

ODAIR FERNANDES DA CUNHA FILHO

**DETECÇÃO DE FALHAS EM PLACAS DE KIRCHHOFF ATRAVÉS
DA METODOLOGIA DE OBSERVADORES DE ESTADOS**

Ilha Solteira

2017

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ODAIR FERNANDES DA CUNHA FILHO

**DETECÇÃO DE FALHAS EM PLACAS DE KIRCHHOFF ATRAVÉS
DA METODOLOGIA DE OBSERVADORES DE ESTADOS**

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia - UNESP - Campus de Ilha Solteira, como cumprimento de requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo
Orientador

Ilha Solteira

2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C972d Cunha Filho, Odair Fernandes da.
Detecção de falhas em placas de Kirchhoff através da metodologia de observadores de estados / Odair Fernandes da Cunha Filho. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2017
122 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2017

Orientador: Gilberto Pechoto de Melo
Inclui bibliografia

1. Placa de Kirchhoff. 2. Placa trincada. 3. Elementos finitos. 4. Observador de estados. 5. Detecção de falhas.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Detecção de Trincas em Placas de Kirchhoff através da Metodologia de Observadores de Estados

AUTOR: ODAIR FERNANDES DA CUNHA FILHO

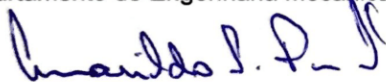
ORIENTADOR: GILBERTO PECHOTO DE MELO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECÂNICA, área: MECANICA DOS SÓLIDOS pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. AMARILDO TABONE PASCHOALINI

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. EDSON HIDEKI KOROISHI

Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Ilha Solteira, 17 de julho de 2017

AGRADECIMENTO

À minha mãe Ana Paula Navarrete Munhoz da Cunha e meu pai Odair Fernandes da Cunha, que nos momentos de medo e vitória, sempre estiveram ali para me auxiliar com todo seu conhecimento, apoio, amor, experiência e paciência. Não seria nada se vocês.

Às minhas irmãs Ana Carolina Navarrete Munhoz Fernandes da Cunha e Ana Paula Navarrete Munhoz da Cunha, e ao meu irmão Ricardo Vinícius Fiorentino Cunha por estarem ao meu lado em qualquer situação, desconsiderando qualquer aspecto de distância, saudade, saúde ou trabalho.

À minha namorada Ana Letícia Seller Bolzan, por estar ao meu lado em momentos de tristeza e alegria, sempre me fortalecendo para enfrentar qualquer desafio, além de oferecer um abrigo sempre que era necessário.

À minha tia Luciana Braga, meu tio Adriano Arantes, minha afilhada Polianna Braga e as minhas primas, Ana Laís e Ana Beatriz, por compartilharem vários jantares de comida japonesa para aproveitar os pequenos momentos de folga.

Aos meus amigos de Ilha Solteira, Cláudio Ubeda, Danilo Gomide, Danilo Yshinkawa, Lucas Pierobon, Ronaldo Sasaki, Thulio Rodrigues, Rafale Cabral, Amanda Alves, Lais Monique, Gustavo Villani e muitos outros que não consegui colocar aqui, estando ao meu lado e compartilhando as alegrias e festas durante esse período da minha vida.

Aos meus amigos de Votuporanga, Sami Machado, Jéssica Silva, Eder Horita, Yuri Moleiro, Audrei Julião, Lucas Ito, Jorge Galhardi, Renan Santos, Iara Aimê, André Waiteman, Guilherme Mecelis, Leonardo Matos, Mayni Ruana e aos alunos do IFSP, que estavam ao meu lado quando finalizava todo este trabalho

Ao meu orientador, amigo e conselheiro, Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo, que de todas e mais variadas dúvidas que surgiam, ele estava lá, a todo momento para aconselhar e orientar pro melhor caminho. Este trabalho tem parte do senhor.

E finalmente a Deus, senhor todo poderosos que me iluminou e me deu forças até agora.

“It matters not how strait the gate,
How charged with punishment the scroll,
I am the master of my fate,
I am the captain of my soul.”

- William Ernest Henley

RESUMO

No decorrer dos anos, alguns métodos de manutenção têm sido desenvolvidos para evitar que falhas em estruturas e maquinários possam ocorrer e desencadear paradas inesperadas ou desnecessárias. Os observadores de estado podem reconstruir os estados não medidos do sistema, desde que o mesmo seja observável, tornando possível, desta forma, estimar as medidas nos pontos de difícil acesso. A técnica dos observadores de estado consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a estimativa da saída com a saída medida, a diferença entre os dois sinais presentes resulta em um resíduo que é utilizado para análise. Neste trabalho foi montado um banco de observadores associado a um modelo de trinca em placa de Kirchhoff de modo a acompanhar o progresso da mesma. Foram analisados quatro sistemas mecânicos contendo placas, sendo estes um sistema computacional de placa sobre elementos de molas e amortecimento, um sistema computacional de placa engastada livre com ausência ou presença de trinca, um sistema experimental de placa engastada livre com ausência ou presença de entalhe e um sistema experimental de placa engastada livre com ausência ou presença de massa extra. Novamente, o banco de observadores é utilizado para detecção da falha na estrutura. Os resultados obtidos através de simulações computacionais em uma viga engastada discretizada pela técnica dos elementos finitos e as análises experimentais realizadas foram bastante satisfatórios, validando a metodologia desenvolvida.

Palavras-Chaves: Placa de Kirchhoff. Placa trincada. Elementos finitos. Observador de estados. Detecção de falhas.

ABSTRACT

Over the years, some maintenance methods have been developed to prevent failures in structures and machinery from occurring and triggering unexpected or unnecessary shutdowns. State observers can reconstruct the unmeasured states of the system, as long as it is observable, thus making it possible to estimate the measurements at hard-to-reach points. The technique of state observers is to develop a model for the system under analysis and compare the estimation of the output with the measured output, the difference between the two signals present results in a residue that is used for analysis. In this work, an observer bank associated with a Kirchhoff plate model was set up to monitor the progress of the same. Four mechanical systems containing plates were analyzed, being a computer system of plate on elements of springs and cushioning, a computer system of set free plate with absence or presence of crack, an experimental system of free set plate with absence or presence of notch and A free set plate experimental system with absence or presence of extra mass. Again, the observer bank is used to detect structure failure. The results obtained through computational simulations in a crimped beam discretized by the finite element technique and the experimental analyzes performed were quite satisfactory, validating the methodology developed.

Key-Words: Kirchhoff's plate. Cracked plate. Finite element method. Observer state. Failure's detection.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Deformação da Placa de Kirchhoff.....	24
Figura 2 - Elemento Finito de Placa de Kirchhoff contendo 12 graus de liberdade	25
Figura 3 - Forças elementares numa placa retangular	29
Figura 4 – Sistema com as 9 forças nodais independentes.....	30
Figura 5 - Modos de Carregamentos	32
Figura 6 - Elemento finito com trinca central e suas doze forças elementares	33
Figura 7 - Elemento finito com trinca central e suas nove forças nodais.....	33
Figura 8 - Zona plástica ao redor da ponta da trinca	35
Figura 9 - Funções de Correções	38
Figura 10 - Flexibilidade não-dimensional c_{33} devido a trinca como função do comprimento relativo $2l/b$ e a razão plástica σ_x/σ_Y	40
Figura 11 - Flexibilidade não-dimensional c_{73} devido a trinca como função do comprimento relativo $2l/b$ e a razão plástica σ_x/σ_Y	40
Figura 12 - Flexibilidade não-dimensional c_{77} devido a trinca como função do comprimento relativo $2l/b$ e a razão plástica σ_x/σ_Y	41
Figura 13 - Flexibilidade não-dimensional c_{99} devido a trinca como função do comprimento relativo $2l/b$ e a razão plástica σ_x/σ_Y	41
Figura 14 - Variação da razão de amortecimento em função da frequência natural	45
Figura 15 - Diagrama de Blocos de um sistema de controle linear de tempo contínuo, em espaço de estados.....	56
Figura 16 - Modelo Ilustrativo de Observador de Estado	59
Figura 17 - Primeiro Banco de Observadores	62
Figura 18 - Segundo Banco de Observadores	63
Figura 20 - Organograma do Trabalho da Placa sobre molas e amortecedores.	65
Figura 21 - Placa Fina sobre Molas e Amortecimento com 16 Elemento.....	66
Figura 22 - Modelo de Matriz Global para 16 Elementos.....	67
Figura 23 - Posição dos nós analisados.	71
Figura 24 - SIM 1: Deslocamento do nó 1.	71
Figura 25 - SIM 1: Deslocamento do nó 13 (CENTRAL).	72
Figura 26 - SIM 1: Deslocamento do Sistema para o nó 1 x Deslocamento do Observador Global para o nó 1.	73

Figura 27 - SIM 1: Deslocamento do Sistema para o nó 13 x Deslocamento do Observador Global para o nó 13.	73
Figura 28 - SIM 1: Sinal Coletado x Observador Global.	74
Figura 29 - SIM 1: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global.	75
Figura 30 – Posição dos nós analisados.	75
Figura 31 - SIM 2: Sinal Coletado com 75% de Falha na mola do nó 1 x Observador Global.	76
Figura 32 - SIM 2: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global.	76
Figura 33 - SIM 2: Banco de Observadores Robusto. (a) Falha em k1, (b) Falha em k2, (c) Falha em k3 e (d) Falha em k4.	77
Figura 34 - SIM 2: (a) Banco de Observadores e (b) Alarme de Identificação de Falhas.	78
Figura 35 - Posição dos nós analisados.	78
Figura 36 - SIM 3: Sinal Coletado com 20% de Falha no nó 1 e 20% de Falha no nó 21 x Observador Global.	79
Figura 37 - SIM 3: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global.	79
Figura 38 - SIM 3: Banco de Observadores Robusto. (a) Falha em k1, (b) Falha em k2, (c) Falha em k3 e (d) Falha em k4.	80
Figura 39 - SIM 3: (a) Banco de Observadores e (b) Alarme de Identificação de Falhas.	81
Figura 40 - Placa engastada livre.	82
Figura 41 - Nó de coleta do sinal.	83
Figura 42 - SIM 4: Deslocamento no nó 10.	84
Figura 43 - SIM 4: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo sem Falha x Observador Global.	85
Figura 44 - Placa engastada e com trinca no elemento 4.	86
Figura 45 - SIM 4: Deslocamento do nó 10 da placa.	86
Figura 46 - SIM 5: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global.	87
Figura 47 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 1ele.	88
Figura 48 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 2ele.	88
Figura 49 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 3ele.	89
Figura 50 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 4ele.	89

Figura 51 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 5ele.	90
Figura 52 - SIM 5: (a) Banco de Observadores e (b) Alarme de Falhas.	91
Figura 53 - Placa de aquisição de dados VibPilot m+p.	93
Figura 54 - Canais de aquisição.	93
Figura 55 - Área de Trabalho da placa VibPilot m+p SO Analyser.	94
Figura 56 - Acelerômetro PCB Piezotronics®.	94
Figura 57 - Martelo de impacto.	95
Figura 58 - Pontas do martelo de impacto.	95
Figura 59 - Fluxograma com as etapas das análises experimentais.	96
Figura 61 - Dimensão da placa experimental.	97
Figura 62 - Placa engastada sem falha.	97
Figura 63 – EXP 1: Deslocamento do nó 10 no tempo.	99
Figura 64 – EXP 1: Força do martelo no nó 9.	99
Figura 65 – EXP 1: Ponteira Azul em sistema sem entalhe.	100
Figura 66 – EXP 2: Deslocamento do nó 10 no tempo.	101
Figura 67 – EXP 2: Força do martelo no nó 9.	101
Figura 68 – EXP 2: Ponteira Preta em sistema sem entalhe.	102
Figura 69 - Placa com Entalhe.	103
Figura 70 - EXP 3: Deslocamento no nó 10.	104
Figura 71 - EXP 3: Força do martelo no nó 9.	104
Figura 72 – EXP 3: Ponteira Azul em sistema com entalhe.	105
Figura 73 - EXP 4: Deslocamento no nó 10.	106
Figura 74 - EXP 4: Força do martelo no nó 9.	106
Figura 75 - EXP 4: Ponteira Preta em sistema com entalhe.	107
Figura 76 - Nova placa de Kirchhoff para experimental de massa extra.	108
Figura 77 - EXP 5: Deslocamento do nó 10.	109
Figura 78 - EXP 5: Força aplicada no nó.	109
Figura 79 - EXP 5: Placa sem massa extra.	110
Figura 80 - Massa extra de 44,27g	111
Figura 81 - EXP 6: Deslocamento no tempo do nó 10.	111
Figura 82 - EXP 6: Força aplicada no nó 9.	112
Figura 83 - EXP 6: Placa com massa extra de 44,27 gramas.	112
Figura 84 - EXP 6: Localização da Massa Extra.	113
Figura 85 - EXP 6: Alarme de massa extra.	114

Figura 86 - Placa com massa extra de 100g.	115
Figura 87 - EXP 7: Deslocamento no tempo do nó 10.....	115
Figura 88 - EXP 7: Força aplicada no nó 9.	116
Figura 89 - EXP 7: Placa com massa extra de 100 gramas.	116
Figura 90 - EXP 7: Localização da Massa Extra.....	117
Figura 91 - EXP 7: Alarme de Massa Extra	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros da Placa Fina de Kirchhoff.	68
Tabela 2 - Frequências naturais do sistema sobre molas e amortecedores: Modelo e Software de modelagem.	69
Tabela 3 - Numeração das Simulações de Sistemas	70
Tabela 4 - Parâmetros da placa fina de Kirchhoff para simulação numérica.	82
Tabela 5 - Simulações para placa engastada livre.	83
Tabela 6 - Frequências naturais dos modelos e sistema real.	84
Tabela 7 - Experimentais Coletados.	98
Tabela 8 - Parâmetros da placa fina de Kirchhoff para experimentos de massa extra.	108
Tabela 9 - Experimentais com massa extra.	108

LISTA DE SÍMBOLOS

- $[M_{Local}]$ - Matriz de Massa de um elemento finito de placa pela teoria de Dawe
- $[M_{Global}]$ - Matriz de Massa Global do Sistema
- $[K_{Local}]$ - Matriz de Rigidez de um elemento finito de placa pela teoria de Dawe
- $[K_{Global}]$ - Matriz de Rigidez Global do Sistema
- $[C_{Local}]$ - Matriz de Amortecimento Proporcional de Rayleigh de um elemento finito de placa
- $[C_{Global}]$ - Matriz de Amortecimento Global do Sistema
- $[K_{Local-PRZEMIENIENCKI}]$ - Matriz de rigidez de um elemento finito de placa pela teoria de Przemieniencki
- $[K_{Trincada}]$ - Matriz de rigidez de um elemento finito de placa trincado pela teoria de Dawe
- $[Flex_{Local}]$ - Matriz de Flexibilidade Local
- $[Flex_{Trincada}]$ - Matriz de Flexibilidade Local com presença de Trinca
- $[Flex_{Total}]$ - Matriz de Flexibilidade Total
- $[Aux]$ - Matriz Auxiliar para determinação da Matriz de Flexibilidade de Dawe
- $[T]$ - Matriz de Transformação das Forças Elementares em Forças Linearmente Independentes
- $[A]$ - Matriz Dinâmica do Sistema
- $[A + \Delta A]$ - Matriz Dinâmica Alterada do Sistema
- $[C_{me}]$ - Matriz de Medidas
- $[B]$ - Matriz de Entradas
- $[D]$ - Matriz de Transmissão Direta
- $[H]$ - Matriz de Hankel
- $[I_d]$ - Matriz Identidade
- $[L]$ - Matriz do Ganho do Observador
- $[Q]$ - Matriz Hermitiana representando a importância do erro
- $[R]$ - Matriz Hermitiana representando o consumo de energia dos sinais de controle

$[W_o]$ - Matriz de Observabilidade
 $[W_C]$ - Matriz de Controlabilidade
 $\{Y_k\}$ - Parâmetros de Markov
 $\{F\}$ - Vetor das Forças Linearmente Independentes
 $\{S\}$ - Vetor das Forças Elementares atuante na placa
 $\{\delta\}$ - Vetor de deslocamento nodal
 $\{\phi\}$ - Autovetor normalizado
 $\{\xi\}$ - Vetor de deslocamento da nova coordenada transformada
 $\{\beta_i^{(i)}\}$ - Vetor de Resposta do Impulso
 $\{y(t)\}$ - Vetor de Saída do Sistema
 $\{\hat{y}(t)\}$ - Vetor de Saída do Observador
 $\{x(t)\}$ - Vetor de Estados do Sistema
 $\{\hat{x}(t)\}$ - Vetor de Estados do Observador
 $\{u(t)\}$ - Vetor de Entrada do Sistema
 $\{e(t)\}$ - Erro entre o vetor de estado do sistema com o vetor de estado do observador
 $\{q_i\}$ - Deslocamentos das Coordenadas Generalizadas do Sistema
 $\{Q_i\}$ - Força Generalizada nas Coordenadas Generalizadas
 T - Energia Cinética do Sistema
 V - Energia Potencial do Sistema
 D - Função de Dissipação de Rayleigh
 U^1 - Energia de Deformação para tensões planas
 K_I - Fator de Intensidade de Tensão de Tração
 K_{Ie} - Fator de Intensidade de Tensão de Tração Puramente Elástico
 K_{II} - Fator de Intensidade de Tensão de Cisalhamento
 K_{III} - Fator de Intensidade de Tensão de Cisalhamento Perpendicular
 c_{ij}^1 - Elemento da Matriz de Flexibilidade Trincada não dimensional
 σ_x - Tensão Normal na direção x

σ_y - Tensão Normal na direção y

σ_z - Tensão Normal na direção z

τ_{xy} - Tensão de Cisalhamento no plano xy

σ_y - Tensão de Escoamento do Material na direção y

Y - Função de Correção considerando agora qualquer tensão nominal aplicada

Φ_I - Parâmetros de Correção para o modo I de abertura de trinca

Φ_{II} - Parâmetros de Correção para o modo II de abertura de trinca

r_p - Raio da ponta de trinca da zona plástica

α - Coeficiente de Amortecimento Proporcional para Matriz de Massa

β - Coeficiente de Amortecimento Proporcional para Matriz de Rigidez

w - Deslocamento nodal na direção z

ϕ - Rotação nodal na direção x

θ - Rotação nodal na direção y

A - Área da Ponta da Trinca

ρ - Densidade do material da placa

k - Constante Elástica da Mola

c - Constante de Amortecimento

a - Comprimento da placa

b - Largura da placa

h - Espessura da placa

l - Comprimento da trinca

E - Módulo de Young do material

ν - Coeficiente de Poisson

ζ_i - Fator de Amortecimento do GDL i

ω_i - Frequência Natural do GDL i

fs - Frequência de Amostragem

$e_i(t)$ - Erros dos valores dos RMS dos deslocamentos.

Inversa - Inversa da Diferença entre os Valores RMS da saída do Sistema com a saída do Observador.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
1.1	INTRODUÇÃO	17
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
1.3	OBJETIVO.....	21
1.4	DIVISÃO DO TRABALHO.....	21
2	MODELAGEM MATEMÁTICA POR ELEMENTOS FINITOS	24
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	24
2.2	MATRIZES DE MASSA E RIGIDEZ DO ELEMENTO DE PLACA	25
2.3	PROPRIEDADES DE FLEXIBILIDADE DE UM ELEMENTO FINITO	28
2.4	MATRIZ DE RIGIDEZ DE UM ELEMENTO TRINCADO	32
2.5	MATRIZ DE AMORTECIMENTO PROPORCIONAL	42
2.6	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS FÍSICOS DE UMA PLACA ENGASTADA	47
3	METODOLOGIA DE OBSERVADORES DE ESTADO	54
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	54
3.2	ESPAÇO DE ESTADOS	54
3.3	CONCEITO DE OBSERVADORES	56
3.4	CONSTRUÇÃO DE UM OBSERVADOR DE ESTADO.....	58
3.5	MONTAGEM DO BANCO DE OBSERVADORES DE ESTADO: GLOBAL E ROBUSTO	60
4	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	64
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	64
4.2	PLACA FINA DE KIRCHHOFF SOBRE ELEMENTOS DE MOLA E AMORTECIMENTO.....	65
4.3	PLACA FINA DE KIRCHHOFF ENGASTADA LIVRE COM PRESENÇA OU AUSÊNCIA DE TRINCA	81
5	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	93

5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	93
5.2	PLACA FINA DE KIRCHHOFF ENGASTADA LIVRE COM AUSÊNCIA OU PRESENÇA DE ENTALHE.....	96
5.3	PLACA FINA DE KIRCHHOFF ENGASTADA LIVRE COM AUSÊNCIA OU PRESENÇA DE MASSA EXTRA.....	107
6	CONCLUSÃO	119
	REFERÊNCIA	117

1 INTRODUÇÃO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1 INTRODUÇÃO

Com a evolução tecnológica nos dias atuais, a comercialização e produção de quaisquer tipo de mercadoria desenvolveu-se significativamente para atender as demandas mundiais. Desde a revolução industrial, impulso inicial para a mecanização das operações, busca-se por equipamentos e produtos mais duradouros, conseqüentemente novos meios de modernização, com a finalidade de diminuir o tempo de produção e aumentar o escoamento da indústria.

Tendo em mente esse pensamento, a utilização de maquinários tem sido cada vez mais empregados por períodos mais longos e com menores tempo de manutenção ou reparo, no qual acarretava na deterioração ou perda do equipamento, resultando na parada da produção da indústria (PINTO; XAVIER, 2009).

Devido a tal motivo, uma maior preocupação sobre análises de falhas, seus comportamentos, tipos e influências, começaram a ser estudadas para que a parada não ocorresse. Metodologias foram desenvolvidas para que mesmo com a existência destas no maquinário, medidas possam ser adotadas previamente sem que haja perda na produtividade do equipamento.

Geralmente as falhas mecânicas estão presentes em qualquer equipamento e são decorrentes ou agravadas devido ao desgaste de seus componentes (MONTE ALEGRE, 2009) levando a perda parcial ou total do maquinário. Dentre os tipos de falhas existentes, podem-se citar falhas de desbalanceamento e desalinhamento, ocorrentes em sistemas rotativos (OLIVEIRA, 2015), além de falhas como trincas, que são internas a estrutura da máquina, podendo ou não o maquinário desenvolver suas funções.

Embora as ferramentas para a localização, tais quais o infravermelho, ensaios magnéticos e ultra som, tenham evoluído, as análises para identificação de falhas de sistemas mais elaborados ainda apresentam grandes dificuldades. Isso ocorre muitas vezes porque a medição de algumas variáveis do sistema estudado, sejam essas por precisão dos resultados do modelo teórico ou pela dificuldade de localização, prejudicando a determinação do sistema (WATANABE, 2010).

Assim, utilizando a teoria de controle e a metodologia de observadores de estados (LUENBERGER, 1964), pode-se reduzir grande parte da complexidade e dificuldades presentes em sistemas mecânicos, caso o modelo matemático for projetado corretamente,

predizendo ou reconstruindo comportamentos das variáveis medidas e não medidas. (MELO, 1998).

Outros métodos de localização e identificação de falhas pela metodologia de observadores de estado podem ser melhores visualizado em: Ogata (1998), Marano (2002), Christofides (2008). Sobre o aspecto da influência e comportamento da trinca num maquinário foi estudado: Guan-Liang et al. (1991) Mello Júnior (1998), Krawczuk et al., (2003), Zacarias (2008), Bachene et al., (2009).

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com este trabalho procura-se reforçar os conceitos e fazer uma análise mais criteriosa sobre o comportamento dinâmico de placas de Kirchhoff com elementos trincados em sua estrutura, placas com massas indesejadas na sua superfície, observadores de estado para detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos.

Em 1959, Timoshenco e Woinowsky-Krieger apresentaram critérios para classificar placas e cascas dentro das hipóteses de Kirchhoff através das dimensões, largura, comprimento e espessura, da própria estrutura. Para que assim, o sistema modelado possa ser classificado como um sistema linear.

No ano de 1964, Luenberger apresentou uma metodologia baseada em projetos de controle moderno, onde afirma que a maioria dos sistemas mecânicos podem ser escrito por vetores de estados, mesmo que não seja possível analisar todas as entradas ou saída por não estarem disponíveis. Então o autor afirma que através dessas poucas entradas/saída, é possível construir estimativas do vetor de estado do sistema linear, cujo é denominado observador de Luenberger, ou somente observador. Este foi o estopim para o estudo sobre a teoria de Observadores de Estado.

Já no final da década de 80, Cawley e Adams (1979), apresentaram testes e resultados significativos para detectar, localizar e quantificar falhas em sistemas mecânicos através de suas frequências naturais, sendo que tais experimentos poderiam ser realizados em todos sistemas modelados e analisados por elementos finitos.

Dawe (1984) demonstrou alguns métodos de discretização de estruturas pelo método de elementos finitos, em destaque para placas retangulares em análises de dobramento, mostrando parâmetros dinâmicos como as matrizes de massa e rigidez do elemento finito, fundamentais para determinar o comportamento de estruturas.

Já no ano seguinte, no seu livro, Przemieniecki (1985) apresentou uma outra metodologia para determinar as matrizes de massa e rigidez, porém foi mais além e mostrou como encontrar a matriz de flexibilidade, obtida através da matriz de rigidez. A matriz de Flexibilidade de um elemento é influenciada diretamente pela presença de trinca em sua estrutura.

Iniciando a década de 90, Guan-Liang, Song-Nian e Jie-Sheng (1991) publicaram um modelo não amortecido de placa de Kirchhoff engastada e discretizada por elementos finitos, considerando um elemento trincado na sua estrutura, estimado pelo cálculo do fator de intensidade de tensão.

Em 1998, na sua tese, Mello Jr. apresentou estudos sobre o equacionamento do crescimento de trinca em sistemas mecânicos. No trabalho, a metodologia de crescimento da trinca é diretamente influenciada por parâmetros do sistema, como tipo de carregamento, material e processo de fabricação, onde a inserção da trinca, estando ela com a ponta aberta ou fechada, no elemento da placa acarreta numa discrepância em sua função, permitindo assim localiza-la.

No mesmo ano, em sua tese, Melo desenvolveu uma metodologia capaz de localizar e detectar falhas em sistemas mecânicos discretos, utilizando metodologia de vetores e observadores, aplicando observadores de ordem reduzida e reconstruindo estados não medidos. E com a elaboração de um banco de observadores robustos para cada parâmetro, ele mostrou que é possível detectar e, até mesmo, localizar falhas no sistema.

Na virada do século, Krawczuk et al. (2001), apresentaram um modelo matemático de placa com trinca não-propagante levando em consideração a influência da zona plástica. Utilizando o elemento finito de Przemieniecki (1985), eles demonstram que o comportamento da placa é influenciado significativamente pela presença da trinca na matriz de rigidez da placa.

No mesmo ano, Adhikari (2001) mostrou uma metodologia de amortecimento proporcional as matrizes de massa e rigidez de um sistema. Assim, modelos matemáticos de sistemas mecânicos conseguiram maior fidelidade ao sistema real.

Em 2002, Marano utilizou-se dos observadores de estado como uma ferramenta na localização e detecção de falhas em sistemas mecânicos discretos.

Na data de 2003, Chowdhury e Dasgupta publicaram um artigo sobre computação para grandes sistemas considerando coeficientes de amortecimento de Rayleigh, pelas através das frequências naturais dos primeiros modos do sistema e seus respectivos coeficiente de

amortecimento é possível determinar a matriz de amortecimento da estrutura, sendo esta uma proporcionalidade das suas matrizes de massa e rigidez.

No mesmo ano, Zak apresentou em seu livro uma metodologia de acoplar as equações de movimento de um sistema dinâmico juntamente com um observador construído para o mesmo, resultando em equações de ordem dobrada.

Szilard (2004), em seu livro, apresentou um estudo sobre placas finas utilizando a teoria clássica de Kirchhoff, um pouco mais além dos estudos anteriormente apresentados, onde as considerações variam não só das dimensões da placa, como também considerando algumas propriedades do material, sendo elas: sua homogeneidade, característica isotrópica e linearidade elástica, seguindo a lei de Hooke.

Em 2008, Bachene, Tiberkak e Rechak publicaram um artigo onde apresentaram um novo método numérico para analisar o comportamento vibratório de placas quadradas e retangulares trincadas. A configuração da trinca do trabalhos deles foi estipulada na região central e lateral das placas.

No mesmo ano, Zacarias (2008) empregando a metodologia de observadores como ferramenta, conseguiu detectar a influência de trinca na matriz de rigidez do elemento, obtendo resultados satisfatórios sobre placas modeladas matematicamente.

Monte Alegre (2009) utilizando das mesmas metodologias conseguiu diagnosticar falhas em simulações nas suspensões automotivas utilizando vetores e observadores de estado como ferramenta, estando estas falhas em seus amortecedores ou nas molas do automóvel.

Em 2010, Watanabe publicou em sua dissertação a aplicação da mesma metodologia demonstrada por Melo(1998) utilizando um banco de observadores de estados robustos como ferramenta para localizar trincas numa treliça tridimensional, apresentando esta última alguns elementos trincados.

Já em 2012, em seu trabalho de graduação, Ampolini, Kudlanvec e Gruber apresenta um estudo em cima do que Szilard (2004) havia proposto. Eles verificando as tendências e comportamentos desenvolvidos pelas placas, variando seus ângulos de apoio e identificação com clareza os pontos de esforços da placa.

No ano de 2014, Min et al. propuseram um método experimental para determinação da matriz de amortecimento de uma viga engastada através do modelo modal e de suas frequências naturais.

Oliveira no ano de 2015, em sua dissertação, utilizou-se da metodologia de observadores de estado para identificar entradas desconhecidas de sistemas rotativos usando funções de otimização e observadores de estados.

Também no ano de 2015, Ribeiro, em sua dissertação, apresentou o trabalho de diagnose de falhas utilizando observadores de estado aplicados em placas de Kirchhoff com absorvedores dinâmicos de vibrações.

1.3 OBJETIVO

O objetivo desse trabalho é, através de um modelo matemático com graus de liberdade de uma placa de Kirchhoff, detectar falhas através da metodologia de observadores de estado global e robusto nos sistemas mecânicos contendo:

- Falhas trincas
- Entalhes
- Perda de rigidez
- Massas desconhecidas.

1.4 DIVISÃO DO TRABALHO

Este trabalho é formulado em seis capítulos, desenvolvidos de maneira a agregar todo conhecimento apresentado por cada um deles, para formulação do trabalho em geral.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA: Apresenta uma breve introdução sobre os fundamentos para desenvolvimento do trabalho. A revisão parte desde 1964 com a introdução de Luenberger ao conceito de controle e observadores de estado até 2015, onde Oliveira apresentou a utilização dos mesmos para identificação de forças desconhecidas em sistemas rotativos e Ribeiro aplicou a teoria em placas de Kirchhoff com absorvedores dinâmicos de vibrações.

Capítulo 2

MODELAGEM MATEMÁTICA POR ELEMENTOS FINITOS: Neste capítulo, apresenta-se como é realizada a discretização das matrizes de massa e rigidez do elemento

finito de placa de Kirchhoff, além da montagem das matrizes globais das respectivas matrizes de massa e rigidez. Introduce também a determinação da matriz de flexibilidade, fator importante na hora de implantar a trinca no elemento, para que assim pudesse ser determinado a rigidez de um elemento com trinca. Após as determinações das matrizes de massa e rigidez, apresenta-se a metodologia de amortecimento proporcional a massa e rigidez do sistema. E por fim, a utilização do algoritmo de realização de autossistema para determinação dos parâmetros necessários para o amortecimento experimental.

Capítulo 3

METODOLOGIA DE OBSERVADORES DE ESTADO: Este capítulo apresenta uma breve introdução à teoria e conceitos de controle, um conceito sobre vetores e observadores de estados, seguindo sobre o ganho do observador no momento da montagem do mesmo e, por fim, a montagem do banco de observadores do sistema modelado.

Capítulo 4

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL: Neste capítulo é apresentado o modelo de estudo de uma placa fina de Kirchhoff discretizada por dezesseis elementos finitos, sustentada por quatro elementos de mola e quatro elementos de amortecimento, um em cada vértice. Para o início do processo, construiu-se um banco de observadores com variações nos parâmetros de rigidez das molas, com a finalidade de verificar se a metodologia de identificação de falhas consegue detectar e localizar falhas no sistema. Isso tudo somente com a coleta de apenas cinco pontos de sua estrutura. Posteriormente, um segundo estudo é apresentado, possuindo a mesma configuração da placa, porém o diferencial encontra-se que a placa, antes sustentada por molas e amortecedores, agora encontra-se engastada livre. O banco de observadores agora é elaborado para detectar e localizar falhas do tipo trinca em sua estrutura, independentemente da posição onde ela se encontra, ou seu tamanho dentro do elemento.

Capítulo 5

VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL: O foco deste trabalho é verificar se a metodologia de detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos é eficiente. Então, foram

realizados duas análises experimentais, uma contendo uma placa fina engastada livre possuindo ou não entalhe em seus elementos, e outra análise de uma placa fina engastada livre, com dimensões menores mas do mesmo material, suscetível a existência de massa desnecessárias em suas superfícies. O banco de observadores criados para a primeira análise baseia-se na reconstrução de todos os estados da placa, sem que haja qualquer falha em sua estrutura. O banco apenas detectará se a estrutura possui irregularidades em sua estrutura com a coleta apenas de um de seus pontos. O banco de observadores para a segunda análise foi elaborado com variação de massa no sistema como um todo. Caso o sistema contenha alguma massa irregular em sua estrutura, o banco de observadores irá identificar a existência da mesma, além de apresentar seu tamanho.

Capítulo 6

CONCLUSÃO: A conclusão obtida deste trabalho apresenta a eficiência do banco de observadores, quando o mesmo é construído de acordo com o modelo do sistema a ser analisado. Qualquer variação discrepante que um sistema possa ter, o banco de observadores, através da análise de reconstrução e comparação dos estados do sistema, conseguirá alertar sobre a deformidade, sem haja a necessidade da coleta de todos os sinais do maquinário.

Capítulo 7

TRABALHOS FUTUROS: O capítulo 7 consta dois trabalhos que podem ser propostos para algum momento no futuro, envolvendo pequenos pontos levantados por este trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS: Apresenta todas as referências utilizadas no desenvolvimento deste trabalho, distribuído em ordem alfabética.

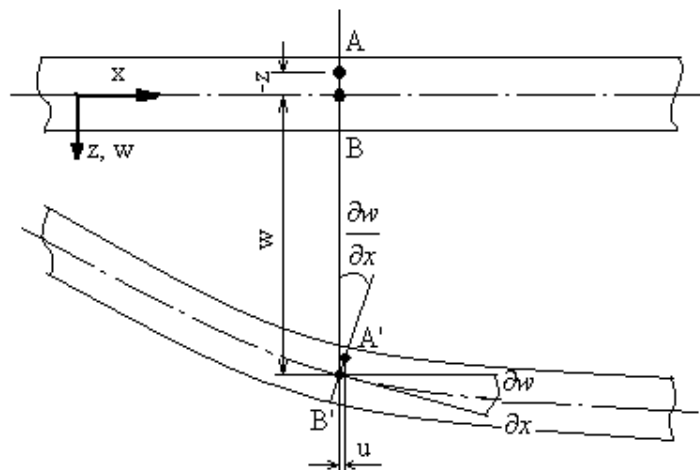
2 MODELAGEM MATEMÁTICA POR ELEMENTOS FINITOS

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No estudo de placas, alguns autores podem ser citados como pioneiros do assunto, como Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959), que mencionavam que a classificação de uma placa fina como placa de Kirchhoff deve ser estipulada por suas dimensões. Porém estudo mais atuais já apresentados foram surgindo, como Szilard (2004), refinando ainda mais as teorias anteriores, considerando que uma placa fina dentro da hipótese de Kirchhoff, deve levar algumas considerações como:

- O material deve ser homogêneo, isotrópico e elástico conforme Lei de Hooke;
- A espessura da placa é pequena comparada a menor dimensão lateral, onde a espessura há de ser, aproximadamente em torno de 5% ou menor, da menor dimensão da placa (SZILARD, 2004);
- A deflexão da placa resulta em pequenas deformações e deslocamentos;
- Retas normais ao plano médio da placa permanecem normais após a deformação e a tensão normal ao plano da placa σ_z desprezível comparado a σ_x e σ_y (RIBEIRO,2015).

