unesp
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de São José do Rio Preto

Andréia Cristina Fidélis de Souza

Jogos africanos e o currículo da matemática: uma questão de ensino

São José do Rio Preto
2016

Andréia Cristina Fidélis de Souza

Jogos africanos e o currículo da matemática: uma questão de ensino

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre, junto ao Profmat - Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Orientador: Profª. Drª. Tatiana Miguel Rodrigues de Souza

São José do Rio Preto
2016

Souza, Andréia Cristina Fidélis de
Jogos Africanos e o currículo da matemática: Uma questão de Ensino / Andréia Cristina Fidélis de Souza. - São José do Rio Preto: [s.n.], 2016.
f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Tatiana M. Rodrigues de Souza
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Jogos Africanos. 2. Geometria. 3. Cultura Afro-Brasileira. I. Rodrigues-deSouza, Tatiana Miguel. III. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. IV. Jogos Africanos e o currículo da matemática: Uma questão de Ensino
CDU -

Andreia Cristina Fidélis de Souza

Jogos africanos e o currículo da matemática: uma questão de ensino

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre, junto ao Profmat - Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Comissão Examinadora

Profª. Drª. Tatiana Miguel Rodrigues de Souza
UNESP – Bauru
Orientadora

Prof. Dr. João Carlos Ferreira Costa
UNESP – São José do Rio Preto

Profa. Dra. Patrícia Romano Cirilo
UNIFESP – São José dos Campos

São José do Rio Preto
27 de Outubro de 2016

Dedico esta pesquisa ao meu marido, aos meus pais e a todos professores que de alguma forma contribuem para que as raízes africanas estejam presentes na mente e no coração de seus alunos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meu Pai Celeste pela sabedoria, saúde e força que me destes para realizar este trabalho.

Agradeço ao meu marido Michel Nere de Souza, que pacientemente esteve ao meu lado, sacrificando nossos passeios ou nossos momentos de jogar conversa fora.

A minha orientadora Profa. Dra. Tatiana Miguel Rodrigues de Souza que sabiamente soube me conduzir no desenvolvimento deste trabalho.

A meus amigos Leandro Passos e Luana Passos como seu exemplo e incentivo para realizar essa pesquisa.

A direção, prof. Marcos e alunos do 9º Netuno da Escola Estadual Waldomiro Naffah, e a direção e alunos do 5º C da Escola Municipal Prof. Oldemar Stobbe que foram os sujeitos desta pesquisa e que contribuíram para que ela se tornasse realidade.

"Salve o sangue Negro que vem de lá
Dos nossos ancestrais
Salve o coração
De quem lutou e ainda luta
Sempre pais
Quero ver minha África
Ver meu Brasil
Quero a benção de lá
Quero a benção daqui
Salve irmão de cor
De sol a sol
De flor em flor"
Arthur Vinih, cantor e compositor

RESUMO

A Lei 10.639/03 torna obrigatório, nos estabelecimentos públicos e privados de ensino fundamental e médio, o ensino sobre História e Cultura Afro-brasileira. Oportunizar que os descendentes de africanos tenham garantidos a valorização de sua identidade, história e cultura tornam-se necessários nos trabalhos curriculares do ensino dos diferentes segmentos da etapa básica. Esse direito se estende a todos os cidadãos brasileiros por também constituírem e participarem do processo de construção da sociedade brasileira, juntamente com os diferentes povos que aqui já estavam e os que vieram para o Brasil. O presente estudo objetiva a valorização da história dos afro-brasileiros aliada ao desenvolvimento de habilidades matemáticas presentes na estrutura e execução dos jogos e/ou na construção dos tabuleiros usados pelos alunos do 5º e 9º ano de duas turmas da rede pública localizadas na região norte do município de São José do Rio Preto (SP). Para realizar tal intento foram utilizados os jogos africanos Oware e Borboleta justificados por possuírem uma variada prática cultural, propiciarem aos estudantes ricas oportunidades de construção e ampliação das ideias aritméticas, geométricas e comportamentais presentes nesses jogos, além de permitirem a interação dos alunos com a cultura africana.

Palavras-chave: Jogos Africanos. Geometria. Cultura Afro-Brasileira.

ABSTRACT

Law 10.639 / 03 makes compulsory, in public and private establishments of elementary and secondary education, the teaching on Afro-Brazilian History and Culture. Providing that the descendants of Africans are guaranteed the value of their identity, history and culture become necessary in the curricular work of the different segments of the basic stage. This right extends to all Brazilian citizens because they also constitute and participate in the process of building Brazilian society, together with the different peoples who were here and those who came to Brazil. The present study aims to value the history of Afro-Brazilians combined with the development of mathematical skills present in the structure and execution of games and / or in the construction of the trays used by 5th and 9th grade students from two public school groups located in the north region Of the municipality of São José do Rio Preto, São Paulo. In order to accomplish this, the African games Oware and Butterfly were used, because they have a varied cultural practice, giving rich students opportunities to construct and expand the arithmetic, geometric and behavioral ideas present in these games, as well as to allow students to interact with culture African

Keywords: African Games. Geometry. African Culture.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O reconhecimento e a valorização da história e cultura dos afro-brasileiros nos ambientes escolares é uma das reivindicações propostas pelo Movimento Negro ao longo do século XX, e o resultado é a Lei. 10.639/03 sancionada pelo presidente Luiz Inácio Lula da Silva, a qual altera a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996, ao tornar obrigatório, nos estabelecimentos públicos e privados de ensino fundamental e médio, o ensino sobre História e Cultura Afro-Brasileira, regulamentado pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) com a deliberação da Resolução nº 1, de 17 de junho de 2004, que estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnicos Raciais e para o Ensino de História e Cultura Afro- Brasileira e Africana.

O artigo dispõe que:

> O Ensino de História e Cultura Afro- Brasileira e Africana tem por objetivo o reconhecimento e valorização da identidade, história e cultura dos afro-brasileiros, bem como a garantia de reconhecimento e igualdade de valorização das raízes africanas da nação brasileira, ao lado das indígenas, europeias, asiáticas. (BRASIL, 2004)

As práticas pedagógicas iniciaram-se no Brasil em 1549 com a chegada dos jesuítas, que introduziram um sistema de educação colonial com o objetivo de dominar e impor uma educação europeia como soberana e necessária, em detrimento à cultura dos povos que aqui já habitavam. Infelizmente, ainda há evidências, na estrutura curricular brasileira, desse tipo de educação.

Halmenschlager (2001) aponta que a discriminação racial, como em toda a sociedade brasileira, faz-se presente na educação por meio de um currículo destinado a um grupo homogêneo e predominantemente branco, e os recursos didáticos utilizados nas escolas são provas disso. A autora, para exemplificar essa sua afirmação, aponta- nos que, ao verificar os recursos didáticos, são poucos os elementos ou ainda inexistentes que uma criança “não-branca” possa identificar-se. Seus valores, conhecimentos e tradições culturais são, portanto, ignorados e excluídos nos processos de ensino e aprendizagem da escola.

Somente em 2003 que foi sancionada uma lei que integra ao currículo base da educação nacional as matrizes de origem africana, com a finalidade de reconhecer e valorizar a história e cultura de um povo que participou ativamente da constituição da cultura e sociedade brasileira. Uma cultura que foi silenciada, negligenciada e negada, até então, nos currículos escolares brasileiros.

O respeito e a aceitação da história dos africanos que a aqui chegaram e sua contribuição virão com o conhecimento e a divulgação dessa cultura, como afirma D' Ambrósio (2011):

> O encontro intercultural gera conflitos que só poderão ser resolvidos a partir de uma ética que resulta do indivíduo conhecer-se e conhecer a sua cultura e respeitar a cultura do outro. O respeito virá com o conhecimento. De outra maneira, o comportamento revelará arrogância, superioridade e prepotência, o que resulta, inevitavelmente, em confronto e violência. (D' AMBRÓSIO, 2011, p.44).

A contribuição e a atuação do negro no Brasil são documentadas apenas em sua condição de escravo; reduz-se ao modo como chegou por intermédio do tráfico negreiro, em que a escravidão e a sua libertação são destacadas, como se o negro, trazido de seu continente, não tivesse uma história, uma cultura, uma tradição.

Na visão de uma sociedade que legitima a superioridade cultural europeia, o negro surge, apenas, como um objeto utilitário, sua bagagem cultural é esquecida e, quando manifestada, é tida como inferior, imprópria e desprezada. O método utilizado para conseguir a efetiva dominação é menosprezar e extrair traços da cultura do dominado para, então, impor a sua, por isso a desvalorização e a proibição da manifestação da cultura dos africanos no início da colonização brasileira.

Assim, chega-se a uma estrutura de sociedade, segundo D' Ambrósio (2011), de conceitos perversos de cultura, de soberania que impõe a sua cultura aos dominados. O autor questiona essa agressão à dignidade e identidade cultural daqueles subordinados a esta estrutura; alerta, também, que os possíveis danos irreversíveis causados a uma cultura, a um povo e a um indivíduo é de responsabilidade maior para os teóricos da educação, se o processo for conduzido de maneira leviana e deve propor ações para minimizar esses danos.

A abordagem aqui relatada do negro no sistema educacional leva ao que D' Ambrósio (2011) chama de violenta exclusão social:

> A dignidade do indivíduo é violentada pela exclusão social, que se dá muitas vezes por não passar pelas barreiras discriminatórias estabelecidas pela sociedade dominante, inclusive e, principalmente, no sistema escolar. (D' AMBRÓSIO 2011, p. 9)

No segundo quartel do século XX, segundo Amorim (2012), o retrato da situação de desvantagem social do negro leva a comunidade negra e os movimentos negros a abrirem espaços para discussões sobre a criação de um currículo em que o negro não aparecesse apenas nesta condição de inferioridade.

A dimensão da participação da população negra na constituição do povo brasileiro merece ser retratada com o mesmo destaque que os outros povos que chegaram ao Brasil, e a lei 10.639/03 é "a porta de entrada" desse merecido reconhecimento, valorização da cultura afro e problematização das relações étnico raciais, uma vez que o local inicial de contato de todos os povos e crenças ocorre nos ambientes escolares.

Se a escola promove a divulgação, a discussão e o acesso aos conhecimentos científicos e aos registros culturais do continente africano, de suas riquezas naturais, linguísticas e artísticas desvinculada de uma visão eurocêntrica, então contribuirá, sim, para uma aprendizagem significativa desse universo.

Convém observar que isto propicia:

> Maior conhecimento das nossas raízes africanas e da participação do povo negro na construção da sociedade brasileira haverá de nos ajudar na superação de mitos que discursam sobre a suposta intolerância do africano escravizado e a visão desse como selvagem e incivilizado. Essa revisão histórica do nosso passado e o estudo da participação da população negra brasileira no presente poderá contribuir também na superação de preconceitos arraigados em nosso imaginário social e que tendem a tratar a cultura negra e africana como exóticas e/ou fadadas ao sofrimento e à miséria. (GOMES, 2008, p.72)

Gomes (2010) salienta que a Lei 10.639/03, ao redefinir a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei 9394/96, tornou-a primeira LDBEN brasileira a introduzir de modo efetivo a temática racial em seu texto, a primeira lei educacional que permite construir nas escolas uma educação antirracista e propiciar o respeito pela diversidade.

Embora a Lei 10.639/03 estabeleça a inclusão oficial na rede de Ensino a temática de Historia e Cultura Afro brasileira em disciplinas específicas, particularmente na área de humanas, não isenta outras áreas do conhecimento a tratar da temática da cultura e história dos afrodescendentes. Ora, o ensino da Matemática oferece um campo fértil para a promoção da diversidade étnico-racial nos ambientes escolares.

Conforme D 'Ambrósio (2001, p. 27), "a Matemática, como conhecimento em geral, é resposta às pulsões de sobrevivência e de transcendência, que sintetizam a questão existencial da espécie humana", ou seja, uma ciência cada vez mais inerente em vários segmentos da vida cotidiana moderna.

Vergani (2009) explica que o conhecimento matemático tão puro e tão rigoroso, frequente nos currículos escolares, assemelha-se a matemática vista pela ótica de um pássaro dourado que cria o seu próprio céu e assim justifica as suas próprias referências. A importância dada à formalização desses conteúdos é maior que a atenção dada à situação psicossocial dos indivíduos em aprendizagem.

Para David e Moreira (2005, p. 52), a prática docente em Matemática na educação básica vai além de “uma transmissão técnica e linear de conteúdo previamente definido”, ela exige uma atividade mais complexa envolta em contingências, tais como saber a maneira como os algoritmos funcionam, sua lógica operacional, quais são as possíveis dificuldades que poderão ser apresentadas. Essa exigência faz-se necessária, pois a Matemática é uma habilidade útil à sobrevivência, em virtude do grande leque de aplicações que disponibiliza para a sociedade nos dias de hoje. Assim, tanto crianças como adultos a utilizam em suas ações.

Ponte (1988, p.10) aponta, ainda, que este não é o único problema que se encontra nesta modalidade de ensino, uma vez que “a ele somam-se outros, como a grave carência de professores qualificados e a má imagem que a disciplina tem aos olhos dos alunos e do público em geral”.

Na análise dos últimos resultados do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), Silva (2008), em sua dissertação de mestrado, propõe uma investigação a fim de saber quais são as causas do baixo desempenho matemático dos alunos. O autor aponta, como uma das hipóteses, a atuação do professor nos trabalhos que desenvolve com o aluno.

Outro fator que merece atenção e ressaltado por Cunha (2004) é a respeito da incapacidade de alguns professores em trabalhar com a diversidade cultural dos alunos, e que não tiveram formação acadêmica necessária que permitisse essa importante competência. Logo, é imperceptível, para esse professor, a necessidade de organizar material e conteúdos que atendam às necessidades dos alunos afrodescendentes.

Assim, existe uma carência na abordagem das questões étnico raciais na disciplina de Matemática, e inserir, nas atividades curriculares, o legado africano, particularmente os jogos matemáticos, como proposta dentro da perspectiva da relação étnico racial na escola é um excelente recurso didático de trabalho em sala de aula.

Valorizar a cultura do povo africano e promover o seu reconhecimento é o objetivo, como já observado, da Lei 10.639/03. A etnomatemática, em toda a sua essência, vem ao encontro com esse objetivo que, segundo Vergani (2009, p. 25), “debruça-se com respeito sobre as culturas tradicionais não -europeias, conferindo -lhes uma dignidade que nem sempre é reconhecida.”.

O uso dos jogos de origem africana *Oware*, membro da família dos Mancalas, e Borboleta, nas aulas de Matemática, dentro perspectiva da etnomatemática, tem esse objetivo: contribuir para conferir, à cultura afro, dignidade que lhe foi negada, além de proporcionar o estudos de conteúdos matemáticos presentes nele.

Para Powel e Temple (2002), todos podem ser beneficiados, tanto alunos como professores, com as explorações curriculares do *Oware* que, nesta pesquisa, também se estende ao jogo Borboleta, com muito dos seus importantes valores culturais que não permitem esquecer a rica herança cultural que os alunos de descendência africana possuem. Os autores citam o professor e cientista Irving Adler, que comenta as vantagens das crianças, que jogaram o *Oware* experimentalmente.

Sobre o uso do *Oware*, o professor Adler escreveu:

> [...] que a experiência particular de crianças, com este jogo africano, que estimula a Matemática, habilidade analítica e planejamento *a priori* serve como uma forte refutação ao estereótipo racista sobre africanos e negros (...). Os benefícios educacionais, sociais e políticos de incorporar o *Oware* e discutir sua história matemática e cultural em aulas de Matemática são necessários e não deveríamos abrir mão de utilizar tal recurso. (POWEL; TEMPLE, 2002, p. 99)

Deste modo, *Oware* e Borboleta foram escolhidos, tendo em vista que estes jogos oportunizam a exploração de diversos conteúdos do currículo e permitem aos estudantes conhecerem e reconhecerem que povos africanos fazem uso de atividades matematizantes aliados à dimensão lúdica envolvida no desenvolvimento do trabalho.

Foram participantes dessa pesquisa alunos de uma turma do 9º ano da Escola Estadual Prof. Waldomiro Naffah, e de outra do 5º ano da Escola Municipal Prof. Oldemar Stobbe, ambas localizadas na região norte da cidade de São José do Rio Preto, no estado de São Paulo.

CAPÍTULO 1

1.1 A Etnomatemática

A aprendizagem, de um modo geral, é muitas vezes definida, pelos psicólogos, como uma mudança relativamente duradoura no comportamento, produzida pela experiência.

Brousseau (1996) considera que tal modificação, no conhecimento, deve ser produzida pelo próprio aluno e que o professor atue como o agente catalisador desse processo, e que é seu dever buscar uma situação de aprendizagem adequada. O autor enfatiza o papel fundamental do professor no processo de aprendizagem ao afirmar que uma de suas funções está:

> [...] em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal à pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor. (BROUSSEAU, 1996, p.40).

O ensino da Matemática oferece um campo fértil, que pode ser explorado a fim de que ocorra essa mudança no aluno, pois esta ciência está presente em vários segmentos da vida cotidiana. Parte fundamental no ensino dessa disciplina é a compreensão da linguagem matemática que, segundo Danyluk (2002), disponibiliza, ao leitor, uma possibilidade de revelar o mundo.

No entanto, o ensino de matemática durante muito tempo pautou-se, e ainda é, numa prática presente em alguns ambientes escolares, como transmissão linear de conhecimentos dentro de um currículo previamente definido que, em muitos casos, são descontextualizados, incompreensíveis, com domínio de técnicas mecanizadas, de memorização e de aplicação de fórmulas sem perceberem o sentido e a importância de seus usos. Com procedimentos que, em alguns casos, o próprio professor não compreende, mas apenas o reproduz.

Como resultado, a Matemática é tida como uma das disciplinas que mais contribui para o insucesso escolar de muitos alunos, ressalta Ponte (1988). O autor explica-nos que:

> O insucesso traduz-se não apenas em níveis de aprendizagem profundamente insatisfatórios, mas também na falta de confiança na utilização dos conceitos e técnicas matemáticas, numa visão geral empobrecida e deturpada da natureza desta ciência, e numa atitude de alheamento ou mesmo de repulsa relativamente a essa matéria. (PONTE, 1988, p.10).

O insucesso do aluno em alguns casos é atribuído à repulsa por esta disciplina, a falta de empenho e a características individuais do aluno, e não aos processos de ensino utilizado.

De acordo com Halmenschlager (2001), à Educação Matemática, outros enfoques vem sendo dados; a atenção não é voltada apenas para a importância do conhecimento matemático para a resolução de problemas cotidianos, mas sim à sua contribuição para as pessoas da compreensão do mundo mais amplo em que vivem. A autora situa a Etnomatemática nesse enfoque como uma perspectiva para o currículo, por ser uma abordagem fundada na conexão entre a cultura dos alunos e o conhecimento escolar.

O reconhecimento e a valorização da identidade, história e cultura afro-brasileira é o objetivo do Ensino de História e Cultura Afro-Brasileira e Africana nas instituições de ensino do país e que visa à valorização da contribuição das raízes africanas com a mesma relevância e importância das outras raízes: indígenas, europeias e asiáticas para a formação da cultura e população do Brasil.

Se o objetivo é o reconhecimento de determinada cultura, a etnomatemática cumpre com esse propósito, uma vez que, para Halmenschlager (2001), ao fazer a conexão entre cultura e saber matemático, este ramo de pesquisa permite o reconhecimento das práticas diárias na tentativa de resolver e manejar realidades específicas utilizadas por grupos sociais, como diferentes modos de fazer matemática, que nem sempre são identificados como Matemática quando vistos pela ótica acadêmica.

Etnomatemática é, pois, uma ciência que se enquadra nas condições de contribuir para que ocorra, além do reconhecimento, a valorização de uma cultura, como explica D' Ambrósio (2011):

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetos e tradições comuns aos grupos. Além desse caráter antropológico, a etnomatemática tem um indiscutível foco político, a etnomatemática é embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano. (D'AMBRÓSIO, 2009,p. 9).

Portanto, a Etnomatemática reconhece que todas as culturas produzem saber matemático de acordo com a sua realidade, tradições e identidade. Esses conhecimentos não estão presentes no currículo, já que não são valorizados do ponto de vista eurocêntrico. Ao promover a visibilidade dessas práticas sociais e essas concepções matemáticas, a etnomatemática contribui para o conhecimento e valorização de um saber até então marginalizado.

Para Halmenschlager (2001), a etnomatemática não se restringe em, apenas, identificar a Matemática criada e praticada por um grupo cultural específico, a sua perspectiva é mais ampla. A autora considera a Matemática acadêmica, presente nos currículos atuais, como uma entre as outras formas da etnomatemática.

Pensando nas bases de um ensino acadêmico predominantemente fundamentado na cultura elitista europeia, não deixa de ser um conjunto de práticas sociais em que existe conhecimento matemático, portanto ali existe a etnomatemática. O problema ocorre quando apenas uma única cultura é citada, privilegiada e valorizada dentro dos currículos escolares, e a etnomatemática reconhece e valoriza todas as outras formas de saberes das outras culturas, por isso a sua amplitude.

As vivências dos alunos além da escola, para Halmenschlager (2001), produzem saberes matemáticos que são construídos por sua prática cotidiana e incorporados aos conhecimentos transmitidos pela escola. A autora cita a perspectiva enunciada por Knijnik (1996) para uma abordagem matemática que não apenas torne visíveis esses saberes matemáticos dos estudantes, construídos em sua prática cotidiana, mas como também promova o seu confronto com os conhecimentos acadêmicos, por meio de uma análise crítica que permita o exame da viabilidade e da relevância desses dois conhecimentos no contexto próprio do grupo.

A viabilidade e a relevância do conhecimento matemático para as suas relações é determinada pelo sujeito por meio de uma análise crítica. E esse deveria ser o papel da Matemática, enquanto ciência: promover esse senso crítico no cidadão. No entanto, são os currículos que determinam, hierarquizam e organizam a relevância desse conhecimento, o que leva ao desinteresse pela Matemática por muitos estudantes, aos processos de exclusão e as dificuldades dos alunos em compreender conceitos matemáticos.

O propósito de levar elementos das africanidades para as aulas de Matemática por meio dos jogos africanos, quais sejam, *Oware* e Borboleta, se justificam em proporcionar aos alunos a aprendizagem com o recurso didático dos jogos, contato com diferentes tabuleiros, diferentes regras e as concepções matemáticas ali inseridas nesses jogos.

O intuito de levar o legado africano, é o de melhorar o ensino da matemática através dos jogos, como proposta dentro da perspectiva da relação étnico-racial na escola, é portanto, um grande instrumento de trabalho em sala de aula. Não somente pelas razões até o momento discutidas e defendidas, mas também por oportunizar aos alunos o desenvolvimento de conceitos, habilidades e competências presentes em conteúdos específicos do currículo da disciplina de matemática, além de promover o contato com o legado histórico e científico advindo de um grupo que contribuiu para a formação social e cultural brasileira, bem como respeitar esta diversidade.

Além disso, estar em contato com os jogos oportunizará o contato com os países de Gana e Moçambique, países em que o *Oware* e Borboleta são praticados, respectivamente. Estas nações tiveram pessoas que migraram, involuntariamente, para o Brasil e, portanto, contribuíram para a formação da população e cultura brasileira.

Desses países será explorada a tradição, a história e a motivação de como cada povo trata o jogo, geralmente contribuições negadas, apagadas ou desmerecidas nos livros didáticos.

A abordagem consciente de Vergani (2009) sobre a etnomatemática como um movimento nascente corrobora para justificar a escolha do uso de jogos africanos como recurso didático no ensino de Matemática. De acordo com a autora, esse nascimento da etnomatemática se apresenta hoje sobre quatro tempos análogos às quatro fases da lua, com características diferentes, mas que podem coexistir simultaneamente.

A fase da Lua Nova é identificada por Vergani (2009) pela conscientização de que atividades matematizantes (simbólicas, funcionais, lúdicas, rituais e estéticas) são praticadas em diferentes povos. Para a autora, conhecer, reconhecer e traduzir essas atividades para a linguagem matemática universalizante consiste no 1º tempo da etnomatemática.

Essas ações no 1º tempo da etnomatemática foram identificadas com os jogos Borboleta e *Oware* como mostra o Quadro 1:

Quadro 1. Linguagem matemática universalizante presente em cada um dos jogos

Jogo	Linguagem matemática universalizante
Borboleta	Paralelismo e perpendicularismo entre retas; Ângulos complementares, suplementares e reto; Ângulos alternos internos e colaterais externos; Teorema de Tales; Teorema de Pitágoras; Teorema da Base Média;

	Classificação de Triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos; Perímetro e área de figuras geométricas planas; Congruência e Semelhança de Triângulos.
Oware	Sequência numérica; Frações; Porcentagem; Probabilidade; Progressão Aritmética; Indução Matemática.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nessa fase da etnomatemática, segundo Vergani(2009), por meio da divulgação ou compreensão das práticas sociais, há como resultado imediato promover o conhecimento mútuo entre diferentes grupos socioculturais. É, pois, com essa finalidade que a lei 10.639/03 foi sancionada, para que o conhecimento da cultura africana fosse divulgado e compreendido nos ambientes escolares.

Na fase do Quarto Crescente**,** Vergani (2009) apresenta o ato de conscientização da etnomatemática de que as atividades matematizantes dos diferentes grupos socioculturais não se resumem a meras práticas numéricas, geométricas ou operativas. A autora assegura que a etnomatemática não vê apenas o objeto em questão com a finalidade de encontrar elementos, conceitos matemáticos, mas também a forte carga de sentimento humano que trazem em si, aparentes em sua representação simbólica e social.

O que está por detrás daquela prática? O que a motivou? Qual o valor social, histórico e sentimental para aquele povo?

Esse mesmo olhar pode ser identificado nos jogos deste estudo, como no quadro a seguir.

Quadro 2. Descrições das representações sociais simbólicas de cada jogo

Jogo	Representações sociais simbólicas
Borboleta	Muito frequente entre as crianças e mulheres de Moçambique. A forma de tabuleiro semelhante a Borboleta deu origem ao nome, conhecido também como *Gulugufe*, que significa borboleta em Chitonga língua local.
Oware	Para as peças são utilizadas as sementes de uma árvore muito comum na África, o Baobá; O ato de depositar as peças em cada buraco do tabuleiro é semelhante ao ato de semear as sementes para a plantação. Em algumas tribos africanas a escolha do sucessor do rei falecido dava-se pelo resultado das partidas de jogos tipo Oware. Em outras tribos a pratica do jogo era diurna, pois acreditavam que a noite o jogo era praticado pelos deuses.

Fonte: Elaborado pela autora com dados extraídos de Guerra (2009); Pereira (2011).

A Lua Cheia é a fase em que

> A consciência de que a etnomatemática tem uma missão no mundo de hoje que transcende o interconhecimento das alteridades socioculturais. Cabe -lhe apontar um caminho de transformação crítica das nossas próprias comunidades ocidentais, solidariamente abertas a outras formas de refletir, de saber, de sentir e de agir. (VERGANI, 2009, p.9)

Portanto, a etnomatemática nessa fase promove a descoberta da arte de fazer matemática de outros povos, o que permite o conhecimento de outras formas de pensar, de refletir, de sentir, não somente as ocidentais, no caso do ensino predominante brasileiro: a visão eurocêntrica. Esta perspectiva permite o rompimento do preconceito e o respeito a outras culturas.

Por fim, Vergani (2009) completa o ciclo das fases da lua com a fase da Quarto Minguante. Nela, o clamor da etnomatemática, em um tempo futuro, vir a ser ouvido, quando fizer parte do cotidiano, ser evidente aos olhos de todos. Na medida em que isso for possível, ela estará cumprindo com a sua missão e, neste momento, iniciará o seu progressivo desaparecimento.

A luta do Movimento Negro ao longo dos anos foi pela valorização e reconhecimento da cultura afro. Quando a etnomatemática africana, a Matemática dos povos africanos estiver no tempo da fase do quarto minguante, essa luta, nesta área, terá alcançado o seu objetivo.

D' Ambrósio (2011), por exemplo, ao discutir o conceito de etnomatemática, a considera composta por 3 partes.

- Etnos: Conjunto de pessoas com culturas diferentes, que agem de maneira peculiar de acordo as necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais;
- Ticas: técnicas, instrumentos de reflexão e observação, materiais ou intelectuais, criados pelos povos ao longo da história para explicar o mundo a sua volta;
- Matema: aquilo que se aprende e se ensina, no sentido literal da matriz grega da palavra matema.

Neste contexto, ao analisar cada termo e sua junção na palavra etnomatemática, para D' Ambrósio(2011), a Matemática é uma manifestação da expressão de um povo. Logo, na presente pesquisa, os Jogos Africanos são manifestações ou expressões socioculturais de um povo, africanos e afrodescendentes. Sua ciência, portanto, corrobora com as questões curriculares e didático-pedagógicas da Matemática e, consequentemente, com os jogos de matriz africana no planejamento do Ensino em diferentes etapas de escolarização.

