

RAISSA SAMARA SAMPAIO

A visualização no ensino de geometria com o Geogebra 3D

Guaratinguetá - SP
2015

Raissa Samara Sampaio

A visualização no ensino de geometria com o Geogebra 3D

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador (a): Prof^ª. Dr^ª. Rosa Monteiro Paulo

Guaratinguetá
2015

S192v	<p>Sampaio, Raissa Samara A visualização no ensino de geometria com o Geogebra 3D / Raissa Samara Sampaio – Guaratinguetá, 2015. 63 f : il. Bibliografia: f. 53-55</p> <p>Trabalho de Graduação de Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2015. Orientador: Prof^ª. Dr^ª. Rosa Monteiro Paulo</p> <p>1. Matemática - Estudo e ensino 2. Ensino auxiliado por computador 3. Tecnologias de informação e comunicação 4 Fenomenologia I. Título</p> <p>CDU 51:371.3</p>
-------	--

Raissa Samara Sampaio

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

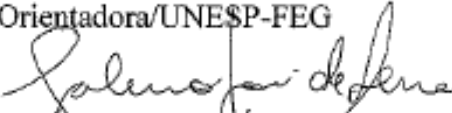
Vivian Gomes

Prof.ª. Dr.ª. VIVIAN MARTINS GOMES
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



Prof.ª. Dr.ª. ROSA MONTEIRO PAULO
Orientadora/UNESP-FEG



Prof. Dr. GALENO JOSÉ SENA
UNESP-FEG



Prof. Dr. JOSÉ RICARDO DE REZENDE ZENI
UNESP/FEG

Dezembro de 2015

Dedico à minha família, que me suportou nesse período turbulento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, foi Nele que busquei força e discernimento durante a minha caminhada, obrigada;

à minha mãe Beth por estar sempre ao meu lado, por ser sempre atenciosa e dedicada, cuidando de mim e me incentivando a todo momento, obrigada;

ao meu pai Sampaio por estar sempre ao meu lado e por me ajudar imensamente nas locomoções diárias necessárias, obrigada;

à minha irmã Raiane, por ser meu exemplo e a pessoa em quem me inspiro;

à Melissa, que mesmo sendo um animal de estimação veio ao meu colo e me deu afeto em momentos de tristeza, obrigada;

ao Marcos Vinícius, por ser paciente e ser sábio o suficiente para passar sua paciência em momentos de alta tensão, obrigada;

ao Victor, pelas ajudas de última hora e apoio, obrigada;

aos colegas de turma que sempre lembrarei, em especial, Vanessa, Vanessinha, Sérgio, Carol, Bruna, Deza e Kimie, que foram de imenso apoio e ajuda nos momentos em que só a fé nos salvaria, obrigada;

aos meus colegas e amigos do Colégio Poliedro, em especial, Vânia, Rafa, Sr Piccolo, Ishii, Letícia, Mari, Polly, Thaís, Vander e Vini, por contribuírem para a profissional que sou hoje, me lembrar de ser a desonra da FEG, por todo o apoio e pelas diversas risadas, obrigada;

aos tripulantes da mais incrível van, em especial Pri, Will, Léia, Lelê, Gerlei, Gorfo, Fábio e Vinícius, por fazerem 100 km parecer que estou aparatando, obrigada;

ao Professor Marcelo, por ser o melhor professor de Matemática até o meu ensino médio e por ser quem me incentivou e me encaminhou para uma gratificante jornada na FEG, obrigada;

à Professora Rosa, com quem tenho imensa gratidão, que me orientou e me ajudou nesse trabalho, com todo seu conhecimento, paciência e dedicação, obrigada;

por fim, agradeço aos contratemplos da vida, por me fazerem uma pessoa forte e resistente, porque sem essas características não atingiria o meu objetivo.

“Ora, a fé é o firme fundamento das coisas que se esperam, e a prova das coisas que se não vêem”

Hebreus 11:1

SAMPAIO, R. S. **A visualização no ensino de geometria com o Geogebra 3D**. 2015. 63 f. Trabalho de Graduação (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

RESUMO

Esta pesquisa apresenta uma investigação acerca da relevância da visualização no ensino de Geometria. Nosso interesse volta-se à análise do uso de tecnologia no ensino de Geometria, buscando destacar sua contribuição para a aprendizagem. Os alunos de hoje – segunda década do século XXI - exigem que, cada vez mais, a escola avance no sentido de inserir as tecnologias no ensino uma vez que tablets, smartphone, netbook, notebook estão presentes no dia a dia da maioria dos alunos. Desse modo, investigamos, assumindo a orientação fenomenológica, as potencialidades dos *software* educacionais, especialmente o Geogebra 3D, voltados ao ensino da matemática e que favorecem o trabalho com a visualização em Geometria. No trabalho trazemos algumas considerações teóricas acerca da importância da visualização para a aprendizagem geométrica e do uso das tecnologias. Construímos uma proposta de intervenção para a sala de aula do 7º ano do ensino fundamental com tarefas que visam à exploração visual e permitem ao professor trabalhar o conceito de volume de sólidos geométricos.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Fenomenologia. Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. Visualização. Ensino Fundamental.

SAMPAIO, R. S. **The visualization on the teaching of geometry with Geogebra 3D.** 2015. 63 f. Graduate Work (Licentiate degree in Mathematics) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

ABSTRACT

This research presents an investigation about the relevance of visualization in teaching geometry. Our interest turns to analyzing the use of technology in teaching geometry, seeking to highlight their contribution to learning. The students of today - second decade of the 21st century - require that, each time more, the school move towards the integration of technologies for teaching since tablets, smartphone, netbook, notebook are items present on daily life of most students. Thereby, we investigate, taking the phenomenological orientation, the potential of educational software, especially the Geogebra 3D, directed at teaching math and favoring the work with the geometry viewing. At work we bring some theoretical considerations about the importance of viewing for the geometric learning and the use of technologies. We build an intervention proposal for the classroom of the 7th year of elementary school with tasks aimed at visual exploration and allow the teacher to work the concept of volume of geometric solids.

KEYWORDS: Math Education. Phenomenological. Information and Communication of Digital Technologies. Visualization. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Planificação do prisma de base triangular.....	33
Figura 2 – Prisma de base triangular planificado	33
Figura 3 – Cilindro construído no Geogebra	37
Figura 4 – Cone construído no Geogebra 3D	38
Figura 5 – Cubo e controles deslizantes no Geogebra	39
Figura 6 – Prisma de base retangular	40
Figura 7 – Prisma de base triangular	42
Figura 8 – Prisma de base quadrada	42
Figura 9 – Prisma de base pentagonal	43
Figura 10 – Prisma de base retangular envolto de três pirâmides	44
Figura 11 – Rotação das pirâmides I	44
Figura 12 – Rotação das pirâmides II.....	45
Figura 13 – Prisma sem as pirâmides	45
Figura 14 – Prisma de base triangular formado por três pirâmides.....	45
Figura 15 – Possibilidade de movimento das pirâmides	46
Figura 16 – Rotação do Prisma.....	47
Figura 17 – Comparação entre as pirâmides azul e vermelha	47
Figura 18 – Pirâmide	48
Figura 19 – Tronco de Pirâmide	49

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características da Qualidade de Software segundo a ISO/IEC 9126-1	20
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. PESQUISA QUALITATIVA DE ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA	14
2.1 PESQUISA QUALITATIVA	14
2.2 A ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA	15
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
3.1 USO DAS TECNOLOGIAS	19
3.2 VISUALIZAÇÃO	25
4. CONSTRUINDO UMA PROPOSTA PARA A SALA DE AULA	31
4.1 ATIVIDADE 1: PLANIFICAÇÃO DE PRISMAS	32
4.2 ATIVIDADE 2: CONE E CILINDRO DE REVOLUÇÃO	36
4.3 ATIVIDADE 3: VOLUME DO PRISMA DE BASE RETANGULAR I	38
4.4 ATIVIDADE 4: VOLUME DO PRISMA DE BASE RETANGULAR II	40
4.5 ATIVIDADE 5: VOLUME DO PRISMA	40
4.6 ATIVIDADE 6: VOLUME DA PIRÂMIDE I	43
4.7 ATIVIDADE 7: VOLUME DA PIRÂMIDE II	46
4.8 ATIVIDADE 8: TRONCO DE PIRÂMIDE	48
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
REFERÊNCIAS	53
ANEXO A - ATIVIDADE 1: PLANIFICAÇÃO DE PRISMAS	56
ANEXO B - ATIVIDADE 4: VOLUME DO PRISMA DE BASE RETANGULAR	58
ANEXO C - ATIVIDADE 5: VOLUME DO PRISMA	59
ANEXO D - ATIVIDADE 8: TRONCO DE PIRÂMIDE	61

1. INTRODUÇÃO

Desde a infância pude ter contato com a tecnologia. Aprendi, inicialmente pela observação das tarefas que minha irmã desenvolvia no computador, a ficar atenta a cada clique para entender qual era a consequência. O estágio de docência, realizado no curso de Licenciatura em Matemática, me levou a considerar a tecnologia na educação como uma possibilidade de ensinar e aprender matemática. Realizei o estágio em um colégio da rede particular de ensino no qual a tecnologia tem grande destaque e é presença constante na sala de aula.

O contato com a tecnologia bem como a experiência vivida nas aulas de Geometria Euclidiana do curso de Licenciatura em Matemática me fizeram pensar sobre a contribuição da tecnologia para o ensino de Geometria. Nas aulas de Geometria de nossa turma de Licenciatura e o acompanhamento aos alunos durante o estágio me levaram a ver que uma das maiores dificuldades estava relacionada à visualização. Ou seja, os alunos tinham dificuldade para interpretar os problemas propostos e estabelecer relação entre o enunciado e a figura requerida (que poderia ser esboçada, construída ou imaginada). A partir dessa vivência, surgiram os questionamentos: Como a tecnologia poderia contribuir para os conteúdos geométricos serem ‘vistos’ pelos alunos? Qual a potencialidade de um *software* para o desenvolvimento da visualização geométrica?

Através de leituras realizadas para o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) nos identificamos com o *software* Geogebra 3D, um *software* ainda pouco estudado, mas que tem uso livre. O Geogebra 3D é um *software* em desenvolvimento¹, livre e com alta dinamicidade para o estudo de Geometria possibilitando uma inter-relação com aspectos da Álgebra e o cálculo de medidas. Passamos a estudar esse *software* e, posteriormente a esse estudo do *software*, outras interrogações surgiram como: O *software* Geogebra versão 5.0, com a janela de visualização 3D teria potencialidade para a aprendizagem de conteúdos matemáticos relacionados aos sólidos geométricos? A visualização dos sólidos, através do *software*, favoreceria a aprendizagem de volume desses sólidos?

Novas leituras foram demandadas e nos levaram a compreender o tema e nos direcionaram – agora com foco melhor definido - à pergunta orientadora: “*Como a visualização propiciada pelo uso do software Geogebra 3D favorece a aprendizagem geométrica?*”.

¹ Atualmente está na versão 5.0 que inova pela possibilidade da janela de visualização 3D.

Considerando, portanto, a importância da visualização para o ensino de geometria e a potencialidade de *software* educacionais, elaboramos oito atividades visando a produção do conhecimento geométrico com o uso das tecnologias, mais especificamente do computador. Direcionamos nossas tarefas para os alunos do 7º ano do ensino fundamental buscando o desenvolvimento da visualização. Focamos a aprendizagem de volume dos sólidos geométricos realizando explorações com o *software* Geogebra 3D.

Apresentamos, neste trabalho, o que compreendemos no decorrer dos estudos realizados organizado o texto em quatro capítulos, além das considerações finais. No primeiro capítulo, trazemos essa breve introdução com a intenção de expor a motivação para a pesquisa e a questão orientadora da busca. No segundo capítulo discutimos a pesquisa qualitativa, explicitando o sentido que fez para nós a pesquisa qualitativa e a abordagem fenomenológica. Enfatizo que, embora não se tenha desenvolvido um trabalho de campo que exigisse análise de dados, a compreensão acerca da pesquisa qualitativa foi relevante para a minha formação de pesquisadora. De mesmo modo a compreensão da fenomenologia nos possibilitou a constituição de postura que, na seleção das tarefas para a proposta didática, valoriza a aprendizagem do aluno. Autores essenciais para a compreensão teórica acerca da pesquisa qualitativa e da abordagem fenomenológica foram Chizzotti (2003) e Bicudo (2012), trazidos nesse segundo capítulo. No terceiro capítulo expomos a Fundamentação Teórica de nossa pesquisa trazendo aspectos do uso das tecnologias. Para isso nos baseamos nos documentos oficiais, como os PCN e em autores como Valente (2014) e Gladcheff (2002). A visualização em Geometria também foi relevante para nosso estudo e a discutimos a partir das ideias de Guzmán (2002), Costa (2000) e do que é dito nos documentos oficiais. No quarto capítulo apresentamos a proposta para o trabalho com a visualização na sala de aula a partir de tarefas desenvolvidas no *software* Geogebra 3D. Tais tarefas visam desenvolver a habilidade de visualização. Ao final trazemos as considerações finais explicitando nossa compreensão acerca do que foi pesquisado.

CAPÍTULO 2. PESQUISA QUALITATIVA DE ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA

Neste capítulo iremos apresentar, de modo breve, as ideias relativas à pesquisa qualitativa como modo de indagar a realidade do investigado ou o sentido do fenômeno. Especificamos, dentre as diversas possibilidades de se fazer pesquisa qualitativa, a abordagem fenomenológica para dizer do sentido de fenômeno e do objeto investigado.

2.1 PESQUISA QUALITATIVA

A pesquisa qualitativa surge, segundo Chizzotti (2003), de forma autônoma e compreensiva para as ciências do mundo da vida, procurando estabelecer meios de estudar como vivem os grupos humanos e colocando o sujeito em foco. Porém, esse sujeito não é isolado, ele será contextualizado com o que há a sua volta, tanto social quanto culturalmente.

Há, nessa modalidade de pesquisa, a experimentação da realidade, isto é, uma percepção do que ocorre no ambiente em que a pesquisa é desenvolvida e o pesquisador deve perceber isso que a ele se mostra procurando compreender e interpretar o que é visto. O percebido não pode ficar no meramente descritivo, pois isso reproduz apenas parte da realidade vivida e o pesquisador deve aproximar-se das conclusões ou generalizações acerca do que é compreendido por ele. Isso demanda, além da descrição, a interpretação.

Bicudo (2012), ao falar da pesquisa qualitativa a separa segundo dois pares ou dois modos de olhar para o que é feito: objeto/observado e fenômeno/percebido. Ao se optar pelo par objeto/observado tem-se a figura do pesquisador como alguém que observa o objeto, estando este separado do objeto. Nessa perspectiva a pesquisa qualitativa visa às qualidades do que é observado e estas serão categorizadas. Já na opção pelo par fenômeno/percebido, as qualidades mostram-se na percepção do sujeito (ou do pesquisador) e, tais qualidades, podem ser entendidas como doação de aspectos perceptíveis que exigem análise e interpretação para que seja possível a constituição de categorias. Logo, com o par fenômeno/percebido “não se tem, a priori, um quadro de categorias de como se deve interpretar o relatado, mas há que se ficar atento ao rigor para não se cair prisioneiro do “achismo””. (BICUDO, 2012, p.18).

Bicudo (2012) salienta que o pesquisador ao constituir as categorias no movimento de análise e interpretação dos dados de sua pesquisa, deve estar atento à realidade na qual os fatos ocorrem sem se deixar influenciar pelos autores estudados ou por sua própria perspectiva que podem influenciar e conduzir a pesquisa para discrepâncias. Ainda, segundo

Bicudo (2012, p.19), na pesquisa qualitativa “os dados trabalhados não se permitem generalizar e transferir para outros contextos. Admitem apenas tecerem-se generalidades sustentadas por articulações efetuadas sucessivamente com os sentidos do que está sendo expresso”.

Chizzotti (2003) nos alerta para o modo como a pesquisa qualitativa é conduzida nos possibilitando compreender que a adoção de uma ou outra perspectiva (objeto/observado, fenômeno/percebido) está associada à concepção e natureza da pesquisa. Salienta esse autor, que embora em ambos os casos se tenha uma possibilidade de pesquisa qualitativa há posturas (ou abordagens) que, ao serem assumidas, tomam caminhos distintos. Algumas dessas abordagens são: a pesquisa fenomenológica, construtivista, crítica, etnometodológica, interpretacionista, feminista e pós-modernista, etnográfica, participante, pesquisa-ação, história de vida, dentre várias outras que têm embasamento teórico distinto. Em nosso caso interessa-nos compreender a pesquisa qualitativa na abordagem fenomenológica.

2.2 A ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA

O fundador da fenomenologia foi Edmundo Husserl e a atual referência nessa área, no Brasil, é a Profa. Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. Fenomenologia é a palavra constituída pelos termos “fenômeno” mais “logos” e, segundo Bicudo (2011, p.29), esses termos nos possibilitam entender que “fenômeno diz do que se mostra na intuição ou percepção e *lógos* diz do articulado nos atos da consciência em cujo processo organizador a linguagem está presente”.

