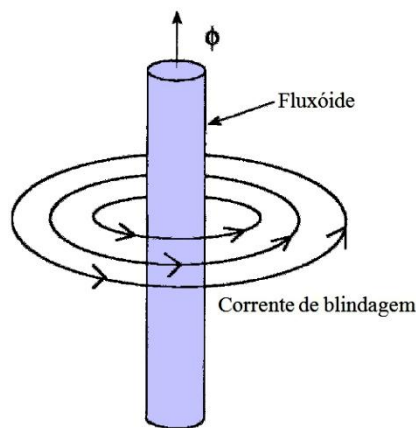
provenientes de todos os vórtices sobrepostos. Em situações como esta, o campo torna-se muito intenso no interior do supercondutor, e a variação do campo no espaço entre os núcleos, conseqüentemente, torna-se muito pequena [22]. Segundo Ginzburg e Landau, tem-se a seguinte relação para o fluxo magnético  $\phi_0$ :

$$\phi_0 = \frac{hc}{|e^*|} \quad (2.23)$$

Sendo  $h$  a constante de Planck e  $c$  a velocidade da luz. Da Teoria BCS, tem-se que  $e^* = 2e$ . Dessa forma, o quantum do fluxo associado a cada vórtice pode ser expresso da seguinte maneira [24]:

$$\phi_0 = \frac{hc}{2e} \approx 2,07 \cdot 10^{-7} \text{Gcm}^2 \quad (2.24)$$

Apesar do modelo de Ginzburg-Landau descrever mais detalhadamente as propriedades dos vórtices magnéticos, a interação repulsiva entre estes pode ser descrita com grande realismo através do modelo de London, que assume o vórtice como um cilindro perpendicular ao plano  $x$ - $y$ , infinito no eixo  $\hat{z}$  e com núcleo de raio  $\xi$ . Esta aproximação é válida para campos magnéticos cuja densidade de vórtices é suficientemente baixa para que não haja sobreposição dos mesmos.



**Fig. 2.11** – Representação esquemática de um vórtice cilíndrico, de acordo com o modelo de London (Figura adaptada de [22]).

Também se considera, no modelo de London, um supercondutor do tipo II ideal, anisotrópico e livre de quaisquer tipos de imperfeições e impurezas. A grande vantagem deste modelo deve-se à sua grande simplicidade em comparação ao modelo de Ginzburg-Landau, exigindo um menor tempo de processamento computacional ao se fazer uma simulação numérica [2, 32, 33].

A interação entre vórtices magnéticos pode ser descrita através da segunda equação de London (Eq. (2.20)). Ao incluir uma linha de vórtice orientada no sentido de  $\hat{z}$ , tem-se a seguinte relação:

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B} = \Phi_0 \delta^2 \hat{z} \quad (2.25)$$

Onde  $\Phi_0$  é o quantum de fluxo magnético existente no vórtice,  $\delta$  é uma função delta bidimensional,  $\hat{z}$  é um vetor unitário paralelo ao eixo do vórtice e  $\vec{B}$  o campo magnético existente no interior do supercondutor [24]. Esta equação diferencial de segunda ordem pode ser resolvida, em razão da simetria cilíndrica dos vórtices, através da utilização de coordenadas cilíndricas, e sendo levada para o espaço recíproco com uma transformada de Fourier. Dessa forma, ao resolver a Eq. (2.25) para  $\vec{B}(\vec{r})$ , tem-se como resposta [24]:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda_L}\right) \quad (2.26)$$

Onde  $K_0$  é a função de Bessel modificada de ordem zero, cujos limites assintóticos são:

$$K_0(x) = -\ln(x); \quad x \rightarrow 0 \quad (2.27)$$

$$K_0(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}; \quad x \rightarrow \infty \quad (2.28)$$

A energia de um vórtice pode ser calculada através das equações de energia cinética de um superfluido e de London. Considerando a presença de um único vórtice, é possível chegar à seguinte relação [24]:

$$\frac{E}{L} = \frac{1}{8\pi} \int \left[ \vec{B}^2 + \lambda_L^2 (\vec{\nabla} \times \vec{B})^2 \right] d^2r \quad (2.29)$$

Onde  $L$  é o comprimento da linha de vórtice. Integrando essa expressão, tem-se como resposta a Eq. (2.30), que mostra a energia por unidade de comprimento para um único vórtice apenas.

$$\frac{E}{L} = \frac{\Phi_0^2}{(4\pi\lambda_L)^2} \ln\left(\frac{\lambda_L}{\xi}\right) \quad (2.30)$$

Considerando agora um sistema com  $n$  vórtices, a equação de London pode ser escrita da seguinte maneira [24]:

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B} = \Phi_0 \hat{z} \sum_{i=1}^n \delta^2(\vec{r} - \vec{r}_i) \quad (2.31)$$

Ao se resolver esta equação, o resultado será análogo ao da Eq. (2.26), porém agora para  $n$  vórtices:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} \sum_{i=1}^n K_0\left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_i|}{\lambda_L}\right) \quad (2.32)$$

De modo semelhante à Eq. (2.29), também é possível encontrar a expressão da energia total de um sistema com  $n$  vórtices. Para esse sistema, a energia por unidade de comprimento pode ser descrita de acordo com a seguinte equação [24]:

$$\frac{E}{L} = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^2\lambda_L^2} \left[ nK_0\left(\frac{\xi}{\lambda_L}\right) + \sum_{i,j (i \neq j)}^n K_0\left(\frac{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}{\lambda_L}\right) \right] \quad (2.33)$$

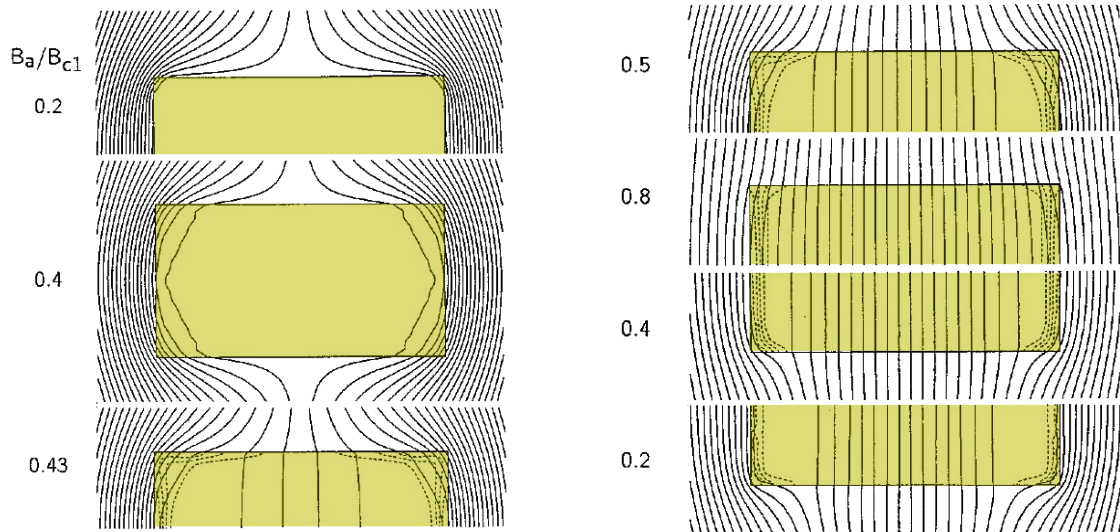
Onde o termo  $K_0$  à esquerda representa a energia de cada vórtice, e o termo  $K_0$  à direita a energia de interação entre cada par de vórtices. Como  $K_0$  decresce muito rapidamente, a energia total também decresce muito rapidamente com o aumento da distância entre os vórtices.

## 2.8 Efeitos de superfície

Até o presente momento, descreveu-se o cálculo da energia das linhas de fluxo através do modelo de London assumindo vórtices localizados no interior de uma amostra supercondutora. No entanto, caso a localização da linha de fluxo esteja próxima à superfície, serão necessárias considerações adicionais para descrever as propriedades do sistema.

Em sistemas finitos ou semifinitos (como fitas supercondutoras), devem-se considerar os efeitos da corrente de blindagem que penetram nas bordas do material, como consequência do campo magnético externo aplicado [22–24]. A barreira magnética que se forma é responsável por gerar um potencial repulsivo que faz com que os vórtices sejam repelidos para o interior da amostra. A contribuição da superfície na energia total do sistema dependerá da geometria da amostra e da intensidade do campo magnético aplicado.

A Figura 2.12 mostra as linhas de campo magnético externo aplicado com diferentes intensidades em uma amostra supercondutora. Através dessa figura, é possível perceber os efeitos de superfície decorrentes da penetração do campo magnético nas extremidades, cuja tendência é aumentar conforme se intensifica o campo aplicado, até que se atinja o valor de campo crítico inferior. A partir de  $H_{C1}$ , ocorre então a penetração das linhas de fluxo na parte interna da amostra, dando origem aos vórtices. Com a contínua intensificação do campo aplicado, mais vórtices penetrarão na amostra até que, a partir de um segundo valor crítico  $H_{C2}$ , o material estará totalmente no estado normal.



**Fig. 2.12** – Penetração do fluxo magnético para diferentes intensidades de campo aplicado em uma amostra supercondutora (Figura adaptada de [34]).

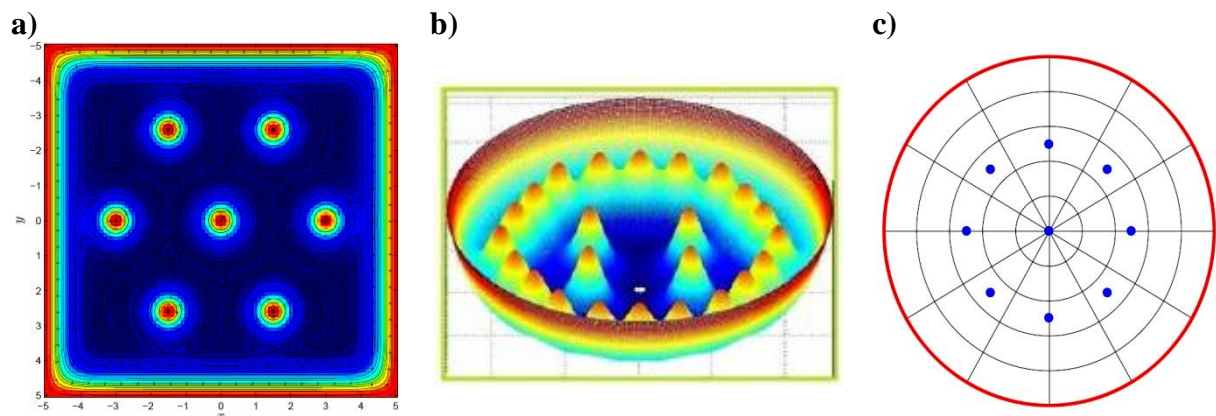
O modelo de Bean-Livingston [35] descreve o comportamento das linhas de fluxo em relação às bordas dos supercondutores considerando a existência de dois tipos de interações: a dos vórtices com o campo superficial, a qual é repulsiva e evita que os vórtices cheguem até as bordas, e a dos vórtices com os “antivórtices”, a qual gera um potencial atrativo e é responsável por aniquilar o vórtice caso este chegue até a borda (método semelhante ao das imagens utilizado em eletromagnetismo). Este modelo pode ser aplicado em supercondutores com qualquer geometria.

Diversos estudos que tratam dos efeitos de superfície e são capazes de simular computacionalmente a influência da barreira geométrica nos vórtices de fitas supercondutoras podem ser encontrados na literatura [32–34, 36–43]. Todavia, a quantidade de estudos em sistemas semifinitos ainda é pequena quando comparada à quantidade de trabalhos com sistemas finitos e infinitos existentes.

A fim de melhor ilustrar os efeitos de superfície nas bordas dos supercondutores, a Figura 2.13a mostra, como exemplo, a simulação computacional de uma amostra supercondutora quadrada, finita nas direções horizontal e vertical. Nesta amostra, estão representados sete vórtices em estado de equilíbrio energético, bem como a intensidade do



campo magnético aplicado, estando os campos mais intensos (cor vermelha) localizados nas bordas e no centro dos vórtices, e os menos intensos (cor azul) nas demais regiões. A partir desta figura, é possível perceber a grande influência exercida pelos efeitos de superfície no sistema, sendo capazes de manter os vórtices no interior da amostra. A Figura 2.13b mostra a influência dos efeitos de superfície nos vórtices de um disco supercondutor, cuja energia do sistema é capaz de aprisionar as linhas de fluxo dentro da amostra, sendo a configuração do sistema totalmente diferente de uma amostra supercondutora quadrada [42]. Já a Figura 2.13c, mostra os vórtices (pontos azuis) em estado de equilíbrio energético dentro de um fio supercondutor infinito, cuja borda (circunferência vermelha) é responsável por mantê-los em seu interior [43].



**Fig. 2.13** – a) Intensidade do campo magnético versus distância em uma amostra supercondutora quadrada finita, sendo o campo mais intenso nas regiões vermelhas e menos intenso nas regiões azuis. Em b) tem-se a mesma situação para um disco supercondutor [42], e em c) os efeitos de superfície (em vermelho) nos vórtices (pontos azuis) em um fio supercondutor infinito (Figura adaptada de [43]).

### 3. MECANISMOS DE CENTROS DE APRISIONAMENTO

#### 3.1 Aprisionamento de vórtices

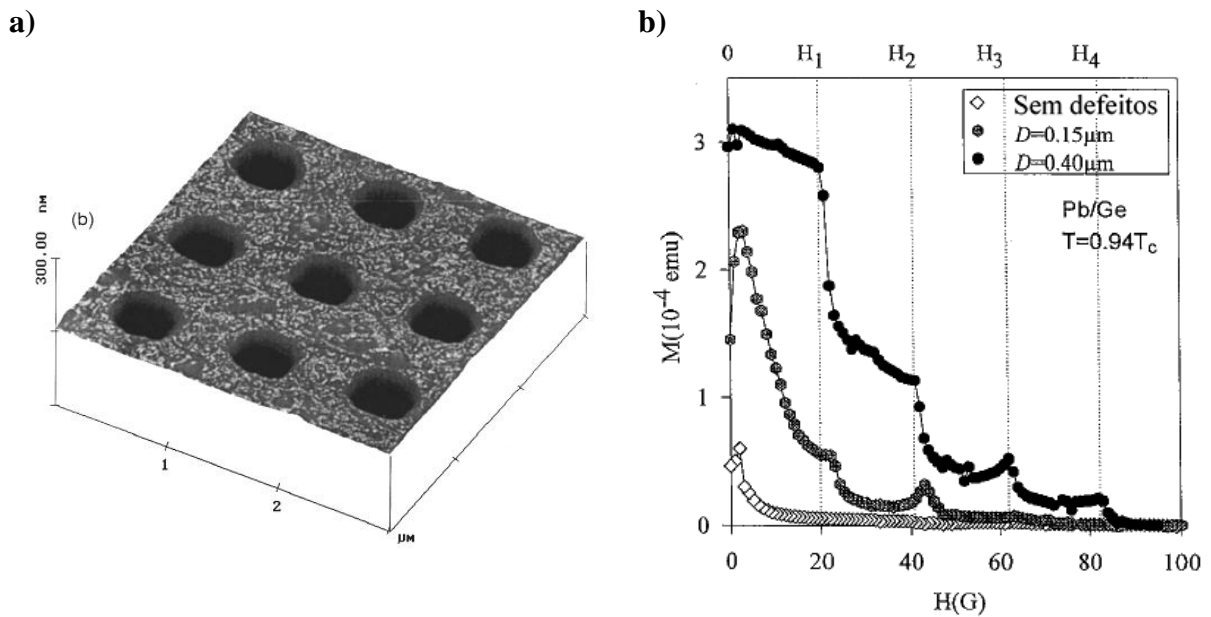
Os centros de aprisionamento (*pinning*) de vórtices podem resultar de qualquer não-homogeneidade existente no material, como, por exemplo, defeitos naturais ou artificiais existentes no supercondutor, responsáveis por gerar um potencial atrativo capaz de retardar a movimentação das linhas de fluxo. Do ponto de vista energético, os sítios defeituosos representam uma barreira de energia que o vórtice aprisionado deve ultrapassar antes que possa se mover livremente [2, 32, 33, 44]. A força de Lorentz gerada pela corrente de transporte é capaz de reduzir completamente esta barreira, de modo que a densidade de corrente crítica na amostra será alcançada quando a força de aprisionamento for igual à força de Lorentz. Em supercondutores do tipo II, é altamente desejável que os centros de aprisionamento mantenham os vórtices fixos nas suas posições, pois o movimento destes causa dissipação de energia e elimina o estado supercondutor do material. Isso ocorre devido ao fato da força de Lorentz gerada pela corrente de transporte mover as linhas de fluxo, e estas, por sua vez, induzirem um campo elétrico paralelo à corrente de transporte, que age como uma voltagem resistiva e, conseqüentemente, causa dissipação de energia [45]. Dessa forma, a eficiência dos centros de aprisionamento em impedir a movimentação dos vórtices leva a maiores valores de corrente crítica.

O centro de aprisionamento pode ser classificado como microscópico, quando menor que o tamanho da célula unitária do material (como, por exemplo, vacâncias), mesoscópico, se for aproximadamente do tamanho da célula unitária (como, por exemplo, defeitos de empilhamento ou bombardeio por elétrons ou íons pesados), e macroscópico, que pode ocorrer nos contornos de grão, precipitados de fases de materiais normais ou fases

alternativas da própria composição supercondutora [2]. Para que sejam mais eficientes, tais não-homogeneidades devem ter uma escala de tamanho da ordem de  $\xi$  ou de  $\lambda$ , como, por exemplo, de 10-100 nm, aproximadamente. Caso o centro de aprisionamento seja forte o suficiente, o movimento do vórtice poderá ser reduzido de tal forma que o supercondutor manterá suas propriedades quando sujeito a forças dissipativas mais intensas, podendo aumentar consideravelmente os valores dos parâmetros críticos [32].

Nos últimos anos, o trabalho com centros de aprisionamento artificiais foi aperfeiçoado devido ao desenvolvimento de técnicas experimentais em nanoescala. Das diversas técnicas para a criação de centros de aprisionamento, algumas se destacam como as mais comuns, como o desenvolvimento de buracos em nanoescala [44] ou a sobreposição de pontos magnéticos no filme supercondutor [46]. A técnica conhecida como buracos em nanoescala (*nanoscale holes*) consiste na perfuração do material, podendo gerar antipontos (*antidots*) se o material for completamente perfurado, ou então pontos cegos (*blind dots*), se o material for parcialmente perfurado. Ambas as técnicas são baseadas na litografia, sendo que na primeira ocorre o bombardeamento de íons pesados e na segunda o bombardeamento de elétrons. Além das diferentes características geométricas como, por exemplo, o formato, o comprimento e a profundidade dos buracos produzirem diferentes potenciais atrativos e influenciarem de modo diverso as propriedades de um sistema supercondutor, a maneira como os centros de aprisionamento são arranjos também interfere no comportamento do sistema, podendo alterá-lo significativamente e levar a valores de corrente crítica expressivamente maiores. A Figura 3.1a mostra, como exemplo, uma imagem obtida por *AFM* de uma monocamada de WGe (600 Å) com um arranjo quadrado de anti-pontos. Na Figura 3.1b são mostradas as curvas de magnetização ( $T \approx 0,94 T_c$ ) de multicamadas de PbGe, sem defeitos artificiais e com arranjos quadrados de defeitos artificiais com diâmetros

de 0,15  $\mu\text{m}$  e 0,4  $\mu\text{m}$ . Os valores de magnetização aumentam expressivamente quando há centros de aprisionamento até que se atinja um valor de campo crítico.



**Fig. 3.1** – **a)** Imagem obtida por *AFM* de uma monocamada de *WGe* (600  $\text{\AA}$ ) com arranjo quadrado de centros de aprisionamento (defeitos artificiais). Em **b)** tem-se as curvas de magnetização ( $T \approx 0,94 T_c$ ) de multicamadas de *PbGe*, sem defeitos artificiais e com arranjos quadrados de defeitos artificiais com diâmetros de 0,15  $\mu\text{m}$  e 0,4  $\mu\text{m}$ . Os valores de magnetização aumentam expressivamente quando há centros de aprisionamento até que se atinja um valor de campo crítico (Figura adaptada de [44]).

No caso dos supercondutores de alta temperatura crítica, o comprimento de coerência  $\zeta$  tem dimensões comparáveis à distância entre os planos de *Cu-O*. Dessa forma, defeitos estruturais cuja extensão é da ordem ou maior do que o valor do comprimento de coerência  $\zeta$  (defeitos microscópicos e mesoscópicos) passam a ser considerados altamente relevantes, podendo influenciar significativamente as propriedades supercondutoras do material [2]. Já a sobreposição de pontos magnéticos (*magnetic dots*) em filmes supercondutores, tem como principal característica a interação eletromagnética do centro de aprisionamento com o vórtice, causando assim uma força atrativa que impede a movimentação da linha de fluxo sem a necessidade de perfurações no material [46].

Do ponto de vista experimental, a versatilidade no controle da criação dos centros de aprisionamento é uma das grandes motivações para o desenvolvimento de novas pesquisas,

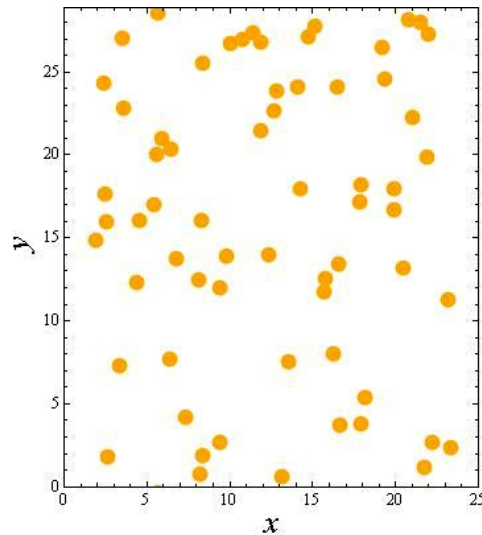
pois através das técnicas atuais é possível criar defeitos estruturais com formato, tamanho, profundidade e distribuições bem definidas.

Através do uso de técnicas como microscopia de Lorentz, é possível observar o comportamento de sistemas supercondutores na presença de vórtices magnéticos e centros de aprisionamento. Dessa forma, experimentos de visualização de vórtices podem fornecer evidências diretas tanto do seu aprisionamento como do comportamento dinâmico de um sistema. No entanto, a análise através de simulações numéricas pode auxiliar na sua compreensão e na previsão de comportamentos e resultados.

### **3.2 Tipos de arranjos de centros de aprisionamento**

Nas últimas décadas, diversos estudos envolvendo diferentes tipos de arranjos de centros de aprisionamento têm sido realizados a fim de proporcionar um melhor controle das correntes críticas em filmes supercondutores do tipo II. Os experimentos variam desde arranjos aleatórios até redes periódicas como as quadradas, hexagonais ou triangulares, colméia (*honeycomb*) e kagomé [2–5] até arranjos mais diferenciados como redes quase periódicas do tipo Penrose [6–9] e mosaico hiperbólico (*hyperbolic-tessellation*) [10].

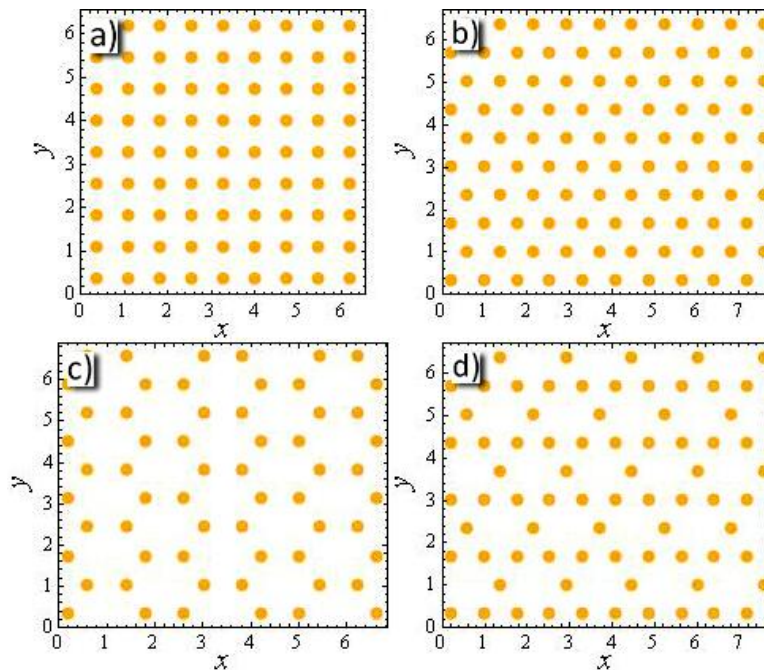
Os arranjos aleatórios (Fig. 3.2) geralmente levam a baixos acréscimos nos valores de corrente crítica, uma vez que facilmente permite, em posições energeticamente instáveis, a formação de vórtices intersticiais, que, como anteriormente mencionado, são vórtices que não estão ancorados a centros de aprisionamento e, portanto, podem se mover mais facilmente. Isso acaba por destruir a supercondutividade existente no sistema, uma vez que gera uma voltagem resistiva no material [2, 32, 33, 47].



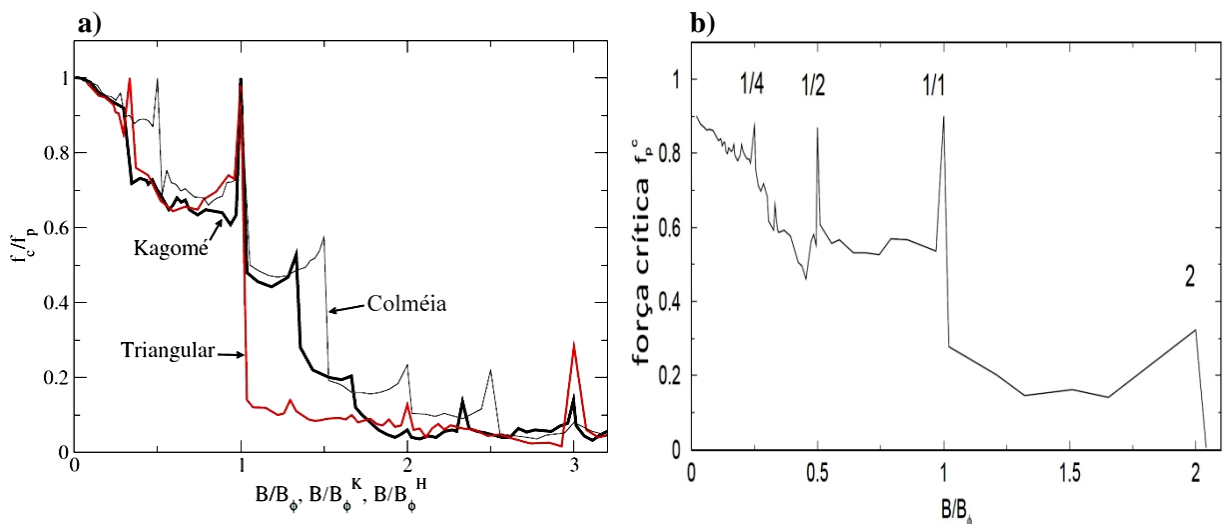
**Fig. 3.2** – Exemplo de arranjo aleatório de centros de aprisionamento.

Por outro lado, os arranjos periódicos (Figura 3.3), têm permitido aumentar consideravelmente a corrente crítica quando comparados a arranjos aleatórios de centros de aprisionamento, porém o aumento é significativo apenas para faixas de campo muito específicas. Isso porque em arranjos periódicos, dependendo do campo externo, os vórtices podem se ordenar de maneira a estar comensurados com a rede de centros de aprisionamento, ou seja, a razão entre o número de vórtices e o número de centros de aprisionamento pode ser um número inteiro ou uma determinada fração com alta estabilidade. Em particular, para sistemas infinitos, chama-se primeiro campo correspondente (*matching field*) o campo magnético externo necessário para se ter o número de vórtices  $N_v$  igual ao número de centros de aprisionamento  $N_p$ , ou seja,  $N_v/N_p = B/B_\phi = 1$ , sendo  $B$  o campo magnético externo e  $B_\phi$  o campo magnético referente aos centros de aprisionamento. Nesta situação, geralmente, todos os vórtices estão fortemente ancorados a um centro de aprisionamento e deverá existir um máximo na corrente crítica. Por outro lado, ao variar continuamente o valor de  $B/B_\phi$ , haverá um grande intervalo desta razão para os quais a corrente crítica diminui significativamente, alternado com valores em intervalos muito pequenos para os quais haverá novos picos, correspondentes a valores de  $B/B_\phi$  em que o conjunto de vórtices e centros de aprisionamento

estão comensurados, como pode ser visto na Figura 3.4. Em outras palavras, estes picos de corrente crítica são bastante estreitos, crescendo e decrescendo rapidamente quando se altera  $B/B_\phi$ . Tal decréscimo no valor de corrente crítica, para o caso em que as redes de vórtices e centros de aprisionamento não são comensuradas, deve-se à presença de vórtices intersticiais que, por possuírem energia de ligação fraca, podem facilmente se mover.



