



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
JÚLIO DE MESQUITA FILHO
Câmpus Bauru - SP

Jeferson José de Lima

**Dinâmica e Controle de Manipuladores Robóticos Flexíveis,
excitados por Carregamento Não-Linear e Não-Ideal**

Bauru - SP
2017

Jeferson José de Lima

Dinâmica e Controle de Manipuladores Robóticos Flexíveis, excitados por Carregamento Não-Linear e Não-Ideal

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus Bauru - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.
Área de Conhecimento: Automação.

Prof. Dr. José Manoel Balthazar
Orientador
Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tuset
Coorientador

Bauru - SP
2017

Lima, Jeferson José de.

Dinâmica e Controle de Manipuladores Robóticos Flexíveis,
excitados por Carregamento Não-Linear e Não-Ideal / Jeferson José
de Lima, 2017

103 f. :il.

Orientador: Prof. Dr. José Manoel Balthazar

Co-orientador: Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset

Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências,
Bauru, 2017

1. Manipulador Robótico flexíveis. 2. Sistemas não-ideias. 3. Materiais
Inteligentes. 4. Controle DSDRE. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade
de Ciências. II Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE JEFERSON JOSE DE LIMA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 29 dias do mês de setembro do ano de 2017, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Diretoria Técnica de Informática, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica - docente voluntário / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. MAX MAURO DIAS SANTOS do(a) Departamento de Eletrônica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Ponta Grossa, Prof. Dr. PAULO JOSE AMARAL SERNI do(a) Engenharia de Controle e Automação / Instituto de Ciência e Tecnologia/UNESP/Sorocaba, Prof. Dr. PAULO SERGIO DA SILVA do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. ATILA MADUREIRA BUENO do(a) Engenharia de Controle e Automação / Instituto de Ciência e Tecnologia/UNESP/Sorocaba, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de JEFERSON JOSE DE LIMA, intitulada **DINÂMICA E CONTROLE DE MANIPULADORES ROBÓTICOS FLEXÍVEIS, EXCITADOS POR CARREGAMENTO NÃO-LINEAR E NÃO-IDEAL**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR


Prof. Dr. MAX MAURO DIAS SANTOS


Prof. Dr. PAULO JOSE AMARAL SERNI


Prof. Dr. PAULO SERGIO DA SILVA


Prof. Dr. ATILA MADUREIRA BUENO

*À minha família, em especial aos meus pais José e Rosely, a minha irmã Ana Karolina,
e a minha namorada Rafaela, por todo amor, apoio, confiança e incentivo em todos os
momentos deste trabalho.*

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da Pós Graduação - UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- A Deus, por ter me dado força e resiliência para chegar até aqui;
- Aos meus pais José e Rosely e a minha irmã Ana Karolina, pelo carinho e incentivo;
- A minha namorada Rafaela, pelo carinho, pela compreensão nos momentos de ausência e pela serenidade nas palavras de incentivo para terminar esta tese.
- Ao meu orientado Professor Dr. José Manoel Balthazar, todo ensinamento, incentivo, confiança e orientação;
- Ao meu Co-orientador Professor Dr. Ângelo Marcelo Tuset, pelas sugestões e incentivo para terminar essa tese;
- Aos meus amigos e parceiros nas longas viagens até Bauru, Alexandre, Rodrigo e Dai-lhane;

*“A verdadeira viagem de descobrimento
não consiste em procurar novas paisagens,
mas em ter novos olhos”.*

Marcel Proust

RESUMO

Manipuladores robóticos leves trazem diversas vantagens quanto ao custo de produção e eficiência na relação carga útil e peso do robô. No entanto a utilização de materiais leves tende a aumentar a flexibilidade estrutural, principalmente na transmissão do torque e nos elos. As propostas de manipuladores apresentadas neste trabalho possuem requisitos conflitantes, pois deseja-se a redução do peso dos mecanismos e aumentar o desempenho, surgem então alguns desafios de engenharia. Desta forma, esta tese trata da modelagem mecânica, análise dinâmica e controle híbridos, utilizando atuadores inteligentes, para manipuladores robóticos com características flexíveis. Dois principais modelos de manipuladores robóticos com características flexíveis serão considerados neste trabalho: um para carregamento de carga conectadas a um cabo e outro para manuseio de ferramenta rotativa, ambos com interação não-ideal do elemento manipulado. É possível verificar comportamento caótico ao adicionar a carga aos manipuladores, trazendo assim, maiores desafios a proposta de controle. Na estratégia de controle são considerados como atuadores os motores CC (Corrente Contínua) e atuadores classificados como materiais inteligentes como a Liga de Memória de Forma (LMF), atuando nos elos flexíveis, e freio Magneto-Reológico (MR-Brake), atuando nas juntas flexíveis. Utilizou-se da rede neural RBFNN para estimativa das variáveis de controle dos atuadores LMF e MR-Brake. O controle DSDRE (*Discrete State Dependent Ricatti Equation*) é utilizado como a lei de controle. Os resultados numéricos mostram que a adição de atuadores híbridos trazem um ganho considerável no controle de vibração e posicionamento dos manipuladores.

Palavras-chave: Manipulador Robótico flexíveis, Sistemas não-ideias, Materiais Inteligentes, Controle DSDRE.

ABSTRACT

Light-weight robotic manipulators have advantages over the cost of production and efficiency in relation to payload and weight of the robot. However, the use of light-weight materials tends to increase structural flexibility in torque transmission and in the links of the robot. The manipulator proposals presented in this work have conflicting requirements since it is desired to reduce the weight of the mechanisms and increase the performance, it makes some engineering challenges. Thus, this thesis deals with mechanical modeling, dynamic analysis and hybrid control, using intelligent actuators, for robotic manipulators with flexible characteristics. Two models of robotic manipulators with flexible characteristics will be considered in this work: one for payload connected to a cable and another one for rotary tool, both with non-ideal interaction of the manipulated element. It is possible to verify chaotic behavior by adding the load to the manipulators, becoming a great challenger to the proposal control. DC motors and actuators classified as intelligent materials such as the shape memory alloy (SMA), acting on the flexible links, and Magneto-Rheological Brake (MR-Brake), acting on the flexible joints, are used in the strategy control. The neural network RBF was used to estimate the control variables of the SMA and MR-Brake actuators. The DSDRE (Discrete State Dependent Ricatti Equation) control is used as the control law. The numerical results show that the addition of hybrid actuators possibly have a considerable gain in the control of vibration and positioning of the manipulators.

Keywords: Flexible Robotic Manipulator, Non-ideal Systems, Intelligent Materials, DSDRE Control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Inércia efetiva, simulação da colisão na cabeça por um Manipulador Robótico	18
Figura 2	Exemplos de Robôs Colaborativos Industriais	18
Figura 3	Coordenadas em $\{A\}$	24
Figura 4	Transformação homogênea do ponto ${}^A\mathbf{P}$ pelos operadores de rotação e translação	25
Figura 5	Deslocamento Virtual	27
Figura 6	Modelo de Manipulador Com Juntas Flexíveis e Carregamento	33
Figura 7	Forças atuantes no Elo Flexível	35
Figura 8	Composição das forças atuantes no segmento dx	36
Figura 9	Viga engastada com força aplicada P	39
Figura 10	Robô Colaborativo acoplado a Ferramenta de Corte	41
Figura 11	Modelo de Manipulador Com Ferramenta Rotativa	41
Figura 12	Troca de Energia Cinética entre a carga e o manipulador com carga não-ideal	48
Figura 13	Troca de Energia Cinética e Potencial entre elos flexíveis e Juntas flexíveis do manipulador ferramenta rotativa	49
Figura 14	Separação das trajetórias no Espaço de Fase	51
Figura 15	Comparação entre representação no Tempo e Diagrama de Fases	51
Figura 16	Mapa de Poincaré	52
Figura 17	Duas trajetórias com condições próximas	53
Figura 18	Diagrama de Fase e Mapa de Poincaré para Sistema Sem Carga Não-Ideal	55
Figura 19	Diagrama de Fase e Mapa de Poincaré para Sistema Com Carga Não-Ideal	56

Figura 20	Exponente de Lyapunov para o Manipulador Com Carga Não-Ideal . . .	56
Figura 21	Diagrama de Fase e Mapa de Poincaré para Sistema Ferramenta Rotativa Não-Ideal	57
Figura 22	Exponente de Lyapunov para o Manipulador Com Ferramenta Rotativa Não-Ideal	58
Figura 23	Comportamento Fluído Magneto-Reológico	68
Figura 24	Seção de um freio MR Multi-disco com Circuito Magnético	69
Figura 25	Diagrama do Motor CC	69
Figura 26	Esquemático do motor e carga conectados por uma caixa de redução .	70
Figura 27	Controle pela LMF de aerofólio.	72
Figura 28	Esquemático do motor e carga conectados por uma caixa de redução .	72
Figura 29	Rede Neural RBF.	75
Figura 30	Estimador de função RBFNN	78
Figura 31	Dispositivo freio MR MRF-132LD acoplado a Motor CC	79
Figura 32	Identificação da curva do atuador LMF	80
Figura 33	Resposta do Erro de Posicionamento para Manipulador de Carregamento Não-Ideal, com motor CC	83
Figura 34	Resposta do Erro de Posicionamento para Manipulador de Carregamento Não-Ideal, com motor CC e Atuador MR	84
Figura 35	Resposta do Erro de Posicionamento para Manipulador Com Ferramenta Rotativa, controle apenas Motor CC	86
Figura 36	Vibração da extremidade dos Elos do Manipulador, controle apenas Motor CC	86
Figura 37	Resposta do Erro de Posicionamento para Manipulador Com Ferramenta Rotativa, controle Motor CC e Atuador LMF	87
Figura 38	Vibração da extremidade dos Elos do Manipulador, controle Motor CC e Atuador LMF	88
Figura 39	Comparação do uso do atuador MR	88

Figura 40	Comparação do uso do atuador LMF para Posicionamento	89
Figura 41	Comparação do uso do atuador LMF para Vibração	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Coeficientes numéricos do Modelo com Ferramenta Rotativa	81
Tabela 2	Coeficientes numéricos do Modelo de manipulador robótico para carregamento não-ideal	85

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

pHRI	sigla do Ingles <i>physical human-robot interaction</i>
HIC	<i>Head Injury Criterion</i>
IPPSC	<i>Intelligent Phase Plane Switching Control Using Neural Network</i>
MR	Magneto-Reológico
PID	Controle Proporcional Integral e Derivativo
NIS	<i>Non-linear System</i>
LMF	Ligas e Memória de Forma
MR	Magneto-Reológico
SDRE	<i>State-Dependent Riccati Equation</i>
SDC	Coefficiente dependente do estado
LQR	Regulador quadrático linear
MIMO	<i>Multiple Input, Multiple Output</i>
LQG	<i>Linear quadratic Gaussian</i>
PZT	Piezoelétrico
MRA	Atuador Magneto-Reológico
ER	Eletro-reológico
CC	Corrente contínua
Ni-Ti	Níquel-titânio
RBFNN	Rede Neural de Base Radial

LISTA DE SÍMBOLOS

${}^A\mathbf{P}$	Ponto \mathbf{P} no sistema de coordenadas de $\{A\}$
$p_{x,y,z}$	Coordenadas de p em x , y ou z
θ	Posicionamento Angular
$\dot{\theta}$	Velocidade Angular
$\ddot{\theta}$	Aceleração Angular
$\mathcal{R}(\theta)$	Matriz de rotação com ângulo θ
${}^0_i\mathcal{P}$	Vetor de orientação de 0 a i
${}^A\mathcal{Q}$	Translação a partir do sistema de coordenadas A
\mathbf{D}	Operador Translacional
${}^i_0\mathbf{T}$	Operador de transformação homogênea
δ	Operador variacional
J	Funcional
\mathcal{L}	Função lagrangeana de um sistema
\mathcal{T}	Energia cinética
\mathcal{V}	Energia Potencial
\dot{q}_i	Velocidade da coordenada generalizada de i
q_i	Posicionamento da coordenada generalizada de i
\mathcal{W}_c	Trabalho Virtual conservativa
\mathcal{W}_{nc}	Trabalho Virtual não conservativa
$w(x,t)$	Comportamento dinâmico de um elemento flexível, em relação ao deslocamento x e ao tempo t
$W(x)$	Função que representa o deslocamento de um elemento flexível
$T(t)$	Função dependente do tempo de um elemento flexível
L	Comprimento da Barra
\mathcal{T}_D	Equações da energia cinética dos corpos rígidos
\mathcal{L}_D	Equações da energia pontencial dos corpos rígidos
\mathcal{T}_B	Equações da energia cinética nas condições de contorno
\mathcal{L}_B	Equações da energia pontencial nas condições de contorno
Ω	Domínio Elástico de um sistema
τ	Torque
ℓ	acoplamento elástico do cabo

$M(x,t)$	Momento fletor
$V(x,t)$	Força de cisalhamento
ρ	Densidade de massa
$E(x)$	Módulo de Young
$I(x)$	Momento de Inércia da seção transversal
A	Área da seção transversal
m_i	Massa do segmento i
l_i	Comprimento do elo i
$\phi(x)$	Função candidata para modos assumidos
q_i	Coordenada generalizada i
M	Matriz do Momento de Inércia
C	Matriz de força coriolis e centrífuga
K	Matriz das componentes de elasticidade
G	Matriz da força gravitacional
\mathcal{E}	Energia total
ζ	Pequena perturbação no sistema
β	Coefficiente da função de deslocamento da viga
S	Superfície do mapa de Poincaré
λ	Expoente de Lyapunov
A	Matriz de Estados
B	Matriz de Entrada
C	Matriz de Saída
x	Vetor de Estados
K	Matriz de ganho do controlador
H_∞	Cotrole H infinito
$\mathbf{e}(t)$	Função de erro
\mathbf{x}_d	Coordenada desejada
Q	Matriz de projeto do controle para x
R	Matriz de projeto do controle para u
\mathcal{RCCO}	Posto da matriz de controlabilidade
CO	Matriz de controlabilidade
\mathbf{x}_k	Cetor de estado discreto
A	Matriz de Estados discretizada
B	Matriz de Entrada discretizada
T_s	Tempo de amostragem
τ_c	Tensão de cisalhamento
t_y	Tensão do fluído MR
H	Campo magnético

η	Coeficiente de viscosidade newtoniano
ω_r	Velocidade angular em r
T_{MR}	Torque do atuador MR
L_a	Indutância da armadura do motor
R_a	Resistência da armadura do motor
k_b	Força eletromotriz
k_v	Constante de atrito viscoso
i	Corrente elétrica
U	Tensão elétrica no motor
J_M	Inércia do rotor do motor
k_t	Constante de Torque
J_L	Inércia do elo
κ	Constante de relação da caixa de redução
N_i	Relação da engrenagem i
$\ddot{\theta}_{MR}$	Aceleração do Motor com freio MR
β	Valor da aproximação para curva MR
α	Ganho da aproximação para curva MR
T	Temperatura da Liga de Memória de Forma
ε	Deformação da Liga de Memória de Forma
Ψ	Energia livre de Helmholtz
T_M	Temperaturas na fases Martensítica
T_A	Temperaturas na fases Austenítica
$K(x, T)$	Rigidez da viga com atuador LMF
\mathbf{w}_k	Camada de Saída da Rede Neural
$\varphi(\cdot)$	Função de Base Radial
\mathbf{C}_k	Centro da função de base radial
σ	Desvio Padrão
σ^2	Variância
$\xi(\mathbf{w})$	Função custo do erro quadrático
$\hat{\mathbf{w}}_k$	Estimativa do peso da camada de Saída

SUMÁRIO

1	Introdução	16
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
1.1.1	Interação Física de Manipuladores Robóticos com o Homem	17
1.1.2	Controle de Posicionamento e Vibração de Manipuladores Robóticos	19
1.1.3	Sistemas com Interação Não Ideal	20
1.2	OBJETIVOS	21
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	21
2	Modelagem de Sistemas Mecânicos	23
2.1	INTRODUÇÃO	23
2.2	CINEMÁTICA DIRETA	23
2.3	DINÂMICA	26
2.3.1	Princípio de Hamilton ou Princípio da Mínima Ação	27
2.3.2	Princípio de Hamilton Estendido	28
2.4	MODELAGEM ELOS RÍGIDOS	32
2.4.1	Modelo de Manipulador Com Juntas Flexíveis e Carregamento	33
2.5	MODELAGEM DE ELOS FLEXÍVEIS	35
2.5.1	Modelo Elo Flexível - Teoria de Euler-Bernoulli	35
2.5.2	Modos Assumidos	38
2.5.3	Modelo de Manipulador Flexível Com Ferramenta Rotatória	40
2.6	RESULTADOS	47
2.7	CONCLUSÃO	49
3	Análise Dinâmica	50
3.1	INTRODUÇÃO	50

3.2	REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE FASE	50
3.3	MAPA DE POINCARÉ	52
3.4	EXPOENTE DE LYAPUNOV	52
3.5	RESULTADOS	54
3.5.1	Modelo de Manipulador Com Juntas Flexíveis para Carregamento Não-Ideal	54
3.5.2	Modelo de Manipulador Flexível com Ferramenta Rotativa Não-Ideal	57
3.6	CONCLUSÃO	58
4	Estratégia de Controle	59
4.1	INTRODUÇÃO	59
4.2	CONTROLE SDRE (<i>STATE DEPENDENT RICCATI EQUATION</i>)	59
4.2.1	Espaço de Estado	60
4.2.2	Regulador Quadrático Linear - LQR	60
4.2.3	Projeto de Controlador SDRE para tempo Discreto	63
4.3	CONCLUSÃO	66
5	Atuadores Inteligentes	67
5.1	INTRODUÇÃO	67
5.2	ATUADOR ROTACIONAL MAGNETO-REOLÓGICO (MRA)	67
5.3	ATUADOR DE LIGA DE MEMÓRIA DE FORMA (LMF)	71
5.4	IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS POR REDE NEURAL DE BASE RADIAL	73
5.5	RESULTADOS	77
5.5.1	Identificação do Atuador MR	78
5.5.2	Identificação do Atuador LMF	79
5.6	CONCLUSÃO	80
6	Resultados Numéricos	81
6.1	INTRODUÇÃO	81

6.2	CONTROLE DE POS. E VIB. PARA MODELO DE CARREGAMENTO NÃO IDEAL	81
6.2.1	Controle por Motor CC	82
6.2.2	Controle por Motor CC e Freio MR	83
6.3	CONTROLE DE POS. E VIB. PARA MODELO COM FERRAMENTA ROTATIVA	84
6.3.1	Controle Motor CC	84
6.3.2	Controle por Motor CC e Atuador LMF	86
6.4	CONCLUSÃO	88
7	Conclusão Final	90
	REFERÊNCIAS	92
	ANEXO A - VALORES NUMÉRICOS E MATRIZES DOS SISTEMAS	95
	ANEXO A.1 - MODELO DE MANIPULADOR COM JUNTAS FLEXÍVEIS	95
	ANEXO A.2 - MODELO DE MANIPULADOR COM JUNTAS E ELOS FLEXÍVEIS	96
	ANEXO B - SÚMULA CURRICULAR	98
	ANEXO B.1 ARTIGOS PUBLICADOS EM PERIÓDICOS INTERNACIONAIS	98
	ANEXO B.2 ARTIGOS SUBMETIDOS À PERIÓDICOS INTERNACIONAIS	98
	ANEXO B.3 ARTIGOS PUBLICADOS EM EVENTOS INTERNACIONAIS	98

1 INTRODUÇÃO

O objetivo da robótica, sob o conceito popular, diz que os robôs têm na sua concepção a tarefa de auxiliar o Ser Humano, trabalhando lado a lado, no exercício de tarefas simples e complexas, no entanto tal conceito remete-se a percepção gerada pela ficção, pois na realidade atual a utilização de dispositivos robóticos limita-se, na sua maioria, a aplicações industriais, onde tal interação apresenta-se perigosa quando se trata de compartilhamento do mesmo espaço de trabalho.

Embora nos últimos anos, haja notáveis avanços no que diz respeito a sistemas inteligentes presentes no cotidiano das pessoas, devido a evolução das técnicas de inteligência artificial, tais como dispositivos para reconhecimento de voz ou vídeo, esta interface limita-se apenas a um cenário virtual. A interação física homem-robô (pHRI - sigla do inglês *physical human-robot interaction*), apresenta-se ainda um grande desafio para a engenharia atual (SICILIANO; KHATIB, 2016).

Da mesma forma, que é consenso para o setor da Industrial, que não se viabiliza uma industrial que funcione apenas com robôs, muito menos com no passado, a indústria somente com operários em atividades de degradação da saúde. Surge, então, tendências que apontam para o conceito da Industrial 4.0¹, onde apresenta-se um modelo de integração, lógica, física e cognitiva entre dispositivos robóticos e as pessoas que dividirão o espaço de trabalho (SICILIANO; KHATIB, 2016).

Os manipuladores pHRI serão projetados para coexistir e colaborar com os trabalhadores auxiliando em tarefas de manipulação, montagem, corte, entre outras, sem apresentarem risco nessa interação (HUBER; WEISS, 2017). Porém ao tornar um dispositivo robótico leve e seguro para interação com o trabalhador, surgem vários desafios, desta forma, este trabalho pretende propõe a abordar a modelagem mecânica e elétrica de modelos de manipuladores flexíveis, flexibilidade devido a redução do peso dos mecanismos robóticos, bem como, propor a técnica de controle eficaz para vibração e posicionamento dos manipuladores.

Inicialmente será apresentada uma breve revisão dos conceitos na sessão 1.1.

¹A ideia de que um robô industrial pode assumir o papel de ferramenta cooperativa e de suporte para os trabalhadores fazem parte de um paradigma relativamente novo chamado "Indústria 4.0". Este paradigma descreve a próxima revolução industrial e prevê "fábricas inteligentes" em que humanos e robôs trabalharão cada vez mais juntos. (HUBER; WEISS, 2017)

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nessa sessão serão apresentados conceitos iniciais sobre manipuladores robóticos, controle de vibração e posicionamento de manipuladores e interação de sistemas não-ideais.

1.1.1 Interação Física de Manipuladores Robóticos com o Homem

São várias as tentativas de garantir a segurança do trabalhador em um espaço de trabalho compartilhado com máquinas, no contexto da robótica, há grande esforço na pesquisa e desenvolvimento de manipuladores que são intrinsecamente seguros ao Ser Humano. Esta segurança está diretamente ligada a peso dos dispositivos robóticos. Neste contexto, pode-se quantificar o grau de segurança de um dispositivo robótico, para isso, faz se a seguinte associação, um Manipulador Robótico com um sistema de um elo simples. E seguida aplica se o teste de colisão não controlada através do uso do Critério de Ferimento na Cabeça (HIC¹ - do inglês *Head Injury Criterion*). O HIC, juntamente com suas variações, tem sido usado pela indústria automotiva para avaliar a gravidade das colisões (VERSACE, 1971; PATIL; REDDY; ZAFAR, 2016; KIM et al., 2016) . No Campo da robótica, também pode ser usado para obter uma visão semelhante. O HIC é definido como:

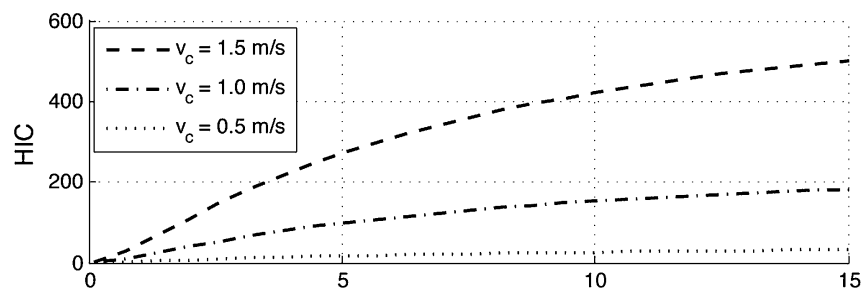
$$\text{HIC} = \max_{t_1, t_2} \left\{ (t_2 - t_1) \left(\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right)^{2.5} \right\} \quad (1)$$

onde $a(t)$ é a aceleração da cabeça (em g), t_1 e t_2 são os tempos inicial e final (em segundos) do intervalo durante o qual o HIC atinge um valor máximo.

Um HIC superior a 100 tem potencial risco a vida. Para avaliar como a inércia efetiva de manipulador robótico está relacionado com a segurança na interação com um Ser Humano, apresenta-se os resultados de Shafer e Kermani (2011) onde simula-se um robô de um eixo colidindo um objeto representando um humano, utilizando-se da métrica do HIC, figura 1.

¹O HIC é utilizado para avaliar a segurança relacionada a veículos ou até mesmo equipamentos de proteção pessoal e equipamentos desportivos.

Figura 1 - Inércia Efetiva, Simulação da Colisão na Cabeça por um Manipulador Robótico



Fonte: Adaptado de Shafer e Kermani (2011)

onde v_c representa a velocidade de colisão.

Como esperado, o resultado do HIC indica que a segurança de um manipulador pode ser melhorada reduzindo a inércia efetiva do manipulador. Acompanhando essa perspectiva, uma geração de manipuladores robóticos leves vêm motivando várias pesquisas.

A classe de robôs chamados de Manipuladores Robóticos por definição diz respeito a mecanismos que movimentam uma peça ou ferramenta de um espaço ao outro, onde na sua extremidade é acoplada a ferramenta para o fim da atividade selecionada. Algumas empresas já desenvolvem Manipuladores robóticos com uma certa segurança para operar em colaboração com humanos, chamados de Robôs Colaborativos, como pode se ver na figura 2a, o UR10 da empresa Universal Robots aplicado a processo de fresagem de material, com capacidade de operação de até 10Kg, na figura 2b o LBR iiwa da empresa KUKA Industrial Robots, aplicado a montagem de peças, com capacidade de operação de 14Kg. Ambos apresentam uma proposta de interação segura (UNIVERSAL, 2016; KUKA, 2016).

Figura 2 - Exemplos de Robôs Colaborativos Industriais



(a) UR10 - Universal Robots

Fonte: (UNIVERSAL, 2016)



(b) LBR iiwa - KUKA Industrial Robots

Fonte: (KUKA, 2016)

Apesar dos grandes avanços atuais, alguns desafios ainda necessitam ser vencidos, ao rela-

cionar robôs com interação física entre humanos surge um fator de projeto importante, a inercial do mecanismo, que tem forte impacto no aspecto de controlabilidade do sistema.

1.1.2 Controle de Posicionamento e Vibração de Manipuladores Robóticos

Manipuladores com elementos flexíveis têm, além de potencial baixo custo, um volume de trabalho maior, velocidade operacional mais alta, atuadores menores, menor consumo de energia, melhor capacidade de manobra e maior segurança na operação, devido à redução da inércia (DWIVEDY; EBERHARD, 2006). Porém, características flexíveis no manipulador resultam também em altos níveis de distúrbios e adição de não linearidades em alguns componentes, causando efeitos indesejáveis como vibrações.

A introdução de atuadores constituídos por materiais inteligentes têm sido uma das estratégias utilizadas por vários autores para compensar comportamentos não desejados de manipuladores robóticos. Nesta abordagem vários estudos trazem atuadores híbridos para compor o arranjo de controle. O trabalho de Thanh e Ahn (2006) traz a implementação de um manipulador robótico com atuadores pneumáticos, onde a problemática em se usar atuadores pneumáticos para controle de posicionamento foi solucionada com freios rotacionais (Freios Magneto-Reológicos), acionados por corrente elétrica nas juntas dos manipuladores. Como estratégia de controle utilizou-se o controle adaptativo neural IPPSC (*Intelligent Phase Plane Switching Control Using Neural Network*). Senkal e Gurocak (2010) propõem uma interface tátil com multi-graus de liberdade utilizando atuador semi-passivo MR (Magneto-Reológico) para estabilização do eixo com a estratégia PID (Controle Proporcional Integral e Derivativo) no atuador semi-passivo. Oh, Choi e Choi (2014) apresentam um trabalho similar onde é proposto uma interface tátil de quatro graus de liberdade para operações cirúrgicas robóticas. O método de controle aplicado para fornecer as contra forças na interface tátil também foi a técnica PID com o qual se obteve resultados satisfatórios.