Figura 1 - Deformação da Placa de Kirchhoff

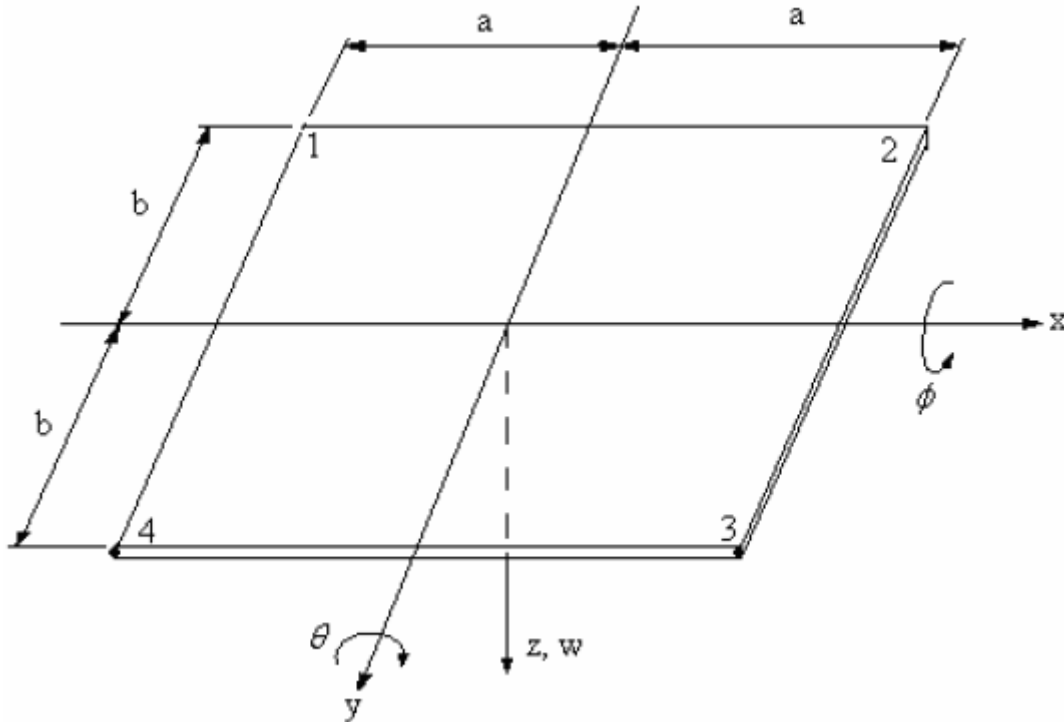


FONTE: Monte Alegre (2009).

Assim, dentro dessas considerações para classificar uma placa como fina, o início do trabalho foi modelar uma placa fina de Kirchhoff com quatro nós em cada vértice, sendo que em cada nó, existem três graus de liberdade – GDL: um na direção z , dado pelo deslocamento

nodal w , e os outros dois em rotação no eixo x , dado por ϕ e rotação no eixo y , dado por θ , demonstrado pela Figura 2.

Figura 2 - Elemento Finito de Placa de Kirchhoff contendo 12 graus de liberdade



FONTE: Monte Alegria (2009).

O vetor de deslocamento nodal para o elemento pode ser escrito da seguinte forma:

$$\delta = [w_1, \phi_1, \theta_1, w_2, \phi_2, \theta_2, w_3, \phi_3, \theta_3, w_4, \phi_4, \theta_4]$$

(1)

2.2 MATRIZES DE MASSA E RIGIDEZ DO ELEMENTO DE PLACA

Como o elemento finito de placa de Kirchhoff e seus deslocamentos nodais foram definidos, Dawe (1984) apresentou a formulação das matrizes de massa e rigidez do mesmo, possuindo 12 GDLs, já descritos anteriormente.

A matriz de massa do elemento, dita por Dawe (1984), da ordem de 12x12, é dada por:

$$[M_{Local}] = \frac{\rho hab}{6300} \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

(2)

Para tais matrizes $[M_{11}]$, $[M_{12}]$, $[M_{21}]$ e $[M_{22}]$, da ordem 6x6, a seguir:

$$[M_{11}] = \begin{bmatrix} m_{1,1} & & & & & \\ m_{2,1} & m_{2,2} & & & & \\ m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} & & & \\ m_{4,1} & m_{4,2} & m_{4,3} & m_{1,1} & & \\ m_{4,2} & m_{5,2} & m_{5,3} & m_{2,1} & m_{2,2} & \\ -m_{4,3} & -m_{5,3} & m_{6,3} & -m_{3,1} & -m_{3,2} & m_{3,3} \end{bmatrix}$$

(2a)

$$[M_{21}] = \begin{bmatrix} m_{7,1} & m_{7,2} & m_{7,3} & m_{10,1} & m_{10,2} & -m_{10,3} \\ -m_{7,2} & m_{8,2} & m_{8,3} & -m_{10,2} & m_{11,2} & -m_{11,3} \\ -m_{7,3} & m_{8,3} & m_{9,3} & -m_{10,3} & m_{11,3} & m_{12,3} \\ m_{10,1} & m_{10,2} & m_{10,3} & m_{7,1} & m_{7,2} & -m_{7,3} \\ -m_{10,2} & m_{11,2} & m_{11,3} & -m_{7,2} & m_{8,2} & -m_{8,3} \\ m_{10,3} & -m_{11,3} & m_{12,3} & m_{7,3} & -m_{8,3} & m_{9,3} \end{bmatrix}$$

(2b)

$$[M_{12}] = [M_{21}]^T$$

(2c)

$$[M_{22}] = \begin{bmatrix} m_{1,1} & & & & & \\ -m_{2,1} & m_{2,2} & & & & \\ -m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} & & & \\ m_{4,1} & -m_{4,2} & -m_{4,3} & m_{1,1} & & \\ -m_{4,2} & m_{5,2} & m_{5,3} & -m_{2,1} & m_{2,2} & \\ m_{4,3} & -m_{5,3} & m_{6,3} & m_{3,1} & -m_{3,2} & m_{3,3} \end{bmatrix}$$

(2d)

Considerando também que os elementos das matrizes de massa são expresso por:
 $m_{1,1} = 3454, m_{2,1} = 922b, m_{3,1} = 922a, m_{4,1} = 1226, m_{7,1} = 394, m_{10,1} = 1226, m_{2,2} = 320b^2,$
 $m_{3,2} = 252ab, m_{4,2} = 398b, m_{5,2} = 160b^2, m_{7,2} = 232b, m_{8,2} = -120b^2, m_{10,2} = 548b,$
 $m_{11,2} = -240b^2, m_{3,3} = 320a^2, m_{4,3} = 548a, m_{5,3} = 168ab, m_{6,3} = -240a^2, m_{7,3} = 232a,$
 $m_{8,3} = -112ab, m_{9,3} = -120a^2, m_{10,3} = 398a, m_{11,3} = -168ab, m_{12,3} = 160a^2,$ sendo ρ a densidade do material da placa, a o comprimento, b a largura e h a espessura da placa (DAWE, 1984).

Para a matriz de rigidez do elemento (DAWE, 1984), da ordem de 12x12, a formulação utilizada foi a seguinte:

$$[K_{Local}] = \frac{D}{60ab} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

(3)

As matrizes $[K_{11}], [K_{12}], [K_{21}]$ e $[K_{22}]$, são da ordem 6x6 cada e encontram-se discriminadas abaixo.

$$[K_{11}] = \begin{bmatrix} k_{1,1} & & & & & \\ k_{2,1} & k_{2,2} & & & & \\ k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} & & & \\ k_{4,1} & k_{4,2} & k_{4,3} & k_{1,1} & & \\ k_{4,2} & k_{5,2} & 0 & k_{2,1} & k_{2,2} & \\ -k_{4,3} & -k_{5,3} & k_{6,3} & -k_{3,1} & -k_{3,2} & k_{3,3} \end{bmatrix}$$

(3a)

$$[K_{21}] = \begin{bmatrix} k_{7,1} & k_{7,2} & k_{7,3} & k_{10,1} & k_{10,2} & -k_{10,3} \\ -k_{7,2} & k_{8,2} & 0 & -k_{10,2} & k_{11,2} & 0 \\ -k_{7,3} & 0 & k_{9,3} & -k_{10,3} & k_{11,3} & k_{12,3} \\ k_{10,1} & k_{10,2} & k_{10,3} & k_{7,1} & k_{7,2} & -k_{7,3} \\ -k_{10,2} & k_{11,2} & 0 & -k_{7,2} & k_{8,2} & 0 \\ k_{10,3} & 0 & k_{12,3} & k_{7,3} & -k_{8,3} & k_{9,3} \end{bmatrix}$$

(3b)

$$[K_{12}] = [K_{21}]^T \quad (3c)$$

$$[K_{22}] = \begin{bmatrix} k_{1,1} & & & & & & \\ -k_{2,1} & k_{2,2} & & & & & \\ -k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} & & & & \\ k_{4,1} & -k_{4,2} & -k_{4,3} & k_{1,1} & & & \\ -k_{4,2} & k_{5,2} & 0 & -k_{2,1} & k_{2,2} & & \\ k_{4,3} & -k_{5,3} & k_{6,3} & k_{3,1} & -k_{3,2} & k_{3,3} & \end{bmatrix} \quad (3d)$$

Os elementos das mesmas matrizes são definidos por: $k_{3,1} = a(60p^{-1} + 6 + 24v)$,
 $k_{4,1} = 30p - 60p^{-1} - 42 + 12v$, $k_{7,1} = -30p - 30p^{-1} + 42 - 12v$, $k_{10,1} = -60p + 30p^{-1} - 42 + 12v$,
 $k_{2,2} = b^2(80p + 16 - 16v)$, $k_{3,2} = 60vab$, $k_{4,2} = b(30p - 6 - 24v)$, $k_{5,2} = b^2(40p - 16 + 16v)$,
 $k_{7,2} = b(-30p + 6 - 6v)$, $k_{8,2} = b^2(20p + 4 - 4v)$, $k_{10,2} = b(-60p - 6 + 6v)$,
 $k_{11,2} = b^2(40p - 4 + 4v)$, $k_{3,3} = a^2(80p^{-1} + 16 - 16v)$, $k_{4,3} = a(-60p^{-1} - 6 + 6v)$,
 $k_{6,3} = a^2(40p^{-1} - 4 + 4v)$, $k_{7,3} = a(-30p^{-1} + 6 - 6v)$, $k_{9,3} = a^2(20p^{-1} + 4 - 4v)$,
 $k_{10,3} = a(30p^{-1} - 6 - 24v)$, $k_{12,3} = a^2(40p^{-1} - 16 + 16v)$, sendo $p = \left(\frac{a}{b}\right)^2$, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, E o módulo de Young do material e ν o coeficiente de Poisson (DAWE, 1984).

2.3 PROPRIEDADES DE FLEXIBILIDADE DE UM ELEMENTO FINITO

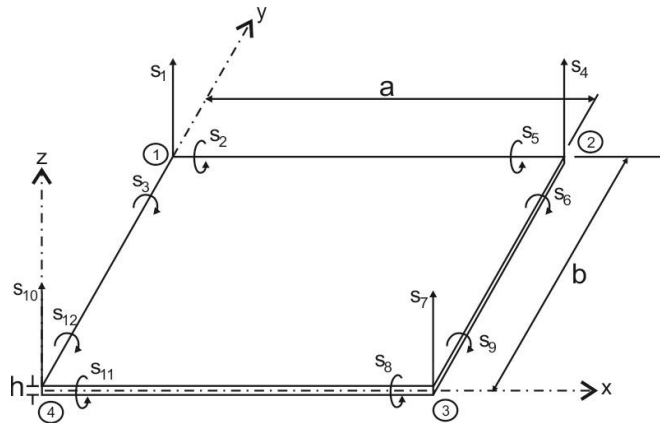
Em sistemas mecânicos, a ocorrência de falhas em sua atuação podem acarretar de formas catastróficas o seu desempenho. Muitas vezes tais eventos prejudiciais poderiam ser evitados caso as falhas fossem prevenidas ou, não possível, acompanhadas.

Mello JR. (1998) dizia que a presença de trinca na estrutura modifica diretamente sua matriz de rigidez, porém a dificuldade que emergiu era saber qual e onde essa influência alteraria a matriz em questão.

O dobramento e deformações de placas finas com pequenas deformações são normalmente tratadas como desacopladas, enquanto o dobramento e flexibilidade podem ser consideradas separadamente (PRZEMIENIECKI, 1985).

Considerando uma placa retangular, igual ao modelo proposto por Dawe (1984), encontram-se 12 (doze) forças aplicadas em sua estrutura, sendo 8 (oito) delas de dobramento ($S_2, S_3, S_5, S_6, S_8, S_9, S_{11}, S_{12}$) e 4 (quatro) delas de tração (S_1, S_4, S_7, S_{10}), conforme é demonstrado na Figura 3.

Figura 3 - Forças elementares numa placa retangular



FONTE: Adaptado de Przemieniencki (1985).

Essas dozes forças podem ser relacionadas e transformadas em 9 (nove) forças linearmente independentes, fundamentais para determinação da matriz de flexibilidade do elemento. A equação de transformação, relacionando as 12 (dozes) forças de atuação na placa fina com as novas forças linearmente independentes podem ser encontrada na equação (3) em seguida. Essa transformação só ocorrerá através de uma matriz de transformação $T_{12 \times 9}$.

$$\{S\} = [T]\{F\} \quad (3)$$

O vetor das forças elementares é dado pela equação (4), as forças linearmente independentes, dado pela equação (5) e a matriz de transformação T pela equação (6).

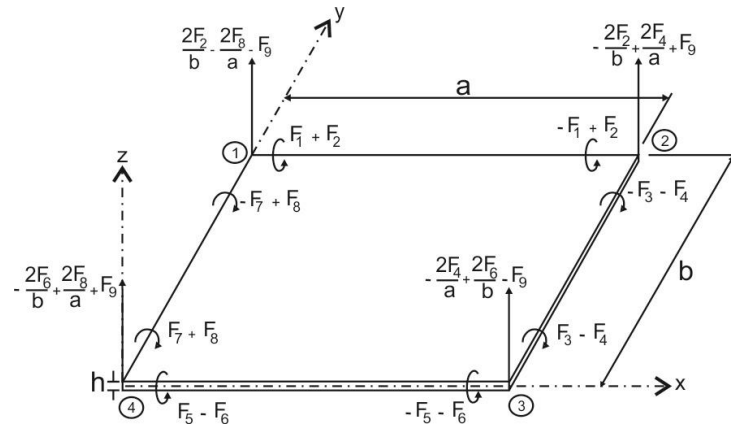
$$S = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}\}^T \quad (4)$$

$$F = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9\}^T \quad (5)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{b} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-2}{a} & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-2}{b} & 0 & \frac{2}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-2}{a} & 0 & \frac{2}{b} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-2}{b} & 0 & \frac{2}{a} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

A distribuição das nove forças linearmente independentes em (3), posterior a substituição das equações (4), (5) e (6), é ilustrada na Figura 4.

Figura 4 – Sistema com as 9 forças nodais independentes



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Tendo em mãos a matriz de transformação e a nova distribuição das forças nodais, Zacarias (2008) apresentou a seguinte formulação, baseados nos conceitos de Przemieniencki (1985), para determinação da matriz de rigidez de um elemento finito de placa.

$$[K_{Local}] = [T][C]^{-1}[T]^T$$

(7)

O problema sobre a teoria que Dawe apresentou é que a mesma não chegou a se questionar nada sobre o estudo e consequências de trincas nas placas. De outro lado, Przemieniecki, Krawczuk, *et al.* e Zacarias estudaram falhas deste tipo dentro de placas finas e graças a essa metodologia, este trabalho conseguiu projetar a matriz de flexibilidade de um elemento finito de placa para o modelo proposto por Dawe.

Considerando que Dawe e Przemieniecki estudaram o comportamento da mesma placa, submetidos aos mesmos tipos de carregamentos, então é pressuposto dizer que:

$$[K_{Local}] = [K_{Local-PRZEMIENIENCKI}]$$

(8)

Pela equação (7) e (8), a relação da matriz de rigidez por Dawe, e a matriz de flexibilidade do elemento estudado é expressado por:

$$[K_{Local}] = [T][Flex_{Local}]^{-1}[T]^T$$

(9)

Realizando alguns cálculos matriciais, temos que a equação matricial da flexibilidade do elemento finito de Dawe torna-se da seguinte forma:

$$[Flex_{Local}] = \left[[Aux]^{-1}[T]^T [K_{Local}][T][Aux]^{-1} \right]^{-1}$$

(10)

Sendo a matriz Aux uma matriz auxiliar, dada pela relação entre a matriz de transformação T e sua transposta T^T , temos:

$$[Aux] = [T]^T [T]$$

(11)

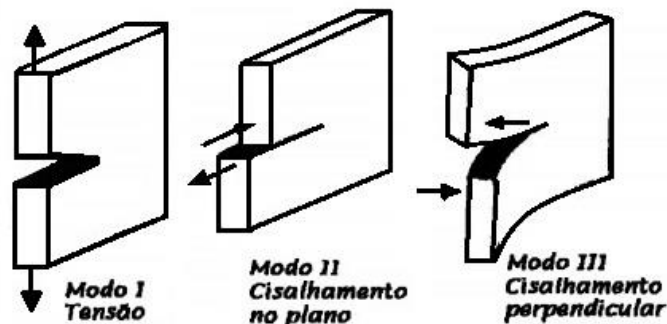
A matriz de flexibilidade $[Flex_{Local}]$ é de extrema importância para esse trabalho, já que é nesta que a trinca interfere nas propriedades do sistema, dificultando que suas funções sejam desenvolvidas.

2.4 MATRIZ DE RIGIDEZ DE UM ELEMENTO TRINCADO

A metodologia para determinação da matriz de rigidez de um elemento finito trincado é baseada na mesma apresentada por Krawczuk, *et al.*(2001).

Em sua tese de doutorado de Mello Jr. (1998), ele apresenta os três modos de abertura de trinca estudado pela Mecânica da Fratura conforme a Figura 5.

Figura 5 - Modos de Carregamentos

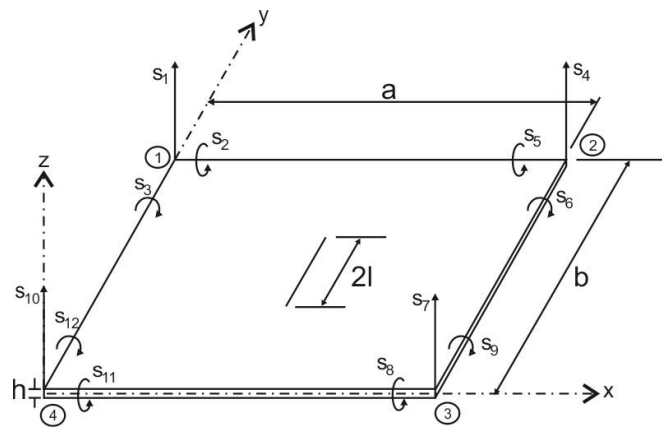


FONTE: Adaptado de Mello Jr. (1998).

Os três modos levam praticamente o mesmo conceito, caso eles ocorram separadamente. Mas como os modos são ortogonais, o modo “I” ilustrado na Figura 5, é o que causa o fenômeno de abertura de trinca, já que ele é o mais desenvolvido durante o estudo da Mecânica da Fratura. Modos combinados são casos raros e muito difíceis de serem analisados. (MELLO JR., 1998).

No elemento finito trincado, as tensões normais e as tensões de cisalhamento foram estipuladas como sendo constantes no decorrer da metodologia, e considerando assim, o elemento finito trincado é mostrado na Figura 6.

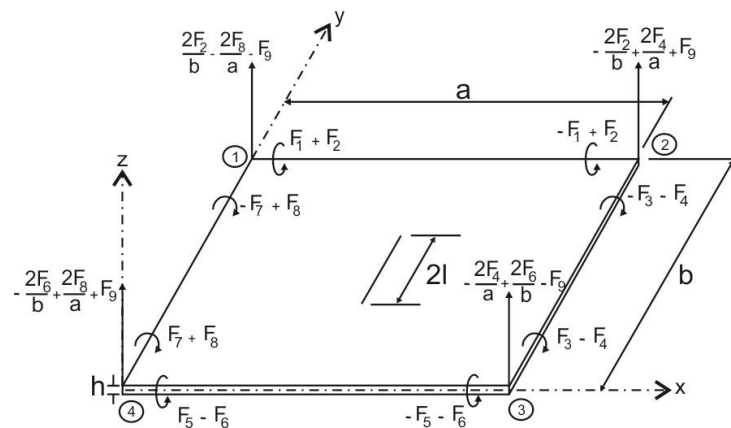
Figura 6 - Elemento finito com trinca central e suas doze forças elementares



FONTE: Adaptado de Zacarias (2009).

Isto posto, as transformações mostradas nas equações de (3) a (6), temos:

Figura 7 - Elemento finito com trinca central e suas nove forças nodais



FONTE: Adaptado de Zacarias (2009).

Os principais elementos da matriz de flexibilidade da placa trincada é dada pela equação proposta por Guan-Liang *et al.* (1991) e representado por Mello Jr.(1998) e Zacarias(2008), envolvem as forças nodais independentes, juntamente com a energia de deformação do elemento, ocasionada pela existência da trinca.

A equação (12) apresenta essa relação, conforme a equação (12).

$$c_{ij}^1 = \frac{\partial^2 U^1}{\partial F_i \partial F_j} \quad (12)$$

Para tensões planas, a energia de deformação U^1 pode ser escrita de acordo com a equação (13) (ZACARIAS,2008).

$$U^1 = \frac{1}{E} \int_A \left(\sum_{i=1}^9 K_{I,i}^2 + \sum_{i=1}^9 K_{II,i}^2 + \sum_{i=1}^9 K_{III,i}^2 \right) dA \quad (13)$$

Considerando que K_I, K_{II} e K_{III} são os fatores de intensidade de tensão – FIT – correspondente às tensões de tração, cisalhamento e cisalhamento perpendicular, respectivamente, E é o módulo de Young do material, já mencionado anteriormente, e A é a área da ponta da trinca.

Segundo Mello Jr. (1998), ao longo do eixo x, o FIT do Modo I de abertura para a trinca é expressado por:

$$\sigma_y = \frac{K_{Ie}}{\sqrt{2\pi r_p}} \quad (14)$$

Sendo σ_y a tensão de escoamento do material na direção y, K_{Ie} é o fator de intensidade de tensão do Modo “I” puramente elástico e r_p corresponde ao raio da ponta de trinca da zona plástica.

Considerando a mesma equação, aplicada agora para qualquer tensão nominal em função do comprimento da trinca, a equação (14) torna-se:

$$\sigma = \frac{K_{Ie}}{Y\sqrt{\pi l}} \quad (15)$$

Onde l é metade do comprimento de trinca, Y é a função de correção considerando a geometria da estrutura e do tamanho que a trinca possui, devendo ser determinado para cada caso específico, e σ é a tensão nominal aplicada.

Para o caso estudado sobre a placa fina com trinca central de comprimento l , a função Y é dada por:

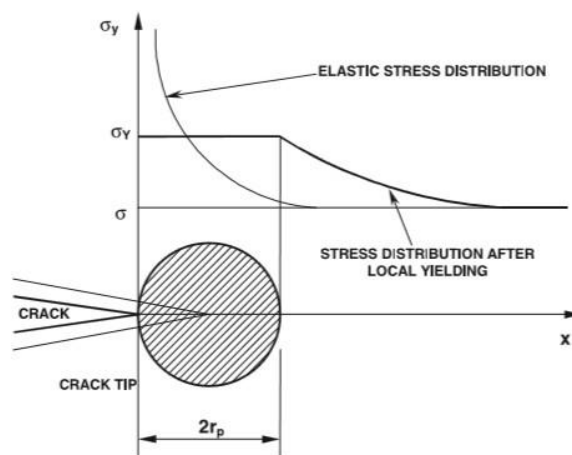
$$Y = 1 + 0,01876 \left(\frac{2l}{b} \right) + 0,1825 \left(\frac{2l}{b} \right)^2 + 2,024 \left(\frac{2l}{b} \right)^3 - 2,4316 \left(\frac{2l}{b} \right)^4 \quad (16)$$

Já o modelo apresentado por Zacarias (2009), reformulado, FIT para modelar o efeito do aumento da flexibilidade devido ao escoamento na ponta de trinca, representado pela equação (17).

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi l + 2r_p} \quad (17)$$

A equação (17) baseia-se na teoria de modelar o aumento da flexibilidade devido a três fatores: o escoamento da ponta de trinca, a distribuição da tensão na região plástica e o tamanho da trinca. A Figura 8 apresenta essa teoria.

Figura 8 - Zona plástica ao redor da ponta da trinca



Fonte: Krawaczuk et al. (2001).

Isolando o diâmetro da ponta de trinca da equação (14) e substituindo na equação (17), tem-se:

$$2r_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ie}}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (18)$$

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi l + \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ie}}{\sigma_Y} \right)^2} \quad (19)$$

Adentrando os coeficientes Y e σ dentro da raiz quadrada da equação (19), obtém-se a equação (20).

$$K_I = \sqrt{(Y\sigma)^2 \pi l + \frac{(Y\sigma)^2}{\pi} \left(\frac{K_{Ie}}{\sigma_Y} \right)^2} \quad (20)$$

Colocando em evidência o fator de intensidade de tensão do Modo I K_{Ie} e retirando-o de dentro da raiz, tem-se:

$$K_I = K_{Ie} \sqrt{\frac{(Y\sigma)^2 \pi l}{K_{Ie}^2} + \frac{Y^2}{\pi} \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^2} \quad (21)$$

Pela equação (15), podemos simplificar a equação (21) para uma nova equação na qual é possível calcular o fator de intensidade de tensão para trinca elasto-plástica.

$$K_I = K_{Ie} \sqrt{1 + \frac{Y^2}{\pi} \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^2} \quad (22)$$

De modo semelhante, os Modos “II” e “III” de abertura de trinca, ilustrados na Figura 5, podem ser determinados (ZACARIAS, 2009).

Finalizando a dedução de K_I , parte-se agora para a determinação do FIT específicos para os Modos “I” e “II” do estudo. Esses fatores de intensidade de tensão para trincas elásticas passantes, podem ser escritos das seguintes formulações:

$$K_{Ie} = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^l \sigma_x(0, y) \sqrt{\frac{l+y}{l-y}} dy \quad (23)$$

$$K_{IIe} = \frac{-1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^l \tau_{xy}(0, y) \sqrt{\frac{l+y}{l-y}} dy \quad (24)$$

Nas quais, $\sigma_x(0, y)$ e $\tau_{xy}(0, y)$ são as tensões normal e de cisalhamento, respectivamente, atuantes na face da trinca.

Essas tensões foram apresentadas primeiramente por Krawczuk *et al.* (2001) e posteriormente por Zacarias (2009), utilizando como referências as forças nodais independentes. As equações foram formuladas da seguinte maneira:

$$\sigma_x(0, y) = \frac{24z}{bh^3} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{3y}{b} \right) F_3 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3y}{b} \right) F_7 \right] \quad (25)$$

$$\tau_{xy}(0, y) = \frac{12z}{h^3} F_9 \quad (26)$$

Substituindo as equações (25) e (26) em (23) e (24), respectivamente, temos o FIT para as tensões normais e tensões de cisalhamentos em funções das três forças nodais independentes e relevantes no decorrer da trinca.

Assim, os fatores de intensidade de tensão são expresso da seguinte maneira:

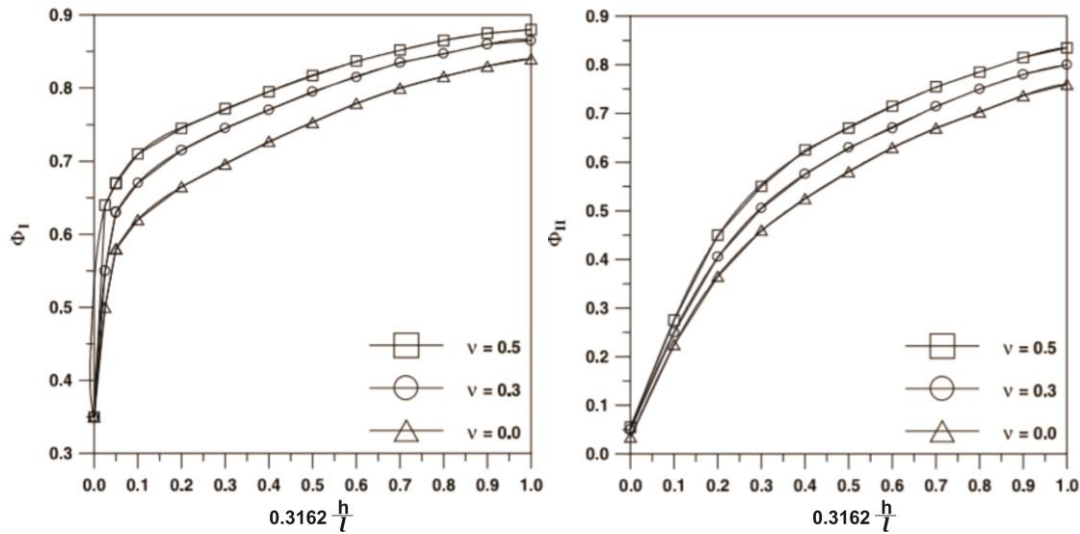
$$K_{Ie,3} = \frac{24z}{bh^3} \left[F_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{3l}{2b} \right) \right] Y \sqrt{\pi l} \quad (27)$$

$$K_{Ie,7} = \frac{24z}{bh^3} \left[F_7 \left(\frac{1}{2} - \frac{3l}{2b} \right) \right] Y \sqrt{\pi l} \quad (28)$$

$$K_{Ie,9} = -\frac{12z}{h^3} F_9 Y \sqrt{\pi l} \quad (29)$$

Sabendo que a teoria de Kirchhoff não descreve completamente o comportamento do campo de conformação ao redor da ponta de trinca, e para complementar a teoria clássica de Kirchhoff, funções de correção foram estimadas, adequando os resultados já estipulados com a teoria de Reissner.

As funções de correção são denotadas em funções do parâmetro Φ_I e Φ_{II} , cujo estão relacionados com 31,62% da espessura em relação ao tamanho da trinca. Podendo ser vistos na Figura 9.

Figura 9 - Funções de Correções

Fonte: Adaptado de Krawczuk (2001).

Tendo em conhecimento os novos FIT do Modo I, referente a tensão normal, e do Modo II, referente a tensão de cisalhamento, podem ser escritos por:

$$K_{Ie,3} = \Phi_I K_{Ie,3} \quad (30)$$

$$K_{Ie,7} = \Phi_I K_{Ie,7} \quad (31)$$

$$K_{IIe,9} = \Phi_{II} K_{IIe,9} \quad (32)$$

Retornando para equação (22), adicionando a ela as equações de (27) à (32), consegue-se os fatores de intensidade de tensão aplicadas a placa com uma trinca passante, conforme demonstrado abaixo.

$$K_{I,3} = \Phi_I \frac{24zY\sqrt{\pi l}}{bh^3} \left[F_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{3l}{2b} \right) \right] \sqrt{1 + \frac{Y^2}{\pi} \left(\frac{\sigma_x(0,l)}{\sigma_Y} \right)^2} \quad (33)$$

$$K_{I,7} = \Phi_I \frac{24zY\sqrt{\pi l}}{bh^3} \left[F_7 \left(\frac{1}{2} - \frac{3l}{2b} \right) \right] \sqrt{1 + \frac{Y^2}{\pi} \left(\frac{\sigma_x(0,l)}{\sigma_Y} \right)^2} \quad (34)$$

$$K_{II,9} = -\Phi_{II} \frac{12z}{h^3} F_9 Y \sqrt{\pi l} \sqrt{1 + \frac{Y^2}{\pi} \left(\frac{\tau_{xy}(0,l)}{\sigma_Y} \right)^2} \quad (35)$$

A matriz de flexibilidade de um elemento trincado, como foi dito anteriormente, é obtida através da segunda derivada da energia de deformação do elemento em relação às suas forças nodais independentes. A energia de deformação é dada pela equação (13), cuja agora pode ser adicionada nas somatórias as equações (33), (34) e (35).

$$U^1 = \frac{1}{E} \int_A (K_{I,3}^2 + K_{I,7}^2 + K_{II,9}^2) dA \quad (36)$$

Agora, aplicando a equação (12) em (36), tem-se os elementos da matriz de flexibilidade do elemento trincado. Seus valores podem ser obtidos pelas equações (37) a (40).

$$c_{33} = \frac{24\pi\Phi_I^2}{Eh^3} \left[\int_{-g}^g g \left(\frac{1}{2} + \frac{3g}{4} \right)^2 Y^2(g) dg + \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sigma_x(0,l)}{\sigma_Y} \right)^2 \int_{-g}^g g Y^4(g) dg \right] \quad (37)$$

$$c_{73} = \frac{12\pi\Phi_I^2}{Eh^3} \left[\int_{-g}^g g \left(\frac{1}{2} + \frac{3g}{4} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{3g}{4} \right) Y^2(g) dg + \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sigma_x(0,l)}{\sigma_Y} \right)^2 \int_{-g}^g g Y^4(g) dg \right] \quad (38)$$

$$c_{77} = \frac{24\pi\Phi_I^2}{Eh^3} \left[\int_{-g}^g g \left(\frac{1}{2} - \frac{3g}{4} \right)^2 Y^2(g) dg + \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sigma_x(0,l)}{\sigma_Y} \right)^2 \int_{-g}^g g Y^4(g) dg \right] \quad (39)$$

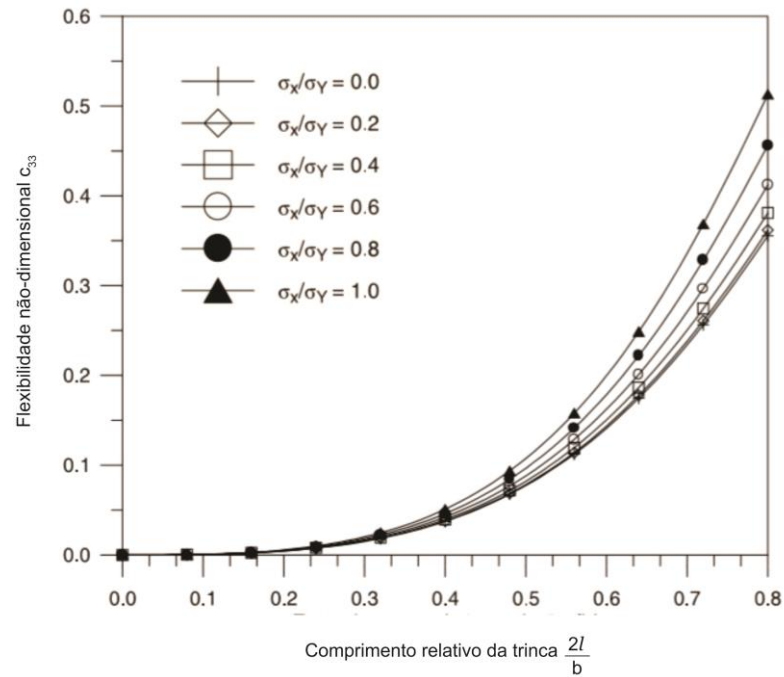
$$c_{99} = \frac{6\pi b^2 \Phi_{II}^2}{Eh^3} \left[\int_{-g}^g g Y^2(g) dg + \frac{1}{\pi} \left(\frac{\tau_{xy}(0,l)}{\sigma_Y} \right)^2 \int_{-g}^g g Y^4(g) dg \right] \quad (40)$$

Sendo que todos os termos das equações acima já foram apresentados, exceto por:

$$g = \frac{2l}{b} \quad (41)$$

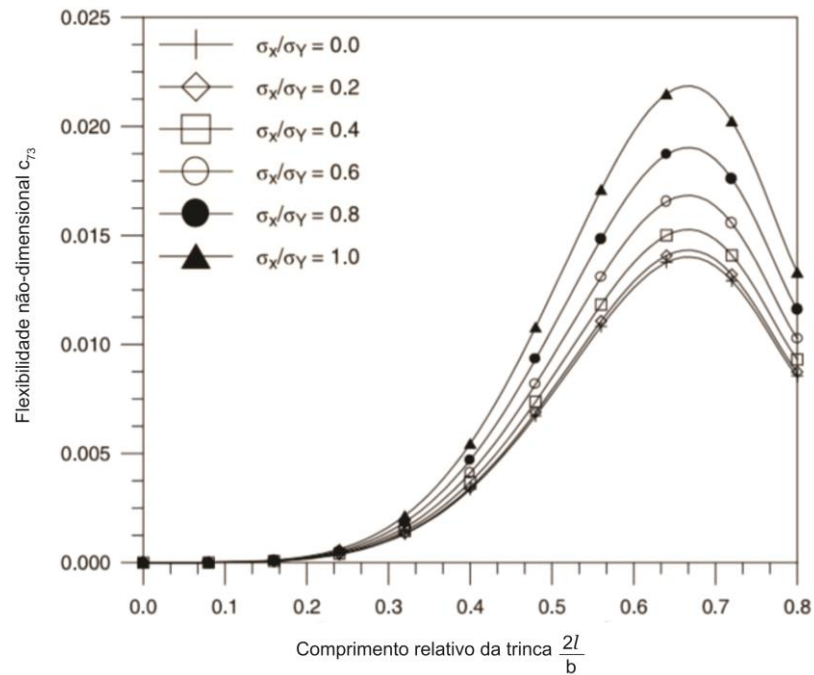
As relações entre a tensão normal, a tensão de cisalhamento e a tensão de escoamento, podem ser localizadas de acordo com as Figura 10, Figura 11, Figura 12 e Figura 13.

