

UNESP
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

GUARATINGUETÁ
2017

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

WAGNER MACIEL CASTILHO

Análise da correlação azimutal entre hádrons produzidos em colisões relativísticas de íons pesados em uma abordagem hidrodinâmica utilizando o código NeXSPheRIO.

Guaratinguetá

2017

Wagner Maciel Castilho

Análise da correlação azimutal entre hádrons produzidos em colisões relativísticas de íons pesados em uma abordagem hidrodinâmica utilizando o código NeXSPheRIO.

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em FÍSICA na área de Física Nuclear.

Orientador: Prof. Dr. Wei-Liang Qian

Guaratinguetá

2017

Castilho, Wagner Maciel

C352a Análise da correlação azimutal entre hádrons produzidos em colisões relativísticas de íons pesados em uma abordagem hidrodinâmica utilizando o código NeXSPheRIO / Wagner Maciel Castilho – Guaratinguetá, 2017
118 f. : il.
Bibliografia: f. 96-103

Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2017.

Orientador: Prof. Dr. Wei-Liang Qian

1. Plasma de quarks e glúons. 2. Colisões (Física nuclear) 3. Hádrons.
4. Hidrodinâmica. I.Título.

CDU 532.5(043)


Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

WAGNER MACIEL CASTILHO

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"DOUTOR EM FÍSICA"

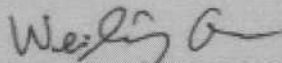
PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

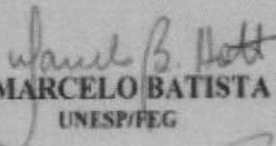


Prof. Dr. Konstatin Georgiev Kostov
Coordenador

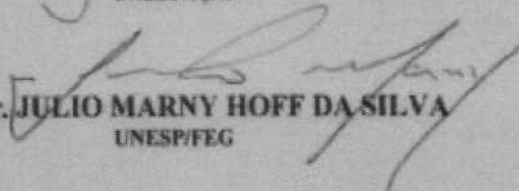
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. WEILIANG QIAN
Orientador / UNESP/FEG

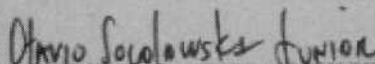


Prof. Dr. MARCELO BATISTA HOTT
UNESP/FEG



Prof. Dr. JULIO MARNY HOFF DA SILVA
UNESP/FEG

Prof. Dr. SANDRA DOS SANTOS PADULA
UNESP/IFT



Prof. Dr. OTÁVIO SOCOLOWSKI JUNIOR
Universidade Federal do Rio Grande/RS

Novembro de 2017

DADOS CURRICULARES

WAGNER MACIEL CASTILHO

- NASCIMENTO** 07.05.1983 - Jacareí / SP
- FILIAÇÃO** Dioscorides Castilho
Maria Aparecida de Fátima Maciel Castilho
- 2005/2007** Curso de Graduação, Licenciatura em Física,
Instituto Superior de Educação
Centro de Tecnologia e Ciências
- 2012/2014** Curso de Pós Graduação em Física, nível Mestrado,
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
- 2014/2017** Curso de Pós Graduação em Física, nível Doutorado,
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Esta Tese é dedicada aos meus filhos,
nos quais deposito minha fé.

AGRADECIMENTOS

Eu ofereço a minha mais profunda gratidão àqueles que participaram na culminação desta Tese da qual estou orgulhoso. E a todos aqueles que incentivam a busca pelo tão importante conhecimento, em especial:

- À minha família: especialmente aos meus pais Dioscorides e Maria Aparecida, e ao meu irmão Rodrigo.
- À Paula Daniela da Motta Yanase por todo apoio e dedicação.
- Ao meu orientador: Wei-Liang Qian, quem refletindo a sua alta formação acadêmica, me dá as pautas para formar a minha.
- Aos Professores: Yojiro Hama e Takeshi Kodama pelas contribuições no entendimento do tema por meio das discussões.
- Ao Professor Antonio Soares de Castro pelo incentivo e apoio a minha formação acadêmica.
- Aos Professores: Denis Dalmazi, Júlio M. Hoff da Silva, Marcelo B. Hott, Milton e Rogério P. Mota.
- Aos Amigos da Pós-Graduação, em especial: Angel E.O. Vásquez, Alessandro L.R. dos Santos, Carlos H.C. Villalobos e Alonso Ricci pelo incentivo em minha formação acadêmica e pela amizade.
- Aos meus amigos do IEAv: Alexandre David Caldeira, Eduardo Madeira Borges e Claudio Antonio Federico pelo incentivo ímpar em minha formação acadêmica e pela amizade que me alimenta com certezas e força.
- Aos meus Amigos da INB: Ronie G. da Silva, Luis A.L. Meza, Janine G. da Rocha e Hélio Duque F. de Oliveira, pela amizade e incentivo à minha formação acadêmica.
- Ao meu amigo da Marinha do Brasil José Milton Lopes pela amizade e incentivo à minha formação acadêmica.
- A Prof.^a Sandra dos Santos Padula que nos permitiu a utilização do GridUNESP e tornou esta pesquisa possível.
- E por último e o mais importante, meu agradecimento a **Deus, Nosso Senhor, JEOVÁ**.

Esta pesquisa tornou-se possível graças aos recursos computacionais disponibilizados pelo Núcleo de Computação Científica (NCC/GridUNESP) da Universidade Estadual Paulista (UNESP).

CASTILHO, W. M. **Análise da correlação azimutal entre hádrons produzidos em colisões relativísticas de íons pesados em uma abordagem hidrodinâmica utilizando o código NeXSPheRIO.** 2017. 116 f. Tese de Doutorado em Física – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

RESUMO

Os fenômenos físicos envolvidos em colisões relativísticas de íons pesados foram estudados utilizando o código hidrodinâmico NeXSPheRIO, com condições iniciais flutuantes evento a evento, caracterizado por tubos de fluxo longitudinais de altas energias. Foram realizadas análises para o espectro de hádrons em função dos momentos transversais pelos cálculos das distribuições de partículas em sete janelas de centralidade de colisão, de acordo com dados publicados pela Colaboração STAR. A coletividade da matéria nuclear formada durante as colisões foi investigada em termos de correlações azimutais entre hádrons.

Verificou-se que as estruturas da correlação dependem do momento transversal e da centralidade. Tais estruturas são atribuídas à interação entre um fundo dependente da centralidade e as flutuações de evento a evento na multiplicidade. Como resultado, as correlações observadas são apresentadas por um duplo pico na região do *away-side* que mudam continuamente para um pico único sob certas circunstâncias. Em termos do modelo do tubo periférico, o fundo é dominado pelo fluxo elíptico que aumenta com a descentralização. Pelos cálculos numéricos, a anisotropia do sistema é estudada quanto aos coeficientes de fluxo harmônico até a quarta ordem, de acordo com os dados da colaboração PHENIX.

A anisotropia do fundo contribui para as correlações entre hádrons e pôde ser avaliada pelo método ZYAM. Após sua subtração na produção do sinal de correlação próprio, a estrutura de correlação resultante é uma função da centralidade, plano de evento e do momento transversal de acordo com os dados das colaborações PHENIX e STAR. Mostrou-se que a estrutura do duplo pico no *away-side* muda continuamente para um pico único com a redução na centralidade. Além disso, em relação à dependência do plano de eventos, a estrutura de duplo pico no *away-side* evolui para um pico único à medida que o ângulo azimutal das partículas gatilho se move do plano para o da direção fora do plano de eventos. Também foi mostrado que a estrutura resultante do *away-side* pode ser sensível ao esquema detalhado pelo método ZYAM, particularmente, a subtração do terceiro coeficiente harmônico. Por último, mas não menos importante, a magnitude da correlação diminuiu com o aumento do momento transversal das partículas associadas. Nossas análises apresentaram um acordo razoável com os dados experimentais publicados pela colaboração PHENIX e STAR do RHIC.

PALAVRAS-CHAVE: Plasma de Quarks e Glúons. Colisões Nucleares. Modelo hidrodinâmico. Correlação entre hádrons. Fluxo coletivo.

CASTILHO, W. M. **The analysis of azimuthal correlations between hadrons produced in relativistic heavy-ion collisions are carried out via a hydrodynamic approach by using the NeXSPheRIO code.** 2017. 116 f. Tese de Doutorado em Física – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

ABSTRACT

The physical phenomena involved in relativistic heavy-ion collisions were studied using a hydrodynamic code, NeXSPheRIO, with event-by-event fluctuating initial conditions featured by high-energy longitudinal flux tubes. Analyses were carried out for hadron spectrum as a function of the transverse momentum by the calculations of particle distributions in seven collision centrality windows, according to the data published by the STAR Collaboration. Also, the collectivity of the nuclear matter formed during the collisions was investigated in terms of dihadron azimuthal correlations.

The correlation structures were found to be dependent on the transverse momentum and centrality. They are attributed to the interplay between the centrality dependent background and the event-by-event multiplicity fluctuations. As a result, the observed correlations are featured by a double-peak in the away-side region that continuously change to a single peak under certain circumstances. In terms of the peripheral tube model, the background is dominated by the elliptic flow which increases with decreasing centrality. By numerical calculations, the anisotropy of the system is studied regarding the harmonic flow coefficients up to fourth order, in accordance with the existing RHIC data.

The background anisotropy contributes to the dihadron correlations, and can be evaluated by the ZYAM method. After it is subtracted from the proper correlation yields, the resultant correlation structure is a function of centrality, event plane and transverse moment, in accordance with the data from the PHENIX and STAR Collaborations. It was shown that the double-peak structure in the away-side continually changes to a single peak as centrality decreases. In addition, concerning the event plane dependence, the double-peak structure in the away-side evolves into a single peak as the azimuthal angle of the trigger particles moves from the in-plane to the out-of-plane direction. It was also shown that the resultant away-side structure can be sensitive to the detailed schemes of the ZYAM method, particularly, to the subtraction of the third harmonic coefficient. Last but not least, the magnitude of the correlation was found to decrease with increasing transverse moment of the associated particles. Our analyses manifestly presented a reasonable agreement with the experimental data published by the PHENIX and STAR Collaborations.

KEYWORDS: Quark Gluon Plasma. Nuclear Collisions. Hydrodynamic model. Di-hadron correlations. Collective flow.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	a) Tabela periódica das partículas elementares; e (b) interações entre partículas segundo o modelo padrão.	20
Figura 2	Modelo esquemático de uma matéria quente, densa e desconhecida expandindo hidrodinamicamente.	24
Figura 3	Esboço dos estágios de evolução ocorridos em uma colisão relativística de íons pesados.	27
Figura 4	Densidade de energia gerada pelo NeXuS em uma janela de centralidade de 0 - 10% com energia incidente no referencial de centro de massa de 200 GeV por nucleon entre a colisão dos núcleos de $Au + Au$. Esquerda: Condições iniciais suaves geradas em uma média de 150 eventos; e a Direita: Condições iniciais flutuantes, realizada com um único evento. . .	29
Figura 5	Ilustração de uma colisão periférica entre dois núcleos com a formação de um volume amendoado de partículas interagentes. Na parte superior é exibida uma vista tridimensional e na parte inferior uma distribuição espacial e dos momentos médios do fluido.	31
Figura 6	Uma vista longitudinal, à esquerda, e perpendicular, à direita, da figura para dois íons em rota de colisão com parâmetro de impacto b . A região sombreada representa a zona participante.	32
Figura 7	Cálculo da centralidade de uma colisão utilizando o NeXSPheRIO, conforme definição utilizada pelos experimentalistas.(a) Contagem cumulativa de partículas carregadas sem normalização pelo número de eventos (linear); e (b) contagem de frequência de partículas carregadas por intervalo e normalizada pelo número de eventos (mono-log).	33
Figura 8	Correlação entre o número de nucleons participantes (a multiplicidade) em função do parâmetro de impacto b é exibido na Figura superior (inferior). Os círculos na parte superior das Figuras representam os resultados gerados pelo NeXSPheRIO e as curvas sólida um ajuste exponencial. Na parte inferior das Figuras são exibidos os desvios padrão σ e coeficientes de variações $\sigma/N_p 100\%$ pelos quadrados e círculos fechados, respectivamente.	35
Figura 9	A produção de partículas em relação ao número de nucleons participantes na colisão, obtida pela razão entre a multiplicidade e o número de participantes, em função de b é exibida em (a) e o diagrama de frequências do número de participantes em (b).	36
Figura 10	Prescrição de Copper-Frye para o desacoplamento.	48

Figura 11	A distribuição invariante de momento p_T gerada pelo NeXSPheRIO é representada pelas curvas sólidas e os símbolos pelos dados experimentais (ADAMS et al., 2003) para sete janelas de centralizações. A equação de estado utilizada foi a de ponto crítico na temperatura de $T_f = 135$ MeV em todas as janelas de centralizações.	50
Figura 12	Esboço da correlação entre hádrons.	55
Figura 13	Esboço da correlação entre partículas ocorridas em colisões relativísticas. (a) supressão de jatos devido a interação do párton gerado com o QGP. (b) esboço do espectro medido em colisões de prótons e de íons pesados. . . .	57
Figura 14	Cálculo de correlação entre hádrons carregados corrigidos pela técnica de evento misto realizado com o NeXSPheRIO para uma colisão de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV na janela de centralização de 0 - 10%. (a) sinal corrigido em três dimensões é apresentado a esquerda e uma vista em perfil com suas projeções em $ \Delta\eta $ e $ \Delta\phi $ a direita; e (b) vista em perfil $ \Delta\phi $ da correlação crua (background) na linha sólida (tracejada). ($ \eta < 1, 4 \leq p_T^{trig} \leq 5$ e $1,5 \leq p_T^{ass} \leq 4$).	59
Figura 15	Expansão transversal da matéria centrada na origem e do tubo posicionado inicialmente a 5,4 (fm) de distância em relação ao centro do sistema. As setas indicam a velocidade do fluido.	63
Figura 16	Correlação azimutal realizada pelo método do tubo em um background totalmente simétrico com o tubo localizado a 5,4 (fm) em relação a origem do background em (a); e 4,5, 4,25 e 4,00 (fm) em (b).	64
Figura 17	O fluxo elíptico calculado pelo NeXSPheRIO para 6 janelas de centralizações são representados pelas linhas sólidas e os dados experimentais pelos símbolos (ADAMS et al., 2005).	72
Figura 18	Os fluxos elíptico, triangular e quártico calculado pelo NeXSPheRIO para 6 janelas de centralizações são representados pelas linhas sólidas e os dados experimentais pelos símbolos (ADARE et al., 2011). Na coluna da direita (esquerda) são apresentados os dados para v_2 e v_4 (v_3).	73
Figura 19	Diagrama de correlação entre hádrons calculado no modelo de tubo periférico: (a) contribuição do tubo periférico nas janelas centrais e periféricas; (b) contribuição do background e a correlação resultante para colisões centrais e periféricas. As linhas pontilhadas correspondem a contribuição do background e as linhas contínuas a correlação resultante com as figuras à direita representando as colisões periféricas e as da esquerda as centrais.	78

- Figura 20 Resultados numéricos da contribuição do método ZYAM utilizando apenas o fluxo elíptico v_2 em relação ao sinal medido sem subtração do sinal de fundo. ($|\eta| < 1$, $2 \leq p_T^{trig} \leq 3$ e $0,4 \leq p_T^{ass} \leq 1$ na parte superior, $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$ no meio e $2 \leq p_T^{ass} \leq 3$ na parte inferior da figura para janelas central 0-20 à esquerda, meio central 20-40 no centro e periférica 60 - 92% no lado direito da figura em colisões de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV no plano de evento, $\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{asso}$). 82
- Figura 21 Os cálculos da correlação entre hádrons, utilizando o NeXSPheRIO e corrigido pelo método ZYAM com a subtração do fluxo elíptico, são representados pelas curvas sólidas roxa e os dados experimentais (ADARE et al., 2008) pelos círculos. As curvas sólidas quadradas acima e abaixo representam os desvios dos dados experimentais. ($|\eta| < 1$, $2 \leq p_T^{trig} \leq 3$, $0,4 \leq p_T^{ass} \leq 1$ na parte superior, $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$ no meio e $2 \leq p_T^{ass} \leq 3$ na parte inferior da figura para janelas central 0-20 à esquerda, meio-central 20-40 no meio e periférica 60 - 92% à direita da figura em colisões de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV no plano de evento, $\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{ass}$). 83
- Figura 22 Resultados numéricos da contribuição do método ZYAM utilizando os harmônicos v_2 , v_3 e $v_4\{\psi_2\}$ em relação ao sinal medido sem subtração do sinal de fundo em (a). Em (b) é exibida a correlação corrigida pelos harmônicos v_2 , v_3 e $v_4\{\psi_2\}$ na linha sólida e apenas v_2 na linha pontilhada. Os círculos fechados representam os dados experimentais que são obtidos com a subtração apenas do fluxo elíptico v_2 no background (ADARE et al., 2008). ($|\eta| < 1$, $2 \leq p_T^{trig} \leq 3$ e $0,4 \leq p_T^{ass} \leq 1$ a esquerda, $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$ no centro e $2 \leq p_T^{ass} \leq 3$ a direita da Figura, para a janela meio-central 20 - 40% em colisões de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV no plano de evento, $\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{asso}$). 84
- Figura 23 Diagrama esquemático do ângulo de saída da partícula gatilho em relação ao plano de eventos $\phi_s = |\phi_{trig} - \psi_r|$, onde a parte em verde representa as partículas saindo na direção do plano de eventos; em azul na região intermediária; e em amarelo saindo para fora do plano. 86
- Figura 24 O cálculo da correlação entre hádrons como função de $\phi_s = |\phi_{trig} - \psi_n|$, com corte na diferença da pseudorapidez $|\Delta\eta| < 0.7$ entre a partícula gatilho e suas associadas, utilizando o NeXSPheRIO e corrigido pelo método ZYAM é representado pelas curvas sólidas roxa e os dados experimentais (AGAKISHIEV et al., 2014) pelas estrelas fechadas em vermelho. As curvas sólidas quadradas acima e abaixo representam os desvios dos dados experimentais. ($|\eta| < 1$, $3 \leq p_T^{trig} \leq 4$, $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$ para a janela 20 - 60% em colisões de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV, $\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{ass}$). 87

Figura 25 Figura 24, com a exclusão do termo v_3 no cálculo do background e a substituição dos dados experimentais por (AGAKISHIEV et al., 2013). . . 88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores médios, obtidos entre 1000 eventos gerados pelo NeXuS, das propriedades físicas dos tubos de fluxos apresentados nas condições iniciais flutuantes para uma colisão de $Au + Au$ com energia de $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV em 8 janelas de centralidades de colisão.	30
Tabela 2 – Parâmetros utilizados para descrever o modelo de tubo periférico.	76
Tabela 3 – Resolução do plano de evento \mathcal{R}_{es} para o fluxo elíptico médio $\langle v_2 \rangle$, triangular $\langle v_3 \rangle$ e quártico $\langle v_4 \rangle$ nas janelas central, meio-central e periférica.	80
Tabela 4 – Fluxo elíptico médio $\langle v_2 \rangle$, triangular $\langle v_3 \rangle$ e quártico $\langle v_4 \rangle$ obtido por meio da equação (78) nas janelas central, meio-central e periférica.	81
Tabela 5 – Fluxo harmônico médio $\langle v_n \rangle$ calculado para as partículas associadas contidas no intervalo $1 < p_T^{ass} < 2$ GeV/c do momento transversal analisadas na janela de centralização de 20 - 60%.	89
Tabela 6 – Fluxo harmônico médio $\langle v_n \rangle$ calculado com as partículas gatilho contidas no intervalo $3 < p_T^{trig} < 4$ GeV/c do momento transversal, analisadas nas janelas de centralizações de 20 - 30; 30 - 40; 40 - 50; e 50 - 60% e fatiada em 6 partes iguais no plano de evento.	90

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	CROMODINÂMICA QUÂNTICA	19
3	EVOLUÇÃO HIDRODINÂMICA	23
3.1	Quadro pictórico da evolução hidrodinâmica	23
3.2	Termalização	26
3.2.1	Condições iniciais	26
3.2.1.1	Janela de centralidade	30
3.3	Expansão	34
3.3.1	Tensor energia-momento	34
3.3.1.1	Tensor energia-momento para um fluido perfeito	37
3.3.2	Equações de estado	42
3.3.2.1	Fase hadrônica	42
3.3.2.2	Fase do plasma de quarks e glúons	45
3.3.2.3	Transição de fase com ponto crítico	47
3.4	Desacoplamento	47
3.5	Distribuição de partículas	49
3.5.1	Anisotropia azimutal - método do plano de eventos	52
3.5.2	Análise da correlação angular entre hádrons	54
3.5.2.1	Background - evento misto	56
3.5.2.2	Background - distribuição anisotrópica (método ZYAM)	59
3.5.3	Modelo do tubo periférico	60
4	MÉTODOS NUMÉRICOS	65
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	70
5.1	Anisotropia azimutal	71
5.2	Modelo do tubo periférico	72
5.3	Análise da correlação azimutal entre hádrons	77
5.3.1	Dependência da centralidade na correlação azimutal entre hádrons	78
5.3.1.1	Background - método ZYAM	79
5.3.2	Dependência do plano de eventos na correlação azimutal entre hádrons	85
5.3.2.1	Background - método ZYAM	87
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	91
6.1	Perspectivas Futuras	93

	REFERÊNCIAS	94
	APÊNDICE A – TEORIA DE CAMPOS DE GAUGE NÃO ABELIANA “QCD”	102
	APÊNDICE B – TENSOR ENERGIA-MOMENTO	106
	APÊNDICE C – NOTAÇÃO RELATIVÍSTICA	109
C.1	Equação de Dirac	112
C.1.1	Simetria quiral	115
C.2	Rapidez e pseudorapidez	116

1 INTRODUÇÃO

A matéria hadrônica como conhecemos: mesônica, composta por um quark e antiquark; e a bariônica, composta por três quarks, são estados ligados de quarks e glúons. Os glúons, por sua vez são os intermediários da força forte e responsáveis por manter os quarks unidos nos familiares prótons e nêutrons, assim como também em outras espécies (ANSELMO et al., 2013; MANDL; SHAW, 2010). Por alguns milionésimos de segundos, logo após a grande explosão *Big-Bang*, o universo tinha a densidade de energia e temperatura tão altas que tais hádrons, os nucleons no interior dos núcleos, não se formavam. O universo continha então uma sopa surpreendentemente quente e densa formada por pártons que são os constituintes dos hádrons: quarks, antiquarks e os intermediadores glúons; além das demais partículas e antipartículas leptônicas juntamente com seus intermediadores. Sem estar ainda confinados, estes pártons permearam todo o universo em um estado conhecido como plasma de quarks e glúons (*Quark-Gluon Plasma - QGP*) (HWA, 1990). Com a expansão do universo a densidade de energia caiu abaixo de valores críticos $\rho_{cr} \simeq 1 \text{ GeV/fm}^3$ e sua temperatura reduziu abaixo de $T_{cr} \simeq 170 \text{ MeV}$ ¹, permitindo que os graus de liberdade coloridos adviessem a se confinar em objetos conhecidos como singletos de cor com um diâmetro de aproximadamente 1 fm ². Ao longo do tempo a temperatura continuou a cair até atingir $T \simeq 100 \text{ keV}$ e um pequeno núcleo atômico pôde ser formado e sobreviver, ficando conhecido como “núcleo síntese” primordial, fixando logo após a composição química que recebe a nomenclatura de congelamento químico (*chemical freeze-out*) (WEINBERG, 1971; STEPHANI, 1996; SCHUTZ, 2009). Os hádrons passaram a experimentar a força eletrofraca decaindo em outras partículas e se aniquilavam com as antipartículas tornando o universo opaco, até a temperatura atingir 3000 K, onde uma pequena fração de prótons, nêutrons e elétrons sobreviveram para finalmente se combinarem no interior de átomos dando origem ao universo transparente com o desacoplamento da radiação eletromagnética, sendo conhecido como congelamento térmico (*thermal freeze-out*) (THORNE, 1987; D’INVERNO, 1995). Esta complexa evolução até a formação dos hádrons pôde ser recriada em aceleradores envolvendo colisões relativísticas de íons pesados (HEINZ, 2004) e representada pelo acoplamento de ferramentas que descrevem o complexo processo envolvendo energias extremamente relativísticas com as interações partônicas, ditadas pela Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics - QCD*), e seguida por uma expansão hidrodinâmica que é acionada para descrever o fluxo radial gerado pelo QGP (RISCHKE, 1999; HAMA; KODAMA; JR., 2005; HAMA Y; ANDRADE et al., 2006).

Com as colisões nucleares de altas energias, a formação do QGP torna-se possível, onde os quarks e glúons coloridos não estão confinados em uma estrutura bem definida ou em seu estado natural de confinamento. Os quarks interagem entre si por meio da emissão ou absorção

¹ $1 \text{ eV} \simeq 11.604 \text{ K}$.

² $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$.

de partículas sem massas, os glúons. A interação entre estas partículas fundamentais exige uma carga de cor, a fim de respeitar o princípio de exclusão de Pauli, exibindo assim uma nova Física com um número quântico colorido que é descrito por meio da Cromodinâmica Quântica. Uma propriedade crucial para a formação do QGP, descrita pela QCD, é a de tornar os quarks e glúons assintoticamente livres: seja com a redução das distâncias; e/ou em colisões com grande quadrimomento transferido entre os quarks $Q = \sqrt{-q^2}$. Esta é também conhecida como “liberdade assintótica”, que torna possível a utilização da teoria de perturbação nos cálculos e a utilização dos diagramas de Feynman em processos de espalhamento a altas energias.

Assim como na Eletrodinâmica Quântica (*Quantum Electrodynamics* - QED), à medida que se aumenta o quadrimomento transferido pares de férmions-antiférmions secundários são criados, e os férmions primários se comportam como se estivessem rodeados por uma nuvem de férmions-antiférmions reduzindo suas cargas elétricas fora da região blindada implicando no efeito chamado de blindagem. Entretanto, na liberdade assintótica são os pares de glúons, criados mais rapidamente do que pares de quarks-antiquarks, que formam uma nuvem de glúons em torno dos quarks, reduzindo a força forte e as distâncias entre os quarks, este efeito é chamado de antiblindagem e é o responsável por reduzir a magnitude da constante de acoplamento da força forte α_s , trazendo o comportamento de liberdade entre os quarks e glúons. Por outro lado, com o aumento das distâncias entre os quarks e ou a diminuição no quadrimomento transferido a constante de acoplamento torna-se cada vez mais forte, fazendo com que seja impossível encontrá-los individualmente na natureza. Para uma constante de acoplamento α_s fraca, a interação entre os quarks e glúons pode ser tratada por teorias perturbativas, já para os demais casos em que a constante torna-se forte as teorias não perturbativas passam a ser indispensáveis (ANSELMO et al., 2013; MANDL; SHAW, 2010).

A liberdade assintótica sugere duas maneiras para alcançar o QGP. Uma é elevando a temperatura do sistema para $T_{cr} = 150 - 200$ MeV, note que a temperatura do núcleo do Sol é $T \simeq 1.3$ keV. A outra é aumentando a densidade bariônica, que pode ser obtida nos processos dinâmicos das colisões relativísticas de íons pesados. Neste processo dinâmico que ocorre numa escala típica de 12 fm de comprimento com uma duração de aproximadamente 12 fm/c, sua detecção direta torna-se extremamente difícil. Este tempo é suficiente para que o sistema formado esfrie durante sua expansão causando a recombinação dos quarks, antiquarks e glúons para formar os hádrons resultando na matéria hadrônica que observamos (HWA, 1990).

Durante o período da colisão, partículas com grande momento transversal $p_T \gg 1$ GeV/c e ou massivas podem ser criadas nas colisões primárias e, descritas pelos processos perturbativo da QCD, recebendo o nome de *hard*, caso haja uma grande transferência de momento Q^2 , em uma pequena escala de tempo $\sim 1/Q$. A produção destas partículas gera muitos hádrons que são observados em uma mesma direção, dando origem aos jatos que se movem em sentidos opostos e que podem ser tratados pela QCD perturbativa (SARKAR; SATZ; SINHA, 2010). Uma vez produzidos podemos usá-los para explorar o plasma de quarks e glúons criado nos instantes iniciais. É esperado que com a existência deste plasma ocorra um derretimento nos

jetos, reduzindo assim o quadrimomento p_T e aumentando o ângulo de espalhamento azimutal ϕ entre as partículas que constituem os jetos e tem de atravessar o sistema, este processo não pode ser tratado perturbativamente pela QCD (GYULASSY et al., 2011) e é também conhecido como arrefecimento brusco do jato (*jet quenching*). Por exemplo, em uma colisão entre dois núcleos pesados de ouro-ouro ($Au + Au$), a zona de reação possui um diâmetro transversal de aproximadamente 10 fm, assim uma partícula criada próxima a borda superior da hiperesfera e que se move para dentro, precisa de 10 fm/c antes de emergir do outro lado. Esta quantidade corresponde a um tempo suficiente para a matéria leve (com baixo momento p_T e massa) termalizar, expandir, esfriar e quase atingir o desacoplamento da hiperesfera (VOLOSHIN; POSKANZER; SNELLINGS, 2008). A matéria leve é um background criado no plasma de quarks e glúons e surge em função da grande quantidade de graus de liberdade envolvidos na colisão de íons pesados. Este processo pode ser explorado por meio da correlação entre hádrons utilizando as partículas que constituem o jato e em sua trajetória atravessam todo o sistema.

Nesta análise de correlação, uma estrutura com um excesso na produção de correlação no lado mais próximo da partícula gatilho, localizado em torno de $\Delta\phi \approx 0$, fornece uma estrutura de cume que recebe a nomenclatura de *ridge* e possui uma longa extensão no eixo longitudinal $\Delta\eta$. Estima-se que esta estrutura advém de uma pequena viscosidade de cisalhamento no QGP e que alarga a rapidez de correlação do momento corrente (GAVIN; ABDEL-AZIZ, 2006). Estas forças viscosas, conduzem para um alargamento longitudinal do momento transversal nas funções de correlações de partículas (PUTSCHKE, 2007; WENGER et al., 2008; ALVER et al., 2010). Na direção azimutal ϕ , uma estrutura de duplo pico é observado no sentido oposto ao da saída da partícula criada próxima a borda superior e ejetada para fora da hiperesfera $\Delta\phi \approx \pi$, também conhecida como partícula gatilho (*trigger*) (MCCUMBER et al., 2008; HORNER et al., 2007). Além da supressão de jetos parentes, que pertencem ao mesmo processo microscópico, quando comparadas com a estrutura de correlação de próton-próton ($p + p$), onde não se espera a formação do plasma, em análises das correlações dos picos (PUTSCHKE, 2007). Esta supressão (derretimento do jato) é um forte candidato para verificar que o meio quente e denso ocorreu (JIANGYONG, 2009).

A estrutura de cume foi observada também em colisões $p + p$ no grande colisor de hádrons (*Large Hadron Collider - LHC*) (KHACHATRYAN et al., 2010). Medidas realizadas em colisões próton-chumbo ($p + Pb$) mostraram que as produções de jetos parentes são aproximadamente constantes para diferentes centralidades de colisão, embora a produção do cume tenha variado com a centralidade (ABELEV et al., 2015). No lado oposto ao da partícula gatilho encontramos um enriquecimento em colisões de $p + p$ e deutério-ouro ($d + Au$) com relação às de íons pesados $Au + Au$, e este último apresenta ainda uma estrutura de duplo pico que muda continuamente para um pico único quando vamos de colisões centrais para periféricas (ADARE et al., 2008), o que não é observado nas colisões de $p + p$ e $d + Au$. Esta mudança na estrutura de correlação foi observada em função do ângulo de saída da partícula gatilho em relação ao plano de eventos ϕ_s que vai de duplo pico, para partículas saindo na perpendicular ao plano de eventos ($\phi_s = \pi/2$),

a um pico único com as partículas gatilho sendo ejetadas na direção do plano de eventos ($\phi_s = 0$) (AGAKISHIEV et al., 2014).

Usualmente, assume-se que o sistema alcance o equilíbrio térmico, onde a matéria passa a interagir fortemente tornando-se não perturbativa, e a pressão que atua contra o equilíbrio atinja uma pressão térmica agindo contra o vácuo ao redor, levando a uma expansão coletiva que pode ser tratada hidrodinamicamente (VOLOSHIN; ZHANG, 1996; POSKANZER; VOLOSHIN, 1998; HUOVINEN et al., 2001). Por isso, é possível buscar a ocorrência do plasma por meio das assinaturas: supressão na magnitude de partículas com alto momento transversal em colisões de íons pesados quando comparada com colisões $p + p$ (KHARZEEV; LEVIN; TUCHIN, 2014; PUTSCHKE et al., 2007), supressão anômala de J/Ψ (MATSUI; SATZ, 1986; ZHU; ZHUANG; XU, 2005), produção de estranheza assim como méson ϕ ($s\bar{s}$) (RAFELSKI; MÜLLER, 1982; ABELEV et al., 2009) e a anisotropia ou fluxo anisotrópico no volume de hádrons do estado final (ADARE et al., 2016; QIAN et al., 2009; ADAMS et al., 2005; ADAMS et al., 2004). Este último é uma assinatura sensível da ocorrência de plasma que pode ser obtida em termos da anisotropia da distribuição azimutal de partículas no espaço dos momentos com respeito ao plano de reação, e é atribuída à expansão anisotrópica do QGP. Frequentemente analisada em função da expansão em série de Fourier com os coeficientes harmônicos representando: o fluxo radial (VOLOSHIN, 1997) no primeiro, o fluxo elíptico que carrega informações da excentricidade da colisão (HAMED et al., 2011) e tamanho do sistema (ALVER et al., 2007) no segundo e flutuações na geometria de colisão e ou nos níveis energéticos no terceiro harmônico (ALVER; ROLAND, 2010; ADAMCZYK et al., 2013; NIEMI et al., 2013). Estudos com coeficientes harmônicos de ordens superiores são também analisados, muito embora possuam uma pequena magnitude (WANG, 2014; ADARE et al., 2011). Consequentemente, esta anisotropia é sensível às propriedades de transporte do QGP e para os mecanismos da evolução espaço-temporal.

A análise de colisões nucleares a altas energias requer um complexo processo envolvendo as colisões entre os constituintes, no instante inicial, e a formação da matéria quente e densa do QGP. Um modelo baseado no código de Monte Carlo pode ser utilizado para simular as condições iniciais, quando ocorrem somente as colisões microscópicas. Após isto, assumimos que ocorra uma evolução hidrodinâmica no sistema e novamente o modelo de Monte Carlo é acionado para simular a hadronização. Esta expansão hidrodinâmica assumida nos instantes iniciais é feita com base na distribuição anisotrópica do volume de hádrons medidos no RHIC (ADAMS et al., 2004). O código NeXSPheRIO é uma junção destes dois modelos. O NeXuS é baseado em um sofisticado tratamento de interação primária, que simula a passagem de um núcleo através do outro (DRESCHER et al., 2002), providenciando as interações primárias párton-pártion e a deposição de energia, gerando as Condições Iniciais (CIs) especificadas em termos dos números de densidade de energia e bariônica baseado na teoria de Regge-Gribov (DRESCHER et al., 2001). Neste modelo a técnica de Monte Carlo é empregada. O SPheRIO é um modelo hidrodinâmico que utiliza o método Lagrangeano sem malha chamado de *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) (LIU; LIU, 2010; LIU; LIU; LAM, 2003) usado para simular

a evolução hidrodinâmica em cada evento do NeXuS até o *freeze-out* (AGUIAR et al., 2001; HAMA et al., 2008; TAKAHASHI et al., 2009). No *freeze-out* térmico, que ocorre com o fim de cada evolução, o gerador de Monte Carlo é invocado para efetivar a emissão hadrônica levando em consideração os respectivos decaimentos radioativos. O código oferece uma razoável concordância com os dados experimentais para o fluxo elíptico e sugere que a evolução hidrodinâmica, e conseqüentemente o QGP, ocorreu durante a colisão. Em recente estudo mostrou-se que as análises do espectro e do fluxo elíptico apresentam um acordo razoável com os dados experimentais, em uma pequena região de momento transversal, e que a escolha das Equações de Estado (EoS) não afetam significativamente os resultados (STEINHEIMER et al., 2010; DUDEK et al., 2017).

Neste trabalho buscou-se compreender as estruturas formadas nas correlações entre hádrons, bem como a origem peculiar do duplo pico criado na região de saída das partículas associadas a partícula gatilho e que são ejetadas no sentido oposto a saída da partícula gatilho, região conhecida como *away-side*. As análises foram realizadas em função da centralidade de colisão, momento transversal da partícula associada p_T^{ass} e do ângulo azimutal de saída da partícula gatilho em relação ao plano de eventos.

A Tese é dividida em seis capítulos, conforme segue. Uma abordagem de confinamento e desconfinamento dos quarks e glúons no interior dos hádrons é descrita no segundo Capítulo, conforme a teoria da Cromodinâmica Quântica. A evolução hidrodinâmica ocorrida nas colisões, bem como soluções analíticas: da hidrodinâmica relativística para um fluido ideal; das equações de estado; e do critério de desacoplamento são descritos no terceiro Capítulo, assim como soluções numéricas para as condições iniciais e distribuição de partículas. A técnica numérica adotada para efetivar a evolução hidrodinâmica baseada no método SPH é descrita no quarto Capítulo. Os cálculos da: distribuição anisotrópica, com os coeficientes da expansão de Fourier calculados até a quarta ordem; correlação azimutal entre hádrons em função da centralidade e do plano de eventos são discutidos no quinto Capítulo. E por fim, no sexto Capítulo são realizadas as considerações finais e perspectivas futuras. Além dos capítulos, foram inseridos três apêndices que dão suporte ao corpo da Tese, são eles: apêndice A foi devotado para a construção da densidade lagrangiana da QCD; no apêndice B foi construído o tensor energia-momento; e no apêndice C algumas notações relativísticas que serão de fundamental importância para a compreensão das variáveis envolvidas no decorrer do trabalho.

Esta Tese aborda aspectos originais do comportamento das partículas criadas em colisões relativísticas de íons pesados e teve como fruto: a correlação entre hádrons em função da centralidade da colisão, publicada no Physical Review C [veja (CASTILHO et al., 2017)]; a correlação entre hádrons em função do plano de eventos e a contribuição do terceiro harmônico no cálculo de correlação foi submetida a publicação.

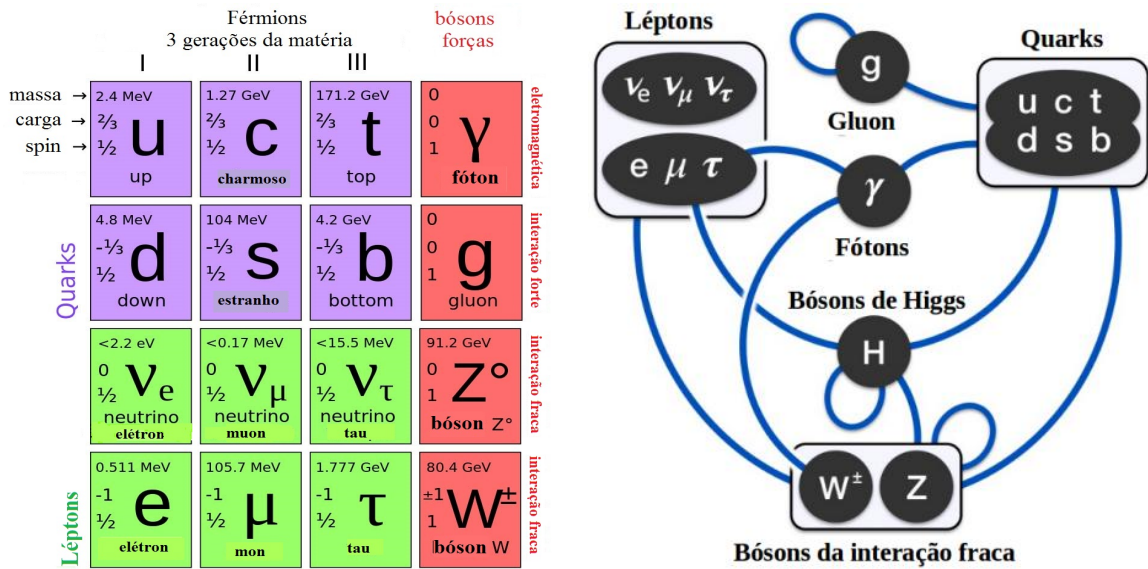
2 CROMODINÂMICA QUÂNTICA

O modelo padrão da física de altas energias descreve três das quatro forças fundamentais: eletromagnética, descrita pela eletrodinâmica, fraca, e que foi unificada posteriormente com a eletrodinâmica dando por origem a força eletrofraca descrita pela eletrodinâmica quântica na teoria de Glashow-Weinberg-Salam, e por fim a força forte que é descrita pela cromodinâmica quântica. Este modelo foi concebido para abrigar uma classe de partículas elementares, distribuídas em grupos de spins inteiros (bósons) e semi-inteiros (férmions), e que por sua vez são desmembrados em subgrupos, podendo ser elegantemente representados por uma tabela periódica das partículas elementares (GUO, 2014), conforme ilustrado na Figura 1 (a), onde as partículas de spin semi-inteiro são denominadas de férmions e as com spin inteiro de bósons. Os férmions são as partículas que obedecem ao princípio de exclusão de Pauli e são divididos em léptons, podendo ser encontrados isoladamente na natureza, e quarks os quais somente são encontrados em grupos dando origem aos hádrons. Os bósons são as partículas intermediadoras entre os férmions, ou seja, os férmions interagem entre si por meio da troca de bósons e que por sua vez são divididos conforme a intensidade de interação: forte, fraca ou eletromagnética. No interior dos hádrons as partículas bosônicas que realizam a intermediação entre os quarks são os glúons e interagem fortemente a curtas distâncias pela interação forte. A interação fraca manifesta-se pela troca de bósons W^+ , W^- e Z^0 que agem sobre os léptons e quarks é a responsável pelos decaimentos radioativos ocorridos no interior dos núcleos. Partículas com carga elétrica são intermediadas por fótons γ . Na Figura 1 (b) é ilustrado, esquematicamente, as formas de interação entre férmions por meio dos bósons.