Vergani (2009, p.24), partindo da terminologia da palavra etnomatemática definida por D' Ambrósio, exemplifica cada termo de sua formação da seguinte maneira:

- Etno: contextos culturais, linguagens específicas, códigos de comportamento, simbologia, práticas sociais e sensibilidade;
- Matema: conhecimento, explicação e expressão;

- Tica: "techne" (raiz etmológica dos termos arte e técnica).

Com a exemplificação de cada termo da palavra por Vergani (2009), conclui-se que etnomatemática é uma ciência que estuda arte e técnica para explicar, conhecer e compreender determinada cultura por meio de suas práticas sociais, vivencias e contextos culturais.

Para Vergani (2009, p. 25), então, a etnomatemática compreenderá o estudo "comparativo de técnicas, modos, artes e estilos de explicação, compreensão, aprendizagem, decorrentes da realidade tomada em diferentes meios naturais e culturais".

O que diferencia uma cultura da outra são as particularidades existentes em cada uma delas, isso não significa que uma é inferior em relação à outra. Em todas elas, os indivíduos estão "comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura" (D' Ambrósio, 2011, p 22.). Todas essas ações são habilidades e fazeres matemáticos.

Para Vergani (2009), ao compreender esse estudo comparativo dessas ações, citadas por D' Ambrosio (2011), dos indivíduos, de acordo com a sua cultura, possibilita a etnomatemática desenvolver um potencial para a vocação de uma aliança fecunda com a prática escolar, por meio de uma metodologia culturalmente dinâmica (diversidade cultural, não apenas a eurocêntrica); um enraizamento na "realidade real"; uma observação vivificante das práticas comportamentais; uma ação autenticamente sócio-significativa.

D' Ambrósio destaca a grande contribuição da etnomatemática:

> A etnomatemática se encaixa nessa reflexão sobre a descolonização e na procura de reais possibilidades de acesso para o subordinado, para o marginalizado e para o excluído. A estratégia mais promissora para a educação, nas sociedades que estão em transição da subordinação para a autonomia, é restaurar a dignidade de seus indivíduos, reconhecendo e respeitando suas raízes. Reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes. Essa é, no meu pensar, a vertente mais importante da etnomatemática. (D' AMBROSIO, 2011, p. 42).

Ora, reconhecer e respeitar as raízes africanas é o propósito desse trabalho na perspectiva da etnomatemática, ao utilizar os jogos africanos como mais um recurso didático em sala de aula. Levar para as aulas de Matemática, reviver e aflorar uma cultura desprestigiada e subordinada por muitos anos no currículo educacional brasileiro, consequência direta e ainda com resquícios significativos do período mais tenebroso e vergonhoso da História Brasileira: a escravidão dos negros no Brasil, que por 309 anos foram dominados e impedidos de viver liberalmente sua cultura como forma de perpetuar a dominação.

Segundo D' Ambrósio (2011, p.40), uma estratégia fundamental pela qual o conquistador impede com que o conquistado se manifeste é mantê-lo inferiorizado. A maneira mais eficaz de se atingir esse objetivo "é enfraquecer suas raízes, removendo os vínculos históricos e a historicidade do dominado.".

Um exemplo disso é a proibição imposta aos negros escravos de promover e participar seus rituais religiosos "endemonizados" pelo dominador; a comunicarem se em seu dialeto de origem e a praticarem a sua luta.

Essa proibição ocorrida no passado reflete até nos dias de hoje em que muitos ainda "endemonizam" as religiões de matrizes africanas; tem sido um empecilho para que as matrizes africanas cheguem até a escola.

Os exemplos citados confirmam o que D' Ambrosio (2011) relata sobre as consequências da remoção da historicidade do dominado, ou seja, a remoção do que identifica aquele grupo social, a remoção de sua língua, de seus costumes, de sua religiosidade, dos seus mitos para a explicação daquilo que o rodeia. Aquele grupo é forçado a perder a sua identidade para continuar conquistado.

D' Ambrósio (2011, p 9) reitera, além disto, mais uma crítica a escola quando afirma que "a dignidade do indivíduo é violentada pela exclusão social, que se dá muitas vezes por não passar pelas barreiras discriminatórias estabelecidas pela sociedade dominante, inclusive e, principalmente, no sistema escolar.".

O autor critica a dinâmica escolar: o ambiente escolar com a manifestação da criação do novo poderia obter resultados positivos e criativos, mas o exercício do poder e a eliminação ou exclusão do dominado manifestam resultados contrários, ou seja, negativos e perversos.

Pensando na cultura africana, embora esta tenha contribuído com elementos riquíssimos para a cultura brasileira, não recebe o mesmo destaque no currículo escolar se comparados com a europeia; é negligenciada, negada e secundarizada, pelo fato de seus indivíduos estarem na condições de escravos, condição de subordinação a um dominador que privilegia a sua cultura em detrimento a outra como forma de perpetuar a dominação.

Os dados do último censo de 2010 do IBGE apontaram que 43,1 % da população declaram-se pardas e 7,6% declaram-se negras, portanto pouco mais da metade da população brasileira são afrodescendentes. Logo, o uso dos jogos africanos é uma excelente oportunidade de valorizar essa cultura, suas tradições, ao mesmo tempo em que relaciona a disciplina de Matemática com essa valorização.

CAPÍTULO 2

2.1. Jogos como metodologia para o ensino de Matemática

O uso de jogos que envolvem números ou estratégias como recurso didático no ensino da Matemática, segundo Powel e Temple (2002), estimulam a imaginação e o pensamento matemático das crianças.

Para Quintas (2009), há uma correspondência direta entre os jogos e o pensamento matemático, porque em ambos existem regras, instruções, operações, definições e deduções.

Os objetivos propostos do uso dos jogos em um contexto de oficinas, de acordo com Macedo, Petty e Passos (2000), são o de coletar informações importantes de como o sujeito pensa, ao mesmo tempo transforma esse momento em um meio favorável para a criação de situações problemas a serem solucionados.

Conforme os autores, partindo do pensamento de Azevedo (1993), complementam que esse tipo de atividade possibilita ao professor saber o que as crianças pensam; as ideias matemáticas que elas estão construindo, por meio de uma observação e escuta ativas e cuidadosas dos alunos durante a execução do jogo.

Essas informações são extremamente importantes para o professor nortear o seu trabalho pedagógico para avançar com o seu aluno. Saber o que levou o aluno àquela ação, assertiva ou não, ajudará o professor a pensar em estratégias, em metodologias de ensino que conduzam o aluno a refletir o que ocasionou o erro e, no caso do acerto, o que deve ser levado em consideração para a construção de novos conhecimentos.

Fazer com que o jogador atue de maneira mais consciente e intencionalmente possível em suas jogadas, com a finalidade de produzir resultados favoráveis. Caso isso não ocorra, que aprenda a analisar os diferentes aspectos do processo que o impediram de não obter êxito na jogada, de acordo com Macedo, Petty e Passos (2007), é a ideia central do trabalho com jogos em sala de aula. Os autores esclarecem essa ideia quando dizem que esse exercício de análise de jogadas, seja por si próprio ou com a intervenção de um profissional, leva o aluno a rever as suas atitudes e produções, com o intuito de modificar o que é negativo à realização da atividade como um todo, ou melhorar os aspectos que são insuficientes.

Durante a aprendizagem matemática, constantemente, o professor se depara com situações semelhantes em seu cotidiano escolar, em que é necessário proporcionar que o aluno reflita sobre a sua resolução quando coerente ou não. É claro que o fato de apresentar a resolução correta, o famoso “não é conta disso, é conta daquilo”, referindo-se às quatro operações básicas, não fará com que ele desconstrua o que ele fez, mas sim utilizar questionamentos a partir da resolução apresentada aliada às informações contidas no texto, o que oportuniza, ao aluno, identificar, com raciocínio, qual o procedimento utilizado que foi inadequado, que gerou o erro e qual melhor estratégia para atingir o objetivo.

A esse processo, é dado o nome de avaliação formativa:

> [...] avaliação formativa é aquela que orienta os estudantes para a realização de seus trabalhos e de suas aprendizagens, ajudando-os a localizar suas dificuldades e suas potencialidades, redirecionando-os em seus percursos. A avaliação formativa, assim, favorece os processos de auto avaliação, prática ainda não incorporada de maneira formal em nossas escolas. (FERNANDES; FREITAS, 2007, p. 22).

Portanto, a análise de jogadas, como ponto central muito bem esclarecida por Macedo, Petty e Passos (2007), propicia, ao aluno, desenvolver o hábito de auto avaliar-se.

Nesse processo, o aluno é incentivado a localizar os procedimentos que não são adequados em suas jogadas e a mudar o percurso, validar aqueles que levaram ao êxito. Assim, durante o processo de aprendizagem, será incentivado a localizar as suas dificuldades e suas potencialidades.

O autor aponta, ainda, que esse procedimento está em concordância com a ideia de avaliação formativa de Perrenoud, “define-se por seus efeitos de regulação dos processos de aprendizagem. Dos efeitos, buscar-se à a intervenção que os produz e, antes ainda, as observações e as representações que orientam essa intervenção.” (Perrenoud (1988), *apud* Macedo, Petty e Passos (2000) (2007, p. 13). Essas análises procedimentais ajudaram o professor realizar as intervenções necessárias junto ao aluno para que este construa uma aprendizagem significativa.

O ato de reavaliar constantemente favorecido pela intervenção do adulto, proposto por Macedo, Petty e Passos (2007), propicia ao aluno adquirir gradativamente a possibilidade de generalizar suas conquistas nas oficinas de jogos para outros âmbitos além do escolar, mas também no familiar e no social.

Macedo, Petty e Passos (2007) citam (Coll, 1987) para elencar mais um beneficio do uso de jogos em oficinas:

> Sabe-se que certas atitudes (Coll, 1987), como ser atento, organizado e coordenação de diferentes pontos de vista são fundamentais para obter um bom desempenho ao jogar e também podem favorecer a aprendizagem na medida em que a criança passa a ser mais participativa, cooperativa e melhor observadora. Além disso, a ação de jogar exige, por exemplo, realizar interpretações, classificar e operar informações,

> aspectos que tem uma relação direta com as demandas relativas as situações escolares. (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2007, p.14).

Ora, essas ações de classificar, organizar, selecionar e produzir informações relevantes são habilidades necessárias para interpretá-las e avaliá-las criticamente. Saber validar estratégias e resultados em resolução de problemas, como desenvolver formas de raciocínio e processos de dedução, indução, estimativa, muito presente nos jogos, estão entre os objetivos a serem alcançados com ensino de Matemática para o Ensino Fundamental. Logo, o uso de jogos em sala de aula contribui para o desenvolvimento dessas habilidades não só no Ensino Fundamental, mas em todos aqueles que abrangem a educação básica.

Para Powel e Temple (2002, p.92). “[...] o puro prazer de jogar um específico jogo possibilita crianças a aprenderem as ideias matemáticas inseridas nele, como resultado do jogar”. As crianças, quando se sentem adequadamente desafiadas por um jogo, de acordo com os autores, tornam-se motivadas a descobrir estratégias, que os autores referem-se a “segredos” de como ganhar ou evitar o avanço do adversário.

Convém ressaltar que a atividade com o jogo Borboleta, realizada com alunos do 9º ano com faixa etária de 13 e 14 anos, mostrou que não são apenas as crianças que sentem essa motivação, mas também os adolescentes: a busca pela melhor jogada, que para eles era aquela em que a captura de mais de uma peça fosse possível, ou o bloqueio de uma ação do adversário que resultasse em perca de suas peças.

Jogos até o momento desconhecidos por eles e que possuem uma historicidade, aguçaram a curiosidade dos alunos em jogá-los e a procurar as melhores estratégias para obter êxito em cada uma das jogadas.

Os jogos Borboleta e *Oware* são jogos de tabuleiro que, para Powel e Temple (2002):

> [...] são também importantes instrumentos culturais para engajar crianças em explorações intelectuais que frequentemente incorpora interessantes e ricas estruturas matemáticas. Enquanto jogam, crianças constroem estruturas intelectuais que possibilitam que mais tarde sejam construídas e compreendidas complexas ideias matemáticas, estratégias e teorias. [...] professores nos Estados Unidos e em outros lugares têm percebido como jogos praticados em outras culturas ajudam crianças da nossa sociedade a desenvolverem habilidades matemáticas, pensamentos estratégicos e habilidades para resolver problemas assim como desenvolvem uma consciência de sua participação na comunidade global. (POWEL; TEMPLE, 2002 , p. 92).

Portanto, os jogos escolhidos para esta pesquisa, além de proporcionarem o desenvolvimento de articulação de habilidades matemáticas e pensamento estratégico, contribuem para ampliar o repertório dos alunos em conhecer e reconhecer as estratégias utilizadas pelo povo africano para a resolução de problemas.

Esse contato com o fazer matemático de outras culturas, para Powel e Temple (2002), enriquecem todas as crianças cognitivamente ao encontrarem e apreciarem manifestações culturais de diversas ideias matemáticas.

Tanto *Oware* quanto o Borboleta são jogos de regras que possuem instruções necessárias para o andamento das partidas. São, pois, as regras que vão reger o comportamento e atitudes durante as ações nos jogos, as quais contribuem para o desenvolvimento social dos envolvidos. Para Quintas (2009), as regras estão presentes no cotidiano das pessoas, ligadas ao desenvolvimento social, cultural e psicológico.

Powel e Temple (2002) justificam a escolha do jogo *Oware*, nesta descrição de jogos de tabuleiro, por possui uma variada prática cultural e fornecer, para as crianças, ricas oportunidades de construir e ampliar ideias aritméticas e comportamentais. Os autores atribuem ao *Oware* outra importante contribuição para as crianças, não apenas de construírem ideias matemáticas, mas também a oportunidade de interagirem com a cultura africana.

Ao jogo Borboleta, estendem-se todas essas contribuições do *Oware*, acrescentando uma peculiaridade deste tipo de jogo, as ideias geométricas contidas em seu tabuleiro que podem ser exploradas.

2.2. Elaboração e execução do projeto com jogos africanos

Ao se elaborar um projeto de qualquer atividade pedagógica ou psicopedagógica a ser realizada com os alunos, requer-se uma organização prévia e uma reavaliação constante.

Consoante Macedo, Petty e Passos (2007), o trabalho com jogos configura em uma atividade pedagógica, portanto requer esse mesmo procedimento. Vale ressaltar que, para os autores, ao propor alguns pontos para a elaboração de um projeto com jogos, deixam claro que não pretende que seja utilizado como uma "receita de bolo", nem que seja suficiente e adequado para todos que resolvam apropriarem-se dele. A proposta tem a finalidade de servir como um referencial, com ilustrações de certas situações que levam a reflexão sobre a prática.

No entanto, alguns desses pontos levantados pelos autores, foram fundamentais para o direcionamento do olhar da pesquisadora para alguns aspectos que antes passariam despercebidos, ou a eles não seria dada a devida relevância e que contribuíram de forma significativa para a execução da pesquisa e, por isso, serão aqui descritos associados às ações ocorridas durante a pesquisa em sala de aula com os jogos Borboleta e *Oware*.

Objetivo (O que?)

Para direcionar o trabalho, dar significado às atividades e possibilitar a interdisciplinaridade entre as outras áreas, é fundamental que o objetivo ou a finalidade das atividades estejam definidos.

Algumas perguntas: O que pretendo desenvolver no decorrer das atividades? Aonde eu quero chegar? São questionamentos que, de acordo Macedo, Petty e Passos (2007), são feitos na definição do objetivo.

O objetivo geral da escolha dos jogos tratados nesta pesquisa pauta-se no reconhecimento e na valorização da identidade, da história e da cultura, nos saberes matemáticos incutidos neles; inserir, nas atividades curriculares, o legado africano, particularmente os jogos matemáticos, como proposta dentro da perspectiva da relação étnico-racial na escola. O uso do *Oware* e Borboleta nas aulas de Matemática oportuniza, ao aluno, explorar a Matemática existente nestes jogos de origem africana.

Os objetivos específicos pautam-se na especificidade dos conteúdos matemáticos presentes durante a execução das jogadas e/ou na construção dos tabuleiros utilizados pelos alunos.

A seguir, o quadro explicita os objetivos que se pretendem alcançar por meio do jogo:

Quadro 3. Objetivos pretendidos com o uso do jogo Borboleta como recurso didático nas aulas de matemática

Jogo Borboleta	
	Objetivo
Apresentação do país de Moçambique, onde o jogo é praticado.	Conhecer características fundamentais desse país nas dimensões físicas, econômicas, sociais, materiais e culturais. Estudar as relações existentes em o Brasil e Moçambique e suas contribuições para a formação da população e cultura brasileira.
Confecção do Tabuleiro do jogo Borboleta	Utilizar procedimentos e instrumentos de medida como a régua e o transferidor; Representar resultados de medições e comparar com medidas obtidas pelos colegas de sala; Desenvolver o conceito de congruência e semelhança de triângulos utilizando as medidas encontradas nos triângulos presentes no tabuleiro construído, e a partir delas explorar o Teorema de Pitágoras e o Teorema de Tales; Analisar a classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos. Analisar os diversos tipos de ângulos presentes no tabuleiro como suplementares, complementares, alternos internos e externos, colaterais internos e externos.
Durante o jogo	Vivenciar e tomar decisões em resoluções de problemas. Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos. (BRASIL, 1997)

Fonte: Elaborado pela pesquisadora e consulta a Brasil (1997)

Quadro 4. Objetivos pretendidos com o uso do jogo *Oware* como recurso didático nas aulas de matemática

Jogo *Oware*	
	Objetivo
Apresentação do Mancala	Conhecer as características dos jogos da família Mancala, locais nos quais são praticados, a lendas e costumes relacionados a eles, a diáspora africana e sua contribuição para a disseminação desse tipo de jogo.
Apresentação do país de Gana, onde o *Oware* é praticado.	Conhecer características fundamentais desse país nas dimensões físicas, econômicas, sociais, materiais e culturais. Estudar as relações existentes em o Brasil e Gana e suas contribuições para a formação da população e cultura brasileira.
Tabuleiro do jogo *Oware*	Identificar as possíveis maneiras de combinar e contabilizar com estratégias pessoais as seis cores disponibilizadas para a pintura do tabuleiro. Identificar a relação parte/todo (fração) das jogadas de sucesso em relação a todas as jogadas possíveis. Introduzir o conceito de porcentagem a partir do conteúdo de frações equivalentes.
Durante o jogo	Vivenciar e tomar decisões em resoluções de problemas. Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos. (BRASIL, 1997)

Fonte: Elaborado pela pesquisadora e consulta a BRASIL, (1997)

Público (Para quem?)

A proposta precisa ser adequada à faixa etária e ao número de participantes ao qual se destina. De acordo com os autores, deve-se ter os conhecimentos das características do desenvolvimento do participante, como tempo de concentração, grau de conhecimento do jogo e temas de interesse.

O Jogo Borboleta foi escolhido para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental devido às várias possibilidades geométricas a serem exploradas com a construção do tabuleiro pelos os alunos nessa faixa etária (13 a 15 anos). Além disso, esses alunos frequentam a educação básica a no mínimo 9 anos; a proposta também consiste em verificar se, ao longo desses anos, esses alunos tiveram contato com jogos de raízes africanas, ou aulas que explorassem as características de algum país africano.

Nesse ano de ensino, o trabalho com o jogo Borboleta serve como ferramenta para verificar o quanto conceitos matemáticos relacionados ao jogo os alunos compreenderam ao longo desse tempo na educação básica.

Já o jogo *Oware* foi escolhido para o trabalho com a turma do 5º ano do Ensino Fundamental pelo fato de oferecer ao aluno uma análise dentre as suas jogadas possíveis, quais são aquelas em que conseguiria capturar peças de seu adversário ou ainda as que impedissem a perda das suas, ou seja, quantas são as suas chances de obter sucesso. Foram incentivados a analisar parte de um todo, conteúdo relacionado à fração, e a quantificar o percentual de chances de jogada bem sucedida, que no caso relaciona frações equivalentes à porcentagem, conteúdos apresentados e sistematizados para esse ano.

Materiais (Com o quê?)

Macedo, Petty e Passos (2007) propõem que o profissional organize, separe e produza o material previamente para a execução das atividades, certificando-se de que haja quantidade suficiente necessária para todos os participantes, com previsão para eventuais estragos, o que pode exigir uma quantidade excedente.

A pesquisadora certificou se da quantidade de alunos das duas turmas que participaram da pesquisa para disponibilizar o material de maneira a atender a todos. Levou-se em consideração o conselho dos autores, ao precaver-se com materiais a mais; no entanto, durante a execução dessas atividades, não foram necessários.

Para o jogo Borboleta, a pesquisadora levou os 18 tabuleiros já prontos para os 32 alunos apreciarem o jogo em sala de aula e 280 botões divididos em três cores diferentes para serem usados como peças. A escolha de levá-los prontos era para que tivessem contato com o jogo e entendessem quais as maneiras que poderiam se movimentar, ao mesmo tempo em que, jogando, já estavam explorando o tabuleiro o que facilitaria sua confecção.

Para a confecção e desenvolvimento das atividades do tabuleiro, sempre na quantidade de 34 para 32 alunos, foram necessárias folhas de papel cartão com dimensões de 27cm x 18cm, régua, transferidor e caneta hidrográfica na cor preta (neste caso, foram disponibilizadas apenas 2 para o contorno do tabuleiro); os demais materiais, como borracha e lápis, já fazem parte do material escolar dos estudantes.

Para a confecção e desenvolvimento das atividades do tabuleiro do *Oware*, foram necessárias 17 caixas que comportam 30 ovos cortados ao meio, 6 cores diferentes de tinta guache, pincéis e jornais para forrar as mesas e, como peças, inicialmente utilizadas, sementes de milho, mas substituídas por sementes de grão de bico.

Adaptações (De que modo?)

Algumas adaptações e modificações programadas nos objetivos, no público e nos materiais são recomendadas por Macedo, Petty e Passos (2007), para simplificar e/ou apresentar situações mais desafiadoras: utilizar materiais concretos, ou não, e realizar a aplicação a temas e conteúdos. O profissional pode propor novas situações que irão enriquecer o trabalho, tornando-o mais significativo para os alunos.

Com o jogo Borboleta, foi necessária a adaptação nas atividades relacionadas à medição das figuras geométricas presentes no tabuleiro. Boa parte dos alunos teve dificuldades para o uso tanto da régua quanto do transferidor. Ao propor a atividade, a pesquisadora não levou em consideração que essa poderia ser uma possível dificuldade dos alunos, que foi evidenciada durante a execução da atividade, o que oportunizou o esclarecimento de dúvidas quanto ao uso dos instrumentos de medida citados.

É importante observar que as propostas de trabalho não foram concluídas como desejadas. A atividade planejada para o Teorema de Tales foi executada com apenas 6 alunos, planejada para uma segunda - feira de uma semana que os alunos não teriam aula de quarta a sexta feira. Em razão disso, muitos aproveitaram para tornar o feriado ainda mais prolongado.

Infelizmente, não foi possível propor a mesma atividade em outro dia, pois as aulas cedidas gentilmente pelo professor titular da sala para a aplicação da pesquisa já haviam se esgotado.

Quanto ao jogo *Oware*, o tabuleiro construído com cartela de ovos pelos alunos possui 12 concavidades, porém, ao explorar o conteúdo de porcentagem associada a frações equivalentes, a pesquisadora propôs, nas atividades, o uso do tabuleiro composto por 10 concavidades, já que, para os alunos encontrarem as frações equivalentes com denominador 6 para o denominador 100, fez-se necessário utilizar multiplicação com números decimais, conteúdo que, no período letivo levado em consideração, ainda não havia sido trabalhado com os alunos.

Tempo (Quando e Quanto?)

O tempo disponível em relação ao tempo necessário para a realização da proposta, segundo Macedo, Petty e Passos (2007), precisa sempre ser levado em conta. O autor ainda salienta que não adianta apresentar um novo jogo restando apenas alguns minutos para terminar a aula e supor que a atividade dê certo. Geralmente, o jogador toma um tempo maior do que previsto, principalmente quando ocorre apreciação do jogo pelos participantes.

O tempo foi um problema para a execução da proposta com o jogo Borboleta. Embora o planejamento para as atividades levasse em consideração o tempo para realizá-las, algumas demandas específicas foram necessárias para serem atendidas; o uso dos instrumentos de medida, régua e transferidor pelos alunos não era o correto em boa parte do grupo, o que ocasionou intervenções do professor titular e da pesquisadora, e despendeu certo tempo para isso.

No entanto, não foi considerado como uma atividade em vão, tendo em vista que possibilitou que as dúvidas quanto ao seu uso fossem sanadas pelos alunos. Além disso, era necessário um tempo maior para a execução de todas as atividades planejadas; contudo, para não prejudicar a sequência didática já planejada pelo Marcos (o professor titular da turma do 9º ano, em que foi realizada a pesquisa com o jogo Borboleta), os trabalhos foram realizados dentro do período cedido.

Quanto ao jogo *Oware*, aos alunos, foram destinados 40 minutos no final dos dias letivos durante duas vezes por semana para jogarem. No geral, demoravam cerca de 5 minutos para organizarem a sala de aula, definir os oponentes e preparar o tabuleiro para o jogo.

Espaço (Onde)

Para o bom andamento das atividades do jogo, os autores recomendam que é essencial que o local no qual será desenvolvida a proposta seja considerado. Pensar na disposição das mesas e cadeiras para organizá-las de modo útil ao trabalho se faz necessário. Pensar na organização espacial como um todo também é preciso para evitar confusões que impeçam o prosseguimento das atividades.

Como os dois jogos propostos nessa pesquisa são jogos de tabuleiros, era necessário apenas que um jogador estivesse de frente para o outro, portanto os alunos organizaram o modo mais confortável para sentarem-se.

Na construção do tabuleiro do *Oware,* todavia, os alunos foram dispostos em grupos de 4 alunos, com o objetivo de compartilharem os recipientes disponíveis com tinta guache, o que facilitou o manuseio dos potes com a coloração.

Dinâmica (Como?)

Os procedimentos a serem utilizados para o desenvolvimento do projeto estão relacionados à Dinâmica, ou seja, o planejamento das ações de caráter funcional e aplicativo, considerando desde as instruções dadas até a finalização da proposta.

Os autores ressaltam a importância de haver uma flexibilidade para propor alterações no decorrer das atividades de algo inesperado. Com o objetivo suficientemente claro, o profissional poderá aproveitar os imprevistos surgidos a favor do bom andamento do trabalho.

Papel do professor (Qual a função?)

A função do adulto, para os autores, estará de acordo com as características e demandas da atividade, desempenhando diversos papéis. Poderá ser quem apresenta o jogo, ou o juiz, ou circular pela sala, atuar como jogador ou assistir a uma partida.

Para ambos os jogos, a pesquisadora apresentou-os para as turmas de alunos e, com leitura colaborativa, discutiram o objetivo e as regras. Assistia às partidas e também era desafiada a jogar por algum aluno. Frequentemente, era solicitada para validar jogadas de acordo com as regras estabelecidas, atuando na função de juiz.

Proximidade a conteúdos (Qual o recorte?)

O profissional, ao escolher o jogo, de acordo com Macedo, Petty e Passos (2007), pode pensar nos conteúdos específicos ou temas que deseja abordar com os alunos que se relacionam com o jogo.

Os dois jogos africanos foram escolhidos com a finalidade de apresentar aos alunos jogos originados na África, que até então eram desconhecidos pela maioria. Além disso, devido a sua estrutura de tabuleiro e execução de jogadas proporcionaram o trabalho com conteúdos que fazem parte da proposta curricular de Matemática para os anos de ensino que fizeram parte dessa pesquisa.

Existem diversos jogos de origem africana, porém a escolha do *Oware* e do Borboleta está estritamente ligada a diversidade de conteúdos matemáticos relacionados a eles.

Além disso, a proposta deste trabalho possui caráter interdisciplinar, uma vez que envolve outras disciplinas do currículo escolar, como Geografia, História e Arte, além da Matemática.

Avaliação da Proposta (Qual o impacto produzido?)

Macedo, Petty e Passos (2007) propõem que um momento de análise crítica dos procedimentos adotados deve ser previsto em relação aos resultados obtidos. Esse momento deve anteceder a proposta de continuação do trabalho do jogo escolhido, procurando melhorias no que foi proposto e modificar os aspectos considerados como insuficientes.

Com o jogo *Oware*, inicialmente, a proposta para as peças foi o uso de sementes de milho, porém, tanto a pesquisadora quanto os alunos perceberam que esse tipo de semente por ser muito pequena e a concavidade das caixas de ovos serem muito profundas, dificultou a coleta dessas sementes.

Diante da situação, os alunos propuseram elementos que poderiam ser usados como peças para facilitar a coleta das peças como: bolinhas de gude, pedrinhas de asfalto ou de areia, bolinhas de papel feitas por eles, grãos de feijão e botões pequenos.

