

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DOS MATERIAIS

ALICE PRESOTTO

**EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS EXTERNOS E DE CORRENTES DE
TRANSPORTE NA DINÂMICA DE VÓRTICES EM UMA CONSTRIÇÃO
MESOSCÓPICA**

Ilha Solteira
2017

ALICE PRESOTTO

EFEITOS DE CAMPOS MAGNÉTICOS EXTERNOS E DE CORRENTES DE
TRANSPORTE NA DINÂMICA DE VÓRTICES EM UMA CONSTRIÇÃO
MESOSCÓPICA

Dissertação apresentada à Faculdade
de Engenharia – UNESP - Campus de
Ilha Solteira, como requisito para a
obtenção do título de Mestre em Ciência
dos Materiais.

Prof. Dr. RAFAEL ZADOROSNY
Orientador

Ilha Solteira
2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P934e Presotto, Alice .
Efeitos de campos magnéticos externos e de correntes de transporte na dinâmica de vórtices em uma constrição mesoscópica / Alice Presotto. -- Ilha Solteira: [s.n.], 03/08/2017
91 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia . Área de conhecimento: Física da Matéria Condensada.

Orientador: Rafael Zadorosny
Inclui bibliografia

1. Supercondutores mesoscópicos. 2. Vórtices cinemáticos. 3. Gtdgl.
4. Dinâmica de vórtices.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Efeitos de campos magnéticos externos e de correntes de transporte na dinâmica de vórtices em uma constrição mesoscópica

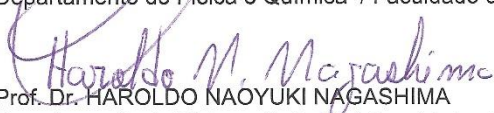
AUTORA: ALICE PRESOTTO

ORIENTADOR: RAFAEL ZADOROSNY

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em CIÊNCIA DOS MATERIAIS, área: FÍSICA DA MATERIA CONDENSADA pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. RAFAEL ZADOROSNY
Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. HAROLDO NAOYUKI NAGASHIMA
Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. PABLO ANTONIO VENEGAS URENDA
Departamento de Física / Faculdade de Ciências de Bauru

Ilha Solteira, 03 de agosto de 2017

Ao meu amado Danilo, pelo amor e apoio incondicional em todos os momentos.

Aos meus pais, Mário e Vera, com amor.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter-me concedido saúde, força e sabedoria para superar as dificuldades encontradas pelo caminho.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, pelo apoio financeiro.

Aos meus pais, Vera e Mário, pelo apoio e pelas orações. E por sempre acreditarem na minha capacidade.

A minha irmã, Adriana, por estar ao meu lado em todos os momentos. E me alegrar para que fosse possível continuar a caminhada.

Ao meu amado Danilo, por estar ao meu lado desde o início. Pelo carinho, amor, compreensão e pela grande ajuda desempenhada ao longo deste processo.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rafael Zadorosny, por todos os ensinamentos, conselhos, confiança e pela orientação deste trabalho.

Aos meus amigos do Grupo GSMA, Elwis, Danilo e Vinícius, pelas aprendizagens e companheirismo em todos os momentos.

Aos membros da Banca Examinadora pelo desprendimento ao aceitar o convite para avaliar este trabalho e pelas ricas contribuições.

Aos amigos e colegas, pelo incentivo e pelo apoio constante desempenhado ao longo desses anos.

“A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”.

Albert Einstein

RESUMO

Com o desenvolvimento científico, a fabricação de materiais em escalas nano e submicrométricas tornou-se uma realidade. Nos estudos teóricos e experimentais de materiais supercondutores, tais sistemas são denominados de mesoscópicos, e possuem tamanhos da ordem dos seus comprimentos característicos, i.e., $\lambda(T)$ e $\xi(T)$. Nessas escalas, a dinâmica de vórtices é fortemente dominada por efeitos de confinamento. Dessa forma, a investigação de suas características tem importância fundamental para o desenvolvimento e aplicação desses materiais de forma eficaz. Assim, neste trabalho foram estudados os efeitos da passagem de uma corrente de transporte por uma constricção de tamanhos mesoscópicos, que foi produzida inserindo dois defeitos (normalizando $0 < \psi < 1$ dentro do defeito) nas bordas opostas do sistema. Para tal, simulamos amostras supercondutoras mesoscópicas na presença de correntes de transporte e de campos magnéticos solucionando a equação generalizada de Ginzburg-Landau dependente do tempo (GTDGL). Sem campo magnético aplicado, os pares de vórtices cinemáticos são formados nos defeitos e se aniquilam no centro da amostra. Por outro lado, quando um baixo campo magnético é aplicado, produz uma assimetria na distribuição das correntes supercondutoras. Então, apenas o vórtice cinemático é formado em uma borda da amostra e a deixa pela lateral oposta. Contudo, antes de deixar o sistema, o vórtice cinemático experimenta um efeito de barreira superficial, que causa uma diminuição em sua velocidade. Os resultados obtidos se mostraram bastante interessantes e de grande importância para a área científica, visto que não foram verificados anteriormente.

ABSTRACT

With the scientific development, the fabrication of materials at nano and sub-micrometer scales become a reality. In theoretical and experimental study of superconducting materials, such systems are called mesoscopic and have sizes of the order of their characteristic lengths, i.e., $\lambda(T)$ and $\xi(T)$. In these scales, the vortex dynamics is strongly dominated by confinement effects. In this way, the investigation of their characteristics have fundamental importance for the development and application of these materials effectively. Then, in this work we studied the effect of a transport current flowing through a mesoscopic constriction, which was produced by inserting two defects (normalizing $0 < \psi < 1$ inside the defect) on the opposite edges of the system. The mesoscopic superconducting samples were simulated in the presence of transport currents and applied magnetic fields by solving the time-dependent Ginzburg-Landau equation in its generalized form (GTDGL). At zero applied magnetic field, kinematic vortex-antivortex pairs are formed at the defects and annihilate at the center of the sample. On the other hand, small external magnetic fields produce an asymmetry in the distribution of the superconducting currents. Then, only one kinematic vortex is nucleated in one of the borders of the sample and leaves it by the opposite side. However, before leaves the system, the kinematic vortex experiences a surface barrier effect, which causes a decrease in its velocity. The results obtained were very interesting and has great importance for the scientific area, whereas they were not verified previously.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1. Supercondutividade e algumas propriedades	16
3. TEORIAS FENOMENOLÓGICAS DA SUPERCONDUTIVIDADE	23
3.1. Equações de London	23
3.2. Teoria Fenomenológica de Ginzburg-Landau	25
3.3. Comprimentos Característicos	30
3.3.1. Comprimento de coerência	30
3.3.2. A profundidade de penetração magnética	33
3.3.3. Parâmetro de Ginzburg-Landau	34
3.4. Supercondutores Tipo I e Tipo II	34
3.5. Quantização do fluxo	37
3.6. Supercondutores Mesoscópicos	38
3.7 Efeitos de Barreira Superficial	40
4. VÓRTICES CINEMÁTICOS	42
5. FORMALISMO TEÓRICO	47
5.1. Equações TDGL	47
5.2. Equação Generalizada de Ginzburg-Landau Dependente do Tempo (GTDGL)	49
5.2.1. Campos Auxiliares	50
5.3. Condições de Contorno	52
5.4. Resolução da GTDGL por método numérico	53
5.4.1. Malha de discretização.	54
5.4.2. Discretização da GTDGL	57
5.4.3. Discretização da densidade de corrente	58
5.4.4. Discretização do potencial escalar	59

6. RESULTADOS	60
6.1. Curva da voltagem pela corrente	60
6.2. Dinâmica para diferentes sistemas	63
6.2.1. Campo Nulo	63
6.2.2. Baixos Campos	66
6.2.3. Campos Moderados	73
6.2.4. Altos Campos	79
6.3. Diagrama do estado de vórtices	81
6.3.1. O efeito de Barreira Superficial nos vórtices cinemáticos	85
CONCLUSÕES	90
REFERÊNCIAS	91

1. INTRODUÇÃO

No ano de 1908 Heike Kamerlingh Onnes, conseguiu o feito de liquefazer o hélio. Tal descoberta permitiu que três anos mais tarde, em 1911, o próprio Onnes e seus colaboradores descobrissem o fenômeno da supercondutividade. Na ocasião, eles estavam estudando no laboratório de Leiden, na Holanda, a resistividade elétrica do mercúrio em baixas temperaturas e observaram que o material perdia de forma completa e abrupta a sua resistividade, ao ser resfriado a uma temperatura de aproximadamente 4,2 K [1]. Este efeito de resistividade nula foi denominado de supercondutividade e a temperatura a partir da qual esta se manifesta foi chamada de Temperatura Crítica (T_c). Assim, T_c é a temperatura de transição de fase do estado normal para o estado supercondutor. A descoberta de Onnes foi reconhecida pela comunidade científica e, em 1913, ele foi laureado com o Prêmio Nobel de Física.

Uma característica também fascinante dos supercondutores (SCs) viria a ser descoberta em 1933, pelos físicos alemães W. Meissner e R. Ochsenfeld. Eles descobriram que o supercondutor (SC) além de ser um condutor perfeito, também são diamagnetos perfeitos, expulsando de seu interior todo o fluxo de campo magnético [2]. Este efeito foi denominado de efeito Meissner.

Com tais descobertas, iniciou-se a busca por uma teoria que explicasse o fenômeno da supercondutividade. Foi então que, em 1934, os irmãos London propuseram uma teoria sobre as propriedades eletrodinâmicas dos supercondutores. A teoria é fenomenológica e descreve o funcionamento dos materiais SCs por meio das Equações de Maxwell [3]. Tais conceitos são capazes de explicar o efeito Meissner com sucesso. Eles ainda evidenciam a existência de um comprimento fundamental λ_L , que indica a profundidade de penetração do campo magnético no interior do material a partir de sua interface com o meio externo.

No ano de 1950, Vitaly Ginzburg e Lev Landau desenvolveram uma importante descrição macroscópica para os SCs. Tal descrição é chamada de teoria de Ginzburg-Landau (GL) e foi derivada das ideias de Landau para transições de fase de segunda ordem [4, 5]. As propriedades termodinâmicas da

transição do estado normal para o supercondutor são explicadas por meio de uma variável termodinâmica, intitulada parâmetro de ordem. Tal parâmetro possui valor máximo para baixas temperaturas e tende a zero à medida que a temperatura aumenta e se aproxima da temperatura crítica. Essa teoria ainda prevê a existência de dois tipos de supercondutores, chamados de tipo I e tipo II. A diferença entre eles é que na presença de um campo magnético aplicado, os SCs do tipo I apresentam uma transição direta do estado supercondutor para o estado normal. Já quando os SCs do tipo II estão imersos em campo magnético, eles apresentam entre o estado supercondutor e o normal, o estado misto, no qual o sistema é supercondutor, mas possui em seu interior fluxo magnético, ou seja, regiões normais.

A existência de supercondutores do tipo II foi prevista pelo físico russo Alexei A. Abrikosov no ano de 1956 [6]. Segundo ele, havia a possibilidade de existir SCs que aceitariam em seu interior a penetração de fluxo magnético, de forma quantizada, e se organizariam de forma a diminuir a energia do sistema. Este estado ficou conhecido como estado misto, pois há a coexistência de supercondutividade e regiões normais.

Tanto a teoria de London, quanto a GL, descrevem o comportamento do SC em nível macroscópico, sendo assim, não dão conta de explicar como o material se torna supercondutor. Foi então que, em 1957, John Bardeen, Leon Cooper e John Robert Schrieffer apresentaram uma teoria microscópica, que ficou conhecida como BCS, devido aos seus descobridores [7]. Esta teoria explica os mecanismos quânticos responsáveis pela supercondutividade, ou seja, explica como o material se torna supercondutor. No ano anterior, foi introduzido por Cooper o conceito de pares de Cooper, que são os entes responsáveis pela supercondutividade [8].

No ano de 1959, Lev Gorkov [9] mostrou que a teoria de Ginzburg-Landau pode ser obtida como um caso particular da teoria BCS. Dessa forma o carácter fenomenológico deixou de ser uma objeção para a aceitação da primeira teoria.

Na década de 70, foram iniciados os estudos dos estados resistivos que surgem nas amostras supercondutoras quando submetidas à uma corrente de transporte. Para explicar este comportamento, foi introduzido o conceito de PSC (Phase-Slip Centers), que são locais onde ψ se anula devido à corrente

aplicada ultrapassar a corrente de *depairing* e destruir os pares de Cooper [10]. Anos mais tarde, em 1993, outro conceito relacionado ao estado resistivo na amostra supercondutora foi definido, os vórtices cinemáticos. Tais vórtices se diferem dos vórtices de Abrikosov, e aparecem devido à assimetria das correntes no supercondutor [11].

O fenômeno da Phase-Slip line (PSL) é comumente confundido com o dos vórtices cinemáticos, no entanto são efeitos diferentes. A PSL é formada por uma linha central na amostra com ψ nulo que perpassa por toda a lateral do sistema. Tais pontos são anulados devido ao fato da corrente aplicada ultrapassar a corrente de ligação dos pares de Cooper. Já os vórtices cinemáticos, surgem devido à assimetria das correntes no sistema, onde o ψ em um ponto é nulo e possui alta velocidade. Os vórtices cinemáticos surgem no sistema em pares, sendo o vórtice e o anti-vórtice cinemático. A PSL e os pares cinemáticos se confundem, pois os vórtices cinemáticos ao se deslocarem pelo sistema, causam uma degradação do ψ , formando assim uma linha na região central da amostra com a supercondutividade degradada [11].

A descoberta da supercondutividade e de suas propriedades, impulsionou novos estudos e formas de aplicações dos materiais supercondutores. A resistividade nula, por exemplo, pode ser empregada em transmissões de energia sem perdas pelo Efeito Joule. Os famosos trens Maglev se basearam na levitação magnética para a sua construção, sendo que em alguns projetos são empregados SCs para a levitação do veículo. Na medicina também podemos citar aplicações importantes, como a ressonância nuclear magnética (RNM) e a construção dos dispositivos SQUID (Dispositivo Supercondutor de Interferência Quântica). Esse último dispositivo é utilizado na detecção de campos magnéticos extremamente fracos e, dessa forma, é empregado em magnetoencefalografia. Sendo, então, sensível aos campos gerados pelas correntes elétricas produzidas pelas sinapses cerebrais, é possível produzir imagens dos campos produzidos. Recentemente, Halbertal e colaboradores aplicaram nanoSQUIDs para fazer imagens térmicas de amostras nanoscópicas [12].

Dentro desse contexto histórico da supercondutividade e de alguns avanços citados ocorridos em tal área, nossa proposta de trabalho foi estudar a dinâmica de vórtices cinemáticos em uma constrição com tamanhos

nanométricos. Uma das motivações desse trabalho foi a interpretação de resultados experimentais obtidos pelo Prof. Dr. Alejandro V. Silhanek da Universidade de Liege, na Bélgica (em comunicação particular conosco). Dessa forma, os parâmetros das amostras simuladas basearam-se nos parâmetros das amostras experimentais. Outra motivação foca-se no fato de que diversos dispositivos usando supercondutores nanométricos tem sido aplicados, tais como os *single photon detectors*. Como o princípio de funcionamento desses se baseiam no surgimento de um estado resistivo, esse estudo pode auxiliar na compreensão da origem de tais estados e, com isso, melhorar a sensibilidade desses dispositivos.

Com isso, esse trabalho está dividido da seguinte forma. Na seção 2 são brevemente descritas as principais características dos supercondutores; na seção 3 apresentaremos algumas teorias fenomenológicas com foco na teoria de Ginzburg-Landau; no item 4 é feita uma breve revisão bibliográfica sobre vórtices cinemáticos; na seção 5 é discutido o formalismo teórico que gerou os resultados apresentados na seção 6. A dissertação é finalizada com as conclusões do trabalho e as referências usadas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Supercondutividade e algumas propriedades

Os resultados dos experimentos de Heike Kamerlingh Onnes conduzidos no início do século XX (1911), são mostrados na Figura 1. Onnes estudava o comportamento elétrico de metais em baixíssimas temperaturas e, ao medir a resistência elétrica do Hg em função da temperatura, verificou que abaixo de 4,2K a resistividade de tal amostra caía abruptamente a zero.

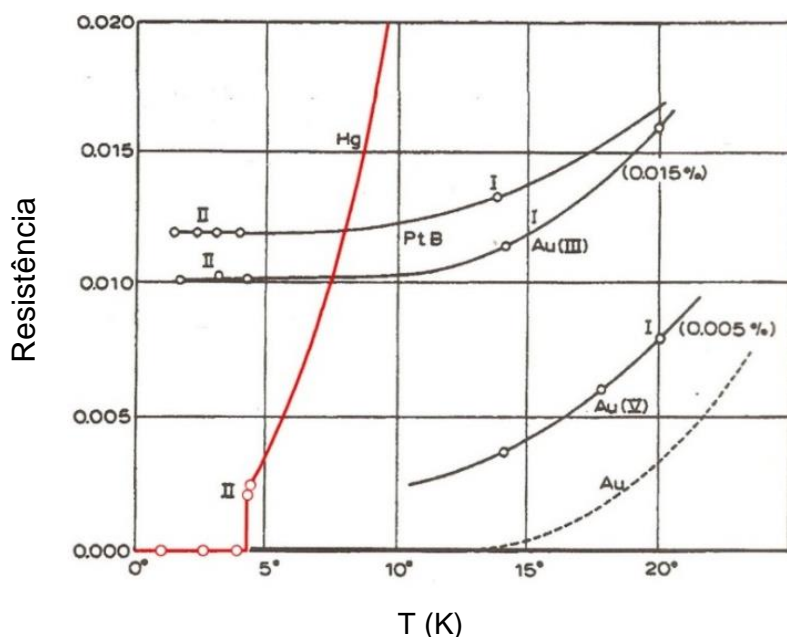


Figura 1: Representação esquemática da variação da resistência elétrica de uma amostra de Hg em função da temperatura. Na figura o eixo y tem unidade de resistência e o eixo x tem unidade de temperatura em kelvin. Note que, abaixo de 4,2 K a resistência da amostra vai a zero. Esta temperatura é denominada de temperatura crítica, T_c [1].

A temperatura na qual a resistência do material se anula, foi denominada de temperatura crítica (T_c). Contudo, a anulação da resistência elétrica abaixo de T_c não é o único parâmetro crítico que caracteriza as propriedades dos materiais supercondutores. O fenômeno da supercondutividade é altamente influenciado por campos magnéticos (H) e densidades de correntes (J) aplicados no material. Assim, os valores desses parâmetros que levam à destruição da supercondutividade são o campo magnético crítico (H_c) e a densidade de corrente crítica (J_c) [13].

A aplicação de um campo magnético externo ao SC produz uma diminuição da T_c . Porém, se o campo for muito intenso (e varia dependendo do material), ocorre a destruição do estado supercondutor e o material adquire um comportamento elétrico normal, com resistividade diferente de zero para qualquer temperatura. Assim, observações mostram que existe um diagrama de fase, $H_c(T)$, e acima de tal curva a supercondutividade é destruída [13].

Observa-se também que o estado supercondutor é destruído quando a amostra é percorrida por uma corrente (contínua) superior a certo valor crítico. Nos materiais supercondutores o valor crítico para esta corrente está relacionado ao valor do campo magnético produzido pela própria corrente na superfície da amostra [13]. Os três parâmetros críticos formam, então, um diagrama de fases tridimensional onde, acima das curvas críticas, a supercondutividade é destruída. Essas relações podem ser visualizadas na Figura 2.

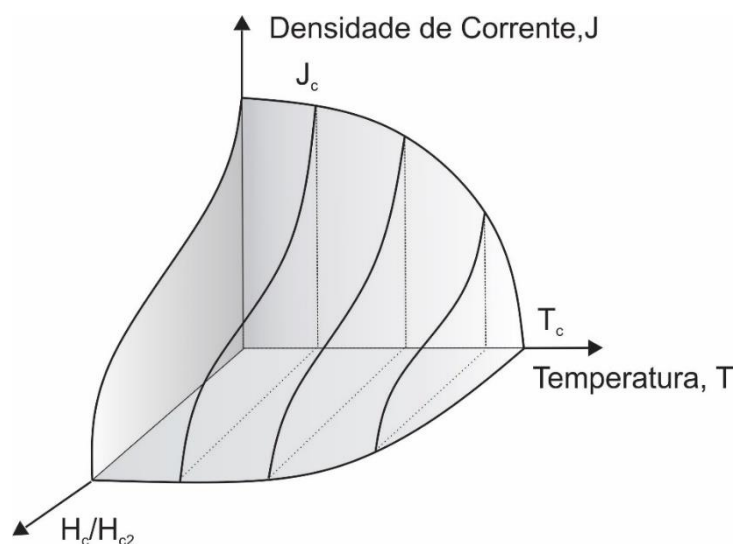


Figura 2: Gráfico contendo as relações entre densidade de corrente crítica, temperatura crítica e campo magnético crítico. Fonte: Próprio autor.

Como já mencionado anteriormente, em 1933 Meissner e Ochsenfeld descobriram que os supercondutores são diamagnetos perfeitos, ou seja, expulsam todo o fluxo magnético de seu interior. Assim, ao resfriar um material SC abaixo de T_c e na presença de um campo magnético aplicado, H , este é expulso do interior do material.

Na Figura 3, pode-se perceber que diferentemente de um condutor perfeito, o supercondutor expulsa de seu interior o fluxo do campo magnético aplicado, independente da história magnética do material. Com isso, se primeiro

resfriarmos ambos os materiais e depois aplicarmos \mathbf{H} , há a exclusão do fluxo em ambos os sistemas. No entanto, se o resfriamento ocorrer já com o fluxo magnético aplicado, percebemos que o supercondutor expulsa o fluxo magnético de seu interior, diferente do condutor perfeito, ou seja, a expulsão de campo magnético do interior de um SC não é consequência da lei de Faraday, pois ocorre também com campos estáticos. Tal efeito é chamado por efeito Meissner – Ochsenfeld ou simplesmente efeito Meissner [2, 5, 13].

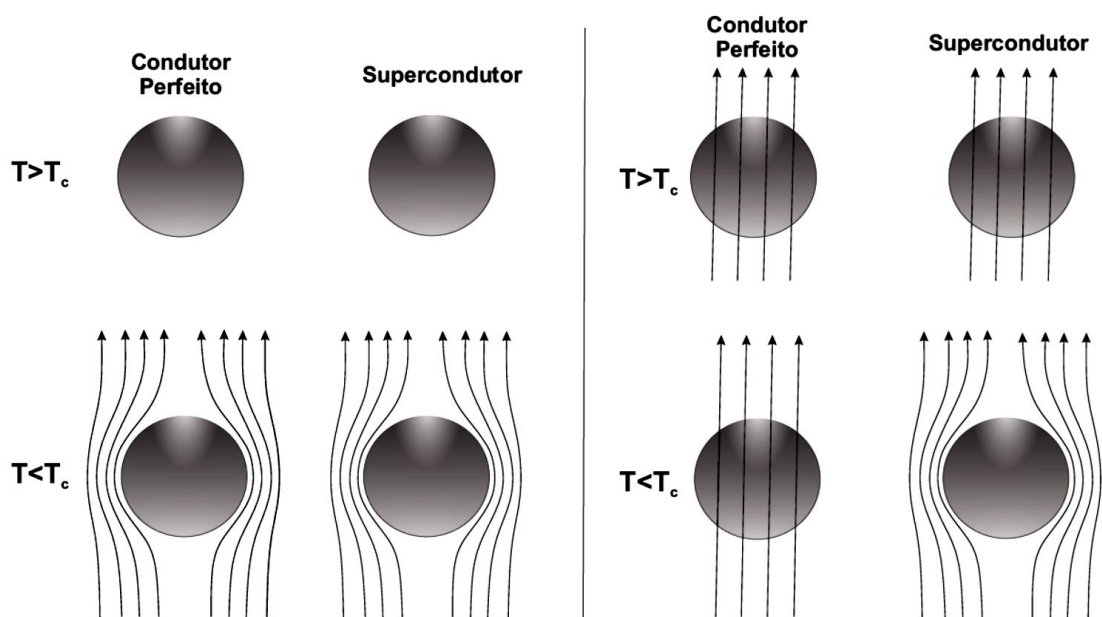


Figura 3: Diferença da aplicação de campo magnético em um condutor perfeito e em um supercondutor, onde em sistemas supercondutores, temos o efeito Meissner. Fonte: Próprio autor

Devido às características únicas dos supercondutores, várias teorias foram propostas na tentativa de explicar o fenômeno da supercondutividade. Dentre elas destacam-se a teoria fenomenológica de Ginzburg e Landau, GL, que descreve o SC em termos de um parâmetro de ordem $\psi(r)$ [4, 5, 13, 14], onde $|\psi|^2$ representa a densidade de portadores de carga (pares de Cooper) do estado supercondutor. Desta teoria, ainda, se obtém os comprimentos característicos de tais materiais, i.e., o comprimento de coerência (ξ), que mede a variação apreciável do parâmetro de ordem e a profundidade de penetração (λ), que indica o quanto o campo magnético penetra no material supercondutor. Essa teoria fenomenológica é um caso particular (demonstrado em 1959 por Gor'kov [9]) da teoria de primeiros princípios proposta por J. Bardeen, L. Cooper

e J. R. Schrieffer e conhecida por BCS [5, 7, 13]. Ela assume que os portadores de carga em um SC são os pares de Cooper. Esses são constituídos por elétrons que interagem atrativamente e em pares. Nesse caso, a repulsão Coulombiana é suplantada por uma interação atrativa, mediada por fônons da rede cristalina do material.

Em 1957, embasado na teoria GL (que veremos na sequência do trabalho), A. A. Abrikosov [6] demonstrou a existência de dois tipos de supercondutores os quais estão associados ao sinal da energia de interface que o material possui. Assim, os supercondutores que possuem uma energia de interface positiva, apresentam uma única transição para o estado normal, sendo denominados por supercondutores do tipo I (SC-I). Já aqueles onde a energia de interface é negativa, Abrikosov mostrou que, para minimizá-la, torna-se favorável a penetração de fluxo magnético no material. Esses materiais são os supercondutores do tipo II (SC-II). Com isso, o efeito Meissner está presente em todos os supercondutores, desde que o campo magnético aplicado seja suficientemente fraco. Contudo, a resposta geral destes diferentes materiais é bastante distinta quando na presença de um campo magnético.

Os SC-I apresentam apenas os estados Meissner (para $H \leq H_c$) e normal (para $H > H_c$). A Figura 4 [15] ilustra a dependência da magnetização em função do campo magnético aplicado.

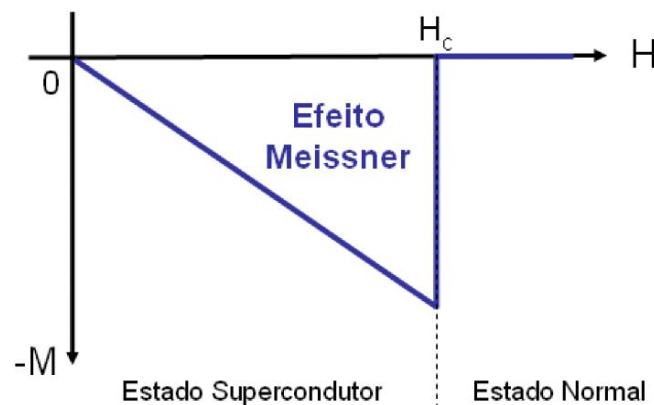


Figura 4: Ilustração do comportamento de um SC- I na presença de um campo magnético. Tal supercondutor apresenta apenas dois estados, o Meissner e o Normal, sendo que a supercondutividade é destruída acima de H_c [15].

