

UNESP  
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

Regiões estáveis para população de partículas e detritos na região externa do  
sistema de Plutão

Daniel Martin Gaslac Gallardo

Guaratinguetá

2016

DANIEL MARTIN GASLAC GALLARDO

**REGIÕES ESTÁVEIS PARA POPULAÇÃO DE PARTÍCULAS E  
DETRITOS NA REGIÃO EXTERNA DO SISTEMA DE PLUTÃO**

Dissertação apresentada à Faculdade de  
Engenharia do Campus de Guaratinguetá,  
Universidade Estadual Paulista, para a  
obtenção do título de Mestre em Física.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Silvia Maria Giuliatti Winter

Co-orientadora: Dr<sup>a</sup>. Pryscilla Maria Pires dos Santos

**Guaratinguetá**

**2016**

G163r Gallardo, Daniel Martin Gaslac  
Regiões estáveis para população de partículas e detritos na região  
externa do sistema de Plutão / Daniel Martin Gaslac Gallardo –  
Guaratinguetá, 2016.  
90 f : il.  
Bibliografia: f. 85-87

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de  
Engenharia de Guaratinguetá, 2016.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Silvia Maria Giuliatti Winter  
Coorientadora: Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Priscilla Maria Pires dos Santos

1. Órbitas 2. Radiação solar 3. Plutão (Planeta) I. Título

CDU 521.3(043)

*DANIEL MARTIN GASLAC GALLARDO*

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
“MESTRE EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

  
Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto  
Coordenador

*BANCA EXAMINADORA:*

  
Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. SILVIA MARIA GIULIATTI WINTER  
Orientadora / UNESP/FEG

  
Prof. Dr. RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA  
UNESP/FEG

  
Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. MARIA HELENA MOREIRA MORAIS  
UNESP/RIO CLARO

*Outubro de 2016*

## DADOS CURRICULARES

**DANIEL MARTIN GASLAC GALLARDO**

NASCIMENTO	09.11.1989 - LIMA/PERU
FILIAÇÃO	Celestino Gaslac Culqui Ysabel Gallardo Suazo
2008/2014	Curso de Graduação Bacharelado em Física Universidade Nacional do Callao - UNAC
2014/2016	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado, Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

Este trabalho contou com o apoio financeiro  
da Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal  
de Nível Superior - **CAPES**

GASLAC, G.D.M. **Regiões estáveis para população de partículas e detritos na região externa do sistema de Plutão:** aplicação 2016, 90 f., Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.

## RESUMO

Os novos dados obtidos do sistema de Plutão, durante sua passagem pelo sistema em julho de 2015, estão sendo enviados pela sonda New Horizons. Plutão possui um conjunto de cinco satélites, Caronte (forma um sistema binário com Plutão), Estige, Nix, Cérberos e Hidra. A recente descoberta desses dois pequenos satélites, Estige e Cérberos, faz com que seja necessário reestudar essa região externa, além da órbita de Caronte. Neste trabalho analisaremos a estabilidade da região externa do sistema Plutão-Caronte para um conjunto de partículas-teste da ordem de centímetros e micrometros sob a influência gravitacional de todos os corpos do sistema de Plutão e da pressão de radiação solar (para partículas de micrometros). Essas partículas estarão inicialmente em órbitas excêntricas e inclinadas; serão assumidos diferentes valores de excentricidade e inclinação. Resultados mostraram que para um conjunto de partículas, originalmente localizadas no plano orbital do sistema de Plutão, 10% colidiram com os corpos maiores e 25% foram ejetadas. Já para o sistema de partículas com órbitas inclinadas ( $I = 96.2^\circ$ ), a maioria dessas partículas são estáveis. Apresentaremos os resultados obtidos para outros valores de inclinação e faremos a comparação com os resultados obtidos para um conjunto de partículas micrométricas da ordem de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$ .

**PALAVRAS-CHAVE:** Órbitas excêntricas e inclinadas, Pressão de Radiação Solar.

GASLAC, G.D.M. **Stable regions for a sample of particles and debris in the outer region of the Pluto system:** aplicacions 2016, 90 f., Dissertation (Master in Physics) - Faculty of Engineering in Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016

## ABSTRACT

The new data from the Pluto system during its passage through the system in July 2015, are being sent by the spacecraft *NewHorizons*. Pluto has a set of five satellites, Charon (forms a binary system with Pluto), Styx, Nix, Kerberos, Hydra. The recent discovery of these two small satellites, Styx and Kerberos, makes it necessary to restudy this outer region beyond the orbit of Charon. In this work we analyze the stability of the outer region Pluto-Charon system for a set of particle-test centimeters order and micron under gravitational influence of all bodies Pluto system and solar radiation pressure (for particle microns). These particles are initially eccentric and inclined orbits; They are assumed different eccentricity values and inclination. Results showed that for a set of particles originally located in orbital plane of Pluto system collided with 10% larger bodies and 25% were ejected. As for the particle system with inclined orbits ( $I = 96.2^\circ$ ), most of these particles are stable. We present the results obtained for other of inclination values and make a comparison with the results obtained for a set of micrometric particles of the order of 1, 5 and  $10\mu m$ .

**KEY WORDS:** Eccentric and Inclined Orbits, Solar Radiation Pressure.



# LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1	Sistema Binário Plutão-Caronte, Plutão à direita e seu satélite Caronte à esquerda (Extraída do arquivo da New Horizons site/NASA). . . . .	18
FIGURA 2.2	Imagem obtida pela Lorri ( câmara digital da sonda New Horizons), onde é possível ver parte da superfície de Plutão com a camada de névoa, estendendo-se a ~150 km acima da superfície de Plutão (Stern et al., 2015). . . . .	19
FIGURA 3.1	Precession do Argumento do Pericentro por um período de 60 anos. . . . .	30
FIGURA 3.2	Semi-eixo maior (Km) em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias. . . . .	31
FIGURA 3.3	Excentricidade em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias. . . . .	31
FIGURA 3.4	Semi-eixo maior (Km) em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias. . . . .	32
FIGURA 3.5	Excentricidade em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias. . . . .	33
FIGURA 3.6	Semi-eixo maior (Km) em função do tempo (dias) de Estige por um período de 100 dias. . . . .	34
FIGURA 3.7	Excentricidade em função do tempo (dias) de Estige por um período de 100 dias. . . . .	34
FIGURA 3.8	Semi-eixo maior (Km) em função do tempo (dias) de Cérberos por um período de 100 dias. . . . .	35
FIGURA 3.9	Excentricidade em função do tempo (dias) de Cérberos por um período de 100 dias. . . . .	36
FIGURA 4.1	Condições iniciais do semi-eixo maior em função da excentricidade para todas as partículas no tempo inicial ( $t=0$ ). Os intervalos escolhidos em semi-eixo maiores inicialmente são de ~1.5d a ~2.5d (30000 km a 50000 km) (vermelho), entre ~2.5d a ~3.5d (50000 km a 70000 km) (verde) e por último de ~3.5d a ~4.5d (70000 km a 90000 km) (azul). . . . .	42

FIGURA 4.2	O semi-eixo maior baricêntrico em função da excentricidade para todas as partículas estáveis: (a) após 10000 dias, (b) após 70000 dias e (c) 6500000 dias. Os satélites Estige, Nix, Cérberos e Hidra são indicados por pontos pretos. Os semi-eixos maiores ressonantes entre partícula-satélite (parte superior e inferior) estão indicados.	43
FIGURA 4.3	O total de partículas em cada região, após de $\sim 10^5 T_C$ .	46
FIGURA 4.4	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ . Os pequenos satélites são indicados por pontos na seguinte ordem Estige, Nix, Cérberos e Hidra.	50
FIGURA 4.5	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da inclinação para os valores de excentricidade 0, 0,05, 0,10, 0,15 e 0,20 após $\sim 10^5 T_C$ .	51
FIGURA 4.6	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ . Os pequenos satélites são indicados por pontos na seguinte ordem Estige, Nix, Cérberos e Hidra.	52
FIGURA 4.7	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ . Os pequenos satélites são indicados por pontos na seguinte ordem Estige, Nix, Cérberos e Hidra.	53
FIGURA 4.8	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ .	53
FIGURA 4.9	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ .	54
FIGURA 4.10	Resultados para $P + 30^\circ$ .	55
FIGURA 4.11	Resultados para $P + 50^\circ$ .	56
FIGURA 4.12	Resultados para $P + 70^\circ$ .	56
FIGURA 4.13	Resultados para $P + 90^\circ$ .	57
FIGURA 4.14	Resumo dos resultados para o intervalo da inclinação de $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$ .	58
FIGURA 4.15	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ . Os pequenos satélites são indicados por pontos na seguinte ordem Estige, Nix, Cérberos e Hidra.	60
FIGURA 4.16	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ .	60
FIGURA 4.17	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ .	61
FIGURA 4.18	Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após $\sim 10^5 T_C$ .	61
FIGURA 4.19	Resultados para $P + 120^\circ$ .	63
FIGURA 4.20	Resultados para $P + 150^\circ$ .	63

FIGURA 4.21	Resultados para $P + 160^\circ$ . . . . .	64
FIGURA 4.22	Resultados para $P + 180^\circ$ . . . . .	64
FIGURA 4.23	Resumo dos resultados para o intervalo da inclinação de $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$ . . . . .	65
FIGURA 5.1	Sistema de referência planetocêntrico apresentado em Mignard (1984) (imagem à esquerda) e o sistema de coordenadas $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c})$ centrados no planeta $P$ (imagem à direita) (Burns et al., 1979) . . . . .	68
FIGURA 5.2	Grade $a \times e$ para partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ após $10^5$ períodos orbitais de Caronte, para $I=96.2^\circ$ . . . . .	71
FIGURA 5.3	Decaimento do numero de partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ integradas numericamente até $\sim 10^5$ períodos orbitais de Caronte devido à ejeção destas partículas com inclinação igual a $96,2^\circ$ . . . . .	72
FIGURA 5.4	Resultado para partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ após $\sim 10^5$ períodos orbitais de Caronte. . . . .	73
FIGURA 5.5	Decaimento do numero de partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ integradas numericamente até $10^5$ períodos orbitais de Caronte devido à ejeção destas. . . . .	75
FIGURA 5.6	Resultado para as partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ integradas numericamente até $\sim 10^5$ períodos orbitais de Caronte devido à ejeção, colisão e estabilidades destas. . . . .	76
FIGURA 5.7	Partículas de $10\mu\text{m}$ após $\sim 10^5$ períodos orbitais de Caronte, $I = P + 90^\circ$ . . . . .	77
FIGURA 5.8	Decaimento do numero de partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ integradas numericamente até $10^5$ períodos orbitais de Caronte devido à ejeção destas. . . . .	78
FIGURA 5.9	Resultado para as partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ após $\sim 10^5$ períodos orbitais de Caronte. . . . .	79
FIGURA 5.10	Decaimento do numero de partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ integradas numericamente até $10^5$ períodos orbitais de Caronte devido à ejeção destas. . . . .	80
FIGURA 5.11	Resultado para as partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ após $\sim 10^5$ períodos orbitais de Caronte. . . . .	81
FIGURA 5.12	Resumo dos resultado para as partículas de 1, 5 e $10\mu\text{m}$ , para todas as inclinações avaliadas após $\sim 10^5$ períodos orbitais de Caronte. . . . .	82
FIGURA A.1	A órbita de um corpo (Extraída do Murray e Dermott (1999)). . . . .	90

# LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	Massas, densidades e diâmetros de Plutão e seus satélites. Extraídos de Tholen et al. (2008) . . . . .	20
TABELA 2.2	Elementos Orbitais Keplerianos extraídos de Tholen et al. (2008). Época JD 2452600,5 (J2000). . . . .	21
TABELA 2.3	Constante $GM$ , raio e densidade dos corpos do Sistema de Plutão. Dados extraídos de Brozović et al. (2015) . . . . .	22
TABELA 2.4	A média dos elementos orbitais integrados para um tempo de 200 anos foram extraídos do Brozović et al. (2015), para a época de 2451544.5 JD, o plano de referência do conjunto das órbitas estão em relação ao plano de Caronte. . . . .	23
TABELA 3.1	As componentes da posição $(x, y, z)$ e velocidade $(v_x, v_y, v_z)$ dos satélites no referencial baricêntrico serão as condições iniciais. Esses dados estão em relação ao ICRF (Sistema de referência celestial internacional). Esses valores foram extraídos de Brozović et al. (2015). . . . .	26
TABELA 3.2	Parâmetros dos corpos estudados. Valores extraídos de Brozović et al. (2015).	29
TABELA 3.3	Comparação dos resultados das inclinações com respeito ao sistema de referência (SR) e o plano orbital (PO) após utilizar a equação (3.14) em comparação ao valor apresentado em Brozović et al. (2015) (PO*). . . . .	38
TABELA 4.1	Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos para o tempo final de integração de $\sim 10^5 T_c$ . . . . .	45
TABELA 4.2	Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos para o tempo final de integração de $\sim 10^5 T_c$ anos. . . . .	45

# CONTEÚDO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>17</b>
2.1	Plutão e seus satélites . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Simulações Numéricas</b>	<b>24</b>
3.1	Integrador Numérico . . . . .	24
3.2	Sistema de 6-corpos: Plutão, Caronte, Estige, Nix, Cérberos e Hidra . . . . .	25
3.3	Evolução Orbital . . . . .	29
3.3.1	Caronte . . . . .	30
3.3.2	Nix . . . . .	30
3.3.3	Hidra . . . . .	31
3.3.4	Estige . . . . .	33
3.3.5	Cérberos . . . . .	34
3.4	Satélites de Plutão no plano orbital . . . . .	37
3.4.1	Resultados . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Estudo da região externa do sistema de Plutão</b>	<b>39</b>
4.1	Introdução . . . . .	39
4.2	Estudo Teórico . . . . .	40
4.2.1	Caos . . . . .	40
4.3	Resultados . . . . .	41
4.3.1	Conjunto de partículas teste com diferentes inclinações . . . . .	49
4.3.2	Resultados . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Efeitos da Pressão de Radiação Solar</b>	<b>66</b>
5.1	Introdução . . . . .	66
5.2	Pressão de Radiação Solar para o caso planetocêntrico . . . . .	67
5.3	Condições Iniciais para o Sistema de Plutão . . . . .	70
5.3.1	Análise dos Resultados . . . . .	71

<b>6</b>	<b>Discussão Geral</b>	<b>83</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>84</b>
<b>A</b>	<b>Problema de Dois Corpos</b>	<b>88</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Após a descoberta de Plutão, atualmente classificado como um planeta anão, em 1930 por Clyde Tombaugh, foi descoberto seu primeiro satélite chamado Caronte. Esse satélite foi descoberto por Christy e Harrington em 1978. Plutão e seu satélite Caronte formam um sistema binário (Stern, 1992), orbitando ao redor do centro de massa localizado fora de Plutão.

Através do Telescópio Espacial Hubble foi possível obter melhores imagens do sistema binário Plutão-Caronte. Weaver et al. (2006) descobriram dois novos satélites através do Telescópio Espacial em maio de 2005, denominados Nix e Hidra. Esses dois pequenos satélites orbitam ao redor do baricentro do sistema binário Plutão-Caronte.

O sistema de Plutão faz parte do Cinturão de Kuiper, sendo Plutão o corpo com maior diâmetro (Dos Santos, 2010). Para estudar essa nova classe de objeto (objetos trans-netunianos), em 19 de janeiro de 2006, foi lançada a missão New Horizons com objetivo de aproximar-se de Plutão e extrair a maior quantidade de informação do sistema. Após essa passagem, a sonda irá obter informações de outro objeto do Cinturão de Kuiper.

Através de novas observações do sistema de Plutão em 2011 e 2012, com o Telescópio Espacial Hubble, Showalter et al. (2011, 2012) descobriram dois novos satélites, Cérberos e Estige. Esses dois pequenos satélites também orbitam ao redor do centro de massa do sistema binário (Brozović et al., 2015).

É importante ressaltar que a descoberta desses satélites Nix, Hidra, Cérberos e Estige no sistema de Plutão, reforça a importância de se ter mais informação das órbitas das regiões estáveis que existem além de Caronte. Dos Santos et al. (2011) estudaram a estabilidade da região externa (além da órbita de Caronte) para um conjunto de partículas sob os efeitos gravitacionais de Plutão, Caronte, Nix e Hidra. Os efeitos de Nix e Hidra diminuem a região estável externa devido a suas perturbações gravitacionais (Dos Santos et al., 2011). Algumas aglomerações de partículas poderiam sobreviver após  $10^5$  períodos orbitais do binário, em regiões coorbitais a Nix e Hidra, e entre suas órbitas (Dos Santos et al., 2011). Eles também identificaram que alguns satélites hipotéticos pode-

riam ser coorbitais a Nix e Hidra sem provocar nenhum efeito gravitacional significativo sobre eles.

Entretanto, é necessário incluir na análise da região externa do sistema de Plutão a evolução orbital de partículas de poeira, sob os efeitos da pressão de radiação solar. Thiessenhusen et al. (2002) sugeriram a existência de uma nuvem de poeira tênue no sistema binário; estimando uma profundidade ótica dessa nuvem  $\sim 3 \times 10^{-11}$ . Poppe e Horányi (2011) incluíam a Nix e Hidra a ejeção de materiais de suas superfícies e os efeitos da pressão solar. Estes estimaram uma profundidade ótica do anel de poeira da ordem de  $10^{-7}$  para grãos com raios entre 0,1 e  $100\mu\text{m}$ .

Dos Santos et al. (2013) também estudaram a evolução orbital de pequenas partículas ejetadas das superfícies dos satélites de Plutão (Nix e Hidra), sob os efeitos gravitacionais de Plutão, Caronte, Nix e Hidra e da influência da pressão de radiação solar. A taxa de produção de partículas de poeira (de tamanho  $\mu\text{m}$ ) foi analisada numericamente para determinar o tempo de vida do material ejetado. Essas partículas ejetadas formam um anel de  $\sim 16000$  km. Dos Santos et al. (2013) estimaram que 30% do conjunto inicial de partículas ejetadas em um ano são de  $1\mu\text{m}$ . As partículas sobreviventes geram um anel com uma profundidade ótica igual a  $4 \times 10^{-11}$ , que se estende entre as órbitas de Nix e Hidra.

Por outro lado, Porter e Stern (2015) estudaram as regiões estáveis incluindo os novos satélites descobertos (Cérberos e Estige), que se encontram entre Caronte e Hidra. Porter e Stern (2015) apresentam distribuições de  $10^5$  possíveis órbitas de baixas inclinações, e 10% das simulações foram utilizadas com os menores resíduos astrométricos obtendo assim órbitas mais prováveis para satélites adicionais de baixa inclinação.

O objetivo deste trabalho é estudar a evolução orbital de um conjunto de partículas da ordem de  $cm$  e  $\mu\text{m}$  na região externa do sistema de Plutão, onde estão os satélites pequenos (Nix, Hidra, Cérberos e Estige), para diferentes valores de inclinação das partículas.

No capítulo 2 apresentamos uma revisão bibliográfica sobre Plutão, Caronte, Nix, Hidra, Estige e Cérberos.

No capítulo 3 apresentamos uma descrição do integrador numérico utilizado para realizar as simulações numéricas. Os resultados das simulações numéricas para o sistema formado por 6-corpos serão apresentados no capítulo 4.

Nesse capítulo são apresentados os resultados obtidos com a inserção de conjuntos de partículas com inclinação  $I = P = 96.2^\circ$ , e nos intervalos de  $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$  e  $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$ , localizadas na região externa do sistema Plutão-Caronte.

No capítulo 5 é apresentado os resultados obtidos ao incluir o conjunto de partículas com inclinação no plano da órbita,  $P+30^\circ$ ,  $P+90^\circ$  e  $P+120^\circ$ , localizadas na região externa do sistema Plutão-Caronte sob efeito da Pressão de Radiação Solar.

No capítulo 6 é apresentada uma discussão geral.



# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

### 2.1 Plutão e seus satélites

Plutão, assim como Eris, Makemake e Haumea (que pertencem ao Cinturão de Kuiper) e Ceres (que pertence ao Cinturão Principal de Asteróides), foram classificados pela União Astronômica Internacional (IAU) como planetas anões. A IAU classificou como planeta-anão os objetos que apresentam os seguintes critérios: o objeto deve estar orbitando o Sol, ser suficientemente grande para estar em equilíbrio hidrostático (que seja quase esférico); e por último, que o objeto de pequena massa não seja capaz de dominar gravitacionalmente sua região, permitindo a formação ou estabilidade de outros corpos que poderiam orbitar ao redor do mesmo. Plutão (e os outros planetas-anões referidos) cumpre os três critérios estabelecidos pela IAU. Atualmente os satélites de Plutão são: Caronte, Nix e Hydra descobertos por Weaver et al. (2006), e Cérberos e Estige descobertos por Showalter et al. (2011, 2012).

O sistema binário Plutão-Caronte pertence ao Cinturão de Kuiper, localizado além da órbita de Netuno aproximadamente 50 Unidades Astronômicas ( $UA=1,495978707 \times 10^{11}$  metros) do Sol. Atualmente o Cinturão de Kuiper conta com 1700 objetos já descobertos, e com  $\sim 10^5$  objetos com diâmetros maiores de  $\sim 100$  km (Benecchi et al., 2015).

Os elementos orbitais estimados para Plutão são: o semi eixo maior ( $a$ ) é igual a 39,482 UA (Murray e Dermott, 1999), excentricidade ( $e$ ) é igual a 0,2488, e a inclinação ( $i$ ) é igual a  $17,16^\circ$  e por último seu período orbital é igual a 248 anos, Época JD 2452600,5 (J2000). Plutão tem valores maiores na excentricidade ( $e$ ) e na inclinação ( $i$ ) que qualquer um dos planetas do Sistema Solar. Como Plutão apresenta uma alta excentricidade isso faz com ele cruze a órbita de Netuno e esteja em torno de 29,658 UA no periélio e de 47,7 UA no afélio. Sendo maior a aproximação de Plutão ao Sol no periélio em comparação a Netuno.

As características de Plutão também são importantes como suas geologia e atmosfera, como se observa nas figuras (2.1 e 2.2), onde Plutão está à direita da imagem apresentada na figura 2.1.

Resultados preliminares da atmosfera de Plutão indicam que a pressão da superfície é de  $\sim 10\mu\text{bar}$  (Stern et al., 2015). Além disso, as imagens obtidas com a câmera da sonda New Horizons, revelam uma camada de névoa que envolve Plutão, estendendo-se a  $\sim 150$  km acima da superfície (figura 2.2).

Por outro lado, Malhotra (1995) sugere que as propriedades orbitais que apresentam Plutão, poderiam ser consequência natural da formação inicial do Sistema Solar. Plutão é capturado na ressonância de movimento médio com Netuno através da órbita expandida de Netuno; devido a troca de momento angular entre os planetas gigantes e detritos que foram espalhados (Malhotra, 1995).

Caronte tem um raio de  $606 \pm 3$  km e uma densidade de  $170 \pm 21 \text{ gm}^{-3}$  (Stern et al., 2015). A relação das massas entre Caronte e Plutão é aproximadamente 0,12175 (Brozović et al., 2015). O centro de massa do sistema binário Plutão-Caronte localiza-se fora de Plutão. O período de Caronte é idêntico ao período de rotação de Plutão cujo valor fornecido por Tholen et al. (2008) e Brozović et al. (2015) é igual a 6,3872 dias.

Figura 2.1: Sistema Binário Plutão-Caronte, Plutão à direita e seu satélite Caronte à esquerda (Extraída do arquivo da New Horizons site/NASA).



Fonte:(NASA,2015).

Os valores apresentados por Weaver et al. (2006) para Nix e Hidra são:  $a = 49400 \pm 600$  km e  $P = 38,2 \pm 0,8$  dias, onde  $P$  é o período orbital ao redor de centro de massa do sistema; e  $a = 64700 \pm 850$  km e  $P = 38,2 \pm 0,8$  dias, respectivamente. Esses pequenos satélites se movem ao redor do plano orbital de Caronte.

Weaver et al. (2006) sugerem que os satélites Nix e Hidra possam estar em ressonância de movimento médio 6:1 e 4:1, respectivamente, com Caronte, e que Nix e Hidra estão em ressonância 3:2. Os diâmetros dos satélites são  $\sim 40 \pm 2$  km para Nix e para Hidra é  $\sim 41,1 \pm 1$  km (Stern et al., 2015).

Figura 2.2: Imagem obtida pela Lorri ( câmara digital da sonda New Horizons), onde é possível ver parte da superfície de Plutão com a camada de névoa, estendendo-se a  $\sim 150$  km acima da superfície de Plutão (Stern et al., 2015).



Fonte:(Stern et al.,2015).

Estige e Cérberos apresentam semi-eixos maiores ( $a$ ) de  $\sim 42000$  km e  $\sim 57900$  km, (Showalter et al., 2012; Buie et al., 2013; Brozović et al., 2015), respectivamente, assim como os períodos orbitais ( $P$ ) são  $\sim 20,1$  dias e  $\sim 32,2$  dias, respectivamente (Brozović et al., 2015).

Cérberos e Estige têm órbitas quase circulares e se movem ao redor no plano orbital de Caronte (Brozović et al., 2015). Quando Cérberos foi descoberto, Buie et al. (2013) sugeriram que os três satélites do sistema binário (Nix, Hidra e Cérberos) poderiam ter as seguintes razões de período expressas: Hidra:Caronte=  $5.98094 \pm 0.00001$ , Cérberos:Caronte=  $5.0392 \pm 0.0003$ , e Nix:Charon=  $3.89135 \pm 0.00001$ . Estige não foi incluído, provavelmente porque ainda não se conhecia os parâmetros desse novo satélite. Porém, Brozović et al. (2015) sugeriram que todos os satélites de Plutão se encontram em ressonância de movimento médio da forma 1:2:3:4:5 com respeito ao período orbital do sistema binário Plutão-Caronte.

Tholen et al. (2008) analisaram a evolução orbital de Caronte, Nix e Hidra. Como os satélites do sistema de Plutão estão fortemente ligados, ele ignorou as perturbações gravitacionais do Sol. O objetivo de Tholen et al. (2008) foi determinar a massa de cada membro do sistema de Plutão. O valor obtido para a relação de massa do sistema binário Plutão-Caronte foi  $0,1166 \pm 0,0069$ , similar ao obtido preliminarmente por Buie et al. (2006), mas difere de  $\sim 5,15 \times 10^{-3}$  com respeito ao valor apresentado por Brozović et al. (2015).

Tholen et al. (2008) verificaram que as excentricidades para Caronte, Nix e Hidra são diferentes de zero, e que os satélites de Plutão (Caronte, Nix e Hidra) não são coplanares com respeito ao referencial

baricêntrico. Tholen et al. (2008) não verificaram a existência de ressonância de movimento médio entre os satélites Nix, Hidra e Caronte. Nas tabelas (2.1) e (2.2) são apresentados os parâmetros físicos do sistema de Plutão, e os elementos orbitais  $a, e, I, \Omega, \omega, L, P$  (semi eixo maior, excentricidade, longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro, longitude média da época e período, respectivamente) dos satélites. Como os satélites Estige e Cérberos só foram descobertos mais tarde, seus valores não foram incluídos nas tabelas (2.1) e (2.2).

Tabela 2.1: Massas, densidades e diâmetros de Plutão e seus satélites. Extraídos de Tholen et al. (2008)

Satélites	Massa (kg)	Densidade (gm cm <sup>-3</sup> )	Diâmetro (km)
Plutão	$1,304 \times 10^{22}$	2,06	[2,294]
Caronte	$1,520 \times 10^{21}$	1,63	1.212
Estige	-	-	-
Nix	$5,8 \times 10^{17}$	[1,63]	88
Cerberos	-	-	-
Hidra	$3,2 \times 10^{17}$	[1,63]	72
Total	$1,456 \times 10^{17}$	2,01	-

Fonte:(THOLEN,2008).

Tabela 2.2: Elementos Orbitais Keplerianos extraídos de Tholen et al. (2008). Época JD 2452600,5 (J2000).

Satélites	$a(km)$	$e$	$I(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	L	P(dias)
Caronte <sup>a</sup>	19 570.3	0,0035	96,168	223,054	157,9	257,960	6,3872
Estige	-	-	-	-	-	-	-
Nix <sup>b</sup>	49 240	0,0119	96,190	223,202	244,3	122,7	25,49
Cerberos	-	-	-	-	-	-	-
Hidra <sup>b</sup>	65 210	0,0078	96,362	223,077	45,4	322,4	38,85

Fonte:(THOLEN,2008).

Notas

Medidos em relação ao referencial plutocêntrico<sup>a</sup>

Medidos em relação ao referencial baricêntrico<sup>b</sup>

Giuliatti Winter et al. (2010) apresentaram um conjunto de diagramas  $(a - e)$ , através do estudo do problema circular restrito de três corpos, para partículas teste inicialmente em órbitas do tipo-S ao redor de Plutão. Holman e Wiegert (1999) e Cuntz (2013) classificaram a órbita que um terceiro corpo pode ter em um sistema binário seguindo a nomenclatura de Dvorak (1986): órbitas do tipo-P, Tipo-S e órbitas próximas aos pontos Lagrangianos triangulares  $L_4$  e  $L_5$ . Os corpos em órbitas do tipo-P giram ao redor do centro de massa do sistema e os corpos em órbitas do tipo-S são aquelas que orbitam ao redor de uma das componentes do sistema binário. Neste trabalho foram identificadas novas regiões estáveis para valores de  $0 < e < 0,99$ . Através das superfícies de Seção de Poincaré pode se verificar que essas regiões estáveis eram formadas por partículas em órbitas periódicas e quase-periódicas.