A pesquisadora informou aos alunos que no dia seguinte jogariam novamente o *Oware* e, para a surpresa da pesquisadora, uma aluna levou uma pinça, com a justificativa de que a usaria para coletar as sementes. No entanto, a pesquisadora levou sementes de grão de bico, por serem maiores que as sementes de milho, mais fácies de serem manipuladas.

Foi necessária a retomada das regras do *Oware*. Alguns alunos, mesmo depois de já jogarem o jogo há quase três dias, ainda apresentavam dificuldades quanto à validade das jogadas e quanto à forma de captura das peças. Esse momento foi apropriado para o esclarecimento de dúvidas quando à maneira de jogar.

Para a confecção do tabuleiro do jogo Borboleta, a pesquisadora já levou as margem de 3 cm prontas para os alunos, para que todo o tempo da aula fosse destinado à construção do tabuleiro utilizando outras construções geométricas, pois espera-se que no 9º ano os alunos já soubessem construir margens.

Continuidade

Estabelecer uma periodicidade, segundo a concepção de trabalho de Macedo, Petty e Passos (2007), é importante para garantir a permanência do projeto com o uso de jogos. As sequências das atividades, quais são as necessidades do público e quais os objetivos pretendidos serão determinados com a ajuda de um trabalho constante de análise, em que o jogar ocupa um espaço de continuidade.

Com o jogo Borboleta, o trabalho foi proposto enquanto a pesquisadora esteve presente em 6 aulas com os alunos do 9º ano. Para cada aluno, foi entregue o seu tabuleiro construído e peças dos jogos para desfrutarem do jogo em outros momentos; ao professor da turma, foi entregue uma cópia do projeto de pesquisa, no qual constam as possibilidades que podem ser exploradas com esse jogo ao longo do ano letivo de um 9º ano.

Já com o jogo *Oware*, a proposta da pesquisadora foi de trabalhar com a turma do 5º ano ao longo do ano, tendo em vista que os participantes da pesquisa são alunos da E. M. Prof. Oldemar Stobbe, localizada em São José do Rio Preto, São Paulo, instituição de ensino na qual a pesquisadora atua como docente. Em virtude disso, foi possível fazer um trabalho mais minucioso.

Essa periodicidade apontada por Macedo, Petty e Passos (2007), de fato, contribuiu para o planejamento das sequências de atividades. O jogo não se tornou algo isolado, mas faz parte da rotina de estudos do 5º ano. O interessante é que os alunos não consideram o jogo apenas como um momento de aula livre, mas sim um momento prazeroso aliado com aprendizado.

2.3. Quatro aspectos relevantes para o trabalho com jogos em sala de aula

Associada a prática intensa com jogos à fundamentação teórica, Macedo, Petty e Passos (2007, p.18) puderam identificar, em seus estudos, quatro aspectos relevantes que favorecem, em última instância, um melhor desempenho da jogada, segundo a concepção construtivista, para atuar com os jogos.

São eles: a exploração dos materiais e aprendizagem de regras; prática do jogo e construção de estratégias; resolução de situações problemas; e análise de implicações ao jogar.

Cada uma dessas etapas, assim como a elaboração e execução do projeto já apresentados, serão citadas e associadas às atividades desenvolvidas pela pesquisadora com os alunos.

Exploração dos materiais e a aprendizagem das regras

A proposta para explorar materiais, segundo os autores, caracteriza-se por uma análise mais abrangente sobre todos os objetos presentes no jogo, com a finalidade de dominar a sua composição e verificar alguns aspectos como: se é conhecido ou não, se é similar a algum jogo conhecido, e com quais materiais pode ser produzido.

O jogo Borboleta era conhecido por apenas uma aluna da turma, que conheceu por meio de um professor africano de outra escola.

O objetivo do jogo é a captura de peças do adversário que ocorre quando o jogador salta por cima da peça do oponente se o espaço seguinte em linha reta estiver livre. O jogador pode continuar a jogada com a mesma peça, capturando outras enquanto for possível. Esse modo de captura assemelha-se a realizada no jogo de Damas; em razão disso; os alunos associaram o jogo Borboleta a ele, um jogo também de tabuleiros com o uso de peças muito difundido e praticado no Brasil. Quando questionados se o Borboleta é semelhante a algum outro conhecido, a maioria sinalizou o jogo de Damas.

O material utilizado para confeccionar o tabuleiro pode ser qualquer papel desde que não amasse facilmente. Para a pesquisa, foi escolhido o papel cartão, material com consistência mais firme se comparada aos demais.

Os tabuleiros apresentados aos alunos, por fotos, aparentemente eram de madeiras, mas não foi possível encontrar uma fonte que confirmasse essa informação.

Os alunos do 5º ano desconheciam o jogo *Oware* e não identificaram nenhum jogo com características semelhantes a ele. Embora esse jogo ao redor do mundo seja confeccionado com diferentes materiais, com os alunos, o material escolhido foram caixas de ovos, devido a sua anatomia com várias concavidades e a facilidade em consegui-las.

Tanto os alunos do 9º ano quanto do 5º ano buscavam familiarizar o jogo a algum conhecido, procurando estratégias de outros jogos para conseguir ganhar do adversário. Essa tática, porém, foi apenas no início, quando ainda estavam descobrindo o jogo; depois já elaboravam suas próprias estratégias para o sucesso das jogadas; alguns se baseavam em tentativas, outros já elaboravam-nas analisando a dinâmica do jogo.

Explorar o jogo, a sua origem, o seu significado, a sua finalidade, as suas tradições envolvidas, as dinâmicas das jogadas, o tabuleiro e suas características, as peças utilizadas e propor novos materiais tanto para as peças quanto para o próprio tabuleiro proporciona aos alunos uma aproximação maior e uma identificação com jogo.

Em uma sociedade na qual as crianças e os jovens recebem praticamente tudo pronto, em que não se precisa criar, inventar, pensar, pois já se foi criado, inventado e pensado; foi importante para os alunos envolvidos na pesquisa construírem seu próprio tabuleiro.

As crianças do 5º ano definiram as cores de acordo com a sua personalidade; muitos escolheram a coloração de acordo com as de seu time de futebol favorito, outros as cores que mais gostam e outros, ao escolher, pensavam dentre as possibilidades ofertadas quais combinariam.

Figura 1. Para distinguir os lados do tabuleiro para cada adversário os alunos pintaram cada um deles com duas cores diferentes

Fonte: Fotografia da autora.

Figura 2. Os alunos foram disponibilizados em grupos de quatro alunos para compartilharem as tintas disponibilizadas.

Fonte: Fotografia da autora

O fato de terem construído o seu tabuleiro foi um incentivo para explorar as características que o compõe e propor sugestões para outros materiais que podem ser utilizados.

Com o jogo Borboleta, os alunos, durante as atividades relacionadas ao conteúdo de Matemática, utilizaram o tabuleiro construído por eles para verificar conceitos e teoremas existentes.

A apresentação do material, segundo Macedo, Petty e Passos (2007), é um momento que deve ser valorizado pelo profissional, com a possibilidade de escolha antes ou depois de jogá-lo.

O momento de apresentação foi distinto nos dois jogos. O jogo Borboleta foi apresentado antes, jogado pelos alunos e depois construído. Já o jogo *Oware* foi construído antes, depois jogado e por fim apresentado aos alunos.

Por que foram escolhidos esses dois momentos distintos para a apresentação desses dois jogos? A escolha se deu pela particularidade de cada jogo.

A construção do jogo Borboleta exigia uma série de etapas, passo a passo a serem seguidas, caso os alunos não tivessem vivenciado o jogo anteriormente, não tivessem se familiarizado com ele, talvez não fosse possível compreender o porquê de determinado procedimento ser realizado.

Exemplo disso foi observado durante o traço das diagonais do retângulo; um aluno fez a seguinte pergunta à pesquisadora: "Isso é para formar as asas da Borboleta, não é professora?".

Com o *Oware*, a curiosidade já era grande entre as crianças, pois as caixas de ovos eram armazenadas nos armários da sala de aula que os alunos tinham acesso; estes sempre questionavam o motivo para tantas caixas de ovos. Recebiam como resposta que era para um jogo que seria construído por eles.

A pesquisadora explicou que aquelas caixas de ovos eram para um jogo de duas pessoas e, por isso, era composto por duas cores diferentes, para que o jogador soubesse qual seria o seu lado do tabuleiro.

Perguntas foram feitas: "Como assim, professora? Jogo com caixas de ovos?"; "Pintar com duas cores? Pinta no meio? Uma para lá e outra para cá?"; "De que jeito pinta? Em pé (vertical) ou deitado (horizontal)?"; "Tem que ter alguma coisa para jogar isso?"; "Posso pintar as bordinhas de outras cores?"; " Posso pintar com as cores que eu quiser?".

As dúvidas quanto à pintura do tabuleiro foram sanadas, entretanto uma ainda intrigava a todos: como se jogava aquilo?

A pesquisadora não respondeu e pediu para que os alunos pensassem como seria esse jogo, também não disse o nome, pois sabia que os alunos pesquisariam por ele; relatou, apenas, que o jogo é de origem africana e que em alguns povos a sucessão do trono, quando um rei falecia, era dado ao vencedor desse jogo.

Figura 3. Tabuleiros confeccionados pelos alunos.

Fonte: Fotografia da autora

A partir do material, os alunos do 5º ano chegaram à conclusão de que para jogar eram necessárias peças; fizeram vários questionamentos: “O seria utilizado como peças?”; “Como elas seriam dispostas?”, “Distribuídas igualmente?”, “Como jogar?”, “Como vencer?”.

Macedo, Petty e Passos (2007) sugerem, aliás, que o profissional apresente as regras de várias maneiras. Para essa pesquisa, as regras foram apresentadas antes de os alunos jogarem.

A cada um foi entregue as regras do jogo e uma leitura colaborativa de cada item com a discussão, mostrando, com o auxílio do jogo, o procedimento válido para aquela regra.

Ainda que discutidas uma por uma, era durante a partida que as dúvidas sobre as regras surgiam e sempre recorriam à pesquisadora quando não havia um consenso entre as partes quanto à validade da jogada.

Conhecer as regras é fundamental para a evolução do jogo. Uma vez sabendo que determinada jogada é permitida pela regra, o jogador pode obter êxito ou impedir que o oponente tenha sucesso em sua próxima jogada.

Prática do jogo e construção de ideias

Para se apropriar do jogo e do conhecimento matemático envolvido nele, muitas partidas devem ser jogadas.

Macedo, Petty e Passos (2007) acrescentam que, nesse momento, não pode haver pressa em esgotá-lo, pois a prioridade dessa etapa metodológica é incentivar a criança a jogar bem, valorizar principalmente o desenvolvimento de competências como concentração, disciplina, perseverança e flexibilidade.

A importância de se conhecer o jogo antes de ser levado para a aula é um cuidado que Borin (1995) aconselha ao docente, que precisa jogá-lo antes com a finalidade de explorá-lo e analisar as suas jogadas e refletir sobre seus erros e seus acertos, assim terá condições de fazer questionamentos que auxiliem os seus alunos; saber as possíveis dificuldades que terão.

Vale observar que foram vários os momentos nos quais os alunos recorreram à pesquisadora; então, caso não tivesse o contato com os jogos antes, dificilmente poderia auxiliá-los.

Quintas (2009) aponta que o estudo do jogo antes de ser aplicado faz-se necessário com o objetivo de verificar se a escolha responde aos objetivos que se pretendem atingir com os alunos. Além disso, o autor sinaliza que a escolha deve pautar também no perfil do aluno, no ano de escolaridade e nos momentos do processo de ensino e aprendizagem, ou seja, adaptados ao contexto do estudante.

A escolha dos jogos para essa pesquisa levou em consideração a orientação dada pelo autor. O objetivo consiste em melhorar o ensino da matemática com o uso de jogos africanos como um recurso didático. Porém, não poderia ser qualquer jogo, ou justificá-lo apenas pela sua origem, mas sim selecionar jogos que possibilitassem o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos específicos.

Durante a pesquisa, o momento do jogo era algo de diversão para os alunos, mas que exigia concentração. Sentimentos de euforia, frustração e exaltação eram reações frequentes entre os jogadores e, por isso, o barulho na sala era maior se comparado aos outros dias de aula.

Borin (1995) aponta o barulho e o tempo para jogar como dificuldades para o uso dos jogos em sala de aula, no entanto justifica o barulho como necessário, sendo um produto das discussões com a finalidade de atingir resultados convincentes, que pode ser minimizado quando os alunos já são acostumados a organizarem-se em equipes.

Para o tempo didático, propõe, também, a extensão do uso do jogo, bem como da sala de aula, ou seja, estimular os alunos a jogar em outros ambientes e tempos que não apenas o ambiente escolar.

Oware e Borboleta são jogos coletivos, necessários à participação de pelo menos dois jogadores.

De acordo com Quintas (2009) esses tipos de jogos

> Permitem o desenvolvimento cooperativo, discussão e debate. Estes *factores* enriquecem a socialização, a *interacção* e a comunicação. Também a competição sadia é importante e cria estímulos, dado que os alunos procuram vencer ou atingir os *objectivos* e para isso *reflectem* e concentram-se mais, procurando aperfeiçoar-se e desenvolver as capacidades de raciocínio e memorização. (QUINTAS, 2009, p. 14, **grifo nosso**).

Ao circular pela sala observando os alunos jogarem, a pesquisadora pôde constatar os momentos de discussão, um tanto acalorada entre os participantes. Era frequente um aluno que não estivesse atuando na jogada orientar o colega quanto a uma possível jogada de sucesso. Em alguns casos, formaram-se duplas para competirem entre si, nas quais cada participante deveria discutir com o parceiro qual a melhor jogada, e, quando não havia um acordo, precisava argumentar a sua escolha.

Os alunos do 9º ano jogaram o Borboleta durante 50 minutos. Se comparado ao *Oware*, a sua execução é mais rápida, permitindo que um jogador pudesse jogar mais de duas jogadas. No entanto, no final de cada atividade da pesquisa, os jogos eram disponibilizados para os alunos. Puderam, portanto, jogar em sala de aula apenas em 6 dias, diferentemente dos alunos do 5º ano, que tinham contato com o jogo pelo menos duas vezes por semana durante quase três meses.

O tempo torna-se um fator fundamental para a prática do jogo para a construção de ideias, como aponta Macedo, Petty e Passos (2007):

> Para valorizar a ação de jogar sob a perspectiva da construção de estratégias, insistimos na necessidade de haver tempo e espaço com o objetivo de enaltecer tal momento. Assim, a prática do jogo faz com que muitas atitudes fundamentais e muitos procedimentos importantes sejam aprendidos e adotados em diferentes situações, sem que haja uma formalidade, um treinamento ou um exercício repetitivo. (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2007, p.20).

O momento do jogar deve ser identificado como um momento de ensino e aprendizagem. Não deve ser visto como um passa tempo, um momento de distração, ou ainda quando não há nada planejado. Quando o jogo é encarado desta forma, esse excelente recurso torna-se empobrecido e os estudantes podem associá-lo apenas como uma brincadeira e não enxergá-lo também como uma oportunidade para aprender conceitos importantes.

Para a pesquisadora, mais habilidades e competências poderiam ser exploradas com o jogo Borboleta, caso os alunos tivessem mais contato com o jogo em outros dias. Todavia, nesse curto espaço de tempo, alguns alunos desenvolveram estratégias para vencer. Muitos utilizaram as que já conheciam do jogo de Dama para obterem êxito em suas jogadas.

Um aspecto importante considerado por Macedo, Petty e Passos (2007) que merece destaque é o ato de jogar aliado à intervenção do profissional: "ensina" ao jogador procedimentos e atitudes que devem ser mantidos ou modificados em razão dos resultados obtidos durante as partidas.

Como no exemplo a seguir: a pesquisadora observa que o aluno 1 armazena todas as suas peças na penúltima concavidade no sentido de jogada de seu lado do tabuleiro.

Professora: Por que você está guardando essas peças aí?
Aluno 1: Ah! Professora, a senhora vai ver só.

A jogada prossegue, e o aluno 1, com a sua estratégia de jogo, não consegue capturar nenhuma peça de seu adversário, diferente do aluno 2 que, aos poucos, captura peças do lado do tabuleiro do aluno 1.

Professora: Não estou vendo você capturar nada.

Aluno 1: Calma aí, professora... você verá o que vai acontecer. Vou pegar um monte dele de uma vez só.

Professora.: Mas, você sabe que só pode capturar várias se a última formar duas ou três e nas outras anteriores também, se não for quebrada essa sequência, não é?

Aluno 1: Sei sim, professora. Só estou te pedindo calma.

A intenção de Aluno 1, ao semear essa concavidade com um grande número de peças, era deixar todas as concavidades da Aluno 2 com uma ou duas peças do lado oposto para poder efetuar a captura de várias de uma única vez, porém, enquanto se preocupava em armazenar as peças, Aluno 2 preocupava-se em capturar.

Professora: Acho que entendi o que você quer fazer?
Aluno 1: O que quero fazer professora?

A pesquisadora explica o que pensa em ser a jogada dele.

Aluno 1: É isso mesmo!
Professora.: Enquanto você fica pensando em capturar várias em uma única jogada, o Aluno 2 vai capturando aos poucos em várias jogadas. Sei não essa sua jogada, viu?!
Aluno 1: Professora, é uma tentativa, se não der certo tento outra.

De fato, não deu certo, quando Aluno 1 finalmente colocou seu plano em prática, Aluno 2 já havia capturado várias peças e acabou vencendo a partida.

Professora: Agora? Você vai continuar com essa estratégia?
Aluno 1: Não vou não... Não deu certo.
Professora: Será que não foi porque você segurou demais as peças? Você queria dar duas voltas no tabuleiro?
Aluno 1: Não, professora, eu queria que ele não tivesse peças, no tabuleiro dele. Assim quando eu jogasse a minha, teria pelo menos uma em cada buraquinho do lado dele. De um jeito ou de outro eu teria que soltar as peças para ele, para continuar o jogo, por que as deles já haviam acabado todas.

Durante o rodízio pela sala, a pesquisadora fez apontamentos de jogadas de sucesso despercebidas pelos alunos que, para muitos, aquela jogada não seria permitida, por isso não se atreviam a fazer, embora tivessem pensado na possibilidade de executá-la. A pesquisadora, então, orientou que sempre que tivessem dúvida quanto à validade das jogadas era importante que consultassem as regras.

Aprende-se o jogo jogando. De fato essa afirmação é verdadeira, à medida que os alunos jogavam, identificavam-se e se apropriavam das regras para a execução das jogadas que começavam a ser mais elaboradas.

Quintas (2009), a este respeito, sugere que a escolha dos jogos deva ser independente do fator sorte. Selecionar aqueles cujos objetivos que se quer alcançar pautam-se no desenvolvimento de raciocínios, de estratégias e de planos que condizem à estruturação ou à construção de novos conhecimentos. A escolha dos dois jogos africanos seguiu a sugestão do autor.

Ora, *Oware* e Borboleta não são jogos de sorte, mas, sim, de estratégias: foi por essa razão que fizeram parte deste estudo.

Outro aspecto importante a ser notado é a socialização das descobertas realizadas durante o jogo que, segundo Borin (1995), precisa ser promovida pelo professor com a classe, ou seja, a exposição das descobertas com os demais alunos; além de ajudar as descobertas individuais por meio de levantamento de questões.

O exemplo da estratégia de Aluno 1 descrita anteriormente foi socializado com os demais alunos, e um deles disse que já fez o mesmo que o colega, porém obteve êxito em sua jogada, conseguindo capturar em 4 concavidades do adversário.

Essa discussão foi acalorada; chegaram à conclusão de que a estratégia de Aluno 1 era muito boa, porque outro obteve sucesso, mas não poderiam acumular muitas peças, foi o que fez Aluno 1 e não obtivesse êxito.

Resoluções de situações problema

A grande dificuldade apresentada pelos alunos na disciplina de Matemática, constatada pela pesquisadora ao longo de vários anos no magistério, independente do ano ministrado, é a compreensão da situação problema.

Qual o seu assunto? Quais são as informações necessárias para resolvê-la? Aonde se quer chegar? O que é preciso ser solucionado? O que é solicitado?

Constantemente, diante de um desafio matemático, alguns alunos sugerem determinado procedimento sem antes verificar se há coerência em utilizá-lo de acordo com as informações dadas ou, simplesmente, arriscam uma operação aleatória. Quando questionados pelo professor, imediatamente modificam essa escolha.

> Aluno: Seria de vezes? - referindo-se a operação da multiplicação.
> Professora. : Por que utilizaria a multiplicação?
> Aluno: Seria de dividir?

Há casos em que o aluno não analisa a resposta dada com toda a informação contida no texto, como na situação abaixo proposta para os alunos do 5º ano submetidos a esta pesquisa: Um joalheiro produziu 500 anéis e vai vendê-los para lojas. Colocando 10 anéis em cada caixa, de quantas caixas ele precisará para embalar todos os anéis?

Dos 33 alunos, dois responderam 5000 caixas.

Evidente que esses alunos não retomaram o texto para verificar se o valor encontrado atendia a expectativa daquela situação. Isso foi questionado com eles: como é possível você ter 500 anéis, mesmo colocando 10 em cada caixa, ainda precisará de 5000 caixas para armazená-los?

Ao analisar a resolução desses alunos, a pesquisadora constatou que utilizaram a multiplicação, mesmo procedimento realizado pelas crianças que apresentaram solução correta; porém, estes o fizeram para encontrar um número que multiplicado por 10 resultaria em 500; logo, era o número de caixas necessárias, enquanto aqueles executaram a operação com os dados informados no texto.

Executar o algoritmo com compreensão dos passos a serem realizados das quatro operações no 5º ano, todos os alunos já adquiriram essa competência, porém, onde, quando e com o que devem executá-las, para alguns, ainda é um desafio. Esse mesmo desafio se perpetua em outros anos escolares.

Durante as jogadas, o jogador precisa ter um olhar atento à posição das peças, à jogada do adversário, fazer um levantamento de hipóteses de possíveis jogadas, quais delas obterá mais sucesso que a outra, quais delas impedirá o sucesso de jogada do adversário, quais as possíveis implicações da jogada pretendida. Portanto, é necessário que o jogador analise todo o conjunto antes de uma tomada de decisão de qual procedimento realizar. Esse é o mesmo recurso utilizado para as situações - problema em atividades em sala de aula como também fora do contexto escolar.

Ao longo dos anos, o contexto de trabalho de situações - problema como forma de ensinar é muito valorizada por Macedo, Petty e Passos (2007, p. 21), com o desenvolvimento de atividades com jogos "na medida em que o sujeito é constantemente desafiado a observar e analisar aspectos considerados importantes pelo profissional". Para eles, existem várias maneiras para desafiar o aluno: sejam por intervenções orais, questionar e/ou pedir justificativas das jogadas executadas, remontar a situação gráfica.

Com exceção da situação gráfica, essas intervenções propostas por Macedo, Petty e Passos (2007) foram utilizadas pela pesquisadora com os alunos neste trabalho e em vários momentos pôde -se compreender como o aluno pensa quando exposto à determinada situação, não apenas relacionados a contextos acadêmicos, mas também aos pessoais. Como lidam com a frustração, com o avanço, quando percebem a jogada errada, com o cumprimento das regras, respeito ao colega e a cooperação.

De fato, o trabalho com jogos em sala de aula, segundo Macedo, Petty e Passos (2007), com intervenções do profissional possibilita que este investigue o pensamento do jogador visando transformar a relação com o conhecimento.

Análise das implicações ao jogar

O uso de jogos em sala de aula tornar-se mais produtivo na medida em que os alunos são incentivados a analisar as suas experiências e suas implicações ao jogar.

Macedo, Petty e Passos (2007), afirmam que essa ação valoriza a conscientização das conquistas e sua generalização para outros contextos. O desafio do trabalho de jogos é compartilhar a responsabilidade do problema e superação com a própria criança. Os autores apontam, além disto, que, se a criança não se conscientizar e não mobilizar recursos próprios para as mudanças necessárias, o trabalho fica impossibilitado.

Esse é um desafio que estende para além da prática de jogos, situações em que a criança ou adolescente deveria assumir a responsabilidade pelos seus atos; frequentemente é transferida para terceiros, não inclui, portanto, a decisão consciente de rever as ações para, enfim, ressignificá-las.

Para Lia Sousa *aput* Quintas (2009), o ato de jogar pode tornar o aluno mais ativo, possibilitando a ele maior agilidade e criação de estratégias. O manuseio de objetos facilita lidar com abstrações matemáticas, muito comum em alguns conteúdos, o que facilita a interpretação de conceitos e colabora para que a sua aprendizagem não seja mecânica.

Macedo, Petty e Passos (2007) propõem a discussão da importância de se procurar diferentes soluções para o mesmo desafio, constatar e antecipar a organização de uma atividade e a análise das produções e dos eventuais erros como partes do processo de aprendizagem, que são processos de análise de implicações.

Ao jogar, ampliam-se o olhar sobre o objeto, que permite uma nova dimensão para o enfrentamento de situações problemas, permitindo tomadas de decisão mais qualificada.

CAPÍTULO 3

3.1. Jogos africanos: Borboleta e *Oware*

Neste capítulo serão apresentados os jogos Borboleta e *Oware*. Serão abordadas questões referentes às suas origens, lendas, como são jogados e o local em que são praticados.

3.2 *Gulugufe,* o jogo Borboleta de Moçambique

O jogo Borboleta tem esse nome pela estrutura de seu tabuleiro assemelhar-se às asas abertas de uma borboleta, também conhecido como *Gulugufe* que significa borboleta no idioma *Chitonga* de Moçambique, país em que o jogo é praticado.

Na regões de Bengala e Bangladesh na Índia, é um jogo muito tradicional conhecido como *Lau Kati Kata*.

Figura 4. Tabuleiro do jogo Borboleta

Fonte: Games fron everywhere.

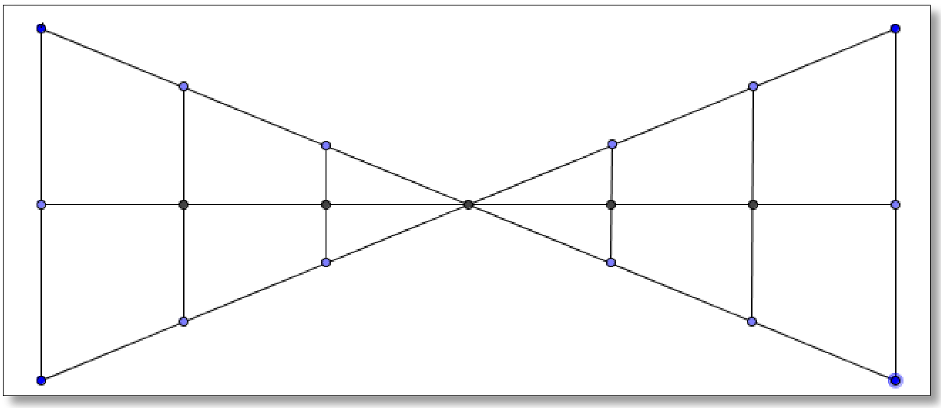
Sabe-se muito pouco a seu respeito, pois não há muitos registros sobre o esse jogo, o que é possível saber são suas regras e os países que o praticam.

Para Melo (2014), o jogo Borboleta é considerado um jogo matemático, com destaque para a análise matemática de sua estrutura, suas informações são explícitas e não há elementos aleatórios e permite infinitas jogadas.

Em seu tabuleiro, é possível verificar várias estruturas e relações geométricas, além de teoremas contidos nele. Devido a essa diversidade de exploração da estrutura de seu tabuleiro e possiblidades de aprendizagem, esse jogo africano foi escolhido para o trabalho com os alunos do 9º ano.

O tabuleiro é composto por dois triângulos maiores semelhantes, unidos por um vértice em comum, o que se assemelha as asas de uma borboleta, e, no inteiror de cada um deles, existem dois triângulos proporcionais ao primeiro. No total, existem seis triângulos isósceles, divididos ao meio pela altura, mediana e mediatriz, formando, portanto doze triângulos retângulos. Em cada vértice desses triângulos, correspondem a uma casa. Além dos triângulos é possível observar outros polígonos presentes no tabuleiro como o trapézio. No total, são formadas 19 casas como mostra a figura na próxima página.

Figura 5. Esquema de Tabuleiro do Jogo Borboleta. Devido a sua estrutura o tabuleiro assemelha as assas de uma borboleta.



