RESSALVA

Atendendo solicitação do(a) autor(a), o texto completo desta dissertação será disponibilizado somente a partir de 01/03/2017.

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

Cubo Mágico: Propriedades e Resoluções envolvendo Álgebra e Teoria de Grupos

Luis Gustavo Hauff Martins Grimm

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre

Orientadora
Profa. Dra. Carina Alves

2016

111 Grimm, Luis Gustavo Hauff Martins
X111x Cubo Mágico: Propriedades e Resoluções envolvendo Álgebra e Teoria de Grupos/ Luis Gustavo Hauff Martins Grimm- Rio Claro: [s.n.], 2016.
81 f.: fig., tab.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.
Orientadora: Carina Alves

1. Cubo de Rubik. 2. Teoria de grupos. 3. Grupos de permutação. 4. Comutadores e conjugados. 5. Proposta didática. I. Título

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

TERMO DE APROVAÇÃO

Luis Gustavo Hauff Martins Grimm

Cubo Mágico: Propriedades e Resoluções envolvendo Álgebra e Teoria de Grupos

Dissertação APROVADA como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática Universitária do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", pela seguinte banca examinadora:

Profa. Dra. Carina Alves
Orientadora

Prof. Dr. Cristiane Alexandra Lázaro
UNESP - Faculdade de Ciências - Bauru

Prof. Dr. Agnaldo José Ferrari
UNESP - Faculdade de Ciências - Bauru

Rio Claro, 30 de agosto de 2016.

À minha família

Agradecimentos

À minha esposa pelo apoio, incentivo, companhia nos estudos e pelo auxílio com o LaTeX.

À professora Carina Alves pela competência e paciência durante a orientação deste trabalho.

A todos os professores do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da UNESP de Rio Claro pela contribuição nesse processo de formação continuada de profissionais que atuam na educação básica.

Aos funcionários da secretaria de pós-graduação da UNESP de Rio Claro pela atenção e empenho em ajudar prontamente.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) por implementar o PROFMAT no Brasil, ao Departamento de Matemática da UNESP de Rio Claro pela apoio acadêmico e à Capes pelo apoio financeiro.

Se você for curioso, encontrará quebra-cabeças em torno de você. Se você estiver determinado, irá resolvê-los.

Ernö Rubik

Resumo

O cubo mágico é um dos quebra-cabeças mais famosos do mundo, e em geral atrai a atenção de muita gente, em especial a dos matemáticos. O desafio, as formas, simetrias e movimentos induzem a ideia de estarmos diante de um objeto matemático. E podemos ir além. As ações e movimentos no cubo mágico são elementos que atendem a todas as condições da estrutura de um grupo, assim como também se relacionam com um grupo de permutações. À luz da Teoria de Grupos e dos Grupos de Permutações, iremos analisar algumas sequências de movimentos como os comutadores e conjugados. Existem vários algoritmos que resolvem o cubo mágico e que são fáceis de serem obtidos, por exemplo, na internet. O objetivo desta dissertação, além de trazer uma proposta de resolução, é o de proporcionar um caminho para além da simples memorização de um algoritmo, no sentido de compreendê-lo. Consequentemente, a justificativa para a possibilidade de se resolver um cubo mágico é de ordem matemática e não empírica.

Palavras-chave: Cubo de Rubik, Teoria de grupos, Grupos de permutação, Comutadores e conjugados, Proposta didática.

Abstract

The Rubik's Cube is one of the most famous puzzle of the world, and generally attracts the attention of many people, especially mathematicians. The challenge, shapes, symmetries and movements induce the idea of being in front of a mathematical object. And we can go further. The actions and movements in the magic cube are elements that meet all the conditions of the structure of a group, as well as relate to a group of permutations. In light of the Group Theory and Permutations groups we will examine some sequences of movements such as commutators and conjugates. There are several algorithms that solve the magic cube and which are easy to obtain, for example, at the Internet. The aim of this dissertation, beyond to show a resolution, is to provide a path beyond simple memorization of an algorithm in order to understand it. Consequently, the justification for the possibility of solving a Rubik's Cube is math and not empirical.