Figura 10 - Flexibilidade não-dimensional c_{33} devido a trinca como função do comprimento relativo $2l/b$ e a razão plástica σ_x/σ_Y



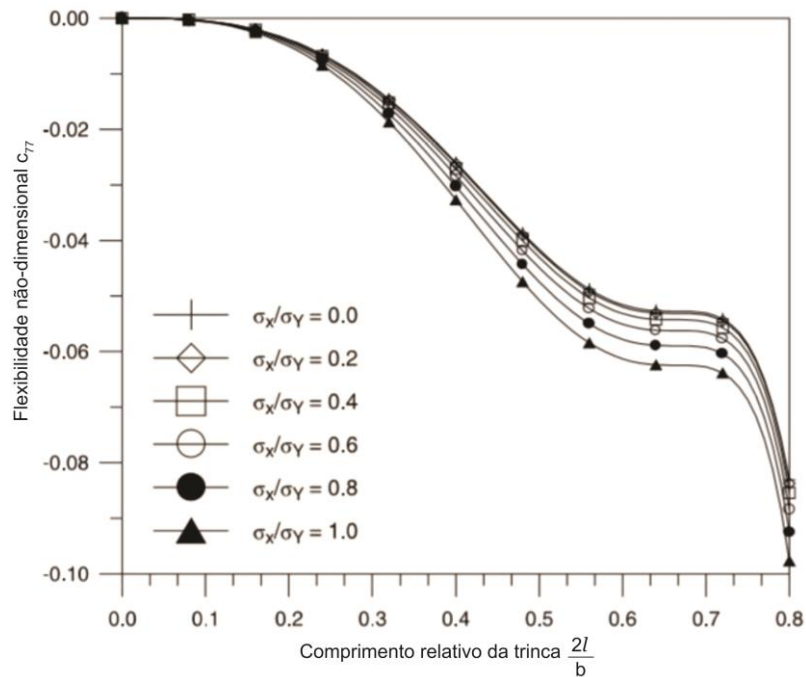
Fonte: Adaptado de Krawzuck. *et al.* (2001, pág. 524).

Figura 11 - Flexibilidade não-dimensional c_{73} devido a trinca como função do comprimento relativo $2l/b$ e a razão plástica σ_x/σ_Y



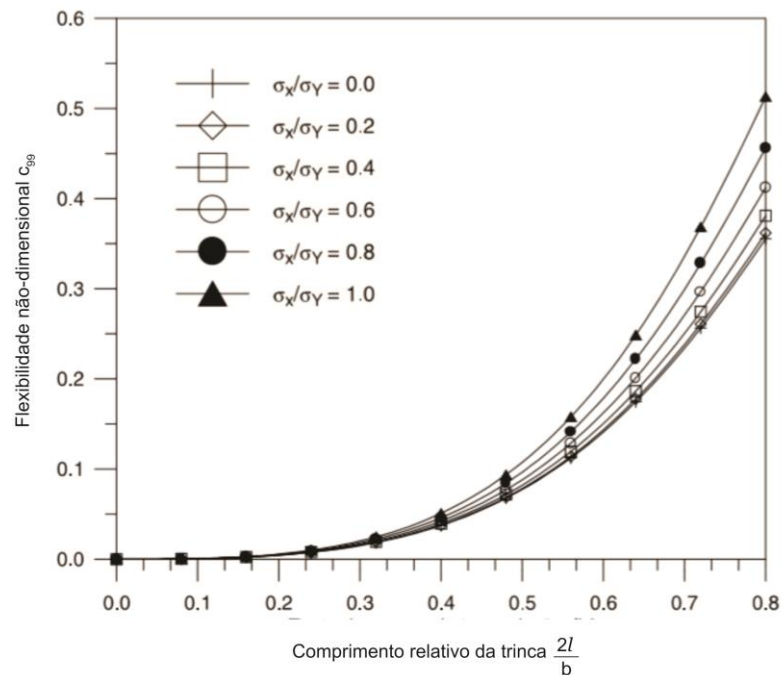
Fonte: Adaptado de Krawzuck. *et al.* (2001, pág. 524).

Figura 12 - Flexibilidade não-dimensional c_{77} devido a trinca como função do comprimento relativo $2l/b$ e a razão plástica σ_x/σ_Y



Fonte: Adaptado de Krawzuck. *et al.* (2001, pág. 525).

Figura 13 - Flexibilidade não-dimensional c_{99} devido a trinca como função do comprimento relativo $2l/b$ e a razão plástica σ_x/σ_Y .



Fonte: Adaptado de Krawzuck. *et al.* (2001, pág. 526).

Colocando os elementos na ordem matricial, tem-se que a matriz de flexibilidade será:

$$[Flex_{Trincada}] = \frac{6\pi}{Eh^3} \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & c_{33} & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & c_{73} & 0 & 0 & 0 & c_{77} & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{99} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Obtida a matriz de flexibilidade de um elemento trincado, monta-se uma nova matriz denominada como matriz de flexibilidade total, composta pela soma das matrizes obtidas pelas equações (10) e (42).

$$[Flex_{Total}] = [Flex_{Local}] + [Flex_{Trincada}] \quad (43)$$

A matriz de flexibilidade total, aplicada a transformação da equação (9), transforma-se na matriz de rigidez de um elemento contendo as influências da trinca interna a estrutura, ou seja, a equação (44) apresenta a matriz de rigidez de um elemento finito trincado de placa.

$$[K_{Trincada}] = [T][Flex_{Total}]^{-1}[T]^T \quad (44)$$

2.5 MATRIZ DE AMORTECIMENTO PROPORCIONAL

Para sistemas com muitos graus de liberdade, a maior dificuldade de modelar esses tipos de estruturas é determinar suas matrizes dinâmicas, em principal a matriz de amortecimento. Uma maneira de obter esta última é através de uma relação proporcional entre as matrizes de massa e rigidez, multiplicadas pelos os coeficientes de amortecimento de Rayleigh, α e β (CHOWDHURY et al., 2003).

O amortecimento proporcional à massa e rigidez é uma teoria que consiste em buscar a matriz de amortecimento $[C]$ de sistemas que não possuem essa matriz modelada por elementos finitos. A equação que formula essa matriz é dada por:

$$[C_{Local}] = \alpha [M_{Local}] + \beta [K_{Local}] \quad (45)$$

As unidades de α e β são relevantes devido a sua transformação das unidades de massa e rigidez em unidades de amortecimento. Ou seja,

$$\left[\frac{Ns}{m} \right] = \alpha [kg] + \beta \left[\frac{N}{m} \right] \quad (46)$$

Pela equação (46), temos que as unidades de α e β são respectivamente: $\frac{1}{s}$ e s .

Partindo de um sistema com múltiplos graus de liberdade, a equação matricial de movimento em função tempo é dada por:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (47)$$

No qual $\{F(t)\}$ é o vetor força aplicado no sistema.

Utilizando a transformação ortogonal na equação (47), temos uma nova equação com valores ortogonais das matrizes e de seus vetores, conforme a equação (48).

$$\{\phi\}^T [M] \{\phi\} \{\ddot{\xi}\} + \{\phi\}^T [C] \{\phi\} \{\dot{\xi}\} + \{\phi\}^T [K] \{\phi\} \{\xi\} = \{\phi\}^T \{F(t)\} \quad (48)$$

Sendo $\{\phi\}$ o autovetor normalizado do sistema e $\{\xi\}$ deslocamento da nova coordenada transformada, desacoplando as equações para redução de sua forma complexa tem-se:

$$\{\ddot{\xi}\} + 2\zeta_i \omega_i \{\dot{\xi}\} + \omega_i^2 \{\xi\} = \{F_i(t)\} \quad (49)$$

Tal que ζ é a razão de amortecimento e ω a frequência natural dos GDLs.

Pelas equações (45) e (48), temos a relação entre a matriz de amortecimento proporcional normalizada em função da frequência natural do sistema.

$$\{\phi\}^T [C_{Local}] \{\phi\} = \begin{bmatrix} \alpha + \beta\omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha + \beta\omega_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \alpha + \beta\omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

De (49) e (50) tem-se um sistema de equações com n-equações e duas-incógnitas, conforme mostrado abaixo:

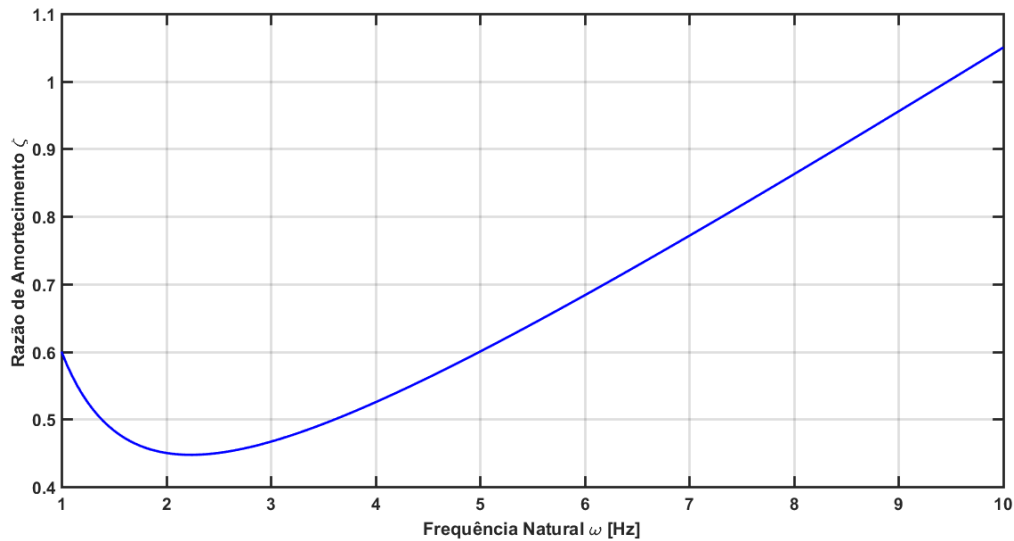
$$\begin{cases} 2\zeta_1\omega_1 = \alpha + \beta\omega_1^2 \\ 2\zeta_2\omega_2 = \alpha + \beta\omega_2^2 \\ 2\zeta_3\omega_3 = \alpha + \beta\omega_3^2 \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ 2\zeta_n\omega_n = \alpha + \beta\omega_n^2 \end{cases} \quad (51)$$

Simplificando as equações (51) do sistema, podemos isolar a razão de amortecimento em função da frequência natural, α e β . A relação pode ser encontrada a seguir:

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (52)$$

O comportamento da equação (52) é mostrado na Figura 14, podendo verificar a predominância do fator α no início do processo e depois o destaque de β no final da curva. A Figura 14 foi elaborada para exemplificar o comportamento da equação (52) dentro de uma faixa de frequência de 1 a 10 Hz.

Figura 14 - Variação da razão de amortecimento em função da frequência natural



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A primeira parte do gráfico, no intervalo de 1 a 2.5 Hz aproximadamente, é marcado pelo primeiro termo da equação (52), onde α é dividido pela respectiva frequência natural, apresentando um comportamento não-linear (uma função de comportamento $1/x$), de modo que quanto menor ω_i maior será o valor de ζ_i . Entretanto, quando o valor de ω_i tende a aumentar, o comportamento linear começa a surgir, caracterizado pelo segundo termo de (52), dado por $\beta\omega_i$ dividido por dois. Ou seja, quando trabalhamos com as primeiras frequências do sistema, a matriz de massa será dominante em relação ao amortecimento. Quando começamos a analisar as frequências mais elevadas, a matriz de rigidez passa a ser a parte mais influente no amortecimento (CHOWDHURY, et al., 2003).

A determinação de α e β parte por dois métodos de análise: o primeiro, determina a relação entre o primeiro modo e o seu modo intermediário, já o segundo, relaciona-se o primeiro modo e o seu modo mais significativo.

Num sistema com múltiplos graus de liberdade, a influência mais significativa na razão de amortecimento são de seus 15 (quinze) primeiros modos (CHOWDHURY, et al., 2003). Escolhido os n -primeiros valores para frequência natural e suas respectivas razões de amortecimento e partindo desse princípio, pode-se se escrever uma relação linear dada por:

$$\zeta_i = \frac{\zeta_m - \zeta_1}{\omega_m - \omega_1} (\omega_i - \omega_1) + \zeta_1 \quad (53)$$

De modo que ζ_i é a razão de amortecimento do i^{th} modo, entre o intervalo $1 < i < m$, ζ_1 é a razão de amortecimento do primeiro modo, ζ_m é a razão de amortecimento para o m^{th} modo significativo, tal $m < n$, ω_i é a frequência natural do i^{th} modo, ω_1 é a frequência natural do primeiro modo e ω_m é a frequência natural para o m^{th} modo significativo (CHOWDHURY, et al., 2003).

Porém, durante a interpolação, quando $i = m$, a equação (53) deverá tornar-se de forma diferente, apresentando o comportamento da segunda parte da equação (52). A nova equação que deve ser utilizada será:

$$\zeta_i = \frac{\zeta_m - \zeta_1}{\omega_m - \omega_1} (\omega_{m+i} - \omega_m) + \zeta_m \quad (54)$$

Tendo todos os valores de ζ_i , constrói-se o gráfico apresentando na Figura 14, que mostra o comportamento obtido pelas equações (53) e (54). Este gráfico mostra o desenvolver da razão de amortecimento durante o variar da frequência obtida pela interpolação dos modos mais importantes.

O primeiro método de determinação de α e β , consiste em escolher um dos modos intermediários do sistema e determinar o valor de β primeiro pela equação (55), seguido em calcular α , através da equação (56), descrita abaixo.

$$\beta = \frac{2\zeta_1\omega_1 - 2\zeta_m\omega_m}{\omega_1^2 - \omega_m^2} \quad (55)$$

$$\alpha = 2\zeta_1\omega_1 - \beta\omega_1^2 \quad (56)$$

O segundo método é semelhante ao primeiro, porém o modo escolhido para ser como referência é aquele mais significativo do sistema, aproximadamente duas vezes e meio o valor do índice do primeiro método. Para determinar o valor de β primeiro, utiliza-se a equação (55) com o índice de referência modificado, seguido pelo uso da equação (56).

$$\beta = \frac{2\zeta_1\omega_1 - 2\zeta_{2.5m}\omega_{2.5m}}{\omega_1^2 - \omega_{2.5m}^2} \quad (57)$$

A partir dos dois métodos propostos, seleciona-se os melhores valores para α e β que são correspondentes à aquele apresentado pela teoria de amortecimento de Rayleigh, dada pela Figura 14.

2.6 IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS FÍSICOS DE UMA PLACA ENGASTADA

A identificação de um sistema dinâmico é uma tarefa complexa e que necessita de um certo tempo de pesquisa para coleta de informações, porém, hoje em dia, existem ferramentas que conseguem agilizar o percurso, como Parâmetros de Markov e Algoritmo de Realização de Autosistemas. Considerando a metodologia a seguir obtida de Juang (2001) e Silva (2006).

2.6.1 Parâmetros de Markov

Assumindo uma entrada impulso unitário em um instante k :

$$\left\{ \begin{array}{c} u(k-p) \\ \vdots \\ u(k-1) \\ u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+s-1) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} \quad (58)$$

Tal que k e s são inteiros arbitrários com p um inteiro pré-especificado, o inteiro p deve ser maior ou igual a um número específico relacionado a ordem do sistema e ao número de saídas. Assume-se que a resposta a um instante menor que k é:

$$\left\{ \begin{array}{c} y(k-p) \\ \vdots \\ y(k-2) \\ y(k-1) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (59)$$

Assim, mostra-se que o sistema pode ser considerado casual, de modo que a resposta em instantes de k até o fim, é dada por:

$$\begin{Bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+s-1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta_0^{(0)} \\ \beta_0^{(1)} \\ \vdots \\ \beta_0^{(s-1)} \end{Bmatrix} \quad (60)$$

Nos quais $\beta_0^{(0)}, \beta_0^{(1)}, \dots, \beta_0^{(s-1)}$ são a função em resposta ao impulso – IRF – do sistema. Considera-se agora um sistema de espaço de estado no domínio discreto conforme mostrado pela equação (61).

$$\begin{aligned} x(k+1) &= [A]x(k) + [B]u(k) \\ y(k) &= [C_{me}]x(k) + [D]u(k) \end{aligned} \quad (61)$$

O sistema da equação (61) pode ser resolvido, considerando condição inicial de $x(k) = 0$ para a saída anterior a $y(k)$.

$$\begin{aligned} x(k) = 0 &\Rightarrow y(k) = [D] \\ x(k+1) = [B] &\Rightarrow y(k+1) = [C_{me}][B] \\ x(k+2) = [A][B] &\Rightarrow y(k+2) = [C_{me}][A][B] \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots &\quad \quad \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ x(k+s-1) = [A]^{s-2}[B] &\Rightarrow y(k+s-1) = [C_{me}][A]^{s-2}[B] \end{aligned} \quad (62)$$

Dadas as expressões e raciocínio acima, a equação torna-se verdadeira para qualquer entrada simples e para sistemas com múltiplas entradas, deve-se aplicar a excitação impulsiva para cada coluna da matriz de entrada.

Relacionando as equações (62) com a equação (61), tem-se que:

$$\beta_0^{(0)} = [D] \quad (63)$$

$$\beta_0^{(1)} = [C_{me}][B] \quad (64)$$

$$\beta_0^{(2)} = [C_{me}] [A] [B] \quad (65)$$

⋮ ⋮

$$\beta_0^{(s-1)} = [C_{me}] [A]^{(s-2)} [B] \quad (66)$$

As matrizes $[D]$, $[C_{me}] [B]$, $[C_{me}] [A] [B]$, \dots , $[C_{me}] [A]^{(s-2)} [B]$ são chamadas de parâmetros de Markov, características do sistema estudado na metodologia. Esses parâmetros são obtidos no domínio de tempo e são usados para identificar matematicamente modelos de sistemas lineares, como placas finas de Kirchhoff. (JUANG, 2001; SILVA, *et al.* 2006).

Entretanto, outra ferramenta complementar a identificação de sistemas é o Algoritmo de Realização de Autossistema – ERA.

2.6.2 Algoritmo de Realização de Autossistemas – ERA

Recordando os parâmetros de Markov como:

$$Y_0 = [D] = \beta_0^{(0)} \quad (67)$$

$$Y_1 = [C_{me}] [B] = \beta_0^{(1)} \quad (68)$$

$$Y_2 = [C_{me}] [A] [B] = \beta_0^{(2)} \quad (69)$$

⋮ ⋮

$$Y_k = [C_{me}] [A]^{(k-2)} [B] = \beta_0^{(k)} \quad (70)$$

Através da equação (67), tem-se o conhecimento da matriz $[D]$, restando agora a determinação das outras matrizes. A metodologia parte da determinação da matriz de Hankel generalizada com ordem igual a $p \times \gamma$ e composta pelos parâmetros característicos do sistema.

$$[H](0) = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_\gamma \\ Y_2 & Y_3 & \dots & Y_{\gamma+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_p & Y_{p+1} & \dots & Y_{p+\gamma-1} \end{bmatrix}_{p \times \gamma} \quad (71)$$

Sendo p e γ inteiros e seguindo a regra $\gamma r > pm$, onde m é o número de saídas e r o número de entradas. Uma característica importante da matriz de Hankel tem rank igual a n , se $pm \geq n$, e também é dita como matriz de blocos de dados. (JUANG, 2001).

Outra maneira de escrever a matriz de Hankel é em função das matrizes de realização no espaço de estados.

$$[H](0) = \begin{bmatrix} [C_{me}][B] & [C_{me}][A][B] & \cdots & [C_{me}][A]^{\gamma-1}[B] \\ [C_{me}][A][B] & [C_{me}][A]^2[B] & \cdots & [C_{me}][A]^\gamma[B] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [C_{me}][A]^{p-1}[B] & [C_{me}][A]^p[B] & \cdots & [C_{me}][A]^{p+\gamma-2}[B] \end{bmatrix}_{p \times \gamma} \quad (72)$$

Porém, pode-se escrever os elementos da matriz de Hankel em outras duas novas matrizes:

$$[W_o] = \begin{bmatrix} [C_{me}] \\ [C_{me}][A] \\ [C_{me}][A]^2 \\ \vdots \\ [C_{me}][A]^{p-1}[B] \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$[W_c] = \begin{bmatrix} [B] & [A][B] & [A]^2[B] & [A]^{\gamma-1}[B] \end{bmatrix} \quad (74)$$

Tal que:

$$[W_o][W_c] = [H](0) \quad (75)$$

Sendo $[W_o]$ a matriz de observabilidade e $[W_c]$ controlabilidade.

É importante também que a matriz de Hankel da equação (71) seja decomposta em valores singulares. Logo, da equação (71) tem-se:

$$[H](0) = [R][\Psi][S]^T \quad (76)$$

Em que as matrizes $[R]$ e $[S]$ possuem colunas ortonormais e $[\Psi]$ é uma matriz retangular, será igual a:

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \Psi_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (77)$$

Sendo Σ_n os autovalores do sistema exemplificado para a quantidade n de estados.

Considerando agora que as matrizes $[R]$ e $[S]$ possam ser escrita em função do número de estados, elas tornam-se $[R_n]$ e $[S_n]$, tendo a formação dada pelas n primeiras colunas da matriz $[R]$ e $[S]$, respectivamente. Assim a equação (76) modifica-se para (78)

$$[H](0) = [R_n][\Psi_n][S_n]^T \quad (78)$$

Pelas equações (75) e (76), temos então que:

$$[W_0] = [R_n][\Psi_n]^{1/2} \quad (79)$$

$$[W_C] = [\Psi_n]^{1/2}[S_n]^T \quad (80)$$

Assim, chega-se a determinação das matrizes $[B]$ e $[C_{me}]$, sendo $[B]$ a primeira coluna de $[\Psi_n]^{1/2}[S_n]^T$ e $[C_{me}]$ a primeira linha de $[R_n][\Psi_n]^{1/2}$. Para calcular a matriz $[A]$, segue-se o mesmo procedimento para a montagem da matriz de Hankel, porém com a peculiaridade de $k=1$.

$$[H](1) = \begin{bmatrix} Y_2 & Y_3 & \cdots & Y_{\gamma+1} \\ Y_3 & Y_4 & \cdots & Y_{\gamma+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{p+1} & Y_{p+2} & \cdots & Y_{p+\gamma} \end{bmatrix}_{p \times \gamma} \quad (81)$$

Realizando o mesmo procedimento de transformação da equação (73) para (74), tem-se que a equação (81) torna-se:

$$[H](1) = \begin{bmatrix} [C_{me}][A][B] & [C_{me}][A]^2[B] & \cdots & [C_{me}][A]^\gamma[B] \\ [C_{me}][A]^2[B] & [C_{me}][A]^3[B] & \cdots & [C_{me}][A]^{\gamma+1}[B] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [C_{me}][A]^p[B] & [C_{me}][A]^{p+1}[B] & \cdots & [C_{me}][A]^{p+\gamma-1}[B] \end{bmatrix}_{p \times \gamma} \quad (82)$$

A matriz $[A]$ é obtida por:

$$[A] = [\Psi_n]^{1/2} [R_n]^T [H] [S_n] [\Psi_n]^{1/2} \quad (83)$$

Finaliza-se agora realizando dois procedimentos básico e programado pelo software comercial, a transformação do sistema dinâmico no domínio do discreto para o contínuo e aplicação de funções próprias do software para determinação das frequências naturais e razão de amortecimento.

Para transformar o sistema dinâmico no domínio discreto para o contínuo, há a necessidade de dois passos importantes: nomear o sistema discreto as matrizes características e retorná-los para o domínio do contínuo.

$$sysd = (A, B, C_{me}, D, fs) \quad (84)$$

Onde A, B, C_{me} e D são as matrizes características do sistema discreto e fs a frequência de amostragem do mesmo.

A transformação do sistema discreto para o contínuo é dada pela equação (85):

$$sys = d2c(sysd) \quad (85)$$

E por fim, para determinação dos parâmetros necessário para determinação do amortecimento proporcional, discutido no capítulo anterior, é dada pela equação (86):

$$[\omega, zeta] = damp(sys) \quad (86)$$

Sendo assim, ω é o vetor com as frequências naturais do sistema, ζ é o vetor com as razões de amortecimento do mesmo e sys é o sistema em espaços de estados no domínio do tempo contínuo.

3 METODOLOGIA DE OBSERVADORES DE ESTADO

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A engenharia de controle moderno começa a tomar força com Luenberger (1964), que dizia que um sistema mecânico poderia ser determinado através de suas entradas e saídas. Entretanto, tal metodologia só poderia ser aplicada caso o sistema fosse observável, ou pelo menos, detectável (OLIVEIRA, 2015). Assim, sistemas mais complexos, impossibilitados nos anos anteriores devido a dificuldades tecnológicas, finalmente poderiam ser modelados e estudados.

Com base na teoria de controle moderno, Meirovitch (1990) afirma que o controle moderno é ferramenta fundamental para trabalhar no regime do tempo, onde utiliza-se de uma descrição do comportamento de espaços de estados para sistemas dinâmicos.

A principal diferença entre as teorias clássicas de controle e a teoria moderna é que a primeira trata-se do estudo de sistemas simples, considerando apenas uma entrada e uma saída do sistema estudado, já na teoria moderna, é possível trabalhar com sistemas mais complexos, com múltiplas entradas e saída, lineares ou não-lineares, variantes ou invariantes no tempo (ZACARIAS, 2009).

3.2 ESPAÇO DE ESTADOS

Num sistema complexo, com múltiplas entradas e saídas, considera-se r entradas e m saídas, tais que $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$ sejam as entradas e $y_1(t), y_2(t), \dots, y_r(t)$ sejam as saídas. Define-se então que as n saídas dos integradores como variáveis de espaço iguais a $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$. Desta forma, o sistema pode ser escrito:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \end{cases} \quad (87)$$

As saídas do sistema são escritas por:

$$\begin{cases} y_1(t) = g_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ y_2(t) = g_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ \vdots \\ y_m(t) = g_m(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \end{cases} \quad (88)$$

Rescrevendo as equações (87) e (88) em equações vetoriais, tem-se:

$$x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}^T \quad (89)$$

$$u(t) = \{u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)\}^T \quad (90)$$

$$y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\}^T \quad (91)$$

$$f(x, u, t) = \begin{cases} f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ \vdots \\ f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \end{cases} \quad (92)$$

$$g(x, u, t) = \begin{cases} g_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ g_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \\ \vdots \\ g_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t); t) \end{cases} \quad (93)$$

Das equações (89) a (93), extrai-se:

$$\{\dot{x}(t)\} = \{f(x, u, t)\} \quad (94)$$

$$\{y(t)\} = \{g(x, u, t)\} \quad (95)$$

Se as equações (94) e (95) forem linearizadas em torno de um ponto de operação, para que os parâmetros dinâmicos do sistema não variem com o tempo, então tem-se as seguintes equações de estado e de saída linearizadas, considerando que as funções f e g são invariantes no tempo:

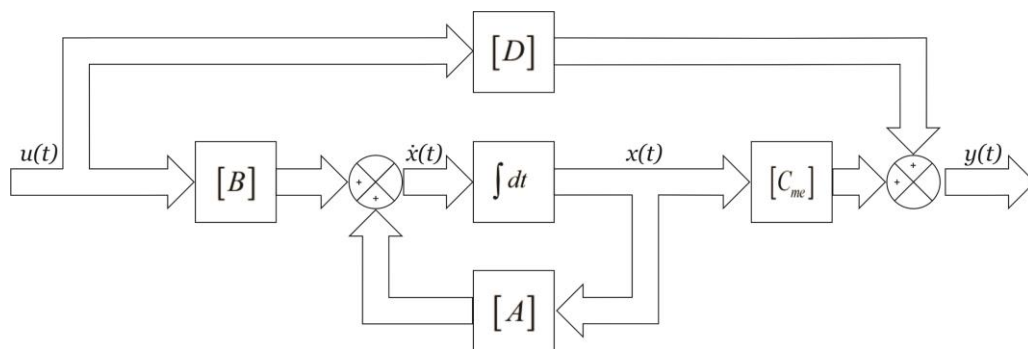
$$\{\dot{x}(t)\}_{2p \times 1} = [A]_{2p \times 2p} \{x(t)\}_{2p \times 1} + [B]_{2p \times r} \{u(t)\}_{r \times 1} \quad (96)$$

$$\{y(t)\}_{2p \times 1} = [C]_{me} \{x(t)\}_{2p \times 1} + [D]_{2p \times r} \{u(t)\}_{r \times 1} \quad (97)$$

Sendo p a ordem do sistema modelado, r número de entradas do sistema, $\{\dot{x}(t)\}$ é o vetor de estados de dimensões $2p \times 1$, $\{y(t)\}$ o vetor de saída de dimensões $2p \times 1$, $\{u(t)\}$ é o vetor de entrada de dimensões $r \times 1$. A matriz $[A]$ é chamada de matriz dinâmica ou matriz de estado de ordem $2p \times 2p$; $[B]$ é a matriz de entrada ou distribuição de ordem $2p \times r$; $[C_{me}]$ é a matriz de saída ou de medidas também de dimensões $2p \times 2p$ e $[D]$ é chamada de matriz de transmissão direta de dimensões $2p \times r$ (OGATA, 2010).

A forma em digrama de blocos pode ser encontrada na Figura 15.

Figura 15 - Diagrama de Blocos de um sistema de controle linear de tempo contínuo, em espaço de estados



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

3.3 CONCEITO DE OBSERVADORES

Luenberger, em 1964, apresenta que a maioria dos sistemas mecânicos podem ser escrito por vetores de estados, não sendo possível analisar todas as entradas ou saída, por não estarem disponíveis ou incapacitada de medição. Logo, deve-se procura um artifício para estimação dessa variáveis de espaços.

A estimativas de variáveis de estado não mensuráveis é comumente denominada observação, dado que um dispositivo programado para observar as variáveis de estados são chamados de Observador de Estado (ou Observador) (OGATA, 2010; OLIVEIRA 2014).

Quando um observador de estado que estima todo sistema, contendo este, todas suas variáveis medidas ou não, é chamado de Observador de Ordem Plena. Entretanto muitas vezes

não há necessidade de medir todas as variáveis do conjunto, então o observador passa a ser chamado de Observador de Ordem Reduzida (MELO, 1998).

Em projeto de observadores, procura-se sempre o desempenho ótimo do observador. A obtenção de projetos bem sucedidos de controle com um desempenho ótimo está ligada às propriedades de controlabilidade e observabilidade de um sistema (WATANABE, 2010).

Assim deve-se anteriormente conhecer se o mesmo é controlável e observável, ou ao menos, observável. Os conceitos de controlabilidade e observabilidade serão discutidos a seguir.

3.3.1 Controlabilidade

Segundo Ogata (2010), um sistema é dito controlável em $t = t_0$ se for possível construir um sinal de controle não limitado que transfira o sistema de um estado inicial para qualquer estado final, em um intervalo de tempo finito $t_0 \leq t \leq t_1$. Caso for possível construir tal sinal de controle, então o sistema será considerado completamente controlável (OGATA, 2010).

Dado o sistema dinâmico abaixo:

$$\{\dot{x}(t)\}_{4 \times 1} = [A]_{4 \times 4} \{x(t)\}_{4 \times 1} + [B]_{4 \times 4} \{u(t)\}_{4 \times 1} \quad (98)$$

$$\{y(t)\}_{4 \times 1} = [C]_{4 \times 4} \{x(t)\}_{4 \times 1} \quad (99)$$

Este só será considerado controlável se, e somente se, as colunas da sua matriz de controlabilidade $[W_C]$, dada pela equação (74), forem linearmente independentes ou então o posto de sua matriz de controlabilidade for igual ao valor da ordem de sua matriz dinâmica.

$$\text{Posto}[W_C] = n \quad (100)$$

Se a equação (100) for verdadeira, é dito então que o sistema é controlável.

3.3.2 Observabilidade

Partindo-se agora das equações (97) e (98) referentes ao sistema da Figura 16, o sistema só será considerado completamente observável, se todo $\{x(t_0)\}$ puder ser determinado pela observação de $\{y(t)\}$ durante um intervalo de tempo finito entre $t_0 \leq t \leq t_1$. O sistema é completamente observável se cada transição do estado puder afetar cada elemento do vetor de saída (OGATA, 2010).

O conceito de observabilidade é uma ferramenta interessante, pois ela soluciona problemas durante a reconstrução de variáveis de estado não mensuráveis, para o menor intervalo possível.

Um sistema é completamente observável se, e somente, os n vetores linhas da sua matriz de observabilidade $[W_o]$, dada pela equação (73), forem linearmente independentes ou então o posto de sua matriz de observabilidade for igual o valor da ordem de sua matriz dinâmica.

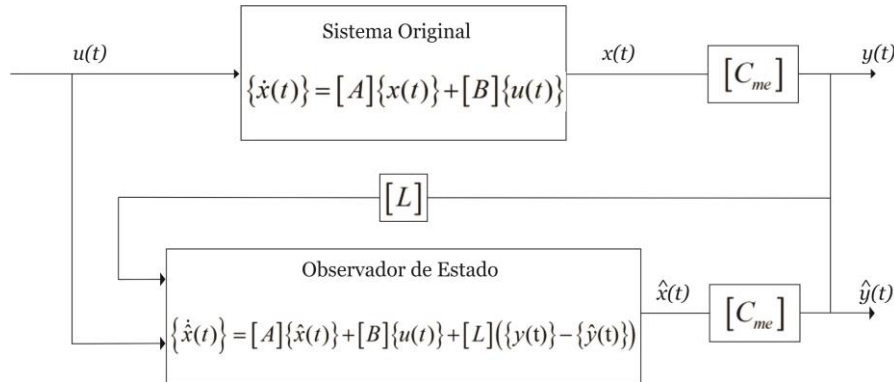
$$\text{Posto} \left[[W_o]^T \right] = n \quad (101)$$

Caso a equação (101), não for verdadeira, deve-se escolher uma nova matriz de medidas $[C_{me}]$ até que a mesma seja validada, porém sendo verdadeira, é dito que o sistema é observável.

Neste trabalho, a controlabilidade não é tão significativa, já que o objetivo é detectar falhas nos sistemas estudados e não controlá-lo durante o tempo de estudo.

3.4 CONSTRUÇÃO DE UM OBSERVADOR DE ESTADO

Considerando a planta de um sistema dada pelas equações (98) e (99), o observador de estado da mesma é um subsistema reconstrutor do vetor de estado da planta, exceto pela adição do ganho do observador. A Figura 16 mostra como é a ideologia de um observador.

Figura 16 - Modelo Ilustrativo de Observador de Estado

Fonte: Adaptado de Lemos (2004).

Considera-se que $\hat{x}(t)$ deva se aproximar de $x(t)$ apesar da adição do ganho do observador, como mostrado na Figura 16. Então o subsistema pode ser escrito desta maneira:

$$\{\hat{\dot{x}}(t)\} = [A]\{\hat{x}(t)\} + [B]\{u(t)\} + [L]\{y(t)\} - \{\hat{y}(t)\} \quad (102)$$

$$\{\hat{y}(t)\} = [C_{me}]\{\hat{x}(t)\} \quad (103)$$

O vetor $\hat{x}(t)$ é o vetor de estados do observador, $\hat{y}(t)$ é vetor de saída do observador e a matriz $[L]$ é a matriz de ganho do observador, dada em função de 4 (quatro) parâmetros: a matriz dinâmica $[A]$, a matriz de medidas $[C_{me}]$, a matriz Hermitiana $[Q]$ representando a importância do erro e a matriz Hermitiana $[R]$ representando o consumo de energia dos sinais de controle, uma ponderação entre o $x(t)$ da planta com o $\hat{x}(t)$ (OGATA, 2010), dada por:

$$[L] = lqr([A], [C_{me}], [Q], [R])' \quad (104)$$

Substituindo (99) e (103) em (102), tem-se que:

$$\{\hat{\dot{x}}(t)\} = [A]\{\hat{x}(t)\} + [B]\{u(t)\} + [L][C_{me}]\{x(t)\} - \{\hat{x}(t)\} \quad (105)$$

Organiza-se então a equação (105) os termos em função de $\{\hat{x}(t)\}$, $\{x(t)\}$ e $\{u(t)\}$, tem-se:

$$\{\hat{\dot{x}}(t)\} = ([A] - [L][C_{me}])\{\hat{x}(t)\} + [L][C_{me}]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (106)$$

Colocando as equações (98), (106), (99), e (103) em conjunto, respectivamente, tem-se uma expressão geral englobando a planta e o observador criado para a mesma. O resultado é um sistema da ordem dobrada das equações originais. (ZAK, 2003).

$$\begin{bmatrix} \{\dot{x}(t)\} \\ \{\hat{\dot{x}}(t)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [0] \\ [L][C_{me}] & [A] - [L][C_{me}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\hat{x}(t)\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B] \\ [B] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u(t)\} \\ \{u(t)\} \end{bmatrix} \quad (107)$$

$$\begin{bmatrix} \{y(t)\} \\ \{\hat{y}(t)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [C_{me}] & [0] \\ [0] & [C_{me}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\hat{x}(t)\} \end{bmatrix} \quad (108)$$

A verificação entre o resultado do vetor de estado $\{x(t)\}$ da planta com o vetor de estado $\{\hat{x}(t)\}$ do observador é a diferença entre seus valores RMS (raiz quadrática média - do inglês, Root Mean Square), dos mesmos. É deste modo que se verifica a convergência entre os resultados pela equação (109).

$$e_i(t) = (x_i(t))_{RMS} - (\hat{x}_i(t))_{RMS} \quad (109)$$

3.5 MONTAGEM DO BANCO DE OBSERVADORES DE ESTADO: GLOBAL E ROBUSTO

Quando uma falha começa a surgir num sistema mecânico, sua influência é facilmente sentida pelo observador, pois ele é muito sensível a mudanças de comportamento da estrutura. (WATANABE, 2010). Para verificação de falhas em sistemas mecânicos, é possível utilizar um banco de observadores de estados montados de acordo com as possíveis falhas que o sistema possa adquirir. Os tipos de observadores para estes, e mais outros casos, são chamados de:

- Observador de Estado Global ou Observador Global
- Observador de Estado Robusto elaborado com falha no(os) parâmetro(os) z

3.5.1 Observador de Estado Global

O observador de estado global é um observador onde sua saída, ou saídas, mesmo contendo em sua estrutura o ganho da matriz $[L]$, será exatamente como a saída do sistema real, ou seja, um sistema sem falhas em sua estrutura. Suas características, valores de entradas, forças aplicadas e deslocamentos iniciais são os mesmos daqueles aplicados no sistema original.

