



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



Pedro Rogério Cleto

**SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO
USANDO ELEMENTOS FINITOS DE ELEVADA RAZÃO DE
ASPECTO COM ACOPLAMENTO HIDROME CÂNICO**

Bauru

2016

Pedro Rogério Cleto

SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO
USANDO ELEMENTOS FINITOS DE ELEVADA RAZÃO DE
ASPECTO COM ACOPLAMENTO HIDROMECHANICO

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na Área de Projetos Mecânicos, como parte dos requisitos necessários à obtenção de Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli

Bauru

2016

Cleto, Pedro Rogério.

Simulação de fraturamento hidráulico usando elementos finitos de elevada razão de aspecto com acoplamento hidromecânico / Pedro Rogério Cleto, 2016
88 f. : il.

Orientador: Osvaldo Luís Manzoli

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Bauru, Bauru, 2016

1. Fraturamento hidráulico. 2. Acoplamento hidromecânico. 3. Método dos elementos finitos. 4. Fragmentação da malha. 5. Elementos finitos com elevada razão de aspecto. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Bauru. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE PEDRO ROGÉRIO CLETO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA.

Aos 09 dias do mês de maio do ano de 2016, às 13:30 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-graduação da FEB, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. OSVALDO LUIS MANZOLI - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Doutora FLÁVIA DE OLIVEIRA LIMA FALCÃO do(a) CENPES / Petrobrás, Prof. Dr. LEONARDO JOSÉ DO NASCIMENTO GUIMARÃES do(a) Departamento de Engenharia Civil / Universidade Federal de Pernambuco, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de PEDRO ROGÉRIO CLETO, intitulada **SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO USANDO ELEMENTOS FINITOS DE ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO COM ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. OSVALDO LUIS MANZOLI


Doutora FLÁVIA DE OLIVEIRA LIMA FALCÃO


Prof. Dr. LEONARDO JOSÉ DO NASCIMENTO GUIMARÃES

À memória de
Ana Rodrigues Cleto, amada avó,
e
Pedro Faustino Cleto, amado avô.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus pelo dom da vida, por todas as bênçãos derramadas sobre mim e minha família desde sempre e por estar ao meu lado me ajudando a superar todos os desafios que já encontrei. E agradeço também à Nossa Senhora da Conceição Aparecida, mãe amada, por todas as graças concedidas e por sempre acolher às minhas súplicas. Muito obrigado!

Agradeço à minha família, em especial meus pais, José Bento Cleto e Rosana Cristina Pinto Cleto, e irmãos, José Henrique Cleto e João Gabriel Cleto, por todo amor, carinho, companheirismo e compreensão; por estarem ao meu lado nos momentos bons e ruins; pelos ensinamentos que ainda hoje me surpreendem e me fazem amadurecer tanto como pessoa quanto profissional; e por toda a confiança e esperança depositadas sobre mim.

À Alline Cristina Develis, minha futura esposa, agradeço por todo amor e carinho; pelo apoio essencial nos momentos em que precisei de um abraço acolhedor e ouvir um “vai dar tudo certo”; pela enorme compreensão nas vezes em que me ausentei para estudar; e por estar ao meu lado por quase oito anos e nunca desistir de nós.

Sou imensamente grato ao professor Osvaldo Luís Manzoli, meu orientador e mentor, por ter acreditado e confiado a mim o desenvolvimento desse trabalho; pelas críticas e elogios, ambos indispensáveis ao meu aperfeiçoamento acadêmico; e principalmente pelo exemplo de caráter e retidão, tanto pessoal quanto profissional.

Agradeço muito ao professor Leonardo José do Nascimento Guimarães por todo suporte e pelo precioso conhecimento transmitido, ambos absolutamente fundamentais a este trabalho.

Não poderia deixar de agradecer aos meus amigos de longa data: Bruno Silveira e Luiz Felão, os quais são meus maiores exemplos de amizade e companheirismo, pela paciência que tiveram (e certamente ainda têm) comigo ao longo desses vários anos de convivência. Sinto-me honrado em tê-los como amigos e irmãos de coração.

Também agradeço aos amigos que fiz durante o período de mestrado: Michael Maedo, Júlio Fernandes, Bruno Hernandez, Lieca Kavashima e Eduardo Rodrigues, sobretudo pelas frutíferas conversas e discussões de valor inestimável, as quais muito contribuíram ao desenvolvimento e aperfeiçoamento desse trabalho.

Essa pesquisa apenas pôde ser realizada a partir do apoio financeiro dado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e pela Equión Energía, entidades às quais agradeço muito.

‘‘A mente que se abre a uma nova ideia
jamais voltará ao seu tamanho original.’’

— Albert Einstein

Resumo

CLETO, P. R., SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO USANDO ELEMENTOS FINITOS DE ELEVADA RAZÃO DE ASPECTO COM ACOPLAMENTO HIDROMECÂNICO, Faculdade de Engenharia de Bauru, UNESP - Universidade Estadual Paulista, 2016, 68 p., Dissertação (Mestrado).

A técnica de fraturamento hidráulico é amplamente utilizada na indústria petrolífera para aumentar a permeabilidade da rocha-reservatório numa região próxima ao poço e permitir a extração, e conseqüente produção, de hidrocarbonetos armazenados em seus poros. Primeiramente a rocha é perfurada criando-se um poço e então injeta-se fluido a uma pressão suficientemente alta para fraturar a rocha. A injeção contínua de fluido permite que as fraturas se propaguem pelo reservatório, formando assim canais de alta permeabilidade. A modelagem e simulação computacional de fraturamento hidráulico são complexas em função da física envolvida no processo. O presente trabalho objetiva o estudo da formação e propagação de fraturas induzidas hidráulicamente em meios rochosos de baixa permeabilidade e também tem o propósito de verificar se a metodologia adotada é capaz de reproduzir características apresentadas num processo de fraturamento hidráulico, como a pressão necessária para causar a ruptura da rocha. Para tal, apresenta-se a técnica de fragmentação da malha utilizando elementos finitos de elevada razão de aspecto (ou elementos de interface) para representar a fratura, aos quais são atribuídas relações constitutivas baseadas na mecânica do dano. Além disso, os elementos de interface também possuem um acoplamento hidromecânico capaz de representar o canal de alta permeabilidade devido à ocorrência da fratura. Os resultados obtidos mostraram que os elementos de interface associados à técnica de fragmentação da malha foram capazes de representar tanto a formação quanto a propagação das fraturas induzidas hidráulicamente. Os resultados também mostraram que as curvas de pressão obtidas corresponderam àquelas idealizadas teoricamente.

Palavras-chave: fraturamento hidráulico, acoplamento hidromecânico, método dos elementos finitos, fragmentação da malha, elementos finitos com elevada razão de aspecto.

Abstract

CLETO, P. R., HYDRAULIC FRACTURING SIMULATION USING FINITE ELEMENTS WITH A HIGH ASPECT RATIO WITH HYDROMECHANICAL COUPLING, Engineering College of Bauru, UNESP - São Paulo State University, 2016, 68 p., Dissertation (Master's degree).

The hydraulic fracturing technique is widely used to increase the permeability of reservoirs in the vicinity of the well and to allow the extraction and subsequent production of hydrocarbons trapped in its pores. Firstly, the rock is drilled, creating a well and then a fluid is injected at a sufficiently high pressure to fracture the rock. The continuous fluid injection allows the fractures to propagate through the reservoir, thereby forming some high permeability paths. The computer modeling and simulation of hydraulic fracturing are complex due to the physics involved in the process. This work aims to study the formation and propagation of hydraulically induced fractures in rocky media with low permeability and also aims to verify if the adopted methodology is able to reproduce the characteristics presented in a hydraulic fracturing process, as for instance, the required pressure to cause the breakdown of the rock. For this purpose, it is presented the mesh fragmentation technique using finite elements with a high aspect ratio (or interface elements) to represent the fracture, which are assigned constitutive relations based on damage mechanics. Besides, the interface elements also have a hydromechanical coupling which is able to represent the high permeability path due to the fracture. The results showed that the interface elements associated with the mesh fragmentation technique were able to represent both the formation and the propagation of hydraulically induced fractures. The results also showed that the obtained pressure curves corresponded to those theoretically idealized.

Keywords: hydraulic fracturing, hydromechanical coupling, finite elements method, mesh fragmentation, finite elements with a high aspect ratio.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Processo de fraturamento hidráulico (adaptado de Gertner (2013)).	2
1.2	Fratura vertical ao redor de um poço vertical (adaptado de Fjaer <i>et al.</i> (2008)).	3
1.3	Idealização de uma curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido ou volume de fluido injetado mostrando as principais características que podem ser identificadas em um processo de fraturamento hidráulico (adaptado de White, Traugott e Swarbrick (2002)).	5
1.4	Geometria do Modelo KGD (adaptado de Yew (1997)).	6
1.5	Geometria do Modelo PKN (adaptado de Yew (1997)).	7
2.1	Representação de um meio poroso saturado.	13
2.2	Volume de controle arbitrário.	14
2.3	Fluxograma referente ao método explicitamente acoplado (adaptado de Yaquetto (2011)).	20
3.1	Representação de uma célula em uma malha de elementos finitos (adaptado de Olivella <i>et al.</i> (1996)).	23
3.2	Elemento finito sólido de interface (adaptado de Maedo (2015)).	24
3.3	Técnica de Fragmentação da Malha. (a) Malha original com elementos regulares. (b) Diminuição no tamanho dos elementos regulares. (c) Acomodação dos elementos de interface. (d) Inserção dos elementos de barra.	28
3.4	Etapas do processo utilizado para preparação e análise de problemas de fraturamento hidráulico.	29
4.1	Superfície de um (a) material intacto e um (b) material degradado (adaptado de Beserra (2015)).	30
4.2	Representação esquemática do princípio de equivalência de deformações (adaptado de Beserra (2015)).	32
4.3	Diagrama tensão-deformação e evolução da variável de dano (adaptado de Maedo (2015)).	34
4.4	Diferentes comportamentos de endurecimento e abrandamento (adaptado de Maedo (2015)): (a) lei de endurecimento linear; (b) lei de abrandamento linear; (c) dano perfeito; (d) lei de endurecimento exponencial; e (e) lei de abrandamento exponencial.	35

4.5	Projeção do vetor de tensões na direção normal à base do elemento de interface (adaptado de Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014)).	36
4.6	Evolução do conceito de fratura natural até o modelo de placas paralelas (adaptado de Morales (2008)).	37
4.7	Fluxo laminar entre duas placas paralelas (adaptado de Morales (2008)).	39
4.8	Representação da abertura de descontinuidade no elemento de interface. Quando $d = 0$ não há salto e, portanto, não há deformação inelástica. Quando $d > 0$ há salto e, portanto, há deformação inelástica.	40
5.1	Malha de elementos finitos não fragmentada juntamente com informações quanto à geometria e condições de contorno.	42
5.2	Gradiente de pressão para (a) malha não fragmentada, (b) $h_1 = 0.05$ m, (c) $h_2 = 0.005$ m, (d) $h_3 = 0.0005$ m e (e) $h_4 = 0.00005$ m.	43
5.3	Condições de contorno mecânicas e hidráulicas referentes às regiões com dimensões de (a) 100×100 m, (b) 100×70 m e (c) 100×40 m.	44
5.4	Metodologia adotada para aplicação das condições de contorno mecânicas. (a) Geometria e restrições de deslocamento do problema original. (b) Aplicação das cargas. (c) Restrições de deslocamento impostas na mesma direção de aplicação das cargas. . . .	45
5.5	Malha de elementos finitos utilizada para a região de 100×40 m. (a) A faixa central em cor rosa (a qual se prolonga por todo o comprimento da região) foi fragmentada, diferentemente do material em cor azul. O detalhe em vermelho mostra as proximidades do poço. (b) O material em cor cinza representa o poço e note que existe uma linha central no material fragmentado. (c) Apenas os elementos de interface em cor marrom (os quais estão sobre a linha central) podem se degradar, logo, os demais elementos de interface possuem comportamento elástico linear.	45
5.6	Curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido referente à situação em que não são aplicadas restrições de deslocamento no contorno do domínio. (a) Após o pico (pressão de ruptura), a pressão cai bruscamente e tende assintoticamente à menor tensão principal. (b) Detalhe dos picos mostrando que as três diferentes regiões apresentam pressões de ruptura muito semelhantes e praticamente iguais à obtida analiticamente (curva em cor ciano).	47
5.7	Curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido referente à situação em que são aplicadas restrições de deslocamento no contorno do domínio. (a) Após o pico (pressão de ruptura), a pressão cai bruscamente e não tende assintoticamente à menor tensão principal. (b) Detalhe dos picos mostrando que as três diferentes regiões apresentam pressões de ruptura muito semelhantes e praticamente iguais à obtida analiticamente (curva em cor ciano).	48
5.8	Geometria e condições de contorno mecânicas e hidráulicas. (a) σ_H aplicada em x e σ_h aplicada em y . (b) σ_H aplicada em y e σ_h aplicada em x . (c) $\sigma_H = \sigma_h$	51

5.9	Malha utilizada. (a) O material em cor azul representa a região fragmentada e o quadrado em vermelho destaca as proximidades do poço. (b) O material em cor cinza representa o poço e o quadrado em vermelho destaca um exemplo de local em que há elementos de interface. (c) Os elementos de interface estão representados em cor ciano.	52
5.10	Propagação das fraturas na direção perpendicular à menor tensão principal (horizontal) (deformações ampliadas em 100 vezes).	52
5.11	Propagação das fraturas na direção perpendicular à menor tensão principal (vertical) (deformações ampliadas em 100 vezes).	52
5.12	Propagação das fraturas sem uma direção preferencial (deformações ampliadas em 100 vezes).	53
5.13	Resultados experimentais obtidos por Cook <i>et al.</i> (2004). (a) Fraturas com propagação horizontal. (b) Fraturas sem direção preferencial de propagação.	54
5.14	Geometria e condições de contorno mecânicas e hidráulicas para o caso de variação de permeabilidade.	54
5.15	Malha utilizada. (a) A faixa em azul representa a região fragmentada e o quadrado em vermelho destaca as proximidades do poço. (b) O material cinza representa o poço e o quadrado em vermelho destaca um exemplo de local em que há elementos de interface. (c) Os elementos de interface estão representados em ciano.	55
5.16	Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido para as quatro permeabilidades distintas da rocha.	55
5.17	Gradiente de pressão com $k_1 = 1.0 \times 10^{-16} \text{m}^2$ (deformações ampliadas em 100 vezes).	56
5.18	Gradiente de pressão com $k_3 = 1.0 \times 10^{-18} \text{m}^2$ (deformações ampliadas em 100 vezes).	56
5.19	Geometria e condições de contorno mecânicas e hidráulicas para o caso de pressão de ruptura.	57
5.20	Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido comparando as pressões de ruptura analíticas e numéricas considerando-se as três situações com poro-pressões distintas.	58
5.21	Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido apresentando os tempos nos quais a injeção de fluido foi cessada para as três situações distintas simuladas. Além disso, os quadrados em cor preta destacam a localização da pressão de fechamento para cada situação.	59
5.22	Detalhes das curvas apresentadas na Figura 5.21. (a) Corresponde ao detalhe da curva P_{c3} . (b) Corresponde ao detalhe da curva P_{c2} . (c) Corresponde ao detalhe da curva P_{c1} .	60
5.23	Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido. (a) As curvas de P_{c1} , P_{c2} e P_{c3} começaram nos tempos t_1 , t_2 e t_3 e após a identificação da pressão de fechamento, a simulação foi mantida por um tempo extremamente elevado. (b) Corresponde ao detalhe em (a) e mostra a localização aproximada de P_{s1} , P_{s2} e P_{s3} .	60

LISTA DE TABELAS

4.1	Esquema de integração IMPL-EX para o modelo de dano à tração (adaptado de Maedo (2015))	38
5.1	Comparação entre a pressão máxima para cada espessura h	42
5.2	Tempo de processamento da malha não fragmentada e das malhas fragmentadas	44
5.3	Quantidade de elementos utilizados nas malhas das três regiões	46
5.4	Propriedades do fluido e propriedades mecânicas e hidráulicas da rocha	46
5.5	Tempo de processamento para as três regiões descritas	47
5.6	Propriedades do fluido	49
5.7	Propriedades dos elementos regulares do poço	49
5.8	Propriedades dos elementos regulares da rocha	49
5.9	Propriedades dos elementos de interface entre o poço e a rocha	50
5.10	Propriedades dos elementos de interface da rocha que degradam	50
5.11	Propriedades dos elementos unidimensionais	50
5.12	Tempo de processamento das três simulações	53
5.13	Tempo de processamento para as quatro permeabilidades distintas	56
5.14	Pressões de ruptura para as três situações consideradas	58
5.15	Tempo de processamento para as três situações consideradas	58
5.16	Pressões de fechamento e tempo de processamento para as três situações consideradas	61

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Latino

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Unidade</i>
a	Abertura da fratura	m
A	Área total	m ²
\mathcal{A}	Parâmetro de abrandamento exponencial	adimensional
\bar{A}	Área efetiva	m ²
A_D	Área dos defeitos	m ²
A_e	Área do elemento	m ²
b	Base do elemento de interface	m
\mathbf{b}	Vetor de forças de corpo	$\frac{\text{N}}{\text{m}^3}$
\mathbf{B}_d	Matriz 3×6 com as derivadas da função de forma	m
\mathbf{B}_p	Matriz 2×3 com as derivadas da função de forma	m
c	Número de iterações	adimensional
\mathbf{C}	Tensor constitutivo elástico de quarta ordem	MPa
d	Variável de dano	adimensional

d	Vetor de deslocamentos nodais	m
E	Módulo de Young intacto	MPa
E_D	Módulo de Young degradado	MPa
e_m	M-ésimo elemento	adimensional
f	Vetor de tensões conhecidas	MPa
f_t	Resistência à tração do material	MPa
g	Aceleração da gravidade	$\frac{m}{s^2}$
G_f	Energia de fratura do material	$\frac{N}{m}$
h	Espessura do elemento de interface	m
H	Parâmetro de evolução do dano	adimensional
I	Tensor unitário de segunda ordem	adimensional
j_w	Fluxo de massa de água	$\frac{kg}{m^2 s}$
k	Permeabilidade intrínseca do material	m^2
k	Tensor de permeabilidade intrínseca	m^2
k_{fr}	Permeabilidade da fratura	m^2
K_{fr}	Condutividade hidráulica da fratura	$\frac{m^3}{m^2 s}$
l	Largura da placa	m
n	Direção normal à base do elemento	MPa
n_{e_m}	Número de nós do elemento	adimensional

\mathcal{N}_i	Função de forma	adimensional
\mathbf{p}	Vetor de pressões nodais	MPa
$[[p]]$	Salto de pressão	m
P_b	Pressão de ruptura	MPa
P_c	Poropressão inicial prescrita no contorno	MPa
P_s	Pressão de fechamento	MPa
p_w	Poropressão	MPa
p_w^*	Poropressão conhecida	MPa
p_{w0}	Pressão de referência	MPa
Q	Vazão inicial prescrita no contorno	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
\mathbf{q}_w	Vetor de fluxo de Darcy	$\frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{ s}}$
q_w^*	Valor de fluxo conhecido	$\frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{ s}}$
q_{fr}	Vazão no interior da fratura	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
\bar{r}	Variável interna de dano	MPa
\bar{r}_0	Valor inicial de \bar{r}	MPa
s	Direção tangencial à base do elemento	adimensional
S_w	Saturação da água	adimensional
S_α	Saturação da fase α	adimensional

t	Tempo	s
\mathbf{u}	Vetor de deslocamentos	m
\mathbf{u}^*	Vetor de deslocamentos conhecidos	m
$\dot{\mathbf{u}}$	Velocidade de deslocamento da fase sólida	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$[[\mathbf{u}]]$	Vetor de deslocamento relativo	m
$[[u]]_n$	Salto de deslocamento na direção n	m
$[[u]]_s$	Salto de deslocamento na direção s	m
V_{em}	Volume do elemento	m^3
V_p	Volume de poros	m^3
V_t	Volume total	m^3
V_α	Volume da fase α	m^3
v_{fr}	Velocidade de escoamento no interior da fratura	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$V_{i,em}$	Volume da porção da célula contida no elemento	m^3
\mathcal{W}_i	Função de teste	adimensional
\mathbf{x}	Vetor de coordenadas cartesianas	m

Alfabeto Grego

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Unidade</i>
β_w	Coeficiente de compressibilidade da água	MPa^{-1}

Γ	Superfície do volume de controle	m^2
ϵ	Tensor de deformações infinitesimais	adimensional
ϵ_n	Deformação normal à base do elemento de interface	adimensional
η	Passo de tempo da discretização temporal	adimensional
θ	Função de dano	MPa
μ	Viscosidade dinâmica do fluido	MPa s
μ_w	Viscosidade dinâmica da água	MPa s
ν	Coefficiente de Poisson	adimensional
ρ	Massa específica do fluido	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_w	Massa específica da água	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_{w0}	Massa específica inicial da água	$\frac{kg}{m^3}$
σ	Tensor de tensões totais	MPa
$\bar{\sigma}$	Tensão elástica	MPa
σ'	Tensão efetiva de Terzaghi	MPa
σ'	Tensor de tensões efetivas de Terzaghi	MPa
σ_h	Menor tensão principal horizontal <i>in situ</i>	MPa
σ_H	Maior tensão principal horizontal <i>in situ</i>	MPa
σ_T	Resistência à tração da rocha	MPa
σ_v	Tensão principal vertical <i>in situ</i>	MPa

$\bar{\sigma}_n$	Tensão normal à base do elemento de interface	MPa
$\bar{\tau}$	Tensão equivalente	MPa
ϕ	Porosidade	adimensional

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contexto e motivação	1
1.1.1	Principais características do fraturamento hidráulico	3
1.2	Modelagem e simulação numérica de fraturamento hidráulico	5
1.3	Objetivos	10
1.4	Estrutura da dissertação	10
2	EQUAÇÕES GOVERNANTES	12
2.1	Porosidade, saturação e permeabilidade	12
2.2	Lei de Darcy	13
2.3	Equação de conservação de massa para o fluido	14
2.3.1	Simplificações da equação de conservação	16
2.4	Equação de equilíbrio com acoplamento hidromecânico	17
2.5	Estratégia de acoplamento	18
2.5.1	Método explicitamente acoplado	18
3	ASPECTOS RELEVANTES DA MODELAGEM NUMÉRICA DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO	21
3.1	Método dos Elementos Finitos	21
3.2	Discretização da equação de conservação de massa para o fluido	21
3.2.1	Tratamento do termo de armazenamento	22
3.2.2	Tratamento do termo de transporte	23
3.3	Elemento finito sólido de interface	24
3.3.1	Formulação hidráulica	25
3.3.2	Formulação mecânica	26
3.4	Técnica de fragmentação da malha	27
3.4.1	Preparação da malha e análise	27
4	MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DA FRATURA	30
4.1	Conceitos básicos do modelo de dano	30
4.1.1	Tensão efetiva (elástica)	31

4.1.2	Princípio da equivalência de deformações	32
4.1.3	Critério de degradação do material	32
4.1.4	Lei de evolução do dano	34
4.2	Modelo constitutivo de dano à tração	34
4.2.1	Algoritmo de integração implícito-explicito (IMPL-EX)	36
4.3	Modelo de placas paralelas	37
4.3.1	Modelo de placas paralelas aplicada aos elementos de interface	40
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
5.1	Influência dos elementos de interface sobre o problema hidráulico	41
5.2	Influência da geometria e condições de contorno mecânicas	43
5.3	Exemplos numéricos de fraturamento hidráulico	49
5.3.1	Caso 1: Direção de propagação da fratura	51
5.3.2	Caso 2: Variação de permeabilidade	53
5.3.3	Caso 3: Pressão de ruptura	57
5.3.4	Caso 4: Pressão de fechamento	59
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
6.1	Conclusões	62
6.2	Trabalhos futuros	63
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

A técnica de fraturamento hidráulico tem sido utilizada pela indústria petrolífera na estimulação de reservatórios de baixa permeabilidade desde o início da década de 1950 (FJAER *et al.*, 2008). De modo geral, o objetivo das estimulações é aumentar o índice de produtividade e injetividade dos poços. Já o fraturamento hidráulico consiste em fraturar a rocha-reservatório para aumentar sua permeabilidade, permitindo o fluxo de fluidos por meio das fraturas geradas e viabilizando a extração e produção do hidrocarboneto contido na rocha. A técnica pode ser aplicada tanto em reservatórios não convencionais (segundo a Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), eles são definidos como meios formados por rochas de baixa permeabilidade, inferior a 0.1 miliDarcy, que contém hidrocarbonetos e que necessitam de técnicas de estimulação para sua produção) quanto em reservatórios convencionais.

Os reservatórios de gás de folhelho (*shale gas*) são um dos principais exemplos de reservatórios não convencionais, sendo formados por rochas sedimentares argilosas. Em função da baixíssima permeabilidade da matriz, utiliza-se a técnica de fraturamento hidráulico para criar uma rede de fraturas artificiais no meio resultando no aumento da permeabilidade do reservatório (BESERRA, 2015).

A Figura 1.1 mostra algumas etapas de um processo de fraturamento hidráulico, aliado à técnica de perfuração de poço horizontal, aplicado a uma rocha-reservatório de gás de folhelho. Neste caso, o processo inicia-se com a perfuração de um poço vertical que gradativamente passa a ser horizontal para atingir a rocha alvo. Em seguida utiliza-se um equipamento denominado canhoneio para causar o início das fraturas e isola-se o intervalo do poço no qual será feito o fraturamento com *packers*. Então injeta-se o fluido fraturante a uma pressão suficiente para causar tanto a indução de novas fraturas quanto a sua propagação pelo reservatório, criando assim canais de alta permeabilidade. Juntamente com o fluido pode ser injetado *propante*, um agente de sustentação que serve para manter a fratura com uma abertura mínima evitando que ela se feche totalmente quando o fluido fraturante é retirado. Após o fraturamento da rocha, o

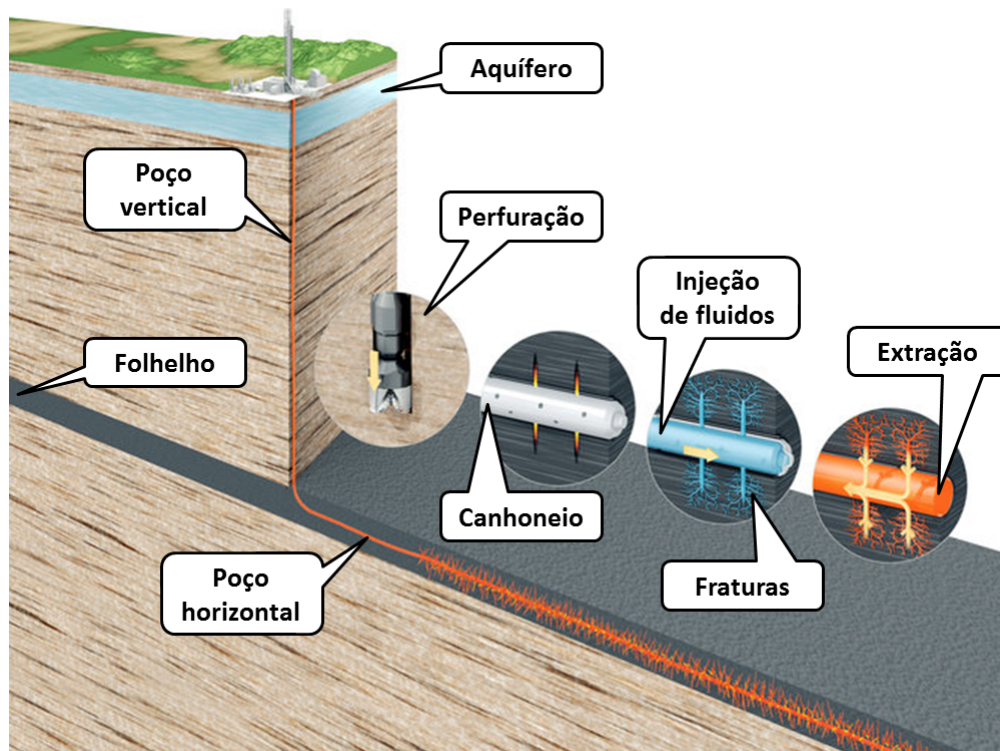


Figura 1.1: Processo de fraturamento hidráulico (adaptado de Gertner (2013)).

hidrocarboneto em questão pode ser extraído.