Keywords: Rubik's cube, Group theory, Permutation group, Commutators and conjugates, Didatic proposal.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

1 Introdução

Durante décadas o desafio da resolução do cubo mágico, também chamado de cubo de Rubik, em homenagem ao seu inventor, intrigou muita gente. Ernö Rubik nasceu em 13 de julho de 1944 em Budapeste, Hungria e na década de 70 dava aulas de arquitetura na School for Commercial Artists. Em 1974 teve a ideia de construir um cubo capaz de rotacionar suas faces para que então pudesse ilustrar melhor para seus alunos o conceito tridimensional. O primeiro exemplar era de madeira e cada uma das seis faces do cubo era pintada de uma cor diferente. Cada face é dividida em 9 cubinhos menores totalizando 26 cubos visíveis e um virtual que se existisse estaria localizado no interior do cubo. Este 27º cubinho virtual é justamente o mecanismo que prende as 6 faces. No mesmo ano da criação, o cubo de Rubik ganhou o prêmio alemão de jogo do ano. Ernö Rubik não tinha exatamente a intenção de criar um quebra–cabeça cuja solução consiste em deixar cada uma das faces somente com uma cor. O próprio criador do cubo demorou cerca de um mês para remontá-lo à sua configuração inicial. Em 1980 o cubo começou a ser produzido de forma industrial e estima–se que desde então já tenham sido vendidos mais de 350 milhões de unidades em todo o mundo.

Inicialmente, no Capítulo 2, iremos trazer noções sobre seu mecanismo de funcionamento e quais movimentos são permitidos efetuar. Esta primeira apresentação é necessária para entendermos o que é e como funciona um cubo mágico. E, além disso, os movimentos das faces, bem como dos cubinhos, são o objetivo alvo deste trabalho, pois são estes os elementos que iremos estudar mais adiante.

No Capítulo 3 iremos abordar alguns conceitos básicos sobre a Teoria de Grupos e Grupos de Permutações. A partir deles identificaremos o cubo mágico como um objeto matemático, assim como as ações e os movimentos no cubo serão identificados como operações que atendem às definições que serão vistas.

No Capítulo 4 iremos aplicar os conceitos abordados, no intuito de entendermos alguns movimentos, estados e algoritmos que resolvem o cubo mágico. Além disso, calcularemos o número total de configurações que o cubo mágico pode assumir, juntamente com a justificativa de que algumas configurações são impossíveis de serem atingidas.

Finalmente, nos dois últimos capítulos poderemos nos aprofundar nos algoritmos de resolução. No Capítulo 5 iremos apresentar e detalhar três formas diferentes de resolução: com menos movimentos, em menor tempo e com menor memorização. Neste último iremos apresentar um método de resolução baseado nos conceitos que foram abordados nos capítulos anteriores. Tal método exige um certo conhecimento e familiaridade com o cubo mágico. Já no Capítulo 6 mostraremos outro método que é recomendado a iniciantes. Por este motivo, nos basearemos neste método para sugerir uma proposta didática. Neste capítulo será detalhado todas os estados e sequências necessários à resolução do cubo mágico, sem nos preocuparmos com qualquer demonstração, e sim apenas como um método memorizável.

Referências

[1] TRAVIS, M. *The Mathematics of the Rubik's Cube*. University of Chicago, 2007.

[2] LEQUAIN, Y.; GARCIA, A. *Elementos de álgebra*. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2010.

[3] DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G. *Álgebra Moderna*. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.

[4] CHEN, J. *Group Theory and the Rubik's Cube*. Harvard, 2004.

[5] SCHULTZER, W. *Aprendendo Álgebra com o Cubo Mágico*. DM - UFSCar, 2005.

[6] TRONTO, S. *Fewest Moves Tutorial*. 01 2016.

[7] THISTLETHWAITE, M. B. *The 45-52 move strategy*. Polytechnic of the South Bank, 1981.