

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

NILTON CARLOS SANTOS ARAÚJO

**UM ESTUDO DE OBJETOS PERTURBADOS E CAPTURADOS PELA RESSONÂNCIA
DE CORROTAÇÃO E LINDBLAD**

Guaratinguetá

2017

NILTON CARLOS SANTOS ARAÚJO

**UM ESTUDO DE OBJETOS PERTURBADOS E CAPTURADOS PELA RESSONÂNCIA
DE CORROTAÇÃO E LINDBLAD**

Tese Apresentada ao Conselho de Pós-graduação do
Curso de FÍSICA da Faculdade de Engenharia do
Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual
Paulista, como parte dos requisitos para obtenção
do título de Doutor em FÍSICA .

Orientador: Prof^o Dr. Ernesto Vieira Neto

Coorientador: Prof^o Dr. Stéfan Renner

Guaratinguetá

2017

Araújo, Nilton Carlos Santos
G963a Um estudo de objetos perturbados e capturados pela ressonância de
corrotação e Lindblad / Nilton Carlos Santos Araújo – Guaratinguetá,
2017
127 f. : il.
Bibliografia: f. 123-125

Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá, 2017.
Orientador: Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coorientador: Prof. Dr. Stéfan Renner

1. . Saturno (Planeta). 2. Ressonância 3. Satélites.
I. Título

CDU 523.46(043)

NILTON CARLOS SANTOS ARAUJO

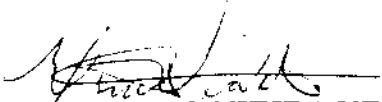
ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTOR EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Konstatin Georgiev Kostov
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO
Orientador / UNESP/FEG


Prof. Dr. SILVIA MARIA GIULIATTI WINTER
UNESP/FEG


Prof. Dr. RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA
UNESP/FEG


Prof. Dr. ELBERT EINSTEIN NEHRER MACAU
INPE/SJC


Prof. Dr. NELSON CALLEGARI JUNIOR
UNESP/RIO CLARO

Julho de 2017

DADOS CURRICULARES

NILTON CARLOS SANTOS ARAÚJO

NASCIMENTO 13.07.1986 - Guaratinguetá / SP

FILIAÇÃO Luís Carlos de Araújo
Suely Aparecida de Freitas Santos Araujo

2007 / 2011 Graduação em Física - Licenciatura em Física
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá
Universidade Estadual Paulista - UNESP
São Paulo-Brasil.

2011 / 2013 Curso de Pós-Graduação em Física, nível Mestrado
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá
Universidade Estadual Paulista - UNESP
São Paulo-Brasil.

2013 / 2017 Curso de Pós-Graduação em Física, nível Doutorado
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá
Universidade Estadual Paulista - UNESP
São Paulo-Brasil.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais por sempre estarem ao meu lado apoiando e confiando em minhas decisões e atitudes. Ao professor Dr. Ernesto Vieira Neto pela orientação, dedicação e paciência. Aos professores dessa Universidade por transmitirem seus conhecimentos a mim. Ao professor Dr. Dietmar William Foryta e professor Dr. Stéfan Renner pela colaboração e amizade. Aos amigos André Amarante, Alonso Ricci Castro, Alessandro Ribeiro e Alexandre Pinho por me ajudarem nos momentos difíceis. A minha noiva Samara sempre afável e companheira. A Deus por permitir mais uma vitória sobre os meus desafios.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - **CAPES**.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s):

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior

“If I have seen further it is by standing on the shoulders of Giants“

(Isaac Newton)

RESUMO

Desde 2004, as imagens obtidas pelas câmeras da sonda Cassini têm revelado a existência de vários pequenos satélites no sistema de Saturno. Três desses pequenos satélites estão dentro de arcos de partículas. Enquanto Aegaeon, Methone e Anthe e seus arcos são conhecidos por estarem em ressonância de corrotação 7:6, 14:15 e 10:15, respectivamente, com Mimas, a origem desses arcos é desconhecida. Logo, este trabalho investiga um possível processo de captura em ressonância de corrotação, que envolve o aumento da excentricidade de um satélite perturbador. Assim, através de simulações numéricas e estudos analíticos, nós mostramos um cenário que a excitação da excentricidade de Mimas poderia capturar partículas em ressonância de corrotação 7:6 14:15 e 10:11 com Mimas, fornecendo uma possível explicação para a origem dos arcos de Saturno. Outro objetivo deste trabalho é analisar uma possível região de origem de Aegaeon. Pois, há uma possibilidade de que a pequena lua Aegaeon tenha sido formada em outra região do sistema de Saturno diferente daquela que ela se encontra atualmente. Assim, também através de simulações numéricas e estudos analíticos, verificamos se a perturbação de Jano e Epimeteu através da ressonância de corrotação e Lindblad na borda externa do anel A é responsável pela migração de objetos dessa borda.

PALAVRAS-CHAVE: Saturno. pequenos satélites. ressonância de corrotação.

ABSTRACT

Since 2004, the images obtained by the Cassini spacecraft on-board cameras have revealed the existence of several small satellites in Saturn system. Three of these small satellites are embedded in arcs of particles. While Aegaeon, Methone and Anthe and their arcs are known to be in 7:6, 14:15 and 10:11 corotation resonances, respectively with Mimas, their origin remains unknown. This work investigates one possible process for capturing bodies into a corotation resonance, which involves increasing in the eccentricity of the perturbing body. Therefore, through numerical simulations and analytical studies, we showed a scenario in which the excitation of Mimas' eccentricity could capture particles in 7:6, 14:15 and 10:11 corotation resonance. This is a possible explanation for the origin of the arcs. Another goal of this work is to analyze a region possible of Aegaeon's origin. Because, there's a possibility of which Aegaeon moonlet has been formed in another region of Saturn's system different of that Aegaeon finds itself today. Thus, also through numerical simulations and analytical studies, we verified that perturbation of Jano and Epimeteu by corotation and Lindblad resonance in the outer edge of Saturn's A ring can be responsible by the migration of particles of this edge.

KEYWORDS: Saturn. moonlets. corotation resonance.

Lista de ilustrações

Figura 1	Exemplo de ressonância de corrotação tipo excentricidade 7:6	47
Figura 2	Exemplo de ressonância de Lindblad tipo excentricidade 7:6	50
Figura 3	Evolução do semieixo maior de Anthe em duas simulações diferentes, na presença (curva vermelha) e na ausência (curva azul) de Mimas. A presença de Mimas causa importantes perturbações no semieixo maior de Aegaeon, uma vez que Aegaeon está em ressonância de corrotação 7:6 com Mimas.	60
Figura 4	Ângulo ressonante crítico da ressonância da corrotação 7:6 entre Aegaeon e Mimas. A libração desse ângulo indica que esses satélites estão em ressonância de corrotação 7:6.	60
Figura 5	O espectro de Fourier indica que o período de oscilação da corrotação 7:6 entre Aegaeon e Mimas é de aproximadamente 1250 dias.	61
Figura 6	Evolução da excentricidade de Aegaeon em duas simulações diferentes, uma com a presença de Mimas (curva vermelha) e outra sem (curva azul). A excentricidade de Aegaeon oscila devido às perturbações de Mimas.	62
Figura 7	Ângulo ressonante crítico da ressonância de Lindblad 7:6 entre Aegaeon e Mimas. Observamos ocorrências de libração e circulação do ângulo ressonante, indicando que Mimas pode perturbar a excentricidade de Aegaeon através dessa ressonância.	62
Figura 8	Evolução do semieixo maior de Methone em duas simulações diferentes, uma com a presença de Mimas (curva vermelha) e outra sem (curva azul). A presença de Mimas causa importantes perturbações no semieixo maior de Methone. Isso ocorre uma vez que Methone está em ressonância de corrotação 14:15 com Mimas.	63
Figura 9	Ângulo ressonante crítico da ressonância da corrotação 14:15 entre Methone e Mimas. A libração desse ângulo indica que os satélites estão em corrotação.	63
Figura 10	O espectro de Fourier indica que o período de oscilação da ressonância de corrotação 14:15 entre Methone e Mimas é de aproximadamente 500 dias e com uma amplitude em torno de 72°	64

Figura 11	Evolução da excentricidade de Methone em duas simulações diferentes, uma com a presença de Mimas (curva vermelha) e outra sem (curva azul). A excentricidade de Methone oscila devido às perturbações de Mimas via a ressonância de Lindblad 14:15.	64
Figura 12	Ângulo ressonante crítico da ressonância de Lindblad 14:15 entre Methone e Mimas. A libração desse ângulo indica que os satélites estão na ressonância de Lindblad.	65
Figura 13	O espectro de Fourier indica que o período de oscilação da ressonância de Lindblad 14:15 entre Methone e Mimas é composta por duas oscilações. O período da oscilação principal é de aproximadamente 500 dias e da oscilação secundária é 2500 dias.	66
Figura 14	Evolução do semieixo maior de Anthe. A ressonância de corrotação 10:11 entre Anthe e Mimas gera perturbações significativas no semieixo maior de Anthe (curva vermelha). No cenário sem Mimas na simulação (curva azul), o semieixo maior de Anthe se mantém constante.	67
Figura 15	Ângulo ressonante crítico de corrotação 10:11 librando, isso indica que Anthe e Mimas estão nessa ressonância. O período da oscilação é de aproximadamente de 750 dias.	67
Figura 16	O espectro de Fourier do ângulo ressonante da corrotação 10:11 entre Anthe e Mimas mostra o período de oscilação de aproximadamente 750 dias. Também revela que existem outras oscilações secundárias ocorrendo (Cooper et al., 2008).	68
Figura 17	Evolução da excentricidade de Anthe. Esse parâmetro é perturbado significativamente com a presença de Mimas (curva vermelha).	68
Figura 18	Ângulo ressonante crítico de Lindblad 10:11 entre Anthe e Mimas. O comportamento desse ângulo é de não libração, mostrando que Anthe e Mimas não estão em ressonância de Lindblad 10:11.	69
Figura 19	Evolução do ângulo ressonante $11\lambda_{Anthe} - 10\lambda_{Mimas} - \varpi_{Anthe} - \Omega_{Anthe} + \Omega_{Mimas}$	69
Figura 20	Espectro de Fourier da ressonância $11\lambda_{Anthe} - 10\lambda_{Mimas} - \varpi_{Anthe} - \Omega_{Anthe} + \Omega_{Mimas}$. O espectro mostra que o período da oscilação principal é de aproximadamente 750 dias e da oscilação secundária é de aproximadamente 1800 dias	70

Figura 21	Ângulo crítico ressonante de Mimas-Encélado 3:2 e-Mimas (equação (4.6)) durante o processo de migração. Essa figura mostra uma libração em torno de zero. No final da migração, a amplitude do ângulo crítico cresce até iniciar a sua circulação, interrompendo o crescimento da excentricidade de Mimas.	75
Figura 22	Primeiros anos da simulação da Figura 21. Ângulo crítico ressonante de Mimas-Encélado 3:2 e-Mimas (equação (4.6)) durante o processo de migração no início da simulação. Essa figura mostra que inicialmente Mimas e Encélado estavam fora da ressonância, uma vez que o ângulo ressonante está circulando. Após cinco 5 anos de simulação, Mimas e Encélado entram em ressonância, pois o ângulo ressonante está librando.	76
Figura 23	Inicialmente os satélites não estão em ressonância, mas rapidamente os satélites entram na ressonância de movimento médio 3:2. Durante este tempo Mimas empurra Encélado, resultando numa taxa migração diferente daquelas adotadas inicialmente. Mimas migra com uma taxa de aproximadamente 1.4 km por ano, enquanto, Encélado migra a 1.8 km por ano. A taxa de migração de Encélado cresce enquanto de Mimas diminui de modo que essas taxas fiquem com a mesma ordem de grandeza. Este efeito cessa depois que os satélites saem da ressonância e as taxas de migração assumem os valores de 2.6 km e 1.1 km para Mimas e Encélado, respectivamente. Os satélites saem da ressonância no instante 1400 anos, que está identificado no gráfico pela reta tracejada.	77
Figura 24	Primeiros anos da simulação da Figura 23. Inicialmente os satélites não estão em ressonância, logo no início da simulação os satélites migram com as taxas de aproximadamente igual a 2.6 km e 1.1 km por ano para Mimas e Encélado, respectivamente.	78
Figura 25	Quando Mimas está em ressonância com Encélado, a excentricidade do Mimas cresce. Esse efeito cessa quando eles saem da ressonância no instante 1400 anos. Esse instante está identificado no gráfico pela reta tracejada.	78
Figura 26	Instante inicial da simulação. Pontos da cor roxas representam partículas que não foram capturadas pela ressonância de corrotação. Linha azul indica a localização da ressonância de corrotação 7:6 com Mimas. Essa ressonância está fora do anel nesse instante. Excentricidade de Mimas é igual a 5×10^{-3} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 420 km.	80

Figura 27	Instante $t= 50$ anos da simulação. A ressonância está dentro do anel de partículas. Além dos pontos roxos, podemos observar também pontos da cor verde, que representam as partículas capturadas permanentemente. As 506 partículas verdes começam a popularem os sítios das ressonâncias, formando as estruturas observadas. Nesse instante a excentricidade de Mimas é igual a 1.18×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 500 km.	81
Figura 28	Instante $t= 100$ anos da simulação. As 1114 partículas capturadas estão sendo carregadas pela ressonância de corrotação 7:6 gerada por Mimas. Mimas tem uma excentricidade de 1.76×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 576 km.	81
Figura 29	Instante $t= 125$ anos da simulação. Observamos que a quantidade de partículas capturadas dentro dos 6 sítios da corrotação é de 1172 partículas. A excentricidade de Mimas é igual a 2×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 594 km.	82
Figura 30	Instante $t= 175$ anos da simulação. As partículas 1249 verdes iniciam a saída do anel fictício de partículas. Mimas está com uma excentricidade de 2.38×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 648 km.	82
Figura 31	Instante $t= 225$ anos da simulação. Sítios da corrotação com 1251 partículas estão fora do anel fictício de partículas. Alguns pontos roxos são espalhados e saem do anel. Elas são as partículas que foram temporariamente capturadas na corrotação e saíram da corrotação. A excentricidade de Mimas é igual a 2.67×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 717 km.	83
Figura 32	Instante final da simulação. Foram capturadas 1254 partículas, as quais foram carregadas pela ressonância de corrotação, formando 6 sítios de partículas. Mimas tem uma excentricidade de 3.99×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 163 075 km.	83
Figura 33	Na figura (a) apresentamos a localização da ressonância de corrotação e Lindblad. Essas localizações foram encontradas seguindo a técnica de Foryta e Sicardy (1996), com as equações de Renner e Sicardy (2006). A localização da corrotação e de Lindblad se move devido à migração de Mimas durante a esta simulação. Em (b) é apresentado a distância entre essas ressonâncias.	84

Figura 34	A Figura (a) mostra a sobreposição das ressonâncias de corrotação 7:6 e de Lindblad 7:6, cujas localizações são apresentadas na Figura 33. A sobreposição mostra que a ressonância de Lindblad pode perturbar as partículas que estão presas na ressonância de corrotação. Na Figura (b), apresentamos o valor das amplitudes das ressonâncias. Observamos que a amplitude da corrotação aumenta de 15 km para 35 km (equação (3.52)), enquanto a amplitude da Lindblad se mantém quase constante durante toda simulação em torno de 63 km (equação (3.56)).	84
Figura 35	Nestes seis instantes são exibidos os resultados de uma simulação que incluía Saturno como corpo central, Mimas e 10 000 partículas sem massa. Sem o aumento da excentricidade de Mimas, causado pela ressonância de movimento médio 3:2 entre Mimas e Encélado, não há captura de partículas na ressonância de corrotação. No último instante, todos os sítios de corrotação passaram pelo anel sem capturar nenhuma partícula permanentemente.	85
Figura 36	Instante inicial da simulação. Pontos da cor roxa representam as partículas que não estão em ressonância de corrotação 14:15 com Mimas. Nesse instante a excentricidade de Mimas é 5×10^{-3} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 188 342 km.	86
Figura 37	Instante 50 anos da simulação. Ainda não é possível verificar sítios de corrotação, mas 104 partículas foram capturadas. Mimas tem uma excentricidade igual 1.82×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 188 435 km.	87
Figura 38	Instante 100 anos da simulação. Estruturas ainda não são visíveis, mas verifica-se que 245 partículas foram capturadas (pontos da cor verde). Isso indica que as partículas estão sendo arrastadas pela corrotação. Quando $t = 100$ anos, a excentricidade de Mimas é igual a 1.76×10^{-2} . A ressonância de corrotação 14:15 está localizada no semieixo maior de 188 523 km.	88
Figura 39	Instante 125 anos da simulação. Há 251 partículas capturadas, que estão próximas a borda externa do anel. Mimas tem uma excentricidade igual a 2×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 188 543 km. . .	88

Figura 40	Instante 175 anos da simulação. Neste momento é possível verificar os 15 sítios com 322 partículas capturadas formados devido à ressonância de corrotação 14:15. Verifica-se o início do espalhamento das partículas não capturadas. A excentricidade de Mimas nesse instante é de 2.38×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 188 607 km.	89
Figura 41	Instante 225 anos. Neste momento as estruturas de 368 partículas de cor verdes estão fora do anel. O espalhamento das partículas não capturadas continua. Mimas tem uma excentricidade de 2.67×10^{-2} . A ressonância de corrotação 14:15 está localizada no semieixo maior de 188 686 km, enquanto a ressonância de corrotação 15:16 está localizada em 188 132 km (indicada pela linha de cor laranja) e a ressonância de corrotação 31:29 em 188 401 km (indicada pela linha de cor vermelha).	89
Figura 42	Instante inicial da simulação. Pontos da cor verdes representam partículas que serão capturadas pela ressonância de corrotação 10:11 com Mimas, enquanto os pontos da cor roxa representam as partículas não capturadas. A linha azul indica a localização da ressonância de corrotação. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 191 660 km.	90
Figura 43	Instante 50 anos da simulação. Nesse instante a corrotação está próximo ao meio do anel de partículas. É possível verificar 11 sítios de corrotação quase vazios e 20 partículas capturadas. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 191 754 km.	90
Figura 44	Instante 100 anos da simulação. As estruturas quase vazias migram em direção a borda externa do anel. É possível ver 30 partículas capturadas (pontos verdes) na região da corrotação. A ressonância de corrotação 10:11 está localizada no semieixo maior de 191 844 km.	91
Figura 45	Instante 125 anos da simulação. Há 41 partículas capturadas (pontos verdes). As estruturas quase vazias começam ser destruídas. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 191 865 km.	91
Figura 46	Instante 175 anos da simulação. Não é possível observar as estruturas vazias da corrotação 10:11. As 53 partículas capturadas (pontos verdes) estão quase saindo da região do anel. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 191 929 km.	92

Figura 47	Instante 225 anos. Neste momento as 61 partículas capturadas (pontos verdes) estão fora do anel. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 192 010 km.	92
Figura 48	Figura extraída do trabalho de Tiscareno et al. (2009). As órbitas de Jano e Epimeteu estão num referencial girante com seus movimento médio aproximado. As órbitas de Jano e Epimeteu foram ampliadas para mostrar as larguras das órbitas ferraduras. Os pontos marcam as posições dos satélites em (1) 1 de Julho de 2004, (2) 21 de Maio de 2005 e (3) 9 de Setembro de 2006. As setas indicam o sentido dos satélites	95
Figura 49	Esta Figura é uma reprodução da Figura 1 do trabalho de El Moutamid et al. (2016). Essa Figura mostra a evolução do semieixo maior de Jano e Epimeteu. A troca de órbita entre os satélites ocorre a cada 4 anos. É possível notar que os efeitos gravitacionais de Jano sobre a órbita de Epimeteu é maior que as perturbações gravitacionais de Epimeteu sobre a órbita de Jano.	95
Figura 50	Localização das ressonâncias geradas por Jano e Epimeteu na borda externa do anel A. Identificamos a borda do anel A com sua localização média, pois sabemos que o semieixo maior dessa borda se modifica dependendo da ressonância que está próxima essa região. Esta figura mostra uma região além do limite da borda externa do Anel A, uma vez que verificamos que as ressonâncias de corrotação tipo excentricidade (CER) e de Lindblad tipo excentricidade (LER) geradas por Epimeteu alcançam essa região, enquanto notamos que somente a ressonância de Lindblad gerada por Jano sai da região dessa borda.	98
Figura 51	Evolução do semieixo maior de uma partícula, enquanto Jano e Epimeteu realizam trocas orbitais. As pequenas oscilações e o instante de trocas das ressonâncias obedecem as dos semieixo maior de Jano. Ou seja, a resposta de troca das ressonâncias são instantâneas.	99
Figura 52	Evolução da excentricidade de uma partícula que está na região que ressonância de Lindblad aparece a cada 4 anos.	100
Figura 53	O semieixo maior oscila em torno da posição da ressonância corrotação quando as trocas orbitais de Jano e Epimeteu cessam.	101
Figura 54	Evolução ângulo ressonante da ressonância de 7:6 entre partícula teste e Jano.	102
Figura 55	A excentricidade da partícula teste oscila em torno da excentricidade livre quando a partícula está dentro da ressonância de Lindblad de Jano e as trocas orbitais entre Jano e Epimeteu cessam.	102

Figura 56	Evolução do ângulo ressonante de Lindblad 7:6 entre partícula teste e Jano.	103
Figura 57	Durante a simulação para cada semieixo maior inicial foi colocado 10 partículas distribuídas uniformemente entre 0 a 2π em longitude média. Entre essas partículas, aquela que sofreu a maior variação em seu semieixo maior está sendo mostrada nesta figura, onde a variação do semieixo maior é a diferença entre o menor e maior valor encontrado para o semieixo maior de uma partícula. As posições das ressonâncias de corroação de Jano e Epimeteu estão sendo apresentadas pelas linhas azul e laranja, respectivamente. A linha completa representa a posição da ressonância no instante do snapshot, enquanto a linha tracejada representa a posição da ressonância quando as posições dos satélites estava trocadas.	105
Figura 58	Podemos afirmar que a região em torno de 136 770 km não é caótica enquanto as regiões em torno de 136 788 km, 136 741 km e 136 762 km são caóticas. Afirma-mos isso devido a inclinação de cada uma região estudada.	106
Figura 59	Durante a simulação para cada semieixo maior inicial foi colocado 10 partículas distribuídas uniformemente entre 0 a 2π em longitude média. Entre essas partículas, aquela que sofreu a maior variação na sua excentricidade está sendo mostrada nesta figura, onde a variação da excentricidade é a diferença entre o menor e maior valor encontrado para a excentricidade de uma partícula. As posições das ressonâncias de Lindblad de Jano e Epimeteu estão sendo apresentadas pelas linhas azul e laranja, respectivamente. A linha completa representa a posição da ressonância no instante do snapshot, enquanto a linha tracejada representa a posição da ressonância quando as posições dos satélites estava trocadas.	107
Figura 60	Este histograma mostra que a maioria das partículas possui excentricidade menor que 2.52×10^{-3}	107
Figura 61	Este histograma mostra que a maioria das partículas possui excentricidade entre 2.5×10^{-5} e 9.25×10^{-5}	108
Figura 62	Comparação da evolução do semieixo maior obtida pela integração das equações médias utilizando o integrador Runge-Kutta de ordem 4 e pela integração das equações completas utilizando o integrador Gauss-Radau	112
Figura 63	Comparação da evolução da excentricidade obtida pela integração das equações médias utilizando o integrador Runge-Kutta de ordem 4 e pela integração das equações completas utilizando o integrador Gauss-Radau.	113

Figura 64	Essa figura mostra os valores máximo e mínimo de semieixo maior observado para Peggy (Murray et al., 2014) em relação as localizações das ressonâncias geradas por Jano e Epimeteu. Atualmente, não se sabe a localização exata de Peggy, somente a possível região que esse satélite foi observado.	114
Figura 65	Mapeamento da possível região que a pequenas lua Peggy esteja, utilizando os últimos dados obtidos para o possível excentricidade de Peggy, $e = 0.0009 \pm 0.0004$ (N. Cooper)	115
Figura 66	Uma das partículas que estava dentro de região perturbada pela ressonância de corrotação que foi jogada para região que possivelmente Peggy está.	115
Figura 67	Sobreposição de instantes entre os anos 400 e 404, em que cada instante foi realizado com o passa 0.1 ano. Os nossos dados reproduziram que o foi observado pela sonda Cassini e mostrado por Spitale e Porco (2009).	116
Figura 68	Fonte: Figura extraída do trabalho de Spitale e Porco (2009).	117
Figura 69	Sobreposição de instantes entre os anos 404 e 408, em que cada instante foi realizado com o passa 0.1 ano	117
Figura 70	Imagem cedida pelo equipe da Cassini. Essa imagem mostra a borda do anel A (o limite da borda externa está a esquerda da imagem) num instante que Jano está mais próximo de Saturno. Esse momento a borda do anel A é perturbada pela ressonância de Lindblad de Jano e pela ressonância de corrotação de Epimeteu.	118
Figura 71	Imagem cedida pelo time da Cassini. Essa imagem mostra a borda externa do anel A (o limite da borda externa está a esquerda da imagem) num momento que Jano está mais afastado do planeta as ressonâncias geradas por Jano estão fora dessa borda. Enquanto as ressonâncias geradas por Epimeteu estão mais para dentro do anel.	119

Lista de tabelas

Tabela 1 – Tipos de ressonâncias de primeira e segunda ordem baseadas no ângulo ressonante (Murray; Dermott, 1999)	45
Tabela 2 – Tipos de ressonâncias de corrotação de primeira ordem (Foryta; Sicardy, 1996).	47
Tabela 3 – Tipos de ressonâncias de Lindblad de primeira ordem (Murray; Dermott, 1999)	49
Tabela 4 – Condições iniciais de Aegaeon, Methone e Anthe em coordenadas retangulares. Essas condições foram obtidas no site HORIZONS/NASA (https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi) para a data 1 de Janeiro de 2006	58
Tabela 5 – Condições iniciais de Mimas e Saturno em coordenadas retangulares. Essas condições foram obtidas no site HORIZONS/NASA (https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi) para a data 1 de Janeiro de 2006.	58
Tabela 6 – Os valores dos coeficientes zonais utilizados nas simulações (Hedman et al., 2010).	59
Tabela 7 – Condições iniciais de Encélado e Mimas em elementos orbitais, após mudanças comentadas na Seção 4.6.	75
Tabela 8 – Condições Iniciais de Jano e Epimeteu em Vetores Estados em 1 de Janeiro de 2007. $G=6.672 \times 10^{-11} m^3/(kg \times s^2)$ $M_{Saturno}= 568.5133037 \times 10^{24} kg$	96
Tabela 9 – Condição inicial da partícula teste.	97

Lista de símbolos

r_{anel}	Raio do anel
m_{az}	Número inteiro de onda azimutal
Φ	Longitude em um referencial girante
β	Ângulo de fase
a	Semieixo maior
e	Excentricidade
I	Inclinação
Ω	Longitude do nodo ascendente
ϖ	Longitude do pericentro
λ	Longitude média
r, θ e z	componentes das coordenadas cilíndricas
\ddot{r}	Aceleração radial
$\dot{\theta}$	Velocidade angular
\ddot{z}	Aceleração vertical
V	Potencial perturbador
G	Constante gravitacional
M_p	Massa do planeta
R_p	Raio do planeta
γ	Latitude

i	Número inteiro
J_i	Coefficientes zonais
n	movimento médio modificado
κ	Frequência radial
ν	Frequência vertical
x, y e z	Componentes das coordenadas retangulares
p e q	Números inteiros
j_i	Números inteiros
$\dot{\Omega}$	Variação da longitude do nodo ascendente
$\dot{\omega}$	Variação da longitude do pericentro
φ	Ângulo ressonante
$\dot{\varphi}$	Variação do ângulo ressonante
k	Número inteiro
φ_{CR}	Ângulo ressonante de corrotação
φ_{CER}	Ângulo ressonante de corrotação tipo excentricidade
φ_{CIR}	Ângulo ressonante de corrotação tipo inclinação
W_{CR}	Largura da corrotação
R	Função perturbadora
M	Massa do satélite
f_d	Termo direto da função perturbadora
φ_{LR}	Ângulo ressonante de Lindblad
$\varphi_{LER-OLR}$	Ângulo ressonante da ressonância de Lindblad externa tipo excentricidade
$\varphi_{LER-ILR}$	Ângulo ressonante da ressonância de Lindblad interna tipo excentricidade
W_{LR}	Largura da Lindblad

λ_{Mimas}	Longitude média de Mimas
ϖ_{Mimas}	Longitude do pericentro de Mimas
$\lambda_{Aegaeon}$	Longitude média de Aegaeon
$\lambda_{Methone}$	Longitude média de Methone
λ_{Anthe}	Longitude média de Anthe
Ω_{Mimas}	Longitude do nodo ascendente de Mimas
Ω_{Anthe}	Longitude do nodo ascendente de Anthe
$\dot{\varpi}_{Mimas}$	Taxa de precessão da longitude do pericentro de Mimas
$\dot{\Omega}_{Mimas}$	Taxa de precessão da longitude do nodo ascendente de Mimas
$\dot{\varpi}_{Enc}$	Taxa de precessão da longitude do pericentro de Encélado
$\dot{\Omega}_{Enc}$	Taxa de precessão da longitude do nodo ascendente de Encélado
n_{Enc}	Movimento médio de Encélado
q_1, q_2, q_3 e q_4	Números inteiros
λ_{Enc}	Longitude média de Encélado
ϖ_{Enc}	Longitude do pericentro de Encélado
Ω_{Enc}	Longitude do nodo ascendente de Encélado
a_M	Semieixo maior de Mimas
a_E	Semieixo maior de Encélado
M_M	Massa de Mimas
M_E	Massa de Encélado
a_{0M}	Semieixo maior antigo de Mimas
a_{0E}	Semieixo maior antigo de Encélado
\vec{F}	Força de arrasto
ρ	Constante

v	Módulo da velocidade
\vec{v}	Versor da velocidade
t	Tempo
$\langle R \rangle$	Função perturbadora média
$b_{1/2}^j$	Coefficiente de Lagrange

Sumário

1	INTRODUÇÃO	26
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	29
3	OS EFEITOS DO PLANETA ACHATADO	36
3.1	Elementos Geométricos	36
3.2	Ressonância de Movimento Médio	44
3.3	Ressonâncias em Anéis	45
3.3.1	Corrotação	46
3.3.2	Lindblad	48
3.4	Localização das Ressonância	50
4	FORMAÇÃO DOS ARCOS DE SATURNO	52
4.1	Saturno	52
4.2	Mimas	53
4.3	Encélado	55
4.4	Aegaeon, Methone e Anthe e seus Arcos	55
4.5	Evolução Orbital de Aegaeon, Methone e Anthe	57
4.6	Ressonância entre Mimas e Encélado	70
4.7	Efeitos da Migração sobre a Órbita de Mimas	74
4.8	Captura na Ressonância de Corrotação 7:6	79
4.9	Captura nas Ressonâncias de Corrotação 14:15 e 10:11.	85
4.9.1	Captura na Corrotação 14:15	86
4.9.2	Captura na Corrotação 10:11	88
5	DINÂMICA DA BORDA EXTERNA DO ANEL A	94
5.1	Jano e Epimeteu	94
5.2	Teste de uma Partícula na Borda Externa do Anel A	97
5.3	Um Anel Teste	103
5.3.1	Semieixo Maior Máximo	104
5.3.2	Excentricidade Máxima	104
5.4	Equações Médias	106

5.5	Comparação com as Observações	113
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	120
	REFERÊNCIAS	123
APÊNDICE A	CÁLCULO DO SEMIEIXO MAIOR ANTIGO	126

Capítulo 1

Introdução

Desde a antiguidade Saturno é observado, admirado e estudado. Porém, foi na Idade Moderna em 1610 com Galileu Galilei, talvez o primeiro homem a pontar uma luneta para o céu, que se iniciou a exploração do sistema saturniano. Galileu foi o primeiro a descobrir que esse planeta tinha estruturas em forma de alças, porém não conseguiu explicar essas estruturas. Somente 50 anos depois dessa descoberta que o astrônomo Christiaan Huygens com uma luneta mais potente revelou que essas alças se tratavam de anéis. Atualmente sabemos que esses anéis são formados por poeira e gelo, bem como observamos pequenas luas dentro desse anéis.

Além de desvendar os mistérios das alças, Huygens também descobriu Titã, o maior satélite natural de Saturno. Depois disso a partir de 1671, foram descobertos os satélites Jápeto, Reia, Tétis e Dione por Giovanni Domenico Cassini que também observou que os anéis apresentam uma falha. Como homenagem a esse astrônomo, essa divisão recebeu o nome de Divisão de Cassini. Somente a partir de 1789 que os satélites Encélado, Mimas e Hipérion foram descobertos por Willian Herschel. Ele também verificou que Saturno possui polos achatados e que os anéis desse planeta situam-se no plano equatorial.

Além desses astrônomos, existiram outros que ajudaram a desvendar os mistérios de Saturno somente utilizando as lunetas (ou telescópios) instalados na Terra. Com o avanço tecnológico dos telescópios e com o advento das sondas espaciais, a exploração do sistema saturniano se intensificou, pois agora podíamos observar Saturno com mais detalhes. Foram enviadas a Saturno as sondas espaciais Pionner 11, Voyager 1 e 2 e Cassini-Huygens, as quais revelaram um Saturno nunca imaginado. As sondas mostraram estruturas em anéis desconhecidas, descobriram pequenos satélites, cujas dimensões são de dezenas de quilômetros, e até revelaram que Encélado possui criovulcões em atividade. Com essas observações mais meticulosas feitas tanto pelos telescópios modernos instalados em nosso planeta quanto por essas sondas, nos auxiliaram a revelar que esse planeta é rico em diversidade dinâmica,

que tem o maior número de satélites e anéis entre os planetas do Sistema Solar, bem como ajudaram a calcular mais precisamente as efemérides desses satélites e anéis.

As análises dessas efemérides nos forneceu um dos fatos relevantes de Saturno. É de que alguns satélites e anéis desse planeta têm comensurabilidades entre seus movimentos médios (Duriez, 1988). Outro fato é que esses objetos estão próximos e sofrem perturbações gravitacionais mútuas, provavelmente as quais foram essenciais para a evolução dinâmica e para a história desses objetos (Murray; Dermott, 1999). Dessa forma, é necessário a compreensão dessas perturbações. Um meio de entendermos essas perturbações é por intermédio da ressonância. Por exemplo, as estruturas do anel A podem ser compreendidas no contexto de ressonância entre os anéis e satélites que orbitam na vizinhança desse anel (Murray; Dermott, 1999), bem como a existências dos arcos de Anthe, Methone e do anel G (Spitale et al., 2006; Hedman et al., 2007; Cooper et al., 2008; Hedman et al., 2010). Portanto, é importante examinar a natureza dessas interações ressonantes para podermos entender as estruturas observadas pelas sondas (Murray; Dermott, 1999). Embora, há muitos estudos sobre as estruturas observadas em Saturno, muitas dessas ainda não foram completamente explicadas, assim como a formação desses arcos.

Logo, o primeiro objetivo deste projeto é investigar a possibilidade de captura de partículas em ressonância de corrotação no Sistema de Saturno. O estudo será desenvolvido usando a dinâmica do problema de 4 corpos, com os efeitos da não esfericidade de Saturno, e dos satélites Mimas e Encélado. O estudo será realizado através de simulações numéricas e estudos analíticos. Os cenários de captura/escape das partículas em ressonância de corrotação serão discutidos visando uma possível captura de Mimas e Encélado numa ressonância. Logo, apresentamos a formação através do mecanismo desenvolvido por Araujo et al. (2016), Após isso, utilizaremos esse mecanismo para estudar a formação dos arcos de Methone e Anthe.

Outro objetivo é analisar uma possível região de origem dessas partículas. Existe a possibilidade de que a pequena lua Aegaeon tenha sido formada em outra região do sistema de Saturno, diferente daquela que ela se encontra atualmente.

A região do anel A pode ser uma possível fonte de produção dessa lua por meio de migração (Charnoz et al., 2010; Crida; Charnoz, 2012), que subsequente à formação, esse satélite migrou para fora do anel A. Atualmente, há evidência de pequenos objetos saindo do anel A. Uma estrutura brilhante foi identificado em 2013 pelas imagens obtidas pela sonda Cassini (Murray et al., 2014). Assim, verificaremos se a perturbação de Jano e Epimeteu na borda do anel A é responsável pela migração de objetos, considerando as ressonâncias de corrotação e de Lindblad geradas por esses satélites.

Como resultado, este estudo possibilitará uma melhor compreensão da dinâmica envolvida na

origem e estabilidade de pequenos satélites no sistema saturniano. A seguir apresentamos a estrutura desse estudo.

No capítulo 2, apresentaremos a bibliografia do problema.

No capítulo 3, realizamos uma breve discussão sobre os elementos geométricos e as ressonâncias em anéis.

No capítulo 4, tecemos algumas considerações sobre Saturno, Mimas, Encélado e Aegaeon, bem como apresentamos a modelagem do trabalho de Araujo et al. (2016), a importância da migração de Mimas e a ressonância de movimento médio entre Mimas e Encélado, e as simulações iniciais dessa tese, estudando a captura de partículas da ressonância de corrotação 7:6 com Mimas. Bem como, discutiremos os satélites Methone e Anthe e seus arcos. Utilizando o mecanismo de Araujo et al. (2016), verificaremos se há captura nas ressonâncias de corrotação 14:15 e 10:11 com Mimas.

No capítulos 5, destacamos a perturbação de Jano e Epimeteu na borda externa do anel A. Assim realizaremos uma breve discussão sobre esses satélites. Apresentaremos os resultados dos testes com uma partícula e com um anel fictício, representando a borda externa do anel A. Apresentamos as equações médias desse problema. Compararemos os resultados das simulações com os dados observados pela Cassini.

No capítulo 6, tecemos as considerações finais do trabalho.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Na literatura há inúmeros estudos sobre ressonâncias entre corpos celestes no Sistema Solar, principalmente como se originaram e se eles são estáveis, como podemos ver a seguir.

Roy e Ovenden (1954) verificaram se a comensurabilidade observada entre os pares de movimentos médios de objetos no Sistema Solar é um fenômeno que ocorreu ao acaso ou devido a alguma propriedade do mecanismo de formação do Sistema Solar. Para essa análise os autores utilizaram um parâmetro nomeado por eles de grau de comensurabilidade, que é o valor absoluto da diferença entre a razão dos movimentos médios de um par de objetos (satélite-satélite, planeta-planeta ou satélite-planeta) e a razão de dois números inteiros. Limitando o estudo para objetos (satélites ou planetas), cuja razão de movimento médio dos corpos não ultrapassasse em um fator de 7, Roy e Ovenden (1954) computaram 46 pares em comensurabilidades. Eles observaram que esse valor computado é maior que o valor estimado para o Sistema Solar, e concluíram que deveria existir um mecanismo durante a formação do Sistema Solar para criar os objetos dentro da comensurabilidade.

Embora, esse estudo tenha sido importante para o início da compreensão da estabilidade de objetos em ressonância, ele não é tão realístico como deveria ser, uma vez que não considerou os efeitos de maré que ocorre no sistema de Júpiter e principalmente de Saturno. Goldreich (1965) realizou uma pesquisa sobre a estabilidade das ressonâncias dos movimentos médios de objetos em torno de Júpiter e Saturno, considerando os efeitos da força de maré. Em casos especiais, destacou que a presença da força de maré não interromperia as ocorrências das ressonâncias entre os objetos. Bem como, mostrou a importância dessas ressonâncias para estabilidade e evolução em sistemas de objetos em Saturno e Júpiter. Testou a hipótese sobre a estabilidade da ressonância com a força de maré presente para os pares de objetos: Encélado-Dione, Mimas-Tétis, Hyperion-Titã e o caso de três corpos Io, Europa e Ganimede. Como o trabalho de Roy e Ovenden (1954) não considerou os efeitos da força de maré em seu estudo, Goldreich (1965) afirmou que esse trabalho não contabilizou as variações dos movimentos

médios dos objetos analisados, as quais são geradas devido ao achatamento do corpo central. Logo, a probabilidade de comensurabilidade destacada por Roy e Ovenden (1954) não está correta. Assim, Goldreich (1965) calculou a probabilidade correta.

Greenberg et al. (1972) destacaram que existem inúmeros satélites presos em ressonâncias estáveis e muitos estudos comprovando isso, mas não havia nenhum mecanismo de captura descrito até aquele momento. Assim, eles reportaram um modelo teórico que apresenta que a evolução em maré pode levar um certo par de satélites para uma ressonância órbita-órbita. O modelo consiste em utilizar as equações de Lagrange com uma função perturbadora expandida até primeira ordem considerando os efeitos de maré em um sistema que contém um planeta de massa M , como corpo central, e dois satélites com baixa excentricidade e coplanares, cujas as massas são M_1 e M_2 , respectivamente. Como o modelo é descrito para o caso de $M \gg M_1 \gg M_2$, ele é ideal para o caso da ressonância 4:3 tipo excentricidade que existe entre Titã e Hyperion, pois a massa de Titã é 10^3 vezes a massa de Hyperion e ambos possuem baixas excentricidades. Desde modo, Greenberg et al. (1972) demonstraram a evolução da excentricidade de Hyperion, enquanto as órbitas dos satélites Titã e Hyperion migravam devido aos efeitos da força de maré. Para tal estudo, inicialmente essas luas foram colocadas fora da ressonância 4:3 e evoluíram até quando alcançaram a ressonância que se encontram atualmente. Além disso, Greenberg et al. (1972) testaram esse modelo para outras ressonâncias, mas para casos de ressonâncias como Encélado e Dione, em que Dione é somente 15 vezes mais massivo que Encélado, o modelo não é válido. Também não é válido para casos que satélites estejam em ressonância tipo inclinação, como a ressonância 4:2 entre Mimas e Tétis. Mas o modelo mostrou que captura em ressonância entre satélites é possível e que a dissipação da maré é importante.

Greenberg (1973) destacou que o trabalho de Greenberg et al. (1972) descreveu o modelo de captura em ressonância qualitativamente. Desde modo, Greenberg (1973) realizou uma descrição desse modelo analiticamente. Greenberg (1973) iniciou o seu estudo apresentando o modelo de Greenberg et al. (1972), utilizando também o sistema Saturno, Titã e Hyperion, descrevendo mais detalhadamente as equações do movimento. Já no modelo de Greenberg (1973) os efeitos da dissipação de maré é mais realista, pois é contabilizada a dissipação da energia devido aos efeitos de maré, que é chamado de fator Q . Porém, como Greenberg et al. (1972), o modelo de Greenberg (1973) não pode ser usado para os sistemas Encélado e Dione e Mimas e Tétis, pelos mesmos motivos do modelo de Greenberg et al. (1972). Com o sucesso desse estudo, Greenberg (1973) demonstrou que a hipótese da dissipação de energia das marés provocou captura em ressonância órbita-órbita entre satélites no Sistema Solar.

Segundo Greenberg (1974) a ressonância entre Mimas e Tétis parece ser única no Sistema Solar, pois a maioria das ressonâncias observadas é do tipo excentricidade, enquanto a ressonância entre esses satélites é tipo inclinação. Como o modelo de Greenberg (1973) não pode ser usado para estudar

essa ressonância, Greenberg (1974) formulou um modelo que considera os efeitos do achatamento de Saturno sobre a ressonância do tipo órbita-órbita entre Mimas-Tétis, pois o achatamento modifica a longitude do nodo ascendente de Mimas e Tétis. Para comprovar seu modelo, inicialmente Greenberg (1974) não considerou o achatamento de Saturno na evolução desses satélites, mostrando que os resultados sem o achatamento não são consistentes com o que foi observado para Mimas e Tétis. Porém, com o modelo que considera o achatamento ele encontrou resultados semelhantes aos observados. Greenberg (1974) mostrou que o achatamento de Saturno é responsável pela variação da longitude do nodo ascendente de Mimas e Tétis, permitindo ao sistema trocar energia numa ressonância 4:2, cujo período é aproximadamente 70 anos. Assim, Greenberg (1974) mostrou a relevância do achatamento para o sistema em questão e os efeitos físicos de uma ressonância do tipo inclinação.

Além dos estudos sobre as ressonâncias entre satélites, também há estudo sobre as ressonâncias entre anéis de Saturno com satélites próximos ou ressonâncias que não possuem objetos, mas que também são importantes, como as lacunas encontradas nos anéis de Saturno.

Assim, Goldreich e Tremaine (1978) estudaram a formação da divisão Cassini localizada entre os anéis A e B de Saturno. Os autores destacaram que a localização da divisão Cassini está próxima da posição da ressonância de movimento médio 2:1 com Mimas e que muitos alegavam que a perturbação devido a essa ressonância fosse a responsável pela formação dessa divisão. Porém, Goldreich e Tremaine (1978) mostraram que somente com as perturbações dessa ressonância abre uma lacuna 100 vezes menor que a divisão Cassini. Logo, Goldreich e Tremaine (1978) afirmaram que deveria existir outras perturbações e mostraram analiticamente que as perturbações devido à ressonância Lindblad 2:1 provocada por Mimas é responsável pela formação da divisão Cassini.

Com a chegada das sondas Voyager I e II nos planetas gasosos foi revelado mais estruturas desconhecidas. Por exemplo, em Saturno, foi descoberto uma nova divisão próxima da borda externa do anel B, a lacuna de Huygens, e outras faixas de partículas dentro da divisão Cassini. Além disso, foi relevado que a borda externa do anel A é modelada. Já em Netuno, foram descobertos os anéis incompletos, ou arcos.

Wiesel (1982) destacou que o modelo de Goldreich e Tremaine (1978) não explica a existência da lacuna de Huygens e das outras faixas de partículas. Houve uma tentativa de Lissauer et al. (1981) que propuseram a existência de uma pequena lua dentro da divisão Cassini para explicar a existência dessa nova estrutura. Porém Wiesel (1982) mostrou que quando é considerado o achatamento de Saturno no modelo clássico de ressonância, essas estruturas são observadas. Wiesel (1982) mencionou que tanto a divisão Cassini quanto as faixas e lacuna de Huygens estão em ressonância com Mimas, assim não necessitando de uma pequena lua para formar as estruturas.

Lissauer et al. (1985) investigaram a evolução orbital de Jano e Epimeteu devido a torques causado

pelos anéis principais de Saturno. Esses autores destacaram a existência de uma ressonância entre esses satélites e a borda externa do anel A. Devido a essa ressonância a borda externa é modelada.

El Moutamid et al. (2016) destacaram que o sistema de Saturno tem inúmeros casos de ressonância orbital. Por exemplo, as órbitas de Aegaeon, Methone e Anthe estão em ressonância de corrotação com Mimas e as órbitas dos satélites Jano e Epimeteu, que estão em ressonância de movimento médio 1:1. A cada 4 anos, Jano e Epimeteu trocam de órbita. Além disso, Jano e Epimeteu também estão em ressonância com a borda externa do anel A (Spitale; Porco, 2009). Assim, El Moutamid et al. (2016) estudaram o comportamento da borda externa do anel A, utilizando as imagens e dados de ocultações obtidas pela sonda Cassini entre o período de 2006 e 2014. A partir desses dados, El Moutamid et al. (2016) verificaram que essa borda do anel A é perturbada pela ressonância de Lindblad 7:6, criando 7 padrões quasecirculares (lóbulos). Mas, El Moutamid et al. (2016) mostraram com a troca de órbitas entre Jano e Epimeteu a ressonância de Lindblad 7:6 de Jano se move da borda externa do anel A, destruindo os 7 padrões quasecirculares.