Para iniciar nossa fala acerca da abordagem fenomenológica nos ateremos ao sentido de “fenômeno”. Como o próprio nome diz, a abordagem fenomenológica parte de um fenômeno, que segundo Bicudo (1994, p.17, grifos nossos), “significa *o que se mostra*, o que se manifesta, *o que aparece*. É o que se manifesta para uma consciência”. Ou seja, o fenômeno é aquilo que se mostra, voltando-se ao não pensado e traz o sujeito-sujeito e não o sujeito-objeto. Nisso já se mostra uma diferença nessa abordagem de pesquisa: não há uma separação sujeito-objeto uma vez que o objeto é (ou torna-se destaque) apenas quando percebido pelo sujeito. Nesse sentido ele é um “fenômeno”, isto é, algo que se mostra para a consciência de um sujeito que a ele se volta atentivamente. Em nosso caso interessa-nos compreender a potencialidade das tecnologias para o desenvolvimento da habilidade visual. Logo, iremos investigar no próprio ato de fazer, ou seja, vamos buscar compreender as possibilidades de

visualização no *software* Geogebra 3D não por meio de estudos teóricos que as descrevam, mas construindo tarefas e analisando as possibilidades.

Contudo para que essa compreensão seja possível o ponto de partida na pesquisa fenomenológica é a interrogação, algo que lhe inquieta a respeito de seu sentido. Ou seja, o início da pesquisa fenomenológica é a dúvida, o desejo de querer saber, de esclarecer algo que está encoberto para si mesmo (para o pesquisador) envolvendo um movimento de busca de clareza, de compreensão. Nesse sentido, segundo Bicudo (2012, p. 20), “pesquisar é perseguir uma interrogação em diferentes perspectivas, de maneira que a ela podemos voltar uma vez e outra ainda e mais outra”. Isso mostra que o fenômeno nunca será compreendido totalmente já que a interrogação sempre partirá de aspectos específicos da realidade que dele se acercam e o que se mostra o faz por perspectivas, sempre havendo a possibilidade de retornar à interrogação com uma nova abordagem, com um novo olhar, com uma nova compreensão. O que se mostra é percebido, compreendido e interpretado pelo pesquisador que expõe, por meio da linguagem, o que compreende. Logo, para que seja possível compreender as potencialidades do *software* Geogebra 3D para o desenvolvimento da habilidade visual há que se ater ao sentido do uso das tecnologias e do sentido da própria visualização, o que nos leva ao estudo teórico desse tema, denominado “região de inquérito” da investigação.

O processo de interpretação do que se mostra na pesquisa fenomenológica é equivalente à validação de uma prova científica. Ou seja, o pesquisador deve estar atento ao que se mostra para que a clareza do fenômeno seja percebida. Desse modo, a realidade vivida é quem conduz o sentido e significado do fenômeno e da interrogação. A dinâmica da compreensão é contínua e o pesquisador deve sempre voltar-se ao que se mostra de modo reflexivo. Para isso ele deve estar atento, também, aos seus *pré-conceitos* (conceitos prévios) não permitindo que eles influenciem sua busca ou a sua interpretação. Como salientam Paulo, Amaral e Santiago (2010, p. 73), “há que se ter o cuidado para que o conhecido sobre o investigado não conduza o caminho da investigação”, devendo, o pesquisador, seguir orientado pelo sentido do todo.

Assim, pode-se dizer que a análise de dados na pesquisa fenomenológica inicia-se com a descrição. Após o recolhimento dos dados o pesquisador descreve, com detalhes, o obtido. Em seguida, faz uma leitura geral do descrito buscando o sentido do todo. Orientado por sua interrogação, volta-se novamente ao descrito questionando o que é significativo para a compreensão do buscado. As reflexões feitas pelo pesquisador e a percepção do contexto no qual os dados se originaram, iniciam o movimento de análise dos dados. Essa análise será organizada em dois blocos (ou em dois momentos distintos): a análise Ideográfica e a análise Nomotética.

A análise Ideográfica é assim chamada, segundo Garnica (1997), porque tem como objetivo trazer a ideologia presente na descrição ingênua (não refletida) dos sujeitos, podendo utilizar ideogramas ou símbolos para expressar ideias. Ainda, no conceito de análise Ideográfica, têm-se que:

O pesquisador procura por unidades de significado, o que faz após várias leituras de cada uma das descrições. As leituras prévias fazem parte de uma primeira aproximação do pesquisador em relação ao fenômeno, numa atitude de familiarização com o que a descrição coloca. As unidades de significado, por sua vez, são recortes julgados significativos pelo pesquisador, dentre os vários pontos aos quais a descrição pode levá-lo. (GARNICA, 1997, p. 116)

A percepção das unidades de significado é, conforme dissemos, orientada pela interrogação, e não pelo que o pesquisador julga conhecer acerca do investigado. As várias leituras feitas na descrição dos dados vão dando ao pesquisador diversas possibilidades ou perspectivas do fenômeno. Essas perspectivas vão sendo interpretadas e convergem para ideias mais abrangentes que o levem a dizer do compreendido.

Após as leituras e o destaque das unidades de significado, o pesquisador deve transcrever o dito pelo sujeito de modo a torná-lo um discurso próprio da área pesquisada. As unidades de significado, ao trazerem clareza ao pesquisador acerca do interrogado, permitem-lhe buscar ideias convergentes que o levam a constituição de categorias abertas. As categorias abertas são, de certo modo, agrupamentos de ideias convergentes que sintetizam as descrições dos dados coletados e direcionam o pesquisador para o próximo passo da análise, a análise Nomotética.

Segundo Machado (1994), ‘nomotético’ é uma palavra derivada de “nomos”, que significa “o uso de leis, portanto, normatividade ou generalidade, assumindo um caráter de princípio ou de lei.” (MACHADO, 1994, p 42).

Garnica (1997), diz que a base da análise Nomotética é a percepção de divergências e convergências que surgem das unidades de significado. É um momento da análise fenomenológica que, de certo modo, interliga as interpretações individuais (da análise ideográfica) construídas pelo pesquisador. A partir disso formam-se categorias mais gerais. Uma perspectiva do fenômeno, ou uma possibilidade de compreensão do interrogado, começa a se formar e é expressa nessas generalidades.

Machado (1994, p. 42), ao dizer desse movimento de busca de generalidades efetuado pela análise nomotética, afirma que “os significados provenientes de uma descrição não estão estritamente limitados à experiência do indivíduo do qual eles emergiram, não pertencem a

uma única realidade, mas a de vários outros, sem que isso implique pertencer a todos os sujeitos”. Ou seja, os significados são gerais, porém não universais. Machado (1994) ainda ressalta que “a análise nomotética não é apenas uma verificação cruzada da correspondência de afirmações reais, mas uma profunda reflexão sobre a estrutura do fenômeno”. (MACHADO, 1994, p. 42).

Novamente destacamos que em nossa pesquisa foi relevante compreender o sentido da investigação na perspectiva da fenomenologia para a constituição de uma postura fenomenológica que vai além de um método que nos conduz durante a investigação acerca do objeto. Assumindo tal postura na construção das tarefas que propomos focamos o fenômeno visualização procurando salientar a criticidade no aluno. Ou seja, as tarefas construídas visam explorar o sentido do que é percebido pelo aluno organizando-se em modos de questionamentos que solicitem do aluno a investigação e explicitação do visto.

Como não foi possível desenvolver as tarefas com alunos (ou realizar um trabalho de campo nesta pesquisa) não pudemos pôr em prática o movimento de análise dos dados, Entretanto consideramos relevante trazer o compreendido para que, caso as tarefas venham a ser desenvolvidas em sala de aula por leitores do trabalho, fique-lhes claro que ao analisar o compreendido pelo aluno é importante ressaltar o que se mostra num movimento que vai do particular (percebido por cada um dos alunos) para o geral (o que se mantém como possibilidade). Isso permitirá ao professor, por exemplo, compreender o sentido da visualização para o seu aluno.

CAPÍTULO 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo iremos apresentar dois temas que são relevantes para o que pretendemos investigar: o uso de Tecnologias e a Visualização. Embora não seja um estudo aprofundado pretende-se esclarecer alguns aspectos significativos desses temas para a aprendizagem matemática.

3.1 USO DAS TECNOLOGIAS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ressaltam que “as técnicas, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas implicações que exercem no cotidiano das pessoas.” (BRASIL, 1998, p. 34). Com o avanço tecnológico a sociedade tem se transformado e o modo pelo qual a produção de conhecimento é entendida também tem sido alterada. Em vista disso é importante compreender como isso afeta a educação. Porém, ao declararmos que o conhecimento é alterado precisamos definir o que se está assumindo como conhecimento nesta pesquisa.

Iniciamos a discussão desvinculando a ideia de conhecimento da de informação. A informação será assumida tal qual ela é tratada por Valente (2003) como os dados encontrados em pesquisas, publicações ou mesmo aquilo que se troca com as pessoas. Ou seja, para Valente (2003), *informação* deve ser entendida como fatos que estão expostos ou disponíveis.

Já o conhecimento é algo mais complexo de se definir. Pode, porém, se entendido como o produto da interpretação/compreensão da informação obtida. Essa compreensão e interpretação são construídas pelo sujeito a partir do processamento da informação e de sua análise. Com isso pode-se entender que informação se difere de conhecimento especialmente porque o conhecimento é resultante da análise, compreensão e interpretação da informação. Por conseguinte, não conseguimos *transmitir* conhecimento e sim informação, que poderá dar origem ao conhecimento.

E, com essa compreensão, podemos retornar a questão da tecnologia e tentar compreender em que sentido o uso de Tecnologias, especialmente as da Informação e Comunicação (TIC), como, por exemplo, o computador é significativo para a produção do conhecimento.

Os PCN afirmam que há a “necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação.” (BRASIL, 1998, p. 21). As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) nos propiciam a oportunidade de gerar situações que despertem o interesse do aluno e o conduza à compreensão de um tema abordado, por exemplo, em sala de aula. Mas, segundo Valente (2014), a compreensão deve ocorrer com um foco educacional, pois apenas o fato de usar as TIC como outra forma de ensinar os conteúdos não auxiliará (ou potencializará) a compreensão do aluno. Ou seja, não se trata apenas de transportar o que se faz, por exemplo, na lousa e giz para o computador. É preciso ter foco distinto. É preciso ter uma mudança de concepção em relação à forma como se produz o conhecimento matemático.

Nesse sentido surge a discussão sobre as TDIC (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) como uma subdivisão das TIC. A TDIC é uma tendência educacional que utiliza recursos tecnológicos digitais. A subdivisão ocorreu para tornar explícita a intenção de estudo exclusivo de mídias digitais, uma vez que quando se trata de Tecnologias pode-se considerar, desde o giz e a lousa em sala de aula, até os mais modernos recursos da informática. Em nossa pesquisa pretendemos abordar a utilização do computador para o desenvolvimento de conteúdos de geometria espacial.

Para tanto é importante, como salienta Valente (2003), não tratar de modo separado o domínio técnico e o pedagógico. Tal qual entendemos, as TDIC nos propiciam a oportunidade de explorar, com o auxílio do computador, uma grande diversidade de situações didáticas com vistas à aprendizagem do aluno. No entanto, há de se atentar para a construção do conhecimento pelo aluno, pois, segundo Valente (2003), alguns *softwares* podem ter um efeito atraente, porém, quando analisados do ponto de vista de conteúdos relevantes, deixam a desejar. Logo, é importante que, ao escolher o *software*, se indague sobre a sua contribuição para a produção do conhecimento e sua potencialidade para que os alunos possam analisar criticamente as tarefas propostas fazendo investigação.

Essa ‘indagação’ exige uma avaliação do *software* para que seja possível tomar decisões sobre a sua utilização em sala de aula, isto é, exige-se uma análise das potencialidades. Porém, quais devem ser os parâmetros para essa análise das características e potencialidades de um *software*?

ISO é a sigla da *International Organization for Standardization* (Organização Internacional para Normalização Técnica), cujo objetivo é fixar normas técnicas em âmbito internacional.

Segundo Maranhão (2001),

A ISO série 9000 (uma pequena parte da série completa ISO) é um conjunto de Normas Técnicas que trata exclusivamente do assunto gestão da qualidade (na sua expressão mais geral e globalizada ou sistêmica), pela importância que esse assunto vem assumindo no mundo. (MARANHÃO, 2001, p.28).

Uma seção da ISO série 9000 é destinada à avaliação da qualidade dirigida ao produto final na qual se encontram normas como: ISO/IEC 14598, ISO/IEC 12119 e ISO/IEC 9126. Esta última destina-se à Engenharia do *Software*, descrevendo um modelo de qualidade do produto do *software*.

De acordo com Batista (2004) a avaliação da qualidade do *software* poderá envolver tanto o produto (a forma pela qual ele chega ao usuário) quanto o processo (sua produção, expectativas do produtor, objetivos de produção, etc). Porém, no contexto de ensino, interessa-nos o produto, ou seja, a interface do *software* e suas potencialidades para uso em sala de aula. Logo, em nossa pesquisa, vamos nos deter a essa avaliação.

Um Produto de *Software* é definido pela norma ISO/IEC 9126-1 [ISO9126-1 1997] como uma entidade de *software* disponível ao usuário para utilização e, Qualidade de *Software* é definida em termos das características gerais de um produto de *software* que lhe confere a capacidade de satisfazer necessidades explícitas e implícitas.

A Norma ISO/IEC 9126 estabelece um conjunto de atributos para se avaliar e descrever a qualidade de um produto de *software* genérico. Na Tabela 1, cada característica é descrita segundo esta norma.

Tabela 1 – Características da Qualidade de *Software* segundo a ISO/IEC 9126-1

Característica	Descrição
Funcionalidade	Evidencia que o conjunto de funções atende às necessidades explícitas e implícitas para a finalidade a que se destina o produto.
Usabilidade	Evidencia a facilidade de utilização do <i>software</i> .
Confiabilidade	Evidencia que o desempenho se mantém ao longo do tempo em condições estabelecidas.
Eficiência	Evidencia que os recursos e os tempos envolvidos são compatíveis com o nível de desempenho requerido para o produto.
Manutenibilidade	Evidencia que há facilidade para correções, atualizações e alterações.
Portabilidade	Evidencia que é possível utilizar o produto em diversas plataformas com pequeno esforço de adaptação.

Fonte: Gladcheff, Silva e Zuffi, 2001, p.5

Porém, vale destacar que a incorporação do *software* às atividades de sala de aula, ou de ensino, é justificada quando se tem um avanço qualitativo da aprendizagem. Dessa forma, em nosso trabalho, a avaliação da qualidade do *software* educacional levará em conta, também, as potencialidades didáticas além das características descritas pela ISO/EIC 9126-1.

Essa postura de análise do *software* baseia-se nos dizeres de Batista (2004) para quem “avaliar um produto de *software* **educacional** significa analisar não só suas características de qualidade técnica, mas também, os aspectos educacionais envolvidos” (p. 42, grifo nosso). Gladcheff, Sanches e Silva (2002) destacam como aspectos educacionais, os pedagógicos, psicopedagógicos, socioculturais, cognitivos e lúdicos. Em relação aos aspectos pedagógicos deve-se considerar o Programa de Ensino e as formas de avaliação; motivação e individualização da aprendizagem são elementos a serem considerados para o aspecto psicopedagógico; oportunidade de uso do computador e questões associadas à cultura para o aspecto sociocultural; a forma de aquisição da informação e os modos pelos quais a compreensão das informações é potencializada compõem a estrutura de análise dos aspectos cognitivos e, para o aspecto lúdico, suas características de brinquedo, jogo ou divertimento.

Em relação ao aspecto psicopedagógico, Gladcheff, Silva e Zuffi (2001) afirmam que é necessário levar em conta características formais - que desenvolvam a lógica, o raciocínio claro, a objetividade e criatividade – bem como aspectos de conteúdo. Os autores propõem que, ao se considerar um *software* específico, se tenha clareza da proposta pedagógica do curso no qual o *software* será utilizado e do seu potencial para o uso nessa determinada proposta pedagógica. Isso porque “critérios de avaliação importantes para um determinado ambiente podem não fazer sentido para outro, fazendo com que a avaliação perca consistência.” (BATISTA, 2004, p. 52).

Definir o que é “avaliar um *software*” é, portanto, algo complexo considerando a variedade de aspectos que podem ser levados em consideração. No entanto, é possível compreender que se deve estar atento às vantagens de sua utilização em termos de organização da informação, de oportunidade de colaboração e sociabilidade. É, ainda, importante notar que o uso do *software* não pode ser algo isolado do contexto da aula ou dos recursos do professor. O uso do *software* deve estar integrado às aulas para que sua utilização possa ser, também, avaliada.

A concepção do professor sobre o conhecimento tem grande influência na avaliação do *software*, pois pode levar a distintos objetivos, como dizem Gladcheff, Silva e Zuffi (2001). Os autores afirmam que em uma concepção pedagógica construtivista, por exemplo, é mais

efetivo o uso de *software* que permitam a interação do aluno com os conteúdos matemáticos com a intenção de levá-los a inferir resultados a partir do teste de suas hipóteses, como é o caso do *software* Geogebra que será discutido em nossa pesquisa. Já em uma tarefa que vise, por exemplo, o reforço de determinadas habilidades, *software* que incentivem o “exercício e a prática” podem ser melhor opção. Assim, a concepção de produção de conhecimento e os objetivos de ensino é o que orientam a escolha do *software*.

No entanto, vale destacar que é importante, como afirmam Gladcheff, Silva e Zuffi, que “o educador [esteja] consciente de quais concepções elege para orientar o processo de ensino que irá conduzir” (2001, p.3) o que irá guiar-lhe a escolha e o uso do *software*.