A matéria hadrônica, cujos constituintes são os quarks e glúons, é dividida em dois grupos: os “bárions”, composto por três quarks; e os “mésons”, composto por um quark e um antiquark (BETTINI, 2012). Assim como os spins, que são quantidades intrínsecas das partículas elementares, os hádrons possuem a lei de conservação de isospin que está associada à invariância do hamiltoniano de um sistema de nucleons em interações fortes com relação às rotações do sistema, em outras palavras, apresentam também um momento angular orbital intrínseco.

Nos anos 50, foram detectadas partículas produzidas em aceleradores e que decaem por interações fortes, em curtos intervalos de tempo $\approx 10^{-23}$ s. À época os decaimentos conhecidos tinham por origem a interação fraca, cujo tempo era de $\approx 10^{-10}$ s. Estas “estranhas” partículas deram origem a um novo número quântico, denominado de “estranheza” S , que é conservado na interação forte, mas eventualmente violado via interação fraca. Entretanto, os números quânticos existentes não eram suficientes para explicar a sobreposição de estados de algumas partículas como Δ^{++} (uuu), com spin $3/2$ requerendo que todos os spins dos quarks u’s estejam com projeção $1/2$, ou seja, constituída por três quarks idênticos de spin paralelo violando o princípio de exclusão de Pauli. A fim de sanar este problema um novo número quântico foi criado chamado de carga de cor com 3 graus de liberdade para os quarks e oito para os glúons, onde se

Figura 1 – a) Tabela periódica das partículas elementares; e (b) interações entre partículas segundo o modelo padrão.



Fonte: Figura adaptada de Guo (2014).

desenvolveu a QCD que descreve a interação forte entre os quarks pela troca de glúons. Estas partículas, conhecidas por pártons, são agora dotadas de uma nova espécie de carga, denominada de cor ($r \rightarrow red, g \rightarrow green, b \rightarrow blue$). De onde se origina o nome QCD. Contudo, os hádrons devem ser invariantes com relação às transformações que constituem o grupo de cor. Pelo grupo de simetria $SU(3)$ de sabor as combinações possíveis de mésons ($q\bar{q}$) podem gerar um octeto e um singlete, já pela hipótese de confinamento da QCD (PICH, 1995), apenas o singlete de cor é um observável

$$\Psi_c^{q\bar{q}} = \frac{1}{\sqrt{3}} (r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}) \tag{1}$$

e para bárions, as combinações de 3 quarks geram um decuplete, 2 octetos e um singlete

$$\Psi_c^{qqq} = \frac{1}{\sqrt{6}} (rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr). \tag{2}$$

Portanto, a formação dos hádrons permitidos é constituída por quarks conforme: $q\bar{q}, qqq, \bar{q}\bar{q}\bar{q}, q\bar{q}q\bar{q}, qqqq\bar{q}$.

A lagrangiana que descreve as equações de movimento da QCD

$$\mathcal{L} = \sum_f \bar{\Psi}_f(x) (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \Psi_f(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \tag{3}$$

foi obtida pela teoria de gauge não-abeliana, conforme mostrado no Apêndice A. Nesta, estão contidos os termos que fornecem a cinética dos quarks e glúons separadamente, bem como os

termos de interação dos quarks com os glúons e os de auto-interação dos glúons. Para maiores detalhes veja o Apêndice A. Conforme mostrado na equação (143) do Apêndice A todos os termos de interação apresentam a constante g_s como um fator multiplicativo.

O parâmetro de acoplamento forte α_s depende da energia do processo de interação que é influenciado pelos loops de férmions, associados à polarização do vácuo, bem como os dos glúons, enquanto os loops de férmions $q\bar{q}$ incrementam o parâmetro de acoplamento, os loops de glúons atuam no sentido contrário reduzindo α_s com o aumento do momento transferido Q . Este é o fato associado aos férmions que se comportam como se estivessem rodeado por uma nuvem de pares de férmions-antiférmions, o que diminui suas cargas elétricas e aumenta α_s , efeito conhecido como blindagem. Entretanto, ao reduzir suas distâncias a produção de glúons aumenta mais rapidamente do que a de férmions-antiférmions, produzindo um efeito de isolamento de cargas pelos campos gluônicos, também conhecido como efeito de antiblindagem, reduzindo assim α_s (DEUR; BRODSKY; TERAMOND, 2016). O parâmetro de acoplamento forte pode ser representado em função da escala de renormalização μ o qual tem o papel da massa na Eletrodinâmica Quântica

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{g_s^2(Q^2)}{4\pi} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \alpha_s(\mu^2)\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\mu^2}} \quad (4)$$

em que

$$\beta_0 = \frac{11n_c - 2n_f}{12\pi} \quad (5)$$

e $n_c = 3$ é o número de cores, n_f ($=4, 5$ ou 6) o número de sabores que constituem os loops de pares de quarks. Note que, caso $11n_c - 2n_f > 0$

$$\lim_{Q \rightarrow \infty} \alpha_s \rightarrow 0. \quad (6)$$

Essa característica essencial da QCD, denominada de “liberdade assintótica”, permite a utilização de métodos de perturbação, baseados nos diagramas de Feynman, em processos envolvendo grandes valores de Q^2 ou de pequenas distâncias, onde os quarks sob o efeito de antiblindagem percorrem longas distâncias (≈ 1 fm) no interior do hádron como se estivessem livres formando o Plasma de Quarks e Glúons. Por outro lado, α_s cresce rapidamente com o aumento das distâncias entre os quarks e ou a redução na magnitude de Q^2 , de modo que a energia de separação entre os quarks cresce suficientemente ao ponto de produzir pares de quarks-antiquarks, formando um “tubo de fluxo de cor” que se recombina para formar a matéria hadrônica com coloração neutra. Esse comportamento clássico é a chave para o confinamento dos quarks e glúons. Portanto, há um valor crítico o qual limita a utilização de métodos perturbativos

em QCD, definindo

$$\Lambda_{QCD}^2 = \mu^2 \exp\left(-\frac{1}{\beta_0 \alpha_s(\mu^2)}\right) \quad (7)$$

e substituindo na equação (4), teremos

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}}. \quad (8)$$

Neste caso, a liberdade assintótica é aplicável para $Q > \Lambda_{QCD}$ e torna-se mais e mais forte a medida que o valor de Q se aproxima de Λ_{QCD} com o $\lim_{Q \rightarrow \Lambda_{QCD}} \alpha_s \rightarrow \infty$.

3 EVOLUÇÃO HIDRODINÂMICA

A matéria fortemente interagente produzida em colisões relativísticas de íons pesados no Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) e no Large Hadron Collider (LHC) é de um novo estado da matéria, onde os quarks e glúons não estão confinados, e é prevista pelos mecanismos da teoria da QCD, conforme discutido no Capítulo 3. A expansão hidrodinâmica assumida nos instantes iniciais é feita com base na distribuição anisotrópica do volume de hádrons medidos primeiramente no RHIC (QIAN et al., 2009; ADAMS et al., 2005; ADAMS et al., 2004). Esta evolução temporal hidrodinâmica é descrita pelas leis de conservação do tensor energia-momento e das correntes conservadas, tais como: bariônica, estranheza e de isospin. A grande vantagem desta abordagem é a necessidade de poucos parâmetros livres: Condições Iniciais que são especificadas em termos da quadrivelocidade e de quantidades termodinâmicas para um dado parâmetro tipo tempo; equações de estado (EoS) (STEINHEIMER et al., 2010; DUDEK et al., 2017); e o critério de desacoplamento.

Neste capítulo será discutida a evolução hidrodinâmica com uma abordagem simples e pictórica com o propósito de tornar acessível a complexa física envolvida. Na sequência, são discutidas as condições iniciais geradas pelo NeXuS. Após, construiremos o tensor energia-momento mais geral e discutiremos algumas peculiaridades do tensor energia-momento para um fluido ideal. Em seguida, são construídas as equações de estado para a fase hadrônica, fase do plasma de quarks e glúons e a transição entre as fases. Por último, é discutido o desacoplamento das partículas contidas no plasma para o vácuo ao redor.

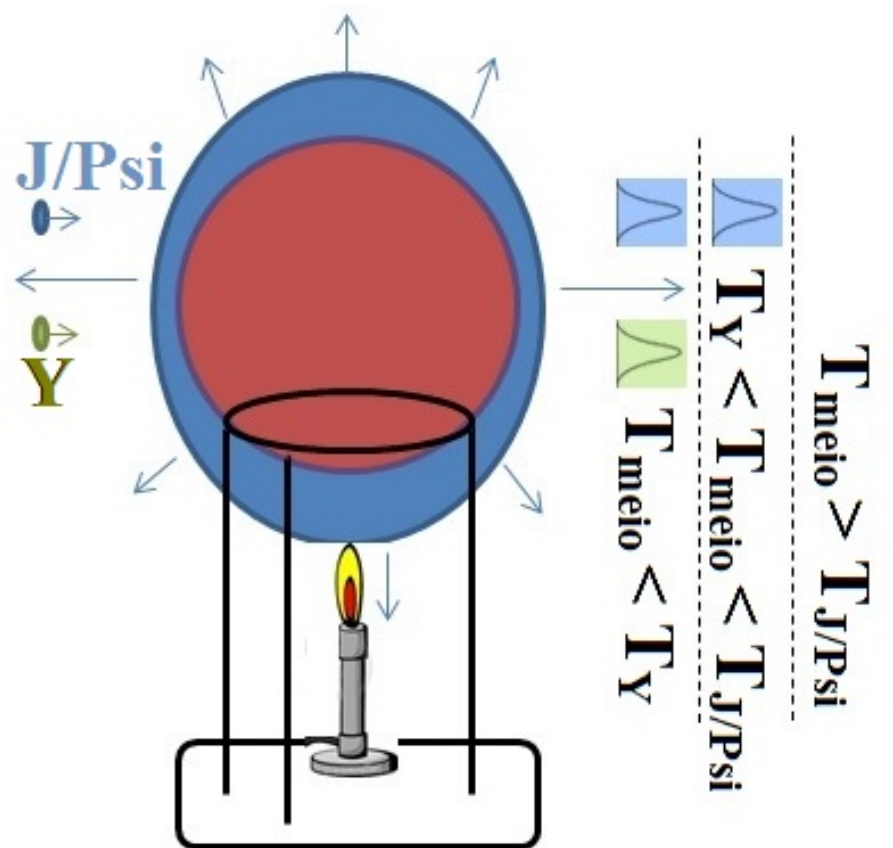
3.1 QUADRO PICTÓRICO DA EVOLUÇÃO HIDRODINÂMICA

Com o propósito de compreender este novo estado da matéria, bem como explorar os observáveis a serem medidos em laboratório, tornando uma visualização da complexa física envolvida neste processo mais simples, iremos conjecturar um experimento teórico e “hipotético” que consiste de grande quantidade de matéria fortemente interagente, não conhecida, contida em um pequeno volume de controle “bulbo” com um queimador de Bunsen, capaz de elevar à temperaturas extremas, posicionado na parte inferior e mantendo seu conteúdo no estado de plasma. Fora deste volume de controle não há matéria, apenas o ambiente escuro e gelado, o vácuo; na Figura 2 é mostrado um esboço deste experimento hipotético.

Deste experimento surgem algumas questões, tais como: qual é o tipo de matéria e quais os aspectos físicos no interior deste volume, como temperatura e tamanho? Vejamos algumas informações que podemos extrair deste experimento:

- Região de fronteira

Figura 2 – Modelo esquemático de uma matéria quente, densa e desconhecida expandindo hidrodinamicamente.



Fonte: Produção do Próprio Autor.

Existe a disputa de temperatura entre a grande quantidade de matéria contida pelo bulbo e o vácuo externo, de tal modo que na superfície este plasma será condensado em um novo estado que chamaremos de hadrônico suave, pois é produzido apenas na fronteira. Podemos usar como analogia a água que se condensa no estado líquido em um bulbo de vidro. Portanto, a análise desta matéria suave irá fornecer informações entre a região de fronteira do interior do bulbo e o ambiente externo, mas não da matéria no interior.

Em analogia com as colisões nucleares, podemos imaginar a região interna como sendo o plasma e as partículas criadas na região de fronteira disporão de baixo momento, quando comparadas com as criadas nas colisões primárias. Isto decorre da expansão hidrodinâmica do plasma, e por consequência uma drástica redução na densidade de energia, o que fornecerá informações sobre a região de transição do plasma para a hadronização, mas não do plasma em si.

- Temperatura no interior do volume

É possível atirar algumas partículas com diferentes pontos de dissociação conhecidos, e contabilizar no lado oposto quais destas partículas emergiram, ou seja, não sofreram a

fusão no interior do bulbo. Assim, saberemos em que intervalo de temperatura se encontra o interior. Na Figura 2 é exibido um esboço, onde partículas são arremessadas do lado esquerdo e contabilizada no lado direito do bulbo.

Em colisões relativísticas de íons pesados, estas partículas são conhecidas como quarkonia e não são atiradas de um lado do volume para o outro, mas são criadas somente no seu interior e não na região de fronteira devido a suas grandes massas e momentos. Os quarkonia são estados ligados de quarks e antiquarks pesados (charme ou bóton), cuja energia de ligação é em torno de 0.6 e 1.2 GeV para os hádrons J/Ψ e Υ , respectivamente. Estas energias são muito mais altas do que as existentes em outros tipos de hádrons. Como consequência, seus tamanhos de ≈ 0.2 e 0.1 fm são menores que os demais hádrons, o que favorece a saída deste volume sem sofrer interação com o meio. Entretanto, há uma típica temperatura diferente para que cada quarkonia se dissolva em seus constituintes. Portanto, caso todos os quarkonias produzidos consigam emergir teremos certa temperatura, por outro lado, caso somente Υ consiga emergir saberemos que a temperatura do meio está no intervalo de dissociação dos quarkonia J/Ψ e Υ , ou seja, $T_{\Upsilon} < T_{meio} < T_{J/\Psi}$. A produção destes quarkonia, bem como suas temperaturas de dissociação podem ser calculada pela QCD perturbativa (RAFELSKI; MÜLLER, 1982).

- Densidade

Assim como a técnica realizada para medir a temperatura, poderemos lançar partículas que irão atravessar o meio e medir o quanto de energia (momento) foi perdida. Esta redução da energia para o meio é proporcional à densidade no interior. Para um meio denso, se assemelhando a um líquido, teremos a formação de rastros cônicos deixados pelas partículas, semelhante às ondas de choque de Mach e ou efeitos que se assemelham ao de Cherenkov.

Em se tratando mais uma vez das colisões nucleares, utilizaremos as partículas produzidas no interior do volume, não na fronteira, para medir sua densidade. Neste caso, consideramos a produção de jatos descritos pela QCD. Caso dois jatos sejam produzidos próximos à borda superior do volume indo a direções opostas, teremos um saindo do volume e o outro tendo que atravessar todo o volume antes de emergir no lado oposto. Em uma densidade muito grande este jato será frenado e parte absorvido pelo meio, este fenômeno por sua vez é conhecido como “arrefecimento brusco do jato” (*jet quenching*).

- Expansão hidrodinâmica

Considerando agora que a região de fronteira deste mesmo volume não seja mais fixa, ao aquecê-lo a uma temperatura extremamente alta e de forma abrupta, a densidade tomará valores extremos em um curto intervalo de tempo seguindo por uma expansão e um fluxo hidrodinâmico global. Esta expansão permitirá o aumento do momento global para a produção de hádrons e por sua vez irá experimentar um fluxo radial associado à densidade

de energia atingida no início. Entretanto, caso as condições iniciais não sejam simétricas, por exemplo, um volume elíptico, haverá uma expansão assimétrica do fluxo que será proporcional à diferença de pressão, contra o espaço vazio, levando a um fluxo elíptico.

Diante do experimento teórico exposto acima, iremos analisar o caso real. Para descrever as colisões nucleares a altas energias considera-se a contração de Lorentz da estrutura de centro de massa dos dois núcleos envolvidos, seguindo um complexo processo envolvendo colisões microscópicas dos constituintes nucleares regidos pela QCD e a formação de uma matéria quente e densa em equilíbrio térmico local, que em seguida expande hidrodinamicamente. Durante a evolução hidrodinâmica, o fluido interagente esfria até a temperatura cair abaixo de 200 MeV e a matéria hadrônica passa a ser formada, entretanto nesta temperatura as energias são suficientes para ocasionar interações inelásticas entre os hádrons o que leva na troca de identidade entre os mesmos. O sistema continua sua evolução até que o livre caminho médio entre os hádrons torna-se suficientemente grande e estes se desacoplam do fluido *freeze-out* (FO), mantendo suas trajetórias e momentos inalterados até atingir os detectores. Neste momento em que os hádrons se desacoplam do fluido a evolução hidrodinâmica é interrompida e recebe a nomenclatura de *freeze-out* térmico, veremos na seção de desacoplamento que para a energia $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV em colisões de $Au + Au$ a temperatura de *freeze-out* térmico calculada com o NeXSPheRIO foi de $T_f=135$ MeV, veja Figura 11. Portanto, uma colisão relativística de íons pesados sugere os seguintes estágios chaves: termalização que deve ocorrer no instante de tempo $0 < \tau \leq 1$ fm/c (espalhamento pesado), expansão $1 < \tau \leq 10$ fm/c¹ e desacoplamento $\tau > 15$ fm/c (congelamento) (HWA, 1990), estes tempos são apenas uma estimativa e que estão de acordo com a Figura 15. A Figura 3 é um esboço destes estágios.

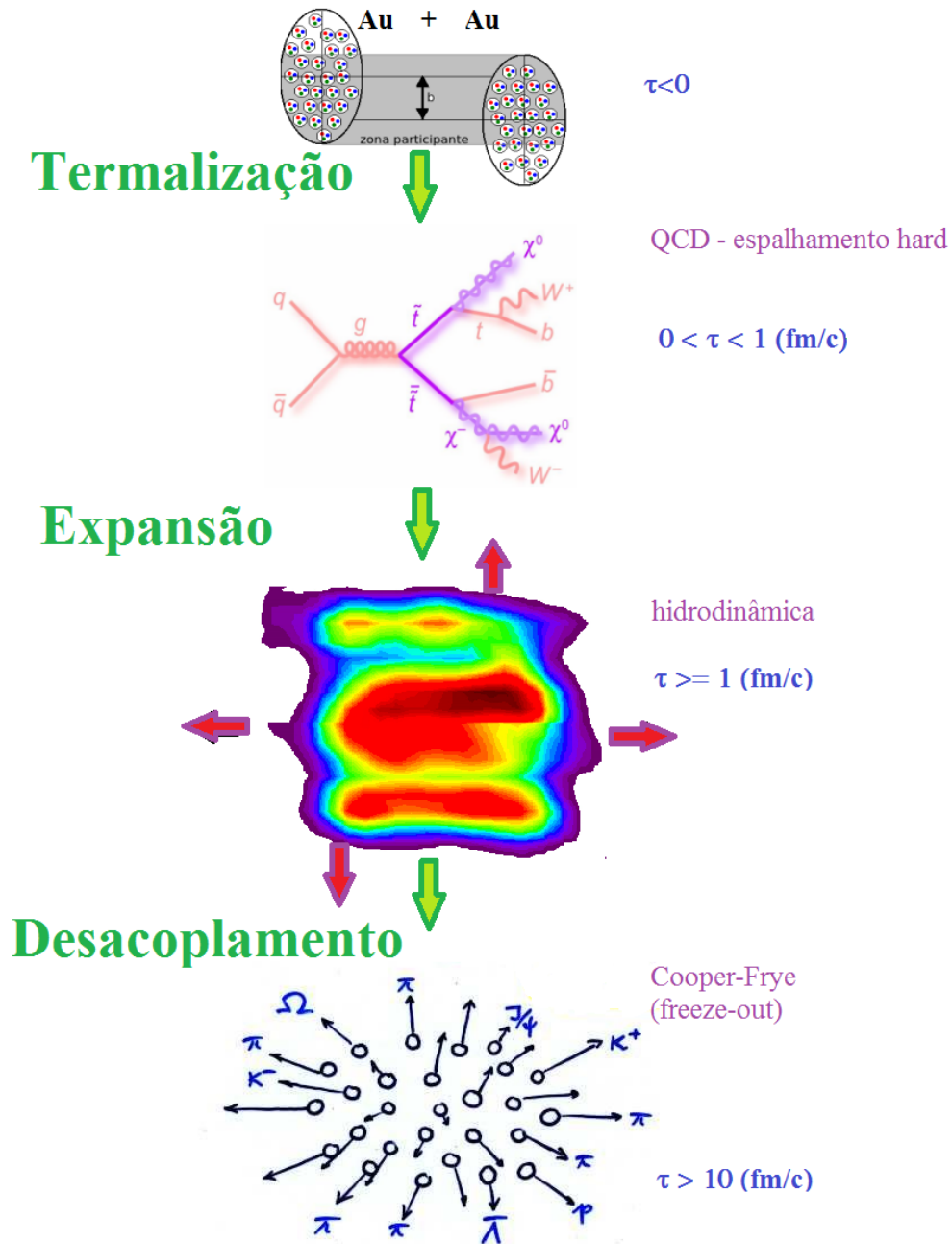
3.2 TERMALIZAÇÃO

3.2.1 Condições iniciais

As Condições Iniciais (CIs) necessárias para descrever a evolução hidrodinâmica são informações geradas por um complexo processo microscópico de interações entre pártons que constituem os hádrons envolvidos nas colisões. Tais condições podem ser descritas no tensor energia-momento, que por sua vez é construído pela quadrivelocidade do fluido u^μ e as correntes conservadas n^i no tempo próprio inicial, que é caracterizado no momento em que a matéria nuclear culmine o estado de equilíbrio térmico, inicialmente proposto por Bjorken como sendo $\tau \approx 1$ fm (BJORKEN, 1983). O código computacional NeXuS, baseado na teoria de Regge-Gribov, fornece estas condições por meio de interações binárias, ou seja, em pares de núcleo-núcleo incidentes (DRESCHER et al., 2002) levando em consideração as flutuações quânticas como os níveis partônicos, posicionamento dos nucleons no interior dos núcleos, variação do momento de cada nucleon compartilhado entre os participantes e as interações entre os nucleons remanes-

¹ $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$, com $1 \text{ fm/c} \sim 3 \times 10^{-24} \text{ s}$ e z é o eixo longitudinal da colisão.

Figura 3 – Esboço dos estágios de evolução ocorridos em uma colisão relativística de íons pesados.



Fonte: Produção do Próprio Autor.

centes, implicando em flutuações de evento a evento. Estas variações são realizadas mediante um gerador de Monte Carlo. A utilização destas CIs na evolução hidrodinâmica podem ser feitas por uma média entre vários eventos e é conhecida como suaves ou com um evento único sendo denotada por flutuantes (ANDRADE et al., 2006; PAIVA; HAMA; KODAMA, 1997).

As condições suaves são comumente obtidas sobre uma média entre vários eventos distintos, a fim de se obter as CIs médias, tornando as distribuições de densidade de energia iniciais simétricas

e suaves. Neste processo em que se utilizam as CIs médias há perda de informações relevantes, como as flutuações presentes em eventos individuais, tal como ocorre no laboratório, podendo gerar discrepâncias entre os resultados teóricos e os dados experimentais. Este procedimento pode ser descrito na forma

$$\frac{1}{N_{ev}} \sum_{j=1}^{N_{ev}} (CI)_j \rightarrow f \quad (9)$$

onde N_{ev} é o número de eventos, $(CI)_j$ é a condição inicial do j -ésimo evento e f o observável. Neste caso, parte-se das condições iniciais médias, logo após é realizada a evolução hidrodinâmica e por fim calculada a distribuição final de partículas, obtendo-se assim os observáveis (PAIVA; HAMA; KODAMA, 1997). Ainda que consideremos diversas colisões nucleares com os mesmos parâmetros iniciais, as distribuições partônicas no interior dos hádrons serão diferentes em cada evento. Em se tratando de interações partônicas, cujas dimensões do sistema gerado pela colisão são muito pequenas, as CIs sofrerão grandes flutuações de evento a evento, mesmo utilizando parâmetros fixos, como: energia incidente, distância entre os eixos centrais no plano transversal em relação ao eixo longitudinal ou de rota de colisão dos dois núcleos (também conhecida como janela de centralidade), equação de estado, etc.

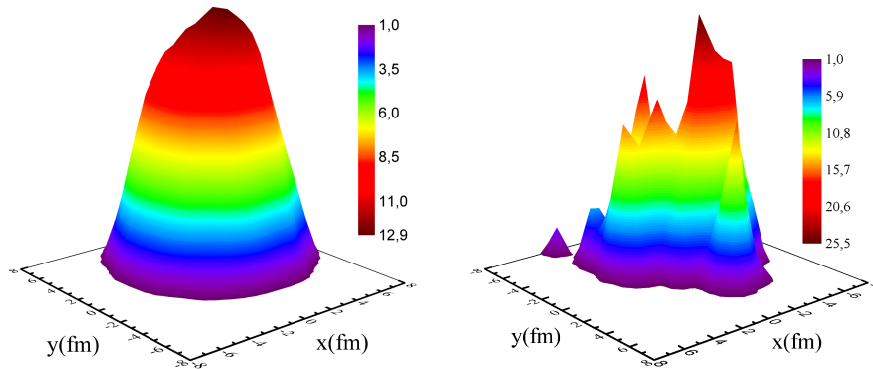
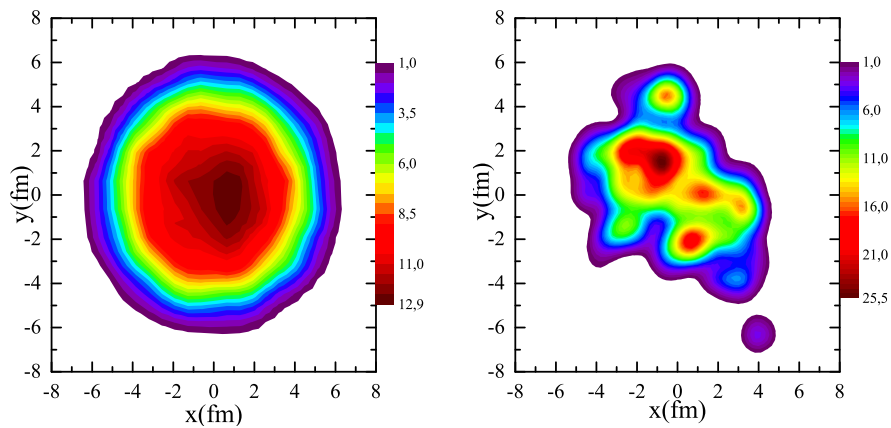
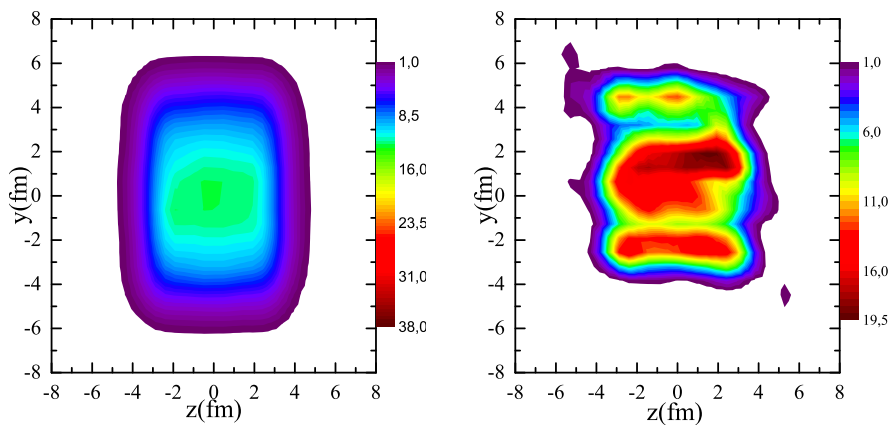
Uma maneira mais próxima do procedimento experimental é o de condições iniciais flutuantes, em que os observáveis são calculados em cada evento, ou seja, considerando as flutuações de evento a evento. Neste caso, o valor médio da distribuição de partículas, bem como das demais grandezas, é estimado após um tempo suficientemente grande, quando comparado com o momento da colisão, ou seja após o freeze-out térmico. Este procedimento pode ser representado como sendo

$$\frac{1}{N_{ev}} \sum_{j=1}^{N_{ev}} (CI \rightarrow f)_j = \langle f \rangle \quad (10)$$

onde o observável é calculado em cada evento, ou seja, geram-se as CIs, realiza a expansão hidrodinâmica, calcula-se a distribuição de partículas no j -ésimo evento e somente após o término de todos os eventos válidos, faz-se a distribuição média das partículas ou o valor médio do observável. Na Figura 4 é mostrada a distribuição da densidade de energia inicial devido a uma colisão $Au + Au$ com energia incidente de 200 GeV por nucleon no referencial de centro de massa, gerada pelo NeXuS em uma janela de centralidade de 0 - 10%, com condições iniciais: flutuantes à direita; e suaves à esquerda obtida por uma média de 150 eventos. Na parte superior da Figura 4 é exibida uma vista tridimensional da distribuição da densidade de energia, no centro uma vista transversal com a pseudorapidez $\eta=0$ e na parte inferior uma vista longitudinal em $x=0$. É possível notar estruturas na forma de tubos longitudinais de alta densidade de energia nas condições iniciais flutuantes. Estas estruturas tubulares desaparecem nas condições iniciais suaves, ao se realizar a média entre vários eventos, conforme observado no lado esquerdo da

Figura 4.

Figura 4 – Densidade de energia gerada pelo NeXuS em uma janela de centralidade de 0 - 10% com energia incidente no referencial de centro de massa de 200 GeV por nucleon entre a colisão dos núcleos de $Au + Au$. Esquerda: Condições iniciais suaves geradas em uma média de 150 eventos; e a Direita: Condições iniciais flutuantes, realizada com um único evento.

(a) *tridimensional*(b) $\eta = 0$ (c) $x = 0$

Fonte: Produção do Próprio Autor.

As estruturas tubulares de alta densidade de energia, conhecidas como tubos de fluxos de cor, apresentadas nas condições iniciais flutuantes relacionam-se com os *soft* pártons (DRESCHER et al., 2002) e não podem ser tratadas pela QCD-perturbativa. A quantidade destas estruturas tubulares bem como suas propriedades físicas, tais como: densidade de energia, diâmetro e posicionamento variam aleatoriamente de evento a evento, e reduzem com a descentralização da colisão. Na Tabela 1 são mostrados os valores médios das quantidades de tubos, volume individual médio e densidade de energia máxima obtida no tubo em função da centralidade, calculados com o NeXuS para uma colisão de $Au + Au$ com energia inicial de centro de massa de 200 GeV por nucleon. Os cálculos foram feitos com uma média obtida entre 1000 eventos para cada uma das oito janelas de centralidades, partindo da mais central 0 - 10% até a mais periférica 80 - 92%. O volume médio individual do tubo foi estimado por meio da área elíptica média, medida nas estruturas tubulares de todas as colisões no eixo transversal $x - y$ com $\eta = 0$, conforme exibido na figura central do lado direito da Figura 4, e multiplicado pela altura média obtida na estrutura exibida no eixo longitudinal $y - \eta$ com $x = 0$.

Tabela 1 – Valores médios, obtidos entre 1000 eventos gerados pelo NeXuS, das propriedades físicas dos tubos de fluxos apresentados nas condições iniciais flutuantes para uma colisão de $Au + Au$ com energia de $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV em 8 janelas de centralidades de colisão.

centralidade da colisão (%)	Δb (fm)	quantidade média n_t	volume médio V_t (fm ³)	densidade de energia média máxima (GeV)
00 - 10	4,783	3,37	53,62	31,02
10 - 20	1,982	2,91	53,03	30,61
20 - 30	1,521	2,62	49,84	29,23
30 - 40	1,282	2,33	49,62	27,43
40 - 50	1,129	2,11	49,70	26,17
50 - 60	1,021	1,87	47,01	22,97
60 - 80	1,813	1,55	35,69	15,43
80 - 92	0,979	1,20	33,38	10,85

fonte: Produção do Próprio Autor.

Na Tabela 1 é exibida a variação da variável geométrica $\Delta b = b_f - b_i$, conhecida como parâmetro de impacto b , que se relaciona com a janela de centralidade, conforme será discutido a seguir. A variação de b é a diferença entre a variável calculada na extremidade superior da janela em estudo pela extremidade inferior. Por exemplo, na janela de 0-10%, b_f corresponde ao parâmetro de impacto calculado em 10% e b_i a 0% e a variação torna-se $\Delta b = b_{10\%} - b_{0\%}$.

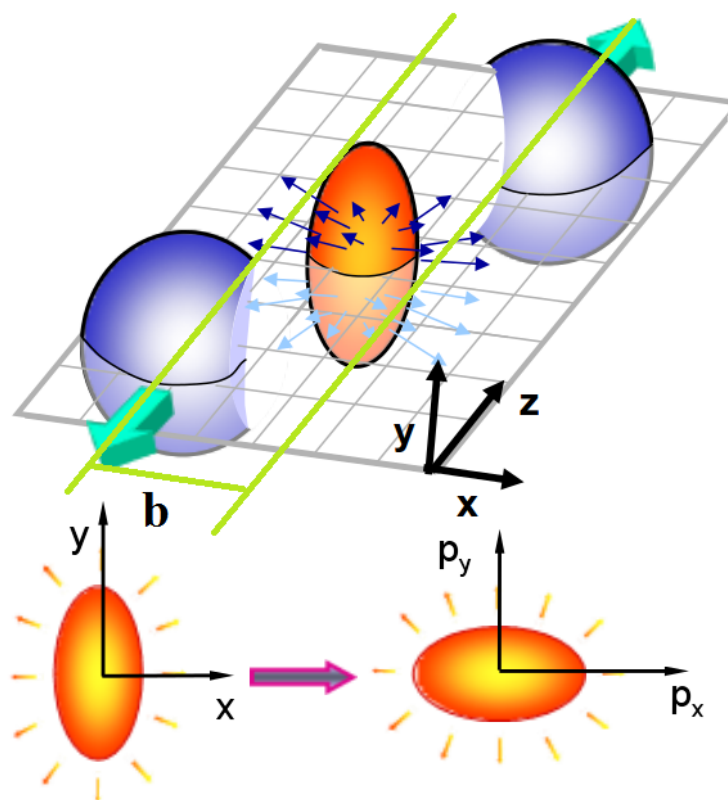
3.2.1.1 Janela de centralidade

A janela de centralidade de uma colisão “ s_j ” é um parâmetro geométrico que define a região de interpenetração dos núcleos incidentes. As medidas físicas observadas nos laboratórios, tal como o número total de partículas produzidas em um evento, distribuição e correlação de

partículas (ADARE et al., 2008; AGAKISHIEV et al., 2014), entre outras, estão intimamente relacionadas a este parâmetro, que pode ser definido como função do parâmetro de impacto b , número de nucleons participantes, número de colisões binárias, número de partículas carregadas produzidas em um evento, etc.

O parâmetro de impacto b é definido como sendo a distância entre os centros dos núcleos em rota de colisão e é inversamente proporcional a quantidade de nucleons que participa de forma efetiva na colisão, podendo variar de 0 até R_1+R_2 , onde $R_{1,2}$ são os raios dos núcleos. Portanto, quanto mais central é a colisão maior é a região de interpenetração dos núcleos, conseqüentemente maior número de nucleons envolvidos. Na Figura 5 é mostrado um esboço de uma colisão entre dois núcleos (PANDIT, 2012): o volume central amendoado em laranja é conhecido como zona participante e contém os nucleons que participarão de forma efetiva para a formação do plasma de quarks e glúons; e as esferas em azul é conhecida como zona espectadora. Os nucleons espectadores, que constituem a esfera em azul, possuem grande probabilidade de seguir sua trajetória inicial sem sofrerem interações, conforme ilustrado.

Figura 5 – Ilustração de uma colisão periférica entre dois núcleos com a formação de um volume amendoado de partículas interagentes. Na parte superior é exibida uma vista tridimensional e na parte inferior uma distribuição espacial e dos momentos médios do fluido.

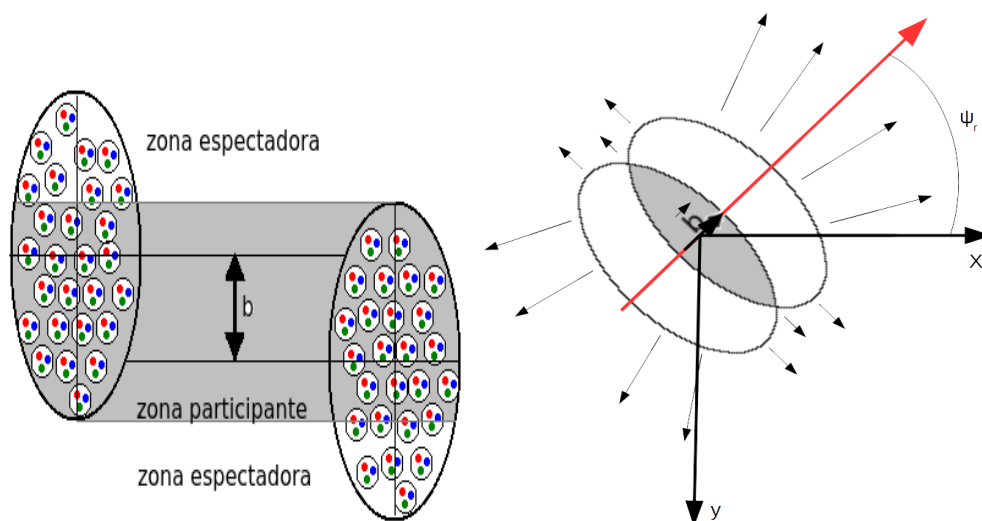


Fonte: Figura adaptada de Pandit (2012).

O plano formado pela direção do feixe $x - z$ é chamado de plano de reação, exibido pela região quadriculada na Figura 5, e o ângulo entre este plano e o plano gerado pelo parâmetro

de impacto b é definido como sendo ψ_r , que pode ser aproximado pelo ângulo do plano de eventos ψ_n . Na Figura 6 é mostrado a vista em perfil do plano longitudinal á direita e transverso á esquerda com a ilustração do ângulo ψ_r . Note na vista longitudinal que quanto mais central é a colisão ($b \approx 0$) maior é a região de interpenetração dos núcleos, consequentemente maior número de nucleons envolvidos.

Figura 6 – Uma vista longitudinal, à esquerda, e perpendicular, à direita, da figura para dois íons em rota de colisão com parâmetro de impacto b . A região sombreada representa a zona participante.

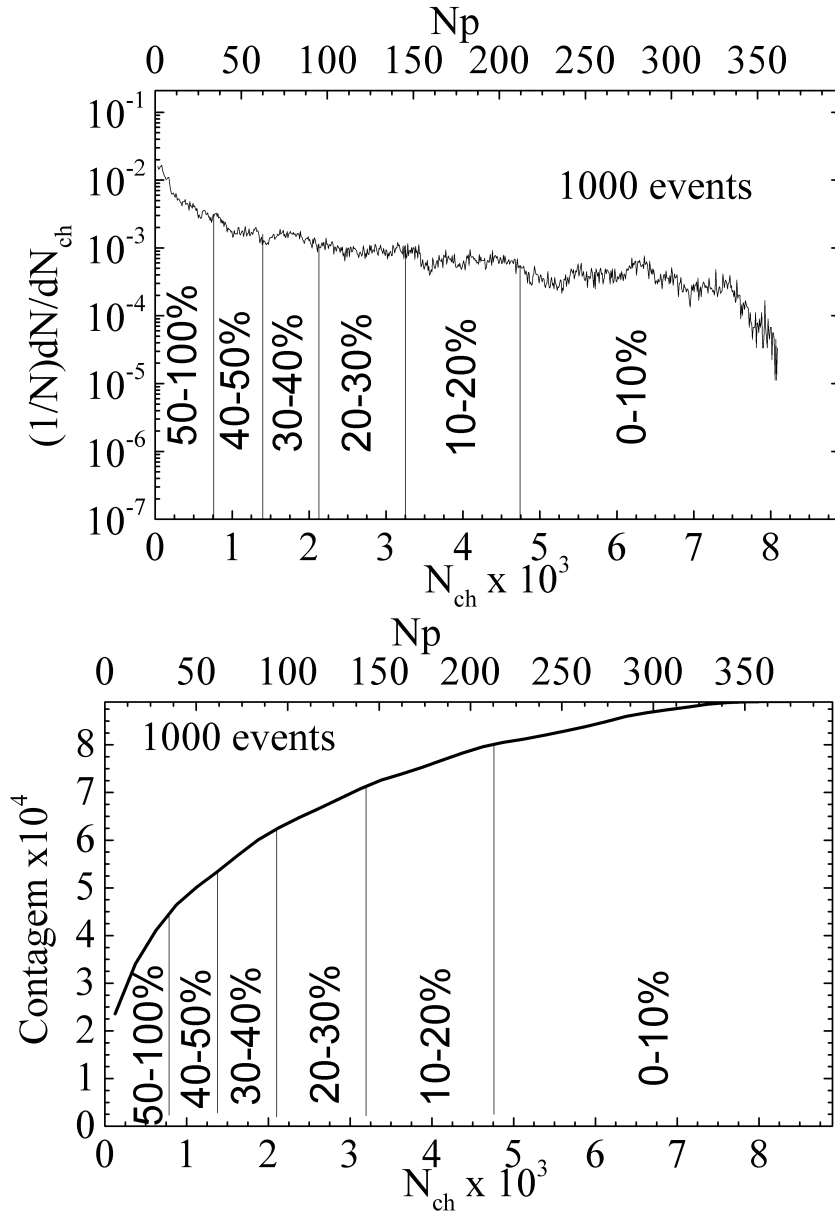


Fonte: Produção do Próprio Autor.

