

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

Sandra Gonçalves Vilas Bôas Campos

**SENTIDO DE NÚMERO E ESTATÍSTICA: UMA INVESTIGAÇÃO COM
CRIANÇAS DO 1º ANO DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO**

Rio Claro - SP

2017

Sandra Gonçalves Vilas Bôas Campos

**SENTIDO DE NÚMERO E ESTATÍSTICA: UMA INVESTIGAÇÃO COM
CRIANÇAS DO 1º ANO DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Lucia
Lorenzetti Wodewotzki

Rio Claro - SP

2017

310.07 Campos, Sandra Gonçalves Vilas Bôas
C198s Sentido de número e estatística : uma investigação com crianças do 1º ano do ciclo de alfabetização / Sandra Gonçalves Vilas Bôas Campos. - Rio Claro, 2017
139 f. : il., quadros, fots.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki

1. Estatística - Estudo e ensino. 2. Educação estatística. 3. Número. 4. Investigação matemática. 5. Ciclo de Alfabetização. I. Título.

Sandra Gonçalves Vilas Bôas Campos

**SENTIDO DE NÚMERO E ESTATÍSTICA: UMA INVESTIGAÇÃO COM
CRIANÇAS DO 1º ANO DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de
Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio
Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio
de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos
para obtenção do título de Doutor em Educação
Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Maria Lucia
Lorenzetti Wodewotzki

Comissão Examinadora

Prof(a). Dr(a). Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki (Orientadora)

Prof(a). Dr(a). Celi A. Espasandin Lopes

Prof. Dr. Dilson Henrique Ramos Evangelista

Prof(a). Dr(a). Joana Maria Leitão Brocardo

Prof(a). Dr(a) Rosa Monteiro Paulo

Rio Claro, SP 20 de Fevereiro de 2017

DEDICO ESSA TESE AS CRIANÇAS

que fizeram parte deste projeto e me deram a oportunidade de fazer diferente, pensar diferente, enxergar possibilidades onde pude voltar a compreender que somos o quanto queremos ser verdadeiramente.

Trabalhamos com o significado daquilo que fazia parte da sua vida, do seu cotidiano, da sua história enquanto ser que vislumbra mil possibilidades através de brincadeiras, cores, histórias e sonhos.

Cenas onde são mostradas caminhos diferentes, retos, pontiagudos, coloridos, preto e branco, onde o riso se escondia através da timidez de um simples abrir dos lábios, mas na credulidade da inocência infantil, fazia sentido em sua vida.

Cenas onde as cores se misturam aos corpos sedentos de descobertas reais, onde podemos errar sem medo, duvidar, questionar, saborear, entreter, contar histórias para que aquilo vivido seja lembrado como um sonho bom, que as vezes guardada em nossa memória nos lembra momentos de boas recordações.

Obrigada a vocês que me permearam com conhecimentos de alma, puros, originários do ser humano semente, inventivo, criativo, sem medo de errar, evidenciando que dentro do caos existem uma ordem a ser transmutada pelo conhecimento.

Obrigada pelo sorriso, pelo carinho, pelas fotos congeladas no espaço do tempo, onde cenas mostraram a nossa cara, nosso raio x, onde curtimos o momento.

Obrigada pelo afeto, pela saudade que me despertam quando lembro que com vocês me sentia viva, me despertava o sonho em

ser uma educadora com vontade de fazer algo melhor, com mais sentido, mais verdadeiro, onde o conhecimento leve o ser humano a ser melhor, onde desperte o sonho, a vontade de fazer algo que faça realmente a diferença para mim e outras pessoas.

Obrigada por vocês ainda conseguirem despertar a esperança naqueles que sentem que o coração ainda pulsa.

Foi um aprendizado, um sonho vivido compartilhado com almas puras, cheias de inocência, mas que buscam sentido para aquilo que lhes é transmitido.

Minha palavra é GRATIDÃO, e que vocês nunca percam a sua criança viva, criativa, alegre, festiva, e façam do conhecimento adquirido sua vontade de lutar sempre.



Homenagem especial

Aos amores de minha vida que são como Almas Perfumadas

Minha mãe,

Tem gente que tem cheiro de colo de Deus.

De banho de mar quando a água é quente e o céu é azul.

Ao lado delas, a gente sabe que os anjos existem e que alguns são invisíveis.

Ao lado delas, a gente se sente chegando em casa e trocando o salto pelo chinelo.

Ao lado delas, pode ser abril, mas parece manhã de Natal do tempo em que a gente acordava e encontrava o presente do Papai Noel.

Assim é você mãe, com sua nobreza de caráter e alegria de viver, fez-me acreditar na vida e na felicidade. Como é bom saber que você compartilha meus ideais e os alimenta, incentivando-me a prosseguir.

Meu pai,

Tem gente que tem cheiro de cafuné sem pressa.

Do brinquedo que a gente não largava.

Do acalanto que o silêncio canta.

De passeio no jardim...

Ao lado delas, a gente lembra que no instante em que rimos Deus está conosco, juntinho ao nosso lado.

E a gente ri grande que nem menino arteiro.

A memória de meu pai, que sempre foi companheiro e amigo, que me ensinou a ser apaixonada pela matemática. Ah! Como ele adoraria ler esse trabalho. Seu amor marcou meu coração e iluminou nossa vida.

Meu filho,

Tem gente que tem cheiro de passarinho quando canta.

De sol quando acorda.

De flor quando ri.

Ao lado delas, a gente se sente no balanço de uma rede que dança gostoso numa tarde grande, sem relógio e sem agenda.

Ao lado delas, a gente se sente comendo pipoca na praça.

Lambuzando o queixo de sorvete.

Melando os dedos com algodão doce da cor mais doce que tem pra escolher.

Assim é você meu filho, que orgulho é ser sua mãe. Obrigada pelo companheirismo, por acreditar em mim, pelo incentivo e apoio incondicional. Como é bom te amar.

Meu querido esposo,

Tem gente que tem cheiro das estrelas que Deus acendeu no céu e daquelas que conseguimos acender na Terra.

Ao lado delas, a gente não acha que o amor é possível, a gente tem certeza.

Ao lado delas, a gente se sente visitando um lugar feito de alegria.

Recebendo um buquê de carinhos.

Ao lado delas, saboreamos a delícia do toque suave que sua presença sopra no nosso coração.

Assim é você meu amor. Obrigada por compreender meus anseios, pelas viagens que fez comigo para Rio Claro, por compreender minha ausência, pelas garrafas de café que me mantiveram acordada, por enxugar minhas lágrimas nos momentos de stress, pelo apoio para alcançar meus objetivos. Foram tantas coisas que eu escreveria uma nova tese para falar de casamento, amor, parceria e cumplicidade. Mas principalmente obrigada pelo seu amor. Como é bom te amar.

Como é grande o meu amor por vocês.

Trechos extraídos do poema Almas Perfumadas

Carlos Drummond de Andrade

Suze, obrigada por estar ao meu lado nessa caminhada. Por me acompanhar em todas as aulas filmando e fotografando as crianças. Obrigada por emprestar ao meu trabalho seu olhar e sua alma de artista. As telas que você pintou (em anexo) que são as capas do trabalho são maravilhosas, e expressam a estatística na sua mais bela forma. Como não sou artista e nem poeta escolhi esse poema para te homenagear, que é seu mesmo, mas considero como uma licença poética para eu usufruir de sua arte. E pela sua harmonia trago ele a frente para abrir as portas de minha tese. Minha irmã, como é bom te amar.

Concepção

Concedo à arte

O direito de livre manifesto.

Concedo às cores, aos gráficos

Às formas, aos traços, às linhas

O poder de se manifestar.

Nas imagens criadas

Surgem as medidas exatas,

Das impressões buscadas,

Dos sentimentos vividos.

Suze Vilas Bôas

AGRADECIMENTOS

À Deus que incomparável e inconfundível na sua infinita bondade, sempre esteve comigo e colocou essas pessoas maravilhosas no meu caminho.

A minha orientadora querida, *Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki*, pessoa ética e de conduta inabalável, uma pessoa que me recebeu de braços abertos. Agradeço pelos momentos de orientação em que pude compartilhar de toda sua sabedoria, que sem dúvida tornaram esse trabalho melhor. Agradeço por nunca ter me abandonado nessa caminhada, por estar sempre presente (mesmo sendo eu uma aluna de estrada) me ajudando em tudo que precisei. Obrigada pelo muito que aprendi com você, pela confiança que sempre depositou em mim, pelos bate papos e deliciosos almoços no Shopping. Obrigada por ter dedicado parte do seu tempo a mim e, principalmente, obrigada pelo carinho e amizade. Você estará para sempre em meu coração.

Profa. Dra. Celi A. Espasandin Lopes, mais uma vez estamos juntas. Em 2007 na minha defesa de mestrado você me disse “*you se tornou uma pesquisadora e tem responsabilidade pelo futuro das pesquisas em Educação Estatística nesse país*”. Pois é, levei a sério suas palavras, e aqui estamos nós de novo. Havia escrito no meu agradecimento a você essa frase, e quero reiterá-la novamente - “*Obrigada, pelo seu pioneirismo na pesquisa em Educação Estatística, afinal você é referência em todos os trabalhos nesta área- julho/2007/fevereiro/2017*”. E passado 10 anos, tenho mais a agradecer, obrigada pela sua amizade, pelo carinho e apoio nesse trabalho.

Ao Prof. Dr. Dílson Henrique Ramos Evangelista, por dividir comigo suas experiências no Ensino de Estatística e Probabilidade. *Lembra do nosso bate papo sobre a distribuição normal?* Naquele dia eu percebi o quão grande é seu amor pela profissão de professor, Parabéns! Obrigada principalmente pela disponibilidade de fazer parte da banca e pelas contribuições que você trouxe ao meu trabalho.

À professora Dra. Joana Maria Leitão Brocardo obrigada por compartilhar comigo sua sabedoria. Obrigada pelo bate papo quando nos encontramos no ICME, certamente, seu jeito especial de ser, me trouxe segurança e tranquilidade para seguir adiante. Agradeço por fazer parte da minha história. A você todo o meu respeito, carinho e amizade.

À professora Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo, obrigada pelas aulas maravilhosas que assisti com você, já lhe disse *que sou sua fã*, e agora deixo registrado na história. Obrigada, por ter aceito o convite, me sinto honrada por contar com suas contribuições neste trabalho. Quero agradecer também pelo carinho que sempre teve comigo, mas principalmente quero te homenagear por ser a pessoa brilhante que é e pelo amor que você tem em sua profissão.

À Profa. Dra. Andreia Demétrio Jorge Moraes, começamos nossa caminhada juntas, lá no jardim de infância e foi até o final do colegial, tempos bons aquele. Mas, a vida nos separou e nos encontramos de novo no mestrado, nossa! Me lembro direitinho daquele dia. Você fez seu doutorado e agora chegou minha vez de concluir o meu e que alegria é poder compartilhar com você esse momento. Obrigada por aceitar meu convite de fazer parte da banca.

Prof. Adj. Antônio Carlos Simões Pião, é uma honra contar com sua colaboração. Obrigada pela disponibilidade em me atender e, principalmente, por dividir comigo suas experiências.

Prof. Dr. Fernando da Costa Barbosa, meu querido amigo. “*Ontem*” foi você que estava defendendo sua tese, agora sou eu. Que bom que você está nesse capítulo de minha vida, obrigada por sua disponibilidade em fazer parte de minha banca.

Inajara, obrigada por me socorrer todas as vezes que eu ligava de Uberlândia dizendo-
“*Ina me ajuda*”, você com seu jeitinho alegre e carinhoso sempre dizia - “*Calma, Sandra nós vamos resolver*”. Seu apoio foi imprescindível nesses 4 anos. Obrigada, você vai estar sempre em meu coração.

Aos meus professores, da UNESP, mas também a todos os outros, que passaram por minha vida. Sem vocês não teria chegado até aqui. Como foi bom encontra-los ao longo de minha caminhada. Sintam-se aqui homenageados.

Aos meus colegas do doutorado, valeu cada instante que passamos juntos. Vou ter saudades. Sucesso a todos vocês.

Minhas amigas da república, Luana, Elma, Viviane, Bruna, Nana, Fernanda, Marcia, foi muito bom conviver com vocês nesse tempo. Apesar da correria, chegando e saindo toda semana a cada dois dias, foram bons papos que tivemos, conselhos amigos, palavras de carinho, ajudando umas às outras. A vocês abraço especial, vou sentir saudades. Sucesso.

À Secretaria Municipal de Educação de Uberlândia, obrigada por ter liberado dez aulas semanais de minha jornada de trabalho para que me dedicasse aos estudos.

À Direção da E.M. Dr. Gladsen Guerra de Rezende, por me acolher com tanto carinho e se prontificar para a realização dessa pesquisa.

Às professoras Haline, Luciana e Naraí que me ajudaram com as crianças. Meu agradecimento especial, por confiarem em meu trabalho, pelo apoio, pelo carinho que vocês têm com as crianças. Meu agradecimento especial, sem vocês o resultado não seria o mesmo.

À professora Ms. Kátia, minha profunda gratidão por sua disponibilidade e colaboração na revisão do texto.

Natália, obrigada por compartilhar comigo essa caminhada. A você minha amiga, todo o meu carinho e admiração. Sem o seu apoio o resultado não seria o mesmo. Desejo que a vida lhe traga muita alegria e sucesso. Você é uma pessoa muito especial.

Richard, obrigada pelo seu apoio com os textos em inglês. Sua colaboração foi fundamental e me deixaram muito mais “*sabida*”. Mas especialmente, obrigada pela sua amizade e carinho.

A minha amiga Helenice obrigada pelo apoio, nesta caminhada tão importante em minha vida. Meu agradecimento especial por ouvir meus desabafos nos momentos de agonia, pelos sábios conselhos e, principalmente pelo carinho e gentileza. Valeu! Eu sempre disse que você é meu anjo da guarda, agora deixo aqui registrado para compor a história da minha vida.

Para vocês meus queridos e queridas deixo essa canção.

*(...) E aprendi que se depende sempre
De tanta, muita, diferente gente
Toda pessoa sempre é as marcas
Das lições diárias de outras tantas pessoas
E é tão bonito quando a gente entende
Que a gente é tanta gente onde quer que a gente vá
E é tão bonito quando a gente sente
Que nunca está sozinho por mais que pense estar
É tão bonito quando a gente pisa firme
Nessas linhas que estão nas palmas de nossas mãos
É tão bonito quando a gente vai à vida
Nos caminhos onde bate, bem mais forte o coração*

Caminhos do Coração

(Gonzaguinha)

E aprendi ... com as crianças, como é bom ser livre no pensar e no agir.

Este trabalho é uma demonstração das marcas de tantas e diferentes gentes que jamais me deixaram sozinha e me dão o privilégio da convivência, da generosidade e da amizade.

Sandra Gonçalves Vilas Bôas Campos

20/02/2017

RESUMO

Nessa pesquisa procuramos compreender de que forma a Educação Estatística, pode contribuir para que as crianças do 1º ano do ciclo de alfabetização desenvolvam o Sentido de número. Participaram da pesquisa 30 crianças de uma turma do primeiro ano da Escola Municipal Dr. Gladsen Guerra de Rezende em Uberlândia/Minas Gerais. Para compreender a problemática da pesquisa, realizamos uma investigação de cunho qualitativo na modalidade estudo de caso e buscamos o referencial teórico na Educação Estatística, nos estudos sobre Sentido de Número e Investigação Matemática. A coleta de dados foi realizada, por meio de um conjunto de tarefas aos quais denominamos Contextos de investigação. A investigação, a descoberta, a reflexão e a validação foram elementos básicos no processo de construção e desenvolvimento das tarefas. Para elaboração das tarefas, apoiamos nos referenciais teóricos de Sentido de Número e Educação Estatística. Para o desenvolvimento, buscamos fundamentos teóricos da Investigação Matemática. Realizamos observação participante pois coube à pesquisadora a aplicação das tarefas. Para apreciação coletiva das tarefas, realizamos rodas de conversa. Para as análises, entrecruzamos esses três referenciais com os indicadores de sentido de número propostos por McIntosh, Reys e Reys (1992). Constatamos que as tarefas do contexto da Estatística que favoreçam a exploração de números e suas relações, a partir de situações que permitam a criança coletar, tabular, analisar dados e comunicar suas ideias em um ambiente de discussão voltado para os processos de aprendizagem e de raciocínio, a metodologia e a interação de conceitos Estatísticos com os conceitos Matemáticos, a interrelação da Educação Estatística e da Investigação matemática, são elementos essenciais para o desenvolvimento do sentido de número. Os resultados permitem afirmar que as crianças tiveram, com a participação nessa pesquisa a oportunidade de desenvolverem o seu sentido de número.

Palavras chave: Sentido de número. Investigação Matemática. Educação Estatística. Ciclo de alfabetização.

ABSTRACT

In this study we aim to understand how Statistical Education can help children in the first year of the literacy cycle to develop Number Sense. Thirty children from a first-year class from the Dr. Gladsen Guerra de Rezende Municipal School in Uberlândia / Minas Gerais participated in the study. To understand the questioning of the study, we carried out a qualitative research in the case study modality and looked for the theoretical reference in Statistical Education, in studies on Number Sense, and Mathematical Investigation. Data collection was performed through a set of tasks called Research Contexts. Research, discovery, reflection, and validation were basic elements in the process of construction and development of the tasks. To elaborate these tasks, we were supported by the theoretical references on Number Sense and Statistical Education. For the development, we sought theoretical foundations of Mathematical Research. We performed participant observation because it was up to the researcher to apply the tasks. For the collective appreciation of the tasks, we organized talk rounds. For the analyses we cross-checked these three references with the number sense indicators proposed by McIntosh, Reys and Reys (1992). We found that the tasks of the statistical context which favor the exploration of numbers and their relations, from situations that allow the child to collect, tabulate, analyze data, and communicate their ideas in an environment of discussion focused on the processes of learning and reasoning, the methodology and the interaction of Statistical concepts with Mathematical concepts, the interrelation of Statistical Education and Mathematical investigation, are essential elements for the development of the child's number sense. The results allow affirming that the children had, by participating in this research, the opportunity to develop their number sense.

Keywords: Number sense. Mathematical Investigation. Statistical Education. Literacy Cycle.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Quadro demonstrativo da distribuição da sala de aula	32
Tabela 2 - Dados das crianças	245

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Os sete processos mentais básicos	39
Quadro 2 - Direitos de aprendizagem - Eixo Números e operações	42
Quadro 3 - CBC - Eixo Número e Operações	46
Quadro 4 - Orientações metodológicas - Eixo Número e operações	51
Quadro 5 - Sentidos de número, conhecimentos e aplicações	66
Quadro 6 - Eixo estruturante: Tratamento da Informação	85
Quadro 7 - Currículo básico comum matemática	87
Quadro 8 - Orientações metodológicas	90
Quadro 9 - Modelo de literacia estatística de Gal (2002)	97
Quadro 10 - Momentos na realização de uma investigação	106
Quadro 11 - Escala unidimensional de avaliação de relatórios	109
Quadro 12 - Escala multidimensional de avaliação de relatórios	110
Quadro 13 - Contextos de investigação	121
Quadro 14 - Caminhos da pesquisa	128
Quadro 15 - Cronograma dos contextos de investigação	131
Quadro 16 - Cores e somas	169
Quadro 17 - A interrelação - Investigação Estatística e Investigação Matemática em prol do desenvolvimento do sentido de número	229
Quadro 18 - Características para considerar o Sentido de número no 1º ano do ciclo de alfabetização	233

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Frente e pátio da E.M. Dr. Gladsen Guerra de Rezende	33
Figura 2 - Interconexões dos componentes principais do Sentido de número	68
Figura 3 - Linha de número	69
Figura 4 - Esquema representativo do planejamento estatístico	99
Figura 5 - Processo de investigação estatística	102
Figura 6 - Ciclo investigativo de Wild e Pfannkuch	103
Figura 7 - O movimento da pesquisa	128
Figura 8 - Comparando os palmos	134
Figura 9 - Comparando as mãos	134
Figura 10 - Instrumentos de medidas	135
Figura 11 - Medindo o comprimento do palmo	136
Figura 12 - Representação do procedimento	136
Figura 13 - Procedimento realizado	136
Figura 14 - Comparando as medidas do palmo	136
Figura 15 - Medindo os palmos no quadro	137
Figura 16 - Medindo a fita representativa do palmo	139
Figura 17 - Compondo a tabela	139
Figura 18 - Compondo a tabela	139
Figura 19 - Contorno da mão e medindo palmo	139
Figura 20 - Tabela de frequência - medida do palmo	139
Figura 21 - Ficha medida do palmo	141
Figura 22 - Agrupamento	141
Figura 23 - <i>Dotplot</i> humano	143
Figura 24 - Construindo o <i>dotplot</i> no chão	144
Figura 25 - <i>Dotplot</i> no chão	145
Figura 26 - Construção do <i>dotplot</i> no cartaz	146
Figura 27 - Construção do <i>dotplot</i> individualmente	146
Figura 28 - Cartaz <i>dotplot</i> coletivo <i>dotplot</i> individual	146
Figura 29 - Tabuleiro campeonato dos números	163
Figura 30 - Ambiente de aprendizagem	163
Figura 31 - O jogo	164
Figura 32 - Construindo o tabuleiro	165

Figura 33 - As equipes jogam entre si	166
Figura 34 - Escolha o nome do jogo.....	167
Figura 35 - A distribuição da soma do lançamento simultâneo de dois dados	168
Figura 36 - Representação da distribuição da soma do lançamento simultâneo de dois dados	169
Figura 37 - Tabela de soma x frequência	170
Figura 38 - Construção do gráfico da distribuição da soma do lançamento simultâneo de dois dados	171
Figura 39 - Celebrando a realização da tarefa	171
Figura 40 - Construindo o gráfico da distribuição da soma do lançamento simultâneo de dois dados no ambiente lápis e papel	172
Figura 41 - A garrafa e a tampinhas	182
Figura 42 - Organizando as tampinhas	184
Figura 43 - Roda de conversa	184
Figura 44 - Agrupamento	184
Figura 45 - Contagem dos saquinhos	185
Figura 46 - Tabela de frequência dos agrupamentos	185
Figura 47 - Tabela de frequências e ícones do pictograma produzidos pelas equipes ..	186
Figura 48 - O pictograma	188
Figura 49 - Tabela de frequências/equipe laranja	193
Figura 50 - Roda de conversa/macaco disse	198
Figura 51 - Disposição do espaço físico.....	199
Figura 52 - Ficha de coleta dos dados	199
Figura 53 - Construindo a tabela	200
Figura 54 - Cartaz com a tabela cor de olhos	200
Figura 55 - Tabela cor dos olhos da turma do 1º ano - Sala 6	200
Figura 56 - Gráfico de setores humano	201
Figura 57 - Gráfico ambiente lápis e papel	202
Figura 58 - Ficha questionário	209
Figura 59 - Apresentação da pesquisa	210
Figura 60 - Distribuição dos questionários	210
Figura 61 - Questionário respondido	210
Figura 62 - Ajudando o coleguinha	210
Figura 63 - Quadro de tabulação dos questionários	211

Figura 64 - Preenchimento da tabela	212
Figura 65 - Tabela preenchida	212
Figura 66 - Construção do gráfico de barras	213
Figura 67 - Apresentação dos resultados	214
Figura 68 - Quadro para considerar o Sentido de número (original)	246

LISTA DE SIGLAS

- AEE - Atendimento Educacional Especializado
- CBC - Currículo Básico Comum do Ensino fundamental
- CEMEPE - Centro Municipal de Estudos e Projetos Educacionais
- DCNEF - Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental
- DSN - Desenvolvimento do Sentido de número
- EJA - Educação de Jovens e Adultos
- FACED - Faculdade de Educação
- FAMAT - Faculdade de Matemática
- GAISE - Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education
- IASE - International Association for Statistical Education
- ICOTS - International Conference on Teaching Statistics
- ISI - International Statistical Institute
- LDB/LDBEN - Lei de diretrizes e Base da Educação Nacional
- MEC - Ministério de Educação
- NCTM - National Council of Teachers of Mathematics
- PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais
- PFCM - Programa de Formação Contínua em Matemática
- PMEA - Programa Municipal de Erradicação do Analfabetismo de Jovens e Adultos (1º ao 5º ano)
- PNAIC - Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
- PNE - Plano Nacional de Educação
- PPDAC - Problem, Plan, Data, Analysis, Conclusions
- PPGED - Programa de Pós-Graduação em Educação
- SERJ - Statistics Education Research Journal
- SERN - Statistical Education Research Newslette
- SND - Sistema de Numeração Decimal
- UFU - Universidade Federal de Uberlândia
- UNESCO - Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: CONSTITUIÇÃO DO CENÁRIO DA PESQUISA	23
1.1 Introdução.....	23
1.2 Palavras iniciais: A busca do cenário de investigação (motivações, objetivos, contexto e sujeitos).....	25
1.2.1 Motivações	25
1.2.2 Objetivos da pesquisa	30
1.2.3 O local da pesquisa: caracterização da escola	31
1.2.4 Sujeitos: as crianças.....	33
CAPÍTULO 2: O OLHAR TEÓRICO DA PESQUISA	36
2.1 Números	36
2.1.1 O lugar dos “Números e Operações” nas matrizes curricular de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental	41
2.1.1.1 Os Parâmetros Curriculares Nacional - PCN	41
2.1.1.2 Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental	42
2.1.1.3 Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental (CBC)	45
2.1.1.4 Diretrizes curriculares municipais de Uberlândia	51
2.2 Sentido de número (<i>Number Sense</i>)	53
2.2.1 Estudos de Spinillo (2006 e 2014).....	56
2.2.2 Projeto “Desenvolvendo o Sentido de número”: Perspectivas e exigências curriculares”.....	62
2.2.3 Estudos de McIntosh, Reys e Reys (1992).....	64
2.2.4 Estudos de Turkel e Newman (1993)	76
2.3 Educação Estatística	79
2.3.1 Considerações iniciais	79
2.3.2 O lugar da Educação Estatística no currículo de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental.....	82
2.3.3 Matemática e estatística: caminhos que se diferem.....	91
2.3.4 Educação Estatística em contextos	93
2.3.5 As três competências estatísticas	96
2.3.5.1 Literacia Estatística	96

2.3.5.2 Raciocínio estatístico.....	97
2.3.5.3 Pensamento estatístico.....	98
2.3.6 Investigação estatística.....	101
2.3.7 Investigação Matemática.....	104
2.3.8 Contexto de Investigação.....	113
CAPITULO 3: METODOLOGIA: OS CAMINHOS DA PESQUISA.....	115
3.1 Pesquisa qualitativa e triangulação.....	115
CAPÍTULO 4: UM NOVO CAMINHO: OS CONTEXTOS DE INVESTIGAÇÃO	131
4.1 Os Contextos de Investigação.....	131
4.1.1 Contexto de investigação I: quanto mede o meu palmo?.....	132
4.1.1.1 Objetivo.....	132
4.1.1.2 Descrição das Tarefas.....	133
4.1.1.3 Primeiro eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento.....	147
4.1.1.4 Síntese de habilidades para o desenvolvimento do Sentido de número.....	161
4.1.1.5 Considerações finais desse contexto de investigação.....	162
4.1.2 Contexto de investigação II: O jogo campeonato dos números e a distribuição de frequência da soma do lançamento de dois dados.....	162
4.1.2.1 Descrição das tarefas.....	162
4.1.2.2 Primeiro eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento.....	173
4.1.2.3 Considerações sobre o contexto de investigação.....	179
4.1.2.4 Síntese de habilidades para desenvolvimento do Sentido de Número.....	180
4.1.2.5 Considerações finais desse contexto de investigação.....	181
4.1.3 Contexto de investigação III: Tampinhas que se agrupam.....	181
4.1.3.1 Objetivo.....	181
4.1.3.2 Descrição das Tarefas.....	181
4.1.3.3 Primeiro eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento.....	189
4.1.3.4 Síntese de habilidades para desenvolvimento do Sentido de Número.....	195
4.1.3.5 Considerações finais desse contexto de investigação.....	196
4.1.4 Contexto de investigação IV: A cor dos nossos olhos.....	197
4.1.4.1 Descrição das Tarefas.....	197
4.1.4.2 Primeiro eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento.....	202
4.1.4.3 Considerações finais desse contexto de investigação.....	205

4.1.4.4 Síntese de habilidades para desenvolvimento do Sentido de Número	206
4.1.4.5 Considerações finais desse contexto de investigação	206
4.1.5 Contexto de investigação V: escovação de dentes e consumo de água.....	207
4.1.5.1 Descrição das Tarefas	207
4.1.5.2 Primeiro eixo de análise: Uma reflexão sobre os saberes em movimento	214
4.1.5.3 Síntese de habilidades para desenvolvimento do Sentido de Número	221
4.1.5.4 Considerações finais desse contexto de investigação	221
CAPITULO V: ANÁLISES E CONSIDERAÇÕES FINAIS (...)	224
5. 1 Segundo eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento	224
5.1.1 Educação Estatística	224
5.1.2 Investigação matemática	226
5.1.3 O desenvolvimento do sentido de número	227
5.1.4 A interrelação - Educação Estatística e Investigação Matemática em prol do desenvolvimento do sentido de número	228
5.2 O desenvolvimento do sentido de número nas primeiras aprendizagens do 1º ano do ciclo de Alfabetização	232
5.3 Últimas palavras	235
5.3.1 Considerações finais	235
REFERÊNCIAS	238
ANEXO A - TABELA	245
ANEXO B – QUADRO MCINTOSH, REYS E REYS	246
ANEXO C - TELAS	247

CAPÍTULO 1: CONSTITUIÇÃO DO CENÁRIO DA PESQUISA

O processo de gestação de uma pergunta de pesquisa é como uma bússola que se mantém oculta por algum tempo no decorrer da pesquisa, mas que, mesmo oculta ... continua funcionando, mostrando-nos a rota que, ao ser trilhada, permite-nos encontrá-la pelo meio do caminho
Jussara de Loiola Araújo

1.1 Introdução

É preciso conhecer a criança, antes de trabalhar fatos, conceitos; é preciso conhecê-la o mais profundamente possível. Qualquer ação pedagógica deve partir do que a criança é e o que ela traz consigo. E ela não é só físico e intelecto. É um todo complexo, integral, resultante dos componentes de natureza afetiva, cognitiva, psicomotora, física e social.

Quem são as crianças hoje? É com esse pensar que nos voltamos para os sujeitos desta pesquisa.

Assim, desejamos começar nossas reflexões buscando conhecer essa criança que chega às salas de aula do Ensino Fundamental de 9 anos com apenas 6 anos de idade.

Conhecer a infância e as crianças favorece que o homem continue sendo sujeito crítico da história que ele produz (e que o produz). “Considerar, simultaneamente, a singularidade da criança e as determinações sociais e econômicas, que interferem na sua condição, exige reconhecer a sua diversidade cultural” (KRAMER, 2006, p. 16).

A criança deve ocupar o lugar de criança - nem adulto em miniatura, nem passado, nem futuro. Simplesmente criança, com formas próprias de expressão, sociabilização e interpretação de mundo.

A infância, mais que estágio, é categoria da história: existe uma história humana porque o homem tem infância. “Crianças são sujeitos sociais e históricos, marcadas, portanto, pelas contradições das sociedades em que estão inseridas Crianças são cidadãs, pessoas detentoras de direitos, que produzem cultura e são nela produzidas” (KRAMER, 2006, p. 15).

É específico da infância o poder da imaginação, da fantasia, da criação, da brincadeira entendida como experiência de cultura. Na brincadeira, segundo Kramer (2006), as crianças estabelecem novas relações e combinações, por exemplo, uma cadeira de cabeça para baixo pode se transformar em um barco, foguete, navio, trem, caminhão dependendo da brincadeira.

A criança de 6 anos, segundo Zenker (2008), ainda corre e muito, pula, ela quer se movimentar, cantar, ter prazer com o corpo. Os meninos “se pegam”, se conhecem pelos

toques corporais, na luta, na briga, no rolar do chão. As meninas dão-se as mãos e saem pelos cantos da escola, tornando-se amigas de quem ontem eram inimigas; incluindo e excluindo; aprendendo a cada vivência com os recursos do mundo imaginário.

Nesse movimento, as crianças revelam a possibilidade de criar e vão se expressando, em uma experiência cultural para a qual atribuem significados.

Mas é chegado o dia de ir para escola pela primeira vez...

*É o primeiro dia do ano,
a escola está preparada para receber as crianças para mais um ano letivo.
Para algumas crianças, essa já é uma rotina conhecida,
mas para Luiza, que está indo para a escola pela primeira vez, não.
Em seus olhos é possível notar um misto de medo e desejo.
Ela chega acompanhada por sua mãe. (...)
A sineta toca e todos se dirigem para as salas.
Mariza acompanha Luiza até o encontro com a professora.
A escola parece enorme aos olhos de Luiza.
Ao encontrar com a professora, essa lhe dirige a palavra,
abaixa, ficando da sua altura e diz:
-- Oi Luiza, eu estava te esperando.
--Sabe, podemos fazer muitas coisas diferentes aqui na escola.
--Eu vou ser sua professora e nós vamos brincar muito juntas
(Brasil/Ministério da Educação, p.30, 2005).*

Nesse momento, a escola é fonte da curiosidade latente de Luiza e, ao mesmo tempo, horizonte para aprender novos conhecimentos, conhecer novos amigos, estabelecer novas relações sociais.

Para Luiza e outras milhares de crianças, que ingressam no Ensino Fundamental todos os anos, a escola deve promover continuidade e ampliação do contexto sócio afetivo garantindo à criança um ambiente acolhedor para enfrentar os desafios da nova etapa. Em decorrência disso, o documento intitulado “Ensino fundamental de nove anos: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade” indica:

Faz-se necessário definir caminhos pedagógicos nos tempos e espaços da escola e da sala de aula que favoreçam o encontro da cultura infantil, valorizando as trocas entre todos os que ali estão, em que crianças possam recriar as relações da sociedade na qual estão inseridas, possam expressar suas emoções e formas de ver e de significar o mundo, espaços e tempos que favoreçam a construção da autonomia. (BRASIL, 2004, p.30)

Além dos cuidados citados para se propiciar uma educação de qualidade às crianças de seis anos de idade, tem-se que pensar sobre “o quê” e “o como” se deve ensinar a elas nas diferentes áreas do conhecimento contempladas no currículo.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 anos (DCNEF) são parâmetros que apontam um caminho e subsidiam a reflexão da escola que lhe permita organizar (ou construir) a sua proposta pedagógica para o 1^a ano.

Como eixos norteadores das propostas pedagógicas das escolas, as diretrizes definem os seguintes princípios:

a) Princípios Éticos da Autonomia, da Responsabilidade, da Solidariedade e do Respeito ao Bem Comum; b) Princípios Políticos dos Direitos e Deveres da Cidadania, do Exercício da Criticidade e do Respeito à Ordem Democrática; c) Princípios Estéticos da Sensibilidade, Criatividade e Diversidade de manifestações artísticas e culturais. O documento “Ensino fundamental de nove anos: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. (BRASIL, 2004, p.59)

Destaca que, a partir desses eixos, é importante que o trabalho pedagógico garanta o estudo articulado das Ciências Sociais, das Ciências Naturais, das Noções Lógico-Matemáticas e das Linguagens.

Por fim, conhecer a criança implica observar suas ações-simbolizações, implica em abrir espaço para a valorização de falas, produções, conquistas e interesses infantis, implica em fazer da sala de aula um espaço de socialização de saberes e encontro de diferentes pontos de vista - das crianças, do professor, dos livros e de outras fontes - fazendo com que o trabalho se abra à criatividade, à imaginação, à fantasia, à criação, à brincadeira, ao novo, ao inédito. É despojar-se de paradigmas e permitir-se aprender com as crianças.

Se formos capazes de ver o mundo a partir do ponto de vista das crianças e compreender o seu modo de ser conseguiremos, com certeza, entendê-las.

1.2 Palavras iniciais: A busca do cenário de investigação (motivações, objetivos, contexto e sujeitos)

1.2.1 Motivações

Desde o seu nascimento, as crianças participam de muitas situações que envolvem números; relações entre quantidades; noções de espaço e forma; noções de grandeza e medida e noções do tratamento da informação. Partindo dos conhecimentos que as crianças trazem consigo, o ensino de Matemática e o ensino de Estatística devem contribuir para a formação de cidadãos autônomos que saibam resolver os problemas do dia a dia. Para tal, é necessário possibilitar que a criança compreenda os fenômenos e práticas sociais expressas em símbolos, signos e códigos em diversas situações, tais como: anúncios, gráficos, tabelas, rótulos e

propagandas; Envolver a criança no universo da investigação, a partir de situações de seu contexto e que sejam significativas para elas, realizando coletas e organização de dados e apresentando-os em tabelas e gráficos; oferecer situações para que a criança desenvolva a habilidade de elaborar um raciocínio lógico, fazendo uso de recursos disponíveis para propor soluções às questões que surgem em seu cotidiano, seja na escola ou fora dela.

Diante da importância que a Estatística ocupa na sociedade moderna, desde o ano de 2003, nos envolvemos com estudos e pesquisas na área de Educação Estatística, sobretudo quando participamos do curso de pós-graduação em Estatística Aplicada junto a Faculdade de Matemática - FAMAT, da Universidade Federal de Uberlândia - UFU, com a monografia intitulada “Um estudo de caso sobre o Projeto Criança¹”. Na sequência, em agosto de 2007, defendi minha dissertação de Mestrado intitulada “Trabalho de Projetos no processo de ensinar e aprender Estatística na Universidade”, junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação - PPGED, da Faculdade de Educação - FACED, da Universidade Federal de Uberlândia - UFU. Nessa pesquisa, procuramos compreender como o Projeto Pedagógico “Trabalho de Projetos e Educação Estatística na Universidade” pode contribuir para o desenvolvimento profissional dos estudantes que dele participaram. A partir dos nossos resultados, consideramos que os alunos passaram a desenvolver saberes relativos ao ensino com pesquisa; saberes relacionados ao trabalho colaborativo; saberes referentes à utilização de recursos computacionais; saberes relativos à metodologia de projetos; saberes para investigação dentro de métodos estatísticos. Enfim, acreditamos que “os estudantes tiveram, com a participação nesse projeto, a oportunidade de desenvolverem saberes que, certamente, contribuirão para sua vida profissional” (CAMPOS, 2007, p. 107).

Em nossa experiência como professora da Educação Básica² e também na formação contínua³ de professores que ensinam Matemática (Ensino Fundamental I e II), por meio do CEMEPE - Centro Municipal de Estudos e Projetos Educacionais “*Julieta Diniz*” da Secretaria Municipal de Educação de Uberlândia e por meio dos programas do MEC de Formação de Professores (Pró-letramento, Gestar II - Programa Gestão da Aprendizagem Escolar e PNAIC - Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa), foi possível constatar,

¹ Projeto Criança: É uma parceria de três anos entre a CTBC - Companhia de telefones do Brasil Central, orientado e acompanhado pelo Instituto Algar de Responsabilidade Social com doze escolas públicas na área de atuação da CTBC, que tem como objetivo contribuir para a melhoria da qualidade do ensino da escola parceira.

² Iniciei minha carreira de professora Matemática em 1993, no ensino médio e em 1997 me tornei professora efetiva da Secretaria Municipal de Educação- Prefeitura de Uberlândia – Escola Municipal Gladsen Guerra de Rezende onde atuo até a presente data no segmento do Ensino fundamental II)

³ Na atividade de formação contínua iniciei em 2003 e atuo até a presente data.

durante os cursos, que ensinar Matemática consiste em um frequente desafio para os professores. Em se tratando do Ensino de Estatística, esses desafios são ainda maiores.

Em 2007 assistimos a uma palestra da Profa. Dra. Celi Lopes. Nesse dia conhecemos a coleção *Desvendando Mistérios na Educação Infantil*⁴, organizada por Lopes e Moura (2002 e 2003), os dois livros me motivaram ainda mais a aprofundar os meus estudos na área Educação Estatística. O volume 1 traz o título “Encontro das crianças com o acaso, as possibilidades, os gráficos e as tabelas” (2002) e o volume 2 - “As crianças e as ideias de número, espaço, formas, representações gráficas, estimativa e acaso” (2003). Os relatos das professoras apresentados no livro encantaram-me sobremaneira. Com os livros, em mãos, fui seguindo em frente na arte de fazer formação contínua com as professoras, compartilhando com elas o que havia descoberto naquele dia.

Acreditamos que as ações de formação desenvolvidas com o professor devem privilegiar o espaço escolar em que atuam e ser próximo à realidade das crianças. Por isso, neste momento de minha carreira, optei, para, na condição de pesquisadora, conviver mais perto das crianças e, com isso, compreender melhor as suas atitudes, os seus pensamentos, as ideias que trazem a priori e como vão se apropriando dos saberes diante do problema de nossa pesquisa.

Nosso despertar para a questão diretriz da pesquisa, surge, inicialmente, dessas observações que nos provocavam inquietações. Em 2014 fomos em busca de respostas à questão investigativa, geradora dessa pesquisa de doutorado, qual seja, **“de que forma Educação Estatística, pode contribuir para que as crianças do 1º ano do ciclo de alfabetização desenvolvam o Sentido de número?”**

Tal como mencionado, anteriormente, atuamos desde 2003 na formação contínua de professores que ensinam Matemática. Durante o nosso convívio com as professoras, em se tratando do ensino de Matemática, identificamos que ao se trabalhar números com as crianças, há uma grande preocupação entre os professores em iniciá-las no estudo do número, apresentando-lhes quantidades, seja por meio de objetos manipuláveis ou objetos representados em desenhos e mostrando, em seguida, os símbolos que devem usar para representar aquela determinada quantidade.

Quanto ao ensino de Estatística, o MEC, em 1997, lançou os PCN (BRASIL, 2001), os quais defendem a importância da introdução ao estudo da Estatística já nos anos iniciais de

⁴ A coleção decorre do projeto de doutorado “Probabilidades e Estatística na Educação Infantil: um estudo sobre a formação e a prática do professor” que integra o programa de pós-graduação da Faculdade de Educação-UNICAMP, realizado por Lopes e orientado por Moura. A pesquisa foi financiada pela FAPESP – Fundação de amparo à pesquisa do estado de São Paulo.

escolarização. No entanto, observamos junto aos professores que, até hoje, isso não se efetivou de fato, em nossas salas de aula. Visto que os professores ainda estão distantes das orientações apresentadas pelo PCN, uma vez que ao trabalharem com as crianças, quase sempre, apresentam atividades que se resumem na construção de tabelas e gráficos e pequenas interpretações de tabelas que não privilegiam o contexto da criança ou utilizam apenas as atividades apresentadas nos livros didáticos. O conhecimento matemático e estatístico acaba, assim, por se dar, muitas vezes, destituído de significado.

Campos, Wodewotzki, Jacobini (2011) deixam claro que o ensino de Estatística, em qualquer um dos níveis de ensino vem apresentando problemas, sendo responsável por muitas das dificuldades enfrentadas pelos alunos em suas atividades curriculares. Os autores destacam que essas dificuldades pedagógicas têm incentivado os pesquisadores a buscarem suas origens, assim como a realizarem pesquisas e estudos que possibilitem o auxílio a professores e alunos neste processo de ensino aprendizagem.

Lopes (2012) nos informa que existe urgência de produção de materiais que possam subsidiar o trabalho docente. A autora destaca também que são raras as publicações de relatos, as quais poderiam socializar: “situações didáticas que envolvam levantamento de possibilidades; processos de investigação estatística e observação de experimentos, com seus respectivos registros e análises, possibilitando a integração entre combinatória, probabilidade e estatística” (LOPES, 2012, p. 171).

Relativo ao Sentido de número, algumas questões que encontramos em Spinillo (2006), também me inquietou. E, junto a isso, o desejo de encontrar as respostas às questões da autora. São elas:

Como ensinar matemática de forma a tornar as crianças numeralizadas? Seria possível desenvolver o Sentido de número já que este não se desenvolve apenas no contexto escolar e já que este não é um conteúdo matemático específico de uma série em particular? Como ensinar algo que se quer se encontra previsto no currículo escolar? Essas são questões de grande relevância educacional (SPINILLO 2006, p.104).

Ao realizar a revisão bibliográfica para fundamentarmos-nos para a nossa pesquisa, encontramos dois pesquisadores que sinalizam a interligação entre o Ensino de Estatística e a constituição do conceito de número pelas crianças. São eles: Souza (2007) e Oliveira (2003).

A dissertação de Souza (2007) sob a orientação da professora Dra. Celi Lopes, teve como objetivo verificar as etapas de uma proposta didático pedagógica para a abordagem da

Estatística na Educação Infantil, bem como investigar o significado que as crianças atribuem a algumas noções estatísticas.

Para o desenvolvimento dos trabalhos, o autor contou com a participação de uma turma composta por 17 alunos, em faixa etária de 5 e 6 anos, de uma escola da rede municipal de ensino da cidade de Suzano-SP. A questão investigativa da pesquisa se apresentou da seguinte forma: “como as crianças de 5 e 6 anos problematizam, elaboram instrumentos, coletam, organizam e analisam dados, compreendem que, ao lidar com as ideias estatísticas na infância se requer uma contextualização mais acentuada que em outros níveis de ensino” (SOUZA, 2007, p. 74). O pesquisador nos indica também que, para que fosse possível a participação dos alunos na realização das atividades, foi necessário que estes se valessem do conhecimento matemático que tinham construído nos meses que antecederam a realização do projeto de pesquisa. Do conhecimento matemático utilizado pelos alunos, o autor destaca as ideias de: tamanho (pequeno, médio e grande; maior e menor), ideias de adição e subtração, bem como a capacidade de resolução de problemas.

- Grandeza: A utilização das ideias de pequeno, médio e grande; maior, menor, mesmo tamanho; alto e baixo na formulação do instrumento para coleta de dados, assim como na construção e interpretação dos gráficos.
 - Posição: A ideia de perto e longe foi utilizada na representação da distância da casa dos alunos em relação a escola.
 - Tempo: A ideia de cedo e tarde, utilizada para a compreensão do horário de acordar e dormir.
 - Simbolização: Utilização de desenhos para a representação de sexo, objetos e preferências na construção do instrumento de coleta de dados. Também na utilização de símbolos numéricos para representação de quantidades.
 - Correspondência: Em diferentes representações de um mesmo conjunto de dados.
 - Quantidade: Na verificação e comparação de dados coletados.
 - Contagem: Ao realizar a tabulação dos dados.
 - Sequências: A utilização de sequências numéricas nas contagens para a tabulação dos dados e sequências não numéricas ao ordenar dados.
 - Classificação: No agrupamento de dados semelhantes no ato da tabulação e na intersecção de dados ao fazer inferências.
 - Sieriação: Na ordenação de elementos, como nas opções de resposta em algumas questões do questionário para coleta de dados.
 - Adição: Ao agrupar dados de três tabelas diferentes em uma única tabela no momento da tabulação.
 - Subtração: Ao verificar quantos alunos ainda não haviam respondido o questionário antes do preenchimento dos gráficos.
 - Resolução de situações-problema: Nas discussões para a definição e construção do instrumento de coleta de dados, na criação de estratégias para a construção dos gráficos e outros.
- Além do que foi apresentado acima, os alunos também se valeram de capacidade de observação, criatividade e senso crítico. (SOUZA, 2007, p.74).

Em sua tese de doutorado, Oliveira (2003), ao investigar o processo de aprender noções de Probabilidade e suas relações no cotidiano dos anos iniciais do Ensino

Fundamental, constatou um movimento no qual as professoras vislumbraram a possibilidade de reelaborar temas presentes em seu cotidiano escolar, com uma abordagem estatística, uma vez que ao planejarem as atividades a serem desenvolvidas, em sala de aula, com o pesquisador, escolheram atividades envolvendo o registro e organização de dados em tabelas, representações gráficas e processos de contagem. O pesquisador destaca que essas escolhas são possibilidades que o campo da Estatística e Probabilidade engloba, à medida que ajuda a compreender outros tópicos do currículo de Matemática, ligados aos números, às medidas ou às representações gráficas.

Nos PCN de Matemática (2001), encontramos a conexão entre Ensino de Matemática e Ensino de Estatística, quando enunciam que, no Ensino de Matemática, há dois aspectos básicos: o primeiro consiste em relacionar observações do mundo real com representações de esquemas, tabelas e figuras. Vale destacar que esses temas são relativos ao Ensino de Estatística. O segundo sugere relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Destacam, também, que a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados. Esses são temas também advindos do Ensino de Estatística, embora estejam contemplados no currículo de Matemática da Educação Básica.

Em síntese, para decidir o tema dessa pesquisa, parti da minha experiência profissional como professora de Matemática da Educação Básica e da minha atuação na formação contínua de professores que ensinam Matemática, das observações de como o ensino de Matemática e Estatística é trabalhado no ensino fundamental e das observações nos cursos com as professoras, observações essas que me provocavam grandes inquietações e questionamentos. As constatações apresentadas por Campos, Wodewotzki, Jacobini (2011), Lopes (2012) e Spinillo (2006) que também inquietaram-me sobremaneira. As pesquisas de Souza (2007), Oliveira (2003) e Lopes e Moura (2002 e 2003) fazendo estatística e probabilidade com crianças tão pequenas me emocionaram e reforçaram em mim o desejo de conhecer de perto esse universo mágico.

1.2.2 Objetivos da pesquisa

Para enfrentar o desafio ao qual nos propusemos, realizamos uma pesquisa de cunho qualitativo com o objetivo de identificar e compreender as contribuições que o ensino de

Estatística traz para o desenvolvimento do Sentido de número para as crianças, que estudam no 1º ano do ciclo de alfabetização.

Para isso foi importante: i) a compreensão dos modos pelo quais as crianças se envolveram com as tarefas, ii) os diálogos, as brincadeiras, as análises, o pensamento matemático e estatístico desenvolvidos em relação ao Sentido de número.

Dada a complexidade de uma pesquisa dessa natureza, alguns objetivos específicos foram essenciais, quais sejam:

Para a pesquisadora

- Identificar o perfil das crianças participantes.
- Conhecer e refletir sobre o contexto em que a escola está inserida.
- Identificar e analisar as ideias que as crianças trazem sobre tratamento estatístico.
- Identificar qual o domínio de cada criança nas aprendizagens da numeração falada, da escrita e da leitura de numerais.
- Ampliar, por meio da pesquisa, o universo de conhecimentos das crianças relativo a número e estatística.
- Identificar, por meio das tarefas, como as crianças vão desenvolvendo o Sentido de número.

Para as crianças

- Desenvolver a capacidade de percepção da linguagem numérica em conexão com a leitura da realidade, utilizando, para isso, as tarefas relativas ao contexto do ensino de Estatística.
- Identificar os diferentes significados de número como: quantidade, ordem, código e medida.
- Estabelecer vínculos entre o que conhecem e os novos conteúdos que vão construir.
- Desenvolver o Sentido de número.

1.2.3 O local da pesquisa: caracterização da escola

De acordo com a lei municipal nº 146 de 10 de junho de 1996, criou-se a Escola Municipal Dr. Gladsen Guerra de Rezende, através do parecer nº 31 /98 e Portaria nº 184/98, MG-18/02/98, iniciando suas atividades educacionais em Fevereiro de 1997. A escola é mantida pela Prefeitura Municipal de Uberlândia e administrada através da Secretaria Municipal de Educação, nos termos da legislação Federal, Estadual e Municipal em vigor.

A Escola Municipal Dr. Gladsen Guerra de Rezende⁵ é localizada à Rua Gaza, 330, no Bairro Jardim Canaã, no setor leste da cidade de Uberlândia, estado de Minas Gerais. Seu funcionamento ocorre de segunda a sexta-feira das 7h00 às 22h30min, nos períodos: manhã (das 7h00min às 11h25min), tarde (das 13h00min às 17h25min) e noite (das 19h00min às 22h30min).

Os bairros aos quais a escola atende são: Jardim Canaã (maior parte dos alunos) São Lucas, Santo Inácio, Jardim Célia, Jardim das Palmeiras II, Santo Antônio, Bela Vista, Eldorado e Jardim Holanda.

A escola oferece ensino nos seguintes níveis: **Educação Infantil** - II Período (5 anos) conforme disposição da Lei 9394/1996 acrescido pela Lei 12.796/2013; **Ensino Fundamental de 9 (nove) anos** do 1º ano ao 9º ano conforme a Lei n. 11.274 de 06 de fevereiro de 2006; **Educação de Jovens e Adultos (EJA)**, no período noturno, do 6º período (correspondendo ao 6º ano) até o 9º período (correspondendo ao 9º ano) e PMEA - Programa Municipal de Erradicação do Analfabetismo de Jovens e Adultos (1º ao 5º ano) conforme Parecer Nº 031/98 CEEMG e **Educação Especial** - Atendimento Educacional Especializado no contra turno do/a aluno/a, com uma equipe multidisciplinar (psicomotricista, professor na área pedagógica, uma pedagoga/psicopedagoga e direção da escola, atuando em deliberação de assuntos legais e pedagógicos), e Educação Especial conforme a disposição da LDBEN 9394/96 - Lei 10379/91. Para desenvolver o atendimento, a escola conta com 23 salas de aula, 2 laboratórios de informática, 1 sala de AEE - Atendimento Educacional Especializado e 1 biblioteca, pátio amplo, 1 quadra coberta e amplo refeitório. As salas de aula estão assim distribuídas:

Tabela 1 - Quadro demonstrativo da distribuição da sala de aula

SALAS DE AULA EM DR. GLADSEN GUERRA DE REZENDE										
Período	Ed. Infantil	1º ano	2º ano	3	4	5	6	7	8	9
Manhã	====	====	====	01	02	03	05	05	04	03
Tarde	05 ⁶	05	06	04	02	01	====	====	====	====
Noite	=====	1º Ciclo Alfabetização 01 sl.			2º ciclo - 01 sl.		01	01	01	01

Fonte: acervo da secretaria da EM. Dr. Gladsen Guerra de Rezende

⁵ Foi autorizado pela escola divulgar o nome e os demais dados, uma vez que a Secretaria Municipal de Educação valoriza a divulgação de pesquisas desenvolvidas no interior de suas escolas, em especial, quando essas pesquisas são realizadas por professores servidores de rede municipal.

⁶ Sala de 5 anos

Atualmente, a escola atende cerca de 1.580 (um mil, quinhentos e oitenta) alunos, que frequentam as aulas regularmente e estão distribuídos nas salas de aula conforme o quadro acima.

A escola possui ao todo 153 profissionais, sendo 09 pedagogos; 102 professores, 05 laboratoristas (professoras que atuam no laboratório de informática); 29 auxiliares de serviços gerais e oito oficiais administrativos. A equipe gestora da escola é formada por uma diretora (pedagoga) e três vice-diretoras (2 pedagogas e 1 professora), já incluídas na contagem de 153.

Figura 1 - Frente e pátio da E.M. Dr. Gladsen Guerra de Rezende



Fonte: arquivo fotográfico da escola

1.2.4 Sujeitos: as crianças

Trinta crianças participaram conosco da pesquisa. A maioria das crianças mora no bairro Canaã e, assim, muitos são trazidos a pé, de bicicleta ou de carro por familiares. A professora relata uma participação bastante significativa dos pais, com boa frequência às reuniões de entrega de boletins.

Os 30⁷ alunos participantes da pesquisa em 2014 cursavam o 1º ano (primeiro ano) do Ensino Fundamental e tem idades entre cinco e sete anos⁸. Um aluno com 7 anos, Pedro Henrique; Quatro alunos possuíam cinco anos são eles: João Vitor, Kawan, Wallison e Vinícius. Vinte e cinco crianças estavam com seis anos (dezessete meninas e oito meninos),

⁷ A publicação das imagens foi autorizada pelos responsáveis e os documentos encontram-se devidamente arquivados na secretaria da Em. Dr. Gladsen Guerra de Rezende onde realizamos a pesquisa

⁸ As idades das crianças foram levantadas considerando o mês de fevereiro, mês em que ingressaram na escola. A lista com os nomes completos encontra se anexa.

são eles: Ana Júlia, Ana Luiza, Bianca, Cássia, Geovanna, Iasmyn, Jennifer, Júlia, Kauany, Laura, Livia, Lorena, Ludmila, Maria Luiza, Sarah, Vitória, Yasmim, Alysson, Daniel, Enéias, José Antônio, Kaik, Maik, Marcos Vinícius, Mateus Felipe.

Durante a convivência com as crianças, observamos algumas características de comportamento e personalidade, que achamos importante apresentar. Percebemos que Alysson, Mateus Felipe, Kawan, Lorena, Maik e Yasmin são alunos muito tímidos e calados, costumam ficar mais quietos, entretanto realizavam todas as tarefas, assim como o Vinícius e a Lívia que, apesar de serem quietos, demonstravam sempre um olhar curioso e buscavam realizar suas tarefas com precisão. Participativos, curiosos e com facilidade para se comunicar diante a perguntas, eram os primeiros a levantar a mão, são características dos alunos: Daniel, João Victor, Cássia, Enéias, Ludimila que também adoravam se oferecer para nos ajudar na distribuição das tarefas. Ana Julia e Kauany se mostravam muito agitadas, embora apresentassem dificuldade em matemática, se mostravam bastante questionadores, se empenhavam em fazer as tarefas e estavam sempre buscando compreender as respostas. Iasmin, Sarah e Jeniffer, adoravam contar histórias e mesmo com seu jeitinho sonhador participavam das tarefas especialmente em grupo, gostavam de ser as líderes. Marcos Vinícius e Wallison, apesar de serem muito conversadores durante a aula, participavam efetivamente das tarefas. José Antônio, Kaik, Geovanna, Vitória, Bianca e Júlia, alunos com ótimo comportamento e estudiosos que, mesmo com sua timidez, participavam da aula caladinhos, mas, quando falavam, faziam inferências importantes, apresentando facilidade nos conceitos matemáticos. Ana Luiza, Pedro Henrique e Laura, alunos muito inteligentes, que também participavam bastante das tarefas, fazendo importantes inferências e apresentavam um forte espírito de liderança. Maria Luiza apresentava dificuldades de aprendizagem e de relacionamento com os colegas, às vezes, estava agressiva e triste e, às vezes, alegre, participativa, amiga e curiosa; essa aluna era atendida pelo AEE - Atendimento Educacional Especializado.

Uma vez que apresentamos acima o local e os sujeitos da pesquisa, trazemos na sequência a apresentação dos capítulos.

Sobre a disposição dos capítulos

“Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota” (Madre Teresa de Calcutá), imbuída desse sentimento partimos respingando nossa gota de água. Com o caminho já percorrido apresentamos nossos resultados estruturados em cinco capítulos. Nesse primeiro, trouxemos,

na introdução, uma breve fala sobre quem é a criança de 6 anos, apresentamos nossas **motivações, objetivos, o contexto e as crianças**. No segundo capítulo, tratamos da fundamentação teórica que embasa a elaboração e aplicação da pesquisa. A metodologia e o planejamento dos contextos de investigação estão descritos no terceiro. No quarto capítulo, apresentamos a descrição dos contextos de investigação por meio da realização das tarefas. As análises dos resultados e as nossas considerações finais trazemos no quinto capítulo.

CAPÍTULO 2: O OLHAR TEÓRICO DA PESQUISA

*Os que se encantam com a prática sem a ciência
são como os timoneiros que entram no navio
sem timão nem bússola
nunca tendo certeza do seu destino
Leonardo da Vinci*

Sobre a importância da revisão teórica, Luna (2002) ressalta que, entre as muitas razões que tornam importantes estudos com esse objetivo, devemos nos lembrar de que eles constituem excelente fonte de atualização para pesquisadores, na medida em que condensam os pontos importantes do problema investigado em questão. Esta mesma autora ressalta que uma revisão teórica⁹ tem por objetivo circunscrever um dado problema de pesquisa dentro do quadro de referência teórico que pretende explicá-lo.

A vinculação teórica da pesquisa apoiou-se na contribuição dos autores que pesquisam sobre Educação Estatística, em especial, nos anos iniciais do Ensino fundamental e, em Educação Matemática, especificamente, naqueles que pesquisam sobre o desenvolvimento do Sentido de número, que estão descritos ao longo do capítulo.

2.1 Números

Houve épocas em que o homem não contava porque não existia necessidade. As primeiras formas criadas pelo ser humano para contar estavam relacionadas ao que chamamos de correspondência um a um ou correspondência termo a termo. Com o passar do tempo, o ser humano passou a lidar com situações que lhe exigiam a realização de comparações e determinações de quantidades para responder a perguntas como “onde tem mais”, “onde tem menos”, “quantos são os objetos observados”. Verificamos que esse foi um processo histórico longo. Muito tempo se passou do momento em que o ser humano comparou coleções até chegar a diferenciá-las e designá-las por um nome em língua materna. Esse processo histórico levou as diferentes culturas a encontrarem distintas formas de contar, nomear e registrar quantidades de forma oral e escrita.

Ao observarmos ao nosso redor, podemos perceber que, a todo o momento, as pessoas estão contando algo. Contamos o número de carteiras em sala de aula, a quantidade de livros

⁹ A expressão revisão teórica é empregada por Luna com o intuito de opô-la à revisão empírica.

em um cantinho de leitura, a ordem que as crianças se posicionam na fila, o peso das crianças e em muitas outras situações do cotidiano.

No ambiente familiar, as crianças aprendem a verbalizar pequenas contagens e a resolver problemas elementares de adição e subtração relacionados a situações significativas: em brincadeiras em que devem saber o quanto ganhou e o quanto perdeu ou em um determinado jogo em que são estimuladas a fazer registros numéricos ou simbólicos.

Estamos, pois, cercados por números em nosso cotidiano e com eles organizamos nossas ações. Os significados que atribuímos aos números estão intimamente relacionados aos seus usos sociais. Desde a infância até a vida adulta, lidamos com números para quantificar, comparar, medir, identificar, ordenar, operar nas mais diferentes situações e com os mais diferentes propósitos.

Por isso, a importância de que a criança reconheça que os números fazem parte do seu mundo: em casa, nas ruas, na escola, no trabalho; e que “essa compreensão exigirá a prática de conhecimentos que estão além da aplicação pura de regras lógicas e algoritmos que aprenderá na escola” (SPINILLO, 2006, p.83). Estamos pois, cercados por um ambiente de números e quantidades, e para vivermos adequadamente nesse ambiente, conforme Spinillo (2006), é necessário que sejamos numeralizados¹⁰.

A criança chega à escola com noções relativas às quantidades e, portanto, ao número, ao cálculo envolvendo pequenas quantidades em relação de juntar, retirar, dividir, completar, entre outras que, de alguma forma, também já foram experimentadas pela criança em sua vivência social.

Moretti e Souza (2015) ressaltam que, na Matemática o conceito de número é o mais importante. As autoras reforçam essa importância, justificando que é fundamental não só para o campo da aritmética (envolvendo as operações básicas como somar, subtrair, multiplicar e dividir), mas também para os outros eixos da Matemática: grandezas e medidas, geometria e formas e tratamento da informação.

É nesse sentido que o ciclo de alfabetização tem como característica geral para o ensino de Matemática o trabalho com atividades que aproximem o aluno das operações, dos números, das medidas, das formas e espaço e do tratamento da informação, pelo estabelecimento de vínculos com os conhecimentos com os quais ele chega à escola.

¹⁰Colocando a perspectiva o mundo dos números e o mundo da escrita dizer que ser numeralizados é análogo a ser letrado (SPINILLO, 2006, p. 84).

Ao investigar a construção do número pela criança é fundamental pensar em todo o processo de construção desse conceito, bem como possibilitar o conhecimento dos diversos significados do número. Parra e Saiz (1992, apud MORENO, 2006), apresentam os seguintes significados:

Como memória da quantidade (os números dão a possibilidade de recordar uma quantidade, embora esta não esteja presente); Como memória da posição (os números permitem recordar a posição de um elemento dentro de uma série ordenada sem que seja preciso repetir toda uma série); Como códigos (número do telefone, número do cartão de crédito); Para expressar grandezas (os números aparecem associados a diferentes grandezas); Para prever resultados (Os números permitem também calcular resultados embora essas quantidades não estejam presentes e, inclusive, quando a ação transformadora das quantidades expressas no problema não possam ser realizadas). (PARRA; SAIZ, apud MORENO, 2006, p.59)

Para Moretti e Souza (2015) a apropriação do conceito de número, embora não seja simples somatória de diferentes noções, passa pela apropriação ou desenvolvimento de algumas delas, uma vez que o conceito abstrato significa também a relação entre essas diferentes noções. As autoras destacam que o conceito de número não é a soma dessas noções, assim como não é possível ensinar cada uma dessas noções separadamente e em ordem cronológica a serem cumpridas rigorosamente, pois todas essas noções se inter-relacionam. As noções referidas pelas autoras são: “Senso numérico; Correspondência um a um; Ordenação e sequenciação numérica; Cardinalidade; Relação entre nome do número, quantidade e símbolo numérico e Numeração” (MORETTI; SOUZA, 2015, p.63). Portanto, a formação de conceito de número é um processo longo e complexo.

