

**unesp**  **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
**CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

**EVANDRO MORENO DE SIQUEIRA**

**O RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO: CLASSIFICAÇÃO E USO EM  
CONCURSOS PÚBLICOS**

Guaratinguetá  
2013

EVANDRO MORENO DE SIQUEIRA

O RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO: CLASSIFICAÇÃO E USO EM  
CONCURSOS PÚBLICOS

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Ana Paula Marins Chiaradia

Guaratinguetá  
2013

S618r Siqueira, Evandro Moreno de  
O raciocínio lógico-matemático: classificação e uso em  
concursos públicos / Evandro Moreno de Siqueira. –  
Guaratinguetá : [s.n.], 2013  
54f.: il.  
Bibliografia: f.53

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática-  
Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia do  
Campus de Guaratinguetá, 2013  
Orientadora: Profa. Dra. Ana Paula Marins Chiaradia

1.Lógica simbólica e matemática 2. Raciocínio I. Título  
CDU 510.6.

**O RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO: CLASSIFICAÇÃO E USO EM  
CONCURSOS PÚBLICOS**

**EVANDRO MORENO DE SIQUEIRA**

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO  
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"  
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.

  
Prof.ª. Dr.ª. ANA PAULA MARINS CHIARADIA  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA:**

  
Prof.ª. Dr.ª. ANA PAULA MARINS CHIARADIA  
Orientadora/UNESP-FEG

  
Prof. Dr. OTHON CABO WINTER  
UNESP-FEG

  
Prof.ª. Dr.ª. FABIANE MONDINI  
UNESP-FEG

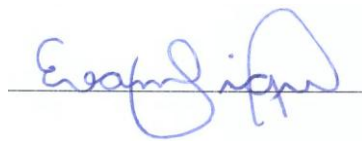
Dezembro de 2013

## **TERMO DE RESPONSABILIDADE**

### **O RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO: CLASSIFICAÇÃO E USO EM CONCURSOS PÚBLICOS**

Autor: EVANDRO MORENO DE SIQUEIRA

Este trabalho de graduação é fruto de pesquisas e concepções pessoais. Foi por mim inteiramente redigido, contendo citações bibliográficas devidamente referenciadas. Assumo a responsabilidade, de acordo com a Legislação que rege a matéria, pela autoria do mesmo e de tudo que ele contém.



EVANDRO MORENO DE SIQUEIRA

*Dedico este trabalho a Maria C.,  
que com sua mágica faz tudo  
sempre valer a pena.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao longo de minha extensa jornada universitária, inúmeras pessoas estiveram ao meu lado, dando apoio, força, e tornando tudo possível. Alguns destes anjos citarei a seguir, porém meu agradecimento se estende a todos eles, meu muito obrigado!

Agradeço a Deus, que sempre me conduziu por caminhos misteriosos,  
aos meus amigos universitários, que tornaram tudo mais interessante,  
aos professores, que sempre foram mais do que isso, foram mestres da vida,  
ao SO Martinet, sem o qual eu jamais teria feito a graduação,  
ao Prof. Dr. Aury, que foi a mente por trás deste trabalho,  
a Prof. Dra. Ana Paula, que me socorreu em momentos de necessidade,  
aos amigos mais próximos, que nunca deixaram eu me esquecer das minhas obrigações,  
aos meus pais, por serem sempre meus pais,  
e ao meu anjo principal Maria, por todo amor e dedicação todos estes anos.

SIQUEIRA, E. M. **O Raciocínio Lógico-Matemático: Classificação e uso em Concursos Públicos**. 2013. 54 f. TCC (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

## RESUMO

Este trabalho faz uma análise de uma classificação das principais questões de Lógica ou Raciocínio Lógico encontradas em concursos e vestibulares, segundo seus conceitos e características, que envolvem ou não a Matemática. Além disto, é feita uma pesquisa que aborda o processo evolutivo histórico da Lógica segundo três grandes crises dos fundamentos da Matemática, que foram fundamentais para definir a Lógica como ciência distinta da Matemática. Fazendo uma relação entre o raciocínio lógico e o matemático, são apresentados os três tipos de conhecimento segundo a classificação de Piaget, no qual temos o conhecimento lógico-matemático como um deles. É feita uma abordagem dos conceitos básicos da lógica proposicional e predicativa que dão suporte à classificação das questões de Raciocínio Lógico segundo diagramas de Venn, a lógica formal, ou ainda relacionadas ao conhecimento algébrico, aritmético ou geométrico; e as principais questões mais encontradas em concursos, resolvidas e classificadas desta forma. Como resultado, a classificação foi feita e exemplificada através da apresentação e resolução de dezoito questões de lógica.

**PALAVRAS-CHAVE:** Crise dos Fundamentos da Matemática. Lógica formal.  
Diagrama de Venn. Concursos.



SIQUEIRA, E. M. **The logical-mathematical thinking: classification and use in competitive tendering.** 2013. 54 f. Course work's conclusion (Degree in Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

### **ABSTRACT**

This study offers an analysis of classification of the main issues of logic and logical thinking found in competitive tendering and math tests, according to their concepts and characteristics, whether involving mathematics, or not. Moreover, a research on the evolutionary historic processes of logic according to three major crises of the foundations of mathematics was conducted. This research helped to define Logic as a science that is quite distinctive from Mathematics. In order to relate the logical and the mathematical thinking, three types of knowledge, according to Piaget, were presented, with the logical-mathematical one being among them. The study also includes an insight on the basic concepts of propositional and predicative logic, which aids in the classification of issues of logical thinking, formal logic or related to algebraic, and geometric or arithmetic knowledge, according to the Venn diagrams. Furthermore, the key problems – that are most frequently found in tests are resolved and classified, as it was previously described. As a result, the classification in question was created and exemplified with eighteen logic problems, duly solved and explained.

**KEYWORDS:** Crisis of the Foundations of Mathematics; Formal Logic; Venn Diagram, Tests.

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Conectivos – Definição.....	17
TABELA 2 – Tabela Verdade – Conectivos .....	18
TABELA 3 – Tautologia.....	20
TABELA 4 – Contradição.....	20
TABELA 5 – Contingência.....	20
TABELA 6 – Contrapositiva.....	21
TABELA 7 – Leis da Lógica Proposicional.....	21
TABELA 8 – Argumento Válido.....	22
TABELA 9 – Comparativo: Operadores Lógicos.....	24
TABELA 10 – Operações Básicas: Lógica Proposicional.....	24
TABELA 11 – Operações Básicas: Álgebra de Boole.....	25
TABELA 12 – Operações Básicas: Teoria dos Conjuntos.....	25

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2 A EDUCAÇÃO LÓGICO-MATEMÁTICA.....</b>	<b>12</b>
<b>2.1 As três crises dos Fundamentos da Matemática .....</b>	<b>12</b>
<b>2.2 Piaget e os tipos de Conhecimento .....</b>	<b>14</b>
<b>3 LÓGICAS PROPOSICIONAL E PREDICATIVA .....</b>	<b>16</b>
<b>3.1 Lógica Proposicional .....</b>	<b>16</b>
<b>3.1.1 Fundamentação.....</b>	<b>19</b>
<b>3.1.2 Validade.....</b>	<b>19</b>
<b>3.1.3 Álgebra da Lógica Proposicional .....</b>	<b>21</b>
<b>3.1.4 Argumentação .....</b>	<b>22</b>
<b>3.1.4.1 Argumento.....</b>	<b>22</b>
<b>3.2 Isomorfismo: Lógica Proposicional, Álgebra de Boole e Teoria dos Conjuntos. ....</b>	<b>23</b>
<b>3.3 Lógica Predicativa: Teoria .....</b>	<b>25</b>
<b>3.3.1 Símbolos e conceitos .....</b>	<b>25</b>
<b>3.4 Conclusão: comparação entre a Lógica Proposicional e a Lógica Predicativa .....</b>	<b>26</b>
<b>4 O RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO .....</b>	<b>28</b>
<b>4.1 Tipos de Raciocínio Lógico .....</b>	<b>28</b>
<b>4.1.1 Raciocínio Lógico baseado na Lógica Formal .....</b>	<b>28</b>
<b>Questão 1: Argumento .....</b>	<b>29</b>
<b>Questão 2: Argumento II .....</b>	<b>30</b>
<b>Questão 3: Silogismo categórico .....</b>	<b>32</b>
<b>Questão 4: Lei de De Morgan.....</b>	<b>33</b>
<b>Questão 5: Contraposição da Condicional .....</b>	<b>34</b>
<b>4.1.2 Raciocínio Lógico baseado nos Diagramas de Venn .....</b>	<b>35</b>
<b>Questão 6: Diagrama de Venn – lógica formal .....</b>	<b>35</b>
<b>Questão 7: Diagrama de Venn – Teoria dos Conjuntos.....</b>	<b>37</b>
<b>Questão 8: Diagrama de Venn – Resolução de problemas envolvendo conjuntos .....</b>	<b>39</b>
<b>4.1.3 Raciocínio Lógico-Aritmético .....</b>	<b>41</b>
<b>Questão 9: Lei de formação – repetição .....</b>	<b>41</b>
<b>Questão 10: Lei de formação – sucessão.....</b>	<b>42</b>
<b>Questão 11: Situações-problemas I .....</b>	<b>43</b>
<b>Questão 12: Situações-Problemas II .....</b>	<b>44</b>

<b>4.1.4 Raciocínio Lógico-Algébrico.....</b>	<b>44</b>
<b>Questão 13: Regra de três .....</b>	<b>45</b>
<b>Questão 14: Equações.....</b>	<b>46</b>
<b>Questão 15: Sistema de equações .....</b>	<b>47</b>
<b>4.1.5 Raciocínio Lógico-Geométrico .....</b>	<b>48</b>
<b>Questão 16: Área / Volume .....</b>	<b>48</b>
<b>Questão 17: Posição Espacial .....</b>	<b>49</b>
<b>Questão 18: Padrões .....</b>	<b>50</b>
<b>5 CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>52</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>53</b>
<b>BIBLIOGRAFIA CONSULTADA .....</b>	<b>54</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Após realizar diversas provas de concursos públicos, e me deparar muitas vezes com exercícios de lógica, indaguei-me sobre os conceitos por trás destas questões e sobre como elas se relacionavam com os conceitos matemáticos. A partir disto, resolvi pesquisar um pouco sobre estes tipos de exercícios cobrados nestes concursos, incluindo alguns que eu participei. Desta forma, foquei no raciocínio da resolução das questões de lógica em si, relacionando-as aos conhecimentos matemáticos envolvidos, caso existam, sendo eles aritméticos, algébricos ou geométricos, sendo este o objetivo deste trabalho.

Além da resolução passo a passo apresentada neste trabalho, a classificação dada aos exercícios faz com que fique mais fácil fazer a identificação dos mesmos e também resolvê-los.

Nos livros didáticos, a lógica ainda não é um componente obrigatório, porém alguns já disponibilizam seus conceitos através de materiais complementares, para aquelas escolas ou professores que desejam trabalhá-la de forma extracurricular. A coleção Moderna Plus (Paiva, 2010), por exemplo, possui uma página na internet com diversos recursos digitais e multimídias, entre eles um capítulo inteiro sobre lógica que o professor pode fornecer aos alunos de forma a complementar o estudo dos mesmos (Moderna Plus, 2009).

Para a realização deste trabalho, foram feitas pesquisas em livros que desenvolvem não somente a teoria da Lógica, mas também o seu lado histórico, particularmente as três grandes crises dos fundamentos da Matemática. Diversas provas de concursos públicos foram analisadas para verificar quais tipos de lógica estão exigindo e quais conceitos matemáticos dentro destes exercícios estão sendo cobrados. Revistas próprias e websites especializados em concursos foram utilizados para essa análise de provas. Os exercícios foram resolvidos, selecionados conforme adequação e depois classificados segundo a área relacionada.