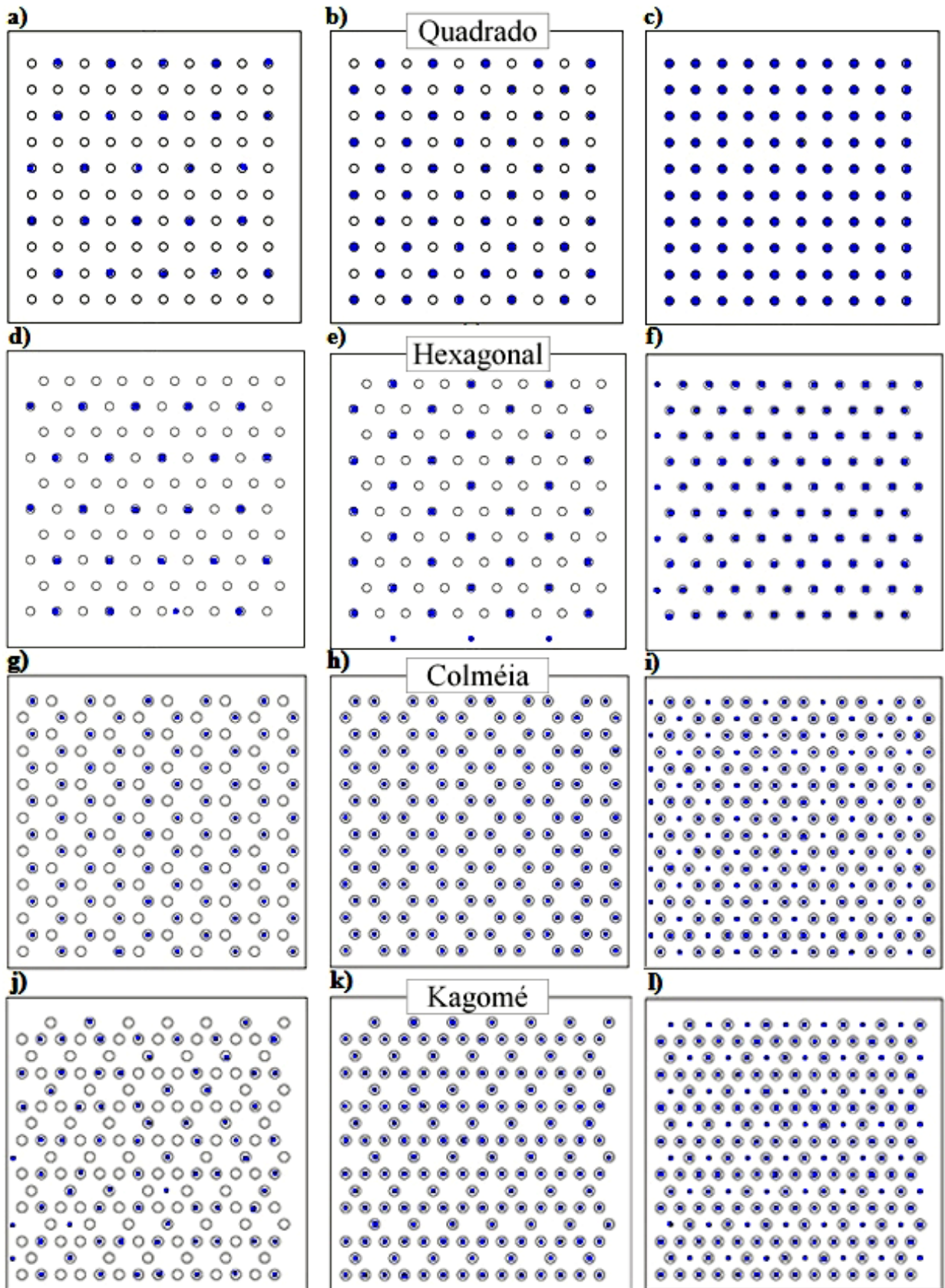
**Fig. 3.3** – Arranjos periódicos de centros de aprisionamento do tipo **a)** quadrado, **b)** hexagonal ou triangular, **c)** colméia e **d)** kagomé. As unidades de comprimento são arbitrárias.



**Fig. 3.4** – **a)** Forças críticas versus  $B/B_\phi$ , para os arranjos de centros de aprisionamento do tipo hexagonal ou triangular, colméia (*honeycomb*) e kagomé (Figura adaptada de [4]). Em **b)** para o arranjo quadrado. Através dos gráficos, é possível observar os picos de força crítica onde há estados comensurados (Figura adaptada de [5]).

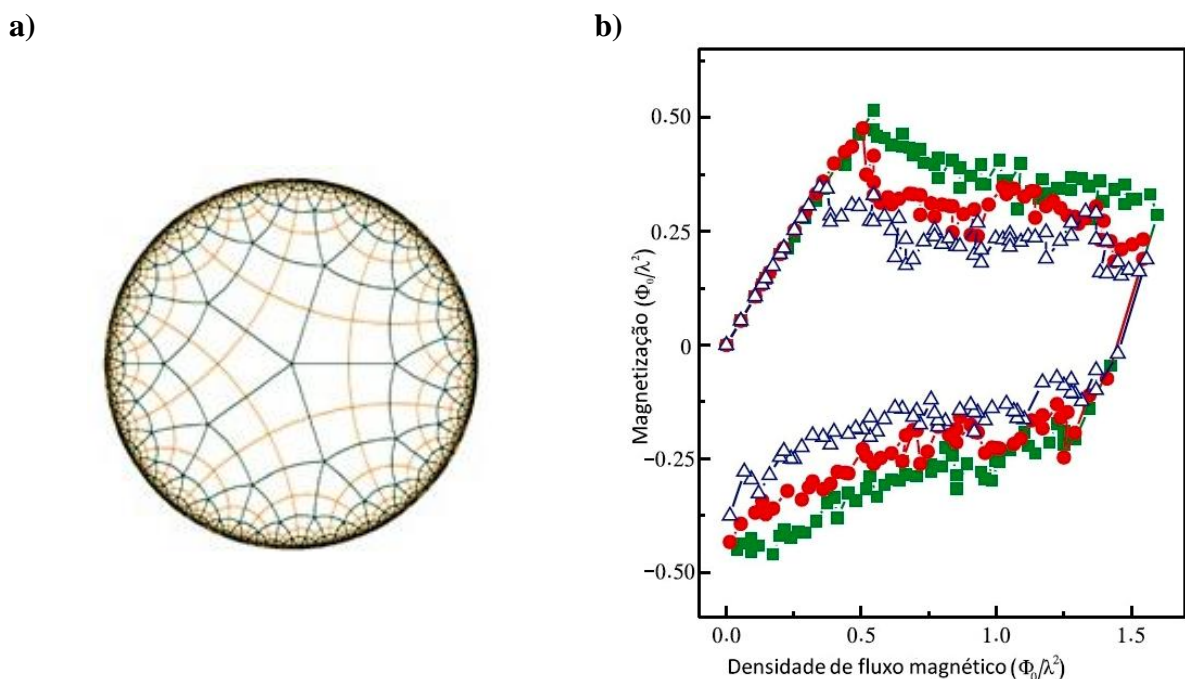
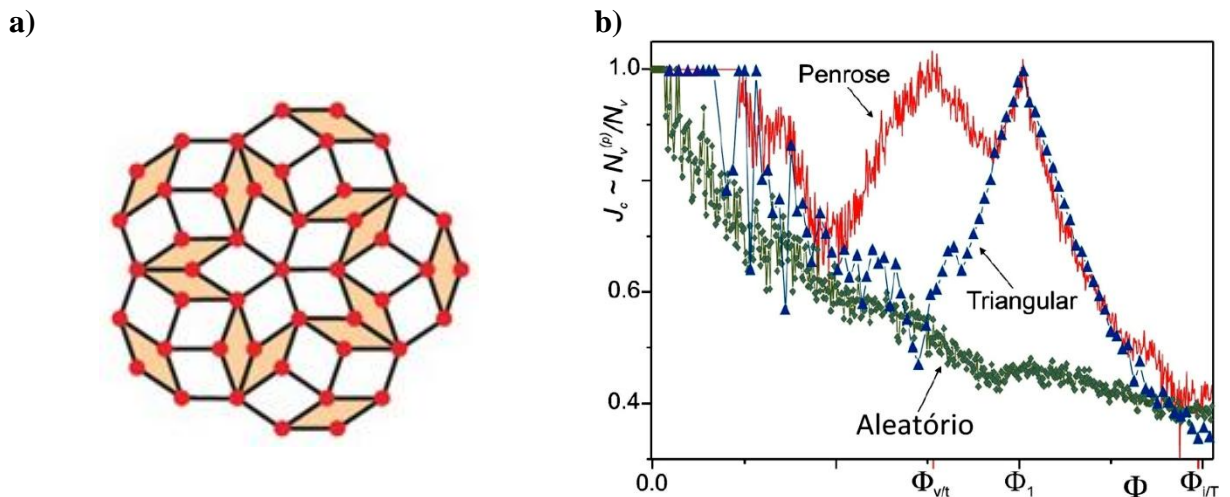
A Figura 3.5 mostra resultados de simulações computacionais em sistemas supercondutores infinitos (simulações em sistemas supercondutores desconsiderando os efeitos de superfície), com exemplos de posições de equilíbrio onde há estados comensurados para os arranjos quadrado, hexagonal, colméia e kagomé de centros de aprisionamento. Nas figuras 3.5a, 3.5b e 3.5c, estão representados arranjos quadrados com  $B/B_\phi = 1/4$ ,  $B/B_\phi = 1/2$  e  $B/B_\phi = 1$ , respectivamente. Em 3.5d, 3.5e e 3.5f, arranjos hexagonais com  $B/B_\phi = 1/4$ ,  $B/B_\phi = 1/3$  e  $B/B_\phi = 1$ , respectivamente. Em 3.5g, 3.5h e 3.5i, arranjos colméia com  $B/B_\phi = 1/2$ ,  $B/B_\phi = 1$  e  $B/B_\phi = 3/2$ , respectivamente. E em 3.5j, 3.5k e 3.5l, arranjos kagomé com  $B/B_\phi = 1/3$ ,  $B/B_\phi = 1$  e  $B/B_\phi = 4/3$ , respectivamente. Em todos os sistemas representados, os pontos azuis correspondem aos vórtices e os círculos abertos correspondem aos centros de aprisionamento.





**Fig 3.5** – Posições de equilíbrio onde há estados comensurados para o arranjo quadrado (a)  $B/B_\phi = 1/4$ , b)  $B/B_\phi = 1/2$  e c)  $B/B_\phi = 1$ ), hexagonal (d)  $B/B_\phi = 1/4$ , e)  $B/B_\phi = 1/3$  e f)  $B/B_\phi = 1$ ), colméia (g)  $B/B_\phi = 1/2$ , h)  $B/B_\phi = 1$  e i)  $B/B_\phi = 3/2$ ) e kagomé (j)  $B/B_\phi = 1/3$ , k)  $B/B_\phi = 1$  e l)  $B/B_\phi = 4/3$ ) de centros de aprisionamento em sistemas supercondutores infinitos (Figuras adaptadas de [4, 5]).

É altamente desejável que as amostras apresentem picos de corrente crítica mais largos e estáveis frente a mudanças de  $B/B_\phi$ . Arranjos de centros de aprisionamento como os do tipo Penrose [6–9] e mosaico hiperbólico [10] levam a resultados interessantes, onde há maiores correntes críticas no material para situações em que os vórtices se encontram incomensurados, tal como pode ser visto nas Figuras 3.6 e 3.7.

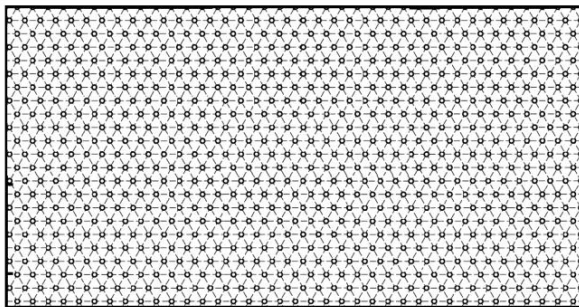


No entanto, mais recentemente, um novo tipo de arranjo de centros de aprisionamento tem sido objeto de estudo, uma vez que este leva a maiores valores de corrente crítica para faixas de campo mais largas do que qualquer outro arranjo já estudado até o momento [11]. Este tipo de arranjo é o conforme, que será discutido no próximo item.

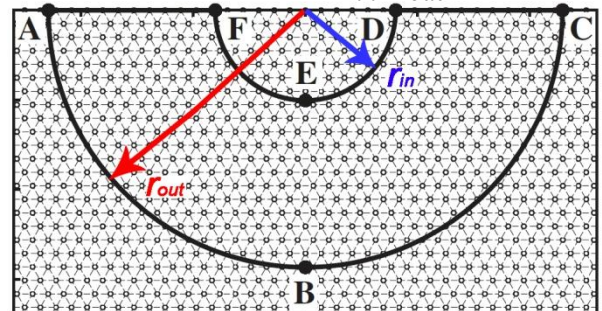
### 3.3 Arranjo conforme de centros de aprisionamento

Um arranjo conforme pode ser obtido através da deformação espacial de outro arranjo qualquer através de um mapeamento conforme (*conformal mapping*) [11]. No arranjo conforme estudado por Ray et al., foi realizado o mapeamento conforme de uma seção semianular com um arranjo hexagonal regular sobre um retângulo da seguinte maneira:

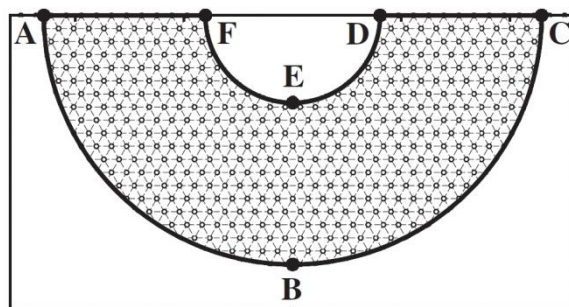
a) Inicialmente considerava-se um plano com um arranjo hexagonal regular.



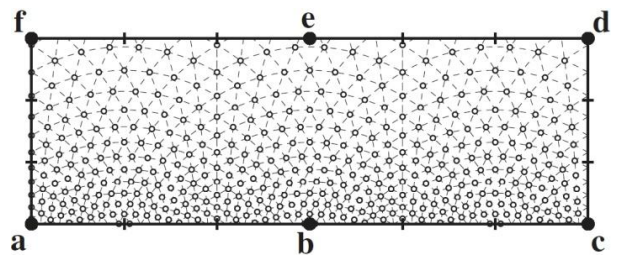
b) Em seguida, eram traçadas duas semicircunferências de raios  $r_{in}$  e  $r_{out}$ .



c) Recortava-se então essa figura, eliminando a parte externa à região semianular.

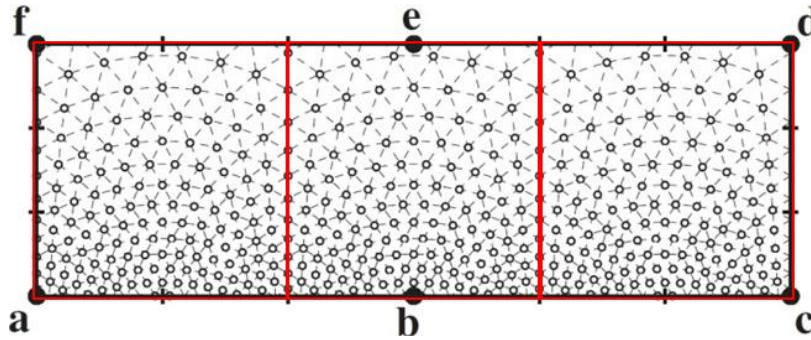


d) Deformava-se espacialmente o semianel em um retângulo. A figura **ABCDEF** tornava-se então a figura **abcdef**.



**Fig.3.8** – Procedimentos para se fazer um mapeamento conforme a partir de um arranjo hexagonal regular (Figuras adaptadas de [11]).

Por meio da Figura 3.8d, é possível perceber que, como consequência da deformação da região semicircular **ABCDEF** em um retângulo **abcdef**, um gradiente de densidade de vértices ao longo de um lado do retângulo foi introduzido. Assim, a estrutura conforme torna-se uma distribuição não uniforme, sendo que em larga escala a densidade de vértices muda continuamente. Também é possível perceber que, ao final do processo, três regiões simétricas são formadas, tal como mostra a Figura 3.9.



**Fig. 3.9** – Regiões simétricas formadas após a realização do mapeamento conforme (Figura adaptada de [11]).

Numericamente, é possível obter, em um plano de Argand-Gauss, as coordenadas  $(u, v)$  de uma dessas três regiões destacadas na Figura 3.9 – que pode ser considerada como sendo uma célula unitária – através das seguintes expressões [11]:

$$u = r_{out} \left[ \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left( \frac{2n_1 + n_2}{\sqrt{3}n_2} \right) \right] \quad (3.1)$$

$$v = r_{out} \ln \left( \frac{r_{out}}{b\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_1n_2}} \right) \quad (3.2)$$

Sendo:

$$r_{out} = \frac{u_{max}}{\pi} \quad (3.3)$$

$$b = \frac{\sqrt{1 - (r_{in}/r_{out})^2}}{\sqrt{3}\rho \cdot \ln(r_{out}/r_{in})} \quad (3.4)$$

$$r_{in} = \frac{u_{max}}{\pi} \exp \left( -\frac{\pi v_{max}}{u_{max}} \right) \quad (3.5)$$

Onde:

$v_{max}$  = altura do retângulo final;

$u_{max} = 3v_{max}$  = comprimento do retângulo final;

$\rho$  = densidade de pontos;

$n_1$  e  $n_2$  = números inteiros que satisfazem  $n_2 \geq 0$  e  $r_{in}^2 \leq b^2(n_1^2 + n_2^2 + n_1n_2) \leq r_{out}^2$ .

É possível realizar o mapeamento conforme de qualquer outro tipo de arranjo além do hexagonal. No entanto, por apresentar melhores resultados para sistemas infinitos [12], o tipo de arranjo de centros de aprisionamento que será alvo de estudo na presente dissertação é o obtido através do mapeamento conforme de um arranjo hexagonal, sendo este denominado “arranjo conforme hexagonal de centros de aprisionamento artificiais”, ou simplesmente “arranjo conforme de centros de aprisionamento”. Por uma questão de praticidade, será utilizada a sigla *CPA* (*Conformal Pinning Array*) para se referir a este tipo de arranjo [11].

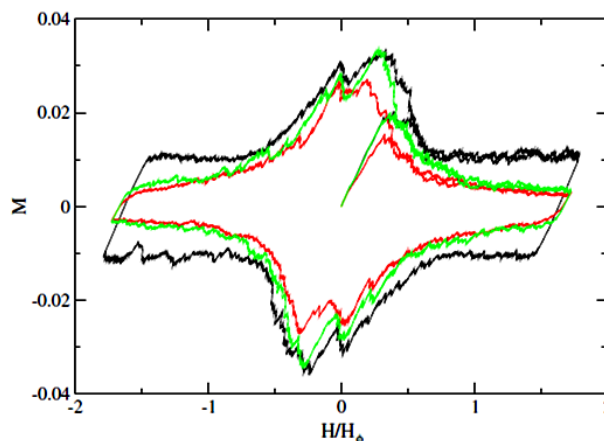
### 3.4 Influência do *CPA* nas propriedades supercondutoras

Por meio da análise da curva de histerese, que relaciona o campo magnético externo aplicado com a magnetização, é possível perceber a abrangência proporcionada pelo arranjo conforme. A análise da magnetização possui relação direta com a eficiência do mecanismo de aprisionamento, pois para maiores diferenças de magnetização, obtêm-se proporcionalmente maiores valores de densidade de corrente crítica. Através do modelo de Bean, tem-se a seguinte relação entre essas grandezas [22]:

$$J_c = \frac{30}{d} \Delta M \quad \text{A/cm}^2 \quad (3.6)$$

Onde  $J_c$  é a densidade de corrente crítica,  $\Delta M$  é a diferença entre os valores positivo e negativo de magnetização ( $\Delta M = M_+ - M_-$ ) para um determinado valor de  $H/H_\phi$ , e  $d$  é o diâmetro dos grãos da amostra.

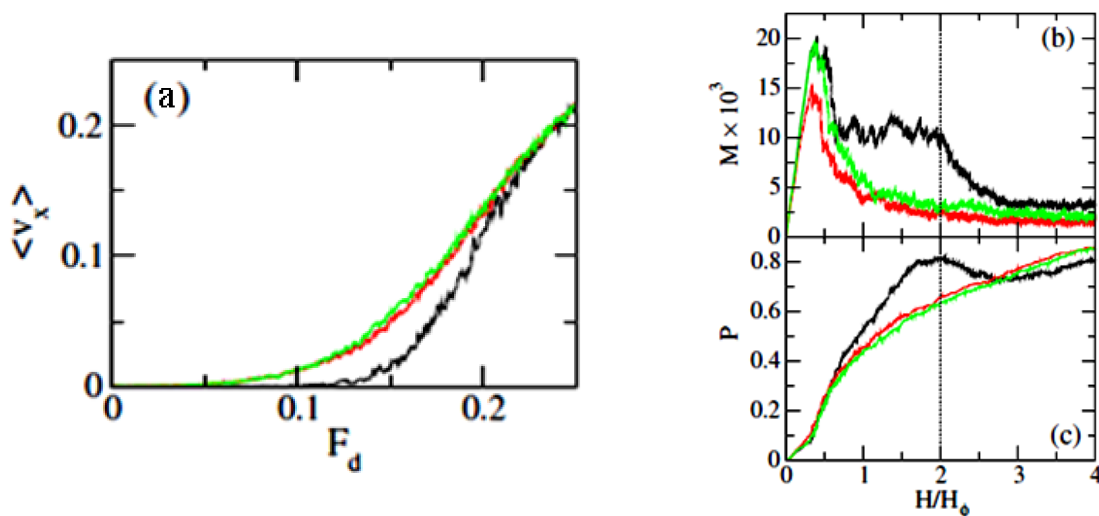
No gráfico da Figura 3.10, estão representadas as curvas de histerese para um CPA (linha preta), para um arranjo aleatório de centros de aprisionamento (linha vermelha) e para um arranjo aleatório com mesmo gradiente de centros de aprisionamento que o arranjo conforme (linha verde). É possível perceber que a diferença de magnetização ( $\Delta M$ ) atinge maiores valores para o CPA em todo intervalo de campo analisado, principalmente para valores superiores a  $H/H_\phi = 1$ , cuja diferença torna-se mais expressiva. Além disso, também é possível concluir que a eficiência do arranjo conforme não está relacionada somente com sua densidade de centros de aprisionamento, mas também com sua simetria, visto que o arranjo aleatório, tendo a mesma densidade de centros de aprisionamento que o CPA, apresenta valores de magnetização bem menos eficientes, apesar de serem mais eficientes que o arranjo aleatório normal.



**Fig. 3.10** – Curvas de histerese para arranjos de centros de aprisionamento conforme (linha preta), aleatório (linha vermelha) e aleatório com mesmo gradiente de centros de aprisionamento que o arranjo conforme (linha verde) [11].

A Figura 3.11a mostra o gráfico da velocidade média  $\langle V_x \rangle$  dos vórtices na direção  $x$  versus a força de transporte aplicada nessa mesma direção, a partir do qual é possível

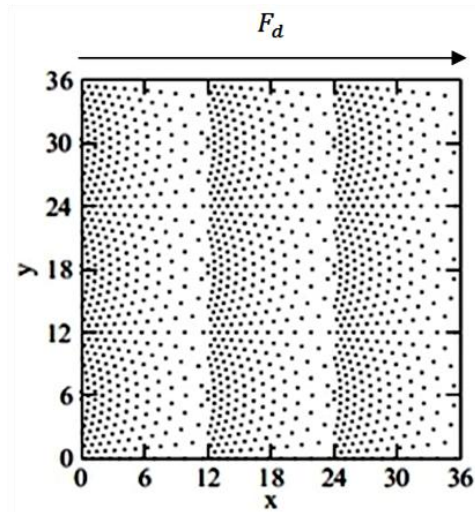
observar os valores de força crítica (que são proporcionais aos valores de corrente crítica) para cada tipo de arranjo. Já a Figura 3.11b, mostra a magnetização em função do campo aplicado até  $H/H_\phi = 4$ , e a Figura 3.11c o número de sítios de aprisionamento ocupados versus  $H/H_\phi$  [11]. Os valores de força crítica da Figura 3.11a podem ser considerados como sendo os valores de  $F_d$  a partir dos quais  $\langle V_x \rangle$  deixa de ser nulo. Em todos os três gráficos da Figura 3.11, as linhas pretas correspondem ao CPA, as linhas vermelhas a um arranjo aleatório de centros de aprisionamento e as linhas verdes a um arranjo aleatório com mesmo gradiente de centros de aprisionamento que o CPA.



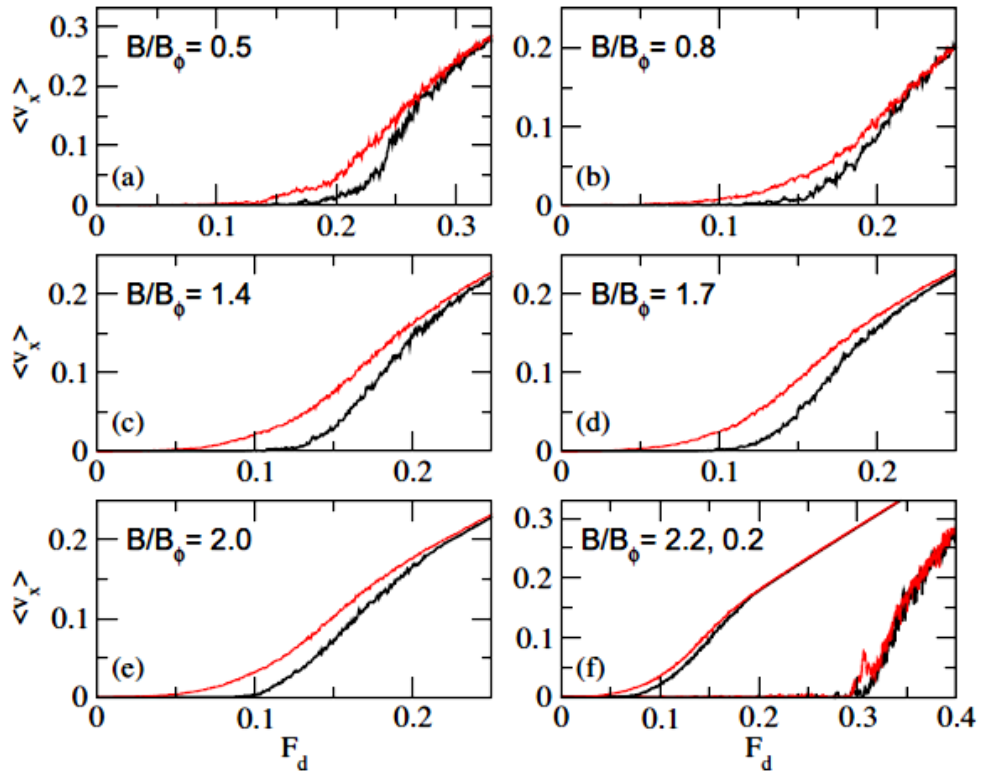
**Fig. 3.11** – a ) Velocidade média versus força de transporte, b) magnetização versus  $H/H_\phi$  e c) número de sítios de aprisionamento ocupados ( $P$ ) versus  $H/H_\phi$  para arranjos conforme (linha preta), aleatório (linha vermelha) e aleatório com o mesmo gradiente de centros de aprisionamento que o CPA (linha verde) [11].

Em outro artigo de autoria de Ray et al., focado no estudo das correntes críticas e do comportamento dinâmico dos vórtices em sistemas com dimensões teoricamente infinitas [1], buscou-se obter, através de simulações numéricas, as forças críticas – que, como anteriormente mencionado, são proporcionais às correntes críticas – para diferentes valores de campo (que para um sistema infinito pode ser entendido como a fração  $B/B_\phi$ ) aplicados na amostra. A Figura 3.12 mostra o arranjo de centros de aprisionamento simulado, com força de transporte aplicada na direção horizontal, tal como indica a seta. Para todos os sistemas, o

CPA (linhas pretas) mostrou atingir maiores valores de força crítica em comparação com o arranjo aleatório de centros de aprisionamento (linhas vermelhas), como mostram os gráficos da Figura 3.13.



**Fig. 3.12** – Caixa com CPA utilizada para realizar a simulação. A força de transporte  $F_d$  foi aplicada na direção horizontal, tal como indica a seta [1].

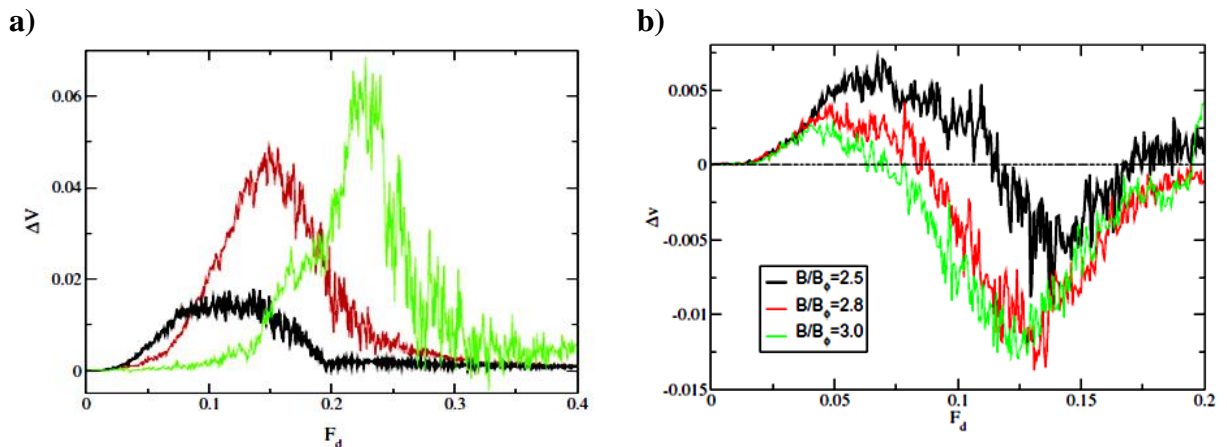


**Fig. 3.13** – Velocidade média versus força de transporte para arranjos de centro de aprisionamento do tipo conforme (linhas pretas) e aleatório (linhas vermelhas), para diferentes valores de campo, a partir do qual é possível obter os valores de força crítica [1].



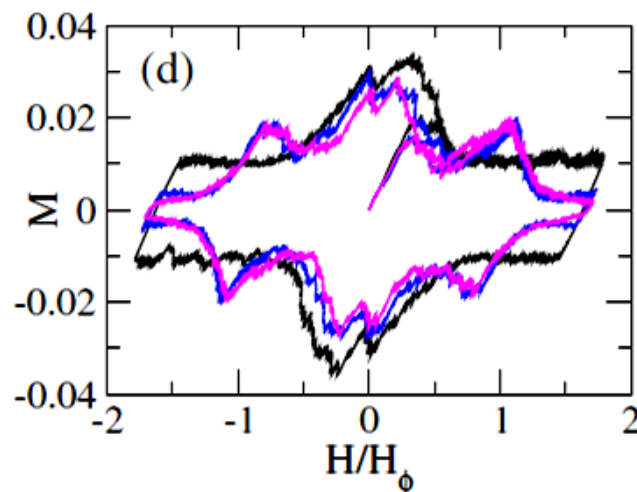
Por meio da análise da Figura 3.13f, também é possível perceber que os valores de força crítica diminuem significativamente quando a fração  $B/B_\phi$  torna-se maior. Isso se deve ao fato de que quanto mais vórtices estiverem presentes no sistema, menos estável estará o mesmo, até que próximo de um valor de campo crítico, a influência dos centros de aprisionamento se torne pequena devido a uma quantidade muito grande de vórtices intersticiais.