Entretanto, em grande parte dos casos de fraturamento hidráulico, não se utiliza o canhoneio, logo, o início da fratura é provocado unicamente pela alta pressão na parede do poço causada pela injeção de fluido. Além disso, o fraturamento pode ser aplicado também em poços verticais.

A técnica de fraturamento hidráulico também apresenta riscos ambientais que causam preocupação por parte de profissionais e instituições ambientais. A Direção Geral das Políticas Internas do Parlamento Europeu produziu em 2011 um documento intitulado “Impacto da Extração de Gás e Óleo de Xisto no Ambiente e na Saúde Humana” (LECHTENBÖHMER *et al.*, 2011), o qual tomou por base a experiência em perfuração de cerca de 50000 poços nos Estados Unidos durante 40 anos. Primeiramente, considerando-se apenas os casos de poços terrestres, tem-se que a emissão de gases poluentes aumentaria em função do maquinário utilizado durante o processo de fraturamento ser movido a motores a combustão e do crescimento na circulação de caminhões para transportes. Aliado a isso, os fluidos utilizados antes e após o processo podem evaporar e lançar substâncias nocivas na atmosfera. Posteriormente, sabendo-se que as jazidas de gás de folhelho encontram-se abaixo de lençóis freáticos, é possível que, durante ou após o processo, o fluido de fraturamento contamine tais lençóis com metais pesados, como arsênio ou mercúrio, por meio das fraturas geradas. Além disso, pode ocorrer a contaminação do solo em função de, por exemplo, eventuais acidentes com caminhões de transporte, vazamentos nos tanques de águas residuais e fugas nas redes de condutos de transporte.

Contudo, a exploração em reservatórios não convencionais traz benefícios energéticos e

econômicos para o país. Diversificar a matriz energética por meio da utilização de hidrocarbonetos provenientes desse tipo de reservatório permite ao país suprir setores da indústria, além de atrair novos investidores (PORTO; SELICHEVIC, 2013). Porto e Selichevic (2013) destacam que “[...] o gás de folhelho rejuvenesceu o setor energético americano e impulsionou a economia ao prover as empresas e os consumidores com combustível barato”.

Possuindo essas informações, isto é, conhecendo-se a viabilidade econômica e energética proporcionada pela utilização da técnica de fraturamento hidráulico na exploração de reservatórios não convencionais, mas atentando-se aos impactos ambientais, é nítida a importância do aprofundamento de estudos nesta área. A compreensão acerca da ocorrência e propagação das fraturas necessárias ao processo contribui diretamente para o aprimoramento da técnica de fraturamento hidráulico, considerando-se tanto a otimização do processo e maximização dos lucros quanto a minimização dos impactos ambientais e prejuízos.

1.1.1 PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO

O fraturamento hidráulico em rochas ocorre quando a pressão de fluido no interior da rocha excede a menor tensão principal mais a resistência à tração da rocha, resultando em uma falha por tração (FJAER *et al.*, 2008). Na indústria petrolífera, o fluido chega na rocha por meio de um poço e com a injeção contínua de fluido, sua pressão aumenta até o ponto em que a rocha fratura. Essa fratura, a qual, estando a certa distância do poço, sempre se propagará na direção perpendicular à menor tensão principal (FJAER *et al.*, 2008).

A Figura 1.2 mostra um poço vertical perfurado em uma região em que a tensão vertical é maior que as tensões horizontais, de modo que $\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$. Em casos como este, as fraturas induzidas são simétricas e ocorrem no plano vertical, o qual é perpendicular à direção da menor tensão principal (Figura 1.2). A partir de tal cenário, podem ser empregados métodos específicos para obtenção de diferentes dados, os quais são importantes para uma operação de fraturamento hidráulico bem sucedida.

O ensaio de absorção (*leak-off test*) (FJAER *et al.*, 2008) é realizado durante a fase de

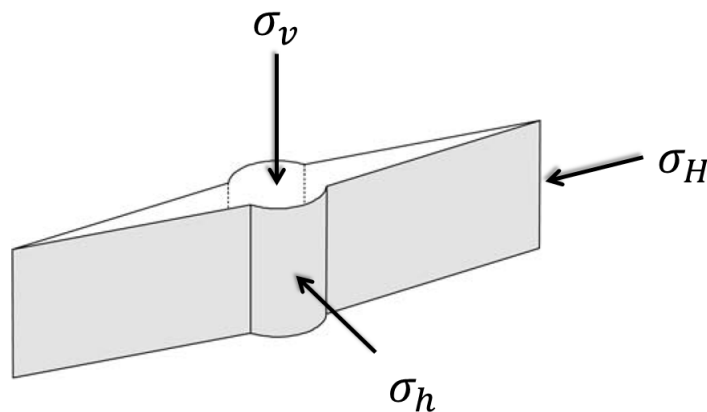


Figura 1.2: Fratura vertical ao redor de um poço vertical (adaptado de Fjaer *et al.* (2008)).

perfuração, logo após o poço ser revestido. O objetivo desse ensaio é determinar a máxima pressão que uma seção do poço suporta sem fraturar e perder fluido. Eventualmente, podem existir fraturas ao redor do poço, as quais foram provocadas durante a perfuração ou já existiam na rocha, que geralmente encontram-se fechadas, portanto, a pressão de absorção corresponde ao ponto em que tais fraturas começam a abrir (ROCHA; AZEVEDO, 2009 *apud* BESERRA, 2015). O ensaio inicia-se injetando fluido no poço a uma taxa constante e, com isso, a pressão no poço em função do tempo de injeção ou do volume de fluido injetado aumenta linearmente. O ponto em que a curva deixa de ser linear corresponde à pressão de absorção, significando que uma fratura está se abrindo. Normalmente, a injeção de fluido é interrompida quando a pressão de absorção é identificada.

Quando, durante um ensaio de absorção, opta-se por manter a injeção de fluido mesmo após a identificação da pressão de absorção, realiza-se um ensaio de absorção estendido (*extended leak-off test*) (FJAER *et al.*, 2008). Nesse caso, a curva de pressão continua aumentando até um ponto máximo, o qual corresponde à pressão de ruptura (*breakdown pressure*), e então decresce abruptamente. Segundo Jaeger, Cook e Zimmerman (2007), a pressão de ruptura corresponde à pressão que causa o início da fratura.

A pressão de ruptura para rochas impermeáveis possui expressão analítica e é dada por (CORNET, 1981; SCHMITT; ZOBACK, 1989; JAEGER; COOK; ZIMMERMAN, 2007; FJAER *et al.*, 2008):

$$Pb = 3\sigma_h - \sigma_H + \sigma_T - Pc \quad (1.1)$$

onde σ_h e σ_H são a menor e a maior tensões principais *in situ*, respectivamente, σ_T é a resistência à tração da rocha e Pc é a poropressão inicial do reservatório (no caso de rochas porosas e saturadas).

O ensaio de microfraturamento (*mini-frac test*) (FJAER *et al.*, 2008) é considerado pela indústria petrolífera como o método mais confiável para avaliar a menor tensão principal *in situ* (TAILLEUR; XU; YUAN, 2012). Por meio da injeção de uma pequena quantidade de fluido (quando comparada à quantidade utilizada em um processo de fraturamento hidráulico convencional) no poço, este ensaio objetiva criar uma pequena fratura na formação rochosa e então propagá-la por uma distância suficiente para que a fratura seja influenciada apenas pelas tensões *in situ*. Desse modo, a pressão no poço diminui a medida em que o fluido penetra na fratura e flui para a rocha por meio das paredes da fratura. Neste momento, interrompe-se a injeção de fluido e, com isso, a pressão no poço diminui rapidamente como resultado do fechamento da fratura e, após algum tempo, decresce lentamente até atingir a mesma pressão no reservatório. Há casos em que pode-se identificar um “joelho” (JAEGER; COOK; ZIMMERMAN, 2007) na curva de pressão por tempo de injeção de fluido, representando a taxa de declínio da pressão devido ao fato de não haver mais escoamento de fluido por meio das paredes da fratura (agora fechada). O “joelho” na curva corresponde à pressão de fechamento (P_s). Muitos métodos foram propostos para análise da pressão de fechamento a partir de gráficos de variação da pressão

por tempo de injeção de fluido (LEE; HAIMSON, 1989; AMADEI; STEPHANSSON, 1997).

A pressão de fechamento é um dado muito importante em operações de fraturamento hidráulico, pois ela pode representar a menor tensão principal *in situ*, presente na Equação (1.1). Para chegar a essa conclusão, considera-se o raciocínio apresentado por Jaeger, Cook e Zimmerman (2007), o qual conclui que enquanto a pressão de fluido atua para manter a fratura aberta, σ_h atua para fechá-la. Portanto, uma vez que a fratura penetrou por uma distância superior a três ou quatro vezes o tamanho do raio do poço, a pressão de fechamento, P_s , é dada por:

$$P_s = \sigma_h \quad (1.2)$$

A Figura 1.3 apresenta a idealização de uma curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido ou volume de fluido injetado. A partir da análise desse tipo de gráfico é possível identificar parâmetros importantes para a realização de uma operação de fraturamento hidráulico.

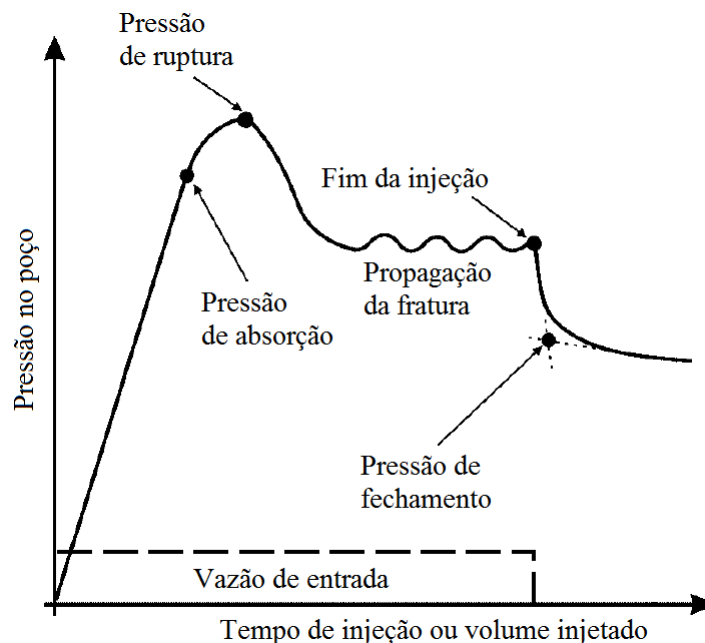


Figura 1.3: Idealização de uma curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido ou volume de fluido injetado mostrando as principais características que podem ser identificadas em um processo de fraturamento hidráulico (adaptado de White, Traugott e Swarbrick (2002)).

1.2 MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

O fraturamento hidráulico pode ser definido de maneira bem ampla quando o consideramos um processo pelo qual uma fratura se inicia e se propaga devido a um carregamento hidráulico (pressão, por exemplo) aplicado por meio de um fluido no interior da fratura (ADACHI *et al.*, 2007; LI *et al.*, 2012). Adachi *et al.* (2007) afirmam que a modelagem de uma fratura hidráulica

consiste em um processo complicado, mesmo em sua forma mais simples, pois envolve no mínimo três acoplamentos: (1) a deformação mecânica induzida pela pressão de fluido sobre as superfícies da fratura; (2) o fluxo de fluido no interior da fratura; e (3) a propagação da fratura.

Um dos primeiros modelos teóricos para tratar uma fratura gerada hidraulicamente foi proposto por Kristianovitch e Zheltov (1955). Considerando um estado plano de deformação no plano horizontal da fratura, o modelo proposto considera que a fratura criada possui uma abertura W_w fixa ao longo de todo seu plano vertical. Deste modo, a altura h da fratura é considerada maior que o comprimento L , que por sua vez é maior que a abertura (Figura 1.4). Os autores assumiram uma vazão constante ao longo de toda a fratura e aproximaram a pressão na fratura a uma pressão também constante, exceto em uma pequena região próxima à sua extremidade, a qual consideraram seca, ou seja, sem pressão.

Geertsma e Klerk (1969) simplificaram o modelo proposto por Khristianovic e Zheltov aplicando a condição de Barenblatt (1962) e aproximaram a fratura a um canal retangular. Finalmente, considerando as paredes da fratura impermeáveis, um fluido newtoniano de fraturamento e atribuindo condições de contorno adequadas (YEW, 1997; AZEVEDO, 2011), Geertsma e Klerk encontraram soluções aproximadas para o comprimento da fratura, a máxima abertura da fratura e a pressão líquida (pressão de fluido no interior da fratura menos a menor tensão principal *in situ*) no poço, todas ao longo do tempo (YEW, 1997; AZEVEDO, 2011). Tal modelo ficou conhecido como KGD e é mais adequado para fraturas com a razão “comprimento/altura” próxima à unidade ou menor. A Figura 1.4 apresenta a geometria do modelo KGD.

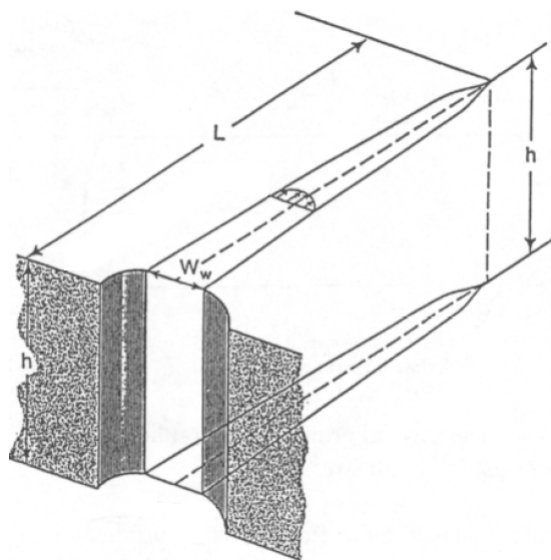


Figura 1.4: Geometria do Modelo KGD (adaptado de Yew (1997)).

O modelo proposto por Perkins e Kern (1961) considera um estado plano de deformação no plano vertical. Consequentemente, o comprimento L da fratura é considerado maior que a altura h , que por sua vez é maior que a abertura. Uma das hipóteses do modelo assume que a pressão líquida é constante ao longo do plano da altura da fratura. Desso modo, a fratura possui formato elíptico no plano vertical com uma abertura W variável ao longo da altura, mas com

um valor máximo de W_{max} , assim como pode ser visto na Figura 1.5. Outra hipótese do modelo considera que a tenacidade à fratura não influencia a geometria da fratura, ou seja, a tenacidade à fratura é zero.

Assumindo o fluxo na fratura igual à vazão de injeção, considerando as paredes da fratura impermeáveis, entre outras hipóteses (AZEVEDO, 2011), Perkins e Kern encontraram soluções para as mesmas variáveis do modelo KGD, isto é, o comprimento da fratura, a máxima abertura da fratura e a pressão líquida no poço, todas ao longo do tempo (YEW, 1997; AZEVEDO, 2011).

Nordgren *et al.* (1972) fez modificações ao modelo de Perkins e Kern modificando uma constante e introduzindo a filtração (perda de fluido para a formação adjacente à fratura) ao modelo, o qual ficou conhecido como PKN. As soluções apresentadas pelo modelo PKN concentram-se no fluxo de fluido ao longo da fratura e descarta elementos da mecânica da fratura (AZEVEDO, 2011). Sua utilização é mais adequada para fraturas com altos valores da razão “comprimento/altura” (YEW, 1997). A Figura 1.5 apresenta a geometria do modelo PKN.

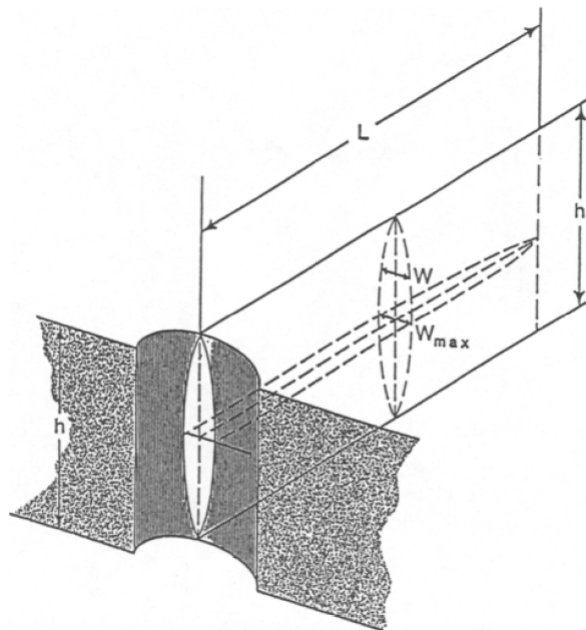


Figura 1.5: Geometria do Modelo PKN (adaptado de Yew (1997)).

As soluções propostas pelos modelos KGD e PKN são aproximadas e necessitam de hipóteses quanto à abertura da fratura e campo de pressão, de modo que essas hipóteses são necessárias em função da complexidade no tratamento da geometria da fratura (LI *et al.*, 2012).

Além de modelos teóricos, a busca por modelos e métodos numéricos capazes de solucionar um problema acoplando variáveis hidráulicas e mecânicas vem aumentando nos últimos anos. Rouainia *et al.* (2006) propõem um método numérico para estudar camadas selantes fraturadas e, para tal, os autores apresentam uma maneira para modelar meios descontínuos deformáveis de modo acoplado a uma formulação contínua de fluxo através de meios fraturados. Os autores utilizam duas ferramentas: a primeira consiste em utilizar o Método dos Elementos Finitos para

compreender o comportamento hidráulico do sistema considerando que este obedece à Lei de Darcy e a segunda consiste na utilização do Método da Análise de Deformação Descontínua para analisar a fase sólida deformável descontínua.

Rouainia *et al.* (2006) primeiramente calculam as pressões geradas pelo fluxo de fluido e então utilizam essas pressões para determinar as tensões efetivas equivalentes. Desse modo, ocorre mudança na configuração do sistema sólido, que por sua vez é repassado ao sistema hidráulico por meio de variações de porosidade e permeabilidade. Novas pressões são então calculadas e este ciclo se repete até a determinação de uma solução para o estado estacionário, levando-se em conta um critério de parada. Com este estudo foi possível identificar que o modelo acoplado prevê a abertura de algumas fraturas preexistentes e o fechamento de outras, de modo que fluxo se concentra ao longo das fraturas de maior abertura.

Em busca de um melhor entendimento dos mecanismos fundamentais do início e da propagação de fraturas geradas hidraulicamente, Wang *et al.* (2009) apresentam um modelo numérico que considera o acoplamento entre os efeitos de infiltração, dano e campo de tensões. Os autores realizaram simulações bidimensionais de uma cavidade cilíndrica no centro de uma região formada de solo rígido saturado, o qual estava sujeito a diferentes tensões *in situ* e diferentes pressões, com o objetivo de examinar o início e a propagação de fraturas geradas por tração e cisalhamento. Os resultados numéricos obtidos por Wang *et al.* (2009) sugerem que o processo de fraturamento hidráulico pode ser dividido em 4 estágios principais: (1) concentração de tensões, (2) indução do início da fratura, (3) propagação estável da fratura e (4) fechamento da fratura. Além disso, os autores apontam que as condições de tensão *in situ* dominam a propagação de fraturas quando a taxa de injeção de fluido é relativamente baixa. No entanto, em altas taxas de injeção, é esta quem domina a propagação.

Baseando-se em contrastes observados entre a teoria e resultados experimentais de fraturamento hidráulico, Shimizu, Murata e Ishida (2011) introduzem um algoritmo de fluxo de fluido que considera viscosidade e permeabilidade em um programa baseado no Método dos Elementos Discretos, tornando-o um código acoplado. Os autores realizaram diversas simulações por meio deste código e discutiram a influência da viscosidade do fluido de fraturamento e da distribuição do tamanho dos elementos. Shimizu, Murata e Ishida (2011) obtiveram padrões de fraturas muito próximos daqueles obtidos experimentalmente e verificaram que, quando um fluido possui baixa viscosidade, ele penetra imediatamente na fratura, entrando rapidamente em contato com as paredes da fratura e contribuindo para sua propagação. Porém, quando é utilizado um fluido de alta viscosidade, o mesmo penetra lentamente para dentro da fratura, e por conta disso, é necessário uma pressão adicional para que ocorra sua propagação. Este fato resulta em alterações na pressão de ruptura de um caso para o outro.

Segundo Li *et al.* (2012), pesquisadores da área estão direcionando seus estudos para o desenvolvimento de algoritmos numéricos para modelar casos tridimensionais de propagação de fraturas hidráulicas em maciços rochosos compostos por camadas com diferentes propriedades ou submetidas a diferentes tensões de confinamento. Li *et al.* (2012) utilizaram um código base-

ado no Método dos Elementos Finitos denominado “RFPA3D-Parallel” (Rock Failure Process Analysis-Parallel), o qual é baseado em um aperfeiçoado modelo que relaciona fluxo, tensão, deformação e dano para estudar fraturas hidráulicas em ambientes tridimensionais. Utilizando processamento paralelo, os autores encontraram que, em casos com uma significativa diferença entre tensões *in situ* e considerando um poço vertical, a fratura se propaga ao longo da direção da máxima tensão principal sem ramificações. Já em outros casos, o início da fratura ocorre sem uma direção preferencial, sendo que, posteriormente, ocorre o direcionamento desta fratura para uma direção preferencial e plana. Esta característica é devido às diferentes propriedades dos materiais encontrados em formações rochosas com múltiplas camadas.

Para estudar a propagação de fraturas hidráulicas, Hamidi e Mortazavi (2014) simularam ensaios de *extended leak-off*, o qual consiste em manter a injeção de fluido no poço por um tempo suficientemente longo, garantindo assim que a fratura tenha sido gerada. A geometria do problema foi criada com base em um código tridimensional de Elementos Discretos e, associado à técnica de juntas fictícias em blocos poliédricos, os autores conseguiram simular as fraturas induzidas hidraulicamente em rochas intactas. Primeiramente, eles identificaram que a formação e propagação das fraturas ocorreram na direção da maior tensão principal. Entre outros resultados obtidos pelos autores, eles mostraram que considerando materiais rochosos com maior módulo de elasticidade e aumentando o ângulo de atrito das juntas, aumenta-se a pressão necessária para se iniciar a fratura. Hamidi e Mortazavi (2014) também concluíram que, a partir de estudos paramétricos, seus resultados sugerem que o conhecimento do estado de tensão *in situ* deve ser priorizado antes de se realizar um fraturamento hidráulico.

Estudos mais recentes sobre o tema apontam que, em simulações computacionais de fraturamento hidráulico, é necessário haver um procedimento adequado de extrapolação da escala espacial do local da fratura, a qual é muito pequena quando comparada à escala típica dos elementos finitos utilizados em problemas poromecânicos (MESCHKE; LEONHART, 2015). Neste âmbito, Meschke e Leonhart (2015) propõem um novo GFEM (Método dos Elementos Finitos Generalizados) para aproximação da pressão de líquido em uma análise de elementos finitos hidromecanicamente acoplada para problemas de fraturamento hidráulico para materiais porosos totalmente saturados. Os autores utilizaram um tipo de função para enriquecer o campo de deslocamento dos elementos que são completamente cortados pela fratura; um outro tipo de função para a aproximação do campo de deslocamento na ponta da fratura; e um terceiro tipo de função específica para a aproximação referente à pressão de fluido nas vizinhanças da fratura pressurizada. Meschke e Leonhart (2015) demonstraram o desempenho de seu modelo na análise da propagação de fraturas hidraulicamente induzidas por meio de um teste de referência (*benchmark problem*) e mostraram que o método proposto é capaz de reproduzir características físicas espaciais e temporais do campo de pressão e do fluxo de fluido nas proximidades das fraturas, mesmo para malhas grosseiras, com uma precisão considerável quando comparado a outras estratégias de enriquecimento do campo de pressão.

Recentemente, muitos trabalhos sobre o tema estão sendo publicados. Isso é reflexo da

busca por uma melhor compreensão do processo, bem como seu próprio desenvolvimento e aprimoramento. No âmbito da procura por novos modelos numéricos para estudo e compreensão do fraturamento hidráulico, este trabalho propõe que as descontinuidades ocasionadas no processo podem ser preditas por meio da técnica de fragmentação da malha utilizando elementos finitos de elevada razão de aspecto. Esta técnica é bastante atrativa, pois dispensa o uso de algoritmos de reconstrução da malha ou construção da trajetória da fratura (MAEDO, 2015).

A técnica proposta também permite dois acoplamentos hidromecânicos, sendo o primeiro estabelecido pela relação entre o campo de tensões e o campo de poropressão e o segundo dado pela relação entre a abertura da fratura e um valor de permeabilidade.

1.3 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo o estudo em duas dimensões da formação e propagação de fraturas decorrentes de uma pressão de fluido aplicada em um poço, processo o qual é chamado de fraturamento hidráulico. Para tal, considera-se um meio rochoso com poros submetido a tensões de confinamento e com uma região específica que representa o poço. O estudo proposto contempla aplicar uma vazão de fluido para pressurizar o poço e gerar a ruptura da rocha por tração.

Este trabalho também objetiva apresentar a técnica de fragmentação da malha utilizando elementos finitos de elevada razão de aspecto (ou elementos de interface) como ferramenta numérica para descrever o comportamento da fratura e, desse modo, pretende-se verificar se essa técnica é capaz de reproduzir características apresentadas num processo de fraturamento hidráulico, tais como a correta direção de propagação da fratura e a pressão necessária para romper a rocha.

Outro objetivo deste trabalho é apresentar um método de acoplamento hidromecânico específico para os elementos de interface, permitindo relacionar diretamente uma propriedade mecânica a uma hidráulica. Este acoplamento se baseia em um modelo de variação da permeabilidade associada à fratura.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho está dividido em 6 capítulos, os quais estão brevemente descritos a seguir.

O Capítulo 1, o qual termina nessa seção, primeiramente apresenta a técnica de fraturamento hidráulico e introduz o leitor no contexto acerca dessa técnica. Nesse capítulo também são apresentados, resumidamente, alguns trabalhos envolvendo modelagem e simulação numérica do tema e, além disso, os objetivos desse trabalho.

O Capítulo 2 apresenta as equações que governam, de modo geral, o problema físico de

fraturamento hidráulico e finaliza mostrando a estratégia numérica de acoplamento entre um problema geomecânico e um hidráulico utilizada.

No Capítulo 3 são abordados os métodos numéricos utilizados para solucionar as equações governantes. Também é apresentada a formulação em elementos finitos do elemento finito sólido de interface.

No Capítulo 4 é apresentado o modelo de dano à tração utilizado e seu tratamento numérico. Nesse mesmo capítulo também é mostrado como é feito o acoplamento numérico que relaciona a abertura da fratura com um valor de permeabilidade.

Os resultados e as discussões são apresentadas no Capítulo 5. Primeiramente é solucionado um problema puramente hidráulico e, após isso, são apresentados os problemas de fraturamento hidráulico. A partir desses resultados avalia-se se o método proposto nesse trabalho é capaz de representar adequadamente a formação e propagação de fraturas em meios rochosos.

Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões e propostas de melhoramento para esse trabalho e, conseqüentemente, para o método proposto.

CAPÍTULO 2

EQUAÇÕES GOVERNANTES

2.1 POROSIDADE, SATURAÇÃO E PERMEABILIDADE

Um meio poroso consiste em um corpo constituído de uma porção sólida de material e de espaços vazios, chamados poros, os quais podem ser preenchidos com um ou mais fluidos. Sendo assim, tem-se que a *porosidade* caracteriza a medida da capacidade que o meio possui para armazenar fluido em seu volume poroso, logo, pode-se definir que a razão entre o volume de vazios (poros), V_p , e o volume total, V_t , de certo elemento de um meio poroso consiste na porosidade média (ou simplesmente porosidade), dada pela Equação (2.1):

$$\phi = \frac{\text{volume de poros}}{\text{volume total}} = \frac{V_p}{V_t} \quad (2.1)$$

Do ponto de vista da quantidade de fluidos que preenche o meio poroso e considerando-se que cada fluido constitui um sistema quimicamente homogêneo, separado dos outros sistemas por meio de um contorno físico (BEAR; BACHMAT, 1990), pode-se dizer que cada fluido consiste em uma fase. Com relação à simulação de reservatórios, aqueles que possuem poros preenchidos por uma ou mais fases podem ser classificados da seguinte maneira:

- (a) Monofásico: apresenta uma única fase (água, gás ou óleo);
- (b) Bifásico: apresenta duas fases (água e óleo ou água e gás);
- (c) Trifásico: apresenta três fases (água, gás e óleo).