Dos Santos et al. (2011) apresentaram diagramas de  $(a - e)$  para partículas em órbitas prógradas e retrógradas, do tipo-P, sob os efeitos gravitacionais de Plutão, Caronte, Nix e Hidra. O objetivo foi analisar a região externa do sistema, além da órbita do satélite Caronte. Foram realizadas simulações numéricas utilizando o pacote Mercury (Chambers, 1999), integrador Bulirsch-Stöer (Stöer e Bulirsch, 1980). As condições iniciais adotadas foram: a distância entre Plutão-Caronte foi assumida  $d = 19570.3$  km, e as densidades para os satélites do sistema de Plutão foram assumidas  $1,63 \text{ g cm}^{-3}$ . Os elementos orbitais para Caronte, Nix e Hidra são derivados de Tholen et al. (2008) (tabela 2.2).

Os resultados encontrados por Dos Santos et al. (2011) mostram as colisões entres as partículas-teste inseridas em órbitas prógradas e retrógradas, com Plutão, Caronte, Nix e Hidra. A percentagem das colisões e ejeções no sistema de Plutão, após de  $10^5 T_{P-C}$  (períodos orbitais do binário), foi um total de 29% das partículas com órbitas prógradas e as partículas ejetadas  $\sim 32\%$ ; 24% das partículas em órbitas retrógradas colidem com os objetos dos sistemas e 5% são ejetadas. A

descoberta de mais dois satélites, Estige e Cérberos (Showalter et al., 2011, 2012), faz com que seja necessário analisar novamente essa região externa do sistema de Plutão.

Brozović et al. (2015) analisaram o sistema completo até o momento, Plutão, Caronte, Estige, Nix, Cérberos e Hidra, utilizando os dados astrométricos de diferentes fontes e utilizando modelos prévios para ajustar melhor os dados apresentados por Tholen et al. (2008) e Beauvalet et al. (2013). O modelo proposto por Brozović et al. (2015) ajusta as condições iniciais dos parâmetros físicos de Nix, Hidra (Beauvalet et al., 2013), Cérberos e Styx, através de novas observações desses satélites. O objetivo desse trabalho foi determinar o valor das massas de cada um dos membros do sistema de Plutão e obter a média dos elementos orbitais. O valor obtido para a relação de massa do sistema binário Plutão-Caronte foi 0,12175 que difere em  $\sim 5,15 \times 10^{-3}$  de Tholen et al. (2008) e Buie et al. (2006). No trabalho de Brozović et al. (2015) foi verificado que as excentricidade são aproximadamente iguais a zero e que os satélites de Plutão (Caronte, Nix, Hidra, Estige e Cérberos) não são coplanares com respeito ao referencial baricêntrico.

Além disso, Brozović et al. (2015) não identificou a existência de ressonância de movimento médio entre os satélites Caronte, Nix, Hidra e os novos satélites Estige e Cérberos. Nas tabelas 2.3 e 2.4 são apresentados os dados físicos do sistema de Plutão, e os elementos orbitais  $a, e, I, \Omega, \omega, L, P$  dos satélites.

Tabela 2.3: Constante  $GM$ , raio e densidade dos corpos do Sistema de Plutão. Dados extraídos de Brozović et al. (2015)

Objetos	$GM(\text{km}^3\text{s}^{-2})$	R(km)	Densidade( $\text{g cm}^{-3}$ )
Plutão	$869.6 \pm 1.8$	1169 - 1193	$1.89 \pm 0.06$
Caronte	$105.88 \pm 1.0$	$603.6 \pm 1.4$	$1.72 \pm 0.02$
Estige	$0.0000 \pm 0.0010$	4 - 14	-
Nix	$0.0030 \pm 0.0027$	23 - 70	$<1.68$
Cérberos	$0.0011 \pm 0.0006$	7 - 22	-
Hidra	$0.0032 \pm 0.0028$	29 - 86	0.88

Fonte:(BROZOVÍC,2015).

Porter e Stern (2015) pesquisaram as possíveis regiões estáveis incluindo os novos satélites Estige e Cérberos, entre as órbitas de Caronte e Hidra. As condições iniciais de Porter e Stern (2015) são adotadas aleatoriamente com a magnitude do vetor posição cujo intervalo é de 20 000 km (externo à órbita de Caronte) e 100 000 km (além da órbita de Hidra). Foi também gerado aleatoriamente a velocidade orbital no intervalo de 0 a 1,5 vezes a velocidade circular. Seus resultados mostram que as regiões estáveis estão localizados no interior da órbita de Estige e entre as órbitas de Nix e Kerberos. Além disso, Porter e Stern (2015) incluíram restrições para a massa dos novos satélites descobertos,

Tabela 2.4: A média dos elementos orbitais integrados para um tempo de 200 anos foram extraídos do Brozović et al. (2015), para a época de 2451544.5 JD, o plano de referência do conjunto das órbitas estão em relação ao plano de Caronte.

Elementos	Caronte <sup>a</sup>	Estige <sup>b</sup>	Nix <sup>b</sup>	Cérberos <sup>b</sup>	Hidra <sup>b</sup>
a (km)	19 596	42 413	48 690	57 750	64 721
e	0.00005	0.00001	0.00000	0.00000	0.00554
$\varpi(^{\circ})$	189.9	17.8	-	-	258.0
$\lambda(^{\circ})$	276.0	180.5	85.0	261.9	228.4
$i(^{\circ})$	0.0	0.0	0.0	0.4	0.3
$\Omega(^{\circ})$	-	-	-	313.3	122.7
$P(\text{dias})$	6.38872	20.1617	24.8548	32.1679	38.2021

Fonte:(BROZOVÍČ,2015).

Notas

Medidos em relação ao referencial plutocêntrico<sup>a</sup>

Medidos em relação ao referencial baricêntrico<sup>b</sup>

obtendo os seguintes resultados para os valores de  $GM$ : Styx=  $(0,10 \pm 0,02) \times 10^{-3} km^3 s^{-2}$ ; Nix=  $(2,43 \pm 0,03) \times 10^{-3} km^3 s^{-2}$ ; Cérberos=  $(1,02 \pm 0,05) \times 10^{-3} km^3 s^{-2}$  e Hidra=  $(3,69 \pm 0,04) \times 10^{-3} km^3 s^{-2}$ .

No próximo capítulo iremos apresentar uma descrição do integrador numérico utilizado e a evolução orbital dos satélites de Plutão.

# Capítulo 3

## Simulações Numéricas

### 3.1 Integrador Numérico

As simulações numéricas do sistema de Plutão foram desenvolvidas utilizando o pacote computacional Mercury (Chambers, 1999), que permite simular um conjunto de n-corpos, que orbitam ao redor de um corpo central.

O integrador numérico, escrito em linguagem **FORTRAN**, oferece os seguintes algoritmos de integração: o integrador simplético de variáveis mistas (MSV) (Wisdom e Holman, 1991; Wisdom et al., 1996), o integrador Bulirsch-Stöer (Stöer e Bulirsch, 1980), o integrador RADAU (RA15) (Everhart, 1985) e o integrador Hybrid symplectic/Bulirsch-Stöer. O integrador utilizado para analisar o sistema de Plutão foi o **Bulirsch-Stöer**.

O pacote Mercury consiste de vários drives e subrotinas, junto com um número de arquivos de entrada, os quais são alterados pelo usuário para descrever o sistema que se deseja analisar. Esses arquivos são:

- a) big.in: Esse arquivo contém todos os dados iniciais relacionados aos corpos massivos, exceto do corpo central. Um corpo massivo é definido como um corpo que perturba todos os outros objetos durante a integração.
- b) small.in: Esse arquivo contém todos os dados iniciais relacionados aos corpos pequenos. Um corpo pequeno é definido como aquele que interage com os corpos massivos durante a integração, não perturbam uns aos outros e nem os corpos massivos. Por exemplo, pode-se inserir no arquivo de entrada small.in partículas-teste onde suas condições iniciais sejam selecionadas aleatoriamente.
- c) param.in: Este arquivo contém os parâmetros que controlam a integração numérica. Pode-se escolher, por exemplo, o algoritmo de integração, tempo inicial e tempo final, intervalo de saída dos dados, parar a integração após um encontro próximo, colisões com os corpos massivos, escolha do valor da distância de ejeção, inclusão dos coeficientes gravitacionais ( $J_2$ ,  $J_4$  ou  $J_6$ ) e



a opção de incluir o raio do corpo central.

- d) `element.in`: Esse arquivo informa de que maneira devem ser gerados os dados de saída em relação a um sistema centrado no corpo central, no baricentro, ou em elementos Jacobianos. Também pode-se escolher o formato dos dados de saída (em elementos orbitais ou coordenadas de posição e velocidade).
- e) `mercury.in`: este arquivo contém constantes e parâmetros gerais utilizados por subrotinas do pacote Mercury.

As alterações por nós realizadas foram no valor de  $K^2$  (quadrado da constante gravitacional gaussiana) e a unidade astronômica (UA) como sendo a distância de Caronte a Plutão UA=19596 km. A massa de Plutão foi considerada neste arquivo de entrada e foi extraída de Brozović et al. (2015).

## 3.2 Sistema de 6-corpos: Plutão, Caronte, Estige, Nix, Cérberos e Hidra

Para dar início ao primeiro conjunto de simulações numéricas, que é a fase de aprendizagem em como utilizar o pacote Mercury, devemos utilizar os dados apresentados na tabela 3.1. Porém, para utilizar o conjunto de dados da posição e velocidade apresentadas na tabela, o primeiro passo é transladar as coordenadas com referencial baricêntrico, para coordenadas com referencial plutocêntrico, já que o pacote Mercury realiza as simulações numéricas com o sistema de referência no corpo central.

Simularemos numericamente um sistema de 6-corpos: Plutão (corpo central), Caronte, Estige, Nix, Cérberos e Hidra, com a finalidade de reproduzir os resultados de Brozović et al. (2015). Para o cálculo dos elementos orbitais de Caronte e dos outros satélites, primeiro devemos obter as posições e velocidade no referencial plutocêntrico. Dos Santos (2010) verificou que no pacote Mercury a rotina para simular no referencial baricêntrico apresenta problemas no cálculo das velocidades. Utilizamos o programa feito em Fortran 90 que faz a translação das coordenadas de posição e velocidade do referencial baricêntrico para o referencial plutocêntrico. Logo, os dados em relação ao corpo central são inseridos no arquivo de entrada correspondente, e damos início à simulação numérica utilizando o pacote Mercury. Os elementos orbitais obtidos para Caronte em Brozović et al. (2015) são fornecidos em relação a um referencial planetocêntrico, e os elementos orbitais de Estige, Nix, Cérberos e Hidra em relação ao referencial baricêntrico (ver tabela 2.4).

Tabela 3.1: As componentes da posição  $(x, y, z)$  e velocidade  $(v_x, v_y, v_z)$  dos satélites no referencial baricêntrico serão as condições iniciais. Esses dados estão em relação ao ICRF (Sistema de referência celestial internacional). Esses valores foram extraídos de Brozović et al. (2015).

Satélites	Posição (Km)	Velocidade (Km/s)
<b>Caronte</b>	1297.17438478526	0.1453959508510873
	3752.60226174718	0.1297771902069882
	17011.90583845352	-0.0397230039699411
<b>Estige</b>	-30572.84277725838	0.0232883188913688
	-26535.81343448966	0.0427977975396927
	12311.29089587663	0.1464990283534413
<b>Nix</b>	9024.34878023784	0.1004334400015913
	15210.73701650077	0.0865524814427462
	45591.75735722126	-0.0479498746416020
<b>Cérberos</b>	23564.20702505210	0.0792537025667567
	28380.03995076242	0.0630220099842493
	44578.02582182780	-0.0817084451068904
<b>Hidra</b>	-431.3261132442733	-0.0374001037580065
	-43628.45759453865	-0.0184905610710285
	-20506.54193573317	0.1157937282701088

Fonte:(BROZOVÍČ,2015).

Portanto, temos que utilizar outro programa que fará a translação das coordenadas de posição e velocidade para os elementos orbitais (agora em relação ao baricentro), possíveis de serem comparados com os dados apresentados no artigo de Brozović et al. (2015).

A translação das coordenadas da posição e velocidade no referencial baricêntrico para plutocêntrico é feito utilizando as equações (3.1) - (3.4), as quais descrevem a transformação das coordenadas.

Calculamos as componentes da posição e da velocidade do baricentro  $(x'_\alpha, \dot{x}'_\alpha)$  no referencial planetocêntrico  $(x_\alpha, \dot{x}_\alpha)$  mediante a equação (3.1) e a equação (3.2):

$$x_\alpha = x'_\alpha + x_{cm} \quad (3.1)$$

$$\dot{x}_\alpha = \dot{x}'_\alpha + \dot{x}_{cm} \quad (3.2)$$

onde  $\alpha$  é trocado pelo índice dos satélites Caronte, Estige, Nix, Cérberos e Hidra (c, s, n, k e h, respectivamente). Porém, devemos calcular a posição e velocidade do centro de massa utilizando as componentes da posição e velocidade dos satélites apresentados na tabela 3.1. Para obter essas equações substituímos as equações (3.1) e (3.2) nas equações (3.3) e (3.4), respectivamente, onde é possível obter as equações do centro de massa:

$$x_{cm} = \frac{(m_c x_c + m_n x_n + m_h x_h + m_s x_s + m_k x_k)}{(m_p + m_c + m_n + m_h + m_s + m_k)} \quad (3.3)$$

$$\dot{x}_{cm} = \frac{(m_c \dot{x}_c + m_n \dot{x}_n + m_h \dot{x}_h + m_s \dot{x}_s + m_k \dot{x}_k)}{(m_p + m_c + m_n + m_h + m_s + m_k)} \quad (3.4)$$

Obtemos a posição e velocidade do centro de massa em relação à baricentro do binário Plutão-Caronte:

$$x_{cm} = \frac{(m_c x'_c + m_n x'_n + m_h x'_h + m_s x'_s + m_k x'_k)}{m_p} \quad (3.5)$$

$$\dot{x}_{cm} = \frac{(m_c \dot{x}'_c + m_n \dot{x}'_n + m_h \dot{x}'_h + m_s \dot{x}'_s + m_k \dot{x}'_k)}{m_p} \quad (3.6)$$

análogo para  $y_{cm}$  e  $z_{cm}$ ,  $\dot{y}_{cm}$  e  $\dot{z}_{cm}$ , em que  $x_{cm}$ ,  $y_{cm}$  e  $z_{cm}$  são as componentes da posição e  $\dot{x}_{cm}$ ,  $\dot{y}_{cm}$  e  $\dot{z}_{cm}$  são as componentes da velocidade em relação ao baricentro,  $m$  é a massa, os índices  $p, c, s, n, k$  e  $h$  referem-se a Plutão, Caronte, Nix, Hidra, Estige, Cérberos, respectivamente.

Para obter os valores correspondentes a Plutão devemos substituir as equações 3.5 e 3.6 nas equações 3.1 e 3.2, respectivamente, que são referentes à transformação de coordenadas do sistema baricêntrico ao plutocêntrico. As equações são dadas da forma:

$$x = x' + x_{cm} \quad (3.7)$$

análogo para  $y'$  e  $z'$ .

$$\dot{x} = \dot{x}' + \dot{x}_{cm} \quad (3.8)$$

analogamente para  $\dot{y}$ ,  $\dot{z}$ , em que  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as componentes de posição em relação a Plutão, e  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\dot{z}$  são as componentes da velocidade em relação a Plutão.

Após a translação, devemos inserir esses dados no arquivo de entrada do Mercury, para dar início à simulação numérica em relação ao corpo central.

Após a simulação numérica devemos transladar as coordenadas uma vez mais, mediante a translação das coordenadas da posição e velocidade centradas no corpo central ao referencial baricêntrico. Para fazer essa translação devemos utilizar as seguintes equações (3.3), (3.4), (3.9) e (3.10).

A posição e velocidade do centro de massa em relação à Plutão:

$$x_{cm} = \frac{(m_c x_c + m_n x_n + m_h x_h + m_s x_s + m_k x_k)}{(m_p + m_c + m_n + m_h + m_s + m_k)}$$

$$\dot{x}_{cm} = \frac{(m_c \dot{x}_c + m_n \dot{x}_n + m_h \dot{x}_h + m_s \dot{x}_s + m_k \dot{x}_k)}{(m_p + m_c + m_n + m_h + m_s + m_k)}$$

análogo para  $y_{cm}$  e  $z_{cm}$ ,  $\dot{y}_{cm}$  e  $\dot{z}_{cm}$ , em que  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as componentes da posição e  $\dot{x}_{cm}$ ,  $\dot{y}_{cm}$  e  $\dot{z}_{cm}$  são as componentes da velocidade em relação a Plutão,  $m$  é a massa.

$$x' = x - x_{cm} \tag{3.9}$$

análogo para  $y'$  e  $z'$ .

$$\dot{x}' = \dot{x} - \dot{x}_{cm} \tag{3.10}$$

análogo para  $\dot{y}'$  e  $\dot{z}'$ , em que  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  são as componentes da posição em relação ao baricentro, e  $\dot{x}'$ ,  $\dot{y}'$  e  $\dot{z}'$  são as componentes da velocidade em relação ao baricentro.

Depois da translação transformamos as coordenadas de posição e velocidade em relação ao baricentro para elementos orbitais. No Anexo A faremos uma breve revisão do problema de dois corpos, seguindo o texto de Murray e Dermott (1999).

### 3.3 Evolução Orbital

Nesta etapa inicial do trabalho temos como objetivo gerar os gráficos do semi-eixo maior e excentricidade em função do tempo ( $a \times t$  e  $e \times t$ ) dos satélites de Plutão com a finalidade de reproduzir a evolução orbital desses elementos orbitais e comparar com os resultados apresentados por Brozović et al. (2015, tabela 9). Para isso realizamos as simulações numéricas descritas a seguir.

As coordenadas de posição e velocidade de Caronte, Nix, Hidra, Estige e Cérberos foram extraídas da tabela 3.1. O valor assumido para a constante gravitacional foi  $G = 6.67428 \times 10^{-11} kg^{-1}s^{-2}$  (Tholen et al., 2008). Os valores referentes as massas e raios de cada satélite são apresentados na tabela 3.2, valores extraídos de Brozović et al. (2015).

O sistema de 6 corpos foi numericamente integrado em relação à um referencial inercial fixo em Plutão, após da translação das coordenadas baricêntricas da tabela 3.1, por um tempo de 100 dias.

Tabela 3.2: Parâmetros dos corpos estudados. Valores extraídos de Brozović et al. (2015).

Unidade	Plutão	Caronte	Estige	Nix	Cérberos	Hidra
$GM(km^3s^{-2})$	$869.6 \pm 1.8$	$105.88 \pm 1.0$	0.0010	$0.0030 \pm 0.0027$	$0.0011 \pm 0.0006$	$0.0032 \pm 0.0028$
$\rho(cm^3s^{-2})$	$189 \pm 0.06$	$1.72 \pm 0.02$	-	< 1.68	-	< 0.88
Raio(km)	1169-1193	$603.6 \pm 1.4$	4-14	23-70	7-22	29-86

Fonte:(BROZOVÍČ,2015)

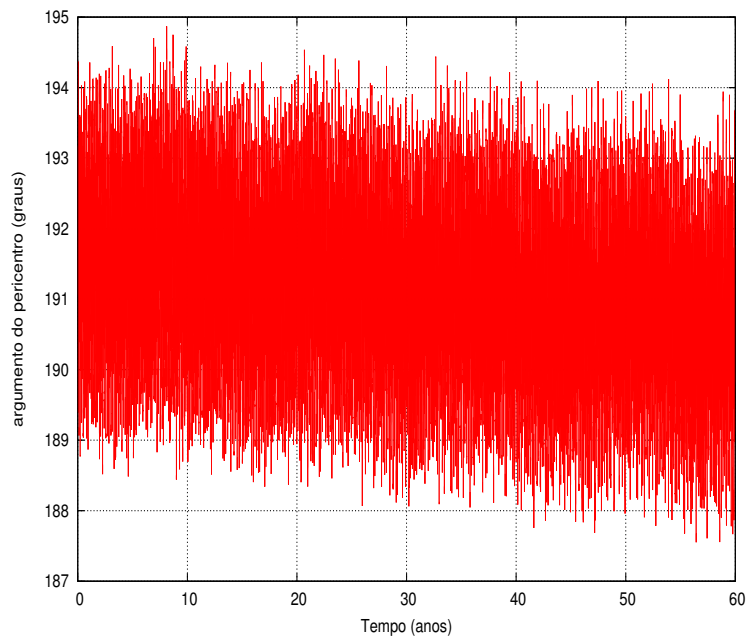
Após dar início às simulações numéricas no referencial fixo em Plutão, apresentamos nossos primeiros resultados dos satélites de Plutão em relação ao referencial baricentrico. Os quais estão em 3.31, 3.32, 3.33, 3.34 e 3.35.

### 3.3.1 Caronte

Nossos primeiros resultados que são para o semi-eixo maior  $a$  é igual a 19596 km, para a excentricidade  $e=0,0000455$ , a longitude do nodo ascendente ( $\Omega$ )  $223,0271^\circ$ , o argumento do pericentro ( $\omega$ ) encontrado  $191,54853^\circ$ . A inclinação da orbita está em relação ao plano do equador de Caronte  $96,23350^\circ$ , o período calculado 6,3872 dias.

Realizamos a simulação numérica por um período de tempo maior, 60 anos, vemos que o comportamento do argumento do pericentro ( $\omega$ ) (figura 3.1) de Caronte precessiona no intervalo  $[188.76^\circ : 194.37^\circ]$ .

Figura 3.1: Precession do Argumento do Pericentro por um período de 60 anos.



### 3.3.2 Nix

Os elementos orbitais obtidos em relação ao referencial baricêntrico são: semi-eixo maior  $a$  é 48729,52343 km, excentricidade é  $e=0.0064096$  e a inclinação  $96,21661^\circ$ .

Após a simulação numérica por um período 100 dias, obtivemos valores em  $a$  (semi-eixo maior) no intervalo de  $[48671,34375 : 49757,29687]$  km, figura 3.2. No caso da excentricidade,  $e$  assume valores no intervalo  $[0,0012045 : 0,0251530]$ , figura 3.3. A inclinação assume valores no intervalo de  $[96,21063^\circ : 96,22318^\circ]$ . O período do satélite assume valores no intervalo  $[25,0015 : 25,8429]$  dias.

Figura 3.2: Semi-eixo maior (Km) em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias.

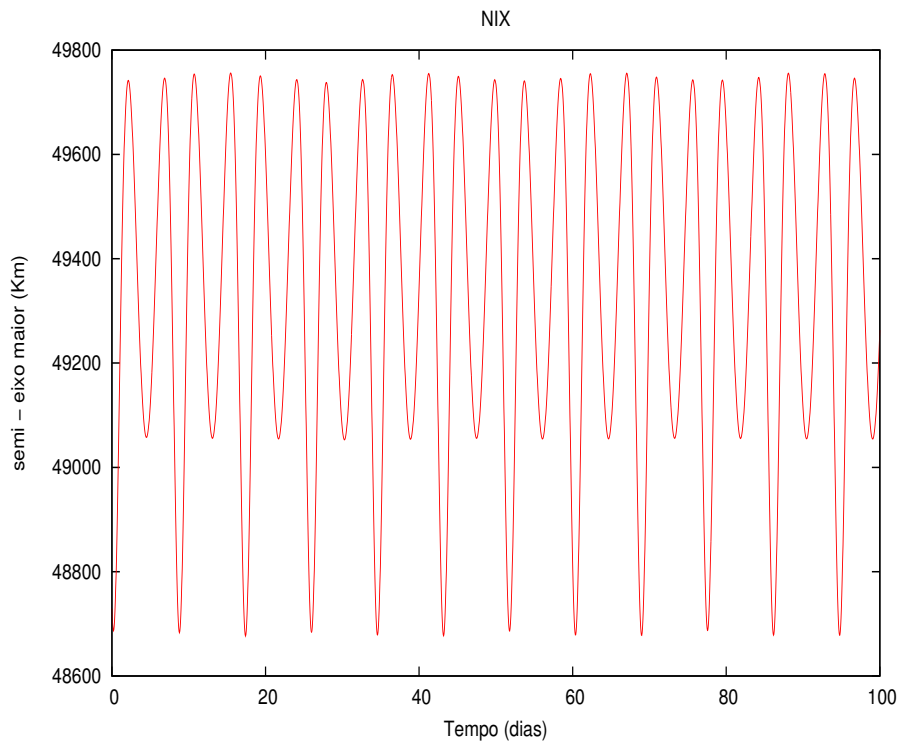
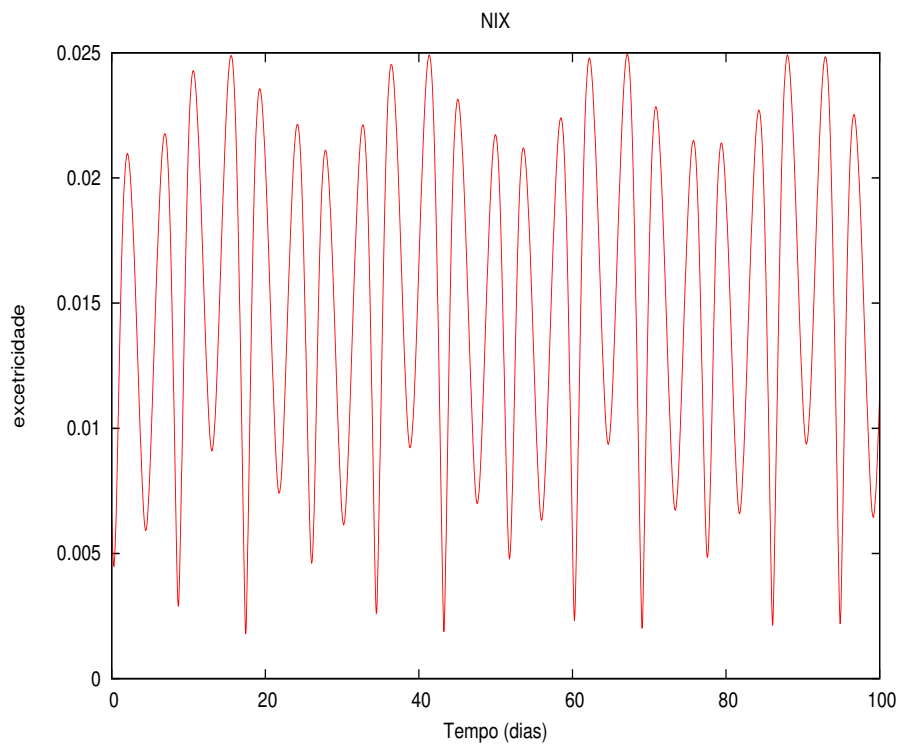


Figura 3.3: Excentricidade em função do tempo (dias) de Nix por um período de 100 dias.



### 3.3.3 Hidra

No caso de Hidra, os elementos orbitais obtidos em relação ao baricentro obtidos foram:  $a = 65251,79297$  km,  $e = 0.0093627$ ,  $i = 95,97527^\circ$ .

Após a simulação numérica por um período 100 dias, o  $a$  (semi-eixo maior) varia de [64930,03906 : 65371,83593] km, figura 3.4. No caso da excentricidade ( $e$ ) os valores do intervalo [0,00001955 : 0,01567244], figura 3.5. A inclinação assume valores no intervalo de [95,97506° : 96,11996°]. O período do satélite assume valores dentro do intervalo [38,52347 : 38,91829] dias. Esse valor difere de Tholen et al. (2008) em  $\sim 0,5674$  dias com respeito à média do intervalo apresentado.

Figura 3.4: Semi-eixo maior (Km) em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias.