Já os SC-II apresentam dois campos críticos. O estado Meissner persiste até o campo crítico inferior H_{c1} , acima do qual o fluxo magnético penetra parcialmente na amostra. A supercondutividade se mantém, entretanto, até um

campo crítico superior, H_{c2} . A região entre os dois campos críticos, mostrada na Figura 5, é denominada de estado misto ou estado de vórtices, pois é nesta região que há o convívio de regiões normais (vórtices) imersas em regiões supercondutoras.

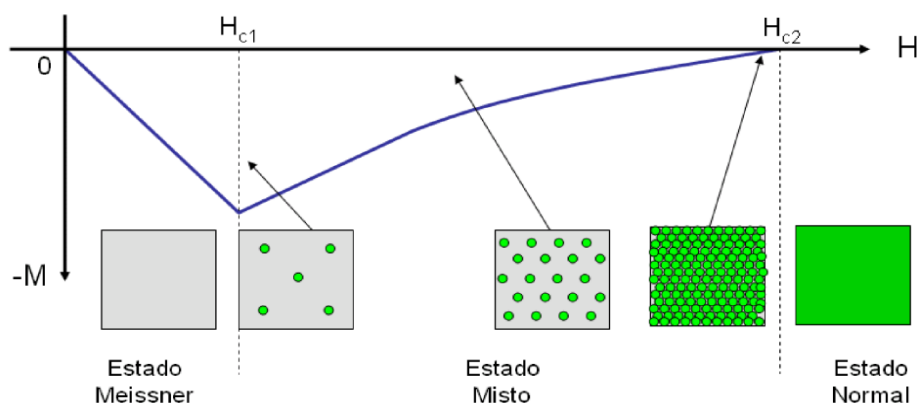


Figura 5: Ilustração da resposta de um supercondutor do tipo II na presença de campo magnético. Este apresenta três estados definidos, o de Meissner, onde se mantém até o campo crítico H_{c1} , o estado misto, onde ocorrem as penetrações de vórtices e está definido entre os campos H_{c1} e H_{c2} , e o estado normal, onde a supercondutividade é destruída no campo H_{c2} . Os pontos verdes nos quadrados indicam as posições dos vórtices [15].

Assim, cada vórtice carrega um quantum de fluxo magnético ($\Phi_0 = h/2e = 2.07 \times 10^{-15}$ Webber). Em seu núcleo, o material está no estado normal o qual é rodeado por correntes que blindam tal região de se espalhar pelas regiões supercondutoras adjacentes, tal como mostrado na Figura 6 [16]. O momento magnético de cada vórtice tem o mesmo sentido do campo externo. Assim, as correntes que os envolvem tem o mesmo sentido de circuitação e se distribuem por uma profundidade típica representada por λ . Com isso, a interação entre vórtices é repulsiva. O aumento de H apenas aumenta a densidade de vórtices no SC e, na ausência de defeitos, estes se arranjam em uma rede hexagonal conhecida por rede de Abrikosov. A Figura 7 mostra uma imagem real da rede de Abrikosov [17] e também uma distribuição de vórtices obtida via simulação computacional da teoria GL.

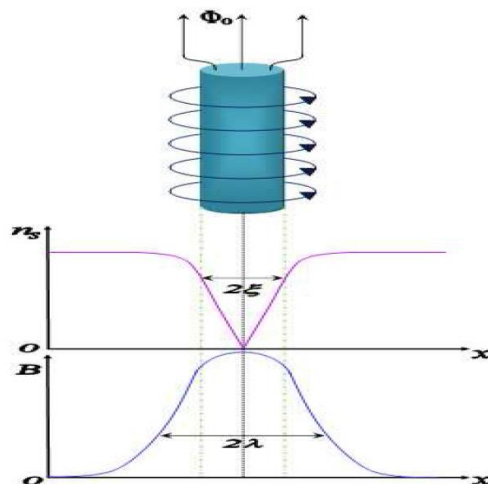


Figura 6: Esquemática de um vórtice circundado por correntes de blindagem e a evolução espacial dos parâmetros supercondutores ao seu redor [16].

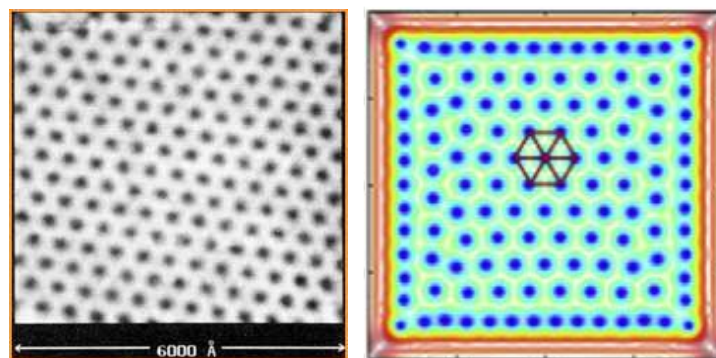


Figura 7: (Esquerda) imagem real da rede de Abrikosov, obtida por microscopia de tunelamento (STM) em um filme de NbSe₂, realizada a $T = 1,8$ K e $H = 1$ Tesla [17], (direita) rede de Abrikosov obtida por simulação computacional da teoria de Ginzburg-Landau [19].

A rede de Abrikosov é muito sensível à presença de defeitos no material os quais aprisionam os vórtices e, com isso, distorcem o arranjo dos mesmos (ver Figura 8) [18]. Outro fator que distorce a rede de Abrikosov são os efeitos de confinamento que surgem quando os tamanhos do SC são da ordem de seus comprimentos característicos, i. e., estão na escala nanométrica. Nessas condições, a rede de vórtices passa a adquirir a simetria do material [19, 20, 21].

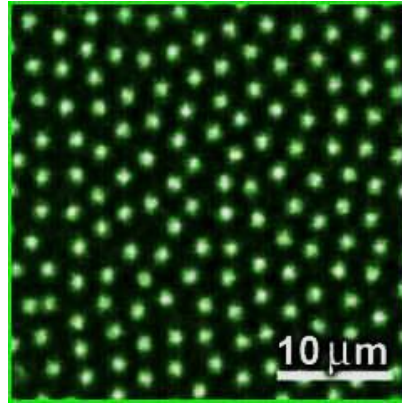


Figura 8: Distorção da rede de vórtices de Abrikosov, no qual não possui uma ordenação hexagonal de longo alcance [18].

3. TEORIAS FENOMENOLÓGICAS DA SUPERCONDUTIVIDADE

Devido às características únicas dos supercondutores, várias teorias foram propostas na tentativa de explicar o fenômeno da supercondutividade. Na sequência do texto serão apresentados um panorama geral das teorias que, na nossa interpretação, são as principais na área.

3.1. Equações de London

Em 1935, os irmãos London propuseram uma teoria fenomenológica embasada no chamado modelo de dois fluidos [3, 5]. Com isso, propuseram que uma parte dos elétrons do material se comportam de maneira normal, mas a outra parte possui propriedades diferentes e são os responsáveis pela supercondutividade. A estes elétrons com comportamento anômalo foi dado o nome de superelétrons, e ainda, de acordo com a resistividade nula, considerou-se que tais partículas supercondutoras não estão sujeitas às Leis de Ohm. Quando o material é submetido a um campo elétrico, os superelétrons são acelerados sem dissipação e, de acordo com a segunda lei de Newton, o seu movimento pode ser expresso por:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E}, \quad (3.1)$$

sendo m , e e \mathbf{v} a massa, a carga e a velocidade média de deriva dos elétrons, respectivamente.

Considerando que a densidade de corrente associada às superpartículas é dada pela expressão, $\mathbf{J} = n_s e \mathbf{v}$, onde n_s é a densidade dos elétrons associados a supercondutividade, obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \frac{n_s e^2}{m} \mathbf{E}. \quad (3.2)$$

A equação (3.2) é conhecida como a primeira equação de London. Reescrevendo-a e aplicando o rotacional em ambos os lados obtemos a seguinte expressão:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \left(\frac{m}{n_s e^2} \right) \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{J}_s. \quad (3.3)$$

Em (3.3), o termo entre parênteses será substituído por $\Lambda_L = \frac{m}{n_s e^2}$.

De acordo com a Lei de Faraday:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.4)$$

a expressão (3.3), pode ser reescrita da seguinte forma:

$$c\Lambda_L \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{J}_{sh} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (c\Lambda_L \nabla \times \mathbf{J}_{sh} + \mathbf{B}) = 0. \quad (3.5)$$

O argumento da derivada temporal ou é nulo ou uma constante. O efeito Meissner é considerado quando a primeira hipótese é satisfeita, ou seja, a blindagem do supercondutor é feita por correntes que o circundam (correntes de blindagem) que geram um campo no sentido oposto ao campo aplicado no interior do material. Usando a Lei de Ampère:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_{sh}, \quad (3.6)$$

e a expressão (3.5), obtemos:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = -\frac{4\pi}{c^2 \Lambda_L} \mathbf{B}. \quad (3.7)$$

De acordo com a identidade vetorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$, com $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, devido a não existência de monopolos magnéticos no espaço real. Com isso a expressão (3.7) fica:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c^2 \Lambda_L} \mathbf{B}. \quad (3.8)$$

O comprimento de penetração de London é definido como $\lambda_L^2 = \frac{c^2 \Lambda_L}{4\pi}$.

Assim, substituindo Λ_L , obtêm-se:

$$\lambda_L^2 = \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}. \quad (3.9)$$

Considerando o caso unidimensional onde em $x = 0$ está a interface normal (vácuo)-supercondutor e o espaço $x \geq 0$ é preenchido pelo supercondutor, e que o campo é aplicado ao longo da direção z , temos que:

$$\frac{d^2 B_z}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} B_z. \quad (3.10)$$

Resolvendo (3.10) obtemos:

$$B_z(x) = B_0 e^{-x/\lambda_L}, \quad (3.11)$$

onde B_0 é o valor do campo na interface.

A expressão (3.9) é chamada de comprimento de penetração de London e é um dos parâmetros característicos dos supercondutores. A expressão (3.11) evidencia que o campo magnético externo penetra por uma camada de valor λ_L dentro do SC.

3.2. Teoria Fenomenológica de Ginzburg-Landau

Para explicar o comportamento do supercondutor na presença de campos magnéticos, em 1950 V. L. Ginzburg e L. D. Landau propuseram uma descrição também fenomenológica para a supercondutividade [4]. Tal descrição foi chamada de teoria de Ginzburg-Landau (GL), e tem como base a teoria de transição de fase de segunda ordem de Landau. Esta teoria introduzia um parâmetro de ordem que desaparecia para $T > T_c$, ou seja, abaixo de T_c , o parâmetro de ordem possuía valor definido, ao passo que, acima dessa temperatura ele seria nulo [5, 13, 22]. Inicialmente, o parâmetro de ordem estudado foi a magnetização \mathbf{M} , que apresentava o comportamento proposto em sua teoria, possuindo um ponto de transição e tornando-se diferente de zero abaixo de T_c . Landau notou que o parâmetro de ordem apresentava variações suaves, de modo que a função poderia ser considerada contínua. Dessa forma, é possível expandir a energia livre em uma série de potências da magnetização (parâmetro de ordem). Desprezando os termos de ordens mais elevadas (pois nas proximidades da transição o parâmetro de ordem é muito pequeno) e ainda os termos ímpares, a expansão da energia livre (por unidade de volume) de Helmholtz assume a forma:

$$F = F_0 + \alpha M^2 + \frac{\beta}{2} M^4, \quad (3.12)$$

onde F_0 é a energia livre para a magnetização nula. Considerando o sistema homogêneo, o estado de equilíbrio é então dado pela minimização da energia livre (3.12), obtendo-se:

$$\frac{\partial F}{\partial M} = 0 \rightarrow [2\alpha + 2\beta M^2]M = 0, \quad (3.13)$$

no qual as soluções para (3.13) são:

$$M^2 = 0 \quad e \quad M^2 = -\frac{\alpha}{\beta}. \quad (3.14)$$

O tipo de solução que procuramos é a que fornece $M = 0$ para $T > T_c$ e $M \neq 0$ para $T < T_c$. Em regra, supõe-se que β é uma constante positiva. Com isso, é preciso que α mude de sinal em $T = T_c$. Sendo a temperatura maior que T_c , α deverá assumir valores positivos, para que o mínimo de energia ocorra em $M^2 = 0$. Abaixo de T_c , α assumirá valores negativos, para que a solução $M^2 \neq 0$ favoreça um mínimo de magnetização diferente de zero. Como descrito, α possui dependência com a temperatura. Dessa forma, podemos fazer uma expansão desta constante em torno de T_c e conservando apenas o termo de mais baixa ordem. Obtêm-se:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha_0(T - T_c), & T < T_c \\ 0, & T \geq T_c \end{cases} \quad (3.15)$$

onde α_0 é uma constante positiva.

Pode-se ilustrar graficamente as soluções de M que correspondem aos mínimos de energia que foram obtidos pela equação (3.14), conforme a Figura 9.

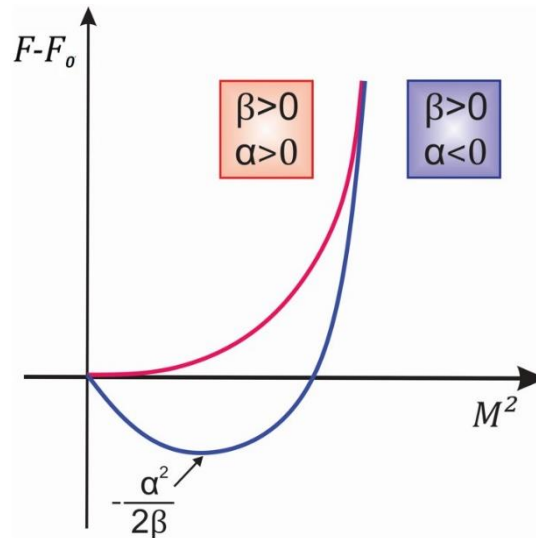


Figura 9: Valores para o mínimo de energia de acordo com a variação da temperatura. Fonte: Próprio autor

Após o trabalho de Gor'kov [9] que demonstrou ser a teoria GL um caso particular da teoria BCS, o parâmetro de ordem supercondutor passou a ser uma função de onda complexa, ψ , a qual está relacionada com a densidade de superpartículas da teoria de London, pois o quadrado do módulo dessa função complexa representa a densidade de superelétrons (n_s) no supercondutor, tal como:

$$n_s = |\psi_{(r)}|^2 = \psi\bar{\psi}. \quad (3.16)$$

ψ pode ser escrito como:

$$\psi = \psi_\infty e^{i\theta}, \quad (3.17)$$

onde ψ_∞ é o parâmetro de ordem no interior do supercondutor, longe das superfícies e θ é a fase de ψ .

Seguindo a teoria de Landau para transição de fase de segunda ordem, para um supercondutor na ausência de campo externo temos que:

$$F = F_0 + \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4, \quad (3.18)$$

onde F_0 corresponde à energia do estado normal e $F_c = \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4$ é a energia do condensado, ou seja, a energia necessária para a formação dos

portadores de carga do estado supercondutor (pares de Cooper após a teoria BCS). A forma mais simples do parâmetro α que garante a minimização da energia e que também gera um salto no calor específico (outra propriedade do estado supercondutor) em $T = T_c$ é $\alpha = \alpha_o (T - T_c)$ e β é uma constante fenomenológica positiva.

Em (3.18) não está sendo considerado o aumento de energia relacionado ao gradiente do parâmetro de ordem. Para fazer essa correção, Ginzburg e Landau introduziram um termo que seria o gradiente do parâmetro de ordem:

$$F_G = \frac{\hbar^2}{2m^*} |\nabla\psi|^2, \quad (3.19)$$

onde o termo $\hbar^2/2m^*$ está relacionado com a energia cinética na mecânica quântica e m^* é a massa de um par de elétrons. Quando aplicado um campo magnético externo, também deve-se levar em conta a introdução do momento linear, que tem a seguinte forma:

$$\mathbf{p} = -i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}, \quad (3.20)$$

onde e^* é a carga de um par de elétrons e \mathbf{A} é o potencial vetor.

Reescrevendo a equação (3.19) com o valor esperado da (3.20), obtêm-se a expressão:

$$F_G = \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A} \right) \psi \right|^2. \quad (3.21)$$

Por fim, deve-se considerar a contribuição do campo magnético aplicado para a densidade de energia do sistema, que pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_B = \frac{1}{8\pi} B^2(\mathbf{r}). \quad (3.22)$$

Considerando as energias descritas acima, a energia livre do estado supercondutor quando um campo magnético é aplicado, é dada por:

$$F = F_0 + \int (F_C + F_G + F_B) d^3r. \quad (3.23)$$

Assim substituindo as expressões (3.18), (3.21) e (3.22), em (3.23) escrevemos a energia livre do estado supercondutor como:

$$F = F_0 + \frac{1}{V} \int \left\{ \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{1}{8\pi} B^2(r) \right\} d^3r. \quad (3.24)$$

O estado supercondutor ocorre como uma minimização da energia do sistema. Sendo assim, minimizaremos a equação (3.24) com relação a $\bar{\psi}$ e a \mathbf{A} .

Para minimizar a energia livre com relação a $\bar{\psi}$, pode-se utilizar os métodos variacionais. A equação de Euler-Lagrange é dada por:

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{\psi}} - \nabla \left[\frac{\partial F}{\partial (\nabla \bar{\psi})} \right] = 0. \quad (3.25)$$

Dessa forma, efetuando a derivada funcional da equação (3.24) obtêm-se:

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.26)$$

A equação (3.26) é conhecida como a 1ª equação GL, e descreve a variação espacial do parâmetro de ordem no sistema supercondutor na presença de um campo magnético externo aplicado.

Para obter a 2ª equação GL deve-se minimizar a energia livre utilizando os métodos variacionais de acordo com a expressão:

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{A}} - \nabla \times \left[\frac{\partial F}{\partial (\nabla \times \mathbf{A})} \right] = 0. \quad (3.27)$$

Efetuando a derivada funcional da equação (3.24) com relação ao potencial vetor \mathbf{A} , obtêm-se:

$$-\frac{1}{4\pi} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -i \frac{\hbar}{2m^*} \frac{e^*}{c} (\bar{\psi} \nabla \psi - \psi \nabla \bar{\psi}) - \frac{e^{*2}}{c^2} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m^*}. \quad (3.28)$$

Levando em conta que $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s$ e substituindo-o em (3.28) temos:

$$\mathbf{J}_s = \left[-i \frac{\hbar}{2m^*} e^* (\bar{\psi} \nabla \psi - \psi \nabla \bar{\psi}) - \frac{e^{*2} \mathbf{A} |\psi|^2}{c m^*} \right]. \quad (3.29)$$

A equação (3.29) é conhecida como a 2ª equação GL e nos fornece a corrente supercondutora, ou seja, a resposta diamagnética do supercondutor levando em conta a aplicação de um campo magnético.

3.3. Comprimentos Característicos

3.3.1. Comprimento de coerência

O comprimento de coerência (ξ) é uma grandeza fundamental dos supercondutores. A existência desta grandeza é prevista pela Teoria de Ginzburg-Landau. De modo geral, ξ representa a distância pela qual ψ varia e, como veremos na sequência, tem relação direta com o tipo de supercondutividade apresentada por um material.

Estudaremos a seguir o comportamento de ψ para dois casos. Em ambos desconsideramos a influência do potencial vetor ($\mathbf{A} = 0$).

Campo nulo dentro do Supercondutor

Neste primeiro caso consideramos o parâmetro de ordem homogêneo e, todo espaço ($\nabla \psi = 0$), o que indica que a densidade de superelétrons (n_s) não varia com a posição dentro do material supercondutor.

Como mostrado anteriormente, a 1ª equação GL é:

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.30)$$

Considerando $A = 0$ e o parâmetro de ordem homogêneo, tem-se:

$$\alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0. \quad (3.31)$$

Já a 2ª equação GL se anula sob tais condições.

Para regiões normais, a equação (3.31) possui a solução $\psi = 0$. Já para regiões supercondutoras onde $\alpha < 0$ e $T < T_c$, temos:

$$|\psi|^2 = -\frac{\alpha}{\beta} = \frac{|\alpha|}{\beta}. \quad (3.32)$$

Como já mencionado anteriormente, os parâmetros α e β são considerados como:

$$\alpha(T) = \alpha_0 \left[\frac{T}{T_c} - 1 \right], \quad T \leq T_c, \quad (3.33)$$

$$\beta(T) = \beta_0, \quad (3.34)$$

onde α_0 e β_0 são ambos definidos como positivos, de modo que α é nulo em T_c e negativo abaixo desta temperatura.

Substituindo as equações (3.33) e (3.34) na equação (3.32), com $|\psi|^2 = n_s^*$, temos:

$$n_s^* = \frac{\alpha_0}{\beta_0} \left[1 - \frac{T}{T_c} \right]. \quad (3.35)$$

A equação (3.35) mostra que a densidade de superelétrons tem uma dependência linear com a temperatura.

Campo nulo perto do limite supercondutor

Para o segundo caso, consideramos o potencial vetor nulo ($A = 0$) e a não homogeneidade do gradiente de ψ ($\nabla\psi \neq 0$), representando sistemas com defeitos e bordas.

Assim, nestas condições, a 1ª equação GL é escrita como:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.36)$$

Como α é negativo no estado supercondutor, pode-se escrever $\alpha = -|\alpha|$. Considerando ψ função apenas de x , a expressão (3.36) pode ser escrita como:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 \psi}{dx^2} - |\alpha| \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.37)$$

É mais conveniente escrever o parâmetro de ordem na forma adimensional, por meio da transformação:

$$\psi = \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} f. \quad (3.38)$$

Dessa forma, substituindo (3.38) em (3.37), obtêm-se:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^* |\alpha|} \frac{d^2 f}{dx^2} - f + f^3 = 0. \quad (3.39)$$

O termo que acompanha a derivada parcial na equação (3.39) tem unidade de quadrado de comprimento e é chamado de comprimento de coerência,

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m^* |\alpha|}, \quad (3.40)$$

sendo um dos comprimentos fundamentais do estado supercondutor.

Substituindo a expressão (3.33) em (3.40), obtêm-se uma relação dependente da temperatura:

$$\xi(T) = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m^* \alpha_0 T_c}} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\frac{1}{2}} = \xi(0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (3.41)$$

Escrevendo a equação (3.39) em função de $\xi(T)$, têm-se:

$$\xi^2(T) \frac{d^2 f}{dx^2} + f - f^3 = 0 \quad (3.42)$$

Supondo que $f(x) = 1 + \phi(x)$, onde $\phi(x) \ll 1$, obtêm-se a equação (3.42) na forma linearizada, isto é:

$$\xi^2(T) \frac{d^2 f}{dx^2} + (1 + \phi) - (1 + 3\phi + \dots) = 0,$$

ou seja,

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} - \frac{2\phi}{\xi^2} = 0,$$

cujas soluções são dadas por:

$$\phi(x) \sim e^{\pm \sqrt{2} \frac{x}{\xi}}. \quad (3.43)$$

A equação (3.43) mostra que uma pequena mudança no parâmetro de ordem decai com um comprimento característico da ordem de $\xi(T)$.

3.3.2. A profundidade de penetração magnética

Esta segunda análise tem como objetivo encontrar o valor da profundidade de penetração dos supercondutores. Assumiremos que ψ é constante em todo o espaço.

Assim, a equação (3.29) torna-se:

$$\mathbf{J}_s = -\frac{e^{*2} \mathbf{A} |\psi|^2}{c m^*}. \quad (3.44)$$

Utilizando a Lei de Ampère, $\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s$, obtêm-se:

$$\left(\frac{m^* c^2}{4\pi e^{*2} |\psi|^2} \right) \nabla \times \mathbf{B} + \mathbf{A} = 0. \quad (3.45)$$

Substituindo $|\psi|^2 = |\alpha|/\beta$, obtêm-se:

$$\left(\frac{m^* c^2 \beta}{4\pi e^{*2} |\alpha|} \right) \nabla \times \mathbf{B} + \mathbf{A} = 0. \quad (3.46)$$

Definindo $\lambda^2 = \left(\frac{m^* c^2 \beta}{4\pi e^{*2} |\alpha|} \right)$ e aplicando o rotacional a ambos os lados de (3.46), obtemos:

$$\lambda^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + \mathbf{B} = 0. \quad (3.47)$$

A equação (3.47) é a equação de London. No entanto, com a teoria GL obtém-se uma informação adicional, a dependência de λ com a temperatura. Assim, substituindo a equação (3.33) em λ^2 , obtemos:

$$\lambda^2(T) = \left(\frac{m^* c^2 \beta}{4\pi e^{*2} \alpha_0} \right) \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1} = \lambda^2(0) \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1}. \quad (3.48)$$

3.3.3. Parâmetro de Ginzburg-Landau

Como discutido anteriormente, ambos os comprimentos característicos dos supercondutores possuem dependência com a temperatura. No entanto, a razão entre eles resulta em uma constante independente de T . Essa constante é obtida pela razão entre λ e ξ , e é conhecida como parâmetro de Ginzburg-Landau:

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} = \frac{m^* c}{e^* \hbar} \sqrt{\frac{\beta_0}{2\pi}}. \quad (3.49)$$

O valor de κ é importante na teoria GL, pois ele define o tipo de material supercondutor.

3.4. Supercondutores Tipo I e Tipo II

A classificação dos materiais SCs é realizada levando-se em conta o comportamento que tais materiais apresentam na presença de campo magnético aplicado. Considerando uma interface entre o material supercondutor e um material normal, a energia de superfície é proporcional à diferença entre os

comprimentos característicos, ou seja, $(\xi - \lambda)$, e é o valor desta que irá caracterizar o material. Sendo assim, se $\xi > \lambda$, a energia superficial é positiva. Isso indica que o material supercondutor não permite que sejam formados domínios normais em seu interior, permanecendo no estado Meissner até certo campo crítico, acima do qual o material se torna normal. Nesse caso os materiais foram classificados como supercondutor do tipo I. Por outro lado, se $\xi < \lambda$, a energia superficial é negativa e torna-se energeticamente favorável a formação de domínios normais no interior dos supercondutores. Essas regiões normais são caracterizadas por fluxo magnético em forma que tubo rodeado por correntes que o impede de se espalhar pelo material (vórtices). No interior dos vórtices o fluxo magnético é quantizado sendo dado por $\Phi_0 = hc/2e = 2,07 \times 10^{-7} G cm^2$. Os materiais que apresentam essas características, foram classificados como supercondutores do tipo II.

Abrikosov mostrou que a densidade de energia de interface se anula para $\kappa = 1/\sqrt{2}$. Adicionalmente, para $\kappa < 1/\sqrt{2}$ a energia superficial é positiva e o supercondutor é do tipo I; para $\kappa > 1/\sqrt{2}$ a energia superficial é negativa e tem-se, então, os materiais do tipo II. A Figura 10 ilustra os perfis de campo e do parâmetro de ordem para os dois tipos de supercondutores.

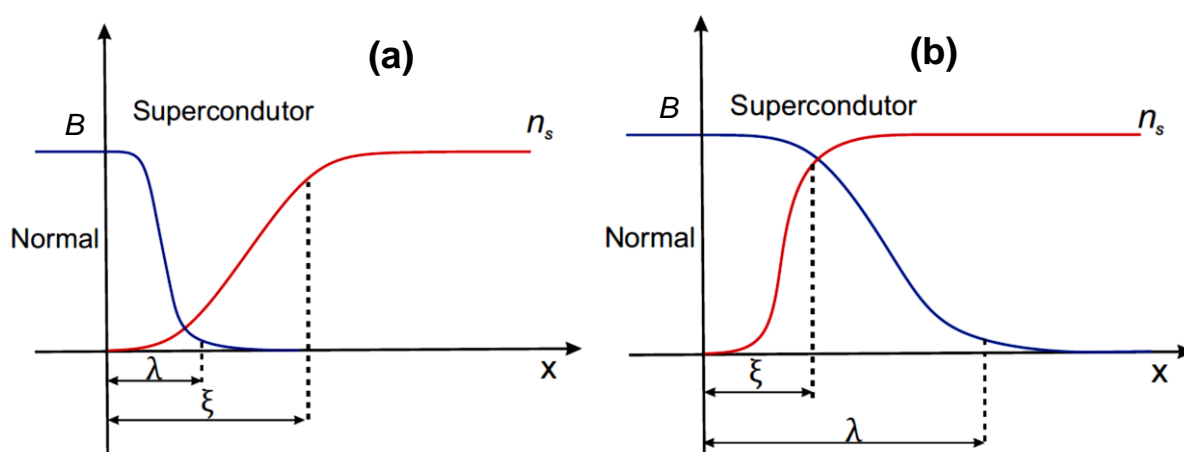


Figura 10: Representação dos comprimentos característicos dos supercondutores (a) tipo I e (b) tipo II. Fonte: Próprio autor.