A Figura 2.1 representa um volume representativo de um reservatório de petróleo, isto é, um meio com poros completamente preenchidos (saturados) por três fluidos diferentes: água, óleo e gás.

Para um meio cujos poros estão totalmente preenchidos por uma ou mais fases (desconsiderando-se o ar), diz-se que o meio está saturado. Para um sistema saturado por mais de uma fase, considera-se que cada fase preenche um certo volume do meio poroso, indicando assim sua

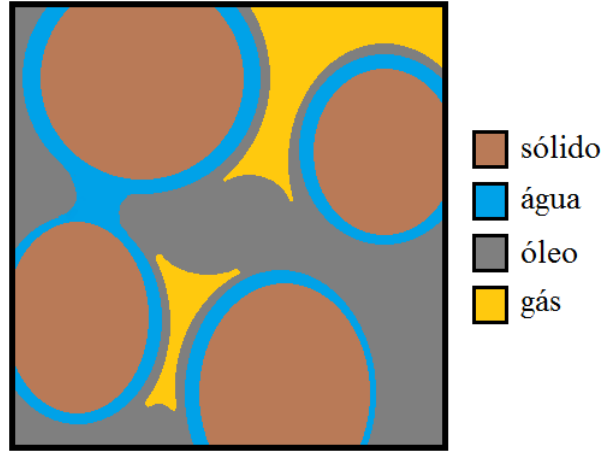


Figura 2.1: Representação de um meio poroso saturado.

saturação. Assim, pode-se escrever:

$$S_\alpha = \frac{V_\alpha}{V_p} \quad (2.2)$$

onde S_α corresponde à saturação e V_α ao volume, ambos da fase α .

Nesse trabalho considerou-se um meio rochoso poroso saturado por uma única fase, a água. Portanto, a saturação do meio é dada por S_w .

2.2 LEI DE DARCY

Em 1856, Henry Darcy, durante experimentos com filtros de areia para purificação de água, propôs uma relação matemática direta entre a vazão de água que atravessa um determinado leito de areia com a diferença de carga associada a essa vazão. Anos mais tarde essa relação foi ampliada para outros fluidos e se tornou a equação base para a compreensão do fenômeno de escoamento de fluidos em meios porosos (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

A relação proposta inicialmente por Darcy é essencialmente macroscópica, mas sua generalização tem sido utilizada satisfatoriamente na engenharia de petróleo (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006). Sendo assim, a relação matemática que permite estudar o fluxo laminar de fluidos newtonianos em meios porosos é dada por:

$$\mathbf{q}_w = -\frac{\mathbf{k}}{\mu_w} (\nabla p_w - \rho_w \mathbf{g}) \quad (2.3)$$

onde \mathbf{q}_w é o vetor de fluxo de Darcy, o qual corresponde ao fluxo volumétrico de água através de uma superfície, \mathbf{k} é o tensor de segunda ordem de permeabilidade intrínseca da rocha, μ_w é a viscosidade dinâmica da água, p_w é a poropressão, ρ_w é a massa específica da água e \mathbf{g} é o vetor de aceleração da gravidade.

Para meios porosos isotrópicos, homogêneos e bidimensionais, o tensor de permeabilidade

intrínseca, \mathbf{k} , pode ser dado por:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = k\mathbf{I} \quad (2.4)$$

onde k é a permeabilidade intrínseca do meio poroso, propriedade que corresponde à medida da capacidade que o meio possui para deixar-se atravessar por fluidos (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006), e \mathbf{I} é o tensor identidade de segunda ordem.

Nesse trabalho considerou-se que o vetor de fluxo é perpendicular ao vetor de aceleração da gravidade (poço vertical). Consequentemente, o termo “ $\rho_w \mathbf{g}$ ” foi desprezado, pois os efeitos gravitacionais são irrisórios. Portanto, a Equação (2.3) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{q}_w = -\frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \quad (2.5)$$

Rosa, Carvalho e Xavier (2006) ressaltam que a relação proposta pela Equação (2.5) só é válida para os casos de fluidos incompressíveis.

2.3 EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MASSA PARA O FLUIDO

Considere um volume de controle arbitrário, dado por V , fixo no tempo e no espaço, delimitado por uma superfície de fronteira Γ , no qual \mathbf{n} é o vetor normal a tal fronteira, sendo atravessado por um fluxo de massa de água, dado por \mathbf{j}_w , assim como mostrado na Figura 2.2.

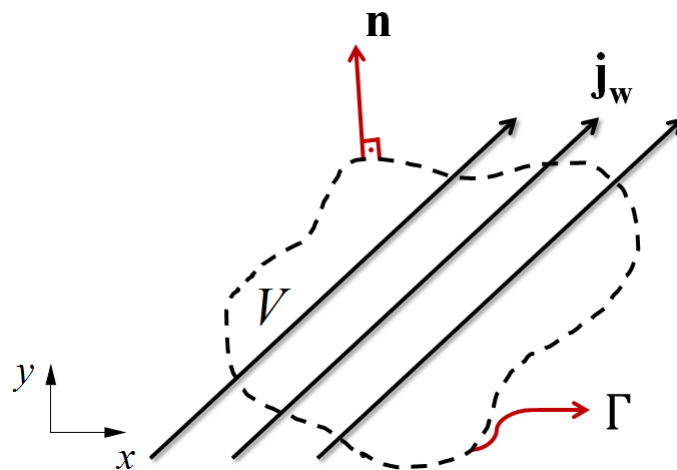


Figura 2.2: Volume de controle arbitrário.

Considerando que não exista nenhuma fonte de produção espontânea de água, a variação da quantidade de massa de água no interior do volume de controle deve corresponder à diferença

entre a massa que entra e a que sai de tal volume de controle através de sua fronteira, isto é:

$$\underbrace{\left[\begin{array}{c} \text{Variação da massa de água} \\ \text{no volume de controle} \end{array} \right]}_{\text{Parte 1}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c} \text{Massa que entra no} \\ \text{volume de controle} \end{array} \right]}_{\text{Parte 2}} - \underbrace{\left[\begin{array}{c} \text{Massa que sai do} \\ \text{volume de controle} \end{array} \right]}_{\text{Parte 2}} \quad (2.6)$$

A **Parte 1** e a **Parte 2** da Equação (2.6) podem ser escritas matematicamente da seguinte maneira:

$$\mathbf{Parte 1} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \phi S_w \rho_w dV \quad (2.7)$$

$$\mathbf{Parte 2} = - \int_{\Gamma} \mathbf{j}_w \cdot \mathbf{n} d\Gamma \quad (2.8)$$

Nota-se que na **Parte 2**, a integral aplica-se na fronteira do volume de controle, porém, para a outra parte, a integral é sobre o volume. Sendo assim, utilizando-se o Teorema da Divergência na Equação (2.8), tem-se que:

$$\int_{\Gamma} \mathbf{j}_w \cdot \mathbf{n} d\Gamma = \int_V \nabla \cdot \mathbf{j}_w dV \quad (2.9)$$

Igualando-se as Equações (2.7) e (2.9) e manipulando-as algebricamente, chega-se em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \phi S_w \rho_w dV + \int_V \nabla \cdot \mathbf{j}_w dV = 0 \quad (2.10)$$

Assim como dito, o volume de controle é fixo no tempo e no espaço, logo, a Equação (2.10) pode ser reescrita como:

$$\int_V \left[\frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}_w \right] dV = 0 \quad (2.11)$$

Como o volume de controle é arbitrário, a Equação (2.11) deve ser válida para quaisquer outros volumes, portanto, o integrando pode ser dado por:

$$\frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}_w = 0 \quad (2.12)$$

O fluxo de massa de água pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\mathbf{j}_w = \rho_w \mathbf{q}_w + \underbrace{\phi S_w \rho_w \dot{\mathbf{u}}}_{\text{Fluxo de Biot}} \quad (2.13)$$

onde $\dot{\mathbf{u}}$ é a velocidade de deslocamento da fase sólida. O fluxo de Biot (BIOT, 1956a; BIOT, 1956b) corresponde ao fluxo da fase fluida devido ao movimento da fase sólida com relação à configuração de referência e se aplica a casos de meios deformáveis. Nesse trabalho, como uma aproximação inicial, serão desconsiderados os efeitos da deformação do meio na equação de conservação de massa de água, portanto, o fluxo de Biot será desprezado e, desse modo, o

fluxo de massa de água passa a ser dado por:

$$\mathbf{j}_w = \rho_w \mathbf{q}_w \quad (2.14)$$

Substituindo-se a Equação (2.14) em (2.12), chega-se à equação de conservação de massa de fluido (água), a qual pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{q}_w) = 0 \quad (2.15)$$

onde o primeiro termo é chamado de termo de armazenamento, o qual corresponde à parte transiente, e o segundo termo é chamado de termo de transporte, o qual corresponde à parte estacionária.

Para o caso de um problema hidráulico, a condição de contorno essencial corresponde à pressão prescrita no contorno, isto é, $p_w = p_w^*$, onde p_w^* é um valor de pressão conhecido. A condição de contorno natural corresponde ao fluxo de fluido prescrito no contorno, isto é, $\mathbf{q}_w \cdot \mathbf{n} = q_w^*$, onde \mathbf{n} é o vetor normal ao contorno no qual a condição é prescrita e q_w^* é um valor de fluxo conhecido.

Contudo, o fluxo de Darcy (Equação (2.5)) ainda pode ser substituído na Equação (2.15) e realizando-se uma simples manipulação algébrica, tem-se que a equação de conservação de massa de fluido pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) = 0 \quad (2.16)$$

Note que a única diferença entre as Equações (2.15) e (2.16) é a explicitação da Lei de Darcy, sendo assim, a próxima sessão descreverá quais foram as simplificações adotadas para chegar-se à equação de conservação utilizada de fato nesse trabalho.

Ressalta-se que, além da equação de conservação de massa referente à fase fluida, há também a equação de conservação de massa referente à fase sólida (PEREIRA, 2007; BESERRA, 2015; SEIXAS, 2015), a partir da qual é possível atribuir à rocha uma variação de porosidade dependente da deformação volumétrica. Nesse trabalho, considerou-se que as deformações que ocorrem no meio contínuo são praticamente aquelas necessárias para gerar a fratura, ou seja, ainda que ocorram deformações na rocha, não se considera nenhuma variação de porosidade.

2.3.1 SIMPLIFICAÇÕES DA EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO

Os estudos propostos neste trabalho baseiam-se na fratura gerada na rocha e, com isso, a porosidade que aparece no termo de armazenamento (primeiro termo da Equação (2.16)) foi considerada constante em todas as simulações realizadas.

Além da porosidade constante, devido ao fato de se considerar um meio totalmente saturado por um único fluido (a água), adotou-se também uma saturação S_w constante e igual a 1 (um).

Ainda com relação ao primeiro termo da Equação (2.16), sabe-se que a massa específica de um fluido, de modo generalizado, pode ser escrito como função da temperatura e da pressão. Considerando-se uma condição isotérmica, a massa específica pode ser escrita de modo dependente da variação da pressão da seguinte maneira (GOMES, 2009):

$$\rho_w = \rho_w(p_w) \Rightarrow \rho_w(p_w) = \rho_{w0} e^{\beta_w(p_w - p_{w0})} \quad (2.17)$$

onde ρ_{w0} é a massa específica inicial para uma pressão de referência (ou simplesmente massa específica de referência), β_w é o coeficiente de compressibilidade da água e p_{w0} é a pressão de referência.

Para o segundo termo da Equação (2.16), no entanto, devido à variação da massa específica ser muito pequena, optou-se por considerá-la constante, sendo seu valor igual à massa específica de referência (ρ_{w0}). A viscosidade também depende de outros parâmetros, tais como temperatura, porém, com o intuito de facilitar a modelagem, considerou-se uma viscosidade dinâmica constante.

Finalmente, com base nas simplificações adotadas e na Equação (2.17), a Equação (2.16) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$(\phi \rho_{w0}) \frac{\partial e^{\beta_w(p_w - p_{w0})}}{\partial t} - \left(\frac{\rho_{w0}}{\mu_w} \right) [\nabla \cdot (\mathbf{k} \nabla p_w)] = 0 \quad (2.18)$$

Note que a massa específica de referência, ρ_{w0} , aparece em todos os termos da Equação (2.18), podendo ser cancelado. No entanto, optou-se em manter tal grandeza e adotou-se um valor numérico para ela nas simulações, o qual será apresentado no Capítulo 5.

2.4 EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO COM ACOPLAMENTO HIDRO-MECÂNICO

Considerando-se um corpo em equilíbrio, a solução do problema mecânico é dado pela seguinte equação de equilíbrio:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (2.19)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensões totais e \mathbf{b} é o vetor de forças de corpo.

De acordo com o Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi (TERZAGHI, 1943), quando um meio poroso é deformável, a poropressão se relaciona com o tensor de tensões totais de acordo com

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + p_w \mathbf{I} \quad (2.20)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}'$ é tensor de tensões efetivas de Terzaghi, p_w é a poropressão e \mathbf{I} é o tensor unitário de segunda ordem. Note que, na Equação (2.20), convencionou-se que o estado de compressão possui sinal positivo.

Substituindo-se a Equação (2.20) na Equação (2.19), tem-se:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}' + \nabla p_w + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (2.21)$$

A Equação (2.21) calcula a variação no estado de tensões efetivas, as quais correspondem às tensões na rocha. Note que as tensões efetivas tendem a aumentar com a diminuição da poropressão.

O tensor $\boldsymbol{\sigma}'$, por sua vez, é escrito em termos de uma relação constitutiva dada por $\Sigma(\cdot)$, isto é:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \Sigma(\boldsymbol{\epsilon}) \quad (2.22)$$

onde $\boldsymbol{\epsilon}$ é o tensor de deformações infinitesimais (JHA, 2005; GOMES, 2006).

Para o caso de um problema mecânico, a condição de contorno essencial corresponde aos deslocamentos prescritos no contorno, isto é, $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$, onde \mathbf{u}^* são valores de deslocamentos conhecidos. A condição de contorno natural corresponde à tensão de superfície prescrita no contorno, isto é, $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}^*$, onde \mathbf{n} é o vetor normal ao contorno no qual a condição é prescrita e \mathbf{f}^* é um vetor com valores de tensões conhecidas.

2.5 ESTRATÉGIA DE ACOPLAMENTO

Um problema acoplado é caracterizado por dois ou mais sistemas físicos que interagem entre si, de modo que a solução individual de cada sistema é impossível sem a solução simultânea dos demais, podendo o acoplamento ser fraco ou forte em função do grau de interação (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000).

A implementação que envolve problemas acoplados ainda apresenta limitações relacionadas à precisão, convergência e eficiência computacional. No entanto, existem diversos métodos de acoplamento, os quais diferem na nomenclatura de acordo com seus respectivos autores. Settari e Walters (2001) propõem quatro diferentes métodos baseados no grau de acoplamento do problema, sendo eles: totalmente acoplado, iterativamente acoplado, explicitamente acoplado e desacoplado. Neste trabalho foi utilizado o acoplamento do tipo explícito em função da sua implementação relativamente simples.

2.5.1 MÉTODO EXPLICITAMENTE ACOPLADO

Neste método (também conhecido como *one way coupling*) a comunicação entre o simulador de fluxo e o geomecânico é mais fraca, pois, em um mesmo passo de tempo, apenas as informações do simulador de fluxo são passadas para o simulador geomecânico. Assim, para cada passo, alterações no campo de pressão afetam o campo de tensão, mas alterações no campo de tensão não afetam o campo de pressão, de modo que as atualizações dos parâmetros envolvidos serão utilizadas no simulador de fluxo apenas no passo de tempo posterior. Portanto, o

método explicitamente acoplado é um caso especial do método iterativamente acoplado, sendo realizada somente uma iteração por passo de tempo (SETTARI; WALTERS, 2001).

Segundo Dean *et al.* (2006), o algoritmo do método explicitamente acoplado permite a solução do simulador geomecânico em uma escala de tempo diferente da utilizada no simulador de fluxo. Esse recurso é muito útil para problemas de subsidência, pois uma grande parte do tempo de processamento é gasto no simulador geomecânico.

A Figura 2.3 apresenta o fluxograma que representa o método explicitamente acoplado, onde c corresponde ao passo de tempo no qual os parâmetros envolvidos são calculados.

VANTAGENS

- (a) Pode ser empregado em reservatórios de gás sem grandes problemas, onde a compressibilidade do gás é dominante sobre a compressibilidade da rocha (NAVEIRA, 2008; YAQUETTO, 2011);
- (b) É um método de acoplamento eficiente, fornecendo uma aproximação da resposta geomecânica em função das variações de pressão no reservatório;
- (c) Pode ser utilizada para acoplar qualquer simulador de fluxo com qualquer simulador geomecânico.

DESVANTAGENS

- (a) Este método tem menor precisão, pois as informações geomecânicas não retornam ao simulador de fluxo no mesmo intervalo de tempo;
- (b) Os resultados podem ser pouco confiáveis para os casos em que as deformações afetam fortemente o reservatório, tal como o efeito de compactação.

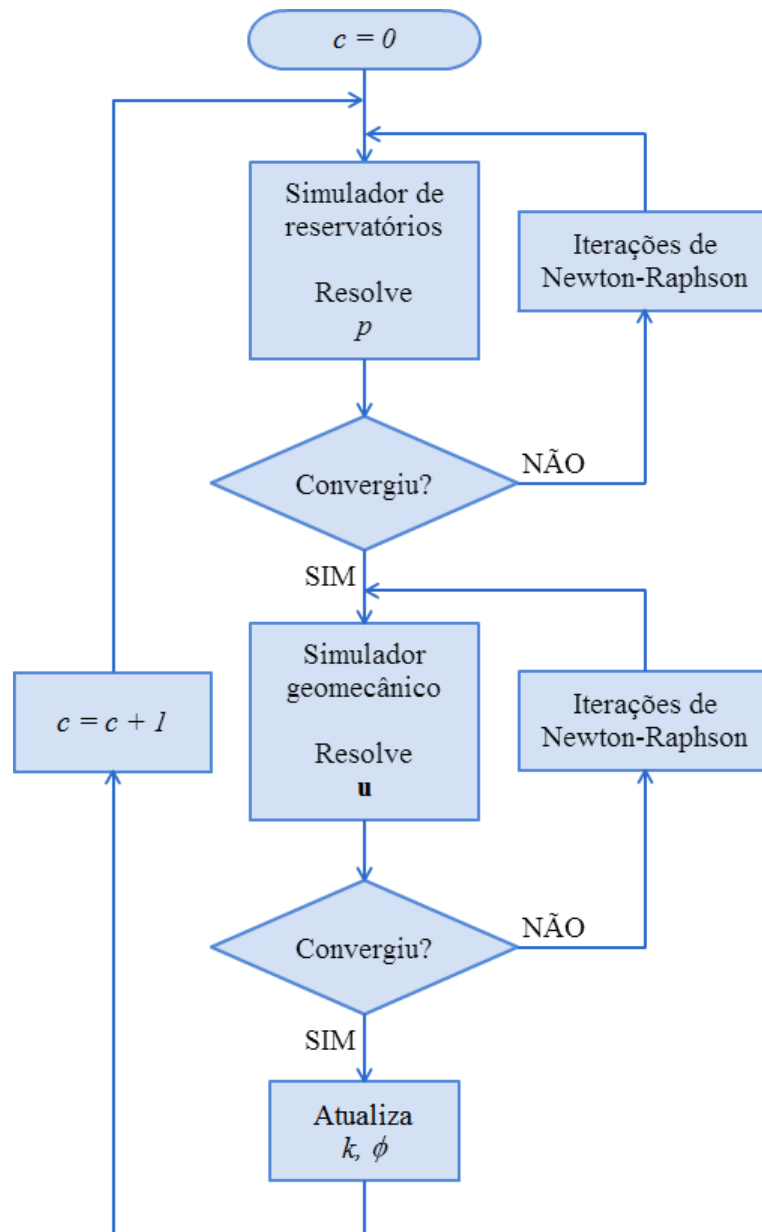


Figura 2.3: Fluxograma referente ao método explicitamente acoplado (adaptado de Yaquetto (2011)).

CAPÍTULO 3

ASPECTOS RELEVANTES DA MODELAGEM NUMÉRICA DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

3.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (MEF) (GOSZ, 2005; FISH; BELYTSCHKO, 2007) é amplamente utilizado em muitos ramos da ciência, destacando-se nas engenharias. Há aplicações nas áreas de transferência de calor, eletromagnetismo e análise de estruturas, entre outros, podendo inclusive ser utilizado para estudo de problemas multifísicos, que é o caso desse trabalho.

Resumidamente, a aplicação do MEF considera que o domínio de um determinado sistema pode ser dividido em diversos subdomínios. Cada subdomínio possui características que representam o domínio original, logo, as aproximações numéricas para a solução do problema tornam-se muito mais simples nesse subdomínio (denominado elemento).

Neste trabalho, utiliza-se as funções de forma do MEF associadas a volumes de controle para a integração da equação de conservação de massa de fluido. Portanto, o método utilizado para a discretização espacial recebe o nome de Método dos Elementos Finitos com Volume de Controle (CVFEM) (CORDAZZO *et al.*, 2004a; CORDAZZO *et al.*, 2004b; GOMES, 2009). Segundo Cordazzo *et al.* (2004a), esta é uma metodologia de volume finito, a qual apenas utiliza os elementos do MEF para a representação geométrica do domínio e as funções de forma para a interpolação de variáveis.

3.2 DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MASSA PARA O FLUIDO

A discretização da equação de conservação de massa para o fluido, dada pela Equação (2.16), inicia-se com a multiplicação de cada um de seus termos por uma função arbitrária,

$\mathcal{W}i(x, y)$, e integrando-se no domínio do volume de controle, V (Figura 2.2), resultando em

$$\int_V \mathcal{W}i \frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} dV - \int_V \mathcal{W}i \nabla \cdot \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) dV = 0 \quad (3.1)$$

Aplicando-se à segunda integral da Equação (3.1) a regra da derivada do produto, ela pode ser reescrita da seguinte maneira (GOSZ, 2005):

$$\int_V \mathcal{W}i \frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} dV - \int_V \nabla \cdot \left[\mathcal{W}i \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) \right] dV + \int_V \nabla \mathcal{W}i \cdot \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) dV = 0 \quad (3.2)$$

A segunda integral da Equação (3.2) pode ser escrita como uma integral de superfície equivalente ao aplicar-se o Teorema da Divergência, isto é (GOSZ, 2005):

$$\int_V \mathcal{W}i \frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} dV - \int_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot \left[\mathcal{W}i \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) \right] d\Gamma + \int_V \nabla \mathcal{W}i \cdot \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) dV = 0 \quad (3.3)$$

Utilizando-se a Equação (2.5) e a condição de contorno natural ao problema de fluxo, a Equação (3.3) pode ser reescrita como (GOSZ, 2005):

$$\int_V \mathcal{W}i \frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} dV + \int_{\Gamma_q} \mathcal{W}i \rho_w q_w^* d\Gamma_q + \int_V \nabla \mathcal{W}i \cdot \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) dV = 0 \quad (3.4)$$

Rearranjando-se a Equação (3.4) e aplicando-se o Método de Galerkin (REZENDE, 2005) sobre a mesma, com o qual substitui-se a função $\mathcal{W}i$ pelas funções de forma, dadas por $\mathcal{N}i$, tem-se

$$\int_V \mathcal{N}i \frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} dV + \int_V \nabla \mathcal{N}i \cdot \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) dV = - \int_{\Gamma} \mathcal{N}i \rho_w q_w^* d\Gamma \quad (3.5)$$

A Equação (3.5) pode ser tratada utilizando o CVFEM. Para tal, utiliza-se a metodologia proposta por Olivella *et al.* (1996), a qual, considerando uma malha de elementos finitos genérica, adota um volume de controle centrado num nó i (denominado célula), de modo que os vértices desse volume interceptam o centro dos elementos que estão conectados ao nó i , assim como mostrado na Figura 3.1. Sendo “m” o m-ésimo elemento, dado por e_m , o volume da porção da célula contida em tal elemento, V_{i,e_m} , é definido pela razão entre o volume do elemento, V_{e_m} , e o número de nós desse elemento, n_{e_m} (Figura 3.1).

3.2.1 TRATAMENTO DO TERMO DE ARMAZENAMENTO

Primeiramente, tomando-se como referência a Figura 3.1, o primeiro termo da Equação (3.5) pode ser dado da seguinte maneira (OLIVELLA *et al.*, 1996):

$$\int_V \mathcal{N}i \frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} dV = \int_{e_1} \mathcal{N}i \frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} dV + \dots + \int_{e_m} \mathcal{N}i \frac{\partial(\phi S_w \rho_w)}{\partial t} dV \quad (3.6)$$

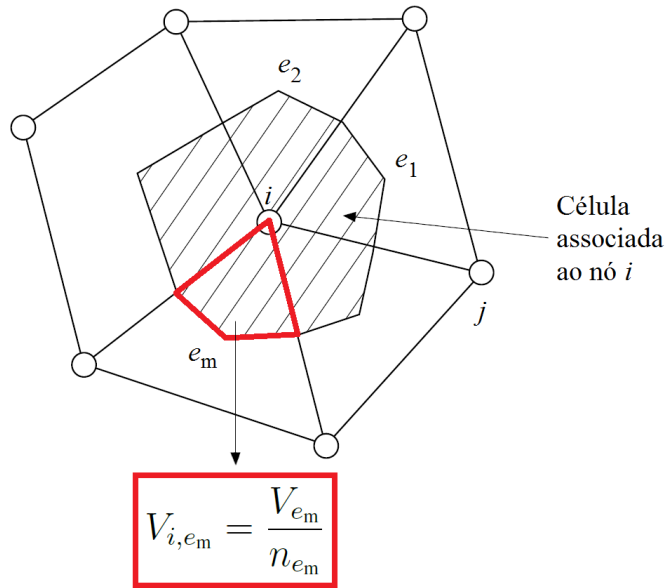


Figura 3.1: Representação de uma célula em uma malha de elementos finitos (adaptado de Olivella *et al.* (1996)).

O tratamento do termo de armazenamento pode ser realizado por meio de uma aproximação conservativa, na qual a discretização temporal é feita por *Forward Euler* diretamente sobre tal termo (GOMES, 2009), correspondendo, assim, a uma aproximação em diferenças finitas. Com isso, desconsiderando-se as constantes (ϕ e S_w), segundo algumas considerações e aproximações proposta por Olivella *et al.* (1996), qualquer uma das integrais da Equação (3.6) pode ser dada por:

$$\int_{e_m} \mathcal{N}_i \frac{\partial(\rho_w)}{\partial t} dV \approx \left[\frac{(\rho_w)_{i,e_m}^{\eta+1} - (\rho_w)_{i,e_m}^{\eta}}{t^{\eta+1} - t^{\eta}} \right] \int_{e_m} \mathcal{N}_i dV \quad (3.7)$$

onde a massa específica é calculada com base nas propriedades materiais do elemento e_m com relação ao nó i e η é o passo de tempo da discretização temporal.

Por fim, para casos em que as funções de forma são lineares, a integral da Equação (3.7) pode ser dada por (OLIVELLA *et al.*, 1996):

$$\int_{e_m} \mathcal{N}_i dV = \frac{V_{e_m}}{n_{e_m}} \quad (3.8)$$

3.2.2 TRATAMENTO DO TERMO DE TRANSPORTE

O tratamento do segundo termo do lado esquerdo da Equação (3.5) (termo de transporte de fluido) é realizado segundo a metodologia convencional do MEF. Então, sabendo-se que os elementos finitos utilizados na malha regular são triângulos lineares, tem-se que o campo de pressão no interior do elemento é aproximado por uma função linear.

Sendo a Equação (3.5) válida para o domínio de um volume de controle qualquer, pode-se dizer que ela também é válida para qualquer um de seus subdomínios. Assim, o termo de transporte pode ser particularizado para um subdomínio referente a um elemento finito. Portanto,

para cada elemento, sendo Ω^e seu domínio, o termo de transporte é dado por:

$$\int_{\Omega^e} \nabla \mathcal{N}_i \cdot \left(\rho_w \frac{\mathbf{k}}{\mu_w} \nabla p_w \right) d\Omega^e = \left(\frac{\rho_w}{\mu_w} \right) \mathbf{B}_p^T \mathbf{k} \mathbf{B}_p \mathbf{p} A_e \quad (3.9)$$

onde \mathbf{B}_p corresponde à matriz que contém as derivadas das funções de forma, \mathbf{p} ao vetor de pressões nodais, A_e à área do elemento e a notação \bullet^T refere-se à matriz transposta de \bullet .