Fonte: Imagem produzida pela autora com o uso do software Geogebra

Para jogar, são utilizadas 18 peças distintas por duas cores. Os jogadores determinam a sua cor e lado e colocam suas peças em todas as casas no seu lado do tabuleiro, com exceção da casa central. Um jogador, na sua vez, movimenta uma de suas peças em linha reta para a casa mais próxima. O jogador pode pular uma peça do adversário se a casa seguinte (em linha reta) estiver livre, é quando ocorre a captura; o jogador retira essa peça do tabuleiro e ainda pode continuar pulando com a mesma peça capturando outras peças do adversário, enquanto for possível. Se não capturar a peça, perde-a para o adversário, porém, se tiver mais de uma opção de captura, pode escolher uma delas, sem perder as demais. O vencedor é o que capturar todas as peças do adversário.

3.3 *Oware*, um jogo da família Mancala

Segundo Guerra (2009), existem várias versões para o local do surgimento do Mancala, porém a maioria cita como um jogo de origem africana, especialmente da Etiópia e do Egito por volta de 2000 a.C., jogado pelos faraós e enterrados com eles em suas tumbas. Porém, existem relatos que apontam o seu surgimento a 7000 anos, considerado, portanto, o primogênito dos jogos de tabuleiro.

Macedo, Petty & Passos (2000) atribuem a apresentação de outra versão para a origem desses jogos, a de Voogt (1997). Os autores acreditam que o jogo tem como origem dois lugares: África ou Ásia, mas não há comprovações disso, muito pouco se estudou sobre os mancalas asiáticos e não há informações mais aprofundadas sobre mancalas africanos. Descobertas antropológicas recentes revelaram que o mancala asiático era praticado principalmente por mulheres e crianças, já os africanos eram jogados predominantemente por homens. Outra diferença é com relação às regras; nos mancalas asiáticos são menos complicadas e variadas se comparadas com os mancalas africanos, portanto isso sugere que a origem dos jogos seja africana.

Considerado por Culin (1894) como um jogo notável por sua distribuição peculiar e depois de ter divertido quase metade dos habitantes da área habitada do mundo, também penetrou o continente americano.

O termo Mancala é uma denominação genérica para uma família de aproximadamente 200 jogos de tabuleiros.

De acordo com Culin (1894), foram os sírios que batizaram esse tipo de jogo com o nome de Mancala, palavra muito comum entre os árabes que significa neste contexto "jogo de transferência"; ou ainda utilizando o termo mais específico da origem de Mancala, que "deriva da palavra árabe – naqaala – cujo significado é mover (...)" (Borges; Paiva; Silva, 2009, p.52 *apud* Pereira, 2011*).*

Por ter várias versões, de acordo com Guerra (2009)

> [...] possui nomes diferenciados nos países em que é jogada: AIÚ no Brasil, AYÓ na Nigéria e a versão brasileira teria vindo de lá, OURI em Cabo Verde, AWARI no Suriname, *OWARE* em Gana, ADI no Daomé, ANDOT no Sudão, KALAH na Argélia, WARI na Gâmbia e no Senegal. (GUERRA, 20098, p.2)

No Brasil, ficou conhecido como AIÚ. Assim como os demais jogos e brincadeiras africanas, transmitido por meio da tradição oral de geração a geração, uma das características desses povos, apontadas por Guerra (2009). No entanto, a autora ainda cita Cascudo (1958) para explicar que algumas dessas brincadeiras e jogos foram preservados, e outros foram modificados pelo processo de aculturação.

No entanto, Macedo, Petty & Passos (2000) apresentam também uma outra versão do Mancala, o ADI, como também muito popular no Brasil; o jogo teria desembarcado posteriormente pelo dominó. Uma amostra concludente da força dos jogos da família Mancala também na cultura afro brasileira é o jogo de búzios presente no candomblé derivado dos Mancalas e está associado à magia e à religiosidade.

O jogo consiste em mover, deslocar, transferir as peças de uma concavidade para outra do tabuleiro, por isso também são conhecidos como “jogos de semeadura" fazendo analogia ao ato de semear nas colheitas.

Figura 6. Mulheres praticando um jogo da família dos Mancalas.

Fonte: Ludus Lila (2012).

Figura 7. Jogos da família dos Mancalas são praticados geralmente por dois competidores, com o objetivo de capturar o maior número de peças do oponente.

Fonte: Silva (2014)

O tabuleiro Mancala é composto por fileiras com concavidades de mesmo tamanho e de igual número, com outras duas concavidades situadas no corpo ou nas extremidades do tabuleiro utilizadas para o depósito das peças capturadas ao longo do jogo.

Os tabuleiros são confeccionados de diferentes materiais. De acordo com Macedo, Petty & Passos (2007), a escolha do material depende da posição social de quem pratica esses jogos. Podem ser muito simples, escavados na terra ou areia; podem ser feitos de maneira rústica em madeiras, ou podem ser muito bem trabalhados, estampados em ouro ou verdadeiros trabalhos de escultura em madeira previamente selecionada e que demoravam meses para terminar a confecção para que ficasse digno dos aristocratas que os encomendaram.

A quantidade de fileiras pode variar de um tabuleiro para outro, ou seja, "os tabuleiros de Mancala são constituídos por duas, três ou quatro filas de buracos (cujo número pode variar de três a cinquenta); daí haver três tipos diferentes de jogos, os Mancala II, III ou IV, sendo que o tipo mais conhecido e difundido é o Mancala II " (Fraga; Santos, 2004, p.9 apud Pereira, 2011).

Figura 8. Tabuleiro de Mancala tipo II

Fonte: Nadig (2010)

Figura 9. Tabuleiro de jogo de tipo Mancala III, recolhido no Castelo Velho de Alcoutim

Fonte: SuLinformação (2015).

Figura 10. Tabuleiro tipo IV escavado no chão.

Fonte: Loureiro (2009)

Figura 11. Tabuleiro da versão Bao da família Mancala.

Fonte: Santos, Neto e Silva (2009, p. 26)

Como peças para o jogo, podem ser utilizadas pedras e botões pequenos, grãos graúdos, sementes ou conchas. Macedo, Petty & Passos (2000) relatam que os marajás da Índia utilizavam safiras e rubis como peças do jogo no lugar das sementes.

O objetivo do jogo é capturar as peças do adversário. Ganha a partida quem capturar a maior quantidade de peças.

Culin (1894), ao estudar as diferentes versões e lugares em que o jogo esteve presente, constatou que em todas elas o sucesso depende na maioria das vezes da habilidade dos jogadores, por isso considerou-os como *La'b akila*, o “jogo inteligente”, ou *La'b hakimi,* o “jogo racional” (tradução nossa). O jogador deve calcular o buraco em que a sua última pedra deve cair para a captura de peças do adversário e o resultado depende muitas vezes deste cálculo.

Para Macedo, Petty & Passos (2007), ao decidir participar do jogo, o jogador deve coordenar e planejar as suas ações, antecipando a consequência de cada uma delas, pois são condições essenciais para a vitória. O planejamento requer uma boa análise do tabuleiro e da localização de todas as sementes, só assim, segundo o autor, é possível definir qual a melhor jogada e evitar as impulsivas e precipitadas, que levem ao “prejuízo”.

As melhores jogadas não incluem apenas a captura, mas também as oportunidades de defesa, de bloquear uma jogada de sucesso pretendida pelo oponente. Portanto, ao executar as jogadas, o jogador deve levar em consideração as ações que o outro como participante venha a executar, logo deve considerar também o outro como participante do sistema.

Santos, Neto e Silva (2008) apontam uma extensão maior que a de Culin (1894), ao observarem que os jogos da família do Mancala são praticados numa imensa área que vai desde as Caríbas à Indochina, em quase todo o Continente Africano, Oriente Médio, Índia e China. Os autores atribuem às migrações as facilidades de acesso às informações e o uso destes jogos como atividade lúdica, utilizando o pensamento matemático à sua difusão pelo mundo.

Em seu livro, Culin (1894) relata a presença dos jogos Mancala em diversos países, chega à conclusão de que o jogo estende-se ao longo de toda a costa da Àsia, chegando até as Ilhas Filipinas. Esse jogo era uma das diversões favoritas dos negros em Benin, localizada na costa oeste da África.

Ainda segundo Culin (1984. p 601), embora o jogo faça-se presente em diversos territórios, “é com o continente africano que o jogo de Mancala parece mais estreitamente indentificado. Ele pode ser condiderado, por assim dizer, como o jogo Nacional Africano. (tradução nossa)”.

No continente africano, encontra-se a maior diversidade de regras e tabuleiros do mundo do que qualquer outra região do globo, afirmam Santos, Neto e Silva (2008).

Na maioria dos países em que os jogos da família Mancala está presente, segundo Macedo, Petty & Passos (2007), perdeu-se o carater religoso e mágico a que estavam associados os jogos. Antigamente, a depender do lugar, somente homens ou mais velhos jogavam, em outros era exclusivo para os sacerdotes. No entanto, em algumas regiões ainda preservam a reliogidade ligada ao jogo.

> Entre os alladians - povo da Costa do Marfim- o hábito de jogar awalé, jogo da família do mancala, é restrito apenas à luz do sol. (...) À noite, deixam os tabuleiros nas portas das casas para os deuses poderem jogar, e , ninguém se atreve a tocar nos tabuleiros, temendo o castigo divino, Nessa mesma nação, quando um rei morre, os pretendentes ao trono jogam awelé entre si, durante a noite que se segue aos ritos funerários. O novo rei - afirmam eles - será escolhido pelos deuses e o sinal é a vitória que eles obtêm no jogo. (MACEDO; PETTY; PASSOS 2007, p.70).

Guerra (2009) aponta que outras tribos africanas também não jogam durante a noite, deixando reservada para os deuses, para que estes favoreçam as suas colheitas; e em outras, não jogam por temerem o castigo divino àquele que se atreve a jogara *Awalé* durante a noite, que tem a sua alma levada pelos espíritos do outro mundo, pois este momento é reservado para eles jogarem.

> No Suriname, o Awari, uma das variantes do Mancala, é jogado na véspera de um enterro, para distrair o morto. Depois do enterro, o tabuleiro é jogado fora.
> É jogado indiscriminadamente por homens, mulheres, crianças, ricos e pobres, mas, nunca a dinheiro, já que seria uma de suas regras éticas (não escritas) que o Mancala é jogada para se saber quem é o melhor e não para se obter ganhos financeiros. (...) (GUERRA, 2009, p.2).

São várias as versões de jogos da família Mancala, no entanto para essa pesquisa uma versão foi escolhida pelo seu legado, origem provavelmente africana; seu significado e sua influência na cultura do país em que é muito praticado.

Além disso, pelo modo que se dá a captura de peças e que atenda as expectativas de aprendizagem para determinados conteúdos do 5º ano, o *Oware* foi a versão escolhida para ser aplicada com 30 alunos do 5º ano da Escola Municipal Prof. Oldemar Stobbe – “Prof. Zizo”, localizada na cidade de São José do Rio Preto.

O *Oware* é considerado o jogo nacional de Gana, pais da África Ocidental e que na época da colonização brasileira foi grande exportadora de africanos para o Brasil.

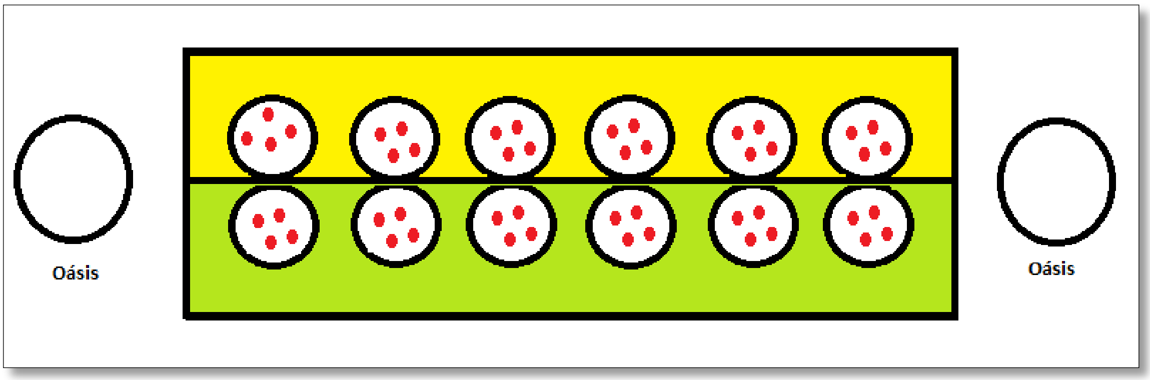
Guerra (2009) nos explica que o nome *Oware* surgiu de uma lenda, na qual dois jovens em uma partida longa, para não interrompê-la, decidem se casar, *Oware* significa "ele casa".

Assim, como um jogo da família Mancala, o jogador irá semear as sementes de uma concavidade para outra, o que difere das outras versões é o modo de captura.

O objetivo do *Oware* é colher o maior número de peças do adversário, vinte e cinco ou mais. Uma partida é realizada por dois jogadores.

Powel e Temple (2009) expõem de maneira muito didática como jogar o *Oware*. Os autores ensinam que para jogar são utilizadas quarenta e oito sementes, que inicialmente são distribuídas em um número de quatro em cada uma das doze concavidades do tabuleiro (Figura 12). Cada jogador possui seis concavidades do seu lado em que pode escolher para coletar todas sementes, no caso as peças do jogo, e semeá-las começando pela concavidade seguinte. Alternadamente, os jogadores escolhem a concavidade, colhem as sementes e distribuem uma a uma em cada concavidade até que todas as sementes de sua mão tenham sido semeadas.

Figura 12. Disposição das sementes (peças) no início do jogo



Fonte: Imagem produzida pela autora

É permitido ao jogador contar as sementes de qualquer concavidade, não explicitamente, mas sim com seus olhos.

Pode acontecer durante as jogadas que um jogador acumule em uma única concavidade doze ou mais sementes. Nesse caso, se ele escolher essa concavidade para semear, quando passar por ela deverá pulá-la, ou seja, essa casa escolhida ao final dessa jogada deverá terminar vazia.

Caso um jogador não tenha mais sementes de seu lado do tabuleiro para semear, o adversário deve fazer um movimento que possibilite com que o jogo continue.

O jogador só captura as sementes apenas das concavidades do seu adversário, colocando-as em seu depósito de sementes chamado de oásis.

A captura ocorre quando a última semente cai em uma concavidade do adversário em que existe uma ou duas sementes. Assim, com a última peça semeada, nessa concavidade formam-se duas ou três sementes, o jogador captura todas elas e deposita em seu oásis.

O jogador também captura as sementes das concavidades com duas ou três sementes posicionadas antes da concavidade onde colheu as peças, desde que essa sequência de duas ou três não tenha sido quebrada, se tiver alguma concavidade com mais ou menos do que duas ou três não poderá ser coletada. A coleta pode ser feita em no máximo cinco concavidades de uma única vez. Se o jogador coletar as sementes das seis concavidades, ele desiste do jogo uma vez que seu adversário não tem mais sementes para jogar.

Encerra-se o jogo quando um jogador não tem mais sementes do seu lado do tabuleiro e seu adversário não pode colocar mais sementes do outro lado do tabuleiro, este então cede as suas sementes para o vencedor.

CAPÍTULO 4

4.1 Conceitos Matemáticos

Os jogos africanos apresentados neste trabalho envolvem conceitos matemáticos como: posição relativa entre retas; congruência e semelhança de triângulos, Teorema de Tales; Teorema de Pitágoras e Teorema da Base Média. Cada um desses conceitos será apresentado de acordo com os autores Lima (2006) e Muniz Neto (2013).

Posição relativa entre duas retas

Dadas duas retas no plano, duas possiblidades são possíveis para elas: possuírem um ponto em comum, nesse caso são retas concorrentes ou não possuírem nenhum ponto em comum, nesse caso são retas paralelas.

Um caso particular de duas retas concorrentes são as perpendiculares, quando se encontram em um único ponto formando quatro ângulos retos.

Congruência de Triângulos

Dizemos que dois triângulos são congruentes se for possível mover um deles no espaço, sem deformá-lo, até fazê-lo coincidir com ou outro.

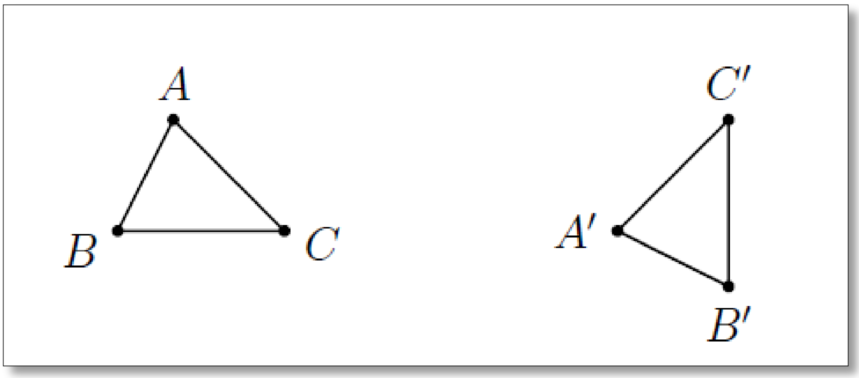
Assim, se dois triângulos *ABC* e *A'B'C'* forem congruentes, deve existir uma correspondência entre os vértices de um e de outro, de modo que os ângulos internos em vértices correspondentes sejam iguais, bem como o sejam os lados opostos a vértices correspondentes. A Figura 13 mostra dois triângulos congruentes *ABC* e *A'B'C'*, com a correspondência de vértices.

$$A \leftrightarrow A';\ B \leftrightarrow B';\ C \leftrightarrow C'.$$

Para tais triângulos, temos então

$$\begin{cases} \hat{A} = \widehat{A'};\ \hat{B} = \widehat{B'};\ \hat{C} = \widehat{C'} \\ \overline{AB} = \overline{A'B'};\ \overline{AC} = \overline{A'C'};\ \overline{BC} = \overline{B'C'} \end{cases}$$

Figura 13. Triângulos ABC e $A'B'C'$ congruentes



Fonte: Muniz Neto (2013, p 29)

A escrita $\boldsymbol{ABC} \equiv \boldsymbol{A'B'C'}$ é utilizada para denotar que $\boldsymbol{ABC}$ e $\boldsymbol{A'B'C'}$congruentes com a correspondência de vértices

$$A \leftrightarrow A';\ B \leftrightarrow B';\ C \leftrightarrow C'.$$

É imediato que a congruência de triângulos possui as duas propriedades interessantes: a Simetria e a Transitividade.

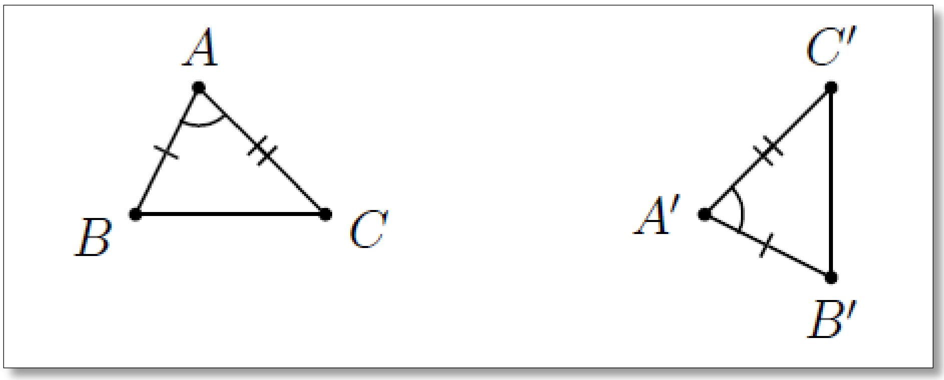
Com a propriedade da simetria, tanto faz dizer que um triângulo $\boldsymbol{A}BC$ é congruente a um triângulo DEF, quanto que DEF é congruente a ABC. Isso porque, é possível mover o triângulo ABC, sem deformá-lo até coincidi-lo com DEF . O mesmo pode ser feito com o DEF, até superpô-lo a ABC.

A propriedade da transitividade garante que se ABC for congruente a DEF, e DEF for congruente a GHI, então ABC será congruente a GHI. Isso é possível quando se move ABC até coincidi-lo com DEF e continuar movimentando até superpô-lo a GHI.

Os casos de congruência de triângulos são critérios utilizados para verificar se existe a congruência entre dois triângulos. Os casos são Lado–Ângulo–Lado (LAL), Ângulo–Lado-Ângulo (ALA) e Lado-Lado-Lado (LLL), que serão enunciados a seguir.

Caso LAL. Se dois lados de um triângulo e o ângulo compreendido por esses lados forem, respectivamente, iguais a dois lados de outro triângulo e ao ângulo compreendido por esses dois lados, então os dois triângulos são congruentes.

Figura 14. Caso de congruência LAL



Fonte: Muniz Neto (2013, p.32)

Utilizando os símbolos, o caso de congruência LAL garante que, dados os triângulos ABC e $A'B'C'$, temos:

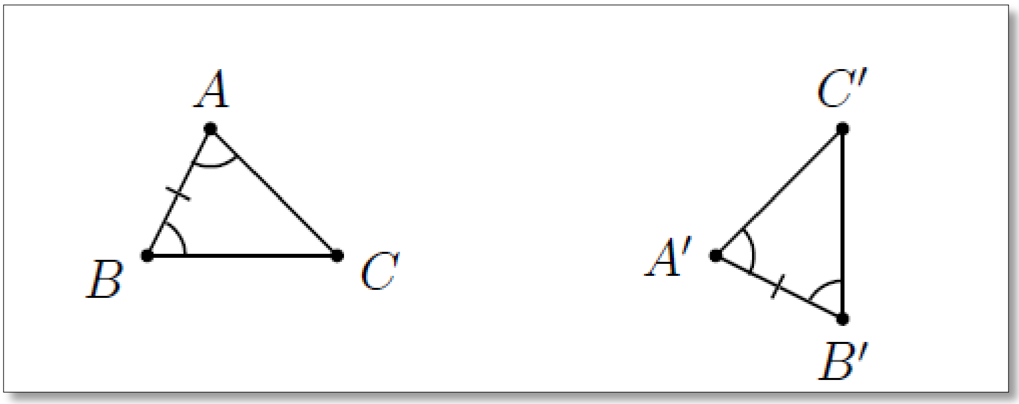
$$\left.\begin{array}{c}\overline{AB} = \overline{A'B'} \\ \overline{AC} = \overline{A'C'} \\ \hat{A} = \widehat{A'}\end{array}\right\} \overset{LAL}{\Longrightarrow} ABC \equiv A'B'C',$$

com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A'$; $B \leftrightarrow B'$; $C \leftrightarrow C'$. Em particular, segue daí, que

$$\hat{B} = \widehat{B'}, \hat{C} = \widehat{C'} \; e \; \overline{BC} = \overline{B'C'}.$$

Caso ALA. Se dois ângulos de um triângulo e o lado compreendido entre esses dois ângulos forem, respectivamente, iguais a dois ângulos de outro triângulo e ao lado compreendido entre esses dois ângulos, então os dois triângulos são congruentes.

Figura 15. Caso de congruência ALA



Fonte: Muniz Neto (2013, p.33)

Utilizando os símbolos, o caso de congruência ALA garante que, dados os triângulos ABC e $A'B'C'$, temos:

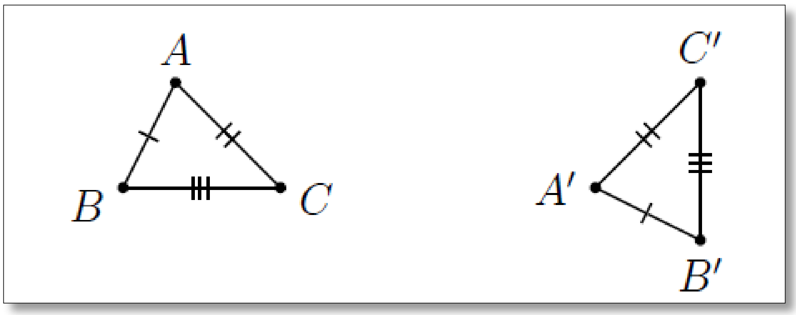
$$\left.\begin{array}{r} \hat{A} = \widehat{A'} \\ \hat{B} = \widehat{B'} \\ \overline{AB} = \overline{A'B'} \end{array}\right\} \overset{ALA}{\Longrightarrow} ABC \equiv A'B'C',$$

com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A'$; $B \leftrightarrow B'$; $C \leftrightarrow C'$. Em particular, segue, daí, que

$$\hat{C} = \widehat{C'}, \overline{AC} = \overline{A'C'} e\ \overline{BC} = \overline{B'C'}.$$

Caso LLL. Se os três lados de um triângulo são, em alguma ordem, respectivamente, congruentes aos três lados de outro triângulo, então os dois triângulos são congruentes.

Figura 16. Caso de congruência LLL



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 35)

Em símbolos, dados os triângulos ABC e $A'B'C'$, temos:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB}=\overline{A'B'}\\ \overline{BC}=\overline{B'C'}\\ \overline{CA}=\overline{C'A'}\end{array}\right\} \overset{LLL}{\Longrightarrow} ABC \equiv A'B'C',$$

com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A';\ B \leftrightarrow B';\ C \leftrightarrow C'$. Em particular, também temos

$$\hat{A}=\widehat{A'}\,, \hat{B}=\widehat{B'}\ e\ \hat{C}=\widehat{C'}.$$

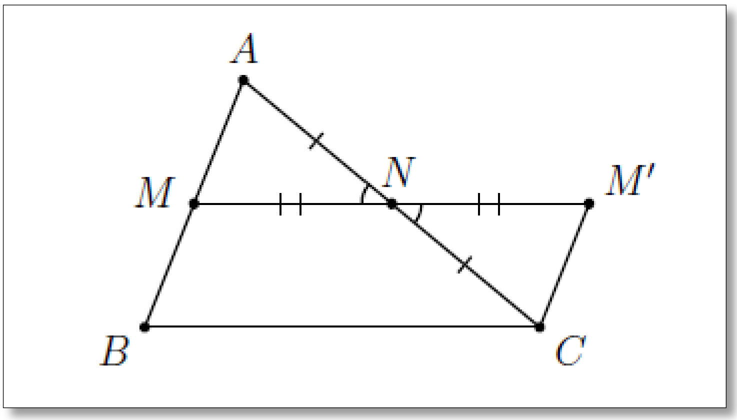
O Teorema da Base Média

Teorema da Base Média. Seja *ABC* um triângulo qualquer. Se *MN* é a base média de *ABC* relativa a *BC*, então $\overleftrightarrow{MN}//\overleftrightarrow{BC}$. Reciprocamente, se pelo ponto médio *M* do lado *AB* traçarmos a paralela ao lado *BC*, então tal reta intersecta o lado *AC* em ponto médio *N*. Ademais, em uma qualquer dos casos acima, temos

$$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$$

Demonstração:

Figura 17. Medida da base média de um triângulo



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 72)

Tome M' sobre $\overrightarrow{MN}$ tal que $\overline{MN} = \overline{NM'}$. Como *N* é o ponto médio de *AC* e $A\widehat{N}M = C\widehat{N}M'$ (ângulos OPV – opostos pelo vértice), os triângulos *AMN* e *CM'N* são congruentes pelo caso LAL. Portanto, $\overline{M'C} = \overline{MA}$ e $M'\hat{C}N = M\hat{A}N$, donde segue que $\overleftrightarrow{M'C} // \overleftrightarrow{AM}$. Assim,

$$\overleftrightarrow{BM} = \overleftrightarrow{AM} = \overleftrightarrow{M'C} \text{ e } \overleftrightarrow{BM} = \overleftrightarrow{AM} // \overleftrightarrow{M'C}$$

Destas duas relações, dois lados opostos iguais e paralelos, concluímos que o quadrilátero $MBCM'$ é um paralelogramo. Mas, como em todo paralelogramo os lados opostos são iguais e paralelos, temos

$$\overleftrightarrow{BC} // \overleftrightarrow{MM'} = \overleftrightarrow{MN} \text{ e } \overline{BC} = \overline{MM'} = 2\overline{MN}.$$

Reciprocamente, seja r a reta que passa pelo ponto médio *M* do lado *AB* e é paralela ao lado BC. Como $\overleftrightarrow{MN}$ também passa por M e é paralela a BC, segue do quinto postulado de Euclides que r coincide com $\overleftrightarrow{MN}$; em particular, $N \in r$.

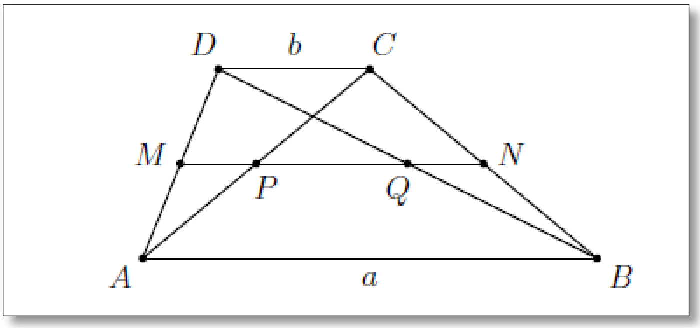
O próximo teorema enunciado será usado na demonstração do Teorema de Tales.