A Figura 11 e a Figura 12 mostram esquematicamente os diagramas de fase para os SC-I e SC-II, respectivamente. Os SC-I permanecem no estado

Meissner, até que o campo magnético aplicado alcance o valor do campo crítico $H_c(T)$. Acima de $H_c(T)$, a supercondutividade é destruída e a amostra vai para o estado normal (Figura 11).

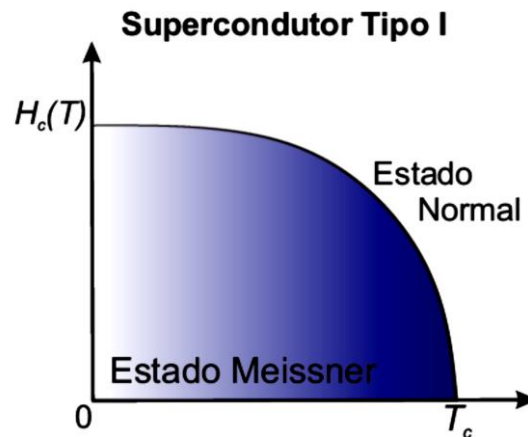


Figura 11: Diagrama de fase do supercondutor do tipo I, indicando que há apenas um campo crítico. Fonte: Próprio autor.

Os SC-II permanecem no estado Meissner enquanto o campo magnético aplicado for inferior ao seu primeiro campo crítico, $H_{c1}(T)$. Para campos maiores que $H_{c1}(T)$, vórtices penetram na amostra de forma quantizada. Conforme o campo aplicado aumenta, a densidade de vórtices também aumenta, de forma que há um campo no qual os núcleos dos mesmos começam a se sobrepor e, acima do campo crítico superior, $H_{c2}(T)$, os núcleos se sobrepõem completamente e a supercondutividade é destruída.

A região compreendida entre os dois campos críticos $H_{c1}(T) < H < H_{c2}(T)$, é denominada de estado misto, havendo a coexistência de regiões supercondutoras e normais no interior do material. A Figura 12, ilustra um diagrama de fases muito simplificado para os SC-II. Como os vórtices interagem entre si, quando em grande número, eles se comportam como partículas na matéria condensada, ou seja, possuem transições de fase estruturais, módulo de elasticidade entre outros que habilitam a tratarmos-os como uma “matéria de vórtices”. Assim, ao diagrama da Figura 12 acrescenta-se as fases da matéria de vórtices que o torna muito mais complexo e completo [23].

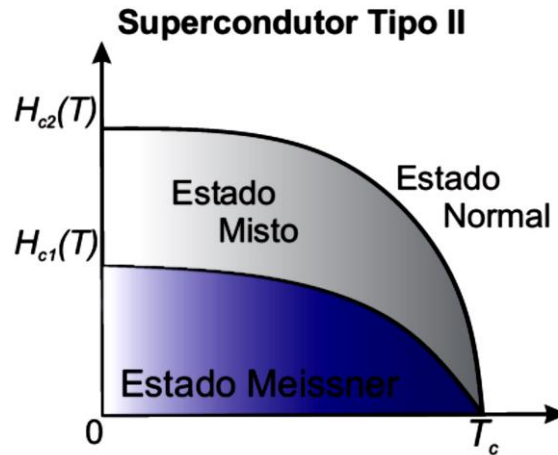


Figura 12: Diagrama de fases para o supercondutor tipo II, representando a presença de dois campos críticos. Fonte: Próprio autor.

3.5. Quantização do fluxo

A quantização do fluxo pode ser demonstrada pelas equações GL. Primeiramente, vamos reescrever a equação (3.17) da seguinte forma:

$$\psi(r) = |\psi|e^{i\theta(r)}. \quad (3.50)$$

Substituindo a expressão (3.50) na 2ª equação GL (3.29), obtemos:

$$\mathbf{J}_s = \frac{2\hbar e}{m^*} |\psi|^2 \nabla \theta - \frac{4e^2}{m^* c} \mathbf{A} |\psi|^2. \quad (3.51)$$

A equação (3.51) também pode ser reescrita na forma:

$$\mathbf{A} = \frac{\hbar c}{2e} \nabla \theta - \frac{m^* c}{4e^2} \frac{\mathbf{J}_s}{|\psi|^2}. \quad (3.52)$$

Integrando em um caminho fechado, obtemos:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\hbar c}{2e} \oint \nabla \theta \cdot d\mathbf{l} - \frac{m^* c}{4e^2} \oint \frac{\mathbf{J}_s}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l}. \quad (3.53)$$

Para que ψ assuma um único valor, a integral de $\nabla\theta$ deve ser um múltiplo inteiro de 2π .

$$\oint \nabla\theta \cdot d\mathbf{l} = 2\pi n \quad (3.54)$$

Dessa forma, substituindo (3.54) na expressão (3.53), obtemos:

$$\frac{m^*c}{4e^2} \oint \frac{\mathbf{J}_s}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l} + \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\hbar c}{2e} 2\pi n. \quad (3.55)$$

Definindo $\phi_0 = 2\pi\hbar c/2e$, e utilizando o teorema de Stokes:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, ds = \phi, \quad (3.56)$$

a expressão (3.55), pode ser reescrita como:

$$\frac{m^*c}{4e^2} \oint \frac{\mathbf{J}_s}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l} + \phi = n\phi_0. \quad (3.57)$$

A expressão (3.57) é válida para todos os supercondutores, e pode ser aplicada no estado intermediário e misto. Ela mostra que a soma do fluxo ϕ com a integral de linha envolvendo a densidade de corrente \mathbf{J}_s é quantizada. Dessa forma, mostramos que o fluxo penetrado dentro dos SC-II é quantizado. Em materiais volumétricos (bulks), os vórtices se arranjam em uma rede hexagonal, a rede de Abrikosov. Ao considerarmos a primeira zona de Brillouin dessa rede, vemos que \mathbf{J}_s se anula ao longo dela e, com isso, mostramos que em cada vórtice está contido um quantum de fluxo magnético.

3.6. Supercondutores Mesoscópicos

Com o avanço das técnicas de nanofabricação, tem crescido o interesse pelo estudo das propriedades de amostras supercondutoras de tamanhos mesoscópicos. Tais SCs possuem dimensões comparáveis às de $\lambda(T)$ e/ou $\xi(T)$.

A interação entre os vórtices é em geral repulsiva, devido as suas correntes de blindagem que circundam no mesmo sentido. Dessa forma, em supercondutores macroscópicos tem-se a formação de uma rede de vórtices hexagonal, denominada rede de Abrikosov, como já descrito anteriormente. No entanto, os supercondutores mesoscópicos apresentam efeitos de confinamento, os quais causam uma variedade de comportamentos distintos. Um deles é a distorção na rede de vórtices, a qual adquire uma simetria que acompanha a geometria da amostra, como evidenciado na Figura 13.

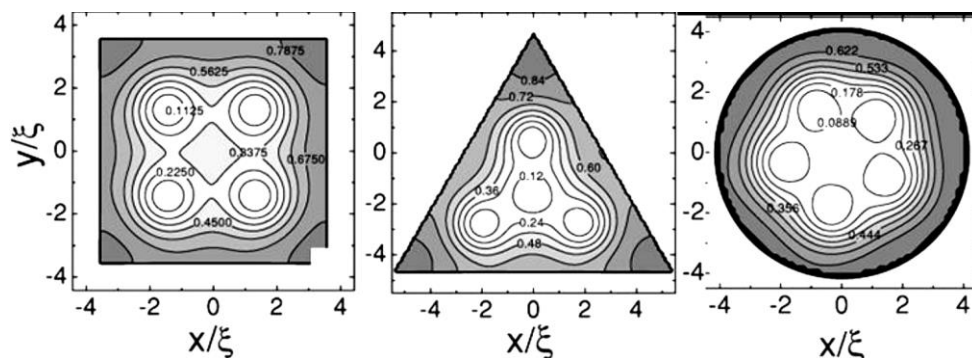


Figura 13: Arranjo dos vórtices em amostras mesoscópicas com diferentes geometrias. Os arranjos seguem a simetria do sistema [20].

Outra característica prevista do confinamento é o surgimento de vórtices gigantes, ou seja, vórtices que possuem em seu núcleo, mais de 1 quantum de fluxo magnético [24, 25, 26]. Embora em alguns trabalhos é afirmado que se mediu experimentalmente tais estruturas [27], estas são altamente afetadas por defeitos no material o que não garante que, em amostras reais, os vórtices gigantes de fato existam.

Zadorosny e colaboradores [28] demonstraram o limite dos comportamentos macro e mesoscópicos analisando a rede de vórtices. Na Figura 14 temos as condições desse limite para vários tamanhos de amostras quadradas em função da temperatura. A linha pontilhada indica o valor teórico de $\lambda(T)$ o qual está bem abaixo do limiar onde os efeitos de confinamento, ou seja, do limiar onde os supercondutores começam a se comportar como mesoscópicos. Enquanto supercondutores macroscópicos apresentam a rede de Abrikosov, e esta se mantém até $H_{c2}(T)$, no limiar macro-meso, a rede de vórtices passa por um *crossover* onde há um convívio entre uma rede quase-hexagonal e uma rede quadrada (ver Figura 14).

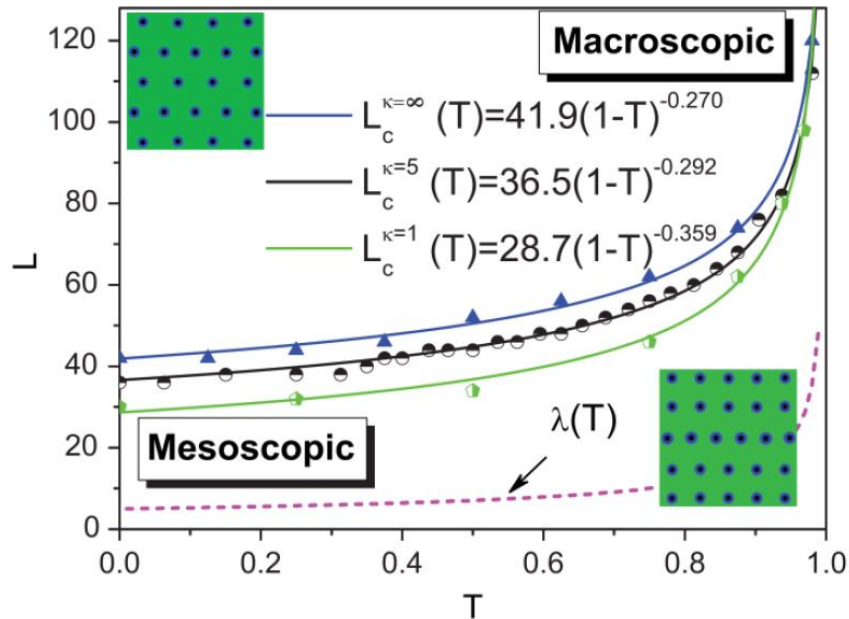


Figura 14: Linha limítrofe, $L_c(T)$. Acima desta linha o supercondutor se comporta como uma amostra macroscópica; abaixo da linha um comportamento mesoscópico se inicia. Para comparação, a curva de $\lambda(T)$ também é mostrada [28].

3.7 Efeitos de Barreira Superficial

Efeitos de barreira superficial são responsáveis por controlar tanto o campo de penetração quanto o de saída de vórtices de amostras supercondutoras [29, 30, 31]. Em particular, tais efeitos foram estudados por Bean e Livingston, e explicam que a barreira superficial surge de uma competição entre a atração do vórtice pela superfície da amostra (pode-se pensar na atração do vórtice por seu vórtice-imagem) e a repulsão desse, pelas correntes de blindagem que também fluem pela superfície da amostra [32].

Embora esses estudos tenham sido feitos em amostras *bulk*, tais efeitos são de extrema importância na dinâmica de vórtices em amostras mesoscópicas. De forma generalizada, podemos associar a origem de efeitos de confinamento à presença de barreira superficial já que, em tamanhos reduzidos, a superfície da amostra tem papel fundamental em toda a dinâmica do sistema. Ela é responsável, por exemplo, pela formação de vórtices gigantes e pelo arranjo dos vórtices na amostra, tal como discutido na seção anterior [33, 34].

Nesse contexto sobre efeitos de barreira superficial em amostras mesoscópicas, em dois trabalhos do nosso grupo [28, 35] foi mostrado que,

conforme o tamanho de uma amostra supercondutora homogênea diminui, a reta associada ao estado Meissner, numa curva $M(H)$, tem seu coeficiente angular alterado e H_{c1} desloca-se para valores maiores. A Figura 15: Curvas de magnetização em função do campo aplicado para amostras com dois tamanhos distintos. O salto corresponde à primeira penetração de vórtice a qual ocorre para campos maiores conforme o tamanho da amostra é diminuído. O inset mostra uma comparação entre o limiar macro-meso em comparação com a curva de $\lambda(T)$. mostra duas curvas $M(H)$ onde é possível observar a influência dos diferentes tamanhos das amostras, tal como descrito anteriormente.

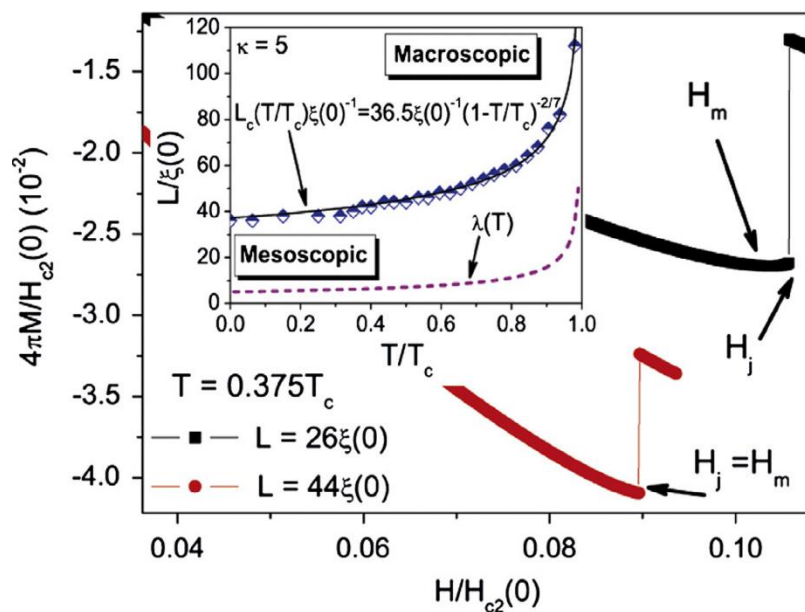


Figura 15: Curvas de magnetização em função do campo aplicado para amostras com dois tamanhos distintos. O salto corresponde à primeira penetração de vórtice a qual ocorre para campos maiores conforme o tamanho da amostra é diminuído. O inset mostra uma comparação entre o limiar macro-meso em comparação com a curva de $\lambda(T)$ [35].

Veremos na seção de Resultados que não só os vórtices de Abrikosov estão sob efeitos de barreira superficial, mas também os cinemáticos. Para esses últimos, a barreira superficial causa uma diminuição da sua velocidade, porém é menos efetiva do que aquela sobre os vórtices de Abrikosov, já que as velocidades envolvidas são muito maiores.

4. VÓRTICES CINEMÁTICOS

Um dos principais focos quando das aplicações dos supercondutores, advém de sua propriedade de transportar corrente elétrica sem dissipação de energia. Assim, é desejável que o material tenha a maior densidade de corrente crítica (J_c) possível. Uma das formas de aumentar J_c é manter os vórtices aprisionados, já que seu movimento gera dissipação de energia, com conseqüente aquecimento local e, com isso, destruição precoce da supercondutividade.

Quando uma corrente elétrica é aplicada no material supercondutor, pode surgir na amostra um estado resistivo por conta de um fenômeno conhecido por Phase-slip (PS). Esse fenômeno surge à medida que a corrente aplicada no sistema aumenta, pois em alguns pontos da amostra o valor crítico de ligação do pares de Cooper (*depairing*) é atingido, assim ocorre a quebra desses pares e, conseqüentemente, o parâmetro de ordem local oscila entre seu valor máximo e mínimo. Quando $\psi = 0$, a supercondutividade local deixa de existir momentaneamente e, conforme a corrente aplicada é aumentada, mais PSs surgem na amostra [11, 31, 36, 37, 38]. Uma das conseqüências da PS é permitir que a supercondutividade sobreviva na presença de campos elétricos [39].

Se a amostra supercondutora é unidimensional (um nano fio, por exemplo), tais pontos são chamados de Phase-Slip Centers (PSC). Por consistirem de uma região no estado normal, a formação dos PSC é acompanhada por um aumento da diferença de potencial (ddp) do sistema a qual é medida entre dois terminais. Essa ddp é originada pelo aparecimento de resistividade. Contudo, estando a amostra supercondutora submetida a uma temperatura abaixo de T_c , ocorre novamente a formação do condensado e a supercondutividade local é restaurada. A restauração do estado supercondutor é possível pelo fato de que tal estado não desaparece completamente. O que ocorre é a formação de um estado resistivo localizado. Assim, há a coexistência da supercondutividade e um campo elétrico estático, i.e., existe uma ddp em

determinada região da amostra a qual está cercada por regiões supercondutoras. É devido a esta capacidade de restauração do condensado que o fenômeno das PS permite que a supercondutividade sobreviva na presença de corrente aplicada [36,39, 40].

Analogamente, o PSC pode se tornar extenso em amostras bidimensionais como um filme fino por exemplo. Nesse caso, o fenômeno é chamado de Phase-Slip Line (PSL), pois o parâmetro de ordem varia entre zero e seu valor máximo ao longo de uma linha perpendicular ao sentido da corrente aplicada e que passa pelo centro da amostra [36,39].

Outro efeito da aplicação de uma corrente de transporte em supercondutores mesoscópicos é a nucleação de vórtices cinemáticos [11, 36, 40] nestes materiais. Ao contrário dos vórtices de Abrikosov, os quais são gerados pela penetração de fluxo magnético no interior dos SCs, os vórtices cinemáticos são gerados por perturbações das correntes ao longo do material [11]. Isso ocorre mesmo na ausência de campos magnéticos externos e desconsiderando o campo gerado pelas próprias correntes.

O estado resistivo nas amostras supercondutoras pode também ser causado pelo movimento dos vórtices cinemáticos (Vcs), os quais são anisotrópicos [11], pois apresentam formato alongado devido à sua alta velocidade. A velocidade dos Vcs depende da distribuição das correntes sobre a amostra, ou seja, quanto mais uniforme for a distribuição, mais rápido o vórtice se moverá. De uma forma geral, o movimento de vórtices é viscoso o que provoca o surgimento de um estado resistivo em amostras no estado misto. Em alguns dispositivos como os *single photon detectors* supercondutores, (SCSPDs, sigla em inglês) tais efeitos são indesejados por reduzirem a sensibilidade desses detectores [41, 42, 43, 44].

Depois que é iniciado um estado resistivo na amostra, seja causado pela presença da PSL ou de vórtices cinemáticos, ψ não estabiliza mais, ou seja, seu valor fica variando entre o máximo e mínimo, apresentando um carácter oscilatório senoidal. É interessante frisar que há certa confusão e ambiguidade na literatura onde muitos usam PSL como sinônimo de vórtices cinemáticos.

A Figura 16 [36] mostra o comportamento típico da curva de ddp em função da corrente, curvas $\varphi(J)$ características, e da resistência diferencial, $d\varphi/dJ$, para um filme fino supercondutor com dois tamanhos de contatos

elétricos, um com 100 nm e outro com 400 nm. Analisando a curva para os contatos menores, nota-se a presença de vários estados resistivos. O primeiro é indicativo do início da criação de pares de vórtice e antivórtice cinemáticos (um par por vez) no interior do sistema. A interação destes com a corrente de transporte os expõem para fora da amostra; contudo, o “estado resistivo II”, indica uma mudança na dinâmica de formação do par, i.e., o par é formado nas bordas do sistema e se aniquila no centro do mesmo. A Figura 17 (a) e (b) mostra, respectivamente, a dinâmica ora descrita [36].

Cabe enfatizar que todo o processo de formação e exclusão do par ou a sua aniquilação, ocorre em uma frequência da ordem de THz, o que também abre a possibilidade de aplicação desses sistemas em dispositivos para geração ou detecção de ondas com tais frequências.

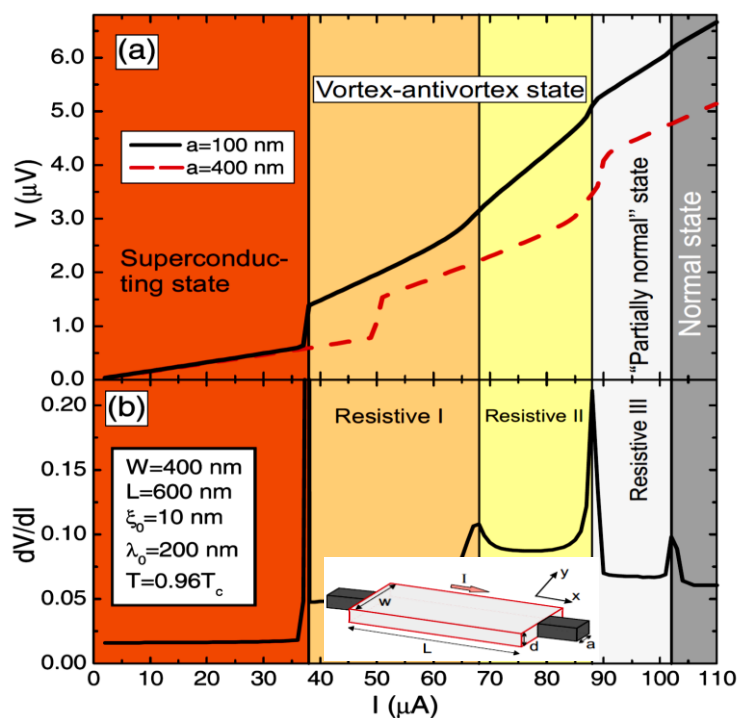


Figura 15: (a) Curvas I-V para uma fita supercondutora com contatos elétricos com tamanhos de 100 e de 400 nm. O inset mostra uma exemplificação da configuração do sistema. (b) resistividade diferencial do sistema para o contato de 100 nm mostrando máximos de dissipação quando da formação do par vórtice-antivórtice. Na legenda, W e L são a largura e o comprimento, respectivamente, da amostra simulada [36].

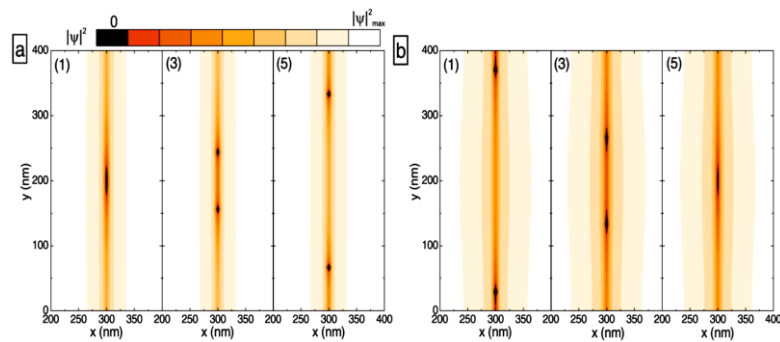


Figura 16: Dinâmica de penetração do par vórtice-antivórtice para os casos (a) “estado resistivo I” e (b) “estado resistivo II” definidos na Figura 4. Note que em (a) o par é formado no centro da amostra e deixam-na pelas bordas e, em (b), o par é formado formado nas bordas e se aniquilam no centro [36].

No mesmo trabalho, vide Ref. [36], os autores estudaram a dinâmica dos pares de vórtice e antivórtice na presença de um campo magnético externo não muito intenso. Este, por induzir correntes de blindagem na amostra, cria uma assimetria no sistema devida à interação destas com as de transporte. Dessa forma, ocorre a soma das correntes na borda superior e a subtração na borda inferior, como é mostrado no esquema da Figura 18.

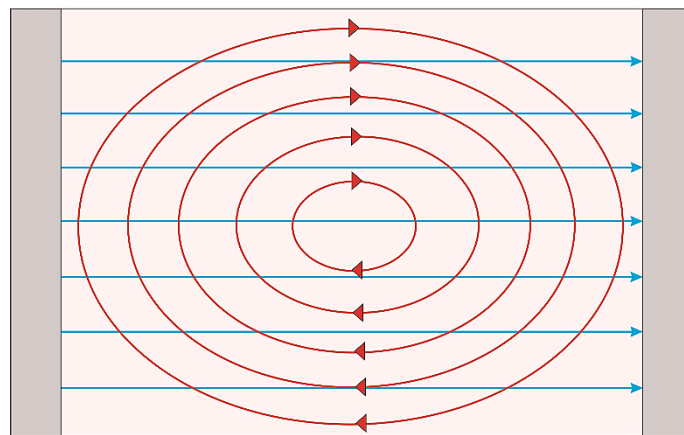


Figura 17: Representação da soma vetorial das correntes em um sistema supercondutor, onde as linhas vermelhas representam as correntes de blindagem devido a aplicação de um campo magnético, e as linhas azuis indicam a corrente de transporte aplicada pelos contatos elétricos (em cinza). Fonte: Próprio autor.

Mesmo com as correntes distribuídas de forma assimétrica, os pares cinemáticos continuam sendo formados, no entanto em instantes diferentes e com a região de aniquilação deslocada do centro da amostra, como pode ser

visto na Figura 19. Conforme a intensidade do campo magnético aplicado aumenta, o antivórtice não nucleia mais no sistema, sendo formado apenas o vórtice cinemático.

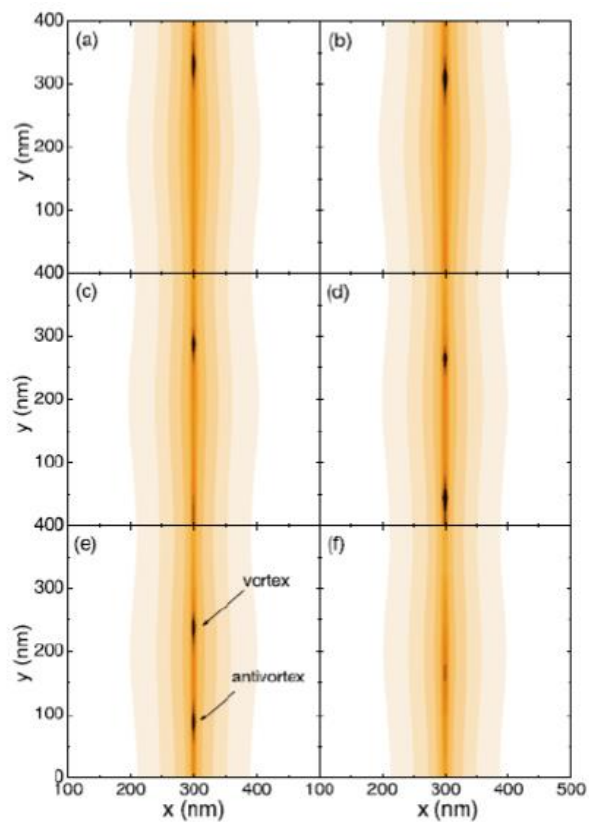


Figura 18: Dinâmica de formação dos pares cinemáticos na presença de campo magnético aplicado. Em (a) ocorre a formação do vórtice e instantes depois tem-se a formação do antivórtice em (d). A aniquilação não ocorre no centro da amostra e é representada em (f) [36].