3.3 ELEMENTO FINITO SÓLIDO DE INTERFACE

Dado o sistema de eixos coordenados (n,s) , onde n é normal à base do elemento, considere o elemento triangular linear de base b , definida pela distância entre os nós 2 e 3, e de altura h , definida pela distância entre o nó 1 e sua projeção na base $1'$, assim como apresentado na Figura 3.2. Nesse trabalho, entende-se por elemento finito (triangular) de elevada razão de aspecto, ou elemento de interface, aquele que possui uma de suas dimensões muito maior que outra. Especificamente, tem-se que a base b do elemento é muito maior que sua altura h (Figura 3.2). Seixas (2015) também utiliza elementos finitos de elevada razão de aspecto para análise de fraturamento hidráulico e descreve as equações utilizadas nessa seção com mais detalhes.

Considere também $b_2 = \alpha b$ e $b_3 = (1 - \alpha) b$, onde $0 \leq \alpha \leq 1$ é um fator multiplicador. Assim, tem-se:

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{(1)} = (\alpha b, h) \\ \mathbf{x}^{(2)} = (0, 0) \\ \mathbf{x}^{(3)} = (b, 0) \end{cases} \quad (3.10)$$

onde $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(2)}$ e $\mathbf{x}^{(3)}$ são as coordenadas cartesianas dos nós 1, 2 e 3, respectivamente.

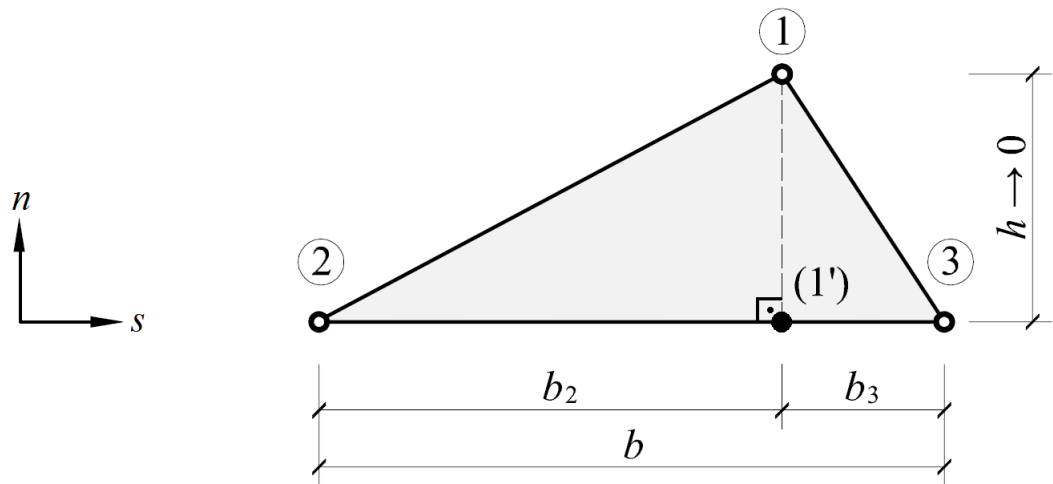


Figura 3.2: Elemento finito sólido de interface (adaptado de Maedo (2015)).

3.3.1 FORMULAÇÃO HIDRÁULICA

O gradiente da aproximação do campo de pressão no interior do elemento é dado por (GOSZ, 2005):

$$\nabla p_w = \mathbf{B}_p \mathbf{p} \Rightarrow \nabla p_w = \frac{1}{2A_e} \begin{bmatrix} -X_n^{32} & X_n^{31} & -X_n^{21} \\ X_s^{32} & -X_s^{31} & X_s^{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \\ p^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

onde $p^{(1)}$, $p^{(2)}$ e $p^{(3)}$ corresponde às pressões nos nós 1, 2 e 3, respectivamente. A notação X_n^{ij} , onde $X_n^{ij} = X_n^i - X_n^j$, corresponde à diferença entre as coordenadas dos nós i e j na direção n , sendo que para X_s^{ij} é feita a mesma analogia. Assim, a Equação (3.11) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\nabla p_w = \frac{1}{bh} \begin{bmatrix} 0 & -h & h \\ b & -b_3 & -b_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \\ p^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{b} (p^{(3)} - p^{(2)}) \\ \frac{1}{h} \llbracket p \rrbracket \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

com $\llbracket p \rrbracket = p^{(1)} - [(1 - \alpha)p^{(2)} + \alpha p^{(3)}] = p^{(1)} - p^{(1')}$ denotando o salto de pressão, o qual corresponde à diferença de pressão entre o nó 1 e sua projeção na base do elemento (1').

Finalmente, o fluxo (Equação (2.5)) no elemento de interface é dado por:

$$\mathbf{q}_w = \tilde{\mathbf{q}}_w + \hat{\mathbf{q}}_w = -\frac{(k/\mu_w)}{b} \begin{Bmatrix} p^{(3)} - p^{(2)} \\ 0 \end{Bmatrix} - \frac{(k/\mu_w)}{h} \begin{Bmatrix} 0 \\ \llbracket p \rrbracket \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

Note que há duas parcelas que definem o fluxo: a primeira, $\tilde{\mathbf{q}}_w$, contem os termos que dependem da base b e a segunda, $\hat{\mathbf{q}}_w$, os termos que dependem da altura h . Quando a altura $h \rightarrow 0$, para que o fluxo no elemento de interface permaneça limitado, deve-se ter que $\llbracket p \rrbracket \rightarrow 0$, significando que a pressão no nó 1 e em sua projeção na base (1') tendem ao mesmo valor. Isso impede que o fluxo no elemento assuma valores absurdamente elevados com a diminuição de h , mantendo assim uma coerência física adequada ao problema.

3.3.2 FORMULAÇÃO MECÂNICA

As componentes da aproximação do campo de deformação do elementos são dadas por (GOSZ, 2005):

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B}_d \mathbf{d} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \epsilon_{nn} \\ \epsilon_{ss} \\ \epsilon_{ns} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A_e} \begin{bmatrix} X_s^{32} & 0 & -X_s^{31} & 0 & X_s^{21} & 0 \\ 0 & -X_n^{32} & 0 & X_n^{31} & 0 & -X_n^{21} \\ -X_n^{32} & X_s^{32} & X_n^{31} & X_s^{31} & -X_n^{21} & X_s^{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_n^{(1)} \\ u_s^{(1)} \\ u_n^{(2)} \\ u_s^{(2)} \\ u_n^{(3)} \\ u_s^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

onde \mathbf{B}_d corresponde à matriz que contém as derivadas das funções de forma, \mathbf{d} ao vetor de deslocamentos nodais, A_e à área do elemento de interface e $u_j^{(i)}$ denota o valor do deslocamento do nó i na direção j . Assim, a Equação (3.14) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{nn} \\ \epsilon_{ss} \\ \epsilon_{ns} \end{Bmatrix} = \frac{1}{bh} \begin{bmatrix} b & 0 & -b_3 & 0 & -b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h & 0 & h \\ 0 & b & -h & -b_3 & h & -b_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_n^{(1)} \\ u_s^{(1)} \\ u_n^{(2)} \\ u_s^{(2)} \\ u_n^{(3)} \\ u_s^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{h} \llbracket u \rrbracket_n \\ \frac{1}{b} (u_s^{(3)} - u_s^{(2)}) \\ \frac{1}{h} \llbracket u \rrbracket_s + \frac{1}{b} (u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

com $\llbracket u \rrbracket_s = u_s^{(1)} [(1 - \alpha) u_s^{(2)} + \alpha u_s^{(3)}] = u_s^{(1)} - u_s^{(1')}$ denotando o salto de deslocamento na direção s , isto é, a diferença entre o deslocamento do nó 1 e sua projeção na base (1') na direção s e $\llbracket u \rrbracket_n = u_n^{(1)} [(1 - \alpha) u_n^{(2)} + \alpha u_n^{(3)}] = u_n^{(1)} - u_n^{(1')}$ denotando o salto de deslocamento na direção n , isto é, a diferença entre o deslocamento do nó 1 e sua projeção na base (1') na direção n . Desse modo, pode-se escrever que:

$$\llbracket \mathbf{u} \rrbracket = \begin{Bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n \\ \llbracket u \rrbracket_s \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

sendo $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ o vetor de deslocamento relativo entre o nó 1 e sua projeção na base (1').

O vetor de deformações, $\boldsymbol{\epsilon}$, também pode ser separado em duas componentes, $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}$ e $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}$, sendo que a primeira contém os termos que dependem da base b e a segunda os termos que dependem da altura h :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} + \hat{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{b} \begin{Bmatrix} 0 \\ u_s^{(3)} - u_s^{(2)} \\ u_n^{(3)} - u_n^{(2)} \end{Bmatrix} + \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n \\ 0 \\ \llbracket u \rrbracket_s \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Note que quando a altura $h \rightarrow 0$, a componente $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}$ fica limitada enquanto $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}$ fica ilimitada. Portanto, na situação limite de h tendendo a zero, a deformação no elemento de interface é defi-

nida quase exclusivamente pelo deslocamento relativo entre o nó 1 e sua projeção na base, $[[\mathbf{u}]]$. Na situação limite, o nó 1 e sua projeção convergem para o mesmo ponto material (MANZOLI *et al.*, 2012; MANZOLI *et al.*, 2014).

Note também que $[[\mathbf{u}]]$ corresponde a uma descontinuidade no campo de deslocamentos (descontinuidade forte (OLIVER, 1996; OLIVER; CERVERA; MANZOLI, 1999)), sendo $[[u]]_n$ a abertura e $[[u]]_s$ o deslizamento relativo (ver Figura 3.2).

3.4 TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DA MALHA

A Figura 3.3 mostra como ocorre o processo de fragmentação da malha e inserção dos elementos de interface (MANZOLI *et al.*, 2014; MANZOLI *et al.*, 2016). Primeiramente considera-se a região de interesse para análise do comportamento não linear do material. Assim, a técnica de fragmentação da malha consiste em reduzir o tamanho dos elementos finitos da malha original (Figura 3.3a) de modo a deixar um pequeno espaço entre elementos adjacentes (Figura 3.3b). Em cada espaço acomoda-se um par de elementos de interface, os quais possuem elevada razão de aspecto (Figura 3.3c). As fraturas geradas ocorrem somente nos locais onde estão os elementos de interface, isto é, contornando os elementos regulares, pois atribui-se aos elementos de interface um modelo de dano à tração, o qual será descrito no Capítulo 4, permitindo que eles tenham comportamento não linear. Por outro lado, aos elementos regulares da malha é atribuído um modelo elástico linear.

Nota-se que fragmentar a malha e inserir elementos de interface resulta no aparecimento de “buracos” na malha, os quais são isentos de quaisquer propriedades. Esses pequenos buracos não influenciam o problema mecânico, seja este apresentando comportamento linear ou não linear, pois suas dimensões são muito pequenas quando comparadas às dimensões do problema. Para o problema hidráulico, os buracos não influenciam enquanto este apresentar comportamento linear, porém, quando ocorre a fratura, os buracos impedem que o fluxo passe de um par de elementos de interface para outro. Portanto, para superar este obstáculo, são inseridos elementos unidimensionais de dois nós (elementos de barra) (Figura 3.3d), os quais conectam os pares de elementos de interface de modo a contornar os buracos. Os elementos de barra apresentam permeabilidade muito alta quando comparada à permeabilidade da rocha.

Tendo em vista que estudos sobre a influência da espessura dos elementos de interface sobre o problema mecânico já foram realizados (MAEDO, 2015; MANZOLI *et al.*, 2016), nesse trabalho é apresentado um estudo considerando apenas uma situação envolvendo o problema hidráulico, descrito no Capítulo 5.

3.4.1 PREPARAÇÃO DA MALHA E ANÁLISE

A geometria do problema, as condições iniciais e de contorno, as propriedades dos materiais e a malha de elementos regulares foram definidas por meio do software comercial GiD[®]

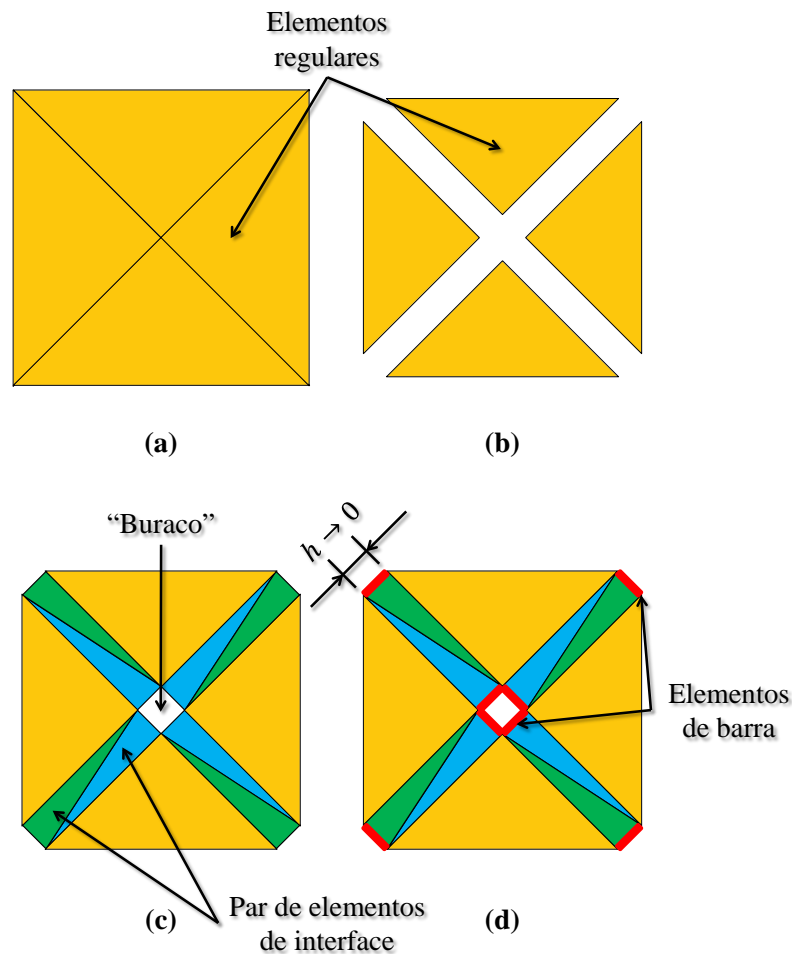


Figura 3.3: Técnica de Fragmentação da Malha. (a) Malha original com elementos regulares. (b) Diminuição no tamanho dos elementos regulares. (c) Acomodação dos elementos de interface. (d) Inserção dos elementos de barra.

(CIMNE, 2016), constituindo a fase de pré-processo. Os resultados das simulações também foram visualizados por meio do mesmo software, constituindo a fase de pós-processo.

Após o pré-processo, exporta-se um arquivo em formato “.dat” contendo as informações da malha, as propriedades dos materiais, as condições de contorno mecânicas, parte das condições de contorno hidráulicas e os passos de carga. Em paralelo, cria-se manualmente um arquivo em formato “.prs” contendo o restante das condições de contorno hidráulicas. Ressalta-se que estes arquivos podem ser modificados manualmente de acordo com a necessidade do usuário.

A seção do arquivo “.dat” que contém os dados da malha é extraída manualmente e utilizada em um primeiro algoritmo, escrito em linguagem FORTRAN e desenvolvido pelo grupo de pesquisa, capaz de inserir automaticamente os elementos de interface. A nova malha (agora contendo os elementos de interface) é utilizada em um segundo algoritmo, escrito na mesma linguagem e desenvolvido pelo mesmo grupo, para inserção (também automática) dos elementos de barra. Finalmente, tem-se a malha final de elementos finitos, a qual contém os elementos regulares, os elementos de interface e os elementos de barra e está pronta para passar pelo processo de análise.

A análise em elementos finitos é feita pelo software *in house* denominado “Omega”. Na fase de pós-processo, o arquivo com as respostas da análise é gerado num formato que o GiD® possa ler, assim, os efeitos referentes às principais incógnitas e demais variáveis do problema podem ser visualizados e analisados. A Figura 3.4 apresenta as etapas necessárias para se realizar os estudos propostos.

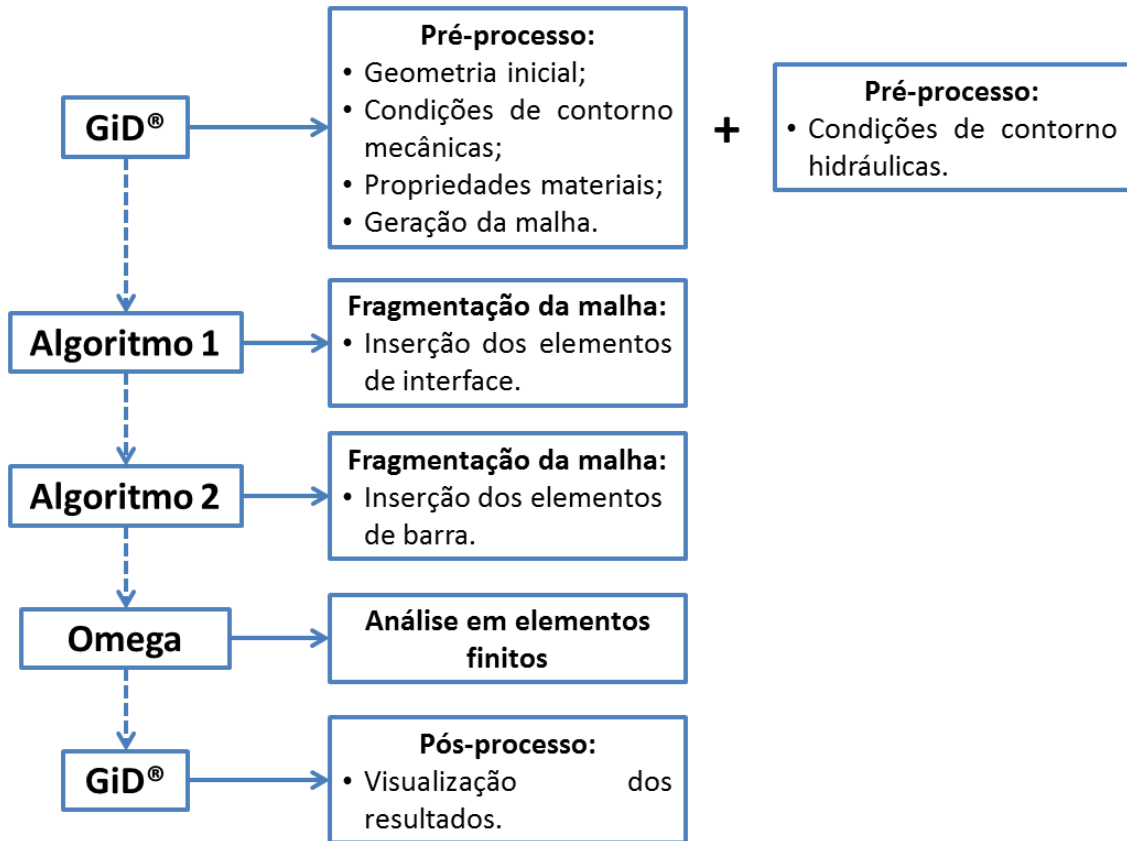


Figura 3.4: Etapas do processo utilizado para preparação e análise de problemas de fraturamento hidráulico.

CAPÍTULO 4

MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DA FRATURA

4.1 CONCEITOS BÁSICOS DO MODELO DE DANO

Segundo a perspectiva da mecânica do dano contínuo, entende-se como dano a degradação progressiva de propriedades mecânicas do material antes do início de uma macro fratura e se baseia em processos termodinâmicos irreversíveis (SIMO; JU, 1987).

Neste trabalho adota-se um modelo de dano isotrópico e homogêneo, no qual o dano pode ser modelado como uma entidade física escalar variável, dada por d , a qual é definida pela razão entre a área total de uma superfície, dada por A , e a área dos defeitos, dada por A_D , ambas representadas na Figura 4.1.

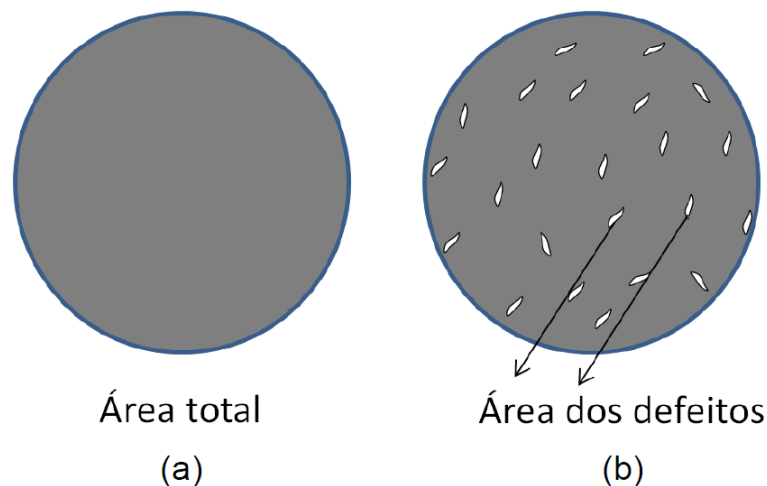


Figura 4.1: Superfície de um (a) material intacto e um (b) material degradado (adaptado de Beserra (2015)).

Portanto, define-se a variável de dano por:

$$d = \frac{A_D}{A} \quad (4.1)$$

Com isso, a área que efetivamente resiste aos esforços é chamada de área efetiva e é definida como:

$$\bar{A} = A - A_D \quad (4.2)$$

Consequentemente, a variável de dano pode ser reescrita como:

$$d = 1 - \frac{\bar{A}}{A} \quad (4.3)$$

Note que a Equação (4.3) mostra que d possui o limite inferior de 0 e superior de 1, isto é, $0 \leq d \leq 1$, onde $d = 0$ representa o material em seu estado íntegro (não degradado) e $d = 1$ representa o material sem qualquer capacidade resistente (completamente degradado).

4.1.1 TENSÃO EFETIVA (ELÁSTICA)

No contexto de mecânica do dano, define-se como tensão efetiva, denotada por $\bar{\sigma}$, aquela associada à área que efetivamente resiste aos esforços e define-se como tensão aparente, denotada por σ' , aquela que expressa a força que está aplicada sobre a área total da seção transversal (MAEDO, 2015). Ressalta-se que neste trabalho, a nomenclatura mais adequada para essas grandezas corresponde àquela utilizada no contexto da mecânica dos solos, portanto, $\bar{\sigma}$ será tratada como tensão elástica e σ' será tratada como tensão efetiva de Terzaghi. Desse modo, tem-se

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{\bar{A}} \rightarrow \textbf{Tensão elástica} \text{ (ou efetiva, no contexto da mecânica do dano)} \quad (4.4)$$

e

$$\sigma' = \frac{F}{A} \rightarrow \textbf{Tensão efetiva de Terzaghi} \text{ (ou aparente, no contexto da mecânica do dano)} \quad (4.5)$$

Com isso, manipulando-se a Equação (4.3) e relacionando-a com a razão entre as Equações (4.4) e (4.5), escreve-se a relação entre as tensões elástica e efetiva de Terzaghi com base na variável de dano da seguinte maneira:

$$\sigma' = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (4.6)$$

4.1.2 PRINCÍPIO DA EQUIVALÊNCIA DE DEFORMAÇÕES

Segundo o princípio da equivalência de deformações proposto por Lemaitre (1983), atentando-se à nomenclatura proposta anteriormente, a deformação do material degradado solicitado pela tensão efetiva de Terzaghi (σ') é equivalente à deformação do material íntegro submetido à tensão elástica ($\bar{\sigma}$), assim como representado na Figura 4.2.

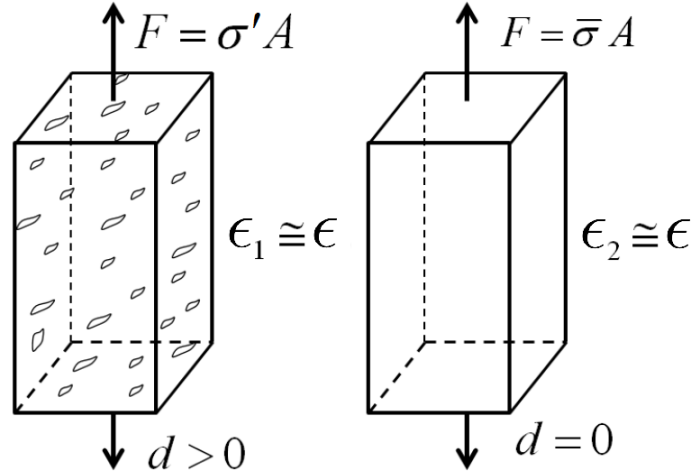


Figura 4.2: Representação esquemática do princípio de equivalência de deformações (adaptado de Beserra (2015)).

A partir desta hipótese e considerando-se como E e E_D o módulo de Young do material intacto e o módulo de Young do material degradado, respectivamente, pode-se escrever a seguinte relação:

$$E_D = (1 - d)E \quad (4.7)$$

Desse modo, as tensões propostas nas Equações (4.4) e (4.5) podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\bar{\sigma} = E\epsilon \rightarrow \text{Tensão elástica} \quad (4.8)$$

e

$$\sigma' = (1 - d)E\epsilon \rightarrow \text{Tensão efetiva de Terzaghi} \quad (4.9)$$

onde ϵ corresponde à deformação do material, esteja ele intacto ou degradado.

4.1.3 CRITÉRIO DE DEGRADAÇÃO DO MATERIAL

O critério de degradação define o domínio elástico, região no espaço das tensões onde o comportamento do material é elástico linear, o qual pode ser estabelecido por uma função de dano, denotada por θ , escrita em função da tensão equivalente, denotada por τ , e da variável interna do modelo, denotada por r , da seguinte maneira (BESERRA, 2015; SEIXAS, 2015):

$$\theta(\sigma) = \tau(\sigma) - r \leq 0 \quad (4.10)$$

onde a tensão equivalente $\tau(\sigma)$ define a forma do domínio elástico e r define o tamanho do domínio elástico.

Dividindo-se a Equação (4.10) por $(1 - d)$, no espaço das tensões elásticas, o critério de degradação é escrito da seguinte forma:

$$\bar{\theta}(\bar{\sigma}) = \bar{\tau}(\bar{\sigma}) - \bar{r} \leq 0 \quad (4.11)$$

onde \bar{r} é a variável interna que define o tamanho do domínio elástico no espaço das tensões elásticas, podendo ser definida por:

$$\bar{r} = \frac{r}{1 - d} \quad (4.12)$$

A variável de dano, por sua vez, pode então ser escrita em função de r e \bar{r} :

$$d = 1 - \frac{r}{\bar{r}} \quad (4.13)$$

Com isso é possível definir as condições de carga e descarga de Kuhn-Tucker da seguinte maneira (MAEDO, 2015; BESERRA, 2015; SEIXAS, 2015):

$$\dot{d} \geq 0$$

$$\bar{\theta}(\bar{\sigma}) \leq 0 \quad (4.14)$$

$$\dot{d} \bar{\theta}(\bar{\sigma}) = 0 \rightarrow \text{condição de consistência}$$

onde

Se $\bar{\theta}(\bar{\sigma}) < 0 \rightarrow \dot{d} = 0 \rightarrow$ regime elástico

$$\text{Se } \bar{\theta}(\bar{\sigma}) = 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{\bar{\tau}}(\bar{\sigma}) < 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{d} = 0 \\ \dot{\bar{r}} = 0 \end{cases} \rightarrow \text{descarga elástica} \\ \dot{\bar{\tau}}(\bar{\sigma}) > 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{d} > 0 \\ \dot{\bar{r}} = \dot{\bar{\tau}} > 0 \end{cases} \rightarrow \text{carga} \end{cases} \quad (4.15)$$

Como consequência, a lei de evolução de \bar{r} fica:

$$\bar{r} = \text{Max}[\bar{\tau}, \bar{r}_0] \quad (4.16)$$

onde \bar{r} inicia-se com o valor de \bar{r}_0 e assume o valor máximo de $\bar{\tau}$.