Teorema da Base Média de um Trapézio: Seja *ABCD* um trapézio de bases *AB* e *CD* e lados não paralelos *AD* e *BC*. Sejam, ainda, *M* e *N* os pontos médios dos lados não paralelos *AB* e *BC*, respectivamente, e *P* e *Q* os pontos médios das diagonais *AC* e *BD*, também respectivamente (conforme Figura 18). Então

(a) *M*, *N*, *P* e *Q* são colineares e $\overleftrightarrow{MN} \,||\, \overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$.

(b) $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD})$ e $\overline{PQ} = \frac{1}{2}|\overline{AB} - \overline{CD}|$.

Figura 18. Base Média de um trapézio



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 78)

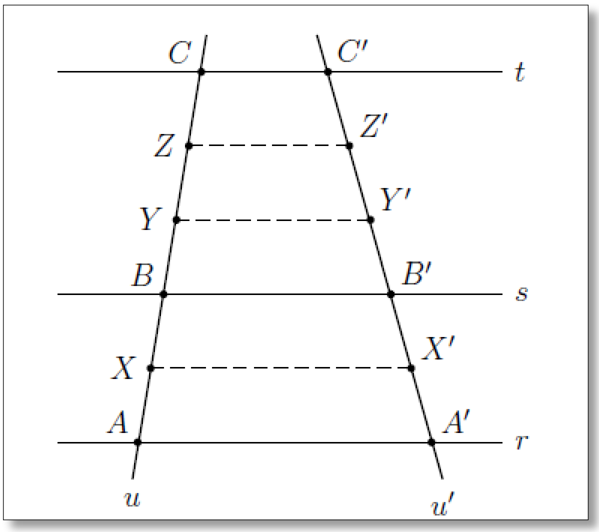
O Teorema de Tales

Teorema de Tales. Sejam *r, s* e t retas paralelas. Escolhemos pontos $A, A' \in r, B, B' \in s$ e $C, C' \in t$, de modo que A, B, C e A', B', C' sejam dois ternos de pontos colineares. Então

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}.$$

De fato: Consideremos a seguinte situação: temos no plano, retas paralelas *r, s* e *t* (conforme Figura 19).

Figura 19. Paralelas r, s e t cortadas pelas transversais *u* e *u'*



Fonte: Muniz Neto (2013, p.148)

Traçamos em seguida, retas u e u', com u intersectando r, s e t, respectivamente, em A, B e C, e a u' intersectando r, s e t, respectivamente, em A', B' e C' .

Se tivermos $\overline{AB} = \overline{BC}$, então pelo Teorema da Base Média de um Trapézio (enunciado anteriormente) teremos que $\overline{A'B'} = \overline{B'C'}$. De outra forma, já temos que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = 1 \Rightarrow \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = 1.$$

Suponha, que $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ seja um número racional, por exemplo, 2/3. Dividamos, então, os segmentos AB e BC, respectivamente, em duas e três partes iguais, obtendo pontos X,Y e Z em u, tais que

$$\overline{AX} = \overline{XB} = \overline{BY} = \overline{YZ} = \overline{ZC}$$

Se traçarmos por X, Y e Z paralelas às retas r, s e t, as quais intersectam u', respectivamente, em X',Y' e Z', então mais três aplicações Teorema da Base Média de um trapézio garantem que

$$\overline{A'X'} = \overline{X'B'} = \overline{B'Y'} = \overline{Y'Z'} = \overline{Z'C'}$$

e daí,

$$\frac{\overline{AB}}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = \frac{2}{3}.$$

Prosseguindo com tal raciocínio, suponha, agora que fosse $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{m}{n}$, com $m, n \in \mathrm{N}$. Então, uma pequena modificação do argumento acima (dividindo, inicialmente, AB e BC em m e em n partes iguais, respectivamente) garantiria que $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = \frac{m}{n}$, daí, temos

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = \frac{m}{n}.$$

De outra forma, concluímos que a relação:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

é válida sempre que o primeiro (ou o segundo) membro for um número racional.

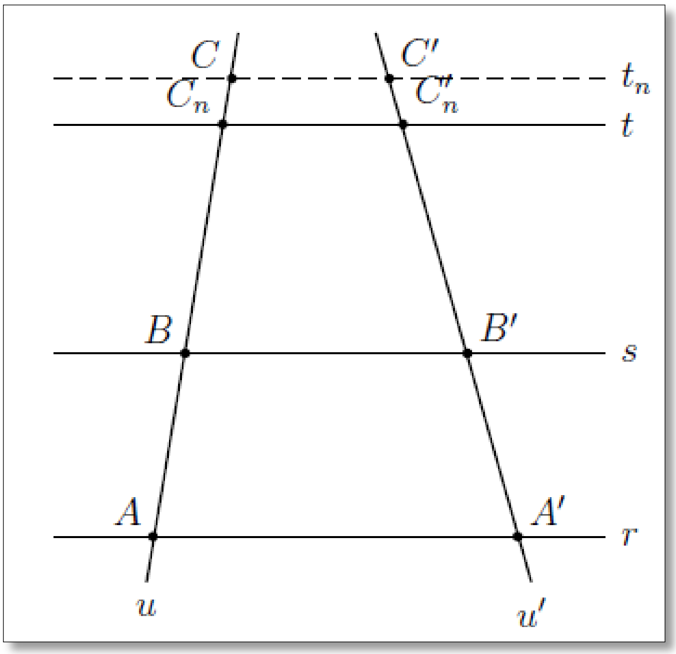
Suponha que $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = x,$ com x irracional. Escolha uma sequência $(a_n)_{n\geq 1}$ de racionais positivos, tal que

$$x < a_n < x + \frac{1}{n},$$

para todo $n \in \mathbb{N}$. Em seguida marque na Figura 20 o ponto $C_n \in u$, tal que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC_n}} = a_n.$$

Figura 20. Razão $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ irracional



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 150)

Seja t_n a reta paralela às retas *r*, *s* e *t* traçada por C_n e C'_n o ponto onde t_n intersecta u'. Como $a_n \in \mathbb{Q}$, um argumento análogo ao anterior garante que

$$\frac{\overline{A'B'}}{B'C'_n} = a_n.$$

De outra forma, obtivemos que

$$x < \frac{\overline{AB}}{BC_n} < x + \frac{1}{n} \Rightarrow x < \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'_n}} < x + \frac{1}{n}$$

ou ainda,

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} < \frac{\overline{AB}}{\overline{BC_n}} < \frac{\overline{AB}}{BC} + \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} < \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C_n'}} < \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} + \frac{1}{n}. \quad (1)$$

Observe que as desigualdades do primeiro membro acima garantem que, a medida em que *n* aumenta, os pontos C_n aproximam-se mais e mais do ponto *C*. Mas, como $t_n \parallel t$, segue então que os pontos C_n' aproximam-se mais e mais do ponto C', de maneira que a razão $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C_n'}}$ aproxima-se mais e mais da razão $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$. Abreviamos isso escrevendo

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C_n'}} \to \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}, \text{ quando } n \to +\infty.$$

Por outro lado, utilizando notação análoga à da linha acima, podemos concluir, a partir das desigualdades do segundo membro da equação (1), que

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C_n'}} \to \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}, \text{ quando } n \to +\infty.$$

Usando o fato de que uma sequência de reais não pode aproximar-se simultaneamente de dois reais distintos quando $n \to \infty$ concluímos que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}.$$

Exemplo para aplicação do Teorema de Thales: Com o uso de régua e compasso divida o segmento *AB*, dado a seguir em cinco partes iguais.

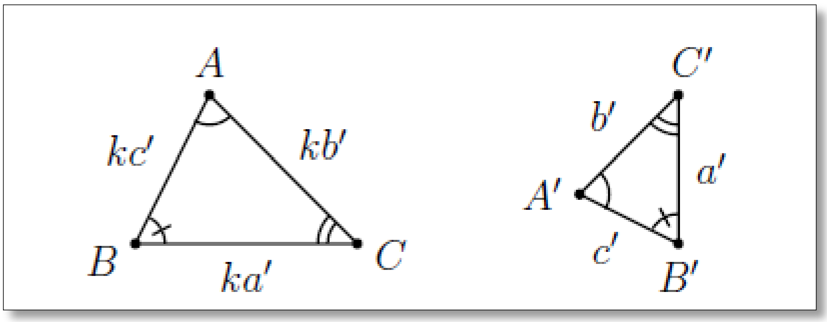
Descrição dos passos.

1. Trace, pelo ponto *A*, uma reta arbitrária r
2. Marque sobre *r* pontos $C_0 = A, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ tais que, para $0 \le i \le 4$, os comprimentos $\overline{C_iC_{i+1}}$ sejam todos iguais.
3. Para $0 \le i \le 4$, trace a paralela à reta $\overleftrightarrow{C_5B}$ passando por C_i.
4. Se D_i é a intersecção de tal paralela com o segmento AB, então o Teorema de Thales garante que os pontos D_1, D_2, D_3, D_4 dividem AB em cinco partes iguais.

Semelhança de Triângulos.

Muniz Neto (2013) nos apresenta a seguinte definição para triângulos semelhantes: dois triângulos são semelhantes quando existir uma correspondência biunívoca entre os vértices de um e outro triângulo, de modo que os ângulos em vértices correspondentes seja sempre a mesma (conforme Figura 21).

Figura 21 Dois triângulos semelhantes



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 158)

Na Figura, os triângulos *ABC* e *A'B'C'* são semelhantes, com a correspondência de $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$. Assim,

$$\hat{A} = \widehat{A'}, \hat{B} = \widehat{B'}, \hat{C} = \widehat{C'}$$

e existe $k > 0$ tal que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = k.$$

Com k, um real positivo, denominado de razão de semelhança entre os triângulos *ABC* e *A'B'C'*, nessa ordem, pois se tivéssemos que os triângulos *A'B'C'* e *ABC* são semelhantes, teríamos a razão de proporcionalidade igual a $\frac{1}{k}$.

A escrita $ABC \sim A'B'C'$ denota que os triângulos *ABC* e *A'B'C'* são semelhantes, com a correspondência $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$.

No entanto, se $ABC \sim A'B'C'$ com razão de semelhança k, é possível provar que k também é a razão entre os comprimentos de dois segmentos correspondentes quaisquer dos triângulos *ABC* e *A'B'C'*, nessa ordem.

São três os casos ou critérios de semelhança de triângulos, caso Lado - Lado - Lado (LLL), Lado - Ângulo – Lado (LAL) e caso Ângulo – Ângulo (AA).

Caso LLL. Sejam *ABC* e *A'B'C'*, triângulos no plano, tais que

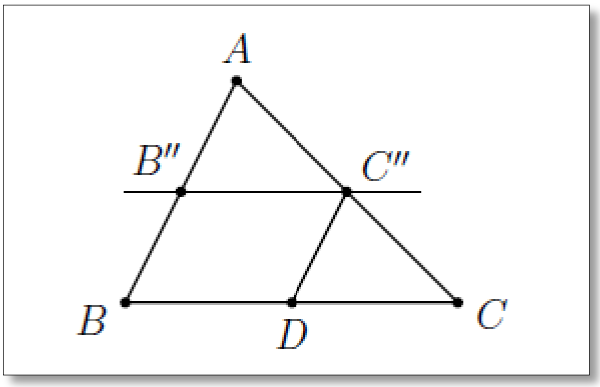
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}.$$

Então $ABC \sim A'B'C'$, com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$. Em particular,

$$\hat{A} = \widehat{A'}, \hat{B} = \widehat{B'}, \hat{C} = \widehat{C'}$$

Demonstração. Sendo k o valor da razão de semelhança, temos $\overline{AB} = k.\overline{A'B'}$, $\overline{BC} = k.\overline{B'C'}$ e $\overline{AC} = k.\overline{A'C'}$. Sem perda de generalidade, suponha que $k > 1$ e marque (Figura 22) o ponto $B'' \in AB$ tal que $\overline{AB''} = \overline{A'B'}$,

Figura 22. Prova do caso LLL



Fonte: Muniz Neto (2013, p.160)

Sendo *C''* a intersecção, com o lado *AC*, da reta que passa por *B''* e é paralela ao lado *BC*, segue do teorema de Thales que

$$\frac{\overline{AC''}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB''}}{\overline{AB}} = \frac{1}{k},$$

de maneira que

$$\overline{AC''} = \frac{1}{k}\overline{AC} = \overline{A'C'}$$

Por *C''* trace uma paralela ao lado *AB*, a qual intersecta o lado *BC* no ponto *D*. Então o quadrilátero *B''C''DB* é um paralelogramo, e novamente pelo Teorema de Tales temos

$$\frac{\overline{B''C''}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC''}}{\overline{AC}} = \frac{1}{k}.$$

Logo,

$$\overline{B''C''} = \frac{1}{k}\overline{BC} = \overline{B'C'}.$$

A discussão acima mostrou que

$$\overline{AB''} = \overline{A'B'}, \overline{AC''} = \overline{A'C'} \ e \ \overline{B''C''} = \overline{B'C'} \ ,$$

Assim, os triângulos *AB''C''* e *A'B'C'* são congruentes, pelo caso lado-lado-lado de congruência. Portanto, temos que

$$\hat{B} = A\hat{B}C = A\widehat{B''}C'' = A'\widehat{B''}C' = \widehat{B'},$$

e, analogamente,

$$\hat{A} = \widehat{A'} \ e \ \hat{C} = \widehat{C'}$$

Caso de semelhança AA. Sejam *ABC* e *A'B'C'*, triângulos no plano, tais que

$$\hat{A} = \widehat{A'} \ e \ \hat{B} = \widehat{B'}.$$

Então, $ABC \sim A'B'C'$, com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$. Em particular,

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}.$$

Caso de semelhança LAL. Sejam *ABC* e *A'B'C'*, triângulos no plano, tais que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = k \ e \ \hat{B} = \widehat{B'}.$$

Então, $ABC \sim A'B'C'$, com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$. Em particular,

$$\hat{A} = \hat{A'}\ e\ \hat{C} = \hat{C'}\ e\ \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = k.$$

Teorema de Pitágoras

Teorema de Pitágoras. Seja ABC um triângulo retângulo em A, com catetos $\overline{AB} = c, \overline{AC} = b$ e hipotenusa $\overline{BC} = a.$ Sendo H o pé da altura relativa à hipotenusa, $\overline{CH} = x, \overline{BH} = y$ e $\overline{AH} = h,$ temos:

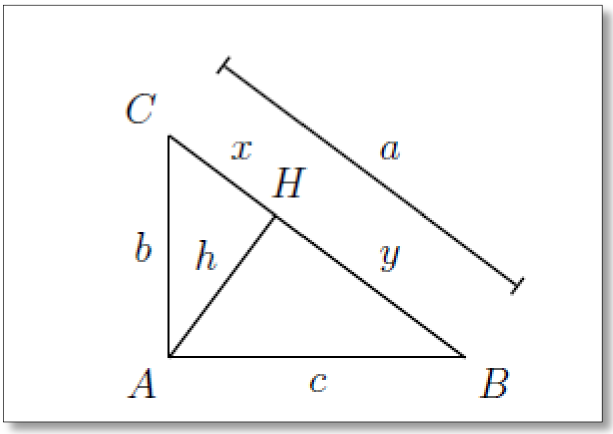
(a) $ah=bc;$

(b) $ax=b^2$ *e* $ay=c^2;$

(c) $a^2=b^2+c^2;$

(d) $xy=h^2.$

Figura 23. Relações métricas num triângulo retângulo



Fonte: Muniz Neto (2013, p.163)

Demonstrando (a) e (b). Sendo H o pé da altura relativa à hipotenusa, logo $A\hat{H}B = 90^0$. O triângulo ABC por hipótese é retângulo em A, assim $C\hat{A}B = 90^0$, portanto $A\hat{H}B = C\hat{A}B$.

Como $A\hat{H}B = C\hat{A}B$ e $A\hat{B}H = C\hat{B}A$ (conforme Figura 23), os triângulos BAH e BCA são semelhantes pelo caso AA (Ângulo - Ângulo), com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow C, H \leftrightarrow A, B \leftrightarrow B.$ Assim,

$$\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \quad e \quad \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$

ou, ainda,

$$\frac{y}{c} = \frac{c}{a} \quad e \quad \frac{h}{b} = \frac{c}{a},$$

o que implica que

$$ah = bc \text{ e } ay = c^2$$

A relação $ax=b^2$ é provada de maneira análoga.

Para o item (c) Somando membro a membro as duas relações do item (b), obtemos a igualdade $a(x+y)=b^2+c^2$. O resultado segue, pois $x+y=a$.

Obtém-se o item (d) multiplicando membro a membro as duas relações do item (b), isto é, $a^2.xy=(bc)^2$, ou,

$$xy = \left(\frac{bc}{a}\right)^2 = h^2,$$

onde utilizamos o item (a) na última igualdade acima.

CAPÍTULO 5

5.1 As Oficinas com os jogos Borboleta e *Oware*

Neste capítulo serão descritas as oficinas que foram desenvolvidas nas escolas, quanto ao tempo utilizado, os conceitos matemáticos envolvidos e as impressões causadas nos alunos.

5.2 Borboleta, o jogo que veio de Moçambique

Na primeira aula com os alunos do 9º C da Escola Estadual Dr. Waldomiro Naffah, turma do Professor Marcos, o jogo Borboleta foi apresentado como um jogo de tabuleiro muito praticado em Moçambique, país do sudeste do continente africano. Dos 33 alunos, apenas um conhecia, disse que na escola anterior; teve um professor angolano e ele apresentou o jogo para a sua turma.

Os alunos foram separados em duplas e a eles entregues os tabuleiros confeccionados em papel cartão, as regras e os botões diferenciados por duas cores como as peças do jogo. Uma leitura colaborativa foi feita dos itens da regra, o que possibilitou a discussão de cada uma delas. Somente com a leitura das regras, a maioria disse que o jogo parecia ser fácil de jogar.

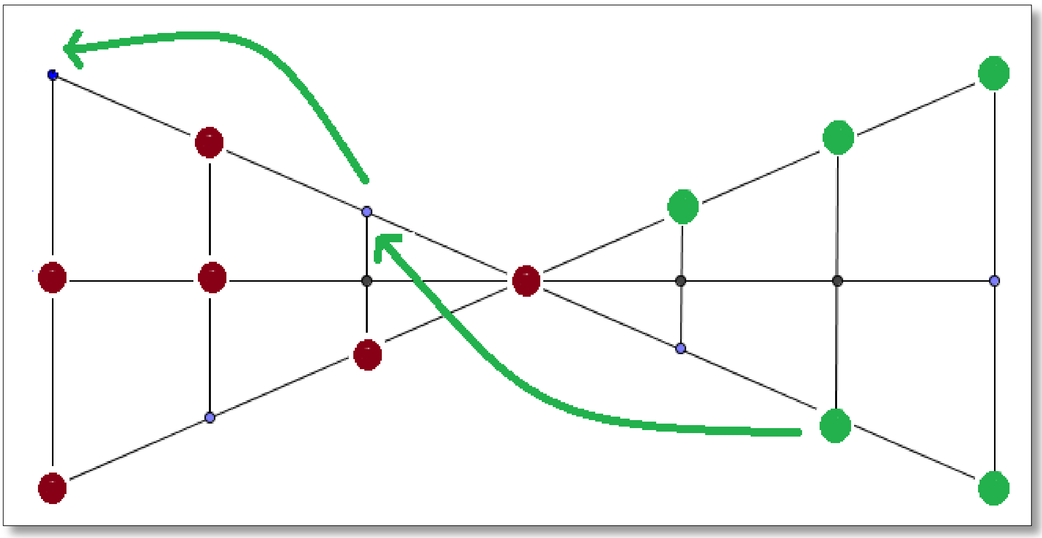
Embora a leitura tivesse sido feita no início da aula e aparentemente os alunos convencidos de que não haveria dificuldades para executar as jogadas, dúvidas quanto à sua validade surgiram durante a execução do jogo. No entanto, os questionamentos não eram respondidos de maneira imediata, os alunos eram levados a verificar se a ação pretendida estava de acordo com as instruções do jogo; e, assim, a partir da releitura do item da regra em questão e das intervenções feitas, chegavam a um consenso quanto à validade da jogada.

Como mostra o diálogo a seguir:

Aluno: - Professora, posso ir daqui para cá? Assim, ó?

A Jogada pretendida pelo aluno está representada na Figura 24 na ânsia de capturar duas peças em uma única jogada.

Figura 24. Tentativa de captura de duas peças do jogador vermelho pelo jogador verde.



Fonte: Imagem produzida pela autora com os softwares Geogebra e Paint

Professora: - O que diz a regra?

Aluno: - O jogador pode pular uma peça do adversário se a casa seguinte (em linha reta) estiver livre, e tirar essa peça do tabuleiro. E pode continuar pulando com a mesma peça capturando outras peças do adversário enquanto for possível. - O aluno faz a leitura da regra. - Assim, ó... Consigo comer duas dele.

Professora: - O movimento para a captura da primeira peça é válido?

Aluno: - Não, né? Professora... - retruca o oponente, recolando as peças no lugar- Estou falando para ele que não pode.

Professora: - E por que não pode?

Aluno: - A regra do jogo fala que só pode movimentar para a casa vazia mais próxima, antes da minha peça tem uma vazia perto da dele.

Como foi a primeira vez que a maioria dos alunos teve contado com esse jogo, mesmo conhecendo as regras, as capturas eram realizadas com insegurança e por isso os alunos questionavam os professores como mostra o diálogo a seguir:

Professora: Você pode capturar essa peça.

Aluna: Posso?

Professora: Sim, pode. Leia esse item da regra.

Aluna: O jogador pode pular uma peça do adversário se a casa seguinte (em linha reta) estiver livre, e tirar essa peça do tabuleiro - a aluna olha novamente para a sua jogada e continua a leitura. - E pode continuar pulando com a mesma peça capturando outras peças do adversário enquanto for possível... Ah! Então essa peça é minha mesmo.

Professora: - De acordo com o item logo abaixo a esse que você leu, se você não capturasse a peça dela?

Aluna:- Eu perdia ela.

Figura 25. Os alunos articulavam com a melhor estratégia para capturarem o maior número possível de peças em apenas uma jogada.

Fonte: Fotografia da autora

Cada dupla jogou aproximadamente duas vezes, e depois foram orientados a trocarem de oponente.

Alguns alunos questionaram quanto ao sentido da jogada, se retroceder uma casa era válido. Novamente consultando as regras do jogo, nada é dito quanto a isso, obedecendo que o jogador deve se deslocar para a casa mais próxima vazia.

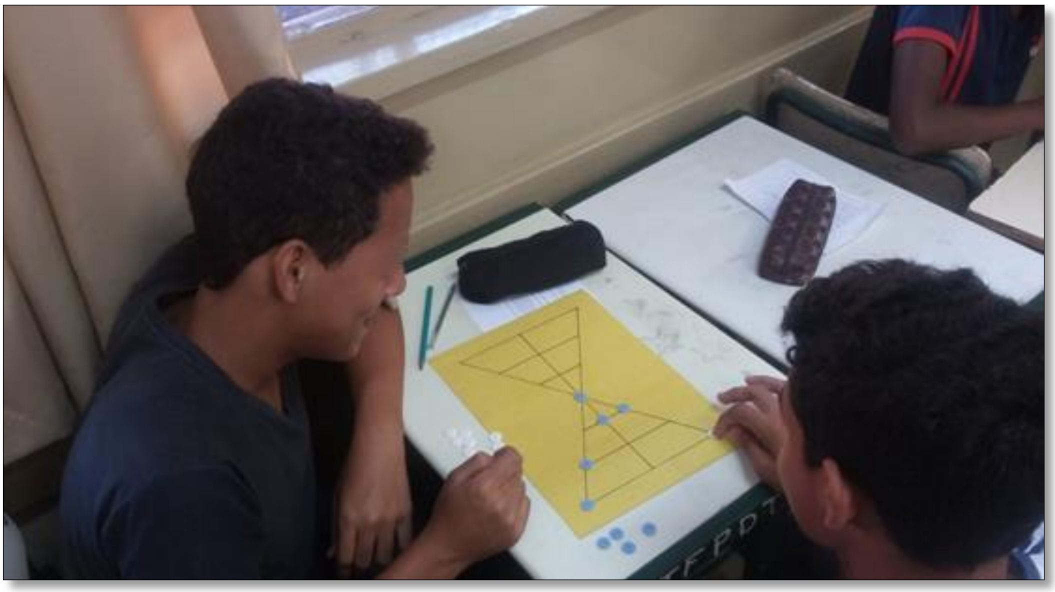
Essa dúvida foi gerada pelo fato de os alunos estarem familiarizados com o tradicional jogo de damas. Alguns disseram que as jogadas do Borboleta em linha reta são semelhantes as jogadas do Jogo de Damas, mas em diagonal e também a forma de captura, na qual o jogador pode pular uma peça do adversário se a casa seguinte (em linha reta) estiver livre e tirar essa peça do tabuleiro; pode continuar pulando com a mesma peça capturando outras peças do adversário enquanto for possível.

O sentido de deslocamento contrário, o famoso voltar para trás no jogo de Damas é permitido, em algumas versões, somente para a captura de peças, por isso os alunos questionavam se esse movimento também era válido no jogo Borboletas, de acordo com as regras nada impede esse tipo de jogada.

A captura sucessiva permitia grande vantagem para o competidor, alguns alunos procuravam articular as suas jogadas para que isso fosse possível.

Ao observar os alunos jogando, a professora deparou -se com um jogador apenas com uma peça no tabuleiro e o seu oponente com cinco peças ainda. Como mostra a Figura 26.

Figura 26. Em apenas uma jogada o aluno conseguiu capturar três peças do adversário



Fonte: Fotografia da autora

Questionados pela pesquisadora o que havia acontecido para que um adversário tivesse apenas uma peça no tabuleiro enquanto o outro tinha cinco, um dos alunos respondeu: “Ah, professora! Ele saiu aí pulando, pulando e pulando e comeu três peças minhas de uma vez. Depois que eu joguei, comeu mais duas... e aí deu nisso!”

Os alunos jogaram durante 50 minutos e apreciaram a atividade.

Um comentário inusitado de uma aluna chamou a atenção, quando disse que não imaginava que na África eles tinham hábito de praticar esse tipo de jogo. Intrigada diante de tal comentário, a pesquisadora a questionou o motivo e a aluna respondeu: “Lá as pessoas vivem em tribos, quando não moram em lugares muito pobres... Como poderiam pensar em inventar um jogo assim? Povo de tribo é muito antigo não sabem muita coisa. Lá tem muita pobreza”.

Após o uso do jogo, aos alunos, foram apresentadas as características de Moçambique, país de origem do jogo Borboleta e a importância cultural dos moçambicanos que aqui foram trazidos como escravos para o Brasil; a permanência das relações diplomáticas existentes ainda hoje entre os dois países.

Confecção do Tabuleiro do Jogo Borboleta

A aula do dia seguinte foi para a confecção do tabuleiro do jogo Borboleta.

Para os alunos foram entregues os seguintes materiais:

- Procedimentos para a construção do tabuleiro, consta no Anexo 1.
- Papel cartão no tamanho de 30 cm x 24cm com margem de 3cm
- Régua

O papel cartão já foi entregue com as margens de 3 cm para os alunos. A princípio a ideia era de que eles começassem a confeccionar pela margem, mas a quantidade de 6 aulas cedidas para executar a pesquisa poderiam não ser suficientes, por isso para destinar maior tempo para as outras atividades adiantou -se essa etapa para os alunos. Portanto o limite do tabuleiro era um retângulo com dimensões de 24 cm x 18 cm.

Muitos alunos tiveram dúvidas quanto ao procedimento de uso da régua para medir, se começava a partir do zero ou a partir do 1cm. Então o professor Marcos fez a representação de uma régua na lousa para explicar o procedimento de medição, sanada essa dúvida os alunos prosseguiram com a confecção sem maiores dificuldades.

Outro fato também relacionado com o uso da régua é no procedimento desta para marcar a divisão das bases em seis partes iguais. Como a base do retângulo possui 24 cm e seria dividida em 6, logo cada uma delas teria 4cm. Alguns alunos não marcavam de 4 cm em 4cm permanecendo a régua em um mesmo local, mas sim marcavam a partir do zero 4cm, depois deslocava a régua até o ponto marcado e começa a medir do zero novamente. Neste momento, a pesquisadora questionou:

- Por que você muda a régua de lugar para marcar cada ponto?

O aluno responde:

- Ué? Não é de quatro em quatro? Coloco o zero onde marquei e marco depois no quatro... Está errado? O professor acabou de dizer que é a partir do zero...

- Não, não... não está errado, - respondeu a pesquisadora - mas você pode fazer de um jeito mais rápido sem precisar deslocar a régua.

- Como? - Pergunta o aluno.

- Você precisa marcar de quatro em quatro centímetros, certo?