A forma usual de se definir uma janela de centralidade pelos experimentalistas é utilizando o número total de partículas produzidas em um evento, conhecido como multiplicidade (N_{ch}), que é proporcional ao número de nucleons participantes (N_p) (IORDANOVA et al., 2005). Nesta representação teremos: 10% das colisões com maior multiplicidade irá corresponder à janela de 0 - 10%, ao passo que 20% da maior multiplicidade e excluindo a anterior corresponderá a centralidade de 10 - 20%, e assim por diante são definidas as demais janelas de centralidade. Na Figura 7 é mostrada a definição de centralidade de colisão em função da multiplicidade calculada com o NeXSPheRIO para uma colisão de $Au + Au$ na energia inicial de centro de massa por nucleon de 200 GeV. Em (a) foi calculada a frequência acumulada normalizada pelo número de eventos e exibido em escala mono-log; e em (b) foi feita uma contagem cumulativa das partículas sem a normalização pelo número de eventos e exibida em escala linear. Os cálculos foram realizados com 1000 eventos para uma janela de 0 - 100%. Note que, tanto o número de nucleons participantes como a multiplicidade de partículas envolvidas reduzem com o aumento da janela de centralidade. Indo na contra-mão, o parâmetro de impacto (b) decresce como uma função monotônica da multiplicidade.

O parâmetro de impacto como medida para o tamanho da janela de centralidade de uma

Figura 7 – Cálculo da centralidade de uma colisão utilizando o NeXSPheRIO, conforme definição utilizada pelos experimentalistas. (a) Contagem cumulativa de partículas carregadas sem normalização pelo número de eventos (linear); e (b) contagem de frequência de partículas carregadas por intervalo e normalizada pelo número de eventos (monolog).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

colisão pode ser obtido pela expressão empírica

$$b = 2R\sqrt{s_j}, \quad (11)$$

onde R é o raio do núcleo incidente e s_j a centralidade.

Na Figura 8 é mostrado o resultado, gerado pelo NeXSPheRIO, do número de nucleons participantes (acima) e da multiplicidade (abaixo da figura) em função do parâmetro b , para uma

colisão de núcleos de $Au + Au$ e energia incidente de centro de massa de $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. As simulações foram divididas em janelas de 10% de centralidade com 1000 eventos cada, e no fim de cada evolução (no *freeze-out* térmico) o gerador hadrônico de Monte Carlo foi invocado por 10 vezes, totalizando 10.000 eventos em cada janela de centralização. Os pontos em preto representam os dados do NeXSPheRIO e a curva sólida em vermelho um ajuste exponencial que representa os resultados gerados. O número de nucleons participantes é a soma dos nucleons que interagem de forma direta entre os dois núcleos envolvidos na colisão, o núcleo projétil e o alvo. Note que, para um parâmetro de impacto fixo, $b = 8$ (fm) por exemplo, o número médio de participantes possui uma flutuação de 12,37% ($\langle N_p \rangle \pm \sigma = 121 \pm 14,97$), que se deve às flutuações quânticas ocorridas de evento a evento nos níveis partônicos e nos posicionamentos dos nucleons, σ é o desvio padrão. Esta flutuação varia com o parâmetro de impacto, possuindo um valor máximo na região meio central ($b = 5-8$ (fm)), como é observado pelos símbolos quadrados na parte inferior da Figura 8. Entretanto, o coeficiente de variação ($\sigma/\langle N_p \rangle \times 100\%$) cresce com a descentralização, conforme exibido pelos círculos em vermelho na parte inferior da Figura 8.

Na Figura 9 são mostrados a taxa de produção de partículas carregadas acima e um diagrama de frequências do número de participantes em função das janelas de centralidade, representados por barras, bem como a distribuição de probabilidade de variável aleatória (distribuição de Poisson) abaixo da figura. O comportamento da taxa de produção de partículas segue de forma aproximadamente linear, entorno de 20 vezes o número de nucleons participante, nas janelas centrais (0 - 20%) e meio-centrais (20 - 40%). Entretanto, esta taxa tornar-se não linear com a descentralização da colisão. Por outro lado, a concentração no número de participantes aumenta com a descentralização da colisão, conforme observado pelas curvas de distribuição de Poisson na Figura 9 (b). Em outras palavras, a descentralização da colisão concentra a distribuição no número de participantes entorno da média, entretanto, eleva o desvio da taxa de produção de partículas.

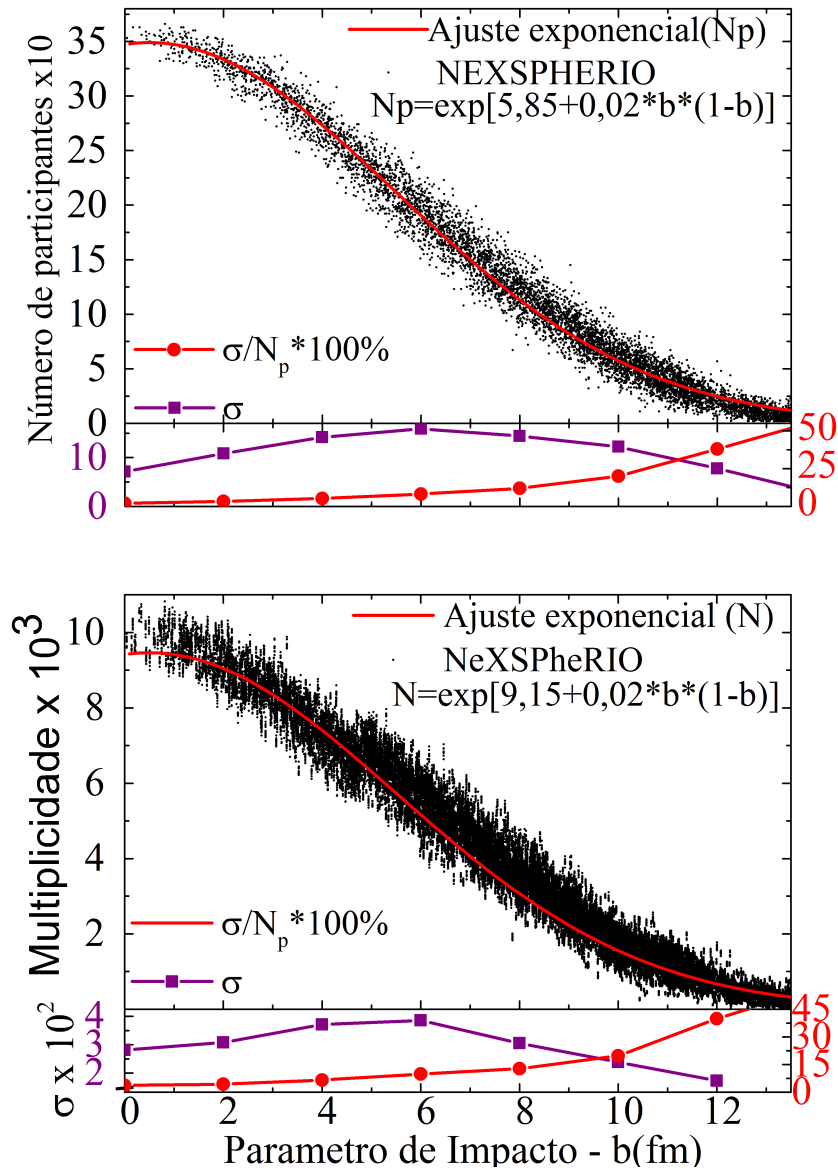
3.3 EXPANSÃO

3.3.1 Tensor energia-momento

A definição geral do tensor energia-momento $T^{\mu\nu}$ é o fluxo do quadrimomento p^μ contra uma superfície constante x^ν . O quadrimomento p^μ municia uma descrição completa da energia e do momento de uma partícula, já o $T^{\mu\nu}$ possui informações sobre o tipo de energia e o aspecto do sistema: densidade de energia, pressão, tensão, entre outros. O tensor energia-momento em sua forma mais geral pode ser obtido por meio do teorema de Noether que enuncia: A toda simetria contínua deve corresponder uma lei de conservação. No Apêndice B é mostrado a origem do tensor energia-momento, e as correntes obtidas por meio de uma simetria global do sistema utilizando uma lagrangiana qualquer que dependa apenas dos campos e suas derivadas.

A caracterização de um fluido pode ser enunciada como sendo uma matéria contínua descrita

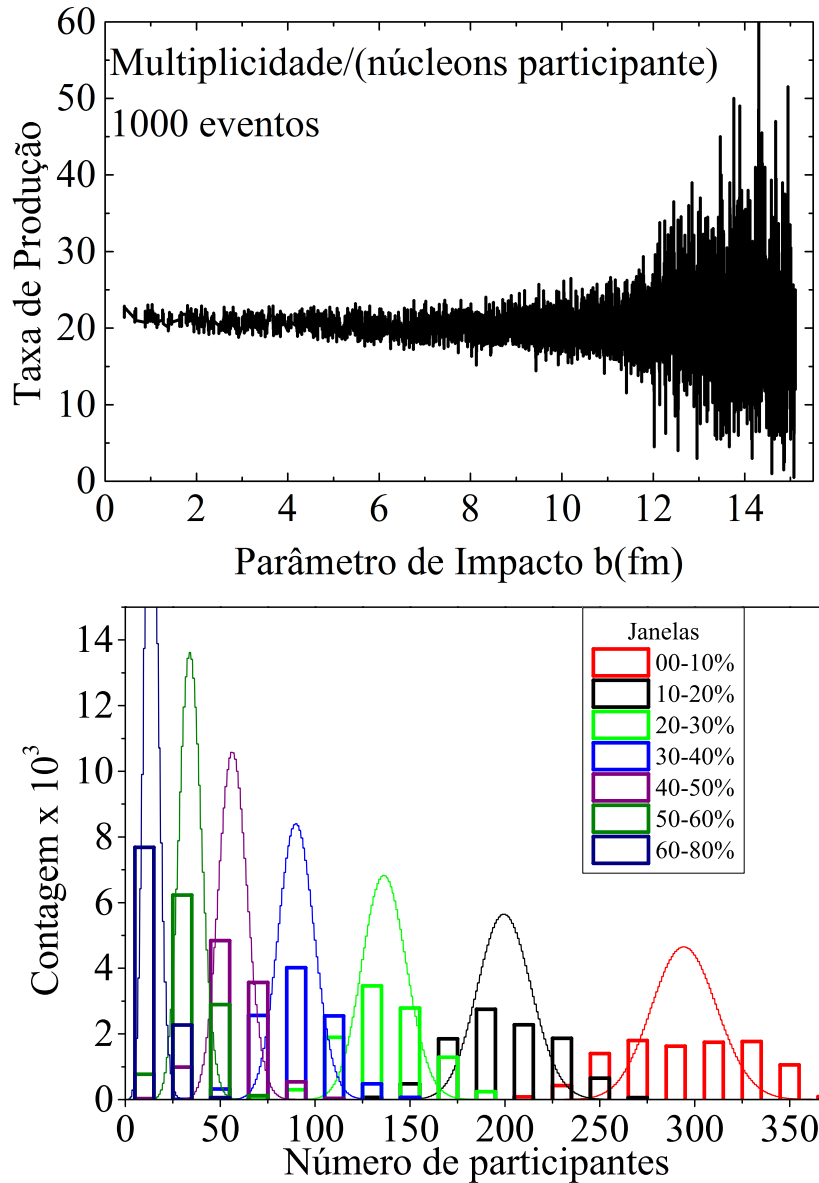
Figura 8 – Correlação entre o número de nucleons participantes (a multiplicidade) em função do parâmetro de impacto b é exibido na Figura superior (inferior). Os círculos na parte superior das Figuras representam os resultados gerados pelo NeXSPheRIO e as curvas sólidas um ajuste exponencial. Na parte inferior das Figuras são exibidos os desvios padrão σ e coeficientes de variações $\sigma/N_p 100\%$ pelos quadrados e círculos fechados, respectivamente.



Fonte: Produção do Próprio Autor.

por quantidades macroscópica, tais como: temperatura, pressão, entropia, viscosidade, etc. A construção do tensor energia-momento de um fluido pode ainda ser obtida por meio da associação do fluxo de energia-momento de uma carga i através de uma quadrisuperfície Σ que delimita um quadrivolume V , e não havendo fontes ou sorvedouro no interior do V , podemos escrever

Figura 9 – A produção de partículas em relação ao número de nucleons participantes na colisão, obtida pela razão entre a multiplicidade e o número de participantes, em função de b é exibida em (a) e o diagrama de frequências do número de participantes em (b).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

(WEINBERG, 1971; D'INVERNO, 1995)

$$\oint_{\Sigma} d\Sigma_{\mu}(x)T^{\mu\nu}(x) = 0$$

(12)

$$\oint_{\Sigma} d\Sigma_{\mu}(x)N_i^{\mu}(x) = 0$$

onde $d\Sigma_{\mu}(x)T^{\mu\nu}(x)$ ($d\Sigma_{\mu}(x)N_i^{\mu}(x)$) corresponde ao fluxo de energia-momento (carga i) e $d\Sigma_{\mu}(x)$ o quadrivetor normal a um elemento infinitesimal da quadrisuperfície Σ no ponto x .

Aplicando o teorema da divergência (Gauss) na equação (61), iremos obter a conservação local para energia-momento e carga i

$$\int_V \partial_\mu T^{\mu\nu}(x) d^4x = 0 \quad \text{e}$$

$$\int_V \partial_\mu N_i^\mu(x) d^4x = 0.$$
(13)

Como não é definido um quadrivolume específico, d^4x é arbitrário

$$\partial_\mu T^{\mu\nu}(x) = 0 \quad \text{e}$$

$$\partial_\mu N_i^\mu(x) = 0.$$
(14)

Esta é a relação de conservação da energia-momento e da carga i .

Vejamos uma solução analítica: Para um $T^{\mu\nu}$ simétrico (4×4), ou seja, $T^{\mu\nu} = T^{\nu\mu}$ temos $10+4i$ variáveis contra $4+i$ equações. Entretanto, para obter uma solução analítica é necessário que o número de equações seja igual ao número de variáveis. O caso mais simples é o fluido perfeito em que somente os elementos da diagonal serão não nulos, resultando em 4 variáveis independentes no tensor energia-momento. Rescrevendo a corrente $N_i^\mu = n_i v^\mu$, e considerando-a na estrutura de repouso local $v^\mu = (1, \mathbf{0})$, o número de variáveis é reduzido para $5+i$, onde teremos: 4 variáveis dos elementos da diagonal do tensor energia-momento, i a quantidade de carga conservada e mais uma correspondente à quadrivelocidade no referencial de repouso $v^\mu = (1, \mathbf{0})$ (RISCHKE, 1999). Restando ainda obter uma equação que virá da equação de estado. A seguir será mostrada a conservação do tensor energia-momento para o caso de um fluido perfeito, seguindo pelas equações de estado.

3.3.1.1 Tensor energia-momento para um fluido perfeito

A grande maioria dos sistemas físicos macroscópicos pode ser considerada como um fluido perfeito, onde se define que em cada ponto há uma velocidade v^μ , de modo que um observador movendo-se na mesma velocidade verá o fluido ao redor como sendo isotrópico. Este será o caso se o livre caminho médio entre as colisões é pequeno em comparação com a escala de comprimento do observador. Uma descrição relativística de fluido se faz necessária em situações onde a velocidade local do fluxo é próxima à velocidade da luz no vácuo ou a densidade de energia interna local é comparada com a densidade da massa de repouso do fluido. As equações para hidrodinâmica relativística são as leis locais da energia e momento, codificadas no tensor energia-momento, e da densidade da matéria.

Com as considerações sobre o tensor energia-momento e as representações de suas componentes, iremos construí-lo para um fluido perfeito que assume uma forma de simetria esférica na

estrutura de repouso. Após será realizada uma transformação no sistema de coordenadas para o referencial de laboratório.

O tensor energia-momento de um fluido perfeito pode ser caracterizado por três quantidades: quadrivelocidade $v^\mu = dx^\mu/dt$; densidade própria do campo ou densidade de energia própria $\epsilon_0 = \epsilon_0(x)$; e pressão escalar no campo $p = p(x)$. No limite quando $p \rightarrow 0$, o fluido perfeito reduz a uma matéria incoerente. A hipótese de fluido perfeito nos leva a um tensor energia-momento que possua uma forma característica de simetria esférica no referencial de repouso

$$T^{00} = \epsilon, \quad T^{ij} = p\delta^{ij} \quad (15)$$

$$T^{i0} = T^{0i} = 0.$$

No referencial de laboratório o fluido estará a mover-se com velocidade v^μ . Portanto, será realizada uma mudança de coordenadas no sistema $x^\mu \rightarrow x'^\mu$ do referencial em repouso para o de laboratório, por meio das n equações

$$x'^\mu = f'^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \quad (16)$$

onde os f' s são funções diferenciáveis contínuas de valor único. Desta forma, vemos uma transformação de coordenadas passíveis, atribuída para cada ponto, cujas coordenadas antigas são (x^0, x^1, x^2, x^3) e as novas coordenadas (x'^0, x'^1, x'^2, x'^3) . Ao contemplar a diferenciação com respeito a cada coordenada x^ν iremos produzir uma matriz de transformação $n \times n$

$$\Lambda = \partial_\nu x'^\mu = \begin{pmatrix} \partial_0 x'^0 & \partial_1 x'^0 & \partial_2 x'^0 & \partial_3 x'^0 \\ \partial_0 x'^1 & \partial_1 x'^1 & \partial_2 x'^1 & \partial_3 x'^1 \\ \partial_0 x'^2 & \partial_1 x'^2 & \partial_2 x'^2 & \partial_3 x'^2 \\ \partial_0 x'^3 & \partial_1 x'^3 & \partial_2 x'^3 & \partial_3 x'^3 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

O determinante desta matriz (J') é conhecido como o Jacobiano da transformação

$$J' = \left| \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} \right| = |\partial_\nu x'^\mu|. \quad (18)$$

Assumiremos uma matriz não singular de forma que J' seja diferente de zero. Assim, poderemos retornar às coordenadas antigas aplicando a inversa da matriz de transformação nas novas

coordenadas, que em sua forma diferencial assume

$$dx'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}} dx^{\nu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} dx^{\nu} \quad (19)$$

com $dx'^{\mu} dx'_{\mu} = dx^{\mu} dx_{\mu}$ sendo uma quantidade escalar e invariante. No espaço plano,

$$\Lambda^{\mu\beta} \Lambda_{\mu\gamma} = \delta^{\beta}_{\gamma} \quad (20)$$

com δ^{β}_{γ} o delta de Kronecker, a forma diferencial em componentes torna-se

$$dx'^i = \Lambda^i_0 dx^0 + \Lambda^i_j dx^j \quad (21)$$

$$dx'^0 = \Lambda^0_0 dx^0 + \Lambda^0_j dx^j. \quad (22)$$

Considerando o referencial de repouso em O e o referencial de laboratório O' movendo-se com velocidade $v^i = dx'^i/dx'^0$, tem-se $dx^j = 0$, e

$$v^i = \frac{dx'^i}{dx'^0} = \frac{\Lambda^i_0}{\Lambda^0_0} \rightarrow \Lambda^i_0 = \Lambda^0_0 v^i \quad (23)$$

com a métrica no novo sistema de coordenadas

$$\eta_{\mu\nu} = \Lambda_{\mu}^{\alpha} \Lambda_{\nu}^{\beta} \eta_{\alpha\beta} \quad (24)$$

para $\mu = 0 = \nu \rightarrow \eta_{00} = 1$. Portanto,

$$1 = (\Lambda^0_0)^2 - \sum_i (\Lambda^i_0)^2 \quad (25)$$

e a equação (23) torna-se

$$\Lambda^i_0 = \frac{v'^i}{\sqrt{1 - \overline{v}}}, \quad \Lambda^0_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \overline{v}}}. \quad (26)$$

Utilizando as transformações de coordenadas no tensor energia-momento

$$T^{\mu\nu} = \Lambda^{\mu}_{\alpha} \Lambda^{\nu}_{\beta} T^{\alpha\beta} \quad (27)$$

as componentes individuais de $T^{\mu\nu}$ tornar-se-ão:

$$\begin{aligned} T^{ij} &= p\delta_{ij} + \frac{(p + \epsilon) v^i v^j}{1 - \vec{v}^2}, \\ T^{i0} &= \frac{(p + \epsilon) v^i}{1 - \vec{v}^2}, \text{ e} \\ T^{00} &= \frac{(p \vec{v}^2 + \epsilon)}{1 - \vec{v}^2}. \end{aligned} \quad (28)$$

Reagrupando as componentes em sua forma tensorial, iremos obter o aspecto clássico do tensor

$$T^{\mu\nu} = p\eta^{\mu\nu} + (p + \epsilon) u^\mu u^\nu \quad (29)$$

onde u^μ é a quadrivelocidade

$$\begin{aligned} u^i &= \frac{dx^i}{d\tau} = \frac{v^i}{\sqrt{1 - \frac{\vec{v}^2}{c^2}}}, \\ u^0 &= \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\vec{v}^2}{c^2}}}. \end{aligned} \quad (30)$$

Em função das energias envolvidas em colisões relativísticas de íons pesados, consequentemente velocidades próxima a da luz no vácuo (c) na direção da colisão (longitudinal), uma forte contração de Lorentz ocorre, o que permite idealizar os núcleos como “panquecas” de espessura \approx zero. Com esta idealização podemos supor que a rapidez do fluido e do espaço-tempo sejam as mesmas e a velocidade longitudinal do tipo *scaling* pode ser escrita como $v_z = z/t$. Considerando que o tempo próprio do fluido é diferente do medido em laboratório, por um fator de contração de Lorentz na direção longitudinal ($\tau = t\sqrt{1 - v_z^2}$) e utilizando a velocidade *scaling*, teremos $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$ que é a parte positiva de uma hipérbole. Nesta configuração teremos $y = \eta = 1/2 \ln((t + z)/(t - z))$, com o tempo no referencial de laboratório e a coordenada na longitudinal podendo ser reescrita na forma

$$t = \tau \cosh \eta, \quad z = \tau \sinh \eta \quad (31)$$

resultando em uma velocidade

$$v_z = \frac{z}{t} = \tanh \eta. \quad (32)$$

O quadrivetor posição $x_C^\mu = (t, x, y, z)$ nas novas coordenadas (τ, ϕ, r, η) , torna-se

$$x_B^\nu = (\tau \cosh \eta, r \cos \phi, r \sin \phi, \tau \sinh \eta) \quad (33)$$

onde o subscrito C corresponde às coordenadas cartesianas e B às hiperbólicas, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ é o raio transversal e $\phi = \arctan y/x$ o ângulo azimutal. A matriz (17) que leva da coordenada antiga para a nova pode ser escrita na forma

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \cosh \eta & 0 & 0 & \tau \sinh \eta \\ 0 & \cos \phi & -r \sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & r \cos \phi & 0 \\ \sinh \eta & 0 & 0 & \tau \cosh \eta \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Com a definição demonstrada em (19) teremos

$$d\hat{e}_\tau = \begin{pmatrix} \cosh \eta \\ 0 \\ 0 \\ \sinh \eta \end{pmatrix} d\tau, \quad d\hat{e}_\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix} d\phi, \quad (35)$$

$$d\hat{e}_r = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix} dr, \quad d\hat{e}_\eta = \begin{pmatrix} \sinh \eta \\ 0 \\ 0 \\ \cosh \eta \end{pmatrix} \tau d\eta$$

e o Jacobiano da transformação resulta em $\tau d\eta dr d\phi$.

Aplicando a transformação de coordenadas no tensor energia-momento ($T_B^{\mu\nu} = \Lambda^\mu{}_\alpha \Lambda^\nu{}_\beta T_C^{\alpha\beta}$) a densidade de energia (hamiltoniana) no novo sistema será

$$T_B^{00} = \Lambda^0{}_\alpha \Lambda^0{}_\beta T_C^{\alpha\beta} = \Lambda^0{}_0 \Lambda^0{}_0 T_C^{00} + \Lambda^0{}_i \Lambda^0{}_0 T_C^{i0} + \Lambda^0{}_0 \Lambda^0{}_j T_C^{0j} + \Lambda^0{}_i \Lambda^0{}_j T_C^{ij} \quad (36)$$

onde as componentes T_C^{00} e T_C^{0i} são as quantidades conservadas do sistema de coordenadas antigos, densidade de energia e de momento, respectivamente. Utilizando a matriz de transformação (34) a densidade de energia pode ser reescrita como

$$T_B^{00} = \cosh^2 \eta T_C^{00} + \tau^2 \sinh^2 \eta T_C^{33} + \tau \sinh 2\eta T_C^{03} \quad (37)$$

onde foi utilizada a propriedade de simetria do tensor energia-momento ($T^{\alpha\beta} = T^{\beta\alpha}$). Considerando o sistema em repouso no referencial próprio, a componente $T_C^{03} = 0$ e a densidade de energia torna-se

$$T_B^{00} = \epsilon \cosh^2 \eta + p \tau^2 \sinh^2 \eta \quad (38)$$

note que, para o caso das ‘panquecas’ idealizadas com dimensões longitudinais desprezíveis no momento da colisão em $z = 0$ teremos: $\tau = t$, $\eta = 0$ e $T_B^{00} = \epsilon = T_C^{00}$.

3.3.2 Equações de estado

As equações de estado (EoS) descrevem a matéria sob um conjunto de condições físicas, do ponto de vista termodinâmico, e fornecem as relações entre duas ou mais funções de estado, tais como: temperatura, pressão, densidade de energia, potencial químico, etc. Em colisões relativísticas de íons pesados consideramos três hipóteses para análise das equações de estado: a primeira é constituída somente por hádrons, a segunda de um gás de quarks e glúons e por último a transição onde as duas fases coexistem.

3.3.2.1 Fase hadrônica

Nesta fase é considerado o caso de um gás ideal quântico em equilíbrio térmico e químico. Portanto, as funções de onda são descritas por funções (anti) simétricas que estão relacionadas com as partículas (fermiônicas) bosônicas e são caracterizadas por um conjunto de números designados pela quantidade de partículas no estado quântico de orbital j , ou seja, n_1, n_2, \dots, n_j com $n_j = (0 \text{ ou } 1) 0 \dots N$ para (férmions) bósons (SALINAS, 2005; PATHRIA; BEALE, 2011). Nesta descrição a energia do sistema e o número total de partículas podem ser descritas como sendo

$$E = \sum_j \epsilon_j n_j, \quad N = \sum_j n_j \quad (39)$$

onde ϵ_j e n_j são a energia e o número de partículas do orbital j . O valor esperado para o número de ocupação $\langle n_j \rangle$, pode ser obtido por meio do ensemble grande canônico

$$\Xi(T, V, \mu) = \prod_j \left[\sum_{n_j} \exp [-\beta(\epsilon_j - \mu)n_j] \right] \quad (40)$$

que associa um sistema em contato com um reservatório térmico de partículas com a temperatura T e potencial químico μ constantes. Desta forma, tanto o número de partículas e a energia podem flutuar em torno de seus respectivos valores médios. A conexão com a termodinâmica vem por meio do grande potencial termodinâmico

$$\Phi = -\frac{1}{\beta} \ln \Xi. \quad (41)$$

O número de ocupação $\langle n_{j,\mu} \rangle$ e a pressão p do sistema podem ser obtidas conforme as relações

$$\langle n_{j,\mu} \rangle = -\frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \epsilon_j} \ln \Xi; e \quad (42)$$

$$\langle p \rangle = \frac{1}{\beta V} \ln \Xi, \quad (43)$$

onde $\beta = 1/T$ e V é o volume do sistema. Vejamos os dois casos possíveis de partículas, bosônicas e fermiônicas, separadamente:

- Partículas bosônicas

Na estatística de Bose-Einstein o somatório em (40) pode adquirir infinitos estados de ocupação, note que o somatório será convergente caso $\exp[-\beta(\epsilon_j - \mu)] < 1$. Usando o fato de que $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = (1-x)^{-1}$ em (40), aplicando o logaritmo e substituindo em (42) teremos a distribuição de Bose-Einstein

$$\langle n_{j,\mu} \rangle = \frac{1}{\exp[\beta(\epsilon_j - \mu)] - 1}. \quad (44)$$

Note que, caso o potencial químico seja negativo o valor médio esperado para o número de ocupação $\langle n_{j,\mu} \rangle \geq 0$, entretanto, se $\mu > 0$ e maior que ϵ_j o argumento da exponencial $\beta(\epsilon_j - \mu) < 0$ e conseqüentemente $\langle n_{j,\mu} \rangle \leq 0$ quando $T \rightarrow 0$. Comprovando que a condição $\exp[-\beta(\epsilon_j - \mu)] < 1 \rightarrow \langle n_{j,\mu} \rangle \geq 0$ e que μ deve ser sempre negativo. Veja que esta análise é aplicada a partículas, no caso de antipartículas as energias ϵ_j serão negativas e o potencial químico μ deverá ser positivo. O número de ocupação será maior para estados de menor energia, no caso extremo em que $\beta(\epsilon_j - \mu) \rightarrow 0$, teremos $\langle n_{j,\mu} \rangle \rightarrow \infty$. Para o estado fundamental *ground-state* $\epsilon_j = 0 = \mu$ teremos o condensado de Bose-Einstein.

- Partículas fermiônicas

Diferentemente da estatística de Bose-Einstein teremos apenas duas possibilidades nos estados de ocupação para a estatística de Fermi-Dirac, assim n_j pode assumir apenas 0 ou 1 em (40), tornando

$$\langle n_{j,\mu} \rangle = \frac{1}{\exp[\beta(\epsilon_j - \mu)] + 1} \quad (45)$$

e não há restrições para o potencial químico quando $T \rightarrow 0$, pois neste caso se $\epsilon_j > (<) \mu$ teremos $\langle n_{j,\mu} \rangle \rightarrow 0$ (1) e caso $\epsilon_j = \mu \rightarrow \langle n_{j,\mu} \rangle \rightarrow 1/2$ esta distribuição é conhecida como de Fermi-Dirac.

Portanto, o estado de ocupação para Bose-Einstein e Fermi-Dirac pode ser descrito em uma

forma compacta

$$\langle n_{j,\mu} \rangle = \frac{1}{\exp [\beta(\epsilon_j - \mu)] + \theta} \quad (46)$$

onde θ é $+$ ($-$) para férmions (bósons). A densidade do número de partículas $n = N/V$, de energia $e = \epsilon/V$ e de entropia $s = S/V$ tornam-se

$$n = g \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \langle n_{k,\mu} \rangle \quad (47)$$

$$\epsilon^H = g \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \epsilon_k \langle n_{k,\mu} \rangle \quad (48)$$

$$s^H = -g \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} [\langle n_{k,\mu} \rangle \ln \langle n_{k,\mu} \rangle + (\theta - \langle n_{k,\mu} \rangle) \ln (1 - \theta \langle n_{k,\mu} \rangle)]$$

com g sendo o fator de degenerescência e H é utilizado para denotar a fase hadrônica. Houve ainda a substituição do somatório pela integral, por meio da relação $\sum_k \rightarrow V/(2\pi)^3 \int d^3k$. A pressão pode ser obtida por meio da equação (43) do ensemble grande canônico

$$p^H = \frac{g\theta}{\beta (2\pi)^3} \int d^3k \ln (1 + \theta \exp [-\beta (\epsilon_k - \mu)]). \quad (49)$$

Em coordenadas esféricas a densidade de energia torna-se

$$\epsilon^H = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 \epsilon_k \langle n_{k,\mu} \rangle, \quad (50)$$

onde foi empregada a energia $\epsilon_k = \sqrt{k^2 + m^2}$ e a pressão torna-se

$$p^H = \frac{g\theta}{\beta 2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 \ln (1 + \theta \exp [-\beta (\epsilon_k - \mu)]), \quad (51)$$

cujo integrando pode ser resolvido por partes

$$\int_0^\infty dk k^2 \ln (1 + \theta \exp [-\beta (\epsilon_k - \mu)]) = \quad (52)$$

$$\frac{k^3}{3} \ln (1 + \theta \exp [-\beta (\epsilon_k - \mu)]) \Big|_0^\infty + \frac{\beta\theta}{3} \int_0^\infty dk k^4 \frac{\langle n_{k,\mu} \rangle}{\epsilon_k}.$$

Note que o primeiro termo é identicamente nulo para $k = 0$ e para $k \rightarrow \infty$ teremos $\ln 1 = 0$, consequentemente apenas o segundo termo sobrevive, e a pressão transfigura-se em

$$p^H = \frac{g}{6\pi^2} \int_0^\infty dk k^4 \frac{\langle n_{k,\mu} \rangle}{\epsilon_k} \quad (53)$$

observe nas equações (53) e (50) que o único termo que distingue se a densidade de energia e a pressão são exercida por bósons ou férmions é o número médio nos estados de ocupação $\langle n_{k,\mu} \rangle$.

Em se tratando de partículas sem massa, a densidade de energia torna-se $\varepsilon^H = 3p^H$. Para o caso particular de partículas bosônicas sem massas, píons, por exemplo, com $\mu = 0$ e um fator de degenerescência $g = 3_{isospin}$ a pressão torna-se

$$p^H = \frac{g}{6\pi^2} \frac{\pi^4 T^4}{15} = \frac{\pi^2 T^4}{30} \quad (54)$$

e a densidade de energia

$$\varepsilon^H = \frac{\pi^2 T^4}{10}. \quad (55)$$

Valendo-se da relação $s = \beta (p + \varepsilon - \mu \langle n_{k,\mu} \rangle)$ a densidade de entropia torna-se

$$s^H = \frac{2\pi^2 T^3}{15}. \quad (56)$$

O fator de degenerescência $3_{isospin}$ afluiu do tripleto de isospin ($I = 1$) dos píons (π^+ , π^- , π^0). Entretanto, soluções analíticas neste sistema de equações para partículas com massas e potencial químico diferente de zero são difíceis, e recorreremos a soluções numéricas.

3.3.2.2 Fase do plasma de quarks e glúons

Para obter as EoS nesta fase, foi utilizado o modelo da sacola desenvolvido pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts, que tem a proposta de descrever o confinamento dos quarks em um certo volume capaz de conter os campos hadrônicos. Em outras palavras, descrever os hádrons por meio de uma sacola que mantém os campos hadrônicos confinados. Os aspectos físicos levados em consideração são: liberdade assintótica, confinamento, movimento relativístico dos quarks e algumas considerações entre a região de fronteira da sacola e o vácuo da QCD.

Os quarks, partículas de spin 1/2 confinados pela sacola, comportam-se como partículas livres, fenômeno conhecido como “liberdade assintótica”, que possuem energias relativísticas e são descritos pelos espinores de Dirac. Entretanto, os quarks não devem estar fora do volume limitado pela sacola, ou seja, a autofunção deve ser nula para $r > R$, com R o raio de uma sacola supostamente esférica e que possui uma superfície delgada ou infinitesimal. Sua existência está condicionada a sua criação, que deve ocorrer apartir do vácuo da QCD, que por sua vez existe em dois regimes: perturbativo e não perturbativo. A excitação do vácuo no regime perturbativo é descrita em processos envolvendo grandes energias, como por exemplo, no interior da sacola onde ocorre a interação entre os quarks e glúons que possui grande transferência de momento, consequentemente altas energias, o que faz com que a constante de acoplamento seja pequena e torna viável o uso de métodos perturbativos. O vácuo no regime não perturbativo é descrito por baixas energias numa escala de ≈ 1 fm (exterior aos hádrons) e torna a constante de

acoplamento forte. Para manter a sacola entre esta região de vácuo perturbativo e não perturbativo é necessário uma energia potencial constante por unidade de volume, que é conhecida como constante da sacola “ B ”. A densidade Langrangeana de Dirac que preenche estes requisitos pode ser representada como

$$\mathcal{L} = \left[\frac{i}{2} \bar{\Psi} \gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}^\mu \Psi - m \bar{\Psi} \Psi - B \right] \Theta(R - r) - \frac{1}{2} \bar{\Psi} \delta(R - r) \Psi \quad (57)$$

onde $\Theta(R - r)$ a função de Heaviside e $\delta(R - r)$ a função de delta de Dirac. Podemos supor que os quarks confinados pela sacola formam um gás de Férmi, cuja energia na fronteira é desprezível frente a contida no interior da sacola, e com as densidades de energia e pressão constituídas por dois termos: os que são oriundos do confinamento da sacola e o outro pela energia cinética dos quarks. Como resultados finais, poderemos supor as densidades com as seguinte alterações:

$$p^Q \rightarrow p^H - B, \quad \varepsilon^Q \rightarrow \varepsilon^H + B \quad (58)$$

em que Q é utilizado para denotar a fase do plasma. Como ilustrado no caso de hádrons, com os píons sem massa e $\mu = 0$, iremos deduzir a pressão no plasma de quarks e glúons, cujo fator de degenerescência é $g = 2_{spin} \times 8_{cor} + 7/8 (3_{cor} \times 2_{spin} \times 2_{sabor} \times 2_{q\bar{q}})$, resultando na pressão

$$p^Q = \frac{g}{6\pi^2} \frac{\pi^4 T^4}{15} - B = \frac{37\pi^2 T^4}{90} - B. \quad (59)$$

O fator de degenerescência 2_{spin} afluiu dos dois graus de liberdade de spin e 8_{cor} dos oito da coloração do campo gluônico; o segundo termo refere-se aos graus de liberdade dos quarks, sendo: três de cor 3_{cor} , dois de spin 2_{spin} , dois de sabores 2_{sabor} e aos de partícula-antipartícula $2_{q\bar{q}}$. Valendo-se destas idealizações iremos supor que toda a matéria do plasma de quarks e glúons, após sua expansão, tornam-se píons. Considerando que a transição entre a fase hadrônica e a fase do plasma de quarks e glúons seja de primeira ordem, de modo que acima de uma linha tênue encontra-se a fase hadrônica e abaixo o plasma. Consequentemente, nesta linha tênue entre as duas fases a pressão deverá ser a mesma para ambas $p^Q = p^H$,

$$\frac{37\pi^2 T^4}{90} - B = \frac{\pi^2 T^4}{30} \quad (60)$$

de modo que possamos encontrar a temperatura crítica

$$T_{cr} = \left(\frac{45}{17\pi^2} B \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (61)$$

Utilizando como pressão da sacola $B^{1/4} \approx 0.2 \text{ GeV}$, teremos

$$T_{cr} \approx 150 \text{ MeV} \quad (62)$$

em que ocorrerá o desconfinamentos dos quarks e glúons, em outras palavras, a formação do plasma.

3.3.2.3 Transição de fase com ponto crítico

Uma comumente conjectura do diagrama de fase da temperatura contra o potencial químico é de que haja uma transição de primeira ordem em baixas temperaturas (T) e grandes potenciais químicos (μ), e acima de um ponto crítico a transição seja do tipo *crossover* (STEPHANOV, 2004; ZAKOUT; GREINER, 2010). Para a transição de primeira ordem entre a fase hadrônica e a fase do plasma de quarks e glúons veremos uma transição abrupta, de modo que acima de uma linha tênue, no par ordenado (T, μ) , encontra-se a fase hadrônica e abaixo o plasma. Considerando que esta curva seja estável, nesta linha tênue entre as duas fases a pressão deverá ser a mesma para ambas as fases $p^Q = p^H$. Entretanto, é esperado que exista uma transição suave do tipo *crossover* para altas temperaturas e baixo potencial químico. Portanto, há um ponto crítico entre a transição de primeira ordem para a do tipo *crossover*. Iremos representar esta transição conforme a equação

$$(p - p^Q)(p - p^H) = \delta = \Theta(\mu_C - \mu) \exp\left(-\frac{\mu}{\mu_C}\right) \quad (63)$$

onde μ_C é o potencial químico no ponto crítico e $\Theta(\mu_C - \mu)$ a função de Heaviside. Acima deste ponto crítico $\mu \leq \mu_C$, a função de Heaviside $\Theta(\mu_C - \mu) = 1$ e a pressão é expressa

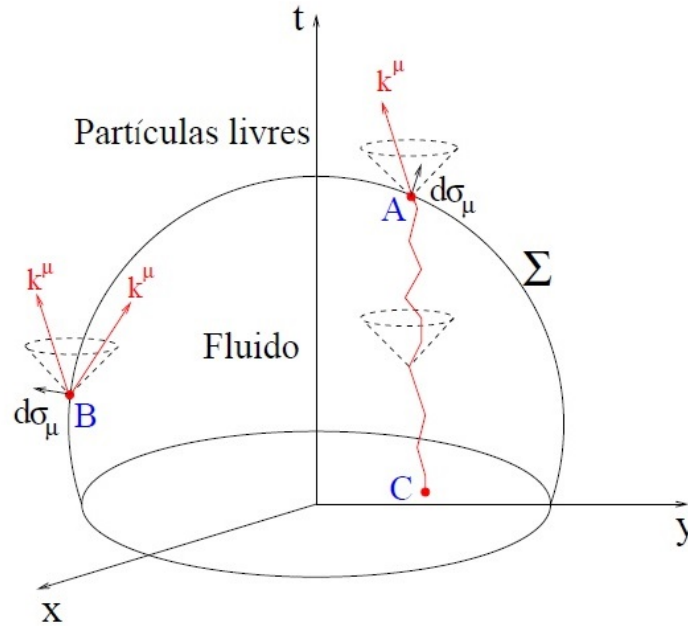
$$p = \frac{(p^H + p^Q) \pm \sqrt{(p^H - p^Q)^2 + 4\delta}}{2} \quad (64)$$

e abaixo, quando $\mu \geq \mu_C$ e $\Theta(\mu_C - \mu) = 0$ retornamos ao caso anterior com a pressão na fase do plasma p^Q (hádrons p^H) obtida pelo sinal $+(-)$ da equação (64).

3.4 DESACOPLAMENTO

Com a expansão hidrodinâmica do fluido a temperatura reduz e o livre caminho médio entre as partículas torna-se cada vez maior até culminar a distâncias comparáveis com a dimensão do sistema. Neste momento as partículas se desacoplam do fluido, mantendo seus momentos inalterados, trazendo informações dos estados iniciais da matéria. Um dos mecanismos que descreve este momento em que as partículas se desacoplam de forma rápida e contínua para certa temperatura de *freeze-out* T_f fixa é o de Cooper-Frye. Nesta prescrição, as partículas deixam de possuir o comportamento hidrodinâmico tornando-se livres ao atravessar certa superfície de controle com temperatura T_f , na Figura 10 é mostrado um modelo esquemático desta hipersuperfície de volume de controle (ANDRADE, 2011). A expressão geral para a distribuição de partículas que se desacopla de um gás relativístico em expansão, segundo a prescrição de Copper-Frye

Figura 10 – Prescrição de Copper-Frye para o desacoplamento.