A Figura 4.3, a qual apresenta uma curva de tensão elástica e efetiva de Terzaghi versus deformação, mostra as etapas de carga, descarga e recarga do material. No trecho \overline{OA} o comportamento do material é elástico e, portanto, a variável de dano d não evolui. No trecho \overline{AB} o material passa a ser degradado de maneira irreversível e a variável de dano evolui. Os trechos \overline{BO} e \overline{OB} correspondem aos processos elásticos de descarga e recarga, respectivamente, e nes-

ses casos a variável de dano não se altera. Note que o fator de redução da rigidez do material é dado por $(1 - d)$.

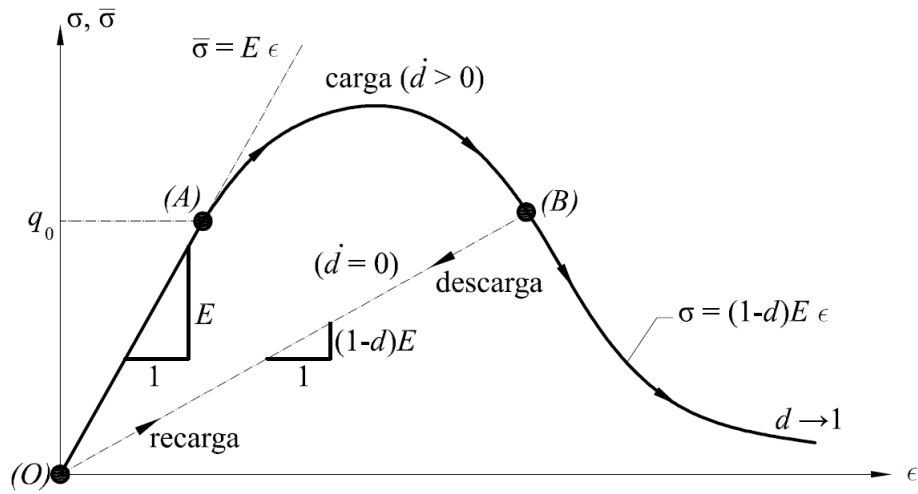


Figura 4.3: Diagrama tensão-deformação e evolução da variável de dano (adaptado de Maedo (2015)).

4.1.4 LEI DE EVOLUÇÃO DO DANO

Após o limite de elasticidade, o material pode apresentar diferentes comportamentos, os quais dependem de suas características. Para um modelo de dano existem diferentes leis de evolução da variável de dano, podendo ser leis de endurecimento ou abrandamento. A Figura 4.4 apresenta gráficos de r versus \bar{r} para mostrar diferentes comportamentos pós-ruptura.

As leis de endurecimento e abrandamento podem ser escritas em função das variáveis r e \bar{r} . Para o caso linear, tem-se:

$$r(\bar{r}) = r_0 + H(\bar{r} - r_0) \quad (4.17)$$

onde $r_0 = \bar{r}_0$ e $H > 0$ é um parâmetro de endurecimento e $H < 0$ é de abrandamento.

No caso de um abrandamento exponencial, tem-se;

$$r(\bar{r}) = r_0 e^{\mathcal{A}\left(1 - \frac{\bar{r}}{\bar{r}_0}\right)} \quad (4.18)$$

onde \mathcal{A} é um parâmetro de abrandamento exponencial.

4.2 MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO

Em processos de fraturamento hidráulico, a fratura se forma devido à tração gerada na parede do poço por meio da injeção de fluido (HUBBERT; WILLIS, 1957). Para o modelo de dano à tração adotado neste trabalho, o material será degradado apenas quando submetido a tração e quando o critério de dano for atingido. Já em casos de compressão, o material mantém comportamento elástico linear.

Nesse trabalho adotou-se o modelo de dano à tração apresentado por Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014), no qual a lei constitutiva é dada por:

$$\boldsymbol{\sigma}' = (1 - d)\bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (4.19)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}'$ é o tensor de tensões efetivas de Terzaghi, d é a variável de dano ($0 \leq d \leq 1$) e $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ é o tensor de tensões elásticas. O tensor $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$, por sua vez, é dado por:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\epsilon} \quad (4.20)$$

sendo \mathbf{C} o tensor constitutivo elástico de quarta ordem.

Relacionando-se as Equações (4.19) e (4.20), tem-se

$$\boldsymbol{\sigma}' = (1 - d)\mathbf{C} : \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}^{in}) \quad (4.21)$$

onde $\boldsymbol{\epsilon}^{in}$ corresponde ao tensor de deformações inelásticas, o qual possui todas as suas componentes afetadas pela variável de dano.

Com técnica de fragmentação da malha utilizada neste trabalho, projeta-se o tensor de tensões efetivas de Terzaghi na direção normal à superfície da fratura, resultando no vetor de tensões \mathbf{T} . Desse modo, adota-se como critério de dano (ou degradação), a componente normal de \mathbf{T} , denotada por σ'_n . Para os elementos de interface, a direção normal é definida como ortogonal à base do elemento, assim como representado na Figura 4.5.

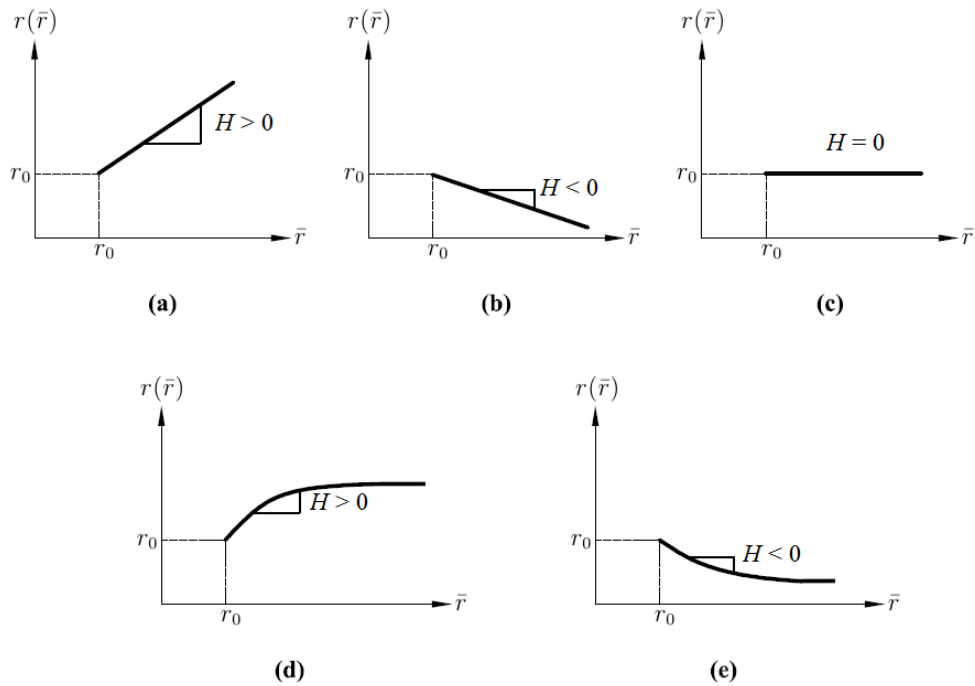


Figura 4.4: Diferentes comportamentos de endurecimento e abrandamento (adaptado de Maedo (2015)): (a) lei de endurecimento linear; (b) lei de abrandamento linear; (c) dano perfeito; (d) lei de endurecimento exponencial; e (e) lei de abrandamento exponencial.

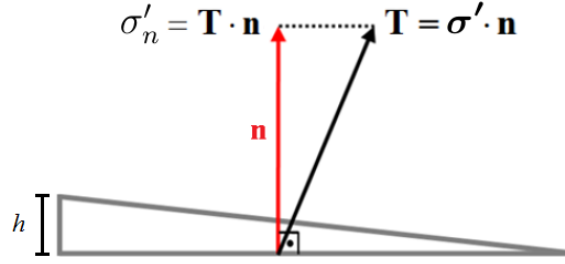


Figura 4.5: Projeção do vetor de tensões na direção normal à base do elemento de interface (adaptado de Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014)).

No espaço das tensões elásticas, o critério de dano pode ser escrito da seguinte forma (BESERRA, 2015; SEIXAS, 2015):

$$\bar{\theta}(\bar{\sigma}_n, \bar{r}) = \bar{\sigma}_n - \bar{r} \leq 0, \text{ onde } \bar{\sigma}_n = \bar{\sigma} \quad (4.22)$$

A lei de evolução da variável de dano é dada por:

$$d(\bar{r}) = 1 - \frac{r(\bar{r})}{\bar{r}} \quad (4.23)$$

A variável \bar{r} controla o tamanho do domínio elástico no espaço das tensões elásticas. A lei de evolução de \bar{r} é dada por:

$$\bar{r} = \text{Max}[\bar{\sigma}_n, \bar{r}_0], \text{ com } \bar{r}_0 = f_t \quad (4.24)$$

Note que na Equação (4.24), \bar{r} inicia-se com o valor da resistência à tração do material, f_t , e assume o valor máximo que a tensão elástica de tração $\bar{\sigma}_n$ atinge durante o processo de carregamento.

Finalmente, a evolução da variável r é expressa por uma lei de abrandamento exponencial, dada por:

$$r(\bar{r}) = f_t e^{\frac{f_t^2}{G_f E} h \left(1 - \frac{\bar{r}}{f_t}\right)} \quad (4.25)$$

onde E é o módulo de Young, G_f é a energia de fratura do material (MANZOLI *et al.*, 2014; SÁNCHEZ; MANZOLI; GUIMARÃES, 2014) e h é a espessura dos elementos de interface.

4.2.1 ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO IMPLÍCITO-EXPLÍCITO (IMPL-EX)

Oliver, Huespe e Cante (2008) propuseram um método (ou algoritmo) de integração de tensões bastante robusto, chamado de “IMPL-EX”, o qual corresponde a uma simplificação do algoritmo implícito com uma projeção explícita da variável de dano, diminuindo assim a não linearidade do algoritmo de integração.

As principais vantagens do IMPL-EX são: (1) garantia de convergência do modelo com uma

única iteração e (2) menor custo computacional quando comparado ao algoritmo implícito.

Contudo, o método viola a condição de consistência e, conseqüentemente, os resultados podem perder precisão ou apresentarem oscilações. Oliver, Huespe e Cante (2008) afirmam que esses problemas podem ser contornados adotando-se incrementos de carga pequenos.

O algoritmo IMPL-EX aplicado ao modelo de dano à tração utilizado nesse trabalho trata da atualização da variável interna de dano, dada por \bar{r} , a qual define o limite de degradação. Assim, sendo o passo de tempo atual dado por $i + 1$, o cálculo da variável de dano atual pode ser definido como

$$\tilde{d}(\tilde{r}_{(i+1)}) = 1 - \frac{r(\tilde{r}_{(i+1)})}{\tilde{r}_{(i+1)}} \quad (4.26)$$

onde

$$\tilde{r}_{(i+1)} = \bar{r}_{(i)} + \Delta\bar{r}_{(i)} \quad (4.27)$$

e

$$\Delta\bar{r}_{(i)} = \bar{r}_{(i)} - \bar{r}_{(i-1)} \quad (4.28)$$

Note que a variável $\tilde{r}_{(i+1)}$ é uma aproximação da função $\bar{r}_{(i+1)}$ baseada em seus valores calculados em passos de tempo anteriores. Isso garante a rápida convergência, porém é necessário realizar um estudo de convergência dos resultados (BESERRA, 2015; SEIXAS, 2015).

A Tabela 4.1 mostra o esquema do IMPL-EX, considerando $\bar{\tau} = \bar{\sigma}_n$, para a determinação das tensões no passo $i + 1$.

4.3 MODELO DE PLACAS PARALELAS

O conceito de placas paralelas (SNOW, 1965; WITHERSPOON *et al.*, 1980) consiste na maneira mais simples para se estudar o fluxo de fluido por um meio fraturado, o qual considera uma única fratura, formada por duas placas de superfícies lisas, separadas por uma abertura constante. Nesse modelo não se considera as imperfeições encontradas nas paredes de fraturas naturais, tais como a rugosidade, e considera-se que não há materiais que preencham o espaço entre as placas (PAITAN, 2013). A Figura 4.6 apresenta a evolução do conceito de fratura natural até o conceito do modelo de placas paralelas apresentada por Morales (2008).

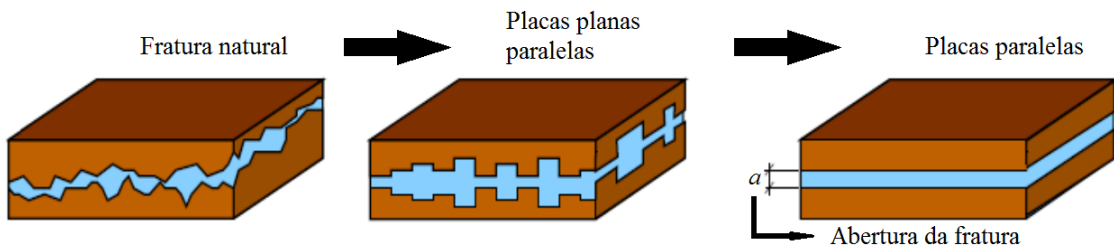


Figura 4.6: Evolução do conceito de fratura natural até o modelo de placas paralelas (adaptado de Morales (2008)).

Para o modelo de placas paralelas, considera-se um fluxo laminar com distribuição de velo-

Tabela 4.1: Esquema de integração IMPL-EX para o modelo de dano à tração (adaptado de Maedo (2015))

Entrada: $\epsilon_{(i+1)}$, $\bar{\sigma}_{n(i)}$, $\bar{r}_{(i)}$, $\Delta\bar{r}_{(i)}$

(i) Calcular o tensor de tensões elásticas no passo $i + 1$

$$\bar{\sigma}_{n(i+1)} \leftarrow \mathbf{C} : \epsilon_{(i+1)}$$

(ii) Calcular a tensão equivalente

$$\bar{\tau}_{(i+1)} \leftarrow \bar{\sigma}_{n(i+1)} = \mathbf{n} \cdot \bar{\sigma}_{(i+1)} \cdot \mathbf{n}$$

(iii) Verificar a condição de carregamento e descarregamento

$$\text{SE } \bar{\sigma}_{n(i+1)} \leq \bar{r}_{(i)} \text{ ENTÃO}$$

$$\bar{r}_{(i+1)} \leftarrow \bar{r}_{(i)}$$

SENÃO

$$\bar{r}_{(i+1)} \leftarrow \bar{\tau}_{(i+1)}$$

FIM SE

(iv) Calcular o incremento na variável interna

$$\Delta\bar{r}_{(i+1)} \leftarrow \bar{r}_{(i+1)} - \bar{r}_{(i)}$$

(v) Calcular a extrapolação explícita de \bar{r}

$$\tilde{\bar{r}}_{(i+1)} \leftarrow \bar{r}_{(i)} + \frac{\Delta t_{(i+1)}}{\Delta t_{(i)}} \Delta\bar{r}_{(i)}; \Delta t_{(i+1)} \leftarrow t_{(i+1)} - t_{(i)}; \Delta t_{(i)} \leftarrow t_{(i)} - t_{(i-1)}$$

(vi) Atualizar os valores da variável r , segundo uma lei exponencial, e da variável de dano d

$$\tilde{r}_{(i+1)} \leftarrow r_{(i)} e^{\mathcal{A} \left(1 - \frac{\tilde{\bar{r}}_{(i+1)}}{r_{(i)}} \right)}; \tilde{d}_{(i+1)} \leftarrow 1 - \frac{\tilde{\bar{r}}_{(i+1)}}{\bar{r}_{(i+1)}}$$

(vii) Atualizar o valor da tensão

$$\tilde{\sigma}_{(i+1)} \leftarrow \left(1 - \tilde{d}_{(i+1)} \right) \bar{\sigma}_{(i+1)}, \text{ SE } \bar{\sigma}_{n(i)} > 0$$

$$\tilde{\sigma}_{(i+1)} \leftarrow \bar{\sigma}_{(i+1)}, \text{ SE } \bar{\sigma}_{n(i)} \leq 0$$

Saída: $\tilde{\sigma}_{(i+1)}$, $\bar{\sigma}_{n(i+1)}$, $\bar{r}_{(i+1)}$, $\Delta\bar{r}_{(i+1)}$

cidade parabólica na seção transversal da fratura (PAITAN, 2013), assim como representado na Figura 4.7.

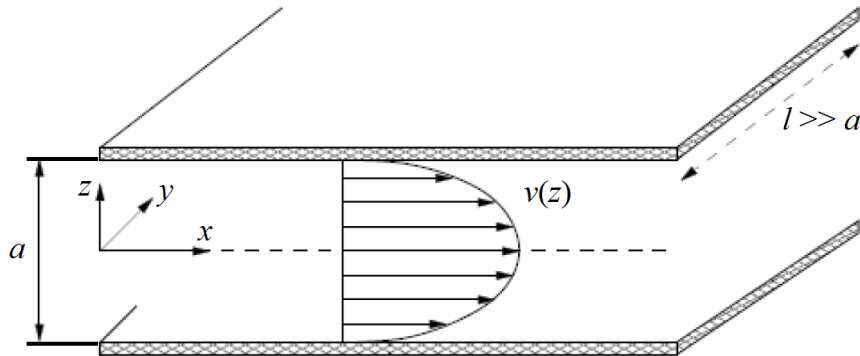


Figura 4.7: Fluxo laminar entre duas placas paralelas (adaptado de Morales (2008)).

Para este modelo e com base nas equações de Navier-Stokes, pode-se estudar o fluxo no plano de fratura. Considerando que o escoamento está confinado dentro da fratura, que o fluido é incompressível e que o escoamento apenas ocorre na direção do eixo x , entre outras considerações e simplificações (SARKAR; TOKSOZ; BURNS, 2004; MORALES, 2008), a vazão no interior da fratura é dada por:

$$q_{fr} = -\frac{\rho g a^3 l}{12\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (4.29)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, g é a aceleração da gravidade, a é a abertura da fratura, l é a largura, μ é a viscosidade dinâmica do fluido e $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ é o gradiente hidráulico na direção x . Nota-se que a vazão dada pela Equação (4.29) é proporcional ao cubo da abertura, sendo definida como “lei cúbica” para placas paralelas.

A velocidade de escoamento do fluido no interior da fratura, por sua vez, é dado pela seguinte relação (SARKAR; TOKSOZ; BURNS, 2004; MORALES, 2008):

$$v_{fr} = \frac{q_{fr}}{al} = -\frac{\rho g a^2}{12\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (4.30)$$

Segundo a definição de condutividade hidráulica (GOMES, 2009; MARIN, 2011; PAITAN, 2013), pode-se escrever que:

$$K_{fr} = \frac{\rho g}{\mu} k_{fr} \quad (4.31)$$

onde K_{fr} corresponde à condutividade hidráulica da fratura e k_{fr} é a permeabilidade da fratura. Portanto, substituindo-se a Equação (4.31) em (4.30), nota-se que permeabilidade da fratura é dada por:

$$k_{fr} = \frac{a^2}{12} \quad (4.32)$$

Nesse trabalho considera-se que a abertura a da fratura é dada por;

$$a = \llbracket u \rrbracket_n \quad (4.33)$$

4.3.1 MODELO DE PLACAS PARALELAS APLICADA AOS ELEMENTOS DE INTERFACE

O modelo de placas paralelas se aplica aos elementos de interface a partir do momento em que eles passam a sofrer degradação. Quando a variável de dano $d > 0$, os elementos de interface passam a apresentar uma deformação inelástica e a representação da abertura da fratura pode ser dada por meio do salto de deslocamento do elemento. Com isso, a componente inelástica do tensor de deformações normal à base do elemento, dada por $d\epsilon_n$, multiplicada pela espessura h do elemento, se torna uma medida aproximada para a abertura de descontinuidade no elemento (Figura 4.8), ou seja:

$$[[u]]_n \approx d\epsilon_n h \quad (4.34)$$

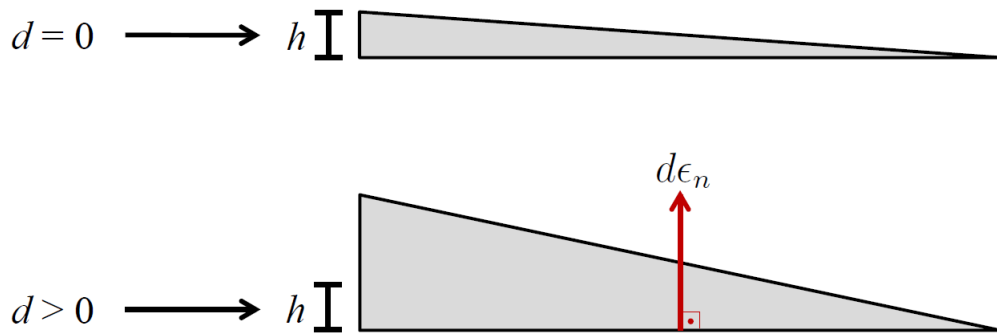


Figura 4.8: Representação da abertura de descontinuidade no elemento de interface. Quando $d = 0$ não há salto e, portanto, não há deformação inelástica. Quando $d > 0$ há salto e, portanto, há deformação inelástica.

Com isso, a variação da permeabilidade intrínseca no elemento de interface é dada da seguinte maneira (ver Equação (4.32)):

$$k = \frac{[[u]]_n^2}{12} \quad (4.35)$$

Além de permitir o aumento da permeabilidade no elemento, essa relação também possibilita sua diminuição, sendo que o limite mínimo é dado justamente pela permeabilidade inicial atribuída ao material do elemento.

Note que, a princípio, a permeabilidade do elemento pode aumentar infinitamente, pois não há nada que limite sua abertura. Sendo assim, para evitar problemas numéricos, foi imposto um limite máximo para a permeabilidade, o qual é igual a $1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^2$ (ou 10.0 mD).

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os exemplos numéricos de fraturamento hidráulico apresentados nesse trabalho são baseados em ensaios de microfraturamento e buscam verificar se o modelo proposto é capaz de fornecer resultados compatíveis com as características apresentadas nas Figuras 1.2 (fraturas induzidas formando-se e propagando-se perpendicularmente à menor tensão principal *in situ*) e 1.3 (gráfico da pressão no poço por tempo de injeção de fluido). No entanto, ressalta-se que a pressão de absorção não pode ser identificada, pois não são consideradas fraturas iniciais ao redor do poço.

5.1 INFLUÊNCIA DOS ELEMENTOS DE INTERFACE SOBRE O PROBLEMA HIDRÁULICO

Para mostrar a influência que os elementos de interface têm sobre o problema hidráulico, foi realizada uma simulação considerando duas situações distintas: a primeira constituída de uma malha sem elementos de interface; a segunda constituída de quatro malhas com diferentes espessuras de elementos de interface, sendo elas dadas por $h_1 = 0.05$ m, $h_2 = 0.005$ m, $h_3 = 0.0005$ m e $h_4 = 0.00005$ m.

A região simulada possui permeabilidade $k = 5.0 \times 10^{-17}$ m², a qual foi atribuída tanto para os elementos regulares quanto para os elementos de interface, e, como condições de contorno, aplicou-se uma vazão $Q = 1.0 \times 10^{-7}$ m³/s em um nó e uma pressão inicial $P_c = 0.0$ em outro nó, as quais podem ser identificadas na Figura 5.1.

A malha não fragmentada pode ser vista na Figura 5.1, na qual foram utilizados 360 elementos regulares. Já para as malhas fragmentadas, além dos 360 elementos regulares, cada uma possui 1024 elementos de interface.

Para verificar a influência da espessura dos elementos de interface, aplicou-se a vazão indicada por um período de tempo longo o suficiente para que o sistema entrasse em regime permanente. Sendo assim, verificou-se o gradiente de pressão nas duas situações, os quais podem ser vistos na Figura 5.2.

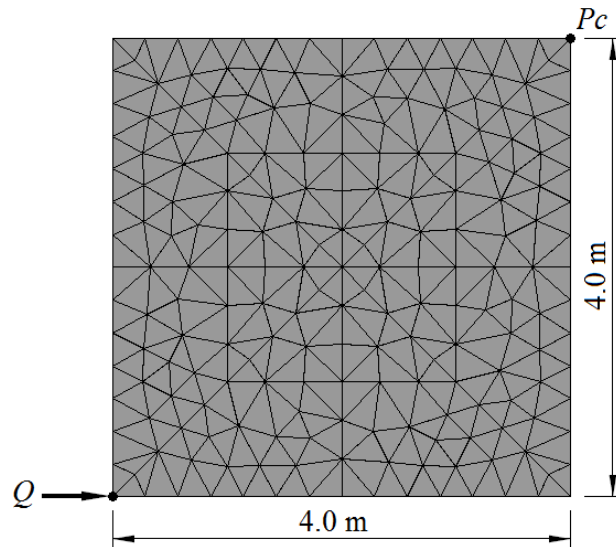


Figura 5.1: Malha de elementos finitos não fragmentada juntamente com informações quanto à geometria e condições de contorno.

A Figura 5.2a corresponde ao gradiente de pressão da malha não fragmentada e as Figuras 5.2b, 5.2c, 5.2d e 5.2e correspondem ao gradiente de pressão das malhas fragmentadas com elementos de interface com h_1 , h_2 , h_3 e h_4 , respectivamente. Note que o gradiente de pressão entre a malha não fragmentada e as malhas fragmentadas apresentam uma boa concordância.

Além do gradiente de pressão, comparou-se a pressão máxima alcançada na malha não fragmentada com a pressão máxima alcançada nas quatro malhas fragmentadas, as quais podem ser vistas na Tabela 5.1. Tomando-se como referência a malha não fragmentada, note que no caso de h_1 , os elementos de interface possuem dimensões exageradas quando comparadas às dimensões dos elementos regulares. Conseqüentemente, os buracos na malha, os quais são isentos de quaisquer propriedades, também possuem dimensões exageradas e, por conta disso, o erro percentual encontrado ultrapassa 10.0%. Porém, para espessuras de até 5 unidades de milímetro (h_2), o maior erro encontrado foi de 1.5%.

Tabela 5.1: Comparação entre a pressão máxima para cada espessura h

Pressão máxima (MPa)		
Malha não fragmentada	Malha fragmentada	Erro (%)
8.3447	$h_1 \rightarrow 9.3971$	12.6
	$h_2 \rightarrow 8.4686$	1.5
	$h_3 \rightarrow 8.3711$	0.3
	$h_4 \rightarrow 8.3616$	0.2

A Tabela 5.2 mostra o tempo de processamento de cada simulação. Note que as malhas fragmentadas exigiram um tempo de processamento muito maior que o tempo necessário à malha não fragmentada. Isso ocorre em função do aumento expressivo da quantidade de graus de liberdade do sistema ocasionada pela inserção dos elementos de interface.