No Capítulo 2, foi feito um breve histórico sobre as três grandes crises que a Matemática passou em sua história, dentre elas uma tentativa de se logicizar a Matemática. Esta crise foi fundamental para a separação conceitual definitiva da Lógica e Matemática. O capítulo trata ainda de como Piaget classificava os tipos de conhecimento, entre eles o conhecimento lógico-matemático, objeto foco principal deste trabalho.

Um estudo sobre a Lógica Proposicional e a Lógica Predicativa é apresentado no Capítulo 3. Salvo em casos bem específicos, como aqueles concursos que exigem formação

matemática, por exemplo, estas duas lógicas são as solicitadas nos concursos públicos e, portanto serão as únicas a serem apresentadas. Aqui, encontram-se os símbolos, definições, fundamentos e conceitos de cada uma das duas lógicas citadas. Todo o conhecimento necessário para a resolução dos exercícios encontra-se neste capítulo. No final, um breve comparativo entre as duas será apresentado para facilitar a compreensão.

No Capítulo 4 serão apresentadas dezoito questões de Raciocínio Lógico de concursos de acordo com a área na qual estão relacionadas: Lógica formal, Diagrama de Venn, Lógica Aritmética, Lógica Algébrica ou Lógica Geométrica. Este capítulo é o foco do trabalho, por realizar a classificação e resolução das questões, passo a passo e com comentários.

O Capítulo 5 consiste da conclusão e sugestões de trabalhos futuros, apresentando as considerações finais e comentários pessoais sobre o desenvolvimento do trabalho e crescimento pessoal e intelectual.

## 2 A EDUCAÇÃO LÓGICO-MATEMÁTICA

Este capítulo aborda brevemente as três grandes crises dos fundamentos da Matemática: quais foram, onde aconteceram e quem foram os responsáveis por essas teorias que abalaram a base do conhecimento matemático. Este processo evolutivo histórico foi fundamental para a separação conceitual definitiva da Lógica e da Matemática, concluída na terceira grande crise, com a impossibilidade da logicização da Matemática.

Para encerrar o capítulo, será descrito como Jean Piaget classificou o conhecimento humano segundo três áreas: social-arbitrário; físico e o conhecimento lógico-matemático, sendo este último o foco deste trabalho, por estar relacionado ao desenvolvimento da capacidade de dedução, raciocínio e abstração.

### 2.1 As três crises dos Fundamentos da Matemática

Dentre todos os momentos em que a fundamentação da matemática foi posta à prova destacam-se três momentos, na qual Frankel e Bar-Hillel chamaram de *As três crises dos fundamentos da Matemática* (Krause, 2002).

A primeira delas pode ser subdividida em dois problemas: a descoberta da incomensurabilidade de algumas entidades geométricas e os paradoxos apontados por Zenão, questionando os conceitos de espaço e tempo.

A incomensurabilidade da diagonal do quadrado veio a contradizer o que os pitagóricos afirmavam: “todos os fenômenos no universo podem ser reduzidos a números inteiros ou suas razões”, ou seja, foi descoberto um novo conjunto de números, os números irracionais.

Nesta mesma época, a escola Eleática defendia, através de Zenão, que o ser é imóvel, que o movimento contradiz a si mesmo e ainda que é impossível percorrer uma distância dada. Para isso, Zenão utilizou dois exemplos: o de “Aquiles e a tartaruga” e o segundo afirmava que uma flecha em movimento é indistinguível de uma flecha parada, se considerado cada instante de tempo do seu deslocamento.

Assim, a incapacidade dos gregos de definir número irracional e de desenvolver uma teoria do *continuum*, constitui a fonte da primeira crise dos fundamentos.

Com o desenvolvimento do Cálculo, nos séculos XVII e XVIII, a Matemática avança em diversas áreas. Mas com ela dá-se início a segunda crise dos fundamentos da Matemática.

Por serem embasados num conceito não muito sólido, cheio de paradoxos e contradições, os infinitésimos geraram certa insatisfação nos matemáticos da época. Como exemplo, G. Berkeley questionava o uso de infinitésimo no estudo de derivada, pois ora era uma quantidade nula, ora não nula. Como exemplo, para calcular a derivada da função  $y = x^2$ , considera-se um acréscimo  $\Delta x$  a variável independente  $x$  (supondo um  $\Delta x \neq 0$ ), em que a derivada seria obtida a partir de  $\frac{dy}{dx} = 2x + \Delta x$ , desprezando-se o  $\Delta x$  (considerando-o nulo), formando assim uma contradição com o fato assumido que  $\Delta x$  não é nulo (Krause, 2002).

A terceira grande crise aconteceu por volta de 1900, quando matemáticos descobrem paradoxos na fundamentação da Teoria dos Conjuntos, base esta de toda a Matemática. Assim, buscando novas fundamentações, três escolas filosóficas surgem com diferentes formas de pensar: o Intuicionismo, o Logicismo e o Formalismo (Krause, 2002).

Apesar de nenhuma destas três correntes de pensamento ter conseguido com sucesso fundamentar a Matemática e acabar com a terceira crise, elas permitiram grandes avanços no estudo da mesma.

Segundo Leite (2009), o Intuicionismo, através do matemático holandês Luitzen Egbertus Jan *Brouwer*, buscava vincular conceitos matemáticos quaisquer a sua origem pela intuição humana.

Pode-se afirmar que o principal fundamento da corrente intuicionista era que entidades abstratas somente existiriam quando construídas pela mente humana. Assim, um objeto existiria se, e somente se, fosse possível construí-lo (Mondini, 2008).

Os intuicionistas consideravam que o zero não pertenceria ao conjunto dos números naturais, pois seria contrário à intuição humana. Não se admitia também na Lógica Intuicionista a redução ao absurdo e a lei do terceiro excluído, o que afetava diretamente diversas provas de teoremas matemáticos.

Desenvolvida sobre os trabalhos do matemático alemão David Hilbert, o Formalismo acreditava poder tornar a Matemática completa e consistente, onde qualquer proposição poderia ser apresentada formalmente (dando assim origem ao nome), através do uso de linguagens simbólicas apropriadas, axiomas e da prova de teoremas associados a regras de inferência (Leite, 2009). Na citação a seguir, Mondini define qual era o principal objetivo da corrente formalista:

O objetivo principal do formalismo é provar que as idéias matemáticas são isentas de contradições. Caso os formalistas alcançassem seu objetivo, a Matemática se tornaria livre de paradoxos e contradições e, quando ela pudesse ser reescrita com demonstrações rigorosas em um sistema formal, se estabeleceria como verdade. (Mondini, 2008, p. 6)



Ainda de acordo com Mondini (2008), dentre as contribuições do formalismo, destacam-se duas: um conjunto de regras que permitem realizar operações mecanicamente, desenvolvendo assim calculadoras e programas de computador para execução de cálculos; e a axiomatização da Geometria Euclidiana, complementando suas propriedades, axiomas e teoremas.

Leibniz foi pioneiro em realizar estudos que buscavam reduzir a Matemática à Lógica, tratando-as com uma única ciência. Alguns séculos mais tarde Gottlob Frege dá continuidade às ideias de Leibniz e desenvolve trabalhos em cima disso. Mondini (2008) afirma que o logicismo “...tinha por objetivo mostrar a Matemática como uma Ciência consistente e completa e expô-la como uma linguagem simbólica para simplificar suas formas de apresentação” e que buscava substituir as intuições geométricas por noções da Aritmética.

Segundo Krause (2002), somente com a obra em três volumes do “Principia Mathematica”, de Bertrand Russel e Alfred North Whitehead, é que o Logicismo ganha força na sociedade científica da época. O primeiro volume, datado de 1910, possuía mais de cem páginas só de símbolos, antes de começar a mais simples das provas.

Porém, em 1931, Kurt Gödel mostra, através de seu teorema da incompletude, que qualquer sistema axiomático não pode ser completo e consistente ao mesmo tempo. Este teorema surgiu a partir da demonstração de dois resultados de Gödel: o primeiro afirma que em uma teoria consistente há proposições verdadeiras que não podem ser demonstradas nem negadas; o segundo diz que uma teoria pode provar sua própria consistência se, e somente se, for inconsistente. Desta forma, Gödel mostrou que é impossível a logicização da Matemática, acabando com a base fundamental do Logicismo e assim pondo um fim a esta corrente (Krause, 2002).

## **2.2 Piaget e os tipos de Conhecimento**

Com o término da terceira grande crise, ficou-se evidenciado que a Matemática e a Lógica são ciências distintas. Porém, conforme será apresentado a seguir, possuem uma área em comum que se pode focar visando o ensino e aprendizagem da Matemática, o que Piaget chamou de conhecimento lógico-matemático.

O psicólogo Jean Piaget (1896 – 1980) preocupou-se em responder a questão de como se constrói o conhecimento, chamada de “a teoria do desenvolvimento humano”. Esta teoria é voltada principalmente para a verificação de como (e quando) se estabelece o conhecimento,

assim ela pode ser considerada praticamente uma teoria do desenvolvimento cognitivo dos seres humanos. Quando adaptada e aplicada na educação (por educadores, não pelo próprio Piaget), as crianças não devem ser ensinadas, mas serem levadas a aprender partindo da experimentação, passo a passo, sobre o concreto, para em seguida caminhar para as abstrações. Vale enfatizar que Piaget não era educador ou pedagogo, mas sim biólogo, sua pesquisa era direcionada em descobrir como a aprendizagem se dava, levando em consideração o desenvolvimento biológico do ser. Para chegar a estas conclusões, ele analisava o comportamento das crianças diante de materiais concretos e de situações diversas.

De acordo com Leite (2009), após seus estudos, Piaget classificou o conhecimento humano em três áreas: o conhecimento social-arbitrário; o conhecimento físico e o conhecimento lógico-matemático; determinadas pela fonte do conhecimento.

A fonte do conhecimento físico é a observação externa da realidade, como por exemplo, na simples observação de uma bola que rola em um plano inclinado, na qual o sujeito observador constata que a bola de fato deslizou pelo plano, como era de se esperar. Já o conhecimento lógico-matemático é dado pelo relacionamento construído mentalmente dentro do indivíduo, classificando ou sequenciando onde o sistema tem origem, não nos objetos em si, mas na cabeça do sujeito que classifica. Por fim, o social-arbitrário é definido pelas convenções da sociedade na qual o indivíduo está inserido, como os dias da semana, feriados, nomes dos numerais e o próprio alfabeto (Leite, 2009).

Segundo Piaget (1978), o conceito de número é um exemplo de conhecimento lógico-matemático. Por ser uma operação mental, consiste de relações que não são observáveis. O pensamento, assim, é uma construção mental devido a estados de abstração. Seguindo sua teoria, abstrair é trabalhar o conhecimento lógico-matemático. O ensino deve formar o raciocínio, buscando compreensão ao invés de memorização. O trabalho do lógico-matemático concreto desenvolve a capacidade de dedução, raciocínio e abstração, como se pode ver nesta citação de Piaget:

O papel inicial das ações e das experiências lógico matemáticas concretas é precisamente de preparação necessária para chegar-se ao desenvolvimento do espírito dedutivo, e isto por duas razões. A primeira é que as operações mentais ou intelectuais que intervêm nestas deduções posteriores derivam justamente das ações: ações interiorizadas, e quando esta interiorização, junto com as coordenações que supõem, são suficientes, as experiências lógico matemáticas enquanto ações materiais resultam já inúteis e a dedução interior se bastará a si mesmo. A segunda razão é que a coordenação de ações e as experiências lógico matemáticas dão lugar, ao interiorizar-se, a um tipo particular de abstração que corresponde precisamente a abstração lógica e matemática. (Piaget, 1973, p.57)

Desta forma Piaget associa o conhecimento lógico-matemático ao desenvolvimento do raciocínio, que é exatamente o objeto de estudo deste trabalho.

### 3 LÓGICAS PROPOSICIONAL E PREDICATIVA

Para servir de base teórica para este trabalho, será feito aqui um breve estudo sobre a Lógica Proposicional e a Lógica Predicativa. No final, será feita uma comparação entre estas duas.