Segundo Magina² (1998, *apud* GLADCHEFF, SILVA E ZUFFI, 2001) no que diz respeito às características de um *software* para o ensino de matemática destacam-se: a simulação de situações e fenômenos, as possibilidades de *feedback* imediato, a facilidade de construção e reconstrução de gráficos, a capacidade de movimentação de figuras na tela de um computador ou até mesmo o uso de códigos de comando por meio de ordens claras, diretas e lógicas. Para tanto, Gladcheff, Silva e Zuffi (2001) salientam que o professor deve, ao escolher o *software*, observar algumas questões, como:

- Objetivos pretendidos com o uso do *software*;
- se o *software* possui “pelo menos” um dos itens: Projeto ou Manual Pedagógico/Plano de Ensino/Proposta Educacional;
- se o *software* explora o conteúdo matemático na realidade do aluno para que ele compreenda a Matemática como parte de sua vida cotidiana;
- se a quantidade de informação na tela é apropriada à faixa etária a que se destina o *software*, se é homogênea, de fácil leitura e se não possui erros;
- se o *software* valoriza diferentes formas de compreensão na resolução de situações-problema;
- se a interface possui “sistema de ajuda” e permite que o aluno recorra a ele em qualquer tela que se encontre;
- se a animação, o som, as cores e outras mídias são utilizadas com equilíbrio, evitando poluição “sonora” e/ou “visual”;

² MAGINA, S. (1998) “O Computador e o Ensino da Matemática”, *Tecnologia Educacional*, v.26, n.140, Jan/Fev/Mar *apud* GLADCHEFF, A. P.; SILVA, D. M.; ZUFFI, E. M. **Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Softwares Educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental**. In: Workshop de informática na escola, 7, 2001, Fortaleza. *Anais...*

- se os conteúdos matemáticos que pretende trabalhar com os alunos estão disponíveis no *software*. E, caso trate de conteúdos que o professor não pretende trabalhar no momento, o produto deve permitir que este conteúdo seja desconsiderado ou fique oculto;
- refletir sobre a possibilidade dos conteúdos matemáticos trabalhados pelo *software* serem relacionados com outros conteúdos da própria matemática ou de outras áreas;
- se a forma de abordagem do conteúdo é compatível com as concepções do professor;
- se o produto possui uma versão para ser utilizado em rede e se seu preço é compatível com o orçamento da escola.

Tais questões não esgotam a análise do *software* ou garantem o êxito de seu uso, mas podem auxiliar o processo de reflexão do professor, inclusive para ver se está coerente com suas concepções pedagógicas.

Especificamente para o ensino de matemática, como destacam Gladcheff, Silva e Zuffi (2001), a utilização do computador permite “construir o alicerce da inteligência mais abstrata que virá depois, ou seja, a inteligência formal propriamente dita, que é a que vai trabalhar com os possíveis, com as hipóteses, com as deduções” (GLADCHEFF, SILVA E ZUFFI, 2001, p. 3). Ou seja, o uso do computador poderá favorecer um trabalho que subsidia a construção do raciocínio abstrato em matemática.

Mas, isso também não é tudo. Devemos nos atentar para o modo do uso do computador, compreendendo seu sentido em sala de aula. Tikhomirov (1981) descarta duas ideias em relação à utilização do computador: na primeira, denominada Teoria da Substituição, há uma crença de que o computador substitui o lugar da pessoa humana em esferas intelectuais; a segunda, denominada Teoria da Suplementação, vê os computadores como um mecanismo que apenas aumenta o volume e a rapidez com que o ser humano trata a informação. Tikhomirov (1981) argumenta que o uso do computador vai muito além dessas ideias. O computador não somente aumentará o volume e a rapidez da obtenção da informação ou da conclusão como abrirá novos espaços, novos horizontes possíveis apenas com recursos que a tecnologia poderá proporcionar (como a visualização e dinamização em 3D, por exemplo, favorecida pelo *software* Geogebra 5.0). O uso da tecnologia, nesse caso, não substitui ou suplementa, mas potencializa a exploração. O que o aluno faz com lápis e papel pode não ser capaz de fazer ver o que a tela do computador oferece. Nesse sentido a exploração pelo computador irá favorecer a produção de sentido pelo aluno.

Em nossa pesquisa investigamos a potencialidade do computador para que o aluno possa desenvolver sua curiosidade e criticidade para analisar hipóteses, construir argumentos e não para substituir ou suplementar tarefas rotineiras ou o próprio professor. Assim, o uso da tecnologia digital não será apenas uma ferramenta, mas sim um modo de integração e aprendizagem em que o aluno seja capaz de produzir conhecimento, construindo estratégias de investigação que o leve a compreender o investigado.

Segundo o que entendemos com os autores lidos, a incorporação de atividades tecnológicas às ações de ensino em sala de aula promove o desenvolvimento de novas competências, além das que seriam desenvolvidas sem inserção das tecnologias. Aguçam a curiosidade, favorecem a exploração para que haja clareza do objeto em estudo. Como dizem os PCN,

novas competências demandam novos conhecimentos: o mundo do trabalho requer pessoas para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita), instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações, resolvendo e propondo problemas em equipe. (BRASIL, 1998, p. 26).

Para que essas novas competências sejam desenvolvidas, como ressaltam Braga e Paulo (2010), o uso do computador em práticas educativas deve acontecer de maneira constante, pois pode ser uma experiência muito agradável tanto de ensino quanto de aprendizagem. Em nossa pesquisa o foco é a potencialidade das tecnologias para o desenvolvimento da visualização na aprendizagem geométrica, mais especificamente, no uso do *software* Geogebra 5.0, versão com janela 3D. Logo, é importante destacar o sentido da visualização na produção do conhecimento matemático.

3.2 VISUALIZAÇÃO

O famoso provérbio: “Uma imagem vale mais que mil palavras” talvez possa nos levar a dizer do sentido que a figura tem em diversas situações. Mas, em matemática, isso seria significativo?

Os PCN enfatizam a importância da geometria e do desenvolvimento de situações-problemas que favoreçam a introdução da demonstração e o raciocínio dedutivo. Afirmam,

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema /.../ O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e

medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, p. 51).

O enfoque também se dá à figura geométrica que possui, como principais funções: fazer ver, visualizar, resumir, ajudar a provar e conjecturar. Segundo os PCN, “o pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas.” (1998, p. 39).

O Currículo do Estado de São Paulo, ao falar da geometria, afirma que ela

diz respeito diretamente à percepção de formas e de relações entre elementos de figuras planas e espaciais; à construção e à representação de formas geométricas, existentes ou imaginadas, e à elaboração de concepções de espaço que sirvam de suporte para a compreensão do mundo físico que nos cerca (São Paulo, 2011, p. 39).

Com isso torna-se relevante o contato do aluno com o objeto investigado de modo que ele possa manipular, averiguar, perceber características e propriedades. Contudo, quando se trata de ideias abstratas de objetos matemáticos é difícil a manipulação pelo aluno e o *software*, ou a tecnologia, de modo mais abrangente, pode ser apropriado.

As ideias básicas da ciência matemática nasceram de situações visíveis e concretas, segundo Guzmán (2002), que foram exploradas, investigadas, generalizadas dando origem ao que hoje assumimos como conhecimento matemático. O aluno ao ter contato com situações cotidianas poderá desenvolver a curiosidade e o interesse pelo aprender, querendo envolver-se na solução de problemas. Guzmán (2002, p. 2) destaca que “o fato de que a visualização é um aspecto muito importante na matemática, é algo bastante natural se tivermos em conta o significado da atividade matemática e a estrutura da mente humana.” (tradução nossa). Isso diz respeito diretamente ao que se assume como “atividade matemática”, concebendo-a como uma tarefa que exige a investigação na qual o ponto de partida pode ser a visualização. Desse modo, a percepção e a busca de semelhanças, podem nos servir de orientação à atividade matemática. Guzmán (2002) frisa que a percepção humana é fortemente visual e mesmo quando a abstração exige além do visível no mundo físico buscamos maneiras visuais, geralmente diagramas, processos simbólicos, para que seja desenvolvida nossa imaginação.

Portanto, “visualização não é uma visão imediata dos relacionamentos, mas sim uma interpretação do que é apresentado para nossa contemplação que só podemos fazer quando tivermos aprendido a ler adequadamente o tipo de comunicação que nos é oferecido.” (GUZMÁN, 2002, p. 3, tradução nossa). Ou seja, a visualização parte da construção e

transformação (manipulação) de figuras para a imaginação exigida na atividade matemática. Com isso não se quer dizer que a matemática ou os objetos matemáticos estejam num universo paralelo, imaginário. Tem-se, sim, a intenção de dizer que mesmo os objetos abstratos da matemática têm um sentido que pode ser compreendido e é essa compreensão que se busca por meio da visualização, da manipulação, da exploração.

Guzmán (2002), ao discutir a visualização em Aritmética e Geometria, diz que na Aritmética há “a intenção de dominar racionalmente a multiplicidade do que está presente na realidade” (p. 2, tradução nossa) e na Geometria se “tenta racionalizar as propriedades da forma e extensão no espaço” (idem, p. 2, tradução nossa). Com isso pode-se interpretar que a Geometria nos possibilita explorar o espaço que nos rodeia, o espaço do mundo vivido, permitindo compreender a relação entre os objetos e desses com o sujeito. Costa (2000) afirma que a Geometria “presta-se à aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas ‘com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes.’” (2000, p.157).

O Currículo do Estado de São Paulo (2011), ao discutir a geometria, revela a preocupação de, no ensino fundamental, seu estudo voltar-se para o reconhecimento, representação e classificação das formas planas e espaciais. Ainda, a dedução simples que envolve a caracterização dos objetos é evidenciada para que seja possível ao aluno desenvolver a habilidade da investigação. Afirma o documento que tais características (representação, classificação, dedução) não devem ser apresentadas (dadas) mas sim exploradas e experimentadas para a compreensão das informações, do sentido que elas carregam.

Costa (2000) defende o ensino de geometria baseado na experimentação e investigação, destacando a importância da visualização e do raciocínio espacial para a solução de problemas. A autora apresenta a ideia da aprendizagem geométrica através do processo de matematização, em que o aluno atua como explorador, reinventando a matemática, formando conceitos a partir de explorações que envolvam situações reais e formalizando (ou sistematizando) a situação envolvida. Guzmán (2002), em conformidade com Costa (2000), ressalta que “a visualização é, portanto, extremamente útil no contexto do processo inicial de matematização, bem como no de ensino e aprendizagem da matemática.” (GUZMÁN, 2002, p. 3, tradução nossa).

Tal qual entendemos, esse processo que os autores denominam de matematização, que é a busca de generalidade, de regularidades percebidas no processo de investigação, pode ser favorecido por meio de tarefas realizadas com o uso de *software*.

Costa (2000) expõe o sentido da relação entre a compreensão espacial e a visualização. A compreensão espacial e a visualização demonstram representações concretas do que o aluno se aprofunda no processo de compreensão das relações abstratas inerentes ao objeto. Ou seja, a visualização na atividade matemática requer muito mais do que o simples ver o objeto investigado, pois se nos levássemos a primeira imagem que nos vêm à mente, tenderíamos a um objeto em particular, onde muitas vezes somos levados a conclusões que na particularidade se fazem verdadeiras, porém na generalidade, não. A visualização se torna ativa (ou relevante para a produção do conhecimento) no momento em que o aluno consegue criar uma imagem mental, reter essa imagem e manipulá-la (mentalmente) para “ver” quais relações permanecem verdadeiras mediante variações.

Costa (2000) ao falar da aprendizagem, destaca que o visual se torna irrefutável quando o aluno compreende o processo investigativo. Para isso os recursos tecnológicos podem contribuir. Por exemplo, ao analisar se “todo quadrado é um retângulo”, o aluno poderá, com o auxílio do *software* Geogebra, construir um retângulo a partir de suas propriedades. Ao construir o retângulo desse modo enfatizamos a precisão que o *software* proporciona, e não uma aproximação da figura que poderá ser ‘destruída’ com o manuseio. Com isso o aluno poderá manipular a figura construída com o objetivo de ver as transformações possíveis. Obviamente o que é característico do retângulo (o paralelismo entre os lados opostos e a perpendicularidade entre lados adjacentes) irá se manter. Na investigação, via manipulação com o *software*, o quadrado mostra-se como uma possibilidade de retângulo (ou um caso particular em que os lados têm mesma medida). Com isso há segurança para afirmar que o quadrado é apenas um caso particular de retângulo. No entanto, se a construção for de um quadrado (também a partir de suas propriedades), pela manipulação do *software* será possível ao aluno perceber que em qualquer caso o paralelismo entre os lados opostos e a perpendicularidade entre lados adjacentes são preservadas. Logo, o quadrado sempre possui as características do retângulo. Sendo assim, o uso das tecnologias, neste caso de um *software* de construção e manipulação, irá favorecer o processo investigativo e, conseqüentemente, a aprendizagem do aluno.

Vale destacar que o processo de aprendizagem não é único ou comum a todos os alunos e “o desenvolvimento visual não ocorre segundo uma abordagem linear; uma abordagem fenomenológica para a aprendizagem das matemáticas pode dar ao estudante uma melhor compreensão do espaço e da forma.” (COSTA, 2000, p.178). A autora afirma que “na nova visão da educação matemática, os estudantes deveriam estar activamente envolvidos na situação de aprendizagem que eles criaram e aceitaram como uma situação problemática

dentro da sua realidade.” (Idem, 2000, p.179). Ou seja, segundo o que podemos interpretar, o favorecimento de múltiplas representações irá abrindo possibilidades de desenvolvimento da habilidade visual que contribui para a produção do conhecimento matemático. Porém, essa habilidade deve estar associada a outras que, pela investigação, levam à produção de sentido pelo aluno. Por isso, sua participação na investigação deve ser ativa. Ele deve manipular, transformar, levantar e testar hipóteses buscando modos de validação.

A abordagem matemática que se restringe ao uso de regras e memorização de fórmulas não expõe o significado atribuído pelo aluno, podendo torná-lo desinteressado e desmotivado. A atuação do aluno e a exploração das tarefas propostas é o que torna significativa a ideia matemática e “é quando a ênfase é posta em atividades significativas, que a imagética se torna particularmente importante.” (COSTA, 2000, 179).

A inquietação que nos motiva a seguir com o assunto visa à compreensão de questões como: “Quais as consequências para a aprendizagem da implementação da tecnologia, em particular de *software* de geometria dinâmica, no ensino de geometria? Como a visualização, propiciada pelo uso da tecnologia, favorece a aprendizagem geométrica?”. A primeira questão exige um trabalho de campo com alunos da educação básica, por exemplo, para que seja possível compreendê-la. Mas a segunda questão exige um estudo teórico uma vez que a visualização pode não ser foco de discussão quando se trata da produção do conhecimento geométrico, caso se conceba a possibilidade de equívocos provocados pela figura, ou pelas particularidades restritas às imagens. Fetissov (1994) destaca que,

É necessário prestar atenção ao papel desempenhado no desenho da demonstração de um teorema geométrico. Deve-se ter em mente que o desenho é apenas *um meio auxiliar* para a demonstração do teorema, que é apenas *um exemplo, um caso particular* de toda a classe das figuras geométricas, objeto da demonstração considerada. (FETISSOV, 1994, p.28)

Podemos notar a preocupação de Fetissov (1994) no que diz respeito ao uso das figuras dada a sua particularidade para a demonstração, para o próprio estudo da geometria. A particularidade da imagem não deve obstruir a potencialidade do aluno para as generalidades que a situação exige, assim como o aluno não deve se restringir as figuras particulares encontrando-se desamparado ao defrontar-se com imagens que fujam completamente das específicas figuras conhecidas. Ou seja, as figuras particulares, na concepção de Fetissov (1994) podem obstruir o caminho da generalização exigida no fazer geométrico.

Guzmán (2002) afirma que “na maioria das ocasiões, os desenhos são meros instrumentos auxiliares da nossa imaginação, ajudando na obtenção de uma melhor compreensão das relações que nos ajudam para a compreensão de assuntos que estamos a tratar” (2002, p. 14, tradução nossa). Nota-se que, para Guzmán (2002) as figuras ou desenhos podem ser vistos como ‘suporte’, como auxiliar ao desenvolvimento da atividade geométrica.

No entanto, para Paulo (2006), “as figuras são um apelo visual relevante para a atribuição de significados às situações geométricas.” (p. 4). Ou seja, para a autora, a figura é suporte para a investigação do próprio problema. Não é, desse modo, um recurso auxiliar, mas é um recurso essencial à compreensão do problema. Exemplifica dizendo que, caso o aluno tenha dificuldades para a interpretação do próprio enunciado do problema, as hipóteses podem ser negligenciadas e, partindo de uma figura genérica pode-se, por meio de investigação, passar de um caso particular aos aspectos mais gerais, tendo a visualização um papel heurístico. Porém, para ser assim compreendido o sentido de ‘ver’ ou de ‘visualizar’ deve ser esclarecido. Conforme Santos (2009) “não é apenas o ato de ver, no sentido de usar o órgão sensorial. Está relacionada à capacidade de analisar o que se percebe como parte do mundo real e memorizar aspectos que caracterizem os objetos vistos.” (SANTOS, 2009, p.21).

Entendemos como um equívoco o fato de subestimar a visualização interpretando a análise de figuras como algo fácil, pois “estamos definindo esse ato não como um simples ‘olhar para o mundo’, mas numa dinâmica e sentido maior” (SANTOS, 2009, p.23) que envolve análise de possibilidades, investigação de procedimentos e escolha de processos. Em Geometria, particularmente, há o envolvimento de um amplo dinamismo e a imaginação é posta em ação a cada atividade em que a visualização é requerida.