Fonte: Andrade (2011)

(COOPER; FRYE, 1974), é

$$E \frac{d^3 N}{d^3 p} = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int_{\sigma_f} f_i(x, p) p^\mu d\sigma_\mu \quad (65)$$

onde g_i é um fator de degenerescência de spin-isospin-sabor-cor da partícula i , σ_μ é um elemento da hipersuperfície de *freeze-out* no ponto do espaço-tempo x com o vetor normal

$$d\sigma_\mu = -\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} \frac{\partial\sigma^\nu}{\partial u} \frac{\partial\sigma^\lambda}{\partial v} \frac{\partial\sigma^\rho}{\partial w} du dv dw \quad (66)$$

$\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ é o símbolo de Levi-Civita, e (u, v, w) são três coordenadas ortogonais locais. A distribuição de partículas em equilíbrio térmico local é expressa por

$$f_i(x, p) = \frac{1}{\exp[\beta(p^\nu u_\nu - \mu_i(x))] + \theta}. \quad (67)$$

O fator $p^\nu u_\nu$ é a energia da partícula na estrutura de repouso e vista, com *boost*, pelo observador do laboratório com a quadrivelocidade $u_\nu(x)$ da célula de fluido no ponto x . Quando $u_\nu \rightarrow u(1, \vec{0})$ o termo $p^\nu u_\nu \rightarrow p^0 = \epsilon$ e retornamos a (46). Em colisões relativísticas de íons pesados os núcleos podem ser tratados como panquecas devido à contração de Lorentz, e no momento do equilíbrio térmico local, com o sistema apresentando uma forma cilíndrica. Portanto, em função da simetria, a distribuição de partículas pode ser feita para um sistema de coordenadas cilíndricas $(u, v, w) = (r, \phi, z)$, onde $p_x = p_T \cos \phi$, $p_y = p_T \sin \phi$ e $p_z = p_z$, com

$d^3p = dp_x dp_y dp_z = |J(p_T, \phi)| dp_T d\phi$. O elemento de volume na equação (65) torna-se

$$p^\mu d\sigma_\mu = \left(m_T \cosh y - p_T \cos \phi \frac{\partial \sigma^0}{\partial r} - m_T \sinh y \frac{\partial \sigma^0}{\partial z} \right) r dr d\phi dz \quad (68)$$

e $E d^3N / (p_T dp_T dp_z d\phi)$. Utilizando a rapidez e a pseudorapidez junto com $dp_z/dy = p_0$ e a simetria cilíndrica ($\phi = -\phi + \pi$), a distribuição de momento das partículas toma a forma

$$\frac{d^3N}{p_T dp_T dp_y d\phi} = \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2N}{dp_T dy} \quad (69)$$

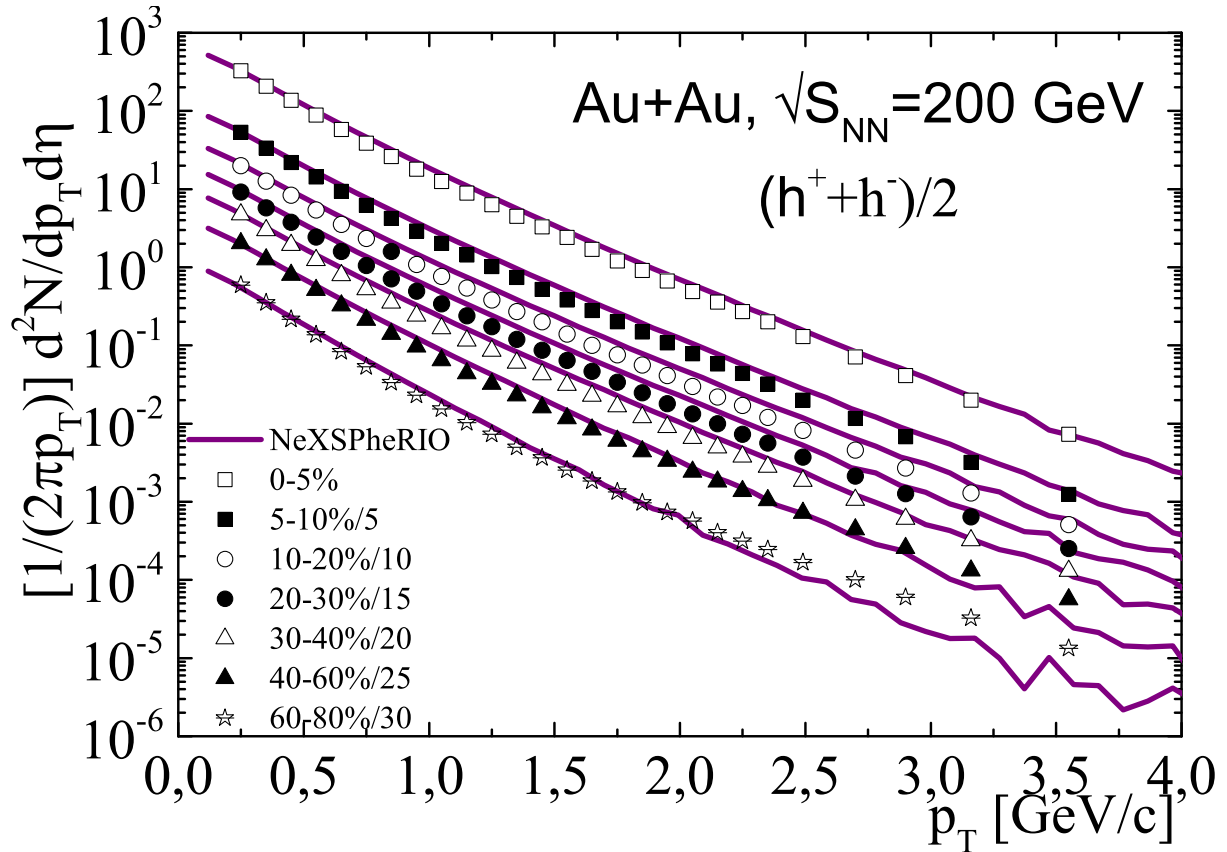
onde o segundo termo $d^2N / (dp_T dy)$ é a contagem de partículas em um intervalo de momento p_T com rapidez y . O número de partículas produzidas em colisões nucleares decresce em função da descentralização, conforme observado na Figura 8. A distribuição invariante de momento de partículas carregadas $(h^+ + h^-)/2$ em função do momento transversal $[1/(2\pi p_T)] d^2N / (dp_T d\eta) \times p_T$ foi calculada com o NeXSPheRIO, para diferentes janelas de centralizações em colisões de núcleos de $Au + Au$ com energia incidente de centro de massa $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV e comparadas com os dados experimentais (ADAMS et al., 2003), conforme mostrado na Figura 11. As curvas sólidas representam os dados calculados e os símbolos experimentais. Nesta análise, foram realizados 1000 eventos em cada janela de centralização com condições iniciais flutuantes geradas pelo NeXSPheRIO, e no fim de cada evolução o gerador hadrônico de Monte Carlo foi invocado para efetivar a emissão de partículas, na prescrição de Copper-Frye, por 10 vezes, ou seja, para CI seguida pela evolução hidrodinâmica foram realizadas 10 distribuições no *freeze-out* térmico, totalizando 10.000 eventos em cada janela de centralização. A temperatura de *freeze-out* adotada para a equação de estado de ponto crítico foi de $T_f = 135$ MeV, em todas as janelas de centralizações.

Para descrever a evolução hidrodinâmica em um processo que envolva colisões relativísticas de íons pesados foi necessário conhecer os ingredientes básicos, tais como: Condições Iniciais (CIs), Equações de Estado (EoS) e o critério de desacoplamento, que podem ser obtidos em uma descrição analítica para partículas sem massa e com potencial químico desprezível, conforme mostrado acima. Entretanto, soluções analíticas são de difícil obtenção para casos mais gerais de partículas massivas e potencial químico $\mu \neq 0$. Na busca de uma análise realística para delinear o plasma de quarks e glúons, recorreremos a soluções numéricas. No próximo capítulo é descrito a discretização utilizada no código SPheRIO.

3.5 DISTRIBUIÇÃO DE PARTÍCULAS

Assim como a distribuição invariante de momento de partículas nos fornece informações dos momentos transversais ao desacoplarem do meio quente e denso do plasma, a distribuição azimutal de partículas nos traz informações sobre a excentricidade da colisão, tamanho do sistema e variações partônicas ocorridas nos instantes iniciais. Portanto, para o estudo da distribuição

Figura 11 – A distribuição invariante de momento p_T gerada pelo NeXSPheRIO é representada pelas curvas sólidas e os símbolos pelos dados experimentais (ADAMS et al., 2003) para sete janelas de centralizações. A equação de estado utilizada foi a de ponto crítico na temperatura de $T_f = 135$ MeV em todas as janelas de centralizações.



Fonte: Produção do Próprio Autor.

de momento das partículas em função do ângulo azimutal é necessário considerar o caso da distribuição anisotrópica destas partículas, devido à interação com o meio e o fluxo coletivo, no plano azimutal (transversal). Representando a distribuição de momento das partículas no plano de evento $dN/d\phi = r(\phi)$ por meio de uma expansão em série de Fourier

$$r(\phi) = \frac{x_0}{2} + \sum_n (x_n \cos n\phi + y_n \sin n\phi) \quad (70)$$

onde $x_n = v_n \cos(n\psi_n)$, $y_n = v_n \sin(n\psi_n)$, conseqüentemente $v_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$, ψ_n é o ângulo do plano de eventos e ϕ é o ângulo entre cada partícula e o plano de reação. O ângulo do plano de reação em relação ao plano gerado pelo parâmetro de impacto (ψ_r) pode ser aproximado pelo ângulo do plano de eventos ψ_n , por sua vez este é reconstruído com os harmônicos v_n . Na Figura 5 é mostrado um esboço do plano de reação, e na Figura 6 é mostrado a vista em perfil do plano transversal com a definição do ângulo ψ_r . O parâmetro de impacto é definido como sendo a distância entre os centros dos núcleos em rota de colisão.

Os harmônicos v_n são reconstruídos pela distribuição final de partículas, e trazem informações dos instantes iniciais da colisão. O fluxo dirigido (v_1) exibe uma característica contorcida em função da pseudorapidez (η), ou seja, é ímpar, sendo positiva com uma redução em sua magnitude na direção de chegada dos núcleos e muda o sinal tornando-se cada vez mais negativa com o afastamento e possui ainda uma forte correlação no espaço dos momentos com a evolução do sistema. Desprezando as flutuações, o primeiro coeficiente harmônico v_1 irá coincidir com a direção do fluxo, eixo longitudinal z . Caso o ângulo do plano de reação seja $\psi_1 = \psi$ ($\psi_1 = \psi + \pi$) teremos o fluxo no mesmo sentido (no sentido oposto), ou seja, repulsivo (atrativo). O fluxo elíptico (v_2) descreve a anisotropia azimutal no espaço dos momentos de partículas emitidas de colisões não centrais, transportando informações da magnitude da excentricidade, diferença entre os eixos maior e menor, com a orientação do eixo maior variando entre ψ e $\psi + \pi/2$, onde ψ encontra-se no mesmo eixo do plano de reação e $\psi + \pi/2$ perpendicular a este, com um aumento em sua magnitude à medida que se incrementa o parâmetro de impacto, ou seja, reduzindo o número de participantes na colisão. Portanto, quanto mais periférica é a colisão maior será o valor de v_2 ocorrendo também o incremento com o aumento da massa da partícula (VOLOSHIN; ZHANG, 1996; POSKANZER; VOLOSHIN, 1998; HUOVINEN et al., 2001).

Os coeficientes ímpares não nulos carregam informações das flutuações dos nucleons no interior dos núcleos que podem ter por origem a colisão de núcleos com diferentes tamanhos, Cu+Au, por exemplo. Entretanto, flutuações quânticas dos nucleons no interior dos núcleos produzem uma assimetria, mesmo em colisões com núcleos idênticos sendo feitas nas mesmas condições, de um evento para outro. Portanto, esta assimetria também torna os coeficientes ímpares não nulos em colisões com núcleos de mesmo tamanho (ALVER; ROLAND, 2010). Devido a esta assimetria os ângulos do plano de evento nem sempre apontam na mesma direção que o do parâmetro de impacto (ALVER; ROLAND, 2010; ADAMCZYK et al., 2013; NIEMI et al., 2013), e estas quantidades flutuam significativamente de um evento para outro, mesmo com o parâmetro de impacto fixo. Um importante coeficiente ímpar é o fluxo triangular (v_3) por apresentar uma maior magnitude entre os demais, é uma ferramenta utilizada para estudar flutuações no estado inicial e sugere ser mais sensível a efeitos viscosos do que v_2 (ALVER; ROLAND, 2010; NIEMI et al., 2013; GAVIN; ABDEL-AZIZ, 2006), possui uma dependência similar a do fluxo dirigido com a rapidez em uma evolução do sistema de colisão, caso o plasma de quarks e glúons tenha sido formado.

A reconstrução dos harmônicos é realizada pela distribuição entre cada partícula com relação ao plano de evento. Em função da simetria, o termo em seno que é uma função ímpar desaparece na expansão (70). Para um caso mais geral, a distribuição $r(\phi) = 1 + \sum_n v_n \cos n\phi$. Portanto, a distribuição média de partículas pode ser estimada pelo valor médio do ângulo de distribuição, ou seja,

$$\langle \cos n\phi \rangle = \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} \cos n\phi E \frac{d^3N}{d^3p} d\phi}{\int_{-\pi}^{+\pi} E \frac{d^3N}{d^3p} d\phi}, \quad (71)$$

utilizando (70) para a distribuição de partícula em coordenadas cilíndricas,

$$\langle \cos n\phi \rangle = \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} \cos n\phi [1 + \sum_m 2v_m \cos m\phi] d\phi}{\int_{-\pi}^{+\pi} [1 + \sum_m 2v_m \cos m\phi] d\phi}, \quad (72)$$

e usando a relação de ortogonalidade entre os coeficientes de Fourier, $\int \cos n\phi \cos m\phi = \delta_{mn}$, onde δ_{mn} é o delta de Kronecker, teremos

$$v_n = \langle \cos n\phi \rangle, \quad (73)$$

que são os coeficientes do n -ésimo harmônico e ϕ o ângulo médio sobre todas as partículas em todos os eventos.

3.5.1 Anisotropia azimutal - método do plano de eventos

A distribuição azimutal de partículas produzidas em colisões nucleares permite estudar o comportamento e a direção das partículas de saída, e é correlacionada com a orientação do parâmetro de impacto que é medido em relação ao plano de reação. Entretanto, tanto o plano de reação quanto a variável geométrica do parâmetro de impacto não são acessíveis experimentalmente, o que torna este método do plano de eventos importante na análise da distribuição anisotrópica de partículas. Esta análise, por sua vez, é importante devido ao entendimento teórico da relação entre o aparecimento e o desenvolvimento do fluxo durante a evolução da colisão, em processos como a termalização, criação do plasma de quarks e glúons, análise de correlação entre partículas, etc. A análise do fluxo anisotrópico pode ser feita com a expansão de Fourier na distribuição do ângulo azimutal, conforme mostrado nas Equações (70 - 73).

Neste cenário de colisão, a expansão do fluxo radial e anisotrópico, em que as partículas produzidas no *freeze-out* exibem um fluxo coletivo, leva a uma dependência característica do fluxo diferencial $v_n(p_T)$ e da massa da partícula (VOLOSHIN; ZHANG, 1996; HUOVINEN et al., 2001). O estudo do fluxo de anisotropia azimutal em colisões nucleares de altas energias é amplamente reconhecido como uma ferramenta importante que fornece informações valiosas da matéria quente e densa criada em colisões de íons pesados, bem como sobre suas respectivas equações de estado (STEINHEIMER et al., 2010; DUDEK et al., 2017). Esta anisotropia é entendida como o resultado do fluxo hidrodinamicamente acionado pelo plasma de quarks e glúons e suas análises são baseadas na distribuição de decomposição azimutal de Fourier.

Normalizando a equação (70) pelo número total de partículas N , junto com a simetria no

plano de eventos e a relação trigonométrica “ $\cos(a - b)$ ”, teremos

$$r(\phi) = \frac{dN}{d\phi} = \frac{N}{2\pi} \left[1 + \sum_n 2v_n \cos n(\phi - \psi_n) \right], \quad (74)$$

onde ϕ é o ângulo azimutal,

$$\psi_n = \frac{\arctan(Q_{n,x}, Q_{n,y})}{n} \quad (75)$$

é o ângulo do plano de eventos definido no intervalo ($0 \leq \psi \leq 2\pi$), com os componentes x e y do vetor de fluxo Q (POSKANZER; VOLOSHIN, 1998) dado por

$$Q_{n,x} = \sum_i v_n^{obs} \cos(n\phi_i), \quad Q_{n,y} = \sum_i v_n^{obs} \text{sen}(n\phi_i) \quad (76)$$

e

$$v_n^{obs} = \langle \cos n(\phi - \psi_n) \rangle \quad (77)$$

é o n -ésima coeficiente harmônico calculado em relação ao ângulo do plano de evento ψ_n , o colchete representa o valor médio (VOLOSHIN; POSKANZER; SNELLINGS, 2008; QIAN et al., 2009).

Na Figura 6 é mostrada uma ilustração idealizada de uma colisão periférica entre dois núcleos, onde à esquerda temos uma vista longitudinal e a direita da Figura uma vista transversal da colisão com o eixo longitudinal perpendicular ao plano da figura e a região rachurada representa a sobreposição dos núcleos ou zona participante que é a principal responsável pela produção de partículas. Veja que há uma assimetria entre os eixos do plano azimutal $x - y$, compreendida pela zona participante, e devido à distribuição não simétrica dos pártons no interior dos núcleos o plano de evento $x - z$ é deslocado com um ângulo ψ_r , em relação ao parâmetro de impacto. Contudo, a pressão no eixo menor do elipsoide formado na zona participante deve ser a mesma que no eixo maior, razão suficiente para criar um gradiente de pressão maior na direção do eixo menor, impulsionando mais partículas nesta direção, conforme ilustrado na parte inferior da Figura 5. Diante deste gradiente de pressão criado pela assimetria da colisão o número de partículas produzidas será maior na direção do eixo menor do que na perpendicular (eixo maior). Entretanto, caso a distribuição dos nucleons seja simétrica no interior dos núcleos, o plano de reação irá coincidir com a direção do parâmetro de impacto e ainda se este for nulo, ou seja, para uma colisão central, o gradiente de pressão será o mesmo em todas as direções do plano azimutal, tornando a distribuição de partículas uniforme e $r(\phi) = r/2\pi = N\phi/2\pi$.

Em função das flutuações de evento a evento na assimetria da distribuição inicial no interior dos núcleos, conseqüentemente uma variação no plano de evento, o coeficiente harmônico sofrerá alterações de evento a evento para um mesmo ângulo ϕ , o que irá influenciar no cálculo do valor médio. Portanto, o coeficiente harmônico observado v_n^{obs} deve ser corrigido pela resolução do

plano de evento (\mathcal{R}_{es}), por meio da razão

$$v_n = \frac{v_n^{obs}}{\mathcal{R}_{es}} = \frac{v_n^{obs}}{\langle \cos n (\psi_n - \psi_r) \rangle}. \quad (78)$$

onde ψ_r é o ângulo do plano de reação, que não é acessível experimentalmente. A resolução do plano de evento pode ser estimada por meio da correlação de planos de subeventos independentes. Levando em consideração a paridade da função v_n , ou seja,

$$\langle \cos n (\psi_n^{\eta>0} - \psi_r) \rangle = \langle \cos n (\psi_n^{\eta<0} - \psi_r) \rangle \quad (79)$$

podemos quadrar a resolução do plano de eventos

$$\langle \cos n (\psi_n - \psi_r) \rangle^2 \approx \langle \cos n (\psi_n^{\eta>0} - \psi_r) \rangle \langle \cos n (\psi_n^{\eta<0} - \psi_r) \rangle, \quad (80)$$

utilizando as relações trigonométricas e devido a simetria do sistema, o termo em seno desaparece, resultando em

$$\langle \cos n (\psi_n^{\eta>0} - \psi_n^{\eta<0}) \rangle \approx \langle \cos n (\psi_n^{\eta>0} - \psi_r) \rangle \langle \cos n (\psi_n^{\eta<0} - \psi_r) \rangle, \quad (81)$$

Portanto, a resolução do plano de evento (\mathcal{R}_{es}) pode ser obtida utilizando dois subeventos diferentes, porém com a mesma multiplicidade,

$$\mathcal{R}_{es} = \langle \cos n (\psi_n - \psi_r) \rangle = \sqrt{\langle \cos n (\psi_n^{\eta>0} - \psi_n^{\eta<0}) \rangle}. \quad (82)$$

Note que a resolução é sempre menor ou igual a 1, conseqüentemente o coeficiente do fluxo harmônico v_n será sempre maior ou igual ao coeficiente observável v_n^{obs} e sua magnitude diminui com o aumento da ordem harmônica. Em função de η , v_n é (anti)simétrico para ($n = 1$) $n \geq 2$, no intervalo de $|\eta| < 1$.

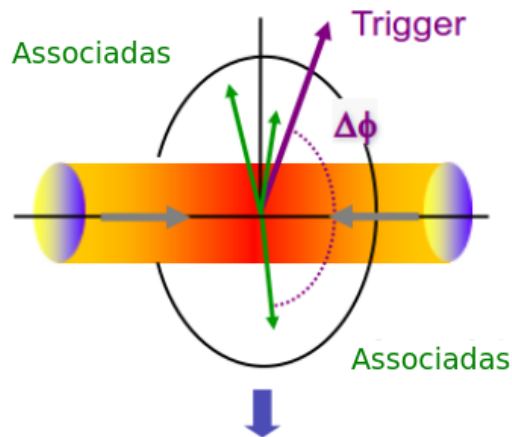
Na análise típica de correlação entre hádrons carregados é feita uma média sob um intervalo simétrico da pseudorapidez, ou seja, no eixo positivo e negativo, e em função da simetria do termo v_1 , que é uma função ímpar, desaparece neste tipo de análise.

3.5.2 Análise da correlação angular entre hádrons

A coletividade da matéria nuclear, formada logo após os instantes iniciais de uma colisão relativística de íons pesados, é evidenciada pela supressão de um dos jatos criados que em geral são criados aos pares. Portanto, caso haja a formação do plasma de quarks e glúons um dos jatos criados nos instantes iniciais e que terá de atravessar todo o meio quente e denso sofrerá um derretimento e apenas uma parte deste jato com menor energia e grandes ângulos de espalhamento conseguirá sair do plasma. Uma maneira eficaz para a medição desta supressão é por meio da correlação entre os hádrons que são produzidos na colisão. Na Figura 12 é

ilustrado a análise de correlação entre hádrons, as setas ilustram as partículas ejetadas do meio e o comprimento a magnitude dos momentos. A seta maior em roxo (*trigger*) representa a origem e as setas associadas a *trigger* em verde terão suas posições reveladas no ângulo azimutal $\Delta\phi$ e no eixo longitudinal $\Delta\eta$ (COLLABORATION, 2006).

Figura 12 – Esboço da correlação entre hádrons.



Fonte: STAR Collaboration (2006).

Em colisões com energia de centro de massa $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV, a produção de partículas gera um pico próximo de 0, que é estreito tanto em $\Delta\phi$ como em $\Delta\eta$ para colisões $p + p$, mas é amplo em $\Delta\eta$ para colisões de $Au + Au$. A forma deste pico é conhecida como *near-side* e vem de partículas associadas de um mesmo párton que gera a partícula gatilho. Outro pico localizado no lado oposto a saída da partícula gatilho, próximo de π , estreito em $\Delta\phi$, também está presente. No entanto, este pico é aproximadamente independente da pseudorapidez e é conhecido como *away-side*, cuja origem vem de partículas associadas com o párton que gera a partícula gatilho e é espalhado na mesma direção, porém no sentido contrário a saída da partícula gatilho. Na Figura 13 é mostrado um esboço da distribuição de partículas no azimute e na direção do feixe η , oriunda das colisões $p + p$ e $Au + Au$, é possível notar uma redução no número de partículas que atinge o detector no lado oposto a saída da partícula gatilho em colisões $Au + Au$, bem com o aparecimento de uma estrutura de cume, conhecida por *ridge*, com grande extensão em $\Delta\eta$ na região do *near-side*.

A definição das partículas gatilho (*trigger*), é realizada por meio da seleção de partículas em um intervalo de momento transversal p_T^{trig} medido no detector, cuja origem vem dos processos descritos pela QCD perturbativa (*hard*) nas colisões primárias. A partir dessas, define-se a origem no azimute ϕ e na pseudorapidez η . Entretanto, o volume de partículas produzidas nos instantes iniciais pelas colisões secundárias no interior do plasma, também com grande momento transversal, contribuem da mesma maneira na contagem de partículas feita pelo detector, dificultando a seleção das partículas gatilho que devem ter por origem as geradas nas colisões primárias (ADARE et al., 2008; AGAKISHIEV et al., 2014). A produção de partículas devido

aos processos secundários e o fluxo coletivo levam a uma estrutura de correlação entre partículas, semelhante a dos processos primários. Este é um ruído que deve ser eliminado. Portanto, técnicas devem ser empregadas para eliminar este ruído.

Partículas associadas são todas as demais partículas contabilizadas, dentro do intervalo de momento transversal p_T^{ass} , em um dado evento com relação as distâncias longitudinal $\Delta\eta$ e azimutal $\Delta\phi$ das partículas gatilho. Usualmente utiliza-se $p_T^{ass} \leq p_T^{trig}$. São contabilizadas as partículas associadas naquele mesmo evento em que se selecionou a partícula gatilho, e sua posição relativa com a da partícula gatilho no azimute $\Delta\phi$ e na pseudorapidez $\Delta\eta$ é determinada. Portanto, a função correlação $d^2N/(d\Delta\phi d\Delta\eta)$ é o número de pares de partículas contabilizadas em uma diferença angular ϕ e longitudinal η entre elas no evento normalizado pelo número de eventos válidos $N_{trigger}$. Assim como a partícula gatilho, não é possível determinar conclusivamente se as partículas associadas são originadas nas colisões primárias (processos *hard*) ou secundárias (*soft*).

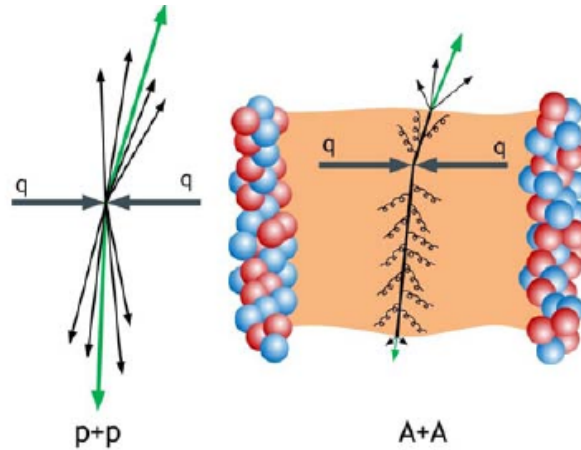
Na Figura 13 é mostrado um esboço da correlação entre partículas (JIANGYONG, 2009). Na Figura 13 (a), fica elucidado a definição de partículas gatilho e associadas oriundas das colisões primárias, representada pelas setas em verde, e as oriundas de interações secundárias representada pelas setas menores em preto. O comprimento das setas representam a intensidade de momento da partícula ejetada. Note que a partícula associada perde parte de sua energia no meio pela emissão de radiação em colisões de núcleos pesados. Contudo, para núcleos leves como $p + p$ as partículas gatilho e sua respectiva associada são ejetadas com a mesma intensidade de momento.

A subtração do ruído ou background pode ser realizada por diferentes técnicas. Neste trabalho adotou-se a eliminação da contribuição coletiva, por meio da distribuição anisotrópica usando o método ZYAM (Zero Yield At Minimum), que vem da dinâmica não linear do fluido, no sinal medido. A técnica de eventos mistos será abordada apenas como demonstrativa por ser utilizada na literatura. Entretanto, esta técnica foi adotada apenas nos cálculos analíticos no modelo do tubo periférico.

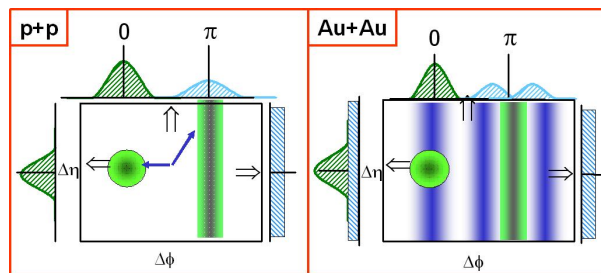
3.5.2.1 Background - evento misto

A subtração do background no sinal de correlação, pela técnica de evento misto, é feita por meio da mistura de partículas gatilho de um dado evento com as partículas associadas de outro evento distinto, porém com a mesma janela de centralidade. As flutuações de evento a evento são estatisticamente independentes, tornando nula, ou diferente apenas por uma constante, a superposição destas para um número de interações suficientemente grande. Por outro lado, o sinal de correlação está relacionado à distribuição média da matéria, implicando-se em uma superposição destas distribuições médias de matéria. Entretanto, existem complicações neste método que estão relacionadas com a variação na multiplicidade de partículas em eventos distintos:

Figura 13 – Esboço da correlação entre partículas ocorridas em colisões relativísticas. (a) supressão de jatos devido a interação do párton gerado com o QGP. (b) esboço do espectro medido em colisões de prótons e de íons pesados.



(a) supressão de jato



(b) espectro

Fonte: Jiangyong (2009).

- Variação na multiplicidade de partículas gatilho do evento próprio para o misto.

A escolha das partículas gatilho em um dado evento com uma multiplicidade maior, portanto um background maior, que o outro evento escolhido para se realizar a mistura, torna o background criado na técnica de evento misto menor.

- Variação na multiplicidade dos jatos e fenômenos adjacentes no evento próprio e misto.

A variação na multiplicidade das partículas associadas a gatilho e que, portanto advém dos jatos, terão menos interações em um meio com menor multiplicidade, produzindo um background menor.

Portanto, esta técnica de evento misto pode gerar um background menor (maior) e tornar o sinal corrigido maior (negativo) em função da variação na multiplicidade de partículas. A função de correlação nesta técnica de evento misto é definida por

$$C(\Delta\phi, \Delta\eta) = C_{\text{crua}}(\Delta\phi, \Delta\eta) - C_{\text{misto}}(\Delta\phi, \Delta\eta), \quad (83)$$

onde o termo C_{crua} representa a medida crua na distribuição média da matéria, sem a subtração do background,

$$C_{\text{crua}}(\Delta\phi, \Delta\eta) = \int d\phi_{\text{trig}} \int d\phi_s d\eta \frac{dN^2(\phi_s + \Delta\phi, \phi_{\text{trig}}, \eta + \Delta\eta)}{d\phi d\eta} \frac{dN^2(\phi_s, \phi_{\text{trig}}, \eta)}{d\phi d\eta}, \quad (84)$$

C_{misto} é a superposição das flutuações de evento a evento (background),

$$C_{\text{misto}}(\Delta\phi, \Delta\eta) = \int d\phi_{\text{trig}} \int d\phi_s d\eta \int d\phi'_t d\eta' \frac{dN^2(\phi_s + \Delta'\phi, \phi'_t, \eta + \Delta'\eta)}{d\phi d\eta} \frac{dN^2(\phi_s, \phi_{\text{trig}}, \eta)}{d\phi d\eta} \quad (85)$$

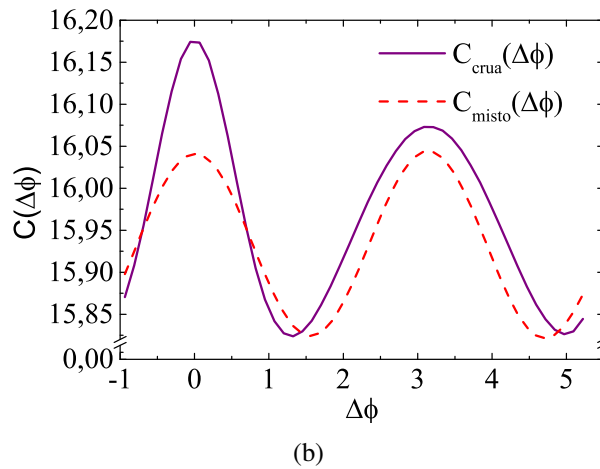
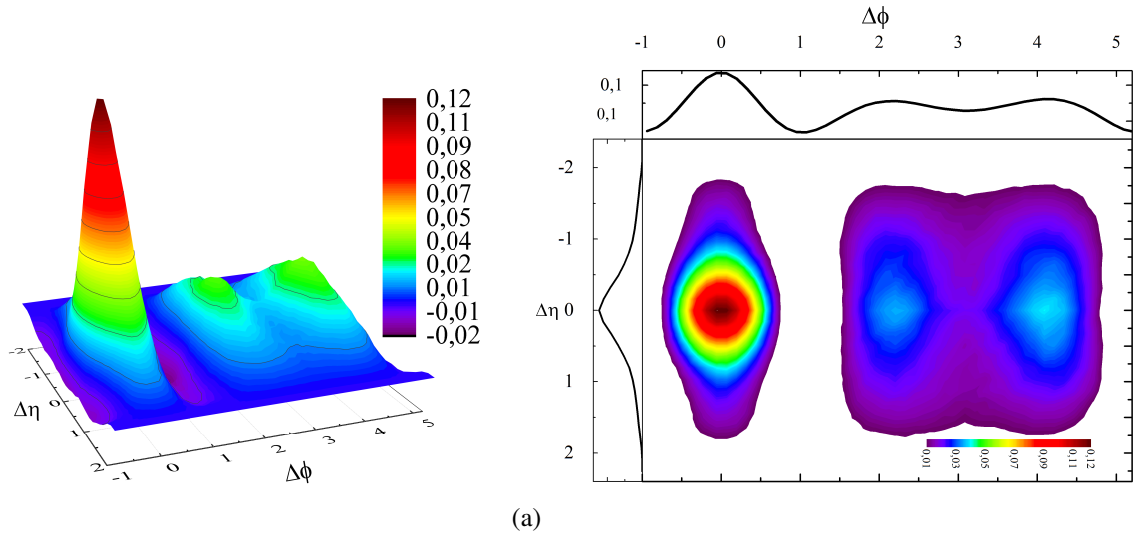
em que o termo $'$ está associado à partícula gatilho em um evento diferente das partículas contabilizadas no evento definido pela partícula gatilho sem $'$ com $\Delta'\phi = \phi_s^{\text{trig}} - \phi_s^{\text{ass}}$. Entretanto, o ângulo ϕ_s é rotacionado pelo ângulo do plano de evento ψ_n , conforme mostrado em (70), portanto

$$\Delta'\phi = \phi_s^{\text{trig}} - \phi_s^{\text{ass}} - (\psi'_n - \psi_n) = \Delta\phi' - \Delta\psi_n \quad (86)$$

de modo que o ângulo ϕ sofre uma rotação nos planos de evento. Consequentemente, os eventos são alinhados ao plano de evento e o ângulo do plano de evento $'$ é alinhado para coincidir com o plano de evento sem $'$. Assim, a superposição é feita com os planos de evento alinhados e somente flutuações quânticas dos párons de evento a evento irão contribuir. Na Figura 14 são mostrados os cálculos feitos com o NeXSPheRIO na análise de correlação entre hádrons carregados para colisões de $Au + Au$ na janela de centralização de 0 - 10% e energia de $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV com 2200 condições iniciais flutuantes seguidas pela evolução hidrodinâmica, e para cada CI seguida pela evolução o *freeze-out* térmico foi realizado 200 vezes com o gerador de eventos. Os cálculos foram feitos para partículas com a pseudorapidez incluída no intervalo $|\eta| < 1$, cujo intervalo de momento das partículas gatilho é $4 \leq p_T^{\text{trig}} \leq 5$ e para as associadas de $1,5 \leq p_T^{\text{ass}} \leq 4$. Corrigidas pela técnica de evento misto.

É possível observar na Figura 14 a estrutura de cume que se estende na região do *near-side* dentro do intervalo de $|\Delta\eta| \approx 1$, com a exibição de um pico principal em $\eta = 0$ que representa as partículas associadas emergindo na mesma direção e sentido das partículas gatilho. Na região oposta a saída da partícula gatilho, uma estrutura de duplo pico com máximos em $\Delta\phi \approx 2\pi/3$ e $4\pi/3$ separados pelo vale em $\Delta\phi \approx \pi$ está presente, representando um espalhamento sofrido pelas partículas associadas que emergiram no sentido oposto ao da partícula gatilho, e com extensões aproximadamente simétricas na pseudorapidez no intervalo de $|\Delta\eta| \approx 1$. A vista em perfil de $\Delta\phi$, Figura 14 (b), mostra o background (linha tracejada) tocando o sinal da medida crua (linha sólida) para alguns ângulos e atingindo valores próximos na região do *away-side* ($\Delta\phi \approx \pi$), o que gera a região de vale observado no sinal corrigido na Figura 14. Note ainda na Figura 14 (b) que o background cruza a medida crua na região em que $\Delta\phi < \pi/2$ gerando uma pequena depressão com valores negativos, conforme mostrado na Figura tridimensional Figura 14 (a). Este fato pode estar associado a variação na multiplicidade entre os diferentes

Figura 14 – Cálculo de correlação entre hádrons carregados corrigidos pela técnica de evento misto realizado com o NeXSPhRIO para uma colisão de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV na janela de centralização de 0 - 10%. (a) sinal corrigido em três dimensões é apresentado a esquerda e uma vista em perfil com suas projeções em $|\Delta\eta|$ e $|\Delta\phi|$ a direita; e (b) vista em perfil $|\Delta\phi|$ da correlação crua (background) na linha sólida (tracejada). ($|\eta| < 1$, $4 \leq p_T^{trig} \leq 5$ e $1,5 \leq p_T^{ass} \leq 4$).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

eventos empregados.

3.5.2.2 Background - distribuição anisotrópica (método ZYAM)

O método de produção zero no mínimo (ZYAM) consiste em subtrair o sinal gerado pela coletividade (ruído) por meio do cálculo na distribuição anisotrópica de partículas (78). Veja que neste caso somente a evolução hidrodinâmica normalizada é considerada como ruído. Após isso, é realizada uma normalização no background com o menor valor obtido pela razão entre o sinal medido pelo calculado. Assim como no caso de evento misto, o termo $C_{crua}(\Delta\phi, \Delta\eta)$ é empregado para representar a medida crua dos resultados, ou seja, sem a subtração do sinal de

fundo. Para o cálculo do fundo foi usado uma distribuição anisotrópica que vem de processos *soft* como o hidrodinâmico. Assumindo que a distribuição em ϕ possui uma forma proporcional a uma expansão de Fourier temos

$$C_{ZYAM}(\Delta\phi, \Delta\eta) = B \left[1 + \sum_n 2v_n^{trig}(\phi - \psi_n) v_n^{ass}(\phi - \psi_n) \cos n(\Delta\phi, \Delta\eta) \right], \quad (87)$$

onde ϕ é o ângulo azimutal de uma partícula com momento p_T nas coordenadas do detector e ψ_n é o ângulo desta mesma partícula com relação ao plano de evento na n -ésima ordem harmônica de cada evento. $v_n^{trig}(\phi - \psi_n)$ ($v_n^{ass}(\phi - \psi_n)$) é o n -ésimo fluxo harmônico da partícula gatilho (associada). Note que o termo em $\cos n$ serve como modulador, com n ditando o número de picos gerado no intervalo de $0-2\pi$. A normalização do sinal de fundo é calculada, por meio do menor valor encontrado entre a razão do sinal medido e o sinal calculado pelo método ZYAM,

$$B = \left(\frac{C_{crua}(\Delta\phi, \Delta\eta)}{C_{ZYAM}(\Delta\phi, \Delta\eta)} \right) \Big|_{\text{mínimo}}. \quad (88)$$

A correlação entre hádrons torna-se

$$C(\Delta\phi, \Delta\eta) = C_{crua}(\Delta\phi, \Delta\eta) - C_{ZYAM}(\Delta\phi, \Delta\eta) \left(\frac{C_{crua}(\Delta\phi', \Delta\eta')}{C_{ZYAM}(\Delta\phi', \Delta\eta')} \right) \Big|_{\text{mínimo}}, \quad (89)$$

em que $C(\Delta\phi, \Delta\eta)$ ($C_{crua}(\Delta\phi, \Delta\eta)$) representa a função correlação corrigida (produção de pares não corrigida com o sinal de fundo) e $C_{ZYAM}(\Delta\phi, \Delta\eta)$ é a correlação entre partículas originadas durante a evolução hidrodinâmica, ou seja, o sinal de fundo ou ruído. Observe que a função será nula quando $\Delta\phi = \Delta\phi'$ e $\Delta\eta = \Delta\eta'$. Entretanto, esta nunca assume valores negativos. Para obter $C_{ZYAM}(\Delta\phi, \Delta\eta)$ é necessário o cálculo do fluxo harmônico mostrado na seção anisotropia azimutal.

As principais contribuições do fluxo coletivo em análise de correlações entre hádrons vem do fluxo elíptico $v_2(\phi - \psi_2)$ que está relacionado com a geometria do sistema, e graças ao termo modulador em $\cos n$ fornece dois picos principais em $\Delta\phi = 0$ e π . Em seguida vem o fluxo triangular v_3 que está relacionado às flutuações de evento a evento na região de sobreposição, dos nucleons durante a colisão. O termo $v_3(\phi - \psi_3)$ cria uma estrutura de três picos localizados em: $\Delta\phi = 0$, que irá contribuir para o cume no *near-side*, e as outras duas estruturas em $\Delta\phi = 2\pi/3$ e $4\pi/3$ que estão posicionadas exatamente na região do duplo pico encontrado na região de saída no lado oposto a saída da partícula gatilho.

