

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica

JOSIANE FAXINA

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DOS CONCEITOS
ARITMÉTICOS: PERCEPÇÕES DOS PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Bauru
2017

JOSIANE FAXINA

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DOS CONCEITOS
ARITMÉTICOS: PERCEPÇÕES DOS PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre junto a Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Faculdade de Ciências, Campus de Bauru – Programa de Pós-graduação em Docência para a Educação Básica, sob orientação do Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola.

Bauru
2017

Faxina, Josiane.

Resolução de problemas e o ensino dos conceitos aritméticos: percepções dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental / Josiane Faxina, 2017.

167 f.

Orientador: Nelson Antonio Pirola.

Dissertação (Mestrado)– Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2017.

1. Resolução de problemas. 2. Conceitos aritméticos. 3. Anos iniciais I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE JOSIANE FAXINA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 22 dias do mês de fevereiro do ano de 2017, às 09:00 horas, no(a) Sala 1 do prédio da pós-graduação da Faculdade de Ciências, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA - Orientador(a) do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências - UNESP/ Campus de Bauru, Prof. Dr. KLINGER TEODORO CIRÍACO do(a) Departamento de Educação / Campus Naviraí / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS, Profa. Dra. FERNANDA DE OLIVEIRA SOARES TAXA AMARO do(a) Departamento de Desenvolvimento Educacional / Pontifícia Universidade Católica - PUC, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de JOSIANE FAXINA, intitulada **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DOS CONCEITOS ARITMÉTICOS: PERCEPÇÕES DOS PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**. Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA Prof. Dr. KLINGER TEODORO CIRÍACO Profa. Dra. FERNANDA DE OLIVEIRA SOARES TAXA AMARO 

DEDICATÓRIA

... a meus pais, pelo exemplo de vida
permeada de honestidade, simplicidade e amor!

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pela dádiva da vida!

À minha família pela infinda compreensão, apoio, incentivo, paciência e amor!

Ao Prof. Dr. e amigo Nelson Pirola pelos ensinamentos, pela orientação e acompanhamento constante! Pela disponibilidade, paciência e incentivo! Por acreditar em mim...

À banca examinadora Prof. Dr. Fernanda Taxa e Prof. Dr. Klinger Ciríaco por todas as contribuições e pelo entusiasmo!

Ao Grupo de Pesquisa de Psicologia em Educação Matemática por partilhar tanto conhecimento e sabedoria!

À todos os meus amigos de mestrado pela magnífica convivência da qual me proporcionaram experiências maravilhosas... Em especial às amigas Janaína, Michele Munhoz, Michele Souza, Priscila, Larissa, Vivi e Patrícia que levarei eternamente em meu coração!

Às minhas amigas Natália, Mirela e Carol por serem minha família em Bauru!

Enfim, a todos que de alguma maneira me ajudaram e incentivaram nessa caminhada.

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo investigar as percepções que o professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental tem sobre o trabalho com resolução de problemas no ensino dos conceitos aritméticos. Entende-se que o ensino da Matemática via resolução de problemas possibilita ao aluno uma construção do conhecimento onde ele mesmo desenvolverá ideias e estratégias com sentido próprio. Foi aplicado um questionário semiestruturado a 21 professores da rede municipal da cidade de Bauru, interior de São Paulo, no qual puderam descrever suas percepções, práticas e dificuldades no ensino das quatro operações via resolução de problemas. A literatura estudada aponta questões sobre como a resolução de problemas muitas vezes fica limitada a uma oportunidade de se aplicar o conteúdo estudado previamente e que o ensino das operações aritméticas ainda está muito vinculado ao algoritmo, proporcionando-se assim, um ensino restrito a procedimentos e técnicas, ou seja, a supervalorização de contas armadas. Não se prioriza o ensino dos conceitos presentes em cada operação, o que é possível garantindo-se ao aluno uma variedade de situações. Na análise dos dados coletados pelo questionário, foi possível verificar que os professores têm boas ideias sobre o trabalho com resolução de problemas e principalmente da importância desse trabalho nos anos iniciais, porém o número desses professores não indicou a maioria. Também foi possível notar que as ideias sobre o ensino das quatro operações sempre estão relacionadas à situação do cotidiano, resolução de problemas, materiais concretos entre outros. Entretanto, quando analisadas as dificuldades apontadas pelos professores, constatou-se que, em geral, estão relacionadas com a compreensão do sistema de numeração decimal e dos algoritmos. Sendo assim, nota-se que as ideias dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, em parte, são coniventes com uma prática de ensino que prioriza uma Matemática que faça sentido ao aluno, porém também apontam preocupação excessiva em fazer o aluno aprender procedimentos sem uma prévia compreensão conceitual de fato. A partir da análise dos dados, e da literatura estudada, um *e-book* foi elaborado como produto educacional com propostas didáticas que subsidiem o professor no ensino dos conceitos aritméticos.

Palavras-chave: resolução de problemas; conceitos aritméticos; anos iniciais.

ABSTRACT

This research aims to investigate the representation of the teacher in the early years of elementary school has about working with problems solving in teaching the concepts of the four arithmetic operations. It is understood that the teaching of mathematics through problem solving allows the student a knowledge building where he will develop ideas and strategies with proper sense. A semi-structured questionnaire to 21 teachers of the municipal town in the interior of São Paulo State was applied, in which they could describe their ideas, practices and difficulties in the four operations teaching by problem solving. The literature shows questions about problem solving often is limited to one opportunity to apply content previously studied and the teaching of arithmetic operations is still very much linked to the algorithm, providing thus, a limited teaching procedures and techniques. No priority to the teaching of the present concepts in each operation, it is possible to guarantee the student a variety of situations. In the analysis of data collected by questionnaire, we found that teachers have good ideas about working with problem solving and especially the importance of this work in the early years, but the number of these teachers did not indicate the major part. It was also noted that the ideas of the four teaching operations are always related to everyday situation, problem solving and concrete materials among others. However, when analyzing the difficulties indicated by teachers, it was found that, in general, they are related to the understanding of the decimal number system and algorithms. Thus, until the present moment of this research, it is clear that the ideas of teachers who teach mathematics in the early years are colluding with a teaching practice that prioritizes a mathematics that makes sense to the student, but also show excessive concern to the student learning procedures without prior conceptual understanding indeed. From the data analysis, and studied literature, an *e-book* is designed as an educational product with proposals for activities that support the teacher in the teaching of arithmetic concepts.

Keywords: problem solving; arithmetical concepts; early years.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Categorias do campo conceitual multiplicativo.....	61
Quadro 2 – Categorias do campo aditivo presentes nos documentos norteadores de currículo.....	72
Quadro 3 – Categorias do campo multiplicativo presentes nos documentos norteadores de currículo.....	74
Quadro 4 – Descrição das categorias de análise.....	76

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Respostas mais frequentes referentes às questões 1 e 2.....	78
Gráfico 2 - Respostas mais frequentes referentes à questão 3.....	82
Gráfico 3 - Respostas mais frequentes referentes às questões 4, 5, 6 e 7.....	85
Gráfico 4 - Respostas mais frequentes referentes às questões 8 e 9.....	88
Gráfico 5 - Respostas mais frequentes referentes à questão 10.....	91
Gráfico 6 - Respostas mais frequentes referentes à questão 12.....	94
Gráfico 7 - Respostas mais frequentes referentes à questão 11.....	95

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	11
1 A MATEMÁTICA NO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO.....	15
1.1 Alfabetização Matemática nos anos iniciais: uma retrospectiva.....	15
1.2. Alfabetizar matematicamente.....	21
2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	32
2.1 Resolução de problemas para ensinar/aprender Matemática.....	36
2.2 Práticas do professor com resolução de problemas.....	38
2.3 Resolução de problemas nos anos iniciais.....	41
3 FORMAÇÃO DOS CONCEITOS ARITMÉTICOS ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	44
3.1 Os algoritmos nos anos iniciais.....	46
3.2 Campos conceituais e a formação dos conceitos aritméticos.....	49
3.2.1 Resolução de problemas no campo conceitual aditivo.....	52
3.2.2 Resolução de problemas no campo conceitual multiplicativo.....	61
4 METODOLOGIA.....	67
4.1 O problema de pesquisa.....	67
4.2 Objetivos e o produto.....	68
4.3 Contexto e participantes da pesquisa.....	69
4.4 Instrumento de coleta de dados.....	70
4.5 Procedimentos.....	71
5 ANÁLISE DE DADOS.....	73
5.1 Os campos conceituais nos documentos norteadores de currículo.....	73
5.2 Os dados coletados.....	76
5.2.1 As quatro operações aritméticas.....	77
5.2.2 A resolução de problemas.....	88

6 CONCLUSÕES.....	101
REFERÊNCIAS	106
ANEXO.....	111
APÊNDICE A.....	114
APÊNDICE B.....	118

INTRODUÇÃO

Ao ingressar nos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º, 2º e 3º anos), as crianças já trazem consigo experiências que remetem ao conhecimento matemático, bem como sua curiosidade investigativa, comum em seu cotidiano.

É papel da escola potencializar as experiências trazidas pelos alunos e com a ação pedagógica do professor proporcionar um entendimento das diversas funções do conhecimento matemático no contexto social, uma vez que as mesmas proporcionam o desenvolvimento da aprendizagem.

Formada em Pedagogia e atuando como docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental há 10 anos, a pesquisadora com sua inquietude, percebia que os alunos correspondiam muito mais quando as aulas de Matemática tinham características desafiadoras se comparado a lista de atividades.

Muitas vezes no ensino da Matemática, a prioridade são os exercícios nos quais a meta é aprender a realizar cálculos. Com a resolução de problemas não é diferente, é utilizada apenas como meio para se treinar o conteúdo trabalhado. Limita-se a aprendizagem sob um roteiro de passos a serem seguidos em cada procedimento específico e não garante ao aluno a compreensão de conceitos e usufruto da lógica matemática.

Assim, o real potencial do trabalho com a resolução de problemas deixa a desejar quando o único desafio da criança é descobrir com qual operação se resolve o problema. Ainda é muito presente práticas pedagógicas que estão arraigadas de aspectos tradicionalistas, bem como os próprios livros didáticos que a cada ano repetem os mesmos tipos de atividades, que se utilizam da resolução de problemas de forma mecânica, valendo-se da aplicação de procedimentos prontos e acabados.

Pesquisas como a de Souza (2010) mostram que as aulas de Matemática dos anos iniciais ainda estão permeadas de características formalistas e algorítmicas, ficando distante do aluno a descoberta de uma Matemática com sentido.

Na pesquisa realizada por Oliveira e Mastroianni (2015), constatou-se que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental apresentam um bom discurso sobre a importância de se trabalhar resolução de problemas. Entretanto,

também constataram que esses professores ainda se utilizam dos problemas para a aplicabilidade de um determinado conteúdo, caracterizando assim, atividades de exercícios.

Kamii e Joseph (2005) e Schliemann, Carraher e Carraher (2003) apontam em suas pesquisas, um número menor de acertos quando crianças utilizaram-se somente de algoritmos formais e uma porcentagem maior de acertos quando resolveram a mesma tarefa por estratégias pessoais.

Atuando como professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, foi possível notar que os próprios professores têm dificuldades em criar situações-problema, além dos quais está acostumado em encontrar modelos de problemas mais convencionais nos livros didáticos. E, sendo assim, a própria criança já carrega consigo uma ideia de resolução de problema como somente uma oportunidade de aplicar um procedimento que aprendeu.

O trabalho com resolução de problema permite que a criança vá construindo relações entre as ideias matemáticas que já aprendeu e assim desenvolvendo novos conceitos por um caminho próprio e com sentido.

Sendo assim, o objetivo principal desta pesquisa é investigar a percepção que os professores dos anos iniciais do ciclo de alfabetização têm a respeito do trabalho com o ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas, tendo em vista a grande potencialidade deste para a alfabetização matemática da criança, bem como para a compreensão conceitual dos campos aritméticos. Neste trabalho a percepção é entendida como toda informação recebida e processada por uma pessoa e conforme Simões (1985, p. IX) "(...) é também uma janela para a observação dos pesquisadores".

A elaboração de um material didático-reflexivo contendo uma proposta ao professor que ensina Matemática nos anos iniciais, de atividades com resolução de problemas no ensino dos conceitos das quatro operações aritméticas, foi resultado da pesquisa bibliográfica, do levantamento das dificuldades apontadas pelo questionário aplicado e da análise do currículo matemático dos anos iniciais, em específico o campo aritmético.

Este produto tem formato de *e-book* e é destinado aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º, 2º e 3º anos), pois são eles, juntamente

com seus alunos, os responsáveis pela alfabetização matemática, processo primordial nos primeiros anos de escolaridade.

O desenvolvimento desta dissertação está organizado da seguinte forma:

O capítulo 1 faz um estudo sobre alfabetização matemática, já que o foco da pesquisa é o ensino nos primeiros anos do Ensino Fundamental. A fundamentação está voltada para os estudos dos primeiros contatos da criança com a Matemática na escola, bem como o que os documentos oficiais norteadores de currículo trazem sobre o tema.

Conceitos como numeralização e numeramento são delineados sobre as ideias de Fonseca (2007), Nunes e Bryant (1997) e Spinillo (2006).

No segundo capítulo, desenvolveu-se um estudo sobre a importância do trabalho com resolução de problemas, na perspectiva de construção de uma matemática com sentido através de estratégias e relações de ideias que a criança é capaz de realizar. Autores como Pozo (1998), Brito (2006) e Onuchic e Allevato (2004) evidenciam que a resolução de problemas deve ser o ponto de partida no ensino de conteúdos e conceitos e não apenas o objetivo final onde se utiliza para aplicar e treinar o conteúdo trabalhado.

O capítulo 3 inicia-se com uma explanação sobre a aquisição de conceitos matemáticos na contrapartida de um trabalho realizado a partir do ensino de algoritmos. Brito (2006), Schliemann, Carraher e Carraher (2003), Moro (2004), Taxa (2001), Magina (2001) defendem que para a aquisição de um conceito é preciso proporcionar ao aluno diversas situações que envolvam uma mesma ideia, a fim de que ele vá construindo hipóteses e relações entre as diferentes ideias matemáticas.

Nessa mesma vertente de situações variadas num mesmo conceito, ainda no capítulo 3, discorre-se sobre as ideias de Vergnaud (2014) no qual propõe um trabalho na perspectiva dos campos conceituais, envolvendo assim as quatro operações aritméticas.

A seguir, apresenta-se a metodologia, num esboço dos caminhos percorridos na pesquisa, o contexto e os participantes da pesquisa, o instrumento de coleta de dados e os procedimentos realizados.

Logo, segue uma análise do questionário aplicado aos professores, com levantamento das dificuldades apontadas por eles, suas práticas e percepções.

Esta análise foi uma das bases de uma triangulação, juntamente com os apontamentos que a bibliografia estudada traz e com o currículo matemático dos anos iniciais, mais especificamente, o campo aritmético, para que a partir daí fosse elaborado o produto educacional com propostas didáticas aos professores.

Tal proposta tem a intenção de ser um instrumento didático-reflexivo para os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental com sugestões de atividades que envolvem as relações entre os diferentes conceitos aritméticos.

Por fim, apresentamos as conclusões e alguns questionamentos advindos da pesquisa.

1 A MATEMÁTICA NO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO

1.1 Alfabetização Matemática nos anos iniciais: uma retrospectiva

Algumas reflexões são necessárias no que diz respeito ao ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Muitos aspectos poderiam ser abordados para um estudo mais aprofundado sobre o tema e delimita-se aqui uma retrospectiva sobre o que dizem os documentos oficiais das últimas três décadas sobre a Matemática nos primeiros anos de escolarização.

De acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2009), na década de 80, os estados brasileiros elaboraram suas próprias propostas curriculares, buscando uma mudança do fim da ditadura militar para a democracia, bem como acompanhar as reformas educacionais que ocorriam pelo mundo.

De acordo com a análise das autoras, os currículos de Matemática elaborados nessa década já apontavam uma mudança quanto a perspectiva do ensino da disciplina e já é possível verificar alguns aspectos da concepção de aprendizagem significativa.

Porém, as autoras também apontam aspectos negativos dessa proposta:

(...) ainda predominava a grande ênfase no detalhamento dos conteúdos e nos algoritmos das operações, em detrimento dos conceitos, sem, no entanto, oferecer ao professor sugestões de abordagens metodológicas compatíveis com a filosofia anunciada na proposta. Muitas dessas propostas traziam orientações gerais, que pouco contribuíam para a atuação do professor em sala de aula (NACARATO, MENGALI e PASSOS, 2009, p.17).

A maioria dessas propostas começam a apresentar referências baseadas no construtivismo de Piaget. Suas ideias, nessa época, estavam se espalhando pelo mundo e provocando no Brasil discussões acerca do que ensinar nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

De acordo com Nunes et. al. (2009) houve uma ênfase na compreensão das técnicas operatórias, porém ainda com uma desvinculação entre diversos conceitos, como por exemplo o da adição com a subtração.

Algumas Secretarias de Educação Estaduais introduzem nas salas de aulas os “materiais concretos”, numa ideia de que a criança precisa construir o conceito de números e operações por meio da manipulação destes.

Nessa nova perspectiva de desenvolvimento dos conceitos sobre números e operações, começou-se a pensar e considerar o conhecimento prévio que os alunos trazem de fora da escola. “Procurou-se analisar os conceitos que os alunos desenvolvem através dessas experiências e sua relação com aprendizagem escolar.” (NUNES et. al., 2009, p. 42).

Essas novas tendências que surgiram para o ensino da Matemática não foram garantia de qualidade, nem pelos materiais produzidos na época, nem a compreensão que os professores obtiveram das propostas e estudos apresentados.

Nacarato, Mengali e Passos (2009) relatam que no Estado de São Paulo, houve muitos investimentos na formação continuada de professores, bem como na produção de materiais de qualidade. Entretanto, não se conseguiu atingir a totalidade dos docentes: “Muitas continuaram com suas aulas de Matemática com as mesmas abordagens de décadas anteriores: ênfase em cálculos e algoritmos desprovidos de compreensão e de significado para o aluno” (NACARATO, MENGALI e PASSOS, 2009, p. 18).

Fica evidente que, independente da época ou contexto, quando se trata de superar os desafios da prática educativa, são muitas as dificuldades e poucos os que realmente se dispõem a enfrentá-las.

Nos anos 90, com a criação da Lei de Diretrizes e Bases (Lei 9.394/96) (BRASIL, 1996) que trouxe reformas educacionais em âmbito nacional, são lançados os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997), numa tentativa de unificação do currículo para o Ensino Fundamental e Médio no território brasileiro.

Esses documentos desempenharam importante papel no ensino da Matemática, trazendo questões até então inovadoras:

(...) o ensino da Matemática prestará sua contribuição, à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1997, p.31).

As ideias básicas contidas no PCN de Matemática (BRASIL, 1997) contemplam mais do que apenas mudanças de conteúdos a serem ensinados, mostram principalmente a necessidade de se repensar o como ensinar e avaliar e no como organizar as situações de ensino e de aprendizagem.

Apresentam novas abordagens referentes ao ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com enfoque no trabalho com resolução de problemas, abrindo espaço para a elaboração de diferentes procedimentos, estruturação do pensamento entre outras habilidades que agora começam a valorizar as estratégias e não as respostas prontas e corretas.

De acordo com o PCN de Matemática (BRASIL, 1997), a prática pedagógica deve buscar desenvolver a autonomia e a formação dos alunos para a cidadania desde as séries iniciais:

Para tanto, é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (BRASIL, 1997, p. 25)

Cabe ressaltar que, historicamente, há uma mudança no modo de pensar em como as crianças aprendem Matemática e quais os caminhos a percorrer para que esse processo ocorra com êxito.

Conforme Brasil (1997), não basta que o aluno responda corretamente, é necessário que ele desenvolva habilidades e estratégias para que seja possível estabelecer diferentes tipos de conexões entre seus conhecimentos e assim construir outros. O documento do Governo Federal destaca quatro meios que devem estar inseridos na prática do professor para um ensino contextualizado: resolução de problemas, história da Matemática, tecnologia da informação e jogos (BRASIL, 1997).

Para o presente trabalho, destaca-se a ênfase dada à resolução de problemas no ensino da Matemática. Do mesmo modo, o PCN (BRASIL, 1997) apresenta resolução de problemas como um caminho a se fazer matemática,

também deixa claro que “(...) não tem desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos” (p. 32).

Sendo assim, é por meio da prática de resolução de problemas que o aluno coloca em questão os conhecimentos que possui para buscar uma estratégia que o leve a solução que necessita encontrar, porém é necessário uma compreensão mais aprofundada por parte dos professores sobre o trabalho com resolução de problemas em sala de aula.

Decorrido mais de uma década do lançamento e implantação do PCN (BRASIL, 1997), o Ministério da Educação entendeu a necessidade de rever e refletir sobre “(...) novas e mais precisas orientações curriculares nacionais para o Ensino Fundamental” (BRASIL, 2012, p.11).

Dentro dessa perspectiva de mudanças surge o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), um programa lançado em 2012 pelo Governo Federal de grande importância para o ciclo de alfabetização. Tem como função contribuir na formação dos professores alfabetizadores trazendo sugestões de materiais didáticos diversificados dentro dos conteúdos trabalhados para os alunos do 1º ao 3º ano do ciclo de alfabetização.

Em 2006 instituiu-se o Ensino Fundamental de nove anos com a inclusão das crianças de seis anos de idade no primeiro ano, onde se procurou fazer uma adaptação dos conteúdos. O Pacto tem o intuito de esclarecer as dúvidas e propor a aproximação e consolidação nestes três anos do ciclo de alfabetização através de um currículo comum. Além disso, outro objetivo desse programa é assegurar que ao término do terceiro ano o aluno esteja preparado para acompanhar os anos seguintes do Ensino Fundamental.

O programa lançado em 2012, propõe cursos de formação de professores, além da elaboração e disponibilização de materiais pedagógicos fornecidos pelo MEC. Objetiva principalmente os professores para que esses tenham maior clareza e precisão sobre o que, como e para que ensinar. Nesse âmbito, o Pacto apresenta o conceito de “direito à aprendizagem e desenvolvimento” que está ligado a ideia de direito à educação e aponta um currículo nacional norteador para os anos do Ciclo de Alfabetização.

O documento de apresentação do Pacto, (BRASIL, 2012), propõe que nos anos iniciais do Ensino Fundamental a tarefa primordial da escola seja ampliar o universo de referências culturais das crianças e contribuir para desenvolver e aprofundar suas práticas sociais colocando em ação seu conhecimento adquirido. Por estar na base de todo o processo educativo, o denominado Ciclo de Alfabetização, 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental, é o foco de novas discussões, estudos e propostas de políticas de governo pautadas no dever do Estado para com a educação.

No material lançado pelo Pacto (BRASIL, 2014a) a alfabetização matemática é entendida como um “instrumento para a leitura do mundo” (p. 5), é construir conhecimentos que possibilite ao aluno entender e resolver problemas em diferentes contextos. O material está organizado em cinco eixos:

- Números e operações;
- Pensamento algébrico;
- Geometria;
- Grandezas e medidas.

O eixo “Números e Operações” apresenta a Matemática na perspectiva onde o trabalho com as operações deve sempre estar contextualizada na resolução de problemas. O importante no processo de ensino da Matemática nos anos iniciais, de acordo com Pacto (BRASIL, 2014a) é oferecer às crianças oportunidades para identificarem relações numéricas e aplicarem-nas em diferentes situações de forma cada vez mais elaboradas e complexas.

Em comparação com o termo “letrado” especificado por Soares (2006 apud VECE, MOCROSKY e PAULO, 2014) como a condição da criança não apenas saber ler e escrever, mas saber fazer uso social da leitura e da escrita, o material do Pacto (VECE, MOCROSKY e PAULO, 2014) na mesma perspectiva, explica a necessidade da criança estar “numerada”:

(...) entende-se como “numerado” quem, além da elaboração do conhecimento e da linguagem Matemática, engaja-se com autonomia em situações que envolvam o domínio de dados quantitativos, quantificáveis e, sobretudo, compreende as diversas funções e usos dos códigos numéricos em diferentes contextos (p.58).

Sendo assim, cabe à escola garantir situações de ensino em que seja possível ao aluno estabelecer relações entre seus conhecimentos anteriores com novas situações, reelaborando ideias, observando e construindo novos conceitos.

No estudo de todo o material do Pacto, é possível notar o destaque dado à resolução de problemas nos diversos conteúdos da Matemática a ser ensinada nos primeiros anos do Ensino Fundamental. De acordo com o Pacto (BRASIL, 2014b, p.8): “Durante um bom tempo, problemas matemáticos foram utilizados na sala de aula como uma forma de treinar o uso de algoritmos.” Portanto, a prioridade deve ser o desenvolvimento de estratégias e as diferentes formas de pensar e não apenas conceber a resolução de problema como um exercício em que se aplica contas.

Como um dos temas centrais do presente trabalho a resolução de problemas será foco de próximos capítulos, porém vale aqui ressaltar que quando apresentada de forma desafiadora e motivadora ao aluno, permite elaboração de novos procedimentos, comparação, estruturação do pensamento, entre outras habilidades que contribuem para a construção do conhecimento.

Em 2014, com a regulamentação do Plano Nacional de Educação pelo Governo Federal, estabeleceu-se 20 metas a serem cumpridas no prazo de 10 anos com o objetivo de melhoria da qualidade da educação básica brasileira. Dentre essas metas, determina-se a instituição de uma Base Curricular Comum (BRASIL, 2015) que visa a orientar a construção do currículo das mais de 190 mil escolas brasileiras de educação básica.

Os “direitos e objetivos de aprendizagem”, até o presente trabalho, se encontram em construção. Entretanto, foi lançado um portal eletrônico com documentos e propostas preliminares para discussão e participação da sociedade. Em relação à Matemática, as propostas dão ênfase ao trabalho com resolução de problemas, tanto na solução, bem como na elaboração por parte dos próprios alunos para que desenvolvam autonomia no pensamento matemático, sem se prenderem a convenções.

Sendo assim, os documentos norteadores de currículo mais recentes apresentam o trabalho com resolução de problemas como algo que permeia todo o

ensino da Matemática e que seja apresentado ao aluno como um fator motivador ao processo de ensino e de aprendizagem.

1.2 Alfabetizar matematicamente

As pesquisas e produções acadêmicas nos últimos anos, têm afirmado que o ensino da Matemática deve ser contextualizado, visto que pode ser desenvolvida em qualquer meio social. Durante o seu desenvolvimento, as crianças vão interagindo com o meio em que estão inseridas, tanto na relação com os objetos como com os conhecimentos informais já adquiridos, levando esses conhecimentos obtidos no meio social para a escola.

A partir da revisão da literatura a respeito da matemática nos anos iniciais, é possível perceber que os alunos começam a frequentar a escola já com algum conhecimento e estes devem ser levados em consideração pelos professores na sua prática pedagógica como mostram Pirola et.al (2014).

Este capítulo tem como objetivo ressaltar a importância da alfabetização matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, dentro do enfoque dado pelos autores, na perspectiva das primeiras compreensões matemáticas realizadas pela criança, bem como verificar a presença desse tema nos documentos oficiais que norteiam o ensino da Matemática.

Nesse sentido, a escola se revela como uma instituição que deve contribuir para o desenvolvimento do aluno enquanto ser humano. Entretanto, muitos questionamentos têm surgido quanto à qualidade da escola em desempenhar sua função enquanto instituição educativa que é ensinar. Há de se considerar um avanço, tomando a escola, que no passado era para uma classe social privilegiada e que agora se propõe para todos, de diferentes classes econômicas.

Nessa ideia de escola de qualidade há de se privilegiar a construção do conhecimento que ocorre no espaço escolar e que acontece por meio das práticas educativas nas diversas áreas do ensino logo nos anos iniciais de escolarização, podendo colaborar para as futuras aprendizagens dos próximos anos de formação.

De acordo com o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2012), programa lançado pelo Governo Federal em 2012, estabeleceu-se

que nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve-se privilegiar a alfabetização, numa perspectiva que deixa de focar apenas o processo de construção da leitura e escrita da língua portuguesa, mas começa-se a pensar na alfabetização nas diversas linguagens que o mundo apresenta, dentre elas a Matemática. O objetivo da alfabetização matemática nos anos iniciais é procurar sistematizar muitos dos conhecimentos empíricos que as crianças trazem do seu cotidiano e construir outros num plano mais elaborado do saber.

De acordo com Brasil (2014c), as autoras Vece, Mocrosky e Paulo apresentam discussões que apontam para a necessidade da escola rever a preocupação somente com o ensino da língua materna, mas também com o processo e usos sociais do conhecimento matemático. As prioridades do ensino da língua portuguesa e da Matemática devem ser igualitárias.

(...) a escola não deve se preocupar apenas com a alfabetização da língua materna, mas também com o processo de entendimento e dos respectivos usos sociais dos códigos matemáticos. As mesmas preocupações que demandam a democratização da leitura e da escrita devem ser dirigidas a Matemática, possibilitando o acesso para a apropriação de práticas associadas ao sistema de numeração. A alfabetização Matemática como iniciação ao mundo da leitura e da escrita aritmética contempla as primeiras construções do conceito de número, da aquisição da representação numérica do sistema decimal e, além disso, de outros conteúdos matemáticos como as operações e a própria geometria (VECE, MOCROSKY e PAULO, 2014, p. 58).

Define-se portanto, que alfabetizar matematicamente é garantir a sistematização dos conhecimentos já apreendidos pelas crianças em sua vida cotidiana e elaborar diversos outros saberes nesse campo, para que seja capaz de ler, escrever, compreender e interpretar a Matemática que se configura em diversas dimensões da vida humana.

A alfabetização matemática conta também com o conjunto das contribuições da Educação Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, numa perspectiva ampla sobre os diversos conteúdos e sua apropriação pelos aprendizes (BRASIL, 2014a).