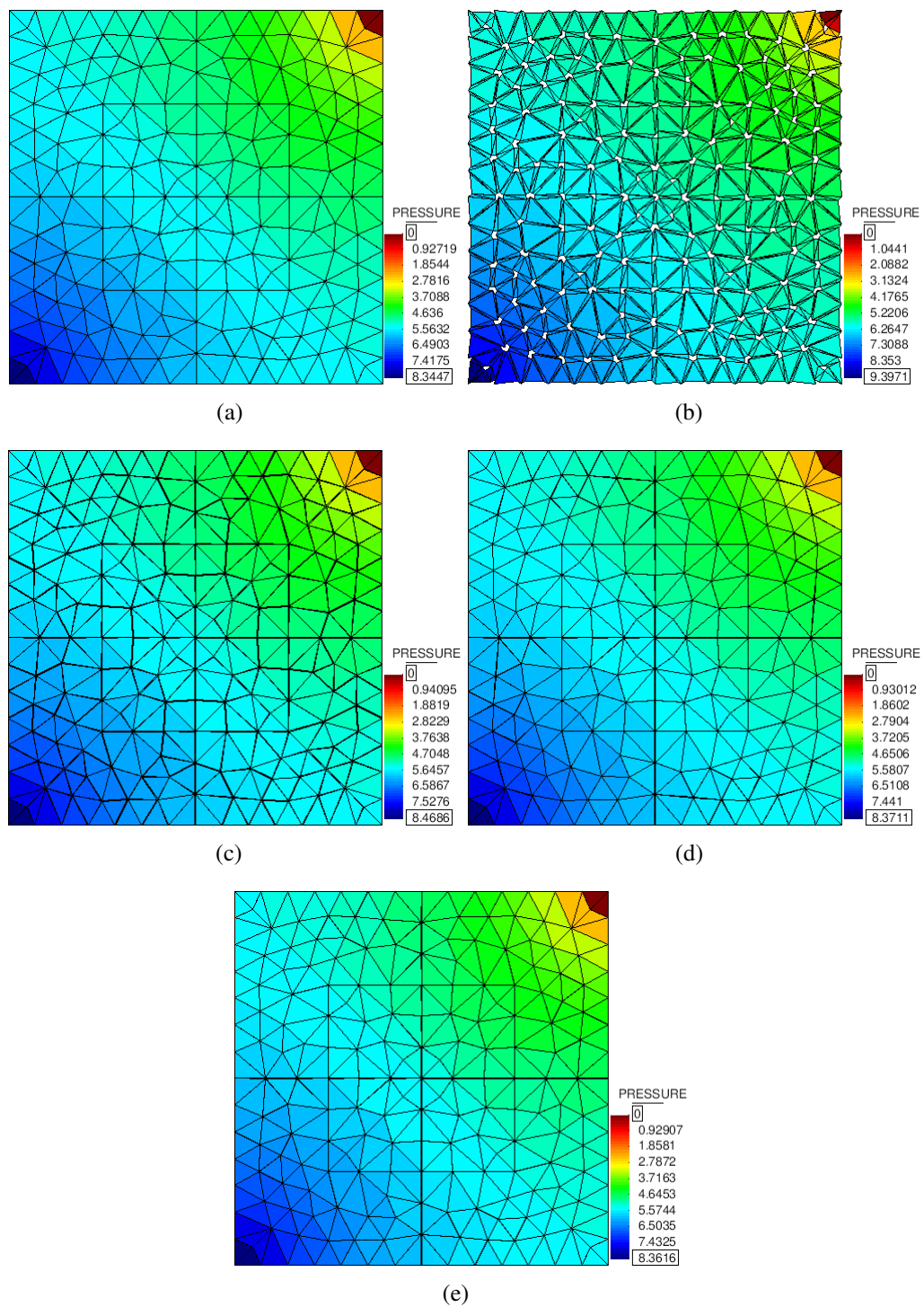


Figura 5.2: Gradiente de pressão para (a) malha não fragmentada, (b) $h_1 = 0.05$ m, (c) $h_2 = 0.005$ m, (d) $h_3 = 0.0005$ m e (e) $h_4 = 0.00005$ m.

5.2 INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA E CONDIÇÕES DE CONTORNO MECÂNICAS

As simulações de fraturamento hidráulico que serão apresentadas no tópico 5.3 foram realizadas adotando-se duas metodologias: (1) domínios relativamente pequenos para as rochas

Tabela 5.2: Tempo de processamento da malha não fragmentada e das malhas fragmentadas

		Tempo de processamento (horas : minutos : segundos)
Malha não fragmentada		00 : 00 : 04
Malha fragmentada	h_1	00 : 00 : 34
	h_2	00 : 00 : 38
	h_3	00 : 00 : 36
	h_4	00 : 00 : 28

e (2) aplicação de restrições de deslocamento nas extremidades do domínio. Porém, notou-se que os dois métodos influenciavam a curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido de diferentes maneiras. Portanto, para mostrar a influência que o tamanho do domínio e as restrições de deslocamento em suas extremidades têm sobre os casos de fraturamento hidráulico, foram realizadas seis simulações considerando duas situações diferentes. A primeira situação é constituída de três regiões com dimensões de 100×100 m, 100×70 m e 100×40 m, de modo que não foram impostas restrições de deslocamento no contorno após a aplicação das cargas. A segunda situação é constituída das mesmas três regiões com dimensões de 100×100 m, 100×70 m e 100×40 m, porém foram impostas restrições de deslocamento no contorno após a aplicação das cargas. Nas duas situações estudadas, considerou-se metade de um poço de 0.6 m de diâmetro localizado na extremidade de cada região e foram aplicadas condições de simetria. A Figura 5.3 mostra a geometria e a localização das condições de contorno mecânicas e hidráulicas das regiões estudadas, onde $Q = 5.0 \times 10^{-9} \frac{m^3}{s}$ e $P_c = 0.0$.

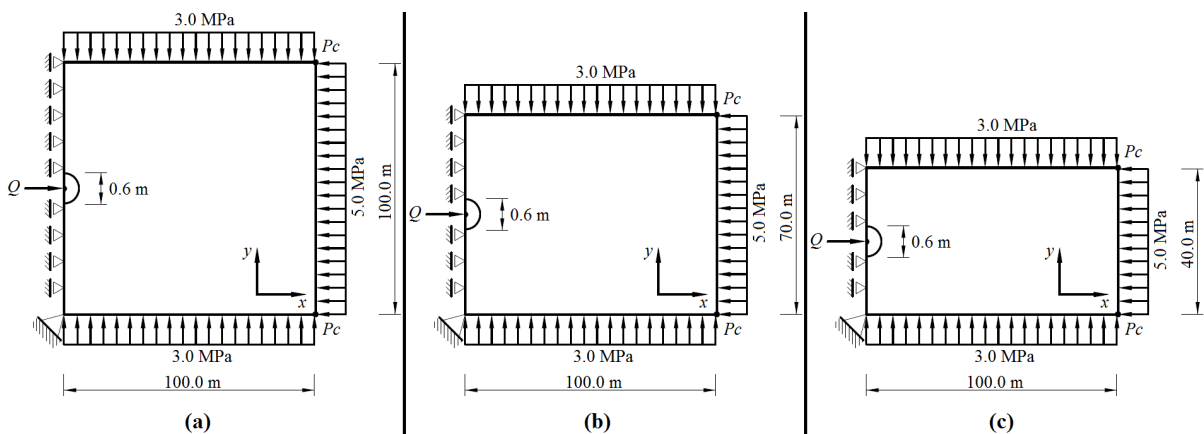


Figura 5.3: Condições de contorno mecânicas e hidráulicas referentes às regiões com dimensões de (a) 100×100 m, (b) 100×70 m e (c) 100×40 m.

A Figura 5.4 mostra a metodologia que foi adotada para impor as condições de contorno mecânicas considerando os três primeiros intervalos de tempo. No primeiro intervalo tem-se a geometria original e são impostas as restrições de deslocamento que pertencem ao problema original (Figura 5.4a); no segundo intervalo são aplicadas as cargas (Figura 5.4b); e no terceiro intervalo são aplicadas restrições de deslocamento na mesma direção de aplicação das cargas

(Figura 5.4c).

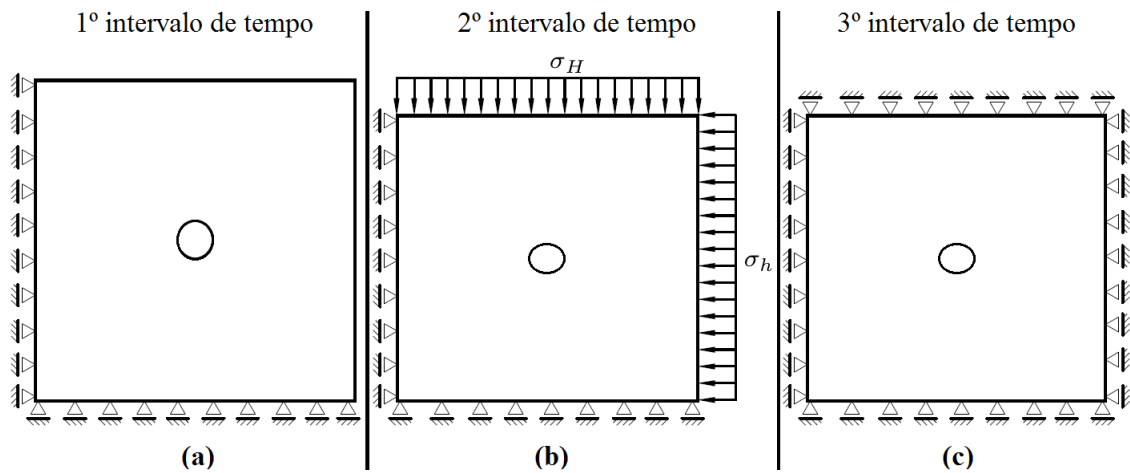


Figura 5.4: Metodologia adotada para aplicação das condições de contorno mecânicas. (a) Geometria e restrições de deslocamento do problema original. (b) Aplicação das cargas. (c) Restrições de deslocamento impostas na mesma direção de aplicação das cargas.

A Figura 5.5 mostra a malha de elementos finitos referente à região de 100×40 m. Na Figura 5.5a, o detalhe em vermelho destaca as proximidades do poço e o material em cor rosa corresponde ao local que foi fragmentado. Na Figura 5.5b, note que existe uma linha central que passa exatamente no meio do material de cor rosa, a qual se prolonga por toda a extensão horizontal da região e note também que o detalhe em vermelho destaca o início dessa linha. Na Figura 5.5c, apenas os elementos de interface que estão sobre a linha central (representados em cor marrom) podem sofrer degradação, logo, a fratura ocorrerá apenas nessa linha. Ressalta-se que para as outras duas regiões (100×70 m e 100×100 m), tanto a malha utilizada no poço quando aquela que foi fragmentada (cor rosa), são exatamente iguais às apresentadas nas Figuras 5.5b e 5.5c. A Tabela 5.3 mostra a quantidade de elementos utilizados nas malhas das três regiões descritas.

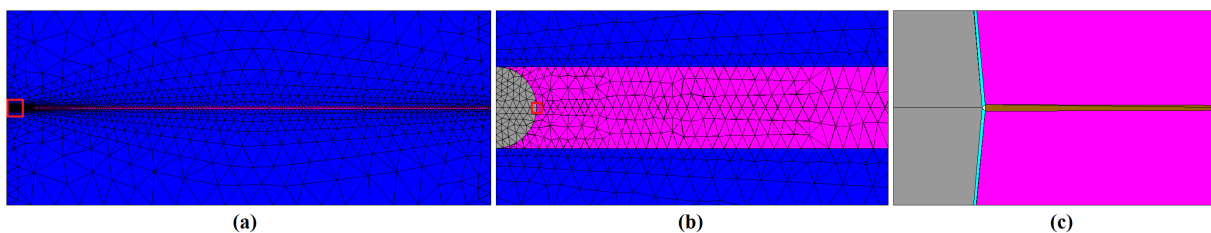


Figura 5.5: Malha de elementos finitos utilizada para a região de 100×40 m. (a) A faixa central em cor rosa (a qual se prolonga por todo o comprimento da região) foi fragmentada, diferentemente do material em cor azul. O detalhe em vermelho mostra as proximidades do poço. (b) O material em cor cinza representa o poço e note que existe uma linha central no material fragmentado. (c) Apenas os elementos de interface em cor marrom (os quais estão sobre a linha central) podem se degradar, logo, os demais elementos de interface possuem comportamento elástico linear.

Tabela 5.3: Quantidade de elementos utilizados nas malhas das três regiões

	Região		
	100 × 100 m	100 × 70 m	100 × 40 m
Elementos regulares	4660	4382	4174
Elementos de interface	4108	4108	4108
Elementos de barra	3226	3226	3226

A Tabela 5.4 mostra as propriedades do fluido e as propriedades mecânicas e hidráulicas dos materiais utilizados para representar a rocha.

Tabela 5.4: Propriedades do fluido e propriedades mecânicas e hidráulicas da rocha

Propriedades do fluido	Valor
Viscosidade (μ_w)	1.0×10^{-9} MPa s
Coefficiente de compressibilidade (β_w)	4.5×10^{-4} MPa ⁻¹
Pressão de referência (p_{w0})	0.1 MPa
Massa específica de referência (ρ_{w0})	$1002.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Propriedades hidráulicas da rocha	Valor
Permeabilidade intrínseca (k)	2.4×10^{-21} m ²
Porosidade (ϕ)	0.01
Propriedades mecânicas da rocha	Valor
Energia de fratura (G_f)	$1.0 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
Resistência à tração (σ_T)	1.0 MPa
Módulo de Young (E)	1.0×10^5 MPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0.3

A Figura 5.6 mostra a curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido considerando a situação em que não foram impostas restrições de deslocamento em todo o contorno. Note que na Figura 5.6a, logo após o pico, o qual determina a pressão de ruptura, a pressão cai bruscamente e tende assintoticamente ao valor da menor tensão principal, dada por $\sigma_h = 3.0$ MPa. Isso ocorre porque, para que ocorra a propagação da fratura, a pressão precisa ser no mínimo igual à menor tensão principal. Ainda na Figura 5.6a, o retângulo em cor preta destaca as proximidades de cada pico, os quais são bem próximos. Note que na Figura 5.6b, o pico de cada curva apresenta boa concordância com o valor da pressão de ruptura obtido analiticamente (curva em cor ciano), o qual é dado pela Equação (1.1).

A Figura 5.7 mostra a curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido considerando a situação em que foram impostas restrições de deslocamento em todo o contorno. Note que na Figura 5.7a, logo após o pico, o qual determina a pressão de ruptura, a pressão cai bruscamente, porém, ao contrário de tender assintoticamente ao valor da menor tensão principal, a pressão volta a aumentar. Isso ocorre porque, para que ocorra a propagação da fratura, a pressão deve ser no mínimo igual à soma da menor tensão principal com a tensão causada pela deformação

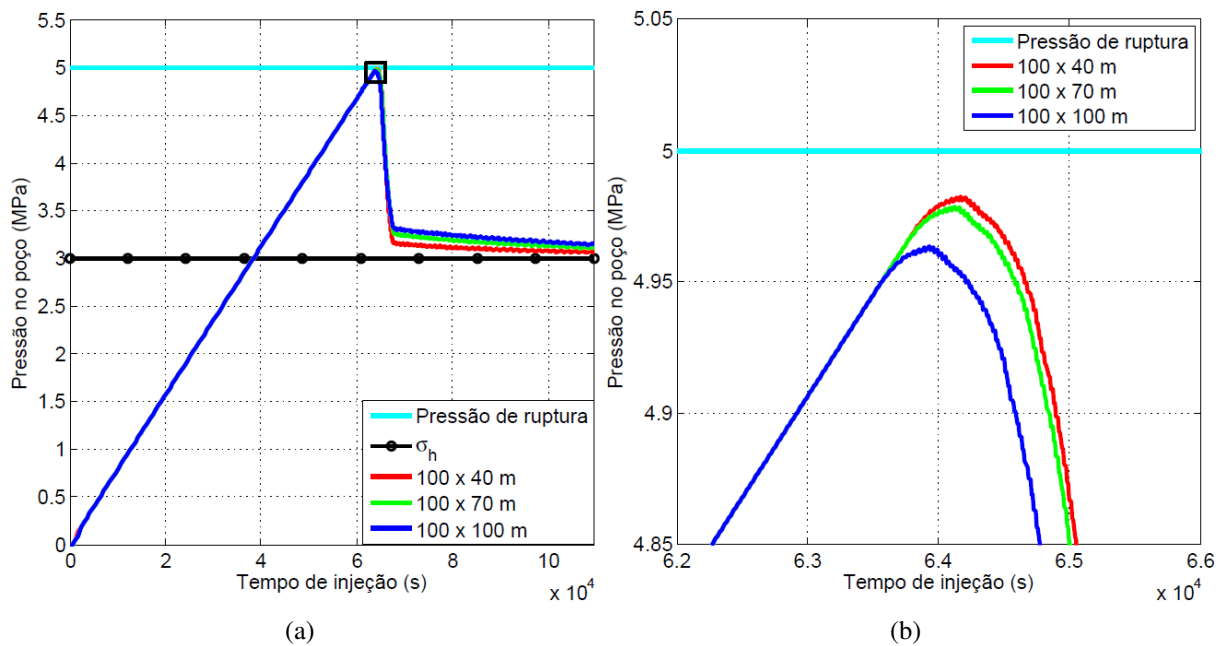


Figura 5.6: Curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido referente à situação em que não são aplicadas restrições de deslocamento no contorno do domínio. (a) Após o pico (pressão de ruptura), a pressão cai bruscamente e tende assintoticamente à menor tensão principal. (b) Detalhe dos picos mostrando que as três diferentes regiões apresentam pressões de ruptura muito semelhantes e praticamente iguais à obtida analiticamente (curva em cor ciano).

do meio que separa a fratura da extremidade da região. Ainda na Figura 5.7a, o retângulo em cor preta destaca as proximidades de cada pico, os quais são bem próximos. Note que na Figura 5.7b, o pico de cada curva apresenta boa concordância com o valor da pressão de ruptura obtido analiticamente (curva em cor ciano), o qual é dado pela Equação (1.1).

A Tabela 5.5 mostra o tempo de processamento referente às três regiões descritas considerando tanto a situação em que foram impostas restrições de deslocamento em todo o contorno quanto a situação em que não foram impostas tais restrições.

Tabela 5.5: Tempo de processamento para as três regiões descritas

	Região (m)	Tempo de processamento (horas : minutos : segundos)
Sem restrição	100 × 40	00 : 19 : 06
	100 × 70	00 : 21 : 00
	100 × 100	00 : 50 : 09
Com restrição	100 × 40	00 : 17 : 29
	100 × 70	00 : 19 : 33
	100 × 100	00 : 47 : 14

As curvas obtidas mostram que a aplicação das restrições de deslocamento em todo o contorno influenciam significativamente a pressão de propagação da fratura, contudo, com relação à pressão de ruptura, note que os picos das Figuras 5.6b e 5.7b para cada região possuem diferenças irrisórias.

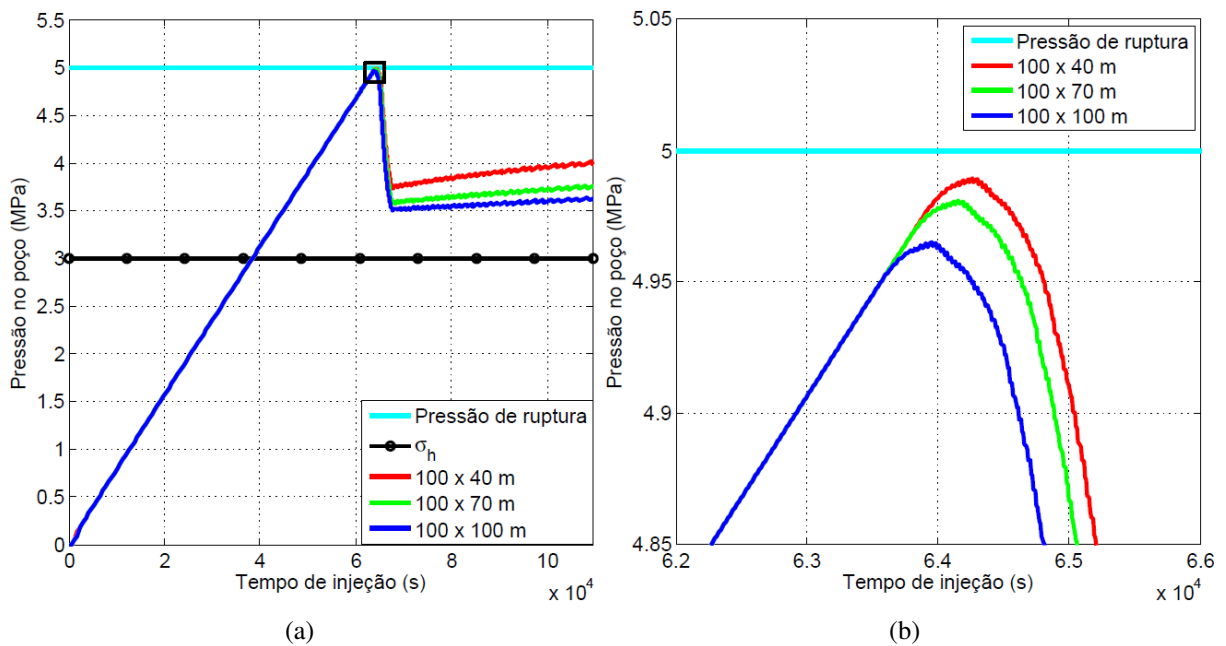


Figura 5.7: Curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido referente à situação em que são aplicadas restrições de deslocamento no contorno do domínio. (a) Após o pico (pressão de ruptura), a pressão cai bruscamente e não tende assintoticamente à menor tensão principal. (b) Detalhe dos picos mostrando que as três diferentes regiões apresentam pressões de ruptura muito semelhantes e praticamente iguais à obtida analiticamente (curva em cor ciano).

Ressalta-se que, nesses casos, a dimensão horizontal do domínio deve ser grande o suficiente para que a fratura possa se propagar sem atingir seu contorno, pois, uma vez que isso ocorre, a pressão aumenta linearmente e não mais representa um fenômeno de fraturamento hidráulico.

Com base nesses resultados, isto é, sabendo-se da influência das dimensões do domínio e da aplicação de restrições de deslocamento em todo o contorno, optou-se por realizar simulações em geometrias relativamente pequenas e com as restrições no contorno em função de três razões: tempo de processamento, precisão e estabilidade numérica. Utilizar domínios com dimensões elevadas resulta em grandes quantidades de elementos regulares para que se tenha uma boa precisão, porém, ao se aplicar a técnica de fragmentação da malha, o número de graus de liberdade aumenta consideravelmente e, conseqüentemente, o tempo de análise aumenta. Aumentando-se o tamanho dos elementos, perde-se em precisão, sobretudo em função dos elementos de interface representarem um fenômeno não linear. A estabilidade é afetada devido ao fato de não haver um método de controle de deslocamento e, com isso, grandes variações de deslocamento podem comprometer a simulação, causando erros relacionados à convergência numérica. Portanto, os exemplos numéricos que serão apresentados na seção 5.3 foram realizados em geometrias relativamente pequenas e com aplicação de restrições de deslocamento no contorno.

5.3 EXEMPLOS NUMÉRICOS DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

Os casos estudados a seguir foram realizados considerando-se poços verticais submetidos a tensões de confinamento, de modo que a seção analisada era ortogonal ao poço. As simulações foram realizadas no contexto de pequenas deformações e considerando-se o estado plano de deformações. As malhas de elementos finitos utilizadas contem elementos triangulares lineares e elementos unidimensionais de dois nós. Em todos os casos simulados, as propriedades do fluido foram as mesmas e estão apresentadas na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Propriedades do fluido

Propriedade	Valor
Viscosidade dinâmica (μ_w)	1.0×10^{-9} MPa s
Coefficiente de compressibilidade (β_w)	4.5×10^{-4} MPa ⁻¹
Pressão de referência (p_{w0})	0.1 MPa
Massa específica de referência (ρ_{w0})	1002.6 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

A vazão prescrita no contorno também foi a mesma para todas as simulações, sendo dada por $Q = 1.0 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

Nos casos simulados, o poço e a rocha foram representadas por elementos regulares e suas propriedades mecânicas e hidráulicas estão apresentadas nas Tabelas 5.7 e 5.8, respectivamente. A interface entre o poço e a rocha foi representada por elementos de interface com comportamento linear (não degradam) e suas propriedades estão apresentadas na Tabela 5.9. As fraturas foram representadas por elementos de interface com comportamento não linear inseridos entre os elementos regulares da rocha e suas propriedades estão apresentadas na Tabela 5.10. Por fim, as propriedades dos elementos unidimensionais utilizados para contornar os buracos da malha fragmentada estão apresentadas na Tabela 5.11.

Tabela 5.7: Propriedades dos elementos regulares do poço

Propriedades mecânicas		Propriedades hidráulicas	
Módulo de Young (kPa)	1.0	Permeabilidade intrínseca (m ²)	1.0×10^{-14}
Coefficiente de Poisson	0.0	Porosidade	1.0

Tabela 5.8: Propriedades dos elementos regulares da rocha

Propriedades mecânicas		Propriedades hidráulicas	
Módulo de Young (GPa)	32.0	Permeabilidade intrínseca (m ²)	<i>Específica de cada caso</i>
Coefficiente de Poisson	0.2	Porosidade	0.1

Tabela 5.9: Propriedades dos elementos de interface entre o poço e a rocha

Propriedades mecânicas		Propriedades hidráulicas	
Módulo de Young (kPa)	1.0	Permeabilidade intrínseca (m ²)	1.0×10^{-14}
Coefficiente de Poisson	0.0	Porosidade	1.0

Tabela 5.10: Propriedades dos elementos de interface da rocha que degradam

Propriedades mecânicas		Propriedades hidráulicas	
Módulo de Young (GPa)	32.0	Permeabilidade intrínseca (m ²)	<i>Específica de cada caso</i>
Coefficiente de Poisson	0.0	Porosidade	1.0
Resistência à tração (MPa)	2.8		
Energia de fratura (N/m)	98.0		

Tabela 5.11: Propriedades dos elementos unidimensionais

Propriedades hidráulicas	
Permeabilidade intrínseca (m ²)	1.0×10^{-10}
Porosidade	1.0

Ressalta-se que nesse trabalho não foi adotada nenhuma lei de variação de porosidade, portanto, em todos os elementos de interface, essa propriedade hidráulica foi mantida constante, independente de haver ou não salto de deslocamento no elemento. Por meio de testes realizados, notou-se que, em função da espessura dos elementos de interface ser pequena, a porosidade atribuída a eles pouco influenciou nos resultados. Devido a isso, foi adotado o valor de 1.0 para representar a porosidade dos elementos de interface.

Para prescrever as condições de contorno de poropressão, primeiramente selecionou-se os nós pertencentes ao domínio da rocha que estavam o mais distante possível do nó em que seria imposta a condição de contorno de vazão. Com isso, no primeiro passo de tempo, solucionou-se a Equação (2.18) considerando-se unicamente o termo estacionário, isto é, desconsidera-se o termo de armazenamento. Assim, a pressão prescrita no contorno passa a ser a mesma em todo o domínio da rocha e também do poço. Isso corresponde à imposição de um campo de poropressão inicial. A partir do segundo passo de tempo, o termo transiente passa a ser considerado.

5.3.1 CASO 1: DIREÇÃO DE PROPAGAÇÃO DA FRATURA

Neste primeiro caso foram simuladas três situações com diferentes estados de tensão *in situ* com o objetivo de verificar a direção de propagação da fratura. Para tal, foi simulado uma rocha perfurada por um poço central e submetida a 3 diferentes estados de tensão, assim como apresentados na Figura 5.8. As condições de contorno mecânicas e hidráulicas também estão apresentadas na Figura 5.8.

Na Figura 5.8a, a maior tensão principal (σ_H) está aplicada na direção x e a menor tensão principal (σ_h), na direção y . Na Figura 5.8b, σ_H e σ_h estão aplicadas nas direções y e x , respectivamente. Por fim, na Figura 5.8c, $\sigma_H = \sigma_h$, ou seja, tem-se uma situação isotrópica de tensões *in situ*.

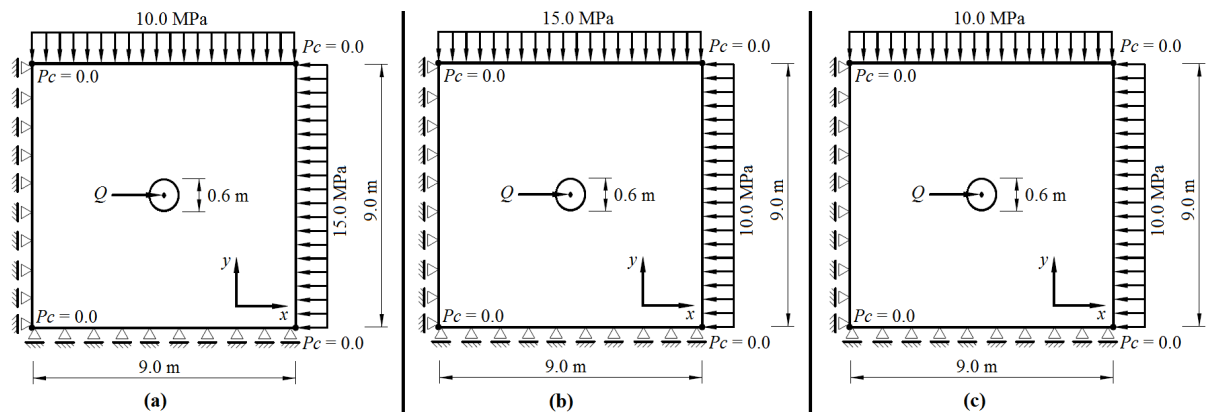


Figura 5.8: Geometria e condições de contorno mecânicas e hidráulicas. (a) σ_H aplicada em x e σ_h aplicada em y . (b) σ_H aplicada em y e σ_h aplicada em x . (c) $\sigma_H = \sigma_h$.