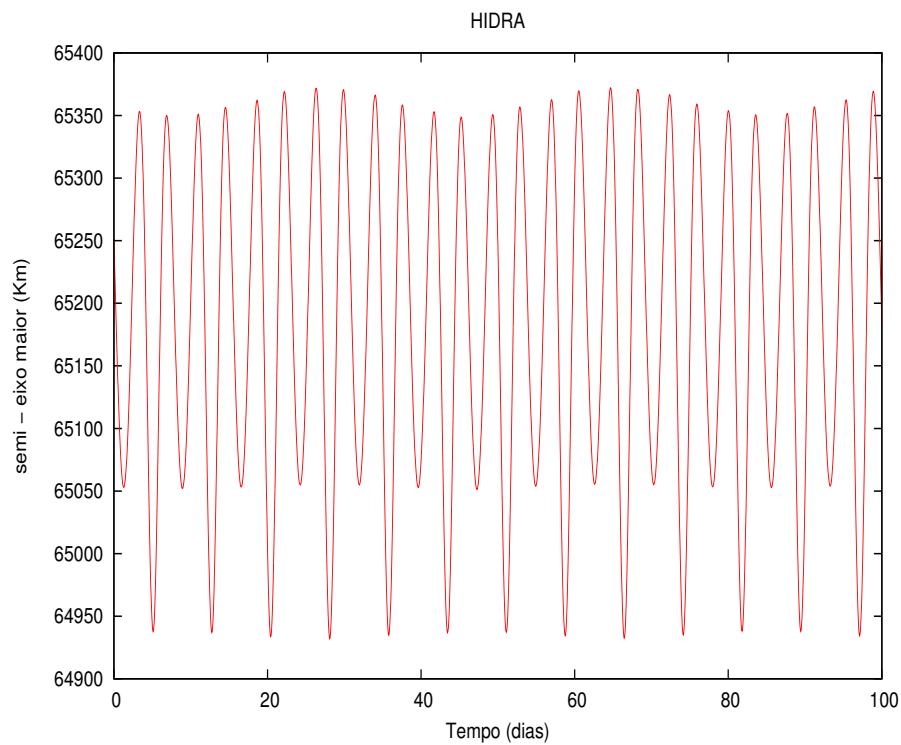
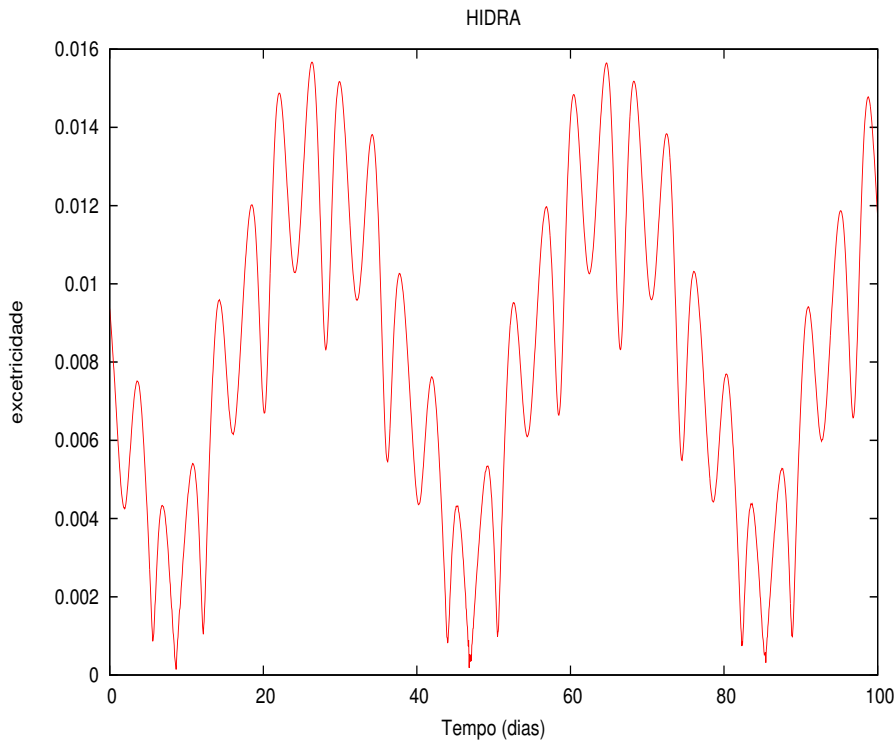




Figura 3.5: Excentricidade em função do tempo (dias) de Hidra por um período de 100 dias.



### 3.3.4 Estige

Para obter os resultados para o satélite Estige, foram realizadas as mesmas conversões necessárias para a obtenção dos elementos orbitais dos satélites Nix e Hidra em relação ao baricentro. Obtemos que o semi-eixo maior  $a$  é 43798,73828 km, excentricidade é  $e=0.03458557$  e a inclinação  $96,06735^\circ$ .

Após a simulação numérica por um período de 100 dias, o  $a$  (semi-eixo maior) varia no intervalo de [42088,07421 : 43826,17187] km, figura 3.6. No caso da excentricidade  $e$ , os valores variam no intervalo [0,007051 : 0,038060], figura 3.7. A inclinação assume valores no intervalo de [95,96343° : 96,39952°]. O período do satélite assume valores dentro do intervalo [20,10460 : 21,36275] dias. Esse valor difere de Tholen et al. (2008) em  $\sim 0,5719$  dias com respeito à média do intervalo apresentado.

Figura 3.6: Semi-eixo maior (Km) em função do tempo (dias) de Estige por um período de 100 dias.

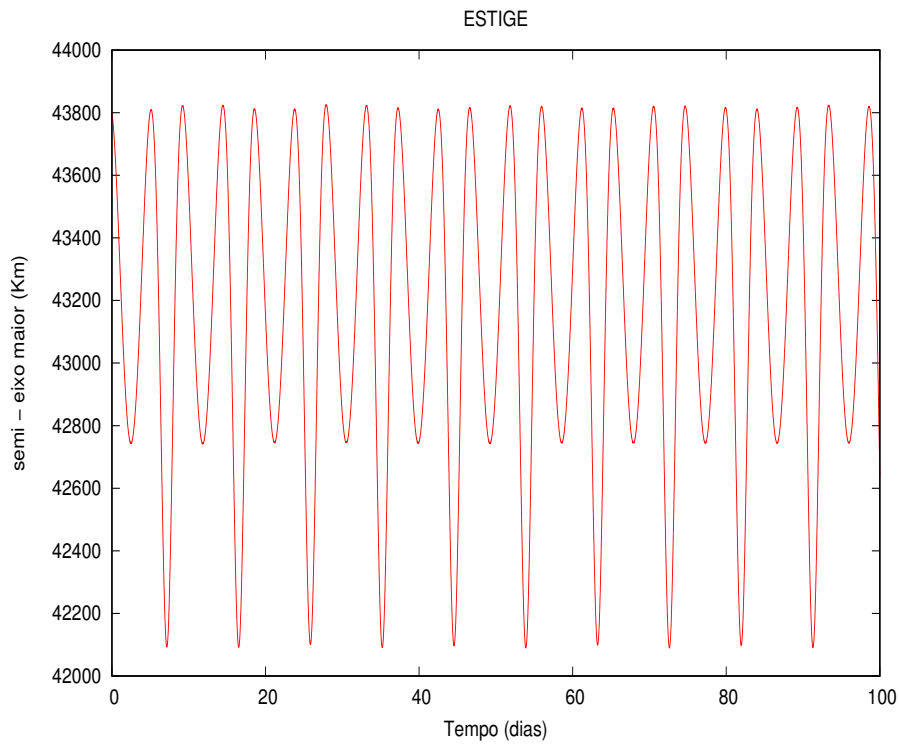
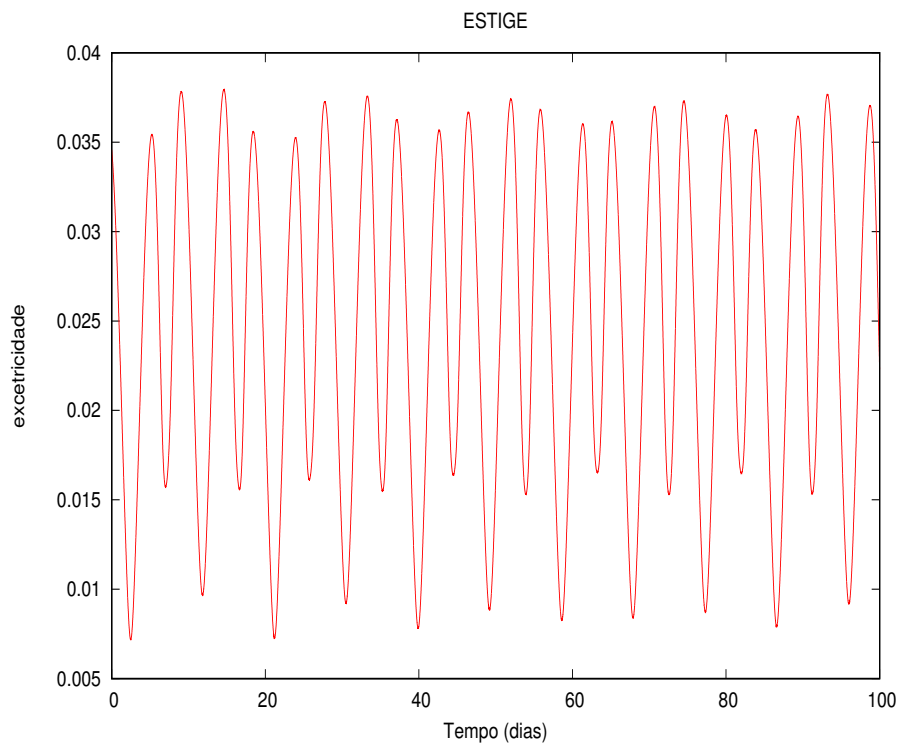


Figura 3.7: Excentricidade em função do tempo (dias) de Estige por um período de 100 dias.



### 3.3.5 Cérberos

Os resultados dos elementos orbitais de Cérberos foram: o semi-eixo maior  $a$  é 58101,99218 km, excentricidade é  $e=0.004536$  e a inclinação  $95,82574^\circ$ .

Após a simulação numérica por um período 100 dias, o  $a$  (semi-eixo maior) varia no intervalo de [57904,39062 : 58532,48828] km, figura 3.8. No caso da excentricidade, os valores estão no intervalo [0,00005992 : 0,0174945], figura 3.9. A inclinação assume valores no intervalo de [95,82424° : 96,14321°]. O período do satélite está dentro do intervalo [32,44324 : 32,97254] dias.

Figura 3.8: Semi-eixo maior (Km) em função do tempo (dias) de Cérberos por um período de 100 dias.

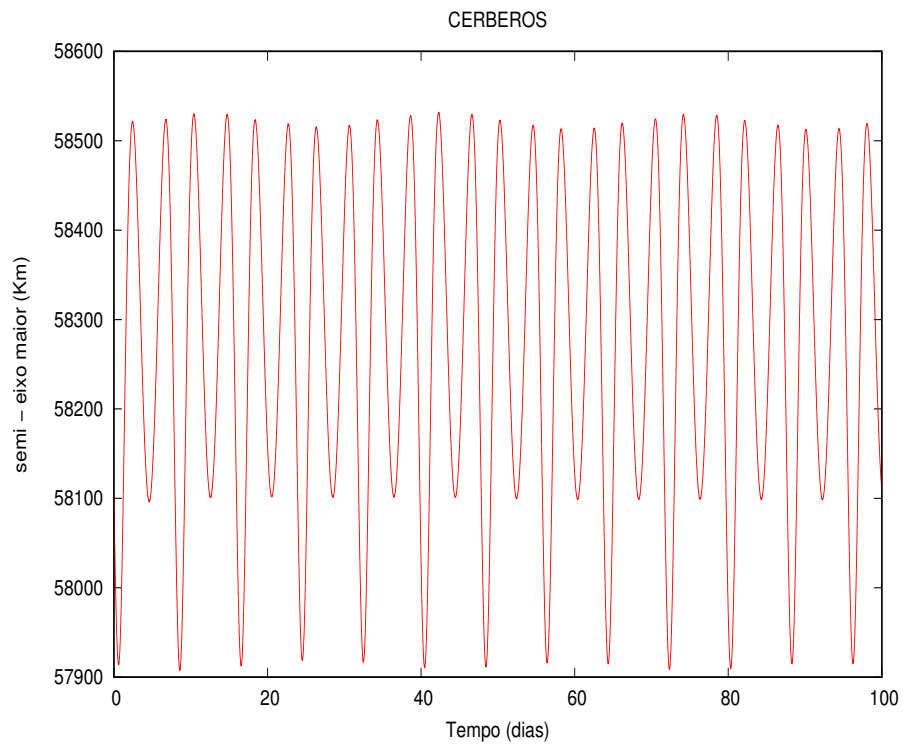
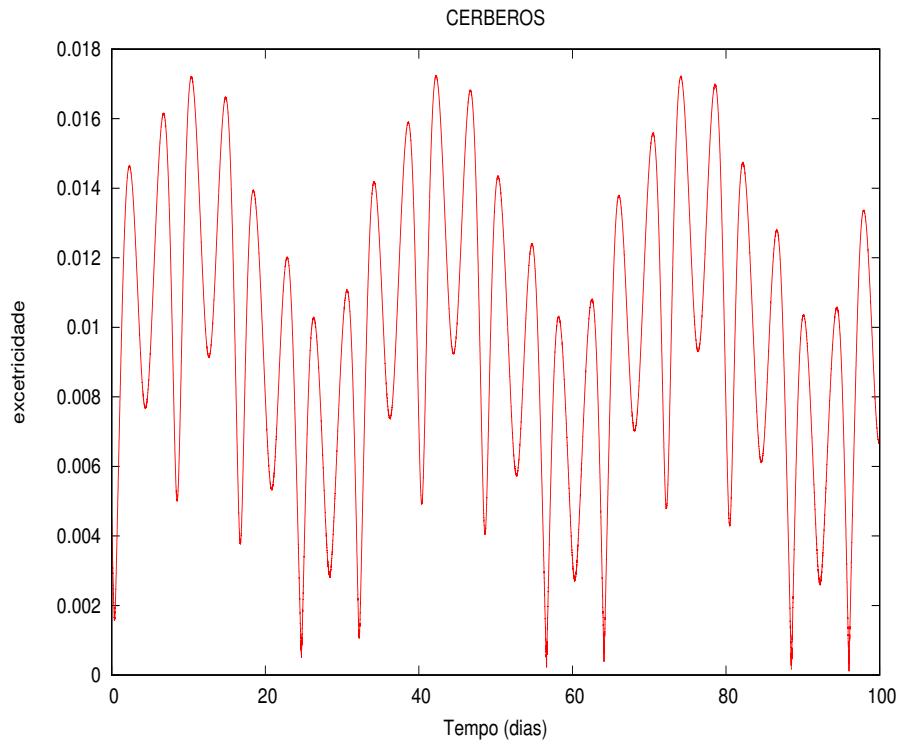


Figura 3.9: Excentricidade em função do tempo (dias) de Cérberos por um período de 100 dias.



Os resultados dos elementos orbitais dos satélites de Plutão apresentados anteriormente, mostram que os valores da inclinação de Estige, Nix, Cérberos e Hidra diferem aos apresentados por Brozović et al. (2015), portanto, utilizaremos os dados apresentados na legenda da tabela 9 do artigo de Brozović et al. (2015) para obter os resultados aproximados da inclinação dos satélites.

## 3.4 Satélites de Plutão no plano orbital

Os elementos orbitais dependem do sistema de referência no qual desejamos trabalhar, por tanto, precisamos de dois ângulos para orientar no espaço o plano orbital, comumente utilizamos a longitude do nodo ascendente  $\Omega$  e a inclinação  $I$ . De acordo com nossos resultados anteriores, realizamos a mesma evolução orbital com a diferença que agora trabalharemos no plano orbital de Plutão-Caronte utilizando as mesmas condições iniciais apresentadas na tabela 3.1. Stark et al. (2015) utilizaram três sistemas de referência diferentes dependentes dos elementos orbitais que são: com respeito à elíptica, ao plano orbital e ao plano de Laplace. Por enquanto, somente obteremos os elementos orbitais com respeito ao plano orbital do binário Plutão-Caronte.

Para obter a matriz de transformação devemos levar em consideração os valores da ascensão reta e declinação os quais são  $\alpha = 133.03^\circ$  e  $\delta = -6.23^\circ$  no ICRF (Sistema de referencia celestial internacional), respectivamente. As equações para obter os valores da ascensão reta e a declinação da órbita são:

$$\alpha = \Omega - \pi/2 \quad (3.11)$$

$$\delta = \pi/2 - I \quad (3.12)$$

onde os valores de  $\Omega$  e  $I$  são  $223.03^\circ$  e  $96.23^\circ$ , respectivamente. Os valores da longitude do nodo ascendente e da inclinação foram obtidos dos resultados dos elementos orbitais de Caronte da subsecção 3.3.1. Portanto, a matriz de rotação tem a forma:

$$P_2^{-1}P_3^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega \cos I & \cos \Omega \cos I & \sin I \\ \sin \Omega \sin I & -\cos \Omega \sin I & \cos I \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

onde  $P_2^{-1}$  e  $P_3^{-1}$  se referem às matrizes inversas dos ângulos  $\Omega$  e  $I$ , respectivamente.

Os resultados de Brozović et al. (2015) estão em relação da ascensão da reta e declinação da órbita. Substituindo as equações 3.11 e 3.12 na equação (3.13) teremos a matriz de rotação para transformar do sistema de referência para o plano da orbita:

$$\begin{pmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -\cos \alpha \sin \delta & -\sin \alpha \sin \delta & \cos \delta \\ \cos \alpha \cos \delta & \sin \alpha \cos \delta & \sin \delta \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Utilizando a equação (3.14) e a tabela (3.1) é possível obter os valores aproximados da inclinação para os satélites Estige, Nix, Cérberos e Hidra.

### 3.4.1 Resultados

Apresentamos os resultados das inclinações nos dois planos de referência na tabela (3.1). Observamos que os valores das inclinações dos satélites Caronte, Nix, Cérberos e Hidra se aproximam aos valores das

inclinações apresentados por Brozović et al. (2015). Porém, a inclinação do satélite Estige apresenta um valor maior ao esperado como se mostra na tabela 3.3.

Tabela 3.3: Comparação dos resultados das inclinações com respeito ao sistema de referência (SR) e o plano orbital (PO) após utilizar a equação (3.14) em comparação ao valor apresentado em Brozović et al. (2015) (PO\*).

<b>Corpos</b>	<b>SR</b>	<b>PO</b>	<b>PO*</b>
Caronte	96.2°	0.0015°	0.0°
Estige	96.06°	0.274°	0.0°
Nix	96.21°	0.0215°	0.0°
Cérberos	95.82°	0.449°	0.4°
Hidra	95.97°	0.309°	0.3°

# Capítulo 4

## Estudo da região externa do sistema de Plutão

### 4.1 Introdução

Thiessenhusen et al. (2002) sugeriram a possibilidade de uma nuvem de poeira tênue ao redor do sistema binário Plutão-Caronte. Nesse trabalho foi estudada a densidade dessa possível nuvem formada por partículas de poeira ejetadas por impacto de micrometeoritos, originários do Cinturão de Kuiper, em Plutão e especialmente em Caronte; estimando uma profundidade ótica da nuvem de poeira de  $\sim 3 \times 10^{-11}$ . A profundidade ótica média ( $\tau$ ) de um anel mede o declínio exponencial da luz à medida que penetra o anel, permitindo dizer se um anel é tênue ou denso (Dos Santos, 2010).

Holman e Wiegert (1999) analisaram em quais regiões do espaço de fase, próximos a um sistema binário, poderiam existir planetas. Simularam numericamente um conjunto de partículas utilizando o problema restrito de três corpos por um período de  $10^4 T_{binario}$ ; onde  $T_{binario}$  é o período orbital do binário. Os intervalos dos valores para a excentricidade foi  $0 < e < 0,8$  e para a razão de massa foi  $0,1 < \mu < 0,9$ . Holman e Wiegert (1999) apresentaram expressões analíticas para o semi-eixo maior crítico, que determina um limite da região estável para o tempo considerado na integração numérica. Para determinar o limite das regiões estáveis consideramos a equação obtida por Holman e Wiegert (1999) para partículas externas do sistema binário que orbitam ao redor do centro de massa, cuja equação em unidades do semi-eixo maior do sistema binário é dado por:

$$a_{crit} = (1,60 \pm 0,04) + (5,10 \pm 0,05)e + (-2,22 \pm 0,11)e^2 + (4,12 \pm 0,09)\mu + (-4,27 \pm 0,17)e\mu + (-5,09 \pm 0,11)\mu^2 + (4,61 \pm 0,36)e^2\mu^2 \quad (4.1)$$

Para o sistema de Plutão-Caronte, teríamos que substituir os seguintes valores  $e=0,00005$  e  $\mu = \frac{m_C}{m_P} = 0.12175$ , obtendo  $a_{crit} = 38\,678,5469$  km.

O objetivo deste capítulo é analisar os diagramas do semi-eixo maior com respeito à excentricidade para partículas em órbitas de tipo-P. Essas partículas estão sob os efeitos gravitacionais de todos os corpos que formam o sistema de Plutão na região externa ao binário Plutão-Caronte.

## 4.2 Estudo Teórico

### 4.2.1 Caos

Os sistemas caóticos são sensivelmente dependentes das condições iniciais. Se inserimos duas condições iniciais ligeiramente diferentes no mesmo sistema, estas apresentarão uma configuração totalmente distinta ao final de um período de tempo; tornando-se imprevisível a longo prazo.

A superposição de ressonâncias adjacentes pode dar origem à região caótica. Isto é devido a aproximação do perturbador, já que inicialmente cada ressonância tem uma separação bem definida em semi-eixo maior. Considerando o problema circular restrito de três corpos (PCR3C) com dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$  que giram ao redor do centro de massa comum e um terceiro corpo de massa desprezível, Murray e Dermott (1999) mostraram que na vizinhança de uma ressonância existe uma separatriz definida e uma largura máxima para a ressonância. Isto foi utilizado por Dos Santos et al. (2011) e Porter e Stern (2015) para identificar aproximadamente as larguras das regiões de ferradura e girino para os satélites Nix e Hidra.

Wisdom (1980) utilizou o PCR3C para partículas com baixa excentricidade ( $e \leq 0,15$ ) para determinar onde ocorre sobreposição de ressonância:

$$s_{sobrep} \approx 0,51\mu_2^{-2/7} \quad (4.2)$$

onde  $\mu_2 = m_2/(m_1 + m_2)$ ,  $m_2$  é a massa do perturbador e  $m_1$  é a massa do corpo central. Utilizando a terceira lei de Kepler na equação (4.2) podemos encontrar a separação correspondente do semi-eixo maior do satélite perturbador (Murray e Dermott, 1999) que é:

$$\Delta a_{sobrep} \approx 1,3\mu^{2/7} a_{sat} \quad (4.3)$$

onde  $a_{sat}$  é o semi-eixo maior do perturbador. De acordo com a equação (4.3) é esperado que as partículas que se encontram na região  $a_{sat} \pm \Delta a_{sobrep}$  estejam em órbitas caóticas, sendo removidas da região devido a encontros próximos com o corpo perturbador (Murray e Dermott, 1999). Dos Santos et al. (2011) utilizaram a equação (4.3) para localizar aproximadamente os limites das regiões de caos de Nix e Hidra. Do mesmo modo utilizaremos a equação (4.3) para calcular os limites das regiões caóticas devido aos satélites Estige, Nix, Cérberos e Hidra.



### 4.3 Resultados

O sistema analisado é formado por 7 corpos: Plutão, seus 5 satélites (corpos massivos) e partícula-teste. A distância entre Plutão e Caronte é assumida como unidade de distância ( $d=19596$  km), e o plano orbital dos satélites foi considerado inicialmente em  $t=0$ . A razão de massa adotada foi  $\mu_2 = m_2/(m_1 + m_2) = 0,12175$  (Brozović et al., 2015), sendo  $m_1$  e  $m_2$  as massas de Plutão e Caronte, respectivamente. As condições iniciais de Plutão e de seus satélites foram extraídas das tabelas (3.1) e (3.2). As condições iniciais para as partículas teste foram selecionadas da seguinte maneira:

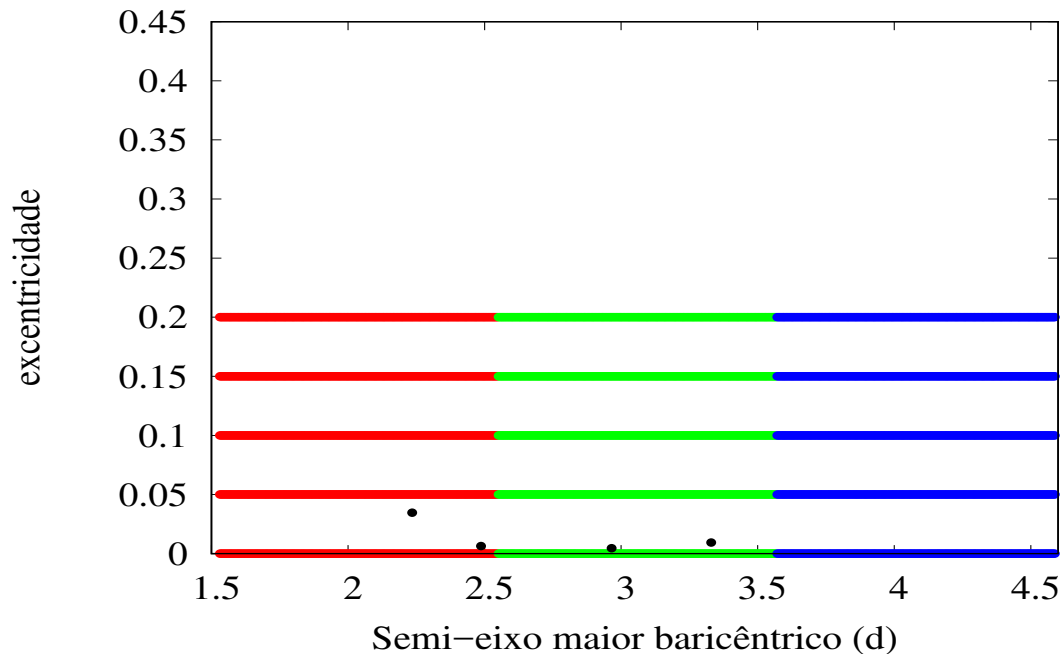
- o semi-eixo maior  $a$ , medido em relação ao baricentro do sistema binário, assumiu valores de  $\sim 1d$  a  $\sim 5d$ , com passo de  $\Delta a = 0,005d$ ;
- a excentricidade foi considerada entre os valores de 0,0 a 0,2 com passo de  $\Delta e = 0,05$ ;
- assumimos  $\Omega = 0^\circ$ ;
- os valores de  $\omega$  foram escolhidos aleatoriamente entre  $0^\circ$  a  $360^\circ$  e anomalia verdadeira  $f = 0$ ;
- a inclinação das partículas está em relação ao plano orbital de Plutão-Caronte, ou seja  $I = 96^\circ$ .

O sistema formado por Plutão, Caronte, Estige, Nix, Cérberos, Hidra e partículas foi integrado numericamente por um período de  $\sim 10^5$  períodos orbitais de Caronte ( $T_C$ ), ou 650000 dias. No total foram integradas numericamente um conjunto de 153000 partículas. A distância de ejeção foi assumida igual a  $10d$  ou  $\sim 195960$  km de Plutão, quando a distância da partícula a Plutão é maior que o valor apresentado anteriormente ocorre a ejeção. Quando a distância entre a partícula e um satélite ou entre partícula e corpo central é menor que o raio desse corpo, ocorre colisão. Caso haja colisão ou ejeção das partículas-teste com os corpos do sistema de Plutão, estas serão removidas do sistema e as coordenadas de posição e velocidade serão armazenadas (Dos Santos et al., 2011).

Os elementos orbitais apresentados acima para as partículas-teste referem-se a um referencial baricêntrico. A integração numérica referente ao semi-eixo maior foi realizada no intervalo de  $\sim 30000$  km a  $\sim 90000$  km para comparar com o trabalho de Dos Santos et al. (2011) e Porter e Stern (2015). Embora Porter e Stern (2015) consideraram as condições iniciais próxima à órbita de Caronte com a finalidade de encontrar regiões estáveis próximas à órbita de Estige, neste trabalho só consideraremos  $\sim 10\,000$  km externo à órbita de Caronte.