Se a Matemática é uma linguagem, o seu ensino no Ciclo de Alfabetização não pode se limitar apenas a números e operações, seu ensino deve estar carregado de significados e sentidos, ir além dos livros didáticos, cartilhas,

orientações e métodos, deve estar pautado em práticas de descobertas e de construções bem sucedidas na relação professor-aluno e, conseqüentemente, contribuir para o sucesso em sua vida escolar futura.

Souza (2010) aponta algumas reflexões sobre a importância do processo de alfabetização matemática ocorrer nos anos iniciais de escolarização:

As séries iniciais são responsáveis pela introdução das primeiras noções, não só da Matemática, mas das diversas áreas do conhecimento e representam a base para conhecimentos futuros que as crianças terão que aprender, e a forma como esses conteúdos iniciais são trabalhados na escola pode determinar o sucesso e o insucesso dos alunos nas disciplinas (p.3).

Muitas vezes na Matemática, a prioridade são os exercícios nos quais a meta é aprender a realizar cálculos ou se utilizam de resolução de problemas apenas como meio para se treinar o conteúdo trabalhado. Limita-se a aprendizagem sob um roteiro de passos a serem seguidos em cada procedimento específico e não garante ao aluno a compreensão e usufruto da lógica matemática. Na perspectiva da alfabetização matemática, esses tipos de práticas de ensino são vazias de significado e impossibilitam o aluno a explorar, organizar e relacionar novas ideias.

Souza (2010) observou e analisou aulas de Matemática dos anos iniciais e concluiu que as ações do professor ainda estão permeadas de características formalistas e algorítmicas e o sentido de se fazer e descobrir matemática em sala de aula se distanciam dos alunos.

A formação dos professores dos anos iniciais não garante uma abordagem específica dos conteúdos e conceitos matemáticos, o que os leva a seguir modelos vivenciados enquanto alunos, embasado pelo ensino de técnicas e procedimentos que não possibilitam ao aluno conhecer a Matemática de modo significativo.

Nesse sentido, Pirola et. al. (2014) afirmam que:

As experiências que tivemos em relação à Matemática contribuíram para gerar predisposições positivas ou negativas em relação a essa disciplina. Se você tem boas recordações do ensino de Matemática e teve bons professores, provavelmente isso influencia positivamente sua trajetória enquanto professor. Se essas recordações não são

boas, é possível que em alguns momentos, você sinta algum tipo de mal-estar ao ter que ensinar Matemática (p.62).

Os diversos desafios em relação à educação escolar são de fato obstáculos a serem superados, principalmente no que diz respeito ao ensino das disciplinas. Portanto, a qualidade das experiências matemáticas nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve ser fator relevante e de reflexão que os educadores devem considerar.

Sobre o ensino da Matemática nos anos iniciais, Souza (2010, p. 1-2) ressalta que esse período de escolarização é responsável por promover a aprendizagem matemática das ideias e conceitos básicos pertinentes à disciplina. Reitera-se, portanto a necessidade da qualidade das experiências em relação à Matemática no processo de apropriação dos conceitos fundamentais, bem como do rompimento de muitos paradigmas presentes na prática pedagógica do professor dos anos iniciais.

Pensar na alfabetização matemática é também levar em conta o contexto social e de desenvolvimento do aluno como um ponto de partida para a aprendizagem ocorrer com sucesso. É um compromisso importante para com o desenvolvimento da aprendizagem, bem como para com o aspecto social da vida do aluno, visto que os conhecimentos matemáticos estão presentes constantemente na vida humana, nas atividades de rotina como brincadeiras, compras e nos diversos usos dos números diariamente.

Assim, Pirola et. al. (2014, p.64) afirmam que:

O que se pretende é que a aquisição dos conhecimentos matemáticos pelas crianças se associe à sua utilização, para compreender criticamente a realidade em que vivem. Espera-se assim que num futuro, não muito distante, vislumbrem possibilidades de atuação na sua realidade com vistas à superação da mesma. Além disso, o uso desse tipo de atividade dá possibilidade ao professor alfabetizador de explorar a validação das conjecturas dos alunos, a argumentação e a comunicação de ideias (...)

Para tanto, a construção dos conceitos fundamentais da Matemática se faz necessário visando a formação do aluno crítico, sobretudo, na fase da alfabetização. É comum encontrar crianças que no primeiro ano do Ensino

Fundamental, sabem recitar a sequência numérica com êxito, mas não estabelecem a relação entre o quinze e o dezesseis, entre o dezenove e o vinte, por exemplo. Não desenvolveram ainda a lógica de inclusão, fundamental para os conceitos básicos da Matemática.

Essencial seria, apresentar ao aluno a Matemática como sendo uma ciência dinâmica, para incorporação e produção de novos conhecimentos, mas principalmente nos anos iniciais garantir a construção das relações entre os conceitos aprendidos, suas experiências empíricas e as possíveis soluções a serem descobertas. A resolução de problemas se apresenta então, como um caminho para que essas construções se consolidem de fato, ao mesmo tempo que possibilita experiências onde cada um desenvolva suas estratégias e formas de pensar.

A preocupação com a formação das primeiras noções matemáticas no Ensino Fundamental, assim como com a aplicação desses conceitos nas mais variadas situações da vida humana têm sido objeto de estudo de diferentes pesquisadores. Em uma pesquisa realizada por Medeiros (2013), notou-se que os professores dos anos iniciais que ensinam Matemática planejam suas aulas com a preocupação em relacionar os conteúdos ao cotidiano dos alunos, mas não se atentam com qual conceito em específico estavam trabalhando. Há uma necessidade, portanto, de um aprofundamento nos estudos sobre o que significa pensar, fazer e ensinar Matemática nos primeiros anos do Ciclo de Alfabetização, o que envolve uma reflexão sobre o aprender matemática e de ser alfabetizado matematicamente assim como alguns documentos oficiais que foram apresentados, corroboram também sua importância.

Apresenta-se, portanto, as ideias de alguns autores como Nunes e Bryant (1997), Spinillo (2006) e Fonseca (2007) que convergem concepções sobre alfabetização matemática.

Ser alfabetizado matematicamente vai além de dominar técnicas e procedimentos para cálculos, e sim, acontece quando a apropriação dos conhecimentos matemáticos possibilita a elaboração, busca e seleção de estratégias diante de diferentes situações escolares ou cotidianas. Esse pressuposto encontra aporte teórico em estudos no campo da Educação Matemática, assim como da Psicologia da Educação Matemática. As ideias desenvolvidas quanto ao

desenvolvimento do pensamento matemático estão relacionadas aos conceitos de numeramento, numeralização e sentido de número.

Neste capítulo busca-se identificar as convergências entre esses conceitos e os autores pesquisados, bem como desses com a perspectiva da alfabetização matemática na possibilidade de superação da matemática escolar como prática de transmissão e de reprodução. Atenta-se para posteriores estudos mais aprofundados sobre cada princípio de modo a alinhar com as teorias e práticas pedagógicas específicas.

De acordo com Fonseca (2007), o numeramento assume um aspecto de formação matemática relacionado com a construção de significados onde o aluno “usa, pensa, contesta, recria, inventa a Matemática” (p. 25). Este fato coloca em questão os significados construídos pelo aluno quando ele compreende os conceitos, domina-os e faz uso nas situações que vivencia.

De acordo com a autora, ser numerado não é apenas dominar as habilidades matemáticas, mas mobilizá-las de modo autônomo nas diferentes situações que necessitar resolver um problema, estabelecendo relações de forma crítica e reflexiva. Assim, os significados matemáticos construídos, bem como sua aplicação podem variar de pessoa para pessoa e de uma sociedade para outra, visto que o numeramento é uma construção particular, situada num determinado contexto histórico (FONSECA, 2007).

Assim como o numeramento que evidencia a construção de significados matemáticos pelo aluno, a numeralização estudada por autores como Nunes e Bryant (1997), também assume uma similar perspectiva, onde a criança seja capaz de pensar e fazer Matemática nas mais variadas situações.

Considerando a alfabetização matemática numa perspectiva mais estrita, Nunes e Bryant (1997) especifica a numeralização como a criança sendo capaz de:

(...) pensar sobre e discutir relações numéricas e espaciais utilizando as convenções (ou seja, sistemas de numeração e medida, terminologia como volume de área, ferramentas como calculadoras e transferidores, etc.) da nossa própria cultura (p.19).

Sobre a numeralização dada como pertinente ao ensino escolar, os autores apontam que a escola deve se preocupar com o percurso do ensino da

Matemática, considerando a compreensão plena dos diversos aspectos da disciplina, deixando de priorizar os resultados finais (NUNES e BRYANT, 1997).

Todo esse processo que, de forma sistematizada, se inicia dentro da escola, começa com a necessidade da criança desenvolver determinados princípios lógicos (PIAGET, 1965 apud NUNES e BRYANT, 1997, p. 21).

É preciso garantir durante o processo de ensino que a criança estabeleça relações lógicas que já estão instituídas pelas convenções culturais da Matemática, bem como as que vão além dessas convenções, quando ela começar a estabelecer determinadas relações com significado e sentido próprio. Dessa forma:

É fácil ver que mesmo as tarefas Matemáticas mais básicas podem ser apropriadamente entendidas e resolvidas apenas por alguém que explicitamente reconhece regras lógicas, e isso é verdade desde o início. Tomemos o exemplo simples de aprender a contar. A fim de entender o que estão fazendo quando contam um conjunto de objetos, as crianças têm que obedecer muitos princípios lógicos. (...) As crianças também têm que entender o significado do que estão fazendo sempre que contam um conjunto de objetos, e isso também envolve um conjunto de regras firmemente embasadas na lógica (NUNES e BRYANT, 1997, p. 20).

Os autores pontuam que, sobre as relações lógicas, o professor não pode confiar apenas no ensino das convenções matemáticas já estabelecidas. É necessário garantir que a criança compreenda os conceitos básicos da disciplina, bem como que estabeleça sentido próprio e contextualizado para a construção do conhecimento cada vez mais elaborado e complexo.

Para os autores Nunes e Bryant (1997), o diferencial do simples domínio de técnicas e procedimentos está na relação deste com o raciocínio lógico e no saber utilizar-se para as diferentes situações que aprofundar:

É a compreensão das situações que dá sentido a procedimentos matemáticos gerais (...) Podemos aprender procedimentos sem entendê-los, mas esta aprendizagem é bastante irrelevante para o nosso pensamento. Podemos apenas pensar matematicamente em conceitos que significam algo para nós. Se os sistemas de representação e procedimentos para manipular estes símbolos irão influenciar o nosso pensamento, eles devem ter sentido – ou seja, eles devem estar conectados com algumas situações nas quais eles podem ser usados (p.31).

Assim, o uso de técnicas e procedimentos matemáticos envolve a atribuição de sentido entre estas e práticas escolares e não escolares.

Com base no exposto até aqui, pode-se afirmar que a criança numeralizada é capaz de pensar matematicamente sobre variadas situações, como por exemplo, classificar, comparar, seriar entre outros. Isso requer que ela mobilize seus conhecimentos sobre os sistemas numéricos, convenções, técnicas e procedimentos e estabeleça relações e conexões nos mais variados contextos da vida humana.

Nessa perspectiva, Spinillo (2006) mostra a necessidade de ensinar Matemática de forma a tornar os indivíduos numeralizados:

Na realidade, estamos cercados por um ambiente de números e quantidades, e para funcionarmos de maneira apropriada e eficiente nesse ambiente é necessário que sejamos numeralizados (SPINILLO, 2006, p. 83).

Para tanto, em revisão de literatura realizada por Spinillo (2006), pode-se afirmar que o processo de numeralização requer o desenvolvimento do que a autora chama de “sentido de número”. Esse termo é especificado pela autora:

(...) como uma habilidade cognitiva que permite que o indivíduo interaja de forma bem-sucedida com os vários recursos que o ambiente fornece, de maneira que se torne capaz de gerar soluções apropriadas para realizar as atividades do cotidiano que envolvem a Matemática (SPINILLO, 2006, p. 85).

O sentido de número como uma habilidade da numeralização caracteriza-se, portanto, como uma habilidade necessária para lidar com as situações numéricas presentes na vida humana. A autora apresenta alguns exemplos de indicadores de sentido de número e um deles, cabe ressaltar aqui, é a “habilidade de compreender o efeito das operações sobre os números”, quando o aluno compreende a alteração que uma operação efetuará sobre as quantidades envolvidas. (SPINILLO, 2006, p. 99)

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) afirmam que desenvolver o sentido de número é adquirir uma compreensão global dos números e das operações, utilizar-

se de modo flexível na análise das situações e na busca de estratégias e que este deve ser um objetivo central no ensino da Matemática.

Numa perspectiva da Matemática investigativa, os autores citados anteriormente sustentam que o sentido numérico deve ser desenvolvido através das investigações numéricas, pois estas possibilitam ao aluno realizar descobertas com significados próprios, e que, estas estão intimamente ligadas à estratégias de resolução de problemas.

O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009, p. 23).

As investigações matemáticas em sala de aula têm obtido destaque por proporcionarem ao aluno a possibilidade de criar e construir seu conhecimento matemático visando assim uma aprendizagem significativa. Destaca-se a importância da escola proporcionar aos alunos práticas em que eles possam criar, analisar, estabelecer relações, representar e validar seu pensamento lógico. Enfim, coloca-se para reflexão o pensar e o fazer Matemática na escola, principalmente para os professores e alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para Spinillo (2006), a relação entre o sentido de número e o ensino da Matemática se manifesta através de uma postura, de práticas que o professor deve assumir e não um conceito que pode ser ensinado. Constitui uma forma de pensar a Matemática que deve transpor todo o currículo.

Seria ideal que o professor deixasse de minimizar os conteúdos e conceitos matemáticos do currículo, pois muitas vezes principalmente nos anos iniciais, os objetivos de ensino se resumem a “saber contar” e “fazer continhas”.

Em observação e análise de aulas de Matemática nos anos iniciais, Souza (2010) e Medeiros (2013) destacam que os professores não priorizam o desenvolvimento dos conceitos pelos alunos e acabam perpetuando ideias e concepções equivocadas tanto de práticas de ensino, como de noções a serem apreendidas pelos alunos. Apesar de haver um bom discurso por parte dos professores de que a Matemática deve ser ensinada de forma contextualizada,

através de descobertas feitas pelo aluno, favorecendo o pensamento lógico, são poucos os que realmente desenvolvem uma postura no qual o objetivo seja ensinar e despertar a matemática no aluno.

Nesse sentido, Nacarato, Mengali e Passos (2009) ressaltam que:

(...) o grande desafio que se coloca à escola e aos seus professores é construir um currículo de Matemática que transcenda o ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nas séries iniciais, onde está a base da alfabetização Matemática (p. 32).

É comum que os professores, ao organizarem e planejarem suas aulas, tendam a seguir um currículo pré-definido, seguindo uma sequência, deixando de lado a preocupação com os devidos conceitos matemáticos a serem ensinados aos alunos. A grande dificuldade parece estar no processo de ensino e de aprendizagem onde a construção de tais conceitos seja proporcionado ao aluno de forma significativa e contextualizada.

As autoras Nacarato, Mengali e Passos (2009) afirmam a importância do professor ter o conhecimento dos conceitos e ideias matemáticas:

(...) é de grande valia para que o professor compreenda seu objeto de trabalho e possa cuidar adequadamente da definição dos objetivos a serem alcançados, da seleção dos conteúdos e atividades a serem desenvolvidos, assim como da avaliação dos processos e produtos de aprendizagem dos alunos e de sua própria atuação como “ensinante” (p.160).

Vale ressaltar que as possibilidades de aquisição desse conhecimento por parte do professor são várias. Seja na formação inicial, continuada, compartilhamento de experiências entre os pares ou em outras situações, o importante é que teoria e prática devem se complementar, buscando um entendimento e uma coerência do trabalho pedagógico. Assim, suas ações serão reflexo do modo como entendem e concebem a Matemática, comprometendo assim o sucesso do processo de ensino e de aprendizagem.

Considerando-se os apontamentos realizados, pode-se notar que as ideias sobre numeralização e numeramento estão muito próximas das ideias de sentido de número. A literatura mostra a busca por uma melhoria na aprendizagem da Matemática, superando práticas de memorização e técnicas.

Os diversos desafios em relação à educação escolar são de fato obstáculos a serem superados. É nessa busca de superação da Matemática como prática de transmissão e de reprodução, que os estudos sobre os conceitos numeramento, numerado ou numeralização vêm acrescentar à prática pedagógica no ensino da Matemática. Os estudos de cada um desses termos, de modo geral, se preocupam com a formação das primeiras noções matemáticas no Ensino Fundamental.

Assim, define-se a alfabetização matemática como o ato de pensar, compreender, interpretar e construir a Matemática. É garantir a sistematização dos conhecimentos já aprendidos pelas crianças e elaborar diversos outros saberes nesse campo, para que seja capaz de ler, escrever, compreender e interpretar a Matemática que se configura nas diversas atividades sociais da vida humana. E este, é um processo a ser desenvolvido nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Trata-se de garantir ao aluno um aprendizado com sentido, contextualizado na construção da Matemática enquanto saber elaborado.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este capítulo procura apresentar a importância do trabalho pedagógico nas aulas de Matemática realizado por meio da resolução de problemas, numa visão que busca superar práticas com características tradicionalistas¹ e que ainda lidam com a Matemática como meros treinos de exercícios e procedimentos.

O ensino de diversos conteúdos via resolução de problemas, pode assumir um caráter de construções significativas de conceitos, ao contrário de práticas que se limitam a técnicas e repetições de algoritmos.

Inicialmente, ao se considerar a resolução de problemas como um dos focos desse estudo, é importante e necessário delinear as diversas definições encontradas na literatura.

É fato que a expressão “resolução de problemas” não está limitada apenas aos conteúdos matemáticos. Outras áreas do conhecimento podem propor atividades com problemas como meio para ensinar ou proporcionar ao aluno que faça suas próprias descobertas. A atividade de resolver problemas também está presente na vida das pessoas, exigindo soluções que muitas vezes requerem estratégias de enfrentamento. O aprendizado via resolução de problemas auxilia o aluno a enfrentar novas situações em outras áreas do conhecimento, além da Matemática.

De acordo com Echeverria (1998, p. 43):

Esta relação entre Matemática e solução de problemas parece estar implícita tanto nas crenças populares como em determinadas teorias filosóficas, psicológicas e em determinados modelos pedagógicos. Entretanto, ela torna-se particularmente evidente a partir dos anos 80. Desde essa época, o objetivo fundamental do ensino de Matemática na maioria dos currículos ocidentais parece ser que o aluno se transforme em um “solucionador competente de problemas”.

Sendo a resolução de problemas uma oportunidade de potencializar a atividade intelectual humana, julga-se que o aluno capaz de resolver problemas, isto é, raciocinar e pensar matematicamente, é aquele que também terá sucesso em

¹ Se caracteriza por ser um ensino onde o professor detém o conhecimento e a prática pedagógica acontece com aulas expositivas, exercícios sistematizados e decora de procedimentos e fórmulas, sem se preocupar com a compreensão do conteúdo.

outras áreas do conhecimento e desenvolverá sua capacidade de raciocínio de forma geral.

George Polya foi um dos grandes nomes no ensino da Matemática quando estabeleceu um novo método para a resolução de problemas, propondo quatro etapas a serem seguidas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e verificação da solução (POLYA, 1977).

O autor considera que resolver um problema é quando o indivíduo está perante uma questão do qual não pode dar a resposta utilizando-se dos seus conhecimentos imediatos. “Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado” (POLYA, 1977, p. 1).

Posteriormente, outros autores (Onuchic e Allevato, 2004; Brito, 2006; Echeverria, 1998) se concentraram nos estudos de resolução de problemas, porém com menos ênfase nos procedimentos e resultados e dando mais relevância aos conhecimentos matemáticos adquiridos no processo de resolução.

Nessa nova perspectiva, os problemas são tomados como ponto de partida, sendo desafios que permitem ao aluno relacionar, elaborar ideias e princípios matemáticos.

Para Pozo (1998), a resolução de problemas é uma situação que exige do aluno uma tomada de decisão e um esforço para buscar suas próprias respostas, construindo assim seu próprio conhecimento.

(...) uma tarefa qualquer (seja Matemática ou não Matemática) não constitui um problema. Para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta (POZO, 1998, p.48).

Nesse sentido, resolver problema seria o ponto de partida da atividade do aluno, buscando no seu conhecimento prévio, meios para se definir as novas estratégias a serem utilizadas naquela situação a fim de se chegar a uma solução.

Já em Onuchic e Allevato (2004), o problema pode ser concebido como sendo uma situação que não se sabe resolver, mas que existe interesse em fazê-lo, ou seja, uma situação em que o aluno se sinta desafiado e se coloque a pensar.

De acordo com as autoras, a resolução de problemas permite aos alunos “relacionar um dado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nele, construir relações entre as várias ideias matemáticas contidas num problema” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004, p.222).

Na concepção das autoras, a resolução de problemas é vista como desafios que possibilitam construir ou adquirir o conhecimento de conceitos, princípios e procedimentos matemáticos.

Brito (2006, p. 16) refere-se a solucionar problemas como uma “atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios necessários para atingir a solução.” Também afirma que é sempre um ponto de partida onde o aluno busca os elementos necessários para a solução.

A resolução de problemas também tem sido priorizada nos documentos e propostas oficiais de ensino no Brasil.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), a importância do trabalho com resolução de problemas é explícita. Traz abordagens referentes ao ensino da Matemática, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Refere-se à resolução de problemas como meio para desenvolver diferentes habilidades e a estruturação do pensamento.

De acordo com o documento:

(...) a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes Matemáticas (BRASIL, 1997, p. 33).

O PCN ainda enfatiza que o ensino da Matemática nos anos iniciais deve ser orientado pela resolução de problemas, de forma que os alunos construam seus próprios conhecimentos, pensando também numa preparação para os anos escolares seguintes.

Recentemente, o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, PNAIC, (BRASIL, 2014b), também trouxe estudos e contribuições ao ensino da Matemática com resolução de problemas.

Em todo o material do Pacto, é evidente o destaque dado ao trabalho com resolução de problemas em sala de aula, um dos maiores desafios do professor dos anos iniciais, já que os alunos estão iniciando a prática de leitura. Além do que, desenvolver práticas pedagógicas onde é preciso respeitar o modo de pensar de cada aluno, permitir que cada um tenha oportunidade de formular suas próprias estratégias, se tornam aspectos a serem superados pelo professor que está acostumado a ensinar através de exercícios.

Muitas vezes a atividade Matemática escolar é organizada apenas a partir de exercícios nos quais a meta é aprender a realizar cálculos (mentais e escritos) e a usar algoritmos, de modo a tornar a rotina na sala de aula marcada por intermináveis exercícios sem significado para os alunos (GUERIOS, AGRANIONIH e ZIMER, 2014, p. 7).

As autoras citadas anteriormente também afirmam que por muito tempo os problemas matemáticos foram utilizados como forma de treino para procedimentos e técnicas. Nessa perspectiva, o aluno fica limitado a realização de um passo a passo sem a possibilidade de construir ou consolidar os conceitos pertinentes ao conteúdo trabalhado.

A partir do exposto até aqui, cabe ressaltar a definição que se assume neste trabalho. Dispomos das muitas convergências entre as concepções dos autores e atribui-se aqui o sentido de resolução de problema àquela situação incomum, que traz uma ideia desafiadora, algo que precisa ser resolvido. Diferentemente dos problemas tipicamente trazidos pelos livros didáticos, onde há uma explanação do conteúdo e somente depois apresenta-se os problemas a serem resolvidos como forma de treinar o que foi aprendido.

A resolução de problemas também é caracterizada na literatura por meio de uma diferenciação de resolver exercícios. A resolução de exercícios é tida como uma tarefa para estabelecer procedimentos, algoritmos e técnicas. São mecanismos que levam à solução, mas que já se encontram disponíveis nos conhecimentos imediatos (POZO, 1998; ONUCHIC E ALLEVATO, 2004; BRITO, 2006).

Os dois tipos de tarefas se fazem presentes nas aulas de Matemática, porém cada um atende a objetivos diferentes. Enquanto neste trabalho, enfatiza-se a construção de conceitos e ideias matemáticas através da resolução de problemas, é

importante mais uma vez diferenciar com a ideia de Pozo (1998) a atividade com exercícios:

Assim, os exercícios servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para a posterior solução de problemas, mas dificilmente podem trazer alguma ajuda para que essas técnicas sejam usadas em contextos diferentes daqueles onde foram aprendidas ou exercitadas, ou dificilmente podem servir para a aprendizagem e compreensão de conceitos (p. 48-49).

O exercício, por fim, é apenas uma aplicação do conhecimento já adquirido, com o objetivo de “treinar” um procedimento, enquanto resolver um problema envolve necessariamente uma investigação e uma elaboração de estratégias.

Na pesquisa realizada por Oliveira e Mastroianni (2015), constatou-se que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental defendem a importância de se trabalhar resolução de problemas “como maneira de incentivar os alunos na busca e construção de novos conhecimentos” (p.478). Entretanto, também constataram a dificuldade desses mesmos professores na não aplicabilidade imediata dos problemas após ter se trabalhado determinado conteúdo, caracterizando assim, atividades de exercícios.

2.1 Resolução de problemas para ensinar/aprender Matemática

A resolução de problemas como objeto central no ensino da Matemática pode ter diferentes abordagens, conforme o objetivo que se quer alcançar. Pode-se destacar o aspecto heurístico da tarefa, desenvolvido por Polya (1977) como o que “estuda, especialmente na resolução de problemas, essas etapas que se apresentam naturalmente, com frequência e que têm alguma probabilidade de nos conduzir à solução” (p. 5).

Ou seja, o ensino se centraliza para resolver problema. A preocupação do professor estaria nas habilidades dos alunos em transferir o que eles aprenderam, utilizando adequadamente os procedimentos.

Onuchic e Allevato (2004) esclarecem esse aspecto afirmando que mesmo se os procedimentos forem utilizados corretamente e a solução encontrada, não assegura a compreensão e construção do conceito matemático trabalhado.

As autoras apresentam uma abordagem diferente para o trabalho com resolução de problemas em Matemática. Não desconsideram os estudos e contribuições realizados por Polya, mas priorizam a resolução de problemas como ponto de partida no ensino de conceitos matemáticos.

Em relação aos algoritmos e procedimentos, Brito (2006) aponta que o entrave não está no seu uso e sim na dificuldade dos alunos em aplicá-los nas devidas situações.

Na perspectiva de tomar a resolução de problemas como ponto de partida, não basta apenas buscar uma solução matemática, mas fazer matemática. Os alunos devem ter oportunidades de formular hipóteses, tentar e solucionar problemas desafiadores de modo que reflitam e construam seus próprios conhecimentos.

Onuchic e Allevato (2004, p.222) defendem que esta ideia:

(...) baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando o aluno é capaz de: relacionar uma determinada ideia Matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos, relacionar um dado problema a um grande número de ideias Matemáticas implícitas nele, construir relações entre as várias ideias Matemáticas contidas num problema.

Sendo assim, a construção de conceitos matemáticos acontece de modo mais significativo quando se resolve problemas desafiadores e propiciam a compreensão dessas ideias. Nesse sentido, a resolução de problemas deixa de ter um caráter especificamente heurístico e passa a ser compreendida como um “ensinar através de”, transferindo o foco para o determinado conceito a ser ensinado.

Pozo (1998) descreve a possibilidade de ser uma metodologia e um objetivo ao mesmo tempo. Uma metodologia que pode ser usada em diversos contextos da Matemática e um objetivo por acionar no desenvolvimento da aprendizagem a “coordenação de muitos processos complexos” (p.63).

As propostas de ensino da Matemática através da resolução de problemas fundamentam-se na ideia de que os alunos que confrontam problemas utilizam-se dos seus conhecimentos prévios para resolvê-los e que nesse processo, constroem novo conhecimento.

Assim, entende-se que na resolução de problemas, os alunos mobilizam suas diversas capacidades intelectuais, elaboração de estratégias, autonomia, interpretação dentre muitos outros aspectos da Matemática. É a oportunidade de cada um fazer e descobrir a Matemática.

Os desafios dados aos alunos, nessa perspectiva, permitem-os a oportunidade de descobrir e construir conceitos, princípios e ideias matemáticas (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004). Nessa concepção, os conhecimentos prévios dos alunos são fundamentais, visto que eles são desafiados a elaborar suas próprias estratégias para a solução de cada problema, baseando-se nos seus conhecimentos já adquiridos.

Outra ideia apresentada é a de Brito (2006) que afirma que ao resolver problemas o aluno mobiliza os conceitos já adquiridos para enfrentar o problema e que durante a resolução acontece uma reorganização e ampliação desses conceitos.

Nota-se que os ganhos e benefícios à aprendizagem matemática apontados pelos teóricos e pelas propostas oficiais, trazem vantagens para o ensino de conteúdos, uma vez que o trabalho com resolução de problemas é uma prática que deve ser uma das primeiras atividades a ser desenvolvida com os alunos.

2.2 Práticas do professor com resolução de problemas

O trabalho pedagógico no ensino da Matemática através da resolução de problemas traz diversas dimensões a serem pensadas e uma delas é o papel do professor frente a essa proposta. Considerando a resolução de problemas em todos os aspectos pontuados até aqui, é possível afirmar que a tarefa de propor bons problemas, de acompanhar, orientar, valorizar estratégias demanda muitas mudanças na prática pedagógica.

O professor está preocupado com a habilidade dos estudantes em transpor para a resolução de problemas o conteúdo que aprenderam previamente, estabelecendo um caminho contrário para a construção de conceitos e ideias matemáticas proposta pela concepção deste trabalho.