De forma geral, a teoria cobrada em concursos públicos envolvem estes dois tipos, em exercícios que muitas vezes se misturam com os conhecimentos matemáticos em si.

#### 3.1 Lógica Proposicional

Antes de apresentar de fato a Lógica Proposicional é preciso primeiramente definir o que é uma proposição. Segundo Rosen (2009), uma proposição é uma sentença que declara um fato, podendo esta ser verdadeira ou falsa, mas nunca ambas. Desta forma, Rosen define a Lógica Proposicional como dual.

Conforme Mortari (2001), a Lógica Proposicional é caracterizada pelo uso de linguagens proposicionais (que dão origem ao nome desta Lógica), que contém apenas os símbolos dos operadores (que chamaremos de conectivos), os parênteses, e na qual todas as constantes de predicado (proposições) são letras sentenciais.

Nesta teoria, de acordo com Leite (2009), o conteúdo do que se está afirmando não precisa de fato estar relacionado, pois se foca apenas nos valores lógicos da sua proposição. Desta forma, propor “Se Tales de Mileto era palmeirense, então o Brasil foi colonizado pela Rússia” pode parecer estranho se afirmado para uma pessoa qualquer, num dia qualquer e numa conversa qualquer; mas na lógica proposicional, há o interesse apenas na sua valoração enquanto verdadeira ou falsa. De acordo com a lógica proposicional, levando em conta os conhecimentos históricos, pode-se concluir que a proposição é verdadeira, já que na lógica proposicional a forma é que é importante e não o conteúdo.

Para representar proposições simples, normalmente usam-se letras minúsculas do alfabeto latino (com índice ou não):  $p, q, s_1, r_3 \dots$  etc.

A representação destas sentenças numa linguagem lógica proposicional pode ser dada através da associação das proposições com alguns conectivos ( $\vee$  - disjunção;  $\wedge$  - conjunção;  $\rightarrow$  - condicional;  $\leftrightarrow$  - bicondicional;  $\neg$  - negação), que, conforme Sérates (1998), podem ser definidos como conectivos a certas palavras ou frases que em Lógica são utilizadas para formarem proposições compostas (duas ou mais proposições). Através destas simbologias, é

possível manipular, simplificar e mesmo operar para que se obtenha o valor lógico final. É possível construir uma tabela que representa todas as possibilidades e combinações possíveis de valores de verdade das proposições, juntamente com os valores lógicos dados de acordo com os conectivos, definida como “Tabela-Verdade”. A quantidade de combinações pode ser obtida através da fórmula de arranjo de  $x$  elementos tomados  $n$  a  $n$ , com repetição. Como a lógica proposicional é dual, a quantidade de possibilidades é dada por  $2^n$ .

A Tabela 1 apresenta a correspondência entre a simbologia, nome e a leitura dos conectivos citados.

Tabela 1: Conectivos - Definição

Conectivos - Definição		
Símbolos	Nome	Leitura
$\wedge$	Conjunção	"e"
$\vee$	Disjunção	"ou"
$\rightarrow$	Condicional	"Se... então..." ou "...implica"
$\leftrightarrow$	Bicondicional	"...se, e somente se..." ou "...equivale a..."
$\neg$	Negação	"não"

Definindo brevemente cada um dos conectivos, conforme Sérates (1998):

- Conjunção (conectivo “e”) -  $\wedge$ : a proposição composta somente é verdade (V) quando ambas as proposições simples também o forem, caso contrário, será falsidade (F);

- Disjunção (conectivo “ou”) -  $\vee$ : existem dois tipos de significados para o conectivo “ou”, inclusivo (onde pelo menos uma das proposições é verdadeira) e exclusivo (onde apenas uma das proposições é verdadeira). Na disjunção inclusiva temos como resultado falsidade (F) quando os valores lógicos das proposições forem ambos falsos e verdade (V) nos demais casos. Já a disjunção exclusiva (o símbolo utilizado para este caso é  $\underline{\vee}$ ), só é verdade (V) quando apenas uma proposição for verdadeira, e será falsidade (F) nas demais possibilidades, ou seja, não admite como verdade as duas proposições como verdadeiras. Um exemplo de disjunção exclusiva:

“Pushok é um gato ou um cachorro”,

neste exemplo, se Pushok for um gato, ele não será um cachorro, e vice-versa. Quando não é citado, considera-se que o símbolo  $\vee$  está representando a disjunção inclusiva;

- Condicional (conectivo “Se..., então...”) -  $\rightarrow$ : o conectivo condicional afirma que a proposição que se encontra entre o “se” e o “então” (antecedente) implica a

outra proposição (consequente), ou então que o antecedente é condição suficiente para que ocorra o consequente. Assim, afirma que se o antecedente for verdadeiro, então o consequente também será. Por definição, uma condicional só será falsa se a proposição da esquerda (antecedente) for verdadeira e a da direita (consequente) for falsa;

- Bicondicional (conectivo “... se, e somente se...”) -  $\leftrightarrow$ : este conectivo apresenta uma relação de equivalência; desta forma, o valor lógico desta proposição composta será verdade (V) quando ambas as proposições são verdadeiras ou ambas falsas, e falsidade (F) quando possuem valores lógicos diferentes;

- Negação (conectivo “não”) -  $\neg$ : negar uma proposição é o mesmo que dizer que se a proposição simples tem valor verdade (V), sua negação terá valor falsidade (F), e vice-versa.

A Tabela 2 apresenta a Tabela-Verdade para os conectivos mencionados anteriormente:

Tabela 2: Tabela Verdade - Conectivos

Tabela Verdade - Principais Conectivos							
<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \wedge q</math></b>	<b><math>p \vee q</math></b>	<b><math>p \underline{\vee} q</math></b>	<b><math>p \rightarrow q</math></b>	<b><math>p \leftrightarrow q</math></b>	<b><math>\neg q</math></b>
V	V	V	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	F	V	V	V	F	F
F	F	F	F	F	V	V	V

Pode-se notar que esta tabela compreende todas as possibilidades de verdadeiros e falsos para as proposições compostas.

Representando o exemplo dado anteriormente através dos conectivos.

Chamando de:

*p*: Tales de Mileto era palmeirense

*q*: O Brasil foi colonizado pela Rússia

A sentença “Se Tales de Mileto era palmeirense, então o Brasil foi colonizado pela Rússia” fica assim escrita:

$$p \rightarrow q$$

Assim, de acordo com a Tabela 2, e sabendo que a proposição *p* é falsa (a Sociedade Esportiva Palmeiras não existia não época de Tales), tem-se como conclusão que a sentença é

verdadeira (quando o antecedente é falso, conclui-se automaticamente que a sentença é verdadeira).

### 3.1.1 Fundamentação

Foram definidos anteriormente os conectivos que permitem trabalhar a lógica proposicional. Agora serão apresentados os princípios que baseiam a mesma.

Herdados da lógica aristotélica, estes três princípios permitem garantir que a lógica proposicional é dual, ou seja, suas fórmulas só podem ter um de dois valores lógicos: verdade (V) ou falsidade (F) (Leite, 2009).

1º - Princípio da Identidade:

“O que é, é” – linguagem natural

“ $p \leftrightarrow p$ ” – linguagem lógica

2º - Princípio da Não-Contradição:

“Uma coisa não pode ser e não ser ao mesmo tempo” – linguagem natural

“ $\neg (p \wedge \neg p)$ ” – linguagem lógica

3º - Princípio do Terceiro Excluído

“Toda coisa deve ser ou não ser, não existindo uma terceira possibilidade” – linguagem natural

“ $p \vee \neg p$ ” – linguagem lógica

### 3.1.2 Validade

Conforme Leite (2009), é possível interpretar os resultados das Tabelas-Verdade classificando-os de acordo com o valor verdade da mesma: Tautologia, Contradição ou Contingência.

- Tautologia: obtém-se “verdade” sob qualquer interpretação.

Exemplo:  $q \rightarrow (p \vee q)$

A Tabela 3 representa a tabela-verdade para esta proposição. A última coluna à direita mostra que a proposição é uma tautologia.

Tabela 3: Tautologia

<b>Exemplo de Tautologia: <math>q \rightarrow (p \vee q)</math></b>			
p	q	$p \vee q$	$q \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

- Contradição: obtém-se “falso” sob qualquer interpretação.

Exemplo:  $\neg (q) \wedge (p \wedge q)$

A Tabela 4 mostra que o exemplo dado é uma contradição, como se vê na última coluna à direita.

Tabela 4: Contradição

<b>Exemplo de Contradição: <math>\neg (q) \wedge (p \wedge q)</math></b>				
p	q	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg (q) \wedge (p \wedge q)$
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F

- Contingência: se não obtém nem Tautologia e nem Contradição.

Exemplo:  $\neg (p \vee q)$

A Tabela 5 mostra que o exemplo trata-se de uma contingência, já que na última coluna à direita é possível ver que a sentença possui tanto verdade quanto falsidade.

Tabela 5: Contingência

<b>Exemplo de Contingência: <math>\neg (p \vee q)</math></b>			
p	q	$p \vee q$	$\neg (p \vee q)$
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Caso o condicional entre duas proposições seja uma tautologia, então pode-se dizer que o antecedente implica logicamente o consequente, e utiliza-se o símbolo  $\Rightarrow$ .

Quando o bicondicional entre duas proposições for uma tautologia, diz-se que elas são equivalentes logicamente e **usa-se o símbolo  $\Leftrightarrow$** .

Vale enfatizar que tanto a equivalência lógica quanto a implicação lógica não representam uma operação entre proposições, mas sim uma relação entre elas (Sérates, 1998).

A contrapositiva é um exemplo de equivalência lógica e que é muito utilizada na resolução de diversas questões de lógica. Sérates (1998) define o Teorema contra-recíproco da seguinte forma: “A proposição  $p(x) \Rightarrow q(x)$  é verdadeira se, e somente se,  $\neg q(x) \Rightarrow \neg p(x)$  é verdadeira”. A Tabela 6 mostra a equivalência lógica entre as duas proposições.

Tabela 6: Contrapositiva

Equivalência Lógica - Contrapositiva						
$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
V	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

### 3.1.3 Álgebra da Lógica Proposicional

Através dos conectivos apresentados, é possível apresentar algumas propriedades que permitem manipular as sentenças sem alteração do seu valor lógico, como mostra a Tabela 7.

Tabela 7: Propriedades da Lógica Proposicional

Propriedades da Lógica Proposicional		
Nome	Propriedade	
1. Dupla Negação	$\neg \neg p \leftrightarrow p$	
2. Comutatividade	$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$	$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$
3. Associatividade	$(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	$(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
4. Distributividade	$r \vee (p \wedge q) \leftrightarrow (r \vee p) \wedge (r \vee q)$	$r \wedge (p \vee q) \leftrightarrow (r \wedge p) \vee (r \wedge q)$
5. Idempotência	$(p \wedge p) \leftrightarrow p$	$(p \vee p) \leftrightarrow p$
6. Adição	$p \rightarrow (p \vee q)$	$q \rightarrow (p \vee q)$
7. Contraposição	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$	
8. Lei de De Morgan	$\neg (p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$	$\neg (p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$



### 3.1.4 Argumentação

Como afirma Mortari (2001), o raciocínio é um processo de construir argumentos para aceitar ou rejeitar uma proposição. Assim, na tentativa de determinar se o raciocínio realizado foi correto, a lógica se ocupa de fazer uma análise dos argumentos que são construídos.

A seguir serão apresentadas algumas definições básicas que norteiam os argumentos.

#### 3.1.4.1 Argumento

Na Lógica, define-se como argumento toda afirmação onde uma sequência finita de proposições  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  (**premissas** do argumento) tem como consequência uma proposição final  $q$  (**conclusão** do argumento). Um argumento é considerado válido se, e somente se, a conclusão for verdadeira sempre que as premissas forem verdadeiras também. O exemplo a seguir apresenta um caso onde o argumento é válido:

*“Se Lucas está acompanhado, então Lucas pode entrar no brinquedo” (premissa 1)*

*“Lucas está acompanhado” (premissa 2)*

*“Lucas pode entrar no brinquedo” (conclusão)*

Chamando “Lucas está acompanhado” de  $p$  e “Lucas pode entrar no brinquedo” de  $q$ , é possível escrever o argumento da seguinte forma:

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

A Tabela 8 mostra que o argumento é válido, já que quando todas as premissas são verdadeiras (primeira linha), a conclusão também o é.