Antes de trabalhar as noções apresentadas por Moretti e Souza (2015), Lorenzato (2006) sinaliza que é fundamental a criança conhecer os sete processos mentais básicos para aprendizagem da Matemática, sendo eles: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação. O autor destaca ainda que sem o domínio desses processos, as crianças poderão até dar respostas corretas, segundo a lógica dos adultos, mas, certamente, sem significado ou compreensão para elas. Entretanto, o autor destaca que o trabalho com as crianças em sala de aula deve ser realizado “de forma mesclada e integrada, pois é nessa integração que reside o verdadeiro favorecimento didático para o progresso educacional da criança” (LORENZATO, 2006, p.25). No quadro abaixo, apresentamos o que significa cada um desses processos que podem se referir a objetos, situações ou ideias, de acordo com a visão do autor:

Quadro 1 - Os sete processos mentais básicos

Processos mentais básicos	SIGNIFICADO
Correspondência	É o ato de estabelecer a relação “um a um”. Exemplos: um prato para cada pessoa; cada pé com seu sapato; a cada aluno, uma carteira. Mais tarde, a correspondência será exigida em situações do tipo: a cada quantidade, um número (cardinal), a cada número, um numeral, a cada posição (numa sequência ordenada), um número ordinal.
Comparação	É o ato de estabelecer diferenças ou semelhanças. Exemplos: Esta bola é maior que aquela; moro mais longe que ela, somos do mesmo tamanho? Mais tarde, virão: Quais destas figuras são retangulares? , indique as frações equivalentes.
Classificação	É o ato de separar em categorias de acordo com semelhanças ou diferenças. <u>Exemplos:</u> na escola, a distribuição dos alunos por séries, arrumação de mochilas ou gavetas, dadas várias peças triangulares, e quadriláteras, separá-las conforme o total de dados que possuem.
Sequenciação	É o ato de fazer suceder a cada elemento um outro sem considerar o ordem entre eles. <u>Exemplos:</u> Chegada dos alunos à escola; entrada de jogadores de futebol no campo; compra em supermercado, escolha ou apresentação dos números nos jogos de loto, sena ou bingo.
Seriação	É o ato de ordenar uma sequência segundo um critério. Exemplo: fila de alunos; do mais baixo ao mais alto; lista de chamada dos alunos; numeração das casas na rua; calendário, loteria federal (a ordem dos números sorteados para o primeiro ou quinto influi nos valores a serem pagos), o modo de escrever números (por exemplo: 123 significam uma centena de unidades, mais duas dezenas de unidades, mais três unidades e, portanto, é bem diferente de 321).
Inclusão	É o ato de fazer abranger um conjunto por outro. Exemplo: incluir as ideias de laranjas e de bananas, em frutas; meninos e meninas, em crianças; varredor, professor e porteiro, em trabalhadores, na escola, losangos, retângulos e trapézios em quadriláteros.
Conservação	É o ato de perceber que a quantidade não depende da arrumação, forma ou posição. Exemplo: uma roda grande e uma pequena, ambas formadas com a mesma quantidade de crianças; um copo largo e outro estreito, ambos com a mesma quantidade de água, uma caixa com todas as faces retangulares, ora apoiada sobre a face menor, ora sobre outra face, conserva a quantidade de lados ou de cantos, as medidas e portanto, seu perímetro, área e volume.

Fonte: Lorenzato, 2006, p. 25-26.

Para elaboração das tarefas do contexto de investigação, levamos em consideração as orientações de Lorenzato (2006).

“Os números começam a fazer sentido para as crianças através do seu uso em diferentes contextos que vão pouco a pouco relacionando, levando a maturação do significado do termo” (CASTRO; RODRIGUES, 2008a, p.122). As autoras citam Fuson (1987) que apresenta seis contextos, quais sejam: O contexto da contagem oral; O contexto da contagem de objetos; O contexto da cardinalidade; O contexto de medidas; O contexto ordinal; O contexto não numérico.

De acordo com Fuson (1987), o contexto da contagem oral se refere à mera enumeração dos termos da sequência sem o propósito de efetuar qualquer contagem. As autoras destacam que as crianças distinguem, desde muito cedo, os termos que são da sequência numérica, dos termos que não são da sequência numérica, não utilizando os segundos em contextos de contagem. Em relação ao contexto da contagem de objetos Fuson (1987), afirma que nesse tipo de contagem já existe alguma intenção. A criança utiliza determinados procedimentos para associar os termos da sequência numérica aos elementos a contar. Correspondem, conforme essa autora, o tempo do “dizer” ao tempo do “apontar”; correspondem o espaço do “dizer” ao espaço do “apontar”; criam uma unidade entre estes espaços e estes tempos. No que diz respeito ao contexto da cardinalidade, Fuson (1987) relata que os termos numéricos se referem à numerosidade de um conjunto discreto de objetos ou de situações bem definidas, prevalece o desejo de dar resposta a questões do tipo “quantos tem” ou “quantos há”. Ao descrever o contexto de medidas, Fuson (1987) nos informa que nesse contexto são utilizados os termos da sequência numérica para descrever a numerosidade em situações que se referem a uma dimensão contínua. No contexto ordinal, Fuson (1987) afirma que os termos se referem a uma posição relativamente a um ponto inicial específico. Para o contexto não numérico, Fuson (1987) relata que os termos da sequência numérica são utilizados para diferenciar ou identificar elementos particulares ou ainda como códigos não numéricos.

Durante os primeiros anos de escolaridade, o desenvolvimento das crianças relativamente aos números, à representação e comparação de quantidades e mesmo às operações (sobretudo de adição e subtração) é notável. Isso posto, se desejamos que as crianças construam significados, é imprescindível que em sala de aula, o professor trabalhe com muitas e distintas situações e experiências que devem pertencer ao mundo das crianças, e mais, essas situações devem ser retomadas ou rerepresentadas em diferentes momentos e em circunstâncias diversas. Desse modo, as crianças adquirem prática na construção de relações entre números e, assim, elas vão desenvolvendo o Sentido de número.

Como referencial curricular, os professores contam com vários documentos oficiais, os quais apresentam o currículo, direitos de aprendizagem, conteúdos e orientações metodológicas. Com a finalidade de nos apoiar na elaboração das tarefas dos Contextos de investigação, levamos em consideração os seguintes documentos: Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (Brasil, 2001); Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental (Brasil, 2012); Currículo Básico Comum do Ensino fundamental (CBC) anos iniciais: ciclos de alfabetização e complementar (Minas Gerais, 2014) e Diretrizes Curriculares Municipais (Uberlândia, 2011), os quais são apresentados na sequência:

2.1.1 O lugar dos “Números e Operações” nas matrizes curricular de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental

2.1.1.1 Os Parâmetros Curriculares Nacional - PCN

Os Parâmetros Curriculares Nacional - PCN indicam quatro blocos de conteúdo que servem de base ou, como o próprio documento ressalta, “coordenadas orientadoras”, para o currículo referente ao Ensino de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas, e Tratamento da Informação. O documento ressalta que, “Embora o professor tenha os blocos de conteúdo como referência para seu trabalho, ele deve apresentá-lo aos alunos deste ciclo da forma mais integrada possível” (PCN, 2001, p.47).

O objetivo do Ensino de Matemática para o primeiro ciclo, conforme o PCN é levar o aluno a construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos. São também recomendações desse documento, que o aluno, nos três primeiros anos do Ensino fundamental, a partir do Ensino de Matemática, seja capaz de interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática; quanto à resolução de situações-problema, o documento sinaliza que o Ensino de Matemática deve conduzir a criança a construir, a partir das situações-problemas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de

diferentes operações; Desenvolver procedimentos de cálculo (mental, escrito, exato, aproximado) pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados é o que se espera que o Ensino de Matemática proporcione à criança que estuda nesse ciclo; o documento delega também ao Ensino de Matemática levar o aluno a refletir sobre a grandeza numérica, utilizando a calculadora como instrumento para produzir e analisar escritas.

2.1.1.2 Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental

Na mesma direção do que preconizam os PCN de Matemática (BRASIL, 2001), o documento intitulado Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental (BRASIL, 2012) considera cinco eixos estruturantes: Números e operações; Pensamento Algébrico; Espaço e forma; Grandezas e medidas e Tratamento da informação.

Tendo em vista os fundamentos das aprendizagens escolares relativas ao ensino de Matemática, o documento Brasil (2012) aponta o que os estudantes têm o direito de aprender nesta área. O quadro abaixo demonstra o que as crianças têm direito de aprender segundo esse documento no ciclo de alfabetização, no que se refere ao eixo estruturante números e operações. O quadro sinaliza para o professor os momentos que ele deve introduzir o conteúdo, aprofundar e consolidar.

Quadro 2 - Direitos de aprendizagem - Eixo Números e operações

EIXO ESTRUTURANTE NÚMEROS E OPERAÇÕES - Objetivos de Aprendizagem	1º ano	2º ano	3º ano
Estabelecer relações de semelhança e de ordem, utilizando critérios pessoais, diversificados e ampliados nas interações com os pares e com o professor para classificar, seriar e ordenar coleções, compreendendo melhor situações vivenciadas e tomar decisões.	I/A	A/C	A/C
Identificar números nos diferentes contextos e em suas diferentes funções como indicador de: posição ou de ordem, em portadores que registram a série intuitiva (1,2,3,4,5,...- como nas páginas de um livro, no calendário; em trilhas de jogos), ou números ordinais (1º; 2º; 3º; ...); código (número de camiseta de jogadores, de carros de corrida, de telefone, placa de carro etc.); quantidade de elementos de uma coleção discreta (cardinalidade); medida de grandezas (2 quilogramas, 3 litros, 3 dias, 2 horas, 5 reais, 50 centavos etc.).	I/A	A/C	
Quantificar elementos de uma coleção em situações, nas quais as crianças	I/A	A/C	

EIXO ESTRUTURANTE NÚMEROS E OPERAÇÕES - Objetivos de Aprendizagem	1º ano	2º ano	3º ano
reconheçam sua necessidade, utilizando diferentes estratégias (correspondência termo a termo, contagem oral, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos), e comunicar as quantidades, utilizando a linguagem oral, os dedos da mão ou materiais substitutivos aos da coleção.			
Representar graficamente quantidades de coleções ou de eventos utilizando registros simbólicos espontâneos (não convencionais) e notação numérica.	I/A	A/C	
Compartilhar, confrontar, validar e aprimorar os registros das suas produções, nas atividades que envolvem a quantificação numérica.	I/A	A/C	A/C
Ler e escrever os signos numéricos em diferentes portadores, apoiando-se ou não na contagem da série numérica intuitiva (1, 2, 3, 4, 5,...; 10, 20, 30, ...; 100, 200, 300, ...) para localização do número.	I/A/C	I/A/C	I/A/C
Ampliar progressivamente o campo numérico, investigando as regularidades do sistema de numeração decimal para compreender o princípio posicional de sua organização (dez unidades agrupadas formam uma dezena, dez dezenas agrupadas formam uma centena, dez centenas agrupadas formam um mil etc...).			
Reproduzir sequências numéricas em escalas ascendentes e descendentes a partir de qualquer número dado: orais (em atividades rítmicas corporais coordenando o movimento à contagem oral e realizando modificações nos gestos para destacar os números redondos - dez, vinte, trinta etc.; ou em sequência de dez em dez, de cem em cem) e escritas.	I/A	I/A/C	I/A/C
Elaborar, comparar, comunicar, confrontar e validar hipóteses sobre as escritas e leituras numéricas, analisando a posição e a quantidade de algarismos e estabelecendo relações entre a linguagem escrita e a oral.	I	I/A/C	C
Reconhecer regularidades do sistema, tais como: a série cíclica de 0 a 9 como referência na ampliação do sistema decimal; o sucessor de um número natural terminado em 9 é sempre um número redondo; as funções do zero enquanto ausência de elementos e marcador de posição.	I	I/A/C	C
Ordenar, ler e escrever números redondos (10, 20, 30, ...; 100, 200, 300, ...; 1000, 2000, 3000, ...).	I	A/C	A/C
Quantificar coleções numerosas em contextos e materiais diversos, recorrendo aos agrupamentos de dez em dez, construindo a inclusão hierárquica ao compreender que o dez está incluído no vinte, o vinte no trinta, o trinta no quarenta etc.	I	A/C	A/C
Compreender o valor posicional dos algarismos na composição da escrita numérica, compondo e decompondo números.	I	A/C	A/C
Utilizar a calculadora, cédulas ou moedas do sistema monetário para explorar, produzir e comparar valores e escritas numéricas.	I	A	C
Elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo aditivo (adição e subtração), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo os seus diferentes significados			
Composição (juntar e separar)	I/A	A/C	A/C
Comparação (comparar e completar)	I	A	A/C
Transformação (acrescentar e retirar)	I/A	A/C	A/C
Construir a notação aditiva, lendo, escrevendo e interpretando situações vivenciadas; produzir diferentes composições aditivas para uma mesma soma.	I/A	A/C	C
Descobrir regularidades da estrutura aditiva que permitam o	I	A/C	A/C

EIXO ESTRUTURANTE NÚMEROS E OPERAÇÕES - Objetivos de Aprendizagem	1º ano	2º ano	3º ano
desenvolvimento de estratégias de cálculo mental.			
Calcular adição sem agrupamento e subtração sem desagrupamento (sem reserva ou sem troca)			
Recorrendo ao apoio de diferentes materiais agrupados de dez em dez. Recorrendo a representações pictóricas (desenhos e imagens) dos agrupamentos. Recorrendo ao emprego de procedimentos próprios fazendo uso da linguagem matemática. Recorrendo ao uso de técnicas operatórias convencionais.	I	I/A	A/C
Calcular adição com agrupamento e subtração com desagrupamento (com reserva ou com troca)			
Recorrendo ao apoio de diferentes materiais agrupados de dez em dez. Recorrendo a representações pictóricas (desenhos e imagens) dos agrupamentos. Recorrendo ao emprego de procedimentos próprios fazendo uso da linguagem matemática. Recorrendo ao uso de técnicas operatórias convencionais.		I/A	A/C
Elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo multiplicativo (multiplicação e divisão), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais por meio de diferentes linguagens e explorando os diferentes significados			
Proporcionalidade na multiplicação.	I	A/C	C
Combinação na multiplicação.	I	I/A	A/C
Disposição retangular na multiplicação.	I	I/A	A/C
Medida na divisão.	I	I/A	A
Partilha na divisão.	I	I/A	A
Confrontar e diferenciar os significados da organização do registro da multiplicação quando se refere à proporcionalidade ($X2$; $X3$; $X4$; $X5$ - multiplicando constante) ou quando se refere à noção de dobro de um número ($2 \times n^\circ$), triplo ($3 \times n^\circ$) -multiplicador constante.		I	I/A/C
Produzir registros espontâneos para representar quantidades, procedimentos de cálculo, a resolução de situações-problema do campo aditivo e do multiplicativo, comunicando, compartilhando, confrontando, validando e aprimorando suas produções.	I/A	A/C	C
Construir, progressivamente, um repertório de estratégia de cálculo mental e estimativo, envolvendo dois ou mais termos			
Produzir as diferentes composições aditivas do total dez.	I/A	A/C	C
Resolver adições pela contagem progressiva a partir do valor de uma das parcelas Contagem progressiva: $8 + 4 = 12$ - “guardo o 8 na cabeça e conto mais 4: nove, dez, onze e doze”. (Com possível apoio em 4 dedos da mão).	I/A	A/C	C
Resolver subtrações pela contagem regressiva do subtraendo a partir do valor do minuendo. Contagem regressiva: $22 - 3 = 19$ - guardo o 22 na cabeça e tiro 3: vinte e um, vinte, dezenove. (Com possível apoio em 3 dedos da mão).	I	I/A	A/C
Realizar estimativas, aproximando os resultados para dezenas, centenas e milhar para números redondos.	I/A	A/C	C
Decompor uma das parcelas para formar dez. Exemplo: na adição $8 + 7$:	I	A/C	C

EIXO ESTRUTURANTE NÚMEROS E OPERAÇÕES - Objetivos de Aprendizagem	1º ano	2º ano	3º ano
oito para dez faltam dois, então, oito mais dois mais cinco são dez mais cinco que é igual a quinze; ou sete para dez faltam três, com mais cinco dos que sobraram do oito, fica quinze.			
Operar com base na soma de iguais. Exemplo: na adição $8 + 7$: sete mais sete são quatorze, com mais um quinze; ou: oito mais oito são dezesseis menos um quinze.	I	A/C	C
Reconhecer a decomposição de quantidades pelo valor posicional como fundamento às estratégias de cálculo.	I	A/C	C
Reconhecer frações unitárias usuais (um meio ou uma metade, um terço, um quarto) de quantidades contínuas (parte de: um chocolate, um bolo etc.) e discretas (partes de: coleção de botões, doces, brinquedos etc.) em situação de contexto familiar, sem recurso à representação simbólica.		I	A
Elaborar, interpretar e resolver situações-problema convencionais e não convencionais, utilizando e comunicando suas estratégias pessoais			
Em linguagem verbal (com suporte de materiais de manipulação ou imagens).	I	A/C	
Em linguagem escrita (com suporte de materiais de manipulação ou imagens).	I	A	A/C
Recorrendo ao emprego de procedimentos próprios fazendo uso da linguagem matemática.	I	I/A	A/C
Construir equivalências entre um real e cem centavos, explorando suas diferentes possibilidades de composições (quatro moedas de vinte e cinco centavos têm o mesmo valor de duas moedas de cinquenta centavos; dez moedas de dez centavos, que correspondem a cem centavos e são equivalentes a um real).		I/A	A/C
LEGENDA: I - Introduzir; A - Aprofundar; C - Consolidar.			

Fonte: Brasil, 2012, p.76

Com relação ao que está apresentado no quadro acima, percebemos que a ênfase do trabalho na construção do conhecimento do número leva em consideração os processos de contagem, os múltiplos significados dos números, o sentido de ordenação, o sentido de grandeza relativa e absoluta do número, a compreensão das operações. Destacamos que esses são itens que conduzirão o aluno a desenvolver o Sentido de número uma vez que estão bem próximos dos indicadores de um bom desenvolvimento de Sentido de número proposto por McInstosh, Reys e Reys (1992)

2.1.1.3 Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental (CBC)

Uma vez que realizamos a pesquisa em Uberlândia/Minas Gerais, achamos de suma importância consultar e mostrar o que Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental

(CBC) anos iniciais: ciclos de alfabetização e complementar (MINAS GERAIS, 2014), institui para o eixo número e operações.

Esse documento inicia ressaltando a importância do até o 5º ano do Ciclo Complementar, o trabalho com os números em sala de aula ser realizado a partir de contextos significativos envolvendo, por exemplo, o reconhecimento da existência de diferentes tipos de números (naturais, racionais e outros) e de suas representações e classificações (primos, compostos, pares, ímpares etc.).

O quadro abaixo traz as competências e habilidades que as crianças necessitam desenvolver no ciclo de alfabetização bem como orientações pedagógicas que auxiliarão o professor em seu trabalho na sala de aula.

Quadro 3 - CBC - Eixo Número e Operações

COMPETÊNCIAS/ HABILIDADES	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	Conteúdos	CICLO				
			ALF			C	
			1	2	3	4	5
CURRÍCULO BÁSICO COMUM MATEMÁTICA I = Introduzir, A = Aprofundar, C = Consolidar EIXO NÚMERO E OPERAÇÕES							
3.1 Construir significados para os números, resolver problemas do cotidiano usando linguagem matemática e reconhecer padrões.	Os números naturais são os primeiros com os quais as crianças entram em contato e logo elas descobrem que eles servem para contar. Além disso, os números são usados para ordenar, transmitir informações, codificar, medir e resolver problemas.	<i>Tópico:</i> <i>Conceito de Número</i> - Evolução histórica dos números naturais;		I	A	A	C
3.1.1 Relacionar a história da Matemática na construção do número e sua importância no contexto social	Fazer eles por meio da história da Matemática pode auxiliar a construção de um contexto para uma aprendizagem mais significativa. O objetivo dessa abordagem é resgatar a história do homem como sujeito criador ao longo do tempo e	Diferentes funções dos números naturais					
3.1.2 Identificar números nos diferentes contextos em que se encontram, em suas diferentes funções: contar, medir, ordenar, identificar, etc.	Compartilhar com os alunos o fato de que as ideias e os conceitos atualmente ensinados e aprendidos na escola são, na realidade, frutos da construção do conhecimento matemático em épocas passadas e atuais. Para trabalhar a sequência ordenada, de modo a motivar toda a classe, mesmo os alunos que se encontram em um nível mais elevado de conhecimento, é interessante explorar histórias, cantigas ou parlendas (“Os três porquinhos”, “O lobo e os sete cabritinhos”, “Um, dois,	Conjunto dos números naturais	I	A	A	C	C
3.1.3 Utilizar, em situações-problema, diferentes estratégias para		Antecessor e sucessor	I	A	A	C	C
		Números pares e ímpares					

COMPETÊNCIAS/ HABILIDADES	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	Conteúdos	CICLO				
			ALF			C	
			1	2	3	4	5
quantificar e comunicar quantidades de elementos de uma coleção, utilizando a linguagem oral, a notação numérica e/ou registros não convencionais.	três indiozinhos”, entre outras). Esse tipo de relação é fundamental para a criança aprender a quantificar os objetos de uma coleção, como também para avançar em suas concepções acerca da leitura e da escrita, já que as relações que a criança precisa estabelecer sobre os conteúdos da língua falada e escrita também são de natureza lógico matemática. Estratégia igualmente interessante é o uso de jogos, como: brincar de esconder, pular corda, nos quais as crianças necessitam recitar a sequência numérica, fazendo um trabalho interdisciplinar com o componente curricular Educação Física.						
3.1.4 Comparar ou ordenar quantidades por contagem: pela formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.	O trabalho do professor deve prever atividades como: 1- fazer coleções de diferentes objetos como tampinhas, figurinhas, lacres de alumínio, que possam contribuir de forma significativa para que os alunos contem todos os elementos, mantendo a ordem ao enunciar os nomes dos números e observando que o último número corresponde ao total de objetos da coleção;	- Dúzia e meia dúzia - Reta numérica - Contagem numérica		I	A	C	C
3.1.5 Contar em escalas ascendentes e descendentes, de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez etc., a partir de qualquer número dado: orais e/ou escritas.	2 - discutir situações envolvendo números para que os alunos possam identificar a função que eles desempenham naquele contexto: números para quantificar, números para ordenar, entre outros. 3- atividades de comparação de quantidades entre duas coleções, verificando se possuem o mesmo número de elementos ou se possuem mais ou menos, utilizando para isso diferentes estratégias: correspondência um a um e estimativas.			I	A	C	C
3.1.6 Identificar regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever.	4 - construção e análise de quadros numéricos que favoreçam a identificação da sequência numérica, como, por exemplo, o calendário e o quadro da centena;		I	A	C	C	C
3.1.7 Identificar posição de um objeto ou número numa série explicitando	5- Uso da calculadora em situações de cálculo; por exemplo: solicitar aos alunos que digitem o número 18. Em seguida, perguntar como se pode, a			I	A	C	C

COMPETÊNCIAS/ HABILIDADES	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	Conteúdos	CICLO							
			ALF			C				
			1	2	3	4	5			
a noção de sucessor e antecessor.	partir dele, obter o número 8, usando a calculadora.									
3.1.8 Reconhecer termos como dúzia e meia dúzia; dezena e meia dezena; centena e meia centena, associando-os às suas respectivas quantidades.	6- Estabelecer relações de semelhanças e de ordem, utilizando critérios pessoais, diversificados e ampliados nas interações com os pares e com o professor, para classificar, seriar e ordenar coleções, compreendendo melhor situações vivenciadas e tomar decisões.		I	A	C	C				
3.1.9 Estabelecer relação de ordem entre números naturais: maior que, menor que, maior ou igual a, menor ou igual a, com o uso dos sinais convenientes ($>/</\geq/\leq$).	A seguir sugerimos algumas atividades que podem ser realizadas com os alunos: 1) montar um painel para os alunos escreverem todos os números que conhecem; 2) fazer uma pesquisa, junto com os alunos, sobre os números encontrados no cotidiano;				I	A				
3.1.10 Utilizar calculadora para produzir e comparar escritas numéricas.	3) montar uma ficha numérica de cada aluno, com todos os números relacionados à sua vida ou à sua pessoa; 4) montar um calendário para que, diariamente, os alunos possam acompanhar a contagem de dias e meses;			A	C	C				
3.1.11 Localizar e representar os números naturais na reta numérica.	5) recortar números de revistas e dar alguns comandos como “pegue o número tal” ou traga para mim os “maiores números”;		I	A	C	C				
3.1.12 Identificar números pares e números ímpares.	6) analisar diferentes registros numéricos.		I	A	C	C				
3.1.13 Compreender e utilizar as regras do Sistema de Numeração Decimal (SND) para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais.	Usando materiais concretos (palitos, fichas, material dourado, etc.), os alunos se familiarizam com as regras do Sistema de Numeração Decimal, em vez de simplesmente decorá-las. A experiência com anos iniciais do Ensino Fundamental tem mostrado que o trabalho de agrupar e trocar oferece maior autonomia tanto para o aluno quanto para o professor.	Topico Sistema de Numeração Decimal Composição e decomposição de números naturais	I	A	C	C				
3.1.14 Determinar o valor posicional e absoluto de um algarismo em um número.	A passagem de uma dezena para outra vai sendo construída pela criança num contexto significativo e sem a obrigação de decorar regras e nomes que ela não compreende.	- Valor relativo e absoluto de um algarismo em um	I	A	C	C				
3.1.15 Reconhecer e utilizar a composição e a decomposição de números naturais			I	A	C	C				

COMPETÊNCIAS/ HABILIDADES	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	Conteúdos	CICLO						
			ALF			C			
			1	2	3	4	5		
através do princípio aditivo e/ou multiplicativo.		número.							
3.1.16 Ler e escrever números romanos até mil (M).				I	A	C			
3.1.17 Operar com os números naturais: adição e subtração com e sem agrupamento e desagrupamento.	Além da construção da ideia de número, os alunos devem estabelecer relações entre as situações e os tipos de cálculo (exato, aproximado, mental e escrito).	Tópico: Operações com Números Naturais	I	A	A	C			
3.1.18 Operar com os números naturais: multiplicação e divisão	Eles devem observar e refletir sobre grandeza numérica	- Cálculos mentais e estimativas							
3.1.19 Construir, a partir de situações problemas, os fatos básicos das operações com números naturais.	A calculadora pode ser usada desde o 1º ano como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Por meio do contato e da manipulação da calculadora, os alunos podem construir relações aritméticas tais como: identificar a localização de um número em uma sequência, explicitando seu antecessor e sucessor; comparar escritas numéricas, identificando algumas regularidades, etc.	- Técnicas simples de contagem -Resolução de problemas							
3.1.20 Realizar estimativas e cálculo mental.									
3.1.21 Analisar situações que levem ao reconhecimento da adição e da subtração como operações inversas bem como da multiplicação e da divisão	Ao construir os significados das operações, a criança vai percebendo que a adição e a subtração podem ser usadas para resolver várias situações diferentes e que há vários caminhos para resolver um problema. Acompanhando o desenvolvimento dos seus alunos, o professor vai observar que a construção dos significados leva tempo e ocorre pela diversidade de experiências. Por isso é interessante que o professor proponha situações-problema que envolva o campo aditivo e multiplicativo, nos quais a criança possa decidir qual operação utilizar, soma ou subtração, multiplicação ou divisão.			I	A	C	C		
3.1.22 Resolver e elaborar problemas do campo aditivo com os significados de juntar, comparar, acrescentar, separar e retirar quantidades, utilizando estratégias próprias como desenhos, decomposições numéricas e palavras			I	A	A	C	C		

COMPETÊNCIAS/ HABILIDADES	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	Conteúdos	CICLO					
			ALF			C		
			1	2	3	4	5	
<p>3.1.23 Resolver e elaborar problemas do campo multiplicativo envolvendo as ideias de adição de parcelas iguais, elementos apresentados em disposição retangular, proporcionalidade e combinatória (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação).</p>				I	A	C	C	C
<p>3.1.24 Resolver e elaborar problemas do campo multiplicativo, envolvendo as ideias de repartir uma coleção em partes iguais e a determinação de quantas vezes uma quantidade cabe na outra (com o suporte de imagens ou materiais de manipulação)..</p>				I	A	C	C	C
<p>3.1.25 Resolver expressões numéricas envolvendo as quatro operações e os sinais de associação.</p>				I	A	A	A	C

Fonte: Minas Gerais, 2014, p. 102-106

O documento traz essas orientações de 1º ao 5º ano, no entanto como o foco de nossa pesquisa é o ciclo de alfabetização optamos por apresentar no quadro apenas os itens que pertencem aos três primeiros anos, qual seja, 3.1.1 ao 3.1.25.

2.1.1.4 Diretrizes curriculares municipais de Uberlândia

Sendo o contexto de nossa pesquisa uma escola da rede municipal de Uberlândia, achamos de suma importância mostrar o que as Diretrizes curriculares municipais de Uberlândia (UBERLÂNDIA, 2011) trazem sobre o eixo números e operações.

O quadro abaixo traz as competências e habilidades que as crianças necessitam desenvolver no ciclo de alfabetização, bem como orientações pedagógicas que auxiliarão o professor em seu trabalho na sala de aula.

Quadro 4 - Orientações metodológicas - Eixo Número e operações

Ano	<p style="text-align: center;">ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS EIXO NÚMERO E OPERAÇÕES</p>
<p>1º ano</p>	<p>Para trabalhar os conceitos de número e operações, é importante partir de estruturas da experiência do dia-a-dia principalmente, as informais.</p> <p>Para os anos seguintes serão desenvolvidas as estruturas no sentido de formalizar o conceito de número.</p> <p>Os tópicos de números naturais, adição e subtração e regularidades são fundamentais, nesta unidade, devendo ser trabalhados de modo articulado entre si e com os outros tópicos e temas.</p> <p>Deve ser trabalhado:</p> <p>História dos números, sequência dos números naturais, escrita numérica, sistema de numeração decimal - unidade, noções de adição informal, noções de subtração informal, sistema monetário e suas primeiras noções</p> <p>Nesta fase a criança deve:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ser capaz de apreciar ordens de grandeza de números e compreender o efeito das operações; • Ser capaz de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos; • Compreender o sistema de numeração decimal;
<p>2º ano</p>	<p>É interessante que o professor comente que desde o início da humanidade, o homem utiliza números e cada vez mais precisa deles.</p> <p>A construção e a compreensão da ideia de número pressupõe uma série de atividades sobre classificação e entre elas, estão a de separar de acordo com certas características ou propriedades.</p> <p>Na formação de sequência dar o exemplo de; um menino, duas meninas, um menino, duas meninas e correspondência; um a um, para identificar onde há mais e onde há menos nas sequências.</p> <p>Na ordem dos números é interessante mostrar ao aluno como se faz a seriação; antecessor e sucessor bem como se deve completar sequências.</p> <p>O trabalho com a contagem e agrupamentos são necessários, para que a criança perceba as características da escrita numérica o uso de símbolos - algarismos, posição desses símbolos e um agrupamento-padrão, a base do sistema.</p> <p>O sistema de Numeração Decimal será feito a partir da utilização de materiais que possibilitem ao aluno dar a noção de quantidade. Deve aparecer como a troca de um grupo de dez por um. Os materiais utilizados poderão ser: tampinhas, palitos, grãos, material dourado.</p> <p>A construção da terceira ordem do sistema de Numeração Decimal acontecerá de uma forma natural como agrupamento de objetos, desenvolvido de acordo com a turma, para isso é importante estabelecer relações entre as ordens do Sistema de Numeração Decimal.</p> <p>A escrita das operações - adição e subtração acontece como resultado de uma situação em que aparecem as ideias envolvidas. As primeiras escritas com as operações feitas pela criança não devem ser feitas pelo algoritmo - a conta, mas pela exploração dos fatos fundamentais.</p> <p>São fatos fundamentais da adição: a adição de dois números representados por algarismo e cada número o seu resultado.</p>

	<p>A adição de três parcelas ou mais aplica a noção de tato fundamental e a nomenclatura não deve ser cobrada da criança.</p> <p>A importância do cálculo mental não se limita à sua utilidade no dia-a-dia. Ele pode dar notável contribuição à aprendizagem de conceitos matemáticos no desenvolvimento do raciocínio e na formação emocional do aluno.</p>
3º ano	<p>O homem vem utilizando números para contar, comparar, medir desde o início da humanidade em sua história e a maneira de representar tais números foram evoluindo pouco a pouco, até chegar aos símbolos atuais.</p> <p>Uma forma interdisciplinar da matemática diante dos números e operações com a história é trabalhar antecessor e sucessor, através da sequência dos Presidentes da República.</p> <p>Mostrar ao aluno que o sucessor de 0 é 1, mas nos números naturais começam pelo zero, não havendo número natural antes dele, e explicar também que o -1 é número natural e que outras espécies de números ele estudará no futuro.</p> <p>Sequências lógicas são também excelentes instrumentos para desenvolver o raciocínio lógico da criança, por exemplo quando explorar a ordem dos números naturais observar a sequência numérica. Nessa oportunidade aproveitar para relacionar par e ímpar pelo completo e incompleto, feliz e infeliz, esclarecendo que a in ou im significa não. Para isso sugere-se um trabalho com material dourado, para que os alunos compreendam os mecanismos de agrupamento e reagrupamento de números maiores que 100.</p> <p>Mostrar aos alunos a diferença entre cubinho, a barra e a placa, posteriormente, perguntar: como conseguir trocar cubinhos por barra? Com quantas barras pode-se formar uma placa? Quem tem maior valor: uma placa ou cinco barras? Por quê?</p> <p>Utilizar fichas tampinhas ou qualquer outro material que leve a compreensão dos conceitos.</p> <p>Ampliar a leitura e a escrita de números, usando recortes de revistas e jornais em que notícias que enfoquem esses números sejam apresentadas com significado.</p> <p>Outra atividade é a de explorar o dinheiro com suas cédulas “notas” e moedas, porque contando dinheiro os alunos fazem adição mentalmente. Um estímulo para os alunos é o de trazer dinheiro de brincadeira, para que seja feita algumas atividades, como montar um estabelecimento comercial. Com o dinheiro que eles trouxeram ou uma moeda criada por eles, efetuar compras, vendas e trocas de mantimentos simulares ao comércio.</p> <p>3º ano</p> <p>Ao trabalhar adição e subtração deve ser sem reagrupamento - sem o “vai um” em seguida com reagrupamento, apresentando o algoritmo da adição e subtração.</p> <p>A multiplicação deve ser com uma adição de parcelas iguais e estará correto também se a criança resolver uma situação de multiplicação por uma adição. Em sequência apresentar as tabuadas e os fatos fundamentais da multiplicação é interessante que memorize. Alguns jogos, bingos de tabuadas, dominó de tabuadas, gincana de tabuadas são importantes para o aluno compreender bem e memorizar a tabuada depois.</p> <p>Na divisão discutir com os alunos o que eles entendem por divisão e registrar as respostas no quadro-resposta. Posteriormente, perguntar a eles em que momentos do dia-a-dia pode ser utilizado a divisão, solicitando que eles deem exemplos. Depois trabalhar a divisão associada à ideia de repartir.</p>

Fonte: Uberlândia, 2011, p.343-349

A partir da leitura dos documentos Brasil (2001), e Brasil (2012), Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2011), percebemos que existe preocupação de que os números e seus significados, bem como as operações, sejam trabalhados em contextos significativos; percebemos também um forte chamado para se utilizar procedimentos de cálculo mental e estimativa. Outra relação fundamental comum aos 4 documentos é a chamada para as noções de “**mais dois que...**”, “**menos dois que...**”, “**mais um que...**” e “**menos um que...**”. Ressaltamos que essas noções são diferentes de “contar dois a seguir” ou “contar dois antes”,

ao enfatizar estas relações pretende-se que as crianças relacionem os números entre si e não a contagem.

Destacamos que as tarefas do “contexto investigativo” (entendido nessa pesquisa como um conjunto de tarefas investigativas) foram planejadas, contemplando também o os documentos Brasil (2001), Brasil (2012), Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2012).

2.2 Sentido de número (*Number Sense*)

A expressão *Number Sense*, originária da língua inglesa, tem sido traduzida para o português como “Sentido de número, Sentido numérico, compreensão numérica ou compreensão do número” (SPINILLO, 2006, p. 85). Em nossa pesquisa, adotamos o termo “**Sentido de número**”.

Recentemente, tem-se discutido muito sobre o “Sentido de número como um novo paradigma de pesquisa e ensino no campo da matemática” (BARBOSA, 2007, p.182). A origem do termo *Number; Sense* não é clara, embora seja claro que surge de um desejo de substituir a palavra “*numeracy*” por uma que não possua associação com uma visão conservadora e estéril das necessidades matemáticas (MCINTOSH; REYS; REYS 1992, p. 2).

Por não se tratar de um “conceito matemático específico ou de um conteúdo escolar, a expressão Sentido de número não é fácil de ser definida” (RIBEIRO, 2006, p.20). Por isso “não há um conceito preciso para a aceção dos termos, o seu significado tem apresentado uma série de explicações entre os estudiosos” (BATISTA, 2009, p.17).

Sowder (1989) reforça a afirmação de que há vários significados possíveis para Sentido de número. A pesquisadora nos informa que Sentido de número é uma rede bem organizada de conceitos sobre a informação do número, a qual possibilita relacionar os números e as operações para resolver problemas de uma forma flexível e criativa. Sowder, sinaliza que essa definição inclui um esquema geral: “como o número se comporta, julgamentos e racionalidade dos números e seus usos em situações particulares, flexibilidade no uso de estratégias para o cálculo mental e para respostas aproximadas, habilidade para usar âncoras adequadamente, querer fazer sentido em situações com números e quantidades”. (SOWDER, 1989, p. 19).

Conforme Cebola (2007), quando a criança consegue pensar sobre os números, o seu Sentido de número vai se ampliando. Sobre calcular com Sentido de número, a autora nos comunica que significa que “cada um deve olhar primeiramente para os números e depois decidir por uma estratégia que se coadune e seja eficiente” (CEBOLA, 2007, p.237).

Ao sermos todos os dias bombardeados com números, estatísticas, publicidade e informações similares em diversos meios: no rádio, na televisão e nos jornais, Cebola (2007) assinalou que necessitamos de:

uma boa habilidade mental e de um bom sentido do número para podermos avaliar a publicidade, estimar quantidades, calcular eficientemente os números com que lidamos todos os dias e avaliar se estes cálculos são razoáveis, analisar as contas do restaurante e determinar percentagens iguais, interpretar dados e estatísticas, etc.. (CEBOLA, 2007, p.238)

O Sentido de número para Castro e Rodrigues (2008a) é uma componente chave da literacia matemática, na medida em que contribui para o desenvolvimento de pensamento flexível, elemento base da capacidade de resolver problemas. As autoras reforçam que o Sentido de número diz respeito à compreensão global e flexível dos números e operações. Para essas autoras, o intuito é compreender os números e as suas relações, desenvolver estratégias úteis e eficazes para utilizarmos no nosso dia a dia, na nossa vida profissional ou como cidadãos ativos. O Sentido de número inclui, também, a “capacidade de compreendermos que os números podem ter diferentes significados e podem ser usados em contextos muito distintos. É, pois, uma construção de relações e de modelos numéricos realizada ao longo da vida e não apenas na escola” (CASTRO; RODRIGUES, 2008a, p.118).

Á medida que as crianças vão desenvolvendo o Sentido de número, segundo Castro e Rodrigues (2008b) as crianças vão sendo capazes de pensar nos números sem contatarem com os objetos. Outro aspecto importante para desenvolvimento do Sentido de número apresentado pelas autoras é a percepção de valores pequenos sem proceder à contagem (*subitizing*), porque esta ação ressaltam as autoras, permite a construção de relações mentais entre números. Por fim, Castro e Rodrigues (2008b) ressaltam que a medida que a criança vai construindo o sentido do número, ela vai desenvolvendo capacidades de contagem progressivamente mais elaboradas. As autoras citam como exemplo capacidade que exige, já alguma abstração a de Contar a partir de certa ordem (crescente ou decrescente).

Uma ideia importante referida por muitos investigadores (FOSNOT; DOLK, 2001; TREFFERS; BUYS, 2001; apud MENDES; DELGADO, 2008), “é que os alunos desenvolvem o Sentido de número e das operações discutindo e refletindo sobre as suas resoluções das tarefas propostas” (MENDES; DELGADO, 2008, p.168). Quando um aluno apresenta o modo como resolveu um problema, segundo as autoras, os colegas, tendem a fazer uma comparação entre as resoluções, o que proporciona um desenvolvimento de sua forma de

raciocinar a partir de aspectos diferentes e semelhantes entre os procedimentos utilizados para resolução da tarefa.

Ao explicar ao colega como resolveu a tarefa, sobretudo se o colega tem alguma dificuldade para compreender, é preciso explicar com maior riqueza de detalhes, explicitando os aspectos matemáticos, as relações, propriedades e fatos conhecidos. Nessa ação dialógica de ensinar e aprender, os alunos vão adquirindo uma maior consciência do que fizeram e como fizeram. “Justificar e defender a sua resolução, argumentando porque é considerada correta, ajuda a estabelecer conexões com outras situações. É neste sentido que a discussão na sala de aula favorece o desenvolvimento do Sentido de número e das operações” (MENDES; DELGADO, 2008, p.168).

O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1989/1991) apresenta pela primeira vez a expressão Sentido de número e indica que esta expressão constitui objetivo essencial dos primeiros anos de escolaridade. Quando se refere aos tópicos a que se deve dar mais atenção, o documento afirma que “o currículo de Matemática deve incluir conceitos e competências relativos aos números inteiros de tal forma que as crianças desenvolvam o Sentido de número” (NCTM, 1991, p.48). O referido documento ressalta que o desenvolvimento do Sentido de número é “uma intuição acerca dos números que se forma a partir dos diversos significados do número” (NCTM, 1991, p. 50).

A caracterização do Sentido de número é apresentada no documento a partir de cinco componentes: 1) Desenvolvimento dos conceitos elementares de número; 2) Exploração das relações entre os números através de materiais manipuláveis; 3) Compreensão do valor relativo dos números; 4) Desenvolvimento da intuição do efeito relativo das operações nos números; 5) Desenvolvimento de referenciais para medir objetos comuns e situações do mundo que nos rodeia.

Quase dez anos depois, a *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM (2000/2007) reafirma a importância do Sentido de número, considerando fundamental o seu desenvolvimento desde o jardim de infância até ao final do ensino médio. O documento sinaliza que “o desenvolvimento do Sentido de número deve constituir o cerne da educação matemática e que os alunos deverão adquirir um vasto conhecimento acerca dos números” (NCTM, 2007, p. 34).

Como dito anteriormente, em nossa pesquisa, adotamos o termo “Sentido de número”. Apresentamos definição de Sentido de número de alguns pesquisadores, quais sejam: Sowder (1989); Cebola (2007); Castro e Rodrigues (2008a); Mendes e Delgado (2008); O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1989/1991) No entanto, apresentamos com

maiores detalhes os estudos de, Spinillo (2006 e 2014); McIntosh, Reys e Reys (1992), Turkel e Newman (1993) e a Equipe do Projeto “Desenvolvendo o Sentido de número”- Brocardo, Serrazina e Rocha, nos quais pautaremos nossas análises.

2.2.1 Estudos de Spinillo (2006 e 2014)

Para a autora, o Sentido de número é uma forma de pensar matematicamente e não somente um conceito ou assunto do currículo a ser ensinado. A pesquisadora ressalta que Sentido de número não é passível de ser distribuído em etapas ou unidades que podem ser hierarquizados, mas que deve permear o ensino de todos os conteúdos de Matemática abordados no ensino fundamental.

É preciso considerar que o “Sentido de número deve ser entendido como um subproduto de outras aprendizagens mais do que um produto de uma instrução direta” (SPINILLO, 2006, p.104). Como resposta a essas ponderações, a autora apresenta três importantes considerações. Na primeira, ela destaca que não se pode ensinar Sentido de número de forma direta como se faz com os conceitos aritméticos, algébricos ou geométricos. Na segunda, a autora sinaliza que é preciso considerar que o Sentido de número é uma forma de pensar matematicamente. Na terceira, ela propõe que o Sentido de número seja desenvolvido a partir do ensino de cada conceito ou de cada tópico do currículo.

As atividades de ensino propostas em sala de aula devem ter por objetivo familiarizar a criança com o mundo dos números e os seus significados. Em relação a essas atividades, Spinillo (2014) ressalta que elas devem possibilitar aos alunos desenvolver a capacidade de raciocinar de forma flexível em diversas situações, ainda que sem realizar cálculos precisos e aplicar procedimentos algorítmicos.

Na perspectiva de Sentido numérico, Spinillo (2014) destaca que, assim como nos PCN, as propriedades dos números surgem como relevantes. A autora enumera três delas, a saber

(i) a regularidade da sequência numérica: - perceber a regularidade do sistema numérico com base dez; (ii) o tamanho de um número: - em termos de quantos algarismos ele tem, da posição e do tamanho dos algarismos que o constituem; (iii) a magnitude relativa dos números: - está associada à capacidade de diferenciar o relativo do absoluto. (SPINILLO, 2014, p.48).

Quanto às propriedades das operações, Spinillo (2014) ressalta que são igualmente de grande relevância no desenvolvimento de um Sentido numérico, podendo ser exploradas

através de situações que levem o aluno a perceber, por exemplo, que o número 22 pode ser representado de diversas maneiras. Além das propriedades das operações, a autora afirma que é importante compreender o efeito das operações sobre os números seja em situações simples (reconhecer que operação aritmética ocorreu em uma dada situação) ou em situações mais complexas (uma dada quantidade inicial sofre o efeito de duas operações sucessivas e inversas).

No texto “Sentido de número e sua Importância na Educação Matemática”, Spinillo (2006), com o objetivo de contribuir para uma maior compreensão conceitual acerca de Sentido de número, enumera e investiga alguns comportamentos e habilidades que podem ser indicadores de desenvolvimento de um bom Sentido de número, tais como:

(1) computação numérica flexível; (2) julgamentos quantitativos e inferência; (3) uso de âncora (conhecimentos anteriores servem de referência); (4) reconhecer resultados adequados ou absurdos; (5) reconhecer magnitude relativa e absoluta; (6) compreender como as operações aritméticas atuam sobre os números; (7) escolher e usar instrumentos de representação adequados e (8) reconhecer usos, significados e funções dos números no cotidiano. (SPINILLO, 2006, p.87)

No texto “Sentido de número e sua Importância na Educação Matemática”, Spinillo (2006) nos explica os indicadores do desenvolvimento do Sentido de número e apresenta vários exemplos de como esses indicadores se manifestam em diferentes atividades em sala de aula. Para melhor compreensão do leitor, apresentamos nesse capítulo alguns desses exemplos.

1 - Computação numérica flexível

“Envolve o reconhecimento de equivalência entre quantidades que são decompostas e combinadas de diferentes formas” (SPINILLO, 2006, p.89). Essa maneira de pensar, segundo a autora, está relacionada à compreensão do sistema numérico decimal e à noção de valor posicional. Esta habilidade está ligada à capacidade da criança, jovem ou adulto de compor e decompor números.

Associado à computação numérica flexível, surgem estratégias não convencionais (Heurísticas) durante a resolução de cálculos orais que, de acordo com a autora, são representadas pela decomposição heurística em que as quantidades envolvidas são decompostas em quantidades menores e, pelo agrupamento repetido em que se opera sobre quantidades iguais ou maiores que as quantidades originais.

Exemplo 2 - Problema: você vende cada um desses lápis por 50 cruzeiros¹¹. Eu quero 15 deles. Quanto vou ter que pagar?

Criança: *cinquenta, cem, cento e cinquenta, duzentos, duzentos e cinquenta. (Ao dizer esses números, marcava nos dedos de uma das mãos quantos cinquentas já havia somado. Ao completar essa mão, prosseguia). Duzentos e cinquenta. Quinhentos. Quinhentos e cinquenta, seiscentos, seiscentos e cinquenta, setecentos, setecentos e cinquenta. (SPINILLO, 2006, p. 89)*

Observamos que, ao realizar os cálculos, a criança faz uma contagem de 50 em 50, completando com os dedos de uma mão 250. Nesse momento, a criança dobra este valor, o que nos faz crer que ela tem noção de dobro e continua a contar de 50 em 50, até chegar em 750. A criança faz uso de uma estratégia em que decompõe ao somar de 50 em 50 e vai combinando segundo seus conhecimentos até chegar ao resultado que ela julga estar correto.

2 - Julgamentos quantitativos e inferência

Capacidade de julgar e fazer inferências sobre quantidades como ilustrado na passagem a seguir extraída de uma aula de Matemática em uma sala de 2º ano do Ensino fundamental.

Exemplo 5, Atividade - A professora solicitou que os alunos estimassem, sem contar caroço por caroço, quantos caroços de feijão havia em um saco de 1Kg. Sugeriu que utilizassem algo para auxiliar na realização da tarefa, como por exemplo, copo de plástico descartável, um vidro vazio de maionese etc. Inicialmente, os alunos consideraram a tarefa impossível de ser realizada. Um aluno, entretanto, resolveu a tarefa da seguinte maneira:

Resolução: *despejou todo o conteúdo do saco de feijão em um balde e em seguida, encheu um copo plástico com caroços de feijão, contando quantos caroços havia no copo. Despejou o conteúdo do copo no saco de feijão (agora vazio) tornou a encher outro copo plástico, porém sem contar, procedendo desta mesma forma até esgotar todos os caroços de feijão que estavam no balde. Registrou em um papel quantos caroços havia em um copo e de quantos copos havia precisado ao todo. De posse desses dados, multiplicou o número de caroços de feijão pelo número de copos utilizados. (SPINILLO 2006, p. 90)*

Vale destacar a capacidade de inferência do aluno que a partir da quantidade de caroços de feijão em um copo de plástico e da quantidade de copos, ele foi capaz de inferir quantos caroços tinham em 1 kg. Nesse exemplo, segundo a pesquisadora, as inferências foram estabelecidas a partir de estimativas sem que fosse necessário realizar qualquer operação.

¹¹ Na época em que esses dados foram coletados, a moeda corrente no Brasil era o cruzeiro.

3 - Usar âncoras

O uso de âncoras revela formas flexíveis de raciocínio durante o processo de resolução de uma situação problema.

Exemplo 11 - Problema: pela manhã Mário comeu metade de um bolo de laranja na casa dele. À tarde ele foi visitar a avó e ela tinha preparado um bolo de chocolate do mesmo tamanho do bolo de laranja que ele tinha comido pela manhã em casa. Ele comeu mais da metade do bolo de chocolate. No fim do dia, depois que comeu dos dois bolos, qual a quantidade do bolo que ele comeu: a. *Um bolo todo*; b. *Mais do que um bolo*; c. *Menos que um bolo*?

Criança: *mais que um bolo. Ele comeu mais que um bolo todo, que guloso!*

Examinador: *Como sabe, como foi que descobriu?*

Criança: *ele comeu metade e depois mais da metade. Metade com mais da metade vai dar mais que um bolo. (SPINILLO, 2006, p. 95)*

4 - Reconhecer resultados adequados ou absurdos

Outra evidência de Sentido numérico é a capacidade de reconhecer se um resultado obtido é adequado/razoável ou absurdo:

Exemplo 13, Examinador: *Nessa conta $187 + 53$, o resultado é mais que 200 (operação e resultado apresentados em uma cartela de papelão). Este resultado está certo ou está errado?*

Criança: *Está errado.*

Examinador: *Por que você acha que está errado?*

Criança: *Porque é mais que 200. A pessoa errou na conta.*

Examinador: *Me explica como é que pode ser mais que 200.*

Criança: *Hora, de 187 para 200 falta pouco. Cinquenta e três é muito, vai passar de 200 com certeza. (SPINILLO, 2006, p.96).*

5 - Reconhecer magnitude absoluta e relativa dos números

Envolve a habilidade de comparar quantidades em termos absolutos e relativos sendo capaz de discriminar essas duas instâncias.

Exemplo 15, Problema: Isabel recebeu de mesada R\$5,00. Ela gastou R\$2,00 da mesada. Jorge recebeu R\$10,00 de mesada. Ele gastou também R\$2,00. Quem gastou mais da mesada que recebeu? Isabel ou Jorge?

Criança: *Foi Isabel*

Examinadora: *Por que? Como fez para descobrir?*

Criança: *Foi ela porque ela tinha menos dinheiro que Jorge. Ela tinha pouco dinheiro, só R\$5,00. Gastando R\$2,00 ela fica gastando muito da mesada que era só R\$5,00. Jorge fica gastando pouco porque ele tinha R\$10,00. R\$2,00 é pouco para os R\$10,00. (SPINILLO, 2006, p.97)*

6 - Habilidade de compreender o efeito das operações sobre os números

Spinillo (2006) apresenta, para este item, uma atividade que aparece em alguns livros didáticos, intitulada a máquina de fazer contas. A dinâmica da atividade é a seguinte: um

número entra na máquina, algo acontece com ele no interior saindo outro número. A proposição é para a criança descobrir o que foi que a máquina fez com aquele número que entrou. Para verificar essa habilidade, a máquina de fazer contas foi apresentada para um aluno de 1ª ano como mostrado a seguir:

Exemplo 18 - Problema: Tinha 9. A máquina secretamente fez alguma coisa com esse número e saiu o número 3. O que foi que a máquina fez? Que conta foi esta que a máquina fez?

Aluno: *De menos. Ela fez menos 6, ficou 3 (...).*

Examinadora: *Tinha 152. A máquina secretamente fez alguma coisa com esse número e saiu o número 20. Que conta foi esta que a máquina fez?*

Aluno: *Foi de menos. Ela fez uma conta de menos porque o número diminuiu muito.*

Examinadora: *qual foi a conta?*

Aluno: *Essa eu não sei, mas foi de menos. Tenho certeza.* (SPINILLO 2006, p.98).

Ao analisar esta experiência, a pesquisadora destaca que, a partir das respostas dadas, percebe-se que o aluno foi capaz de inferir a operação realizada pela máquina com base no número que entrou - estado inicial - e no número que saiu - estado final. No caso da operação com “*número grande*”, mesmo sem determinar esse número, a criança foi capaz de inferir a operação que havia sido realizada pela máquina.

A criança entrevistada, segundo Spinillo (2006), mostra compreender o efeito das operações sobre os números, sendo capaz de perceber a consequência de uma alteração sofrida.

7 - Usar e reconhecer que um instrumento ou um suporte de representação pode ser mais útil ou apropriado que outro

O Sentido de número também se expressa através da escolha de instrumentos e suportes de representação apropriados, como ilustrado a seguir.

Exemplo 20, Problema: *qual a melhor forma de resolver a conta $10.893 + 5.789$:*
a. Contar nos dedos; b. Fazer com lápis e papel; c. Usar a calculadora?

Criança: *Fazer com a calculadora.*

Examinadora: *Por quê?*

Criança: *Porque os números são muito grandes não dá para contar nos dedos.*

Examinadora: *E por que não pode com lápis e papel?*

Criança: *Poder pode mas a gente pode errar na hora de contar número grande. O melhor é a calculadora.*

Examinadora: *E por que você não acha que contar nos dedos não é melhor?*

Criança: *Nos dedos não vai dar porque é pouco dedo para contar mais de 1000.*

Examinadora: *Qual a melhor forma de resolver essa outra conta? $2 + 3$: (a) contar nos dedos, (b) fazer com lápis e papel, (c) usar a calculadora?*

Criança: *Nos dedos. É bem rapidinho, assim: dois, três, quatro e cinco. Pronto já fiz.*

Examinadora: *E por que não é melhor com a calculadora?*

Criança: pode com a calculadora, mas não precisa, o número é pequeno. Os dedos resolve a conta direto. Quando pode com os dedos é o melhor. Melhor do que armar a conta no caderno. (SPINILLO, 2006, p.98).

“A criança, de fato, mostra uma boa intuição acerca da relação entre quantidade e o suporte de representação, e entre o tamanho do objeto a ser medido e o instrumento a ser realizado nessa medição” (SPINILLO, 2006, p.98).

8 - Reconhecer usos, significados e funções dos números no cotidiano

Compreender e usar números não é apenas uma questão de relacioná-los a um conjunto de objetos (cardinalidade). Na realidade, as crianças convivem com números desde cedo em diferentes situações, as quais levam a criança a atribuir diferentes significados aos números a partir das experiências do cotidiano.

Exemplo 22, Examinadora: O número 1988. Você acha que esse número é número de crianças em uma festa de aniversário, um ano, ou a idade de uma pessoa?

Criança: Isso é um ano.

Examinadora: Por que não pode ser a idade de uma pessoa ou o número de crianças em uma festa?

Criança: Não tem ninguém que viva tanto assim. E eu não conheço nenhuma festa que cabe tanta gente assim. Eu já ouvi dizer 1988, 1998, 2000. É tudo feito data do ano. Agora vai ser 2004.

Examinadora: E o número 5.900? Você acha que esse número é a quantidade de dinheiro que uma pessoa tem no banco, ou número de um telefone ou a quantidade de ovos para fazer um bolo?

Criança: Só pode ser quantidade de dinheiro. É muito dinheiro.

Examinadora: Por que não pode ser um número de um telefone?

Criança: Porque número de telefone não começa assim, começa com 3 e também a gente não diz o número do telefone assim, todo de vez.

Examinadora: A gente diz como?

Criança: Diz em partes. Diz dois ou três números primeiro e depois diz outros dois números e assim vai.

Examinadora: Número três. Você acha que esse número é o número de gols em partida de futebol, o número de uma placa de carro, ou o número de pessoas de uma festa de aniversário?

Criança: É número de gols. Um dia foi 3 a 1 para o Náutico¹².

Examinadora: Por que não pode ser o número da placa de um carro?

Criança: Porque um número só é pouco. Placa tem uns quatro ou cinco números. E tem letra também. O carro do meu pai tem os dois, mas eu não sei decorado.

Examinadora: Por que não pode ser o número de pessoas numa festa de aniversário?

Criança: Porque festa tem mais gente. Três pessoas é muito pouco, é só pai a mãe e o menino, aí não é festa. (SPINILLO, 2006, p.102).

A criança demonstrou um bom conhecimento acerca dos usos, das funções e dos significados que um número pode ter, partindo de suas experiências e da maneira como observa o emprego do número em seu cotidiano.

¹² Time de futebol em Recife, PE.

Levando em consideração os oito indicadores apresentados, Spinillo (2006) destaca que uma mesma habilidade pode estar envolvida em diversas atividades matemáticas e uma mesma atividade pode demandar diversas habilidades indicadoras de um Sentido numérico.

Segundo a autora, estimativas (sobretudo a partir de pontos de referência usados como âncoras para o raciocínio) e cálculos mentais (aproximações, arredondamentos, composição e decomposição), são impactos cruciais para o desenvolvimento de um Sentido numérico.

2.2.2 Projeto “Desenvolvendo o Sentido de número”: Perspectivas e exigências curriculares”

O Projeto “Desenvolvendo o Sentido de número”: Perspectivas e exigências curriculares” (DSN), realizado em Portugal de janeiro de 2005 a Dezembro 2007, cujo objetivo era analisar e descrever o modo como se desenvolve o Sentido do número e quais os conhecimentos e processos que resultam desta aprendizagem. No contexto do estudo sobre o desenvolvimento do Sentido do número nos primeiros anos de escolaridade (dos 5 aos 12 anos), foram definidos os seguintes grandes objetivos do projeto:

- a) construir materiais curriculares facilitadores do desenvolvimento do sentido do número (inteiros, decimais e frações);
- b) compreender o modo como as crianças desenvolvem o sentido do número, sobretudo no contexto de resolução de problemas;
- c) identificar práticas profissionais e o tipo de currículo que favorecem o desenvolvimento do sentido do número. (KRAEMER J. M., 2008, p.3)

Orientar trabalhos em torno dos números e das operações realizado no Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM) para professores do 1.º e 2.º ciclos foi uma das funções da equipe desse Projeto. Dessas orientações, resultaram vários materiais de natureza didática e curricular que visam apoiar as práticas dos professores de ensino dos números e das operações em uma perspectiva de desenvolvimento do Sentido de número, para diferentes anos de escolaridade (Equipe do projeto DSN, 2006, 2007; Brocardo, Delgado e Mendes, 2009; Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves, 2009, etc.).

A equipe do projeto procurou aprofundar o estudo sobre o desenvolvimento do Sentido do número nos primeiros anos de escolaridade (5-12 anos), bem como os aspectos relacionados com o desenvolvimento curricular em matemática e a prática letiva. A revisão da literatura que a equipe do projeto realizou, realçou fundamentalmente duas características, sendo ela: que o desenvolvimento do Sentido de número é um desenvolvimento progressivo e

a segunda característica prende-se ao seu caráter global, ou seja, o Sentido do número é uma intuição global sobre os números e operações.

Na primeira característica, Brocardo, Serrazina e Rocha (2008) destacam que o Sentido de número não se aprende de única vez numa dada fase do percurso escolar, pelo contrário, essa competência deve ser desenvolvida ao longo de toda a escolaridade. Para a segunda característica, os autores destacam que existe um entendimento geral de que o Sentido do número inclui conhecimentos sobre os números e as operações e sobre o seu uso flexível na realização de julgamentos matemáticos e na resolução de problemas.

Por considerarem que a definição proposta por McIntosh, Reys e Reys (1992) reúne de uma forma clara todos os aspectos essenciais para o entendimento de Sentido do número, a equipe do projeto elegeu os autores como referencial teórico. Por conseguinte, seguindo a definição desses autores, a equipe considera que Sentido do número inclui:

1. O conhecimento e destreza com os números que engloba o Sentido da regularidade dos números, as múltiplas representações dos números, o Sentido da grandeza relativa e absoluta dos números e, finalmente, o uso de sistemas de referência que permitem avaliar uma resposta ou arredondar um número para facilitar o cálculo.
2. O conhecimento e destreza com as operações que engloba compreensão do efeito das operações, das propriedades e a das relações entre as operações.
3. A aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo que engloba a compreensão para relacionar o contexto e os cálculos, a consciencialização da existência de múltiplas estratégias, a apetência para usar representações eficazes e a sensibilidade para rever os dados e o resultado. (BROCARD; MENDES; DELGADO, 2006, p. 66)

Ainda, de acordo com o propósito de compreender o modo como se desenvolve o Sentido do número, a equipe planejou e testou cadeias de tarefas (sequência de 3 ou 4 tarefas) que procuram desenvolver um conjunto de aspectos inter-relacionados e que, constituem, ao final, o modo como se pensou a trajetória de aprendizagem para alguns dos temas e relações incluídos no Sentido do número.

Por fim, é proposta da equipe do projeto contrapor a uma aprendizagem dos números e das operações centrada no domínio de algoritmos. Para tal, defendem que “os alunos devem adquirir uma compreensão global do número e das operações e saibam usar essa compreensão de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e operações” (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999, p. 46).

2.2.3 Estudos de McIntosh, Reys e Reys (1992)

No início de seu texto, McIntosh, Reys e Reys (1992) trazem um exemplo que ilustra significativamente a atitude de uma criança que tem em si o Sentido de número, o que nos ajuda a compreender a importância e os significados desse conceito,

Um garoto na sala de aula estava sendo observado por um pesquisador. Depois de escrever o problema “37+25” em forma vertical, e traçar uma linha horizontal, ele registrou a resposta 62. “Ok” disse o pesquisador, “me explique como você fez isso”.

“Tudo bem” o garoto respondeu sem hesitar, “mas não conte para o meu professor. 37 mais 20 é 57, mais 5 faz 62”. “Esse é um jeito muito bom”, comentou o pesquisador. “Porque eu não posso contar para o seu professor?”

“Porque eu não ganharia o visto assim. Eu não consigo entender o jeito que ela nos manda fazer no papel, então eu faço desse jeito na minha cabeça e depois eu escrevo no papel a resposta, assim eu ganho o visto”. MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p. 2)

Podemos perceber que o garoto não conseguia acompanhar o algoritmo padrão, mas entendia o suficiente sobre números para inventar seu próprio método mental eficiente e ainda soube explicar com clareza o seu raciocínio.

McIntosh, Reys e Reys (1992) nos informam que conforme o aluno evolui no seu pensamento matemático o Sentido de número vai se apresentando de diferentes maneiras, participando no uso de cada um desses métodos em variados graus. Assim, ressalta os autores que a “invenção” e a “aplicação” de um algoritmo inventado pela criança, jovem ou adulto, convida as facetas de Sentido de número como uma decomposição/recomposição e entendimento das propriedades dos números.

Esses autores apresentam a seguinte definição para o Sentido de número:

O Sentido de número refere-se a uma compreensão geral do indivíduo sobre os números e as operações, juntamente com a capacidade e inclinação para usar essa compreensão de modo flexível, para fazer juízos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis para lidar com os números e com as operações. Reflete uma capacidade e uma tendência para usar os números e os métodos quantitativos como um meio de comunicação, processamento e tratamento de informação. Resulta na expectativa de que números são úteis e que a matemática tem uma certa regularidade. (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.3)

Conforme os autores, a aquisição do Sentido de número é um processo gradual e evolutivo e começa muito antes da criança ir para a escola. No entanto, segundo os autores crescer não assegura necessariamente o desenvolvimento ou a utilização da noção mais primitiva, ilustramos abaixo essa fala dos autores:

Uma funcionária estava trabalhando em uma banca de jornal na Inglaterra. Um cliente queria comprar duas agendas idênticas, cada uma custando originalmente 2,50 libras, mas agora, em fevereiro, estão marcados com uma etiqueta “metade do preço”. O cliente pegou as duas agendas e levou-as para o balcão. “Quanto custa, por favor? ”, perguntou.

A funcionária pegou a primeira agenda e uma caneta, anotou o preço original, dividiu por dois utilizando o algoritmo padrão (a divisão longa), e obteve o novo preço 1,25 libras. Depois ela pegou a segunda agenda, idêntica, escreveu o preço original, usou o mesmo método de divisão e obteve o novo preço de 1,25 libras. Em seguida, ela escreve 1,25, e embaixo 1,25, adicionou-os corretamente usando o algoritmo padrão da adição, se virou para o cliente e, sem sorrir, disse, “Isso custará 2,50 libras, por favor. (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p. 2)

No relato acima, percebemos que a funcionária opta pela utilização dos métodos aprendidos na escola (algoritmos tradicionais de lápis e papel). Infelizmente a funcionária não possui Sentido de número para perceber que se o desconto é de metade do preço e o cliente adquire dois livros ou seja duas metades do preço, o valor a ser pago é de um livro ou um inteiro. Se de fato desejasse fazer o registro e tivesse Sentido de número, ela poderia assim, registrar, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$, ou seja, 2,50 libras.