A malha de elementos finitos utilizada está apresentada na Figura 5.9. O material de cor cinza representa o poço e não foi fragmentado. O material de cor azul representa a rocha e foi completamente fragmentado, possuindo assim elementos de interface em cor ciano. A permeabilidade intrínseca adotada neste caso foi de $k = 1.0 \times 10^{-19} \text{ m}^2$, tanto para os elementos regulares que representam a rocha, quanto para os elementos de interface da rocha que degradam. Nessa malha foram utilizados 7934 elementos regulares, 22424 elementos de interface e 22424 elementos de barra.

Para a situação apresentada na Figura 5.8a, a propagação da fratura ocorre na direção x (horizontal), isto é, perpendicularmente à menor tensão principal, assim como pode ser visto na Figura 5.10. Para a situação apresentada na Figura 5.8b, a propagação da fratura ocorre na direção y (vertical), isto é, também perpendicularmente à menor tensão principal, como pode ser visto na Figura 5.11. Já para a situação da Figura 5.8c, as fraturas não apresentam uma direção preferencial de propagação, como pode ser visto na Figura 5.12. Essas características são condizentes com a teoria proposta por Hubbert e Willis (1957), a qual determina que a propagação da fratura ocorre na direção perpendicular à menor tensão principal. A Tabela 5.12 mostra o tempo de processamento de cada simulação.

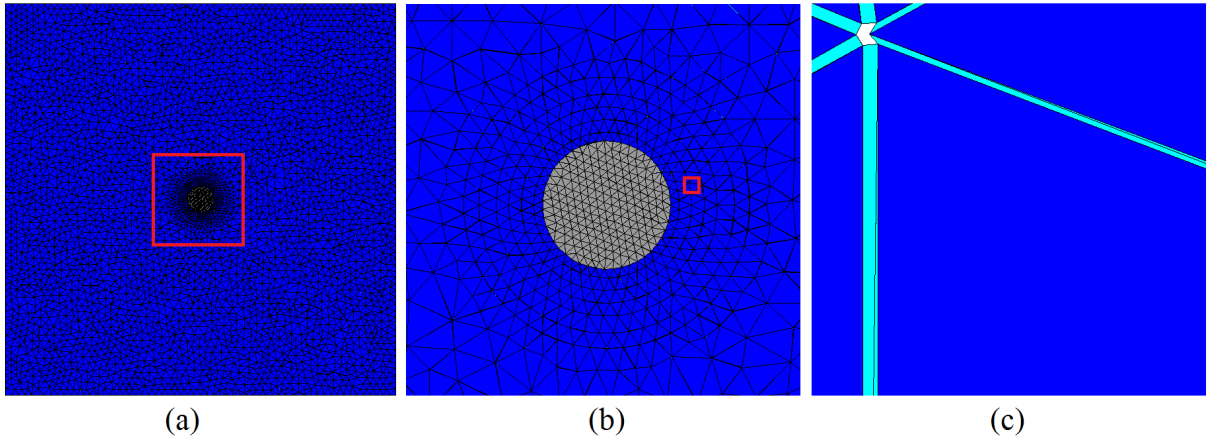


Figura 5.9: Malha utilizada. (a) O material em cor azul representa a região fragmentada e o quadrado em vermelho destaca as proximidades do poço. (b) O material em cor cinza representa o poço e o quadrado em vermelho destaca um exemplo de local em que há elementos de interface. (c) Os elementos de interface estão representados em cor ciano.

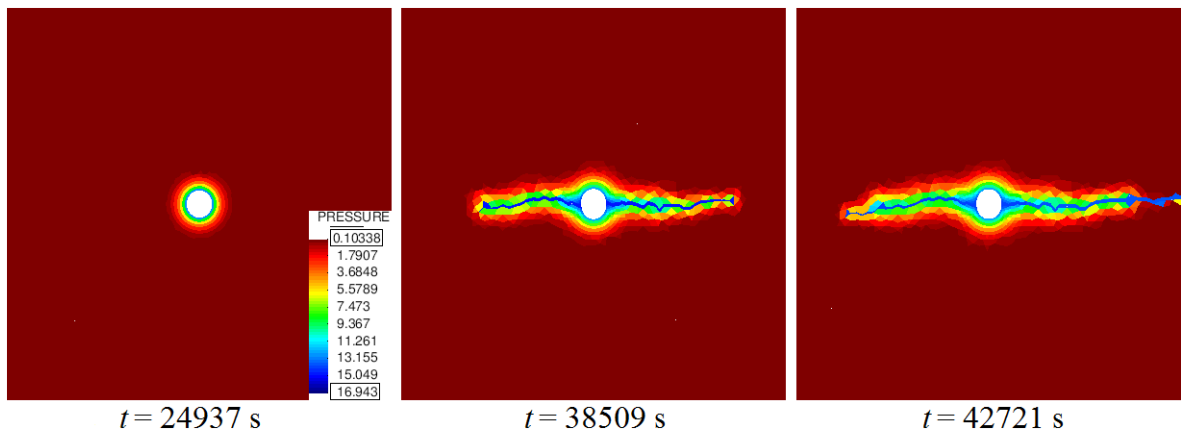


Figura 5.10: Propagação das fraturas na direção perpendicular à menor tensão principal (horizontal) (deformações ampliadas em 100 vezes).

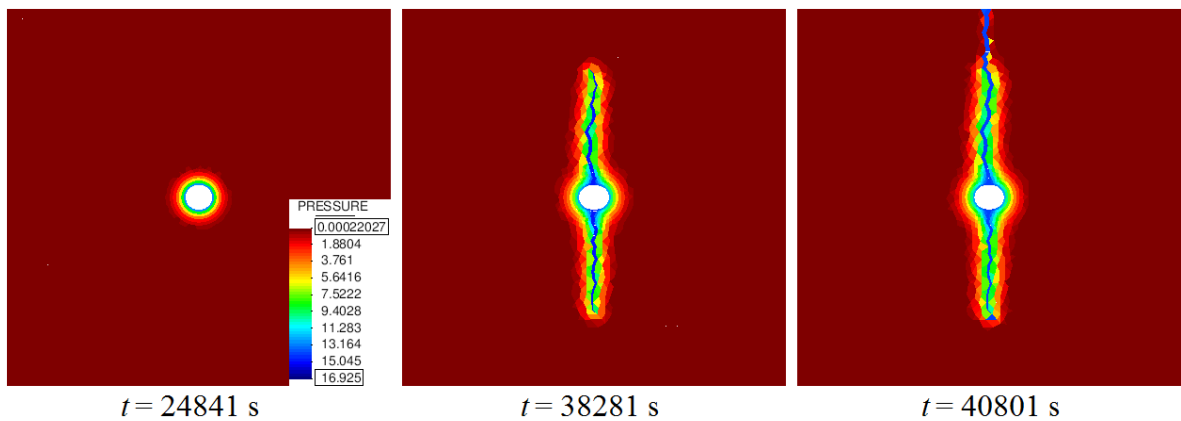


Figura 5.11: Propagação das fraturas na direção perpendicular à menor tensão principal (vertical) (deformações ampliadas em 100 vezes).

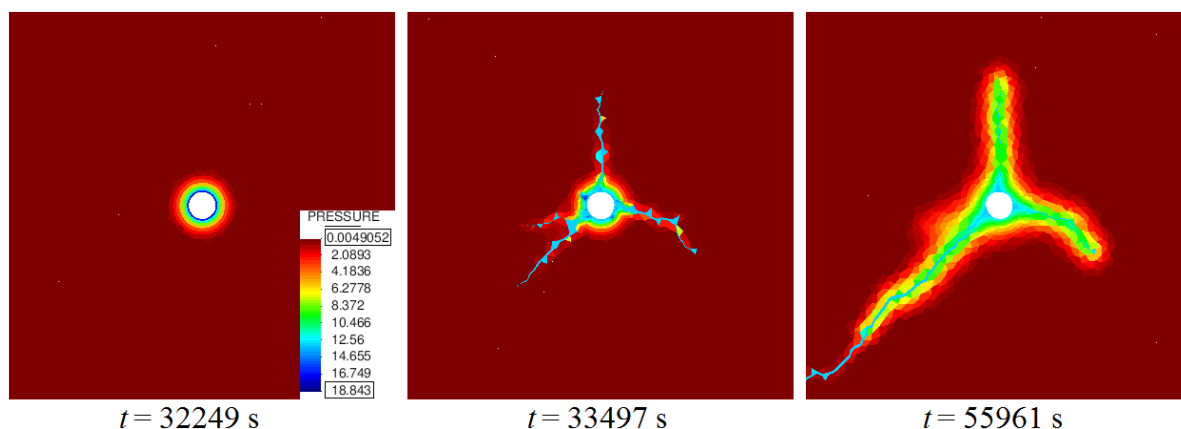


Figura 5.12: Propagação das fraturas sem uma direção preferencial (deformações ampliadas em 100 vezes).

Tabela 5.12: Tempo de processamento das três simulações

	Tempo de processamento (horas : minutos : segundos)
Propagação na direção x (horizontal)	04 : 53 : 52
Propagação na direção y (vertical)	05 : 34 : 00
Sem direção preferencial de propagação	05 : 49 : 49

Note que nas Figuras 5.10 e 5.11, tanto os três instantes de tempo mostrados quanto a máxima pressão alcançada apresentam valores bem próximos. Pode-se dizer, portanto, que o comportamento apresentado nessas mesmas figuras é idêntico, porém, rotacionado em 90° .

A Figura 5.13 apresenta resultados experimentais obtidos por Cook *et al.* (2004), onde (Figura 5.13a) os autores mostram uma situação na qual a fratura se propagou horizontalmente e (Figura 5.13b) uma situação em que ocorreram várias fraturas e estas se propagaram sem uma direção preferencial. Note que há uma boa concordância entre os padrões de fraturas obtidos nas simulações e aqueles obtidos experimentalmente por Cook *et al.* (2004).

5.3.2 CASO 2: VARIAÇÃO DE PERMEABILIDADE

As simulações foram realizadas considerando-se um meio rochoso submetido a condições de tensão *in situ* e perfurado por um poço de 0.6 m de diâmetro. Com o objetivo de diminuir o tempo de processamento, foi simulado apenas metade da região aplicando-se condições de simetria. A geometria e condições de contorno estão mostradas na Figura 5.14.

A malha de elementos finitos utilizada está apresentada na Figura 5.15. Os materiais de cores rosa e cinza são regiões não fragmentadas e representam a rocha e o poço, respectivamente. A faixa central de cor azul também representa a rocha, porém foi fragmentada e possui elementos de interface. Nessa malha foram utilizados 7840 elementos regulares, 15702 elementos de interface e 15176 elementos de barra.

Consideraram-se quatro situações com diferentes permeabilidades para o meio rochoso,

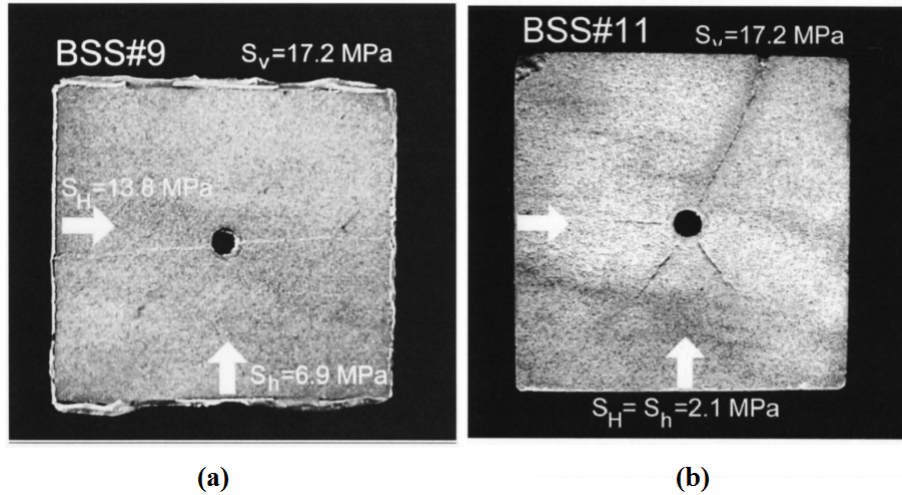


Figura 5.13: Resultados experimentais obtidos por Cook *et al.* (2004). (a) Fraturas com propagação horizontal. (b) Fraturas sem direção preferencial de propagação.

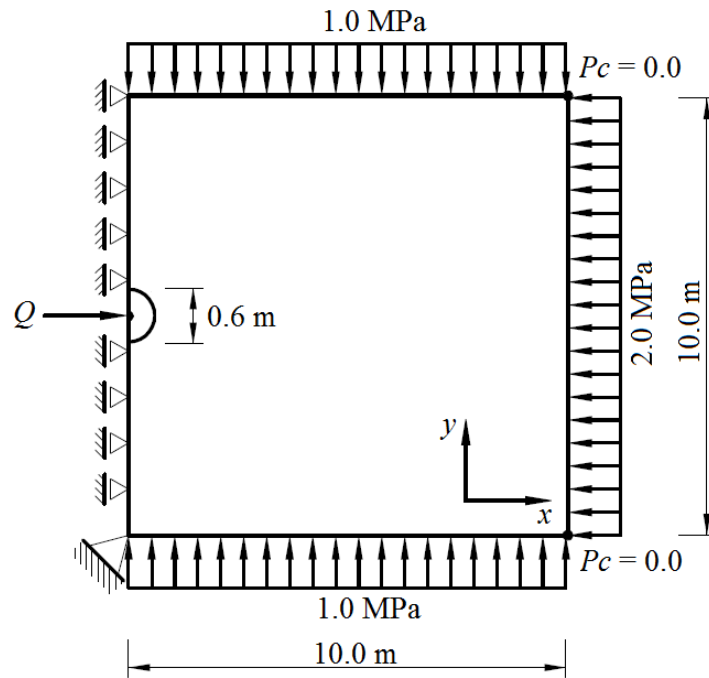


Figura 5.14: Geometria e condições de contorno mecânicas e hidráulicas para o caso de variação de permeabilidade.

sendo elas: $k_1 = 1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^2$, $k_2 = 1.0 \times 10^{-17} \text{ m}^2$, $k_3 = 1.0 \times 10^{-18} \text{ m}^2$ e $k_4 = 1.0 \times 10^{-19} \text{ m}^2$. Esses valores de permeabilidade foram atribuídos tanto para os elementos regulares que representam a rocha, quanto para os elementos de interface da rocha que degradam. Assim, verificou-se a variação da pressão no poço com o tempo de injeção de fluido.

A Figura 5.16 apresenta a curva de pressão no poço em função do tempo de injeção de fluido para as quatro situações consideradas. Note que quanto maior a permeabilidade do meio, maior o tempo necessário para que ocorra a fratura. Além disso, é possível perceber que quando a permeabilidade é relativamente alta, não ocorre fratura. Isso acontece porque uma quantidade

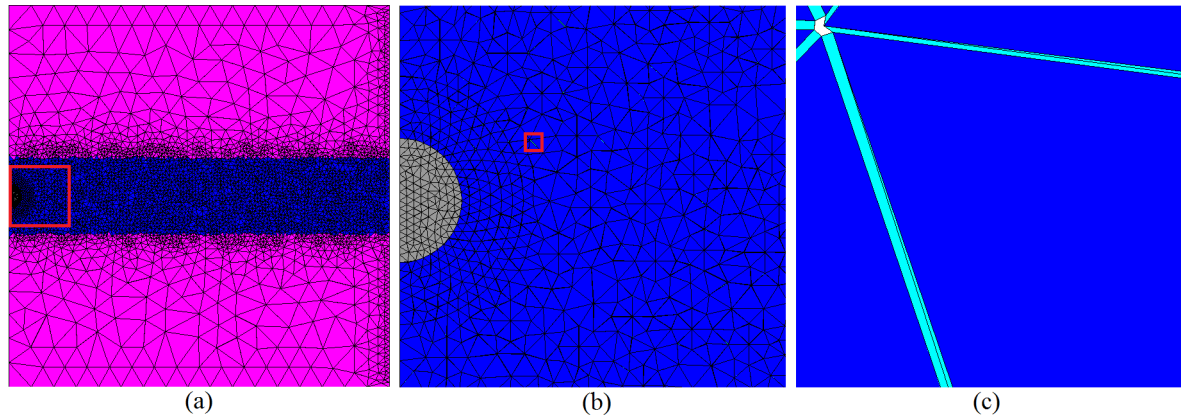


Figura 5.15: Malha utilizada. (a) A faixa em azul representa a região fragmentada e o quadrado em vermelho destaca as proximidades do poço. (b) O material cinza representa o poço e o quadrado em vermelho destaca um exemplo de local em que há elementos de interface. (c) Os elementos de interface estão representados em ciano.

considerável de líquido penetra na rocha, evitando que a pressão no poço aumente a ponto de fraturá-la. A Figura 5.17 apresenta a distribuição da pressão na rocha considerando a situação de $k_1 = 1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^2$. Note que, para este caso, não há fratura, pois a permeabilidade é relativamente alta.

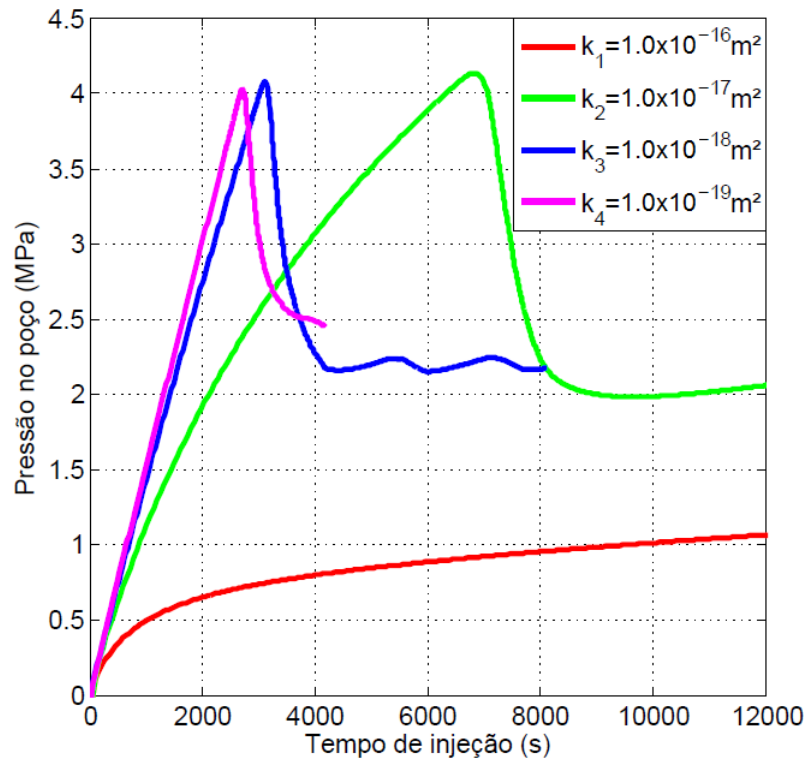


Figura 5.16: Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido para as quatro permeabilidades distintas da rocha.

Para permeabilidades baixas, a pressão no poço alcança um determinado limite e então decai bruscamente. Este comportamento é característico de quando ocorre a fratura, pois aumenta-se rapidamente a região na qual o líquido pode penetrar e, conseqüentemente, a pressão no poço

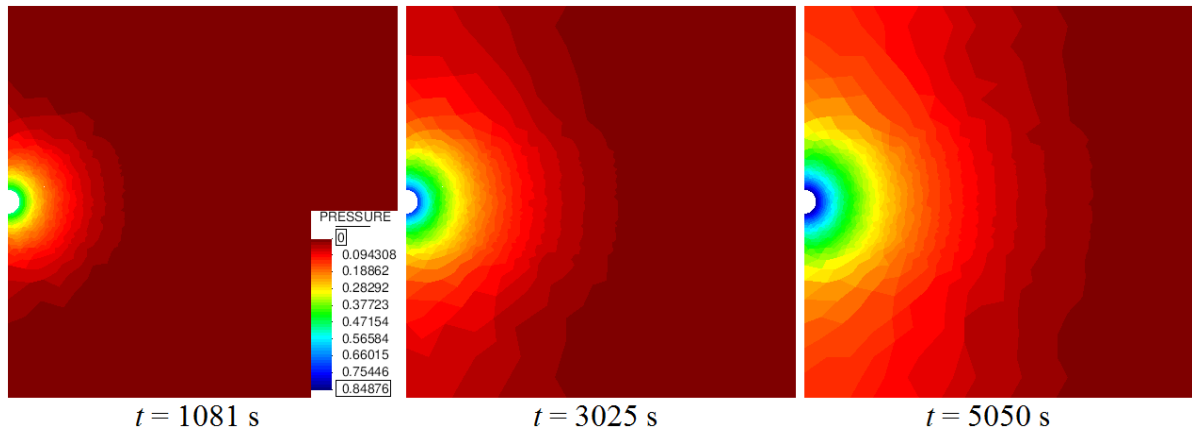


Figura 5.17: Gradiente de pressão com $k_1 = 1.0 \times 10^{-16} \text{m}^2$ (deformações ampliadas em 100 vezes).

diminui. A Figura 5.18 apresenta a distribuição da pressão na rocha considerando a situação de $k_3 = 1.0 \times 10^{-18} \text{m}^2$. Note que a pressão na borda do poço aumenta com o tempo, mas após o surgimento da fratura, esta pressão decai.

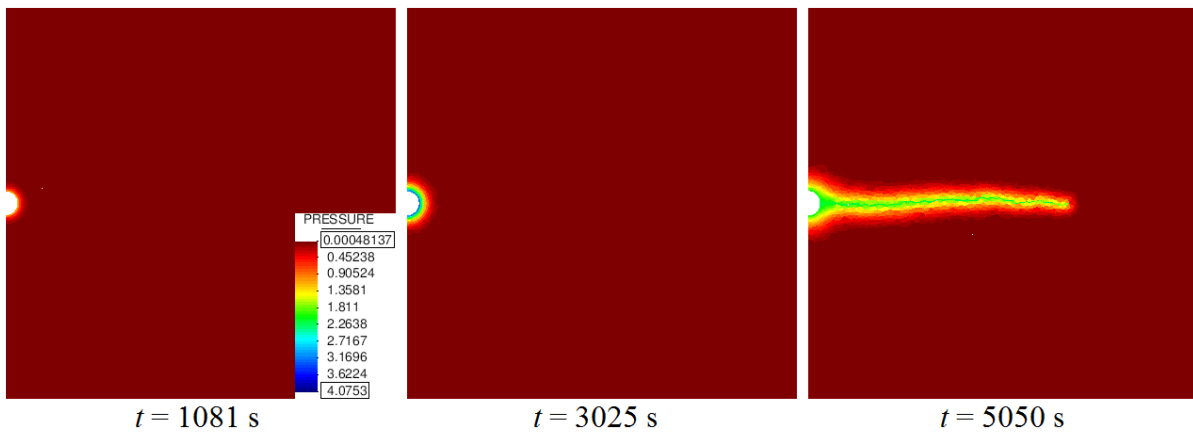


Figura 5.18: Gradiente de pressão com $k_3 = 1.0 \times 10^{-18} \text{m}^2$ (deformações ampliadas em 100 vezes).

A Tabela 5.13 mostra o tempo de processamento referente às quatro simulações realizadas. Note que para a situação em que não ocorre a fratura (permeabilidade dada por k_1), o tempo é consideravelmente menor.

Tabela 5.13: Tempo de processamento para as quatro permeabilidades distintas

Permeabilidade	Tempo de processamento (horas : minutos : segundos)
k_1	00 : 36 : 22
k_2	02 : 11 : 31
k_3	02 : 19 : 44
k_4	01 : 12 : 28

Note que, na Figura 5.16, a curva para k_4 não apresenta um patamar mínimo após a queda brusca de pressão. Isso ocorre em função da limitação de tamanho do domínio considerado,

pois, nesse caso, a fratura se formou e se propagou rapidamente, vindo a alcançar a extremidade do domínio.

5.3.3 CASO 3: PRESSÃO DE RUPTURA

Com o objetivo de verificar a pressão de ruptura (*breakdown pressure*) foram simuladas 3 situações com diferentes poropressões prescritas, as quais foram: $P_{c1} = 0.0$, $P_{c2} = 5.0$ MPa e $P_{c3} = 10.0$ MPa. A geometria e condições de contorno estão apresentadas na Figura 5.19, a malha está apresentada na Figura 5.15 e as propriedades dos elementos regulares e de interface estão descritas nas Tabelas 5.8 e 5.10, respectivamente, sendo que, para a permeabilidade intrínseca, foi adotada $k = 1.0 \times 10^{-19}$ m², tanto para os elementos regulares da rocha, quanto para os elementos de interface da rocha que degradam.

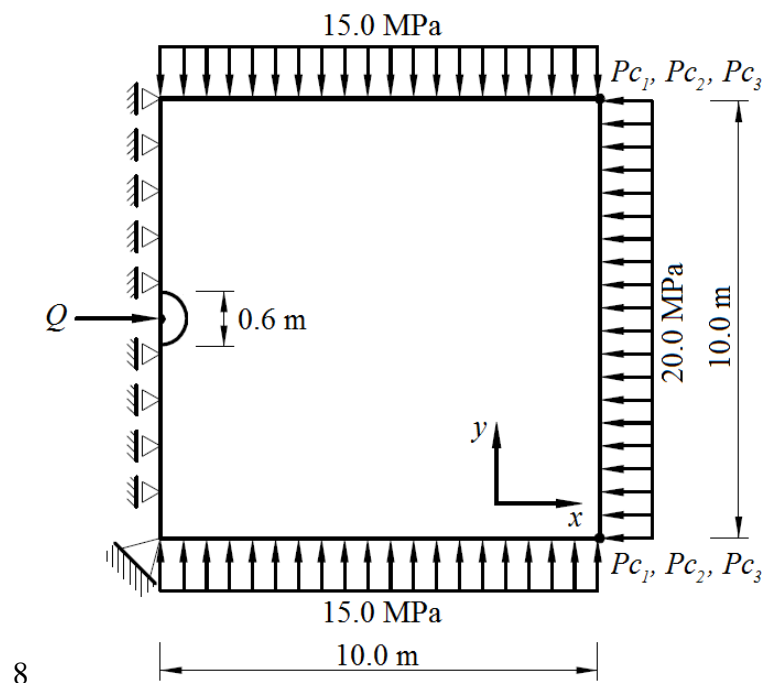


Figura 5.19: Geometria e condições de contorno mecânicas e hidráulicas para o caso de pressão de ruptura.

A curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido está apresentadas na Figura 5.20 onde P_{b1} , P_{b2} e P_{b3} correspondem às pressões de ruptura obtidas por meio da Equação (1.1) para as três situações simuladas. Note que na Figura 5.20, uma vez alcançada a pressão de ruptura, a fratura se forma e, mantendo-se a injeção de fluido no poço, se propaga no interior da formação. Com isso, o fluido de fraturamento penetra na fratura e provoca uma queda instantânea da pressão no poço. Assim, a pressão de ruptura é identificada durante uma operação de fraturamento como sendo o pico de pressão registado (JAEGER; COOK; ZIMMERMAN, 2007).

A Tabela 5.14 apresenta os valores de pressão de ruptura determinados analiticamente e os determinados a partir das simulações efetuadas. As pressões de ruptura numéricas correspon-

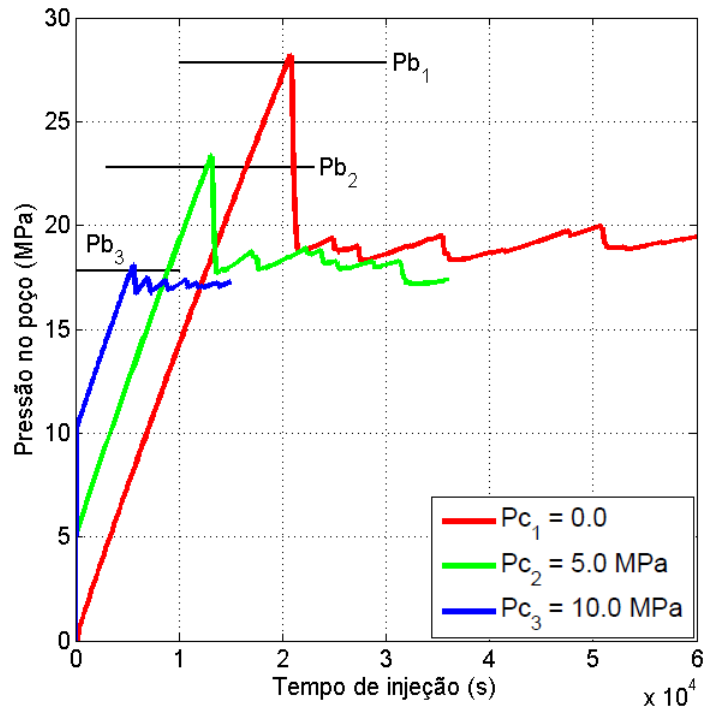


Figura 5.20: Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido comparando as pressões de ruptura analíticas e numéricas considerando-se as três situações com poropressões distintas.

dem ao maior valor numérico de pressão de cada curva. Nota-se uma boa concordância entre os valores analíticos e numéricos para a pressão de ruptura, tendo em vista que o maior erro foi de 2.6%.

