

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Ana Cristina de Souza Marin

**DIDÁTICA DA MATEMÁTICA:
A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE WINPLOT COMO
ESTRATÉGIA POTENCIALIZADORA DOS PROCESSOS DE
ENSINO E APRENDIZAGEM**

MARÍLIA
2017

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Ana Cristina de Souza Marin

**DIDÁTICA DA MATEMÁTICA:
A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE WINPLOT COMO
ESTRATÉGIA POTENCIALIZADORA DOS PROCESSOS DE
ENSINO E APRENDIZAGEM**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências, da Universidade Estadual Paulista – UNESP – Campus de Marília, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha: Teoria e Práticas Pedagógicas.

Orientador: Dr. José Carlos Miguel.

MARÍLIA
2017

Ficha catalográfica elaborada por
André Sávio Craveiro Bueno CRB
8/8211

Marin, Ana Cristina de Souza.
M337d Didática da matemática: a utilização do software
Winplot como estratégia potencializadora dos processos de
ensino e aprendizagem / Ana Cristina de Souza Marin. –
Marília, 2017.
131 f. ; 30 cm.

Orientador: José Carlos Miguel.
Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade
Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Filosofia e
Ciências, 2017.
Bibliografia: f. 104-111

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Didática. 3. Ensino
auxiliado por computador. 4. Teoria dos números. I. Título.

CDD 372.7

ANA CRISTINA DE SOUZA MARIN

**DIDÁTICA DA MATEMÁTICA:
A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE WINPLOT COMO
ESTRATÉGIA POTENCIALIZADORA DOS PROCESSOS DE
ENSINO E APRENDIZAGEM**

Dissertação para obtenção do título de Mestre em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências, da Universidade Estadual Paulista – UNESP – Campus de Marília, na área de Teoria e Práticas Pedagógicas

BANCA EXAMINADORA

Orientador: _____

Prof. Dr. José Carlos Miguel
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Filosofia e Ciências, Campus de Marília

2º Examinador: _____

Prof. Dr. Vandeí Pinto da Silva
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Filosofia e Ciências, Campus de Marília

3º Examinador: _____

Prof^ª. Dra. Maria Raquel Miotto Morelatti
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Ciências e Tecnologia, Campus de Presidente Prudente

Marília, 13 de dezembro de 2017.

Primeiramente a Deus, e
ao meu pai, Manoel Marin Berbel (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por estar sempre ao meu lado, dando forças perante todas as dificuldades enfrentadas.

Ao meu orientador, Professor Doutor José Carlos Miguel, pelas orientações, pelo apoio, pela dedicação, e por toda a sua calma em todo o processo, me dando forças e incentivando a prosseguir, mesmo nos momentos mais difíceis, me mostrando que seria capaz! O senhor foi um “pai” para mim nessa trajetória!

Aos professores da banca, Doutor Vandei e Doutora Maria Raquel, que olharam com muito carinho para minha pesquisa, mostrando-me os caminhos a serem percorridos, sempre com muita delicadeza e dedicação.

À minha prima Andressa Fátima de Souza (*In memoriam*), que mesmo ausente fisicamente, sempre senti ao meu lado, dando forças e incentivando em todos os momentos de angústia e felicidade de dever cumprido!

À minha mãe, Lucy de Souza, que sempre soube me dar forças quando estava ausente no dia a dia.

Ao meu marido, Adib Antônio Neto, que sempre entendeu minhas ausências, me incentivando a prosseguir, não medindo esforços para cuidar de mim e da minha mãe, com muito amor.

Aos meus afilhados, Elisa Soares de Almeida Marin Emerick, João Pedro Carvalho Souza, Maria Luiza Lot Zin Gasparin, que entenderam meus momentos de ausências físicas com muito amor.

À minha família e aos meus amigos, que sempre ficaram na torcida durante toda a minha trajetória, e o meu carinho e amor em tê-los na minha vida!

À Fateb (Faculdade de Ciências e Tecnologia de Birigui) nas pessoas da minha Diretora e a amiga Renata de Freitas Góis Comparoni e ao Secretário Executivo Paulo Roberto Bearari, e também a escola estadual Professora Regina Valarini Vieira, nas pessoas da ex-diretora Terezinha Oliveira, e do atual diretor Alexandre Simões, que sempre me ajudaram nos momentos em que mais precisei, auxiliando-me na pesquisa.

Às amigas e companheiras de trabalho da Fateb, professoras Mariane e Márcia Maria, que não mediram esforços para me ajudar quando mais precisei, nas correções da minha dissertação, e também dando apoio nas dificuldades enfrentadas.

Às amigas e companheiras de trabalho da Fateb, Carla, Renata e Sabrina, que sempre me incentivaram e entenderam as minhas ausências.

À professora Dulcinéia Marin Viani, da escola estadual Regina Valarini Vieira, que tanto me ajudou na pesquisa, sempre tentando me auxiliar no que foi preciso. E aos alunos da referida escola que fizeram parte da presente pesquisa com tanta dedicação.

Aos meus amigos e companheiros de jornada acadêmica da Unesp, Campus de Marília, cujos nomes não vou citar pelo receio de esquecer de alguns, mas sintam-se todos abraçados.

“A minha intenção não é acabar com a escola, é mudá-la completamente, é radicalmente fazer que nasça dela um novo ser tão atual quanto a tecnologia. Eu continuo lutando no sentido de pôr a escola à altura do seu tempo. E pôr a escola à altura do seu tempo não é soterrá-la, mas refazê-la”.
(FREIRE & PAPERT, 1996).