5. FORMALISMO TEÓRICO

5.1. Equações TDGL

Na seção 3 discutimos sobre as equações de Ginzburg-Landau (GL), que por estarem ligadas ao equilíbrio termodinâmico, são independentes do tempo. No entanto, nas últimas décadas vem sendo estudados vários problemas com os supercondutores cuja a dependência temporal é considerada. Tais estudos são possíveis, pois foi incorporado às equações GL variações do parâmetro de ordem em função do tempo. As modificações foram feitas por Schmid em 1966 [45] de modo a preservar a invariância de calibre de tais equações. Assim, as equações de Ginzburg-Landau dependentes do tempo (TDGL), para o parâmetro de ordem complexo ψ , o potencial vetor \mathbf{A} e o potencial escalar elétrico φ são dadas por:

$$\frac{\hbar^2}{2m^*D} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{ie^*}{\hbar} \varphi \right) \psi = -\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi, \quad (5.1)$$

$$\frac{4\pi}{c} \sigma \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi \right) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (5.2)$$

sendo a densidade de supercorrente:

$$\mathbf{J}_s = \frac{e^*}{m^*} \text{Re} \left[\bar{\psi} \left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right], \quad (5.3)$$

onde D é o coeficiente de difusão, σ é a condutividade elétrica, \mathbf{A} o potencial vetor, sendo $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, $\alpha = \alpha(T) = \alpha_0(T - T_c)$ para $T < T_c$ e $\alpha = 0$ para $T > T_c$, sendo $\alpha_0 > 0$ e β uma constante positiva que independe da temperatura.

É conveniente escrevermos as equações TDGL em unidades reduzidas, pois como elas só admitem soluções numéricas, na forma adimensional tem-se um menor número de parâmetros para ser considerado. As unidades que usaremos estão especificadas por:

$$\begin{aligned}
\psi &= \psi_0 \tilde{\psi}, \\
T &= T_c \tilde{T}, \\
\nabla &= \frac{1}{\xi(0)} \tilde{\nabla}, \\
t &= \frac{\xi(0)^2}{D} \tilde{t}, \\
\mathbf{A} &= H_{c2}(0) \xi(0) \tilde{\mathbf{A}}, \\
\varphi &= \frac{H_{c2}(0) D}{c} \tilde{\varphi}, \\
\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} &= H_{c2} \tilde{\nabla} \times \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{A}},
\end{aligned} \tag{5.4}$$

onde $H_{c2} = \phi_0/2\pi\xi^2$ é o campo crítico superior dos supercondutores do tipo II e $\phi_0 = hc/2e$ o fluxo quântico.

Substituindo as equações (5.4) nas equações (5.1) e (5.2), obtemos as equações TDGL na forma normalizada, como segue:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi \right) \psi = -(-i\nabla - \mathbf{A})^2 \psi + (1 - T)\psi(1 - |\psi|^2), \tag{5.5}$$

$$\Sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi \right) = J_s - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \tag{5.6}$$

$$J_s = (1 - T) \text{Re} [\bar{\psi}(-i\nabla - \mathbf{A})\psi], \tag{5.7}$$

onde os til's das equações foram suprimidos e $\Sigma = 4\pi\sigma D\lambda^2(0)/c^2\xi^2(0)$.

As equações TDGL são invariantes de calibre (*gauge invariance*) o que significa que elas descrevem uma simetria global, pois não apresentam variações sob transformações de simetria. Essas transformações são as seguintes:

$$\begin{aligned}
\psi &= \psi' e^{-i\chi}, \\
\mathbf{A} &= \mathbf{A}' - \nabla \chi, \\
\varphi &= \varphi' + \frac{\partial \chi}{\partial t}.
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Realizando as transformações descritas em (5.8), as equações TDGL permanecem invariantes com as novas funções. Para exemplificar, vamos tomar a equação (5.6). Para o lado esquerdo da equação, temos que:

$$\Sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi \right) = \beta \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A}' - \nabla \chi) + \beta \nabla \left(\varphi' + \frac{\partial \chi}{\partial t} \right) = \beta \left(\frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} + \nabla \varphi' \right). \quad (5.9)$$

Para a equação da densidade de corrente:

$$\begin{aligned} J_s &= (1 - T) \operatorname{Re} [\psi^* (-i\nabla - \mathbf{A})\psi] \\ &= (1 - T) \operatorname{Re} e^{i\chi} [\bar{\psi}' (-i\nabla - (\mathbf{A}' - \nabla\chi))\psi'] e^{-i\chi} \\ &= (1 - T) \operatorname{Re} e^{i\chi} \bar{\psi}' [-i\nabla - \mathbf{A}'] \psi' e^{-i\chi} \\ &= (1 - T) \operatorname{Re} [\bar{\psi}' (-i\nabla - \mathbf{A}')\psi']. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Dessa forma J_s também é invariante de calibre. Usando a propriedade de que o rotacional do gradiente é nulo $\nabla \times \nabla \chi = 0$, fazemos a seguinte transformação:

$$\kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \kappa^2 \nabla \times \nabla \times (\mathbf{A}' - \nabla \chi) = \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}'. \quad (5.11)$$

Assim, finalizamos a demonstração da invariância de calibre para a equação (5.6).

5.2. Equação Generalizada de Ginzburg-Landau Dependente do Tempo (GTDGL)

Até o momento discutimos as teorias que são usadas para os problemas em que um campo magnético é aplicado. No entanto, o intuito deste trabalho é estudar um supercondutor na presença de uma corrente de transporte aplicada. Para tal, vamos utilizar a equação TDGL na sua forma generalizada (GTDGL) [46, 47]. Essa mudança é necessária, pois quando uma corrente elétrica é aplicada no sistema supercondutor, ocorre o aparecimento dos pares de vórtices e anti-vórtices cinemáticos (v-av). Nos pontos onde esses vórtices aparecem, o ψ é depreciado e possui valor nulo. A equação GTDGL possui um

termo que está relacionado com a restauração do parâmetro de ordem nos locais degradados. Este termo tem relação com o tempo de colisão inelástica dos elétrons τ_E e é definido por $\gamma = 2\tau_E\psi_0/\hbar$. Assim, a GTDGL é dada por:

$$\frac{u}{\sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2}} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi + \frac{\gamma^2}{2} \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} \right) \psi = -(-i\nabla - \mathbf{A})^2 \psi + (1 - T)\psi(g - |\psi|^2), \quad (5.12)$$

onde g é uma função relacionada à degradação de ψ (região de defeito), sendo que nas regiões supercondutoras $g = 1$.

A equação (5.12) está acoplada com a equação do potencial escalar:

$$\nabla^2 \varphi = \nabla \cdot \mathbf{J}_s, \quad (5.13)$$

onde \mathbf{J}_s é a densidade de corrente supercondutora, dada por (5.7).

As equações (5.12) e (5.13), já estão escritas na forma normalizada, onde o comprimento é expresso em termos de $\xi(0)$, a temperatura T em unidades de T_c , o tempo em unidades do tempo característico de Ginzburg-Landau $t_{GL} = \pi\hbar/k_B T_c u$, o campo magnético em unidades de $H_{c2}(0)$, o potencial eletrostático em unidades de $\varphi_0 = \hbar/2e\tau_{GL}$, o potencial vetor em termos de $H_{c2}(0)\xi(0)$ e o parâmetro de ordem em unidades de $\psi = (|\alpha|/\beta)^{1/2}$. O termo $u = 5,79$ é determinado a partir de considerações mecânico-quânticas [46, 47].

A equação (5.13) para o potencial elétrico é obtida usando a equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (5.14)$$

onde $\mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_n$, sendo \mathbf{J}_s a densidade de corrente supercondutora, dada por (5.7) e $\mathbf{J}_n = -\nabla\varphi$, a densidade de corrente normal. Assumindo que não há acúmulo de carga, i.e., $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, obtemos que $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$, assim, obtém-se facilmente a expressão (5.13).

Nota-se que assumindo $\gamma = 0$ na equação GTDGL (5.12), obtemos a 1ª equação TDGL (5.5), que é o caso dos supercondutores *gapless*.

5.2.1. Campos Auxiliares

Com o intuito de resolver numericamente a equação GTDGL, é necessário introduzir o vetor campo auxiliar $\mathbf{U} = (u_x, u_y)$ nas equações (5.12) e (5.13), cujas componentes são dadas por:

$$u_x = \exp\left(-i \int_{x_0}^x A_x dx\right), \quad (5.15)$$

$$u_y = \exp\left(-i \int_{y_0}^y A_y dy\right), \quad (5.16)$$

onde (x_0, y_0) é um ponto de referência arbitrário.

Aplicando a derivada na equação (5.15) em relação à coordenada x , obtemos:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = -i A_x u_x. \quad (5.17)$$

Relacionando u_x com ψ e fazendo algumas manipulações matemáticas, e considerando a propriedade dos campo auxiliares $\bar{u}u = 1$, obtemos:

$$\begin{aligned} -i \bar{u}_x \frac{\partial(u_x \psi)}{\partial x} &= -i \bar{u}_x \left[-i A_x u_x \psi + u_x \frac{\partial \psi}{\partial x} \right], \\ -i \bar{u}_x \frac{\partial(u_x \psi)}{\partial x} &= \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x \right) \psi. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Usando a relação anterior, obtemos a derivada de segunda ordem:

$$\begin{aligned} \bar{u}_x \frac{\partial^2(u_x \psi)}{\partial x^2} &= i \bar{u}_x \frac{\partial}{\partial x} \left\{ u_x \left[-i \bar{u}_x \frac{\partial(u_x \psi)}{\partial x} \right] \right\} \\ &= i \bar{u}_x \frac{\partial}{\partial x} \left\{ u_x \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x \right) \psi \right\} \\ &= - \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x \right)^2 \psi. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Analogamente, fazendo a derivada em relação a y , obtemos:

$$\bar{u}_y \frac{\partial^2(u_y \psi)}{\partial y^2} = - \left(-i \frac{\partial}{\partial y} - A_y \right)^2 \psi. \quad (5.20)$$

Com essas modificações, a equação GTDGL (4.12) é escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{u}{\sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2}} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi + \frac{\gamma^2}{2} \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} \right) \psi \\ = \bar{u}_x \frac{\partial^2 (u_x \psi)}{\partial x^2} + \bar{u}_y \frac{\partial^2 (u_y \psi)}{\partial y^2} + (1 - T) \psi (g - |\psi|^2). \end{aligned} \quad (5.21)$$

Na densidade de corrente (5.7), também é introduzido o campo auxiliar. Assim, obtêm-se:

$$J_{sx} = (1 - T) \text{Re} \left[\bar{\psi} \left(-i \bar{u}_x \frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x} \right) \right]. \quad (5.22)$$

Uma vez que $\text{Re}(-iz) = \text{Im}(z)$, obtemos:

$$J_{sx} = (1 - T) \text{Im} \left[\bar{\psi} \bar{u}_x \frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x} \right]. \quad (5.23)$$

De forma análoga, obtemos:

$$J_{sy} = (1 - T) \text{Im} \left[\bar{\psi} \bar{u}_y \frac{\partial (u_y \psi)}{\partial y} \right]. \quad (5.24)$$

5.3. Condições de Contorno

Nesse trabalho, vamos estudar uma fita supercondutora com uma constrição sobre corrente aplicada, como mostrado na Figura 20.

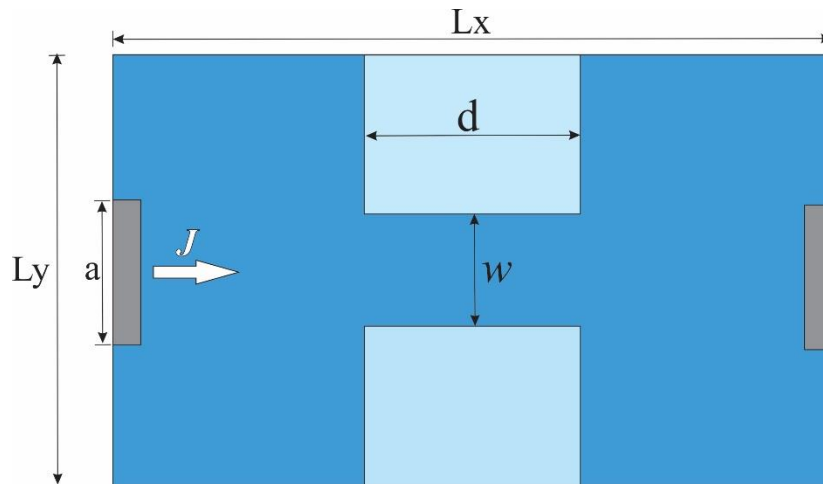


Figura 19: Representação da amostra simulada, onde é aplicada corrente de transporte através dos contatos metálicos. O sistema possui duas regiões onde o ψ está degradado (azul claro), formando assim uma constrição na amostra de largura w . Fonte: Próprio autor

Para resolver as equações GTDGL, são usadas condições de contorno na interface. No problema tem-se a interface supercondutor-vácuo e os contatos metálicos. Como o sistema é retangular, as condições de contorno para ψ fora dos contatos metálicos são dadas por:

$$\frac{\partial(\mathcal{U}_x\psi)}{\partial x} = 0 \text{ para as faces verticais da fita,} \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial(\mathcal{U}_y\psi)}{\partial y} = 0 \text{ para as faces horizontais da fita,} \quad (5.26)$$

ao passo que, ao longo dos contatos metálicos usamos $\psi = 0$.

São necessárias também as condições de contorno para o potencial escalar, que são dadas por:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = 0 \text{ para as faces verticais da fita,}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = 0 \text{ para as faces horizontais da fita,}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -J \text{ ao longo dos contatos,} \quad (5.27)$$

onde J é a corrente elétrica aplicada.

5.4. Resolução da GTDGL por método numérico

Com o intuito de resolver numericamente a equação GTDGL, é necessário escrever explicitamente o termo $\partial\psi/\partial t$. Assim, reescrevendo a equação (5.21), temos:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{\gamma^2}{2}\psi\frac{\partial|\psi|^2}{\partial t} = \sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2}\frac{\Delta}{u} - i\varphi\psi, \quad (5.28)$$

onde:

$$\Delta = \bar{u}_x \frac{\partial^2(\mathcal{U}_x\psi)}{\partial x^2} + \bar{u}_y \frac{\partial^2(\mathcal{U}_y\psi)}{\partial y^2} + (1 - T)\psi(g - |\psi|^2). \quad (5.29)$$

Tomando o conjugado da equação (5.28), obtemos:

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} + \frac{\gamma^2}{2} \psi^* \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} = \sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2} \frac{\bar{\Delta}}{u} + i\varphi \bar{\psi}. \quad (5.30)$$

Supondo que ψ e $\bar{\psi}$ sejam funções linearmente independentes, podemos escrever um sistema de equações com (5.28) e (5.30). Temos que:

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 & \frac{\gamma^2}{2} \psi^2 \\ \frac{\gamma^2}{2} \bar{\psi}^2 & 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial t} \\ \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2} \frac{\Delta}{u} & -i\varphi \psi \\ \sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2} \frac{\bar{\Delta}}{u} & +i\varphi \bar{\psi} \end{bmatrix}. \quad (5.31)$$

Como procuramos uma relação explícita para $\partial \psi / \partial t$, primeiramente vamos calcular o determinante do sistema (5.31):

$$\begin{vmatrix} 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 & \frac{\gamma^2}{2} \psi^2 \\ \frac{\gamma^2}{2} \bar{\psi}^2 & 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 \end{vmatrix} = 1 + \gamma^2 |\psi|^2. \quad (5.32)$$

Usando o método de Cramer, encontramos a solução para $\partial \psi / \partial t$, que é dada por (5.33):

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\begin{vmatrix} \sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2} \frac{\Delta}{u} - i\varphi \psi & \frac{\gamma^2}{2} \psi^2 \\ \sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2} \frac{\bar{\Delta}}{u} + i\varphi \bar{\psi} & 1 + \frac{\gamma^2}{2} |\psi|^2 \end{vmatrix}}{1 + \gamma^2 |\psi|^2},$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2} \frac{\Delta}{u} - \frac{\gamma^2 \psi \operatorname{Re} \left(\bar{\psi} \frac{\Delta}{u} \right)}{\sqrt{1 + \gamma^2 |\psi|^2}} - i\varphi \psi. \quad (5.33)$$

5.4.1. Malha de discretização.

A Figura 21 ilustra a malha de discretização de uma fita supercondutora com dois contatos metálicos e uma constrição formada pela presença de defeitos “cegos” (ou seja, uma região de supercondutividade mais fraca que a da amostra em geral, onde o T_c é mais baixo), onde as linhas

tracejadas indicam a fronteira entre o material supercondutor e o vácuo. No processo de discretização, substitui-se na equação GTDGL as variáveis (x, y) por suas correspondentes discretas (x_i, y_j) . Considerando um retângulo com dimensões (L_x, L_y) , este é dividido em intervalos $(\Delta x, \Delta y)$ que indicam as dimensões das células da malha. Assim, os pontos dos vértices da malha de discretização são dados por $x_i = (i - 1)\Delta x$, e $x_j = (j - 1)\Delta y$ para todos $i = 1, \dots, N_x + 1$, $j = 1, \dots, N_y + 1$, onde $N_x = L_x/\Delta x$ e $N_y = L_y/\Delta y$, são os números das células unitárias nas direções x e y , respectivamente. Foi utilizado $\Delta x = \Delta y = 0,1 \xi(0)$, o que garante uma boa resolução para as simulações.

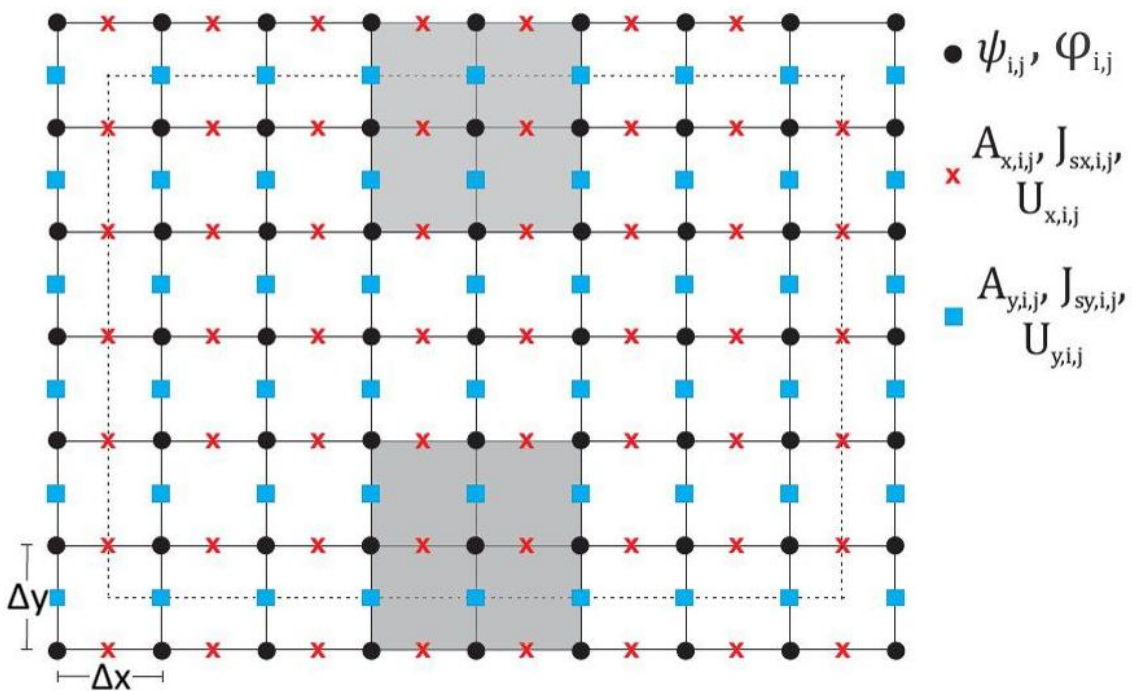


Figura 21: Malha de discretização representando o sistema simulado, onde a região mais escura representa o defeito “cego”. A legenda indica os pontos onde cada quantidade física é calculada. Fonte: Próprio autor.

A seguir serão definidas as quantidades que serão calculadas em cada ponto da malha.

Definições:

$$\bullet \quad \psi_{i,j} = \psi(x_i, y_j), \quad \varphi_{i,j} = \varphi(x_i, y_j). \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned}
 \times \quad J_{sx,i,j} &= J_{sx} \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_j \right), \quad A_{x,i,j} = A_x \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_j \right), \\
 U_{x,i,j} &= \mathcal{U}_x(x_{i+1}, y_j) \bar{\mathcal{U}}_x(x_i, y_j).
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

$$\begin{aligned}
 \blacksquare \quad J_{sy,i,j} &= J_{sy} \left(x_i, y_j + \frac{\Delta y}{2} \right), \quad A_{y,i,j} = A_y \left(x_i, y_j + \frac{\Delta y}{2} \right), \\
 U_{y,i,j} &= \mathcal{U}_y(x_i, y_{j+1}) \bar{\mathcal{U}}_y(x_i, y_j).
 \end{aligned} \tag{5.36}$$

De acordo com a definição (5.15), a variável de ligação, pode ser obtida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 U_{x,i,j} &= \exp \left(-i \int_{x_0}^{x_{i+1}} A_x(x, y_j) dx \right) \exp \left(i \int_{x_0}^{x_i} A_x(x, y_j) dx \right) \\
 U_{x,i,j} &= \exp \left(-i \int_{x_i}^{x_{i+1}} A_x(x, y_j) dx \right) \\
 U_{x,i,j} &= \exp(-i A_{x,i,j} \Delta x),
 \end{aligned} \tag{5.37}$$

onde foi usada a regra do ponto médio, a qual é de segunda ordem em Δx . Da mesma forma tem-se:

$$U_{y,i,j} = \exp(-i A_{y,i,j} \Delta y). \tag{5.38}$$

As variáveis de ligação $U_{x,i,j}$ e $U_{y,i,j}$, são responsáveis por ligar dois pontos adjacentes da malha de discretização por meio do componente do potencial vetor.

5.4.2. Discretização da GTDGL

Para discretizar a equação GTDGL, vamos utilizar a fórmula da derivada central, a qual é dada por:

$$f''(x) = \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{\Delta x^2}. \quad (5.39)$$

Assim, utilizando a fórmula (5.39), podemos aproximar a equação (5.29), por:

$$\begin{aligned} \bar{u}_x \frac{\partial^2(u_x \psi)}{\partial x^2} \Big|_{x_i, y_j} &= \bar{u}_x(x_i, y_j) [u_x(x_{i+1}, y_j) \psi(x_{i+1}, y_j) - 2u_x(x_i, y_j) \psi(x_i, y_j) \\ &+ u_x(x_{i-1}, y_j) \psi(x_{i-1}, y_j)] / \Delta x^2. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Usando a definição da variável de ligação (5.35), obtemos:

$$\bar{u}_x \frac{\partial^2(u_x \psi)}{\partial x^2} \Big|_{x_i, y_j} = \frac{u_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \bar{u}_{x,i-1,j} \psi_{i-1,j}}{\Delta x^2}. \quad (5.41)$$

Procedendo de forma análoga para a coordenada y, temos que:

$$\bar{u}_y \frac{\partial^2(u_y \psi)}{\partial y^2} \Big|_{x_i, y_j} = \frac{u_{y,i,j} \psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \bar{u}_{y,i,j-1} \psi_{i,j-1}}{\Delta y^2}. \quad (5.42)$$

Com isso, a aproximação para (5.29), pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \Delta_{i,j} &= \frac{u_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \bar{u}_{x,i-1,j} \psi_{i-1,j}}{\Delta x^2} \\ &+ \frac{u_{y,i,j} \psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \bar{u}_{y,i,j-1} \psi_{i,j-1}}{\Delta y^2} \\ &+ (1 - T) \psi_{i,j} (1 - |\psi_{i,j}|^2). \end{aligned} \quad (5.43)$$

Conseqüentemente, a forma discretizada da equação (5.33) é dada por:

$$\frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial t} = \sqrt{1 + \gamma^2 |\psi_{i,j}|^2} \frac{\Delta_{i,j}}{u} - \frac{\gamma^2 \psi_{i,j} \operatorname{Re} \left(\bar{\psi}_{i,j} \frac{\Delta_{i,j}}{u} \right)}{\sqrt{1 + \gamma^2 |\psi_{i,j}|^2}} - i \varphi_{i,j} \psi_{i,j}. \quad (5.44)$$

Isto finaliza o processo de discretização da equação GTDGL (5.33).

5.4.3. Discretização da densidade de corrente

Na equação (5.23), temos o produto de $\bar{\psi} \bar{u}_x$ e $\frac{\partial(\mathcal{U}_x \psi)}{\partial x}$. Dessa forma, para discretizar a densidade de corrente, temos que discretizar esses termos, inserindo as definições da malha. Usando a aproximação para a derivada primeira, temos que:

$$\left. \frac{\partial(\mathcal{U}_x \psi)}{\partial x} \right|_{(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_j)} = [\mathcal{U}_x(x_i + \Delta x, y_j) \psi(x_i + \Delta x, y_j) - \mathcal{U}_x(x_i, y_j) \psi(x_i, y_j)] / \Delta x. \quad (5.45)$$

Calculando o valor médio entre os pontos adjacentes da malha de discretização, vem que:

$$\bar{u}_x \bar{\psi} \Big|_{(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_j)} = \frac{\bar{u}_x(x_i + \Delta x, y_j) \bar{\psi}(x_i + \Delta x, y_j) + \bar{u}_x(x_i, y_j) \bar{\psi}(x_i, y_j)}{2}. \quad (5.46)$$

Usando a propriedade do vetor campo auxiliar $\bar{u} u = 1$, e a definição de variável de ligação dada por (5.37), obtêm-se:

$$\bar{u}_x \bar{\psi} \left. \frac{\partial(\mathcal{U}_x \psi)}{\partial x} \right|_{(x_i + \frac{\Delta x}{2}, y_j)} = [\bar{u}_{x,i,j} \bar{\psi}_{i+1,j} + \bar{\psi}_{i,j}] [\mathcal{U}_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}] / 2 \Delta x. \quad (5.47)$$

Finalmente, substituindo (5.47) na expressão da densidade de corrente (5.23), obtemos:

$$J_{sx,i,j} = (1 - T) \operatorname{Im} [\bar{\psi}_{i,j} \mathcal{U}_{x,i,j} \bar{\psi}_{i+1,j}] / \Delta x. \quad (5.48)$$

De forma análoga, para a componente y, tem-se:

$$J_{sy,i,j} = (1 - T) \text{Im}[\bar{\psi}_{i,j} u_{y,i,j} \bar{\psi}_{i,j+1}] / \Delta y . \quad (5.49)$$

5.4.4. Discretização do potencial escalar

Como definido anteriormente, a densidade de carga é definida por:

$$\rho = \nabla \cdot \mathbf{J}_s , \quad (5.50)$$

de tal forma que:

$$\nabla^2 \varphi = \rho . \quad (5.51)$$

Utilizando a fórmula para a derivada primeira, a forma discretizada da equação (5.50) é escrita por:

$$\rho_{i,j} = \frac{J_{sx,i,j} - J_{sx,i-1,j}}{\Delta x} + \frac{J_{sy,i,j} - J_{sy,i,j-1}}{\Delta y} . \quad (5.52)$$

Usando a aproximação da derivada segunda (5.39), a forma discretizada de (5.51), é dado por:

$$\frac{\varphi_{i+1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{\varphi_{i,j+1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-1}}{\Delta y^2} = \rho_{i,j} , \quad (5.53)$$

que é utilizada para o cálculo dos pontos interiores da malha, ou seja, $2 \leq i \leq N_x$ e $2 \leq j \leq N_y$. Nas fronteiras empregamos as condições de contorno (5.27). Dessa forma, ao longo dos contatos metálicos temos $\varphi_{i,j} = \varphi_{2,j} + J\Delta x$ e fora dos contatos $\varphi_{1,j} = \varphi_{2,j}$, por exemplo.