Pesquisas recentes com professores dos anos iniciais mostram que possuem uma percepção da importância de se trabalhar com resolução de problemas, bem como as consequências positivas para o processo de aprendizagem do aluno (MEDEIROS, 2013; OLIVEIRA e MASTROIANNI, 2015). Entretanto, também apontam uma incoerência entre o discurso e a prática, mostrando que o que conhecem verdadeiramente sobre o trabalho com problemas ainda carrega características tradicionais:

(...) acreditam na utilização da resolução de problemas depois da formalização dos conceitos como abordagem instituída implicitamente em sua prática, e não para introdução dos mesmos (OLIVEIRA e MASTROIANNI, 2015, p.478).

Conforme Pozo (1998) também afirma:

(...) na sala de aula continua-se dedicando muito mais tempo à solução de exercícios do que à solução de problemas. No entanto, os dois tipos de tarefas têm consequências muito diferentes para a aprendizagem e respondem a diferentes tipos de objetivos escolares (p. 48).

Outro ponto identificado pelas pesquisas, foi a limitação quanto a variedade do trabalho com resolução de problemas. Perante as dificuldades apresentadas pelos alunos, o único recurso utilizado é a releitura do problema (MEDEIROS, 2013; OLIVEIRA e MASTROIANNI, 2015). Fato que demonstra que os professores não tem clareza dos objetivos que se pretende alcançar ao escolher a resolução de problemas como meio para o ensino.

Por vezes, recorrem e se limitam ao uso dos livros didáticos que, em sua maioria, trazem problemas postos como exercícios de aplicação ou fixação de conteúdo. Prática esta, que gera atitudes inadequadas dos alunos frente ao aprender e pensar matemática.

Para tanto, ao se procurar definir os objetivos de cada aula planejada, é primordial que os professores compreendam as ideias e conceitos matemáticos que se pretende ensinar. A postura do professor, frente ao trabalho com resolução de problemas demanda um estudo minucioso dos muitos aspectos que poderiam ser apontados e analisados. Mas de forma geral, na atividade com problemas o professor deixa de ser o sujeito que responde a todas as perguntas dos alunos e passa a ser o questionador, ou seja o problematizador da aula.

Brito (2006) também ressalta a importância do professor realizar intervenções com os alunos. Se assim não acontecer “(...) tanto o professor como o aluno perdem a oportunidade de desenvolvimento do pensamento produtivo e significativo” (p. 27).

Ensinar Matemática através da resolução de problemas exige muito mais do professor, do que apenas apresentar um problema e esperar criativas soluções dos alunos. Pelo contrário, deve proporcionar um ambiente favorável, onde o aluno se sinta motivado e envolva-se com a atividade de modo que arrisque, reflita e tome decisões em busca da solução (POZO, 1998). Sendo assim, as concepções dos professores sobre o ensino da Matemática com resolução de problemas não poderiam ser iguais aos dos professores participantes das pesquisas de Medeiros (2013) e Oliveira e Mastroianni (2015).

Vila e Callejo (2006) pontuam três aspectos que deveriam mudar nas concepções dos professores: a) deixar de compreender a Matemática como uma verdade pronta; b) entender que a razão e a lógica apresentadas pela disciplina podem ser conhecimentos a serem construídos e não reproduzidos, e, por fim, c) desenvolver no aluno o pensamento matemático.

Nessa visão dinâmica de ensino a resolução de problemas pode ser “um meio de favorecer o pensamento matemático do aluno” e não apenas um mero aplicador e ilustrador do conhecimento (VILA e CALLEJO, 2006, p. 75).

Tais mudanças no ensino da Matemática não requerem transformações radicais, mas sim gradualmente a partir da própria prática, numa postura de reflexão e aprimoramento dos conhecimentos matemáticos.

Neste sentido, Oliveira e Mastroianni (2015) defendem:

(...) que os professores que ensinam Matemática dominem conceitos e práticas relativas à resolução de problemas, de forma a promover, entre seus alunos, processos de investigação que sejam efetivos como veículos da construção do conhecimento (p. 481).

Mediante as reflexões feitas através da literatura consultada, é possível assegurar que o ensino da Matemática através da resolução de problemas justifica-se pela razão de que este meio ajuda os estudantes a construírem e compreenderem os conceitos e ideias matemáticas, como também contribui para o desenvolvimento e organização do ensino de forma mais contextualizada pelos professores.

2.3 Resolução de problemas nos anos iniciais

A apresentação da resolução de problema às crianças dos anos iniciais depende de como este se caracteriza como desafio para ela. É primordial que os alunos se familiarizem desde os primeiros anos de escolaridade com problemas no qual, a princípio, desconhecem o caminho para a solução. É nesse período que os alunos vão formar suas primeiras opiniões e sentimentos sobre a Matemática, por isso a necessidade de introduzir a resolução de problemas logo no início, para além de desenvolver as habilidades lógico-matemáticas, também possibilitar o entusiasmo de conseguir superar um desafio, e, conseqüentemente, começar a ter boas vivências com a Matemática.

Dessa forma, o trabalho com resolução de problemas deixaria de ser concebido como tendo um único meio para a solução, mas sim um caminho para pensar, organizar, experienciar, estabelecer relações entre outras possibilidades de aprendizagem.

Onuchic e Allevato (2004) destacam a resolução de problemas como ponto de partida para novos conceitos e conteúdos. O foco sobre a resolução é que faz gerar sentido e compreensão do conteúdo trabalhado em sala de aula.

Assim, para a aprendizagem construída com sentido, o professor terá que oferecer ao seu aluno oportunidades para que ele construa o conhecimento se assemelhando ao processo de produção do saber original, isto é, que ele mesmo

descubra os caminhos pelo qual foi necessário para a elaboração daquele saber sistematizado.

Nesse mesmo sentido, Nacarato, Mengali e Passos (2009) também afirmam que “Nesse espaço para a atividade intelectual, a resolução de problemas aparece como potencializadora da comunicação e da produção de significados” (p.46).

É válido apontar que os anos iniciais são os três primeiros anos do Ensino Fundamental, nesse tempo os conteúdos estabelecidos pelo currículo vão avançando no grau de complexidade e que o trabalho com resolução de problemas também deve acompanhar essa progressão, tendo como objetivo a produção do saber cada vez mais elaborado.

Nessa perspectiva, Brito (2006) ressalta o papel da leitura e compreensão do problema pelo aluno, pois permite elaborar uma representação para depois planejar a solução.

Porém, há de se considerar que as crianças iniciam o primeiro ano do Ensino Fundamental sem saber ler e escrever convencionalmente. Esse fato não descarta a necessidade e importância do professor trabalhar com resolução de problemas, pois não saber ler e escrever, a princípio não remete à incapacidade de compreender e pensar. Sendo assim, destaca-se a ideia de Brito (2006), e por isso neste caso o professor assume também a postura de leitor para melhor compreensão dos alunos.

Aguçar a curiosidade dos alunos também é característica que o professor dos anos iniciais deve utilizar-se, bem como aproveitar-se dessa curiosidade para explorar situações cotidianas e problematizar, partindo do contexto do aluno, de modo que consigam organizar as ideias e relações matemáticas frente ao problema proposto. Diante da curiosidade e entusiasmo, as crianças são aptas a elaborar questionamentos, explicações e as próprias conclusões sobre a situação a ser resolvida.

A resolução de problemas, além de despertar o interesse do aluno, permite que ele crie suas próprias estratégias na busca de uma possível solução. No próximo capítulo, será tema central, como esses fatores contribuem na formação de conceitos matemáticos, em específico das quatro operações elementares, dentro da

perspectiva estudada por Vergnaud (2014), referencial teórico adotado para os campos conceituais aditivo e multiplicativo nesta pesquisa.

3 FORMAÇÃO DOS CONCEITOS ARITMÉTICOS POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Em estudo das propostas curriculares atuais – PCN (BRASIL, 1997), PNAIC (BRASIL, 2014a) e Base Curricular Comum (BRASIL, 2015) é muito evidente a presença de conteúdos voltados ao ensino dos conceitos envolvidos nas quatro operações elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão) nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Um dos conteúdos, que a princípio, parece óbvio quanto ao processo de ensinar e aprender e que há a mobilização e o desenvolvimento de diversas habilidades lógico-matemáticas. Tal desenvolvimento, bem como o aprimoramento do conhecimento resulta na formalização desse saber na escola.

Muitas vezes, por parecer um conteúdo óbvio, o ensino dos conceitos aritméticos fica limitado ao uso de técnicas, procedimentos e algoritmos sem permitir ao aluno a construção desses conceitos de forma que tenha significado próprio.

O trabalho com procedimentos, isto é, o passo a passo de como realizar a operação, tem sua devida importância no ensino da Matemática, porém há necessidade de uma compreensão conceitual de cada conteúdo a ser estudado. Além de desenvolver um algoritmo, o aluno ainda deve ser capaz de entender suas diversas dimensões e saber aplicá-lo em variadas situações, seja na escola ou fora dela.

Numa perspectiva de ensino traçada pela resolução de problemas, as crianças podem estabelecer diferentes tipos de relações entre as ideias matemáticas para consolidar os conceitos a serem aprendidos.

Esta perspectiva metodológica contribui significativamente para que a atividade Matemática seja desenvolvida de modo a valorizar a compreensão conceitual inerente aos procedimentos de cálculos durante toda a escolaridade e, marcadamente, desde o Ciclo de Alfabetização do Ensino Fundamental (GUERIOS, AGRANIONIH e ZIMER, 2014, p. 8).

As autoras ressaltam que o ensino das quatro operações aritméticas tem de ir além dos procedimentos de cálculos e algoritmos. Os alunos devem

compreender e construir um significado próprio dos conceitos envolvidos nas operações.

Nos estudos sobre Psicologia Cognitiva, Acioly-Régnier (2006) trata da aprendizagem de conceitos como uma reorganização das estruturas cognitivas. Estas, por sua vez podem ser definidas como o:

(...) conjunto organizado de informações que o indivíduo possui a respeito de pessoas, coisas, eventos, fatos, objetos e estratégias, sendo este um conjunto hierarquicamente organizado de acordo com as particularidades próprias de cada área específica (p.73).

Assim, é na atividade de resolução de problemas que o aluno mobiliza esse conjunto de ideias, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e os conceitos já aprendidos na tentativa de solução e por conseguinte, elabora novos significados em sua estrutura cognitiva. As ideias sobre estruturas cognitivas demandam um estudo mais aprofundado para uma melhor compreensão do processo da aprendizagem, porém o foco do presente estudo limita-se revisão e reflexão do ensino dos conceitos envolvido nas quatro operações, numa abordagem via resolução de problemas.

Ao considerar os conhecimentos prévios que as crianças têm antes mesmo de entrar na escola, bem como a aprendizagem gradual das quatro operações e os conceitos envolvidos que acontece no decorrer dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pode-se afirmar que o aluno constrói elaborações cada vez mais complexas na busca de descoberta e significações do conteúdo que está sendo ensinado.

De acordo com Brito (2005) os conceitos adquiridos pelo indivíduo são construções pessoais de cada um e é fundamental para a aprendizagem dos conhecimentos escolares, num processo gradual e numa forma cada vez mais elaborada do saber.

Dessa forma, a preocupação com o ensino de conceitos por parte dos professores deve ser primordial e ser um dos principais objetivos da prática pedagógica.

A partir da formação de conceitos supõe-se que o estudante conseguirá aprender princípios (incluindo regras e axiomas) e, na sequência, solucionar problemas que envolvam esses conceitos e princípios, ampliando assim sua estrutura de conhecimento (BRITO, 2005, p. 80).

Sendo assim, a resolução de problemas é vista como um instrumento fundamental, possibilitadora de ações onde é possível combinar elementos do conhecimento, procedimentos e conceitos já adquiridos na formulação de estratégias para a solução.

Promover o ensino e aprendizagem das quatro operações mobiliza alguns aspectos do conhecimento que, ao longo dos anos escolares, vão amplificando o poder das mesmas habilidades de raciocínio, principalmente quando o aluno é colocado a resolver problemas dessa ordem (SCHLIEMANN, CARRAHER e CARRAHER, 2003).

Estes aspectos de reorganização e amplificação de determinados conhecimentos e habilidades também se dá pelo fato de que, independente do grau de complexidade do ensino da adição, por exemplo, as propriedades dessa operação sempre serão as mesmas, seja numa situação do cotidiano onde prevalece o cálculo mental, seja num algoritmo trabalhado na escola. O fator diferencial será justamente a complexidade cada vez maior que cabe a escola proporcionar ao aluno como conhecimento sistematizado.

3.1 Os algoritmos nos anos iniciais

O trabalho com algoritmos nas quatro operações é uma característica muito forte no ensino da Matemática em todos os anos escolares. Segundo Brocardo e Serrazina (2008) um algoritmo é “um conjunto de procedimentos que se usam segundo uma determinada ordem” (p. 102). Ou seja, uma sequência ordenada de passo a passo, num esquema que permite a realização de uma tarefa.

É um elemento muito presente na escola, ocupando uma parcela muito grande do tempo destinado ao ensino da Matemática. Há um empenho evidente por parte dos professores em ensinar fórmulas e procedimentos aplicáveis a

determinados modelos de problemas, valorizando muito pouco as estratégias e descobertas pessoais dos alunos.

Não se pretende contestar a importância dos conhecimentos sobre as operações aritméticas, pelo contrário, este trabalho julga primordial o ensino desses conceitos, mas que aconteça de maneira significativa numa construção em conjunto entre professor e alunos, articulado ao trabalho com o cálculo mental.

A literatura e pesquisas atuais da área (Kamii e Joseph, 2005 e Schliemann, Carraher e Carraher, 2003), retratam uma dificuldade de aprendizagem dos alunos sobre a capacidade de resolver problemas, dentre as quais a própria aplicação das quatro operações.

Isso demonstra que se a escola despender esforços para o ensino dos algoritmos aritméticos e os resultados de aprendizagem não são favoráveis, os alunos não são instigados a pensar sobre o que operacionalizam, isto é, as operações são consideradas como um passo a passo.

Pesquisas como a de Kamii e Joseph (2005) e de Schliemann, Carraher e Carraher (2003) apontam uma porcentagem maior de acertos na realização das operações aritméticas quando feitas por estratégias próprias das crianças se comparada com as que realizaram a mesma tarefa utilizando-se somente de algoritmos formais.

Como o trabalho com algoritmos é um aspecto muito frequente nas aulas de Matemática, e até mesmo sua forte presença nos livros didáticos que sistematizam o passo a passo de cada operação como se fosse uma receita a se seguir, os alunos saem do Ensino Fundamental sem serem capazes de compreender os diferentes conceitos que envolvem as quatro operações. Conseguem realizar um cálculo, porém sem saber explicar aquilo que operacionalizam. Além do que, pode-se apontar posturas de ensino que são colocadas em prática sem uma significação correta do procedimento, como por exemplo, “abaixa o zero” na divisão (SCHLIEMANN, CARRAHER e CARRAHER, 2003) ou “pedir emprestado” na subtração. São ações que fazem parte da operacionalização, mas que necessitam de uma compreensão conceitual.

Um apontamento feito por Kamii e Livingston (1995) em sua pesquisa com um grupo de crianças que apenas utilizavam algoritmo na solução das tarefas,

é a dificuldade na compreensão do valor posicional quando questionadas a explicarem oralmente o procedimento escolhido.

Os algoritmos promoviam a segurança de produzir respostas corretas, o que fazia com que os alunos com maior dificuldade funcionassem como máquinas pré-programadas. Seu raciocínio, por outro lado, permanecia bloqueado e paralisado pelo programa (KAMII e LIVINGSTON, 1995, p. 68).

Práticas pedagógicas como estas limitam a criança a buscar outras maneiras de respostas, assim como de fazer descobertas matemáticas com as suas próprias estratégias e elaborar suas próprias significações dos devidos conceitos. Criam hábitos nas crianças que a tornam dependentes de procedimentos e as fazem desistir de testar o seu próprio raciocínio matemático. Por conseguinte, desenvolve um conhecimento superficial, ou seja sem a compreensão conceitual daquilo que está realizando.

Não se pretende neste trabalho declarar o ensino de algoritmos o grande culpado no processo de ensino e de aprendizagem das quatro operações, mas sim rever e refletir como este pode ser realizado de modo a proporcionar efetivas aprendizagens dos conceitos aritméticos.

Cai, Moyer e Laughlin (1998, apud BRITO, 2006) explicam que entender o conceito de um algoritmo implica conhecer os procedimentos especificados e como estes podem ser aplicados.

Nessa mesma perspectiva, Kamii e Livingston (1995) afirmam que “(...) as crianças têm que passar por um processo construtivo semelhante ao de nossos ancestrais, a fim de compreender os algoritmos usados atualmente” (p. 55).

Ao proporcionar aos alunos situações em que criem suas estratégias, bem como os próprios procedimentos pessoais de cada um na resolução de problemas, poderá surgir maneiras de calcular diversificadas ou até mesmo próximos aos algoritmos convencionais.

Dessa forma, considerando a resolução de problema como um meio para a construção dos conceitos aritméticos, garantindo ao aluno a possibilidade de elaborar suas estratégias e significações, coloca-se que o trabalho com algoritmos deve ser o objetivo final como forma de sistematização dos conceitos descobertos e

aprendidos. Definir o lugar do algoritmo no currículo é essencial, pois seu ensino deve decorrer de um longo trabalho focado no desenvolvimento de sentido e significações para o aluno (BROCARD e SERRAZINA, 2008).

Se a escola proporciona à criança situações em que sejam desafiadas a pensar e buscar meios para uma solução, seu raciocínio segue um caminho para o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo, evitando regras e modelos que priorizam somente a reprodução. Ressalta-se que nessa proposta em trabalhar com resolução de problemas no ensino das quatro operações, deve se ter o cuidado na proposição da atividade para que não se modelize determinados tipos de resolução, pois as dificuldades de compreensão dos conceitos aritméticos ainda permanecerão.

Tomando a resolução de problemas como ponto de partida para o desenvolvimento dos conceitos aritméticos, tem de se afirmar que esse processo não acontece sozinho entre a tarefa e a criança. É necessário que as ações do professor estejam em consonância com os objetivos que se quer alcançar, ou seja com o conteúdo, conceitos e princípios que se pretende ensinar para o determinado ano de escolarização.

Mais uma vez, vale ressaltar a necessidade do professor ter o conhecimento das diversas dimensões que as operações aritméticas possuem e como realizar a transposição para a atividade com resolução de problemas.

3.2 Campos conceituais e a formação de conceitos aritméticos

A aprendizagem de conceitos das crianças vai acontecendo ao longo do tempo, por meio das experiências que vivencia numa variada gama de situações, seja dentro ou fora da escola.

Quando se depara com um problema inédito a ser resolvido, a criança utiliza-se do conhecimento desenvolvido em situações anteriores e mobiliza-os para solucionar este novo. Porém, para que a aquisição do conhecimento seja consolidada de fato, é preciso que a criança passe por inúmeras situações que englobem o mesmo conceito para este ser apropriado por ela. Ou seja, não é apenas um conceito nem uma única situação isolada que garantirá o processo de aprendizagem do conhecimento.

Em consonância com esta ideia, optou-se neste trabalho por um estudo das Teorias dos Campos Conceituais do professor e pesquisador Gerard Vergnaud (2014), que afirma que os campos conceituais são um conjunto de situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos.

Esse conjunto é entendido como classes de problemas, no qual sua resolução pede a mobilização e conexão de conceitos, procedimentos e representações.

Nessa perspectiva, Moro e Soares (2006) afirmam que:

Um problema vem a ser qualquer situação que, na busca de sua solução, traz aos sujeitos (na escola e fora dela) a necessidade de descobrir relações e explorá-las, de elaborar hipóteses e verificá-las (p. 137).

É através dos problemas que o conhecimento conceitual deve emergir, na proposta de oferecer ao aluno diversas e diferentes situações, pois a compreensão dos conceitos não acontece numa única circunstância. O domínio de um campo conceitual deve percorrer vários anos de escolarização para a compreensão e domínio progressivo do aluno.

Diversos autores como Nunes e Bryant (1997), Schliemann, Carraher e Carraher (2003), Brito (2006), Moro (2004), Taxa (2001) e Magina et. al. (2001) abordaram a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud nos estudos sobre aprendizagem das estruturas aditivas e multiplicativas, numa concepção de aprendizagem com sentido.

Por meio da Teoria dos Campos Conceituais é possível localizar e estudar as continuidades e rupturas do conhecimento do ponto de vista dos conteúdos conceituais. Sendo assim, o estudo sobre o ensino das quatro operações via resolução de problemas, vem no intuito de aprimorar e contribuir para a prática do professor que ensina Matemática, dentro da perspectiva dos Campos Conceituais.

A definição de um conceito está ligada a três conjuntos: o primeiro é o conjunto de situações que envolvem uma referência de um conceito, o segundo conjunto é das propriedades invariantes referentes à devida ação e o terceiro

conjunto é o de representações simbólicas utilizadas pelo sujeito (ETCHEVERRIA, CAMPOS e SILVA, 2015).

O conceito torna-se significativo ao aluno através de uma variedade de situações no qual ele elabora representações para sua compreensão. Nunes et. al. (2009) definem tais representações como “esquemas de ação”, isto é, quando a criança começa a compreender suas representações das ações aritméticas:

A criança que já compreende a possibilidade de coordenar a resolução prática de problemas, obtida através de seus esquemas de ação, e o sistema de numeração já está começando a “aprender Matemática”, isto é, a usar os instrumentos e símbolos da Matemática para resolver problemas (p. 48).

Sendo assim, as situações podem ser estabelecidas, na escola, por problemas a serem resolvidos pelos alunos, buscando a construção de significados.

São situações que permitem às crianças dar um sentido aos números, bem como às ações que precisam tomar, ou seja, quais estratégias e quais escolhas fazer para a resolução (SCHLIEMANN, CARRAHER e CARRAHER, 2003, NUNES e BRYANT, 1997).

A resolução de problemas é que dará sentido aos conceitos dos Campos Aditivo e Multiplicativo, no ensino que supera práticas mecanizadas das quatro operações fundamentais. E ainda, além de implicar no reconhecimento das propriedades comuns das operações, a resolução de problemas também compreende a aprendizagem da linguagem própria da Matemática, interpretação dos dados entre outras características a serem desenvolvidas na prática pedagógica.

Alguns estudos, como de Brito (2006) e Nunes et. al. (2009), vêm propondo caracterizar e investigar os processos cognitivos que poderiam explicar o processo de aprendizagem das crianças ao solucionarem problemas. Para tanto, é preciso reconhecer a diversidade das estruturas dos problemas, analisando aspectos peculiares envolvidos na resolução, bem como nas operações do pensamento.

É preciso oferecer ao aluno muito mais que o ensino das quatro operações através da resolução de problemas, mas também proporcionar variadas

situações onde seja possível descobrir, analisar e elaborar ideias das relações existentes entre os conceitos (TAXA, 2001; MORO, 2004). Isto porque, em cada classe de problemas as dificuldades e a complexidade variam e os procedimentos envolvidos também (VERGNAUD, 2014).

Nessa perspectiva, os estudos de Vergnaud (2014) organizam os problemas em dois importantes campos conceituais: os de estrutura aditiva, que envolvem os conceitos de adição e subtração pelas estruturas semelhantes que se relacionam entre si, e os de estrutura multiplicativa, que envolvem a multiplicação e a divisão.

Não obstante, dentro de cada estrutura há classificações que ajudam na compreensão detalhada do progresso e das dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem das quatro operações (MORO, 2004).

Assim optou-se neste trabalho, num propósito de ser mais um instrumento de compreensão das categorias dos Campos Conceituais, bem como de esclarecer a primazia do trabalho com resolução de problemas, visto como ponto de partida para o ensino dos conceitos das quatro operações.

3.2.1 Resolução de problemas no campo conceitual aditivo

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, a compreensão de um conceito, não emerge apenas de uma única situação, assim como pode ocorrer de uma única situação envolver mais do que um único conceito. Como já visto, há uma série de fatores, como situações, relações, conteúdos que se conectam entre si para aprendizagem de um conceito. E ainda, segundo Vergnaud (2014), o conhecimento conceitual deve acontecer a partir da resolução de problemas.

Em seus estudos, o autor identificou seis relações de base, numa classificação dos problemas de adição e subtração da aritmética elementar.

Conforme Magina et. al. (2001) auxiliam o professor

(...) na interpretação dos processos que os alunos usam na resolução de problemas de adição e subtração, quanto no entendimento maior sobre as dificuldades que esses alunos encontram na sua resolução (2001, p. 19).

Em sua obra, Magina et. al. (2001) contribuem numa discussão sobre os professores possuírem um melhor entendimento e compreensão sobre a formação dos conceitos aditivos por parte dos alunos, assim como esclarece que o trabalho com resolução de problemas nos campos aditivos vai além de ensinar somente as operações, já que uma mesma operação pode estar inserida em diversos tipos de problemas com níveis de complexidade diferentes.

Sendo assim, o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas refere-se ao conjunto de problemas, cuja resolução implica na exploração dos conceitos de adição e subtração com diferentes graus de complexidade.

Vergnaud (2014) estabeleceu seis grandes categorias de relações de base para o trabalho com problemas:

- composição de duas medidas;
- transformação;
- relação de comparação entre duas medidas;
- composição de duas transformações;
- transformação de uma relação;
- composição de duas relações;

Conhecer e compreender cada uma dessas relações presentes na resolução de problemas se faz necessário, pois cada uma apresenta diferentes níveis de dificuldade e para o professor que ensina Matemática, principalmente nos anos iniciais, é fundamental quando se pretenda desenvolver uma prática efetiva de construção dos conceitos matemáticos de modo significativo.

Apresenta-se a seguir as categorias definidas por Vergnaud (2014) e exemplos² de aplicação:

1º categoria: duas quantidades que se compõe para resultar uma terceira. São separadas em duas classes:

a) Duas quantidades para encontrar a terceira, ou seja duas quantidades que se compõe para resultar a terceira quantidade desconhecida. Exemplo: Hoje na nossa turma vieram 13 meninos e 15 meninas. Quantos alunos vieram ao todo?

$$13 + 15 = ?$$

² Exemplos elaborados a partir dos problemas de Vergnaud (2014), adequando-se à utilização nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Esta primeira classificação de problemas “(...) se resolve por uma adição, cuja dificuldade pode variar (...) em função dos números dados, do conteúdo e da forma das informações” (VERGNAUD, 2014, p. 215).

Também pode apresentar a subtração na ideia de retirar e separar. Esse tipo de problema são os mais familiares para a criança que inicia a escolarização. São situações de representação e contagem, que basta juntar ou tirar sem que haja transformação, já utilizadas por ela fora da escola.

b) Conhecendo-se a quantidade composta e uma das quantidades, sendo a outra desconhecida. Exemplo: Luiza tem no seu carrinho de compras 17 frutas. Dentre essas, 9 são maçãs e o resto são laranjas. Quantas laranjas tem no carrinho de compras de Luiza?

$$17 - 9 = ?$$

ou

$$9 + ? = 17$$

Nesta classe de problemas, há duas resoluções possíveis: pela subtração ou pelo procedimento de complemento.

Vergnaud (2014) destaca que a subtração não deve ser ensinada como uma operação sempre subordinada à adição. Em outras categorias de problemas, ela se apresenta como independente e com suas próprias especificidades, porém nesta classificação, ela deve ser entendida como a operação inversa da adição

2° categoria: uma transformação sobre uma quantidade para resultar em outra quantidade. Vergnaud (2014) apresenta nesta categoria, seis exemplos diferentes de problemas, de acordo com a incógnita:

a) Uma transformação direta aditiva opera sobre a quantidade inicial. Exemplo: Na fila de formigas havia 28 formigas. Logo em seguida, chegaram atrasadas mais 10 formigas. Quantas formigas entraram no formigueiro?

$$28 + 10 = ?$$

b) Uma transformação direta subtrativa opera sobre a quantidade inicial. Exemplo: Pedro tem uma caixa com 20 bombons. Hoje ele comeu 7. Quantos bombons sobraram na caixa de Pedro?

$$20 - 7 = ?$$

Dentre os problemas que envolvem transformação, esses dois primeiros exemplos são considerados os mais simples, pois é suficiente uma transformação direta sobre a quantidade inicial.

No segundo exemplo, trata-se de uma subtração “(...) *sui generis*, que não supõe, de forma alguma, a introdução prévia da adição” (VERGNAUD, 2014, p. 209). Ou seja, desta vez a subtração se apresenta com características e significações próprias, independentes da adição.

c) Uma transformação positiva sobre uma quantidade desconhecida. Exemplo: No jardim de Aline havia 18 flores abertas. Nesta semana abriram mais algumas e no total tinha 24 flores. Quantas flores abriram nesta semana?

$$24 - 18 = ?$$

ou

$$18 + ? = 24$$

d) Uma transformação negativa sobre uma quantidade desconhecida. Exemplo: André começou o jogo de bafo de figurinhas com 31 e ao final do jogo terminou com 19 figurinhas. Quantas figurinhas ele perdeu?

$$31 - 19 = ?$$

ou

$$31 - ? = 19$$

Esses dois últimos exemplos de problemas apresentam um pouco mais de complexidade e para a compreensão das crianças é necessário maior investimento.

Ao se trabalhar com esses tipos de problemas, o professor precisa garantir a compreensão através de dois tipos de resolução possíveis: calculando a diferença ou buscando o complemento.

O procedimento da diferença supõe um cálculo relacional e constitui em subtrair a quantidade final e a quantidade inicial. Este procedimento exige que a criança raciocine diretamente sobre a transformação entre as quantidades e por isso é uma classificação de problema de difícil compreensão, principalmente para as que estão entrando na escola. Assim como, entender que a quantidade da transformação não é obtida do mesmo modo nos problemas **c** e **d**, um pede uma transformação positiva e o outro negativa (VERGNAUD, 2014, p. 210).