Esse sentido e importância da visualização destacado pelos autores lidos nos torna interessados em propor tarefas em geometria que permitam os alunos explorar o objeto estudado pela manipulação de modo que seja possível “desvendar” suas características e propriedades, visando contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para tanto voltamos-nos ao currículo do Estado de São Paulo para identificar conteúdos geométricos que devam ser trabalhados com os alunos do 7º ano do ensino fundamental e passamos a estudar as possibilidades do *software* Geogebra para o desenvolvimento de tarefas que valorizem a visualização.

CAPÍTULO 4. CONSTRUINDO UMA PROPOSTA PARA A SALA DE AULA

Neste capítulo apresentamos uma sugestão para o trabalho em sala de aula. A intenção é que as tarefas sejam desenvolvidas com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental objetivando o desenvolvimento da habilidade de visualização para a aprendizagem geométrica.

À luz das leituras realizadas e assumindo uma postura fenomenológica que foca a visualização como um fenômeno elaboramos as tarefas para a sala de aula. Construimos as tarefas no *software* Geogebra 3D, o *software* que consideramos favorável ao desenvolvimento da visualização e ao uso nas escolas públicas por ser de uso livre ter tutoriais detalhados de uso bem como estar em desenvolvimento e ser foco de diversas pesquisas³. As tarefas foram construídas visando a exploração e investigação por parte dos alunos com o objetivo de favorecer o desenvolvimento da habilidade visual relevante para a aprendizagem de conteúdos de geometria, especificamente relacionado aos sólidos geométricos.

Dentre os conteúdos propostos no Currículo do Estado de São Paulo optamos pelo trabalho com volume dos sólidos. Entendemos, de acordo com a leitura do Currículo do Estado de São Paulo, que tal conteúdo se constitui como “o lado mais visível das relações métricas, que se iniciam na contagem de quadrados ou de cubos unitários e culminam com a sua formalização em expressões literais que traduzem medidas e relações entre medidas” (SÃO PAULO, 2011, p. 43). Além disso, o documento ressalta que “em Geometria, no Ensino Fundamental, a preocupação inicial é o reconhecimento, a representação e a classificação das formas planas e espaciais, preferencialmente trabalhadas em contextos concretos com os alunos de 5ª série/6º ano e 6ª série/7º ano” (SÃO PAULO, 2011, p.41). Isso nos levou à opção pela proposta de trabalho com os sólidos geométricos.

As tarefas que iremos propor buscam o desenvolvimento da competência da visualização e, para isso, faremos uso do *software* Geogebra. A escolha pelo *software* dá-se por entendermos que,

os numerosos recursos tecnológicos disponíveis para utilização em atividades de ensino encontram um ambiente propício para acolhimento no terreno da Matemática: /.../ *software* para construção de gráficos, para as construções em

³ Para uma introdução ao uso do Geogebra recomendamos o Trabalho de Conclusão de Curso de PALES, C. M. Geogebra e Geometria: A informática no ensino de geometria. 2011. 64 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

Geometria /.../ são muito bem-vindos, bem como seu uso será crescente, inevitável e desejável. (SÃO PAULO, 2011, p. 33)

Dentre a variedade de *software* encontrada, tanto para abranger a pretensão dos conteúdos destacados pelo Currículo, como para empregar as potencialidades observadas nos *software*, optamos pelo Geogebra 3D ou Geogebra 5.0. Tal opção se deve ao entendimento de que o Geogebra 3D é um *software* que permite focar o ensino e a aprendizagem da Geometria inter-relacionando aspectos da Álgebra com elementos geométricos e de cálculo de medidas. Além disso, disponível para uso desde 2013, o Geogebra 3D é um *software* de uso gratuito o que facilita o trabalho com alunos da rede de ensino público.

Outro elemento a ser considerado é o ambiente dinâmico do *software* Geogebra 3D. Esse dinamismo nos permite explorar situações didáticas para as construções de objetos espaciais de modo que seja possível destacar a visualização no estudo de geometria.

A seguir apresentamos as atividades descrevendo-as juntamente com seus objetivos e possíveis explorações na sala de aula.

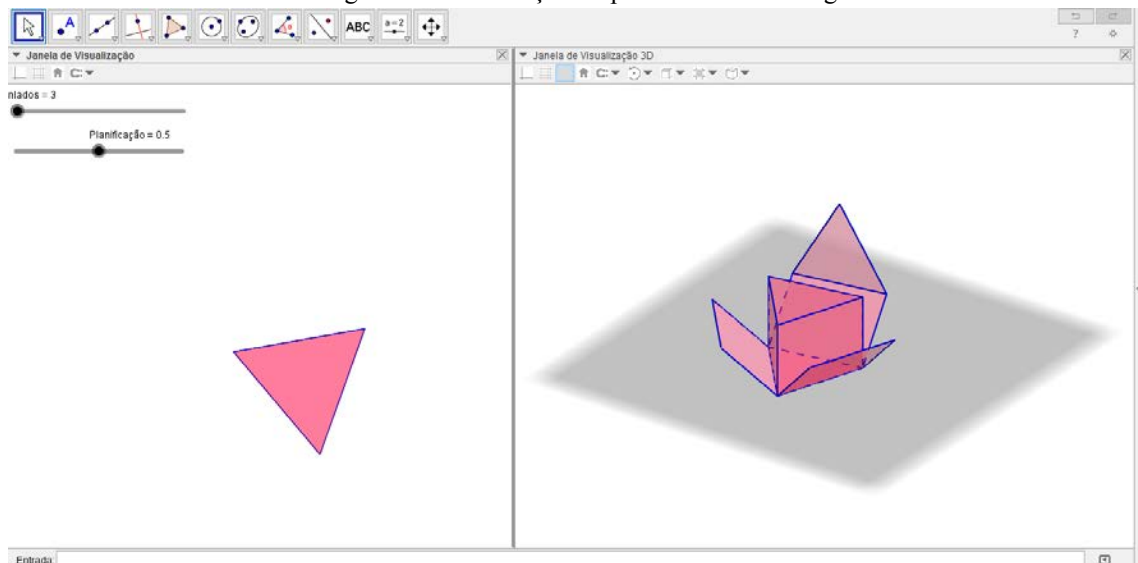
4.1 ATIVIDADE 1: PLANIFICAÇÃO DE PRISMAS

Esta tarefa tem o objetivo de trabalhar com a visualização do objeto geométrico prisma.

1) Utilizando uma tarefa já previamente elaborada⁴ pelo professor, o aluno irá se deparar com uma tela que contém um prisma de base triangular à direita, na janela de visualização 3D e dois controles deslizantes para determinar o número de lados do polígono da base do prisma e sua planificação à esquerda, conforme a figura 1.

⁴ Um possível roteiro dos passos a serem seguidos para elaborar a tarefa no Geogebra encontra-se no anexo A.

Figura 1 – Planificação do prisma de base triangular.



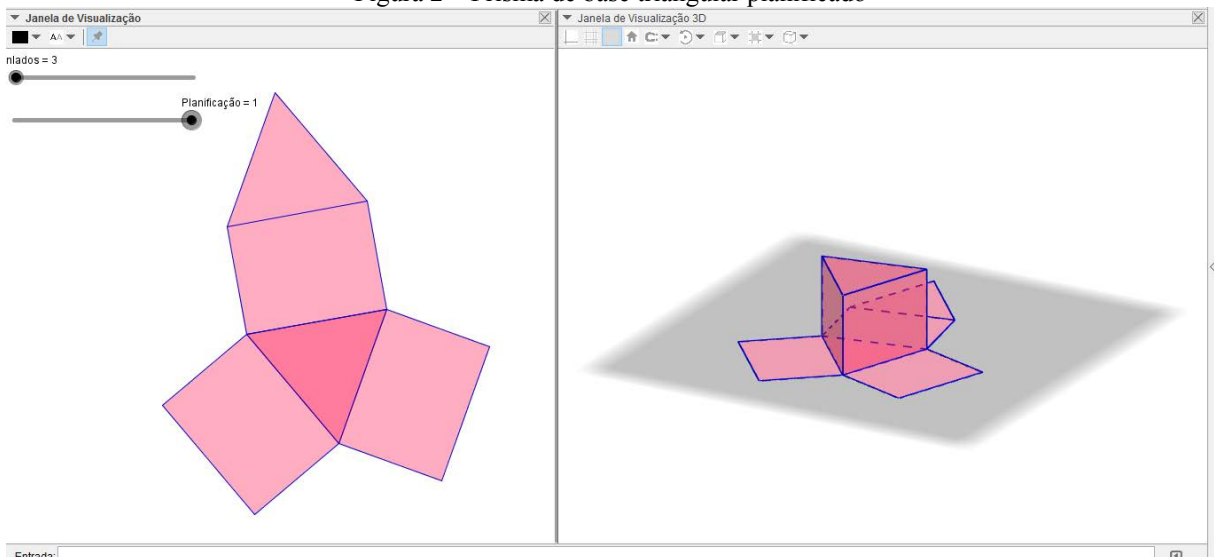
Fonte: Elaborada pela autora

A planificação do prisma estará animada, portanto, ela se movimentará de modo que seja possível ver a planificação acontecendo.

2) Em seguida o aluno irá definir, a partir do controle deslizante, o número de lados da base do prisma e, a partir da visualização da animação, escolherá uma das planificações para fazer em seu caderno.

Caso o aluno queira parar a animação para melhor investigar o objeto, o professor deve orientá-lo a clicar com o botão direito do *mouse* sobre o controle deslizante da planificação e escolher a opção “animar” para desativá-lo.

Figura 2 – Prisma de base triangular planificado



Fonte: elaborado pela autora

Sugestões de questões para os alunos. Indicamos algumas questões que, durante a exploração, podem ser feitas aos alunos de modo que seja possível explorar o que é visto.

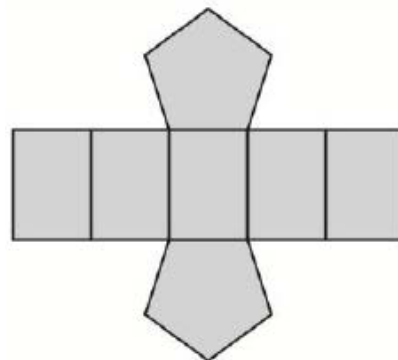
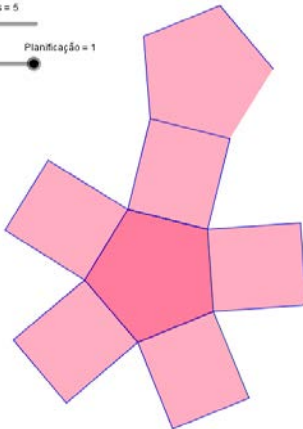
1) As planificações obtidas pela animação são únicas? Há mais formas de representar cada uma das planificações obtidas?

2) Verifique se as planificações a seguir são equivalentes.

O objetivo nesta questão é que os alunos concluam que as planificações (em cada item) são equivalentes. Ou seja, são, duas a duas, planificações do mesmo prisma.

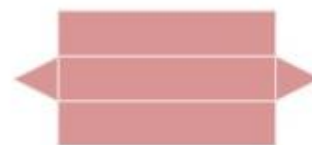
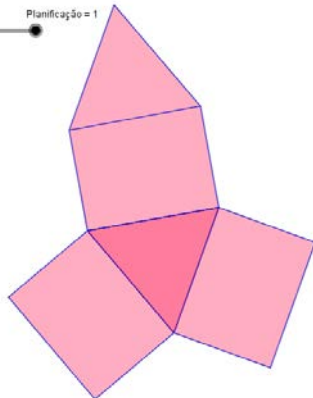
a)

lados = 5
Planificação = 1

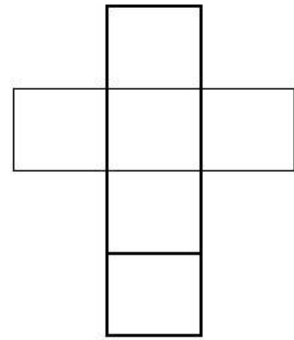
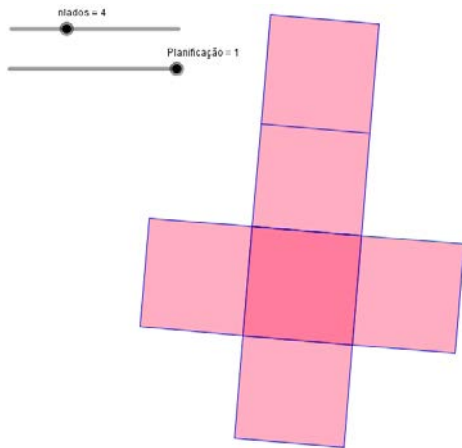


b)

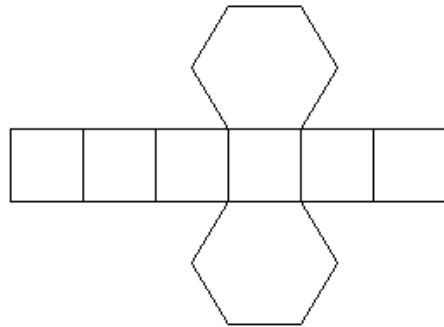
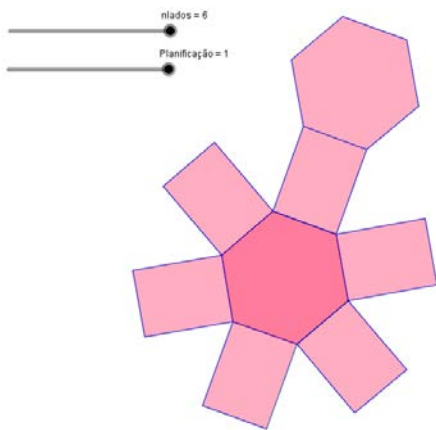
lados = 3
Planificação = 1



c)



d)



3) Por que algumas planificações apresentadas no *software* Geogebra são diferentes das retiradas da internet? Qual motivo você acredita haver para ter planificações diferentes?

O objetivo com esta questão é que o aluno perceba que o *software* Geogebra 3D planifica a figura no momento, isto é, oferece uma possibilidade de visualização a medida que o sólido está sendo planificado. Por outro lado, as planificações do livro didático (ou extraídas da internet) são aquelas que dão uma posição qualquer e visam o melhor aproveitamento do espaço que ocupam.

4.2 ATIVIDADE 2: CONE E CILINDRO DE REVOLUÇÃO⁵

O objetivo desta atividade é que os alunos sejam capazes de compreender a construção de sólidos geométricos por rotação. Ou seja, pretende-se que eles vejam o cilindro e o cone como sólidos de revolução a partir das possibilidades de construção no Geogebra 3D.

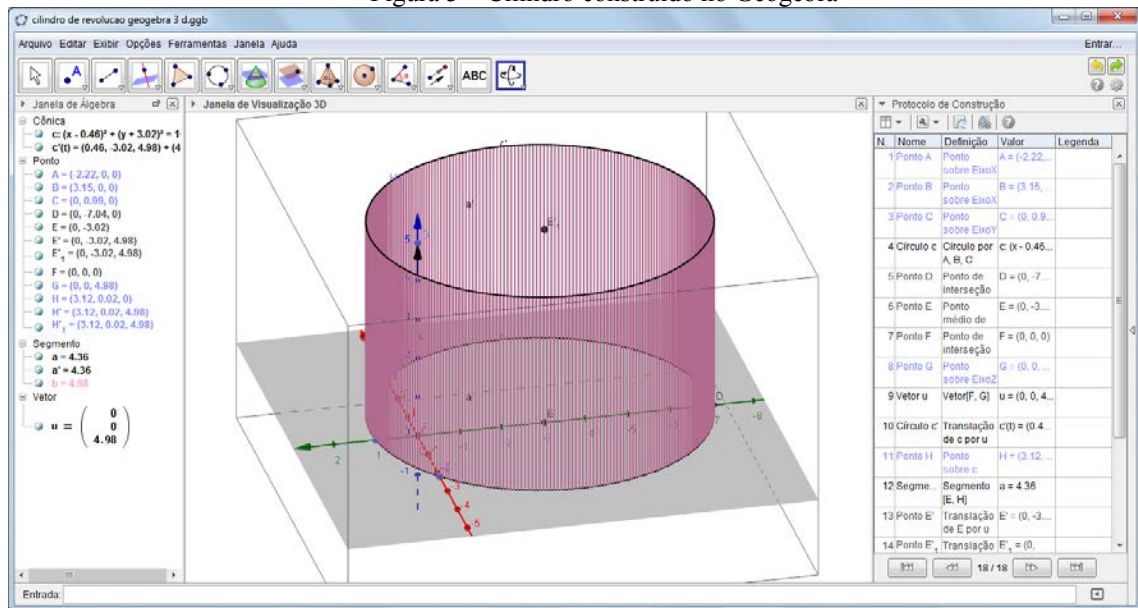
Construção do cilindro:

- 1) Clicar em “exibir”, depois em janela de visualização 3D.
- 2) Criar um círculo definido por 3 pontos, de forma que um ponto esteja na parte negativa do eixo y (vermelho) e um deles esteja na parte positiva do eixo x.
- 3) Se o centro do círculo criado não coincidir com a origem dos eixos, coloque um ponto sobre a outra extremidade do círculo no eixo x e ache o ponto médio entre as extremidades.
- 4) Em seguida, com a ferramenta vetor, crie um vetor começando na origem dos eixos e indo até 5 no eixo z.
- 5) Em seguida, usando a ferramenta translação por um vetor, translade o círculo construído. Depois translade o ponto correspondente ao centro, construa um segmento ligando os centros.
- 6) Coloque um ponto sobre o círculo original e depois o translade a partir de um vetor. Construa um segmento ligando o centro a esse ponto do círculo original, depois o translade a partir de um vetor. Construa um segmento ligando os pontos (original e o transladado). Nesse segmento, clicando com o botão direito, habilite o rastro e coloque a cor de sua preferência. Anime o ponto do círculo original.