6. RESULTADOS

A equação GTDGL foi solucionada para amostras com a geometria mostrada na Figura 20 com tamanhos laterais de $L_x = 12 \xi(0)$ e $L_y = 8 \xi(0)$, sendo que a largura e o comprimento da constrição foram fixados em $w = 2 \xi(0)$ e $d = 4 \xi(0)$. Usamos $a = L_y$ para a largura dos contatos elétricos. Tais valores baseiam-se em um experimento realizado pelo Prof. Dr. Alejandro V. Silhanek da Universidade de Liege, na Bélgica, em comunicação particular conosco. Embora a simulação tenha ocorrido para $T = 0$, ela pode ser aplicada para supercondutores com $T \geq 0,5 T_c$ [48] e também com os tamanhos devidamente ajustados de acordo com $\xi(T)$. Além de variarmos a corrente aplicada, as amostras também foram submetidas a um campo externo \mathbf{H} , aplicado paralelamente à superfície na direção do eixo z . Tal campo foi mantido fixo enquanto a corrente elétrica era variada. Analisamos, então, as curvas $\varphi(J)$ características, distribuições de correntes supercondutoras dentro das amostras, dinâmica do sistema por mapas do valor local de ψ dentre outros como mostraremos na sequência.

6.1. Curva da voltagem pela corrente

A Figura 22 mostra as curvas características de voltagem (ddp) pela densidade de corrente devidamente normalizadas, $\varphi(J)$, para diferentes campos aplicados.

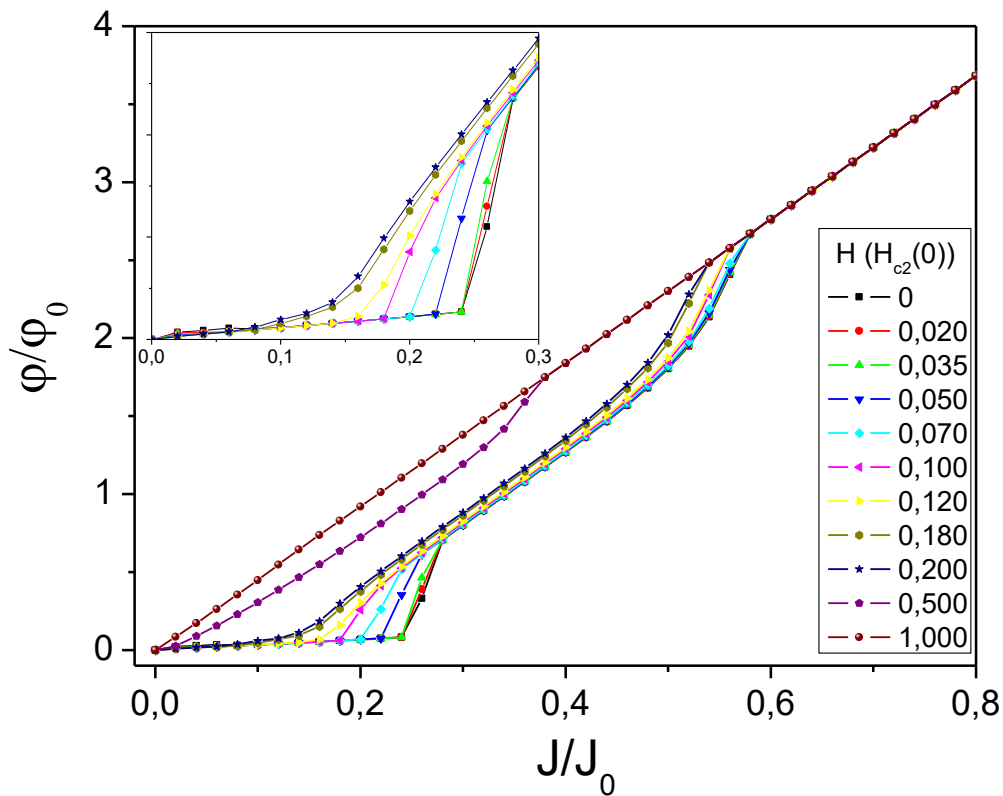


Figura 22: Curva da tensão pela corrente aplicada para amostras simuladas com diferentes intensidades de campo aplicado. Conforme o campo aumenta, o comportamento das curvas é alterado e, para $H = 1,0 H_{c2}(0)$, tem-se apenas um sinal ôhmico. O *inset* é um *zoom* do primeiro salto da curva.

Embora a ddp tenha sido calculada nas proximidades da constricção, nos pontos $x = 3,8 \xi(0)$ e $8,2 \xi(0)$, a pequena inclinação da curva para baixos J 's é devida aos contatos metálicos que tem uma resposta ôhmica. Nota-se que há um salto nessas curvas e ϕ adquire um valor apreciável. Calculando a derivada das curvas da Figura 22 com relação à J , $d\phi/dJ$, temos a resistência diferencial (ver Figura 23) e por ela fica evidente que o salto em $\phi(J)$ está relacionado com o surgimento de um regime resistivo. Esse regime é caracterizado pelo surgimento de vórtices e antivórtices cinemáticos (v-av). Como veremos adiante, há situações onde os pares v-av não são mais formados, tendo apenas a presença de um vórtice cinemático.

As curvas para campos de até $H = 0,1 H_{c2}(0)$ apresentam um comportamento semelhante, no qual ocorre a dinâmica com presença de vórtices cinemáticos até a reta Ôhmica e o início do estado resistivo é

caracterizado por um salto na curva. Para $0,12 H_{c2}(0) \leq H \leq 0,5 H_{c2}(0)$, as curvas têm um comportamento suave e, em alguns casos, há apenas a presença de vórtices de Abrikosov. Em $H = 1,0 H_{c2}(0)$ o material encontra-se no estado normal e, conseqüentemente, a resposta é a de um material ôhmico.

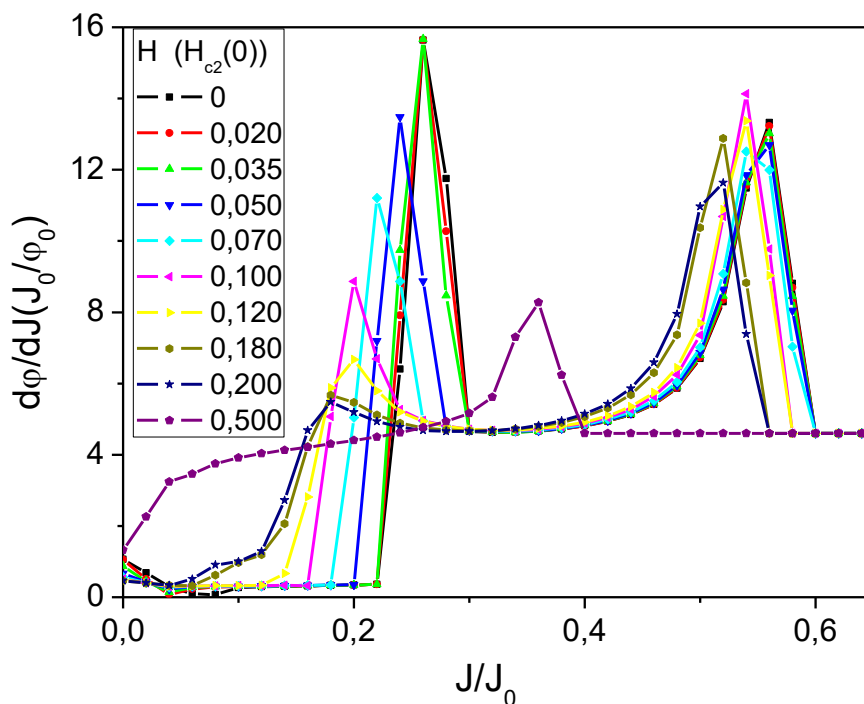


Figura 23: Derivada da curva da Figura 22, onde os picos indicam a mudança na inclinação da curva, e, conseqüentemente, um aumento do estado resistivo da amostra.

Como será apresentado em detalhes, as amostras com campo aplicado apresentam regiões nas quais, acima de determinado valor de J , não há mais formação de pares de v - av . Para os campos $H = 0,18 H_{c2}(0)$ e $0,2 H_{c2}(0)$, as correntes a partir das quais cessa a dinâmica de vórtices cinemáticos são muito mais baixas. Contudo, ainda há um estado resistivo. Isso se deve ao fato de que esses sistemas aprisionam vórtices de Abrikosov na região do defeito e, assim, uma ddp surge pela presença dos mesmos.

A curva referente a $H = 0,5 H_{c2}(0)$ não apresenta saltos mas também não tem uma resposta ôhmica desde o seu início, como ocorre com a curva para $H = 1,0 H_{c2}(0)$. Esse comportamento é explicado pela presença de vórtices de Abrikosov que penetram na amostra no momento em que o campo é aplicado e lá permanecem até a destruição da supercondutividade.

6.2. Dinâmica para diferentes sistemas

Nesta seção, será analisado o estado resistivo das amostras para diferentes campos magnéticos aplicados, bem como a dinâmica de formação e aniquilação dos pares de vórtice-antivórtice cinemáticos.

6.2.1. Campo Nulo

Na Figura 24 é mostrado um mapa da distribuição do módulo da corrente supercondutora na amostra no estado Meissner. Esta figura foi obtida para $J = 0,06 J_0$ e campo magnético nulo.

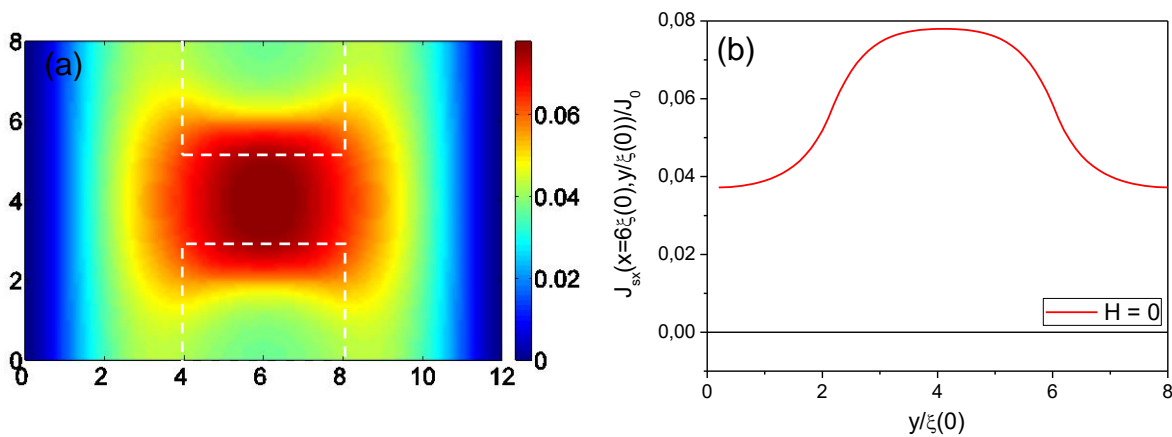


Figura 20: (a) Mapa da distribuição do módulo da corrente supercondutora, onde a cor azul indica corrente nula e a cor vermelha indica a máxima concentração de corrente. (b) corrente pela posição y , com $x=6 \xi(0)$, ambas para o campo aplicado $H=0$ e $J=0,06 J_0$.

De acordo com a Figura 24, percebemos que a corrente está mais degradada nas bordas devido ao efeito de proximidade dos contatos elétricos e é mais intensa no centro da amostra (cor vermelha escura), devido à presença da constrição ou, de outra forma, pela presença dos defeitos “cegos”. O acúmulo da corrente na constrição, associado com a supercondutividade depreciada nos defeitos, torna possível o aparecimento de pares v-av cinemáticos. Conseqüentemente, há o surgimento de um estado resistivo o qual é visualizado por um salto na curva $\varphi(J)$, como mostrado na Figura 25 (a).

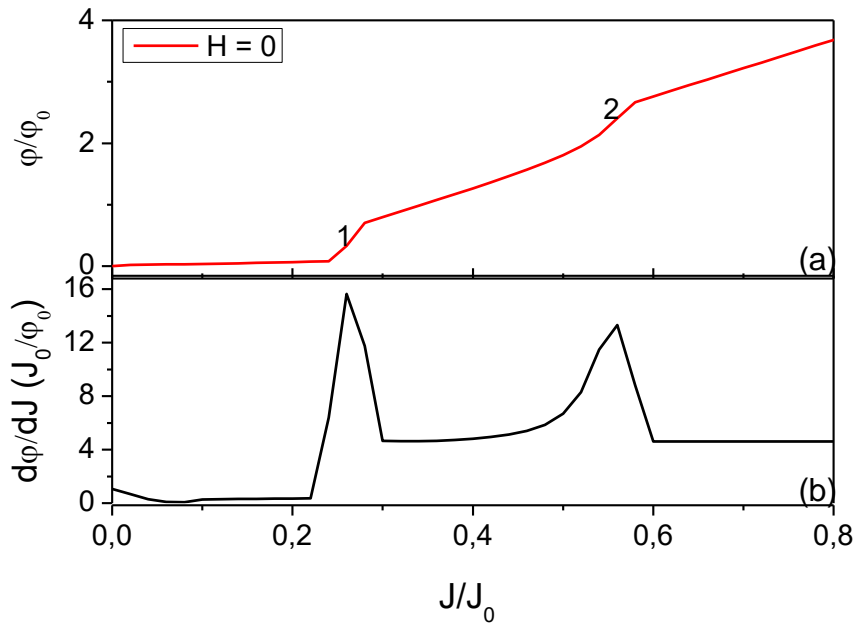


Figura 21: (a) Curva da voltagem em função da corrente; o salto em 1 é indicativo do início do estado resistivo no sistema e o salto 2 é referente à transição para o estado normal. (b) Resistência diferencial, i.e., derivada de ϕ por J ; os picos são referentes à mudança de inclinação da curva $\phi(J)$ associado com os estados mencionados em (a).

O estado resistivo apresentado na Figura 25(a) é devido à formação e aniquilação de pares de v - av cinemáticos. Na curva (b), podemos verificar claramente os pontos de inflexão da curva (a).

No ponto 1 da Figura 25(a) ocorre a primeira formação dos pares de v - av cinemáticos. O v aparece na borda superior da amostra e o av na inferior. O par se move para o centro da amostra onde ocorre a sua aniquilação, como mostrado na Figura 26. Os painéis de (a) a (c) mostram o mapa de $\log(|\psi|)$ o qual é necessário para melhor definição da posição do par v - av . Esse procedimento é feito pelo fato de ψ estar muito degradado ao longo da região onde o par se move, sendo difícil de indentificá-lo. Nos painéis de (d) a (f) são mostradas as distribuições de ψ ao longo do processo de aniquilação juntamente com as *streamlines* (uma representação das correntes supercondutoras que fluem pelo material). Note que ψ encontra-se bastante degradado na região central da amostra e que as correntes se distribuem ao redor do v e do av . Elas formam um perfil triangular ao redor do núcleo dos vórtices, estando mais concentradas nas regiões frontais ao movimento do par e ficando mais espaçadas nas regiões por onde o v e/ou o av já passaram. Esse formato é

devido à alta velocidade que esses vórtices adquirem, sendo da ordem de 10^5 m/s [36].

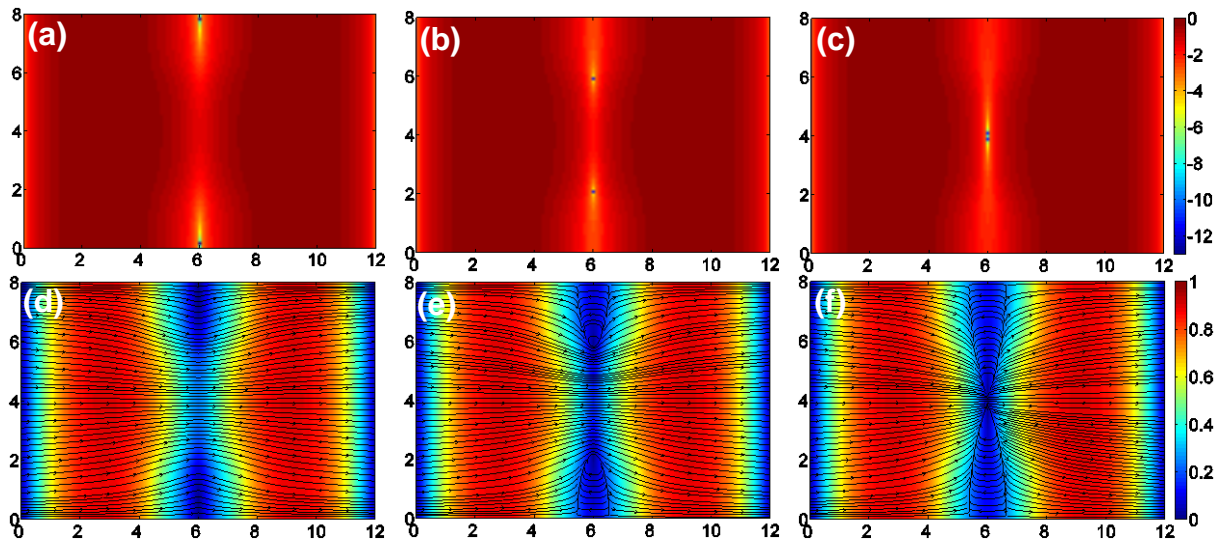


Figura 22: De (a) a (c) é mostrado o mapa de $\log(|\psi|)$ evidenciando o movimento do par v-av que culmina em sua aniquilação. De (d) a (f) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a degradação do mesmo ao longo da região de movimentação do par. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar uma distribuição triangular das mesmas ao redor do v e do av devida a alta velocidade que os mesmos adquirem.

Para um mesmo valor de corrente aplicada, vários pares penetram na amostra, sequencialmente. Ao aumentar a corrente, novos pares cinemáticos se formam e ao longo de todo o estado resistivo eles apresentam a mesma dinâmica descrita na Figura 26. Esse comportamento é diferente daquele descrito por Berdyiorov [36], onde identifica-se duas dinâmicas de formação dos pares v-av: (i) em baixas correntes aplicadas, os pares v-av são formados no meio da amostra e se dirigem para fora da mesma; (ii) em correntes altas, os pares se formam na borda do sistema e se aniquilam no centro.

No ponto 2 da Figura 25(a), devido ao alto valor da corrente aplicada e às inúmeras formações de pares cinemáticos, a região central da amostra encontra-se bastante degradada e o sistema passa para o estado normal. A Figura 27 mostra o mapa do $\log(|\psi|)$ para tal ponto, note que a amostra como um todo está bastante degradada com uma maior depreciação na região central onde há os defeitos e a constrição.

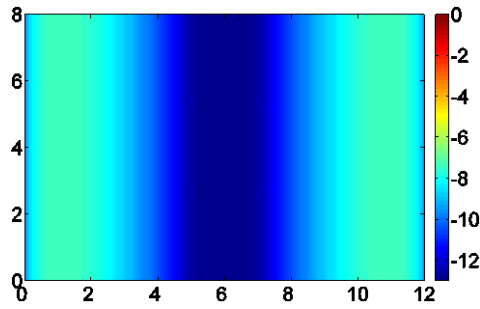


Figura 23: Distribuição do $\log(|\psi|)$ quando o sistema está na transição para o estado normal.

6.2.2. Baixos Campos

Por motivos de organização, dividimos nossa análise em campos baixos, moderados, e altos, de acordo com a influência destes na dinâmica dos vórtices cinemáticos. Consideramos baixos campos aqueles de até $0,05H_{c2}(0)$. Assim, para esse caso, analisaremos a distribuição da corrente na amostra e a dinâmica de formação dos pares v-av cinemáticos.

Primeiramente, vamos estudar o sistema com campo aplicado $H = 0,035 H_{c2}(0)$. A Figura 28 mostra a distribuição da corrente supercondutora, J_s , para $J = 0,06 J_0$ ainda no estado Meissner.

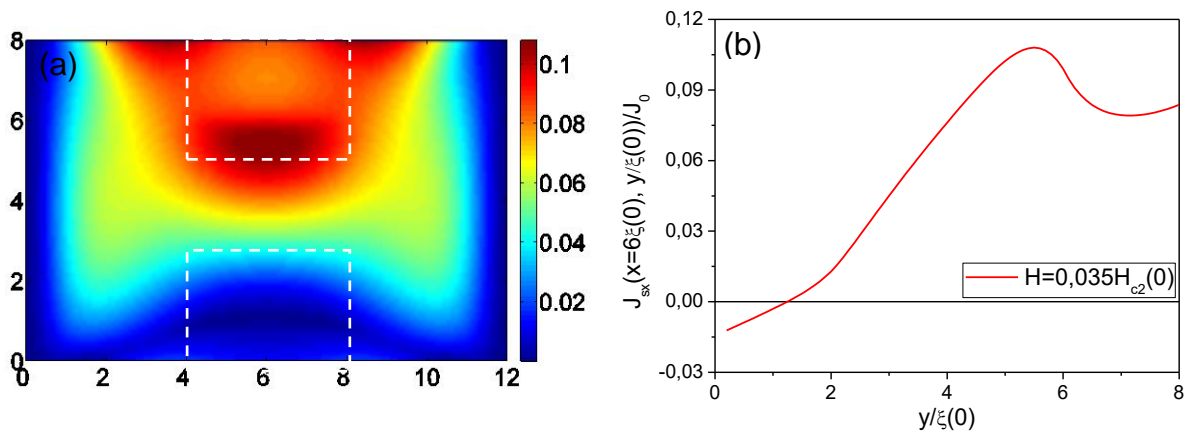


Figura 24: (a) Mapeamento do módulo da corrente supercondutora, onde a cor azul indica corrente nula e a cor vermelha indica a máxima concentração de corrente. Devido à interação com as correntes de blindagem geradas pelo campo externo, há uma distribuição assimétrica de J_s . (b) Distribuição de J_s ao longo da direção y , com x fixado em $6 \xi(0)$. Ambas as figuras são para $H = 0,035 H_{c2}(0)$ e $J = 0,06 J_0$.

Na Figura 28(a) pode-se perceber que devido ao campo aplicado, a distribuição da corrente supercondutora é assimétrica. Isso pode ser explicado como segue. Quando um campo magnético externo é aplicado no

supercondutor, surge uma corrente de blindagem de modo a anular o campo no interior do material. Desta forma, a corrente de blindagem se soma com a corrente supercondutora (a qual é gerada pela corrente aplicada) na parte superior da amostra e se subtraem na parte inferior do sistema.

Na Figura 28(b) é mostrada a distribuição da componente x da corrente supercondutora ao longo do eixo y para x fixado no centro da amostra, i.e., em $x = 6 \xi(0)$. Nota-se que a corrente da parte inferior da amostra J_{sx} é negativa. Isso deve-se a subtração que ocorre entre a corrente de transporte e a corrente de blindagem, no qual, a corrente resultante tem o sentido oposto ao da corrente aplicada, dessa forma a corrente efetiva tem sinal negativo.

Apesar da distribuição assimétrica da corrente, a curva $\varphi(J)$ é semelhante àquela anteriormente analisada para o caso $H = 0$.

A Figura 29(a) mostra a curva $\varphi(J)$ para $H = 0,035 H_{c2}(0)$. Os pontos 1 (para $J = 0,26 J_0$) e 3 (para $J = 0,56 J_0$) denotam o início da formação dos pares v - av cinemáticos e a transição para o estado normal, respectivamente. O ponto 2 (para $J = 0,36 J_0$), embora não haja nenhuma mudança aparente da curva, indica o fim da formação dos pares. Assim, para J 's maiores, apenas um v penetra na borda superior da amostra e a deixa pela borda inferior. Na curva da Figura 29(b) é mostrada a resistência diferencial ($d\varphi/dJ$) a qual apresenta dois picos referentes às posições 1 e 3 de (a).

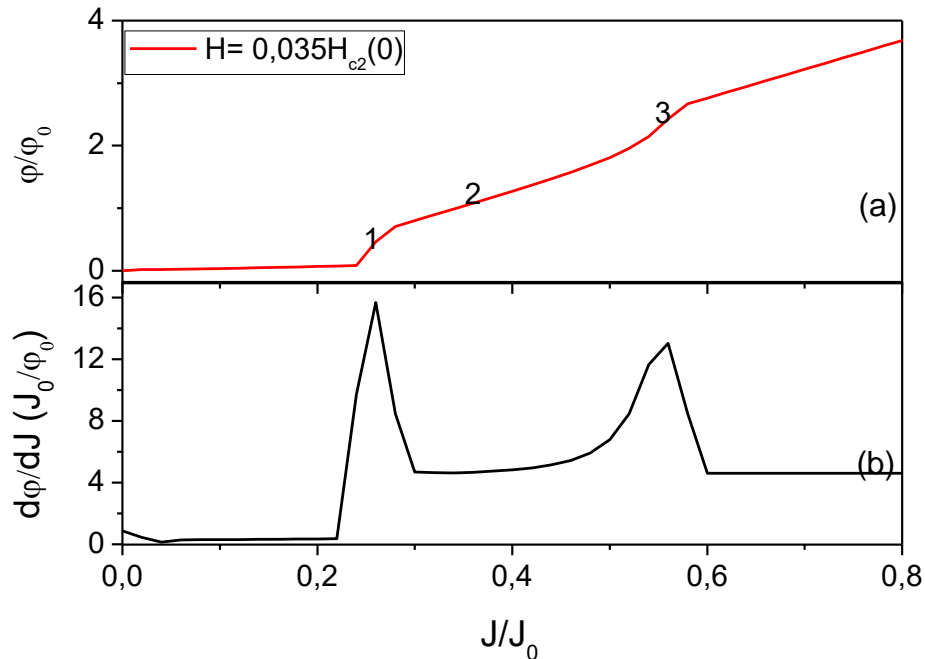


Figura 25: (a) Curva da voltagem em função da corrente; o salto em 1 é indicativo do início do estado resistivo no sistema e o salto em 3 é referente à transição para o estado normal. O ponto 2 indica o fim da formação dos pares. (b) Resistência diferencial, i.e., derivada de $\phi(J)$ por J ; os picos são referentes à mudança de inclinação da curva $\phi(J)$ associado com os estados mencionados em (a).

Confirmando o que foi descrito no parágrafo anterior, a Figura 29 mostra alguns *snapshots* da dinâmica v-av no ponto 1 da Figura 29(a). De (a) a (c) é mostrada a distribuição logarítmica de $|\psi|$. Devida à assimetria causada pela presença das correntes de blindagem, o v penetra primeiro e percorre grande parte da amostra. O av é formado na borda inferior e, então, a aniquilação ocorre em uma posição abaixo do centro da amostra. Nos painéis de (d) a (f) mostramos a distribuição de ψ na amostra juntamente com as *streamlines*. Note que pelo fato do v se mover para além do meio da amostra, as correntes supercondutoras próximas à borda superior começam a se recompor formando um contorno elipsoidal ao longo do caminho do seu movimento (painel (f)).