O pacote Mercury realiza a integração numérica no referencial planetocêntrico, portanto utilizando o programa escrito em linguagem C, transformamos os elementos orbitais das partículas (figura 4.1) para coordenadas de posição e velocidade no mesmo referencial baricêntrico. Logo trasladamos as coordenadas de posição e velocidade do referencial baricêntrico para o referencial plutocêntrico; utilizamos o valor do centro de massa calculado a partir das condições iniciais de posição e velocidade dos satélites de Plutão (Brozović et al., 2015). Após as translações de coordenadas, o programa gera

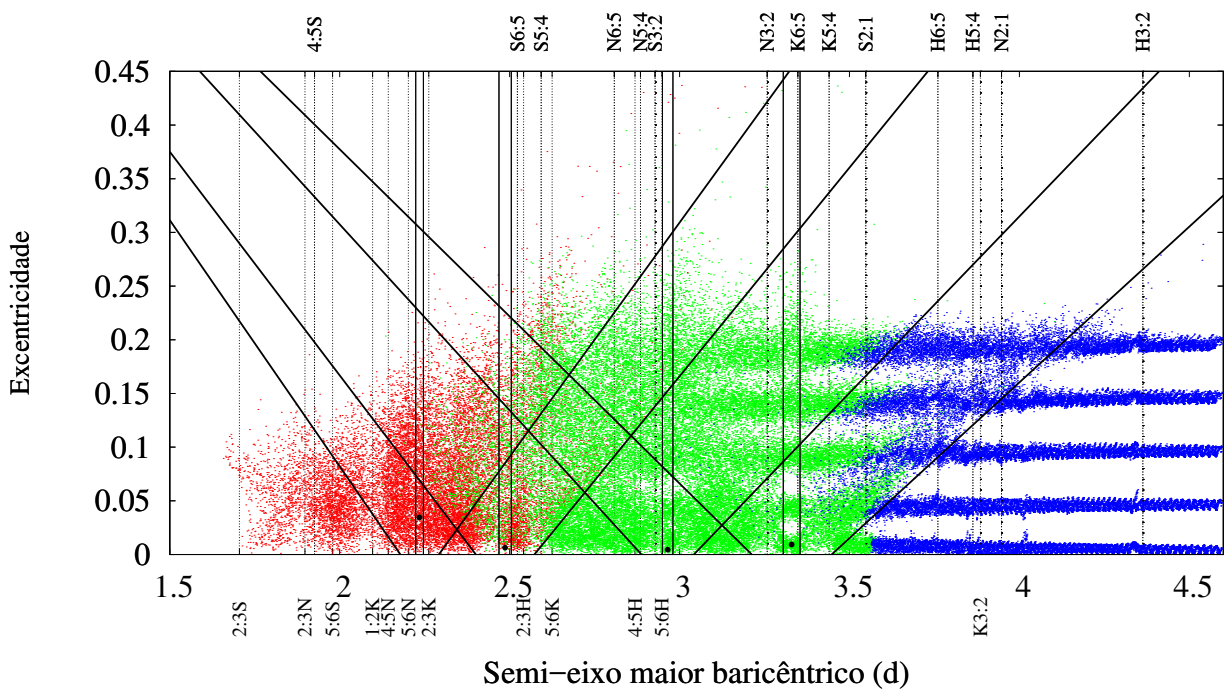
Figura 4.1: Condições iniciais do semi-eixo maior em função da excentricidade para todas as partículas no tempo inicial ( $t=0$ ). Os intervalos escolhidos em semi-eixo maiores inicialmente são de  $\sim 1.5d$  a  $\sim 2.5d$  (30000 km a 50000 km) (vermelho), entre  $\sim 2.5d$  a  $\sim 3.5d$  (50000 km a 70000 km) (verde) e por último de  $\sim 3.5d$  a  $\sim 4.5d$  (70000 km a 90000 km) (azul).



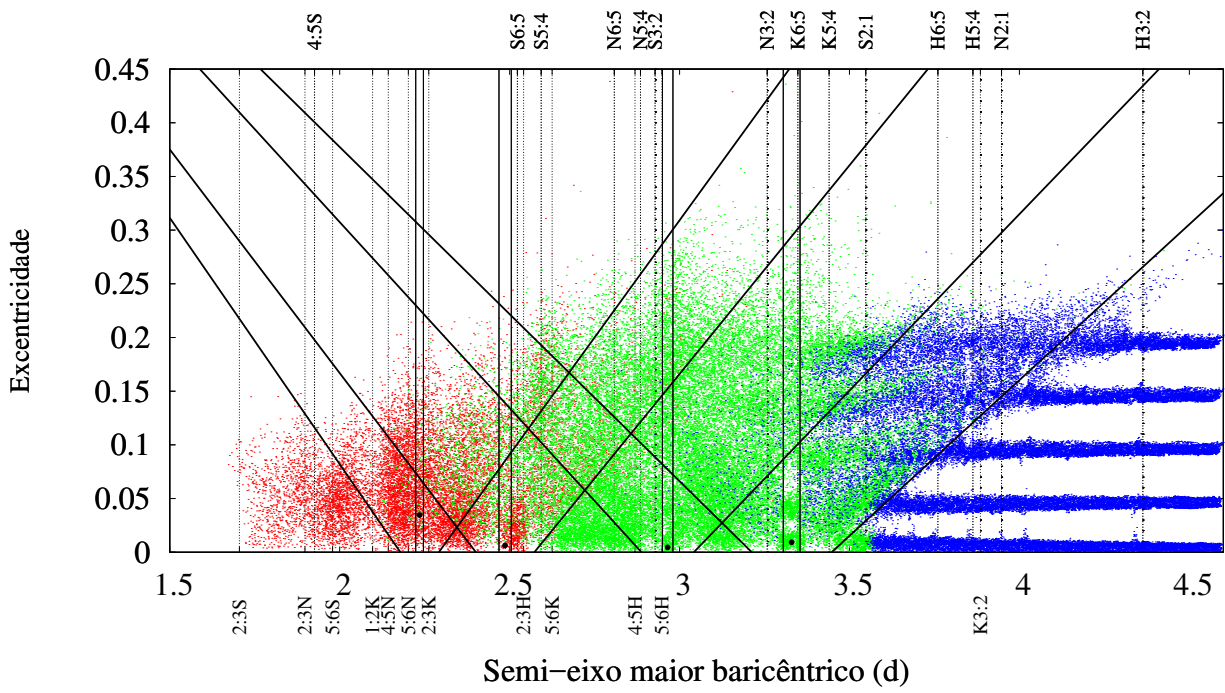
um arquivo de saída (small.in) cujo conteúdo tem as coordenadas de posição e velocidade das partículas no referencial plutocêntrico. Após as integrações numéricas, transformamos as coordenadas de posição e velocidade das partículas para o referencial baricêntrico e calculamos os elementos orbitais destas partículas.

Apresentamos nas figuras 4.2(a), (b) e (c) o semi-eixo maior em função da excentricidade para todas as partículas após 10000 dias, 70000 dias e 650000 dias, respectivamente. Os satélites de Plutão estão indicados por pontos pretos: Caronte localizado a  $1d$  (19596 km), Estige localizado a  $2,24d$  (43799,43 km), Nix localizado a  $2,49d$  (48730,53 km), Cérberos localizado a  $2,97d$  (58102,88 km) e Hidra localizado a  $3,33d$  (65251,64 km).

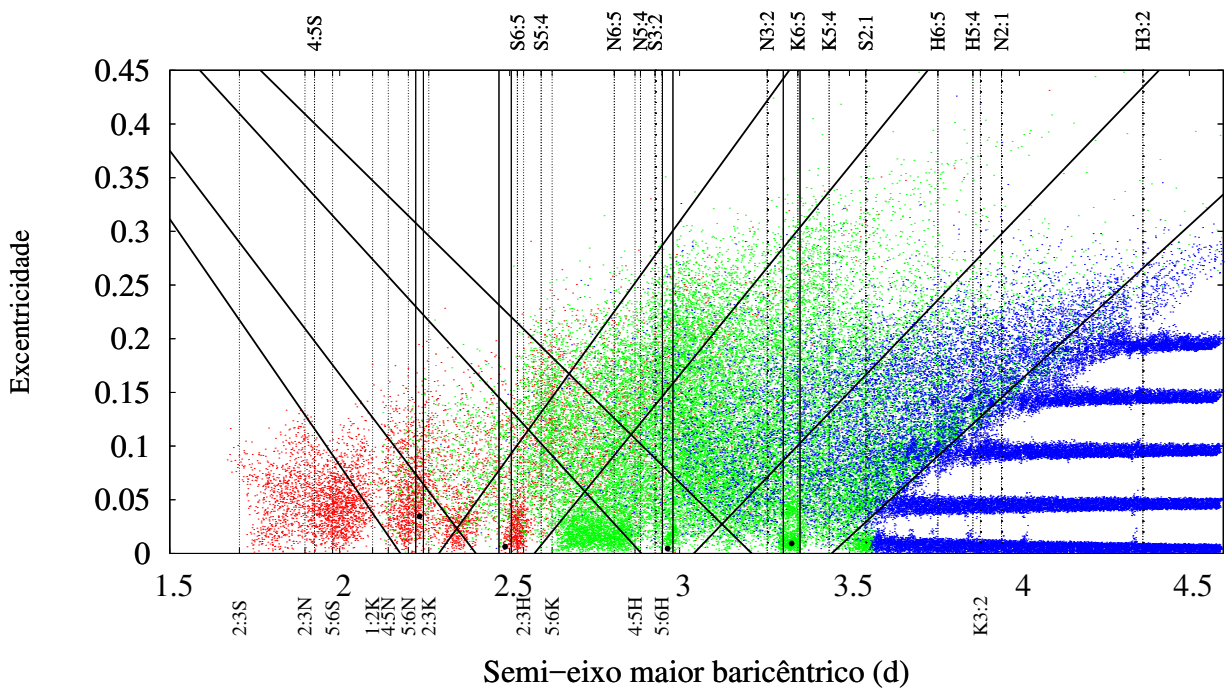
Figura 4.2: O semi-eixo maior baricêntrico em função da excentricidade para todas as partículas estáveis: (a) após 10000 dias, (b) após 70000 dias e (c) 6500000 dias. Os satélites Estige, Nix, Cérberos e Hidra são indicados por pontos pretos. Os semi-eixos maiores ressonantes entre partícula-satélite (parte superior e inferior) estão indicados.



(a)



(b)



(c)

Os resultados apresentados na tabela 4.1 mostram que aproximadamente 63,36% das partículas ‘sobreviveram’ até o tempo final da integração numérica que é  $\sim 10^5 T_c$  ( $T_c$  período orbital de Caronte). Sendo as partículas de cor azul, que se encontram além da órbita de Hidra, as mais estáveis.

Tabela 4.1: Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos para o tempo final de integração de  $\sim 10^5 T_c$ .

	Plutão	Caronte	Estige	Nix	Cérberos	Hidra	total
colisão	2,23%	4,20%	0,24%	1,94%	0,60%	1,75%	10,96%
ejeção	-	-	-	-	-	-	25,67%
estáveis							63,36%

As taxas de colisão, ejeção e partículas estáveis com semi-eixo maior inicial entre  $\sim 1.5d$  a  $\sim 2.5d$  (em vermelho) constituem o conjunto 1, entre  $\sim 2.5d$  a  $\sim 3.5d$  (em verde) constituem o conjunto 2 e por último de  $\sim 3.5d$  a  $\sim 4.5d$  (em azul) constituem o conjunto 3 são apresentadas na tabela 4.2. A tabela 4.2 mostra as taxas das colisões e ejeções entre as partículas e os corpos massivos. Nessa tabela cada conjunto de partículas representa 100% (52000 partículas) em cada região (tabela 4.2).

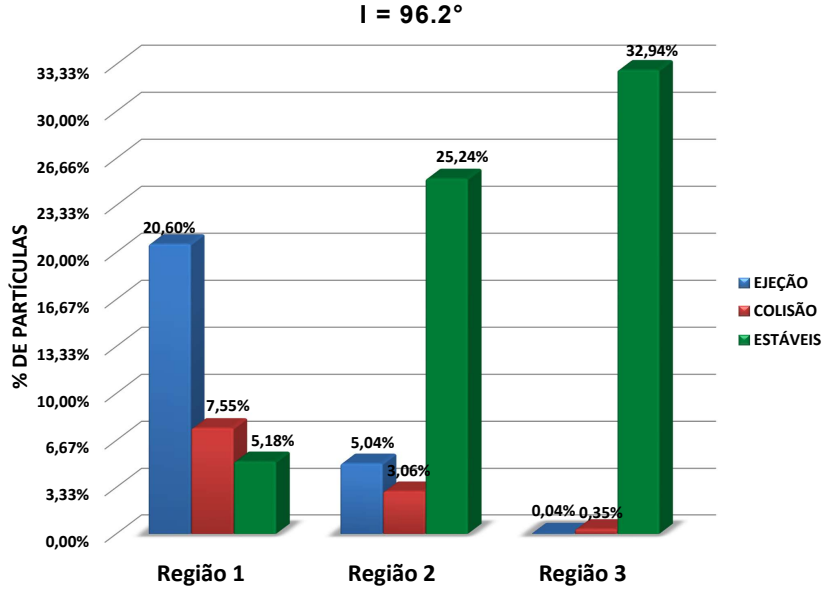
Tabela 4.2: Taxas de ejeção e colisão entre as partículas e os corpos massivos para o tempo final de integração de  $\sim 10^5 T_c$  anos.

	conj. 1		conj. 2		conj. 3
colisão-(P-C)	19,23%	colisão-(P-C)	0,05%	colisão-(P-C)	0%
colisão-Estige	0,61%	colisão-Estige	0,11%	colisão-Estige	0%
colisão-Nix	2,71%	colisão-Nix	3,08%	colisão-Nix	0,02%
colisão-Cérberos	0,6%	colisão-Cérberos	1,63%	colisão-Cérberos	0,11%
colisão-Hidra	0,03%	colisão-Hidra	4,29%	colisão-Hidra	0,93%
ejeção	61,79%	ejeção	15,11%	ejeção	0,11%
total	84,97%	total	24,26%	total	1,17%

A Figura 4.3 mostra as regiões onde se encontra cada conjunto de partículas e as taxas apresentadas na tabela 4.2, incluindo as partículas estáveis; porém cada região é analisada com respeito ao total das partículas, ou seja o 100% é igual a 156000 partículas.

Nas grades ( $a - e$  apresentadas nas figuras 4.2 (a), (b) e (c)) pode-se observar os efeitos dos satélites no movimento das partículas. É possível visualizar que os corpos massivos “limpam” a região em torno deles, permanecendo partículas com baixa excentricidade (Dos Santos et al., 2011), próximo

Figura 4.3: O total de partículas em cada região, após de  $\sim 10^5 T_c$ .



aos satélites. Ao incluir os dois novos satélites Estige e Cérberos podemos observar (figura 4.2 (c)) que as interações gravitacionais das partículas-teste com os satélites podem provocar o aumento da excentricidade e do semi-eixo maior das partículas, assim como também os satélites Nix e Hidra com as partículas. Desta maneira, os pequenos corpos podem ser ejetados ou sofrer colisões com o corpo central ou seus satélites.

Observamos nos gráficos 4.2(a), (b) e (c) o aumento das excentricidades das partículas quando possuem um semi-eixo maior inicial próximo a uma ressonância  $p + q : q$  em que  $q$  é a ordem da ressonância (Dos Santos et al., 2011). Calculamos as ressonâncias de movimento médio para todos os corpos massivos (Estige, Nix, Cérberos e Hidra). As equações utilizadas é dada pela fórmula para o corpo interno e similar para o corpo externo dada por (Murray e Dermott, 1999):

$$a_{interna} = \left(\frac{p}{p+q}\right)^{\frac{2}{3}} a' \quad (4.4)$$

$$a_{externa} = \left(\frac{p+q}{p}\right)^{\frac{2}{3}} a' \quad (4.5)$$

onde  $a'$  é o semi-eixo maior do satélite.

De acordo as figuras 4.2 (a), (b) e (c), vemos que as partículas teste sob efeito da força gravitacional dos corpos massivos do sistema podem causar aumento da excentricidade e no semi-eixo maior das partículas. Desta forma, estes pequenos corpos podem sofrer ejeção ou colisão com o corpo central e seus satélites. Observamos nos gráficos da figura 4.2 (a) e (b) que as partículas se mantem após 10000 e 70000 dias, respectivamente; isto sugere que o tempo de integração não é suficiente para que

ocorra ejeção ou colisão das partículas-teste, portanto ampliamos o tempo para 650000 dias. Podemos verificar que certas partículas teste da região 1 (vermelho) são espalhados para a região 2 (verde) e uma quantidade de partículas da região 2 são deslocadas para a região 3 ( azul), que é a região mais externa do sistema, além da órbita de Hidra.

Além disso, identificamos os limites das regiões caóticas para os satélites do sistema, cujos limites inferior e superior do semi-eixo maior são: para Estige: 2.178622d a 2.291619d, para Nix: 2.4007201d a 2.572796d, para Céberos: 2.888018d a 3.042056d e para Hidra: 3.2124928d a 3.4471968d, respectivamente, para excentricidade igual a zero. As regiões de caos aumentam à medida que  $e$  aumenta. Essas regiões tem uma largura radial calculada através da equação (4.3), as partículas estão em órbitas caóticas na região  $2\Delta a_{sobrep}$ , onde poderiam ter encontros próximos com o perturbador podendo ser removidas da região (Murray e Dermott, 1999) e são:

$$\Delta a_{sobrep}(S) = 1107.15 \text{ km} \quad (4.6)$$

$$\Delta a_{sobrep}(N) = 1686.00 \text{ km} \quad (4.7)$$

$$\Delta a_{sobrep}(K) = 1509.25 \text{ km} \quad (4.8)$$

$$\Delta a_{sobrep}(H) = 2299.63 \text{ km} \quad (4.9)$$

onde  $S$ ,  $N$ ,  $K$  e  $H$  são os satélites Estige, Nix, Céberos e Hidra, respectivamente. Além disso,  $\mu = m/(mp + mc)$  (de acordo com a equação (4.3)), sendo  $m$  a massa dos satélites do sistema Plutão-Caronte,  $mp$  massa de Plutão e  $mc$  massa de Caronte.

Portanto, os valores da largura da região caótica para os satélites do sistema de Plutão são:

$$W_{ch(Estige)} = 2214.30 \text{ km} \quad (4.10)$$

$$W_{ch(Nix)} = 3372.01 \text{ km} \quad (4.11)$$

$$W_{ch(Cerberos)} = 3018.50 \text{ km} \quad (4.12)$$

$$W_{ch(Hidra)} = 4599.26 \text{ km} \quad (4.13)$$

Para valores de excentricidade diferentes de zero, calculamos os valores do raio orbital no apocentro ( $r_a$ ) e no pericentro ( $r_b$ ) com a finalidade de delimitar as regiões do caos a medida que o valor da excentricidade aumenta. As retas nas figuras 4.2(a), (b) e (c) representam esses valores:

$$r_a = a_f(1 + e) \quad (4.14)$$

$$r_p = a_i(1 - e) \quad (4.15)$$

onde  $a_i = a_{sat} - \Delta a_{sobrep}$  é o semi-eixo maior inicial do intervalo e  $a_f = a_{sat} + \Delta a_{sobrep}$  é o semi-eixo maior final do intervalo.

Os gráficos apresentados na figura 4.2 mostram partículas próximas aos satélites até o final da integração de  $\sim 10^5 T_c$ . Portanto, consideramos analisá-los utilizando a largura radial da região de ferradura fornecida por Dermott e Murray (1981). A largura da região de ferradura depende da razão

de massa entre as massas do satélite e do planeta ( $\mu$ ) e do semi-eixo maior do satélite  $a'$ , como na equação (4.16):

$$\delta_r \approx 0,5\mu^{\frac{1}{3}}a' \quad (4.16)$$

Como os satélites Estige, Nix, Cérberos e Hidra apresentam órbitas excêntricas, podemos calcular aproximadamente a largura da região de ferradura desses corpos. Utilizando a equação (4.16) temos:

$$\delta_r(S) = 220.81 \text{ km} \quad (4.17)$$

$$\delta_r(N) = 354.32 \text{ km} \quad (4.18)$$

$$\delta_r(K) = 302.38 \text{ km} \quad (4.19)$$

$$\delta_r(H) = 484.77 \text{ km} \quad (4.20)$$

Portanto, os valores da largura da região de ferradura ( $w$ ) para os satélites são:

$$w_{(Estige)} = 441.63 \text{ km} \quad (4.21)$$

$$w_{(Nix)} = 708.65 \text{ km} \quad (4.22)$$

$$w_{(Cerberos)} = 604.76 \text{ km} \quad (4.23)$$

$$w_{(Hidra)} = 969.54 \text{ km} \quad (4.24)$$

Os resultados foram integrados até um tempo de  $\sim 10^5 T_c$ , onde um conjunto de partículas entre  $\sim 1,678181d \leq a \leq \sim 2,178622d$ , para  $e \leq 0,1$  se encontra entre  $1,530924d$  até a órbita de Estige. Também encontramos outro conjunto de partículas que permaneceram até o tempo final de integração, as quais se encontram entre  $\sim 2,291619d \leq a \leq \sim 2,400721d$  para  $e \leq 0,05$ . Do mesmo modo obtemos um conjunto de partículas que permaneceram no intervalo de  $\sim 2,572797d \leq a \leq \sim 3,042056d$  para  $e \leq 0,05$ . Esses intervalos são observáveis no gráfico 4.2(c) onde a região estável entre as linhas do limite do caos de Nix e Cérberos é a mais densa em comparação aos outros dois primeiros intervalos.

Observamos que as partículas que apresentam excentricidades maiores são espalhadas, embora não são totalmente espalhadas para o tempo de integração estimado de 650000 dias. Isto é devido o fato de que os satélites de maior diâmetro Nix e Hidra apresentam massa de ordem menor de grandeza comparada com os dados de massa dos mesmos satélites apresentados por Tholen et al. (2008).



### 4.3.1 Conjunto de partículas teste com diferentes inclinações

O novo sistema apresenta as mesmas condições iniciais mostradas na secção anterior, com a exceção do valor da inclinação das partículas em relação ao plano orbital do sistema Plutão-Caronte. Ou seja, as inclinações das partículas-teste serão adotadas como  $P + 30^\circ$ ,  $P + 50^\circ$ ,  $P + 70^\circ$ ,  $P + 90^\circ$ ,  $P + 120^\circ$ ,  $P + 140^\circ$ ,  $P + 160^\circ$  e  $P + 180^\circ$  todas em relação ao plano da órbita, onde  $P$  se refere à inclinação do plano Plutão-Caronte.

A integração numérica foi realizada por 650 000 dias. Apresentaremos os resultados para diferentes inclinações em três partes; para as partículas teste no plano da órbita, e aqueles que se encontram no intervalo de  $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$  (órbitas prógradas) e  $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$  (órbitas retrógradas).

Geramos as grades  $(a - e)$  e  $(a - I)$  para observar o comportamento das partículas teste sob efeito gravitacional dos corpos massivos, a medida que o valor da inclinação aumenta. Além disso, apresentamos os resultados finais das partículas teste em histogramas para cada valor de inclinação, com a percentagem das partículas que sofreram colisão, ejeção e as que são estáveis para cada região avaliada (1, 2 e 3).

Lembrando que as regiões foram separadas em três cores diferentes: região 1 de cor vermelha, a região 2 de cor verde e a região 3 de cor azul. Os satélites Estige, Nix, Cérberos e Hidra são representados por pontos de cor preto. As figuras 4.4 à 4.9 e 4.15 à 4.18 mantiveram a mesma escala do semi-eixo maior baricêntrico ( $d = 19596$  km) e da excentricidade, mostrado na secção anterior; e o intervalo da inclinação para todos os gráficos  $(a - I)$  em relação ao plano de referência é de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

### 4.3.2 Resultados

\* **No plano dos satélites  $I = 96.2^\circ$**

Na figura 4.4 apresentamos as grades de  $(a - e)$  e  $(a - I)$  em relação ao baricentro do sistema Plutão-Caronte; observamos que a inclinação inicial ( $I$ ) de  $96.2^\circ$  das partículas-teste, começam oscilar no intervalo  $\sim 85^\circ \leq I \leq \sim 110,0^\circ$  até o final do tempo de integração. Podemos verificar que as partículas teste da região 1 ficam praticamente com o mesmo valor do inclinação inicial, enquanto as partículas das regiões 2 e 3 apresentam maior oscilação. Isto sugere que as partículas testes começam a oscilar na inclinação à medida que aumentam sua excentricidade devido à força gravitacional que exercem os corpos massivos sobre elas (figura 4.5). Verificamos que as partículas-teste com excentricidade 0 e 0,05 nas regiões 1 e 2 apresentam a mesma inclinação, enquanto as partículas próximas aos satélites sofrem variação da inclinação, as partículas com excentricidade 0,10 só apresentam oscilação da inclinação na região 2 e em uma parte da região 1, perto da órbita de Estige e Nix. Porém, na região 3 não oscila a inclinação como as outras regiões, isto é devido o fato de que essas partículas se encontram além da órbita de Hidra, e são perturbadas à medida que aumentamos o valor da excentricidade como se pode verificar na

figuras 4.4 (a) e 4.5.

Figura 4.4: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ . Os pequenos satélites são indicados por pontos na seguinte ordem Estige, Nix, Cérberos e Hidra.

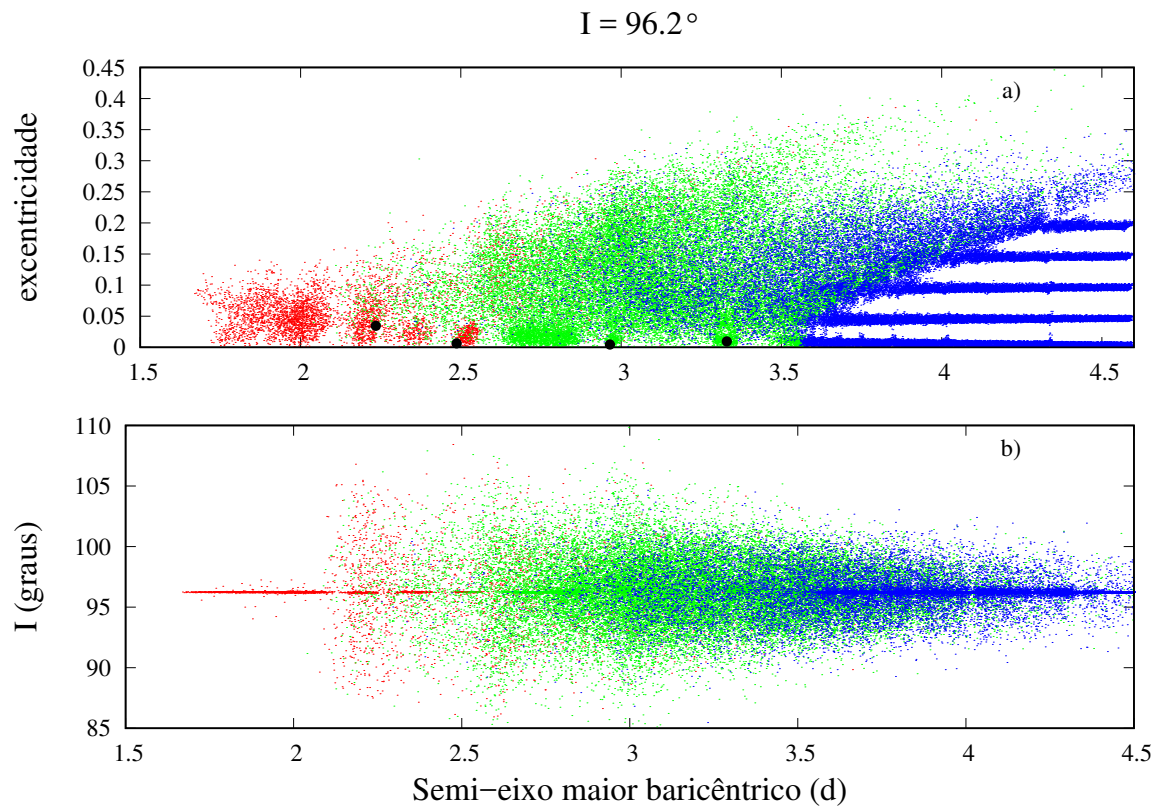
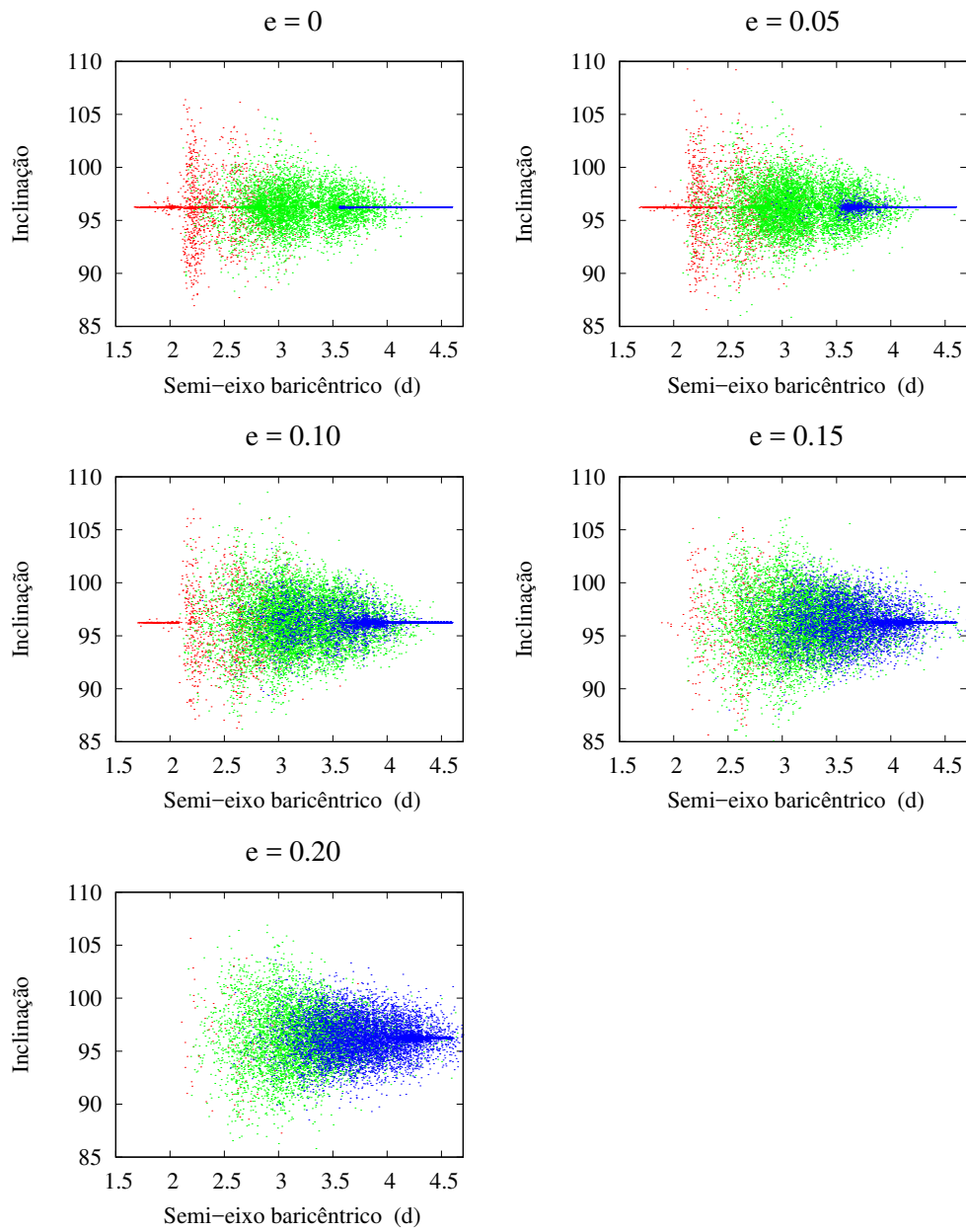


Figura 4.5: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da inclinação para os valores de excentricidade 0, 0,05, 0,10, 0,15 e 0,20 após  $\sim 10^5 T_C$ .