A figura deverá ficar parecida com a mostrada na figura abaixo. Utilizando a primeira janela da direita para a esquerda, gire a janela de visualização 3D e explore a figura formada.

⁵ Esta tarefa foi proposta em uma oficina de formação do PIBID feita na FEG em 2015 e apresentada pela professora Maria Tereza Zampirelli.

Figura 3 – Cilindro construído no Geogebra



Fonte: elaborado pela autora

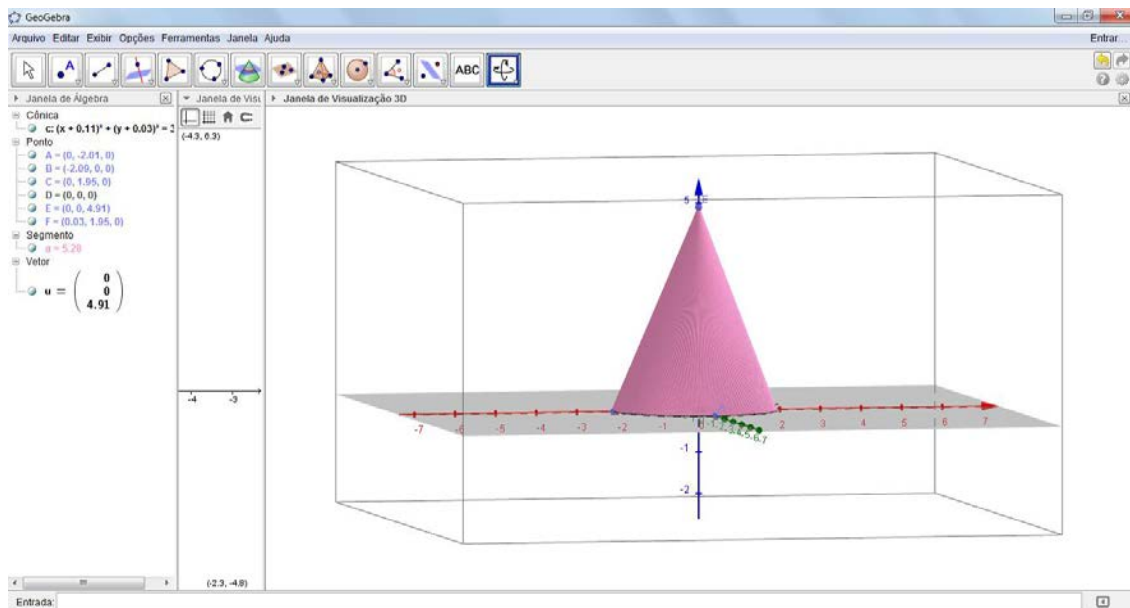
Construção do cone:

Preferencialmente, abra outro arquivo do Geogebra.

- 1) Clicar em “exibir”, depois em janela de visualização 3D.
- 2) Criar um círculo definido por 3 pontos, de forma que um ponto esteja na parte negativa do eixo y (vermelho) e um deles esteja na parte positiva do eixo x.
- 3) Se o centro do círculo criado não coincidir com a origem dos eixos, coloque um ponto sobre a outra extremidade do círculo no eixo x e ache o ponto médio entre as extremidades.
- 4) Em seguida, com a ferramenta vetor, crie um vetor começando na origem dos eixos e indo até 5 no eixo z. Coloque um ponto no círculo, depois ligue com um segmento esse ponto à extremidade do vetor. Habilite o rastro desse segmento e coloque a cor que desejar. Anime o ponto.

Explore a figura por meio da ferramenta girar a janela de visualização 3D. A figura deverá ficar parecida com a figura 4.

Figura 4 – Cone construído no Geogebra 3D



Fonte: elaborado pela autora

Sugestão de exploração com os alunos:

1) Há outros modos de obter os sólidos de revolução: por meio da rotação de uma figura plana. Qual a figura plana que, quando rotacionada, dá origem ao cilindro? Qual a figura plana que, quando rotacionada, dá origem ao cone? Justifique suas respostas baseando-se nas construções.

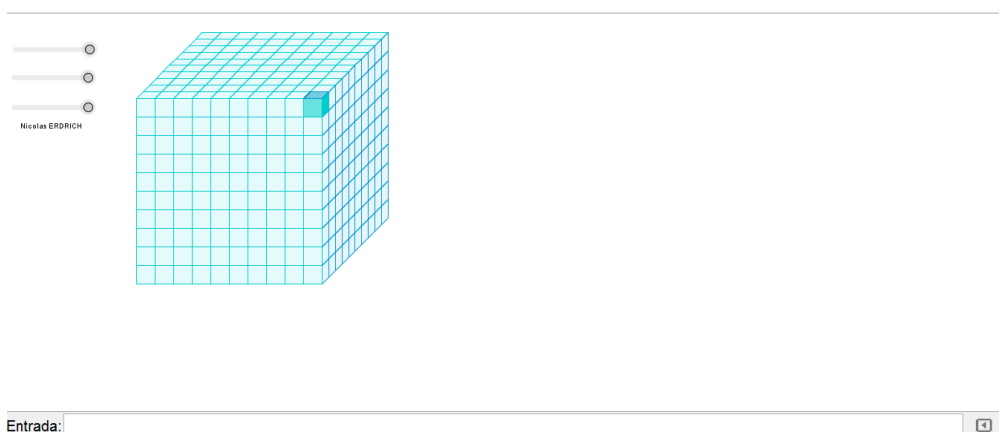
4.3 ATIVIDADE 3: VOLUME DO PRISMA DE BASE RETANGULAR I⁶

O objetivo desta atividade é proporcionar aos alunos a oportunidade de visualizarem o volume de um sólido, isto é, compreender o seu sentido e determinar, por meio de cálculos, esse volume.

1) Utilizando a tarefa proposta pela comunidade Geogebra, o aluno irá se deparar com uma tela que contém, na janela de visualização 3D, um prisma de base quadrada de aresta medindo 10 u (assumimos 'u' como uma unidade de medida). Ou seja, 10u x 10u x 10u e três controles deslizantes à esquerda que modificam a medida da altura, da largura e do comprimento. Conforme a figura 5.

⁶ Esta tarefa foi proposta na comunidade de materiais do Geogebra, intitulada como "Volume d'um pavê", feita em 14 de janeiro de 2014 por Nicolas ERDRICH. Disponível em: <<http://tube.geogebra.org/material/simple/id/69361>>. Acesso em 27 nov 2015.

Figura 5 – Cubo e controles deslizantes no Geogebra



Fonte: elaborado pelo autor

2) O aluno poderá definir, através dos controles deslizantes, as dimensões do prisma e, através da visualização do cubo unitário, determinar o seu volume. O professor, para facilitar a visualização, pode orientar os alunos a começarem com um prisma de dimensões menores, iniciando, por exemplo, por um cubo de dimensões $2u \times 2u \times 2u$.

Sugestões de questões para os alunos.

1) Procure, explorando o prisma construído no *software* Geogebra, determinar o volume dos sólidos que têm as seguintes dimensões:

- a) $1u \times 2u \times 3u$
- b) $5u \times 5u \times 5u$
- c) $10u \times 1u \times 1u$

2) O que você entende que seja o volume de um prisma?

3) Até o momento estamos determinando o volume do prisma por meio da contagem de cubos unitários. Você considera que haveria um modo mais simples de determinar esse volume? Qual?

A intenção nessas questões é que os alunos percebam que o volume de um prisma indica o espaço por ele ocupado (medida pela quantidade de cubinhos que o compõem, por exemplo). Não se pretende uma formalização do conceito de volume, mas uma exploração empírica. Também é importante que o aluno compreenda que essa quantidade de cubinhos é relativa as dimensões do prisma (acima nomeadas de largura, altura e comprimento). Com

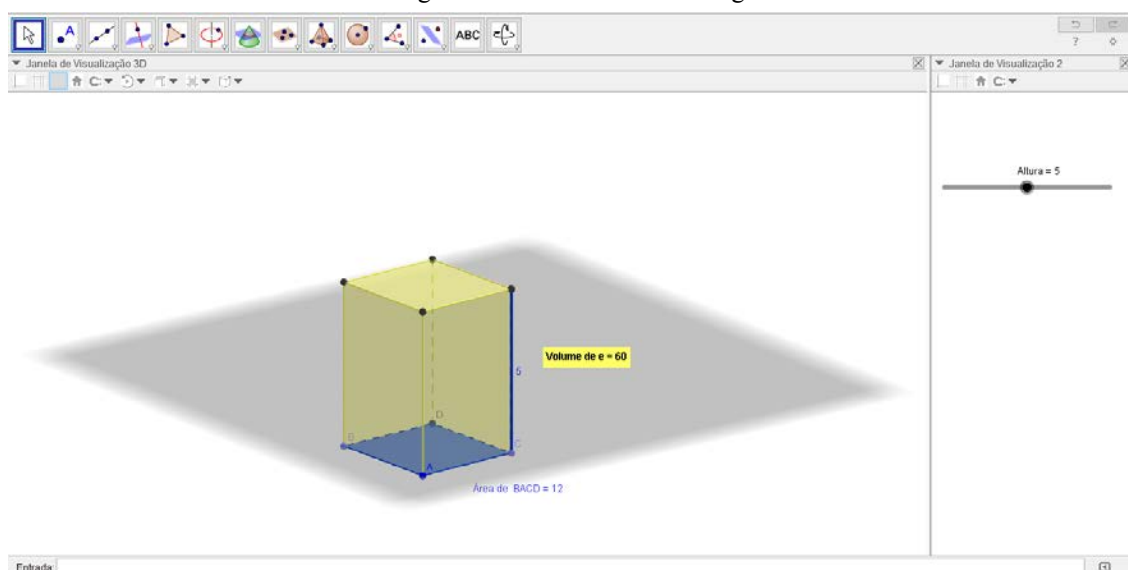
isso será possível uma generalização que dê o volume do prisma a partir do produto de suas dimensões.

4.4 ATIVIDADE 4: VOLUME DO PRISMA DE BASE RETANGULAR II

O objetivo desta atividade é determinar o volume de um prisma a partir da generalização construída acima.

1) Utilizando uma tarefa⁷ já previamente elaborada pelo professor o aluno irá se deparar com uma tela que contém um prisma de base retangular à esquerda, na janela de visualização 3D, e um controle deslizante, conforme a figura 6.

Figura 6 – Prisma de base retangular



Fonte: elaborado pela autora

O aluno terá disponível na tela as informações relativas a medida da área da base e do volume do prisma.

2) Usando o controle deslizante o aluno irá definir a altura do prisma e, a partir dos valores que vão se modificando na tela, deverá investigar a relação entre a medida da aresta do prisma, a área da base e seu volume. O aluno tem, ainda, a possibilidade de movimentar os vértices da base, alterando a medida da aresta da base e sua área.

⁷ Um possível roteiro para esta construção pode ser encontrado no anexo B

Sugestões de questões para os alunos.

Para auxiliar a compreensão da fórmula do volume e sua relação com a área da base e a altura do prisma, uma tabela como a abaixo pode ser construída.

1) Anote na tabela a seguir cinco valores do volume do prisma encontrado com suas respectivas áreas da base e alturas.

Área da Base	Altura	Volume

2) Qual a relação que você observa entre esses valores?

O objetivo é que os alunos percebam que o volume do prisma é dado pelo produto dos valores das duas primeiras colunas da tabela, ou seja, é dado por Área da base x altura.

3) Supondo um prisma de base retangular, cuja área da base seja igual a $6,5 \text{ cm}^2$ e de altura 8 cm , qual seu volume?

4) Suponha um prisma de base retangular, cujo volume seja 123 cm^3 e sua altura seja igual a 3 cm , qual o valor da área da sua base?

5) Essa relação é válida apenas para prismas com base retangular?

O objetivo nesta questão é despertar o interesse do aluno para a próxima tarefa (atividade 5).

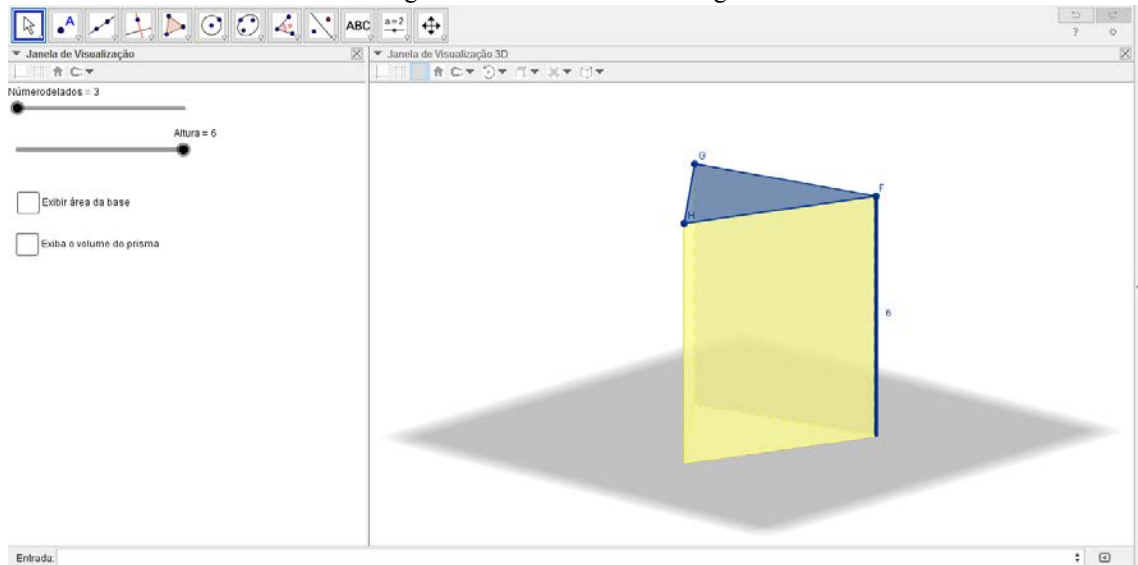
4.5 ATIVIDADE 5: VOLUME DO PRISMA⁸

1) Utilizando uma tarefa previamente elaborada pelo professor o aluno irá se deparar com uma tela que contém um prisma de base triangular à direita, na janela de visualização 3D, dois controles deslizantes e duas caixas para exibir/esconder objetos à esquerda na janela de visualização 2D. O primeiro controle deslizante determina o número de lados da base do

⁸ Um possível roteiro para essa tarefa poderá ser encontrado no anexo C

prisma e o segundo controle deslizante determina a altura do prisma. A primeira caixa para exibir/esconder objetos controla o surgimento do valor da área da base e o segundo controla o valor do volume do prisma.

Figura 7 – Prisma de base triangular

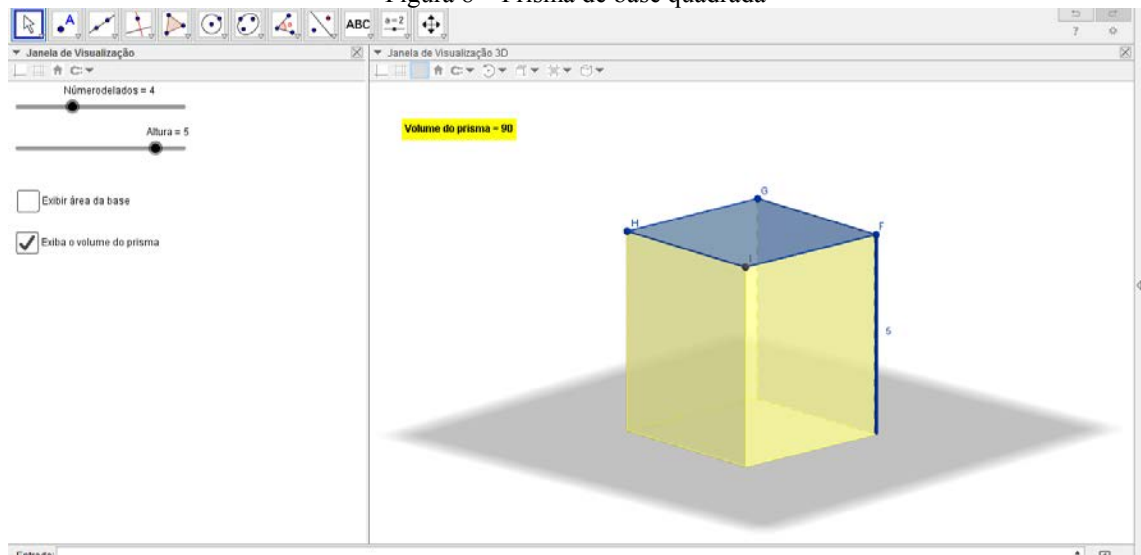


Fonte: elaborado pela autora

2) O aluno deverá, a partir do controle deslizante, definir a altura do prisma. A partir dos valores encontrados tentará verificar se a relação válida para o prisma de base retangular (determinada na tarefa anterior) também é válida para prismas de outras bases.

Nesse momento, é possível que o aluno “brinque” com os números, ou seja, alternando a aparição do volume ou da área ele irá tentar “descobrir”, antes de exibi-los.