Já no procedimento do complemento é preciso buscar o que falta, acrescentar a quantidade inicial para chegar a quantidade final. Não seria preciso fazer uma subtração e é possível remeter ao cálculo mental, portanto, é um procedimento menos difícil e por isso utilizado mais cedo pelas crianças.

e) Uma transformação positiva com quantidade conhecida sobre uma quantidade inicial desconhecida. Exemplo: A galinha Gisele estava chocando seus ovos, quando botou novamente 8 ovos. Se agora, no total ela tem 21 ovos, quantos ela tinha antes de botar?

$$? + 8 = 21$$

ou

$$21 - 8 = ?$$

f) Uma transformação negativa com quantidade conhecida sobre uma quantidade inicial desconhecida. Exemplo: Mateus estava no último andar de um grande prédio. Ele desceu 9 andares de elevador e parou no 6° andar. Quantos andares tem esse prédio?

$$? - 9 = 6$$

ou

$$6 + 9 = ?$$

De acordo com Vergnaud (2014) a classe de problemas **e** e **f** são ainda mais complexos do que os problemas **c** e **d**, pois a solução “(...) implica a inversão da transformação direta e o cálculo do estado inicial pela aplicação ao estado final desta transformação inversa” (p. 211).

3° categoria: Uma relação de comparação entre duas quantidades. Exemplo: Mário tem 14 anos e sua irmã Marina tem 5 a menos que ele. Quantos anos tem a Marina?

$$14 - 5 = ?$$

Nesta categoria as quantidades são estáticas ligadas por uma relação de comparação, não há transformação.

As relações estáticas de comparação e as de transformação podem ser representadas muitas vezes, pelo mesmo algoritmo, porém a compreensão da criança não acontece da mesma maneira.

4° categoria: Duas transformações se compõem para resultar uma terceira. Assim como na primeira categoria de problemas, há duas subcategorias:

a) Conhecendo as duas transformações e buscando a terceira. Exemplo: No jogo de bolinhas de gude, Pedro ganhou na primeira rodada 17 bolinhas. Na segunda, ele perdeu 9. Com quantas bolinhas Pedro terminou o jogo?

$$17 - 9 = ?$$

Neste caso, deve-se considerar as variações entre as relações das transformações, podendo ganhar e perder ou perder e ganhar, no qual gera uma subtração; ganhar e ganhar ou perder e perder que pede uma adição das duas transformações.

b) Conhecendo a transformação composta, uma das transformações parciais e buscando a outra. Exemplo: No jogo de bolinhas de gude, Pedro ganhou na primeira rodada 17 bolinhas. Ele jogou a segunda rodada e terminou o jogo com 8 bolinhas. O que aconteceu na segunda rodada?

$$17 + - ? = 8$$

ou

$$17 - 8 = ?$$

Esta última subcategoria, de modo geral é mais complexa do que a primeira. Sua solução é a operação inversa da composição.

5° categoria: uma transformação sobre uma relação. Exemplo: Paulo devia 7 reais na padaria. Mas pagou somente 4. Quanto Paulo ainda tem de pagar?

$$7 - 4 = ?$$

Esta categoria de problemas difere-se dos demais pelo fato dos números serem relativos, ou seja, representam as transformações que as quantidades sofrem.

Conforme Vergnaud (2014) esta categoria também pode apresentar variações como na segunda categoria de problemas, onde pode-se buscar o resultado final, uma das quantidades desconhecidas ou o valor da própria transformação.

6° categoria: dois estados relativos compõem um terceiro estado relativo. Exemplo: Num jogo de bafo, Mateus deve 14 figurinhas a Gabriel, mas Gabriel também deve 6 figurinhas a Mateus. Quantas figurinhas Mateus tem de dar a Gabriel?

$$14 - 6 = ?$$

Apresenta-se aqui uma categoria onde há a junção de dois estados relativos que se compõe entre si resultando um terceiro.

Cada estrutura de problema exige da criança um raciocínio diferente. O fato das crianças apresentarem sucesso em alguns problemas de adição ou subtração não significa que já dominam esses conceitos. É preciso ir além das relações que ela faz da adição e subtração com as simples ideias de juntar e tirar.

O papel do ensino da Matemática é procurar meios para estabelecer a relação entre os conceitos matemáticos via resolução de problemas, numa vasta gama de possibilidades e contextos onde a criança irá construir e consolidar seu conhecimento.

Em estudo das categorias elaboradas por Vergnaud (2014), Magina et. al. (2001) sintetizou-os em três grandes grupos: composição, transformação e comparação, cada um com suas especificidades.

Nunes et. al. (2009) também fez três grandes classificações, porém utilizou-se de diferentes critérios: no primeiro grupo expõe os problemas simples onde há uma relação entre o todo e as suas partes, no segundo grupo problemas

inversos onde a relação é da parte com o todo e o terceiro grupo onde engloba os problemas comparativos.

As duas autoras trazem reflexões acerca do trabalho do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental com a resolução de problemas de estruturas aditivas, buscando uma ponte entre a teoria dos Campos Conceituais e a prática pedagógica de sala de aula.

A literatura estudada apresenta também outras classificações de problemas onde tratam das relações entre as quantidades, ou seja, apresentam problemas onde as categorias estão mistas num único problema. Mas estes vão além do currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, devido a sua complexidade, e por isso não serão abordados neste trabalho.

Em decorrência das classificações feitas pelos autores, pode-se afirmar que os esquemas desenvolvidos pelas crianças em relação às estruturas aditivas ao entrarem na escola são as mais básicas, pois já se utilizam delas para situações do cotidiano. Portanto, cabe à escola promover o desenvolvimento dessas estruturas, proporcionando meios de estabelecer relações e conexões entre os diferentes conceitos que envolvem cada categoria de problema.

Em pesquisa realizada com grupo de professores, Etcheverria, Campos e Silva (2015) constataram que ao elaborar os problemas das aulas de Matemática, se concentraram apenas na categoria de transformação, isto sinalizou que estavam reforçando um conhecimento que o aluno já possuía.

Após estudos e discussões com esse grupo de professores sobre as categorias de problemas, bem como as dificuldades dos alunos, a fala desses mesmos professores revelou uma consciência maior sobre a importância de variar os tipos de problemas oferecidos aos alunos para que assim pudessem ampliar seus conhecimentos.

Através do conhecimento e compreensão das categorias dos problemas é possível desenvolver um ensino pautado nas diversas especificidades existentes dentro de um mesmo campo conceitual

Sendo assim reitera-se a importância da Teoria dos Campos Conceituais onde a primazia é de se trabalhar sempre com um conjunto de situações e ideias na busca da aprendizagem dos conceitos aritméticos. Tal proposta se desenvolve

durante um longo período de tempo, no qual, deve transcorrer todos os anos do Ensino Fundamental, através de diferentes situações em diferentes graus de complexidade.

Isto é um desafio no ensino da Matemática, superar práticas que são reproduzidas sem reflexões e estabelecer na sala de aula uma relação entre os conceitos com a própria prática de resolução de problemas, de modo que se torne uma Matemática interessante e com sentido ao aluno.

Ao assumir neste trabalho as concepções apresentadas por Vergnaud (2014), bem como suas definições de categorias de problemas dos quais emergem o conhecimento, se faz necessário ressaltar a importância dos professores terem consciência clara dos seus objetivos de ensino, conhecendo os pontos de partida e delineando o caminho a percorrer para o desenvolvimento dos conceitos aritméticos, diagnosticar as formas de representações já trazidas pelos alunos e oferecer outros num nível de abstração cada vez mais complexo.

Assim como superar as práticas incorporadas pelos alunos em anos escolares anteriores se torna um obstáculo a ser vencido. Moro e Soares (2006, p. 139) caracterizam como “laborioso” o processo de superação das relações estabelecidas a partir de marcas dos algoritmos mecanizados. Torna-se mais um desafio ao professor que queira instituir outros meios de ensino dos conceitos aritméticos, agora numa configuração diferente e mais significativa.

O ensino da Matemática com qualidade (aquele que valoriza a criatividade, o desenvolvimento do pensamento autônomo da criança, e as relações da Matemática com diferentes contextos) vai muito além dos procedimentos e memorização de técnicas. É preciso um trabalho numa perspectiva de construção e formação dos conceitos das operações.

Nunes e Bryant (1997) defendem a ideia de que os procedimentos sejam ensinados depois que as crianças se apropriarem dos conceitos:

“(...) até que as crianças captem a base conceitual destas operações elas serão incapazes de usar quaisquer procedimentos que lhes sejam ensinados ou quaisquer fatos que elas captem na escola” (NUNES e BRYANT, 1997, p. 117).

Os autores afirmam também que na década de 80 o foco das principais pesquisas era com o ensino e aprendizagem de procedimentos, mas a partir dos

anos 90 começou-se a pensar mais na compreensão conceitual das operações via resolução de problemas.

Sendo assim, se faz necessário a compreensão por parte do professor que ensina Matemática nos anos iniciais de que sua ação deve ser planejada, proporcionando uma diversidade de problemas com diferentes graus de complexidade num conjunto de situações que envolvam os conceitos a serem aprendidos.

É prioridade que esse aprendizado ocorra com problemas que possibilitem uma variedade de estratégias possíveis ao aluno estendendo as possibilidades do campo conceitual em questão. Também que seja uma prática contínua em sala de aula, pois a construção e formação dos conceitos não acontecem numa única aula, e sim num trabalho constante e progressivo (VERGNAUD, 2014; BRITO, 2006; MAGINA et. al., 2001; NUNES et. al., 2009).

3.2.2 Resolução de problemas no campo conceitual multiplicativo

Vergnaud (2014) é enfático ao afirmar que os conceitos matemáticos são formados a partir de uma variedade de situações e que cada situação não traz apenas um conceito, mas requer uma análise das relações entre as ideias envolvidas.

Isso explica o fato do autor propor estudar um campo conceitual e não apenas um conceito, pois na resolução de um problema o aluno terá de lidar com vários conceitos, uns já adquiridos e outros a serem formados, expandindo assim seus conhecimentos sobre o mesmo campo conceitual (MAGINA, 2005).

Em revisão da literatura e pela vivência da própria prática docente, é possível verificar que crianças em início de escolarização já conseguem raciocinar e realizar representações sobre um problema do campo multiplicativo, mesmo que ainda não sejam capazes de realizar cálculos convencionais.

Porém, passar das estruturas aditivas para as multiplicativas exige que a criança dê conta de um novo conjunto de ideias e situações, de novas relações lógicas e a descoberta de um novo sentido de número (NUNES e BRYANT, 1997).

Sendo assim, as representações e relações a serem feitas se darão num nível mais complexo de elaboração do pensamento, o que não significa que crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental não sejam capazes de compreender e construir suas próprias ideias nesse campo.

As diferentes classes dos problemas de estrutura multiplicativa estipuladas por Vergnaud (2014) buscam definir as variadas representações possíveis das operações de multiplicação e divisão. Essa variação de ideias presentes na multiplicação, por exemplo, traz, “(...) do ponto de vista pedagógico uma série de equívocos de natureza conceitual no trabalho dos professores ao objetivarem o ensino desta operação aos alunos na escola” (TAXA, p. 61, 2001).

Sendo assim, o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas refere-se ao conjunto de problemas, cuja resolução implica na exploração dos conceitos de multiplicação e divisão nas mais variadas formas de representação, interpretação e aplicação.

Vergnaud (2014) distingue duas grandes categorias de relações multiplicativas, com subcategorias em cada uma delas:

Quadro 1 - Categorias do campo conceitual multiplicativo

ESTRUTURAS DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO	
ISOMORFISMO DE MEDIDAS	A) Multiplicação
	B) Divisão por cota
	C) Divisão por partilha
PRODUTO DE MEDIDAS	A) Combinatório
	B) Configuração retangular

Fonte: elaborado pela autora, 2017.

As diferentes classes de problemas de multiplicação e divisão deveriam permear a prática pedagógica do professor dos anos iniciais que ensina Matemática. Porém, antes de tudo se faz necessário que o próprio professor tenha o conhecimento pleno dessas estruturas e de suas relações, para que assim consiga entender as representações ou mesmo as dificuldades dos alunos ao longo do processo.

É possível verificar nos exemplos³ a seguir como as ideias multiplicativas se diferenciam de acordo com a proposta de Vergnaud (2014):

1° categoria: Isomorfismo de medidas: esta grande classe de problemas se divide em três subcategorias. Ela é basicamente definida pelas relações quaternárias de proporção existentes entre os dados do problema e variam de operação de acordo com a posição da incógnita.

a) Multiplicação:

Exemplo: Gabi tem 4 vasos de flores e em cada vaso há 5 flores. Quantas flores Gabi tem ao todo?

1 vaso → 5 flores ou 4 x 5 = ?
 4 vasos → ? flores

Nota-se que há duas medidas, a quantidade de vasos e a quantidade de flores. Estas medidas têm uma relação que é de 5 flores por vaso. Se aumentar o número de vasos +1, o número de flores também aumentará na proporção +5. Tal fato caracteriza o problema como proporção que também pode ser resolvida com esquemas de adição, somando-se +5 a cada vaso.

Isso explica o fato do professor, na maioria das vezes, começar a ensinar multiplicação por meio de adições repetidas, porque talvez seria o jeito mais claro de relacionar os esquemas aditivos com um novo conceito, o da multiplicação. Porém, atenta-se que o uso dessa estratégia não garante a compreensão do problema, ou seja, a criança “(...) precisa construir uma representação interna dos dados para depois aplicar fórmulas Matemáticas” (TAXA, p. 37, 2001).

b) Divisão: busca do valor unitário

Exemplo: Pedro tem 12 bolinhas de gude e quer dividir entre seus 3 amigos para começar o jogo. Quantas bolinhas de gude cada amigo vai receber?

12 bolinhas → 3 amigos
 ? bolinhas → 1 amigo ou 12 : 3 = ?

c) Divisão: busca da quantidade de unidades

³ Exemplos elaborados a partir dos problemas de Vergnaud (2014), adequando-se à utilização nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Exemplo: Júlia tem 15 doces e quer fazer pacotinhos com 5 doces em cada um. Quantos pacotes ela vai conseguir formar?

15 doces → ? pacotinhos

5 doces → 1 pacotinho ou $15 : 5 = ?$

Embora os problemas **b** e **c** sejam resolvidos por uma divisão, as noções colocadas em jogos são diferentes. No problema **b**, busca-se o valor unitário de bolinhas correspondente a 1 amigo. Esse tipo de problemas são considerados mais simples e geralmente são muito trabalhados pelo professor em sala de aula. Já no problema **c**, busca-se o número de unidades correspondente para a quantidade de grupos a serem formados. No caso, qual a quantidade de pacotinhos de doces possíveis.

Vergnaud (2014) atenta para a atenção do professor com as representações e esquemas desenvolvidos pelas crianças na resolução dos problemas multiplicativos, pois, embora estes dois últimos exemplos sejam solucionados por divisão, as operações de pensamento necessárias são diferentes.

2° categoria: Produto de Medidas: esta classe de problemas se baseia numa relação ternária entre três quantidades. Se divide em duas importantes subcategorias:

a) Configuração retangular

Exemplo: Uma sala de aula está organizada com 5 fileiras de carteiras e em cada fileira há 6 carteiras. Quantas carteiras há nessa sala?



Neste exemplo, nota-se que se o esquema pode ser decomposto em linhas e colunas, numa configuração retangular. O total da área ou total de unidades que formam a área podem ser calculados por uma multiplicação. Vergnaud (2014)

destaca que esse pensamento pode ser usado tanto para o cálculo no plano das dimensões bem como no plano numérico como é o caso do exemplo acima.

b) Combinatório

Exemplo: Paulo tem 5 cores diferentes de camisas e 2 cores diferentes de bermudas. De quantos jeitos diferentes Paulo conseguirá se vestir combinando todas as peças de roupas?

$$5 \times 2 = ?$$

Nesta classificação de problemas, o produto parte de dois conjuntos, formando as possíveis combinações que podem ser contadas. Esta combinação consiste na junção de um elemento do primeiro conjunto (camisas) com um elemento do segundo conjunto (bermudas).

Este tipo de problema se mostra um pouco mais complexo para as crianças em início de escolarização, mas a exploração de diferentes esquemas de representações é interessante até que se chegue a uma compreensão e relação deste conceito com a ideia de multiplicação.

De modo geral, a literatura mostra que é muito precoce nas crianças multiplicar e dividir em ações do seu cotidiano. Desse modo, na escola, mesmo que ainda não consigam resolver algoritmos, são capazes de raciocinar sobre situações problema no campo das estruturas multiplicativas (BRITO, 2006).

Nunes et. al. (2009) também afirmam que a resolução de problemas, quando possibilita à criança realizar suas representações "(...) já podem integrar o conteúdo do ensino de Matemática a partir da primeira série" (p. 89).

Sendo assim, deixar esse conteúdo para os anos finais do Ensino Fundamental, seria perder a oportunidade de promover o desenvolvimento do pensamento multiplicativo desde o primeiro ano de escolarização.

Entende-se desta maneira, que a resolução de problemas do campo multiplicativo proporcionaria ao aluno formas de organização do pensamento a partir de características próprias do raciocínio multiplicativo, sem se preocupar a princípio, com o ensino e aprendizagem dos algoritmos.

Nesta linha de pensamento, faz-se necessário que o professor, além do domínio dos conteúdos presentes no currículo escolar, tenha a compreensão dos processos que se dão a construção dos conhecimentos matemáticos nos alunos.

Só assim seria possível que o trabalho com as quatro operações em sala de aula girasse em torno de um campo conceitual e as diversas ideias que são envolvidas. Porém, alguns estudos apontam deficiências neste processo de ensino e de aprendizagem, não havendo um equilíbrio de prioridade dado pelo professor aos diversos conceitos matemáticos.

Na pesquisa realizada por Souza (2016) com professores do Ensino Fundamental que foram solicitados a elaborar problemas do campo multiplicativo, aponta dois dados interessantes:

- do total de 111 problemas elaborados, 24% não eram do campo multiplicativo, ou seja, não envolvia multiplicação nem divisão;
- dos problemas do campo multiplicativo elaborados pelos professores, quase 80% se concentraram apenas num único conceito, deixando as demais ideias multiplicativas com porcentagem 0 ou abaixo de 10.

Para tanto, reitera-se que neste caso, a aprendizagem dos alunos fica limitada, já que os próprios professores não têm domínio dos conceitos a serem trabalhados.

A amplificação de um campo conceitual depende de um trabalho contínuo e que permita ao aluno a mobilização de diversas ideias e relações matemáticas e que depende do professor proporcionar um trabalho com as variadas ideias presentes num mesmo conceito (NUNES e BRYANT, 1997; NUNES et. al., 2009; BRITO, 2006; TAXA, 2001; MAGINA et. al., 2001; MORO, 2004; SOUZA, 2016).

Isto implica à prática do professor uma tarefa de transpassar uma didática tradicionalista onde se acredita que o ensino acontece por técnicas, procedimentos e repetições. E exige uma prática onde a construção do conhecimento acontece num contexto de descobertas e relações dos conceitos matemáticos.

4 METODOLOGIA

A presente pesquisa utiliza-se de uma abordagem qualitativa para análise dos dados produzidos, porém também se apoia em dados quantitativos. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) os dados recolhidos devem ser analisados na riqueza de sua totalidade, pois, “(...) independente do contexto, um investigador qualitativo encontrará sempre material importante” (p. 87).

Algumas características devem estar presentes numa investigação qualitativa, como por exemplo, o contato direto do investigador com o ambiente a ser pesquisado, a forma como os dados são coletados, pois descrevem as situações a serem investigadas e o olhar crítico do pesquisador diante dos dados, já que cada indivíduo pesquisado dá uma resposta com significados e percepções próprias (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Os autores também dizem que há momentos numa pesquisa qualitativa em que podem aparecer dados quantitativos, pois podem sugerir informações descritivas sobre os participantes e o objeto pesquisado (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Sendo assim, este trabalho assume caráter qualitativo, com algumas considerações quantitativas, pois tem o objetivo de investigar as percepções que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental têm sobre o trabalho com o ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas.

4.1 O problema de pesquisa

A presente pesquisa parte da necessidade de entender a perspectiva que o professor dos anos iniciais tem a respeito do trabalho com o ensino dos conceitos das quatro operações elementares via resolução de problemas em sala de aula, tendo em vista a grande potencialidade deste para a alfabetização matemática da criança, bem como para a compreensão conceitual dos campos aritméticos.

Diante de práticas pedagógicas utilizadas cotidianamente nas escolas de Ensino Fundamental, baseadas principalmente no ensino tradicional, cabe perguntar:

– Quais as dificuldades encontradas pelos professores do ciclo de alfabetização para ensinar Matemática, em específico os conceitos aritméticos, via resolução de problemas e qual a percepção que têm sobre as dificuldades dos alunos nessa área?

4.2 Objetivos e o produto

Como requisito para conclusão do mestrado profissional, este trabalho resultou num produto didático que foi elaborado a partir de estudos do referencial teórico atrelado com a análise dos dados coletados. A ideia foi de elaborar um *e-book* com propostas didáticas-reflexiva que subsidiem o professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no ensino dos conceitos das quatro operações aritméticas via resolução de problemas numa proposta que objetiva a formação de conceitos matemáticos para uma aprendizagem onde o aluno encontre e construa sentido na sua relação com os números, com base na teoria dos campos conceituais.

Assim, o produto propõe atividades com resolução de problemas de forma a desenvolver no aluno um pensamento matemático estratégico e reflexivo, bem como oferecer ao professor um breve texto teórico sobre a importância do trabalho com resolução de problemas em sala de aula.

A elaboração do *e-book* tem como público-alvo os professores e alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º, 2º e 3º anos). A escolha desses professores atuantes no ciclo de alfabetização se deu por conta de que são os principais sujeitos atuantes na fase da alfabetização Matemática da criança. Assim como a alfabetização da língua escrita tem sua importância para a apropriação de práticas sociais, a Matemática também deve se apresentar como uma ferramenta de uso social para as diversas atividades do ser humano.

Sendo assim, o material se apresenta como um instrumento de apoio ao professor para que a atividade matemática da sala de aula não seja organizada apenas em exercícios mecânicos sem significado ao aluno. Mas que possibilite apresentar ao professor alternativas de atividades para uma Matemática reflexiva, que leve ao aluno a desenvolver seu pensamento em busca de soluções e estratégias, assim como na construção de conceitos com significados próprios.

O produto, que se encontra no Apêndice B deste trabalho, está estruturado com um texto introdutório apresentando ao professor o objetivo da proposta, assim como a importância do ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas. Em seguida, há uma breve recomendação didática com intuito de que o professor reflita e repense algumas atitudes referentes ao ensino da Matemática. Logo, apresentam-se diversas propostas didáticas (sequências de atividades) que englobam diferentes dificuldades referentes aos conceitos aritméticos e as relações existentes entre as ideias de cada operação. Cada proposta conta com um objetivo e os anos a que se aplicam aquele tipo de atividade. Assim, espera-se que o material elaborado venha a contribuir para um novo jeito de ensinar Matemática nos anos iniciais. O *e-book* será disponibilizado gratuitamente em site público⁴.

4.3 Contexto e participantes da pesquisa

A pesquisa aconteceu na cidade de Bauru, interior do estado de São Paulo. A cidade conta com um sistema próprio de educação municipal com mais de 50 escolas de Educação Infantil e 16 escolas de Ensino Fundamental.

Para esta pesquisa optou-se por uma amostragem de 4 escolas do Ensino Fundamental, sendo uma por região da cidade (norte, sul, leste e oeste), onde foi aplicado um questionário aos professores atuantes no ciclo de alfabetização (1° ao 3° ano) dessas escolas. As escolas foram escolhidas aleatoriamente, respeitando a vontade das unidades em querer participar.

Os participantes da pesquisa totalizaram 21 professores, sendo 8 que lecionam no 1° ano, 6 professores do 2° ano e 7 do 3° ano.

Quanto à atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental, verificou-se que 6 professores estão há 5 anos ou menos lecionando neste ciclo, 10 professores estão de 6 a 10 anos e 5 professores lecionam há mais de 10 anos nos primeiros anos de escolarização.

⁴ <http://www.fc.unesp.br/#!/pos-graduacao/mestrado-doutorado/mestrado-profissional-em-docencia-para-a-educacao-basica/dissertaes-e-produtos/dissertacoes-e-produtos/> ou www.yumpu.com/s/FCp0ndxYqythr7EA

Quanto ao curso de formação continuada oferecido pelo Governo Federal nos últimos anos, Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, na área de Matemática, 67% dos professores realizaram. Ressalta-se que o curso teve como foco práticas pedagógicas do ensino da Matemática nos anos iniciais.

4.4 Instrumento para coleta de dados

Para a coleta de dados da pesquisa foi utilizado um questionário elaborado pela pesquisadora. Foi baseado no levantamento da literatura, bem como nas dificuldades do ensino da Matemática observados pela pesquisadora enquanto professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para identificação de cada questionário, utilizou-se códigos como E1P2, no qual identifica-se que foi respondido na Escola 1 pela Professora 2, preservando assim a identidade de cada pesquisado.

O questionário teve como objetivo verificar as percepções que os professores têm sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos nesse contexto. E ainda, identificar as dificuldades dos professores no trabalho com as quatro operações aritméticas e com a resolução de problemas.

Para esse fim, optou-se por questões abertas, pois possibilitam aos pesquisados uma oportunidade maior de respostas, ou seja, cada um responde livremente às perguntas sendo possível colocar opiniões, sentimentos, crenças e atitudes referentes ao assunto pesquisado.

Sendo assim, as questões relacionadas entre si, permitiram uma análise entre as percepções dos professores, a própria prática pedagógica e suas dificuldades no trabalho com a Matemática.

Após uma primeira análise geral das respostas obtidas, foi possível estabelecer três grandes categorias de análise tornando o questionário um instrumento mediador a alcançar os objetivos da pesquisa. São elas:

- concepção do professor;
- prática pedagógica;
- dificuldades de ensino.

Estas três categorias se repetem nos dois grandes grupos de perguntas que são os conceitos das quatro operações e a resolução de problemas.

4.5 Procedimentos

Para a presente pesquisa, algumas etapas foram cumpridas, a fim de que os dados formassem uma triangulação, o que permitiu uma análise mais efetiva, assim como a elaboração do produto educacional.

1° etapa: Realizou-se estudo bibliográfico da literatura sobre resolução de problemas, assim como das quatro operações aritméticas, buscando uma interligação entre os dois conteúdos, realizando uma reflexão sobre o ensino e aprendizagem desses conceitos.

2° etapa: A partir dos estudos realizados e da vivência da pesquisadora enquanto professora dos anos iniciais, elaborou-se o questionário aberto que foi aplicado a 21 professores da rede municipal da cidade de Bauru, interior de SP. O questionário foi aplicado pela pesquisadora em horário de Atividade de Trabalho Pedagógico (ATP), cujo momento é um horário de trabalho coletivo entre os professores. A pesquisadora esperou todos responderem e levaram em média 30 minutos para finalizarem. Assim foi feito, após autorização da Secretária Municipal de Educação desta cidade e das respectivas diretoras das escolas pesquisadas.

3° etapa: Realizou-se uma análise dos documentos oficiais norteadores de currículo, a partir da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2014), para que fosse uma das bases de elaboração do produto educacional.

4° etapa: Para a conclusão do presente trabalho, fez-se uma análise dos dados coletados através do questionário, realizando uma conexão entre as percepções dos professores, suas dificuldades e as suas práticas pedagógicas.

5° etapa: A partir da análise dos dados coletados no questionário, do levantamento realizado na bibliografia e das propostas atuais de currículo, realizou-se uma triangulação de todos os dados para elaboração do produto educacional que foi de um *e-book* com propostas didáticas para professores dos anos iniciais que ensinam Matemática, numa proposta no qual o ensino das quatro operações vão

além dos procedimentos de algoritmos e se fundam numa construção de conceitos via resolução de problemas.

Assim sendo, esta pesquisa toma a escola como ambiente central ou, mais especificamente a sala de aula, onde professores e alunos são sujeitos protagonistas do processo de ensino e de aprendizagem no qual ainda há muitas práticas a serem postas em reflexão, em busca permanente da qualidade do ensino. O estudo final e a elaboração de um produto educacional pretende ser uma contribuição ao trabalho do professor que ensina Matemática nos anos iniciais.

5 ANÁLISE DOS DADOS

5.1 Os campos conceituais nos documentos norteadores de currículo

Atualmente, encontra-se nas diversas esferas organizacionais, documentos que norteiam a formação do currículo escolar, na tentativa de unificar ao máximo o processo de ensino e de aprendizagem por todo o país.

Optou-se, portanto selecionar os três documentos norteadores mais importantes e atuais a nível nacional e o próprio currículo do município onde se realizou a pesquisa, para uma verificação e análise de como os campos conceituais aditivos e multiplicativos estão presentes ou não quando se trata do ensino das quatro operações na Matemática.

Verifica-se a seguir que os campos e categorias, assim definidas por Vergnaud (2014) estão distribuídas nos currículos:

Quadro 2 – Categorias do campo aditivo presentes nos documentos norteadores de currículo

CATEGORIAS DOS CAMPOS CONCEITUAIS ADITIVOS PRESENTES NOS PRINCIPAIS DOCUMENTOS OFICIAIS NORTEADORES DE CURRÍCULO				
	PCN (1997)	PNAIC (2012)	CURRÍCULO COMUM – PREFEITURA MUNICIPAL DE BAURU (2013)	BNCC (2016)
1º ANO	1º, 2º, 3º e 4º categorias	1º, 2º e 3º categorias	1º, 2º e 3º categorias	1º e 2º categorias
2º ANO	1º, 2º, 3º e 4º categorias	1º, 2º e 3º categorias	1º, 2º e 3º categorias	1º, 2º e 3º categorias
3º ANO	1º, 2º, 3º e 4º categorias	1º, 2º e 3º categorias	1º, 2º e 3º categorias	1º, 2º e 3º categorias

Fonte: Elaborado pela autora, 2017.

Analisando os principais documentos oficiais norteadores do currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, foi possível verificar que todos indicam o trabalho com as quatro operações via resolução de problemas dentro do eixo “Números e Operações”. Apresentam ainda a ideia de se trabalhar os diversos conceitos de uma mesma operação, organizados de acordo com o nível de complexidade dentro do ciclo de alfabetização.

