

JOGOS MATEMÁTICOS E ATIVIDADES EXPERIMENTAIS DE GEOMETRIA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Rita de C. Pavani Lamas (IBILCE- UNESP); Jéfferson L. Rocha Bastos (IBILCE- UNESP) rita@ibilce.unesp.br; jeferson@ibilce.unesp.br

RESUMO

A procura dos professores do ensino fundamental por metodologias alternativas de ensino de matemática na universidade, tem sido freqüente. Neste trabalho, será apresentada a metodologia de ensino proposta aos professores de matemática de cinco Escolas Municipais de São José do Rio Preto, participantes do projeto de extensão intitulado: *Atividades para o Ensino de Matemática e de Língua Portuguesa*, durante o ano de 2008.

Palavras chave: geometria, atividades experimentais, jogos matemáticos.

1. Introdução

A situação atual do ensino público é preocupante, exige do professor habilidades que vão além do seu conhecimento científico para atingir o seu principal objetivo, a aprendizagem do aluno. Os problemas afetivos e sociais que o aluno do ensino público traz para a sala de aula dificultam o trabalho do professor. Isso pode ser amenizado se ele desenvolver uma boa dinâmica de ensino-aprendizagem, em particular, na área de geometria.

Em 2003, ao ministrar o curso *Metodologia de Modelagem em Resolução de Problemas, Jogos e Informática no Ensino Fundamental de Matemática*, no Programa de Formação Continuada de Professores - Teia do Saber, para professores da Rede Estadual do Ensino Fundamental, pelo relato dos professores, ficou evidente o desinteresse dos alunos na sala de aula e a necessidade de aplicação de uma nova metodologia para o ensino da matemática. Buscando atender a essa necessidade foi desenvolvido o projeto do Núcleo de Ensino da UNESP intitulado: *Geometria Concreta no Ensino Fundamental*, durante o ano de 2004.

Atividades experimentais são encontradas nos livros didáticos, como, por exemplo, em Bigode (2002) e Giovanni (1996), mas em geral, não são desenvolvidas pelos professores em sala de aula, pela dificuldade de

comprar os materiais necessários para a construção dos modelos concretos e, principalmente, devido ao grande número de alunos na sala de aula, impossibilitando atender a todos de forma a obter um bom desempenho da classe.

Em 2004, com o auxílio financeiro da FUNDUNESP, para o projeto do núcleo foi possível desenvolver atividades experimentais com modelos concretos de geometria, viabilizando a interação entre os professores e alunos de sétimas e oitavas séries da E. E. Prof^a Maria de Lourdes Murad de Camargo, em São José do Rio Preto. Tais atividades deram oportunidade aos alunos de construir o seu próprio conhecimento, aprendendo determinados conteúdos de geometria de maneira natural e com entusiasmo, sem limitar-se ao conhecimento formal de definições, resultados, técnicas e demonstrações. Desde então, a metodologia tem sido divulgada e aplicada através dos projetos do Núcleo de Ensino da UNESP e Ciência na UNESP, coordenados pela Profa. Dra. Rita de Cássia Pavani Lamas.

Em 2008, a metodologia foi apresentada aos professores de matemática das escolas municipais de São José do Rio Preto: Darcy Ribeiro, Luiz Jacob, Michel Pedro Sawaya, Paul Harris e Roberto Jorge para aplicação em sala de aula. Na aplicação os professores tiveram a colaboração dos alunos da UNESP-IBILCE, estagiários do Projeto de Extensão intitulado: *Atividades para o Ensino de Matemática e Língua Portuguesa*. Na área de matemática o projeto contou com a coordenação dos professores do Departamento de Matemática da UNESP- IBILCE, Profa. Dra. Rita de Cássia Pavani Lamas e Prof. Dr. Jéfferson Luiz Rocha Bastos.

2. DESENVOLVIMENTO

A metodologia proposta consiste no desenvolvimento de atividades experimentais, baseadas nos axiomas, definições e teoremas da Geometria Euclidiana Plana (Barbosa, 2004; Dolce, 2002), envolvendo modelos concretos para ensinar determinados conteúdos na área de geometria do ensino fundamental, e o uso de jogos matemáticos em conteúdos algébricos. Os modelos e os jogos são construídos com materiais como EVA e/ou papel cartão.