Tabela 8: Argumento Válido

Exemplo de Argumento Válido: $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$				
$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Caso o argumento não seja válido, ele é chamado de **sofisma** (ou **falácia**).

Quando o argumento possui exatamente duas premissas e uma conclusão, ele é denominado **silogismo**. O exemplo anterior é um caso de silogismo, pois apresenta duas

premissas e uma conclusão. Caso o silogismo tenha precisamente três termos, cada qual aparece exatamente em duas das três proposições, então ele recebe o nome de **silogismo categórico** (Sérates, 1998). O exemplo a seguir representa um caso de silogismo categórico:

*Nenhum locutor é mudo (premissa 1).*

*Algumas pessoas são mudas (premissa 2).*

*Logo, algumas pessoas não são locutoras (conclusão).*

Como o argumento acima apresenta duas premissas e uma conclusão, e possui 3 termos (locutor, pessoas, mudas) que aparecem exatamente em duas das três proposições, então este argumento recebe o nome de silogismo categórico.

### 3.2 Isomorfismo: Lógica Proposicional, Álgebra de Boole e Teoria dos Conjuntos.

Segundo Herstein (2006), um isomorfismo consiste numa correspondência um a um entre os elementos de dois conjuntos, tal que, a cada resultado das operações realizadas com elementos do primeiro conjunto, corresponda em termos de imagem, operações equivalentes no outro conjunto. Em outras palavras, diz-se que um sistema é isomorfo a outro se existe uma correspondência biunívoca que associe as propriedades do primeiro com as propriedades do segundo. Afirmar que dois sistemas são isomorfos é dizer que eles possuem a mesma estrutura operacional ou algébrica, e que qualquer propriedade é preservada de um para outro.

Supondo dois conjuntos  $X$  e  $Y$  que possuem duas operações binárias  $*$  e  $\Delta$  que acontecem para constituir os grupos  $(X, *)$  e  $(Y, \Delta)$ . Os operadores operam nos elementos do domínio e imagem da função  $f$  “um para um” e “para”. Há isomorfismo de  $X$  para  $Y$  se a função bijetora  $f: X \rightarrow Y$  passa a produzir resultados que estabelece correspondência entre  $*$  e  $\Delta$ .

$$f(u) \Delta f(v) = f(u * v)$$

para todo  $u, v$  em  $X$ .

Assim definido, pode-se mostrar o isomorfismo entre a Lógica Proposicional, Álgebra de Boole e a Teoria dos Conjuntos.

Este três sistemas possuem uma estrutura algébrica caracterizada por possuir um conjunto de símbolos, duas operações binárias, uma operação unária e dois elementos particulares: um que faz o mesmo papel que o elemento neutro da adição (o número zero para a álgebra de Boole; o  $F$  para lógica proposicional e o conjunto vazio para a teoria dos conjuntos) e outro que faz o papel de elemento neutro da multiplicação (o número um para

Boole; o  $V$  para a proposicional e o conjunto universo para teoria dos conjuntos) (Leite, 2009).

Na Álgebra de Boole, o operador  $+$  funciona praticamente como uma operação de soma, com exceção que  $1 + 1$  é igual a  $1$ . Já o  $\cdot$  funciona como uma operação de multiplicação.

Para exemplificar como funcionam os operadores  $\cup$  e  $\cap$  na Teoria dos Conjuntos, considerar um conjunto  $B$  que é complementar ao conjunto  $A$ . Assim sendo,  $A \cap B$  é igual a  $\emptyset$  e  $A \cup B$  é igual a  $U$ .

A Tabela 9 apresenta um comparativo entre os operadores lógicos destes três sistemas.

Tabela 9: Comparativo: Operadores Lógicos

Comparativo: Operadores Lógicos		
Lógica Proposicional	Álgebra de Boole	Teoria dos Conjuntos
F	0	$\emptyset$
V	1	U
$\vee$	+	$\cup$
$\wedge$	$\cdot$	$\cap$
$\neg$	-	'

Agora, mostrando as tabelas operacionais de cada um dos três sistemas: Lógica Proposicional, de acordo com a Tabela 10; Álgebra de Boole, de acordo com a Tabela 11 e Teoria dos Conjuntos, de acordo com a Tabela 12.

Tabela 10: Operações Básicas: Lógica Proposicional

Operações Básicas: Lógica Proposicional				
p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$
V	V	F	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	F
F	F	V	F	F

Tabela 11: Operações Básicas: Álgebra de Boole

Operações Básicas: Álgebra de Boole				
A	B	$\bar{A}$	A + B	A • B
1	1	0	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	1	0
0	0	1	0	0

Tabela 12: Operações Básicas: Teoria dos Conjuntos

Operações Básicas: Teoria dos Conjuntos				
A	B	A'	A ∪ B	A ∩ B
U	U	∅	U	U
U	∅	∅	U	∅
∅	U	U	U	∅
∅	∅	U	∅	∅

### 3.3 Lógica Predicativa: Teoria

De acordo com Mortari (2001), a Lógica Predicativa, também chamada de Lógica de Primeira Ordem, permite raciocinar sobre as propriedades dos objetos nas proposições. Desta forma, pode-se refletir sobre algumas propriedades, predicados, do que está sendo afirmado. Será utilizado o mesmo exemplo visto anteriormente para explicitar o que está sendo dito aqui:

*Tales de Mileto era palmeirense*

Através dos olhos da lógica de predicados, pode-se dizer que “existe ao menos um matemático palmeirense na história”, no nosso caso, Tales de Mileto. Esta é uma propriedade da proposição que agora se torna relevante.

Para dar continuidade ao estudo, serão necessárias algumas definições e novas simbologias.

#### 3.3.1 Símbolos e conceitos

As letras minúsculas do nosso alfabeto são usadas para designar um indivíduo em específico. Não se pode usar a mesma letra  $t$  para designar Tales e Tiago, por exemplo, numa mesma sentença.

Quando se trata de uma qualidade (predicado), usa-se a letra maiúscula para dizer que algo ou alguém possui aquela propriedade. Assim, pode-se usar, por exemplo, a letra  $P$  para indicar a propriedade “ser palmeirense” (Mortari, 2001).

A sentença “Tales de Mileto era palmeirense” fica então da seguinte forma:

$$P(t)$$

Pode-se também fazer o mesmo com a sentença “o Brasil foi colonizado pela Rússia”. Chamando Brasil de  $b$  e “ser colonizado pela Rússia” de  $R$ , tem-se:

$$R(b)$$

Agora, “Se Tales de Mileto era palmeirense, então o Brasil foi colonizado pela Rússia” será escrito utilizando-se a lógica predicativa:

$$P(t) \rightarrow R(b)$$

Em alguns casos encontram-se algumas sentenças que possuem palavras como “existe pelo menos um”, “alguns”, “para todo”, “qualquer que seja”, “todo”. Conforme Leite (2009), para que se possa representá-las adequadamente, são necessários os chamados *quantificadores*. Para os dois primeiros exemplos citados, tem-se o quantificador existencial, simbolizado por  $\exists$ , e para os demais exemplos o quantificador universal, simbolizado por  $\forall$ . Chamando “paulista” de  $p$  e “ama a Matemática” de  $M$ :

$$\text{Existe paulista que ama a Matemática} \Leftrightarrow \exists p M(p)$$

$$\text{Todo paulista ama a Matemática} \Leftrightarrow \forall p M(p)$$

Os quantificadores também podem ser negados. Ao contrário do que a intuição possa insinuar, a negação de “todo” não é “nenhum”, mas sim “existe algum ou alguém que não é” ou ainda “nem todos são”. Tem-se como negação “nenhum” quando se nega o quantificador existencial, afinal, afirmar que “não existe paulista que ama a Matemática” é o mesmo que afirmar “nenhum paulista ama a Matemática”.

Enfim, define-se uma linguagem de primeira ordem como sendo uma linguagem que inclui todos os símbolos lógicos (alfabeto, operadores, quantificadores e sinais de pontuação) e pelo menos uma constante de predicado (Mortari, 2001).

### 3.4 Conclusão: comparação entre a Lógica Proposicional e a Lógica Predicativa

A lógica proposicional pode ser vista como um subconjunto da lógica predicativa. Ela possui as letras simbólicas, os operadores e os parênteses. Não há as variáveis individuais, os quantificadores e qualquer símbolo de propriedade ou relação.

Pode-se ver que a lógica predicativa é muito mais abrangente, pois considera não apenas todas as informações da lógica proposicional, mas também como as proposições se relacionam. Passa-se a considerar os quantificadores e as qualidades que os sujeitos da sentença possuem.

Dada a sentença:

*Se todos os políticos são honestos, então o presidente do Brasil é honesto.*

Na lógica proposicional:

*p: “Todos os políticos são honestos”*

*q: “O presidente do Brasil é honesto”*

tem-se:

$$p \rightarrow q$$

Na lógica predicativa:

*H: ser honesto*

*p: políticos*

*b: presidente do Brasil*

tem-se:

$$\forall p H(p) \rightarrow H(b)$$

É possível ver que uma sentença da lógica predicativa trabalha com muito mais informação do que a representação lógica da mesma na linguagem proposicional. Na lógica proposicional, não importa qual o conteúdo, mas apenas seus valores lógicos, enquanto que na lógica predicativa precisamos ainda saber o que são *H*, *p* e *b*.

## **4 O RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO**

Este capítulo tem como objetivo verificar o raciocínio lógico e os conhecimentos matemáticos envolvidos e exigidos em questões de lógica, com foco naquelas encontradas em concursos públicos para nível médio, através da resolução de algumas questões.

### **4.1 Tipos de Raciocínio Lógico**

No dia a dia, quando se tem um problema e se pede conselho a alguém, considera-se que foi um bom conselho se não forem encontrados problemas em cada etapa do raciocínio da pessoa para a solução sugerida (todas as premissas parecem verdadeiras, convencendo assim que a conclusão deve também ser verdadeira, ou em outras palavras, o argumento é válido). Quando isso acontece, pode-se dizer que esta pessoa raciocinou com lógica. Assim, pode-se pensar a lógica como o estudo do raciocínio correto (Pinedo, 2007).

Na lógica-matemática, para validar um raciocínio, utiliza-se um sistema lógico através de um conjunto de axiomas e regras que visam formalizar este pensamento. Diz-se então que raciocinar com lógica é utilizar ferramentas para concatenar ideias e proposições buscando uma solução verdadeira e válida (Leite, 2009).

Levando em consideração o conhecimento necessário para a resolução da questão, os tipos de raciocínio lógico foram classificados em cinco: aqueles baseados na lógica formal, ou seja, utilizam somente os conceitos lógicos; os que trabalham os diagramas de Venn; os lógico-aritméticos; lógico-algébricos e por fim, os lógico-geométricos. Os cinco tipos serão descritos a seguir.

#### **4.1.1 Raciocínio Lógico baseado na Lógica Formal**

Como já foi visto, a lógica formal realiza estudos de um discurso, buscando a validação de um raciocínio. Esta validade não depende da verdade da conclusão, podendo o raciocínio ser inválido e a conclusão verdadeira. Ela será dada pelo encadeamento de proposições do discurso, obedecendo às regras que são “leis da lógica formal”.

Diversos concursos públicos exigem que o candidato conheça a lógica formal e até mesmo dedicam uma parte da prova ao raciocínio lógico. Os tipos mais comuns de questões

cobradas nestes concursos são as que envolvem: argumentação; capacidade de inferir juízo utilizando silogismo; lei de De Morgan; e equivalência lógica.