Figura 8 – Prisma de base quadrada



Fonte: elaborado pela autora

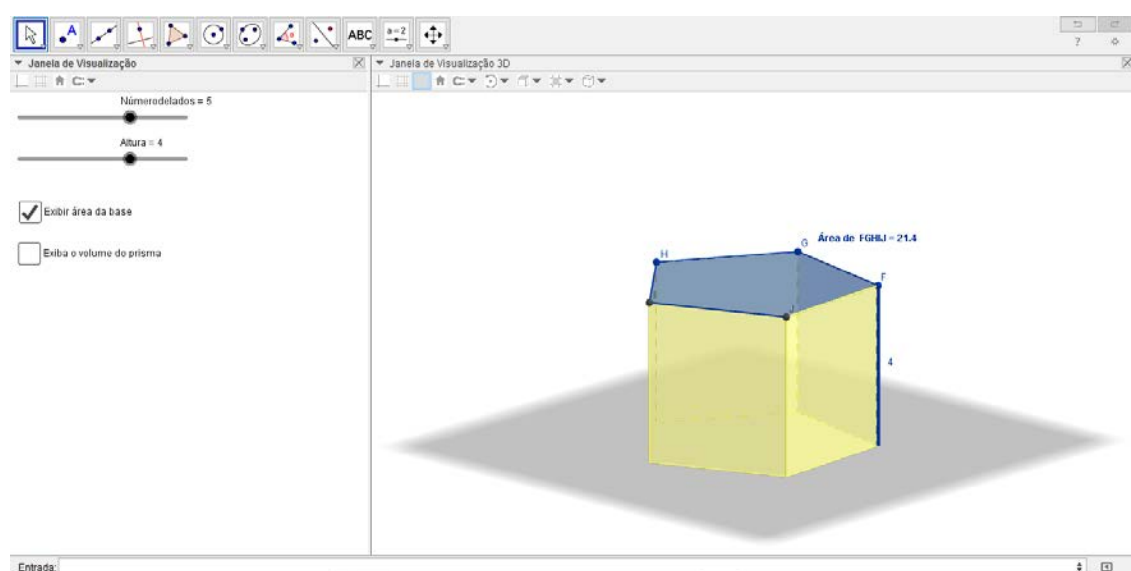
Sugestões de questões para os alunos:

1) O prisma de base quadrada tem o volume igual a 90 cm^2 e altura igual a 5 cm . Qual o valor da área da sua base.

O objetivo é que os alunos explorem com o software e façam o cálculo.

2) O prisma de base pentagonal tem área da base igual a $21,4 \text{ cm}^2$ e altura igual a 4 cm . Qual o volume do prisma?

Figura 9 – Prisma de base pentagonal



Fonte: elaborado pela autora

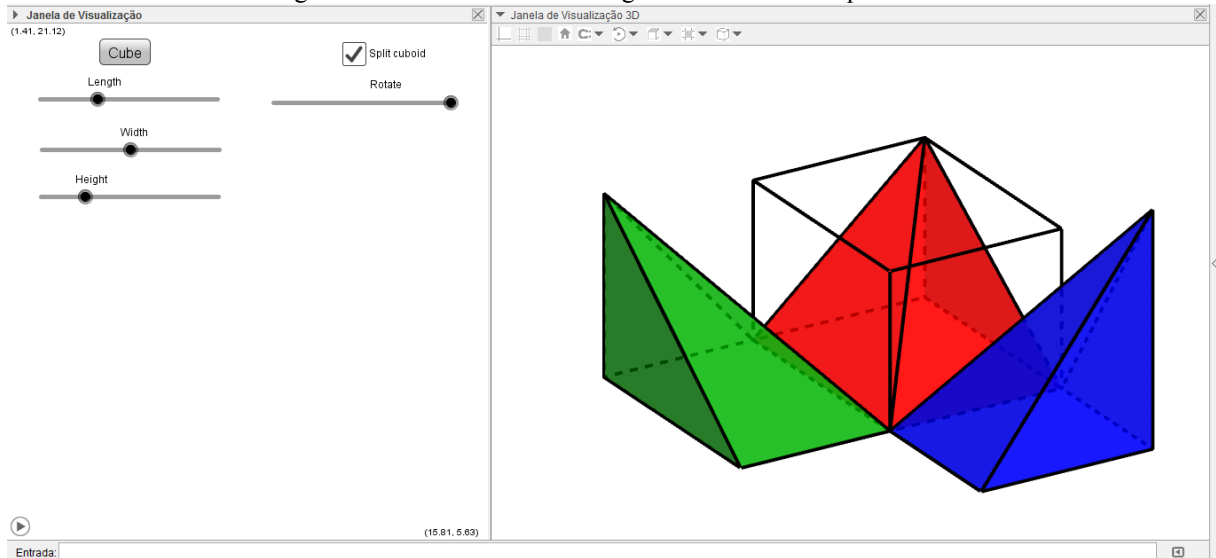
4.6 ATIVIDADE 6: VOLUME DA PIRÂMIDE I⁹

O objetivo nesta atividade é dar aos alunos a oportunidade de explorarem o volume da pirâmide por meio do software Geogebra 3D.

1) Utilizando a tarefa proposta pela comunidade Geogebra o aluno irá se deparar com uma tela que contém um *menu* à esquerda, na janela de visualização 2D, e um prisma de base retangular com três pirâmides em seu entorno, na janela de visualização 3D, conforme a figura 10.

⁹ Esta tarefa foi proposta na comunidade de materiais do Geogebra, intitulada como “Volume of a pyramid”, feita em 13 de agosto de 2015 por Mr Hardman. Disponível em: <<http://tube.geogebra.org/material/simple/id/1480829>>. Acesso em 27 nov 2015.

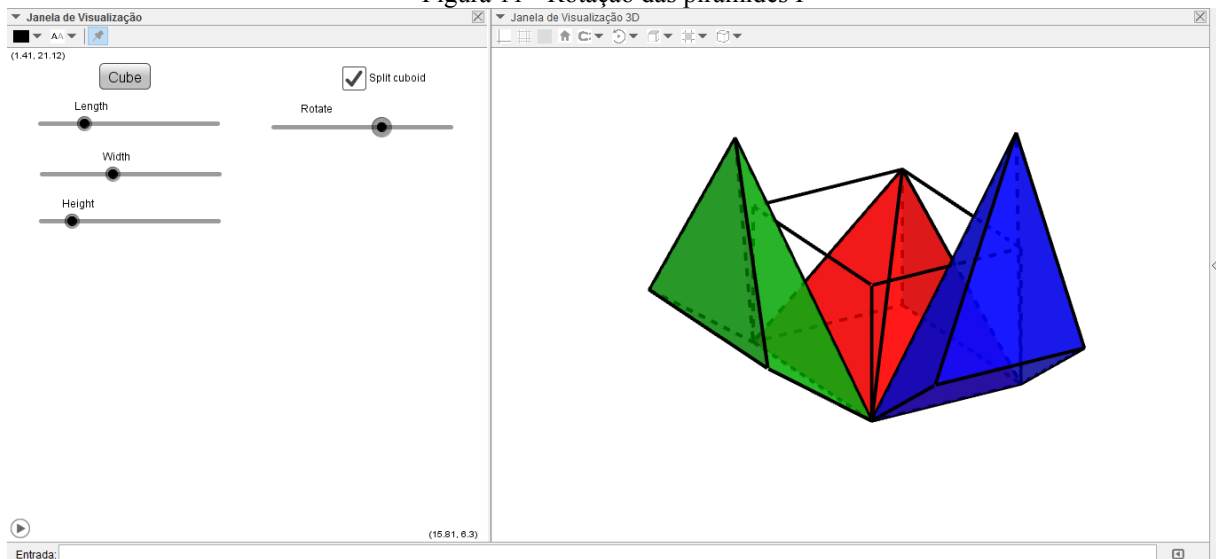
Figura 10 – Prisma de base retangular envolto de três pirâmides



Fonte: elaborado pelo autor

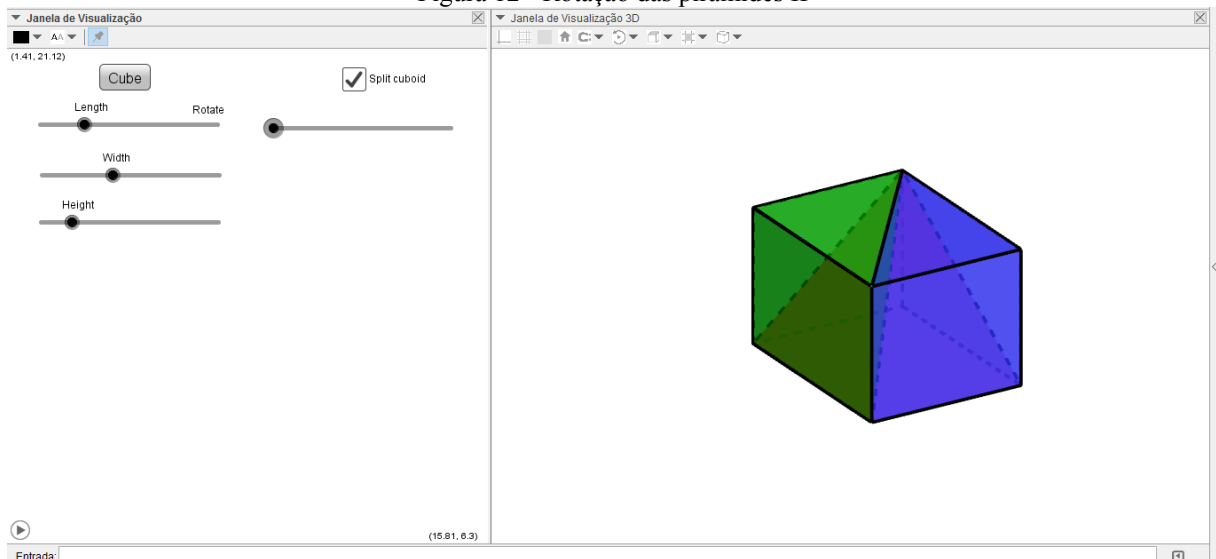
2) O aluno terá a possibilidade de manipular e explorar essas figuras. Caso queira transformar o prisma em um cubo o aluno deve apertar o botão “Cube”. O aluno poderá alterar as dimensões do prisma através dos controles deslizantes “Length”, “Width” e “Height”, alterando respectivamente seu comprimento, largura e altura, e poderá rotacionar as pirâmides de modo que elas sejam ‘encaixadas’ dentro do prisma, por meio do uso do controle deslizante “Rotate”.

Figura 11 - Rotação das pirâmides I



Fonte: Elaborado pelo autor

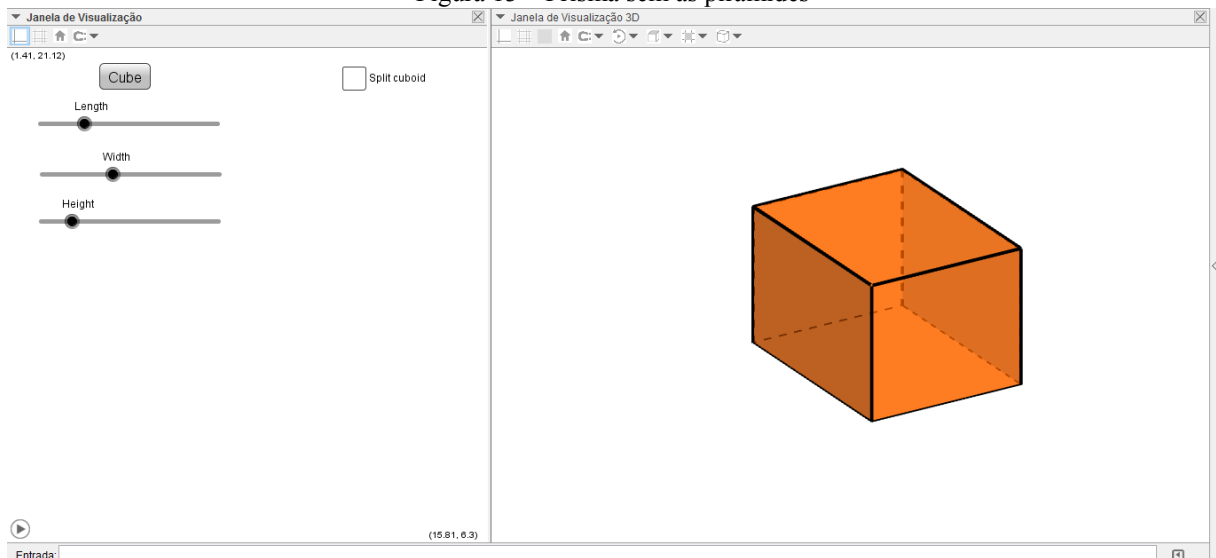
Figura 12 - Rotação das pirâmides II



Fonte: elaborado pelo autor

3) Para visualizar o prisma (sem as pirâmides) basta o aluno clicar em “Split cuboid”. O controle deslizante da rotação dos cubos é escondido, porém ainda é possível alterar as dimensões do prisma.

Figura 13 – Prisma sem as pirâmides



Fonte: elaborado pelo autor

Sugestões de questões para os alunos:

1) Através da visualização das pirâmides e do prisma o que se pode afirmar em relação aos seus volumes? Você percebe alguma relação?

O objetivo nesta questão é levar o aluno a perceber que são necessárias três pirâmides para formar o cubo. Logo, o volume da pirâmide corresponde a $\frac{1}{3}$ do volume do cubo.

2) As três pirâmides possuem o mesmo volume?

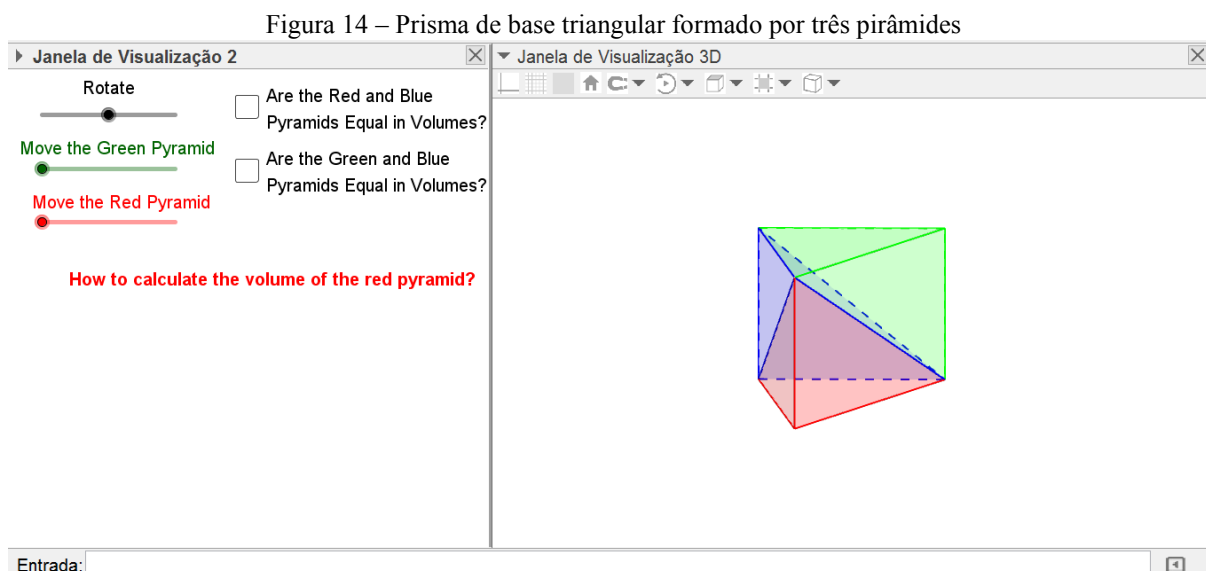
Para que os alunos cheguem à resposta podemos iniciar alterando o formato do prisma para um cubo e generalizar somente após essa conclusão.

Caso se perceba que os alunos encontram dificuldade para responder à questão 2, pode-se utilizar a atividade 7 para esclarecimentos.

4.7 ATIVIDADE 7: VOLUME DA PIRÂMIDE II¹⁰

O objetivo desta atividade é explorar a igualdade do volume das três pirâmides que formam o prisma.

1) Utilizando a tarefa proposta pela comunidade Geogebra o aluno irá se deparar com uma tela que contém um menu à esquerda, na janela de visualização 2D, e três pirâmides formando um prisma de base triangular, na janela de visualização 3D, conforme a figura 14.