Sobre as estruturas aditivas conceituadas por Vergnaud (2014), estão presentes nos documentos oficiais norteadores de currículo nos anos iniciais:

- 1° categoria: composição de duas medidas (incluem as ações de juntar, compor, separar, sem promover transformação);
- 2° categoria: transformação (estão ligadas a ideia de transformação em uma das partes envolvidas);
- 3° categoria: relação de comparação entre duas medidas;

Ressalta-se aqui que apenas os PCN abordam nos anos iniciais o trabalho com as demais categorias de problemas propostos por Vergnaud (2014). Engloba a 4° categoria: composição de duas transformações; a 5° categoria: transformação de uma relação; e a 6° categoria: composição de duas relações; sintetiza estas num grande grupo onde se supõem a compreensão de mais de uma transformação. Porém apresenta uma reflexão sobre o nível de complexidade das demais categorias e que os alunos em início de escolarização

(...) ainda não dispõem de conhecimentos e competências para resolver todas elas, necessitando de uma ampla experiência com situações problema que os leve a desenvolver raciocínios mais complexos por meio de tentativas, explorações e reflexões (BRASIL, 1997, p. 71).

Sendo assim, em consonância com o documento, este trabalho defende a ideia de que o professor dos anos iniciais pode sim trabalhar os conceitos envolvidos nas demais categorias, desde que seja de forma gradual e contextualizada para o aluno.

Quadro 3 – Categorias do campo multiplicativo presentes nos documentos norteadores de currículo

CATEGORIAS DOS CAMPOS CONCEITUAIS MULTIPLICATIVOS PRESENTE NOS PRINCIPAIS DOCUMENTOS OFICIAIS NORTEADORES DE CURRÍCULO				
	PCN (1997)	PNAIC (2012)	CURRÍCULO COMUM – PREFEITURA MUNICIPAL DE BAURU (2013)	BNCC (2016)
1° ANO	1° e 2° categorias	1° e 2° categorias	Não apresenta uma delimitação das categorias, apenas afirma a necessidade de se trabalhar este campo conceitual desde o 1° ano até o 3° aumentando os níveis de complexidade.	-----
2° ANO	1° e 2° categorias	1° e 2° categorias		1° categoria
3° ANO	1° e 2° categorias	1° e 2° categorias		1° e 2° categorias

Fonte: Elaborado pela autora, 2017.

De acordo com os principais documentos oficiais norteadores do currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o ensino das quatro operações está sempre atrelada à resolução de problemas e se apresenta sempre no eixo “Números e Operações”.

As estruturas do campo conceitual multiplicativo apresentadas por Vergnaud (2014), estão classificadas em duas grandes categorias:

- 1° categoria: Isomorfismo de medidas (subdivididas em três subcategorias):
 - multiplicação (relações quaternárias);
 - divisão (busca do valor unitário);
 - divisão (busca da quantidade de unidades).
- 2° categoria: Produto de medidas (subdividida em duas subcategorias):
 - configuração retangular;

- combinatório.

Destaca-se que todos os documentos deixam explícito que o trabalho com resolução de problemas que exploram o campo multiplicativo deve ser progressivo, começando apenas com ideias iniciais até se atingir a formalização dos conceitos.

Numa análise geral dos documentos, não há uma separação precisa do que deve ser abordado em cada ano de escolaridade. O que há é uma estipulação dos diferentes níveis de abordagens e complexidade em cada ano, indicando que o aprofundamento de cada categoria aconteça de modo progressivo e contínuo.

5.2 Os dados coletados

Este subcapítulo tem por objetivo realizar uma análise dos dados coletados através do questionário aplicado aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre suas percepções, suas práticas e suas dificuldades no ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas. Assim será possível uma compreensão mais minuciosa sobre a prática desenvolvida por esses professores no ensino da Matemática no ciclo de alfabetização.

O quadro abaixo apresenta as categorias de análise definidas e suas descrições, no qual permite uma compreensão das relações existentes entre elas e, conseqüentemente do ensino da Matemática pelos professores pesquisados.

Quadro 4 – Descrição das categorias de análise

CATEGORIAS DE ANÁLISE	DESCRIÇÃO
Concepção do professor	A visão que o professor tem acerca do trabalho com as quatro operações e com resolução de problemas, incluindo crenças, sentimentos, representações e percepções.
Prática pedagógica	A prática (estratégias de ensino, metodologia, recursos etc.) que o professor institui cotidianamente em sua sala de aula no ensino da Matemática.
Dificuldades de ensino	As lacunas, obstáculos e problemas que impedem um ensino da Matemática com êxito.

Fonte: Elaborado pela autora, 2017.

Por conseguinte, separou-se o material do questionário em dois grandes grupos a serem analisados pelas mesmas categorias, pois as perguntas se concentravam em dois temas principais:

- As quatro operações aritméticas: concepção do professor; prática pedagógica e dificuldades de ensino;
- Resolução de problemas: concepção do professor; prática pedagógica e dificuldades de ensino;

5.2.1 As quatro operações aritméticas...

... e as percepções dos professores

Ao investigar o conhecimento dos professores por meio de suas percepções, englobam-se diversos aspectos que não são apenas constituídos pelos

saberes científico e acadêmico, mas sim, abarca outros fatores como experiências trazidas de sua vida enquanto aluno, compartilhamento de experiências profissionais, crenças, sentimentos em relação ao conteúdo entre outros.

Assim, o professor determina sua prática pedagógica numa junção de todos esses elementos e influenciará o modo como ensina Matemática e sua postura em todo processo pedagógico (VILA e CALLEJO, 2006).

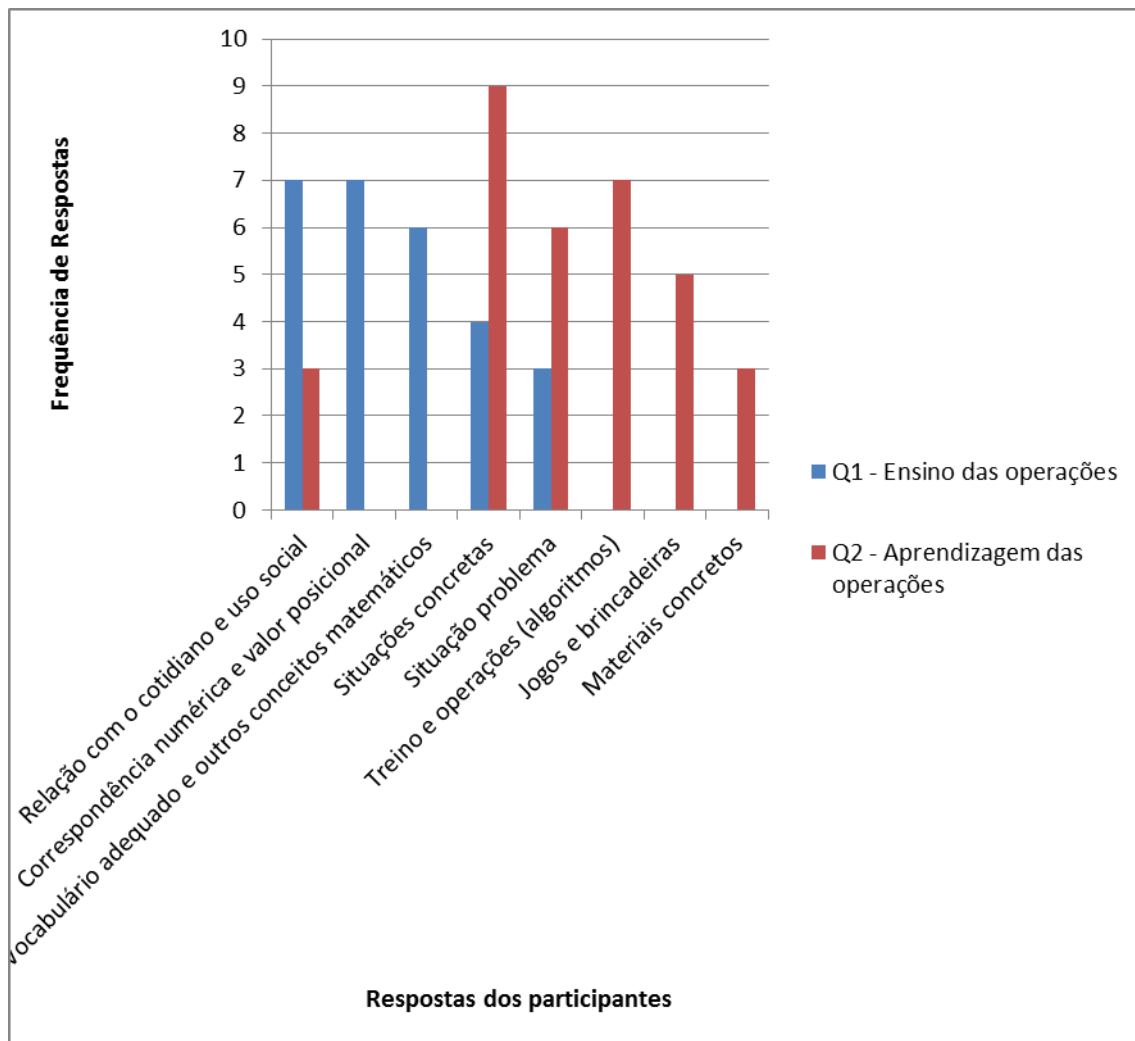
Para investigar tal aspecto, duas perguntas do questionário colocavam em pauta as percepções dos professores sobre ensinar e aprender as quatro operações aritméticas:

Q1 – Na sua opinião, o que engloba o ensino das 4 operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão)? Escreva tudo o que achar pertinente:

Q2 – Como você acredita que o aluno aprende as quatro operações?

O gráfico a seguir mostra o número de vezes que determinadas palavras ou expressões apareceram nos 21 questionários respondidos:

Gráfico 1 – Respostas mais frequentes referentes às questões 1 e 2



Fonte: elaborado pela autora, 2017.

O professor que ensina Matemática nos anos iniciais tem a tarefa de introduzir a criança num contexto onde o saber vai se sistematizando cada vez mais e o nível de complexidade e abstração do pensamento também se eleva.

Percebe-se que há uma preocupação necessária em vincular o processo de ensino com situações que permitam à criança fazer relações com seu **cotidiano**. São seus primeiros contatos com a Matemática escolar, sendo garantido a ela um não rompimento dos saberes já possuídos com os novos a serem construídos.

Desse modo, é viável ao aluno realizar relações entre diferentes ideias, na busca de um significado para aquilo que está aprendendo, adquirindo assim o

conhecimento sistematizado, bem como estabelecendo sentido no **uso social** da Matemática.

São inúmeras as situações do cotidiano no qual é possível estabelecer relações matemáticas, num jogo, numa brincadeira, no horário do lanche da escola. Tais atividades contribuem para a construção de esquemas e desencadeiam a compreensão das operações (GUERIOS, AGRANIONIH e ZIMER, 20014).

E ainda, de proporcionar meios para que suas representações aritméticas possam ser realizadas em **situações concretas**. Conforme cita uma das professoras pesquisadas:

“Engloba trabalhar de forma mais concreta num primeiro momento, e ir aperfeiçoando as estratégias de ensino, na medida em que a complexidade dos conteúdos vai aumentando.” E2P4

Nesta afirmação, a professora se remete a um ensino onde inicialmente é preciso oferecer à criança situações concretas, ou seja, situações lúdicas ou do cotidiano da criança, e gradualmente, incentivando e inserindo outras estratégias cada vez mais complexas e sistematizadas.

Nunes e Bryant (1997) afirmam que quando os números se referem a objetos numa situação conhecida pela criança, eles fazem muito mais sentido do que quando não se refere a nada concreto.

Entretanto, como pode-se observar no gráfico 1 há uma discordância entre os números que se referem ao ensino e à aprendizagem das quatro operações. Primeiramente, 33% (7 professores) fazem menção a um ensino preocupado em fazer conexões com o cotidiano da criança, bem como com o uso social da matemática, porém apenas 14% (3 professores) fazem a mesma conexão com o processo de aprendizagem.

Por outro lado, 42% (9 professores) remetem a aprendizagem vinculada com situações concretas, mas apenas 19% (4 professores) fazem a mesma vinculação ao processo de ensinar.

Portanto, há uma discordância entre o que se julga necessário e adequado para o ensino dos conceitos aritméticos e o que se entende sobre a aprendizagem desses conceitos.

É interessante também, ressaltar o apontamento de outras ideias matemáticas no ensino das quatro operações, como **vocabulário, valor posicional, correspondência numérica** e até mesmo a referência a **conceitos matemáticos** de forma geral.

Isso indica que ao se trabalhar uma determinada operação, é preciso estar claro ao professor que há diversos conceitos envolvidos e necessários para o ensino da Matemática. Uma das professoras pesquisadas exemplifica alguns termos correspondentes às quatro operações:

“Conceitos matemáticos adicionar, tirar, acrescentar, separar, partes iguais.” E4P8

A resposta dessa professora mostra que uma mesma operação pode envolver diversas ideias diferentes e que para a formação do conceito é necessário que se proporcione à criança todas essas ideias.

Uma situação envolve variados conceitos e vice-versa, assim como que para sua aprendizagem a criança deve perceber as relações existentes entre conceitos e as situações (TAXA, 2001).

Porém, nota-se um número relativamente baixo de professores que fizeram referência a tal ideia, o que gera um dado preocupante, pois deixa transparecer que os conteúdos matemáticos ainda são ensinados de forma fragmentada, seguindo um roteiro curricular. Outro ponto a ser destacado é que nenhum professor mencionou estas mesmas ideias na questão 2 que se refere à aprendizagem, ou seja, mais uma vez uma divergência entre o que se pensa ideal para ensinar e para o aprender.

Percebe-se na resposta abaixo uma proposta mecanizada de para quem ensinar as quatro operações. Na visão dessa professora que é de um 3º ano, o sentido das operações aritméticas na escola se limita a resolver problemas.

“As 4 operações são necessárias para o aluno realizar os problemas.”
E4P7

É objeto central deste estudo o ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas e a fala da professora acima sugere um processo contrário, utilizar-se das quatro operações para aprender a resolver problemas. E ainda, transmite a ideia de que as operações se limitam a apenas essa utilização, ou seja,

se o professor tem essa ideia limitada, a sua prática em sala de aula também ficará restrita assim como a aprendizagem dos seus alunos.

Outro aspecto a ser destacado é a inferência de 33% (7 professores) dos professores em relacionar a aprendizagem das quatro operações com **treinos** e **algoritmos**. Conforme já discutido em capítulos anteriores, não é objetivo deste trabalho questionar a importância do ensino de algoritmos, porém a literatura mostra que é um fator no qual se gasta muito tempo com fórmulas e procedimentos sem uma construção significativa de sentidos e estratégias para o aluno. Esses dados foram destacados por Spinillo (2006) quando apresenta a ideia de desenvolver o sentido do número, antes de formalizar os conceitos e as operações aritméticas.

... e a prática pedagógica

A questão 3 do questionário aplicado, buscava averiguar as práticas desenvolvidas em sala de aula ao ensinar as operações aritméticas.

A princípio, esse conteúdo que parece ocupar boa parte das aulas de Matemática, principalmente nos anos iniciais, também lhe parece ao professor ser um objeto de ensino óbvio e isto por sua vez reduz o ensino sempre às mesmas metodologias e procedimentos.

A pergunta elaborada permitia descrições variadas da prática exercida na sala de aula:

Q3 – Considerando o ano em que atua, descreva como você trabalha (tipos de atividades, metodologias, procedimentos e outros aspectos que achar pertinente):

Adição -

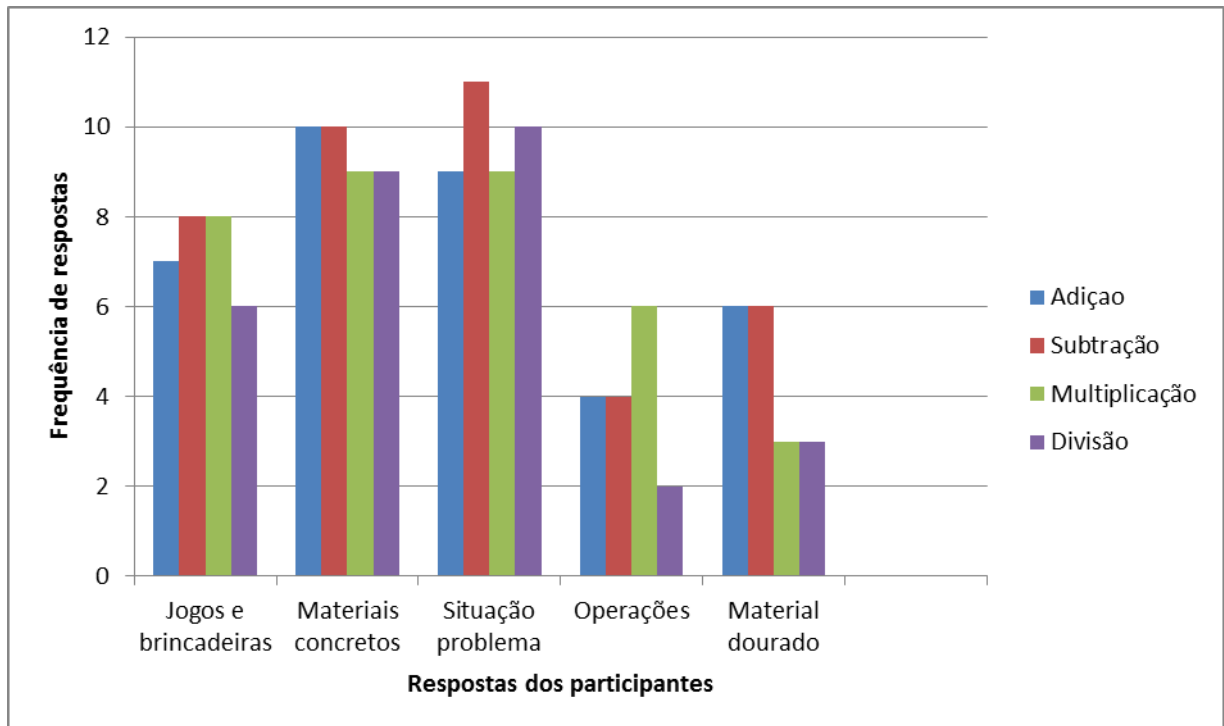
Subtração -

Multiplicação -

Divisão -

Nota-se que as estratégias apontadas pelos professores não variam muito entre uma operação e outra. Dentre as respostas dadas, destacamos as palavras e expressões que mais foram citadas:

Gráfico 2 – Respostas mais frequentes referentes à questão 3



Fonte: elaborado pela autora, 2017.

Analisando os fatores apontados pelos professores no ensino das operações aritméticas, destaca-se o grande número de vezes que aparecem recursos como **jogos e brincadeiras, coleções, material dourado e material concreto**.

Nunes et. al. (2009) apresentam a importância da presença de objetos representativos nos anos iniciais, e que por isso, as operações consideradas mais complexas como multiplicação e divisão podem e devem estar presentes nas aulas de Matemática desde o primeiro ano de escolarização.

Smole, Diniz e Cândido (2000, p. 12) destacam a importância de jogos e brincadeiras, pois: “A consciência dos acertos, erros e lacunas permite ao aluno compreender seu próprio processo de aprendizagem, desenvolvendo sua autonomia para continuar a aprender.”

São atividades que aproximam o conteúdo escolar ao dia a dia do aluno, conforme a resposta da professora abaixo:

“Atividades que envolvam os próprios alunos como incluí-los nas atividades, buscando exemplos da sua realidade.” E4P10

Aproximar a realidade do aluno ao saber cada vez mais elaborado, conforme a resposta da professora acima, se faz necessário, porém vale ressaltar aqui que realizar uma atividade com o material dourado ou com uma coleção de tampinhas, por exemplo, algumas vezes no ano não será suficiente para que a criança desenvolva suas ideias matemáticas de maneira sólida.

De acordo com Smole, Diniz e Cândido (2000, p.12) jogos e brincadeiras contemplam “(...) oportunidades para as crianças aplicarem sua capacidade de raciocínio e justificarem seus próprios pensamentos durante a busca por resolver os problemas que se colocam.”

A importância dos alunos passarem por um período de trabalho no qual possam aplicar esquemas de representação é fundamental (NUNES et.al., 2009).

Tais materiais e atividades permitem à criança mais nova representar situações imaginárias e desenvolver estratégias de multiplicar, por exemplo, mas não necessariamente consegue realizar um algoritmo referente à mesma operação.

Já no trabalho com resolução de problemas ou **situação problema** conforme citado nas respostas dadas pelos professores, a importância de proporcionar à criança a possibilidade de representar ainda é a mesma.

A resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática garante ao aluno a oportunidade de formular hipóteses, tentar e solucionar problemas desafiadores de modo que reflitam e construam suas próprias ideias matemáticas.

Assim, se o professor tiver o objetivo de desenvolver conceitos aritméticos e não de ensinar a armar uma conta, como é o foco deste trabalho, a resolução de problemas, conforme Brito (2006) mobiliza os conceitos já aprendido pelo aluno na tentativa de resolvê-lo e assim acontece uma reorganização e ampliação desses conceitos.

Um aspecto a ser destacado e já discutido no capítulo 3, é sobre as variadas situações e ideias envolvidas num único conceito. Conforme a literatura aponta, se o professor não possuir este conhecimento, o ensino ao aluno ficará limitado e restrito. Nota-se tal fato nas respostas das duas professoras abaixo sobre ensinar subtração:

“A criança aprende que subtrair é diminuir às quantidades.” E4P8

“Termos pertinentes (perdi/ dei/ emprestei/ menos). E3P4

Por meio do conhecimento e compreensão dos campos conceituais e da diversidade de ideias é possível desenvolver o ensino da Matemática com qualidade, indo muito além dos procedimentos e memorização de técnicas, bem como superar o trabalho com problemas focalizando a resolução de problemas por meio de palavras-chave como ‘perder’, ‘dar’, ‘ganhar’. É preciso um trabalho numa perspectiva de construção e formação dos conceitos das operações, tanto para os alunos como para os professores.

... e as dificuldades de ensino

Por ser os primeiros anos de escolarização da criança, esse ciclo cumpre o papel de apresentar e aproximar a criança aos saberes escolares, bem como prepará-la para os anos seguintes onde o conhecimento se apresenta de forma cada vez mais elaborado.

Dessa forma o ensino das quatro operações, conteúdo fundamental que se estende basicamente por todos os anos escolares, deve ter atenção e investimento por parte do professor. Porém ainda percebe-se algumas lacunas e barreiras.

As questões 4, 5, 6 e 7 foram elaboradas com o intuito de analisar as principais dificuldades que o professor do ciclo de alfabetização tem ao trabalhar com as quatro operações aritméticas:

Q4 - Considerando o ano em que atua, sente alguma dificuldade em ensinar adição? Quais dificuldades?

Q5 - Considerando o ano em que atua, sente alguma dificuldade em ensinar subtração? Quais dificuldades?

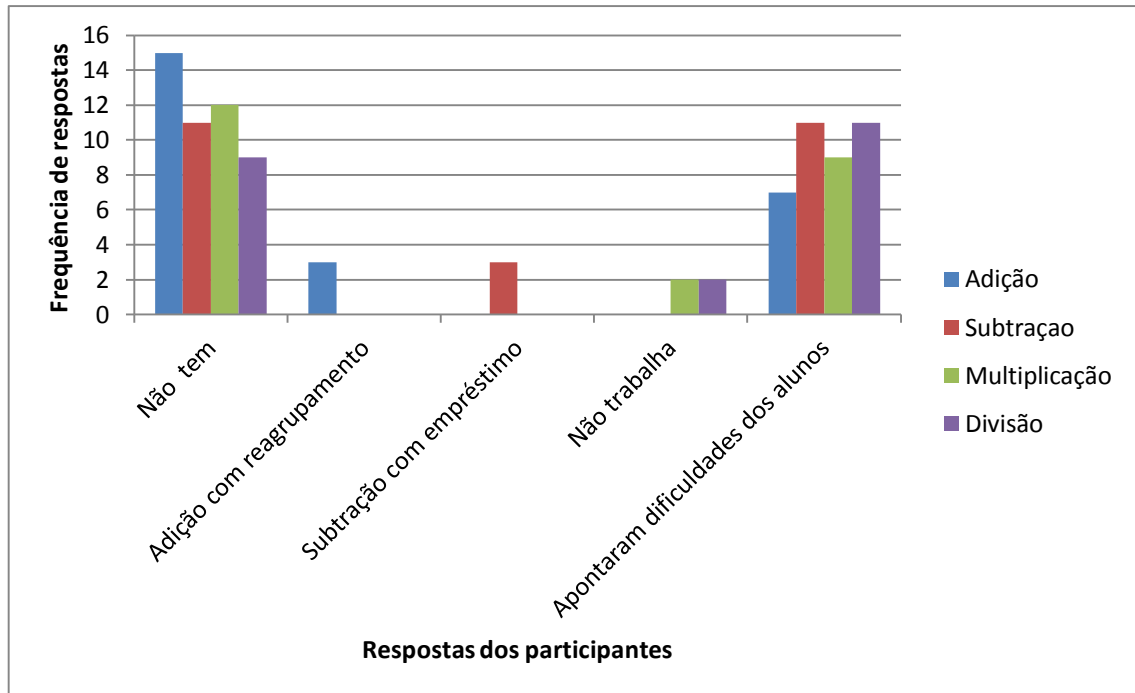
Q6 - Considerando o ano em que atua, sente alguma dificuldade em ensinar multiplicação? Quais dificuldades?

Q7 - Considerando o ano em que atua, sente alguma dificuldade em ensinar divisão? Quais dificuldades?

De modo geral, é possível classificar as respostas dos professores em três grupos: as que não têm dificuldade alguma, aquelas que apontam para uma

dificuldade específica e as que responderam apontando dificuldades dos alunos (e não especificamente dificuldades de ensino conforme a pergunta).

Gráfico 3 – Respostas mais frequentes referentes às questões 4, 5, 6 e 7



Fonte: elaborado pela autora, 2017.

Analisando de modo geral as questões referentes a essa categoria, em média 52% (11 professores) dos professores afirmaram **não possuem nenhuma dificuldade** no ensino das operações aritméticas. Vale lembrar que cada professor respondeu o questionário referindo-se ao ano escolar em que estava atuando em 2016.

Destaca-se duas professoras de 1º ano que ao responderem sobre as dificuldades no ensino da multiplicação e da divisão, afirmaram **não trabalhar** esse conteúdo.

“Eu acredito que eles no 1º ano são muito novos para essa operação e por isso não trabalho.” E2P2

Esta fala mostra uma Matemática restrita ao ensino de algoritmos e que rejeita as inúmeras relações entre os conteúdos matemáticos.

Conforme discutido no capítulo 3, as crianças em início de escolarização, já são capazes de realizar ações e representações de multiplicar e dividir, mesmo que ainda não consigam resolver algoritmos dessas operações.

Deixar de trabalhar esse conteúdo, é perder a oportunidade de promover o desenvolvimento do pensamento multiplicativo desde o primeiro ano de escolarização (NUNES et. al., 2009).

A resolução de problemas se apresenta ao professor como um meio para se trabalhar as ideias dos campos conceituais, pois possibilitam diferentes formas de representação, sem a exigência de uma sistematização elaborada, complexa às crianças pequenas (BRITO, 2006).

Assim, também seria necessário que o professor além de conhecer os campos conceituais e a variedade de situações que o sustentam, conhecesse e promovesse em sala de aula diferentes formas de desenvolver o pensamento matemático.

Em relação às dificuldades apontadas no gráfico, assim como as referências às dificuldades dos alunos, são em grande parte procedimentos numa tentativa de conexão com os conceitos envolvidos. Englobam de modo geral a compreensão do sistema de numeração decimal.

Todas essas dificuldades serão impossíveis de serem sanadas enquanto o aluno não captar a base conceitual das operações trabalhadas (NUNES e BRYANT, 1997).

Sabe-se que no conhecimento sistematizado, é necessário que o processo de ensino e de aprendizagem aconteça em níveis cada vez mais complexos. Entretanto não é possível atingir a complexidade, pulando etapas da construção de ideias e conceitos.

De acordo com Vergnaud (apud Taxa, 2001) o trabalho com algoritmos não caracteriza simplesmente uma técnica, mas implica num processo de aplicação de passos que exigem a compreensão do conceito de número, do sistema de numeração decimal e da operação em questão.

Sendo assim, há necessidade da superação de práticas que tentam transpor o conteúdo ensinado a tarefas e exercícios e reaver a importância de um

trabalho com procedimentos que sejam menos técnicos e que valorizem mais as operações de pensamento na busca de um sentido para a Matemática.

Em relação a compreensão do sistema de numeração decimal Lerner e Sadovsky (1996) fazem uma crítica a um ensino subdividido em partes para cada ano de escolaridade e que dessa forma não será possível criar situações didáticas que “(...) permitam mostrar a própria organização do sistema, como descobrir de que maneira este sistema ‘encarna’ as propriedades da estrutura numérica que ele representa” (p. 118).

A partir do momento que situações de representações e construções pessoais tomarem mais tempo das aulas de Matemática, a compreensão do número emprestado na subtração, por exemplo, se dará de forma mais significativa e menos técnica.

E ainda torna-se uma escolha didática do professor levar em conta o que a criança sabe para a partir daí planejar sua aula, deixando de priorizar apenas o cumprimento de um currículo que por ora se mostra fragmentado (LERNER e SADOVSKY, 1996).

5.2.2 A resolução de problemas...

... e as percepções dos professores

As percepções que os professores têm acerca do trabalho com resolução de problemas é que orientam práticas de ensino em sala de aula. E ainda, muitas vezes a resolução de problemas fica limitada a tarefa reduzida de uma oportunidade para se aplicar a operação trabalhada (VILA e CALLEJO, 2006).