Além de o *CPA* apresentar maiores valores de força crítica, também se observou menor velocidade média do conjunto de vórtices em comparação a arranjos aleatórios para frações de  $B/B_\phi$  até um determinado valor crítico. Os gráficos das Figuras 3.14a e 3.14b mostram a diferença das médias das velocidades entre o arranjo aleatório e o *CPA* ( $\Delta V = \langle V_x^{aleat} \rangle - \langle V_x^{CPA} \rangle$ ) em função da força de transporte  $F_d$ , para diferentes valores de campo  $B/B_\phi$ . Através da análise dos gráficos, é possível perceber que, para valores de campo suficientemente altos, a diferença das médias das velocidades tende a diminuir e há o surgimento de pequenas diferenças que podem ser negativas. No entanto, para valores não muito altos de  $B/B_\phi$ , o *CPA* mostra-se mais eficiente para retardar a movimentação dos vórtices que o arranjo aleatório até um determinado valor crítico de força de transporte.



**Fig. 3.14** – a) Diferenças das médias das velocidades entre o arranjo aleatório de centros de aprisionamento e o *CPA* para valores de campo de  $B/B_\phi=0,5$  (linha preta),  $B/B_\phi=1,4$  (linha vermelha) e  $B/B_\phi=2,2$  (linha verde). Em b) tem-se essa mesma diferença para  $B/B_\phi=2,5$  (linha preta),  $B/B_\phi=2,8$  (linha vermelha) e  $B/B_\phi=3$  (linha verde) [1].

Em comparação com arranjos periódicos, o *CPA* também mostrou ser mais estável, levando a maiores valores de magnetização para todo intervalo de campo analisado, com exceção de uma estreita faixa próxima ao campo de correspondência (*matching field*), onde  $H/H_\phi = 1$ . O gráfico da Figura 3.15 mostra a curva de histerese para o *CPA* (linha preta), para o arranjo quadrado (linha azul) e para o arranjo hexagonal (linha roxa).

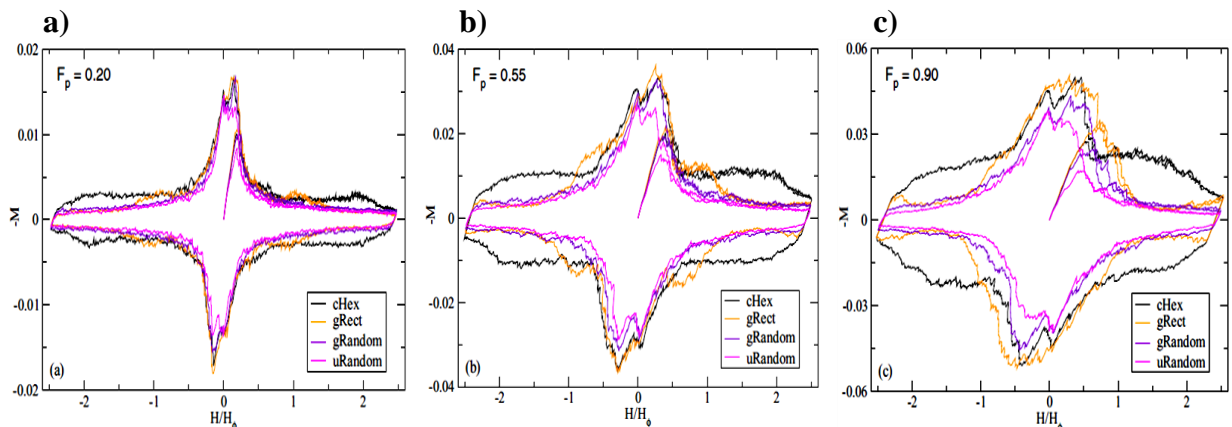


**Fig. 3.15** – Curvas de histerese para os arranjos conforme (linha preta), quadrado (linha azul) e hexagonal (linha roxa) de centros de aprisionamento [11].

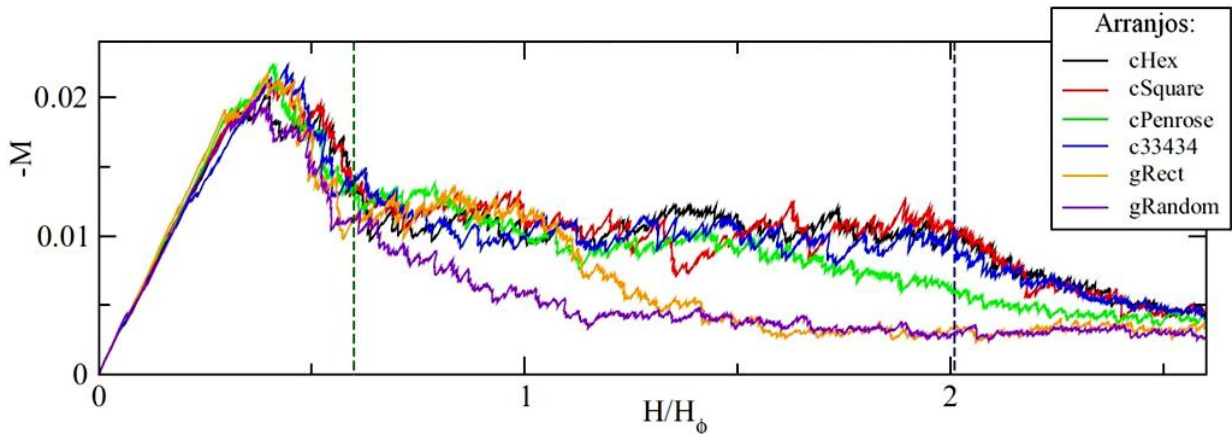
Em outro trabalho desenvolvido pelos mesmos autores [12], curvas de magnetização para o *CPA* puderam ser comparadas com outros arranjos, tais como o retangular com mesmo gradiente de centros de aprisionamento (*gRect*), cujos resultados ainda mostram maiores valores de magnetização para o *CPA*, que passa a aumentar significativamente com o aumento da força de aprisionamento  $F_p$ , tal como pode ser observado na Figura 3.16.

O cálculo da magnetização também foi feito para diferentes arranjos conformes e uniformes, podendo ser comparados. A Figura 3.17 mostra as curvas de magnetização em função do campo magnético externo aplicado para diversos arranjos conformes gerados a partir de diferentes arranjos uniformes (além do hexagonal), como os arranjos conforme quadrado (*cSquare*), conforme Penrose (*cPenrose*), conforme Arquimediano 33434 (*c33434*),

retangular com mesmo gradiente de centros de aprisionamento ( $gRect$ ) e aleatório com mesmo gradiente de centros de aprisionamento ( $gRandom$ ). É possível observar que, ao se fazer um mapeamento conforme de um arranjo uniforme, perdem-se os altos picos de comensurabilidade, porém obtêm-se valores de magnetização maiores para os demais valores de campo.



**Fig. 3.16** – Magnetização  $-M$  versus  $H/H_\phi$  para diferentes arranjos com forças de aprisionamento de **a)**  $F_p=0,2$ , **b)**  $F_p=0,55$  e **c)**  $F_0=0,9$  [12].

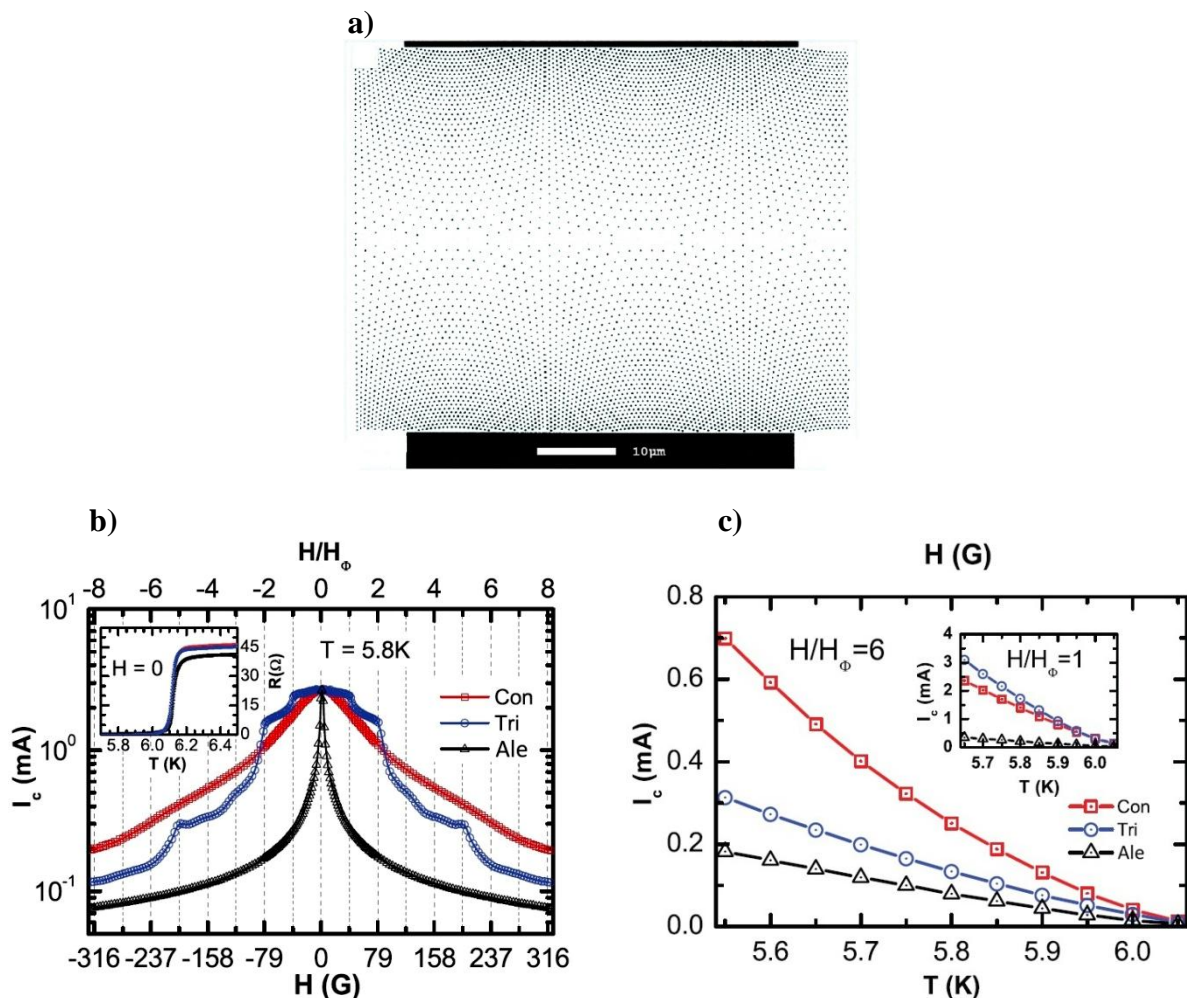


**Fig. 3.17** – Magnetização  $-M$  versus  $H/H_\phi$  para o mapeamento conforme de diferentes tipos de arranjos uniformes de centros de aprisionamento (Figura adaptada de [12]).

Vale ressaltar que os resultados apresentados até o momento são simulações computacionais realizadas em sistemas ideais e que desconsideram os efeitos de temperatura (supõem-se amostras a zero Kelvin). Dessa forma, apesar de, em teoria, os resultados

favorecerem distribuições conformes de centro de aprisionamento, na prática é possível determinar a eficiência do arranjo conforme apenas através do estudo de sistemas reais.

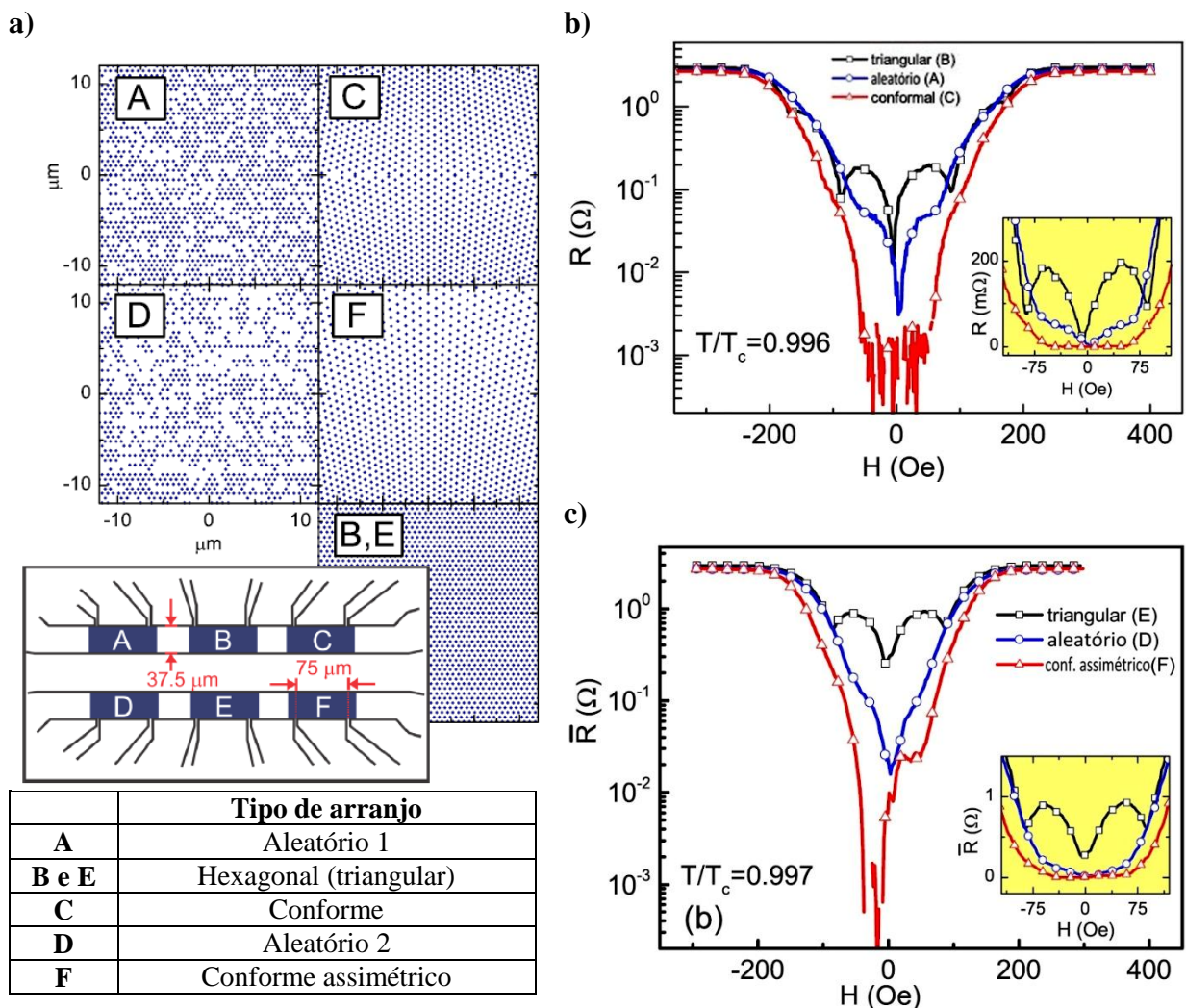
Resultados experimentais são reportados por Wang et al. [16], que comprovam maiores valores de magnetização para o CPA em todo intervalo de campo aplicado em relação ao arranjo aleatório de centros de aprisionamento e, exceto para uma estreita faixa onde há comensurabilidade, para o arranjo hexagonal de centros de aprisionamento (Figura 3.18b). Neste trabalho, há uma grande quantidade de centros de aprisionamento na amostra utilizada (Figura 3.18a), a qual não foi proposta em simulações computacionais devido ao fato de exigir uma capacidade de processamento computacional muito grande (considerando os recursos computacionais atualmente disponíveis).



**Fig. 3.18** – a) Amostra utilizada para a realização do experimento, b) corrente crítica (em escala logarítmica) em função do campo e c) corrente crítica em função da temperatura para diferentes tipos de arranjos de centros de aprisionamento (Figuras adaptadas de [16]).

Evidentemente, este trabalho também inclui os efeitos de temperatura, e mostra que com o seu aumento o arranjo conforme ainda se mantém mais eficiente até que se atinja um valor crítico (Figura 3.18c).

Resultados experimentais também são reportados por Guéron et al. [17], que compara o CPA com os arranjos aleatório e hexagonal. Neste trabalho, ao invés do mapeamento conforme de um semianel ( $180^\circ$ ), foi realizado o mapeamento conforme de meio semianel ( $90^\circ$ ) de um arranjo hexagonal, resultando, portanto, em um arranjo conforme com menor deformação espacial em relação aos discutidos anteriormente.



**Fig. 3.19** – a) Arranjos de centros de aprisionamento utilizados, b) resistência elétrica (em escala logarítmica) em função do campo magnético aplicado para os arranjos aleatório 1 (A), triangular ou hexagonal (B) e conforme (C) de centros de aprisionamento. Em c) resistência elétrica média versus campo magnético aplicado para os arranjos aleatório 2 (D), triangular ou hexagonal (E) e conforme assimétrico (F) de centros de aprisionamento. As temperaturas são fixas e os *insets* mostram os mesmos gráficos em escala linear (Figuras 3.19b e 3.19c adaptadas de [17]).

O gráfico da Figura 3.19b mostra que, nas proximidades da temperatura crítica, o *CPA* apresenta menor resistência elétrica em todo intervalo de campo magnético aplicado. Já o gráfico da Figura 3.19c, mostra que o *CPA*, disposto não simetricamente, também apresenta menor resistência elétrica em todo intervalo de campo analisado.

## 4. MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO SISTEMA

Até o presente momento, trabalhos envolvendo simulações numéricas para sistemas supercondutores infinitos revelam melhores resultados para o *CPA*, apresentando maior estabilidade para os valores de força crítica. No entanto, uma pergunta que pode ser feita é se este tipo de arranjo ainda manterá sua eficiência ao considerar os efeitos de superfície de uma amostra semi-infinita. Para isso, modelamos computacionalmente uma fita supercondutora com arranjos conformes de centros de aprisionamento, como será posteriormente discutido.

Nos tópicos a seguir, serão apresentados os modelos utilizados para descrever os sistemas supercondutores, bem como as técnicas de simulação computacional utilizadas para a realização dos cálculos: Dinâmica Molecular e Recozimento Simulado. A discussão dos modelos utilizados é de fundamental importância para que possa compreender quais tipos de sistemas foram trabalhados, com quais sistemas reais é possível associá-los e sob quais circunstâncias são válidos. A discussão das técnicas de simulação computacional é de fundamental importância para que se possa compreender como os cálculos foram realizados e como foi possível chegar aos resultados obtidos.

### 4.1 Efeitos de tamanho em uma fita supercondutora

O modelo de sistema supercondutor utilizado na presente dissertação considera uma fita supercondutora bidimensional, localizada no plano  $x$ - $y$ , finita na direção  $x$  e infinita na direção  $y$ , na presença de um campo magnético externo aplicado em direção perpendicular ao plano da fita (Figura 4.11).

Apesar da teoria de Ginzburg e Landau representar uma descrição mais detalhada do estado supercondutor, o modelo de London é capaz de descrever com grande realismo o sistema quando  $k \gg 1$ , o que pode ser considerada uma boa aproximação para o caso de filmes supercondutores onde a profundidade de penetração efetiva é definida como  $\Lambda = \lambda^2/d \gg \xi$ , sendo  $d$  a espessura do filme. É importante ressaltar que em todas as simulações realizadas no presente trabalho, o valor de  $\lambda$  depende do tipo de material utilizado, sendo que a relação  $\lambda = 100\xi$  deve ser assumida. As escalas de distância foram normalizadas por  $d_0$ , sendo  $d_0 = 0,04\lambda$ , as escalas de energia por  $C_v$ , sendo  $C_v = \phi_0/(4\pi\lambda)$ , as escalas de tempo por  $t_0$ , sendo  $t_0 = 16\eta\xi^2/C_v$ , e as escalas de campo magnético por  $H_0$ , sendo  $H_0 = \phi_0/\lambda^2$ . As demais grandezas físicas apresentadas nesta dissertação (e, de maneira geral, em trabalhos teóricos de dinâmica de vórtices) derivam das normalizações, e por isso aparecem como sendo adimensionais.

Existem diversos modelos que podem ser utilizados para simular sistemas semi-infinitos. O modelo utilizado nesta dissertação foi utilizado por vários autores [32, 33, 36, 38–41] em virtude de sua simplicidade, uma vez que a energia total do sistema pode ser descrita pela seguinte equação:

$$U_T = U_{vv} + U_p + U_H + U_S \quad (4.1)$$

Onde  $U_T$  é a energia potencial total do sistema,  $U_{vv}$  a energia potencial da interação de um vórtice com os demais vórtices do sistema – e com os vórtices das caixas imagens (excluindo suas auto-imagens), como será discutido posteriormente,  $U_p$  a energia potencial de interação entre os vórtices e os centros de aprisionamento,  $U_H$  a energia potencial de interação entre os vórtices e os campos superficiais das bordas da fita e  $U_S$  a energia potencial de interação dos vórtices com os antivórtices e com as suas auto-imagens.

O primeiro termo à direita da Equação (4.1),  $U_{vv}$ , descreve uma energia repulsiva entre os vórtices magnéticos. A Equação (4.2) é a função que relaciona o potencial  $U_{vv}$  com a

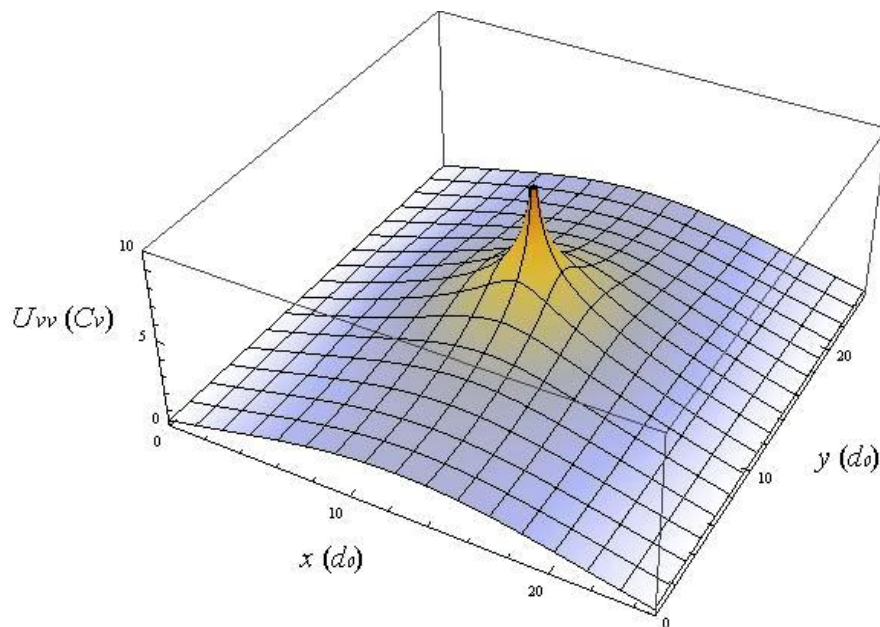


distância  $r_{ij}$  existente entre os vórtices, e a Figura 4.1 mostra o gráfico tridimensional desta função para 2 vórtices, tendo um deles suas posições variadas de  $(x_1 = 0d_0, y_1 = 0d_0)$  a  $(x_1 = 25d_0, y_1 = 25d_0)$ , e o outro sua posição fixa no centro, em  $(x_2 = 12,5d_0, y_2 = 12,5d_0)$  [32, 33, 36, 38–41].

$$U_{vv}(r_{ij}) = \frac{C_v}{2} \sum_{n,i,j} \ln \left\{ \frac{\cosh[\pi(nL_y + y_i - y_j)/L_x] - \cos[\pi(x_i + x_j)/L_x]}{\cosh[\pi(nL_y + y_i - y_j)/L_x] - \cos[\pi(x_i - x_j)/L_x]} \right\} \quad (4.2)$$

Onde  $r_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ ,  $n$  é o índice das caixas imagens (como será discutido posteriormente),  $L_x$  e  $L_y$  a largura e o comprimento da caixa de simulação, respectivamente, e  $x_i, y_i, x_j, y_j$  as coordenadas dos vórtices com índices  $i$  e  $j$  no plano cartesiano.

A partir do gráfico da Figura 4.1, é possível perceber que o potencial rapidamente aumenta, tendendo ao infinito conforme os vórtices se aproximam (já que não é possível a sobreposição de vórtices), e decai rapidamente, tendendo a zero, conforme os vórtices se afastam.



**Fig. 4.1** – Gráfico da energia potencial versus posições em  $x$  e  $y$  para a interação entre dois vórtices magnéticos.

O segundo termo à direita da Equação (4.1),  $U_p$ , representa uma energia atrativa referente às interações entre os vórtices e os centros de aprisionamento. Esse tipo de interação pode ser modelado de diversas maneiras. Um modelo bastante simples encontrado na literatura é o utilizado para centros de aprisionamento em pontos magnéticos, de acordo com a seguinte equação [2, 32, 33, 47]:

$$U_{vp}(r_{ip}) = -C_p \sum_{i,p} e^{-(r_{ip}/\xi)^2} \quad (4.3)$$

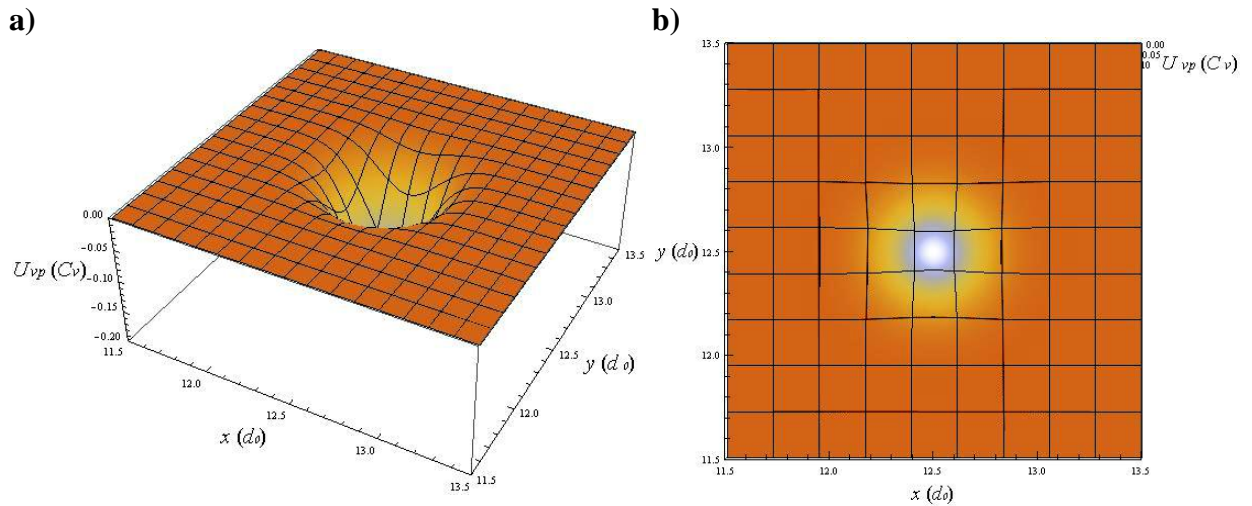
Onde  $r_{ip}$  é a distância entre o vórtice  $i$  e o centro de aprisionamento  $p$ , ou seja,

$$r_{ip} = |\vec{r}_i - \vec{r}_p| = \sqrt{(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2}, \text{ sendo } x_p, y_p \text{ as coordenadas dos centros de}$$

aprisionamento. Nessa equação,  $C_p$  representa a intensidade da interação do vórtice com o centro de aprisionamento, sendo  $C_p = 0,2C_v$ . Este valor foi escolhido por melhor representar os resultados obtidos experimentalmente [47]. A razão  $C_v/C_p$  fornece, portanto, comparações entre as intensidades de cada uma das interações. Neste modelo, os centros de aprisionamento possuem um potencial atrativo que pode ser considerado significativo caso seja menor que um raio de, aproximadamente,  $0,02\lambda$ . Tal interação é, portanto, de curto alcance.

Como se pode perceber, esta é uma função exponencial que rapidamente decresce com a diminuição de  $r_{ip}$ , ou seja, o potencial terá seu menor valor quando a posição do vórtice coincidir exatamente com a posição do centro de aprisionamento, e tenderá a zero rapidamente conforme o vórtice for se afastando.

A Figura 4.2a mostra o gráfico tridimensional desta função para 1 vórtice e 1 centro de aprisionamento, tendo o vórtice suas posições variadas de  $(x_1 = 0d_0, y_1 = 0d_0)$  a  $(x_1 = 25d_0, y_1 = 25d_0)$ , e o centro de aprisionamento uma posição fixa em  $(x_p = 12,5d_0, y_p = 12,5d_0)$ . A Figura 4.2b mostra uma visão superior deste gráfico, onde o gradiente de cores representa o gradiente de potenciais.



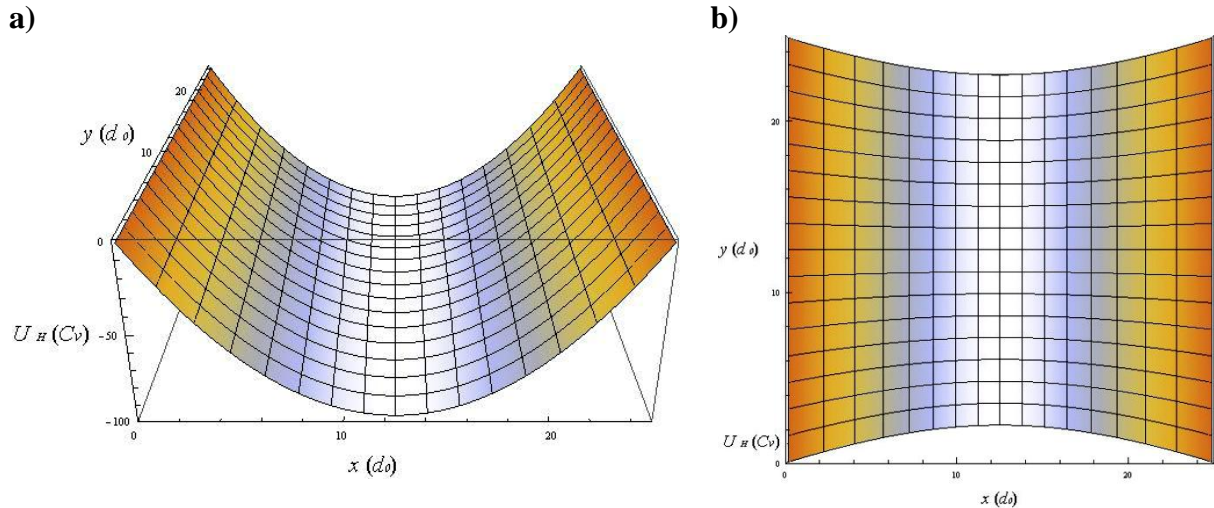
**Fig. 4.2** – a) Gráfico da energia potencial de interação entre um vórtice magnético e um centro de aprisionamento versus posições de um vórtice em  $x$  e  $y$  com a) uma visão lateral do gráfico e b) uma visão superior do mesmo. O valor de energia decresce do laranja para o branco.