Mensalmente, as atividades foram apresentadas aos professores e estagiários do projeto de extensão através de oficinas ministradas pela

Profa. Rita e Prof. Jéfferson, para que pudessem compreender como aplicar os modelos e os jogos em sala de aula. A aplicação foi feita paralelamente às oficinas.

3. Atividades

Para exemplificar, serão apresentadas as atividades experimentais de geometria e jogos matemáticos a seguir. Tais atividades envolvem conteúdos que, em geral, os alunos apresentam dificuldade de compreensão quando é utilizado o ensino tradicional.

3.1 Atividades de Geometria

Atividade 1: Introduzir o conceito de área de retângulo e quadrado.

Modelo:

- Retângulos distintos construídos em papel cartão.
- Unidades de área- quadrados de lado 1 cm construídos em EVA.

Utilização do modelo:

- 1º) Cubra os retângulos utilizando as unidades de área sem sobreposição.
- 2º) Quantos quadrados você utilizou em cada retângulo?
Esse número de quadrados representa a área do retângulo.
- 3º) Compare a área de cada retângulo com o produto das medidas de um lado do retângulo pela altura relativa a esse lado.
- 4º) Escreva a área de um retângulo de lado **a** e altura **b** relativa a esse lado.
- 5º) Qual a área do quadrado de lado **a**?

Atividade 2: Obter a fórmula matemática para calcular a área do paralelogramo.

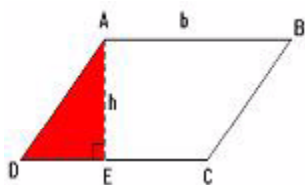
Modelo:

- Um paralelogramo construído com papel cartão.

Utilização do Modelo:

- 1º) Trace a altura do paralelogramo AE relativa ao lado CD, como na figura 1. Recorte o paralelogramo na altura AE.

Figura 1- Paralelogramo.



2º) Com as duas figuras obtidas construa um novo polígono, cuja área já foi trabalhada anteriormente (quadrado ou retângulo). Qual a fórmula para calcular a área do novo polígono?

3º) Qual a fórmula para calcular a área do paralelogramo da figura 1?

De maneira análoga, são obtidas as áreas dos polígonos: triângulo, losango e trapézio (Lamas, 2007). O conceito fundamental na utilização desses modelos é a conservação de área.

Atividade 3: Obtenção dos casos de congruência de triângulos. É considerado conhecida a definição de congruência de triângulos e a interpretação de congruência de figuras através da sobreposição.

Modelo:

- papel cartão como base e EVA sobreposto, de forma a obter 3 grupos de triângulos (I, II e III) como mostra a figura 2. Em cada grupo são dadas as medidas dos lados dos triângulos, e utilizada a mesma cor para representar ângulos congruentes. O aluno deve receber o modelo como indicado na figura 3.



Utilização do Modelo:

- 1º) Observe o grupo I.
- 2º) Manipule os triângulos e responda: Os três triângulos são congruentes? Por quê?
- 3º) Existem dois triângulos congruentes? Por quê?
- 4º) O que observamos em relação às medidas dadas nos triângulos?
- 5º) Registre uma propriedade que pode facilitar a verificação da congruência de dois triângulos.
- 6º) Repetir os passos de 2 a 5 para os grupos II e III.

Atividade 4: Considerando um particular triângulo do modelo, como mostra a figura 4, construir triângulos semelhantes a este com os demais triângulos, para comparar as áreas dos triângulos semelhantes.

Modelo:

- 14 triângulos congruentes construídos com papel cartão (de preferência de cores distintas) (Figura 4). Essa atividade pode ser desenvolvida com mais de 14 triângulos e também com outros polígonos.



Figura 4- Triângulos Congruentes.

Utilização do Modelo:

- 1º) Observe um dos triângulos do modelo, e chame-o de T1.
- 2º) Utilizando os triângulos do modelo construa um triângulo semelhante a T1, dobrando as medidas dos lados correspondentes, chamando-o de T2.
- 3º) Compare a área de T2 com a área de T1. Registre a relação obtida.
- 4º) Construa um triângulo T3 semelhante a T1, triplicando as medidas dos lados correspondentes.
- 5º) Compare a área de T3 com a área de T1. Registre a relação obtida.
- 6º) Se construirmos um triângulo TN semelhante a T1, multiplicando a medida dos lados de T1 n vezes, qual a relação entre a área de TN e T1?