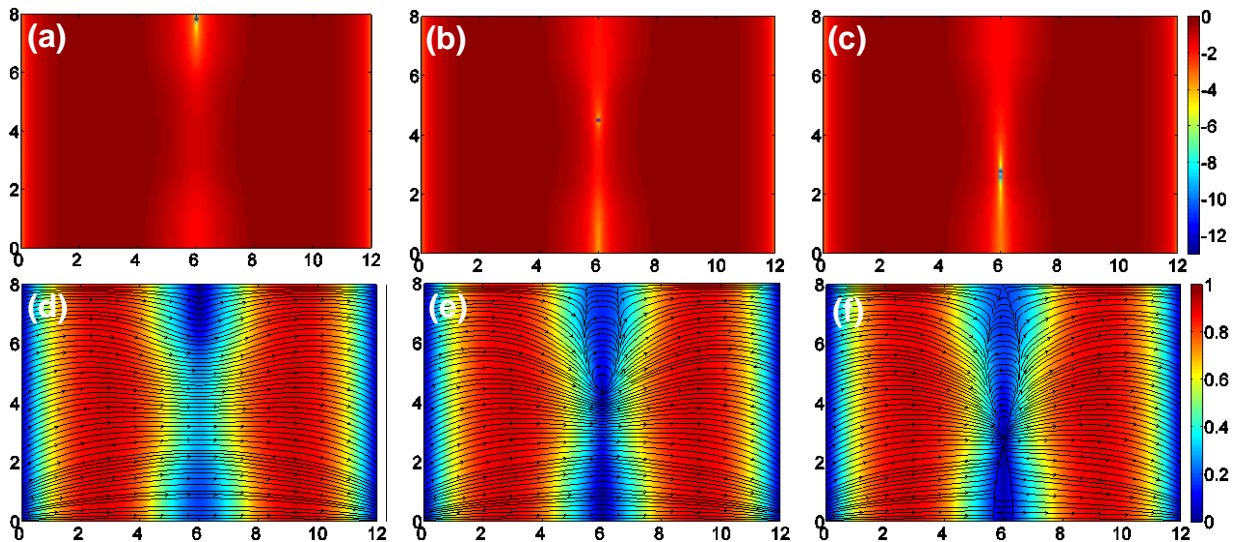


Figura 26: De (a) a (c) é mostrado o mapa de $\log(|\psi|)$ evidenciando o movimento do par v-av cujas formações não ocorrem simultaneamente, e culmina em sua aniquilação. De (d) a (f) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a degradação do mesmo ao longo da região de movimentação do par. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar uma distribuição triangular das mesmas ao redor do v e do av devida a alta velocidade que os mesmos adquirem.

No ponto 2 da Figura 29(a), a dinâmica muda, pois não há mais a formação do av. Dessa forma, o vórtice é formado na borda superior da amostra e se movimenta por todo o sistema, saindo pela borda oposta, como pode ser visto na Figura . Novamente, de (a) a (c) é mostrada uma sequência da dinâmica pelo mapeamento do $\log(|\psi|)$ e de (d) a (f) a distribuição de ψ e das *streamlines*.

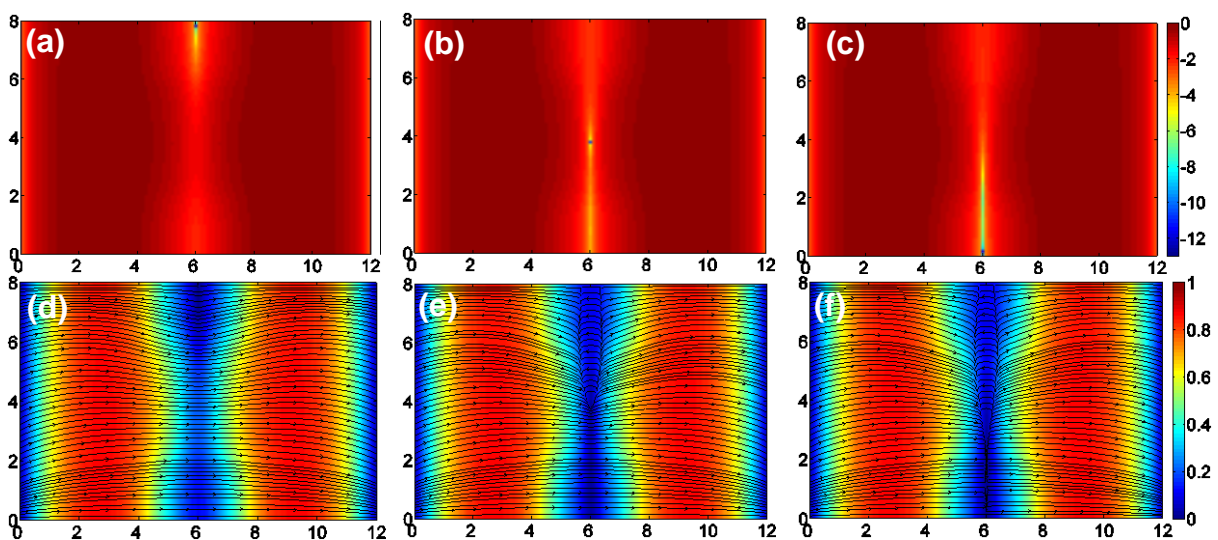


Figura 31: De (a) a (c) é mostrado o mapa de $\log(|\psi|)$ evidenciando a formação apenas do vórtice e a sua saída pela borda oposta da amostra. De (d) a (f) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a degradação do mesmo ao longo da região de movimentação do vórtice. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar uma distribuição triangular das mesmas ao redor do v, devida a alta velocidade que ele adquire.

Por fim, no ponto 3 (para $J = 0,56 J_0$) da Figura 29(a), ψ está bastante degradado, sendo possível identificar alguma variação apenas em $\log(|\psi|)$, principalmente na região central da amostra, como mostrado na Figura 32. Neste ponto ocorre a transição para o estado normal.

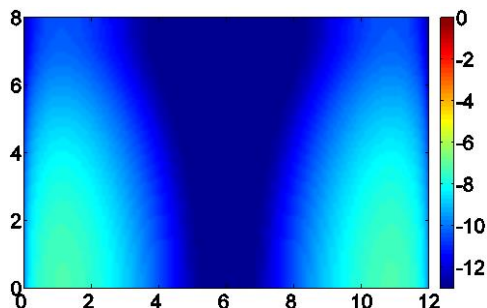


Figura 27: Distribuição do $\log(|\psi|)$ quando o sistema está na transição para o estado normal

Vamos analisar agora um sistema com campo aplicado de $H = 0,05 H_{c2}(0)$. Novamente mapeando o módulo da corrente, percebe-se que o campo aplicado gera as correntes de blindagem e estas se somam vetorialmente com a corrente supercondutora gerada pela corrente de transporte. Essa soma causa a assimetria mostrada Figura 33(a). A Figura 33(b) mostra a distribuição da componente x de J_s para $x = 6 \xi(0)$ (no centro da amostra). Nota-se que a corrente negativa na lateral inferior da amostra é mais intensa do que para o caso $H=0,035 H_{c2}(0)$. Isso ocorre, pois como o campo aplicado é mais intenso, as correntes de blindagem na amostra também possuem maior intensidade e superam as produzidas pela corrente aplicada.

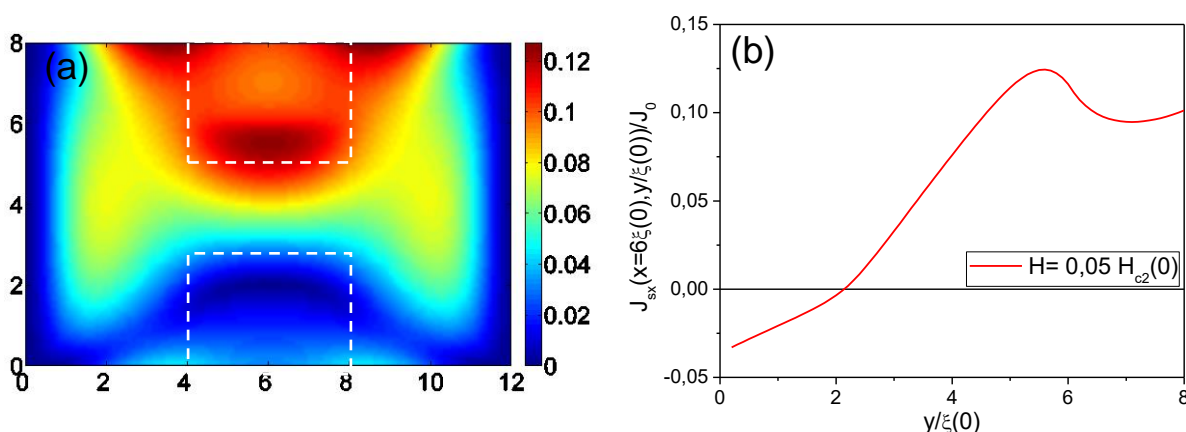


Figura 28: (a) Mapeamento do módulo da corrente supercondutora, onde a cor azul indica corrente nula e a cor vermelha indica a máxima concentração de corrente. Devido à sobreposição com as correntes de blindagem geradas pelo campo externo, há uma distribuição assimétrica de J_s . (b) Distribuição de J_s ao longo do eixo y , para $x = 6 \xi(0)$. Ambas as figuras são para $H = 0,05 H_{c2}(0)$ e $J = 0,06 J_0$.

Novamente, olhando para a curva $\varphi(J)$ característica, notamos que mesmo com o campo um pouco mais intenso, ainda há um estado resistivo bem definido, como pode ser observado na Figura 34.

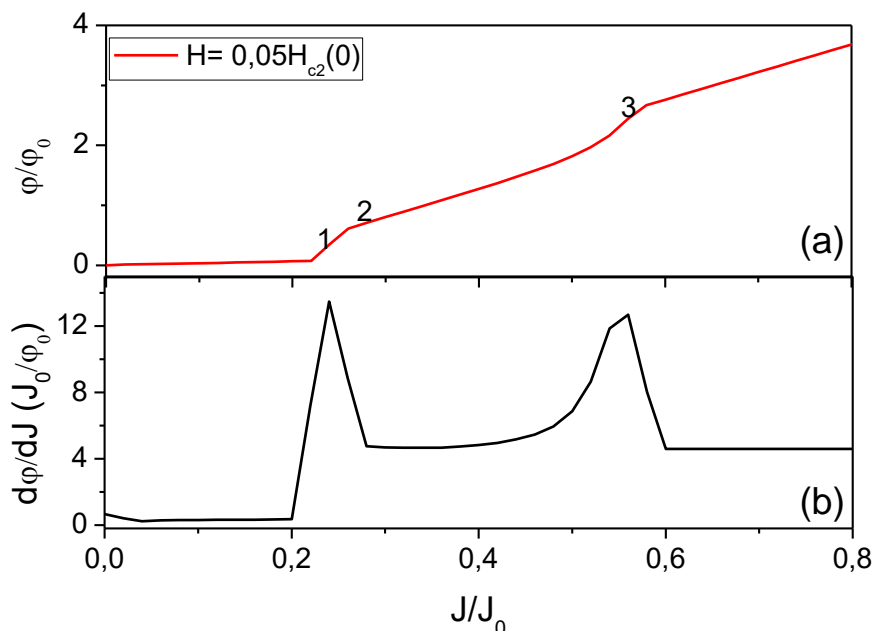


Figura 29: (a) Curva da voltagem em função da corrente; o salto em 1 é indicativo do início do estado resistivo no sistema e o salto em 3 é referente à transição para o estado normal. O ponto 2 indica o fim da formação dos pares. (b) Resistência diferencial, i.e., derivada de φ por J ; os picos são referentes à mudança de inclinação da curva $\varphi(J)$ associado com os estados mencionados em (a).

Observa-se que a resistência diferencial apresenta dois picos relacionados ao início do estado resistivo e à transição para o estado normal, Figura 34(b). Vamos analisar agora, a dinâmica de formação dos pares v-av cinemáticos para os pontos marcados na Figura 34(a).

O ponto 1 (para $J = 0,24 J_0$) é o primeiro ponto de inflexão da curva, e também marca o início do estado resistivo, com a formação de um par v-av cinemático. Assim como na amostra anteriormente analisada, as correntes supercondutoras possuem uma distribuição assimétrica devido ao campo aplicado. Sendo assim, há primeiramente a formação do v e posteriormente a do av. Um se move em direção ao outro e a aniquilação ocorre fora do centro da amostra, como pode ser visto na Figura 35. Nos painéis de (a) a (c) é mostrada uma sequência da dinâmica pelo mapeamento de $\log(|\psi|)$ e de (d) a (f) a distribuição de ψ e das *streamlines*, as quais evidenciam a distribuição das correntes ao redor do v adquirindo um formato elipsoidal.

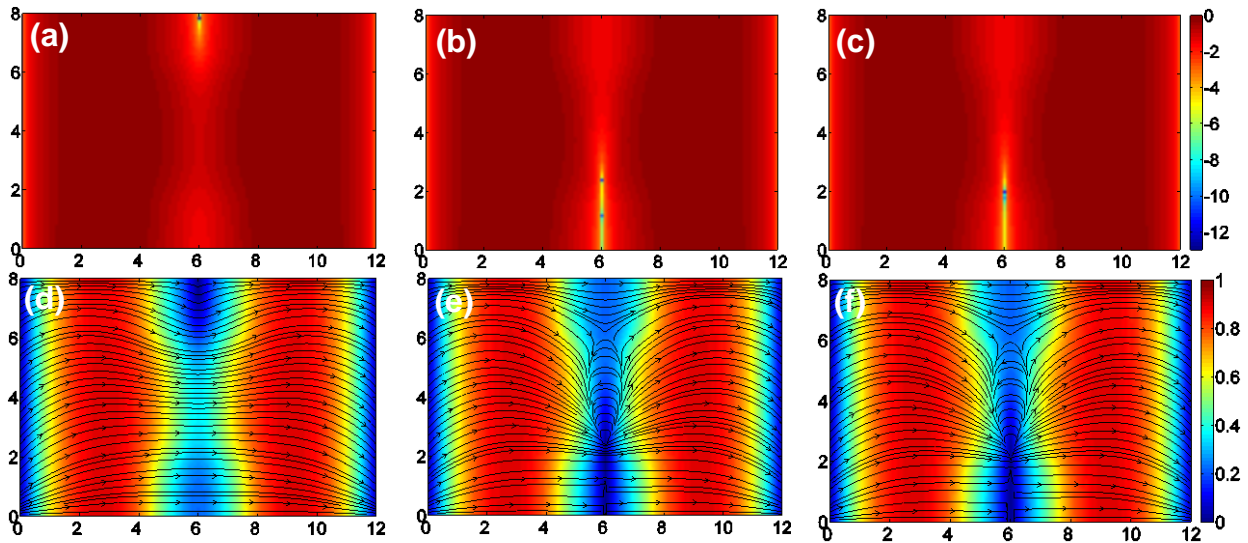


Figura 30: De (a) a (c) é mostrado o mapa de $\log(|\psi|)$ evidenciando o movimento do par v-av cujas formações não ocorrem simultaneamente, e culmina em sua aniquilação. De (d) a (f) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a degradação do mesmo ao longo da região de movimentação do par. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar uma distribuição triangular das mesmas ao redor do v e do av devida a alta velocidade que os mesmos adquirem.

Esta dinâmica de formação e aniquilação dos pares cinemáticos ocorre até o ponto 2 (para $J = 0,28 J_0$) da Figura 34(a), pois a partir deste ponto não há mais a formação do av e o vórtice surge na borda superior e deixa a amostra pelo lado oposto. Esta dinâmica é exemplificada na Figura 36. Nos painéis de (a) a (c) é mostrada uma sequência ilustrando o movimento do v pelo mapeamento de $\log(|\psi|)$. De (d) a (f) é apresentada a distribuição de ψ e das *streamlines*, as quais evidenciam a distribuição das correntes ao redor do v que também apresentam um formato elipsoidal. Esse formato é devido à alta velocidade deste associada ao tempo de relaxação do ψ , que impede a região supercondutora de se recuperar instantaneamente após a passagem do vórtice.

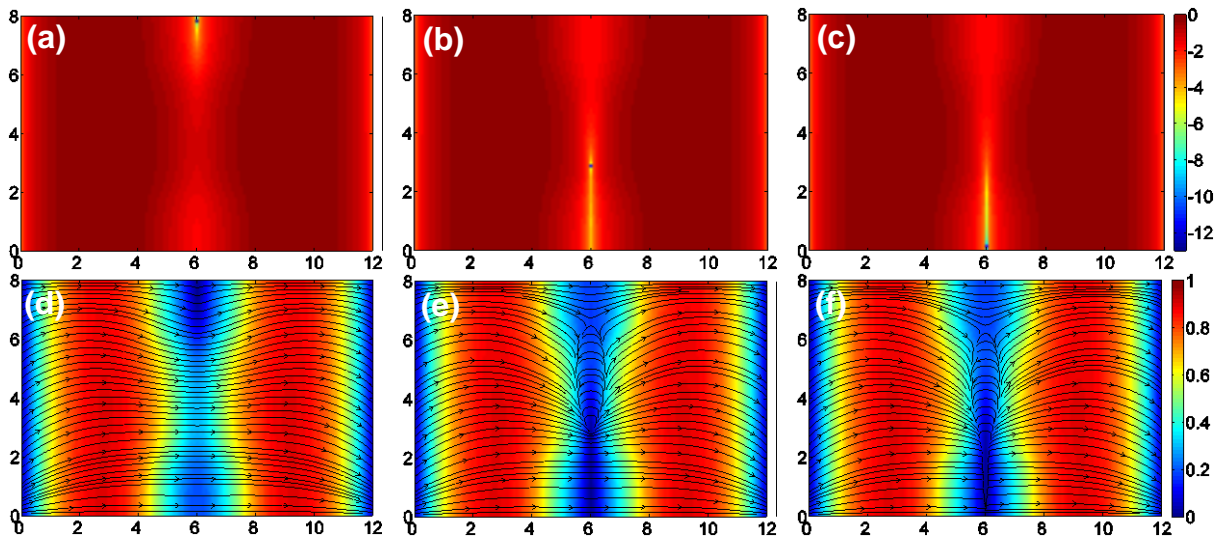


Figura 31: De (a) a (c) é mostrado o mapa de $\log(|\psi|)$ evidenciando a formação apenas do vórtice e a sua saída pela borda oposta da amostra. De (d) a (f) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a degradação do mesmo ao longo da região de movimentação do vórtice. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar uma distribuição triangular das mesmas ao redor do v, devida a alta velocidade que ele adquire.

A presença somente do vórtice cinemático, ocorre até $J = 0,56 J_0$, ponto 3 da Figura 34(a). Nessa corrente, a supercondutividade já está bastante degradada, principalmente na região central da amostra devido às inúmeras formações de vórtices cinemáticos, como pode ser visualizado na Figura 37. A partir deste ponto ocorre a transição para o estado normal.

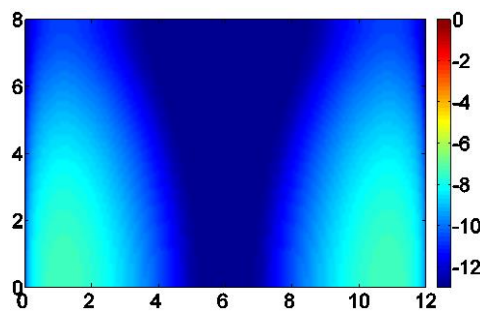


Figura 32: Distribuição de $\log(|\psi|)$ quando o sistema está na transição para o estado normal.

6.2.3. Campos Moderados

Consideramos campos moderados aqueles para os quais $0,05 H_{c2}(0) < H \leq 0,2 H_{c2}(0)$. Assim, seguindo os mesmos passos realizados anteriormente, iremos, primeiramente, analisar a amostra a $H = 0,1 H_{c2}(0)$. Como o campo é mais intenso que os vistos anteriormente, as correntes de blindagem

também possuem maior intensidade, o que deixa a borda inferior da amostra com uma corrente mais negativa, como pode ser observado na Figura 38. Em (a) é mostrado o mapa da distribuição de J_s e, em (b) a distribuição de J_{sx} ao longo do eixo y para $x = 6 \xi(0)$.

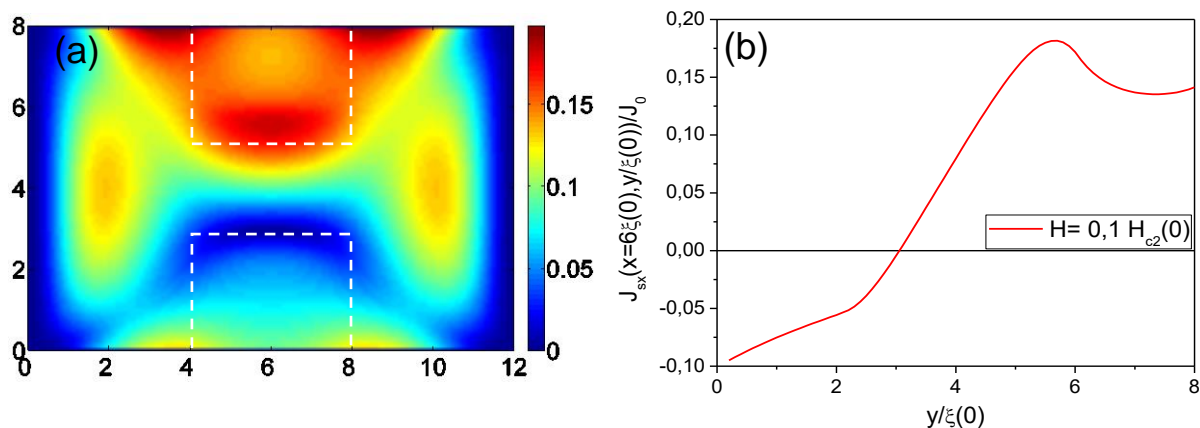


Figura 33: (a) Mapeamento do módulo da corrente supercondutora, onde a cor azul indica corrente nula e a cor vermelha indica a máxima concentração de corrente. Devido à interação com as correntes de blindagem geradas pelo campo externo, há uma distribuição assimétrica de J_s . (b) Distribuição de J_s ao longo do eixo y , para $x = 6 \xi(0)$. Ambas as figuras são para $H = 0,1 H_{c2}(0)$ e $J = 0,06 J_0$.

Mesmo que o campo magnético seja mais intenso, ainda é possível definir um estado resistivo para o sistema, como pode ser visualizado na Figura 39(a) onde tem-se a curva característica $\varphi(J)$ e em (b) a resistência diferencial, a qual mostra com clareza os pontos de inflexão da curva $\varphi(J)$, i.e., onde o estado resistivo se inicia e onde a supercondutividade é destruída.

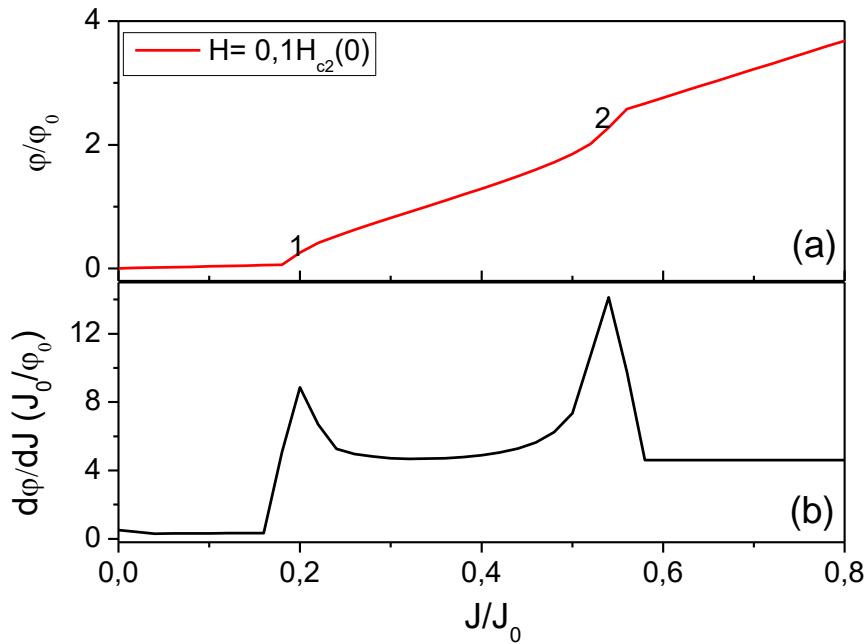


Figura 34: (a) Curva da voltagem em função da corrente; o salto em 1 é indicativo do início do estado resistivo no sistema e o salto em 2 é referente à transição para o estado normal. (b) Resistência diferencial, i.e., derivada de ϕ por J ; os picos são referentes à mudança de inclinação da curva $\phi(J)$ associado com os estados mencionados em (a).

Neste caso, uma vez que o campo magnético aplicado é mais intenso, ocorre uma mudança na dinâmica da formação dos vórtices cinemáticos, pois para todas as correntes que compreendem o estado resistivo, não há a formação do antivórtice. Assim, o vórtice é formado na borda superior da amostra e a deixa pela borda oposta. No ponto 1 da Figura 39(a), onde $J = 0,20 J_0$, tem-se o início do estado resistivo. A dinâmica do sistema está representada na Figura 40, onde de (a) a (c) é mostrado o mapa de $\log(|\psi|)$ onde é possível observar o vórtice e o movimento do mesmo; de (d) a (f) é mostrado o mapa de ψ com as *streamlines*. Como veremos adiante, a velocidade média do vórtice diminui conforme aumenta-se o campo aplicado e, uma das consequências disso, é o vórtice cinemático se tornar mais redondo, como observamos nas imagens de (d) a (f).

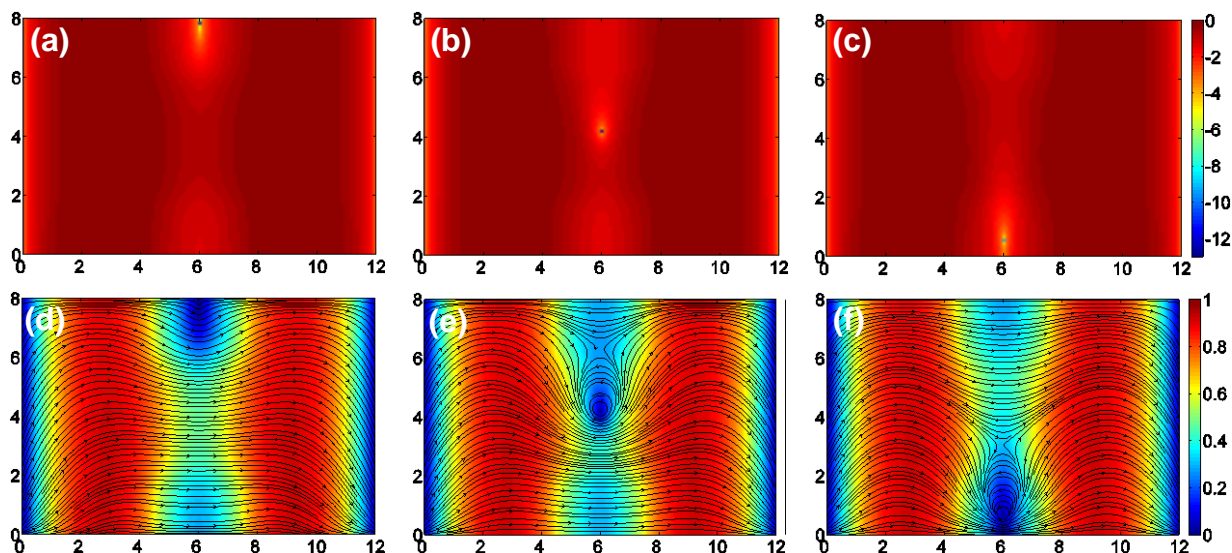


Figura 40: De (a) a (c) é mostrado o mapa de $\log(|\psi|)$ evidenciando a formação apenas do vórtice e a sua saída pela borda oposta da amostra. De (d) a (f) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a degradação do mesmo ao longo da região de movimentação do vórtice. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar uma distribuição triangular das mesmas ao redor do v, devida a alta velocidade que ele adquire.

No segundo ponto de inflexão da curva $\varphi(J)$, indicado por 2 na Figura 39(a) e para $J = 0,54 J_0$, ocorre a última dinâmica do estado resistivo que é igual à apresentada na Figura 40. A Figura 41 mostra o mapeamento de $\log(|\psi|)$ onde nota-se que, na região da penetração do vórtice, o sistema está bastante degradado e a depreciação de ψ praticamente se estende até a borda oposta. No passo seguinte de J o sistema transiciona para o estado normal.