Ironicamente, situações como a dessa funcionária se tornaram muito comuns no dia a dia, já que a resolução de operações via algoritmos tradicionais tornaram-se os métodos mais queridos para alguns estudantes, pois eles podem ser executados sem a necessidade de pensar. E reforçando a expressão *ironicamente*, a escola, os métodos de ensino, assim como os professores ao longo do tempo têm reforçado essa prática. Assim, embora muitas crianças novas exibam soluções criativas para seus cálculos e, por vezes, eficientes estratégias para operações com números, a atenção para os métodos formais exigidos pelos professores pode, de fato, dissuadir o uso de métodos informais. *Ironicamente*, mais uma vez, conforme o conhecimento técnico em matemática dos estudantes é expandido, sua gama de estratégias pode ser restringida. Em relação aos fatos irônicos por nós destacados, os autores ressaltam que de fato, muitas das preocupações atuais em desenvolver o Sentido de número é uma reação à exagerada atenção em procedimentos de cálculo e/ou algoritmos desprovidos de Sentido de número.

Um outro exemplo que McIntosh, Reys e Reys (1992, p.3), apresentam é uma atitude muito comum nas salas de aula do mundo inteiro, ou seja, “a reação do estudante quando perguntado se um cálculo parece razoável, é frequente ele recalcular, utilizando, geralmente, o mesmo método do cálculo inicial. Se os estudantes tivessem desenvolvido em si, um pouco de Sentido de número, ele refletiria sobre o resultado em função do contexto e dos números envolvidos. Para esse estudante, falta a inclinação para rever os dados e a razoabilidade do

resultado (um dos indicadores elaborados pelos autores que será discutido nesse texto mais adiante).

McIntosh, Reys e Reys (1992), apresentam, a definição do *The NCTM Curriculum and Evaluation standards* para o Sentido de número. O documento afirma que crianças com bom Sentido de número compreendem bem “o significado dos números, tem múltiplas interpretações/representações dos números, reconhecem a magnitude relativa e absoluta dos números, apreciam o efeito das operações nos números e desenvolvem um sistema de referência para considerar números” (NCTM, 1989, apud MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.3).

Esses autores, no entanto, chamam a atenção que embora a descrição de Sentido de número oferecida no *Evaluation standards* é útil como uma visão geral, é importante que um futuro esclarecimento seja tomado, debatido e discutido. McIntosh, Reys e Reys (1992), destacam que não está claro o que significa “compreender bem o significado dos números” ou como atingir esse objetivo. Depois de estudar a breve, mas rica literatura do Sentido de número e no desejo de esclarecer melhor o que está apresentado no *Evaluation standards*, os autores elaboram um quadro no qual é proposto no artigo ao qual nos referenciamos.

O quadro é uma tentativa de McIntosh, Reys e Reys (1992) articular uma estrutura que explique, organize e inter-relacione alguns dos componentes gerais básicos de Sentido de número, além de identificar as componentes chaves e organizá-los de acordo com temas comuns.

O quadro apresentado a seguir, ilustra s Sentido de número, bem como os conhecimentos e aplicações nas três áreas.

Quadro 5¹³ - Sentidos de número, conhecimentos e aplicações

Sentido de número: uma propensão e uma habilidade para usar números e métodos quantitativos como um meio de comunicação, processamento e interpretação de informações. Resulta em uma	1. Conhecimento e habilidade com os números	1.1 Sentido de ordenação de números	1.1.1 Valor posicional (<i>place value</i>)
			1.1.2 Relação entre os tipos de números
			1.1.3 Ordenação de números com e entre os tipos de números
		1.2. Múltiplas representações para os números	1.2.1 Gráficas/simbólicas
			1.2.2 Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição)
			1.2.3 Comparação com padrões de referência
		1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números	1.3.1. Comparando a um referencial físico
			1.3.2. Comparando a um referencial matemático
		1.4 Sistema de	1.4.1 Matematicos

¹³ O quadro original encontra-se anexo.

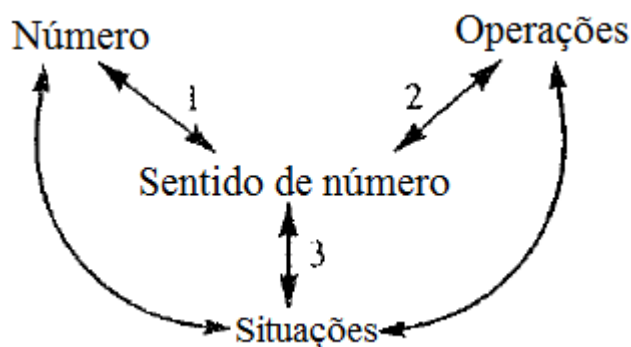
expectativa de que números são úteis e que a matemática possui uma certa regularidade (<i>makes sense</i>).		padrões de referência	1.4.2 Pessoais	
	2. Conhecimento e habilidade com as operações	2.1. Compreendendo o efeito das operações	2.1.1 Operando com números inteiros	
			2.1.2 Operando com frações/decimais	
		2.2 Compreendendo as propriedades matemáticas	2.2.1 Comutativa	
			2.2.2 Associativa	
			2.2.3 Distributiva	
			2.2.4 Identidades	
			2.2.5 Inversas	
		2.3. Compreendendo a relação entre as operações	2.3.1 Adição/Multiplicação	
			2.3.2 Subtração/Divisão	
	2.3.3 Adição/Subtração			
	2.3.4 Multiplicação/Divisão			
	3. Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculo	3.1. Compreendendo a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário	3.1.1. Reconhecer os dados como exatos ou aproximados	
			3.1.2 Consciência de que as soluções podem ser exatas ou aproximadas	
		3.2 Consciência de que múltiplas estratégias existem	3.2.1 Habilidade para criar e/ou inventar estratégias	
			3.2.2 Habilidade para aplicar diferentes estratégias	
3.2.3 Habilidade para selecionar uma estratégia				
3.3 Inclinação para utilizar uma representação e/ou método eficiente		3.3.1 Habilidade com vários métodos (mental, calculadora, lápis e papel)		
		3.3.2 Habilidade na escolha de números eficientes		
3.4 Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado	3.4.1. Reconhecer a razoabilidade dos dados			
	3.4.2. Reconhecer a razoabilidade dos cálculos			
Fonte: Quadro 1 - Quadro para considerar o Sentido de número (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.4, tradução do autor).				

Essas ideias propostas no quadro pelos autores para se pensar o Sentido de número aparecem como referência importante em todos os trabalhos, os quais foram referenciados em nossa pesquisa, quais sejam: Turkel e Newman (1993), Reys, (1998); Cebola, (2002); Ribeiro, (2006); Spinillo, (2006); Barbosa, (2007); Batista, (2009); Magalhaes, (2012); Cruz (2015); no Projeto “Desenvolvendo o Sentido de número” (2005 a 2007) em Portugal. Vale destacar que ao buscarmos essas literaturas não foi uma condição que os autores trouxessem em suas pesquisas McIntosh, Reys e Reys (1992).

Antes de detalharmos o quadro apresentamos a Figura 2, que ilustra as interconexões entre os principais componentes do Sentido de número, que formam os três eixos principais do quadro: conceitos de números, operações com números e aplicações de números e operações. Essas interconexões nos informam os autores, sugerem um processo de

monitoramento o que liga Sentido de número com metacognição. Uma pessoa com bom Sentido de número está pensando e refletindo sobre números, operações e sobre os resultados que estão sendo produzidos. “Esse pensamento reflexivo uma vez ou outra envolverá algum dos componentes do quadro” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.5).

Figura 2 - Interconexões dos componentes principais do Sentido de número



Fonte: McIntosh, Reys e Reys, 1992, p.5

Na primeira coluna do quadro, os autores apresentam as três áreas em que Sentido de número tem um papel chave, ou seja, as três áreas nas quais o Sentido de número pode ser examinado, quais sejam: conceitos de números, operações com números e aplicações de números e operações. Essas três grandes áreas, por sua vez, se subdividem em outras diversas, relativas aos números e as operações.

Detalhamos a subdivisão do quadro para considerar o Sentido de número na sequência.

1 - Conhecimento e habilidade com números: essa área inclui o Sentido de ordem dos números, as múltiplas representações para números, o Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números e um sistema de padrões de referências. Segundo os autores, o quadro de Sentido de número, proposto aqui, é organizado não por “tópicos” instrucionais, mas por uma coleção de “conhecimentos” que se espera que um aluno apresente e utilize.

1.1 - O Sentido de ordem dos números

Implica no entendimento de como o sistema numérico Hindu-Arábico é organizado e como sua organização ajuda em rever e considerar números. Entender o sistema de **valor de posicional (1.1.1)** sua aplicação para números inteiros e decimais e entender também como eles são representados, é um componente considerado dessa área. Os autores ressaltam que

um entendimento do sistema numérico ajuda o estudante a organizar, comparar e ordenar mentalmente os números encontrados em um ambiente matemático. Para exemplificar **1.1.2 Relação entre os tipos de números**, McIntosh, Reys e Reys (1992) nos informam que, quando uma criança começa a contar a partir de 20, seja em forma oral quanto escrita, é essencial apoiarem-se nos padrões identificados na contagem até 20.

A capacidade de ordenar os números com e entre os tipos de números (1.1.3) é exemplificado pelos autores pelo uso de uma linha de número para ajudar um aluno do sexta ano a entender relações entre números decimais:

Figura 3 - Linha de número



Fonte: Mcintosh, Reys e Reys, 1992, p.6

Os autores explicam a metodologia para utilização da linha de números: o estudante nomeia o número marcado no ponto P, o professor solicita que mude o ponto final da linha de número de 10 em 10 e pergunta ao estudante *qual número é representado pelo ponto P?*, em seguida, o professor solicita mudança do ponto final de 10 para 1 e depois de 1 para 0,1, após cada mudança o professor refaz a pergunta - *qual número é representado pelo ponto P?* Um outro exemplo, bem simples, é oferecido pelos autores da seguinte forma: “Existem número entre $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$?” para se ter a capacidade de dar vários exemplos apropriados.

Os autores ressaltam que, uma vez identificados, os padrões acima, esses fornecem uma potente fonte de suporte para a continuação da contagem.

1.2 - Múltiplas representações para os números

“O Sentido de número inclui o reconhecimento que os números podem ser pensados e manipulados de diversas maneiras” (MCINTOSH, REYS; REYS, 1992, p.6). Os números aparecem em diferentes contextos e podem ser expressos em variadas **representações simbólicas ou gráficas (1.2.1)**. Os autores trazem alguns exemplos, sendo eles: uma conexão conceitual e útil entre adição e multiplicação, qual seja, $2+2+2+2$ é igual ao produto de 4×2 ; reconhecer 30 centavos como um quarto mais 5 centavos; reconhecer 30 minutos como metade de uma hora; reconhecer como $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4} = 0,75$ ou $\frac{3}{4} = 75\%$.

O entendimento que números podem ser “representados em várias formas diferentes, juntamente ao reconhecimento de que algumas representações são mais úteis que as outras,

são essenciais para desenvolver competência matemática” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.6).

Em relação ao item **1.2.2 Formas numéricas equivalentes-decomposição/recomposição**, os autores destacam que buscar formas numéricas equivalentes, através desse processo, se revela de grande utilidade em situações de cálculo. Nesse item, vale destacar, na íntegra, os exemplos apresentados pelos autores.

Exemplo 1: uma pessoa está saindo do supermercado e tem uma conta de \$8,53. A pessoa poderia pagar com uma nota de \$10 e pegar \$1,47 de troco. Outra pessoa poderia pagar a conta com uma nota de \$10 e três centavos. O troco seria \$1,50. Em cada caso, o total pago é o mesmo. Entretanto, no último exemplo a pessoa quer evitar carregar moedas extras e recompõe a quantia paga para \$10,03 para manter o troco recebido mais manuseável. Decompondo \$8,53 em \$8,50 + \$0,03 fornece a razão a qual leva o comprador a pagar com o que parece ser uma quantia estranha, no entanto, resulta em lidar com menos moedas.

Exemplo 2: um aluno de primeira série pode reconhecer que alguém pode adicionar 25 e 27 decompondo 27 ($25+2$), depois recompondo o novo problema, $25+25+2$, adicionando os 25's para fazer 50 e depois adicionando 2 para chegar a 52. (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.6).

Outro componente de Sentido de número dessa área é o item **1.2.3 “Comparação com padrões de referência”**. Nele, o uso de “âncoras” se faz presente. McIntosh, Reys e Reys (1992) exemplificam esse componente a partir da fração $5/8$, que pode ser representada como parte de um círculo ou uma linha de número, pensando graficamente, ou como uma fração equivalente ou como forma decimal. Os autores destacam que uma representação igualmente importante é o sentido de que $5/8$ é “um pouco mais que $1/2$ ” ou “está entre $1/2$ e $3/4$ ”. Nesse caso, $1/2$ serve como uma âncora (ou referência) para representar e/ou comparar com outros números.

1.3 - Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números

O sentido de grandeza refere-se à habilidade de, perante números, reconhecer o seu valor relativo ou quantidade em relação a outro número. Para ilustrar essa ideia, Mcintosh, Reys e Reys (1992) sugerem investigar qual noção um aluno de terceiro ano (8 anos) tem sobre o tamanho 1000? Para que elas possam adquirir essa noção, os autores sugerem que pode se perguntar aos alunos questões, como: “Quanto tempo leva para contar até 1000? ”, ou “Você viveu mais ou menos que 1000 dias? ”. Os autores destacam que essas questões fornecem aos alunos a oportunidade de pensar sobre 1000 em um contexto pessoal, ajudando-os, assim, a compreender o tamanho de 1000 em uma variedade de contextos. “A habilidade de sentir o tamanho geral (cardinalidade) (ou grandeza) de um número dado ou quantidade é

um comportamento que se desenvolve com maturidade matemática e experiência” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.6).

1.4 - Sistema de padrões de referência

“Padrões de referência numéricos fornecem referências mentais essenciais para o pensamento sobre números. São frequentemente usados para avaliar o tamanho de uma resposta ou para arredondar um número de modo que seja mais fácil de processar mentalmente”. (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.6).

Exemplos incluem “identificar que a soma de dois números de dois dígitos é menor que 200, que 0,98 é perto de 1, ou que $\frac{4}{9}$ é pouco menos que $\frac{1}{2}$ [...]”, os autores ressaltam que nesses casos os padrões de referência são valores numéricos desprovidos de contexto, refere-se ao indicador **1.4.1 sistema de padrões de referência matemáticos**.

“Uma criança que espera um jogo de *baseball* em que a plateia é de 50.000 pessoas pode usar mais tarde esse referencial para julgar o tamanho de outras multidões”. (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.6). Pode ser um valor que o aluno conheça e seja confiável para exercer a função de referencial. Os autores ressaltam que nesses casos os padrões de referência são providos de contexto, são produzidos de atributos ou encontros pessoais e são desenvolvidos a partir de experiência e/ou instrução. Se refere ao item **1.4.2 sistema de padrões de referência pessoais**.

Importantíssimo destacar é que “[...] a “variedade e complexidade dos padrões de referência nas tomadas de decisões sobre número e contextos numéricos é um indicador valioso de Sentido de número” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p. 6).

2 - Conhecimento e habilidade com as operações

A essa área, estão associadas, as seguintes componentes: (2.1) compreendendo o efeito das operações; (2.2) compreendendo as propriedades matemáticas e (2.3) compreendendo a relação entre as operações (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p. 4).

2.1. Compreendendo o efeito das operações

Conceituar completamente uma operação implica no entendimento do efeito dessa em vários números, sejam eles **inteiros (2.1.1) ou racionais (2.1.2)**. Modelos são largamente usados para ajudar estudantes a entender a ação da operação. No entanto, McIntosh, Reys e Reys (1992) destacam a importância de explorar vários modelos, assim os alunos veem o poder de cada modelo bem como seus limites. No que diz respeito à multiplicação, os autores

sugerem três modelos: “a multiplicação como uma adição repetida (fornece uma maneira concreta de ajudar crianças a pensarem sobre a multiplicação e como resolvê-la); como a linha numérica ou como modelo de matriz”. Assim, destacam os autores, é importante que vários modelos para multiplicação sejam explorados para que os alunos percebam o poder de cada modelo, assim como seus limites. Refletir sobre as interações entre as operações e os números estimula um pensamento de alto nível e melhora ainda mais o Sentido de número. Investigar a mudança da resposta, conforme o tamanho dos termos, varia em uma operação e contribui para desenvolver o Sentido de número. Para que esse fato aconteça, os autores sugerem algumas investigações, que são : O que acontece quando dois números menores que 1 se multiplicam? Como essa situação pode ser modelada? O que o modelo geral implica? O que acontece se um dos fatores é menor que 1 e o outro é maior que 1? Essas e outras situações podem levar os alunos a pensarem sobre os resultados

2.2 Compreendendo as propriedades matemáticas

Alunos com um bom Sentido de número, conforme McIntosh, Reys e Reys (1992), têm feito aplicações práticas para com o desenvolvimento e o entendimento das propriedades matemáticas fundamentais, e eles se sentem confortáveis em aplicá-las em uma variedade de situações diferentes. Em contrapartida, uma atitude criticada pelos autores é a maneira como as propriedades matemáticas são frequentemente pensadas como regras formais e vistas como confirmação do óbvio. Um caso ilustrado pelos autores são as afirmações de que $3 \times 4 = 4 \times 3$ ser comumente percebida como trivial e de pouca importância prática e, 5×2 e 2×5 serem vistos como dois fatos sem relação. De fato, vários estudantes jovens memorizam, falhando em obter a vantagem da **comutatividade (2.2.1)** no aprendizado da multiplicação. Para os autores, o Sentido de número se manifesta conforme os estudantes, jovens ou não, intuitivamente aplicam propriedades aritméticas quando inventam procedimentos para cálculos. Por exemplo,

“[...] ao multiplicar 36×4 mentalmente, um estudante pode pensar em 4×35 e 4×1 , ou $140 + 4$ ou 144 . Essa solução aplicada comutativamente, como mudar a ordem dos fatores para 4×36 , e usar a **propriedade distributiva (2.2.3)** em recompor 4×36 como $(4 \times 35) + (4 \times 1)$. Esse aluno pode também reconhecer e usar outras formas equivalentes como $(4 \times 40) - (4 \times 4)$ ou $(30 \times 4) + (6 \times 4)$, e essas soluções múltiplas seriam uma evidência do Sentido de número (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.7)

Por fim, os autores ressaltam nesse item que os alunos com bom *Sentido de número* têm feito tipicamente essas conexões e se sentem confortáveis em aplicar as propriedades em uma variedade de situações diferentes.

2.3. Compreendendo a relação entre as operações

No intuito de entender a relação entre as operações, McIntosh, Reys e Reys (1992, p.7) afirmam ser essencial, em primeiro lugar, entender cada operação e saber que as conexões entre operações fornecem maneiras de pensar e resolver problemas. Por exemplo, quando um aluno considera a questão: “Quantas rodas têm em 8 triciclos? ”, os autores apresentam várias possibilidades dos alunos encontrarem a solução para o problema, quais sejam: 1) contar cada roda; 2) aplicar uma adição repetida (adicionando o número de rodas em cada triciclo); 3) adicionar por agrupamento (4 grupos de 2 triciclos cada: $6 + 6 + 6 + 6$) ou aplicar multiplicação (8×3 ou 4×6). Cada uma dessas soluções, advertem os autores, reflete uma maneira de pensar sobre o problema com pequenas diferenças, assim como diferentes graus de atenção de eficiência. Saber a relação inversa existente entre operações é outra conexão valiosa destacada pelos autores uma vez que fornece ao aluno a possibilidade de pensar um problema de outra forma. Apresentam como exemplo: quando uma pessoa perguntada sobre o quociente de $480/8$, ela pode ver isso como $8 \times \underline{\quad} = 480$, ao invés de um problema de divisão. Ao resolver o problema dessa maneira, significa, que essa pessoa tem conhecimento da relação inversa existente entre divisão e multiplicação. Os autores destacam, também, que as relações entre as operações crescem conforme o universo numérico é expandido de números inteiros para números racionais, pois essas relações às quais conectam multiplicação e divisão, quando entendidas (e talvez descobertas) pelo aluno amplia seu leque de estratégias.

3. Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculo

A resolução de problemas do cotidiano, que necessitam de raciocínio com números e/ou aplicação de operações envolve tomada de decisões. Envolve compreender a relação entre: - **Adição e Multiplicação (2.3.1); Subtração e divisão (2.3.2); Adição e subtração (2.3.3) e relação entre multiplicação e divisão (2.3.4).**

Para análise desse processo, McIntosh, Reys e Reys (1992) apresentam quatro componentes. Primeiro, envolve compreender a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário; segundo, requer consciência de que múltiplas estratégias existem; terceiro, uma inclinação para utilizar uma representação e/ou método eficiente e quarto uma inclinação

para rever os dados e a razoabilidade do resultado, checando sempre tanto para indicações de correção quanto para sua relevância sobre o contexto do problema apresentado.

Para que essa tomada de decisão seja bem sucedida, McIntosh, Reys e Reys (1992) nos informa que o estudante seja capaz de decidir que tipo de resposta é apropriada (exata ou aproximada) e decidir qual ferramenta de cálculo é eficiente e/ou acessível (calculadora, cálculo mental, etc.)

3.1. Compreendendo a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário

Esta componente está associada a duas habilidades, **reconhecer os dados como exatos ou aproximados (3.1.1)** e ter a **consciência de que as soluções podem ser exatas ou aproximadas (3.1.2)**.

“É no contexto do problema que estão as dicas para operações apropriadas, para os números a serem usados nessas operações e para verificar se uma solução exata ou aproximada é apropriada” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.7).

Exemplo: *Skip gastou \$2,88 com maçãs, \$2,38 com bananas e \$3,76 com laranjas.* McIntosh, Reys e Reys (1992). Refletindo a respeito das dicas oferecidas nos problemas, os autores indicam que várias questões podem ser levantadas a partir da situação proposta e como esses números serão tratados depende da pergunta do problema. Para ilustrar a proposição, os autores levantam duas situações hipotéticas, quais sejam: 1- “Quanto *Skip* gastou com frutas? ”, 2 - “Poderia *Skip* pagar com \$10 essas frutas? ”. Para resolução da primeira proposição, os alunos precisam somar todos os preços e, assim, obter uma resposta exata, podendo utilizar cálculo mental, calculadora. Para resolução da segunda questão, os alunos podem usar estimativa para decidir rapidamente se \$10 é suficiente para fazer essa compra. Como dito anteriormente, o que determina a estratégia que o aluno irá utilizar é o contexto do problema assim como a habilidade do aluno em lidar com os números.

3.2 Consciência de que múltiplas estratégias existem

Quando uma estratégia inicial para resolução de um problema não é produtiva, formular e aplicar uma nova estratégia pode ser uma boa opção. Essa tendência de resolver um problema aplicando diferentes estratégias (3.2.2), segundo McIntosh, Reys e Reys (1992, p.8) permite a comparação de diferentes métodos antes de fazer uma avaliação final ou buscar outro ponto de vista. Reconhecer que existem diferentes estratégias de solução para um mesmo problema é um indicador de Sentido de número. Dentro desse contexto, o aluno deve

trazer consigo três habilidades desse componente: **criar e/ou inventar estratégias (3.2.1), aplicar diferentes estratégias (3.2.2) e saber selecionar uma estratégia (3.2.3).**

3.3 Inclinação para utilizar uma representação e/ou método eficiente

Habilidade com vários métodos (mental, calculadora, lápis e papel)/ 3.3.1 - e Habilidade na escolha de números eficientes/3.3.2 são duas habilidades relativas a essa componente. Conforme McIntosh, Reys e Reys (1992), a consciência de que algumas estratégias e/ou ferramentas de cálculo são mais eficientes, às vezes, que outras, é um indicador de Sentido de número. Os autores nos indicam que um corolário desse elemento é que a criança ou adulto com pouco Sentido de número frequentemente usa um método mais difícil para o cálculo. Esses autores apresentam dois exemplos de como um aluno do segundo ano que possui um bom Sentido de número, quando pedido para adicionar $8 + 7$, provavelmente não usaria a estratégia de contar um por um, escolheria recompor mentalmente o problema (como $7 + 7 + 1$, baseado no conhecimento de que dois 7 é igual à 14, ou como $8 + 2 + 5$, usando o conhecimento que $8 + 2$ é 10).

3.4 Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado

Para resolvermos um problema, estamos sempre em busca de uma solução. Quando essa solução é encontrada, uma pessoa com Sentido de número irá, segundo McIntosh, Reys e Reys (1992), examinar sua resposta em relação ao problema original, levando em consideração os números que aparecem no problema, assim como a questão perguntada. Essa verificação acontece com a finalidade de determinar se a resposta encontrada “faz sentido”, envolvendo assim as duas habilidades dessa componente, sendo essas: reconhecer a razoabilidade dos dados e reconhecer a razoabilidade dos cálculos. Os autores destacam que essa reflexão é geralmente feita rapidamente, naturalmente e se torna uma parte integral do processo de resolução de problemas.

Acreditamos que entender esses indicadores e a maneira pela qual o aluno escolhe, desenvolve e usa métodos de cálculo, incluindo o cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras e estimativa é importante, pois para compreender desenvolvimento de Sentido de número importante é como as respostas são pensadas.

Os autores concluem o texto afirmando que têm consciência de que o quadro não dever ser aceito como um modelo definitivo, no entanto, sentem que ele fornece um ponto de partida útil e acolhe um diálogo contínuo.

Nós concordamos com os autores e acreditamos assim como eles que quanto mais claramente o Sentido de número for entendido, mais provável será o progresso em pesquisas, assim como no desenvolvimento dos currículos.

Consideramos que a definição proposta por McIntosh, Reys e Reys (1992) reúne de uma forma clara todos os aspectos essenciais para uma boa compreensão de Sentido de número. Para tal elegemos os indicadores apresentados no quadro como nossas categorias de análise a priori, qual seja: Conhecimento e habilidade com os números; Conhecimento e habilidade com as operações; Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculo.

2.2.4 Estudos de Turkel e Newman (1993)

É primordial começar e desenvolver o Sentido do número desde os primeiros anos quando as ideias fundamentais sobre os números podem ser adquiridas dentro de uma estrutura de utilização de aplicação. Deve se iniciar, então, esse tema no jardim de infância até o 8º ano de escolaridade (K-8) incluindo o uso efetivo e a compreensão dos números em aplicações tal como noutros contextos matemáticos.

Turkel e Newman (1993) iniciam suas considerações no artigo: Qual é teu número? - Desenvolvendo o Sentido de número, com o seguinte questionamento: **O que é Sentido de número e como sabemos quando o temos?** À esse pergunta, as autoras apresentam a seguinte resposta:

As pessoas com Sentido de número facilmente percebem as relações numéricas. Sente-se confortáveis e confiantes com os números, sabem como são usados, sabe como interpreta-los, sabem quando fazem sentido. As pessoas que têm o Sentido de número têm um bom conhecimento do seu significado. São capazes de usar os números e compreendem como são utilizados no mundo à sua volta. Essas pessoas fazem uma boa avaliação ao selecionar um método apropriado de processamento dos números: aproximação, cálculos com papel e lápis, estimativa mental, ou calculo com calculadoras (TURKEL; NEWMAN, 1993, p. 31).

Muitas vezes as crianças têm a impressão de que os números são usados unicamente nos livros de exercícios e, principalmente, no cálculo. Os números são utilizados em muitas formas que não envolvem cálculo. As crianças devem aprender a observar e a consciencializar-se como os números são utilizados.

Conforme Turkel e Newman (1993), os números são utilizados em localização, ordenação, identificação, mediação e estimação.

Para que as crianças possam perceber o significado dos números na **localização**, as autoras sugerem várias atividades que podem ser realizadas com as crianças, sempre na perspectiva da investigação, levantando questões que possam fomentar a curiosidade das crianças. Elencaremos algumas delas: Considere um número de uma sala, por exemplo o 214. Faça alguns questionamentos, - Que informação ele revela? - Faz parte de um plano mais vasto. Leve as crianças para conhecerem onde se localiza a sala 214, levante outros questionamentos, - Será a sala 114 por baixo da 214? - E a sala 314 por cima da sala 214? [...] A partir de uma informação, levante questionamentos: - O Daniel vive no número 15 da *Rory Lane*, - Qual é o número da casa ao lado? - Será que o número é o 16? - Se não existe, porque será que não existe? As autoras destacam que atividades assim motivam as crianças, pois elas são curiosas, querem saber. Outra atividade de localização sugerida pelas autoras é uma visita a um auditório em que os bilhetes sejam entregues às crianças para que elas busquem a localização de seus assentos. Seguindo a linha dos questionamentos - “Que sistema é utilizado para localizar os lugares do auditório que visitarem” (TURKEL; NEWMAN, 1993, p. 31-32).

No tocante à **ordenação**, Turkel e Newman (1993), nos informam que os números são utilizados para estabelecer uma certa ordem em muitos lugares. Essa ordem está sempre dependente do critério utilizado. As autoras aconselham que os professores devem levar as crianças para fora da sala de aula para verem como a ordem numérica é utilizada. Sugerem que os professores procurem falar sobre ordenação em um contexto que não só a sala de aula. Apresentam algumas proposições que organizamos em dois contextos. Sala de aula: atividade - Imagine 10 crianças alinhadas por ordem de altura. Questionamento possíveis - “Quem é o primeiro? O quarto? O décimo? Agora imagine as mesmas dez crianças alinhadas por ordem alfabética. Questionamentos possíveis - Quem é a primeira? A quarta? A décima? A última?” (TURKEL; NEWMAN, 1993, p.32). Ambiente externo à escola: Atividade - Faça uma visita a uma padaria e peça às crianças para observarem a máquina de “tirar o número de chegada”. Questionamentos - Porque é que está lá? Será sempre apropriado impor esta ordem? Seria justo tirar o número de chegada na sala de urgência de um hospital? As autoras destacam que as respostas deverão conduzir à discussão de um sistema de ordenação justa para os clientes.

Para o significado do número enquanto **identificação**, Turkel e Newman (1993), sugerem proporcionar às crianças um trabalho número-detective. Mande-os escrever todos os números de identificação que consigam encontrar na sua casa ou apenas numa das salas. Outra atividade sugerida pelas autoras é a confecção de pequeno livro intitulado “Números importantes para mim”. Neste pequeno livro cada criança escreve números com o significado de identificação, tais como:

moradias, código postal, número de telefone, o número do autocarro para a escola a idade, o número que calça, o tamanho de sua roupa, a mesada, a data de nascimento, o número de dentes, a hora de acordar, a hora de deitar, o número de animais de estimação o número de pessoas da família, o número da sorte, o número preferido, o número de letras do seu nome, o peso, a altura, a visão. Esta lista é apenas limitada pela imaginação da criança. (TURKEL; NEWMAN, 1993, p.32).

Medição é outro dos significados apresentados por Turkel e Newman (1993). Visita a enfermaria da escola é uma das sugestões das autoras, por ser um local onde se pode observar diferentes tipos de grandezas, tais como números, o peso, a altura, a temperatura do corpo do seu corpo. As autoras evidenciam que o sentido do número nas crianças “pode mais tarde ser reforçado com experiências de interpretar os números. É importante que as crianças logo nos primeiros anos iniciem essa aprendizagem, de modo que tenham bases firmes para futuras aprendizagens” (TURKEL; NEWMAN, 1993, p.32).

Nunca é demasiado cedo para as crianças saberem que a matemática não é sempre exata e que uma simples “resposta certa” nem sempre é possível. Muitas vezes basta simples aproximação, com esse preâmbulo, Turkel e Newman (1993) começam a discussão sobre estimação.

Segundo as autoras, uma pessoa com Sentido de número pode avaliar uma situação e decidir se bastará uma aproximação de número, sendo capaz de reconhecer quando os números são razoáveis e fazem sentido. Elas reforçam - “Ensine as crianças a estimar e dê-lhes muitas oportunidades para fazerem estimativas”.

Um outro aspecto importante da estimação é a capacidade. Conforme Turkel e Newman (1993) o professor deve ajudar os alunos a pensar sobre as coisas e arranjar lista do que se pode comprar com uma determinada quantia. As crianças precisam trabalhar com alterações na ordem de grandeza dos números. Para tal, orientam as autoras que o professor deve ajudar as crianças a ver a diferença de utilização entre números 1, 10, 100, 1000, ... e que é a ordem de grandeza do número que determina o seu uso apropriado.

Escolhemos esse artigo em função das várias possibilidades que as autoras oferecem para desenvolver o Sentido de número nos seus diferentes significados. Assim como as autoras, acreditamos que as crianças devem saber como fazer os cálculos, mas devem também sobretudo saber interpretar os resultados.

2.3 Educação Estatística

2.3.1 Considerações iniciais

As grandes transformações de ordem científica e tecnológica que vêm ocorrendo na sociedade contemporânea, especialmente nos sistemas de comunicação e informação, garantem ao ser humano um volume incalculável de informações com facilidade e rapidez ao acesso a elas e, principalmente, possibilidades concretas de manipulação dessas informações. Nesse contexto, há a necessidade de espaços que permitam aos indivíduos qualificar, selecionar, analisar e contextualizar informações, de modo que elas possam ser incorporadas às suas próprias experiências (WODEWOTZKI; JACOBINI, 2009).

Como disciplina científica, a Estatística se estruturou no final do século XIX, quando se assistiu a uma generalizada emergência e reconhecimento de problemas de natureza estatística nos vários ramos científicos, na indústria e em atividades governamentais, o que fez crescer o interesse pela atividade estatística. Então, essa atividade tornou-se uma realidade na vida dos cidadãos.

A rapidez com que estes desenvolvimentos ocorreram, provocou uma busca intensiva por parte das instituições que desejavam usufruir da nova metodologia, para fazer avançar as suas atividades. Segundo Wodewtzki e Jacobini (2009), essa busca é justificável, pois por meio do desenvolvimento do raciocínio estatístico tem-se uma maneira própria de organizar e analisar informações, possibilitando a compreensão de sua estrutura e interpretações adequadas.

Neste contexto, surgiu a necessidade de ensinar estatística a um número de pessoas cada vez maior. Inicialmente, a prioridade foi dada ao ensino avançado nos cursos de pós-graduação, com vistas a aperfeiçoar os conhecimentos daqueles com interesse na profissão de estatístico ou dos que se encontravam apoiando¹⁴ atividades de investigação, nos vários ramos da ciência.

Diante desse crescente aumento do ensino de Estatística, criou-se o comitê de Educação no *International Statistical Institute* (ISI) na sede da UNESCO em 1949. Inicialmente, o Comitê treinou e formou profissionais que auxiliaram na produção de estatísticas mais precisas sobre os países. “A partir dos anos de 1980, o Comitê passou a se preocupar com a Educação Estatística nas escolas básicas” (LOPES, 2003, p.57). Surge assim, conforme a autora, a *International Association for Statistical Education* (IASE) com o

¹⁴ Movimento este que vemos acontecer nos dias atuais no Brasil. Como será demonstrado adiante.

objetivo de implementar e consolidar a Educação Estatística nas escolas básicas. Para divulgar os trabalhos de pesquisa desenvolvidos nessa área, a autora destaca que foi criado a *International Conference on Teaching Statistics (ICOTS)* em 1982, evento esse que acontece a cada 4 anos desde então. Outro importante meio de divulgação das pesquisas são as revistas internacionais, tais como *SERJ - Statistics Education Research Journal*, *Teaching Statistics*, *Induzioni*; *Stochastik in der Schule*, *Statistical Education Research Newsletter - SERN*, dentre outras.

Consequentemente, nas últimas décadas, “a maioria dos países introduziu, nos seus currículos de Matemática conteúdos de Estatística, Probabilidade e Combinatória desde o início da escolaridade” (LOPES, 2010, p.47).

No Brasil, antes da década de 80, a Estatística e assuntos correlatos, como probabilidade e a análise combinatória, eram propostos apenas para os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Em 1997, com a publicação dos PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais, é que a preocupação com o ensino de Estatística, bem como o seu enfoque se fez presente já nos anos iniciais, constituindo-se, assim, em um grande avanço para o ensino de Estatística. Essas diretrizes destacam a importância de um olhar mais atento para nossa sociedade e mostra a necessidade da escola tratar conteúdos que permitam ao cidadão lidar com as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a se relacionar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória (BRASIL, 2001).

Em meados da década de 90, no Brasil e no mundo, pesquisadores começaram a intensificar investigações relacionadas com o ensino e aprendizagem de Estatística, dando início a uma nova área de atuação pedagógica, assim denominada “Educação Estatística” (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p.10). Pode-se observar, nesse período, uma preocupação mais acentuada com os recursos que a Estatística pode oferecer, não apenas para a pesquisa científica, mas também para o desenvolvimento de uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza.

Campos et al., (2011) apontam que os estudos apresentam, em seus aspectos teóricos, como relevante no processo pedagógico de conteúdos estatísticos, o desenvolvimento de três competências, relacionadas entre si: a Literacia, o pensamento e o raciocínio estatísticos. Os autores ressaltam que essas competências, baseadas principalmente na interpretação e na compreensão críticas de informações provenientes de dados reais, estão associadas com uma educação voltada para a formação de uma cidadania crítica.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), ressaltam que esses estudos dizem respeito aos métodos do ensino de Estatística e aos seus objetivos, ou seja, preocupam-se em debater “o quê e como ensinar”. Nesse sentido, os autores apontam como principais objetivos da Educação Estatística:

Promover o entendimento e o avanço da Educação Estatística e de seus assuntos correlacionados; Fornecer embasamento teórico às pesquisas e ensino da Estatística; Melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes; estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente dessa disciplina; Auxiliar o trabalho do professor na construção de suas aulas; Sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em metas estabelecidas e em competências a serem desenvolvidas; Valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p.12)

Nessa mesma linha, o documento o *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education-GAISE* (FRANKLIN et al., 2007) sinaliza que o objetivo da Educação Estatística é ajudar os estudantes a desenvolver o pensamento estatístico. Relativo ao pensamento estatístico, o documento destaca que, na maior parte, lida-se com a presença da variabilidade; da resolução de problemas estatísticos e com a compreensão, explicação e quantificação da variabilidade dos dados.

Os pesquisadores Lopes, Coutinho e Almoudoud (2010) orientando-se pelos princípios desse documento ressaltam que um dos principais objetivos da Educação Estatística é ajudar os estudantes a desenvolverem o pensamento estatístico e probabilístico. Os autores justificam a importância desse objetivo ao explicarem que o pensamento estatístico, em grande parte, exige lidar com a onipresença de variabilidade. Essa habilidade em lidar com a variabilidade, destacam os autores, possibilita às pessoas uma tomada de decisão centrada na compreensão dos acontecimentos, porque elas conseguem quantificar a variabilidade dos dados, e isso os torna capazes de explicar e argumentar suas decisões (LOPES, 2010, p.52).

É importante destacar que a preocupação com os objetivos da Educação Estatística não é recente, os pesquisadores Gal e Garfield (1997 e 1999), já discutiam a respeito. Os autores destacam que o objetivo da Educação Estatística é possibilitar aos alunos desenvolverem competências que lhes permitam descrever, julgar e inferir opiniões acerca de dados, argumentando e interpretando-os.

2.3.2 O lugar da Educação Estatística no currículo de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental

Em nível internacional apresentamos as orientações curriculares prescritas pelo *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM (2000) e *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education - GAISE Report a Pre-K-12 Curriculum Framework* (FRANKLIN et al., 2007).

O documento NCTM (2000) trouxe mais luz sobre o que deveria ser considerado como importante no ensino da Estatística e Probabilidade. Recomenda que, desde os anos iniciais (K-2 infantil e primeiro ciclo da educação primaria), no 1.º ciclo (1.º e 2.º anos), as crianças podem trabalhar com dados qualitativos e dados quantitativos discretos que envolvam esses conteúdos e que se inclua no currículo experiências com análises dos dados, para que os alunos sejam capazes de classificar objetos de acordo com seus atributos e organizar dados sobre esses objetos; representar dados usando objetos concretos e desenhos gráficos. No 3.º, 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental os alunos deverão se envolver regularmente em investigações que envolvam dados. Estas investigações tanto podem ser investigações relativamente simples como grandes projetos. Nelas, os alunos formulam questões, recolhem, representam os dados e avaliam se estes lhes transmitem as informações necessárias para responder às questões inicialmente formuladas. De acordo com os Princípios e Normas para a Matemática Escolar - NCTM (2000), “os alunos devem ser encorajados a levantar questões, organizar as respostas, criar representações de seus dados, raciocinar e verificar as suas ideias diante dos resultados obtidos a partir dos dados” (NCTM, 2000, p.205). À medida que os alunos vão avançando nos ciclos, eles devem ser capazes de selecionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados; desenvolver e avaliar inferências e previsões baseadas em dados; compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidades.

Nos últimos anos, muitos educadores matemáticos e estatísticos têm dedicado grande segmentos de suas carreiras para aprimorar os materiais e técnicas pedagógicas para a educação estatística.

Nesse esforço foi escrito o documento GAISE (FRANKLIN et al., 2007) deixando claro que o caminho mais seguro para ajudar os alunos a atingir o nível necessário de habilidade, é iniciar o processo de educação estatística nos anos iniciais do ensino fundamental I e dar continuidade no ensino fundamental II e médio expandindo e fortalecendo as habilidades relativas ao pensamento estatístico dos estudantes.

Esse mesmo documento preconiza que por meio do Programa Educativo de pré-jardim de infância até a 12^a série (pre-K-12- no Brasil corresponde a Educação Básica) que todos os estudantes deveriam ser capazes de:

Formular questões que podem ser coletadas por meio dos dados, organizar e exibir dados para os responder; selecionar e usar métodos estatísticos apropriados para analisar dados; desenvolver e avaliar inferências e previsões baseados nos dados; compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidade (FRANKLIN et al., 2007, p.5).

Nesse sentido, um graduando do ensino médio estatisticamente letrado saberá como interpretar os dados no jornal da manhã e perguntar as questões corretas sobre afirmações estatísticas. “Será confortável para ele ou ela lidar com decisões quantitativas que surjam do trabalho, e será capaz de tomar decisões sobre questões de qualidade de vida”. (FRANKLIN et al., 2007, p.3)

Em nível nacional, apresentamos as orientações curriculares prescritas nos seguintes documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 2001); Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental (BRASIL, 2012); Currículo Básico Comum do Ensino fundamental (CBC) anos iniciais: ciclos de alfabetização e complementar (MINAS GERAIS, 2014) e Diretrizes Curriculares Municipais (UBERLÂNDIA, 2011).

Nos PCN de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o ensino de Estatística aparece inserido no bloco de conteúdo denominado “Tratamento da Informação” e é justificado pela demanda social e por sua constante utilização na sociedade atual, pela necessidade de o indivíduo compreender as informações veiculadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam sua vida pessoal e em comunidade. Com relação à Estatística,

a finalidade é fazer com que o aluno venha construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem no seu dia a dia. Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem”. (BRASIL, 2001, p.56-57)

Os PCN consideram que tais assuntos possibilitam o desenvolvimento de formas particulares de pensamento e raciocínio, envolvem fenômenos aleatórios, interpretam amostras, fazem inferências e comunicam resultados por meio da linguagem estatística.

Ressaltam, também, que o estudo desses temas desenvolve, nos estudantes, certas atitudes que possibilitam o posicionamento crítico, o fazer previsões e o tomar decisões. O texto do documento possibilita a compreensão de que tratar essas questões, durante o Ensino Fundamental, seja necessário à formação dos alunos.

Em nossa pesquisa, assumimos uma concepção de estatística que dialogue com o ciclo de alfabetização. Nesse sentido, buscamos compreender o que orienta o documento “Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental” (BRASIL, 2012).

Seguindo o que preconiza os PCN de Matemática (BRASIL, 2001), o documento (BRASIL, 2012) enuncia que a necessidade de organizar e de comunicar informações de maneira eficiente faz parte do processo de alfabetização matemática. O documento sinaliza que o exercício consciente da cidadania passa pela compreensão e pela quantificação de dados. Para que isso ocorra, ressalta-se que as crianças em alfabetização e letramento devem “tomar contato com a leitura e interpretação de tabelas e gráficos e também devem perceber que existem fenômenos que são aleatórios, e que existem variáveis que podem interferir em sua ocorrência” (BRASIL, 2012, p.83). O trabalho pedagógico é, pois, considerado no âmbito da Educação Estatística. O documento orienta que, no decorrer do ciclo de alfabetização, as crianças devem: “recolher e organizar dados relativos a acontecimentos de seu interesse, gerar listas, questões e tabelas, cujos dados deverão ser organizados e lançados em gráficos de barras ou colunas; levantar questões e escrever pequenos textos sobre os dados coletados e organizados” (BRASIL, 2012, p.83).

A elaboração e execução de uma prática tal qual proposta no documento Brasil (2012) requer que se pense um contexto de aprendizagem que situe a criança em um ambiente de atividade matemática e estatística, que possibilite que se aprenda, além de codificar e decodificar os símbolos matemáticos, a realizar diversas leituras de mundo, levantar conjecturas e validá-las, analisar dados e argumentar sendo capaz de justificar os procedimentos.

Tendo em vista os fundamentos das aprendizagens escolares relativas ao ensino de Matemática, o documento Brasil (2012) aponta aquilo que os estudantes têm o direito de aprender nesta área, através, de cinco eixos estruturantes, bem como, seus objetivos de aprendizagem, quais sejam: Números e operações; Pensamento Algébrico; Espaço e forma; Grandezas e medidas e Tratamento da informação.

O quadro abaixo demonstra o que as crianças têm direito de aprender, segundo o documento Brasil (2012), no ciclo de alfabetização no que se refere ao Tratamento da Informação.

Quadro 6 - Eixo estruturante: Tratamento da Informação.

EIXO ESTRUTURANTE TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO Objetivos de Aprendizagem	1º ano	2º ano	3º ano
Reconhecer e produzir informações, em diversas situações e diferentes configurações			
Ler, interpretar e fazer uso das informações expressas na forma de ícones, símbolos, signos, códigos.	I	A	C
Ler, interpretar e fazer uso em diversas situações e em diferentes configurações (anúncios, gráficos, tabelas, rótulos, propagandas), para a compreensão de fenômenos e práticas sociais.	I	A	C
Formular questões sobre fenômenos sociais que gerem pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos.	I	A	A
Coletar, organizar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados (com ou sem o uso de materiais manipuláveis ou de desenhos).	I	A/C	C
Ler e interpretar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráficos.	I/A	I/A/C	A/C
Elaborar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráfico de barras e pictóricos para comunicar a informação obtida, identificando diferentes categorias.	I/A	I/A/C	A/C
Produzir textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas.	I	I/A	A
Problematizar e resolver situações a partir das informações contidas em tabelas e gráficos.		I	A
Reconhecer na vivência situações determinística e probabilística (podem ou não acontecer).		I	A
Identificar maior ou menor chance de um evento ocorrer.	I	I/A	A
LEGENDA: I - Introduzir; A - Aprofundar; C - Consolidar.			

Fonte: Brasil, 2012, p.84

Acerca do que está apresentado na tabela acima, percebemos que a ênfase do trabalho na Estatística é colocada na exploração de dados do cotidiano e no envolvimento progressivo dos alunos em experiências de natureza investigativa. A pretensão enunciada no documento (BRASIL, 2012) é que as crianças, ao terminar o ciclo de alfabetização, compreendam e saibam utilizar uma linguagem simples das ideias fundamentais da Estatística, iniciando pela formulação de questões para investigar, passando pela coleta e organização de dados em

tabelas e gráficos e finalizando na interpretação e apresentação dos resultados das questões investigadas.

Uma vez que realizamos nossa pesquisa em Uberlândia/Minas Gerais, achamos de suma importância mostrar o que Currículo Básico Comum do Ensino fundamental (CBC) anos iniciais: ciclos de alfabetização e complementar (MINAS GERAIS, 2014), institui para o eixo Tratamento da Informação que o trabalho deve ser iniciado desde o 1º ano de escolaridade. Nesse sentido, “assim que as crianças cheguem ao Ciclo da Alfabetização elas já devem explorar atividades envolvendo coleta de dados e sua organização, bem como, a construção de gráficos de barras e de colunas” (MINAS GERAIS, 2014, p. 84). A coleta e organização de dados em gráficos e tabelas, segundo o documento, é uma oportunidade de as crianças pensarem sobre critérios comparativos e na possibilidade de expressar uma ideia, sem recorrer necessariamente a número e palavras. Vale ressaltar que essas competências estão relacionadas à capacidade de ler, interpretar e analisar dados. O documento destaca que o desenvolvimento das habilidades relacionadas ao tratamento da informação é de fundamental importância na compreensão de informações comunicadas na forma de tabelas e gráficos.

O documento CBC (MINAS GERAIS, 2014) traz o quadro intitulado Currículo Básico em Matemática no qual apresenta as competências e habilidades de Matemática a serem consolidadas, por meios dos conteúdos, pelos alunos dos Ciclos da Alfabetização e Complementar.

Quadro 7 - Currículo básico comum matemática

	COMPETÊNCIAS/ HABILIDADES	CURRÍCULO BÁSICO COMUM MATEMÁTICA I = Introduzir, A = Aprofundar, C = Consolidar ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CONTEÚ- DOS	CICLO				
				ALF			C	
				1	2	3	4	5
T R A T A M E N T O	4.1 Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando associações e efetuando cálculos simples de probabilidade. 4.1.1 Coletar, organizar, classificar, ordenar e construir representações próprias para a comunicação de dados	A exposição de dados através de gráficos e tabelas faz parte da linguagem universal matemática e sua compreensão é requisito básico para a leitura de informações e análise de dados. Nesse tema, o trabalho deve estar apoiado em atividades nas quais os alunos leiam gráficos e tabelas simples e infiram informações e dados para resolver problemas. Para que essas atividades sejam	<i>Tópico:</i> <i>Tratamento de dados</i> Leitura e interpretação de dados em listas, tabelas, mapas, gráficos.	I	A	A	C	C

D A I N F O R M A Ç Ã O	coletados.	significativas, a etapa de elaboração das tabelas e dos gráficos deve sempre precedê-las. São muitas as situações no dia a dia que oferecem dados que podem ser organizados pelos alunos, como por exemplo, <i>maneiras como eles se locomovem para ir à escola, número de alunos que jogam futebol</i> , etc. Outras situações sugeridas pelo professor, como pesquisas de preferência, tais como “ <i>qual é a sua preferência musical?</i> ”, “ <i>qual tipo de calçado você gosta mais de usar?</i> ” também oferecem informações que podem ser organizadas e apresentadas em tabelas e gráficos. Quando o aluno participa da discussão sobre como elaborar uma tabela ou um gráfico, que variáveis devem ser consideradas, onde colocar as informações e dados, ele tem uma visão mais ampla da representação gráfica, bem como, da dinâmica de interação dos dados que a compõem. Paralelamente à leitura, o professor deve também trabalhar a habilidade de interpretação dos dados, tendo sempre o cuidado de conduzir juntamente com os alunos a análise dos mesmos, questionando e levantando aspectos importantes que devem ser levados em conta na comparação das informações.	Noções de registro de dados. Organização de dados. . Registro					
	4.1.2 Criar registros pessoais para comunicação das informações coletadas.			A	A	C	C	A
	4.1.3 Formular questões que gerem pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos.			A	A	C	C	A
	4.1.4 Ler, interpretar e transpor informações em diversas situações e diferentes configurações (do tipo: anúncios, gráficos, tabelas, propagandas, mapas e listas), utilizando-as na compreensão de fenômenos sociais e na comunicação, agindo de forma efetiva na realidade em que vive.			I	A	A	C	C
	4.1.5 Ler e interpretar tabelas.	O trabalho com tabelas permite a representação de dados sobre diversos conteúdos uma vez que não se esgota como conteúdo da matemática, mas favorece uma articulação da matemática com as outras áreas do conhecimento. Quando as crianças já são capazes de analisar e avaliar informações em listas e tabelas, orientadas pelo professor poderão construir gráficos, interpretá-los e resolver situações-problema. O desenvolvimento das atividades deve estar relacionado a assuntos de interesse das crianças, como construir uma lista com as datas dos aniversários dos alunos, organizando-a em ordem alfabética, meninos e meninas, etc.,	Tópico: Tabelas	I	IA	AA	C	CA
4.1.6 Coletar e organizar informações em tabelas e listas.		Leitura, interpretação e construção de tabelas simples e de dupla entrada	I	A	A	C	C	
4.1.7 Representar dados coletados por meio de tabelas.			I	A	A	C	C	
4.1.8 Resoluções de situações-problema expressas por meio de tabelas.		Resolução de situações-problema que envolvam tabelas	I	A	A	C	C	
T R A T	4.1.9 Produzir textos a partir da interpretação de tabelas.		-	I	A	A	C	

A M E N T O D A I N F O R M A Ç Ã O	4.1.10 Representar dados coletados por meio de gráficos de barras ou de colunas.	É importante que os alunos saibam ler, interpretar e transformar listas e tabelas em gráficos pictóricos, de barras, de colunas, de setores, de linhas e vice-versa. Assim, ele deve ser capaz de, a partir da leitura de uma tabela construir um gráfico, usando desenhos ou figuras, barras ou colunas, comparando as quantidades das diferentes informações trazidas na leitura desta tabela.	Tópico: Gráficos Leitura, interpretação e construção de gráficos (barras, colunas, setores, linhas). Resolução de situações-problema envolvendo leitura e interpretação de gráficos	-	-	-	-	-
	4.1.11 Ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada por meio de diagramas, pictogramas e gráficos (barras, colunas, setores, linhas) e construção dessas representações.			I	A	A	C	C
	4.1.12 Resolver situações problema expressas por meio de gráficos, particularmente em gráficos de barras ou de colunas.			I	A	A	C	C
	4.1.13 Transformar listas e tabelas em gráficos pictóricos, de barras ou de colunas e vice-versa.			-	-	-	-	I
	4.1.14 Produzir textos a partir da interpretação de gráficos.			-	I	A	A	C
T R A T A M	4.1.15 Reconhecer possíveis formas de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-los usando estratégias pessoais	A combinatória, nessa etapa da aprendizagem, tem como objetivo possibilitar ao aluno lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.	Tópicos: Combina-tória Técnicas de contagem Resolução de situações-problema envolvendo raciocínio combinatório	-	-	I	A	C
	4.1.16 Resolver situações-problema, envolvendo raciocínio combinatório.			-	-	I	A	C
	4.1.17 Identificar evento impossível, pouco provável, igualmente provável muito provável, certo.	Com relação à probabilidade, o objetivo é que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se	Tópico: Probabilidade Conceito de probabilidade	I	A	A	C	C

E N T O D A I N F O R M A Ç Ã O	4.1.18 Realizar jogos probabilísticos	manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos. Uma sugestão: Probabilidade de acerto em um jogo de loteria,		-	-	I	A	C
	4.1.19 Resolver situações-problema, envolvendo raciocínio probabilístico.	Segundo WALLE (2009), a construção do conceito de probabilidade deve levar em conta os seguintes aspectos: <input type="checkbox"/> Os conceitos de chance e azar exigem um desenvolvimento considerável antes dos alunos estarem prontos para construir as ideias formais sobre a probabilidade de um evento futuro. <input type="checkbox"/> Esse desenvolvimento ocorre melhor quando os alunos consideram e discutem com os colegas os resultados de uma ampla variedade de situações probabilísticas.	Resolução de situações-problema envolvendo raciocínio probabilístico	-	-	-	I	A
	4.1.20 Reconhecer e diferenciar situações determinísticas e probabilísticas.	<input type="checkbox"/> A ênfase deve estar na exploração em vez de em regras e definições formais. <input type="checkbox"/> As ideias dos alunos sobre chance devem ser desenvolvidas a partir de experimentações e simulações. Cabe ao professor explicitar as ideias dos alunos e não explicar ou oferecer julgamentos.		-	-	-	I	A

Fonte: Minas Gerais, 2014, p. 112-114

Percebemos a partir do que nos traz o documento e o quadro acima, a preocupação com o desenvolvimento do raciocínio estatístico e com a compreensão dos conceitos, uma vez que incentivam as interpretações, ao invés de sugerirem a prevalência dos cálculos.

Sendo o contexto de nossa pesquisa uma escola da rede municipal de Uberlândia, consideramos de suma importância mostrar o que as Diretrizes curriculares municipais (UBERLÂNDIA, 2011) trazem sobre o eixo Tratamento da Informação. No referido documento, esse eixo é intitulado Estatística e Probabilidade e ressalta que é fundamental para a formação dos alunos, o desenvolvimento de atividades estatísticas que partam sempre de uma problematização a partir de situações vinculadas ao cotidiano deles. Acerca do que ensinar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o documento aponta: construir gráficos e tabelas; ler e interpretar as estatísticas que aparecem em jornais, revistas, televisão e livros didáticos de outras disciplinas. Em relação à Probabilidade, o documento exemplifica que “se

durante uma viagem rodoviária as crianças forem levadas a contar os automóveis que passam no sentido contrário, classificando-os pela marca ou pela cor, apostar na marca ou na cor que aparece com maior frequência é ter uma chance maior de ganhar a aposta” (UBERLÂNDIA, 2011, p.337). Com esse exemplo, o documento destaca a importância da utilização social da matemática, mostrando que é a partir do levantamento do número de ocorrências de um evento que é possível identificar qual tem mais chance de acontecer. E, por último, o documento reforça que ao preparar o aluno para ler, interpretar, construir gráficos e tabelas, fazer cálculos diante dos dados neles apresentados, prepara, também, o aluno para o trabalho em outras disciplinas, como: Física, Biologia, Geografia, Química, Linguagem e Ciências Sociais.

O documento (UBERLÂNDIA, 2011) apresenta uma estrutura que proporciona direcionamento para metodologias de ensino. Para uma melhor compreensão, organizamos essas informações no quadro abaixo:

Quadro 8 - Orientações metodológicas

	ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS
1º ano	-Nesta fase as crianças gostam muito de indagações como: Quantos alunos comem verduras?; Quanto mede o pé de cada um deles?; Qual a altura de cada um deles? -Essas situações são muito eficientes para desenvolver o gosto dos alunos pela coleta de informação, organização e apresentação dos dados em forma de tabelas e gráficos.
2º ano	- Perceber a existência de acontecimentos previsíveis ou aleatórios, prevendo resultados com base em dados estatísticos e probabilísticos é muito importante para o aluno. - O tratamento de informação já se inicia ao abordar a coleta de dados, tabelas e introdução de gráfico de barras, realizando leitura de informações que são apresentadas no formato das tabelas para interpretá-las. - O trabalho é proposto com dados bem próximos do aluno - datas de aniversário, número de irmãos, esporte preferido. - Para as atividades de leitura e interpretação, os alunos devem ser incentivados a fazer perguntas, estabelecer relações, construir justificativas e desenvolver o espírito de investigação.
2º ano	- Sempre que possível trabalhar de maneira interdisciplinar com outros componentes curriculares: Ciências, Língua Portuguesa, História, Geografia, Educação Física, Educação Artística, para que o aluno se familiarize dia-a-dia com os dados probabilísticos e estatísticos.
3º ano	- O trabalho com possibilidades e probabilidades é um importante raciocínio Matemático para a resolução de muitas situações do cotidiano para os alunos, combinando elementos que seja para vestir-se, pintar um desenho, formar grupos na escola para elaborar trabalhos e fazer um sanduíche, são situações que podem ser associadas à ideia de combinatória. - Alguns alunos fazem isso rotineiramente, só precisam leva-los a sistematizarem esses processos. (...) - Oferecer aos alunos atividades ou situações para elaborarem tabelas e interpretar gráficos.

Fonte: Uberlândia, 2011, p. 344, 347, 349

O documento traz essas orientações de 1º ao 9º ano, no entanto como o foco de nossa pesquisa é o ciclo de alfabetização optamos por apresentar no quadro apenas os 3 primeiros anos dessa etapa.

A partir da leitura dos documentos NCTM (2002), GAISE (FRANKLIN et al., 2007), Brasil (2001), e Brasil (2012), Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2012), identificamos que ler e interpretar gráficos e tabelas, assim como coletar dados, organizar, representá-los em tabelas e gráficos de barras, realizar uma análise desses dados é objetivo comum em todos esses documentos. Encontramos essa mesma afinidade quando se referem aos aspectos metodológicos, ao enunciarem que o ensino de Estatística deve estar presente em processos de investigação e que é necessário trabalhar com dados reais que sejam de interesse dos alunos, relacionar esses dados aos contextos de atividade social, orientar os alunos para interpretar os resultados e desenvolver habilidades que auxiliam a leitura e a interpretação desses resultados, permitir que os alunos trabalhem em grupos colaborativos (no sentido de oferecer oportunidade aos estudantes de trocar ideias e discutir as interpretações uns dos outros), aproveitar temas que sejam de interesse dos alunos e que servirão de base para os estudos em sala de aula. Esta forma de trabalhar a estatística é apontada como uma possibilidade de desenvolver um trabalho interdisciplinar.

Em relação aos demais países, as recomendações apresentadas nos currículos são semelhantes aos enunciados acima. Lopes (2010) nos informa que esse fato, em parte, decorre da influência do currículo proposto pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), dos Estados Unidos.

2.3.3 Matemática e estatística: caminhos que se diferem

A princípio poderíamos imaginar que, sendo a Estatística inclusa no currículo de Matemática na Educação Básica e os documentos oficiais NCTM (2002), GAISE (FRANKLIN et al., 2007), Brasil (2001) e Brasil (2012), Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2011), incluíssem os objetivos do ensino da Estatística nos objetivos do ensino da Matemática, elas teriam um desenvolvimento didático/pedagógico muito semelhante. De fato, podemos observar algumas peculiaridades comuns no âmbito educacional entre essas duas disciplinas, mas considerações devem ser feitas para esclarecer os pontos discordantes e, principalmente, os aspectos que são relevantes ao estudo da Estatística que não necessariamente dizem respeito à Matemática na Escola Básica. Começamos por ressaltar que os conteúdos e valores da Estatística são, em geral, distintos dos de Matemática. “Princípios

como da aleatoriedade e da incerteza se diferenciam dos aspectos mais lógicos ou determinísticos da Matemática” (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 13). A existência de faces mais subjetivas, ressaltam os autores, tais como a escolha da forma de organização dos dados, a interpretação, a reflexão, a análise e a tomada de decisões, fazem com que a Estatística apresente um foco diferenciado ao da Matemática.

O *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education - GAISE* (FRANKLIN et al., 2007) destaca que a variabilidade dos dados diferencia especialmente a Matemática da Estatística e destaca, também, que o pensamento estatístico é diferente do pensamento matemático, porque a estatística requer um tipo de pensamento diferente, já que os dados não são apenas números, eles são números com um contexto GAISE (FRANKLIN et al., 2007). No tocante a relação dos padrões com o contexto, o documento nos coloca que os problemas da matemática surgem de contextos aplicados, mas o contexto é removido para revelar padrões matemáticos, a estatística também olha para os padrões, todavia o significado desses dependem do contexto (FRANKLIN et al., 2007, p.7).

No que concerne ao raciocínio, Gal e Garfield (1997), fazem uma distinção entre Estatística e Matemática, quais sejam: em primeiro lugar, na estatística, os dados são vistos como números inseridos num certo contexto, no qual atuam como base para a interpretação dos resultados; em segundo lugar os autores nos informam que os conceitos e procedimentos matemáticos são usados como parte da solução de problemas estatísticos; em terceiro lugar os pesquisadores destacam que uma característica fundamental de muitos problemas estatísticos é a de que eles comumente não têm uma única solução. Destacam ainda os autores que os problemas de Estatística começam, em sua grande maioria, por um questionamento e são finalizados com uma opinião que se espera seja fundamentada em certos conceitos teóricos e resultados práticos. Por fim, relativo aos julgamentos e conjecturas expressas pelos estudantes, os autores nos informam que nem sempre podem ser caracterizados como certas ou erradas, elas devem sim serem analisadas quanto à qualidade de raciocínio, à adequação e aos métodos empregados para fundamentar as evidências.

Frequentemente os estudantes tendem a equiparar a estatística à matemática e esperam que o foco esteja em números, fórmulas e cálculos em geral, sempre com uma resposta certa (CAMPOS et al., 2011). Diante da constatação desses fatos, os autores chamam a atenção, que não raro, os alunos se sentem desconfortáveis em ter de trabalhar com coleta de dados, com diferentes formas de interpretação e com o uso extensivo da habilidade de escrever e se comunicar. Corroboramos com Lopes que esse desconforto acontece porque a solução de

problemas estatísticos e as decisões dependem do entendimento, da explicação e da quantificação das variáveis em dados (LOPES, 2010).

Na direção de afirmar que Matemática e Estatística são duas ciências, Batanero (2001) observa que é preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, pois a ela nem sempre se podem transferir os princípios gerais do ensino da Matemática.

Vale destacar que, assim como os documentos e os pesquisadores acima citados, nós não consideramos a Estatística como um subcampo da Matemática, concebemos que são duas ciências distintas, com diferentes tipos de raciocínio e habilidades intelectuais. A estatística é uma ciência para análise de dados e como tal, deve ser trabalhada nas aulas de Matemática da educação básica. Acreditamos que é preciso avaliar e validar métodos e metodologias a luz de referenciais teóricos que levem em consideração a natureza e o contexto da Estatística, especialmente no domínio dos anos iniciais da educação básica em que existe maior carência de pesquisas.