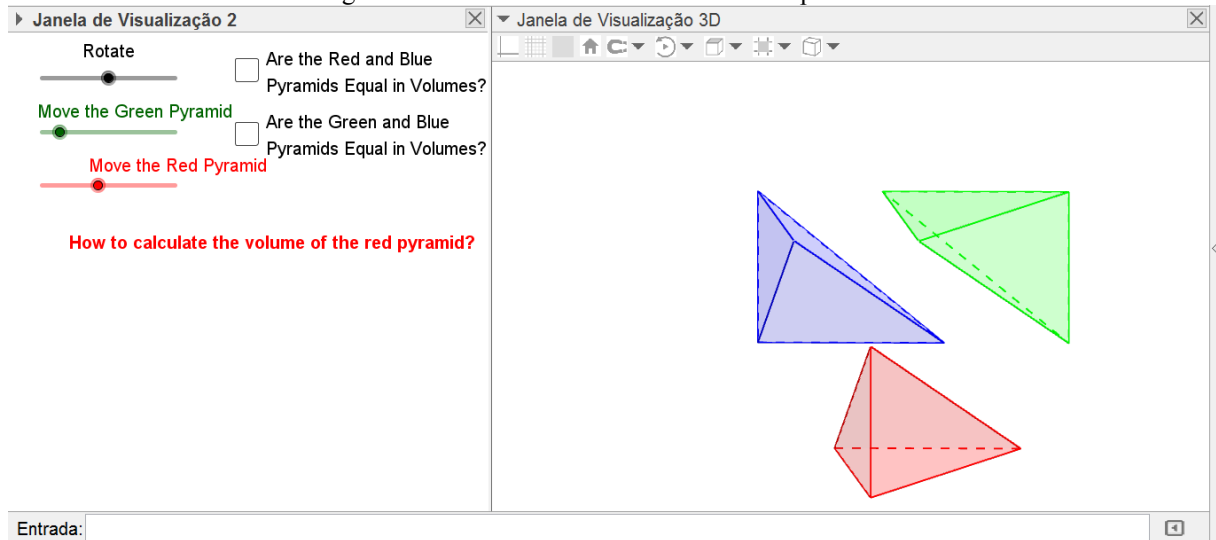


Fonte: Elaborado pela autora

¹⁰ Esta tarefa foi proposta na comunidade de materiais do Geogebra, intitulada como “Volume of Pyramids”, feita em 9 de novembro de 2014 por Anthony C. M. OR. Disponível em: <<http://tube.geogebra.org/material/simple/id/1480829>>. Acesso em 27 nov 2015.

2) O aluno terá a possibilidade de manipular e explorar as propriedades. Caso queira mover as pirâmides, o aluno deve alterar os controles deslizantes “Move the Green Pyramid” e “Move the Red Pyramid”.

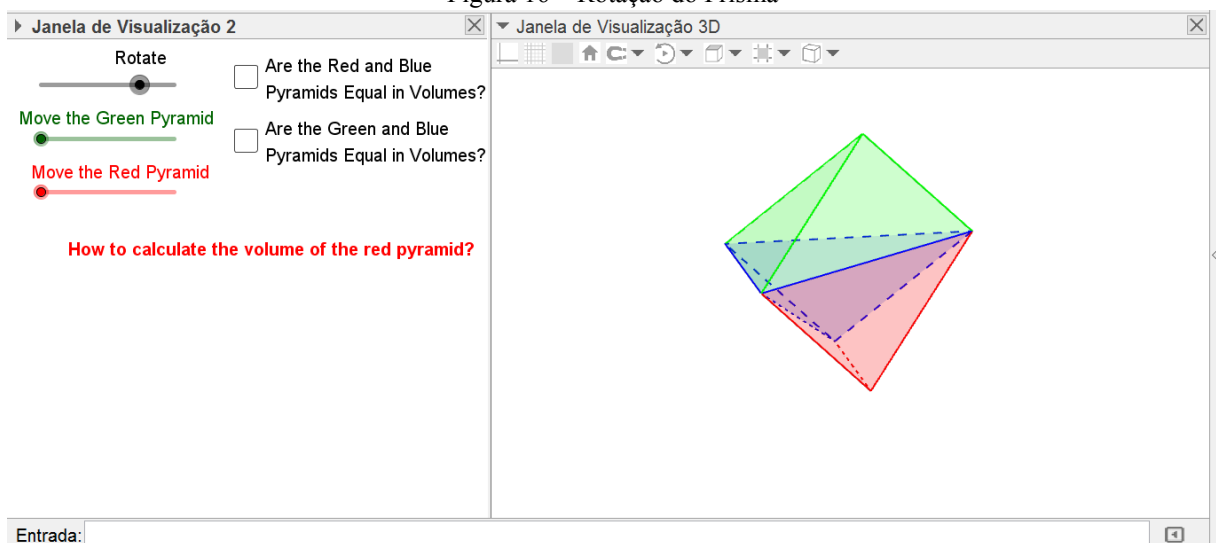
Figura 15 – Possibilidade de movimento das pirâmides



Fonte: elaborado pela autora

3) O aluno poderá rotacionar o prisma através do controle deslizante “Rotate”. Conforme a figura 16.

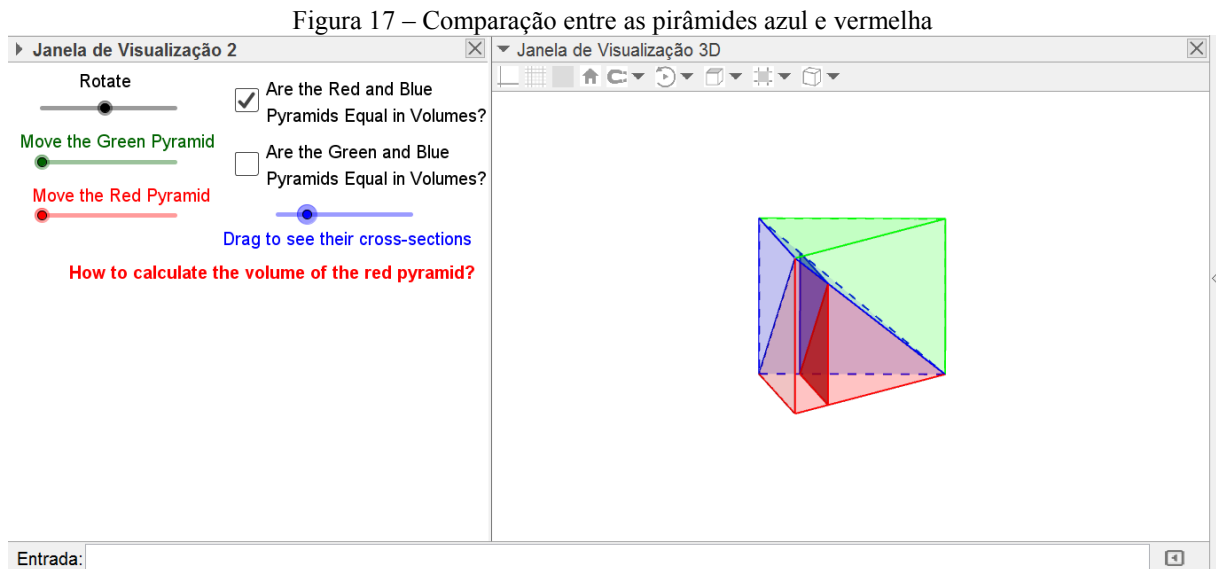
Figura 16 – Rotação do Prisma



Fonte: elaborado pela autora

2) Para a verificação dos volumes entre as pirâmides o aluno deve clicar em “Are the Red and Blue Pyramids Equal in Volumes?” ou em “Are the Green and Blue Pyramids Equal

in Volumes?” para comparar os volumes das pirâmides vermelha e azul ou verde e azul. Ao clicar em qualquer um desses dois, o programa irá criar áreas de seções nas duas pirâmides para comparação. Abrirá também o controle deslizante “Drag to see their coss-sections” para a comparação ao longo das pirâmides.



Fonte: elaborado pela autora

Este programa tem o objetivo de auxiliar no entendimento da questão 3 da atividade anterior. É possível gerar a reflexão da comparação entre as seções verificando a igualdade entre os volumes.

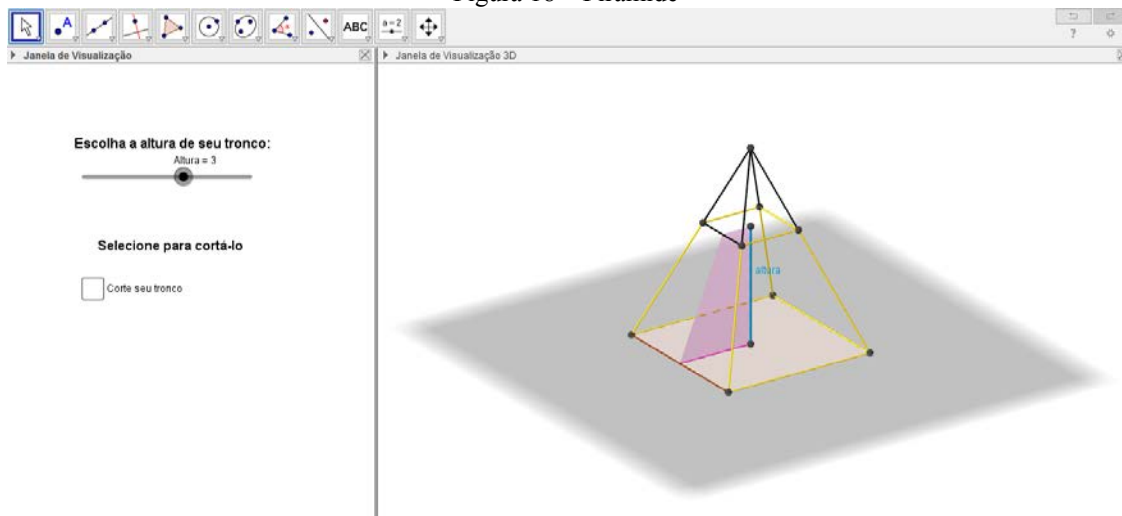
4.8 ATIVIDADE 8: TRONCO DE PIRÂMIDE

O objetivo desta atividade é oferecer oportunidade aos alunos de explorarem os troncos de pirâmides.

1) Utilizando uma tarefa¹¹ previamente elaborada pelo professor o aluno irá se deparar com uma tela que contém um *menu* à esquerda, na janela de visualização 2D, e uma pirâmide de base quadrada à direita, na janela de visualização 3D, conforme a figura 18.

¹¹ Um possível roteiro para esta tarefa poderá ser encontrado no anexo D

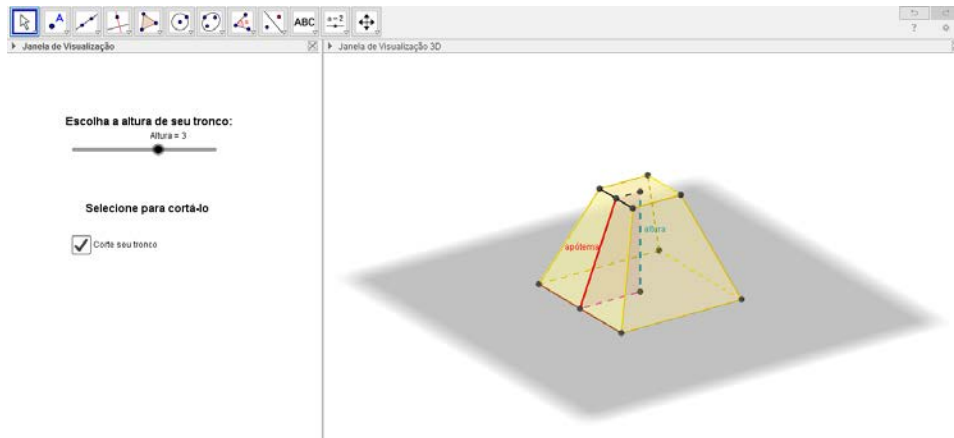
Figura 18 – Pirâmide



Fonte: Elaborado pela autora

1) A partir do controle deslizante o aluno irá definir a altura do tronco da pirâmide e ao defini-la irá selecionar a caixa para exibir/esconder objetos para “cortar” a pirâmide. Assim como mostra a figura 19.

Figura 19 – Tronco de Pirâmide



Fonte: Elaborado pela autora

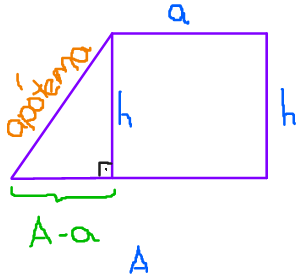
2) O aluno terá a possibilidade de manipular e explorar relações entre o apótema da pirâmide, a altura da pirâmide e o trapézio formado pela secção da pirâmide que forma o tronco.

Sugestões de questões para os alunos.

- 1) Qual o quadrilátero que aparece destacado no tronco de pirâmide?
- 2) É possível decompor esse quadrilátero em triângulo e retângulo?

3) Sabendo o valor da altura do tronco, da aresta da base maior e da aresta da base menor do tronco, é possível calcular o valor do apótema? Como?

OBS: O objetivo nesta tarefa é que os alunos visualizem a figura abaixo, formada pelo trapézio para que compreendam o modo pelo qual pode ser calculado o apótema do tronco de pirâmide.



5) Supondo um tronco de pirâmide de base quadrada e altura igual a 3 cm, aresta da base maior igual a 14 cm e aresta da base menor igual a 6 cm, qual o valor do apótema desse tronco?

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho a intenção foi compreender o sentido do uso das tecnologias para o desenvolvimento da visualização em Geometria. Buscamos, inicialmente, a relevância do uso das tecnologias para o ensino de matemática. Em seguida focamos o sentido da visualização no ensino de Geometria e, à luz das orientações que as leituras nos deram, elaboramos atividades que têm como objetivo desenvolver possibilidades de visualização em geometria, com o uso do *software* Geogebra 3D.

Compreendemos, de acordo com Valente (2014), Gladcheff, Silva e Zuffi (2001), Tikhomirov (1981) e os documentos oficiais, que um *software* deve ser escolhido de acordo com suas potencialidades. Tal qual pudemos entender, o uso das tecnologias, contribui para a aprendizagem matemática à medida que favorece o desenvolvimento de habilidades, como, por exemplo, a investigação. Nessa direção é que as tarefas foram construídas no Geogebra 3D, como modos de potencializar a investigação.

À luz das ideias de Guzmán (2002), Costa (2000), Fetissov (1994), Paulo (2006) e Santos (2009), discutimos a importância da visualização e procuramos apresentar como as tecnologias podem favorecê-la, visando à construção do conhecimento geométrico. A visualização, para além dos aspectos intuitivos, pode ser, mediante exploração, fonte de inspiração e conhecimento.

As tarefas foram planejadas para alunos do 7º ano do ensino fundamental construindo modos de analisar e investigar as planificações de sólidos geométricos e compreender o sentido de volume. As atividades seguem uma ordem em que se inicia com a familiarização do aluno com o *software* através da atividade de planificação e segue com tarefas investigativas que visam à construção de sólidos de revolução, a visualização do volume de prisma de base retangular (e outros de diversas bases), o volume de pirâmides e encerra com uma atividade que auxilie os alunos na visualização dos elementos do tronco de pirâmide.

Nossa intenção é dar algumas sugestões para que o trabalho com a visualização possa ser desenvolvido na sala de aula de matemática. As tarefas foram elaboradas para a introdução do tema volume dos sólidos. A tarefa 1 visa a familiarização dos alunos com *software*. Em seguida foram propostas tarefas que visam a compreensão do conceito de volume de prismas. Assumindo uma postura fenomenológica não nos preocupamos e seguir um roteiro de tarefas que explorem pré-requisitos ou partam de pressupostos. Sugerimos uma sequência de tarefas que visem a exploração dos objetos geométricos a partir de questionamentos e as dúvidas são

conhecidas e trabalhadas no decorrer da atividade de investigação dos alunos. Finalizamos com a exploração das pirâmides investigando seu volume e os elementos desse sólido.

Não foi possível, neste trabalho, desenvolver as tarefas propostas com os alunos. Porém, esta é uma intenção que temos e que pretendemos continuar investigando de modo que seja possível expor o modo pelo qual os alunos se envolvem com a realização das tarefas e a potencialidade das mesmas para o desenvolvimento do raciocínio geométrico. No entanto, o estudo realizado nos permite vislumbrar a importância do uso das tecnologias no ensino de matemática e esperamos, com esse trabalho, contribuir para o desenvolvimento de tarefas nas quais os alunos se ponham a investigar propriedades dos objetos matemáticos, mais especificamente, aqueles relacionados aos conteúdos da geometria espacial. Finalizando este trabalho temos a certeza de ter compreendido os aspectos visuais presentes na construção do raciocínio geométrico, desde a Era de Euclides, e ter contribuído para uma possível ação em sala de aula. Resta-nos o desejo de estar com os alunos realizando as tarefas e analisando os modos pelos quais eles se envolvem com elas e desenvolvem o pensar geométrico.

REFERÊNCIAS

BATISTA, S. C. F. **SOFTMAT: Um repositório de softwares para matemática do ensino médio – um instrumento em prol de posturas mais conscientes na seleção de softwares educacionais**. 2004. 198 f. Dissertação (Mestrado em Ciências de Engenharia) - Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2004.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **R.B.E.C.T.**, v.. 5, n. 2, p. 15-26, mai-ago. 2012

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011. 150 p.

BICUDO, M. A. V. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.) **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994. p. 15-22.

BRAGA, M; PAULO, R. M. O Ensino de Matemática mediado pelas Tecnologias de Informação e Comunicação – Uma caracterização do Elemento Visualização segundo uma concepção fenomenológica. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 2, n. 1, p. 24-42, 2010.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN. Matemática)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHIZZOTTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evolução e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 16, n.2, p. 221-236, 2003.

COSTA, C. **Visualização, veículo para a educação em geometria**. Anais do Encontro da Seção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, p. 157-184, Fundão, Portugal, 2000.

FETISSOV, A. I. **A demonstração em geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. 74 p. (Matemática: Aprendendo e Ensinando)

GARNICA, A. V. Mi. **Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia**. Interface (Botucatu), Botucatu, v. 1, n. 1, p. 109-122, Aug. 1997. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1414-32831997000200008&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 04 de mai. 2015.