3.2 Atividades com jogos matemáticos

Os jogos trabalhados nas oficinas foram:

5ª e 6ª séries:

1. Feche a caixa da multiplicação;
2. Divisores em linha;
3. Avançando com o resto;

- 4.Xadrez Chinês;
- 5.Pife da tabuada.

7ª e 8ª séries:

- 1.Traverse;
- 2.Zigue- zague (todas as operações);
- 3.Hex;
- 4.Pentaminó;
- 5.Múltiplos e divisores.

Para exemplificar, serão apresentadas as regras dos jogos: Avançando com o resto, Zigue-zague e Feche a Caixa da multiplicação. Pelas regras é possível observar o conteúdo algébrico que é possível trabalhar com o aluno em sala de aula, motivando-o a compreender a teoria necessária para o jogo.

Jogo 1: Avançando com o resto

Objetivo: Chegar em primeiro lugar ao espaço com a palavra *Fim* realizando divisões.

Material: Tabuleiro em EVA (Figura 5) e um dado.

Regras:

1. Duas equipes jogam alternadamente. Cada equipe movimenta a sua ficha colocada, inicialmente, na casa com a palavra *INÍCIO*.
2. Cada equipe, na sua vez, joga o dado e faz uma divisão onde:
 - o dividendo é o número da casa onde sua ficha está;
 - o divisor é o número de pontos obtidos no dado.
3. Em seguida, calcula o resultado da divisão e movimenta sua ficha o número de casas igual ao resto da divisão.
4. A equipe que, na sua vez, efetuar um cálculo errado perde sua vez de jogar.
5. Cada equipe deverá obter um resto que faça chegar exatamente à casa marcada *FIM* sem ultrapassá-la, mas se isso não for possível, ela perde a vez de jogar e fica no mesmo lugar.
6. Vence a equipe que chegar primeiro ao espaço com a palavra *FIM*.

21	14	53	68	55	60	47	12	13	84	71	22
16											33
15	20		23	24	17	89	16	43	Fim		18
92	43										85
97	36		25	88	19	0	42	31	34	77	40
50											
37	28	41	76	29	26	27	30	35	32	39	← Início

Figura 5- Tabuleiro do jogo.

Jogo2: Zigue-zague

Objetivo: Alcançar a linha de chegada realizando operações de adição e subtração.

Material: Tabuleiro numerado (Figura 6), 3 dados e 1 marcador para cada jogador.

Regras:

- 1.Os marcadores são colocados na linha de partida.
- 2.Os jogadores se revezam lançando os três dados.
- 3.Os três números obtidos podem ser somados ou subtraídos, em qualquer ordem, como desejarem, e o jogador deve colocar o seu marcador sobre o número obtido.
4. Cada jogador poderá movimentar o seu marcador apenas uma casa em cada jogada, para frente, para trás, para os lados ou na diagonal.
5. Ganha o primeiro que alcançar a linha de chegada.

2	9	7	4	6	8	7	5	9	
5	4	3	8	9	1	2	5	4	
8	7	6	3	5	4	9	2	7	
6	2	5	7	8	7	6	4	3	
8	7	3	6	4	1	2	5	1	
2	4	8	5	9	7	6	8	5	
7	3	2	1	5	4	5	7	3	
5	8	7	2	8	7	6	9	8	
8	4	5	6	7	3	6	5	3	
2	8	1	8	10	7	9	4	5	
7	5	6	9	4	2	8	1	3	

Figura 6- Tabuleiro do jogo.

Jogo 3: Feche a Caixa da multiplicação

Objetivo: Cobrir o tabuleiro (Figura 7) realizando operações de multiplicação.

Material: Tabuleiro, 40 marcadores e dois dados (1 de 6 faces e 1 de 10 faces).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
40	Feche a Caixa - multiplicação -									12
39										13
38										14
37										15
36										16
35										17
34										18
33										19
32										20
31										21
30										22
29	23									
28	24									
27	25									
26	26									
25	27									
24	28									
23	29									
22	30									
21	31									

Figura 7- Tabuleiro do jogo.

Regras:

1. Distribuir o material para as duas equipes.
2. Decidir qual das equipes iniciará o jogo.
3. O jogador joga os dois dados e multiplica os números obtidos.
4. O jogador poderá cobrir (fechar) a casa com o resultado obtido ou com as casas correspondentes a decomposição do resultado na soma de dois ou mais números.
5. Vence a equipe que cobrir todas as casas do seu tabuleiro.