Os resultados encontrados por El Moutamid et al. (2016) completaram as análises de Spitale e Porco (2009), que analisaram somente as imagens tomadas pela sonda Cassini entre os anos de 2005 e 2009. Spitale e Porco (2009) suspeitavam que somente ressonância de Lindblad gerada por Jano seria a responsável pela formação dos 7 lóbulos na borda externa do anel A, mas não esperavam que esses lóbulos desaparecem quando Jano ficasse mais externo que Encélado. Eles não verificaram isso, pois a maioria das imagens analisadas por eles foram tomada quando Jano estava mais interno que Epimeteu.

Sicardy (1991) relatou que observações realizadas na Terra entre 1984 e 1985 revelaram que Netuno tem anéis incompletos, ou arcos. Isso foi confirmado com a chegada da Voyager 2 em Netuno em 1989. A explicação para a existência desses arcos requer um mecanismo de confinamento azimuthal e radial. Assim, Sicardy (1991) investigou se o confinamento é possível para uma partícula teste em ressonância de corrotação e perturbada pela ressonância de Lindblad. O modelo proposto consistiu em utilizar as equações do movimento médio de partículas confinadas em ressonância de corrotação e perturbada pela Lindblad em casos que a energia do sistema de partículas aumentava ou diminuía. Assim foi verificado que o arco de partícula se dissipava se o torque sobre o arco era positivo, porém se o torque fosse negativo, as partículas se tornavam confinadas. Isso mostrou que o confinamento na corrotação pode ter tido um grande papel na formação e evolução de pequenos, principalmente para existência de arcos.

Isso levou à elaboração de modelos matemáticos para investigar satélites e anéis em tornos de planetas achatados. Borderies e Longaretti (1987) iniciaram a formulação dos elementos orbitais geométricos para o caso planar de uma partícula ao redor de um planeta achatado. Os elementos orbitais geométricos são um tipo de média dos elementos orbitais osculadores. Os termos de longo

período dos elementos orbitais osculadores sofrem variações significativas, enquanto os termos de longo período dos elementos orbitais geométricos não sofrem.

Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) definiram os elementos geométricos para o caso não planar e mostraram o quanto esses elementos são mais precisos em seus resultados sobre evolução orbital de uma partícula ao redor de um planeta achatado. Em seguida, esses autores melhoraram as frequências incluindo os valores de $e^2 J_2$ e $I^2 J_4$. Por fim, usaram os elementos geométricos para obterem as equações de perturbação para os elementos do epiciclo.

Foryta e Sicardy (1996) investigaram a dinâmicas dos arcos de Netuno perturbado por um satélite próximo através de simulações numéricas. O estudo se desenvolveu em duas etapas: A primeira foi encontrar as equações médias do movimento, e na segunda etapa foi utilizar um integrador mapa 3D para integrar essas equações. Assim eles estudaram os efeitos das ressonâncias de corrotação e Lindblad geradas por esse satélite perturbador. Bem como desenvolveram um modelo para localizar a ressonância de corrotação e de Lindblad, utilizando os elementos geométricos de Borderies-Rappaport e Longaretti (1994).

Renner e Sicardy (2006) aperfeiçoaram os elementos geométricos de Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) e derivaram a conversão dos elementos geométricos em vetores de estados e também de vetores de estado para elementos geométricos. Renner e Sicardy (2006) exibiram o comportamento dos elementos geométricos realizando uma simulação numérica de uma partícula sobre um planeta achatado.

A última sonda enviada para Saturno, Cassini-Huygens, encontrou inúmeros satélites principalmente aqueles com dimensões de dezenas de quilômetros, como Methone, Pallene, Anthe e Aegaeon. Spitale et al. (2006) realizaram um estudo da evolução orbital de pequenos satélites de Saturno recém descobertos pela sonda Cassini-Huygens, como Methone e Pallene, os quais estão localizados entre as órbitas de Encélado. Eles utilizaram os elementos orbitais geométricos para estudar a evolução desses satélites, mostrando que Methone está em uma ressonância de corrotação 14:15 com Mimas, enquanto Pallene em ressonância de movimento médio 19:16 com Encélado. Hedman et al. (2007) identificaram a existência do primeiro arco de partículas no sistema de Saturno no anel G, que recebeu o nome de arco do anel G. Realizando a astrometria e estudando a evolução do arco foi identificado que esse objeto está em ressonância de corrotação 7:6 com Mimas. Por sua vez, Cooper et al. (2008) analisaram a astrometria do novo satélite Anthe, e mostrou que através da evolução orbital de Anthe, que esse satélite está em ressonância 10:11 com Mimas.

Além disso, Hedman et al. (2009) analisaram as imagens recentes da Cassini e descobriram que Methone e Anthe estão imersos em arcos de partículas e que a órbita de Pallene está contida num fino anel. Eles afirmaram que devido a Methone e Anthe estarem em ressonância com Mimas, o material

que desprenderam deles não tem energia suficiente para escapar da ressonância, Enquanto Pallene, que está em ressonância de movimento médio com Encélado, não possui nenhum mecanismo para confinar as partículas que desprendem de Pallene. Assim, constantemente Pallene alimenta seu fino anel.

Hedman et al. (2010) analisaram as imagens obtidas, em 2004, pela sonda Cassini. Essas imagens revelaram a existência de várias luas, bem como a existência de um arco de material, o arco do anel G, com uma distância radial em torno 166500 km a partir de Saturno. Somente mais tarde, em 2008, a Cassini com sua missão Equinócio, obteve imagens de um pequeno satélite no arco G, anteriormente desconhecido, o qual recebeu o nome de Aegaeon. Com um modelo orbital das equações completas, Hedman et al. (2010) mostraram que tanto Aegaeon, tanto o arco do anel G, estão em ressonância de Corrotação 7:6 com Mimas.

Novamente o estudo da estabilidade desses objetos em ressonância foi realizado por El Moutamid et al. (2014) que apresentaram, através do modelo de CoroLin, que um forte acoplamento das ressonâncias de corrotação e de Lindblad provoca o surgimento de regiões caóticas próximas à localização da ressonância de corrotação. Eles aplicaram esse modelo para estudar as regiões de Aegaeon, Methone e Anthe, verificando que as órbitas desses satélites estão bem próximas às regiões caóticas, mostraram também que as órbitas de Methone e Anthe cruzam a localização da ressonância de Lindblad, enquanto Aegaeon não.

Sun et al. (2017) destacaram que as luas Methone e Anthe são pequenas (< 3 km de diâmetro), mas elas são as possíveis fontes das poeiras que estão em seus arcos. Provavelmente, as poeiras são produzidas através de impactos de micrometeoritos na superfície dessas pequenas luas. Devido ao tamanho dessas luas, as partículas ejetadas podem facilmente escapar dessas luas. Mas Methone e Anthe estão em ressonância de corrotação com Mimas 14:15 e 10:11, respectivamente. A ressonância de corrotação pode aprisionar essas partículas ejetadas dessas luas, criando um arco de partículas ejetadas próximas a suas luas fontes. Assim, Sun et al. (2017) estudaram o processo de impacto, ejeção e confinamentos das partículas dos arcos de Methone e Anthe na presença de forças perturbadoras. Os autores utilizaram os modelos de Krivov et al. (2003) e Spahn et al. (2006) para encontrar a taxa de massa ejetada por impacto. Sun et al. (2017) limitaram as velocidades de ejeção iniciais das partículas em 3 m/s, uma vez que é raro acontecer caso de ejeção de partícula com velocidade maior que essa. As forças perturbadoras incluídas no estudo de Sun et al. (2017) foram as perturbações gravitacionais de Mimas e Encélado, o achatamento de Saturno, força de Lorentz, pressão de radiação e arrasto do plasma, uma vez que observações da Cassini mostraram que existe uma alta densidade de oxigênio ionizado na região que é localizado Methone e Anthe.

Simulando 4000 partículas (2000 partículas para o arco de Methone e 2000, para o arco de Anthe), Sun et al. (2017) mostraram que Mimas é o responsável pelo confinamento das partículas, mas

dependendo do tamanho das partículas ejetadas ($<5 \times 10^{-5}$ m), em poucas centenas de anos os arcos de partículas de Methone e Anthe desaparecem, se os arcos não forem realimentados. O mecanismo dominante pela remoção das partículas é o arrasto de plasma, uma vez que esse arrasto aumenta a energia orbital das partículas. Enquanto as outras forças perturbadoras apresentam menos efeitos para remover as partículas dos arcos.

Assim, os arcos do anel G, de Methone e Anthe podem ter sido formados por erosão. Mas as partículas desses arcos podem ser removidas. Isso é um indício que a formação de Aegaeon, Methone e Anthe não pode ter ocorrido dentro da ressonância de corrotação através da aglutinação de pequenas partículas, levando a crer que essas luas foram capturadas já formadas.

Observamos na literatura que não existe nenhum trabalho explicando a captura dos satélites Aegaeon, Methone e Anthe, na ressonância de corrotação. Portanto, o objetivo dessa pesquisa é apresentar um mecanismo de captura na ressonância de corrotação e a formação dos arcos de Saturno, se baseando nos trabalhos anteriormente citados. Bem como propor uma possível região fonte de material para esses arcos.

Capítulo 3

Os Efeitos do Planeta Achatado

Nesse capítulo apresentaremos os elementos orbitais geométricos, que são ideais para serem usados quando queremos analisar órbitas de objetos em torno de planetas achatados. Bem como, discutiremos as ressonâncias que ocorrem devido aos efeitos do achatamento.

3.1 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

Nesta seção apresentaremos o conceito dos elementos orbitais geométricos, as transformações dos vetores de estado para esses elementos e dos elementos orbitais geométricos para vetores de estado.

O conceito de *streamlines* é um método eficiente para a discussão dos efeitos dinâmicos encontrados em sistemas de anéis. Uma *streamline* é uma linha do campo de velocidade do anel (um movimento coletivo de partículas do anel) que pode ser considerado como fluido (Borderies; Longaretti, 1987). Para um anel equatorial, as *streamlines* são descritas por

$$r_{anel} = a(1 - e \cos(m_{az}\Phi + m_{az}\beta)), \quad (3.1)$$

onde r_{anel} é o raio do anel, m_{az} é o número inteiro de onda azimutal, β é um ângulo de fase e Φ é a longitude em um referencial girante com velocidade padrão (*pattern speed*) Ω_p .

Os elementos orbitais (semieixo maior a , excentricidade e , inclinação I , longitude do nodo ascendente Ω , longitude do pericentro ϖ e longitude média λ) calculados a partir da equação (3.1), para dados observacionais de um anel ou pequenos satélites que orbitam um planeta achatado, são referidos como elementos geométricos, mas se o achatamento fosse instantaneamente suprimido seriam chamados de elementos osculadores (Borderies; Longaretti, 1987).

Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) destacaram que os elementos geométricos diferem dos elementos osculadores quando o achatamento do planeta é levado em conta. Quando o corpo central é achatado, os elementos orbitais osculadores exibem uma variação significativa de curto período.

Os elementos geométricos também sofrem oscilações de curto período, mas a amplitude é pequena e oscilações podem ser negligenciadas. Logo, os elementos geométricos são elementos adequados para o uso quando analisamos órbitas de satélites ou anéis de partículas em torno de planeta com um achatamento significativo.

Os elementos geométricos são definidos através da teoria de epíclis. Essa teoria foi inicialmente introduzida em 1942 por Chandrasekar para tratar dinâmica de galáxias quase circulares e com movimentos quase equatoriais em um potencial achatado (Borderies-Rappaport; Longaretti, 1994). Esse tratamento foi aplicado a anéis planetário e pequenos satélites por Borderies e Longaretti (1987), uma vez que esses objetos têm baixas inclinações e pequenas excentricidades. Borderies e Longaretti (1987) iniciaram essa aplicação mostrando que as equações do movimento de uma partícula teste em coordenadas cilíndricas (r , θ e z) são

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \frac{\partial V}{\partial r} = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{d}{dt} (r^2\dot{\theta}) + \frac{\partial V}{\partial \theta} = 0, \quad (3.3)$$

$$\ddot{z} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0. \quad (3.4)$$

Se a partícula estiver orbitando um planeta achatado, o potencial perturbador é

$$V = -\frac{GM_p}{r} \left[1 - \sum_{i=2,4,\dots}^{\infty} J_i (R_p/r)^i P_i(\sin(\gamma)) \right], \quad (3.5)$$

onde G é a constante gravitacional, M_p é a massa do planeta, r é a distância radial da posição da partícula em relação ao corpo de massa M_p , R_p é o raio do planeta, γ a latitude, $P_i(\sin\gamma)$ são os polinômios de Legendre de grau i em função de $\sin\gamma$ e J_2, J_4, J_6 , etc., são os coeficientes zonais.

Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) mostraram que as soluções exatas das equações do movimento em coordenadas cilíndricas são expansões em séries em torno de órbitas circulares e equatoriais. As constantes que surgem a partir dessas expansões em séries são os elementos orbitais geométricos. Além disso, através dessas expansões aparecem três frequências: movimento médio modificado n , a frequência radial κ , que caracteriza as oscilações radiais em torno de movimento circular, e a frequência vertical ν , que caracteriza as oscilações verticais. Para a segunda ordem na excentricidade e na inclinação, essas frequências são dados por

$$n^2 = \frac{GM_p}{a^3} \left[1 + \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 - \frac{15}{16} J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 + \frac{35}{32} J_6 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - \frac{9}{32} J_2^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 + \frac{45}{64} J_2 J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 + \frac{27}{128} J_2^3 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 + 3 J_2 e^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 - 12 J_2 I^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 \right]^2, \quad (3.6)$$

$$\kappa^2 = \frac{GM_p}{a^3} \left[1 - \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 + \frac{45}{16} J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 - \frac{175}{32} J_6 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - \frac{9}{32} J_2^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 + \frac{135}{64} J_2 J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - \frac{27}{128} J_2^3 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - 9 J_2 I^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 \right]^2, \quad (3.7)$$

$$\nu^2 = \frac{GM_p}{a^3} \left[1 + \frac{9}{4} J_2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 - \frac{75}{16} J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 + \frac{245}{32} J_6 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - \frac{81}{32} J_2^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 + \frac{675}{64} J_2 J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 + \frac{729}{128} J_2^3 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 + 6 J_2 e^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 - \frac{51}{4} J_2 I^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 \right]^2, \quad (3.8)$$

Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) encontraram a transformação dos elementos geométricos, cujos valores são obtidos a partir da equação (3.1) usando dados observacionais, em vetores posição-velocidade (vetores de estado) em coordenadas cilíndricas. Essa transformação é o conjunto de equações apresentado a seguir

$$r = a \left[1 - e \cos(\lambda - \varpi) + e^2 \left(\frac{3}{2} \frac{\eta^2}{\kappa^2} - 1 - \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \cos 2(\lambda - \varpi) \right) + I^2 \left(\frac{3}{4} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - 1 + \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right) \right], \quad (3.9)$$

$$\theta = \lambda + 2e \frac{\eta}{\kappa} \operatorname{sen}(\lambda - \varpi) + e^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \right) \frac{n}{\kappa} \operatorname{sen} 2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \frac{n}{\nu} \operatorname{sen} 2(\lambda - \Omega), \quad (3.10)$$

$$z = aI \left[\begin{aligned} &\text{sen}(\lambda - \Omega) + e \frac{\chi^2}{2\kappa\alpha_1} \text{sen}(2\lambda - \varpi - \Omega) \\ &- e \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa\alpha_2} \text{sen}(\varpi - \Omega) \end{aligned} \right], \quad (3.11)$$

$$\dot{r} = a\kappa \left[e \text{sen}(\lambda - \varpi) + e^2 \frac{\eta^2}{\kappa^2} \text{sen}2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \frac{\nu}{\kappa} \text{sen}2(\lambda - \Omega) \right], \quad (3.12)$$

$$\dot{\theta} = n \left[\begin{aligned} &1 + 2e \cos(\lambda - \varpi) + e^2 \left(\frac{7}{2} - 3 \frac{\eta^2}{\kappa^2} - \frac{\kappa^2}{2n^2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{\eta^2}{\kappa^2} \right) \cos 2(\lambda - \varpi) \right) \\ &+ I^2 \left(2 - \frac{\kappa^2}{2n^2} - \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right) \end{aligned} \right], \quad (3.13)$$

e

$$\dot{z} = aI\nu \left[\begin{aligned} &\cos(\lambda - \Omega) + e \frac{\chi^2(\kappa + \nu)}{2\kappa\alpha_1\nu} \cos(2\lambda - \varpi - \Omega) \\ &+ e \frac{3}{2} \frac{\chi^2(\kappa - \nu)}{\kappa\alpha_2\nu} \cos(\varpi - \Omega) \end{aligned} \right]. \quad (3.14)$$

As equações (3.9-3.14) são precisas até a segunda ordem em excentricidade e inclinação e dependem das frequências n , κ , ν , e dos termos η , χ , α_1 , α_2 e α^2 , onde

$$\eta^2 = \frac{GM_p}{a^3} \left[1 - 2 \frac{R_p^2}{a} J_2 + \frac{75}{8} \frac{R_p^4}{a} J_4 - \frac{175}{8} \frac{R_p^6}{a} J_6 \right], \quad (3.15)$$

$$\chi^2 = \frac{GM_p}{a^3} \left[1 + \frac{15}{2} \frac{R_p^2}{a} J_2 - \frac{175}{8} \frac{R_p^4}{a} J_4 + \frac{735}{16} \frac{R_p^6}{a} J_6 \right], \quad (3.16)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{3}(2\nu + \kappa), \quad (3.17)$$

$$\alpha_2 = (2\nu - \kappa), \quad (3.18)$$

e

$$\alpha^2 = \alpha_1 \alpha_2. \quad (3.19)$$

Renner e Sicardy (2006) transformaram os elementos geométricos em coordenadas cartesianas, usando as relações (3.9-3.14) e substituindo os valores de $r, \theta, z, \dot{r}, \dot{\theta}$ e \dot{z} nas relações abaixo

$$x = r \cos \theta, \quad (3.20)$$

$$y = r \operatorname{sen} \theta, \quad (3.21)$$

$$z = z, \quad (3.22)$$

$$\dot{x} = \dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \operatorname{sen} \theta, \quad (3.23)$$

$$\dot{y} = \dot{r} \operatorname{sen} \theta + r \dot{\theta} \cos \theta, \quad (3.24)$$

e

$$\dot{z} = \dot{z}. \quad (3.25)$$

Essa última transformação é útil, uma vez que a maioria das simulações numéricas do movimento de uma partícula é realizada em um referencial cartesiano, necessitando transformar os elementos geométricos em vetores de posição-velocidade (Renner; Sicardy, 2006). Principalmente no início da simulação, quando apenas os elementos orbitais são conhecidos em uma determinada época.

Como a maioria das evoluções orbitais é analisada em elementos orbitais, Renner e Sicardy (2006) destacaram que a transformação dos vetores de estado em elementos geométrico também é necessária,

uma vez que as simulações numéricas têm os dados de saída em coordenadas cartesianas. Logo, esses autores realizaram a transformação mostrada a seguir.

Primeiramente, devemos transformar os vetores de estado de coordenadas cartesianas para as coordenadas cilíndricas:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (3.26)$$

$$\theta = \arctan y/x, \quad (3.27)$$

$$\dot{r} = \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta, \quad (3.28)$$

e

$$\dot{\theta} = \frac{-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta}{r}. \quad (3.29)$$

A longitude θ é definida no intervalo $[0, 2\pi]$, enquanto que o intervalo do $\arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. Logo, precisamos modificar a longitude em certos casos, os quais seguem abaixo.

$$\theta = \arctan \frac{y}{x} + \pi \text{ para } x < 0, \quad (3.30)$$

$$\theta = \arctan \frac{y}{x} + 2\pi \text{ para } \arctan y/x < 0, \quad (3.31)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ para } x=0 \text{ } y>0, \quad (3.32)$$

e

$$\theta = \frac{3\pi}{2} \text{ para } x=0 \text{ } y<0. \quad (3.33)$$

Por último, para encontrar os elementos orbitais geométricos, a partir dos elementos em coordenadas cilíndricas, temos as seguintes (Renner; Sicardy, 2006):

$$a = \frac{r - r_c}{1 - \frac{\dot{\theta} - \dot{\theta}_c - n}{2n}}, \quad (3.34)$$

$$e = \sqrt{\left(\frac{\dot{\theta} - \dot{\theta}_c - n}{2n}\right)^2 + \left(\frac{\dot{r} - \dot{r}_c}{a\kappa}\right)^2}, \quad (3.35)$$

$$I = \sqrt{\left(\frac{z - z_c}{a}\right)^2 + \left(\frac{\dot{z} - \dot{z}_c}{a\nu}\right)^2}, \quad (3.36)$$

$$\lambda = \theta - \theta_c - 2\frac{n}{\kappa} \frac{\dot{r} - \dot{r}_c}{a\kappa}, \quad (3.37)$$

$$\text{tg}(\lambda - \varpi) = \frac{\dot{r} - \dot{r}_c}{a\kappa \left(1 - \frac{r - r_c}{a}\right)}, \quad (3.38)$$

e

$$\text{tg}(\lambda - \Omega) = \nu \frac{z - z_c}{\dot{z} - \dot{z}_c}. \quad (3.39)$$

Onde r_c , \dot{r}_c , θ_c , $\dot{\theta}_c$, z_c e \dot{z}_c são:

$$r_c = ae^2 \left(\frac{3}{2} \frac{\eta^2}{\kappa^2} - 1 - \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \cos 2(\lambda - \varpi) \right) + aI^2 \left(\frac{3}{4} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - 1 + \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right),$$

$$\theta_c = +e^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \right) \frac{n}{\kappa} \text{sen} 2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \frac{n}{\nu} \text{sen} 2(\lambda - \Omega),$$

$$z_c = aIe \left[\frac{\chi^2}{2\kappa\alpha_1} \text{sen}(2\lambda - \varpi - \Omega) - \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa\alpha_2} \text{sen}(\varpi - \Omega) \right],$$

$$\dot{r}_c = ae^2 \frac{\eta^2}{\kappa} \sin 2(\lambda - \varpi) - aI^2 \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \nu \sin 2(\lambda - \Omega), \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_c = ne^2 \left(\frac{7}{2} - 3 \frac{\eta^2}{\kappa^2} - \frac{\kappa^2}{2n^2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{\eta^2}{\kappa^2} \right) \cos 2(\lambda - \varpi) \right) \\ + nI^2 \left(2 - \frac{\kappa^2}{2n^2} - \frac{3\chi^2}{2\kappa^2} - \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right) \end{aligned} \quad (3.41)$$

e

$$\begin{aligned} \dot{z}_c = aIe \left[\frac{\chi^2(\kappa + \nu)}{2\kappa\alpha_1\nu} \cos(2\lambda - \varpi - \Omega) \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \frac{\chi^2(\kappa - \nu)}{\kappa\alpha_2\nu} \cos(\varpi - \Omega) \right]. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Nessas transformações aparecem um problema, para encontrar os elementos geométricos: precisamos das frequências n (equação (3.6)), κ (equação (3.7)), ν (equação (3.8)), η (equação (3.15)) e χ (equação 3.16), que também dependem dos elementos geométricos. Renner e Sicardy (2006) resolveram esse problema calculando essas frequências numericamente usando um método iterativo.

Essas iterações são realizadas em seguintes passos:

Passo 1: a iteração assume que $a=r$, $e=I=0$ e que $r_c=\theta_c=z_c=\dot{r}_c=\dot{\theta}_c=\dot{z}_c$

Passo 2: calcula-se as frequências com os valores assumidos no primeiro passo.

Passo 3: calcula-se os valores de a , e , I , λ , ϖ , Ω , r_c , θ_c , z_c , \dot{r}_c , $\dot{\theta}_c$ e \dot{z}_c com as frequências do segundo passo,

Passo 4: então calcula-se novamente as frequências com os elementos orbitais geométricos e dos r_c , θ_c , z_c , \dot{r}_c , $\dot{\theta}_c$ e \dot{z}_c do terceiro passo.

Passo 5: repete-se o terceiro e o quarto passo até que $|a_{i+1} - a_i| < \epsilon$. Onde a_i é i^o valor de semieixo maior calculado nessa iteração. No trabalho de Renner e Sicardy (2006) adotaram $\epsilon = 10^{-12}$.

Esse procedimento descrito aqui foi também implementado nas simulações numéricas deste trabalho.

As relações acima (3.34-3.39) foram importantes para o nosso trabalho, pois analisamos a evolução orbital dos objetos envolvidos utilizando os elementos orbitais geométricos.

3.2 RESSONÂNCIA DE MOVIMENTO MÉDIO

Uma condição necessária para que exista ressonância de movimento médio entre dois satélites é que seus movimentos médios satisfaçam a relação

$$\frac{n'}{n} \approx \frac{p}{p+q} \quad (3.43)$$

onde n e n' denotam o movimento médio do objeto interno e externo à órbita, respectivamente, e p e q são números positivos inteiros. Essa condição é válida desde que as variações das longitudes dos pericentros e das longitudes dos nodos ascendentes dos satélites sejam negligenciadas ($\dot{\varpi}, \dot{\varpi}', \dot{\Omega}, \dot{\Omega}' \ll n, n'$). Quando essas variações são importantes, devemos utilizar uma definição de ressonância mais precisa, como mostraremos a seguir.

Primeiramente vamos considerar que o objeto mais interno com pequena excentricidade e baixa inclinação é uma partícula teste que é perturbada por um satélite perturbador, o objeto mais externo, também com pequena excentricidade e baixa inclinação. Desde modo, a função perturbadora da partícula teste pode ser expandida em séries infinitas (equação (6.137) do livro de Murray e Dermott (1999)). Com isso, obtemos uma combinação linear das longitudes (forma geral do ângulo ressonante), que é dada por

$$\varphi = j_1 \lambda' + j_2 \lambda + j_3 \varpi' + j_4 \varpi + j_5 \Omega' + j_6 \Omega, \quad (3.44)$$

onde λ , ϖ , e Ω são a longitude média, longitude do pericentro e longitude do nodo ascendente, respectivamente, para o satélite mais interno, enquanto as longitudes com prima representam os ângulos do satélite mais externo. j_i são números inteiros, cujas combinações devem seguir a relação d'Alembert

$$\sum_{i=1}^6 j_i = 0. \quad (3.45)$$

Uma ressonância ocorre em um determinado semieixo maior quando

$$\dot{\varphi} = j_1 n' + j_2 n + j_3 \dot{\varpi}' + j_4 \dot{\varpi} + j_5 \dot{\Omega}' + j_6 \dot{\Omega} \approx 0, \quad (3.46)$$

onde negligenciamos a variação da longitude média da época, $\dot{\varpi}'$, $\dot{\varpi}$, $\dot{\Omega}'$ e $\dot{\Omega}$ estão todos em função do semieixo maior do mais externo a' e do semieixo maior do mais interno a e podem ser determinados pelas equações planetárias de Lagrange (Murray; Dermott, 1999). A localização da ressonância em semieixo maior é a solução da equação (3.46), que é obtida numericamente (seção 3.4).

Tabela 1 – Tipos de ressonâncias de primeira e segunda ordem baseadas no ângulo ressonante (Murray; Dermott, 1999)

Ângulo ressonante (ϖ)	Tipo da ressonância
$j\lambda' + (1 - j)\lambda + \varpi'$	e'
$j\lambda' + (1 - j)\lambda + \varpi$	e
$j\lambda' + (1 - j)\lambda + \Omega'$	I'
$j\lambda' + (1 - j)\lambda + \Omega$	I
$j\lambda' + (2 - j)\lambda + 2\varpi'$	e'^2
$j\lambda' + (2 - j)\lambda + \varpi' + \varpi$	$e'e$
$j\lambda' + (2 - j)\lambda + 2\varpi$	e^2
$j\lambda' + (2 - j)\lambda + 2\Omega'$	I'^2
$j\lambda' + (2 - j)\lambda + \Omega' + \Omega$	$I'I$
$j\lambda' + (2 - j)\lambda + 2\Omega$	I^2

Dependendo da combinação do ângulo ressonante φ , podemos classificar as ressonâncias. Como podemos ver na tabela 1 que apresenta as ressonância de primeira e segunda ordem (Murray; Dermott, 1999).

A discussão dessa seção é somente válida para objetos que orbitam planetas não achatados ou quando o achatamento pode ser negligenciado. No contexto que o achatamento é importante, existe uma abordagem mais elaborada. Essa abordagem é importante para as ressonâncias em anéis.

3.3 RESSONÂNCIAS EM ANÉIS

Quando dois objetos orbitando um planeta achatado, haverá contribuição adicional nas funções perturbadoras desses objetos (Murray; Dermott, 1999), que irá modificar a variação das longitudes. De fato, para órbitas próximas ao planeta, as variações das longitudes podem ser dominadas pelos efeitos do achatamento. Assim, realizaremos uma breve discussão sobre as ressonâncias que podem ocorrer em sistemas de anéis e em pequenos satélites que orbitam um planeta achatado.

Uma partícula teste orbitando um planeta achatado experimenta os efeitos dos coeficientes harmônicos zonais $J_2, J_4, J_6 \dots$. Logo, essa partícula estará sujeita ao potencial da equação (3.5). A solução das equações do movimento dessa partícula faz o surgimento de três frequências n, κ, ν dadas pelas equações (3.6), (3.7) e (3.8). Devido a essas frequências, as variações da longitude do pericentro e da longitude do nodo ascendente são

$$\dot{\varpi} = n - \kappa, \quad (3.47)$$

e

$$\dot{\Omega} = n - \nu. \quad (3.48)$$

Considere um satélite perturbador com semieixo maior a' interagindo gravitacionalmente como a essa partícula teste. Logo, o satélite sofre as perturbações gravitacionais do planeta achatado. Consequentemente, suas frequências serão dadas pelas equações 3.6, 3.7 e 3.8 e representadas por n' , k' e ν' . Para analisarmos os efeitos do satélite sobre a partícula podemos expandir o potencial gerado por esse satélite em série de Fourier (Murray; Dermott, 1999). Uma nova frequência é encontrada com essa expansão, a velocidade padrão, Ω_p , a qual é definida pela equação

$$m\Omega_p = mn' + k\kappa' + p\nu', \quad (3.49)$$

ou

$$m\Omega_p = (m + k + p)n' - k\dot{\varpi}' - p\dot{\Omega}', \quad (3.50)$$

onde m , k e p são inteiros e m é não negativo e foram usados $\kappa' = n' - \dot{\varpi}'$ e $\nu' = n' - \dot{\Omega}'$.

Para cada componente da expansão, a velocidade padrão é definida como a frequência angular de um referencial girante em que essa componente do potencial seja estacionária (Goldreich; Tremaine, 1980; Goldreich; Tremaine, 1982; Murray; Dermott, 1999). Isso depende da combinação exata das frequências n' , κ' e ν' .

Quando compararmos as frequências n , κ e ν da partícula teste com Ω_p do satélite perturbador pode-se identificar determinadas ressonâncias, cujas nomenclaturas foram emprestadas do estudo da dinâmica de galáxias (Goldreich; Tremaine, 1980; Goldreich; Tremaine, 1982; Murray; Dermott, 1999). Assim, quando $m(n - \Omega_p) = 0$, observa-se a ressonância de corrotação, ou quando $m(n - \Omega_p) = \pm\kappa$, observa-se a ressonância de Lindblad.

3.3.1 Corrotação

A ressonância de corrotação entre o satélite perturbador e partícula teste ocorre quando o ângulo ressonante da ressonância de corrotação libra durante a evolução orbital desses objetos (Murray; Dermott, 1999)

$$\varphi_{CR} = (m + k + p)\lambda' - m\lambda - k\varpi' - p\Omega', \quad (3.51)$$

Quando a libração não ocorre, indica que a partícula teste e satélite perturbador não estão em ressonância de corrotação.

De acordo Murray e Dermott (1999), o semieixo maior da partícula será afetado por na ressonância de corrotação, pois nem a longitude do pericentro e nem a longitude do nodo ascendente da partícula teste estão envolvidas no argumento da ressonância de corrotação.

Podemos identificar tipos de ressonância de corrotação dependendo da combinação do ângulo

Tabela 2 – Tipos de ressonâncias de corrotação de primeira ordem (Foryta; Sicardy, 1996).

Ângulo ressonante (ϖ)	Tipo da ressonância
$\varphi_{CER} = (m + 1)\lambda' - m\lambda + \varpi'$	excentricidade
$\varphi_{CIR} = (m + 1)\lambda' - m\lambda + \Omega'$	inclinação

ressonante Apresentamos na tabela 2 tipos de ressonância de primeira ordem.

Um exemplo de uma órbita presa em ressonância de corrotação é dada na Figura 1. Na figura ocorre uma ressonância de corrotação tipo excentricidade 7:6 ($m = 6$) de tal modo que $k = 1$, $p = 0$, e $e' = 0.25$. O ângulo ressonante presente na figura é $\varphi_{CER} = 7\lambda' - 6\lambda - \varpi'$. Uma vez que $m = 6$, existem seis possíveis pontos estáveis. Para verificar a estrutura da Figura 1 temos que analisá-la em um referencial girante com a velocidade padrão (Ω_p) do satélite perturbador. A curva externa vermelha da Figura 1 representa o caminho do satélite perturbador no referencial girante. A partícula em ressonância com satélite perturbador não está em um dos pontos estáveis, mas estará librando em torno de um desses pontos. A curva verde mostra a libração da partícula.

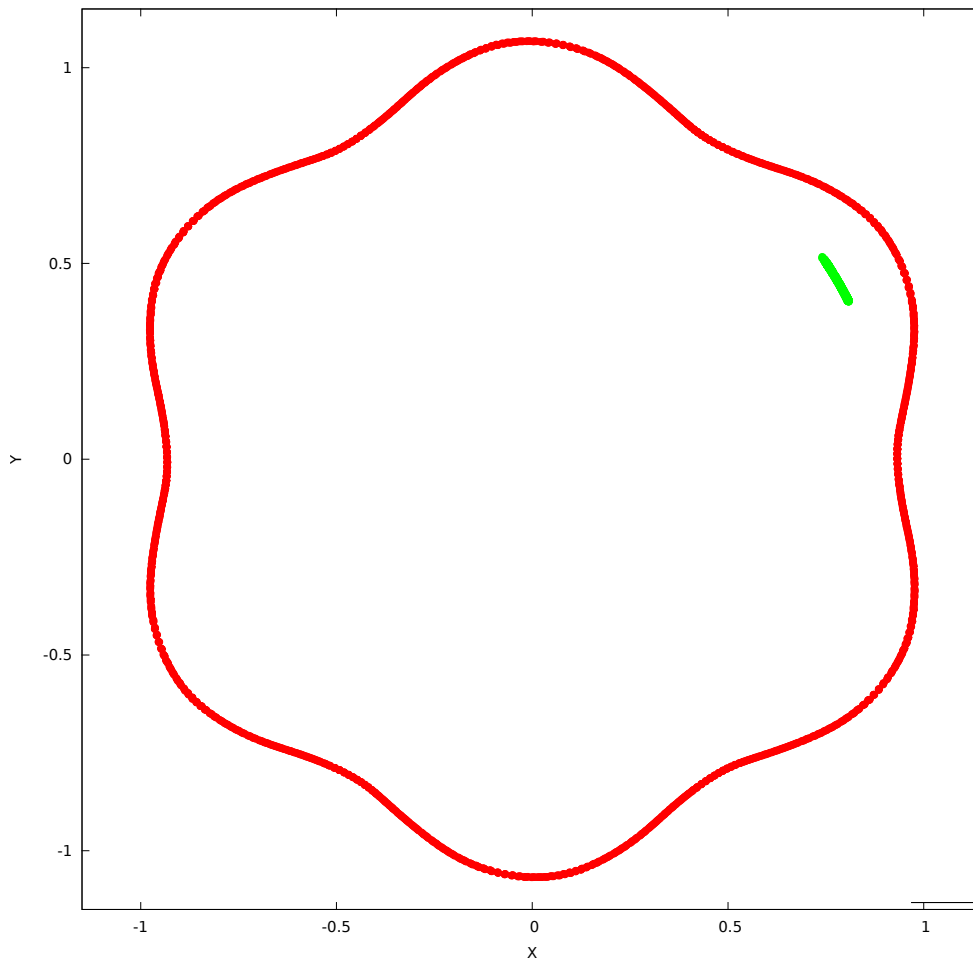


Figura 1 – Exemplo de ressonância de corrotação tipo excentricidade 7:6

Podemos calcular a largura máxima da ressonância de corrotação (Murray; Dermott, 1999) usando a equação

$$W_{CR} = 8 \left(\frac{a|R|}{3GM_p} \right)^{1/2} a, \quad (3.52)$$

onde a é o semieixo maior da partícula perturbada, M_p é a massa do planeta e R é o termo relevante da função perturbadora, cuja equação é

$$R = \frac{GM'}{a'} f_d(\alpha) e'^{|k|} s'^{|p|} \cos \varphi_{CR}, \quad (3.53)$$

onde os parâmetros com prima são do satélite perturbador, a' , e' e s' o semieixo maior, excentricidade e um valor associado com a inclinação I' , $s' = \text{sen}(I'/2)$. M' é a massa do satélite perturbador, $f_d(\alpha)$ é uma função em coeficiente de Laplace para os termos diretos da função perturbadora, $\alpha = a/a' \varphi_{CR}$ é o ângulo ressonante da corrotação, k e p são números inteiros.

A ressonância de corrotação pode explicar teoricamente a estabilidade dos arcos de materiais, pois o potencial (3.5) permite confinar as partículas em intervalos limitados na longitude, nas regiões de corrotação. Os efeitos das ressonâncias de corrotação são observados em certas estruturas dos anéis de Saturno, devido à ressonância de corrotação 2:1 com o Mimas. Ressonâncias de corrotação podem, ainda, explicar o amortecimento da excentricidade em anéis estreitos, a repulsão mútua entre os anéis e os satélites e as estabilidades dos arcos de Netuno (Murray; Dermott, 1999) e do arco G (Hedman et al., 2010).

Aegaeon, Methone, Anthe e seus respectivos arcos são exemplos de objetos celestes que estão em ressonância de corrotação. No caso desses corpos celestes a ressonância é devida a perturbação gravitacional de Mimas. Logo, está tese vai estudar os efeitos de perturbação da ressonância de corrotação provocada por Mimas na dinâmica desses objetos no capítulo 4.

3.3.2 Lindblad

A ressonância de Lindblad entre um satélite perturbado e uma partículas pode ser verificada quando o ângulo ressonante de Lindblad está librando (Murray; Dermott, 1999). A ângulo ressonante de Lindblad é dado por

$$\varphi_{LR} = (m + k + p)\lambda' - (m \mp 1)\lambda - k\varpi' \mp \varpi - p\Omega'. \quad (3.54)$$

onde o sinal corresponde a ressonância de Lindblad mais interna (ILR) ou mais externa (OLR). Para usar o sinal \pm , devemos saber se a partícula teste está numa órbita mais interior (+) ou mais exterior

Tabela 3 – Tipos de ressonâncias de Lindblad de primeira ordem (Murray; Dermott, 1999)

Ângulo ressonante (ϖ)	Tipo da ressonância
$\varphi_{LER-ILR} = (m)\lambda' - (m-1)\lambda - \varpi$	excentricidade - ILR
$\varphi_{LER-OLR} = (m)\lambda' - (m+1)\lambda + \varpi$	excentricidade - OLR

(–) ao satélite perturbador

Se considerarmos a equação (3.54), onde $k = p = 0$ temos a ressonância de Lindblad tipo excentricidade

$$\varphi_{LER} = (m)\lambda' - (m \mp 1)\lambda \mp \varpi. \quad (3.55)$$

Dependendo da posição da órbita da partícula em relação à órbita do satélite, podemos denotar a ressonância de Lindblad da forma que está na tabela 3.

Murray e Dermott (1999) destacaram que os efeitos da ressonância de Lindblad induzem uma excentricidade forçada nas partículas do anel de tal maneira que um dado semieixo maior, as partículas se movem no movimento de *streamline*. Quando rotacionamos as partículas perturbadas pela ressonância de Lindblad podemos verificar um padrão de “ondas” nos anéis de partículas. Ilustramos esse feito na Figura 2 para o caso de uma ressonância de Lindblad 7:6 tipo excentricidade ($m = 7$ e $k = p = 0$), onde o sistema foi rotacionado com a velocidade padrão $\Omega_p = n'$. O ponto vermelho indica a posição do satélite perturbador nesse referencial girante. Podemos notar que na Figura 2 que a curva verde é partícula perturbada pela ressonância de Lindblad. Como $m = 7$, verificamos 7 padrões de “ondas”. Esses 7 padrões também são verificados na borda externa do anel A (Spitale; Porco, 2009; El Moutamid et al., 2016)

Logo, conhecer a intensidade dos efeitos da ressonância de Lindblad é importante. Uma maneira de conhecer essa intensidade é através da largura máxima da ressonância de Lindblad. Podemos calcular a largura máxima da ressonância de Lindblad (Murray; Dermott, 1999) usando a equação

$$W_{LR} = 4a \left(2 \frac{a}{a'} \frac{M'}{M_p} \frac{|f_d(\alpha)|}{3(m-1)} \right)^{1/2}. \quad (3.56)$$

Os efeitos da Lindblad são mais fortes quando a partícula está mais afastada da localização dessa ressonância, mas ainda dentro da largura da ressonância de Lindblad (Murray; Dermott, 1999). Logo conhecer a localização exata da Lindblad é interessante, uma vez que podemos avaliar com mais exatidão os efeitos dessa ressonância. Logo, na próxima seção apresentaremos um método para encontrar a localização da ressonância de Lindblad ou de qualquer outra ressonância.

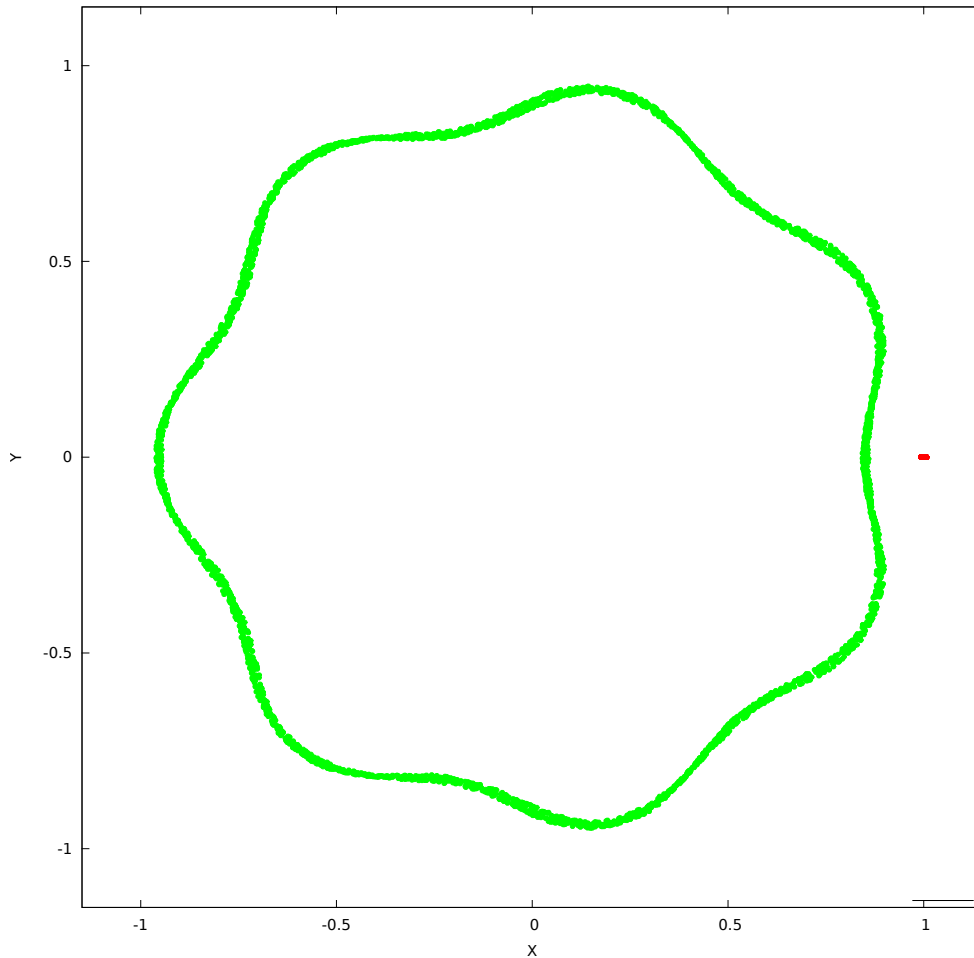


Figura 2 – Exemplo de ressonância de Lindblad tipo excentricidade 7:6

3.4 LOCALIZAÇÃO DAS RESSONÂNCIA

Para o estudo de ressonâncias é interessante termos o conhecimento da localização das ressonâncias. Para isso devemos encontrar a localização da ressonância de corrotação ou da ressonância de Lindblad numericamente (Foryta; Sicardy, 1996; Murray; Dermott, 1999). Uma vez que esse método é válido para qualquer outra ressonância, vamos explicar a solução utilizando a forma geral do ângulo ressonante.

A ressonância exata ocorre quando $\dot{\varphi} = 0$ (equação (3.46)). $\dot{\varphi}$ é um função dos termos n' , n , $\dot{\varpi}'$, $\dot{\varpi}$, $\dot{\Omega}'$ e $\dot{\Omega}$, que infelizmente dependem não linearmente do semieixo maior da ressonância exata (a) e do satélite perturbador (a'). Então somente um método numérico pode encontrar o valor de a .

Escolhemos o método numérico de Newton-Raphson, que tem o objetivo de estimar as raízes de uma função com um método iterativo. Para aplicar esse método, devemos calcular a derivada da função que queremos encontrar a raiz, logo encontrado que

$$\frac{d}{da}(\dot{\varphi}) = j_2 \frac{dn}{da} + j_4 \frac{d}{da}(\dot{\varpi}) + j_6 \frac{d}{da}(\dot{\Omega}). \quad (3.57)$$

Obtemos a seguinte expressão

$$a_{i+1} = a_i - \frac{\dot{\varphi}(a_i)}{\frac{d}{da}(\dot{\varphi}(a_i))}, \quad (3.58)$$

onde i é o número de iterações.

Em cada passo de saída da nossa simulação, criamos um conjunto de valores fixos (cvf) para ser usado durante toda iteração. Esse conjunto continha os valores da excentricidade e da inclinação da ressonância exata, que fixamos seus valores em zero, e também continha os elementos orbitais do satélite perturbador que consideramos como constantes. Os valores dos j_i do ângulo ressonante são determinados a partir da comparação do ângulo ressonante da ressonância que quer se encontrar a localização. Logo, as iterações foram realizadas em seguintes passos:

Passo 1: $i = 0$, a iteração assume que o semieixo maior da ressonância exata a_i igual ao raio do planeta.

Passo 2: calcula-se $\dot{\varphi}(a_i)$ (equações (3.46)) e $\frac{d}{da}(\dot{\varphi}(a_i))$ (equações (3.57)) com os valores de cvf e a_i .

Passo 3: calcula-se o valor de a_{i+1} (equação (3.58)) com os valores das variações do passo 2.

Passo 4: então calcula-se novamente as variações do passo 2 considerando $a_i = a_{i+1}$.

Passo 5: repete-se o terceiro e o quarto passo até que $|a_{i+1} - a_i| < 1 \times 10^{-12}$.

Capítulo 4

Formação dos Arcos de Saturno

Neste capítulo será trabalhada a formação do arco do anel G, onde será seguido a metodologia desenvolvida por nós em Araujo et al. (2016). Para um melhor entendimento do problema, descreveremos primeiro as características dos corpos celestes envolvidos no estudo da formação do arco do anel G, explicando o desenvolvimento do modelo aplicado em Araujo et al. (2016). Posteriormente, utilizaremos essa mesma metodologia para verificar se o mecanismo de captura observado para arco do anel G pode resultar na formação dos arcos de Methone e Anthe.