**Questão 1: Argumento**

(ESAF) *Paulo é poeta ou professor de Economia. Paulo é pintor ou não é poeta. Paulo gosta de ópera ou não é professor de Economia. Ora, Paulo não gosta de ópera. Deste modo, Paulo:*

- a) *É poeta e não é pintor*
- b) *É pintor e poeta*
- c) *Não gosta de ópera e não é pintor*
- d) *É professor de Economia e não é pintor*
- e) *É professor de Economia e pintor*

**Resolução:**

As afirmações serão ordenadas de forma adequada à resolução da questão, começando pela informação que for precisa e imediata, seguida daquela que possui relação com ela, e assim por diante até última afirmação.

- 1 - Paulo não gosta de ópera
- 2 - Paulo gosta de ópera ou não é professor de Economia
- 3 - Paulo é poeta ou professor de Economia
- 4 - Paulo é pintor ou não é poeta

Como Paulo não gosta de ópera (1) tem-se pela proposição 2 “Paulo gosta de ópera ou não é professor” que Paulo não é professor.

Como Paulo não é professor tem-se que Paulo é poeta (3).

Pela proposição 4 “Paulo é pintor ou não é poeta”, como Paulo é poeta, tem-se que Paulo é pintor.

Paulo é pintor e poeta.

**Resposta:** Alternativa “b”

**Comentários:** Por ser um exercício de argumento, ele pode ser resolvido da mesma forma que a questão seguinte será resolvida, atribuindo letras para representar as proposições e depois operando as mesmas até chegar ao resultado, porém, pelo fato deste ser mais simples (por apresentar somente disjunção exclusiva), foi resolvido de uma forma que exige menos formalismo. Essa resolução permite que mesmo uma pessoa sem muita prática em lógica, consiga resolver esta questão durante um concurso sem grandes dificuldades.



**Questão 2: Argumento II**

(ESAF 2002) *O rei ir à caça é condição necessária para o duque sair do castelo e é condição suficiente para a duquesa ir ao jardim. Por outro lado, o conde encontrar a princesa é condição necessária e suficiente para o barão sorrir e é condição necessária para a duquesa ir ao jardim. O barão não sorriu. Logo:*

- a) a duquesa foi ao jardim ou o conde encontrou a princesa.*
- b) se o duque não saiu do castelo, então o conde encontrou a princesa.*
- c) o rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa.*
- d) o rei foi à caça e a duquesa não foi ao jardim.*
- e) o duque saiu do castelo e o rei não foi à caça.*

**Resolução:**

Para começar, serão usadas letras para identificar as proposições:

*f*: rei ir à caça

*g*: duque sair do castelo

*h*: duquesa ir ao jardim

*i*: conde encontrar a princesa

*j*: barão sorrir

Nesta segunda etapa, as afirmações do enunciado serão associadas as variáveis lógicas aos conectivos correspondentes:

“O rei ir à caça é condição necessária para o duque sair do castelo”. Escrevendo a frase na lógica proposicional, tem-se:

$$g \rightarrow f$$

“O rei ir à caça é condição suficiente para a duquesa ir ao jardim”. Escrevendo a frase na lógica proposicional, tem-se:

$$f \rightarrow h$$

“O conde encontrar a princesa é condição necessária e suficiente para o barão sorrir”. Escrevendo a frase na lógica proposicional, tem-se:

$$i \leftrightarrow j$$

“O conde encontrar a princesa é condição necessária para a duquesa ir ao jardim”. Escrevendo a frase na lógica proposicional, tem-se:

$$h \rightarrow i$$

“O barão não sorriu”. Escrevendo a frase na lógica proposicional, tem-se:

$$\neg j$$

Neste ponto, com todas as proposições definidas, pode-se chegar à solução de duas formas: através da contrapositiva ou de forma direta.

Utilizando o conceito de contraposição, obtêm-se a seguinte resolução:

Como  $\neg j$ , então  $\neg i$  (o conde não encontrou a princesa), pois  $i \leftrightarrow j$ ;

Como  $\neg i$ , então  $\neg h$  (duquesa não foi ao jardim), pois  $\neg i \rightarrow \neg h$ ;

Como  $\neg h$ , então  $\neg f$  (o rei não foi à caça), pois  $\neg h \rightarrow \neg f$ ;

Como  $\neg f$ , então  $\neg g$  (o duque não saiu do castelo), pois  $\neg f \rightarrow \neg g$ ;

“O rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa”.

Resolvendo agora de outra maneira, mais direta:

Considerando que o enunciado do problema é um argumento válido, então ele pode ser escrito da seguinte forma:

$$g \rightarrow f, f \rightarrow h, i \leftrightarrow j, h \rightarrow i \models \neg j$$

Como em um argumento válido as premissas são todas verdadeiras e a conclusão também, tem-se que  $g \rightarrow f$ ,  $f \rightarrow h$ ,  $i \leftrightarrow j$ ,  $h \rightarrow i$  são verdadeiras e a conclusão,  $\neg j$ , é verdadeira.

Logo:

Como  $\neg j$  é verdadeira, tem-se que a proposição  $j$  é falsa. Isto é, “O barão não sorriu”.

Como  $j$  é falsa e  $i \leftrightarrow j$  é verdadeira, tem-se que  $i$  é falsa. Isto é, “O conde não encontrou a princesa”.

Como  $i$  é falsa e  $h \rightarrow i$  é verdadeira, tem-se que  $h$  é falsa. Isto é, “A duquesa não foi ao jardim”.

Como  $h$  é falsa e  $f \rightarrow h$  é verdadeira, tem-se que  $f$  é falsa. Isto é, “O rei não foi à caça”.

Como  $f$  é falsa e  $g \rightarrow f$  é verdadeira, tem-se que  $g$  é falsa. Isto é, “O duque não saiu do castelo”.

Assim como a outra resolução, chegou-se ao mesmo resultado “O rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa”.

**Resposta:** Alternativa “c”

**Comentários:** A complexidade desta questão se dá não apenas pela necessidade de se conhecer os operadores lógicos e suas leis (no caso da contraposição), mas também o conceito de equivalência lógica. Outra dificuldade seria ordenar as proposições de forma a se chegar num resultado correto.

As duas formas de resolução apresentam suas peculiaridades. A forma que utiliza a contrapositiva possui uma resolução mais clara, bastando “caminhar” pelas operações e assim obter os resultados, porém apresenta como dificuldade a necessidade de se fazer a contrapositiva de cada uma das afirmações. A segunda forma é mais simples por poder ser

utilizada diretamente (sem operações prévias), porém, é preciso ter conhecimento do condicional e tomar muito cuidado para não se perder nos verdadeiros e falsos.

Para facilitar o entendimento das afirmações apresentadas, a questão foi resolvida utilizando-se a argumentação, transformando as afirmações em proposições que podem ser operadas logicamente, buscando evitar possíveis erros de interpretação das mesmas, chegando a um resultado preciso e confiável.

***Questão 3: Silogismo categórico***

*(MEC / 2008) O silogismo é uma forma de raciocínio dedutivo. Na sua forma padronizada, é constituído por três proposições: as duas primeiras denominam-se premissas e a terceira, conclusão. As premissas são juízos que precedem a conclusão. Em um silogismo, a conclusão é consequência necessária das premissas.*

*São dados 3 conjuntos formados por 2 premissas verdadeiras e 1 conclusão não necessariamente verdadeira:*

*I. Premissa 1: Alguns animais são homens*

*Premissa 2: Júlio é um animal*

*Conclusão: Júlio é homem.*

*II. Premissa 1: Todo homem é um animal*

*Premissa 2: João é um animal*

*Conclusão: João é um homem.*

*III. Premissa 1: Todo homem é um animal*

*Premissa 2: José é um homem*

*Conclusão: José é um animal.*

*É (são) silogismo(s) somente:*

*a) I*

*b) II*

*c) III*

*d) I e III*

*e) II e III*

**Resolução:** Do conjunto I, não se pode fazer essa conclusão já que a premissa 1 diz que alguns animais são homens. Julio pode estar inserido no grupo dos “não alguns”.

Em II, também não se pode concluir isto. Todo homem é animal, mas não se pode afirmar que todo animal é homem.

A III está correta. José é homem e todo homem é animal, então José é animal.

Somente o conjunto III é silogismo.

**Resposta:** Alternativa “c”

**Comentários:** De forma geral, a complexidade de uma questão que envolve silogismo se dá no uso dos termos “Alguns”, “Nenhum”, “Todo” e “Existe”. Este tipo de exercício pode ser resolvido utilizando diagrama de Venn, porém, algumas vezes o uso do contra-exemplo simplifica a resolução, tornando-se uma alternativa para quem não tem bom domínio dos diagramas. No exemplo dado, no conjunto II, afirma-se que “Todo homem é um animal” (o inverso não é necessariamente verdadeiro, ou seja, não se pode afirmar que “todo animal é homem”), e também que “João é um animal”, assim, pode-se pensar que João seja um animal e não homem, o que não contradiz as duas afirmações e serve como contraexemplo para a conclusão. Se a conclusão não é verdadeira, então não há silogismo.

**Questão 4: Lei de De Morgan**

(CEPERJ / 2011) A negação da sentença “Ana não voltou e foi ao cinema” é:

- a) Ana voltou ou não foi ao cinema.
- b) Ana voltou e não foi ao cinema.
- c) Ana não voltou ou não foi ao cinema.
- d) Ana não voltou e não foi ao cinema.
- e) Ana não voltou e foi ao cinema.

**Resolução:**

Identificando as proposições:

$p$ : Ana não voltou

$q$ : foi ao cinema

Tem-se:

*Ana não voltou e foi ao cinema*

$$p \wedge q$$

Deseja-se a negação:

$$\neg(p \wedge q)$$

Pela lei de De Morgan:

$$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

Assim, tem-se:

$$\neg p \text{ (Ana voltou)} \vee \text{(ou)} \neg q \text{ (não foi ao cinema)}.$$

Ana voltou ou não foi ao cinema

**Resposta:** Alternativa “a”

**Comentários:** Questões que envolvem a lei de De Morgan são importantes e muito usadas em concursos, merecendo assim atenção especial.

Um erro bem comum na resolução de questões com negação é quando se nega as proposições e se esquece de negar o conectivo. Na linguagem natural, negar que as duas proposições são verdades é o mesmo que dizer que pelo menos um delas não é verdade, ou seja, a primeira ou a segunda proposição não é verdade. Neste exemplo dado, foi utilizada a lei de De Morgan. Caso o concursando não se lembre de alguma lei da lógica proposicional que seja necessária para resolver a questão, a tabela verdade pode ser uma boa saída. Porém, isso pode tomar bastante tempo, já que será necessário construir a tabela do enunciado e das respostas, para então chegar ao resultado através da comparação do valor lógico final de cada uma delas.

**Questão 5: Contraposição da Condicional**

(ANPAD / 2003) O equivalente lógico da proposição “Se os preços aumentam, então as vendas diminuem” é:

- a) Se os preços diminuem, então as vendas aumentam.
- b) Os preços diminuem e as vendas aumentam.
- c) Se os preços aumentam, então as vendas aumentam.
- d) As vendas aumentam ou os preços diminuem.
- e) Se as vendas aumentam, então os preços diminuem.

**Resolução:**

Identificando as proposições:

$p$ : os preços aumentam

$q$ : as vendas diminuem

Do enunciado:

Se os preços aumentam, então as vendas diminuem

$$p \rightarrow q$$

O equivalente lógico de uma condicional é sua contraposição, isto é,

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$$

Assim:

$$\neg q \text{ (as vendas aumentam)} \rightarrow \neg p \text{ (os preços diminuem)}$$

Portanto, a contraposição da condicional será:

“Se as vendas aumentam, então os preços diminuem”

**Resposta:** Alternativa “e”

**Comentários:** Assim como a anterior, esta questão é bem recorrente em concursos. Uma das coisas que difere estas duas questões é que neste caso o resultado esperado não é imediato, já que é necessário comparar o valor lógico das alternativas com o valor lógico do enunciado, buscando aquela alternativa que possui uma equivalência lógica. Como se trata de uma sentença condicional, normalmente a contrapositiva será o equivalente lógico esperado como resposta.