Ele é montado de acordo com a dedução das equações (103) e (106) e sua principal função é verificar se o sistema real analisado aparenta não possuir nenhum tipo de irregularidade. Caso o erro, dado pela equação (109), de qualquer vetor de estado apresentar-se muito discrepante, significa que a diferença entre este mesmo vetor de estado do observador de estado global e o vetor do sistema real não são semelhantes, logo o sistema real apresenta algum tipo de falha (MELO, 1998).

O passo seguinte é localizar onde a possível falha possa estar e isso passa a ser função desenvolvida pelos observadores de estado robustos.

3.5.2 Observador de Estado Robusto Elaborado com Falha em Parâmetros do Sistema

Tendo em vista como é montado um observado de estado global, sua utilização é dada pela alta sensibilidade a alterações de parâmetros, que por tal fato é uma ótima ferramenta para detecção de falhas em sistema com parâmetros alterados.

Com objetivo mais focado, o observador de estado passa a ser chamado de observador de estado robusto ou observador robusto quando ele é projetado com variação num determinado parâmetro e quando ocorrer a convergência entre o sistema contendo a falha com o observador robusto com parâmetro alterado, significa que o sistema real contém o mesmo tipo de problema que aquele observador possui propositalmente.

Assim, elabora-se um observador de robusto de um sistema onde as possíveis falhas já existem. O observador possuíra uma adição na matriz dinâmica, referente a alguma mudança

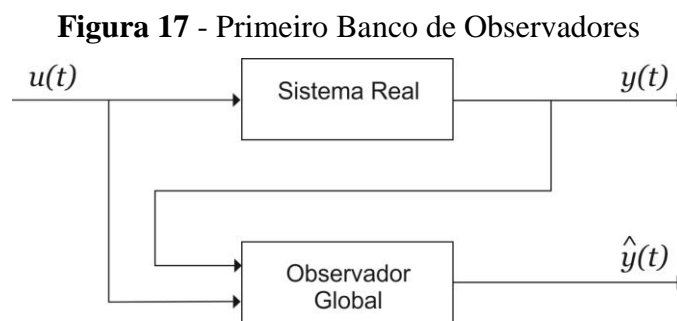
nas propriedades influentes na matriz $[A]$. Nomeando esta variação de parâmetros como $[\Delta A]$, adicionado à matriz dinâmica $[A]$, torna o observador robusto construído da seguinte forma:

$$\{\hat{\hat{x}}(t)\} = [A + \Delta A]\{\hat{x}(t)\} + [B]\{u(t)\} + [L](\{y(t)\} - \{\hat{y}(t)\}) \quad (110)$$

O vetor de estado do observador robusto apresentará um resultado diferente daquele apresentado pelo observador global. Isso é devido a introdução da matriz $[\Delta A]$ em sua matriz dinâmica.

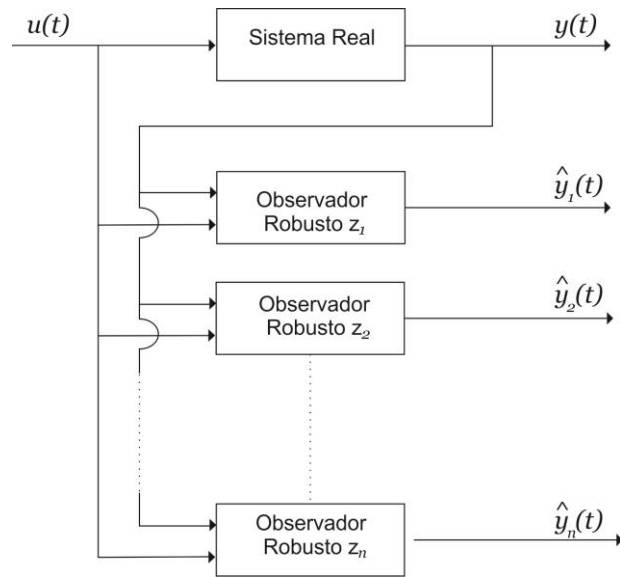
A localização acontece quando o erro entre o vetor de estados do observador robusto, construído para determinado tipo de variação, e o vetor de estado do sistema real tende a ser ínfimo.

Pode-se então construir o banco de observadores, global e robusto, para decisão lógica para detecção e localização de falhas. Os bancos de observadores podem ser visualizados na Figura 17 e Figura 18 a seguir:



Fonte: Adaptado de Marano (2002).

A Figura 17 mostra a maneira que ocorre a utilização do observador global. Caso falha seja detectada, passa-se para o banco de observadores robusto, mostrado na Figura 18.

Figura 18 - Segundo Banco de Observadores

Fonte: Adaptado de Marano (2002).

Sendo o parâmetro z é a variável física alterada no sistema.

4 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O trabalho que foi desenvolvido é aplicado em dois estudos: Placa fina de Kirchhoff sobre elementos de molas e amortecimento e Placa fina de Kirchhoff engastada livre com presença ou ausência de trinca.

Cada parte das simulações possui um banco de observadores com a finalidade de identificar falhas nos sistemas dinâmicos simulados.

A metodologia para um elemento finito de placa, sendo ele trincado ou não, já foi desenvolvida no Capítulo 2, então passa-se a etapa de construção e elaboração das equações de movimento do sistema.

Em seu livro, Balachandran (2011) apresenta a maneiras de expressar o equacionamento das equações de movimento através das equações de Lagrange, envolvendo parcelas de energia cinéticas, potencial e dissipativa:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) + \left(\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial q_i} \right) = Q_i \quad (111)$$

Sendo q_i os deslocamentos das coordenadas generalizadas do sistema analisado, \dot{q}_i a velocidade das coordenadas generalizadas do sistema analisado, T a energia cinética do sistema, V a energia potencial do sistema, D a função de dissipação de Rayleigh e Q_i a força generalizada nas coordenadas generalizadas (BALACHANDRAN, 2011).

Em sistemas mecânicos, cada termo da equação (111) passa a ser um parâmetro da equação de movimento matricial, dados por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) = [M_{Global}] \{\ddot{q}\} \quad (112)$$

$$\left(\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} \right) = [C_{Global}] \{\dot{q}\} \quad (113)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial q_i} \right) = [K_{Global}] \{q\} \quad (114)$$

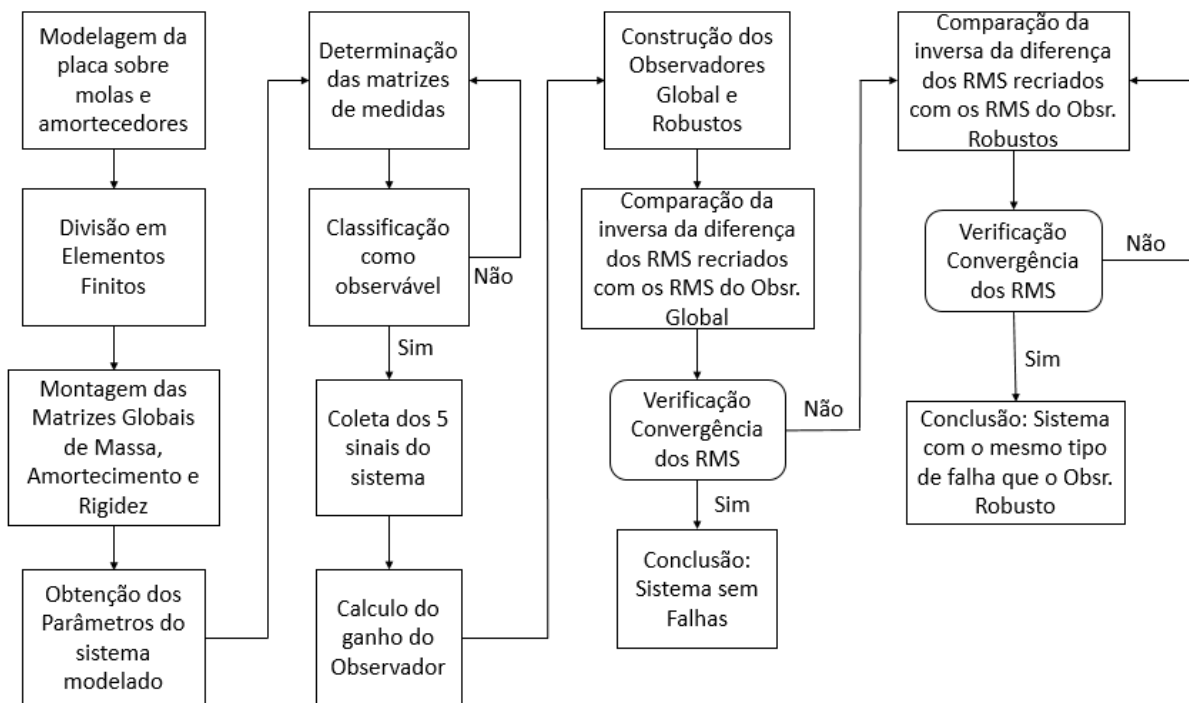
$$Q_i = \{F\} \quad (115)$$

As matrizes $[M_{Global}]$, $[C_{Global}]$ e $[K_{Global}]$ são as matrizes globais do sistema, considerando elementos de massa, amortecimentos e rigidez.

4.2 PLACA FINA DE KIRCHHOFF SOBRE ELEMENTOS DE MOLA E AMORTECIMENTO

O organograma do estudo da placa sobre molas e amortecedores é apresentado pela Figura 19.

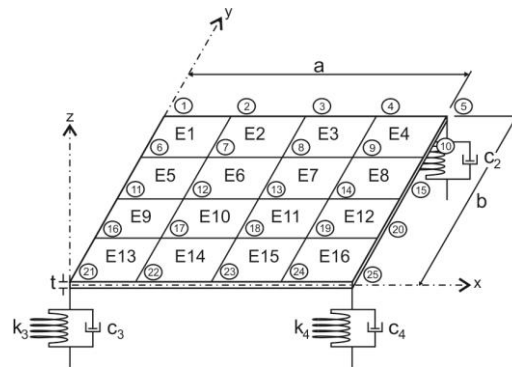
Figura 19 - Organograma do Trabalho da Placa sobre molas e amortecedores.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

No estudo da placa sobre molas e amortecedores, a metodologia foi aplicada para uma discretização de dezesseis elementos finitos, onde cada nó é composto por 3 GDLs, dado pela Figura 20. Neste ponto, desconsidera-se a matriz de amortecimento proporcional, motivo pelo qual tem-se finalidade apenas de estudar a atuação do observador para detecção de falhas.

Figura 20 - Placa Fina sobre Molas e Amortecimento com 16 Elemento

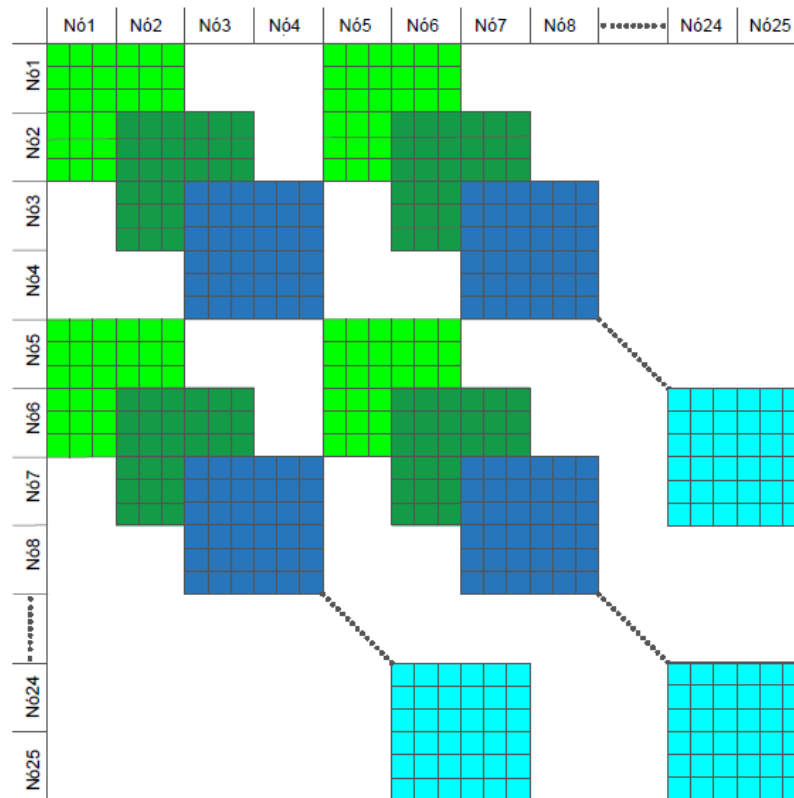


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A modelagem das três matrizes globais da equação (47) são funções da quantidade de elementos discretizado da placa fina de Kirchhoff somada aos elementos de mola e amortecimento acoplados em cada nó.

Elas são uma configuração de superposições de matrizes elementais, iguais as equações (2) e (3), referentes aos contatos de cada nó com seus vizinhos, e elas são apresentadas de acordo com sua quantidade de elementos. Para o caso de 16 elementos finitos, a matriz global é ilustrada pela Figura 21.

Figura 21 - Modelo de Matriz Global para 16 Elementos



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

As equações de movimento é peça fundamental para determinação e identificação de um sistema. Ela é dada por equações diferenciais ordinárias de segunda ordem em função da quantidade de GDLs.

$$[M_{Global}]_{75 \times 75} \{\ddot{x}\}_{75 \times 1} + [C_{Global}]_{75 \times 75} \{\dot{x}\}_{75 \times 1} + [K_{Global}]_{75 \times 75} \{x\}_{75 \times 1} = \{F\}_{75 \times 1} \quad (116)$$

Ressalta-se que na comparação entre os sinais coletados com os sinais dos observadores, a expressão de análise é dada pela equação (112).

$$Inversa = \frac{1}{[(y_i(t))_{RMS} - (\hat{y}_i(t))_{RMS}]} \quad (117)$$

E para o cálculo do valor RMS, utilizou-se equação (118).

$$y(t)_{RMS} = rms(y(t)) \quad (118)$$

Para a simulação, utilizou-se um tempo total de 1 (um) segundo; 8192 pontos de amostra, forças aplicadas aos nós foram consideradas nulas e um vetor de velocidade inicial $\{x_0\}$ com valores de 5mm em cada nó ligado aos elementos de mola e amortecimento. As propriedades da placa fina de alumínio, material para todos os casos estudados neste trabalho, podem ser encontradas na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros da Placa Fina de Kirchhoff

Parâmetros	Valor
ρ	2700kg/m ³
E	69GPa
ν	0,3
a	0,3m
b	0,25m
h	0,002m
$k_1 = k_2 = k_3 = k_4$	5kN / m
$c_1 = c_2 = c_3 = c_4$	2Ns / m

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Nota-se pela Tabela 1 que a relação proposta por Szilard (2004) foi levada em consideração, tal que dizia que a espessura da placa é inferior a 5% da menor dimensão da placa.

A veracidade do modelo teórico em comparação com uma placa sobre mola e amortecimento é dada em comparação com software de modelagem de elementos finitos, para conferência das frequências naturais do sistema.

Tabela 2 - Frequências naturais do sistema sobre molas e amortecedores: Modelo e Software de modelagem

Caso	1° Frequência Natural	2° Frequência Natural	3° Frequência Natural	4° Frequência Natural	5° Frequência Natural
Modelo [Hz]	28.21	53.02	54.21	122.36	125.92
Software Comercial [Hz]	27.79	52.20	53.31	121.21	123.45
Erro %	1.51	1.57	1.68	0.95	2

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

O erro percentual para comparação foi realizado pela diferença entre a frequência natural do modelo com a frequência natural do software computacional, dividido pelo valor da frequência obtida do software e multiplicado por 100.

Já o banco de observadores foi montado devidamente para localizar falhas internas nas molas do sistema. Os tipos de falhas utilizadas para elaboração dos observadores são falha de 0 a 100% do módulo de elasticidade de k_1, k_2, k_3 e k_4 .

Assim, o primeiro banco de observadores, global, são ordenados de acordo com os itens a seguir:

- Sinal Coletado x Observador Global
- Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global

O segundo banco de observadores, os robustos, responsável para localizar e quantificar o tamanho da falha é dada:

- Observador Robusto com falha 0 a 100% de k_1 .
- Observador Robusto com falha 0 a 100% de k_2 .
- Observador Robusto com falha 0 a 100% de k_3 .
- Observador Robusto com falha 0 a 100% de k_4 .
- Banco dos Observadores Robustos
- Alarme de Identificação de Falha

A localização da falha é obtida pela convergência entre um observador robusto com o sinal obtido, caso o observador global já tenha apresentado uma divergência, dada pela equação (117).

Apresenta-se um total de três simulações de sistemas de placa de Kirchhoff sobre molas e amortecedores, contendo ou não falhas em seus elementos de molas. Os sistemas podem ser visualizados na Tabela 3, onde apresenta a porcentagem de falha atuante em cada mola durante as simulações.

Tabela 3 - Numeração das Simulações de Sistemas

Elemento de Mola	SIM 1	SIM 2	SIM 3
k_1	---	75%	20%
k_2	---	---	---
k_3	---	---	20%
k_4	---	---	---

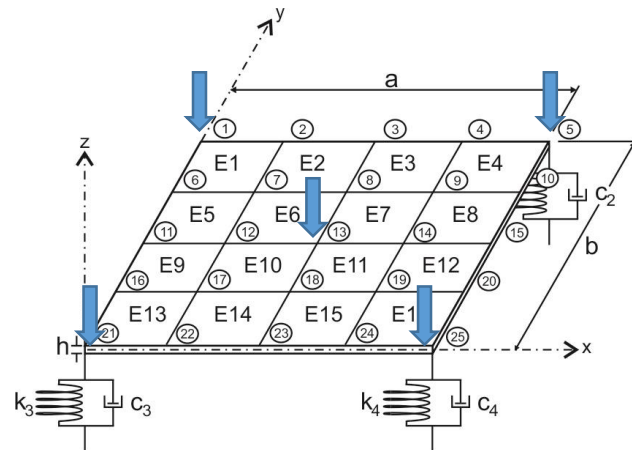
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

As medidas coletadas pela matriz de medidas $[C_{me}]$ observáveis foram nos nós 1, 5, 13, 21 e 25.

4.2.1 SIM 1: Simulação de um Sistema sem Falhas

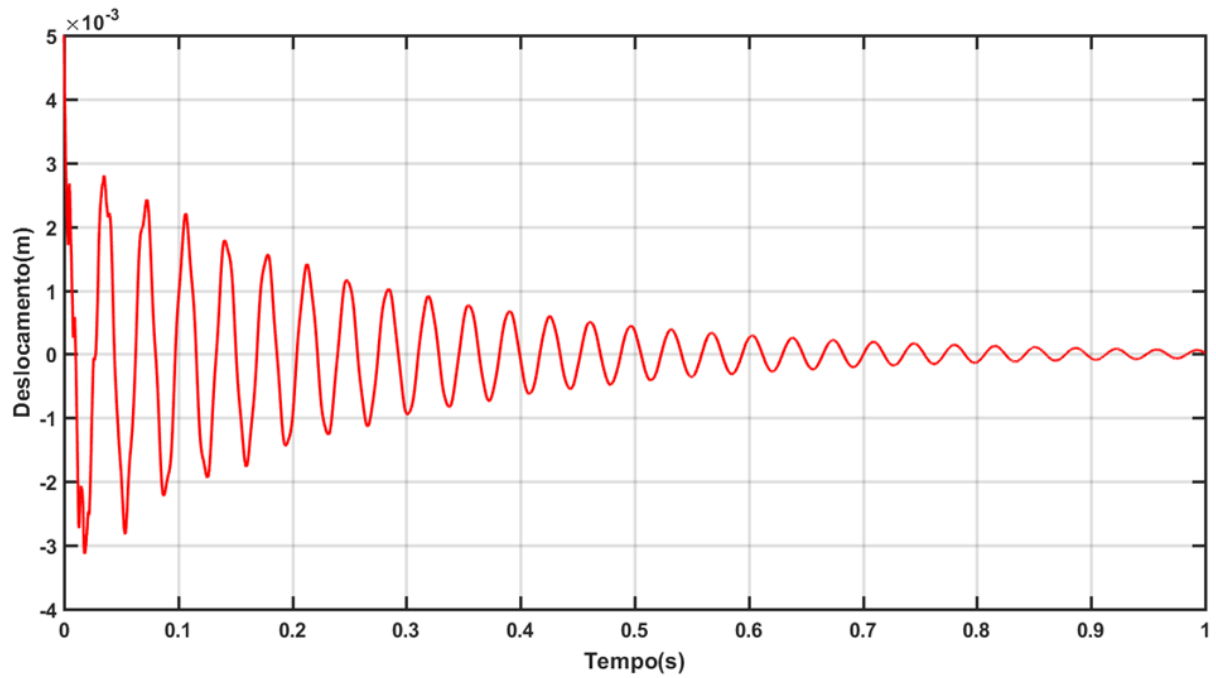
Os deslocamentos em função do tempo do nó central e do nó 1 (um), dados pelas Figura 22, podem ser visualizados nas Figura 23 e Figura 24. Não houve necessidade de apresentar as imagens dos nós 5, 21 e 25, eis que eram são semelhantes ao deslocamento do nó1.

Figura 22 - Posição dos nós analisados.

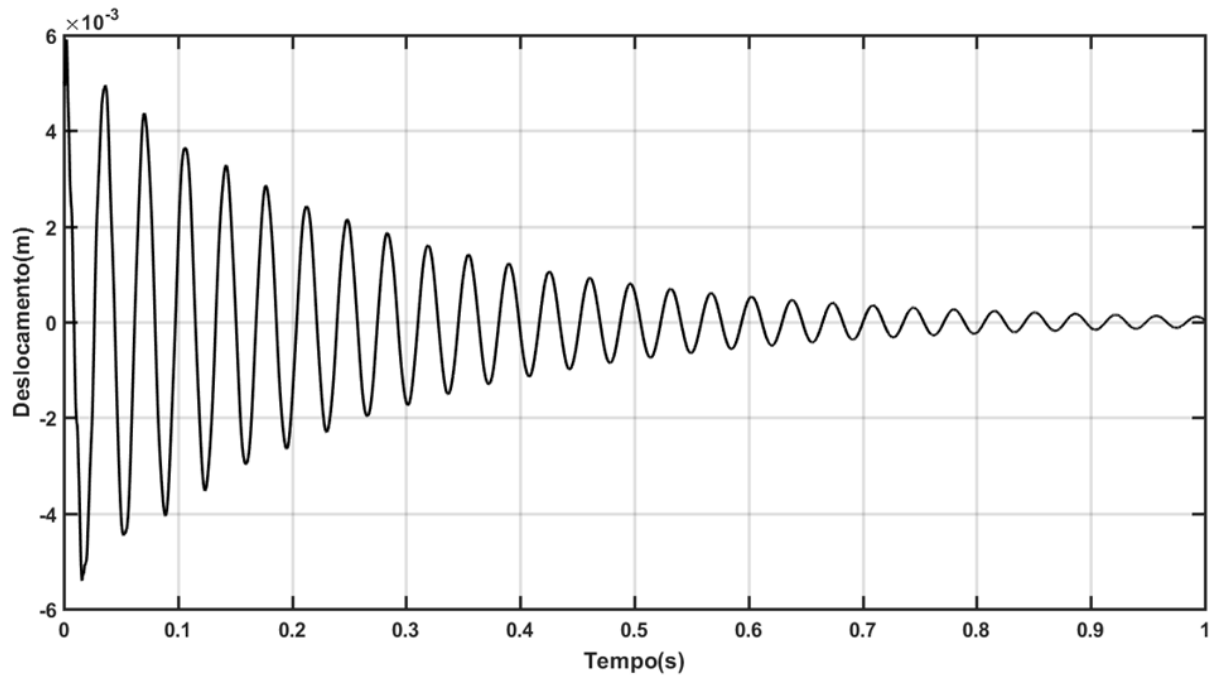


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 23 - SIM 1: Deslocamento do nó 1.



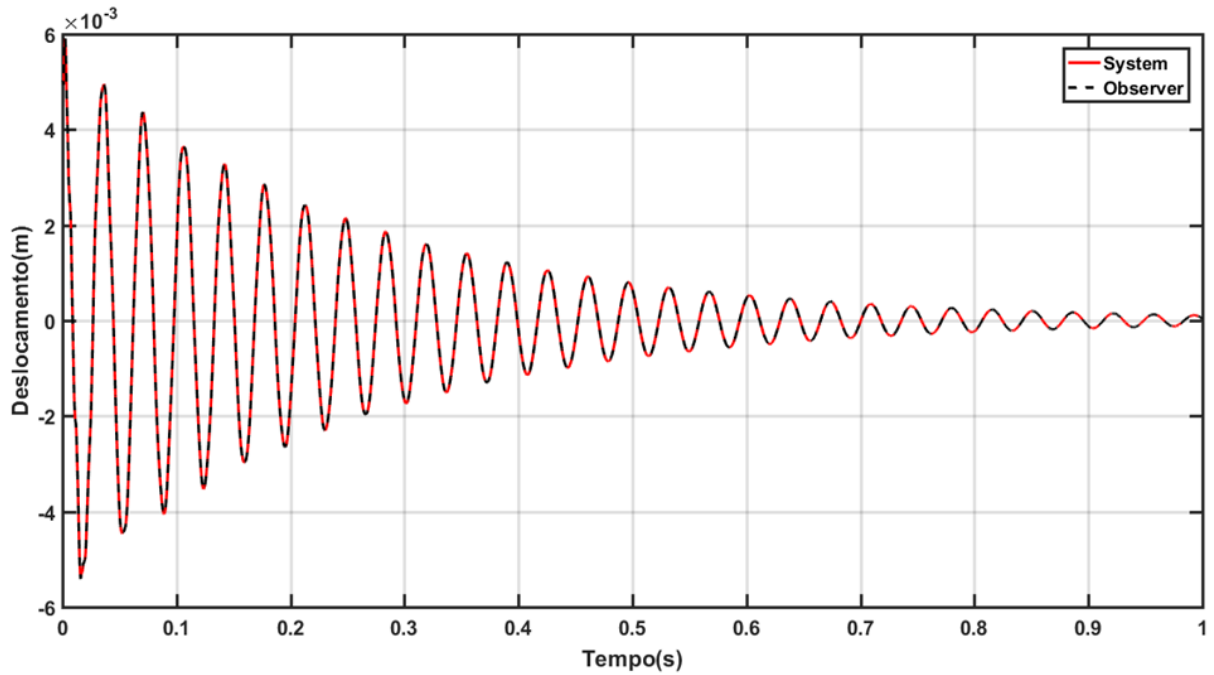
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 24 - SIM 1: Deslocamento do nó 13 (CENTRAL).

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

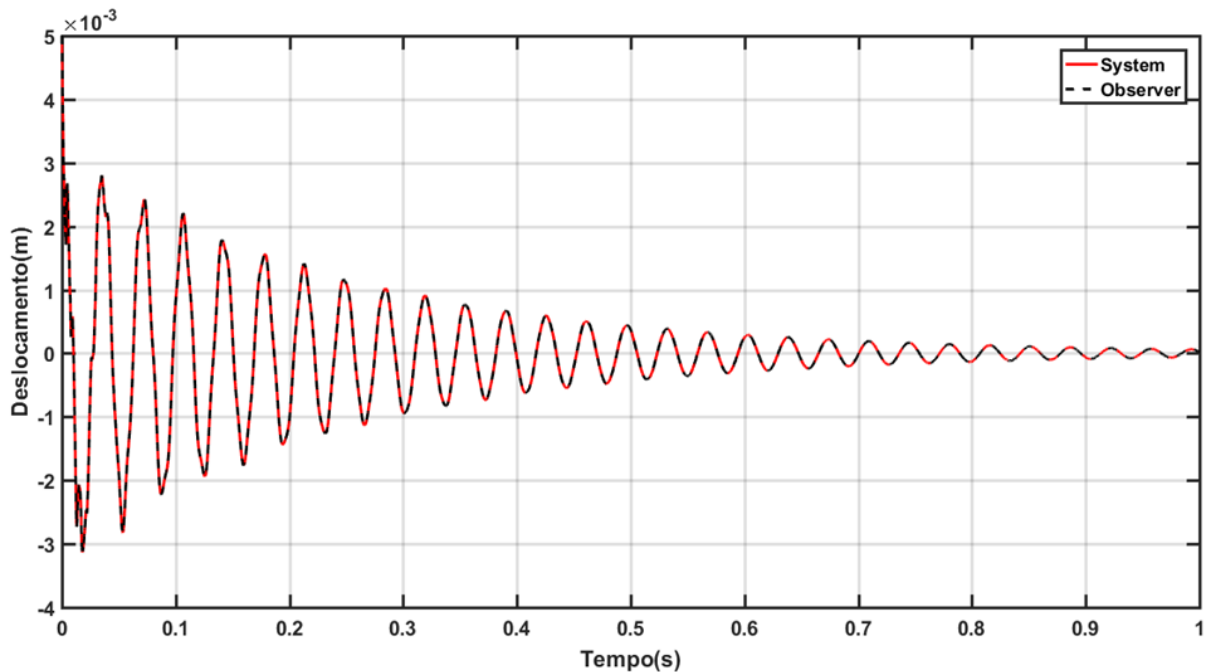
Para cada curva obtida, comparou-se com a curva produzida pelo observador de estado, na verificação da convergência entre os dois deslocamentos. As curvas do observador global em comparação com o sistema sem falha pode ser visualizada nas Figura 25 e Figura 26.

Figura 25 - SIM 1: Deslocamento do Sistema para o nó 1 x Deslocamento do Observador Global para o nó 1.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 26 - SIM 1: Deslocamento do Sistema para o nó 13 x Deslocamento do Observador Global para o nó 13.

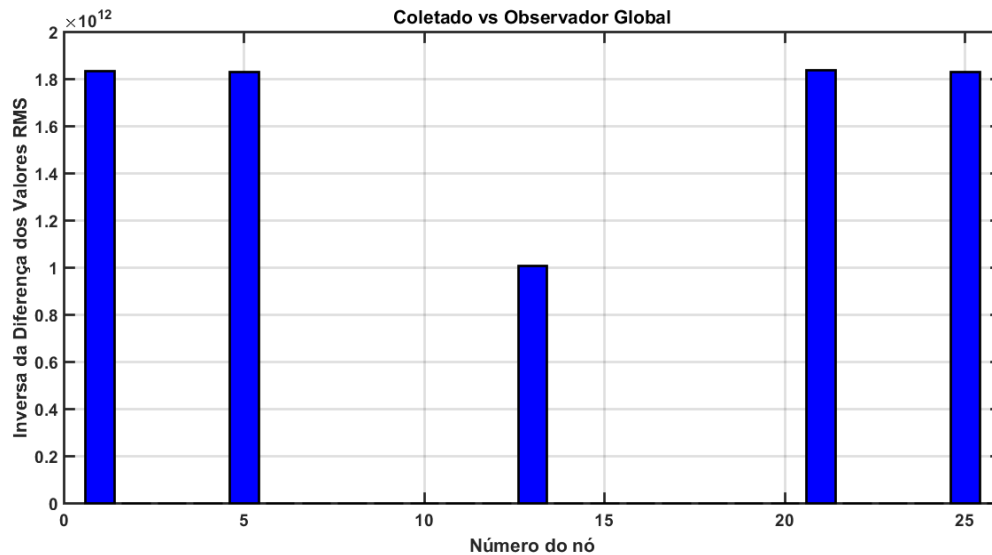


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Se a diferença entre as curvas apresentar pouca discrepância, significa que o sistema e o observador global convergiram, e conseqüentemente o sistema não contém falhas.

Um gráfico de barras, mostrado na Figura 27, apresentando a inversa da diferença entre valor RMS do sinal simulado e valor RMS do observador global, dada pela equação (117), ajuda a melhor visualizar a situação do sistema.

Figura 27 - SIM 1: Sinal Coletado x Observador Global.



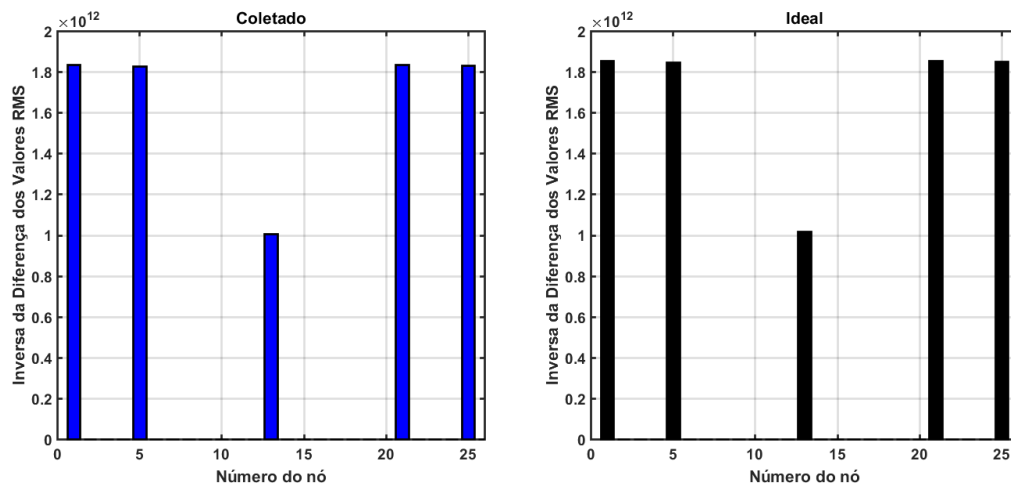
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Nota-se uma grande diferença entre os resultados obtidos pelos nós 1, 5, 13, 21 e 25. Isso acontece devido que somente tais nós foram observados pela matriz de medidas $[C_{me}]$, e também revela que os outros estados foram reconstruídos pelo observador de estados, mesmo não coletando seus sinais.

Outro fato interessante ocorre nos nós 1, 5, 21 e 25, pois seus valores destacaram-se significativamente em relação aos outros nós. Tal efeito deve-se que, pela presença adicional dos elementos de mola e de amortecimento, tais nós tornaram-se mais observáveis que os demais, resultando na discrepância dos seus valores.

Compara-se os valores dos nós da Figura 27 com um sistema modelo sem falha dada pela mesma relação. A comparação pode ser visualizada pela Figura 28.

Figura 28 - SIM 1: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global.



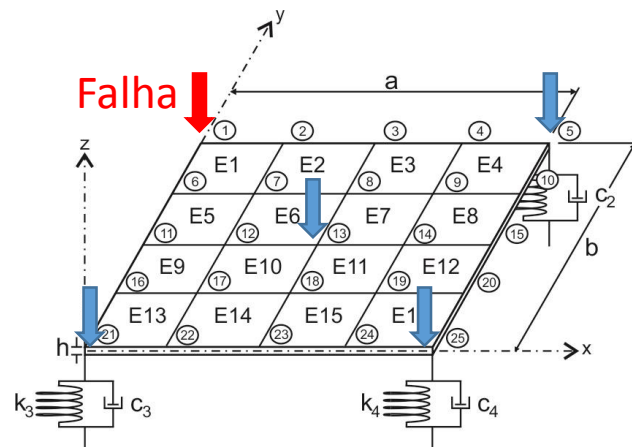
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Como o sistema apresenta-se semelhante ao modelo sem falha, confirma-se que o sistema simulado realmente não possui nenhuma falha. Comprova-se então a funcionalidade do observador global para detecção de falhas.

4.2.2 SIM 2: Simulação de um Sistema com Falha de 20% na Mola k_4

A simulação de um sistema contendo 75% (setenta e cinco por cento) de falha em sua mola do nó 1 foi realizada, tal qual os sinais dos cinco nós coletados foram comparados com o observador global, para se verificar eventuais falhas no sistema.