Os trabalhos citados mostram a eficiência da aplicação de controles híbridos para solucionar problemas complexos, onde somente a técnica de controle não é capaz de proporcionar solução adequada a problemas de controle em manipuladores robóticos. Contudo, muitas estratégias de controle têm sido desenvolvidas e aplicadas com sucesso nas áreas industriais e aeroespaciais (WANG Y. MAI; MAO, 2014; KORAYEM; RAHIMI, 2011; GHORBEL; HUNG; SPONG, 1989; FENILI; BALTHAZAR, 2011). Observa-se que as principais limitações do modelo matemático de um manipulador robótico é a suposição de que o comportamento dinâmico pode ser representado por corpos puramente rígidos interligados por motores modelados como uma fonte de torque não linear (BEEKMANN; LEE, 1988). Assim, neste trabalho será considerado as interações não lineares e não ideais no projeto de controle.

1.1.3 Sistemas com Interação Não Ideal

A interação entre sistemas dinâmicos, não exclusivamente mecânicos, pode proporcionar respostas do tipo oscilatórias, tal fenômeno é amplamente estudado na literatura para sistemas com excitação ideal, onde a fonte de energia é ilimitada e dependentes apenas do tempo. Para o caso de sistema com fonte não-ideal (NIS, sigla do inglês *Non-linear System*), observa-se uma dependência explícita com as propriedades da fonte de excitação, sendo esta com energia limitada. A interação dos sistemas NIS com o objeto de carregamento de manipuladores robóticos será o foco deste trabalho.

Na abordagem de sistemas NIS, considera-se que o sistema possui fonte de excitação linear, quando o acoplamento das equações não possui termos lineares. Mesmo com os avanços constantes nas teorias para sistemas dinâmicos, alguns fenômenos não são totalmente explicados na tratativa dos sistemas não lineares. No entanto não se justifica que deve ser desconsiderada a troca de energia entre o sistema e a fonte de excitação, afim de reduzir a complexidade do modelo físico, tal artifício matemático traz impacto significativo na dinâmica de todo o sistema, pois não observa aspectos que terão grande influência na aplicação prática de estratégias de controle ou análise do sistema. Mas com a aplicação de novos materiais na engenharia, surge uma classe definida como materiais inteligentes, que tem atraído a atenção de muitos pesquisadores, pois trazem a funcionalidade de alteração de suas características físicas, podendo ser aplicado como atuadores, transdutores de energia, entre outras aplicações. Como exemplo, pode-se citar aqui alguns destes materiais, tais como materiais Magneto-Reológico (MR), ligas e memória de forma (LMF), materiais piezoelétricos, com grande aplicação em diversos campos das engenharias.

Pode-se citar alguns trabalhos, como Tuset, Balthazar e Felix (2012) onde demonstra-se a interação e dinâmica do acoplamento de NIS à estrutura de um pórtico, onde resulto na existência de comportamento caótico a partir da excitação da fonte de energia não ideal.

No trabalho de Iliuk et al. (2013) a dinâmica de um sistema de uma viga simples é investigada, o sistema de acoplamento é um motor não-ideal. Utiliza-se transdutores piezoelétrico na viga para conversão da energia mecânica em energia elétrica foi possível levar o sistema a uma órbita periódica. Dos trabalhos apresentados, percebe-se que o acoplamento de sistemas não-ideias traz uma nova abordagem a diversas aplicações na engenharia, bem como a utilização de novas aplicações de atuadores constituídos de materiais inteligentes. Tal cenário, considerando todas as interações dos sistemas, tem forte apelo, pois traduz a dinâmica completa de um sistema físico pelo seu modelo matemático.

1.2 OBJETIVOS

Para análise dinâmica e controle de manipuladores robóticos com atuadores híbridos, será apresentada duas discussões neste trabalho, o primeiro modelo de manipulador robótico é constituído por juntas flexíveis, a abordagem se dá com relação a tarefas de manipulação de cargas com peso considerável ao manipulador, a componentes gravitacional é um fator que interage diretamente na dinâmica da carga e do robô. Para segunda proposta de manipulador, as análises que serão apresentadas darão destaque a ferramenta rotativa associada a extremidade do robô, não se considera a ação gravitacional, pois para análise do sistema optou-se pela abordagem de operação perpendicular ao plano do vetor gravitacional.

A interação não-ideal entre a carga e o manipulador será acoplada por uma componente de elasticidade, primeiro modelo. No segundo modelo a interação será apresentada pela vibração da máquina rotativa na extremidade do manipulador.

Desta forma, este trabalho tem como objetivos gerais:

- Propor de modelo matemático de manipulador robótico com juntas flexíveis e carregamento de carga com acoplamento não ideal;
- Propor de modelo matemático de manipulador robótico com elos e juntas flexíveis com ferramenta rotativa desbalanceada na extremidade;
- Adicionar de atuadores inteligentes para controle e estabilidade dos modelos propostos;
- Analisar a dinâmica dos sistemas e propor estratégia de controle considerando os atuadores híbridos.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo 2 é apresentado a modelagem mecânica dos dois manipuladores robóticos pelo Princípio de Hamilton e Euler-Lagrange.

No capítulo 3 é descrita a análise dinâmica dos modelos de manipuladores e aplicado teste com relação existência de caos no sistema.

No capítulo 4 é apresentada a estratégia de controle SDRE (*State-Dependent Riccati Equation*) utilizada neste trabalho;

No capítulo 5 são propostos atuadores inteligentes para controle de posicionamento e vibração dos manipuladores robóticos;

No capítulo 6 são apresentados os resultados da proposta de atuadores robóticos flexíveis

com atuadores híbridos e os resultados das simulações numéricas a respeito da estratégia de controle escolhida;

2 MODELAGEM DE SISTEMAS MECÂNICOS

2.1 INTRODUÇÃO

O estudo da cinemática e da dinâmica revela a síntese do projeto de um mecanismo, expressando matematicamente as relações de movimento de um dispositivo na execução de determinada tarefa.

A cinemática fornece as ferramentas para definição da configuração de movimento, em geral, a análise da dinâmica de um sistema não pode ser feita até que as formulações da cinemática estejam definidas (NORTON, 2001).

Superada a fase de configuração do sistema, tem-se que encontrar as equações de dinâmicas do movimento, que podem ser encontradas por dois métodos. O primeiro método usa as equações de movimento de Newton, essa abordagem identifica o conjunto de forças que atuam em um sistema. O segundo utiliza o cálculo variacional, onde é definido um funcional de energia do sistema. O segundo caminho é apresentado juntamente com as vantagens de métodos integrais de energia.

Tais métodos serão apresentados nas sessões seguintes, posteriormente será proposto os modelos de manipuladores flexíveis abordados neste trabalho.

2.2 CINEMÁTICA DIRETA

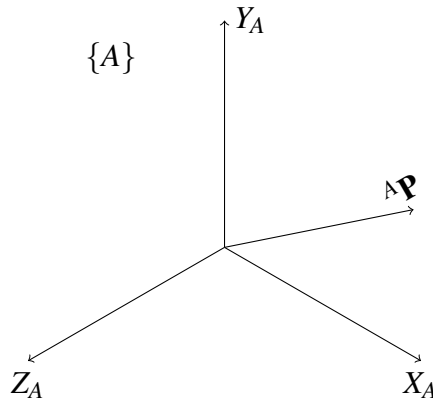
Um manipulador robótico se apresenta como uma cadeia cinemática aberta, onde cada segmento de elo, seja rígido ou flexível, possui vínculos que são representados desde a base até o extremo do atuador. Para representar de posicionamento e orientação de um sistema de coordenadas, faz-se necessário adotar a metodologia de universal de coordenadas.

De acordo com Craig (2005) um sistema de coordenada é composto por um vetor de posição $\mathbb{R}^{3 \times 1}$, nas coordenadas X, Y e Z . Desta forma, um ponto ${}^A\mathbf{P}$ representa a distância ao longo dos eixos do sistema de coordenadas $\{A\}$. Os elementos individuais de ${}^A\mathbf{P}$ podem ser visto pela equação (2).

$${}^A\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}. \quad (2)$$

A representação gráfica de ${}^A\mathbf{P}$ pode ser vista na figura 3.

Figura 3 - Coordenadas em $\{A\}$



Fonte: Adaptado de (CRAIG, 2005)

Além da definição das coordenadas de um vetor, torna-se necessário definir a operação de rotação. O vetor definido por ${}^A\mathbf{P}$ pode ser rotacionado pela matriz de rotação \mathcal{R} , conforme a equação (3).

$${}^B_A\mathcal{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Como exemplo, uma rotação θ de ${}^A\mathbf{P}$ em torno do eixo Z é descrita pela equação (4). Pode-se observar que é adicionado uma coluna e linhas com zeros e uma nova linha em (4), essa notação torna-se necessária pois será posteriormente apresentando o operador de translação.

$${}^B_A\mathcal{R}(\theta){}^A\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^A p_x \\ {}^A p_y \\ {}^A p_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Frequentemente o sistema de referência $\{A\}$ não coincide com nenhuma coordenada de $\{B\}$, sendo assim, deve-se representar a operação de deslocamento entre o conjunto de coordenadas. Esse deslocamento é chamado de translação, e dá-se pelo operador translacional $\mathbf{D}_A(q)$, onde ${}^A\mathbf{Q}$ representa uma translação de $\{A\}$ a $\{B\}$ e é expresso pela equação (5).

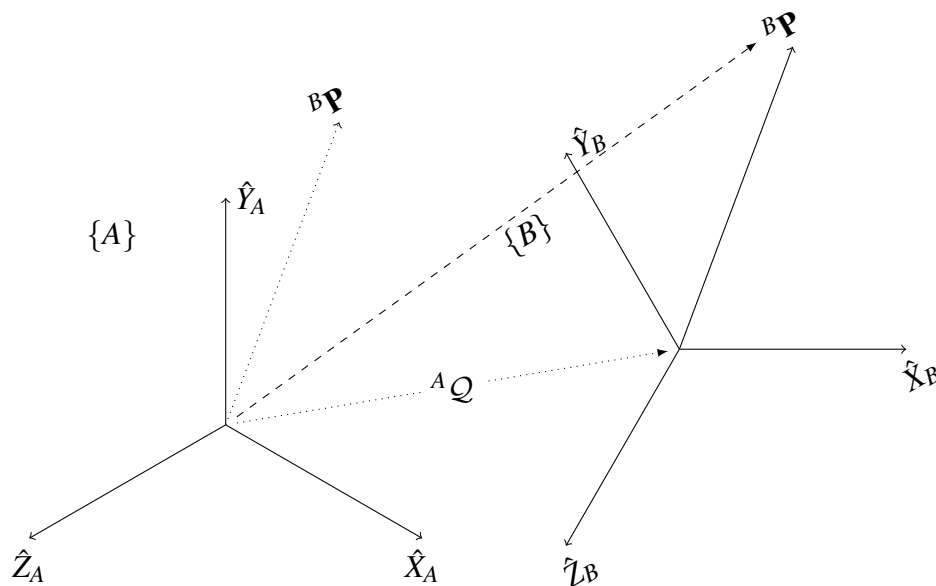
$${}^A Q = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix}, \quad \text{e} \quad \mathbf{D}_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_x \\ 0 & 1 & 0 & q_y \\ 0 & 0 & 1 & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Adota-se agora a notação para translação e rotação de um vetor, conforme a equação (6). Observa-se que a matriz \mathbf{D}_A foi incorporada pela nova notação.

$$\begin{bmatrix} {}^B \mathbf{P} \\ {}^A \mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} {}^A \mathcal{R} & | & {}^A Q \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix}}_{{}^A A} \begin{bmatrix} {}^B \mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Na equação (6) a matriz ${}^A A$ representa a matriz de transformação homogênea, neste caso, composta pela matriz de rotação ${}^A \mathcal{R}$ e de translação ${}^A Q$. Pode-se ver graficamente o resultado da operação da equação (6) pela figura 4

Figura 4 - Transformação homogênea do ponto ${}^A \mathbf{P}$ pelos operadores de rotação e translação



Fonte: Adaptado de (CRAIG, 2005)

Na forma generalizada, a transformação homogênea ${}^i_0 \mathbf{T}$ pode ser expressa por uma sucessiva pode ser encontrada, fazendo o produto das sucessivas transformações de ${}^{i-1}_0 \mathcal{A}_i$. Conforme é mostrado na equação (7).

$$\begin{aligned}
{}^i_0\mathbf{T} &= {}^0_1\mathcal{A}_2^1\mathcal{A}\cdots {}^{i-1}_i\mathcal{A} = \prod_{j=1}^i {}^j_{j-1}\mathcal{A}, \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \\
&= \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i_0\mathcal{R} & {}^i_0\mathcal{P} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{7}$$

onde, ${}^i_0\mathcal{P}$ é o vetor de orientação do referencial i em relação a base 0.

Exemplo 2.1. Considerando, como exemplo, um pêndulo simples, o comprimento do pêndulo é descrito pelo deslocamento L e sua rotação representada por θ , tem-se que a equação de cinemática é dada por:

$$\begin{aligned}
{}^1_0\mathbf{T} &= {}^1_0\mathbf{D}(L){}^1_0\mathcal{R}(\theta) = {}^0_1\mathcal{A} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 & L\cos(\theta) \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 & L\text{sen}(\theta) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{8}$$

Assim a orientação da extremidade do pêndulo em relação a base é dada por:

$${}^0_1\mathcal{P} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_x \\ \mathcal{P}_y \\ \mathcal{P}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L\cos(\theta) \\ L\text{sen}(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Como mostrado, a cinemática fornece os elementos geométricos de um sistema que são a base para se obter as energias que compõem as equações da dinâmica. Na próxima sessão será apresentado as equações da dinâmica de um sistema, relacionando todas as forças que causam movimento.

2.3 DINÂMICA

Nessa sessão serão abordadas as equações de movimento, com enfoque em manipuladores robóticos. Tipicamente, as energias de movimento surgem dos torques aplicados por um determinado atuador ou força externa.

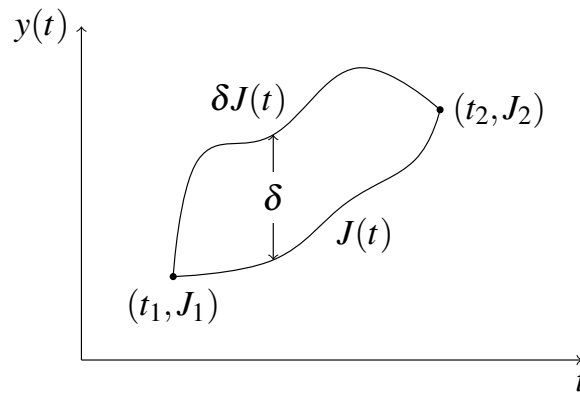
Pretende-se nessa sessão abordar o problema de modelagem de sistemas mecânicos, na sua forma mais ampla, pelo princípio de Hamilton. De acordo com Lemos (2007), o princípio de Hamilton reduz as leis da mecânica a um enunciado, no qual o movimento real de um sistema é aquele para qual é *mínima a ação*, cujo valor depende do movimento em sua totalidade.

2.3.1 Princípio de Hamilton ou Princípio da Mínima Ação

A modelagem pelo método de cálculo das variações trás as vantagens pela abordagem das energias dos sistemas, possibilitando modelar sistemas complexos, como corpos rígidos e flexíveis simultaneamente, e sistemas não mecânicos (isto é, teoria de campos) sob a forma de mecânica clássica.

O princípio de Hamilton é a aplicação do cálculo das variações (δ - Operador Variacional) aos sistemas dinâmicos para derivar equações de movimento. O princípio de Hamilton é muitas vezes referido como o Princípio de *mínima ação*, pois, o funcional está relacionado a energia do sistema, entre os intervalos t_1 e t_2 , conforme a figura 5, onde deseja se minimizar a o funcional $J(t)$ da função $y(t)$, pelo deslocamento virtual.

Figura 5 - Deslocamento Virtual



Fonte: Adaptado de (LEMOS, 2007)

O princípio de Hamilton é enunciado por um funcional J que representa a energia do sistema, conforme a equação (10).

$$J = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt \quad (10)$$

A minimização do funcional J é dada pela equação (11), onde \mathbf{g} são as restrições impostas no sistema, e \mathbf{x} são coordenadas generalizadas genéricas.

$$\delta J'(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{g}^T}{\partial \mathbf{x}} \right] \delta \mathbf{x} \quad (11)$$

Onde δ representa o deslocamento virtual de $y(t)$ no espaço de configuração. Assim, tem-se que $\delta J = 0$ para $t = t_1 = t_2$, bem como para um sistema com vínculos homônomo ¹ temos

¹Vínculo homônomo coordenadas arbitrarias utilizadas para descrever o espaço de configuração, tipicamente

$\mathbf{g} = 0$.

Na equação (10), $\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{V}$ representa a função Lagrangiana, sendo \mathcal{T} a energia cinética e \mathcal{V} a potencial. Assim temos:

$$\delta J = \delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt = \int_{t_1}^{t_2} \delta \mathcal{L} dt \quad (12)$$

O método de solução para equação (12) será apresentado na sessão 2.3.2. Normalmente o Princípio de Hamilton é aplicado a sistema nos quais as equações não dependem apenas do tempo. Quando um função de balanço de energia \mathcal{L} , tem dependência das coordenadas generalizadas (q_i) e da variável tempo (t), ou seja, $\mathcal{L}(t, q_i, \dot{q}_i)$, obtém-se a solução de (12) pela equação (13).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{d\mathcal{L}}{dt} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

A equação de (13) é chamada de equação de Euler-Lagrange.

2.3.2 Princípio de Hamilton Estendido

Na sessão 2.3.1 apresentou-se o Princípio de Hamilton, onde o balanço de energia incluía as forças cinética (\mathcal{T}) e potencial (\mathcal{V}), porém não se fez menção as energias dissipativas ou não conservativas.

O princípio estendido de Hamilton é aplicável aos sistemas com energia conservativas e não conservativas. Define-se aqui, a notação de trabalho virtual \mathcal{W} , onde a parte da energia conservativa é apresentada pela energia potencial (\mathcal{W}_c), e a energia não conservativa¹ (\mathcal{W}_{nc}). Desta forma, pode-se reescrever a equação (12), como:

$$\delta J = \delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt = \int_{t_1}^{t_2} [\delta \mathcal{T} + \delta \mathcal{W}] dt \quad (14)$$

sendo:

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{W} &= \delta \mathcal{W}_c + \delta \mathcal{W}_{nc} \\ \delta \mathcal{W}_c &= \text{Trabalho virtual conservativo} \\ \delta \mathcal{W}_{nc} &= \text{Trabalho virtual não conservativo} \end{aligned}$$

A equação $\mathcal{L}(t, q_i, \dot{q}_i)$, pode ser reescrita na (13), adicionando uma força dissipativa como a força de atrito viscoso, sendo c_i coeficiente de atrito, e energia definida na equação (15).

associados a cinemática do sistema.

¹A definição de trabalho virtual é dada pelo Princípio de d'Alembert, (LEMOS, 2007)

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n c_i \dot{q}_i^2 \quad (15)$$

Tem-se assim, a solução de (14), considerando a equação de atrito viscoso, mostrado pela equação (16).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{d\mathcal{L}}{dq_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

Assim, define-se as forças generalizadas que atuam em um sistema como Q_i , onde temos a seguinte equação:

$$\delta \mathcal{W}_{nc} = \sum_{i=1}^n Q_i \delta q_i, \quad (17)$$

onde:

$$Q_i = \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i}, \quad (18)$$

A formulação Euler-Lagrange pode ser reescrita na sua forma geral, considerando as forças não conservativas pela equação (19)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{d\mathcal{L}}{dq_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

Até o momento, abordou-se exemplos onde o sistema de equações possui apenas componentes rígidos, com solução pela equação (19), no entanto a tratativa de sistemas com características de flexibilidade precisa ser apresentada. Na teoria de Sistemas Contínuos, um elo flexível possui infinitos graus de liberdade, pois considera-se a distribuição de massa, amortecimento e elasticidade em cada fração infinitesimal do elo em questão. Esse assunto será retomado na Seção 2.5, no entanto, faz-se útil algumas definições prévias para discussão do Princípio Estendido de Hamilton.

Para introdução a abordagem de elementos flexíveis, traz-se o exemplo de uma barra, de tamanho L , fixada em uma extremidade, a equação que representa o comportamento da barra pode ser em (20).

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (20)$$

Como visto na equação (20), a função de barra depende tanto da variável tempo t como de x , sendo que x representa cada ponto do comprimento da barra L . $W(x)$ e $T(t)$ são respectivamente

a equação de deslocamento e a função dependente do tempo. Na sessão 2.5 será discutida com maior profundidade a modelagem de sistemas puramente flexíveis.

No entanto, nas aplicações reais, nem todo sistema pode ser classificado como apenas composto de elemento rígidos ou flexíveis, é fato que essa suposição se dá apenas em condições de operação específicas no sistema, fruto de simplificações da dinâmica em que se admite coeficientes de massa, amortecimento ou flexibilidade em apenas um certo ponto discreto do sistema.

Contudo, neste trabalho, opta-se pela abordagem de sistemas contínuos para melhor análise dinâmica do modelo. Como citado acima, os sistemas multi-corpos podem apresentar tantas características rígidas como flexíveis, nesta tratativa, faz-se necessário algumas reformulações ao Princípio de Hamilton para melhor facilidade de modelagem do sistema. A essa classe de equações, dá-se a denominação de equações híbridas, onde convém reescrever as equações da dinâmica na sua forma generalizada (JUNKINS; KIM, 1993). Percebe-se por (21) e (22) que as equações agora não têm mais dependência apenas das coordenadas generalizadas q_i e suas funções no tempo, mas também da sua posição espacial em x_i . Assim podemos reescrever equação da energia cinética \mathcal{T} :

$$\begin{aligned} \mathcal{T} = & \mathcal{T}_D(q, \dot{q}) + \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} \hat{\mathcal{T}}^i \left(q_i, \dot{q}_i, \dot{w}_i, w_i, w'_i, w''_i, w(L_i), \dot{w}(L_i), w'(L_i), w''(L_i) \right) dx_i \\ & + \mathcal{T}_B(w(L_i), \dot{w}(L_i), w'(L_i), \dot{w}'(L_i), q, \dot{q}) \end{aligned} \quad (21)$$

bem como, a energia potencial \mathcal{V} :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} = & \mathcal{V}_D(q, \dot{q}) + \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} \hat{\mathcal{V}}^i \left(q_i, \dot{q}_i, \dot{w}_i, w_i, w'_i, w''_i, w(L_i), \dot{w}(L_i), w'(L_i), w''(L_i) \right) dx_i \\ & + \mathcal{V}_B \left(w(L_i), \dot{w}(L_i), w'(L_i), \dot{w}'(L_i), q, \dot{q} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

onde, \mathcal{T}_D e \mathcal{V}_D são as frações discretas (rígidas) das equações dinâmicas, e \mathcal{T}_B e \mathcal{V}_B são as frações com equações de contorno, assim, a exemplo, $\dot{w}_i(L_i)$ representa a velocidade de deslocamento espacial em $x_i = L_i$ do elo i .

Redefinida a função lagrangeana \mathcal{L} , temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathcal{T} - \mathcal{V} \\ \mathcal{L} = & \mathcal{L}^i(q, \dot{q}) + \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} \hat{\mathcal{L}}^i \left(q_i, \dot{q}_i, \dot{w}_i, w_i, w'_i, w''_i, w(L_i), \dot{w}(L_i), w'(L_i), w''(L_i) \right) dx_i \\ & \mathcal{L}_C(w(L_i), \dot{w}(L_i), w'(L_i), \dot{w}'(L_i), q, \dot{q}) \end{aligned} \quad (23)$$

Na forma Geral, temos:

$$\mathcal{L} = L_D + \int_{\Omega} \hat{L} d\Omega + L_B \quad (24)$$

Define-se aqui Ω , como o domínio elástico do sistema, na sua forma geral.

Bem como as forças não conservativas, definidas pela equação (25)

$$\mathcal{W}_{nc} = Q^T \delta \mathbf{q} + \sum_{i=1}^n \left(\int_0^{L_i} \mathbf{f}^{iT}(x_i) w_i dx_i + \mathbf{f}_1^{iT} w_i(L_i) + \mathbf{f}_2^{iT} w_i'(L_i) \right) \quad (25)$$

sendo, Q as forças não conservativas associadas as coordenadas generalizadas q , \mathbf{f}_1^i forças não conservativas aplicadas na condição de contorno $x_i = L_i$, \mathbf{f}_2^i força não conservativa de torque. Assim, temos a forma geral do Princípio Estendido de Hamilton.

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta (\mathcal{L} + \mathcal{W}_{nc}) dt = 0 \quad (26)$$

onde, $\delta q = \delta w_i = 0$, para $t = t_1 = t_2$.

A resolução de (26) torna-se um tanto trabalhosa, desta forma, adota-se a dedução das equações híbridas ¹, conforme é visto em (27).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} &= Q^T \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \hat{L}}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial \hat{L}}{\partial w} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \hat{L}}{\partial w'} \right) - \frac{\partial^2 \hat{L}}{\partial w''^2} &= \hat{f}^T \\ \left\{ \frac{\partial \hat{L}}{\partial w'} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \hat{L}}{\partial w''} \right) \right\} \delta w \Big|_0^L &= 0 \\ \frac{\partial \hat{L}}{\partial w''} \delta w' \Big|_0^L &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

A equação para modelagem de sistemas rígidos e flexíveis foram apresentadas acima, superados esses conceitos, será apresentado na sessão seguinte a aplicação das equações até aqui listadas.

¹A dedução da equação Híbridas pode ser vista em (JUNKINS; KIM, 1993)

2.4 MODELAGEM ELOS RÍGIDOS

Na modelagem sistemas rígidos a abordagem é iniciada a partir das equações de Euler Lagrange, equação (19), pois são equações que dependem apenas do tempo.

Utilizando-se do exemplo 2.1, dá-se continuidade a demonstração da modelagem de sistema rígidos pelo exemplo 2.2.

Exemplo 2.2. *Um sistema composto por um elo rígido, tem um torque τ aplicado na junta θ , tem-se então a força externa não conservativa de τ , definida pela equação (28).*

$$\delta W_{nc} = Q\delta\theta = \tau\delta\theta \quad (28)$$

Com base na equação (9) de cinemática, temos:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}m_0^1\dot{\mathcal{P}}^T \cdot {}_0^1\dot{\mathcal{P}}, \quad (29)$$

onde $\dot{\mathcal{P}}$ representa a aceleração do vetor $\dot{\mathcal{P}}$, dada por:

$$\dot{\mathcal{P}} = \begin{bmatrix} -L\dot{\theta}\sin(\theta) \\ -L\dot{\theta}\cos(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

E a energia Potencial \mathcal{V} ,

$$\mathcal{V} = mLg\sin(\theta) \quad (31)$$

Recapitulando as equações (19) e (16), temos:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{d\mathcal{L}}{d\theta} = \tau, \quad (32)$$

Considerando a cinemática do sistema, conforme a sessão 2.2, sendo o elo de comprimento L , força gravitacional g e massa m , obtém-se a solução de (28).

$$mL^2\ddot{\theta} + mLg\cos(\theta) = \tau \quad (33)$$

A mesma metodologia aplicada no exemplo 2.2 será utilizada para encontrar as equações do modelo de manipulador com junta flexível da sessão 2.4.1.

2.4.1 Modelo de Manipulador Com Juntas Flexíveis e Carregamento

Neste momento será apresentado o modelo de manipulador robótico flexível para carregamento, o modelo faz referência a aplicações dentro do contexto já abordado de baixa massa.

Para o modelo da Figura 6, apresenta-se um manipulador robótico com comportamento de flexibilidade entre o elemento motor $([\theta_4 \ \theta_5]^T)$ e os elos do sistema $([\theta_1 \ \theta_2]^T)$, esse efeito dá-se pelo componentes de flexibilidade entre o motor e a caixa de redução do motor ou mesmo o eixo do motor.