RESUMO

O presente trabalho versou sobre questões relacionadas à Didática da Matemática e analisou como o software matemático Winplot pode ser utilizado como estratégia potencializadora dos processos de ensino e aprendizagem. Os objetivos foram compreender se e como os softwares matemáticos podem auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem, investigando a importância da utilização dos mesmos como facilitadores dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, bem como verificar como a aplicação foi vista perante aos alunos enquanto recurso pedagógico alternativo para o ensino da matemática. Partimos do pressuposto de que é imprescindível o preparo dos docentes para utilizar tais ferramentas, assim como planejar suas aulas, elaborar estratégias interessantes e executar ações com recursos didáticos adequados para que se alcancem os objetivos almejados sempre dentro de um contexto alinhado com o Projeto Pedagógico da instituição. O interesse pelo tema surgiu a partir da observação das dificuldades encontradas pelos professores quanto ao ensino da matemática no tocante à articulação entre a teoria e prática, tanto a prática social global pertinente à vida social do homem, quanto a prática em sala de aula relacionada aos conteúdos matemáticos, por meio de softwares educacionais, em especial ao Winplot. A escolha pelo software Winplot justificou-se pelo fato de ser considerada uma ferramenta potencializadora dos processos de ensino e aprendizagem na matemática, uma vez que propicia aos professores um recurso tecnológico no preparo das aulas e atividades como forma de aprimoramento metodológico. Para atender a este objetivo, a presente pesquisa teve como sujeitos os alunos do 1º ano do Ensino Médio de escola pública juntamente com a professora que leciona a disciplina em questão. A pesquisa foi desenvolvida segundo a abordagem qualitativa do tipo pesquisa-ação cooperativa. Teve como resultados a conclusão de que uma aula para ter uma aprendizagem significativa, sendo pautada na Teoria Histórico-Cultural, deve conter elementos para torná-la colaborativa entre os alunos, sendo fundamental a presença do professor mediador, mas deixando os estudantes serem protagonistas dos próprios conhecimentos. O professor tem a responsabilidade de conduzir o processo de forma tal que os alunos tenham condições de atribuir sentido e significado aos conteúdos trabalhados. Os resultados indicam que houve um aumento no interesse dos alunos pelas aulas, comprovando que o uso de tecnologias no ensino da Matemática proporciona melhoria da compreensão dos conceitos e conteúdos matemáticos. Todavia, destaca-se a necessidade de um melhor preparo dos professores no tocante à utilização do recurso tecnológico, bem como de se oferecer melhores condições de trabalho a eles, para que assim os mesmos possam ter condições de planejar uma aula diferenciada, embasada em teorias consistentes como a Teoria Histórico-Cultural, na qual os alunos possam ser efetivamente os protagonistas da ação pedagógica, participando de forma ativa no processo educacional.

Palavras-chave: Matemática. Didática da Matemática. TIDIC. Funções Quadráticas. Software Winplot.

ABSTRACT

The present work dealt with questions related to Mathematics Didactics and analyzed how Winplot mathematical software can be used as a potential strategy for teaching and learning processes. The objectives were to understand if and how mathematical software can aid in teaching and learning processes, investigating the importance of using them as facilitators of the teaching and learning processes of mathematics, as well as verify how the application was seen before the students as a resource an alternative pedagogy for the teaching of mathematics. We assume that it is essential to prepare teachers to use such tools, as well as to plan their classes, to devise interesting strategies and to execute actions with adequate didactic resources so that the objectives always achieved within a context aligned with the Pedagogical Project of the institution. The interest in the subject arose from the observation of the difficulties encountered by the teachers regarding the teaching of mathematics in relation to the theory and practice, both the global social practice pertinent to the social life of the man, and the practice in the classroom related to the mathematical content, through educational software, especially to Winplot. The choice of Winplot software was justified by the fact that it is considered a potential tool for teaching and learning processes in mathematics, since it provides teachers with a technological resource in the preparation of classes and activities as a methodological improvement. In order to meet this objective, the present research had as subjects the students of the 1st year of high school public school together with the teacher who teaches the discipline in question. The research was developed according to the qualitative approach of the cooperative research-action type. The conclusion was that a lesson to have a meaningful learning, based on the Historical-Cultural Theory, should contain elements to make it collaborative among the students, being fundamental the presence of the mediating teacher, but leaving the students to be protagonists of the own knowledge. The teacher has the responsibility to conduct the process in such a way that the students are able to give meaning and meaning to the contents worked. The results indicate that there has been an increase in students' interest in classes, proving that the use of technologies in teaching mathematics improves the understanding of mathematical concepts and contents. However, there is a need for teachers to better prepare for the use of technological resources, as well as to offer better working conditions to teachers, so that they may be able to plan a differentiated class based on theories consistent as the Historical-Cultural Theory, in which students can be effectively the protagonists of the pedagogical action, participating actively in the educational process.