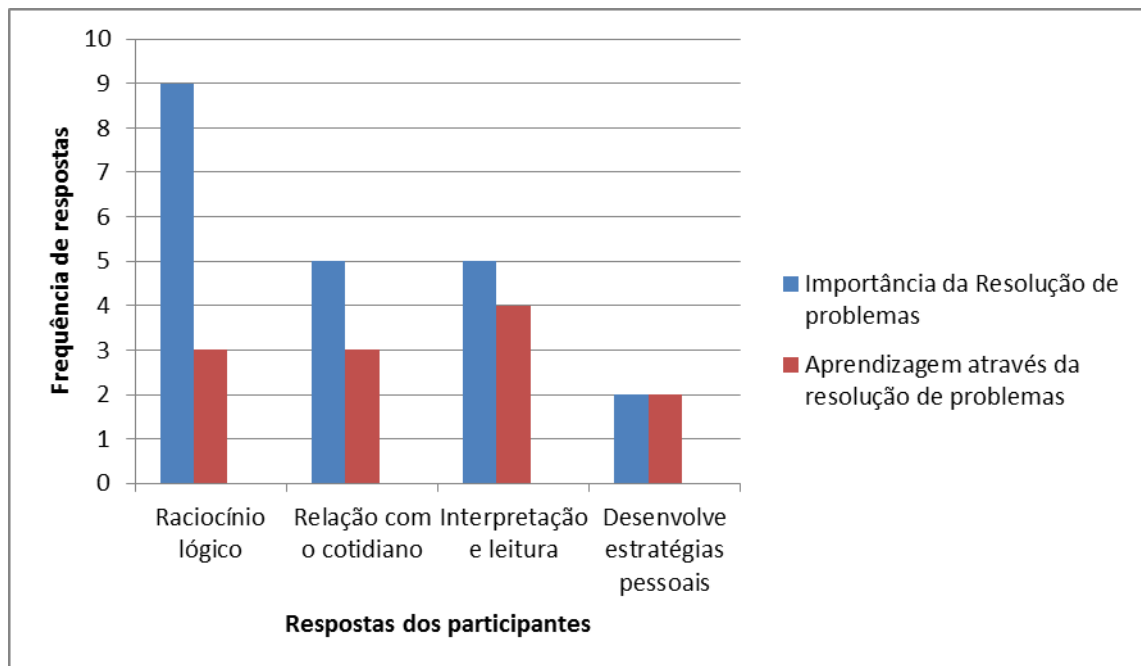
Sendo assim, duas questões abordam as percepções dos professores sobre o trabalho com resolução de problemas em sala de aula:

Q8 – Qual a importância do trabalho com a resolução de problemas em Matemática?

Q9 – Como você acredita que o aluno aprende a resolver problemas?

Segue abaixo, o gráfico com as respostas mais frequentes nas questões dessa categoria:

Gráfico 4 – Respostas mais frequentes referentes às questões 8 e 9



Fonte: elaborado pela autora, 2017.

Destaca-se nessa categoria a grande variedade de respostas dadas, assim como a conexão das respostas com a literatura estudada nesta pesquisa.

Quando questionados sobre a importância de se trabalhar resolução de problemas em Matemática, 52% (11 professores) citaram o desenvolvimento do **raciocínio lógico** como fator relevante ao ensino:

“Desenvolver o raciocínio lógico e perceber que a nossa volta existem várias formas de solução de problemas.” E4P8

É de suma importância a consciência do professor, como no caso da resposta acima, de que o trabalho com problemas em sala de aula permite uma exploração variada quanto aos objetivos de ensino.

O aluno que é capaz de resolver problemas, também é capaz de raciocinar em outras áreas do conhecimento e cabe ao professor desenvolver atividades para promover essa capacidade de raciocínio. Assim como a professora abaixo responde:

“Desenvolver o raciocínio lógico através de estratégias pessoais.” E1P2

Tal resposta mostra um pensamento de valorização às estratégias pessoais, não colocando a resolução de problemas apenas para ser respondida corretamente, mas considerando o caminho para a solução.

Assim, os problemas são vistos como ponto de partida, como desafios que possibilitam ao aluno através das próprias estratégias descobrir, relacionar, elaborar suas próprias ideias matemáticas (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004).

Desenvolver essa prática pedagógica se faz necessário desde os primeiros contatos da criança com a escola. Os anos iniciais, portanto, assumem grande importância, já que é nesse período que se formarão os primeiros conceitos sistematizados.

Por conseguinte, a preocupação do professor que ensina Matemática no ciclo de alfabetização em interligar os conteúdos curriculares com **situações cotidianas** e com os conceitos já aprendidos é primordial.

Práticas de ensino que permitem ao aluno a expressão do seu modo de pensar, formular suas próprias estratégias, são práticas que superam àquelas onde o professor está acostumado a ensinar por meio de exercícios, na tentativa de reproduzir o conhecimento ao invés de construí-lo.

Onuchic e Allevato (2004) defendem que o trabalho com resolução de problemas deve se basear numa grande variedade de contextos, relacionando-os com uma grande variedade de ideias.

Destaca-se a seguir as respostas de duas professoras que mostram como a conexão do ensino tem de estar com a realidade do aluno.

“Transportar a problemática para sua vida e resolver os seus ‘problemas’ matemáticos diários.” E2P3

“Partindo do que está próximo, porém muitas vezes, ou melhor, na maioria das vezes a dificuldade maior está na interpretação da situação.” E1P4

A ideia de aproveitar situações cotidianas, tanto de dentro como fora da escola, permite ao professor mesclar diferentes tipos de problemas, apresentando ao aluno variadas situações que, por ora, podem fazer parte de um mesmo campo conceitual. Assim, também evita ao professor cair no risco de se utilizar sempre dos mesmos tipos de problemas e acabar por modelizar a resolução, prejudicando o

desenvolvimento das **estratégias pessoais** do aluno e suas descobertas. (NUNES et. al., 2009)

A resolução de problemas como ponto de partida para o ensino de um conteúdo, mobiliza as capacidades intelectuais do aluno, fazendo com que ele busque novas estratégias com autonomia para resolvê-lo.

É a oportunidade que o professor deve aproveitar para que cada aluno faça e descubra a Matemática com um sentido próprio. Para tanto, realizar tarefas que abram espaço para expressar e discutir as diferentes estratégias, ou seja, raciocínios diferentes, mostrando que um problema pode ter várias soluções como a resposta da professora mostra:

“Pensando e criando hipóteses, sendo desafiados a raciocinar e a pensar a partir das ideias lançadas nos grupos.” E2P1

A ideia de Pozo (1998) de que é na resolução de problemas que o aluno tem de tomar uma decisão na busca de respostas, torna-se fundamental quando o professor assume uma postura no qual a Matemática é uma disciplina a ser descoberta e reconstruída em sala de aula.

Outra ideia destacada nas respostas do questionário, é uma variável a ser repensada pelos professores dos anos iniciais. O fato do aluno que está iniciando o ciclo de alfabetização não conseguir realizar uma **leitura autônoma**, não poderia ser uma condição para sua capacidade de resolver um problema.

As respostas abaixo mostram essa subordinação da leitura com a capacidade de resolver problema:

“Se o aluno possui uma leitura clara, ele compreende a ideia.” E4P1

“Entendendo o que diz o enunciado, sabe qual operação, pois logo aprende a armar a conta.” E1P7

Ideias equivocadas como essas produzem uma prática de ensino limitada da Matemática.

Até que o aluno desenvolva uma autonomia para a leitura, o que na maioria das vezes leva os três anos do ciclo de alfabetização, o professor não pode descartar o trabalho com resolução de problemas. Pelo contrário, deve desenvolver o papel de leitor da situação para que seus alunos consigam compreender e desenvolver meios de solução.

A familiaridade com a Matemática deve ser construída nos primeiros contatos da criança com a disciplina. O ensino da Matemática com sentido acontece através da postura que o professor assume para si, e não por currículo pré-estabelecido, no qual se sabe a sequência dos conteúdos a serem ensinados (SPINILLO, 2006).

... e a prática pedagógica

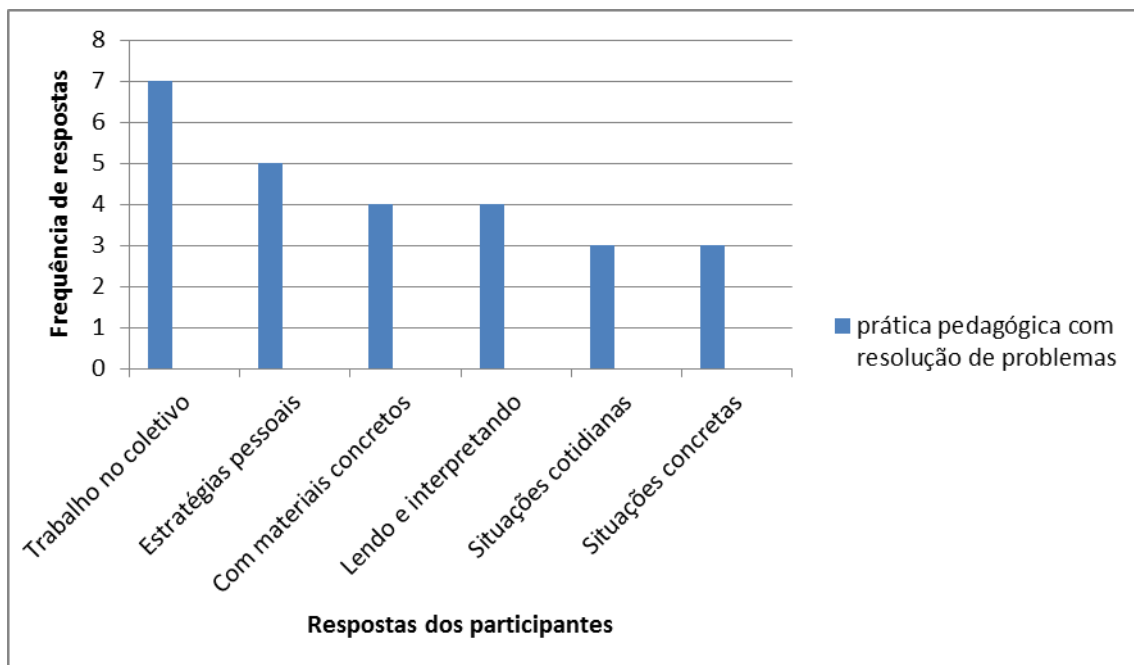
Para averiguação das práticas pedagógicas referentes ao trabalho com resolução de problemas nos anos iniciais, elaborou-se duas questões:

Q10 – Considerando o ano em que atua, como você trabalha a resolução de problemas?

Q12 – Além de situações problema envolvendo as quatro operações, quais outros tipos de problemas você trabalha em sala de aula?

Verifica-se que as estratégias apontadas como práticas de ensino em sala de aula, convergem com as respostas dadas enquanto percepções dos professores.

Gráfico 5 – Respostas mais frequentes referentes à questão 10



Fonte: elaborado pela autora, 2017.

Considerando as respostas referentes à questão 10, onde investiga-se quais práticas são desenvolvidas no trabalho com resolução de problemas, pode-se afirmar que **situações concretas, materiais concretos, situações cotidianas e estratégias pessoais** estão em sintonia com as respostas dadas na categoria anterior, onde procurava-se saber sobre as percepções que os professores tinham a respeito.

Apesar do número de professores que citaram tais práticas serem em média apenas 19% (4 professores), conclui-se que nesse grupo de profissionais há uma concordância entre as ideias sobre o trabalho com resolução de problemas e a própria prática desenvolvida em sala de aula.

Em literatura estudada no capítulo 2, percebe-se que os professores em sua maioria estão preocupados em desenvolver habilidades nos estudantes para que resolvam o problema, transpondo o conteúdo que aprenderam previamente.

Sendo assim, nota-se nesses professores da pesquisa uma exploração positiva dos benefícios de se trabalhar resolução de problemas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Serão alunos que conseguirão construir suas próprias ideias, conceitos e relações nos mais variados contextos matemáticos e além da própria disciplina.

Ainda, referente às respostas da questão 10, destaca-se o número de vezes que apareceram práticas de **trabalho no coletivo** com resolução de problemas. As respostas exemplificam esse trabalho:

“As vezes faço uma encenação e vou dando tarefas para os alunos, noutras vou descrevendo o problema e procurando levar o aluno para o entendimento e solução e ainda, passo os problemas na lousa, e vou solucionando com a classe.” E2P4

“Resolvo alguns na lousa, depois costumo fazer duplas para que haja maior entendimento.” E3P3

Assumir uma prática onde a resolução de problemas é o ponto de partida para ensinar conteúdos ou conceitos exige do professor muito mais do que apenas apresentar, modelizar, resolver um problema e esperar que saiam soluções criativas. É preciso realizar intervenções, proporcionar um ambiente favorável ao aluno para

que ele se sinta motivado, se arrisque a tomar decisões na busca da solução (BRITO, 2006; POZO, 1998).

Em respostas à questão 10, também aparece inferências de práticas que valorizam a **leitura** pelo aluno. Diversos autores estudados até aqui, apontam a importância da leitura e compreensão da situação problema pelo aluno, porém vale lembrar que é foco deste trabalho os anos iniciais do Ensino Fundamental, no qual as crianças estão em processo de alfabetização.

Isto não diminui a necessidade e importância de propor aos alunos tarefas nos quais exige uma leitura, mas que no caso o professor é que deve assumir esse papel.

Pode-se destacar duas respostas dadas pelos professores com duas perspectivas diferentes:

“Leitura-interpretação.” E4P5

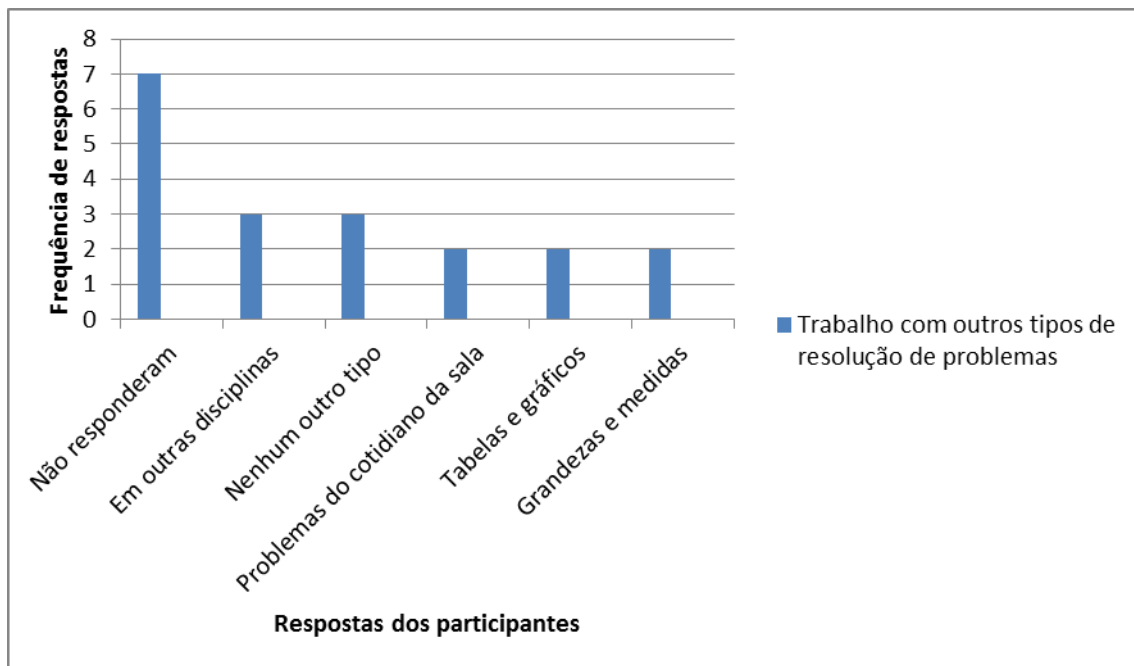
“*Sempre com leitura feita pelo professor e alunos.*”E4P1

Na primeira resposta, nota-se que o objetivo de se trabalhar com problemas é muito restrito. Dá a entender que o aluno só conseguirá realizar a tarefa dada se ler e compreender o que está escrito.

Já na segunda resposta, dá uma ideia de coletividade na prática de sala de aula, no qual a leitura não é pré-requisito para se resolver um problema.

Em referência à questão 12, sobre outros tipos de resolução de problemas além da ênfase dada às quatro operações, registrou-se no gráfico as respostas que apareceram mais de uma vez.

Gráfico 6 - Respostas mais frequentes referentes à questão 12



Fonte: elaborado pela autora, 2017.

Do total de 21 professores pesquisados, 33% (7 professores) **não responderam** à questão e 14% (3 professores) afirmaram **não envolver outros conteúdos** além das operações aritméticas.

Isso representa 47% (10) dos professores que não usufruem da vasta gama de possibilidades de se trabalhar com problemas. Apesar desta pesquisa, apresentar como cerne de estudo o trabalho com resolução de problemas no ensino das quatro operações, o levantamento bibliográfico realizado no capítulo 2 deixa evidente o quão enriquecedor pode ser uma prática pedagógica cujo ensino é pautado na resolução de problemas, independente do conteúdo ou da disciplina que se quer ensinar.

Um número baixo de respostas se referiam a outros conteúdos matemáticos, como **tabelas, gráficos, grandezas e medidas**, bem como trabalham com resolução de problemas em **outras disciplinas** o que poderia resultar num trabalho interdisciplinar com os variados campos da matemática.

... e as dificuldades de ensino

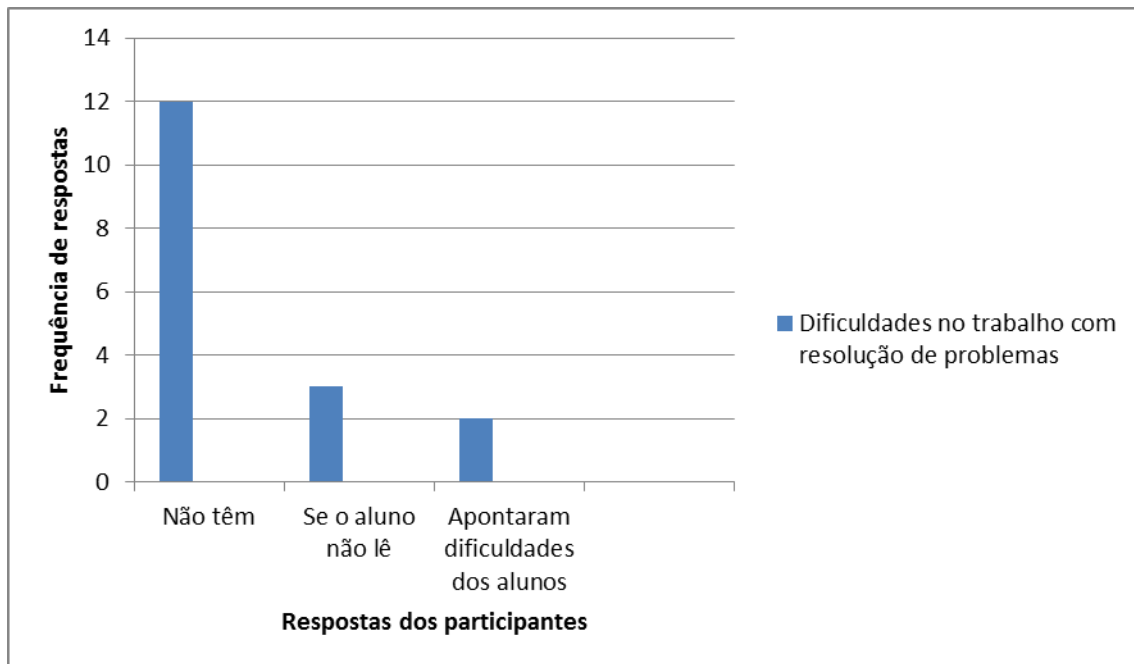
Se é no ciclo de alfabetização que os alunos vão formar suas primeiras impressões e ideias sobre a Matemática, é necessário que seja também nesse período introduzido o trabalho com resolução de problemas, visando todos os benefícios apresentados até aqui.

A questão 11 teve o objetivo de verificar se o professor tem alguma dificuldade em desenvolver nas suas aulas atividades com resolução de problemas e quais seriam essas dificuldades.

Q11 – Você tem alguma dificuldade em trabalhar com resolução de problemas?

O gráfico aponta as respostas mais citadas no questionário:

Gráfico 7 – Respostas mais frequentes referentes à questão 11



Fonte: elaborado pela autora, 2017.

Nas respostas dessa questão 57% (12) dos professores afirmaram **não possuir dificuldade** em trabalhar com resolução de problemas em Matemática. É um número bem expressivo, que indica uma familiaridade do professor com esse tipo de atividade, bem como da importância desta para o ensino da Matemática.

Em análise da categoria anterior, onde verificou-se as respostas de alguns professores sobre a criança ter de ler e interpretar para aprender a resolver

problema, também constatou-se nesta questão que 3 professores consideram como dificuldade trabalhar com problemas se o aluno **não consegue ler**:

“Sim, pois a maioria não está alfabetizada e por isso não entendem a comanda.” E1P9

“A interpretação dos alunos prejudica o aprendizado e sua apropriação.”

E2P4

É preciso a compreensão e reflexão do professor ao identificar e definir os objetivos para cada aula que prepara, para cada conteúdo escolhido. Para uma aula de Matemática nos anos iniciais, não deveria ser exigência que o aluno soubesse ler e interpretar os problemas.

Até porque é possível trabalhar resolução de problemas sem necessariamente apresentar algo escrito ao aluno. Reitera-se que um dos principais objetivos dos problemas nas aulas de Matemática é possibilitar ao aluno que ele represente uma situação, buscando uma solução por meio de estratégias, descobertas e relações de significados.

Outra dificuldade citada por uma professora e que merece destaque é uma queixa de muitos que ensinam Matemática:

*“Sim. Em como mudar aquilo que vem e que ouvimos: **‘É de mais, é de menos, vezes ou dividir.**”* E1P4

É um questionamento feito por alunos de todos os anos escolares quando deparam-se com resolução de problemas. Muitas vezes já são frutos de práticas estabelecidas onde a preocupação do professor estaria nas habilidades dos alunos em transferir o que eles aprenderam para solucionar o problema, utilizando adequadamente os procedimentos.

Numa postura onde se toma a resolução de problemas como ponto de partida, não é suficiente chegar a uma solução, mas descobrir o caminho para se chegar a uma. Os alunos devem ter a oportunidade de criar suas próprias estratégias na busca da solução, para que assim possam refletir e construir o seu conceito matemático.

Essas mudanças devem partir do professor, mas não se espera que aconteça de um dia para outro, mas de maneira gradual, a partir da reflexão da própria prática.

Por fim, como última análise, ressalta-se respostas dos professores que quando questionados sobre suas dificuldades, mencionaram **dificuldades dos alunos**:

“Eles têm dificuldade nas posições dos números, misturam unidade, dezena e depois a centena na hora de armar a conta.” E1P7

“Algumas crianças não reconhecem o valor posicional do numeral; não quantificam; outras apresentam dificuldade para representação do valor e da própria grafia.” E1P6

Como já descritas nessa mesma categoria referente ao ensino das quatro operações, essas dificuldades só serão superadas quando houver uma compreensão da base conceitual, tanto do sistema de numeração decimal, bem como das operações aritméticas em questão.

E ainda, quando o processo de aprendizagem ocorrer num contexto de construção de sentidos através de ideias e estratégias pessoais, tais dificuldades deixarão de ser uma aplicação de procedimentos e fará parte de um significado mais amplo da Matemática.

Em observação mais detalhada dos gráficos 3 e 7 que mostram as dificuldades apontadas pelos professores, nota-se que a maioria delas estão relacionadas com o ensino do algoritmo. Fica evidente que é uma preocupação do professor ao planejar suas aulas referentes às quatro operações, bem como no trabalho com resolução de problemas.

Sendo assim, é importante colocar em reflexão alguns pontos já discutidos ao longo deste trabalho, já que estes professores são os responsáveis pelo ensino da Matemática nos anos iniciais, período tão relevante nas primeiras construções matemáticas da criança.

Do mesmo modo que é um período considerado primordial para a alfabetização da língua materna, também é o tempo de alfabetizar matematicamente, ou seja, apresentar à criança uma Matemática que faça sentido, que ela consiga estabelecer relações com significados próprios.

Desse modo, todo o processo de ensino e de aprendizagem da matemática deveria ter seu foco voltado para o percurso em si, considerando a

construção e a compreensão dos diversos conceitos e ideias matemáticas e deixando de priorizar o resultado final (SPINILLO, 2006; NUNES e BRYANT, 1997).

A partir do momento que a prática do professor deixar de priorizar o ensino de contas como um mero exercício, dificuldades como a que a professora abaixo aponta, deixarão de ser um grande obstáculo:

“Sim. Em como mudar aquilo que vem e que ouvimos: ‘É de mais, é de menos, vezes ou dividir’” E1P4

Ou seja, o aluno que perante um problema, se preocupa com qual operação é necessária para resolvê-lo, não teve a oportunidade de aprender que é possível buscar outras maneiras de solucioná-lo.

As pesquisas de Souza (2010) e Medeiros (2013) mostram justamente que há um bom discurso por parte dos professores quanto ao ensino de uma matemática com sentido, porém mostram uma prática pautada no trabalho com procedimentos e algoritmos, sem a preocupação com a descoberta e a aprendizagem de conceitos.

Os dados desta pesquisa tendem a evidenciar, junto aos 21 docentes respondentes, uma prática de ensino com maior ênfase nos procedimentos e no passo a passo, sem um investimento maior em alfabetizar matematicamente, já que grande parte das dificuldades apontadas estão relacionadas com a realização de algoritmos. Na resposta abaixo, dada por uma professora, aponta que a dificuldade dos alunos é na compreensão e na realização do passo a passo da divisão:

“Sim, muito, quando o número é baixo e trabalho em unidade tudo bem, quando passa em número maior e a conta pronta, pois são várias operações em uma conta só, eles têm muita dificuldade.” E1P7

O ensino de algoritmos tem sua importância no ensino da Matemática, porém quando a prática pedagógica se concentra neles, a criança fica limitada e não busca outras estratégias de soluções, deixando assim, de elaborar suas próprias significações.

Ou ainda, como na resposta abaixo, a professora deixa de trabalhar a divisão no 1º ano. Desconhece ou ignora a possibilidade de uma prática com resolução de problemas, sem priorizar a conta em si:

“Eu acredito que eles no 1º ano são muito novos para essa operação e por isso não trabalho.” E2P2

De acordo com a literatura estudada, sabe-se que é perfeitamente possível, com as crianças mais novas desenvolver atividades dos campos conceituais multiplicativos com resolução de problemas onde a criança busque suas próprias estratégias para a solução, sem necessariamente que seja através de uma conta.

Do mesmo modo, o trabalho com resolução de problemas se apresenta na literatura como um ponto de partida onde o aluno busca os elementos necessários para uma solução, fazendo e descobrindo a Matemática.

Nessa mesma perspectiva, o professor tem a resolução de problemas como um meio para a construção de conceitos e ideias matemáticas pelo aluno, e não mais como uma oportunidade de somente aplicar o conteúdo que fora previamente ensinado.

6 CONCLUSÕES

Entendemos que o ciclo de alfabetização é um período determinante em todo o processo de aprendizagem da criança, pois é nele que se promove a construção dos conceitos básicos e dos primeiros saberes sistematizados da matemática, assim como das outras disciplinas. Isto significa que é nos primeiros anos de escolarização que a criança tem seus primeiros contatos com a matemática como saber elaborado.

É nesse processo de alfabetizar matematicamente que deve ocorrer uma aprendizagem onde o aluno constrói sentidos e significados próprios, assim como desenvolve a capacidade de lidar com situações matemáticas diversas dentro e fora da escola. Do mesmo modo, o professor que alfabetiza matematicamente faz prevalecer o percurso do processo de ensino e de aprendizagem, deixando de dar tanta ênfase somente à solução final.

Além disso, a alfabetização matemática não deve ser vista como um conceito a ser aprendido pelo professor, mas sim uma postura da sua própria prática onde se assume um compromisso com o desenvolvimento da aprendizagem matemática pelo aluno e que este seja capaz de utilizar desse conhecimento num plano mais elaborado do saber, bem como do seu uso social.

Para tanto, foi uma das bases de estudo desta pesquisa, a importância da resolução de problemas no ensino dos conceitos aritméticos para o processo de alfabetização matemática e assumimos que resolver problemas é uma atividade desafiadora que mobiliza os conhecimentos já aprendidos pelo aluno para construção de outros novos, ou seja, uma situação incomum que propulsiona o desenvolvimento do pensamento matemático crítico e criativo.

Ao considerarmos todos os benefícios do trabalho com resolução de problemas, devemos conceber também uma mudança na prática pedagógica dos professores. Deixar de entender a resolução de problemas apenas como uma oportunidade de aplicar determinado conteúdo, mais especificamente aplicar uma das quatro operações, e entendê-la como um caminho rico em descobertas, onde se é possível fazer e refazer a matemática. E ainda, construir os conceitos envolvidos

numa operação aritmética, deixando de priorizar o passo a passo de armar uma conta.

Diante essa compreensão da prática pedagógica do professor dos anos iniciais, nosso objetivo de pesquisa foi investigar a percepção que esses professores têm a respeito do trabalho com o ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas, bem como propor um produto didático-reflexivo que servisse de instrumento norteador para este professor.

Para atingir este objetivo, esse trabalho buscou responder à seguinte questão: Quais as dificuldades encontradas pelos professores do ciclo de alfabetização para ensinar Matemática, em específico os conceitos aritméticos, via resolução de problemas e qual a percepção que têm sobre as dificuldades dos alunos nessa área?