4.1 SATURNO

Entre os planetas do Sistema Solar, Saturno é o segundo maior e o menos denso dos planetas. Sua composição é essencialmente de 97% de hidrogênio e 3% de hélio, além de outros gases. Na camada mais externa, esses elementos são gasosos, porém no seu interior, eles se comportam como fluido e metal líquido, dependendo da profundidade. Embora esse planeta seja considerado gasoso, ele possui um núcleo sólido (Ridpath, 2006).

Saturno tem um período orbital de 29,46 anos, sua distância ao Sol é de aproximadamente 9,5 UA (unidade astronômica) e o seu período de rotação é de apenas 10,67 dias. Possivelmente, devido a essa rotação elevada e à composição de Saturno, este planeta sofre um achatamento, o raio equatorial é da ordem de 60 000 km enquanto o raio polar é de 54 000 km. Saturno é o planeta mais achatado do Sistema Solar.

O sistema de Saturno é um excelente laboratório dinâmico do Sistema Solar (Cuzzi et al., 2010), sendo rico em satélites naturais, contando com mais de sessenta objetos. Porém, a maioria desses satélites são pequenos, variando entre 1-100 km de diâmetro. Muitos dos satélites interagem gravitacionalmente por ressonância entre si e/ou com os anéis do planeta.

O sistema de anéis de Saturno é o maior, mais massivo, brilhante e complexo de todo o Sistema

Solar. Esses anéis são tão complexos que a física de evolução/formação deles pode ser comparada com a física utilizada para compreender os discos protoplanetários (Cuzzi et al., 2010). Há eventos que ocorrem no sistema saturniano com duração de dias ou horas, como as modificações de algumas estruturas dos anéis. Por outro lado, há eventos que ocorrem na escala de milhões de anos, como a migração dos satélites e anéis. Assim, o sistema de Saturno é sempre um excelente caso de estudo, principalmente pela sua diversidade dinâmica.

O principal sistema de anéis de Saturno é formado pelos anéis A e B, que estão separados pela divisão Cassini, e pelos anéis mais próximos do planeta, C e D (Murray; Dermott, 1999). Somente os anéis A, B e C foram descobertos pelos dados obtidos da Terra, Entretanto, havia a suspeita da existência de mais um anel entre Saturno e o anel C, o anel D. Após a chegada da primeira sonda espacial em Saturno, Pionner 11, foi revelado também a existência dos anéis F, G e E, os quais estão no exterior do sistema principal de anéis (Miner et al., 2007). Mas, devido a limitação instrumental da Pionner 11, não foi possível confirmar a existência do anel D. Somente com a chegada das Voyager 1 e 2, que foi confirmada a existência desse anel.

Os dados das sondas Voyager 1 e 2 também revelaram que no sistema principal de anéis há flutuações de densidade superficial, produzindo estruturas bem definidas. A maioria dessas estruturas encontradas no Anel A podem ser explicadas através de ressonâncias com pequenos satélites (Murray; Dermott, 1999). Na verdade, praticamente toda estrutura do anel A pode ser compreendida no contexto de ressonância entre os anéis e satélites, que orbitam na sua vizinhança. Por exemplo, Porco et al. (1984), usando dados sobre o anel A que foram obtidos pelas sondas Voyager 1 e 2, mostraram que quando o anel é rotacionado na frequência do movimento médio de Jano podem ser verificados 7 “sítios” em sua borda. Isso revelou que a borda externa do anel A está em ressonância de Lindblad 7:6 com Jano. Portanto, é importante examinar a natureza dessas interações ressonantes para entendermos as estruturas observadas (Murray; Dermott, 1999).

Além das sondas Pionner 11 e Voyager 1 e 2, outra sonda espacial foi enviada para Saturno, a sonda Cassini. Imagens obtidas pela sonda Cassini identificaram novas estruturas no sistema de Saturno, bem como, novos anéis no sistema (Hedman et al., 2007; Hedman et al., 2009; Hedman et al., 2010) e de anéis incompletos, nomeados de arcos.

4.2 MIMAS

Saturno tem 62 satélites (NASA, 2017), mas somente sete são considerados como grandes satélites: Mimas, Encélado, Tétis, Dione, Reia, Titã e Jápeto (em ordem crescente de distância a Saturno). Entre

essas luas, Mimas é a mais próxima do planeta. Essa lua tem um diâmetro de 396 km ¹, está a uma distância de 185 593 km de Saturno, com um período orbital de aproximadamente 23 horas e massa igual a 3.75×10^{19} kg.

Mimas interage gravitacionalmente com anéis e outros satélites de Saturno, tanto grandes quanto pequenos. Atualmente é conhecido que Mimas está em ressonância com Tétis numa ressonância de movimento médio 4:2 tipo inclinação mista (Champanois; Vienne, 1999). Além disso, Mimas também perturba gravitacionalmente três pequenas luas, Aegaeon, Methone e Anthe, além dos arcos de poeiras vinculados a elas. Aegaeon, Methone e Anthe estão em ressonância com Mimas através de corotações do tipo excentricidade 7:6, 14:15 e 10:11, respectivamente (Spitale et al., 2006; Hedman et al., 2007; Cooper et al., 2008; Hedman et al., 2009; Hedman et al., 2010). Os arcos dessas pequenas luas, que são anéis incompletos, estão em confinamento azimutal devido aos efeitos da corotação. Além do efeito de confinamento, podemos verificar que Mimas perturba a órbita de cada lua. A órbita de Aegaeon, que está entre Saturno e Mimas, sofre variações de 3.5 km (Hedman et al., 2010), enquanto as órbitas de Methone e Anthe variam mais que 20 km (Spitale et al., 2006; Cooper et al., 2008).

Essas são algumas das atuais ressonâncias de Mimas, mas há possibilidade de que Mimas possa ter passado por outras ressonâncias com outros satélites (Murray; Dermott, 1999), possivelmente devido a migração de Mimas e outros satélites para longe do planeta por efeito de maré (Murray; Dermott, 1999; Champanois; Vienne, 1999; Mourão et al., 2006; Meyer; Wisdom, 2008). Acredita-se que Mimas pode ter entrado em ressonância de movimento médio 3:1 com Dione, ou 2:1 ou 3:2 com Encélado. Esses cenários foram explorados para mostrar o aumento da excentricidade de Mimas e Encélado e para explicar o aquecimento do núcleo de Encélado (Meyer; Wisdom, 2008).

O cenário que Mimas poderia estar em ressonância com Encelados também foi explorado por Mourão et al. (2006). Eles estudaram partículas coorbitais a Mimas e Encélado, espalhando 25 partículas testes em torno dos pontos L_4 ou L_5 dos satélites (L_4 e L_5 são pontos de equilíbrio lagrangianos triangulares (Murray; Dermott, 1999)). Movendo tanto Mimas quanto Encélado, os autores verificaram que as partículas continuavam coorbitais aos satélites. Porém quando os satélites estavam em ressonância de movimento médio 4:5, 5:6 e 6:7, Mourão et al. (2006) observaram que as órbitas das partículas teste se tornavam instáveis, removendo as partículas das regiões coorbitais. Isso mostrou como a evolução de Mimas e Encélado poderia afetar a história do sistema saturniano

¹ <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>

4.3 ENCÉLADO

Encélado é uma lua de Saturno, cujo diâmetro é 504.6 km^2 , maior que Mimas, e massa igual a $1.08 \times 10^{20} \text{ kg}$. Essa lua está a 237 948 km de Saturno, logo o período orbital de Encélado é 1.37 dias. Seu núcleo é rochoso e quente, mas tem uma superfície gelada, por isso há oceanos de água em estado líquido abaixo dessa superfície congelada (WAITE et al., 2017).

Atualmente, Encélado está em ressonância de movimento médio 2:1 com Dione, outra lua de Saturno. Uma vez que as ressonâncias podem ter um grande papel na evolução dos satélites, muitos estudos foram realizados para verificar qual é o papel dessa ressonância na dinâmica desses satélites. Callegari e Yokoyama (2007) fizeram um estudo semi-analítico da ressonância usando uma Hamiltoniana com dois graus de liberdade e considerando o sistema como planar. Analisando esse modelo com seção de Poincaré e espectro de Fourier esses autores mostraram com mais detalhes a dinâmica do sistema Encélado e Dione. Em casos para baixas excentricidades, tanto as principais ressonâncias quanto as secundárias desses satélites são bem separadas. Os autores destacam que no passado provavelmente essas ressonâncias secundárias tiveram importância na evolução dinâmica de Encélado e Dione, pois devido ao efeito maré, esse sistema teria passado por ressonâncias diferentes da atual.

As imagens da Cassini obtidas em 2006 mostraram que Encélado tem gêiseres de vapor d'água (Meyer; Wisdom, 2007; Schubert et al., 2010), ou seja, Encélado possui um núcleo quente. Acredita-se que esse núcleo foi aquecido devido ao efeito de maré de Saturno, pois, além de realizar a migração dos satélites de Saturno, esse efeito também pode diminuir a excentricidade da órbita de um satélite, causando a circulação da órbita e o aquecimento do núcleo do satélite (Murray; Dermott, 1999). Se isso realmente ocorreu, a excentricidade de Encélado no passado foi maior do que a atual. Isso é possível, pois esse satélite eventualmente atravessou várias ressonâncias com Jano, Mimas, Tétis ou outros satélites de Saturno, os quais poderiam ter provocado um aumento da excentricidade de Encélado (Meyer; Wisdom, 2007; Meyer; Wisdom, 2008). Embora essa hipótese seja a mais aceita (Meyer; Wisdom, 2007), a questão sobre o aquecimento do núcleo de Encélado ainda está aberta.

4.4 AEGAEON, METHONE E ANTHE E SEUS ARCOS

Em 2007, a sonda Cassini revelou a existência de um arco no Anel G. O cálculo do movimento médio do arco do anel G revelou que as partículas do arco estão em ressonância de corotação 7:6 com o satélite Mimas (Hedman et al., 2007). Além do arco do anel G, outros arcos também foram revelados pela sonda Cassini. As imagens de 2007 revelaram que os satélites recém-descobertos,

² <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>

Methone encontrado em 2004, e Anthe em 2007, também estavam imersos em arcos de partículas. Além disso, Methone e Anthe, como seus arcos, também estão em ressonância de corrotação com Mimas 15:14 e 11:10, respectivamente (Spitale et al., 2006; Cooper et al., 2008).

Posteriormente, a análise das imagens obtidas pela sonda entre 2008 e 2009 mostraram a existência de um objeto incorporado no arco do anel G, que foi denominado de Aegaeon (Hedman et al., 2010). Uma vez que esse satélite está imerso nesse arco, Aegaeon também está preso em ressonância de corrotação com Mimas. Assim, através de simulações numéricas das equações completas do movimento, Hedman et al. (2010), confirmaram essa evidência. O ângulo ressonante de corrotação de Mimas e Aegaeon é

$$\varphi_{CER Ae} = 7\lambda_{Mimas} - 6\lambda_{Aegaeon} - \varpi_{Mimas}, \quad (4.1)$$

onde λ_{Mimas} , $\lambda_{Aegaeon}$ são as longitudes médias de Mimas e Aegaeon, e ϖ_{Mimas} é o argumento do pericentro de Mimas. Essas simulações não só revelaram que Aegaeon está em ressonância de corrotação com Mimas, mas também que Aegaeon sofre perturbações de outras ressonâncias, como por exemplo, a perturbação da ressonância de Lindblad 7:6 gerada por Mimas (Hedman et al., 2010).

Diferentemente de Aegaeon e seu arco, a descoberta de Methone e Anthe ocorreu antes da descoberta de seus arcos. Como podemos verificar nos trabalhos de Spitale et al. (2006), Cooper et al. (2008) e Hedman et al. (2009).

Methone foi descoberto pelas imagens da Cassini em 2004 em uma órbita entre Mimas e Encélado. Essa órbita é quase circular e não-inclinada. Utilizando os dados da sonda Cassini, Spitale et al. (2006) estudaram a evolução orbital de Methone através de simulações numéricas, mostrando que Methone sofre perturbações significativas de Mimas. Isso ocorre devido a Methone estar em ressonância de corrotação tipo excentricidade (CER) 14:15 com Mimas. O ângulo ressonante de corrotação de Mimas e Methone é

$$\varphi_{CER Me} = -14\lambda_{Mimas} + 15\lambda_{Methone} - \varpi_{Mimas}, \quad (4.2)$$

onde $\lambda_{Methone}$ é a longitude média de Methone.

Em 2007, Anthe foi encontrado também pelas imagens da Cassini, orbitando entre Mimas e Encélado. Cooper et al. (2008) realizaram a astrometria desse satélite, estimando a sua localização e seu diâmetro em torno de 1.8 km. Os autores analisaram a dinâmica desse satélite através da integração numérica das equações completas do movimento em três dimensões de um cenário que incluía Saturno (corpo central), Mimas, Encélado, Tétis, Dione, Reia, Titã, Hyperion, Júpiter, o sistema de Júpiter e o Sol. Cooper et al. (2008) mostraram que a dinâmica de Anthe é dominada pela perturbação gravitacional de Mimas através de uma ressonância de corrotação 10:11. O ângulo ressonante de

corrotação de Mimas e Anthe é

$$\varphi_{CER An} = -14\lambda_{Mimas} + 15\lambda_{Anthe} - \varpi_{Mimas}, \quad (4.3)$$

onde λ_{Anthe} é a longitude média de Anthe.

Hedman et al. (2009) mostraram que as luas Methone e Anthe estão imersos em arcos de partículas, que são provavelmente formados por detritos que se desprenderam dessas pequenas luas. O confinamento desses detritos é semelhante ao confinamento do arco do anel G, uma vez que Methone e Anthe estão presos em ressonâncias de corrotação com Mimas (Spitale et al., 2006; Cooper et al., 2008).

Hedman et al. (2009) mostraram através de análise dinâmica que o arco associado a Anthe tem extensão longitudinal de 20° , enquanto a extensão máxima de libração dessa ressonância é aproximadamente de 32° . Por isso, concluíram que a ressonância de corrotação tipo excentricidade de Mimas 10:11 ocupada por Anthe, pode confinar o arco de partícula.

Hedman et al. (2009) afirmaram que a explicação do confinamento do arco associado a Methone é mais complexa que o arco de Anthe, uma vez que Methone ocupa ao mesmo tempo as ressonâncias de corrotação 14:15 e de Lindblad 14:15, que são geradas por Mimas. No entanto, a ressonância de corrotação 14:15 tipo excentricidade de Mimas poderia potencialmente ser a responsável pelo confinamento do arco de Methone, uma vez que a extensão longitudinal do arco de Methone é somente 10° , valor menor que a extensão máxima de libração da ressonância de corrotação 14:15 que é 24° .

Aegaeon, Methone, Anthe e seus respectivos arcos estão em ressonância de corrotação de 7:6, 14:15 e 10:11, respectivamente, com Mimas. Por causa dessa ressonância, é observado o efeito do confinamento longitudinal desses satélites e dos seus arcos (Hedman et al., 2010). Há evidências que as órbitas de Methone e Anthe são instáveis em simulações de longo período, mas a de Aegaeon é estável (El Moutamid et al., 2014). Araujo et al. (2016) confirmaram que a estabilidade da ressonância de corrotação 7:6 de Mimas com Aegaeon foi robusta enquanto esses satélites migravam. A estabilidade de um sistema é chamada de robusta quando essa estabilidade é insensível com as variações no sistema (Yedavalli, 2014).

4.5 EVOLUÇÃO ORBITAL DE AEGAEON, METHONE E ANTHE

As perturbações geradas por Mimas têm um importante papel para evolução orbital de Aegaeon, Methone e Anthe (Spitale et al., 2006; Hedman et al., 2007; Cooper et al., 2008; Hedman et al., 2009; Hedman et al., 2010; El Moutamid et al., 2014; Araujo et al., 2016). Nessa seção analisaremos os efeitos dessas perturbações na evolução orbital desses satélites através de simulações numéricas.

Tabela 4 – Condições iniciais de Aegaeon, Methone e Anthe em coordenadas retangulares. Essas condições foram obtidas no site HORIZONS/NASA (<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>) para a data 1 de Janeiro de 2006

Nome	Aegaeon	Methone	Anthe
Massa (g)	0.0	0.0	0.0
Raio (km)	0.0	0.0	0.0
x (km)	$-1.387\,008\,127\,043 \times 10^5$	$9.047\,377\,335\,051 \times 10^4$	$1.876\,165\,847\,016 \times 10^5$
y (km)	$-9.397\,582\,067\,660 \times 10^4$	$1.719\,598\,131\,850 \times 10^5$	$-6.312\,348\,478\,698 \times 10^4$
z (km)	1.207 871 342 742	$-1.066\,091\,927\,918 \times 10^1$	$3.877\,041\,901\,671 \times 10^1$
v_x (km/s)	8.453 382 366 875	$-1.238\,131\,855\,936 \times 10^1$	4.416 851 453 340
v_y (km/s)	$-1.247\,407\,042\,277 \times 10^1$	6.502 740 490 973	$1.312\,515\,997\,499 \times 10^1$
v_z (km/s)	$2.074\,706\,232\,345 \times 10^{-4}$	$5.272\,438\,965\,658 \times 10^{-4}$	$-2.319\,261\,422\,059 \times 10^{-3}$

Tabela 5 – Condições iniciais de Mimas e Saturno em coordenadas retangulares. Essas condições foram obtidas no site HORIZONS/NASA (<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>) para a data 1 de Janeiro de 2006.

Nome	Mimas
Massa	3.75×10^{22} g
Raio	198.8 km
x	$4.527\,523\,688\,918 \times 10^4$ km
y	$1.798\,650\,062\,396 \times 10^5$ km
z	$-4.942\,858\,298\,976 \times 10^3$ km
v_x	$-1.394\,804\,704\,850 \times 10^1$ km/s
v_y	3.226 116 984 286 km/s
v_z	$9.314\,514\,168\,008 \times 10^{-2}$ km/s
Nome	Saturno
Massa	$568.683\,655\,5 \times 10^{27}$ g
Raio	60 330 km
x	0.0 km
y	0.0 km
z	0.0 km
v_x	0.0 km/s
v_y	0.0 km/s
v_z	0.0 km/s

As simulações numéricas foram baseadas em uma solução numérica das equações completas do movimento de Aegaeon, Methone e Anthe, incluindo a perturbação de Mimas, adotando Saturno como o corpo central, considerando o seu achatamento (J_2 , J_4 e J_6 , onde os $J_{n's}$ são os coeficientes zonais), e utilizando o integrador RADAU (Everhart, 1985). As condições iniciais de Aegaeon, Methone e Anthe estão na tabela 4 e as de Mimas e de Saturno se encontram na tabela 5. Os valores dos coeficientes zonais estão na tabela 6. Os resultados dessas simulações são apresentados a seguir.

Tabela 6 – Os valores dos coeficientes zonais utilizados nas simulações (Hedman et al., 2010).

Coeficientes Zonais	
J_2	0.016 290 543 820
J_4	-0.000 936 700 366
J_6	0.000 086 623 065

Utilizando o cenário descrito acima, realizamos a evolução orbital de Aegaeon, Methone e Anthe por 20 anos. Bem como, simulamos novamente as órbitas de Aegaeon, Methone e Anthe, para mostrar a diferença entre a evolução orbital de Aegaeon, Methone e Anthe na ausência e na presença de Mimas. Todas as simulações foram integradas em coordenadas retangulares. Mas, para observarmos o comportamento da evolução orbital de Aegaeon, Methone e Anthe, convertemos essas coordenadas em elementos orbitais geométricos utilizando o modelo de Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) e Renner e Sicardy (2006) (seção 3.1).

Na Figura 3 é apresentada a evolução do semieixo maior de Aegaeon em função do tempo. No cenário que Mimas está presente, observamos que o semieixo de Aegaeon oscila em um valor médio de 167 494 km, com uma amplitude de 3.45 km. Mas, na simulação que Mimas foi removido, a oscilação descrita acima desaparece, mostrando que Mimas é responsável pela perturbação. A perturbação do semieixo maior ocorre porque Aegaeon está em ressonância de corrotação 7:6 com Mimas.

Na Figura 4, apresentamos a evolução do ângulo ressonante da ressonância de corrotação 7:6 (equação (4.1)). Esse ângulo está librando em torno de 180° , indicando que Aegaeon e Mimas estão em ressonância. O período de oscilação e amplitude desse ângulo são aproximadamente de 1250 dias e 14° , respectivamente. Esses valores foram encontrados através do espectro de Fourier (Figura 5).

O espectro de Fourier é uma representação dos períodos (frequências) dominantes de uma função ou sinal, que depende do tempo. Os espectros de Fourier dessa tese foram obtidos através de um algoritmo que utiliza a transformada rápida de Fourier (ou transformada discreta de Fourier) para números reais (Cooley; Tukey, 1965). Para utilizarmos esse algoritmo, devemos fornecer o tempo (em dias) e o ângulo ressonante (em radianos). Os valores do tempo devem ser igualmente espaçados, enquanto os valores do ângulo ressonante devem estar correlacionados com esses valores de tempo. Esse algoritmo retorna os valores dos períodos dominantes de oscilação do ângulo ressonante e com suas respectivas amplitudes de oscilação.

A evolução da excentricidade de Aegaeon é apresentada na Figura 6. Notamos que a excentricidade alcança valores de 1.87×10^{-6} a 4.67×10^{-4} quando Mimas não é removido do modelo. Por outro lado, a excentricidade de Aegaeon se mantém constante quando não há as perturbações gravitacionais de Mimas. Embora Aegaeon não esteja em ressonância de Lindblad 7:6 com Mimas, podemos observar

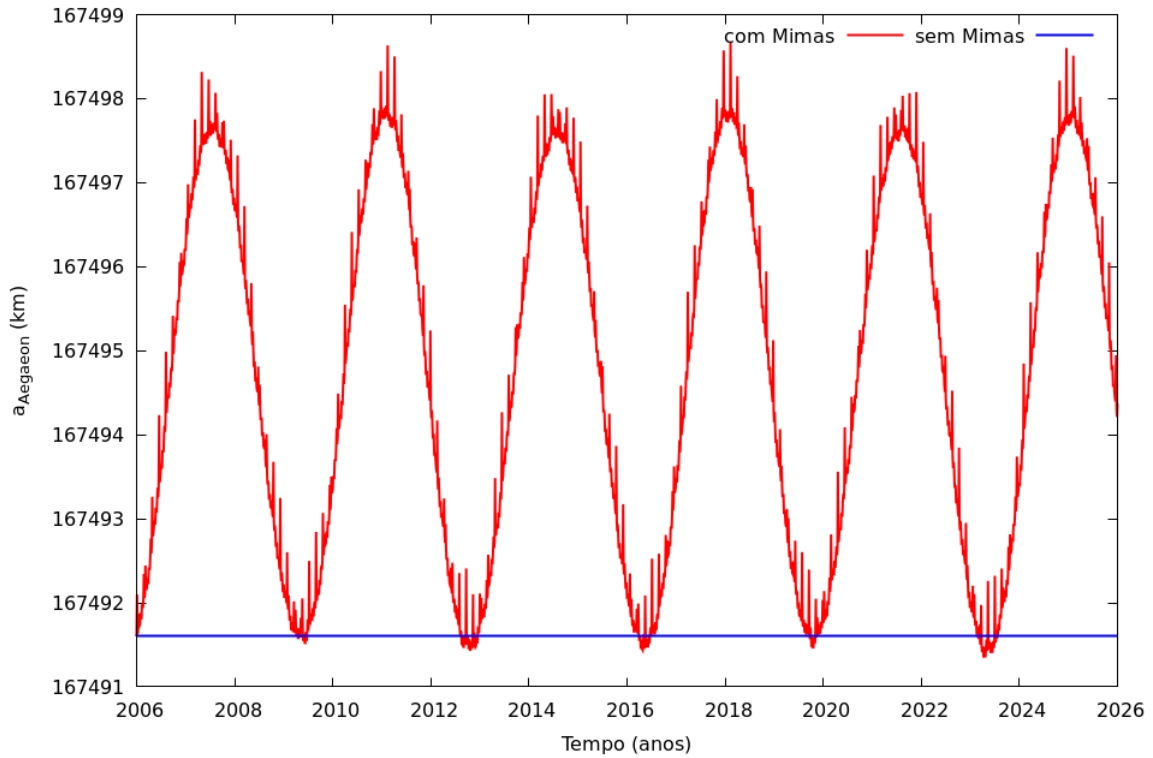


Figura 3 – Evolução do semieixo maior de Anthe em duas simulações diferentes, na presença (curva vermelha) e na ausência (curva azul) de Mimas. A presença de Mimas causa importantes perturbações no semieixo maior de Aegaeon, uma vez que Aegaeon está em ressonância de corrotação 7:6 com Mimas.

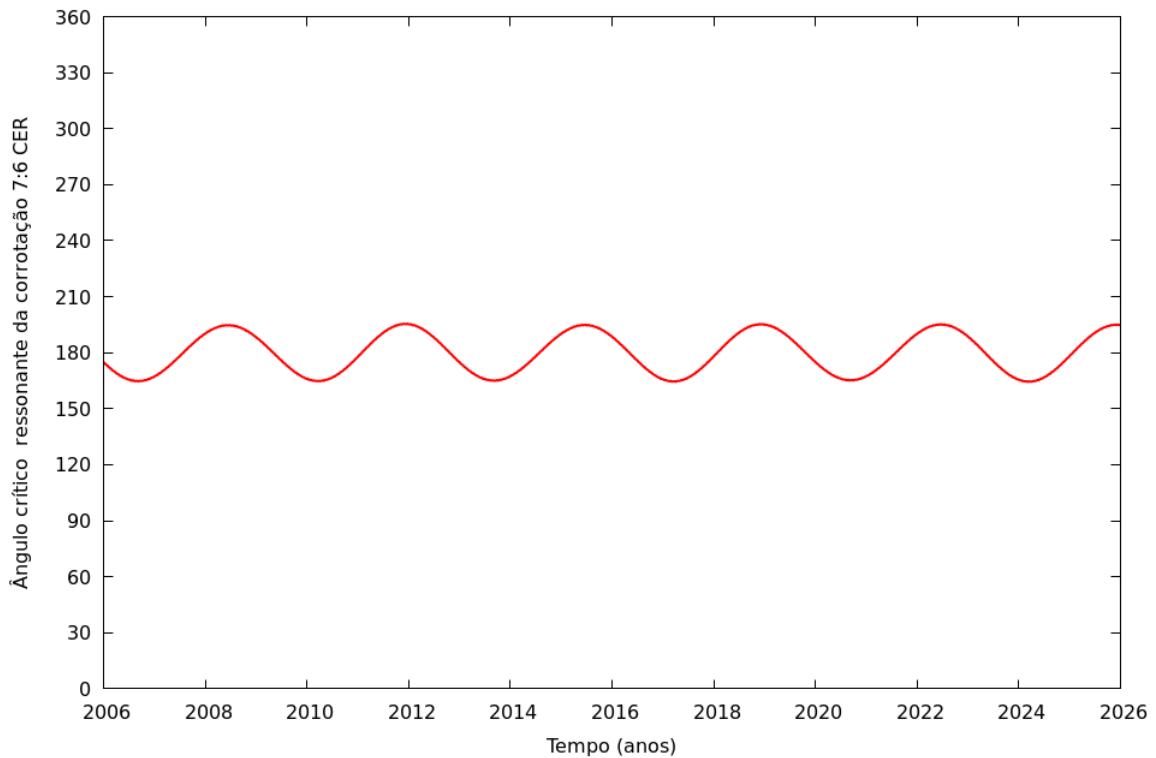


Figura 4 – Ângulo ressonante crítico da ressonância da corrotação 7:6 entre Aegaeon e Mimas. A libração desse ângulo indica que esses satélites estão em ressonância de corrotação 7:6.

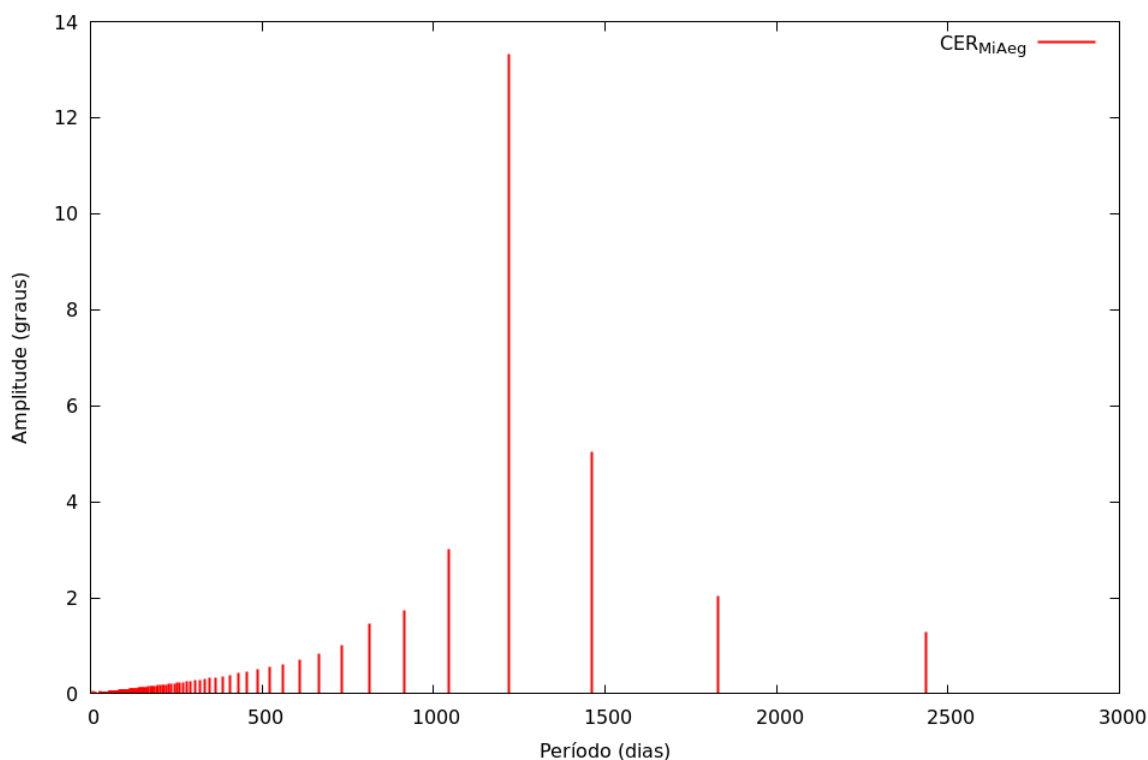


Figura 5 – O espectro de Fourier indica que o período de oscilação da corrotação 7:6 entre Aegaeon e Mimas é de aproximadamente 1250 dias.

algumas ocorrências de libração na evolução do seu ângulo ressonante (Figura 7), indicando que Mimas pode perturbar a excentricidade de Aegaeon através dessa ressonância (Hedman et al., 2010).

Na Figura 8 apresentamos a evolução do semieixo maior de Methone. Observamos que o semieixo maior de Methone sofre perturbação significativa quando Mimas está presente na simulação. Nesse caso, esse elemento tem um valor médio de 194 234.35 km, com uma variação ± 23.29 km (Cooper et al., 2008). Por outro lado, quando Mimas é omitido da simulação, o semieixo maior de Methone é constante. A perturbação de Mimas sobre o semieixo maior de Methone já é esperada, uma vez que eles estão em ressonância de corrotação 14:15.

Analisando o ângulo ressonante da ressonância de corrotação 14:15 de Methone e Mimas (equação (4.2)), podemos afirmar que Methone está em ressonância de corrotação com Mimas, pois esse ângulo está librando (Figura 9). Através do espectro de Fourier (Figura 10), encontramos que o período é de aproximadamente 500 dias e a amplitude é em torno de 72° .

A excentricidade de Methone é apresentada na Figura 11. Esse elemento orbital varia entre os valores 2.86×10^{-4} e 1.37×10^{-3} na presença de Mimas na simulação. Mas, a excentricidade permanece constante quando o satélite perturbador é removido. A perturbação da excentricidade ocorre devido à ressonância de Lindblad entre os satélites. Essa perturbação é destacada nos trabalhos de Spitale et al. (2006), Cooper et al. (2008) e Sun et al. (2017).

Analisando o ângulo ressonante da ressonância de Lindblad 14:15, notamos que Methone está em

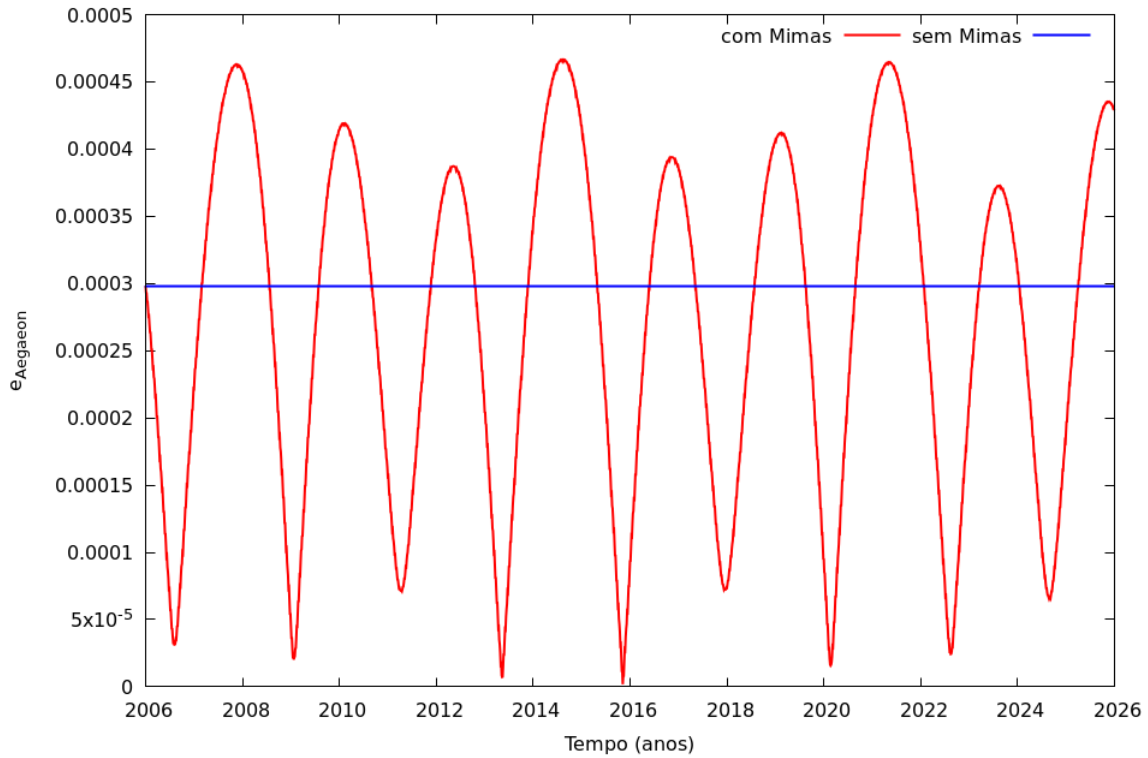


Figura 6 – Evolução da excentricidade de Aegaeon em duas simulações diferentes, uma com a presença de Mimas (curva vermelha) e outra sem (curva azul). A excentricidade de Aegaeon oscila devido às perturbações de Mimas.

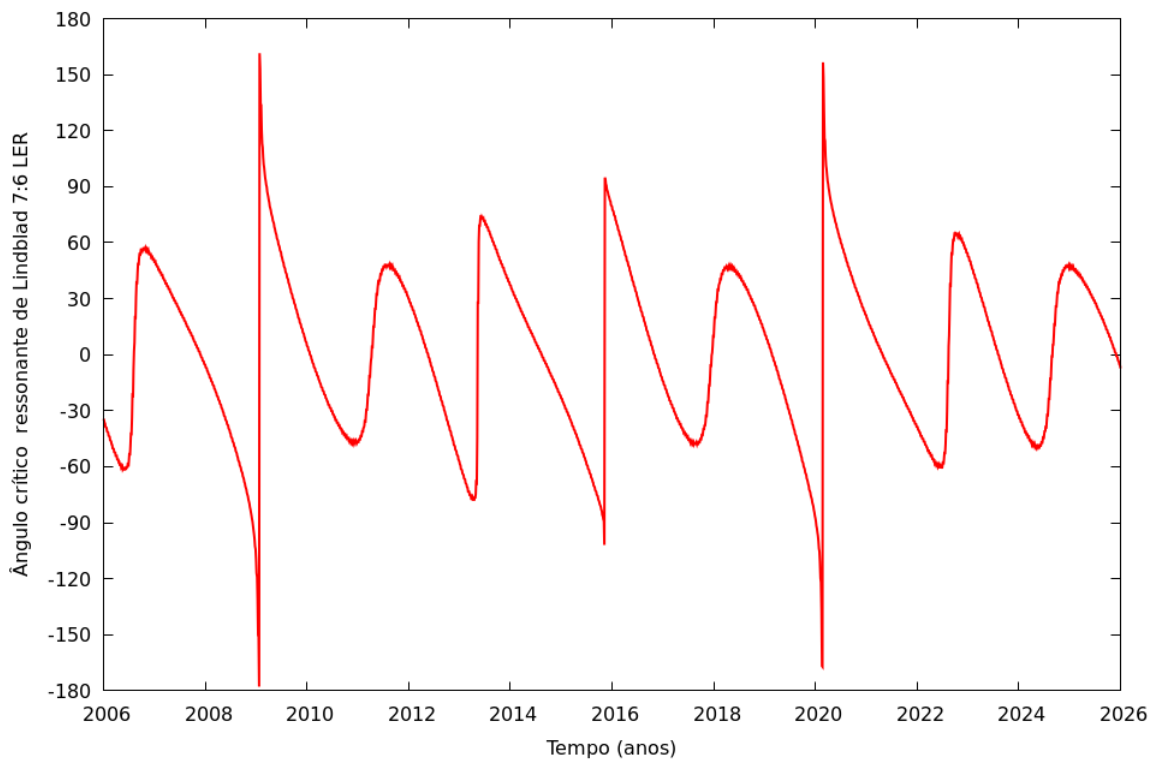


Figura 7 – Ângulo ressonante crítico da ressonância de Lindblad 7:6 entre Aegaeon e Mimas. Observamos ocorrências de libração e circulação do ângulo ressonante, indicando que Mimas pode perturbar a excentricidade de Aegaeon através dessa ressonância.

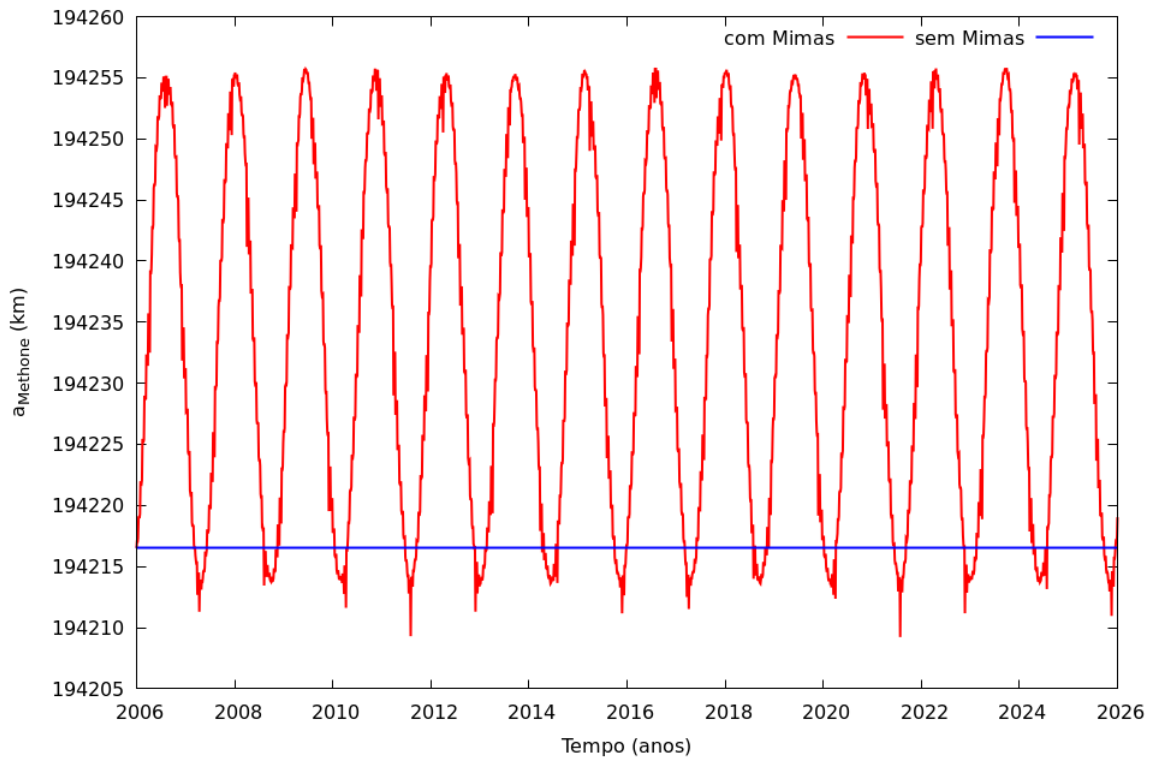


Figura 8 – Evolução do semieixo maior de Methone em duas simulações diferentes, uma com a presença de Mimas (curva vermelha) e outra sem (curva azul). A presença de Mimas causa importantes perturbações no semieixo maior de Methone. Isso ocorre uma vez que Methone está em ressonância de corotação 14:15 com Mimas.

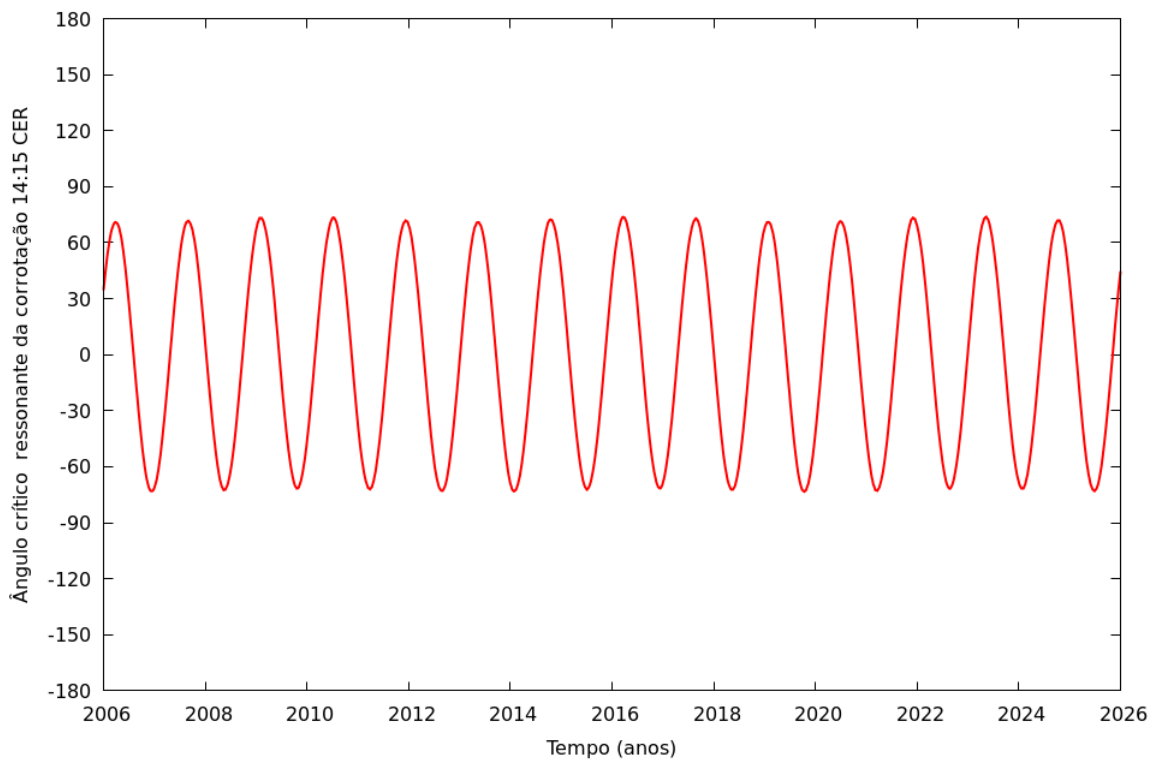


Figura 9 – Ângulo ressonante crítico da ressonância da corotação 14:15 entre Methone e Mimas. A libração desse ângulo indica que os satélites estão em corotação.

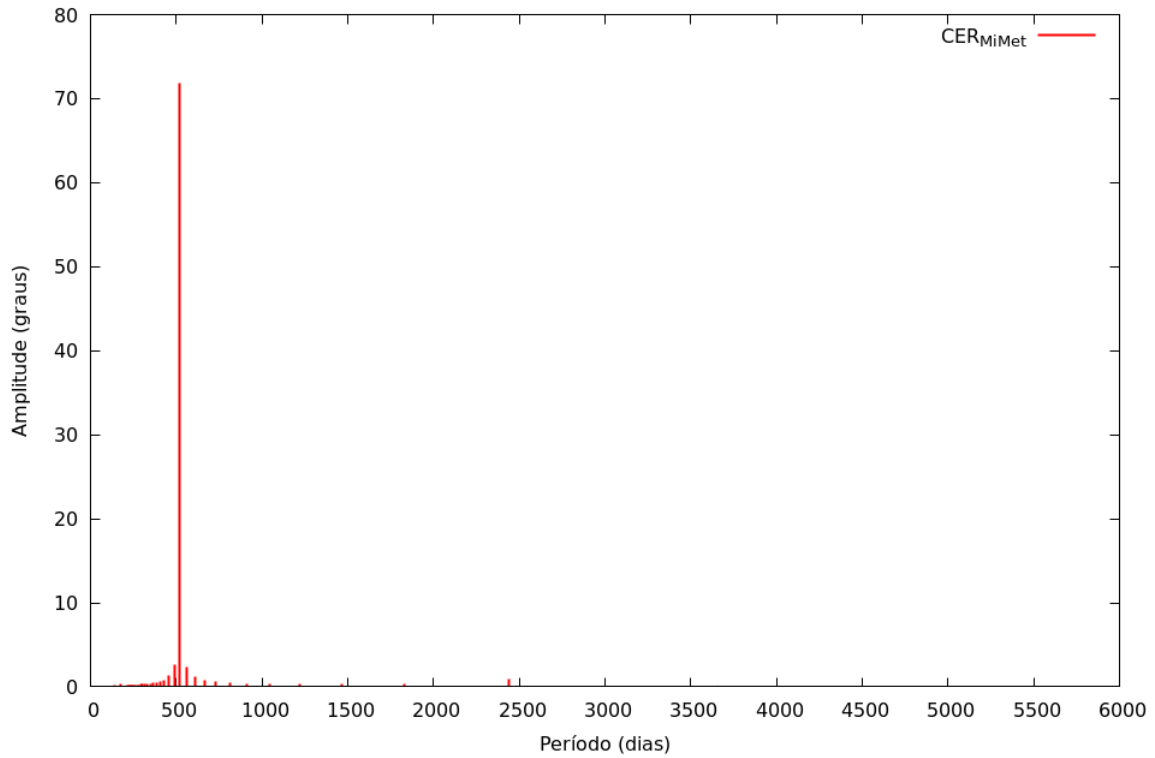


Figura 10 – O espectro de Fourier indica que o período de oscilação da ressonância de corotação 14:15 entre Methone e Mimas é de aproximadamente 500 dias e com uma amplitude em torno de 72° .