Keywords: Mathematics. Didactics of Mathematics. TIDIC. Quadratic Functions. Winplot Software.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Foto de Piaget e Vygostsky	47
FIGURA 2 – Tela de demonstração do software matemático Winplot.....	59
FIGURA 3 – Foto das explicações do conteúdo apresentado na lousa pela professora titular da sala.....	70
FIGURA 4 – Foto da professora titular da sala explicando o conteúdo na lousa.....	71
FIGURA 5 – Foto das explicações do conteúdo realizado na lousa pela professora titular da sala.....	71
FIGURA 6 – Fotos dos alunos construindo os gráficos manualmente.....	72
FIGURA 7 – Foto da apresentação do manual do software Winplot aos alunos	73
FIGURA 8 – Foto 1 da aplicação	73
FIGURA 9 – Foto 2 da aplicação	73
FIGURA 10 – Foto 3 da aplicação	74
FIGURA 11 – Foto 4 da aplicação	74
FIGURA 12 – Foto dos alunos fazendo as experimentações no software.....	76
FIGURA 13 – Gráfico 1 – atividade 1 aplicada aos alunos	78
FIGURA 14 – Foto da atividade 1 apresentada no projetor juntamente com os alunos para tirar as dúvidas.....	79
FIGURA 15 - Foto da professora titular da turma fazendo as experimentações no software.....	80
FIGURA 16 – Gráfico 2 – atividade 2 aplicada aos alunos	81
FIGURA 17– Gráfico 3 – atividade 3 aplicada aos alunos	83
FIGURA 18 – Foto da pesquisadora aumentando os intervalos e fazendo experimentações no software.....	84
FIGURA 19 – Gráfico 4 – atividade 4 aplicada aos alunos	85
FIGURA 20 – Gráfico 5 – atividade 5 aplicada aos alunos	87
FIGURA 21 – Gráfico 6 – atividade 1 do aluno V.N.R.N.I.....	89
FIGURA 22 – Gráfico 7 – atividade 1 do aluno V.N.R.N.I.....	89
FIGURA 23 – Gráfico 8 – atividade 2 do aluno G.M.P.....	89
FIGURA 24 – Gráfico 9 – atividade 2 do aluno G.M.P.....	89
FIGURA 25 – Gráfico 10 – atividade 3 da aluna E.R.F.....	90
FIGURA 26 – Gráfico 11 – atividade 3 da aluna E.R.F.....	90
FIGURA 27 – Gráfico 12 – atividade 4 da aluna G.L.....	91
FIGURA 28 – Gráfico 13 – atividade 4 da aluna G.L.....	91
FIGURA 29 – Foto do aluno fazendo atividade no software e analisando as potencialidades de exploração, investigação e comportamento da função.....	92
FIGURA 30 – Gráfico 14 – desafio da aluna J.M.L.....	93
FIGURA 31 – Gráfico 15 – desafio da aluna J.M.L.....	93
FIGURA 32 – Gráfico 16 – questão 1.....	94
FIGURA 33 – Gráfico 17 – questão 2	94
FIGURA 34 – Gráfico 18 – questão 3	95
FIGURA 35 – Gráfico 19 – questão 4	95
FIGURA 36 – Gráfico 20 – questão 5	96
FIGURA 37 – Gráfico 21 – questão 6	97
FIGURA 38 – Gráfico 22 – questão 7	98
FIGURA 39 – Gráfico 23 – questão 8	98

FIGURA 40 – Gráfico 24 – questão 9	99
FIGURA 41 – Gráfico 25 – questão 10	100
FIGURA 42 – Gráfico 26 – questão 11.....	101

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – questão 1	94
TABELA 2 – questão 2	94
TABELA 3 – questão 3	95
TABELA 4 – questão 4	95
TABELA 5 – questão 5	96
TABELA 6 – questão 6	97
TABELA 7 – questão 7	98
TABELA 8 – questão 8	98
TABELA 9 – questão 9	99
TABELA 10 – questão 10	100
TABELA 11 – questão 11	101

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UNESP Universidade Estadual Paulista	02
TDIC Tecnologia Digital da Informação e Comunicação.....	15

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	07
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1	A TEORIA CONSTRUTIVISTA DE PIAGET	24
2.1.1	Síntese da Teoria Piagetiana	36
2.2	A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL DE VYGOTSKY	37
2.2.1	Síntese das ideias de Vygotsky	46
2.3	DIFERENÇAS E SEMELHANÇAS ENTRE AS TEORIAS DE PIAGET E VYGOTSKY	47
2.4	DIDÁTICA DA MATEMÁTICA E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDICS)	52
2.4.1	A escolha pelo software matemático Winplot.....	57
3	METODOLOGIA DA PESQUISA.....	60
4	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	70
4.1	ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS.....	93
4.1.1	Perfil dos alunos	94
4.1.2	Análise dos alunos e da professora sobre a utilização do software Winplot.....	97
4.1.2.1	Análise dos alunos sobre a utilização do software Winplot.....	101
4.1.2.2	Análise da professora sobre a utilização do software Winplot.....	102
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	103
	REFERÊNCIAS	107
	APÊNDICES	112
	ANEXOS	130

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi delineado diante das dificuldades observadas e vivenciadas no âmbito educacional, visto que sou professora de Matemática da rede pública estadual de ensino, sendo habilitada a lecionar nas séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Muitas foram as inquietações durante as aulas lecionadas, bem como observadas e compartilhadas por professores, versando sobre as dificuldades enfrentadas pela categoria, como, por exemplo, falta de comprometimento dos alunos no tocante à conscientização da importância dos estudos alinhados com a vida cotidiana; falta de recursos humanos e tecnológicos nas escolas; limitações de formação inicial bem como continuidade para os professores da área de matemática quanto à utilização dos recursos tecnológicos; falta de incentivo governamental para a carreira do magistério, e também ausência de preparo adequado das aulas pelos professores, dentre outros fatores educacionais.

Na sociedade contemporânea, marcada por transformações abruptas nos modos de ser, estar e produzir, talvez a principal missão dos educadores seja preparar as novas gerações de alunos para a inserção nesse novo contexto, buscando mudanças, tendo em vista as novas rotinas da vida cotidiana, com o objetivo de transformação. Vivemos no tempo dos games nos celulares, do controle da conta bancária em domicílio e da comunicação instantânea, que rompe barreiras e encurta distâncias; sob esse olhar, progressivamente as aulas com giz e apagador parecem perder espaço. No entanto, uma rápida inserção na escola mostra que ela ainda se revela distante do que acontece fora dos seus muros. No que tange ao ensino de Matemática, as marcas do ensino repetitivo e memorístico ainda se fazem absolutamente presentes.

O mundo contemporâneo impõe à educação o desafio de antever e formar o cidadão conectado a esse novo tempo na economia, na produção, no lazer e em outras atividades que vão surgindo diuturnamente. Mas o coletivo da escola parece não ter se dado conta, na plenitude, da necessidade de atualização de sua forma de atuação, tentando atribuir sentido aos conteúdos matemáticos, direcionando e enfatizando as suas aplicabilidades no cotidiano.

Contraditoriamente, em breve retrospectiva, no caso da Matemática, o seu surgimento é historicamente associado às necessidades simplórias cotidianas do homem, tais como contar, medir e organizar o espaço em que vive, desempenhando, assim, um papel

muito importante em vários aspectos da vida e sendo muito aplicada ao mundo do trabalho, além de funcionar como instrumento essencial na construção de conhecimentos em diversas áreas, interferindo na formação intelectual e na estruturação do pensamento humano. Desse modo, a matemática desempenha um papel formativo na vida dos alunos, agilizando o raciocínio dedutivo, adequando diariamente às necessidades tanto profissionais quanto pessoais de cada indivíduo, consolidando a matemática como parte integrante de uma cultura geral da sociedade atual, fazendo com que o aluno esteja preparado para o mundo vivenciado.