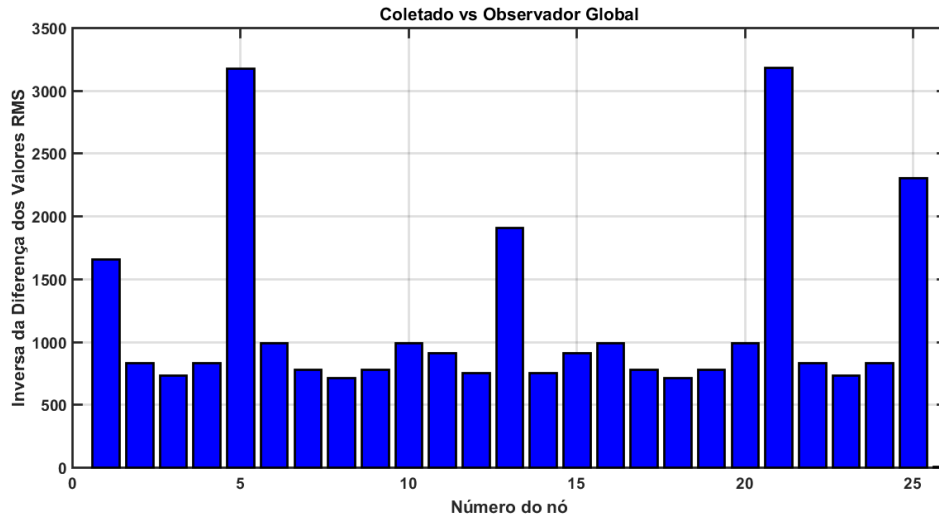
Figura 29 – Posição dos nós analisados.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 30 revela a inversa da diferença dos valores RMS.

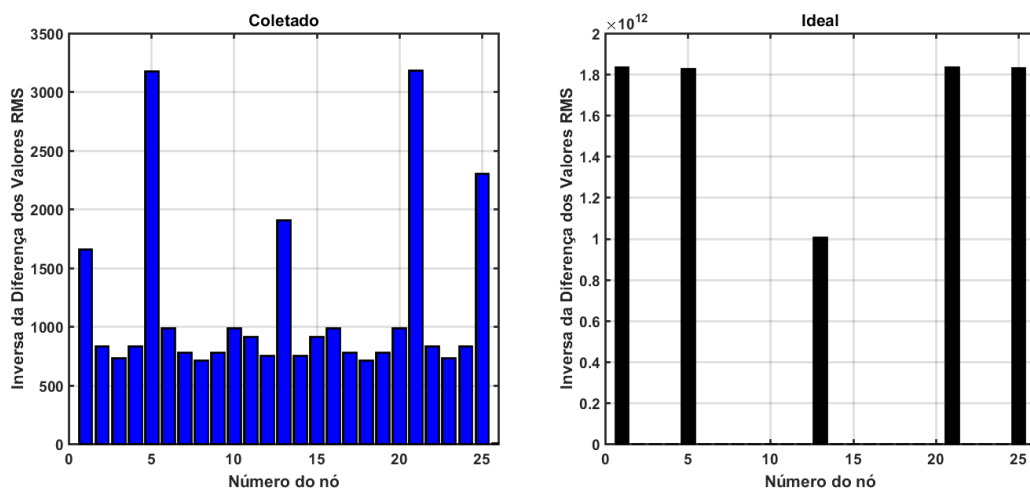
Figura 30 - SIM 2: Sinal Coletado com 75% de Falha na mola do nó 1 x Observador Global.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Nota-se a reconstrução dos outros estados do sistema mesmo que tais não foram coletados. O resultado obtido deve-se ser analisado com o modelo sem falhas para verificação de que o sistema possui falhas ou não. A comparação entre o modelo e o sinal simulado pode ser visualizada na Figura 31

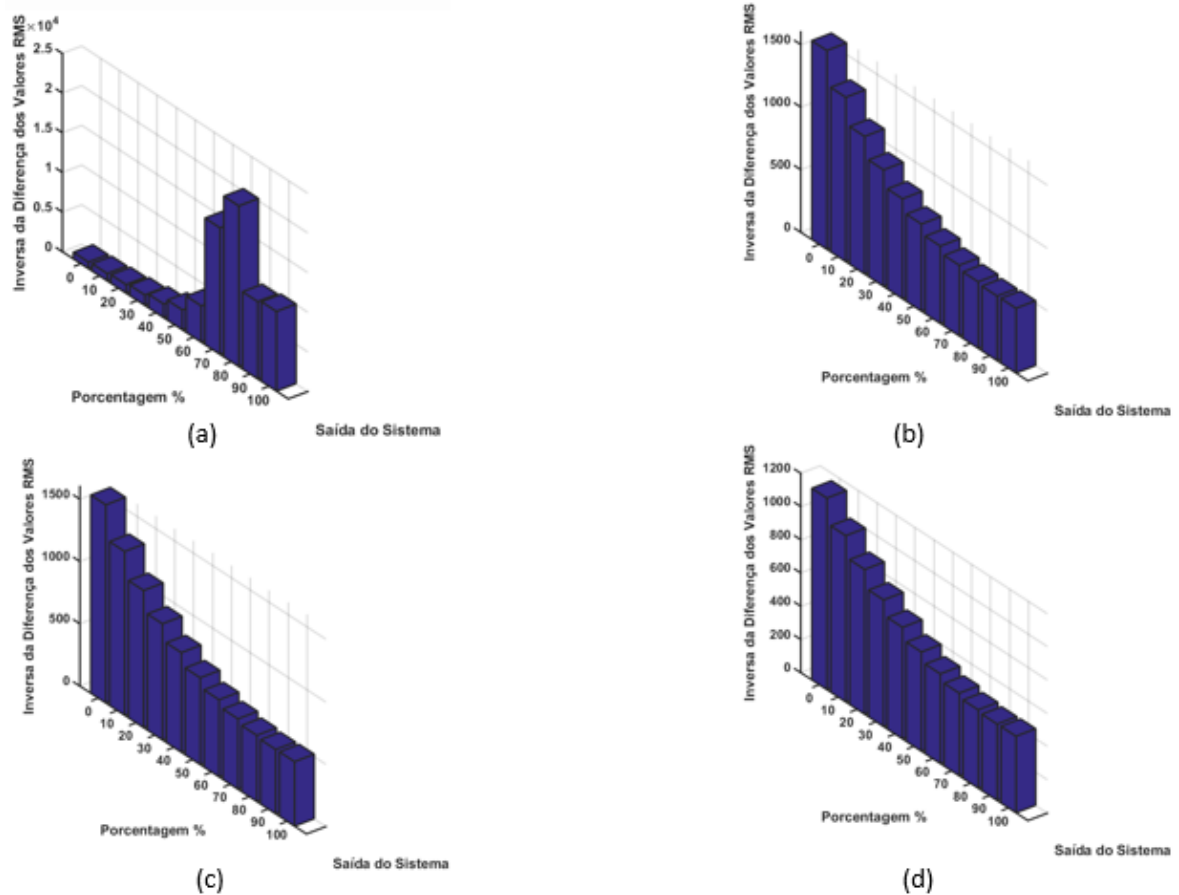
Figura 31 - SIM 2: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Passando pelo banco de observadores robustos para localização e quantificação da falha, tem-se:

Figura 32 - SIM 2: Banco de Observadores Robusto. (a) Falha em k_1 , (b) Falha em k_2 , (c) Falha em k_3 e (d) Falha em k_4 .

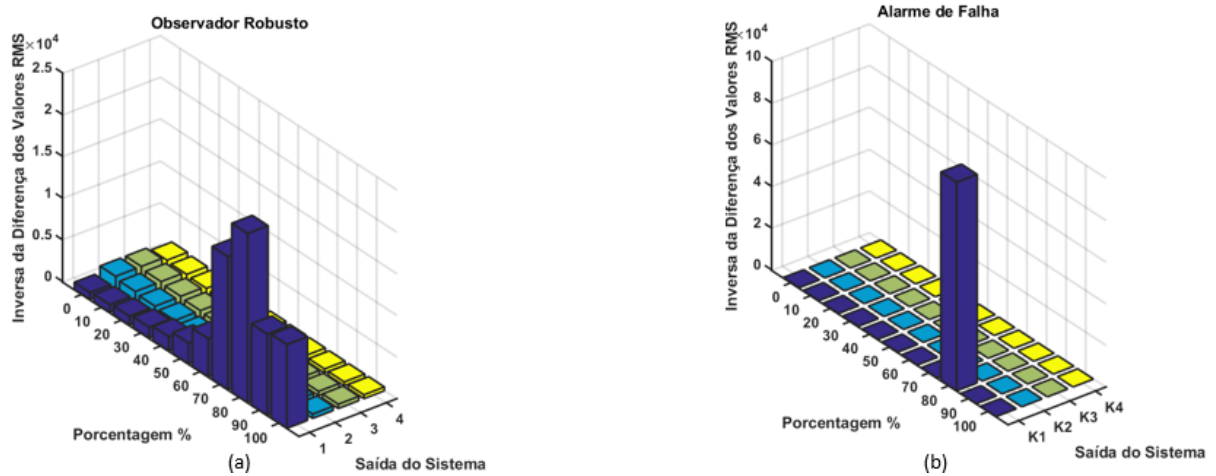


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Destaca-se nessa etapa uma convergência no sinal da mola k_4 , localizada no nó 1. A quantificação da falha, pela Figura 32(a), revela uma falha no intervalo de 70 a 80% do seu valor.

Coloca-se então os resultados das análises dos sinais coletados num único banco de observadores juntamente com o alarme de identificação de falhas de um sistema.

Figura 33 - SIM 2: (a) Banco de Observadores e (b) Alarme de Identificação de Falhas.



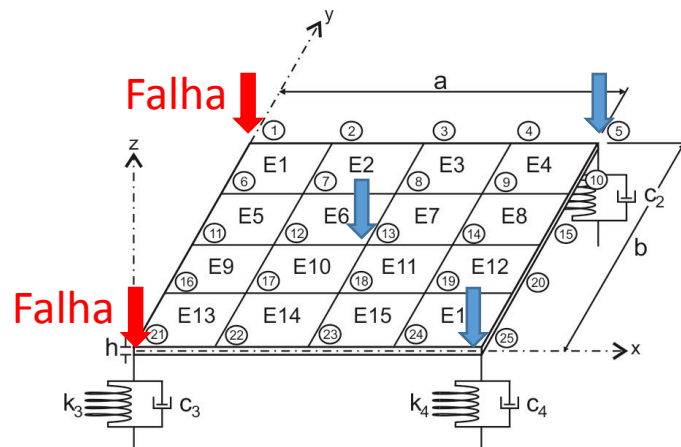
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Como na Figura 32, a Figura 33 revela todos os quatro nós, 1, 4, 21 e 25, contendo a molas k_1, k_2, k_3 e k_4 , respectivamente, e destaca aquele intervalo contendo a falha de 75% na sua estrutura. O alarme de detecção de falhas, destaca nos mesmo aspecto que o banco de observadores, entretanto com valor maior.

4.2.3 SIM 3: Simulação de um Sistema com Falha de 20% na Mola k_1 e 20% na Mola k_3

Assim, coletou-se 5 (cinco) amostra de um sistema considerado falhado com desempenho reduzido de 20% nas molas k_1 e k_3 .

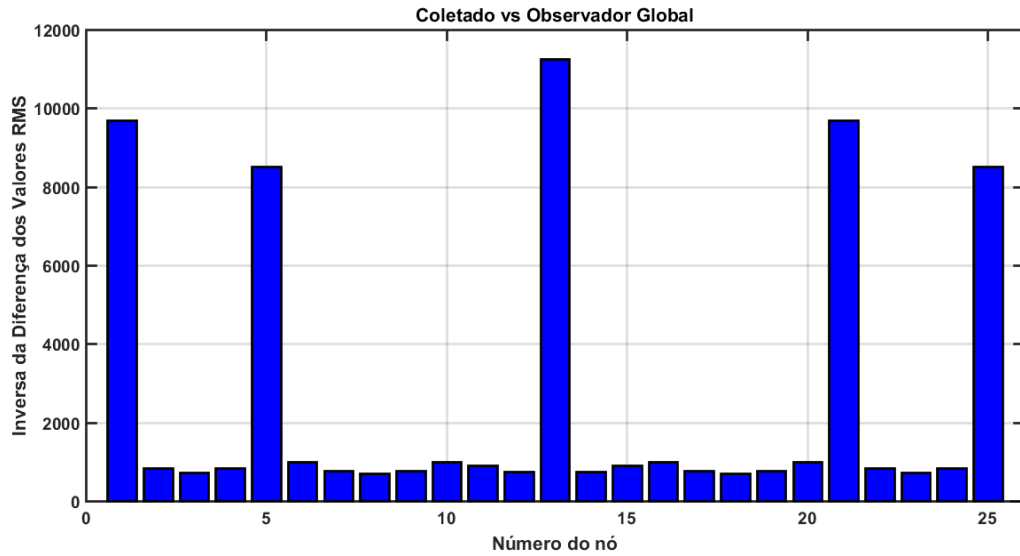
Figura 34 - Posição dos nós analisados.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A comparação foi realizada pela expressão (109) entre os sinais coletados e os sinais do observador global com os respectivos nós.

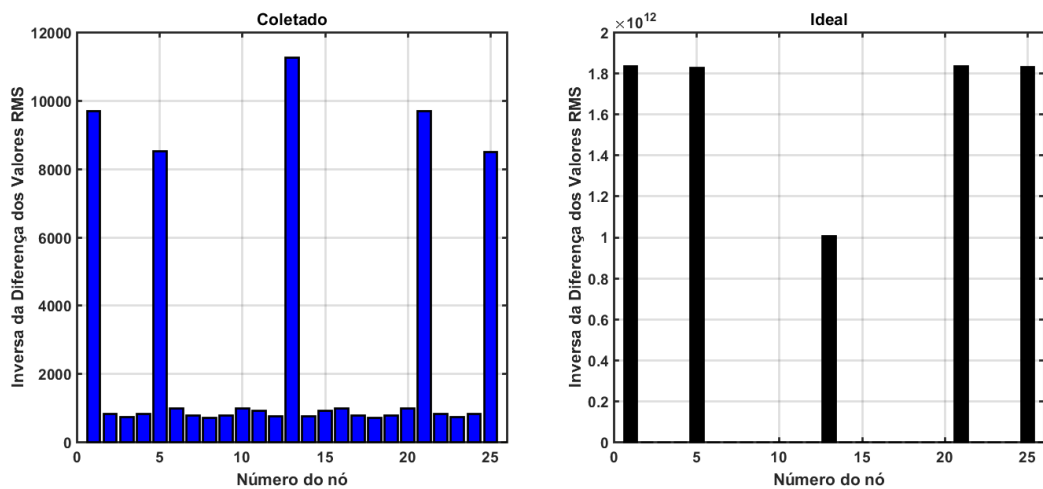
Figura 35 - SIM 3: Sinal Coletado com 20% de Falha no nó 1 e 20% de Falha no nó 21 x Observador Global.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Verificando com o modelo sem falhas, tem-se:

Figura 36 - SIM 3: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global.

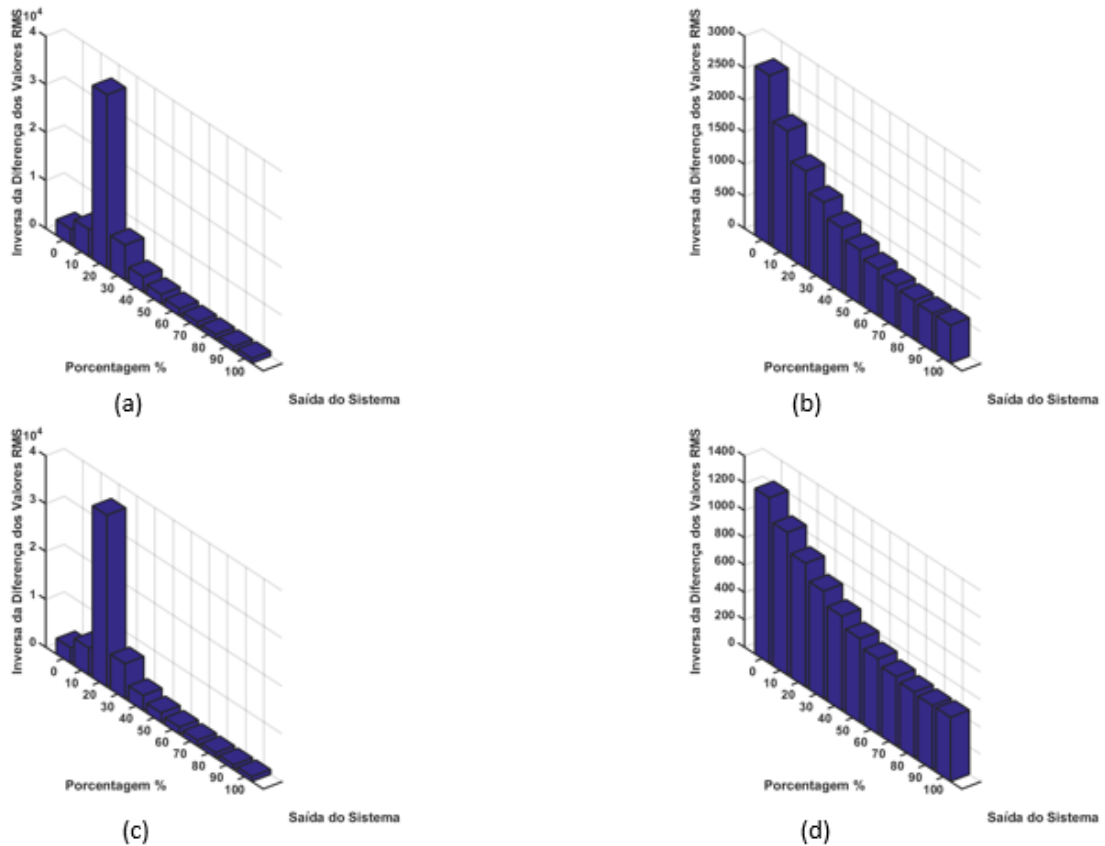


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 36 revela que os sinais coletados não são semelhantes ao modelo sem falhas, remetendo a conclusão de que o sistema no qual os sinais foram coletados apresenta algum tipo de irregularidade.

Passando os sinais pelo banco de observadores robustos para localização e quantificação da falha, tem-se:

Figura 37 - SIM 3: Banco de Observadores Robusto. (a) Falha em k_1 , (b) Falha em k_2 , (c) Falha em k_3 e (d) Falha em k_4 .

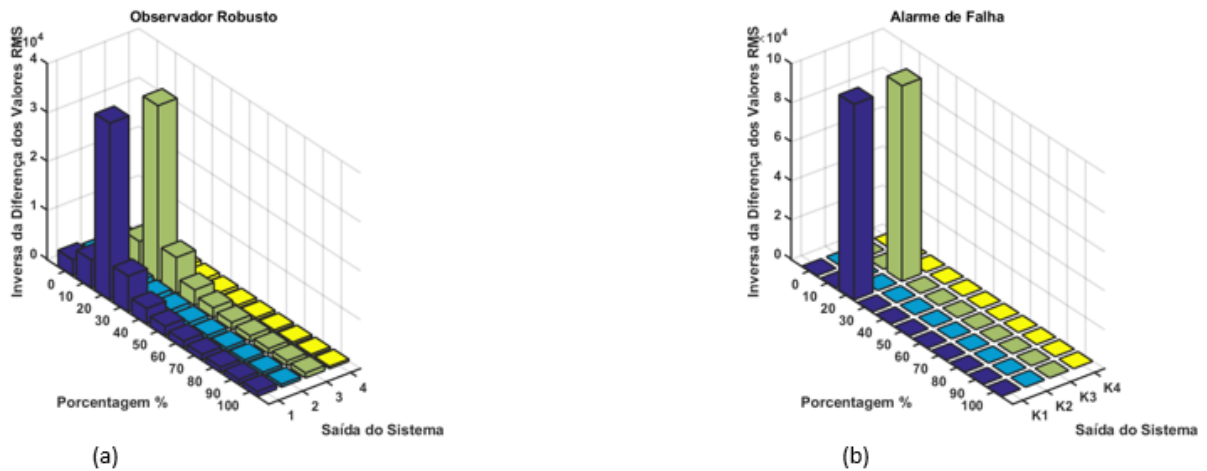


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Pelas Figura 37(a) e Figura 37(c), verifica-se que os maiores picos encontram-se nas posições de 20% nos observadores robustos da mola k_1 e da mola k_3 . Isso mostra que os observadores robustos conseguiram identificar com boa precisão o valor das falhas nas molas, mesmo que os picos inferiores tenham surgido ao redor.

Analisando o sistema no banco de observadores e no painel de alarme, tem-se:

Figura 38 - SIM 3: (a) Banco de Observadores e (b) Alarme de Identificação de Falhas.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 38 mostra onde os observadores destacaram a falha nas molas k_1 e k_3 , e juntamente com o anúncio do alarme. Assim, tem-se que a metodologia de observadores de estados é eficiente para determinação, e se necessário localização de falhas num determinado sistema, caso o mesmo seja modelado corretamente.

4.3 PLACA FINA DE KIRCHHOFF ENGASTADA LIVRE COM PRESENÇA OU AUSÊNCIA DE TRINCA

Dado o reconhecimento da capacidade da metodologia de observadores de estados em detectar e localizar falhas externas em sistema mecânicos, agora procura-se verificar se o mesmo é capaz de detectar e localizar falhas internas a estrutura da placa de Kirchhoff.

A teoria de trincas e suas influências na matriz de rigidez já foram apresentadas no capítulo 2, juntamente com o conceito de amortecimento proporcional a massa e rigidez da placa. Então, agora buscou-se aplicar todo esse conteúdo dentro de um elemento qualquer da placa de Kirchhoff.

O banco de observadores para esta parte do trabalho é apresentado da seguinte ordem: O primeiro banco de observadores, global e robusto para a posição da falha, aparecem nas primeiras etapas:

- Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global
- Sinal Coletado x Observador Robusto no n_{ele}

Sendo o termo n_{ele} denominado para a n ésima posição do elemento para o observador robusto. Já o segundo banco de observadores robustos serve apenas para quantificar o tamanho da falha. Os tipos de observadores são ordenados da seguinte maneira:

- Banco dos Observadores Robustos com falhas de 5 a 30%
 - Alarme de Falha

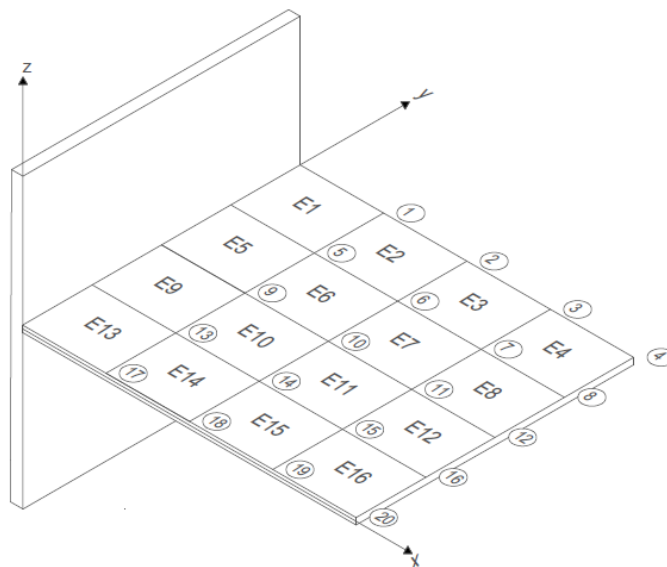
A placa engastada livre possui propriedades de acordo com a Tabela 4 e podem ser visualizadas na Figura 39

Tabela 4 - Parâmetros da placa fina de Kirchhoff para simulação numérica.

Parâmetros	Valor
ρ	2700kg/m ³
E	69GPa
ν	0,3
a	0,3m
b	0,25m
h	0,002m

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

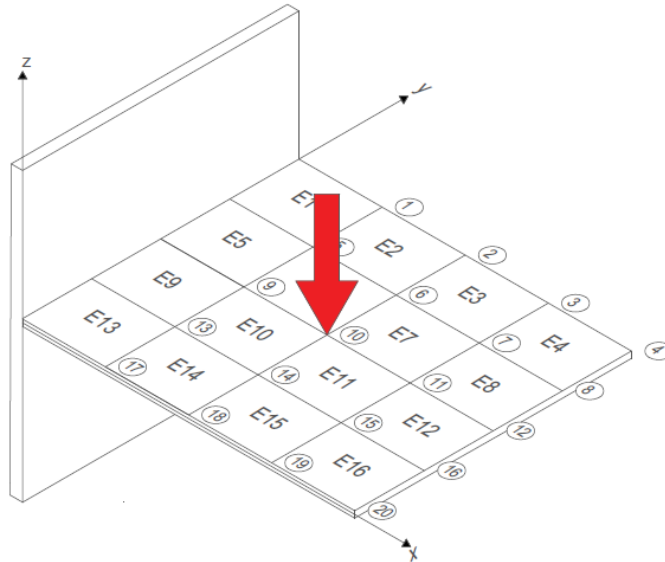
Figura 39 - Placa engastada livre.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

As simulações desta segunda parte do trabalho consiste num intervalo de 1 (um) segundo, 8192 pontos de amostras, com deslocamento inicial de 10mm nos nós das pontas livres da placa e o ponto medido foi o ponto central (nó 10).

Figura 40 - Nó de coleta do sinal.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Este ponto foi escolhido com a finalidade de ficar equidistantes de todos os outros pontos da placa, afim de melhorar a reconstrução de todos os estados, além de estar posicionado na linha de simetria da placa, sendo suscetíveis aos seus modos de vibrar.

Os testes foram realizados em dois casos e podem ser encontrados na Tabela 5.

Tabela 5 - Simulações para placa engastada livre.

TRINCA	SIM 4	SIM 5
SEM TRINCAS	0%	---
4° ELEMENTO	---	25%

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

4.3.1 SIM 4: Simulação de um Sistema sem Trincas

No primeiro caso, simulou-se o sistema sem falhas para verificação se o modelo condiz com a realidade. Os resultados do modelo da placa engastada foi comparado com uma placa real com mesmo material e mesmas dimensões. A Tabela 6 mostra a comparação dos modelos.

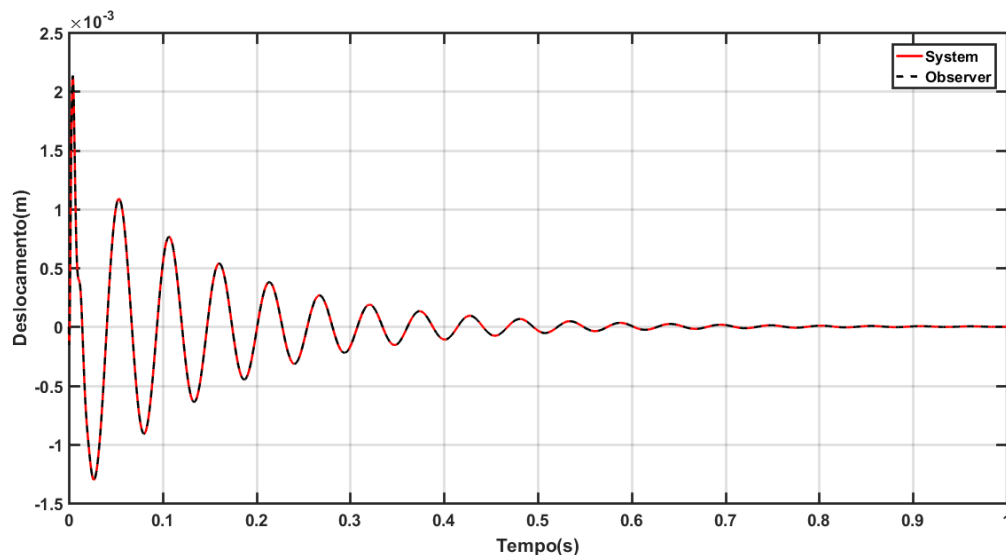
Tabela 6 - Frequências naturais dos modelos e sistema real.

Caso	1° Frequência Natural	2° Frequência Natural	3° Frequência Natural	4° Frequência Natural	5° Frequência Natural
Modelo [Hz]	18.74	52.96	54.21	117.16	185.23
Real [Hz]	18.12	51.3	52.98	111.3	198.3
Erro %	3.42	3.24	2.27	5.26	6.6

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Tabela 6 revela que o sistema modelado apresenta-se compatível com o software de simulação do trabalho e com o sistema real, consignando que erros abaixo de 10% são aceitáveis.

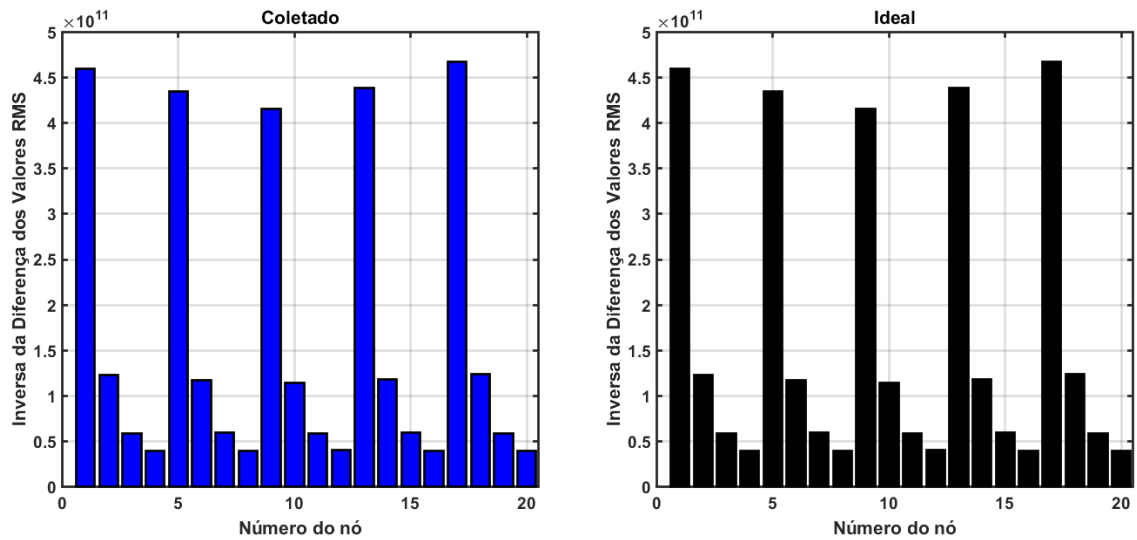
Coleta-se o sinal do ponto indicado pela Figura 40, reconstruindo todos os estados do sinal coletado, obteve-se o resultado do deslocamento no tempo do sinal coletado e do sinal reconstruído pelo modelo matemático. A Figura 41 mostra esse deslocamento.

Figura 41 - SIM 4: Deslocamento no nó 10

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A convergência do sinal coletado e reconstruído indicam que o modelo utilizado na reconstrução dos estados é válida. Logo, compara-se o comportamento entre o observador global e sistema reconstruído com o observador global e um sistema perfeito. A Figura 42 mostra essa comparação.

Figura 42 - SIM 4: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo sem Falha x Observador Global.



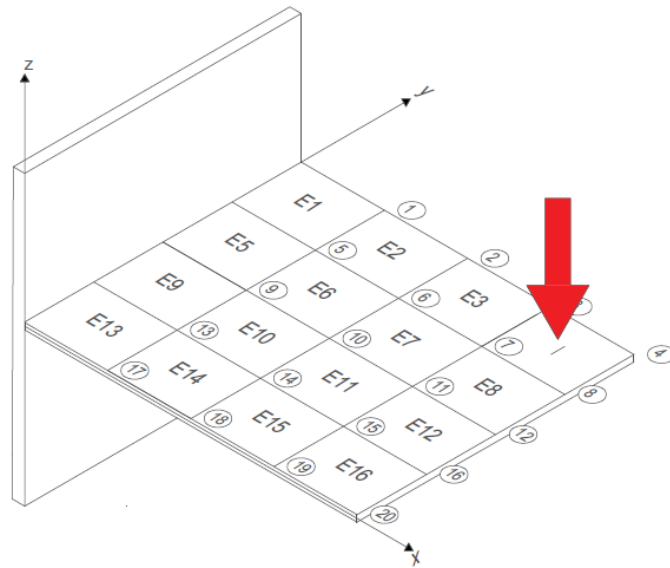
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Ambas as imagens da Figura 42 são compatíveis e refletem na afirmação de que o sistema onde o sinal foi coletado não contém nenhum tipo de falha.

4.3.2 SIM 5: Simulação de um Sistema com Trincas de 25% no 4º Elemento

No segundo caso deste capítulo, implantou-se uma trinca na estrutura da placa, que podiam variar de 5 a 30% do tamanho do menor lado do elemento. O elemento contendo a trinca é o quarto elemento e possuindo uma trinca de 25% do tamanho do elemento; ou seja, a trinca possuía um comprimento de 15.6mm no centro e paralelo a direção menor da placa. A Figura 43 demonstra a posição da trinca.

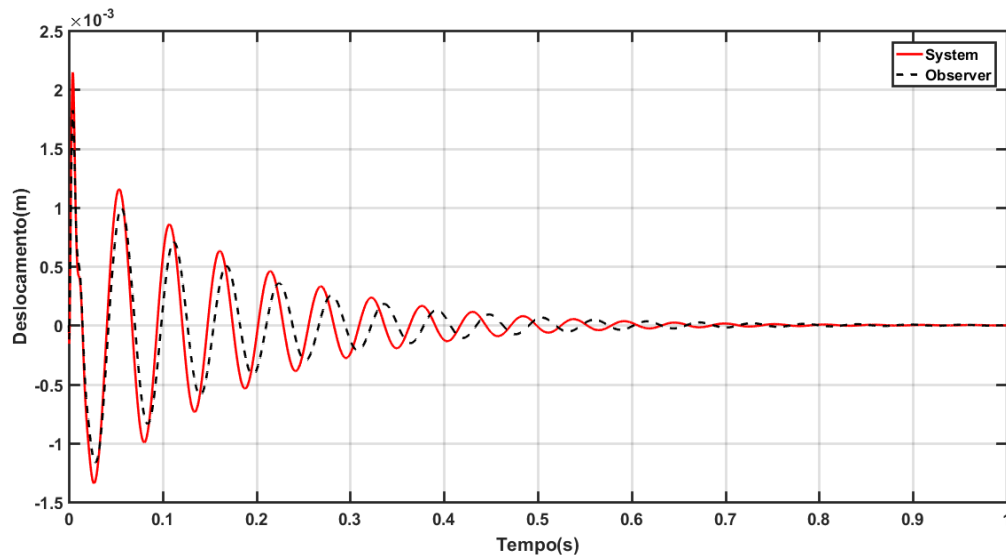
Figura 43 - Placa engastada e com trinca no elemento 4.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 44 revela o comportamento do sinal coletado juntamente com o sinal reconstruído pelo modelo. Como o modelo de reconstrução dos estados para segundo caso foi realizado para um sistema perfeito, já era esperado que as curvas não convergissem.

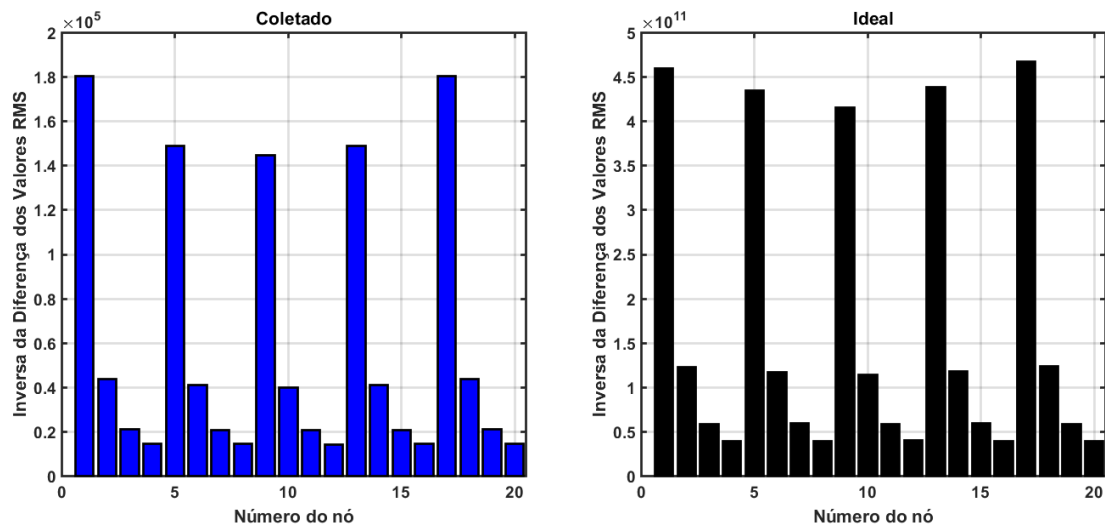
Figura 44 - SIM 4: Deslocamento do nó 10 da placa.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Comparando o sistema reconstruído com o sistema de placa sem trinca em sua estrutura, tem-se o seguinte comportamento.