Como anteriormente mencionado, o terceiro termo à direita da Equação (4.1),  $U_H$ , é a energia potencial de interação entre os vórtices e os campos magnéticos superficiais que ocorrem nas bordas da fita, cuja energia de interação é repulsiva e pode ser descrita pela seguinte equação [32, 33, 36, 38–41]:

$$U_H(r_i) = \lambda H \sum_i \left\{ \frac{\cosh[(x_i - L_x/2)/\lambda]}{\cosh[L_x/(2\lambda)]} - 1 \right\} \quad (4.4)$$

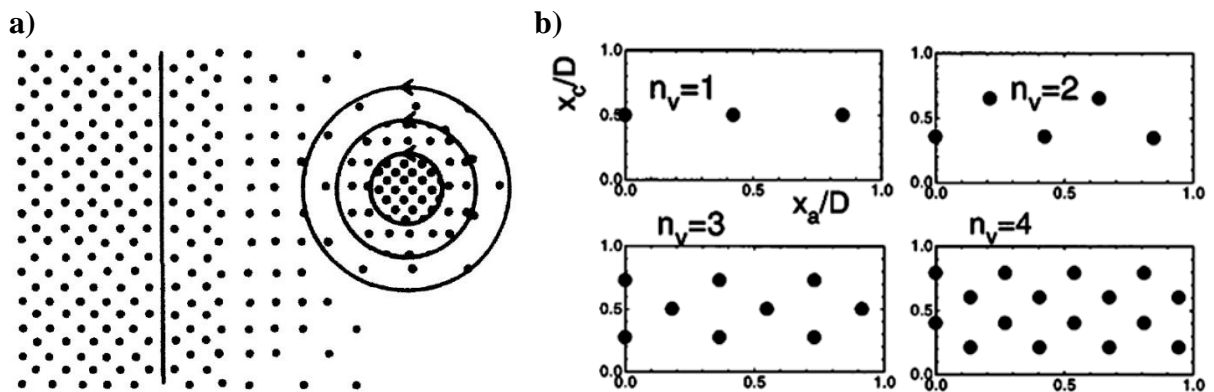
Onde  $H$  é o valor do campo magnético externo aplicado na amostra.

A Figura 4.3 mostra o gráfico de  $U_H(r_i)$  para um único vórtice, tendo suas posições variadas de  $(x_1 = 0d_0, y_1 = 0d_0)$  a  $(x_1 = 25d_0, y_1 = 25d_0)$ , a qual é possível perceber que, nas regiões mais próximas da borda, o potencial existente entre os vórtices e o campo magnético superficial é maior, diminuindo em direção ao centro da fita até atingir seu valor mínimo.



**Fig. 4.3** – Gráfico do potencial exercido pelo campo magnético existente nas bordas da fita em função da posição de um vórtice com **a)** vista lateral e **b)** vista superior. O valor de energia decresce do vermelho para o branco.

A Figura 4.4a ilustra a repulsão de uma linha de fluxo nas proximidades da borda da amostra devido ao campo superficial. A densidade de pontos representa a densidade de campo magnético [35]. A Figura 4.4b ilustra a relevância dos efeitos de superfície em fitas com 1, 2, 3 e 4 fileiras de vórtices, cuja estrutura hexagonal característica de sistemas infinitos, na ausência de centros de aprisionamento, torna-se deformada [36]. Neste trabalho, foi utilizada a técnica de Recozimento Simulado para minimizar numericamente a energia total do sistema, como será discutido posteriormente.



**Fig. 4.4** – **a)** Representação esquemática das forças repulsivas em uma linha de fluxo devido à interação desta com o campo superficial existente nas proximidades da superfície da amostra (a densidade de pontos representa a densidade de campo local) [35]. Em **b)** tem-se os efeitos de superfície sobre os vórtices para o caso de uma fita supercondutora, onde o arranjo de vórtices (hexagonal para um sistema infinito) passa a ser deformado [36].

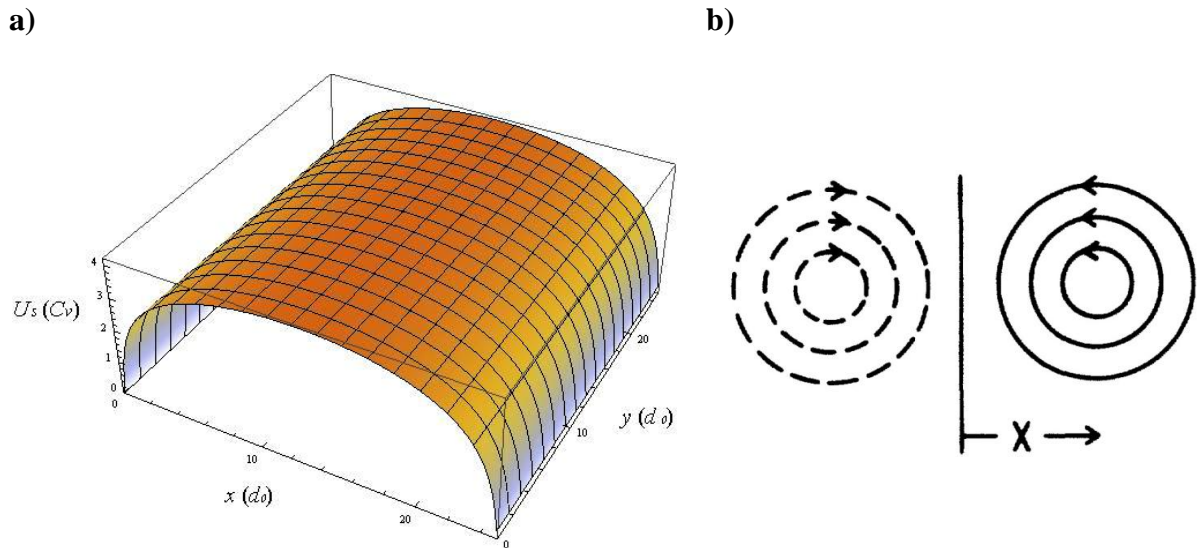
Os efeitos de superfície tornam-se mais expressivos para fitas mais estreitas e vão se tornando mais irrelevantes conforme as fitas vão ficando mais largas. Dessa forma, tal efeito pode desempenhar um papel importante e até mesmo dominante sobre as propriedades do sistema dependendo da largura da amostra supercondutora.

Por fim, o quarto termo à direita da Equação (4.1),  $U_s$ , representa uma energia atrativa referente às interações entre os vórtices e os antivórtices, bem como entre os vórtices e suas auto-imagens, que pode ser descrita de acordo com a seguinte equação [32, 33, 36, 38–41]:

$$U_s(r_i) = \frac{C_v}{2} \sum_i \ln \left\{ \frac{4 \operatorname{sen}^2(\pi x_i / L_x) + (\pi \xi / L_x)^2}{(\pi \xi / L_x)^2} \right\} \quad (4.5)$$

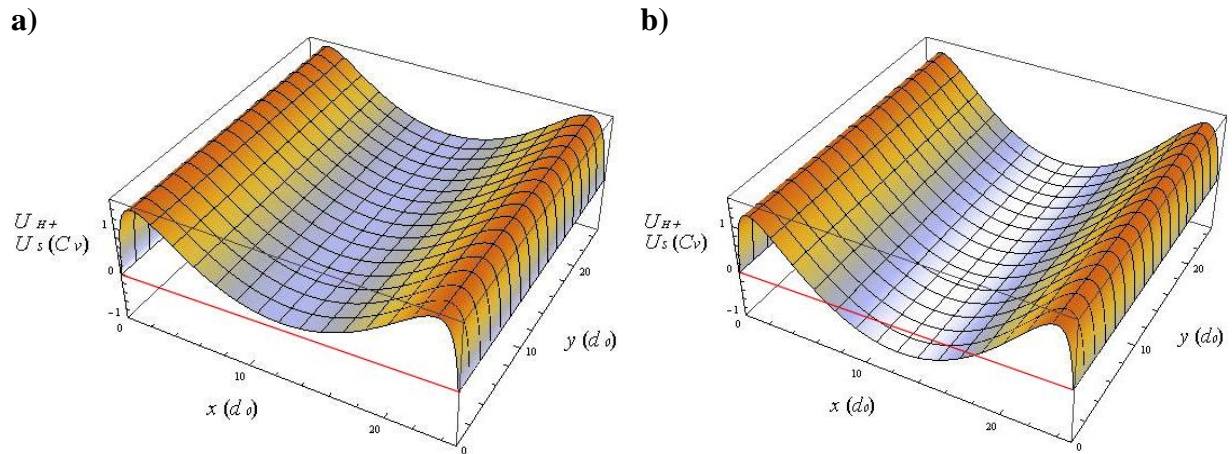
A Figura 4.5a mostra o gráfico de  $U_s(r_i)$  para um único vórtice, tendo suas posições variadas de  $(x_1 = 0d_0, y_1 = 0d_0)$  a  $(x_1 = 25d_0, y_1 = 25d_0)$ . É possível perceber que o potencial possui valor nulo nas bordas, porém rapidamente aumenta em direção ao centro do sistema até atingir o seu valor máximo.

Este termo foi introduzido como um artifício teórico para aniquilar os vórtices, sendo similar ao método das imagens usado em eletromagnetismo. A Fig. 4.5b mostra a representação esquemática da ideia envolvida neste processo, onde há um vórtice, à direita, localizado dentro da fita e próximo à borda, e um antivórtice, à esquerda, localizados fora da fita e próximo à borda. Este é responsável por aniquilar o vórtice caso ele chegue à superfície do sistema, cuja energia potencial se tornará então nula. Dessa forma, ao simular, por exemplo, a existência dois vórtices dentro de uma amostra com um baixo valor de campo magnético externo, suficiente para que penetre apenas um único vórtice, haverá como resultado um vórtice localizado dentro da amostra e o outro na borda com potencial nulo, uma vez que o estado de menor energia é o que não permite a entrada do segundo vórtice.



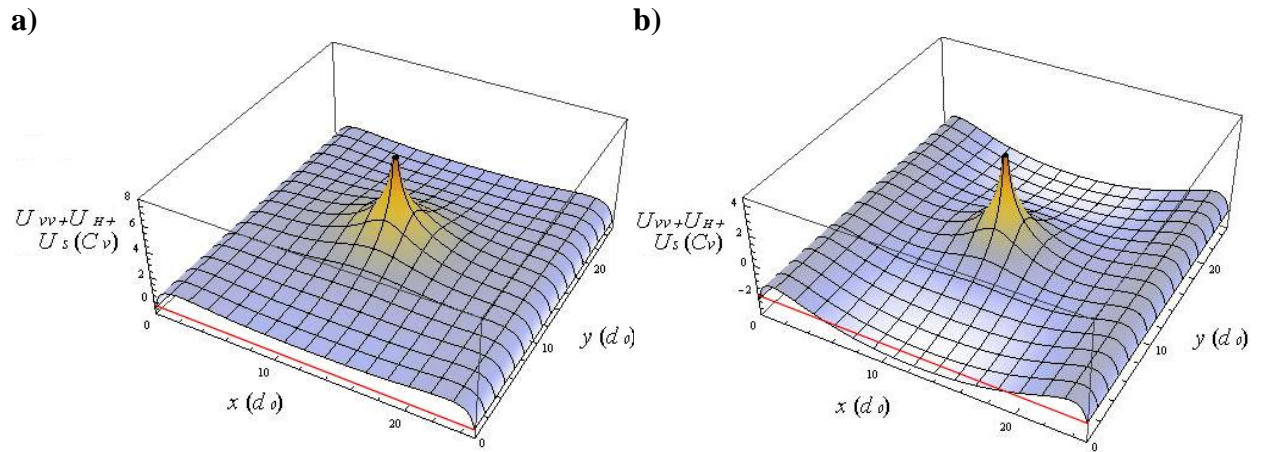
**Fig. 4.5** – a) Gráfico do potencial de interação entre um vórtice e seu antivórtice; b) representação esquemática da atração entre uma linha de fluxo e uma linha de fluxo “imagem” de sinal oposto, nas proximidades da superfície da amostra. Dessa forma, o potencial do vórtice será nulo caso este encontre o antivórtice na superfície [35].

A Figura 4.6a mostra o gráfico de  $U_H + U_S$  em função da distância de um único vórtice que tem suas posições variadas de  $(x_1 = 0d_0, y_1 = 0d_0)$  a  $(x_1 = 25d_0, y_1 = 25d_0)$ . Nesta figura, está representado um valor de campo magnético externo muito baixo, insuficiente para que penetre um único vórtice dentro na amostra. Dessa forma, é possível perceber que o menor valor de energia é zero (linha vermelha no eixo  $z$ ) e corresponde às posições das bordas do sistema, ou seja, no estado de menor energia não há nenhum vórtice no interior do supercondutor. Já a Figura 4.6b, mostra o mesmo gráfico para um valor de campo magnético externo aplicado suficiente para que penetre na amostra apenas um vórtice. Pode-se perceber que o menor valor de energia possível ocorre quando um vórtice está localizado no centro da amostra, abaixo da linha vermelha, com  $x_1 = 12.5d_0$  e  $0d_0 \leq y_1 \leq 25d_0$ , e não mais nas bordas.



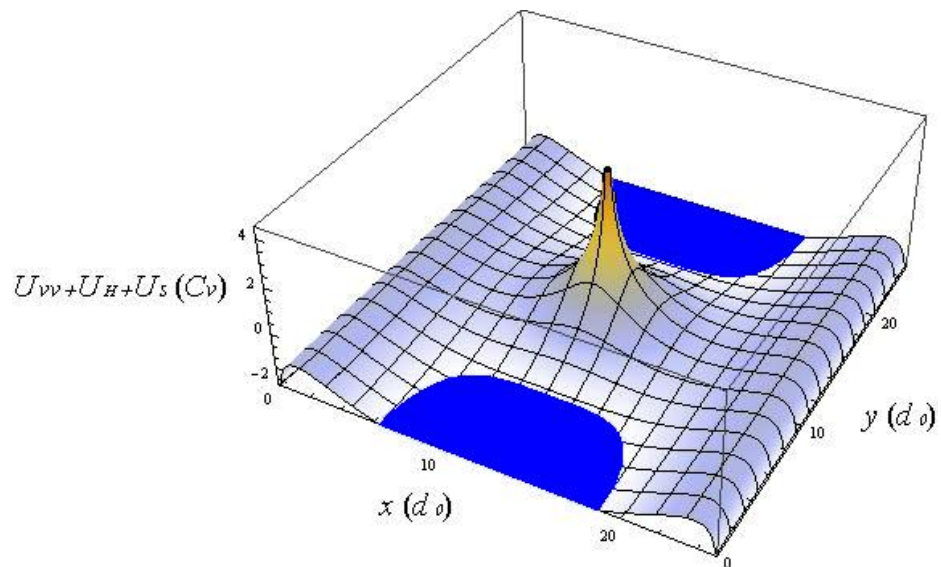
**Fig. 4.6** –  $U_H + U_S$  versus distância de um vórtice que tem suas posições variadas por todo o espaço para um valor de  $H$  **a)** insuficiente e **b)** suficiente para que penetre na amostra apenas um vórtice.

Já a Figura 4.7a mostra o gráfico de  $U_{vv} + U_H + U_S$  para um vórtice fixo, localizado em  $(x_2 = 12,5d_0$  e  $y_2 = 12,5d_0)$ , em função da distância de outro vórtice que tem suas posições variadas de  $(x_1 = 0d_0, y_1 = 0d_0)$  a  $(x_1 = 25d_0, y_1 = 25d_0)$ . Neste gráfico, está representado um valor de campo magnético externo suficientemente intenso para que penetre apenas um único vórtice no interior da amostra (no caso, o vórtice localizado no centro). Dessa forma, é possível perceber que o menor valor de energia possível é zero (linha vermelha), cujas posições correspondem às bordas da amostra, ou seja, no estado de menor energia não há a penetração do segundo vórtice no interior do supercondutor. Já na Figura 4.7b, é apresentado este mesmo gráfico para um valor de campo magnético externo aplicado suficientemente intenso para que penetrem dois vórtices na amostra. Nota-se neste caso, que o menor valor de energia possível corresponde a um vórtice localizado no centro do sistema nas regiões mais claras, abaixo da linha vermelha, e não mais nas bordas.



**Fig. 4.7** –  $U_{vv} + U_H + U_s$ , com um vórtice no centro do sistema, versus distância de um segundo vórtice que tem suas posições variadas por todo o espaço para um valor de  $H$  **a)** insuficiente e **b)** suficiente para que penetrem dois vórtices na amostra.

Para facilitar a visualização das regiões de menor potencial, a Figura 4.8 mostra o mesmo gráfico da Figura 4.7b com as regiões que possuem menor energia que as bordas destacadas em azul, para qual um segundo vórtice que penetrasse na amostra estaria próximo de sua posição de equilíbrio.



**Fig. 4.8** – Regiões de menor energia que as bordas destacadas em azul.



## 4.2 Dinâmica de Langevin

Em 1827, o botânico Robert Brown descobriu que grãos de pólen ao ficarem suspensos sobre a água se moviam de maneira aleatória. Este movimento passou a ser denominado movimento browniano, e sua descrição pôde ser feita por Albert Einstein considerando a existência de moléculas como pequenas esferas rígidas submetidas a uma força de atrito em relação ao líquido, que se difundiam em relação ao gradiente da pressão, onde o movimento de uma partícula era independente ao das outras partículas e ao movimento realizado no instante anterior [48]. Em 1908, Paul Langevin escreve uma equação diferencial considerando que o movimento poderia ser entendido como um somatório de forças, incluindo o atrito viscoso existente entre as partículas e o fluido. Dessa forma, a equação de Langevin permite descrever o comportamento de um sistema submetido a uma força aleatória através de uma analogia com o movimento Browniano [49].

Utilizando o modelo de London dentro de suas aproximações, é possível fazer uma analogia do movimento da rede de vórtices com o movimento de partículas em um fluido viscoso. Neste caso, pode-se descrever o movimento dos vórtices de acordo com as forças existentes no sistema através da equação de Langevin [32, 33, 39]:

$$\eta \vec{v}_i = - \sum_{j \neq i} \vec{\nabla}_i U_{vv}(r_{ij}) - \sum_p \vec{\nabla}_i U_p(r_{ip}) + \vec{\nabla}_i U_H(r_i) + \vec{\nabla}_i U_S(r_i) + \vec{F}_d \quad (4.6)$$

O termo à esquerda é o produto do coeficiente de arraste viscoso ou constante de Bardeen-Stephen,  $\eta$  [47, 50], pela velocidade do vórtice  $i$ , ou seja, o termo corresponde a uma força de atrito resultante para o vórtice considerando a interação deste com todas as forças existentes no sistema. O valor de  $\eta$  pode ser estimado a partir do modelo de Bardeen e Stephen através da seguinte equação:

$$\eta \approx \frac{\phi_0 H_{c2}}{\rho_n c^2} \quad (4.7)$$

Onde  $\phi_0$  é o quantum de fluxo magnético presente em um vórtice,  $H_{c2}$  o campo magnético crítico superior,  $\rho_n$  a resistividade exercida pelo campo elétrico gerado pelo movimento dos vórtices e  $c$  a velocidade da luz. A origem da força dissipativa (ou atrito viscoso),  $\eta \vec{v}_i$ , pode ser explicada pela aparição de um campo elétrico microscópico finito, proveniente do movimento dos vórtices. O campo elétrico gerado por esse movimento é capaz de mover elétrons normais do material. Desta forma, o movimento uniforme de muitos vórtices provoca uma voltagem igual à superposição de pulsos de voltagem individuais [2].

O primeiro termo à direita da Equação (4.6) representa a soma dos gradientes da energia potencial das interações entre os vórtices, ou seja, a soma das forças repulsivas de um vórtice  $i$  com os outros vórtices da caixa de simulação e também das caixas imagens, excluindo as auto-imagens, como será discutido no próximo item. O segundo termo à direita da Equação (4.6), é a soma dos gradientes da energia potencial das interações entre os vórtices e os centros de aprisionamento, ou seja, a soma das forças atrativas entre todos os vórtices e todos os centros de aprisionamento existentes no sistema.

O terceiro termo à direita da Equação (4.6) é a soma dos gradientes da energia potencial das interações entre os vórtices e os campos superficiais que ocorrem nas bordas da fita, ou seja, o somatório das forças repulsivas da interação entre todos os vórtices com os campos superficiais das bordas.

O quarto termo à direita da Equação (4.6) é a soma dos gradientes da energia potencial das interações entre os vórtices e os antivórtices, ou seja, a soma das forças repulsivas da interação entre todos os vórtices e todos os antivórtices, e também dos vórtices com suas auto-imagens.

Por fim, o quinto termo à direita da Equação (4.6) é a força de Lorentz devido à interação dos vórtices com a corrente de transporte, que pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\vec{F}_d = \frac{\phi_0}{c} \vec{J} \times \hat{z}. \quad (4.7)$$

Onde  $\vec{J}$  é a densidade de corrente elétrica aplicada (Fig. 4.11b e 4.11c). Tem-se então uma rede de  $N$  vórtices descritos por um sistema de  $2N$  equações de Langevin acopladas (uma para cada dimensão). Esta equação pode ser resolvida através da utilização de técnicas de Dinâmica Molecular, como será discutido no próximo item.

### 4.3 Dinâmica Molecular

Dinâmica Molecular é o nome dado a uma técnica de simulação numérica que consiste na resolução das equações de Newton (ou outras semelhantes) para um conjunto de partículas (há também outras possibilidades como vórtices magnéticos, tal como se fez na presente dissertação), permitindo obter, dessa forma, a velocidade e a posição de cada partícula existente no sistema em cada instante da simulação. A força resultante sobre cada partícula é calculada por meio do gradiente do potencial. A essência da Dinâmica Molecular é, portanto, resolver numericamente um problema de  $N$  corpos interagentes da mecânica clássica, tendo como ideia chave o movimento das partículas existentes no sistema, isto é, descobrir como as posições, velocidades e orientações variam com o tempo [51].

Os procedimentos para realização das simulações são os seguintes:

1. Define-se uma configuração inicial das partículas;
2. Calculam-se as forças exercidas sobre cada partícula em razão de suas interações;
3. Movimentam-se as partículas;
4. Realiza-se o controle da simulação;
5. Armazenam-se as configurações obtidas (trajetórias);
6. Analisam-se as trajetórias.

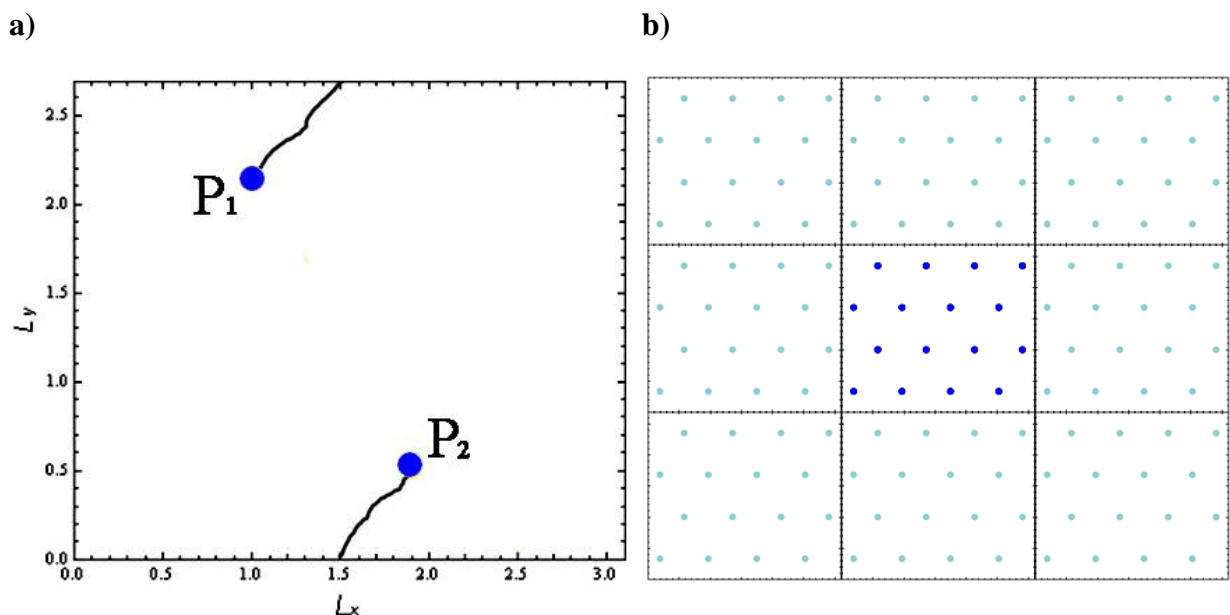
Para o presente trabalho, utilizou-se a técnica de Dinâmica Molecular para resolver uma adaptação da equação de Langevin, fazendo uma analogia do movimento da rede de vórtices com o movimento de partículas em um fluido viscoso. Em outras palavras, foram utilizados vórtices magnéticos ao invés de partículas nos sistemas simulados.

Como o modelo referente a uma fita supercondutora possui a direção  $y$  infinita, seria impossível realizar uma simulação nesse sistema, uma vez que também haveria infinitos vórtices. No entanto, é possível propor uma solução alternativa frente a esse problema através da utilização de um artifício computacional que consiste em simular apenas uma região do sistema dentro de uma “caixa de simulação” com condições periódicas de contorno (Figura 4.9a). Isso significa que os vórtices retornam novamente à caixa de simulação após saírem da mesma, o que seria equivalente à entrada de novos vórtices.

Além das condições de contorno periódicas, também foi utilizado outro artifício teórico que consiste na criação de caixas imagens de vórtices, que são réplicas idênticas da caixa de simulação contendo apenas vórtices, dispostas ao redor da caixa principal, formando um grande sistema que tende ao limite termodinâmico. A movimentação dos vórtices nas

réplicas é idêntica à movimentação na caixa principal. Caso não houvesse as caixas imagens, os vórtices da caixa de simulação principal iriam se deslocar para as bordas devido à interação repulsiva existente entre eles. Dessa forma, as caixas imagens foram inseridas para manter os vórtices da caixa principal se comportando como se houvessem infinitos vórtices no sistema.

A Figura 4.9b mostra esquematicamente, como exemplo, uma caixa de simulação principal, com 16 vórtices, localizada ao centro, e oito caixas imagens de vórtices localizadas ao redor, que deverão manter os vórtices da caixa principal estáveis. Apesar de estarem representadas apenas oito caixas imagens, geralmente é colocada uma quantidade muito maior, que depende do alcance do potencial dos vórtices. O critério de corte para o número de caixas imagens ocorre quando os vórtices das caixas mais distantes estiverem longe o suficiente dos vórtices da caixa de simulação central de modo que o seu potencial não mais exerça influência. Dessa forma, os vórtices da caixa principal estarão totalmente estáveis.



**Fig. 4.9 – a)** Exemplo de condição de contorno periódica, onde o vórtice (ponto azul), inicialmente na posição  $P_1$ , segue uma trajetória (linha preta) que o leva para fora da caixa de simulação. Ao chegar no limite superior da caixa, o mesmo continua sua trajetória a partir do limite inferior (a coordenada em  $x$  é a mesma), até que chegue à posição  $P_2$ . **b)** Caixas imagens de vórtices ao redor da caixa de simulação principal. As caixas imagens foram inseridas para manter os vórtices da caixa principal se comportando como se houvessem inúmeros vórtices no restante do sistema, analogamente a uma região supercondutora real que é observada por um microscópio.

Ao se considerar uma fita supercondutora, as condições de contorno periódicas serão aplicadas somente na direção vertical, uma vez que na direção horizontal o sistema não é considerado infinito devido, evidentemente, à existência das bordas. Vale ressaltar que a existência de tais caixas é o principal problema no que se refere ao tempo de simulação computacional, aumentando significativamente com o acréscimo de vórtices na caixa de simulação principal. Como exemplo, ao supor 30 caixas imagens (15 acima e 15 abaixo de uma caixa de simulação principal), representando um sistema referente a uma fita supercondutora, e supondo também a existência de apenas 9 vórtices na caixa principal, haveria então  $9 + 9 \times 30 = 279$  vórtices ao todo interagindo entre si no sistema, e o acréscimo de um único vórtice na caixa de simulação principal implicaria no acréscimo de mais 30 novos vórtices no sistema, um em cada caixa imagem, que iriam interagir com todos os demais vórtices tanto da caixa de simulação principal quanto das demais caixas imagem. Com a entrada de muitos vórtices, o tempo de simulação computacional torna-se também muito grande em razão do grande número de interações existentes.

#### **4.4 Recozimento Simulado**

O Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*) é uma técnica computacional utilizada para encontrar o mínimo ou o máximo global de uma função com multivariáveis.

No algoritmo de Recozimento Simulado, é executado um procedimento térmico análogo ao utilizado em metalurgia para a obtenção de estados de baixa energia em um sólido. O processo experimental de recozimento utilizado em metalurgia consiste de duas etapas: na primeira, a temperatura é aumentada e, na segunda, o resfriamento é realizado lentamente até que o material se solidifique no seu estado de mínima energia. A analogia feita pelo algoritmo consiste em gerar possíveis valores aleatórios de uma dada função, sendo que inicialmente os

valores são gerados com grandes variações, tendo uma alta “temperatura” fictícia, e posteriormente os intervalos das variações vão sendo lentamente reduzidos, como se essa “temperatura” fosse diminuída lentamente.

Do ponto de vista computacional, é uma das variantes do método de Monte Carlo, onde as mudanças aleatórias geradas passam por um critério de seleção que visa buscar o mínimo (ou máximo) global da função. Após uma grande quantidade de cálculos, é provável que o valor mínimo (ou máximo) da função seja encontrado [52].

Um exemplo de critério de aceitação que pode ser utilizado é o critério de Metrópolis, que a partir de mudanças das variáveis geradas aleatoriamente, permite que essas mudanças sejam aceitas caso levem a um menor valor da função. Entretanto, diferentemente de outros métodos, permite que em determinadas circunstâncias, com base na estatística de Boltzman, aceite configurações que levam a um valor maior da função. Isto faz com que possam ser evitadas configurações que correspondam a mínimos locais, possibilitando, dessa forma, uma grande eficiência nos cálculos. O método de escolha de configurações adjacentes do algoritmo de Metrópolis pode ser descrito da seguinte maneira [52]:

Se em um determinado tempo  $t$  o sistema se encontra em um estado  $a$ :

1. É sorteado um novo estado  $b$ .
2. Se a energia do estado  $b$  for menor ou igual a de  $a$ , isto é,  $E_b \leq E_a$ , aceita-se  $b$  como o novo estado e então se passa ao item 4.
3. Se a energia do estado  $b$  for maior que a de  $a$ , isto é  $\Delta E = E_b - E_a > 0$ , sorteia-se um número aleatório  $r$ , com distribuição uniforme entre 0 e 1. Se  $r \leq e^{-\Delta E/(k_B T)}$ , aceita-se o “movimento”, caso contrario ele é rejeitado.
4. Calculam-se as macro-variáveis, que geralmente são somas sobre as variáveis microscópicas e armazenam-se os resultados.