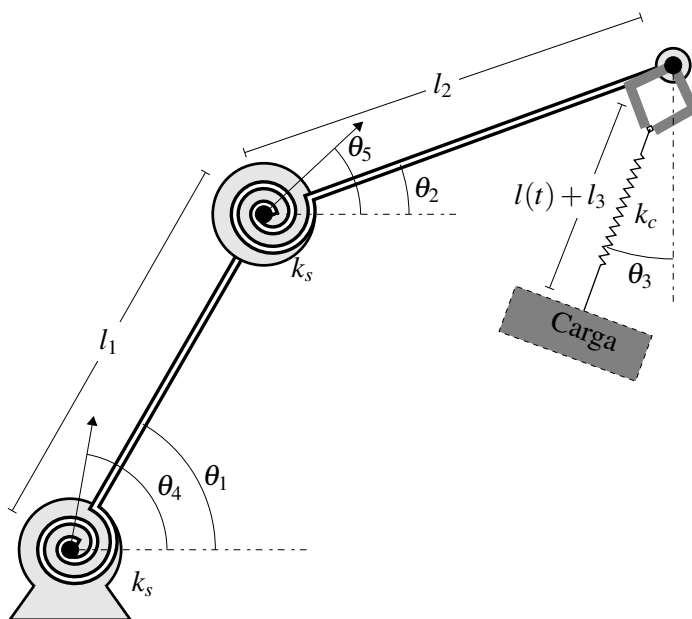


Figura 6 - Modelo de Manipulador Com Juntas Flexíveis e Carregamento

Na figura 6 o manipulador é composto por dois elos rígidos, l_1 e l_2 , e duas juntas flexíveis com coeficiente de flexibilidade k_s . A carga do manipulador é apresentada na figura 6 e inclui um acoplamento não ideal de flexibilidade do cabo, representado por k_c .

Com base na cinemática do sistema, pode-se enunciar a equação de energia cinética \mathcal{T} , como a equação (61)

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}m_1 {}^0\dot{\mathcal{P}}^T {}^0\dot{\mathcal{P}} + \frac{1}{2}m_2 {}^2\dot{\mathcal{P}}^T {}^2\dot{\mathcal{P}} + \frac{1}{2}m_3 {}^3\dot{\mathcal{P}}^T {}^3\dot{\mathcal{P}} \quad (34)$$

Onde a equação de acoplamento da carga ao manipulador é dada por $\ell(t) + l_3$ que representa o acoplamento com características flexíveis da carga.

A equação de energia cinética \mathcal{T} completa do modelo de manipulador pode ser vista pela equação (35).

$$\begin{aligned}
\mathcal{T} = & \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 l_1 l_2 (m_2 + m_3) \cos(\theta_1 - \theta_2) + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 l_1 m_3 (l_3 - \ell(t)) \cos(\theta_1 - \theta_3) \\
& + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 l_2 m_3 (l_3 - \ell(t)) \cos(\theta_2 - \theta_3) + \dot{\ell} \dot{\theta}_1 l_1 m_3 \sin(\theta_1 - \theta_3) \\
& + \dot{\ell}(t) \dot{\theta}_2 l_2 m_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) + \frac{1}{2} l_1^2 (m_1 + m_2 + m_3) \dot{\theta}_1^2 \\
& + \frac{1}{2} l_2^2 (m_2 + m_3) \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \left((l_3 - \ell(t))^2 \dot{\theta}_3^2 + \dot{\ell}^2 \right)
\end{aligned} \tag{35}$$

Percebe-se pela figura 6, que a interação entre o motor e o manipulador apresenta característica não-ideal, expressa pelo componente de mola k_s , conforme a discussão apresentada na sessão 1.1.3, assim temos a equação da energia Potencial (36).

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2} k_s (\theta_4 - \theta_1)^2 + \frac{1}{2} k_s (\theta_5 - \theta_2)^2 + \frac{1}{2} m_1 g {}_0^1 \mathcal{P}_y + \frac{1}{2} m_2 g {}_0^2 \mathcal{P}_y + \frac{1}{2} m_3 g {}_0^3 \mathcal{P}_y \tag{36}$$

A equação completa da energia potencial \mathcal{V} é dada por (37).

$$\begin{aligned}
\mathcal{V} = & l_1 g (m_1 + m_2 + m_3) \sin(\theta_1) + l_2 g (m_2 + m_3) \sin(\theta_2) - m_3 g (\ell(t) (t) - l_3) \sin(\theta_3) \\
& + \frac{1}{2} (k_s \theta_1^2 + k_s \theta_2^2 + k_c \ell^2 + k_s (\theta_4^2 + \theta_5^2)) - k_s \theta_1 \theta_4 - k_s \theta_2 \theta_5
\end{aligned} \tag{37}$$

Apresentadas as equações de energia, pode se aplicar a equação de Euler Lagrange, conforme (38), observa-se que as coordenadas generalizadas estão em função de θ_i e do acoplamento não-ideal ℓ .

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{d\mathcal{L}}{d\theta_i} = 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\ell}} \right) - \frac{d\mathcal{L}}{d\ell} = 0, \end{cases} \tag{38}$$

A solução do sistema, pode ser expressa na forma matricial, conforme a equação (39).

$$\mathbf{M}(\theta, \ell) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\ell} \end{Bmatrix} + \mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{\ell}, \theta, \ell) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\ell} \end{Bmatrix} + \mathbf{K}(\theta, \ell) \begin{Bmatrix} \theta \\ \ell \end{Bmatrix} + \mathbf{G}(\theta) = 0 \tag{39}$$

Assim, os componentes das matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} e \mathbf{G} representam a dinâmica do sistema, a matriz \mathbf{M} é a matriz de momento de inércia para θ , a matriz \mathbf{C} a força coriolis e centrípeta, a matriz \mathbf{K} a matriz de elasticidade e \mathbf{G} a matriz gravitacional. Na sessão resultado será apresentado as energias de interação entre a carga e o manipulador, porém faz-se necessário apresentar o modelo de manipulador com elos flexíveis, que será feito na sessão 2.5.

2.5 MODELAGEM DE ELOS FLEXÍVEIS

Em um cenário onde a interação entre humanos e sistemas robóticos cresce a cada dia, tem-se como requisito de segurança, e logicamente, de custo, a necessidade da redução de massa dos elementos que compõem os mecanismos robóticos. Essa vantagem traz algumas consequências estruturais aos materiais envolvidos, com o surgimento de flexibilidade em elementos anteriormente considerados rígidos. A essa nova configuração, faz-se importante que o projeto de controle leve em consideração tais requisitos.

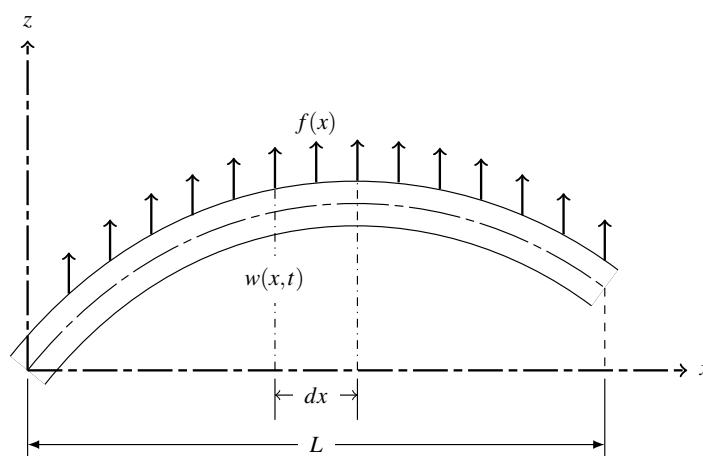
Na sessão 2.5.1 serão apresentados os conceitos para modelagem de sistemas flexíveis, um fator importante a ser abordado é a teoria de vigas flexíveis de Euler-Bernoulli, pois o comportamento de um elo flexível pode ser aproximado a de uma viga flexível.

2.5.1 Modelo Elo Flexível - Teoria de Euler-Bernoulli

Sabe-se que a representação de deflexões de vigas pode se dar por meio da integração direta da equação de Euler-Bernoulli ou teoria de viga delgada ou fina. A teoria de Euler-Bernoulli representa o estudo de vigas, pois resolve a maioria dos problemas em aplicações nas engenharias.

Para introduzir os conceitos acerca da teoria de elementos flexíveis, neste trabalho aplicados a manipuladores robóticos flexíveis, torna-se importante algumas definições prévias. Inicia-se o estudo pelos componentes de forma que podem atuar sobre um elemento flexível, conforme figura 7.

Figura 7 - Forças atuantes no Elo Flexível



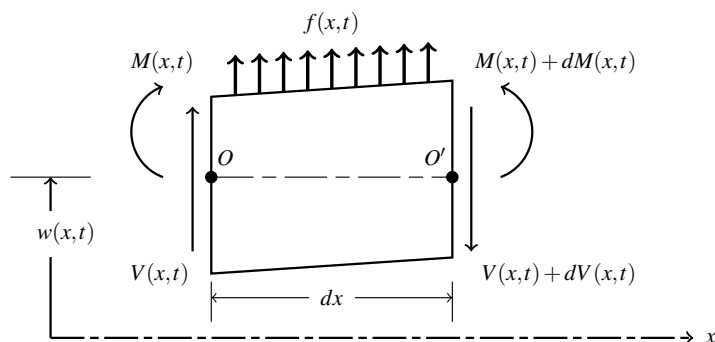
Fonte: Adaptado de (RAO, 2009)

$w(x,t)$ que representa a função de deslocamento da viga, considera-se aqui um movimento

lateral, em função do plano x, z . $f(x)$ são as forças externas por unidade x , onde x representa a fração infinitesimal do comprimento da viga L .

Considerando as forças que atuam na dinâmica do sistema em relação a dx , tem-se: $M(x, t)$ o momento fletor, $V(x, t)$ a força de cisalhamento e $f(x, t)$, bem como os componentes dimensionais, $A(x)$ sendo a área da seção transversal da viga e ρ a densidade de massa, conforme a figura 8.

Figura 8 - Composição das forças atuantes no segmento dx



Fonte: Adaptado de (RAO, 2009)

Assim, pode-se equacionar através da segunda lei de Newton as equações de movimento do elo flexível em relação ao ponto O , conforme a equação (40) (MEIROVITCH; PARKER, 2001).

$$(M - dM) - (V + dV)dx + f(x, t)dx - \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx - M = 0 \quad (40)$$

sendo:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx, \quad e \quad dM = \frac{\partial M}{\partial x} dx$$

Os termos $dM(x, t)$ e $dV(x, t)$ representam o acréscimo de carga na unidade infinitesimal dx . Integrando a equação (40) e desprezando os termos quadrados, obtemos a relação: $V(x, t) = \frac{\partial M(x, t)}{\partial x}$, obtém-se:

$$-\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \quad (41)$$

Aplicando a relação entre $M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}$ (onde E é o módulo de young e $I(x)$ o momento de inércia da seção transversal da viga) obtemos a equação de Euler-Bernoulli aplicada a um elo flexível, conforme (42).

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \quad (42)$$

Nas condições onde não há deformação longitudinal da viga, temos (43).

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = f(x,t) \quad (43)$$

Em concordância com a sessão 2.3.2, pode-se modelar o sistema de elo flexível através do Princípio de Hamilton. A seguir, será apresentado um exemplo para demonstrar o método, conforme exemplo 2.3

Exemplo 2.3. *Considere um elo flexível, a energia potência \mathcal{V} do elo pode ser obtida pela equação (44).*

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (44)$$

Bem como energia cinética \mathcal{T} pela equação (45).

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx \quad (45)$$

O lagrangeano $\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{V}$ é dado pela equação (46).

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\rho A \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 - EI \left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx \quad (46)$$

E o trabalho virtual não conservativo das forças transversais $f(x,t)$ por unidade de comprimento de x , dadas pela equação (47).

$$\mathcal{W}_{nc} = \int_0^L f(x,t) w(x,t) dx \quad (47)$$

Desta forma, pode-se enunciar o Princípio de Hamilton Estendido, conforme (14), onde a força potência não conservativa é definida por \mathcal{W}_{nc} .

$$\delta J = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L [\delta \hat{\mathcal{L}} + \delta \mathcal{W}_{nc}] dx dt = 0 \quad (48)$$

$$\delta J = \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_0^L \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) - \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + f(x,t) \right\} \delta w(x,t) dx + \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) \delta w(x,t) \Big|_0^L - EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \delta \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_0^L \right] dt = 0 \quad (49)$$

aplicando as condições $\delta w(x, t_1) = \delta w(x, t_2) = 0$, obtém-se a mesma equação de (43).

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \quad (50)$$

Assim, descreve-se o comportamento dinâmico de uma viga fina, pela teoria de Euler-Bernoulli pelo Princípio Estendido de Hamilton.

Ao observar a equação (50), percebe-se que o sistema apresentado possui infinitos graus de liberdade, quando $\lim_{dx \rightarrow \infty} w(x,t)$. Assim, é possível uma abordagem discreta da função $w(x,t)$, tal técnica é chamada de modos assumidos que será discutido na sessão 2.5.2.

2.5.2 Modos Assumidos

Para a abordagem de sistemas flexíveis, faz-se necessário definir uma função que represente a deformidade dos materiais flexíveis, a esse método, dá-se o nome de Método de Modos Assumidos ou também Método de Rayleigh-Ritz.

O método de modo assumido aproxima uma solução aplicando o Princípio do Trabalho Virtual ou as equações de Lagrange, produzindo assim um modelo generalizado. Desta forma, o método transforma um sistema contínuo em um sistema discreto, onde assume-se uma função candidata para representar a função $w(x,t)$.

A equação (51) apresenta a função de aproximação do Método de Modos Assumidos, observa-se que a $w(x,t)$ é representado por uma série de i funções, onde $\phi_i(x)$ é uma função candidata e $q(t)$ as coordenadas generalizadas em função dos modos de vibrar do elemento flexível.

$$w_i(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_{ij}(x) q_{ij}(t) \quad (51)$$

Torna-se conveniente determinar os termos dos modos de vibrar da viga, onde n é o enésimo termo da função escolhida, conforme (52). A fim de notação, quando aplicado o Método de Modos Assumidos, define-se $y(x,t)$ como a função correspondente a dinâmica do elo flexível.

$$y(x,t) \approx \sum_{i=1}^n \phi_i(x)q_i(t) \quad (52)$$

A partir das condições de contorno, pode se obter a função de deslocamento da viga, a exemplo, para uma viga com uma extremidade fixa e outra livre, pode se encontra a equação (53).

$$\phi(x) = C_n \left[\text{sen} \beta_n x - \sinh \beta_n x + \left(\frac{\text{sen} \beta_n L - \sinh \beta_n L}{\cos \beta_n L - \cosh \beta_n L} \right) (\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x) \right] \quad (53)$$

Exemplo 2.4. Considere-se uma viga engastada com uma força transversal P , figura 9, onde pretende-se determinar seu comportamento dinâmico.

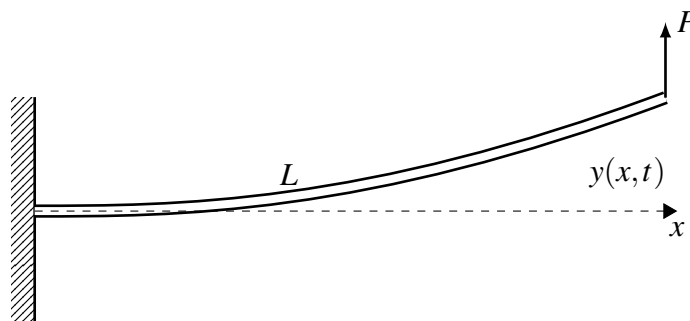


Figura 9 - Viga engastada com força aplicada P .

A força de momento tensor $M(x,t) = P(L-x)$ pode ser representada por:

$$M(x,t) = EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}, \quad \text{ou seja,} \quad \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{P\delta(L-x)}{EI} \quad (54)$$

Integrando duas vezes a equação (54), temos a equação (55).

$$y(x) = \frac{P}{6EI} (3Lx^2 - x^3) \quad (55)$$

Verifica-se na equação (55) que o deslocamento transversal da viga é definido pela equação em função de x , assim assume-se tal termo como:

$$\phi(x) = 3Lx^2 - x^3, \quad (56)$$

bem como:

$$y(x,t) = \phi(x)q(t) \quad (57)$$

Assim, a equação de energia cinética \mathcal{T} será:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}\rho A \int_0^L \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \left(\frac{33\rho L^7 \dot{q}^2}{35} \right) \quad (58)$$

e a energia potencial \mathcal{V} :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2}EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} (12EIL^2 q^2). \quad (59)$$

Aplicando a equação definida em (13), obtém-se a dinâmica do sistema em:

$$\{\ddot{q}\} + \left[\frac{140EI}{11\rho L^4} \right] \{q\} = 0 \quad (60)$$

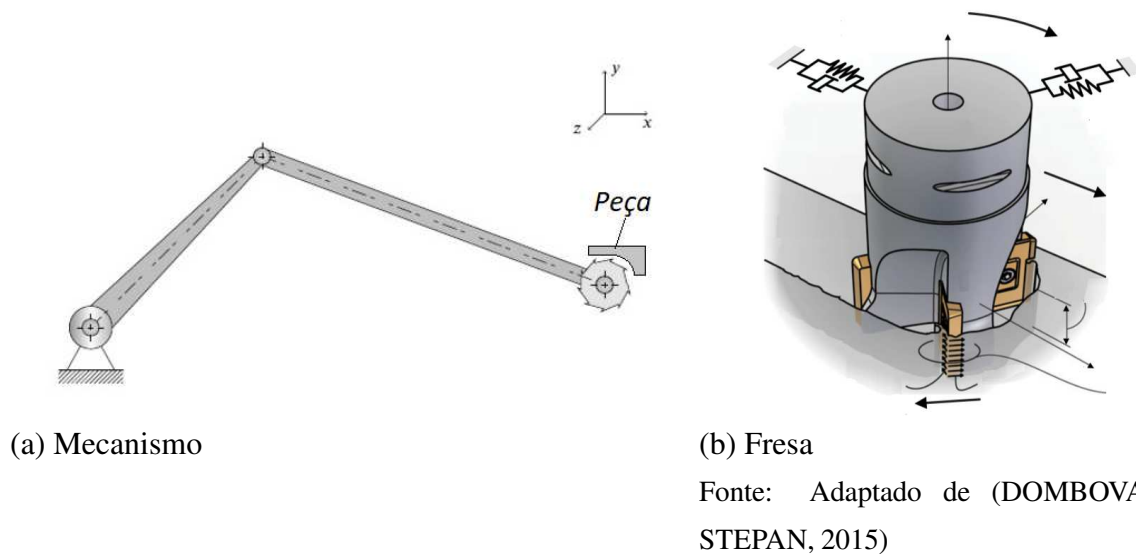
Por fim, apresentados os conceitos iniciais para modelagem de sistemas flexíveis, será apresentado o modelo de manipulador flexível na sessão 2.5.3.

2.5.3 Modelo de Manipulador Flexível Com Ferramenta Rotatória

Nesta sessão será apresentado o modelo de manipulador flexível com ferramenta rotativa, considera-se aqui, a ferramenta a ser incorporada a extremidade do manipulador sendo uma fresa.

Na mesma abordagem do modelo anterior, a redução de massa acarreta no aparecimento de componentes flexíveis no sistema. A interação não-ideal do manipulador com a ferramenta rotativa acontece no instante de contato entre a ferramenta de corte e a peça a ser moldada. Para ilustrar o problema, apresenta-se a figura 10. Na figura 10a pode-se ver o mecanismo de acionamento do manipulador composto por duas juntas e dois elos, neste estudo são considerados apenas os movimentos nos eixos x e y , embora a abordagem possa ser expandida para vários graus de liberdade. Na figura 10b é apresentado o modelo de dinâmico da fresa durante o processo de corte.

Figura 10 - Robô Colaborativo acoplado a Ferramenta de Corte



Pode-se observar pela figura 10b que a interação entre o material a se usinado e a fresa possui uma interação não-ideal, dado a geometria da ferramenta de corte, essa característica gera uma componente de vibração na ferramenta de corte.

A fim de encontrar as equações de cinemática e dinâmica do modelo proposto, a figura 11 mostra os elementos que compõem o manipulador.

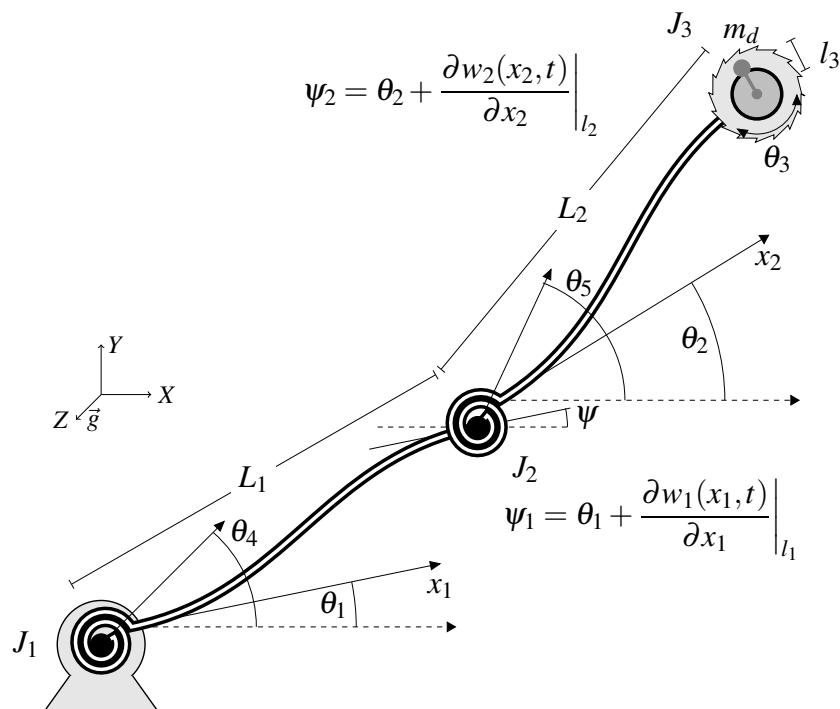


Figura 11 - Modelo de Manipulador Com Ferramenta Rotativa

O modelo de manipulador é composto por dois elos flexíveis de tamanho l_1 e l_2 com posi-

cionamento angular respectivamente, θ_1 e θ_2 , bem como a ferramenta de corte na extremidade, com posicionamento angular de θ_3 . Os termos l_3 e m_d diz respeito a interação não-ideal apresentada na fresa.

Para o controle de posicionamento serão introduzidos nos eixos θ_4 e θ_5 motores de corrente contínua, a discussão em relação a esse acoplamento se dá na Sessão 5.

A equação de cinemática, será:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}m_1 {}^0\dot{\mathcal{P}}^T {}^0\dot{\mathcal{P}} + \frac{1}{2}m_2 {}^2\dot{\mathcal{P}}^T {}^2\dot{\mathcal{P}} + \frac{1}{2}m_d {}^3\dot{\mathcal{P}}^T {}^3\dot{\mathcal{P}} \quad (61)$$

A energia cinética na forma completa é dada pela equação (62), onde A_i é a área da secção transversal do elo, ρ_1

$$\begin{aligned} \mathcal{T} = & \frac{1}{2}A_1\rho_1 \int_0^{l_1} (x_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1)^2 dx_1 + \frac{1}{2}A_2\rho_2 \int_0^{l_2} (x_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2)^2 dx_2 \\ & + A_2\rho_2 (l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_2) \int_0^{l_2} (x_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2) dx_2 + \frac{1}{2}m_2 (l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))^2 \\ & + m_d l_3 \dot{\theta}_3 \{ (l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_3) + (l_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2)) \cos(\theta_2 - \theta_3) \} \\ & + m_d (l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) (l_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2)) \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{2}m_d (l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))^2 \\ & + \frac{1}{2}m_d (l_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2))^2 + \frac{1}{2}m_d l_3^2 \dot{\theta}_3^2 \end{aligned} \quad (62)$$

a energia potencial \mathcal{V} , pela (63).

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} E_1 I_1 (w_1'')^2 dx_1 + \frac{1}{2} \int_0^{l_2} E_2 I_2 (w_2'')^2 dx_2 + \frac{1}{2} k_s (\theta_4 - \theta_1)^2 + \frac{1}{2} k_s (\theta_5 - \theta_2)^2 \quad (63)$$

onde a função $\frac{1}{2}k_s(\theta_4 - \theta_1)^2$ e $\frac{1}{2}k_s(\theta_5 - \theta_2)^2$ representa a energia do acoplamento de mola entre o elo e o motor, sendo k_s a constante de mola.

A função lagrangeana do modelo, pode ser obtida conforme a equação (64)

$$\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{V}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \int_0^{l_1} \left\{ \frac{1}{2} A_1 \rho_1 (x_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1)^2 - \frac{1}{2} E_1 I_1 (w_1'')^2 \right\} dx_1 - \frac{1}{2} k_s (\theta_4 - \theta_1)^2 \\ & + \int_0^{l_2} \left\{ \frac{1}{2} A_2 \rho_2 (x_2 \dot{\theta}_2 + \dot{w}_2)^2 + A_2 \rho_2 (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_2) (x_2 \dot{\theta}_2 + \dot{w}_2) \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} E_2 I_2 (w_2'')^2 \right\} dx_2 + \frac{1}{2} m_2 (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))^2 - \frac{1}{2} k_s (\theta_5 - \theta_2)^2 \\ & + m_d l_3 \dot{\theta}_3 \{ (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_3) + (l_2 \dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2)) \cos(\theta_2 - \theta_3) \} \\ & + (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) (l_2 \dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2)) \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{2} m_d (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))^2 \\ & + \frac{1}{2} m_d (l_2 \dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2))^2 + \frac{1}{2} m_d l_3^2 \dot{\theta}_3^2 \end{aligned} \quad (64)$$

Conforme (24), podemos reescrever a função lagrangeana, conforme (65)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \hat{L}^1 dx_1 + \frac{1}{2} \int_0^{l_2} \hat{L}^2 dx_2 + L_B + L_D \quad (65)$$

Ao expandir a equação (64), obtém-se a equação (65). Observa-se que para melhor visualização, os termos da função lagrangeana foram separados.

$$\begin{aligned}
\hat{L}^1 &= \frac{1}{2}A_1\rho_1(x_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1)^2 - E_1I_1(w_1'')^2 \\
\hat{L}^2 &= \frac{1}{2}A_2\rho_2(x_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2)^2 + A_2\rho_2(l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))\cos(\theta_1 - \theta_2)(x_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2) \\
&\quad - \frac{1}{2}E_2I_2(w_2'')^2 \\
L_B &= \frac{1}{2}A_1\rho_1(x_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1)^2 - \frac{1}{2}E_1I_1(w_1'')^2 + \frac{1}{2}A_2\rho_2(x_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2)^2 \\
&\quad + A_2\rho_2(l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))\cos(\theta_1 - \theta_2)(x_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2) - \frac{1}{2}E_2I_2(w_2'')^2 \\
&\quad + \frac{1}{2}m_2(l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))^2 + m_d l_3 \dot{\theta}_3 \{ (l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))\cos(\theta_1 - \theta_3) \\
&\quad + (l_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2))\cos(\theta_2 - \theta_3) \} + (l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))(l_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2))\cos(\theta_1 - \theta_2) \\
&\quad + \frac{1}{2}m_d(l_1\dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1))^2 + \frac{1}{2}m_d(l_2\dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2))^2 \\
L_D &= -\frac{1}{2}k_s(\theta_4 - \theta_1)^2 - \frac{1}{2}k_s(\theta_5 - \theta_2)^2 + \frac{1}{2}m_d l_3^2 \dot{\theta}_3^2
\end{aligned} \tag{66}$$

Definidas as equações, pode-se agora aplicar o princípio de Hamilton Estendido, conforme a equação (67)

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta\mathcal{L} + \delta\mathcal{W}_{nc}) dt = 0 \tag{67}$$

onde, não foi acoplado nenhum tipo de atuador no sistema, desta forma $\mathcal{W}_{nc} = 0$.

Observa-se pela equação (65) que o sistema possui vários graus de liberdade tanto de elementos rígidos como flexível, classificando-o assim como um sistema de coordenadas híbridas, portanto, faz se necessário desacoplar as equações conforme mostrado na equação (27). As equações da dinâmica do sistema são mostradas na equação (68).