O tema abordado nesta pesquisa surgiu a partir da observação das dificuldades encontradas na aprendizagem de conteúdos básicos por alunos do Ensino Médio. Todos os indicadores de avaliação do rendimento escolar revelam a inconsistência na compreensão de conceitos matemáticos pelos estudantes. E apontam para a necessidade de reformulação dos processos de ensino. Corroborando com esse pensamento, a utilização de recursos tecnológicos, como o uso de softwares livres pode tornar menos árida a apropriação de conceitos matemáticos. Em especial, a leitura, a construção e a interpretação de gráficos podem ser mais prazerosas, despertando nos alunos a curiosidade e o entusiasmo, tal como verificamos quando tratamos do conteúdo estudado nesta pesquisa, as funções quadráticas (funções do 2º grau).

A trajetória da educação brasileira, em especial a educação matemática, vem sendo marcada, nas últimas décadas, por preocupações nas questões envolvendo ensino e aprendizagem dos alunos, propondo uma relação cooperativa, entre aluno e professor e uma necessidade de interdisciplinariedade entre as diversas áreas do saber. (MOYSÉS, 1997, p. 09).

Vale destacar alguns marcos estabelecidos como necessários a fim de alcançar uma aprendizagem significativa por parte dos alunos: mediação entre professor e aluno; ênfase no processo de apropriação por parte dos alunos; relações entre desenvolvimento proximal e desenvolvimento real; ensino na perspectiva da formação de conceitos; afetividade e criatividade em grupo. (BASSO, 2000).

Nas questões envolvendo as compreensões dos processos de ensino, o professor exerce um papel fundamental na mediação entre o aluno e a aprendizagem, já que deve ser capaz de guiar o desenvolvimento, direcionando o processo de apropriação do conteúdo a ser aprendido, tornando-o significativo. É necessário considerar as vivências culturais do aluno de forma a internalizar as experiências escolares vivenciadas, valorizando o seu

conhecimento prévio, reorganizando os pensamentos e ideias para conseguir alcançar os objetivos. Para que isso ocorra, os processos de ensino carecem de criar situações didáticas que permitam ao aluno avançar da zona de desenvolvimento proximal mediante novos desafios cognitivos, estabelecendo relações necessárias para que consiga criar significados matemáticos.

Compreende-se que a afetividade exerce papel importante no processo envolvendo dimensão motivacional imprescindível, juntamente com a criatividade e a possibilidade de trocas de experiências no trabalho em grupo. Diante do exposto, vale salientar que os educadores devem ficar atentos às realidades vivenciadas pelos alunos, observando seus conhecimentos prévios, de forma a contextualizar os conteúdos a serem estudados, estabelecendo relações com a prática cotidiana do mundo real.

Nos dias de hoje, constata-se uma frágil correlação entre o que se aprende na escola e o conhecimento que existe fora dela. Há crescente evidência de que a escolarização está contribuindo muito pouco para o desempenho fora da escola, até mesmo porque pouco se mostra para o aluno sobre a relação direta e inequívoca que há entre a escola e o mundo real, bem como suas aplicabilidades, especialmente nos conteúdos matemáticos. Por outro lado, constata-se também que o conhecimento adquirido fora dela nem sempre é utilizado para servir de base à aprendizagem escolar, assim como não é levado em conta, sequer, como recurso motivacional. O saber da escola, ao que parece, anda na contramão do saber cotidiano e nesse sentido, o reconhecimento de que a matemática raramente é ensinada da forma como é praticada tem levado estudiosos a discutir, cada vez mais, as metodologias desse ensino.

Na discussão sobre a Matemática, como disciplina escolar, há uma cobrança quanto ao papel que ela deve desempenhar, seja para a formação do aluno, no sentido de favorecer a aquisição de conceitos e símbolos, seja para a aplicação na vida diária. Contudo, ela gera aceções contraditórias, pois ao mesmo tempo em que é considerada uma área de conhecimento importante, é vista como algo inacessível e de grande dificuldade para a maioria das pessoas. Assim, é necessário um encaminhamento didático adequado que se sustente por um trabalho docente delineado a partir de processos de formação inicial e continuada, que possam dar subsídios para uma prática pedagógica eficiente.

O ensino do conteúdo causa, muitas vezes, sentimentos divergentes, tanto para o aluno, quanto para o docente, uma vez que, para o último, trata-se de importante área do

conhecimento e para o primeiro, na grande maioria, insatisfação diante da não aprendizagem ou resultados negativos.

Quando tratamos da Didática de Ensino de uma maneira geral, vale mencionar e diferenciar a Didática Fundamental, na qual são ensinados os conteúdos fundamentais na própria formação do ser humano, da Didática Instrumental em que os conteúdos trabalhados são os matemáticos. (LIBÂNEO, 2017).

Impõe-se, então, uma necessidade de realinhamento na didática do ensino da Matemática, com vistas à superação de procedimentos mecânicos e repetitivos, com base em um amplo processo de produção de sentidos de aprendizagem e de negociação de significados matemáticos, relacionando o conhecimento teórico com os aportes socioculturais da clientela estudantil.

Com o intuito de concretizar essa relação, é preciso que o professor atue de forma a promover a motivação didática, ou seja, que o professor possa despertar o interesse do aluno pelo tema, cujo papel é essencial, pois o aprendizado depende do quão interessante e pertinente são o tema e o conteúdo.

A motivação é instigada por alguns fatores, como, por exemplo, a personalidade profissional do docente, na maneira de aplicação e demonstração das atividades práticas, bem como por meio do reconhecimento recíproco do esforço do interlocutor (docente) e do receptor (aluno), durante o processo de mediação. Parece ultrapassada a fase em que havia a imposição do aprendizado e somente a preocupação com a transmissão do conteúdo. Hoje se recomenda torná-lo interessante para o próprio bem do aluno e do seu aprendizado.