#### 4.1.2 Raciocínio Lógico baseado nos Diagramas de Venn

Na Matemática, por vezes usam-se diagramas para representar graficamente axiomas, propriedades ou problemas relacionados aos conjuntos (Teoria dos Conjuntos). A eles, dá-se o nome de Diagrama de Venn, em homenagem ao seu criador, o matemático britânico John Venn (1834 – 1923). Estes diagramas são curvas fechadas simples desenhadas sobre um plano, representando as relações de pertença entre conjuntos e elementos, assim como a intersecção e união de dois ou mais conjuntos (Leite, 2009).

Uma aplicação bastante interessante dos diagramas de Venn é aquela que se costuma fazer para facilitar a resolução de situações-problema específicos que envolvam a contagem de elementos pertencentes a dois ou mais conjuntos, sobre os quais se conhecem apenas alguns dados operacionais, por exemplo, a intersecção, a união, os elementos de um deles ou algum outro tipo de particularidade notável.

Três tipos de exercícios se destacam na utilização de Diagrama de Venn, aqueles que envolvem: lógica formal; Teoria dos Conjuntos; quantidade de elementos de um grupo.

##### ***Questão 6: Diagrama de Venn – lógica formal***

*(REFAP AS / CESGRANRIO / 2007) Considere verdadeiras as afirmativas a seguir:*

*I – Alguns homens gostam de futebol.*

*II – Quem gosta de futebol vai aos estádios.*

*Como base nas afirmativas acima, é correto concluir que:*

*a) Todos os homens vão aos estádios.*

*b) Apenas homens vão aos estádios.*

*c) Há homens que não vão aos estádios.*

*d) Se um homem não vai a estádio algum, então ele não gosta de futebol.*

*e) Nenhuma mulher vai aos estádios.*

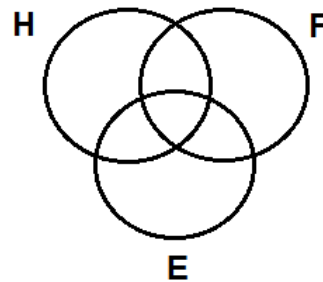
**Resolução:**

Um diagrama será usado para facilitar a resolução da questão.

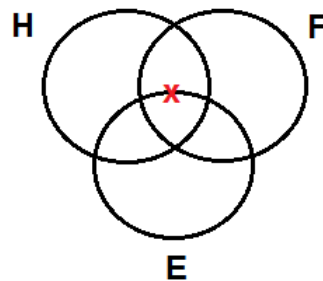
H = Conjunto dos homens.

F = Conjunto dos que gostam de futebol.

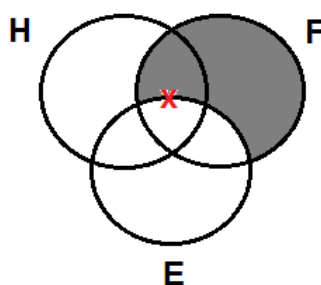
E = Conjunto dos que vão aos estádios.



A primeira premissa declara que o conjunto dos homens (H) tem pelo menos um elemento em comum com o conjunto do que gostam de futebol (F), portanto, será colocado um **x** na região que é interceptada pelos dois círculos. Entretanto, essa região está dividida em duas partes pelo círculo E. É preciso saber em qual dessas duas partes deve ser colocado o **x**. Assim, para levar em conta essa afirmação, será colocado o **x** na fronteira entre os dois conjuntos.



A segunda premissa declara que o conjunto dos que gostam de futebol (F) é um subconjunto do conjunto dos que vão aos estádios (E). Assim, será pintada a região que representa os que gostam de futebol e que não vão aos estádios.



Desta forma, ao diagramar a segunda premissa, percebe-se que o **x** deve representar alguém que vai aos estádios.

As alternativas agora devem ser analisadas uma a uma, até encontrar aquela cuja conclusão seja também verdadeira.

A alternativa “a” está errada, pois pode existir homem que não vá aos estádios.

A alternativa “b” está errada, pois existe uma região entre E e F sem H, ou seja, algumas mulheres podem ir aos estádios.

A alternativa “c” está errada, pois é indeterminado, pode ser que exista ou não homens que não vão aos estádios.

A alternativa “d” está correta, pois se ele não pertence ao conjunto E, então ele não terá elemento em F (área pintada indicada).

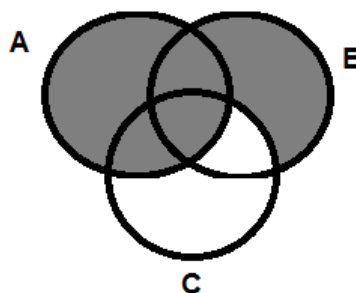
A alternativa “e” está errada, pois pode existir mulheres que vão estádio (nada foi afirmado).

**Resposta:** Alternativa “d”

**Comentários:** este é um tipo de questão muito comum em concursos, e a melhor forma de visualizar a resposta é utilizando os diagramas. Eles devem ser definidos e montados de acordo com as informações fornecidas no enunciado. Este método é detalhado em Sérates (1998). É importante perceber que qualquer informação que gere dúvidas, ou seja, não foi afirmada por uma das premissas, não pode ser usada como solução (não é uma conclusão válida). Este foi o critério utilizado para descartar as demais alternativas, sempre que um contraexemplo possa ser encontrado e que não contradiz as premissas, então a alternativa está errada.

### **Questão 7: Diagrama de Venn – Teoria dos Conjuntos**

(Coleção Concursos Públicos) Considerando os conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , a região hachurada no diagrama a seguir representa:



a)  $A \cup (C - B)$

b)  $A \cap (C - B)$

c)  $A \cap (B - C)$

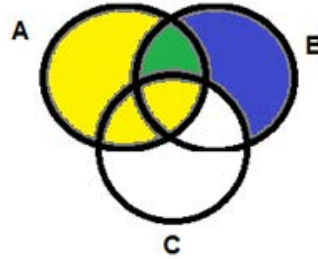


$$d) A \cup (B - C)$$

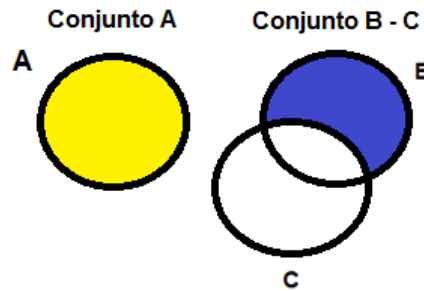
$$e) (A \cup B) - C$$

**Resolução:**

A figura pode ser representada da seguinte forma:



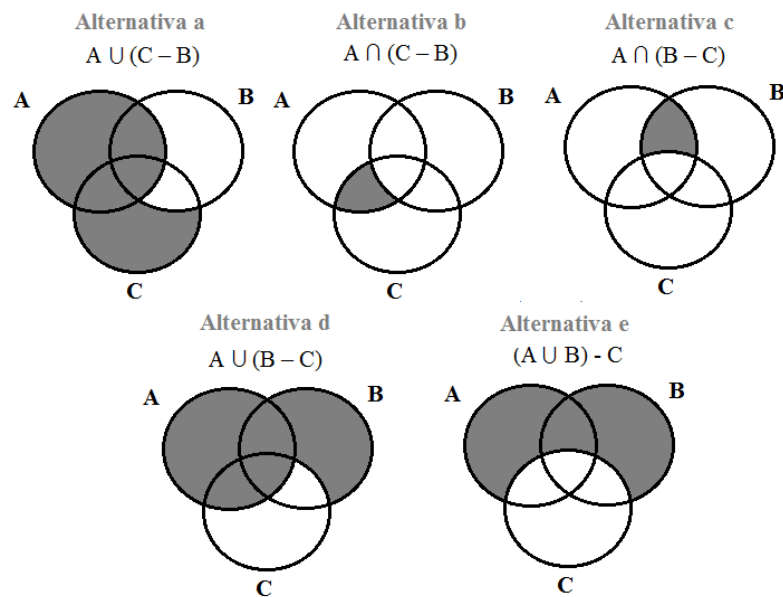
E separada assim:



Portanto tem-se  $A \cup (B - C)$ .

Outra possibilidade interessante de resolução é realizar o caminho inverso, ou seja, desenhando cada uma das alternativas e comparando com a figura do enunciado.

Desenhando cada uma das alternativas:



A alternativa que apresenta diagrama idêntico ao do enunciado é a alternativa *d*.

**Resposta:** Alternativa “d”

**Comentários:** Para se chegar a um resultado em questões do tipo que envolvem Teoria dos Conjuntos e diagrama de Venn, normalmente usa-se o método de tentativa e erro, ou seja, é preciso analisar alternativa a alternativa até encontrar aquela que corresponde ao diagrama dado. Certas dicas podem ajudar a eliminar possíveis alternativas. No exemplo dado, todas as respostas têm em comum a operação de união ou interseção, diferença, e os conjuntos não aparecem mais de uma vez em cada alternativa. Pensando assim, eliminam-se as alternativas que tem como operação principal a interseção, já que o diagrama possui o conjunto “A” inteiramente, descartando as alternativas “b” e “c” como possibilidade. Como a operação principal da alternativa “e” é uma diferença de conjuntos, e o diagrama possui o conjunto “C”, logo a alternativa “e” pode ser descartada também, restando “a” e “d” como possibilidades. A resolução feita reproduziu a alternativa “d” em partes: primeiro foi montado o conjunto “A” e depois a diferença entre “B” e “C”, onde a união dos dois conjuntos forma perfeitamente o diagrama apresentado.

***Questão 8: Diagrama de Venn – Resolução de problemas envolvendo conjuntos***

*(FCC / 2012) No final de um ano letivo, dos 449 alunos de uma escola, 62 fizeram recuperação em Língua Portuguesa e Matemática, 120 fizeram recuperação em Língua Portuguesa e 280 foram aprovados sem recuperação nas duas disciplinas.*

*Baseado nesses fatos é correto afirmar que o número de alunos que fez recuperação em Matemática é:*

- a) 49
- b) 58
- c) 102
- d) 111
- e) 169

**Resolução:**

Por meio de um diagrama de Venn, os conjuntos serão representados:

- *U*, o conjunto universo de alunos da escola;
- *P*, o conjunto dos alunos que fizeram recuperação em Língua Portuguesa;
- *M*, o conjunto dos alunos que fizeram recuperação em Matemática (será o resultado).

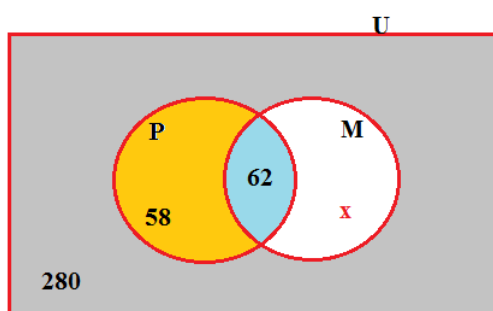
O conjunto *U* possui 449 elementos.

O conjunto  $M \cap P$ , aquele dos alunos que fizeram recuperação nas duas disciplinas, possui 62 elementos (na figura em azul).

O conjunto  $P$  possui 120 elementos, porém, na etapa anterior, já foram consideradas 62 alunos, faltando, portanto, 58 alunos para completar o conjunto. Esse valor será escrito na região que corresponde a  $P - M$  (na figura em laranja).

Na região que corresponde aos que não fizeram recuperação (região em cinza) será marcado o número 280.

A região que corresponde ao conjunto  $M - P$  é a dos alunos que fizeram recuperação apenas em Matemática, representado por  $x$ .



O resultado esperado será obtido através da soma dos alunos que fizeram recuperação somente em Matemática mais os alunos que fizeram recuperação nas duas disciplinas.