O aluno afirma positivamente com a cabeça e a pesquisadora prossegue:

- Então vai 4, 8, 12, ...

- Nossa, professora!- Admira-se o aluno - É mesmo! Por que não pensei nisso antes? Mais fácil, né?

Algumas sugestões de trabalho em sala de aula serão apontadas durante o processo de construção do tabuleiro, porém não foi possível a sua realização durante a pesquisa devido ao tempo destinado para o desenvolvimento das atividades.

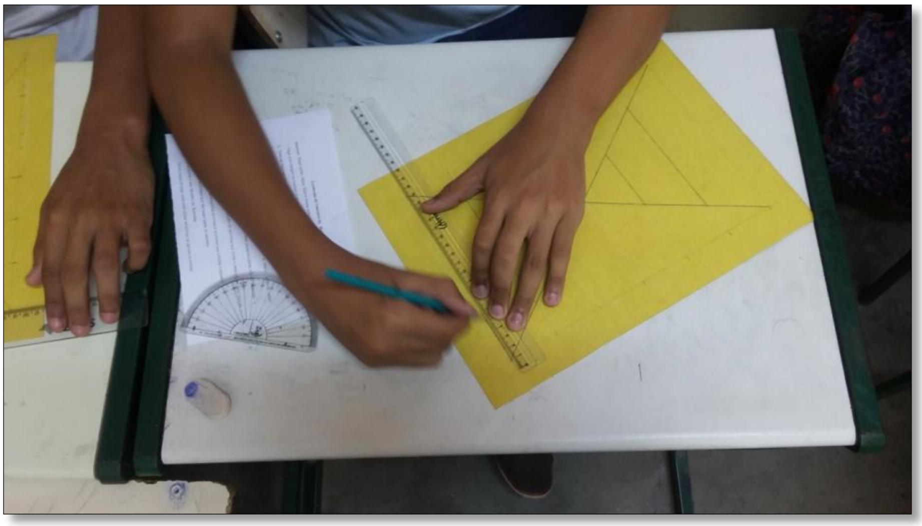
No primeiro item procedimental pede-se para o aluno traçar as diagonais do retângulo dado. Essa é uma excelente oportunidade para o professor resgatar a seguinte proposição: *Um paralelogramo é um retângulo se e só se suas diagonais tiverem comprimentos iguais.*

De posse do retângulo com suas diagonais traçadas, o professor pode solicitar aos alunos para que verifiquem se as diagonais traçadas por ele, de fato estão de acordo com a proposição.

O próximo item do procedimento feito pelos alunos foi pedido para traçar retas paralelas ao lado de medida 18 cm do retângulo. Essas retas paralelas ao lado com 18 cm, ao mesmo tempo serão perpendiculares ao lado de medida de 27 cm. Neste momento da construção do tabuleiro o professor pode explorar os conceitos de retas paralelas e perpendiculares com os alunos.

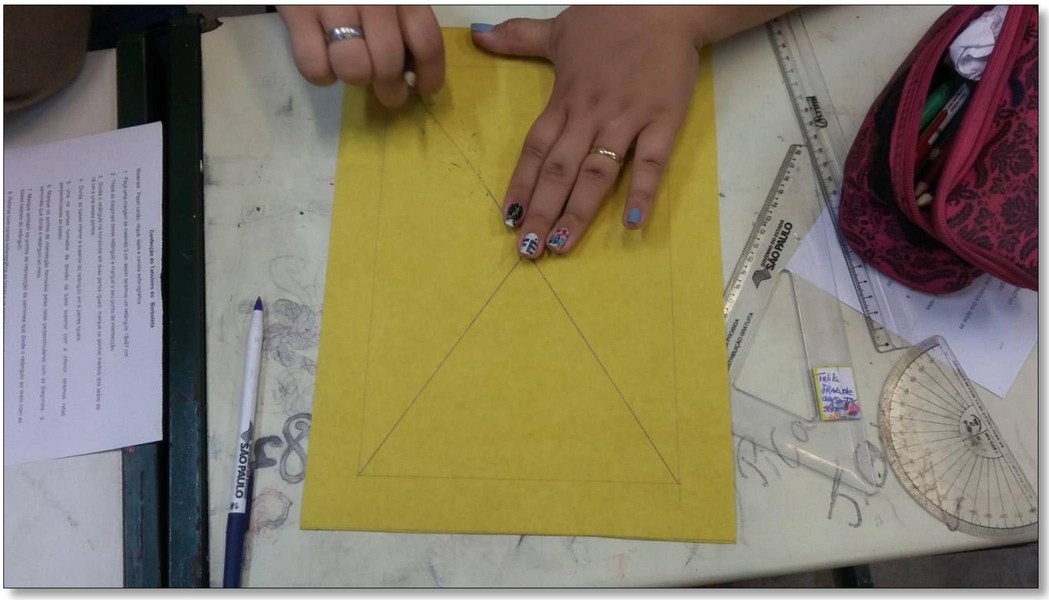
Foram poucos alunos que tiveram dificuldades para construir o tabuleiro ao seguir as orientações do procedimento, porém o uso da régua é algo que merece ser descrito.

Figura 27. De posse das instruções para a construção do tabuleiro, os alunos realizaram a atividade com facilidade



Fonte: Fotografia da autora

Figura 28. Conceitos de retas paralelas e perpendiculares foram explorados durante os procedimentos de construção do tabuleiro.



Fonte: Fotografia da autora

Figura 29. Todos os alunos construíram seu próprio tabuleiro.

Fonte: Fotografia da autora

O tabuleiro do jogo Borboleta permite ao professor explorar diversos conceitos matemáticos como ângulos alternos internos e colaterais internos; no caso específico de congruência e ângulos suplementares. Como no tabuleiro existem retas paralelas cortadas por uma transversal, que no caso é a diagonal do retângulo que forma o tabuleiro, o *Teorema*: *Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então seus ângulos alternos internos* *são congruentes*, pode ser explorado com os alunos ao pedir para meçam e comparem as medidas desses ângulos e discutir qual a relação que existe entre esses ângulos e as retas que os formam.

Embora não esteja nos currículos do Ensino Fundamental e Médio, o Teorema da Base Média possível a sua observação no tabuleiro do Borboleta, e sua demonstração trabalhado com alunos que desejam aprofundar os seus conhecimentos na disciplina. Após a apresentação desse teorema, os alunos podem ser incentivados a identificá-lo no tabuleiro e justificar o motivo dessa identificação. O mesmo procedimento pode ser utilizado com os Teoremas de Pitágoras e de Tales.

Esta atividade durou cerca de 40 minutos, alguns alunos fizeram em menos tempo. Como a aula era de 50 minutos, para os alunos que terminaram antes pediram as peças para jogarem. Isto mostra que apreciaram o jogo.

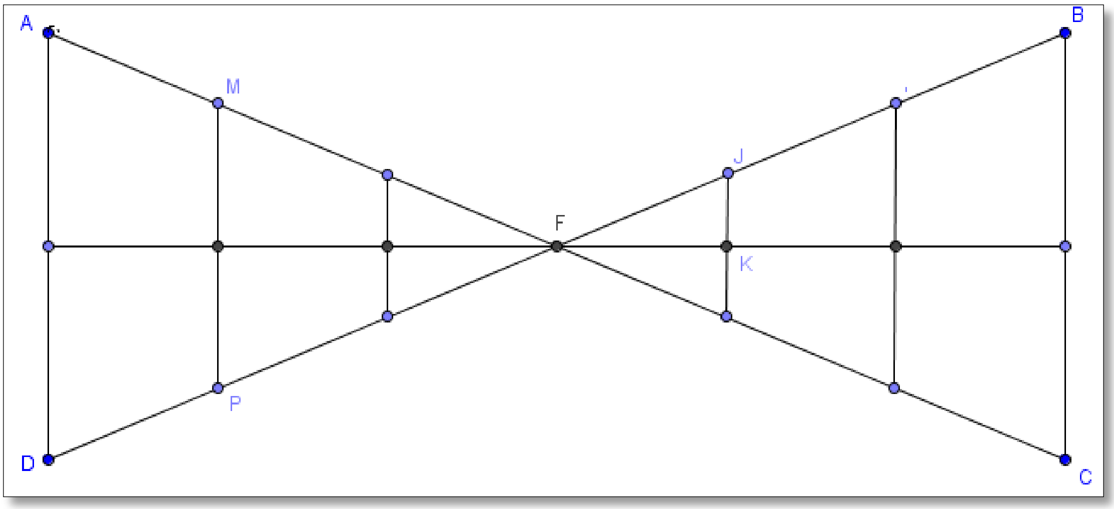
Resultados

Como os alunos confeccionaram seu próprio tabuleiro, nas aulas seguintes foram utilizados para explorar os conceitos geométricos contidos nele.

A primeira atividade consiste em abordar a classificação dos triângulos quando ao lado.

A cada aluno foi entregue uma folha com as instruções dessa atividade. Nela havia um esquema de um tabuleiro (Figura 30) para servir como modelo para o aluno nomear as intersecções do tabuleiro construído por ele. Foi possível explorar a notação Δ utilizada para triângulo e $\overline{AF}$ para indicar a medida de um segmento AF.

Figura 30. Modelo seguido como referência pelos alunos para nomearem o tabuleiro construído por eles



Fonte: Imagem produzida pela autora com o uso do software Geogebra

Para desenvolver essa atividade os alunos precisaram medir os segmentos do seu tabuleiro e a partir dela fazer a relação da classificação dos triângulos quanto ao lado.

A tabela (Figura 31) foi disponibilizada aos alunos para que anotassem as medidas dos lados dos triângulos obtidos com a construção do tabuleiro para análise e desenvolvimento das atividades. Dos 26 alunos presentes apenas 2 recusaram em realizar o procedimento disseram que estavam muito cansados e que não queriam fazer, os demais fizeram corretamente.

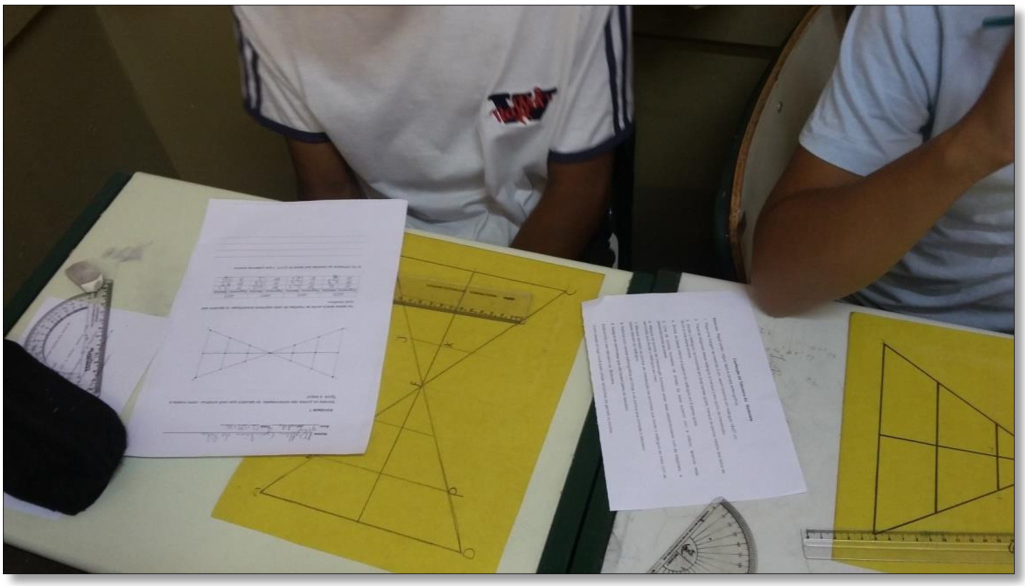
Figura 31. Modelo de tabela utilizada pelos alunos para preenchimento das medidas encontradas.

ΔAFD		ΔBFC		ΔMFP		ΔJFK	
Segmento	Medida	Segmento	Medida	Segmento	Medida	Segmento	Medida
$\overline{AF}$		$\overline{BF}$		$\overline{MF}$		$\overline{JF}$	
$\overline{DF}$		$\overline{CF}$		$\overline{PF}$		$\overline{KF}$	
$\overline{AD}$		$\overline{BC}$		$\overline{MP}$		$\overline{JK}$	

Fonte: Imagem da autora.

De posse dessas medidas o objetivo de propor uma atividade em que o aluno compare os lados de um triângulo quanto ao seu tamanho era de verificar se os alunos compreendiam que havia uma classificação dos triângulos quanto a medida de seus lados e associassem aos três tipos de triângulos existentes: Isósceles, Escaleno e Equilátero.

Figura 32. Cada aluno nomeou o seu tabuleiro de acordo com o modelo fornecido na atividade

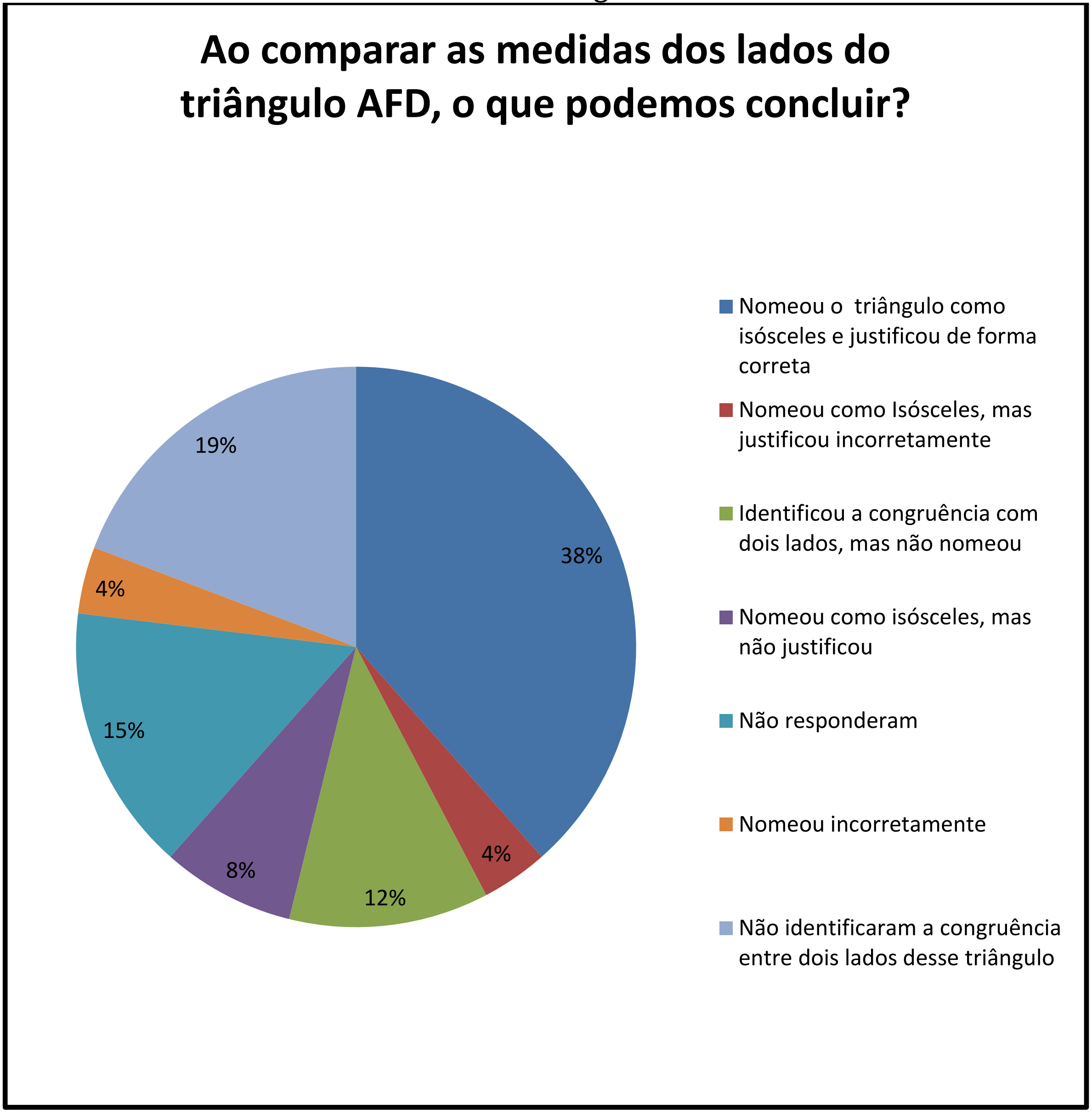


Fonte: Fotografia da autora

Um exemplo de medição feita pelos alunos é a do ΔAFD que possui como medidas $\overline{AF}$ = 16,2cm, $\overline{DF}$ = 16,2 cm e $\overline{AD}$ =18,1 cm. Logo, esperava-se que o aluno concluísse que se tratava de um triângulo isósceles, por ter dois lados iguais. Alguns alunos encontram medidas próximas a estas, com variação de 0,1 a 0,3 cm. Possivelmente pela espessura da caneta utilizada para traçar as linhas do tabuleiro.

Ao encontrarem as medidas os alunos responderam questões relacionadas a elas. Para melhor análise das respostas, foram feitos gráficos de cada questão de acordo com os dados descritos pelos alunos.

Gráfico 1. Resultado da análise feita pelos alunos dos valores encontrados para as medidas de um triângulo isósceles



Fonte: Gráfico produzido pela autora baseado nas informações coletadas durante a pesquisa.

O gráfico 1 apresenta a síntese das respostas coletadas pelos alunos quando a eles foi solicitado a análise das medidas do triângulo isósceles AFD**.**

Embora todos os alunos encontraram a medida corretamente dos lados do triângulo proposto, houve respostas muito diferentes:

- 4% utilizaram a nomenclatura isósceles, mas justificou de forma inadequada.
  Exemplos de resposta: "São de dois lados e é chamado isósceles." ou " Porque tem dois lados iguais (isósceles) e uma das medidas diferente chamada de escaleno."

- 12% identificaram a congruência existente entre dois lados, mas não o nomearam como isósceles.

  Exemplo de resposta: Os lados " AF" e "DF" tem a mesma medida e "AD" não, pois é diferente.
- 8% nomearam como isósceles, mas não justificou.
- 38% classificaram o triângulo como isósceles apresentando justificativa correta;

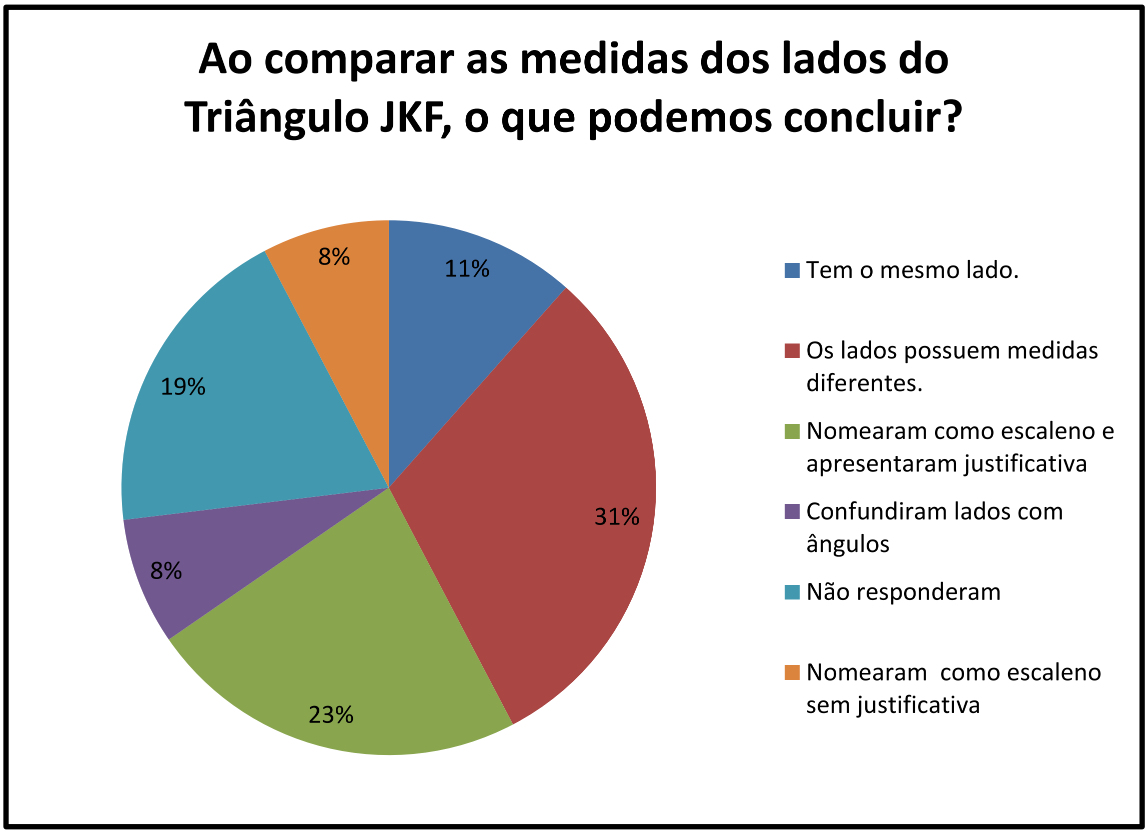
  Exemplo de resposta: "Esse triângulo tem dois lados iguais e um diferente. Seu nome é isósceles."
- 15% não responderam
- 4% nomearam incorretamente. Esses alunos classificaram o triângulo como escaleno.
- 19% não identificaram a congruência entre dois lados do triângulo.

Os dados apontam que 58 % dos alunos identificaram a congruência existente entre os lados $\overline{AF}$ e $\overline{DF}$ ou que se trata de um triângulo isósceles. Desses 38% além de concluírem de forma correta a classificação do triângulo quanto aos lados, apresentaram a justificativa adequada para a nomeação dada.

Foi proposto para os alunos analisarem o ΔJFK de medidas $\overline{JF}$ = 5,0 cm, $\overline{KF}$ = 4,5 cm e $\overline{JK}$ = 3,0 cm. Esperava-se que os alunos concluíssem que por ser um triângulo com todos os lados com medidas diferentes tratava-se de um triângulo escaleno.

Os resultados são apresentados no Gráfico 2.

Gráfico 2. Resultado da análise feita pelos alunos dos valores encontrados para as medidas de um triângulo escaleno



Fonte: Gráfico produzido pela autora baseado nas informações coletadas durante a pesquisa

Quando se trata de um triângulo escaleno, os alunos identificaram melhor a diferença entre os lados, quando comparamos com o triângulo isósceles. 62% dos alunos observaram que os três lados do triângulo *JKF* são diferentes ou concluíram que se trata de um triângulo escaleno. Desses 23% apresentaram a justificativa adequada para a escolha da nomenclatura. E ainda 8% confundiram lado com ângulo ao dar a resposta, exemplo: "o triângulo possui todos os ângulos diferentes". De fato, no triângulo escaleno os ângulos são diferentes, mas os alunos nessa atividade não mediram o ângulo, apenas os lados.

Como são alunos do 9º ano, essa é uma excelente atividade para retomar o conteúdo de classificação dos triângulos quanto aos lados. Esses alunos já trabalharam esse assunto em outros anos. Alguns utilizaram os seus conhecimentos prévios sobre o assunto, mas outros não conseguiram fazer essa relação.

Essa atividade também pode ser utilizada como recurso para introduzir o conteúdo de classificação de triângulos, já que as figuras geométricas contidas no tabuleiro compõem diversos tipos de triângulos, e ainda os alunos estarão analisando algo construído por ele.

Além disso, esse tipo de atividade propicia ao professor realizar um diagnóstico das aprendizagens desses conceitos pelos alunos. No caso do 9º C, os resultados apontam que 42% dos alunos ainda apresentam equívocos quanto à identificação de um triângulo isósceles e 32% quanto ao triângulo escaleno.

O professor poderá planejar as suas aulas levando em consideração as respostas dos alunos, o que lhe dará subsídios para identificar quais procedimentos metodológicos que utilizará para que os alunos avancem na compreensão da classificação de triângulos quanto aos lados.

Ainda sobre essa atividade de classificação de triângulos quanto aos lados, o professor pode utilizá-la para explorar o conteúdo de classificação de triângulos quanto aos ângulos. No caso, as medidas pedidas para serem analisadas serão as dos ângulos. Para isso os alunos utilizaram o transferidor como instrumento de medida, que é muito pouco utilizado na Educação Básica.

Portanto, a estrutura do tabuleiro do jogo Borboleta proporciona diversas possibilidades para explorar as figuras geométricas, teoremas e propriedades que nele estão presentes.

Como o jogo Borboleta era uma novidade para os alunos do 9º ano, era importante verificar se o jogo foi apreciado pelos alunos e as respostas foram quantificadas no Gráfico 3.

Gráfico 3. Apreciação do jogo Borboleta pelos alunos

Fonte: Gráfico produzido pela autora baseado nas informações coletadas durante a pesquisa

Como mostra o Gráfico 3, a maioria dos alunos gostou de jogar Borboleta, muitos associaram ao jogo de Damas (Gráfico 4) muito apreciado por eles, 8% dos alunos justificou que não gostaram do jogo pelo fato de acharem as regras e jogadas muito difíceis.

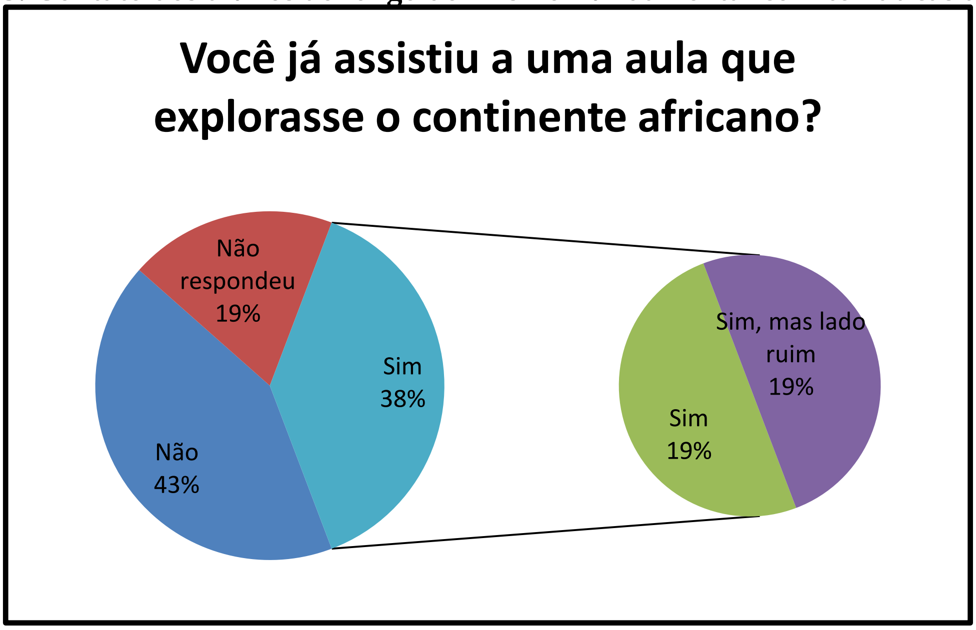
Gráfico 4. Semelhança Borboleta com algum jogo conhecido

Fonte: Gráfico produzido pela autora baseado nas informações coletadas durante a pesquisa.

Na aula anterior, foi apresentada uma aula sobre Moçambique; a expressão de admiração era nítida durante a exposição de paisagens naturais, das atividades econômicas do país; foram ouvidos alguns comentários como: “Não imaginava que países africanos tivessem beleza."

Diante dos comentários dos alunos, pôde-se verificar que a falta de conhecimento sobre o continente africano era abrangente entre os demais alunos. Foi proposta a seguinte questão representada no Gráfico 5 juntamente com o seus dados.

Gráfico 5. Contato dos alunos ao longo do Ensino Fundamental com temáticas africanas



Fonte: Gráfico produzido pela autora baseado nas informações coletadas durante a pesquisa.

Dos 26 alunos presentes, 38% responderam que já assistiram a uma aula que explorasse o continente africano; a metade destes para completarem a resposta mencionou espontaneamente que não foram abordados aspectos positivos, mas sim relacionados à escravidão e à pobreza.

Quando questionado em qual disciplina puderam ter contato com o continente africano, três alunos responderam que foi na disciplina de História e dois responderam que foi na aula de Matemática ocorrida no dia anterior sobre o país Moçambique.

Embora a Lei 10.639/03 já esteja em vigor há treze anos no Brasil, ao estabelecer a inclusão oficial, na rede de Ensino, a temática de Historia e Cultura Afro-brasileira, os dados mostrados acima apontam uma triste realidade de que ela ainda não é exercida de fato dentro da sala de aula.