Figura 45 - SIM 5: Sinal Coletado x Observador Global e Modelo Sem Falha x Observador Global.

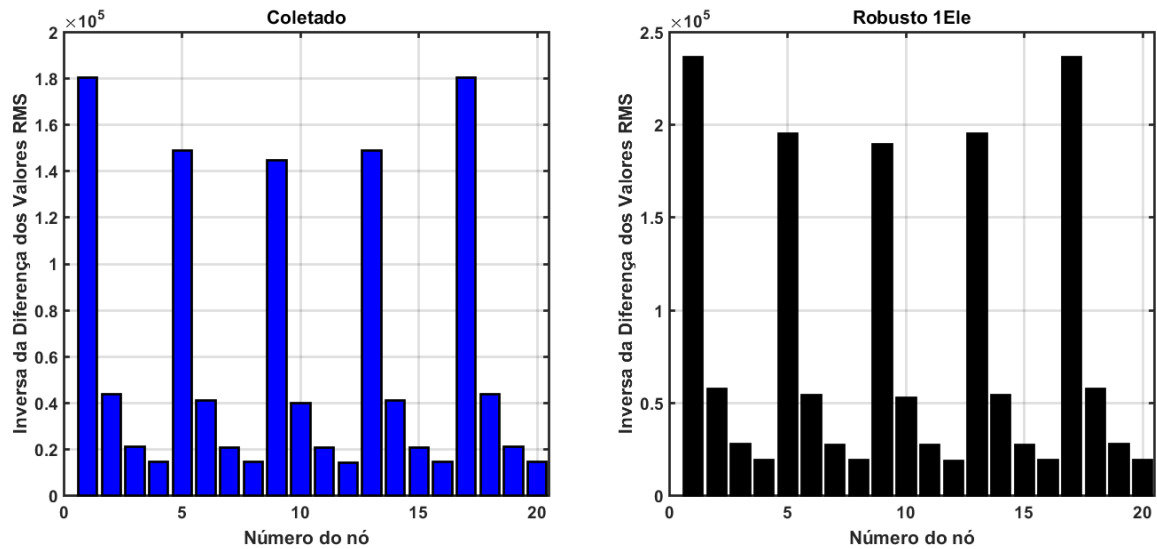


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 45 revela que mesmo que o sistema apresente um comportamento muito semelhante, a amplitude do sinal ainda é bem inferior àquela que um sistema sem falha teria. A amplitude dos sinais reconstruídos tem potência de 10^5 , enquanto a potência da inversa da diferença dos RMS de um sistema sem falhas com o observador global é dada por 10^{11} .

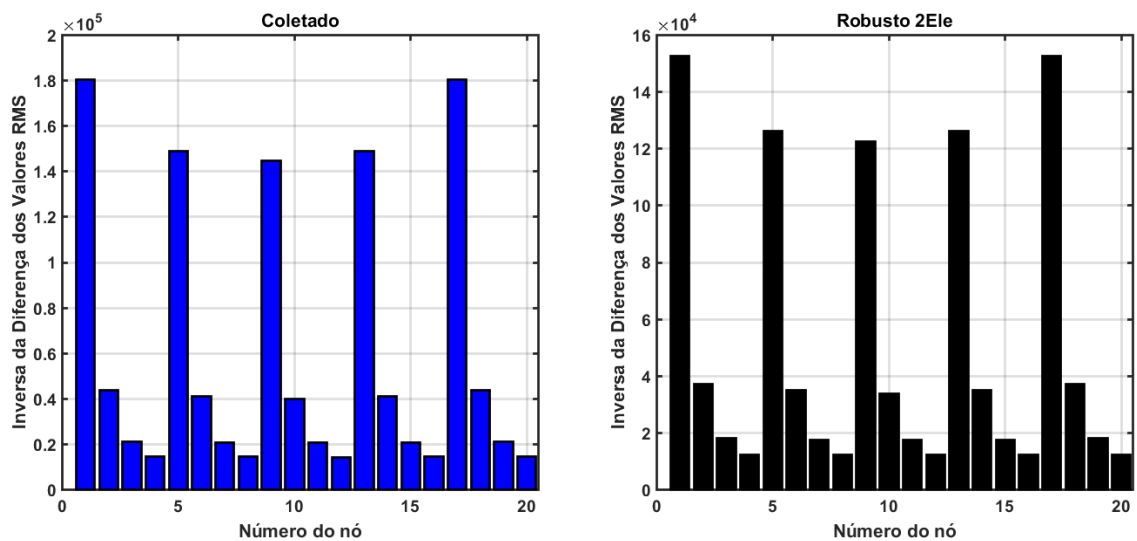
Após verificado que o sistema possui defeitos em sua estrutura, busca-se agora passar o sistema reconstruído pelo banco de observadores robustos. Os observadores desta parte foram construídos para verificar primeiro em qual elemento a trinca se encontra.

Figura 46 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 1ele.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

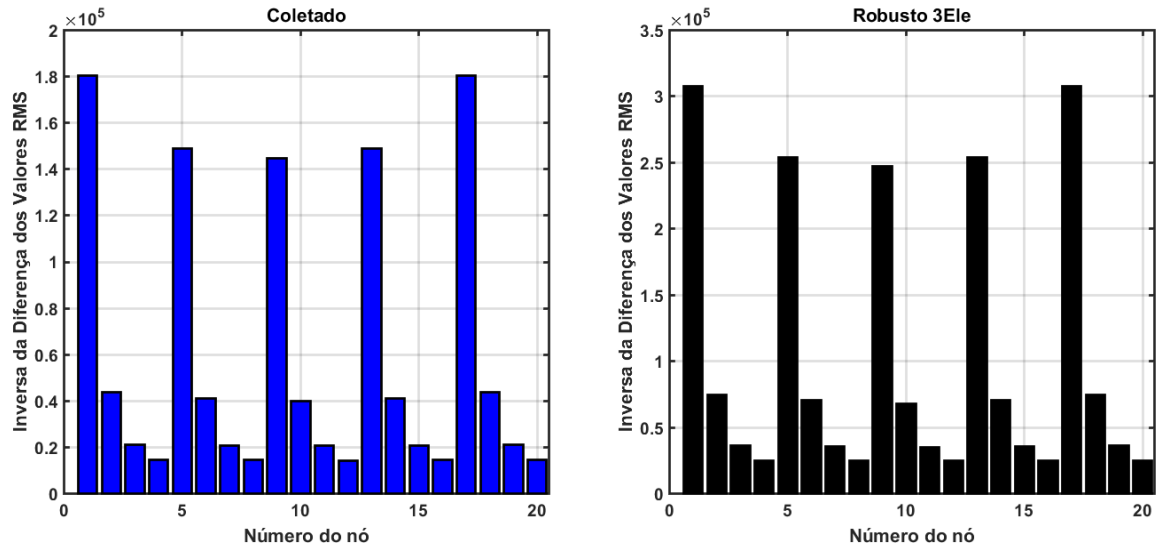
Figura 47 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 2ele.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

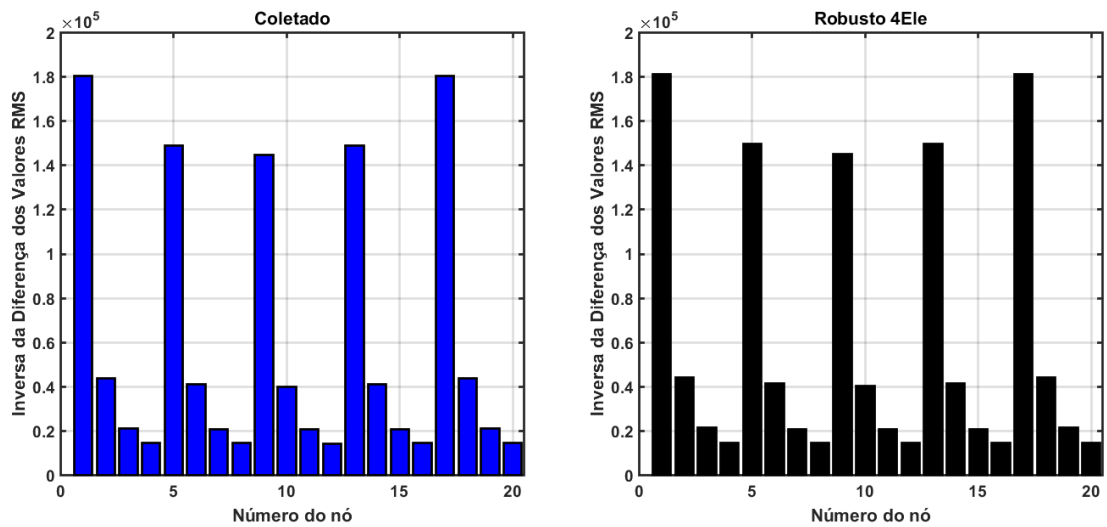
A Figura 46 mostra um comportamento similar entre a trinca contida no primeiro elemento da placa em relação ao sinal coletado. O mesmo vale para a Figura 47 - trinca posicionada no segundo elemento. Entretanto, não pode ser afirmado que a trinca encontra-se nestas mesmas posições devido a potência das inversas dos RMS. Nota-se que o comportamento buscado para todos os picos do sinal coletados não apresentam valores próximos aqueles obtidos pelos observadores robustos.

Figura 48 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 3ele.



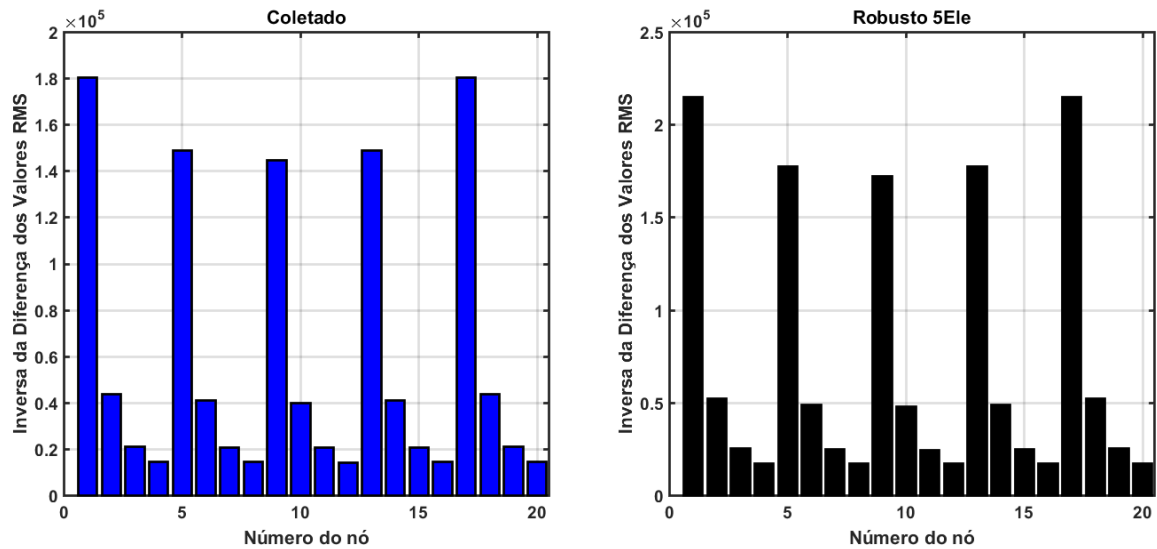
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 49 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 4ele.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 50 - SIM 5: Sinal Coletado e Observador Robusto 5ele.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

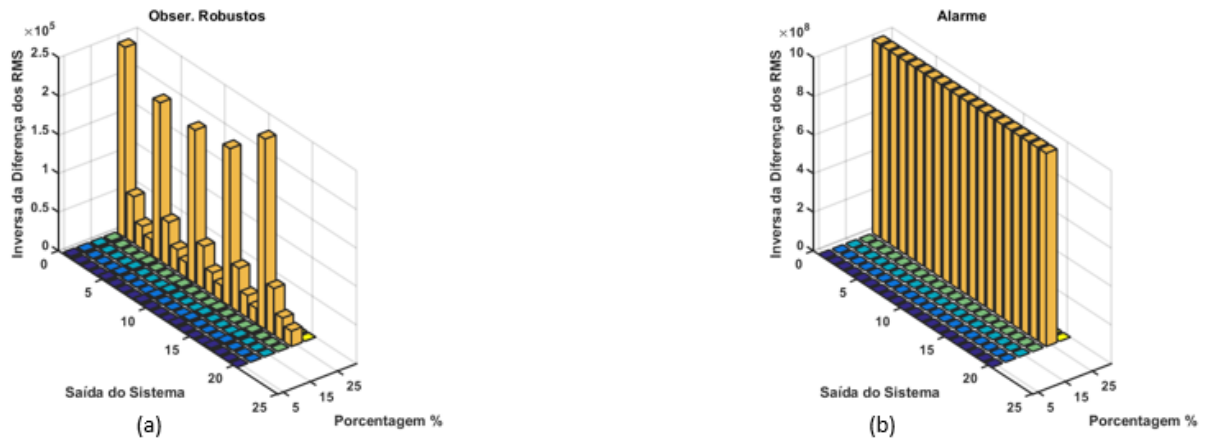
A

Figura 49 mostra que os sinais foram os mais compatíveis de todos os elementos apresentados.

Basta agora saber o tamanho da trinca na estrutura encontrada no quarto elemento da placa. Os observadores robustos são alocados de acordo com a variação de trinca de 5% em 5% do tamanho do elemento, ou seja, a trinca começa com 5% e pode chegar a um tamanho máximo de 30%, escolhido arbitrariamente.

O banco de Observadores e o alarme de falhas para o segundo teste pode ser visualizado na Figura 51.

Figura 51 - SIM 5: (a) Banco de Observadores e (b) Alarme de Falhas.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

É importante dizer que a Figura 51 não diz que todos os nós da placa reconstruídos possuem falhas. Eles estão destacados para dizer que a placa, do qual foi coletado o sinal, apresenta em todos seus nós a influência de uma trinca de 25% do tamanho de um elemento discretizado e que a posição desta trinca encontra-se no quarto elemento, apresentado na

Figura 49.

A interpretação da Figura 51 remete o conhecimento do sistema por completo, desde a detecção da falha até a localização e quantificação da mesma pelos observadores robustos.

O primeiro passo foi comparar o sinal reconstruído pelo modelo computacional e compará-lo com o observador global, adquirindo o comportamento entre sistema x observador. Neste último teste, o sinal foi reconstruído com um modelo errado, logo o comportamento entre ele e o observador global resultou em diferentes pontos daquele que seria apresentado por um sistema sem falhas com o mesmo observador global, dado pela Figura 45.

Então passou-se o sinal reconstruído no banco de observadores robustos, já que também é um sistema falhado e reconstruído com modelo errado. Como o comportamento dos dois sinais eram semelhantes, tanto em valor quanto potência, é dito que ambos os sistemas possuem o mesmo tipo de falha, localizando o defeito na placa. Isso pode ser visualizado na

Figura 49.

E por fim, passou-se o sinal, para o banco de os observadores robustos que analisam o tamanho da trinca. Notou-se um destaque-se no observador robusto com 25% do tamanho da

trinca, significando que o sinal reconstruído pelo modelo possui o mesmo tamanho de trinca que teria o observador robusto de trinca, apresentado pela Figura 51.

5 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Na segunda parte do trabalho, desenvolve-se duas análises experimentais: Placa fina de Kirchhoff engastada livre com ausência ou presença de entalhe e Placa fina de Kirchhoff engastada livre com ausência ou presença de massa extra.

Durante as análises, a placa de aquisição de sinais era VibPilot M+P, com conversores A / D sigma-delta de 24 bits, oito canais de entradas para coleta de sinais, uma taxa de amostragem chegando até 204,8 kHz, sendo que permite medidas protegidas em alias em uma faixa de frequência de até 80 kHz e mais de 120 dB de intervalo dinâmico e filtro anti-aliasing.

Figura 52 - Placa de aquisição de dados VibPilot m+p.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Os canais utilizados para aquisição dos sinais experimentais foram: o canal 1 para o acelerômetro e o canal 8 para o martelo de impacto.

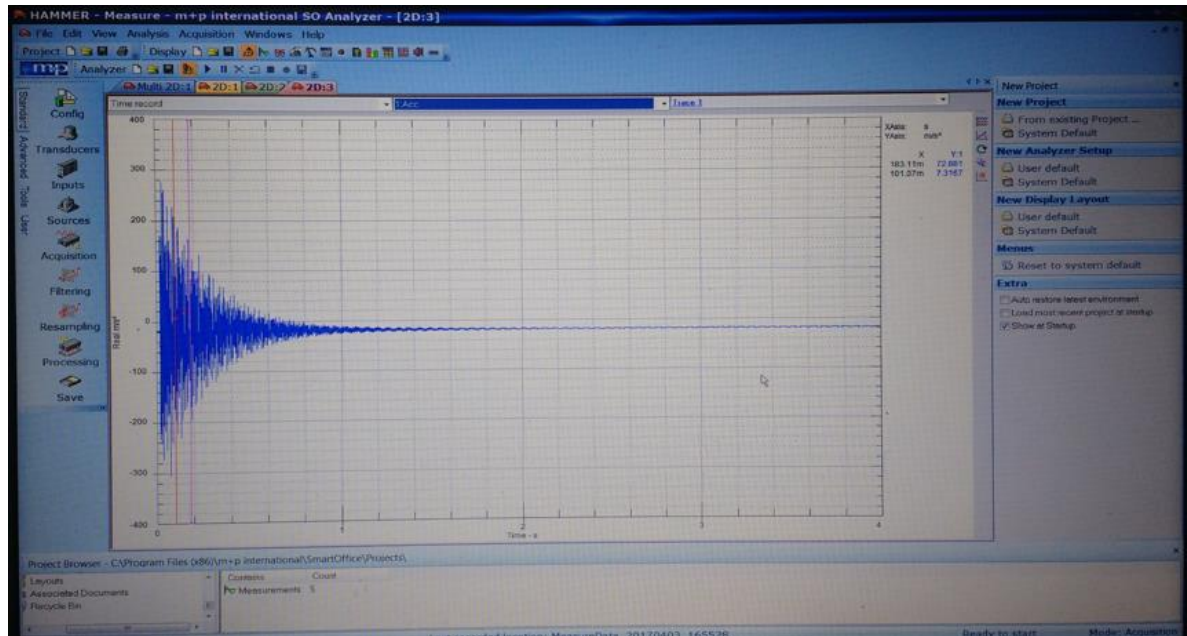
Figura 53 - Canais de aquisição



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Já no aspecto do software de aquisição, utilizou-se o programa da própria placa: HAMMER – Measure – m+p international SO analyzer.

Figura 54 - Área de Trabalho da placa VibPilot m+p SO Analyser.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Para o sensor, utilizou-se um acelerômetro PCB Piezotronics®, modelo n° 352A35, serial n° 156904, com sensibilidades 2.759 mV/g (0.2814mV/m/s²), dado pela Figura 55.

Todos os sinais coletados pelo acelerômetro, passaram por filtros butterworth em função do número de pontos, seguidos pelo processo de duas integrações seguidas, para determinação da velocidade e do deslocamento do ponto coletado, respectivamente. A utilização de filtros deu-se para retirada de frequências indesejadas no sinal coletado, que dificultaria o valor exato do sinal.

Figura 55 - Acelerômetro PCB Piezotronics®.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

E para aplicação da força excitadora, utilizou-se um martelo de impacto, com valor de sensibilidade de 1.1 mV/N.

Figura 56 - Martelo de impacto.



Fonte: National Instruments.

Nos experimentais, foram utilizadas dois tipos de pontas para o martelo. A primeira ponta, a ponta azul, possui uma rigidez menor, para análise de banda menores e a segunda ponta, a ponta preta, com rigidez maior, consequentemente para uma análise de bandas um pouco maiores. Isso para verificar a convergência no regime da frequência.

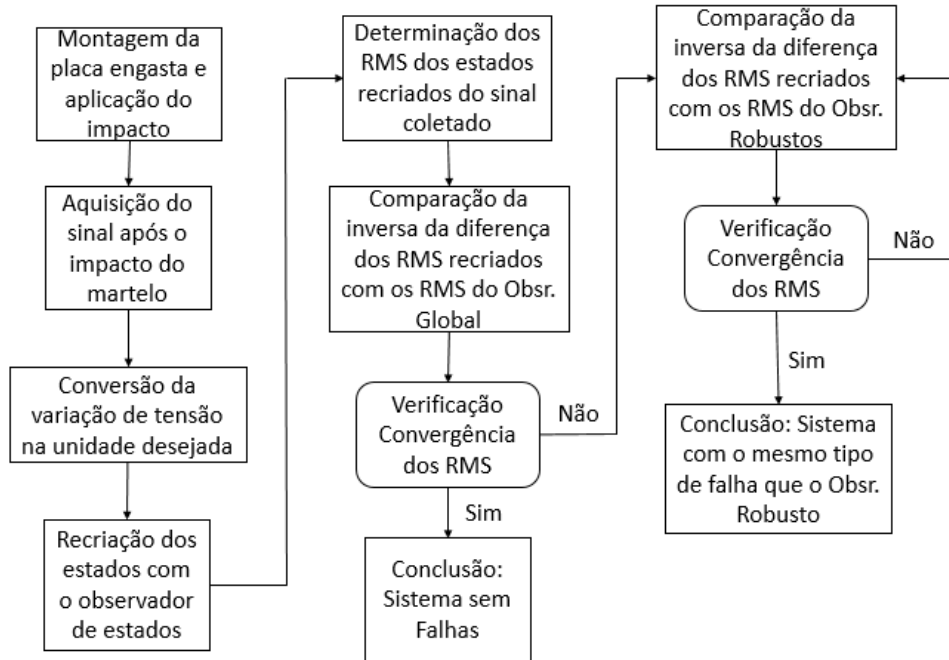
Figura 57 - Pontas do martelo de impacto.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Os procedimentos realizados para as etapas experimentais seguiram-se as etapas do fluxograma da Figura 58.

Figura 58 - Fluxograma com as etapas das análises experimentais.

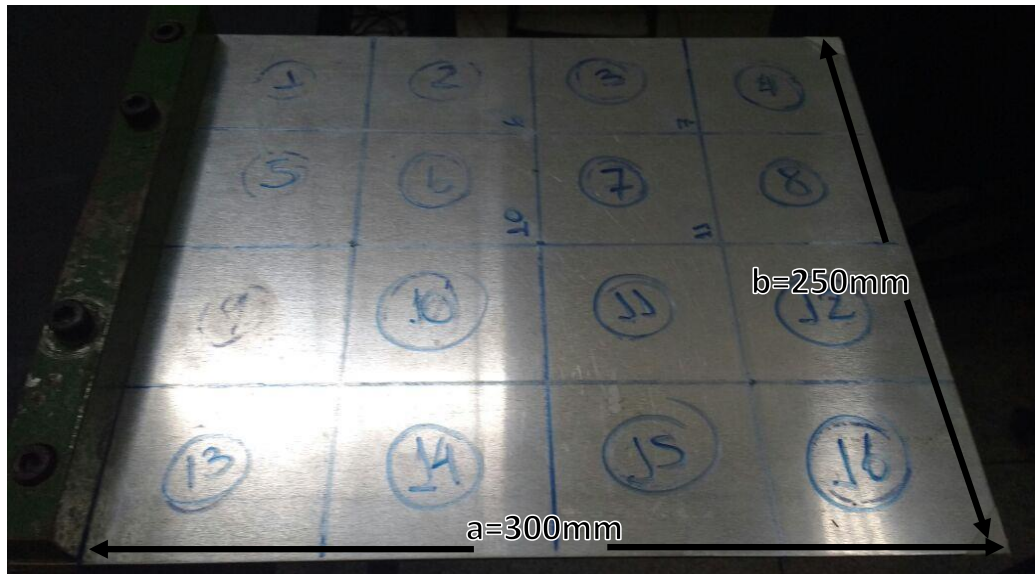


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

5.2 PLACA FINA DE KIRCHHOFF ENGASTADA LIVRE COM AUSÊNCIA OU PRESENÇA DE ENTALHE

No primeiros testes experimentais, utilizou-se um total de 4096 pontos de amostra, num tempo de 4 segundos, ponteira azul, numa placa engastada sem falha. Para preparação da placa real, seguiu-se as mesmas dimensões e propriedades da Tabela 4, podendo ser vista na Figura 59.

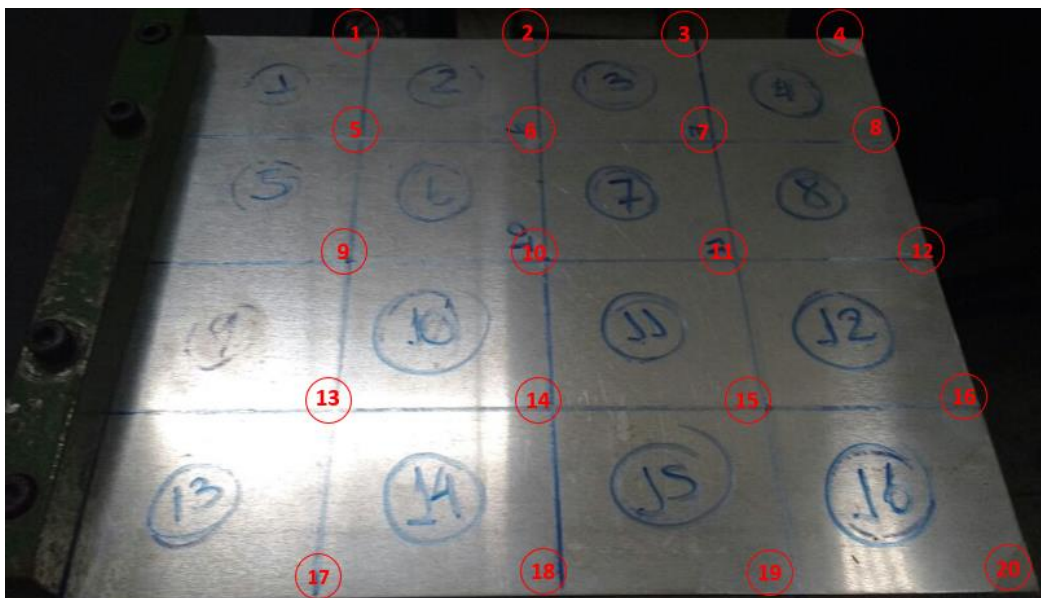
Figura 59 - Dimensão da placa experimental.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Na Figura 60, os números em vermelho correspondem aos nós dos elementos finitos, já os números azuis correspondem aos números dos elementos. O acelerômetro foi colocado no nó central da placa (nó 10), com a finalidade de ficar equidistante de todos os outros pontos da placa, melhorando sua reconstrução de todos os estados e o impacto do martelo foi aplicado no central mais próximo do engaste (nó 9).

Figura 60 - Placa engastada sem falha.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Os experimentais para a parte de entalhes foram divididos da seguinte maneira:

Tabela 7 - Experimentais Coletados.

Experimental	EXP 1	EXP 2	EXP 3	EXP 4
Sem entalhe	Ponteira Azul	----	-----	-----
	-----	Ponteira Preta		-----
Com entalhe	-----	-----	Ponteira Azul	-----
	-----	-----	-----	Ponteira Preta

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

5.2.1 Sem Entalhe

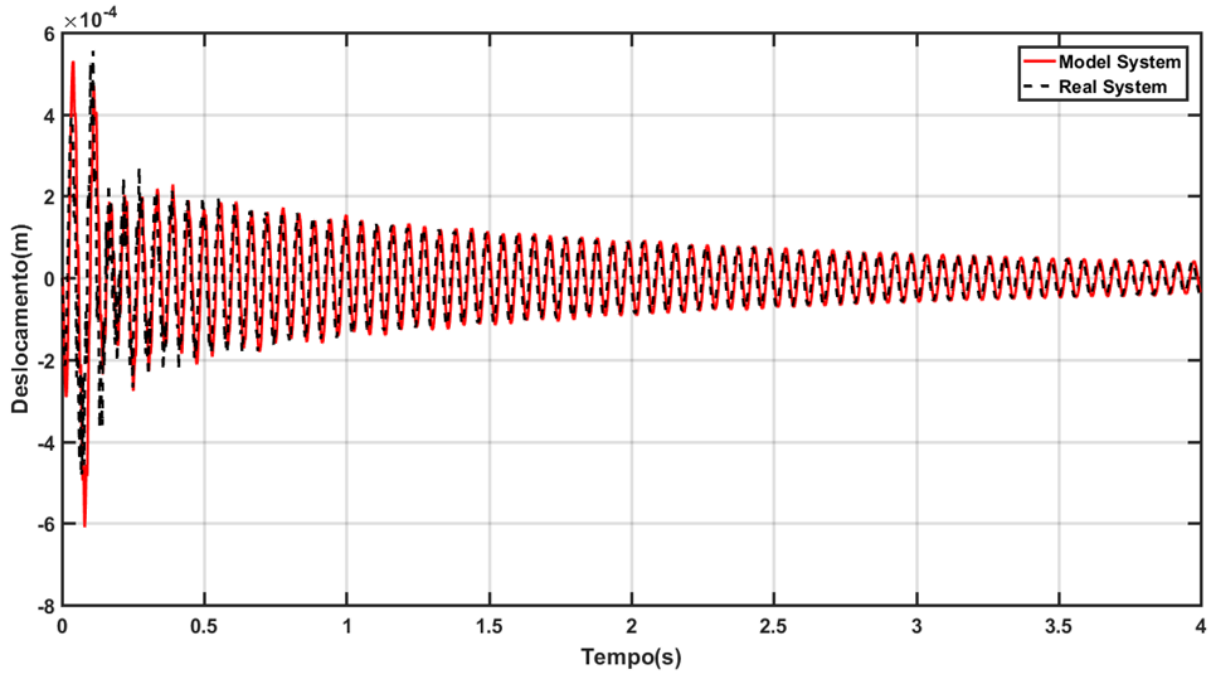
Os experimentais EXP 1 e EXP 2 foram realizados numa placa sem entalhes, ou seja, sem qualquer tipo de falhas.

5.2.1.1 EXP1: Ponteira Azul

Com a ponteira azul, foram realizados 5 (cinco) ensaios de impactos na placa, com a finalidade de obter a resposta ao impulso do sistema, reconstruir todos os estados com um modelo matemático de um sistema perfeito e comparar depois com o observador global.

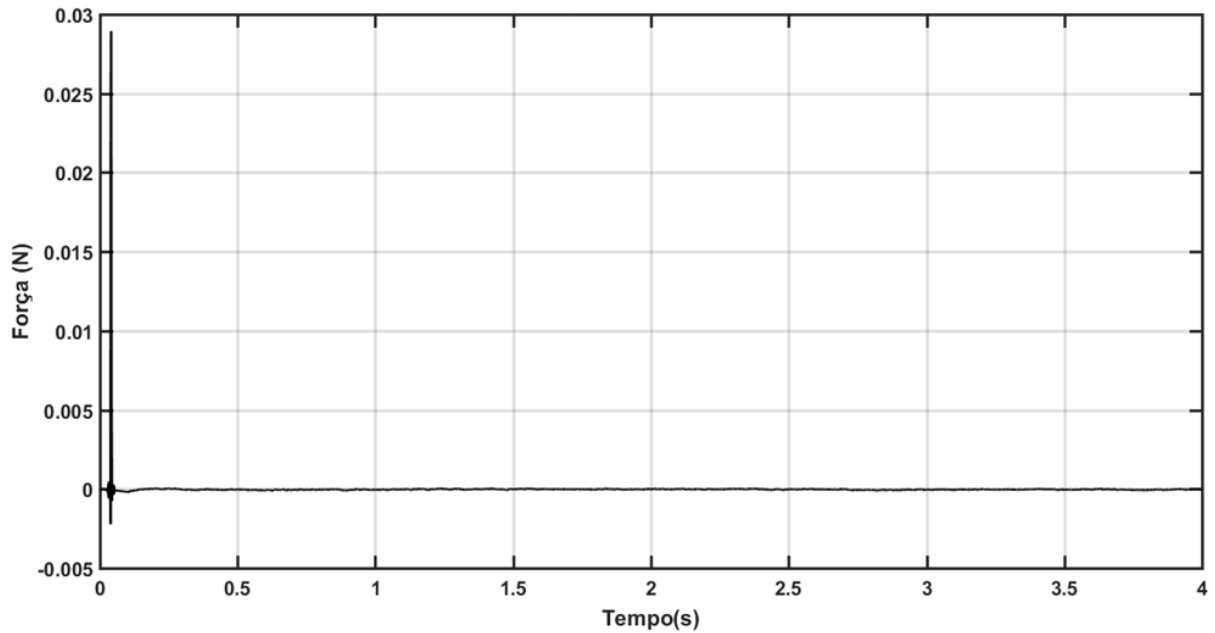
As curvas do deslocamento do nó 10 no tempo, tanto com o sinal coletado do sistema real quanto o sinal do sistema modelado, podem ser encontradas na Figura 61, seguidas posteriormente pela Figura 62, intensidade do martelo de impacto no tempo.

Figura 61 – EXP 1: Deslocamento do nó 10 no tempo.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 62 – EXP 1: Força do martelo no nó 9.

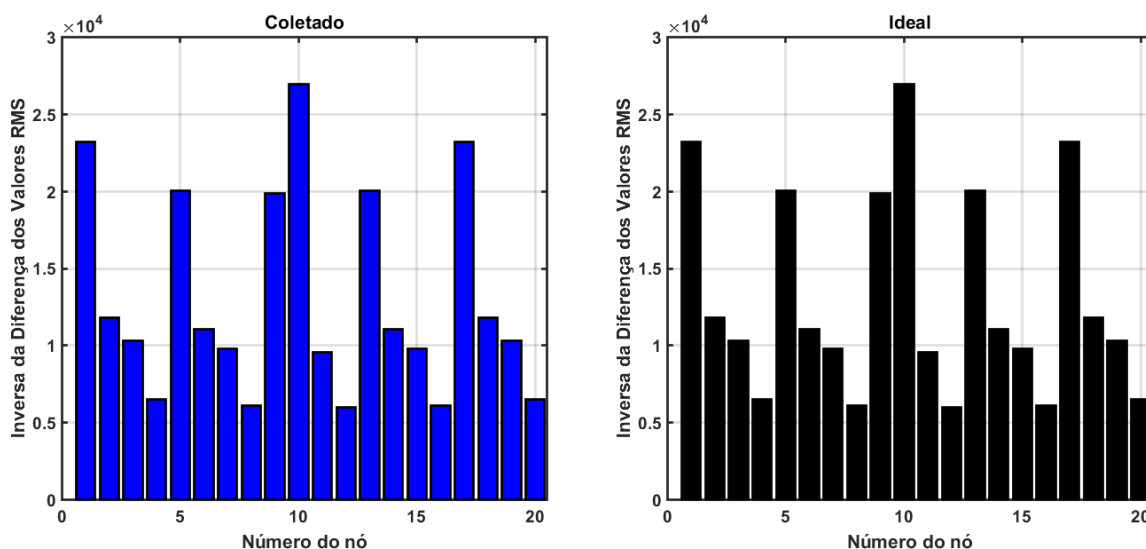


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Nota-se nitidamente a convergência entre o sinal coletado do sistema com o sinal reconstruído pelo modelo, demonstrando que a convergência entre os dois foi compatível, dada pela Figura 61, e que os outros estados recriados pelo modelo podem ser ditos como corretos, baseados na teoria de observadores de estados.

Com todos os estados agora reconstruídos, efetuou-se a comparação com o observador global para verificar se o sistema de onde o sinal foi coletado encontra-se sem nenhum tipo de falha. A Figura 63 revela a inversa da diferença dos RMS, equação (109), de todos os primeiros GDLs de cada nó.

Figura 63 – EXP 1: Ponteira Azul em sistema sem entalhe.