Para θ_1 , obtém-se :

$$\begin{aligned}
& \int_0^{l_1} \left\{ A_1 \rho_1 x_1 (x_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1) \right\} dx_1 + l_1 \int_0^{l_2} \left\{ A_2 \rho_2 x_2 (x_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2) \right\} dx_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad + l_1 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \int_0^{l_2} \left\{ A_2 \rho_2 x_2 (x_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2) \right\} dx_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad + l_1 m_2 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) + l_1 m_3 (l_2 \dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2)) \cos(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad + l_1 m_3 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) (l_2 \dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2)) \sin(\theta_1 - \theta_2) + l_1 l_3 m_3 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) \\
& \quad + l_1 m_3 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) + l_1 l_3 m_3 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_1) \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_1 - \theta_3) \\
& \quad + (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) \int_0^{l_1} \left\{ A_2 \rho_2 x_2 (x_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2) \right\} dx_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad + m_3 (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) (l_2 \dot{\theta}_2 + \dot{w}_2(l_2)) \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad l_3 m_3 \dot{\theta}_3 (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) \sin(\theta_1 - \theta_3) - k_s (\theta_4 - \theta_1) = 0
\end{aligned} \tag{68a}$$

Para θ_2 , obtém-se :

$$\begin{aligned}
& \int_0^{l_2} \left\{ A_2 \rho_2 x_2 (x_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2) \right\} dx_2 + m_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad + l_2 m_2 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_2) + l_1 l_2 m_3 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad + l_2 m_3 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) (l_1 \dot{\theta}_1 + \dot{w}_1(l_1)) \sin(\theta_1 - \theta_2) + l_2 l_3 m_3 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_2) \\
& \quad + l_2 m_3 (l_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2(l_2)) + l_2 l_3 m_3 (\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) \\
& \quad + \int_0^{l_2} \left\{ A_2 \rho_2 x_2 (x_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2) \right\} dx_2 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad + m_3 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) (l_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2(l_2)) \sin(\theta_1 - \theta_2) \\
& \quad + l_3 m_3 \dot{\theta}_3 (l_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2(l_2)) \sin(\theta_2 - \theta_3) - k_s (\theta_5 - \theta_2) = 0
\end{aligned} \tag{68b}$$

Para θ_3 , obtém-se :

$$\begin{aligned}
& l_2^2 m_3 \ddot{\theta}_3 - l_3 m_3 \dot{\theta}_1 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) \sin(\theta_1 - \theta_3) - l_3 m_3 \dot{\theta}_2 (l_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2(l_2)) \sin(\theta_2 - \theta_3) \\
& \quad + l_3 m_3 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_3) + l_3 m_3 (l_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2(l_2)) \cos(\theta_2 - \theta_3) = 0
\end{aligned} \tag{68c}$$

Para w_1 , obtém-se :

$$A_1 \rho_1 x_1 (x_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1) + E_1 I_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} = 0 \tag{68d}$$

Para w_2 , obtém-se :

$$A_2 \rho_2 x_2 (x_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2) + E_2 I_2 \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + m_2 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_2) = 0 \quad (68e)$$

Com as condições de contorno, conforme:

Para Elo 1:

Em $x_1 = 0$:

$$w_1(0, t) = 0$$

$$\frac{\partial w_1(0, t)}{\partial x} = 0;$$

Em $x_1 = l_1$:

$$E_1 I_1 \frac{\partial^3 w(l_1, t)}{\partial x_1^3} = \left(m_3 l_2 \ddot{\theta}_2 + m_3 \ddot{w}_2(l_2) + \int_0^{l_2} \{ A_2 \rho_2 (x_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_1) \} dx_2 \right) \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ m_3 l_3 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) + m_2 l_1 \ddot{\theta}_2 + m_3 l_1 \ddot{\theta}_1 + m_2 \ddot{w}_1(l_1) + m_3 \ddot{w}_1(l_1);$$

Para Elo 2:

Em $x_2 = 0$:

$$w_2(0, t) = 0;$$

Em $x_2 = l_2$:

$$E_2 I_2 \frac{\partial^2 w(l_2, t)}{\partial x_2^2} = m_3 (l_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{w}_1(l_1)) \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3 l_3 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) + \\ m_3 (l_2 \ddot{\theta}_2 + \ddot{w}_2(l_2))$$

Observe que nenhuma discretização da flexibilidade do vínculo estrutural foi feita. Como resultado da equação (68) tem-se a dinâmica exata do manipulador, com infinitos graus de liberdade, no entanto, este modelo é inviável para simulação numéricas, assim, necessita-se aplicar o método de modos assumidos para obter as simulações do sistema, assim tem-se as seguintes relações (69).

$$w_i(x_i, t) \approx \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x_i) q_{ij}(t) \quad (69a)$$

$$\dot{w}_i(x_i, t) \approx \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x_i) \dot{q}_{ij}(t) \quad (69b)$$

$$\frac{\partial^2 w_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} \approx \frac{\partial^2 \phi_{ij}(x_i)}{\partial x_i^2} q_{ij}(t) \quad (69c)$$

$$\int_0^{l_i} \left\{ A_i \rho_i x_i (x_i \ddot{\theta}_i + \dot{w}_i) \right\} dx_i \approx \frac{1}{2} A_i \rho_i l_i^2 \ddot{\theta}_i + \left\{ \int_0^{l_i} \phi_{ij}(x_i) dx_i \right\} \dot{q}_{ij}(t) \quad (69d)$$

Por fim, pode-se reescrever o sistema (68) na forma matricial, conforme mostrado na equação (145)

$$\mathbf{M}(\theta, q) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \mathbf{C}(\dot{\theta}, \theta, \dot{q}, q) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \mathbf{K}(\theta, q) = 0 \quad (70)$$

Os termos da matriz, $\mathbf{M}(\theta, q)$, $\mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{q})$ e $\mathbf{K}(\theta, q)$ podem ser vistos no anexo A.

Para demonstrar a interação não-ideal entre a carga, seja ela acoplada por uma componente de elasticidade, primeiro modelo, ou mesmo a interação entre a vibração da máquina rotativa na extremidade do manipulador, segundo modelo, será apresentado os resultados a respeito das energias, Cinética \mathcal{T} e Potencial \mathcal{V} , dos modelos e como há a troca de energia com a ferramenta ou carga do manipulador.

2.6 RESULTADOS

Nas sessões 2.4.1 e 2.5.3 foram apresentados dois modelos de manipuladores com características flexíveis que compõem o cenário de manipuladores robóticos com baixa massa a serem estudados, bem como as equação de energia cinética \mathcal{T} e potencial \mathcal{V} foram descritas para que seja possível o estudo de dinâmica e controle dos modelos.

Os coeficientes das matrizes deste modelos podem ser vistos pela tabela em anexo A.

Dentro do contexto apresentado de sistemas não ideais, pretende-se aqui demonstrar a interação entre os subsistemas, manipulador e ferramenta ou carga, bem como a troca de energia entre cada elemento. Para o primeiro modelo de manipulador com carga não ideal, apresentado na sessão 2.5.3, pretende-se aqui analisar a interação entre o manipulador e a carga acoplada, assim, os eixos dos motores serão fixados nas posições arbitrárias, $\theta_4 = 1.2$ rad e $\theta_5 = -1.2$ rad.

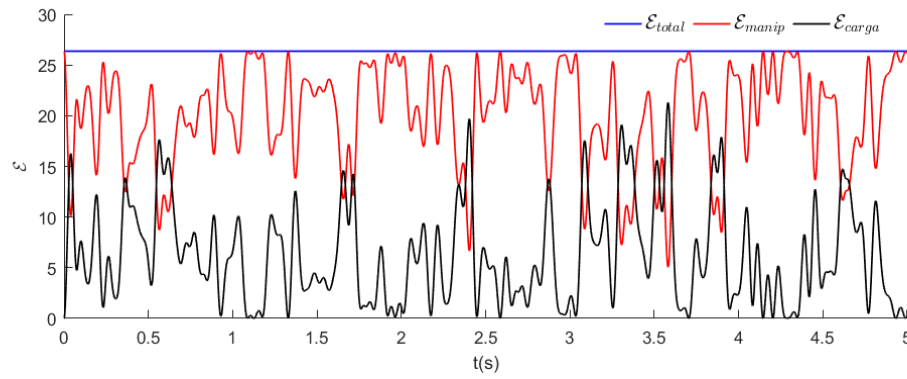
Para se obter a energia em regime estacionário do modelo, considerando $\ddot{\theta}_i = \dot{\theta}_i = \dot{\ell} = 0$, onde a energia do regime estacionário é dada por \mathcal{E}_0^* . Uma pequena perturbação será acrescen-

tada no sistema para analisar a interação entre o manipulador e a carga, desta forma, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0^* + \zeta$, onde ζ é uma pequena fração de \mathcal{E}_0^* . Com base em \mathcal{E} , pode se obter as condições iniciais para analisar a interação entre os sistemas, a equação que relacionada a perturbação é dada por (71)

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0^* + \zeta \quad (71)$$

A troca de energia cinética entre o manipulador e a carga é mostrada na figura 18. O traçado em vermelho mostra a Energia Cinética do Manipulador e o traçado em preto a Cinética da Carga, a região em branco entre as energias representa as energias potenciais da carga e do manipulador. Observa-se que ao acréscimo de energia da carga acarreta na redução da energia do manipulador, esse evento é dado pela troca de energia entre os sistemas.

Figura 12 - Troca de Energia Cinética entre a carga e o manipulador com carga não-ideal



A característica de acoplamento não-ideal, que para o primeiro exemplo de manipulador representada pelo coeficiente de elasticidade do elemento que liga a carga ao manipulador, traz uma nova dinâmica para o sistema, em comparação ao sistema ideal.

Ao analisar o modelo de manipulador com ferramenta rotativa na extremidade adota-se analogia semelhante a apresentada para o primeiro modelo de manipulador com carga não-ideal. Para o manipulador de elos flexíveis, assume-se um modo de vibrar, definido pela equação (72), os coeficientes de (72) são $\beta = 1.87$ e $C = 1$, conforme pode ser visto em Rao (2009), para o caso de uma viga engastada com a extremidade livre.

$$\phi_{i1}(x_i) = C \left[\sin \beta_1 x_i - \sinh \beta_1 x_i + \left(\frac{\sin \beta_1 l_i - \sinh \beta_1 l_i}{\cos \beta_1 l_i - \cosh \beta_1 l_i} \right) (\cosh \beta_1 x_i - \cos \beta_1 x_i) \right] \quad (72)$$

Considerando um estado de energia estacionária \mathcal{E}_0^* , acrescenta-se uma pequena perturbação no sistema, dada por ζ , conforme (71). Como o acoplamento é feito por uma ferramenta rotativa, considera-se uma velocidade inicial ao eixo do θ_3 , arbitrariamente definida

como $\dot{\theta}_3 = 2400$ RPM. Um pequeno desbalanceamento é acrescido ao motor da ferramenta rotativa, com valor de $l_3 = 1$ mm. O resultado pode ser observado pela figura 13.

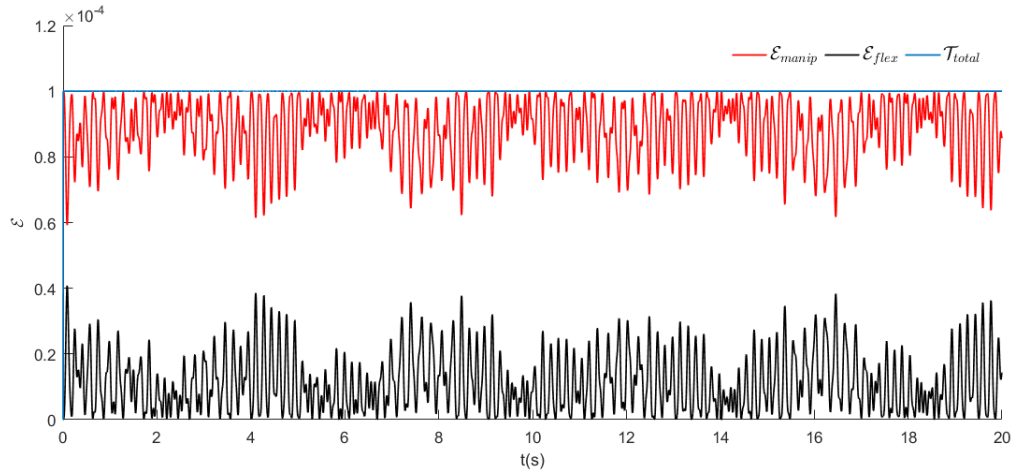


Figura 13 - Troca de Energia Cinética e Potencial entre elos flexíveis e Juntas flexíveis do manipulador ferramenta rotativa

Na figura 13 é apresentada a troca de energia entre o manipulador com as juntas flexíveis e a energia dos elos flexíveis, com traço em vermelho é mostrado a Energia Potência, com traço em preto a Energia Cinética e a região em branco, entre a energia cinética e potencial, diz respeito a energia da ferramenta rotativa. Embora o acoplamento da ferramenta rotativa na extremidade do manipulador seja um acoplamento simples, a interação entre a ferramenta e os elementos flexíveis do manipulador podem ser vistas na figura 13, onde a componente de maior frequência diz respeito a energia dos elos flexíveis, já a componente de menor frequência está relacionada às juntas flexíveis.

2.7 CONCLUSÃO

No Capítulo 2 foram apresentadas as técnicas de modelagem de manipuladores robóticos com características flexíveis. O Princípio de Hamilton fornece as ferramentas para modelagem de sistema flexíveis e a Equação de Euler Lagrange para sistemas rígidos. Ao se trabalhar com composição de sistemas rígidos e flexíveis foi necessário apresentar o desacoplamento das equações do sistema híbrido.

Após deduzidas as equações para os dois modelos de manipuladores, fez-se a análise das energias envolvidas nos sistemas e subsistemas, onde observa-se a considerável interação entre o manipulador e a carga ou ferramenta acoplada. Embora muitos trabalhos desconsiderem a interação entre uma fonte de energia externa e o sistema principal, pretende-se no próximo capítulo apresentar a análise dinâmica entre os acoplamentos.

3 ANÁLISE DINÂMICA

3.1 INTRODUÇÃO

O estudo da dinâmica tem início em meados 1600, onde Newton enuncia as leis do movimento. Conforme a complexidade dos sistemas analisados aumentava, gerações de matemáticos tentaram estender os métodos analíticos de Newton para problemas como, a interação de três corpos (Sol, Terra e Lua). Após décadas de esforço, percebeu-se que era impossível resolver, tais sistemas, obtendo formulas explícitas.

Henri Poincaré, no final do século XIX introduz um novo ponto de vista em sistemas dinâmico, por uma abordagem qualitativa dos problemas, bem como, observou a possibilidade do caos em sistemas aperiódicos com sensibilidade as condições iniciais. Mas foi após invenção do computador de alta velocidade na década de 1950 que permitiu "enxergar" as equações de uma maneira que era impossível antes, e, desse modo, desenvolver alguma intuição sobre sistemas não-lineares.

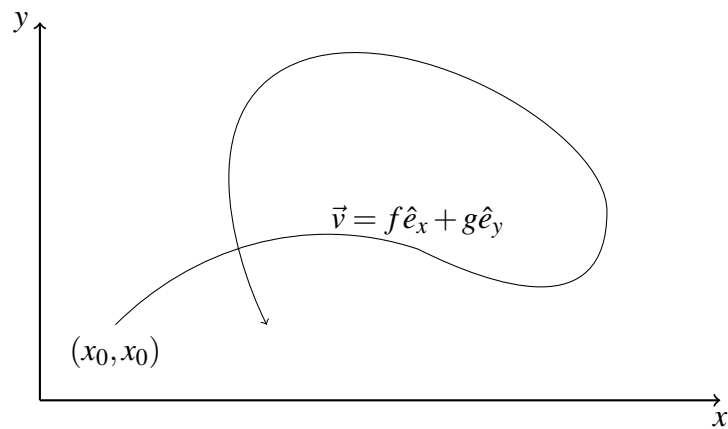
Nas sessões seguintes serão apresentados alguns métodos de análise para sistema não lineares que fundamentam da discussão deste trabalho.

3.2 REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE FASE

A trajetória de um sistema de Dimensão D com configurações generalizadas pode apresentar uma mesma posição em diferentes instantes de tempo, embora o sistema adquira a mesma configuração nestes dois momentos diferentes, não está no mesmo estado.

A representação por Espaço de Fase mostra a evolução da trajetória de sistema num plano, tipicamente \mathbb{R}^2 . Considerando um vetor $\vec{v} = f\hat{e}_x + g\hat{e}_y$ que evolui num plano (x, y) , pode se ver o percurso pelo traçado do gráfico com a evolução do tempo, SAVI (2006), conforme a figura 14.

Figura 14 - Separação das trajetórias no Espaço de Fase



Fonte: Adaptado de SAVI (2006)

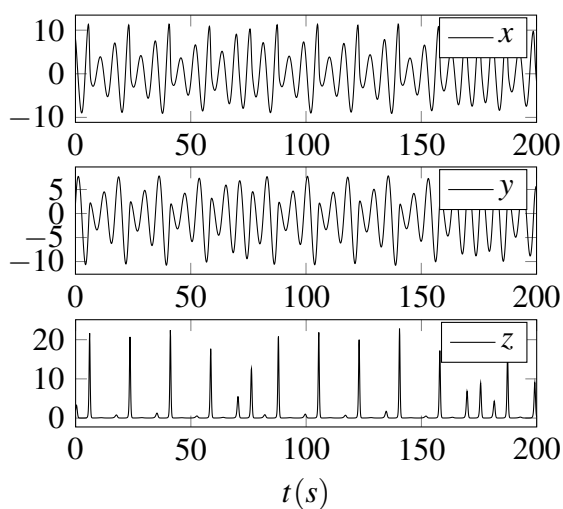
Para ilustrar a definição, segue-se abaixo o exemplo 3.1.

Exemplo 3.1. O Sistema de Rossler é descrito pela equação (73).

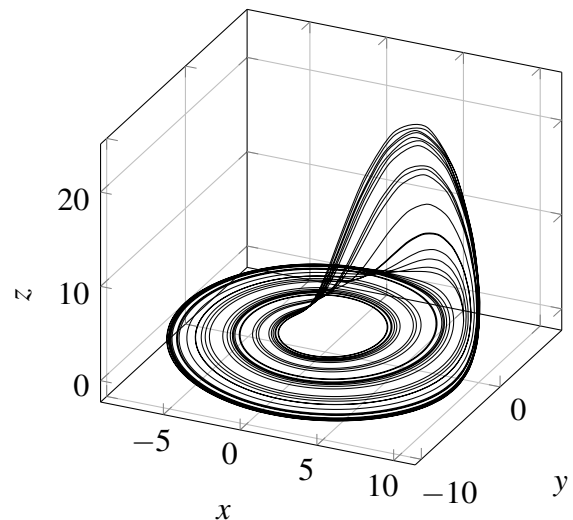
$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + a \cdot y \\ \dot{z} = b + z \cdot (x - c) \end{cases} \quad (73)$$

Considera-se um espaço de Fase \mathbb{R}^3 , onde assume-se os termos $a = 0.2, b = 0.2, c = 5,7$ com condições iniciais $(x_0, y_0, z_0) = (8, 2, 2)$. A figura 15a representa a evolução do sistema no tempo, na figura 15b é mostra sua representação em espaço de fase.

Figura 15 - Comparação entre representação no Tempo e Diagrama de Fases



(a) Representação no tempo para o Sistema de Rossler.



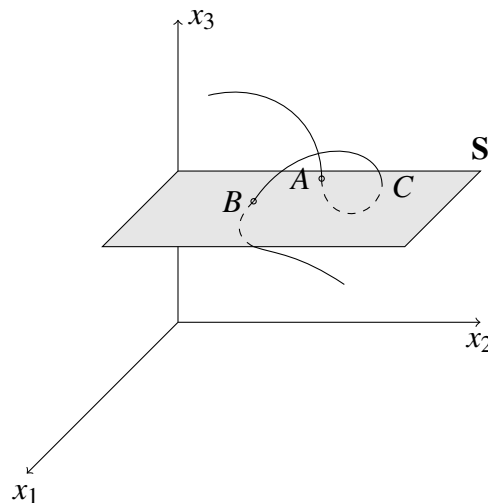
(b) Representação do diagrama de Fases do Atrator de Rossler.

3.3 MAPA DE POINCARÉ

O Mapa de Poincaré é um dispositivo matemático, cuja finalidade é reduzir o estudo de fluxo num espaço de fase de dimensão N para o estudo de um mapa de fase de dimensão $N - 1$ (MONTEIRO, 2006).

O procedimento para obtenção da seção de Poincaré é dada a partir da definição de uma superfície transversal S . A figura 16 descreve o espaço de fase de um sistema \mathbb{R}^3 , onde se registra a passagem da trajetória de fase pela superfície S , como demonstra os pontos A , B , a passagem por C não é registrada, pois para este caso, não possui a mesma direção que A e B .

Figura 16 - Mapa de Poincaré



Fonte: Adaptado de (MONTEIRO, 2006)

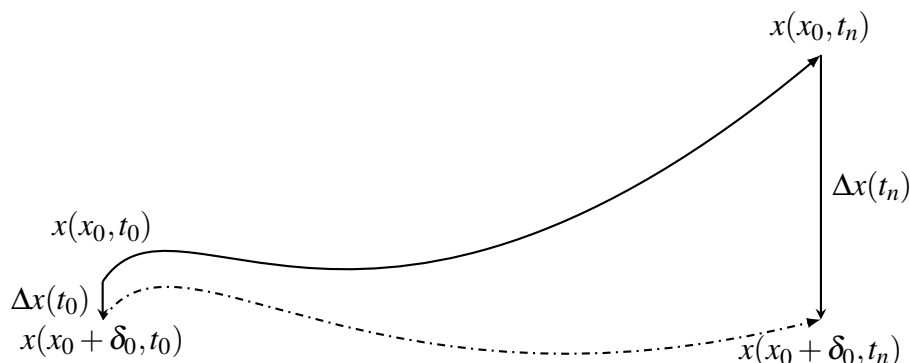
Observa-se pela figura 16 que somente os pontos onde a variação de < 0 são registrados no mapa, assim a superfície S , do ponto de vista numérico registra a ultrapassagem do espaço de fase, dando uma noção da dinâmica do sistema, quanto ao comportamento periódico ou aperiódico.

3.4 EXPOENTE DE LYAPUNOV

O Expoente de Lyapunov, apresentado por Aleksandr Lyapunov no século XIX, fornece a ferramenta para discussão de estabilidade em sistema dinâmicos, a partir da observação da velocidade de divergência entre dois estados do sistema.

Definidas duas trajetórias, $x(x_0)$ e $x(x_0 + \delta_0)$, com condições iniciais próximas que evoluem no plano de fase, onde x_0 é a condição inicial de uma trajetória e $x_0 + \delta_0$ da trajetória próxima, conforme figura 17.

Figura 17 - Duas trajetórias com condições próximas



Tem-se que se as órbitas forem caóticas¹, a distância cresce exponencialmente quando $t \rightarrow \infty$. Esta definição pode ser expressa matematicamente, conforme a equação (74).

$$\|\delta_n\| \approx \|\delta_0\| e^{(n\lambda)} \quad (74)$$

sendo λ o expoente de lyapunov que quantifica a divergência das órbitas analisadas. Pode-se então aproximar, conforme (75).

$$\ln \|\delta_n\| \approx \|\delta_0\| + n\lambda \quad (75a)$$

$$\lambda \approx \frac{1}{n} \ln \left\| \frac{\delta_n}{\delta_0} \right\| \quad (75b)$$

assim,

$$\|\delta_n\| = f^n(x_0 + \delta_0) - f^n(x_0) \quad (76)$$

Como a diferença das trajetórias é muito pequena, temos que $\delta_0 \rightarrow 0$, podendo assim, substituir a equação (76) na equação (75b), temos então

$$\lambda \approx \frac{1}{n} \left\| (f^n)'(x_0) \right\| \quad (77)$$

Usando a regra da cadeia:

$$(f^n)'(x_0) = \prod_{i=0}^{n-1} f'(x_i), \quad (78)$$

¹O caos é um comportamento aperiódico de longo tempo em um sistema determinístico que exibe uma dependência sensível das condições iniciais.

$$\lambda \approx \frac{1}{n} \ln \left\| \prod_{i=0}^{n-1} f'(x_i) \right\| = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln \|f'(x_i)\| \quad (79)$$

Por fim, $n \rightarrow \infty$, tempo e equação do expoente de Lyapunov:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln \|f'(x_i)\| \quad (80)$$

O expoente de Lyapunov pode indicar comportamento do sistema.

- $\lambda < 0$ A órbita é atraída para um ponto fixo estável ou uma órbita periódica estável. Os expoentes negativos de Lyapunov são característicos de sistemas dissipativos ou não conservativos (oscilador harmônico amortecido). Tais sistemas apresentam estabilidade assintótica. Quanto mais negativo o expoente, maior a estabilidade.
- $\lambda = 0$ A órbita é um ponto fixo neutro. Um expoente de zero de Lyapunov nulo indica que o sistema está em algum tipo de modo estável. Um sistema físico com esse expoente é conservador. Tais sistemas apresentam estabilidade. Como exemplo, tem-se dois osciladores harmônicos simples idênticos com diferentes amplitudes, como a frequência é independente da amplitude, um retrato de fase dos dois osciladores seria um par de círculos concêntricos;
- $\lambda > 0$ A órbita é instável e caótica. Os pontos nas proximidades, por mais próximos que sejam, divergem para qualquer separação arbitrária. Dizem que esses pontos são instáveis;

3.5 RESULTADOS

Nesta sessão serão apresentadas as análises dinâmicas para os dois modelos propostos. A partir da abordagem de sistemas não ideais, pretende-se aqui analisar a interação entre os elos flexíveis, seja somente junta flexível ou junta e elo flexível, com o acoplamento do motor que leva o sistema a um posicionamento desejado, observa-se que os conceitos para controle de posicionamento ainda não foram introduzidos, os quais serão apresentados no capítulo 5 e a teoria de controle no capítulo 4.

3.5.1 Modelo de Manipulador Com Juntas Flexíveis para Carregamento Não-Ideal

Para o modelo de manipulador de juntas flexíveis com carga não ideal, apresentado na sessão 2.4.1, pretende-se aqui analisar a interação do elos com os eixos onde estão acoplados os

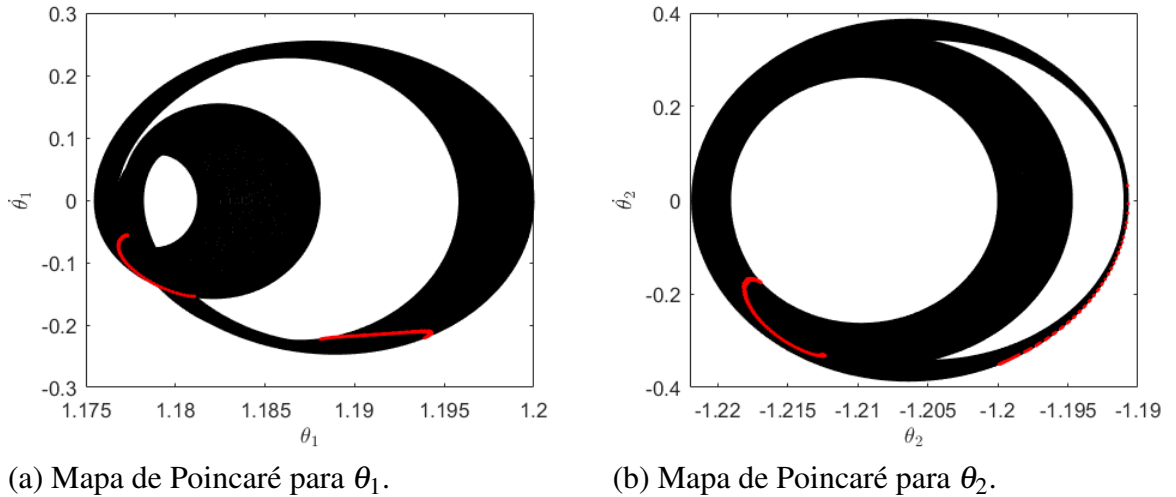
motores, desta forma faz-se necessário fixar os eixos $\theta_M = [\theta_4 \ \theta_5]^T$. Arbitrariamente define-se como $\theta_4 = 1.2$ rad e $\theta_5 = -1.2$ rad.