Observações:

1. Uma alternativa para o jogo é cobrir apenas um dos lados da caixa, não considerando o lado pintado.
2. Se depois de três jogadas de uma equipe, nenhuma casa for coberta, encerra-se o jogo. Ganha a equipe que estiver com maior número de pontos através dos valores das casas fechadas.

4. Resultados

Os professores acreditaram na metodologia e aceitaram o desafio de aplicá-la em sala de aula, com auxílio dos estagiários, alunos da Licenciatura em Matemática da UNESP de São José do Rio Preto, durante o ano de 2008.

Foi observado pelos professores, em sala de aula, que a utilização dos modelos concretos como recurso didático ajudou a despertar o interesse dos alunos pela geometria. Foi possível obter do próprio aluno, as propriedades geométricas relacionadas com o modelo trabalhado. Em particular, a atividade 1 possibilitou a compreensão do conceito área, ou seja, que a área de uma figura é o número de unidades de área utilizadas para medir a região da figura. Em particular, a área da região retangular é **ab** para um retângulo de lado **a** e altura **b**. Como um quadrado é um retângulo de lado **a** e altura **a**, sua área é **a²**.

Na atividade 2, com a decomposição do paralelogramo, o aluno construiu um retângulo como apresentado na figura 8, com área $A = b \cdot h$. Pela conservação de área, foi concluído que a área do paralelogramo é a área do retângulo, ou seja, bh .

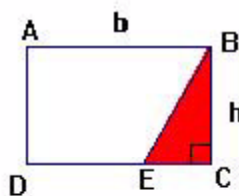


Figura 8- Novo polígono.

Com a atividade 3 os alunos conseguiram visualizar os casos de congruência de triângulos:

1º CASO: LAL (lado, ângulo, lado): Se dois triângulos têm respectivamente dois lados correspondentes e o ângulo entre eles congruentes, então esses triângulos são congruentes.

2º CASO: ALA (ângulo, lado, ângulo): Se dois triângulos têm respectivamente dois ângulos correspondentes e o lado entre eles congruentes, então esses triângulos são congruentes.

3º CASO: LLL (lado, lado, lado): Se dois triângulos têm respectivamente três lados correspondentes congruentes, então esses triângulos são

congruentes.

Observamos que em cada grupo de triângulos uma situação problema foi colocada. Em resoluções de exercícios os alunos cometem o erro de dizer que *dois triângulos tendo dois lados com a mesma medida e um ângulo com a mesma medida são congruentes*. Com o modelo apresentado foi possível ele verificar concretamente que isso não é o que ocorre.

Finalmente, com a atividade 4 os alunos apresentaram os triângulos como na figura 9, possibilitando ao aluno verificar concretamente que ao duplicar os lados correspondentes de um triângulo para obter o triângulo semelhante a ele, *a área não duplica*, como é a resposta de muitos alunos a princípio, e sim quadruplica. Analogamente, quando triplicamos o lado ele conseguiu visualizar a relação entre as áreas e muitos conseguiram generalizar o resultado como solicitado no 6º item no modo de utilizar do modelo.

Observamos que é importante que o mesmo aluno trabalhe com mais de um modelo em uma mesma atividade e com medidas distintas. Isso leva o aluno a perceber que a mesma propriedade pode ser obtida em cada modelo, podendo assim formalizar as propriedades. Após a formalização das propriedades pelo aluno há necessidade de demonstrá-las. No entanto, antes foi dada a possibilidade ao aluno de visualizar a propriedade, o que aumenta o seu interesse em verificar a sua validade.