3.5.3 Modelo do tubo periférico

Motivados pela natureza coletiva da matéria nuclear, instaurada nos instantes iniciais de uma colisão relativística de íons pesados, esperamos que efeitos semelhantes ao de Cherenkov (DRE-

MIN, 2006; KOCH; MAJUMDER; WANG, 2006) e ou ondas de choque (RENK; RUPPERT, 2006; RENK; RUPPERT, 2007) ocorram em função do deslocamento de pártons no interior do plasma com velocidades excedendo a velocidade da onda c_w . A emissão de fótons pelo efeito Cherenkov, em física nuclear de baixas energias, ocorre devido a polarização de átomos induzidos por um feixe de partículas carregadas. As ondas de choque Mach são geradas pela variação de pressão no meio, este último é também conhecida como cone de Mach. O efeito Cherenkov ocorre por meio de partículas carregadas viajando em um fluido com velocidade v superior a velocidade da luz no meio. Já para ondas Mach, esta velocidade deve superar a velocidade do som. Em ambos os casos, a radiação emitida de um corpo se propagando na direção horizontal, forma um ângulo θ com sua trajetória dado por

$$\cos \theta = \frac{c_w}{v} \quad (90)$$

onde $c_w = c/n$ para o efeito Cherenkov e $c_w = c_s$ para a onda de choque Mach, com c sendo a velocidade da luz no vácuo, n o índice de refração no meio e c_s é a velocidade do som no meio. Para o efeito Cherenkov, a frente de onda é perpendicular à superfície do cone, cujo ângulo de abertura é 2θ , e possui um ângulo de $90^\circ - \theta$ com a trajetória da partícula.

Em colisões de íons pesados, as energias envolvidas requerem um aparato matemático mais sofisticado para dar cabo a efeitos quânticos envolvidos, neste caso a QCD. Por consequência, a física envolvida se difere e os fótons de luz gerados dão lugar aos glúons de Cherenkov que podem possuir uma componente de alta e outra de baixa energia.

Os glúons de Cherenkov de altas energias são gerados pelas interações primárias entre os pártons com um pequeno ângulo polar no sistema alvo em repouso. Devido a natureza de auto-interação entre os glúons, cada glúon pode produzir um jato que por sua vez produz novos glúons, e por fim poderão formar uma estrutura de aro (hotspot) no plano perpendicular a direção de propagação do párton primário. Entretanto, para glúons de Cherenkov de baixas energias é esperado que o ângulo polar de emissão seja grande e em função das baixas energias envolvidas a probabilidade de ocorrência de novos jatos, produzida pelo próprio glúon, é reduzida.

Fluxos canônicos coletivos podem surgir de qualquer jato de quark-gluon criado por um párton de altas energias e que viajam com a velocidade da luz no meio, estes fluxos estão em analogia às ondas de choque Mach. Em ambos os fenômenos supracitados, estruturas tubulares são geradas e que podem ser as responsáveis pela forma apresentada na correlação entre hádrons para grandes ângulos de espalhamento, como o duplo pico na região de saída no lado oposto à saída da partícula gatilho.

Uma análise simplificada de correlação entre hádrons pode ser dada interpretado-a pelo fluxo coletivo originado por meio da evolução hidrodinâmica no meio, com momento transversal menor do que os encontrados no domínio dos jatos. O modelo do tubo periférico reproduz de modo razoável a geração do fluxo triangular e conseqüentemente a estrutura de correlação azimutal entre partículas. Para compreender o mecanismo das flutuações ocorridas de evento a

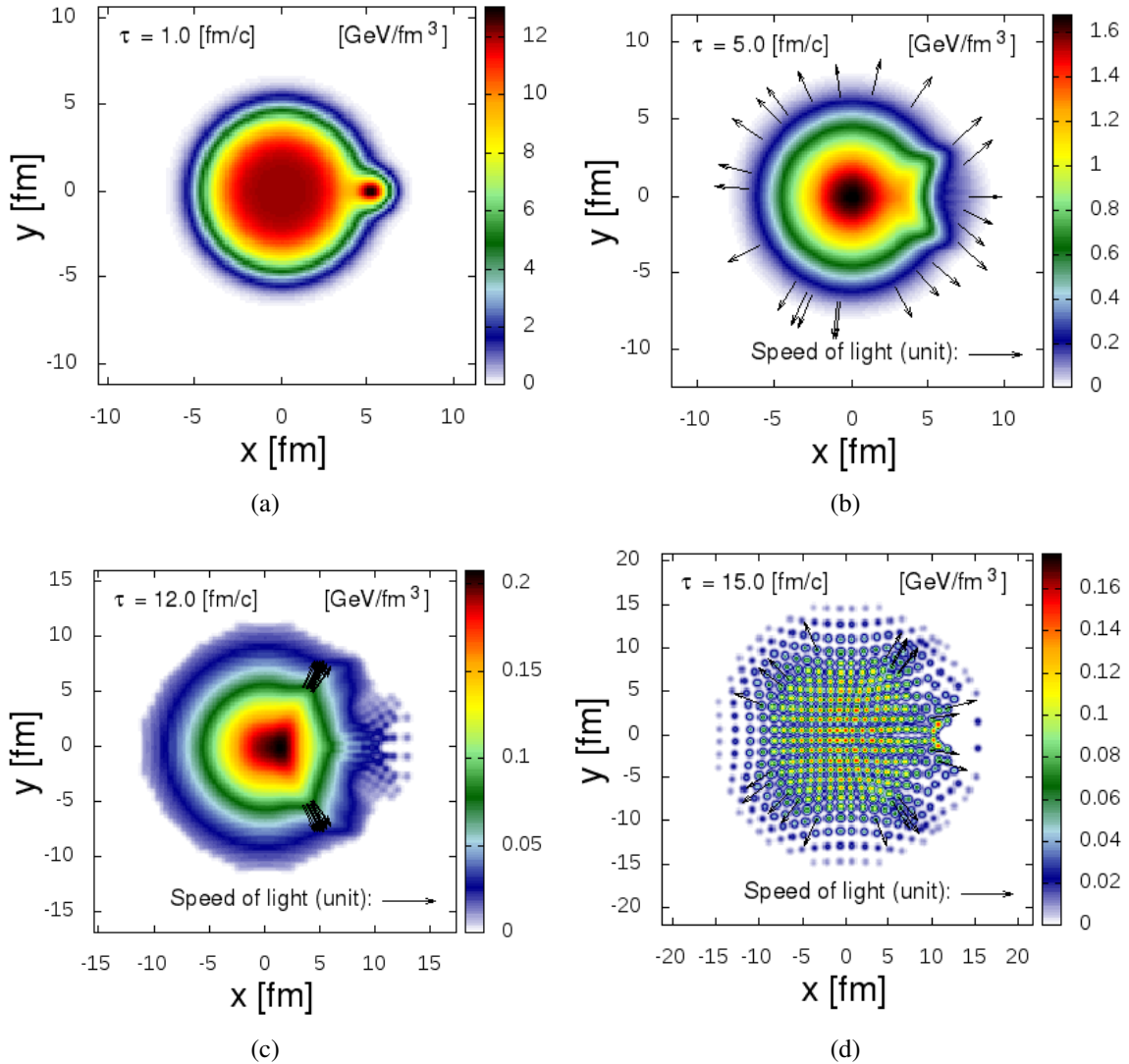
evento na densidade de energia, que são criadas na dinâmica das colisões relativísticas de íons pesados, de uma maneira simplificada, as distribuições de densidade de energia iniciais foram desmembradas em duas partes: a primeira é composta por uma matéria suave e homogênea (o background), cujas flutuações são geradas somente pela geometria da colisão e apenas o componente elíptico do fluxo anisotrópico v_2^b é não nulo; e a segunda pelos tubos de fluxo de cor gerados nas interações partônicas, representado por finas estruturas com alta densidade de energia espacialmente localizados, cujas flutuações são originadas pela geometria da colisão e as variações no posicionamento do tubo, e que são aleatórias, dando origem as componentes elíptica v_2^t e triangular v_3^t do fluxo anisotrópico. A existência destes tubos de fluxo de cor provoca perturbações no fluido em expansão que é representado pelo background. As perturbações geradas por tubos localizados na região central são absorvidas pela matéria ao redor e somente tubos localizados na periferia irão contribuir para a estrutura de correlação.

Com este modelo simplificado, uma análise bidimensional considera um background e uma fatia de matéria quente, densa, suave e uniformemente distribuída em $\eta=0$, ambos experimentando expansões transversais. Entretanto, na direção longitudinal (η) as expansões são consideradas invariante por *boost*, tornando a densidade de energia invariante por *boost*. Na Figura 15 é mostrada a expansão do sistema em função do tempo com a matéria centrada na origem e o tubo posicionado inicialmente a uma distância de 5,4 (fm) da origem. Inicialmente o tubo possuía um diâmetro de 0,1 fm² e densidade de energia de 15 GeV/fm³, enquanto o background um diâmetro de 10 fm com densidade de energia de 12 GeV/fm³. Note que tanto a matéria como o tubo se expandem isotopicamente até atingir a região de fronteira em que as partículas se desacoplam.

A região do tubo que se propaga para fora dará origem a partículas com alto momento transversal e a que se propaga para dentro do sistema irá colidir com a matéria, gerando uma onda de choque que fornecerá grande cinética ao fluido defletido pelo tubo, promovendo a formação de uma estrutura de dois braços espaçados simetricamente a região em que o tubo esteve originalmente, e uma região carente do fluido em função da sombra formada pelo tubo, Figura 15 (b). Ao culminar a região de fronteira as partículas se desacoplam do fluido com alto momento. Os altos momentos das partículas criadas no desacoplamento são representados pela velocidade do fluido que está indicada pelas setas na Figura 15 (b) e (c). Após o tempo $\tau \geq 15$ fm/c toda a matéria atinge a temperatura de desacoplamento e as partículas são ejetadas para fora com um pequeno momento transversal, quando comparado com as regiões dos braços, conforme exibidos pelas setas indicadas na Figura 15 (d). À vista disso, a distribuição azimutal de partículas irá apresentar dois picos simétricos nas regiões dos braços ($\phi \approx \pm 1$) e um volume desprezível de partículas na região central ($\phi = 0$) em que o tubo foi posicionado, a distribuição azimutal foi construída no espaço dos momentos $\phi = \arctan(p_y/p_x)$.

Para o cálculo de correlação azimutal entre partículas gatilho e sua associada, a distribuição azimutal mais provável será em $\phi = (1,1), (1,-1), (-1,1)$ e $(-1,-1)$, onde o primeiro componente entre parênteses representa a partícula gatilho e o segundo sua associada. Por conseguinte, a diferença azimutal entre as partículas gatilho e suas associadas nos fornecerão três picos, sendo

Figura 15 – Expansão transversal da matéria centrada na origem e do tubo posicionado inicialmente a 5,4 (fm) de distância em relação ao centro do sistema. As setas indicam a velocidade do fluido.

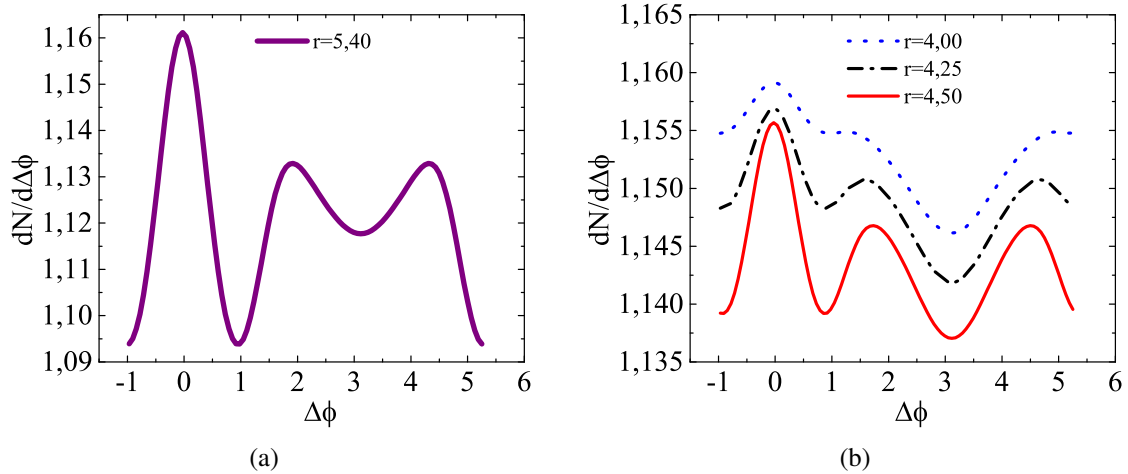


Fonte: Produção do Próprio Autor.

$\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{ass} = \pm 2$ e um pico com o dobro da magnitude do pico presente em $\Delta\phi = 0$. Na Figura 16 é mostrado o cálculo da correlação azimutal realizado pelo método do tubo em um background totalmente simétrico, representando uma colisão central e parâmetro de impacto $b = 0$ (fm), com o tubo localizado a 5,40 (fm) em (a) e a 4,50; 4,25 e 4,00 (fm) de distâncias em relação a origem do background são representado em (b). Para este caso em que o background é totalmente simétrico o fluxo elíptico $v_2^b = 0$. Entretanto, as componentes do fluxo gerado pelo tubo que dista a 5,40 (fm) da origem do background são: $v_2^t = 0,01693$ e $v_3^t = 0,01208$. Estes valores são obtidos pela distribuição em Fourier nos resultados exibidos na Figura 16. Note na Figura 16 (b), que a medida em que adentramos com o tubo no interior do background a magnitude de correlação é reduzida até o limite em que a estrutura deixa de existir. Portanto,

tubos periféricos contribuirão mais para a estrutura azimutal da correlação entre partículas, desta maneira o modelo do tubo periférico mostra-se eficaz na captura da física envolvida sugerindo a natureza hidrodinâmica deste complexo processo de interações partônicas.

Figura 16 – Correlação azimutal realizada pelo método do tubo em um background totalmente simétrico com o tubo localizado a 5,4 (fm) em relação a origem do background em (a); e 4,5, 4,25 e 4,00 (fm) em (b).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

A estrutura de duplo pico gerada pela interação do background totalmente simétrico com o tubo e exibido na Figura 16 é também observada em colisões centrais de íons de $Au + Au$, cuja energia de colisão no centro de massa por nucleon $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. Portanto, este modelo do tubo periférico reproduz a física hidrodinâmica da colisão nuclear. Note ainda, que neste modelo o terceiro harmônico traz informações dos pártons produzidos pelo espalhamento dos constituintes que foram produzidos nas interações primárias e que viajam para o interior do plasma, e as partículas com baixo momento e menor massa, denotada de matéria suave *soft* e que são geradas pelos constituintes do plasma no *freeze-out* térmico são consideradas como background.

4 MÉTODOS NUMÉRICOS

Para descrever a evolução hidrodinâmica em um processo que envolva colisões relativísticas de íons pesados é necessário conhecer os ingredientes básicos, tais como: Condições Iniciais (CI), Equações de Estado (EoS) e o critério de desacoplamento, que podem ser obtidos em uma descrição analítica para partículas sem massa e com potencial químico desprezível. Entretanto, soluções analíticas são de difícil obtenção para casos mais gerais de partículas massivas e potencial químico $\mu \neq 0$. Na busca de uma análise realística para delinear o plasma de quarks e glúons, recorreremos a soluções numéricas. Para tanto, faz-se necessário a discretização do estado e da dinâmica do sistema. Neste trabalho foi empregado o método sem malhas na formulação lagrangiana, conhecido por *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH), que utiliza um conjunto finito de partículas sem conectividade fixa, ou seja, cada partícula representa um elemento do fluido e está associada aos atributos físicos do fluido com sua evolução determinada pelas leis de conservação. Estas partículas são conhecidas como “partículas SPH”. Para descrever o método consideraremos uma função f contínua sob o domínio Ω descrita na forma

$$f(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{r}_i) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) d\mathbf{r}_i \quad (91)$$

em que $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ é a função delta de Dirac. Substituindo a delta de Dirac por uma função de suavização que satisfaça

$$\int W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) d\mathbf{r}_i = 1 \quad (92)$$

e no

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i), \quad (93)$$

teremos uma aproximação na função f definida pelo termo h conhecido como comprimento de suavização *smoothing length* que define a área ou o volume de influência da função ou núcleo de suavização W *smoothing kernel*, como é conhecido. As derivadas da função f

$$\langle \nabla f(\mathbf{r}) \rangle = \int_{\Omega} [\nabla f(\mathbf{r}_i)] W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) d\mathbf{r}_i \quad (94)$$

podem ser obtidas por meio da substituição, $(\nabla f)W = \nabla(fW) - f\nabla W$, com ∇ atuando somente em \mathbf{r} no integrando

$$\langle \nabla f(\mathbf{r}) \rangle = \int_{\Omega} \nabla [f(\mathbf{r}_i)W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h)] d\mathbf{r}_i - \int_{\Omega} f(\mathbf{r}_i) \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) d\mathbf{r}_i \quad (95)$$

e empregando o teorema da divergência no primeiro termo, iremos definir a integral de superfície que vai à zero nos extremos, tornando a derivada

$$\langle \nabla f(\mathbf{r}) \rangle = - \int_{\Omega} f(\mathbf{r}_i) \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) d\mathbf{r}_i. \quad (96)$$

Portanto, nesta prescrição a derivada da função f é a aproximação integral da função usando-se o gradiente do núcleo de suavização $\nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h)$.

A transição do espectro contínuo para o discreto é feita por meio de aproximação por partículas, em que a integral é substituída por um somatório e $d\mathbf{r}_i$ por um diferencial de volume ocupado pela i -ésima partícula SPH. Considerando uma partícula massiva com densidade ρ_i na função f discretizada, teremos

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle = \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} f(\mathbf{r}_i) W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h). \quad (97)$$

Desta maneira, é possível aproximar uma função f na posição \mathbf{r} com os valores amostrados em sua vizinhança, ponderados pelo núcleo de suavização. A densidade de uma quantidade extensiva $a^*(\mathbf{r}, t)$, como por exemplo a entropia s , pode ser representada

$$a^*(\mathbf{r}, t) = \sum_i \alpha_i W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t), h) \quad (98)$$

em que a soma é feita pelas quantidades contidas no interior do volume definido por h^3 , que são localizadas por $\mathbf{r}_i(t)$ na vizinhança de \mathbf{r} e que contribuem para o conjunto de constantes α_i . A integral em todo o espaço de $a^*(\mathbf{r}, t)$ tem como resultado o valor total da grandeza extensiva

$$A = \int a^*(\mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r} = \sum_i \alpha_i. \quad (99)$$

Conseqüentemente, podemos escrever a quantidade total A pela soma discreta das quantidades α_i . A derivada desta quantidade torna-se

$$\frac{\partial a^*(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \sum_i \alpha_i \frac{d}{dt} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t), h) = - \sum_i \alpha_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \cdot \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t), h) \quad (100)$$

onde $\nabla_i W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t), h) = -\nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t), h)$. Substituindo $d\mathbf{r}_i/dt = \mathbf{v}_i$, temos que a quantidade

$$\frac{\partial a^*(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_A \quad (101)$$

possui a forma da equação da continuidade, com

$$\mathbf{J}_A = \sum_i \alpha_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t), h) \quad (102)$$

veja que o operador ∇ atua somente em \mathbf{r} , permitido assim colocá-lo em evidência na equação (101).

As equações de movimento discretizadas podem ser obtidas por meio do cálculo variacional no contexto hidrodinâmico. A variação da ação com extremos fixos nos permite descrever as equações de movimento, cuja ação pode ser representada na forma

$$I_{sph} = - \int dt \sum_i \nu_i \left(\frac{\epsilon}{s\gamma} \right)_i = - \int dt \sum_i \epsilon_i \quad (103)$$

em que as grandezas conservadas são

$$n^*(\mathbf{r}, t) = \sum_i \beta_i W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t); h), \quad (104)$$

$$s^*(\mathbf{r}, t) = \sum_i \nu_i W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t); h) \quad (105)$$

onde β_i e ν_i representam as quantidades da densidade bariônica e de entropia carregadas pela i -ésima partícula SPH na posição \mathbf{r} . Para fluidos ideais a entropia é localmente conservada e, portanto, a corrente de entropia também o será. A densidade de energia própria no referencial de laboratório é denotada por

$$\epsilon(\mathbf{r}, t) = \sum_i \epsilon_i W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t); h) = \sum_i \left(\frac{E}{\gamma} \right)_i W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t); h) \quad (106)$$

nesta representação γ_i é o fator de Lorentz, $E_i = \epsilon_i V_i$ é a energia da i -ésima partícula SPH medida no referencial próprio, $V_i = \nu_i / s_i$ o volume e $s_i = s_i^* / \gamma_i$. Substituindo a densidade de energia na ação e aplicando o princípio variacional

$$\delta I_{sph} = -\delta \left[\int dt \sum_i \left(\frac{E}{\gamma} \right)_i \right] = - \int dt \sum_i \left(\frac{\delta E}{\gamma} - E \frac{\delta \gamma}{\gamma^2} \right)_i = 0. \quad (107)$$

Note que a variação da energia em um fluido é $\Delta E_i = -p_i \Delta V_i$, cuja forma variacional é $\delta E_i = -p_i \delta V_i$, onde

$$\begin{aligned} \delta V_i &= \nu_i \delta \left(\frac{\gamma_i}{s_i^*} \right) = \nu_i \left(\frac{\delta \gamma_i}{s_i^*} - \frac{\delta s_i^*}{s_i^* s_i^*} \right) = \nu_i \left(\frac{\gamma_i^3 \mathbf{v}_i \cdot \delta \mathbf{v}_i}{s_i^*} - \frac{\delta s_i^*}{s_i^* s_i^*} \right) \\ &= \nu_i \left(\frac{\gamma_i^3 \mathbf{v}_i \cdot \delta \mathbf{v}_i}{s_i^*} - \frac{\sum_j \nu_j \delta W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j(t); h)}{s_i^*} \right) \end{aligned} \quad (108)$$

com a variação do kernel dada por

$$\delta W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j(t); h) = \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{r}_j} \delta \mathbf{r}_j + \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{r}_i} \delta \mathbf{r}_i = \nabla_i W_{ij} \cdot (\delta \mathbf{r}_i - \delta \mathbf{r}_j) \quad (109)$$

onde foi usado $\nabla_j W_{ij} = -\nabla_i W_{ij}$, portanto,

$$\delta V_i = \nu_i \left(\frac{\gamma_i^3 \mathbf{v}_i \cdot \delta \mathbf{v}_i}{s_i^*} - \frac{\sum_j \nu_j \nabla_i W_{ij} \cdot (\delta \mathbf{r}_i - \delta \mathbf{r}_j)}{s_i^*} \right). \quad (110)$$

A variação do fator de Lorentz é

$$\delta \gamma_i = \delta \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_i^2}} \right) = \gamma_i^3 \mathbf{v}_i \cdot \delta \mathbf{v}_i \quad (111)$$

substituindo (110) e (111) em (107) iremos obter

$$\delta I_{sph} = \int dt (\pi \cdot \delta \mathbf{v}_i) - \int dt \sum_i \frac{\nu_i p_i}{(s_i^*)^2} \left[\sum_j \nu_j \nabla_i W_{ij} \cdot (\delta \mathbf{r}_i - \delta \mathbf{r}_j) \right] = 0 \quad (112)$$

onde

$$\pi = \sum_i \nu_i \left(\frac{\epsilon_i + p_i}{\gamma_i^{-1} s_i^*} \right) \gamma_i \mathbf{v}_i \quad (113)$$

Veja ainda que

$$\frac{d}{dt} [\pi \cdot \delta \mathbf{r}_i] = \left(\frac{d}{dt} \pi \right) \cdot \delta \mathbf{r}_i + \pi \cdot \frac{d}{dt} \delta \mathbf{r}_i \quad (114)$$

e $d\delta \mathbf{r}_i/dt = \delta d\mathbf{r}_i/dt = \delta \mathbf{v}_i$. Além disso, nos extremos o lado esquerdo vai à zero e

$$\delta I_{sph} = \int dt \left(\frac{d}{dt} \pi \right) \cdot \delta \mathbf{r}_i + \int dt \sum_i \frac{\nu_i p_i}{(s_i^*)^2} \left[\sum_j \nu_j \nabla_i W_{ij} \cdot (\delta \mathbf{r}_i - \delta \mathbf{r}_j) \right] = 0 \quad (115)$$

reagrupando o segundo termo da ação

$$\int dt \left[\sum_i \sum_j \frac{\nu_i p_i \nu_j}{(s_i^*)^2} \nabla_i W_{ij} \cdot \delta \mathbf{r}_i - \sum_i \sum_j \frac{\nu_i p_i \nu_j}{(s_i^*)^2} \nabla_i W_{ij} \cdot \delta \mathbf{r}_j \right]$$

e usando $\nabla_j W_{ij} = -\nabla_i W_{ij}$, logo após trocando i por j na segunda parte do segundo termo

$$\int dt \left[\sum_i \sum_j \frac{\nu_i p_i \nu_j}{(s_i^*)^2} \nabla_i W_{ij} \cdot \delta \mathbf{r}_i + \sum_j \sum_i \frac{\nu_j p_j \nu_i}{(s_j^*)^2} \nabla_i W_{ij} \cdot \delta \mathbf{r}_i \right] = \quad (116)$$

$$\int dt \left[\sum_i \sum_j \nu_i \nu_j \left(\frac{p_i}{(s_i^*)^2} + \frac{p_j}{(s_j^*)^2} \right) \nabla_i W_{ij} \cdot \delta \mathbf{r}_i \right]$$

estas mudanças nos índices são permitidas por serem mudos, ou seja, está sendo feita a soma sobre eles. Substituído na variação da ação

$$\delta I_{sph} = \int dt \left\{ \frac{d}{dt} \pi + \sum_i \sum_j \nu_i \nu_j \left(\frac{p_i}{(s_i^*)^2} + \frac{p_j}{(s_j^*)^2} \right) \nabla_i W_{ij} \right\} \cdot \delta \mathbf{r}_i = 0. \quad (117)$$

Para um elemento de volume $\delta \mathbf{r}_i$ arbitrário, teremos

$$\frac{d}{dt} \pi = - \sum_i \sum_j \nu_i \nu_j \left(\frac{p_i}{(s_i^*)^2} + \frac{p_j}{(s_j^*)^2} \right) \nabla_i W_{ij} \quad (118)$$

Assim, por meio do princípio variacional, encontramos as equações de movimento no formalismo SPH para coordenadas generalizadas.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A correlação entre os hádrons, que advém de colisões nucleares com núcleos de $Au + Au$, é analisada utilizando o programa NeXSPheRIO. A evolução hidrodinâmica do sistema foi realizada com condições iniciais flutuantes de evento a evento e a hadronização no *freeze-out* feita na prescrição de Cooper-Frye com a equação de estado de ponto crítico e potencial bariônico finito (STEINHEIMER et al., 2010; DUDEK et al., 2017) na temperatura de *freeze-out* $T_f = 135$ MeV para todas as janelas de centralidade.

As condições iniciais foram criadas com o programa NeXuS (DRESCHER et al., 2002), que simula as interações partônicas segundo o modelo Regge-Gribov (DRESCHER et al., 2001), e acoplado a este o código SPheRIO realiza a evolução hidrodinâmica até o sistema atingir a temperatura de *freeze-out*. Este processo é feito para cada evento do NeXuS. Após a evolução hidrodinâmica o gerador de Monte Carlo do NeXuS é acionado para calcular a distribuição dos hádrons (hadronização), levando em consideração os decaimentos ocorridos pelas partículas de meia vida curta devido às interações fracas. Somente após a hadronização e um tempo suficientemente grande para que as partículas cumpram sua trajetória até o detector é feita a média dos eventos (HAMA; KODAMA; JR., 2005). Entretanto, para uma redução no tempo de processamento e no espaço de armazenamento dos dados, mantendo uma boa estatística, o gerador de Monte Carlo do NeXuS é invocado n vezes após cada evolução para realizar a distribuição dos hádrons. Com esta manobra reduzimos a quantidade de vezes em que o NeXuS é invocado para gerar as CIs e o SPheRIO para realizar a evolução hidrodinâmica. Este processo é repetido por diversas vezes e somente no fim é realizada a média e comparada com os dados experimentais.

Este capítulo foi organizado da seguinte forma: os coeficientes harmônicos oriundos da função de distribuição anisotrópica do estado final dos hádrons, são calculados até a quarta ordem harmônica e comparados com os dados das colaborações STAR (ADAMS et al., 2005) e PHENIX (ADARE et al., 2011), conforme exibidos na seção 5.1; em seguida são mostrados os resultados obtidos com o modelo empírico do tubo periférico que reproduz qualitativamente as principais características da correlação entre hádrons; na seção 5.3 são realizados os cálculos da correlação entre hádrons em função da centralidade da colisão e do intervalo de momento das partículas associadas e comparados com os dados da colaboração PHENIX (ADARE et al., 2008); a correlação é vista também em função do ângulo azimutal de saída da partícula gatilho em relação ao plano de eventos e comparado com os dados da colaboração STAR (AGAKISHIEV et al., 2014) e (AGAKISHIEV et al., 2013).

5.1 ANISOTROPIA AZIMUTAL

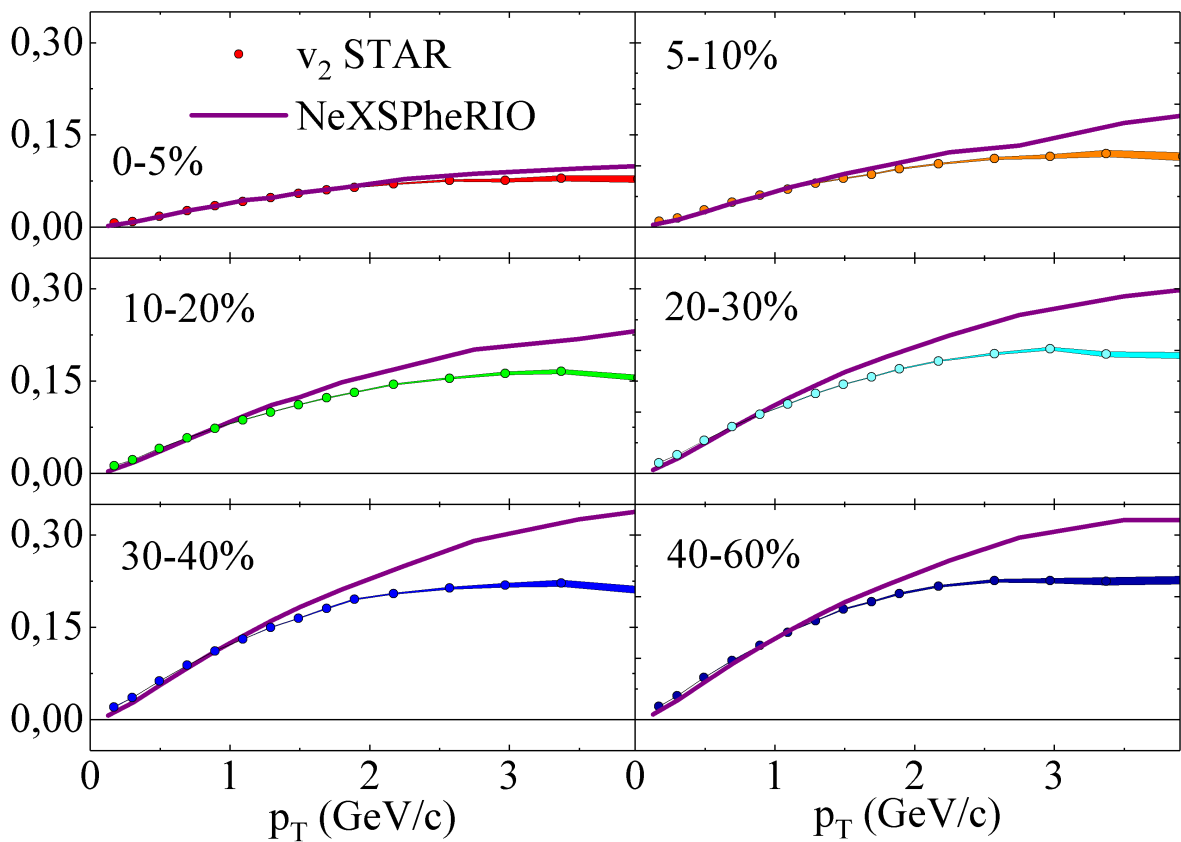
O estudo da anisotropia azimutal permite compreender o aparecimento e a evolução do fluxo radial, o que compactua com a presença de um fluido neste cenário de colisão, e torna uma assinatura sensível para a ocorrência do plasma de quarks e glúons. O método do plano de eventos utilizado nesta análise é amplamente utilizado por experimentalistas, o que permite a comparação entre os dados experimentais e os calculados pelo NeXSPheRIO. O segundo e quarto coeficiente harmônico (v_2 e v_4) relacionam-se com a excentricidade da colisão. Portanto, suas magnitudes crescem com a descentralização da colisão. O terceiro v_3 está vinculado com as flutuações partônicas de evento a evento e sua magnitude deveria se elevar com o incremento na quantidade e no tamanho dos tubos criados durante a colisão, conseqüentemente sua magnitude seria inversamente proporcional a descentralização. No entanto, esta quantidade de tubos reduz de forma não linear com a região de interpenetração dos núcleos, ou redução na quantidade de nucleons participantes, tornando o terceiro harmônico quase independente da centralização da colisão.

Na Figura 17 é mostrado o segundo harmônico (fluxo elíptico) da anisotropia azimutal, calculado com o NeXSPheRIO, e comparado com os dados experimentais obtidos pela Colaboração STAR (ADAMS et al., 2005) para 6 diferentes janelas de centralizações, iniciando da mais central 0 - 5% na parte superior da coluna esquerda até a mais periférica 40 - 60% na parte inferior da coluna direita da figura. Os círculos representam os dados experimentais da colaboração STAR e as linhas os cálculos. Os resultados teóricos se mostram em concordância com os medidos em laboratórios e estão bem próximos para $p_T < 2$ GeV/c. Entretanto, o fluxo harmônico calculado com o NeXSPheRIO, que considera o plasma de quarks e glúons um fluido perfeito e sem viscosidade, torna-se maior que os dados experimentais para $p_T > 2$ GeV/c. Cálculos realizados com um fluido contendo uma pequena viscosidade aproximaram aos dados também para grandes momentos transversos (HEINZ; SHEN; SONG, 2012). Note que há uma redução na magnitude de v_2 com a centralização da colisão e um incremento de v_2 com o aumento do momento transversal até o limite de $p_T \approx 3.5$ GeV/c, logo após este limite a magnitude de v_2 passa a reduzir mesmo com o aumento do momento transversal.

Os cálculos dos fluxos elíptico v_2 , triangular v_3 e o quártico v_4 , realizados com os dados gerados pelo NeXSPheRIO, são comparados com os dados experimentais da Colaboração PHENIX (ADARE et al., 2011) para 6 diferentes janelas de centralidade, iniciando pela mais central 0 - 10% na parte superior até a periférica 50 - 60% na parte inferior da Figura 18. Na coluna da esquerda são exibidos os resultados calculados com o NeXSPheRIO e os dados experimentais de v_2 e v_4 e na coluna da direita para v_3 . Os coeficientes pares possuem um incremento em sua magnitude à medida que a colisão torna-se mais periférica até as janelas 40 - 50%, onde ocorre uma região de saturação, e as magnitudes destes coeficientes não mais se alteram. Este comportamento de saturação ocorre com o momento transversal entorno de $p_T \approx 3.5$ GeV/c, semelhante ao observado na Figura 17 para v_2 . Uma redução na magnitude dos

coeficientes harmônicos v_n com o aumento da ordem harmônica n é observada. Entretanto, para o coeficiente ímpar v_3 ocorre um leve incremento em sua magnitude até a janela de centralidade de 30 - 40% e uma sucinta redução logo após, com a descentralização. Note que para as janelas centrais de 0 - 10% a magnitude de v_3 está bem próxima de v_2 e a medida que a colisão torna-se periférica v_2 e v_4 crescem muito mais rapidamente do que v_3 . Embora não haja dados experimentais para v_4 na janela 50 - 60% em (ADARE et al., 2011), este foi calculado com o NeXSPheRIO como uma previsão.

Figura 17 – O fluxo elíptico calculado pelo NeXSPheRIO para 6 janelas de centralizações são representados pelas linhas sólidas e os dados experimentais pelos símbolos (ADAMS et al., 2005).

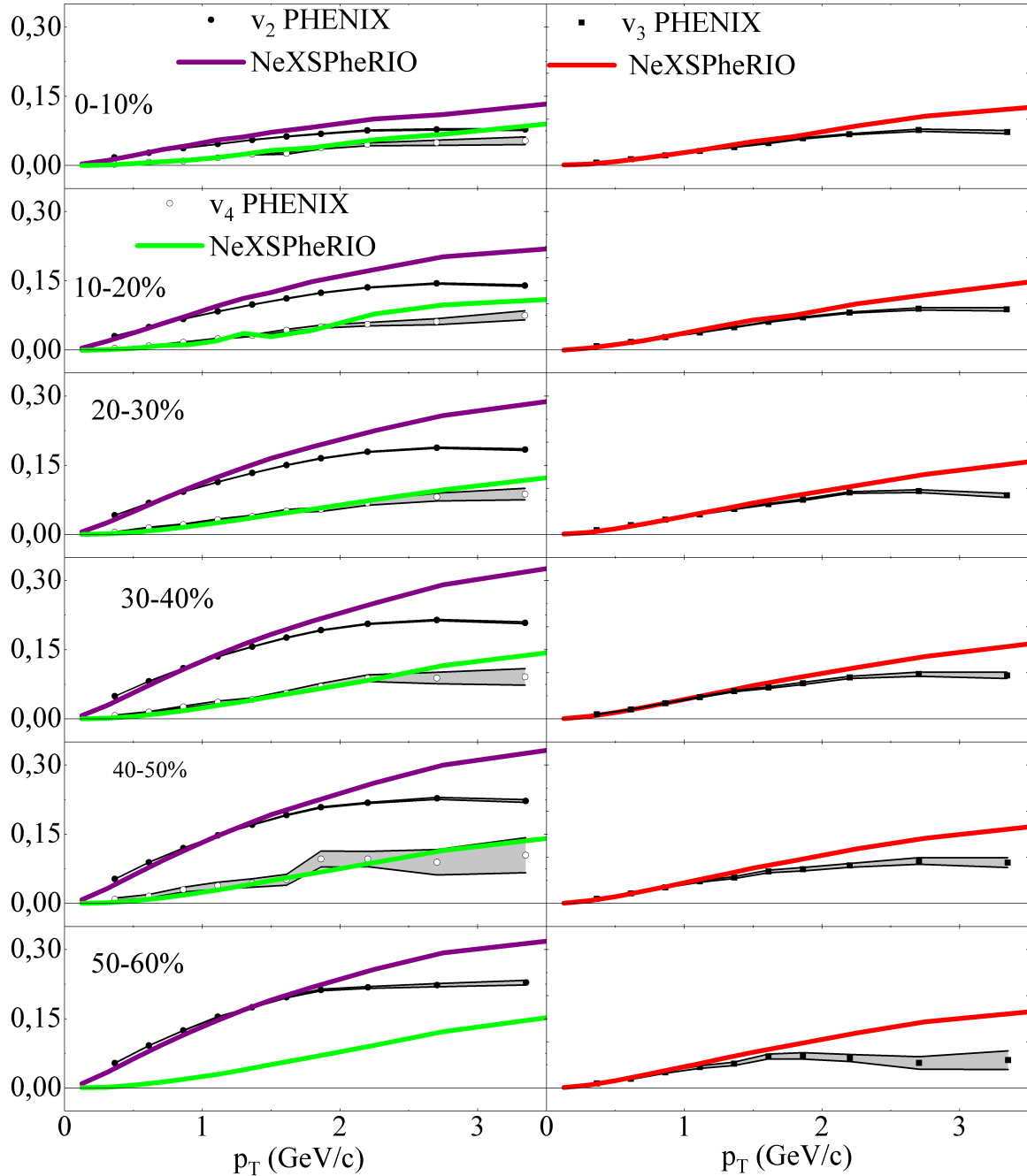


Fonte: Produção do Próprio Autor.

5.2 MODELO DO TUBO PERIFÉRICO

A estrutura de duplo pico apresentada na região do *away-side* na função de correlação azimutal entre hádrons é atribuída aos coeficientes harmônicos ímpares, principalmente ao terceiro harmônico v_3 do fluxo hidrodinâmico, cuja origem vem de flutuações quânticas. v_3 , juntamente com o termo modulador $\cos 3\Delta\phi$, é o responsável por criar uma estrutura de três picos: em $\Delta\phi = 0$, contribuindo para o cume no *near-side*, e outros dois picos em $\Delta\phi = 2\pi/3$ e $4\pi/3$ que contribuem para a estrutura de duplo pico no *away-side*. Entretanto, no modelo aqui

Figura 18 – Os fluxos elíptico, triangular e quártico calculado pelo NeXSPheRIO para 6 janelas de centralizações são representados pelas linhas sólidas e os dados experimentais pelos símbolos (ADARE et al., 2011). Na coluna da direita (esquerda) são apresentados os dados para v_2 e v_4 (v_3).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

adotado a maior contribuição para as flutuações nas condições iniciais vem dos tubos, conforme discutido na seção que trata das condições iniciais flutuantes, principalmente os posicionados nas extremidades das colisões. Como o fluido quente e denso expande radialmente da região central para o vácuo externo, os tubos periféricos causarão uma perturbação neste fluido, já os tubos

posicionados na região central não influenciarão. Portanto, um modelo simples para explorar a física envolvida na correlação azimutal é o modelo de tubo periférico, que se utiliza de poucos parâmetros livres.

A proposta deste modelo é tornar clara a natureza hidrodinâmica existente no processo de colisões relativísticas de íons pesados e, portanto, somente ingredientes básicos são utilizados, tais como:

- A contribuição do fluxo coletivo que consiste de um fundo de matéria suave e fortemente interagente (background), e estruturas de tubos de fluxo de cor com alta densidade de energia são aleatoriamente posicionadas na periferia do sistema.
- O coeficiente do fluxo elíptico no background é incrementado com a descentralização da colisão, enquanto que a multiplicidade é reduzida.
- As flutuações ocorridas evento a evento são distribuídas em duas contribuições: pela aleatoriedade na localização do tubo e pela flutuação na multiplicidade.