Tabela 5.14: Pressões de ruptura para as três situações consideradas

Poropressão prescrita (MPa)	Pressão de ruptura		Erro (%)
	Analítica (MPa)	Numérica (MPa)	
$P_{c1} = 0.0$	$P_{b1} = 27.8$	28.2	1.4
$P_{c2} = 5.0$	$P_{b2} = 22.8$	23.4	2.6
$P_{c3} = 10.0$	$P_{b3} = 17.8$	18.1	1.7

A Tabela 5.15 mostra o tempo de processamento referente à cada situação de poropressão prescrita (P_{c1} , P_{c2} e P_{c3}).

Tabela 5.15: Tempo de processamento para as três situações consideradas

Poropressão prescrita (MPa)	Tempo de processamento (horas : minutos : segundos)
P_{c1}	10 : 26 : 22
P_{c2}	10 : 25 : 21
P_{c3}	10 : 28 : 09

5.3.4 CASO 4: PRESSÃO DE FECHAMENTO

Neste caso buscou-se verificar a pressão de fechamento (*shutin pressure*) da fratura. Para tal, foram utilizadas as três situações propostas no “Caso 3”, porém, logo após o início da fratura, cessou-se a injeção de fluido.

A Figura 5.21 apresenta a curva de pressão no poço por tempo de injeção de fluido. Note que t_1 , t_2 e t_3 são os tempos nos quais a injeção de fluido foi interrompida. Os retângulos em cor preta destacam os locais nos quais pode ser identificada a pressão de fechamento, sendo esta representada por um “joelho” na curva.

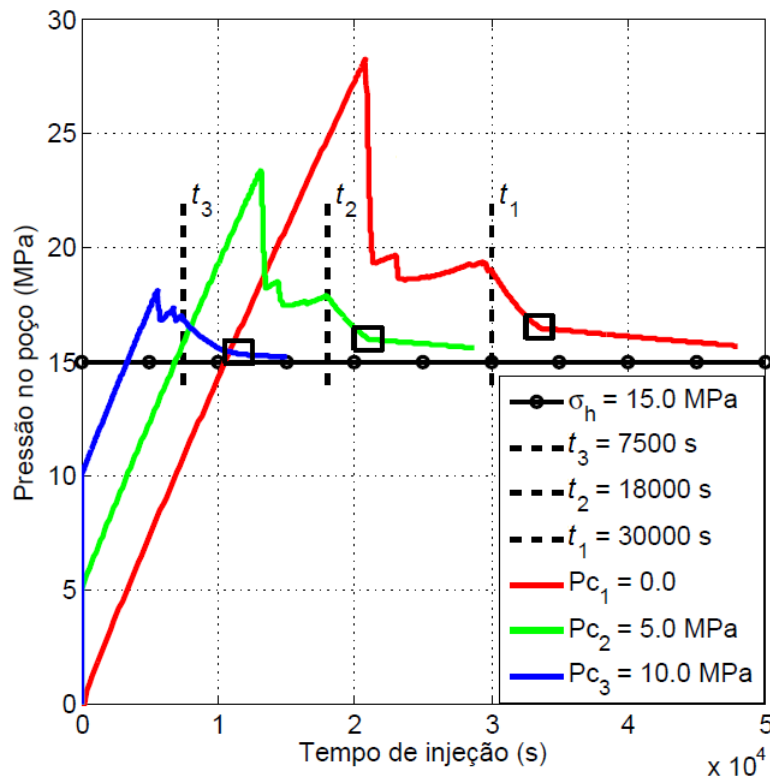


Figura 5.21: Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido apresentando os tempos nos quais a injeção de fluido foi cessada para as três situações distintas simuladas. Além disso, os quadrados em cor preta destacam a localização da pressão de fechamento para cada situação.

A Figura 5.22 mostra o detalhe de cada curva da Figura 5.21. Para o primeiro detalhe (Figura 5.22a), P_{S_3} ocorre em, aproximadamente, 15.44 MPa; para o segundo detalhe (Figura 5.22b), P_{S_2} ocorre em, aproximadamente, 15.96 MPa; e para o terceiro detalhe (Figura 5.22c), P_{S_1} ocorre em, aproximadamente, 16.35 MPa. Ressalta-se que não foi utilizado nenhum tipo de método específico para determinação de P_{S_1} , P_{S_2} ou P_{S_3} .

Após a identificação da pressão de fechamento, segundo Yew (1997), considerando que a injeção de fluido se mantenha interrompida, a pressão no poço decai lentamente ao valor da pressão do reservatório devido ao escoamento de fluido da fratura. Sabendo-se disso, portanto, permitiu-se que as três situações simuladas nesse caso continuassem por um tempo extremamente elevado.

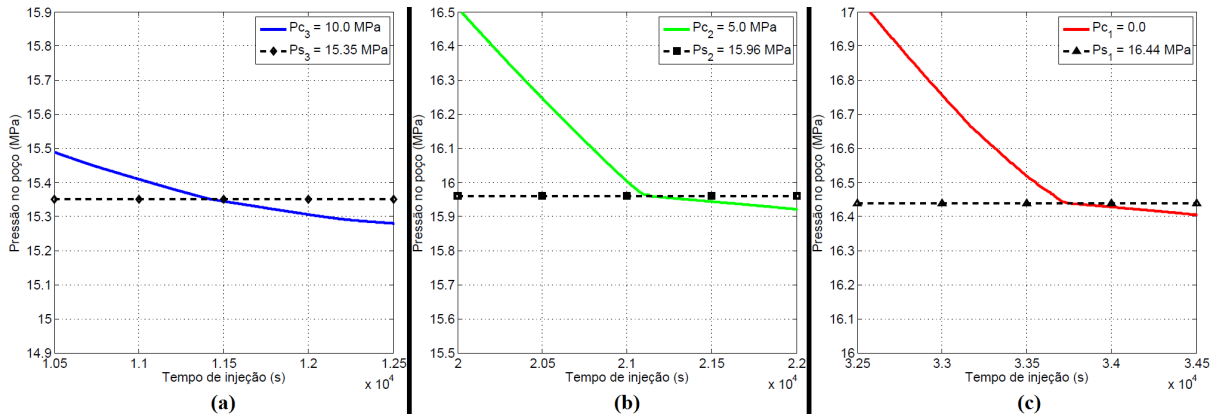


Figura 5.22: Detalhes das curvas apresentadas na Figura 5.21. (a) Corresponde ao detalhe da curva P_{C3} . (b) Corresponde ao detalhe da curva P_{C2} . (c) Corresponde ao detalhe da curva P_{C1} .

A Figura 5.23 mostra, em escala logarítmica no eixo x , a pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido. Note que, na Figura 5.23a, as curvas de P_{C1} , P_{C2} e P_{C3} começam a partir de t_1 , t_2 e t_3 , respectivamente, e tendem assintoticamente à pressão inicial do reservatório de cada situação (assim como previsto teoricamente), as quais são dadas, obviamente, pelos próprios valores numéricos de P_{C1} , P_{C2} e P_{C3} .

Note que o retângulo em cor preta da Figura 5.23a corresponde ao detalhe do local em que pode ser identificado um “joelho” na curva. A Figura 5.23b mostra tal detalhe, a partir do qual é possível identificar os valores aproximados de P_{S1} , P_{S2} e P_{S3} , os quais correspondem aos mesmos valores indicados na Figura 5.22.

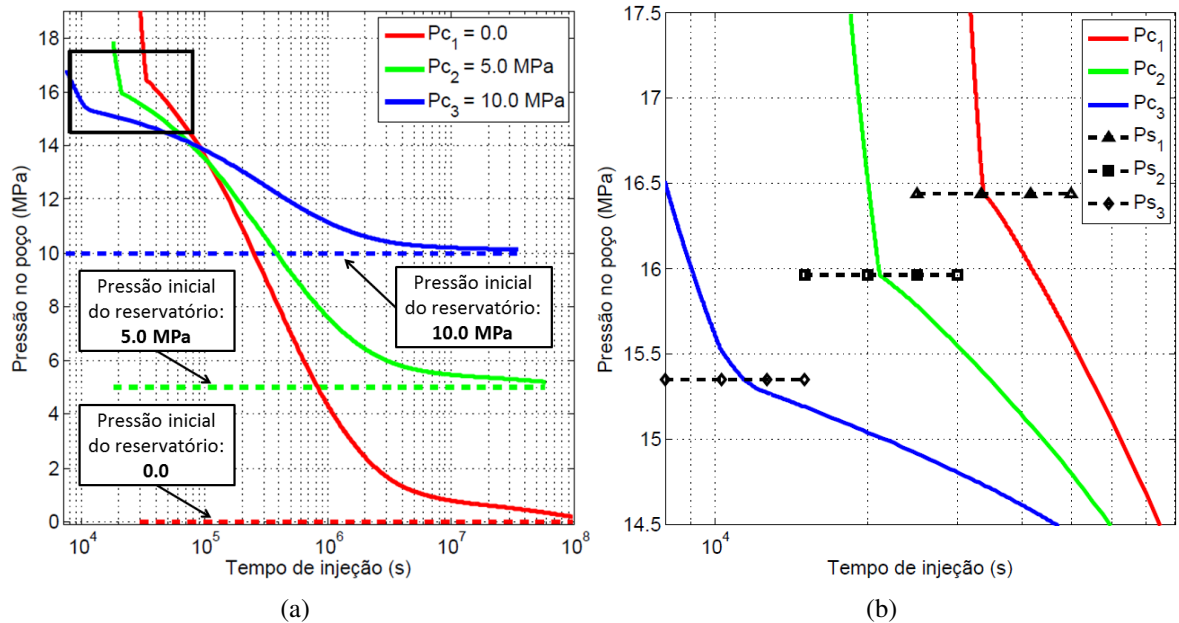


Figura 5.23: Curvas de pressão no poço ao longo do tempo de injeção de fluido. (a) As curvas de P_{C1} , P_{C2} e P_{C3} começaram nos tempos t_1 , t_2 e t_3 e após a identificação da pressão de fechamento, a simulação foi mantida por um tempo extremamente elevado. (b) Corresponde ao detalhe em (a) e mostra a localização aproximada de P_{S1} , P_{S2} e P_{S3} .

Assim como pode ser visto na Figura 5.21, $\sigma_h = 15.0$ MPa e, com isso, a Tabela 5.16 apresenta a razão entre cada pressão de fechamento e a menor tensão principal, isto é, P_s/σ_h . Note que a razão P_s/σ_h apresenta valores próximos de 1.00 (Tabela 5.16), indicando assim que a pressão de fechamento é praticamente igual à menor tensão principal *in situ*. Portanto, esse resultado mostra uma boa concordância com a expressão analítica apresentada na Equação (1.2).

A Tabela 5.16 também apresenta o tempo de processamento de cada simulação. Note que os tempos de processamento das simulações deste caso foram maiores que aqueles apresentados anteriormente, pois, assim como mencionado, foi necessário que as simulações deste caso continuassem por um tempo extremamente elevado para que se pudesse capturar a pressão no poço decaindo ao valor da pressão inicial do reservatório.

Tabela 5.16: Pressões de fechamento e tempo de processamento para as três situações consideradas

Pressão de fechamento (MPa)	$\frac{P_s}{\sigma_h}$	Tempo de processamento (horas : minutos : segundos)
$P_{s_1} = 16.44$	1.096	18 : 28 : 09
$P_{s_2} = 15.96$	1.076	18 : 23 : 39
$P_{s_3} = 15.35$	1.023	17 : 52 : 24

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma nova ferramenta numérica capaz de descrever o processo de formação e propagação de fraturas geradas a partir da pressão de fluido em materiais rochosos por meio de uma formulação acoplada hidromecanicamente.

A técnica de fragmentação da malha utilizando elementos finitos de elevada razão de aspecto dispensa a utilização de algoritmos de reconstrução de malha ou construção da trajetória da fratura e, com isso, o acoplamento hidromecânico pode ser realizado sem maiores dificuldades, pois apenas os elementos de interface que representam a fratura são submetidos a variações em sua permeabilidade.

Foi possível verificar que, quando o maciço rochoso está submetido a estados anisotrópicos de tensões *in situ*, a formação e propagação da fratura ocorreram em direções preferenciais e, portanto, sabendo-se disso, foi possível aplicar a técnica de fragmentação da malha apenas numa região de interesse, diminuindo assim a quantidade de elementos de interface inseridos na malha e otimizando o tempo de processamento.

O modelo constitutivo de dano à tração mostrou-se adequado para descrever a formação das fraturas e introduziu um novo critério de dano, o qual se baseia na componente de tensão normal à base do elemento de interface. Além disso, por meio da componente de deformação normal à base do elemento de interface, a implementação do modelo de placas paralelas pôde ser realizada de modo simples e mostrou-se adequada para relacionar o salto de deslocamento no elemento com sua permeabilidade.

As curvas de pressão obtidas mostraram-se de acordo com aquelas idealizadas teoricamente, conseguindo capturar características importantes para o sucesso de uma operação de fraturamento hidráulico, tais como a pressão de ruptura e a pressão de fechamento. Isto mostra que a técnica proposta neste trabalho possui condições para fornecer uma melhor compreensão do fraturamento hidráulico, constituindo assim uma importante ferramenta para aperfeiçoamento deste processo.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

Os resultados alcançados neste trabalho fornece uma ampla perspectiva para o aprimoramento da técnica de fragmentação da malha, uma vez que o estudo do fraturamento hidráulico está sujeito a inúmeras condições que influenciam tal processo. Neste âmbito, propõem-se como trabalhos futuros:

- Sabendo-se que as rochas apresentam propriedades anisotrópicas, faz-se necessário o aprimoramento do modelo constitutivo apresentado com o objetivo de capturar as influências dessas propriedades sobre a formação e propagação das fraturas hidráulicas;
- Reservatórios rochosos apresentam famílias de fraturas naturais, as quais podem estar conectadas ou não, mas que influenciam diretamente na propagação das fraturas geradas hidráulicamente. Com isso, o desenvolvimento de um algoritmo capaz de inserir fraturas naturais no maciço rochoso e que permita a aplicação da técnica de fragmentação da malha constitui um importante passo para o aprimoramento do modelo apresentado;
- Além da formação e propagação de fraturas no plano horizontal, elas podem ocorrer verticalmente. Um estudo deste nível requer o desenvolvimento de um algoritmo tridimensional;
- A otimização do tempo de processamento é outro desafio a ser superado, visto que a técnica de fragmentação aumenta consideravelmente a quantidade de graus de liberdade do sistema. Deste modo, a criação de técnicas capazes de compatibilizar elementos em regiões com discretizações grosseiras e finas permitirá um avanço muito atrativo desta técnica;
- Segundo a modelagem proposta, não foram consideradas variações de porosidade e de permeabilidade da rocha. Contudo, muitos trabalhos adotam leis que permitem relacionar tais variações com a deformação do meio. Sendo assim, o aprimoramento das equações governantes reflete na inclusão de uma quantidade maior de fenômenos físicos e aproxima mais o modelo proposto à realidade.
- Ao longo do tempo de produção do reservatório, o decaimento da pressão estática do mesmo pode acarretar no fechamento das fraturas devido ao aumento da tensão confinante efetiva. Isso representa uma diminuição na permeabilidade global do reservatório. Portanto, o fenômeno de fechamento das fraturas pode também ser incorporado ao modelo proposto nesse trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADACHI, J.; SIEBRITS, E.; PEIRCE, A.; DESROCHES, J. Computer simulation of hydraulic fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 44, n. 5, p. 739 – 757, 2007. ISSN 1365-1609. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160906001870>>.

AMADEI, B.; STEPHANSSON, O. *Rock stress and its measurement*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1997.

AZEVEDO, C. T. *Análise da curva de pressão do fraturamento de formações de alta permeabilidade para estimativa dos parâmetros da fratura*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2011.

BARENBLATT, G. I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in applied mechanics*, v. 7, n. 1, p. 55–129, 1962.

BEAR, J.; BACHMAT, Y. *Introduction to modeling of transport phenomena in porous media*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1990.

BESERRA, L. B. de S. *Análise Hidromecânica do Fraturamento Hidráulico via Elementos Finitos com Descontinuidades Fortes Incorporadas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

BIOT, M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low-frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 28, n. 2, p. 168–178, 1956.

BIOT, M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii. higher frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 28, n. 2, p. 179–191, 1956.

CIMNE. *GiD: The universal, adaptative and user friendly pre and post processing system for computer analysis in science and engineering - User Manual*. GiD®: The personal pre and post processor, 2016. Disponível em: <<http://www.gidhome.com/>>.

COOK, B.; LEE, M.; DIGIOVANNI, A.; BRONOWSKI, D.; PERKINS, E.; WILLIAMS, J. Discrete element modeling applied to laboratory simulation of near-wellbore mechanics. *International Journal of Geomechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 4, n. 1, p. 19–27, 2004.

CORDAZZO, J.; MALISKA, C. R.; SILVA, A.; HURTADO, F. S. The negative transmissibility issue when using cvfem in petroleum reservoir simulation - 1. theory. In: *Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering*. [S.l.: s.n.], 2004.

- CORDAZZO, J.; MALISKA, C. R.; SILVA, A.; HURTADO, F. S. The negative transmissibility issue when using cvfem in petroleum reservoir simulation - 2. results. In: *Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering*. [S.l.: s.n.], 2004.
- CORNET, F. Interpretation of hydraulic injection tests for in-situ stress determination. In: HAIMSON, B.; ZOBACK, M. (Ed.). *Hydraulic Fracturing Stress Measurements. Proceedings of a Workshop*. [S.l.: s.n.], 1981. p. 149–158.
- DEAN, R. H.; GAI, X.; STONE, C. M.; MINKOFF, S. E. *et al.* A comparison of techniques for coupling porous flow and geomechanics. *SPE Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 11, n. 01, p. 132–140, 2006.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. *A First Course in Finite Elements*. [S.l.]: United States, 2007.
- FJAER, E.; HOLT, R. M.; HORSRUD, P.; RAAEN, A.; RISNES, R. *Petroleum related rock mechanics*. 2nd. ed. [S.l.]: Elsevier, 2008.
- GEERTSMA, J.; KLERK, F. D. Rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures. *J. Pet. Technol.;*(United States), Shell Internat Res Mij NV, v. 21, 1969.
- GERTNER, J. *He fracked until it paid off*. 2013. The New York Times Magazine: The Lives They Lived.
- GOMES, I. F. *Implementação de Métodos Explícitos de Integração com Controle de Erro para Modelos Elastoplásticos e Visco-elastoplásticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2006.
- GOMES, I. F. *Implementação em Elementos Finitos das Equações de Pressão e Saturação para Simulação de Fluxo Bifásico em Reservatórios de Petróleo Deformáveis*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2009.
- GOSZ, M. *Finite Element Method: Application in Solids, Structures and Heat Transfer*. [S.l.]: United States, 2005.
- HAMIDI, F.; MORTAZAVI, A. A new three dimensional approach to numerically model hydraulic fracturing process. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, 2014.
- HUBBERT, M.; WILLIS, D. Mechanics of hydraulic fracturing. *Petroleum Transactions AIME*, v. 210, p. 153–168, 1957.
- JAEGER, J. C.; COOK, N. G.; ZIMMERMAN, R. *Fundamentals of rock mechanics*. 4th. ed. [S.l.]: Blackwell Publishing, 2007.
- JHA, B. *A mixed finite element framework for modeling coupled fluid flow and reservoir geomechanics*. Tese (Doutorado) — STANFORD UNIVERSITY, 2005.
- KRISTIANOVITCH, S.; ZHELTOV, Y. Formation of vertical fractures by means of highly viscous fluids. In: *Proceedings of the 4th World Petroleum Congress*. [S.l.: s.n.], 1955. v. 2, p. 579.
- LECHTENBÖHMER, S.; ALTMANN, M.; CAPITO, S.; MATRA, Z.; WEINDRORF, W.; ZITTEL, W. *Impacto da extração de gás e óleo de xisto no ambiente e na saúde humana*. 2011. Parlamento Europeu. Disponível em: <http://www.lbst.de/ressources/docs2012/EP-ENVI-02_Shale-Gas_PE-464425_FINAL_PT_JUN2011.pdf>.

LEE, M.; HAIMSON, B. Statistical evaluation of hydraulic fracturing stress measurement parameters. In: ELSEVIER. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. [S.l.], 1989. v. 26, n. 6, p. 447–456.

LEMAITRE, J. A three-dimensional ductile damage model applied to deep-drawing forming limits. *Mechanical Behavior of Materials–IV*, v. 2, p. 1059–1065, 1983.

LI, L.; TANG, C.; LI, G.; WANG, S.; LIANG, Z.; ZHANG, Y. Numerical simulation of 3d hydraulic fracturing based on an improved flow-stress-damage model and a parallel fem technique. *Rock mechanics and rock engineering*, Springer, v. 45, n. 5, p. 801–818, 2012.

MAEDO, M. A. *Simulação computacional por elementos finitos de múltiplas fissuras em sólidos usando técnica de fragmentação da malha*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista, 2015.

MANZOLI, O.; GAMINO, A.; RODRIGUES, E.; CLARO, G. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. *Computers & Structures*, Elsevier, v. 94, p. 70–82, 2012.

MANZOLI, O.; MAEDO, M.; RODRIGUES, E.; BITTENCOURT, T. Modeling of multiple cracks in reinforced concrete members using solid finite elements with high aspect ratio. *Computational Modelling of Concrete Structures*, CRC Press, p. 383, 2014.

MANZOLI, O. L.; MAEDO, M. A.; JR., L. A. B.; RODRIGUES, E. A. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 153, p. 151 – 170, 2016. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001379441500702X>>.

MARIN, I. S. P. *Aperfeiçoamento do Método de Elementos Analíticos para Simulação de Escoamento em Rochas Porosas Fraturadas*. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos, 2011.

MESCHKE, G.; LEONHART, D. A generalized finite element method for hydro-mechanically coupled analysis of hydraulic fracturing problems using space-time variant enrichment functions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 290, p. 438 – 465, 2015. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782515000961>>.

MORALES, H. E. G. *Estudio de Geometria Fractal en Roca Fracturada y Series de Tiempo*. [S.l.], 2008.

NAVEIRA, V. P. *Incorporação dos Efeitos Geomecânicos de Compactação e Subsidência na Simulação de Reservatórios de Petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.

NORDGREN, R. *et al.* Propagation of a vertical hydraulic fracture. *Society of Petroleum Engineers Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 12, n. 04, p. 306–314, 1972.

OLIVELLA, S.; GENS, A.; CARRERA, J.; ALONSO, E. Numerical formulation for a simulator (code_bright) for the coupled analysis of saline media. *Engineering computations*, MCB UP Ltd, v. 13, n. 7, p. 87–112, 1996.

- OLIVER, J. Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 1: Fundamentals. *International journal for numerical methods in engineering*, Wiley Online Library, v. 39, n. 21, p. 3575–3600, 1996.
- OLIVER, J.; CERVERA, M.; MANZOLI, O. Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach. *International journal of plasticity*, Elsevier, v. 15, n. 3, p. 319–351, 1999.
- OLIVER, J.; HUESPE, A.; CANTE, J. An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 197, n. 21-24, p. 1865 – 1889, 2008. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782507004756>>.
- PAITAN, C. A. T. *Modelagem numérica de fluxo em meios fraturados e meios porosos fraturados*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2013.
- PEREIRA, L. C. *Simulação de Fluxo em Reservatórios sob Efeito da Compactação*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.
- PERKINS, T.; KERN, L. Widths of hydraulic fractures. *Journal of Petroleum Technology*, Society of Petroleum Engineers, v. 13, n. 09, p. 937–949, 1961.
- PORTO, N. G.; SELICHEVIC, S. Shale gas - uma oportunidade além do pré-sal. *Instituto Brasileiro do Petróleo*, p. 18, 2013.
- REZENDE, V. *O Método de Galerkin*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Maringá, 2005.
- ROCHA, L. A. S.; AZEVEDO, C. T. *Projetos de Poços de Petróleo - Geopressões e Assentamento de Colunas de Revestimentos*. 2a edição. ed. [S.l.]: Interciência, 2009.
- ROSA, A. J.; CARVALHO, R. de S.; XAVIER, J. A. D. *Engenharia de reservatórios de petróleo*. [S.l.]: Interciência, 2006.
- ROUAINIA, M.; LEWIS, H.; PEARCE, C.; BICANIC, N.; COUPLES, G.; REYNOLDS, M. Hydro-geomechanical modelling of seal behaviour in overpressured basins using discontinuous deformation analysis. *Engineering geology*, Elsevier, v. 82, n. 4, p. 222–233, 2006.
- SÁNCHEZ, M.; MANZOLI, O. L.; GUIMARÃES, L. J. Modeling 3-d desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, Elsevier, v. 62, p. 27–39, 2014.
- SARKAR, S.; TOKSOZ, M. N.; BURNS, D. R. *Fluid flow modeling in fractures*. [S.l.], 2004.
- SCHMITT, D.; ZOBACK, M. Poroelastic effects in the determination of the maximum horizontal principal stress in hydraulic fracturing tests - a proposed breakdown equation employing a modified effective stress relation for tensile failure. In: ELSEVIER. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. [S.l.], 1989. v. 26, n. 6, p. 499–506.
- SEIXAS, M. G. *Modelagem Hidromecânica do Fraturamento Hidráulico de Rochas via Elementos Finitos com Elementos Especiais de Interface*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

- SETTARI, A.; WALTERS, D. A. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. *SPE Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 6, n. 03, p. 334–342, 2001.
- SHIMIZU, H.; MURATA, S.; ISHIDA, T. The distinct element analysis for hydraulic fracturing in hard rock considering fluid viscosity and particle size distribution. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Elsevier, v. 48, n. 5, p. 712–727, 2011.
- SIMO, J.; JU, J. Strain- and stress-based continuum damage models-i. formulation. *International Journal of Solids and Structures*, v. 23, n. 7, p. 821 – 840, 1987. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020768387900837>>.
- SNOW, D. T. *A parallel plate model of fractured permeable media*. Tese (Doutorado) — University of California, 1965.
- TAILLEUR, J.; XU, B.; YUAN, Y. *Mini-Frac Tests at VCI Tri-Star NE Well: 07-25-089-08W4 1*. [S.l.], 2012. Disponível em: <<http://www.vctek.com/pdf/Volume1/13%20Appendix%206%20-%20Mini-Frac%20Test.pdf>>.
- TERZAGHI, K. *Theoretical Soil Mechanics*. [S.l.]: John Wiley and Sons, Inc., 1943.
- WANG, S.; SUN, L.; AU, A.; YANG, T.; TANG, C. 2d-numerical analysis of hydraulic fracturing in heterogeneous geo-materials. *Construction and Building Materials*, v. 23, n. 6, p. 2196 – 2206, 2009. ISSN 0950-0618. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061808003541>>.
- WHITE, A. J.; TRAUOGOTT, M. O.; SWARBRICK, R. E. The use of leak-off tests as means of predicting minimum in-situ stress. *Petroleum Geoscience*, Geological Society of London, v. 8, n. 2, p. 189–193, 2002.
- WITHERSPOON, P.; WANG, J.; IWAI, K.; GALE, J. Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Water resources research*, Wiley Online Library, v. 16, n. 6, p. 1016–1024, 1980.
- YAQUETTO, N. P. R. *Avaliação de Esquemas de Acoplamento na Simulação de Reservatórios de Petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2011.
- YEW, C. H. *Mechanics of hydraulic fracturing*. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 1997.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. *The finite element method: The basis*. [S.l.]: Butterworth-heinemann, 2000.