\* **Intervalo**  $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$

Neste intervalo apresentamos os gráficos das grades  $(a - e)$  e  $(a - I)$  nas figuras 4.6 à 4.9. Observamos que o valor da inclinação na região 1 aumenta, essa região começará apresentar menor quantidade de partículas após de  $\sim 10^5 T_C$ , devido à ejeção e colisão destas partículas. Porém, nas região 2 e região 3 sofreram maior oscilação da inclinação até o tempo final da integração, apresentando partículas mais estáveis nessas duas regiões e pequenas quantidades de partículas ejetadas e colididas. Além disso, notamos que as partículas teste são perturbadas à medida que aumentamos o valor da inclinação; mostrados nos gráficos  $(a - I)$  para todas as inclinações avaliadas.

Os intervalos de oscilação das inclinações menores e iguais a  $P + 90^\circ$  para as partículas teste são:  $P + 30^\circ$  é de  $\sim 63.2^\circ \leq I \leq \sim 129^\circ$  (figura 4.6); para as partículas com inclinação de  $P + 50^\circ$  é de  $\sim 45^\circ \leq I \leq \sim 146^\circ$  (figura 4.7); as partículas com inclinação de  $P + 70^\circ$  é de  $\sim 25^\circ \leq I \leq \sim 168^\circ$  (figura 4.8); para as partículas com inclinação  $P + 90^\circ$  o intervalo de variação é de  $\sim 5^\circ \leq I \leq \sim 175^\circ$  (figura 4.9). Deste último intervalo (figura 4.9), podemos observar que as região 2 e região 3 não apresentam oscilação uniforme da inclinação.

Figura 4.6: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ . Os pequenos satélites são indicados por pontos na seguinte ordem Estige, Nix, Cérberos e Hidra.

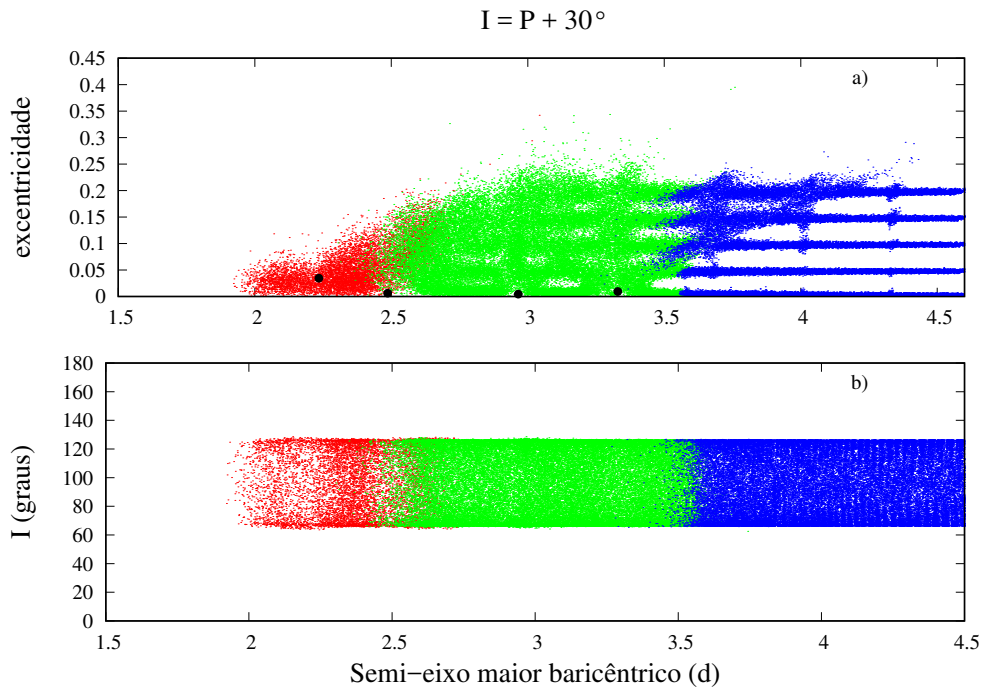


Figura 4.7: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ . Os pequenos satélites são indicados por pontos na seguinte ordem Estige, Nix, Cérberos e Hidra.

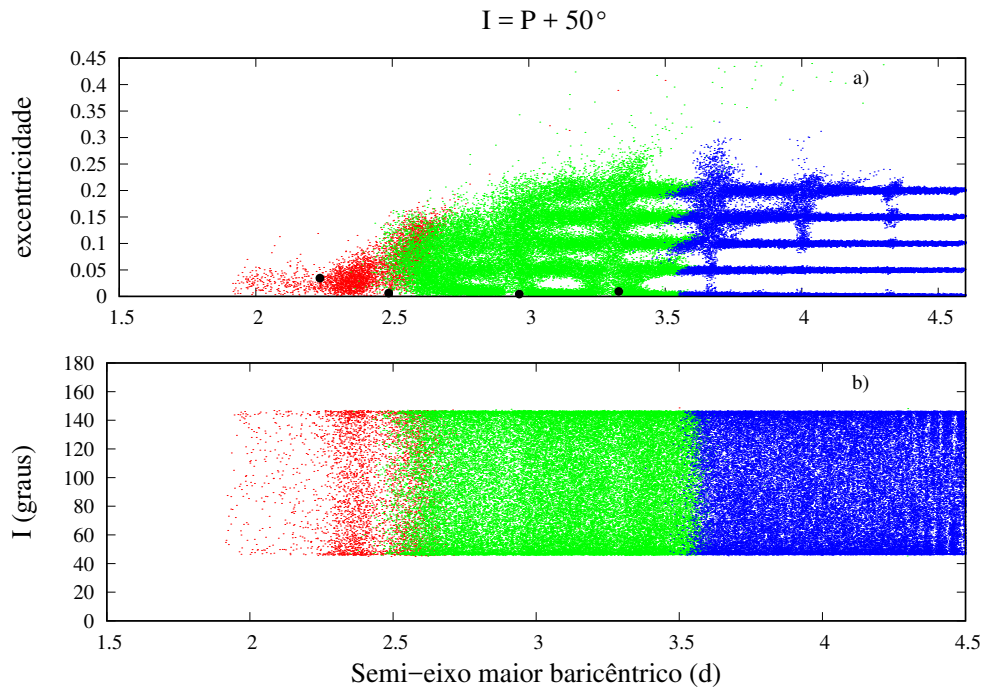


Figura 4.8: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ .

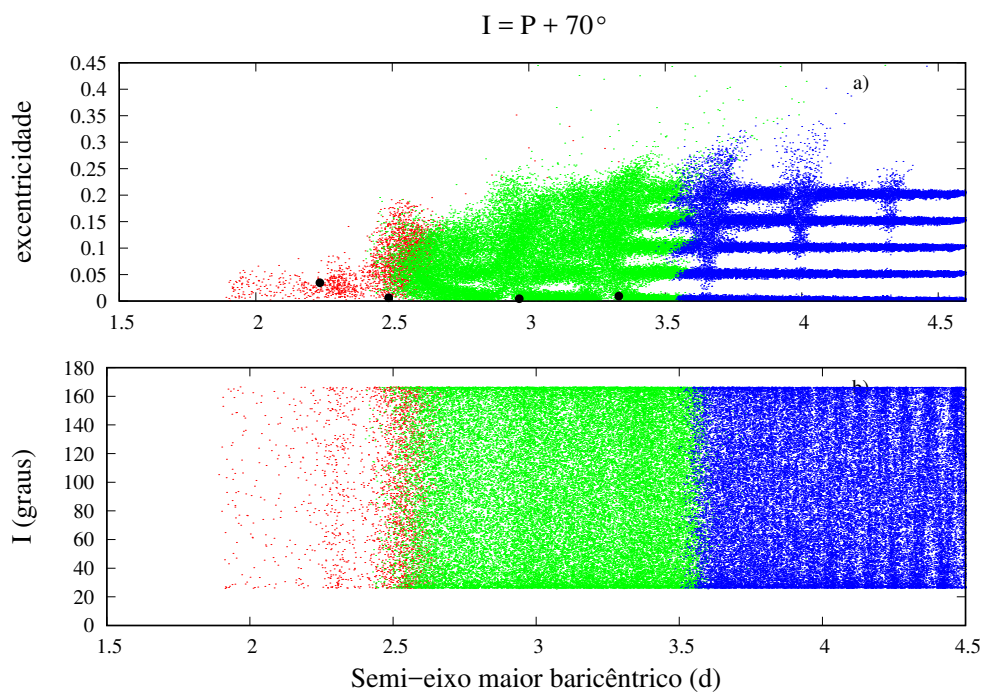
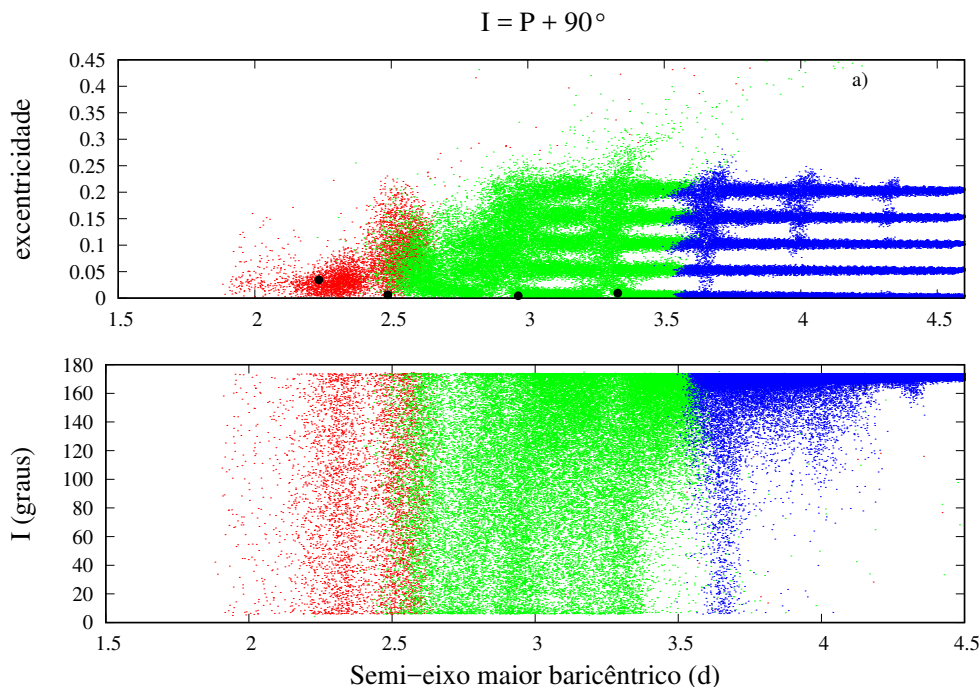


Figura 4.9: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ .



No seguinte item apresentaremos os resultados de ejeção, colisão e estabilidade das partículas teste para este intervalo de inclinação.

### Resultados $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$

As taxas de colisão, ejeção e estabilidade das partículas teste são apresentados em histogramas para cada valor de inclinação dado inicialmente. Isto é avaliado para todas as regiões (1, 2 e 3). De acordo com os resultados para cada valor de inclinação temos: as partículas com inclinação  $P + 30^\circ$  são ejetadas da região 1 (vermelho), aproximadamente 26,52% destas, e na mesma região as colisões com os corpos massivos é de 1,15%, a maioria das partículas são estáveis na região 2 e 3 (figura 4.10).

As partículas com inclinação de  $P + 50^\circ$  são ejetadas da região 1, a percentagem de partículas ejetadas é de 30,4%, maior ao apresentado na inclinação anterior. As colisões diminuiriam em todas as regiões, a região 1 apresenta 0,85% de todas as colisões partícula-corpo massivo, e a estabilidade das partículas é maior nas duas últimas regiões (figura 4.11).

As partículas com inclinação  $P + 70^\circ$  apresentam maior quantidade de ejeções na região 1 e 2, aproximadamente 30,44% e 5,90%, respectivamente. As colisões com os corpos massivos é de 1,09% (figura 4.12).

As partículas com inclinação de  $P + 90^\circ$  apresentam maior ejeção de partículas na região 1 e 2,

de 29,18% e 5,2%, respectivamente. Diminuiu notoriamente as colisões das partículas com os satélites em todas as regiões, a região 1 apresenta 0,63% de todas as colisões, e a estabilidade das partículas é notória nas duas últimas regiões (figura 4.13).

Figura 4.10: Resultados para  $P + 30^\circ$ .

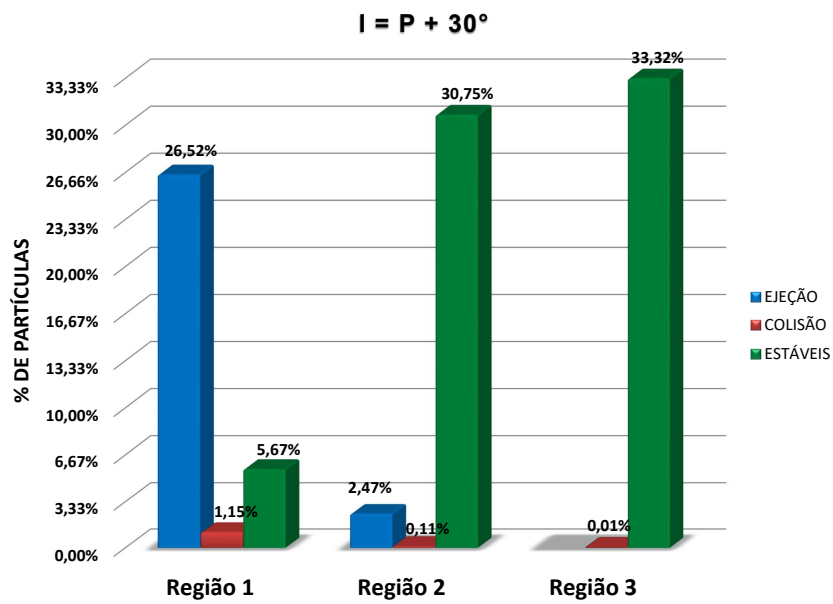


Figura 4.11: Resultados para  $P + 50^\circ$ .

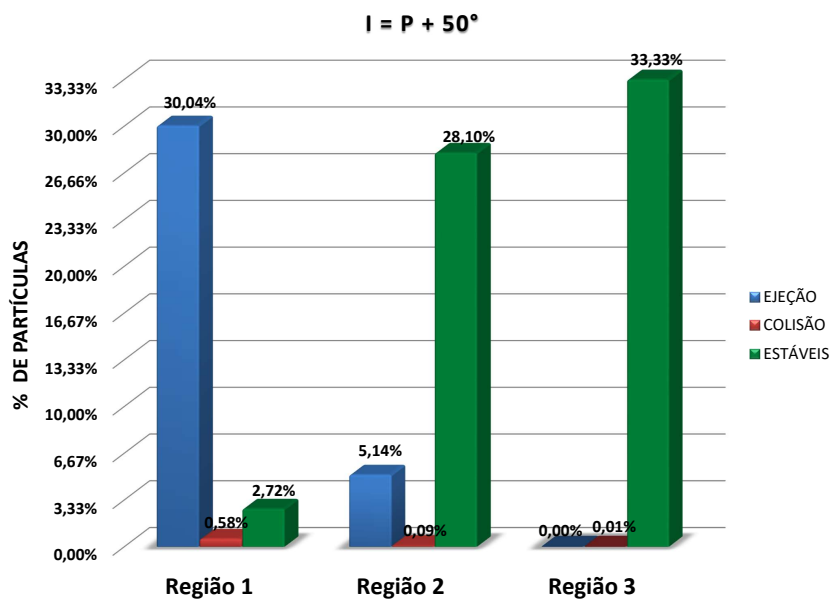


Figura 4.12: Resultados para  $P + 70^\circ$ .

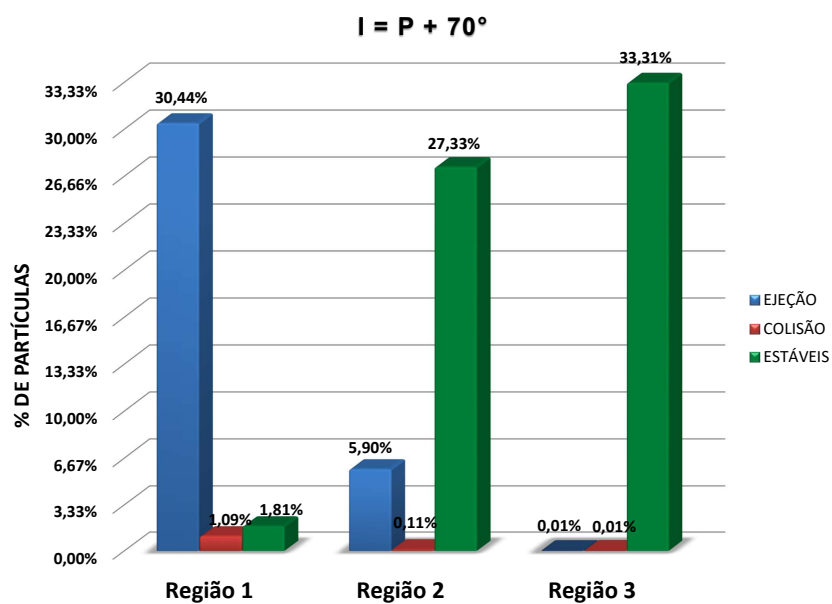
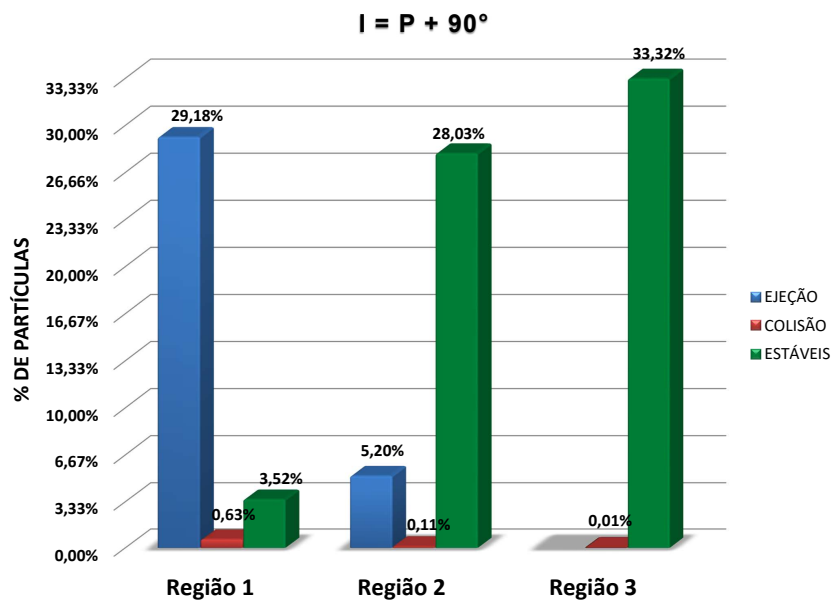


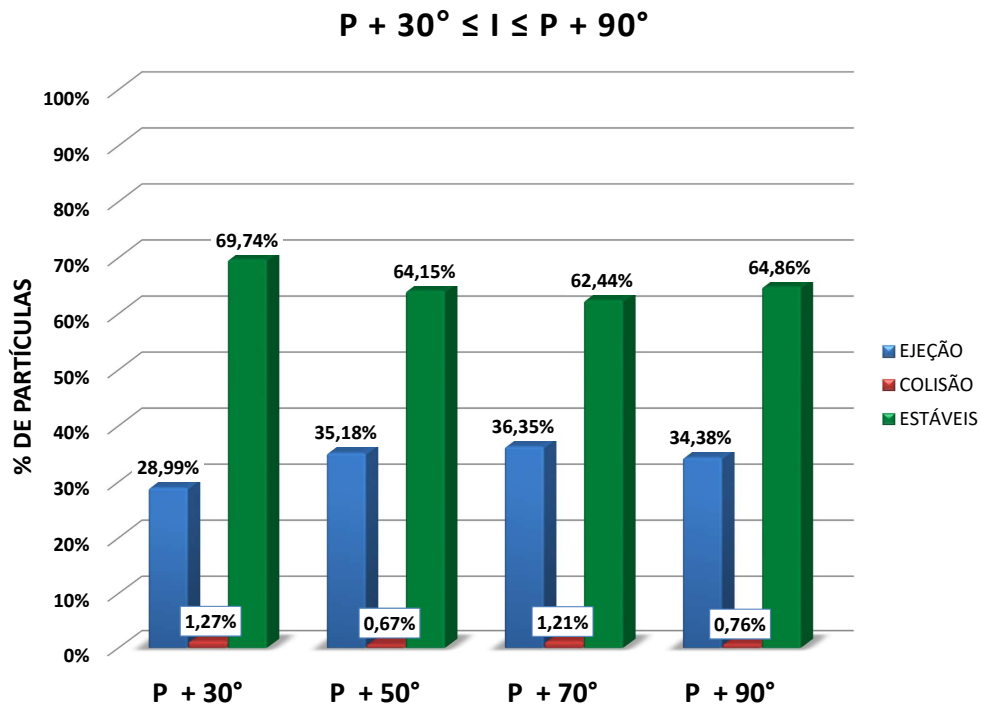


Figura 4.13: Resultados para  $P + 90^\circ$ .



De acordo com os resultados para o intervalo de inclinação  $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$ , calculamos a média percentual das partículas-teste que sofreram colisão, ejeção e as que são estáveis. Observamos que  $\sim 33,72\%$  das partículas são ejetadas do sistema, a percentagens de partículas que sofreram colisão com os corpos massivos é de  $\sim 0,97\%$  e as partículas estáveis são  $\sim 65,29\%$  do total como se apresentam na figura 4.14.

Figura 4.14: Resumo dos resultados para o intervalo da inclinação de  $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$ .



\* **Intervalo**  $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$

Neste intervalo apresentamos as grades  $(a - e)$  e  $(a - I)$  mostradas nas figuras 4.15 à 4.18. Observamos que os valores das inclinações após a simulações das partículas com inclinação de  $P + 150^\circ$  até  $P + 180^\circ$ , são estáveis para as três regiões 1, 2 e 3. Porém, para as partículas que possuem  $I = P + 120^\circ$  na região 1 são ejetadas do sistema rapidamente (figura 4.15) em comparação com outros conjuntos de partículas com diferentes inclinações.

Assim como no intervalo anterior, estamos inserindo no integrador (Chambers, 1999) partículas com valores de inclinação maiores a  $180^\circ$ ; já que  $P + 120^\circ$ ,  $P + 150^\circ$ ,  $P + 160^\circ$  e  $P + 180^\circ$  são  $216.2^\circ$ ,  $246.2^\circ$ ,  $256.2^\circ$  e  $276.2^\circ$ , cujo valor complementar para o integrador seria  $143.8^\circ$ ,  $113.8^\circ$ ,  $103.8^\circ$  e  $83.8^\circ$ , respectivamente. Isto quer dizer que os valores da inclinação começaram a oscilar a partir desses valores complementários apresentados anteriormente.

Notamos que a maior quantidade de partículas-teste perturbadas são aquelas que estão próximas dos satélites massivos ( $P + 180^\circ$ ), à medida que aumentamos o valor da inclinação; mostrados nos gráficos  $(a - e)$  para todas as inclinações avaliadas. Observamos nos gráficos (a) das figuras 4.15 à 4.17, que o aumento do valor da inclinação para os diferentes conjuntos de partículas são estáveis nas regiões 2 e 3 após de  $\sim 10^5 T_C$ .

Os intervalos de oscilação para o conjunto de partículas com inclinação maior a  $P + 90^\circ$  (figura 4.15 (b) à 4.18 (b)) são:  $P + 120^\circ$  é de  $\sim 22^\circ \leq I \leq \sim 146^\circ$ . Para as partículas com inclinação  $P + 150^\circ$  é de  $\sim 48^\circ \leq I \leq \sim 119^\circ$ . Para as partículas com inclinação  $P + 160^\circ$  é de  $\sim 56^\circ \leq I \leq \sim 110^\circ$ . As partículas com inclinação  $P + 180^\circ$  é de  $\sim 70^\circ \leq I \leq \sim 95^\circ$ .

Figura 4.15: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ . Os pequenos satélites são indicados por pontos na seguinte ordem Estige, Nix, Cérberos e Hidra.

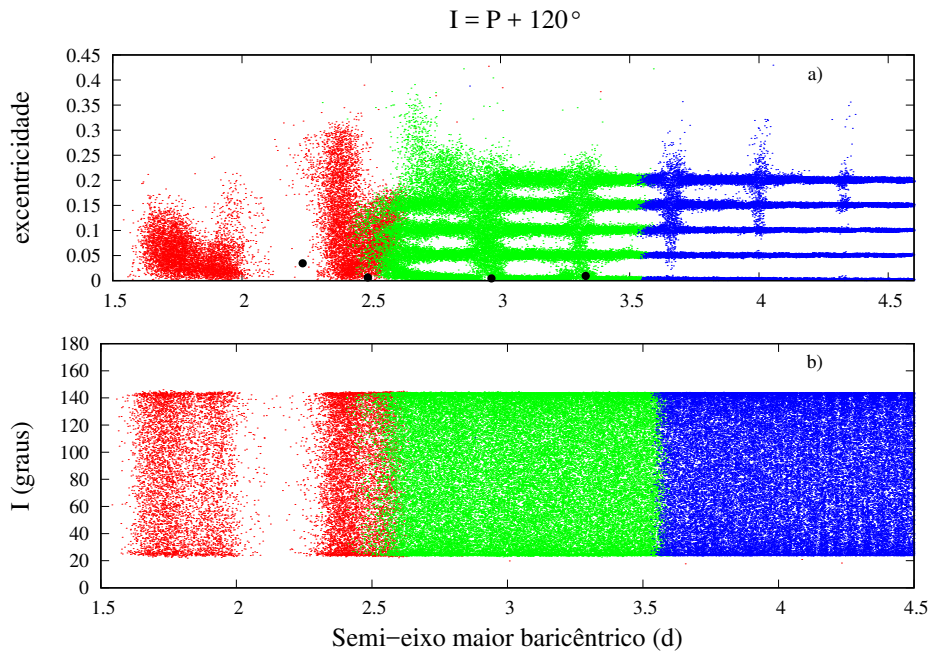


Figura 4.16: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ .

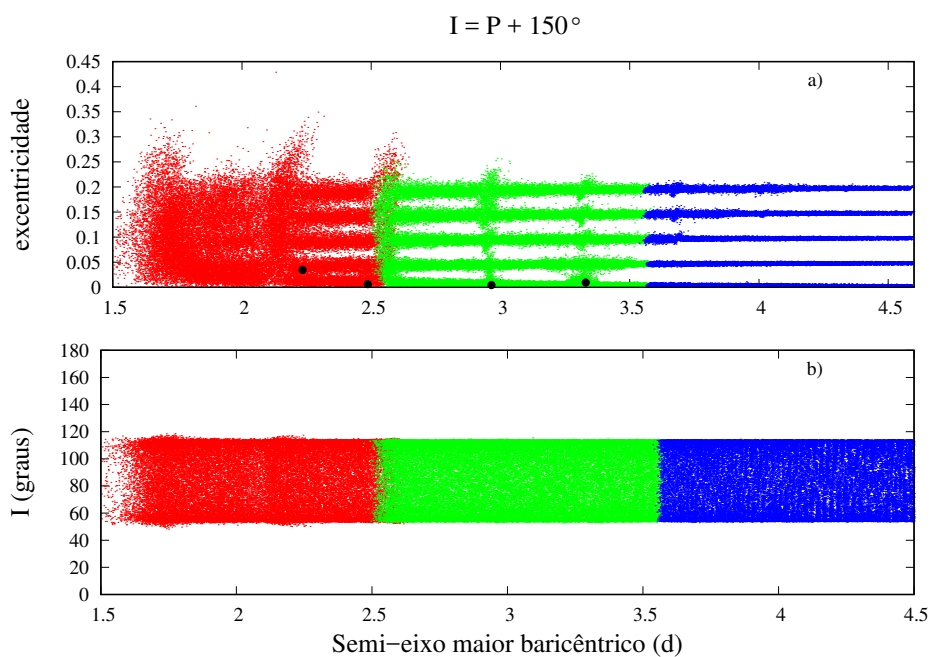


Figura 4.17: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ .