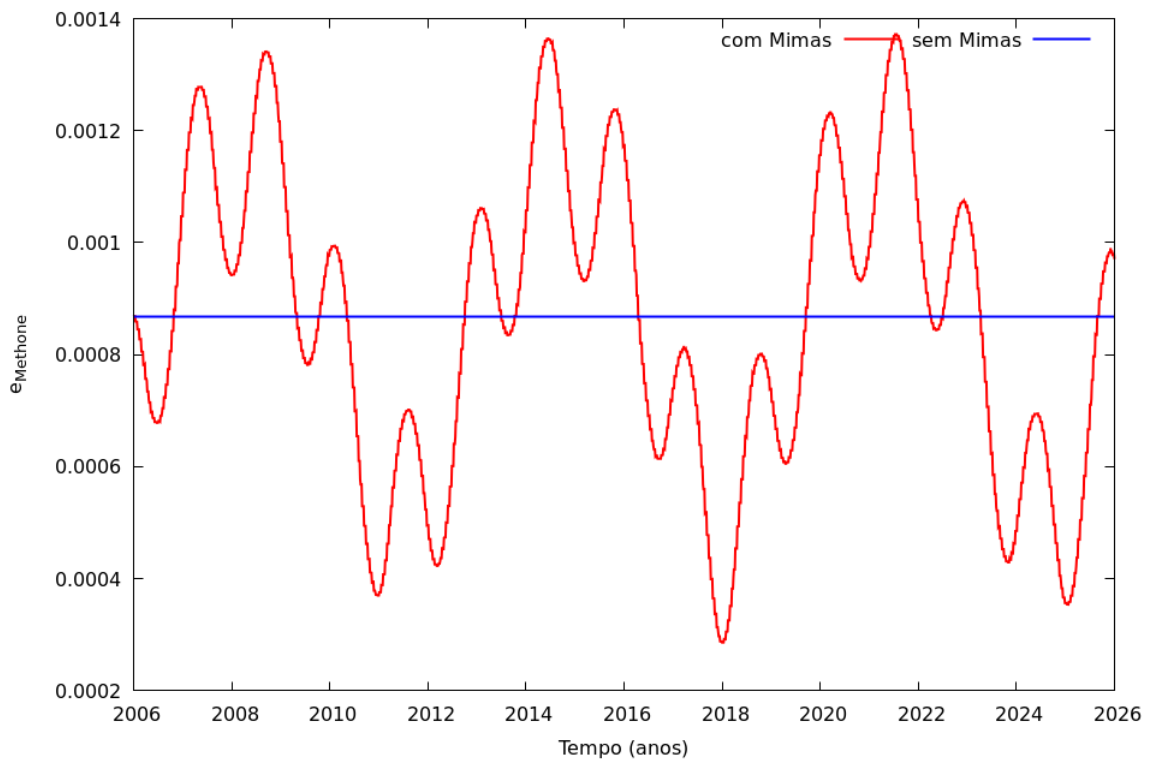


Figura 11 – Evolução da excentricidade de Methone em duas simulações diferentes, uma com a presença de Mimas (curva vermelha) e outra sem (curva azul). A excentricidade de Methone oscila devido às perturbações de Mimas via a ressonância de Lindblad 14:15.

ressonância de Lindblad com Mimas, uma vez que seu ângulo ressonante está librando. Através do espectro de Fourier, podemos afirmar que o período desse ângulo ressonante é de aproximadamente 500 dias e sua amplitude é cerca de 75° (Figura 13).

Podemos observar que existe uma segunda oscilação no ângulo ressonante de Lindblad (Figura 12) para este sistema. Para encontrarmos o período dessa segunda oscilação, basta verificarmos o espectro da Figura 13. Notamos a existência de dois picos de períodos, em que o primeiro corresponde à oscilação de frequência alta, enquanto o segundo indica à oscilação de período alto que corresponde à oscilação secundária. Logo esse espectro indica que o período da oscilação secundária é de aproximadamente de 2500 dias com a amplitude média de 25° .

Observamos que Methone ocupa ao mesmo tempo a ressonância de corrotação e Lindblad 14:15 com Mimas, conhecido como a sobreposição de ressonância (El Moutamid et al., 2014). Confirmamos essa ocupação mútua analisando os ângulos ressonantes das ressonâncias de corrotação e de Lindblad (Figura 9 e Figura 12). Devido à perturbação que verificamos para o semieixo maior e para excentricidade, afirmamos que a sobreposição dessas ressonâncias é importante para a evolução orbital de Methone.

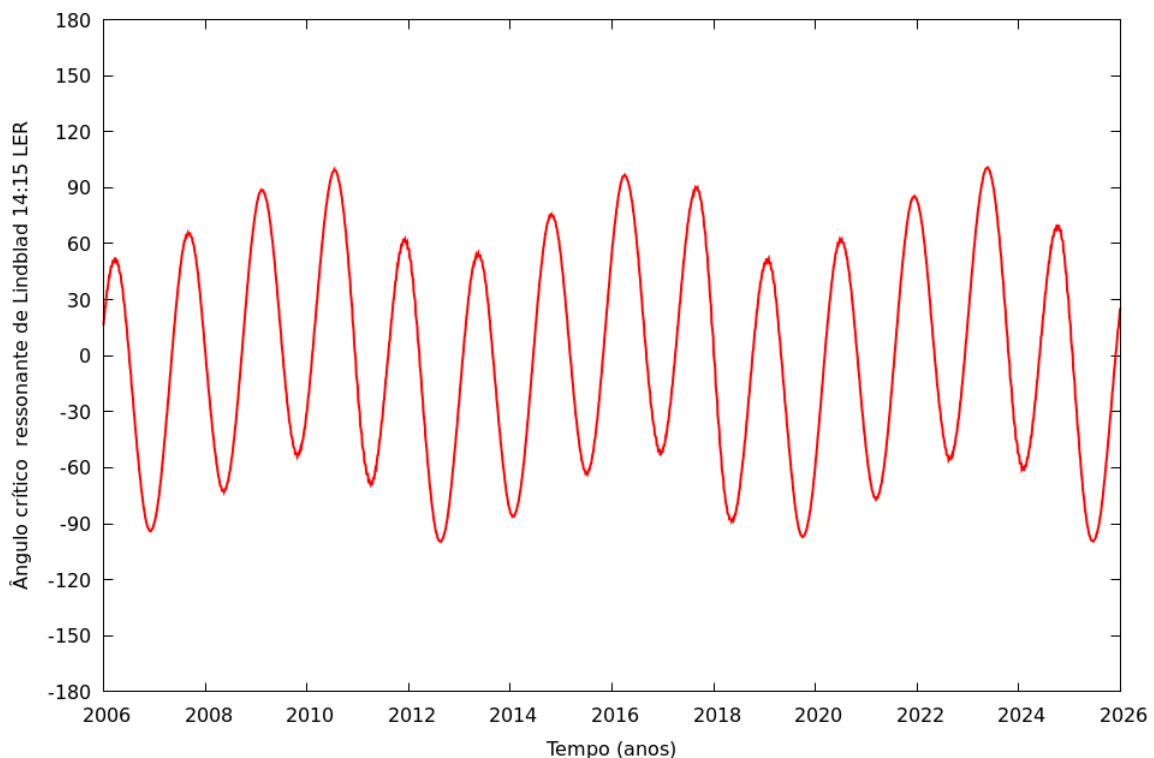


Figura 12 – Ângulo ressonante crítico da ressonância de Lindblad 14:15 entre Methone e Mimas. A libração desse ângulo indica que os satélites estão na ressonância de Lindblad.

A Figura 14 exhibe a evolução do semieixo maior de Anthe em dois cenários. No cenário em que Mimas estava presente na simulação, observamos esse elemento orbital oscilar com amplitude de aproximadamente 23 km e com um semieixo maior médio de 197 656.31 km, enquanto no outro

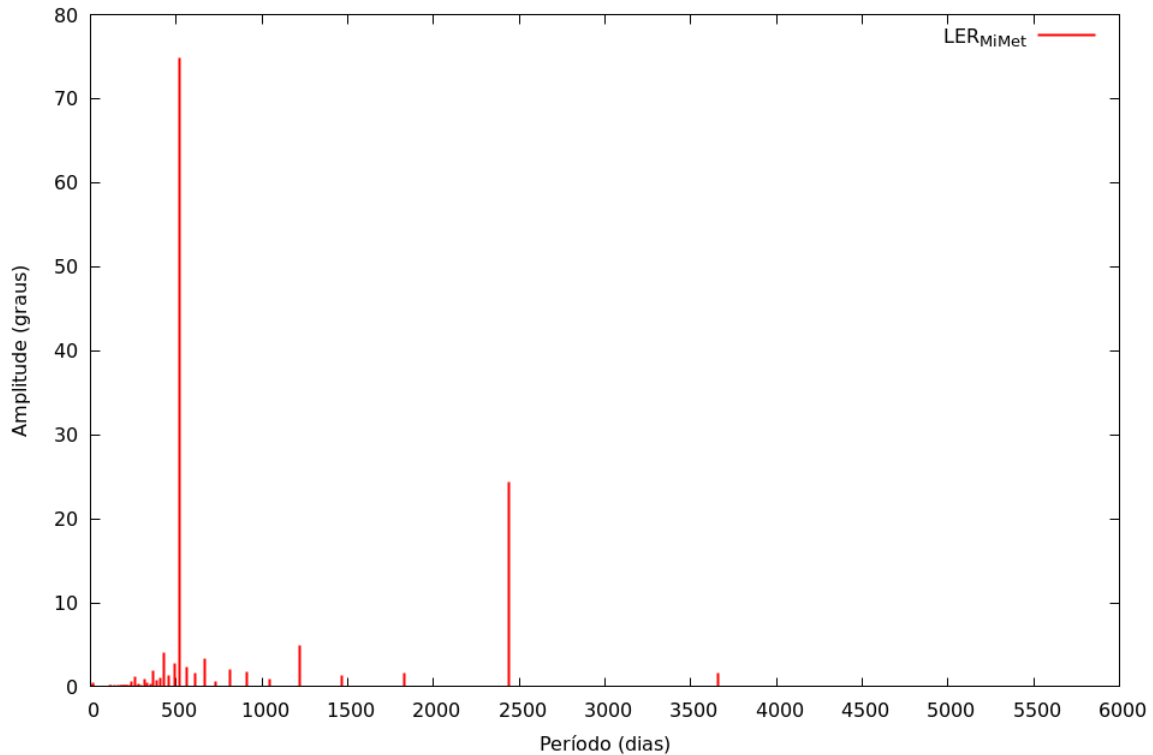


Figura 13 – O espectro de Fourier indica que o período de oscilação da ressonância de Lindblad 14:15 entre Methone e Mimas é composta por duas oscilações. O período da oscilação principal é de aproximadamente 500 dias e da oscilação secundária é 2500 dias.

cenário, que Mimas foi removido, o semieixo maior se manteve constante durante toda a integração. A oscilação do semieixo maior de Anthe ocorre devido a ressonância de corotação 10:11 entre Mimas e Anthe (equação (4.3)), como pode ser observado na Figura 15. O espectro de Fourier mostra que o período de oscilação desse ângulo ressonância é de aproximadamente de 750 dias.

A Figura 17 mostra a evolução da excentricidade de Anthe em dois cenários. O primeiro cenário apresenta uma simulação em que Mimas esteve presente no modelo numérico, Nesse caso, a excentricidade oscilou mais significativamente, alcançando valores entre 3.88×10^{-4} e 2.00×10^{-3} . O segundo cenário mostra uma simulação em que Mimas foi removido. Então a excentricidade se manteve constante.

Analisando o ângulo ressonante da ressonância de Lindblad 10:11 de Anthe com Mimas, verificamos que a perturbação da excentricidade de Anthe não é devido a essa ressonância, uma vez que esse ângulo exhibe períodos de circulação e libração (ver Figura 18), indicando que Anthe não está em ressonância de Lindblad com Mimas.

Possivelmente a perturbação na excentricidade de Mimas deve ocorrer devido a alguma ressonância de segunda ordem, pois Cooper et al. (2008) mostraram que há ressonância de segunda ordem entre Anthe e Mimas, cujo ângulo ressonante é $\varphi = 11\lambda_{Anthe} - 10\lambda_{Mimas} - \varpi_{Anthe} - \Omega_{Anthe} + \Omega_{Mimas}$, (onde Ω_{Anthe} e Ω_{Mimas} são as longitudes dos nodos ascendentes de Anthe e Mimas, respectivamente)

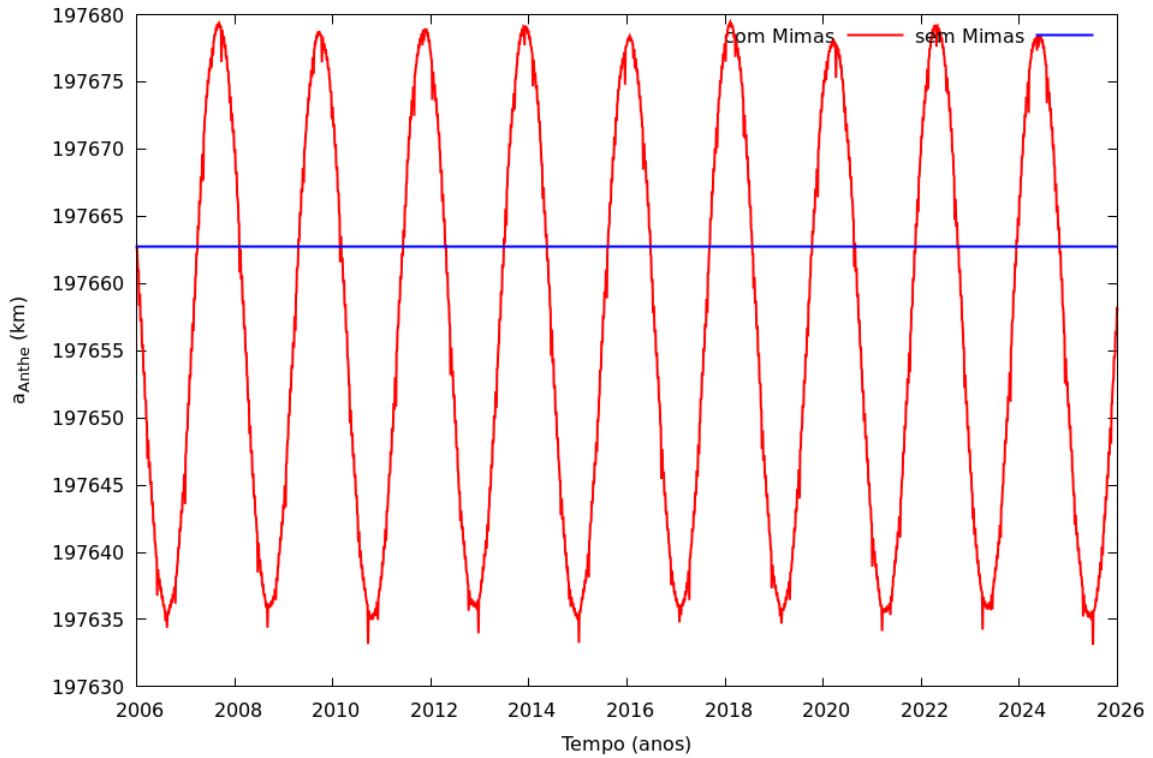


Figura 14 – Evolução do semieixo maior de Anthe. A ressonância de corotação 10:11 entre Anthe e Mimas gera perturbações significativas no semieixo maior de Anthe (curva vermelha). No cenário sem Mimas na simulação (curva azul), o semieixo maior de Anthe se mantém constante.

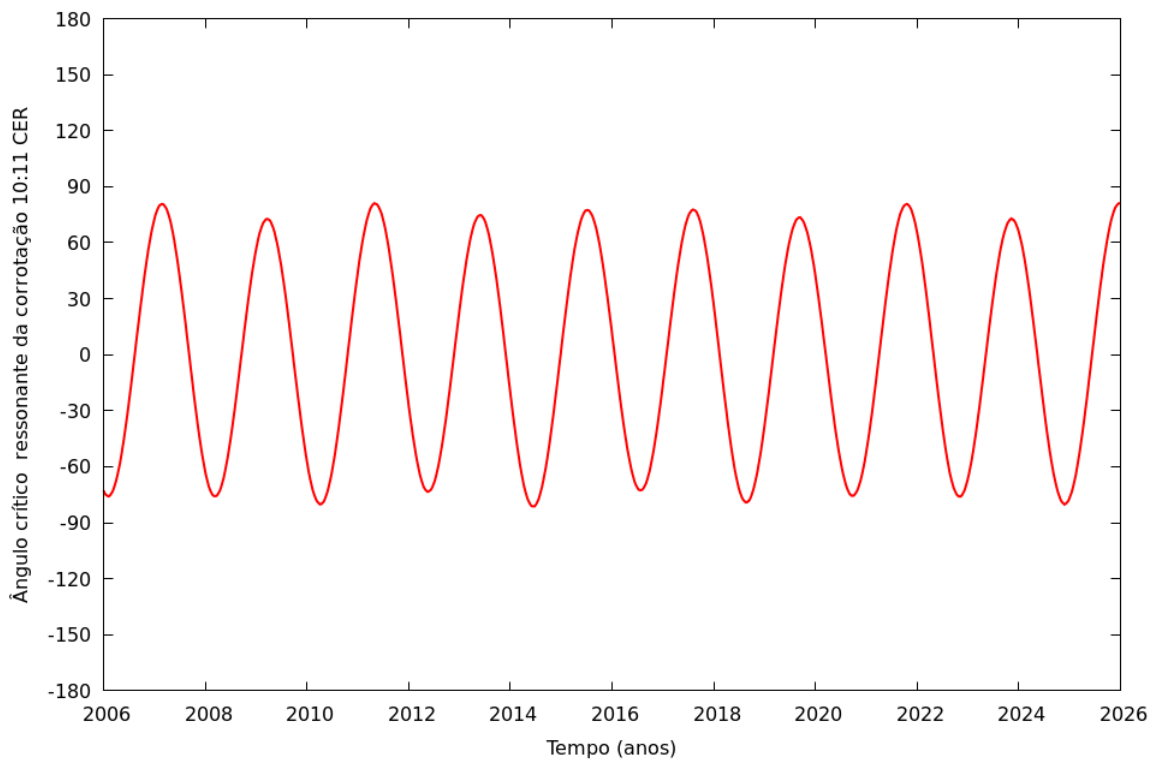


Figura 15 – Ângulo ressonante crítico de corotação 10:11 librando, isso indica que Anthe e Mimas estão nessa ressonância. O período da oscilação é de aproximadamente de 750 dias.

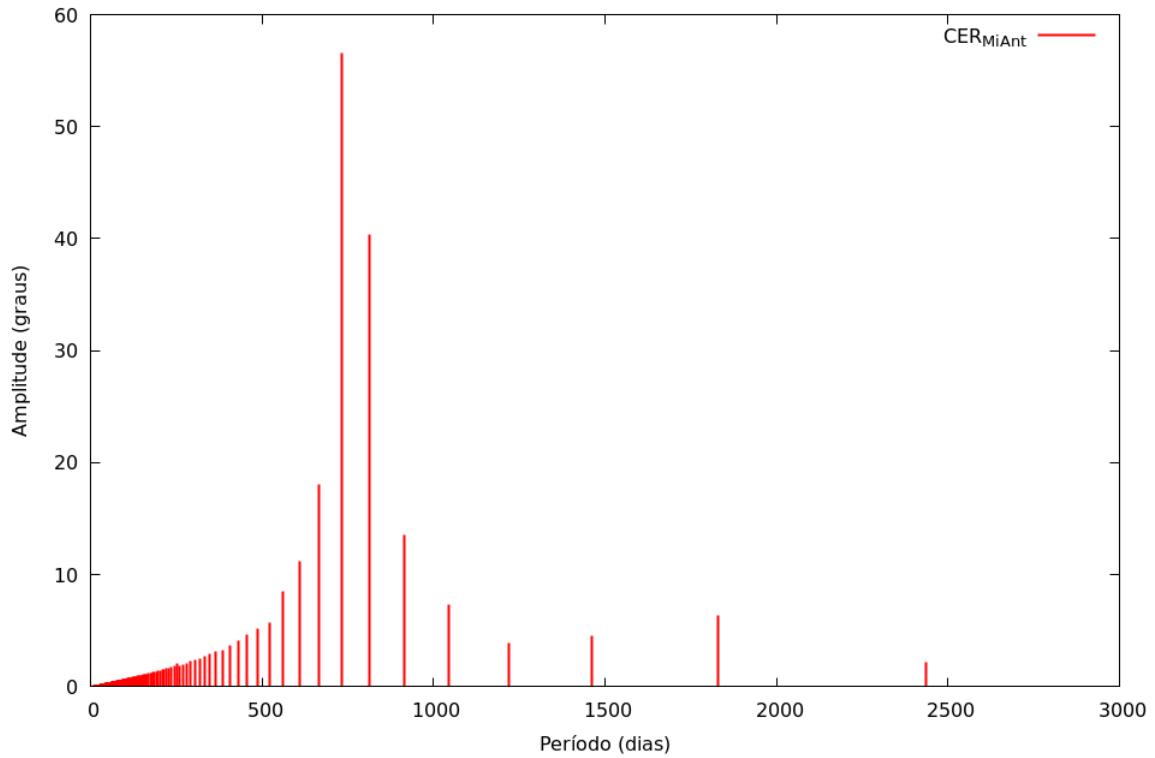


Figura 16 – O espectro de Fourier do ângulo ressonante da corrotação 10:11 entre Anthe e Mimas mostra o período de oscilação de aproximadamente 750 dias. Também revela que existem outras oscilações secundárias ocorrendo (Cooper et al., 2008).

que gera a perturbação. A evolução desse ângulo pode ser verificada na Figura 19.

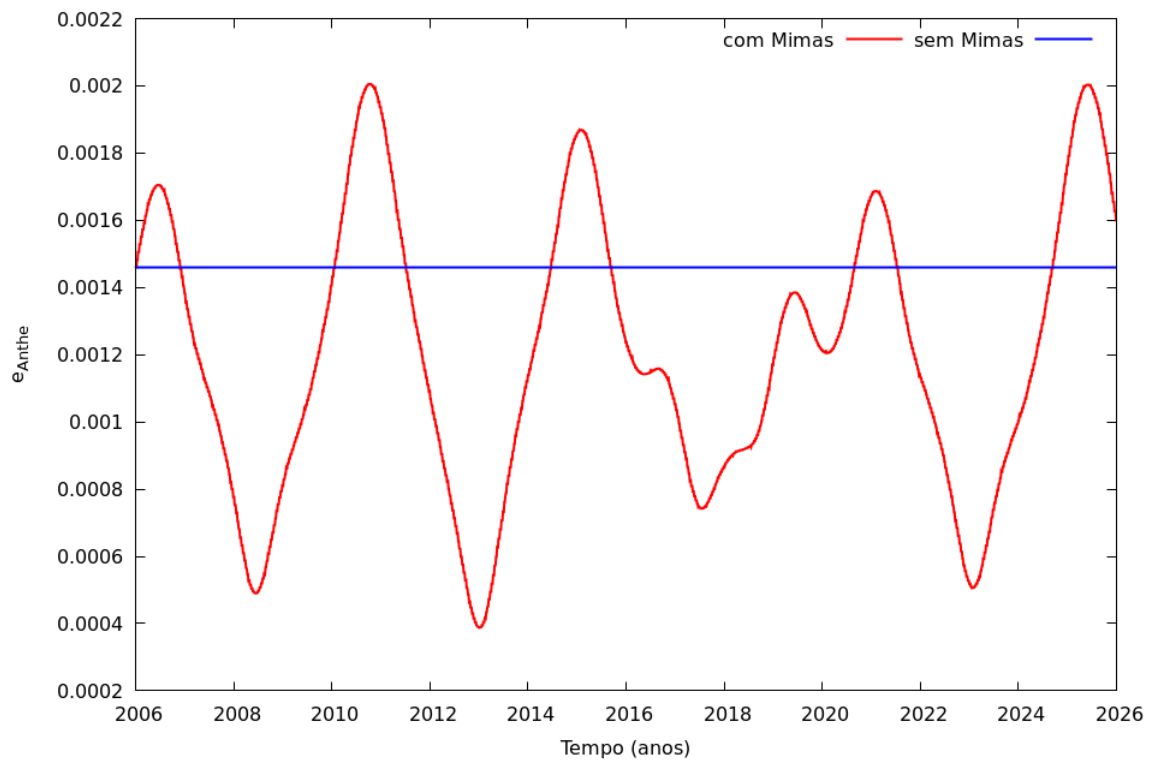


Figura 17 – Evolução da excentricidade de Anthe. Esse parâmetro é perturbado significativamente com a presença de Mimas (curva vermelha).

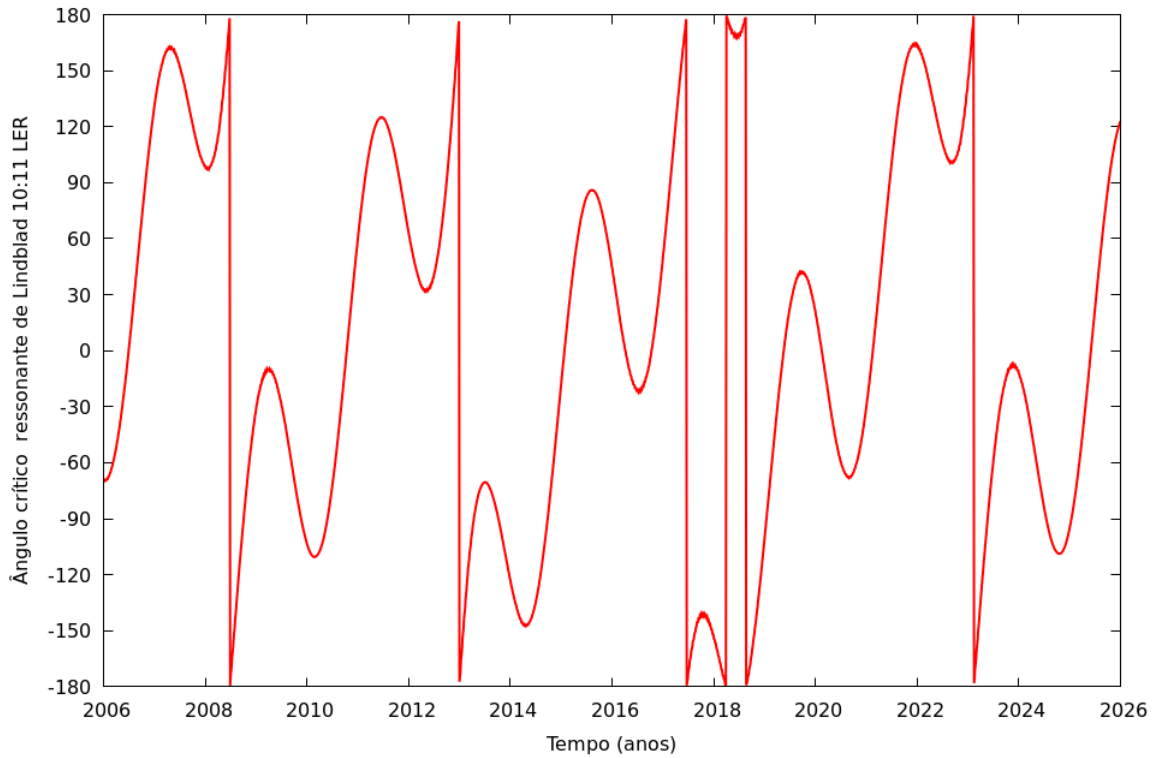


Figura 18 – Ângulo ressonante crítico de Lindblad 10:11 entre Anthe e Mimas. O comportamento desse ângulo é de não libração, mostrando que Anthe e Mimas não estão em ressonância de Lindblad 10:11.

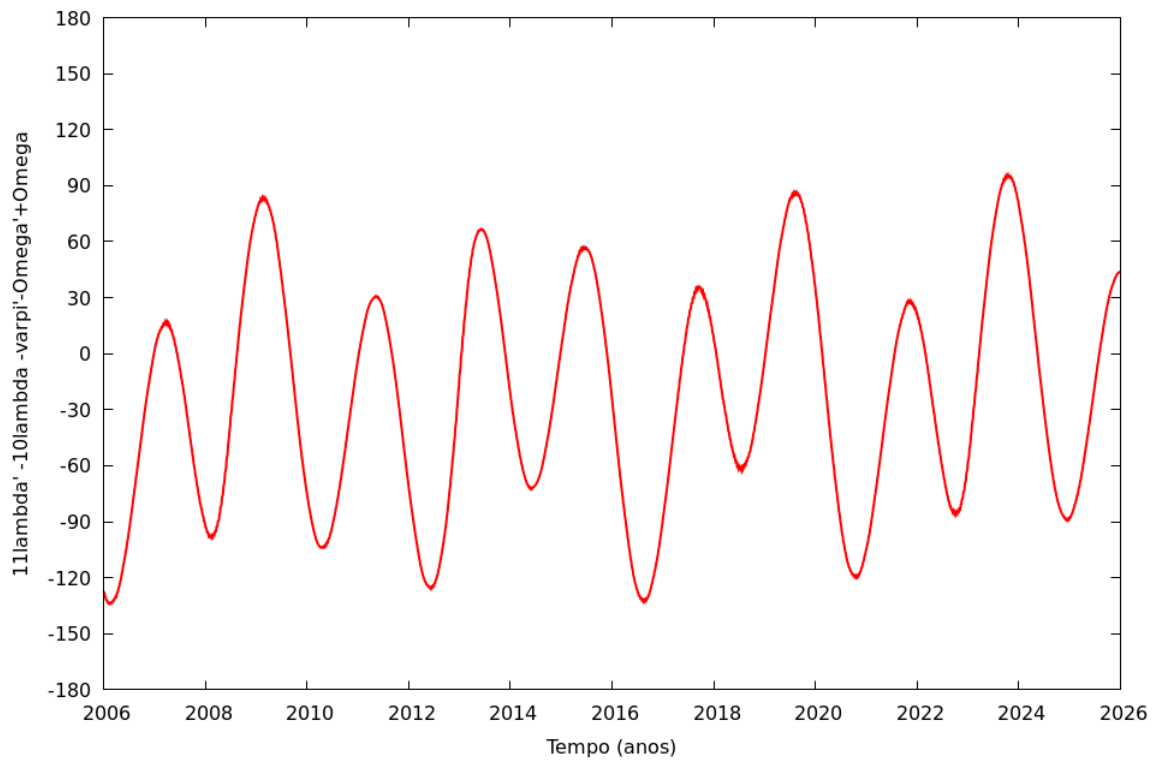


Figura 19 – Evolução do ângulo ressonante $11\lambda_{Anthe} - 10\lambda_{Mimas} - \varpi_{Anthe} - \Omega_{Anthe} + \Omega_{Mimas}$.

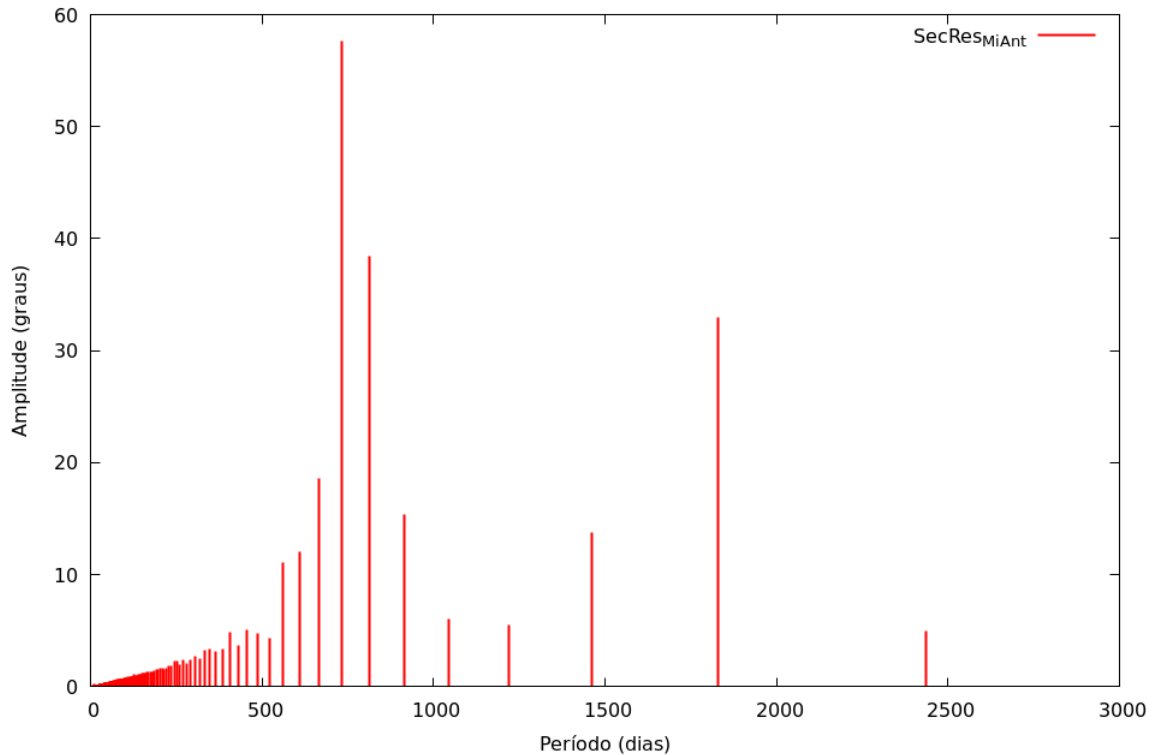


Figura 20 – Espectro de Fourier da ressonância $11\lambda_{Anthe} - 10\lambda_{Mimas} - \varpi_{Anthe} - \Omega_{Anthe} + \Omega_{Mimas}$. O espectro mostra que o período da oscilação principal é de aproximadamente 750 dias e da oscilação secundária é de aproximadamente 1800 dias

É importante considerar o acoplamento das ressonâncias associadas provoca o surgimento de regiões caóticas, mas não é suficiente para realizar a captura de partículas na ressonância de corrotação 7:6. Araujo et al. (2016) mostraram que a simples passagem da ressonância de corrotação por um anel de partículas, não realiza a captura dessas partículas. Porém, os autores afirmaram que é possível verificar a captura de partículas na corrotação 7:6 somente através de um mecanismo. O mecanismo consiste em modificar a excentricidade de Mimas durante a passagem da corrotação pelas partículas. A excentricidade de Mimas foi modificada devido a um encontro ressonante com Encélado (Meyer; Wisdom, 2008; Araujo et al., 2016).

Apresentaremos a seguir a importância da ressonância entre Mimas e Encélado para captura de partículas na corrotação 7:6, 14:15 e 10:11.

4.6 RESSONÂNCIA ENTRE MIMAS E ENCÉLADO

A atual excentricidade de Mimas é de aproximadamente de 0.02. Esse valor é destacado por Meyer e Wisdom (2008) como um valor alto quando comparado com outros satélites de Saturno. Além disso, os autores apontaram que há possibilidade da excentricidade de Mimas ter sido ainda maior no passado devido a uma possível passagem de Mimas em determinadas ressonâncias de movimento médio.

Como a presente ressonância 4:2 de movimento médio entre Mimas e Tétis não explica o valor atual da excentricidade de Mimas (Champanois; Vienne, 1999; Callegari; Yokoyama, 2010), Meyer e Wisdom (2008) buscaram mostrar que a excentricidade de Mimas pode ter sido excitada quando Mimas foi capturado por Encélado ou Dione. Eles realizaram simulações utilizando a excentricidade de Mimas menor que o valor atual e considerando que todos os satélites estavam mais próximo de Saturno em relação as suas posições atuais. Eles analisaram a evolução dos elementos orbitais de Mimas, nos seguintes casos: Mimas e Encélado na ressonância 3:2 tipo excentricidade de Mimas, Mimas e Encélado na ressonância mista 6:4 tipo excentricidade de Mimas e Encélado, e Mimas e Dione na ressonância 3:1 tipo excentricidade de segunda ordem de Mimas. Os tipos de ressonâncias são nomeados pelos termos associados com um específico argumento librante da função perturbadora (Murray; Dermott, 1999).

Meyer e Wisdom (2008) destacaram que a excentricidade aumentou em todos esses casos ultrapassando o valor atual. A excentricidade somente parava de crescer quando Mimas escapava da ressonância, o que levou Meyer e Wisdom (2008) a sugerir que esse tipo de encontro foi temporário. Por último, os autores sugeriram que a diminuição da excentricidade ocorreu devido a evolução orbital por efeito de maré, como podemos notar nas Figuras 6, 7 e 8 do artigo dos autores.

Assim, os possíveis encontros temporários que aumentam a excentricidade de Mimas podem favorecer a captura de partículas em ressonância de corrotação com Mimas, uma vez que o aumento da excentricidade amplia a probabilidade de captura em ressonância de corrotação (Araujo et al., 2016).

Esse foi o cenário de captura temporária que Araujo et al. (2016) utilizaram para mostrar a captura de partículas em ressonância de corrotação 7:6 com Mimas. Assim, iremos descrever, discutir e reproduzir esses resultados, adotando o mesmo cenário, que consiste dos satélites Mimas e Encélado em ressonância de movimento médio 3:2 do tipo excentricidade de Mimas (daqui adiante chamaremos de e-Mimas). Esse cenário é ideal para induzir o aumento da excentricidade de Mimas e depois de um certo tempo, devido a dinâmica que ocorreu entre esses satélites, eles saem desse ressonância. Após Mimas escapar, devido aos efeitos de maré, a sua excentricidade poderá decrescer até alcançar o valor atual (Meyer; Wisdom, 2008).

Araujo et al. (2016) incluíram Mimas e Encélado na ressonância de movimento médio 3:2 e-Mimas. Para realizar essa tarefa, eles calcularam a nova posição dos satélites consistente com a evolução orbital por maré. A seguir mostraremos como eles realizaram isso.

Primeiramente eles avaliaram a razão de semieixos maiores α de Mimas e Encélado quando esses satélites estavam na ressonância 3:2 e-Mimas, utilizando a equação obtida por Champanois e Vienne (1999) usada para encontrar a localização das ressonâncias entre Mimas e Tétis. Quando dois satélites estão em ressonância de movimento médio α é praticamente constante (Champanois; Vienne, 1999) e

pode se calcular essa razão com

$$\alpha = \left(\frac{p+q}{p} \right)^{-2/3} \left(1 + \frac{q_1 \dot{\varpi}_{Mimas} + q_2 \dot{\varpi}_{Enc} + q_3 \dot{\Omega}_{Mimas} + q_4 \dot{\Omega}_{Enc}}{n_{Enc}(p+q)} \right)^{-2/3}, \quad (4.4)$$

onde p , q , q_1 , q_2 , q_3 e q_4 são inteiros; enquanto $\dot{\varpi}_{Mimas}$, $\dot{\varpi}_{Enc}$, $\dot{\Omega}_{Mimas}$ e $\dot{\Omega}_{Enc}$ são as taxas de precessão da longitude do pericentro e da longitude do nodo ascendente de Mimas e Encélado, respectivamente, e n_{Enc} é o movimento médio de Encélado. Para determinar os valores de q_1 , q_2 , q_3 e q_4 , devemos comparar o ângulo ressonante geral,

$$\varphi = p\lambda_{Mimas} - (p+q)\lambda_{Enc} + q_1\varpi_{Mimas} + q_2\varpi_{Enc} + q_3\Omega_{Mimas} + q_4\Omega_{Enc} \quad (4.5)$$

onde λ_{Mimas} , ϖ_{Mimas} , e Ω_{Mimas} são a longitude média, longitude do pericentro e longitude do nodo ascendente, respectivamente, para o satélite Mimas, enquanto as longitudes λ_{Enc} , ϖ_{Enc} , e Ω_{Enc} representam os ângulos do satélite Encélado. Para o ângulo ressonante da ressonância de movimento médio 3:2 e-Mimas,

$$\varphi_e = 2\lambda_{Mimas} - 3\lambda_{Enc} + \varpi_{Mimas}, \quad (4.6)$$

onde λ_{Mimas} é longitude média de Mimas, λ_{Enc} é longitude média de Encélado.

Logo, se considerarmos que $\dot{\varpi}_{Mimas}$, $\dot{\varpi}_{Enc}$, $\dot{\Omega}_{Mimas}$, $\dot{\Omega}_{Enc}$ e n_{Enc} como constantes durante toda evolução orbital e substituirmos na equação (4.4) para o caso da ressonância 3:2 e-Mimas, conseguimos obter o valor α que Mimas e Encélado estavam presos em ressonância (Champenois; Vienne, 1999). Calculando $\dot{\varpi}_{Mimas}$, $\dot{\varpi}_{Enc}$, $\dot{\Omega}_{Mimas}$ e $\dot{\Omega}_{Enc}$ numericamente, encontramos α igual a 0.7637895 (Araujo et al., 2016).

O próximo passo foi encontrar o valor do semieixo maior de cada satélite, de modo que a razão entre semieixos maiores de Mimas e Encélado seja igual ao valor de α calculado. Em nosso trabalho em Araujo et al. (2016) nomeamos esse semieixo maior de semieixo maior antigo e calculamos o valor de cada semieixo maior através da equação a seguir (o desenvolvimento dessa equação se encontra no Apêndice A).

$$a_{0M} = \left[\frac{a_M^{13/2} \left(\frac{M_E}{M_M} \right) - a_E^{13/2}}{\left(\frac{M_E}{M_M} \right) - \frac{1}{\alpha^{13/2}}} \right]^{2/13}, \quad (4.7)$$

onde a_{0M} é o semieixo maior antigo de Mimas, a_M , a_E , M_M e M_E são os atuais semieixos maiores e as massas dos satélites de Mimas e Encélado, respectivamente.

A equação (4.7) é função de α , a razão dos semieixos maiores de Mimas e Encélado. Como já

conhecemos o valor α quando os satélites estavam em ressonância 3:2 e-Mimas, podemos calcular o semieixo maior antigo de Encélado utilizando $a_{0E} = a_{0M}/\alpha$. Os valores encontrados para a_{0E} e a_{0M} indicam que a distância entre esses satélites era maior no passado que atualmente. Isso é esperado pois o satélite mais próximo do planeta deve migrar mais rápido que o mais afastado.

Destacamos em Araujo et al. (2016) que os valores dos semieixos maiores antigos calculados por esse método são valores aproximados, pois existem inúmeros parâmetros envolvidos no desenvolvimento da equação (4.7) que atualmente são desconhecidos. Embora sejam valores aproximados, os semieixos maiores antigos colocam os satélites na ressonância 3:2 e-Mimas. Assim, o nosso trabalho em Araujo et al. (2016) testou alguns valores próximos dos semieixos maiores antigos para o sistema Mimas e Encélado colocando inicialmente esse sistema fora de ressonância, mas devido a uma migração desse sistema, os satélites entraram em ressonância. O responsável por essa migração é o efeito de maré de Saturno.

O efeito de maré pode causar as migrações dos satélites de Saturno com ordens de velocidades entre 10^{-7} e 10^{-5} km por ano para as suas posições atuais (Meyer; Wisdom, 2008; Lainey et al., 2012). Possivelmente a migração de Mimas e Encélado devem estar entre essas ordens de velocidades. Porém se utilizarmos essas ordens de velocidades para as migrações do sistema Mimas e Encélado, nos modelos numéricos, que integram as equações completas do movimento, as simulações levariam muito tempo computacional. Esse problema foi notado por meio de testes prévios e contornado por nós em Araujo et al. (2016). A solução proposta foi adotar as velocidades de migração maiores que as estimadas atualmente. Logo, a velocidade de migração de Mimas foi aproximadamente igual a 2.6 km por ano enquanto para Encélado, 1.1 km por ano. Cada taxa significa o quanto o semieixo maior de cada satélite vai variar por ano na simulação. O motivo das velocidades serem diferentes é que o satélite mais externo de um sistema migra mais lentamente que um interno (veja a equação (A.3) e também Burns e Matthews (1986)). Esse procedimento tornou as simulações do nosso trabalho em Araujo et al. (2016) mais rápidas, uma vez que o tempo computacional é bem menor do que tempo encontrado nos testes iniciais desse trabalho. Além disso, o nosso trabalho em Araujo (2013) mostrou que enquanto Mimas migrava com velocidades iguais a ± 9 km, o escape de partículas da ressonância de corotação 7:6 não foi observado. O experimento de Araujo (2013) mostrou que a migração com taxas exageradas como em nosso trabalho em Araujo et al. (2016) não destrói a dinâmica do sistema.

Para gerar o efeito das migrações dos satélites, foi inserida na dinâmica de cada satélite uma força de arrasto

$$\vec{F} = -\rho v \vec{v}, \quad (4.8)$$

onde v é o módulo da velocidade do satélite, \vec{v} é o versor da velocidade do satélite, e ρ uma constante.

A força da equação (4.8) atua tangencialmente a trajetória do satélite e pode acelerar ($F > 0$) ou frear ($F < 0$) o satélite dependendo do valor do ρ . Uma vez que acelerar ou frear modifica o comportamento do semieixo maior, ρ fornece a taxa de variação necessária para a variação do semieixo maior. Por exemplo, o valor do semieixo maior aumentará quando ρ for negativo.

Utilizando a dinâmica de três corpos, sendo eles Saturno, Mimas e Encélado, Realizamos em Araujo et al. (2016) os primeiros testes para reproduzir o cenário da ressonância entre Mimas e Encélado 3:2 e-Mimas. Inicialmente esses testes foram sem sucesso, pois não encontramos o comportamento caótico para o ângulo ressonante como foi observado em Meyer e Wisdom (2008), ou seja, nas primeiras simulações não verificamos o escape de Mimas dessa ressonância, mesmo simulando por 3000 anos no tempo arbitrário (equivale a 300 milhões de anos, se nós tivéssemos usado as taxas corretas para migração). Isso ocorreu porque inicialmente simulamos os cenários que Encélado tinha uma excentricidade igual ou menor que a atual. Portanto somente verificamos que Mimas escapa da ressonância quando Encélado tem uma excentricidade maior que a atual. Valores maiores de excentricidade de Encélado são possíveis, uma vez que esse satélite poderia ter passado por outras ressonâncias com outros satélites antes de se encontrar com Mimas (Meyer; Wisdom, 2007). Se isso ocorreu, os efeitos da maré poderiam ter reduzido uma excentricidade mais alta de Encélado para o valor atual.

Assim, o nosso trabalho em Araujo et al. (2016) utilizou 0.005 e 0.02 para a excentricidade inicial de Mimas e Encélado, respectivamente. O valor adotado para a excentricidade de Encélado é próximo do valor obtido por Meyer e Wisdom (2007) para excentricidade de equilíbrio quando Encélado e Mimas estão em uma ressonância 3:2 e-Encélado. Esses valores fizeram com que o cenário de Araujo et al. (2016) funcionasse muito bem, como podemos ver nas próximas sessões.

4.7 EFEITOS DA MIGRAÇÃO SOBRE A ÓRBITA DE MIMAS

Na primeira parte da hipótese de nosso trabalho em Araujo et al. (2016), argumentamos que o aumento da excentricidade de Mimas é devido à passagem de Mimas pela ressonância Mimas-Encélado 3:2 e-Mimas durante o processo de migração desses satélites. As simulações utilizaram integrador Gauss-Radau descrito por Everhart (1985). A dinâmica deste processo inclui Mimas, Encélado e Saturno achatado (uso dos coeficientes J_2 , J_4 e J_6), e também uma força de arrasto (equação (4.8)). Para as condições iniciais de Mimas e Encélado, usamos as considerações comentadas na Seção 4.6 e apresentadas na tabela 7.

Na Figura 21, podemos observar o comportamento do ângulo ressonante para a ressonância de movimento médio Mimas-Encélado 3:2 e-Mimas mostrado na equação (4.6). O comportamento

Tabela 7 – Condições iniciais de Encélado e Mimas em elementos orbitais, após mudanças comentadas na Seção 4.6.