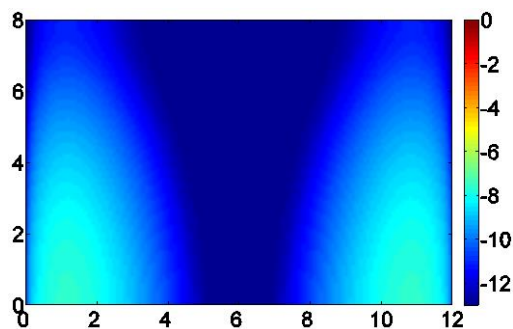


Figura 35: Distribuição de $\log(|\psi|)$ quando o sistema está na transição para o estado normal.

Para $H = 0,18 H_{c2}(0)$ procedemos com as mesmas análises. Tanto a assimetria da corrente supercondutora quanto o sinal negativo da sua componente x na borda inferior da amostra são verificadas (veja Figura 42(a) e (b)).

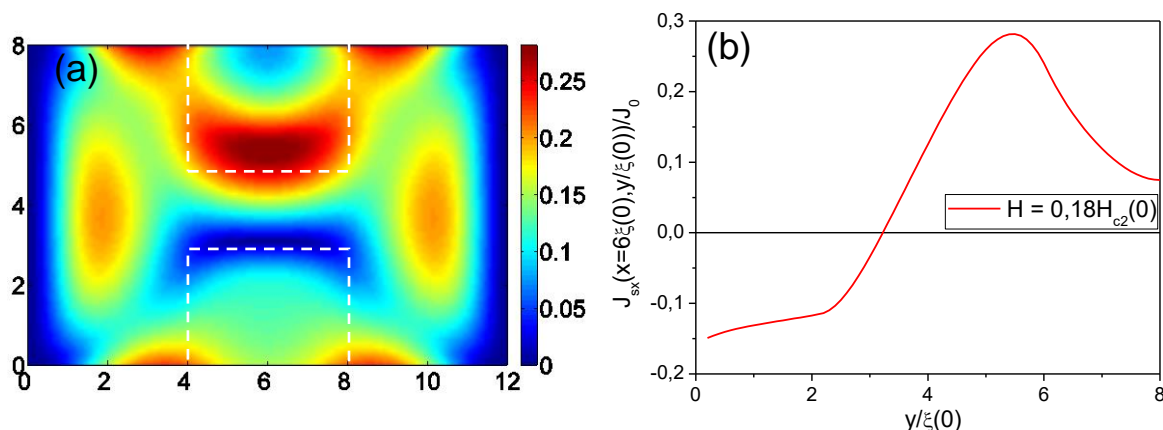


Figura 36: (a) Mapeamento do módulo da corrente supercondutora, onde a cor azul indica corrente nula e a cor vermelha indica a máxima concentração de corrente. Devido à sobreposição com as correntes de blindagem geradas pelo campo externo, há uma distribuição assimétrica de J_s . (b) Distribuição de J_s ao longo do eixo y , para $x = 6 \xi(0)$. Ambas as figuras são para $H = 0,18 H_{c2}(0)$ e $J = 0,06 J_0$.

Estando o estado supercondutor degradado pela aplicação do campo e da corrente externa, o estado resistivo e a consequente formação do vórtice cinemático tem início em uma corrente menor, i.e., $J=0,10 J_0$, como pode ser visto na curva de $\varphi(J)$ da Figura 43.

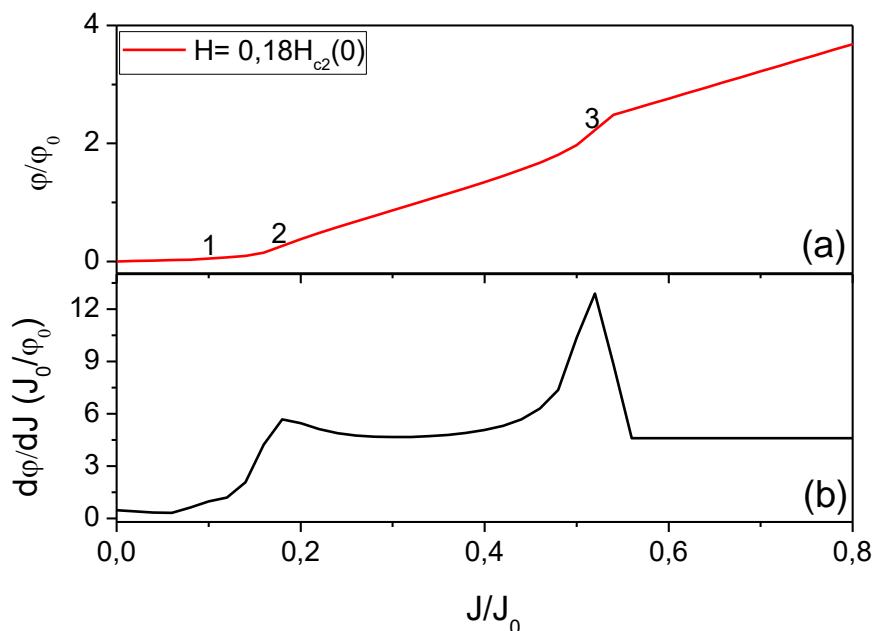


Figura 37: (a) Curva da voltagem em função da corrente; o salto em 1 é indicativo do início do estado resistivo no sistema e o salto em 3 é referente à transição para o estado normal. O ponto 2 é referente ao fim da dinâmica de formação do vórtice. (b) Resistência diferencial, i.e., derivada de φ por J ; os picos são referentes à mudança de inclinação da curva $\varphi(J)$ associado com os estados mencionados em (a).

Pode-se notar na Figura 43(a) que apesar de ocorrer o estado resistivo, a passagem para este estado não é bem definida quando comparamos com os campos anteriores. Contudo, o pequeno pico em $J = 0,10 J_0$ na curva da resistência diferencial (Figura 43(b)) demarca o início da formação do vórtice cinemático.

Com isso, o estado resistivo ocorre no ponto 1 da Figura 43(a), em $J = 0,10 J_0$, e a dinâmica apresentada é a mesma do campo anterior, onde o vórtice se forma em uma borda da amostra e sai pela outra borda, não havendo a formação do antivórtice, como mostrado na Figura 44. Devido a uma velocidade mais baixa, o vórtice cinemático nessas condições se mostra ainda mais arredondado.

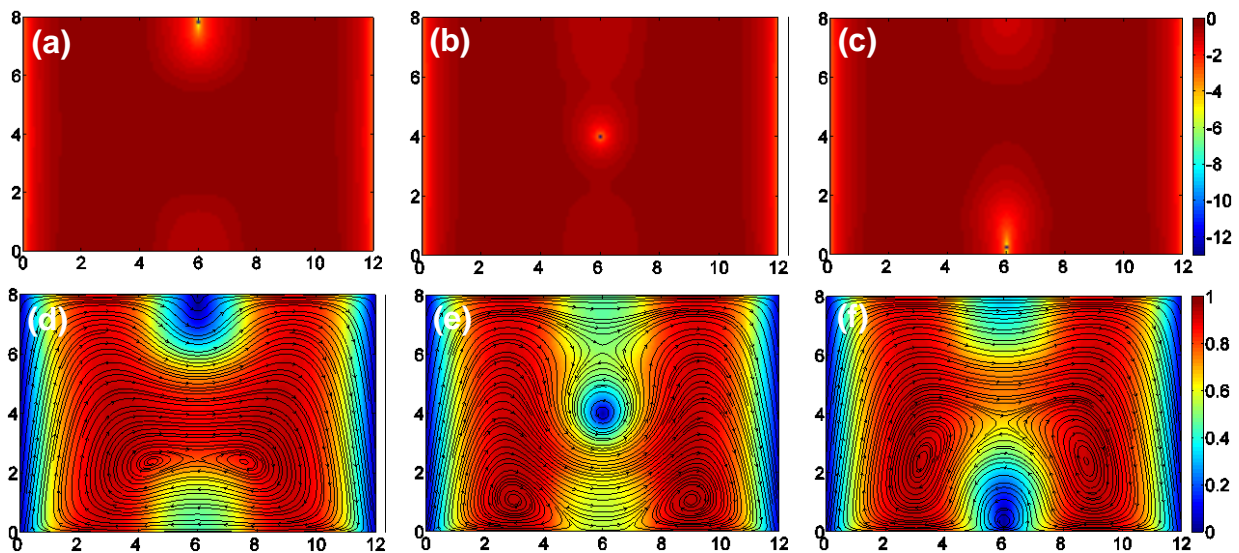


Figura 38: De (a) a (c) é mostrado o mapa de $\log(|\psi|)$ evidenciando a formação apenas do vórtice e a sua saída pela borda oposta da amostra. De (d) a (f) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a degradação do mesmo ao longo da região de movimentação do vórtice. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar que possuem uma distribuição mais arredondada ao redor do v, devida a menor velocidade que ele possui.

No ponto 2 da Figura 43(a), acima de $J = 0,18 J_0$ ocorre o fim da formação dos vórtices cinemáticos. No entanto, como pode ser observado no gráfico, o sistema ainda apresenta uma ddp não nula. Tal estado é causado pela presença de vórtices de Abrikosov que ficam parados no interior do sistema (ver Figura 45) até ocorrer a transição para o estado normal (ponto 3 em $J = 0,52 J_0$). Na Figura 45 é mostrado o estado do sistema em $J = 0,18, 0,30, 0,40$ e $0,48 J_0$, caracterizado por ψ e pelas *streamlines*.

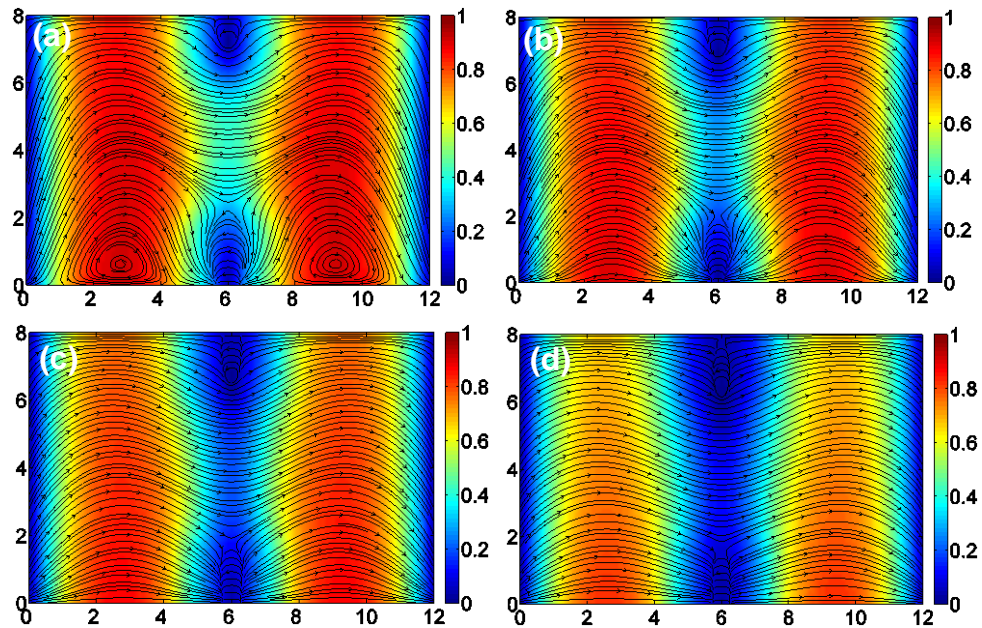


Figura 39: De (a) a (d) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a degradação do mesmo ao longo da região central do sistema, que é onde os vórtices de Abrikosov ficaram estacionados. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente pelas quais pode-se observar que possuem uma distribuição mais alongada ao redor dos vórtices.

A Figura 46, mostra o mapa de $\log(|\psi|)$ para $J = 0,52 J_0$, que é quando o sistema transiciona para o estado normal. Percebe-se uma degradação maior no centro do sistema.

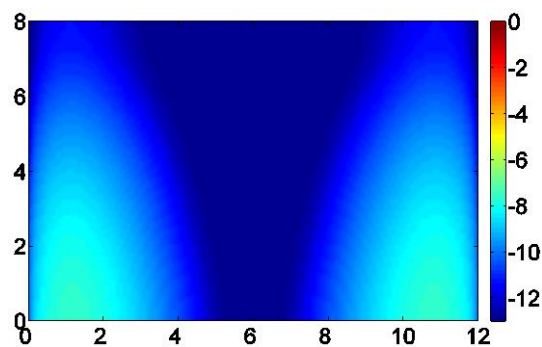


Figura 40: Distribuição de $\log(|\psi|)$ quando o sistema está na transição para o estado normal.

6.2.4. Altos Campos

Consideramos campos altos aqueles para os quais $H \geq 0,5 H_{c2}(0)$. Ao submetermos a amostra a um campo $H = 0,5 H_{c2}(0)$, verificamos que ainda ocorre um pequeno estado resistivo, como pode ser visto na Figura 47. No

entanto, este não é causado pela presença de vórtices cinemáticos, mas sim por vórtices de Abrikosov que penetram no sistema quando da aplicação do campo. Note que a resistência diferencial apresenta apenas um salto na transição para o estado normal em $J = 0,36 J_0$.

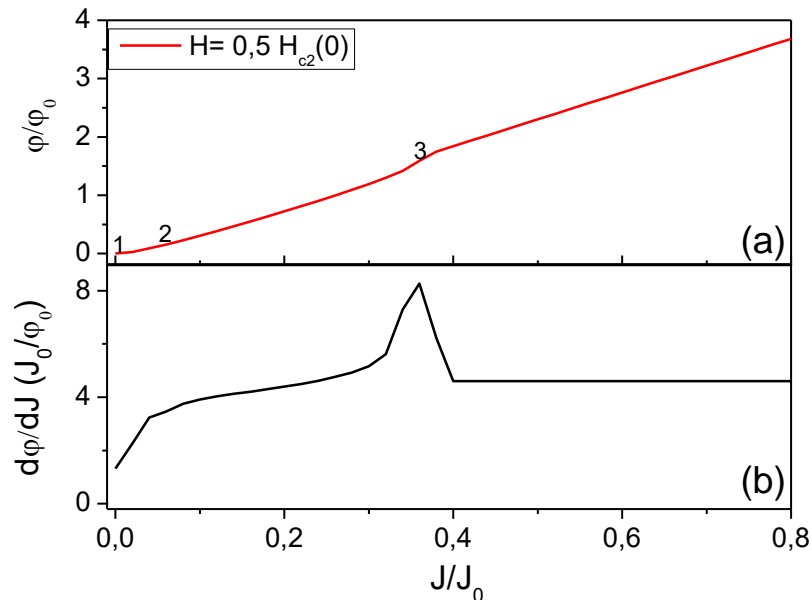


Figura 41: (a) Curva da voltagem em função da corrente; o salto em 1 é indicativo do início do estado resistivo devido a presença de vórtices de Abrikosov no sistema e o salto em 3 é referente à transição para o estado normal. O ponto 2 é referente à mudança da disposição dos vórtices no sistema. (b) Resistência diferencial, i.e., derivada de ϕ por J ; os picos são referentes à mudança de inclinação da curva $\phi(J)$ associado com os estados mencionados em (a).

O ponto 1 da curva da Figura 47(a) ($J = 0$), indica o estado inicial dos vórtices que penetraram na amostra. À medida que a corrente é aumentada, devido à força de Lorentz originada da interação do fluxo magnético do vórtice com as correntes supercondutoras do material, eles se movem pelo sistema. No ponto 2 ($J = 0,06 J_0$), todos os vórtices estão no centro da amostra, onde a supercondutividade está enfraquecida pela presença dos defeitos. Os vórtices permanecem em tal posição até o ponto 3 ($J = 0,36 J_0$), onde o sistema transiciona para o estado normal. A Figura 48(a), ilustra a disposição dos vórtices ao penetrarem no sistema. Já no *snapshot* de (b) observa-se que, devido a aplicação da corrente, os vórtices se deslocam para o centro da amostra. Nessa dinâmica há, ainda, a expulsão de um vórtice do sistema para $J = 0,06 J_0$, ficando apenas 3. Na Figura 48, de (c) a (e) ($J = 0,10, 0,20, 0,32 J_0$), podemos verificar a degradação do sistema devido ao aumento da corrente e, também devido aos

vórtices aprisionados. Por fim, em (f) ($J = 0,36 J_0$), o sistema transiciona para o estado normal.

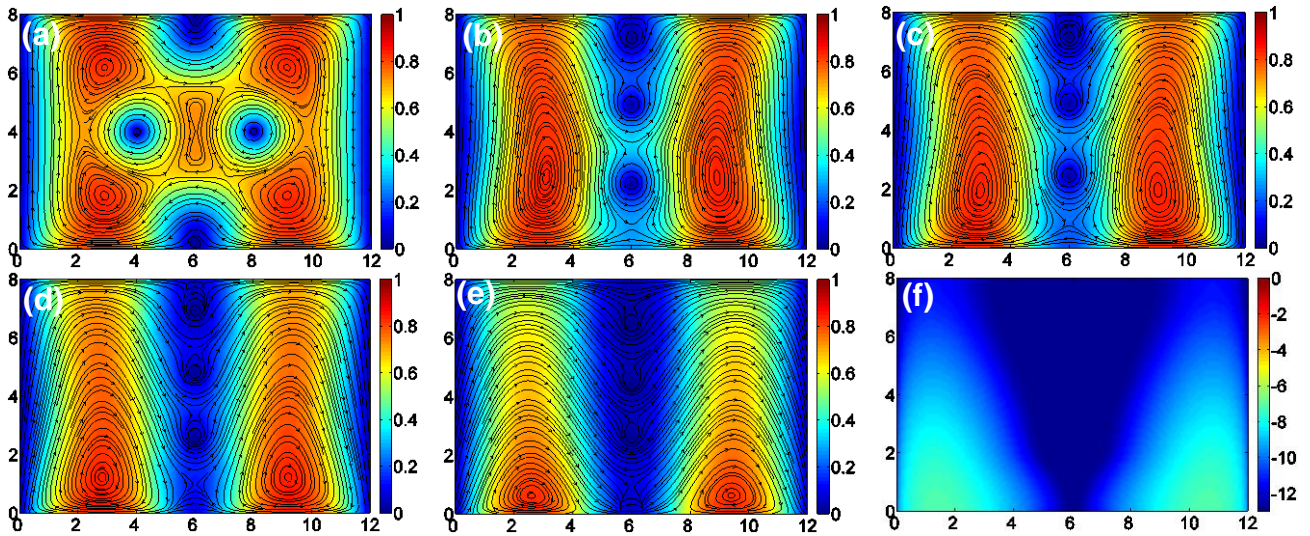


Figura 42: Em (a) é mostrado o mapa de ψ evidenciando a penetração dos vórtices de Abrikosov. De (b) a (e) é mostrado o mapa de ψ evidenciando que os vórtices se deslocaram para o centro do sistema e a degradação do mesmo nesta região. Nessas figuras também foram plotadas as *streamlines* da corrente. E em (f) é mostrado o mapa de $\log |\psi|$ para quando o sistema transiciona para o estado normal.

6.3. Diagrama do estado de vórtices

Como mostrado na seção anterior, o campo magnético aplicado influencia diretamente na dinâmica dos v-av cinemáticos, onde, dependendo da sua intensidade, chega a inibir a formação do antivórtice. Assim, construímos um diagrama da densidade de corrente aplicada em função do campo externo, $J(H)$. A curva $J_{c1}(H)$ representa a corrente para a qual aparece o estado resistivo. A curva, $J_v(H)$, indica a corrente a partir da qual só ocorre a formação de vórtice cinemático na amostra. Completando o diagrama, plotamos a curva $J_{c2}(H)$ que corresponde à corrente em que o material vai para o estado normal.

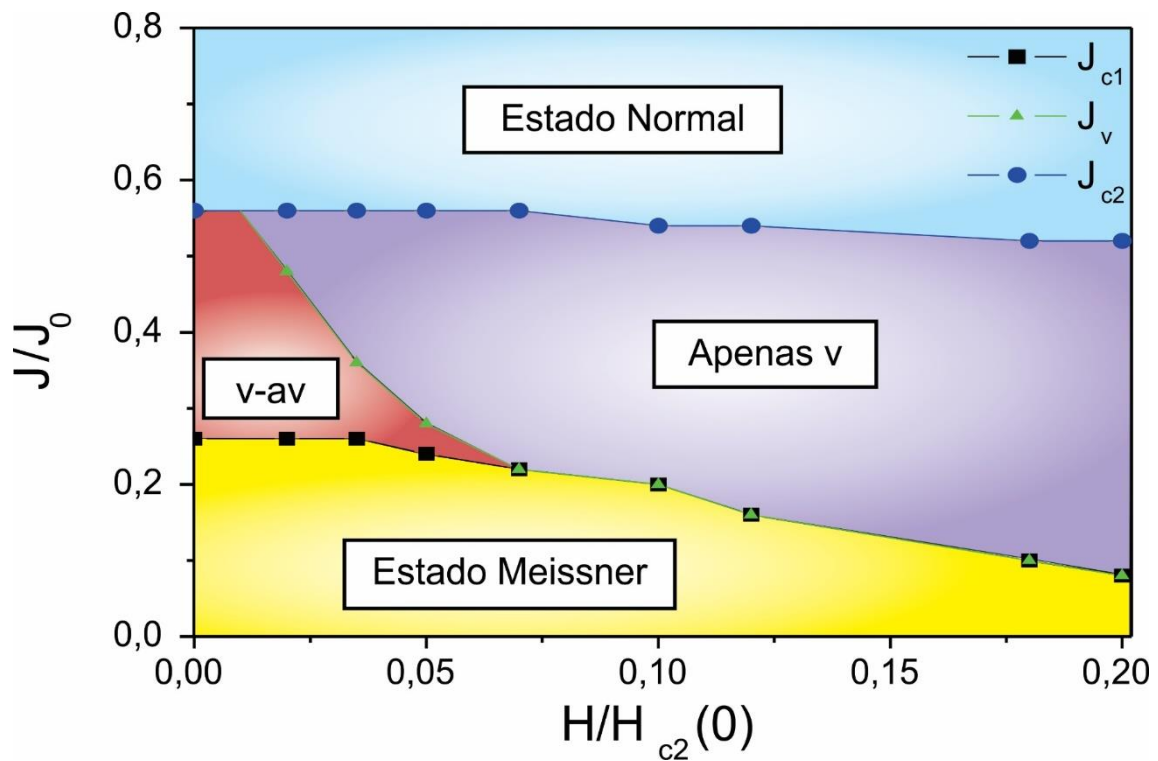


Figura 43: Curvas da corrente pelo campo aplicado, onde $J_{c1}(H)$ é a corrente onde tem início o estado resistivo, $J_v(H)$ é a corrente onde apenas o vórtice é formado no sistema, e $J_{c2}(H)$ indica a corrente para o qual o sistema vai para o estado normal.

Assim, de acordo com a Figura 49, entre as curvas $J_{c1}(H)$ (quadrados pretos) e $J_v(H)$ (triângulos verdes) ocorre a dinâmica de formação e aniquilação dos pares v-av cinemáticos, mesmo que a aniquilação não ocorra no centro da amostra. Já entre as curvas $J_v(H)$ e $J_{c2}(H)$ (círculos azuis) ocorre apenas a dinâmica de um vórtice se formando em uma lateral da amostra e saindo do lado oposto e sofrendo efeitos de barreira superficial em sua saída, conforme será analisado na próxima sessão. Observa-se também que, para alguns sistemas, a formação apenas do vórtice cinemático é a única dinâmica que ocorre na amostra. Isto pode ser observado para os campos onde as curvas $J_{c1}(H)$ e $J_v(H)$ coincidem. A passagem para o estado normal ocorre acima de $J_{c2}(H)$.

Como mencionado anteriormente, a velocidade do vórtice é influenciada pela presença de um campo magnético externo, i.e., a velocidade média normalizada diminui com o aumento da intensidade do campo aplicado, conforme mostrado na Figura 50, onde $v_0 = \xi(0)/t_{GL}(0)$. Esse comportamento é devido à distribuição assimétrica das correntes supercondutoras que gera uma corrente negativa na borda inferior da amostra. Assim, a interação dessa com o vórtice cinemático diminui a velocidade média do mesmo.

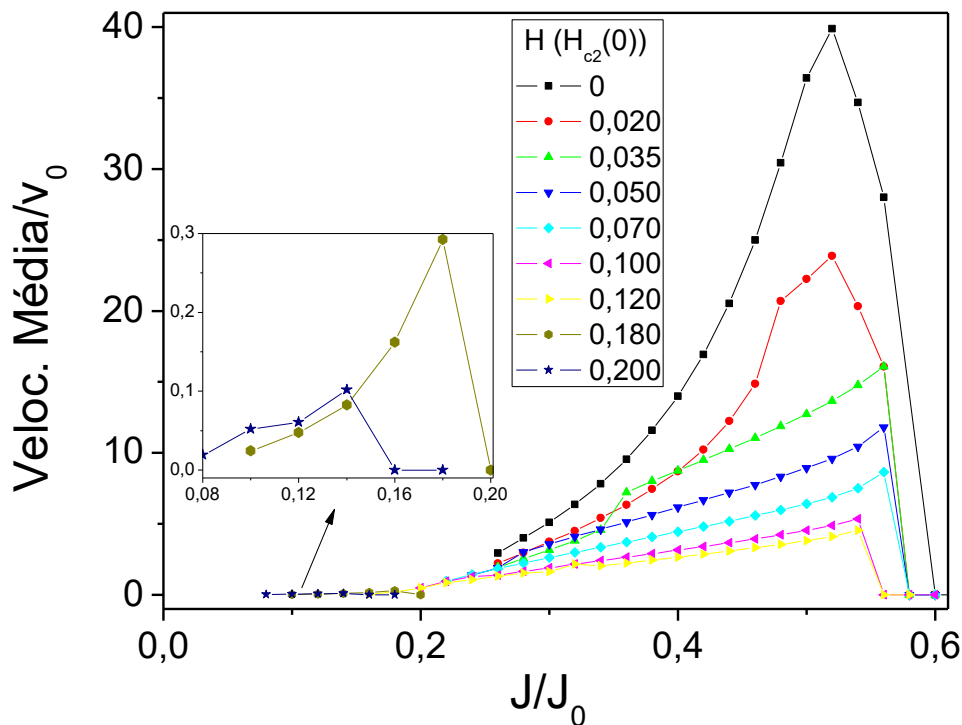


Figura 50: Curva da velocidade média dos vórtices pela corrente aplicada. Pode-se notar que a medida que a intensidade do campo é aumentada, a velocidade média do vórtice diminui. O *inset* é um *zoom* das curvas para $H=0,18$ e $0,2 H_{c2}(0)$.

Na Figura 50, os saltos, evidenciado principalmente pela curva de $H = 0,02 H_{c2}(0)$ (círculos vermelhos) ocorre na transição da dinâmica de formação dos vórtices cinemáticos no sistema, ou seja, tais saltos estão relacionados ao aumento da velocidade média quando não ocorre mais a formação do antivórtice na amostra.

A distribuição assimétrica das correntes supercondutoras também tem efeito sobre a frequência e amplitude da oscilação do potencial no sistema, ou seja, quanto maior o campo aplicado, menor é a amplitude e frequência de oscilação. Esse comportamento pode ser observado na Figura 51, onde têm-se a análise de um sistema com campo nulo e outro sistema com campo moderado aplicado, i.e., $H = 0,1 H_{c2}(0)$.