Notamos que as principais dificuldades apontadas pelos professores são em relação ao sistema de numeração decimal como um pré-requisito ao aluno, e a procedimentos referentes aos algoritmos. Assim, concluímos que a prática do professor ainda é carregada de características formalistas, onde se prioriza o ensino de técnicas e procedimentos, sem se preocupar de fato se o aluno compreendeu os conceitos envolvidos numa subtração, por exemplo. Muitas vezes o professor realiza as conexões do conteúdo com o cotidiano para que haja uma aprendizagem mais significativa ao aluno, como mostrou nossa pesquisa, porém não se atenta aos conceitos envolvidos naquele conteúdo, deixando assim lacunas de compreensão pelo aluno.

Podemos afirmar também que se esse tipo de prática acontece, é devido a falta de um estudo mais aprofundado das teorias e conteúdos, no caso podemos destacar o trabalho com resolução de problemas e o ensino dos conceitos aritméticos, o que acaba por gerar concepções equivocadas que vão se reproduzindo ao longo dos anos sem reflexões do que está se ensinando. Expressões como “vai um”, “separa as casinhas” são comumente utilizados no ensino das operações, entretanto não se dá prioridade à efetiva compreensão do real significado destes termos.

Não é foco deste estudo criticar o trabalho com algoritmos em sala de aula, nem diminuir a importância deste para a matemática, mas sim questionamos a

ordem e como acontece a aprendizagem dos conceitos aritméticos presentes nas operações. Acreditamos também, que pelo fato das operações aritméticas ser um conteúdo constante do currículo matemático, logo um conteúdo óbvio ao professor, acaba por restringir seu ensino sempre às mesmas metodologias. Isso pode gerar um ensino fragmentado, onde, por exemplo, dissocia-se o próprio sistema de numeração decimal com os conceitos envolvidos nas quatro operações e conseqüentemente ter como resultado as dificuldades apontadas pelos professores na pesquisa.

E ainda, limitar o processo de ensino e de aprendizagem do campo aritmético aos algoritmos suprime a possibilidade dos alunos desenvolverem outras estratégias como representações com desenho, cálculo mental, decomposições entre outras. Por conseguinte, também impede a compreensão, de forma natural, dos conceitos aritméticos, bem como das estruturas de resolução de problemas.

A escolha por um ensino onde se toma os algoritmos como fator principal, ou ainda, onde se deixa prevalecer o treino de algoritmos conforme consta em nossa investigação, também é uma escolha por limitar os alunos em compreender e construir seus próprios significados e conceitos, é limitar a oportunidade de realizar representações e relações das diferentes ideias matemáticas. É valorizar um ensino técnico que não oportuniza o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.

Neste cenário, a resolução de problemas é tida como um caminho para uma alfabetização matemática no qual se garante ao aluno construções, relações e descobertas com significações próprias, e conseqüentemente, não precisar ouvir “é de mais ou é de menos?”. É a oportunidade do professor de repensar o ensino da Matemática e começar a superar dificuldades do processo de ensino e de aprendizagem.

Somente a partir do entendimento da teoria será possível fazer a transposição didática para a sala de aula, pois é fato que teoria e prática devem se complementar, e, entender, por exemplo, que é inconcebível deixar de trabalhar o campo multiplicativo no 1º ano por acreditar ser um conteúdo complexo às crianças.

Outra dificuldade apontada pela pesquisa é o fato de se trabalhar com resolução de problemas nos anos iniciais onde o aluno ainda está em processo de alfabetização da língua escrita e não possui autonomia na leitura dos mesmos.

Vincular o ato de não ler com a capacidade de resolver problemas é negar que crianças em início de escolarização sejam capazes de desenvolver estratégias próprias e de estabelecer as primeiras noções matemáticas. Reitera-se a importância de oferecer ao aluno situações de aprendizagem no qual possam realizar representações e descobertas, isto é, oportunizar situações que valorizem as operações de pensamento. Desse modo, o professor deve tomar a figura de problematizador e incentivar a resolução de problemas, independente de leitura, ou se preciso, tornar-se o leitor do momento.

Neste sentido, pode se referir que a resolução de problemas é (ou deveria ser) trabalhada, desde a Educação Infantil, etapa em que as crianças podem resolver problemas, mesmo não estando alfabetizadas na língua escrita.

Em suma, consideramos que há uma falta de simetria entre as percepções dos professores pesquisados no que se refere ao ensino, a aprendizagem e suas práticas. Consideram, por exemplo, que o ensino deve ser pautado em relações com o cotidiano do aluno, porém não se referem da mesma forma quanto à aprendizagem. Ou que, a resolução de problemas é importante para o desenvolvimento do raciocínio lógico, porém poucos consideram que aprendem através de atividades que estimulam o mesmo.

Dessa forma, consideramos dissonantes as percepções que o professor tem sobre o ensino da Matemática nos anos iniciais. De modo geral, aquilo que se acredita ser necessário para o ensino, o que é necessário para aprender e o que acontece na prática não estão na mesma sintonia, o que gera um ensino fragmentado e muitas vezes pautado em pressuposições equivocadas. Fica-se amparado nas ideias superficiais e não garantem uma continuidade aos conteúdos, assim como ao grau de complexidade que o saber elaborado e sistematizado exige a cada ano de escolaridade.

Tendo em vista as dificuldades e percepções apontadas pela pesquisa, elaboramos um produto técnico educacional com propostas didáticas de resolução de problemas, embasado na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (2014), para que seja um instrumento norteador ao professor que ensina Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

O produto, em formato de *e-book*, foi elaborado a partir da teoria dos campos conceituais, pois permite compreender as continuidades e rupturas do conhecimento, bem como possibilitam ao professor uma visão íntegra das diferentes classes de problemas, suas diferentes dificuldades e complexidades, no qual englobam o campo aritmético do currículo matemático.

Não pretendemos que o *e-book* seja apenas um material didático no qual o professor copia as propostas e repassa aos alunos, mas que seja visto como um material norteador para reflexões sobre o ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas, e que, a partir dele surjam novas ideias e novas propostas de ensino superando práticas equivocadas que muitas vezes nós professores reproduzimos por lacunas que tenham ficado em nossa formação.

Sabemos que muitos são os desafios do dia a dia de uma sala de aula e quando se trata de mudanças e de rever a própria prática, são poucos os que se dispõem a enfrentá-las. Todavia é emergencial que a matemática seja entendida como uma disciplina de relações entre seus diversos conteúdos, do mesmo modo entender que ao ser construída diariamente em sala de aula gera muito mais sentido e envolvimento dos alunos do que ser reproduzida.

Perante toda essa discussão, e tomando como referência o objetivo inicial deste trabalho que foi de investigar a percepção que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental têm a respeito do trabalho com o ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas, podemos afirmar que há muitas lacunas no modo como se ensina matemática, principalmente na inter-relação que têm seus conteúdos. Cabe questionarmos se há falhas na formação do professor, seja inicial ou continuada, e também, se o currículo de Matemática não se apresenta de forma fragmentada demais e, portanto, assim chega nas nossas salas de aula? Ou ainda, se cabe ao professor a iniciativa de buscar novos estudos, metodologias e estratégias de ensino para garantir uma prática pedagógica efetiva de fato?

Pesquisas, livros, materiais e eventos nessa área não faltam. Cabe ao professor, à equipe gestora, às secretarias de educação buscar e incentivar o aprimoramento do profissional. Para tanto, é preciso que o educador esteja aberto a novos aprendizados, busquem estratégias às suas dificuldades e alcancem novos caminhos e novas práticas

REFERÊNCIAS

ACIOLY-RÉGNIER, N.M. Competências Matemáticas: análise de aspectos conceituais e da dimensão sociocultural dos conceitos. In: Brito, M.R.F. (Org.) **Solução de problemas e a Matemática escolar**. Campinas: Editora Alínea, 2006.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Bases**. Lei nº 9.394/96, de 20 de dezembro de 1996.

_____, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral – DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental – COEF. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2012.

_____. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Apresentação**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: Mec, SEB, 2014a.

_____. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: Mec, SEB, 2014b.

_____. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Quantificação, registros e agrupamentos**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: Mec, SEB, 2014c.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2015. Disponível em:<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>. Acesso em 12 de fev de 2016.

BRITO, M.R.F. (Org.) **Psicologia da educação Matemática: teoria e pesquisa**. Florianópolis: Insular, 2005.

_____. **Solução de problemas e a Matemática escolar**. Campinas: Editora Alínea, 2006.

BROCARD, J.; SERRAZINA, L. O sentido do número no currículo de Matemática. In: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. (Orgs) **O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática**. Tradução: Ana Luísa Paiva e Leonor Lino da Silva. Lisboa: Escolar Editora, 2008.

ECHEVERRÍA, M.P.P. A solução de problemas matemáticos. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

ETCHEVERRIA, T.C.; CAMPOS, T.M.M.; SILVA, A.F.G. Campo conceitual aditivo: um estudo com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Bolema**, Rio Claro, v.29, n.53, p. 1181-1200, dez. 2015. Disponível em:<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000301181&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 21 fev. 2016.

FONSECA, M.C.F.R. Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na educação Matemática de jovens e adultos. In: **Anais IX Encontro Brasileiro de Educação Matemática**. 2007, Belo Horizonte –MG.

GUERIOS, E.C.; AGRANIONIH, N.T.; ZIMER, T.T.B. Ao chegar à escola. In: BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: Mec, SEB, 2014.

KAMII, C.; JOSEPH, L.L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (séries iniciais): implicações da Teoria de Piaget**. Tradução: Vinícius Figueira. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2005.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Tradução: Marta Rabioglio e Camilo F. Ghorayeb. Campinas: Papyrus, 1995.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. et. al. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Tradução: Juan Acuña Llores. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração: contribuição da teoria dos campos conceituais**. 2º ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S. A teoria dos campos conceituais: contribuições da psicologia para a prática docente. In: **Anais do XVIII Encontro regional de professores de Matemática**, Campinas, 2005. Disponível em:
<http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf>
Acesso em 04 de abr de 2016.

MEDEIROS, J.S. Resolução de problemas matemáticos – investigação com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

PIROLA, N.A. et. al. Atitudes positivas em relação à Matemática. In: BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento**. Caderno 07/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

MORO, M.L.F. Notações da Matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. **Revista Psicologia: Reflexão e Crítica**. Porto Alegre, v.17, n.2, p. 251-266, 2004. Disponível em:<
http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-79722004000200013&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 18 jun. 2016.

MORO, M.L.F.; SOARES, M.T.C. A aprendizagem de estruturas aditivas elementares – alunos, professores e pesquisadores como parceiros de uma construção conceitual. In: Brito, M.R.F. (Org) **Solução de problemas e a Matemática escolar**. Campinas: Editora Alínea, 2006.

NACARATO, A.M.; MENGALI, B.L.S.; PASSOS, C.L.B. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática: números e operações numéricas**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

OLIVEIRA, G.P.; MASTROIANNI, M.T.M.R. Resolução de problemas matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação com professores polivalentes. **Revista Ensaio**, Belo Horizonte, vol. 17, n. 2, p. 455-482. maio/ago. 2015. Disponível em:< <http://www.scielo.br/pdf/epec/v17n2/1983-2117-epec-17-02-00455.pdf>>. Acesso em 02 de mar de 2016.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

SIMÕES, E.A.Q.; TIEDEMANN, K.B. **Psicologia da percepção**. São Paulo: EPU, 1985.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I.; CÂNDIDO, P. **Jogos de matemática de 1° ao 5° ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOUZA, E.I.R. Estrutura multiplicativa: o tipo de situação-problema que o professor dos anos finais do Ensino Fundamental elabora. In: **Anais do XII Encontro nacional de educação Matemática**, São Paulo, 2016. Disponível em: <http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/6086_2455_ID.pdf>. Acesso em 28 de jul de 2016.

SOUZA, K.N.V. Alfabetização Matemática: considerações sobre a teoria e a prática. **Revista de Iniciação Científica da FFC**. Marília, v. 10, n. 1, 2010. Disponível em: <<http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/view/273/259>> Acesso em: 10/12/2015.

SCHLIEMANN, A.D.; CARRAHER, D.W.; CARRAHER, T.N. **Na vida dez, na escola zero**. 13 ed. São Paulo: Cortez, 2003.

SPINILLO, A.G. O sentido de número e sua importância na educação Matemática. In: Brito, M.R.F. (Org) **Solução de problemas e a Matemática escolar**. Campinas: Editora Alínea, 2006.

TAXA, F.O.S. **Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do Ensino Fundamental**. 2001. 237f. Tese (Doutorado em Educação – Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

VECE, J.P.; MOCROSKY, L.F.; PAULO, R.M. Diferentes enfoques no ensino de números. In: BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Quantificação, registros e agrupamentos**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: Mec, SEB, 2014c.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar**. Tradução: Maria Lucia Faria Moro. ed. revisada. Curitiba: Ed. UFPR, 2014.

VILA, A.; CALLEJO, M.L. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas**. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ANEXO

FACULDADE DE CIÊNCIAS
CAMPUS DE BAURU/ UNESP -
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES ARITMÉTICAS: PERCEPÇÕES DOS PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisador: Josiane Faxina

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 52955116.0.0000.5398

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JULIO DE MESQUITA FILHO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 1.460.782

Apresentação do Projeto:

O projeto está bem delineado e tem relevância.

Objetivo da Pesquisa:

O objetivo está bem definido e é bastante pertinente.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Não há riscos.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Nenhum

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

O TCLE está de acordo com as normas.

Recomendações:

Nenhuma.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Nenhuma.

Endereço: Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01

Bairro: CENTRO

CEP: 17.033-360

UF: SP

Município: BAURU

Telefone: (14)3103-6087

Fax: (14)3103-6087

E-mail: arimaia@fc.unesp.br

FACULDADE DE CIÊNCIAS
CAMPUS DE BAURU/ UNESP -
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



Continuação do Parecer: 1.460.782

Considerações Finais a critério do CEP:

O protocolo apresenta boa fundamentação teórico-metodológica e avalia corretamente os riscos e benefícios aos participantes. Os termos de apresentação obrigatória também estão bem elaborados, respeitando os direitos dos participantes. Recomenda-se a aprovação do protocolo.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_651997.pdf	21/01/2016 10:26:37		Aceito
Outros	Autorizacao_Pesquisa_Aquiescencia.pdf	21/01/2016 10:24:55	Josiane Faxina	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TermodeConsentimento.docx	21/01/2016 10:14:43	Josiane Faxina	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoResolucaodeProblemas.docx	21/01/2016 10:07:29	Josiane Faxina	Aceito
Folha de Rosto	folhadeRostoPB.docx	21/01/2016 09:59:24	Josiane Faxina	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

BAURU, 22 de Março de 2016

Assinado por:
Ari Fernando Maia
(Coordenador)

Endereço: Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01
Bairro: CENTRO CEP: 17.033-360
UF: SP Município: BAURU
Telefone: (14)3103-6087 Fax: (14)3103-6087 E-mail: arimaia@fc.unesp.br

APÊNDICE A

Questionário aplicado aos professores

E1P1

Nome: _____

Idade: _____ Gênero: () F () M

Formação:

() Magistério

() Curso Superior. Indique: _____

() Pós-graduação. Indique: _____

Ano que leciona atualmente: _____

Há quanto tempo exerce a profissão? _____

Há quanto tempo atua no ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos)? _____

Realizou a formação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC de Matemática? _____

1) Na sua opinião, o que engloba o ensino das 4 operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão)? Escreva tudo o que achar pertinente:

2) Como você acredita que o aluno aprende as quatro operações?

3) Considerando o ano em que atua, descreva como você trabalha:
(tipos de atividades, metodologias, procedimentos e outros aspectos que achar pertinente)

ADIÇÃO:
SUBTRAÇÃO:
MULTIPLICAÇÃO:
DIVISÃO:

4) Considerando o ano em que atua, sente alguma dificuldade em ensinar adição? Quais dificuldades?

5) Considerando o ano em que atua, sente alguma dificuldade em ensinar subtração? Quais dificuldades?

6) Considerando o ano em que atua, sente alguma dificuldade em ensinar multiplicação? Quais dificuldades?

7) Considerando o ano em que atua, sente alguma dificuldade em ensinar divisão? Quais dificuldades?

8) Qual a importância do trabalho com a resolução de problemas em Matemática?

9) Como você acredita que o aluno aprende a resolver problemas?

10) Considerando o ano em que atua, como você trabalha a resolução de problemas?

11) Você tem alguma dificuldade em trabalhar com resolução de problemas? Quais?

12) Além de situações problema envolvendo as quatro operações, quais outros tipos de problemas você trabalha em sala de aula?

APÉNDICE B



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
NO ENSINO DOS CONCEITOS
ARITMÉTICOS: UMA
PROPOSTA DIDÁTICA

JOSIANE FAXINA

Realização:
Universidade Estadual Paulista
Faculdade de Ciências
Programa de Pós Graduação: Docência em Educação Básica

Supervisão geral:
Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola

Elaboração:
Josiane Faxina

Diagramação:
Mariane Cristina Machado Medeiros

Ilustrações:
Mariane Cristina Machado Medeiros

Revisão:
Prof. Dr. Fernanda de Oliveira Soares Taxa Amaro
Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciriaco

2017

SUMÁRIO

Nossa proposta ...	2
Recomendações didáticas	8
Propostas didáticas	10
1-Primeiros contatos	10
2-Adicionar ou multiplicar?	15
3-Posição da incógnita: explorando as dificuldades	17
4-Multiplicação e divisão no 1º ano	25
5-Subtração: tirar, comparar ou complementar	27
6-Adição e subtração: operações inversas uma da outra?	30
7-Divisão: buscando respostas diferentes	31
8-Estendendo a multiplicação a outras configurações	33
Referências	37
Bibliografia consultada	37

NOSSA PROPOSTA...

Atuando como professora dos anos iniciais, foi possível notar que nós professores temos dificuldades em criar situações problema, além dos quais estamos acostumados com os modelos encontrados nos livros didáticos. Sendo assim, nossos próprios alunos carregam consigo uma ideia de resolução de problemas como somente uma oportunidade de aplicar um procedimento que aprendeu.

Esta proposta didática parte da necessidade de superar práticas que limitam a resolução de problemas e a tomam simplesmente mais um exercício para se aplicar uma das quatro operações. O trabalho com resolução de problemas permite que a criança vá construindo relações entre as ideias matemáticas que já aprendeu e assim desenvolvendo novos conceitos aritméticos por um caminho próprio, com estratégias pessoais e com sentido.

Assumimos aqui tal perspectiva, considerando os anos iniciais do Ensino Fundamental um período primordial aos primeiros

contatos e construções da criança com a matemática, ou seja alfabetizar-se matematicamente.

Nessa proposta a preocupação do professor deixa de ser com a aplicabilidade dos algoritmos na solução de problemas, o que não assegura a compreensão e construção dos conceitos aritméticos e passa a olhar a resolução de problemas como um caminho em que cada aluno pode construir e fazer matemática.

Isto é, valorizar e favorecer o pensamento matemático do aluno, por meio de suas hipóteses, tentativas e estratégias.

De forma geral, na atividade com problemas o professor deixa de ser o sujeito que responde a todas as perguntas dos alunos e passa a ser o questionador, ou seja, o problematizador da aula.

“É de mais ou de menos?”

Para tanto, ao fazer a escolha da resolução de problemas para o ensino dos conceitos aritméticos, nossa concepção sobre o ensino das quatro operações via resolução de problemas necessita ser entendida de outra forma.

O trabalho com procedimentos, isto é, o passo a passo de como realizar a operação, tem sua devida importância no ensino da matemática, porém há necessidade de uma compreensão conceitual de cada conteúdo a ser estudado. Além de desenvolver um algoritmo, o aluno ainda deve ser capaz de entender suas diversas dimensões e saber aplicá-lo em variadas situações que englobem o mesmo conceito para este ser apropriado por ela.

Em consonância com esta ideia, optou-se nesta proposta pelo estudo das Teorias dos Campos Conceituais do professor e pesquisador Gerard Vergnaud (2014), onde afirma que os campos

conceituais são um conjunto de situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos.

Desse modo, o autor classificou os problemas em dois grandes campos conceituais e suas respectivas subcategorias:

Campo conceitual aditivo:

- - problemas de composição;
- - problemas de transformação;
- - problemas de comparação;
- - problemas de mais de uma transformação;
- - problemas de transformação sobre uma relação;
- - problemas de estados relativos;

Campo conceitual multiplicativo:

Isomorfismo de medidas:

- Multiplicação;

- Divisão na busca do valor unitário;
- Divisão na busca da quantidade de unidades;

Produto de medidas:

- Configuração retangular,
- Combinatório.

É através dos problemas que o conhecimento conceitual deve emergir, na proposta de oferecer ao aluno diversas e diferentes situações, pois a compreensão dos conceitos não acontece numa única circunstância e sim perdura em todo decorrer dos anos de escolarização.

Nosso objetivo, portanto, é desenvolver um olhar e valorizar as estratégias de resolução do aluno na busca da compreensão conceitual aritmética, promovendo o desenvolvimento do pensamento matemático.

Sabemos que transformações radicais na prática pedagógica são irreais, mas podemos com mudanças graduais, entre erros e

acertos, buscar o aprimoramento do ensino da matemática da nossa sala de aula.

A proposta didática apresentada aqui vem, a partir dos campos conceituais delineados por Vergnaud (2014), subsidiar a prática pedagógica do professor dos anos iniciais no ensino dos conceitos das quatro operações via resolução de problemas na perspectiva de superar práticas tradicionais e buscar desenvolver no aluno um pensamento matemático estratégico e reflexivo.

Não pretendemos que o e-book seja apenas um material didático no qual o professor copia as propostas e repassa aos alunos, mas que seja visto como um material norteador para reflexões sobre o ensino dos conceitos aritméticos via resolução de problemas, e que, a partir dele surjam novas ideias e novas propostas de ensino

RECOMENDAÇÕES DIDÁTICAS

- É importante que as diferentes estratégias apresentadas pelos alunos sejam socializadas e discutidas no coletivo. O aluno que dessa vez não conseguiu chegar a uma solução, na próxima poderá utilizar-se de caminhos parecidos;
- Apresentar uma variedade constante de situações problema é essencial, tanto no que se refere à ideia operacional, como em diferentes modos de contextualização;
- Não se espera que ao apresentar os problemas, comecem a surgir estratégias e soluções criativas por parte dos alunos. É preciso que o professor realize as intervenções necessárias, bem como motive-os a descobrir a matemática.

- O trabalho com resolução de problemas deve ser uma atividade permanente do planejamento. Apresentar esse tipo de atividade aos alunos esporadicamente não garantirá o desenvolvimento dos diferentes conceitos aritméticos;
- A partir das estratégias e soluções apresentadas pelos alunos, é importante ter um olhar avaliativo sobre o desempenho na resolução. Assim será possível verificar um progresso de representação e construção do pensamento matemático;
- É interessante que o professor, se possível, tenha disponível diferentes materiais (tampinhas, canudos, material dourado, ábaco, blocos de montar) para serem utilizados nas representações dos problemas. Nos primeiros contatos da criança com a matemática, a manipulação de objetos ajuda na organização do pensamento;
- O trabalho em grupo também deve ser uma forma de explorar a resolução de problemas, onde o aluno pode discutir e socializar as variadas formas de solução.

PROPOSTAS DIDÁTICAS

Cada proposta foi elaborada a partir das diferentes relações que existem entre as variadas ideias de uma mesma operação e das relações possíveis entre elas. Cada uma delas procura atender as especificidades e as dificuldades que encontramos na sala de aula no processo ensino e aprendizagem da matemática. Não se trata somente de aplicá-las com os alunos, mas que seja um instrumento norteador para a construção do conhecimento aritmético.

1.PRIMEIROS CONTATOS

Objetivo: Iniciar a prática de resolução de problemas a partir de representações concretas com materiais de sala de aula no 1º ano.

a) Você tem uma bela cesta com 10 pãezinhos. No café da manhã de hoje você colocou 4 pãezinhos na mesa para comer. Quantos sobraram na cesta?

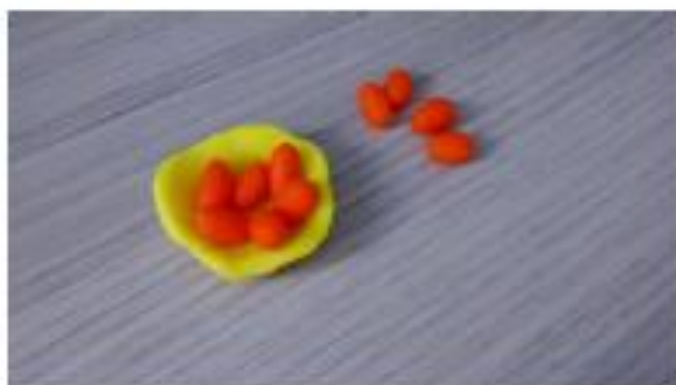


Imagem 1- Modelo usando massa de modelar
(Fonte: acervo da autora, 2017)

b) O cachorro Totó tinha enterrado em seu esconderijo 7 ossos. Hoje ele ganhou de sua dona mais 5 ossos. Quantos ossos Totó tem agora?



Imagem 2- Modelo usando massa de modelar
(Fonte: acervo da autora, 2017)

c) Luana estava preparando seu aniversário e já tinha pendurado algumas bexigas. No final do dia ela pendurou 6 bexigas e ficaram ao todo 11 bexigas. Quantas bexigas ela tinha pendurado antes?

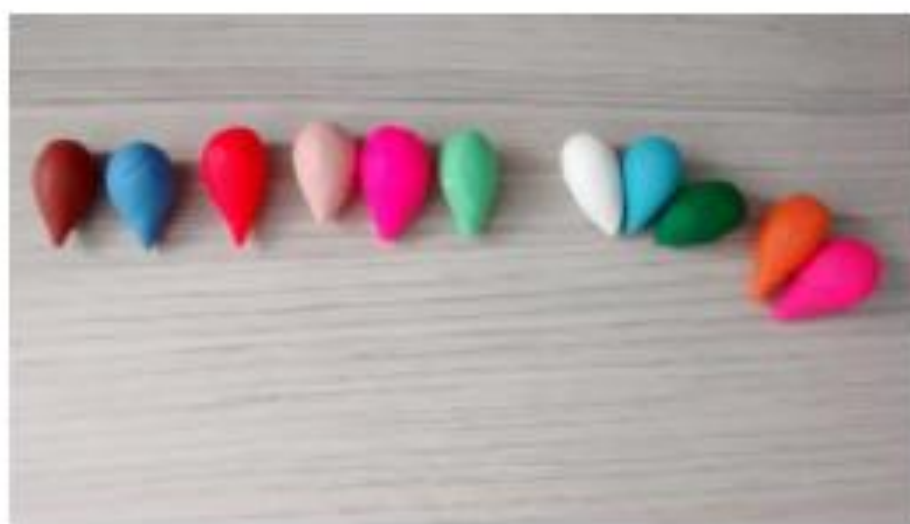
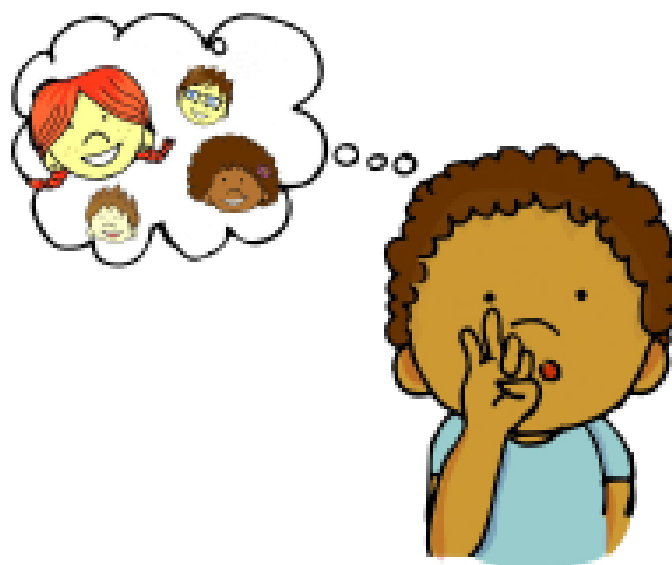


Figura 3- Modelo usando massa de modelar
(Fonte: acervo da autora, 2017)

d) Alunos do dia:

- O que há mais? Meninos ou meninas?
- Quanto a mais?
- Quanto a menos?
- Quantos alunos faltaram hoje?

- Qual o total de alunos na sala?



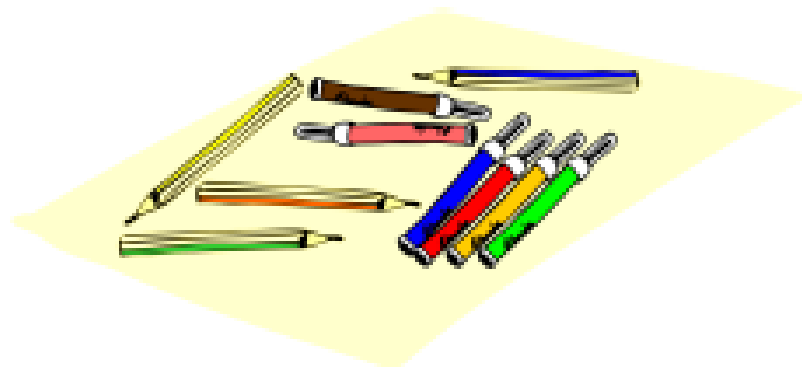
e) No jogo de boliche da professora Luiza, cada pino derrubado ganhava-se um ponto e se na jogada não derrubasse nenhum pino, perdia um ponto. Veja quantos pontos Pedro conseguiu fazer e depois pode ser a vez da nossa turma de jogar!



Pedro	
1° jogada	2
2° jogada	4
3° jogada	0 (-1)
4° jogada	3

f) No estojo de Eduardo tinha 12 lápis de cor, mas no final do ano ele tinha apenas 8.