Nome	Mimas
Massa	3.75×10^{22} g
Raio	198.8 km
a	$1.799\,177 \times 10^5$ km
e	5.0×10^{-3}
I	$1.563\,223^\circ$
Ω	356.4454°
ϖ	189.9002°
λ	316.6168°
Nome	Encélado
Massa	10.805×10^{22} g
Raio	252.3 km
a	$2.354\,949 \times 10^5$ km
e	2.0×10^{-2}
I	$0.005\,067\,876^\circ$
Ω	263.3612°
ϖ	282.2281°
λ	295.0096°

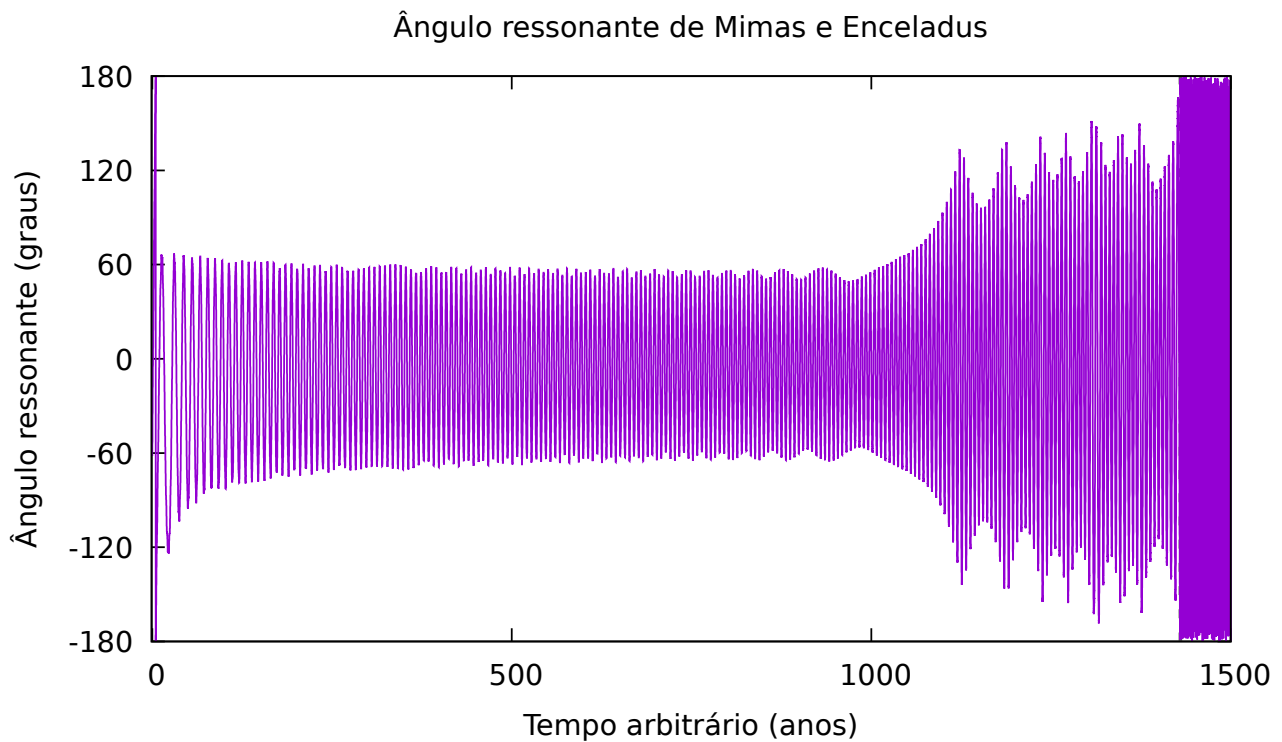


Figura 21 – Ângulo crítico ressonante de Mimas-Encélado 3:2 e-Mimas (equação (4.6)) durante o processo de migração. Essa figura mostra uma libração em torno de zero. No final da migração, a amplitude do ângulo crítico cresce até iniciar a sua circulação, interrompendo o crescimento da excentricidade de Mimas.

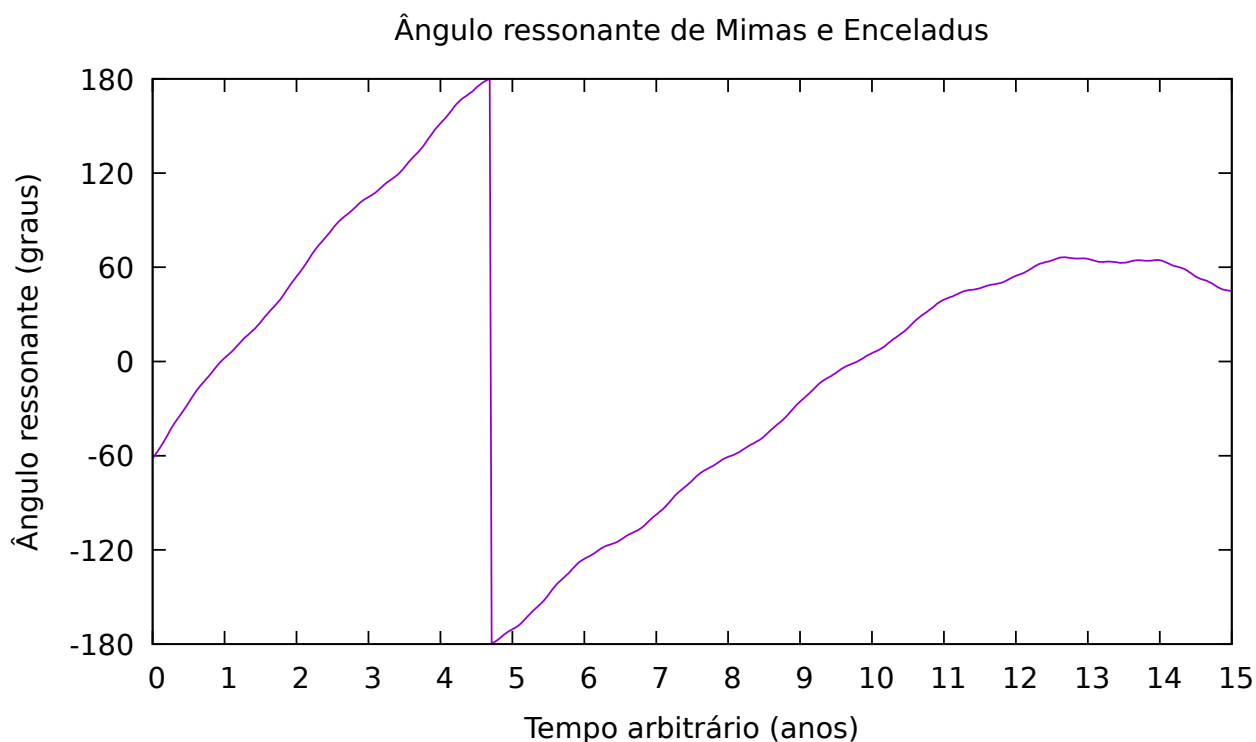


Figura 22 – Primeiros anos da simulação da Figura 21. Ângulo crítico ressonante de Mimas-Encélado 3:2 e-Mimas (equação (4.6)) durante o processo de migração no início da simulação. Essa figura mostra que inicialmente Mimas e Encélado estavam fora da ressonância, uma vez que o ângulo ressonante está circulando. Após cinco 5 anos de simulação, Mimas e Encélado entram em ressonância, pois o ângulo ressonante está librando.

apresentado na Figura 21 ocorre devido à passagem de Mimas e Encélado pela ressonância durante o processo de migração. Podemos verificar que no início da simulação os satélites Mimas e Encélado não estão em ressonância, pois o ângulo ressonante está circulando (veja a ampliação na Figura 22). Após alguns anos de migração notamos que o sistema Mimas-Encélado entraram na ressonância 3:2 e-Mimas, uma vez que o ângulo ressonante libra em torno de 0° . Podemos notar que ao longo da migração a amplitude do ângulo ressonante diminui, isso pode tornar a ressonância entre esses dois satélites mais robusta (como definida em Yedavalli (2014)), como foi encontrado por nós em Araujo et al. (2016). Mas devido a uma dinâmica entre Mimas e Encélado a amplitude de libração desse ângulo começa a aumentar até um ponto que a libração se transforma em circulação. Nesse momento podemos dizer que Mimas e Encélado saíram da ressonância.

Na Figura 23, podemos observar o comportamento do semieixo maior de Mimas e Encélado durante o processo de migração. Antes desses satélites entrarem na ressonância, a variação do semieixo maior para cada satélite foi aproximadamente igual a 2.6 km e 1.1 km por ano para Mimas e Encélado, respectivamente. (Figura 23). Depois que eles entraram na ressonância, a taxa de migração de Mimas decresce para 1.4 km por ano, enquanto a taxa de migração de Encélado aumenta para 1.8 km por ano.

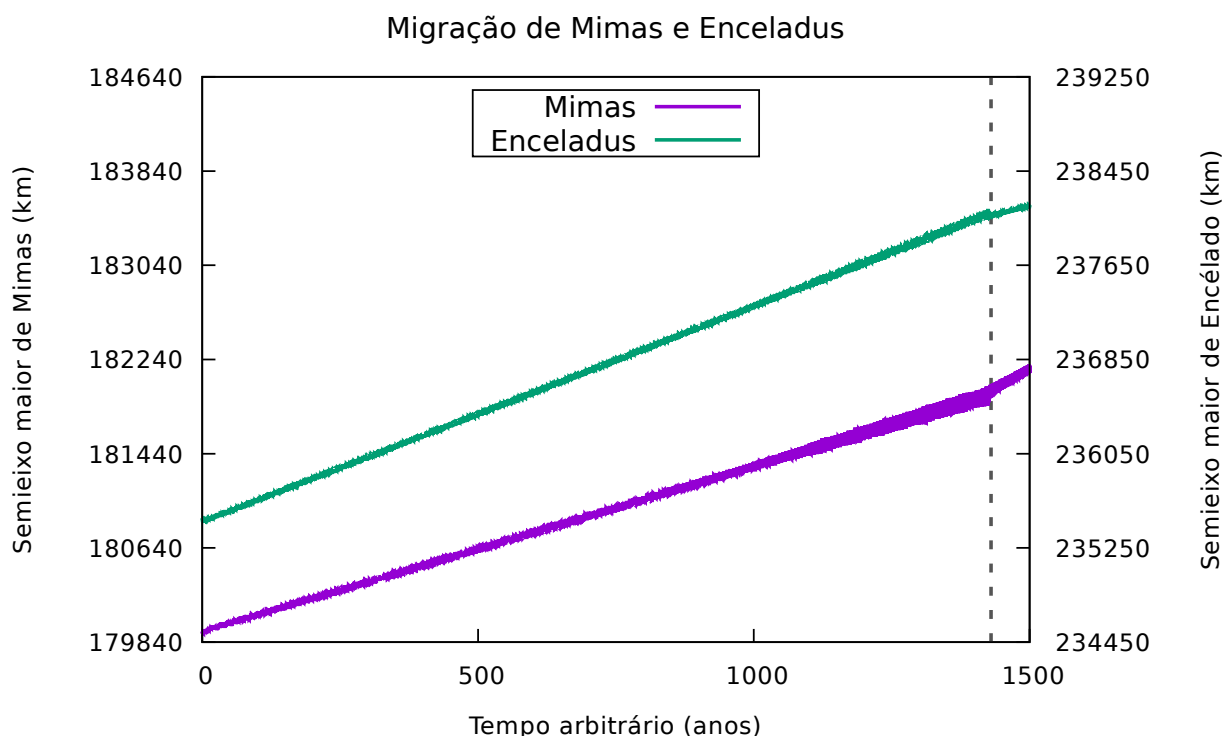


Figura 23 – Inicialmente os satélites não estão em ressonância, mas rapidamente os satélites entram na ressonância de movimento médio 3:2. Durante este tempo Mimas empurra Encélado, resultando numa taxa migração diferente daquelas adotadas inicialmente. Mimas migra com uma taxa de aproximadamente 1.4 km por ano, enquanto, Encélado migra a 1.8 km por ano. A taxa de migração de Encélado cresce enquanto de Mimas diminui de modo que essas taxas fiquem com a mesma ordem de grandeza. Este efeito cessa depois que os satélites saem da ressonância e as taxas de migração assumem os valores de 2.6 km e 1.1 km para Mimas e Encélado, respectivamente. Os satélites saem da ressonância no instante 1400 anos, que está identificado no gráfico pela reta tracejada.

Isso pode ser visto nas inclinações dos semieixo maiores apresentado na Figura 23. Quando os satélites saem da ressonância, as suas taxas de migração retornaram para os valores iniciais.

A excentricidade de Mimas também é afetada significativamente quando Mimas e Encélado estão na ressonância 3:2 e-Mimas, como podemos ver na Figura 25. Quando Mimas está na ressonância a sua excentricidade aumenta, enquanto a excentricidade de Encélado se mantém constante. O comportamento da excentricidade de Mimas é semelhante ao verificado por Meyer e Wisdom (2008), apesar de utilizarmos uma velocidade de migração diferente que a desses autores. A excentricidade somente para de aumentar quando Mimas sai da ressonância. Os satélites saem da ressonância no instante 1400 anos (Figura 25). Embora não mostramos nesse trabalho, a excentricidade de Mimas e Encélado deveriam diminuir depois que os satélites escaparem da ressonância devido aos efeitos de maré (Meyer; Wisdom, 2008), alcançando os valores atuais.

Esses resultados mostram que a excentricidade de Mimas pode aumentar e conseqüentemente afetar a largura da ressonância de corotação. Na próxima seção iremos reproduzir o mecanismo de

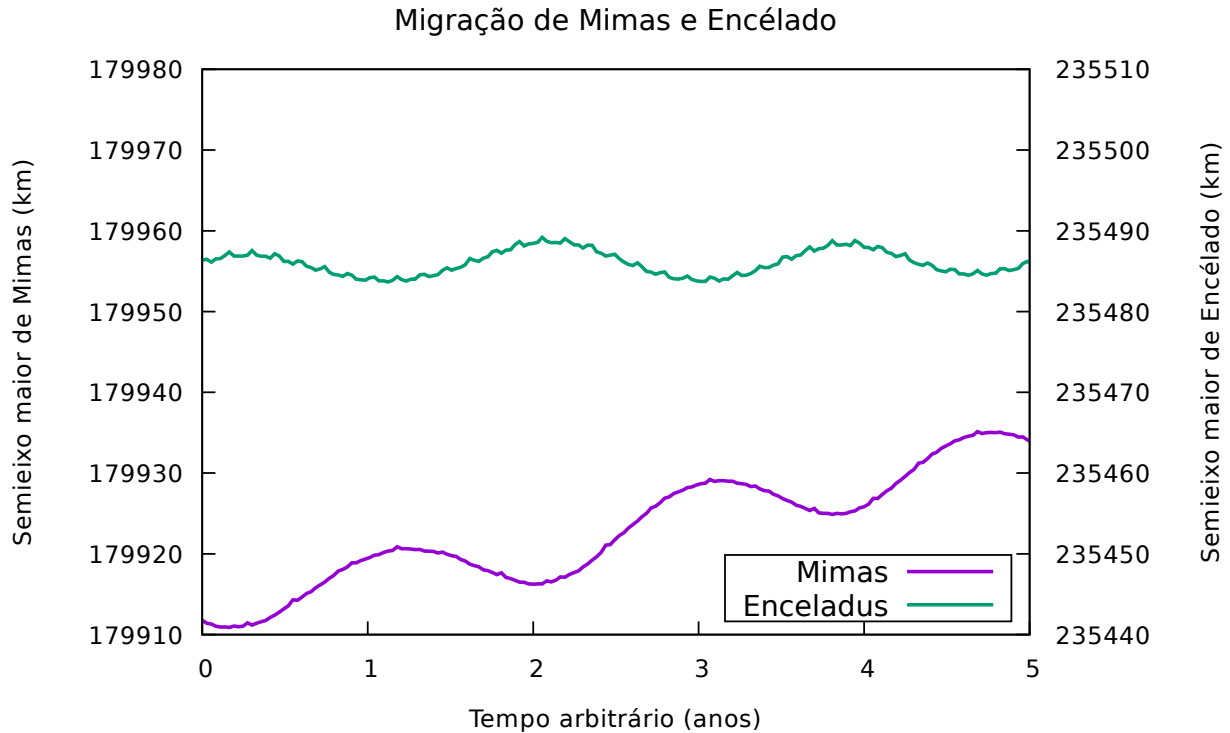


Figura 24 – Primeiros anos da simulação da Figura 23. Inicialmente os satélites não estão em ressonância, logo no início da simulação os satélites migram com as taxas de aproximadamente igual a 2.6 km e 1.1 km por ano para Mimas e Encélado, respectivamente.

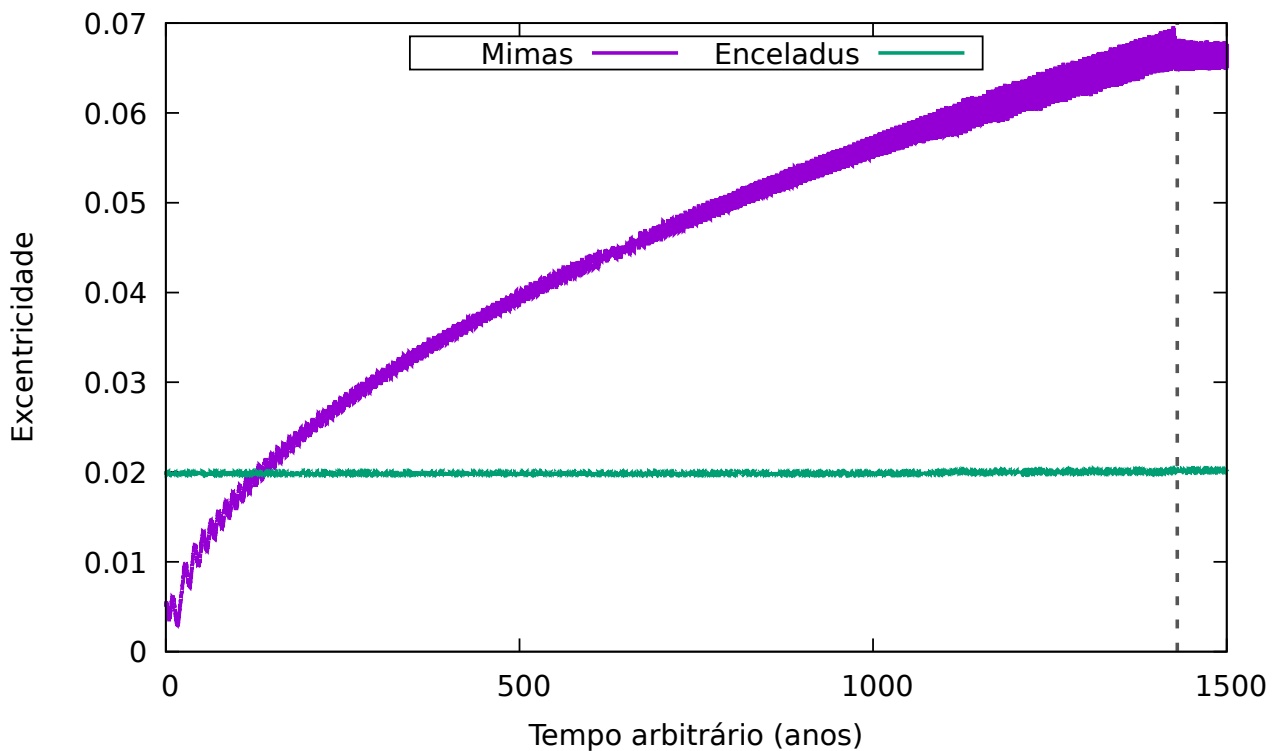


Figura 25 – Quando Mimas está em ressonância com Encélado, a excentricidade do Mimas cresce. Esse efeito cessa quando eles saem da ressonância no instante 1400 anos. Esse instante está identificado no gráfico pela reta tracejada.

captura na ressonância de corrotação que sugerimos em Araujo et al. (2016) para a criação do arco do anel G.

4.8 CAPTURA NA RESSONÂNCIA DE CORROTAÇÃO 7:6

Na seção anterior, notamos que a excentricidade de Mimas cresce quando Mimas e Encélado passam pela ressonância de movimento médio 3:2 e-Mimas durante o processo de migração por maré. Nesta seção iremos verificar se esse aumento da excentricidade irá permitir que Mimas capture partículas na ressonância de corrotação 7:6.

Para esse experimento, integramos as equações completas do movimento para o modelo de 4 corpos (Saturno, Mimas, Encélado e uma partícula). Foi considerado o achatamento de Saturno e mais a equação (4.8) agindo somente sobre Mimas e Encélado representando a interação de maré nesses satélites. Esse modelo de 4 corpos é aceitável, uma vez que as partículas testes não interagem entre si nem gravitacionalmente e nem por colisão, devido à pouca massa e a grande distância que estão uma das outras. Realizamos as simulações utilizando o integrador Gauss-Radau descrito por Everhart (1985). Usamos as mesmas condições iniciais para Mimas e Encélado apresentadas na tabela 7.

Para realizarmos esse estudo, criamos um anel com 10 000 partículas na região próxima à localidade da ressonância de corrotação 7:6 de Mimas. Assim, distribuimos uniformemente essas partículas entre os valores de semieixo maior 162 472.4586 km e 162 667.5313 km e com a longitude média entre 0° e 360° . Para os outros elementos orbitais fixamos seus valores em zero. Esses valores são diferentes dos utilizados em nosso trabalho em Araujo et al. (2016) que considerou os demais elementos orbitais como de Aegaeon, mas conseguimos obter o mesmo resultado de Araujo et al. (2016).

Nessa etapa, realizamos a simulação no cenário em que Mimas e Encélado passam pela ressonância de movimento médio 3:2 e-Mimas. Durante a simulação, analisamos se ocorria a captura de partículas na ressonância de corrotação 7:6. Uma partícula é considerada capturada se durante cada passo de saída da integração o valor absoluto da diferença entre a localização da corrotação e o semieixo maior dessa partícula for menor que a largura da corrotação (Figura 34.(b)) e o ângulo ressonante de corrotação da partícula estiver librando. Para separar as partículas que foram capturadas permanentemente das capturadas temporariamente, a partícula deve satisfazer essa condição pelo menos por 20 anos de integração.

Na Figura 26 apresentamos as condições iniciais das partículas num gráfico de semieixo maior por longitude médias. Utilizamos uma linha azul para indicar a localização da ressonância de corrotação 7:6 e podemos notar que a ressonância de corrotação não está localizada no interior do anel (Figura 26). Na Figura 26 identificamos com pontos da cor roxa as partículas que não foram capturadas pela

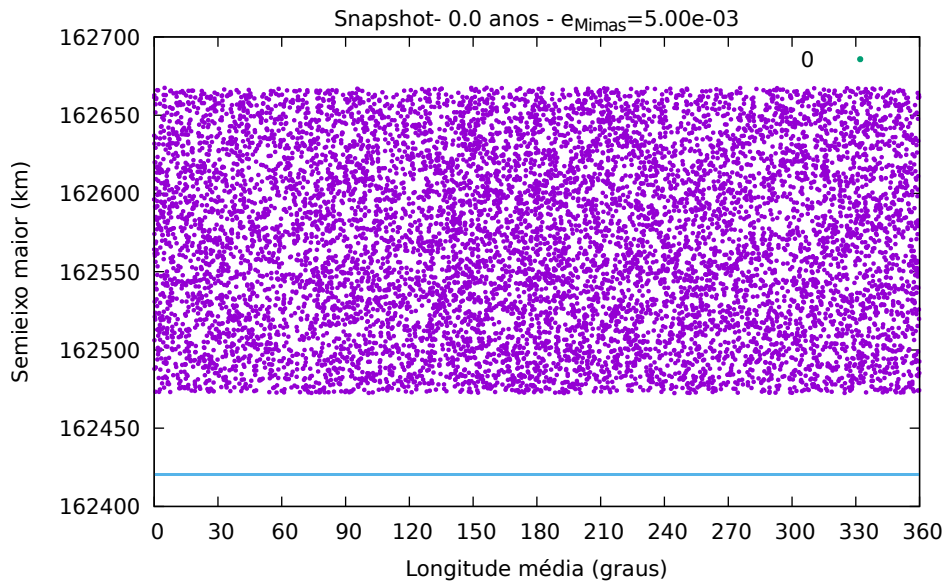


Figura 26 – Instante inicial da simulação. Pontos da cor roxas representam partículas que não foram capturadas pela ressonância de corrotação. Linha azul indica a localização da ressonância de corrotação 7:6 com Mimas. Essa ressonância está fora do anel nesse instante. Excentricidade de Mimas é igual a 5×10^{-3} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 420 km.

corrotação. No instante inicial, a excentricidade de Mimas é igual a 0.005. Após algum tempo a corrotação entra no anel e os satélites Mimas e Encélado entram na ressonância 3:2 e-Mimas, com isso a excentricidade de Mimas começa a aumentar afetando o anel e já é possível notar as estruturas de confinamento longitudinal, como é mostrado na Figura 27. Na figura identificamos com pontos verdes as partículas que foram capturadas por Mimas. Para o caso da corrotação 7:6, notamos seis estruturas com 506 partículas capturadas.

Na Figura 28 é possível verificar que as partículas presas na corrotação se moveram devido a migração de Mimas. Nesse instante verificamos as estruturas com mais partículas que na Figura 27. Isso é esperado pois mais partículas foram capturadas na corrotação com o aumento da excentricidade de Mimas. Na Figura 29, notamos que o número de partículas capturadas continua aumentando.

Na Figura 30 a corrotação está quase saindo do anel carregando tanto partículas verdes quanto roxas para fora do anel. As partículas roxas carregadas pela corrotação são partículas que foram capturadas temporariamente. Na Figura 31, observamos a corrotação completamente fora do anel e alguns partículas roxas saindo da corrotação e não sendo mais carregadas pela corrotação. Na Figura 32 verificamos que somente as partículas verdes migram junto com Mimas e aquelas roxas capturadas temporariamente ficaram para atrás.

Notamos que a captura das partículas não ocorrem devido às zonas caóticas criadas pela sobreposição das ressonâncias de corrotação e Lindblad. Essas duas ressonâncias têm uma separação em torno de 19 km (Figura 33.b), logo as partículas capturadas podem sentir os efeitos da ressonância de

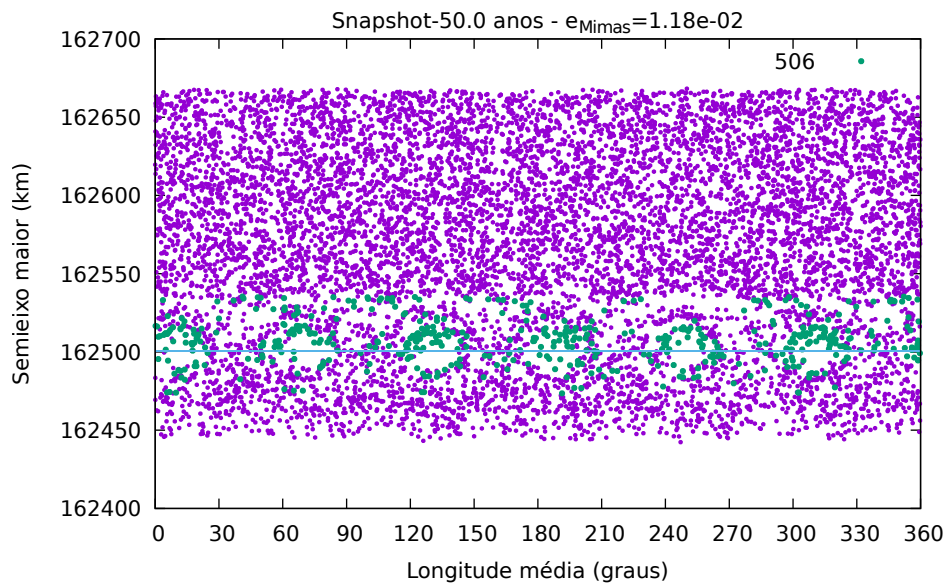


Figura 27 – Instante $t = 50$ anos da simulação. A ressonância está dentro do anel de partículas. Além dos pontos roxos, podemos observar também pontos da cor verde, que representam as partículas capturadas permanentemente. As 506 partículas verdes começam popular os sítios das ressonâncias, formando as estruturas observadas. Nesse instante o excentricidade de Mimas é igual a 1.18×10^{-2} . A ressonância de corotação está localizada no semieixo maior de 162 500 km.

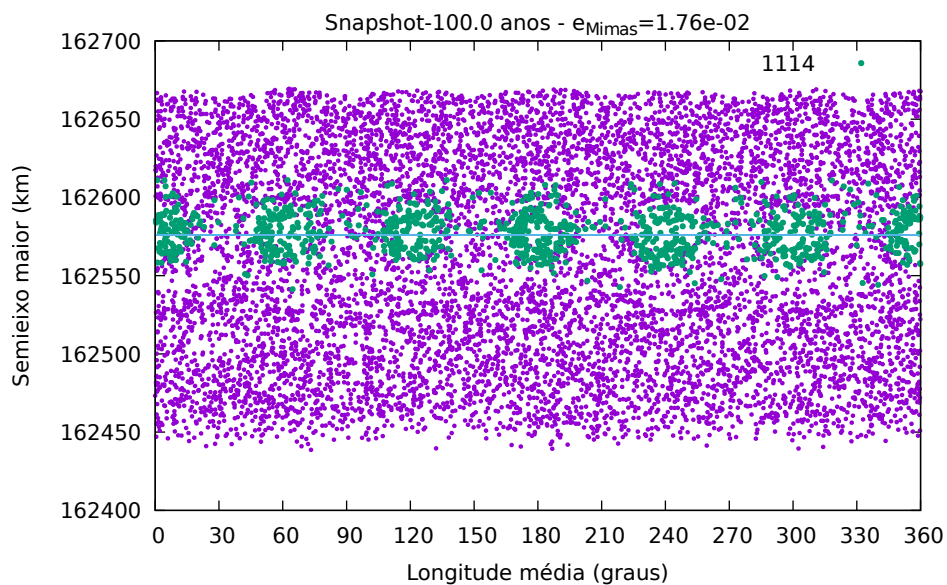


Figura 28 – Instante $t = 100$ anos da simulação. As 1114 partículas capturadas estão sendo carregados pela ressonância de corotação 7:6 gerada por Mimas. Mimas tem uma excentricidade de 1.76×10^{-2} . A ressonância de corotação está localizada no semieixo maior de 162 576 km.

Lindblad (El Moutamid et al., 2014). uma vez que a amplitude da ressonância de Lindblad é maior que a separação das duas ressonâncias, no entanto a ressonância de Lindblad mantém uma amplitude constante, independente do aumento de excentricidade de Mimas (Figura 34).

Para mostrar que a variação da excentricidade é o mecanismo responsável pela captura na ressonância de corotação, realizamos outro experimento. Migramos Mimas de modo que a ressonância de

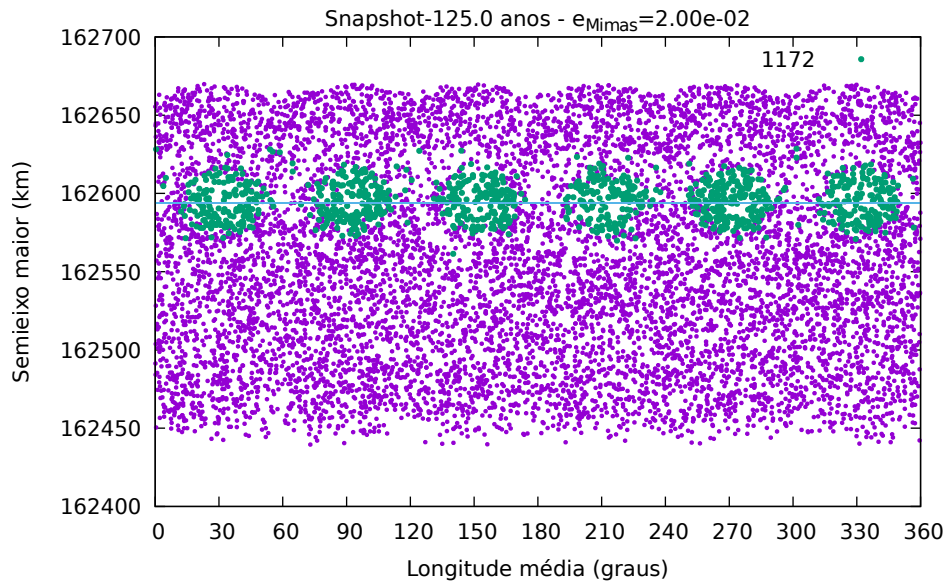


Figura 29 – Instante $t = 125$ anos da simulação. Observamos que a quantidade de partículas capturadas dentro dos 6 sítios da corrotação é de 1172 partículas. A excentricidade de Mimas é igual a 2×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 594 km.

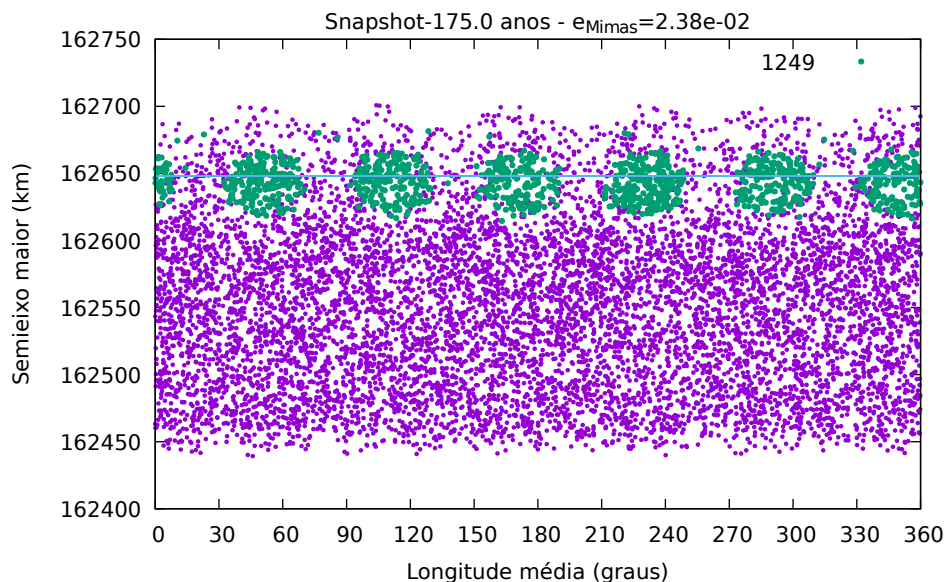


Figura 30 – Instante $t = 175$ anos da simulação. As partículas 1249 verdes iniciam a saída do anel fictício de partículas. Mimas está com uma excentricidade de 2.38×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 648 km.

corrotação passe por meio de um anel de partículas, mas sem o aumento da excentricidade de Mimas. Para isso, removemos Encélado da simulação e adotamos a excentricidade de Mimas igual a atual, que é 0.02, e seu semieixo maior 100 km abaixo do valor dado na tabela (7). Para os outros elementos orbitais, mantemos iguais ao da tabela. Assim aplicamos a migração de Mimas no mesmo anel fictício do último experimento.

Podemos observar regiões vazias ou buracos enquanto a ressonância de corrotação passa através do anel (veja as Figuras (a) a (f) de Figura 35). Como não há partículas dentro desses buracos, afirmamos

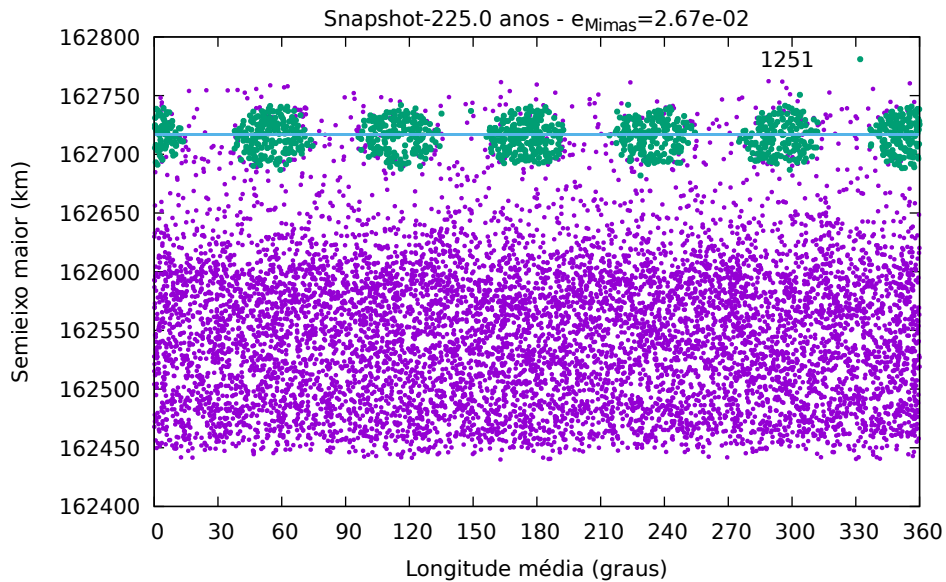


Figura 31 – Instante $t = 225$ anos da simulação. Sítios da corrotação com 1251 partículas estão fora do anel fictício de partículas. Alguns pontos roxos são espalhados e saem do anel. Elas são as partículas que foram temporariamente capturadas na corrotação e saíram da corrotação. A excentricidade de Mimas é igual a 2.67×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 162 717 km.

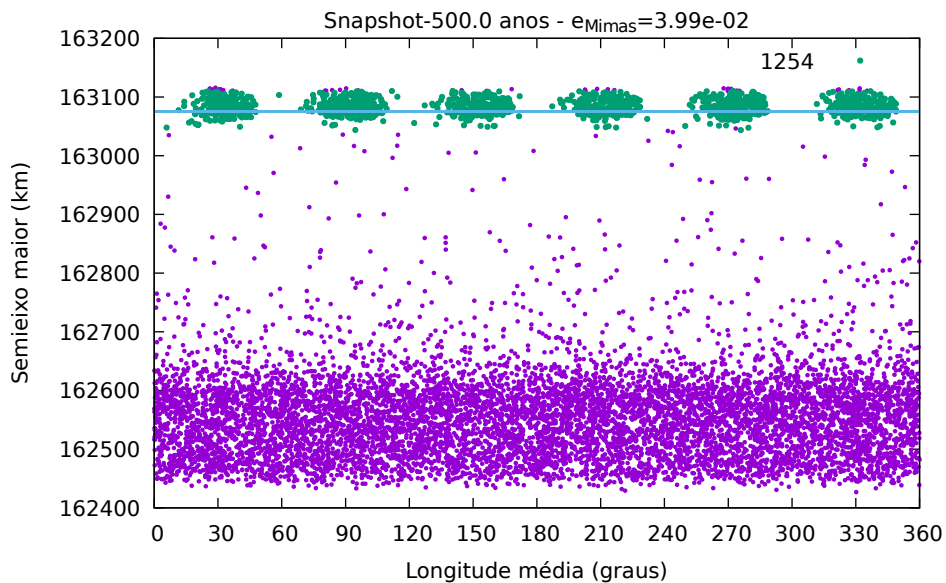


Figura 32 – Instante final da simulação. Foram capturadas 1254 partículas, as quais foram carregadas pela ressonância de corrotação, formando 6 sítios de partículas. Mimas tem uma excentricidade de 3.99×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 163 075 km.

que partículas não foram capturadas. Mas, podemos ver partículas perto da borda da corrotação (Figura 35.e e Figura 35.f). Essas partículas são capturadas temporariamente em uma região conhecida como *stickiness* da ressonância. *Stickiness* da ressonância é uma região fina em torno da ressonância (borda da ressonância) que ocorre as capturas temporárias, pois essa região é caótica (Contopoulos; Harsoula, 2010). Essas partículas se movem na borda do sítios da corrotação por um determinado

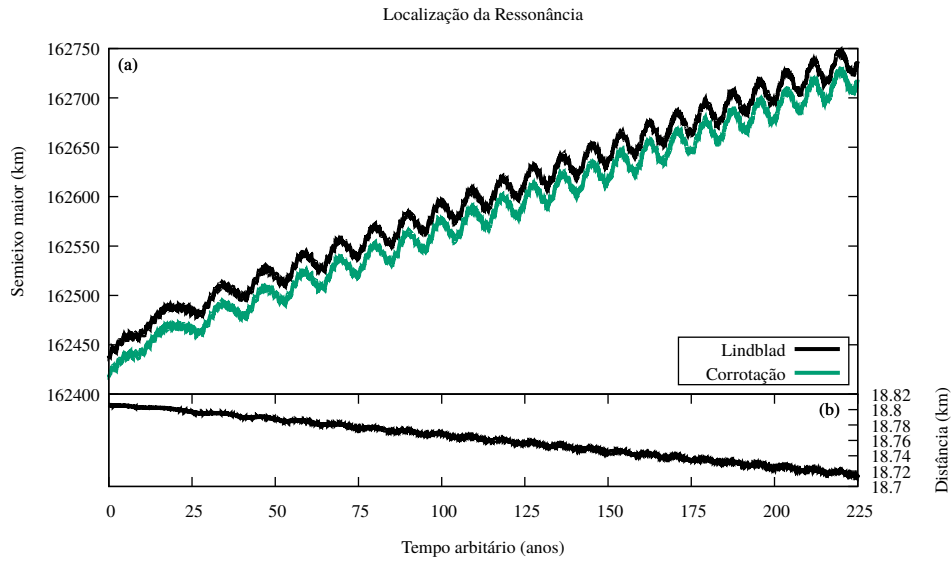


Figura 33 – Na figura (a) apresentamos a localização da ressonância de corrotação e Lindblad. Essas localizações foram encontradas seguindo a técnica de Foryta e Sicardy (1996), com as equações de Renner e Sicardy (2006). A localização da corrotação e de Lindblad se move devido à migração de Mimas durante a está simulação. Em (b) é apresentado a distância entre essas ressonâncias.

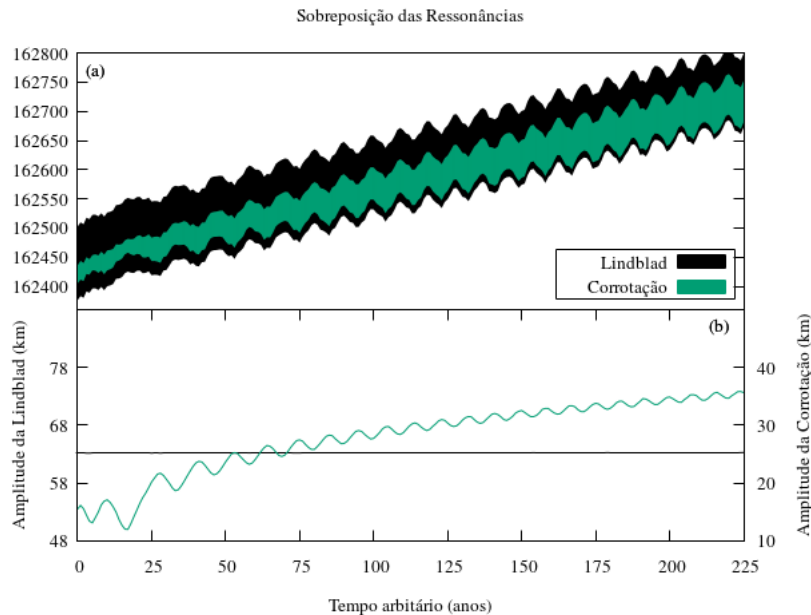


Figura 34 – A Figura (a) mostra a sobreposição das ressonâncias de corrotação 7:6 e de Lindblad 7:6, cujas localizações são apresentadas na Figura 33. A sobreposição mostra que a ressonância de Lindblad pode perturbar as partículas que estão presas na ressonância de corrotação. Na Figura (b), apresentamos o valor das amplitudes das ressonâncias. Observamos que a amplitude da corrotação aumenta de 15 km para 35 km (equação (3.52)), enquanto a amplitude da Lindblad se mantém quase constante durante toda simulação em torno de 63 km (equação (3.56)).

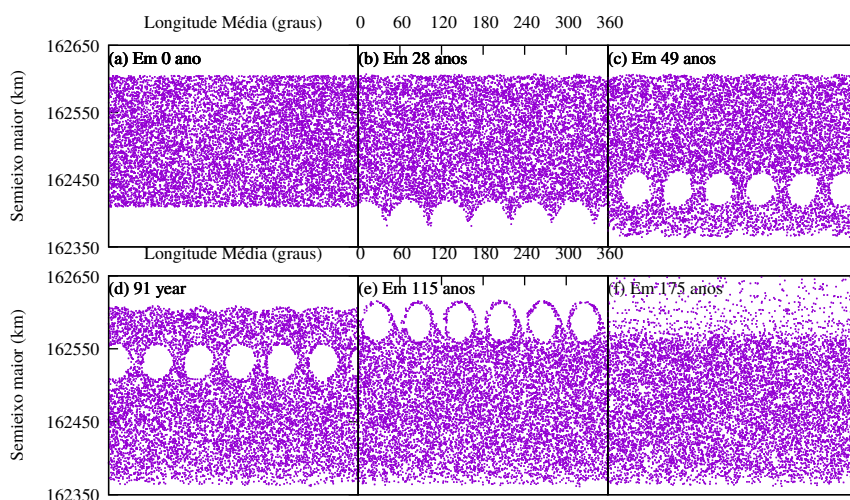


Figura 35 – Nestes seis instantes são exibidos os resultados de uma simulação que incluía Saturno como corpo central, Mimas e 10 000 partículas sem massa. Sem o aumento da excentricidade de Mimas, causado pela ressonância de movimento médio 3:2 entre Mimas e Encélado, não há captura de partículas na ressonância de corrotação. No último instante, todos os sítios de corrotação passaram pelo anel sem capturar nenhuma partícula permanentemente.

tempo e então elas escapam da corrotação.

Esse experimento mostrou que a simples passagem da ressonância de corrotação através de uma região com partículas não realiza captura permanente de partículas na ressonância de corrotação. Isso mostra que a corrotação não pode capturar partículas sem modificar a largura dessa ressonância. Logo, o cenário de Araujo et al. (2016) poderia explicar a formação do arco do anel G.

Na próxima seção vamos verificar se há captura de partículas nos arcos de de Anthe e Methone através do mecanismo sugerido por nós em Araujo et al. (2016).

4.9 CAPTURA NAS RESSONÂNCIAS DE CORROTAÇÃO 14:15 E 10:11.

Nesta seção realizamos um estudo sobre a formação dos arcos de Methone e Anthe utilizando o cenário de captura de partículas desenvolvido por nós em Araujo et al. (2016). Esses dois arcos têm características muito semelhantes ao arco do anel G. As principais semelhanças são que os arcos de Methone e de Anthe estão em ressonância de corrotação com Mimas, no caso do arco de Methone numa ressonância 14:15, enquanto que o arco de Anthe está em uma ressonância 10:11, e são perturbados por Mimas através das ressonâncias de Lindblad 14:15 e 10:11, respectivamente. Além disso, Methone e Anthe têm massas da mesma ordem que Aegaeon.

Observamos na Figura 35 que a passagem de Mimas com excentricidade constante pelas partículas não realizou captura de material na ressonância de corrotação 7:6. Portanto, realizamos somente a passagem das ressonâncias de corrotação 14:15 e 10:11 através de anéis fictícios enquanto a excentri-

cidade de Mimas aumentou. O aumento da excentricidade de Mimas foi devido à ressonância com Encélado como apresentado na seção 4.7.