5. Após um número relativamente grande de sorteios, que deve ser escolhido caso a caso, efetuam-se as médias das macro-variáveis que foram armazenadas em 4.

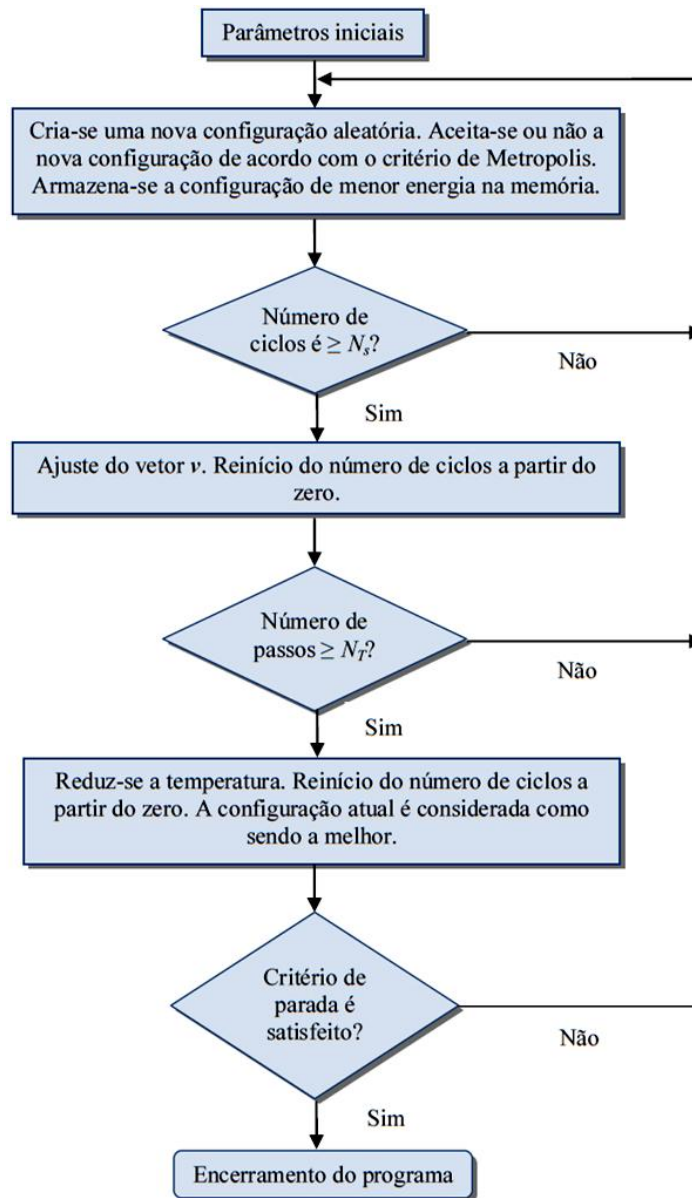
Dessa forma, a probabilidade condicional do estado se mover de  $a$  para  $b$  é dada por:

$$W(x_a \rightarrow x_b) = \begin{cases} 1 & \text{se } E_b \leq E_a \\ e^{-\Delta E/(k_B T)} & \text{se } E_b > E_a \end{cases} \quad (4.8)$$

A Figura 4.10 mostra o fluxograma do algoritmo de Recozimento Simulado. Através da análise do fluxograma, é possível perceber que, ao contrário dos cálculos que envolvem Dinâmica Molecular, nos cálculos de Recozimento Simulado as novas posições das partículas serão geradas sem dependência das posições anteriores.

Apesar de possibilitar a obtenção de resultados com boa precisão, a utilização do Recozimento Simulado pode se tornar inviável para sistemas com alto grau de complexidade, uma vez que seu algoritmo é altamente dependente de diversos parâmetros que podem ser variados em grandes intervalos, como a temperatura inicial a partir da qual o processo de redução terá início, o fator de redução da temperatura – que determina o quanto a temperatura inicial será reduzida a cada ciclo, a quantidade de configurações aleatórias que serão geradas até que a temperatura mude, o número de ciclos de redução da temperatura, o critério de parada (tolerância da função) e as sementes dos números que serão gerados aleatoriamente. Dessa forma, saber quais valores são os mais adequados para se chegar ao mínimo global, torna-se uma tarefa muito difícil. Uma possível solução seria utilizar todas as combinações de parâmetros possíveis. No entanto, a quantidade de combinações de parâmetros e o tempo computacional seriam muito grandes, inviabilizando tal processo.





**Fig. 4.10** – Fluxograma do algoritmo de Recozimento Simulado.  $N_s$  é o número de ciclos,  $v$  é o vetor que controla o tamanho dos intervalos em que os pontos serão gerados e  $N_T$  o número de ciclos de  $N_s$  com a mesma temperatura [52].

Recentemente, uma variação do algoritmo de Recozimento Simulado denominado Recozimento Simulado Generalizado (*Generalized Simulated Annealing*), foi proposta por Tsallis [53], tendo menor dependência de quantidade e número de parâmetros, e chegando ao valor ótimo da função em um menor tempo de simulação computacional [54]. Nesse algoritmo, parâmetros como a função de aceitação (*acceptance function*), que determina quando aceitar uma nova configuração, e a função de visita (*visiting function*), que determina

o domínio da função e a amplitude em que as posições podem ser aleatoriamente alteradas, possuem menores variações de intervalo.

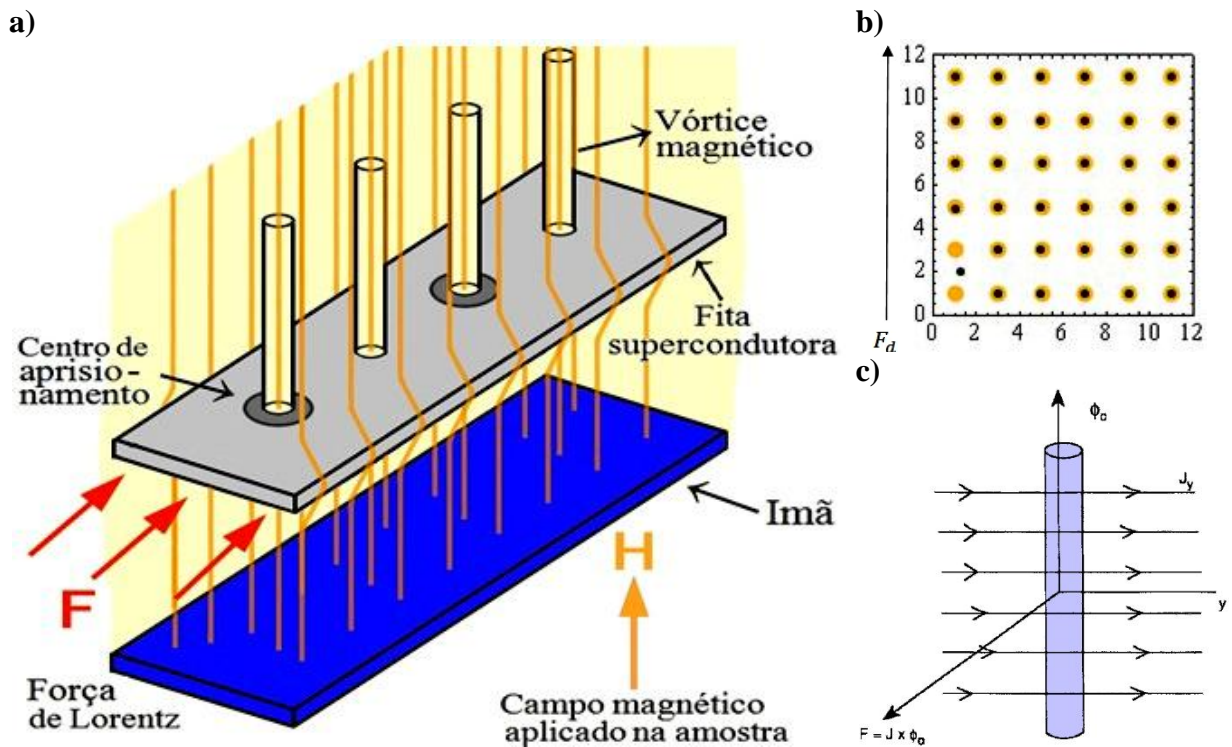
Para todos os sistemas simulados nesta dissertação, utilizou-se o Recozimento Simulado Generalizado para encontrar o menor valor da função referente à soma das energias existentes no sistema (Eq. (4.1)). Para isso, definia-se um determinado número de vórtices, e o algoritmo então gerava as posições aleatoriamente e calculava o valor da energia total associada a todas as interações do sistema (vórtice-vórtice, vórtice-centro de aprisionamento, vórtice-borda e vórtice-antivórtice). Se o valor dessa nova energia fosse menor que o valor de energia precedente, essa nova configuração de vórtices era aceita. Caso contrário, esse novo valor de energia poderia ser aceito ou não baseado na estatística do algoritmo. Os parâmetros do programa eram responsáveis pelo controle estatístico de aceitação e como seriam alteradas as posições dos vórtices geradas nos passos seguintes. Para que o mínimo global pudesse ser atingido, repetia-se o procedimento diversas vezes, com diferentes conjuntos de parâmetros até que o valor final de energia não mais mudasse.

#### **4.5 Simulação do movimento dos vórtices em uma fita supercondutora**

O modelo utilizado nesta dissertação considera uma fita supercondutora submetida a um campo magnético externo como mostra a Figura 4.11a. Nesta figura, supõe-se que a fita supercondutora é finita na direção transversal e, a fim de simplificar os cálculos, infinita na direção longitudinal. Experimentalmente, isso seria equivalente a uma região de uma amostra suficientemente longa de modo que os efeitos de superfície das duas extremidades, consideradas infinitas em teoria, fossem desprezíveis.

Os valores de campo magnético externo utilizados sempre estarão entre  $H_{C1}$  e  $H_{C2}$  para que ocorra a penetração das linhas de fluxo, ou seja, todas as simulações são realizadas

considerando sistemas de amostras supercondutoras no estado misto, sendo os supercondutores simulados, portanto, todos do tipo II.



**Fig. 4.11** – a) Representação esquemática do experimento simulado, b) direção da força de transporte aplicada na amostra e c) relação vetorial entre força de transporte, campo magnético externo aplicado e densidade de corrente de transporte (Figura 4.11c adaptada de [22]).

Dentro da amostra, haverá também a existência dos centros de aprisionamento, que poderão ser arranjos de diferentes maneiras. As posições iniciais (de menor energia) dos vórtices dentro do sistema foram obtidas utilizando o Recozimento Simulado Generalizado. Partindo das posições iniciais, aplicou-se então uma corrente elétrica de transporte transversalmente na amostra, a qual é responsável por gerar uma força de Lorentz (Eq. 4.6) na direção longitudinal como mostram as Figuras 4.11b e 4.11c. O valor desta força de transporte é gradualmente aumentado e fará com que os vórtices se movimentem a partir de um determinado valor crítico.

O valor de força crítica é, portanto, proporcional ao de corrente crítica, e, exatamente para este valor, o supercondutor carregará a máxima densidade de corrente em

todas as regiões sem a ocorrência da movimentação dos vórtices. O objetivo da corrente de transporte é, portanto, determinar o valor de força crítica do sistema, que será diferente para cada tipo de arranjo de centros de aprisionamento. Como a força de Lorentz (que é proporcional à corrente de transporte) também é proporcional ao campo magnético externo aplicado e à temperatura, quanto maior for a força necessária para iniciar o movimento dos vórtices, mais eficiente será o arranjo de centros de aprisionamento, e o estado supercondutor também poderá ser mantido no material a campos externos e temperaturas mais elevadas. Além disso, a corrente de transporte também possui a função de fazer com que os vórtices se movimentem a fim de que se possa estudar suas trajetórias, velocidades e outras características de seu comportamento dinâmico.

Os cálculos foram efetuados em duas dimensões, assumindo que, para filmes suficientemente finos, os vórtices se apresentam como estruturas rígidas com um comportamento praticamente bidimensional. Experimentalmente, este tipo de comportamento pode ser observado para os planos de  $\text{CuO}_2$  de um supercondutor laminar fortemente anisotrópico, na forma de uma pilha de finas camadas supercondutoras contendo “vórtices panqueca” (*pancake vortices*) bidimensionais.

Com o objetivo de simplificar os cálculos, o modelo supõe amostras ideais, totalmente livre de defeitos estruturais e impurezas. Os efeitos de temperatura também não foram incluídos nas simulações, ou seja, todas as simulações foram feitas supondo amostras a zero Kelvin. A inclusão dos efeitos de temperatura é uma interessante sugestão para trabalhos futuros.

Os programas de Recozimento Simulado Generalizado e Dinâmica Molecular foram escritos em linguagem de programação Fortran 90. Para a realização dos cálculos, pudemos contar com a estrutura computacional do cluster Grid-Unesp, bem como computadores do nosso grupo de pesquisa. O tempo de processamento computacional exigido

pelos cálculos realizados utilizando o Recozimento Simulado Generalizado podia variar de algumas horas até semanas, dependendo muito do nível de complexidade do sistema e dos parâmetros utilizados, tais como número de vórtices existentes na amostra simulada, dimensões da caixa de simulação e quantidade de ciclos de minimização. Vale ressaltar que todos os cálculos foram repetidos diversas vezes, utilizando os resultados dos cálculos anteriores como arquivos de entrada para os cálculos posteriores, fazendo com que os valores de energia fossem, dessa forma, gradualmente diminuindo a cada cálculo até que não mais mudassem, estando em seu mínimo global. Já o tempo de processamento dos programas de Dinâmica Molecular era menor, levando de algumas horas até alguns dias para serem concluídos, dependendo muito também do nível de complexidade do sistema e dos parâmetros utilizados. Os cálculos envolvendo Dinâmica Molecular foram feitos ao final e realizados uma única vez, pois as posições de menor energia dos vórtices já tinham sido obtidas pelos cálculos de Recozimento Simulado Generalizado, sendo utilizadas como posições iniciais para os cálculos de dinâmica Molecular.

## 5. RESULTADOS

Nas seções seguintes serão discutidos detalhadamente os sistemas simulados e os resultados obtidos. Para os cálculos referentes à largura de fita fixa e campo magnético externo variável, serão apresentadas as amostras simuladas, bem como os resultados referentes às posições de equilíbrio encontradas e valores de força crítica. Para os cálculos referentes ao campo magnético externo fixo e larguras de fita variáveis, serão apresentadas as amostras simuladas e os resultados referentes às posições de equilíbrio encontradas, valores de força crítica, velocidade média e resistência diferencial média dos vórtices.

### 5.1 Cálculos com largura fixa e campo variável

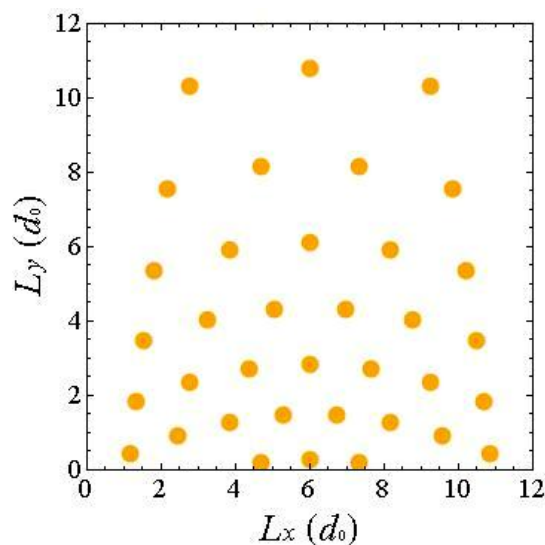
A fim de verificar a influência dos arranjos de centros de aprisionamento nas fitas supercondutoras simuladas, realizou-se uma varredura de campo com diferentes arranjos visando comparar a eficiência dos diferentes ordenamentos de centros de aprisionamento sob diferentes intensidades de  $H$ . Nesta etapa do trabalho, foram simulados 50 sistemas que serão discutidos nos tópicos a seguir.

#### 5.1.1 Arranjos de centros de aprisionamento simulados

Para os cálculos com largura de fita fixa e campo magnético externo variável, cinco diferentes tipos de arranjos de centro de aprisionamento foram utilizados nas simulações: conforme, quadrado, aleatório, hexagonal e conforme deformado.

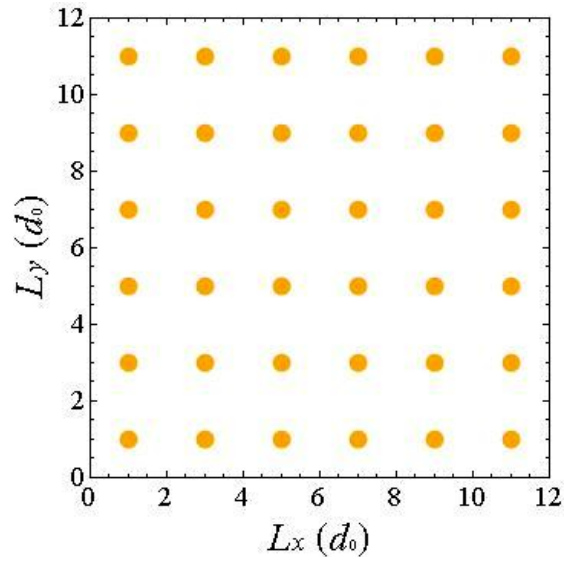
Utilizando as equações 3.1 a 3.5 com  $v_{max} = 12$  (pela normalização feita na Equação (4.1) esse valor corresponde a  $12d_0 = 0,48\lambda$ ) e  $\rho = 0,29$ , foi possível obter o arranjo

conforme de centros de aprisionamento mostrado na Figura 5.1. O motivo da escolha deste valor para a densidade de centros de aprisionamento ( $\rho$ ) foi devido ao fato deste resultar em 36 centros de aprisionamento dentro da amostra, sendo tal valor um quadrado perfeito que pode ser comparado com os arranjos quadrado e hexagonal. Outro motivo deve-se à limitação dos recursos computacionais e tempo disponível, uma vez que foi simulada uma grande quantidade de sistemas (50 sistemas apenas nesta etapa da dissertação). Todos os demais parâmetros foram os mesmos utilizados por Ray et al. [11].



**Fig 5.1** – Caixa de simulação com arranjo conforme de centros de aprisionamento utilizada para a realização dos cálculos.

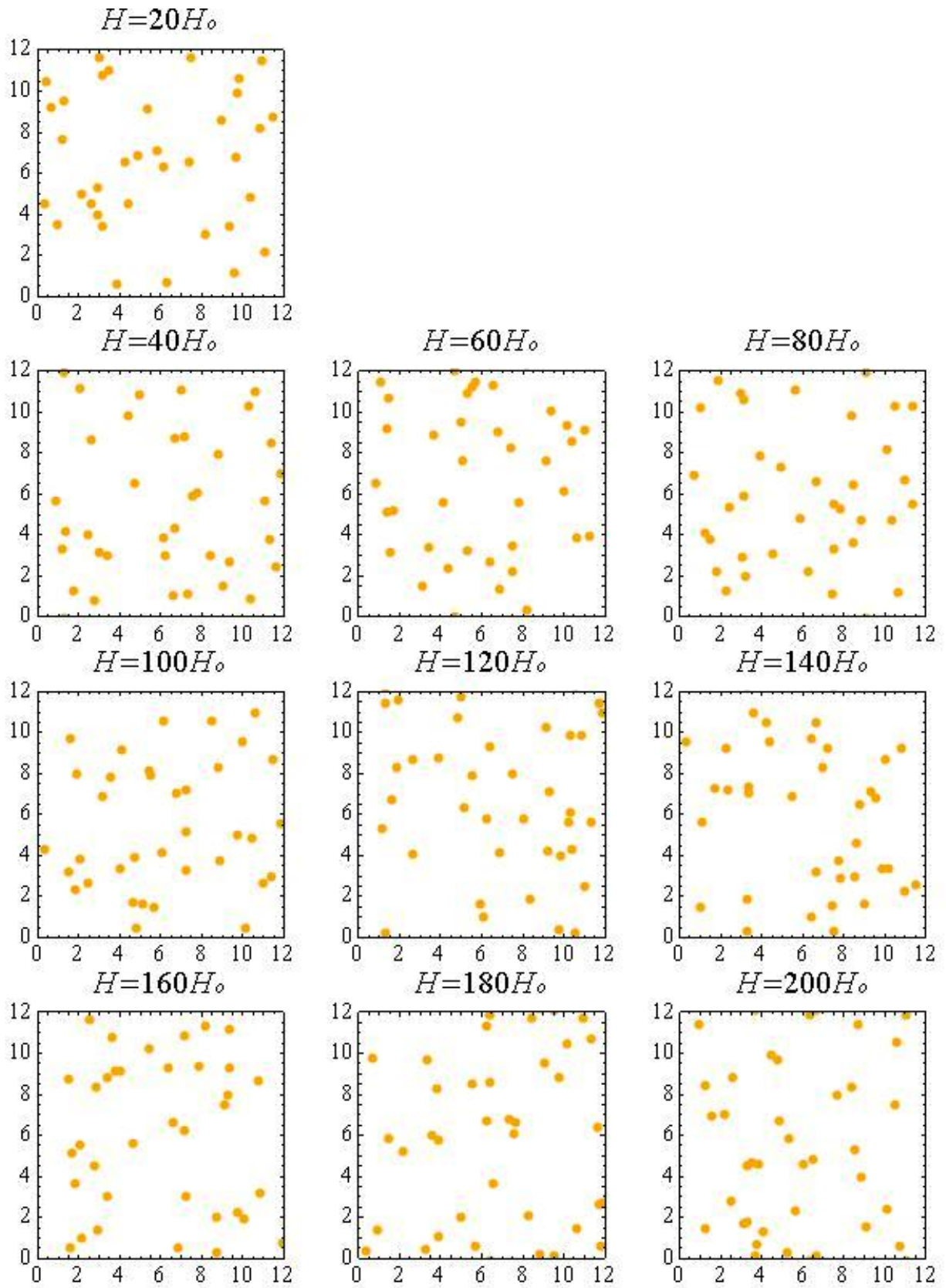
Utilizamos também arranjos quadrados (Figura 5.2) e aleatórios (Figura 5.3) de centros de aprisionamento. Tanto o arranjo conforme quanto o quadrado e o aleatório possuem dimensões de  $L_x = L_y = 12d_0$  e 36 centros de aprisionamento. Nos cálculos a seguir foram utilizados 10 diferentes valores de  $H$  para fazer a varredura de campo, ou seja, para cada tipo de arranjo de centros de aprisionamento foram simulados 10 sistemas diferentes. Os arranjos aleatórios foram obtidos utilizando uma função intrínseca para gerar números aleatórios do *software* Wolfram Mathematica 10.



**Fig. 5.2** – Caixa de simulação com arranjo quadrado de centros de aprisionamento utilizada para a realização dos cálculos.

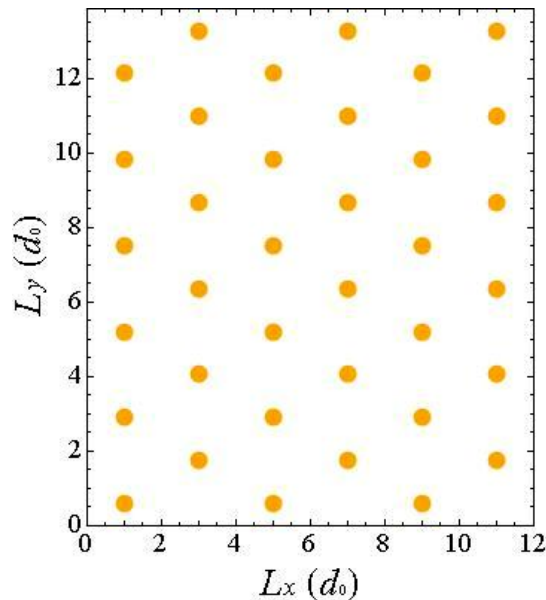
A Figura 5.3 a seguir mostra os arranjos aleatórios utilizados, sendo que para cada valor de  $H$  foi utilizado um arranjo com diferentes posições geradas aleatoriamente. As escalas de distancia estão todas normalizadas por  $d_0$ , e as escalas de campo magnético externo por  $H_0$ , sendo  $H_0 = \phi_0/\lambda^2$ .





**Fig. 5.3** – Caixas de simulação com arranjos aleatórios de centros de aprisionamento utilizadas para a realização dos cálculos. As escalas de distância estão normalizadas por  $d_0$ .

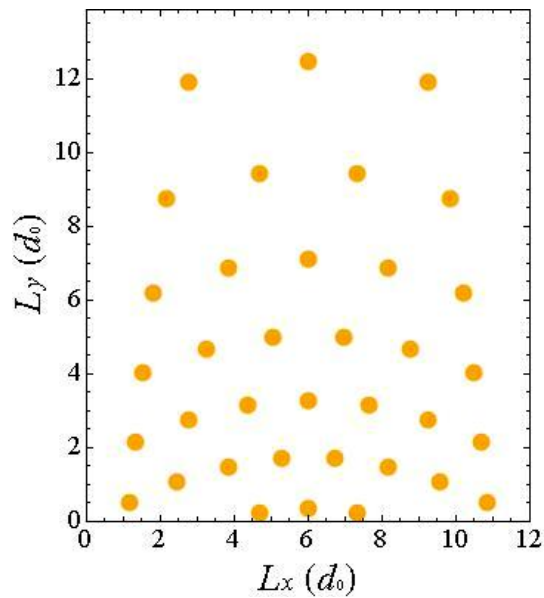
Os cálculos também foram feitos para mais dois tipos de arranjos: o hexagonal e o conforme deformado. A Figura 5.4 mostra o arranjo hexagonal, sendo que para manter a simetria deste arranjo dentro da caixa de simulação, esta deve ter as dimensões de acordo com a seguinte relação:  $L_y = (2/\sqrt{3})L_x$ . Dessa forma, tem-se  $L_x = 12d_0$  e  $L_y = 13,8564d_0$ .



**Fig. 5.4** – Caixa de simulação com arranjo hexagonal de centros de aprisionamento utilizada para a realização dos cálculos.

Como a configuração de menor energia dos vórtices em uma fita supercondutora, sem a presença de centros de aprisionamento, não é um hexágono regular e sim um hexágono “deformado” (Figura 4.4b), achatado na direção finita em razão da influência dos efeitos de superfície, partimos da premissa de que ao deformar o arranjo conforme, achatando-o verticalmente, seria plausível a possibilidade de uma melhora dos efeitos de comensurabilidade.

Para obter o arranjo conforme deformado multiplicou-se a coordenada de cada ponto em  $y$  do arranjo conforme (Figura 5.1) por  $2/\sqrt{3}$ . Dessa forma, pôde-se obter a seguinte estrutura que, assim como a hexagonal, está contida em uma caixa de simulação com dimensões de  $L_x = 12d_0$  e  $L_y = 13,8564d_0$ , e 36 centros de aprisionamento.



**Fig. 5.5** – Caixa de simulação com arranjo conforme deformado de centros de aprisionamento utilizada para a realização dos cálculos.

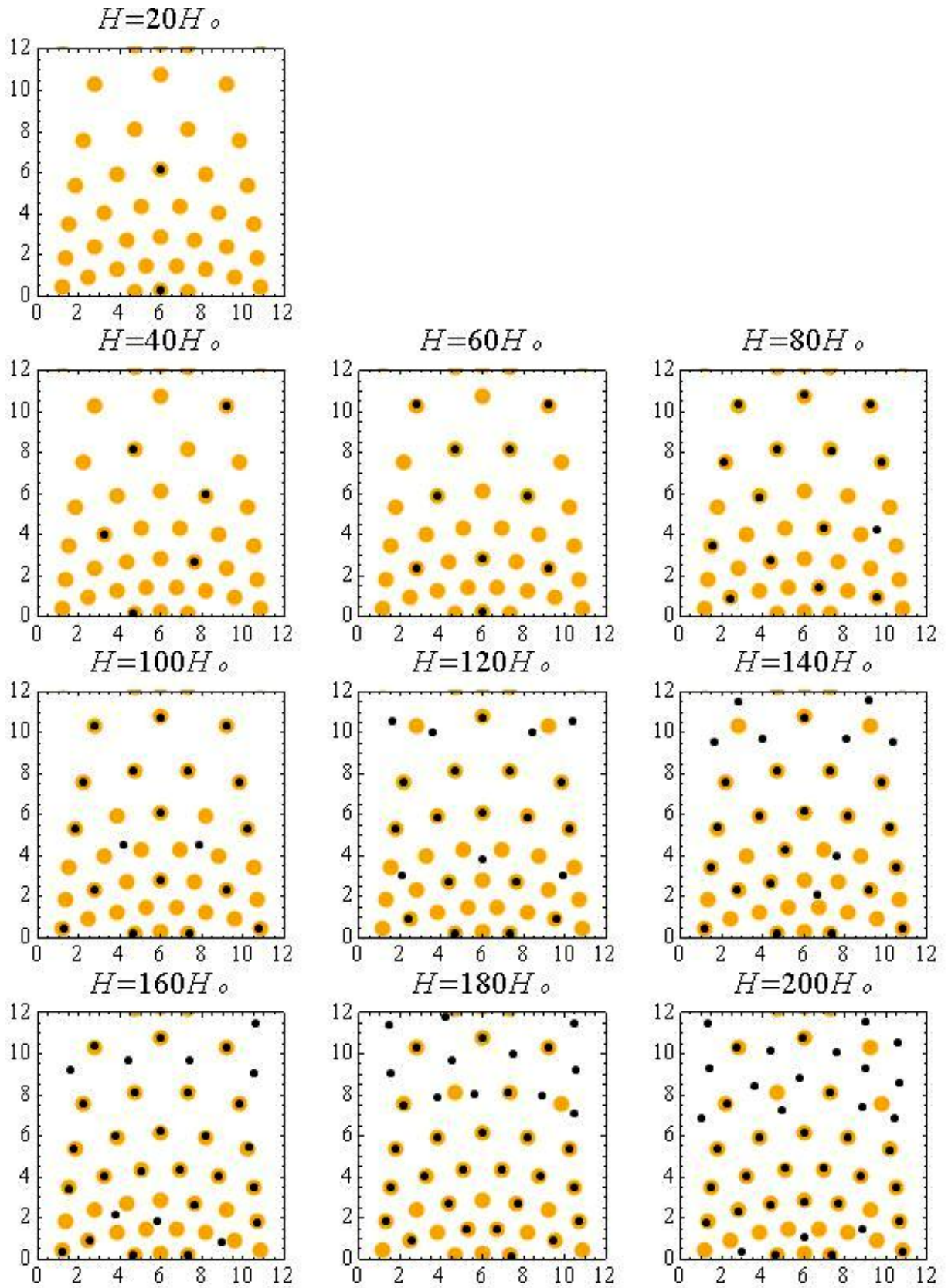
### 5.1.2 Configurações de equilíbrio: minimização da energia

Uma vez definidos os sistemas a serem simulados, iniciou-se a etapa de minimização de energia, buscando as configurações mais estáveis dos vórtices para cada valor de campo e tipo de arranjo de centros de aprisionamento. Para isso, foi utilizado o Recozimento Simulado Generalizado mencionado na seção 4.4.