2.3.4 Educação Estatística em contextos

Embora a inserção do ensino de Estatística seja recomendada nas propostas curriculares de Matemática, na maioria dos países do mundo, isto, ainda, não tem sido prioridade na escola, nem nos programas de formação inicial e contínua de professores que ensinam Matemática na educação básica. (LOPES, 2010).

No Brasil, essa realidade não é diferente, o que nos faz afirmar que somente as proposições nos documentos oficiais Brasil (2001), Brasil (2012) Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2011), não são suficientes para garantir que os estudantes lidem com a Educação estatística durante sua permanência na educação básica. Percebemos que é comum encontrarmos os temas relacionados com a estatística apresentados apenas no final dos planejamentos de curso, o que faz com que, muitas vezes, os alunos não estudem, por falta de tempo, por falta de convicção ou por falta de domínio teórico e metodológico do professor de matemática. Destarte, se faz necessária uma formação inicial e contínua que permita aos professores compreender o sentido do que é proposto nesses documentos, afim de que suas práticas se encaminhem ao encontro dessas orientações.

Na direção de oferecer ao professor requisitos para que o ensino de Estatística chegue à sala de aula, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) apontam três princípios básicos que possibilitarão o engajamento do professor na prática da Educação Estatística. São eles:

Contextualizar os dados de um problema estatístico, preferencialmente utilizando dados que, de alguma forma, estejam relacionados com o cotidiano dos alunos;
Incentivar a interpretação e análise dos resultados obtidos;
Socializar o tema, ou seja, inseri-lo num contexto político/social e promover debates sobre as questões levantadas. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p.64)

Nesse sentido, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) trabalham com os princípios da Educação Estatística, com o olhar voltado predominantemente para questões de ensino e aprendizagem num ambiente no qual se destacam a investigação e a reflexão como elementos essenciais no processo de construção do conhecimento. Segundo esses autores, as estratégias pedagógicas preconizadas na Educação Estatística “propõem o desenvolvimento de um programa de estudo, baseado na organização e no desenvolvimento curricular, centrado nos alunos que são convidados a participar ativamente de seu processo de aprendizagem, tornando-se corresponsável pelo mesmo”. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p.13). Nesse modelo de ensino a base está em buscar situações originárias do cotidiano dos alunos, sendo que estes (os alunos) de acordo com os autores, são chamados a se responsabilizarem pelas informações, a compreender e a refletir sobre as atividades que estão sendo desenvolvidas e a tirar conclusões com base nos resultados obtidos. “Valorizando atitudes voltadas para a práxis social, os alunos se envolvem com a comunidade, transformando reflexões em ação” (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p.12). Esse aspecto crítico da educação encontra fundamento e espaço para seu desenvolvimento na Educação Estatística, ressaltam os autores.

Nessa perspectiva, em termos de Educação Estatística, os estudantes, de um modo geral, devem:

ser preparados para levantar problemas de seu interesse, formular questões propor hipóteses, coletar os dados, escolher os métodos estatísticos apropriados, refletir, discutir e analisar criticamente os resultados considerando as limitações da Estatística, sobretudo no que se refere à incerteza e à variabilidade. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p.14).

No entanto, para que tal maneira de estudar estatística se efetive, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) anunciam o que Garfield e Gal (1999) identificam como algumas metas principais. Os autores ressaltam que concordam com essas metas e acrescentam mais três metas, descritas abaixo nos 3 últimos registros. Segundo os autores acima citados, essas metas buscam levar o aluno a:

1. Entender o propósito e a lógica das investigações estatísticas;

2. Entender o processo de investigação estatística;
3. Dominar as habilidades usadas no processo de investigação estatística;
4. Entender as relações matemáticas presentes nos conceitos estatísticos;
5. Entender a probabilidade, a chance, a incerteza, os modelos e a simulação;
6. Desenvolver habilidades interpretativas para argumentar, refletir e criticar;
7. Desenvolver habilidades para se comunicar estatisticamente usando corretamente a sua terminologia,
8. Desenvolver habilidades colaborativas e cooperativas para trabalhos em equipe;
9. Desenvolver habilidades de transposição dos saberes escolares para sua vida cotidiana, como cidadão e como profissional;
10. Desenvolver hábitos de questionamento dos valores, grandezas, dados e informações. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p.14).

Em sequência, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) colocam que a questão pedagógica que naturalmente se apresenta é: “como fazer para, no dia a dia da sala de aula, atingir estas dez metas?”. Os autores ressaltam que não há uma receita pronta para que essas ações sejam alcançadas, mas no contexto da Educação Estatística apresentam uma proposta composta de 7 estratégias, que tendem a ser facilitadoras ao seu cumprimento, quais sejam:

- 1 - Desviar o foco do ensino de Estatística do produto para o processo (...), no trabalho com a inferência é mais importante a compreensão dos processos de amostragem e da coleta de dados do que a obtenção do resultado final conseguida através das fórmulas apropriadas e disponíveis em livros-textos ou apresentadas pelo professor.
- 2- Dar maior importância na análise e interpretação dos resultados do que nas técnicas.
- 3- Incorporar o uso da tecnologia.
- 4- A aprendizagem da Estatística fazendo Estatística é a chave da motivação.
- 5- Incitar os alunos a argumentar, interpretar e analisar, mais do que calcular ou desenhar.
- 6- Implementar estratégias de aprendizagem colaborativa e encorajamento do trabalho em grupo.
- 7- As avaliações devem estar voltadas para o cumprimento das metas, e não para cálculos e aplicações de fórmulas (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p.15).

Paralelamente a essas metas e estratégias, Campos (2016) nos informa que alguns autores, tais como, Rumsey (2002), Garfield (1997), Chance (2002), DelMas (2002) defendem que o planejamento da instrução deve pender para o desenvolvimento de três importantes competências, quais sejam: literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico, sem as quais não seria possível aprender (ou apreender) os conceitos fundamentais dessa disciplina. Conforme Silva (2007), a variabilidade é um conceito que está diretamente envolvido a esses três conceitos.

A seguir, detalharemos um pouco sobre cada uma dessas competências.

2.3.5 As três competências estatísticas

2.3.5.1 Literacia Estatística

Para iniciar nossa discussão trazemos Campos (2016) para quem literacia estatística refere-se ao estudo de argumentos que usam a estatística como referência, ou seja, à habilidade de argumentar usando corretamente a terminologia estatística. Para o autor, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas e compreender o texto e o significado das informações inseridas em seu contexto, são capacidades relativas à literacia estatística.

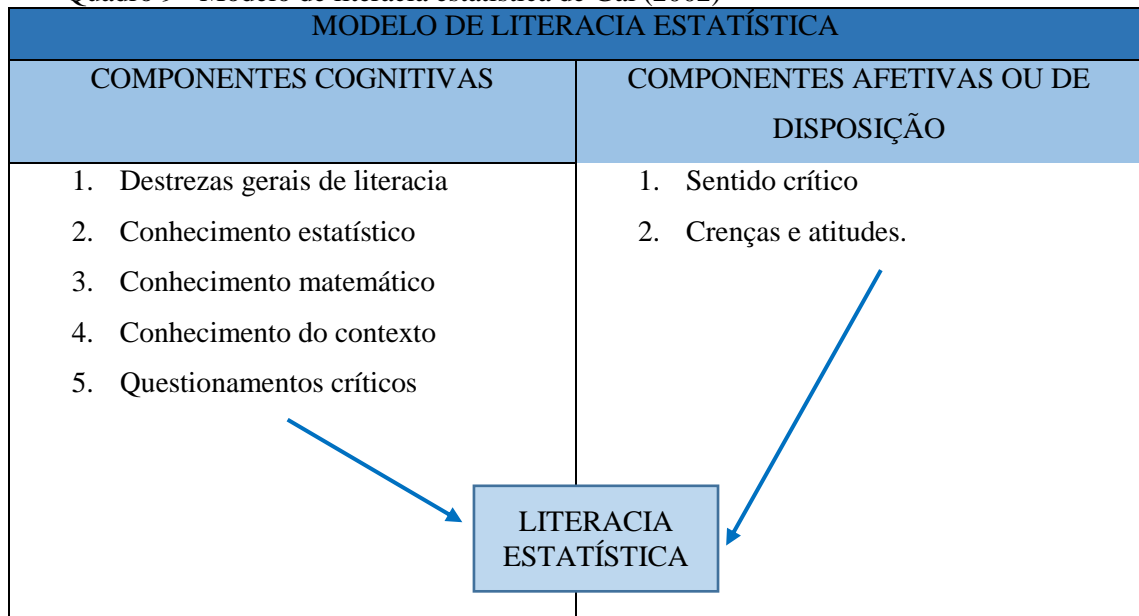
Em seus estudos Gal (2002), distingue dois componentes inter-relacionados de literacia estatística, quais sejam: literacia cultural, na qual o autor afirma ser a capacidade das pessoas para interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, os argumentos relacionados aos dados ou a fenômenos estocásticos, encontrados em diversos contextos; e a literacia funcional, na qual o autor afirma ser a capacidade de discutir ou comunicar, quando pertinente, suas opiniões informações estatísticas, tais como a sua compreensão do significado da informação, suas opiniões sobre as implicações destas informações ou suas considerações acerca da aceitação das conclusões fornecidas.

A fim de compreender e interpretar as informações estatísticas, propõe cinco tópicos para a compreensão básica da estatística, quais sejam:

Conhecimento dos motivos das maneiras pelas quais acontecem a coleta de dados; familiaridade com termos e ideias básicas relacionadas à Estatística descritiva; familiaridade com termos e ideias básicas relacionadas às apresentações de gráficos e tabelas; compreensão das noções básicas e conhecimento sobre como obter as conclusões e inferências Estatísticas (GAL, 2002, p.11-13).

Gal (2002) pressupõe que a literacia estatística requer a mobilização conjunta tanto de componentes cognitivas como de componentes afetivas. Para tal, o autor propõe um modelo ilustrado no Quadro 9.

Quadro 9 - Modelo de literacia estatística de Gal (2002)



Fonte: Gal (2002, p.4)

Diante desse modelo, podemos afirmar que a literacia se manifesta como competência nas crianças, jovens ou adultos quando demonstram a habilidade em compreender, avaliar, interpretar e assumir uma postura ativa e crítica diante das informações estatísticas. No entanto, essas manifestações não são igualitárias. Gal (2002) nos informa que “os componentes cognitivos podem sofrer alteração conforme o contexto cultural, ou seja, podem ser diferentes quando observados em um contexto de trabalho, pessoal, público ou de aprendizagem formal” (GAL, 2002, p.19).

Em síntese podemos afirmar que a literacia estatística envolve a compreensão da linguagem estatística, palavras, símbolos e termos, bem como a capacidade de interpretar gráficos e tabelas e de ler e dar sentido à informação estatística.

2.3.5.2 Raciocínio estatístico

O raciocínio estatístico é definido por Garfield e Chance (2002) como a forma pela qual as pessoas raciocinam com ideias estatísticas e faz sentido com a informação estatística. Conforme as autoras, este raciocínio envolve realizar interpretações com base em um conjunto de dados, representações de dados ou resumos estatísticos de dados na forma de gráficos e tabelas. Os alunos precisam ser capazes de combinar ideias sobre dados e acaso, o que os leva a fazer inferências e interpretar resultados estatísticos. Subjacente a este raciocínio está uma compreensão conceitual de importantes ideias, tais como: “distribuição,

variabilidade, incerteza, aleatoriedade, probabilidade amostragem e testes de hipóteses, o que leva a interpretações e inferências acerca de resultados” (CAMPOS; JACOBINI; WODEWOTZKI, 2011, p.29).

Em relação à variabilidade dos dados, Lopes (2012) nos informa que o raciocínio estatístico tem a variabilidade como centro do processo de fazer relações sobre o problema investigado, de elaborar a construção e a análise dos dados. A autora ressalta que a variabilidade presente nos dados determina uma forma de pensar que exige uma combinação de ideias entre os raciocínios combinatório, probabilístico e estatístico.

Garfield (2002) elege seis tipos de raciocínio, os quais são desejáveis que os estudantes desenvolvam em sua aprendizagem estatística, são eles: Raciocínio sobre dados, implica em reconhecer e categorizar os dados e usar as formas adequadas de representação; Raciocínio sobre representação dos dados, entender como os gráficos podem ser modificados para representar melhor os dados; Raciocínio sobre medidas estatísticas, implica em entender o que representa as medidas de tendência central e de espalhamento e qual medida é a mais adequada em cada caso; Raciocínio sobre incerteza é o uso adequado de ideias de aleatoriedade e chance para fazer julgamentos sobre eventos que envolvem incerteza, o que implica em entender que diferentes eventos podem demandar diferentes formas de cálculo de probabilidade; Raciocínio sobre amostragem: é o entendimento da relação entre a amostra e a população, o que pode ser inferido com base em uma amostra e desconfiar de inferências feitas a partir de pequenas amostras; Raciocínio sobre associação, é a capacidade de entender como julgar e interpretar a relação entre duas variáveis o que deve levar ao entendimento que uma forte correlação entre duas variáveis não quer dizer que uma cause a outra

Em síntese o raciocínio estatístico engloba a capacidade de compreender e explicar os procedimentos estatísticos utilizados e uma ampla interpretação dos resultados estatísticos.

2.3.5.3 Pensamento estatístico

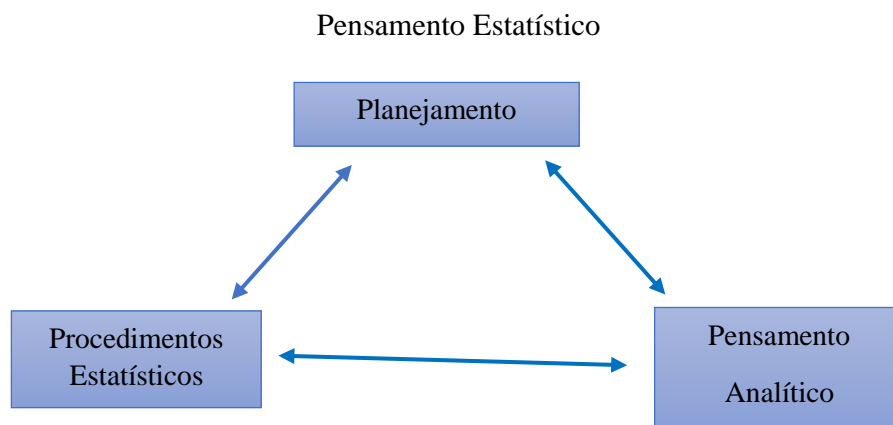
O pensamento estatístico inclui um “entendimento de como os modelos são usados para simular os fenômenos, como os dados são produzidos para estimar probabilidades e como, quando e porque as ferramentas de inferências existentes podem ser usadas para auxiliarem um processo investigativo” (CAMPOS, et al, 2011, p.480). Os autores acrescentam que também se inclui a capacidade de entender e utilizar o contexto do problema numa investigação, tirar conclusões e ser capaz de criticar e avaliar os resultados obtidos.

Wild e Pfannkuch (1999), apresentam como base do pensamento estatístico cinco tipos de pensamento, quais sejam: Reconhecimento da necessidade dos dados, relacionado com o reconhecimento de que as experiências pessoais são insuficientes para fundamentar tomadas de decisão; Transnumeração, ocorre quando a interpretação de dados conduz a novos significados, indicando que a compreensão pode surgir ao alterar a representação de dados; Consideração sobre a variação, quando está presente a percepção da influência da variabilidade dos dados, bem como a incerteza originada pela variação não explicada; Raciocínio com modelos estatísticos: refere-se a um pensamento global dos dados; Integração contextual da Estatística: elemento fundamental do pensamento estatístico. Os resultados precisam ser analisados dentro do contexto do problema e são validados de acordo com os conhecimentos relacionados a esse contexto.

Nos PCN (BRASIL, 2001) encontramos também recomendações e orientações para a presença do pensamento estatístico nos conteúdos matemáticos, quando recomenda o trabalho com dados reais, que sejam relevantes para os estudantes, ou ainda, que possibilitem ao aluno o pensar analítico crítico, ou seja, que os estudantes tenham uma atitude crítica diante dos resultados dos dados coletados, ou diante de gráficos e tabelas anunciados na mídia.

Wodewotzki e Jacobini (2009), entendem o pensamento estatístico como uma estratégia de atuação, como um pensamento analítico além, naturalmente, do próprio procedimento estatístico. Os autores incluem no pensamento analítico uma atitude estatística crítica do estudante, em relação às técnicas e em relação aos resultados obtidos; em relação à compreensão, por parte dos estudantes da variabilidade e da incerteza na Estatística. Na figura abaixo, os autores apresentam um esquema demonstrativo do que assumem como pensamento estatístico.

Figura 4 - Esquema representativo do planejamento estatístico



Fonte: Wodewotzki e Jacobini (2009, p.235)

Os procedimentos estatísticos, através dos quais os fenômenos são “coletados, quantificados, classificados, distribuídos e analisados, representados e visualizados devem ser trabalhados em todos os níveis de ensino com o olhar do professor para o planejamento do trabalho e, principalmente, para o pensamento analítico”. (WODEWOTZKI; JACOBINI, 2009, p.235). Nesse enfoque do pensamento estatístico, destacam os autores, deve estar sempre presente a pergunta: **Por que fazer?** motivando a necessidade **do fazer** e **do como fazer**.

A habilidade do pensamento estatístico é desenvolvida nos estudantes quando “se pondera sobre como melhor obter dados, quando se faz uma reflexão sobre as variáveis envolvidas, quando se enxerga o processo globalmente” (CAMPOS; WODEWOTZKI, 2007, p.322).

Em síntese, o pensamento estatístico, envolve a compreensão do porquê e do como são realizadas as investigações estatísticas. Envolve, também, um modo de pensar que inclui um raciocínio lógico e analítico.

Nessa seção abordamos as três importantes competências (Literacia, raciocínio e pensamento estatístico). Entendemos que não é produtivo pensar no ensino da Estatística baseado nessas três capacidades consideradas, independentemente, pois elas não são excludentes, pelo contrário elas se complementam e somente juntas é que vão abranger a compreensão global da Estatística.

Fica posto o desafio de ajudar as crianças, os jovens e adultos a desenvolvê-las. Assim sendo, deve-se oferecer oportunidade aos estudantes de produzirem seus próprios dados, buscarem esses dados no contexto vivido por eles, de tal forma que a tarefa se torne relevante para as ideias apresentadas em classe. Além disso, o professor deve estar consciente de que o entendimento dos conceitos básicos de Estatística deve preceder o cálculo. Também é necessário que os alunos sejam expostos a situações nas quais têm de explicar os seus resultados a fim de demonstrar sua capacidade de argumentar para outras pessoas suas ideias, seja de maneira oral ou escrita. Para desenvolver a literacia, o pensamento e o raciocínio, os estudantes precisam fazer uso da estatística com evidência nos argumentos encontrados em sua vida diária como crianças, como jovens aprendizes, como adultos trabalhadores, enfim como consumidores ou cidadãos críticos, de forma que o ensino de Estatística se torne relevante em sua vida.

Raciocinar estatisticamente, segundo Lopes (2012), significa entender e ser capaz de explicar os processos estatísticos remetendo ao pensamento estatístico. A autora ressalta que isso inclui reconhecer e compreender o processo de investigação estatística.

Na próxima seção apresentamos como se dá esse processo de investigação estatística.

2.3.6 Investigação estatística

Para escrever essa seção, contamos com o apoio dos autores, Lopes (2004), Wild e Pfannkuch (1999) e o documento *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education - GAISE* (FRANKLIN et al., 2007),

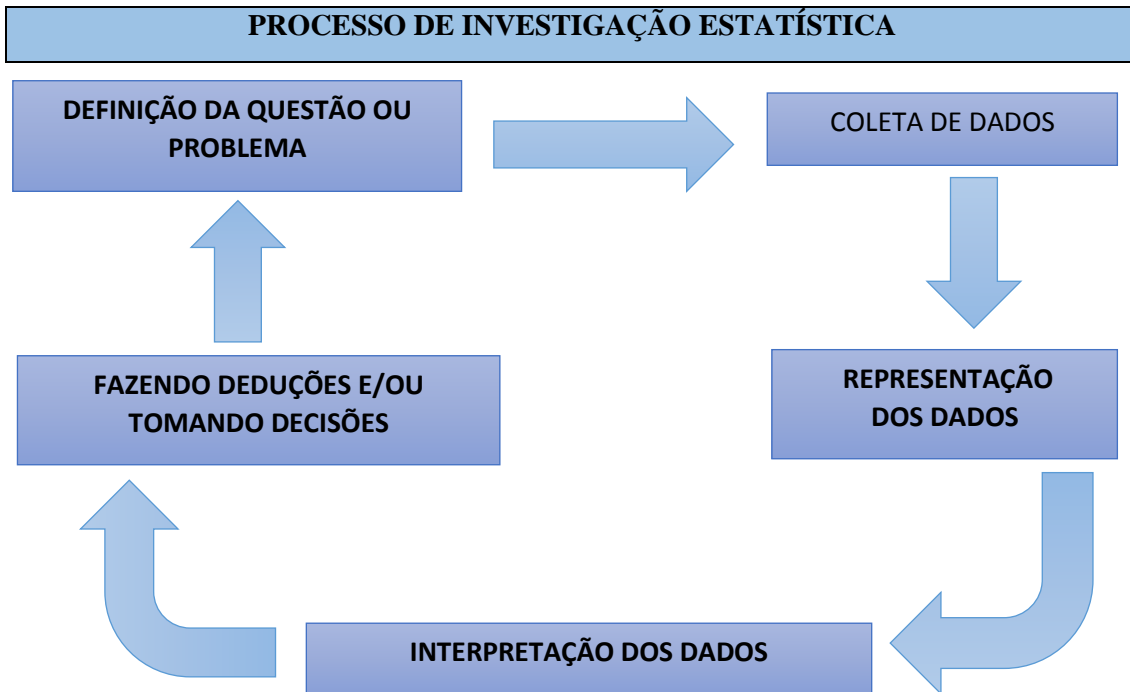
Hodiernamente, não só é fundamental saber ler a informação existente numa tabela ou gráfico, mas também é necessário compreender os processos, os quais estiveram subjacentes à coleta dos dados que levaram à sua construção, percebendo como se realiza uma investigação estatística.

A solução de um problema estatístico é um processo investigativo que envolve quatro componentes:

- I. Formular questões: esclarecer o problema em questão, formular uma (ou mais) perguntas que podem ser respondidas com os dados;
- II. Coletar dados: criar um plano apropriado para coletar os dados e aplicar o plano para coletar os dados;
- III. Analisar dados: Selecionar gráficos e métodos numéricos apropriados e utilizar estes métodos para analisar os dados;
- IV. Interpretar Resultados: interpretar a análise e relacionar a interpretação com a questão original. (FRANKLIN et al., 2007, p.11).

Para a implementação da Educação Estatística, Lopes (2004) propõe que o de processo de ensino e aprendizagem em uma perspectiva investigativa no qual os alunos tenham vivência com a geração e a análise de dados. A autora destaca que o processo é composto por cinco etapas que exigem a participação ativa do aluno no desenvolvimento da investigação, quais sejam: Definição da questão ou problema; Coleta de dados; Representação dos dados; Interpretação dos dados; Tomada de decisões. A figura abaixo representa o processo de Investigação Estatística proposto pela autora.

Figura 5 - Processo de investigação estatística



Fonte: Lopes (2004, p.86)

Nesse ambiente de aprendizagem, descrito no quadro, os alunos vivenciam situações em que tenham de avaliar resultados, questionar as informações e desenvolver atitudes criativas. Lopes (2004) destaca que esse processo favorece o desenvolvimento de importantes habilidades nos alunos que dele participam, quais sejam: Literacia estatística, Raciocínio estatístico e o Pensamento estatístico.

Wild e Pfannkuch (1999) consideram que o ciclo investigativo é uma das quatro dimensões do pensamento estatístico. Os autores caracterizam o ciclo investigativo por cinco fases, problema, plano, coleta de dados, análise de dados e conclusões da investigação. Eles nos informam que adaptaram o modelo PPDAC (*Problem, Plan, Data, Analysis, Conclusions*) of MacKay & Oldford (1994). A figura abaixo apresenta o movimento do Ciclo investigativo proposto pelas autoras:

Figura 6 - Ciclo investigativo de Wild e Pfannkuch



Fonte: Wild e Pfannkuch (1999, p.226)

Na figura acima, podemos perceber o movimento dos alunos ao se envolverem na proposição das autoras. Na fase do problema, os alunos aprendem a dinâmica do sistema e definem o problema. Na fase de planejamento, é hora de escolher os processos de amostragem, os sistemas de medidas, o controle dos dados e o tipo de teste a ser utilizado, bem como a condução da análise dos dados. A coleta dos dados, controle e limpeza dos mesmos acontece na terceira fase. É chegado o momento da análise dos dados, nesta fase os alunos exploram os dados, analisam o planejado e o não planejado e geram as hipóteses. A quarta fase é o momento das conclusões, realiza-se as interpretações, surgem novas ideias e, por último, comunica-se o resultado da investigação.

Destacamos que ao se trabalhar na perspectiva do ciclo investigativo, os alunos agem como produtores de dados, interpretam os seus próprios dados e explicitam os seus próprios resultados.

A partir da leitura dos textos acima citados GAISE (FRANKLIN et al., 2007), Wild e Pfannkuch (1999), Lopes (2004), constatamos que estes convergem para o mesmo ponto, salvo com algumas pequenas diferenças. Em síntese, os autores consideram como fundamental na investigação estatística formular questões, elaborar hipóteses, escolher

amostra e instrumentos adequados para a resolução da questão investigativa, a coleta dos dados, a representação destes e a comunicação.

Destacamos que as tarefas do “contexto investigativo” (entendido nessa pesquisa como um conjunto de tarefas investigativas) foram planejadas, contemplando o enunciado nos documentos NCTM (2002), GAISE (FRANKLIN et al., 2007), Brasil (2001), Brasil (2012), Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2012) e nos fundamentos da literacia, pensamento e raciocínio estatístico, levando em conta o ciclo de investigação estatística - GAISE (FRANKLIN et al., 2007), Wild e Pfannkuch (1999), Lopes (2004). É importante atentarmos que essa forma de trabalhar é possível, se levarmos em consideração as especificidades do mundo infantil das crianças de 6 anos, atentando-nos para o papel da imaginação, da criatividade, dos conhecimentos que as crianças trazem de suas vivências, seus interesses e inclinações e suas necessidades, uma vez que se têm exigido diferenciadas habilidades e competências estatísticas e matemáticas dos cidadãos.

Por fim, é importante destacar que as investigações estatísticas contribuem para as crianças e os jovens, futuros cidadãos compreenderem como utilizar os conceitos e representações estatísticas.

2.3.7 Investigação Matemática

Tradicionalmente, a prática mais frequente nas aulas de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, fazendo uso de definições, exemplos, demonstração de propriedades para, na sequência, propor exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação; privilegia-se a memorização e a prática repetitiva de exercícios. Esse procedimento pressupõe que o aluno aprenda por meio da reprodução e impede que os alunos percebam que existem outras estratégias e formas alternativas de se buscar uma solução para um dado problema. Ao avaliar, o professor considera que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem, conseqüentemente, reforça-se a ideia de que o importante é memorizar.

A investigação Matemática se aproxima do que propõe o PCN (BRASIL, 2001), à medida que explicitam o papel da Matemática no Ensino Fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizar a Matemática como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para

resolver problemas. O documento destaca a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos.

Nesse sentido, o aluno é agente de construção do seu conhecimento pelas conexões que estabelece entre seu conhecimento prévio e o contexto de investigação. O estudante está envolto numa perspectiva de trabalho colaborativo, à medida que os componentes do grupo interagem uns com os outros durante o processo de investigação, por isso as interações que se geram entre eles são determinantes no rumo que a investigação irá tomar. Pensar, refletir e discutir ideias em pequenos grupos e com toda a turma sobre as tarefas que realizam, gera novas ideias, elabora as existentes e as torna mais coerentes (JESUS; SERRAZINA, 2005).

Cabe-nos, nessa parte do trabalho, trazer as primeiras palavras que nos levem a compreender o que é Investigação Matemática. No Dicionário Aurélio (FERREIRA, 2000), investigação significa: [do latim *investigatione*] S.f.1 Ato ou efeito de investigar; busca; pesquisa. 2. Indagação minuciosa; inquirição.

De início, apresentamos o que Brocardo (2001) explicita sobre investigação. Para ela, trata-se de um conceito complexo e, por isso, é importante olhar para ele a partir de diferentes perspectivas. A pesquisadora destaca que, ao olhar para todas as perspectivas, pode-se observar uma característica que é direta ou indiretamente comum às mesmas: as investigações têm a ver com os processos.

Investigar em Matemática, para Brocardo (2001), significa formular boas questões e usar processos e conhecimentos matemáticos que permitam tomar decisões sobre essas questões. A autora destaca que as atividades de investigação envolvem diversos processos matemáticos, quais sejam: formulação de questões, formulação de conjecturas, teste de conjecturas, prova das conjecturas que resistiram a sucessivos testes que interagem entre si.

A investigação em Matemática, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-tese-demonstração. Para os matemáticos profissionais, é descobrir relações entre objetos matemáticos, procurando identificar as respectivas propriedades (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006).

Para os autores, a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais,

O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. **O segundo** momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. **O terceiro** inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, **o último** diz respeito a argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p.20).

Esses momentos surgem, muitas vezes, simultaneamente: a formulação das questões e a conjectura inicial, ou a conjectura e o seu teste etc. Cada um desses momentos pode incluir diversas tarefas, como representadas no quadro abaixo:

Quadro 10 - Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira, 2006, p.20.

Em todos esses momentos, pode haver interação entre vários matemáticos interessados nas mesmas questões. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) afirmam que essa interação se torna obrigatória na parte final, em função da divulgação e confirmação dos resultados. Os autores reforçam que, apenas quando a comunidade matemática aceita como válida uma demonstração para um dado resultado, este passa a ser considerado um teorema. Antes disso, o que temos são conjecturas ou hipóteses.

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento, tal qual é, para os Pesquisadores Matemáticos. Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), significa, tão-só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta. Significa trabalhar com questões, que se apresentam no início de modo obscuro, mas que procuramos estudar de modo organizado. É importante destacar que uma atividade de investigação não é caracterizada apenas pelos processos matemáticos nela envolvidos, mas também, pela interação entre eles, a qual não é linear, o que se constitui em uma importante característica da atividade de investigação matemática.

“O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006).

Nesse sentido, corroboramos com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) quando afirmam que o interesse deles por esse tema decorre do fato de diversos estudos em Educação terem mostrado que investigar constitui uma poderosa forma de construir conhecimento. Sinalizam esses autores que o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Um dos aspectos fortes das investigações é requerer a participação do aluno na formulação das questões para encontrar respostas para a problemática proposta, essa ação tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem. A escola pode e deve exercer um papel fundamental nesse processo de aprendizagem. No decurso da realização das investigações, a obtenção de um êxito, por mais insignificante que seja, constitui um ponto de referência importante para o aluno adquirir confiança nas suas capacidades para Matemática e Estatística.

A motivação intrínseca na realização da tarefa leva o aluno a aceitar correr riscos para melhorar o seu desempenho. Assim, em vez de pretender obter o resultado “certo” ele procura compreender a tarefa. Nesse movimento, os “alunos experimentam estratégias alternativas, discutem com o seu par ou grupo, testam e verificam suas ideias e comunicam os seus raciocínios aos colegas e à professora” (JESUS; SERRAZINA, 2005) e, em nosso caso, à pesquisadora.

Em uma tarefa de investigação, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira. (2006), o aluno não está diante de uma questão bem delimitada a qual tem de dar uma resposta a partir da realização de diversos cálculos. Numa investigação, parte-se de uma situação em que é preciso compreender ou parte-se, também, de um conjunto de dados que é preciso organizar ou interpretar (PONTE et al., 1998). Nesse sentido, o aluno formula questões com base na situação, que lhe é apresentada, e procura fazer conjecturas. Conforme os autores, o teste dessas conjecturas e a recolha de mais dados pode levar à formulação de novas conjecturas ou à confirmação das conjecturas iniciais. Nesse processo, podem surgir também novas questões a investigar.

Uma atividade de investigação matemática, segundo os autores, a que nos referenciamos, pode se desenvolver numa aula ou em um conjunto de aulas, mas certamente em três fases. **A primeira** é o momento de introduzir a tarefa, o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito; **na segunda**, é o momento de realizar a investigação; e **na terceira** é o momento de discutir os resultados, é quando os alunos relatam aos colegas o

trabalho realizado. Essas fases podem ser concretizadas de diversas maneiras. Na sequência, apresentamos alguns esclarecimentos básicos sobre essas fases.

(i) introdução da tarefa: independentemente do nível etário da turma, há de garantir, na fase inicial, que os alunos compreendam o que significa investigar. “Essa fase introdutória da investigação deve ser relativamente breve” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p.29). Os autores justificam que essa temporalidade é para que o aluno não perca o interesse pela tarefa, e o tempo disponível da aula seja bem aproveitado para a realização da investigação. Ainda, sobre a fase inicial da investigação, cabe ressaltar que o professor tem um papel importante. Ele deve procurar criar um ambiente de aprendizagem em sala de aula, tal qual é proposto pelos autores. Nesse local, o aluno deve sentir-se à vontade e, ainda, que lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas. É importante que o professor não se esqueça de informar aos alunos do papel que se propõe a desempenhar. Esses devem saber que podem contar com o apoio do professor, mas que a atividade depende, essencialmente, da sua própria iniciativa.

(ii) Realização da investigação: A exploração inicial da situação é uma etapa na qual os alunos, muitas vezes, precisam gastar algum tempo. Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.30), “essa etapa é decisiva para que depois os alunos comecem a formular questões e conjecturas”. É nessa fase que os alunos vão compreendendo a situação, familiarizando-se com os dados e apropriando-se do sentido da tarefa. É nessa fase que os alunos vão pensar e refletir sobre a proposição (uma questão desafiante), escolher e avaliar as estratégias, testar e verificar as suas ideias. O teste de conjecturas, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), é um aspecto do trabalho investigativo em que os alunos, em geral, interiorizam com facilidade e que se funde, por vezes, com o próprio processo indutivo. É nessa fase que se começa a fazer sentido ou não a conjectura elaborada pelos alunos para, logo em seguida, essa ser refutada ou aceita.

(iii). Discutir os resultados: No final de uma investigação, a análise do trabalho realizado constitui um momento importante de partilha de conhecimentos. Os alunos apresentam as estratégias elaboradas e desenvolvidas, as conjecturas elaboradas, dando ênfase naquelas que foram válidas e as justificam para os demais colegas. Nessa etapa, cabe ao professor (no caso de nossa pesquisa a pesquisadora) o papel de moderador, buscando sempre promover o debate entre os alunos. Essa fase, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) deve permitir a

sistematização das principais ideias e uma reflexão sobre o trabalho realizado. A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos compreendam o que significa investigar e desenvolvam a capacidade de comunicar-se matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Por fim, em relação a essa fase, os autores ressaltam que sem a discussão final, há o risco de perder o sentido da investigação.

Para a produção do relatório final, no qual se apresentam as conclusões que tiraram da realização da tarefa de investigação, pode-se contemplar também, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), os processos para se chegar às conclusões; podem se incluir as questões levantadas acerca da situação proposta, a bibliografia e outras fontes consultadas, o modo como os dados foram organizados, as conjecturas provadas e não provadas, os procedimentos usados para validação e outros. O relatório será mais interessante se incluir processos e conclusões.

Uma vez elaborados os relatórios, questiona-se: como avaliá-los? Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), a avaliação pode se traduzir em uma escala quantitativa (por exemplo, de 1 a 5) ou qualitativa (por exemplo: muito bom, bom, suficiente, etc). No entanto, os autores ressaltam que o importante não é a escala, mas sim os critérios que são usados nessa avaliação. Adaptando processos usados na avaliação de problemas, os autores apresentam dois quadros nos quais se constroem escalas para avaliação de relatórios.

Quadro 11 - Escala unidimensional de avaliação de relatórios

Nível	Caracterização
4 - Bom	A ideia principal é comunicada com clareza e maturidade. As ideias estão bem organizadas do ponto de vista lógico. O conteúdo está bem desenvolvido. A linguagem (incluindo vocabulário) é boa ou excelente. A estrutura gramatical (incluindo a pontuação) é boa ou excelente. A apresentação (incluindo a ortografia) é boa ou excelente.
3 - Aceitável	A ideia principal é comunicada de modo satisfatório. As ideias estão organizadas de modo satisfatório. O conteúdo é aceitável. A linguagem é satisfatória. A estrutura gramatical (incluindo a pontuação) é satisfatória. A apresentação (incluindo a ortografia) é satisfatória.
2 - Insuficiente	A ideia principal está vagamente apresentada. As ideias estão mal organizadas. O conteúdo está mal desenvolvido. A linguagem (incluindo o vocabulário) é, algumas vezes, pouco apropriada. A estrutura gramatical (incluindo a pontuação) contém erros.

Nível	Caracterização
	A apresentação (incluindo a ortografia) é fraca.
1 - Muito deficiente	A ideia principal não se preenche. As ideias estão muito mal organizadas. O conteúdo é muito pobre. A linguagem (incluindo o vocabulário) é inadequada. A estrutura gramatical (incluindo a pontuação) é muito incorreta. A apresentação (incluindo a ortografia) é de muito má qualidade.

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira, 2006, p.119-120

Nesse quadro, os autores consideram apenas uma caracterização geral do relatório dos alunos. “Essa escala dá atenção, em termos globais, a todos os aspectos do desempenho dos alunos. É de aplicação mais fácil e rápida” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006, p.119-120).

No segundo quadro, os autores consideram as diversas dimensões concretas, quais sejam: o conhecimento matemático, as estratégias e processos de raciocínio e a comunicação.

Quadro 12 - Escala multidimensional de avaliação de relatórios

Nível	Conhecimento matemático	Estratégias e processos de raciocínio	Comunicação
4	Mostra compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema. Usa terminologia e notação apropriada. Executa completa e corretamente os algoritmos.	Usa informação exterior relevante de natureza formal ou informal. Identifica todos os elementos importantes do problema e mostra uma compreensão da relação entre eles. Indica uma estratégia apropriada e sistemática para a resolução do problema e mostra, de forma clara, o processo de solução. O processo de solução é claro e sistemático.	Apresenta uma resposta completa com uma descrição ou explicação clara e não ambígua. Inclui um diagrama completo e apropriado. Comunica efetivamente com a audiência. Apresenta, como suporte, argumentos fortes, lógicos e completos. Inclui exemplos e contraexemplos.
3	Mostra compreender, quase completamente, os conceitos e princípios matemáticos. Usa quase corretamente a terminologia e notação	Usa informação exterior relevante de natureza formal ou informal. Identifica todos os elementos importantes do problema e mostra uma compreensão da	Apresenta uma resposta completa com uma razoável explicação ou descrição. Apresenta um diagrama apropriado e quase completo.

Nível	Conhecimento matemático	Estratégias e processos de raciocínio	Comunicação
	<p>apropriada. Executa completamente algoritmos.</p> <p>Os cálculos estão na generalidade corretos, contendo eventualmente pequenos erros.</p>	<p>relação entre eles.</p> <p>Mostra, de forma clara, o processo de solução.</p> <p>O processo de solução é completo, ou quase completo, e sistemático.</p>	<p>Na generalidade, comunica efetivamente com a audiência e apresenta como suporte argumentos que estão logicamente corretos, embora contendo pequenas imperfeições.</p>
2	<p>Mostra compreender alguns dos conceitos e princípios matemáticos do problema.</p> <p>A resposta tem erros de cálculo.</p>	<p>Identifica alguns elementos importantes do problema, mas mostra apenas uma compreensão limitada da relação entre eles.</p> <p>Mostra alguma evidência do processo de solução mas esse está incompleto ou pouco sistematizado.</p>	<p>Mostra um progresso significativo na direção de completar o problema, mas a descrição ou explicação é ambígua ou pouco clara.</p> <p>Inclui um diagrama pouco claro ou pouco preciso.</p> <p>A comunicação é vaga ou de difícil interpretação e os argumentos são incompletos ou baseados em premissas pouco importantes.</p>
1	<p>Mostra uma compreensão muito limitada dos conceitos e princípios matemáticos do problema.</p> <p>Falha no uso dos termos matemáticos.</p> <p>A resposta tem erros de cálculos graves.</p>	<p>Usa informações exterior, irrelevante.</p> <p>Falha na identificação, quase por completo, de aspectos importantes ou coloca muita ênfase em elementos pouco importantes.</p> <p>Reflete uma estratégia inadequada para resolver o problema.</p> <p>Dá evidência incompleta do processo de solução.</p> <p>O processo de solução não existe, é de difícil identificação ou não está sistematizado.</p>	<p>Apresenta alguns elementos satisfatórios, mas omite partes significativas do problema.</p> <p>Inclui um diagrama que representa a situação problemática de uma forma incorreta ou o diagrama é pouco claro ou de difícil interpretação.</p> <p>Falta a explicação ou descrição ou é difícil de seguir.</p>

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira, 2006, p. 121-122

Nesse quadro, os autores distinguem três tipos de objetivos, quais sejam: o conhecimento matemático, as estratégias e os processos de raciocínio e comunicação. A de aplicação da escala permite obter informação.

Vale ressaltar que a construção dessas escalas se assenta em uma ideia muito simples. Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), escolhe-se um objetivo ou conjunto de objetivos que possam ser graduados em diferentes níveis e faz-se corresponder a cada par objetivo-nível uma descrição de aspectos observáveis nos relatórios dos alunos.

Além dos quadros 11 e 12, os autores apresentam outras formas de avaliação do trabalho investigativo, quais sejam:

(i) A observação informal: neste tipo de avaliação, o docente deve observar os alunos durante a realização da tarefa e na fase de apresentação de suas conclusões. Ao longo das observações, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) destacam que o professor pode observar e anotar as atitudes dos alunos, perceber o modo como eles mobilizam os conhecimentos matemáticos formais e informais, se eles têm entendimento do que é uma investigação, enfim, o papel que os estudantes desempenham ao realizarem a tarefa e a sua capacidade em levá-la a bom termo. Os autores destacam que esse movimento de observação não deve ser passivo, pelo contrário, o professor pode fazer perguntas aos alunos de modo a perceber melhor o que eles estão fazendo, a forma como estão pensando, o modo como reagem às tarefas de investigação, como as interpretam e a estratégia de trabalho que desenvolvem, os seus processos de raciocínio, bem como os conhecimentos matemáticos que usam nas competências de cálculo que evidenciam.

(ii) Avaliação das apresentações orais: é realizada quando os alunos dão a conhecer ao professor e aos seus colegas o trabalho por si previamente realizado. Para Ponte, Brocardo e Oliveira, (2006), a apresentação oral constitui uma situação de avaliação e aprendizagem, favorece o desenvolvimento da capacidade de comunicação e de argumentação, seja ela individual ou em grupo. Os autores ressaltam que, ao final, o professor pode revelar aos alunos a apreciação que fez do desempenho deles para salientar os seus progressos e dar sugestões concretas sobre aspectos os quais considera que eles possam melhorar. As apresentações orais permitem também, conforme os autores, avaliar uma variedade de objetivos, atitudes e valores, compreensão do processo de investigação, pertinência das estratégias, processos de raciocínio, o uso de conceitos, competências de cálculo e a capacidade de comunicação oral. Por fim, os autores chamam a atenção por considerarem que esse tipo de avaliação tem como sua principal limitação o tempo que consomem.

(iii) Avaliação multifacetada: neste tipo de avaliação, o professor pode fazer correntemente observação direta dos alunos ou grupos durante a realização das tarefas e alternar as apresentações orais com a produção de relatórios escritos, individuais ou de grupo.

Em nossa pesquisa, em função da idade e do nível de alfabetização das crianças, optamos por não produzir relatórios escritos; no entanto, ao final de cada tarefa e início da próxima, organizamos uma roda de conversa acerca dos assuntos tratados, do desenvolvimento da tarefa e análise dos resultados (avaliação das apresentações orais).

Durante a realização da tarefa, as etapas de Investigação Matemática foram conduzidas, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), procurando interagir com os alunos levando em conta as necessidades particulares de cada um, mas sem perder de vista os aspectos mais gerais da gestão da situação didática. Outra atividade realizada por nós foram as intervenções nos grupos, no sentido de auxiliar as crianças na compreensão da tarefa, na fruição das conjecturas, observação dos diálogos e da interação entre os componentes do grupo (observação informal). Nesse sentido, direcionamos nosso olhar para os itens (i) e (ii). Todo esse movimento será apresentado e discutido no capítulo 3.

Diante dos fundamentos teóricos da Investigação Matemática, optamos por esse referencial para nos auxiliar na aplicação das tarefas.

2.3.8 Contexto de Investigação

Segundo o dicionário de filosofia Abbagnano (2007), contexto é definido por Ogden e Richards por um conjunto de entidades (coisas ou eventos) correlacionadas de certo modo; cada uma dessas entidades tem tal caráter que outros conjuntos de entidades podem ter os mesmos caracteres e estar ligados pela mesma relação (Abbagnano, 2007, p.199). Do latim *contextus*, o contexto é o ambiente físico ou situacional (conjunto de circunstâncias) a partir do qual se considera um fato. Esse ambiente pode ser material ou simbólico. Contexto é a inter-relação de um conjunto de circunstâncias que acompanham um fato ou uma situação.

Em nossa pesquisa, elegemos o termo “Contexto de Investigação” para representar o conjunto de tarefas e aulas necessárias para o desenvolvimento de cada tema. O “contexto de investigação” é o meio/*locus* pelo qual a coleta de dados da pesquisa é realizada.

Deste modo, o Contexto de investigação não é caracterizado apenas pelos processos matemáticos e estatísticos nele envolvidos, mas, também, pela interação entre eles, ou seja, pelas relações estabelecidas entre eles.

As tarefas são de natureza investigativa. Nesse sentido, as crianças são responsáveis por buscar as informações necessárias para resolução, por compreender e refletir sobre o desenvolvimento da tarefa e elaborar suas conclusões baseadas nos resultados obtidos. A investigação, a descoberta, a reflexão e a validação se destacam, pois, são vistas como elementos básicos nesse processo.

Para concluirmos esse capítulo, destacamos que os referenciais apresentados se fazem presentes nos diversos momentos da pesquisa.

No capítulo seguinte, descrevemos como foi pensado metodologicamente esse movimento desde a definição do tema até a análise.

CAPITULO 3: METODOLOGIA: OS CAMINHOS DA PESQUISA

*O que é pesquisa?
Eu vejo pesquisa como inerente a ação,
o que é inerente a vida.
Ubiratan D'Ambrósio*

3.1 Pesquisa qualitativa e triangulação

Nesse capítulo iniciamos com uma breve discussão sobre qualidade segundo o dicionário de filosofia Abbagnano (2007), em seguida apresentamos uma discussão sobre pesquisa qualitativa e justificamos as opções metodológicas adotadas em nossa pesquisa. Discorremos sobre como as tarefas dos contextos de investigação foram concebidas, os modos de coleta dos dados, descrevemos os procedimentos dessa coleta e finalizamos com os esclarecimentos do como os dados foram analisados.

Como determinação qualquer, a qualidade distingue-se da propriedade que, em seu significado específico, indica a qualidade que caracteriza ou individualiza o próprio objeto, sendo, portanto, própria dele (ABBAGNANO, 2007). Cabe ressaltar, conforme nos informa o autor, que a noção de qualidade é extensa e não pode ser reduzida a um conceito único, o que nos permite dizer que ela compreende uma família de conceitos que tem em comum a função puramente formal de servir de resposta à pergunta qual. Para buscar melhor essa definição nos remetemos a Aristóteles que distinguiu quatro membros dessa família. Abbagnano (2007) destaca que a definição apresentada por Aristóteles é a melhor exposição já feita sobre o conceito de qualidade.

Em primeiro lugar, entendem-se por qualidade, os hábitos e as disposições, que se distinguem porque o habito é mais estável e duradouro que a disposição. Uma segunda espécie de qualidade, consiste na capacidade ou incapacidade natural; neste sentido. O terceiro gênero de qualidade. É constituído pelas afeições e suas consequências: estas são as qualidades sensíveis propriamente ditas. A quarta espécie de qualidade é constituída pelas formas ou determinações geométricas. (ABBAGNANO, 2007, p.816).

O autor destaca que a história ulterior da filosofia pouco ou nada foi acrescentado a essas determinações e distinções feitas por Aristóteles sobre a qualidade.

O termo qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a

respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências. (BICUDO, 2006).

Um método sempre traz, em si, a noção de eficácia. Trata-se de engendrar um mecanismo, que julgado eficaz, nos dê pistas para compreender determinada situação, resolver determinado problema, responder à determinada questão ou encaminhar determinados entraves (GARNICA, 2006). A eficácia de um método, para o autor, será julgada segundo os pressupostos teóricos e vivências do pesquisador. Nesse sentido, acreditamos, tal qual Garnica (2006), ser esse o motivo principal de não poder separar a metodologia escolhida para a pesquisa da concepção de mundo e dos fundamentos teórico-filosóficos que o pesquisador traz de sua vivência. Assim, não podemos tratar uma metodologia de modo meramente procedimental como um conjunto de métodos. Conforme o autor, devemos testar, confrontar e avaliar os limites das metodologias e de seus pressupostos teóricos continuamente.

De acordo com a concepção de Garnica (2006), o adjetivo “qualitativa” estará adequado às pesquisas que reconhecem:

- a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meio de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (GARNICA, 2006, p. 88)

Pesquisas, que utilizam abordagens qualitativas, nos fornecem informações mais descritivas, sendo o significado sua importância vital. Bogdan e Biklen (1994) destacam que a fonte direta de dados é o ambiente natural. Sobre os investigadores, os autores nos alertam que eles constituem instrumento principal; interessam-se mais pelo processo do que pelos resultados ou produtos e que estes tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. Interessa, assim, ao investigador verificar como um fenômeno se manifesta e se evidencia nas atividades e nas interações dentro do contexto do estudo.

Segundo D’Ambrosio (2006), a pesquisa qualitativa é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. Nesse sentido, a pesquisa qualitativa converge para o estudo de indivíduos em sua realidade, focada na compreensão e no discurso, oriundos do universo de pesquisa.

Uma vez apresentado sobre pesquisa qualitativa, cabe trazer uma discussão sobre o tipo de pesquisa qualitativa que iremos assumir em nossa pesquisa.

Nesse sentido, Ponte (2006), ao discutir os estudos de caso na investigação em Educação Matemática, ressalta que estes visam conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O autor destaca que o objetivo do estudo de caso é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. Ressalta, também, que o estudo de caso é uma investigação que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica a qual se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos. Ponte (2006) destaca que esse debruçar tem como objetivo descobrir aquilo que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse.

Na Educação Matemática, nos informa Ponte (2006) os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projetos de inovação curricular, novos currículos, etc.

Ao sintetizar sobre os procedimentos do estudo de caso, Ponte (2006) destaca que um caso constitui uma entidade bem definida, necessariamente inserida num certo contexto. O autor ressalta que “é preciso dar atenção à sua história (o modo como se desenvolveu) e ao seu contexto (os elementos exteriores, quer da realidade local, quer de natureza social e sistêmica que mais o influenciaram)”, (PONTE, 2006, p.5).

“O estudo de caso pode ser representado como um funil em que o início do estudo é sempre a parte mais larga” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.89). Estes autores referem ainda que nos estudos de caso a melhor técnica de recolha de dados consiste na observação participante sendo o foco de estudo uma organização particular

“Quando o pesquisador tiver o interesse em pesquisar uma situação singular e particular o estudo de caso também pode ser aplicado” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.17). As autoras também enfatizam que o estudo de caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenvolver do estudo. Além do que os estudos de caso apresentam características fundamentais que são destacadas pelas autoras, quais sejam:

1 - Os estudos de caso visam à descoberta. 2 - Os estudos de caso enfatizam a ‘interpretação em contexto’. 3 - Os estudos de caso buscam retratar a realidade de

forma completa e profunda. 4 - Os estudos de caso usam uma variedade de fontes de informação. 5 - Os estudos de caso revelam experiência vicária e permitem generalizações naturalísticas. 6 - Estudos de caso procuram representar os diferentes e às vezes conflitantes pontos de vista presentes numa situação social. 7 - Os relatos de estudo de caso utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 18-20)

Diante dos pressupostos, acima explicitados, sobre pesquisa qualitativa e estudo de caso e, segundo nossas vivências e concepções, inserimos nossa pesquisa no universo das pesquisas qualitativas na modalidade estudo de caso, uma vez que decorreu em ambiente natural (sala de aula), na versão “investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento”. No entanto, corroboramos com Garnica (2006) de que esses pressupostos podem ser reconfigurados à luz do desenvolvimento da pesquisa, pois, a cada momento, surgiram novos aspectos importantes para investigar.

No papel de pesquisadoras (qualitativa), mantivemos uma postura essencialmente participante, na qual desempenhamos um duplo papel: o de investigar o contexto de forma descritiva e reflexiva, olhando para o processo de resolução das tarefas, assim como a constituição dos saberes das crianças relativo ao desenvolvimento do Sentido de número e, simultaneamente, participamos desse processo através do planejamento das tarefas como orientadora¹⁵ na aplicação destas e como pesquisadora.

A pesquisa foi dividida em cinco etapas, quais sejam: Estudo bibliográfico; Elaboração das tarefas; Coleta de dados - Desenvolvimento dos Contextos de investigação com realização das tarefas; Transcrição das aulas; Análise dos dados.

Por meio do estudo bibliográfico, adentramos no universo teórico da pesquisa qualitativa, dos conceitos que trazem a ideia de número, do desenvolvimento do Sentido de número, da Educação Estatística da Investigação Matemática.

Como dito anteriormente, coube à pesquisadora o planejamento dos contextos de investigação, os quais aconteceram inicialmente em paralelo ao estudo bibliográfico e continuaram durante o desenvolvimento destas. Levamos em consideração: 1- o que preconiza os documentos oficiais NCTM (2002), GAISE (FRANKLIN et al., 2007), Brasil (2001) e Brasil (2012), Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2011) relativo aos conteúdos e metodologias para o ensino de Estatística; 2- Brasil (2001) e Brasil (2012), Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2011) relativo aos conteúdos e metodologias para o ensino de números e

¹⁵ A professora regente esteve presente durante a aplicação das tarefas nos ajudando com as crianças.

operações; 3- os indicadores para um bom desenvolvimento do Sentido de número apresentados por Spinillo (2006 e 2014), McIntosh, Reys e Reys, (1992), e a Equipe do Projeto “Desenvolvendo o Sentido de número”- Brocardo et al (2008) e para a aplicação e/ou desenvolvimentos dos ciclos as fases de Investigação Matemática propostos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006).

Utilizamos diferentes recursos do universo infantil para o planejamento e aplicação das respectivas tarefas com o objetivo de possibilitar às crianças reconhecer diferentes informações em diversas situações e diferentes configurações de contextos do cotidiano, quais sejam: informações expressas na forma de símbolos, signos e códigos expressos em anúncios, gráficos, tabelas, rótulos, propagandas, para a compreensão das práticas sociais; utilizamos livros de literatura com histórias infantis que possibilitam desenvolver atividades que contemplem o ensino de Estatística e a ideia de número; formulamos questões do cotidiano das crianças que geraram pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos; Trabalhamos as noções de estimativa em diferentes perspectivas e em diversos momentos; utilizamos várias brincadeiras que possibilitaram conexão com as tarefas; fizemos uso de materiais manipuláveis (tampinhas, latas de refrigerante, instrumentos de medidas de comprimento, fitas) para classificar, agrupar, contar, organizar e construir representações próprias para a comunicação dos dados coletados; apresentamos jogos que possibilitaram introduzir ludicamente as tarefas; realizamos brincadeiras com a finalidade de disparar questões investigativas e organizamos rodas de conversa.

As tarefas, realizadas com as crianças, contemplaram, dessa forma, situações contextualizadas, nas quais não foi importante limitações do intervalo numérico com o qual a criança iria lidar. Tratamos os números de maneiras contextualizadas, pressupondo que estas fossem significativas para as crianças, bem como buscamos analisar a possibilidade das crianças conhecerem e operarem com os números a partir delas.

Essa diversidade no modo de tratamento de cada tarefa teve como objetivo facilitar a percepção do significado de cada uma delas. Essa nossa opção se deu em função de acreditarmos que um mesmo conceito a ser apreendido deve ser apresentado de diferentes maneiras com variedade de situações.

Coutinho e Lopes (2009) ressaltam que desde a Educação Infantil deve ser apresentado às crianças um Ensino de Estatística que privilegie a exploração do universo da infância a partir da problematização, coleta, organização e representação de dados, bem como a sua interpretação, incluindo a descrição dos dados e a identificação de algumas de suas características.

Para elaboração das tarefas levamos em consideração o contexto da Educação Estatística e as noções de número dentro do contexto da Matemática, quais sejam: Contexto da Estatística: Amostragem; Coleta de dados; Estimativa; Distribuição de frequência; Variabilidade dos dados; Categorização dos dados; Valor máximo e Valor mínimo de uma distribuição; Amplitude de intervalos; Organização de dados; Tabelas de frequência; Apresentações de resultados através de diferentes tipos de gráficos; Análise e interpretação dos dados. Contexto da matemática: Quantificação; Ordenação; Classificação; Seriação; Correspondência; Agrupamentos; Identificação de semelhanças e diferenças entre diferentes elementos; Cálculo mental; Proporcionalidade; Valor posicional do SND - Sistema de Numeração Decimal; Grandeza relativa e absoluta dos números; Estimativas e aproximações; Pensar sobre números e quantidades de objetos operando com quantidades e registrando as situações-problemas. Contamos também na preparação das tarefas com as orientações dos documentos NCTM (2002), GAISE (FRANKLIN et al., 2007), Brasil (2001), Brasil (2012), Minas Gerais (2014) e Uberlândia (2011).

Todo os conceitos da Estatística utilizados na elaboração das tarefas do Contexto de investigação, foram pensados para fazer surgir e impulsionar habilidades que consideram o desenvolvimento do Sentido de número (descritos no capítulo 2), quais sejam: Conhecimento e habilidade com os números; Conhecimento e habilidade com as operações; Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculo (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992). A investigação, a descoberta, a reflexão e a validação foram elementos básicos no processo de construção das tarefas

As questões propostas nas tarefas tiveram como objetivo possibilitar às crianças experimentar estratégias de resoluções; dialogar com os colegas sobre possíveis resoluções das tarefas; testar e verificar suas questões investigativas; apresentar os resultados de suas investigações e de suas tarefas aos colegas, professora e pesquisadora. Nesse movimento, as crianças foram levadas a se responsabilizarem pelas informações, a compreender e a refletir sobre as atividades que foram sendo desenvolvidas e a tirar conclusões baseadas nos resultados.

O quadro abaixo apresenta os contextos de investigação com seu cronograma e planejamento.

Quadro 13 - Contextos de investigação

CRONOGRAMA E PLANEJAMENTO DOS CONTEXTOS DE INVESTIGAÇÃO	
Data	PLANEJAMENTO
20/05	<p>CONTEXTO DE INVESTIGAÇÃO 1: Quanto mede o meu palmo? <u>Conceitos:</u> detalhado nas tarefas <u>Procedimentos:</u> detalhado nas tarefas <u>Quantidade de tarefas:</u> 3 Tarefa 1: “medindo do palmo”, <u>Carga horária:</u> 2 horas/aula</p>
27/05	<p><u>Conceitos:</u> Estimativa; medida; contagem; correspondência; comparação; ideia de proporção; diferentes significados do número (ordem, cardinal, medida); tabela de frequência; Valor máximo e Valor mínimo de uma distribuição de frequência.</p>
03/06	<p><u>Procedimentos:</u> Coleta, e construção da tabela¹⁶.</p>
C. h. 8 aulas	<p><u>Ambiente de aprendizagem:</u> Sala de aula <u>Momentos de investigação:</u> 6</p> <ol style="list-style-type: none"> 1- O que é palmo? - (Objetivo específico - investigar o conhecimento prévio das crianças sobre o significado de palmo); 2- Qual é a medida do seu palmo? (Objetivo específico - estimar a medida do palmo); 3- Quais instrumentos de medida, podem ser utilizados para medir o palmo? (Objetivo específico - apresentar diferentes instrumentos de medida); 4- Podemos usar uma fita para medir o palmo de vocês? (Objetivo específico - utilizar unidade de medida não padronizada e coleta os dados); 5- Qual instrumento vamos escolher para medir o palmo? (Objetivo específico - / escolher um instrumento de medida); 6- Como vamos representar a medida do palmo de vocês? (Objetivo específico - medir os palmos, investigar o conhecimento das crianças sobre número e preencher a tabela). <p>Tarefa 2: O dotplot <u>Carga horária:</u> 3 horas/aula <u>Conceitos:</u> classificação; contagem; correspondência; comparação; etapas da investigação estatística (representação dos dados e análise) <u>Procedimentos:</u> representação dos dados por meio do diagrama de pontos <i>dotplot</i>. <u>Ambiente de aprendizagem:</u> refeitório da escola. <u>Momentos de investigação:</u> 3</p> <ol style="list-style-type: none"> 1- “De que outra maneira podemos organizar a medida do palmo de vocês? ” (Objetivo específico - classificar, contar, agrupar e registrar quantidades); 2- Existe outra maneira de apresentar a medida dos palmos? (Objetivo específico - construir o <i>dotplot</i> humano e investigar a variabilidade dos dados); 3- Existe outra maneira de apresentar a medida dos palmos? (Objetivo específico - construir o <i>dotplot</i> no chão e investigar a variabilidade dos dados). <p>Tarefa 3: “Construindo o dotplot no ambiente “lápiz e papel” <u>Carga horária:</u> 2 horas/aula <u>Conceitos:</u> etapas da investigação estatística (representação dos dados e <u>análise</u>) <u>Procedimentos:</u> representação dos dados por meio do diagrama de pontos <i>dotplot</i>, discussão dos resultados e simulação de situações problemas hipotéticas.. <u>Ambiente de aprendizagem:</u> Sala de aula <u>Momentos de investigação:</u> 2</p> <ol style="list-style-type: none"> 1- “É possível representar a atividade do pátio no papel? “ (Objetivo específico - abstrair a atividade realizada na semana anterior e construir coletivamente o <i>dotplot</i> em um cartaz) 2- “Como posso transpor o cartaz para meu caderno? ”, (Objetivo específico - corresponder, abstrair o <i>dotplot confeccionado</i> coletivamente no cartaz, para um momento

¹⁶ Seguimos as orientações do documento GAISE (2007, p.11), conforme descrito no capítulo 2.