4.9.1 Captura na Corrotação 14:15

Criamos um anel fictício de 10 000 partículas próximo a ressonância de corrotação 14:15. As partículas foram distribuídas uniformemente com valores de semieixo maior entre 188 364 km e 188 590 km e com a longitude média entre 0° e 360° . Para os outros elementos orbitais fixamos seus valores em zero. Inicialmente essas partículas estavam fora da ressonância de corrotação 14:15 com Mimas. Realizamos uma simulação em que Mimas e Encélado migram pelos efeitos de maré e passam pela ressonância de movimento médio 3:2 e-Mimas. As condições iniciais de Mimas e Encélado estão na Tabela 7. Nessa simulação também utilizamos Saturno como o corpo central e achatado (J_2 , J_4 e J_6).

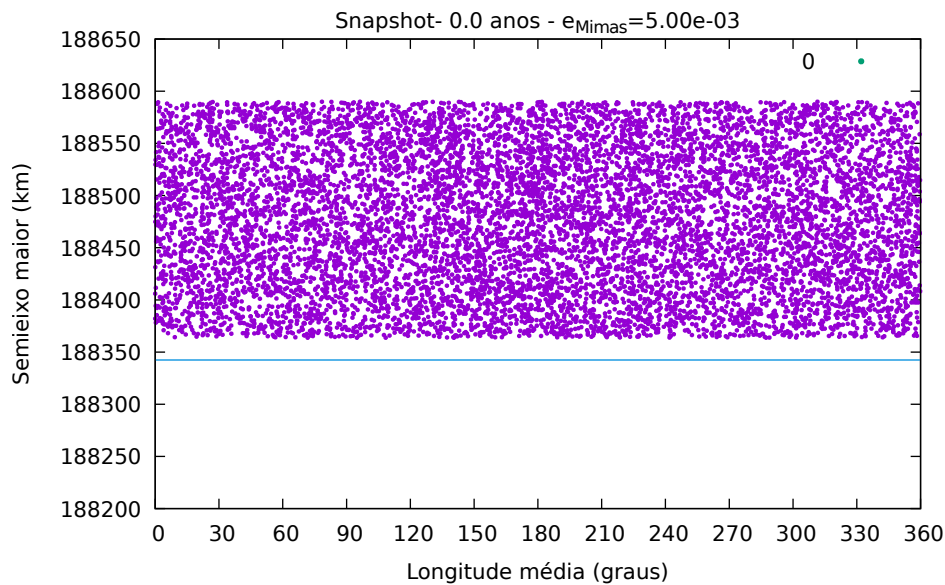


Figura 36 – Instante inicial da simulação. Pontos da cor roxa representam as partículas que não estão em ressonância de corrotação 14:15 com Mimas. Nesse instante a excentricidade de Mimas é 5×10^{-3} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 188 342 km.

A Figura 36 mostra as 10 000 partículas no instante inicial da simulação em um gráfico do semieixo maior pela longitude média. No semieixo maior de 188 342 km, há uma linha azul indicando a localização da ressonância de corrotação 14:15 com Mimas, mostrando que a corrotação está fora do anel de partículas. Logo, nenhuma das partículas do anel fictício está capturada pela ressonância de corrotação nesse instante. Inicialmente a excentricidade de Mimas é igual a 5×10^{-3} , mas após algum tempo de simulação Mimas entrará em ressonância com Encélado, provocando o aumento da excentricidade de Mimas.

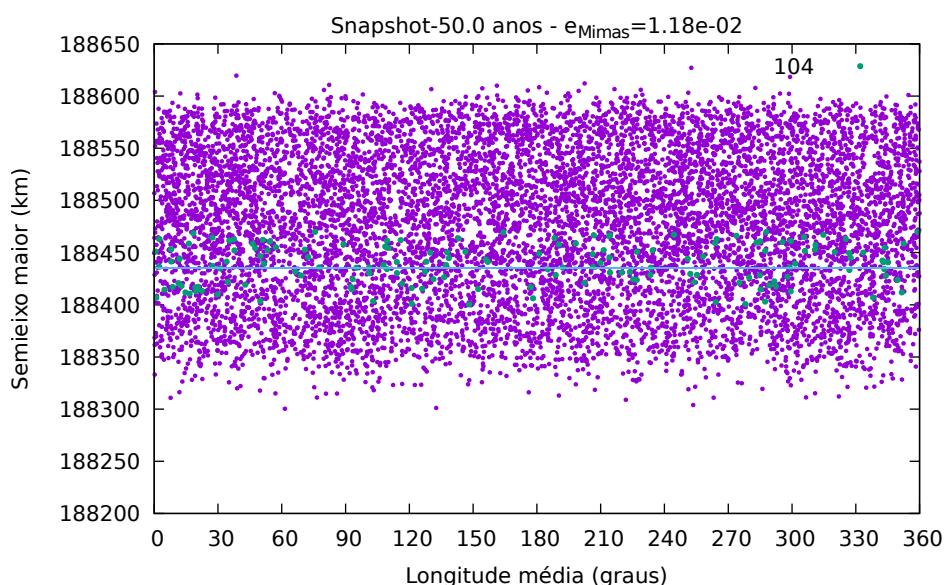


Figura 37 – Instante 50 anos da simulação. Ainda não é possível verificar sítios de corrotação, mas 104 partículas foram capturadas. Mimas tem uma excentricidade igual 1.82×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 188 435 km.

Após 50 anos de simulação (Figura 37), verificamos que a ressonância de corrotação 14:15 está localizada no semieixo maior de 188 435 km. Nesse momento, notamos que 104 partículas foram capturadas (pontos em verde na figura), mas ainda não é possível verificar as estruturas de corrotação (confinamento longitudinal). Os pontos em cor verde na figura (partículas capturadas) foram identificados usando o critério abordado na seção 4.8. A migração dessas partículas verdes é demonstrada na Figura 38. Além disso, no instante 100 anos, mais partículas foram capturadas, totalizando 245 partículas capturadas.

Modificamos a escala do eixo y das figuras dos instantes 125, 175 e 225 anos para visualizarmos com mais detalhes os efeitos gravitacionais de Mimas na região do anel fictício.

No instante 125 anos há 251 partículas capturadas e nenhuma estrutura de corrotação foi observada (Figura 41), mas já no instante 175 anos (Figura 40), podemos observar as 15 estruturas de confinamento longitudinal com 322 partículas capturadas. Nesse instante, a corrotação não está dentro da região inicial do anel, pois a localização da corrotação 14:15 está em 188 543 km, externo ao limite exterior do anel (188 590 km).

A Figura 41, $t = 225$ anos, mostra as 15 estruturas bem formadas com 368 partículas capturadas fora da região inicial do anel. Mostra também outras duas ressonâncias, a ressonância de corrotação 31:29 em 188 401 km e a ressonância de corrotação 15:16 em 188 132 km.

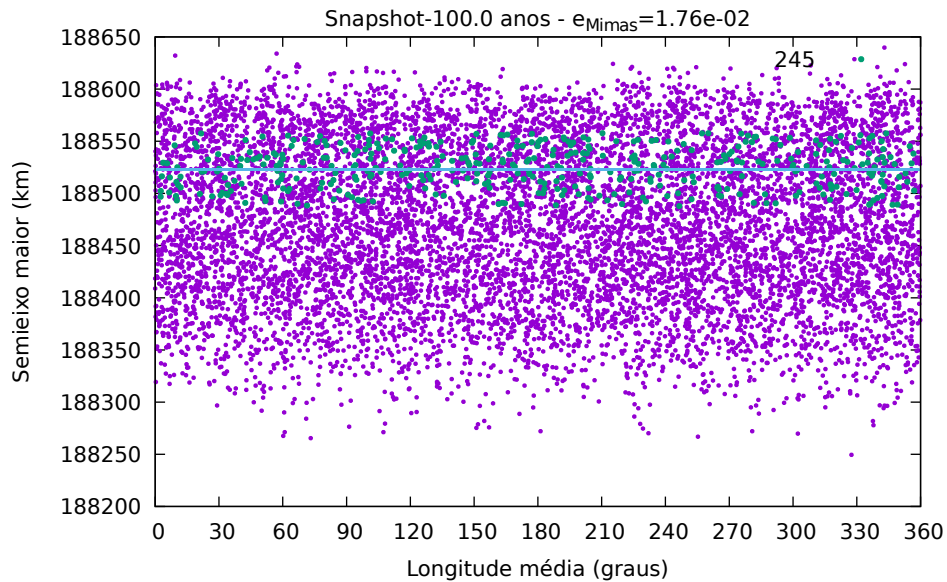


Figura 38 – Instante 100 anos da simulação. Estruturas ainda não são visíveis, mas verifica-se que 245 partículas foram capturadas (pontos da cor verde). Isso indica que as partículas estão sendo arrastadas pela corrotação. Quando $t = 100$ anos, a excentricidade de Mimas é igual a 1.76×10^{-2} . A ressonância de corrotação 14:15 está localizada no semieixo maior de 188 523 km.

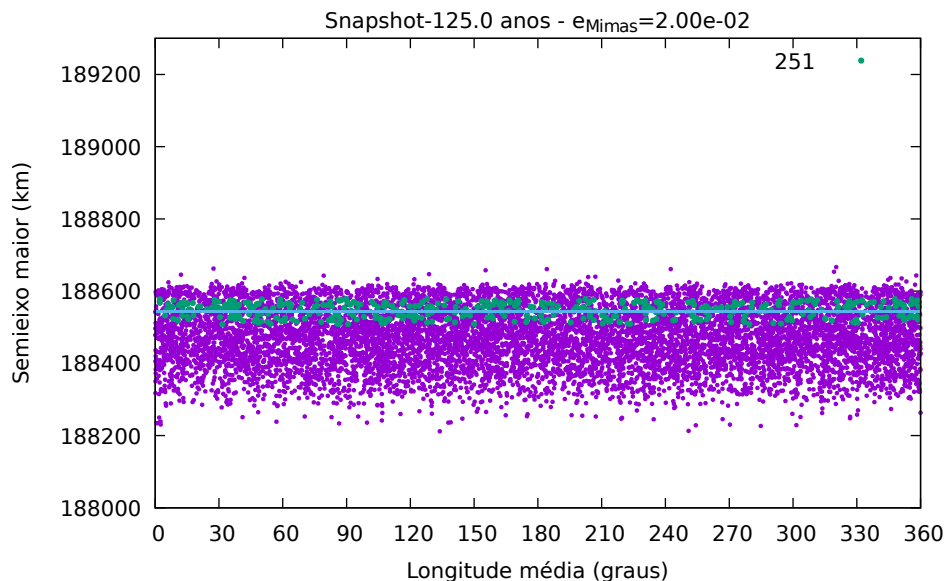


Figura 39 – Instante 125 anos da simulação. Há 251 partículas capturadas, que estão próximas a borda externa do anel. Mimas tem uma excentricidade igual a 2×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 188 543 km.

4.9.2 Captura na Corrotação 10:11

Criamos um anel fictício de 10 000 partículas próximas a ressonância de corrotação 10:11. Essas partículas foram distribuídas para os valores de semieixo maior entre 191 700 km e 191 930 km e com a longitude média entre 0° e 360° . Para os outros elementos orbitais fixamos os seus valores em zero. Realizamos uma simulação em que Mimas e Encélado migram pelos efeitos de maré e passam pela ressonância de movimento médio 3:2 e-Mimas. As condições iniciais de Mimas e Encélado estão na

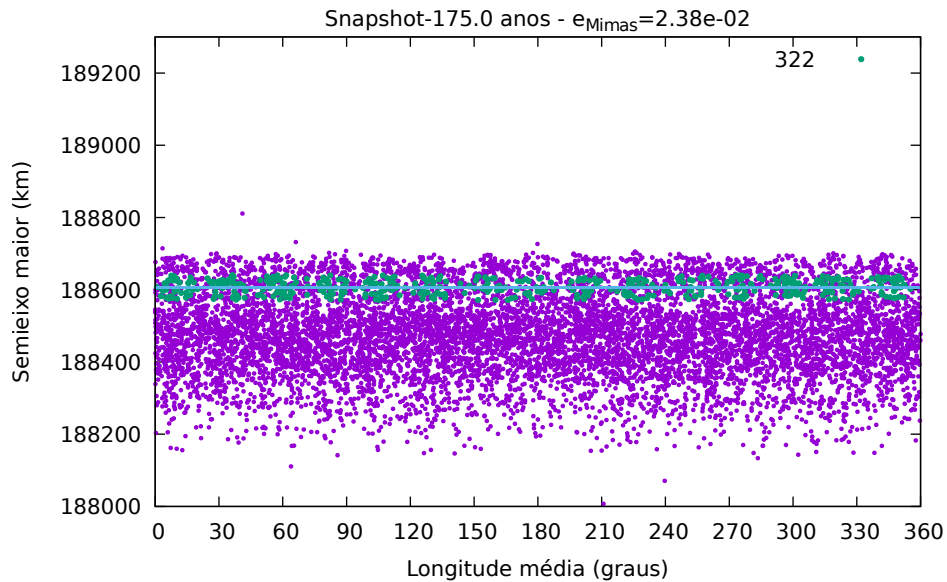


Figura 40 – Instante 175 anos da simulação. Neste momento é possível verificar os 15 sítios com 322 partículas capturadas formados devido à ressonância de corrotação 14:15. Verifica-se o início do espalhamento das partículas não capturadas. A excentricidade de Mimas nesse instante é de 2.38×10^{-2} . A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 188 607 km.

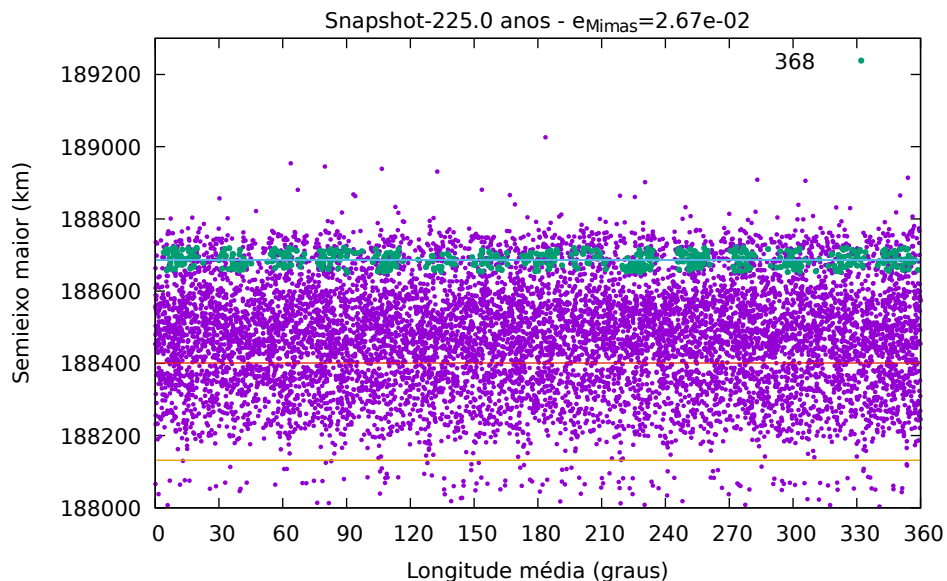


Figura 41 – Instante 225 anos. Neste momento as estruturas de 368 partículas de cor verdes estão fora do anel. O espalhamento das partículas não capturadas continua. Mimas tem uma excentricidade de 2.67×10^{-2} . A ressonância de corrotação 14:15 está localizada no semieixo maior de 188 686 km, enquanto a ressonância de corrotação 15:16 está localizada em 188 132 km (indicada pela linha de cor laranja) e a ressonância de corrotação 31:29 em 188 401 km (indicada pela linha de cor vermelha).

Tabela 7. Nessa simulação também utilizamos Saturno como o corpo central e achatado (J_2 , J_4 e J_6).

No início da simulação as partículas não estão em ressonância de corrotação 10:11 com Mimas. No semieixo maior de 191 754 km, há uma linha azul indicando a localização da ressonância de corrotação 10:11 com Mimas, mostrando que a corrotação está fora do anel de partículas. Inicialmente

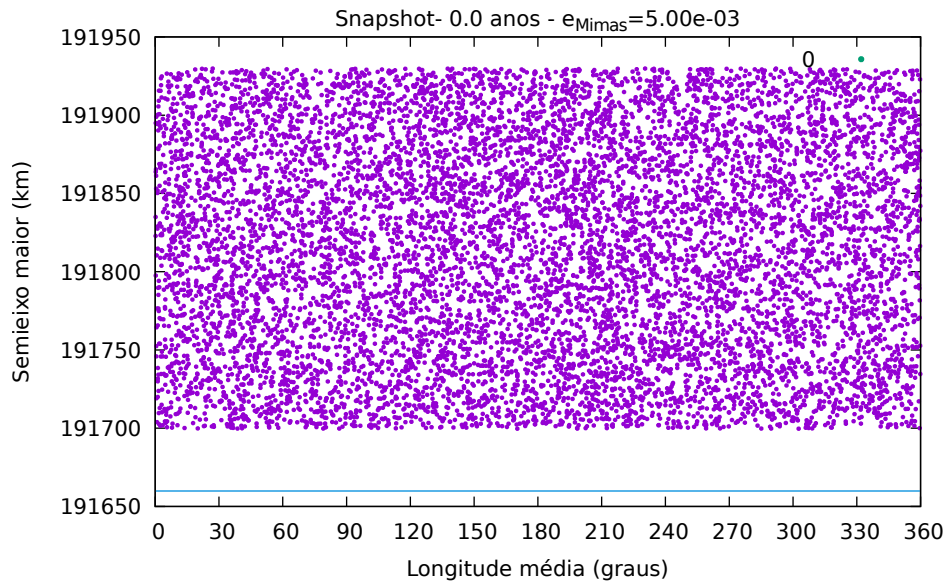


Figura 42 – Instante inicial da simulação. Pontos da cor verdes representam partículas que serão capturadas pela ressonância de corrotação 10:11 com Mimas, enquanto os pontos da cor roxa representam as partículas não capturadas. A linha azul indica a localização da ressonância de corrotação. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 191 660 km.

a excentricidade de Mimas é igual a 5×10^{-3} , mas após algum tempo de simulação Mimas entrará em ressonância com Encélado, provocando o aumento da excentricidade de Mimas.

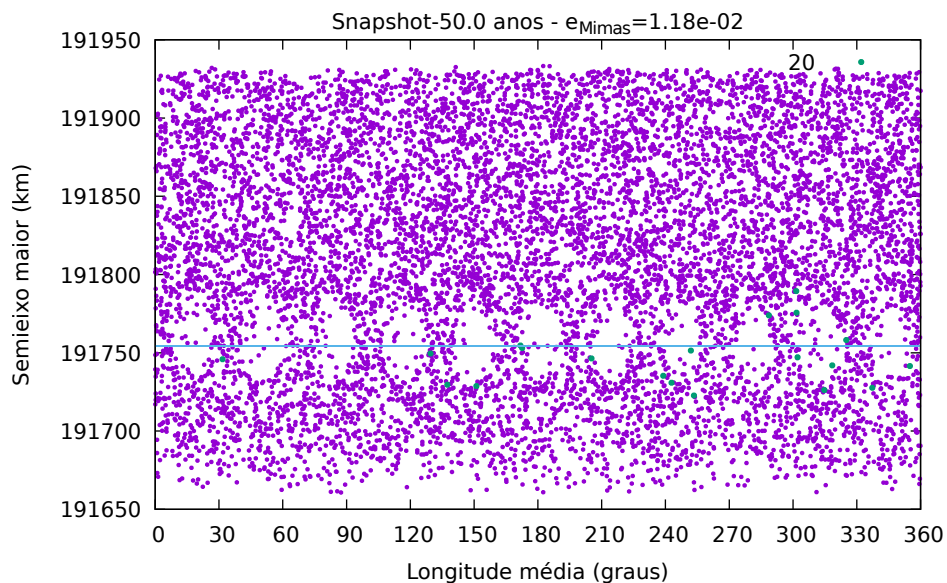


Figura 43 – Instante 50 anos da simulação. Nesse instante a corrotação está próximo ao meio do anel de partículas. É possível verificar 11 sítios de corrotação quase vazios e 20 partículas capturadas. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 191 754 km.

Para $t = 50$ anos, observamos que a corrotação 10:11 encontra-se dentro no anel, criando 11 regiões quase vazias (Figura 43), e somente 20 partículas foram capturadas (pontos em verde na figura). Os pontos em cor verde na figura (partículas capturadas) foram identificados usando o critério abordado na seção 4.8. Na Figura 44 tem 30 partículas capturadas e 11 regiões quase vazias.

Modificamos a escala do eixo y das figuras dos instantes 125, 175 e 225 anos para visualizar-mos com detalhes os efeitos gravitacionais de Mimas na região do anel fictício. Para $t=125$ anos, encontramos 41 partículas capturadas (Figura 45). Bem como, notamos as 11 regiões quase vazias no instante 125 anos, mas a partir do instante 175 anos (Figura 46), essas regiões não são mais visíveis. As partículas não capturadas (pontos roxos) começaram a popular os sítios da corrotação. No instante 175 anos, temos 53 partículas capturadas.

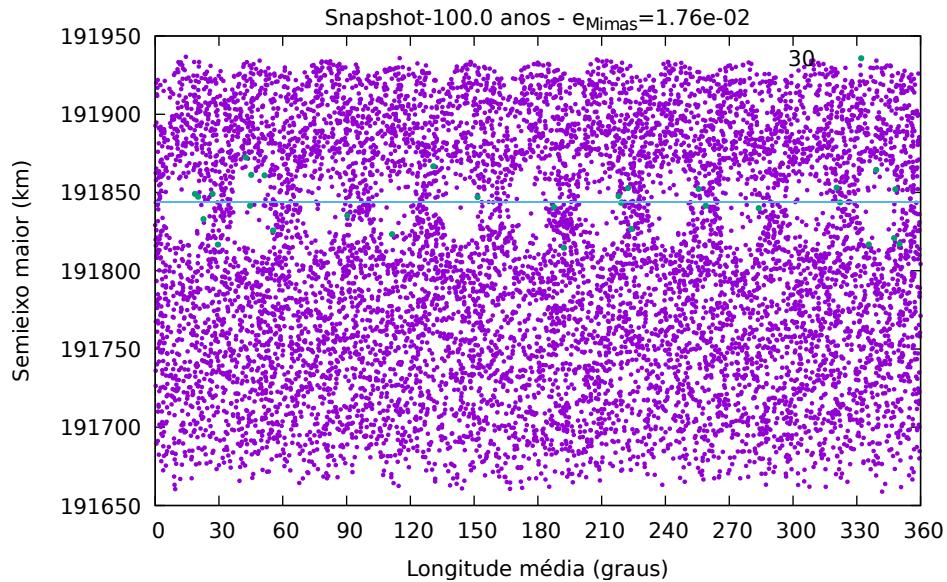


Figura 44 – Instante 100 anos da simulação. As estruturas quase vazias migram em direção a borda externa do anel. É possível ver 30 partículas capturadas (pontos verdes) na região da corrotação. A ressonância de corrotação 10:11 está localizada no semieixo maior de 191 844 km.

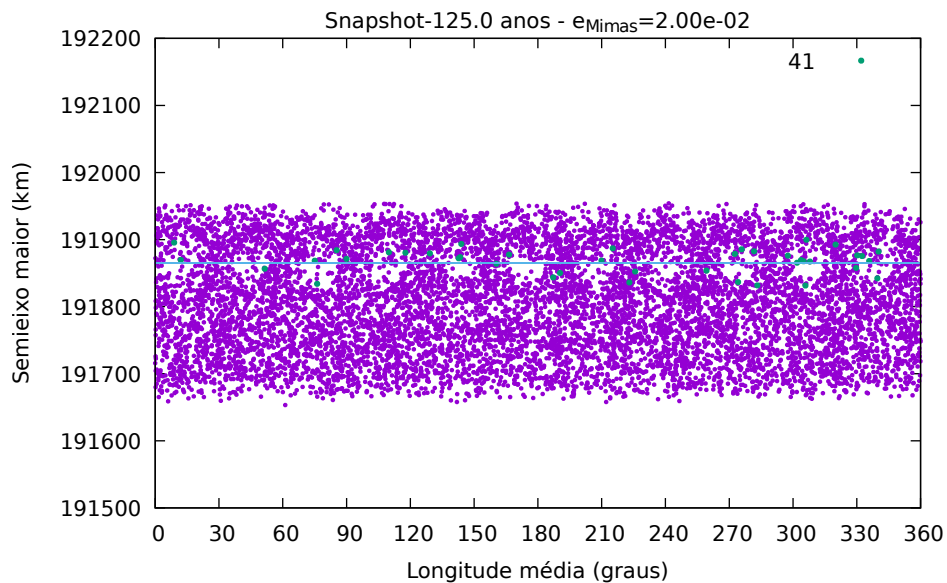


Figura 45 – Instante 125 anos da simulação. Há 41 partículas capturadas (pontos verdes). As estruturas quase vazias começam ser destruídas. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 191 865 km.

Como somente partículas capturadas são carregadas pela corrotação, então afirmamos que as partículas roxas carregadas foram capturadas temporariamente. Isso é verificado quando comparamos a Figura 46 com a Figura 47, uma vez que há menos partículas roxas próximas a localização da corrotação na Figura 47. Para $t = 225$ anos, há 61 partículas em corrotação 10:11 com Mimas na Figura 47.

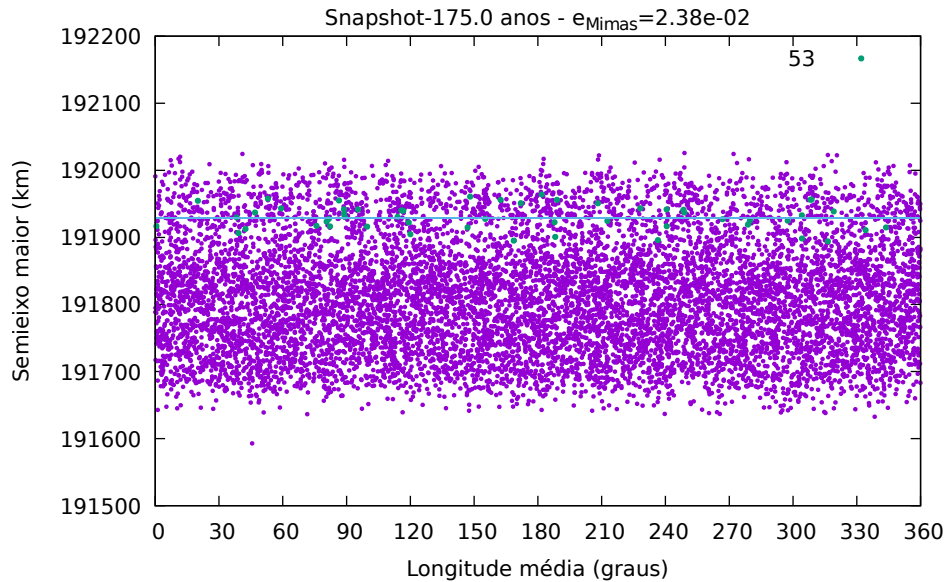


Figura 46 – Instante 175 anos da simulação. Não é possível observar as estruturas vazias da corrotação 10:11. As 53 partículas capturadas (pontos verdes) estão quase saindo da região do anel. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 191 929 km.

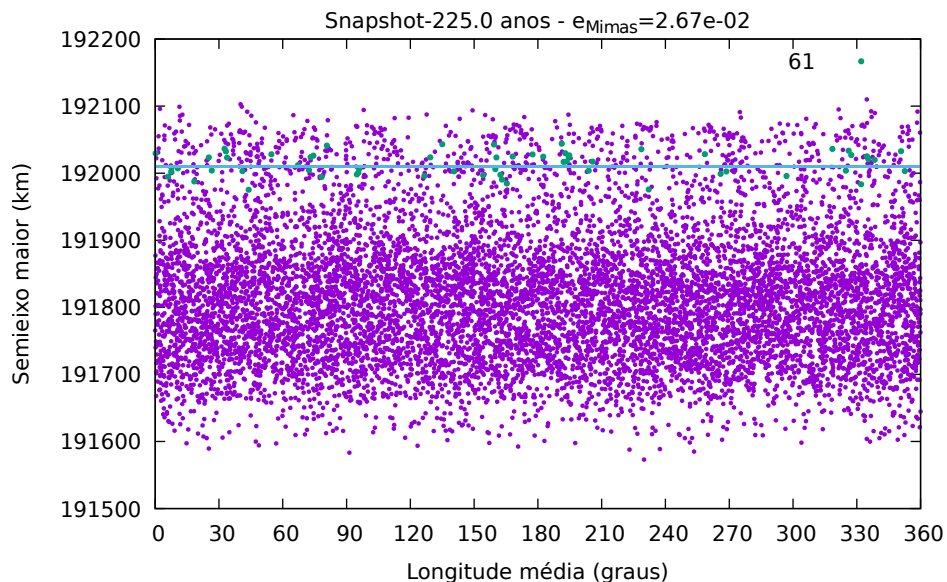


Figura 47 – Instante 225 anos. Neste momento as 61 partículas capturadas (pontos verdes) estão fora do anel. A ressonância de corrotação está localizada no semieixo maior de 192 010 km.

Verificamos que a quantidade de partículas capturadas no experimento para o arco de Anthe (Figura 47) é menor que no experimento para arco de Methone (Figura 41). Isso é o motivo de não

observamos as 11 estruturas de confinamento de longitudinal na Figura 47. Provavelmente a variação de algum outro parâmetro orbital de Mimas seja necessário para aumentar a quantidade de partículas capturadas. Isso também pode ter ocorrido por causa das condições iniciais das partículas. Hedman et al. (2010) destacaram que Anthe precisa ter uma excentricidade forçada maior que a de Aegaeon, pois Anthe ocupa mais de uma ressonância. Possivelmente se realizássemos uma simulação para o arco de Anthe com uma excentricidade maior, poderíamos verificar mais partículas capturadas, conseqüentemente formando as 11 estruturas.

Esses dois experimentos mostraram que o mecanismo de captura pela corrotação proposto em nosso trabalho (Araujo et al., 2016) tem êxito em capturar e formar arcos. No entanto, temos que ressaltar que há somente um arco associado com Methone e com Anthe (Hedman et al., 2009). Logo acreditamos que Mimas capturou somente os satélites Methone e Anthe, e posteriormente os arcos associados a Methone e a Anthe se formaram devido à erosão desses satélites (Sun et al., 2017). Além disso, devido à sobreposição da ressonâncias de corrotação e de Lindblad nos casos 14:15 e 10:11 com Mimas (El Moutamid et al., 2014), há uma necessidade de que as partículas também tenham condições iniciais adequadas para que essas partículas ocupem as duas ressonâncias ou a variação de algum outro parâmetro orbital de Mimas. Logo, um estudo sobre as condições iniciais dessas partículas pode ser realizada no futuro.

Capítulo 5

Dinâmica da Borda Externa do Anel A

Há uma possibilidade de que Aegaeon tenha sido formado em outra região do sistema de Saturno diferente daquela que esse satélite se encontra atualmente. A região do anel A pode ser uma possível fonte de produção dessa lua (Charnoz et al., 2010; Crida; Charnoz, 2012), que subsequente à formação, migrou para fora do anel do A. Atualmente, há evidência de pequenos objetos saindo do anel A. Uma estrutura brilhante foi identificada em 2013 pelas imagens obtidas pela sonda Cassini (Murray et al., 2014). Assim, verificaremos se a perturbação de Jano e Epimeteu na borda do anel A é responsável pela migração de objetos nessa borda.

5.1 JANO E EPIMETEU

Jano e Epimeteu foram descobertos em 1980 pelas imagens obtidas pela sonda Voyager. Eles possuem aproximadamente o diâmetro médio de 175 km e 105 km, massas de 1.98×10^{18} kg e 5.5×10^{17} kg, respectivamente. Na época da descoberta dessas luas, através de uma análise precipitada, foi apontado que Jano e Epimeteu iriam colidir em algum momento em 1982. Mas, isso foi descartado rapidamente após descobrirem que esses dois satélites estão em sistemas de órbitas ferraduras (Figura 48) (Murray; Dermott, 1999).

Jano e Epimeteu são satélites coorbitais, isto é, eles compartilham a mesma órbita, cujo período orbital é de 16.7 dias. Eles estão em uma ressonância de movimento médio 1:1. Uma razão para isso é que a massa de Jano é somente quase quatro vezes a massa de Epimeteu (El Moutamid et al., 2016). Um satélite está levemente mais distante de Saturno que o outro, onde a diferença de distância entre os satélites é 48 km. Depois de quase 4 anos os satélites trocam suas posições em semieixo. Isso pode ser verificado na Figura 49, a qual foi gerada usando os dados da tabela (8). O satélite com a órbita mais interna vai para a órbita mais externa, e quem estiver na órbita mais externa vai para a mais interna.

Pela Figura 49, verificamos que as trocas ocorrem a cada 4 anos, logo, em ciclos de 8 anos. Como é

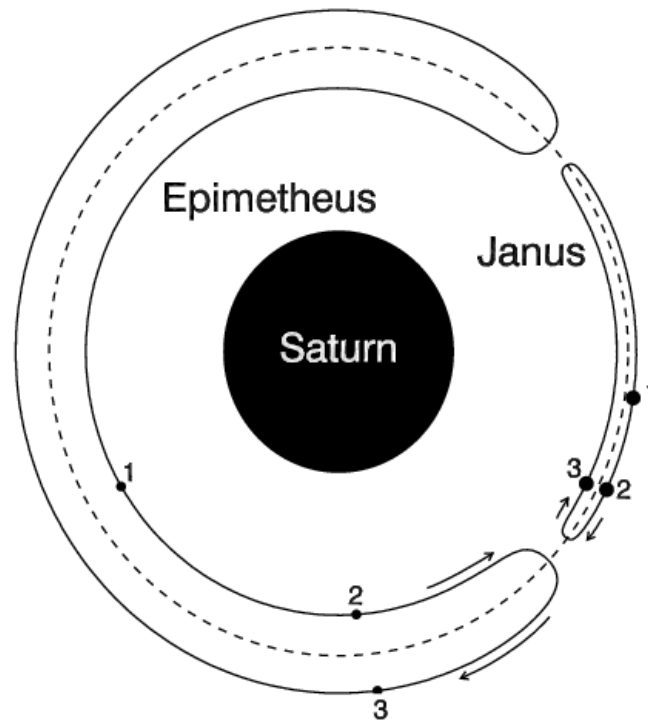


Figura 48 – Figura extraída do trabalho de Tiscareno et al. (2009). As órbitas de Jano e Epimeteu estão num referencial girante com seu movimento médio aproximado. As órbitas de Jano e Epimeteu foram ampliadas para mostrar as largas das órbitas ferraduras. Os pontos marcam as posições dos satélites em (1) 1 de Julho de 2004, (2) 21 de Maio de 2005 e (3) 9 de Setembro de 2006. As setas indicam o sentido dos satélites

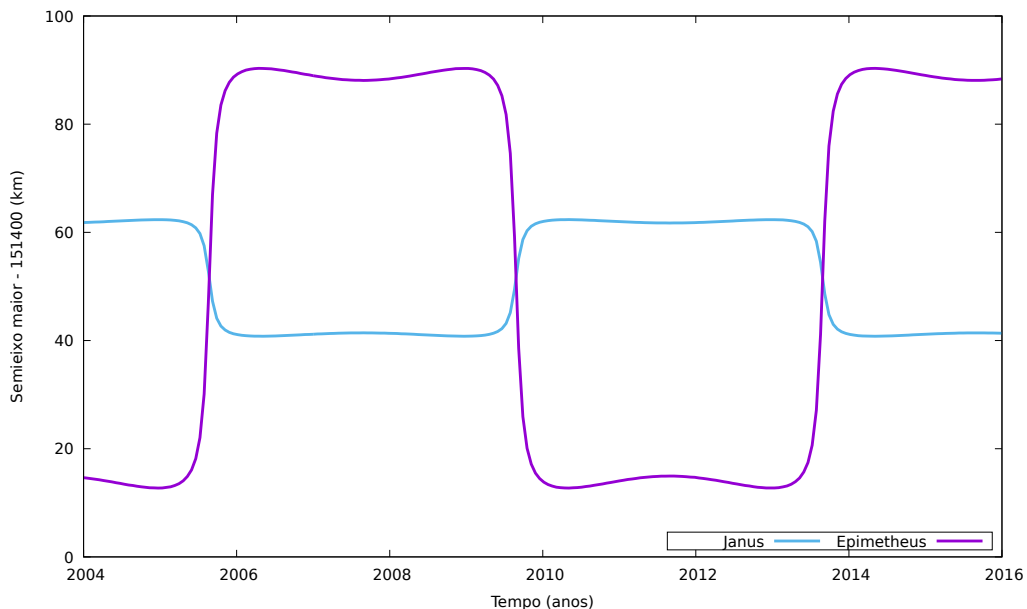


Figura 49 – Esta Figura é uma reprodução da Figura 1 do trabalho de El Moutamid et al. (2016). Essa Figura mostra a evolução do semieixo maior de Jano e Epimeteu. A troca de órbita entre os satélites ocorre a cada 4 anos. É possível notar que os efeitos gravitacionais de Jano sobre a órbita de Epimeteu é maior que as perturbações gravitacionais de Epimeteu sobre a órbita de Jano.

Tabela 8 – Condições Iniciais de Jano e Epimeteu em Vetores Estados em 1 de Janeiro de 2007.
 $G=6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \times \text{s}^2)$ $M_{Saturno}= 568.5133037 \times 10^{24} \text{ kg}$

Nome	Jano
Massa	$0.0198 \times 10^{20} \text{ kg}$
Raio	89.9 km
x	$-0.646\ 531\ 444\ 422\ 391 \times 10^4 \text{ km}$
y	$-0.150\ 801\ 613\ 030\ 142 \times 10^6 \text{ km}$
z	$-0.410\ 897\ 382\ 921\ 373 \times 10^3 \text{ km}$
v_x	$0.158\ 988\ 234\ 733\ 776 \times 10^2 \text{ km/s}$
v_y	$-0.587\ 834\ 828\ 175\ 809 \text{ km/s}$
v_z	$-0.142\ 882\ 560\ 987\ 703 \times 10^{-1} \text{ km/s}$
Nome	Epimeteu
Massa	$0.0055 \times 10^{20} \text{ kg}$
Raio	59.3 km
x	$-0.125\ 717\ 894\ 942\ 808 \times 10^6 \text{ km}$
y	$0.834\ 683\ 859\ 034\ 955 \times 10^5 \text{ km}$
z	$0.926\ 278\ 162\ 641\ 519 \times 10^3 \text{ km}$
v_x	$-0.892\ 101\ 076\ 194\ 789 \times 10^1 \text{ km/s}$
v_y	$-0.131\ 805\ 354\ 233\ 522 \times 10^2 \text{ km/s}$
v_z	$-0.340\ 498\ 779\ 469\ 812 \times 10^{-2} \text{ km/s}$

observado na Figura 49, El Moutamid et al. (2016) destacaram que a transição dos satélites não ocorre instantaneamente, mas ao longo de meses. Outra destaque é a amplitude de oscilação de cada satélite. Devido a massa desses satélites, podemos observar que a amplitude de oscilação do semieixo maior de Jano é menor que a de Epimeteu. Isso ocorre devido à perturbação de Jano ser maior sobre Epimeteu.

Além de estarem em ressonância entre si, esses dois satélites também estão em ressonância com a borda externa do anel A. Há muito tempo é conhecido que a borda externa do anel A é influenciada pelos coorbitais Jano e Epimeteu, isso foi detectado em 1984 por Porco et al. (1984) utilizando 10 imagens das sondas espaciais Voyager 1 e 2. Porco et al. (1984) relataram que a borda do anel tinha 7 lóbulos devido à ressonância de Lindblad 7:6 com os coorbitais. Porém as imagens analisadas foram tomadas somente por 9 meses, assim não foi identificado que a amplitude dos 7 lóbulos sofre modificação no tempo. Isso foi verificado por Spitale e Porco (2009) que analisaram as imagens tomadas pela sonda Cassini entre os anos de 2005 e 2009. Essa variação de amplitude ocorre por causa da posição dos coorbitais. Esses autores suspeitavam que somente ressonância de Lindblad 7:6 gerada por Jano seria a responsável pela formação dos 7 lóbulos na borda externa do anel A. Mas, Spitale e Porco (2009) não observaram que os 7 lóbulos podem desaparecer quando Jano está mais externo do que outro satélite, em razão das imagens analisadas por eles terem sido tomadas quando Jano estava mais interno. Já El Moutamid et al. (2016) analisando as imagens da Cassini obtidas entre 2006 e 2014 mostraram que os 7 lóbulos desaparecem da borda externa quando Jano está mais externo que

Tabela 9 – Condição inicial da partícula teste.

Nome	Partícula teste
Massa	0 g
Raio	0 km
a	136 757.5 km
e	0
I	0 graus
Ω	0.325 024 807 238 375 290 641 graus
ϖ	0 graus
λ	252 graus

Epimeteu.

Isso mostra como a troca de órbita dos coorbitais a cada 4 anos torna o estudo da borda externa do anel A extremamente complexo. Precisou mais de 30 anos para melhorar a compreensão da evolução dos 7 lóbulos. Além disso, não somente os satélites trocam de posição, mas também a localização das ressonâncias geradas por eles (El Moutamid et al., 2016). Ou seja, as localizações das ressonâncias produzidas por esses satélites mudam dependendo da posição dos satélites perturbadores, como podemos observar na Figura 50. Quando a ressonância de Lindblad 7:6, gerada por Jano, está próxima à borda externa do anel, os 7 lóbulos podem ser vistos, mas quando essa ressonância sai dessa posição os lóbulos irão desaparecer.

Atualmente podemos notar que nenhum trabalho realizou um estudo sobre a dinâmica por um período maior que 20 anos, pois todos os atuais estudos realizados para essa região foram de análises dos dados obtidos pelas sondas Voyager 1, 2 e Cassini (El Moutamid et al., 2016). Para entendermos quais são os efeitos das ressonâncias de Jano e Epimeteu na borda externa do anel A para períodos maiores que 20 anos é necessário um estudo numérico nessa região, resultando em uma maior compreensão sobre a dinâmica dessa região. Então realizaremos um estudo numérico para mostrar a dinâmica da borda externa do anel A enquanto ela é perturbada por Jano e Epimeteu. Além disso, em 2014, foi relatado um objeto saindo da borda do anel A (Murray et al., 2014), o que nos motivou a verificar se há a possibilidade, em um curto período, a migração de pequenos objetos devido a troca das localizações das ressonâncias. Por isso, iniciamos o estudo analisando a dinâmica de uma partícula na borda externa do anel A, como podemos ver na próxima seção.

5.2 TESTE DE UMA PARTÍCULA NA BORDA EXTERNA DO ANEL A

Nessa seção realizaremos algumas simulações para mostrar como é a dinâmica de uma partícula sendo perturbada pelas ressonâncias geradas por Jano e Epimeteu.

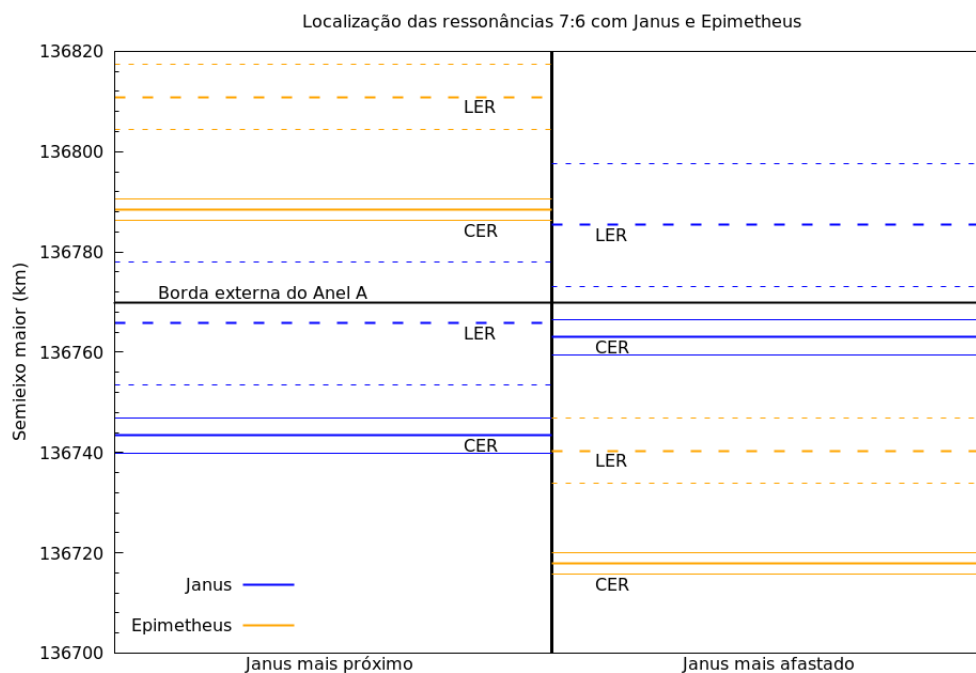


Figura 50 – Localização das ressonâncias geradas por Jano e Epimeteu na borda externa do anel A. Identificamos a borda do anel A com sua localização média, pois sabemos que o semieixo maior dessa borda se modifica dependendo da ressonância que está próxima essa região. Esta figura mostra uma região além do limite da borda externa do Anel A, uma vez que verificamos que as ressonâncias de corrotação tipo excentricidade (CER) e de Lindblad tipo excentricidade (LER) geradas por Epimeteu alcançam essa região, enquanto notamos que somente a ressonância de Lindblad gerada por Jano sai da região dessa borda.

A Tabela (9) é a condição inicial de uma partícula que está localizada na borda externa do anel A. Essa partícula teste está uma região próxima das ressonâncias geradas por Jano, as quais perturbam alternativamente pela Corrotação ou por Lindblad (ver Figura 50). Os efeitos das perturbações da corrotação afeta diretamente o comportamento do semieixo maior, enquanto a Lindblad afeta a excentricidade (Murray; Dermott, 1999). Assim, integramos numericamente essa partícula por 100 anos numa dinâmica que inclui o planeta Saturno achatado, Jano e Epimeteu. Essa simulação foi feita utilizando o integrador Gauss-Radau.

O primeiro resultado que iremos exibir é a evolução do semieixo maior dessa partícula e da localização da ressonância de corrotação, provocada por Jano. Porém, não iremos exibir a localização da ressonância de corrotação provocada por Epimeteu, pois os seus efeitos sobre essa partícula não são significativos devido à localização da partícula, que está longe da corrotação de Epimeteu. Logo, somente apresentamos a localização da corrotação provocada por Jano.