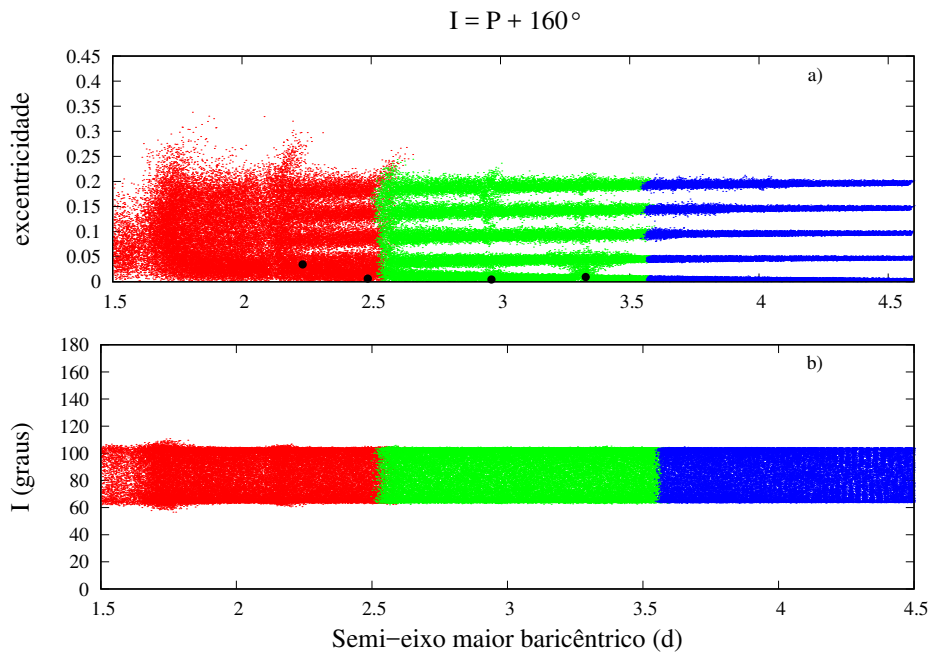
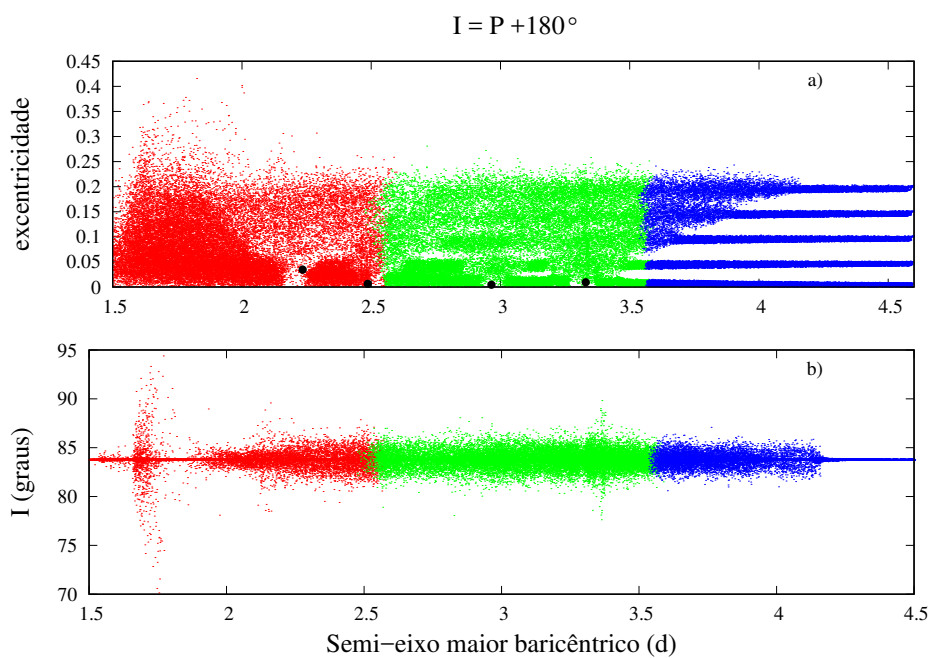


Figura 4.18: Semi-eixo maior baricêntrico (d) em função da excentricidade e inclinação após  $\sim 10^5 T_C$ .



No seguinte item apresentaremos os resultados de ejeção, colisão e estabilidade das partículas teste para este intervalo de inclinação.

**Resultados**  $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$

As taxas de colisão, ejeção e estabilidade das partículas teste são apresentadas em histogramas para cada valor de inclinação dado inicialmente. Isto é avaliado para todas as regiões (1, 2 e 3). De acordo com os resultados para cada valor de inclinação temos: as partículas com inclinação  $P + 120^\circ$  são ejetadas da região 1, aproximadamente 24,22% destas, e na região 2 as colisões com os corpos massivos é de 0,19% , a maioria das partículas são estáveis na região 2 e 3 (figura 4.19).

As partículas com inclinação de  $P + 150^\circ$  são estáveis nas três regiões 1, 2 e 3, cujo percentagem média é 31,89%. A percentagem média das partículas ejetadas é de 3,6%, menor ao valor apresentado no intervalo de inclinação anterior. As colisões diminuem em todas as regiões, a região 1 representam o 0,36% de todas as colisões partícula-satélite, e a ejeção das partículas tem média de 3,6% (figura 4.20).

O conjunto de partículas com inclinação  $P + 160^\circ$  apresentam maior quantidade de partículas estáveis na região 1, 2 e 3 sendo de aproximadamente 30,56%, 32,77% e 33,27%, respectivamente. As percentagens de colisões com os corpos massivos é de 0,58%, 0% e 0% , e apresentam menor quantidade de partículas ejetadas nas três regiões 1, 2 e 3, respectivamente (figura 4.21).

As partículas com inclinação de  $P + 180^\circ$  são estáveis nas regiões 1, 2 e 3; cujos percentagens de sobrevivência são de 21,22%, 21,33% e 31,10%, respectivamente. Observamos que os satélites perturbam as regiões até o tempo final de 650000 dias. As colisões das partículas com os satélites em todas as regiões é apresentado como a percentagem média de 7,58%, e a estabilidade das partículas é notório nas três regiões (figura 4.22).

Figura 4.19: Resultados para  $P + 120^\circ$ .

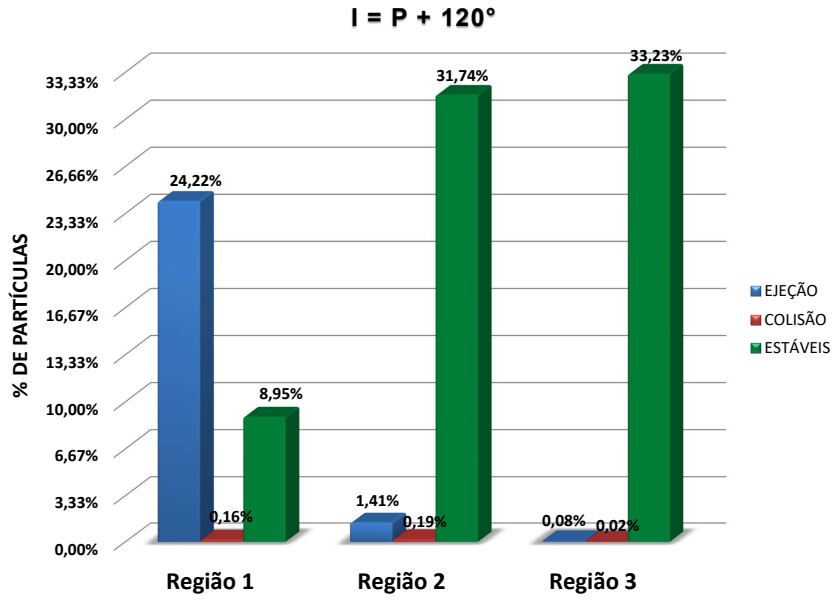


Figura 4.20: Resultados para  $P + 150^\circ$ .

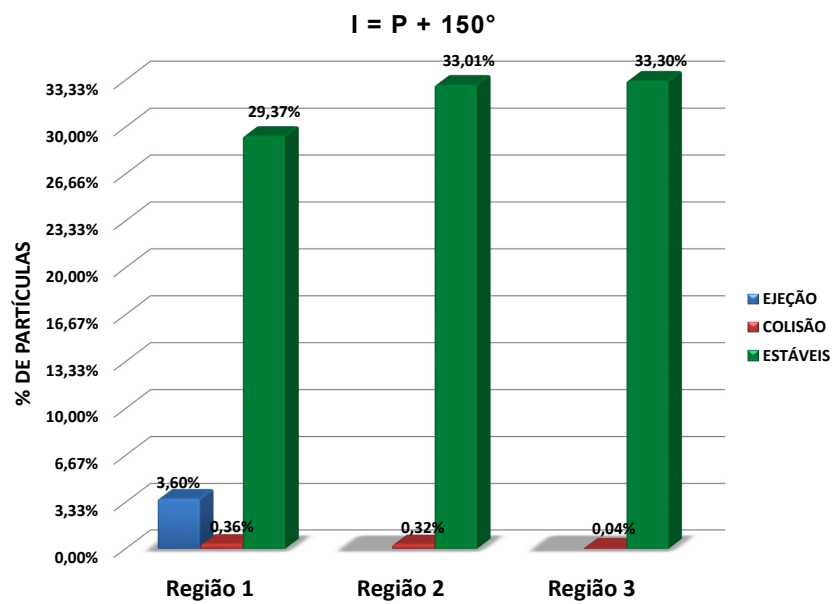


Figura 4.21: Resultados para  $P + 160^\circ$ .

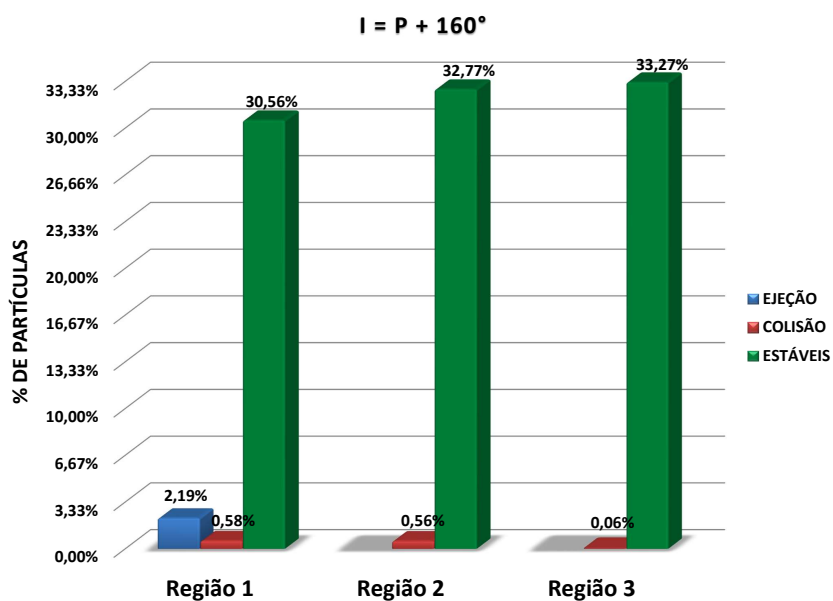
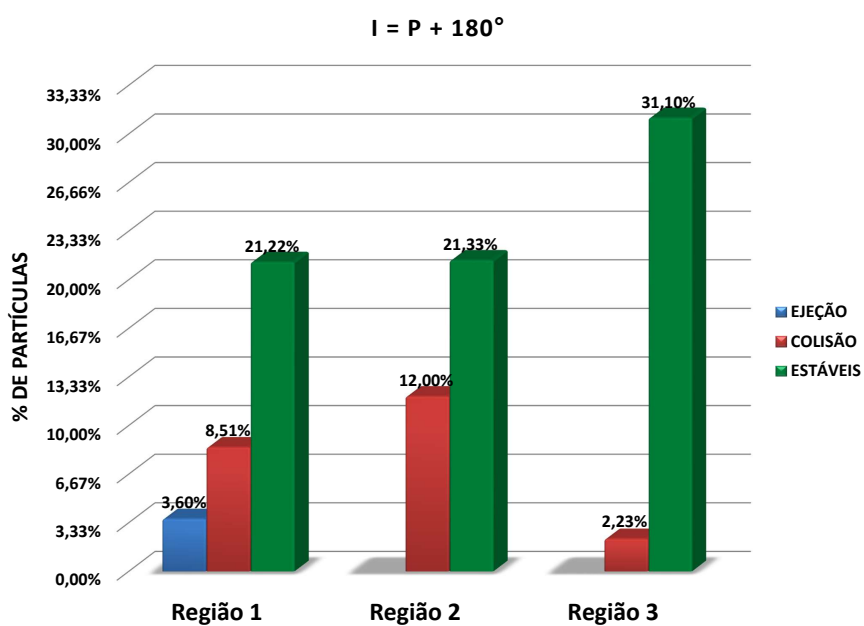


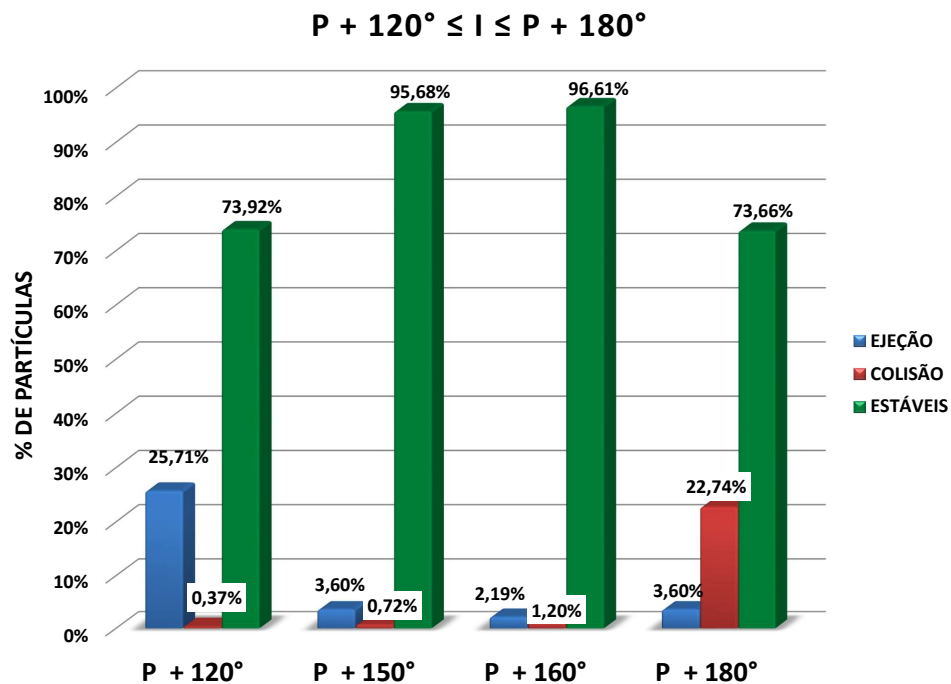
Figura 4.22: Resultados para  $P + 180^\circ$ .





De acordo com os resultados para este intervalo de inclinação ( $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$ ), calculamos a média porcentual das partículas-teste que sofreram colisão, ejeção e as que são estáveis. Observamos que  $\sim 8,77\%$  das partículas são ejetadas do sistema, as percentagens de partículas que sofrerem colisão com os corpos massivos é de  $\sim 6,25\%$  e as partículas estáveis são  $\sim 84,96\%$  do total como se apresentam na figura 4.23.

Figura 4.23: Resumo dos resultados para o intervalo da inclinação de  $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$



# Capítulo 5

## Efeitos da Pressão de Radiação Solar

### 5.1 Introdução

O arrasto tangencial em partículas da ordem de micrometro, denominado o arrasto de Ponyting-Robertson, é definido como a influência exercida pela pressão de radiação solar sobre o movimento de partículas. A radiação incidente pode ser representada por um feixe paralelo de fótons, e a partícula é assumida como sendo um corpo simetricamente esférico que não sofre rotação (Klačka et al., 2014).

Burns et al. (1979) derivou uma expressão para a força resultante como a soma das forças causadas pelo impulso exercido pelo feixe incidente e pela perda de momento linear em partículas perfeitamente absorvedoras. A força resultante é dada por:

$$\vec{F} = m\dot{\vec{v}} \cong \frac{SA}{c} \left[ \left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) \hat{S} - \frac{\vec{v}}{c} \right] \quad (5.1)$$

onde  $m$  é a massa da partícula,  $\vec{v}$  é sua velocidade da partícula e  $\dot{r}$  é a velocidade radial. Podemos observar na equação (5.1) duas partes, uma dependente da velocidade que é o Arrasto de Ponyting-Robertson; a outra independente da velocidade chamada de Pressão de Radiação (Burns et al., 1979).

Burns et al. (1979) considerou importante analisar partículas esféricas que espalham, absorvem e transmitem luz, no momento que o feixe incide em uma secção transversal geométrica ( $A$ ) da partícula. Foi incluída a constante  $Q_{pr}$  conseguindo assim generalizar a equação (5.1). Esse coeficiente é adimensional e relaciona os coeficientes de absorção, espalhamento e remissão da energia pela partícula. Como estamos interessados na quantidade de radiação absorvida de forma eficaz, podemos definir um coeficiente de pressão de radiação da forma:

$$Q_{pr} \equiv Q_{abs} + Q_{esp}(1 - \langle \cos \alpha \rangle) \quad (5.2)$$

$Q_{abs}$  e  $Q_{esp}$  são os coeficientes de absorção e espalhamento da luz (coeficientes da teoria de Mie (Mignard,1984) e  $\langle \cos \alpha \rangle$  corresponde a assimetria da radiação espalhada. Portanto, a expressão derivada de Burns et al. (1979) é dada da forma:

$$\vec{F} = m\dot{\vec{v}} \cong \frac{SA}{c} Q_{pr} \left[ \left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) \hat{S} - \frac{\vec{v}}{c} \right] \quad (5.3)$$

Quando  $Q_{pr} = 1$  a equação (5.3) é igual a equação (5.1), para partículas totalmente absorventes.

Assumindo que  $F_G$  e  $F_{pr}$  são forças gravitacionais e de radiação, respectivamente, e as partículas apresentam raio ( $r$ ) e densidade ( $\rho$ ) e estão localizadas a uma distância  $R$  do Sol, temos:

$$F_G = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho GM/R^2 \quad (5.4)$$

$$F_{pr} = S \frac{\pi r^2}{c} Q_{pr} = \frac{L}{4\pi R^2} \frac{\pi r^2}{c} Q_{pr} \quad (5.5)$$

onde  $M$  e  $L$  são a massa solar e a luminosidade, respectivamente,  $G$  é a constante de gravitação e  $S = \Phi = L/(4\pi R^2)$  é a densidade de fluxo da radiação. Ambas forças decaem com o inverso do quadrado da distância. A razão das duas forças depende somente das propriedades da partícula e é definida assim:

$$\beta \equiv \frac{F_r}{F_G} = \frac{3L}{16\pi GMc} \frac{Q_{pr}}{\rho r} = 5,7 \times 10^{-5} \frac{Q_{pr}}{\rho r} \quad (5.6)$$

onde  $\rho$  e  $r$  devem ser dados em unidades cgs (centímetro-grama-segundo). O parâmetro  $\beta$  foi determinado para três tipos de materiais como o ferro, basalto e grafite, por Burns et al. (1979).

Quando as partículas se encontram sob o efeito do arrasto de Ponnyting-Robertson, seu semi-eixo maiores decairão, e seus movimentos serão espiralados em direção ao planeta até sofrerem colisões com ele; sob efeito da pressão de radiação as excentricidades das partículas oscilarão.

## 5.2 Pressão de Radiação Solar para o caso planetocêntrico

A dinâmica de uma partícula orbitando um planeta sujeita à pressão de radiação solar pode ser descrito pelas equações de Gauss (Burns, 1976).

A configuração do sistema para o caso planetocêntrico é mostrado na figura 5.1 (Mignard, 1984), onde “ $P$ ” é o planeta ou satélite e “ $G$ ” é o grão da ordem de micronmetro, e os vetores unitários estão  $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c})$  centrados no planeta, como mostra a figura 5.1 direita, cujos termos são  $\vec{a} = a\hat{a}$  e  $\vec{b} = a(1 - e^2)^{1/2}\hat{b}$ .

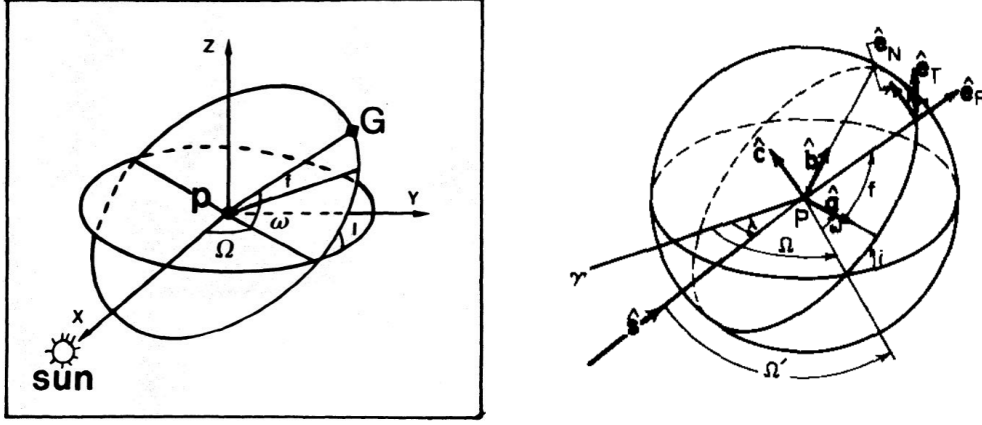
Allan (1962) define o vetor posição como  $\vec{r} = \vec{a}(\cos E - e) + \vec{b} \sin E$ , onde  $E$  é a anomalia excêntrica. A derivada primeira dessa equação em relação ao tempo é:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{E}(-\vec{a} \sin E + \vec{b} \cos E) \quad (5.7)$$

Do problema de dois corpos temos que  $r = a(1 - \cos E)$  e  $nt = E - e \sin E$ , onde  $n$  é o movimento médio da partícula. Desta última expressão derivamos  $\dot{E}$  e substituindo o raio  $r$ , temos que  $\dot{E} = na/r$ . A equação (5.3) pode ser reescrita substituindo a parte dependente da velocidade por  $\dot{\vec{r}}$  (Burns et al., 1979):

$$\vec{F}_{P-R} = \frac{SA}{c^2} Q_{pr} [(\hat{r} \cdot \hat{S}) \hat{S} - \dot{\vec{r}}] \quad (5.8)$$

Figura 5.1: Sistema de referência planetocêntrico apresentado em Mignard (1984) (imagem à esquerda) e o sistema de coordenadas  $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c})$  centrados no planeta  $P$  (imagem à direita) (Burns et al., 1979)



A taxa de variação da energia da órbita de uma partícula circumplanetária é dada por  $\dot{E} = \vec{F}_{P-R} \cdot \dot{r}$  (Burns et al., 1979). A equação (5.9) fornecida por Burns et al. (1979), expressa o tempo (em anos) que uma partícula circumplanetária leva para colidir com o planeta. Nesse caso a partícula apresenta  $I = 0^\circ$ , raio ( $r$ ) e densidade ( $\rho$ ):

$$\tau_{P-R} = 9,3 \times 10^6 R^2 \rho r / Q_{pr} \quad (5.9)$$

onde  $r$  e  $\rho$  estão em unidades  $cgs$  e  $R$  é a distância do planeta ao Sol em UA.

Mignard (1984) forneceu a expressão vetorial da pressão de radiação solar (equação (5.10)), considerando o fluxo solar constante, ou seja, qualquer pequena variação da distância da partícula ao Sol é desprezível, e a órbita do planeta como sendo circular:

$$\vec{F} = \frac{SA}{c} Q_{pr} \left\{ \frac{\vec{r}_{sp}}{r_{sp}} \left[ 1 - \frac{\vec{r}_{sp}}{r_{sp}} \left( \frac{\vec{v}_{sp}}{c} + \frac{\vec{v}}{c} \right) \right] - \left( \frac{\vec{v}_{sp}}{c} + \frac{\vec{v}}{c} \right) \right\} \quad (5.10)$$

onde  $\vec{v}$  é o vetor velocidade da partícula em relação ao planeta,  $\vec{r}_{sp}$  é vetor posição Sol-planeta,  $r_{sp}$  é o modulo do vetor  $\vec{r}_{sp}$ .

Da equação (5.10) podem ser obtidas as três componentes  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$  no sistema cartesiano para uma partícula em órbita ao redor do planeta com obliquidade ( $\gamma$ ), ângulo entre o Sol-partícula e o plano do equador do planeta (Sfair e Giuliatti Winter, 2009). Considerando o sistema de referência com origem no centro do planeta, sendo  $n_s$  constante, as componentes são dadas da forma:

$$F_x = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[ \cos(n_s t) - \left( \frac{x_s}{r_{sp}} \right)^2 \left( \frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c} \right) - \left( \frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c} \right) \right] \quad (5.11)$$

$$F_y = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[ \cos(\gamma) \sin(n_s t) - \left(\frac{y_s}{r_{sp}}\right)^2 \left(\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c}\right) - \left(\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c}\right) \right] \quad (5.12)$$

$$F_z = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[ \sin(\gamma) \sin(n_s t) - \left(\frac{z_s}{r_{sp}}\right)^2 \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c}\right) - \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c}\right) \right] \quad (5.13)$$

onde  $v_p = (v_{xs}, v_{ys}, v_{zs})$  são as componentes da velocidade do planeta ao redor do Sol,  $v = (v_x, v_y, v_z)$  são as componentes do vetor velocidade da partícula ao redor do planeta,  $r_{sp} = (x_s, y_s, z_s)$  são as componentes do vetor posição Sol-planeta,  $M_s$  a massa do Sol, e  $n_s$  é o movimento médio do Sol.

As componentes da pressão de radiação solar e do Arrastro de Poynting-Robertson são:

### Componentes da Pressão de Radiação Solar

$$F_x = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \cos(n_s t) \quad (5.14)$$

$$F_y = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \cos(\gamma) \sin(n_s t) \quad (5.15)$$

$$F_z = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \sin(\gamma) \sin(n_s t) \quad (5.16)$$

### Componentes do Arrastro de Poynting-Robertson

$$F_x = -\frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[ \left(\frac{x_s}{r_{sp}}\right)^2 \left(\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c}\right) + \left(\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c}\right) \right] \quad (5.17)$$

$$F_y = -\frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[ \left(\frac{y_s}{r_{sp}}\right)^2 \left(\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c}\right) + \left(\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c}\right) \right] \quad (5.18)$$

$$F_z = -\frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} \left[ \left(\frac{z_s}{r_{sp}}\right)^2 \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c}\right) + \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c}\right) \right] \quad (5.19)$$

Neste trabalho faremos um análise dos efeitos da pressão de radiação solar em partículas micrométricas localizadas na região externa do sistema binário Plutão-Caronte. O objetivo é simular numericamente a evolução orbital dessas partículas sob efeito da pressão de radiação solar e dos corpos massivos do sistema de Plutão.

### 5.3 Condições Iniciais para o Sistema de Plutão

O sistema a analisar é formado por 7 corpos: Plutão, seus 5 satélites (corpos massivos) e partículas micrométricas. A distância entre Plutão e Caronte é assumida como unidade de distância ( $d=19596$  km), e o plano orbital dos satélites foi considerado em  $t=0$ . As condições iniciais de Plutão e de seus satélites foram as mesmas utilizadas na secção 4.3.

As condições iniciais das partículas micrométricas foram selecionadas da mesma forma que as partículas-teste na secção 4.3, com a diferença que o semi-eixo maior  $a$ , medido em relação ao centro de massa do sistema binário, assumiu valores de  $\sim 1.5d$  a  $\sim 3.5d$  com o passo de  $\Delta a = 0,005d$ . Como os satélites de Plutão se encontram além da órbita de Caronte, dividimos o conjunto das partículas em duas regiões cujos intervalos são  $\sim 1.5d$  a  $\sim 2.5d$  (região 1) e  $\sim 2.5d$  a  $\sim 3.5d$  (região 2) como mostra a figura 4.1.

Aplicaremos os efeitos da pressão de radiação solar para as partículas com raios de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$ . Avaliaremos esse sistema para diferentes inclinações, como no plano da órbita ( $96.2^\circ$ ) e valores defasados,  $30^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  e  $180^\circ$ .

Para a realização das simulações numéricas utilizaremos o integrador Burlirsh-Stöer (Chambers, 1999), com modificações feitas por Décio Mourão e Rafael Sfair para inserir as equações apresentadas em (5.14) à (5.19). Não consideraremos nenhum valor para o achatamento de Plutão. As partículas micrométricas foram integradas por um período de 650000 dias. No total foram integradas 104000 partículas micrométricas por cada valor de raio (1, 5 e  $10\mu\text{m}$ ). As condições de ejeção do sistema e colisão com o corpo central e os corpos massivos são os mesmos adotados na secção 4.3.