CRONOGRAMA E PLANEJAMENTO DOS CONTEXTOS DE INVESTIGAÇÃO	
Data	PLANEJAMENTO
	individual).
11/06	CONTEXTO DE INVESTIGAÇÃO 2: o jogo campeonato dos números e a distribuição de frequência da soma do lançamento de dois dados
12/06	<u>Conceitos:</u> Comparação; Correspondência; Contagem; Conceito de juntar e/ou agrupar; Conceito de adição; Noções primeiras de probabilidade; Representação do espaço amostral da soma do lançamento de dois dados.
18/06	<u>Procedimentos:</u> Investigar o dado, investigar o tabuleiro, jogar coletivamente no tabuleiro gigante, jogar em pequenos grupos no tabuleiro pequeno, escolher o nome do jogo, preencher uma tabela contendo colunas imagéticas das faces dos 2 dados e uma coluna para a representar a soma; preencher uma tabela de duas colunas, em que a primeira representa a categoria soma e a segunda quantas vezes cada soma aparece para no lançamento de dois dados; Construção e representação dos dados (resultados) em forma de gráfico com latas de coca cola e, construção no ambiente “lápiz e papel”; análise e discussão dos resultados.
25/06	
02/07	
09/07	
16/07	<u>Ambiente de aprendizagem:</u> Sala de aula e refeitório <u>Quantidade de tarefas:</u> 5
Ch 15 aulas	Tarefa 1 - O jogo Campeonato dos Números Objetivo específico: introduzir noções primeiras de probabilidade, contagem e operação de adição) Tarefa 2 - As equipes jogam entre si Objetivo específico: formar grupos menores para que as crianças pudessem participar de modo mais dinâmico e interativo. Tarefa 3 Investigando as possíveis somas Objetivo específico: escolher o nome do jogo; discutir o significado dos números constantes no tabuleiro; determinar as possíveis somas do lançamento simultâneo dos dois dados. Tarefa 4: investigando a distribuição de frequência da soma do lançamento de dois dados Objetivo específico: perceber quais somas tem maior chance de ocorrer. Tarefa 5: - Representação dos dados em forma de gráfico: Objetivo específico: perceber quais somas tem maior chance de ocorrer e perceber a simetria na distribuição.
13/08	CONTEXTO DE INVESTIGAÇÃO 3 - O Pictograma <u>Conceitos:</u> detalhado nas tarefas <u>Procedimentos:</u> detalhado nas tarefas <u>Quantidade de tarefas:</u> 3
20/08	Tarefa 1: tampinhas que se agrupam <u>Carga horária:</u> 3 horas/aula
27/08	<u>Conceitos:</u> estimativa, classificação, agrupamento, contagem e gráfico de colunas por meio de material manipulável <u>Procedimentos:</u> realizar a estimativa, confirmar as hipóteses, determinar as categorias, agrupar por equipes, nomear o capitão de cada equipe, fazer a classificação das tampinhas, colocar as tampinhas enfileiradas em forma de coluna segundo a categoria cor, roda de conversa, agrupar as tampinhas.
Ch 7 aulas	<u>Ambiente de aprendizagem:</u> Sala de aula e refeitório da escola <u>Momentos de investigação:</u> 2 <u>1- Quantas tampinhas tem aqui na garrafa?</u> (Objetivo específico: trabalhar estimativa). <u>2- Classificar para que?</u> (Objetivo específico, aprofundar os conceitos de classificação, agrupamento, contagem. Tarefa 2: ORGANIZANDO OS DADOS

CRONOGRAMA E PLANEJAMENTO DOS CONTEXTOS DE INVESTIGAÇÃO	
Data	PLANEJAMENTO
	<p><u>Carga horária:</u> 2 horas/aula <u>Conceitos:</u> contagem, agrupamento, correspondência e tabela de frequência, , <u>Procedimentos:</u> roda de conversa, construir uma tabela de frequência, preparar os ícones do pictograma <u>Ambiente de aprendizagem:</u> Sala de aula <u>Momentos de investigação:</u> 2 1- <u>Como posso representar a quantidade de saquinhos?</u> - A tabela de frequência Objetivo específico: executar a fase de investigação estatística denominada tabular os dados representar os dados em uma tabela, aprofundar os conceitos de agrupamento e correspondência 2- <u>Os ícones do pictograma</u> (Objetivo específico: provocar nas crianças a percepção da correspondência saquinho de tampinhas X ícone do pictograma. Tarefa 3: enfim o pictograma <u>Carga horária:</u> 2 horas/aula <u>Conceitos:</u> correspondência, agrupamento, contagem, gráfico do tipo pictograma. <u>Procedimentos:</u> roda de conversa, construção de gráfico pictograma, <u>Ambiente de aprendizagem:</u> Sala de aula <u>Momentos de investigação:</u> 1 1- Como podemos representar os saquinhos de tampinha em um gráfico? Objetivo específico: Executar as fases de investigação estatística - representar os dados em um gráfico e apresentar os resultados.</p>
21/10	CONTEXTO DE INVESTIGAÇÃO 4 - A cor de nossos olhos
28/10	<p><u>Objetivo específico:</u> Introduzir e aprofundar gráfico de setores. <u>Conceitos:</u> Etapas da investigação Estatística. <u>Procedimentos:</u> brincadeira do macaco disse, preencher a ficha cor de olho, construir a tabela e o gráfico de setores. <u>Ambiente de aprendizagem:</u> pátio da escola e sala de aula. <u>Quantidade de tarefas:</u> 5</p>
Ch 5 aulas	<p>Tarefa 1: A brincadeira do “Macaco disse” Objetivo específico: fazer com que as crianças por meio da brincadeira percebam e memorizem a cor dos olhos dos colegas. Tarefa 2: Coleta de dados - Investigando a cor dos olhos Objetivo específico: preencher a ficha cor de olhos Tarefa 3: Organização dos dados Objetivo específico: tabular as fichas com a cor de olhos que as crianças tinham feito e construir a tabela) Tarefa 4: Gráfico de setores humano - o corpo como objeto de registro Objetivo específico: encontrar resposta questão desafiante, “Será que existe outra maneira de apresentar os dados?, Analisar os dados) Tarefa 5: Gráfico de setores no ambiente lápis e papel - o caderno como espaço de registro Objetivo específico: proporcionar aos alunos a construção em papel daquilo que vivenciaram fisicamente e analisar o gráfico).</p>
11/11	CONTEXTO DE INVESTIGAÇÃO 5 - escovação de dentes e consumo de água
18/11	<p><u>Objetivo específico:</u> investigar o modo de escovação de dentes relativo ao consumo de água. <u>Conceitos:</u> Etapas da investigação Estatística, Correspondência, Contagem, Escrita do número, Comparação, Amostra/Censo/População, Variável/Categoria. <u>Procedimentos:</u> roda de conversa, desenvolver as etapas de uma investigação estatística <u>Quantidade de tarefas:</u> 5 - Cada qual com seu momento de investigação</p>
25/11	

CRONOGRAMA E PLANEJAMENTO DOS CONTEXTOS DE INVESTIGAÇÃO	
Data	PLANEJAMENTO
Ch 7 aulas	<p>Tarefa 1: estabelecendo o tema da pesquisa Objetivo específico: dialogar sobre escovação de dentes, consumo de água, definir a população da pesquisa</p> <p>Tarefa 2: Coleta de dados Objetivo específico: ir as salas para coletar os dados por meio do questionário</p> <p>Tarefa 3: Organização dos dados Objetivo específico: organizar os dados, tabular as fichas respondidas e construir a tabela.</p> <p>Tarefa 4: Construindo o Gráfico de barras Objetivo específico: investigar se existe outra maneira de apresentar os dados além da tabela.</p> <p>Tarefa 5: Apresentando os resultados Objetivo específico: análise dos resultados e apresentação para as salas que participaram da pesquisa.</p>

Fonte: acervo da pesquisadora

O trabalho de coleta de dados, ou seja, a aplicação das tarefas, foi iniciada em 2014 no mês de maio e se estendeu até dezembro (conforme cronograma acima). No final de 2014, realizamos um seminário no qual as crianças apresentaram aos seus responsáveis (pais, avós, primos, tios) o trabalho desenvolvido durante o ano.

Coube à pesquisadora a aplicação das tarefas. Contamos com o apoio da professora regente, que esteve presente nos ajudando com as crianças.

Para as filmagens foi levado em consideração o movimento mais geral e as múltiplas relações que se constituíram durante a realização das tarefas, observando a criança que está concentrada em sua ação, a criança que está dialogando com a outra, a criança que nos fazia questionamentos ou quando nós a questionávamos, ou seja, atentamos àquelas cenas que emergem do contexto geral ou do movimento particular. As filmagens foram realizadas por Suze Vilas Bôas que nos acompanhou durante todo o ano.

As tarefas foram aplicadas considerando os pressupostos teóricos do contexto da Investigação Matemática tal qual proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006). Respeitamos todas as fases do processo de investigação, conforme enunciado pelos autores, quais sejam: Exploração e formulação de questões; Conjecturas; Testes e reformulação e Justificação e avaliação (PONTE; BROCARD E OLIVEIRA, 2006).

As aulas foram conduzidas de modo a estimular os alunos a fazerem perguntas, estabelecerem relações, construir justificativas e desenvolverem o espírito de investigação de tal forma que as crianças pudessem pensar formas de solução para as tarefas propostas e, com isso, pudessem expressar o modo de pensar relativo ao Sentido de número e ao pensamento estatístico. Nesse momento do contexto promovíamos tarefas “desencadeadoras”,

que tinham três funções especiais, quais sejam: estimular a elaboração de estratégia para resolver as tarefas; possibilitar que se estabelecesse uma relação entre as estratégias de aplicação da tarefa e, principalmente, fizesse surgir a questão investigativa.

Durante toda a realização dos contextos de investigação, estabelecemos diálogo com as crianças acerca das suas experiências e percepções. As tarefas foram sempre resolvidas em grupo. A iniciativa aconteceu, quando fomos desenvolver o contexto de investigação II - “O jogo campeonato dos números e a distribuição de frequência da soma do lançamento de dois dados”, foi necessário formarmos 4 equipes para realização do jogo, assim sendo, estabelecemos em conjunto com as crianças o agrupamento, as equipes ficaram assim intituladas: Equipe Laranja, Equipe Rosa, Equipe azul e Equipe amarela. A sintonia e harmonia entre as equipes foi tão significativa que a partir de então manteve-se a mesma formação.

Para apreciação coletiva das tarefas, realizamos rodas de conversa nas quais as crianças eram orientadas a compartilhar as soluções encontradas, falar sobre as suas representações, suas aprendizagens e o seu sentimento em relação às tarefas.

Procedemos a realização de “observação participante” que, segundo Ludke e André (1986, p.28), quando cita Denzin (1978), afirma que esta é “uma estratégia de campo que combina simultaneamente com a análise documental, a entrevista de respondentes e informantes, a participação e a observação direta e a introspecção direta”. Fizemos observações segundo a perspectiva de um membro integrante da ação. Após cada reflexão, retomávamos a tarefa, sempre que necessário, em um movimento de espiral. Nossas observações aconteceram em momentos diferentes durante a realização dos contextos de investigação.

O registro de nossas observações e/ou as “notas de campo” não foram feitos no local, pois comprometeriam nossa interação com as crianças. Sendo assim, as notas de campo foram registradas após os encontros. As gravações dos vídeos e os registros escritos da resolução das tarefas das crianças se mostraram de grande valia no processo de construção dos resultados. Procedemos, segundo propõem Ludke e André (1986), fazendo um registro detalhado do que ocorreu no campo, são eles: descrição dos sujeitos - conhecimento inicial; compreensão dos diálogos nos momentos das rodas de conversa e durante a realização das tarefas; descrição dos locais e interpretação da ocupação desses espaços; descrição do contexto de investigação e seu conjunto de tarefas; interpretação do desempenho e do envolvimento das crianças com as tarefas; análise reflexiva das observações levando em consideração a tríade Educação Estatística Investigação Matemática e Desenvolvimento do Sentido de número. Vale ressaltar

que tivemos o cuidado ao destacar as características importantes, tais como: dia, hora, local e duração da observação, evidenciando, assim, as observações descritas.

Para interpretar adequadamente dos dados, precisamos ultrapassar a mera descrição, procurando a interpretação e a compreensão. Segundo Ludke e André (1986), o pesquisador deve fazer um esforço de abstração, ultrapassando os dados, tentando estabelecer conexões e interpretações. É preciso dar um salto, como se diz vulgarmente, acrescentar algo ao já conhecido (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

É sobretudo na análise do cenário dos contextos de investigação (momento de resolução das tarefas) que nos encontramos diante do desafio de responder à questão central de nossa pesquisa, ou seja, **“De que forma a Educação Estatística pode contribuir para o desenvolvimento do Sentido de número”**.

Devido ao grande volume de dados, optamos por utilizar as estratégias de triangulação. Lopes (2003) em sua tese de doutorado faz também essa opção e traz para sua discussão Flick (1992), Denzin (1989) e Buendía et al. (1999).

Flick (1992, apud Lopes, 2003), nos informa que a triangulação permite ao pesquisador usar vários métodos com diferentes combinações.

Denzin (1989, apud Lopes, 2003) chamou de triangulação as abordagens diversificadas, utilizadas para se conseguir resultados mais abrangentes, mais fidedignos ao realizar a análise das informações. Para o autor, a triangulação é o uso de múltiplos métodos no estudo do mesmo objeto.

A partir de nossas leituras compreendemos que a triangulação permite obter dados mais completos e detalhados sobre o fenômeno em estudo, o que nos permitiu obter uma descrição mais rica e minuciosa ao realizar a análise das informações dos movimentos de nossa pesquisa, qual seja, do cenário dos contextos de investigação.

Dessa forma, utilizamos a triangulação à medida que a pesquisa se desenvolvia, ou seja, a medida que os contextos de investigação aconteciam. Tendo em vista os registros nos documentos (notas de campo, registro escrito da resolução das tarefas das crianças, transcrição dos vídeos e entrevistas), as gravações em vídeo durante a realização das tarefas, a participação e observação direta da pesquisadora. Nesse sentido, fomos construindo ideias acerca dos dados, sempre com nosso olhar voltado na direção da criança.

Para análise dos dados elegemos três categorias de análise levando em consideração os indicadores de um bom Sentido de número proposto por McIntosh, Reys e Reys (1992), quais sejam: Conhecimento e habilidade com os números; Conhecimento e habilidade com as operações; Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em

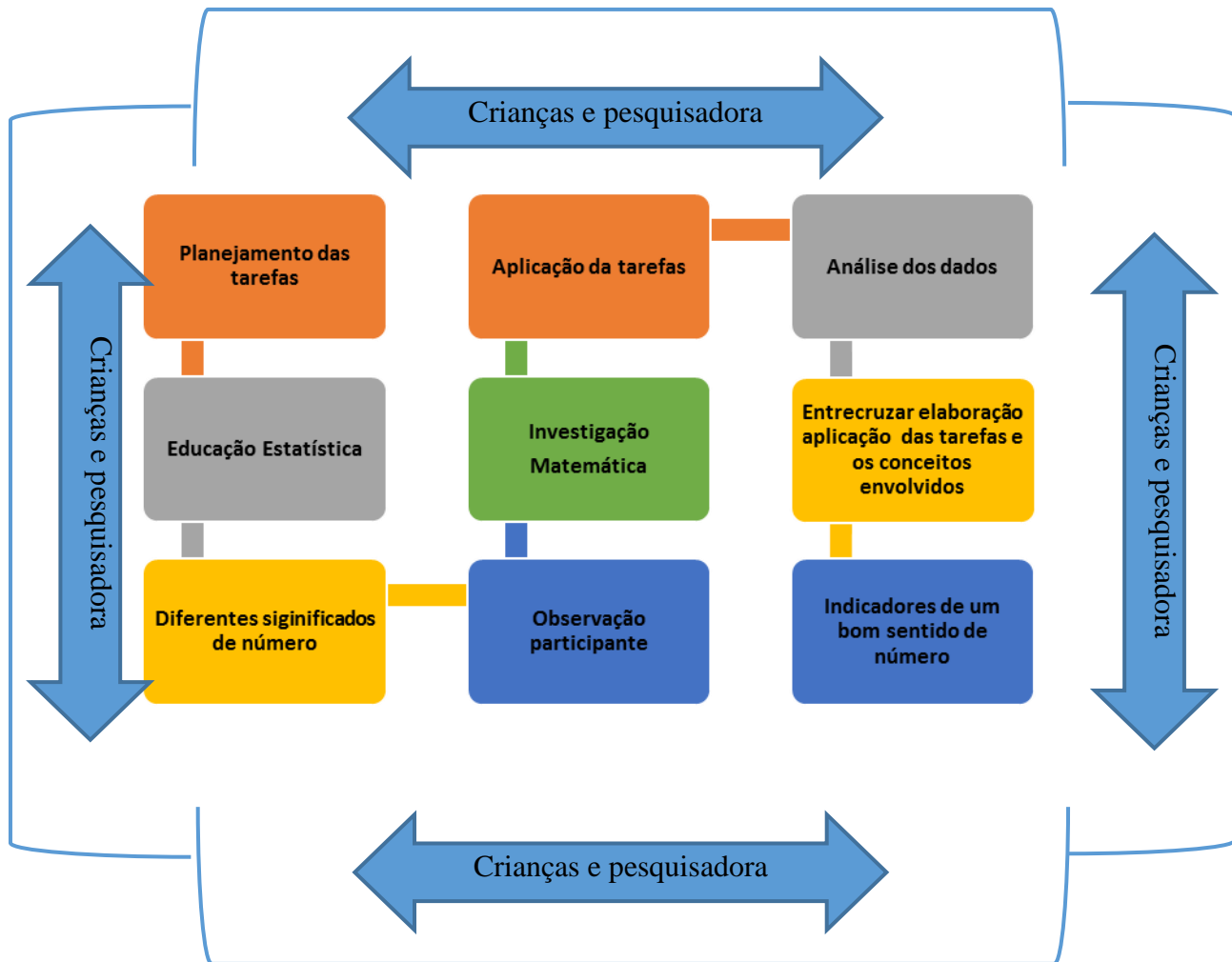
situações de cálculo (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992). Essas categorias se fazem importantes, pois esses aspectos se ligam diretamente com a elaboração e a aplicação dos contextos de investigação, pois as tarefas são, em primeiro lugar, um contexto de aplicação, de conhecimentos, habilidades e, por isso, o ponto de partida para a nossa investigação. Para apresentação das análises dos dados elegemos 2 eixos. O primeiro eixo apresentamos no capítulo 4, ao final da descrição da realização das tarefas analisamos a trajetória e/ou desenvolvimento dos contextos de investigação por meio dos episódios aliando-os às categorias de análise; no segundo eixo discutimos a integração dos contextos de investigação Estatística e Matemática com as características/indicadores de um bom sentido de número

A partir dessas estratégias, tecemos nossas reflexões sobre os contributos das tarefas do contexto da Educação Estatística para o desenvolvimento do Sentido de número, sob os fundamentos de nossas categorias de análise.

Para ilustrar o movimento da pesquisa, concebemos o diagrama abaixo que traz o movimento das crianças e da pesquisadora, com foco no desenvolvimento do Sentido de número dessa criança.

Rememoramos que para alcançar esse desenvolvimento os contextos de investigação foram compostos por tarefas planejadas sob os referenciais teóricos da Educação Estatística e dos diferentes significados de número e aplicadas sob os fundamentos teóricos da Investigação Matemática.

Figura 7 - O movimento da pesquisa



Fonte: acervo da pesquisadora

Por fim, cabe destacar que nossas ações, descritas acima, sempre foram conduzidas com o objetivo de clarificar as descrições e dar solidez às interpretações que nos conduzissem a nossa questão de investigação.

Apresentamos o quadro abaixo que sintetiza todas as ações e movimentos no decorrer da pesquisa:

Quadro 14 - Caminhos da pesquisa

CAMINHOS DA PESQUISA		
N.	AÇÕES	MOVIMENTOS
1	Determinação do tema geratriz da pesquisa	Motivações a partir de minhas experiências como formadora de professores que ensinam Matemática
2	Estudo bibliográfico:	<ul style="list-style-type: none"> • Estudos sobre a criança de 6 anos • Estudos sobre pesquisa qualitativa • <u>Levantamento teórico que norteia a pesquisa:</u> <ul style="list-style-type: none"> • Educação Estatística,

CAMINHOS DA PESQUISA		
N.	AÇÕES	MOVIMENTOS
		<ul style="list-style-type: none"> • Estudo sobre números, • Sentido de número, • Investigação Matemática
3	Escolha da escola	Sou professora na escola
4	Escolher a turma	Ficou a cargo da escola
5	Conhecer as crianças	Maior 2014/início da pesquisa
6	Elaboração das tarefas do contexto de investigação	<u>Contextos geradores:</u> <ul style="list-style-type: none"> • Educação Estatística; • Números e operações; • Sentido de número
7	Coleta de dados Maio/Dezembro/2014 Pesquisadora aplica as tarefas	<u>Contexto :</u> <ul style="list-style-type: none"> • Resolução das tarefas • Investigação Matemática • Observação participante <u>Registros</u> <ul style="list-style-type: none"> • Gravações em vídeo durante a realização das tarefas, • Participação e observação direta da pesquisadora <u>Registros Escritos</u> <ul style="list-style-type: none"> • Notas de campo • Registro escrito da resolução das tarefas das crianças, • Transcrição dos vídeos
8	Análise dos dados	Observação participante; Triangulação; Categorias de análise

Fonte: acervo da pesquisadora.

Para finalizar queremos lembrar que colocamos nosso enfoque metodológico da construção dos dados numa situação real de ensino, porque acreditamos que a pesquisa deve propor-se a construir as contribuições teóricas para a educação, também, no ambiente onde o ensino acontece naturalmente. Porque acreditamos que *“Brincar com crianças não é perder tempo, é ganhá-lo; se é triste ver meninos sem escola, mais triste ainda é vê-los sentados enfileirados em salas sem ar, com exercícios estéreis, sem valor para a formação do homem”*. (Carlos Drummond de Andrade)

No capítulo seguinte apresentamos a descrição e análises dos Contextos de investigação

Um novo caminho

*Navegamos em caminhos que muitas
Vezes não enxergamos.
Estamos tão acostumados ao velho,
Que o novo se torna irreal,
Distante daquilo que conhecemos.
Palavras se misturam as formas,
As linhas, aos verbos, aos números.
E se fundem num só enredo;
Fazendo de algo que já existia,
Um mundo novo, repleto de possibilidades, de esperança.
E a linguagem muda, se transforma, se aproxima do
humano, do cotidiano,
Da vida que é contada em números, versos e palavras.
Nos faz acreditar que do simples, do nada, que daquilo
que foi um dia
Podemos criar, inventar, reinventar.*

*Suze Vilas Boas
08/2010*

CAPÍTULO 4: UM NOVO CAMINHO: OS CONTEXTOS DE INVESTIGAÇÃO

*Não é no silêncio
que os homens se fazem,
mas na palavra,
no trabalho,
na ação-reflexão*
Paulo Freire

4.1 Os Contextos de Investigação

Neste capítulo, apresentamos a descrição e primeiro eixo de análise dos seguintes contextos de investigação.

Quadro 15 - Cronograma dos contextos de investigação

CRONOGRAMA DOS CONTEXTOS DE INVESTIGAÇÃO		
Datas	Nome	H/a
20,27/05 e 03/06/14	Quanto mede o meu palmo?	8
11,12,18,25/06 e 02, 9, 16/07/14	O jogo Campeonato dos números e a distribuição de frequência da soma do lançamento de dois dados	15
13, 20, 27/08	O Pictograma	7
21, 28/10/14	A cor de nossos olhos	5
11,18, 25/11/14	Escovação de dentes e consumo de água	7

Fonte: acervo da pesquisadora

Rememoramos que em nossa pesquisa o termo “Contexto de investigação” é o conjunto de tarefas (meio/*locus*) no qual a coleta de dados da pesquisa é realizada. As tarefas são, em primeiro lugar, um contexto de aplicação, de conhecimentos, habilidades e, por isso, o ponto de partida para a nossa investigação.

Buscamos a compreensão dos discursos das crianças e, com base neles, tecemos nossas reflexões considerando as três categorias de análise proposto por McIntosh, Reys e Reys (1992), quais sejam: “Conhecimento e destreza com os números; Conhecimento e destreza com as operações; Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.4).

A partir dessas estratégias, tecemos nossas reflexões em dois eixos de análise sobre os contributos das tarefas do contexto da Educação Estatística para o desenvolvimento do Sentido de número, sob os fundamentos de nossas categorias de análise.

4.1.1 Contexto de investigação I: quanto mede o meu palmo?

As crianças encontram situações de medir dentro e fora da escola. Tendo isso como verdade, a escola deve possibilitar uma exploração ativa de medição que se reflita no cotidiano da criança.

Segundo Moura (1995), à proporção que a criança adquire a capacidade de usar ferramentas apropriadas para medir objetos partindo do que ela já sabe, poderá ampliar seus conhecimentos aplicando-os às novas situações de medir.

Essa pesquisadora nos informa que são muitas as demandas de controle das variações das dimensões dos objetos sobretudo da necessidade de estimar valores e grandezas, nas construções, nas produções artísticas, nos deslocamentos, nas compras, na culinária, na ciência, nos esportes e; indiretamente, na leitura de tabelas, gráficos, mapas, notas de testes padronizados e outros. Moura (1995) nos informa também que são nas relações do dia a dia que a medida aparece impregnada dos significados culturais das relações humanas que representa e comunica. Nesse sentido, a medida é a forma de expressar quantitativamente os acontecimentos, fenômenos e objetos de nossa vida diária.

Moura (1995), afirma que é a partir da inter-relação: número - medida que os conceitos matemáticos ficam impregnados de sentido. Durante o processo de construção da medida, essa autora ressalta que a criança experimenta concretamente a relação (espaço-medida) aplicando a extensão da unidade sobre a extensão da grandeza; realiza contagens (número), contando os deslocamentos da unidade sobre a grandeza. Ademais o trabalho com medição possibilita que a criança comece a compreender um dos significados dos números.

Diante desse conjunto de possibilidades, justificamos a importância de eleger esse tema para ser desenvolvido em nosso contexto investigação.

4.1.1.1 Objetivo

Os objetivos desse contexto de investigação são possibilitar às crianças um trabalho com medidas; trabalhar o significado do número enquanto quantidade, ordem e medida; trabalhar os conceitos de classificação, agrupamento, quantificação, ordenação, medidas de comprimento, proporcionalidade, estimativas e aproximações; coletar, organizar e construir representações próprias para a comunicação das medidas coletadas. Esses objetivos devem conduzir ao objetivo maior que é introduzir, valorizar e potencializar o ensino no contexto da

investigação estatística de tal forma que possibilite o desenvolvimento do Sentido de número das crianças que dele participaram.

4.1.1.2 Descrição das Tarefas

Tarefa 1 - Medindo o palmo - Coleta e tabulação dos dados e construção da tabela **20/05/14 - Tarefa 1 - Primeira investigação: o que é palmo?**

Para realização dessa tarefa, foram necessárias 3 horas/aula, iniciamos no 3ª horário, fizemos o intervalo para o recreio e utilizamos o 4º e 5º horários.

Em uma atividade de natureza investigativa, os alunos partem inicialmente de uma questão desafiante, fazem o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA 2006).

Iniciamos nossa primeira roda de conversa com o objetivo de investigar os conhecimentos prévios das crianças, acerca de: o que é palmo; quanto mede seu palmo; como devemos proceder para medir o palmo; quais instrumentos podemos utilizar para medir o nosso palmo.

A primeira questão a ser investigada foi: “o que é palmo”? As crianças não conheciam a palavra: palmo. Iniciamos o primeiro momento de investigação conforme nos indica Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), buscando reconhecer a situação, realizando uma exploração preliminar e formulando questões. Para auxiliar as crianças a compreenderem o significado, marcamos nosso palmo no quadro e propusemos que medissem o palmo da professora e de uma criança. Nesse momento, não era objetivo nosso realizar a medição com um instrumento formal de medida. Assim, sinalizamos o tamanho do palmo apenas com um traço. Realizamos o nosso primeiro momento de investigação. Fizemos o reconhecimento da situação e uma exploração preliminar. Ao compreender o modo pelo qual as crianças foram respondendo aos nossos questionamentos, foi possível identificar o conhecimento já produzido. Destacamos que embora as questões fossem feitas por nós, o objetivo foi levar as crianças a uma reflexão sobre o processo de investigação em curso. Assim, encontramos resposta ao nosso primeiro questionamento, qual seja: - **o que é palmo?**

Sandra: Vocês sabem falar o que é palmo agora?

Crianças: do dedinho até o dedão, [fazendo o movimento de abrir a mão e mostrar como seria o palmo].

Sandra: Ah, sim! É a distância do dedinho até o....

Crianças: Dedão.

Tarefa 1 - Segunda investigação: qual é a medida do seu palmo? - Estimativa

Reiterando o que nos informa Jesus e Serrazina (2005), em uma atividade Matemática de natureza investigativa, os alunos partem de uma questão desafiante, consideram estratégias, dialogam com seus pares, testam as suas ideias e depois comunicam, discutem e refletem com toda a turma. Nesse sentido, prosseguimos para o segundo momento que se refere ao processo de formulação de conjecturas. Seguindo em frente com o contexto de investigação, propusemos para as crianças outro questionamento, qual seja: - qual é a medida do seu palmo? Para potencializar o pensamento das crianças propusemos uma comparação com a medida do palmo da pesquisadora. Também fomos questionando-as quanto ao valor numérico dessa medida. Várias foram as conjecturas formuladas, relativo à medida do palmo, quais sejam: - “*não sei, vinte, quatro, cinquenta, seis, nove, dez, trinta, oitenta*”.

Nessa fase que, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), os alunos vão se embrenhando na situação, familiarizando-se com os dados e apropriando-se mais plenamente do sentido da tarefa. Conforme os autores, o surgimento de conjecturas leva à necessidade de fazer testes, foi o que realizamos na próxima tarefa.

Figura 8 - Comparando os palmos



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 9 - Comparando as mãos



Fonte: acervo da pesquisadora

Tarefa 1 - Terceira investigação: Quais instrumentos de medida, podem ser utilizados para medir o palmo?

A partir do levantamento da questão, qual seja: “Quanto mede o seu palmo”, é momento de investigarmos como se mede o palmo, com isso, outra pergunta geradora se formou para nossa investigação, qual seja: - Quais instrumentos de medida, podem ser utilizados para medir o palmo? Dentro da proposição das atividades com natureza investigativa, encaminhamos para estratégias alternativas (JESUS; SERRAZINA, 2005) que

conduzam os alunos a perceberem como medir o palmo, ou seja, quais instrumentos de medida podemos utilizar para medir o nosso palmo. Renovamos as perguntas: — Como podemos medir o palmo? — Como é que podemos medir se é 4, 9, 50, 20 ou 80 cm? (Números que as crianças falaram). — Que aparelhos podem ser usados para medir?

Ainda fazendo uso de estratégias alternativas, perguntamos às crianças qual o melhor instrumento para medir o palmo. Mostramos os instrumentos, régua, metro de balcão, fita métrica, régua escolar e trena e fomos discutindo sua funcionalidade e em quais profissões mais se utilizam esses instrumentos.

Figura 10 - Instrumentos de medidas



Fonte: acervo da pesquisadora

Tarefa 1 - quarta investigação: podemos usar uma fita para medir o palmo de vocês? - unidade de medida não padronizada - coleta de dados

Primeira etapa - da coleta de dados. Segundo Magalhães e Lima (2010) em uma coleta de dados, cada uma das características perguntadas é denominada variável. As mesmas podem ser denominadas de variáveis quantitativas - se numéricas, e variáveis qualitativas - quando os possíveis valores que assumem representam atributo ou qualidade. (MAGALHÃES; LIMA, 2010). Nessa tarefa, a variável em estudo é a medida do palmo das crianças e, conforme enunciado acima, esta pertence à categoria de variável quantitativa.

Testar e verificar a hipótese (como medir o palmo?) é o que Jesus e Serrazina (2005), preconizam para ser feito na sequência. Embora esse fosse um momento de testar a hipótese, abrimos uma outra investigação - Podemos usar uma fita para medir o palmo de vocês? As crianças estranharam um pouco o questionamento, uma vez que havíamos acabado de apresentar alguns instrumentos de medida padronizados. No entanto, havia de nossa parte uma intenção, os nossos objetivos com a fita eram três, primeiro mostrar para elas

possibilidades de medidas não padronizadas, segundo trabalhar o conceito de comparação e terceiro utilizar a fita para construir a tabela (isso não foi dito às crianças). Como era nosso objetivo que os momentos de investigação fossem surgindo durante a realização da tarefa, não abrimos discussão a respeito da questão, apenas informamos às crianças que fossem pensando nas possibilidades para usar a fita.

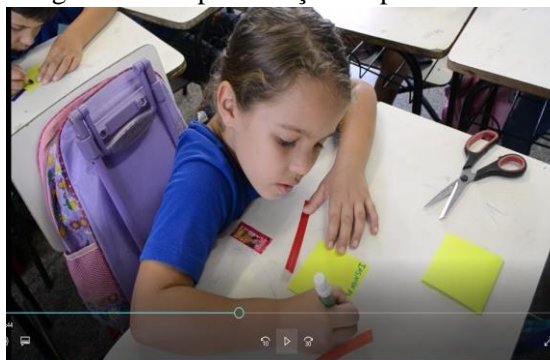
Para iniciar o processo de coleta de dados/medir o palmo com a fita de tecido, convidamos uma aluna para demonstrar como procederíamos (nós vamos medir da ponta do dedinho até o dedão- definição de palmo que as crianças construíram). Utilizamos a fita de tecido para medir (figura 11) e um papel para as crianças escreverem o nome (figura 12 e 13). Para dar continuidade à investigação e fomentar a ideia de comparação, propusemos às crianças mais uma questão investigativa - Será que os palmos de vocês são do mesmo tamanho? Imediatamente as crianças levantaram e foram comparando suas fitas/medida do palmo.

Figura 11 - Medindo o comprimento do palmo



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 12 - Representação do procedimento



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 13 - Procedimento realizado



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 14 - Comparando as medidas do palmo



Fonte: acervo da pesquisadora

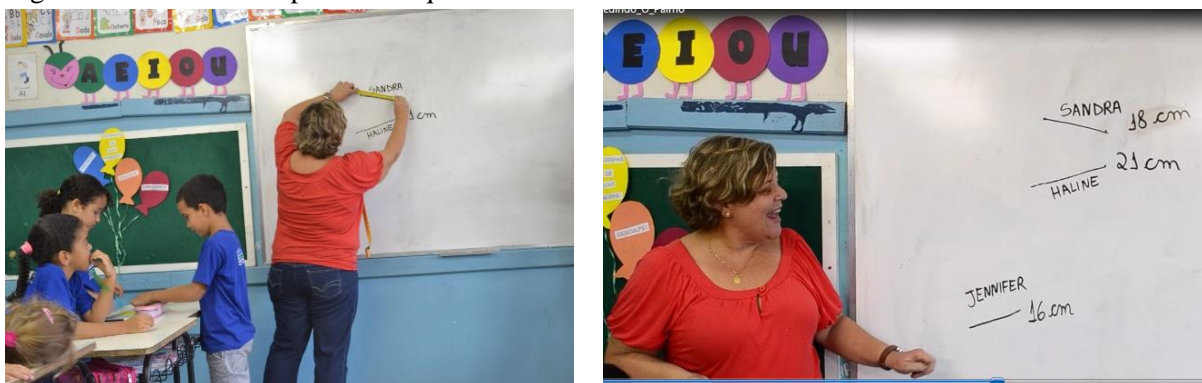
Tarefa 1 - Quinta investigação: qual instrumento vamos utilizar para medir o palmo? - A fita métrica como instrumento de medida - coleta de dados

Essa parte da tarefa também foi destinada à coleta dos dados. Esse foi o momento para decidirmos qual o instrumento ideal para medir. Nesse sentido a questão investigativa foi: qual dos instrumentos vamos utilizar para medir as fitas de vocês?

Para dinamizar esse momento de investigação, realizamos uma roda de conversa com as crianças que fizeram várias conjecturas acerca dos instrumentos, falas como as que seguem surgiram durante os diálogos: “- o "metro" é difícil porque é duro, é grosso, é grande “ - A fita métrica é boa” - A régua é melhor mas os números são pequenos” , “ a trena é grande.” As crianças decidiram por medir com a fita métrica. A Conjectura firmada pelas crianças foi: - “ a fita métrica é molinha, fica mais fácil de mexer”.

Novamente precisávamos testar e verificar a hipótese: “a fita métrica é molinha fica mais fácil de mexer”, conforme Jesus e Serrazina (2005) é o que ser feito na continuidade. De posse da fita métrica, iniciamos as medições (figura 15). Inicialmente, retornamos aos registros do tamanho de palmo que fizemos no começo da aula, quando fomos explicar o que era palmo (palmo da pesquisadora, Profª Haline e da aluna Jennifer). Abrimos questões investigativas, relativas ao registro numérico da medida do palmo das crianças.

Figura 15 - Medindo os palmos no quadro



Fonte: acervo da pesquisadora

Tarefa 1 - Sexta investigação - como vamos representar a medida do palmo de vocês? Medindo os palmos, compreendendo o número, preenchendo a tabela.

Um dos objetivos da Estatística é sintetizar os valores que uma ou mais variáveis podem assumir para que tenhamos uma visão global da variabilidade dos dados. Esse sintetizar é feito inicialmente, “apresentando esses valores em tabelas de frequência e, como o nome indica, conterà os valores da variável e suas respectivas contagens, as quais são denominadas frequências absolutas” (MAGALHAES; LIMA, 2010, p.9).

A investigação constitui parte essencial da realização das tarefas. Nesse sentido, ao iniciar essa etapa, retornamos ao momento de questões desafiantes seguindo as orientações da teoria de Investigação matemática.

Para tanto, estabelecemos um diálogo para levá-los à construção da tabela¹⁷. Propusemos as seguintes questões investigativas às crianças: Nós medimos o palmo de vocês e agora? Como podemos organizar os pedaços de fita com a medida do palmo de vocês? Seria bom anotarmos? Quem já viu um lugar onde podemos anotar as coisas? Por que será que vocês receberam uma fichinha para escreverem o nome? Para ilustrar melhor essa situação, destacamos alguns trechos: *O aluno Marcus sugeriu que escrevêssemos o nome e a medida* (figura 22). Perguntamos à sala se poderíamos fazer o que o Marcus sugeriu. “Sim”, responderam em uníssono. Indagamos à turma se poderia escrever ao lado o nome da Jennifer e assim por diante. Quer dizer que vocês preferem escrever no papel? Esse movimento de perguntas ocorreu para que as crianças investigassem com se constrói uma tabela. Na sequência, apresentei à sala a tabela que havia confeccionado. Eles ficaram surpresos quando retirei o rolo de papel da sacola, em função do tamanho do papel. Essa era a reação que eu queria provocar nelas, pensando no ditado popular “a primeira impressão é a que fica”. Assim, conseguiria chamar a atenção expressiva para a função da tabela, qual seja: apresentar os dados de modo organizado.

Diante da tabela, as crianças perceberam porque escreveram o nome na fichinha. Perguntamos a eles, e a fitinha? O que vamos fazer com ela - “colar no papel”, elas responderam. Cada criança, com a ajuda pesquisadora e da professora, mediu o palmo com a fita métrica, registrou a medida na tabela, afixou a ficha com o seu nome e registrou a medida do seu palmo.

Para compor a tabela, realizamos os seguintes procedimentos: Eu e a professora, fomos chamando as crianças para virem até à tabela e levarem o papelzinho com o nome e a fitinha. Colocou-se a fita de tecido alinhada com a fita métrica a partir do zero, a criança olha na fita e diz quanto deu a medida de seu palmo. Quando elas não conseguem, realizamos juntas a contagem até o comprimento da fita de tecido. Na sequência, elas colaram na tabela a ficha com seu nome e a fita de tecido, anotaram na tabela a medida do palmo e escreveram a medida em uma ficha, que foi afixada no caderno, e desenharam o contorno de sua mão em seu caderno.

¹⁷ A professora nos informou que ainda não tinha sido abordado com as crianças o ensino de Estatística, nos informou também que as crianças não tinham conhecimento sobre tabelas e gráficos.

Por fim, fizemos a leitura do título da tabela (os alunos estão em processo de alfabetização, ainda têm dificuldades para ler, mas lemos juntos). As figuras 16, 17, 18, 19 e 20 mostram essa etapa).

Figura 16 - Medindo a fita representativa do palmo



Fonte: arquivo da pesquisadora

Figura 17 - Compondo a tabela



Fonte: arquivo da pesquisadora

Figura 18 - Compondo a tabela



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 19 - Contorno da mão e medindo palmo



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 20 - Tabela de frequência - medida do palmo

Nome	Medida (cm)
DANIEL	14
MATEUS	15
FAIK	17
LARA	16
GEORGINA	15
...	...

Fonte: acervo da pesquisadora

Depois que todos os alunos colaram seus nomes, suas fichinhas e anotaram a medida do seu palmo era o momento de discutir os resultados. Para finalizar a atividade, Jesus e Serrazina (2005) afirmam que esse é o momento de comunicar, de discutir e de refletir com toda a turma. Assim, procedemos a partir dos questionamentos: — Quantos nomes há na tabela? — Quantos pedaços de fita estão colados aqui? — Por que o número de fitas é igual ao número de fichas? — Quem tem a maior medida de palmo (maior fita?) Quem tem a menor medida de palmo?

A organização dos dados em tabelas de frequência proporciona um meio eficaz para estudo. No entanto, muitas vezes, a informação contida nas tabelas pode ser mais facilmente visualizada através de gráficos. Nesse sentido, iniciamos a tarefa dois desse contexto de investigação em busca da resposta de nosso questionamento desafiante, qual seja: será que existe outra maneira de apresentar os dados?

27/05/2014 - Tarefa 2: - Classificação, agrupamento e construção do diagrama de pontos dotplot no ambiente pátio.

Iniciamos a aula no dia 27/05/2014 com uma roda de conversa, rememorando as ações da semana anterior. Para a realização dessa tarefa foram necessárias 3 horas/aula e realizamo-la do 3ª ao 5ª horário no refeitório da escola.

De acordo com a opção teórica, em uma atividade de natureza investigativa, os alunos partem inicialmente de uma questão desafiante. Assim, apresentamos a tabela primitiva com os seguintes questionamentos: - De onde copiamos estes números? - Como conseguimos esses valores? Para auxiliar na discussão, fui fazendo a leitura dos números e apontando para cada um deles (esse apontar tem como objetivo fazer com que a criança associe a leitura do número à sua representação escrita/símbolo).

Direcionamos a aula nesse momento para estratégias alternativas que conduzissem os alunos a perceberem as potencialidades da tabela primitiva, cumprindo com a proposição das atividades com natureza investigativa. Nesse sentido, continuamos o diálogo: - Na aula passada colocamos em uma tabela. Nesse cartaz ficou melhor para “enxergarmos os dados para contarmos quantos de cada medida (quantos 13, quantos 14)? Ou do outro jeito é melhor?” “- Assim ficou melhor ”(coro) “- Será que tem outra maneira de apresentar os dados?” “*Tem*” - não apresentaram *nenhuma proposta*. Vamos procurar um jeito de facilitar nossa contagem de quantos têm de cada medida?

Testar e verificar a hipótese é o que Jesus e Serrazina (2005) preconizam para ser feito na sequência. Nesse sentido, realizamos esta etapa em três partes.

Tarefa 2 -primeira investigação: existe outra maneira de representar a medida do palmo de vocês? - a classificação e o agrupamento

O objetivo desta etapa foi oferecer às crianças a oportunidade de trabalhar os conceitos de classificação, agrupamento, contagem e registro numérico. As crianças foram encaminhadas para o pátio tendo em mãos a ficha com a medida de seu palmo. A razão pela qual as crianças levaram a ficha foi para associar a que categoria elas estariam inseridas. Para proceder ao agrupamento, utilizamos bambolês de tal forma que as crianças se colocavam em torno deles segundo a medida de seu palmo.

Antes de iniciar essa etapa, retornamos ao momento de formulação de questões, pois acreditamos que, para que uma atividade de natureza investigativa se efetive, esses momentos devem acontecer em um movimento de “vai e vem” e, como dissemos no início, as crianças são pequenas e, nessa etapa, ainda precisam de nossa ajuda. Abordamos as crianças com as seguintes questões investigativas: Por que esses bambolês estão espalhados no pátio? O que será os números dentro dos bambolês? - “*a medida do palmo*”. O que representa mesmo o que está escrito no papelzinho na mão de vocês? - “*o palmo*”. Retornando a verificação das hipóteses, solicitamos que as crianças se dirigissem aos bambolês correspondentes à sua medida de palmo e se sentassem em torno deles.

Entregamos para cada grupo uma papeleta para que registrassem a frequência de sua variável. Esse momento trouxe para a ação conceitos matemáticos importantes, quais sejam: realizar contagem; emparelhamento (a criança associa a sua medida do palmo à medida ali representada dentro do bambolê); associar a contagem de crianças no agrupamento com a escrita do número. Nessa prática, foi possível investigar como as crianças lidam com a contagem e com a escrita do número. Fomos de grupo em grupo perguntando por que tinham registrado aquela quantidade.

Figura 21 - Ficha medida do palmo



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 22 - Agrupamento



Fonte: acervo da pesquisadora

Para finalizar essa parte da aula de classificação, nós nos assentamos no chão e realizamos a nossa roda de conversa, com o objetivo de realizar a última etapa preconizada pela Investigação matemática. Dialogamos com as crianças sobre os resultados encontrados pelos grupos relativos à frequência em cada categoria, assim, fomos sensibilizando-os com os questionamentos: qual grupo tem cinco crianças? Qual número vem antes do cinco? - “*quatro*” - qual grupo tem quatro crianças? Qual dos grupos tem mais crianças? e menos crianças? Enumeramos os grupos em ordem decrescente comparando-os segundo a quantidade de crianças em cada grupo.

Tarefa 2 - Segunda investigação - existe outra maneira de apresentar a medida dos palmos de vocês? - O *dotplot* humano:

O *dotplot* é um gráfico de pontos ou diagrama de pontos, é a forma mais simples de apresentar um conjunto de dados tal que: as variáveis sejam numéricas e a amostra seja pequena. Cada ponto representa uma observação com determinado valor da variável, nessa tarefa a variável é a “medida do palmo” das crianças. Observações com mesmo valor são representadas com pontos empilhados nesse valor formando a torre de sinais ou de pontos. O *dotplot* é útil para realçar agrupamentos e lacunas, bem como valores atípicos. Sua outra vantagem é a conservação da informação numérica.

O objetivo desta etapa era encontrar resposta à nossa questão desafiante, qual seja: será que existe outra maneira de apresentar os dados? Para testar e verificar a hipótese, escolhemos a construção do *dotplot* humano (Figura 15), porque possibilita ao aluno associar a medida de seu palmo com o ponto que representa no gráfico, tornando intuitiva sua construção no papel (BORIM; MAGINA; SILVA, 2010).

Os procedimentos para esta parte da aula foram os seguintes: Fixamos a reta numérica no chão, posicionamos inicialmente, as crianças no valor mínimo e valor máximo, ou seja, a menor medida de palmo (11 cm) e a maior medida de palmo (17cm). Em seguida, as demais crianças se posicionaram, compondo o “*dotplot* humano”.

Para análise do *dotplot*, realizamos uma investigação em relação à variabilidade dos dados, ou seja, uma interpretação visual a partir da composição da distribuição dos pontos. Com isso, retomamos as questões na perspectiva da investigação, quais sejam: Vamos contar quantas e como todas as crianças estão distribuídas? Em qual medida do palmo tem mais crianças? Qual medida do palmo tem menos crianças? Quantas crianças têm na menor medida do palmo? Quantas crianças têm a maior medida do palmo? Vamos ordenar segundo a

quantidade de crianças em cada medida? Fizemos uma análise dos dados de forma oral de maneira coletiva e individual.

Por causa da posição das crianças, percebemos que a análise e/ou diálogo ficou comprometido, pois as crianças não tinham uma boa visão das demais torres, exceto aquelas que estavam ao seu lado direito e esquerdo. Quando do planejamento da tarefa, tínhamos conhecimento deste fator, no entanto achamos importante fazer as análises nesse posicionamento para que as crianças percebessem a diferença visual quando fossem substituídas pelos pontos. Montamos mais uma roda de conversa com as crianças em busca de uma estratégia alternativa sobre esta dificuldade visual. Em nosso diálogo com as crianças, firmamos a conjectura de que poderíamos trocar as crianças por uma representação. Com nosso conhecimento do gráfico *dotplot*, sugeri às crianças que utilizássemos círculos de papel. Nesse sentido, caminhamos em direção à construção do *dotplot* no chão.

Figura 23 - *Dotplot* humano



Fonte: acervo da pesquisadora

Tarefa 2 - terceira investigação: existe outra maneira de apresentar a medida dos nossos palmos? - o *dotplot* no chão

Ainda nessa etapa, continuamos com o objetivo de encontramos resposta à nossa questão desafiante, qual seja, *“Será que existe uma outra maneira de apresentar os dados?”* Para testar e verificar a hipótese, partimos para a construção do *dotplot* no chão.

Na sequência, desfizemos o *dotplot* humano e, distribuimos uma ficha em forma de círculo nas cores azul e laranja (azul/meninos e laranja/meninas) para cada criança. Elas se sentaram em frente a reta numérica (eixo do *dotplot*) e fomos chamando uma a uma para colar a ficha-ponto em sua medida correspondente, indagando sobre qual a medida de seu palmo (figura 24).

Observamos que, nesse instante, as crianças estavam bem mais seguras quanto a essas respostas e tiveram facilidade para associar a sua ficha à medida de seu palmo. Após colar todos as fichas/círculos representando os pontos do *dotplot*, formaram-se as torres de sinais para os valores repetidos (CORDANI, 2012). Um fato interessante se deu: quando uma criança foi colocar a sua ficha-ponto na coluna 13, ela observou que lá havia somente meninas. Aproveitamos essa fala para discutir e refletir com toda a turma. Nesse sentido, fui sensibilizando-os com os questionamentos: “Em que torre tem só meninos? Onde tem meninos e meninas em uma mesma torre e quantos são? Existe diferença na quantidade de meninos e meninas?” Continuamos nossa investigação relativo a variabilidade dos dados: “Qual a frequência de cada torre?” Comparação entre a frequência das torres, situações hipotéticas de medida de palmo e comportamento das torres.

Para finalizar as discussões retornamos a questão inicial, relativa a outras formas de representar os dados e quanto a sua eficiência. As crianças concluíram que: *“No dotplot no chão ficou melhor para contar, ficou bom para ver quantas crianças têm em cada ‘medida de palmo’ e para comparar as torres maior ou menor ficou mais fácil”*.

Figura 24 - Construindo o *dotplot* no chão



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 25 - *Dotplot* no chão



Fonte: Acervo da pesquisadora

03/06/14 - Tarefa 3: Construindo o *dotplot* no ambiente “lápiz e papel”

Tarefa 3 - primeira investigação: é possível representar a atividade do pátio no papel? - construindo coletivamente o *dotplot* no cartaz

Iniciamos a aula no dia 03/06/2014 com uma roda de conversa, lembrando as ações da semana anterior. Para a realização dessa tarefa foram necessárias 2 horas/aula e realizamo-la no 4º e 5º horários em sala de aula.

O objetivo desta etapa foi proporcionar aos alunos uma construção em lápis e papel de toda a tarefa que vivenciaram até então.

Construímos um cartaz em papel, que foi afixado na lousa, com o objetivo de apresentarmos uma outra maneira do *dotplot* construído no chão do refeitório da escola. Para se lembrarem da medida de seu palmo, as crianças consultaram a ficha que foi colada no caderno junto ao contorno de sua mão (essa ação foi feita em 20/05/14, na primeira aula). Em seguida, pregaram as fichas/círculos (pontos) em sua medida correspondente. Nesse instante, perguntávamos a cada criança qual a medida de seu palmo. Posterior a isso fizemos uma nova análise da variabilidade dos dados. Nesse dia houve modificação dos dados, visto que algumas crianças, que não estavam na aula anterior, estavam presentes nesse dia.

Figura 26 - Construção do *dotplot* no cartaz

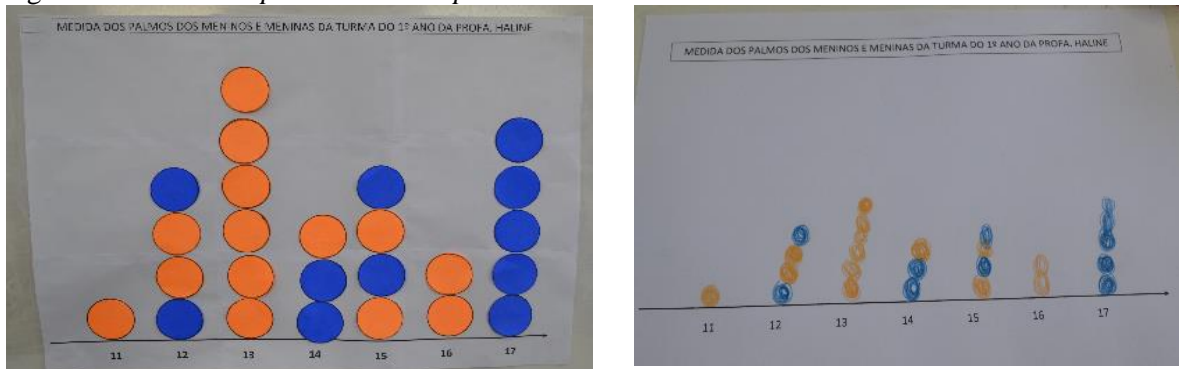
Fonte: acervo da pesquisadora

Tarefa 3 - segunda investigação: como posso transpor o cartaz para meu caderno? - Construindo o *dotplot* individualmente

Foi entregue a cada criança uma folha sulfite já traçado o eixo do diagrama com as respectivas variáveis (medida do palmo) e o título. Às crianças cabia interpretar o cartaz afixado no quadro e construir individualmente seu diagrama *dotplot*. Não houve dificuldade na realização dessa tarefa.

Figura 27 - Construção do *dotplot* individualmente

Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 28 - Cartaz *dotplot* coletivo *dotplot* individual

Fonte: acervo da pesquisadora

4.1.1.3 Primeiro eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento

Enquanto movimento de análise, nessa seção vamos buscar compreender os processos que estiveram subjacentes a esse contexto de investigação.

Como as crianças interagiram com o número tal como ele se apresentou no contexto, referenciando medidas de comprimento por meio da medida do seu palmo, promovendo situações de contagem, sequência numérica, operação, classificação, agrupamento coleta e organização dos dados, construção de tabela e gráfico, análise e apresentação de resultados.

Categoria 1 - Conhecimento e habilidade com os números

Tarefa 1 - Movimentos de investigação

O conhecimento e a habilidade com números incluem o Sentido de ordem dos números, as múltiplas representações para números, o Sentido de valor relativo e absoluto dos números e o Sistema de padrões de referência.

Um dos aspectos fortes da investigação matemática e estatística é requerer a participação do aluno na formulação das questões para encontrar respostas para a problemática proposta, essa ação tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem. Destacamos episódios no momento em que discutíamos sobre o que é palmo e como podemos medi-lo:

EPISÓDIO 1: Sandra: Vocês acham que o palmo de vocês é maior ou menor que o meu?

[Me chama atenção a reação de uma criança: ele levanta a cabeça e fica pensativo, depois abaixa e continua esforçando para pensar] [Dirijo-me até ele]

Sandra: Você acha que seu palmo é maior ou menor que o meu?

Kaik: “Menor”.

Sandra: Menor! Por que é menor?

Kaik: “Porque você tem a mão mais grande”

Sandra: Ah! Porque minha mão é “mais grande”..., o que isso tem a ver com o tamanho do palmo?

Kaik: Mão maior palmo maior

EPISÓDIO 2: Sandra: Jenifer, você sabe quanto mede seu palmo? Será que seu palmo é maior ou menor que o de sua colega Ludmilla? [Jenifer e Ludmilla colocam os palmos se tocando para comparar o tamanho].

EPISÓDIO 3:

Sandra: Vamos descobrir quanto mede o palmo de vocês?

[As crianças falam ao mesmo tempo e ficam olhando para seus palmos tentando descobrir]. Para uma melhor organização, vou passando na roda e perguntando a medida do palmo e comparando nossos palmos.

Respostas: “*Não sei, vinte, quatro, cinquenta, seis, nove, dez, trinta, oitenta*”.

Kaik demonstrou uma boa percepção acerca de proporcionalidade, partindo da experiência de comparação com o palmo da pesquisadora, haja vista a afirmação “*Quanto maior a mão, maior o palmo*”. Assim podemos inferir que a tarefa despertou a ideia do conceito de proporcionalidade o que, no futuro, contribuirá para a compreensão formal desse conceito. É importante destacar que a partir da fala de Kaik as demais crianças compararam seus palmos entre elas e com a pesquisadora, fazendo essa mesma inferência.

Nesse ato de comparar o tamanho do palmo, se fez presente o indicador de Sentido de número - **Sistema de padrões de referência pessoais (1.4.2)**. De acordo com McIntosh, Reys e Reys (1992), esses padrões podem ser produzidos de atributos ou encontros pessoais (em nossa tarefa, foi produzido palmo da pesquisadora e palmo das crianças).

Na tarefa (episódio 3), as crianças usaram a informação do palmo de um adulto (pesquisadora) como referência para estimar a medida do seu palmo. Nesse sentido, as crianças realizaram sua primeira experiência com estimativa, puderam perceber o significado do número como medida e despertaram para existência de um sistema de medida de comprimento. Esse momento se fez importante também, pois permitiu que as crianças se expressassem em uma extensão numérica muito maior do que o previsto pelo planejamento da professora (até 20 no primeiro bimestre e até 100 no primeiro ano). O realizar desse momento nos faz perceber, novamente, a importância de se levar em consideração os saberes que as crianças trazem consigo.

Nessa relação de comparação experimental, as crianças vão se preparando para estabelecer comparações entre números e, começam assim, a pensar sobre essas. Vão evoluindo no seu **conhecimento e habilidade com os números**. Os autores ressaltam que por um processo de comparação desenvolve-se o **conhecimento de múltiplas representações dos números (1.2)** e o **sentido de grandeza relativa e absoluta dos números (1.3)**.

EPISÓDIO 4: Sandra: Com a trena na mão - Olha tanto que esse “trem” é grande, “gente do céu”, nossa! (expressões que utilizamos popularmente em Minas Gerais). Sabem quantos centímetros tem? 120 cm. [Exagero nas colocações para que as crianças percebam que a Trena é ideal para medir comprimentos longos].

Alunos: Noooooosssaaa!!!

Sandra: Alguém aqui na sala tem o palmo desse tamanho? Teve alguém que falou que tinha, palmo medindo oitenta. [Abro a trena em 80 cm para que as crianças percebam o quanto é 80 cm]. Seu palmo é oitenta, Kaik?

Kaik: Pensativo responde - Ah! Oitenta é muito, né? Tem que ser menos.

[todos conversam, ao mesmo tempo, revendo a estimativa que tinham feito]

Ao fazer essa inferência, Kaik forma um **padrão de referência (1.4)** que diz: - “*80 cm não pode ser a medida de um palmo*”. Sobre esse fato, McIntosh, Reys e Reys (1992) enuncia

que os padrões de referência podem também ser produzidos a partir de experiências. Os autores ressaltam, ainda, que variedade e complexidade dos padrões de referência nas tomadas de decisões sobre número e contextos numéricos é um indicador valioso de Sentido de número.

EPISÓDIO 5: Sandra: Vamos medir o palmo da Tia Haline? [Meço o meu palmo e encontro 21 cm].
 Sandra: Lorena, como que escreve vinte e um
 Lorena: dois e um.
 [A Profa. Haline faz o registro no quadro]
 Sandra: Agora eu vou medir o traço da Jennifer, como que é que fazemos? [vários alunos vão para o quadro]. O da Jennifer deu dezesseis. Como registro o 16?
 Aluna: Eu sei, eu sei, é o um e o seis.
 Sandra: Nossa! Será que eu medi meu palmo certo? Meu palmo é tão pequenininho assim! [18cm. Meço de novo]. Meu palmo e o da Jennifer tá quase igual, hein!
 Sandra: Ludmila, como que escreve dezoito?
 Ludmilla: Um e o oito.

As crianças constroem ideias sobre a escrita dos números baseando-se em duas informações: a que tiram da numeração falada e a que o conhecimento da escrita numérica convencional lhes dá (MORENO, 2006). No trecho acima, mostramos uma situação em que as crianças respondem a uma pergunta sobre como se registra o número e não como se fala o número. Esse registro constituiu uma oportunidade para a criança produzir a escrita numérica e introduzir-se nesse mundo simbólico dos números. Nesse período, ainda não tinha sido abordado com as crianças o ensino de numeração escrita a partir de sua decomposição em unidades e dezenas, conforme nos informou a professora. Não havia sido trabalhado ideias sobre o SND - Sistema de numeração decimal.

Em relação ao desenvolvimento do Sentido de número, McIntosh, Reys e Reys (1992), dizem que essa habilidade **valor posicional (1.1.1)** implica no entendimento de como o sistema numérico Hindu-Arábico é organizado. O sistema numérico de valor posicional incluindo, sua aplicação para números inteiros e decimais é um componente importante para o desenvolvimento do Sentido de número.

EPISÓDIO 6: Estabelecendo uma comparação entre as medidas de nossos palmos
 Sandra: o maior palmo fica em primeiro lugar. Quem tem o maior palmo?
 Alunos: Tia Haline.
 Sandra: Em segundo lugar, quem ficou?
 Alunos: Você.
 Sandra: Quem ficou em terceiro lugar?
 Alunos: Jennifer.

Embora de uma maneira breve, nesse momento da tarefa, trabalhamos a comparação entre as medidas e a ordenação das mesmas o que possibilitou ir em direção a dois indicadores, quais sejam: o **Sistema de padrões de referência (1.4)** e o **Sentido de ordenação de números (1.1)**. Vivenciando situações desse tipo, as crianças vão compreendendo que após o 2.º classificado vem o 3.º, e não o 4.º ou o 5.º ou que a ordem de classificação crescente será sempre 1.º, 2.º, 3.º, 4.º e nunca, 1.º, 2.º, 4.º, 6.º, 7.º, por exemplo (CASTRO E RODRIGUES 2008b).

Entendemos que saber “quem é o maior” tendo como referência física para comparação não leva exatamente à medida quantitativa, mas à qualitativa, que é também um aspecto importante para a construção do Sentido de número em quantidades contínuas no que tange ao indicador de “**Sistema de padrões de referência**” (1.4) que, segundo McIntosh, Reys e Reys (1992) podem ser desenvolvidos a partir de experiência.

Os movimentos o processo de coleta de dados - medindo o palmo com a fita de tecido

Sandra: Vamos ver quem é maior? [coloco as duas fitas de tecido uma ao lado da outra] Ludmila. Eh! Ludmila está ganhando hein! Vamos ver o da Lorena com o do Alisson. [coloco as duas fitas juntas] Nossa, do mesmo tamanho, que gracinha!

Ao comparar experimentalmente os pedaços de fita de tecido, as crianças vão formando o conceito de comparação e se preparando para estabelecer comparações entre números. McIntosh, Reys e Reys (1992) ressaltam que por um processo de comparação, desenvolve-se o **conhecimento de múltiplas representações dos números (1.2)** e o **sentido de grandeza relativa e absoluta dos números (1.3)**.

Movimentos na composição da tabela

Um dos objetivos das tabelas de frequência é sintetizar os valores que uma ou mais variáveis podem assumir para que tenhamos uma visão global da variação dessa ou dessas variáveis.

EPISÓDIO7:

Medindo com a fita métrica a fita símbolo do palmo de Ana Júlia

Sandra: Ana Júlia. Qual a medida? Você sabe que número é esse?

Ana Júlia: É o três e o um.

Sandra: [A leitura é feita da esquerda para direita], “de lá para cá” mostro na fita métrica para Ana Júlia. Qual número é esse? O Três e o um?

[Ana Júlia faz que sim com a cabeça]

Sandra: É? Qual que está na frente, o três ou o um?

[Ana Júlia fica olhando com expressão facial que denota estar confusa ou em dúvida.

Sandra: Aqui, que número é esse? [Modifico o posicionamento da fita colocando encostada ao quadro e na vertical com o objetivo que a aluna tenha melhor visão do posicionamento do número]

Sandra: Olhando assim, qual está na frente?

Ana Júlia: Três..., não é um.

Sandra: Um? E esse ao lado do um?

Ana Júlia: Três.

Sandra: Então o um com o três, escrito assim, como você acha que fica? [Ana Júlia olha para mim com expressão facial de dúvida]. Veja aqui na fita onde está o dez, com mais três, dá treze. Vamos contar?

[Ana Júlia olha para mim com expressão facial de dúvida e não responde]

Ana Júlia: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze.

Sandra: Isso! Muito bem! Ana Júlia, agora você vai escrever o treze - [Ana Júlia escreveu 32]

EPISÓDIO 8:

Medindo com a fita métrica a fita símbolo do palmo de Kauany.

Sandra: Que número é esse aqui?

Kauany: Trinta e três.

Sandra: O trinta e três é assim que escreve? Que número é esse aqui? [aponto para o 11 na fita métrica]

Kauany: O um e um.

Sandra: Vamos contar para verificarmos se é o trinta e três?

[Kauany faz que sim com a cabeça]

Sandra: Então vamos lá, um...

Kauany: [contando muito rápido] Dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.

[Para de contar e me olha, como se tivesse acabado]

Sandra: Mais um.

Kauany: Onze.

Sandra: Então quanto mede seu palmo?

Kauany: Onze.

Sandra: Ah, então esse número aqui qual é? [Aponto para a medida 11cm]

Kauany: Onze.

Sandra: Muito bem, Kauany. Então vamos escrever aqui na tabela

Dessa tarefa, três observações são importantes para serem destacadas: Ana Júlia ao fazer a leitura “três e um” quando o correto seria treze; Ana Júlia, ao escrever na tabela a medida de seu palmo 32, quando o correto seria 13, Kauany que tem dificuldades quanto a leitura do registro numérico, confunde o número 11 com 33. Cabe ressaltar que corroboramos com Quaranta, Tarasow e Wolman (2006) que os erros nesse estágio não denotam somente falta de conhecimento, mas um estado particular do conhecimento, no caminho para a apropriação progressiva do sistema de numeração. (QUARANTA; TARASOW; WOLMAN, 2006). **A terceira observação está na contagem das duas crianças.** Quando oferecemos o padrão de referência 10, para dar continuidade na contagem. Para Kauany, oferecemos mais 1 e Kauany abre as duas mãos mostrando o “10”, ela pensa olhando para os dedos, e ela consegue concluir que a medida é 11cm. No entanto, Ana Júlia não consegue transpor o padrão de referência. Destacamos que uma atividade como essa auxiliará Kauany a prosseguir com o desenvolvimento do Sentido de número. Destarte, segundo McIntosh et al (1992), os

Sistema de padrões de referência numéricos (1.4.1) fornecem referências mentais essenciais para o pensamento sobre números.

Ademais, Ana Júlia e Kauany não desenvolveram ainda o sentido do cardinal do número. De fato, elas só conseguem dar significado ao “11” e ao “13” depois de concretizar na fita métrica a contagem para só então tomar a decisão. (Castro; Rodrigues, 2008a)

De modo geral, os diálogos estabelecidos com as demais crianças para a leitura da medida do palmo, permitiu-nos constatar que ao tentarem ler números que desconhecem, uma boa opção é a contagem oral, pois conforme Castro e Rodrigues (2008a) essa é a base a partir da qual se desenvolvem todas as outras competências no âmbito do número, contagem de objetos, estabelecimento de relações numéricas e emergência das operações. Assim foi notório que as crianças ao contarem, relacionavam a contagem apontando o dedinho para os números registrados na fita métrica.

Sobre os registros de quantidade escrito na tabela, algumas crianças os registraram corretamente. Algumas registraram os números em posição espelhadas. Este foi um momento de interpretação e produção da escrita numérica, no qual a crianças leem e se arriscam a produzir uma escrita que comunique a sua descoberta. É sabido que é nesse escrever com significado que a escrita se desenvolverá assim como as informações que ela expressa.

Análise dos dados da tabela

Categoria 1 - Conhecimento e habilidade com os números

Ao analisar a tabela, os alunos não se prenderam apenas aos números que as representavam, realizaram também uma comparação a partir de uma impressão visual (a tira de fita), mostrando-nos que os aspectos qualitativos e quantitativos coexistem no processo de comparação. Nesse processo constrói-se um padrão de referência o qual McIntosh, Reys e Reys (1992, p.6) denominam de “**Sistema de padrões de referência pessoais**” (1.4.1)

Categoria 3: Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculo

EPISÓDIO 9:

Sandra: — Quantos nomes há na tabela?