Nas figuras a seguir, os pontos pretos representam as posições dos vórtices, e os pontos laranja, as posições dos centros de aprisionamento.

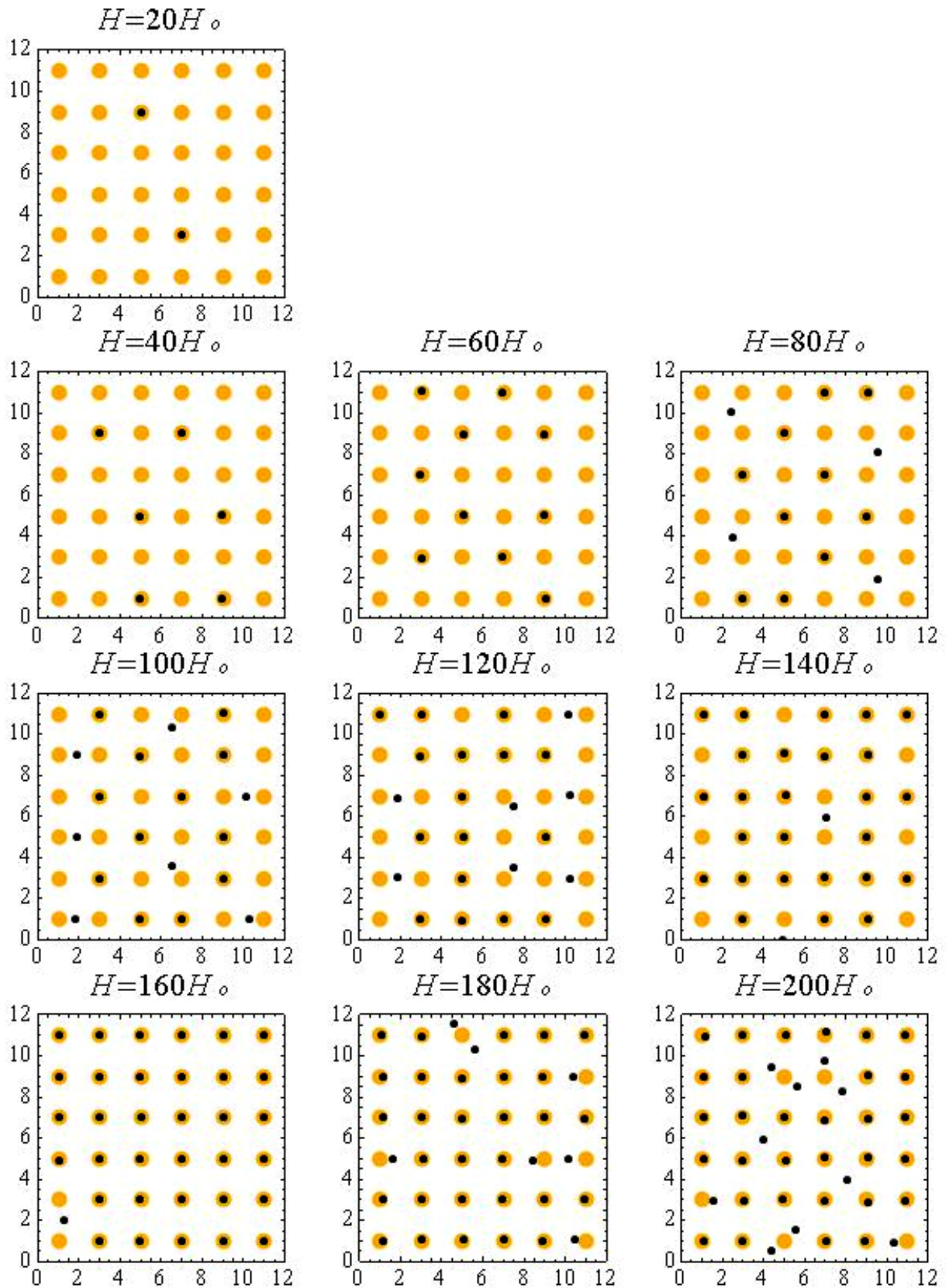
Os resultados obtidos para as posições de menor energia foram os seguintes:

**Arranjo conforme (CPA):**



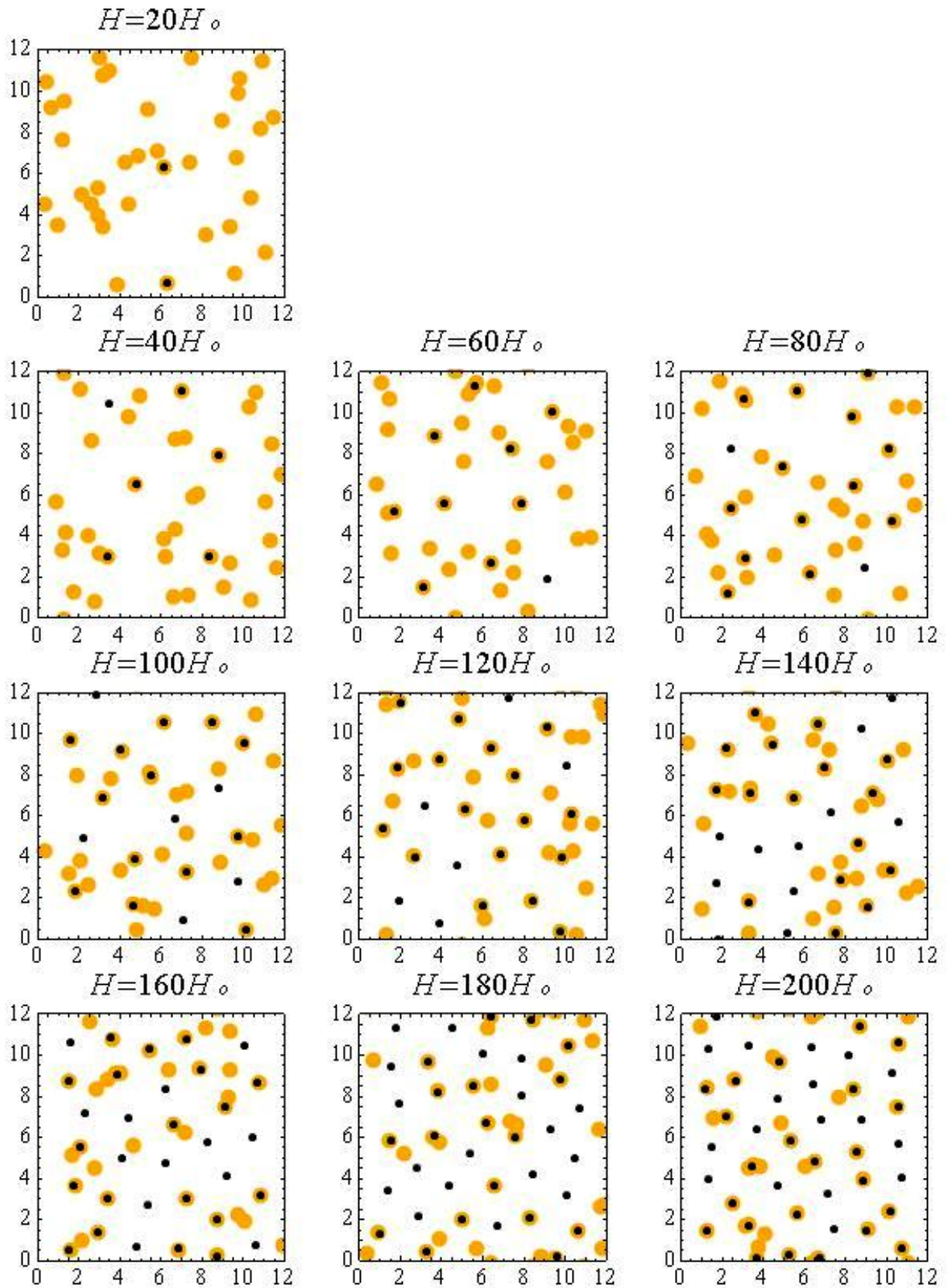
**Fig.5.6** – Posições de equilíbrio obtidas para o CPA, para cada valor de campo. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja correspondem aos centros de aprisionamento.

**Arranjo quadrado:**



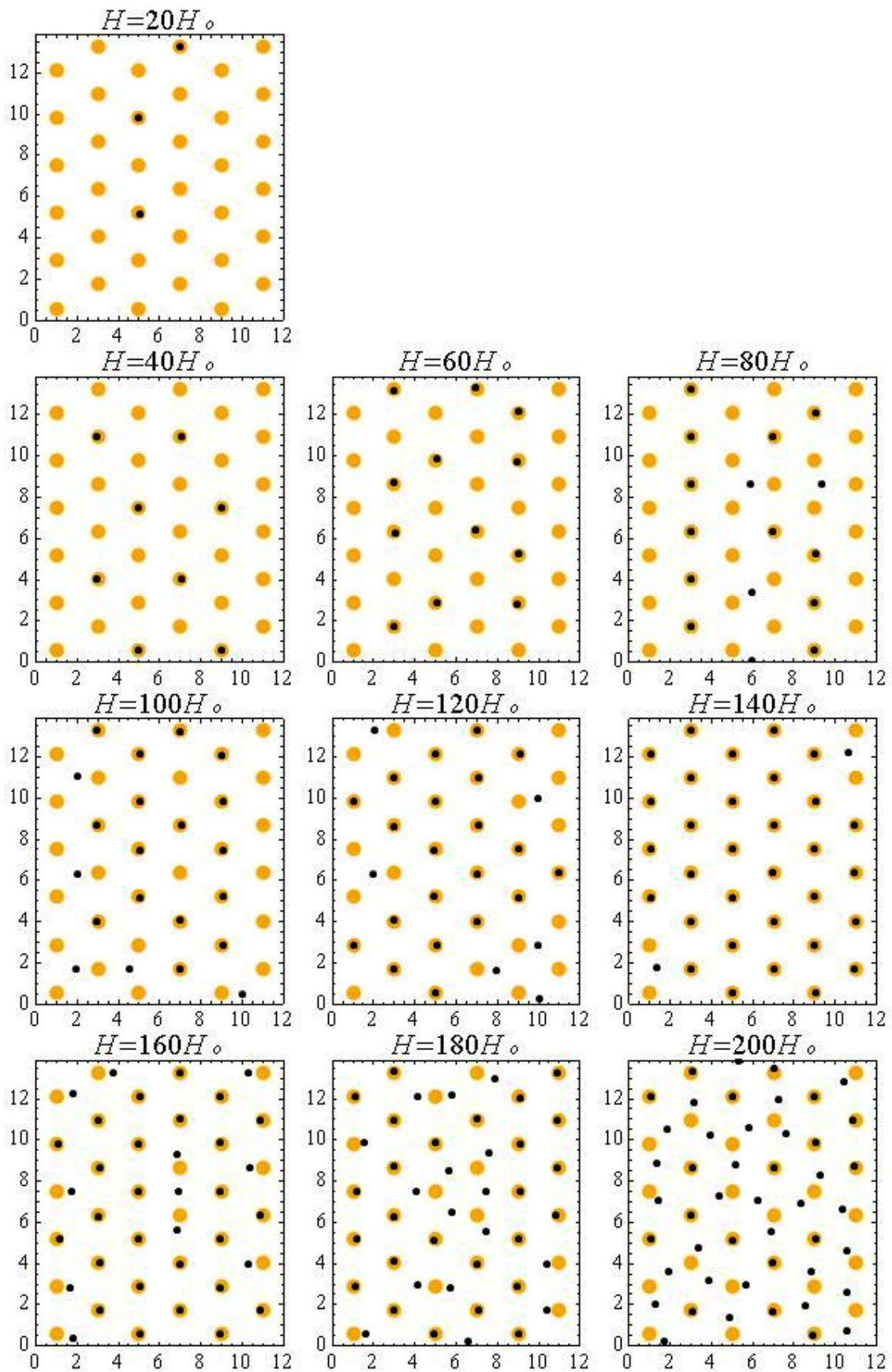
**Fig. 5.7** – Posições de equilíbrio obtidas para o arranjo quadrado de centros de aprisionamento, para cada valor de campo. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja correspondem aos centros de aprisionamento.

### Arranjos aleatórios



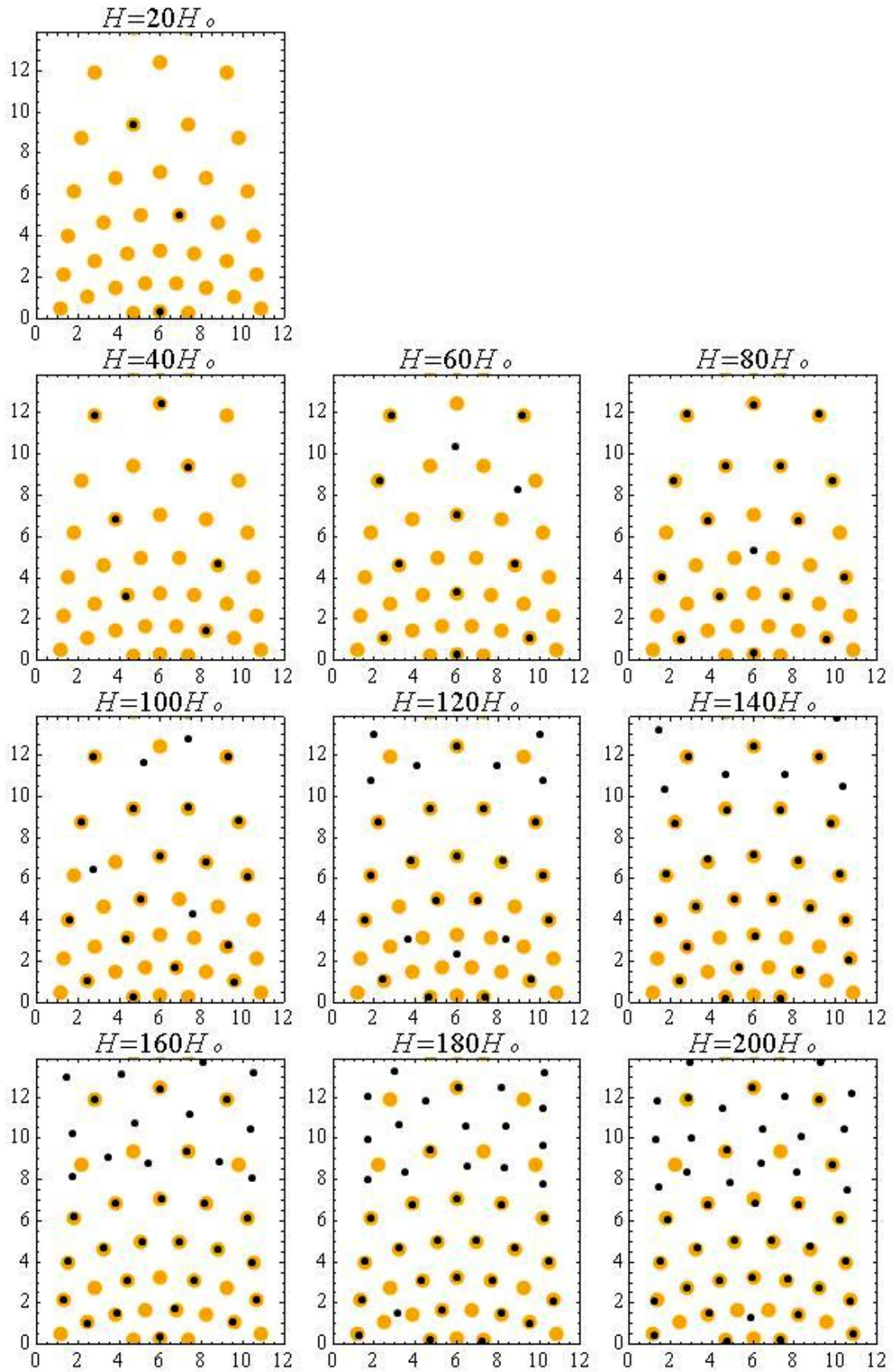
**Fig. 5.8** – Posições de equilíbrio obtidas para o arranjo aleatório de centros de aprisionamento, para cada valor de campo. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja correspondem aos centros de aprisionamento.

### Arranjo hexagonal



**Fig. 5.9** – Posições de equilíbrio obtidas para o arranjo hexagonal de centros de aprisionamento, para cada valor de campo. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja aos centros de aprisionamento.

**Arranjo conforme deformado**



**Fig. 5.10** – Posições de equilíbrio obtidas para o CPA deformado, para cada valor de campo. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja aos centros de aprisionamento.



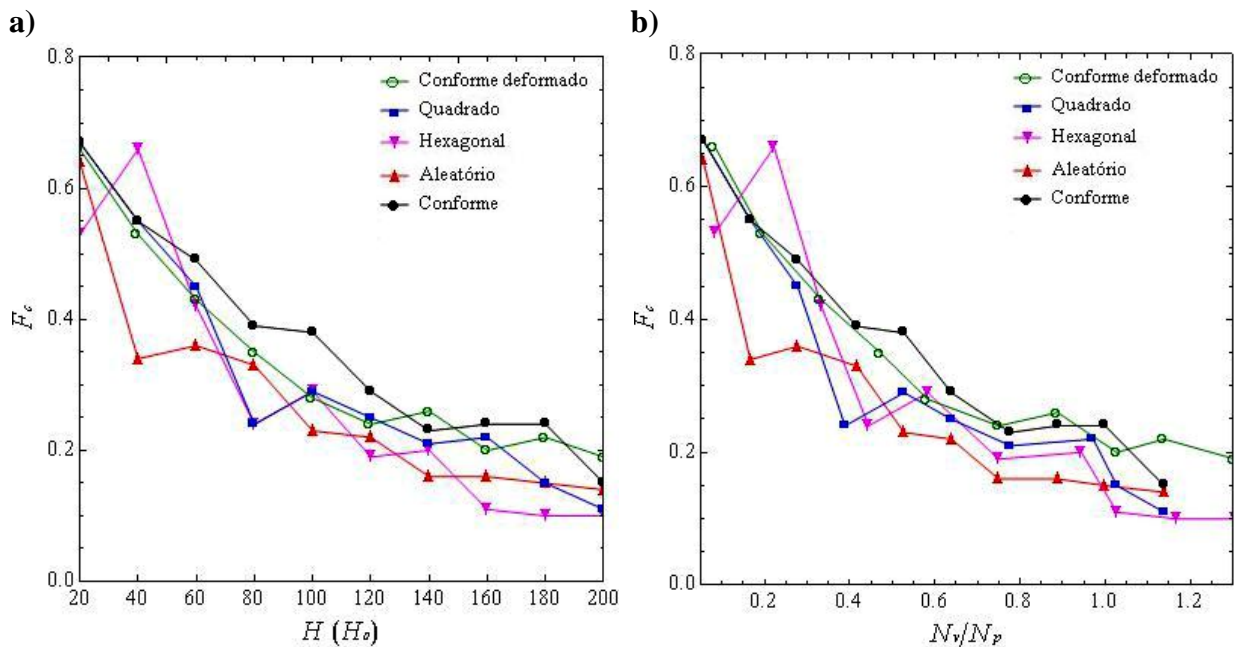
### 5.1.3 Forças críticas em função do campo aplicado

Após terem sido encontradas as posições de menor energia dos sistemas utilizando o Recozimento Simulado Generalizado, foi dado início ao cálculo das forças críticas utilizando Dinâmica Molecular. Para todas as simulações, foi aplicada uma força de transporte na direção  $y$ , como mostram as Figuras 4.11b e 4.11c, sendo o valor de força aumentado em intervalos fixos a partir do zero. O cálculo foi feito para os valores de largura de fita e campo magnético externo propostos anteriormente.

Através da integração do conjunto de equações de Langevin para  $N_v$  vórtices, encontravam-se as posições em função do tempo e as velocidades das linhas de fluxo. Com esses valores, era possível obter a força crítica  $F_C$  de cada sistema. Os valores de força crítica podem ser identificados a partir da relação entre a média, a cada 100000 interações, da velocidade média do conjunto de vórtices  $\langle V_y \rangle$ , versus força de transporte  $F_d$ , sendo o valor crítico o último valor de força a partir do qual  $\langle V_y \rangle$  é superior a 0,001 [3]. Considerou-se que flutuações com  $\langle V_y \rangle \leq 0,001$  são apenas flutuações em torno do ponto de equilíbrio.

A força de transporte utilizada foi aumentada em intervalos de  $\Delta F = 0,01$  a cada 100000 passos, e o acréscimo do intervalo de tempo foi  $\Delta t = 0,01$  a cada passo. Tais parâmetros foram escolhidos por serem adequados à simulação. Valores muito altos de acréscimo de força, por exemplo, não permitiriam obter os valores críticos com grande precisão. Já intervalos de tempo muito grandes, comprometeriam a veracidade dos cálculos, bem como intervalos de tempo muito pequenos exigiriam recursos computacionais demasiadamente grandes para se chegar aos mesmos resultados ou até mesmo a resultados com alto acúmulo de desvios devido ao arredondamento da última casa decimal, já que os laços seriam muito extensos.

Os valores de força crítica encontrados para cada sistema são apresentados no gráfico da Figura 5.11, que mostra  $F_c$  versus o campo externo aplicado  $H$ , para os arranjos conforme, quadrado, aleatório, hexagonal e conforme deformado.



**Fig. 5.11** – a) Força crítica versus campo magnético externo aplicado e b) força crítica versus razão entre o número de vórtices ( $N_v$ ) e número de centros de aprisionamento ( $N_p = 36$ ) para cada tipo de arranjo.

A partir da análise do gráfico da Fig. 5.11a, pode-se perceber que o arranjo conforme apresentou valores de forças críticas maiores ou iguais a todos os demais tipos de arranjos com exceção de  $H = 40H_0$  em relação ao arranjo hexagonal, bem como em  $H = 140H_0$  e  $H = 200H_0$  em relação ao arranjo conforme deformado, sendo que em  $H = 100H_0$  tem-se um acréscimo de 65,22% no valor de força crítica para o arranjo conforme em relação ao arranjo aleatório, e em  $H = 180H_0$  um acréscimo de 140% no valor de força crítica para o arranjo conforme em relação ao arranjo hexagonal.

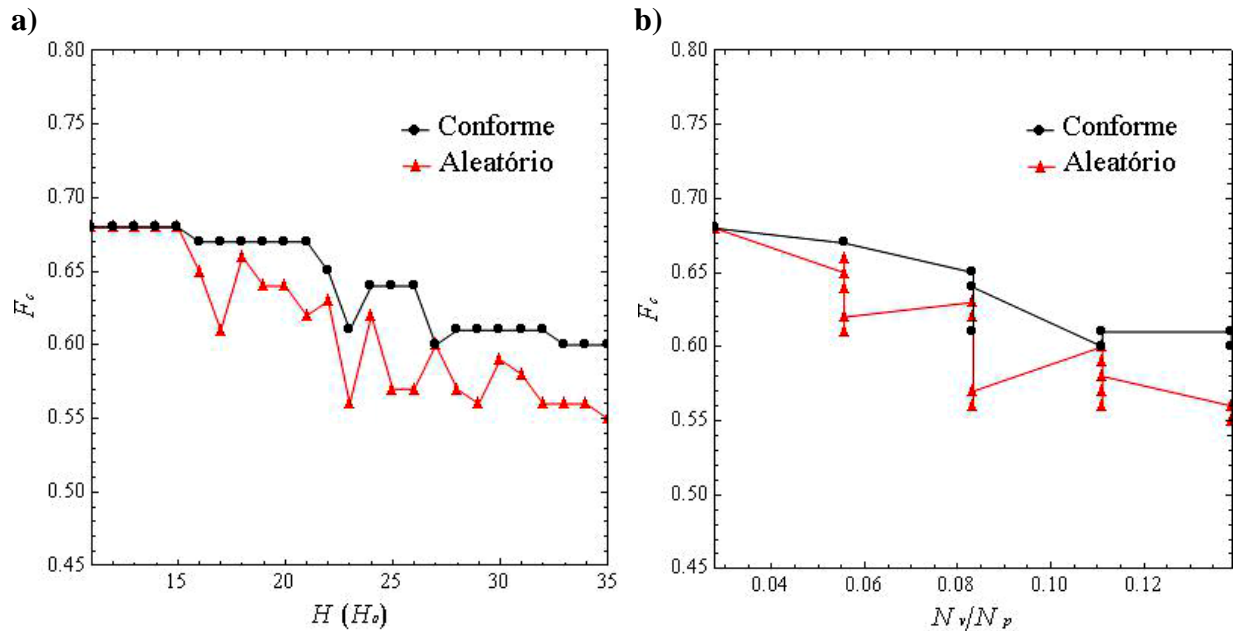
O pico no valor de força crítica para o arranjo hexagonal em  $H = 40H_0$  deve-se ao fato dos vórtices estarem comensurados nos centros de aprisionamento, enquanto que os maiores valores de  $F_c$  para o arranjo conforme deformado em  $H = 140H_0$  e  $H = 200H_0$ , são

resultados intrigantes que revelam o fato de que com uma pequena deformação na estrutura conforme regular as características do sistema podem ser completamente modificadas. Vale ressaltar que, de maneira geral, a ausência de picos de força crítica em arranjos periódicos deve-se ao fato de tais picos ocorrerem apenas para valores de campo muito específicos, somente quando há a ocorrência de estados comensurados.

#### 5.1.4 Forças críticas para pequenos intervalos de campo

A fim de realizar uma análise mais detalhada acerca dos efeitos de comensurabilidade presentes em uma fita supercondutora, foram simulados, nesta etapa do trabalho, mais 50 sistemas, sendo 25 com o CPA e 25 com arranjo aleatório de centros de aprisionamento. Os parâmetros utilizados foram os mesmos apresentados anteriormente, porém desta vez utilizou-se valores de campo magnético externo aplicado em intervalos de  $H = 11H_0$  a  $H = 35H_0$ , com variações de uma unidade. Os cálculos foram realizados, portanto, para pequenos valores de  $N_v/N_p$ , cujos sistemas foram escolhidos por serem mais simples e demandarem menor tempo de processamento e menos recursos computacionais.

O gráfico da Figura 5.12a mostra os valores de força crítica em função de  $H$ , tanto para os arranjos conforme (círculos pretos) quanto aleatórios (triângulos vermelhos) de centros de aprisionamento. Já gráfico da Figura 5.12b, mostra os valores de força crítica em função de  $N_v/N_p$  para ambos os arranjos.



**Fig. 5.12** – a) Força crítica versus campo magnético externo aplicado e b) força crítica versus razão entre o número de vórtices ( $N_v$ ) e número de centros de aprisionamento ( $N_p = 36$ ), para os arranjos conforme e aleatório de centros de aprisionamento.

A partir da análise dos gráficos, pode-se inferir que, para todos os sistemas que apresentam apenas um único vórtice (os cinco primeiros pontos), de  $H = 11H_0$  a  $H = 15H_0$ , os valores de força crítica obtidos foram os mesmos para ambos os tipos de arranjo. No entanto, para os sistemas com mais de um vórtice, o CPA apresentou maiores valores de força crítica, sendo que os maiores acréscimos são de 12,28% e ocorrem para  $H = 25H_0$  e  $H = 26H_0$ . Também é possível perceber que, assim como para sistemas infinitos (Fig. 3.10), as diferenças entre os valores críticos são menos acentuadas para baixos valores de  $N_v/N_p$ .

## 5.2 Efeitos de tamanho

### 5.2.1 Arranjos, trechos de arranjos e amostras simuladas

Nesta etapa do trabalho, foi realizado um estudo sobre a influência dos arranjos conforme, conforme deformado e aleatório, bem como de diferentes trechos desses tipos de arranjos em fitas supercondutoras, considerando amostras com diferentes larguras. Para a

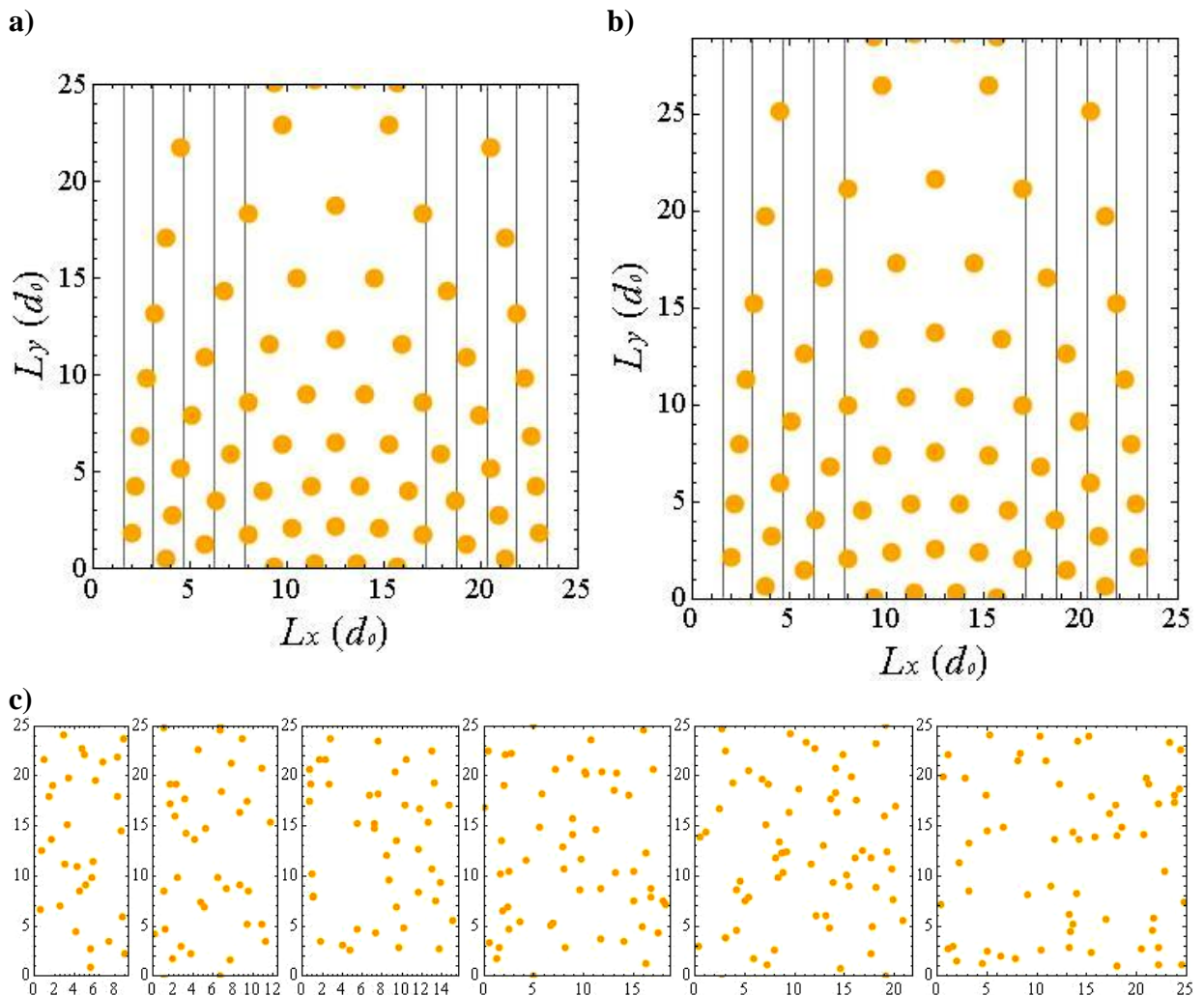
realização dos cálculos, foram utilizadas caixas de simulação com 6 diferentes valores de  $L_x$  para todos os arranjos, com  $L_y = 1\lambda$  para os arranjos conforme e aleatório, e  $L_y = (2/\sqrt{3})L_x = 1,1547\lambda$  para o arranjo conforme deformado. Para cada sistema, também foram utilizados três diferentes valores de campo magnético externo aplicado:  $H = 68H_0$ ,  $H = 70H_0$  e  $H = 72H_0$ . Ao todo foram simulados, portanto, mais 54 diferentes sistemas nesta etapa da dissertação.