Considerando as energias Cinética e Potencial do modelo, descritas na sessão 2.3, temos que Energia Mecânica \mathcal{E} é dada pela equação (71).

Assim, pode-se obter a energia em regime estacionário do modelo, considerando $\ddot{\theta}_i = \dot{\theta}_i = \dot{\ell} = 0$, obtendo então a energia do regime estacionário \mathcal{E}_0^* . Uma pequena perturbação será acrescentada ao sistema para analisar a interação entre os elos, desta forma, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \zeta$, onde ζ é uma pequena fração de \mathcal{E}_0 . Com base em \mathcal{E} , pode se obter as condições iniciais para analisar a interação entre os sistemas.

A Figura 18 apresenta o digrama de fase dos dois elos do manipulador, θ_1 e θ_2 , com suas velocidades $\dot{\theta}_1$ e $\dot{\theta}_2$. Uma pequena variação da energia em regime estacionário foi acrescentada as condições iniciais, $\zeta = \mathcal{E}_0/100$. A superfície do mapa de Poincaré S para 18a e 18b, em vermelho, demonstra um comportamento periódico. Esse comportamento, mostrado na figura 18, expressa a dinâmica do manipulador com elos flexíveis sem a adição da carga na extremidade do efetuador.

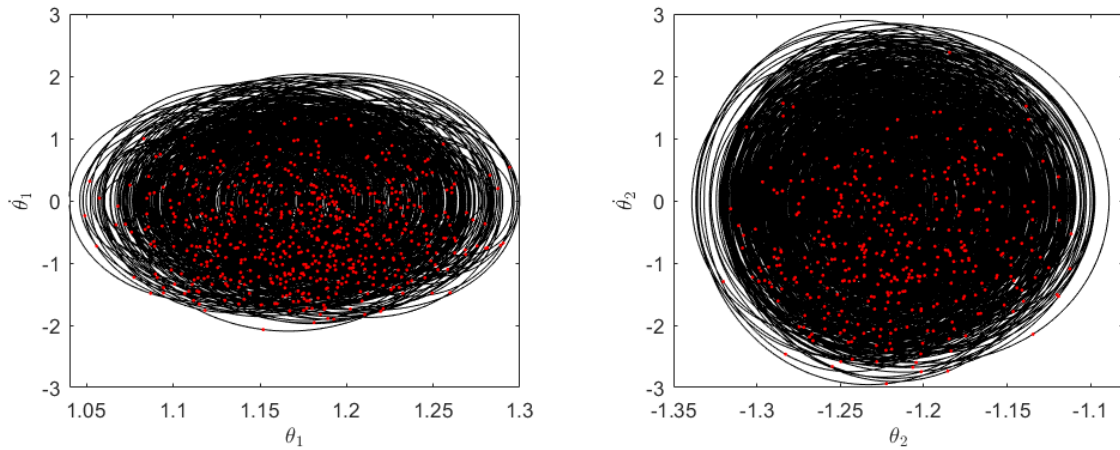
Figura 18 - Diagrama de Fase e Mapa de Poincaré para Sistema Sem Carga Não-Ideal



Para analisar o sistema com a carga não ideal acoplada ao manipulador, repete-se o procedimento descrito na figura 18, no entanto, agora será acrescido a dinâmica da carga. Fixando os eixos θ_4 e θ_5 , define-se a energia $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \zeta$, onde $\zeta = \mathcal{E}_0/100$. A figura 19 apresenta a dinâmica do sistema com carga não-ideal acoplada a extremidade do manipulador. Percebe-se pelas figuras 19a e 19b que a interação entre o elo e o eixo flexível do manipulador não apresenta órbitas periódicas, pois o diagrama de fase cruza a superfície de Poincaré em inúmeros pontos distintos. Tal comportamento, em análise de sistemas dinâmicos, pode ser classificado com evidência de comportamento caótico, porém, ainda não pode se afirmar que o sistema possui caos,

faz-se necessário utilizar-se de outra ferramenta analítica.

Figura 19 - Diagrama de Fase e Mapa de Poincaré para Sistema Com Carga Não-Ideal

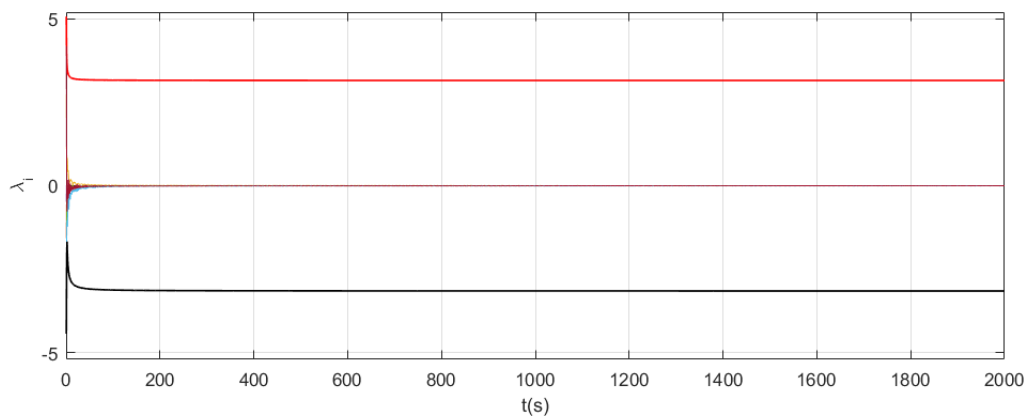


(a) Mapa de Poincaré para θ_1 .

(b) Mapa de Poincaré para θ_2 .

Desta forma, conforme apresentado na sessão 3.4, com o método do Expoente de Lyapunov, pode se verificar a sensibilidade as condições iniciais do sistema. Aplicando o Expoente de Lyapunov no modelo de manipulador com carga não-ideal acoplada da extremidade obtém-se o gráfico da figura 20.

Figura 20 - Exponente de Lyapunov para o Manipulador Com Carga Não-Ideal



O resultado da figura 20, comprova o resultado indicado pela figura 19. Conforme pode ser visto pelo gráfico, figura 20 o sistema tem grande sensibilidade a condições iniciais, pois o expoente é positivo, para $\lambda_1 = 3.2$ apresentado em vermelho.

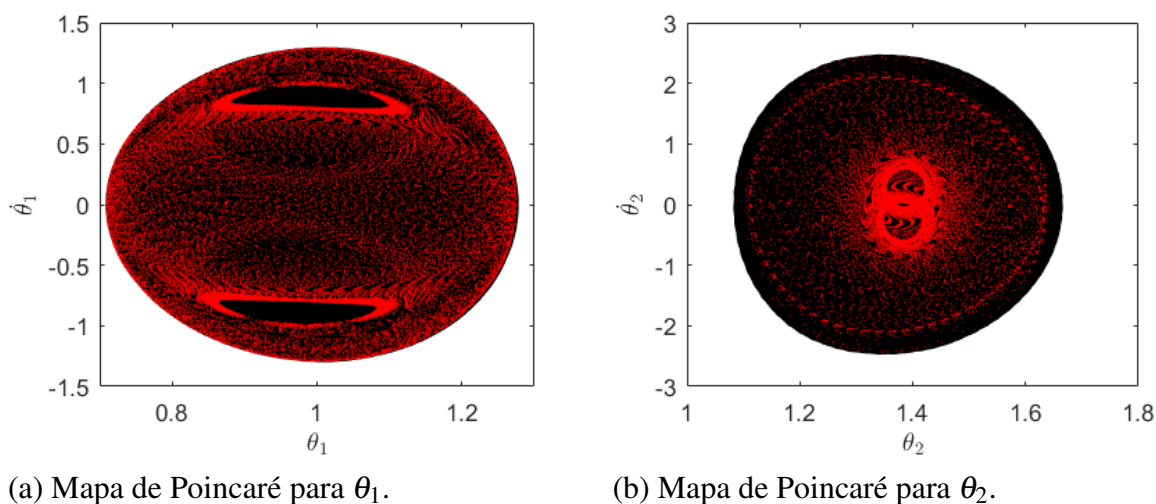
3.5.2 Modelo de Manipulador Flexível com Ferramenta Rotativa Não-Ideal

O modelo de Modelo de Manipulador Flexível com Ferramenta Rotativa Não-Ideal foi apresentado na sessão 2.5.3, a análise dinâmica seguirá os mesmos passos da sessão 3.5.1. Pretende-se aqui analisar a interação entre a ferramenta rotativa do manipulador e os elementos flexíveis do manipulador, para isso, faz-se necessário fixar os eixos $\theta_M = [\theta_4 \ \theta_5]^T$, novamente uma posição arbitrária como $\theta_4 = 1.2$ rad e $\theta_5 = -1.2$ rad.

Obtém-se a energia em regime estacionário do modelo, considerando $\ddot{\theta}_i = \dot{\theta}_i = \dot{q}_i = 0$, onde define-se a então a energia do regime estacionário com \mathcal{E}_0^* . Uma pequena perturbação será acrescentada no sistema, desta forma, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \zeta$, onde ζ é uma pequena fração de \mathcal{E}_0 . Com base em \mathcal{E} , pode se obter as condições iniciais para analisar a interação entre os sistemas.

A figura 21 apresenta o digrama de fase dos dois elos do manipulador θ_1 e θ_2 , com as respectivas velocidades $\dot{\theta}_1$ e $\dot{\theta}_2$. Uma pequena variação da energia em regime estacionário foi acrescentado as condições iniciais, $\zeta = \mathcal{E}_0/100$. A superfície do mapa de Poincaré \mathcal{S} para 21a e 21b, em vermelho, demonstra um comportamento com indícios de caos. Esse comportamento, demonstrado na figura 18, expressa a dinâmica do manipulador com elos flexíveis com a adição da carga na extremidade do efetuador, comportamento similar é encontrado no manipulador sem a adição da carga.

Figura 21 - Diagrama de Fase e Mapa de Poincaré para Sistema Ferramenta Rotativa Não-Ideal



Para confirmação do comportamento caótico do sistema, apresenta-se o gráfico do Exponente de Lyapunov na figura 22.

O resultado da figura 22, comprova um comportamento caótico, ou seja, o sistema tem grande sensibilidade a condições iniciais, pois o expoente é positivo, para $\lambda_1 = 1.97$ apresentado em vermelho.

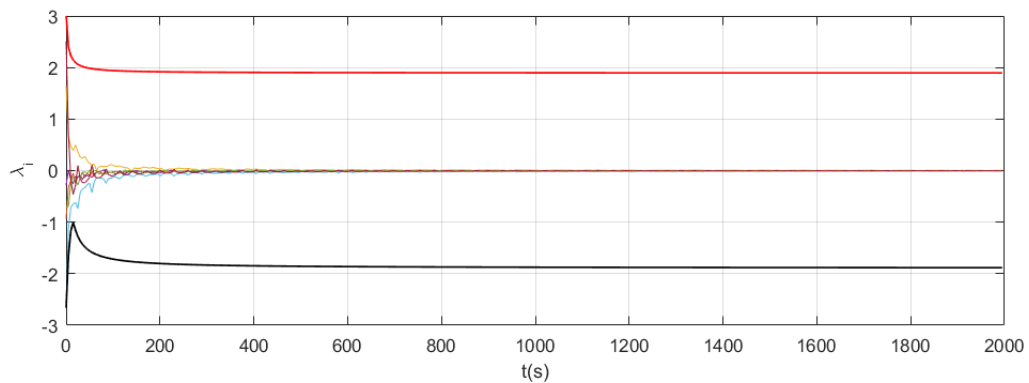


Figura 22 - Exponente de Lyapunov para o Manipulador Com Ferramenta Rotativa Não-Ideal

3.6 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentada técnicas matemáticas para identificação de comportamento caótico. Apresentado os dois modelos de manipuladores, foi possível afirmar que a interação entre o objeto a ser manipulado pelos modelos de robôs possui comportamento caótico quando analisado a interação do manipulador aos eixos fixados aos motores. Esse comportamento caótico traz desafios ao projeto de controladores para os sistemas apresentados.

Desta forma, após explorar a dinâmica dos manipuladores será discutido a proposta de controle para posicionamento no próximo capítulo.

4 ESTRATÉGIA DE CONTROLE

4.1 INTRODUÇÃO

Com a grande expansão da engenharia aeroespacial, com início da década de 80, houve grande incentivo para desenvolvimento de sistemas de controle, bem como as técnicas de projeto de controladores, com enfoque na minimização dos recursos utilizados ou na trajetória ótima de voo de veículos espaciais.

Desde então, teorias de controle ótimo linear como controlador LQR (Linear-Quadratic Regulator) vem sendo amplamente com sucesso em sistemas lineares, ou mesmo em alguns casos de sistemas não lineares em torno de um ponto de linearização, porém restrito a uma pequena faixa de operação do sistema.

Impulsionados pela grande demanda de setor de desenvolvimento como setor industrial, aeroespacial e de defesa, e uma maior disponibilidade de microcontroladores de alto processamento e baixo custo houve um grande crescimento técnicas e algoritmos voltados a aplicação de controle não linear em sistemas dinâmicos.

Neste trabalho, a abordagem de controle será a estratégia de controle SDRE. O controlador SDRE é conhecido e se tornou muito popular dentro da comunidade acadêmica na última década, proporcionando uma solução muito eficaz Algoritmo para sintetizar controles de feedback não-linear por permitindo não-linearidades nos estados do sistema, além de oferecendo grande flexibilidade de design através do estado dependente Matrizes de ponderação Matrizes de ponderação.

Este método, proposto pela primeira vez por Pearson (1962) e depois expandido por Wernli e Cook (1975) , bem como por reformulado por Mracek e Cloutier (1998). O algoritmo SDRE captura totalmente as não-linearidades do Sistema, trazendo o sistema não-linear para uma estrutura com matrizes de coeficiente dependente do estado (SDC) e minimiza um índice de desempenho não-linear com um Estrutura quadrática.

4.2 CONTROLE SDRE (*STATE DEPENDENT RICCATI EQUATION*)

A proposta de controlador SDRE utiliza-se método do controle LQR para encontrar o ganho da variável de controle ótimo, porém, o controle LQR aplica-se apenas a problemas lineares ou linearizados, desta forma, o controle SDRE apresenta-se como um método iterativo para controle de sistemas dinâmicos, atualizando as matrizes de estado do sistema a cada interação.

Antes de apresentar a técnica de controle SDRE, torna-se importante algumas definições prévias. A primeira discussão faz-se a respeito das técnicas de controle moderno, onde os problemas se apresentam na representação de espaço de estado, conforme será apresentado na sessão 4.2.1. Posteriormente será apresentada a dedução da solução de controle ótimo pela equação de Riccati, e por fim, a proposta de controle SDRE para tempo discreto.

4.2.1 Espaço de Estado

De acordo com Ogata (2003) muitos problemas de controle podem ser representados por equações em espaço de estados conforme a equação (81)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}\tag{81}$$

Onde \mathbf{A} é uma matriz de coeficiente $n \times n$ (matriz de estados), \mathbf{B} é uma matriz de entrada $n \times r$, \mathbf{D} e \mathbf{C} é a matriz de saída $m \times n$. A variável x representa o vetor de estados, u é um vetor de controle r -dimensional e y é um vetor resposta m -dimensional.

Considerando $u = \mathbf{K}\mathbf{x}$ a lei de controle, onde \mathbf{K} é a matriz de ganho de realimentação de estados. Substituindo $u = \mathbf{K}\mathbf{x}$ em (81), obtém-se a correspondente em malha fechada conforme a equação

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x})(t)\tag{82}$$

Conhecendo-se as condições iniciais do sistema $x(0)$, pode se calcular a resposta em malha fechada do sistema pela equação (83).

$$\mathbf{x}(t) = e^{(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})t} \mathbf{x}(0)\tag{83}$$

Observa-se pela equação (83) que a resposta de um sistema estável, depende dos autovalores do termo $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$. A escolha dos ganhos do controlador \mathbf{K} alteram os polos do sistema, assim, existem diversas técnicas para escolha da matriz \mathbf{K} , entre elas, o método de projeto de controle pelo Regulador Quadrático Linear (LQR) que será apresentado em 4.2.2

4.2.2 Regulador Quadrático Linear - LQR

O regulador quadrático linear, comumente abreviado pela sigla LQR desempenha um papel fundamental em diversos métodos de controle moderno para solução de problemas de sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas, ditos MIMO (*multiple input, multiple output*). A

presença do método LQR pode ser visto em diversas técnicas modernas de controle como o controlador LQG (*linear quadratic Gaussian*) ou H_2 , Horizonte Infinito ou H_∞ e o controle SDRE (LUBLIN; ATHANS, 1996).

A formulação do controle ótimo LQR será apresentada, considerando o sistema em espaço de estado de (81), faz-se necessário definir o índice de desempenho a ser minimizado J , dessa forma temos, conforme Mracek e Cloutier (1998):

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (84)$$

sendo \mathbf{Q} a uma matriz hermitiana ou simétrica real definida positiva (ou semi-definida positiva) e \mathbf{R} é uma matriz hermitiana ou real simétrica definida positiva. As matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} determinam a importância relativa do erro e do dispêndio de energia.

Em consequência, se os elementos da matriz \mathbf{K} são determinados de modo a minimizar o índice de desempenho, então $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x}$ é ótimo qualquer que seja o estado inicial $x(0)$.

Substituindo a lei de controle $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x}$ no funcional J , temos a equação (85).

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K} \mathbf{x}) dt = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} dt \quad (85)$$

onde:

$$\mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} = -\frac{d}{dt} (\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}) \quad (86)$$

sendo \mathbf{P} uma matriz hermitiana ou real simétrica definida positiva. Assim temos:

$$\mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} = -\mathbf{x}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \mathbf{x} = -\mathbf{x}^T \left[(\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) \right] \mathbf{x} \quad (87)$$

Comparando ambos os membros desta última equação o observando-se que ela deve ser verdadeira para qualquer \mathbf{x} deve-se ter:

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) = -(\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \quad (88)$$

Pelo segundo método de Lyapunov, se $\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}$ é uma matriz estável, então existe uma matriz \mathbf{P} definida positiva que satisfaz (88) Por conseguinte, o procedimento a adotar é o da determinação dos elementos de \mathbf{P} a partir desta equação e verificar se ela é definida positiva.

O índice de desempenho J pode ser calculado considerando-se apenas as condições iniciais do sistema $x(0)$ da seguinte forma:

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K}\mathbf{R}\mathbf{K}) \mathbf{x} dt = -\mathbf{x}^T(\infty) \mathbf{P} \mathbf{x}(\infty) + \mathbf{x}^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}(0) \quad (89)$$

Como se admite que todos os autovalores de $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ têm parte real negativa, tem-se $\mathbf{x}(\infty) \rightarrow 0$. Obtém-se, portanto

$$J = \mathbf{x}^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}(0) \quad (90)$$

Assim, o índice de desempenho J pode ser obtido em termos de estado inicial $\mathbf{x}(0)$ e \mathbf{P} .

Para obter a solução do problema de controle ótimo quadrático, procede-se como a seguir: supondo que \mathbf{R} é uma matriz hermitiana ou real simétrica definida positiva, pode-se escrever $\mathbf{R} = \mathbf{T}^T \mathbf{T}$, onde \mathbf{T} é uma matriz não singular, então tem-se:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T) \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}) + \mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{T}^T \mathbf{T} \mathbf{K} = 0 \quad (91)$$

que pode ser escrita sob a forma:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \left[\mathbf{T} \mathbf{K} - (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \right] \left[\mathbf{T} \mathbf{K} - (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \right] - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (92)$$

A minimização de J com relação a \mathbf{K} requer a minimização de (92) com relação a \mathbf{K} :

$$\mathbf{x}^T \left[\mathbf{T} \mathbf{K} - (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \right]^T \left[\mathbf{T} \mathbf{K} - (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \right] \mathbf{x} \quad (93)$$

Como esta expressão é não negativa, o mínimo ocorre quando ela vale zero, ou seja, quando $\mathbf{T} \mathbf{K} = (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}$, assim:

$$\mathbf{K} = \mathbf{T}^{-1} (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (94)$$

A equação (94) fornece a matriz ótima \mathbf{K} . Em consequência a lei de controle ótimo para o problema de controle ótimo quadrático, quando o índice de desempenho é dado pela equação (92), é linear e é dada por:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{x} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \quad (95)$$

A matriz \mathbf{P} deve satisfazer a equação:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (96)$$

A equação (96) é chamada de equação matricial reduzida de Riccati que soluciona o problema de controle ótimo. Embora a solução de (96) atenda a proposta de controle, deve-se fazer algumas alterações para que seja possível a implementação em dispositivos digitais, desta forma, a sessão 4.2.3 traz a abordagem do controlador SDRE para tempo discreto.

4.2.3 Projeto de Controlador SDRE para tempo Discreto

A estratégia de controle proposto aqui é baseada em SDRE de tempo contínuo, mas em uma aplicação real é necessário incorporar o controle em um dispositivo digital, assim, deve-se ajustar o projeto a topologia de DSDRE (*Discrete-Time State Dependent Riccati Equation*).

A primeira etapa dá-se definindo o vetor de erro que deseja se minimizar. Neste trabalho, tipicamente o vetor de erro é composto pelos estados relacionados a uma nova coordenada que o manipulador deve alcançar, assim, temos a equação de erro definida por (97).

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d(t) \quad (97)$$

onde, $\mathbf{e}(t)$ é o vetor de erro, $\mathbf{x}_d(t)$ representa a coordenada desejada. $\mathbf{x}_d(t)$ é obtido encontrando o ponto de equilíbrio estático para as coordenadas de posicionamento.

O problema de controle ótimo para o sistema com coeficientes da matriz de estado e condição de horizonte infinito, conforme apresentado em (84), pode ser formulado em função das novas coordenadas de erro, conforme (98).

$$J_k = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left[\mathbf{e}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t) \right] dt \quad (98)$$

Como, apresentado na sessão 4.2.2, a solução do problema ótimo de controle é obtida pela equação de Riccati, conforme (99). Embora a solução de (99) forneça uma solução ótima de controle, no controle SDRE essa solução apresenta-se como sub-ótima, pois a cada interação recalcula-se o valor de ótimo local para o controle, com base nas matrizes de estado do erro $\mathbf{A}(\mathbf{e}(t), t)$ e \mathbf{B} .

$$\mathbf{A}(\mathbf{e}(t), t)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}(\mathbf{e}(t), t) - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (99)$$

Conforme definido anteriormente, as matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} são definidas e positivas, $\mathbf{Q} > 0$, $\mathbf{R} > 0$.

Pode-se reescrever a equação dinâmica do erro (100).

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = [\mathbf{A}(\mathbf{e}(t), t) - \mathbf{BK}(\mathbf{e}(t), t)] \mathbf{x}(t) \quad (100)$$

A matriz dos ganhos do controlador é dada por $\mathbf{K}(\mathbf{e}(t), t)$, definida como (101).

$$\mathbf{K}(\mathbf{e}(t), t) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (101)$$

Embora a escolha da parametrização das matrizes de desempenho \mathbf{Q} e \mathbf{R} seja um fator importante para garantir a condição ótima do controle, um sistema dinâmico nem sempre apresenta controlabilidade plena dos seus estados, desta forma, deve-se verificar a matriz de controlabilidade para cada interação, conforme o teorema 4.1.

Teorema 4.1. *Um sistema dinâmico, como (100) é completamente controlável se e somente se o posto da matriz de controlabilidade, definida em (102), seja igual a n .*

$$\begin{aligned} \mathcal{RCO} &= \text{posto} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t) \mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{n-1}(\mathbf{x}(t), t) \mathbf{B} \end{bmatrix} \right) \\ \mathcal{CO} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t) \mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{n-1}(\mathbf{x}(t), t) \mathbf{B} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (102)$$

Onde, n representa a dimensão da matriz de estados $\mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)^{n \times n}$.

No entanto, a proposta apresentada acima aplica-se ao tempo contínuo, deve-se adaptar o controlador para ser embarcado em um dispositivo digital.

Em um dispositivo digital, a relação de tempo é limitada a características físicas de um dispositivo microcontrolado. A essa unidade de tempo discreto, dá-se a denominação de tempo de amostragem (T_s).

De acordo com (OGATA, 1997), desde que haja um $\mathbf{u}(t)$ para $kT_s \leq t < kT_s + T_s$, onde $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. pode se substituir $\mathbf{u}(t) \approx \mathbf{u}(kT_s)$. Assim, assim a discretização de um sistema de equações dinâmicas pode ser reescrito pela (103) em $t = kT_s$.

$$\mathbf{x}_{k+1} = e^{\mathbf{A}T_s} \mathbf{x}_k + \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}\gamma} \mathbf{B} \mathbf{u}_k d\gamma \quad (103)$$

onde $\gamma = T_s - t$, conseqüentemente, a matriz de transformação para a discretização, o sistema é dado por (104).

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &= e^{\mathbf{A}T_s} \\ \mathbf{B}_k &= \left(\int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}\gamma} d\gamma \right) \mathbf{B} \end{aligned} \quad (104)$$

Para um T_s significativamente pequeno em relação a dinâmica do sistema, pode-se obter as matrizes do sistema discretizado através da primeira ordem da Série de Taylor, conforme (105).

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_k &\approx \mathbf{A}T_s + \mathbf{I} \\ \mathbf{B}_k &\approx \mathbf{B}T_s\end{aligned}\quad (105)$$

onde \mathbf{I} é uma matriz identidade.

Definidas as matrizes do sistema discretizado, é possível enunciar a função de minimização do erro do controlador para tempo discreto, conforme (106).

$$J_k = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k + \mathbf{u}_k^T \mathbf{R} \mathbf{u}_k] \quad (106)$$

A solução de (106) pode ser obtida através da DARE (Solução Algébrica da Equação Discreta de Riccati), mostrada em (107).

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_k &= \mathbf{Q} + \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k - \dots \\ &\quad \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{B}_k [\mathbf{R} + \mathbf{B}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{B}_k]^{-1} \mathbf{B}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k\end{aligned}\quad (107)$$

Bem como, a equação dos ganhos do controlador \mathbf{K}_k para cada interação de tempo discreto k , conforme (108).

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_k^T (\mathbf{A}_k^T)^{-1} [\mathbf{P}_k - \mathbf{Q}] \quad (108)$$

Para melhor visualização das etapas do cálculo do controlador, é mostrado o algoritmo de controle 1. O algoritmo 1 recalcula o vetor de controle \mathbf{K}_k a cada intervalo de T_s , obtendo o valor ótimo local do sistema.

Algoritmo 1: Cálculo do vetor de controle \mathbf{K}_k para o controle DSDRE**Entrada:** Variáveis de tempo contínuo $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{P}_{k-1}$ **Resultado:** \mathbf{K}_k vetor do controleInicialização; Obtem as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{P}_{k-1}$;

$$\mathcal{RCO} = \text{posto} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{n-1}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{B} \end{bmatrix} \right) ;$$

Se $\mathcal{RCO} = n$ **então****Enquanto** $|\det(\mathbf{P}_{k-1}) - \det(\mathbf{P}_k)| < 0.01$ **faça** Calcula Matriz \mathbf{A}_k and \mathbf{B}_k ;

$$\text{Calcula } \mathbf{P}_k \text{ em : } \begin{cases} \mathbf{P}_k = \mathbf{Q} + \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k - \cdots \\ \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{B}_k [\mathbf{R} + \mathbf{B}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{B}_k]^{-1} \mathbf{B}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k \end{cases} ;$$

Encontra os ganhos do controlador;

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_k^T (\mathbf{A}_k^T)^{-1} [\mathbf{P}_k - \mathbf{Q}];$$

Fim**senão**

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{K}_{k-1};$$

Fim

A condição $|\det(\mathbf{P}_{k-1}) - \det(\mathbf{P}_k)| < 0.01$ faz se necessária para que controle tenha condição de ótima na primeira interação.