Alunos: [Aluna aponta cada nome] uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois, vinte e três. [alguns alunos pararam de contar e outros continuaram] Vinte e quatro, vinte e cinco.

Sandra: Vinte e quatro? É vinte quatro ou vinte e cinco?

Alunos: Vinte e três.

Alunos: Vinte e quatro.

[Alguns alunos falam 23 e outros 24]

Sandra: Vamos contar de novo para confirmar? Vamos de novo, Jennifer.

Alunos: Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois, vinte e três, vinte e quatro.

Sandra: Quantas fitinhas a gente tem?

Alunos: Vinte e quatro.

Quando uma solução é produzida, uma pessoa com Sentido de número examina a sua resposta em relação ao problema original (considerando os números inclusos assim como questão perguntada) para determinar se sua resposta “faz sentido” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992). Esse movimento de verificação e reflexão, conforme os autores, é feita naturalmente e se torna uma parte integral do processo de resolução de problemas. Como mediadora do processo, fui conduzindo esta reflexão e propondo uma nova contagem diante dos diferentes resultados encontrados. Essa ação possibilita às crianças trabalharem com a habilidade de **Inclinação para rever os dados e a razoabilidade dos resultados (3.4) e reconhecer a razoabilidade dos dados (3.4.1)**. Os autores ressaltam que a medida que evoluem nessa habilidade essa reflexão, geralmente, é feita intuitivamente e rapidamente.

Outro item do episódio 9, que é relevante, é o processo de contagem. Jennifer, que estava à frente, conduzindo a contagem ia apontando o dedo para os nomes registrados na tabela. Quanto a esta atitude, Fuson (1987) ao explicar o contexto de contagens de objetos ressalta que há que se corresponder o tempo do “dizer” ao tempo do “apontar”: há que se corresponder o espaço do “dizer” ao espaço do “apontar”: há que se criar uma unidade entre esses espaços e entre esses tempos. Inicialmente nesta fase ocorrem algumas falhas, muitas vezes, devidas às dificuldades de coordenação visual-motora.

Destacamos que a medida que os números começam a fazer sentido para as crianças através do seu uso em diferentes contextos e vão pouco a pouco se relacionando, as **crianças vão amadurecendo** o significado do termo.

Durante a realização da tarefa 1, momento de elaboração da pergunta da pesquisa e coleta de dados, trabalhamos apenas com indicadores da primeira categoria, qual seja, Categoria 1 - Conhecimento e habilidade com os números. Em uma breve síntese, listamos, na sequência, os conceitos que se entrecruzaram durante a realização da tarefa e possibilitaram desenvolvimento do Sentido de números das crianças: - Estimativa (ao investigar o quanto cada criança pensava sobre a medida de seu palmo e quantas fitas e nomes apareciam na tabela); medida; contagem; correspondência (tamanho da mão com tamanho do palmo, número de fitas na tabela e número de crianças na sala de aula, contagem oral com a escrita numérica); comparação (comparando a mão da orientadora com a das crianças e

crianças com crianças); pareamento (comparando a medida do palmo entre duplas); ideia de proporção (quanto maior a mão maior o palmo); ordem (quando se relacionaram as medidas do palmo da professora/pesquisadora/aluna em ordem crescente). Pode-se, simultaneamente, promover o reconhecimento da cardinalidade, da numeração falada, da escrita numérica e a exploração da ordinalidade do número; tratamento da informação (organização da tabela de frequência representativa da medida dos palmos); valor máximo e valor mínimo de uma distribuição de frequência (maior e menor medida do palmo respectivamente).

Categoria 1 - Conhecimento e habilidade com os números

Tarefa 2: - Classificação, agrupamento e construção do diagrama de pontos *dotplot* no ambiente pátio.

Procedemos momentos de investigação dentro dos pequenos grupos referentes à medida do palmo e aos registros relativos a quantidade de crianças no grupo.

Esses momentos são valiosos porque muitas crianças, em um contexto de pura contagem, não conseguem responder às questões do tipo “quantos são?”. No entanto, ao realizar o agrupamento em contextos como esse, que partiu de uma tarefa realizada anteriormente, que, para elas é significativo, demonstram, compreender o princípio de agrupamento e contagem.

EPISÓDIO 11:

Sandra: Quem está aqui tem que medida de palmo?

Kauany: Vinte e um. [mostra o papel escrito 11]

Sandra: Uhm!... Vamos investigar um pouco?

Sandra: Por que 21?

Kauany: Porque têm dois números 1.

Sandra: Vamos investigar? Depois do 10 qual número que vem?

Kauany: [Conta nos dedos das duas mãos e diz] Dez.

Sandra: Dez e depois?

Kauany: Onze?

Sandra: Então, lembra quando nós medimos na sala o seu palmo e a gente contou? Quanto é, então?

Kauany: Onze.

Observamos que Kauany ainda tem dificuldades quanto à leitura do registro numérico (quando do preenchimento da tabela, ela apresentou também essa dificuldade) e também está no início do processo de contagem. Quando lhe oferecemos o padrão de referência 10 (**1.4.1 - Sistema de padrões de referência Matemáticos**), para dar continuidade na contagem, ainda foi necessário contar nos dedos (uso de objeto de referência). Destacamos, mais uma vez, que

uma tarefa como essa auxiliará Kauany a prosseguir com o desenvolvimento do Sentido de número.

Sobre os registros das quantidades, foi um momento de interpretação e produção de escrita numérica, no qual se produziu uma escrita que comunica a descoberta do contexto da cardinalidade. Segundo Fuson (1987), esse é um contexto em que os termos numéricos se referem a numerosidade de um conjunto discreto de objetos (em nosso caso, as crianças e a medida de seus palmos) ou de situações bem definidas, em que, conforme o autor, se pretende dar respostas a questões do tipo “quanto tem” ou quantos há”. A maior parte dos grupos registraram corretamente seu contexto (quantidade de crianças em cada grupo), exceto os que estão relatado abaixo:

EPISÓDIO 12:

Grupo medida de palmo 14 cm: composto de três crianças registrou na papeleta três vezes o número três, fui dialogando com elas para compreender o porquê de sua opção.

Sandra: Por que você escreveu 3 vezes o número 3?

Jennifer: Eu falei para o João Vitor que está errado. [aponta para folha que o colega escreveu]

Jennifer: Ele fez assim oh! Um do João Victor, um meu e um do Alisson.

Sandra: Ah! Estendi, está certo assim?

Aluna: [Jennifer Balança a cabeça que não]. Não.

Sandra: Como você acha que é?

Jennifer: É só um três.

Sandra: É só um três! Por que é só um três?

Jennifer: É porque é só um 3 - um, dois, três. [contando os colegas]

Sandra: Isso, muito bem, porque vocês são três, entendeu, João Victor? O 3 representa a quantidade de pessoas que tem no grupo.

Grupo medida de palmo 12 cm: composto de 4 crianças. Também fizeram o mesmo registro do grupo acima, ou seja, quatro vezes o número quatro. As justificativas das crianças foi a mesma, no entanto, apenas o Vinícius discordava da resposta, mas não soube explicar. Foi necessária mais intervenção, a partir de situações hipotéticas para as crianças compreenderem:

Sandra: Por que você acha que tem de escrever o número quatro, quatro vezes?

Iasmim: Porque é quatro gente.

Sandra: Porque é quatro “gente”? Eu vou ordenar, presta atenção. A primeira “gente”, a segunda “gente”, a terceira “gente” e a quarta “gente”. Ao todo quantas “gente” tem?

Alunos: Quatro.

Sandra: Quatro, ao todo, todo mundo junto. Se escreve o quatro uma vez só, porque representa vocês todos.

Sandra: Por exemplo, se eu entrar nessa roda aqui, quantos seremos?

Alunos: Cinco.

Sandra: que número que nós vamos escrever?

Alunos: Cinco.

Sandra: Ah, muito bem! Entenderam porque escreve o quatro uma vez só? Vamos ver se vocês entenderam, presta atenção. Se a Suze entrar na roda, vai ficar quantas pessoas?

Alunos: Seis.

Sandra: Aí que número que nós vamos escrever?

Alunos: Seis.

Sandra: Uma vez só ou seis vezes?
 Aluno: Uma vez.
 Sandra: Uma vez, entendeu? Ah, que legal, muito bem.

Percebemos que duas crianças do grupo 14 cm e três crianças do grupo 12 cm, não formaram ainda o Sentido de número na sua mais simples forma - **“Conhecimento e habilidade com os números (1) - Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números (1.3) ”**. (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992). Também, não compreendiam o significado do número como cardinalidade (ou contexto de cardinalidade/Fuson (1987)). Ao realizar a contagem, não percebiam “o conceito de cardinalidade em que o último termo dito corresponde ao número total de objetos contados” (CASTRO; RODRIGUES, 2008a, p.18). Essa tarefa permitiu-nos investigar como as crianças lidavam com a contagem, com a escrita do número e em que nível se encontra o seu desenvolvimento do Sentido de número e possibilitou às crianças perceber o número no seu uso no mundo das medidas.

O dot plot humano

EPISÓDIO 13:

Montando o dotplot humano:

Sandra: Kauany fique em pé aqui [aponto para uma linha colada no chão e coloco a aluna na primeira posição da linha/valor mínimo da distribuição]. Menor medida de palmo, que é 11 cm.

Sandra: A maior medida de palmo qual que é?

Alunos: Quem tem dezessete?

Alunos: Aqui! [levantam a mão]

Sandra: Ah, então dezessete é a maior medida de palmo, não é? Vamos memorizar, colocamos a Kauany que tem a menor medida, agora nós vamos colocar no “dotplot humano” quem tem a maior medida.

Sandra: [José Antônio, Marcos e Walinson vão correndo para o número dezessete da fita]. Sandra: Qual a próxima medida (variável)?

Alunos: doze

[Iasmin, do grupo doze, levanta e mostra que é o grupo dela.

Sandra: Vamos lá grupo 12cm, Iasmin você fica na frente. Todos do grupo se levantam e vão para a coluna do 12 cm.

[nessa dinâmica vamos organizando todos os grupos]

Esse foi um momento de muita descontração, as crianças ficaram eufóricas e diziam “*eu sou um ponto do dotplot!*”. Além disso foi possível evidenciar o conceito de valor máximo e mínimo de uma distribuição de frequência, embora não tenhamos utilizado esse vocabulário, mas sim maior e menor medida de palmo.

Com o gráfico construído passamos a analisar a variabilidade dos dados

EPISÓDIO 14:

Sandra: José Antônio, quantas crianças medem 14 cm de palmo?

Aluno: Um.

Geovana: Cinco.
 Sandra: Você tem certeza? Vamos investigar? Conte na fila do quatorze.
 [Geovana conta apontando o dedo para os alunos da fila de 15cm]
 Geovana: Um, dois, três, quatro, cinco.
 Sandra: Essa fila é a do 15cm Geovana
 Geovana: [ajoelha e olha a outra fila] Três.
 Sandra: Três, muito bem.
 Sandra: Marcos Vinícius, quantas crianças que tem palmo de medida 15 cm?
 [Marcos Vinícius aponta e conta um por um, uma aluna interrompe e responde rápido]
 Jéssica: Cinco.
 Marcus Vinícius: Cinco.
 [outro aluno levanta a mão e também responde]
 José Antônio: Cinco.
 Sandra: Walison, Quantas crianças têm palmo com medida 16 cm?
 Walison: [Aponta para Jéssica]. Um!

Para interpretar um *dotplot*, podemos fazê-lo visualmente pela altura das torres ou dependendo do que se quer investigar pode ser necessário contar. Ao analisarmos um gráfico, estamos trabalhando com o desenvolvimento do pensamento estatístico com a compreensão, explicação e quantificação da variabilidade dos dados (FRANKLIN et al., 2007). Tal fato, qual seja, a contagem e/ou quantificação da variabilidade implica o domínio de determinadas capacidades que vão se desenvolvendo, segundo Castro e Rodrigues (2008a) a partir da contagem oral, fazendo com que cada objeto corresponda a um e um só termo da contagem (CASTRO; RODRIGES, 2008a). No episódio, observamos que Geovana e Marcos Vinícius, para realizar a contagem, apontam o dedo fazendo a correspondência enunciada pelas autoras.

O *dot plot* no chão

EPISÓDIO 15:

[Júlia fica perto da fita e dos círculos colados observando e pensativa]
 Sandra: O que que você falou para mim quando foi colocar seu ponto?
 Júlia: Aqui só tem menina.
 Sandra: Isso, muito bem, Júlia, você observou direitinho. [Fileira da medida de palmo 13 cm só tem círculos laranja, cor da fichinha que as meninas receberam]

O fato descrito acima nos chamou a atenção pela capacidade de observação e inferência de Júlia que, ao colocar sua ficha (ponto) na coluna 13 cm, observou que lá havia somente meninas. Aproveitamos essa fala para iniciarmos as nossas discussões sobre os resultados apresentados. Consideramos a atitude da aluna como um avanço em nossas investigações uma vez que elas estavam começando a ver além dos números, pois como destacado no início as crianças possuem apenas 6 anos, é a primeira vez que vão para escola.

Além de tudo é a primeira vez que participam de um processo de Investigação Estatística e Matemática.

Com isso, retomamos as questões na perspectiva da investigação, quais sejam: Vamos contar quantas e como todas as crianças estão distribuídas? Quantas meninas têm aqui? Em qual medida do palmo tem mais crianças? Qual medida do palmo tem menos crianças? Quantas crianças têm na menor medida do palmo? Quantas crianças têm a maior medida do palmo? Qual é a torre que mais tem crianças? Essa tem mais ou menos que essa? Na torre que tem quatro pontinhos é mais ou menos pontinhos que a de três? Três é mais ou menos que quatro? **(1.3.2. Comparando a um referencial matemático)**. Aqui tem mais menina ou mais menino? **(1.3.1 Comparando a um referencial físico)**. Vamos ordenar segundo a quantidade de crianças em cada medida? **(1.1.3 Ordenação de números com e entre os tipos de números)**. Fizemos uma análise dos dados oralmente de maneira coletiva e individual.

Para finalizar as discussões dessa parte, retornamos a questão inicial, relativa a outras formas de representar os dados e quanto a sua eficiência. As crianças concluíram que: — No dotplot no chão ficou melhor para contar. “Ficou bom para ver quantas crianças têm em cada “medida de palmo” e para comparar as torres maior ou menor ficou mais fácil”.

Essa segunda tarefa do Contexto de investigação permitiu que fizêssemos a abordagem de diferentes conceitos matemáticos, que são: classificação (ao agrupar as crianças, segundo as suas medidas de palmo); contagem (a todo instante quando foi necessário verificar quantidades); correspondência (uma criança para cada ponto do *dotplot*, uma ficha para cada opinião sobre a atividade); comparação (comparar quantidade de crianças entre os grupos, comparar a medida dos palmos); ordem (quando ordenou as torres do *dotplot* segundo a quantidade de crianças/pontos); contagem; emparelhamento (a criança associa a sua medida do palmo à medida ali representada dentro do bambolê); associar a contagem de crianças no agrupamento com a escrita do número, comparação entre os números (grandeza), trabalhar a ideia de ordem decrescente e crescente, três diferentes significados de número, quais sejam, cardinal, ordem e grandeza. Permitiu também abordagem de diferentes conceitos estatísticos, que são: coleta de dados; tabela primitiva; frequência; valor máximo da distribuição; valor mínimo da distribuição; tabulação dos dados; organização e apresentação dos dados em tabela; construção do diagrama de pontos/*dotplot* e análise e interpretação de dados a partir da tabela e do gráfico.

Tarefa 3 - O *doptplot* em sala de aula

EPISÓDIO 16:

Construção do *doptplot* em sala de aula

Sandra: Kauany, qual a medida do seu palmo?

Kauany: Onze. [Kauany responde com voz firme, de que tem certeza do resultado]

Sandra: Ah! Agora você acertou Kauany, muito bem!

E assim fomos procedendo com todas as crianças

[João Victor vai direto colar o círculo na medida 14 cm]

Sara: [muito tímida, meio com vergonha, aponta para a medida 13cm]

[...]

Sandra: [Kauany se aproxima do gráfico]. [**aproveitamos para ver como está a**

evolução de Kauany na contagem] - Kauany quantas fichas tem no gráfico?

[Kauany coloca mão na cabeça achando difícil e aponta para cada ficha e vai contando] - um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois.

Sandra: Vinte e dois, muito bem. Aonde que está o onze, que é sua fichinha? [com essa pergunta nosso objetivo foi verificar a evolução de Kauany quanto a leitura do registro numérico]

Kauany: O onze? [Kauany, faz uma pergunta interrogativa, mas demonstra uma expressão reflexiva, como se ao perguntar estivesse ganhando tempo para responder. Destacamos que essa atitude é muito corriqueira entre as crianças] Sandra: É, sua fichinha, aonde que está?

[Aluna procura e aponta para o 11]

Sandra: Aí! Oh! O onze. Ah, muito bem!

Observamos que Kauany agora não apresenta dificuldades quanto a leitura do registro numérico da medida de seu palmo, nas duas tarefas anteriores ela havia apresentado dificuldades. Na primeira investigação, quando Kauany vai medir o seu palmo e fazer a leitura na fita métrica, ela confunde o registro numérico 11 com 33. Na segunda investigação, também, ao fazer a leitura do registro numérico, ela confunde o registro numérico 11 com 21. Nesses dois momentos dialogamos com Kauany investigando a resposta correta. Vale destacar que, em nossas notas de campo, havíamos feito a seguinte anotação: - “*uma atividade como essa auxiliará Kauany a prosseguir com seu desenvolvimento do Sentido de número*”. Essa nossa afirmação se dá baseada em McIntosh, Reys e Reys (1992), que nos informa que os **padrões de referência numéricos/matemáticos (1.4.1)** fornecem referências mentais essenciais para o pensamento sobre números”. Estamos felizes de poder constatar que na terceira semana Kauany apresenta progressos, uma vez que ao ser solicitada, a identificar a medida do seu palmo ela reconhece o 11 cm com tranquilidade.

Sobre essa vivência de Kauany, McIntosh, Reys e Reys (1992) nos informam que conforme o aluno evolui no seu pensamento matemático o Sentido de número vai se apresentando de diferentes maneiras, participando no uso de cada um desses métodos em variados graus.

EPISÓDIO 17:

No final da atividade, com o gráfico pronto, Kauany se aproxima. Aproveitamos para ver como está a evolução de Kauany na contagem. Kauany quantas fichas tem no gráfico? [Aluna coloca mão na cabeça achando difícil e aponta para cada ficha e vai contando de um em um - Um, dois, ... Um, dois,] Sandra: Vinte e dois, muito bem. Aonde que está o onze, que é sua fichinha? [com essa pergunta nosso objetivo foi verificar a evolução de Kauany quanto a leitura do registro numérico] - Kauany: O onze? [Kauany, faz uma pergunta interrogativa, mas demonstra uma expressão reflexiva, como se ao perguntar estivesse ganhando tempo para responder] - Sandra: É, sua fichinha, aonde que está? [Kauany procura e aponta para o 11]- Sandra: Ai! Oh! O onze. Ah, muito bem! - Sandra: Kauany, quantas fichas tem em cada torre. [Kauany conta de um em um e acerta todas as frequências]

Por sua simplicidade, observamos que as crianças não tiveram dificuldades de associar as suas fichas à medida de seu palmo. Algumas crianças colavam as fichas/círculos por memorização do símbolo numérico, outras pela imagem, 1 e 2, por exemplo, pois não sabiam dizer que era o doze e, algumas crianças sabiam de fato identificar sua medida associando a escrita com a oralidade do número. Observamos assim que as crianças estão em diferentes níveis de desenvolvimento de Sentido de número.

Ao lidar com os procedimentos de análise do dotplot na tarefa 2 e 3, os alunos exercitaram situações que possibilitaram o raciocínio sobre os dados e sobre a representação desses dados.

Vale destacar que os conceitos trabalhados, sejam eles estatísticos, matemáticos, relativos ao Sentido de número ou a Investigação Matemática e Estatística, se organizaram em um movimento de interação, havendo sempre uma interdependência dos dados e dos conceitos.

Para alcançar os objetivos propostos para esse Contexto de investigação, trabalhamos conceitos matemáticos e estatísticos. Sendo assim, em uma breve síntese, relacionamos entre os conceitos matemáticos: significado de número como medida, cardinal e ordinal; Senso numérico; Contagem; Agrupamento; Classificação, comparação (entre as torres). E entre os conceitos estatísticos: construção do diagrama de pontos *dotplot*, análise e interpretação dos dados privilegiando a variabilidade dos dados, Valor máximo e Valor mínimo de uma distribuição; Amplitude das torres.

Segundo McIntosh, Reys e Reys (1992) uma mesma habilidade pode estar envolvida em diversas atividades matemáticas e nós acrescentamos também em diversas atividades estatísticas. Apresentamos abaixo uma síntese das habilidades presentes no contexto de investigação

4.1.1.4 Síntese de habilidades para o desenvolvimento do Sentido de número

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

- 1.1 Sentido de ordenação de números:** momento de investigação
 - 1.1.1 Valor posicional:** momento de investigação
 - 1.1.2 Relação entre os tipos de números:** coleta de dados, análise dos dados
 - 1.1.3 Ordenação dos números com e entre os tipos de números:** análise dos dados
- 1.2 Conhecimento de múltiplas representações dos números:** momento de investigação
 - 1.2.1 Representações gráficas e simbólicas:** gráfico
 - 1.2.2 Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição):** coleta de dados;
- 1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números:** momento de investigação;
 - 1.3.1. Comparando a um referencial físico:** análise dos dados;
 - 1.3.2. Comparando a um referencial matemático:** análise dos dados
- 1.4 Sistema de Padrão de referência:** momento de investigação e tabela;
 - 1.4.1 Sistema de padrão de referência matemático:** tabela e momento de investigação II (registro de quantidades nos agrupamentos);
 - 1.4.2 Sistema de padrões de referência pessoais:** momento de investigação;

Categoria 2: Conhecimento e habilidade com as operações

- 2.1- Compreendendo o efeito das operações:** apresentação e análise dos resultados;
 - 2.1.1 - Operando com números inteiros:** apresentação e análise dos resultados;

Categoria 3: Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculos

- 3.1 - Compreendendo a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário -** análise dos resultados no gráfico
 - 3.1.2 - Consciência de que as soluções podem ser exatas ou aproximadas -** estimativa da medida dos palmos
- 3.2 - Consciência de que múltiplas estratégias existem:** momentos de investigação (diferentes instrumentos de medida), a medindo o palmo (duas estratégias, fita de tecido e fita métrica), apresentação e análise dos resultados
 - 3.2.1- Habilidade para criar e/ou inventar estratégias:** Apresentação e análise dos resultados nos gráficos

3.4 - Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado: tabela

3.4.1 - Reconhecer a razoabilidade dos dados: momento de investigação (reconhecer o resultado das estimativas das medidas dos palmos), tabela.

4.1.1.5 Considerações finais desse contexto de investigação

Durante todo o desenvolvimento do Contexto de investigação, foi estabelecido um clima de discussão e nós estimulávamos as crianças a explicar o que estavam pensando ao responder, refletir sobre suas formas de raciocinar, eram sistematicamente encorajadas a explicitar suas posições e a ouvir as dos colegas, e na medida de sua tenra idade, comparar e avaliar suas respostas. Acreditamos que esses são saberes que as tornarão cidadãs críticas.

4.1.2 Contexto de investigação II: O jogo campeonato dos números e a distribuição de frequência da soma do lançamento de dois dados

Para a realização desse contexto, dividimo-lo em cinco tarefas que foram desenvolvidas em encontros semanais de 2 horas/aula totalizando 10 horas/aula. Para emergir a questão de investigação desse contexto, planejamos um ambiente problematizador a partir do jogo Campeonato dos Números. Mostrar como se deu esse movimento, é o que apresentamos em sequência.

4.1.2.1 Descrição das tarefas

11/06/14 - Tarefa 1 - O jogo Campeonato dos Números - o jogo coletivo - 2h/aulas

“Brincar, jogar e aprender” com noções de Probabilidade, Estatística e Sentido de número é a tônica central da tarefa.

O jogo é visto como Jogo Didático, tal qual nos coloca Franco (1996) ao anunciar que o Jogo Educativo busca uma relação mediadora entre o lúdico e o educativo. A autora destaca, que o Jogo Educativo se transforma em Jogo Didático quando apresenta um “sentido restrito”, ou seja, quando é utilizado como material ou situação que exige ações orientadas com vistas à aquisição de conhecimento de conteúdos específicos ou ao desenvolvimento de habilidades intelectuais.

O jogo que apresentamos às crianças tem como objetivo, introduzir noções primeiras de probabilidade, contagem, operação de adição. Para o jogo, são necessários um tabuleiro

contendo todos as possíveis somas para o lançamento simultâneo de dois dados, marcadores suficientes para a quantidade de jogadores e dois dados.

Seu desenvolvimento acontece do seguinte modo: O primeiro jogador lança os dois dados simultaneamente e soma os pontos obtidos; coloca o seu marcador na “casa” que indica a soma dos pontos obtidos; os próximos jogadores repetem o processo; se o resultado já tiver sido marcado o jogador passa a vez; o vencedor será aquele que mais “casas” marcar.

O sucesso de uma investigação depende também do ambiente de aprendizagem que se oferece. Nesse sentido, dispusemos as crianças assentada no chão em torno do tabuleiro (figura 29). Quando as crianças se sentaram, se agruparam segundo suas afinidades. Diante dessa disposição, achamos por bem manter a escolha delas formando quatro equipes, segundo a cor dos marcadores (azul, rosa, laranja e amarelo). Tomamos esse cuidado, pois, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) para o sucesso de uma investigação é fundamental que o aluno se sinta à vontade no ambiente.

Figura 29 - Tabuleiro campeonato dos números



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 30 - Ambiente de aprendizagem



Fonte: acervo da pesquisadora

Em uma tarefa de natureza investigativa, os alunos partem, inicialmente, do reconhecimento da situação e de uma questão desafiante. Nesse sentido, iniciamos a atividade investigando as faces do dado e o fato de a soma dos pontos das faces opostas do dado ser sempre 7. Em seguida investigamos o tabuleiro. Dentro da proposição da tarefa encaminhamos para estratégias alternativas; nessa etapa, realizamos simulações de jogadas com o objetivo de conduzir os alunos a entenderem as regras do jogo. Como havia omitido a regra “passa a vez”, durante o jogo, ao chegar a essa situação, encaminhamos a discussão com novos questionamentos para uma nova investigação com estratégias alternativas. Com essa investigação, a regra do jogo ficou compreendida. Daí em diante, sempre que ocorria uma situação assim, as outras equipes comemoravam, pois já haviam inferido que, se uma equipe

não colocasse o marcador, aumentaria a chance de outra ser vencedora. Durante todo o jogo, as crianças iam comparando a quantidade de marcadores das demais equipes para verificar sua situação no jogo (a equipe que mais tinha esta preocupação era a equipe Azul, formada somente por meninos que já mostram habilidade em Matemática)

Para finalizar a atividade, Jesus e Serrazina (2005) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), afirmam que esse é o momento de comunicar, discutir e refletir com toda a turma. Ao final do jogo, contamos coletivamente quantas casas foram marcadas por equipe, tendo como vencedor a Equipe Amarela. Nesse momento, soou o sinal e não foi possível fazer essa etapa. No entanto, refletimos que esse não seria um bom momento, pois as crianças estavam bastante eufóricas

Figura 31 - O jogo



Fonte: arquivo da pesquisadora

12/06/14 - Tarefa 2 - investigando sobre o jogo e construindo o tabuleiro pequeno 2h/aulas

Retornamos à escola no dia seguinte para concluir nossa atividade. Esse momento não foi possível realizar com toda a turma reunida em sala de aula. Combinamos com a professora de levar para o refeitório uma equipe por vez. Consideramos que foi ótimo, pois foi possível conversar mais tranquilamente com as crianças. Entregamo-lhes os tabuleiros pequenos para colorir e fomos dialogando acerca dos procedimentos para somar os pontos obtidos no dado.

Figura 32 - Construindo o tabuleiro



Fonte: acervo da pesquisadora

18/06/14 - Tarefa 3 - As equipes jogam entre si - 2h/aulas

O objetivo principal da Tarefa 3 foi formar grupos menores para que as crianças pudessem participar de modo mais dinâmico e interativo. Para tal, organizamos os materiais do jogo da seguinte maneira: 1- tabuleiro, agora menor, foi colorido pelas crianças no dia em que realizamos a entrevista (mencionado anteriormente) e montado pela pesquisadora, 2- dois dados pequenos, 3- marcadores (tampinhas de refrigerante).

O jogo foi realizado no pátio da escola (figura 33), assim as crianças teriam um ambiente de aprendizagem onde pudessem se sentir mais à vontade.

Como já havíamos realizado as investigações coletivamente na aula anterior, optamos, para esse, momento ir aos grupos e observar como as crianças interagiam e como as estratégias de cálculo das somas eram realizadas pelas crianças. Indagamos como “pensavam” e/ou procediam para chegar à soma.

As crianças conseguiram realizar o jogo, com tranquilidade. Apesar de já terem jogado uma vez e de saberem que quando a casinha está marcada o jogador perde a vez, percebemos que as crianças ainda não se atentaram para quais números (somas) aparecem mais no tabuleiro. Elas ficam torcendo para conseguir nos dados uma soma mais alta.

As crianças gostaram tanto do jogo que pediram para levar para casa e poderem jogar com os pais e irmãos. Consideramos este um registro muito importante porque se faz necessário a escola ultrapassar os seus muros para chegar ludicamente e pedagogicamente aos lares das crianças

Figura 33 - As equipes jogam entre si



Fonte: arquivo da pesquisadora

25/06/14 - Tarefa 4: do tabuleiro as somas que surgem - 3 h/aulas

Foram objetivos dessa tarefa: escolher o nome do jogo; discutir o significado dos números do tabuleiro; determinar as possíveis somas do lançamento simultâneo dos dois dados.

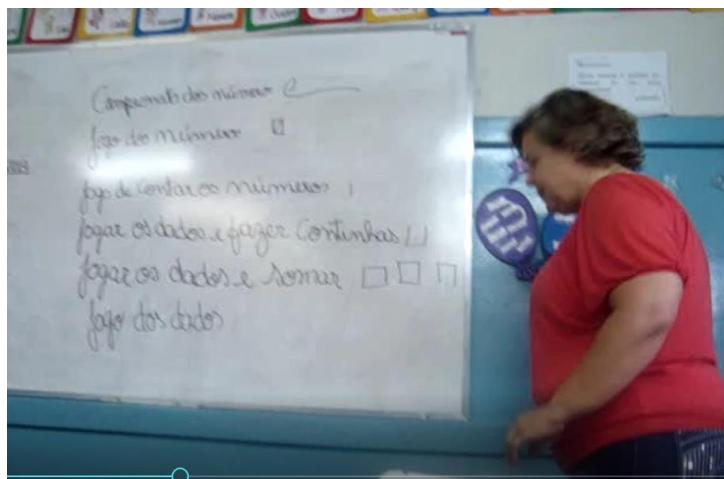
Tarefa 4 - primeira investigação: qual o nome do nosso jogo?

Iniciamos a aula perguntando às crianças se haviam percebido que não tínhamos apresentado a elas o nome do jogo. No entanto, esse foi um fato para o qual as crianças não haviam se atentado. Rememoramos os momentos do jogo com o objetivo de auxiliar na composição do nome e, propusemos, uma votação para escolha do nome. As crianças ficaram imediatamente empolgadas com a possibilidade de sugerir o nome do jogo e foram todas falando ao mesmo tempo. Depois de muita negociação os nomes sugeridos foram os seguintes: “Jogo dos Números”; “Jogo de Contar os Números”; “Campeonato dos Números”; “Jogar os dados e fazer contas”; “Jogar os dados e Somar”; “Jogo dos dados”; “Campeonato dos números”. Na sequência, realizamos uma votação direta, período em que as crianças levantavam a mão para escolher o seu nome preferido. O jogo foi intitulado “**Campeonato dos Números**”. Atingimos assim o primeiro objetivo da tarefa.

Embora sem nenhum rigor formal, visto que este não era o nosso objetivo nesse instante, trabalhamos com as crianças as etapas do método Estatístico tal qual anunciado no documento GAISE (FRANKLIN et al., 2007), levantamos hipótese, definimos as categorias,

realizamos a coleta de dados por meio da votação, tabulamos, apresentamos os resultados em uma tabela de frequência. Para além disso realizamos um pequeno exercício de democracia.

Figura 34 - Escolha do nome do jogo



Fonte: acervo da pesquisadora

Tarefa 4 - segundo investigação - qual significado dos números constantes no tabuleiro?

Mais uma vez, retomamos os momentos de investigação coletiva. Partimos, novamente, de uma questão desafiante: O que significa esses números no tabuleiro? Para tal, optamos por retomar o tabuleiro, uma vez que ele se tornara familiar às crianças. Nesse instante, as crianças começam a se agitar e falar ao mesmo tempo, elas demonstram bastante interesse na atividade e empolgação na hora de falar sobre o jogo que ajudaram a criar. As crianças foram levantando suas hipóteses.

Dentro da proposição da tarefa com natureza investigativa, encaminhamos para estratégias alternativas que conduzam os alunos a perceberem o significado dos números que aparecem no tabuleiro. Nesse sentido, continuamos o diálogo testando e verificando as hipóteses conforme orientam Jesus e Serrazina (2005) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2006).

Tarefa 4 - terceira investigação: quais são as possíveis somas do lançamento simultâneo dos dois dados?

Esse momento, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), é o instante em que o professor (pesquisadora) faz a proposta a turma. O item proposto para o terceiro objetivo da tarefa foi que as crianças preenchessem uma tabela (figura 35) contendo colunas imagéticas das faces dos 2 dados e uma coluna para representar a soma. Em função da pequena idade das crianças (6 anos), essa foi a maneira “lúdica” que encontramos para substituir a tabela de

dupla entrada ou o diagrama de árvore de possibilidades para o lançamento simultâneo de dois dados. As crianças não apresentaram nenhuma dificuldade na realização (exceto para as somas 11 e 12). Continuaram com o mesmo processo de contagem que haviam feito no jogo, qual seja, correspondiam cada pontinho do dado a um dedinho de sua mão e contavam quantos tinham ao todo. Isso feito, fomos conferir os resultados e as crianças foram mostrando umas para as outras e para a pesquisadora as somas obtidas.

Figura 35 - A distribuição da soma do lançamento simultâneo de dois dados



Fonte: acervo da pesquisadora

02/07/14 - Tarefa 5: a aquarela das somas iguais - Investigando a Distribuição das possíveis somas do lançamento de dois Dados - 2h/aula

Essa tarefa teve como objetivo: investigar quantas somas iguais são possíveis ao lançar simultaneamente dois dados, representar a distribuição em forma de tabela e analisar os resultados.












Tarefa 5 - primeira investigação - Quantas somas iguais existem para os diferentes resultados para o lançamento de dois dados?

Iniciamos novamente uma etapa de investigação nos moldes de Jesus, Serrazina (2005) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) lançando as questões desafiantes, quais sejam: - Quantas somas encontraremos? - Quantas somas iguais existem para o lançamento de dois dados?

Para testar e verificar a hipótese, do nosso primeiro questionamento, realizamos uma contagem coletiva e oral, por meio da folha de atividade da tarefa da aula anterior. Após a contagem, chegamos à conclusão que são 36 as possibilidades.

Para encontrarmos a solução para a segunda questão desafiante propusemos outra tarefa, por meio do quadro (quadro 16) relacionando as cores às somas, as crianças deveriam pintar na folha da tarefa da aula anterior (figura 35)

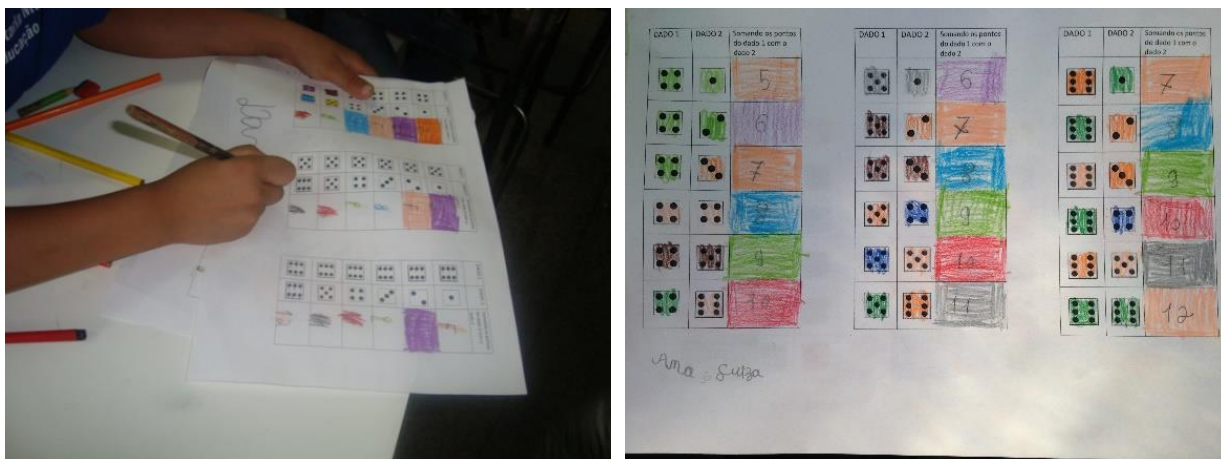
Quadro 16 - Cores e somas

Representação em cores das somas do lançamento de dois dados										
										
Soma 2	Soma 3	Soma 4	Soma 5	Soma 6	Soma 7	Soma 8	Soma 9	Soma 10	Soma 11	Soma 12

Isso feito, fomos para etapa de apresentação dos resultados. As crianças compartilharam, mostrando umas para as outras, para a professora e para a pesquisadora a “aquarela” em que se transformara a folha da tarefa. Este exercício possibilitou enxergar melhor a classificação por categorização dos dados (somas iguais), pois, ao pintar a soma 3 de azul escuro, a criança realizará essa ação duas vezes; ao pintar a soma 4, a criança realizará três vezes essa ação e assim por diante. Essas ações fazem com que a criança amplie sua percepção de semelhança e visualize a classificação mais facilmente.

A figura 36 mostra as crianças pintando sua folha de atividade e o resultado final:

Figura 36 - Representação da distribuição da soma do lançamento simultâneo de dois dados



Fonte: acervo da pesquisadora

Tarefa 5 - segunda investigação - quantas e quais são as somas?

Antes de iniciar a tabulação, rememoramos com as crianças as cores que havíamos pintado para cada soma

Construímos coletivamente a tabela de frequência. Durante o diálogo, as crianças foram anotando na tabela de duas colunas, em que a primeira representava a categoria “Soma” e a segunda, “quantas vezes cada soma apareceu”. Fomos conduzindo, associando soma, cor e quantidade. Continuamos a investigação comparando as demais somas com frequências iguais. Ressalto que as crianças realizaram esta etapa sem dificuldades e se mostraram bastante interessada.

Figura 37 - Tabela de soma x frequência



Fonte: acervo da pesquisadora

09/07/14 - Tarefa 6: Representação dos dados

Optamos por realizá-la de duas maneiras, quais sejam: a primeira por meio da construção com material manipulável e, a segunda, por meio da construção no ambiente “lápiz e papel”:

Tarefa 6 - primeira investigação - como posso representar os dados da tabela? Construção com material manipulável: um momento lúdico - 2h/aula

Entregamos uma lata de Coca-Cola (cada lata representava a ocorrência de uma soma) para as crianças preencherem as colunas da soma segundo a tabulação dos dados (figura 38) do lançamento simultâneo de dois dados segundo a tabulação realizada na tarefa anterior.

Esse ato possibilita à criança associar a lata de refrigerante (algo que é prazeroso para ela) à quantidade que está sendo representada no gráfico, tornando intuitiva a construção do gráfico no papel. Fomos chamando as crianças para completar o gráfico. Este foi um momento bem animado e participativo e, ao final as crianças degustaram o refrigerante geladinho.

Figura 38 - Construção do gráfico da distribuição da soma do lançamento simultâneo de dois dados.



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 39 - Celebrando a realização da tarefa



Fonte: acervo da pesquisadora

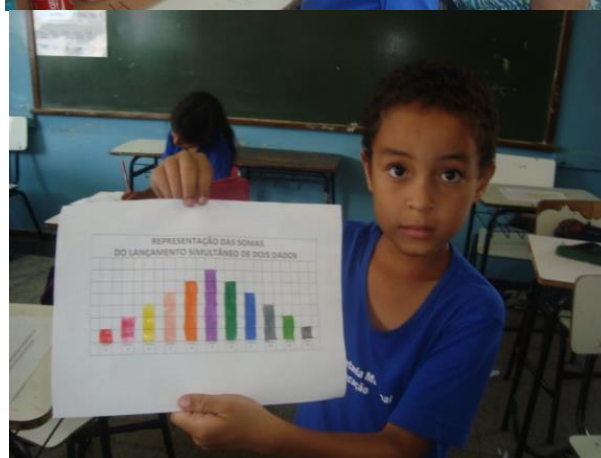
16/07/17 - Tarefa 6 - segunda investigação - como posso representar os dados do gráfico de uma maneira diferente? - Construção do gráfico no ambiente “lápiz e papel”:

Em casa construímos o gráfico das latinhas afixando-as em um papelão, para que pudéssemos fazer uma discussão sobre os resultados e as crianças tivessem uma referência para preencherem o gráfico no papel,

Através de uma folha de papel quadriculada, as crianças representaram a frequência da soma do lançamento de dois dados (figura 40), sempre observando o gráfico construído na semana anterior com as latinhas de coca cola.

Para a discussão dos resultados, novamente levantamos e validamos hipóteses. Nesse sentido, organizamos uma roda de conversa tendo como referência os gráficos construídos. O diálogo com as crianças foi pautado na variabilidade dos dados. Por exemplo, quantas vezes a resultado 2 apareceu? , Quais são as colunas que tem o mesmo tamanho?

Figura 40 - Construindo o gráfico da distribuição da soma do lançamento simultâneo de dois dados no ambiente lápis e papel.



Fonte: acervo da pesquisadora

4.1.2.2 Primeiro eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento

Para responder a primeira pergunta, qual seja, - quais números foram sorteados? grande parte dos alunos tinha que contar o número de pontinhos (bolinhas é o termo usado pelas crianças) da face sorteada e, para a segunda pergunta, qual seja, - quanto deu a soma? Eles contavam novamente começando no primeiro dado e passavam para o segundo. Para a contagem, os alunos usavam os dedos das mãos. O momento de “marcar a casa no tabuleiro” também era debatido entre os alunos, uns falavam: - “coloca aqui”, apontando para a casa escolhida por eles, outros falavam - “coloca ali”, todos queriam apontar a sua escolha para a criança “marcadora” daquele instante. Para mediar o debate, dissemos a eles que a opção seria da criança “marcadora” da rodada (essa opção se deu porque esse também era um momento para verificar se as crianças sabiam associar a quantidade à representação numérica).

Abaixo entrecruzamos alguns episódios com as categorias de análise.

Tarefa 1 - O jogo coletivo

Episódio 1:

Sandra: Pode jogar.

Alunos: 4 e 3. Sete, sete, sete, sete. [Nesse momento alguns alunos apontam o dedo para as marcas dos dados realizando a contagem e posicionam as mãos com 4 e 3 dedos levantados em cada mão e começam a contar novamente para adicionar].

[A aluna se dirige ao tabuleiro, encontra o número e coloca a fichinha sobre ele].

1.1.2 - Relação entre os tipos de números: de nossas observações, que evidenciamos no episódio 1, inferimos que naquele momento várias crianças não tinham a percepção visual simples, ou seja, não tinham a percepção de valores pequenos sem proceder à contagem (*subitizing*). Castro e Rodrigues (2008-b), ressaltam que esse é um aspecto importante no desenvolvimento do sentido de número, porque permite o estabelecimento de relações numéricas que facilitarão o cálculo mental, promovendo a composição de situações e, com o tempo, a percepção composta, ou seja, o reconhecimento de quantidades superiores a 6 por composição de percepções simples. Essa relação também é considerada por McIntosh, Reys e Reys (1992).

Episódio 2:

[Enquanto isso, as alunas do time rosa se organizam para lançar os dados. As alunas do time rosa jogam os dados].

Sandra: 3 mais 5?

A aluna que jogou o dado conta as bolinhas e gesticula com os dedos o número 6.

Sandra: Será que é 6? Vamos contar de novo.

[A aluna volta a contar, só que desta vez ela conta utilizando os dedos da mão e a outra aluna que jogou o dado começa a contar também usando os dedos.]

Aluno: Oito, oito, oito, oito!

2.1.1 - Operando com números inteiros: durante todo o jogo situações de operações foram praticadas. Algumas vezes as crianças acertavam as somas, outras erravam, mas tal como no episódio acima no espírito de colaboração as respostas iam se tornando corretas.

3.4.2 Reconhecer a razoabilidade dos Cálculos: Esse foi um momento rico que permitiu às crianças, quando confrontadas com as situações do jogo, dialogar com a sua equipe em busca do resultado correto e até mesmo com as demais equipes (já que a maioria das crianças queria participar da jogada das outras equipes), testar e verificar suas hipóteses (testando os pontos obtidos e sua respectiva soma) e expressar suas conclusões aos colegas (marcando o tabuleiro com sua ficha).

Tarefa 1 - primeira investigação - Investigando sobre o jogo

Episódio 3:

O que vocês aprenderam com o jogo? *“os números”, “ler os números”, “contar os números”, “fazer continhas de números”, “fazer continhas de somar”*. Como vocês pensaram para chegar no resultado dos pontos dos dois dados? *“contamos nos dados e fomos contando nos dedos da mão”* - Como era o jogo, quem sabe falar? - *“o jogo era assim, tinha uma equipe rosa, laranja, amarelo e azul, aí tinha um tabuleiro, tinha um capitão do time - Você era a capitã da sua equipe. E aí? Laura: - Duas pessoas jogavam o dado, aí se parava no 5 e o outro no 2, a gente tinha que fazer continha de mais, a gente fazia continha assim (ela ia mostrando os dedinhos) e dava 7, aí a gente pegava uma fichinha e colava no tabuleiro no lugar do 7”*.

1- Conhecimento e habilidade com os números: A criança vai construindo o sentido do número, à medida que ela vai desenvolvendo capacidades de contagem progressivamente mais elaboradas (CASTRO E RODRIGUES, 2008-b p. 21). Contar a partir de certa ordem (crescente ou decrescente) é uma capacidade que exige, já alguma abstração. Determinados contextos favorecem este tipo de contagem. De nossas observações, consideramos que esse jogo apresenta esse contexto favorável. No episódio acima podemos constatar a desenvoltura de Laura ao relatar o jogo e sua capacidade de contar a partir de uma certa ordem.

Os conceitos envolvidos na tarefa 1 e como se entrecruzaram em prol do sentido de número

Essa tarefa permitiu a abordagem de diferentes conceitos Matemáticos e Estatísticos, quais sejam: Comparação (ao comparar a pontuação das demais equipes), Correspondência (associaram as “bolinhas” do dado aos dedos da mão); Contagem (em média 85% das crianças precisam contar cada “marca” do dado para saber o quanto está representado ali); Contagem a partir de uma certa ordem (algumas crianças começam a contar a partir dos pontos de um dos dados e continuam a contagem para encontrar a soma dos pontos); Conceito de juntar e/ou agrupar (para saber o total de pontos a maioria das crianças precisava representar nos dedos da mão cada ponto do dado, recitando uma sequência numérica, passando do primeiro dado para o segundo); Conceito de adição (Quatro (12%) crianças já realizam a operação de adição sem recurso dos dedos; Noções primeiras de probabilidade (distribuição de probabilidade, quando discutimos o lançamento de um dado onde cada face tem equiprobabilidade de ocorrência que é $1/6$,) espaço amostral (a representação no tabuleiro de todos as possíveis somas para o lançamento simultâneo de dois dados), noções de aleatoriedade.

1.4.1- Sistemas de padrões de referência matemáticos - Sobre contagem (algumas crianças começam a contar a partir dos pontos de um dos dados e continuam a contagem para encontrar a soma dos pontos

Tarefa 2:

Episódio4:

Sandra: em um lançamento de 6 pontos e 5 pontos esta criança relatou sua maneira de contar, e foi também mostrando:

Wallinson: “Coloco 5 dedos em uma mão e um dedo na outra dá 6 e continuo contando nos dedos do pé mais 5 dedos e chego no 11”.

3.2.1 - Habilidade para criar e/ou inventar estratégias: Quando uma estratégia inicial parece ser improdutiva, ou nesse caso, impossível, já que são 10 os dedos das mãos, formular e aplicar uma estratégia alternativa é uma resposta apropriada e, no futuro, essa iniciativa ajudará Wallinson a perceber que a resolução de um problema pode ser feita por diferentes estratégias.

Episódio 5:

Sandra: O que significa esses números que estão dentro da casinha? Vamos lembrar?

Toda a sala: Números.

Sandra: Então o que está dentro da casinha é um número. O que significa esses números? Vamos lembrar? É o resultado da soma de ...?

Toda a sala: dos números dos dados.
 Sandra: Certo! Então o que está dentro da casinha é o resultado da soma de dois números. Certo?
 Sandra: Quantos casinhas aparecem no tabuleiro
 [As crianças ficam eufóricas e vão falando todas ao mesmo tempo]
 Sandra: Então olha, vocês falaram 10, 12, 16, falaram 17 não falaram?
 Sandra: 18, 20, Kaik falou 35.
 Sandra: Bianca, quanto que você falou mesmo?
 Bianca: 30.
 Sandra: A Bianca falou 30, o Kaik falou 35
 Sandra: Nós vamos contar quantos tem. Eu vou pondo o dedo e vocês vão contando
 Toda a sala: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36. [Espaço amostral da soma do lançamento de dois dados.]
 Sandra: Quem foi que chegou mais perto da conta do resultado?
 Alunos: Kaik
 Sandra: Vem cá a Bianca e Kaik também. Palmas pra Bianca e para o Kaik. [Toda a sala bate mais palmas].
 Sandra: Porque eles é que chegaram mais perto da resposta correta.
 Sandra: Kaik, porque que você achou que era 35?
 Kaik: Eu contei. Quando você estava segurando o tabuleiro eu contei.
 Sandra: Gente! Olha como ele foi esperto. Mais uma salva de palmas para ele.
 [Toda a sala bate palmas].
 Sandra: Pode sentar, muito obrigada.

Turkel e Newman (1993, p.32) nos informam que experiências de interpretações deveriam ser parte integrante das aulas de Matemática ou de cada aula de cálculo. As autoras destacam também, que as pessoas com sentido de número sentem-se confortáveis e confiantes como os números, sabem como são usados, sabem como interpretá-los e sabem quando os números fazem sentido. Justificamos com essa afirmação a importância de nossa questão desafiante - O que significa esses números no tabuleiro? Essa tarefa foi importante também porque possibilitou um momento de contagem (do Espaço amostral do lançamento de dois dados). e estimativa. Relativo ao trabalho com a estimativa, segundo as autoras permite desenvolver a capacidade para reconhecer quando os números são razoáveis e fazem sentido. Essas ações aqui desenvolvidas conforme Turkel e Newman (1993) devem ser realizadas desde os primeiros anos quando as ideias de número são introduzidas.

Considerações sobre a tarefa 3: nos ofereceu a possibilidade de trabalhar com as crianças o exercício do voto ao escolher o nome do jogo. Esse ato, tão importante na formação de um cidadão crítico, explicita o papel da interação social na aprendizagem da Matemática e da Estatística. Ofereceu-nos, também, a possibilidade da abordagem de diferentes conceitos Estatísticos e Matemáticos, quais sejam: Correspondência (um pontinho para cada dedinho); Contagem (36); explorar o conceito de adição (a cada item verificou-se a soma/quantidade de pontos nas colunas imagéticas das faces dos dados). Permitiu também abordagem de

diferentes conceitos Estatísticos, quais sejam: Coleta de dados (votação do nome do jogo); Tabulação dos dados da votação; Organização e apresentação dos dados em tabela (resultado da votação); Tabela de possibilidades (Representação do espaço amostral - Pares ordenados e soma dos elementos de cada par de ocorrência do lançamento simultâneo dos dois dados).

Relativo ao Sentido de número, possibilitou o desenvolver o

2- Conhecimento e habilidade com as operações

2.1 Compreender o efeito das operações

2.1.1 Operar com números inteiros

Compondo a tabela de frequência

Episódio 6:

Sandra: Agora olha quantos quatro aparece.

Alunos: Três, três.

Sandra: Que cor que é mesmo o quatro?

Alunos: Verde escuro.

Sandra: Verde escuro, quem não tiver sabendo como que é o quatro, procura pela cor, não tem problema, pela cor você identifica o 4. É só corresponder, a cor verde escura com o quatro.

3.4.2 - Reconhecer a razoabilidade dos cálculos: Fomos dialogando tal qual descrito no episódio 6, até chegar na soma 12 e completar pôr fim a tabela de frequência da soma do lançamento de dois dados (tarefa 5). Quando as crianças divergiam na resposta, fazíamos questionamentos sobre quem estava certo e pedíamos que verificassem e discutissem, até que chegassem à resposta correta.

Episódio 7:

José Antônio: Tia (é assim que as crianças dos anos iniciais chamam as professoras) vai indo e voltando.

Sandra: Como?

José Antônio: É tia! vai subindo e quando chega no seis" (frequência da soma 7) ... "vai descendo de um em um".

Sandra: Nossa! Que beleza, você entendeu direitinho José Antônio. Você deu o pulo do gato, hoje eu vou dormir feliz viu! Vai, quando chega aqui "óh", no 6, vai voltando. **José Antônio você é um gênio, mas que coisa mais fofa.** "Óh", é isso mesmo "óh", 1, 2, 3, 4, 5, 6. Olha então vai assim "óh". Tchum, tchum, tchum sobe, sobe, sobe e chega até o seis, não é? Aí depois o que que acontece? Desce, desce, desce, desce, desce, até o um. Então começa aqui pequenino, depois vem assim, depois vem mais um pouco, mais um pouco, mais um pouco, depois o que que acontece? José Antônio: *Vai descendo.*

O que nos encantou foi o fato de uma criança de seis anos conseguir fazer uma inferência tão importante sem mesmo olhar para a construção gráfica. Ou seja, perceber a simetria na distribuição da frequência para a soma do lançamento de dois dados. Além dessa percepção podemos inferir também que José Antônio traz consigo a ideia de inclusão de classe e por conseguinte

Episódio 8:

Sandra: Vamos comparar a soma 2 com a 12? (As crianças não entenderam a pergunta). Renovamos a pergunta - Sandra: o que elas têm de igual ou diferente?

João Vitor: Ih! As duas tem um só".(a soma 2 e a soma 12 só aparece uma vez)

1.3.2 - Comparando a um referencial matemático: Continuamos a investigação comparando as demais somas com frequências iguais. Ressalto que as crianças realizaram esta etapa sem dificuldades e se mostraram bastante interessada.

Esta tarefa permitiu trabalharmos a distribuição de probabilidades e simetria intuitivamente, o que facilitará quando no futuro as crianças forem estudar essas temáticas com rigor teórico. Permitiu também evidenciar e praticar os conceitos de contagem e comparação. Conceitos esses que são fundamentais para o desenvolvimento de Sentido de Número. Sobre o processo de contagem, Barbosa (2007) ressalta que não é uma simples internalização e posterior repetição de comportamentos aprendidos com os outros. Mais do que isso, a autora reforça, que o ato de contar se constrói, talvez concomitantemente, com a internalização de conceitos e procedimentos que são socialmente e culturalmente mediados e estão dinamicamente inter-relacionados. Evidenciamos com a citação de Barbosa a importância dessa tarefa.

Episódio 9:

Sandra: Agora a gente vai fazer um gráfico, certo? Cada latinha de coca cola vai representar uma soma. Então para a soma 2, quantas latinhas eu vou por?

Alunos: Duas.

Sandra: Não, para a soma 2? Lembrem do lançamento dos dados?

Alunos: uma.

Jose Antônio: é o 1 e 1 que dá 2

1.2.1 -Representação gráfica para os números: Construção do gráfico no papel - Através de uma folha de papel quadriculada, as crianças representaram a frequência da soma do lançamento de dois dados, sempre observando o gráfico construído na tarefa anterior com as latinhas de coca cola.

Para a discussão dos resultados, novamente levantamos e validamos hipóteses. Nesse sentido, organizamos uma roda de conversa tendo como referência os gráficos construídos. O diálogo com as crianças foi pautado na variabilidade dos dados de cada uma das colunas;

1.1.2- Relação entre os tipos de números e 1.3.2 - Comparando a um referencial matemático: Quantas vezes a resultado 2 apareceu? ... e assim por diante, investigando cada uma das colunas; Quais são as colunas que tem o mesmo tamanho? Quais foram os resultados que menos apareceram? Qual foi o resultado que mais apareceu? Quantos resultados são menores que 7? Quais são eles? Quantos resultados são maiores que 7? Quais são eles? ... e assim por diante. Aqui foi possível perceber nitidamente o termo *“indo e vindo”* utilizado pela criança durante as discussões dos resultados da tabela. Com isso retomamos a discussão e mostramos no gráfico este movimento da simetria da frequência das somas, as crianças concluíram que: *“o sete divide no meio antes dele vai subindo e depois dele vai descendo do mesmo jeito”*. Intuitivamente o conceito de simetria

Considerações sobre a tarefa 4:

A tarefa 4 nos ofereceu possibilidade de abordar diferentes conceitos Estatísticos e Matemáticos, quais sejam: Classificação (categorizar os dados segundo somas iguais); Correspondência (uma lata de Coca-Cola para cada soma); Contagem (contar a quantidade de somas iguais), Comparação (comparar as diferentes frequências no gráfico). Permitiu também abordagem de diferentes conceitos Estatísticos, quais sejam: Tabulação dos dados e representação em forma de tabela (quantidade de pares que tem a mesma soma); Construção de gráficos (representação gráfica da frequência de cada soma); e discussão dos resultados (análise dos dados e/ou comportamento da frequência das colunas de Soma e Observação no gráfico da simetria da frequência das somas tendo como referência a frequência da soma 7/eixo de simetria). Nessa tarefa foi possível abordar os seguintes indicadores: - **1.2.1 - Representação gráfica para os números, 1.1.2 - Relação entre os tipos de números, 1.3.2 - Comparando a um referencial matemático, 3.4.2 - Reconhecer a razoabilidade dos cálculos.**

4.1.2.3 Considerações sobre o contexto de investigação

No decurso da realização das tarefas, desse Contexto de investigação, durante as seis semanas, as crianças foram conhecendo um pouco mais sobre Estatística e Matemática.

Consideramos que as atividades de natureza investigativa por nós elaboradas, o seu desenvolvimento, a interação de conceitos Estatísticos envolvidos na tarefa com os conceitos Matemáticos de correspondência, comparação, classificação, agrupamento, contagem, sobrecontagem (partindo de um ponto de referência) e operação de adição, contribuíram para o desenvolvimento do sentido de número.

Assim como Castro e Rodrigues (2008-b), acreditamos que é através da experimentação e da comunicação, utilizando estratégias diversificadas, que se adquire prática na construção de relações entre números e desenvolve o sentido de número.

Apresentamos abaixo uma síntese dos indicadores que trabalhamos nesse contexto de investigação.

4.1.2.4 Síntese de habilidades para desenvolvimento do Sentido de Número

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

1.1.2 Relações entre números: momentos de investigação do jogo

1.2.1 Representações gráficas e simbólicas: momento de investigação (representação simbólica na face dos dados significado dos números no tabuleiro), Tabela (registro da frequência do espaço amostral), Gráfico (duas representações).

1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números: preenchimento da tabela, análise dos resultados (interpretando a tabela, os gráficos),

1.3.2 Comparando a um referencial matemático: estabelecendo comparações numéricas por meio da variabilidade dos dados.

1.4.1 Sistema de padrões de referência matemáticos: sobrecontagem no momento da soma dos resultados do lançamento dos dois dados.

Categoria 2: Conhecimento e habilidade com as operações

2.1.1 Operando com números inteiros: a cada soma realizada a partir do lançamento dos dados, no preenchimentos da tabela de colunas imagéticas, na composição da tabela de frequência na construção e análise dos gráficos do espaço amostral.

Categoria 3: Aplicação do conhecimento e habilidade com os números e as operações em situações de cálculos

3.4.1. Reconhecer a razoabilidade dos dados: tabela e gráficos

3.4.2. Reconhecer a razoabilidade dos cálculos: durante as jogadas, soma na tabela de colunas imagéticas.

4.1.2.5 Considerações finais desse contexto de investigação

Por fim a partir de nossa vivência com as crianças nesse contexto de investigação (15 aulas-7 semanas), podemos afirmar que através da criação de oportunidades em que se torne fundamental a contagem de objetos, a criança vai se familiarizando com os termos da contagem oral e vai desenvolvendo a habilidade de relacionar os números às quantidades, assim como avança no processo de compreender o efeito das operações. Foi notável o avanço que as crianças tiveram durante esse contexto de investigação.

Consideramos que os objetivos específicos para esse contexto foram alcançados.

4.1.3 Contexto de investigação III: Tampinhas que se agrupam

4.1.3.1 Objetivo

O objetivo deste contexto de investigação foi trabalhar conceitos estatísticos (categoria, tabela de frequência, gráfico do tipo pictograma) e matemáticos (estimativa, classificação, correspondência, agrupamento e contagem). O Contexto de investigação aconteceu em três etapas, com encontros semanais, totalizando 7 horas/aula. Relatamos, na sequência, esses encontros no contexto das etapas preconizadas pela Investigação Matemática, destacando a interação dos conceitos estatísticos com os conceitos matemáticos e os marcadores do Sentido de número.

4.1.3.2 Descrição das Tarefas

13/08/2014 - Tarefa 1: tampinhas que se separam e se agrupam - 3horas/aula

Tarefa 1 - primeira investigação: Quantas tampinhas têm aqui na garrafa? - Estimativa e categoria

A estimativa é a capacidade de reconhecer quando os números são razoáveis e fazem sentido. Turkel e Newman (1993) destacam que uma pessoa com Sentido de número pode avaliar uma situação e decidir se bastará uma aproximação de números. As autoras

recomendam que se deve ensinar as crianças a estimar e oferecer-lhes muitas oportunidades para fazerem estimativas razoáveis pois, muitas vezes, para encontrar a solução de um problema, basta uma simples aproximação.

Investigar a capacidade de realizar estimativa e fazer um exercício de memorização foram os objetivos da primeira investigação da tarefa 1. Ressalta-se que as crianças conheciam os recursos utilizados pois já haviam feito atividades com as tampinhas e a garrafa na aula anterior sem, no entanto, realizar contagem nem estimativa. A figura 41 mostra o momento em que apresentamos às crianças a garrafa.

Figura 41 - A garrafa e a tampinhas



Fonte: acervo da pesquisadora

Iniciamos a descrição rememorando que, em uma tarefa de natureza investigativa, os alunos partem inicialmente de uma questão desafiante. Isto posto, apresentamos às crianças uma garrafa (figura 45) e propusemos a seguinte investigação: - **Quantas tampinhas têm aqui na garrafa?** - Alunos: - As crianças foram falando ao mesmo tempo diferentes números, dez, dois, quarenta, vinte, cinco, três, treze... lembrei a eles que, na aula anterior, havíamos trabalhado com as tampinhas. Desse momento em diante, as estimativas se aproximaram melhor: 30,100, 200, 120. “Isso! Agora ficou melhor; temos duzentas e dez tampinhas, mais ou menos, em cores variadas”.

Tarefa 1- segunda investigação - classificar para que? - Classificação e agrupamento

Aprofundar os conceitos de classificação, agrupamento, contagem foram os objetivos do segundo momento de investigação.

Um dos aspectos marcantes nas atividades de classificação é indagar: classificar para quê? É o conteúdo dessa resposta que valida a classificação realizada. A partir disso, fomos

para as indagações com vistas a formularmos a conjectura sobre classificação, conforme nos orienta Ponte, Brocardo e Oliveira. (2006). Retomamos mais um momento de investigação: “ Nós vamos construir um gráfico com essas tampinhas. Temos diferentes cores aqui. Para fazermos os gráficos, o que vamos ter que fazer com as tampinhas? ”- “*Separar*”; - “Separar? O quê?”; - “*As tampinhas*”; - “Por quê?”; - “*Porque está tudo misturada*”; - “- Se está misturado, como vamos separar?” - “*Amarelo, preto, branco, rosa, verde*”; - “*A cor*”; - “Todos concordam? Certo, então, será pela cor”. Vamos separar lá no refeitório. Estava assim instaurada a definição da categoria que iríamos trabalhar.

É importante ressaltar que as cores faladas pelas crianças são pertinentes às cores das tampinhas, portanto, elas não falaram as cores aleatoriamente, houve intenção em suas afirmações, ou seja, buscar a cor correta entre o universo das cores de tampinhas que existem.

Destacamos que, embora as questões fossem feitas por nós, o objetivo foi levar as crianças a fazerem uma reflexão sobre o processo em curso. Nesse momento, o objetivo foi trabalhar a geração de classificação a partir de um único critério, ou seja, trabalhar a categorização. Em Estatística e em várias situações da vida cotidiana, Gitirana (2014) destaca que é importante gerar categorizações em que um mesmo dado seja alocado sempre em apenas uma categoria; em nossa tarefa, a categoria eleita foi “*cor*”.