Segundo Veiga (1995, p. 17), “o professor não poderia mais se preocupar, apenas, com a transmissão de um conteúdo, mas, também, em tornar atraente o ensino e fácil o aprender”. Via de regra, a escola desenvolve o trabalho matemático sem se preocupar muito com a questão da contextualização, fazendo com base em fórmulas, equações e todo tipo de representações simbólicas, impedindo que se tenha clareza quanto aos aspectos fundamentais do problema, indo pelo caminho mais árido quando poderia priorizar um trabalho voltado para a formação de conceitos e menos preocupado com os resultados a serem auferidos, ainda que eles sejam importantes.

Na escola, a familiarização com o contexto e a matemática subjacente a ele deveria se dar de forma progressiva, permitindo que os alunos explorem em profundidade e em diferentes direções as relações fundamentais presentes, mediante o auxílio de múltiplas

representações com a realidade vivenciada e contextualizada. Desse modo, o aluno irá estabelecer com a matemática uma relação de proximidade, um saber que cativa e o instiga a conhecer melhor as situações à sua volta, permitindo que a significação dos conceitos seja construída por cada um, mediante um processo de trocas coletivas, e que essa significação seja de fato socialmente eficaz, implicando em novas metodologias, novos recursos didáticos, revisão nas formas de avaliação, enfim, estabelecendo-se novos enfoques dos processos de ensino e aprendizagem.

Diante de novos recursos didáticos, importante salientar a presença da utilização da ferramenta informática, por meio do computador, de forma a aperfeiçoar uma aula tida como tradicional. A partir do surgimento dos computadores, novas necessidades demandam novas metodologias. E para tanto há uma preocupação relacionada com os professores quando utilizam os referidos computadores como forma de aprimoramento metodológico.

Tais preocupações conduziram à diferenciação entre as abordagens metodológicas com o uso de tecnologias de caráter instrucionista e construcionista. Na primeira, a instrucionista, prevalece o método de ensino pelo qual a informação é transmitida ao aluno de maneira instruída, já que é pautada na ideia do uso do computador para transmitir a informação para o aluno de maneira tradicional. Já a construcionista é aquela em que o aluno constrói, de maneira ativa, seu conhecimento, interagindo com o ambiente e organizando suas construções mentais, utilizando o computador como ferramenta. O surgimento do construcionismo teve como base o construtivismo, sendo que em sua formulação, além de o aluno construir seu próprio conhecimento, utiliza a tecnologia (computador) como forma de construção do conhecimento de forma mais atrativa e dinâmica. (VALENTE, 1993, p. 24).

A teoria construcionista foi criada por Seymour Papert (1928-2016). Nascido na África do Sul, graduou-se em Matemática no ano de 1949 e tornou-se PhD em Matemática em 1959, na Cambridge University. Ele é um dos pioneiros na história da Informática na Educação, preocupando-se com a relação entre o homem e a tecnologia e com a natureza da aprendizagem, buscando ressignificar os princípios psicológicos e pedagógicos, tais como o aprender-fazendo, a aprendizagem significativa e reflexiva, a afetividade e a interação, integrando-os no contexto computacional. (REZENDE, 2002).

Nesse sentido, D'Amore (2007, p. 75) afirma que no construtivismo, o ensino influencia o que o estudante aprende, porém não determina tal aprendizagem, o estudante não

se limita a receber passivamente o conhecimento, mas o elabora novamente, de modo constante e autônomo.

A chamada metodologia de ensino tradicional, utilizada pela grande maioria dos professores desde os tempos passados, possui algumas características próprias a serem destacadas: o professor segue o livro didático e a sequência rígida de conteúdos, sendo o ensino fragmentado de acordo com a ordem em que os conteúdos aparecem nos referidos livros; o professor propõe modelos prontos reforçando a repetição e o treino dos exercícios, não permitindo que o aluno modifique a realidade; o professor é visto como centro das atenções e detentor do saber, e o aluno visto como sujeito passivo e dependente. (FUJITA, 2004). Segundo a abordagem instrucionista, o professor segue uma sequência didática, mas utiliza o computador como ferramenta para transmitir a informação e não construir o conhecimento.

Todavia, outra concepção deve ser formada para que possamos mudar essa metodologia tradicional de maneira que agora os alunos analisem os conteúdos de forma contextualizada, fazendo articulações com as experiências próprias e particulares com a do grupo, de modo que os conteúdos deixem de ser um fim em si mesmos, para constituírem um meio para a construção do conhecimento, em abordagem construcionista, utilizando os computadores e suas interfaces, segundo Papert (2008).

Além de toda e qualquer postura didática, o processo escolar não pode abstrair a atitude humanística face ao ensino, na qual o professor deve ter conhecimento da história de seus alunos para sintonizar o ato de ensinar com as suas experiências anteriores. Deve haver, por parte do professor, a preocupação em conhecer e interpretar a realidade sociocultural dos seus alunos e da comunidade onde se insere a escola, tendo em vista os processos de apreensão do conhecimento por parte dos alunos, buscando constituir o diagnóstico dos fatores que o influenciam tanto positiva, quanto negativamente ou por meio da adaptação do ensino às características do alunado, de forma a torná-lo significativo, acompanhando a evolução dos desempenhos, analisando os resultados, fazendo um diagnóstico para que se consiga alcançar uma aprendizagem efetiva.

Moran (2012, p. 23) assevera que a construção do conhecimento deve ser organizada e contextualizada:

O currículo precisa estar ligado à vida, ao cotidiano, fazer sentido, ter significado, ser contextualizado. Muito do que os alunos estudam está solto, desligado da realidade deles, de suas expectativas e necessidades. O conhecimento acontece

quando algo faz sentido, quando é experimentado, quando pode ser aplicado de alguma forma ou em algum momento.