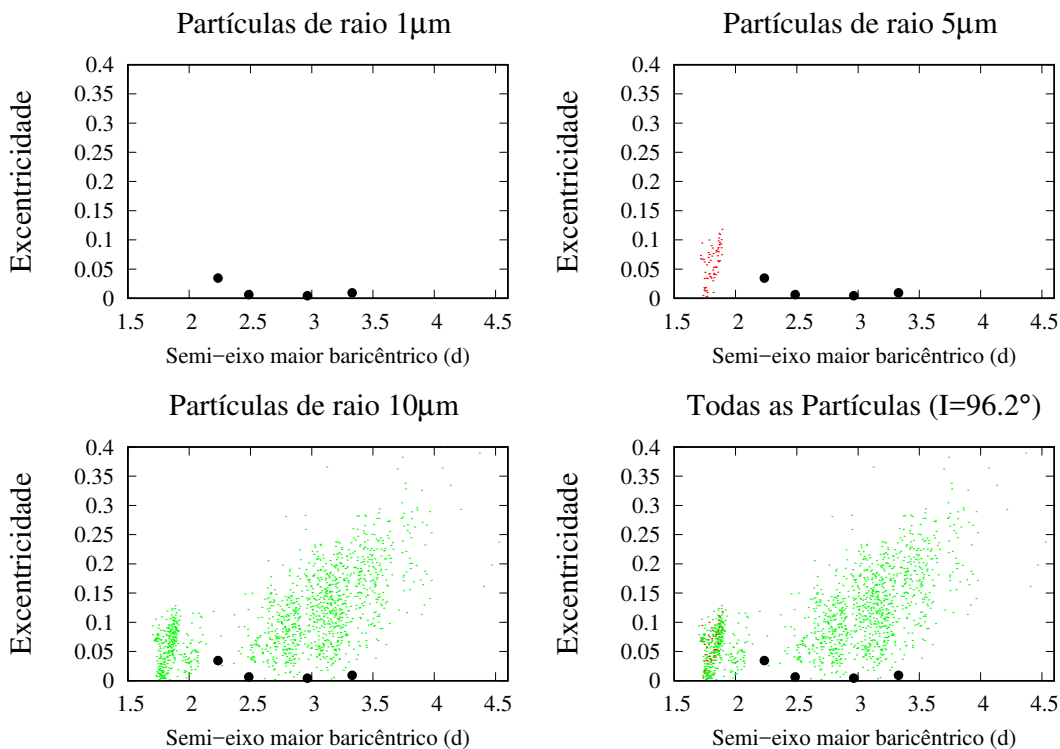
De acordo com Dos Santos et al. (2013) é necessário incluir a variação do fluxo solar durante a simulação numérica das partículas micrométricas, pois Plutão está em órbita excêntrica ao redor do Sol. Os parâmetros físicos de Plutão foram extraídos de Brozović et al. (2015) e o semi-eixo maior em UA foi extraído de Murray e Dermott (1999).

### 5.3.1 Análise dos Resultados

Para destacar o tamanho de cada partícula consideramos diferentes cores, as partículas de raio  $1\mu\text{m}$  terão a cor marrom, as de  $5\mu\text{m}$  terão a cor vermelha e as de raio  $10\mu\text{m}$  terão a cor verde, os satélites de Plutão foram representados como pequenos círculos de cor preta.

Os resultados para cada valor de inclinação das partículas foram obtidos para o plano da órbita ( $I = 96.2^\circ$ ),  $P + 30^\circ$ ,  $P + 90^\circ$ ,  $P + 120^\circ$  e  $P + 180^\circ$ , sendo  $P = 96.2^\circ$ . Geramos as grades ( $a - e$ ) para cada valor de raio (1, 5 e  $10\mu\text{m}$ ) para o tempo final de  $\sim 10^5 T_c$ . Também geramos os gráficos do decaimento do numero das partículas de raio 1, 5 e  $10\mu\text{m}$ , devido à ejeção destas do sistema. Como esses gráficos representam o comportamento do conjunto de partículas ejetadas do sistema em relação ao tempo, que são apresentadas nas figuras 5.3, 5.5 e 5.8 (lado esquerdo das figuras); se torna difícil visualizar esse comportamento, já que, a ejeção das partículas do sistema é rápida. Portanto, consideramos fazer um "zoom" para visualizar o decaimento por ejeção das partículas do sistema por cada região (1 e 2). Esses gráficos estão apresentados no lado direito das figuras 5.3, 5.5 e 5.8.

Figura 5.2: Grade  $a \times e$  para partículas de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$  após  $10^5$  períodos orbitais de Caronte, para  $I=96.2^\circ$ .



As partículas de  $1\mu\text{m}$  (figura 5.2) não permaneceram no sistema até o tempo final de integração. Isto é devido às partículas de raio  $1\mu\text{m}$  sofrerem colisão e ejeção do sistema nas duas regiões, após  $\sim 32$  anos (figura 5.3). Observamos na figura 5.3 que todas as partículas que possuem raios de  $5\mu\text{m}$  e  $10\mu\text{m}$  são ejetadas após 1600 anos e 1800 anos, respectivamente.

Figura 5.3: Decaimento do numero de partículas de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$  integradas numericamente até  $\sim 10^5$  períodos orbitais de Caronte devido à ejeção destas partículas com inclinação igual a  $96,2^\circ$ .

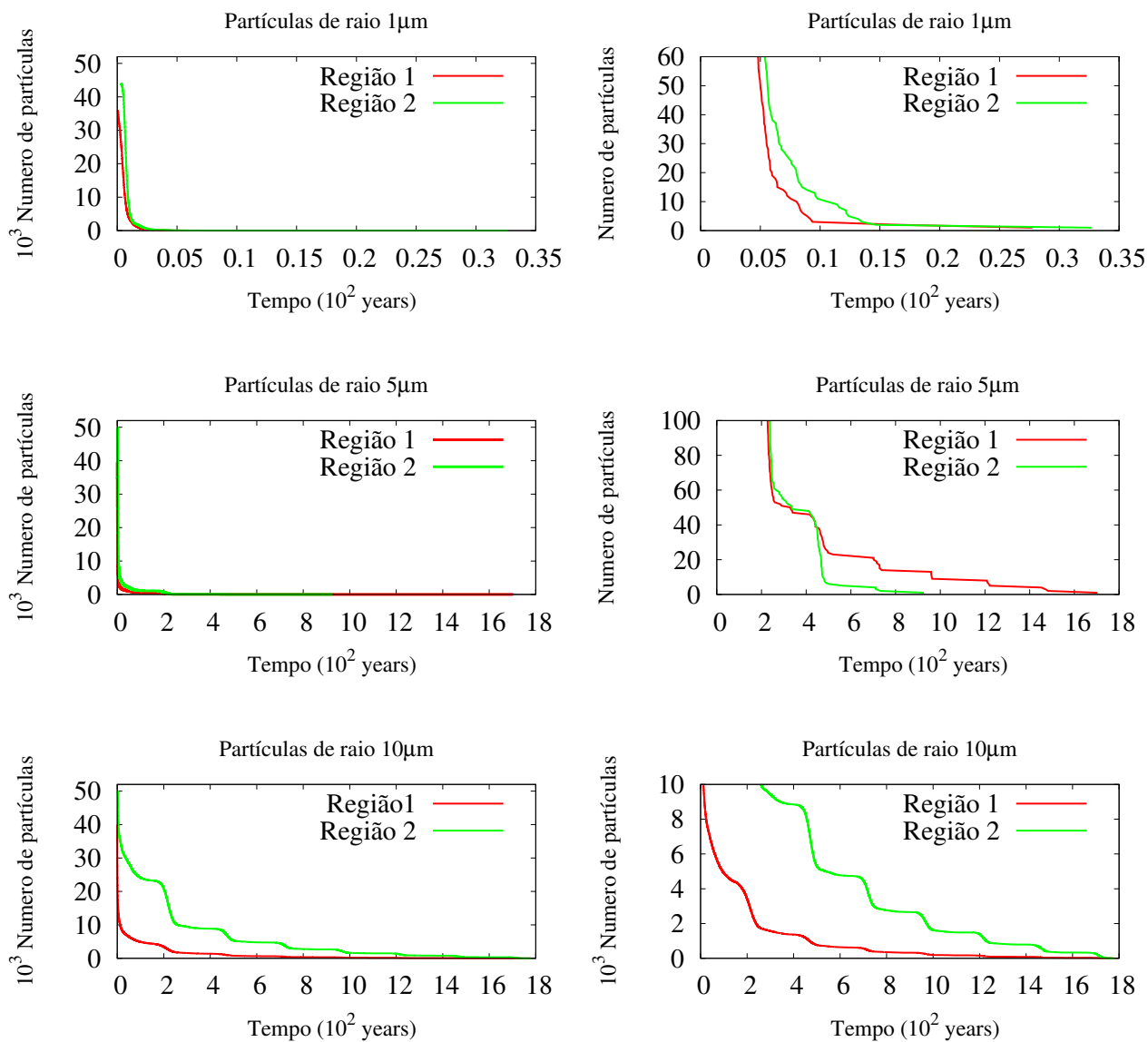
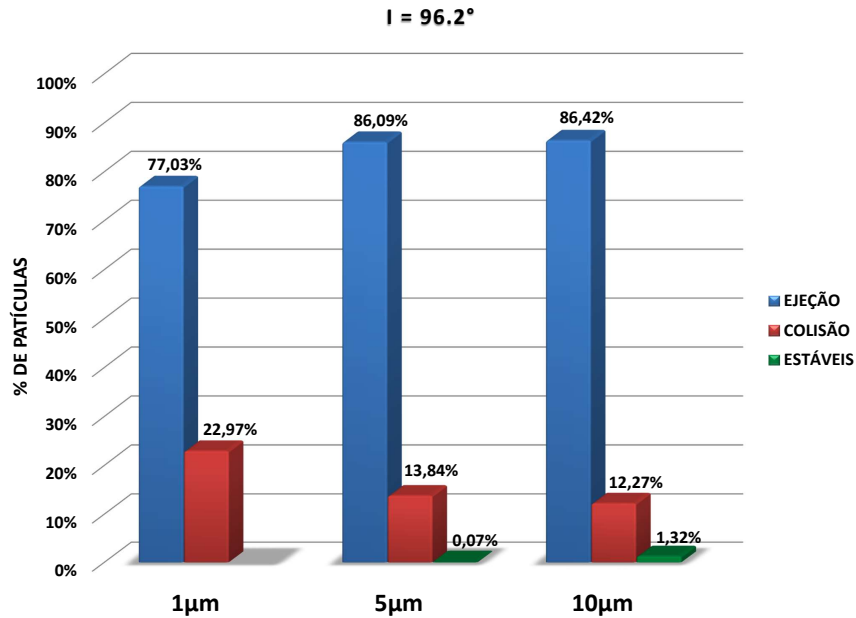




Figura 5.4: Resultado para partículas de 1, 5 e 10 $\mu$ m após  $\sim 10^5$  períodos orbitais de Caronte.



As percentagens de colisão, ejeção e partículas que permanecem no sistema com inclinação de  $96.2^\circ$  para os três valores de raio 1, 5 e 10 $\mu$ m, são apresentadas na figura 5.4. Verificamos que o conjunto de partículas de raio 1 $\mu$ m corresponde a 77,03% das partículas que foram ejetadas do sistema, enquanto que conjuntos de partículas de 5 e 10 $\mu$ m correspondem a 86,09% e 86,42%, respectivamente. A percentagem de colisão das partículas de raio 1 $\mu$ m com os satélites é de 22,97% e para as partículas de raio 5 e 10 $\mu$ m é de 13,84% e 12,27%, respectivamente.

Menos de 0,1% de partículas de 5 $\mu$ m e menos de 1,5% de partículas de 10 $\mu$ m sobrevivem até o final da integração numérica. Pode-se inferir que se aumentarmos o raio da partícula, este apresentará maior estabilidade nas duas regiões, e as colisões partículas-satélites diminuirão até o valor apresentado para as partículas-teste da secção 4.3.

O decaimento das partículas sob efeito da pressão de radiação solar para partículas com inclinação  $P + 30^\circ$  é apresentado nas figuras (5.5) e as percentagens das colisões, ejeções e partículas estáveis na figura (5.6). Nessas figuras podemos observar que as partículas de  $1\mu\text{m}$  são ejetadas até  $\sim 60$  anos. As partículas que possuem raios de  $5\mu\text{m}$  e de  $10\mu\text{m}$  são ejetadas até no máximo  $\sim 200$  anos e  $\sim 1700$  anos, respectivamente, nas duas regiões.

A figura 5.5 (lado esquerdo) mostram como as partículas são ejetadas rapidamente do sistema nos tempos mencionados anteriormente. Quando reduzimos a escala do número de partículas, lado direito da figura 5.5, observamos em detalhe o comportamento que apresentam o conjunto de partículas para os diferentes raios assumidos nas duas regiões. Podemos observar nesses gráficos, que as partículas de  $1$  e  $5\mu\text{m}$  são ejetadas rapidamente da região 2 após  $\sim 3$  anos e  $\sim 50$  anos, respectivamente e da região 1 são ejetados após  $\sim 5$  anos e  $\sim 2$  anos, respectivamente. Notamos que as partículas de  $10\mu\text{m}$  passam mais tempo no sistema, embora as partículas que se encontram na região 1 decairão após  $\sim 800$  anos, e as partículas que se encontram na região 2 são ejetadas  $\sim 1700$  anos.

A figura 5.6 mostra que  $16,94\%$  das partículas de raio  $1\mu\text{m}$  sofrem colisões com os corpos massivos, para os raios de  $5$  e  $10\mu\text{m}$  os valores são de  $4,89\%$  e  $2,28\%$ , respectivamente. A percentagem de partículas ejetadas do sistema superam o valor de  $97,72\%$  nos três tamanhos analisados. Nenhuma partícula permanece no sistema, devido à colisão com os corpos massivos e ejeção do sistema.

Figura 5.5: Decaimento do numero de partículas de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$  integradas numericamente até  $10^5$  períodos orbitais de Caronte devido à ejeção destas.

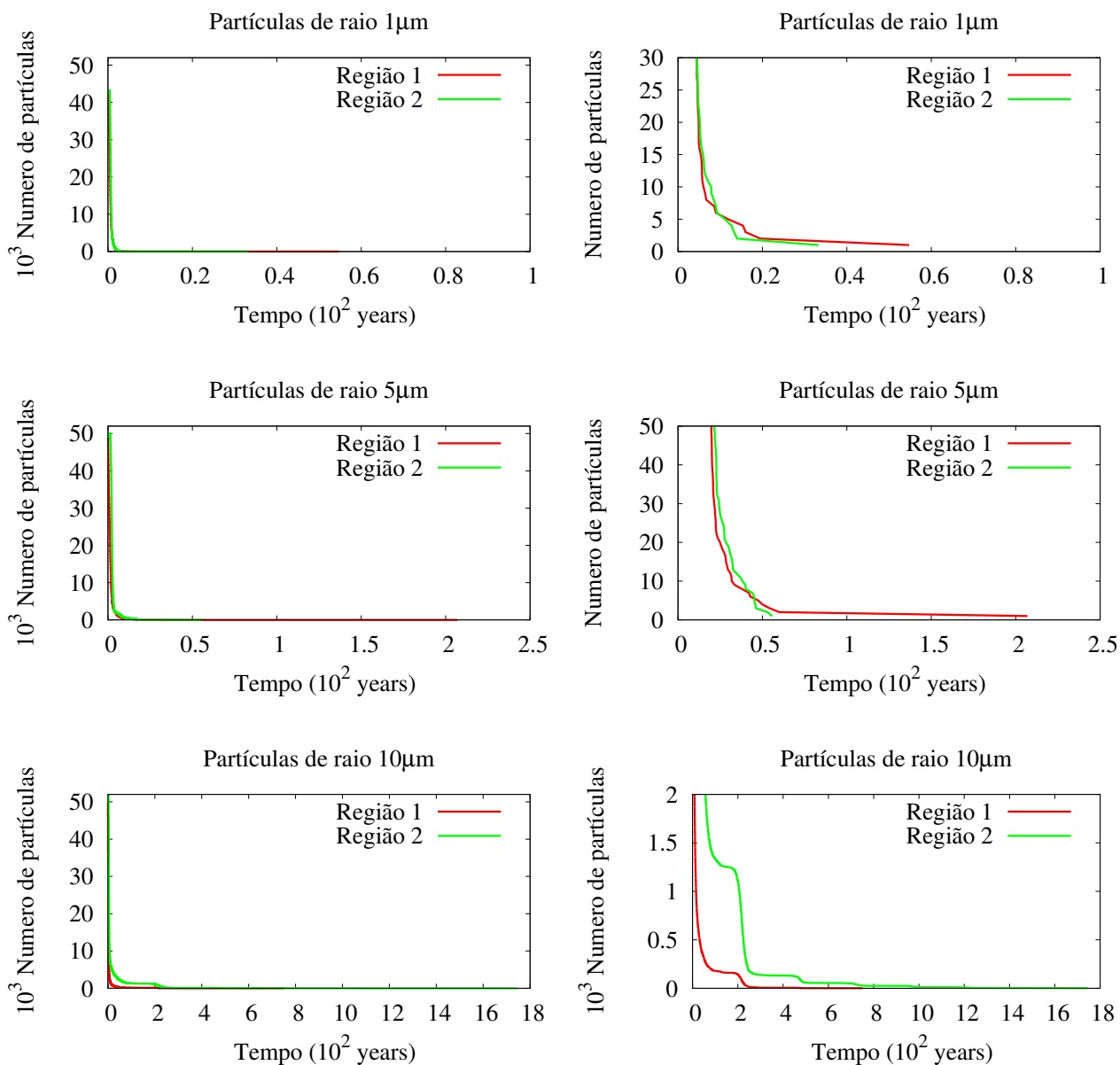


Figura 5.6: Resultado para as partículas de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$  integradas numericamente até  $\sim 10^5$  períodos orbitais de Caronte devido à ejeção, colisão e estabilidades destas.

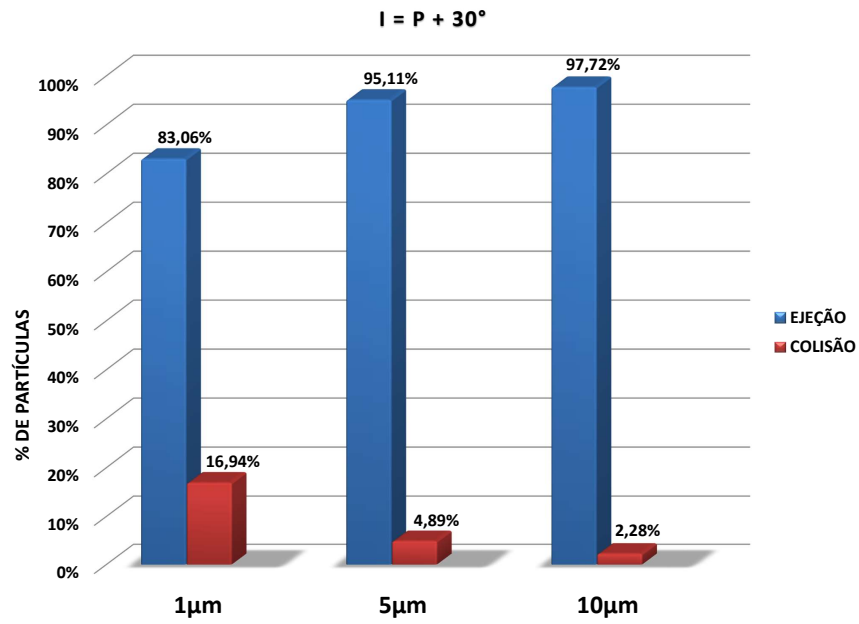
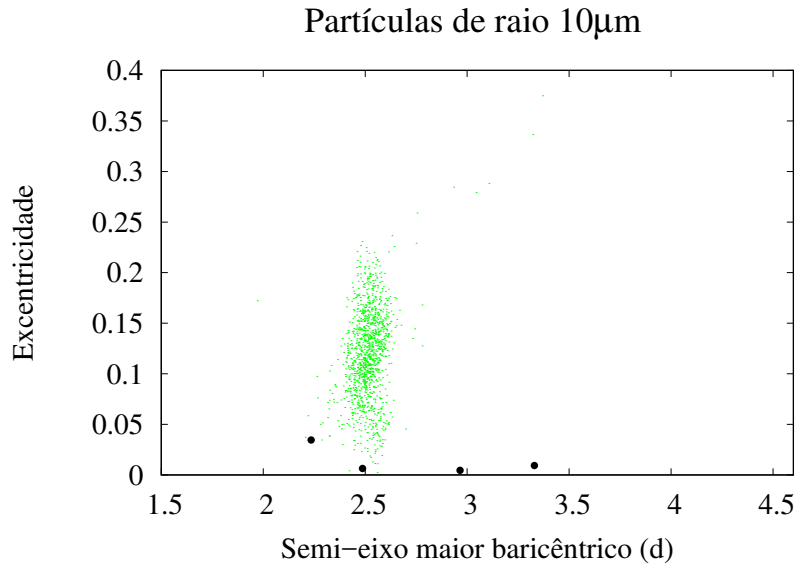


Figura 5.7: Partículas de  $10\mu\text{m}$  após  $\sim 10^5$  períodos orbitais de Caronte,  $I = P + 90^\circ$ .



Quando o conjunto de partículas de raio  $1$ ,  $5$  e  $10\mu\text{m}$  possuem uma inclinação de  $P + 90^\circ$ , somente um pequeno conjunto de partículas de raio  $10\mu\text{m}$  permaneceram até o tempo final da integração ( $t = 650000$  dias), como mostra a figura 5.7. Estas partículas estão localizadas próximas ao satélite Nix.

Observando a figura 5.8, vemos que os conjuntos de partículas com inclinação  $P + 90^\circ$ , em ambas regiões (1 e 2) são ejetados rapidamente do sistema, em  $\sim 10$  anos e  $\sim 220$  anos para as partículas de raio  $1\mu\text{m}$  e  $5\mu\text{m}$ , respectivamente. Porém, as partículas que apresentam raio  $10\mu\text{m}$  são ejetadas após  $\sim 1800$  anos em ambas regiões, embora um percentagem de partículas estáveis permanecem até o tempo final de integração (figura 5.9).

A figura 5.9 mostra que  $17,84\%$  das partículas de raio  $1\mu\text{m}$  sofrem colisões com os corpos massivos e as partículas de  $5$  e  $10\mu\text{m}$  colidem em  $5,65\%$  e  $2,55\%$ , respectivamente. A percentagem de partículas ejetadas do sistema superam o valor de  $82,16\%$  para os três tamanhos de raio. Somente  $1,24\%$  das partículas são estáveis.

Figura 5.8: Decaimento do numero de partículas de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$  integradas numericamente até  $10^5$  períodos orbitais de Caronte devido à ejeção destas.

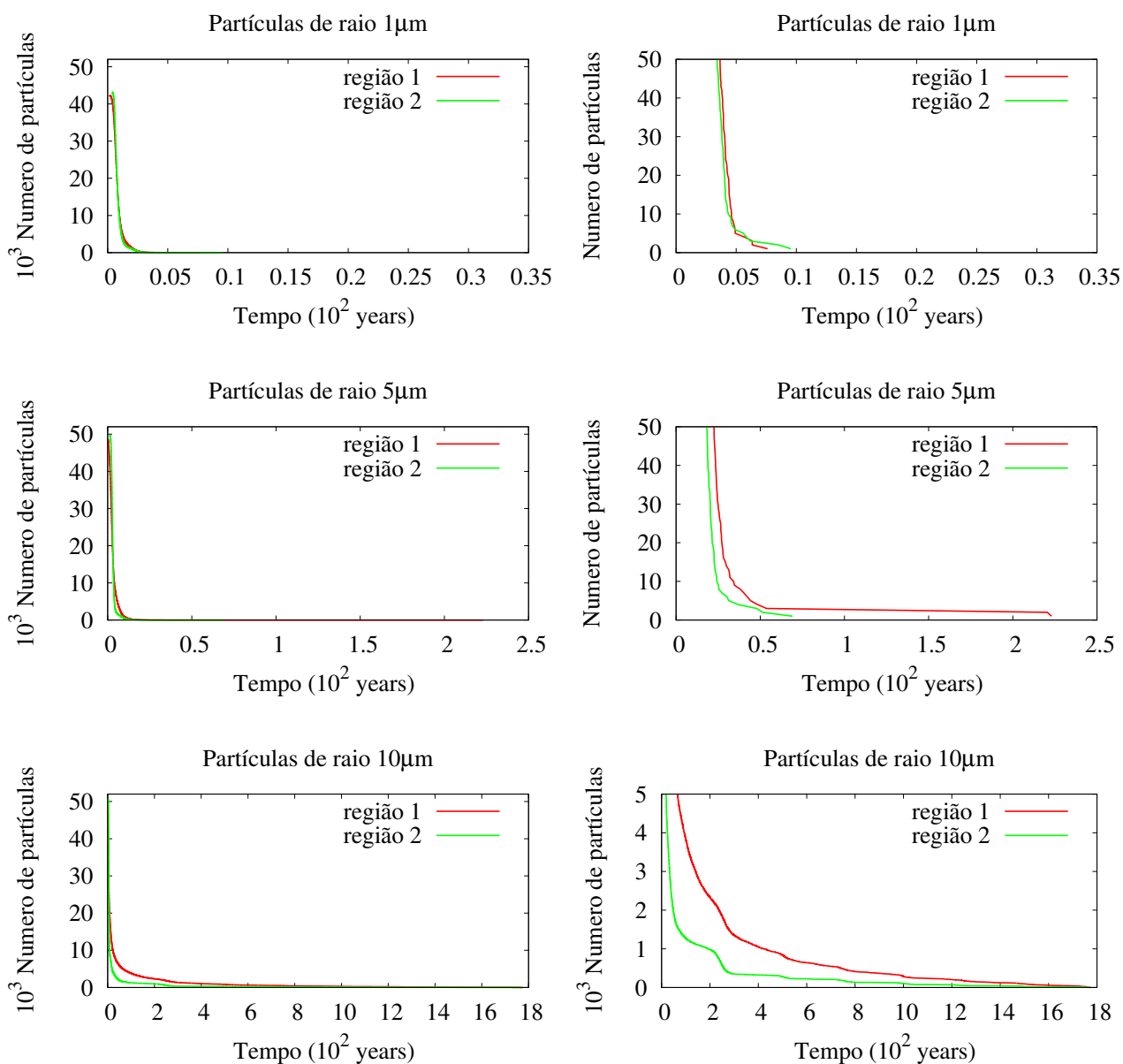
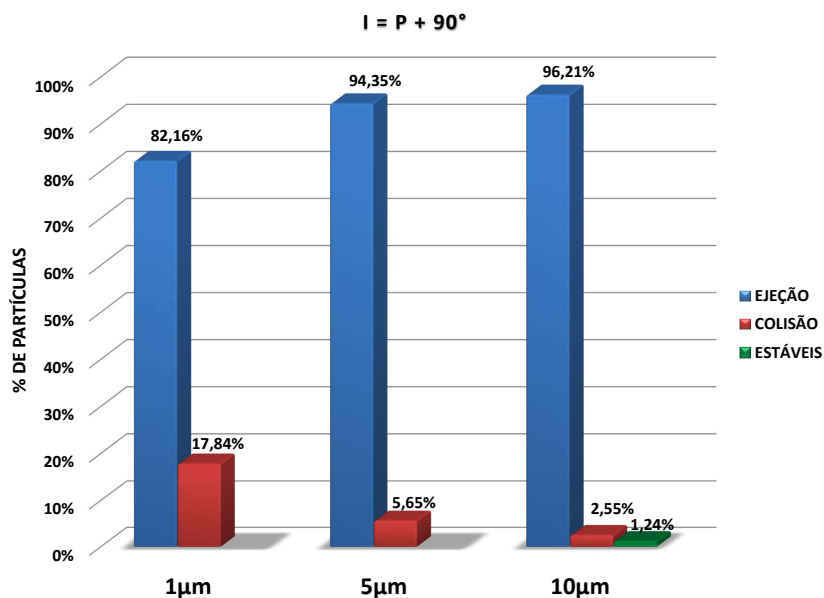


Figura 5.9: Resultado para as partículas de 1, 5 e 10 $\mu$ m após  $\sim 10^5$  períodos orbitais de Caronte.



Observando a figura 5.10 (lado direito), vemos que os conjuntos de partículas com inclinação  $P + 120^\circ$ , em ambas regiões (1 e 2) são ejetados rapidamente do sistema, cujo tempo aproximado de ejeção é  $\sim 70$  anos e  $\sim 200$  anos para as partículas de  $1\mu m$  que se encontram nas regiões 1 e 2; para as partículas de  $5\mu m$  o tempo de ejeção do sistema é  $\sim 260$  anos nas duas regiões. Porém, as partículas que apresentam raio  $10\mu m$  são ejetadas após  $\sim 500$  anos e  $\sim 1200$  anos nas regiões 1 e 2, respectivamente.

A figura 5.11 mostra que 9,72% das partículas de raio  $1\mu m$  sofrem colisões com os corpos massivos e as partículas de 5 e  $10\mu m$  colidem em 1,79% e 0,83%, respectivamente. A percentagem de partículas ejetadas do sistema superam o valor de 90,98% nos três tamanhos analisados.