As crianças em grupos, sentadas no chão, discutem a estratégia que vão realizar e separam as tampinhas pela categoria “*cor*”. O teste de conjecturas é um aspecto do trabalho investigativo que os alunos, em geral, interiorizam com destreza e que se funde, por vezes, com o próprio processo indutivo. A manipulação dos dados começa a apontar no sentido de certa conjectura. Nessa tarefa, esse movimento ocorreu com manipulação das tampinhas para realizar a classificação. Com essa ação, as conjecturas foram aceitas, pois as crianças perceberam que, ao separar as tampinhas, ficaram organizadas por cores (cada cor ocupando seu espaço).

As crianças executaram o combinado, separaram as tampinhas pela categoria “*cor*” e as organizaram em colunas sem dificuldades. Inferimos que, no conceito classificação, as crianças já consolidaram esses conceitos, garantido assim seus direitos de aprendizagem (BRASIL, 2012).

Figura 42 - Organizando as tampinhas



Fonte: acervo da pesquisadora

Ao finalizar uma tarefa, Jesus e Serrazina (2005) afirmam que esse é o momento de comunicar, de discutir e de refletir com toda a turma. Embora seja a finalização da primeira investigação, optamos por seguir as orientações dos autores acima. Nesse ínterim, convidamos as crianças a assentarem-se no chão e promovemos uma roda de conversa (figura 43) sensibilizando-as com alguns questionamentos que os levariam a perceber o conceito de agrupamento.

Findada a roda de conversa, todos levantaram e foram para suas mesas. Formaram os grupos novamente e discutiram como agrupariam as tampinhas. A decisão de cada grupo foi a seguinte: equipe azul agrupamento de 5 tampinhas, equipe rosa agrupamento de 7 tampinhas, equipe amarela agrupamento de 10 tampinhas (figura 44), equipe laranja agrupamento de 8 tampinhas.

Figura 43 - Roda de conversa



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 44 - Agrupamento



Fonte: acervo da pesquisadora

Em função do horário, neste dia, não foi possível discutir os resultados dessa etapa. Cada equipe guardou os saquinhos para continuarmos os trabalhos na próxima aula.

Tarefa 2: Organizando os dados

Tarefa 2 - primeira investigação: como posso representar a quantidade de saquinhos? - A tabela de frequência

Constituir e aprofundar os conceitos de agrupamento, correspondência e construção de tabela de frequência foram os objetivos da primeira investigação da Tarefa 2. A realização da tarefa se estendeu por duas horas/aula. Iniciamos a aula com uma roda de conversa rememorando as ações da semana anterior. Nossa opção pela roda ocorreu em função de ser essa uma metodologia que facilita a comunicação, pois incentiva e valoriza a narrativa oral.

A tarefa do dia foi assim apresentada: 1. Agrupar os saquinhos por cor, 2. Realizar a contagem (figura 45), 3. Organizar os dados na tabela (figura 46), e 4. Colorir os ícones representativos dos saquinhos. Essas ações foram realizadas com tranquilidade pelas crianças.

Figura 45 - Contagem dos saquinhos



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 46 - Tabela de frequência dos agrupamentos

 A photograph of a hand holding a yellow paper with a frequency table. The table lists colors and their corresponding counts of magnets.

AGRUPAMENTOS: em direção ao Pictograma	
OBJETO: tampinhas de refrigerante	
QUANTIDADE DE TAMPINHAS POR AGRUPAMENTO (SAQUINHOS):	
COR DA TAMPINHA	QTE. DE SAQUINHOS
VERDE	6
AZUL	1
AMARELA	2
VERMELHA	4
BRANCA	0
PRETA	1
ROXA	1
LARANJA	0
TOTAL DE SAQUINHOS	23

Fonte: Acervo da pesquisadora

As equipes realizaram as tarefas com facilidade, não houve dificuldades na contagem dos saquinhos com tampinhas e no preenchimento da tabela de frequência.

Tarefa 2 - segunda investigação: os ícones do pictograma

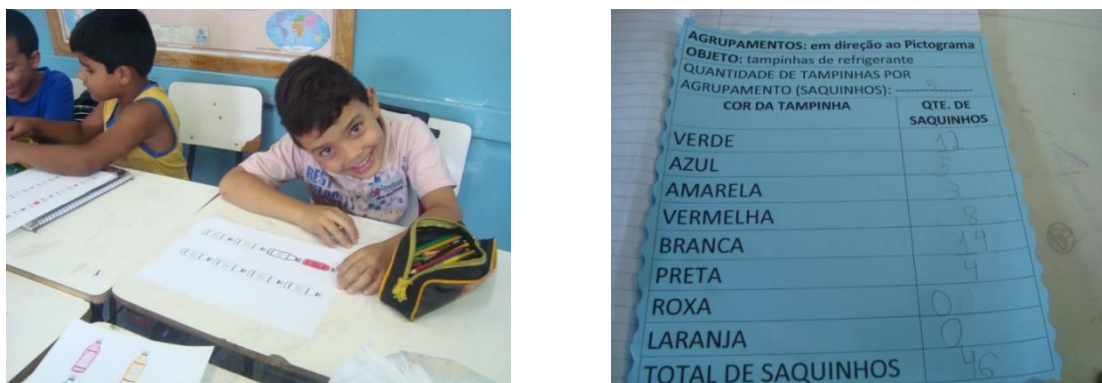
O objetivo desta parte da tarefa foi aprofundar a ideia de correspondência e/ou a troca que estávamos para realizar, qual seja: um saquinho, correspondendo a uma figura, correspondendo à quantidade de tampinhas dentro do saquinho. Fizemos, então, uma roda de conversa para refletir sobre a proposição da tarefa e elaborar estratégias para os próximos

passos. Acerca dessa estratégia, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) afirmam que é nessa fase que os alunos vão compreendendo a situação, familiarizando-se com os dados e apropriando-se do sentido da tarefa. Para tal, rememoramos a tarefa da semana anterior, a partir das seguintes questões investigativas: — Como vamos representar os dados da tabela em um gráfico? Tem como a gente pregar esses saquinhos na cartolina e fazer o gráfico?; — “tem” (as crianças responderam em coro); — Como que nós vamos fazer para o cartaz ficar pregado na parede? — *Silêncio*; — Vai ficar bom? O que acontece? — “*Vai cair toda hora*”; — Aqui na minha mão tem uns desenhos (copo de refrigerante, garrafa de refrigerante, uma criança carregando um saco e um saco de presente), o que vocês acham que podemos fazer com eles? — *Colorir*; — *Recortar*; — Esses desenhos podem representar alguma coisa? — *Não houve resposta*; — Podemos trocar um desenho pelo saquinho? — “*Pode*” (as crianças responderam em coro).

Retornando à verificação das hipóteses, solicitamos às crianças que certificassem quantos desenhos seriam necessários para construir o gráfico do tipo Pictograma. Fomos em cada grupo dialogando com as crianças acerca da correspondência por categoria e sobre o total de ícones que teriam de colorir, os resultados foram: 33 (equipe rosa), 46 (equipe azul), 29 (equipe laranja) e 23 (equipe amarela). As figuras abaixo mostram as equipes realizando o seu trabalho.

Embora tenhamos feito toda a discussão conceitual, não foi possível construir o gráfico nessa aula. As crianças coloriram, recortaram os desenhos e colocaram nos envelopes. Encerramos sem maiores discussões, pois o nosso tempo já estava no fim. As figuras 47, na sequência, mostram as crianças pintando os ícones do pictograma e as suas tabelas devidamente preenchidas.

Figura 47 - Tabela de frequências e ícones do pictograma produzidos pelas equipes





AGRUPAMENTOS: em direção ao Pictograma	
OBJETO: tampinhas de refrigerante	
QUANTIDADE DE TAMPINHAS POR AGRUPAMENTO (SAQUINHOS): 4	
COR DA TAMPINHA	QTE. DE SAQUINHOS
VERDE	6
AZUL	1
AMARELA	2
VERMELHA	4
BRANCA	8
PRETA	1
ROXA	1
LARANJA	0
TOTAL DE SAQUINHOS	23



AGRUPAMENTOS: em direção ao Pictograma	
OBJETO: tampinhas de refrigerante	
QUANTIDADE DE TAMPINHAS POR AGRUPAMENTO (SAQUINHOS): 4	
COR DA TAMPINHA	QTE. DE SAQUINHOS
VERDE	
AZUL	
AMARELA	
VERMELHA	
BRANCA	
PRETA	
ROXA	
LARANJA	
TOTAL DE SAQUINHOS	



AGRUPAMENTOS: em direção ao Pictograma	
OBJETO: tampinhas de refrigerante	
QUANTIDADE DE TAMPINHAS POR AGRUPAMENTO (SAQUINHOS): 4	
COR DA TAMPINHA	QTE. DE SAQUINHOS
VERDE	7
AZUL	4
AMARELA	5
VERMELHA	5
BRANCA	8
PRETA	4
ROXA	2
LARANJA	4
TOTAL DE SAQUINHOS	33

Fonte: acervo da pesquisadora

Tarefa 3: enfim o pictograma

Constituir e aprofundar os conceitos de contagem, agrupamento, correspondência e introduzir construção de gráfico pictograma foram os objetivos da Tarefa 3. A realização da tarefa se estendeu por duas horas/aula. Como, de costume, iniciamos a aula com uma roda de conversa lembrando as ações da semana anterior.

Partimos em busca da resposta para a nossa questão desafiante: **Como podemos representar os saquinhos de tampinha em um gráfico?** Para testar e verificar a hipótese, escolhemos a construção do Pictograma conforme figura 48.

Seja por sua simplicidade, seja pelo apelo visual que oferece, o pictograma, dentre os gráficos, é o mais indicado para o trabalho com as crianças pequenas. Isso é o que nos

sinalizam Guimarães e Oliveira (2014). Nesses gráficos, utilizamos ícones para representar os dados. As autoras reforçam que esse tipo de gráfico é mais utilizado quando queremos representar quantidades pequenas ou em casos em que se trabalha com múltiplos de uma quantidade (situação desenvolvida em nossa tarefa).

Embora já tivéssemos discutido as questões conceituais na aula anterior e rememoramos as ações nessa aula, antes de iniciar a realização da tarefa, retornamos ao momento de “questões desafiantes”. Acreditamos que esses momentos devem acontecer em um movimento de “vai e vem” e, como foi dito no início, as crianças são pequenas e, nessa etapa, ainda precisam de nossa ajuda. Assim, estabelecemos o diálogo que se segue: - Ao invés de pregarmos o saquinho no cartaz, o que a gente vai pregar?; - “*Os desenhinhos*”; - Equipe amarela, o seu copinho agora vai valer o mesmo tanto de tampinhas que estava no saquinho, então vai valer quanto?; - *Dez*; - Vamos ver a equipe azul. Uma garrafinha de vocês vai valer quantas tampinhas?; - *Cinco*; — Por que cinco tampinhas?; - *Porque agrupamos de cinco em cinco*; - Equipe rosa, Vamos supor que vocês têm seis saquinhos de tampinha verde, quantas “sacolinhas” (ícone do grupo) vocês vão colar? - *Seis*. - Onde é que vocês vão pegar esses valores? Vocês já não contaram a aula passada? - *Já*; - *No caderno*; - *No caderno, na tabelinha verde*. Após esta rodada de investigação, as crianças se agruparam para realizar a tarefa.

Figura 48 - O pictograma





Fonte: acervo da pesquisadora

“É imprescindível que o gráfico não seja um mero adorno em sala de aula e que as crianças sejam incentivadas a planejar e interpretar as informações, que ali estão apresentadas” (GUIMARÃES; OLIVEIRA, 2014, p. 23). Corroborando para com a proposição das autoras, solicitamos às equipes a análise, interpretação e apresentação do Pictograma para os demais colegas da sala. Para essa apresentação, a sala foi organizada em forma de roda e cada equipe foi até a frente apresentar o seu pictograma. Seguindo as nossas orientações, as equipes relataram como o agrupamento havia sido feito e evidenciaram a quantidade, variabilidade dos dados e, por fim, realizaram comparação entre as quantidades mostrando esse movimento no gráfico.

4.1.3.3 Primeiro eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

EPISÓDIO 1:

Estimativa - Quantas tampinhas têm aqui na garrafa?

- As crianças foram falando ao mesmo tempo diferentes números, tentando estimar corretamente,
- dez, dois, quarenta, vinte, cinco, três, treze...
- Lembrei-lhes que na aula anterior havíamos contado as tampinhas.
- Desse momento em diante, as estimativas se aproximaram melhor
- 30,100, 200. 120.
- Isso! Agora ficou melhor; temos duzentas e dez tampinhas, mais ou menos, em cores variadas.

É importante destacar que apenas uma criança se aproximou do valor real, o que nos fez crer que precisaríamos aprofundar em tarefas que abordem estimativa para que, assim, as crianças alcancem o indicador de Sentido de número nomeado por Spinillo (2006, p.90) “**Julgamentos quantitativos e inferência**”. Nesta mesma página, a autora traz Greeno

(1991) que aponta como evidência de um Sentido de número a capacidade de julgar e fazer inferências sobre quantidades.

EPISÓDIO 2:

Diálogos durante a construção das colunas

- “esse tem mais que aquele”,
- “o branco é o que tem mais né, gente”!,
- “quando eu estava organizando a minha, vi que o Wallisson estava quase me alcançando”,
- “eu vou ganhar que eu tenho mais tampinhas”.
- João Vitor: Professora, foi assim, a gente estava assentado aqui, aí na hora que eu vi que a gente estava quase ganhando, aí eu pensei né, aí eu vou passar esses meninos tudo, aí o Marcus Vinicius foi e fez o mesmo tanto que o meu.

Percebe-se, no diálogo das crianças, o exercício de comparação. Em todos os grupos e por várias vezes ouvimos frases como ditas acima. Esta ação é importante pois permite à criança a prática da comparação, pois não é necessário conhecer os números para que sejam capazes de comparar quantidades. Para além do ato de comparar e classificar, tarefas como essa conduzem as crianças ao conceito e/ou noção de ordenação.

Esse tipo de tarefa permite às crianças um entendimento do sistema numérico, o que, segundo McIntosh, Reys e Reys (1992), ajudará o estudante a organizar, comparar e ordenar mentalmente números encontrados em um ambiente matemático. Nesse sentido se manifestam os indicadores **Sentido de ordenação de números (1.1); Relação entre os tipos de números (1.1.2) e Ordenação dos números com e entre os tipos de números (1.1.3).**

EPISÓDIO 3

Diálogo para suscitar o conceito de agrupamento.

- Vocês observaram que ao organizar as colunas de tampinhas sobre a mesa, algumas ficaram bem compridas? - O que podemos fazer para reduzir o tamanho (comprimento) das colunas sem reduzir a quantidade de tampinhas?;
- Prontamente Vinicius respondeu: - “Juntando”;
- Retornei à pergunta; - Eu posso juntar? Mas...! Como?; - Qual a sua sugestão, Vinicius?;
- Vinicius Duas em duas.
- Sandra: Muito bem Vinicius!
- [bastou que falássemos que Vinicius estava correto que as demais crianças foram falando as diferentes possibilidades de agrupamento]
- Ao mesmo tempo: - “De 2 em 2”, “de 4 em 4”; “de 1 em 1”; “de 5 em 5”; “de 10 em 10”.

Esse momento de agrupamento e contagem foi significativo em função do que Barbosa (2007) nos explica que o aumento da participação das crianças em atividades lúdicas cotidianas, nas quais elas são estimuladas a usar a contagem oral para contar vários e diversos

agrupamentos, diminui a ocorrência de erros e guia a criança para o desenvolvimento de conceitos numéricos.

Destacamos que este foi um momento intenso em que o exercício de contagem se fez presente. Nessa direção, Lopes, Roos e Bathelt (2014) nos informam que contar e agrupar são ações que permitem controlar, comparar e representar quantidades. A ação de agrupar é muito importante porque permite o exercício de contagem de uma coleção de objetos por meio de seu agrupamento em quantidades menores.

Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição) (1.2.2) esse indicador de um bom desenvolvimento do número envolve expressar um número em uma forma equivalente como resultado de reconhecer como essa nova forma equivalente facilita operar com números recompostos. Nessa tarefa não trabalhamos propriamente com os números, no entanto, esse exercício de desagrupar e agrupar em quantidades diferentes, permite que, no futuro, essa criança tenha facilidade na decomposição e recomposição dos números. Spinillo (2006) apresenta um indicador semelhante ao de McIntosh, Reys e Reys (1992) denominado “Computação numérica flexível”. A autora nos esclarece que esse indicador envolve o reconhecimento de equivalência entre quantidades que são decompostas e recombinadas de diferentes formas.

EPISÓDIO 4

Construção da tabela de frequência

Sandra: Ó, presta atenção! Vocês já separaram os saquinhos pelas cores das tampinhas. Agora nós vamos preencher a tabela. A primeira cor que está escrita é a verde, você já contou, Laura, quantos saquinhos têm?

[Laura mostra os saquinhos para contar]

Laura: Sete.

Sandra: Então aonde está escrito verde, na coluna, vocês vão anotar 7.

Lorena: Aqui, professora?

Sandra: A próxima cor é a branca. Então vamos contar, pessoal! Então vai passando para cá.

Sandra: [Aluno vai passando os saquinhos]um, dois, vamos contar junto?

Alunos: Três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.

Sandra: Então escreve o 10, vamos lá. Isso, certinho.

[Alunos escrevem na tabela]

[Cada criança que ficou responsável pela contagem de um determinada categoria/cor vai informando aos demais quantos saquinhos são para que façam anotação na tabela.

Em todas as equipes ocorreram movimentos como o relatado acima.

“A contagem é um elemento importante no processo de aprendizagem das operações, principalmente nas operações do campo aditivo (adição e subtração)” (BRASIL 2012, p.71). O documento sugere estimular a criança na contagem de objetos dispostos um a um, de forma organizada e também dispostos de forma desorganizada,

Na tabulação, os alunos utilizaram e aprimoraram seus conhecimentos relacionados às ideias de contagem, de numeração escrita e de número no seu significado de cardinalidade. Destacamos que o princípio da cardinalidade vai se construindo progressivamente e, para compreendê-lo, é importante recorrer a inúmeras situações de contagem.

Quanto à numeração escrita, Quaranta, Tarasow e Wolman (2008) discorrem que a partir da participação em situações de uso da numeração escrita, as crianças detectam regularidades, construções que desempenham um papel importante em seu caminho de apropriação do sistema de numeração.

Sentido de ordenação de números (1.1) e Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números (1.3): um entendimento do sistema numérico ajuda a criança organizar, comparar e ordenar mentalmente números encontrados em um ambiente matemático. Ao fazer a contagem dos saquinhos e registrar na tabela a criança desenvolve a “habilidade de sentir o tamanho geral (cardinalidade ou grandeza) de um número dado ou quantidade, esse é um comportamento que se desenvolve com maturidade matemática e experiência” (MCINTOSH, REYS E REYS, 1992, p. 6), que a conduz ao conjunto de conhecimentos necessários para um bom desenvolvimento de Sentido de número.

EPISÓDIO 5

Correspondência aos ícones

Sandra: Por exemplo, a equipe amarela tem seis saquinhos de tampinha amarela. Cada copinho vai representar um saquinho. Se tem seis saquinhos amarelos, vocês vão recortar quantos copinhos desses?

Alunos: Seis.

Sandra: equipe azul, qual foi o total de saquinhos?;

Quarenta e Seis

Sandra: Então, vocês vão colorir quantas garrafinhas?

Alunos: Quarenta e Seis.

Observamos que, nesse momento, as crianças estavam bem mais seguras quanto às respostas e tiveram facilidade para associar a quantidade de ícones com a quantidade de saquinhos. Acreditamos que essa facilidade tenha advindo da diversidade no tratamento de cada conceito, o que facilitou a percepção do significado de cada um deles, pois um mesmo conceito a ser apreendido deve ser apresentado de diferentes maneiras com variação de situações.

Categoria 1, Categoria 2 e Categoria 3

O Sentido de número se refere ao entendimento geral de uma pessoa sobre números e operações junto a habilidade e inclinação para usar esse entendimento em maneiras flexíveis

de fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações. Apresentamos, na sequência, um diálogo com Pedro que evidencia o seu entendimento sobre a sua estratégia para operar com o conceito de adição. Envolve-se, nessa ação, duas categorias com 4 indicadores, são eles:

1. **Categoria 1:** Conhecimento e habilidade com os números - 1.4.1 Sistema de padrão de referência matemático
2. **Categoria 2:** Conhecimento e habilidade com as operações - 2.1 Compreendendo o efeito das operações - 2.2.2- Operando com números inteiros
3. **Categoria 3:** Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculos - 3.2 - Consciência de que múltiplas estratégias existem - 3.2.1- Habilidade para criar e/ou inventar estratégias.

Figura 49 - Tabela de frequências/equipe laranja

AGRUPAMENTOS: em direção ao Pictograma	
OBJETO: tampinhas de refrigerante	
QUANTIDADE DE TAMPINHAS POR AGRUPAMENTO (SAQUINHOS):	
COR DA TAMPINHA	QTE. DE SAQUINHOS
VERDE	7
AZUL	2
AMARELA	2
VERMELHA	2
BRANCA	10
PRETA	1
ROXA	1
LARANJA	2
TOTAL DE SAQUINHOS	22

Fonte: acervo da pesquisadora

EPISÓDIO 6

Pedro e seu modo de operar

Sandra: Pedro, como você fez para descobrir na tabelinha a quantidade total de tampinhas?

Aluno: contei nos dedos.

Sandra: Contou nos dedos! [faço uma expressão de que não estava compreendendo, costumo adotar essa postura para estimular a criança a expor seu pensamento] como assim?

Aluno: Primeiro deu sete [primeira linha da tabela], aí depois eu contei mais dois [segunda linha da tabela],... oito, nove.

Sandra: E depois?

Aluno: Depois do nove, aí depois, eu tinha mais dois, então contei ... dez e onze.

Sandra: Ham...

Aluno: Aí depois doze, treze, quatorze, quinze [mais quatro]

Sandra: legal! estou entendendo

Aluno: Depois do quinze, Dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois, vinte e três, vinte e quatro, vinte e cinco.

Sandra: Isso! genial!

Sandra: Aí depois do vinte e cinco deu mais...

Aluno: mais um. Vinte e seis

Aluno. Mais um - Vinte e sete, e mais 2 - vinte oito, vinte e nove.

Sandra: Ah, então tá. Quer dizer que você contava o de trás aí continuava contando? Foi isso que você fez?

Aluno: Foi.

Sandra: Muito bem, Pedro, você é um gênio! Parabéns!

Abrimos esse parêntese para refletirmos sobre o desenvolvimento de Sentido de número de Pedro. Segundo McIntosh, Reys e Reys (1992), o Sentido de número apresenta-se de várias maneiras conforme o aluno evolui o seu pensamento matemático. Os autores destacam ser importante que o professor (pesquisadora) conheça a maneira como a criança escolhe, desenvolve e usa métodos de cálculo, incluindo o cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras e estimativa. A opção de Pedro é contar de um em um, sempre partindo do resultado anterior. Pedro começa a contar do sete (primeiro número que aparece na tabela), continua a contagem de um em um acrescentando 2 (segundo número que aparece na tabela), contando nos dedos da mão como se encostasse o dedo em cada tampinha e continua, sucessivamente, até encontrar o resultado final. É, nessa direção, que o Sentido de número participa na escolha do método em variados graus segundo a evolução ou nível em que se encontra cada criança. Nesse exercício de encontrar o total de saquinhos, Pedro cria e aplica uma estratégia para operar com números inteiros. Nesse sentido envolve-se os indicadores.

3.2.1- Habilidade para criar e/ou inventar estratégias e 2.2.2 Operando com números inteiros.

Constatamos que Pedro já desenvolveu a habilidade de sobrecontagem, ele faz uso de um padrão de referência para continuar sua contagem, Pedro desenvolve o **sistema de padrão de referência matemático (1.4.1)**. No caso de Pedro, o “padrão de referência é um valor numérico desprovido de contexto, que foi desenvolvido a partir de experiência e/ou instrução” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.6).

O caso de Pedro e de outros alunos, que também resolveram dessa maneira ou de outros modos, qual seja, contando cada saquinho nos faz refletir que o currículo de Matemática leva em conta a perspectiva de pensar os números e operações em termos e Sentido de número. Essa mesma reflexão encontramos em Brocardo, Serrazina e Rocha (2008) quando fizeram uma reflexão do contexto proporcionado no projeto Desenvolvendo o Sentido de número do qual as pesquisadoras fizeram parte.

Segundo os autores, uma mesma habilidade pode estar envolvida em diversas atividades matemáticas. Apresentamos abaixo uma síntese desse movimento:

4.1.3.4 Síntese de habilidades para desenvolvimento do Sentido de Número

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

1.1 Sentido de ordenação de números: coleta de dados e preenchimento da tabela

1.1.2 Relação entre os tipos de números: coleta de dados, análise dos dados

1.1.3 Ordenação dos números com e entre os tipos de números: coleta de dados

1.2.1 - Múltiplas representações para o número/ gráfica: gráfico

1.2.2 Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição): coleta de dados

1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números: preenchimento da tabela

1.4.1 sistema de padrão de referência matemático: Apresentação dos resultados da pesquisa

Categoria 2: Conhecimento e habilidade com as operações

2.1- Compreendendo o efeito das operações: Apresentação e análise dos resultados

2.1.1 - Operando com números inteiros: construção da tabela e do gráfico

2.3.1 - Compreendendo a relação adição/multiplicação: tabela e gráfico

Categoria 3: Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculos

3.1.2 - Consciência de que as soluções podem ser exatas ou aproximadas - momento de investigação.

3.2 - Consciência de que múltiplas estratégias existem: momento de investigação; Apresentação e análise dos resultados.

3.2.1- Habilidade para criar e/ou inventar estratégias: Apresentação e análise dos resultados.

3.4 - Inclinação para rever os dados e a razoabilidade dos resultados: Tabulação dos questionários e preenchimento da tabela; Gráfico; Apresentação e análise dos resultados.

4.1.3.5 Considerações finais desse contexto de investigação

Sobre o trabalho colaborativo das equipes

As crianças em grupos, sentadas no chão, discutem a estratégia que vão realizar e separam as tampinhas. A equipe laranja formada de meninos e meninas trabalharam organizadamente, fizeram toda a separação, colocaram na mesa e formaram as colunas das tampinhas vermelhas, brancas, azuis, verdes, roxas e amarelas. A equipe rosa foi formada somente de meninas, elas não se entendiam quanto a cor que cada uma iria separar, o que fez com que o trabalho delas atrasasse, no entanto, conseguiram realizar a atividade. A equipe azul, formada somente de meninos, era a mais dinâmica e organizada na distribuição de tarefas, cada membro da equipe responsabilizou-se por uma cor, tanto para separar quanto para organizar a coluna, com isso, rapidamente, eles realizaram a tarefa. A equipe amarela, também formada somente de meninas, separaram as tampinhas e foram organizando-as em coluna, cada criança também ficou responsável por uma cor.

Campos (2007), ao realizar trabalho com projetos na universidade na perspectiva de trabalho colaborativo, percebeu que esta forma de trabalhar permite que os alunos desenvolvam a capacidade de tomar decisões, assumir responsabilidades, conviver aprendendo a respeitar as diferenças individuais dos participantes, à medida que assumem características que se aproximam de trabalho colaborativo. Entre as crianças do grupo estabelece-se uma relação em que todos se ajudem mutuamente, para que o objetivo maior seja alcançado. Mas também na realização de nossa pesquisa essa percepção se faz presente no trabalho desenvolvido pelas equipes.

Destacamos que as tarefas descritas não estão restritas a um único campo do conhecimento e que, a partir dessa interação, foi possível trabalhar o mesmo conceito apresentando-o e rerepresentando-o com variação do contexto. Sendo assim, em uma breve síntese, selecionamos entre os conceitos matemáticos: Classificação; Correspondência; Ideia de proporção; Agrupamento; Contagem; Comparação; e entre os conceitos estatísticos: Categorização de classes; Organização de dados em tabela; Construção, interpretação e apresentação do pictograma.

A diversificação das experiências e contextos, a respeito de um mesmo conceito, favoreceu o desenvolvimento do Sentido de número e permitiu que os indicadores do desenvolvimento do Sentido de número relativo ao conhecimento e à habilidade com os números e seus subitens (sentido de ordenação dos números, relação entre os tipos de números e ordenação de números com e entre os tipos de números) fossem conjuntamente

desenvolvidos, o mesmo fato se deu com os indicadores **3.2.1- Habilidade para criar e/ou inventar estratégias** e **2.2.2 Operando com números inteiros**.

4.1.4 Contexto de investigação IV: A cor dos nossos olhos

A pesquisa como atividade regular na formação do aluno, segundo Guimarães e Oliveira (2014) pode ser definida como o conjunto de atividades orientadas e planejadas para a busca de um conhecimento novo. As autoras destacam ser fundamental na atitude investigativa a preocupação em formular questões, elaborar hipóteses, escolher amostra, coletar dados, classificar e representá-los para uma tomada de decisão. Com as considerações das autoras, justificamos a importância desse contexto de investigação

Aliado ao objetivo central da pesquisa que é trabalhar os conceitos estatísticos e matemáticos que propiciem às crianças desenvolverem o Sentido de número, esse contexto de investigação possibilita que essas crianças sejam “pequenos exploradores” no universo da investigação Estatística realizando coleta de dados, organizando esses dados em tabelas e representando-os em gráficos.

O contexto de investigação aconteceu em dois momentos, em encontros semanais, totalizando 5h/a e foi composto de cinco tarefas, a saber: A brincadeira do “Macaco disse”; Coleta de dados; Organização dos dados; Gráfico de setores humano; Gráfico de setores no ambiente lápis e papel .

Relatamos, na sequência, o desenvolvimento das tarefas no contexto das etapas preconizadas pela Investigação Matemática, destacamos a interação dos conceitos estatísticos com os conceitos matemáticos alusivos ao desenvolvimento do Sentido de número.

4.1.4.1 Descrição das Tarefas

21/10/2014 - Tarefa 1 - A brincadeira do “Macaco disse”

O objetivo dessa tarefa é fazer com que as crianças por meio da brincadeira percebam e memorizem a cor dos olhos dos colegas.

De acordo com a opção teórica que fizemos, em uma tarefa de natureza investigativa, os alunos devem partir, inicialmente, do reconhecimento da situação e de uma questão desafiante. Para emergir a questão: “**Qual a cor dos nossos olhos?** ”, preparamos um ambiente problematizador a partir da brincadeira: “Macaco disse”;

“Macaco disse”, trata-se de uma brincadeira infantil muito popular na região do Triângulo Mineiro. Um dos participantes é encarregado de ser o Macaco. Ele dará as ordens e todas as demais crianças deverão cumpri-las, desde que sejam precedidas das palavras de ordem: “Macaco disse”. Em nossa brincadeira, a pesquisadora, representou o “Macaco”. Todos os comandos foram alusivos à cor de olhos. Exemplo: - “macaco disse quem tem olhos pretos pular em um pé só”, e as crianças, que possuem olhos pretos, executam o comando, “macaco disse quem tem olhos verdes colocar a mão na cabeça”, somente a criança de olhos verdes executa o comando e assim por diante. Iniciamos a brincadeira com uma roda de conversa (figura 56) para investigar os saberes que as crianças traziam consigo a respeito da brincadeira e esclarecê-la, caso se fizesse necessário. Brincamos (figura 50), fazendo variação de comandos, por 15 minutos aproximadamente.

Figura 50 - Roda de conversa/macaco disse



Fonte: acervo da pesquisadora

21/10/2014 - Tarefa 2: Coleta de dados

O cenário físico (figura 51) de investigação constituiu-se da organização da sala, de tal forma que propiciasse o levantamento de hipóteses. As carteiras foram organizadas em duas filas, de modo que as crianças se sentassem de costas umas para as outras já que não poderiam olhar nos olhos do colega. Como instrumento para coleta dos dados, foi colocado sobre cada carteira uma ficha (figura 58) com o desenho de um olho, na qual as crianças deveriam escrever o nome do colega, que estava sentado às suas costas e a cor de seus olhos.

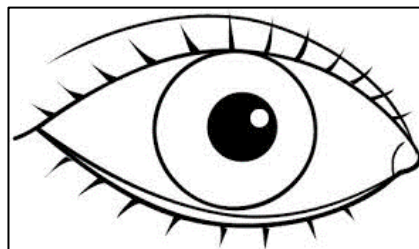
Antes de iniciar a coleta de dados propriamente dita, retornamos ao momento de questões desafiantes. Testar e verificar a hipótese é o que Jesus e Serrazina (2005) apresentam para ser feito na sequência. Solicitamos que os alunos virassem de frente para o colega e verificasse a cor de seus olhos. Essa ação permitiu às crianças reafirmar a conjectura

experimentalmente e confirmar a conjectura elaborada no instante anterior. Foi um momento de bastante euforia pois os alunos verificaram sua hipótese e comemoraram alegremente o seu acerto.

Figura 51 - Disposição do espaço físico



Figura 52 - Ficha de coleta dos dados



Fonte: acervo da pesquisadora



Fonte: acervo da pesquisadora

21/10/14 - Tarefa 3: Organização dos dados

O objetivo dessa tarefa foi organizar os dados, ou seja, tabular as fichas com a cor de olhos que as crianças tinham feito e construir a tabela. Sobre essa ação, Batanero e Godino (2002) dizem que é importante incentivar as crianças a representar os seus dados em tabelas e gráficos, cuidando das qualidades estéticas e matemáticas destes, de modo que possam estar corretamente representados.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), uma atitude investigativa na abordagem da tarefa deve ser estimulada pelo professor. Priorizando sempre os momentos de investigação, levantamos o seguinte questionamento: “O que vocês acham que vamos fazer agora?” Esse questionamento teve como objetivo sensibilizar as crianças para a importância de organizar os dados.

As crianças coloriram a ficha/cor dos olhos e, uma a uma, colaram sua ficha na tabela (figura 53). Realizamos uma contagem coletiva dos dados. Uma vez constituída a tabela (figura 54) foi momento de analisar a variabilidade dos dados e, para tal, dialogamos sobre os resultados e estabelecemos comparações entre os mesmos. Paralelamente as crianças preencheram individualmente suas tabelas (figura 55).

Figura 53 - Construindo a tabela



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 54 - Cartaz com a tabela cor de olhos



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 55 - Tabela cor dos olhos da turma do 1º ano - Sala 6

COR DOS OLHOS DA TURMA DO 1º ANO SALA 6		
DESENHO	COR	QUANTIDADE
	CASTANHO	14
	VERDE	1
	PRETO	3
	AZUL	0

Fonte: acervo da pesquisadora

28/10/14 - Tarefa 4: gráfico de setores humano - o corpo como instrumento de registro

Ao pensarmos essa tarefa, procuramos um contexto que permitisse às crianças utilizar e aprofundar os conhecimentos de que dispunham. Apenas o gráfico de setores foi um elemento desconhecido para as crianças.

O gráfico de setores é construído com base em um círculo e é empregado sempre que desejamos ressaltar a participação de um dado em relação ao total. Nessa tarefa, o total é representado pelas 18 crianças participantes da pesquisa, que se encontravam na sala de aula (1º ano D), naquele dia. Cada setor é representado pela cor de olhos: castanho, verde e preto.

O objetivo dessa tarefa foi encontrar resposta a outra questão desafiante, qual seja: “Será que existe outra maneira de apresentar os dados?”. Para testar e verificar a hipótese, escolhemos a construção do “gráfico de setores humano”.

Mais uma vez, tivemos o cuidado de organizar o ambiente de aprendizagem de forma que este promovesse um novo procedimento de representação dos dados. Para tanto, solicitamos às crianças que se agrupassem segundo a categoria: cor de olhos e, em seguida, se assentassem formando uma roda (base do gráfico de setores), de tal maneira que as crianças de um mesmo agrupamento (categoria - cor de olhos) se colocassem uma ao lado da outra.

Com todas as crianças posicionadas, dividimos os setores com barbante, de forma que a primeira criança de cada setor segura um pedaço do barbante que liga até o centro da roda (gráfico de setores). A função do barbante é dividir os setores do gráfico. Assim, está construído o nosso gráfico de setores humano (figura 56), no qual o corpo é o instrumento de registro.

Com as crianças “travestidas de gráfico de setores”, fomos investigando em qual criança cada setor iniciava e findava, confirmando a frequência dos setores com o registro na tabela e realizando comparações. Para ampliar as possibilidades de investigação, fizemos também uma análise inserindo investigações hipotéticas.

Figura 56 - Gráfico de setores humano



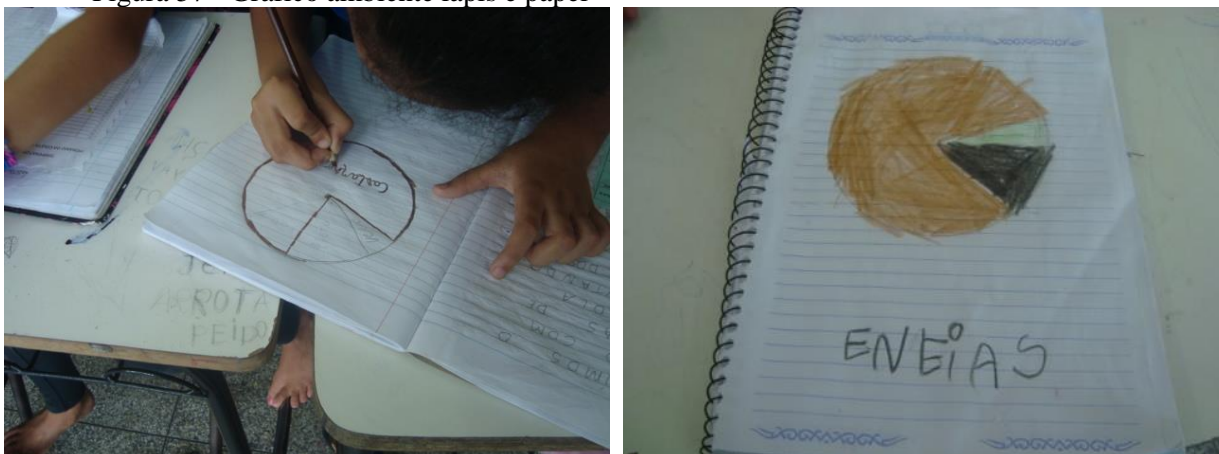
Fonte: acervo da pesquisadora

28/10/14 - Tarefa 5: Gráfico de setores no ambiente lápis e papel - o caderno como espaço de registro

O objetivo dessa tarefa foi proporcionar aos alunos a construção em papel do gráfico de setores humano.

Solicitamos às crianças que desenhassem o gráfico em seu caderno (figura 57). Por serem muito jovens, crianças de 6 anos, coube à pesquisadora traçar a circunferência e o centro do gráfico. No entanto, a divisão dos setores foi feita pelas crianças estimativamente. Para análise do gráfico, realizamos novamente uma investigação em relação à variabilidade dos dados e uma interpretação visual do gráfico associando a distribuição das crianças em cada setor.

Figura 57 - Gráfico ambiente lápis e papel



Fonte: acervo da pesquisadora

No decurso da realização das tarefas, a obtenção de êxito constituiu um ponto de apoio importante para que as crianças fossem adquirindo confiança nas suas capacidades para a Estatística, a Matemática, bem como para o desenvolvimento do Sentido de número.

4.1.4.2 Primeiro eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento

A organização de contextos de aprendizagem que levem em consideração a experiência individual da criança, a expressão de suas ideias (roda de conversa), a experimentação de suas hipóteses (qual a cor dos olhos do meu colega que está de costa para mim) e a troca de informações entre pares (confirmação das hipóteses) e a apuração dos dados, são aspectos que merecem um olhar atento em nossas análises.

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

Movimentos de construção e análise das tabelas

EPISÓDIO 1:

Sandra: - O que vocês acham que vamos fazer agora?

Alguns alunos: Colar a ficha do olho

Sandra: Isso! Olha só como vocês já estão pensando como verdadeiros estatísticos. Essa primeira parte, que vocês fizeram, chama-se coleta de dados. A fichinha que indica cor de olhos são nossos dados.

Sandra: E, agora, o que é que a gente vai fazer?

Aluna: Vamos fazer a tabela [As crianças se organizaram em fila e uma a uma foram colando as fichinhas. Foi um momento de bastante euforia]

EPISÓDIO 2:

Sandra: Vamos contar todos juntos e vocês vão preenchendo, no caderno e nós preenchemos no cartaz, está bom?

Sandra: Atenção, vamos lá. Vamos começar a contar quantos fichas de olhos castanhos temos na tabela.

Sandra: [para que as crianças acompanhassem a contagem, fomos colocando o dedo em cada ficha para fazer corresponder a contagem um a um]

Sandra: Então nós colorimos quatorze fichas representando a cor de olhos castanhos.

Sandra: Na coluna do total o que vocês vão escrever?

Alunos: Quatorze.

E fizemos o mesmo para categoria olhos pretos e olhos verdes.

EPISÓDIO 3:

Sandra: Vamos tentar uma contagem que nós aprendemos ontem, vamos contar de dois em dois?

Todos: Dois, quatro, seis, [alguns confundem e falam sete] oito, dez, doze, quatorze.

Sandra: Mais uma vez.

Todos: Dois, quatro, seis, oito, dez, doze, quatorze.

EPISÓDIO 4:

Sandra: Beleza. Quem sabe só de olhar rapidinho e identificar a quantidade de olhos pretos sem contar. Levanta a mão para mim [Maioria levanta a mão].

Sandra: Quanto tem aqui?

Todos: Um.

Sandra: E olhando para esse “tantão” aqui. [Aponto para coluna de olhos castanhos].
Dá para responder sem contar?

Todos: Não.

Sandra: É! Vocês têm razão precisa de contar, só de bater o olho não dá para saber.

Depois que todos os alunos colaram a ficha “cor de olho” na tabela, foi o momento de cada um preencher a sua tabela. Para finalizar a atividade, Jesus e Serrazina (2005) afirmam que esse é o momento de comunicar, de discutir e de refletir com toda a turma, partimos então para as discussões dos resultados encontrados. Nesse ínterim, fomos sensibilizando-os com os questionamentos: Quantas crianças têm olhos pretos? Qual a categoria que tem maior quantidade (Maior frequência)? Quantos têm olhos azuis?

No início de sua aprendizagem do número, algumas crianças recorrem a correspondência um a um para realizarem a contagem, assim, ao contar as fichas na tabela, fui colocando o dedo em cada ficha para que as crianças pudessem acompanhar a contagem.

Na medida em que progredem nessa aprendizagem, as crianças tendem a desenvolver uma organização na representação dos números, fizemos, então, a segunda proposição de contagem, que era contar de 2 em 2. Esta mudança é importante porque traduz uma evolução no seu Sentido de número. Assim, sobre o conhecimento e habilidade com os números, McIntosh, Reys e Reys (1992) ressaltam que esse entendimento do sistema numérico, o qual a criança vai adquirindo, ajudará a organizar, comparar e ordenar mentalmente os números.

É importante destacar que as crianças possuem a percepção de valores pequenos sem proceder à contagem (*subitizing*). Esse conceito, segundo Castro e Rodrigues (2008a) é um aspecto importante no desenvolvimento do Sentido de número, porque permite a construção de **relações mentais entre números (1.1.2)**.

A partir desses episódios, podemos inferir a evidência de **conhecimento do Sentido da grandeza absoluta e relativa dos números (1.3)** já que as crianças respondem corretamente a quantidade de cada categoria/cor de olho. Outro fator é que, ao investigarmos a variabilidade dos dados estabelecendo comparações, as crianças obtiveram êxito nas respostas indicando o conhecimento da **Comparação a um referencial matemático (1.3.2)**.

Categoria 3: Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

Movimentos de interpretação dos gráficos

Com as crianças “travestidas de gráfico de setores”, fomos investigando em qual criança cada setor iniciava e findava, comprovando as quantidades dos setores com o registro na tabela e realizando comparações; confirmando e **reconhecendo a razoabilidade dos dados (3.4.1)**.

EPISÓDIO 5:

Sandra: Vamos analisar o gráfico, comparando os setores?

Sandra: O que é o setor mesmo?

Laura: A cor dos olhos

Sandra: Vamos comparar? Quem ficou no “pedaço” menor?

Aluna: A Yasmin.

Sandra: Quem ficou com no maior “pedaço” do gráfico?

Alunos: Yasmin.

Sandra: Não! O maior.

Alunos: Ah!! Gente.

Sandra: É a cor de olho que eu quero que vocês respondem.

Alunos: Castanho.

Sandra: Então, vamos de novo, quem ficou com o setor maior?

Alunos: Olhos Castanho.

Sandra: Quem ficou com a menor “fatia”?

Alunos: Olhos Verde.

Sandra: E depois? Quem ficou no meio?

Alunos: Olhos Preto.

Gráfico de setores no ambiente lápis e papel - o caderno como espaço de registro

Para análise do gráfico, realizamos novamente uma investigação em relação à variabilidade dos dados e uma interpretação visual do gráfico associando a distribuição das crianças em cada setor.

“As crianças que têm bom Sentido de número compreendem como os números se relaciona, uns com os outros e como nos dão informações do mundo real” (NCTM, 1998, p. 6), entendem os significados dos números, mostram confiança ao trabalhar com eles, operam de forma adequada e significativa e analisam se aquilo que fazem tem sentido. Essas atitudes

foram perceptíveis durante a realização da tarefa. Consideramos que a cada dia as crianças têm avançado em seu Sentido de número.

Tal como nos movimentos da tabela, foi possível confirmar, nos movimentos de construção e análise do Gráfico, a desenvoltura das crianças nos mesmos indicadores, quais sejam: **conhecimento do Sentido da grandeza absoluta e relativa dos números (1.3)** já que as crianças respondem corretamente a quantidade de cada categoria/cor de olho. Outro fator é que, ao investigarmos a variabilidade dos dados estabelecendo comparações, as crianças obtiveram êxito nas respostas indicando o conhecimento da **Comparação a um referencial matemático (1.3.2)**

4.1.4.3 Considerações finais desse contexto de investigação

A construção de conceitos e habilidades numéricas é um processo gradual, variável, individual e intrinsecamente atrelado ao contexto (escolar ou não) em que ocorre. À vista disso, reforçamos a importância de diferentes abordagens para um mesmo conceito. Sendo assim, apresentamos na sequência como os conceitos se articularam na realização da tarefa com etapas de investigação estatística.

Coleta de dados, organização e apresentação dos dados em tabela.

Correspondência um a um, (cada criança associou a sua ficha à cor dos olhos do colega); Contagem (quando contamos a quantidade de crianças que havia em cada categoria); Escrita do número (quando registramos as quantidades na célula de total da tabela); Senso numérico (*subtising* quando indagamos a quantidade de crianças que possuem olhos pretos já que pequenas quantidades devem ser percebidas pelas crianças sem contar); Comparação (comparando a frequência de cada cor de olhos); Organização dos dados em tabela.

Construção do gráfico

Classificação/agrupamento (juntar as crianças segundo cor de seus olhos); Contagem (a todo instante quando foi necessário verificar quantidades, por exemplo, a quantidade de crianças que havia em cada categoria); Correspondência (cada criança posicionada no gráfico, segundo a cor de seus olhos); Estimativa (ao fazer a divisão dos setores no gráfico, o inteiro serviu como ponto de referência para realizar uma estimativa).

Análise dos resultados

Comparação (comparar quantidade de crianças, segundo a cor de seus olhos, visualizando nos gráficos); Operações (ao investigar nas tabelas as relações quantos a mais, quantos a menos), Situações problemas - Inferimos a partir de situações hipotéticas. Por exemplo: - Se o Wallison tivesse vindo a aula hoje, o que aconteceria ao setor que representa a cor de olhos preto? - Como ficaria o gráfico se a Yasmin tivesse faltado a aula hoje?; Apresentação dos dados no gráfico de setores em duas perspectivas e diversas análises dos resultados apresentados; Verificamos a razoabilidade dos resultados; Estabelecemos relação entre as frequências.

Segundo McIntosh, Reys e Reys (1992) uma mesma habilidade pode estar envolvida em diversas atividades matemáticas e nós acrescentamos também em diversas atividades estatísticas. Apresentamos abaixo uma síntese dos indicadores de desenvolvimento do Sentido de número.

4.1.4.4 Síntese de habilidades para desenvolvimento do Sentido de Número

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

1.1.2 relações mentais entre números: momento de investigação

1.2.1 Representações gráficas e simbólicas: Tabela e Gráfico

1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números: preenchimento da tabela, análise dos resultados (interpretando a tabela, os gráficos)

1.3.2 Comparação a um referencial matemático: análise dos dados

Categoria 2: Aplicação do conhecimento e habilidade com as operações -

2.1.1 - Operando com números inteiros - análise dos dados

Categoria 3: Aplicação do conhecimento e habilidade com os números e as operações em situações de cálculos

3.4 Inclinação para rever os dados: tabela e gráfico

4.1.4.5 Considerações finais desse contexto de investigação

Durante o momento de problematização da questão investigativa, as crianças ficaram muito eufóricas, falavam ao mesmo tempo, correndo e mostrando os olhos para nós,

indagando sobre a questão desafiante: qual a cor de seus olhos. Esse fato nos chamou atenção, pois não esperávamos que as crianças não soubessem a cor de seus olhos. Assim sendo, esse contexto de investigação deu oportunidade para as crianças conhecerem a si próprias, além de observar e investigar a cor dos olhos dos colegas.

É relevante destacar como as crianças já evoluíram quanto à capacidade de se organizarem para trabalhar em grupo e a autonomia que estão desenvolvendo. Foi fantástico ver crianças de apenas 6 anos se organizarem para o desenvolvimento de uma atividade.

Muitos alunos falam ao mesmo tempo nos chamando "tia", "tia", "tia". Para melhor organização, vamos passando pela roda e dialogando com eles acerca da cor de seus olhos, mas impacientes, eles mesmo se organizam em fila].

O fato desse contexto de investigação envolver situação do mundo infantil como a brincadeira do “macaco disse” e envolver uma característica física das crianças, a favoreceu maior envolvimento das crianças, e permitiu contato com o mundo dos números e da estatística de forma mais natural.

Consideramos que os objetivos propostos para esse contexto de investigação foram alcançados.

4.1.5 Contexto de investigação V: escovação de dentes e consumo de água

4.1.5.1 Descrição das Tarefas

O Brasil possui 13,7% da água doce do planeta. O maior recurso hídrico do nosso país é a bacia Amazônica, que contém 80% de toda a água brasileira. Infelizmente, ela está distante das grandes concentrações urbanas e industriais (Uberlândia situa-se nessa região, especificamente na Região Sudeste), e isto implica ser a água doce um bem de extremo valor para as regiões distantes daquela riqueza. Ao escovar os dentes por cinco minutos com a torneira não muito aberta, desperdiça-se 12 litros de água¹⁸. Se molhar a escova, fechar a torneira e enxaguar a boca com um copo de água de 250 ml economiza-se 11,5 litros de água.

Sendo assim, o objetivo desse contexto de investigação foi alertar as crianças para um consumo consciente de água diante de uma atividade corriqueira do dia a dia, trabalhar a investigação estatística de tal forma que possibilite as crianças desenvolverem o Sentido de número.

¹⁸ <http://aguahtz.com.br/2012/06/04/quantos-litros-de-agua-gastamos-ao-escovar-os-dentes/>

O contexto de investigação aconteceu em três semanas. No dia 11 de novembro realizamos as tarefas 1 e 2 durante 3 horas/aula, em 18 de novembro a tarefa 3 foi desenvolvida em 2 horas/aula, em 25 de novembro as tarefas 4 e 5 utilizamos 2 horas/aulas, totalizando 8 horas/aula.

11/11/2014 - Tarefa 1 - estabelecendo o tema da pesquisa:

De acordo com a opção teórica que fizemos, em uma tarefa de natureza investigativa, os alunos devem partir inicialmente, do reconhecimento da situação e de uma questão desafiante. Para emergir a questão: - **“de que maneira você escova seus dentes?”** Criamos um ambiente problematizador a partir de uma roda de conversa cuja tema foi o consumo de água, importância da higiene bucal a maneira como as crianças escovam os dentes e por fim buscamos compreender o questionário.

Uma vez estabelecido o que investigar é preciso, portanto, discutir com o grupo quem se quer investigar, ou seja, a população a ser estudada. Nesse sentido, dialogamos com as crianças que população iríamos investigar e qual a representatividade dessa população na pesquisa (amostra ou censo). As crianças optaram por pesquisar as quatro salas do 1º ano e entrevistar todos os alunos que estivessem presentes na data da coleta dos dados.

A variável escolhida para a pesquisa é do tipo nominal, ou seja, uma variável qualitativa na qual os valores se enquadram em categorias. Gitirana (2014) destaca que essas categorias são mais rapidamente dominadas pelas crianças, portanto, as mais adequadas para o início dos trabalhos com as crianças do no ciclo de alfabetização.

Como mediadora da roda fui conduzindo as crianças a explicarem como escovam os dentes. Esse foi um momento bem descontraído que as crianças expressaram com naturalidade. Embora com pouca idade elas conversaram sobre a importância de economizar de água, esse fato se deu porque vivíamos nesse ano uma forte seca em nossa região e esse era um tema que estava sendo discutido muito na televisão e os pais e professoras conversavam sobre o tema com as crianças. Quanto a escovação de dentes a escola participa de um programa chamado “Saúde bucal”, onde uma vez por semana uma agente de saúde vai à escola fazer escovação com as crianças. Abaixo o relato de Daniel sobre seus procedimentos,

Daniel: Minha mãe deixa um copinho lá na pia, aí eu vou lá encho de água, aí depois eu coloco pasta na escova, aí depois passo um pouquinho na água e escovo os dentes.

Sandra: como você enxagua a boca?

Daniel: Encho a boca com a água do copo.

11/11/2014 - Tarefa 2 - Coleta de dados:

Como instrumento para coleta dos dados utilizamos uma ficha questionário (figura 58) composta de três categorias representada por três crianças realizando a escovação dos dentes de três maneiras diferentes.

Figura 58 - Ficha questionário



Fonte: acervo da pesquisadora

Para explicar o questionário e decidirmos como conduzir a coleta de dados, realizamos mais uma roda de conversa. Para a coleta de dados as crianças foram divididas em 4 equipes ficou assim definido os procedimentos: 1º) apresentar se para a turma da sala; 2º) explicar sobre a importância da pesquisa; 3º) distribuir o questionário; 4º) explicar o questionário; 5º) auxiliar as crianças que estavam com dúvidas; 6º) recolher o questionário.

Para as crianças se sentirem mais seguras, fizemos, primeiramente, a coleta na sala delas, momento em que coletamos os dados e fomos discutindo cada procedimento. Como já havíamos discutido na roda de conversa o questionário, as crianças responderam sem dificuldades.

Foi a primeira vez que as crianças visitaram outra sala de aula. Inicialmente portarem se timidamente, cada uma se apresentou (figura 59) falando o nome e a sala que estudava. A cada criança coube uma tarefa seguindo o roteiro de condução da coleta de dados. Uma vez feito as quatro primeiras tarefas, as crianças foram auxiliando as crianças da sala que apresentavam dificuldades em responder o questionário. A figura 60 abaixo mostra esse instante.

Figura 59 - Apresentação da pesquisa



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 60 - Distribuição dos questionários



Fonte: acervo da pesquisadora

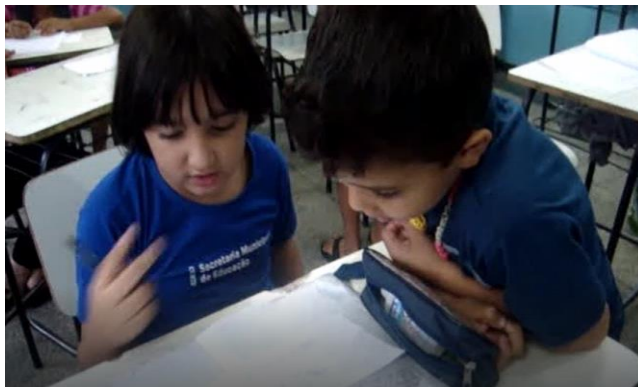
A Coleta de dados possibilitou às crianças compartilhar o que havíamos conversado na roda (apresentação da pesquisa) e o conhecimento sobre o questionário (explicando individualmente as crianças que estavam com dificuldade em responde-lo - figura 62). Observamos que as crianças que participavam da pesquisa apresentavam mais autonomia que as demais, tanto em sua fala quanto em suas ações.

Figura 61 - Questionário respondido



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 62 - Ajudando o coleguinha

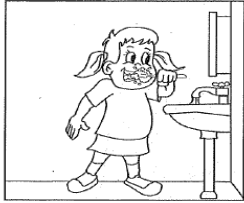
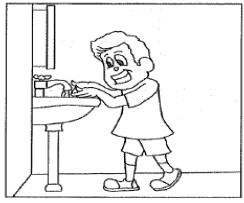
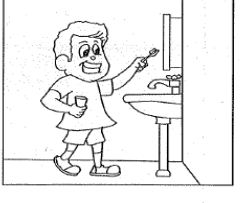


Fonte: acervo da pesquisadora

18/11/2014 - Tarefa 3: Organização dos dados

O objetivo dessa tarefa foi organizar os dados, qual seja, tabular as fichas respondidas e construir a tabela abaixo.

Figura 63 - Quadro de tabulação dos questionários

ESCOVAÇÃO DE DENTES E CONSUMO DE ÁGUA		
VAMOS TABULAR OS DADOS? (Respostas dos questionários)		
ALTERNATIVA	RISQUINHOS	QUANTIDADE
		
		
		

Fonte: arquivo da pesquisadora

Cada equipe recebeu os questionários da sala que haviam coletado os dados. Em uma roda de conversa, dialogamos sobre as ações a serem realizadas (separar as fichas, contar e fazer os registros correspondentes na tabela). Entregamos a cada criança a tabela que havíamos preparado para a atividade (figura 64). Dentro do grupo as crianças dividiram as tarefas, mas todas deveriam preencher a tabela.

Durante a realização da tarefa a partir dos diálogos estabelecidos com as equipes, procuramos sensibilizar as crianças para a importância de organizar os dados estabelecendo com elas uma atitude investigativa na realização das tarefas, contando e recontando verificando os resultados e dialogando no grupo sobre a frequência correta da categorias e também uma atitude investigativa perante os resultados encontrados. A cada resultado diferente estabelecia-se entre elas um caloroso diálogo para definir a quantidade correta. Nesse momento usavam de diferentes estratégias de contagem hora individual hora coletiva

para chegarem a um resultado comum. Ponte, Brocado e Oliveira (2006) ressaltam que esse tipo de ação deve ser estimulada pelo professor (neste estudo pela pesquisadora), em especial com os alunos mais novos.

Figura 64 - Preenchimento da tabela



Fonte: acervo da pesquisadora

Figura 65 - Tabela preenchida

ALTERNATIVA	RECURSOS	QUANTIDADE
		6
		7
		6

Fonte: acervo da pesquisadora

25/11/2014 - Tarefa 4: Construindo o Gráfico de barras

Segundo Guimarães e Oliveira (2014), os gráficos são importantes recursos para auxiliar os alunos a construir a noção de número de forma contextualizada, além de funcionarem como disparador de situações problema, notadamente, no campo das operações. Com esta observação sinalizamos a importância dessa tarefa para o desenvolvimento do Sentido de número.

Retomamos mais uma vez um momento de investigação apresentando para as crianças outra questão desafiante, qual seja: será que existe outra maneira de apresentar os dados além da tabela? Para testar e verificar a hipótese propusemos que as crianças se reunissem com sua equipe para a construção de um gráfico de barras (figura 66). As barras foram construídas utilizando as fichas de resposta. Para que as crianças percebessem a relação da tarefa com o gráfico solicitei a elas que fossem conferindo as barras com as respectivas categorias na tabela. Nesse sentido, houve novamente momentos de investigação acerca dos resultados havendo contagem e recontagem das fichas e conferência com os resultados correspondentes na tabela. Solicitamos às equipes a análise, interpretação dos resultados encontrados, nesse instante cada equipe analisou a variabilidade dos dados do gráfico da sala em que realizou a pesquisa.

Figura 66 - Construção do gráfico de barras



Fonte: acervo da pesquisadora

25/11/2014 - Tarefa 5: Apresentação dos resultados:

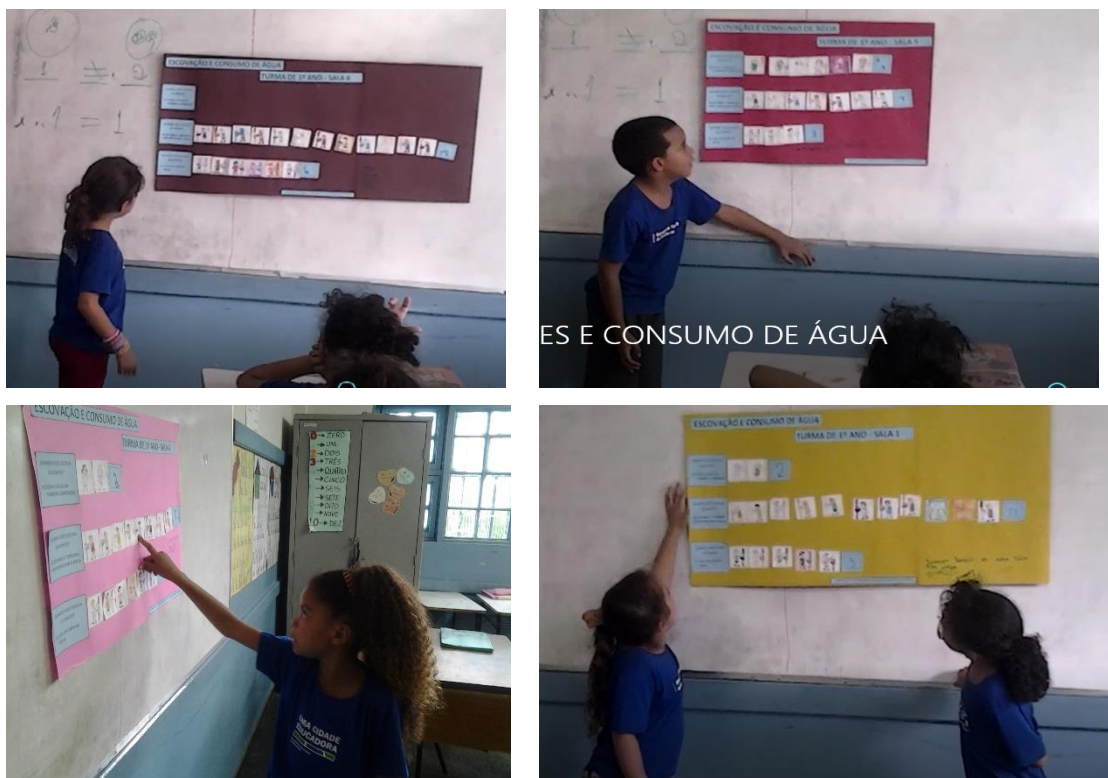
Para finalizar a atividade, Jesus e Serrazina (2005) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), afirmam que esse é o momento de comunicar, discutir e refletir com toda a turma. Nesse sentido, solicitamos às equipes a apresentação, enfocando a análise e interpretação dos resultados encontrados. As crianças apresentaram apenas as categorias com suas respectivas frequências (figura 67).

Após a apresentação de cada grupo mediamos a apresentação inserindo questões relativo a variabilidade dos dados. Nesse sentido, surgiram questões de comparação entre as categorias e entre as respostas das salas entrevistadas (quantos a mais, quantos a menos, maior frequência, menor frequência), questões de sobre contagem, situações hipotéticas de diferentes respostas aos questionários. Esse momento foi importante para que as outras equipes se preparassem para apresentar aos alunos das outras três salas que participaram da pesquisa.

Quanto a apresentação cabe ressaltar que as crianças estavam mais calmas e mais seguras. Esse momento foi importante pois permitiu às crianças das outras duas salas que participaram da pesquisa a compreenderem por meio de explicações de outras crianças como se faz a leitura de um gráfico. Na apresentação as crianças fizeram questionamento sobre a frequência e variabilidade dos dados tal qual havíamos feito com elas anteriormente em sua sala de aula.

A maioria das crianças escovam os dentes usando o copo, as justificativas por elas apresentadas: - não alcançam para abrir a torneira, - a mãe ensinou assim e todas nos explicaram que assim é melhor porque economiza água.

Figura 67 - Apresentação dos resultados



Fonte: acervo da pesquisadora

4.1.5.2 Primeiro eixo de análise: Uma reflexão sobre os saberes em movimento

Considerações gerais sobre o contexto de investigação

As evidências foram buscadas em todas as formas de comunicação, através das quais a criança se manifestou no processo de resolução da questão investigativa com a qual esteve envolvida. Focalizamos ações, falas, gestos, manifestações de emoções, omissões e envolvimento das crianças com a execução da tarefa.

Esse contexto de investigação possibilitou uma interconexão entre conceitos (matemáticos e estatísticos) e procedimentos (investigação matemática e estatística), Associando às etapas da Investigação Estatística apresentadas no GAISE (FRANKLIN et al., 2007) temos as seguintes interconexões: Etapa de elaboração da pesquisa: conceitos de amostra e população, Etapas de - tabulação dos dados - construção da tabela e construção do gráfico: Correspondência: (associação da ficha de resposta ao registro pictórico na tabela); Contagem: (quantidade de fichas/respostas em cada categoria, análise da variabilidade dos dados, tratamento e organização dos dados); Escrita do número (registro das quantidades na tabela e no gráfico); Análise e interpretação dos resultados: Contagem (contando as fichas nas

barras do gráfico; Comparação: (interpretando a variabilidade dos dados, comparando a frequência de cada categoria, por meio de situações problemas).