Utilizando as Equações 3.1 a 3.5 com  $v_{max} = 25$  (pela normalização feita na Equação (4.1) esse valor corresponde a  $25d_0 = 1\lambda$ ) e  $\rho = 0,11$ , foi possível obter o arranjo conforme de centros de aprisionamento mostrado na Figura 5.13a. A escolha desses parâmetros deve-se ao fato de serem os maiores valores plausíveis considerando os recursos computacionais e tempo do qual dispúnhamos para simular todos os sistemas. Já o arranjo conforme deformado de centros de aprisionamento, foi obtido multiplicando-se a coordenada de cada ponto em  $y$  do arranjo conforme por  $2/\sqrt{3}$ , não alterando, portanto, as coordenadas de cada centro de aprisionamento em  $x$ .

As fitas geradas inicialmente possuem  $L_x = 1\lambda$ , e a diminuição da largura foi feita cortando sequencialmente  $0,125\lambda$  ( $0,0625\lambda$  de cada lado) da fita de largura imediatamente superior, como mostram as Figuras 5.13a e 5.13b. Esse valor de corte foi escolhido devido ao fato de resultar em alguns valores padrões de larguras, como  $L_x = 0,5\lambda$  e  $L_x = 0,75\lambda$ . Larguras inferiores a  $L_x = 0,375\lambda$  são muito estreitas e não foram simuladas. O número de centros de aprisionamento existente em cada largura de fita foi consequência do corte realizado a partir da fita mais larga nos arranjos conforme e conforme deformado. Através da análise das Figuras 5.13a e 5.13b, pode-se perceber que, tanto para o *CPA* quanto para o *CPA* deformado, apenas as fitas com larguras de  $L_x = 1\lambda$  e  $L_x = 0,875\lambda$  mantêm a simetria dos arranjos. As demais larguras de fitas são, portanto, apenas trechos desses arranjos. Caso fossem utilizados arranjos periódicos, a quantidade de centros de aprisionamento em cada amostra seria

diferente, o que dificultaria comparações. Devido a esse fato, os arranjos periódicos não foram simulados nesta parte da dissertação.

Por fim, os arranjos aleatórios foram obtidos utilizando uma função intrínseca para gerar números aleatórios do *software* Wolfram Mathematica 10.



**Fig. 5.13** – Todas as seis fitas para **a)** o arranjo conforme, **b)** aleatório e **c)** conforme deformado de centros de aprisionamento, sobrepostas. Para o CPA e CPA deformado, apenas as fitas com  $L_x=1\lambda$  e  $L_x=0,875\lambda$  mantêm a simetria dos arranjos. As demais larguras de fitas são apenas trechos desses arranjos. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja correspondem aos centros de aprisionamento. Todas as escalas de distância estão normalizadas por  $d_0$ . A força de transporte  $F_d$  para mover os vórtices foi aplicada na direção vertical.

A força de transporte (*force of driving*)  $F_d$  foi aplicada na direção  $y$ , como mostram as Figuras 4.11b e 4.11c. A Tabela 5.1 mostra as larguras de cada fita com seu

respectivo número de centros de aprisionamento, sendo que estes valores são os mesmos para todos os tipos de arranjos e trechos de arranjos.

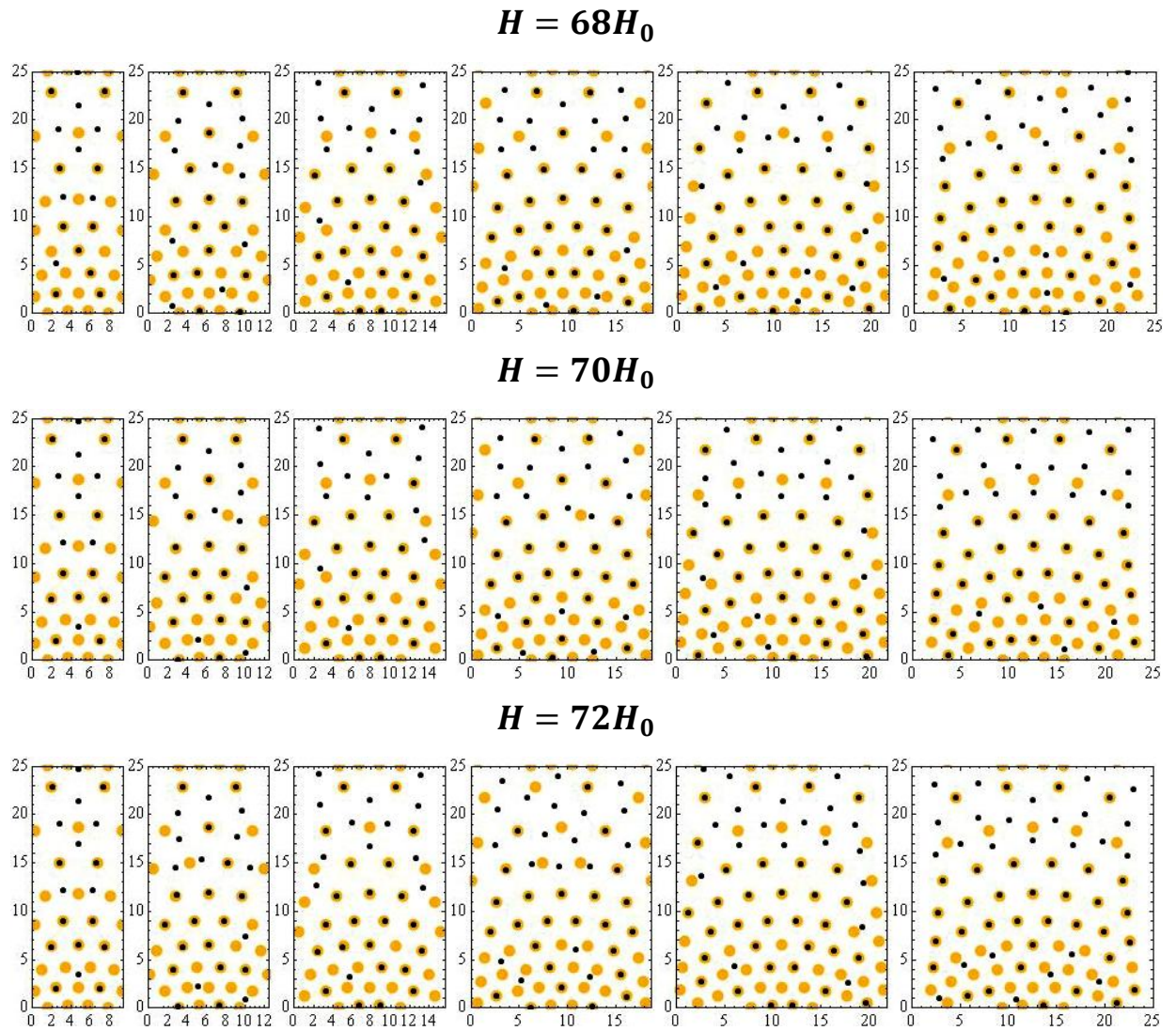
**Tabela 5.1** – Quantidade de centros de aprisionamento existente em cada largura de fita para os arranjos conforme, conforme deformado, aleatório e trechos desses arranjos.

| Largura da fita ( $L_i$ ) | Número de centros de aprisionamento |
|---------------------------|-------------------------------------|
| $L_1 = 1\lambda$          | 62                                  |
| $L_2 = 0,875\lambda$      | 62                                  |
| $L_3 = 0,75\lambda$       | 54                                  |
| $L_4 = 0,625\lambda$      | 42                                  |
| $L_5 = 0,5\lambda$        | 36                                  |
| $L_6 = 0,375\lambda$      | 30                                  |

### 5.2.2 Configurações de mínima energia dos vórtices

Uma vez definidos os sistemas a serem simulados, foi dado início aos cálculos das configurações de menor energia para os vórtices. Nas figuras a seguir, os pontos pretos representam as posições dos vórtices, e os pontos laranja, as posições dos centros de aprisionamento. Os resultados obtidos são mostrados nas Figuras 5.14, 5.15 e 5.16.

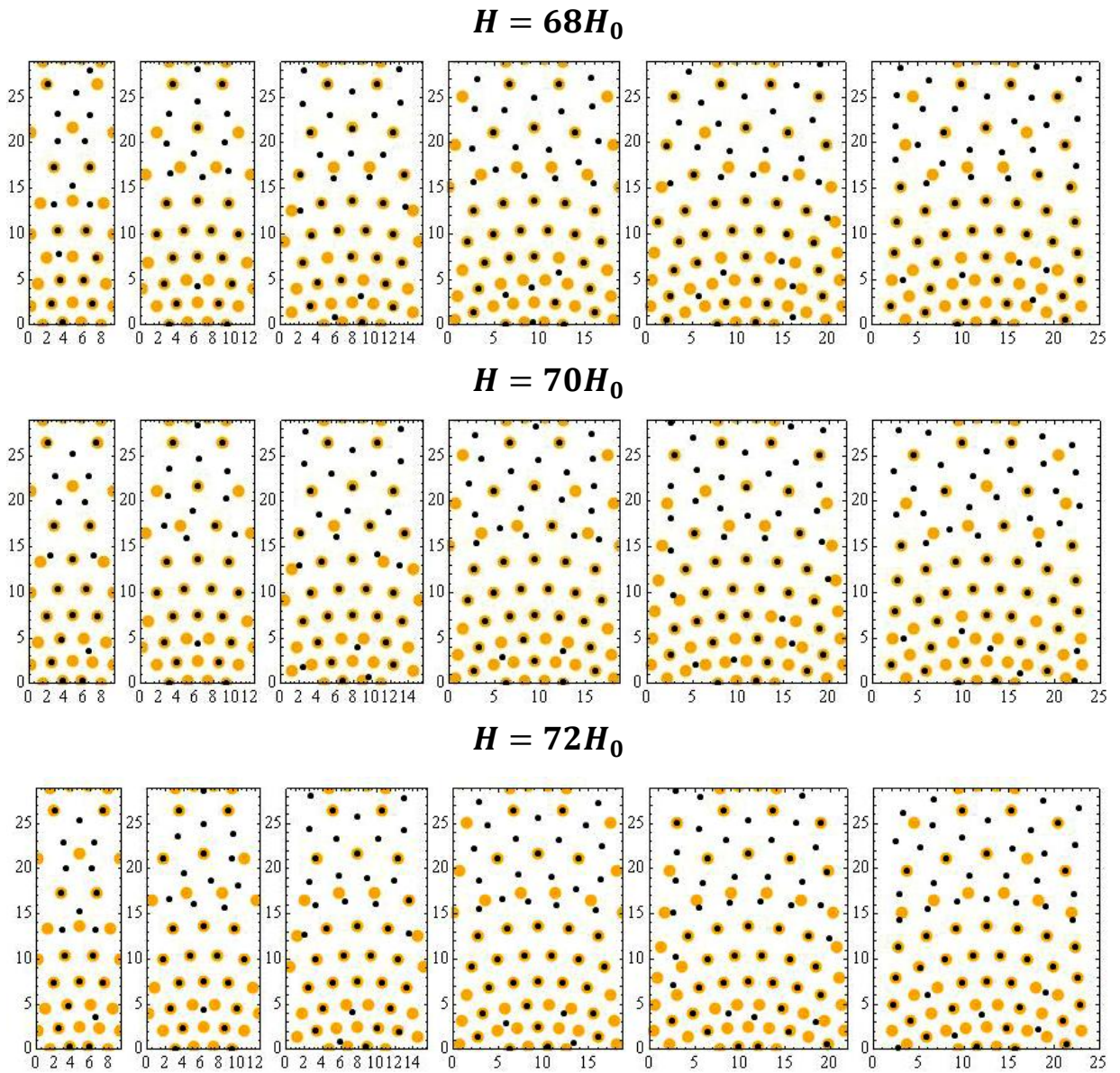
Posições de equilíbrio para o CPA e trechos deste arranjo:



**Fig. 5.14** – Posições de menor energia obtidas para cada largura de fita, para o arranjo conforme de centros de aprisionamento e trechos deste arranjo, com três diferentes valores de campo magnético externo aplicado. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja correspondem aos centros de aprisionamento. Todas as escalas de distância estão normalizadas por  $d_0$ .

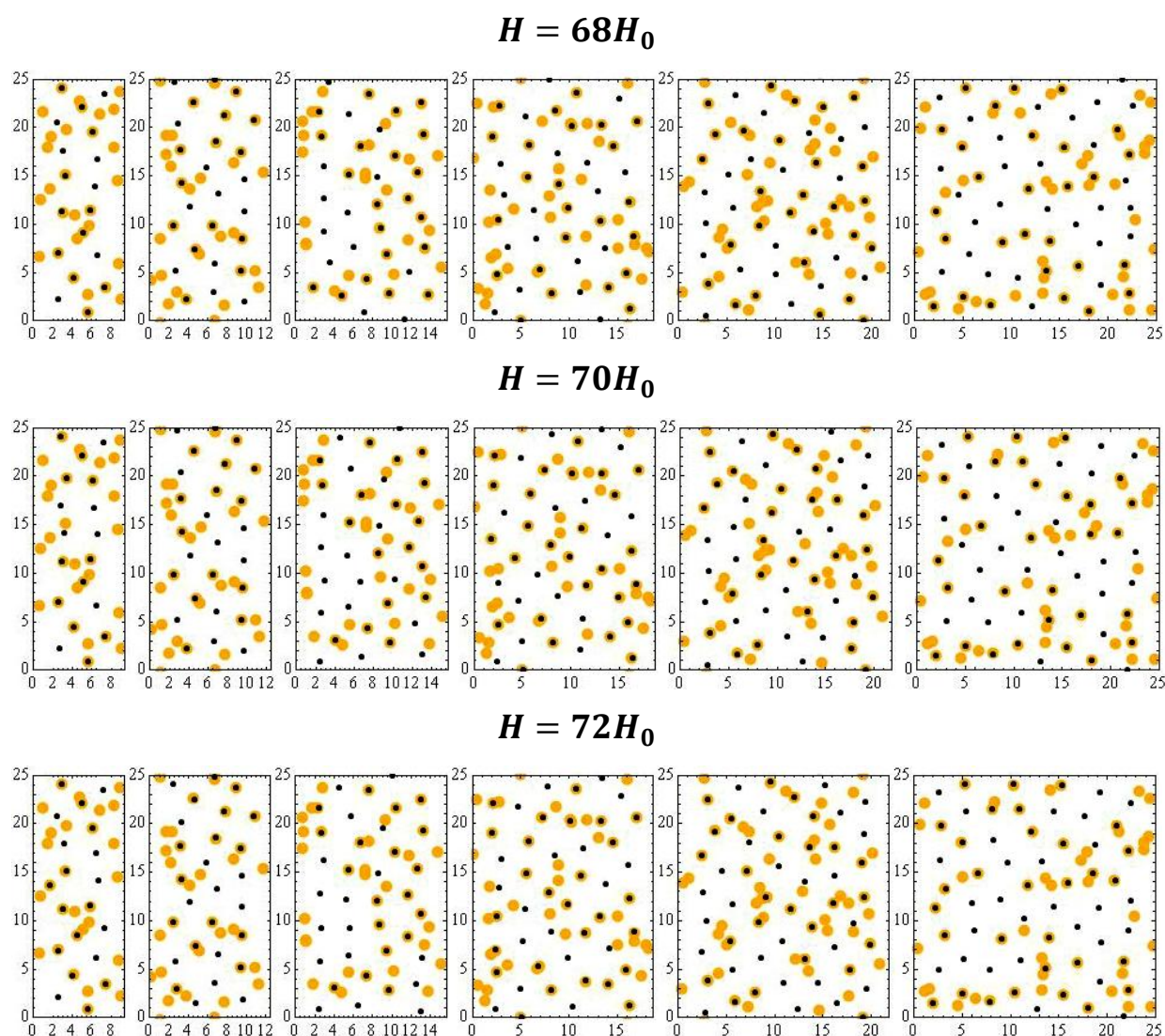


Posições de equilíbrio para o CPA deformado e trechos deste arranjo:



**Fig. 5.15** – Posições de menor energia obtidas para cada largura de fita, para o arranjo conforme deformado de centros de aprisionamento e trechos deste arranjo, com três diferentes valores de campo magnético externo aplicado. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja correspondem aos centros de aprisionamento. Todas as escalas de distância estão normalizadas por  $d_0$ .

Posições de equilíbrio para o arranjo aleatório de centros de aprisionamento e trechos deste arranjo:



**Fig. 5.16** – Posições de menor energia obtidas para cada largura de fita, com diferentes arranjos aleatórios de centros de aprisionamento, para três diferentes valores de campo magnético externo aplicado. Os pontos pretos correspondem aos vórtices e os pontos laranja correspondem aos centros de aprisionamento. Todas as escalas de distância estão normalizadas por  $d_0$ .

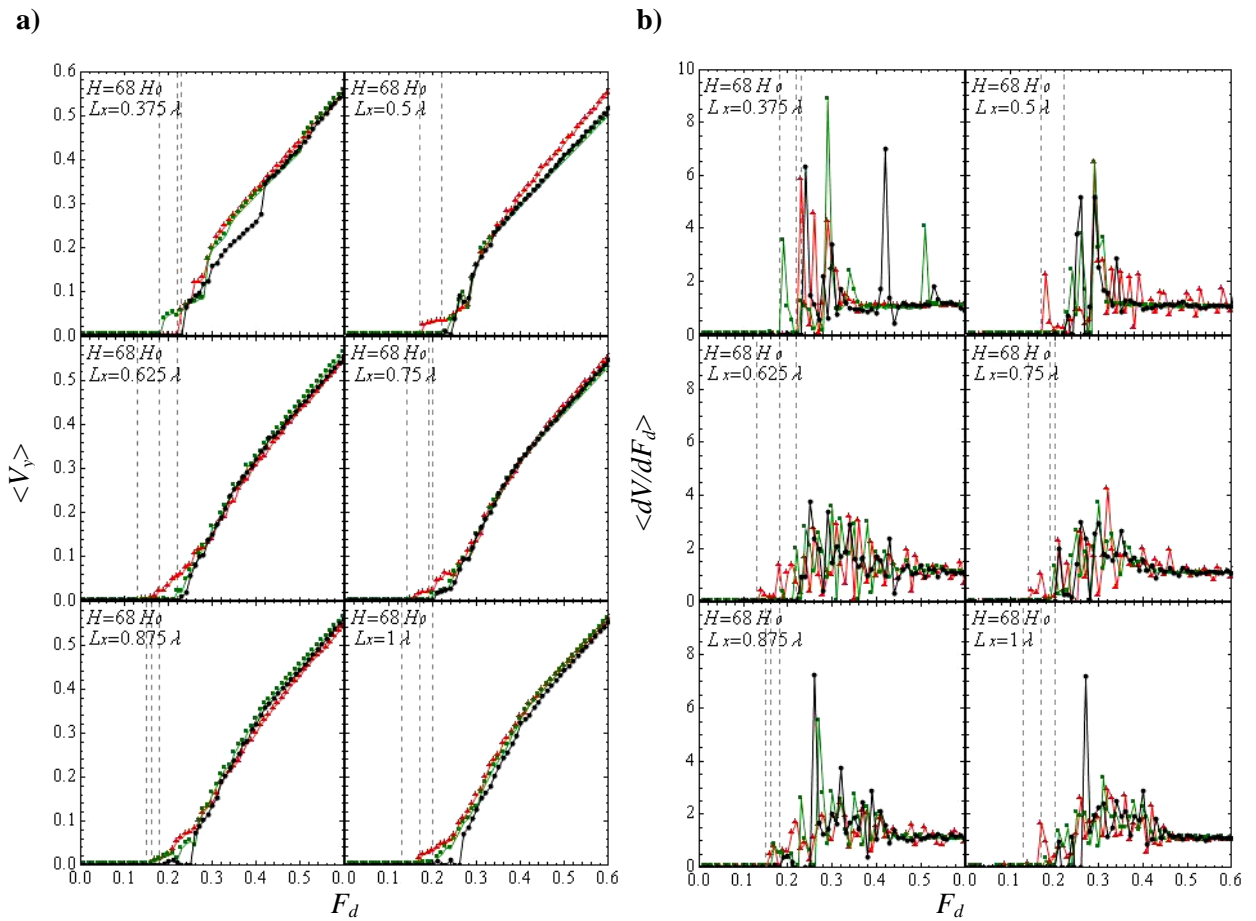
### 5.2.3 Velocidade, resistência diferencial média e forças críticas

Após serem encontradas as posições de menor energia dos sistemas de vórtices, deu-se início ao cálculo das forças críticas utilizando Dinâmica Molecular. Exatamente como nos cálculos de força crítica desenvolvidos anteriormente, aplicou-se uma força de transporte na direção  $y$ , como mostram as Figuras 4.11b e 4.11c, e foi-se aumentando esse valor de força em intervalos fixos. Os cálculos foram feitos para os valores de largura de fita e campo magnético externos propostos anteriormente.

Os valores de força crítica podem ser identificados nas Figuras 5.17 a 5.19, que mostram os gráficos da média das velocidades médias do conjunto de vórtices  $\langle V_y \rangle$ , versus força de transporte  $F_d$ , sendo o valor crítico o maior valor de força tal que  $\langle V_y \rangle \leq 0,001$ .

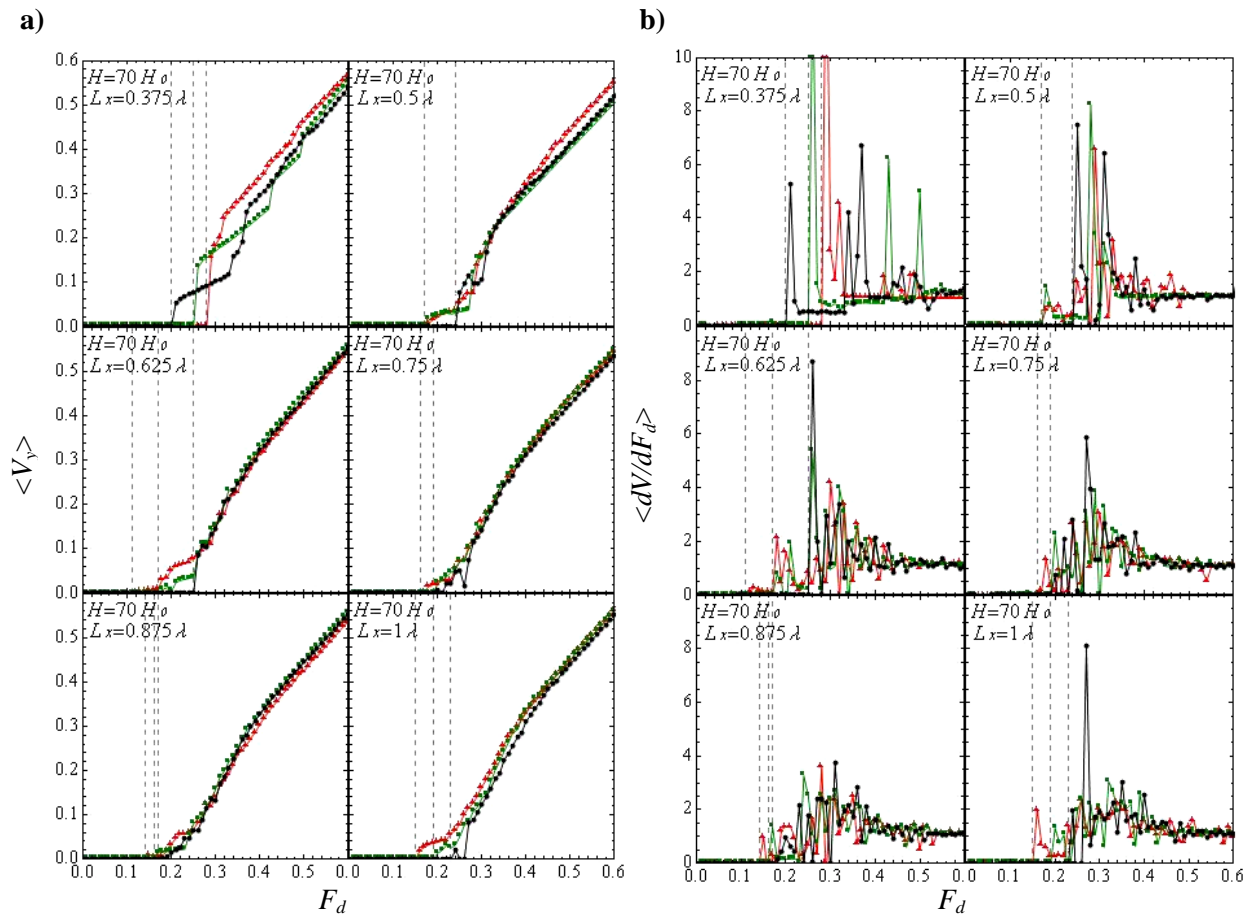
A força de transporte utilizada foi novamente aumentada em intervalos de  $\Delta F = 0,01$ . A partir das médias, a cada 100000 interações, das velocidades médias dos conjuntos de vórtices, foi possível obter as médias, também a cada 100000 interações, da resistência diferencial média do conjunto de vórtices, que é a derivada da velocidade em função da força de transporte ( $\langle dV/dF_d \rangle$ ). A seguir são mostrados os gráficos dessas grandezas em função da força de transporte para cada largura de fita e valor de campo magnético externo aplicado, tanto para centros de aprisionamento conforme (e trechos desse arranjo) quanto conforme deformado (e trechos desse arranjo) e aleatório.

$$H = 68H_0$$



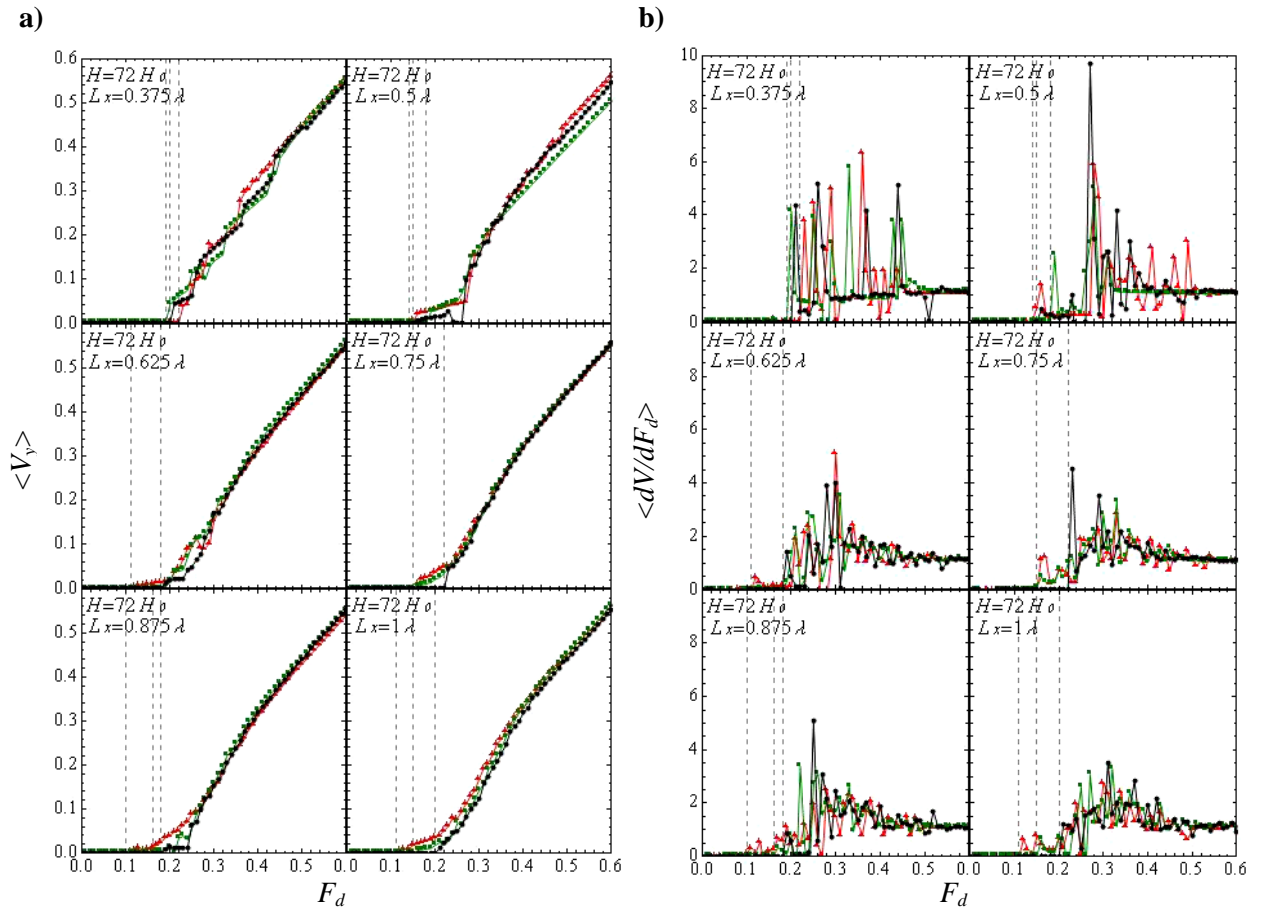
**Fig. 5.17** – a) Velocidade média versus força de transporte e b) resistência diferencial média versus força de transporte para as seis larguras de amostras, tanto para o arranjo conforme e trechos desse arranjo (preto), quanto conforme deformado e trechos desse arranjo (verde) e aleatório (vermelho) de centros de aprisionamento, com  $H=68H_0$ .

$$H = 70 H_0$$



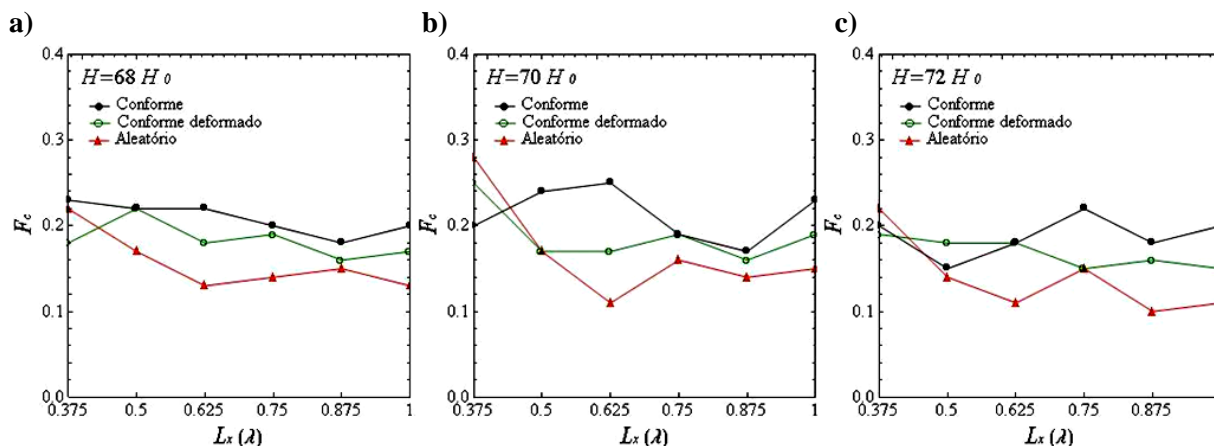
**Fig. 5.18** – a) Velocidade média versus força de transporte e b) resistência diferencial média versus força de transporte para as seis larguras de amostras, tanto para o arranjo conforme e trechos desse arranjo (preto), quanto conforme deformado e trechos desse arranjo (verde) e aleatório (vermelho) de centros de aprisionamento, com  $H=70H_0$ .

$$H = 72 H_0$$



**Fig. 5.19** – a) Velocidade média versus força de transporte e b) resistência diferencial média versus força de transporte para as seis larguras de amostras, tanto para o arranjo conforme e trechos desse arranjo (preto), quanto conforme deformado e trechos desse arranjo (verde) e aleatório (vermelho) de centros de aprisionamento, com  $H=72H_0$ .