4.3 CONCLUSÃO

Neste capítulo apresentou-se os conceitos para implementação da técnica de controle SDRE, bem como a dedução das equações que fundamentam a técnica. Optou-se pela abordagem discreta da técnica de controle, pois no contexto apresentado, a estratégia de controle tem forte aplicabilidade em problemas práticos, onde faz-se necessário embarcar o controle em um dispositivo digital.

5 ATUADORES INTELIGENTES

5.1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, as tecnologias de materiais inteligentes têm se difundido rapidamente em diversas áreas da engenharia, bem como, em áreas diversas como medicina entre outras. Desta forma, novos tipos de atuadores vêm sendo desenvolvidos com novas tecnologias.

A menção a materiais inteligentes, remete-se a característica que os materiais exibem em mudar suas características físicas a partir de uma excitação externa. Entre estes materiais, pode-se listar os Fluídos Magneto-Reológicos (MR), Materiais Piezoelétricos (PZT) e Liga de Memória de Forma (LMF), que vêm sendo efetivamente exploradas em várias aplicações de engenharia, com a capacidade de melhorar a controlabilidade dos sistemas.

Neste contexto, pretende-se neste trabalho investigar dois tipos de atuadores inteligentes: o Atuador Rotacional Magneto-Reológico e a Liga de Memória de Forma.

Nesse capítulo serão apresentadas as equações dinâmicas dos atuadores bem como suas equações de acoplamento aos manipuladores robóticos propostos. A fim de uma representação fiel ao comportamento dos atuadores, será aplicada a técnica de identificação de sistema com base na Rede Neural de Base Radial. Por fim, os resultados serão apresentados a resposta dinâmica dos atuadores com objetivo de serem incorporados na estratégia de controle.

5.2 ATUADOR ROTACIONAL MAGNETO-REOLÓGICO (MRA)

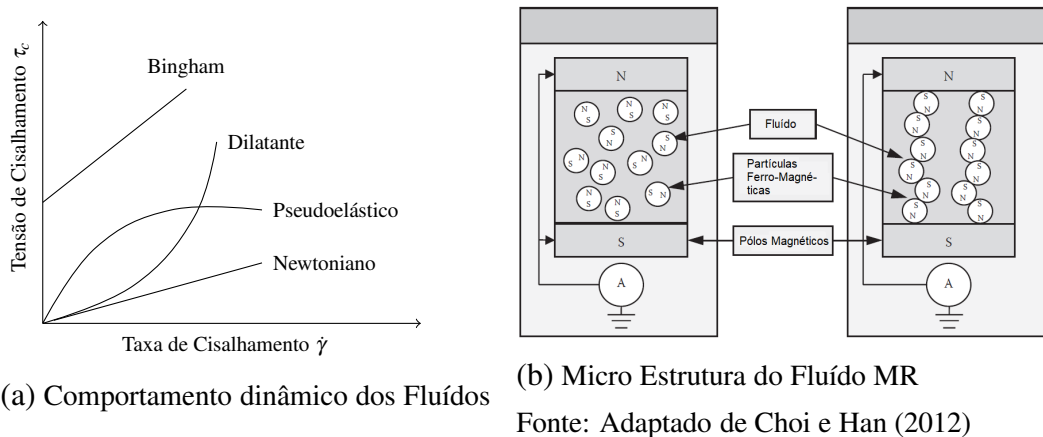
A descoberta e desenvolvimento inicial de fluidos Magneto-Reológicos (MR) É atribuída a Jacob Rabinow no Escritório Nacional de Normas dos Estados Unidos no final da década de 1940 (CHOI; HAN, 2012).

O fluido MR pertence a uma família de materiais reológicos que sofrem reologia, mudança de fase sob a aplicação de campos magnéticos. Tipicamente, o fluido MR é composto de partículas ferromagnéticas ou paramagnéticas macias ($0,03$ à $10 \mu\text{m}$) dispersos num fluido transportador. Devido a questões de projeto, as partículas magnetizáveis devem apresentar baixos níveis de coercitividade magnética¹, desta forma, diversos tipos de materiais vêm sendo aplicado para compor o fluido ER (eletro-reológico), com cerâmicas e ligas de metais (ALGHAMDI; LOS-TADO; OLABI, 2014).

¹Coercitividade Magnética é a capacidade que apresenta um material magnético de manter seus ímãs elementares presos numa determinada posição.

O comportamento dinâmico do fluido MR, a partir da teoria de mecânica dos fluidos, mostra que com a ausência de um campo magnético sobre o fluido classifica-se como um fluido newtoniano, enquanto quando exposto a um campo magnético apresenta comportamento viscoelástico de Bingham (Não-Newtoniano, figura 23a). O campo eletromagnético tipicamente é gerado por bobinas elétricas, conforme pode ser visto na figura 23b.

Figura 23 - Comportamento Fluido Magneto-Reológico



A equação que define o comportamento de um fluido Bingham é dada pela equação (109), onde τ_c representa a Tensão de Cisalhamento e $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento.

$$\tau_c = \tau_y(\cdot) + \eta \frac{dv}{dz}, \quad \tau_c > \tau_y, \quad (109)$$

sendo η é o coeficiente viscosidade newtoniano, τ_y é a tensão relacionada ao comportamento dinâmico do fluido MR e dv/dz é gradiente de velocidade na direção de o campo magnético.

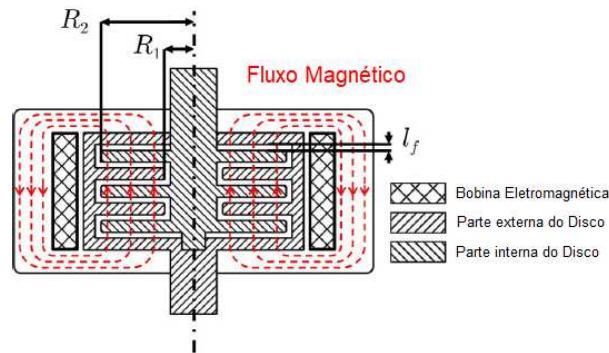
Como comentado anteriormente, ao se aplicar um campo magnético no fluido pode se alterar a relação da Tensão de Cisalhamento, assim, a função τ_y tem dependência com a intensidade do campo magnético, definido por H . Adota-se aqui o modelo de freio MR composto de multi-discos, conforme a figura 24, tal abordagem se dá pelo falto de vários discos aumentando a região de contato com o óleo, permitindo reduzir o espaçamento l_f .

Assim pode-se reescrever a equação (109), conforme (110), considera-se o campo magnético H e o raio r da circunferência do disco. O termo ω representa a velocidade de rotação do disco.

$$\tau_c = \tau_y(H) + \eta \dot{\gamma}(r), \quad \text{onde:} \quad \dot{\gamma}(r) = \frac{\omega r}{l_f} \quad (110)$$

A variação de torque produzido por um elemento circunferencial do freio rotacional do MR de raio r é dado pela equação (111).

Figura 24 - Seção de um freio MR Multi-disco e com Circuito Magnético



Fonte: Adaptado de (SHAFER; KERMANI, 2011)

$$dT_{MR} = 2\pi r^2 \tau_c dr \quad (111)$$

A relação geométrica de r é dada pela relação $r = R_2 - R_1$. Desta forma, é possível integrar a equação (110) em função do raio de circunferência do disco, conforme a equação (112).

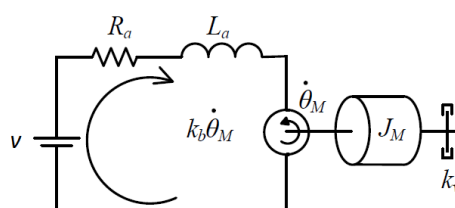
$$\begin{aligned} T_{MR} &= 2N \int_{R_1}^{R_2} 2\pi \left(\tau_y(H) r^2 + \eta \frac{\omega r^3}{l_f} \right) dr \\ &= 4N\pi \left(\frac{\tau_y(H) (R_2^3 - R_1^3)}{3} + \frac{\eta \omega (R_2^4 - R_1^4)}{4l_f} \right) \end{aligned} \quad (112)$$

onde N representa o número de discos no mecanismo.

As equações acima apresentam a dinâmica referentes a mecânica do fluido MR, no entanto, deseja-se trabalhar com a composição híbrida de atuadores, sendo o atuador MR com objetivo de amortecer vibrações indesejadas no manipulador robótico, bem como o acoplamento do motor para posicionamento do manipulador.

Desta forma, faz-se necessário apresentar as equações do motor de corrente contínua. O diagrama elétrico e mecânico do motor CC é mostrado na Figura 25, onde R_a é a resistência elétrica da armadura, L_a é a indutância do motor, k_b é a força eletromotriz, k_v a constante de atrito viscoso, i a corrente elétrica do motor e U a tensão aplicada no motor.

Figura 25 - Digrama do Motor CC



onde θ_M é o posicionamento do eixo do motor e J_M a inércia do rotor.

As equações mecânicas do motor CC estão descritas conforme Jablonski, Turkowski e Szewczyk (2007), na equação (113a). Ao modelo do motor CC, é adicionado a componente de torque flexível, $\tau_s(\theta, \theta_M) = k_s(\theta_M - \theta)$, sendo k_s a componente de elasticidade do eixo do motor ligado ao elo, tal condição de acoplamento já foi citada na sessão 2.4.1 e 2.5.3, assim temos a equação do motor acoplado ao manipulador pela equação (113a), sendo k_t a constante de torque.

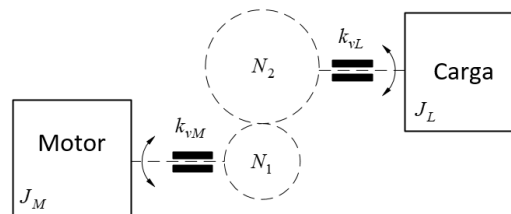
$$\ddot{\theta}_M = J_M^{-1} \left\{ k_t i - k_v \omega - \tau_s(\theta, \theta_M) \right\} \quad (113a)$$

Bem como, as equações elétricas do motor, podem ser vistas na equação (113b).

$$\frac{d}{dt} i = L_a^{-1} \left\{ -R_a i - k_b \omega + v \right\} \quad (113b)$$

Para uma melhor relação entre torque e velocidade, os motores possuem caixa de redução, o esquemático do modelo de caixa de redução pode ser visto na Figura 26, onde J_L é a inércia do elo (KRISHNAN, 2001),

Figura 26 - Esquemático do motor e carga conectados por uma caixa de redução



Fonte: Adaptado de (KRISHNAN, 2001)

Sendo definida a constante de relação entre as grandezas do sistema pela equação (114). Assim fica explícito que a relação de velocidades do sistema é dada por $J_M = \kappa J_L$.

$$\kappa = \frac{N_2}{N_1} \quad (114)$$

A constante de atrito viscoso e inércia do motor CC com caixa de redução pode ser expressa pela equação (115), considerando o efeito de reflexão das variáveis pela relação das engrenagens N_1 e N_2 (KRISHNAN, 2001).

$$\begin{cases} J_{eq} = \kappa^2 J_L + J_M \\ b = \kappa^2 b_{vL} + b_{vM} \end{cases} \quad (115)$$

Após as equações dinâmicas do motor, apresenta-se agora a equação que acopla o atuador MR, conforme a equação (116).

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_{MR} &= J_{eq}^{-1} \left(k_t i - b\omega - \tau_s(\theta, \theta_M) - T_{MR} \right) \\ &= J_{eq}^{-1} \left[k_t i - \left(b + 4N\pi \frac{\eta (R_2^4 - R_1^4)}{4l_f} \right) \omega - 4N\pi \left(\frac{\tau_y(H) (R_2^3 - R_1^3)}{3} \right) - \tau_s(\theta, \theta_M) \right]\end{aligned}\quad (116)$$

Para finalizar a equação (116), necessita-se definir a relação entre τ_y e o campo magnético gerado pelas bobinas do atuador MR, neste contexto, existem duas leis fundamentais de Campo magnético e fluxo: as leis de Ampère e Gauss, essa dedução é feita tipicamente para projeto de um MR, onde consegue se relacionada as linhas de campo magnético que passam pelo fluido MR, no entanto, para este trabalho, optou se pela curva descrita em Shames e Cozzarelli (1992), onde é encontrada a dinâmica do fluido pela equação (117).

$$\tau_y = \alpha H^{\mathcal{B}} \quad (117)$$

onde α e \mathcal{B} são obtidos a partir da curva experimental do fluido MR.

Tem-se então a equação (116) reescrita, conforme (118)

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_{MR} &= J_{eq}^{-1} \left[k_t i - \left(b + 4N\pi \frac{\eta (R_2^4 - R_1^4)}{4l_f} \right) \omega - 4N\pi \alpha \left(\frac{(R_2^3 - R_1^3)}{3} \right) H^{\mathcal{B}} - \tau_s(\theta, \theta_M) \right] \\ \frac{d}{dt} i_M &= L_a^{-1} \left[-R_a i - k_b \omega + v \right]\end{aligned}\quad (118)$$

Assim, o atuador MR tem duas entradas de controle, $v(t)$ sendo a tensão do motor, para posicionamento e $H(t)$ para controle da componente de viscosidade, no intuito de eliminar a vibração do sistema.

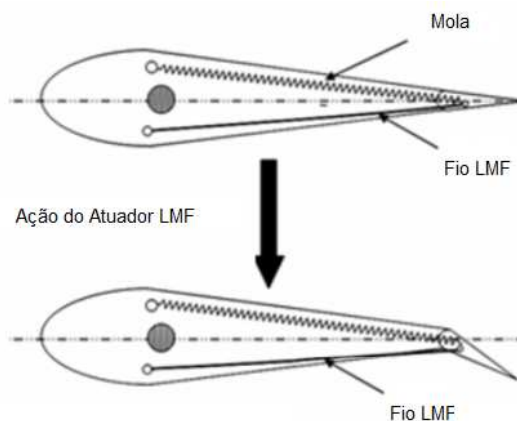
5.3 ATUADOR DE LIGA DE MEMÓRIA DE FORMA (LMF)

Atuadores de LMF têm a capacidade de recuperação de sua forma de acordo com o aumento da sua temperatura, que pode ser controlada por uma corrente elétrica devido a resistência do filamento aumentando assim a temperatura do material, mesmo com altas cargas aplicadas, assim como a capacidade de absorver energia mecânica quando das mudanças reversíveis de forma, sendo considerados bons atuadores para absorver vibrações (AQUINO et al., 2011).

As LMF quando utilizadas como atuadores, alteram sua forma, rigidez, posição, frequência natural, e outras características mecânicas, em resposta a variação de temperatura ou campos eletromagnéticos. As LMF vêm sendo utilizadas como atuadores em diversas áreas como em sistemas eletromecânicos, controle de vibração, aeronáutica, medicina, entre outros.

Na figura 27 pode-se ver a utilização da LMF no controle de um aerofólio flexível aplicado na indústria aeronáutica.

Figura 27 - Controle por LMF de aerofólio

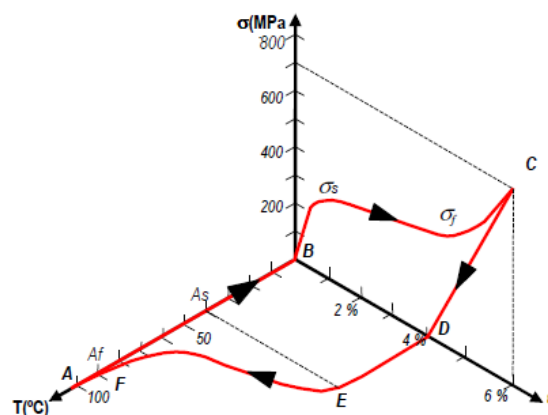


Fonte: Adaptado de Degeratu et al. (2009)

Os fios são aquecidos através da corrente elétrica para atenuar os níveis de vibração. Na faixa de operação típica a LMF tem duas fases, cada uma com uma estrutura diferente. Uma fase ocorre com altas temperaturas, chamada de Austenita e outra a baixa temperatura chamada de Martensita.

A natureza da LMF pode ser observada na figura 28 que representa um diagrama tri-axial de Tensão-Deformação-Temperatura para uma amostra de Ni-Ti com carregamento axial.

Figura 28 - Esquemático do motor e carga conectados por uma caixa de redução



O fenômeno descrito pela figura 28 é chamado de efeito memória de forma simples, porque

a recuperação da forma é realizada somente durante o aquecimento, após o material ter sido deformado por uma carga mecânica aplicada. Sendo σ a tensão axial, ε a deformação e T a temperatura.

Diversos modelos matemáticos baseados em várias teorias têm sido propostos entre eles pode-se citar o modelo polinomial proposto por Falk (1980). O modelo matemático proposto é baseado na teoria de Devonshire, que considera a energia livre de uma forma polinomial. Este modelo não considera variáveis internas e de potencial de dissipação para descrever o pseudo-elasticidade da memória de forma, considerando apenas a temperatura (T) e a deformação (ε) Piccirillo et al. (2009).

Os aspectos positivos para utilização do modelo polinomial estão na sua simplicidade e sua qualitativa representação da memória e os efeitos de um pseudoelasticidade estrutural da LMF.

A energia livre de Helmholtz Ψ foi escolhida dada a existência de pontos mínimos e máximos que representam a estabilidade e instabilidade das fases LMF. O potencial de energia livre pode ser descrito pela equação 119:

$$\rho\Psi(\varepsilon, T) = \frac{1}{2}q(T - T_M)\varepsilon^2 - \frac{1}{4}b\varepsilon^4 + \frac{b^2}{24q(T_A - T_M)}\varepsilon^6 \quad (119)$$

Na equação 119 as variáveis T_M e T_A são as temperaturas nas fases Austenítica e Martensítica, a equação constitutiva pode ser escrita conforme a equação 120:

$$\sigma = q(T - T_M)\varepsilon - b\varepsilon^3 + \frac{b^2}{4q(T_A - T_M)}\varepsilon^5 \quad (120)$$

O atuador de LMF pode ser acoplado à estrutura como um componente de rigidez que pode ser descrito pela equação (121).

$$k(x, T) = \bar{q}(T - T_M)x - \bar{b}x^3 + \bar{e}x^5 \quad (121)$$

onde $\bar{q} = \frac{qA_r}{L}$, $\bar{b} = \frac{bA_r}{L^3}$, $\bar{e} = \frac{eA_r}{L^5}$, sendo que q , b e e são parâmetros que dependem das especificações físicas da viga, e $L(m)$ o seu comprimento e A_r sua área (m^2).

5.4 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS POR REDE NEURAL DE BASE RADIAL

Como visto na sessão 2, a modelagem matemática de sistemas necessita do conhecimento profundo sobre as leis teóricas que atuam sobre o comportamento de sistemas dinâmicos. Frequentemente a relação entre o modelo matemático sugerido e o comportamento do sistema real é validado por ensaios experimentais que fornecem as respostas do sistema no tempo, ou frequên-

cia, que através de métodos de identificação fornecem os parâmetros do modelo proposto.

No entanto, a abordagem de identificação de sistemas não lineares com vários graus de liberdade torna-se uma tarefa complexa e novas abordagens vem sendo aplicadas em sistemas com características não lineares.

Pode-se classificar os métodos para a identificação de sistemas em três grupos (LJUNG, 1987):

1. *Métodos paramétricos*: método de estimação da dinâmica do sistema em relação ao modelo proposto a partir de dados experimentais.
2. *Métodos não-paramétricos*: método de estimação do comportamento do sistema, em uma região de interesse, a partir de métodos de correção em relação aos dados experimentais.
3. *Métodos do domínio da frequência*: Modelo gerado a partir da resposta do sistema no domínio da frequência, aplicando a Transformada de Fourier para análise do sistema.

Desta forma, opta-se neste trabalho pela identificação de sistemas pelo método não-paramétrico pela técnica de redes neurais, em específico a Rede Neural de Base Radial (RBFNN).

Para o propósito de aproximação de funções por rede neural faz-se necessário resolver o problema de regressão não-linear da equação (122), onde $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N$ é definido como o vetor de entrada, $\{y_i\}_{i=1}^N$ o modelo observável, $f(\mathbf{x}_i)$ a função de curva, ε_i o ruído branco e N o número de amostras no tempo i .

$$y_i = f(\mathbf{x}_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (122)$$

As redes neurais de base radial apresentam fortes propriedades aproximativas, conforme Haykin (2000), sua principal característica está no mapeamento não linear (função de base radial) das camadas ocultas (a RBFNN é composta por duas camadas de neurônios artificiais¹) seguidas do mapeamento linear nas camadas de saídas.

A estratégia de identificação do sistema por redes neurais de base radial apresenta duas fases de treinamento dos neurônios, sendo a primeira com objetivo de localização dos centros das funções de base radial $\varphi(\cdot)$ (camada oculta) e a segunda de adequação dos pesos (coeficiente linear) da função linear de saída \mathbf{w} (camada de saída). A equação (123), na forma geral, mostra a função da rede neural de base de radial, onde \mathbf{x} é o vetor de entrada, $f(\mathbf{x})$ a resposta de rede a entrada \mathbf{x} , e \mathbf{C}_k representa o centro da função de base radial $\varphi(\cdot)$ com m o número de centros.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m \mathbf{w}_k \varphi_k(\|\mathbf{x} - \mathbf{C}_k\|), \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (123)$$

¹O neurônio artificial é uma estrutura expressa por funções lógico-matemática

A figura 29 mostra como se organiza os neurônios (representados por círculos) da rede neural RBF.

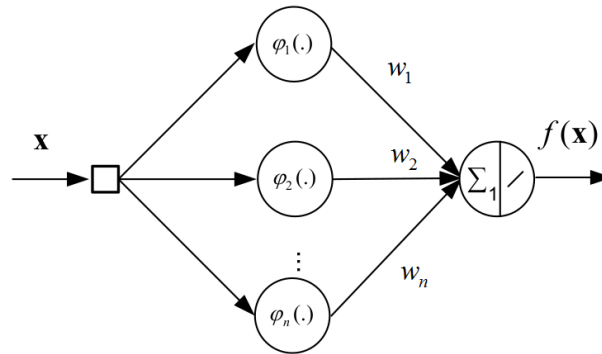


Figura 29 - Rede Neural RBF.

Antes da primeira fase de treinamento, faz-se a escolha da função gaussiana multivariada para a camada oculta da rede neural, conforme a equação (124) onde σ representa o desvio padrão dos centros na função gaussiana.

$$\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{C}_k) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_k^2} \|\mathbf{x} - \mathbf{C}_k\|^2\right) \quad (124)$$

Definida a função gaussiana, necessita-se encontrar os coeficientes da equação (124). Após a escolha da dimensão de neurônios da primeira camada de base radial, faz-se necessário ajustar a distribuição das amostras \mathbf{x} em relação aos centroides¹. Embora haja uma infinidade de algoritmos para agrupamento, opta-se pelo algoritmo k -médias, pois é eficiente para classificação de grupos (HAYKIN, 2000). O algoritmo k -médias minimiza o funcional $k(\mathbf{x})$ relacionado a distância euclidiana das amostras com os centros, conforme a equação (125).

$$k(\mathbf{x}) = \arg \min_k \|\mathbf{x}(n) - \mathbf{C}_k(n)\|, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (125)$$

A atualização dos centros $\mathbf{C}_k(n)$ utiliza-se da regra descrita pela equação (126), onde n é a taxa de convergência do algoritmo k -médias.

$$\mathbf{C}_k(n+1) = \begin{cases} \mathbf{C}_k(n) + \eta [\mathbf{x}(n) - \mathbf{C}_k(n)] & , k = k(\mathbf{x}) \\ \mathbf{C}_k(n) & , \text{Caso contrário} \end{cases} \quad (126)$$

Obtendo-se também a variância pela equação (127).

¹Centros das amostras em relação a distância euclidiana

$$\hat{\sigma}_j^2 = \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{C}}_j \right\|^2 \quad (127)$$

De uma forma simplificada, pode-se ver o algoritmo 2, onde é mostrado a estrutura de interações.

Algoritmo 2: Algoritmo k -médias

Entrada: \mathbf{x} : vetor de dados, \mathbf{m} : número de centros

Resultado: \mathbf{C}_k : posição dos centróides

1 função k -médias(\mathbf{x} , \mathbf{m})

2 Inicializa \mathbf{C} em pontos aleatórios;

3 **repita**

4 Atribui \mathbf{x}_k ao centro \mathbf{C}_k mais próximo;

5 Calcula distância euclidiana;

6 Ajusta \mathbf{C}_k conforme (126);

7 $n = n + 1$;

8 **até** $\mathbf{C}_k \neq \mathbf{C}_{ant}$;

9 Estimativa variância $\hat{\sigma}_j^2$, equação (127)

Superada a primeira fase, onde as amostras foram agrupadas conforme a distribuição gaussiana das distâncias, tem-se como segunda fase de treinamento da rede neural RBF o ajuste dos pesos da camada de saída \mathbf{w} , para tal propósito é utilizado o algoritmo de mínimos quadrados.

Segundo Haykin (2000), o algoritmo de mínimos quadrados comporta-se como um filtro passa baixa, atenuando as componentes de maior frequência, ao passo que fornece uma média dos valores, tendo assim uma estimativa do peso de $\hat{\mathbf{w}}$. A função custo iterativa em n é mostrada na equação (128), onde $e(n) = d(i) - \varphi^T(i)\mathbf{w}(n)$, sendo d o valor desejado na fase supervisionada da rede neural.

$$\xi(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^2(n) \quad (128)$$

Diferenciando $\xi(\mathbf{w})$ em relação ao vetor de pesos \mathbf{w} , temos a equação (129).

$$\frac{\partial \xi(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{e}(n) \frac{\partial \mathbf{e}(n)}{\partial \mathbf{w}} \quad (129)$$

Desta forma, obtemos o vetor método de otimização do gradiente decrescente (130).

$$\frac{\partial \xi(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = \hat{\mathbf{g}}(n) = -\varphi(i)\mathbf{e}(n) \quad (130)$$

O termo η é acrescentado na equação como parâmetro velocidade de aprendizagem, assim

temos a equação de busca de \mathbf{w} pelo método de mínimos quadrados na equação (131).

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \eta \varphi(i) \mathbf{e}(n) \quad (131)$$

O algoritmo 3 ilustra os passos do algoritmo de mínimos quadrados.

Algoritmo 3: Algoritmo Mínimos Quadrados

Entrada: \mathbf{x} : vetor de dados, \mathbf{d} : Vetor saída desejada

Resultado: \mathbf{w} : Pesos camada de saída

1 função mínimos quadrados (\mathbf{x} , \mathbf{d})

2 $\mathbf{w}(0) \leftarrow 0$;

3 épocas $\leftarrow 0$;

4 **repita**

5 | **repita**

6 | $e(n) = d(i) - \varphi^T(i) \hat{\mathbf{w}}(n)$;

7 | $\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \eta \varphi(i) \mathbf{e}(n)$;

8 | $n = n + 1$;

9 | **até** $i \leq N$;

10 **até** $n \leq \text{epocas}$;

Assim, apresentou-se o método de treinamento da Rede Neural de Base Radial. Após ajuste dos pesos de \mathbf{C}_k , σ_k^2 e \mathbf{w}_k temos equação que representa as funções pós-treinamento da rede neural RBF é dada pela equação (132).

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m \mathbf{w}_k \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{C}_k\|^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad (132)$$

O método de identificação apresentado aqui é aplicado na curva de atuação dos atuadores inteligentes citados nas sessões 5.2 e 5.3, a curva experimental será obtida na literatura.

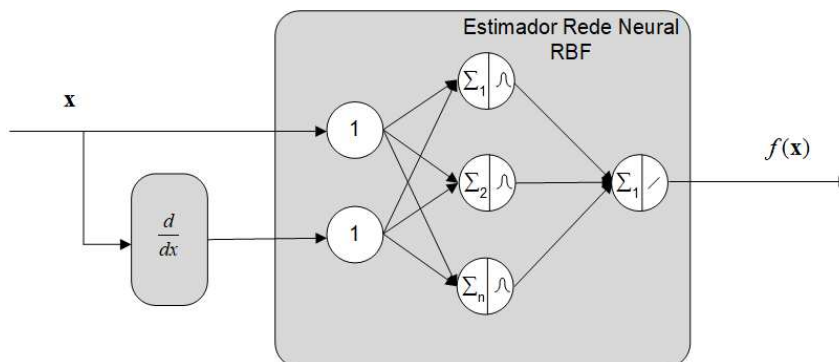
5.5 RESULTADOS

Conforme foi na sessão 5.2 e 5.3, o comportamento do Atuador MR ou um Atuador LMF, possuem comportamento não linear relacionado a curva de atrito viscoso do fluído ER ou a mudança de fase de Martensita para Austenita do LMF. Outro fator que traz não linearidade ao modelo, é o fator de histerese.