Com estes ingredientes, descreveremos empiricamente a correlação azimutal entre partículas considerando a soma das contribuições do background e do tubo,

$$\frac{dN}{d\phi}(\phi, \phi_t) = \frac{dN_{\text{bgd}}}{d\phi}(\phi) + \frac{dN_{\text{tubo}}}{d\phi}(\phi, \phi_t), \quad (119)$$

onde N_{bgd} representa a contribuição do background e N_{tubo} do tubo. Para o background foi utilizado somente o termo dominante do fluxo hidrodinâmico, o fluxo elíptico v_2 exibido na expansão da equação (78), e um termo N_b representando a multiplicidade. A contribuição do tubo, que representa uma alta densidade de energia em pontos aleatórios na região periférica, é considerado como a única fonte para a geração do fluxo triangular v_3 . Portanto, o posicionamento do tubo ϕ_t , bem como suas dimensões N_t são consideradas na parametrização do tubo, que tornam-se:

$$\frac{dN_{\text{bgd}}}{d\phi}(\phi) = \frac{N_b}{2\pi} [1 + 2v_2^b \cos(2\phi)], \quad (120)$$

$$\frac{dN_{\text{tubo}}}{d\phi}(\phi, \phi_t) = \frac{N_t}{2\pi} \sum_{n=2,3} 2v_n^t \cos[n(\phi - \phi_t)]. \quad (121)$$

Ambos os ângulos, azimutal do hádron emitido ϕ e o da posição do tubo ϕ_t são medidos em relação ao plano de evento do sistema.

A função de correlação azimutal entre hádrons na técnica de evento misto é feita sob a projeção ao longo de $\Delta\phi$ na equação (83), e torna-se

$$\left\langle \frac{dN_{\text{par}}}{d\Delta\phi} \right\rangle = \left\langle \frac{dN_{\text{par}}}{d\Delta\phi} \right\rangle^{\text{crua}} - \left\langle \frac{dN_{\text{par}}}{d\Delta\phi} \right\rangle^{\text{misto}}. \quad (122)$$

No modelo do tubo,

$$\left\langle \frac{dN_{\text{par}}}{d\Delta\phi} \right\rangle^{\text{crua}} = \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_s}{2\pi} \frac{d\phi_t}{2\pi} \frac{dN}{d\phi}(\phi_s, \phi_t) \frac{dN}{d\phi}(\phi_s + \Delta\phi, \phi_t), \quad (123)$$

onde $\phi_s = |\phi - \psi_r|$ é o ângulo azimutal da partícula gatilho e ψ_r é o ângulo do plano de evento. Conforme discutido na seção do background com a técnica de evento misto, as partículas gatilho de um evento são correlacionadas com as associadas de eventos distintos, a fim de subtrair as flutuações de evento a evento na superposição com a correlação crua. Neste modelo do tubo a função torna-se:

$$\left\langle \frac{dN_{\text{par}}}{d\Delta\phi} \right\rangle^{\text{misto}} = \int \frac{d\phi_s}{2\pi} \frac{d\phi_t}{2\pi} \int \frac{d\phi'_t}{2\pi} \frac{dN}{d\phi}(\phi_s, \phi_t) \frac{dN}{d\phi}(\phi_s + \Delta\phi, \phi'_t). \quad (124)$$

A integração é realizada sobre ambos ϕ_t e ϕ'_t . Entretanto, no cálculo da correlação crua é realizada somente sobre ϕ_t .

Utilizando as parametrizações, Eqs.(119-121), e tomando a média nos eventos, teremos:

$$\left\langle \frac{dN_{\text{par}}}{d\Delta\phi} \right\rangle = \frac{\sigma^2}{(2\pi)^2} [1 + 2(v_2^b)^2 \cos(2\Delta\phi)] + \left(\frac{N_t}{2\pi} \right)^2 \sum_{n=2,3} 2(v_n^t)^2 \cos(n\Delta\phi) \quad (125)$$

onde $\sigma^2 = \langle N_b^2 \rangle - \langle N_b \rangle^2$ é a variação na multiplicidade de partículas e v_2^b é o fluxo elíptico, ambos relacionados ao background. As partículas associadas que são ejetadas pelo lado oposto a saída da partícula gatilho ($\Delta\phi = \pi$), bem como as que são ejetadas no intervalo $|\Delta\phi| < \pi/4$, região conhecida como *in-plane*, possuem o termo $\cos(2\Delta\phi) > 0$. Contudo, para as partículas ejetadas no intervalo ($\Delta\phi = \pi/4 - 3\pi/4$), região conhecida como *out-of-plane*, o termo $\cos(2\Delta\phi) < 0$. Note que, mesmo para os casos extremos em que $\cos(2\Delta\phi) = -1$ e v_2^b é máximo, veja que $0 < v_2 < 0,3$ (Figura 17 e Figura 18), o produto do quadrado do valor máximo de v_2^2 com o mínimo de $\cos(2\Delta\phi)$ é maior que $-1/2$. Portanto, o termo entre colchetes, relacionado ao background, é positivo definido.

A correlação do tubo periférico reflete as flutuações de evento a evento, geradas nas condições iniciais, sendo proporcionais: ao fluxo triangular v_3^t e elíptico v_2^t que são sempre positivos, conforme mostrados na Figura 18; ao termo de proporcionalidade do tubo N_t , que é positivo; e proporcional ao $\cos(n\Delta\phi)$, em que $\Delta\phi$ é o ângulo de espalhamento entre a partícula gatilho e sua associada, possuindo valores negativos na região do *out-of-plane* e tornando a contribuição que vem do tubo negativa nesta região.

Neste modelo analítico do tubo periférico (Equação 125) foi possível capturar as principais características da dependência da centralidade nas correlações entre hádrons. Na Figura 19 são exibidos os diagramas no modelo de tubo periférico para a contribuição somente do tubo na parte superior da figura em (a) e a contribuição do background com a correlação resultante em (b), onde verificam-se as principais características na dependência da correlação com a centralidade.

Observe que, a contribuição que vem do tubo possui valores negativos e as do background são sempre positivas, conforme discutido acima.

Os parâmetros da equação (125) foram obtidos conforme segue: Os que estão relacionados com o background, tais como, a variação na multiplicidade de partículas σ e o fluxo elíptico v_2^b foram obtidos diretamente de simulações. Para o tubo considera-se primeiramente o caso mais central com o parâmetro de impacto $b = 0$, assim os coeficientes do fluxo harmônico v_2 e v_3 são gerados puramente pela existência do tubo e conseqüentemente $(N_t)_{b=0} = (\sigma)_{b=0}$. Os valores de v_2^t e v_3^t são obtidos pela expansão de Fourier na função de correlação resultante gerada no modelo do tubo em uma colisão central ($b = 0$), e são mantidos fixos mesmo nas janelas periféricas. $(\sigma)_{b=0}$ é obtido pelo cálculo da variância em uma simulação de colisão central ($b = 0$) com 1000 eventos. Posteriormente, os valores de $(N_t)_{b \neq 0}$ nas janelas de centralidades de interesse foram obtidos pelo escalonamento da razão entre o volume $(V_t)_{b \neq 0}$ e o número médio de tubos $(n_t)_{b \neq 0}$ na janela analisada, pelo $(V_t)_{b=0}$ e $(n_t)_{b=0}$ na janela central,

$$(N_t)_{b \neq 0} = \frac{[(V \cdot n)_t]_{b \neq 0}}{[(V \cdot n)_t]_{b=0}} (\sigma)_{b=0}. \quad (126)$$

Na Tabela 1 são exibidos os volumes e números médio de tubos para diferentes janelas de colisão calculadas com o NeXSPheRIO.

Para colisões centrais de $Au + Au$ foi escolhida a janela 0 - 10%, cujo parâmetro de impacto 0 - 4,871 (fm), e para as periféricas de 40 - 60% com o parâmetro de impacto contido no intervalo de 9,568 - 11,718 (fm). Os dados utilizados para v_2^b são os calculados e exibidos na Figura 18. A multiplicidade é calculada em 1000 eventos gerados pelo NeXSPheRIO, e no fim de cada evolução o gerador de Monte Carlo é invocado por 200 vezes para efetivar a hadronização no *freeze-out* térmico, resultando em um total de 200.000 eventos. Para uma maior comodidade, todos os parâmetros estão descritos na Tabela 2. Veja que v_2^b cresce com a descentralização da colisão, enquanto o termo de proporcionalidade do tamanho do tubo (N_t) e a variância do background reduz.

Tabela 2 – Parâmetros utilizados para descrever o modelo de tubo periférico.

parâmetros	colisões	
	centrais 0 - 10%	periféricas 40 - 60%
Background		
$[\sigma/(2\pi)]^2$	31067	7264
v_2^b	0,08	0,30
Tubo periférico		
$[N_t/(2\pi)]^2$	1.496.582	355.221
v_2^t	0,017	
v_3^t	0,015	

fonte: Produção do Próprio Autor.

Para as colisões periféricas, exibidas no lado direito da Figura 19, as contribuições do

background com apenas um único pico em $\Delta\phi = \pi$, superam as geradas pelo fluxo triangular no tubo que possuem um duplo pico centrado em $\Delta\phi = \pi$. Portanto, o background preenche o vale deixado pelo tubo, gerando como resultado uma estrutura de único pico no lado oposto à saída da partícula gatilho na correlação resultante, conforme ilustrado no painel direito da Figura 19 (b), em que o background é representado pela linha pontilhada e a correlação resultante pela linha contínua. Para as colisões centrais, o termo de background não é suficiente para preencher o vale em $\Delta\phi = \pi$, gerado pelo fluxo triangular do tubo v_3^t , tendo por resultado uma estrutura de duplo pico na região em que a partícula associada é ejetada pelo lado oposto a da partícula gatilho.

Portanto, haverá um completo preenchimento no vale, gerado na região do *away-side*, quando o background superar a contribuição do tubo. O termo responsável pela geração deste vale é o fluxo triangular v_3^t que corresponde $\approx 88\%$ do fluxo elíptico no tubo v_2^t . Por outro lado, esta contribuição de v_3^t corresponde a apenas $\approx 19\%$ do fluxo elíptico gerado no background v_2^b , em colisões centrais, não sendo capaz de preencher o vale. Entretanto, o fluxo elíptico no background v_2^b aumenta com a descentralização e o fluxo triangular é mantido fixo até o limite em que v_3^t representa apenas 5% de v_2^b e o vale é totalmente preenchido nas colisões periféricas. Consequentemente, a principal causa na mudança de duplo para único pico, na região $\Delta\phi = \pi$, nas análises de correlações entre hádrons em função da descentralização da colisão é o incremento muito maior de v_2 em relação a v_3 .

5.3 ANÁLISE DA CORRELAÇÃO AZIMUTAL ENTRE HÁDRONS

O estudo de correlação azimutal entre os hádrons é realizado sob uma projeção ao longo do eixo $\Delta\phi$. A análise é realizada pela soma de duas contribuições: a das partículas que são criadas no momento da termalização, portanto, vem das colisões primárias e são tratadas por processos perturbativos da QCD (*hard*) $C(\Delta\phi)$ sendo ainda correlacionada com as partículas gatilho; e as partículas que surgem majoritariamente pela presença do fluido em expansão (*soft*) e seguem uma distribuição não uniforme em $\Delta\phi$ estas são definidas pelo fluxo anisotrópico e não estão correlacionadas com as partículas gatilho, também conhecido como background. Nesta análise foi verificada a dependência da correlação entre os hádrons no espaço dos momentos em função da:

- Centralidade da colisão

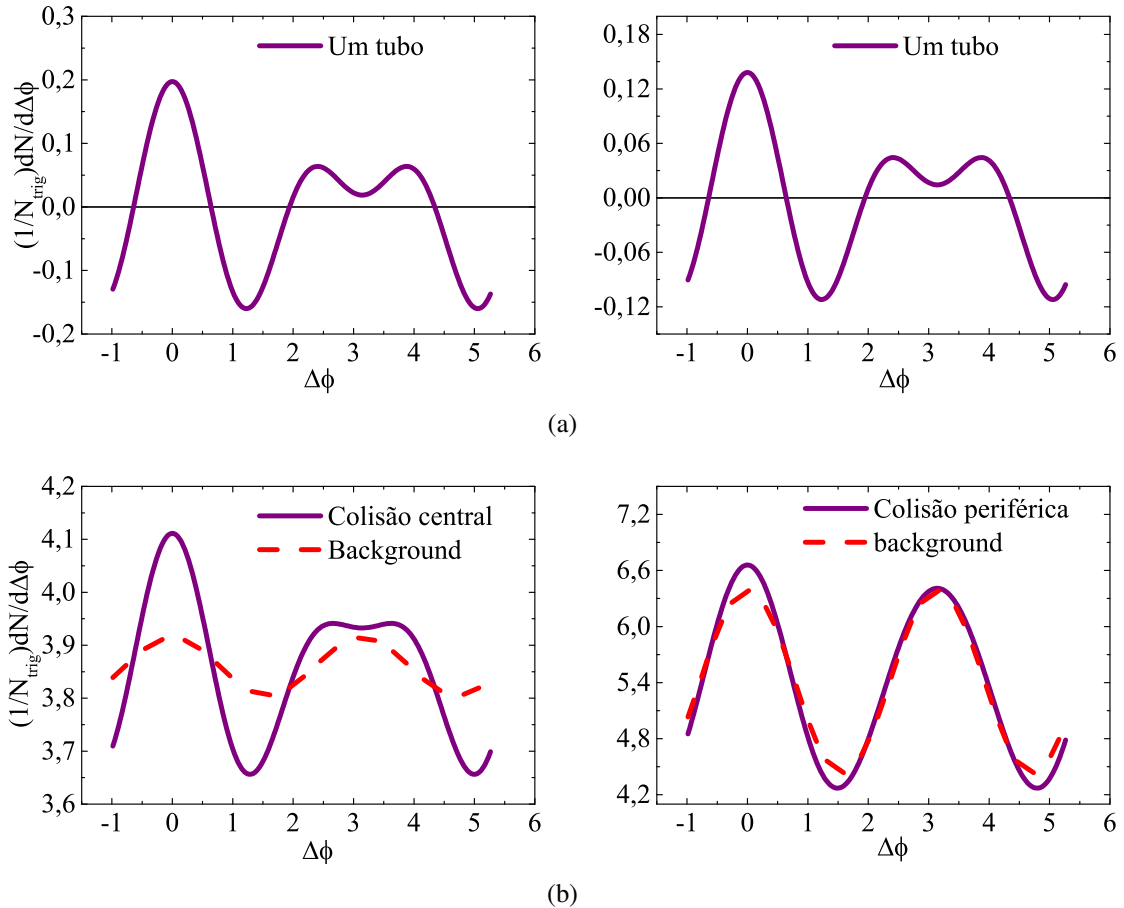
Onde verificou-se o desmembramento de pico único para duplo no lado oposto a saída da partícula gatilho *away-side*, com a centralização da colisão;

- Intervalo de momento das partículas associadas

Ocorreu um aumento na magnitude da correlação com a redução no momento das partículas associadas p_T^{ass} ;

- Ângulo azimutal de saída da partícula gatilho em relação ao plano de eventos

Figura 19 – Diagrama de correlação entre hádrons calculado no modelo de tubo periférico: (a) contribuição do tubo periférico nas janelas centrais e periféricas; (b) contribuição do background e a correlação resultante para colisões centrais e periféricas. As linhas pontilhadas correspondem a contribuição do background e as linhas contínuas a correlação resultante com as figuras à direita representando as colisões periféricas e as da esquerda as centrais.



Fonte: Produção do Próprio Autor.

Neste caso, verificou-se o desmembramento de único para duplo pico no *away-side* com o incremento do ângulo azimutal de saída da partícula gatilho em relação ao plano de eventos; e

- Dependência do termo triangular na estrutura de correlação

Verificou-se uma forte (fraca) dependência de v_3 na região dos jatos (do ridge) com pequenos (grandes) ângulos na longitudinal $\Delta\eta \approx 0$ ($\Delta\eta > 0,7$).

5.3.1 Dependência da centralidade na correlação azimutal entre hádrons

A correlação azimutal entre hádrons ($dN/d\Delta\phi$) é analisada nas janelas centrais 0-20, meio-centrais 20-40 e periféricas 60 - 92% em colisões de íons de $Au + Au$, para o intervalo da pseudorapidez contido em $|\eta| < 1$, cuja energia de colisão no centro de massa por nucleon $\sqrt{s_{NN}}$

= 200 GeV. A análise é realizada em função do ângulo azimutal das partículas gatilho ao plano de evento $\phi_s = |\phi_{trig} - \psi_r|$ e foi obtida com o código NeXSPheRIO, cujos resultados foram confrontados com os dados experimentais obtidos pela colaboração PHENIX (ADARE et al., 2008). O ângulo azimutal da partícula gatilho ϕ_{trig} é rotacionado com relação a direção do eixo do feixe, chamado de plano de evento, que foi estimada como sendo $\psi_r = \psi_n$ e calculado, conforme mostrado na equação (75). Assim, os planos de evento são alinhados por rotação no plano transversal.

Para reproduzir o procedimento experimental e obter uma boa estatística, as janelas de centralidades foram igualmente divididas em duas classes menores: central (0 - 10 e 10 - 20), meio-central (20 - 30 e 30 - 40) e periférica (60 - 80 e 80 - 92%), com um total de 3.500 eventos, gerados nas condições iniciais, na janela central, 2.000 na meio-central e 5.000 na periférica. Para cada condição inicial seguida pela evolução o gerador de hádrons foi invocado por 200 vezes no *freeze-out* térmico. O intervalo de momento das partículas gatilho p_T^{trig} analisado está contido entre $2 < p_T^{trig} < 3$ GeV/c, conforme os dados experimentais.

A correlação azimutal em função do momento das partículas associadas p_T^{ass} , foi realizado em três distintos intervalos de momentos, $0,4 < p_T^{ass} < 1$, $1 < p_T^{ass} < 2$ e $2 < p_T^{ass} < 3$ GeV/c, em cada janela de centralidade, conforme os dados da colaboração PHENIX (ADARE et al., 2008). As partículas com alto p_T , dentro do limiar escolhido, são classificadas como gatilho e a diferença angular entre as demais partículas, associadas no mesmo evento, têm suas posições reveladas por meio dos cálculos. O sinal da medida crua $C_{crua}(\Delta\phi)$ é feito com a projeção dos cálculos na direção azimutal $\Delta\phi$. As partículas que não estão correlacionadas com as partículas gatilho e seguem uma distribuição não uniforme em $\Delta\phi$, ou background, são subtraídas pelo método ZYAM, descrito na subseção de background da seção de correlação entre hádrons.

5.3.1.1 Background - método ZYAM

As partículas que não estão correlacionadas com a gatilho e seguem uma distribuição não uniforme em $\Delta\phi$, definida pelo fluxo anisotrópico que é predominantemente gerado pelo fluxo elíptico v_2 , são subtraídas pelo método ZYAM $C_{ZYAM}(\Delta\phi)$, conforme o procedimento adotado pela Colaboração PHENIX,

$$C_{ZYAM}(\Delta\phi) = B (1 + 2v_2^{ass}v_2^{trig} \cos 2\Delta\phi). \quad (127)$$

onde v_2^{trig} (v_2^{ass}) é o segundo coeficiente calculado com as partículas gatilho (associadas). O coeficiente do fluxo elíptico v_2 foi calculado pelo método de plano de eventos. Uma análise com coeficientes harmônicos de ordens superiores: fluxo triangular v_3 e quártico v_4 , além do fluxo elíptico v_2 , foi realizada separadamente no cálculo do background $C_{ZYAM}(\Delta\phi)$ como uma

previsão,

$$C_{ZYAM}(\Delta\phi) = B \left(1 + 2v_2^{ass} v_2^{trig} \cos 2\Delta\phi + 2v_3^{ass} v_3^{trig} \cos 3\Delta\phi + 2v_4^{ass} \{\psi_2\} v_4^{trig} \{\psi_2\} \cos 4\Delta\phi \right). \quad (128)$$

onde B é a normalização do background, v_2^{ass} e $v_4^{ass} \{\psi_2\}$ (v_2^{trig} e $v_4^{trig} \{\psi_2\}$) são o segundo e quarto harmônicos das partículas associadas (gatilho) em relação ao plano de eventos do segundo harmônico ψ_2 ; v_3^{trig} e v_3^{ass} são os fluxos triangulares da partícula gatilho e suas associadas, calculadas no plano de eventos do terceiro harmônico ψ_3 . Neste caso não há dados disponíveis na literatura.

Os coeficientes do fluxo anisotrópico foram corrigidos pela resolução no plano de vento \mathcal{R}_{es} , conforme mostrado na equação (82). Na Tabela 3 são exibidos os valores das resoluções dos planos de eventos dos fluxos elípticos v_2 , triangular v_3 e quártico v_4 . Note que a resolução \mathcal{R}_{es} decresce com o aumento na ordem harmônica e, independente desta ordem harmônica, alcança seu máximo para a janela meio-central. Conforme mostrado na tabela 4, os coeficientes do fluxo anisotrópico aumentam com a descentralização e com o momento transversal, obtendo seus máximos na janela de colisão meio-central, e sua magnitude, aumenta com a redução da ordem harmônica. Portanto, a maior contribuição para a distribuição do background, negligenciando a constante de normalização B no método ZYAM, vem do fluxo elíptico.

Ambas as contribuições são incrementadas com a descentralização na janela de colisão e com o aumento do momento transversal, possuindo seus máximos para a janela meio-central. Devido as flutuações de evento a evento na região de sobreposição, dos nucleons durante a colisão, os coeficientes harmônicos ímpares contribuem no background, principalmente o fluxo triangular v_3 .

Tabela 3 – Resolução do plano de evento \mathcal{R}_{es} para o fluxo elíptico médio $\langle v_2 \rangle$, triangular $\langle v_3 \rangle$ e quártico $\langle v_4 \rangle$ nas janelas central, meio-central e periférica.

$\langle v_n \rangle$	\mathcal{R}_{es}		
	central	meio-central	periférica
v_2	0,9071	0,9590	0,8275
v_3	0,8193	0,8398	0,6105
v_4	0,7717	0,7951	0,5837

fonte: Produção do Próprio Autor.

A reprodução dos dados experimentais é realizada com o cálculo da produção de partículas geradas em processos *soft*, ou radiação de fundo $C_{ZYAM}(\Delta\phi)$, utilizando somente o segundo coeficiente do fluxo harmônico para a análise da correlação entre hádrons. Na Figura 20 é exibida a contribuição do $C_{ZYAM}(\Delta\phi)$ em relação ao $C_{crua}(\Delta\phi)$. Note que a radiação de fundo quase toca o pico gerado pela correlação total dos hádrons produzidos e ejetados na direção oposta a saída da partícula gatilho em $\Delta\phi = \pi$, nas janelas central e meio-central. Portanto, os resultados obtidos após a subtração das partículas geradas nos processos *soft* formarão uma estrutura de duplo pico com os máximos em $\Delta\phi \approx 2\pi/3$ e $4\pi/3$. Uma contínua mudança na constante de

Tabela 4 – Fluxo elíptico médio $\langle v_2 \rangle$, triangular $\langle v_3 \rangle$ e quártico $\langle v_4 \rangle$ obtido por meio da equação (78) nas janelas central, meio-central e periférica.

range p_T (GeV/c)	central			meiocentral			periférica		
	v_2	v_3	v_4	v_2	v_3	v_4	v_2	v_3	v_4
0,4 - 1,0	0,0399	0,0151	0,0068	0,0729	0,0212	0,0097	0,0739	0,0210	0,0123
1,0 - 2,0	0,0939	0,0457	0,0271	0,1543	0,0600	0,0373	0,1460	0,0528	0,0447
2,0 - 3,0	0,1387	0,0938	0,0675	0,2466	0,1156	0,0878	0,2369	0,1029	0,1153

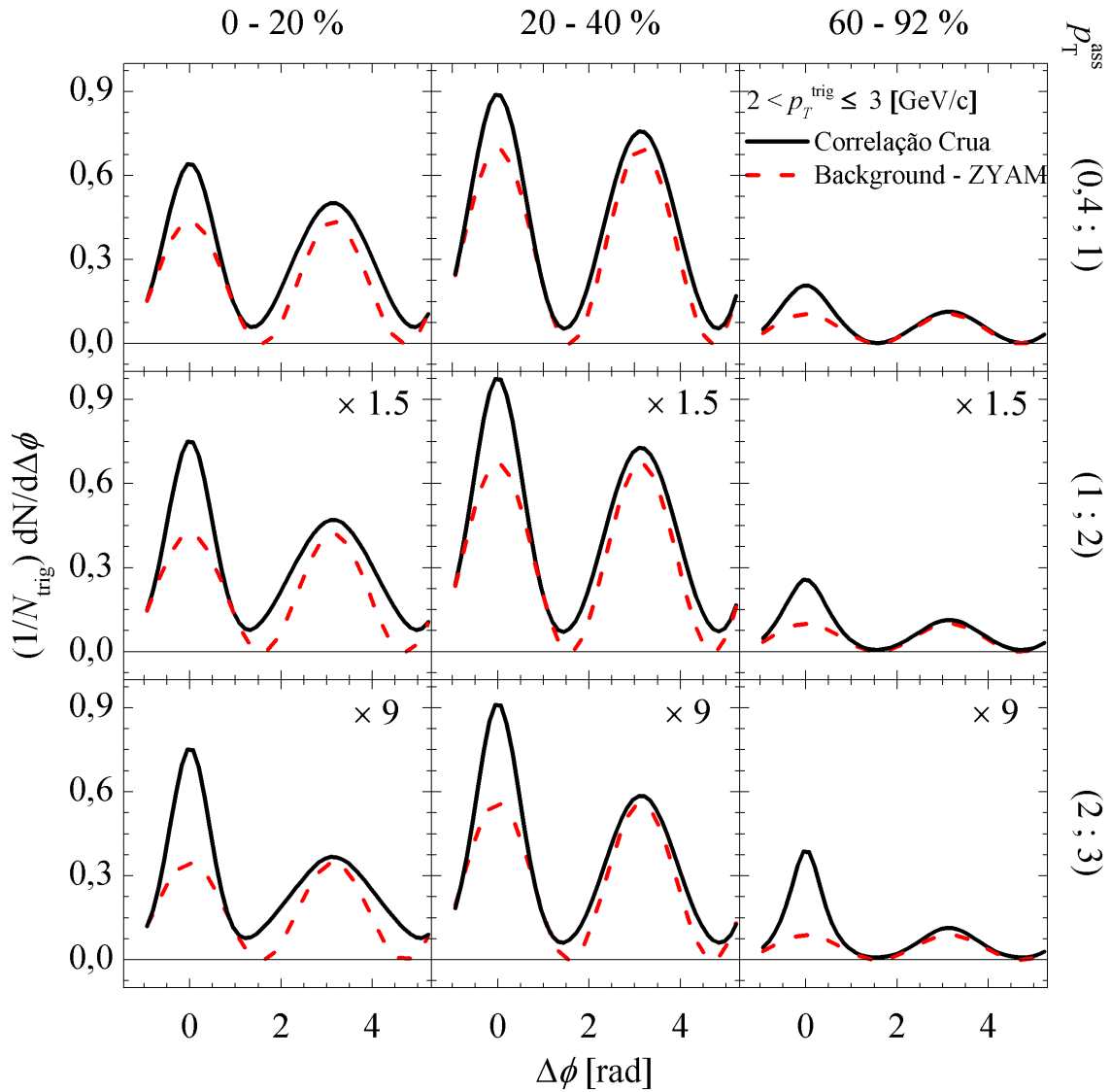
fonte: Produção do Próprio Autor.

normalização do fundo “ B ”, onde as duas curvas se tocam, ocorre na direção do ângulo $\Delta\phi$ e vai de $\approx \pi/4$ em direção a $\pi/2$ com a descentralização nas janelas de colisão.

Os resultados obtidos após a subtração do fundo são comparados com os dados experimentais da colaboração PHENIX (ADARE et al., 2008) e exibidos na Figura 21, mostrando uma estrutura de um único pico no *away-side* para janelas de colisões periféricas 60 - 92%, manifestando um comportamento mais alargado em comparação ao pico *near-side*, e que muda continuamente para uma estrutura de duplo picos nas janelas de colisões meio-centrais 20-40 e centrais 0 - 20%. A magnitude na produção de partículas reduz consideravelmente com a descentralização, conforme mostrado na Figura 11, conseqüentemente a correlação também apresenta redução. Esta é uma característica que também se manifesta à medida que se aumenta o momento transversal da partícula associada até o limite em que este possui a mesma magnitude do momento da partícula gatilho, tornando a correlação em ≈ 9 vezes menor que a obtida para partículas associadas contidas no intervalo $0,4 < p_T^{ass} < 1$ GeV/c, conforme mostrado na terceira linha da Figura 21. Portanto, a maior parte das partículas produzidas por um mesmo párton, dando origem a gatilho e a associada que viaja na direção oposta a trajetória da partícula gatilho, perde 9 vezes sua energia inicial para o meio quente e denso. Os resultados da simulação tornam-se suavemente maiores que os dados experimentais à medida que aumenta o momento transversal das partículas associadas.

Posteriormente, como uma previsão, foram considerando os harmônicos v_2 , v_3 e $v_4\{\psi_2\}$ no cálculo do background, conforme exibido na Equação (128). Neste caso foi considerado apenas hádrons com a pseudorapidez $|\eta| < 1$ na janela meio-central 20 - 40%, partículas gatilho contidas no intervalo de momento transversal $2 < p_T^{trig} < 3$ GeV/c e suas respectivas associadas, que foram analisadas separadamente em três intervalos distintos de momento: $0,4 < p_T^{ass} < 1$, $1 < p_T^{ass} < 2$ e $2 < p_T^{ass} < 3$. Na Figura 22 (a) é exibido a contribuição do background $C_{ZYAM}(\Delta\phi)$ em relação à medida crua $C_{crua}(\Delta\phi)$. A radiação de fundo possui agora picos mais alargados se encaixando sob a estrutura de correlação $C_{crua}(\Delta\phi)$ de tal forma que a estrutura de correlação resultante torna-se menor. Na Figura 22 (b) é mostrada a correlação resultante com a subtração dos harmônicos v_2 , v_3 e $v_4\{\psi_2\}$, pelas linhas contínuas, e comparada com as linhas pontilhadas que consideram apenas o fluxo elíptico v_2 . Os círculos fechados representam os dados experimentais que levam em consideração apenas o fluxo elíptico v_2 no cálculo background

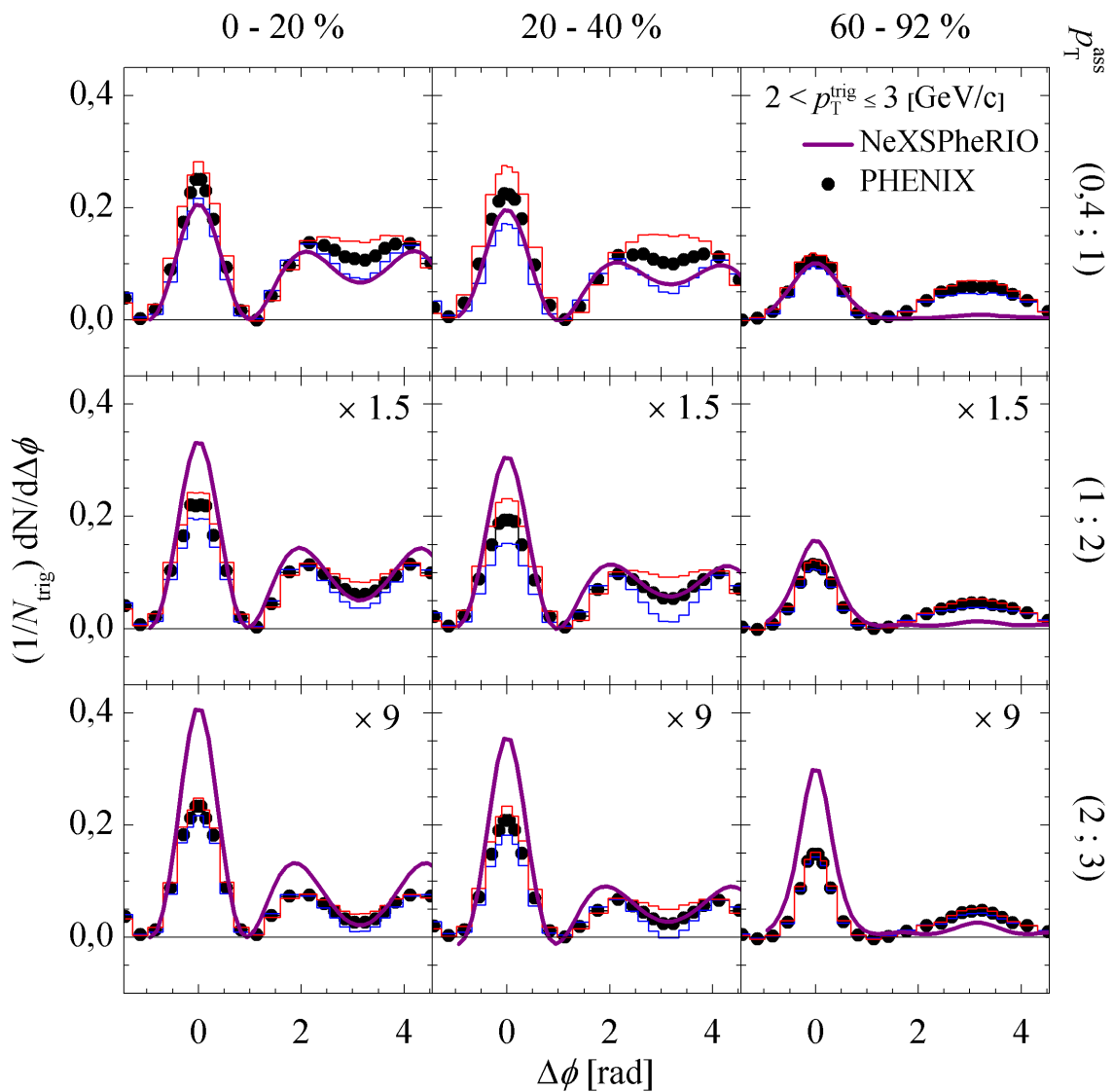
Figura 20 – Resultados numéricos da contribuição do método ZYAM utilizando apenas o fluxo elíptico v_2 em relação ao sinal medido sem subtração do sinal de fundo. ($|\eta| < 1$, $2 \leq p_T^{trig} \leq 3$ e $0,4 \leq p_T^{ass} \leq 1$ na parte superior, $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$ no meio e $2 \leq p_T^{ass} \leq 3$ na parte inferior da figura para janelas central 0-20 à esquerda, meio central 20-40 no centro e periférica 60 - 92% no lado direito da figura em colisões de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV no plano de evento, $\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{asso}$).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

(ADARE et al., 2008). Nesta previsão é possível notar uma redução na estrutura de correlação ao considerar harmônicos de ordens superiores, em relação a subtração de v_2 apenas, e a contínua mudança na estrutura de duplo para único pico, na região do *away-side*, a medida em que se reduz o intervalo de momento das partículas associadas com a gatilho. Esta redução no intervalo de momento das partículas associadas produz um aumento na resolução em função do volume de

Figura 21 – Os cálculos da correlação entre hádrons, utilizando o NeXSPheRIO e corrigido pelo método ZYAM com a subtração do fluxo elíptico, são representados pelas curvas sólidas roxa e os dados experimentais (ADARE et al., 2008) pelos círculos. As curvas sólidas quadradas acima e abaixo representam os desvios dos dados experimentais. ($|\eta| < 1$, $2 \leq p_T^{trig} \leq 3$, $0,4 \leq p_T^{ass} \leq 1$ na parte superior, $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$ no meio e $2 \leq p_T^{ass} \leq 3$ na parte inferior da figura para janelas central 0-20 à esquerda, meio-central 20-40 no meio e periférica 60 - 92% à direita da figura em colisões de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV no plano de evento, $\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{ass}$).

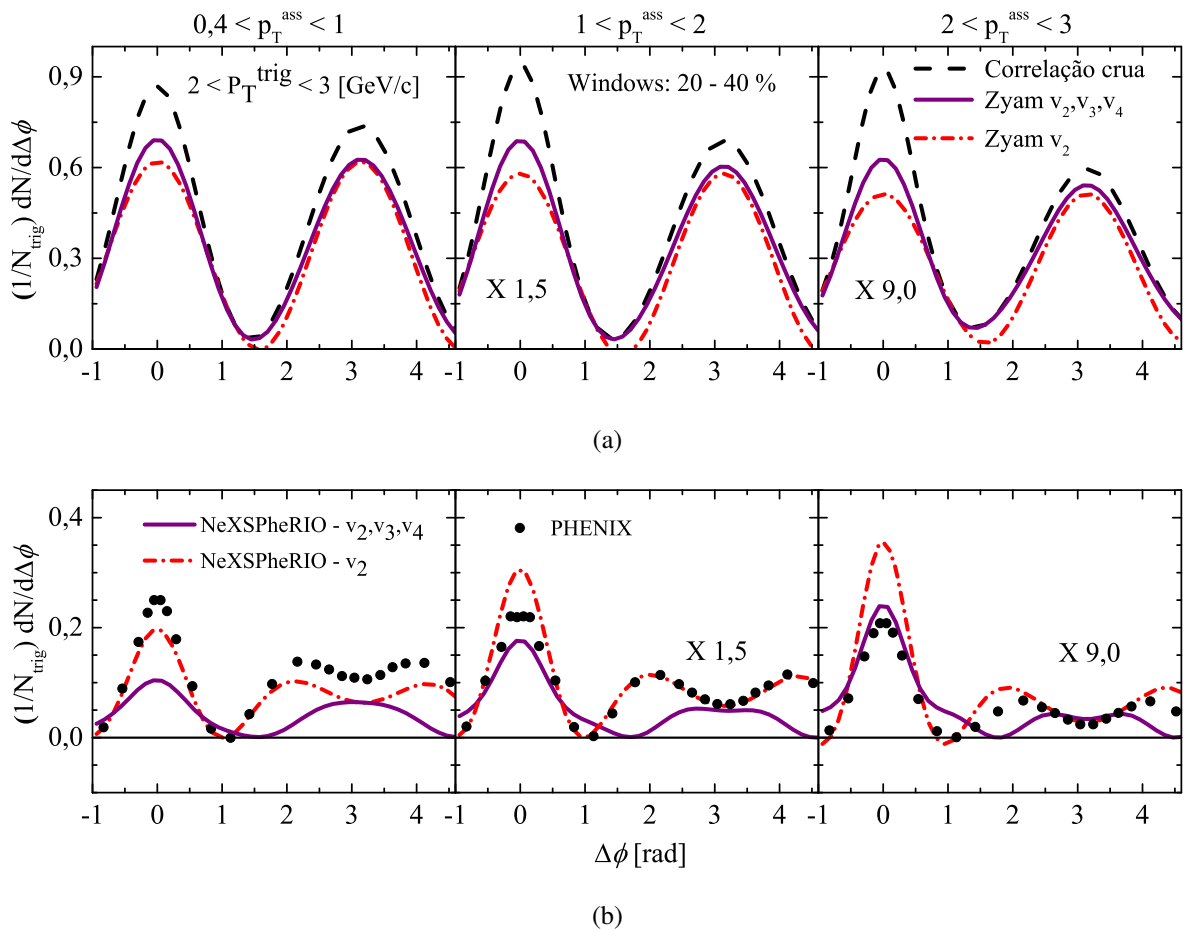


Fonte: Produção do Próprio Autor.

partículas ser ≈ 9 vezes maior, quando comparado com as partículas associadas com o mesmo intervalo de momento das partículas gatilho.

A estrutura de duplo pico com máximos em $\Delta\phi \approx 2\pi/3$ e $4\pi/3$ está presente em colisões meio-centrais mesmo após a subtração do harmônico ímpar de maior magnitude, o triangular v_3 ,

Figura 22 – Resultados numéricos da contribuição do método ZYAM utilizando os harmônicos v_2 , v_3 e $v_4\{\psi_2\}$ em relação ao sinal medido sem subtração do sinal de fundo em (a). Em (b) é exibida a correlação corrigida pelos harmônicos v_2 , v_3 e $v_4\{\psi_2\}$ na linha sólida e apenas v_2 na linha pontilhada. Os círculos fechados representam os dados experimentais que são obtidos com a subtração apenas do fluxo elíptico v_2 no background (ADARE et al., 2008). ($|\eta| < 1$, $2 \leq p_T^{trig} \leq 3$ e $0,4 \leq p_T^{ass} \leq 1$ a esquerda, $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$ no centro e $2 \leq p_T^{ass} \leq 3$ a direita da Figura, para a janela meio-central 20 - 40% em colisões de $Au + Au$ com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV no plano de evento, $\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{asso}$).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

quando os intervalos de momentos das partículas associadas são equiparados com os das gatilho. Esta estrutura de duplo pico no *away-side* desaparece dando origem a um pico único quando $p_T^{ass} \approx p_T^{trig}/3$. Note ainda que, os harmônicos de ordem superiores a segunda representam uma parcela significativa no background para o cálculo de correlação, conforme observado pelas linhas contínuas na Figura 22.

Após a subtração do termo triangular, principal componente da contribuição advinda na aleatoriedade dos nucleons, a estrutura de duplo pico deveria dar lugar para a de único pico na região do *away-side*. Isto mostra a robustez do duplo pico no *away-side*. Entretanto, nesta análise o background é construído com os coeficientes harmônicos médios e extraído da correlação crua

média, no fim das análises, e são realizados separadamente, logrando-se na correlação entre hádrons resultante média. Portanto, não se leva em consideração a variação de evento a evento individualmente em cada coeficiente do fluxo harmônico. Além disso, o volume de hádrons é incrementado com a redução no momento transverso. À vista disso, o volume de hádrons no intervalo $0,4 \leq p_T \leq 1$ GeV/c é maior quando comparado com os hádrons no intervalo $1 \leq p_T \leq 2$ GeV/c, conforme observado na Figura 11, o que leva ao incremento na resolução do plano de eventos, veja a Tabela 3. Motivo suficiente para que os valores médios aproximem-se do real a medida em que se reduz a magnitude do momento transverso.

Do ponto de vista do modelo do tudo periférico, as partículas com baixo momento ($p_T^{ass} \ll p_T^{trig}$), criadas pela mesma colisão entre pártons que deram origem a gatilho, surgem em um tempo suficiente para que o fluido expanda e preencha a sombra deixada pela deflexão ocasionada pelo tubo de fluxo de cor, tornado a estrutura de correlação com um pico único na região do *away-side*. Entretanto, para os pártons espalhados na direção oposta, para o interior do fluido, e viajando com uma velocidade superior a expansão deste, ao culminarem a região de fronteira as partículas associadas serão criadas e deverão manter a deflexão advinda pela existência do tubo, criando o vale na estrutura de correlação no *away-side*. Após o tempo $\tau \geq 15$ fm/c toda a matéria atinge a temperatura de desacoplamento e as partículas são ejetadas para fora com um pequeno momento transversal, quando comparado com as regiões dos braços, conforme exibidos pelas setas indicadas na Figura 15 (d), esta matéria é o background que é excluído no estudo da correlação entre hádrons.