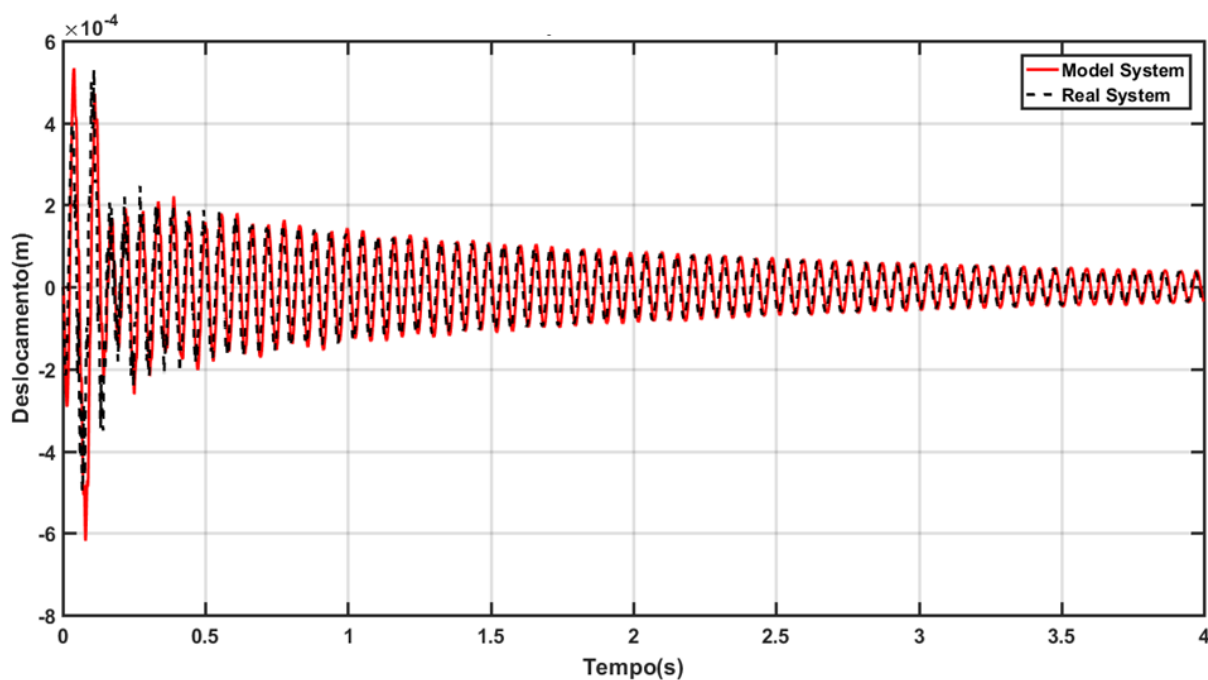


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

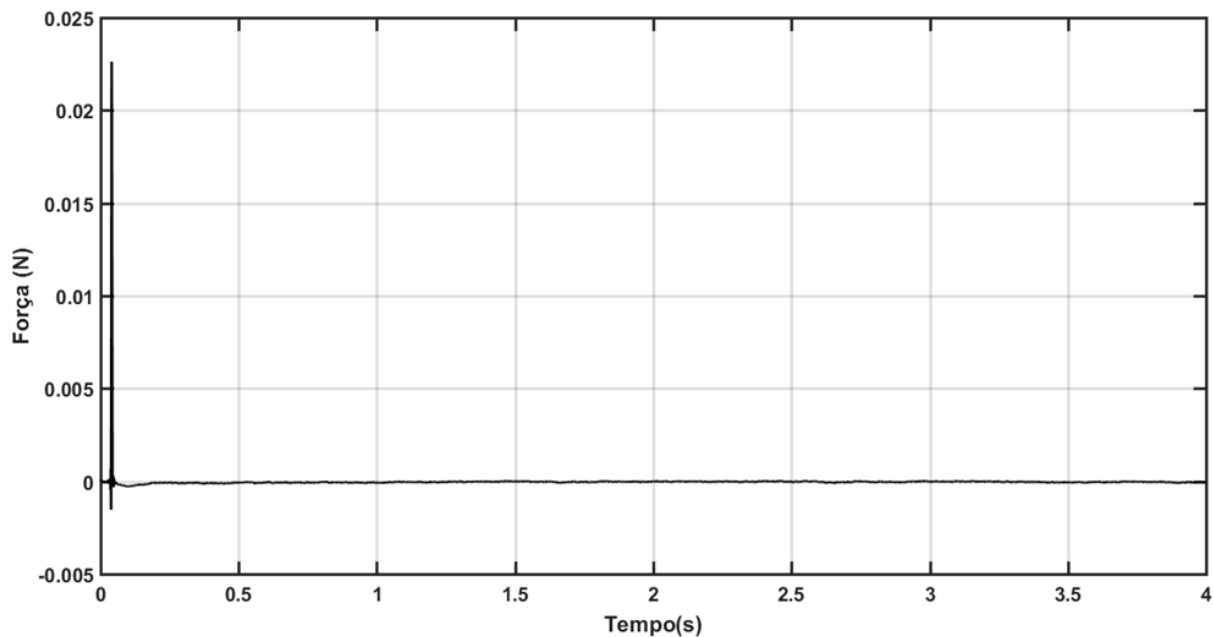
Pela Figura 63, verifica-se que o comportamento de um sistema ideal, sem falhas, é bastante semelhante com o sistema coletado, afirmando que o sistema de onde o sinal foi retirado, encontra-se sem nenhum tipo de falha.

5.2.1.2 EXP 2: Ponteira Preta

De modo semelhante, foram realizados 5 (cinco) testes com a ponteira preta. As curvas do deslocamento do nó 10 do sinal coletado do sistema real e o sinal do sistema modelado, pode ser encontrada na Figura 64, seguida depois pela Figura 65, intensidade do martelo de impacto no tempo.

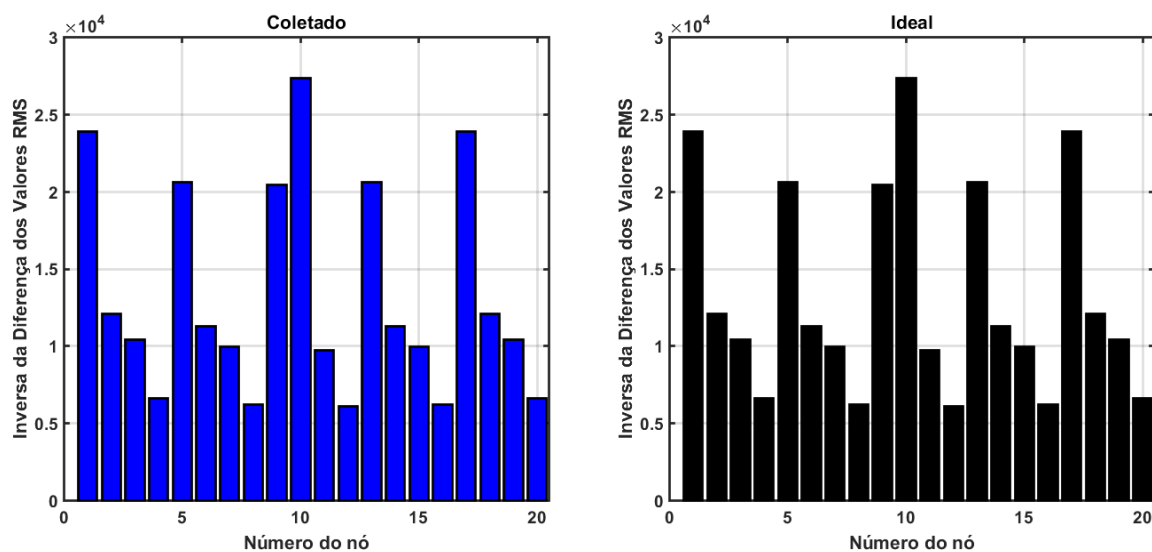
Figura 64 – EXP 2: Deslocamento do nó 10 no tempo.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 65 – EXP 2: Força do martelo no nó 9.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Comparando todos os estados reconstruídos com o observador global, tem-se se o comportamento do sistema. Se o comportamento do sistema for semelhante ao comportamento do sistema sem falhas, tem-se que o sinal foi coletado de uma placa sem falhas.

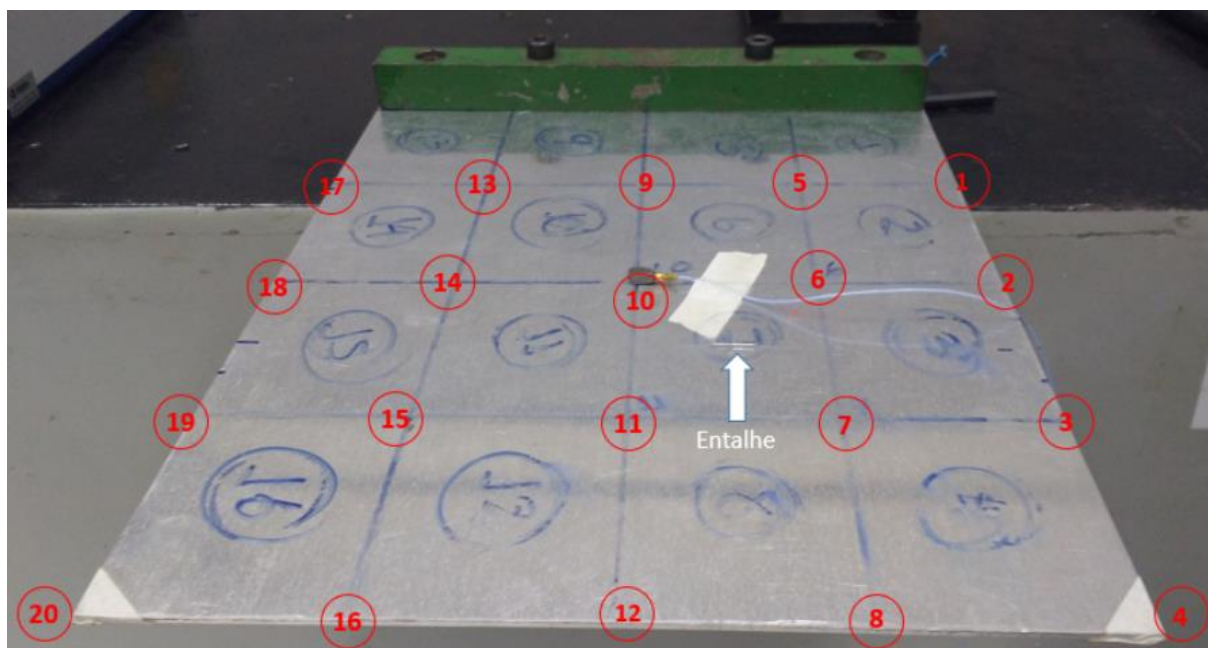
Figura 66 – EXP 2: Ponteira Preta em sistema sem entalhe.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Pela mesma conclusão da Figura 63, a Figura 66 apresenta um comportamento muito semelhante entre os sistemas coletado e ideal, acarretando na conclusão que o sinal coletado vem de uma placa sem falhas.

5.2.2 Com Entalhe

Os experimentos EXP 3 e EXP 4 foram realizados numa placa com entalhe, elaborada no elemento 7, com perda de massa e rigidez, resultado pela existência de um entalhe de 12,5mm de comprimento, 2mm de largura e 0,3mm em sua espessura.

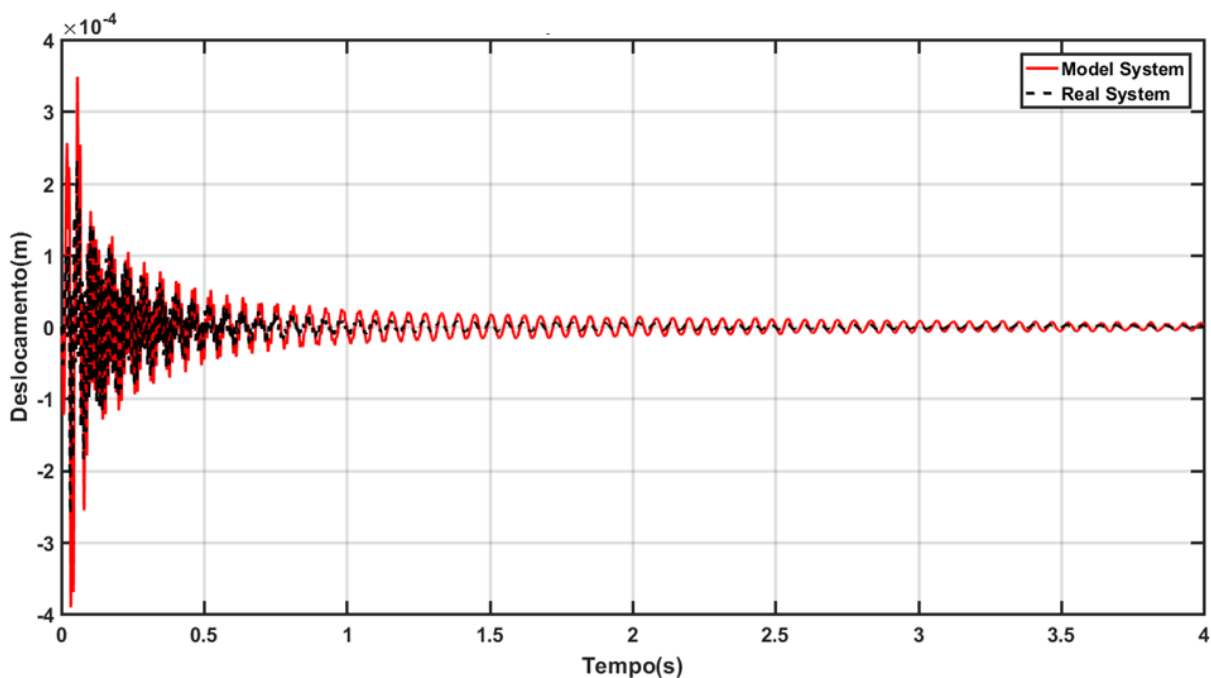
Figura 67 - Placa com Entalhe.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

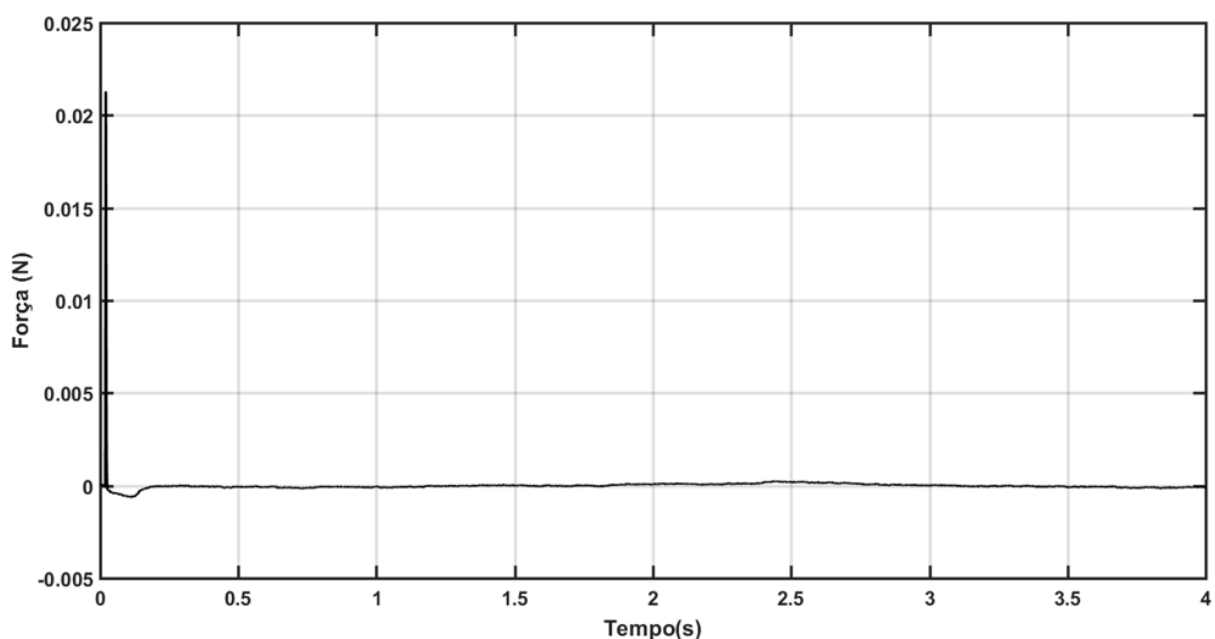
5.2.2.1 EXP 3: Ponteira Azul

Foram realizados 5 (cinco) testes de impacto na placa com a ponteira azul, buscando de forma similar a reconstrução de todos os estados com um modelo matemático de um sistema perfeito e comparar depois com o observador global.

As curvas do deslocamento do nó 10 no tempo, pode ser encontrada na Figura 68, seguida posteriormente pela Figura 69, intensidade do martelo de impacto no tempo.

Figura 68 - EXP 3: Deslocamento no nó 10.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

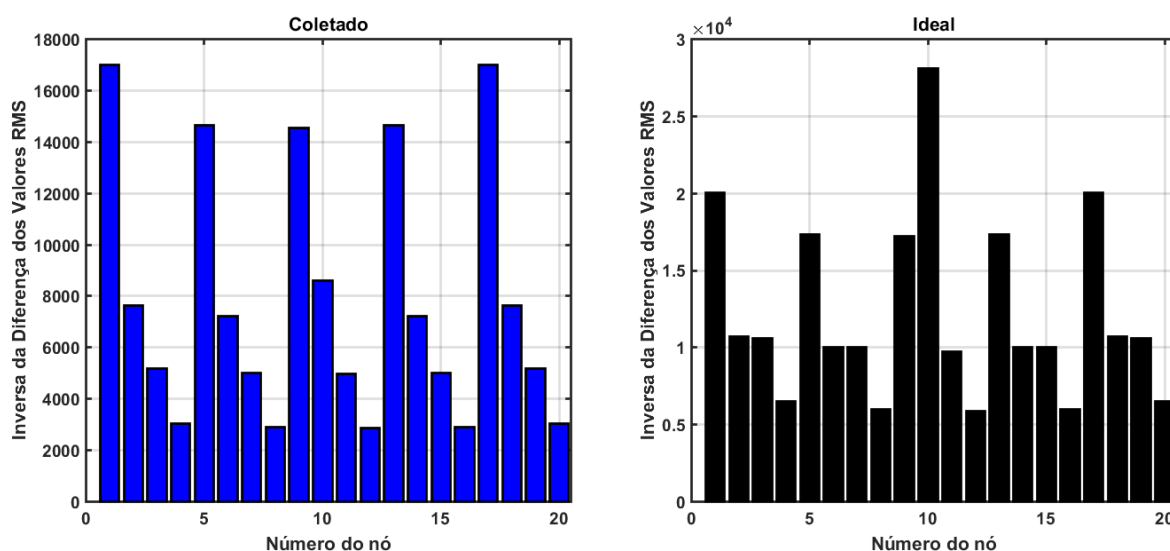
Figura 69 - EXP 3: Força do martelo no nó 9.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 68 mostra que o sinal coletado não convergiu tão perfeitamente com o modelo recriado pelo observador. Isso revela que o modelo escolhido para a reconstrução do sistema cujo sinal foi coletado não condiz com a realizada. Até este ponto, foi escolhido um modelo de placa de Kirchhoff sem falhas e isso reflete o motivo dos sinais não convergirem.

Comparando o sistema recriado “não fiel” com o observador global e comparando com o sistema ideal, tem-se o seguinte comportamento das inversas do RMS, revelado pela Figura 70.

Figura 70 – EXP 3: Ponteira Azul em sistema com entalhe.



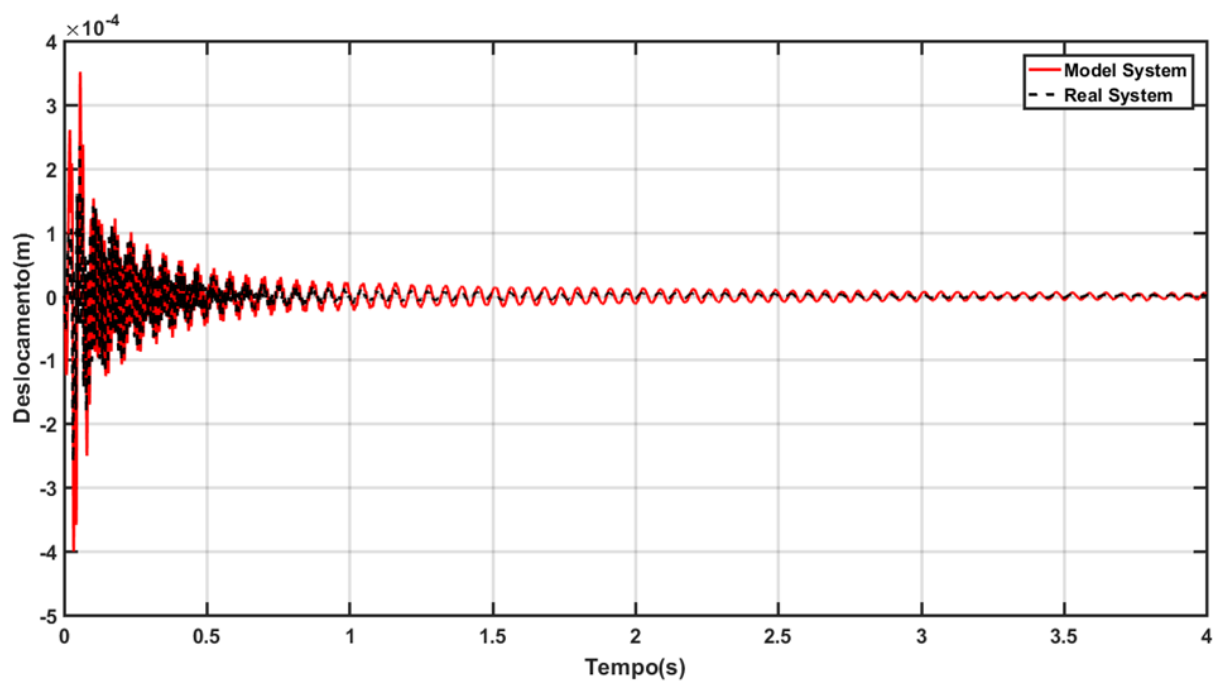
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 70 revela o comportamento dos sinais reconstruídos do sistema com um modelo não compatível e o observador, em comparação com o modelo ideal e de mesma entrada. Nota-se que não há menor semelhança com entre o coletado e o ideal. Sendo assim, conclui-se que o sinal que foi coletado vem de um sistema falhado onde o modelo para reconstruir os estados não condiz com a realizada.

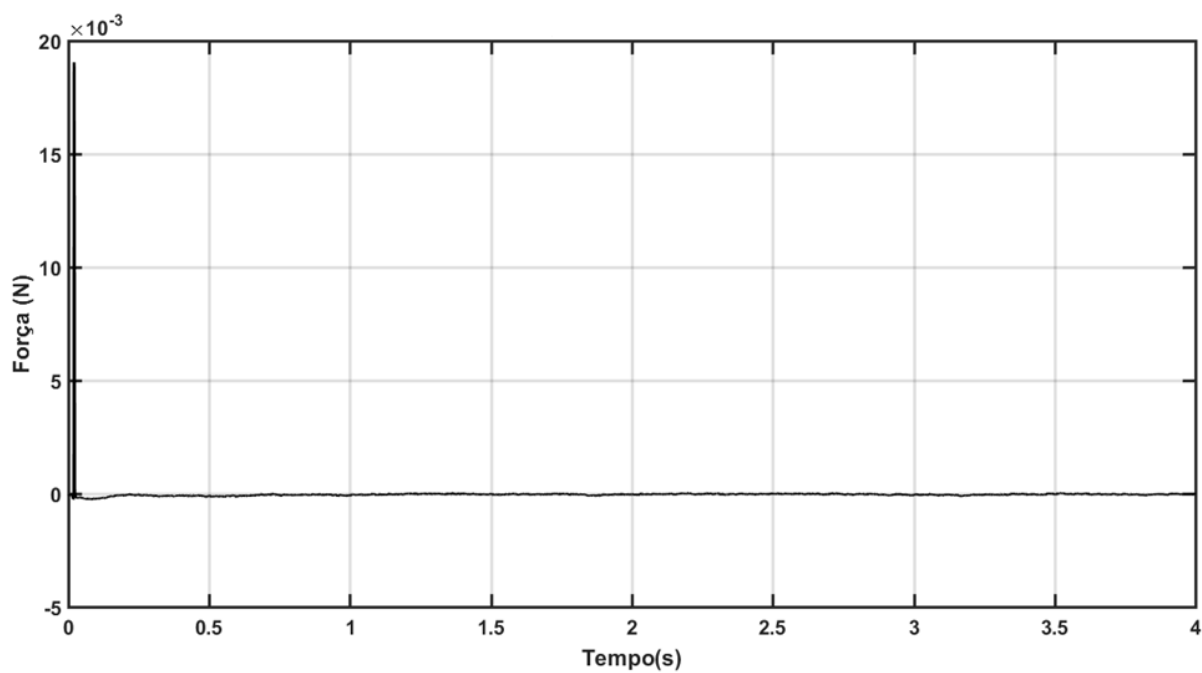
5.2.2.2 EXP 4: Ponteira Preta

Para o mesmo sistema, placa engastada com entalhes, foram realizados também os 5 (cinco) testes para validação do sistema e da reconstrução, entretanto com a ponteira preta.

As curvas do deslocamento do nó 10 no tempo, pode ser encontrada na Figura 71, seguida posteriormente pela Figura 72, intensidade do martelo de impacto no tempo.

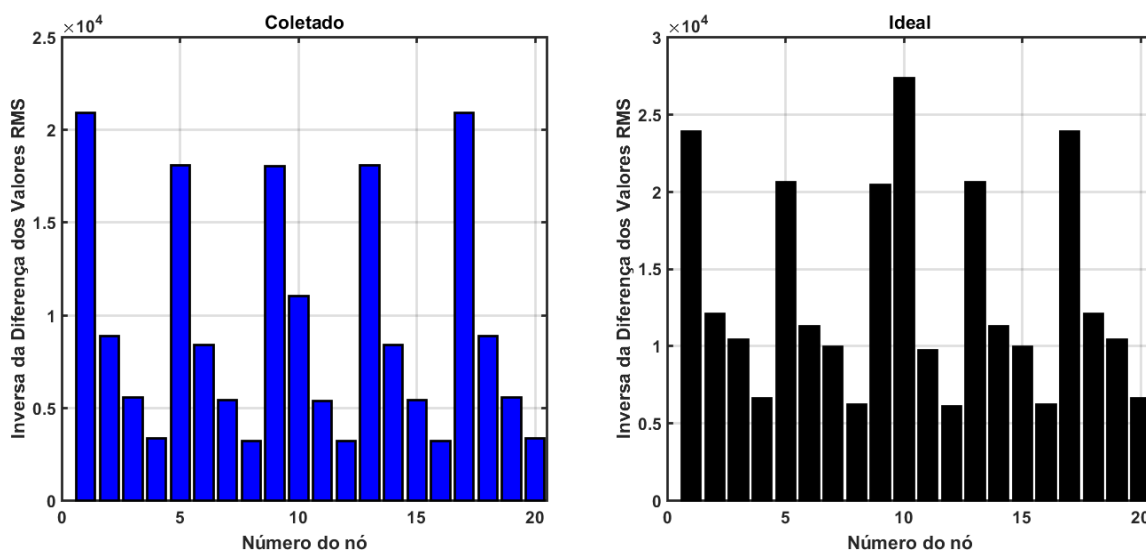
Figura 71 - EXP 4: Deslocamento no nó 10.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 72 - EXP 4: Força do martelo no nó 9.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Em comparação com o modelo ideal, tem-se que o sistema cujo sinal foi coletado apresenta o seguinte comportamento:

Figura 73 - EXP 4: Ponteira Preta em sistema com entalhe.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Até este momento, conseguiu-se detectar uma falha no sistema, entretanto como a metodologia de entalhes não foi desenvolvida neste trabalho - somente trincas, não existe a possibilidade de elaborar a parte de localização pelos observadores robustos.

E para detectar e localizar as falhas, utilizando o mesmo banco de observadores, elaborou-se a quarta parte do trabalho: Placa fina de Kirchhoff engastada livre com ausência ou presença de massa extra.

5.3 PLACA FINA DE KIRCHHOFF ENGASTADA LIVRE COM AUSÊNCIA OU PRESENÇA DE MASSA EXTRA

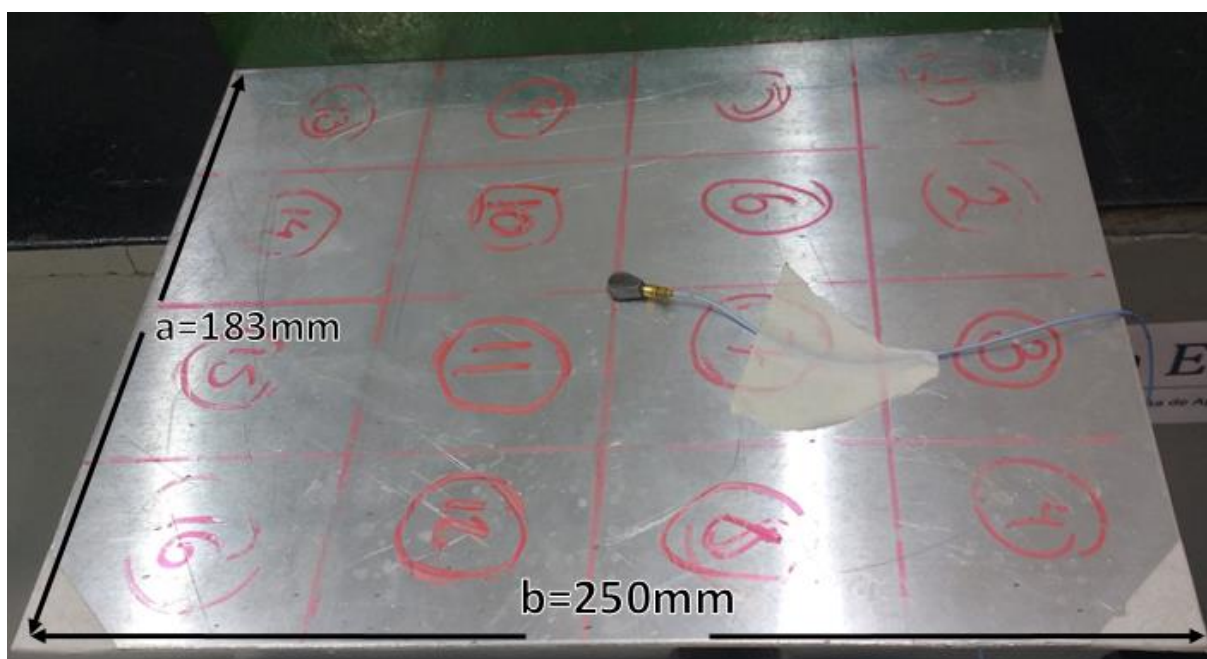
Como o modelo da placa de Kirchhoff já foi realizado no começo do trabalho, a detecção e localização de massas extras a estrutura é mais simples de ser elaborado, devido a adição de uma massa na matriz de massa global do sistema.

A placa fina utilizada neste experimento possui dimensões apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 - Parâmetros da placa fina de Kirchhoff para experimentos de massa extra.

Parâmetros	Valor
ρ	2700kg/m ³
E	69GPa
ν	0,3
a	0,183m
b	0,25m
h	0,002m

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 74 - Nova placa de Kirchhoff para experimental de massa extra.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

No trabalho, utilizou-se um total de 8192 pontos de amostra, num tempo de 1 segundo, 3 tipos de massas foram colocadas no nó 15. A adição dessas massa devem corresponder com as unidades da matriz global do sistema, para que não haja influências não desejáveis. Assim, realizado somente com a ponteira preta, os ensaios foram dados de acordo com a Tabela 9.

Tabela 9 - Experimentais com massa extra.

EXPERIMENTAL	EXP 5	EXP 6	EXP 7
Massa (g)	0	44,27	100

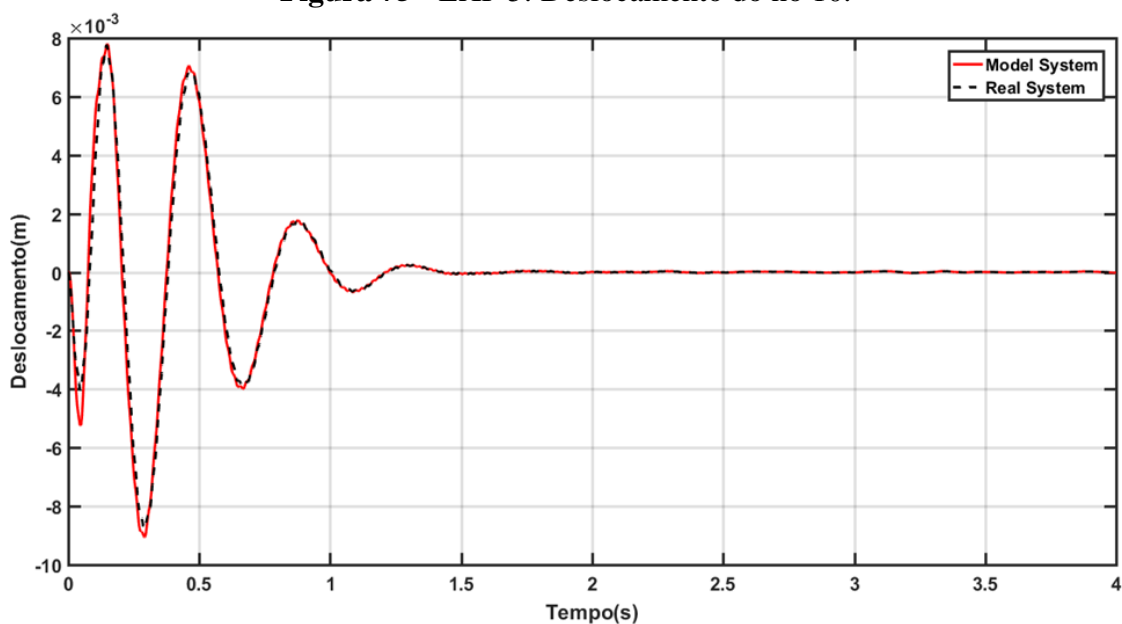
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

5.3.1 EXP 5: Sem massa extra

Como a placa é diferente daquela na primeira análise experimental, estudou-se o comportamento dessa sem qualquer massa externa, com a finalidade de comparação entre simulação do modelo e parte experimental.

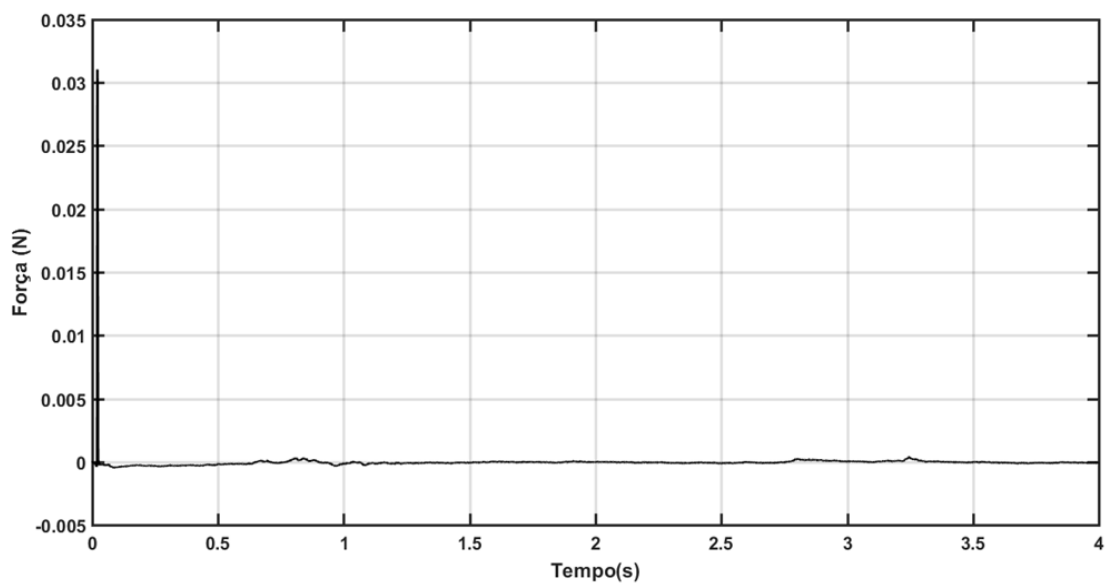
As Figura 75 e Figura 76 apresentam o deslocamento do nó 10 no tempo e a força aplicada no mesmo nó que anteriormente.

Figura 75 - EXP 5: Deslocamento do nó 10.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

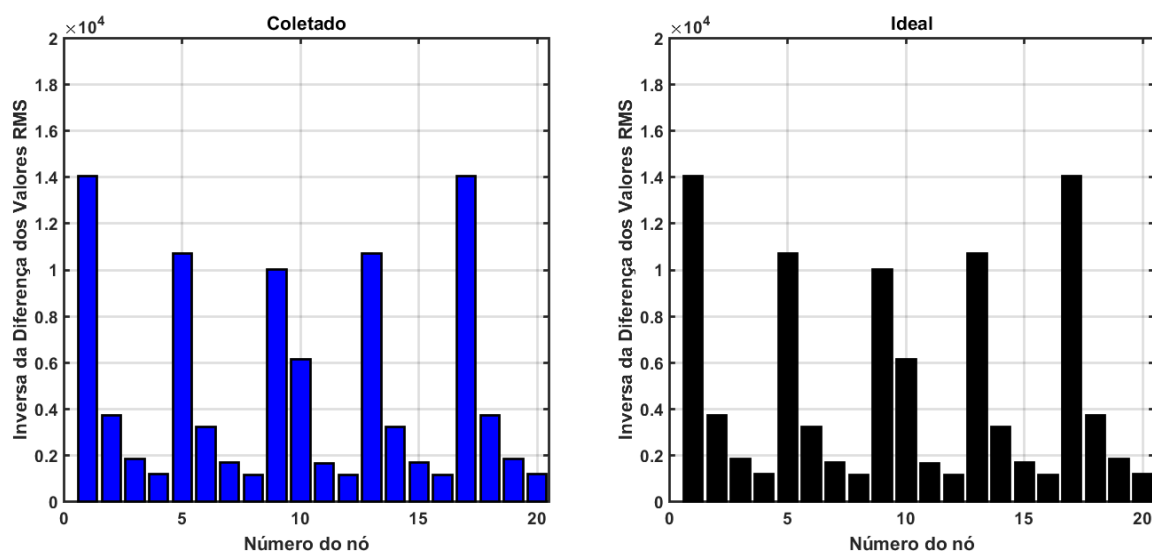
Figura 76 - EXP 5: Força aplicada no nó.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Comparando com o observador global e o sistema ideal, tem-se a verificação de que o modelo usado na reconstrução de todos os estados do sistema foram reconstruídos de forma correta.