A característica de histerese apresenta um fator peculiar a dinâmica do sistema, pois apresenta um caminho para curva de excitação e outro para a fase de relaxamento, assim a aproximação da curva do atuador não pode ser apenas uma aproximação polinomial, necessita-se que

seja considerado o sentido da curva. Neste caso, o vetor de treinamento da rede neural precisa identificar o sentido da curva, dessa forma, reformula-se a proposta da RBFNN conforme a figura 30.

Figura 30 - Estimador de função RBFNN



Assim o sentido é dado pela variação da curva, identificado pelo fator derivativo na entrada da rede.

5.5.1 Identificação do Atuador MR

A magnetização do circuito magnético no Atuador MR adiciona o comportamento de histerese ao sistema, desta forma, pretende-se aqui apresentar a aplicação da Rede Neural de Base Radial para identificação da dinâmica do atuador inteligente MR.

Para proximidade com a resposta real do atuador MR, utilizou-se dos dados experimentais do trabalho de Senkal e Gurocak (2010), onde foram feitos ensaios para o Atuador Magneto-Reológico MRF-132LD, da empresa Lord Corp.

A função de aproximação é obtida a partir dos dados experimentais de Senkal e Gurocak (2010) (figura 31a) onde se assume que o vetor de dados é definido por $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{T}_{MR}$ (torque do MR), o vetor de valor desejado d é apresentado a rede neural no processo de treinamento. Após treinamento da RBFNN, $f(\mathbf{x})$ corresponde a i_{MR} (Corrente do MR).

O resultado da identificação da dinâmica do MR (em função a entrada de corrente i_{MR} e saída torque T_{MR}) é mostrado pela figura 31. A esquerda é mostrado o gráfico de operação do MR de Senkal e Gurocak (2010), figura 31a, a diferença entre a curva de magnetização e desmagnetização podem ser observadas. Empregado a técnica de identificação por RBFNN, conforme 5.4, pode-se ver a resposta normalizada na figura 31b, observa-se que o comportamento da curva manteve-se fiel aos dados experimentais.

Desta forma, a função de T_{MR} pode ser utilizado na proposta de controle para estimativa da corrente a ser aplicada no dispositivo MR.

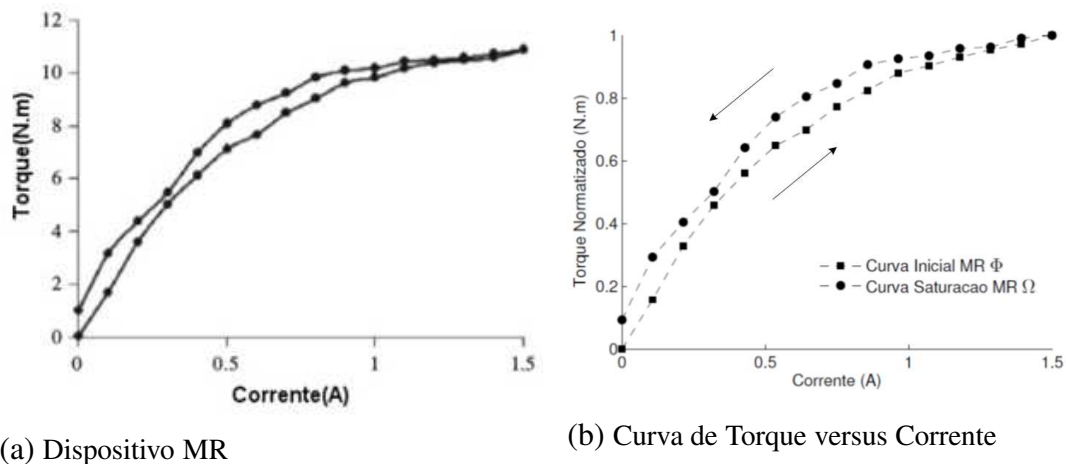


Figura 31 - Dispositivo freio MR MRF-132LD acoplado a Motor CC

Fonte: Figura 31a, adaptado de Senkal e Gurocak (2010).

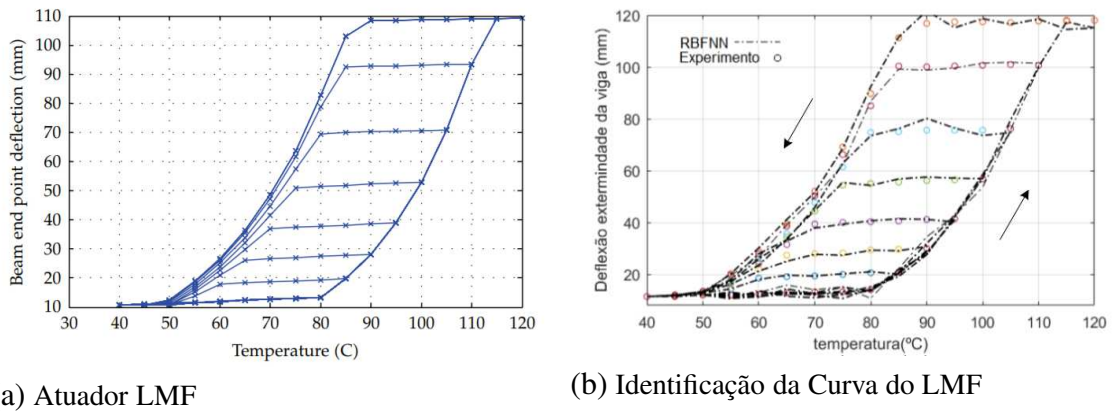
5.5.2 Identificação do Atuador LMF

Semelhante ao apresentado na sessão 5.5.1, pretende-se nessa sessão aplicar o método de identificação de sistemas proposto em 5.4.

O comportamento generalizado da Liga de Memória de Forma foi apresentado na figura 28 na sessão 5.3. Percebe-se pela figura 28 que a relação entre a variação de temperatura (ΔT) versus a variação na deformação ($\Delta \epsilon$) tem comportamento não linear e apresenta uma componente de histerese.

Desta forma, para representação do comportamento do atuador LMF será necessário obter os valores experimentais, conforme figura 32. Neste contexto o trabalho de Zakerzadeh et al. (2011) apresenta os dados experimentais da relação de $T \times \epsilon$, conforme pode ser observado na figura 32a, onde várias curvas de histerese foram registradas para identificação do sistema por rede neural, na mesma abordagem aqui apresentada. Aplicando a identificação de sistema por RBFNN conforme apresentado em 5.4, obteve-se o treinamento da rede conforme dados apresentados, devido a característica de histerese, a metodologia de identificação da direção da curva, figura 30.

Figura 32 - Identificação da curva do atuador LMF



Fonte: Figura 32a adaptado de Zakerzadeh et al. (2011).

Pode observar-se que o método de estimativa apresentado na sessão 5.4 foi capaz de aproximar os dados experimentais de Zakerzadeh et al. (2011).

5.6 CONCLUSÃO

Nesse capítulo foram apresentados os dois tipos de atuadores classificados como atuadores inteligentes, com suas finalidades distintas. A modelagem dos atuadores pode ser vista nas sessões 5.2 e 5.3.

A abordagem de identificação não-paramétrica foi aplicada pela Rede Neural de Base Radial (RBFNN) e obteve resultados muito próximos dos dados experimentais, tornando possível que os dados da rede neural sejam utilizados para representar o comportamento real do material empregado.

Assim, as variáveis T_{RM} e $k(x, T)$ serão estimados pela rede neural na aplicação de controle.

6 RESULTADOS NUMÉRICOS

6.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentadas as simulações numéricas dos modelos de manipuladores propostos, onde será aplicada a técnica de controle, sessão 4, utilizando-se dos atuadores inteligentes apresentados na sessão 5.

6.2 CONTROLE DE POSICIONAMENTO E VIBRAÇÃO PARA MODELO DE CARREGAMENTO NÃO IDEAL

Considerando o modelo de manipulador para carregamento não-ideal, sessão 2.4.1, será apresentado a ação de controle utilizando apenas de motor CC e posteriormente acrescentado os atuadores MR.

Os valores numéricos do modelo de manipulador robótico para carregamento não-ideal pode ser visto pela tabela 1.

Tabela 1 - Coeficientes numéricos do Modelo com Ferramenta Rotativa

Simbolo	Descrição	Valor	Unidade
R_a	Resistência da Armadura do Motor	1.5	Ω
L_a	Indutância do Motor	1.5×10^{-3}	H
k_t	Constante de Torque do Motor	1.85×10^{-2}	$\frac{N.m}{A}$
k_b	Força Eletromotriz do Motor	1.85×10^{-2}	$\frac{V}{RPM}$
J_M	Inercia do rotor	1.85×10^{-2}	$\frac{V}{RPM}$
k_v	Coefficiente de Atrito	1.8×10^{-2}	N.m.s
κ	Relação caixa de redução	20.68	-
l_1	Comprimento elo 1	8×10^{-1}	m
l_2	Comprimento elo 2	8×10^{-1}	m
m_1	Massa elo 1	4×10^{-1}	kg
m_2	Massa elo 2	4×10^{-1}	kg
m_3	Massa da carga	6×10^{-1}	kg
k_s	Coefficiente de elasticidade da transmissão do Motor	3.50×10^2	N.m.s
k_c	Coefficiente de elasticidade do Cabo de ligação da carga	1.50×10^2	N.m.s

6.2.1 Controle por Motor CC

A dinâmica do manipulador é descrita na sessão 2.4.1, acoplando os motores nos eixos do manipulador $\theta_M = [\theta_4 \ \theta_5]^T$, tem-se então o modelo de manipulador controle pelo torque do motor, conforme pode ser visto na equação (133).

$$\mathbf{M}(\theta, \ell) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\ell} \\ \ddot{\theta}_M \\ \ddot{i}_M \end{Bmatrix} + \mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{\ell}, \theta, \ell) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\ell} \\ \dot{\theta}_M \\ \dot{i}_M \end{Bmatrix} + \mathbf{K}(\theta, \ell, \theta_M, i_M) + \mathbf{G}(\theta) = \mathbf{U}(v) \quad (133)$$

Para aplicação do controle por espaço de estados, faz-se necessário isolar o vetor de aceleração de sistema (133), temos a equação (134).

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\ell} \\ \ddot{\theta}_M \\ \ddot{i}_M \end{Bmatrix} = \mathbf{M}(\theta, \ell)^{-1} \left(-\mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{\ell}, \theta, \ell) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\ell} \\ \dot{\theta}_M \\ \dot{i}_M \end{Bmatrix} - \mathbf{K}(\theta, \ell, \theta_M, i_M) - \mathbf{G}(\theta) + \mathbf{U}(v) \right) \quad (134)$$

Bem como, após isolar as acelerações, temos o do sistema em espaço de estados, onde $\mathbf{x} = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2 \ \theta_3 \ \dot{\theta}_3 \ \ell \ \dot{\ell} \ \theta_{M_1} \ \dot{\theta}_{M_1} \ \theta_{M_1} \ \dot{\theta}_{M_1} \ i_{M_1} \ \dot{i}_{M_1} \ i_{M_2} \ \dot{i}_{M_2}]$ é o vetor de estados.

A matriz $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ representa o torque gravitacional, assim é possível representar o sistema em espaço de estados, conforme (135).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \quad (135)$$

As matrizes de projeto do controlador são apresentadas na equação (147), onde \mathbf{I} é a matriz identidade.

$$\mathbf{Q} = 100 \cdot \mathbf{I}^{10 \times 10}, \quad \mathbf{R} = 0.001 \cdot \mathbf{I}^{2 \times 2} \quad (136)$$

Definidas as posições das coordenadas desejadas \mathbf{x}_d pode-se observar os resultados da simulação pela figura 33. Ressalta se aqui que o objetivo de \mathbf{x}_d refere-se à posição final do eixo θ_1 e θ_2 , onde a inclusão da carga não-ideal ℓ tem efeito de perturbação ao sistema.

Na figura 33, $e_1 = \theta_1 - x_{d1}$ e $e_2 = \theta_2 - x_{d2}$. Percebe-se que a resposta da figura 33 possui um erro em regime estacionário. A oscilação da perturbação ℓ foi absorvida pelo manipulador, conforme pode ser visto.

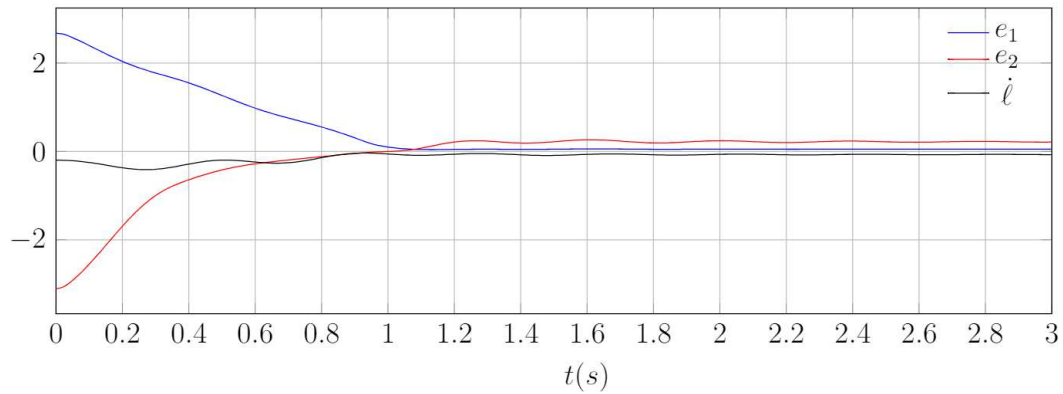


Figura 33 - Resposta do Erro de Posicionamento para Manipulador de Carregamento Não-Ideal, com motor CC

6.2.2 Controle por Motor CC e Freio MR

Como proposta de melhoria do manipulador para carregamento não-ideal, é apresentado o modelo onde é acoplado o atuador MR, o controle híbrido terá ação sobre a tensão do motor (v) e o torque gerado pelo freio MR (T_{MR}), conforme a equação (137).

$$\mathbf{M}(\theta, \ell) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\ell} \\ \ddot{\theta}_{MR} \\ \ddot{i}_M \end{Bmatrix} + \mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{\ell}, \theta, \ell) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\ell} \\ \dot{\theta}_{MR} \\ \dot{i}_M \end{Bmatrix} + \mathbf{K}(\theta, \ell, \theta_{MR}, i_M) + \mathbf{G}(\theta) = \mathbf{U}(v, T_{MR}) \quad (137)$$

Para aplicação do controle por espaço de estados, faz-se necessário isolar o vetor de aceleração de sistema (137), temos a equação descrita conforme (138).

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\ell} \\ \ddot{\theta}_{MR} \\ \ddot{i}_M \end{Bmatrix} = \mathbf{M}(\theta, \ell)^{-1} \left(-\mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{\ell}, \theta, \ell) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\ell} \\ \dot{\theta}_{MR} \\ \dot{i}_M \end{Bmatrix} - \mathbf{K}(\theta, \ell, \theta_{MR}, i_M) - \mathbf{G}(\theta) + \mathbf{U}(v, T_{MR}) \right) \quad (138)$$

Desta forma, após isolar as acelerações, temos o do sistema em espaço de estados, sendo $\mathbf{x} = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2 \ \theta_3 \ \dot{\theta}_3 \ \ell \ \dot{\ell}, \ \theta_{MR1} \ \dot{\theta}_{MR1}, \ \theta_{MR1} \ \dot{\theta}_{MR1}, \ i_{M1} \ \dot{i}_{M1}, \ i_{M2} \ \dot{i}_{M2}]$. O sistema é rearranjado novamente conforme a equação (139).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \quad (139)$$

As matrizes de projeto do controlador DSDRE são apresentadas pela equação (147), onde \mathbf{I} é a matriz identidade.

$$\mathbf{Q} = 100 \cdot \mathbf{I}^{10 \times 10}, \quad \mathbf{R} = 0.001 \cdot \mathbf{I}^{4 \times 4} \quad (140)$$

Mantém-se os valores para \mathbf{x}_d , conforme o caso anterior. Do mesmo modo, o objetivo de \mathbf{x}_d refere-se a posição final do eixo θ_1 e θ_2 , onde a inclusão da carga não-ideal ℓ tem efeito de perturbação ao sistema. Tem-se então, a resposta do sistema mostrado pela figura 34.

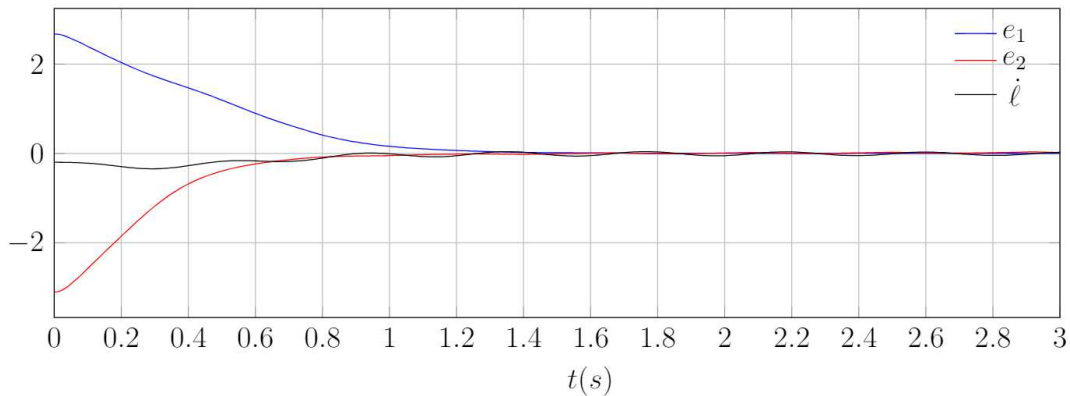


Figura 34 - Resposta do Erro de Posicionamento para Manipulador de Carregamento Não-Ideal, com motor CC e Atuador MR

Pode ser visto pela figura 34, que o atuador MR foi capaz de evitar que a oscilação da carga fosse transferida para o manipulador.

A discussão de resultados segue-se para o segundo modelo proposto, de manipulador flexível com ferramenta rotativa na extremidade.

6.3 CONTROLE DE POSICIONAMENTO E VIBRAÇÃO PARA MODELO COM FERRAMENTA ROTATIVA

Neste segundo momento serão apresentados os resultados de manipulador flexível com ferramenta rotativa na extremidade, conforme descrito na sessão 2.4.1. A interação entre os elos flexíveis será apresentada.

Os valores numéricos do modelo de manipulador robótico para carregamento não-ideal pode ser visto pela tabela 2.

6.3.1 Controle Motor CC

Para acoplar o motor CC, reescrevemos a equação do manipulador flexível apresentado na (145), conforme (141).

Tabela 2 - Coeficientes numéricos do Modelo de manipulador robótico para carregamento não-ideal

Simbolo	Descrição	Valor	Unidade
R_a	Resistência da Armadura do Motor	1.5	Ω
L_a	Indutância do Motor	1.5×10^{-3}	H
k_t	Constante de Torque do Motor	1.85×10^{-2}	$\frac{\text{N.m}}{\text{A}}$
k_b	Força Eletromotriz do Motor	1.85×10^{-2}	$\frac{\text{V}}{\text{RPM}}$
J_M	Inercia do rotor	1.85×10^{-2}	$\frac{\text{V}}{\text{RPM}}$
k_v	Coeficiente de Atrito	1.8×10^{-2}	N.m.s
κ	Relação caixa de redução	20.68	-
l_1	Comprimento elo 1	1.2	m
l_2	Comprimento elo 2	1.2	m
l_3	Desbalanceamento da ferramenta rotativa	1×10^{-2}	m
m_1	Massa elo 1	8×10^{-2}	kg
m_2	Massa elo 2	8×10^{-2}	kg
m_3	Massa da disco rotativo	1×10^{-1}	kg
k_s	Coeficiente de elasticidade da transmissão do Motor	2.50×10^2	N.m.s
EI	Rigidez de Flexão	4.55	N.m ²
β	Coeficiente da equação de modos assumidos	1.87	-

$$\mathbf{M}(\theta, q) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \\ \ddot{\theta}_M \\ \ddot{i}_M \end{Bmatrix} + \mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{q}, \theta, q) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta}_M \\ \dot{i}_M \end{Bmatrix} + \mathbf{K}(\theta, q, \theta_M) = \mathbf{U}(v) \quad (141)$$

Para proposta de controle, faz-se necessário isolar as matrizes de aceleração, conforme a equação 142.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \\ \ddot{\theta}_M \\ \ddot{i}_M \end{Bmatrix} = \mathbf{M}(\theta, q)^{-1} \left(-\mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{q}, \theta, q) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta}_M \\ \dot{i}_M \end{Bmatrix} - \mathbf{K}(\theta, q, \theta_M) + \mathbf{U}(v) \right) \quad (142)$$

Agrupando as matrizes na equação de espaço de estados de 146, temos o vetor de estados $\mathbf{x} = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2 \ \theta_3 \ \dot{\theta}_3 \ \theta_{M_1} \ \dot{\theta}_{M_1} \ \theta_{M_2} \ \dot{\theta}_{M_2} \ i_{M_1} \ \dot{i}_{M_1} \ i_{M_2} \ \dot{i}_{M_2}]$.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (143)$$

As matrizes de projeto do controlador são apresentadas pela equação (147), onde \mathbf{I} é a

matriz identidade.

$$\mathbf{Q} = 100 \cdot \mathbf{I}^{10 \times 10}, \quad \mathbf{R} = 0.001 \cdot \mathbf{I}^{4 \times 4} \quad (144)$$

Os valores para \mathbf{x}_d , são definidos, o objetivo de \mathbf{x}_d refere-se a posição final do eixo θ_1 e θ_2 , onde a inclusão desbalanceamento l_3 como elemento não-ideal apresentando se como perturbação ao sistema. A resposta do sistema mostrado na figura 35.

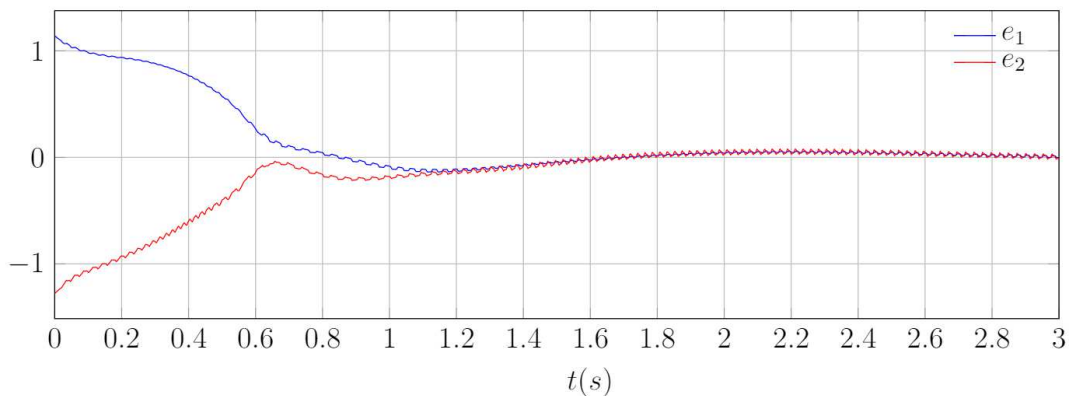


Figura 35 - Resposta do Erro de Posicionamento para Manipulador Com Ferramenta Rotativa, controle apenas Motor CC

A amplitude de vibração na extremidade elo flexível, $y_1(l_1)$ e $y_2(l_2)$ pode ser visto na figura 36

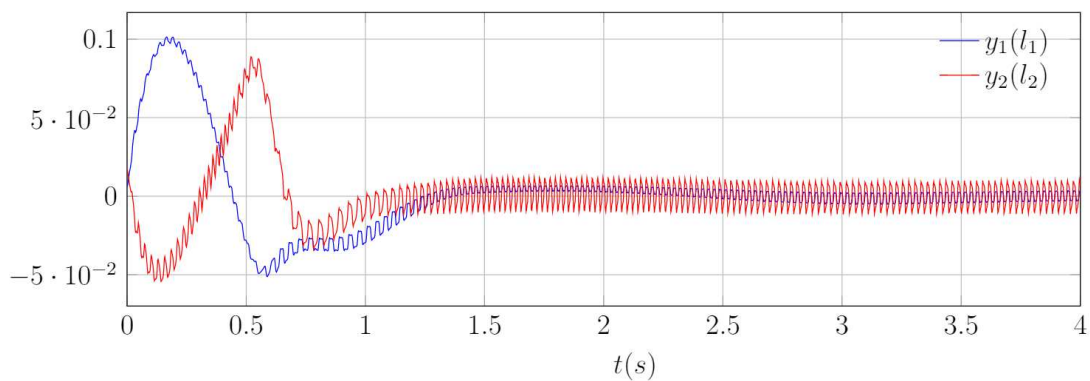


Figura 36 - Vibração da extremidade dos Elos do Manipulador, controle apenas Motor CC

6.3.2 Controle por Motor CC e Atuador LMF

Seguindo o procedimento anterior, será aplicado a mesma estratégia de controle como os mesmos ganhos do projeto de controle mostrados na abordagem de controle apenas por motor CC. Percebe-se que no modelo com atuador LMF, equação (145), a variável de controle pelo atuador LMF se dá por ΔT_{LMF} .

$$\mathbf{M}(\theta, q, \theta_M) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \\ \ddot{\theta}_M \\ \ddot{i}_M \end{Bmatrix} + \mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{q}) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta}_M \\ \dot{i}_M \end{Bmatrix} + \mathbf{K}(\theta, q, \theta_M) = \mathbf{U}(v, \Delta T_{LMF}) \quad (145)$$

Agrupando as matrizes na equação de espaço de estados de 146, temos o vetor de estados $\mathbf{x} = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2 \ \theta_3 \ \dot{\theta}_3 \ \theta_{M_1} \ \dot{\theta}_{M_1} \ \theta_{M_2} \ \dot{\theta}_{M_2} \ i_{M_1} \ \dot{i}_{M_1} \ i_{M_2} \ \dot{i}_{M_2}]$.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (146)$$

As matrizes de projeto do controlador são apresentadas pela equação (147), onde \mathbf{I} é a matriz identidade.

$$\mathbf{Q} = 100 \cdot \mathbf{I}^{10 \times 10}, \quad \mathbf{R} = 0.001 \cdot \mathbf{I}^{4 \times 4} \quad (147)$$

Desta forma, pode se ver o gráfico de erro, considerando $e_1 = \theta_1 - x_{d1}$ e $e_2 = \theta_2 - x_{d2}$ pela figura 37.

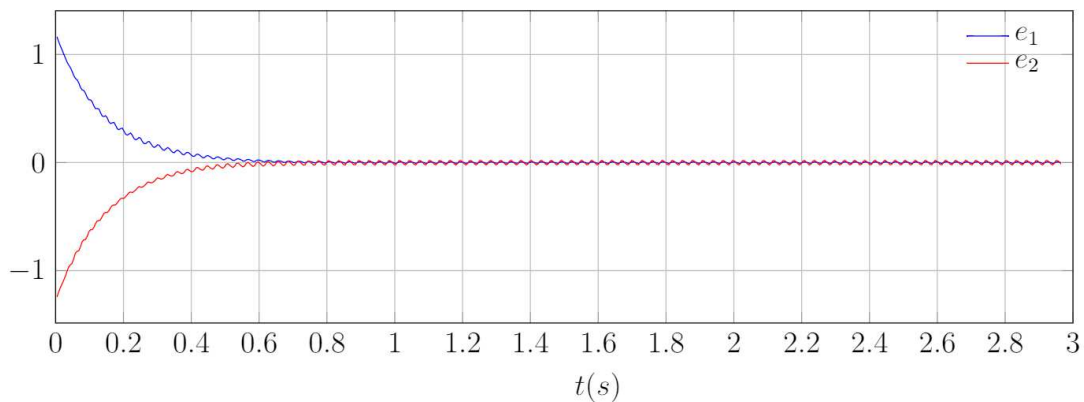


Figura 37 - Resposta do Erro de Posicionamento para Manipulador Com Ferramenta Rotativa, controle Motor CC e Atuador LMF

A figura 37 converge para zero, como esperado. Para caracterizar a amplitude de vibração da viga, apresenta-se o gráfico de $y_1(l_1)$ e $y_2(l_2)$ em 38.