Para as análises, entrecruzamos os conceitos e procedimentos com os indicadores de um bom desenvolvimento de número apresentados por McIntosh, Reys e Reys (1992). Os resultados são apresentados na sequência:

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números: o entendimento do sistema numérico ajuda o estudante a organizar, comparar e ordenar mentalmente os números. Nesse sentido contribuíram os seguintes conceitos e procedimentos:

1.1 Sentido de ordenação dos números - 1.1.1 Valor posicional

O Sentido de número implica em um entendimento de como o sistema numérico Hindu-Arábico é organizado e como sua organização ajuda em rever e considerar números. O sistema de valor de posicional (*place value*), incluindo sua aplicação para números inteiros e decimais, é um componente importante dessa área.

O episódio relatado abaixo aconteceu durante o momento em que as crianças estavam tabulando os dados e preenchendo a tabela:

EPISÓDIO 1:

Sandra: Alisson quanto você vai escrever aqui

Alisson: um e dois. [Ele se refere ao número 12]

Alisson sabe como se faz o registro escrito do 12, no entanto ele ainda não tem o entendimento da ordem e da regularidade do sistema numérico decimal.

1.2 - Múltiplas representações para os números - 1.2.1 - Gráficas e simbólicas

Inclui o reconhecimento que os números podem ser pensados e manipulados de várias maneiras. Os números aparecem em diferentes contextos e podem ser expressos em variadas **representações simbólicas ou gráficas (1.2.1).**

Em nossa pesquisa aconteceu no momento da investigação matemática em que se organiza os dados para verificação das conjecturas, momento este que é coincidente ao de Organização e apresentação dos dados no contexto da investigação estatística. São duas as situações que se manifestaram, a saber:

1- Duas diferentes maneiras de representar o resultado da pesquisa: tabela e gráfico de barras;

2- Duas diferentes maneiras de registro da frequência na tabela: representação pictórica e registro numérico.

O entendimento que números podem ser representados em várias maneiras diferentes, juntamente com o reconhecimento de que algumas representações são mais úteis que as outras, são essenciais para desenvolver competência matemática. (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992).

1.3 - Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números

O sentido de grandeza refere-se à habilidade de, perante números, reconhecer o seu valor relativo ou quantidade em relação a outro número. Relatamos abaixo uma etapa de **tabulação dos dados** em que esse indicador se faz presente.

Sandra: Escreve doze, Alisson. [Ele escreve 21], - Está correto? (...) Alisson fica pensativo e depois responde:

Alisson: não, Doze é o um na frente e depois o dois

Sandra: isso Alisson o um vale 10 então com o 2, dá 12.

Categoria 3 - Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculo

3.2 Consciência de que múltiplas estratégias existem:

O aluno deve trazer consigo três habilidades dessa componente, criar e/ou inventar estratégias, aplicar diferentes estratégias e saber selecionar uma estratégia. Esta busca de diferentes estratégias permite a comparação de diferentes métodos antes de fazer uma avaliação final ou buscar outro ponto de vista. Para esse indicador contamos com a contribuição dos seguintes procedimentos:

1- Roda de conversa: Definir tema e população a ser investigada: *Amostra/Censo/População* (população a ser investigada e qual a sua representatividade na pesquisa) *Coleta de dados* (planejamento execução, divisão das equipes). Na roda de conversa diferentes estratégias foram pensadas.

2- Apresentação dos resultados da pesquisa: interpretando a variabilidade dos dados e verificando a razoabilidade dos resultados - descrito na seção abaixo

3- Tabulação dos questionários e preenchimento da tabela: permeado por processos de contagem

Episódios:**Episódio 1: permeado por processos de contagem -Inferindo sobre a Razoabilidade dos resultados**

Sandra: Quantos risquinhos tem aqui?
 Enéias: Dez [Conta com o dedo cada risquinho]
 Sandra: Laura, quantos risquinhos tem na segunda linha?
 Laura: Oito.
 Sandra: Oito? Uai, o Enéias disse que tem dez. Vamos conferir as fichas?
 Enéias: Não tia é dez, eu estou certo.
 Laura: [conta pegando ficha por ficha] Uma, duas, três,..., oito
 Sandra: Laura, observe o cartaz.
 Laura: tem duas pregadas lá,
 Sandra: Então quantos são?
 Laura: dez.
 Sandra: o Enéias está certo, são dez risquinhos que tem que ter.
 Alisson: Aqui, tem mais uma, são onze então, são onze risquinhos.
 Pedro Henrique: Então são doze risquinhos Deixa eu contar tia [Contando as fichas] um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze com a que está na mão do Alisson e doze com a do cartaz .
 Pedro Henrique: Deu doze.

Episódio 2: grandeza relativa e razoabilidade dos resultados

Sandra: Escreve doze, Alisson. [Ele escreve 21], - Está correto? (...) Alisson fica pensativo e depois responde: (1.3)
 Alisson: não, Doze é o um na frente e depois o dois (3.4)
 Sandra: isso Alisson o um vale 10 então com o 2, dá 12.

Pedro Henrique: Aqui eu vou por zero.
 Sandra: Por que que você vai pôr zero ai?
 [Pedro Henrique mostra a folha] - a imagem mostra que não tem ficha pregada
 Sandra: Ah, então tá certo, então põe zero.

Episódio 3: Valor posicional

Sandra: Alisson quanto você vai escrever aqui
 Alisson: um e dois. [ele se refere ao número 12] (1.1.1)

Episódio 4: processos de contagem

Sandra: Isso, muito bem, certinho. Agora conta esse aí, vamos ver.
 Pedro Henrique: Cinco.
 Sandra: E lá tem quantos pregado?
 [Pedro Henrique olha o cartaz]
 Enéias: Tia, tem que contar?
 Sandra: Esse aqui tem quantos? Deixa eu ver [pego as fichas na mão do Alisson e conto cinco]
 Laura: Mas já tem um pregado ali
 Sandra: Então tem que ter seis. Quantos risquinhos tem o seu Laura?
 Laura: Dez
 Sandra: Dez? Não Laura, são só seis.
 Laura: Seis? [Laura, fala com tom de quem não entendeu de onde vem o seis]
 Sandra: Seis. Vamos contar as fichas!
 Laura: Um, dois, três, quatro, cinco, seis.
 Sandra: ótimo, então terminem de preencher a tabela

Diálogos como esse, aconteceram nos quatro grupos. As crianças contaram e recontaram. Ao realizar a tabulação, as crianças utilizaram e aprimoraram seus conhecimentos relacionados as ideias de correspondência, contagem, número e organização de dados em

tabela. Foi visível nas 4 equipes como o conhecimento da sequência de contagem facilitou o estabelecimento de relação entre os números

Do diálogo acima, percebe-se que várias vezes as crianças reelaboraram a estratégia inicial para organização e contagem. Essa tendência de resolver um problema explorando-o em diferentes maneiras segundo McIntosh, Reys e Reys (1992), permite a comparação de diferentes métodos antes de fazer uma avaliação final ou buscar outro ponto de vista.

Relativo a contagem oral que se fez presente em todo o momento da organização e apresentação dos dados, Spinillo e Magina (2004) nos diz que aquilo que é falado pode ser escrito, lido, reconhecido, marcado no papel (notação convencional ou não e , mais importante pode ser interpretado por outra pessoa.

Quando questiono ao Alisson sobre a escrita do 12, ele reflete e vê que estava errado que havia escrito 21. Sobre essa revisão, McIntosh, Reys e Reys (1992), afirmam que uma pessoa com Sentido de número é capaz de examinar sua resposta em relação ao problema original (considerando os números inclusos assim como a questão perguntada) para determinar se sua resposta “faz sentido”. Os autores destacam que esse é um comportamento que se desenvolve com maturidade matemática e experiência.

3.4 - Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado:

Quando uma solução é produzida, uma pessoa com Sentido de número examina sua resposta em relação ao problema original (considerando os números inclusos assim como a questão perguntada) para determinar se sua resposta “faz sentido”. Essa reflexão é geralmente feita rapidamente, naturalmente e se torna uma parte integral do processo de resolução de problemas

1- Tabulação dos dados e construção da tabela (descrito acima)

2 - Apresentação dos resultados da pesquisa: interpretando a variabilidade dos dados e verificando a razoabilidade dos resultados

Episódios:

APRESENTAÇÃO DA EQUIPE LARANJA

Laura começa com a leitura do título e apresenta a frequência de cada categoria

Laura: Quando você escova os dentes deixa a água da torneira correndo?

Laura: Ninguém votou aqui

Laura: Quando você escova os dentes, só abre a torneira para enxergar a boca?

Sandra: Vamos ver quantos votos.

Episódio 1: processo de contagem

[Laura conta votos apontando os dedos]

Laura: um, dois ... dez, onze, doze. Doze votos.

Sandra: Ah, então quer dizer que... Oh! Atenção, gente. Doze pessoas aqui da sala escovam os dentinhos abrindo e fechando a torneira, muito bem, vocês estão de parabéns.

Laura: Quando você escova os dentes usa o copo para pegar água. Um, dois, três, quatro, cinco, seis.

Episódio 2:

Sandra: Então ao todo quantas pessoas foram entrevistadas?

Pedro: Dezoito.

Sandra: Dezoito. Como você achou esse resultado, Pedro?

Pedro: Contando nos dedos.

Sandra: Como que você contou? Mostra pra mim.

Pedro: Tinha doze [dai em diante conta com os dedos] treze, quatorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito.

Sandra: Gente, vocês viram como o Pedro faz conta rápida? Por que ele pega o resultado de trás e vai contando para poder chegar, certo? De que maneira mais eu posso contar? Como que eu posso chegar no dezoito sem ser do jeito que o Pedro fez?

José Antônio: Seis e doze dá dezoito.

Sandra: Isso, mais outro jeito? Que jeito vocês acham que pode chegar?

Kauany: Contando.

Sandra: Contando. Então vai lá na frente, Kauany, e conta para nós, conta todas as fichinhas, vamos ver se vai dar dezoito realmente.

[Kauany aponta as fichinhas e conta baixinho]

Sandra: Então essa também é uma maneira de encontrar o resultado dezoito.

Episódio 3:

Variabilidade dos dados -Análise dos resultados

Sandra: Agora eu vou fazer uma pergunta para vocês, atenção. Qual foi a alternativa que teve mais votos?

Alunos: Abre a torneira e fecha.

Sandra: Abre a torneira. Quantos votos foram, Cássia?

Cássia:[ela se concentra olhando para o cartaz] Doze.

Sandra: Doze votos, muito bem. Agora vou perguntar pra Bianca. Bianca, quantas pessoas falaram que usa o copo de água pra escovar os dentes?

Bianca: Seis.

Episódio 4:

Sandra: Quantos alunos tem aqui na sala, vocês sabem?

Jennifer: Vinte e nove.

Sandra: Vinte e nove. Mas nesse dia quantos alunos estavam aqui ?

[Alunos eufóricos, cada um respondendo um número, a maioria vinte e oito ou vinte e nove]

Sandra: Não, não! Vou reformular a pergunta. A sala tem vinte e nove alunos, não é? Mas nesse dia da pesquisa quantos alunos tinha?

José Antônio: 18

Sandra: quanto é doze mais seis?

Jennifer: Vinte e oito.

Sandra: Vinte e oito não.

Iasmin: Dezoito.

Sandra: Dezoito, muito bem. Por que é que a gente sabe que tinha dezoito nesse dia?

Pedro: Contando as fichas

Sandra: Ah!, quantas fichas tem aqui?

Alunos: Dezoito

Sandra: Dezoito, então a gente sabe que nesse dia tinha dezoito alunos porque tem quantas fichas?

Alunos: Dezoito fichas

Três estratégias para chegar ao resultado dezoito foram apresentadas pelas crianças de acordo com seu nível de maturidade. O Conhecimento dos números e de suas relações não é igual entre as 3 Crianças e este aspecto reflete-se nas estratégias utilizadas por elas perante as questões investigativas. Numa investigação, parte-se de uma situação que é preciso compreender ou parte-se, também, de um conjunto de dados que é preciso organizar ou interpretar (PONTE et al., 1998). Fazer os questionamentos Como você achou esse resultado; Como que eu posso chegar no dezoito sem ser do jeito que o Pedro fez? direciona ao Sentido de número pois se importa em como as respostas são pensadas. Segundo Cebola (2007) quando a criança consegue pensar sobre os números, o seu Sentido de número vai se ampliando.

Além da categoria 3 envolvida nos episódios acima temos também as seguintes categorias envolvidas:

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

Embora Pedro ainda faça uso dos dedos para contagem ele já desenvolveu a habilidade de sobrecontagem, ele faz uso de um padrão de referência para continuar sua contagem, Pedro desenvolve o **sistema de padrão de referência matemático (1.4.1)** No caso de Pedro o padrão de referência é um valor numérico desprovidos de contexto, que foi desenvolvido a partir de experiência e/ou instrução (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992). Segundo Mocrosky, Paulo e Silva (2014) Pedro compreende a ordem, a inclusão e a conservação das quantidades envolvidas na situação. As autoras destacam que desenvolver essa habilidade subsidia o cálculo mental e pode ser empregado ao fazer cálculos intermediários, facilitando a compreensão das técnicas operatórias, além de ser um controle dos resultados para cálculos escritos (MOCROSKY; PAULO; SILVA, 2013, p.68). Embora com palavras diferentes McIntosh, Reys e Reys (1992) corroboram com os autores.

Kauany para realizar a contagem ainda necessita estabelecer a correspondência não apenas entre o objeto e o número que o representa, mas também o toque com as mãos. Spinillo e Magina (2004) nos informa que através da contagem a criança pode fazer a importante passagem dos objetos físicos para os objetos matemáticos (números e seus símbolos).

Categoria 2: Conhecimento e habilidade com as operações

José Antônio sinaliza para uma operação de adição quando usa o conectivo “e” (12 e 6) para chegar ao resultado 18. Ele demonstrou possuir um conhecimento importante do sentido desta operação. Assim, José Antônio começa **a compreender o efeito das operações (indicador 2.1)**

4.1.5.3 Síntese de habilidades para desenvolvimento do Sentido de Número

Categoria 1: Conhecimento e habilidade com os números

1.1.1 Valor posicional: preenchimento da tabela

1.2.1 Representações gráficas e simbólicas: Tabela e Gráfico.

1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números: preenchimento da tabela.

1.4.1 sistema de padrão de referência matemático: Apresentação e análise dos resultados.

Categoria 2: Conhecimento e habilidade com operações

2.1 - compreendendo o efeito das operações: Apresentação e análises dos resultados.

2.1.1 - Operando com números inteiros - construção da tabela e análise dos dados

Categoria 3: Aplicação do conhecimento e habilidade com os números e as operações em situações de cálculos

3.1 - Compreendendo a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário - análise dos resultados no gráfico, momento de investigação.

3.2 - Consciência de que múltiplas estratégias existem: Momento de investigação; Tabulação dos questionários e preenchimento da tabela; Apresentação e análise dos resultados.

3.4 - Inclinação para rever os dados e a razoabilidade dos resultados: Tabulação dos questionários e preenchimento da tabela; Apresentação e análise dos resultados.

4.1.5.4 Considerações finais desse contexto de investigação

Participar da roda de conversa possibilitou às crianças falarem um pouco de si e conhecerem um pouco sobre seus colegas. Aprenderam que a roda é um espaço democrático

onde todos podem falar, mas que é preciso organização de tal modo que cada um fale em sua vez.

A Coleta de dados possibilitou às crianças compartilhar com as crianças das outras salas o que havíamos conversado na roda (apresentação da pesquisa) e o conhecimento sobre o questionário (explicando individualmente as crianças que estavam com dificuldade em responde-lo). Observamos que as crianças que participavam da pesquisa apresentavam mais autonomia que as demais, tanto em sua fala quanto em suas ações.

Essa não foi a primeira vez que as crianças construíram uma tabela. Sendo assim, foi possível perceber que o conhecimento prévio funcionou como facilitador no desenvolvimento das ideias durante o preenchimento da tabela.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira, (2006), a apresentação oral constitui uma situação de avaliação e aprendizagem, favorece o desenvolvimento da capacidade de comunicação e de argumentação, seja ela individual ou em grupo. Nesse sentido, a apresentação dos resultados permitiu às crianças das outras duas salas que participaram da pesquisa compreenderem por meio de explicações de outras crianças como se faz a leitura de um gráfico. Além disso a criança poder compartilhar com os seus pares o que aprendeu permite a ela adquirir confiança e autonomia, fato esse perceptível se compararmos a primeira apresentação no momento da coleta de dados com a apresentação dos resultados.

Por fim consideramos que os objetivos propostos para esse contexto de investigação foram alcançados.

Vivências nos Contextos de investigação

Somos pontos esparsos
Vagando e bailando nas
esferas do infinito.
Somos levados a sonhos que nos
invadem a alma e nos fazem querer mais
do que percebemos.
Desafios lançados, números escritos,
gráficos inundados de perguntas e respostas,
se unem, se agregam, se apegam, desapegam,
fazem uma junção e explodem em uma dança onde
pares se encontram, querem trilhar o mesmo caminho.
Instrumentos se afinam, e na dissonância, nos acordes estremecidos.
algo novo se cria, se transforma, faz nascer algo que ainda não existia.
E na página em branco uma nova história está sendo escrita,
onde números, cores, pontos, retas, gráficos se uniram
fecundadas pelo pensar, pelo sentir,
pela experiência vivida.
Um novo bailado se faz,
onde números em movimentos ritmados,
gráficos espelhados,
realidade transformada, revigorada,
se aventura, se desventura
e na forma escrita,
novos passos são criados.

Suze e Sandra Vilas Bôas (2017)

CAPITULO V: ANÁLISES E CONSIDERAÇÕES FINAIS (...)

Se, na verdade, não estou no mundo para simplesmente a ele me adaptar, mas para transformá-lo; se não é possível mudá-lo sem um certo sonho ou projeto de mundo, devo usar toda a possibilidade que tenha para não apenas falar de minha utopia, mas participar de práticas com ela coerentes.

Paulo Freire

Neste capítulo, apresentamos o segundo eixo de análise onde discutimos as contribuições para desenvolvimento do sentido de número das crianças do 1^a ano do ciclo de alfabetização elucidando a interrelação das fases da investigação Estatística e Matemática com as características e apresentamos o desenvolvimento do sentido de número nas primeiras aprendizagens das crianças do 1^o ano do ciclo de Alfabetização. Por fim trazemos as considerações finais expressas por “últimas palavras”.

McIntosh, Reys e Reys (1992) afirmam que o sentido de número é altamente personalizado e é relacionado às ideias sobre números, que foram estabelecidas, e, também, em como essas ideias foram estabelecidas. Nesse sentido organizamos o segundo eixo de análise buscando mostrar como essas ideias foram se estabelecendo ao longo do desenvolvimento dos Contextos de investigação.

5. 1 Segundo eixo de análise: uma reflexão sobre os saberes em movimento

5.1.1 Educação Estatística

Durante a elaboração e aplicação das tarefas referentes às sete estratégias apresentadas por Wodewotzki e Jacobini (2011), cinco destas estratégias estiveram presentes nessa pesquisa, quais sejam: - desviar o foco do ensino de Estatística do produto para o processo; dar maior importância na análise e interpretação dos resultados do que nas técnicas; aprendizagem da Estatística fazendo Estatística é a chave da motivação; incitar os alunos a argumentar, interpretar e analisar, mais do que calcular ou desenhar; implementar estratégias de aprendizagem colaborativa e encorajamento do trabalho em grupo. Não estiveram presentes nessa pesquisa: O uso de tecnologias e a proposta de avaliação.

Ao elaborar o planejamento e a aplicação das tarefas tivemos cuidado de incluir estratégias que possibilitassem o desenvolvimento das três importantes competências do contexto da estatística: literacia, raciocínio e pensamento estatístico.

Campos (2016) e Gal (2002) nos ajudam a discutir sobre a Literacia Estatística no capítulo 2. A partir de nossas observações, afirmamos que as crianças conseguiram alcançar alguns tópicos propostos por Gal (2002) para a compreensão básica da estatística: “Conhecimento das maneiras pelas quais acontecem a coleta de dados; familiaridade com termos e ideias básicas relacionadas às apresentações de gráficos e tabelas” (GAL, 2002, p.11-13). Referente às componentes cognitivas e afetivas proposta por Gal (2002) e, obviamente, levando-se em consideração a idade de 6 anos das crianças; observamos também que elas demonstraram habilidade em compreender, avaliar, interpretar e assumir uma postura ativa e crítica diante das informações estatísticas. No entanto, ressaltamos que essas são manifestações iniciais, mas significativas e importantes no que concerne às destrezas gerais de literacia, ao conhecimento estatístico, ao conhecimento matemático, ao conhecimento do contexto e aos questionamentos críticos (componentes cognitivas). Quanto às componentes afetivas, percebemos que foi aguçado e/ou aflorado nas crianças o sentido crítico, as crenças e as atitudes. Cabe ressaltar que essas manifestações não foram iguais entre as crianças, umas avançaram mais outras menos.

Ao discutir raciocínio estatístico, apresentamos no capítulo 2 as ideias de Garfield e Chance (2002), Campos, Wodewotzki e Jacobini e (2011), Lopes (2012) e Garfield (2002). Baseado nesses autores, apresentamos nossas observações acerca do desenvolvimento do raciocínio estatístico das crianças. Com certeza, podemos inferir que as crianças desenvolveram habilidades primeiras, mas fundamentais para as interpretações com base em um conjunto de dados, representações de dados em forma de tabelas e gráficos na modalidade barras, pictograma, setores e *dotplot*; realizaram primeiras experiências com as ideias de amostragem (Contexto de investigação 5), categorização dos dados, variabilidade (em todos os Contextos de investigação foram feitas relações entre os dados na fase de análise sobre os resultados da questão investigativa), distribuição, aleatoriedade e probabilidade (Contexto de investigação 2).

Para discutirmos sobre o pensamento estatístico, buscamos nos escritos de Campos, et al (2011), Wild e Pfannkuch (1999), Wodewotzki e Jacobini (2009), Campos e Wodewotzki (2007) e no documento PCN - Brasil (2001). E, referenciado nesses autores, observamos que as crianças adquiriram capacidade de entender e utilizar o contexto das questões investigativas e que, com nossa ajuda conseguiam criticar e avaliar o resultado dos dados

coletados e dos gráficos e tabelas construídos. Podemos inferir que as crianças iniciaram no processo de desenvolvimento do pensamento estatístico.

Acreditamos que, caso haja continuidade de ações como as desta pesquisa, as crianças certamente consolidarão essas competências.

Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education - GAISE (FRANKLIN et al., 2007), Lopes (2004), Wild e Pfannkuch (1999) compuseram nossa fundamentação teórica no processo de Investigação Estatística (descrito no capítulo 2). Sobre o processo de elaboração e as ações desenvolvidas durante os Contextos de investigação, ressaltamos que consideramos todas as fases da investigação estatística. As crianças coletaram dados, representaram esses dados em tabelas e gráficos, vivenciaram situações problemas durante todas as fases, elaboraram estratégias, investigaram as proposições das questões investigativas, elaboramos coletivamente hipóteses durante o processo, escolhemos amostra e instrumentos adequados para a resolução da questão investigativa e, ao final, coletivamente analisamos a variabilidade dos dados e elaboramos várias situações problemas pertinente aos dados. Todas essas ações permitiram às crianças desenvolver atitudes críticas e criativas. Podemos afirmar, portanto, que as crianças foram introduzidas no processo de investigação estatística.

5.1.2 Investigação matemática

Como dito anteriormente, durante a realização da tarefa, as etapas de Investigação Matemática foram conduzidas, segundo Jesus e Serrazina (2005); Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) e Brocardo (2001).

Enquanto pesquisadora, nossa postura foi iniciar a discussão das questões investigativas, interagir com as crianças levando em conta as necessidades particulares de cada uma, mas também fazendo intervenções nos grupos, com o propósito de auxiliar as crianças na compreensão e realização da tarefa e na fruição das conjecturas. Fazíamos observação da interação entre os componentes do grupo (observação informal) e também dialogava com elas, ao mesmo tempo, que investigava os saberes constituídos ou em constituição.

Nos trabalhos em equipe, as crianças estiveram envoltas numa perspectiva de trabalho colaborativo, à medida que os componentes do grupo interagem uns com os outros durante o processo de investigação. Pensar, refletir e discutir ideias em pequenos grupos e com toda a turma sobre as tarefas que realizam, gera novas ideias, elabora as existentes e as torna mais

coerentes (JESUS; SERRAZINA, 2005). E foi assim que os momentos em grupo aconteceram durante o desenvolvimento dos Contextos de investigação.

Os “alunos experimentam estratégias alternativas, discutem com o seu par ou grupo, testam e verificam suas ideias e comunicam os seus raciocínios aos colegas e à professora” (JESUS; SERRAZINA, 2005) e, em nosso caso, a pesquisadora. Esta foi uma ação sempre presente no desenvolvimento dos Contextos de investigação.

As crianças passaram pelas três fases da investigação matemática para a resolução das tarefas, discutimos e refletimos coletivamente sobre a proposição (questão investigativa); em seguida, realizaram as tarefas, sendo que as estratégias e/ou recursos necessários para o desenvolvimento destas foram oferecidos pela pesquisadora. As crianças testaram e verificaram as hipóteses. Ao final de cada aula (já que um Contexto de investigação, tinha duração de pelo menos 2 encontros) a análise do trabalho realizado constituiu um momento importante de partilha de conhecimentos. Esses momentos foram fundamentais para que as crianças desenvolvessem a capacidade de comunicar e argumentar e fossem compreendendo o que significa investigar e assim foram ganhando autonomia na realização das tarefas.

As apresentações orais, as rodas de conversa e as nossas observações no decurso da resolução das tarefas, nos permitiram certificar o que Ponte, Brocardo e Oliveira, (2006) nos informam, ou seja, avaliamos os objetivos das tarefas, as atitudes e os valores expressos pelas crianças e a compreensão dos processos de investigação.

5.1.3 O desenvolvimento do sentido de número

Uma pessoa com bom Sentido de número pensa e reflete sobre números, operações e sobre os resultados que estão sendo produzidos. Esse pensamento reflexivo uma vez ou outra envolverá algum dos componentes do quadro proposto por McIntosh, Reys e Reys (1992).

Os números tomaram várias formas e foram pensados e manipulados em várias maneiras diferentes, foram expressos algumas vezes em forma simbólica e outras através de representações gráficas. Nesse sentido, tratamos os números de maneiras contextualizadas e significativas, bem como buscamos analisar a possibilidade para as crianças conhecerem e operarem com os números a partir das tarefas propostas.

No movimento, no qual se constituiu a resolução das tarefas dos Contextos de investigação, as crianças puderam perceber que os números possuem diferentes representações, têm seu valor expresso pelo sentido de grandeza relativa e absoluta e se deve levar em consideração o valor posicional dos algarismos. Além disso as crianças realizaram

várias operações de adição, o que permitiu que elas percebessem o efeito das operações sobre os números.

O cálculo por estimação, esteve presente nos momentos de investigação e proporcionou para as crianças oportunidades para uma aplicação flexível dos conceitos de número e uma reflexão sobre os números e os seus significados. Observamos também que nas tarefas nas quais realizamos estimação, ao basearmos na comparação entre padrões de referência, as crianças conseguiram levantar hipóteses com mais facilidade.

Sobre o sentido de ordenação dos números, as crianças foram organizando, comparando e ordenando mentalmente os números entre si e no contexto das tarefas.

A conferência de resultados foi um momento importante para a reflexão sobre o resultado ser ou não razoável, ação essa que contribuiu para o desenvolvimento do sentido de número. Tal ação oportunizou também que às crianças pensassem sobre critérios comparativos e expressassem uma ideia, sem recorrer necessariamente a números e palavras. Vale ressaltar que essas competências estão relacionadas à capacidade de ler, interpretar e analisar dados.

5.1.4 A interrelação - Educação Estatística e Investigação Matemática em prol do desenvolvimento do sentido de número

No capítulo 4, ao final do item “Primeiro eixo de análise: saberes em movimento” apresentamos uma síntese das habilidades relativa ao sentido de número presentes em cada Contexto de investigação. A partir das cinco sínteses, reunimos as fases da investigação estatística, da investigação matemática e as habilidades que possibilitam o desenvolvimento de determinado indicador de Sentido de número e organizamos um quadro na tentativa de mostrar caminhos que subsidiem o trabalho do professor para promover tarefas que ajudem aos seus alunos a desenvolverem o Sentido de número. Por exemplo, se o professor do 1º ano do ciclo de alfabetização espera que seu aluno adquira habilidade para lidar com “Sistemas de padrões de referência matemáticos ou pessoais”, ele poderá desenvolver tarefas com momentos de investigação ou organizar uma tarefa que envolva a construção de tabelas e gráficos.

Quadro 17 - A interrelação - Investigação Estatística e Investigação Matemática em prol do desenvolvimento do sentido de número

<p>Investigação Estatística GAISE (FRANKLIN et al., 2007); Wild e Pfannkuch (1999); Lopes (2004).</p>	<p>Investigação Matemática Jesus e Serrazina (2005); Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) Brocardo (2001).</p>	<p>Sentido de número, conhecimentos e aplicações McIntosh, Reys e Reys (1992)</p>
<p>I fase - formular a questão</p> <p>Definir e/ou esclarecer o problema em questão;</p> <p>Formular uma (ou mais) pergunta que podem ser respondidas com os dados.</p>	<p>Garantir, que os alunos compreendam o que significa investigar.</p> <p>Conhecer a situação problemática;</p> <p>Pensar e refletir sobre a proposição (a questão investigativa).</p>	<p>1.1 Sentido de ordenação dos números 1.1.1 Valor posicional 1.1.2 Relação entre os tipos de números 1.2. Múltiplas representações para os números 1.2.1 Gráficas/simbólicas 1.2.2 Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição) 1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números 1.4 Sistema de padrões de referência 1.4.1 Matemáticos 1.4.2 Pessoas 2.1.1 Operando com números inteiros 3.1.2 Consciência de que as soluções podem ser exatas ou aproximadas 3.2 Consciência de que múltiplas estratégias existem 3.2.3 Habilidade para selecionar uma estratégia 3.4.1. Reconhecer a razoabilidade dos dados 3.4.2. Reconhecer a razoabilidade dos cálculos</p>
<p>II fase - coleta de dados</p> <p>Elaborar um plano apropriado para coletar os dados;</p> <p>Aplicar o plano.</p>	<p>Escolher e avaliar as estratégias de investigação;</p> <p>Momento de realizar a investigação;</p> <p>Etapa decisiva para que depois os alunos comecem a formular questões e conjecturas;</p> <p>Os alunos compreendem a situação;</p> <p>Familiarizam-se com os dados;</p> <p>Apropriadam-se do sentido da tarefa</p> <p>Testar e verificar as hipóteses/conjecturas/ideias acerca da questão investigativa.</p>	<p>1.1 Sentido de ordenação de números 1.1.2 Relação entre os tipos de números 1.1.3 Ordenação de números com e entre os tipos de números 1.2. Múltiplas representações para os números 1.2.1 Gráficas/simbólicas 1.2.2 Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição) 1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números 2.1.1 Operando com números inteiros 3.2 Consciência de que múltiplas estratégias existem 3.4 Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado 3.4.2. Reconhecer a razoabilidade dos cálculos</p>
<p>III - Organização e Representação dos dados em tabelas e gráficos</p>	<p>Testam e verificam as Hipóteses/conjecturas/ /ideias acerca da questão investigativa;</p>	<p>1.1 Sentido de ordenação de números 1.1.1 Valor posicional 1.1.2 Relação entre os tipos de números 1.2.1 Gráficas/simbólicas</p>

<p>Selecionar gráficos e métodos numéricos apropriados.</p> <p>Apresentar os resultados por meio de tabelas e gráficos.</p>	<p>Pode surgir novas conjecturas/ideias acerca da questão investigativa.</p>	<p>1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números</p> <p>1.3.2. Comparando a um referencial matemático</p> <p>1.4 Sistema de padrões de referência</p> <p>1.4.1 Matemáticos</p> <p>2.1. Compreendendo o efeito das operações</p> <p>2.1.1 Operando com números inteiros</p> <p>2.3.1 Adição/Multiplicação</p> <p>3.4 Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado</p> <p>3.4.1. Reconhecer a razoabilidade dos dados</p> <p>3.4.2.. Reconhecer a razoabilidade dos cálculos</p>
<p>Análise dos dados</p> <p>Interpretar e analisar os resultados</p> <p>Relacionar a interpretação com a questão original</p> <p>Buscar possíveis generalizações para além dos dados</p> <p>Buscar possíveis questões que podem servir de base a novas investigações.</p>	<p>Discutir e analisar os resultados relacionando com a questão original;</p> <p>Partilhar conhecimentos;</p> <p>Apresentar as estratégias elaboradas e desenvolvidas;</p> <p>Apresentar as conjecturas elaboradas;</p> <p>Relatar aos colegas como o trabalho foi realizado</p> <p>Discutir os resultados da investigação.</p>	<p>1.1.2 Relação entre os tipos de números</p> <p>1.1.3 Ordenação de números com e entre os tipos de números</p> <p>1.3 Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números</p> <p>1.3.1. Comparando a um referencial físico</p> <p>1.3.2. Comparando a um referencial matemático</p> <p>1.4.1 Sistema de padrões de referência - Matemáticos</p> <p>2.1. Compreendendo o efeito das operações</p> <p>2.1.1 Operando com números inteiros</p> <p>3.1. Compreendendo a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário</p> <p>3.2 Consciência de que múltiplas estratégias existem</p> <p>3.2.1 Habilidade para criar e/ou inventar estratégias</p> <p>3.4 Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado</p> <p>3.4.1. Reconhecer a razoabilidade dos dados</p> <p>3.4.2. Reconhecer a razoabilidade dos cálculos</p>

Fonte: arquivo da pesquisadora

A revisão bibliográfica, mas sobretudo a execução das tarefas dos Contextos de investigação, os registros escritos e por vídeo, a escrita do capítulo e a organização do quadro 17, permitiu-nos enxergar as semelhanças e a interrelação entre as fases da investigação Estatística e da investigação Matemática. Segundo GAISE (Franklin et al., 2007); Wild e Pfannkuch (1999); Lopes (2004), entre outros as fases da investigação estatística compreendem, definir o problema e/ou a questão a investigar, coletar os dados, apurar e organizar, apresentando-os em gráficos e tabelas e, por último, análise e interpretação dos dados. Já as fases de uma investigação Matemática (Jesus e Serrazina (2005); Ponte, Brocardo e Oliveira (2006); Brocardo (2001)) compreendem a definição do tema e/ou proposição da questão investigativa; o planejamento das ações por meio de escolha e avaliação das estratégias investigativas e realização das ações quando testam, verificam as hipóteses levantadas acerca da questão investigativa, elaboração das análises e conclusões e, por último,

a divulgação e comunicação dos resultados. Esta interrelação funcionou como fio condutor para o desenvolvimento do Sentido de número, permitindo, com isso, que as crianças fossem protagonistas de sua aprendizagem.

Na sequência, apresentamos uma síntese das possibilidades do desenvolvimento do sentido de número geradas a partir dos processos de interrelação por meio dos conceitos e procedimento envolvidos na resolução das tarefas.

Durante a realização das tarefas as ideias relativas ao “Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números” surgem prioritariamente nos momentos de organização dos dados e análise dos resultados, momento em que discutimos com as crianças a variabilidade dos dados por processos de comparação, McIntosh, Reys e Reys (1992) afirmam que a partir desses processos de estabelecer comparações entre números (indicador - comparando a um referencial matemático), as crianças começam a perceber e pensar sobre as “relações entre os tipos de números”. No futuro, poderão explorar diferentes representações de um mesmo número evoluindo em seu Sentido de número. O “sistema de padrões de referência Matemáticos” foram usados em quatro Contextos quando as crianças realizavam as análises dos dados. McIntosh, Reys e Reys (1992) afirmam que esses padrões de referência numéricos fornecem referências mentais importantes e essenciais para o pensamento sobre números.

Ressaltamos que as crianças começaram a entender o sistema numérico, e esse entendimento foi perceptível à medida que as crianças foram apresentando mais facilidade em organizar, comparar e ordenar os números no contexto das tarefas.

Dentre as possibilidade da categoria de análise 2 “Conhecimento e habilidade com as operações”, o item “operando com números inteiros” se fez presente em todos as fases da investigação estatística, mas, sobretudo, nos momentos de organização, apresentação e análise dos dados. Nestes momentos, as operações realizadas foram em sua maioria de adição e solucionadas de forma oral recorrendo aos padrões de referências. Procuramos compreender como as crianças pensavam para produzir os resultados (os diálogos estão descritos no capítulo 4) observando o efeito das operações e suas propriedades, assim como a relação entre as operações.

Elencada como “Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculo”, a terceira categoria de análise ocupou um importante papel para iniciar nas crianças o sentido de número. A onipresença da variabilidade dos dados nos possibilitou desenvolver sobremaneira as ideias da relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários. Sempre que realizávamos coletivamente as análises das tabelas e dos gráficos procurávamos levantar questões que auxiliassem as crianças a

compreender os cálculos necessários, explicar e quantificar a variabilidade dos dados. Essas ideias foram adquiridas sobretudo nas fases de organização e apresentação dos dados e análise dos dados.

As fases da investigação estatística que possibilitaram uma maior articulação com as referências de sentido de número são: a organização e apresentação dos dados por meio de tabelas e gráficos e a análise e discussão dos resultados. Relativo as fases da investigação matemática essa articulação se deu nos momentos de testar e verificar hipóteses/conjecturas ou ideias acerca da questão investigativa (desenvolvimento da tarefa) e quando as crianças apresentaram e discutiram os resultados de sua investigação.

5.2 O desenvolvimento do sentido de número nas primeiras aprendizagens do 1º ano do ciclo de Alfabetização

Conforme dito anteriormente, a aquisição do sentido de número é gradual e se inicia antes mesmo da criança ir para a escola, quando as crianças começam a pensar sobre números e tentam dar significado a eles. Embora seja um processo evolutivo McIntosh, Reys e Reys (1992) nos comunicam que não existe um paralelismo entre a idade das crianças e a evolução do sentido de número.

De nossos estudos, durante a pesquisa, assim como os autores, entendemos ser o desenvolvimento do sentido de número um processo gradual e evolutivo, que será tanto melhor a medida que as crianças interajam com situações em sala de aula ou fora dela que promovam o desenvolvimento do Sentido de número. Haja visto que em muitos casos, as crianças chegam à escola sabendo lidar com estratégias eficientes quando operam com os números e muitas vezes perdem essa habilidade em função de uma prática de sala de aula que não tenha um olhar voltado para a promoção do desenvolvimento do Sentido de número.

Em uma definição ampla, entendemos sentido de número como uma capacidade/habilidade do ser humano para usar os números como um meio eficiente de comunicação e interpretação de informações.

Para as crianças que estudam no 1º ano do ciclo de alfabetização, entendemos o Sentido de número como uma capacidade/habilidade para: criar estratégias de comparação entre números com números, entre representações simbólicas de gráficos e entre coleção de objetos; criar estratégias de classificação segundo diferentes características de objetos e estabelecer categorias segundo as variáveis; criar estratégias de agrupamento; saber buscar estratégias para ordenação de objetos segundo suas grandezas e ordenação numérica;

capacidade para criar estratégias de contagem¹⁹, de resolução dos fatos básicos, resolução de operações simples de adição e subtração e resolução de problemas; capacidade para perceber os diferentes significados do número (quantidade, código, ordenação e medida); capacidade para perceber a relação entre os números, usando como referência padrões numéricos, padrões físicos e experiências individuais ou coletivas²⁰; capacidade de usar relações entre padrões de referência físico, numéricos e mentais para resolução de operações de adição simples e fatos básicos²¹; realizar cálculos mentais tendo como referência o campo visual e corporal²²; realizar cálculos mentais para operação de adição simples tendo como referência um gráfico²³. Por fim, obviamente, incluímos às características acima, aquelas apresentadas por McIntosh, Reys e Reys (1992) que se manifestaram em nossa pesquisa e que estão apresentadas no quadro 18.

Abaixo apresentamos um quadro onde organizamos uma estrutura para considerar o Sentido de número que sintetiza um conjunto de ideias geradas a partir desta pesquisa acerca do nosso entendimento sobre o desenvolvimento do Sentido de número.

Quadro 18 - Características para considerar o Sentido de número no 1º ano do ciclo de alfabetização

Características para considerar o Sentido de número no 1º ano do ciclo de alfabetização	
Capacidade/habilidade para criar estratégias de	
1. Comparar	1.1 Números com números
	1.2 Representações simbólicas em gráficos
	1.3 Coleção de objetos
2. Classificar	2.1 Características dos objetos
	2.2 Estabelecer categorias para variáveis

¹⁹ Os momentos de contagem aconteceram, em sua maioria, nas fases de organização e análise dos dados e durante a construção dos gráficos

²⁰ Exemplo: números 5 e 10 (advindo do padrão de referência - dedos da mão) – “tia oh! 5” mostra uma mão e conta nos dedos, “tia oh! 10”, conta de novo, e repete “tia oh! 15” –Jennifer/6 anos) o 2 pela facilidade de expressar e/ou recitar a sequência de 2 em 2, números pares e números ímpares (advindo do padrão de referência experiência pessoal na resolução da tarefa), – “tia, oh! É um sim um não (Kaik/6 anos); Kaik quer dizer que ao contar de 2 em 2, fala o 2, não fala o 3 e fala 4 e assim por diante

²¹ No início da pesquisa as crianças realizavam a contagem nos dedos, evoluíram para sobrecontagem – “tia, eu faço assim, guardo o 4 na cabeça e conto nos dedos 5-6-7-8-9” (José Antônio/6 anos, Pedro Henrique/6 anos).

²² Eu faço assim, oh! Olho para as fichas no gráfico e vou pensando na cabeça (Marcus/6 anos)

²³ Sandra, eu faço assim fico olhando lá nos desenhos do gráfico (pictograma) e vou contando com os olhos (Laura 6 anos), observo que na verdade Laura espicha o pescoço e vai movimentando-o. Esses relatos estão descritos no capítulo 4.

3. Agrupar					
4. Ordenar				4.1 Objetos segundo suas grandezas	
				4.2 Números	
5. Contagem				5.1 Organizar e tabular dados	
				5.2 Construir gráficos	
				5.3 Analisar dados	
6. Resolver fatos básico					
7. Resolver operações simples de adição e subtração					
8. Resolução de problemas					
9. Perceber os diferentes significados do número				9.1 Quantidade	9.2 Ordem
				9.3 Código	9.4 Medida
10. Relacionar os números				10.1. Usando como referência	
				10.1.2 Padrões numéricos	
				10.1.3 Padrões físicos	
				10.1.4 Experiências individuais ou coletivas	
11. Usar relações entre padrões de referência				11.1 Contagem e sobrecontagem	
Corporal	Físico	Mental	Numérico	11.2 Resolução de operações	
				11.2.2 Adição simples	
12. Cálculos mentais				12.1 Referência	
				12.1.1 Campo visual	12.1.2. Corporal
13. Cálculos mentais - operação de adição simples				13.1 Referência	
				13.1.1 Gráfico	
Características apresentadas no quadro Sentido de Número, conhecimento e aplicações(MCINTOSH; REYS; REYS,1992, P.4) que se manifestaram em nossa pesquisa e estão agrupadas no quadro 16.					

Fonte: acervo da pesquisadora

A construção dos quadros 17 e 18, Interrelação - Investigação Estatística e Investigação Matemática em prol do desenvolvimento do Sentido de número e Características para considerar o Sentido de número no 1º ano do ciclo de alfabetização, é uma tentativa de oportunizar aos professores um referencial para o planejamento de suas aulas que auxilie seus alunos a desenvolverem o Sentido de número. Acreditamos que estes ficarão em aberto, e que novas pesquisas sobre as contribuições do ensino de estatística para o desenvolvimento do Sentido de número surgirão.

5.3 Últimas palavras

5.3.1 Considerações finais

A análise foi desenvolvida em dois eixos, quais sejam: no primeiro eixo (capítulo 4), ao final da descrição da realização das tarefas analisamos a trajetória e/ou desenvolvimento dos Contextos de investigação por meio dos episódios aliando-os às categorias de análise; “Conhecimento e habilidade com os números; Conhecimento e habilidade com as operações; Aplicação do conhecimento e da habilidade com os números e as operações em situações de cálculo” (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p.4). No segundo eixo discutimos as contribuições desta prática pedagógica para desenvolvimento do sentido de número das crianças do 1ª ano do ciclo de alfabetização elucidando a interrelação da investigação Estatística e Matemática e apresentamos o desenvolvimento do Sentido de número nas primeiras aprendizagens do 1º ano do ciclo de Alfabetização. Estas análises mostraram-nos saberes em movimento, seja na realização das tarefas seja nas rodas de conversa. Acreditamos ser essa uma análise completa: “a que escuta e, por conseguinte dá voz aos sujeitos envolvidos”.

As ideias sobre o desenvolvimento do Sentido de número, investigação e conceitos Estatísticos e Matemáticos foram se formando pouco a pouco à medida que as crianças avançavam em suas habilidades de “*investigadores*”.

Durante a resolução das tarefas dos Contextos de investigação extraímos que as crianças adquiriram habilidades para produzir dados, levantar questões, organizar as respostas, criar representações para seus dados, raciocinar, interpretar os seus próprios dados, explicitar os resultados e verificar as suas ideias diante dos resultados obtidos a partir dos dados coletados por elas. Ao realizar essas ações, as crianças acessaram habilidades para o desenvolvimento do Sentido de número.

Com a participação nessa pesquisa, as crianças adquiriram habilidades para usar números e métodos quantitativos, se envolveram com conceitos de números, operações com números, e aplicações de números e operações. Na interrelação número segundo o contexto da estatística e número segundo o contexto da matemática as tarefas ficaram impregnadas de Sentido de número. Assim, o Sentido de número pode ser desenvolvido a partir de tarefas que favoreceram a exploração de números e suas relações, a partir de situações que permitiram às

crianças comunicar suas ideias em um ambiente de diálogo voltado para os processos de aprendizagem, e para o raciocínio e pensamento estatístico.

A interrelação, processamento e interpretação das informações extraídas do processo investigativo nos sugere uma conexão que liga o desenvolvimento do Sentido de número com a Educação Estatística. Sendo assim, inferimos que conseguimos mostrar possibilidades que nos leva a afirmar que o ensino de Estatística possibilita muito mais do que lhe é atribuído, ou seja, é possível, por meio de tarefas do contexto do ensino de Estatística, as crianças do 1º ano do ciclo de alfabetização desenvolverem o Sentido de número.

Embora muitas crianças exibam estratégias criativas e eficientes quando operam com números, por vezes, a entrada na escola/ensino formal pode fazer desaparecer os seus métodos informais, principalmente, se o ensino é direcionado para o conhecimento puramente técnico da matemática, em especial, para a aritmética do algoritmo enfatizado nos exercícios de ar e efetue as operações. Nesse sentido, se nós, professores, desejamos desenvolver nas crianças o gosto e a confiança pessoal em realizar tarefas que abrangem o pensamento matemático e estatístico e que conduzem ao desenvolvimento do Sentido de número, acreditamos ser importante modificar as práticas pedagógicas que estão implementadas em nossas escolas de Educação Básica.

Assim, com os resultados desta pesquisa, anunciados por meio desta tese, esperamos contribuir para que o professor contemple em seu planejamento um trabalho em que a Educação Estatística e Educação Matemática se entrecruzem em diversos momentos da ação pedagógica em prol do desenvolvimento do Sentido de número.

Por fim, consideramos que esta pesquisa nos possibilita afirmar que um dos grandes desafios da Educação básica nos dias atuais é o de encontrar caminhos para valorizar e viabilizar um ensino que priorize contextos de investigação.

Assim deixamos nossa contribuição.

E o futuro? É esse o final? Ou o início de uma nova caminhada?...

Para você que leu até aqui eu te desejo

*Eu te desejo vida, longa vida
Te desejo a sorte de tudo que é bom
De toda alegria, ter a companhia
Colorindo a estrada em seu mais belo tom*

*Eu te desejo a chuva na varanda
Molhando a roseira pra desabrochar
E dias de sol pra fazer os teus planos
Nas coisas mais simples que se imaginar*

*Eu te desejo a paz de uma andorinha
No voo perfeito contemplando o mar
E que a fé movedora de qualquer montanha
Te renove sempre e te faça sonhar*

*Mas se vier as horas de melancolia
Que a lua tão meiga venha te afagar
E que a mais doce estrela seja tua guia
Como mãe singela a te orientar*

*Eu te desejo mais que mil amigos
A poesia que todo poeta esperou
Coração de menino cheio de esperança
Voz de pai amigo e olhar de avô*

***Te desejo vida**
Flávia Wenceslau*

Obrigada

Sandra Gonçalves Vilas Bôas Campos

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi. 5.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A Matemática na educação básica**. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento da Educação Básica (ME/DEB), 1999.
- BARBOSA, H. H. J. Sentido de número na infância: uma interconexão dinâmica entre conceitos e procedimentos. **Paidéia**, Ribeirão Preto, v. 17, n. 37, p.181-194, set., 2007. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/paideia/v17n37/a03v17n37.pdf>>. Acesso em: 07 jul. 2015.
- BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística/Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2001.
- BATANERO, C.; GODINO, J. D. **Estocástica y su Didáctica para Maestros**. Manual para el Estudiante Proyecto Edumat-Maestros. Granada: Universidade de Granada, 2002. Disponível em: <<http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/>>. Acesso em: 25 jan. 2016.
- BATISTA, R. M. F. **Uma análise do Sentido de número a partir do conhecimento sobre medidas**. 2009. 97 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**, Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 101-114.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, K. S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORIM, C.; MAGINA, S.; SILVA, E. Homem Virtruviano. In: CAZORLA, I.; SANTANA, E. **Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico**. Itabuna: Via Litterarum Editora, 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 3.ed. Brasília: MEC/SEF, 2001.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Departamento de Políticas de Educação Infantil e Ensino Fundamental. Coordenação Geral do Ensino Fundamental. **O ensino fundamental de nove anos: orientações gerais**. Brasília: MEC/SEB, 2004.
- _____. Ministério da Educação. **Proinfantil: Programa de Formação Inicial para Professores em Exercício na Educação Infantil**, 2005.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral - DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental - COEF. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e**

desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental. Brasília: MEC, 2012.

_____. Congresso Nacional. **Lei nº 10.172, de 9 de janeiro de 2001.** Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. Brasília, 2013.

_____. Congresso Nacional. **Lei nº 11.274, de 06 de fevereiro de 2006.** Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Brasília, 2006.

_____. Congresso Nacional. **Lei nº 12.796, de 4 de abril de 2013.** Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para dispor sobre a formação dos profissionais da educação e dar outras providências. Brasília, 2013.

BROCARD, J. **As investigações na aula de matemática:** um projecto curricular no 8º ano, 2001, 621f. Tese (Doutorado) - Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.

BROCARD, J.; DELGADO, C.; MENDES, F. **Números e operações — 1.º ano.** Materiais de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I.; **O sentido do número:** reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar Editora, 2008.

BROCARD, J. et al. Um projecto centrado no sentido do número. In: BLANCO, N.; GONZÁLEZ, R. L. **Investigación en Educación Matemática**, 12ed. Badajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática "Ventura Reyes Prosper", 2008. p. 495-504.

CAMPOS, C. R. **Towards Critical Statistics Education.** Germany: LAP - Lambert Academic Publishing, 2016.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. A Educação Estatística: A modelagem matemática e a educação crítica: um projeto. **Revista Teoria e pratica na educação**, Maringá, v. 10, n. 03, p.321-331, dez., 2007.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. e JACOBINI, O. R. **Educação Estatística:** teoria e prática em ambiente de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

CAMPOS, C. R.; et al. Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 24, n. 39, p.473-494, ago., 2011.

CAMPOS, S. G. V. B. **Trabalho de projetos no processo de ensinar e aprender estatística na universidade.** 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2007.

CASTRO, J. P.; RODRIGUES, M. O Sentido de número no início da aprendizagem. In:

BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. (org.). **O Sentido de número: reflexões que entrecruzam teoria e prática**. Lisboa: Escolar Editora, 2008a, p. 117-133

_____. _____. **Sentido de número e organização de dados: Textos de Apoio para Educadores de Infância**. Lisboa: Ministério da Educação, Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular, 2008b

CEBOLA, G.. Do número ao Sentido de número. In Ponte, J. P.; Costa, C.; Rosendo, A. I.; Maia, E.; Figueiredo, N.; Dionísio, A. F. (Orgs.). **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Coimbra: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2002. p. 223-239

CORDANI, L. **Estatística para todos: Atividades para sala de aula**. São Paulo: CAEM/IME/USP, 2012.

COUTINHO, C.; LOPES, C. A. E. Leitura e escrita em Educação Estatística. In: LOPES, C. A.; NACARATO, A. M. (Orgs.). **Educação Matemática, Leitura e Escrita: armadilha, utopias e realidade**. Campinas: Mercado de letras, 2009.

CRUZ, M. S. S. **O papel desempenhado pelas experiências extraescolares na construção do Sentido de número em crianças**. 2015. 254 f. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006.

DELMAS, R. C. Statistical Literacy, Reasoning, and Learning. **Journal of Statistics Education**, v.10, n.3, 2002. Disponível em: <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas_discussion.html>. Acesso em: 17 jan. 2014.

Equipa do projecto DSN. (2006). **Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspectivas e Exigências Curriculares**. Materiais para Professores e Educadores. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Equipa do projecto DSN. (2007). **Desenvolvendo o sentido do número. Perspectivas e exigências curriculares** (Vol. II). Lisboa: Associação de Professores de Matemática

FERREIRA, A. B. H. **MiniAurélio Século XXI Escolar: o minidicionário da língua portuguesa**. (4ed rev. e ampl.). Rio de Janeiro: Nova Fronteira. 2000.

FLICK, U. Triangulation revisited: strategy of validation or alternative? **Journal for the Theory of Social Behavior**, v. 22, n. 2, p. 175-197, 1992. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/229661528_Triangulation_Revisited_Strategy_of_Validation_or_Alternative>. Acesso em 14 nov. 2015

FRANCO, A. **O pensar e o jogo nas relações numéricas**. Belo Horizonte: Editora Lê, 1996.

FRANKLIN, C. et al. **Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a pre-k-12 curriculum framework**. Alexandria: American Statistical Association, 2007.

FUSON, C. **Children's counting and concepts of number**. New York: Springer-Verlag, 1987.

GAL, I. Adult statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70 n. 1, p.1-25, 2002. Disponível em: <<http://iase-web.org/documents/intstatreview/02.Gal.pdf>>. Acesso em: 18 dez. 2016.

GAL, I.; GARFIELD, J.B. **The Assessment Challenge in Statistics Education**. Amsterdã: IOS Press, 1997.

_____. _____. Teaching and Assessing Statistical Reasoning. In: STIFF, L.; CURCIO, F. **Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12**. USA: The National Council of Teachers of Mathematics, 1999.

GARNICA, A. V. M. História oral e Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006. p. 79-100

GITIRANA, V. Classificação e Categorização. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Caderno 7. Brasília: MEC/SEB, 2014. p. 17-20.

GUIMARÃES, G.; OLIVEIRA, I. Construção e interpretação de gráficos e tabelas. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Caderno 7. Brasília: MEC/SEB, 2014. p. 21-38

JESUS, A; SERRAZINA L. Atividades de natureza investigativa nos primeiros anos de escolaridade. **Quadrante - Revista de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa, v. 14, n. 1, p. 03-35, 2005.

KRAEMER, J. M. Desenvolvendo o sentido do número: cinco princípios para planificar. In: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. (org.). **O Sentido de número: reflexões que entrecruzam teoria e prática**. Lisboa: Escolar Editora, 2008. p. 3-28.

KRAMER, S. Infância e sua singularidade. In BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Departamento de Políticas de Educação Infantil e Ensino Fundamental. Coordenação Geral do Ensino Fundamental. **Ensino Fundamental de nove anos: orientações gerais**. Brasília: MEC/SEB, 2004.

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e Probabilidade na Educação**. 2003. 281 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

_____. Literacia Estatística e INAF 2002. In FONSECA, M. C. (org.). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global, 2004. p. 85-97.

_____. Os desafios para Educação Estatística no currículo de Matemática. In LOPES C. A. E., COUTINHO, C. Q. S e ALMOULOU, S. AG (org.). **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado das letras, 2010, p. 47-63.

_____. A educação estocástica na infância. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 160-174, mai. 2012. Disponível em <<http://www.reveduc.ufscar.br>>. Acesso em 16 ago. 2016

LOPES C. A. E., COUTINHO, C. Q. S e ALMOULOU, S. AG (org.). **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado das letras, 2010.

LOPES, C. A. E.; MOURA A. R. L (org.). **Encontro das crianças com o acaso: as possibilidades, os gráficos e as tabelas**. Campinas: Editora Graf. FE/Unicamp - Cempem, 2002.

_____. _____. (org.). **As crianças e as ideias de número, espaço, formas, representações gráficas, estimativa e acaso**. Campinas: Editora Graf. FE/Unicamp - Cempem, 2003.

LOPES, A. R. L. V.; ROOS, L. T. W.; BATHELT, R. E. O agrupamento na organização da contagem e na origem dos sistemas de numeração. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Caderno 2. Brasília: MEC/SEB, 2014. p. 15-19.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LUDKE, M.; ANDRE, M.E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. Temas básicos de educação e ensino. São Paulo: EPU, 1986.

LUNA, S.V. **Planejamento de Pesquisa: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 2002.

MAGALHAES, M. N.; LIMA, A. C. P. **Noções de probabilidade e estatística**. São Paulo: Edusp, 2010.

MCINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. A proposed framework for examining basic Number Sense. **For the Learning of Mathematics**, Canadá, v. 12, n. 3, p. 2-44, 1992.

MENDES, F.; DELGADO, C. A aprendizagem da multiplicação e o desenvolvimento do Sentido de número. In: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. (org.). **O Sentido de número: reflexões que entrecruzam teoria e prática** (p. 159-182). Lisboa: Escolar Editora, 2008

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais. **Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental (CBC) anos iniciais: ciclos de alfabetização e complementar**. Belo Horizonte, 2014.

MOCROSKY, L.F., PAULO, R. M., SILVA, S. D. A contagem e o universo infantil. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Caderno 2. Brasília: MEC/SEB, 2014. p. 62-68.

MORENO, B. R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, M. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Tradução Antônio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006, p. 43-76.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. **Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas pedagógicas**. São Paulo: Cortez, 2015.

MOURA, A. R. L. **A medida e a criança pré-escolar**. 1995. 207f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1995.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, Va.: NCTM, 1989.

_____. **Professional Standards for Teaching Mathematics**. Reston, Va.: NCTM, 1991

_____. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: The Council., 2000.

OLIVEIRA, P. C. **O processo de aprender noções de Probabilidade e suas relações no cotidiano das séries iniciais do Ensino Fundamental: uma história de parceria**. Tese (Doutorado) Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2003.

PONTE, J. P. Estudos de caso em Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 19, n. 25, p.105-32, 2006.

PONTE, J.P; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006.

PONTE, J. P., et al. **Histórias de Investigações Matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

QUARANTA, M. E.; TARASOW, P.; WOLMAN, S. Abordagens parciais à complexidade do sistema de numeração: progressos de um estudo sobre as interpretações numéricas. In: PANIZZA, M. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 95-109

RIBEIRO, L. M. C. **O sentido numérico em crianças: um estudo comparativo entre crianças de escola pública e particular**, 2006, 170f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

SILVA, C. B. **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática**. 2007. 354 f. Tese (doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

SOUZA, A.C. **A educação estatística na infância**. 2007. 209 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2007.

SOWDER, J. T. Notes discussion. In Sowder, J. T.; Schappelle, B. P. (Orgs.). **Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a Conference**, San

Diego: Diego State University Center for Research in Mathematics and Science Education., 1989. p. 19-33.

SPINILLO, A. G. O Sentido de número e sua importância na educação matemática. In: BRITO, M. R. (Org.). **Soluções de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006. p. 83-111.

_____. Sentido de número na Educação Matemática. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Caderno 2. Brasília: MEC/SEB, 2014. p. 48-54.

SPINILLO, A. G e MAGINA S. Alguns ‘mitos’ sobre a Educação Matemática e suas consequências para o Ensino fundamental. In PAVANELLO R. M. **Matemática nas series iniciais do ensino fundamental: A pesquisa e a Sala de aula**. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático, Coleção SBEM, 2004. p.7-35

TURKEL, S.; NEWMAN C. M. Qual é o teu número? Desenvolvendo o Sentido de número. **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, n. 25, p.31-33, 1993.

UBERLÂNDIA. **Lei nº 146, de 10 de junho de 1996**. Cria as escolas municipais que menciona a lei complementar nº 49, de 12 de janeiro de 1993. Uberlândia, 1996.

_____. Secretaria Municipal de Educação. **Diretrizes Curriculares Municipais**. Uberlândia, 2011.

ZENKER, M. R. A criança do ensino fundamental de 9 anos: reflexões. In TIERNO, G. **A criança de 6 anos: Reflexões e práticas**. São Paulo: MECA - SIEEESP - Sindicato dos Estabelecimentos de Ensino do Estado de São Paulo, 2008.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, v. 67, n.3, p. 223-265, 1999.

WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI O. R. O ensino de Estatística no contexto da educação Matemática. In BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2009, p. 232-249.

ANEXO A - TABELA

Tabela 2 - Dados das crianças

NOME	DATA DE NASCIMENTO	IDADE Fevereiro 2017
Alysson Gabriel da Conceição Carvalho	11/01/08	6
Ana Julia Gonçalves Candido	22/01/08	6
Bianca Tavares Candido	21/04/07	6
Cássia Vitória Alves da Silva	14/01/08	6
Daniel Gonçalves Pirange	27/12/07	6
Enéias Gomes Nascimento da Silva	21/10/07	6
Geovanna Gabrielly Cruz Santos	14/08/07	6
Iasmyn Florenço da Silva Vieira	06/10/07	6
Jennifer Pacheco Oliveira	06/03/08	6
João Vitor Oliveira Andrade	09/01/08	5
José Antonio Nunes Moraes	14/08/07	6
Júlia Alves Ribeiro	18/10/07	6
Kaik Lisboa Melo	05/09/07	6
Kauany Ferreira da Silva	11/01/08	6
Laura Geovana Nascimento Silva	20/05/07	6
Livia Ferreira Garcia	09/11/07	6
Lorena Carolina da Nobrega	29/08/07	6
Ludimila Dias Farias	03/07/07	6
Maik Henrique da Silva Barros	05/07/07	6
Marcos Vinicius Honorato	28/06/07	6
Maria Luiza Pereira de Araujo (AEE)	03/07/06	6
Mateus Felipe Alves Inácio	24/07/07	6
Pedro Henrique Brotas Lourenço	27/02/08	7
Sarah Silva Melo	20/07/07	6
Vinicius Mendes Andrade	01/03/08	5
Vitoria Santos Cassiano	23/10/07	6
Wallison Lopes de Oliveira Santos	27/10/07	5
Yasmim Oliveira Barbosa	03/02/08	6
Ana Luiza de Sousa Matos	04/10/07	6
Kawan Gabryel Silva Siqueira	13/06/07	5

Fonte: secretatia da E. M. Dr. Gladsen Guerra de Rezende

ANEXO B – QUADRO MCINTOSH, REYS E REYS

Figura 68 - Quadro para considerar o Sentido de número (original)

<p>Number Sense: A propensity for and an ability to use numbers and quantitative methods as a means of communicating, processing and interpreting information. It results in an expectation that numbers are useful and that mathematics has a certain regularity (makes sense).</p>	<p>1 Knowledge of and facility with NUMBERS.</p>	<p>1.1 Sense of orderliness of numbers</p>	<p>1.1.1 Place value 1.1.2 Relationship between number types 1.1.3 Ordering numbers within and among number types</p>
		<p>1.2 Multiple representations for numbers</p>	<p>1.2.1 Graphical/symbolic 1.2.2 Equivalent numerical forms (including decomposition/recomposition) 1.2.3 Comparison to benchmarks</p>
		<p>1.3 Sense of relative and absolute magnitude of numbers</p>	<p>1.3.1 Comparing to physical referent 1.3.2 Comparing to mathematical referent</p>
		<p>1.4 System of benchmarks</p>	<p>1.4.1 Mathematical 1.4.2 Personal</p>
	<p>2. Knowledge of facility with OPERATIONS.</p>	<p>2.1 Understanding the effect of operations</p>	<p>2.1.1 Operating on whole numbers 2.1.2 Operating on fractions/decimals</p>
		<p>2.2 Understanding mathematical properties</p>	<p>2.2.1 Commutativity 2.2.2 Associativity 2.2.3 Distributivity 2.2.4 Identities 2.2.5 Inverses</p>
		<p>2.3 Understanding the relationship between operations</p>	<p>2.3.1 Addition/Multiplication 2.3.2 Subtraction/Division 2.3.3 Addition/Subtraction 2.3.4 Multiplication/Division</p>
		<p>3.1 Understanding the relationship between problem context and the necessary computation</p>	<p>3.1.1 Recognize data as exact or approximate 3.1.2 Awareness that solutions may be exact or approximate</p>
		<p>3.2 Awareness that multiple strategies exist</p>	<p>3.2.1 Ability to create and/or invent strategies. 3.2.2 Ability to apply different strategies 3.2.3 Ability to select an efficient strategy</p>
	<p>3. Applying knowledge of and facility with numbers and operations to COMPUTATIONAL SETTINGS.</p>	<p>3.3 Inclination to utilize an efficient representation and/or method</p>	<p>3.3.1 Facility with various methods (mental, calculator, paper/pencil) 3.3.2 Facility choosing efficient number(s)</p>
		<p>3.4 Inclination to review data and result for sensibility</p>	<p>3.4.1 Recognize reasonableness of data 3.4.2 Recognize reasonableness of calculation</p>

Figure 1
Framework for considering number sense

ANEXO C - TELAS