Como o conjunto universo  $U$  tem 449 alunos:

$$280 + 58 + 62 + x = 449$$

$$x = 49$$

$$M = 49 + 62 = 111$$

$$M = 111$$

**Resposta:** alternativa “d”

**Comentários:** Este tipo de questão é facilmente encontrado em concursos, com variações da quantidade de conjuntos, ou então com o uso de porcentagens, porém, o método de resolução é o mesmo deste.

Um dos erros mais comuns em questões com elementos de grupos é confundir, por exemplo, o total de alunos que fizeram recuperação em Matemática com o número de alunos que fizeram recuperação somente em Matemática. É muito importante que isto esteja bem claro para o concursando. No exemplo dado, existe uma alternativa com o número de alunos que fizeram recuperação somente em Matemática (alternativa  $a$ ).

Outro erro comum é na hora de preencher os valores e se esquecer de subtrair os valores das intersecções, principalmente num exercício com três conjuntos, onde há quatro regiões de intersecção.

### 4.1.3 Raciocínio Lógico-Aritmético

A Aritmética é a mais antiga e elementar área da Matemática. Sua etimologia vem do grego *ἀριθμός* (arithmós) que significa “número”. Assim, de uma forma mais geral, pode-se chamá-la de “ciência dos números” (Paiva, 2010).

Platão diz em *A República* (380 a.C.): “a aritmética tem um efeito muito grande de elevar a mente, compelindo-a a raciocinar sobre número abstrato”. Assim como o “raciocinar sobre número abstrato”, têm-se também as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e suas propriedades, a exponenciação, radiciação, proporcionalidade, múltiplos, divisores, porcentagem, frações e números decimais, tudo isto pertencendo e sendo estudado na área da Aritmética.

Nota-se que ela trabalha os conceitos mais elementares da Matemática, servindo de ferramental para os demais ramos desta Ciência. Por seu aspecto intuitivo, ela está presente nos mais diversos momentos de nosso dia a dia. Diversas situações-problemas podem ser resolvidas utilizando-se a Aritmética segundo um raciocínio lógico.

Dois tipos bem comuns de exercícios encontrados em concursos que se utilizam da lógica aritmética são aqueles que possuem uma lei de formação ou que apresentam situações-problemas do nosso dia a dia.

#### **Questão 9: Lei de formação – repetição**

(OBM / 2003) Considere a sequência oscilante: 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, ... o 2003º algarismo é:

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

#### **Resolução:**

Na sequência dada, observa-se que há uma repetição a cada oito números (começando no 1 e terminando no 2).

Assim, a sequência se repete de forma múltipla de 8, ou seja, os termos da sequência podem ser associados ao valor do resto da divisão do algarismo pedido por 8 (são oito possibilidades, de 0 a 7). Através do conceito de congruência módulo  $m$ , pode-se afirmar que todas as posições dos algarismos que são congruentes módulo 8 (possuem o mesmo resto quando divididos por 8) possui termos iguais. Então basta dividir 2003 por 8, de onde se obtém resto 3. Deste modo, como 2003 é congruente a 3 módulo 8, o 2003º termo da sequência corresponde ao terceiro termo da parte da sequência que se repete, ou seja, o 3.

2000	2001	2002	2003
2	1	2	3

Portanto, o 3 é o 2003º algarismo.

**Resposta:** Alternativa “c”

**Comentários:** No caso de questões com lei de formação – repetição, a dificuldade para se chegar ao resultado é descobrir a sequência correta de repetição, e após efetuar a divisão, conseguir fazer a contagem corretamente utilizando o valor do resto. Não é uma questão difícil, porém exige cuidado ao relacionar corretamente a posição dos termos com a sequência.

**Questão 10: Lei de formação – sucessão**

(FCC / 2007) Os termos da sucessão seguinte foram obtidos considerando uma lei de formação.

(0, 1, 3, 4, 12, 13, ...)

Segundo essa lei, o décimo terceiro termo dessa sequência é um número:

- a) menor que 200
- b) compreendido entre 200 e 400
- c) compreendido entre 500 e 700
- d) compreendido entre 700 e 1000
- e) maior que 1000

**Resolução:**

Do 1º termo para o 2º termo, ocorreu um acréscimo de 1 unidade.

Do 2º termo para o 3º termo, ocorreu a multiplicação do termo anterior por 3.

Do 3º termo para o 4º termo, ocorreu um acréscimo de 1 unidade.

E assim por diante, até que para o 7º termo temos  $13 \times 3 = 39$

$$8^\circ \text{ termo} = 39 + 1 = 40$$

$$9^\circ \text{ termo} = 40 \times 3 = 120$$

$$10^\circ \text{ termo} = 120 + 1 = 121$$

$$11^\circ \text{ termo} = 121 \times 3 = 363$$

$$12^\circ \text{ termo} = 363 + 1 = 364$$

$$13^\circ \text{ termo} = 364 \times 3 = 1092$$

O 13º termo da sequência é um número maior que 1.000.

**Resposta:** Alternativa “e”

**Comentários:** Questões com lei de sucessão exigem muita atenção, para que se consiga encontrar a relação entre seus termos, para enfim chegar ao resultado (termo) esperado. O que dificulta nesta questão, é que a lei de sucessão não é das mais evidentes, já que ela não utiliza uma única operação matemática. Outra dificuldade é que o resultado será obtido através do cálculo de termo a termo, podendo ocorrer algum erro no caminho, o que comprometeria o resultado. Vale observar que os termos pares da sequência são obtidos através da soma do antecessor mais uma unidade, e os termos ímpares são obtidos com a multiplicação do antecessor por três. Isso ajuda na verificação da resolução, se cada etapa foi executada através da operação correta.

As duas questões seguintes poderiam ser resolvidas através da álgebra, porém foram resolvidas aritmeticamente buscando facilitar os cálculos e também para apresentar uma alternativa à resolução. Os comentários se encontram apenas na questão 12.

**Questão 11: Situações-problemas I**

(CESGRANRIO/2005) *Ao negociar a compra de certa mercadoria com um fornecedor, um comerciante lhe disse: “Se você me der R\$1,00 de desconto em cada peça, poderei comprar 60 peças com a mesma quantia que eu gastaria para comprar 50”. Se o fornecedor der o desconto pedido, o comerciante pagará, em reais, por peça:*

- a) 9,00
- b) 8,00
- c) 7,00
- d) 6,00
- e) 5,00

**Resolução:**

Esta questão pode ser resolvida utilizando apenas aritmética.

Se o comerciante comprar 50 peças e tiver R\$ 1,00 de desconto em cada peça, nas 50 peças ele receberá de desconto  $R\$ 1,00 \times 50 = R\$ 50,00$ . Assim, se com R\$ 50,00 pode-se comprar mais 10 peças (60 – 50), cada uma das peças terá custado R\$ 5,00 (R\$ 50,00 dividido pelas 10 peças).

O comerciante pagará R\$ 5,00 por cada peça.

**Resposta:** Alternativa “e”

**Questão 12: Situações-Problemas II**

(CESGRANRIO/2005) Para comprar um sanduíche, um refresco e um sorvete, gastei R\$9,00. Se eu comprasse um refresco, três sorvetes e um sanduíche, gastaria R\$15,00. Com a quantia necessária para comprar um sanduíche e um refresco, quantos sorvetes posso comprar?

- a) 2                      b) 3                      c) 4                      d) 5                      e) 6

**Resolução:**

Este é mais um tipo de exercício que pode ser resolvido facilmente usando a aritmética:

$$1 \text{ sand} + 1 \text{ refres} + 1 \text{ sorv} = \text{R\$ } 9,00$$

$$1 \text{ sand} + 1 \text{ refres} + 3 \text{ sorv} = \text{R\$ } 15,00$$

Assim sabe-se que  $2 \text{ sorv} = \text{R\$ } 15,00 - \text{R\$ } 9,00 = \text{R\$ } 6,00$ . Ou seja, cada sorvete custa R\$ 3,00.

$$1 \text{ sand} + 1 \text{ refres} + \text{R\$ } 3,00 = \text{R\$ } 9,00$$

$$\text{Ou seja, } 1 \text{ sand} + 1 \text{ refres} = \text{R\$ } 6,00.$$

Assim, com a quantia necessária para comprar um sanduíche e um refresco (R\$ 6,00) é possível comprar 2 sorvetes.

**Resposta:** Alternativa “a”

**Comentário:** As duas últimas questões de situações-problemas podem ser resolvidas através da álgebra, com a montagem de equações. Porém a aritmética é mais simples e intuitiva, o que facilita a obtenção do resultado. A resolução pela aritmética é feita passo a passo, e em cada etapa o concursando está raciocinando, e não simplesmente manipulando valores, ficando assim mais próxima da realidade das pessoas, e tornando-a mais amigável e intuitiva. A questão 12 parece muito com um sistema linear, porém não foram usadas letras como incógnitas e não houve operação sistematicamente algébrica entre as equações, mas sim cálculos mentais, o que facilita a resolução.

**4.1.4 Raciocínio Lógico-Algébrico**

A Álgebra pode ser basicamente dividida em duas: álgebra elementar, que estuda os polinômios, equações, funções, incógnitas e variáveis; e a álgebra moderna (grupos, anéis, corpos). No ensino básico, somente é estudada a álgebra elementar (Paiva, 2010).

Muitas situações podem ser resolvidas utilizando-se somente da Aritmética. Algumas vezes torna-se muito complicado operar os valores de um problema ou até mesmo visualizar

todos os dados fornecidos no mesmo, ou porque as operações devem ser feitas em diversas etapas ou porque as informações são apresentadas de forma confusa ou desordenadas. Desta forma, a Álgebra vem a facilitar os cálculos, por se utilizar símbolos (letras) no lugar de números permitindo que se escrevam equações que representem o problema.

Em concursos e vestibulares, existem diversas questões que exigem um raciocínio lógico primário para que então se possa enfim utilizar a Álgebra para chegar a um resultado. Alguns dos problemas mais encontrados são os que envolvem o conceito de regra de três, montagem de equação e sistema de equações.

**Questão 13: Regra de três**

*(FCC / 2011) Para realizar um determinado trabalho, quatro operários, rotineiramente e trabalhando juntos, gastam um total de 12 horas. Planejando terminar o trabalho mais rapidamente cinco operários são alocados para realizar esse mesmo trabalho. Devido à diminuição do espaço físico para a realização do trabalho, a produtividade de cada operário, para um mesmo intervalo de tempo, cai 10% em relação à produtividade de cada operário na situação com apenas quatro operários atuando. Levando-se em conta apenas essas informações, o tempo ganho ao se acrescentar mais um operário foi de*

- a) 2 horas e 20 minutos
- b) 1 hora
- c) 1 hora e 40 minutos
- d) 2 horas
- e) 1 hora e 20 minutos

**Resolução:**

Esta questão trata-se de uma regra de três simples: a quantidade de operários é inversamente proporcional ao tempo para finalizar a obra, com a observação que existe uma perda na produtividade pela restrição de espaço. Como a perda na produtividade é de 10%, os cinco operários rendem como 4,5 operários.

<i>Operários</i>	<i>Tempo (h)</i>
4	12
4,5	x

$$\frac{12}{2} = \frac{32}{3} \quad 10 \quad \frac{2}{3}$$



Para saber o tempo ganho por acrescentar o operário, deve-se subtrair o valor obtido de 12. Assim, o tempo ganho é de 1 hora e 20 minutos (uma hora mais um terço de hora).

**Resposta:** Alternativa “e”

**Comentários:** Para resolver esta questão de regra de três, é preciso primeiramente identificar que se trata de uma regra de três simples inversa. A parte complicada vem logo em seguida, na interpretação do que significa a perda de produtividade. No caso, apesar de causar certa estranheza (já que não existe “4 operários e meio”), esta redução direta no valor facilita bastante as contas. Seria o caso de enxergar como “rendimento de valor 5” que cairá para “rendimento de valor 4,5”. Uma dificuldade extra aparece no final do exercício, quando é preciso converter a fração em unidade de tempo.