Esses alunos estão a nove anos matriculados no ensino da educação básica, nesse caso desconsiderando o período em que estiveram na educação infantil. Dos 26 alunos, apenas 10 se lembram que tiveram contato com o continente africano, 2 destes mencionaram a aula do dia anterior proposta pela pesquisadora. Um dado ainda preocupante: metade desses 10 alunos, quando tiveram a oportunidade de terem contato com informações sobre a África, foram destacados apenas os aspectos negativos do continente como mostra as respostas coletadas dos alunos:

"Que falam que lá tem só sofrimento, mas na verdade tem o lado bom também."

"Só coisa negativa na aula de história."

"Em história, mas não falam sobres as coisas boas da África, só pobreza e escravidão."

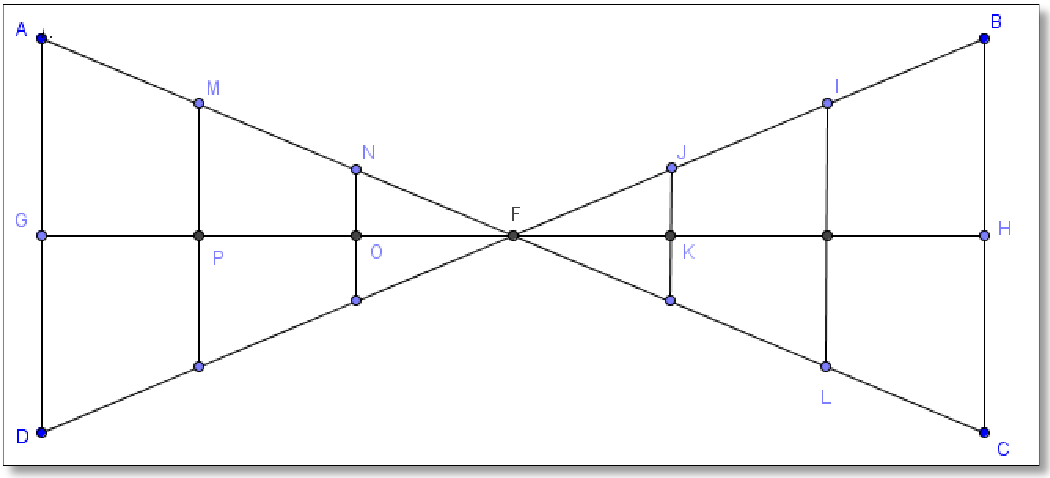
Outro dado que merece atenção é o fato de que 38% dos alunos identificaram o triângulo como isósceles e souberem justificar de forma adequada a nomenclatura utilizada. Logo, o percentual de alunos que se lembraram de terem contato com alguma aula que explorasse o continente americano é o mesmo dos alunos que classificaram o triângulo proposto como isósceles.

Portanto, a educação básica brasileira precisa urgente avançar tanto no ensino mais efetivo e significativo dos conteúdos da disciplina de Matemática, quanto o ensino de cultura e história africana nos estabelecimentos públicos e privados de educação básica.

Na aula do dia seguinte, estavam presentes 24 alunos. Nesta, foi proposta a análise dos lados de triângulos retângulos e acutângulos; a relação entre esses lados e seus ângulos das figuras presentes no tabuleiro construído pelos alunos. Almeja-se que os alunos pudessem identificar a relação do teorema de Pitágoras para os triângulos retângulos e observar que a mesma não é válida para os triângulos acutângulos.

Para isso, novamente pediu-se para que os alunos nomeassem os pontos de intersecção do seu tabuleiro de acordo com a Figura 33 e preencherem a tabela da Figura 34 de acordo com as medidas dos segmentos de seu tabuleiro.

Figura 33. Modelo seguido como referência pelos alunos para nomearem o tabuleiro construído por eles



Fonte: Imagem produzida pela autora no Geogebra

Figura 34. Modelo de tabela utilizada pelos alunos para preenchimento das medidas encontradas.

ΔAFG				ΔJFK			
Segmento	Valores		Valores	Segmento	Valores		Valores
$\overline{AG}$		$\overline{AG}^2$		$\overline{FJ}$		$\overline{FJ}^2$	
$\overline{AF}$		$\overline{AF}^2$		$\overline{FK}$		$\overline{FK}^2$	
$\overline{FG}$		$\overline{FG}^2$		$\overline{JK}$		$\overline{JK}^2$	
		$A\hat{G}F$				$F\hat{K}J$	
		$\overline{FG}^2 + \overline{AG}^2$				$\overline{FK}^2 + \overline{JK}^2$	

Fonte: Imagem da autora

Na tabela representada pela Figura 34, os alunos preencheram os segmentos dos catetos e hipotenusas de dois triângulos retângulos semelhantes presentes em seu tabuleiro, com constante de proporcionalidade igual a $\frac{1}{3}$. Mediram o ângulo solicitado (no caso o ângulo reto) e calcularam os quadrados dos catetos e da hipotenusa.

Durante a atividade, o uso do transferidor pelos alunos chamou a atenção. Alguns alunos tiveram dificuldades em medir o ângulo por não saberem como manusear o instrumento de medida, sendo necessária a intervenção do professor Marcos e da pesquisadora.

Como os dois primeiros triângulos eram retângulos, alguns alunos identificaram o ângulo reto sem o uso do transferidor, outros já lançaram mão do instrumento de medida para isso.

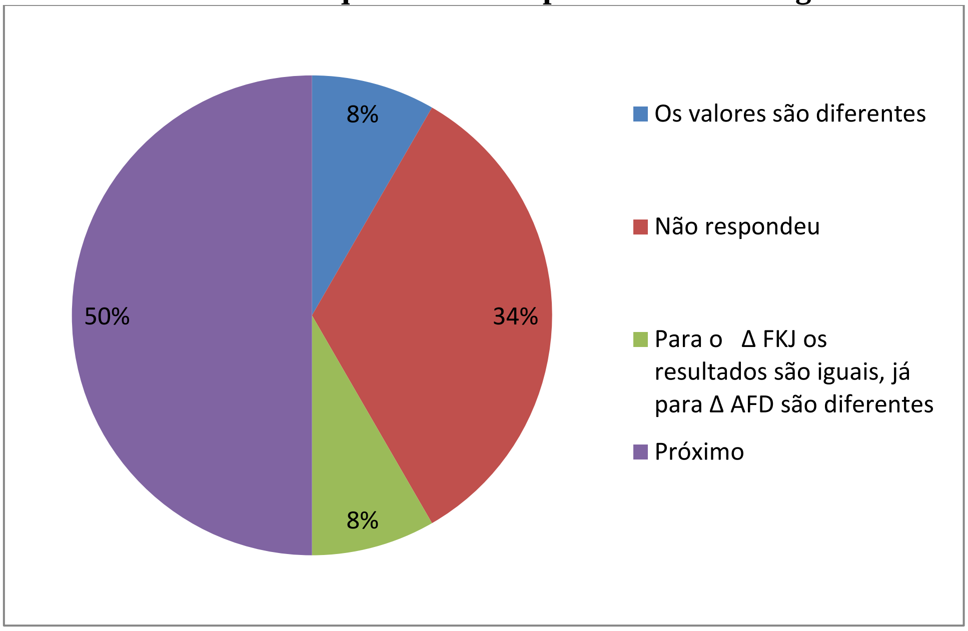
As medidas encontradas pelos alunos apresentaram diferença de 0,2 cm a 0,3 cm de um aluno para outro, principalmente para a medida do cateto menor do triângulo de dimensões maiores. Novamente a provável justificativa para essa diferença deu -se pela espessura das linhas traçadas pelos alunos.

De posse das medidas, aos alunos, foram propostas questões para reflexão sobre o Teorema de Pitágoras contido no tabuleiro que serão apresentadas em forma de gráfico.

A proposta da primeira atividade era para os alunos verificarem se as igualdades $\overline{FG}^2 + \overline{AG}^2 = \overline{AF}^2$, e $\overline{FK}^2 + \overline{JK}^2 = \overline{FJ}^2$ (ver Figura 34) são válidas ao compararem as medidas encontradas em seu tabuleiro e calculadas por eles, ou seja, com essa atividade buscava-se que os alunos comparassem a soma das medidas dos quadrados dos catetos com o quadrado da hipotenusa dos triângulos Δ FKJ e Δ AFD.

Os resultados para esta questão são apresentados no Gráfico 6.

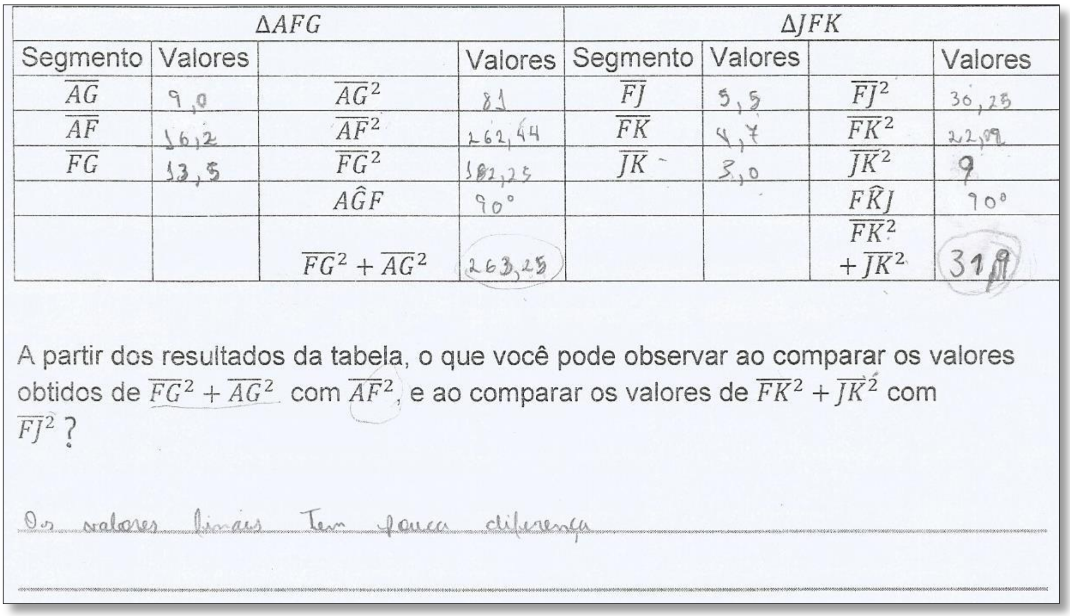
Gráfico 6. Resultado da análise dos alunos ao compararem a soma das medidas dos quadrados dos catetos com o quadrado da hipotenusa dos triângulos Δ FKJ e Δ AFD



Fonte: Gráfico produzido pela autora baseado nas informações coletadas durante a pesquisa.

Como é visto no Gráfico 6 cinquenta por cento dos alunos responderam que os valores são muito próximos. A Figura 35 exemplifica os resultados apresentados por um dos alunos que chegaram a essa conclusão.

Figura 35. Exemplo de resultado apresentado por um aluno ao comparar a soma das medidas dos quadrados dos catetos com o quadrado da hipotenusa dos dois triângulos retângulos presentes no tabuleiro.



ΔAFG				ΔJFK			
Segmento	Valores		Valores	Segmento	Valores		Valores
$\overline{AG}$	9,0	$\overline{AG}^2$	81	$\overline{FJ}$	5,5	$\overline{FJ}^2$	30,25
$\overline{AF}$	16,2	$\overline{AF}^2$	262,44	$\overline{FK}$	4,7	$\overline{FK}^2$	22,09
$\overline{FG}$	13,5	$\overline{FG}^2$	182,25	$\overline{JK}$	3,0	$\overline{JK}^2$	9
		$A\hat{G}F$	90°			$F\hat{K}J$	90°
		$\overline{FG}^2 + \overline{AG}^2$	263,25			$\overline{FK}^2 + \overline{JK}^2$	31,[illegible]

A partir dos resultados da tabela, o que você pode observar ao comparar os valores obtidos de $\overline{FG}^2 + \overline{AG}^2$ com $\overline{AF}^2$, e ao comparar os valores de $\overline{FK}^2 + \overline{JK}^2$ com $\overline{FJ}^2$?

Os valores finais tem pouca diferença

Fonte: Imagem do banco de dados de coleta da pesquisadora.

A segunda questão da Atividade 2 foi solicitar aos alunos que preenchessem a tabela da Figura 36 , não sendo necessário renomear os seus tabuleiros, pois aproveitaram os dados da questão anterior.

Figura 36. Modelo de tabela utilizada pelos alunos para preenchimento das medidas encontradas.

ΔAFD				ΔIFL			
Segmento	Valores		Valores	Segmento	Valores		Valores
$\overline{AF}$		$\overline{AF}^2$		$\overline{IF}$		$\overline{IF}^2$	
$\overline{AD}$		$\overline{AD}^2$		$\overline{IL}$		$\overline{IL}^2$	
$\overline{DF}$		$\overline{DF}^2$		$\overline{FL}$		$\overline{FL}^2$	
		$A\hat{F}D$				$I\hat{F}L$	
		$\overline{AF}^2 + \overline{AD}^2$				$\overline{IL}^2 + \overline{FL}^2$	

Fonte: Tabela produzida pela autora no Excel.

A proposta da segunda atividade era para os alunos verificarem se as igualdades $\overline{AF}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{DF}^2$, e $\overline{IL}^2 + \overline{FL}^2 = \overline{IF}^2$ são válidas ao compararem as medidas encontradas em seu tabuleiro e calculadas por eles, ou seja, com essa atividade buscava-se que os alunos comparassem a soma das medidas dos quadrados de dois lados com o quadrado da medida do terceiro lado de cada um dos triângulos $\Delta AFD\ e\ \Delta IFL$.

Observe-se que tanto na Figura 34 como na Figura 36 foi solicitada aos alunos a medida de um dos ângulos dos triângulos, naquela os alunos identificaram o ângulo reto, e nesta a existência de um ângulo menor que 90º.

Ao compararem as relações solicitadas na questão 2, todos os alunos que realizaram a atividade observaram que os valores encontrados são muito distantes, ou seja, há uma grande diferença de um para o outro. A Figura 37 exemplifica uma dessas respostas.

Figura 37. Exemplo de resposta de aluno ao comparar a relação entre a soma dos quadrados de um triângulo acutângulo.

ΔAFD				ΔIFL			
Segmento	Valores		Valores	Segmento	Valores		Valores
$\overline{AF}$	16,5	$\overline{AF}^2$	272,25	$\overline{IF}$	11	$\overline{IF}^2$	121
$\overline{AD}$	18	$\overline{AD}^2$	324	$\overline{IL}$	12	$\overline{IL}^2$	144
$\overline{DF}$	16,5	$\overline{DF}^2$	272,25	$\overline{FL}$	11	$\overline{FL}^2$	121
		$A\hat{F}D$	70°			$I\hat{F}L$	70°
		$\overline{AF}^2 + \overline{AD}^2$	544,5			$\overline{IL}^2 + \overline{FL}^2$	242

) A partir dos resultados da tabela, o que você pode observar ao comparar os alores obtidos de $\overline{AF}^2 + \overline{AD}^2$ com $\overline{DF}^2$, e ao comparar os valores de $\overline{IL}^2 + \overline{FL}^2$ com $\overline{IF}^2$?

São números muitos diferentes um dos outros

Fonte: Imagem do banco de dados de coleta da pesquisadora

Diante dos dados desta atividade, a pesquisadora questionou os alunos qual seria o motivo pelos quais, quando comparados os valores solicitados, em dois triângulos, são valores muito próximos, mas nos outros dois não, e o que distingue os triângulos da Atividade 1 com os triângulos da Atividade 2.

Várias foram as respostas:

"Os lados dos triângulos da primeira atividade são diferentes, já da segunda dois lados são iguais";

"Um triângulo tem medidas muito pequenas";

"Ambos os triângulos tem formatos iguais da Atividade 1 e os da Atividade 2, com um maior e outro menor".

Esse último tipo de resposta chamou a atenção. A pesquisadora questionou o aluno sobre sua resposta.

Pesquisadora: - Explique para mim o que você quer dizer com triângulos de formatos iguais.

Aluno: - Veja professora, - apontando para a figura e contornando com os dedos os dois triângulos para mostrar que o "formato" é igual- esse é igual a esse, o que muda é o tamanho.

A pesquisadora aproveitou a oportunidade para falar que o formato do triângulo que o aluno se refere é dado pela abertura dos ângulos que o triângulo possui, quando os triângulos possuem ângulos iguais eles são semelhantes pelo caso AA (ângulo - ângulo).

Voltando para a atividade, os alunos identificaram que os ângulos solicitados na atividade 1 são ângulos retos, e na atividade 2 os ângulos são de 70º. Como eles já trabalharam o Teorema de Pitágoras, depois que chegaram a conclusão na atividade 1 de que o triângulo possui um ângulo reto, justificaram a proximidade dos valores, e que a igualdade não é válida para triângulos que não são retângulos.

O interessante que essa atividade proporcionou que os alunos chegassem à conclusão do Teorema de Pitágoras com os seus conhecimentos prévios e com as intervenções feitas pela pesquisadora a partir de um tabuleiro de um jogo africano construído por eles.

5.3 Frações e Porcentagem com uma diversão que veio da África

Os alunos do 5º ano C demonstraram entusiasmo quando foi proposto o trabalho com um jogo em que o vencedor era o sucessor do rei em algumas tribos africanas. Além disso, foi apresentado como um jogo de estratégias e não um jogo de sorte. Entusiasmo explicado por Powel e Temple (2002), para eles, os jogos atraem e motivam naturalmente as crianças, e aqueles que envolvem números ou estratégias estimulam a imaginação e o pensamento matemático delas.

As cartelas de ovos eram guardadas no armário da sala de aula, o que despertou a curiosidade de alguns alunos; queriam saber para que serviam, se usariam nas aulas de artes, qual a finalidade de se juntar tantas caixas de ovos, e como resposta a pesquisadora respondia que fazia parte da aula de artes, matemática e história, e com elas fariam o tabuleiro para o jogo africano *Oware*.

Deve-se considerar o caráter interdisciplinar deste trabalho; os alunos, na semana anterior a aplicação do jogo, estudaram, na aula de História, a vinda dos africanos ao Brasil para trabalharem nos engenhos de cana-de-açúcar e consequentemente a proibição imposta a eles pelos senhores de engenho de praticarem a sua cultura, a sua religião, de falarem a língua e viverem os seus costumes, além da grande contribuição para a formação da população e cultura brasileira.

Além das discussões em sala de aula, a pesquisadora utilizou o vídeo *Quilombos* da TV Escola, que utiliza o teatro de bonecos para narrar as proibições e maus tratos colocados aos africanos que chegaram ao Brasil, a sua resistência a dominação e, consequentemente, a fuga para o Quilombo dos Palmares com a esperança de viverem liberalmente as suas tradições.

No dia seguinte a confecção do tabuleiro, o jogo foi apresentado aos alunos. Nesta aula, a pesquisadora pode falar da origem do jogo, dos diversos tipos de tabuleiros, versões e nomes dado a ele o local da África onde eram jogados, do fato de ser um jogo espalhado pelo mundo inteiro, que a diáspora africana é provavelmente uma das razões pela difusão deste jogo pelo mundo, e que, possivelmente, era o primogênito dos jogos de tabuleiro.

Esse fato proporcionou a pesquisadora apresentar aos alunos a mapa da rota de tráfico negreiro partindo da África para diversos lugares do mundo. Assim, pode-se mostrar para os alunos que a maioria dos negros que vieram para o Brasil era oriundo de Gana, Moçambique, Cabo Verde e Angola.

Como o jogo *Oware* é um jogo tradicional de Gana, a pesquisadora explorou as características econômicas, sociais e naturais deste país e suas relações com o Brasil.

A pesquisadora ressaltou que não é um jogo de sorte, mas sim de estratégia e para que houvesse sucesso nas jogadas, as mesmas deveriam ser calculadas e que por isso era conhecido como " jogo inteligente" e " jogo de raciocínio".

Após momentos de espera para saber do que essa trava esse jogo, após a apresentação a pesquisadora sugeriu aos alunos fazerem o download do aplicativo do jogo no celular para aqueles que pudessem fazê-lo e irem apreciando o jogo, e, para a a sua surpresa, no dia seguinte, um aluno disse que já havia baixado o jogo, mas que não havia conseguido ganhar da máquina, mas que da mãe dele já havia ganhado duas vezes: “Também professora! Ela não sabe jogar direito! Não pensa para passar as sementes. Aí fica fácil.”.

Os alunos ficaram animados com a ideia de pintarem de duas cores diferentes, e mais ainda que eles fariam o seu próprio jogo; duas alunas questionaram: “Professora, podemos levar para a casa? Assim jogaremos com a nossa família.” A pesquisadora afirmou que sim, mas antes seria trabalhado em sala de aula.

A expectativa quanto à maneira de jogar era grande. Como seria possível um jogo tendo como tabuleiro caixas de ovos e sementes?

As crianças tiveram liberdade para escolherem as cores que desejassem. Foram disponibilizadas oito cores diferentes, porém o tabuleiro, obrigatoriamente, deveria conter apenas duas delas. Nesse momento, foi proposto para os alunos determinarem quantas e quais são os agrupamentos possíveis tendo as oito cores disponíveis.

Análise combinatória é um conteúdo que faz parte da grade curricular do ensino fundamental I. Nele não são abordadas as fórmulas que caracterizam cada uma dos principais tipos de agrupamento, mas sim o que caracteriza cada uma delas: levar o aluno a pensar qual resolução cabe a determinado tipo de agrupamento.

A ocasião foi pertinente para relembrar o principio multiplicativo da Análise Combinatória. A seguinte pergunta foi feita aos alunos pela pesquisadora: "De quantas maneiras podemos pintar o tabuleiro com duas cores diferentes?"

O primeiro recurso utilizado por alguns alunos foi construir a árvore de possibilidades e a partir dela utilizarem o princípio multiplicativo da combinatória chegaram a conclusão.

Na semana seguinte, foi entregue uma regra para cada aluno e realizada uma leitura colaborativa, aquele em é feita realizada trecho a trecho pelo professor, em cada um deles faz pausas estratégicas para esclarecimentos ou discussões. A cada item da regra, a pesquisadora explicava o procedimento com a ajuda de um tabuleiro esquematizado na lousa para a melhor compreensão dos alunos.

Depois disso, os alunos pegaram os seus tabuleiros e escolheram a sua dupla para jogar. À eles, foram entregues como peças do jogo sementes de milho.

Neste dia ouve muitos desafios. Embora a leitura das regras feita antes do jogo, haviam muitas dúvidas quanto a validade das jogadas, principalmente quanto a captura. Frequentemente os alunos recorriam à pesquisadora para auxiliar as duplas quanto a isso.

Outro desafio foi a escolha do milho como peças. Essas sementes são muito pequenas e para um tabuleiro feito com caixas de ovos, com a concavidade muito estreita e profunda ficou difícil pegar os grãos depositados. Teve aluno que disse que era necessário uma pinça para tal.

Portanto, a escolha do grão não foi adequada, era necessário o uso de grãos maiores que facilitasse o manuseio deles no tabuleiro.

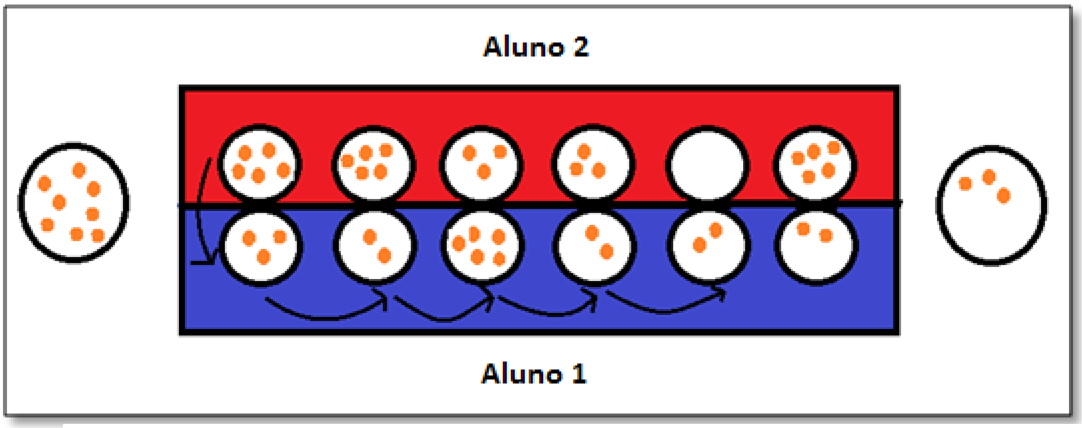
Aparentemente, os alunos gostaram do jogo e pediram para jogar novamente em outra aula.

Os alunos tiveram a outra oportunidade de jogar o *Oware*, desta vez, as sementes escolhidas eram as de grão-de-bico como peças. Por serem maiores que as sementes de milho, foram melhores como escolha de peças.

Ao observar Aluno 1 e Aluno 2 jogando, a pesquisadora constatou a falta de captura de sementes. Como mostra o diálogo abaixo:

Aluno 2 conta as suas peças para saber onde poderão cair.

Figura 38. Jogada executada pelo Aluno 2



Fonte: Imagem produzida pela autora no software Paint

Professora: Você vai pegar né? - voltando-se para o Aluno 2.

Aluno2 afirma positivamente com a cabeça que sim.

Aluno 1: Ele vai?

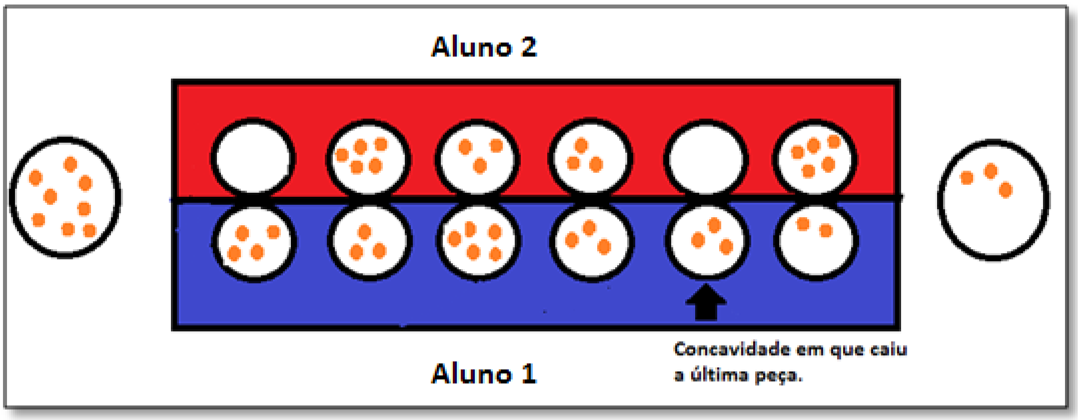
Professora: Ele vai.

Aluno 2 faz a jogada como mostra a Figura 38

Nesse momento o Aluno 2 pega apenas as três sementes da última concavidade, então foi necessária a intervenção da pesquisadora.

A disposição das peças após a jogada de Aluno 2 está representada na Figura 39.

Figura 39. Disposição das peças após a jogada executada pelo Aluno 2



Fonte: Imagem produzida pela autora no software Paint.

Professora: Tem que pegar essas três também. - aponta a jogada para o Aluno 2.

Aluno 2: Pega também?

Professora.: Pega, porque formou 3 peças na sequência.

Aluno 1 protesta.

Professora.: Está vendo - voltando -se para o aluno 1 - Você não conta!

Nesse momento Aluno 2 pega apenas as três sementes da última concavidade.

Para a jogada ter sucesso os jogadores precisam calcular onde a última peça poderá cair, pensando já na captura de sementes do adversário.

Aluno 2 identificou isso como uma estratégia de jogo. Primeiro ele observa onde tem uma ou duas sementes no lado do adversário, depois verifica se em alguma das concavidades de seu lado possuem quantidades suficientes a fim de que a última peça caia em alguma concavidade do adversário para a captura.

Macedo, Petty & Passos (2000) propõe como uma atividade de apresentação das regras do jogo sem descrevê-las verbalmente a partir da observação dos novatos de algumas partidas, desafiando os a descobrir como se joga. A estratégia utilizada pela pesquisadora difere da proposta dos autores, pois leu com os alunos as regras antes de começarem a jogar, porém depois de alguns dias jogando verificou que alguns alunos ainda tinham dúvidas com as regras e por isso utilizou as questões proposta por Macedo, Petty & Passos (2007, p. 73), que para eles, proporcionam saber se as regras foram compreendidas.

São elas:

a) Quantas sementes são colocadas em cada cavidade?

b) Como são distribuídas as sementes pelo tabuleiro?
c) Há um sentindo obrigatório no jogo?
d) Quais casas o jogador pode mexer, na sua vez?
e) Quando passa a vez para o adversário?
f) Quando e como ocorre a captura de sementes?
g) O jogador deposita uma semente ao passar pelo depósito de sementes capturadas do adversário?
i) Como termina a partida?
j) Como é feita a contagem dos pontos?
l) Quem vence?