Espera-se do docente, também, a clareza sobre suas próprias concepções no campo do conhecimento matemático e da aprendizagem da matéria, visto que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

Porém, grande parte dos problemas do ensino da Matemática encontra-se relacionada à formação inicial dos professores, que na maioria das vezes é ultrapassada e preocupada tão somente com a recepção de conteúdos.

Para tanto, deve-se observar o que trata os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000, p.39):

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem.

Cumpra dessa forma, recomendar um olhar diferenciado e mais atento tanto à formação inicial quanto à formação continuada dos docentes, para que ampliem o campo de visão e possam desenvolver suas atividades articulando teoria e prática, tomando como base contextos sociais e culturais que se fazem necessários para o aprendizado na sociedade contemporânea e para que se possa garantir o mínimo de conhecimento ou, ao menos, construção do conhecimento matemático de uma forma mais reflexiva e ativa, com vista à superação do rótulo de matéria associada ao insucesso.

Essas preocupações também encontram respaldo em D'Ambrosio (1996, p. 790), ao estabelecer que “entre teoria e prática persiste uma relação dialética que leva o professor a partir para a prática equipado com uma teoria e a praticar de acordo com essa teoria até atingir os resultados desejados”.

Nesse cenário, impõe-se que a maneira de trabalhar os conteúdos exige sempre a busca do desenvolvimento do raciocínio ou pensamento matemático criativo, ou seja, o docente deve inculcar no aluno uma valorização do pensar ativo – formulando questões, apresentando possíveis soluções, deixando estabelecer possibilidades de encaminhamento e criando condições para retirar delas as conclusões.

Em resumo, novas competências demandam novos conhecimentos e novas didáticas, ou seja, o ensino da Matemática hoje necessita, além de uma reformulação no processo inicial e continuado de formação dos docentes, a utilização de tecnologias que vão além de transmissão de conteúdos, assim como a utilização de métodos de ensino que valorizem a apropriação significativa dos conteúdos e a exercitação do desenvolvimento do raciocínio do aluno. Para isso, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000, p. 20):

Recursos Didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática.

Dessa forma, o ensino da matéria somente prestará suas contribuições ao passo que forem exploradas e utilizadas novas metodologias que favoreçam a criação de estratégia pelo aluno, bem como o espírito do raciocínio, findando o processo exaustivo de fixação por meio de exercícios de memorização, ou seja, quando o aluno deixar de ser o sujeito passivo no ato do ensino e passar a ser protagonista do próprio conhecimento.

Como já salientado anteriormente, o professor necessita utilizar estratégias pedagógicas adequadas para o aperfeiçoamento das metodologias a serem utilizadas na construção do conhecimento. O conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres humanos em relação com as mídias ou tecnologias e não por seres humanos solitários, já que os computadores não substituem ou complementam os seres humanos, mas sim, reorganizam o pensamento. (BORBA, 2016).

Segundo Moran (2012, p. 24) “[...] com a flexibilidade de organização do ensino e aprendizagem que as tecnologias possibilitam, o currículo também pode ser muito mais adequado a cada aluno.” Ao passo que uma mídia não extermina a outra, apenas haverá transformações ou reorganizações, e o conhecimento é produzido quando diferentes mídias são utilizadas. Portanto, uma mídia digital pode contribuir para modificar as práticas do ensino tradicional vigente.

Nesse contexto, faz-se necessário dizer que tecnologia está em todo lugar e já faz parte intrínseca de nossas vidas. Hoje as nossas atividades como dormir, comer, trabalhar, estudar, ler, conversar ou divertir-se podem ser otimizadas graças à tecnologia. As tecnologias estão tão próximas e presentes que, por vezes, nem percebemos que outros instrumentos também são tecnologias tais como: fogão, geladeira, máquina de lavar, micro-

ondas, alimentos industrializados, relógio e outros. Assim, as tecnologias são tidas como um conjunto de ferramentas que integram nosso cotidiano tanto na vida pessoal quanto profissional. Assim, um simples giz em sala de aula, passa a ser um instrumento tecnológico aliado à técnica de utilizá-lo na lousa.

As Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação (TDICs) são ferramentas que consolidam o sistema educacional, pois podem ser utilizadas com inúmeras possibilidades na elaboração de recursos e estratégias educacionais, atuando na implementação dos recursos, dando acesso às informações, adequações de conteúdos curriculares, e proporcionando a interação dos alunos. (GIROTO; POKER; OMOTE, 2012).

As novas tecnologias digitais são aplicações de um conhecimento científico ou técnico, de um “saber como fazer” de métodos e materiais para a solução de uma dada dificuldade. Importante diferenciar as tecnologias de comunicação e as tecnologias de informação como intermediadores dos processos de ensino e aprendizagem e como tecnologias mútuas.

A primeira, Tecnologia de Comunicação, seria toda forma de veicular informação, incluindo as mídias mais tradicionais, os livros, o fax, o telefone, os jornais, o correio, as revistas, o rádio, os vídeos, as redes de computadores e a Internet. (VALENTE, 1999).

Já a Tecnologia de Informação seria toda forma de determinar, gravar, armazenar, processar e reproduzir as informações. Como exemplos de suportes de armazenamento de informações podemos citar o papel, os arquivos, os catálogos, as fitas magnéticas, os HD's, os CD's, dentre outros. Dispositivos que permitem o seu processamento, são os computadores e os robôs, e exemplos de aparelhos que possibilitam a sua reprodução são a máquina de fotocopiar, o retroprojeter ou o projetor multimídia. (VALENTE, 1999).

As novas tecnologias de informação e de comunicação, usadas na comunicação social, estão cada vez mais interativas, permitindo trocas de dados dos seus usuários com recursos alternativos, tais como os programas de multimídia, o vídeo interativo, a internet, o telecongresso e a videoconferência.

Nos dias de hoje, os diferentes usos dessas mídias (tecnologias) se confundem e passam a ser característicos das tecnologias de informação e de comunicação que mudam os padrões de trabalho, do lazer, da educação, do tempo, da saúde e da indústria e criam, assim,

uma nova sociedade, novas atmosferas de trabalho, e, por extensão, novos ambientes de aprendizagens. Essas novas demandas da vida social criam um novo tipo de aluno, que necessita de um novo tipo de professor. Um professor ligado e comprometido com o que está acontecendo ao seu redor. (CAVALCANTE, 2011).