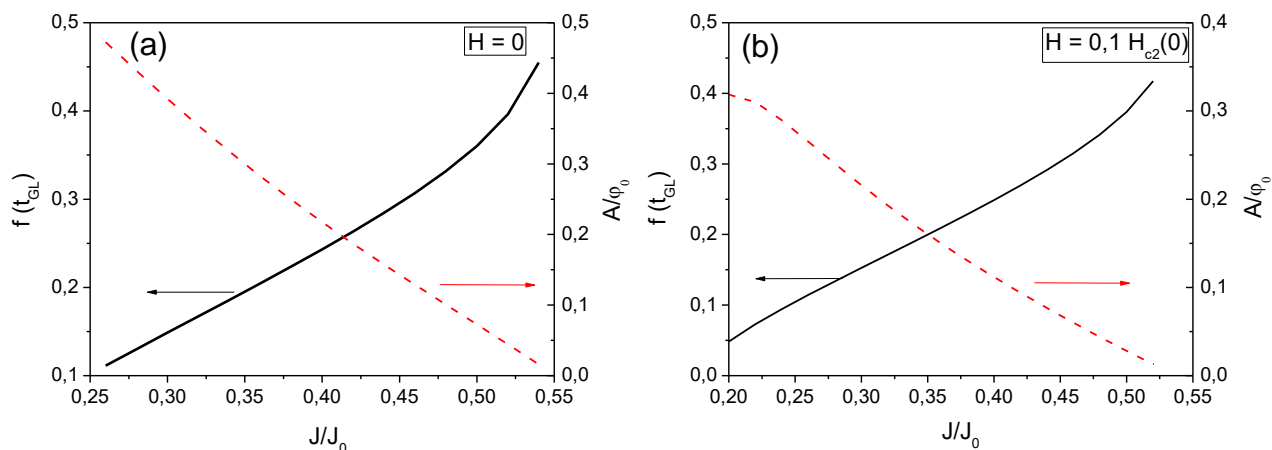


Figure 51: Curva da frequência e amplitude, (a) para campo nulo e (b) para campo $H = 0,1 H_{c2}(0)$. Nota-se que com o aumento do campo, a magnitude da frequência e amplitude diminui.

Com o aumento do campo magnético aplicado sobre o sistema, observamos que devido à inhomogeneidade da distribuição das correntes, a frequência do potencial (e conseqüentemente da formação dos vórtices cinemáticos) e sua amplitude apresentam um comportamento diferente dos casos anteriores. Ocorre que a amplitude apresenta um comportamento crescente com o aumento da corrente aplicada, até um pico, que indica o fim da dinâmica do vórtice cinemático e o aparecimento de vórtices de Abrikosov, como visto anteriormente. A frequência cresce com uma taxa menor, e apresenta uma concavidade diferente dos sistemas anteriores. Esse comportamento pode ser observado na Figura 52 para o campo $H = 0,18 H_{c2}(0)$.

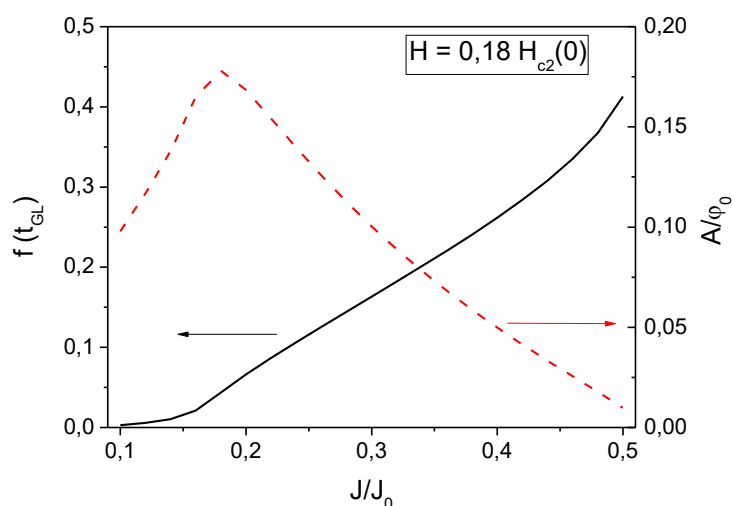


Figure 52: Curva da frequência e amplitude para o sistema com $H = 0,18 H_{c2}(0)$, onde nota-se um aumento no valor da amplitude até o pico, que indica o fim da dinâmica do vórtice cinemático e surgimento de vórtices de Abrikosov. Percebe-se também que a frequência aumenta, no entanto com uma taxa menor.

6.3.1. O efeito de Barreira Superficial nos vórtices cinemáticos

Conforme mencionado anteriormente, nessa seção analisaremos o efeito e a origem da barreira superficial (BS). Para tal, iremos analisar o sistema $H = 0,05 H_{c2}(0)$. Contudo, os resultados dessa análise se refletem em outros sistemas tal como compilado pelo diagrama da Figura 49. A escolha dessa amostra foi simplesmente por ela apresentar as duas dinâmicas verificadas, ou seja, a formação e aniquilação do par v-av e apenas a formação do vórtice cinemático.

Para as situações onde há a formação do par v-av, a curva da velocidade em função do tempo, $v(t)$, tem um comportamento análogo aos sistemas sem campo aplicado e também com aquele apresentado na Ref. [36]. Essa curva pode ser visualizada na Figura 53. Note que em tais gráficos usamos unidades reais, as quais foram obtidas aplicando os parâmetros de uma amostra de Nb, i.e., $T_c = 9,2$ K e $\xi(0) = 10$ nm [13].

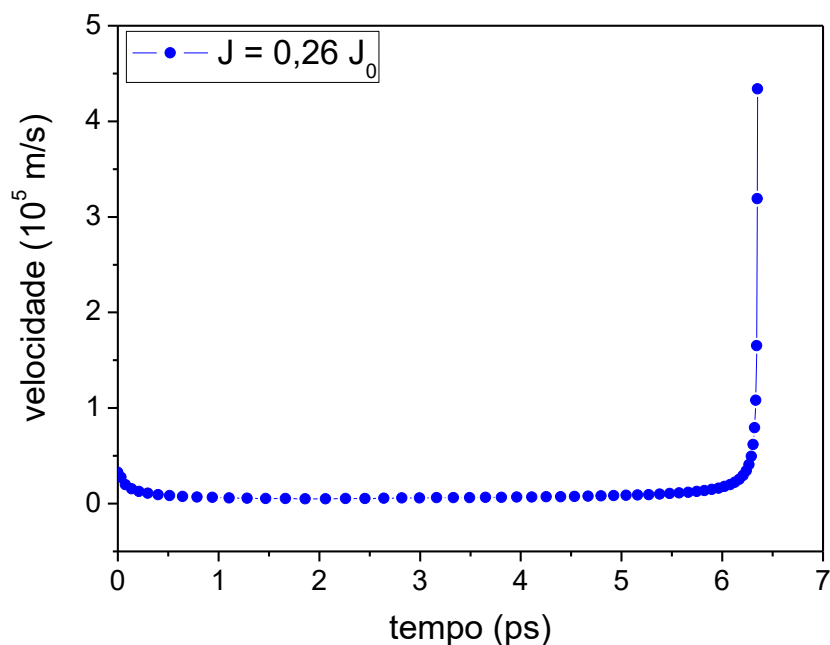


Figura 53: Gráfico da velocidade em função do tempo para a amostra com $H = 0,05 H_{c2}(0)$ e corrente $J = 0,26 J_0$. Tal curva apresenta o mesmo comportamento para campo nulo, como visto na Ref. [36].

No caso em que apenas o vórtice cinemático é formado na amostra, verificamos que este, ao se aproximar da borda inferior do sistema, pela qual ele está saindo, sofre uma diminuição da sua velocidade, como mostrado na Figura 54. Esse efeito pode ser explicado pela presença de uma barreira superficial que é originada da interação entre as correntes que circundam o vórtice com as correntes presentes na borda inferior do sistema. Estas interagem de forma repulsiva e/ou atrativa dependendo do quanto o vórtice permeou por elas. A repulsão é causada devido à interação entre as correntes com sentidos opostos, o que reflete em uma diminuição da velocidade. Juntamente com isso, o vórtice já está muito próximo à borda da amostra, destruindo a supercondutividade local e criando um caminho de escape. Isso reflete no aumento da velocidade verificada na Figura 54.

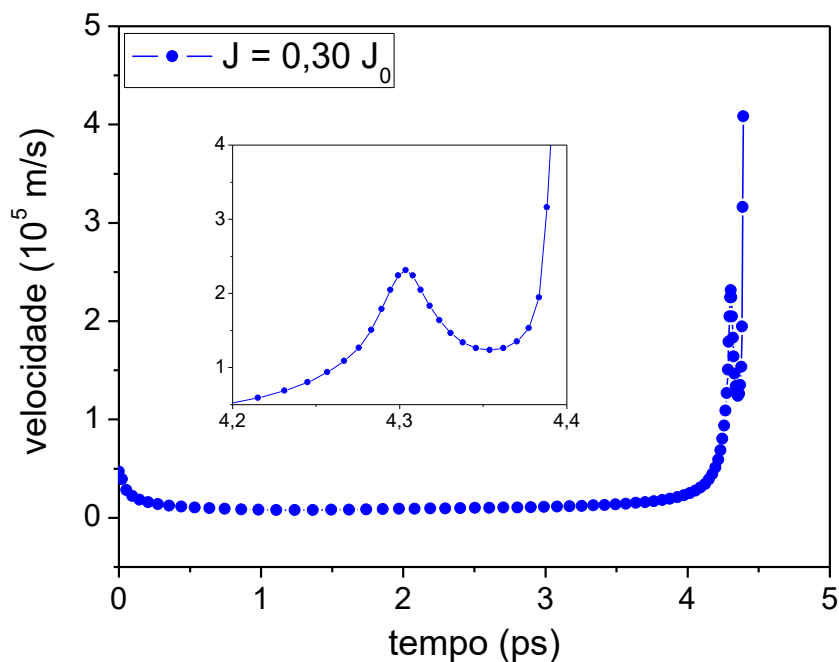


Figura 54: Gráfico da velocidade em função do tempo para a amostra com $H = 0,05 H_{c2}(0)$ e corrente $J = 0,30 J_0$. Pode-se verificar que no fim da curva, a velocidade diminui e em seguida volta a aumentar. Tal redução da velocidade é o que estamos atribuindo ao efeito de BS. O *inset* é um zoom da região onde ocorre o efeito.

Gráficos da componente x da corrente supercondutora no meio da amostra [em $x = 6 \xi(0)$] em função de y foram feitos para as diferentes dinâmicas de formação dos pares cinemáticos. Percebe-se que, no caso em que é formado o antivórtice, a aniquilação do par ocorre sem que o vórtice se aproxime da borda inferior da amostra, como pode ser visto na Figura 55. Os snapshots indicam as posições dos vórtices para as quais foram feitas as curvas do gráfico principal. Para $p1$, o núcleo do vórtice está praticamente na borda superior e, então, a corrente inicia com valor nulo, porém vai aumentando às medidas que se aproxima da constrição, como já verificado anteriormente. Em $p2$, como a circulação das correntes do vórtice são contrárias à componente x das correntes na borda superior, nessa região elas adquirem sinal negativo. O núcleo do vórtice situa-se onde $J_{sx} = 0$ e a corrente local passa a aumentar devido à soma entre a corrente do vórtice e aquela presente devido ao campo e à corrente de transporte. A partir do meio da amostra, a corrente passa a diminuir de intensidade devido à interação com a corrente de blindagem que surge pela presença do campo magnético externo. Em $p3$ e $p4$ a corrente na borda superior volta a ficar positiva tanto pelo afastamento do vórtice quanto a entrada do antivórtice. Note pelo inset que, resguardada as proporções, J_{sx} na borda inferior apresenta uma distribuição semelhante àquela apresentada na borda superior quando só o vórtice havia penetrado, contudo as intensidades são diferentes devidas à todas as interações existentes, ou seja, correntes de transporte com correntes de blindagem e as correntes que envolvem o par cinemático formado. Não há diferenças significativas entre $p3$ e $p4$ pelo fato das propriedades supercondutoras estarem muito degradadas pela presença do par cinemático com seus núcleos alongados.

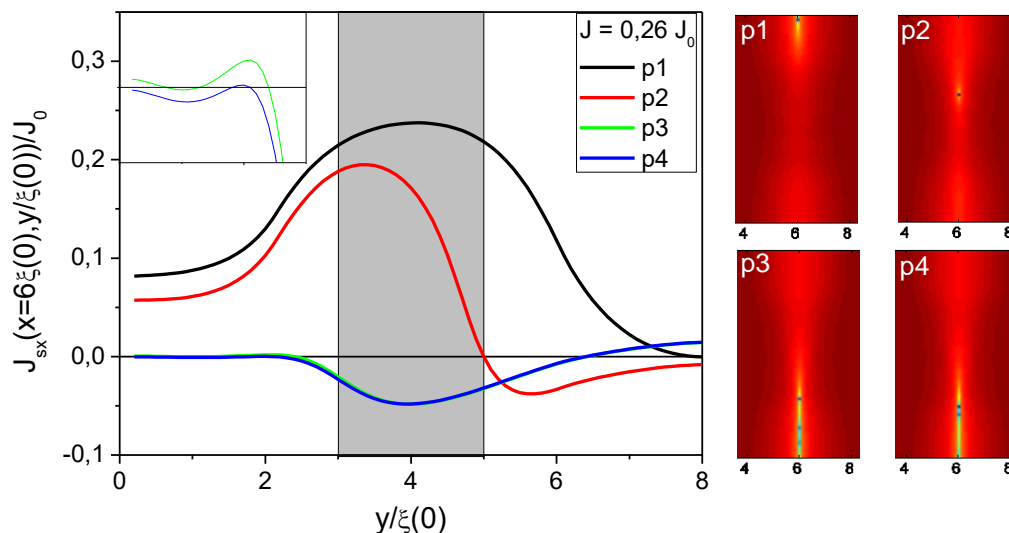


Figure 55: Distribuição de J_{sx} ao longo do eixo y , para $x = 6 \xi(0)$ com $J = 0,26 J_0$, para $H=0,05$ $H_{c2}(0)$ onde a região destacada indica a constricção. Os snapshots mostram as posições dos vórtices cinemáticos para as quais as curvas do gráfico foram construídas. Nota-se no inset do gráfico, que o vórtice não se aproxima da borda inferior do sistema, devido à aniquilação com o antivórtice.

No caso em que apenas o vórtice é formado, ocorrerá a interação do vórtice com as correntes da borda do sistema, e o perfil de J_{sx} é mostrado na Figura 56. Tal como na figura anterior, os snapshots indicam as posições do vórtice nas quais foram feitas as curvas. As curvas p1 e p2 são semelhantes às da Figura 55. Como não há presença do antivórtice cinemático, no inset que destaca as curvas p3 e p4, não há a mudança de concavidade das mesmas e, como o núcleo é alongado, tal região supercondutora está muito degradada e, por isso, a intensidade da corrente supercondutora é baixa.

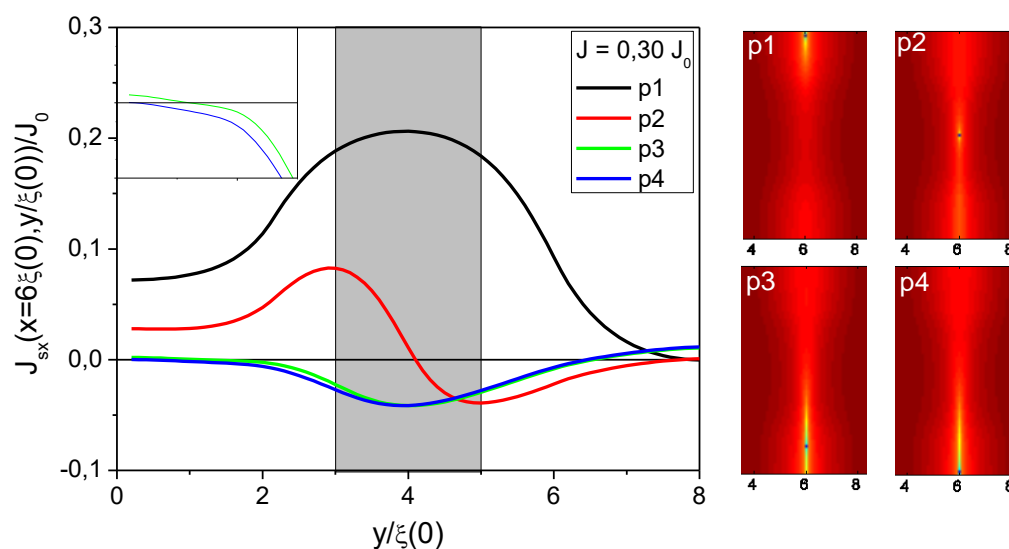


Figure 56: Distribuição de J_{sx} ao longo do eixo y , para $x = 6 \xi(0)$ com $J = 0,30 J_0$, para $H=0,05$ $H_{c2}(0)$ onde a região destacada indica a constricção. Os snapshots mostram as posições dos vórtices cinemáticos para as quais as curvas do gráfico foram construídas. Nota-se no inset do gráfico, que o vórtice não se aproxima da borda inferior do sistema, devido à aniquilação com o antivórtice.

Conforme a corrente aumenta, notamos que o efeito de barreira superficial diminui. Para melhor visualização, escolhemos a amostra com campo aplicado $H = 0,1 H_{c2}(0)$, para duas correntes distintas $J = 0,20$ e $0,24 J_0$, (veja Figura 57). A suavização do efeito de BS pelo aumento da corrente aplicada se deve ao conseqüente aumento da força de Lorentz, que imprime uma maior velocidade ao vórtice. Com isso, a BS se torna menos efetiva na frenagem do vórtice.

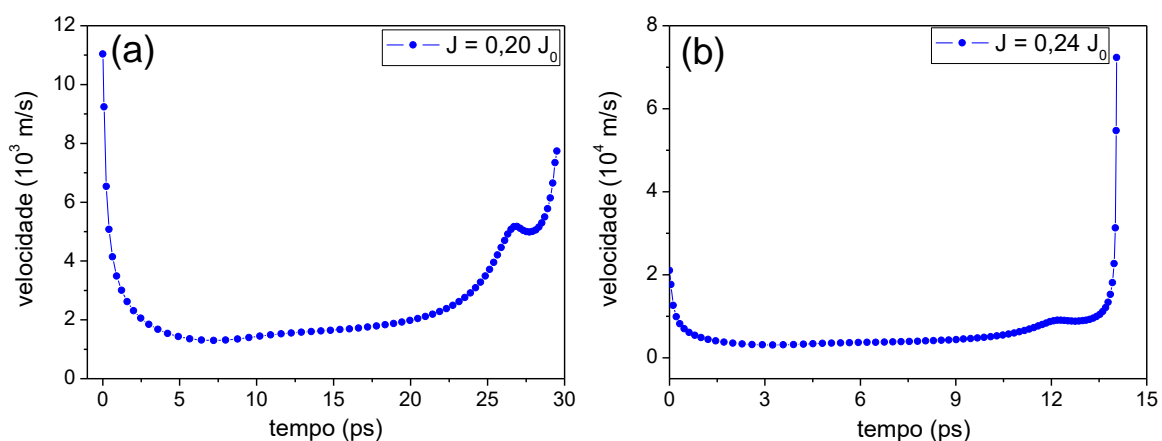


Figura 57: Gráfico da velocidade em função do tempo para a amostra com $H = 0,1 H_{c2}(0)$ (a) corrente $J = 0,20 J_0$ e (b) $J = 0,24 J_0$. Pode-se verificar que em ambas as curvas ocorre o efeito de BS. No entanto, este efeito diminui com o aumento da corrente.

CONCLUSÕES

Neste trabalho analisamos, de forma geral, a dinâmica de formação dos v-av cinemáticos em sistemas supercondutores mesoscópicos. As amostras foram simuladas de forma a apresentar uma constrição gerada pela presença de dois defeitos os quais consistiram de regiões onde ψ está degradado. Diferentemente das dinâmicas descritas na Ref. [36], no nosso caso os pares v-av sempre se formam nas bordas dos sistemas e se aniquilam na região central (na ausência de campo magnético externo). Na presença de campos externos, a aniquilação ocorre deslocada do centro em direção à borda da amostra onde as correntes são menos intensas (geradas pela soma vetorial das correntes supercondutoras de blindagem e corrente aplicada). Verificou-se também que, à medida que a corrente aplicada aumenta, a formação do antivórtice é inibida e, dependendo da intensidade do campo externo, não há a presença do antivórtice em todo o estado resistivo da amostra. Nessas condições, verificou-se, ainda, que o vórtice cinemático se forma na borda da amostra onde as correntes são mais intensas e a deixa pela borda oposta. Imediatamente antes de sair do sistema, o vórtice experimenta um efeito de barreira superficial o qual provoca uma diminuição de sua velocidade em um curto intervalo de tempo. Todas as dinâmicas descritas foram consideradas em um diagrama $J(H)$.

Verificamos também que, quanto maior a intensidade do campo aplicado, menor é a velocidade dos vórtices cinemáticos, e isso ocorre devido ao aumento da não uniformidade das correntes da amostra e também ao efeito de barreira superficial.

O efeito de barreira superficial ainda se mostrou menos efetiva com o aumento da corrente aplicada, pois ocorre um aumento da força de Lorentz que age sobre o vórtice cinemático de acordo com o incremento da corrente.

Os estudos aqui apresentados serão divulgados na forma de artigos e também já foi parcialmente apresentado no Encontro de Física 2016 e o será de forma mais completa no XL Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada. Nossos resultados contribuem para uma ampliação do conhecimento sobre a dinâmica dos vórtices cinemáticos o qual poderá ser usado em possíveis aplicações de dispositivos supercondutores nanoscópicos.

REFERÊNCIAS

- [1] Dirk van Delft, "Freezing physics: Heike Kamerling Onnes and the quest for cold," Editaknaw, Amsterdam, the Netherlands (2007).
- [2] W. Meissner and R. Ochsenfeld, *Naturwissenschaften*, 21, 787 (1933).
- [3] F. London and H. London, "The electromagnetic equations of the superconductor. Proceedings of the Royal Society of London,," *Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 149(866):71, (1935).
- [4] V. L. Ginzburg and L. D. Landau, *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.* 20, 1064 (1950).
- [5] M. Tinkham, "Introduction to Superconductivity," *Dover Publications, Inc.*, New York, USA, ed.2 (2004).
- [6] A. A. Abrikosov, *Sov. Phys. JETP* 5, 1174 (1957).
- [7] J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.*, 108, 1175 (1957).
- [8] Leon N. Cooper, *Phys. Rev.* 104, 1189, (1956).
- [9] L. P. Gorkov, "Microscopic derivation of the Ginzburg-Landau equations in the of superconductivity.," *Soviet Physics JETP-USSR*, , 9:1364, (1959).
- [10] W. J. Skocpol, M. R. Beasley and M. Tinkham, *Journal of L. Temp. Phys*, vol 16, (1974).
- [11] A. Andronov et. al, *Physica C*, 213, 193-199 (1993).
- [12] Halbertal D., Cuppens J., Shalom M. Ben, Embon L., Shadmi N., Anahory Y., Naren H. R., Sarkar J., Uri A., Ronen Y., Myasoedov Y., Levitov L. S., Joselevich E., Geim A. K. and Zeldov E., *Nature* 539, 470 (2016).
- [13] C. P. Poole Jr, H. A. Farach and R. J. Creswick, " Superconductivity," *Academic Press*, San Diego, USA (1995).
- [14] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Statistical Physics*, Parte 1, 3ª edição, Pergamon Press (1980); Parte 2, Pergamon Press (1980).
- [15] M. Motta, "Inomogeneidades estruturais em amostras nanoscópicas de supercondutores de alta temperatura crítica," *Dissertação Mestrado*, UNESP Bauru, (2009).

- [16] Rafael Zadorosny, “Interação da matéria de vórtices com estruturas de defeitos: Detecção das primeiras penetrações,” tese de doutorado São Carlos (2009).
- [17] H. F. Hess, R. B. Robinson, R. C. Dynes, J. M. Valles, J. V. Waszczak, *Phys. Rev. Lett.* 62, 214 (1989).
- [18] Pal Erik Goa, et al., *Supercond. Sci. Technol*, 14, 729-731 (2001).
- [19] R. Zadorosny, E. Sardella, A. L. Malvezzi, P. N. Lisboa Filho, and W. A. Ortiz, “*Physica C* (2012), doi: 10.1016/j.physc.2011.12.040; idem, submetido à *Phys. Rev. B*”.
- [20] B. J. Baelus and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 65, 104515, (2002).
- [21] K. Vervaeke, K. De Keyser, M. Menghini, C. Carballeira, G. Borghs, and V. V. Moshchalkov, *Phys. Rev. B* 76, 184506, (2007).
- [22] J. B. Ketterson. and S. N. Song, “Superconductivity,” *Cambridge, University Press*, (1999).
- [23] A. A. M. Oliveira, N. Hur, S. W. Cheong and W. A. Ortiz, *Phys. Rev. B*, 82, 104506 (2010).
- [24] E. Sardella, et al., *Phys. Rev. B* 74, 014512 (2006).
- [25] Ben Xu, et al, *Phys. Rev. Lett.* 107, 057002 (2011).
- [26] V. A. Schweigert, et al., *Phys. Rev. Lett.* 81, 2783 (1998).
- [27] A. Kanda, et al., *Phys. Rev. Lett.* 93, 257002 (2004).
- [28] Zadorosny, R.; Sardella, E; Malvezzi, A.L.; Lisboa-Filho, P.N.; Ortiz, W. A, *Phys.Rev.B, New York*, v. 85, n. 21, p. 214511, (2012).
- [29] J. K. Gregory, M. S. James, et al., *Phys. Rev. B* 64, 134517 (2001).
- [30] G. R. Berdiyrov, M. V. Milosevic, F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 81, 144511, (2010).
- [31] G. R. Berdiyrov, A. K. Elmurodov, F. M. Peeters and D. Y. Vodolazov, *Phys. Rev. B* 79, 174506 (2009).
- [32] C. P. Bean, J. D. Livingston, *Phys. Rev. Lett.* 12, 14, (1964).

- [33] X. H. Chao, B. Y. Zhu, A. V. Silhanek, V. V. Moshchalkov, *Phys. Rev. B* **80**, 054506 (2009).
- [34] G. R. Berdiyrov, et al., *Eur. Phys. J. B* **85**, 130, (2012).
- [35] A. Presotto, E. Sardella, R. Zadorosny, *Phys. C* **492**, 75-79, (2013).
- [36] G. R. Berdiyrov, M. V. Milosevic, F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* **79**, 184506 (2009).
- [37] A. Belkin, M. Belkin, et al., *Phys. Rev. X* **5**, 021023 (2015).
- [38] Yu Chen, Yen-Hsiang Lin, et al. , *Nature Physics* **10**, 567-571 (2014).
- [39] B. I. Ivlev and N. B. Kopnin, *Usp. Fiz. Nauk* **142**, 435 (1984), *Sov. Phys. Usp.* **27**, 206 (1984).
- [40] G. R. Berdiyrov, M. V. Milosevic, F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* **80**, 214509 (2009).
- [41] G. R. Berdiyrov, M. V. Milosevic and F. M. Peeters, *Appl. Phys. Lett* **100**, 262603, (2012).
- [42] M. Rostiche, et al. , *Appl. Phys. Lett* **97**, 183106 (2010).
- [43] X. Zhang, et al. , *Phys. Rev. B* **94**, 174509 (2016).
- [44] S. N. Dorenbos et al, *Appl Phys. Lett* **93**, 131101 (2008).
- [45] A. Schmid, *Phys. Kondens. Mater.* **5**, 302 (1966).
- [46] L. Kramer e R. J. Watts-Tobin, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1041 (1978).
- [47] R. J. Watts-Tobin, Y. Kr"ahenb"uhl, e L. Kramer, *J. Low Temp. Phys.* **42**, 459 (1981).
- [48] I. Petkovic, A. Lollo, L. I. Glazman and J. G. E. Harris, *Nat. Commun* **7**, 13551 (2016).