A Figura 51 mostra que a cada 4 anos ocorrem alternadamente dois comportamentos distintos na evolução do semieixo maior da partícula teste. Um comportamento é que esse elemento orbital oscila com amplitudes pequenas, podemos até afirmar que o valor médio do semieixo maior é quase constante, como podemos ver nos primeiros três anos da Figura 51. Outro comportamento é o semieixo

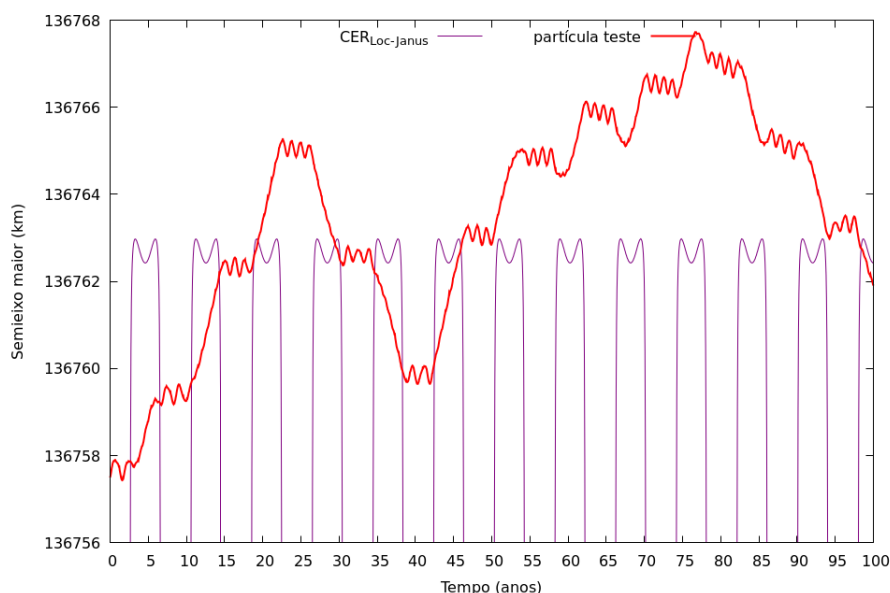


Figura 51 – Evolução do semieixo maior de uma partícula, enquanto Jano e Epimeteu realizam trocas orbitais. As pequenas oscilações e o instante de trocas das ressonâncias obedecem as dos semieixo maior de Jano. Ou seja, a resposta de troca das ressonâncias são instantâneas.

maior sofrer variações de até 3 km no final do período de 4 anos, ocorrendo a troca de órbita entre Jano e Epimeteu.

Inicialmente nesse experimento, a corrotação provocada por Jano não está na região em que se localiza a partícula teste, como pode ser visto na Figura 50. Logo, o semieixo maior da partícula não é perturbada por essa ressonância, o que mantém o valor desse parâmetro quase constante. Após alguns anos de simulação, Jano troca de órbita com Epimeteu, movendo Jano para uma posição mais afastada de Saturno. Isso faz que a localização da corrotação 7:6 devido a Jano se desloca até posição de 136 763 km, como é representada na Figura 51. Isso é próximo o suficiente para perturbar o semieixo maior da partícula, ou seja, a partícula está dentro da região da ressonância. Tanto que as oscilações mais significativas observadas no gráfico são devidos a essas perturbações. Essas podem modificar o semieixo maior tanto para um valor maior quanto menor, uma vez que a região da corrotação pode ser caótica, como veremos na próxima seção. Embora ainda não conseguimos prever se o valor desse elemento vai aumentar ou diminuir, verificamos que a combinação da saída e entrada da partícula na ressonância de corrotação fez que o semieixo maior dessa partícula sofresse uma variação de até 10 km em relação ao valor inicial.

As perturbações significativas no semieixo maior ocorrem somente quando Jano está mais afastado de Saturno em relação a Epimeteu, pois a corrotação se encontra próximo da partícula. Porém essas perturbações desaparecem quando Jano está mais próximo do planeta em relação a Epimethues, pois é a ressonância de Lindblad que está próxima da órbita da partícula. Isso perturba somente a excentricidade da partícula. Assim, a Figura 52 mostra a evolução da excentricidade da partícula durante as trocas de

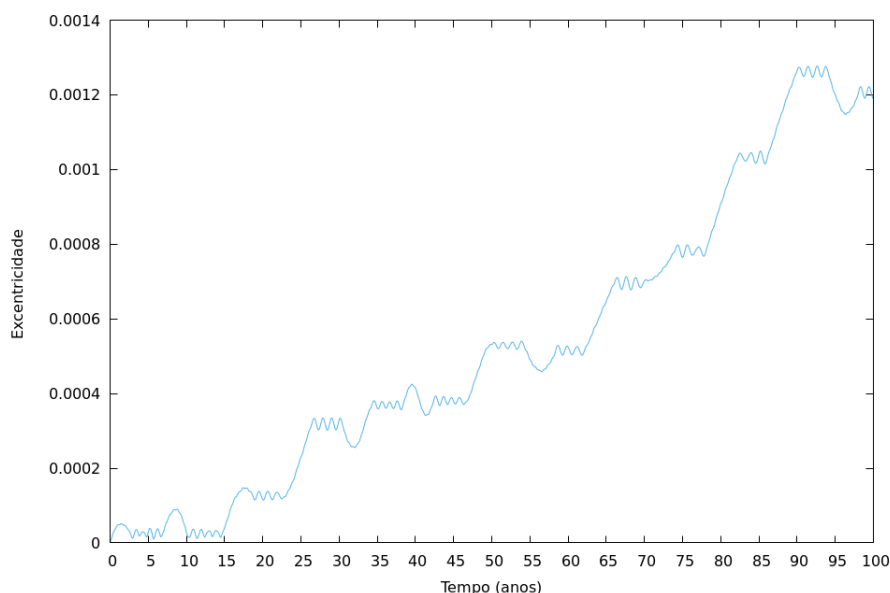


Figura 52 – Evolução da excentricidade de uma partícula que está na região que ressonância de Lindblad aparece a cada 4 anos.

órbitas de Jano-Epimeteu.

Podemos verificar também que dois comportamentos distintos ocorrem para a excentricidade. Há intervalos de tempo que a excentricidade se mantém constante, e outros que esse parâmetro se modifica significativamente. A excentricidade se mantém constante quando a corrotação está próxima da partícula e a ressonância de Lindblad é afastada da partícula. Mas devido a troca de órbita de Jano-Epimeteu, essa configuração das ressonâncias se inverte, logo é a Lindblad que está próximo da localização da partícula, perturbando a excentricidade da partícula. Assim, as perturbações significativas ocorrem devido aos efeitos da Lindblad, quando a partícula está localizada dentro da região dessa ressonância.

Os dois comportamentos distintos da evolução, tanto do semieixo maior, quanto da excentricidade, duram aproximadamente 4 anos e ocorrem alternadamente, por exemplo, se o semieixo maior está sendo perturbado pela corrotação, a excentricidade se mantém quase constante e vice versa. Isso é devido à troca de órbita entre Jano e Epimeteu ocorrer a cada 4 anos. Vale destacar que a duração de 4 anos não é observada no início da simulação, porque a partícula já estava dentro da ressonância de Lindblad desde do início da simulação.

Os efeitos das ressonâncias sobre essa partícula teste ocorrem de modo alternado devido a troca de órbita de Jano e Epimeteu. Como sabemos que essa região é somente perturbada pelas ressonâncias geradas por Jano, então removemos Epimeteu da simulação em instantes específicos. Para esse experimento, duas situações foram escolhidas.

A primeira foi quando encontramos a partícula em ressonância de corrotação. O resultado desse teste pode ser verificado na Figura 53. No instante 43.5 anos da simulação, Epimeteu foi removido da

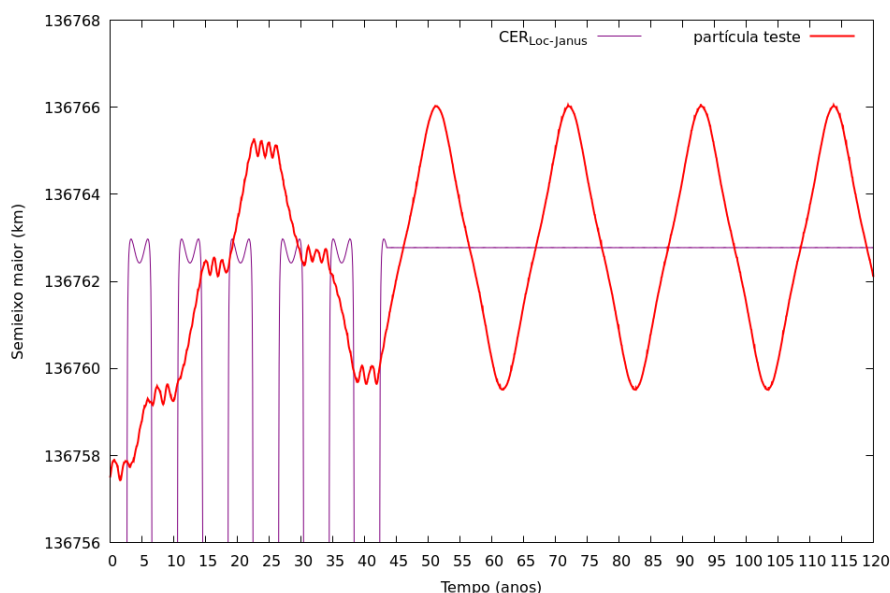


Figura 53 – O semieixo maior oscila em torno da posição da ressonância de corrotação quando as trocas orbitais de Jano e Epimeteu cessam.

simulação, por isso a troca de órbita entre Jano e Epimeteu para de ocorrer, assim conseguimos manter a corrotação próxima a localização da partícula. A Figura 53 mostra o comportamento do semieixo maior. Esse elemento orbital oscila em torno da localização da corrotação. A amplitude da oscilação é menor que o valor da largura da corrotação (equação (3.52)) para esse caso (Murray; Dermott, 1999).

As perturbações mais significativas no semieixo maior da partícula ocorrem somente quando a partícula está em ressonância de corrotação 7:6 com Jano. Uma maneira de verificar se a partícula está em ressonância, é verificar o ângulo ressonante da corrotação. A Figura 54 mostra o ângulo ressonante de corrotação 7:6. É visível que ocorrem duas situações: libração e circulação. O caso de libração do ângulo ocorre somente quando a partícula está dentro da corrotação, ou seja, quando Jano está mais externo que Epimeteu. Já o caso de circulação significa que a partícula não está na ressonância de corrotação, Jano está na configuração mais interna que o outro satélite. Na Figura 54 exibimos o ângulo ressonante. Podemos observar que a circulação do ângulo não ocorre após o instante em que Epimeteu foi removido da simulação.

Outro momento em que removemos Epimeteu foi quando a partícula estava em ressonância de Lindblad com Jano. Na Figura 55 exibimos a evolução da excentricidade da partícula. A excentricidade é perturbada por Jano alternadamente, mas quando retiramos Epimeteu da simulação no instante 64.3 anos, verificamos que a excentricidade se mantém oscilando em torno do valor 0.0005. Observamos que o comportamento do ângulo de Lindblad é análogo ao ângulo ressonante da Figura 56. O ângulo ressonante de Lindblad se mantém librando a partir do instante 64.3 anos, uma vez que a partícula permanecerá dentro da região de ressonância de Lindblad.

Esses experimentos confirmam que as perturbações são devido as ressonâncias de corrotação 7:6

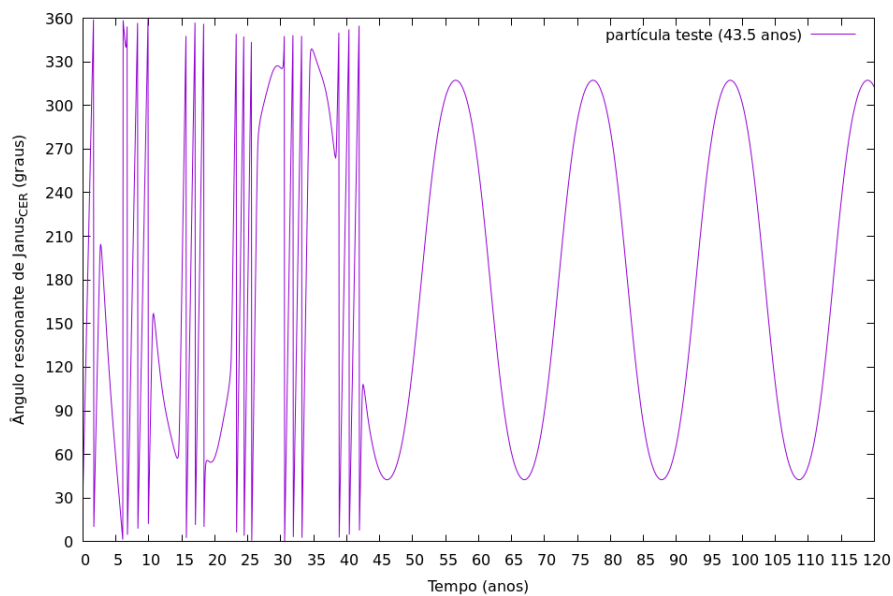


Figura 54 – Evolução ângulo ressonante da ressonância de 7:6 entre partícula teste e Jano.

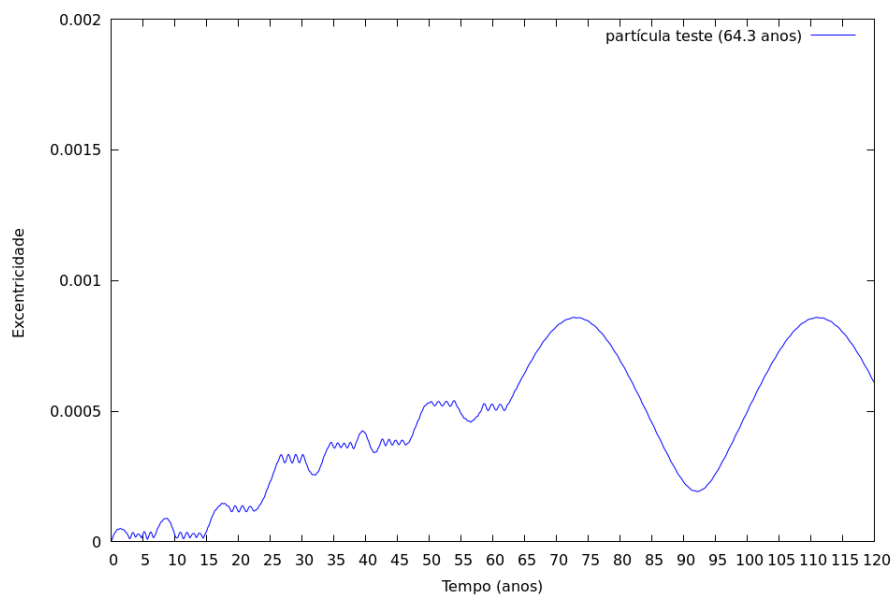


Figura 55 – A excentricidade da partícula teste oscila em torno da excentricidade livre quando a partícula está dentro da ressonância de Lindblad de Jano e as trocas orbitais entre Jano e Epimeteu cessam.

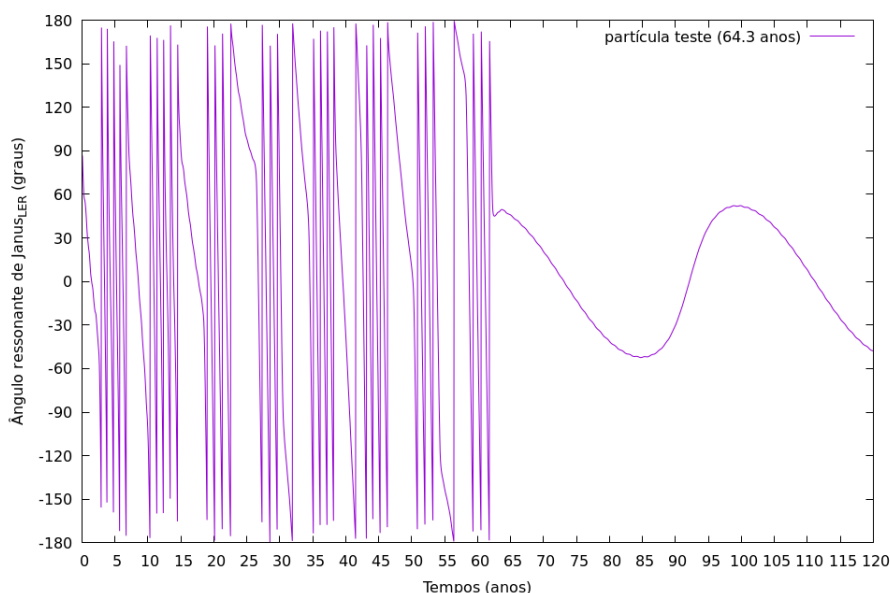


Figura 56 – Evolução do ângulo ressonante de Lindblad 7:6 entre partícula teste e Jano.

e de Lindblad 7:6 geradas por Jano. Assim, estendemos esses testes para um anel de partículas, que representará a borda externa do Anel A.

5.3 UM ANEL TESTE

Após esses testes, criamos um anel de partículas para simular a borda do anel A. Para isso, distribuímos uniformemente 10 000 partículas em semieixo maior entre 136700 e 136820 km a partir de Saturno e 0° a 360° em longitude média. Os outros elementos orbitais foram adotados igual a zero. Embora a borda externa do anel A esteja localizada em 136770 km, colocamos partículas além desse limite, pois sabemos que algumas ressonâncias perturbam a região entre 136 770 e 136 780 km (Figura 50). O principal objetivo desse experimento é encontrar as regiões que mais sofreram perturbações devido à presença das ressonâncias criadas por Jano e Epimeteu.

Para esse experimento, integramos as equações completas do movimento para o modelo de 4 corpos (Saturno, Jano, Epimeteu e uma partícula). Consideramos também Saturno achatado. As partículas do anel não interagem entre si, nem por interação gravitacional e nem por colisão. Assim 10 000 partículas foram simuladas como um problema de 4 corpos. Ou seja, realizamos 10 000 simulações de problema de 4 corpos. Realizamos essas integrações usando o integrador Gauss-Radau (Everhart, 1985). Usamos as condições iniciais de Jano e Epimeteu estão na Tabela 8. Todas simulações foram simuladas por 500 anos.

5.3.1 Semieixo Maior Máximo

Após 500 anos de simulação dessas partículas com a presença de Jano e Epimeteu, encontramos a máxima variação para cada semieixo maior inicial. Para realizar esse estudo, adotamos a inclinação de Jano e Epimeteu nulas. Quando adotamos a inclinação desses satélites iguais a zero, cancelamos outras ressonâncias que não nos interessam nesse estudo, como a ressonância vertical.

Na Figura 57, observamos que as regiões que mais sofreram as perturbações são aquelas localizadas mais próximas das ressonâncias de corrotação. As partículas que mais sofreram variações em seus semieixos maiores são aquelas que estavam mais próximas da ressonância de corrotação 7:6 gerada por Jano. Podemos ver na Figura 57 dois picos, um em 136738-136749 km e outro em 136757-133767 km. Esses dois picos estão localizados onde a ressonância de corrotação de Jano se encontra a cada 4 anos. A corrotação gerada por Epimeteu também perturba as partículas que estão dentro da região dessa ressonância, porém seus efeitos são menores quando comparado com a corrotação de Jano. Isso é observado quando comparamos os picos de Epimeteu que estão um em 136715-136724 km e outro em 136784-136794 km, com os de Jano, isso ocorre devido aos feitos gravitacionais de Jano serem maiores que os de Epimeteu.

Também investigamos a caoticidade da borda externa do anel A através de uma ferramenta conhecida com FLI (Fast Lyapunov Indicator). O FLI é baseado no método Expoente Caraterístico de Lyapunov. A vantagem do FLI em relação ao Expoente de Lyapunov é que o FLI pode identificar-se uma órbita é caótica em apenas algumas centenas de anos enquanto Expoente de Lyapunov necessita de milhares de anos para o tal teste (Cooper et al., 2015).

Escolhemos 4 localizações para verificar a caoticidade no semieixo maior, 136 741 km, 136 762 km, 136 770 km e 136 788 km. Na Figura 58, verificamos que as órbitas próximas das localizações 136 741 km, 136 762 km e 136 788 km são caóticas enquanto as órbitas próximas de 136 770 km não apresentam caoticidade. As localizações que apresentam caos são aquelas que estão próximas das ressonâncias de corrotação de Jano e de Epimeteu, indicando que a troca de posição desses satélites tornam órbitas em caóticas. Por outro lado, a localização 136 770 km é somente perturbada pela ressonância de Lindblad. Assim o semieixo maior das partículas que não sofreu perturbações não apresentará caoticidade, como é apresentada na Figura 58.

5.3.2 Excentricidade Máxima

Para encontrarmos as excentricidades máximas, utilizamos o mesmo método aplicado para os semieixos maiores máximos. Para cada semieixo maior inicial, investigamos qual é a partícula que obteve a maior variação em excentricidade, adotando que inicialmente todas as partículas tiveram a

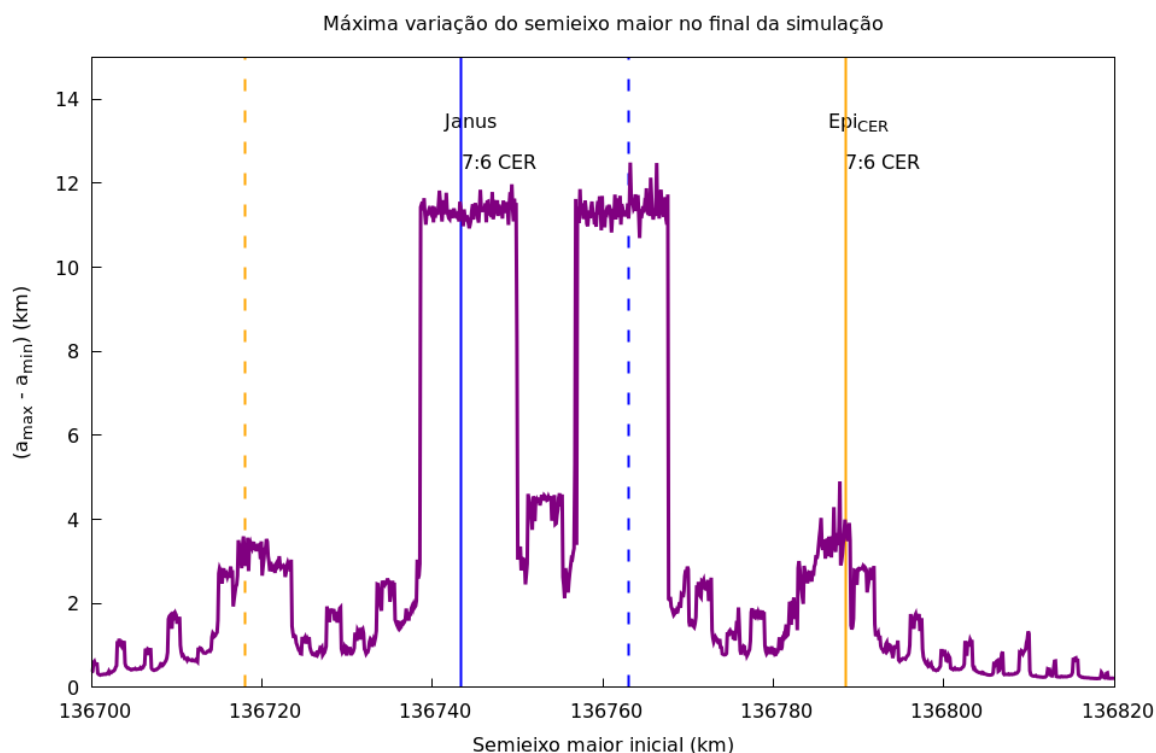


Figura 57 – Durante a simulação para cada semieixo maior inicial foi colocado 10 partículas distribuídas uniformemente entre 0 a 2π em longitude média. Entre essas partículas, aquela que sofreu a maior variação em seu semieixo maior está sendo mostrada nesta figura, onde a variação do semieixo maior é a diferença entre o menor e maior valor encontrado para o semieixo maior de uma partícula. As posições das ressonâncias de corração de Jano e Epimeteu estão sendo apresentadas pelas linhas azul e laranja, respectivamente. A linha completa representa a posição da ressonância no instante do snapshot, enquanto a linha tracejada representa a posição da ressonância quando as posições dos satélites estava trocadas.

excentricidade igual a zero.

Na Figura 59, observamos que as excentricidades máximas variaram entre 1.10^{-5} e 1.10^{-3} , O maior valor de excentricidade encontrado é na ordem de 1.10^{-3} . Esse resultado foi consistente com o valor calculado para a excentricidade máxima em regiões perturbadas pela Lindblad, gerada tanto por Jano quanto por Epimeteu (Spitale; Porco, 2009)

Spitale e Porco (2009) afirmaram que excentricidade das partículas da borda do Anel A estão entre os valores 1.10^{-5} e 1.10^{-4} . Quando analisamos as nossas partículas, encontramos que a maioria das partículas estão entre esses valores, por outro lado, encontramos algumas partículas que estão fora dessa faixa de valor, mas que analiticamente tais valores são permitidos.

Utilizamos dois histogramas para mostrar que a maioria das partículas está dentro do valor encontrado por Spitale e Porco (2009). O primeiro histograma (Figura 60) apresenta o alcance total de valores da excentricidade que foi encontrada durante a simulação. É possível observarmos que a maioria das partículas está dentro do valor 1.10^{-5} e 1.10^{-4} . Já o próximo histograma (Figura 61) exibe

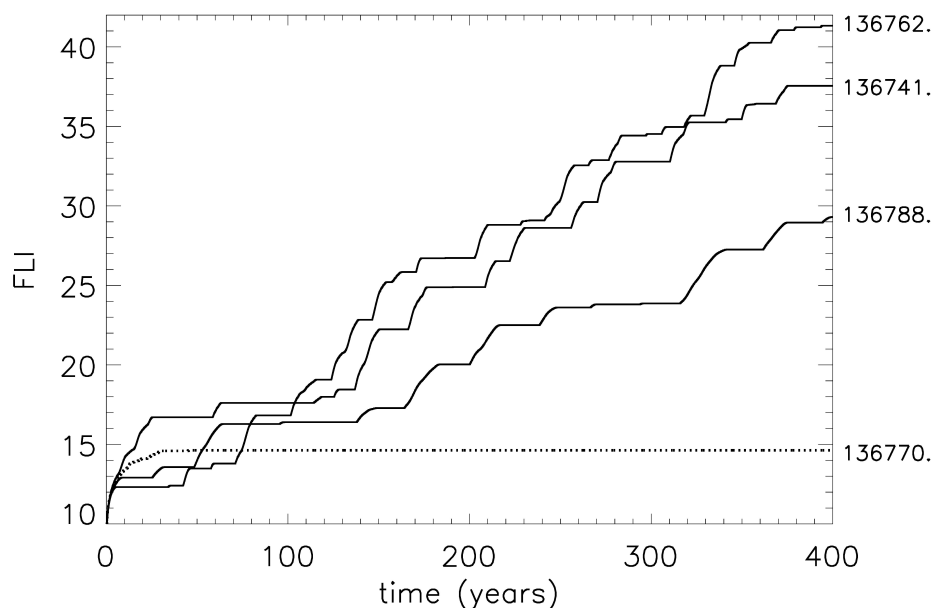


Figura 58 – Podemos afirmar que a região em torno de 136 770 km não é caótica enquanto as regiões em torno de 136 788 km, 136 741 km e 136 762 km são caóticas. Afirmamos isso devido a inclinação de cada uma região estudada.

somente os valores da maioria das partículas do anel simulado, mostrando que as nossas simulações reproduziram os dados obtidos pela sonda Cassini.

5.4 EQUAÇÕES MÉDIAS

Após mostrarmos os efeitos das perturbações geradas por Jano e Epimeteu na borda do anel A, procuraremos entender melhor esses efeitos. Para isso, utilizaremos o trabalho de Sicardy (1991) e as equações de Lagrange (Murray; Dermott, 1999).

O trabalho de Sicardy (1991) analisou a estabilidade dos arcos de Netuno sobre os efeitos das ressonâncias corrotação e Lindblad geradas por satélites próximos a esses arcos. Para isso, ele realizou um estudo analítico e numérico das perturbações da ressonância de corrotação e da ressonância de Lindblad sobre uma partícula teste. Através do estudo analítico, Sicardy (1991) encontrou as equações médias que descrevem a evolução do semieixo maior e da excentricidade de uma partícula próxima as localizações das ressonâncias de corrotação e Lindblad. Logo, utilizaremos os mesmos passos que Sicardy (1991) realizou para encontrar as equações médias.

Primeiramente, utilizando a função perturbadora (equação (6.107) de Murray e Dermott (1999))

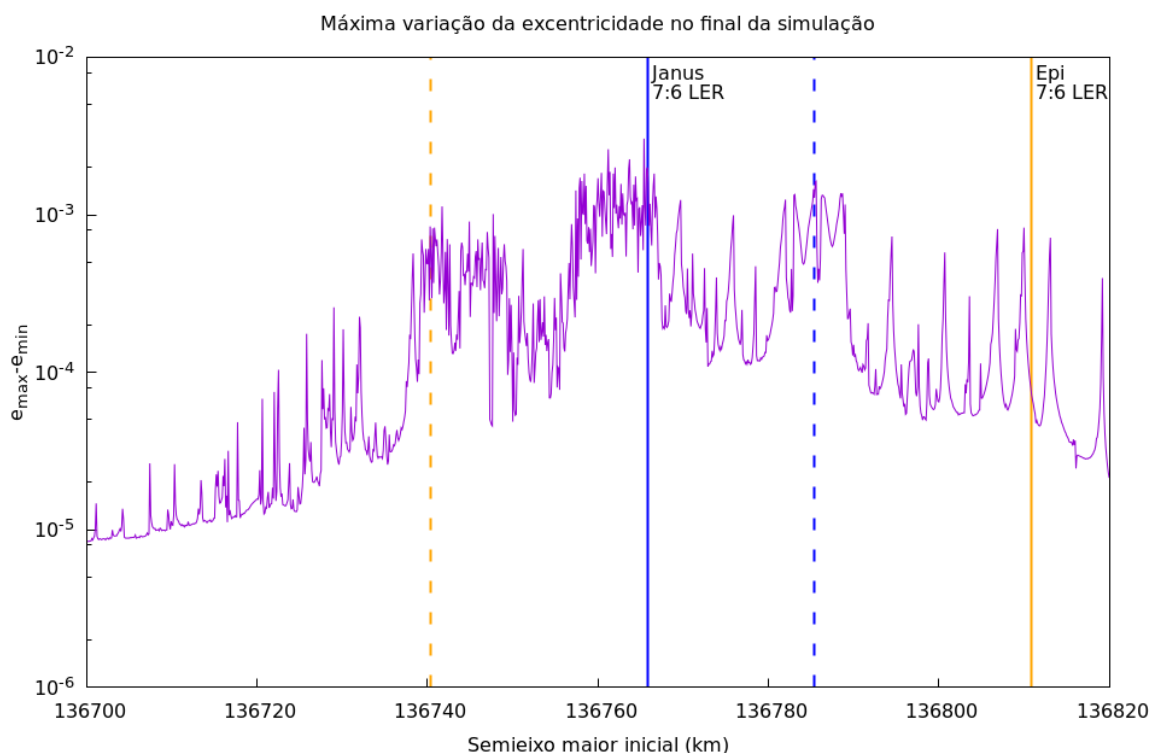


Figura 59 – Durante a simulação para cada semieixo maior inicial foi colocado 10 partículas distribuídas uniformemente entre 0 a 2π em longitude média. Entre essas partículas, aquela que sofreu a maior variação na sua excentricidade está sendo mostrada nesta figura, onde a variação da excentricidade é a diferença entre o menor e maior valor encontrado para a excentricidade de uma partícula. As posições das ressonâncias de Lindblad de Jano e Epimeteu estão sendo apresentadas pelas linhas azul e laranja, respectivamente. A linha completa representa a posição da ressonância no instante do snapshot, enquanto a linha tracejada representa a posição da ressonância quando as posições dos satélites estava trocadas.

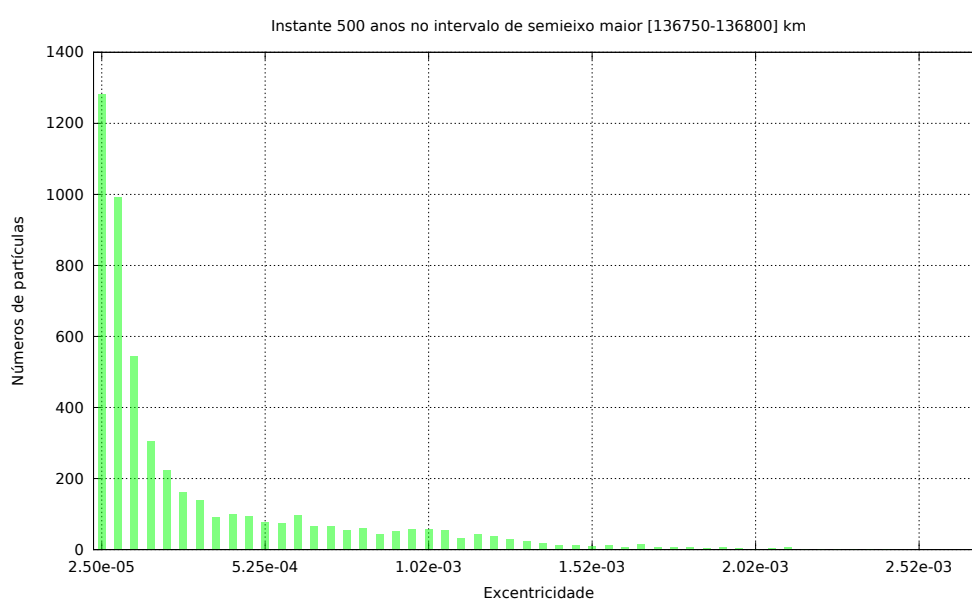


Figura 60 – Este histograma mostra que a maioria das partículas possui excentricidade menor que 2.52×10^{-3} .

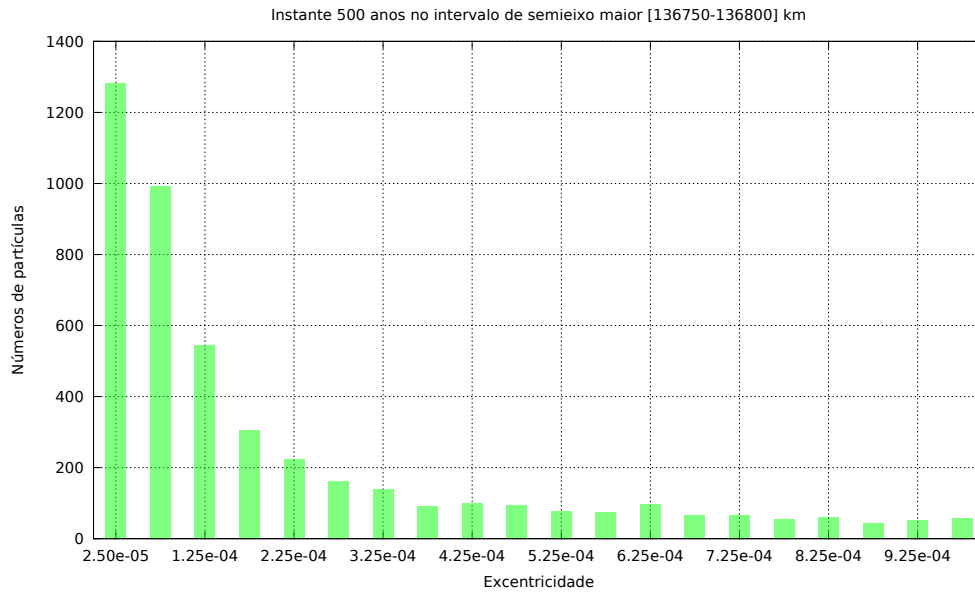


Figura 61 – Este histograma mostra que a maioria das partículas possui excentricidade entre 2.5×10^{-5} e 9.25×10^{-5} .

somente com os termos que correspondem as ressonâncias de corrotação e Lindblad, encontramos a equação

$$\langle R \rangle = \frac{\mu'}{a'} [A_{LE} \times \cos(\varphi_{LER}) + A_{CE'} \times \cos(\varphi_{CER})], \quad (5.1)$$

com

$$\begin{aligned} A_L &= \frac{1}{2} (-2j - \alpha D) b_{1/2}^j, \\ \varphi_{LER} &= [j\lambda' + (1-j)\lambda - \varpi], \\ A_C &= \frac{1}{2} (-1 + 2j + \alpha D) b_{1/2}^{(j-1)}, \\ \varphi_{CER} &= [j\lambda' + (1-j)\lambda - \varpi']. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Onde $b_{1/2}^j$ e $b_{1/2}^{(j-1)}$ são os coeficientes de Lagrange, $D = \frac{d}{d\alpha}$ é um operador diferencial e $\alpha = a/a'$, a é semieixo maior da partícula perturbada e a' semieixo maior do satélite perturbador. e e e' são as excentricidades da partícula perturbada e do satélite perturbador, respectivamente. j é um número inteiro, φ_{CER} e φ_{LER} são os ângulos ressonantes de corrotação e Lindblad, respectivamente. λ e ϖ são a longitude média e o argumento do pericentro da partícula perturbada, enquanto λ' e ϖ' são a longitude média e o argumento do pericentro para o satélite perturbador.

Se considerarmos que $\mu' = GM'$, onde M' é a massa do satélite perturbador e G a constante gravitacional, podemos relacionar μ' com a terceira lei de Kepler, $n^2 a^3 = GM_p$, onde n é o movimento médio e a semieixo maior da partícula perturbada, e M_p é massa do planeta. Assim, encontramos que

$\mu' = n^2 a^3 \frac{M'}{M_p}$ e substituindo esse valor em 5.1, obtemos

$$\langle R \rangle = \frac{n^2 a^3 M'}{a' M_p} [A_{LE} e \times \cos(\varphi_{LER}) + A_{CE} e' \times \cos(\varphi_{CER})]. \quad (5.3)$$

A equação de Lagrange média que descreve a evolução do semieixo maior é

$$\dot{a} = \frac{2}{na} \frac{\partial \langle R \rangle}{\partial \lambda}, \quad (5.4)$$

onde \dot{a} é a variação do semieixo maior no tempo. Substituindo a função perturbadora (5.3) na equação (5.4), obtemos que

$$\dot{a} = \frac{2na^2 M'}{a' M_p} (A_{CE} e' \sin(\varphi_{CER}) + A_{LE} e \sin(\varphi_{LER})). \quad (5.5)$$

Observamos que a evolução do semieixo maior (equação (5.5)) depende dos valores de φ_{LER} e φ_{CER} . Para a evolução de φ_{LER} veremos adiante que poderá ser descrito através excentricidade forçada. Por outro lado, a evolução de φ_{CER} , devemos utilizar uma aproximação para encontrar o $\dot{\varphi}_{CER}$.

Derivando a terceira lei de Kepler, $n^2 a^3 = GM_p$, em relação ao tempo, encontramos

$$\begin{aligned} 2na^3 \dot{n} + 3n^2 a^2 \dot{a} &= 0 \\ \frac{3\dot{a}}{a} &= -\frac{2\dot{n}}{n}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Se considerarmos que $\dot{a} = \Delta a_C = a - a_C$ e $\dot{n} = \Delta n_C = n - n_C$, onde a_C é a localização da ressonância de corrotação 7:6 gerada por Jano e n_C o movimento médio da corrotação, temos

$$\frac{3\Delta a_C}{a} = -\frac{2\Delta n_C}{n}. \quad (5.7)$$

Numa ressonância exata de corrotação, encontramos que

$$\dot{\varphi}_{CER} = jn' + (1 - j)n_C - \dot{\varpi}' = 0, \quad (5.8)$$

onde n' é movimento médio do satélite perturbador, logo $\dot{\varpi}' = jn' + (1 - j)n_C$.

Por outro lado, uma partícula teste dificilmente estará em uma ressonância de corrotação exata, mas ela estará próxima a essa ressonância. Então a variação do ângulo ressonante de corrotação é

$$\dot{\varphi}_{CER} = jn' + (1 - j)n - \dot{\varpi}' \neq 0. \quad (5.9)$$

Utilizando as equações (5.7), (5.9) e o valor $\dot{\varpi}' = jn' + (1 - j)n_C$, obtemos a aproximação para $\dot{\varphi}_{CER}$ igual a

$$\dot{\varphi}_{CER} = (j - 1) \frac{3n}{2a} \Delta a_C. \quad (5.10)$$

Através da excentricidade forçada também podemos descrever analiticamente a perturbação das ressonâncias sobre a excentricidade do corpo perturbado. Para encontrarmos as equações médias que descrevem a excentricidade forçada, primeiramente devemos considerar a excentricidade de uma partícula sendo descritas por k_e e h_e , onde $k_e = e \sin(\varphi_{LER})$ e $h_e = e \cos(\varphi_{LER})$. Essa transformação é ideal para casos que excentricidade é pequena, assim evitando os casos de indeterminação (Murray; Dermott, 1999). Logo, podemos reescrever o potencial perturbador (equação (5.3)) em função das novas variáveis.

$$\langle R \rangle = \frac{n^2 a^3}{a'} \frac{M'}{M_p} [A_L h + A_C e' \cos(\varphi_{CER})], \quad (5.11)$$

Além disso, a variação de k_e e h_e são obtidas da seguinte forma.

$$\begin{aligned} \dot{h}_e &= \frac{\partial h_e}{\partial e} \dot{e} + \frac{\partial h}{\partial \lambda_s} \dot{\lambda}_s + \frac{\partial h}{\partial \lambda} \dot{\lambda} + \frac{\partial h}{\partial \varpi} \dot{\varpi} \\ \dot{k}_e &= \frac{\partial k_e}{\partial e} \dot{e} + \frac{\partial k}{\partial \lambda_s} \dot{\lambda}_s + \frac{\partial k}{\partial \lambda} \dot{\lambda} + \frac{\partial k}{\partial \varpi} \dot{\varpi}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

A evolução de \dot{e} e $\dot{\varpi}$ é descrita pelas equações de Lagrange (Murray; Dermott, 1999). Porém, essas equações também devem ser reescritas de modo que considere os efeitos das variáveis k_e e h_e . Logo obtemos

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -\frac{1}{na^2e} \frac{\partial \langle R \rangle}{\partial \varpi} \\ \dot{e} &= -\frac{1}{na^2e} \left(\frac{\partial \langle R \rangle}{\partial k_e} \frac{\partial k_e}{\partial \varpi} + \frac{\partial \langle R \rangle}{\partial h_e} \frac{\partial h_e}{\partial \varpi} \right), \end{aligned} \quad (5.13)$$

e

$$\begin{aligned} \dot{\varpi} &= \frac{1}{na^2e} \frac{\partial \langle R \rangle}{\partial e} \\ \dot{\varpi} &= \frac{1}{na^2e} \left(\frac{\partial \langle R \rangle}{\partial k_e} \frac{\partial k_e}{\partial e} + \frac{\partial \langle R \rangle}{\partial h_e} \frac{\partial h_e}{\partial e} \right). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Uma vez feito isso, podemos mostrar que a variação temporal de k_e e de h_e , pode ser escrita da seguinte forma

$$\begin{aligned} \dot{h}_e &= \frac{1}{na^2} \frac{\partial \langle R \rangle}{\partial k_e} - k_e(jn' + (1 + j)n) \\ \dot{k}_e &= -\frac{1}{na^2} \frac{\partial \langle R \rangle}{\partial h_e} + h_e(jn' + (1 + j)n). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Substituindo a equação (5.11) em (5.15) , encontramos que

$$\begin{aligned} \dot{h}_e &= -k_e(jn' + (1 + j)n) \\ \dot{k}_e &= -\frac{M'}{M_p}\alpha A_L n + h_e(jn' + (1 + j)n). \end{aligned} \quad (5.16)$$

O termo $jn' + (1 - j)n$, pode ser trocado por $\dot{\varphi}_{LER}$, pois $\dot{\varpi}', \dot{\varpi} \ll n', n$ (Sicardy, 1991). Logo,

$$jn' + (1 - j)n \approx \dot{\varphi}_{LER} = \dot{\varphi}_{CER} + \dot{\varpi}' - \dot{\varpi}. \quad (5.17)$$

Portanto, as \dot{k}_e e \dot{h}_e se tornam

$$\begin{aligned} \dot{h}_e &= -k(\dot{\varphi}_{CER} + \dot{\varpi}' - \dot{\varpi}) \\ \dot{k}_e &= h(\dot{\varphi}_{CER} + \dot{\varpi}' - \dot{\varpi}) - \frac{M'}{M_p}\alpha A_L n. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Assim encontramos as equação médias que descrevem a evolução dinâmica de uma partícula presa nas ressonâncias de corrotação e Lindblad.

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{a} &= \frac{2na^2}{a'} \frac{M'}{M_p} (A_C e' \sin \varphi_{CER} + A_L k) \\ \dot{\varphi}_{CER} &= (j - 1) \frac{3n}{2a} \Delta a_c \\ \dot{h}_e &= -k_e(\dot{\varphi}_{CER} + \dot{\varpi}' - \dot{\varpi}) \\ \dot{k}_e &= h_e(\dot{\varphi}_{CER} + \dot{\varpi}' - \dot{\varpi}) - \frac{M'}{M_p}\alpha A_L n. \end{aligned} \right. \quad (5.19)$$

Com essas equações podemos calcular φ_{LER} e e , pois $\varphi_{LER} = \arctan(k_e/h_e)$ e $e = \sqrt{k_e^2 + h_e^2}$.

Após obtermos essas equações, que descrevem as perturbações das ressonâncias de corrotação e Lindblad sobre uma partícula, iremos aplicá-las em nosso problema. Para usarmos essas equações, devemos observar que as equações dependem do semieixo maior do satélite perturbador. Em nosso estudo, sabemos que o semieixo maior tanto de Jano quanto de Epimeteu se modifica a cada 4 anos, logo essa mudança deve ser inserida nas equações. Para realizarmos isso, inserimos na simulação que a cada 4 anos o valor do semieixo maior do satélite perturbador se modifique ora em 136 743.38 km ora em 136 762.98 km.

A Figura 62 apresenta a evolução do semieixo maior de uma partícula por métodos diferentes. Verificamos a evolução da partícula através da integração numérica das equações completas utilizando o integrador Gauss-Radau e também através da integração das equações médias (equação (5.19))

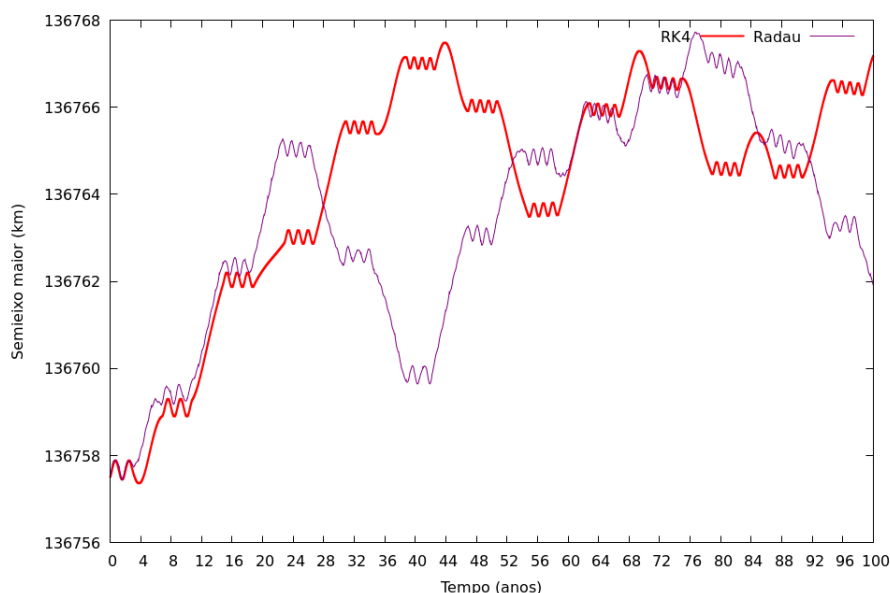


Figura 62 – Comparação da evolução do semieixo maior obtida pela integração das equações médias utilizando o integrador Runge-Kutta de ordem 4 e pela integração das equações completas utilizando o integrador Gauss-Radau

integradas pelo método Runge-Kutta 4. Embora, a curva que mostra a evolução do semieixo maior pelas equações médias não reproduza exatamente o comporta da curva das integração das equações completas, podemos afirmar que o carácter perturbativo da ressonância de corrotação é verificado. Pois, quando a partícula está em ressonância de corrotação com Jano, o semieixo maior da partícula é perturbada. Por outro lado, quando essa partícula está fora da corrotação esse elemento orbital não sofre grandes variações. Também observamos a caoticidade dos encontros da partícula com a ressonância de corrotação. O aumento ou diminuição desse elemento orbital não é previsível nem nas equações médias. As variações máximas que foram verificada para essa partícula na integração das equações completas, também foram observadas com a integração das equações médias.