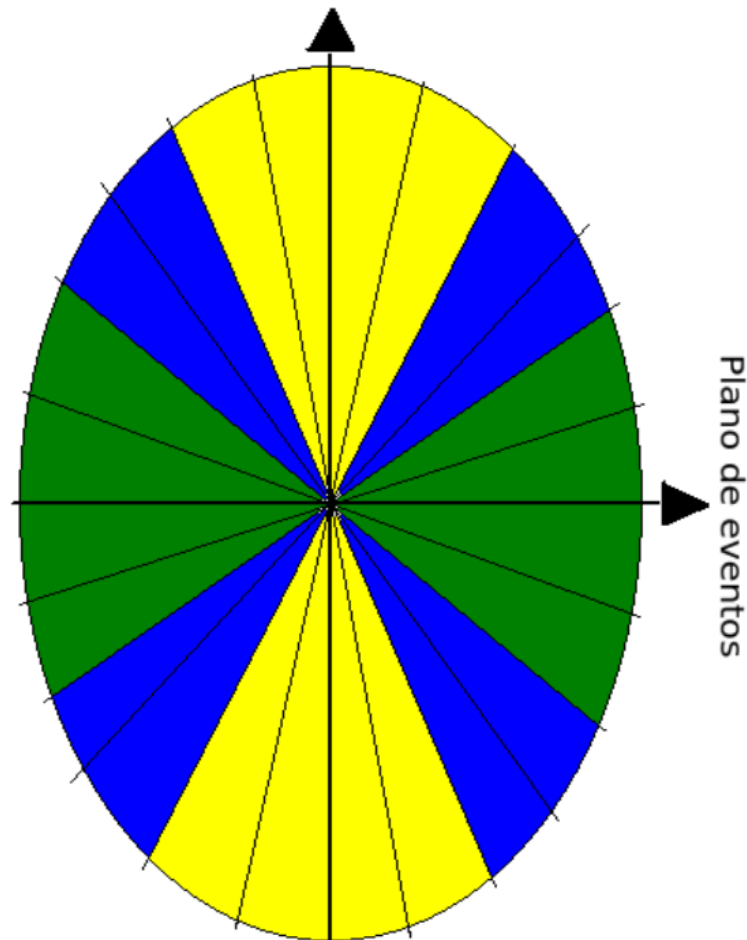
5.3.2 Dependência do plano de eventos na correlação azimutal entre hádrons

Nesta análise buscou-se compreender o excesso na produção da correlação no lado mais próximo a saída da partícula gatilho para grandes valores de η o “cume”, e que é atribuído a expansão hidrodinâmica do sistema, bem como à sua dependência com a orientação de saída da partícula gatilho em relação ao plano de eventos. Portanto, foi excluída a contribuição oriunda dos jatos por meio do corte em $\Delta\eta < 0,7$.

A análise da dependência do plano de eventos na função correlação avalia os hádrons em relação à diferença do ângulo azimutal $\Delta\phi$ nos diferentes ângulos de saída da partícula gatilho $\phi_s = |\phi_{trig} - \psi_r|$ com relação ao plano de eventos. Neste análise foi utilizado o segundo coeficiente harmônico como sendo o plano de eventos ($\psi_r = \psi_2$) e excluiu a contribuição oriunda dos jatos por meio de um corte na pseudorapidez. Para comparação com dados experimentais (AGAKISHIEV et al., 2014) a análise foi realizada na janela de centralidade 20 - 60% com as partículas gatilho contidas no intervalo de momento transverso $3 \leq p_T^{trig} \leq 4$ e suas respectivas associadas de $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$. As partículas foram selecionadas com a pseudorapidez $|\eta| < 1$ nas colisões de $Au + Au$ e energia de centro de massa por nucleon de $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. Os resultados foram divididos em seis fatias igualmente espaçadas no ângulo azimutal de saída da partícula gatilho relativo ao plano de eventos com $\phi_s = 0 - \pi/2$. Na Figura 23 é mostrado um diagrama esquemático da divisão do plano de eventos, onde as fatias em verde compreendem

a região circunvizinha ao plano, em amarelo a região circunvizinha à perpendicular ao plano (região fora do plano), e em azul é a região intermediária.

Figura 23 – Diagrama esquemático do ângulo de saída da partícula gatilho em relação ao plano de eventos $\phi_s = |\phi_{trig} - \psi_r|$, onde a parte em verde representa as partículas saindo na direção do plano de eventos; em azul na região intermediária; e em amarelo saindo para fora do plano.



Fonte: Produção do Próprio Autor.

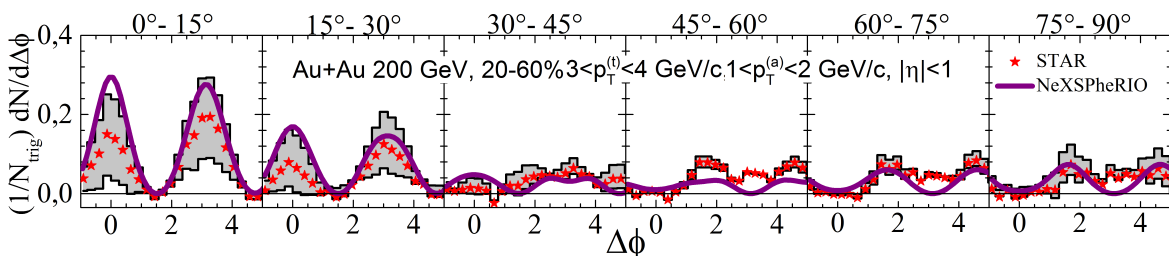
A resolução de partículas é incrementada com a redução do momento transversal. Portanto, foram utilizadas partículas com intervalo de momento transversal $p_T < 2 \text{ GeV}/c$ no cálculo do plano de eventos. Para evitar auto correlações e ou correlações que advêm de jatos (BORGHINI; DINH; OLLITRAULT, 2000), partículas cuja diferença entre a pseudorapidez com a gatilho $|\eta - \eta^{trig}| < 0,5$ são excluídas na reconstrução do plano de eventos (AGAKISHIEV et al., 2014). Este método é chamado de plano de evento modificado (ADAMS et al., 2005). Partículas correlacionadas com uma diferença na pseudorapidez $|\Delta\eta| < 0,7$ entre a partícula gatilho e sua associada são excluídas da análise com o propósito de minimizar a contribuição do jato (AGAKISHIEV et al., 2014). Demais partículas que não estão correlacionadas com as partículas gatilho e seguem uma distribuição não uniforme em $\Delta\phi$ definido pelo fluxo anisotrópico, constituem o background que é excluído pelo método ZYAM.

5.3.2.1 Background - método ZYAM

As partículas que não estão correlacionadas com a gatilho e seguem uma distribuição não uniforme em $\Delta\phi$, definida pelo fluxo anisotrópico que é predominantemente gerado pelo fluxo elíptico v_2 , triangular v_3 e quártico v_4 são subtraídas pelo método ZYAM, conforme o procedimento adotado pela Colaboração STAR (AGAKISHIEV et al., 2014). Adicionalmente são realizadas as análises com a subtração dos fluxos elíptico v_2 e quártico v_4 , sem a subtração do termo triangular v_3 , e comparados com a Colaboração STAR (AGAKISHIEV et al., 2013).

Em função de flutuações nas condições iniciais que ocorrem na região de sobreposição dos nucleons onde o plasma é formado, os coeficientes harmônicos ímpares, principalmente v_3 , contribuem no cálculo de correlação (ALVER; ROLAND, 2010). Estas flutuações são majoritariamente ocorridas pelas perturbações que os tubos de fluxo de cor causam no fluido durante sua evolução (TAKAHASHI et al., 2009; QIAN et al., 2013; ANDRADE et al., 2012). A quantidade e o tamanho destes tubos de fluxo são incrementados com a centralização das janelas e variam de evento a evento em tamanho, quantidade e localização no fluido, conforme mostrado na Tabela 1. O cálculo do background foi realizado conforme a equação (128). Os cálculos dos coeficientes harmônicos das partículas associadas foram feitos pelo seu valor médio sem o fatiamento no plano de eventos. Entretanto, os coeficientes harmônicos das partículas gatilho foram feitos pelo seu valor médio em cada fatia do ângulo azimutal ϕ_s e serviram como moduladores no ângulo azimutal de saída da partícula gatilho. Na Figura 24 é apresentado os cálculos do NeXSPheRIO pela linha contínua roxa e comparado com os dados experimentais representados pelas estrelas fechadas em vermelho. Com o intuito de se obter uma melhor

Figura 24 – O cálculo da correlação entre hádrons como função de $\phi_s = |\phi_{trig} - \psi_n|$, com corte na diferença da pseudorapidez $|\Delta\eta| < 0.7$ entre a partícula gatilho e suas associadas, utilizando o NeXSPheRIO e corrigido pelo método ZYAM é representado pelas curvas sólidas roxa e os dados experimentais (AGAKISHIEV et al., 2014) pelas estrelas fechadas em vermelho. As curvas sólidas quadradas acima e abaixo representam os desvios dos dados experimentais. ($|\eta| < 1$, $3 \leq p_T^{trig} \leq 4$, $1 \leq p_T^{ass} \leq 2$ para a janela 20 - 60% em colisões de Au + Au com $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV, $\Delta\phi = \phi_{trig} - \phi_{ass}$).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

estatística, as janelas de centralidades foram divididas em classes menores de até 10% cada, onde foram feitos um total de 1300 eventos na janela de 20 - 30%, 2400 na janela 30 - 40%, 4400 na de 40 - 50% e 4600 eventos na janela de 50 - 60%. Para cada evento, o gerador de hádrons foi

invocado por 200 vezes no *freeze-out* térmico. Os coeficientes harmônicos foram obtidos pelo método do plano de eventos (VOLOSHIN; ZHANG, 1996; POSKANZER; VOLOSHIN, 1998), conforme exibidos na Equação (78). As curvas sólidas quadradas acima e abaixo representam os desvios obtidos nos dados experimentais.

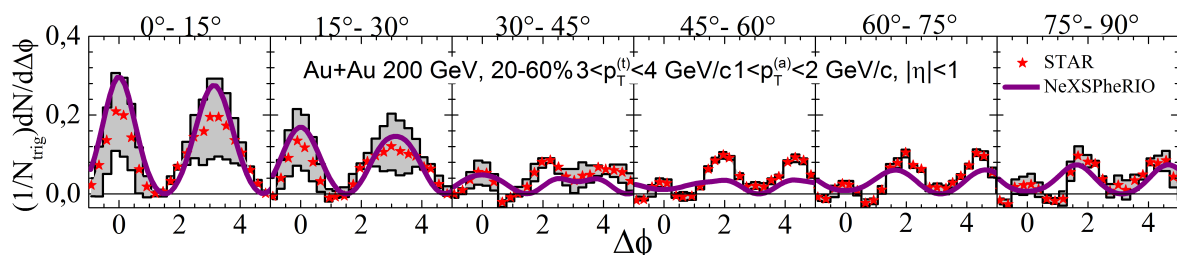
Foi observada a estrutura de um único pico para hádrons ejetados na direção oposta a da gatilho (*away-side*), com o máximo localizado em $\Delta\phi \approx \pi$, para pequenos ângulos de saída das partículas gatilho em relação ao plano de evento ($0 < \phi_s < \pi/6$), também conhecida como região do plano (*in-plane*). Entretanto, para a saída da partícula gatilho com grandes ângulos em relação ao plano de evento ($\pi/3 < \phi_s < \pi/2$), região fora do plano de eventos (*out-of-plane*), a estrutura de duplo pico com máximos em $\Delta\phi \approx 2\pi/3$ e $4\pi/3$ permanece, mesmo considerando o coeficiente harmônico v_3 na correção do sinal de correlação, conforme mostrado em (128).

Um comportamento semelhante é observado pela Colaboração STAR (AGAKISHIEV et al., 2013) ao considerar somente o fluxo elíptico v_2^t e quártico $v_4^t\{\psi_2\}$ (ADAMS et al., 2005) no cálculo do background, conforme exibido na Figura 25. Como comparação, foi considerado o mesmo conjunto de dados, gerados na simulação hidrodinâmica e exibido na Figura 24, com a exclusão do coeficiente triangular na Equação (128), onde o background sem a subtração do termo triangular torna-se

$$C_{ZYAM}(\Delta\phi) = B \left(1 + 2v_2^{ass} v_2^{trig} \cos 2\Delta\phi + 2v_4^{ass} \{\psi_2\} v_4^{trig} \{\psi_2\} \cos 4\Delta\phi \right). \quad (129)$$

O resultado reproduzido pelos cálculos hidrodinâmicos utilizando o método ZYAM mostra-se em concordância com os obtidos pelo método cumulante em (QIAN et al., 2013), bem como com os dados de (AGAKISHIEV et al., 2013).

Figura 25 – Figura 24, com a exclusão do termo v_3 no cálculo do background e a substituição dos dados experimentais por (AGAKISHIEV et al., 2013).



Fonte: Produção do Próprio Autor.

Observe que os dados experimentais e simulados exibidos nas Figura 24 e Figura 25 não possuem alterações significativas. Entretanto, o fluxo triangular é entendido como sendo o responsável majoritário pela estrutura de duplo pico no *away-side*. Conseqüentemente, era esperado que com a sua subtração a estrutura de duplo pico desse origem a um único pico. Para uma compreensão quantitativa da contribuição de v_3 nos resultados hidrodinâmicos calculados com o NeXSPheRIO vejamos os valores dos coeficientes do fluxo harmônico utilizados na

subtração do sinal de correlação entre hádrons pelo método ZYAM nas Tabelas 5 e 6. Os coeficientes harmônicos gerados pelas partículas associadas são mostrados na Tabela 5 e foram obtidos pelo valor médio sem o fatiamento no plano de evento. A maior contribuição, nesta janela de centralização 20 - 60%, vem do fluxo elíptico $\langle v_2 \rangle$, seguido pelo triangular $\langle v_3 \rangle$ e quártico $\langle v_4 \rangle$.

Tabela 5 – Fluxo harmônico médio $\langle v_n \rangle$ calculado para as partículas associadas contidas no intervalo $1 < p_T^{ass} < 2$ GeV/c do momento transverso analisadas na janela de centralização de 20 - 60%.

$\langle v_n \rangle$	20 - 30%	30 - 40%	40 - 50%	50 - 60%
v_2	0,1028	0,1146	0,1199	0,1189
v_3	0,0399	0,0421	0,0445	0,0449
$v_4\{\psi_2\}$	0,0106	0,0138	0,0144	0,0135

fonte: Produção do Próprio Autor.

Os coeficientes harmônicos calculados com as partículas gatilho no plano de eventos é feito pelo valor médio em cada uma das 6 fatias igualmente espaçadas. Os fluxos elíptico e quártico calculados em relação ao segundo harmônico ψ_2 , possuem um comportamento de decréscimo na magnitude com o incremento do ângulo de saída no plano de evento até tornarem-se negativos nos ângulos $\phi_s = \pi/4 - \pi/2$. Note que o quarto coeficiente harmônico $\langle v_4\{\psi_2\} \rangle$ segue a mesma tendência do fluxo elíptico $\langle v_2 \rangle$, mas sua magnitude é muito menor e torna-se negativo já no intervalo de $\pi/6 - \pi/4$. A contribuição do terceiro harmônico é sempre positiva e menor que o fluxo elíptico na região do plano ($\phi_s = 0 - \pi/3$), e devido a mudança de sinal em $\langle v_2 \rangle$, o supera na região fora do plano ($\phi_s > \pi/3$), conforme exibido na Tabela 6.

No modelo do tubo periférico, foi observado que a medida em que v_2^b cresce em relação ao termo v_3^t a estrutura de duplo pico funde-se para a formação de um único pico na região do *away-side*, veja a Figura 19. Este fato é também evidenciado aqui, conforme as Figura 24 e Figura 25.

Entretanto, o cálculo de correlação é dominado pelo fluxo elíptico $V_2 \equiv v_2^{ass} v_2^{trig}$ nos pequenos ângulos de saída em relação ao segundo harmônico na região do plano e é superado pelo terceiro harmônico $V_3 \equiv v_3^{ass} v_3^{trig}$ quando as partículas são ejetadas na perpendicular ao plano de eventos do segundo harmônico região fora do plano. Este comportamento está de acordo com os dados exibidos na Tabela 6.

A estrutura de correlação na região do *away-side* é atribuída à interação do jato com o meio, e fornece a estrutura do duplo pico (AGAKISHIEV et al., 2014), que é principalmente originada pelo fluxo triangular (ALVER; ROLAND, 2010; CASTILHO et al., 2017). O procedimento adotado para subtrair o fluxo coletivo no cálculo de correlação entre hádrons (ZYAM), pode estar falhando em sua proposta. A subtração do fluxo triangular não tem afetado, de maneira significativa, a correlação resultante, principalmente as magnitudes relativas entre V_2 e V_3 . Esta característica pode ser resultado da correlação entre os diferentes fluxos harmônicos (AAD

Tabela 6 – Fluxo harmônico médio $\langle v_n \rangle$ calculado com as partículas gatilho contidas no intervalo $3 < p_T^{trig} < 4$ GeV/c do momento transversal, analisadas nas janelas de centralizações de 20 - 30; 30 - 40; 40 - 50; e 50 - 60% e fatiada em 6 partes iguais no plano de evento.

20 - 30%						
$\langle v_n \rangle$	$0 - \pi/12$	$\pi/12 - \pi/6$	$\pi/6 - \pi/4$	$\pi/4 - \pi/3$	$\pi/3 - 5\pi/12$	$5\pi/12 - \pi/2$
v_2	0,1899	0,1222	0,0345	-0,0235	-0,0525	-0,0649
v_3	0,0304	0,0065	0,0065	0,0314	0,0288	0,0059
$v_4\{\psi_2\}$	0,1649	0,0036	-0,1043	-0,0804	-0,0011	-0,0559
30 - 40%						
v_2	0,2030	0,1239	0,0344	-0,0226	-0,0488	-0,0594
v_3	0,0311	0,0073	0,0066	0,0298	0,0297	0,0068
$v_4\{\psi_2\}$	0,1767	0,0038	-0,1039	-0,0779	-0,0016	-0,0513
40 - 50%						
v_2	0,2038	0,1277	0,0345	-0,0219	-0,0497	-0,0616
v_3	0,0323	0,0075	0,0063	0,0325	0,0306	0,0063
$v_4\{\psi_2\}$	0,1773	0,0054	-0,1028	-0,0774	-0,0008	-0,0532
50 - 60%						
v_2	0,2035	0,1260	0,0368	-0,0236	-0,0505	-0,0664
v_3	0,0313	0,0052	0,0069	0,0295	0,0282	0,0079
$v_4\{\psi_2\}$	0,1767	0,0028	-0,1075	-0,0806	-0,0014	-0,0574

fonte: Produção do Próprio Autor.

et al., 2014; JIANGYONG, 2014; ADAM et al., 2016), ou pela flutuação entre eles. Outra possibilidade é a flutuação ocorrida evento a evento nos harmônicos que não é considerada nos cálculos, neste caso são utilizados apenas os valores médios dos harmônicos $\langle v_n \rangle$. Entretanto, o produto dos coeficientes harmônicos médio $\langle v_n^{trig} \rangle \cdot \langle v_n^{ass} \rangle$, pode ser diferente do valor médio dos produtos $\langle v_n^{trig} \cdot v_n^{ass} \rangle$.

A dependência no plano de eventos foi representada com o modelo hidrodinâmico, o que evidencia a coletividade do sistema. As flutuações geométricas de evento a evento nas condições iniciais são relacionadas ao termo triangular do fluxo v_3 , que pode ser observada pela estrutura de duplo pico que nasce na região oposta a saída da partícula gatilho no estudo de correlação entre hádrons e é majoritário nos hádrons ejetados para fora do plano de eventos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise da correlação azimutal no estado final entre hádrons mostrou-se eficaz no estudo da coletividade da matéria nuclear instaurada nos instantes iniciais da colisão, onde foram reproduzidos os dados medidos em Laboratório por meio de um modelo hidrodinâmico. A evolução temporal resultante da alta densidade de energia de matéria hadrônica foi analisada utilizando o código hidrodinâmico NeXSPhRIO em termos dos observáveis medidos pelas Colaborações STAR e PHENIX do Colisor Relativístico de Íons Pesados (RHIC). Em particular, o espectro de partículas, anisotropia, bem como a correlação entre hádrons foram estudados.

Uma maneira eficaz de explorar o plasma de quarks e glúons é por meio da correlação entre hádrons que depende do espectro, da centralidade de colisão, consequentemente da anisotropia azimutal e do plano de eventos. O espectro de partículas é ainda utilizado para aferir o código, cuja temperatura de desacoplamento (*freeze-out*) em todas as janelas analisadas foi de 135 MeV, conforme mostrado na Figura 11. Por sua vez, a anisotropia do estado final no volume de hádrons é responsável pela criação majoritária do fundo (*background*) que reduz bruscamente um dos jatos de partículas previsto pela QCD, e foi analisada pelo método do plano de eventos, cujos coeficientes da série de Fourier foram calculados até a quarta ordem e se mostraram em concordância com os dados experimentais, conforme as Figura 17 e Figura 18.

A distribuição azimutal entre hádrons em função da centralidade de colisão apresentou um único pico com um máximo em $\Delta\phi \approx \pi$ para o volume de hádrons ejetados no sentido oposto a saída dos hádrons produzidos próximos a borda da hipersfera (hádrons gatilho) e mais alargado que o volume de hádrons sendo ejetados na vizinhança destes ($\Delta\phi \approx 0$), nas janelas de colisões periféricas 60 - 92%. Entretanto, houve um desmembramento de um para dois picos com máximos em $\Delta\phi \approx 2\pi/3$ e $4\pi/3$, que tornou-se mais evidente com o aumento da centralidade da colisão, culminado para a criação de um vale em $\Delta\phi \approx \pi$ nas colisões mais centrais. Este comportamento foi atribuído ao fluxo triangular, originado pelas flutuações ocorridas nas interações partônicas durante a expansão da matéria nuclear. Foi observado ainda que a função de correlação de partículas é reduzida com a descentralização da colisão e com o aumento do momento transversal. Para os hádrons associados ao gatilho no mesmo limiar de momento transversal $p_T^{ass} \approx p_T^{trig}$, a correlação entre hádrons é reduzida em ≈ 9 vezes quando comparado com os hádrons no limiar $p_T^{ass} \approx p_T^{trig}/3$ GeV/c. Esta redução na função de correlação entre hádrons com o mesmo limiar do momento transversal p_T pode estar relacionada à perda de energia para o fluido.

A mudança na estrutura de único para duplo pico foi reproduzida pelo modelo empírico do tubo periférico, que consiste de um *background* de matéria suave e homogênea com estruturas tubulares de alta densidade de energia posicionadas na periferia do sistema. A existência destes tubos de fluxo de cor provoca perturbações no fluido em expansão, que depende da geometria da colisão, e seu posicionamento é randomizado, culminando para a criação das componentes

elípticas v_2 e triangular v_3 do fluxo anisotrópico. A matéria de fundo fortemente interagente em expansão possui dependência apenas na centralidade de colisão, portanto possui somente a componente elíptica v_2^b do fluxo anisotrópico. Embora simples e com poucos parâmetros livres, o modelo do tubo periférico capturou a natureza hidrodinâmica, o que compactua com o comportamento coletivo da matéria nuclear, ou seja, a produção do Plasma de Quarks e Glúons. Conforme observado na Figura 18 o fluxo triangular v_3 não sofre alterações significativas com a centralidade da colisão, diferentemente do termo elíptico v_2 . A mudança na estrutura de único para o duplo pico ocorreu exatamente em virtude deste comportamento nos coeficientes do fluxo anisotrópico. O vale produzido pelo termo v_3 , que é mantido fixo, é preenchido com o fundo v_2^b , que é incrementado com a descentralização, até atingir o limite em que o vale é totalmente preenchido nas colisões periféricas, resultando na estrutura de único pico.

A estrutura de duplo pico com máximos em $\Delta\phi \approx 2\pi/3$ e $4\pi/3$ está presente em colisões meio-centrais mesmo após a subtração do harmônico triangular v_3 , quando os intervalos de momentos das partículas associadas e gatilho são equiparados $p_T^{ass} \approx p_T^{trig}$. Esta estrutura de duplo pico no *away-side* desaparece dando origem há um pico único quando $p_T^{ass} \approx p_T^{trig}/3$. Note ainda que, os harmônicos de ordem superiores a segunda representam uma parcela significativa no background para o cálculo de correlação, conforme observado pelas linhas contínuas da Figura 22, quando analisado em todo o intervalo longitudinal η . Esta estrutura de duplo pico no *away-side* mostrou-se desvanecer com a redução no intervalo de momento das partículas associadas em relação ao intervalo de momento das partículas gatilho após a subtração do fluxo triangular na estrutura de correlação.

Em função do plano de eventos foi observado a estrutura de único pico, no volume de hádrons ejetados no sentido oposto a saída dos hádrons gatilho ($\Delta\phi \approx \pi$), para os hádrons gatilho ejetados com pequenos ângulos em relação ao plano de evento $0 < \phi_s < \pi/6$. Entretanto, ocorreu o desmembramento de único para duplo pico, conforme os hádrons gatilho ejetados aumentaram a distância do plano de evento ($\pi/3 < \phi_s < \pi/2$), incrementando a resolução de duplo pico para os hádrons gatilho ejetados na perpendicular ao plano de evento $\phi_s \approx \pi/2$. Estes resultados se mostram em concordância com o modelo do tubo periférico que prevê o desmembramento de único para duplo pico na região do *away-side* a medida em que v_2^b cresce em relação ao termo v_3^t . Embora a maior contribuição para o surgimento do vale no volume de hádrons ejetados no sentido oposto aos hádrons gatilho *away-side* venha do fluxo triangular v_3 , este se mostra robusto o bastante para existir mesmo após a sua subtração, para o caso em que o cálculo de correlação entre hádrons é feito com os hádrons gatilho ejetados na perpendicular ao plano de evento em janelas 20 - 60% e com a exclusão da região dos jatos $\Delta\eta < 0,7$.

Esta estrutura de duplo pico observada mesmo após a subtração do fluxo triangular v_3 da correlação, considerado como o termo dominante para a geração do duplo pico, pode estar relacionada a termos de mistura entre harmônicos ou pela flutuação entre eles. Neste estudo analisou-se a subtração do termo triangular médio, conforme adotado pelas Colaborações STAR e PHENIX, não levando em consideração a flutuação entre os eventos. Este pode ter sido o fator

crucial para a existência do duplo pico após a subtração de tal termo.

Observou-se que a correlação possui uma forte dependência com o fluxo triangular para pequenas distâncias entre a partícula gatilho e sua associada na direção longitudinal $\Delta\eta$ (região dos jatos), veja a Figura 22, quando comparada com grandes distâncias $\Delta\eta > 0,7$, conforme observado nas Figura 24 e Figura 25, em que a subtração do fluxo triangular quase não influenciou na magnitude da correlação.

6.1 PERSPECTIVAS FUTURAS

Como perspectivas futuras de trabalho utilizando o código NeXSPheRIO, destacamos:

- A influência das flutuações de evento a evento dos coeficientes harmônicos no cálculo de correlação pelo método ZYAM, que é amplamente utilizado pelos experimentalistas, bem como a subtração de termos cruzados entre os diferentes coeficientes harmônicos;
- A influência do critério de desacoplamento térmico para o químico no *freeze-out* principalmente para partículas constituídas por quarks estranhos Λ , Ω , K , etc; e
- A contribuição entre hádrons individualmente identificados (π , p e K) no cálculo de correlação.

REFERÊNCIAS

AAD, G. et al. Measurement of event-plane correlations in $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV lead-lead collisions with the atlas detector. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 90, p. 024905, Aug 2014. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.90.024905>>.

ABELEV, B. et al. Measurements of ϕ meson production in relativistic heavy-ion collisions at the bnl relativistic heavy ion collider (RHIC). **Physics Review C**, American Physical Society, v. 79, p. 064903, Jun 2009. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.79.064903>>.

ABELEV, B. et al. Multiplicity dependence of jet-like two-particle correlation structures in p - Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV. **Physics Letters B**, v. 741, p. 38 – 50, 2015. ISSN 0370 - 2693. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269314008302>>.

ADAM, J. et al. Correlated event-by-event fluctuations of flow harmonics in Pb + Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 117, p. 182301, Oct 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.182301>>.

ADAMCZYK, L. et al. Third harmonic flow of charged particles in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 88, p. 014904, Jul 2013. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.88.014904>>.

ADAMS, J. et al. Transverse-momentum and collision-energy dependence of high- p_T hadron suppression in Au + Au collisions at ultrarelativistic energies. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 91, p. 172302, Oct 2003. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.172302>>.

ADAMS, J. et al. Azimuthal anisotropy at the relativistic heavy ion collider: The first and fourth harmonics. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 92, p. 062301, Feb 2004. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.062301>>.

ADAMS, J. et al. Azimuthal anisotropy in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 72, p. 014904, Jul 2005. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.72.014904>>.

ADARE, A. et al. Dihadron azimuthal correlations in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 78, p. 014901, Jul 2008. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.78.014901>>.

ADARE, A. et al. Measurements of higher order flow harmonics in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 107, p. 252301, Dec 2011. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.252301>>.

ADARE, A. et al. Measurement of the higher-order anisotropic flow coefficients for identified hadrons in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 93, p. 051902, May 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.93.051902>>.

AGAKISHIEV, H. et al. **Measurements of Dihadron Correlations Relative to the Event Plane in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV**. Nova Iorque, EUA: Oxford University Press, 2013. 50 p. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1010.0690>>.

AGAKISHIEV, H. et al. Event-plane-dependent dihadron correlations with harmonic v_n subtraction in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 89, p. 041901, Apr 2014. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.89.041901>>.

AGUIAR, C. et al. Smoothed particle hydrodynamics for relativistic heavy-ion collisions. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, v. 27, n. 1, p. 75, 2001. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/27/i=1/a=306>>.

ALVER, B. et al. System size, energy, pseudorapidity, and centrality dependence of elliptic flow. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 98, p. 242302, Jun 2007. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.242302>>.

ALVER, B. et al. High transverse momentum triggered correlations over a large pseudorapidity acceptance in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 104, p. 062301, Feb 2010. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.104.062301>>.

ALVER, B.; ROLAND, G. Collision-geometry fluctuations and triangular flow in heavy-ion collisions. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 81, p. 054905, May 2010. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.81.054905>>.

ANDRADE, R. et al. Examining the necessity to include event-by-event fluctuations in experimental evaluations of elliptical flow. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 97, p. 202302, Nov 2006. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.202302>>.

ANDRADE, R. et al. Temporal evolution of tubular initial conditions and their influence on two-particle correlations in relativistic nuclear collisions. **Physics Letters B**, v. 712, n. 3, p. 226 – 230, 2012. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269312004595>>.

ANDRADE, R. P. G. de. **Sobre a evolução hidrodinâmica da matéria nuclear criada em colisões de íons pesados relativísticos - um estudo com condições iniciais flutuantes**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, Instituto de Física, São Paulo, 2011. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/43/43134/tde-14122011-141515/>>.

ANSELMO, M. et al. **Introdução à QCD Perturbativa**. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ - Brasil: Livros Técnicos e Científicos Ltda, 2013. 241 p.

BETTINI, A. **Introduction to Elementary Particle Physics**. 2. ed. Nova Iorque, EUA: Cambridge University Press, 2012. 492 p.

BJORKEN, J. Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region. **Physics Review D**, American Physical Society, v. 27, p. 140–151, Jan 1983. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.27.140>>.

BORGHINI, N.; DINH, P.; OLLITRAULT, J.-Y. Is the analysis of flow at the cern super proton synchrotron reliable? **Physics Review C**, American Physical Society, v. 62, p. 034902, Aug 2000. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.62.034902>>.

BRAUN, O.; KIVSHAR, Y. **The Frenkel-Kontorova Model**. 1nd. ed. Berlim: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004. 472 p. ISBN 978-3-662-10331-9.

CASTILHO, W.; CASTRO, A. de. Scattering and bound states of fermions in a mixed vector–scalar smooth step potential. **Annals of Physics**, v. 346, p. 164 – 181, 2014. ISSN 0003-4916. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S000349161400092X>>.

CASTILHO, W.; CASTRO, A. de. Stationary states of fermions in a sign potential with a mixed vector–scalar coupling. **Annals of Physics**, v. 340, n. 1, p. 1 – 12, 2014. ISSN 0003-4916. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003491613002340>>.

CASTILHO, W.; CASTRO, A. de. Fermions embedded in a scalar-vector kink-like smooth potential. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 630, n. 1, p. 012029, 2015. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/1742-6596/630/i=1/a=012029>>.

CASTILHO, W.; CASTRO, A. de. Fermions in a mixed vector-scalar double-step potential via continuous chiral transformation. **The European Physical Journal Plus**, v. 131, n. 4, p. 94, Apr 2016. ISSN 2190-5444. Disponível em: <<https://doi.org/10.1140/epjp/i2016-16094-6>>.

CASTILHO, W. M. et al. Hydrodynamic approach to the centrality dependence of di-hadron correlations. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 95, p. 064908, Jun 2017. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.95.064908>>.

COLLABORATION, S. **The Star Experiment**. 2006. Disponível em: <<https://www.star.bnl.gov/central/focus/highPt/>>.

COOPER, F.; FRYE, G. Single-particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production. **Physics Review D**, American Physical Society, v. 10, p. 186–189, Jul 1974. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.10.186>>.

DEUR, A.; BRODSKY, S. J.; TERAMOND, G. F. de. The QCD Running Coupling. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, v. 90, p. 1–74, 2016.

D'INVERNO, R. **Introducing Einstein's relativity**. Nova Iorque, EUA: Oxford University Press, 1995. v. 1nd. 384 p.

DIRAC, P. Relativistic wave equations. **Proceedings of the Royal Society A**, v. 155, p. 447 – 459, jul 1936.

DREMIN, I. Ring-like events: Cherenkov gluons or mach waves? **Nuclear Physics A**, v. 767, p. 233 – 247, 2006. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947405012704>>.

DRESCHER, H. et al. Parton-based gribov–regge theory. **Physics Reports**, v. 350, n. 2, p. 93 – 289, 2001. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157300001228>>.

DRESCHER, H. J. et al. Initial condition for quark-gluon plasma evolution. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 65, p. 054902, Apr 2002. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.65.054902>>.

DUDEK, D. et al. **Effects of equation of state on hydrodynamic expansion, spectra, flow harmonics and two-pion interferometry**. Nova Iorque, EUA: Oxford University Press, 2017. 18 p. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1409.0278v1>>.

GAVIN, S.; ABDEL-AZIZ, M. Measuring shear viscosity using transverse momentum correlations in relativistic nuclear collisions. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 97, p. 162302, Oct 2006. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.162302>>.

GREINER, W. **Relativistic Quantum Mechanics, Wave Equations**. 3rd. ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1987. 424 p.

GUO, Y. **Dielectron production in $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV p + p and Au + Au collisions at RHIC**. Tese (Doutorado) — University of Science and Technology of China, China, 2014.

GYULASSY, M. et al. **Jet Quenching and Radiative Energy Loss in dense Nuclear Matter**. 1nd. ed. WORLD SCIENTIFIC, 2011. 123-191 p. Disponível em: <http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789812795533_0003>.

HAMA, Y.; KODAMA, T.; JR., O. S. Topics on hydrodynamic model of nucleus-nucleus collisions. **Brazilian Journal of Physics**, scielo, v. 35, p. 24 – 51, 03 2005. ISSN 0103-9733. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-97332005000100003&nrm=iso>.

HAMA, Y. et al. NeXSPheRIO results on elliptic-flow fluctuations at RHIC. **Physics of Atomic Nuclei**, v. 71, n. 9, p. 1558–1564, Sep 2008. ISSN 1562-692X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/S106377880809010X>>.

HAMA Y; ANDRADE, R. et al. 3d relativistic hydrodynamic computations using lattice-QCD-inspired equations of state. **Nuclear Physics A**, v. 774, p. 169 – 178, 2006. ISSN 0375-9474. QUARK MATTER 2005. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947406002569>>.

HAMED, A. et al. Azimuthal anisotropy (v_2) of high- p_T π^0 and direct γ in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 270, n. 1, p. 012010, 2011. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/1742-6596/270/i=1/a=012010>>.

HEINZ, U. **Concepts of Heavy-Ion Physics**. Nova Iorque, EUA: Oxford University Press, 2004. 74 p. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/0407360v1>>.

HEINZ, U.; SHEN, C.; SONG, H. The viscosity of quark-gluon plasma at RHIC and the LHC. **AIP Conference Proceedings**, v. 1441, p. 766–770, 2012.

HORNER, M. et al. Low- and intermediate- p_T di-hadron distributions in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV from STAR. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, v. 34, n. 8, p. S995, 2007. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/34/i=8/a=S142>>.

HUOVINEN, P. et al. Radial and elliptic flow at RHIC: further predictions. **Physics Letters B**, v. 503, n. 1, p. 58 – 64, 2001. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269301002192>>.

HWA, R. **Quark-gluon Plasma - Advanced Series on Directions in High Energy Physics**. 1nd. ed. Londres: World Scientific Publishing, 1990. v. 6. 712 p.

IODANOVA, A. et al. Measuring mid-rapidity multiplicity in PHOBOS. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 5, n. 1, p. 97, 2005. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/1742-6596/5/i=1/a=009>>.

JIANGYONG, J. How to make sense of the jet correlations results at RHIC? **The European Physical Journal C**, v. 62, n. 1, p. 255–264, Jul 2009. ISSN 1434-6052. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-009-0914-5>>.

JIANGYONG, J. Event-shape fluctuations and flow correlations in ultra-relativistic heavy-ion collisions. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, v. 41, n. 12, p. 124003, 2014. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/41/i=12/a=124003>>.

KHACHATRYAN, V. et al. Observation of long-range, near-side angular correlations in proton-proton collisions at the LHC. **Journal of High Energy Physics**, v. 2010, n. 9, p. 91, Sep 2010. ISSN 1029-8479. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/JHEP09\(2010\)091](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP09(2010)091)>.

KHARZEEV, D.; LEVIN, E.; TUCHIN, K. Nuclear modification of the J/ψ transverse momentum distributions in high energy pA and AA collisions. **Nuclear Physics A**, v. 924, p. 47–64, 2014. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037594741400013X>>.

KOCH, V.; MAJUMDER, A.; WANG, X.-N. Cherenkov radiation from jets in heavy-ion collisions. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 96, p. 172302, May 2006. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.172302>>.

LIU, M.; LIU, G.; LAM, K. Constructing smoothing functions in smoothed particle hydrodynamics with applications. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 155, n. 2, p. 263–284, 2003. ISSN 0377-0427. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042702008695>>.

LIU, M. B.; LIU, G. R. Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 17, n. 1, p. 25–76, Mar 2010. ISSN 1886-1784. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11831-010-9040-7>>.

MANDL, F.; SHAW, G. **Quantum field theory**. 2nd. ed. Reino Unido: John Wiley and Sons Ltd, 2010. 492 p.

MATSUI, T.; SATZ, H. J/ψ suppression by quark-gluon plasma formation. **Physics Letters B**, v. 178, n. 4, p. 416–422, 1986. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269386914048>>.

MCCUMBER, M. et al. The ‘shoulder’ and the ‘ridge’ in PHENIX. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, v. 35, n. 10, p. 104081, 2008. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/35/i=10/a=104081>>.

NIEMI, H. et al. Event-by-event distributions of azimuthal asymmetries in ultrarelativistic heavy-ion collisions. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 87, p. 054901, May 2013. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.87.054901>>.

PAIVA, S.; HAMA, Y.; KODAMA, T. Fluctuation effects in initial conditions for hydrodynamics. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 55, p. 1455–1462, Mar 1997. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.55.1455>>.

PANDIT, Y. **Azimuthal anisotropy in heavy ion collisions**. Tese (Doutorado) — Kent State University, Kent, Ohio, 2012.

PATHRIA, R.; BEALE, P. **Statistical Mechanics**. 3rd. ed. Boston: Academic Press, 2011. 722 p. ISBN 978-0-12-382188-1. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123821881000207>>.

PAULI, W.; WEISSKOPF, V. über die Quantisierung der skalaren relativistischen wellengleichung. **Helvetica Physica Acta**, v. 7, p. 709–731, 1934.

PICH, A. Quantum chromodynamics. In: **High energy physics. Proceedings, 2nd European School, Sorrento, Italy, August 29-September 1, 1994. Vol. 1, 2**. [S.l.: s.n.], 1995. p. 157–207.

POSKANZER, A.; VOLOSHIN, S. Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 58, p. 1671–1678, Sep 1998. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.58.1671>>.

PUTSCHKE, J. Near-side ?? correlations of high p_T hadrons from STAR. **Nuclear Physics A**, v. 783, n. 1, p. 507 – 510, 2007. ISSN 0375-9474. Proceedings of the 2nd International Conference on Hard and Electromagnetic Probes of High-Energy Nuclear Collisions. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947406008608>>.

PUTSCHKE, J. et al. Intra-jet correlations of high- p_t hadrons from STAR. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, v. 34, n. 8, p. S679, 2007. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/34/i=8/a=S72>>.

QIAN, W.-L. et al. Origin of trigger-angle dependence of di-hadron correlations. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 87, p. 014904, Jan 2013. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.87.014904>>.

QIAN, W.-L. et al. NeXSPheRIO results on azimuthal anisotropy in Au + Au collisions at 200 a GeV. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, v. 36, n. 6, p. 064075, 2009. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/36/i=6/a=064075>>.

RAFELSKI, J.; MÜLLER, B. Strangeness production in the quark-gluon plasma. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 48, p. 1066–1069, Apr 1982. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.48.1066>>.

RENK, T.; RUPPERT, J. Mach cones in an evolving medium. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 73, p. 011901, Jan 2006. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.73.011901>>.