Em relação às mídias digitais, em geral, o termo refere-se a qualquer mídia que utiliza, como meio, um computador ou equipamento digital para criar, explorar, finalizar ou dar continuidade a um projeto que tem como suporte a internet, comunicação online ou offline, produções gráficas, videogames, conteúdos audiovisuais, entre outros. Se opõe também às mídias analógicas, usufruindo, assim, das vantagens técnicas dos meios digitais, como maior agilidade na manipulação e criação de conteúdos. Além disso, o conteúdo pode ser reproduzido e reutilizado sem perda de qualidade, o que garante um fluxo de trabalho muito mais dinâmico e multimidiático, favorecendo a interdisciplinaridade ou a integração entre os diferentes meios, sendo essa uma característica marcante desse tipo de mídia e processo de trabalho. (LÉVY, 1999).

Atualmente, no entanto, mídias digitais não se limitam apenas à oposição das mídias analógicas, mas como uma ramificação muito mais abrangente, criativa e ilimitada do uso de mídias, já que suas possibilidades não necessariamente são formatadas. Pelo contrário, a mídia digital explora os meios corretos para comunicar a mensagem da forma mais adequada e instigante. (LÉVY, 1999).

De acordo com a pesquisa, o computador, como uma mídia digital, é utilizado como um brinquedo carregado de valores culturais, sendo hoje, um brinquedo moderno, mais inovador do que a TV, o videocassete e até mesmo o videogame, pois possui inúmeros recursos que permitem as crianças estabelecerem diversas relações, o que contribui para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Nessa perspectiva, comprova-se que a escola precisa criar projetos, desenvolver e organizar ações que considerem a mídia digital no planejamento diário de suas atividades pedagógicas, ou seja, como já foi dito a escola precisa contemplar as novas tecnologias em seu currículo. (MACHADO, 2015, p.56).

No presente trabalho, embora sabendo dos diferentes conceitos dos termos TICs, TDICs, mídias informacionais, tecnologias, tecnologias da inteligência, informática, ferramentas tecnológicas, softwares educacionais, dentre outros, utilizamos como sinônimos como forma de padronização.

No caso específico da matemática, há uma forte tendência da utilização de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) em seu ensino e aprendizagem, uma vez que isso se torna não só um elemento de apoio para o ensino, mas também fonte de aprendizagem e ferramenta para o desenvolvimento de habilidades e raciocínios.

O acesso à informática é muito importante para que o aluno possa usufruir de uma educação que inclua uma alfabetização tecnológica como parte de um projeto coletivo, prevendo a democratização para a sociedade de um modo geral e para os alunos de forma específica, já que, com isso, os professores podem produzir o conhecimento por parte dos alunos, trabalhando com as possibilidades educacionais, no caso citado, a tecnologia.

D'Ambrosio (1996, p. 80) já apontava para o descompasso entre as práticas escolares cotidianas e o avanço das tecnologias, modificando o modo de ser e viver em sociedade:

Estamos entrando na era do que se costuma chamar a “sociedade do conhecimento”. A escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto. Sobretudo ao se falar em ciências e tecnologia. Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro.

Todavia, segundo Newton Duarte (2008), temos uma sociedade do conhecimento que avançou muito no âmbito científico e tecnológico, mas pouco no âmbito humano. A sociedade continua sendo capitalista, tendo valorizado a dimensão da comunicação, mas não chega a ser uma sociedade do conhecimento no sentido mais amplo da palavra. Para o autor supracitado, o conhecimento está reservado para alguns quando tratamos de registro de marcas e patentes, por exemplo.

Nesse sentido, Duarte (2008, p. 8), evidencia que o mais importante seria o aluno desenvolver um método de aquisição, elaboração, descoberta, construindo o seu próprio conhecimento de forma autônoma, por meio de um método científico já existente. Uma educação embasada na autonomia intelectual e moral, utilizando o conhecimento socialmente existente. O aluno poderá se apropriar do conhecimento por meio de uma atividade autônoma.

Quando se fala de reestruturação do ensino da Matemática desde suas bases, deve ser levada em conta a formação de professores com vistas a utilizar as ferramentas tecnológicas no ensino da Matemática, ou seja, valer-se de ferramentas, com as quais os

alunos já estão habituados, para apropriação do conhecimento, visto que a utilização de computadores é hoje algo simples e corriqueiro. Essas ferramentas são necessárias já que impulsionam a aprendizagem da matéria, que é conhecida como problemática em todo e qualquer nível de ensino.

Porém, não basta ter a tecnologia à disposição. Faz-se necessário saber utilizá-la e, para tanto, é necessária uma harmonia entre o enfoque pedagógico e as mídias, propondo a tentativa de superar problemas de práticas do ensino tradicional vigente, objetivando a construção do conhecimento.

Primordialmente, antes da utilização dos softwares educacionais, é fundamental que o docente aprenda a escolhê-los levando em conta o objetivo que pretende atingir em sala de aula, considerando ainda seus próprios conhecimentos e os que deseja transmitir.

Tajra (2001, p. 54) assevera que “o que se espera com a utilização do computador na educação é a realização de aulas mais criativas, motivadoras, dinâmicas e que envolvam os alunos para novas descobertas e aprendizagem”.

Não existem dúvidas da importância e necessidade da figura do professor no processo educativo, porém, os que se recusarem e forem incapazes de utilizar as tecnologias existentes poderão ter o espaço de atuação minimizado na educação e na produção de novos conhecimentos.

Ainda segundo Tajra (2001, p. 76), “para que os professores se apropriem dos softwares como recurso didático, é necessário que estejam capacitados para utilizar o computador como instrumento pedagógico”.