Com exceção de uma pergunta, todas as outras propostas pelos autores foram discutidas oralmente com os alunos, apenas àquela relacionada ao jogar novamente, não foi realizada, pois os autores abordaram a versão Caravana da família do Mancala, em que a forma de captura e essa regra de jogar novamente não fazem parte da versão *Oware* escolhida para essa pesquisa.

Após a discussão oral das perguntas acima, que foram excelentes para sanar todas as dúvidas quanto a validade das jogadas, iniciamos o campeonato.

Participaram os 33 alunos da sala do 5º C e o campeonato foi dividido em etapas e cada uma delas foi realizada em um dia diferente. As duplas de competidores foram escolhidas por sorteio, os vencedores de cada dupla participavam da próxima fase.

O aluno que perdeu aquela rodada, era designado como juiz das novas duplas formadas. Sua função era verificar se cada procedimento dos jogadores estava de acordo com as regras do jogo e com aquelas estabelecidas pela turma.

Na primeira fase da competição foi permitido que os alunos contassem com o dedo onde a última casa deveria cair, já nas demais fases não. Porém, se o aluno colocasse a mão em uma concavidade para semear obrigatoriamente deveria semeá-la, não era permitido que mudasse de ideia e semeasse outra concavidade.

O campeonato durou cinco dias e as crianças demonstraram grande interesse pelo jogo, analisavam as suas jogadas, lamentavam quando não o faziam de modo mais atento, principalmente, quando por distração, deixavam de capturar peças do adversário ou não impediam quando era possível a captura de suas peças pelo adversário.

As jogadas do 3º dia de competição já eram mais longas se comparadas com as dos dois primeiros dias. Enquanto que no início do campeonato 20 minutos eram suficientes para o encerramento de uma partida, esse tempo chegou a dobrar nas outras. E para manter os demais alunos que foram desclassificados ocupados, além de designar alguns para juízes, os outros poderiam participar de novas partidas do *Oware*, mas sem validade para o campeonato.

A pesquisadora apresentou os vídeos *Oware* game Trevor Simon vs September Christian e *Oware* World Juegos manqala, para os alunos de pessoas jogando *Oware*. No vídeo *Oware* World os jogadores eram muito ágeis em suas jogadas e em alguns momentos era impossível acompanhar o movimento das peças, nele os competidores jogavam aparentemente na rua e estavam cercados por vários expectadores. Embora, a agilidade na execução das jogadas, dois alunos conseguiram identificar onde era possível a captura de peças.

Por mais que o jogo necessite de concentração, os dois jogadores interagiam com as pessoas ao redor, essa observação foi feita por um dos alunos, que ficou espantado com a agilidade e ao mesmo tempo a capacidade de ficar atento às estratégias de jogo e simultaneamente conversar com as pessoas ao seu redor.

Já no jogo *Oware* game Trevor Simon vs September, os alunos davam dicas de colheita para o jogador obter sucesso em suas jogadas, havia tempo hábil para isso durante a apresentação dos dois jogadores.

Portanto, os alunos do 5º ano que participaram da pesquisa envolveram-se com a proposta sugerida com o jogo *Oware*. Puderam ter contato com um jogo de uma outra cultura, apreciaram e desenvolveram habilidades matemáticas que dependendo da situação não seria tão eficaz quanto o uso desse jogo.

Resultados

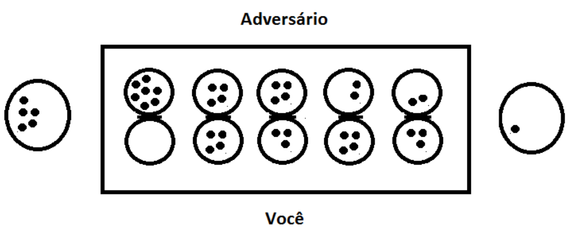
Uma atividade com análise de jogadas do *Oware* foi proposta para trabalhar o conteúdo de fração, fração equivalente e porcentagem.

Para jogarem os alunos utilizaram um tabuleiro com seis concavidades para cada oponente, porém nas atividades as análises das jogadas foram realizadas com tabuleiros com cinco concavidades, pois como o objetivo da proposta era trabalhar o conceito de porcentagem, ou seja, encontrar uma fração com denominador igual a 100 equivalente as jogadas com chances de sucesso pela quantidade de jogadas possíveis, com denominador igual a seis os alunos deveriam multiplicar por um número decimal, operação que ainda não foi introduzida com os alunos no bimestre durante a pesquisa, portanto com cinco concavidades proporcionou aos alunos o trabalho com operações com números naturais.

Essa justificativa foi dada aos alunos, quando foi entregue a atividade, a primeira observação feita por eles foi a quantidade de concavidades do tabuleiro do desenho que não correspondia a quantidade do tabuleiro jogado por eles. E a pesquisadora explicou para eles o motivo da mudança, mas que no bimestre seguinte já teriam conhecimento matemático suficiente para realizarem a atividade com seis concavidades.

A seguinte atividade foi proposta:

Você está jogando *Oware* com um adversário. Suponha que as disposições das pedras está em sua vez de jogar. Em cada situação circule em quais casas você pode colher as sementes para ter sucesso na jogada. Depois registre no retângulo ao lado, quantas são as suas chances de sucesso.



Explique como você encontrou quantidade de chances de jogada.

O Aluno 3 analisou a quantidade de peças em cada um do oásis, local onde se deposita as peças capturadas, e observou que era impossível ter apenas uma única peça no Oásis da direita, justificou que quando ocorre a captura ela é feita com duas ou mais sementes, logo não poderia ter apenas uma semente ali.

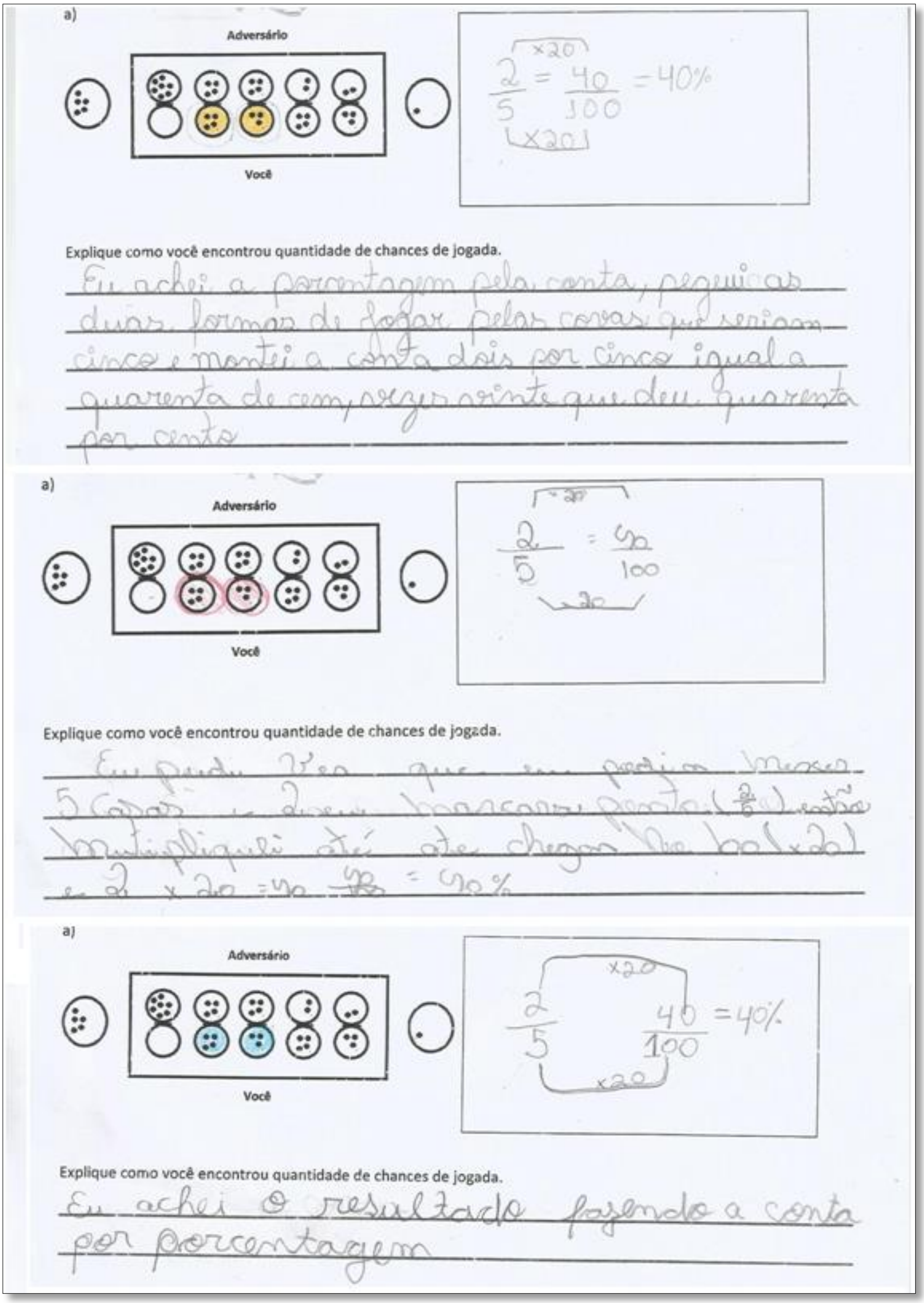
De fato, o Aluno 3 estava correto em sua observação, a pesquisadora não se atentou a esse detalhe e que rapidamente foi observado por ele e mais outros alunos. O que mostra que o jogo foi compreendido.

Nesta atividade, todos os alunos identificaram as duas casas em que o jogador poderia colher e capturar peças de seu adversário. Para encontrar as chances de sucesso na jogada todos utilizaram fração equivalente a outra fração centesimal.

No entanto, o que difere de um aluno para o outro é o modo como explicou o seu raciocínio para chegar ao resultado obtido.

A Figura 40 mostra exemplos de respostas dadas pelos alunos.

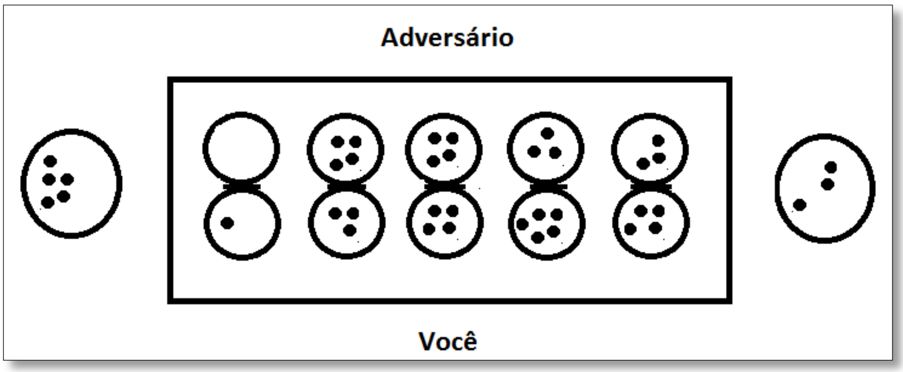
Figura 40. Exemplos de respostas dos alunos para explicarem o raciocínio utilizado para encontrar o resultado.



Fonte: Imagem do banco de dados de coleta da pesquisadora

A proposta da atividade a seguir, disposição das peças no tabuleiro obedece a seguinte configuração apresentada na Figura 41:

Figura 41. Disposição das peças para análise de possível jogada de sucesso pelos alunos.



Fonte: Imagem produzida pela autora com o software Paint

Nela todos os alunos identificaram que não há chances de obter sucesso na jogada, logo 0% de chances de êxito, logo o jogador poderia escolher qualquer concavidade que não conseguiria capturar peças do adversário.

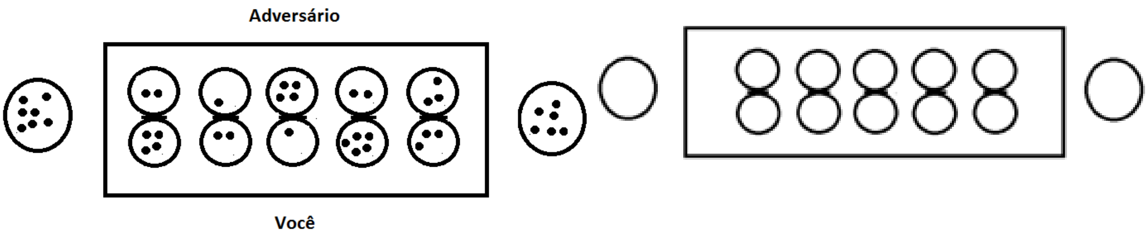
Outras disposições de tabuleiro foram proporcionadas para os alunos para analisarem as jogadas possíveis identificando aquelas em que poderiam capturar as peças do adversário.

Essa atividade foi muito produtiva, pois os alunos compreenderam a relação de frações equivalentes, embora escritas com denominadores e numeradores diferentes representam a mesma quantidade, isto é, como encontrar uma fração equivalente a outra, no caso, com o recurso da multiplicação e que a porcentagem também é uma fração, a qual representa parte de uma centena e que pode ser obtida por meio de outra fração desde que seja equivalente a ela.

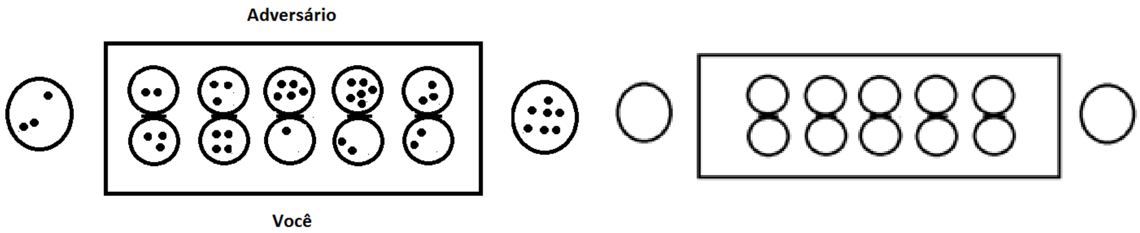
A segunda atividade proposta propõe que o aluno elabore uma jogada para impedir a captura de peças pelo adversário, jogada muito comum observada pela pesquisadora durante a disputa entre os alunos. Além disso, deveriam apresentar a disposição das peças após a jogada escolhida.

Você está jogando *Oware* com um adversário. Suponha que as disposições das pedras está em sua vez de jogar. Circule a casa que você deve colher para impedir que seu adversário capture as suas peças. Registre no tabuleiro ao lado a disposição das peças após a sua jogada.

a)



b)

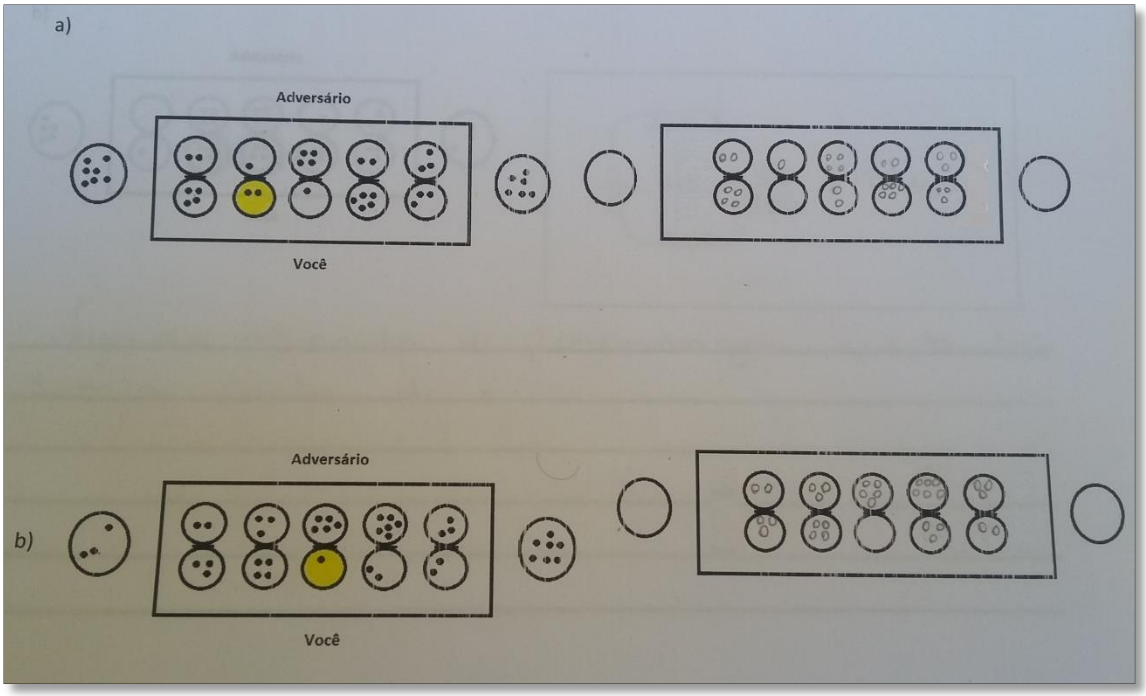


A maioria dos alunos preocupava-se em capturar as peças do adversário, enquanto os jogadores que disputaram as últimas partidas do campeonato, além da captura preocupavam se também com a sua defesa, ou seja, impedir as chances de captura de suas peças pelo seu oponente. O objetivo dessa atividade era para estimular os alunos a analisarem estratégias de defesa, ou seja, antecipar uma possível jogada de seu oponente para a tomada de decisão em sua jogada.

Nos dois itens propostos, o aluno poderia escolher duas casas que neutralizaria a ação de captura do oponente. Como o enunciado solicitava apenas uma única casa, os alunos assim o fizeram, embora alguns assinalaram que havia mais uma opção.

A seguir o registro de um dos alunos para essa atividade.

Figura 42. Após a escolha da concavidade a ser semeada o aluno reproduz a disposição das peças após a jogada.



Fonte: Imagem do banco de dados de coleta da pesquisadora

No item (a) da Figura 42 o aluno escolheu a segunda concavidade, em destaque de amarelo, caso não colhesse as sementes dessa concavidade para semear, o seu oponente capturaria justamente essas sementes. Como estratégia de defesa, o aluno removeu as sementes e na imagem a direita reproduziu a disposição das peças, após a jogada.

A mesma estratégia utilizou para o item (b), verificou as peças do lado do adversário e constatou que haveria captura, escolhendo, então a terceira casa (destaque em amarelo) para semear e impedindo a captura de sua peça. Em seguida reproduziu a disposição das peças após a jogada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No Brasil 50,7% da população declara-se de pele negra e parda, portanto mais da metade da população é afrodescendente. No entanto, o ensino História e Cultura Afro-Brasileira e Africana não esteve presente no currículos escolares da Educação Básica, o que comprova essa omissão é a necessidade de ser sancionada a lei 10.639/03 na qual estabelece a inclusão dessa temática nas instituição de ensino que abrangem esse nível da educação.

Embora essa lei esteja em vigor há treze anos, a presente pesquisa sugere que dentre os 26 alunos participantes dela com nove anos de escolaridade, lembraram que tiveram muito pouco ou quase nenhum contato com questões relacionadas ao continente africano.

Portanto, a temática das relações etnorraciais por intermédio do ensino de história e cultura africana faz se presente, porém de maneira tímida. Felizmente, a disciplina de matemática, de maneira singular ou até interdisciplinarmente, pode contribuir para a difusão dessa cultura que durante muito tempo foi negligenciada nos ambientes escolares.

E o uso dos jogos como recurso didático pode contribuir para uma aprendizagem significativa de conteúdos do currículo da Matemática, consequentemente para melhoria do ensino dessa disciplina. O envolvimento dos alunos durante a execução da proposta foi algo que merece destaque. Esses estudantes foram participantes ativos em todo o processo, desde a apresentação dos jogos, dos países que o jogam até as atividades escritas relacionadas a eles.

A Etnomatemática reconhece e valoriza as atividades matematizantes de outros grupos culturais, não somente os europeus. A presente pesquisa proporcionou a divulgação de uma parte da cultura africana por meio dos jogos Borboleta e *Oware*, ambos provenientes do continente africano e permitiu analisar conceitos matemáticos universais inseridos em cada um deles pelos alunos.

A introdução do legado africano nas atividades escolares, no caso da pesquisa com jogos matemáticos, propicia um leque de possibilidades para o desenvolvimento de competências e habilidades durante a construção dos tabuleiros dos jogos e na análise de suas jogadas. O jogo estimula a imaginação, a cooperação e a antecipação de situações pelo educando.

No 9º ano os alunos estão na última etapa do Ensino Fundamental, logo o jogo Borboleta permite a retomada de conceitos, como explorar figuras geométricas, teoremas e propriedades presentes na estrutura do seu tabuleiro, que foram estudados ao longo de toda essa etapa de ensino. E quando há equívoco por parte do aluno, possibilita a intervenção do professor que o ajudará a refletir sua ideia e a avançar naquele conceito.

A pesquisa desenvolvida com os alunos de duas turmas uma do 5º e outra do 9 º ano procurou associar as questões da etnociência por meio da etnomatemática com as questões culturais dos povos africanos. Trazer dois jogos africanos para a sala de aula propiciou aos alunos o contato com uma visão peculiar sobre Gana e Moçambique, países de origem dos jogos estudados. Principalmente informar que os africanos também produzem atividades matematizantes, ou seja, ciência, percepção tida pelos alunos durante a execução das jogadas e construção dos tabuleiros. Além do aspecto fundamental da abordagem matemática, o resgate e utilização dos jogos africanos *Oware* e Borboleta veio ao encontro com o que sugere a lei 10.639/03 introduzir na Educação Básica uma cultura que muito tem oferecido para constituição da identidade brasileira.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMORIM, Roseane Maria de. **O afrodescendente no currículo das escolas brasileiras: os desafios no passado e no presente**. IX Seminário Nacional de Estudos e Pesquisas " História, Sociedade e Educação no Brasil", 2012. Disponível em < http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer_histedbr/seminario/seminario9/PDFs/3.43.pdf. > Acessado em 19 de jan. de 2016

BORIN, Julia. **Jogos e resolução de problemas: Uma Estratégia para as aulas de matemática.** São Paulo: IME-USP, 1995.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** : matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução n. 1, de 17 de junho de 2004**. Brasília: MEC, 2004. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/res012004.pdf >. Acessado em 10 de maio de 2015.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: Parra, Cecília (Org); Saiz, Irma (Org). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.

CULIN, Stewart. **Mancala, The National Game of Africa.** In the Report of the National Museum, p. 597-611, 1894. Disponível em: < http://www.gamesmuseum.uwaterloo.ca/Archives/Culin/Mancla1894/ >. Acessado em 23 ago. de 2015

CUNHA JÚNIOR, Henrique. **Afroetnomatemática, África e Afrodescendência.** João Pessoa: Rede Mocambos, 2004. Disponível em: < http://ideario.org.br/wp/wp-content/uploads/2013/10/kule2-Henrique-Costa.pdf >. Acesso em: 23 set. 2015

D' AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática- elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica , 2011.

DANYLUK, Ocsana. **Alfabetização matemática : as primeiras manifestações da escrita infantil**. Porto Alegre : Sulina, 2002.

DAVID, Maria Manuela Martins Soares; MOREIRA, Plínio Cavalcanti. **O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica**. Revista Brasileira de Educação, Campinas, v. 28, p. 50-61, 2005. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n28/a05n28.pdf >. Acessado em 07 set. 2009.

FERNANDES e FREITAS, Cláudia de Oliveira. Currículo e Avaliação. In: Beauchamp, Jeanete ; Pagel, Sandra Denise; Nascimento, Aricélia Ribeiro do (orgs). **Indagações sobre currículo.** Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007.

GAMES fron everywhere. Disponível em < http://www.gamesfromeverywhere.com.au/128-gulugufe-mozambique.html >. Acessado em 16 maio 2016

GOMES, Nilma Lino. A questão racial na escola: desafios colocados pela implementação da Lei 10.639/03. In: MOREIRA, Antônio Flávio, CANDAU, Vera Maria (orgs). **Multiculturalismo: Diferenças Culturais e Práticas Pedagógicas**. 2ª ed.Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

GOMES, Nilma Lino**. Um olhar além das fronteiras: educação e relações raciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

GUERRA, Denise. AIÚ: **A herança africana dos jogos de mancala no Brasil**. Revista África e Africanidades -Ano 2 - n. 6, ago. 2009. Disponível em < http://www.africaeafricanidades.com.br/edicao6.html >. Acessado em 23 ago. 2015.

HALMENSCHLAGER, Vera Lucia da Silva**. Etnomatemática: uma experiência educacional**. São Paulo: Summuns, 2001.

LIMA, Elon Lages. et al. **A matemática do ensino médio – volume 2**. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LOUREIRO, Afonso. **Batota no Kiela**: Aerograma. 25 de fev. 2009. Disponível em < http://afonsoloureiro.net/blog/?p=2081 >. Acessado em 08 mai. 2016.

LUDUS, Lila. **Mancala – A origem de todos os jogos?**07 abr. de 2012. Disponível em < https://luduslila.wordpress.com/2012/04/07/mancala-a-origem-de-todos-os-jogos/> . Acessado em 08 ago. 2016.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sícoli; PASSOS, Norimar Christe. **Aprender com Jogos e Situações - Problema**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

MELO, Helena Sousa. **As flores e as borboletas na Matemática**, Correio dos Açores. 3 de julho de 2014. Disponível em: < https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/3558/3/As%20flores%20e%20as%20borboletas%20na%20Matematica.pdf >. Acessado em 05 mai. 2016.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha**. Tópicos de Matemática Elementar: geometria euclidiana plana - volume 2**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

PEREIRA, Rinaldo Pevidor. **O jogo africano mancala e o ensino de matemática em face da lei Nº 10.639/03.** 2011. 154 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza. 2011.

PONTE, João Pedro. Matemática, insucesso e mudança: problemas possível, impossível ou indeterminado. **Aprender**, Porto Alegre, n.6, p. 10-19, nov. 1988.

POWEL, Arthur B.; TEMPLE, Oshn L. Semeando Etnomatemática com OWARE: Sankofa. **Boletim do GEPEM,** n.40, p. 91-106, agosto de 2002.

QUINTAS, Abílio de Bessa Nunes. **A aprendizagem matemática através dos jogos**. Dissertação (Pós-graduação Matemática/ Educação) - Universidade Portucalense Infante D. Henrique. Porto, Portugal. 2009

SANTOS, Carlos Pereira dos ; NETO, João Pedro; SILVA Jorge Nuno. Á**frica - Bao**. 2008. Disponível em < http://jnsilva.ludicum.org/hm2008_9/7africa.pdf >. Acessado em 24 dez. 2015

SILVA, Alessandra Garcia de Andrade. **O professor formador do Curso de Pedagogia: Os saberes que importam para o ensino da Matemática nas séries iniciais.** 2008. 122f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2008.

SILVA, Valéria. **Mancala: o tradicional jogo africano**. Central PE seu espaço cultural, 19 ago. de 2014. Disponível em < http://www.centralpe.com.br/2014/08/mancala-o-tradicional-jogo-africano/ >. Acessado em 10 ago. 2015.

SULINFORMAÇÃO. **Tabuleiros de jogo de Alcoutim e outros 14 bens colocam Algarve na primeira Rota Omíada do mundo**, 29 de mai. 2015. Disponível em < http://www.sulinformacao.pt/2015/05/tabuleiros-de-jogo-de-alcoutim-e-outros-14-bens-colocam-algarve-na-primeira-rota-omiada-do-mundo/> . Acessado em 08 mai. 2016.

NADIG, Hari Prasad. **Flickr,** 13 mar. de 2010. Disponível em < https://www.flickr.com/photos/hpnadig/4452558539/ >. Acessado em 20 de nov de 2016**.**

VERGANI, Teresa. **Educação etnomatemática: o que é?**. Natal: Flecha do Tempo, 2007.

ANEXO 1

Confecção do Tabuleiro do Jogo Borboleta

Materiais: Papel cartão com dimensões de 30 x 24cm.

Régua

Lápis

Caneta esferográfica

1. Faça uma margem de medindo 3 cm, assim teremos um retângulo 24 x 18 cm.

2. Trace as diagonais desse retângulo e marque o seu ponto de intersecção.

3. Divida o retângulo na horizontal em duas partes iguais: marque os pontos médios dos lados de 18 cm e una esses pontos.

4. Divida as bases inferior e superior do retângulo em 6 partes iguais.

5. Una os pontos formados da divisão da base superior com a inferior, teremos retas perpendiculares às bases.

6. Marque os pontos de intersecção formados pelas retas perpendiculares com as diagonais, a semirreta que divide o retângulo ao meio.

7. Marque também os pontos de intersecção da semirreta que divide o retângulo ao meio com as bases laterais do retângulo.

8. Reforce com caneta esferográfica as linhas e os pontos que compõe o tabuleiro

9. Apague as semirretas que não fazem parte do tabuleiro

Está pronto o seu tabuleiro do Borboleta.

Como peças do jogo você pode utilizar tampinhas de garrafa ou botões.