GLADCHEF, A. P.; SANCHES, R., SILVA, D. M. Um Instrumento de Avaliação de Qualidade de Software Educacional: Como Elaborá-lo. **Revista Pensamento Realidade**, v. 5, n. 11, p. 3-20, 2002.

GLADCHEF, A. P.; SILVA, D. M.; ZUFFI, E. M. Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Softwares Educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental. In: **Workshop de informática na escola**, 7, 2001, Fortaleza. *Anais...*

GUZMÁN, M. **The Role of Visualization in the Teaching and Learning of Mathematical Analysis**. Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level) Hersonissos, Creta, Grécia, 2002.

ISO9126-1. (1997) **International Organization for Standardization**. “**Information technology - Software quality characteristics and metrics - Part 1: Quality characteristics and sub-characteristics**”. ISO/IEC 9126-1 (Committee Draft).

MACHADO, O. V. M. Pesquisa Qualitativa: Modalidade Fenômeno Situado. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.) **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, p. 35-46, 1994.

MARANHÃO, Mauriti. **ISO Série 9000: Manual de implantação: versão 2000**. 6ª ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2001.

PALES, C. M. **Geogebra e Geometria: A informática no ensino de geometria**. 2011. 64 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

PAULO, R. M.; AMARAL, C. L. C.; SANTIAGO, R. A. A pesquisa na perspectiva fenomenológica: explicitando uma possibilidade de compreensão do ser-professor de matemática. **RBPEC**, v.10, n. 3, p. 71-86, 2010.

PAULO, R. M. **O Significado Epistemológico dos Diagramas na Construção do Conhecimento Matemático e no Ensino de Matemática**. 2006. 192 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SANTOS, C. O. **A importância da visualização no ensino da geometria plana e espacial**. 2009. 49 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Unidade Universitária de Jussara, Universidade Estadual de Goiás, Jussara, 2009.

SÃO PAULO. **Currículo do Estado de São Paulo – Matemática e suas Tecnologias**. 2011.

TIKHOMIROV, O. K. **The Psychological Consequences of Computerization**. En: WERTSCH, J.V. (Ed.). *The Concept of Activity in Soviet Psychology*. New York: M.E. Sharpe Inc, 1981.

VALENTE, J. A. A comunicação e a educação baseada no uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. **Revista UNIFESO – Humanas e Sociais**, v. 1, n. 1, p. 141-166, 2014.

VALENTE, J. A. **Pesquisa, comunicação e aprendizagem com o computador**. In: BRASIL. *Tecnologia, currículo e projetos*. Ministério da educação. p. 23 – 31, 2003.

ANEXO A - ATIVIDADE 1: PLANIFICAÇÃO DE PRISMAS

Janela de Visualização 2D

1) Crie, através da ferramenta **controle deslizante**, um controle chamado “n lados”, defina o mínimo e máximo para 3 e 6 respectivamente e defina o incremento como 1. Dessa forma será definida a quantidade de lados que o polígono da base do prisma terá.

2) Através da ferramenta **Ponto** defina o ponto O centro da circunferência que inscreverá o polígono.

3) Através da ferramenta **Círculo dado centro e raio** defina uma circunferência de raio 3 com centro em O.

4) Através da ferramenta **Ponto** defina A um ponto sob a circunferência.

5) Selecione a ferramenta **Ângulo com amplitude fixa** e clique no ponto A, em seguida no ponto O e defina um ângulo α como o resultado de $360^\circ/n$ lados. O programa gerará o ponto A' rotação de A pelo ângulo α .

6) Escreva “polígono” na caixa de entrada e aparecerá as opções de criação de um polígono. Escolha a opção **Polígono**[<Ponto>, <Ponto>, <Número de Vértices>] e insira no lugar de “<Ponto>” a letra “A”, no lugar do segundo “<Ponto>” insira “A” e no lugar de “<Número de Vértices>” a palavra “n lados”. O programa gerará um polígono de nome “pol1”

Janela de Visualização 3D

7) Escreva “Prisma” na caixa de entrada e aparecerão as opções de criação de um prisma. Escolha a opção **Prisma**[<Polígono>, <Altura>] e insira no lugar de “<Polígono>” o seu polígono “pol1” e no lugar de altura o número “4”. O programa gerará um prisma chamado “i”

8) Você pode mudar a cor dos seus objetos clicando com o botão direito do mouse em cima do objeto e clicando em **Propriedades**. Neste menu haverá uma aba chamada **Cor** que possibilitará essa mudança.

9) Clique na ferramenta **Exibir / Esconder Rótulo** para esconder as nomenclaturas dos vértices, arestas e faces. Clique com o botão direito sobre a circunferência que inscreve o polígono da base e clique em **Exibir Objeto** para escondê-lo.

10) Clique na ferramenta **Planificação** e, em seguida, clique sobre o prisma. Nesse momento será criado na Janela de Visualização 2D um controle deslizante chamado “j” que controlará a planificação.

11) Para animar a Planificação, clique com o botão direito do mouse sob “j” e clique em “Animar”.

ANEXO B - ATIVIDADE 4: VOLUME DO PRISMA DE BASE RETANGULAR

Janela de Visualização 2D

- 1) Usando a ferramenta **Ponto**, crie o ponto A no eixo x. Em seguida, crie um ponto B no mesmo eixo.
- 2) Usando a ferramenta **Segmento**, crie o segmento a com extremidades AB.
- 3) Usando a ferramenta **Reta Perpendicular**, crie a reta b, perpendicular à AB, passando por A.
- 4) Crie um ponto C sobre b.
- 5) Usando a ferramenta **Reta Perpendicular**, crie a reta c, perpendicular à AB, passando por A. Crie, sem seguida, a reta d, passando por B e perpendicular a a.
- 6) Usando a da ferramenta **Intersecção de Dois Objetos**, clique em c e em seguida em d. O programa marcará o ponto D intersecção das duas retas.
- 7) Clique na ferramenta **Polígono** e, em seguida, selecione os pontos A,B,C e D, formando, desse modo, o quadrilátero “pol1”, base do prisma.
- 8) Crie, através da ferramenta **controle deslizante**, um controle chamado “Altura”, defina o mínimo e máximo para 0 e 10 respectivamente e defina o incremento como 1. Dessa forma será definida a altura determinada ao prisma.

Janela de Visualização 3D

- 9) Escreva “Prisma” na caixa de entrada e aparecerá as opções de criação de um prisma. Escolha a opção **Prisma[<Polígono>, <Altura>]** e insira no lugar de “<Polígono>” o seu polígono “pol1” e no lugar de altura “Altura”. O programa gerará um prisma chamado “e”.
- 10) Clique na ferramenta **Área** e, em seguida, clique sobre o quadrilátero da base do prisma. Aparecerá uma caixa de texto com o valor da área da base. Clique na ferramenta **Volume** e, em seguida, clique sobre o prisma e. Aparecerá uma caixa de texto com o valor do volume do prisma.
- 11) Você pode mudar a cor dos seus objetos clicando com o botão direito em cima do objeto e clicando em **Propriedades**, neste menu haverá uma aba chamada **Cor** que possibilitará essa mudança.
- 12) Clique na ferramenta **Exibir / Esconder Rótulo** para esconder as nomenclaturas dos vértices, arestas e faces.

ANEXO C - ATIVIDADE 5: VOLUME DO PRISMA

Janela de Visualização 2D

1) Crie, através da ferramenta **controle deslizante**, um controle chamado “Número de lados”, defina o mínimo e máximo para 3 e 6 respectivamente e defina o incremento como 1. Dessa forma será definida a quantidade de lados que o polígono da base do prisma terá.

2) Usando a ferramenta **Ponto** defina o ponto O centro da circunferência que inscreverá o polígono.

3) Usando a ferramenta **Círculo dado centro e raio** defina uma circunferência de raio 3 com centro em O.

4) Usando a ferramenta **Ponto** defina A um ponto sob a circunferência.

5) Selecione a ferramenta **Ângulo com amplitude fixa** e clique no ponto A, em seguida no ponto O e defina um ângulo α como o resultado de $360^\circ/n$ lados. O programa gerará o ponto A' rotação de A pelo ângulo α .

6) Crie, através da ferramenta **controle deslizante**, um controle chamado “Altura”, defina o mínimo e máximo para 0 e 10 respectivamente e defina o incremento como 0,5. Dessa forma será definida a altura determinada ao prisma.

7) Escreva “polígono” na caixa de entrada e aparecerá as opções de criação de um polígono. Escolha a opção **Polígono**[<Ponto>, <Ponto>, <Número de Vértices>] e insira no lugar de “<Ponto>” a letra “A”, no lugar do segundo “<Ponto>” insira “A” e no lugar de “<Número de Vértices>” a palavra “n lados”. O programa gerará um polígono de nome “pol1”

Janela de Visualização 3D

8) Escreva “Prisma” na caixa de entrada e aparecerá as opções de criação de um prisma. Escolha a opção **Prisma**[<Polígono>, <Altura>] e insira no lugar de “<Polígono>” o seu polígono “pol1” e no lugar de altura “Altura”. O programa gerará um prisma chamado “h”.

9) Clique na ferramenta **Área** e, em seguida, clique sobre o quadrilátero da base do prisma. Aparecerá uma caixa de texto chamada “texto1” com o valor da área da base. Clique na ferramenta **Volume** e, em seguida, clique sobre o prisma e. Aparecerá uma caixa de texto chamada “texto2” com o valor do volume do prisma.

10) Clique na ferramenta **Caixa para Exibir / Esconder Objetos** e aparecerá uma caixa de diálogo onde coloca-se legenda e são selecionados os objetos para exibir / esconder.

Digite no espaço para legenda: “Exibir área da base”. No espaço reservado para seleção dos objetos, selecione o texto da área da base denominado “texto1”. Faça o mesmo procedimento do item 10 para o texto do volume, porém no lugar da legenda, digite: “Exiba o volume do prisma”.

11) Você pode mudar a cor dos seus objetos clicando com o botão direito em cima do objeto e clicando em **Propriedades**, neste menu haverá uma aba chamada **Cor** que possibilitará essa mudança.

12) Clique na ferramenta **Exibir / Esconder Rótulo** para esconder as nomenclaturas dos vértices, arestas e faces.

ANEXO D - ATIVIDADE 8: TRONCO DE PIRÂMIDE

1) Crie, através da ferramenta **Ponto**, dois pontos, A (0,2) e B (-2,0), sobre o eixo X e dois pontos, C (0,2) e D (0,-2), sobre o eixo Y. Determinando, dessa forma, a base quadrada da pirâmide.

2) Usando a ferramenta **Reta Paralela**, crie 4 retas, a, b, c e d, de forma que: a seja paralela ao eixo X e passe por C, b seja paralela ao eixo X e passe por D, c seja paralela ao eixo Y e passe por B e d seja paralela ao eixo Y e passe por A.

3) Usando a ferramenta **Intersecção entre dois objetos**, determine: o ponto E, intersecção de a e c, o ponto F, intersecção de a e d, o ponto G, intersecção de b e d e o ponto H, intersecção de b e c.

4) Usando a ferramenta **Polígono**, determine o quadrilátero “pol1”, cujos vértices sejam, E, F, G e H.

5) Usando a ferramenta **Segmento**, determine os segmentos: e, f, g e h, de forma que o segmento e tenha início em E e fim em H, o segmento f tenha início em E e fim em F, o segmento g tenha início em G e fim em F, o segmento h tenha início em G e fim em H.

Janela de Visualização 3D

6) Determine o ponto I, altura da pirâmide em (0, 0, 5).

7) Determine os segmentos: i, j, k e l, de forma que o segmento i tenha início em G e fim em I, o segmento j tenha início em F e fim em I, o segmento k tenha início em E e fim em I, o segmento l tenha início em H e fim em I.

8) Crie, através da ferramenta **controle deslizante**, um controle chamado “Altura”, defina o mínimo e máximo para 0 e 5 respectivamente e defina o incremento como 1. Dessa forma será definida a altura determinada ao tronco de pirâmide.

9) Digite na caixa de entrada “J=(0,0,Altura)” e o ponto da altura do tronco da pirâmide será determinado.

10) Usando a ferramenta **Polígono**, determine o triângulo “pol2”, cujos vértices sejam, F, E e I. Neste momento o polígono criará três segmentos (três lados): k_1 , f_1 , e_1 .

11) Definiremos dois vetores para construir a intersecção da pirâmide com o tronco. Para o primeiro vetor, definiremos dois pontos, $L=(0,3,0)$ e $M=(0,4,0)$ e através da ferramenta **Vetor**, definiremos o vetor u, clicando primeiramente sobre L e em seguida sobre M. Para o segundo

vetor, definiremos dois pontos, $O=(3,0,0)$ e $P=(4,0,0)$ e através da ferramenta **Vetor**, definiremos o vetor v , clicando primeiramente sobre O e em seguida sobre P .

12) Digite na caixa de entrada “reta” e aparecerão as opções de criação de uma reta. Escolha a opção **Reta[<Ponto>, <Vetor Diretor>]** e crie a reta m passando pelo ponto J com direção do vetor u .

13) Determine o ponto N , intersecção da reta m com $pol2$.

14) Digite na caixa de entrada “reta” e aparecerão as opções de criação de uma reta. Escolha a opção **Reta[<Ponto>, <Vetor Diretor>]** e crie a reta n passando pelo ponto N com direção do vetor v .

15) Determine o ponto Q , intersecção da reta n com o lado de $pol2$, e_1 .

16) Determine o ponto R , intersecção da reta n com o segmento k .

17) Determine o segmento p , com início em Q e fim em R .

18) Digite na caixa de entrada “reta” e aparecerão as opções de criação de uma reta. Escolha a opção **Reta[<Ponto>, <Vetor Diretor>]** e crie a reta q passando pelo ponto R com direção do vetor u .

19) Determine o ponto S , intersecção da reta q com o segmento l .

20) Determine o segmento r , com início em R e fim em S .

21) Digite na caixa de entrada “reta” e aparecerão as opções de criação de uma reta. Escolha a opção **Reta[<Ponto>, <Vetor Diretor>]** e crie a reta s passando pelo ponto S com direção do vetor v .

22) Determine o ponto R , intersecção da reta s com o segmento i .

23) Determine o segmento t , com início em T e fim em S .

24) Determine o segmento a_1 , com início em T e fim em Q .

25) Determine o segmento b_1 , com início em H e fim em S .

26) Determine o segmento c_1 , com início em S e fim em I .

27) Determine o segmento d_1 , com início em G e fim em T .

28) Determine o segmento g_1 , com início em T e fim em I .

29) Determine o segmento h_1 , com início em F e fim em Q .

30) Determine o segmento i_1 , com início em Q e fim em I .

31) Determine o segmento j_1 , com início em E e fim em R .

32) Determine o segmento l_1 , com início em R e fim em I .

33) Determine o segmento m_1 , com início em G e fim em E .

34) Determine o segmento n_1 , com início em F e fim em H .

35) Determine o ponto U , intersecção de n_1 e m_1 .

- 36) Determine o segmento altura, com início em J e fim em U.
- 37) Usando a ferramenta **Ponto Médio ou Centro**, crie o ponto V, ponto médio de a_1 .
- 38) Usando a ferramenta **Ponto Médio ou Centro**, crie o ponto W, ponto médio de g.
- 39) Determine o segmento altura, com início em J e fim em U.
- 40) Determine o segmento apótema, com início em V e fim em W.
- 41) Determine o segmento p_1 , com início em W e fim em U.
- 42) Determine o segmento q_1 , com início em V e fim em J.
- 43) Usando a ferramenta **Polígono**, determine o quadrilátero pol3, cujos vértices são: T, G, F e Q.
- 44) Usando a ferramenta **Polígono**, determine o quadrilátero pol4, cujos vértices são: T, Q, R e S.
- 45) Usando a ferramenta **Polígono**, determine o quadrilátero pol5, cujos vértices são: Q, F, E e R.
- 46) Usando a ferramenta **Polígono**, determine o quadrilátero pol6, cujos vértices são: S, H, G e T.
- 47) Usando a ferramenta **Polígono**, determine o quadrilátero pol7, cujos vértices são: R, E, H e S.
- 48) Clique na ferramenta **Caixa para Exibir / Esconder Objetos** e aparecerá uma caixa de diálogo onde coloca-se legenda e são selecionados os objetos para exibir / esconder. Digite no espaço para legenda: “Corte seu tronco”. Será criado o valor booleano “o”.
- 49) Para cada objeto que deve aparecer ao ser cortado o tronco, clique com o botão direito e aparecerá um menu, clique em “Propriedades” e abra a aba “Avançado”. Na caixa de texto **Condição para Exibir Objeto(s)** digite “ $o \stackrel{?}{=} \text{false}$ ” (Obs.: $\stackrel{?}{=}$ pode ser escrito como $==$).
- 50) Usando a ferramenta **Texto**, crie uma caixa de texto, em cima do controle deslizante, com a seguinte frase: “Escolha a altura de seu tronco:”.
- 51) Usando a ferramenta **Texto**, crie uma caixa de texto, em cima do valor booleano, com a seguinte frase: “Selecione para cortá-lo”.
- 52) Você pode mudar a cor dos seus objetos clicando com o botão direito em cima do objeto e clicando em **Propriedades**, neste menu haverá uma aba chamada **Cor** que possibilitará essa mudança.
- 53) Clique na ferramenta **Exibir / Esconder Rótulo** para esconder as nomenclaturas dos vértices, arestas e faces.
- 54) Clique na ferramenta **Exibir / Esconder Objeto** para esconder os objetos cuja visualização não é necessária para a atividade.