RENK, T.; RUPPERT, J. Three-particle azimuthal correlations and mach shocks. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 76, p. 014908, Jul 2007. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.76.014908>>.

RISCHKE, D. **Fluid dynamics for relativistic nuclear collisions**. 1nd. ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999. 21–70 p. ISBN 978-3-540-49483-6. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BFb0107310>>.

RYDER, L. **Quantum Field Theory**. 2nd. ed. Nova Iorque, EUA: Cambridge University Press, 1996. 504 p.

SALINAS, S. de. **Introdução à Física Estatística**. 2. ed. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2005. 472 p. ISBN 978-85-314-0386-6.

SARKAR, S.; SATZ, H.; SINHA, B. **The Physics of the Quark-gluon Plasma**. 1nd. ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. v. 785. 369 p. ISBN 978-3-642-02285-2.

SCHUTZ, B. **A First course in General Relativity**. 2nd. ed. Nova Iorque, EUA: Cambridge University Press, 2009. 411 p.

STEINHEIMER, J. et al. Hydrodynamics with a chiral hadronic equation of state including quark degrees of freedom. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 81, p. 044913, Apr 2010. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.81.044913>>.

STEPHANI, H. **General Relativity: an introduction to the theory of the gravitational field**. 2nd. ed. Nova Iorque, EUA: Cambridge University Press, 1996. 321 p.

STEPHANOV, M. A. QCD phase diagram and the critical point. **Progress of Theoretical Physics Supplements**, v. 153, p. 139–156, 2004. [International Journal of Modern Physics A20,4387(2005)].

TAKAHASHI, J. et al. Topology studies of hydrodynamics using two-particle correlation analysis. **Physics Review Letters**, American Physical Society, v. 103, p. 242301, Dec 2009. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.242301>>.

THALLER, B. **The Dirac Equation**. 1nd. ed. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1992. 365 p. ISBN 978-3-662-02753-0.

THORNE, K. **300 years of gravitation: edited by Stephen Hawking and Werner Israel**. 1nd. ed. Nova Iorque, EUA: Cambridge University Press, 1987. 691 p.

TOUSCHEK, B. The mass of the neutrino and the non-conservation of parity. **Il Nuovo Cimento (1955-1965)**, v. 5, n. 5, p. 1281–1291, May 1957. ISSN 1827-6121. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF02731633>>.

VOLOSHIN, S. Transverse radial expansion and directed flow. **Physics Review C**, American Physical Society, v. 55, p. R1630–R1632, Apr 1997. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.55.R1630>>.

VOLOSHIN, S.; POSKANZER, A.; SNELLINGS, R. **Collective phenomena in non-central nuclear collisions**. Nova Iorque, EUA: Oxford University Press, 2008. 56 p. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/0809.2949v2>>.

VOLOSHIN, S.; ZHANG, Y. Flow study in relativistic nuclear collisions by fourier expansion of azimuthal particle distributions. **Zeitschrift für Physik C Particles and Fields**, v. 70, n. 4, p. 665–671, Dec 1996. ISSN 1431-5858. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s002880050141>>.

WANG, F. Novel phenomena in particle correlations in relativistic heavy-ion collisions. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, v. 74, p. 35 – 54, 2014. ISSN 0146-6410. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641013000926>>.

WATANABE, S. Chirality of k particle. **Physics Review**, American Physical Society, v. 106, p. 1306–1315, Jun 1957. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.106.1306>>.

WEINBERG, S. **Gravitation and cosmology: applications to the general theory of relativity**. 1nd. ed. Nova Iorque, EUA: John Wiley & Sons, 1971. 688 p.

WENGER, E. et al. High p_T triggered $\delta\eta$, $\delta\phi$ correlations over a broad range in $\delta\eta$. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, v. 35, n. 10, p. 104080, 2008. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/35/i=10/a=104080>>.

ZAKOUT, I.; GREINER, C. The quark-gluon-plasma phase transition diagram, Hagedorn matter and quark-gluon liquid. 2010.

ZHU, X.; ZHUANG, P.; XU, N. J/ψ transport in QGP and pt distribution at SPS and RHIC. **Physics Letters B**, v. 607, n. 1, p. 107 – 114, 2005. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269304017083>>.

APÊNDICE A – TEORIA DE CAMPOS DE GAUGE NÃO ABELIANA “QCD”

A teorias de campos é utilizada para descrever sistemas físicos com infinitos graus de liberdade, cujas características do sistema, descrito por estes campos, podem ser medidas via interação com outros campos. Portanto, um campo livre, dependendo da simetria imposta, irá requerer a presença de outro campo. Um campo escalar complexo, por exemplo, sob uma transformação de fase global

$$\Psi \rightarrow \Psi'(x) = \exp(i\alpha) \Psi(x) \quad (130)$$

sofre uma rotação com ângulo α em todos os pontos do espaço-tempo deixando a física inalterada. Entretanto, ao promover a transformação global para local $\alpha \rightarrow \alpha(x)$, com mudanças de fase arbitrárias em cada ponto do espaço, novos termos deverão ser inseridos na lagrangiana de modo a garantir sua invariância. Estes novos termos representam novos campos. Portanto, transformações locais propagaram efeitos físicos de um ponto a outro. Embora, não haja novas simetrias da natureza associadas a estas transformações locais, elas irão ditar a forma de interação entre os campos. Portanto, os campos de gauge locais podem ser vistos como partículas intermediadoras. As simetrias locais são comumente conhecidas como transformação de gauge (ou calibre) e podem ser representadas como abelianas, quando descreve uma única carga conservada, e não abeliana com mais de uma carga conservada.

A densidade lagrangiana que descreve os quarks no interior dos hádrons pode ser construída por meio da teoria de gauge não abeliana, ao considerar uma transformação local na densidade lagrangiana livre de Dirac e exigir sua invariância. Os quarks são partículas de spin 1/2 massivos, com sabor f e cor $i = 1, 2, 3$ e que podem ser elegantemente descritos pela densidade lagrangiana

$$\mathcal{L}_0 = \sum_f \bar{\Psi}_f(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) \Psi_f(x) \quad (131)$$

onde

$$\Psi_f = \begin{pmatrix} \Psi_f^1 \\ \Psi_f^2 \\ \Psi_f^3 \end{pmatrix} \quad (132)$$

e cada componente Ψ_f^i é um espinor de Dirac. Veja que para uma transformação global do tipo (130) as simetrias da lagrangiana são mantidas, bem como os campos com termos quadráticos, há apenas uma alteração de fases nos espinores, sem significado físico. Termos quadráticos nos campos representam teorias livres e termos mais do que quadráticos representam teorias com interação. É possível obter os termos interagentes promovendo a transformação global para local

e exigindo a invariância na densidade lagrangiana, a fim de manter invariantes as quantidades físicas em um espaço curvo.

Realizando uma transformação local nos campos, do tipo

$$\Psi_f \rightarrow \Psi'_f(x) = \exp \left[ig_s \alpha_j \frac{\sigma^j}{2} \right] \Psi_f(x), \quad (133)$$

definindo a derivada covariante

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig_s \frac{\sigma_a}{2} A_\mu^a \quad (134)$$

onde A_μ^a ($a = 1, \dots, 8$) representa um campo não massivo de spin 1, e substituindo na densidade lagrangiana livre (131), teremos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_f \bar{\Psi}_f(x) (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \Psi_f(x) \\ &= \sum_f \bar{\Psi}_f(x) \left[i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig_s \frac{\sigma_a}{2} A_\mu^a \right) - m_f \right] \Psi_f(x) \\ &= \mathcal{L}_0 - \sum_f \bar{\Psi}_f(x) \gamma^\mu g_s \frac{\sigma_a}{2} \Psi_f(x) A_\mu^a = \mathcal{L}_0 - J_a^\mu A_\mu^a. \end{aligned} \quad (135)$$

Note que a exigência da invariância na lagrangiana levou a uma derivada covariante e que por consequência gerou o termo de interação da corrente fermiônica J_a^μ com o campo A_μ^a . Entretanto, para uma partícula de spin 1/2 não massiva teremos

$$\gamma^\mu D_\mu \Psi = 0 \rightarrow J_a^\mu = 0, \quad (136)$$

cuja solução trivial $\Psi_f = 0$ é a única possível. Para dar dinâmica ao campo A_μ^a teremos que encontrar o tensor de intensidade de campo, que pode ser obtido por meio do comutador entre as derivadas covariantes

$$\begin{aligned} [D_\mu, D_\nu] f &= [\partial_\mu + ig_s A_\mu, \partial_\nu + ig_s A_\nu] f \\ &= ig_s [\partial_\mu, A_\nu] f + ig_s [A_\mu, \partial_\nu] f + (ig_s)^2 [A_\nu, A_\mu] f \\ &= ig_s (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ig_s [A_\mu, A_\nu]) f = ig_s F_{\mu\nu} f. \end{aligned} \quad (137)$$

Entretanto, queremos inserir na lagrangiana um termo que seja pelo menos quadrático, para dar dinâmica ao campo A_ν , invariante sob as transformações de gauge e também um escalar. Um candidato é o traço do tensor de intensidade de campo

$$-\frac{1}{4}tr [F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}] \quad (138)$$

que por definição, o traço de um tensor qualquer é sempre um número (escalar). Realizando uma transformação de gauge

$$-\frac{1}{4}tr [\Lambda F_{\mu\nu}(\Lambda)^\dagger \Lambda F^{\mu\nu}(\Lambda)^\dagger] = -\frac{1}{4}tr [F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}] \quad (139)$$

onde foi utilizada a propriedade cíclica do traço, obtemos os termos originais, ou seja, este termo (138) é quadrático, escalar e invariante de gauge. Podemos ainda dar uma nova representação ao termo (138) com a decomposição de $A_\mu = A_\mu^a \sigma_a / 2$, onde A_μ^a são as componentes da matriz e $\sigma_a / 2$ as matrizes de Pauli, de modo que $F_{\mu\nu}$ torna-se:

$$F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) \frac{\sigma_a}{2} + ig_s \left[A_\mu^a \frac{\sigma_a}{2}, A_\nu^b \frac{\sigma_b}{2} \right] \quad (140)$$

e utilizando a álgebra das matrizes de Pauli (185) no último termo com a troca de $a \rightarrow c$, iremos obter

$$F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s \varepsilon_{abc} A_\mu^b A_\nu^c) \frac{\sigma_a}{2} = F_{\mu\nu}^a \frac{\sigma_a}{2} \quad (141)$$

onde $F_{\mu\nu}^a$ é um conjunto de tensores de intensidade de campos e também uma combinação dos geradores. Portanto, $F_{\mu\nu}^a$ são elementos da álgebra de Lie. Note ainda que ao quadrar o tensor de intensidade de campo, aplicar o traço e utilizar as propriedades das matrizes de Pauli ($tr(\sigma_i^2)=2$) iremos obter

$$tr \left[F_{\mu\nu}^b \frac{\sigma_b}{2} F_a^{\mu\nu} \frac{\sigma_a}{2} \right] = \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^b F_a^{\mu\nu} tr [\sigma_a \sigma_b] = \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu}, \quad (142)$$

ou seja, somente o conjunto de tensores de intensidade de campo sobrevive e a densidade lagrangiana torna-se

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_f \bar{\Psi}_f(x) (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \Psi_f(x) - \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \\ &= \mathcal{L}_0 - \frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) (\partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu) \end{aligned} \quad (143)$$

$$- J_a^\mu A_\mu^a + \frac{g_s}{2} \varepsilon_{abc} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) A_\mu^b A_\nu^c - \frac{g_s^2}{4} \varepsilon_{abc} \varepsilon^{abc} A_\mu^b A_\mu^c A_b^\mu A_c^\mu$$

onde o primeiro e segundo termos são quadráticos e descrevem a cinética para os quarks e glúons sem interação, respectivamente. O terceiro termo

$$J_a^\mu A_\mu^a = \sum_f \bar{\Psi}_f(x) \gamma^\mu g_s \frac{\sigma_a}{2} \Psi_f(x) A_\mu^a. \quad (144)$$

descreve a interação entre a corrente fermiônica J_a^μ dos quarks com os campos de glúons A_μ^a . E os dois últimos termos da densidade lagrangiana são cúbico e quártico nos campos A_μ^a e representam auto interação entre os campos bosônicos. É importante notar, que todos os termos de interação apresentam um fator multiplicativo g_s em comum. Este fator está associado a constante de acoplamento forte α_s que por sua vez depende da energia envolvida no processo de interação.

APÊNDICE B – TENSOR ENERGIA-MOMENTO

Será deduzida a forma do tensor energia-momento bem como as quantidades conservadas do quadrimomento a partir da densidade lagrangiana. O comportamento de um sistema físico pode ser elegantemente expresso em termos de uma função específica, chamada de lagrangiana, do sistema de variáveis

$$L = \int_V \mathcal{L} \left(\psi_\sigma, \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial x_\mu} \right) d^3x \quad (145)$$

onde \mathcal{L} é a densidade lagrangeana que depende dos campos ψ_σ e de suas respectivas derivadas $\partial\psi_\sigma/\partial x_\mu$. A ação de um sistema é a integral no tempo da uma função lagrangiana

$$S = \int L dt = \int \mathcal{L} \left(\psi_\sigma, \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial x_\mu} \right) d^4x. \quad (146)$$

Buscando os pontos de mínimos na ação, princípio variacional ou da mínima ação

$$\delta S = \delta \int \mathcal{L} \left(\psi_\sigma, \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial x_\mu} \right) d^4x = 0 \quad (147)$$

iremos obter as equações de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_\sigma} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi_\sigma / \partial x^\mu)} = 0 \quad (148)$$

O teorema de Noether declara que qualquer simetria diferenciável da ação de um sistema tem uma correspondente lei de conservação ou para cada simetria local diferenciável na ação corresponde a uma corrente conservada, em outras palavras uma constante de movimento. O tensor de energia-momento deriva das quantidades conservadas que vem de simetrias ocorridas na ação devido a invariância translacional. Considerando um deslocamento infinitesimal

$$x'^\mu = x^\mu + \varepsilon^\mu, \quad (149)$$

$$\delta x^\mu = x'^\mu - x^\mu = \varepsilon^\mu,$$

a variação da densidade lagrangiana torna-se

$$\delta \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\mu} \delta x_\mu = \varepsilon_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\mu}. \quad (150)$$

Caso a $\mathcal{L}(\psi_\sigma, \partial\psi_\sigma/\partial x_\mu)$ seja invariante sob translação, esta não dependerá explicitamente das

coordenadas, ou seja

$$\delta \mathcal{L} = \sum_{\sigma} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_{\sigma}} \delta \psi_{\sigma} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi_{\sigma} / \partial x_{\mu})} \delta \left(\frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial x_{\mu}} \right) \right], \quad (151)$$

cuja variação do campo ψ_{σ} é representada por

$$\delta \psi_{\sigma} = \frac{\partial \psi_{\sigma}(x)}{\partial x_{\nu}} \delta x_{\nu} = \varepsilon_{\nu} \frac{\partial \psi_{\sigma}(x)}{\partial x_{\nu}}, \quad (152)$$

e sua derivada torna-se

$$\delta \left(\frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial x_{\mu}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_{\nu}} \left(\frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial x_{\mu}} \right) \delta x_{\nu} = \varepsilon_{\nu} \frac{\partial}{\partial x_{\nu}} \left(\frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial x_{\mu}} \right). \quad (153)$$

Utilizando as relações de Euler-Lagrange nas equações 150 e 151

$$\varepsilon_{\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{\mu}} = \sum_{\sigma} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi_{\sigma} / \partial x^{\mu})} \right) \varepsilon_{\nu} \frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial x_{\nu}} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi_{\sigma} / \partial x_{\mu})} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left(\frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial x_{\mu}} \right) \varepsilon_{\nu} \right] \quad (154)$$

iremos obter

$$\varepsilon_{\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{\mu}} = \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \left[\sum_{\sigma} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi_{\sigma} / \partial x^{\mu})} \varepsilon_{\nu} \frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial x_{\nu}} \right] \quad (155)$$

ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \left[\sum_{\sigma} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi_{\sigma} / \partial x^{\mu})} \varepsilon_{\nu} \frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial x_{\nu}} - \varepsilon_{\mu} \mathcal{L} \right] = 0. \quad (156)$$

Para uma translação arbitrária com $\varepsilon_{\nu} \neq 0$ e

$$\varepsilon_{\mu} = g_{\mu}{}^{\nu} \varepsilon_{\nu}, \quad (157)$$

o termo entre colchetes torna-se

$$T_{\mu}{}^{\nu} = \sum_{\sigma} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_{\mu} \psi_{\sigma})} \partial^{\nu} \psi_{\sigma} - g_{\mu}{}^{\nu} \mathcal{L}. \quad (158)$$

Integrando $\partial^{\mu} T_{\mu}{}^{\nu} = 0$ sob o espaço e utilizando o teorema de Gauss

$$\frac{d}{dt} \int d\vec{x} T_0{}^{\nu} = - \int d\vec{x} \nabla \cdot \vec{T}{}^{\nu} = - \oint d\sigma \vec{T}{}^{\nu} = 0 \quad (159)$$

encontramos a quantidade conservada

$$\int T_0{}^\nu dx^3 = P^\nu \quad (160)$$

que fornece quatro equações de continuidade ou quadrimomento. Definindo

$$\pi_\sigma = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_0 \psi_\sigma)} \quad (161)$$

também conhecida como densidade de momento conjugado. Nesta nova representação o quadrimomento torna-se

$$P^\nu = \sum_\sigma \pi_\sigma \partial^\nu \psi_\sigma - g_0{}^\nu \mathcal{L} \quad (162)$$

com a hamiltoniana do sistema

$$H = \int \left(\sum_\sigma \pi_\sigma \partial^0 \psi_\sigma - \mathcal{L} \right) d^3x = \int T_0{}^0 d^3x. \quad (163)$$

em analogia a mecânica clássica. Assim é possível identificar a componente $T_0{}^0$ como sendo a densidade de energia e $T_\mu{}^\nu$ como o tensor energia-momento com as quatro constantes de movimento obtidas a partir das componentes P^ν independente do tempo.

Considerando que um fluido perfeito seja constituído por partículas livres de spin 1/2 e desprezando a região de transição entre o fluido e o meio externo, poderemos obter o tensor energia-momento ao substituir a densidade lagrangiana (194) com um potencial $V = 0$ na quantidade conservada de momento (162), cujo resultado

$$P^0 = mc^2 \bar{\Psi} \Psi = \epsilon, \quad P^i = -i\hbar c (\nabla \bar{\Psi}) \gamma^0 \Psi = -p \quad (164)$$

onde P^0 é a densidade de energia de repouso e P^i a pressão. Consequentemente, o tensor torna-se diagonal com a assinatura $T_\mu{}^\nu = \text{diag}(\epsilon, -p, -p, -p)$.

APÊNDICE C – NOTAÇÃO RELATIVÍSTICA

Para uma simplificação no estudo da Física do interior do núcleo e a dinâmica de partículas de altas energias devemos lançar mão de algumas notações utilizadas como as magnitudes físicas dos diferentes observadores e a unificação do espaço-tempo, o que implica a utilização de quadri-vetores na teoria, onde a parte espacial coincide com os vetores da teoria não-relativística (GREINER, 1987; RYDER, 1996). Na equação (165) são descritos alguns vetores quadridimensionais:

$$\begin{aligned}
 x^\mu &= (x^0, x^i) = (ct, \vec{x}) \\
 p^\mu &= (p^0, p^i) = \left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right) \\
 A^\mu &= (A^0, A^i) = (A^0, \vec{A}) \\
 \partial^\mu &= (\partial^0, \partial^i) = \left(\frac{\partial}{\partial x_0}, \frac{\partial}{\partial x_i}\right) = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla}\right),
 \end{aligned} \tag{165}$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo e ∂^μ é a derivada covariante.

O intervalo entre dois eventos infinitesimalmente próximos, com coordenadas (ct, \vec{x}) e $(ct + cdt, \vec{x} + d\vec{x})$ é definido por $ds^2 = c^2 dt^2 - d\vec{x}^2$. Este intervalo é um escalar de Lorentz, por ser invariante sob transformações de Lorentz. Quando o intervalo $ds^2 > 0$ é denominado como tipo-tempo, $ds^2 < 0$ tipo-espaço e $ds^2 = 0$ tipo-luz. Definimos uma matriz G , cujos componentes covariantes são $g_{\mu\nu}$:

$$G = (g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{166}$$

A matriz G define a métrica no espaço de Minkowski e seus elementos $g_{\mu\nu}$ com índices embaixo são chamados de covariantes e índices acima de contravariantes. A forma contravariante dos componentes pode ser definida pela inversa da matriz G , onde a matriz G multiplicada pela sua inversa é a própria matriz identidade $GG^{-1} = I$, o que implica $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$. Os componentes do vetor posição $x_\mu = (x_0, x_i)$, cujo índice $i = 1, 2$ e 3 representa as coordenadas espaciais e 0 a coordenada temporal do quadri-vetor posição, pode ser transformado para o espaço vetorial dual por intermédio da métrica $g^{\mu\nu}$ ($g_{\mu\nu}$), ou seja, é possível realizar o abaixamento (levantamento) dos índices dos quadri-vetores

$$x^\mu = g^{\mu\nu} x_\nu = (x^0, x^1, x^2, x^3). \tag{167}$$

O abaixamento (levantamento) dos índices μ altera apenas o sinal das coordenadas espaciais,

ou seja, $x^0 = x_0$, $x^i = -x_i$. Na equação (167) foi utilizada a convenção de Einstein para a soma de índices repetidos, sempre que houver índices repetidos contraídos conforme ocorrido na equação (167) deverá ser efetuada a soma. Será convenicionado também: índices gregos assumirem valores de 0, 1, 2, 3 e índices latinos valores 1, 2, 3. O produto escalar invariante de Lorentz entre dois vetores A^μ e B^μ é

$$g^{\mu\nu} A_\mu B_\nu = A^\nu B_\nu = A^0 B_0 + A^i B_i = A^0 B^0 - \vec{A} \cdot \vec{B}. \quad (168)$$

A relação de dispersão momento-energia relativística da partícula livre $E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4$ pode ser escrita na forma

$$p_\mu p^\mu = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = m^2 c^2 \quad (169)$$

onde p^μ é o quadrivetor momento, m a massa da partícula e c a velocidade da luz. Reagrupando os termos da energia e do momento longitudinal

$$\sqrt{E^2 - p_L^2 c^2} = \sqrt{m^2 c^4 + p_T^2 c^2} \quad (170)$$

encontramos a massa transversa m_T da partícula que é composta pela massa de repouso juntamente com o momento transverso $p_T^2 = p_x^2 + p_y^2$. O momento longitudinal em direção ao eixo z é representado por $p_L = p_z$. Note que uma partícula possuirá um momento longitudinal máximo quando o momento transverso for mínimo e ou no $\lim_{m \rightarrow 0}$ e vice-versa. Por meio da substituição do quadrimomento por operadores diferenciais obtemos

$$\hat{p}_\mu \hat{p}^\mu = \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x^\mu} \right) \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right) = -\hbar^2 \partial_\mu \partial^\mu = -\hbar^2 \square \quad (171)$$

onde $\hbar = h/2\pi$, h é a constante de Planck e \square é conhecido como D'Alembertiano que é descrito da seguinte forma

$$\partial_\mu \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (172)$$

Substituindo os operadores na relação de dispersão e atuando na autofunção encontramos

$$(\hat{p}_\mu \hat{p}^\mu - m^2 c^2) \Psi(\vec{x}, t) = \left(\square + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \Psi(\vec{x}, t) = 0. \quad (173)$$

Esta equação é conhecida como a equação de Klein-Gordon para uma partícula livre que descreve um campo escalar ou pseudoescalar para partículas sem spin. Note que a parte espacial e temporal são tratadas de maneira simétrica, pois ambas possuem a derivada de segunda ordem. Diferentemente da equação de Schrödinger em que a evolução temporal é de primeira ordem e a espacial de segunda ordem.

É possível obter a equação da continuidade multiplicando a equação (173) por Ψ^* e subtraindo

pelo o seu complexo conjugado

$$\Psi (\hat{p}_\mu \hat{p}^\mu - m^2 c^2) \Psi^* - \Psi^* (\hat{p}_\mu \hat{p}^\mu - m^2 c^2) \Psi = 0 \quad (174)$$

que resulta em

$$\Psi \overleftrightarrow{\square} \Psi^* = \partial_\mu \left(\Psi^* \overleftrightarrow{\partial}^\mu \Psi \right) = 0 \quad (175)$$

onde $\overleftrightarrow{\square} = \overleftrightarrow{\partial} \overleftrightarrow{\partial} = \overleftrightarrow{\partial} \overleftrightarrow{\partial} - \overleftrightarrow{\partial} \overleftrightarrow{\partial}$. Multiplicando a equação (174) por $i\hbar/2m$, temos que a quantidade

$$J^\mu = \frac{i\hbar}{2m} \left(\Psi^* \overleftrightarrow{\partial}^\mu \Psi \right) \quad (176)$$

obedece à relação $\partial_\mu J^\mu = \partial_0 J^0 + \partial_i J^i = 0$ e possui a forma da equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \overleftrightarrow{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{J} = 0 \quad (177)$$

com $J^\mu = (c\rho, \overleftrightarrow{J})$ e

$$\rho = \frac{i\hbar}{2mc^2} \Psi^* \overleftrightarrow{\partial}_t \Psi, \quad \overleftrightarrow{J} = \frac{\hbar}{2mi} \Psi^* \overleftrightarrow{\nabla} \Psi. \quad (178)$$

Conforme observado nas equações (178), para um dado tempo t é preciso conhecer tanto Ψ como $\partial_t \Psi$ e estes podem assumir valores arbitrários, ou seja, não serem necessariamente positivos. Portanto, não é possível interpretar ρ como densidade de probabilidade.

Em 1934, Pauli e Weisskopf (PAULI; WEISSKOPF, 1934) propuseram que as quantidades ρ e \overleftrightarrow{J} poderiam ser interpretadas como sendo densidade de carga e densidade de corrente de carga ao multiplicar as equações (178) pela carga elementar e . Desta forma, as equações (178) poderiam descrever carga positiva, negativa ou nula. Este fato está vinculado à existência de antipartículas.

A equação de Klein-Gordon permite modelar o comportamento de partículas interagindo com dois acoplamentos distintos: escalar e vetorial. Esta classificação depende do comportamento do potencial perante as transformações de Lorentz. Tais acoplamentos podem ser realizados por meio das substituições $\hat{p}^\mu \rightarrow \hat{p}^\mu - A^\mu/c$ para acoplamento vetorial, onde A^0 e \overleftrightarrow{A} são os componentes temporal e espacial do vetor, respectivamente, e $m \rightarrow m + V_s/c^2$ para acoplamento escalar. Resultando em

$$(i\hbar\partial_t - A^0)^2 \Psi(\vec{x}, t) = c^2 \left[\left(\overleftrightarrow{p} - \frac{\overleftrightarrow{A}}{c} \right)^2 + c^2 \left(m + \frac{V_s}{c^2} \right)^2 \right] \Psi(\vec{x}, t) \quad (179)$$

cuja corrente J^μ com interação é expressa por

$$\rho = \frac{i\hbar}{2mc^2} \Psi^* \overleftrightarrow{\partial}_t \Psi - \frac{A^0}{mc^2} |\Psi|^2 \quad (180)$$

$$\vec{J} = \frac{\hbar}{2im} \Psi^* \overleftrightarrow{\nabla} \Psi - \frac{\vec{A}}{mc} |\Psi|^2. \quad (181)$$

C.1 EQUAÇÃO DE DIRAC

Na busca de uma densidade de probabilidade positiva definida, Dirac propôs que a equação não deveria possuir uma ordem superior à primeira na derivada temporal, assim como encontrado por Schrödinger na equação não-relativística (DIRAC, 1936). No entanto, a covariância relativística requer que as coordenadas espaciais e temporais sejam tratadas de maneira simétrica, ou seja, as derivadas espaciais devem possuir a mesma ordem das temporais. Além da simetria nas coordenadas espaciais e temporais a equação deveria respeitar a relação de dispersão relativística. Dirac propôs para uma partícula livre a seguinte equação de primeira ordem

$$(\gamma^\mu \hat{p}_\mu - mc) \Psi(\vec{x}, t) = 0. \quad (182)$$

A relação de dispersão pode ser verificada multiplicando a equação (182) por $\gamma^\nu \hat{p}_\nu$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu \hat{p}_\nu \hat{p}_\mu \Psi(\vec{x}, t) = m^2 c^2 \Psi(\vec{x}, t) \quad (183)$$

e exigindo que as matrizes γ^μ respeitem a álgebra de Clifford ($\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$) a equação (183), torna-se

$$(\hat{p}_\mu \hat{p}^\mu - m^2 c^2) \Psi(\vec{x}, t) = 0 \quad (184)$$

onde γ^μ e γ^ν são matrizes quadradas de ordem $N \times N$ com N par e de traço nulo, Ψ é um espinor representado por uma matriz coluna de ordem N . Consequentemente, o termo entre parênteses na equação (184) é uma matriz de ordem $N \times N$ que não deve possuir inversa, caso contrário a solução de Ψ é trivial. Cada componente do espinor deverá respeitar a equação de Klein-Gordon, conforme a equação (184). Para o caso mais geral em 3+1 dimensões, precisamos de 16 matrizes linearmente independentes de ordem $N = 4$ e que satisfaça a álgebra das matrizes gamas. É possível construí-las por meio das matrizes 2×2 de Pauli σ_i , cuja álgebra é representada por

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \sum_k \varepsilon_{ijk} \sigma_k \quad (185)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e ε_{ijk} é o símbolo de Levi-Civita, mais a identidade $I_{2 \times 2}$. Utilizando como representações

$$\gamma^\mu = \begin{cases} \begin{pmatrix} +I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & -I_{2 \times 2} \end{pmatrix}, & \mu = 0 \\ \begin{pmatrix} 0_{2 \times 2} & +\sigma^i \\ -\sigma^i & 0_{2 \times 2} \end{pmatrix}, & \mu = i \end{cases} \quad (186)$$

onde $0_{2 \times 2}$ representa uma matriz nula e $I_{2 \times 2}$ é a matriz identidade ambas matrizes 2×2 . Note que com a representação escolhida para as matrizes gama (186) temos a seguinte identidade

$$\gamma^\mu = \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0. \quad (187)$$

A densidade de corrente e a equação da continuidade no caso de Dirac podem ser construídas por intermédio da equação (182). Aplicando o conjugado hermitiano na equação e multiplicando por $\gamma^0 \Psi$ pela direita tem-se

$$[i\hbar(\partial_\mu \Psi^\dagger) \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 + mc \Psi^\dagger \gamma^0] \Psi = 0. \quad (188)$$

Definindo $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0$ e inserindo uma identidade $(\gamma^0)^2$ entre $\Psi^\dagger \gamma^{\mu\dagger}$

$$[i\hbar(\partial_\mu \bar{\Psi}) \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 + mc \bar{\Psi}] \Psi = 0 \quad (189)$$

utilizando (187) temos

$$[i\hbar(\partial_\mu \bar{\Psi}) \gamma^\mu + mc \bar{\Psi}] \Psi = 0. \quad (190)$$

Multiplicando a equação (182) por $\bar{\Psi}$ pela esquerda e somando com a equação (190) obtemos a equação da continuidade

$$\partial_\mu (c \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi) = \partial_\mu J^\mu = 0 \quad (191)$$

onde $J^\mu = c \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi = (c\rho, \vec{J})$ é a quadricorrente. Portanto, a função $\rho = |\Psi|^2$ é positiva definida e é interpretada como densidade de probabilidade de posição cuja normalização é $\int dV |\Psi|^2 = 1$. De forma análoga à equação de Schrödinger tem-se

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0. \quad (192)$$

Na presença de potenciais externos a equação de Dirac pode ser escrita na forma

$$(\gamma^\mu \hat{p}_\mu - mc - V/c) \Psi = 0 \quad (193)$$

que é derivada, por meio do cálculo variacional, da densidade lagrangiana

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\hbar c\gamma^\mu \partial_\mu - Imc^2 - V) \Psi \quad (194)$$

e a corrente obedece à equação (RYDER, 1996)

$$\partial_\mu J^\mu = \frac{i}{\hbar} \bar{\Psi} (\gamma^0 V^\dagger \gamma^0 - V) \Psi. \quad (195)$$

A corrente J^μ será conservada desde que $V^\dagger = \gamma^0 V \gamma^0$. O potencial mais geral que preserva a conservação da corrente pode ser escrito em termos de estruturas de Lorentz bem definidas:

$$V = \gamma^\mu A_\mu + IV_s + \gamma^5 V_p + \gamma^5 \gamma^\mu A'_\mu + \sigma^{\mu\nu} T_{\mu\nu} \quad (196)$$

onde $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ e $\sigma^{\mu\nu} = i[\gamma^\mu, \gamma^\nu]/2$. As quantidades A_μ , V_s , V_p , A'_μ e $T_{\mu\nu}$ são potenciais vetorial, escalar, pseudoescalar, pseudovetorial e tensorial, respectivamente, devido ao comportamento das formas bilineares (GREINER, 1987; RYDER, 1996; PAULI; WEISSKOPF, 1934; DIRAC, 1936; THALLER, 1992) $\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$, $\bar{\Psi}I\Psi$, $\bar{\Psi}\gamma^5\Psi$, $\bar{\Psi}\gamma^\mu\gamma^5\Psi$ e $\bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}\Psi$ sob transformações de Lorentz.

Para potenciais independentes do tempo é possível escrever

$$\Psi(\vec{x}, t) = \psi(\vec{x}) \exp(-iEt/\hbar) \quad (197)$$

e assim obter a equação de Dirac independente do tempo $H\psi = E\psi$, com o hamiltoniano

$$H = -c\gamma^0\gamma^i\hat{p}_i + \gamma^0 mc^2 + \gamma^0 V \quad (198)$$

e E é o fator de evolução temporal. Enquanto isso, J^μ será independente do tempo e J^i uniforme.

Limitando o movimento do férmion em apenas uma dimensão espacial e uma temporal, os termos pseudovetorial e tensorial no potencial (196) tornam-se $-\gamma^\mu A_\mu$ e $i\gamma^5(T_{01} - T_{10})$, respectivamente, com o termo $\gamma^5 = \gamma^0\gamma^1$. Sendo assim, estes potenciais podem ser pensados como vetorial e pseudoescalar, respectivamente, e o potencial mais geral na equação de Dirac em 1+1 dimensões torna-se:

$$V = \gamma^\mu A_\mu + IV_s + \gamma^5 V_p. \quad (199)$$

As equações de Dirac são majoritariamente aplicadas em física nuclear e de partículas. Embora suas aplicações em física do estado sólido tenham se tornado muito importantes por simular transições entre duas estruturas, como as que ocorrem nas dos tipo Josephson (BRAUN; KIVSHAR, 2004), ao utilizar potenciais do tipo degrau na equação de Dirac em 1+1.

C.1.1 Simetria quiral

Consideremos o operador unitário

$$U = \exp\left(-i\gamma^5\frac{\theta}{2}\right) \quad (200)$$

onde θ é uma quantidade real contida no intervalo $0 \leq \theta \leq \pi$. Realizando uma expansão, o operador será reescrito como $U = I \cos \theta/2 - i\gamma^5 \text{sen} \theta/2$ (WATANABE, 1957). Definindo o espinor transformado $\psi = U \phi$ e o novo hamiltoniano $h = U H U^{-1}$ temos

$$h \psi(x) = E \psi(x), \quad (201)$$

onde h possui a forma

$$h = \gamma^5 c \hat{p}_1 + I V_t + \gamma^0 [(m c^2 + V_s) \cos \theta - V_p \text{sen} \theta] + i \gamma^1 [(m c^2 + V_s) \text{sen} \theta + V_p \cos \theta]. \quad (202)$$

Note que sob esta transformação quiral contínua o hamiltoniano é invariante, ou seja, apresenta uma simetria, quando $m = V_s = V_p = 0$ (TOUSCHEK, 1957).

Os componentes do espinor ψ podem ser escritos, como

$$\psi_{\pm} = \cos \frac{\theta}{2} \phi_{\pm} - i \text{sen} \frac{\theta}{2} \phi_{\mp} \quad (203)$$

cuja normalização é feita por meio de $\int_{-\infty}^{+\infty} dx (|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2) = 1$; desta forma, ψ_+ e ψ_- deverão ser funções quadrado-integráveis. Note que a transformação U preserva a forma da corrente $J^\mu = c \bar{\Phi} \gamma^\mu \Phi$:

$$\Psi = U \Phi \Rightarrow \Phi = U^{-1} \Psi \quad (204)$$

$$\bar{\Phi} = \bar{\Psi} \gamma^0 U \gamma^0$$

substituindo (204) na corrente J^μ temos

$$J^\mu = c \bar{\Psi} \gamma^0 U \gamma^\mu \gamma^0 U^{-1} \Psi = c \begin{cases} \bar{\Psi} \gamma^0 \Psi, & \mu = 0 \\ \bar{\Psi} \gamma^1 \Psi, & \mu = 1 \end{cases}. \quad (205)$$

Um conjunto de soluções para férmions massivos e não massivos sob a influência de uma mistura de potenciais escalar, do tipo torção (kink-like do inglês), mais a componente temporal do potencial vetorial com a mesma forma funcional são tratáveis em um problema do tipo Sturm-Liouville, portanto não leva em consideração a forma espinorial na equação de Dirac, caso o componente vetorial não exceda o escalar. Além disso, observou-se que estados ligados são soluções intrinsecamente relativísticas nos potenciais torção do tipo degrau abrupto (CASTILHO;

CASTRO, 2014b), duplo-degrau abrupto (CASTILHO; CASTRO, 2016; CASTILHO; CASTRO, 2015) e degrau suave $\approx \tanh(\gamma x)$ (CASTILHO; CASTRO, 2014a). Uma solução isolada da perspectiva Sturm-Liouville também está presente e demonstra que o férmion pode ser armadilhado numa região altamente localizada no espaço sem qualquer chance para a produção espontânea de pares relacionada com o paradoxo de Klein.

C.2 RAPIDEZ E PSEUDORAPIDEZ

Os espectros de partículas medidos em colisões nucleares são quantidades invariantes, ou seja, o número de partículas independe do observador. Assim certa quantidade medida no referencial de centro de massa não sofrerá alterações quando realizadas no referencial de laboratório. A distribuição de partículas em função da (pseudo)rapidez ($dN/d\eta$) dN/dy , fornece informações sobre a quantidade de energia depositada pelos nucleons na região de interação. A rapidez pode ser obtida por meio de uma transformação de Lorentz *boost* na direção do eixo longitudinal (z) do quadrimomento $p'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} p^{\nu}$ com

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \cosh(y) & 0 & 0 & -\sinh(y) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sinh(y) & 0 & 0 & \cosh(y) \end{pmatrix} \quad (206)$$

e as componentes de p'^{μ} tornam-se

$$\begin{aligned} p'_0 &= p_0 \cosh(y) - p_z \sinh(y); \\ p'_z &= p_z \cosh(y) - p_0 \sinh(y); \end{aligned} \quad (207)$$

$$p'_x = p_x; \quad \text{e} \quad p'_y = p_y$$

de onde derivam as quantidades

$$\exp(\pm y) = \frac{p'_0 \mp p'_z}{p_0 \mp p_z}. \quad (208)$$

Considerando que no referencial de centro de massa a partícula esteja em repouso ($p'_z = 0$) e no referencial de laboratório seja medida com um movimento na direção (z), cujo momento p_z é não nulo, a variável “ y ”, por meio da razão e^y/e^{-y} , terá por resultado a rapidez

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z}. \quad (209)$$

Vejamos alguns limites extremos: quando $\lim_{p_z \rightarrow 0} y = 0$ ou ainda $m^2 c^2 \gg p^2$ a rapidez também tende a zero; por outro lado, $\lim_{p_z \rightarrow \pm p_0} y = \pm \infty$, que é o mesmo que $v \rightarrow c$ ou $m \rightarrow 0$, este é o caso extremamente relativístico.

A pseudorapidez pode ser encontrada aplicando-se a exponencial na equação (209)

$$\exp(\pm y) = \left(\frac{p_0 + p_L}{p_0 - p_L} \right)^{\pm \frac{1}{2}} \quad (210)$$

onde foi utilizado o momento longitudinal $p_L = p_z$. Realizando a soma (subtração) das exponenciais iremos encontrar as quantidades $[\exp(y) + (-) \exp(-y)]/2 = p_0/m_T$ (p_L/m_T), reescrevendo em termos dos momentos p_0 (p_L) = $m_T \cosh y$ ($m_T \sinh y$). Supondo um momento transversal p_T nulo e $p_0 = m_T \cosh y$ a rapidez do feixe torna-se

$$y_b = \cosh^{-1} \frac{p_0}{m_b} \approx \cosh^{-1} \frac{E}{m_b} = \cosh^{-1} \frac{\sqrt{s_{NN}}}{2m_n} \quad (211)$$

onde m_b e y_b são a massa e a rapidez de repouso do feixe de partículas, m_n a massa do nucleon e $\sqrt{s_{NN}} = 2E$. Entretanto, em ambos os casos é necessário conhecer a energia e o momento longitudinal. No caso extremamente relativístico, quando $m \rightarrow 0$ e ou $p \gg m$, torna-se muito difícil medir as duas variáveis no laboratório. No entanto, da equação (209) se deriva

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{|p| + p_L}{|p| - p_L} = \frac{1}{2} \ln \frac{|p| + |p| \cos \theta}{|p| - |p| \cos \theta} = - \ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right) \quad (212)$$

onde θ denota o ângulo entre a partícula e o plano longitudinal ou ainda $\theta = \phi - \psi$ e $|p| = \sqrt{p_T^2 + p_L^2}$. Esta quantidade é conhecida como pseudorapidez e depende somente do ângulo com máximos para $\tan \theta = 0$ ou $\theta = n\pi$ com $n = 0, 1, 2, \dots$ e mínimos em $\theta = \pi/2$ que é exatamente a saída da partícula no plano perpendicular em relação ao feixe incidente ou feixe transversal da partícula. Portanto, esta quantidade não depende da massa, momento e energia de colisão e pode ser medida com ou sem informações do momento.