Os gráficos 5.20a, 5.20b e 5.20c a seguir mostram os valores de força crítica em função da largura das amostras. Cada gráfico foi feito para um valor de campo magnético externo aplicado diferente, onde são apresentados os resultados para o CPA e trechos desse arranjo, CPA deformado e trechos desse arranjo, e arranjo aleatório de centros de aprisionamento.

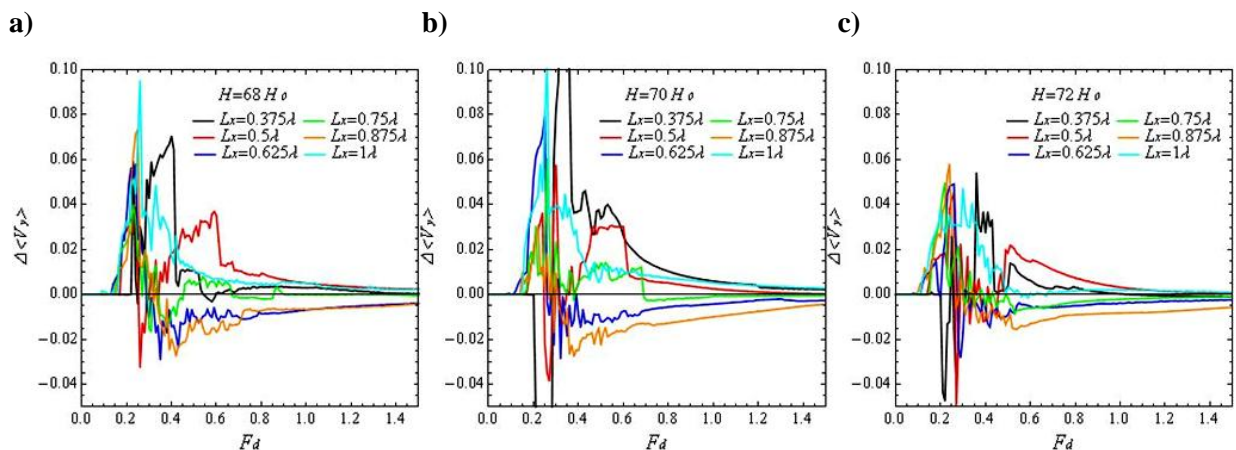


**Fig. 5.20** – Forças críticas em função das larguras das fitas para **a)**  $H = 68H_0$ , **b)**  $H = 70H_0$  e **c)**  $H = 72H_0$ . Os pontos pretos representam o CPA e trechos desse arranjo, os pontos verdes o CPA deformado e trechos desse arranjo, e os pontos vermelhos o arranjo aleatório de centros de aprisionamento.

A partir da análise dos gráficos da Figura 5.20, é possível observar que o arranjo conforme de centros de aprisionamento (fitas com  $L_x = 0,875\lambda$  e  $L_x = 1\lambda$ ) apresenta os melhores resultados, chegando a proporcionar, para  $H = 72H_0$  e  $L_x = 1\lambda$ , um aumento de cerca de 81,82% na força crítica em relação ao arranjo aleatório, bem como um aumento de aproximadamente 33,33% na força crítica em relação ao CPA deformado. Para as amostras mais estreitas (fitas com larguras diferentes de  $L_x = 0,875\lambda$  e  $L_x = 1\lambda$ ), os trechos do CPA também apresentaram, de maneira geral, maiores valores de força crítica, proporcionando para esta, em  $H = 70H_0$  e  $L_x = 0,625\lambda$ , um acréscimo de cerca de 127,27% em relação ao arranjo aleatório, bem como um acréscimo de cerca de 47% em relação ao CPA deformado. Com este resultado pode-se concluir que, além do CPA possibilitar maiores valores de força crítica que o CPA deformado e que o arranjo aleatório, os trechos do CPA também levam, para a maioria dos casos, a maiores valores de força crítica incluindo os efeitos de superfície de uma fita supercondutora.

## 5.2.4 Comparação das velocidades dos vórtices

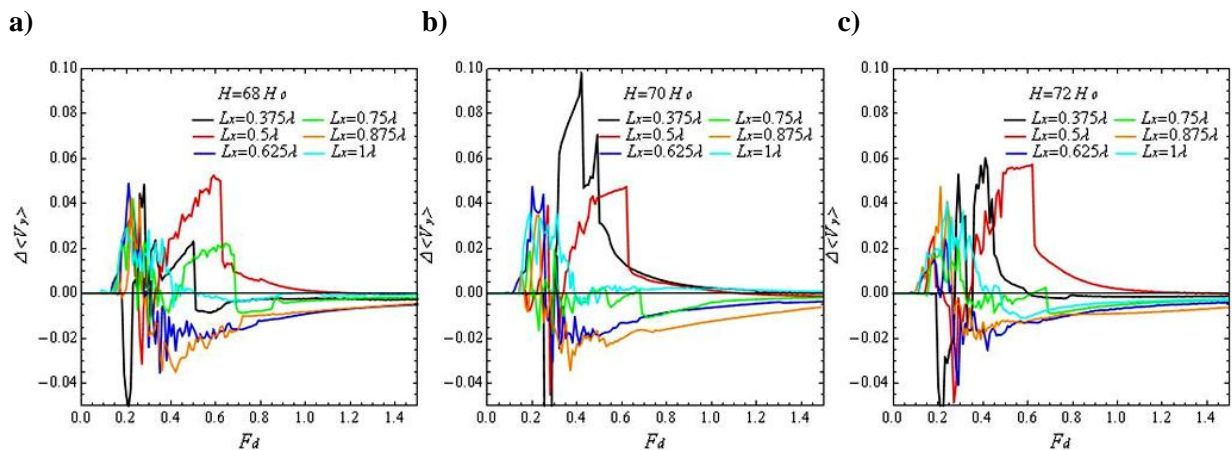
Além dos resultados apresentarem melhores valores de força crítica para o CPA, trechos do CPA, CPA deformado e trechos do CPA deformado em relação aos arranjos aleatórios (Figura 5.20), as velocidades médias dos conjuntos de vórtices também são, em maioria, menores para os arranjos conforme, conforme deformado e trechos desses arranjos. Para se fazer uma análise com maior clareza acerca das velocidades médias dos conjuntos de vórtices magnéticos, nas Figuras 5.21 e 5.22 são apresentadas as diferenças das médias dessas velocidades para os arranjos aleatórios e o arranjo conforme e trechos do arranjo conforme ( $\Delta\langle V_y \rangle_1 = \langle V_y^{aleat} \rangle - \langle V_y^{CPA} \rangle$ ), e para os arranjos aleatórios e o arranjo conforme deformado e trechos do arranjo conforme deformado ( $\Delta\langle V_y \rangle_2 = \langle V_y^{aleat} \rangle - \langle V_y^{CPAD} \rangle$ ), como função da força de transporte  $F_d$ , para todas as larguras de fita e valores de campo utilizados. Dessa forma, pode-se dizer que estão representados nos gráficos o quão maior as médias das velocidades médias dos conjuntos de vórtices são para o arranjo aleatório, ou ainda, o quanto menos eficiente o arranjo aleatório é para retardar a movimentação dos vórtices, em média, em relação ao CPA, ao CPA deformado e a trechos desses arranjos.



**Fig. 5.21** – Diferenças das médias das velocidades médias dos conjuntos de vórtices entre os arranjos de centros de aprisionamento aleatórios e conforme (ou trechos do arranjo conforme), na direção  $y$ , em função da força de transporte, para **a)**  $H=68H_0$ , **b)**  $H=70H_0$  e **c)**  $H=72H_0$ , e seis larguras de fita.



Através da análise da Figura 5.21, é possível observar que para  $L_x = 1\lambda$  o CPA mostra-se mais eficiente para retardar a movimentação das linhas de fluxo, tendo valores positivos de  $\Delta\langle V_y \rangle_1$  para praticamente todo o intervalo de força, com grandes áreas positivas até, aproximadamente,  $F_d = 0,5$ . No entanto, para  $L_x = 0,875\lambda$ , ocorre o oposto, apresentando valores negativos de  $\Delta\langle V_y \rangle_1$  para maior parte do intervalo de força. Tal resultado mostra que, para este caso, os efeitos de superfície desempenham um papel dominante nas propriedades do sistema, alterando seu comportamento significativamente e fazendo com que a média das velocidades médias dos conjuntos de vórtices torne-se maior para o CPA. Tal comportamento pode ser observado tanto para os três valores de campo magnético aplicado. Já para os trechos do CPA, é possível observar que para todas as larguras de fita, com exceção de  $L_x = 0,625\lambda$  para todos os valores de campo e  $L_x = 0,75\lambda$  em  $H = 72H_0$ ,  $\Delta\langle V_y \rangle_1$  é maior para a maior parte dos intervalos de força, para os três valores de campo magnético aplicado, com grandes áreas positivas para  $L_x = 0,375\lambda$  e  $L_x = 0,5\lambda$  em  $H = 68H_0$  e  $H = 70H_0$ .



**Fig. 5.22** – Diferenças das médias das velocidades médias dos conjuntos de vórtices entre os arranjos de centros de aprisionamento aleatórios e conforme deformado (ou trechos do arranjo conforme deformado), na direção  $y$ , em função da força de transporte, para **a)**  $H=68H_0$ , **b)**  $H=70H_0$  e **c)**  $H=72H_0$ , e seis larguras de fita.

Através da análise da Figura 5.22, nota-se que para  $L_x = 1\lambda$  o CPA deformado mostra-se mais eficiente para retardar a movimentação das linhas de fluxo para  $H = 68H_0$  e

$H = 70H_0$ , tendo valores positivos de  $\Delta\langle V_y \rangle_2$  para maior parte do intervalo de força, com maiores áreas positivas até, aproximadamente,  $F_d = 0,4$ . No entanto, para  $H = 72H_0$ , a diferença nos valores de velocidade média possui maior área positiva até  $F_d = 0,4$ , tornando-se negativa a partir deste valor. Já para  $L_x = 0,875\lambda$ , ocorre o oposto novamente, com grandes áreas negativas de  $\Delta\langle V_y \rangle_2$  para maior parte do intervalo de força dos três valores de campo externo. Tal resultado mostra novamente a relevância dos efeitos de superfície, fazendo com que a média da velocidade do conjunto de vórtices torne-se maior, neste caso, para o *CPA* deformado. Já para os trechos do *CPA* deformado, é possível observar novamente que para todas as larguras de fita, com exceção de  $L_x = 0,625\lambda$  para todos os valores de campo e para  $L_x = 0,75\lambda$  em  $H = 70H_0$  e  $H = 72H_0$ , a diferença das médias das velocidades é maior para a maior parte dos intervalos de força, para os três valores de campo magnético externo aplicado, com grandes áreas positivas para  $L_x = 0,375\lambda$  e  $L_x = 0,5\lambda$  em todos os casos.

Acreditamos que tais diferenças nas médias das velocidades médias dos conjuntos de vórtices favoreçam o *CPA* e trechos do *CPA* devido ao fato deste arranjo ser capaz de dificultar a movimentação dos vórtices em razão de possuir uma geometria semelhante a semicírculos, que são regularmente distribuídos e atuam como barreiras que dificultam a formação de canais de fluxo, diferentemente de um arranjo aleatório. Apesar disso, os efeitos de superfície desempenham um papel altamente relevante nas propriedades do sistema, e a maneira com a qual o conjunto de vórtices se movimentará irá depender consideravelmente dos efeitos de borda. A partir da comparação dos gráficos das figuras 5.21 e 5.22, também é possível perceber que, de maneira geral (exceto para  $L_x = 0,5\lambda$ ), as áreas positivas são maiores e as áreas negativas são menores para o *CPA* em relação ao *CPA* deformado. Acreditamos que isto também esteja relacionado com a simetria semelhante a semicírculos do arranjo conforme, uma vez que o arranjo conforme deformado possui uma maior distância entre os centros de aprisionamento, o que pode facilitar a movimentação das linhas de fluxo.

## 6. CONCLUSÕES

Através da utilização de técnicas de simulação numérica, foi possível estudar os efeitos do arranjo conforme de centros de aprisionamento em uma fita supercondutora e compará-lo a outros tipos de arranjos como o quadrado, hexagonal, conforme deformado e aleatório, bem como com trechos dos arranjos conforme e conforme deformado de centros de aprisionamento. Os sistemas corresponderam a fitas supercondutoras do tipo II, com diferentes valores de campo magnético externo aplicado e larguras. Para o estudo da influência do campo magnético externo aplicado em amostras com largura fixa, realizou-se uma varredura de campo utilizando diferentes valores de  $H$ , o que possibilitou a obtenção dos valores de força crítica e a comparação dos resultados entre o arranjo conforme de centros de aprisionamento e os demais tipos de arranjo. Para o estudo dos efeitos de tamanho, foram calculadas as forças críticas e diversas quantidades físicas importantes que caracterizam o comportamento do sistema, tais como média das velocidades médias dos conjuntos de vórtices, média da resistência diferencial média e as diferenças das médias das velocidades médias para os arranjos conforme (e trechos deste arranjo) e arranjo conforme deformado (e trechos deste arranjo) em relação a arranjos aleatórios de centros de aprisionamento, considerando três diferentes valores de campo magnético externo e várias larguras de fita.

Os resultados com campo magnético externo variável e largura fixa mostraram que, assim como para sistemas infinitos [1], o arranjo conforme de centros de aprisionamento possibilita maiores valores de força crítica para diferentes valores de campo magnético externo aplicado do que arranjos aleatórios e, inclusive, periódicos de centros de aprisionamento, exceto para um valor de campo em relação ao arranjo hexagonal devido aos efeitos de comensurabilidade. Além disso, outros dois valores de campo também

apresentaram, para o arranjo conforme de centros de aprisionamento, menores valores de força crítica em relação ao arranjo conforme deformado. Para o estudo dos efeitos de tamanho, os cálculos realizados mostram maiores valores de força crítica para o arranjo conforme em relação aos arranjos conforme deformado e aleatório para os três valores de  $H$  analisados. Em relação às fitas com trechos dos arranjos conforme e conforme deformado, os resultados mostram, em geral, maiores valores de força crítica para os trechos do arranjo conforme de centros de aprisionamento, com exceção de dois valores de campo para as larguras de fita mais estreitas em relação ao arranjo aleatório e três valores de campo em relação ao arranjo conforme deformado. Além dos arranjos conforme, conforme deformado e trechos desses arranjos possibilitarem, com exceção do trecho das fitas mais estreitas, maiores valores de força crítica que o arranjo aleatório, também se observou, de maneira geral, uma maior capacidade de retardar a movimentação dos vórtices magnéticos em relação aos arranjos aleatórios. Acreditamos que isso se deva à simetria do arranjo conforme assemelhar-se a semicírculos, a qual dificulta a formação de canais de fluxo para a movimentação dos vórtices magnéticos.

Apesar de Ray et al. [1, 11, 12] já terem reportado melhores valores de força crítica para o arranjo conforme em sistemas infinitos, esta é a primeira vez que simulações computacionais em fitas supercondutoras com esse tipo de estrutura foram realizadas. Dessa forma, buscamos com nossos cálculos contribuir para uma maior compreensão deste novo tipo de arranjo de centros de aprisionamento.

Para trabalhos futuros, podemos sugerir a introdução dos efeitos de barreira geométrica considerando sistemas finitos em todas as direções, a inclusão dos efeitos de temperatura, a utilização do modelo de Ginzburg-Landau para descrever a interação entre os vórtices magnéticos, a utilização de novos arranjos de centros de aprisionamento como os do tipo Penrose e mosaico hiperbólico, a realização de uma varredura de campo até

maiores intervalos e a utilização de novos valores de largura de fitas a fim de verificar a abrangência dos efeitos de tamanho. Contudo, acreditamos ter alcançado os objetivos deste trabalho, uma vez que conseguimos novos resultados ainda não reportados pela comunidade científica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] RAY, D. et al. Vortex transport and pinning in conformal pinning arrays. **Physica C: Superconductivity**, v. 503, p. 123–127, 15 ago. 2014.
- [2] SIMÕES, R. **Efeitos do Pinning nos regimes dinâmicos de Vórtices em Supercondutores do tipo II**. Dissertação (Mestrado em Ciências e Tecnologia de Materiais) — Faculdade de Ciências - POSMAT - UNESP, Bauru/SP, 2007.
- [3] REICHHARDT, C.; OLSON REICHHARDT, C. J. Transport anisotropy as a probe of the interstitial vortex state in superconductors with artificial pinning arrays. **Physical Review B**, v. 79, n. 13, p. 134501, 1 abr. 2009.
- [4] REICHHARDT, C.; REICHHARDT, C. J. O. Vortex molecular crystal and vortex plastic crystal states in honeycomb and kagom'e pinning arrays. **Physical Review B**, v. 76, n. 6, p. 64523, 17 ago. 2007.
- [5] REICHHARDT, C.; GRØNBECH-JENSEN, N. Critical currents and vortex states at fractional matching fields in superconductors with periodic pinning. **Physical Review B**, v. 63, n. 5, p. 54510, 9 jan. 2001.
- [6] MISKO, V.; SAVEL'EV, S.; NORI, F. Critical Currents in Quasiperiodic Pinning Arrays: Chains and Penrose Lattices. **Physical Review Letters**, v. 95, n. 17, p. 177007, 21 out. 2005.
- [7] MISKO, V. R.; SAVEL'EV, S.; NORI, F. Critical currents in superconductors with quasiperiodic pinning arrays: One-dimensional chains and two-dimensional Penrose lattices. **Physical Review B**, v. 74, n. 2, p. 24522, 26 jul. 2006.
- [8] REICHHARDT, C.; OLSON REICHHARDT, C. J. Dynamical Ordering and Directional Locking for Particles Moving over Quasicrystalline Substrates. **Physical Review Letters**, v. 106, n. 6, p. 60603, 10 fev. 2011.
- [9] KEMMLER, M. et al. Commensurability Effects in Superconducting Nb Films with Quasiperiodic Pinning Arrays. **Physical Review Letters**, v. 97, n. 14, p. 147003, 6 out. 2006.
- [10] MISKO, V. R.; NORI, F. Magnetic flux pinning in superconductors with hyperbolic-tessellation arrays of pinning sites. **Physical Review B**, v. 85, n. 18, p. 184506, 4 maio 2012.
- [11] RAY, D. et al. Strongly Enhanced Pinning of Magnetic Vortices in Type-II Superconductors by Conformal Crystal Arrays. **Physical Review Letters**, v. 110, n. 26, p. 267001, 24 jun. 2013.

- [12] RAY, D.; REICHHARDT, C.; REICHHARDT, C. J. O. Pinning, ordering, and dynamics of vortices in conformal crystal and gradient pinning arrays. **Physical Review B**, v. 90, n. 9, p. 94502, 8 set. 2014.
- [13] REICHHARDT, C.; RAY, D.; REICHHARDT, C. J. O. Reversible ratchet effects for vortices in conformal pinning arrays. **Physical Review B**, v. 91, n. 18, p. 184502, 4 maio 2015.
- [14] REICHHARDT, C.; REICHHARDT, C. J. O. Transverse ac-driven and geometric ratchet effects for vortices in conformal crystal pinning arrays. **Physical Review B**, v. 93, n. 6, p. 64508, 11 fev. 2016.
- [15] REICHHARDT, C. J. O. et al. Pinning, Flux Diodes, and Ratchets for Vortices Interacting with Conformal Pinning Arrays. **arXiv:1602.03912 [cond-mat]**, 11 fev. 2016.
- [16] WANG, Y. L. et al. Enhancing the critical current of a superconducting film in a wide range of magnetic fields with a conformal array of nanoscale holes. **Physical Review B**, v. 87, n. 22, p. 220501, 5 jun. 2013.
- [17] GUÉNON, S. et al. Highly effective superconducting vortex pinning in conformal crystals. **Applied Physics Letters**, v. 102, n. 25, p. 252602, 24 jun. 2013.
- [18] LUIZ, A. M. **Applications of High  $T_c$  Superconductivity**. Materials Research Society, 1992.
- [19] SEIDEL, Paul (Ed.). **Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications**. John Wiley & Sons, 2015.
- [20] Disponível em: <<http://www.maglevcobra.coppe.ufrj.br/>>. Acesso em: 10 fev. 2016.
- [21] CALLISTER, William. **Ciência E Engenharia de Materiais: Uma Introdução**. Grupo Gen-LTC, 2000.
- [22] POOLE JR., Charles P.; FARACH, Horacio A.; CRESWICK, Richard J. **Superconductivity**. San Diego: Academic Press, 1995.
- [23] ORLANDO, Terry P.; DELIN Kevin A. **Foundations of applied superconductivity**. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [24] KETTERSON, J. B. **Superconductivity**. Cambridge; New York: Cambridge University Press, 1999.
- [25] BEDNORZ, J. G.; MÜLLER, K. A. Possible high  $T_c$  superconductivity in the Ba-La-Cu-O system. **Zeitschrift für Physik B Condensed Matter**, v. 64, n. 2, p. 189–193, jun. 1986.
- [26] Disponível em: <[https://es.wikipedia.org/wiki/Superconductor\\_de\\_tipo\\_II](https://es.wikipedia.org/wiki/Superconductor_de_tipo_II)>. Acesso em: 10 fev. 2016.
- [27] ESSMANN, U.; TRÄUBLE, H. The direct observation of individual flux lines in type II superconductors. **Physics Letters A**, v. 24, n. 10, p. 526–527, 8 maio 1967.

- [28] Disponível em: <<http://www.enea.it/it/pubblicazioni/EAI/anno-2012/n.-3-maggio-giugno-2012/high-temperature-superconductivity-challenges-and-perspectives-for-electric-power-applications>>. Acesso em: 10 fev. 2016.
- [29] Disponível em: <<http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/superconductivity/type.php>>. Acesso em: 10 fev. 2016.
- [30] SUDEROW, H. et al. Imaging superconducting vortex cores and lattices with a scanning tunneling microscope. **Superconductor Science and Technology**, v. 27, n. 6, p. 063001, 2014.
- [31] OSTERMANN, Fernanda; FERREIRA, Leticie Mendonca; CAVALCANTI, Claudio Jose de Holanda. Tópicos de física contemporânea no ensino médio: um texto para professores sobre supercondutividade. **Revista brasileira de ensino de física**. Vol. 20, n. 3 (set. 1998), p. 270-2884, 1998.
- [32] REIS, J. D. **Dinâmica de Vórtices em Sistemas com Geometria finita**. Dissertação (Mestrado em Física) — IFGW - UNICAMP, Campinas/SP, 2004.
- [33] REIS, J. D. et al. Surface effects on moving vortices in superconducting stripes. **Physica C: Superconductivity**, v. 454, n. 1–2, p. 15–19, 15 abr. 2007.
- [34] BRANDT, E. H. Computer Simulation of Flux Pinning in Type-II Superconductors. **Physical Review Letters**, v. 50, n. 20, p. 1599–1602, 16 maio 1983.
- [35] BEAN, C. P.; LIVINGSTON, J. D. Surface Barrier in Type-II Superconductors. **Physical Review Letters**, v. 12, n. 1, p. 14–16, 6 jan. 1964.
- [36] CARNEIRO, G. Equilibrium vortex-line configurations and critical currents in thin films under a parallel field. **Physical Review B**, v. 57, n. 10, p. 6077–6083, 1 mar. 1998.
- [37] DE SOUZA SILVA, C. C.; CABRAL, L. R. E.; ALBINO AGUIAR, J. Vortex configurations and metastability in mesoscopic superconductors. **Physica C: Superconductivity**, Proceedings of the Third European Conference on Vortex Matter in Superconductors at Extreme Scales and Conditions. v. 404, n. 1–4, p. 11–17, 1 maio 2004.
- [38] DE SOUZA SILVA, C. C.; ALBINO AGUIAR, J. Vortex dynamics in mesoscopic strips. **Physica C: Superconductivity**, Proceedings of the 23rd International Conference on Low Temperature Physics (LT23). v. 388–389, p. 673–674, maio 2003.
- [39] DE SOUZA SILVA, C. C.; ALBINO AGUIAR, J. Irreversible matching effects in homogeneous and layered superconducting films. **Physica C: Superconductivity**, v. 354, n. 1–4, p. 232–236, maio 2001.
- [40] MAWATARI, Y.; YAMAFUJI, K. Critical current density in thin films due to the surface barrier. **Physica C: Superconductivity**, v. 228, n. 3–4, p. 336–350, 20 jul. 1994.



- [41] BRONGERSMA, S. H. et al. Series of maxima in the field dependent magnetic moment of layered superconductors. **Physical Review Letters**, v. 71, n. 14, p. 2319–2322, 4 out. 1993.
- [42] GONZÁLEZ, J. D.; BARÓN-JAIMEZ, J.; BARBA-ORTEGA, J. Complex Vortex Configuration in a Disk with a Higher/Lower Critical Temperature Superconducting Geometrical Central Defect. **Journal of Low Temperature Physics**, v. 179, n. 3–4, p. 264–275, 5 fev. 2015.
- [43] VENEGAS, P. A.; SARDELLA, E. Vortex lattice and matching fields for a long superconducting wire. **Physical Review B**, v. 58, n. 9, p. 5789–5794, 1 set. 1998.
- [44] MOSHCHALCOV, V. V. et al. Pinning by an antidot lattice: The problem of the optimum antidot size. **Physical Review B**, v. 57, n. 6, p. 3615–3622, 1 fev. 1998.
- [45] ANDERSON, P. W.; KIM, Y. B. Hard Superconductivity: Theory of the Motion of Abrikosov Flux Lines. **Reviews of Modern Physics**, v. 36, n. 1, p. 39–43, 1 jan. 1964.
- [46] CHEN, Q. H. et al. Pinning properties and vortex dynamics in thin superconducting films with ferromagnetic and antiferromagnetic arrays of magnetic dots. **Physical Review B**, v. 73, n. 1, p. 14506, 9 jan. 2006.
- [47] KOLTON, A. B.; DOMÍNGUEZ, D.; GRØNBECH-JENSEN, N. Hall Noise and Transverse Freezing in Driven Vortex Lattices. **Physical Review Letters**, v. 83, n. 15, p. 3061–3064, 11 out. 1999.
- [48] NELSON, Edward et al. **Dynamical theories of Brownian motion**. Princeton: Princeton university press, 1967.
- [49] LEMONS, D. S.; GYTHIEL, A. Paul Langevin’s 1908 paper “On the Theory of Brownian Motion” [“Sur la théorie du mouvement brownien,” C. R. Acad. Sci. (Paris) 146, 530–533 (1908)]. **American Journal of Physics**, v. 65, n. 11, p. 1079–1081, 1 nov. 1997.
- [50] BARDEEN, J.; STEPHEN, M. J. Theory of the Motion of Vortices in Superconductors. **Physical Review**, v. 140, n. 4A, p. A1197–A1207, 15 nov. 1965.
- [51] HAILE, J. M. Molecular dynamics simulation: Elementary methods. **Computers in Physics**, v. 7, n. 6, p. 625–625, 1993.
- [52] CORANA, A. et al. Minimizing Multimodal Functions of Continuous Variables with the “Simulated Annealing” algorithm. **ACM Trans. Math. Softw.**, v. 13, n. 3, p. 262–280, set. 1987.
- [53] TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. **Journal of Statistical Physics**, v. 52, n. 1–2, p. 479–487, jul. 1988.
- [54] DALL’IGNA JÚNIOR, A. et al. Performance and parameterization of the algorithm Simplified Generalized Simulated Annealing. **Genetics and Molecular Biology**, v. 27, n. 4, p. 616–622, 2004.