Figura 77 - EXP 5: Placa sem massa extra.



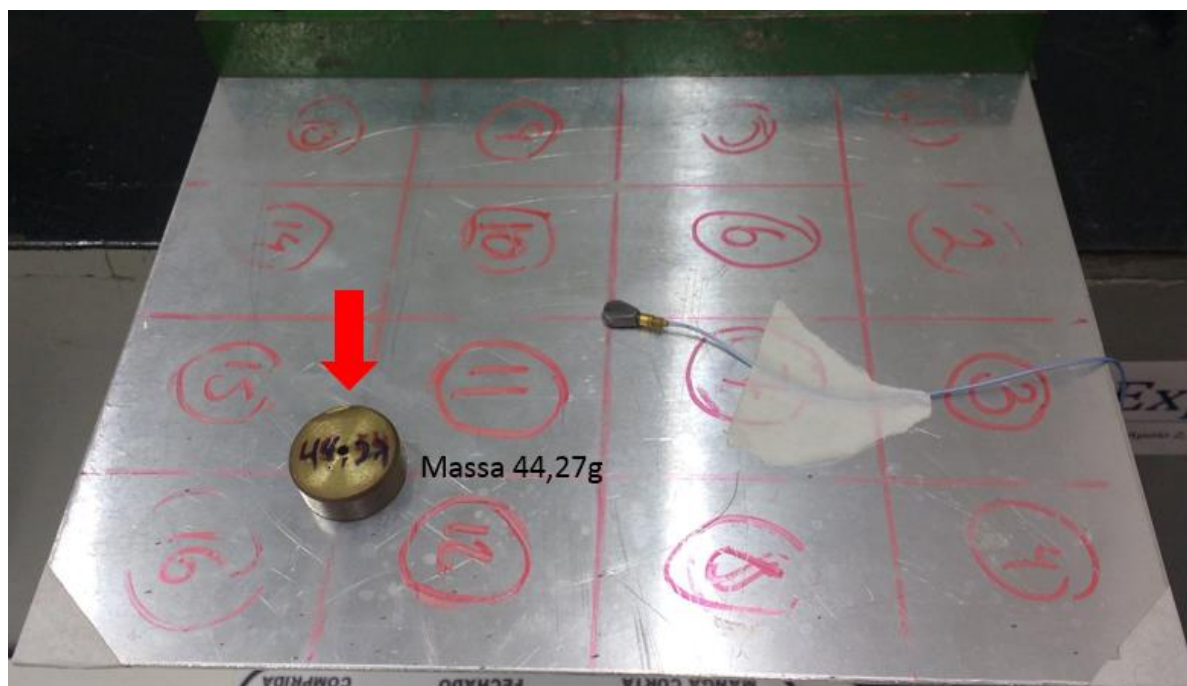
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Pela Figura 77, nota-se que o comportamento do sistema onde o sinal foi coletado e reconstruído apresenta uma grande similaridade com o ideal, resultando que o modelo de reconstrução do observador é válido e que o sistema não contém nenhuma falha.

5.3.2 EXP 6: Massa extra de 44,27 gramas

Colocando agora uma massa de 44,27g no nó 15, procurou-se verificar se o modelo condiz com o sistema cujo sinal está sendo coletado. Figura 78 ilustra a posição da massa no sistema analisado.

Figura 78 - Massa extra de 44,27g

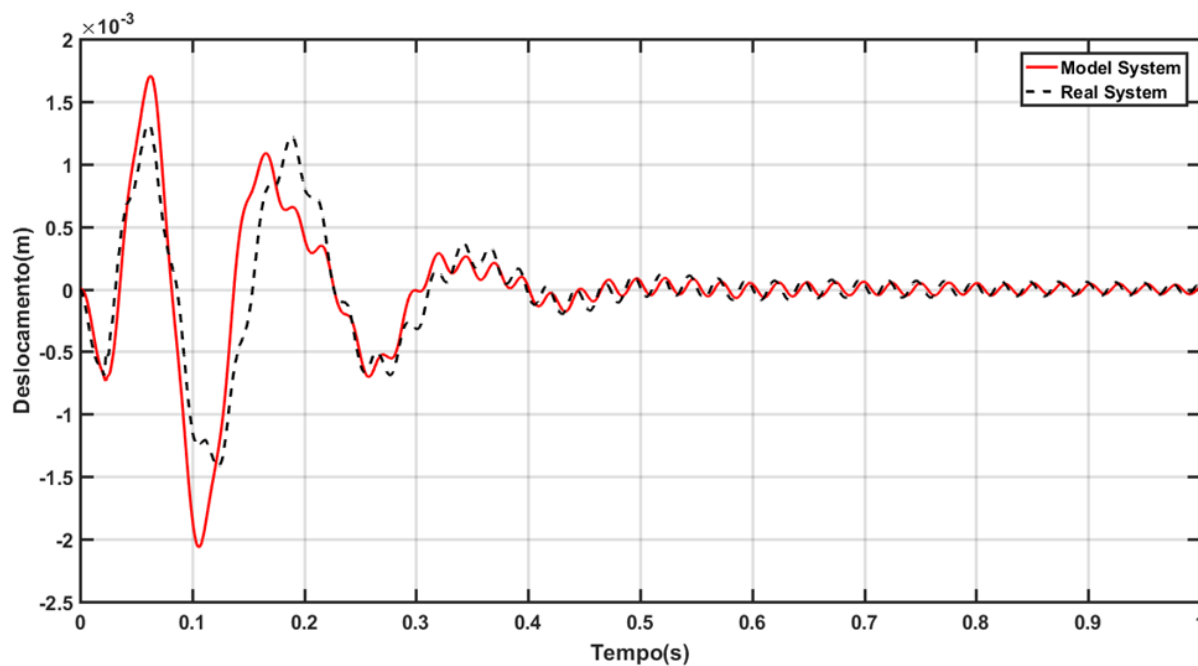


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

O sinal coletado ainda continua sendo no nó 10, o impacto continua sendo no aplicado no nó 9 perto do engaste.

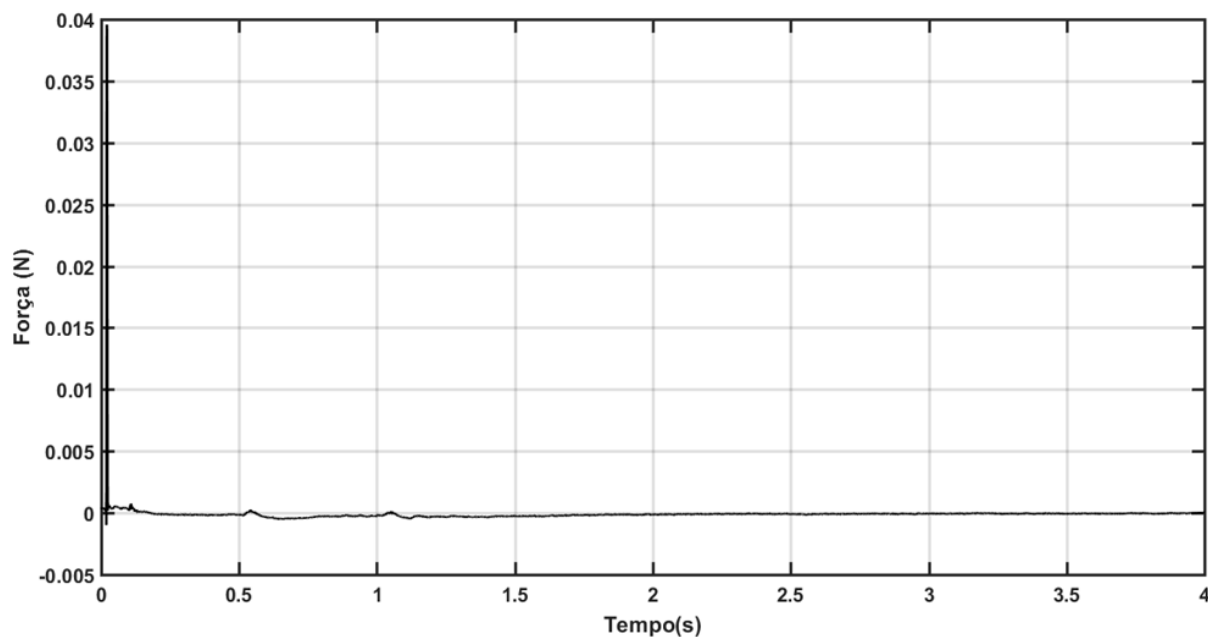
O deslocamento no tempo do nó 10 e o a força aplicada encontram-se nas Figura 79 e Figura 80.

Figura 79 - EXP 6: Deslocamento no tempo do nó 10.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Figura 80 - EXP 6: Força aplicada no nó 9.

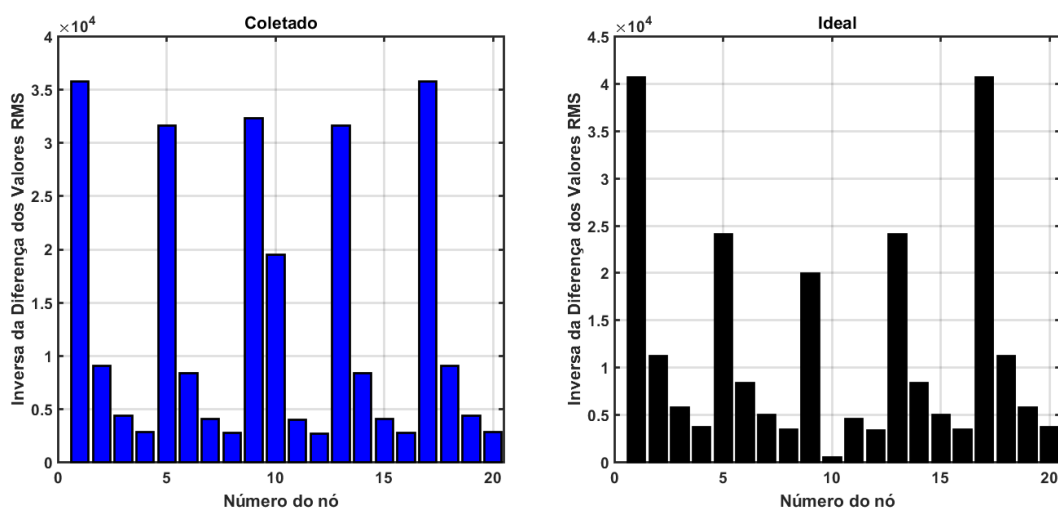


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Pela Figura 79, nota-se uma discrepância entre o sinal coletado e o sinal recriado do modelo. Isso significa que o modelo de reconstrução cujo o sinal está passando, não condiz com o sistema real.

O comportamento entre o sistema reconstruído e o observador global, em relação ao sistema ideal apresenta a afirmação de que o modelo de reconstrução está errado.

Figura 81 - EXP 6: Placa com massa extra de 44,27 gramas.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

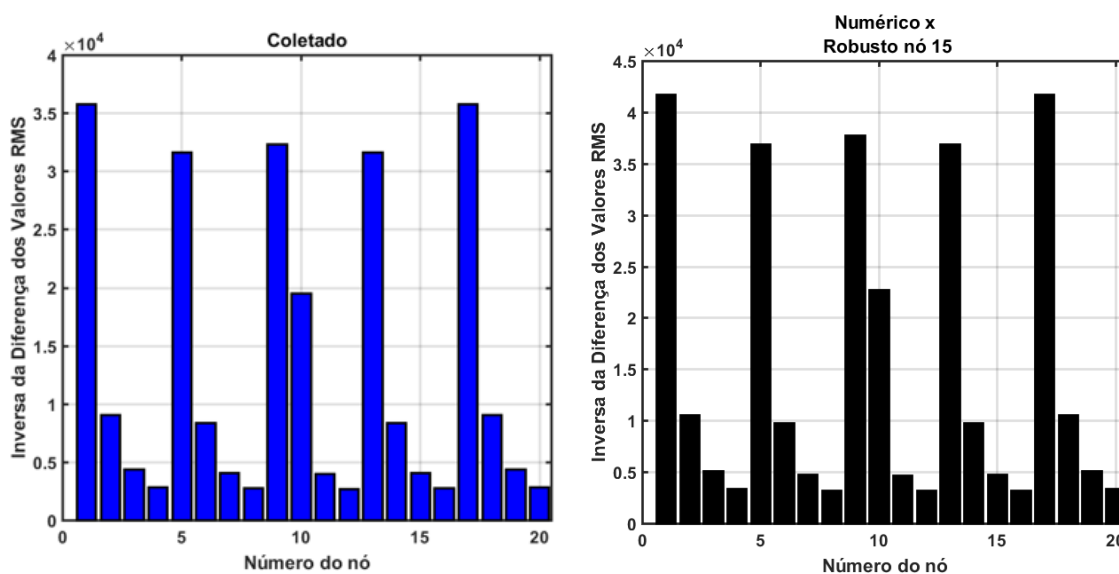
Nota-se pela Figura 81 que o sistema não se enquadra no comportamento que seria esperado de um sistema sem falha. Basta, procurar o tipo de falha externa poderia estar interferindo no sistema

Passa-se para a etapa do banco de observadores, onde cada observador é montado com uma variação de parâmetro em sua estrutura. Nesta etapa do trabalho, busca-se localizar precisamente a falha, já que a mesma, já foi detectada.

O banco de observadores conte massas extras variando de 0 a 100g em sua estrutura no nó 15. Assim, quando os estados convergirem para aquele valor, ou intervalo de valor, a falha contida naquele observador será a mesma do sistema.

A Figura 82 apresenta o sistema com uma massa externa de 44,27 gramas e um modelo contendo uma massa de 50 gramas.

Figura 82 - EXP 6: Localização da Massa Extra.



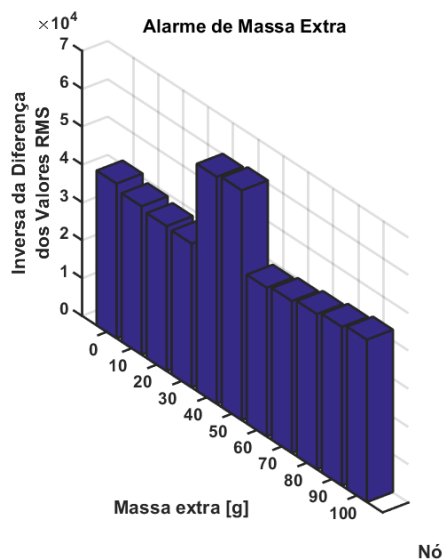
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Em análise da Figura 82, nota-se que os valores não estão na mesma proporção, mas apresentam um comportamento similar. Isso ocorre porque o sistema modelado com uma massa extra possuía uma massa de 50 gramas na estruturas e não 44,27g igual do sistema coletado.

O único ponto que falta agora é analisar o valor da massa que o sistema carrega no nó 15. Como no modelo do observador robusto continha uma massa de 50 gramas, não é possível saber até o momento se o intervalo da massa encontra-se entre 40 e 50 gramas ou 50 e 60 gramas.

Assim, como anteriormente, elaborou-se um “alarme” que revela o intervalo do peso correto da massa.

Figura 83 - EXP 6: Alarme de massa extra.



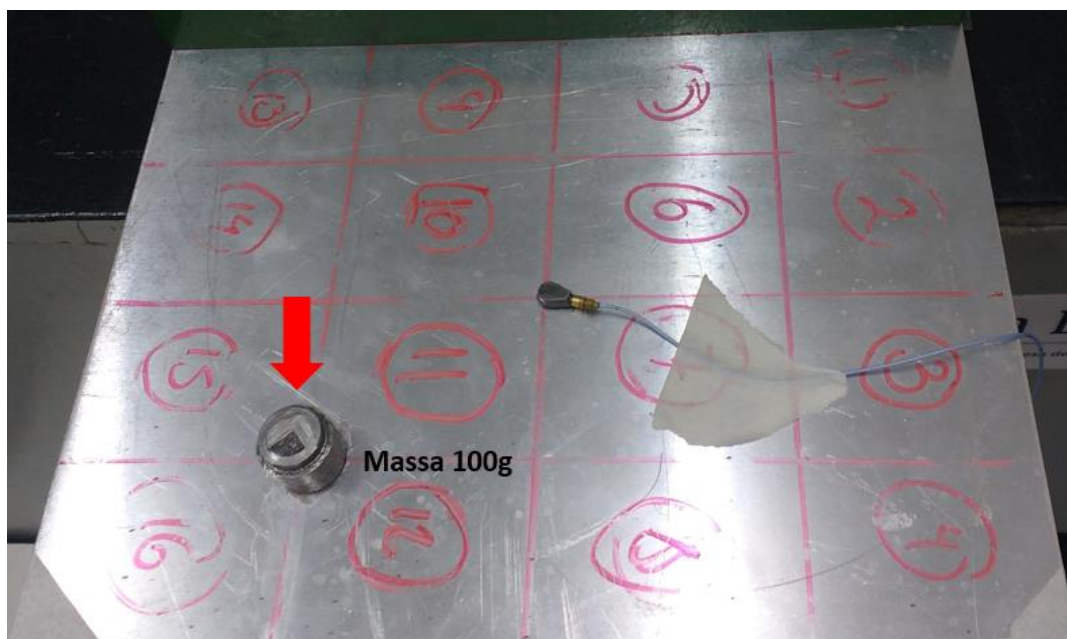
Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 82 revela dois picos destacados para as massas extras que o sistema pode ter. Estes dois picos encontram-se nas posições de 40 e 50 gramas, intervalo contendo o valor da massa extra que o sistema cujo sinal foi coletado possuía.

5.3.3 EXP 7: Massa extra de 100 gramas

Por fim, coloca-se uma massa de 100g no nó 15, ainda com a finalidade de verificar se o modelo condiz com o sistema cujo sinal está sendo coletado.

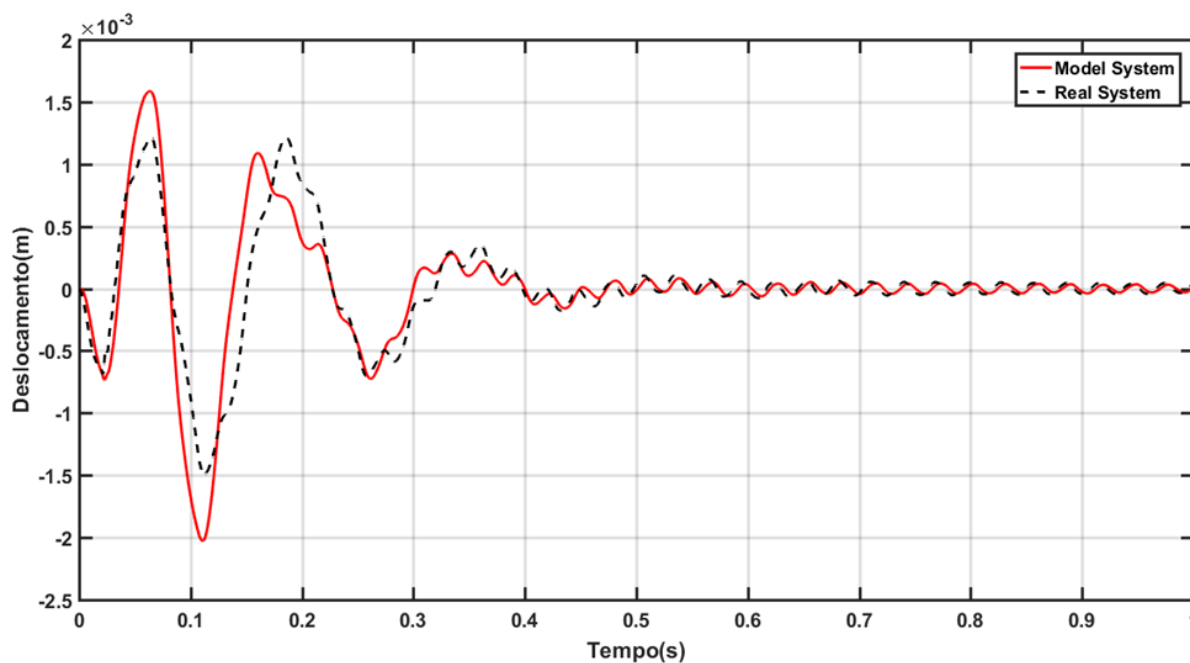
Figura 84 - Placa com massa extra de 100g.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

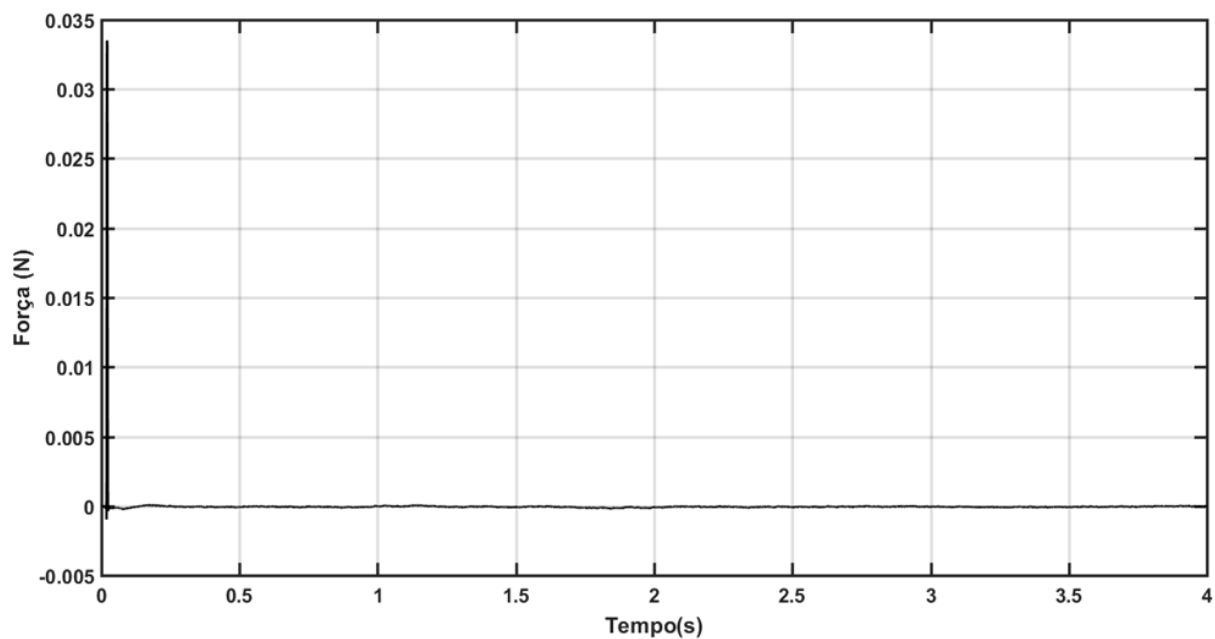
O sinal coletado ainda continua sendo no nó 10, o impacto continua sendo no aplicado no nó 9 perto do engaste. As curvas no tempo do deslocamento e do impacto do martelo podem ser vistas nas Figura 85 e Figura 86.

Figura 85 - EXP 7: Deslocamento no tempo do nó 10.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

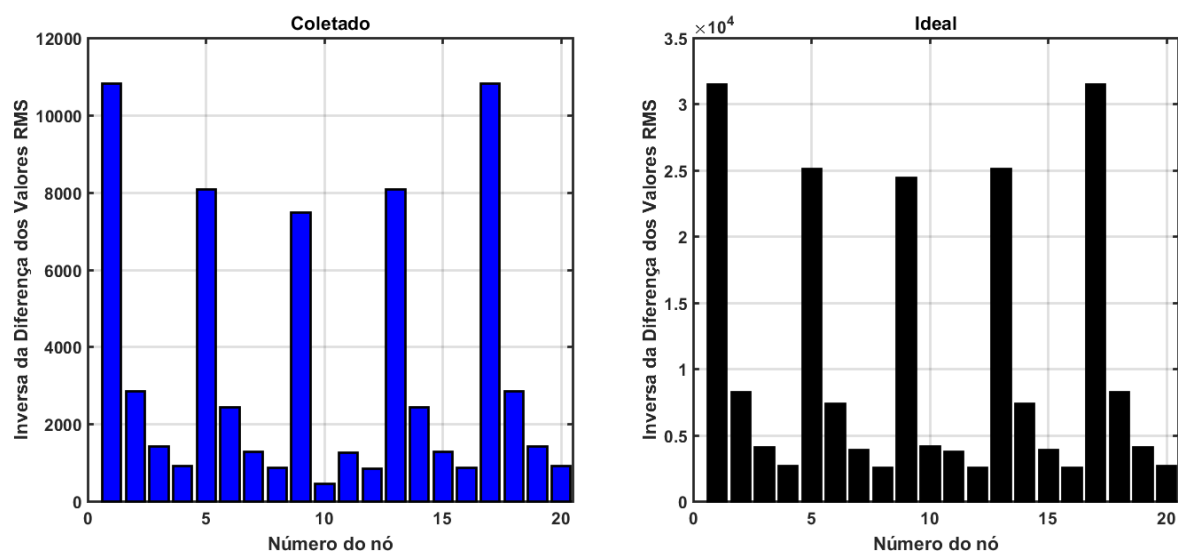
Figura 86 - EXP 7: Força aplicada no nó 9.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

A Figura 85 mostra que as curvas não convergiram, logo o modelo que houve a reconstrução não é fiel com o sistema real. A confirmação de tal fato vem com a Figura 87, revelando o comportamento ideal do sistema.

Figura 87 - EXP 7: Placa com massa extra de 100 gramas.

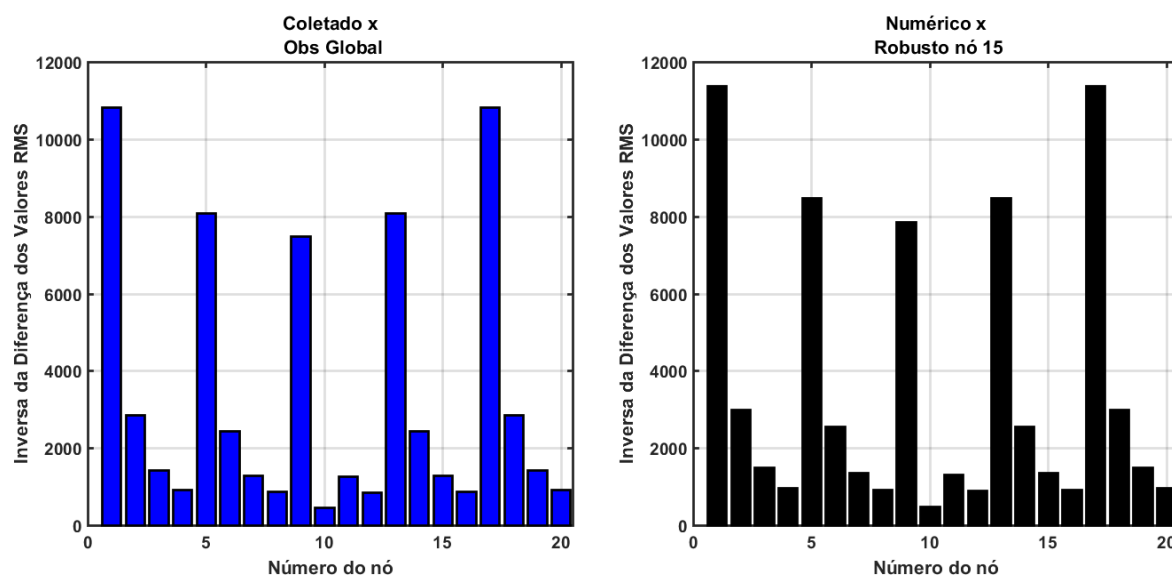


Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Para a etapa do banco de observadores, onde cada observador é montado com uma variação de parâmetro em sua estrutura. Nesta etapa do trabalho, busca-se localizar a falha, já que a mesma foi detectada.

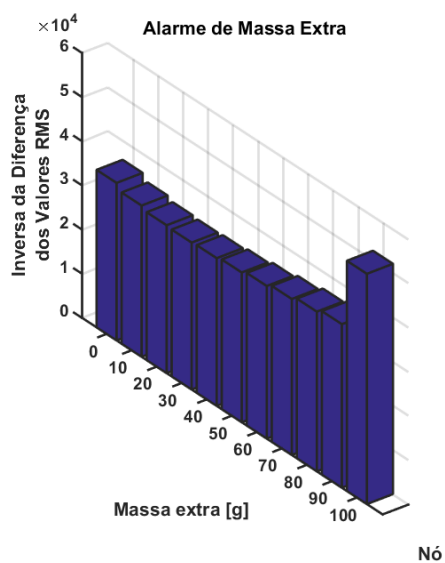
O banco de observadores conte massas extras variando de 0 a 100g em sua estrutura no nó 15. A Figura 88 apresenta o sistema com uma massa externa de 100 gramas e um modelo contendo uma massa de 50 gramas.

Figura 88 - EXP 7: Localização da Massa Extra.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Determinado o nó que a massa se encontra, basta identificar o tamanho da massa encontrada no nó 15. Passa-se o sinal coletado reconstruído, juntamente com o número do nó para um outro banco de observador, porém igual a maneira anterior, somente com a variação no tamanho da amostra.

Figura 89 - EXP 7: Alarme de Massa Extra

Fonte: Desenvolvido pelo Autor.

Pela ultimo banco de observadores, nota-se que o trabalho conseguiu reconhecer que o sistema possui uma massa de 100g em sua estrutura, isso somente com apenas a coleta de um único sinal de um único ponto e um modelo similar ao que o sistema possui.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho procurou avaliar a eficiência da metodologia de observadores de estados para reconstrução, identificação, localização e quantificação de falhas em sistemas mecânicos contendo placas finas de Kirchhoff.

Dentro das condições impostas para classificar uma placa como aquela de Kirchhoff, foi realizado quatro testes, dois simulados numericamente e dois elaborados experimentalmente de sistemas contendo a placa. Nestes testes realizados, quatro tipos de irregularidades impostas em cada caso, para comprovar a veracidade da trabalho.

Na análise dos teste de placas sobre elementos de molas e amortecimento, verificou-se que devido a perca de rigidez em algumas das molas do sistema, o banco de observadores conseguiu detectar que o sistema não condizia com seu funcionamento ideal, coletando apenas cinco sinais do sistema e reconstruindo todos os demais. Também conseguiu-se localizar qual das molas apresentava o mal funcionamento e quantificar qual seria o a gravidade do defeito.

No aspecto da placa engastada livre, produzida por simulação numérica, verificou-se a presença de trincas num determinado elemento da placa discretizada, e com a ajuda do banco de observadores, foi possível localizar a falha em no elemento trincado, e quantificar o tamanho desta dentro do elemento.

Na parte experimental da placa engastada, conseguiu-se determinar que o sistema continha falhas em sua estrutura, ou seja, com a reconstrução de todos os estados, conseguiu-se de maneira eficiente detectar que o sistema estava falhado.

E na última parte do trabalho, verificou-se a existência de uma massa atípica no sistema somente com a coleta de um sinal. O banco de observadores conseguiu analisar toda a placa e apontar a posição da placa do nó onde a massa extra estava alocada. Fora isso, conseguiu também identificar o tamanho da mesma na posição localizada.

Assim conclui-se que, de acordo com a modelagem correta do sistema, a metodologia de observadores é eficiente para reconstrução e identificação dos demais estados do sistema, apontando e quantificando suas falhas, caso for modelado de maneira que se busca.

7 TRABALHOS FUTUROS

Desenvolver uma modelagem com perda de massa e rigidez, situação acarretada na presença do entalhe.

Combinação dos casos e verificar veracidade do modelo.

REFERÊNCIAS

- ADHIKARI, S.; WOODHOUSE, J. Identification of damping: part 1, viscous damping. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 243, n. 1, p. 43-61, 2001.
- AMPOLINI, A. B.; KUDLANVEC, V. L.; GRUBER, Y. A. **Aplicação do método dos elementos finitos no estudo da teoria das placas**. 2012. 143 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.
- AZEVEDO, Á. F. M. **Método dos elementos finitos**. [S. l.: s. n.], 2011.
- BACHENE, M.; TIBERKAK, R.; RECHAK, S. Vibration analysis of cracked plates using the extended finite element method. **Archive of Applied Mechanics**, Heidelberg, v. 79, n. 3, p. 249-262, 2009.
- BALACHANDRAN, B. MAGRAB, E. Sistemas de um Grau de liberdade: equações governantes. In: _____. **Vibrações mecânicas**. São Paulo: Cengage Learning, 2011. Cap. 3, p. 81-83.
- CAWLEY, P.; ADAMS, R. D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. **The Journal of Strain Analysis for Engineering Design**, London, v. 14, n. 2, p. 49-57, 1979.
- CHOWDHURY, I.; DASGUPTA, S. P. Computation of Rayleigh damping coefficients for large systems. **The Electronic Journal of Geotechnical Engineering**, Stillwater, v. 8, n. 0, 2003.
- CHRISTOFIDES, P. D. et al. Fault-detection and isolation and fault-tolerant control of nonlinear process systems using asynchronous measurements. In: **The 2008 Annual Meeting**. 2008.
- DAWE, D. J. **Matrix and finite element displacement analysis of structures**. Oxford: Oxford University, 1984.
- GUAN-LIANG, Q.; SONG-NIAN, Gu; JIE-SHENG, Jiang. A finite element model of cracked plates and application to vibration problems. **Computers & Structures**, Kidlington, v. 39, n. 5, p. 483-487, 1991.
- JUANG, Jer-Nan; PHAN, Minh Q. **Identification and control of mechanical systems**, Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- KRAWCZUK, M.; PALACZ, M.; OSTACHOWICZ, W. The dynamic analysis of a cracked Timoshenko beam by the spectral element method. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 264, n. 5, p. 1139-1153, 2003.
- LEMOES, G. F. **Deteção de falhas via observadores de estado em sistemas rotativos, considerando-se as suas fundações**. 2004. 156 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira, 2004.

LUENBERGUE, D. G. Observing the state of a linear system. **IEEE Military Electronics**, Piscataway, v. MIL-8, n. 1, p. 74-80, 1964.

LUENBERGUE, D. G., Observers for Multivariable Systems, **IEEE Transaction on Automatic Control**, Piscataway, v. AC11, n. 2, p. 190-197, 1966.

MARANO, J. H. **Localização de falhas via observadores de estado em sistemas com variação de parâmetros**. 2002. 130 f. (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2002.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. New York: John Wiley & Sons, 1990.

MELLO JÚNIOR., A. W. S. **Modelo de crescimento de trinca para estruturas sujeitas a cargas de amplitude variável**. 1998. 114 f. Tese (Doutorado) - Instituto Tecnológico Aeronáutica, São José dos Campos, 1998.

MELO, G. P. **Deteção e localização de falhas via observadores de estado de ordem reduzida**. 1998. 125 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

MIN, Cheon-Hong et al. Sensitivity-based finite element model updating with natural frequencies and zero frequencies for damped beam structures. **International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering**, Seoul, v. 6, n. 4, p. 904-921, 2014.

MONTE ALEGRE, D. **Metodologia dos Observadores de Estado para diagnose de falhas em sistemas contendo elementos finitos de placas de Kirchoff**. 2009. 131 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2009.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Ed. Pearson, 2010.

OLIVEIRA, C. A. de M. et al. **Projeto de observadores de estado utilizando algoritmo genético**. [S. l.: s. n.], 2014.

OLIVEIRA, L. R. **Identificação de parâmetros em sistemas rotativos utilizando funções de otimização e observadores de estado**. 2015. 79 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2015.

PINTO, A. K.; XAVIER, J. A. N. **Manutenção: função estratégica**. 3 ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2009.

PRZEMIENIECKI, J. S. **Theory of matrix structural analysis**. Courier Corporation, 1985.

RIBEIRO, V. H., **Diagnose de Falhas utilizando observadores de estados em placas de Kirchoff com absorvedores dinâmicos de vibrações**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2015.

SILVA, S.; LOPES JÚNIOR, V.; BRENNAN, M. J. Design of a control system using linear matrix inequalities for the active vibration control of a plate. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 17, p. 81-93, 2006.

SZILARD, R. **Theories and applications of plate analysis: classical, numerical and engineering methods**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2004.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S., **Theory of plates and shells**. New York: McGraw-Hill, 1959.

WATANABE, L. **Utilização de modelos de falhas e observadores de estado em estruturas reticuladas**. 2010. 131 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2010.

ZACARIAS, A.T. **Determinação da variação de rigidez em placas, através da metodologia dos observadores de estado**. 2008. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2008.

ZAK, S. H., **Systems and control**. New York: Oxford University, 2003.