#### **Questão 14: Equações**

*(FCC / 2007) Um comerciante comprou 94 microcomputadores de um mesmo tipo e, ao longo de um mês, vendeu todos eles. Pela venda de 80 desses micros, ele recebeu o que havia pagado pelos 94 que havia comprado e cada um dos 14 micros restantes foi vendido pelo mesmo preço de venda de cada um dos outros 80. Relativamente ao custo dos 94 micros, a porcentagem de lucro do comerciante nessa transação foi de:*

- a) 17,5%
- b) 18,25%
- c) 20%
- d) 21,5%
- e) 22%

**Resolução:**

O comerciante comprou 94 microcomputadores por um preço  $x$ , totalizando  $94x$ .

Pela venda de 80 desses micros, o comerciante recebeu  $94x$ ; recebendo, então  $\frac{94x}{80} = 1,175x$  por micro.

Como cada micro foi vendido por 1,175 vezes o valor de cada um, relativamente ao custo de produção, o lucro foi de  $0,175x$ , ou seja, 17,5 %.

**Resposta:** Alternativa “a”

**Comentário:** Esta questão possui uma resolução bem pequena, porém, pode ser difícil de entender, já que não se sabe o valor inicial de cada micro e que as informações estão bem distribuídas pelo texto da questão. É preciso entender o seguinte: 80 micros foram vendidos pelo preço de  $94x$ ; cada um dos 94 micros foi vendido pelo mesmo valor (mesmo lucro); o

lucro final é percentual, incidindo diretamente no valor inicial (que é desconhecido) e não depende da quantidade de micros restantes (na etapa final da resolução já não é relevante que sobraram 14 micros). Levando em conta estas informações, o concursando resolverá esta questão facilmente.

**Questão 15: Sistema de equações**

(AOCP / 2012) O salário por hora de pedreiro é de \$7,00 e do seu auxiliar é de \$3,00. Juntos eles receberam \$53,00 por um determinado trabalho. O pedreiro trabalhou um período de tempo diferente do trabalhado pelo auxiliar. Se eles tivessem recebido um dólar a menos por hora, teriam recebido \$42,00. A quantidade de horas trabalhadas pelo pedreiro e pelo auxiliar foi, respectivamente,

- a) 6 horas e 5 horas
- b) 5 horas e 7 horas
- c) 6 horas e 6 horas
- d) 5 horas e 5 horas
- e) 5 horas e 6 horas

**Resolução:**

Escrevendo-se as informações na forma de equação, temos:

$$3x + 5y = 53$$

em que:

x: número de horas que o pedreiro trabalhou

y: número de horas que o auxiliar trabalhou

Pelo mesmo trabalho, se eles tivessem recebido um dólar a menos por hora, teriam recebido \$ 42,00.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 53 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$$

Tem-se agora um sistema com duas equações:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 53 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$$

Resolvendo através do método da substituição:

$$\begin{array}{r} 21x + 30y = 315 \\ 3(21x + 30y) = 3(53) \\ 21x + 10y = 106 \\ \hline 20y = 209 \\ y = 10,45 \end{array}$$

Assim:  $x = 5$  e  $y = 6$ .

**Resposta:** Alternativa “e”

**Comentários:** As questões de sistema de equações são bem típicas de concursos e provas. Nestes casos a pessoa precisa interpretar os dados e montar um sistema de equações. Neste exemplo, a dificuldade se encontra em montar corretamente a equação que envolve “o dólar a menos por hora”, já que a subtração deve ocorrer dentro dos parênteses. A montagem é a única dificuldade, o resto é apenas manipulação algébrica, que apesar de simples, exige bastante atenção.

#### 4.1.5 Raciocínio Lógico-Geométrico

A Geometria é uma área matemática que estuda figuras, quanto a sua forma, tamanho e propriedades. O nome Geometria vem do grego *γεωμετρία* (geo – terra, metria – medida) (Paiva, 2010).

Os conceitos mais elementares da Geometria são comprimento, área e volume. A partir então, as propriedades particulares das chamadas “figuras geométricas”, como por exemplo, o baricentro de um triângulo é o seu centro de gravidade, caso sua densidade seja constante. Por volta do século 3 a.C., Euclides de Alexandria axiomatizou a Geometria e esta perdurou por mais de mil anos como a única aceita (Rezende, 2008).

A Geometria é subdividida em diversas outras, porém, no ensino básico, estuda-se somente a Geometria Básica, Espacial e Analítica.

Concursos diversos exigem que o candidato trabalhe a Geometria juntamente com o raciocínio lógico. São questões que trabalham área/volume, posição espacial e padrões. É possível encontrar outros tipos, porém estes são os mais comuns.

#### **Questão 16: Área / Volume**

*(FCC / 2009) Uma caixa retangular tem 46 cm de comprimento, 9 cm de largura e 20 cm de altura. Considere a maior bola que caiba inteiramente nessa caixa. A máxima quantidade de bolas iguais a essa que podem ser colocadas nessa caixa, de forma que ela possa ser tampada, é*

- a) 6
- b) 8
- c) 9

d) 10

e) 12

**Resolução:**

A maior bola que caberá será de 9 cm de altura (raio = 4,5cm), pois esta é a medida do menor lado da caixa.

Logo, em 20 cm de altura cabem 2 bolas de 9 cm ( $9+9=18$  cm).

Em 46 cm de comprimento cabem 5 bolas ( $45/9=5$ ).

Portanto, na caixa cabem 10 bolas ( $2 \times 5=10$ ).

**Resposta:** Alternativa “d”

**Comentários:** Deve-se ficar atento neste exercício que o resultado não é dado pela divisão do volume da caixa pelo volume da bola, já que haverá espaço vazio entre as bolas. Primeiramente é necessário descobrir a medida máxima de cada bola, sendo que ela tem que caber inteiramente na caixa, ou seja, esta medida será dada pelo menor valor dentre as medidas da caixa (este valor será igual ao diâmetro da bola). Esta questão é bastante interessante, já que exige uma boa visão espacial do concursando, além de conhecimentos de geometria espacial, mas sem se preocupar com as fórmulas.

**Questão 17: Posição Espacial**

(FCC / 2012) Um rapaz e uma moça estão juntos no centro de um campo de futebol. A moça anda sempre metade da distância que o rapaz percorre e sempre no sentido contrário ao que o rapaz caminha. O rapaz anda 2 metros para a direção NORTE; o rapaz gira  $90^\circ$  e anda 4 metros na direção OESTE; ele gira novamente  $90^\circ$  e anda 8 metros na direção SUL; novamente gira  $90^\circ$  e anda 16 metros na direção LESTE; outra vez gira  $90^\circ$  e anda 32 metros na direção NORTE; finalmente gira  $90^\circ$  e anda 12 metros na direção OESTE e para. Nessa mesma etapa a moça também para. A distância, em metros, entre o rapaz e a moça a partir desses dados é

a) 26

b) 39

c) 42

d) 47

e) 51

**Resolução:**

A questão será resolvida utilizando-se coordenadas num Plano Cartesiano.

Considerando:





## 5 CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Durante a preparação para o desenvolvimento deste trabalho, verificou-se uma dificuldade em se encontrar textos que abordem a Lógica quanto ciência em seus mais diversos aspectos. O que é mais facilmente encontrado é sobre a vida dos principais pensadores e lógicos ou então sobre os conceitos da Lógica em si. Das obras pesquisadas, poucas abordavam as três crises dos Fundamentos da Matemática, fatos estes que apresentam o processo evolutivo da Lógica e que foram determinantes para seu desenvolvimento generalizado e global, principalmente em meados do Século XX. A realização desta etapa da pesquisa forneceu estrutura para maior compreensão da Lógica como uma ciência, desassociada a Matemática.

O maior aprendizado ficou por conta da pesquisa sobre as questões mais cobradas nos concursos públicos. Diversas questões foram analisadas e classificadas, buscando resolvê-las através de suas características e conceitos por trás de cada uma. Constatou-se que as questões com lógica formal, quando presentes, são as mais recorrentes, enquanto as com lógica geométrica as menos. Interessante notar que algumas questões podiam ser resolvidas mais facilmente utilizando-se basicamente o raciocínio lógico, escapando assim de fórmulas e conceitos mais complicados que dificultariam o sucesso do concursando.

A contribuição deste trabalho foi mostrar como alguns exercícios de Lógica estão associados aos conceitos matemáticos, mesmo que tenham sido apresentados de forma mais abrangente.

Enfim, espera-se que esta pesquisa possa ser usada como base para futuros trabalhos, que busquem respostas para algumas perguntas, como por exemplo, se estes tipos de questões podem ajudar na resolução de exercícios e compreensão de conceitos matemáticos, ou se um grupo de alunos que trabalhe questões de lógica algébrica, por exemplo, terá um melhor desempenho em álgebra do que outro grupo sem esta prática, ou ainda se uma pessoa com domínio em lógica é um profissional mais adequado aos valores da empresa do que os demais que não o são (justificando assim a exigência destes conceitos lógicos em concursos).

## REFERÊNCIAS

- HERSTEIN, Israel Nathan, **Topics in algebra**. [S.l.]. Wiley India Pvt. Limited, 2006, 400 p.
- KRAUSE, Décio, **Introdução aos Fundamentos Axiomáticos da Ciência**. São Paulo: EPU, 2002, 211 p.
- LEITE, Aury de Sá, **Tópicos de Álgebra Moderna Elementar**. Aparecida, 2009. 1 CD-ROM. Portable Document Format (.pdf).
- MODERNA PLUS. São Paulo, Editora Moderna, 2009. Material extra para a Coleção Moderna Plus. Disponível em: <<http://www.modernaplust.com.br>>. Acesso em 29 nov 2013.
- MONDINI, Fabiane. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2008, Rio Claro. **O Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo e seus Diferentes Modos de Pensar a Matemática...** Rio Claro, 2008. Disponível em: <[http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/287-1-A-gt2\\_mondini\\_ta.pdf](http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/287-1-A-gt2_mondini_ta.pdf)>. Acesso em: 27 nov. 2013.
- MORTARI, Cezar A., **Introdução à Lógica**. São Paulo: UNESP, 2001, 393 p.
- PAIVA, Manoel Rodrigues, **Matemática: Paiva**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2010
- PIAGET, J. **Biologia e conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 1973, p.57.
- PIAGET, J. **O nascimento da inteligência na criança**. 3.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- PINEDO, Christian Quintana, **Fundamentos da Matemática**. 5.ed. Araguaína: UFT, 2007.
- REZENDE, Eliane Quelho Frota, **Geometria euclidiana plana e construções geométricas**. 2.ed. Campinas: Unicamp, 2008, 260 p.
- ROSEN, Kenneth H. **Matemática Discreta e Suas Aplicações**. 6.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009, 982 p.



SÉRATES, Jonofon, **Raciocínio lógico: lógico matemático, lógico quantitativo, lógico numérico, lógico analítico, lógico crítico**. 8.ed. Brasília: Jonofon Ltda., 1998, 352 p.

### BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

CIÊNCIA BIASOTO – site pessoal com publicações. Disponível em: <<http://cienciabiasoto.com.br/abordagem-construtivista-da-aprendizagem-da-matematica/>>. Acesso em 06 jun. 2010.

DAGHLIAN, Jacob, **Lógica e Álgebra de Boole**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 1986.

FILOINFO – Site especializado em filosofia. Disponível em: <<http://www.filoinfo.bem-vindo.net/filosofia/modules/lexico>>. Acesso em 14 set. 2010.

KNEALE, William & KNEALE, Martha, **Development of Logic**. New York: Clarendon Press, 1962.

NOLT, John; ROHATYN, Dennis & VARZI, Achille, **Logic**. New York: McGraw-Hill, 1998.

PAES, Rui Santos, **Coleção Concursos Públicos**. São Paulo: Gold, 2008.

QUESTÕES DE CONCURSOS – site especializado em concursos. Disponível em: <<http://www.questoesdeconcursos.com.br>>. Acesso em 11 nov. 2012.