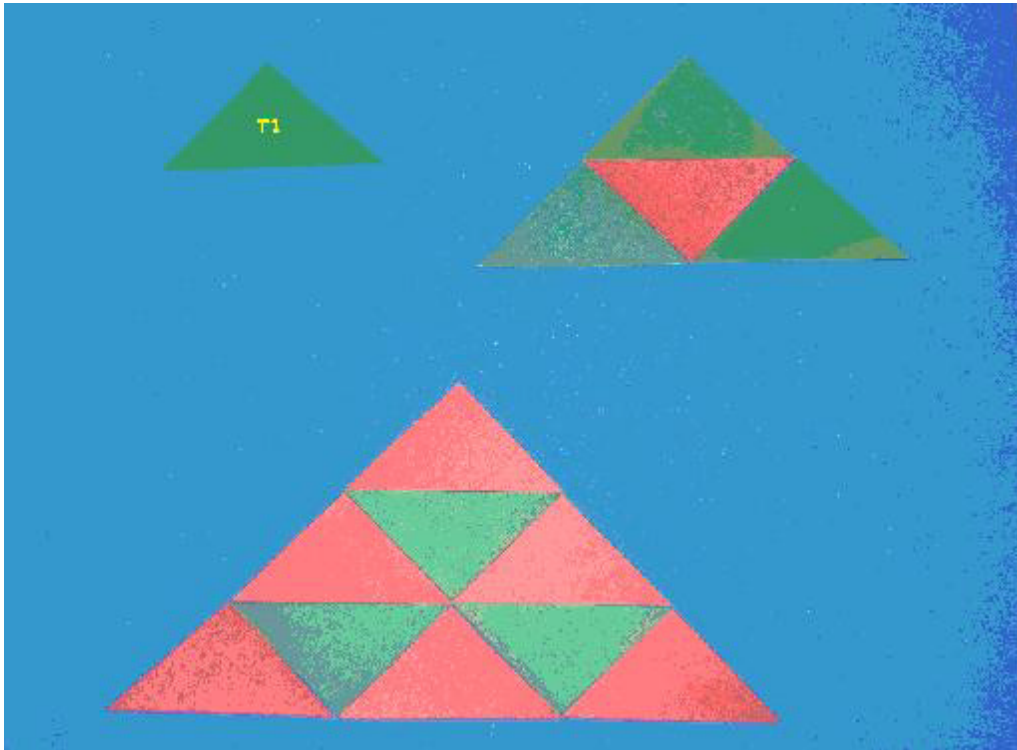


Figura 9- Triângulos Semelhantes.

Os professores mostraram um grande interesse na aplicação dos jogos matemáticos em sala de aula devido às dificuldades que os alunos têm apresentado na parte algébrica.

Os alunos foram motivados a entender entre outros conceitos as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação.

Como parte da atividade do Projeto de Extensão foi realizado o 1º Campeonato de Jogos Matemáticos no IBILCE que contou com a participação das cinco escolas municipais. O campeonato foi realizado em duas etapas:

1ª Etapa: As escolas aplicaram os jogos selecionados relativos a cada série e no período de 6 a 9 de outubro as escolas fizeram a competição dos alunos nas próprias escolas para selecionar os vencedores em cada jogo.

2ª Etapa: No dia 30 de outubro foi realizado o encerramento do campeonato na quadra coberta do IBILCE, com a competição dos alunos vencedores da 1ª etapa.

Durante o encerramento do campeonato as escolas fizeram uma exposição dos trabalhos de matemática desenvolvidos durante o ano de 2008, vinculados ao Projeto *Atividades para o Ensino de Matemática e Língua Portuguesa*. Ficou evidente a aplicação da metodologia em sala de aula e a motivação dos professores. Com relação à aprendizagem dos alunos o resultado foi satisfatório.

Para os leitores interessados em outras atividades de geometria e jogos matemáticos não apresentados neste trabalho, sugerimos consultar <http://www.mat.ibilce.unesp.br/nucleo/nucleo.htm>. Para informações complementares entrar em contato pelo e-mail : rita@ibilce.unesp.br.

BIBLIOGRAFIA

[1]BARBOSA, J. L. M. *Geometria Euclidiana Plana*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

[2]BIGODE, A. J. L. *Matemática Hoje é Feita Assim*. São Paulo: FTD, 2002.

[3]DOLCE, O. & POMPEO, J. N.. *Fundamentos de Matemática Elementar*.10. São Paulo: Atual, 2002.

[4]GIOVANNI, J. R., CASTRUCCI, B. & GIOVANNI JR, J. R.. *A Conquista da Matemática*. São Paulo: FTD, 1996.

[5]LAMAS, R. C. P., CÁCERES, Alexandra R, COSTA, Fabiana Mara da, PEREIRA, Inaiá Marina Constantino, MAURI, Juliana. *Ensinando Área no Ensino Fundamental In: Núcleos de Ensino da Unesp ed. São Paulo : Cultura Acadêmica, 2007, p. 430-449.*

OBS: O texto foi digitado no word 2003.