Assim, foram apresentados os resultados numéricos dos casos de manipuladores robóticos flexíveis com controle apenas por motor CC e posteriormente com a composição de atuador híbrido, motor CC e atuador inteligente.

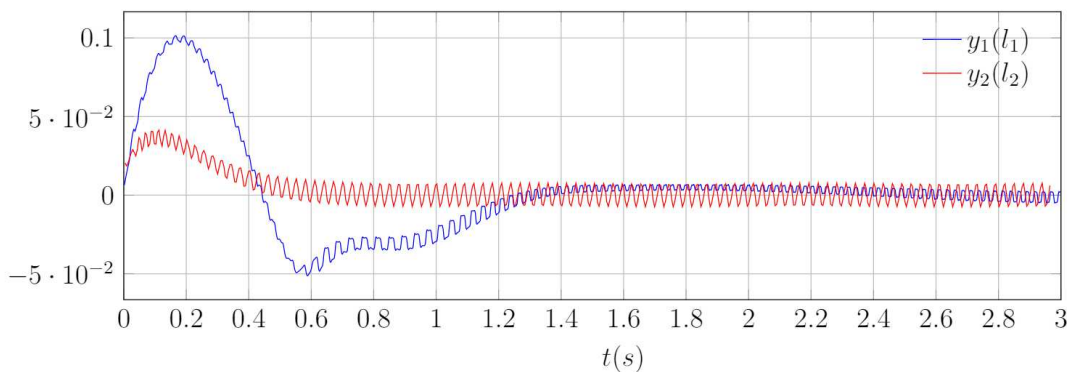


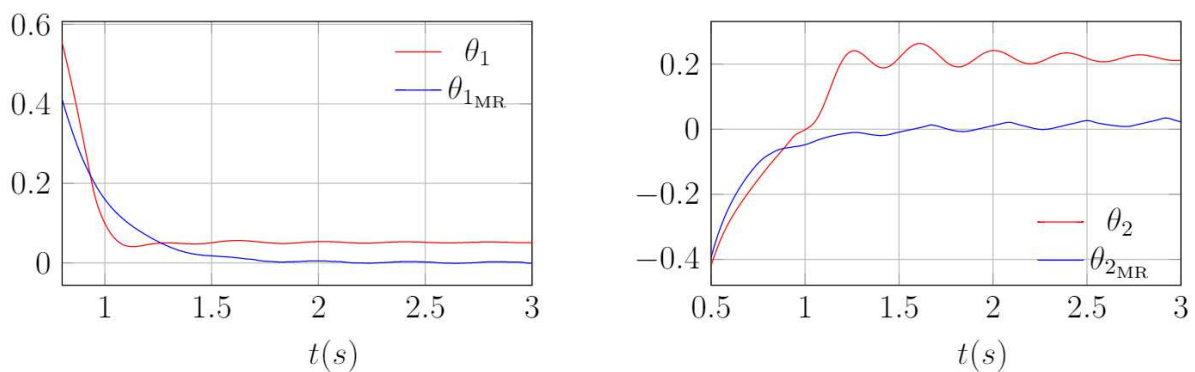
Figura 38 - Vibração da extremidade dos Elos do Manipulador, controle Motor CC e Atuador LMF

6.4 CONCLUSÃO

No capítulo 6 apresentou-se os resultados da simulações numéricas dos modelos de manipuladores com excitação não ideal, bem como a proposta de melhora no desempenho do atuador pela utilização de atuadores inteligentes.

No caso da adição do atuador MR no manipulador de carregamento de carga não-ideal, percebe-se, pela figura 39 (direita), que houve significativa melhora no resultado ao se utilizar o MR em relação a utilização de motores CC apenas, 39 não fosse repassada ao manipulador.

Figura 39 - Comparação do uso do atuador MR



Da mesma forma, os resultados da utilização do atuador LMF para estabilização do elo flexível no manipulador com ferramenta rotativa apresentam vantagens figura 40(direita) . Na figura 40 a utilização do LMF reduz a oscilação do elo refletido em θ_1 e θ_2 .

Resultado semelhante é encontrado ao se avaliar a oscilação da extremidade do elo pela figura 41, embora uma pequena oscilação mantenha-se devido ao desbalanceamento do motor em l_3 .

Assim é evidente que a utilização de atuadores híbridos pode colaborar no aumento da efi-

Figura 40 - Comparação do uso do atuador LMF para Posicionamento

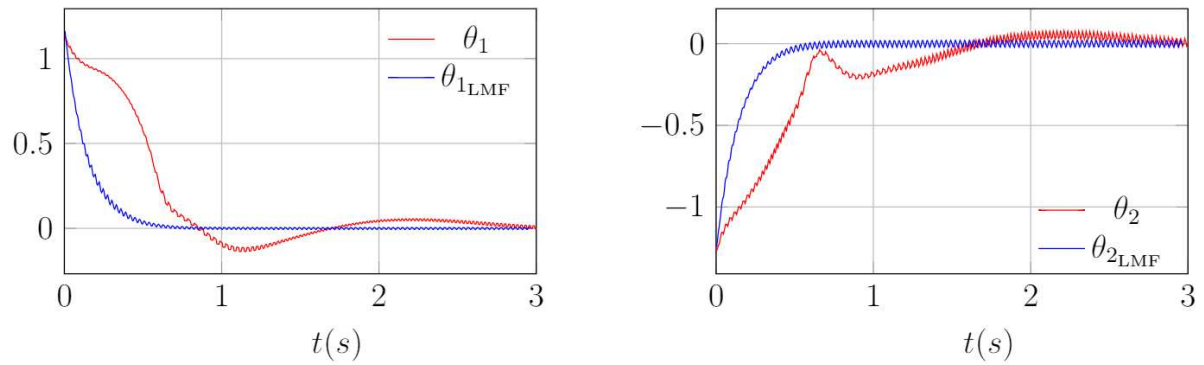
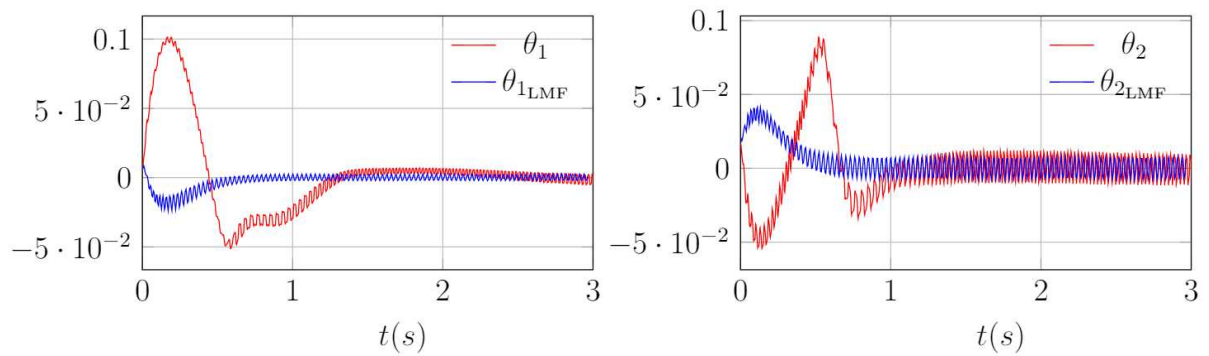


Figura 41 - Comparação do uso do atuador LMF para Vibração



ciência dos manipuladores robóticos, mesmo se este possui comportamento caótico, conforme mostrado na sessão 3.

7 CONCLUSÃO FINAL

Neste trabalho a interação não ideal entre dois modelos de manipuladores robóticos foi avaliada. O primeiro modelo é composto por dois elos rígidos e duas juntas com características flexíveis, a interação não-ideal dá-se pelo acoplamento da carga ao manipulador. Já no segundo modelo de manipulador a composição é dada por duas juntas e dois elos flexíveis e uma ferramenta rotatória na extremidade do manipulador, a característica de desbalanceamento da ferramenta ressalta a interação não-ideal deste modelo.

A modelagem mecânica foi feita pelo princípio estendido de Hamilton, utilizou-se da técnica de modos assumidos para representação da dinâmica dos elos flexíveis.

Para verificação da complexidade do modelo, aplicou-se os testes dinâmicos do mapa de Poincaré e Expoente de Lyapunov, demonstraram que os modelos aqui citados, apresentam comportamento caótico ao se acoplar as cargas com interação não ideal aos manipuladores.

Após os testes dinâmicos fez-se a proposta de controle discreto DSDRE (*Discrete State Dependent Riccati Equation*), com base no controle contínuo SDRE (*State Dependent Riccati Equation*). Para complementar a ação do controle nos manipuladores, foi proposto a adição de atuadores inteligentes, Freio Magneto-Reológico (MR - Brake), com objetivo de controlar a ação de flexibilidade nas juntas, e a Liga de Memória de Forma (LMF) no intuito de controlar o posicionamento e vibração dos elos flexíveis. Para as curvas não-lineares de histerese dos atuadores inteligentes, foi apresentado a técnica de estimativa de função não-linear com base na Rede Neural de Base Radial (RBFNN), onde obteve-se uma estimativa fiel ao comportamento real dos sistemas.

Para validação da hipótese de maior eficiência na utilização de atuadores híbridos, apresentou-se o capítulo de resultados numéricos. Com relação ao modelo manipulador flexível para carregamento não-ideal, dois resultados foram mostrados, o primeiro com a utilização apenas de motores CC e o segundo com a utilização de motores CC e atuador Freio MR (MR-Brake). Os Resultados numéricos demonstram que a adição do atuador MR foi capaz de absorver a vibração das juntas flexíveis, melhorando significativamente o controle de posicionamento. Para o modelo de manipulador robótico com juntas e elos flexíveis, bem como acoplados a uma ferramenta rotativa, adotou-se a mesma abordagem do modelo anterior, sendo primeiro teste utilizando-se apenas de motores CC, posteriormente é adicionado o atuador LMF. Os resultados numéricos mostram da mesma forma que a composição de atuadores híbridos teve melhor resultado do que apenas a utilização de motores CC.

Embora o ganho na controlabilidade do sistema tenha sido significativo, sugere-se com trabalhos futuros, que para o caso do modelo de manipulador flexível com ferramenta rotativa seja adicionado outro atuador além do atuador LMF, pois a frequência de resposta da Liga de Memória de Forma mostrou-se lenta, possibilitando apenas remover a vibração de baixa frequência da extremidade do manipulador, mantendo a componente de alta frequência.

REFERÊNCIAS

- ALGHAMDI, A. A.; LOSTADO, R.; OLABI, A.-G. Magneto-rheological fluid technology. In: *Modern Mechanical Engineering*. [S.l.]: Springer, 2014. p. 43–62.
- AQUINO, A. S. d. et al. Controle de vibração de um sistema sob desbalanceamento rotativo utilizando atuador de liga com memória de forma. Universidade Federal da Paraíba, 2011.
- BEEKMANN, R.; LEE, K. Nonlinear robotic control including drive motor interactions. In: IEEE. *American Control Conference, 1988*. [S.l.], 1988. p. 1333–1338.
- CHOI, S.-B.; HAN, Y.-M. *Magnetorheological fluid technology: applications in vehicle systems*. [S.l.]: CRC press, 2012.
- CRAIG, J. J. *Introduction to robotics: mechanics and control*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, 2005.
- DEGERATU, S.; ROTARU, P.; MANOLEA, G.; MANOLEA, H.; ROTARU, A. Thermal characteristics of ni–ti sma (shape memory alloy) actuators. *Journal of thermal analysis and calorimetry*, Springer, v. 97, n. 2, p. 695, 2009.
- DOMBOVARI, Z.; STEPAN, G. On the bistable zone of milling processes. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, v. 373, n. 2051, 2015. ISSN 1364-503X. Disponível em: <<http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/373/2051/20140409>>.
- DWIVEDY, S. K.; EBERHARD, P. Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review. *Mechanism and machine theory*, Elsevier, v. 41, n. 7, p. 749–777, 2006.
- FALK, F. Model free energy, mechanics, and thermodynamics of shape memory alloys. *Acta Metallurgica*, Elsevier, v. 28, n. 12, p. 1773–1780, 1980.
- FENILI, A.; BALTHAZAR, J. The rigid-flexible nonlinear robotic manipulator: Modeling and control. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Elsevier, v. 16, n. 5, p. 2332–2341, 2011.
- GHORBEL, F.; HUNG, J.; SPONG, M. Adaptive control of flexible-joint manipulators. *Control Systems Magazine, IEEE*, IEEE, v. 9, n. 7, p. 9–13, 1989.
- HAYKIN, S. S. *Redes neurais artificiais: princípio e prática. 2ª Edição, Bookman, São Paulo, Brasil, 2000.*
- HUBER, A.; WEISS, A. Developing human-robot interaction for an industry 4.0 robot: How industry workers helped to improve remote-hri to physical-hri. In: ACM. *Proceedings of the Companion of the 2017 ACM/IEEE International Conference on Human-Robot Interaction*. [S.l.], 2017. p. 137–138.

- ILIUK, I.; BALTHAZAR, J. M.; TUSSET, A. M.; FELIX, J. L. P.; PONTES, B. R. de. On non-ideal and chaotic energy harvester behavior. *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer, p. 1–12, 2013.
- JABLONSKI, R.; TURKOWSKI, M.; SZEWCZYK, R. *Recent advances in mechatronics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007.
- JUNKINS, J. L.; KIM, Y. *Introduction to Dynamics and Control of Flexible Structures*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1993. -1 p. ISBN 978-1-56347-054-7. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/4.862076>>.
- KIM, K. H.; PARK, I. J.; CHOI, J.-H.; RHIM, S. Evaluation of head-collision safety of a 7-dof manipulator according to posture variation. *Multibody System Dynamics*, Springer, v. 37, n. 1, p. 95–105, 2016.
- KORAYEM, M.; RAHIMI, H. Nonlinear dynamic analysis for elastic robotic arms. *Frontiers of Mechanical Engineering*, Springer, v. 6, n. 2, p. 219–228, 2011.
- KRISHNAN, R. *Electric motor drives: modeling, analysis, and control*. [S.l.]: Prentice Hall, 2001.
- KUKA, R. *ULBR iiwa*. 2016. Disponível em: <<https://www.kuka.com/>>.
- LE MOS, N. A. *Mecânica analítica*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2007.
- LJUNG, L. System identification: Theory for the user. *Englewood Cliffs*, 1987.
- LUBLIN, L.; ATHANS, M. Linear quadratic regulator control. *The control handbook*, Boca Raton, Florida: CRC Press, Inc, p. 635–650, 1996.
- MEIROVITCH, L.; PARKER, R. Fundamentals of vibrations. *Applied Mechanics Reviews*, v. 54, p. B100, 2001.
- MONTEIRO, L. H. A. *Sistemas dinâmicos*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2006.
- MRACEK, C. P.; CLOUTIER, J. R. Control designs for the nonlinear benchmark problem via the state-dependent riccati equation method. *International Journal of robust and nonlinear control*, Wiley Online Library, v. 8, n. 4-5, p. 401–433, 1998.
- NORTON, C. *Os mecanismos da escrita criativa*. [S.l.: s.n.], 2001.
- OGATA, K. Discrete-time control systems. *Automatica*, Elsevier, v. 33, n. 12, p. 2281–2282, 1997.
- OH, J.-S.; CHOI, S.-H.; CHOI, S.-B. Design of a 4-dof mr haptic master for application to robot surgery: virtual environment work. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 23, n. 9, p. 095032, 2014.
- PATIL, K.; REDDY, S.; ZAFAR, N. *Optimization of Seatbelt Anchorage Mount Locations for Occupant Injury Reduction in Frontal Crash*. [S.l.], 2016.
- PEARSON, J. Approximation methods in optimal control i. sub-optimal control. *International*

Journal of Electronics, Taylor & Francis, v. 13, n. 5, p. 453–469, 1962.

PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J. M.; PONTES, B. R.; FELIX, J. L. P. Chaos control of a nonlinear oscillator with shape memory alloy using an optimal linear control: Part ii: Nonideal energy source. *Nonlinear Dynamics*, v. 56, n. 3, p. 243–253, May 2009. ISSN 1573-269X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11071-008-9396-5>>.

RAO, S. S. *Vibrações mecânicas*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2009.

SAVI, M. A. *Dinâmica não-linear e caos*. [S.l.]: Editora E-papers, 2006.

SENKAL, D.; GUROCAK, H. Serpentine flux path for high torque mrf brakes in haptics applications. *Mechatronics*, Elsevier, v. 20, n. 3, p. 377–383, 2010.

SHAFER, A. S.; KERMANI, M. R. On the feasibility and suitability of mr fluid clutches in human-friendly manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, IEEE, v. 16, n. 6, p. 1073–1082, 2011.

SHAMES, I.; COZZARELLI, F. *Elastic and inelastic stress analysis* prentice-hall. Inc. Englewood Cliffs, NJ, 1992.

SICILIANO, B.; KHATIB, O. *Springer handbook of robotics*. [S.l.]: Springer, 2016.

THANH, T. D. C.; AHN, K. K. Nonlinear pid control to improve the control performance of 2 axes pneumatic artificial muscle manipulator using neural network. *Mechatronics*, Elsevier, v. 16, n. 9, p. 577–587, 2006.

TUSSET, A.; BALTHAZAR, J.; FELIX, J. On elimination of chaotic behavior in a non-ideal portal frame structural system, using both passive and active controls. *Journal of Vibration and Control*, SAGE Publications, v. 16, n. 6, p. 803–813, 2012.

UNIVERSAL, R. *UR10 da Universal Robots*. 2016. Disponível em: <<https://www.universal-robots.com>>.

VERSACE, J. *A review of the severity index*. [S.l.], 1971.

WANG Y. MAI, T.; MAO, J. Adaptive motion/force control strategy for non-holonomic mobile manipulator robot using recurrent fuzzy wavelet neural networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Elsevier, v. 34, p. 137–153, 2014.

WERNLI, A.; COOK, G. Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem. *Automatica*, Elsevier, v. 11, n. 1, p. 75–84, 1975.

ZAKERZADEH, M. R.; FIROUZI, M.; SAYYAADI, H.; SHOURAKI, S. B. Hysteresis nonlinearity identification using new preisach model-based artificial neural network approach. *Journal of Applied Mathematics*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2011, 2011.

ANEXO A - VALORES NUMÉRICOS E MATRIZES DOS SISTEMAS

Neste capítulo será apresentado os valores numéricos dos modelos deste trabalho. Em seguida a descrição das matrizes de cada modelo de manipulador estudado.

ANEXO A.1 - MODELO DE MANIPULADOR COM JUNTAS FLEXÍVEIS

Conforme modelo apresentado na Sessão 3.5.1, a descrição das matrizes do manipulador são mostradas abaixo:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L_1^2(m_1 + m_2 + m_3) & L_1L_2(m_2 + m_3)\cos(\theta_1 - \theta_2) & m_3(\ell - L_3)L_1\sin(\theta_1 - \theta_3) & L_1m_3\cos(\theta_1 - \theta_3) \\ L_1L_2(m_2 + m_3)\cos(\theta_1 - \theta_2) & L_2^2(m_2 + m_3) & L_2m_3(\ell - L_3)\sin(\theta_2 - \theta_3) & m_3L_2\cos(\theta_2 - \theta_3) \\ L_1m_3(\ell - L_3)\sin(\theta_1 - \theta_3) & L_2m_3(\ell - L_3)\sin(\theta_2 - \theta_3) & m_3(L_3 - \ell)^2 & 0 \\ L_1m_3\cos(\theta_1 - \theta_3) & L_2m_3\cos(\theta_2 - \theta_3) & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

Bem como,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & L_1L_2\dot{\theta}_2(m_2 + m_3)\sin(\theta_1 - \theta_2) & L_1m_3(\dot{\theta}_3 + 2(L_3 - \ell)\cos(\theta_1 - \theta_3) + 2\dot{\ell}\sin(\theta_1 - \theta_3)) & 0 \\ -L_1L_2\dot{\theta}_1\sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 & L_2m_3(\dot{\theta}_3 + 2(L_3 - \ell)\cos(\theta_2 - \theta_3) + 2\dot{\ell}\sin(\theta_2 - \theta_3)) & 0 \\ L_1m_3\dot{\theta}_1(\ell - L_3)\cos(\theta_1 - \theta_3) & L_2m_3\dot{\theta}_2(\ell - L_3)\cos(\theta_2 - \theta_3) & -2m_3\dot{\ell}(L_3 - \ell) & 0 \\ -L_1m_3\dot{\theta}_1\sin(\theta_1 - \theta_3) & -L_2m_3\dot{\theta}_2\sin(\theta_2 - \theta_3) & m_3\dot{\theta}_3(L_3 - \ell) & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_3g\sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 0 & k_c \end{bmatrix}$$

ANEXO A.2 - MODELO DE MANIPULADOR COM JUNTAS E ELOS FLEXÍVEIS

$$\phi_{i1}(x_i) = C \left[\text{sen}\beta_1 x_i - \sinh\beta_1 x_i + \left(\frac{\text{sen}\beta_1 l_i - \sinh\beta_1 l_i}{\cos\beta_1 l_i - \cosh\beta_1 l_i} \right) (\cosh\beta_1 x_i - \cos\beta_1 x_i) \right]$$

Para $C = 1$, $\beta_1 = 1,87$, $l_1 = 1.2$, obtém-se:

$$\phi_{11}(x_1) = \text{sen}(1,87x_1) - \sinh(1,87x_1) - 1,34 \cos(1,87x_1) + 1,34 \cosh(1,87x_1)$$

Para $C = 1$, $\beta_1 = 1,87$, $l_2 = 1.2$, obtém-se:

$$\phi_{21}(x_2) = \text{sen}(1,87x_2) - \sinh(1,87x_2) - 1,34 \cos(1,87x_2) + 1,34 \cosh(1,87x_2)$$

$\mathbf{M} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (0,86M_2 + 1,44M_3) \cos(\varpi_1) & 0,57m_2 1,44m_3 & 1,2l_3 m_3 \cos(\varpi_3) & \cos(\varpi_1)(2,3m_2 + 3,8m_3) & 1,36m_2 + 3,8m_3 \\ 1,2l_3 m_3 \cos(\varpi_2) & 1,2l_3 m_3 \cos(\varpi_3) & l_3^2 m_3 & 3,2l_3 m_3 \cos(\varpi_2) & 3,2l_3 m_3 \cos(\varpi_3) \\ 1,2m_2 & 0 & 0 & 3,2m_1 & 0 \\ 1,44m_2 \cos(\varpi_1) & 1,2m_2 & 0 & 3,8m_2 \cos(\varpi_1) & 3,2m_2 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{C} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,9\dot{q}_2(2,2m_2 + 4,4m_3) + \dot{\theta}_1(m_2 + 1,7m_3) & 0 & l_3 m_3(3,2\dot{q}_2 + 1,2\dot{\theta}_3) \text{sen}(\varpi_3) & -\dot{q}_2(5,1m_2 + 10,2m_3) \text{sen}(\varpi_1) & 0 \\ +\dot{q}_1(2,7m_2 + 4,4m_3) \cos(\varpi_1) & v_1 & 0 & 0 & 0 \\ -l_3 m_3(3,2\dot{q}_1 + 1,2\dot{\theta}_1) \text{sen}(\varpi_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_2(1,4\dot{\theta}_2 - 3,8\dot{q}_1 - 1,4\dot{\theta}_1) \text{sen}(\varpi_1) & v_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 39,1E_1 I_1 & 0 \\ 0 & k_s & 0 & 0 & 39E_1 I_1 \end{bmatrix}$$

Onde:

$$\begin{aligned}\varpi_1 &= \theta_1 - \theta_2 \\ \varpi_2 &= \theta_1 - \theta_3 \\ \varpi_3 &= \theta_2 - \theta_3 \\ v_1 &= -l_3 m_3 (3, 2\dot{q}_2 + 1, 2\dot{\theta}_2) \text{sen}(\varpi_3) \\ v_2 &= 3, 8m_2 \dot{q}_1 \text{sen}(\varpi_1)\end{aligned}\tag{148}$$

ANEXO B - SÚMULA CURRICULAR

Abaixo serão listados os artigos publicados durante o doutorado.

ANEXO B.1 ARTIGOS PUBLICADOS EM PERIÓDICOS INTERNACIONAIS

–LIMA, J. J.; TUSSET, A. M. ; BALTHAZAR, J. M. ; PICCIRILLO, V. ; JANZEN, F. C.; BRASIL, R. M. L. R. F. **SDRE APPLIED TO POSITION AND VIBRATION CONTROL OF A ROBOT MANIPULATOR WITH A FLEXIBLE LINK.** Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Warsaw), v. 54, p. 1067-1078, 2016.

•ALVES, A. C. ; TUSSET, A. M. ; BALTHAZAR, J. M. ; LIMA., J. J. JANZEN F. C.; ROCHA, R. T. ; NABARETTE, A. . **SDRE CONTROL APPLIED TO THE WHEEL SPEED OF A COMPRESSED AIR ENGINE WITH CRANK-CONNECTING-ROD MECHANISM.** SHOCK AND VIBRATION, 2017.

ANEXO B.2 ARTIGOS SUBMETIDOS À PERIÓDICOS INTERNACIONAIS

–LIMA, J. J.; BALTHAZAR, J. M. ; ROCHA, R. T. ; JANZEN, F. C. ; TUSSET, A. M.. **VIBRATION CONTROL OF A COLLABORATIVE ROBOTIC ARM WITH A NON-IDEAL LOAD-CARRYING.** JOURNAL OF VIBRATION AND CONTROL (JVC), 2017.

ANEXO B.3 ARTIGOS PUBLICADOS EM EVENTOS INTERNACIONAIS

–LIMA, J. J.; ROCHA, R. T. ; JANZEN, F. C. ; TUSSET, A. M. ; BASSINELLO, D. G. ; BALTHAZAR, J. M. . **POSITION CONTROL OF A MANIPULATOR ROBOTIC ARM CONSIDERING FLEXIBLE JOINTS DRIVEN BY A DC MOTOR AND A CONTROLLED TORQUE BY A MR-BRAKE.** In: International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2016.

–LIMA, J. J.; SANTOS, M. M. D. ; TUSSET, A. M. ; BASSINELLO, D. G. ; JANZEN, F. C. ; BALTHAZAR, J. M. . **NONLINEAR CONTROL STRATEGY BASED**

ON DISCRETE-TIME STATE DEPENDENT RICCATI EQUATION FOR ELECTRONIC THROTTLE CONTROL. In: 12th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, 2016. v. v1. p. 1-9.

–TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M. ; LIMA, J. J. ; ROCHA, R. T. ; JANZEN F. C.; YAMAGUCHI, P. S. . DETC2017-67536 - **ON AN OPTIMAL CONTROL APPLIED IN ATOMIC FORCE MICROSCOPY (AFM) INCLUDING FRACTIONAL-ORDER.** In: ASME 2017 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference August 6-9, 2017, Cleveland, Ohio, USA, 2017, Cleveland, Ohio, USA. aroceedings of IDETC/CIE 2017. NY, USA: ASME, 2017. v. 2017.

–JANZEN, F. C. ; BALTHAZAR, J. M. ; TUSSET, A. M. ; ROCHA, R. T. ; LIMA, J. J. . DETC2017-68181 **ANGULAR POSITIONING AND VIBRATION CONTROL OF A SLEWING FLEXIBLE CONTROL BY APPLYING SMART MATERIALS AND SLIDING MODES CONTROL.** In: ASME 2017 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference August 6-9, 2017, Cleveland, Ohio, USA, 2017, Cleveland, Ohio, USA. Proceedings of IDETC/CIE 2017. NY, USA: ASME, 2017. v. 2017. p. 1-10.