Figura 5.10: Decaimento do numero de partículas de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$  integradas numericamente até  $10^5$  períodos orbitais de Caronte devido à ejeção destas.

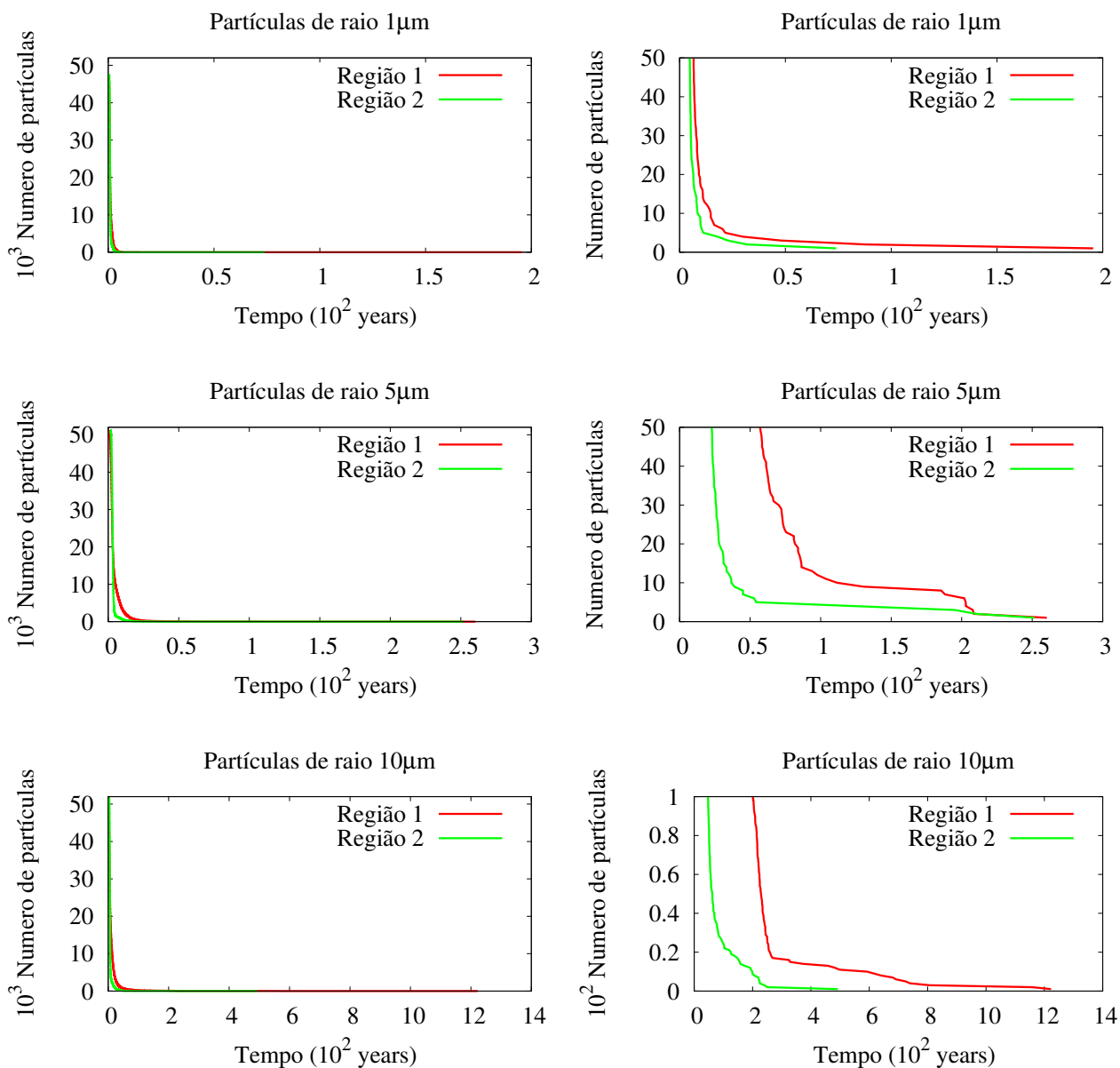
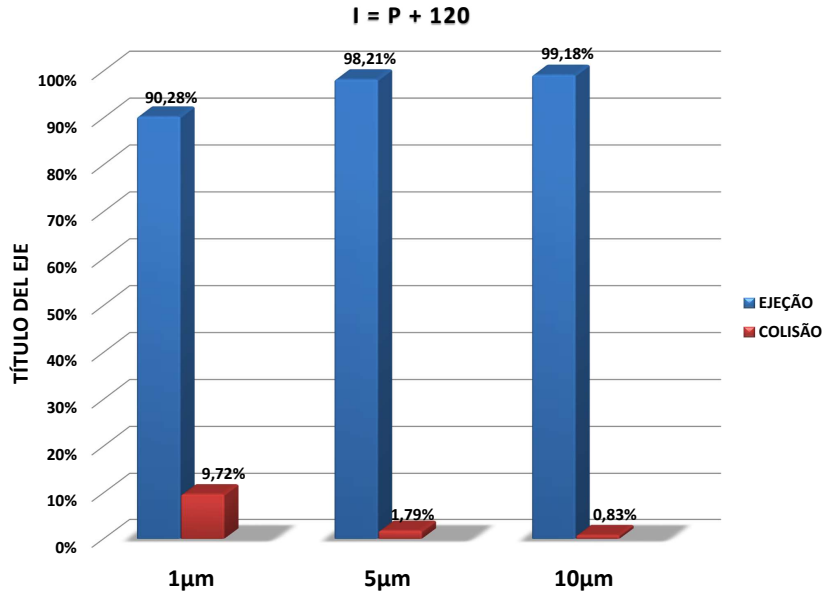




Figura 5.11: Resultado para as partículas de 1, 5 e 10 $\mu$ m após  $\sim 10^5$  períodos orbitais de Caronte.



Analizamos o conjunto de partículas de raio 1, 5 e 10 $\mu$ m para todas as inclinações avaliadas anteriormente, calculando a média ponderada das partículas que sofreram colisão com os corpos massivos e as partículas estáveis, como também as partículas ejetadas do sistema para os diferentes tamanhos de raio. Assim, temos uma ideia geral do comportamento das partículas sob efeito gravitacional e da pressão da radiação solar. As partículas de raio são representados por  $N_1$ ,  $N_5$  e  $N_{10}$ , e a quantidade de colisões de partículas de raio 1, 5 e 10 $\mu$ m são representadas por  $C_1$ ,  $C_5$ , e  $C_{10}$ , respectivamente; a quantidade de partículas ejetadas do sistema são representadas por  $E_1$ ,  $E_5$ , e  $E_{10}$ , e a quantidade de partículas estáveis para os diferentes tamanhos dos raios são representadas por  $ES_1$ ,  $ES_5$ , e  $ES_{10}$ . As equações (5.20) , (5.21) e (5.22) dão a média ponderada das partículas ejetadas, colididas e estáveis para os diferentes tamanhos de raios, as quais são:

$$E = \frac{N_1 E_1 + N_5 E_5 + N_{10} E_{10}}{N_1 + N_5 + N_{10}} \quad (5.20)$$

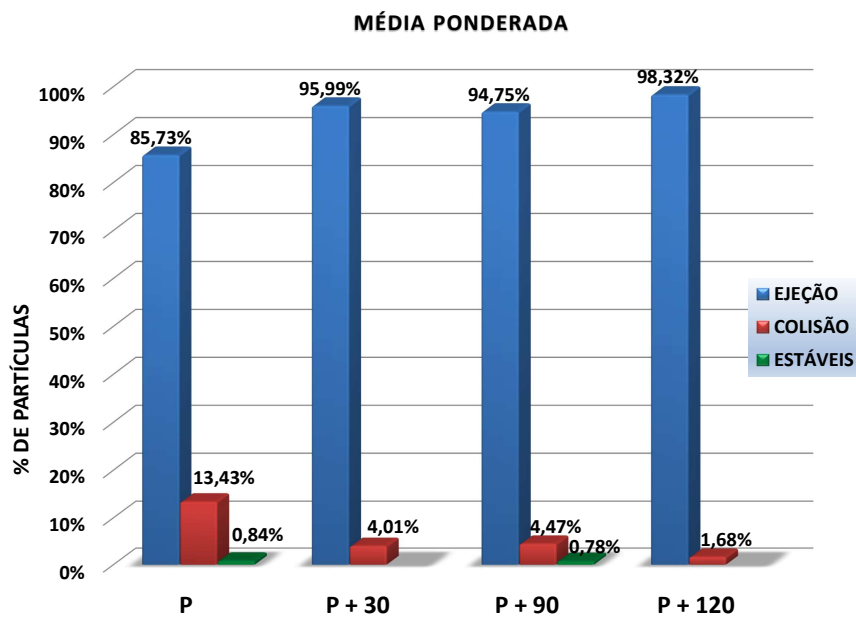
$$C = \frac{N_1 C_1 + N_5 C_5 + N_{10} C_{10}}{N_1 + N_5 + N_{10}} \quad (5.21)$$

$$ES = \frac{N_1 ES_1 + N_5 ES_5 + N_{10} ES_{10}}{N_1 + N_5 + N_{10}} \quad (5.22)$$

onde E, C e ES, referem a média ponderada das partículas que são ejetadas do sistema, sofrem colisão com os corpos massivos, e as que são estáveis após  $\sim 10^5 T_C$ , respectivamente.

A figura 5.12 apresenta as taxas de ejeção, colisão e estabilidade para os diferentes tamanhos de partículas, seguindo as equações (5.20) à (5.22). Observamos que a taxa de ejeção para os tamanhos das partículas com inclinação  $P + 120^\circ$  é maior comparado com aquelas que se encontram no plano ( $I = P = 96.2^\circ$ ). Notamos que as partículas que possuem inclinações  $P + 30^\circ$  e  $P + 120^\circ$  não apresentam partículas estáveis após de  $10^5 T_C$ , mas apresentam as maiores taxas de ejeção de partículas do sistema comparadas com aquelas partículas com inclinação  $96.2^\circ$  e  $P + 30^\circ$ . As partículas que apresentam inclinações de  $96.2^\circ$  e  $P + 90^\circ$  tem as maiores taxas de colisão com os corpos massivos, cujos percentagens são 13,43% e 4,47%, respectivamente.

Figura 5.12: Resumo dos resultado para as partículas de 1, 5 e  $10\mu\text{m}$ , para todas as inclinações avaliadas após  $\sim 10^5$  períodos orbitais de Caronte.



# Capítulo 6

## Discussão Geral

Neste trabalho analisamos a região externa do sistema de Plutão, além da órbita de Caronte, incluindo os efeitos gravitacionais de Estige, Nix, Cérberos e Hidra, sobre um conjunto de partículas-teste com diferentes inclinações. Simulamos partículas que estavam inicialmente no plano da órbita, ao redor do baricentro no sistema. Nos diagramas  $(a \times e)$  para as partículas que estão no plano da órbita, observamos regiões em que as partículas teste permaneceram após  $\sim 10^5 T_C$ . Ao incluir os dois novos satélites Estige e Cérberos, encontramos partículas que permaneceram entre as órbitas de Caronte e Estige, assim como entre as órbitas de Nix e Cérberos. Observamos que os satélites massivos “limpam” a região em torno deles, permanecendo partículas com baixa excentricidade próximos aos satélites, embora ao final do tempo de integração permaneceram partículas teste com excentricidades maiores nas regiões 2 e 3. Verificamos um aumento da excentricidade de um conjunto de partículas, devido aos efeitos causados pela ressonância de movimento médio com os satélites (Estige, Nix, Cérberos e Hidra).

Para os conjuntos de partículas-teste com diferentes inclinações, verificamos os efeitos gravitacionais causados pelos satélites massivos mediante as taxas de ejeção, colisão e estabilidade das partículas. Dividimos em três intervalos o conjunto de partículas com diferentes inclinações, as quais estão no plano da órbita ( $I = P = 96.2^\circ$ ), e os intervalos  $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$  e  $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$ . Geramos os diagramas  $(a \times I)$  para observar o comportamento da inclinação das partículas em cada intervalo apresentado anteriormente, como também os diagramas  $(a \times e)$  para observar as partículas estáveis após  $\sim 10^5 T_C$ , para os três intervalos de inclinação. Verificamos que as partículas com  $I = 96.2^\circ$  oscilam em torno de inclinação. Isto ocorre só para as partículas com excentricidade igual 0,15 e 0,20. Para valores menores da excentricidade, somente apresenta este comportamento aquelas que estão perto dos satélites. Isto sugere que se aumentamos o valor da excentricidade a oscilação da inclinação das partículas serão maior devido aos satélites massivos. Verificamos que no intervalo  $P + 30^\circ \leq I \leq P + 90^\circ$  as partículas começam a oscilar atingindo a maior amplitude quando as partículas se aproximam a  $P + 90^\circ$ . Observando os diagramas  $(a \times e)$  de cada conjunto de partículas notamos que a região 1 sofreu maior ejeção e colisão com os corpos massivos após  $10^5 T_C$ . No intervalo

de  $P + 90^\circ < I \leq P + 180^\circ$  a oscilação da inclinação das partículas diminuem à medida que nos aproximamos do valor  $P + 180^\circ$ . Nesse intervalo são verificadas as maiores taxas de colisão e ejeção na região 1, sendo as partículas com inclinação  $P + 120^\circ$  as mais ejetadas da região 1. Portanto, concluímos que a medida que aumentamos o valor da inclinação do conjunto de partículas ( $0^\circ$  a  $180^\circ$ ) estas serão estáveis para as regiões 2 e 3.

Outro objetivo deste trabalho foi estudar os efeitos gravitacionais causados pelos corpos massivos e o efeito da pressão de radiação solar para os diferentes valores de inclinação de um conjunto de partículas de raio 1, 5 e  $10\mu m$ . Verificamos os efeitos da pressão de radiação solar e gravitacional causados pelos satélites massivos mediante as taxas de ejeção, colisão e estabilidade das partículas para cada valor de inclinação. Avaliamos estes efeitos para as seguintes inclinações: no plano da órbita,  $P + 30^\circ$ ,  $P + 90^\circ$  e  $P + 120^\circ$ . Observamos que o efeito da pressão de radiação solar é considerável para o conjunto de partículas de raio 1, 5 e  $10\mu m$  com inclinação de  $P + 30^\circ$  e  $P + 120^\circ$ ; de modo que as taxas de ejeção do sistema é superior quando comparado com as partículas localizadas inicialmente no plano da órbita, como também para as partículas com inclinação  $P + 90^\circ$ . Porém, somente as partículas que possuem raio  $10\mu m$  sobreviveram até  $\sim 10^5 T_C$  (no plano da órbita e  $P + 90^\circ$ ) o restante do conjunto de partículas foram ejetadas do sistema ou colidiram com os corpos massivos.

Portanto, concluímos que partículas de 1, 5 e  $10\mu m$  sob efeito gravitacional e da pressão de radiação solar, são ejetadas do sistema, ou colidem com o corpo central ou os satélites. O aumento do valor da inclinação faz que o sistema se torne mais estável.

# BIBLIOGRAFIA

- Beauvalet, L., Robert, V., Lainey, V., Arlot, J.-E., e Colas, F. (2013). **ODIN: a new model and ephemeris for the Pluto system.** *Astronomy & Astrophysics*, 553:A14.
- Benecchi, S. D., Noll, K. S., Weaver, H. A., Spencer, J. R., Stern, S., Buie, M. W., e Parker, A. H. (2015). **New Horizons: Long-range Kuiper Belt targets observed by the Hubble Space Telescope.** *Icarus*, 246:369–374.
- Brozović, M., Showalter, M. R., Jacobson, R. A., e Buie, M. W. (2015). **The orbits and masses of satellites of Pluto.** *Icarus*, 246:317–329.
- Buie, M. W., Grundy, W. M., e Tholen, D. J. (2013). **Astrometry and orbits of Nix, Kerberos, and Hydra.** *The Astronomical Journal*, 146(6):152.
- Buie, M. W., Grundy, W. M., Young, E. F., Young, L. A., e Stern, S. A. (2006). **Orbits and photometry of Pluto’s satellites: Charon, S/2005 P1, and S/2005 P2.** *The Astronomical Journal*, 132(1):290.
- Burns, J. A. (1976). Elementary derivation of the perturbation equations of celestial mechanics. *American Journal of Physics*, 44(10):944–949.
- Burns, J. A., Lamy, P. L., e Soter, S. (1979). **Radiation forces on small particles in the solar system.** *Icarus*, 40(1):1–48.
- Chambers, J. E. (1999). **A hybrid Symplectic Integration that Permits Close Encounters between Massive Bodies.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 304:793–799.
- Cuntz, M. (2013). **S-type and P-type habitability in stellar binary systems: A comprehensive approach. I. Method and applications.** *The Astrophysical Journal*, 780(1):14.
- Dermott, S. F. e Murray, C. D. (1981). **The dynamics of tadpole and horseshoe orbits: II. The coorbital satellites of Saturn.** *Icarus*, 48(1):12–22.
- Dos Santos, P. M. P. d. (2010). **Análise da estabilidade da região externa do sistema Plutão-Caronte após a descoberta dos novos satélites NIX e HIDRA: aplicação à sonda new horizons.** *Universidade Estadual Paulista (UNESP)*.

- Dos Santos, P. P., Winter, S. G., e Sfair, R. (2011). **Gravitational effects of Nix and Hydra in the external region of the Pluto–Charon system.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 410(1):273–279.
- Dos Santos, P. P., Winter, S. G., Sfair, R., e Mourão, D. (2013). **Small particles in Pluto’s environment: effects of the solar radiation pressure.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 430(4):2761–2767.
- Everhart, E. (1985). **An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings.** In *Dynamics of comets: their origin and evolution*, pages 185–202. Springer.
- Holman, M. J. e Wiegert, P. A. (1999). **Long-term stability of planets in binary systems.** *The Astronomical Journal*, 117(1):621.
- Klačka, J., Petržala, J., Pástor, P., e Kómar, L. (2014). **The Poynting–Robertson effect: A critical perspective.** *Icarus*, 232:249–262.
- Malhotra, R. (1995). **The origin of Pluto’s orbit: Implications for the Solar System beyond Neptune.** *arXiv preprint astro-ph/9504036*.
- Mignard, F. (1984). Effects of radiation forces on dust particles in planetary rings. In *IAU Colloq. 75: Planetary Rings*, pages 333–366.
- Murray, C. D. e Dermott, S. F. (1999). *Solar system dynamics*. Cambridge university press.
- Poppe, A. e Horányi, M. (2011). **The effect of Nix and Hydra on the putative Pluto–Charon dust cloud.** *Planetary and Space Science*, 59(13):1647–1653.
- Porter, S. B. e Stern, S. A. (2015). **Orbits of Potential Pluto Satellites and Rings Between Charon and Hydra.** *arXiv preprint arXiv:1505.05933*.
- Sfair, R. e Giuliatti Winter, S. G. (2009). **Orbital evolution of the  $\mu$  and  $\nu$  dust ring particles of Uranus.** *Astronomy & Astrophysics*, 505(2):845–852.
- Showalter, M., Hamilton, D., Stern, S., Weaver, H., Steffl, A., e Young, L. (2011). **New satellite of (134340) Pluto: S/2011 (134340) 1.** *Central Bureau Electronic Telegrams*, 2769:1.
- Showalter, M., Weaver, H., Stern, S., Steffl, A., Buie, M., Merline, W., Mutchler, M., Soummer, R., e Throop, H. (2012). **New satellite of (134340) Pluto: S/2012 (134340) 1.** *International Astronomical Union Circular*, 9253:1.
- Stark, A., Oberst, J., e Hussmann, H. (2015). Mercury’s resonant rotation from secular orbital elements. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 123(3):263–277.

- Stern, S. (1992). **The Pluto-Charon system**. *Annual review of astronomy and astrophysics*, 30:185–233.
- Stern, S., Bagenal, F., Ennico, K., Gladstone, G., Grundy, W., McKinnon, W., Moore, J., Olkin, C., Spencer, J., Weaver, H., et al. (2015). **The Pluto system: Initial results from its exploration by New Horizons**. *Science*, 350(6258):aad1815.
- Stöer, J. e Bulirsch, R. (1980). **Introduction to Numerical Analysis**,(english translation by r. bartels, w. gautchi and c. witzgall).
- Thiessenhusen, K.-U., Krivov, A., Krüger, H., e Grün, E. (2002). **A dust cloud around Pluto and Charon**. *Planetary and Space Science*, 50(1):79–87.
- Tholen, D. J., Buie, M. W., Grundy, W. M., e Elliott, G. T. (2008). **Masses of Nix and Hydra**. *The Astronomical Journal*, 135(3):777.
- Weaver, H., Stern, S., Mutchler, M., Steffl, A., Buie, M., Merline, W., Spencer, J., Young, E., e Young, L. (2006). **Discovery of two new satellites of Pluto**. *Nature*, 439(7079):943–945.
- Winter, S. G., Winter, O., Guimarães, A. F., e Silva, M. (2010). **Exploring S-type orbits in the Pluto–Charon binary system**. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 404(1):442–450.
- Wisdom, J. (1980). **The resonance overlap criterion and the onset of stochastic behavior in the restricted three-body problem**. *The Astronomical Journal*, 85:1122–1133.
- Wisdom, J. e Holman, M. (1991). **Symplectic maps for the n-body problem**. *The Astronomical Journal*, 102:1528–1538.
- Wisdom, J., Holman, M., e Touma, J. (1996). **Symplectic correctors**. *Integration Algorithms and Classical Mechanics*, 10:217–244.

# Apêndice A

## Problema de Dois Corpos

Isaac Newton em 1687 tinha proposto que só dois tipos de forças centrais poderia originar o movimento elíptico dos planetas. A primeira é aquela em que a linha de força está dirigida em direção ao centro da elipse, e a segunda é a força inversamente proporcional dirigida em direção ao foco da elipse. Porém, só o segundo tipo de força pode dar origem as leis de Kepler para o movimento planetário.

Consideremos agora dois corpos esféricos e homogêneos de massas  $m_1$  e  $m_2$  com os vetores posição  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$ , origem  $O$  fixa no espaço inercial. Da segunda lei de Newton poderemos obter a força gravitacional de  $m_1$  devido a  $m_2$  e vice-versa, as quais são:  $\vec{F}_1 = +G\frac{m_1m_2}{r^3}\hat{\mathbf{r}} = m_1\ddot{\vec{r}}_1$  e  $\vec{F}_2 = -G\frac{m_1m_2}{r^3}\hat{\mathbf{r}} = m_2\ddot{\vec{r}}_2$ , onde o vetor  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  expressa a posição relativa da massa  $m_2$  com respeito à  $m_1$ . Além disso, a constante gravitacional é  $G = 6.67260 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ .

Como a soma total das forças é igual a zero, temos que:

$$m_1\ddot{\vec{r}}_1 + m_2\ddot{\vec{r}}_2 = 0 \quad (\text{A.1})$$

depois de duas integrações obteremos:  $m_1\dot{\vec{r}}_1 + m_2\dot{\vec{r}}_2 = \mathbf{a}$  e  $m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 = \mathbf{a}t + \mathbf{b}$ , onde  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  são constantes dos vetores.

Se definimos a expressão para o vetor posição do centro de massa igual a  $\vec{R} = (m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)/(m_1 + m_2)$  poderemos obter a posição e velocidade do centro de massa com respeito as constantes  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ .

$$\vec{R} = \frac{\vec{a}t + \vec{b}}{m_1 + m_2} \quad e \quad \dot{\vec{R}} = \frac{\vec{a}}{m_1 + m_2} \quad (\text{A.2})$$

Agora, consideramos um movimento de  $m_2$  com respeito a  $m_1$ . Então escrevendo a equação  $\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}_2 + \ddot{\vec{r}}_1$  e utilizando a equação (3.18) obtemos a equação relativa do movimento

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \mu\frac{\vec{r}}{r^3} = 0 \quad (\text{A.3})$$

em que  $\mu = G(m_1 + m_2)$ .

A fim de resolver a equação de movimento, e encontrar o caminho de  $m_2$  em relação ao corpo  $m_1$  devemos primeiro derivar várias constantes do movimento. Tomando o produto vetorial de  $\mathbf{r}$  com a



equação (3.19) temos que  $\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \vec{0}$  que pode ser integrada diretamente  $\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h}$ , onde  $\vec{h}$  é a constante vetorial que é perpendicular aos vetores  $\vec{r}$  e  $\dot{\vec{r}}$ .

Consideramos a origem do sistema centrada em  $m_1$  e uma linha de referência em que  $\theta = 0^\circ$ . Substituindo o vetor aceleração em coordenadas polares  $(r, \theta)$  na equação (3.19) e comparando as componentes na direção  $\hat{r}$  obtemos  $\ddot{r} - r\theta^2 = -\frac{\mu}{r^2}$ .

Para resolver a equação obtida fazemos a substituição  $u = \frac{1}{r}$  e eliminamos o tempo utilizando a constante  $h = r^2\dot{\theta}$ .

Diferenciando duas vezes em relação ao tempo obtemos uma equação diferencial linear de segunda ordem em  $u$ . Substituindo  $r$  e utilizando a relação entre  $u$  e  $r$  na solução geral da equação diferencial, obtemos:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (\text{A.4})$$

a equação (3.20) é a equação geral de uma cônica em coordenadas polares, onde  $e$  é a excentricidade e  $p$  o semilatus rectum dado por  $p = h^2/\mu$ . Para o caso elíptico, a maioria dos corpos do sistema solar estão em orbitas elípticas, temos a seguinte equação:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (\text{A.5})$$

em que o ângulo  $\theta$  é a longitude verdadeira,  $\varpi$  é a longitude do pericentro e  $\theta - \varpi = f$ , onde  $f$  é a anomalia verdadeira.

O movimento médio  $n$  é definido como  $n = 2\pi/P$ , onde  $P$  é o período da órbita. Fazendo o produto escalar  $\ddot{\vec{r}}$  com a equação (3.19) e substituindo as expressões para  $\vec{r}$  e  $\dot{\vec{r}}$  em coordenadas polares e após de fazer isso integramos a equação, obtemos:

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{\mu}{r} = C \quad (\text{A.6})$$

em que  $v^2 = \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}$ , e  $C$  é uma constante de movimento. A equação (3.24) representa a energia orbital conservada por unidade de massa.

Os procedimentos para determinar os elementos orbitais a partir da posição e velocidade são apresentados em Murray e Dermott (1999), cujas equações utilizaremos para o cálculo dos elementos orbitais com respeito ao baricentro dos satélites de Plutão, sem incluir Caronte nesse cálculo:

1) Cálculo de  $a$ :

$$a = \left( \frac{2}{R} - \frac{V^2}{G(m_1 + m_2)} \right)^{-1} \quad (\text{A.7})$$

2) Cálculo de  $e$ :

$$e = \sqrt{1 - \frac{h^2}{G(m_1 + m_2)a}} \quad (\text{A.8})$$

3) Cálculo de  $I$ :

$$I = \cos^{-1} \left( \frac{h_z}{h} \right) \quad (\text{A.9})$$

em que

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (\text{A.10})$$

$$V^2 = \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2 \quad (\text{A.11})$$

$$\vec{h} = (Y\dot{Z} - Z\dot{Y}, Z\dot{X} - X\dot{Z}, X\dot{Y} - Y\dot{X}) \quad (\text{A.12})$$

$R = r$  representa o comprimento do raio vetor. As projeções de  $\vec{h}$  são:

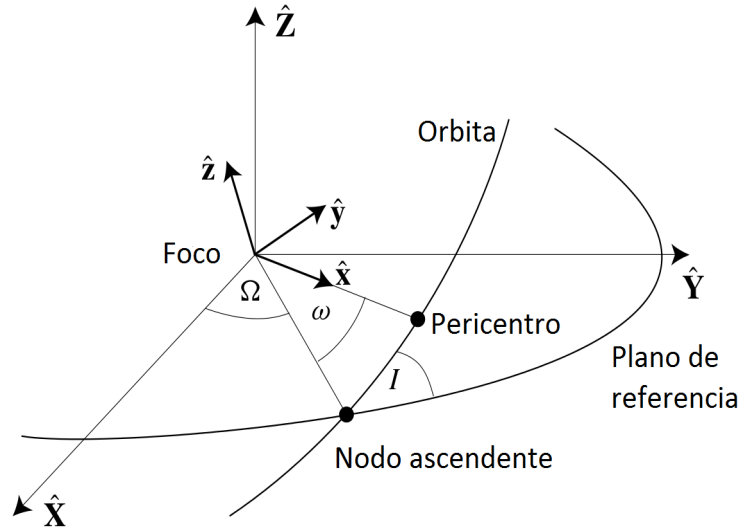
$$h_z = h \cos I \quad (\text{A.13})$$

$$\pm h_x = h \sin I \sin \Omega \quad (\text{A.14})$$

$$\mp h_y = h \sin I \cos \Omega \quad (\text{A.15})$$

o sinal superior nas equações (3.30) e (3.31) é utilizado quando  $h_z > 0$  e o sinal inferior é utilizado quando  $h_z < 0$ . Na figura 3.2 poderemos observar a órbita de um corpo definindo os elementos orbitais.

Figura A.1: A órbita de um corpo (Extraída do Murray e Dermott (1999)).



Fonte:(Murray e Dermott (1999)).