Quantos lápis Eduardo perdeu?



g) A diretora doou para a sala do 1º ano 15 lápis. A professora Josi deu 1 lápis para 6 alunos que não tinham? Quantos lápis sobraram?

h) Rafaela tinha em seu estojo 9 canetinhas de colorir. Ganhou de sua tia um estojo com 6 novas canetinhas. Quantas canetinhas ela tem agora?

Para refletir: Os problemas a e b são mais familiares para as crianças, pois trazem a ideia de adicionar e tirar, mas gradualmente e com um investimento maior, os demais também passam a ser

habitados, principalmente com objetos que permitam a representação do problema.

Incentive o aluno a pensar alto!

2. ADICIONAR OU MULTIPLICAR?

Objetivo: Introduzir as noções de multiplicação, enquanto somas de parcelas iguais no 1º, 2º e 3º ano.

Com pacotes de figurinhas disponíveis aos alunos, explorar o problema como o exemplo a seguir e em sequência registrar de diferentes formas (desenhos, representações, algoritmos):

Se João tem 5 pacotes de figurinhas e em cada pacote tem 4 figurinhas, quantas figurinhas João tem?





Explorar as diferentes estratégias apresentadas pelos alunos (comparar, questionar, socializar).

Para refletir: Entender que por ora a multiplicação são adições repetidas parece ser o meio mais fácil para começar a ensinar esta operação, porém utilizar-se somente desta estratégia não garante a compreensão do conceito multiplicativo. É necessário a compreensão plena dos esquemas para depois introduzir o uso de algoritmos.

A atividade também pode ser adaptada com outros materiais! Exemplo: coleções de tampinhas ou copinhos com canudinhos.

3.POSIÇÃO DA INCÓGNITA: EXPLORANDO AS DIFICULDADES

Objetivo: Explorar diferentes graus de dificuldades de um mesmo problema de acordo com a posição da incógnita no 1º, 2º e 3º ano.

– Composto...

a) Perto das pedras do lago vivem as joaninhas e as formigas. São 4 joaninhas e 5 formigas. Quantos são os insetos que vivem perto das pedras?

b) Perto das pedras vivem 9 insetos. 5 são formigas e o resto são joaninhas. Quantas são as joaninhas?

c) Dos 9 insetos que vivem perto das pedras, há algumas formigas e 4 joaninhas. Quantas são as formigas?



3.2 – Transformando...

a) No jogo de bolinhas de gude, Marcos tinha 8 e ganhou 4 bolinhas de João. Quantas bolinhas Marcos tem agora?

b) Marcos levou suas 8 bolinhas de gude para jogar com João. No final do jogo, Marcos estava com 12 bolinhas. Quantas bolinhas ele ganhou de João?

c) Marcos foi jogar bolinhas de gude com João e levou algumas bolinhas. Durante o jogo ele ganhou 4 de João e ficou com 12. Quantas bolinhas ele tinha antes de ganhar?



d) Para o piquenique a mãe de João mandou 13 biscoitos mas as crianças só comeram 8. Quantos biscoitos sobraram?

e) Para o piquenique a mãe de João mandou 13 biscoitos, mas as crianças só comeram alguns e sobraram 5. Quantos biscoitos as crianças comeram?

f) Para o piquenique a mãe de João mandou alguns biscoitos. As crianças comeram 8 e sobraram 5.



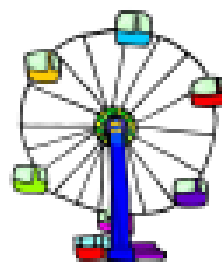
Quantos biscoitos a mãe de João havia mandado?

3.3 – Comparando...

a) No parque de diversões há 8 crianças na fila da roda-gigante e 6 na montanha-russa. Quantas crianças têm a mais na roda-gigante?

b) No parque de diversões há 8 crianças na roda-gigante e 6 na montanha-russa.

Quantas crianças a montanha-russa deveria ter para ficar com a mesma quantidade da roda-gigante?



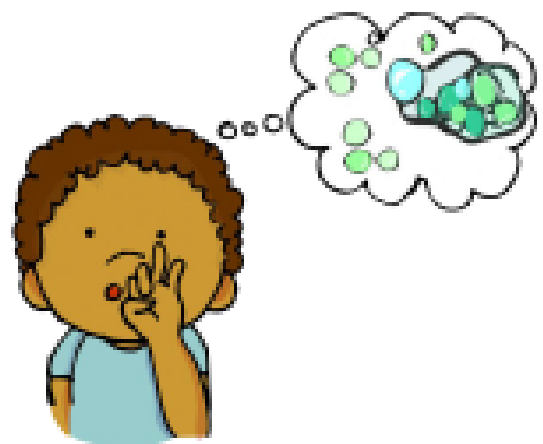
carrossel tem 5 a mais que na roda-gigante. Quantas crianças têm no carrossel?

d) No carrossel tem 13 crianças e na roda-gigante tem 8 a menos que o carrossel. Quantas crianças tem a roda-gigante?

3.4 – Transformando mais de uma vez...

a) No jogo de bolinhas de gude, Pedro ganhou na 1ª rodada, 7 bolinhas. Na 2ª rodada ele perdeu 5. Com quantas bolinhas Pedro terminou o jogo?

b) No jogo de bolinhas de gude, Pedro ganhou na 1ª rodada 7 bolinhas. Ele jogou a 2ª rodada e terminou o jogo com 2 bolinhas. O que aconteceu na 2ª rodada?



3.5 – Multiplicando e dividindo medidas...

a) No seu aniversário Clara vai enfeitar 5 mesas com 4 flores em cada mesa. Quantas flores Clara vai precisar?

b) Clara tem 20 flores e vai dividir entre as 5 mesas do seu aniversário. Quantas flores ela vai colocar em cada mesa?

c) Clara tem 20 flores e quer fazer um buquê com 4 flores para enfeitar as mesas



do seu aniversário. Quantas mesas serão enfeitadas com essas flores?

– Buscando o efeito das medidas...

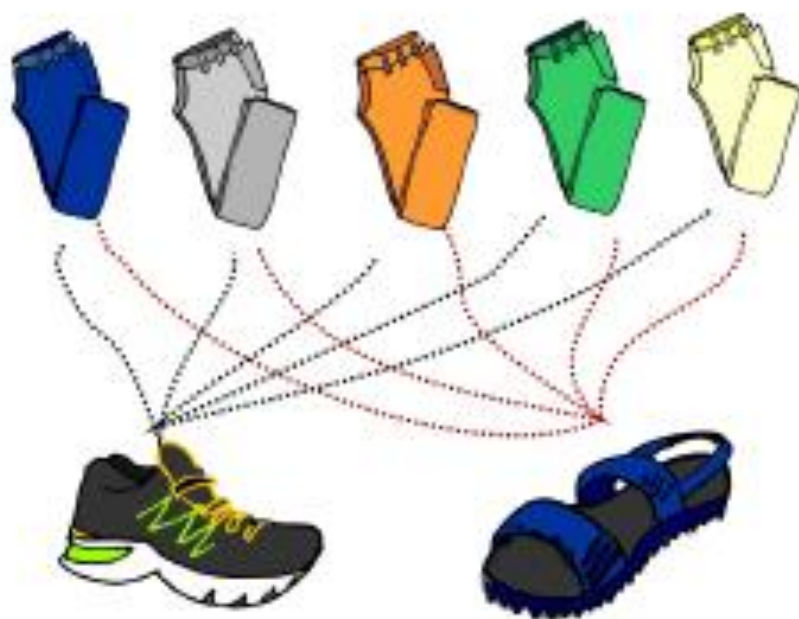
a) Um prédio foi construído com 6 andares e em cada andar há 3 janelas. Quantas janelas há ao todo nesse prédio?

b) Um prédio tem no total 18 janelas igualmente distribuídas por 6 andares. Quantas janelas há em cada andar?



c) Um prédio tem no total 18 janelas. Em cada andar tem 3 janelas. Quantos andares há nesse prédio?

d) Paulo tem 2 tipos de sapatos e 5 calças diferentes. De quantos jeitos diferentes Paulo conseguirá combinar suas peças?



e) Paulo tem 2 tipos de sapatos e com as calças que tem conseguiu combinar de 10 jeitos diferentes. Quantas calças Paulo tem?

f) Paulo tem 5 calças e com seus sapatos conseguiu fazer combinações de 10 jeitos diferentes. Quantos sapatos Paulo tem?

Para refletir. A mudança de posição da incógnita traz uma variação da complexidade dos problemas e é primordial que este fator seja explorado, pois exige do aluno diferentes formas de pensamento, assim como das estratégias que busca para a solução. E ainda, vale variar o valor dos números de acordo com cada ano.

Valorize o processo de resolução, não apenas o resultado!

4. MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO 1º ANO

Objetivo: Introduzir as primeiras noções da multiplicação e da divisão, possibilitando ao aluno desenvolver suas próprias estratégias, sem a preocupação com os algoritmos no 1º ano.

a) Dona Fátima deu 4 pirulitos para cada um de seus filhos: Léo, Luiz e Lia. Quantos pirulitos ela teve de comprar?

b) Dona Fátima tem 12 pirulitos e quer dividir entre seus 3 filhos: Léo, Luiz e Lia. Quantos pirulitos cada filho vai receber?

c) Dona Fátima tem 12 pirulitos e deu para cada filho 4 pirulitos. Se não sobrou nenhum pirulito, quantos filhos ela tem?



d) Vera organizou seus bombons numa caixa para vender. A caixa tem 3 fileiras e cada fileira cabe 5 bombons. Quantos bombons cabem nessa caixa?

e) Na sorveteria de Paula, o cliente pode escolher um sabor e



um tipo de calda. Se há 6 sabores de sorvete diferentes e calda de morango ou de uva, quantos sorvetes diferentes eu posso montar?

Para refletir: Observe que a posição da incógnita também é um fator de dificuldade e isso deve ser explorado. Bem como, é necessário garantir que desde o primeiro ano o aluno tenha contato com as estruturas multiplicativas, mesmo que não sejam capazes de utilizar-se de algoritmos ou realizar uma leitura autônoma.

**Assumir a postura de
problematizador da aula estimula os
alunos na busca da solução!**

5.SUBTRAÇÃO: TIRAR, COMPARAR OU COMPLEMENTAR

Objetivo: Explorar os diferentes conceitos envolvidos com a ideia da subtração no 1º, 2º e 3º ano.

a) Natália tinha 8 bombons e já comeu 3. Quantos bombons ela ainda tem?

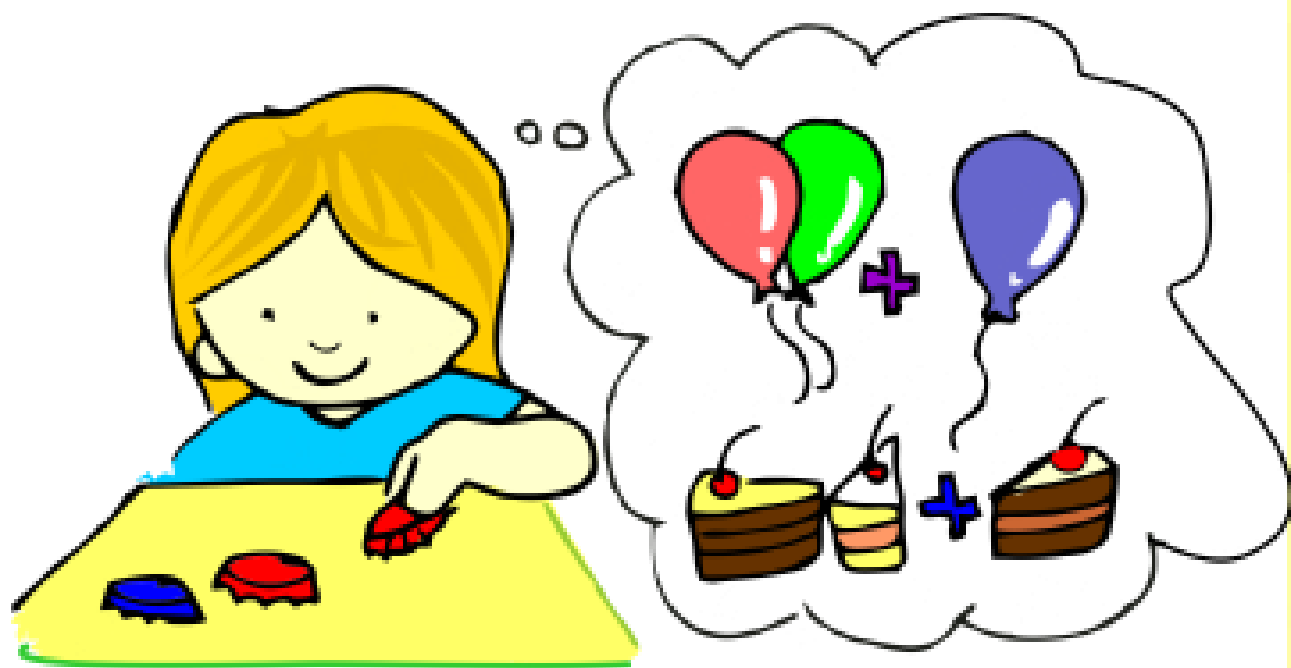
b) No jogo de bolinhas de gude, Renato tinha 9 bolinhas e perdeu 5. Quantas bolinhas ele tem agora?

c) No final da aula de Arte, a professora Lúcia tinha na sua mesa 6 tubos de cola abertos e 8 tampinhas dos tubos de cola. O que tinha mais? Quanto a mais? (O que tinha menos? Quanto a menos?)

d) Na prateleira da sala de aula há um monte com 10 livros de contos de fadas e 7 livros de poesias. Qual tipo de livro tem mais? Quanto a mais? (Qual tipo de livro tem menos? Quanto a menos?)

e) Na caixa de bombons que Ana ganhou, havia 12 bombons. No final da semana só restaram 5 bombons. Quantos bombons ela comeu durante a semana?

f) Para chegar na casa de seu primo, Mateus tinha de andar uma rua inteira com 10 quadras. Se ele já andou 2 quadras, quantas ainda faltam para ele chegar?



Para refletir: As diferentes ideias de tirar, comparar e complementar podem ser, muitas vezes, representada pelo mesmo algoritmo, porém a compreensão pelo aluno não acontece da mesma maneira. Por isso a importância de atividades que contemplem todas as ideias.

A prática da revisão da solução ajuda a criar relações entre diferentes ideias matemáticas, assim como refletir sobre o erro!

6 .ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO: OPERAÇÕES INVERSAS UMA DA OUTRA?

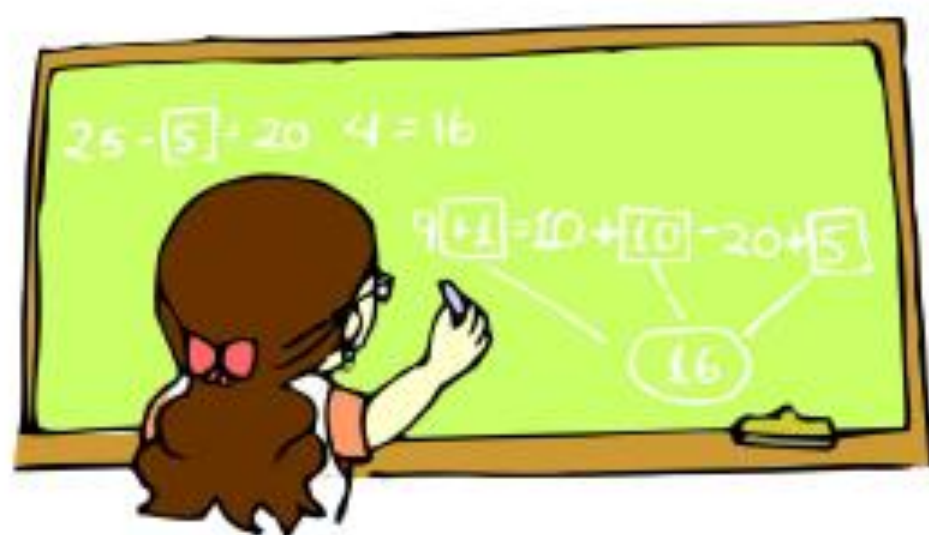
Objetivo: Explorar a relação que as operações de adição e subtração ora têm entre si, ora se apresentam como independentes uma da outra no 1º, 2º e 3º ano.

a) Luiza tem no seu carrinho de compras 12 frutas. Dentre essas, 8 são maçãs e o resto são laranjas. Quantas laranjas tem no carrinho de compras da Luiza?

b) No aquário do Marcos tem 17 peixes. 11 peixes são azuis e o resto são amarelos. Quantos são os peixes amarelos do aquário?

c) Na cesta de Dona Magali tinha 18 limões. Hoje ela usou 6 para fazer suco. Quantos limões restaram na cesta?

d) Seu João é sorveteiro. Hoje ele começou o dia com o carrinho cheio. Só de sorvetes do sabor uva, tinha 25. Durante o dia ele vendeu 9 sorvetes de uva. Quantos sorvetes desse sabor sobraram?



Para refletir: Os problemas a e b trazem a ideia da subtração como operação inversa da adição. Porém, os problemas c e d tratam de uma subtração “sui generis”, ou seja, com características próprias, independentes da adição.

Explorar as resoluções em dupla ou em grupo também pode ser um benefício ao desenvolvimento do pensamento!

7. DIVISÃO: BUSCANDO RESPOSTAS DIFERENTES

Objetivo: Explorar e perceber que uma mesma operação, a divisão, pode buscar medidas diferentes no 1º, 2º e 3º ano.

7.1 Busca do valor unitário:

a) Pedro tem 15 bolinhas de gude e quer dividir entre seus 3 amigos. Quantas bolinhas de gude cada amigo vai receber?

b) Natália tem 18 fitas de cabelo e quer dividir entre suas 6 bonecas. Quantas fitas cada boneca vai receber?

7.2 Busca da quantidade de grupos:

c) Júlia tem 25 doces e quer fazer pacotinhos com 5 doces em cada um. Quantos pacotinhos ela vai conseguir formar?



d) André tem 27 figurinhas e quer separar com elástico em grupos de 9 figurinhas. Quantos grupos ele vai formar?

Para refletir: Embora os problemas sejam resolvidos por uma divisão, as noções colocadas em jogo são diferentes. Logo, as operações de pensamento necessárias também

serão diferentes e por isso a importância de se explorar todas as ideias de divisão.

O cálculo mental e de estimativa são recursos importantes na reflexão sobre o processo intermediário! de resolução!

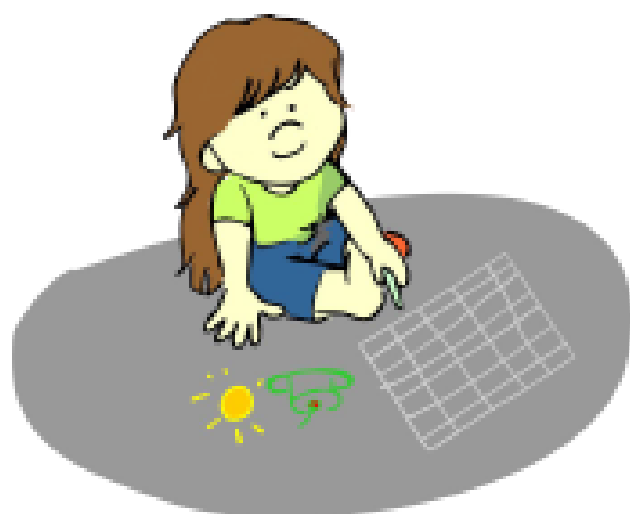
8. ESTENDENDO A MULTIPLICAÇÃO A OUTRAS CONFIGURAÇÕES

Objetivo: Explorar a multiplicação que se configura em outros contextos, como o da disposição retangular e combinatória no 1º, 2º e 3º ano.

8.1 Configuração retangular

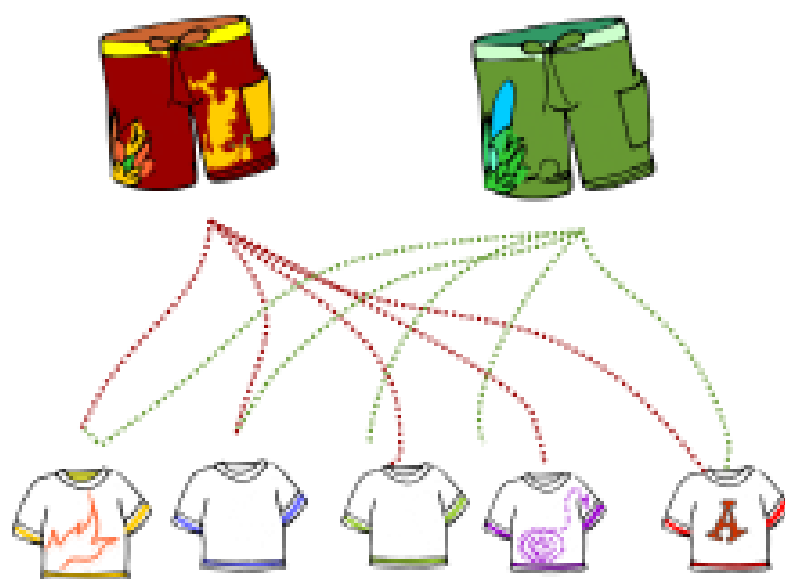
a) Um prédio tem 8 andares e na parte da frente aparecem 4 janelas por andar. Quantas janelas têm na parte da frente do prédio?

b) Dona Dirce fez um bolo retangular e cortou ele em 5 fileiras e 7 colunas. Quantos pedaços ela dividiu o bolo?

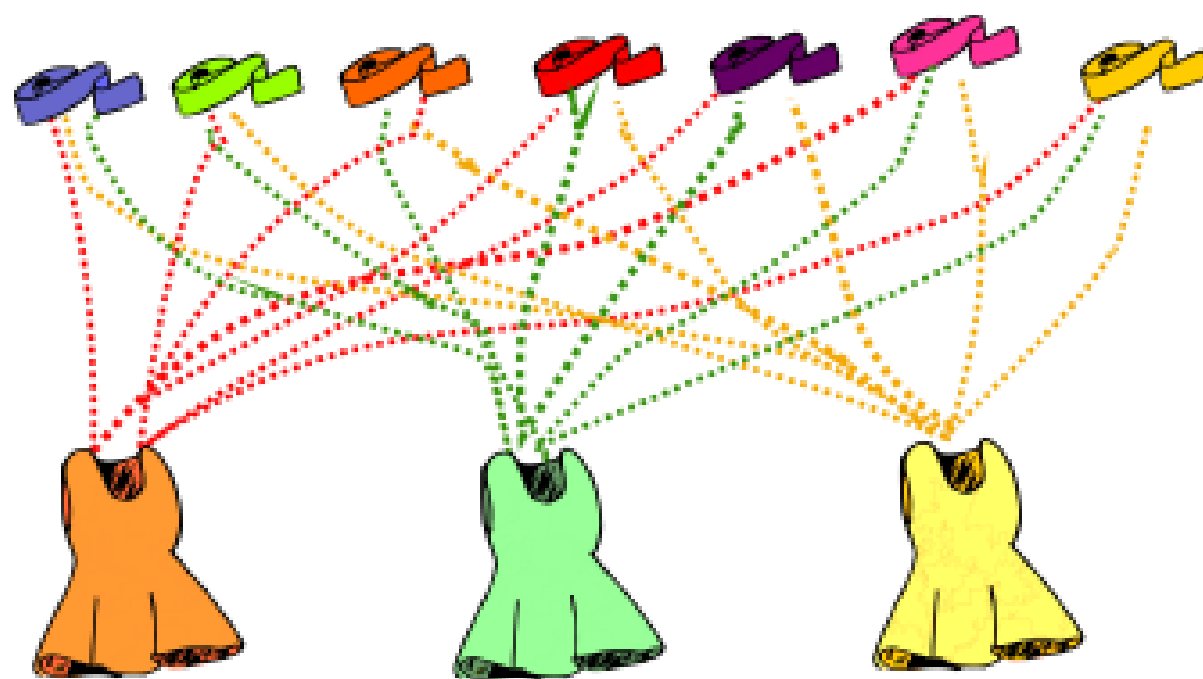


8.2 Combinatório

c) Paulo tem 5 cores diferentes de camisas e 2 cores diferentes de bermudas. De quantos jeitos diferentes Paulo conseguirá se vestir, combinando todas as peças de roupas?



d) Isabela tem 3 vestidos diferentes e 7 fitas de cores diferentes que usa sempre com um vestido. Quantas maneiras diferentes Isabela consegue combinar seus vestidos com suas fitas?



Para refletir: Os problemas a e b formam uma área que pode ser calculada pela multiplicação e esta mesma ideia pode ser levada para o plano numérico. Já os problemas c e d se mostram um pouco mais complexos para as crianças em início de escolarização, mas a exploração desses esquemas de representação é primordial até que

se chegue a uma compreensão e relação deste conceito com a ideia de multiplicação.

A resolução de problemas pode se tornar um instrumento avaliativo do desenvolvimento do pensamento matemático de cada aluno!

REFERENCIAS

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar.** Tradução: Maria Lucia Faria Moro. ed. revisada. Curitiba: Ed. UFPR, 2014.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ACIOLY-RÉGNIER, N.M. **Competências Matemáticas: análise de aspectos conceituais e da dimensão sociocultural dos conceitos.** In: Brito, M.R.F. (Org) **Solução de problemas e a Matemática escolar.** Campinas: Editora Alínea, 2006.

BRITO, M.R.F. (Org) **Psicologia da educação Matemática: teoria e pesquisa.** Florianópolis: Insular, 2005.

_____ **Solução de problemas e a Matemática escolar.**

Campinas: Editora Alínea, 2006.

BROCARD, J.; SERRAZINA, L. O sentido do número no currículo de Matemática. In: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. (Orgs) O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática. Tradução: Ana Luísa Paiva e Leonor Lino da Silva. Lisboa: Escolar Editora, 2008.

ECHEVERRÍA, M.P.P. A solução de problemas matemáticos. In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

ETCHEVERRIA, T.C.; CAMPOS, T.M.M.; SILVA, A.F.G. Campo conceitual aditivo: um estudo com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Revista Bolema, Rio Claro, v.29, n.53, p. 1181-1200, dez. 2015. Disponível em:<
http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000301181&lng=en&nm=iso>. Acesso em: 21 fev. 2016.

FONSECA, M.C.F.R. Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na educação Matemática de jovens e adultos. In: Anais IX Encontro Brasileiro de Educação Matemática. 2007, Belo Horizonte –MG.

KAMII, C.; JOSEPH, L.L. Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (séries iniciais): implicações da Teoria de Piaget. Tradução: Vinícius Figueira. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2005.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget. Tradução: Marta Rabioglio e Camilo F. Ghorayeb. Campinas: Papirus, 1995.

MAGINA, S. et al. Repensando adição e subtração: contribuição da teoria dos campos conceituais. 2º ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S. A teoria dos campos conceituais: contribuições da psicologia para a prática docente. In: **Anais do XVIII Encontro regional de professores de Matemática**, Campinas, 2005. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf> Acesso em 04 de abr de 2016.

MEDEIROS, J.S. Resolução de problemas matemáticos – investigação com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

PIROLA, N.A. et. al. Atitudes positivas em relação à Matemática. In: BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento**. Caderno 07/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2015.

MORO, M.L.F. Notações da Matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. *Revista Psicologia: Reflexão e Crítica*. Porto Alegre, v.17, n.2, p. 251-266, 2004. Disponível em: < http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-79722004000200013&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 18 jun. 2016.

MORO, M.L.F.; SOARES, M.T.C. A aprendizagem de estruturas aditivas elementares – alunos, professores e pesquisadores como parceiros de uma construção conceitual. In: Brito, M.R.F. (Org) *Solução de problemas e a Matemática escolar*. Campinas: Editora Alínea, 2006.

NACARATO, A.M.; MENGALI, B.L.S.; PASSOS, C.L.B. *A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo Matemática*. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática: números e operações numéricas**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

OLIVEIRA, G.P.; MASTROIANNI, M.T.M.R. Resolução de problemas matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação com professores polivalentes. *Revista Ensaio*, Belo Horizonte, vol. 17, n. 2, p. 455-482. maio/ago. 2015. Disponível em:< <http://www.scielo.br/pdf/epec/v17n2/1983-2117-epec-17-02-00455.pdf>>. Acesso em 02 de mar de 2016.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

SOUZA, E.I.R. Estrutura multiplicativa: o tipo de situação-problema que o professor dos anos finais do Ensino Fundamental elabora. In: **Anais do XII Encontro nacional de educação Matemática**, São Paulo, 2016. Disponível em: <http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/6086_2455_ID.pdf>. Acesso em 28 de jul de 2016.

SOUZA, K.N.V. Alfabetização Matemática: considerações sobre a teoria e a prática. **Revista de Iniciação Científica da FFC**. Marília, v. 10, n. 1, 2010. Disponível em: <<http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/view/273/259>> Acesso em: 10/12/2015.

SCHLIEMANN, A.D.; CARRAHER, D.W.; CARRAHER, T.N. **Na vida dez, na escola zero**. 13 ed. São Paulo: Cortez, 2003.

SPINILLO, A.G. O sentido de número e sua importância na educação Matemática. In: Brito, M.R.F. (Org) **Solução de problemas e a Matemática escolar**. Campinas: Editora Alínea, 2006.

TAXA, F.O.S. **Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do Ensino Fundamental**. 2001. 237f. Tese (Doutorado em Educação – Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

VECE, J.P.; MOCROSKY, L.F.; PAULO, R.M. Diferentes enfoques no ensino de números. In: BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Quantificação, registros e agrupamentos**. Ministério da Educação, Secretaria de

Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: Mec, SEB, 2014.

VERGNAUD, G. A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lucia Faria Moro. ed. revisada. Curitiba: Ed. UFPR, 2014.

VILA, A.; CALLEJO, M.L. Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas. Tradução: Emani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

verso contracapa.png