O mesmo comportamento é verificado para excentricidade em Figura 63. Quando a partícula está próximo da ressonância de Lindblad, a excentricidade sofre grandes perturbações. Porém, quando a partícula está afastada dessa ressonância, essa perturbação é cessada. Igualmente, o que verificamos para evolução do semieixo maior, a evolução da excentricidade através das equações médias não descreve exatamente a evolução desse elemento orbital obtida pela integração das equações médias. Os valores máximos encontrados para excentricidade no caso da evolução da equações completas, também foram verificados para a excentricidade evoluída pelas equações médias. A caoticidade da evolução da excentricidade também é verificada na integração das equações médias.

Com isso, afirmamos que equações médias podem demonstrar o comportamento dos elementos orbitais de uma partícula sendo perturbada por Jano. Esses resultados comprovam que essas equações médias descrevem os efeitos das ressonâncias de corrotação e Lindblad, mesmo num cenário tão

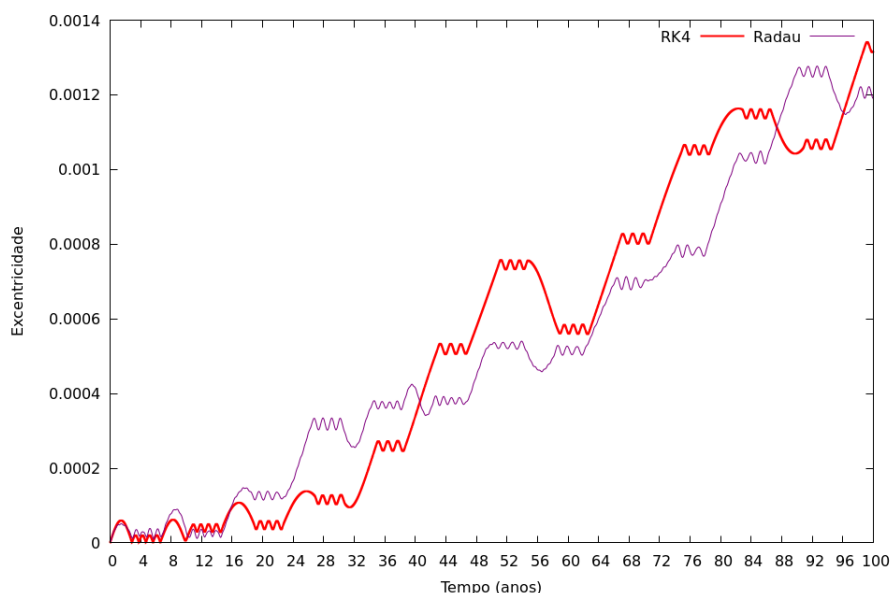


Figura 63 – Comparação da evolução da excentricidade obtida pela integração das equações médias utilizando o integrador Runge-Kutta de ordem 4 e pela integração das equações completas utilizando o integrador Gauss-Radau.

complexo como é a borda externa do anel A sendo perturbada por Jano e Epimeteu.

5.5 COMPARAÇÃO COM AS OBSERVAÇÕES

Após apresentarmos os efeitos das ressonâncias, compararemos os nossos resultados com os atuais dados observados pela sonda Cassini. Uma estrutura brilhante foi identificado em 2013 pelas imagens obtidas pela sonda Cassini na borda do anel A. Murray et al. (2014) começaram a investigar imagens obtidas no período de 2012 e 2013, e conseguiram identificar 9 imagens revelando a existência de um objeto imerso na borda externa do anel A. Atualmente, eles nomearam esse objeto de Peggy. Murray et al. (2014) realizaram um estudo preliminar da evolução da órbita de Peggy. Os autores afirmaram que a estrutura identifica nas imagens é um *half-propeller* (meia hélice numa tradução livre do inglês), pois Peggy provavelmente está a poucos quilômetros de distância da borda externa do anel A, criando somente uma hélice da estrutura *propeller* (hélices em inglês).

Estruturas *propellers*, cujo nome é devido ao formato característico das estruturas que lembram a forma de duas hélices, ocorrem como uma perturbação causada por uma pequena lua incorporada em um disco. Embora um pequeno satélite central ainda não ter sido diretamente observado dentro de um *propeller*, a estrutura observada nos permite inferir ambos o local e tamanho do tal satélite imerso (Tiscareno et al., 2010). Ou seja, quando observamos uma estrutura *propeller* na realidade estamos observando um pequeno satélite indiretamente.

Como essa estrutura desaparece e reaparece, e a localização de Peggy ainda é incerta, uma vez que somente conhecemos possíveis localizações, Murray et al. (2014) sugerem que essa estrutura e a

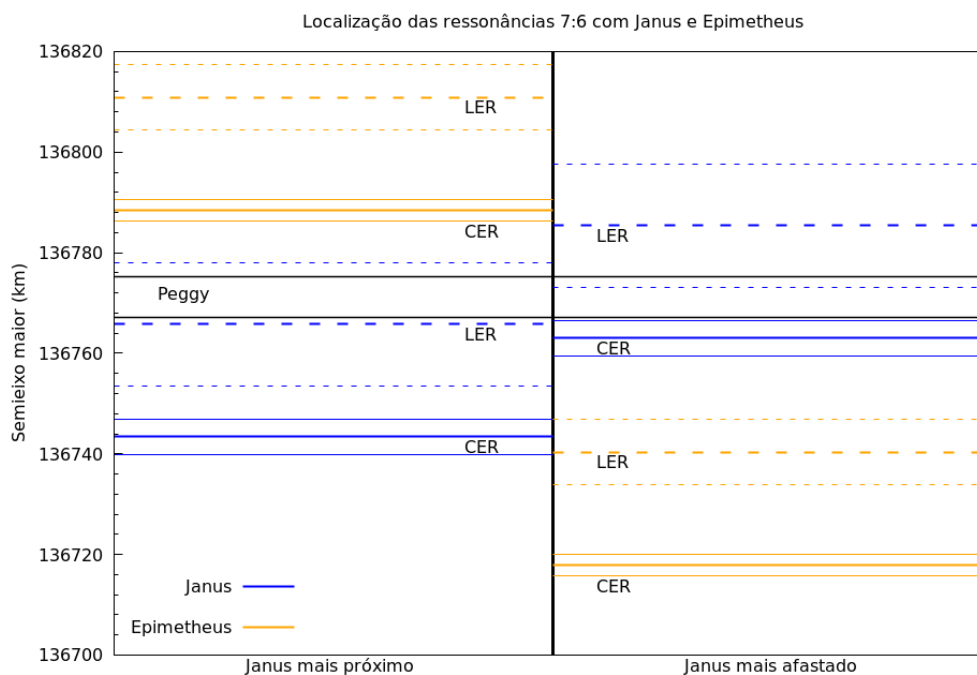


Figura 64 – Essa figura mostra os valores máximo e mínimo de semieixo maior observado para Peggy (Murray et al., 2014) em relação as localizações das ressonâncias geradas por Jano e Epimeteu. Atualmente, não se sabe a localização exata de Peggy, somente a possível região que esse satélite foi observado.

localização de Peggy podem ser afetadas pelos efeitos ressonantes de Jano, pois como foi destacado acima, Jano perturba a borda externa do anel A. Logo, utilizando os possíveis valores de semieixo maior de Peggy, construímos um esquema que mostra o valor máximo e mínimo encontrado para o semieixo maior dessa pequena lua juntamente com as localizações das ressonâncias geradas por Jano e Epimeteu (Figura 64). Essa figura, mostra que Peggy é perturbada por Jano. Através de uma comunicação oral com o N. Cooper, ele nos ofereceu os últimos dados das possíveis excentricidades de Peggy. Assim, construímos a Figura 65 que apresenta as possíveis localizações e excentricidades de Peggy.

Possivelmente, Peggy se formou dentro da região da borda externa do anel A e migrou para a região que foi observado atualmente. Eventualmente, essa migração ocorreu de uma maneira mais abrupta que as migrações devido aos efeitos de maré. As perturbações de Jano pode ter realizado essa migração mais abrupta. Assim, investigamos em nossos dados com 10 000 partículas perturbadas pelos corbitais para verificar se alguma partícula que estava próximo da região de corrotação gerada por Jano e migrou para a possível região que Peggy foi observado.

Encontramos algumas partículas que realizaram essa migração abrupta. Na Figura 66, apresentamos a evolução do semieixo maior de uma dessas partículas. Observamos que essa partícula estava fora da região onde Peggy possivelmente está atualmente, mas em aproximadamente 150 anos essa partícula foi para a região de Peggy. Destacamos que em 500 anos de simulação essa partícula não retornou

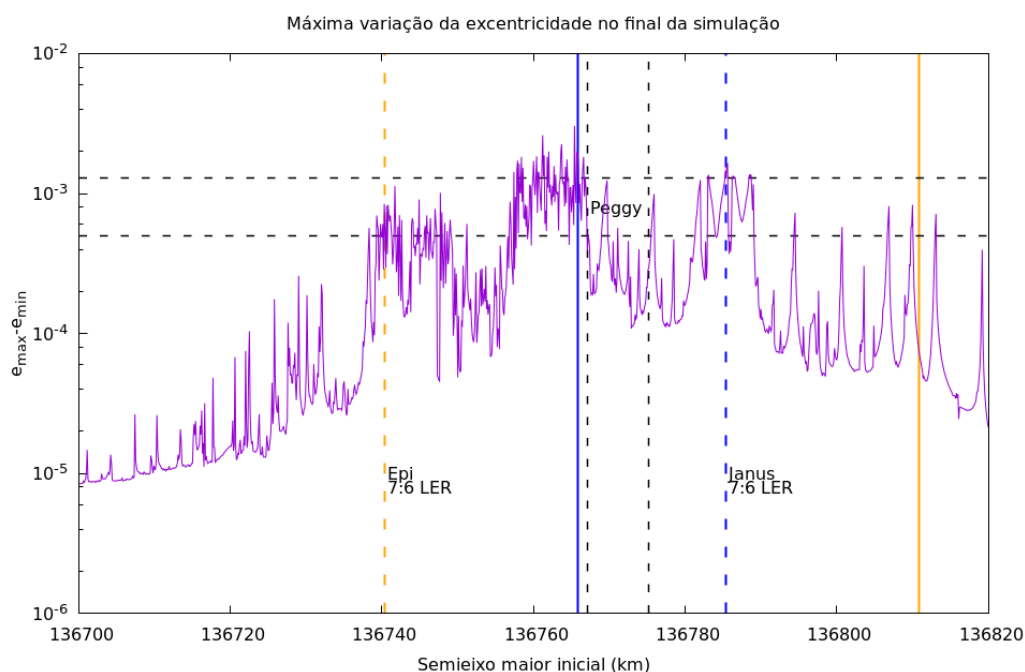


Figura 65 – Mapeamento da possível região que a pequenas lua Peggy esteja, utilizando os últimos dados obtidos para o possível excentricidade de Peggy, $e = 0.0009 \pm 0.0004$ (N. Cooper)

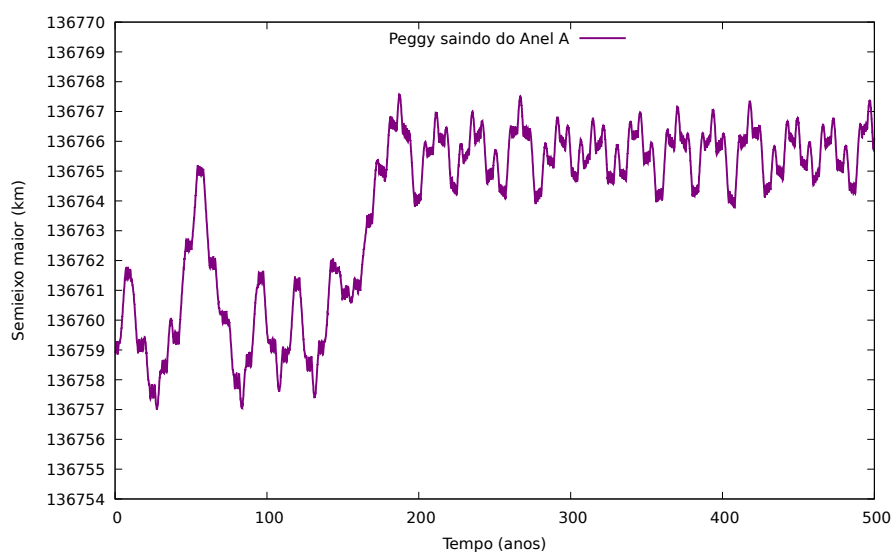


Figura 66 – Uma das partículas que estava dentro de região perturbada pela ressonância de corotoção que foi jogada para região que possivelmente Peggy está.

para a sua região de origem. Isso mostra a possibilidade de ejeção de partículas para região de Peggy. Assim, podemos afirmar que há chances de Peggy ter sido formado mais internamente na borda externa do anel A e posteriormente sido ejetado de uma região do anel para outra.

Além de mostrarmos que Peggy pode ter sido ejetado através das análises das partículas que evoluíram 500 anos, também podemos verificar o comportamento das 10 000 partículas em determinado intervalo de tempo. Como a troca de posição entre os coorbitais ocorre a cada 4 anos, analisaremos o comportamento das partículas dentro desse intervalo de 4 anos. Além disso, escolhemos analisar as

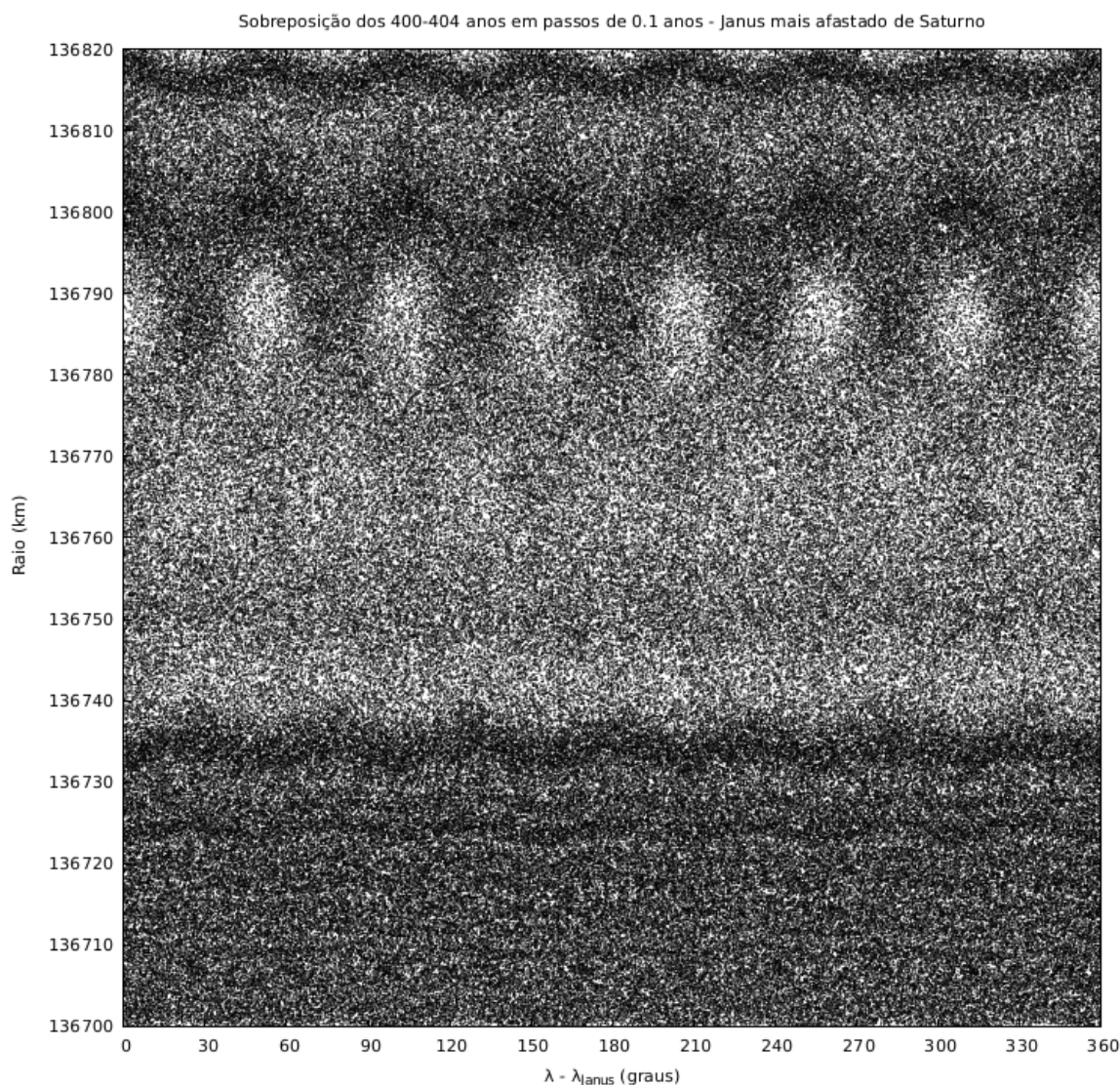


Figura 67 – Sobreposição de instantes entre os anos 400 e 404, em que cada instante foi realizado com o passo 0.1 ano. Os nossos dados reproduziram o que foi observado pela sonda Cassini e mostrado por Spitale e Porco (2009).

partículas após 400 anos de simulação, pois com isso temos a garantia que todas as partículas sofreram as perturbações de Jano e Epimeteu.

Mostraremos os efeitos da ressonância de Lindblad quando Jano está mais externo que Epimeteu. Na Figura 67, inserimos todas as partículas num referencial girante, em que rotacionamos em relação ao movimento médio de Jano. Observamos que a variação radial das partículas foram de 50 km. Esse valor foi o mesmo observado por Spitale e Porco (2009), como podemos observar na Figura 68. Essa variação radial é devido à ressonância de Lindblad 7:6 de Jano, pois ela faz a excentricidade das partículas se modificar ao longo do tempo (ver Figura 52).

Também inserimos as partículas no referencial girante em relação ao movimento médio de corotação de Epimeteu. Na Figura 69, observamos os 6 sítios de partículas bem próxima a região da

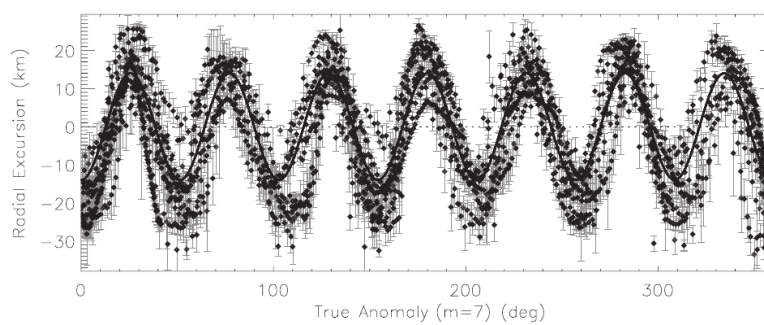


Figura 68 – Fonte: Figura extraída do trabalho de Spitale e Porco (2009).

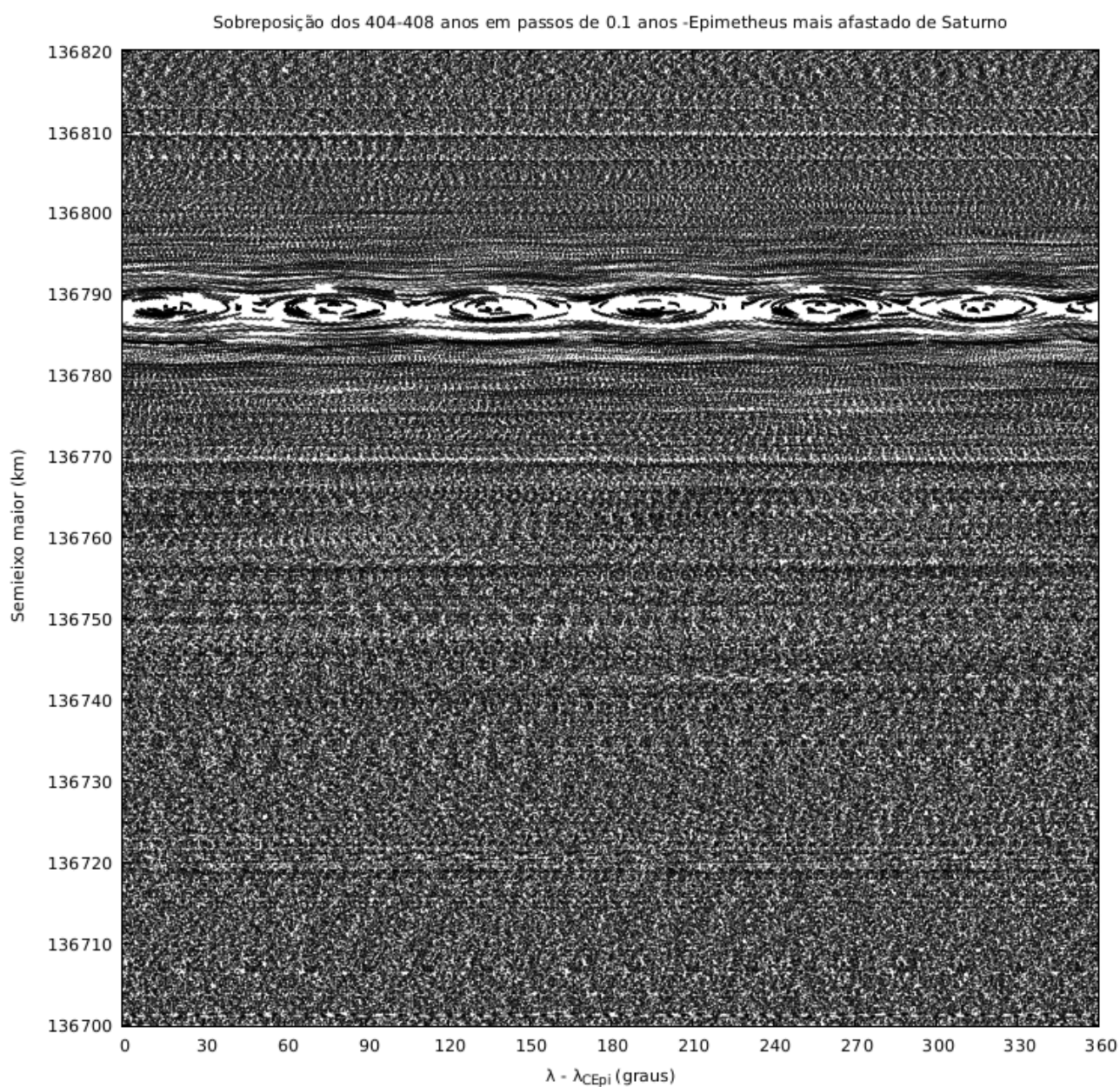


Figura 69 – Sobreposição de instantes entre os anos 404 e 408, em que cada instante foi realizado com o passo 0.1 ano

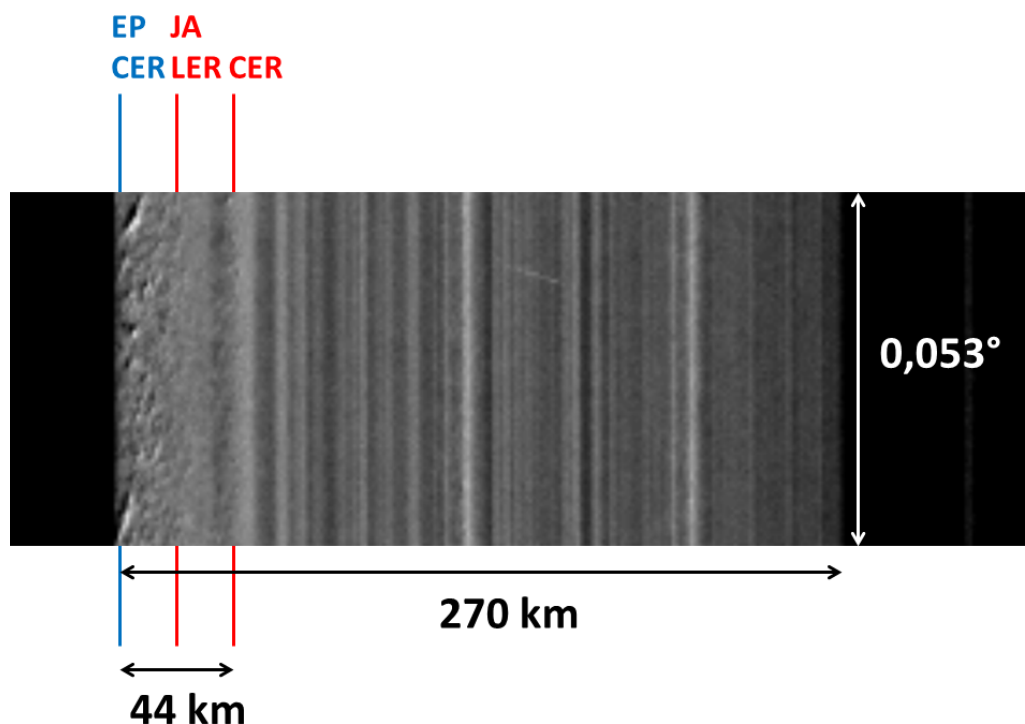


Figura 70 – Imagem cedida pelo equipe da Cassini. Essa imagem mostra a borda do anel A (o limite da borda externa está a esquerda da imagem) num instante que Jano está mais próximo de Saturno. Esse momento a borda do anel A é perturbada pela ressonância de Lindblad de Jano e pela ressonância de corrotação de Epimeteu.

corrotação 7:6 gerada por Epimeteu. Isso mostra como é o comportamento das partículas presas nessa corrotação. Utilizando somente 10 000 partículas na simulação conseguimos uma resolução para verificar essas estruturas. Possivelmente, se usássemos mais partículas as estruturas de corrotação estariam mais complementas.

Dentro das estruturas da Figura 69, podemos verificar que algumas partículas se acumulam. Esses acúmulos também foram observados pela Cassini. Na Figura 70, encontramos aglomerados (*clumps*) de partículas na região enquanto a corrotação de Epimeteu está na borda do anel. Quando a região da borda não estiver mais em ressonância de corrotação de Epimeteu, os acúmulos de partículas não são mais verificados (ver Figura 71).

Além de entendermos a dinâmica das partículas da borda do anel A, conseguimos utilizar os nossos dados para reproduzir o que foi observado pela Cassini. Mostramos que o nosso modelo é válido para estudo dessa região, possivelmente pra uma outra região no espaço que tenha uma dinâmica semelhante da borda do anel A.

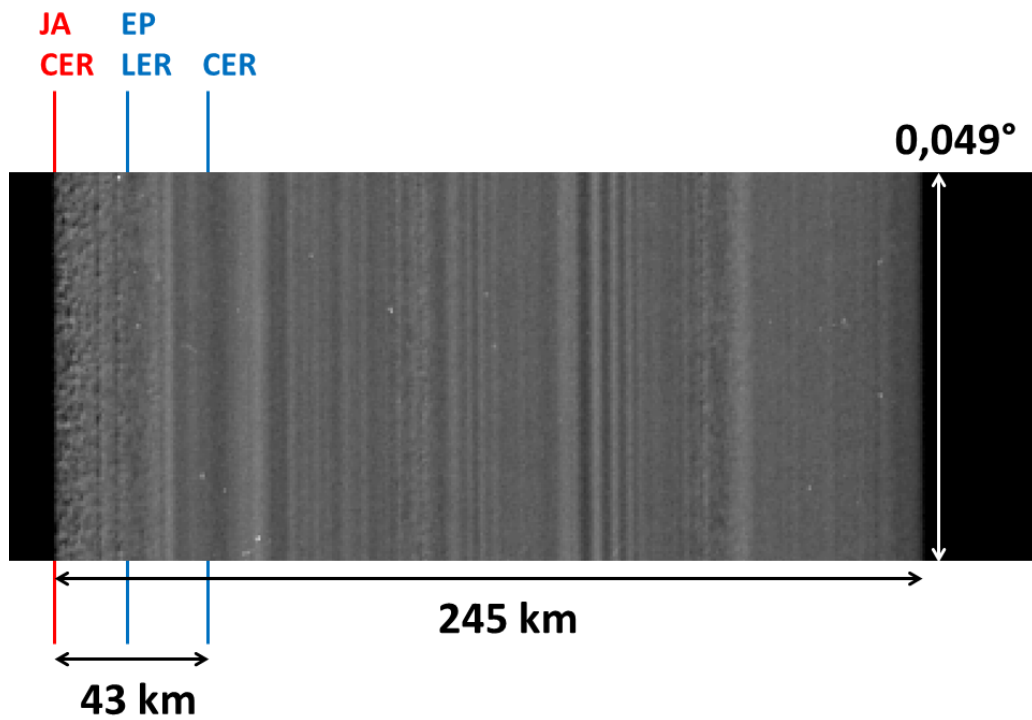


Figura 71 – Imagem cedida pelo time da Cassini. Essa imagem mostra a borda externa do anel A (o limite da borda externa está a esquerda da imagem) num momento que Jano está mais afastado do planeta as ressonâncias geradas por Jano estão fora dessa borda. Enquanto as ressonâncias geradas por Epimeteu estão mais para dentro do anel.

Capítulo 6

Considerações Finais

Quando há comensurabilidade entre a velocidade padrão de um satélite perturbador e o movimento médio de uma partícula perturbada, os efeitos das perturbações do satélite sobre a dinâmica dessa partícula podem ser analisados por meio das ressonâncias de corrotação e Lindblad. Este trabalho apresentou um estudo de objetos do sistema saturniano perturbados pelas ressonâncias de corrotação e Lindblad. Esse estudo analisou a perturbação de Mimas em Aegaeon, Methone e Anthe e seus arcos, bem como as perturbações dos satélites de Jano e Epimeteu sobre a borda externa do Anel A.

Assim, após uma breve Introdução no primeiro capítulo, apresentamos no segundo capítulo uma revisão bibliográfica do problema. No terceiro capítulo, realizamos algumas considerações sobre os elementos orbitais geométricos, que são ideais para serem usados quando queremos analisar órbitas de objetos em torno de planetas achatados. Bem como, discutimos as ressonâncias que ocorrem devido aos efeitos do achatamento.

Já no quarto capítulo usamos os resultados obtidos por nós em Araujo et al. (2016) e apresentamos um possível mecanismo de captura e o confinamento de partículas na corrotação 7:6. Também, apresentamos os satélites Methone e Anthe, os quais estão em ressonância de corrotação 14:15 e 10:11 respectivamente com Mimas. Ainda nesse capítulo, verificamos o mecanismo de captura proposto por nosso trabalho em Araujo et al. (2016) para as ressonâncias de corrotação 14:15 e 10:11. Na Figura 41 encontramos 15 arcos de partículas capturadas na ressonância 14:15. Já para o caso da ressonância 10:11, não verificamos 11 arcos de partículas bem formados, e a quantidade de partículas dentro da corrotação no final da simulação é extremamente inferior em relação as partículas capturadas na ressonância 14:15. Acreditamos que isso pode estar diretamente relacionado a caoticidade do sistema.

Devido a sobreposição das ressonâncias de corrotação e de Lindblad nos casos 14:15 e 10:11 com Mimas, há uma necessidade que as partículas também tenha condições iniciais adequadas para que essas partículas ocupem as ressonâncias de corrotação e de Lindblad. Possivelmente, poderíamos

encontrar mais capturas de partículas se utilizássemos outras condições iniciais. Logo, um estudo sobre as condições iniciais dessas partículas pode ser realizada no futuro.

No estudo da formação do arco do anel G, de Methone e de Anthe, verificamos que todas estruturas de corrotação foram populadas, ou seja, encontramos 6, 15 e 11 estruturas para ressonância 7:6, 14:15 e 10:11 respectivamente. Embora hoje encontramos uma única estrutura para cada um das ressonâncias estudadas, o nosso resultado ainda é válido, uma vez que outras estruturas podem ter sido destruídas por algum processo, por exemplo como o efeito Poynting-Robertson. Uma outra hipótese considerada é que Mimas capturou somente um objeto na corrotação, ou seja, ele captura somente Aegaeon, Methone e Anthe. Posteriormente, poeiras desprendendo desses objetos e populando a região de corrotação poderiam ter formado o arco em sua respectiva ressonância.

Possivelmente a formação de Aegaeon, Methone e Anthe ocorreu em uma região diferente daquela que elas estão atualmente. Além disso, a borda externa do anel A pode ser uma possível fonte de produção do arco do anel G por processos de migração (Charnoz et al., 2010; Crida; Charnoz, 2012). Logo, investigamos se a perturbação de Jano e Epimeteu provoca migração de partículas na borda externa do anel A.

As simulações numéricas mostraram que a troca de órbita de Jano e Epimeteu realiza perturbações significativas nessa borda. Normalmente, se espera que o semieixo maior de uma partícula em ressonância de corrotação oscila até uma amplitude igual a largura dessa ressonância, 3 km para o caso da corrotação ser gerada por Jano. Porém, constatamos que essa combinação da troca de órbitas entre os satélites perturbadores e com a corrotação gerada por Jano, provoca a variação de até de 11 km no semieixo maior das partículas. Algo semelhante ocorre para a excentricidade das partículas na borda do anel. Quando uma partícula está em ressonância de Lindblad, encontramos uma excentricidade forçada, a qual oscila em torno de uma excentricidade livre. Por isso, encontramos que a maioria das partículas da borda externa do anel A tem excentricidade na ordem de 10^{-5} a 10^{-4} (Spitale; Porco, 2009). Embora, isso foi verificado em nossos resultados, as trocas de órbitas dos satélites provocam o aumento da excentricidade de algumas partículas para valores até a ordem de 10^{-3} . Isso mostra que as trocas de órbita de Jano e Epimeteu, que ocorrem a cada 4 anos, são importantes para evolução orbital das partículas nessa borda.

Atualmente foi encontrado um objeto brilhante próximo a borda externa do anel (Murray et al., 2014). Possivelmente, esse objeto foi formado dentro de um sítio da corrotação, e após sua formação a perturbação de Jano e Epimeteu provocou a migração desse objeto brilhante, como verificamos na Figura 66. Isso mostra que Jano e Epimeteu poderiam ter removido inúmeros objetos da borda externa do anel A, até provocado colisões entre as partículas maiores da borda do anel A no passado. Devido a essas colisões, novos objetos foram criados, espalhando-se por todo o sistema de Saturno.

Eventualmente, alguns migraram para próxima das ressonâncias de corrotação 7:6 gerada por Mimas e posteriormente poderiam ter sido capturadas pela respectiva corrotação.

Assim, esse trabalho auxiliou no entendimento das dinâmicas dos objetos sobre a perturbação de Lindblad e corrotação. Mostrou a importância dessas ressonâncias sobre a evolução orbital das partículas dentro dessas ressonâncias. Trabalhos futuros poderão confirmar nossas hipóteses e esclarecer o problema de origem do objeto brilhante da borda do anel A, e de Aegaeon, Methone, Anthe e de seus arcos.

Referências

- Araujo, N. C. S. **Um estudo da dinâmica de captura em ressonância de corrotação. 2013. 66 p. Dissertação (mestrado).** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Guaratinguetá, São Paulo - Brasil, 2013. [Http://hdl.handle.net/11449/91803](http://hdl.handle.net/11449/91803).
- Araujo, N. C. S.; Vieira Neto, E.; Foryta, D. W. Formation of the G-ring arc. **MNRAS**, v. 461, p. 1868–1874, set. 2016.
- Borderies, N.; Longaretti, P. Y. Description and behavior of streamlines in planetary rings. **Icarus**, v. 72, p. 593–603, dez. 1987.
- Borderies-Rappaport, N.; Longaretti, P. Test particle motion around an oblate planet. **Icarus**, v. 107, p. 129, jan. 1994.
- Burns, J. A.; Matthews, M. S. (Ed.). **Satellites**. [S.l.]: Texas University Press, 1986.
- Callegari, N.; Yokoyama, T. Dynamics of two satellites in the 2/1 Mean Motion resonance: application to the case of Enceladus and Dione. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 98, p. 5–30, maio 2007.
- Callegari, N.; Yokoyama, T. Numerical exploration of resonant dynamics in the system of Saturnian major satellites. **Planet. Space. Sci.**, v. 58, p. 1906–1921, dez. 2010.
- Champanois, S.; Vienne, A. Chaos and secondary resonances in the mimas-tethys system. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 74, p. 111–146, 1999.
- Charnoz, S.; Salmon, J.; Crida, A. The recent formation of Saturn’s moonlets from viscous spreading of the main rings. **Nature**, v. 465, p. 752–754, jun. 2010.
- Contopoulos, G.; Harsoula, M. Stickiness effects in chaos. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 107, p. 77–92, jun. 2010.
- Cooley, J. W.; Tukey, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. **Mathematics of Computation**, American Mathematical Society, v. 19, n. 90, p. 297–301, 1965.
- Cooper, N. J. et al. Astrometry and dynamics of Anthe (S/2007 S 4), a new satellite of Saturn. **Icarus**, v. 195, p. 765–777, jun. 2008.
- Cooper, N. J. et al. Saturn’s Inner Satellites: Orbits, Masses, and the Chaotic Motion of Atlas from New Cassini Imaging Observations. **AJ**, v. 149, p. 27, jan. 2015.
- Crida, A.; Charnoz, S. Formation of Regular Satellites from Ancient Massive Rings in the Solar System. **Science**, v. 338, p. 1196, nov. 2012.
- Cuzzi, J. N. et al. An Evolving View of Saturn’s Dynamic Rings. **Science**, v. 327, p. 1470, mar. 2010.

- Duriez, L. Long-term evolution of the orbits of natural satellites. **Celestial Mechanics**, v. 43, p. 331–348, 1988.
- El Moutamid, M. et al. How Janus' orbital swap affects the edge of Saturn's A ring? **Icarus**, v. 279, p. 125–140, nov. 2016.
- El Moutamid, M.; Sicardy, B.; Renner, S. Coupling between corotation and Lindblad resonances in the presence of secular precession rates. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 118, p. 235–252, mar. 2014.
- Everhart, E. An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings. p. 185, 1985.
- Foryta, D. W.; Sicardy, B. The Dynamics of the Neptunian ADAMS Ring's Arcs. **Icarus**, v. 123, p. 129–167, set. 1996.
- Goldreich, P. An explanation of the frequent occurrence of commensurable mean motions in the solar system. **Monthly Notices of Royal Astronomical Society**, v. 130, p. 159–+, 1965.
- Goldreich, P.; Tremaine, S. Disk-satellite interactions. **ApJ**, v. 241, p. 425–441, out. 1980.
- Goldreich, P.; Tremaine, S. The dynamics of planetary rings. **ARAA**, v. 20, p. 249–283, 1982.
- Goldreich, P.; Tremaine, S. D. The formation of the Cassini division in Saturn's rings. **Icarus**, v. 34, p. 240–253, maio 1978.
- Greenberg, R. Evolution of satellite resonances by tidal dissipation. **AJ**, v. 78, p. 338, maio 1973.
- Greenberg, R. The role of Saturn's oblateness in the Mimas-Tethys resonance. In: Y. Kozai (Ed.). **Stability of the Solar System and of Small Stellar Systems**. [S.l.: s.n.], 1974. (IAU Symposium, v. 62), p. 71–76.
- Greenberg, R. J.; Counselman III, C. C.; Shapiro, I. I. Orbit-Orbit Resonance Capture in the Solar System. **Science**, v. 178, p. 747–749, nov 1972.
- Hedman, M. M. et al. The Source of Saturn's G Ring. **Science**, v. 317, p. 653–, ago. 2007.
- Hedman, M. M. et al. Aegaeon (Saturn LIII), a G-ring object. **Icarus**, v. 207, p. 433–447, maio 2010.
- Hedman, M. M. et al. Three tenuous rings/arcs for three tiny moons. **Icarus**, v. 199, p. 378–386, fev. 2009.
- Krivov, A. V. et al. Impact-generated dust clouds around planetary satellites: spherically symmetric case. **PLANSS**, v. 51, p. 251–269, mar. 2003.
- Lainey, V. et al. Strong Tidal Dissipation in Saturn and Constraints on Enceladus' Thermal State from Astrometry. **ApJ**, v. 752, p. 14, jun. 2012.
- Lissauer, J. J.; Goldreich, P.; Tremaine, S. Evolution of the Janus-Epimetheus coorbital resonance due to torques from Saturn's rings. **Icarus**, v. 64, p. 425–434, dez. 1985.
- Lissauer, J. J.; Shu, F. H.; Cuzzi, J. N. Moonlets in Saturn's rings. **Nature**, v. 292, p. 707–711, ago. 1981.
- Meyer, J.; Wisdom, J. Tidal heating in Enceladus. **Icarus**, v. 188, p. 535–539, jun. 2007.
- Meyer, J.; Wisdom, J. Tidal evolution of Mimas, Enceladus, and Dione. **Icarus**, v. 193, p. 213–223, jan. 2008.

- Miner, E. D.; Wessen, R. R.; Cuzzi, J. N. **Planetary Ring Systems**. [S.l.: s.n.], 2007.
- Mourão, D. C. et al. On the stability of hypothetical satellites coorbital to Mimas or Enceladus. **MNRAS**, v. 372, p. 1614–1620, nov. 2006.
- Murray, C. D. et al. The discovery and dynamical evolution of an object at the outer edge of Saturn's A ring. **Icarus**, v. 236, p. 165–168, jul. 2014.
- Murray, C. D.; Dermott, S. F. **Solar System Dynamics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1999.
- NASA. **Solar System Exploration**. 2017. Disponível em: <<https://solarsystem.nasa.gov/planets/saturn/moons>>.
- Porco, C. et al. Saturn's nonaxisymmetric ring edges at 1.95 R(s) and 2.27 R(s). **Icarus**, v. 60, p. 17–28, out. 1984.
- Renner, S.; Sicardy, B. Use of the Geometric Elements in Numerical Simulations. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 94, p. 237–248, fev. 2006.
- Ridpath, I. Book review: Astronomy - DK's Eyewitness Companions / Dorling Kindersley 300 pp., ISBN 1-40531291-2. **Astronomy Now**, v. 20, n. 7, p. 23, jul. 2006.
- Roy, A. E.; Ovenden, M. W. On the occurrence of commensurable mean motions in the solar system. **MNRAS**, v. 114, p. 232, 1954.
- Schubert, G. et al. Evolution of Icy Satellites. **SSR**, v. 153, p. 447–484, jun. 2010.
- Sicardy, B. Numerical exploration of planetary arc dynamics. **Icarus**, v. 89, p. 197–219, fev. 1991.
- Spahn, F. et al. E ring dust sources: Implications from Cassini's dust measurements. **PLANSS**, v. 54, p. 1024–1032, ago. 2006.
- Spitale, J. N. et al. The Orbits of Saturn's Small Satellites Derived from Combined Historic and Cassini Imaging Observations. **AJ**, v. 132, p. 692–710, ago. 2006.
- Spitale, J. N.; Porco, C. C. Time Variability in the Outer Edge of Saturn's A-Ring Revealed by Cassini Imaging. **AJ**, v. 138, p. 1520–1528, nov. 2009.
- Sun, K.-L. et al. Dust in the arcs of Methone and Anthe. **Icarus**, v. 284, p. 206–215, mar. 2017.
- Tiscareno, M. S. et al. Physical Characteristics and Non-Keplerian Orbital Motion of "Propeller" Moons Embedded in Saturn's Rings. **APJ**, v. 718, p. L92–L96, ago. 2010.
- Tiscareno, M. S.; Thomas, P. C.; Burns, J. A. The rotation of Janus and Epimetheus. **Icarus**, v. 204, p. 254–261, nov. 2009.
- WAITE, J. H. et al. Cassini finds molecular hydrogen in the enceladus plume: Evidence for hydrothermal processes. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 356, n. 6334, p. 155–159, 2017. ISSN 0036-8075. Disponível em: <<http://science.sciencemag.org/content/356/6334/155>>.
- Wiesel, W. Saturn's rings - Resonance about an oblate planet. **Icarus**, v. 51, p. 149–154, jul. 1982.
- Yedavalli, R. K. Robust stability analysis of linear state space systems. In: _____. **Robust Control of Uncertain Dynamic Systems: A Linear State Space Approach**. New York, NY: Springer New York, 2014. p. 13–73. ISBN 978-1-4614-9132-3. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-9132-3_2>.

APÊNDICE A

Cálculo do Semieixo Maior Antigo

Quando o satélite está externo a uma órbita síncrona de um planeta achatado, uns dos efeitos da maré sobre o satélite é a expansão da órbita do satélite descrita pela equação variação do semieixo maior (equação (4.160) do livro de (Murray; Dermott, 1999))

$$\frac{\dot{a}}{a} = 3 \left(\frac{G}{M_p} \right)^{1/2} k_{2P} \frac{R_p^5}{Q_P} \frac{M}{a^{13/2}}, \quad (\text{A.1})$$

onde os parâmetros a , \dot{a} , M , são o semieixo maior, sua variação e a massa do satélite, enquanto G é a constante gravitacional, M_p é a massa do planeta, k_{2P} número de Love do planeta Q_P é o fator dissipação.

Considerando que o semieixo maior de Mimas e Encélado sofrem variações descritas pela equação (A.1), podemos integrar essa equação mantendo M_p , k_{2P} e Q_P constante sobre o tempo e utilizando os parâmetros de Mimas e Encélado, para encontrarmos o valor do semieixo maior de Mimas quando ele estava preso em ressonância com Encélado num passado remoto. Então podemos escrever que

$$\xi = 3 \left(\frac{G}{M_p} \right)^{1/2} k_{2P} \frac{R_p^5}{Q_P}, \quad (\text{A.2})$$

onde ξ é uma constante que depende dos parâmetros do planeta. Consequentemente, a equação (A.1) se torna

$$\dot{a} = a^{-11/2} \xi M. \quad (\text{A.3})$$

Com a integração de equação (A.3), obtemos

$$\frac{2}{13} (a^{13/2} - a_0^{13/2}) = \Delta t \xi M. \quad (\text{A.4})$$

onde a constante da integral a_0 é o valor do semieixo maior no instante t_0 , e $\Delta t = t - t_0$. Calculando

o valor dessa integral com os parâmetros de Mimas, temos

$$\frac{2}{13} (a_M^{13/2} - a_{0M}^{13/2}) = \Delta t_M \xi M_M, \quad (\text{A.5})$$

onde a_M e a_{0M} são os valores atual e antigo do semieixo maior de Mimas, respectivamente, M_M é a massa de Mimas e Δt_M é o tempo gasto para mimas se mover da posição a_{0M} a a_M .

Utilizando a integral com os parâmetros de Encélado, encontramos

$$\frac{2}{13} (a_E^{13/2} - a_{0E}^{13/2}) = \Delta t_E \xi M_E, \quad (\text{A.6})$$

onde o índice M foi trocado por E .

Agora se considerarmos que t é o tempo atual e t_0 é o instante que Mimas e Encélado estariam em ressonância, que $\Delta t_M = \Delta t_E$, e que também a razão do semieixo maior de Mimas e de Encélado na ressonância é $\alpha = a_{0M}/a_{0E}$, então, a partir da (A.5) e da (A.6), podemos encontrar

$$a_{0M} = \left[\frac{\left(\frac{M_E}{M_M} \right) a_M^{13/2} - a_E^{13/2}}{\left(\frac{M_E}{M_M} \right) - \frac{1}{\alpha^{13/2}}} \right]^{2/13}. \quad (\text{A.7})$$

Portanto, com a equação (A.7) podemos calcular um valor aproximado para um semieixo maior antigo de Mimas, exatamente quando o satélite ficou preso em ressonância com Encélado, dado um certo α .