De outro vértice, não basta um professor utilizar um computador em sala de aula para reproduzir, por exemplo, trechos de um livro. Isso não significa, necessariamente, que sua didática é inovadora e contemporânea, não passando a aula de ser tão tradicional quanto aquela na qual se utiliza lousa e giz. Considere-se, ainda, Albanes (2006, p. 20) ao afirmar:

É o professor quem vai propor o uso de ferramentas informatizadas capazes de criar situações favoráveis à aprendizagem e à superação das dificuldades dos alunos. Assim, é importante que ele tenha parâmetros de qualidade definidos, para identificar a adequação de um software às suas necessidades e objetivos.

O computador e softwares educativos são importantes recursos para promover o desenvolvimento de uma aprendizagem mais significativa. Assim o computador deve ser inserido nas escolas com o objetivo de melhor promover a construção do conhecimento, organizar o pensamento e desenvolver o raciocínio lógico dos alunos.

Confessor (2011), em conformidade com as ideias de Valente (2008), informa que a finalidade da utilização de computadores e softwares na educação é de aulas mais criativas, dinâmicas, inovadoras, que problematizem o conhecimento de maneira que o aluno crie seu próprio raciocínio e aceite desafios para novas descobertas. Mas, tal como o livro, um computador e as tecnologias não substituem o bom professor, mas podem prestar a ele inestimável contribuição no auxílio à dinamização do processo de ensino.

Para Confessor (2011), com base nas pesquisas de Valente (1993), a abordagem construcionista significa o uso do computador como meio para propiciar a construção do conhecimento pelo aluno, ou seja, o aluno interagindo com o computador na resolução de problemas tem a chance de construir o seu próprio conhecimento. O conhecimento não é passado para o aluno, o aluno não é mais meramente instruído, ensinado, mas é o construtor do seu próprio conhecimento. Esse é o paradigma construcionista que enfatiza a aprendizagem ao invés de destacar o ensino, a construção do conhecimento e não a instrução.

Tendo em vista o perfil de aluno como construtor de seu próprio conhecimento, faz-se necessária a capacitação dos professores para utilização dessa ferramenta, inclusive para a escolha do recurso didático adequado a fim de alcançar os objetivos propostos, devendo ainda o docente estar propício à aceitação de mudanças, vez que será a ponte facilitadora dos processos de aprendizagem e não mais o “detentor do conhecimento”.

Nesse sentido, Tajra (2001, p. 113) afirma:

A capacitação do professor deverá envolver uma série de vivências e conceitos, tais como: conhecimentos básicos de informática; conhecimento pedagógico; integração de tecnologia com as propostas pedagógicas; formas de gerenciamento da sala de aula com os novos recursos tecnológicos em relação aos recursos físicos disponíveis e ao “novo” aluno, que passa a incorporar e assumir uma atitude ativa no processo; revisão das teorias de aprendizagem, didática, projetos multi, inter e transdisciplinares.

Os alunos perceberão facilmente as mudanças ocorridas com a utilização das ferramentas tecnológicas e, de certa forma, aceitarão com tamanha facilidade tendo em vista que o contemporâneo recurso já faz parte do processo de conhecimento. Desse modo, partimos do pressuposto de que as ferramentas tecnológicas são uma opção para a melhoria na qualidade do ensino matemático, embora nem todas sejam eficazes para tal objetivo, devendo o software ser sempre selecionado com cautela pelo docente, levando-se em consideração seus conhecimentos e os objetivos que deseja atingir em sala.

Estabelece-se, então, para que o docente tenha sucesso no processo de ensino e aprendizagem na Matemática, é imprescindível a análise e escolha de recursos didáticos como estratégias metodológicas que consigam alcançar os objetivos traçados.

Quando se fala em estratégias metodológicas, é necessário, além do preparo adequado da aula ter uma boa qualificação do docente, para que consiga atender aos objetivos propostos, a fim de que os discentes aprendam de forma significativa.

No presente trabalho, foi utilizado o software matemático Winplot, como ferramenta auxiliar no ensino da matemática, para facilitar a construção de gráficos de conteúdos de funções quadráticas (funções do 2º. grau). A escolha desse software se deu devido a sua acessibilidade e interatividade, sendo um programa de domínio público, criado por Richard Parris. O referido software será melhor descrito nesse trabalho no item 2.4.1 quanto tratarmos das TDICs.

Vale salientar que a tecnologia está cada vez mais presente no cotidiano e em especial na educação, como recurso metodológico utilizado pelo professor, por exemplo. Nesse contexto, a utilização do software Winplot auxilia no alcance do objetivo almejado, contribuindo para a aprendizagem dos alunos nas questões relacionadas à Matemática.

Moran (2012) afirma sobre a metodologia utilizada pelo professor que precisa saber fazer uso da tecnologia:

Há uma primeira etapa, que é a definição de quais tecnologias são adequadas para o projeto de cada instituição. [...] Em seguida, vem o domínio técnico-pedagógico, saber usar cada ferramenta do ponto de vista gerencial e didático, isto é, na melhoria de processos administrativos e financeiros e no processo de ensino aprendizagem. (MORAN, 2012, p. 90)

Portanto, consideramos que os professores possuem um papel fundamental na educação, já que têm condições de utilizar recursos didáticos para facilitar a compreensão por parte dos alunos nas diversas questões matemáticas, e, em especial quanto à utilização do software Winplot, que pode se constituir como uma ferramenta facilitadora e de grande utilidade como potencializadora dos processos de ensino e aprendizagem. (KENSKI, 2007).

Os professores possuem muitas dificuldades em relacionar teoria e prática dentro dos processos de ensino no tocante à disciplina de matemática. Dessa forma, geram inúmeros problemas acerca da aprendizagem efetiva dos conteúdos matemáticos.

É no contexto dessas formulações que o presente estudo se justifica. Diante do exposto, o problema de pesquisa pode ser traduzido da seguinte forma: Como o software

Winplot pode ser utilizado de modo a se constituir em uma ferramenta facilitadora dos processos de ensino e aprendizagem na matemática, propiciando aos professores mais um recurso didático-pedagógico para o preparo das aulas e atividades como forma de aprimoramento metodológico?

Por isso, neste trabalho, discutimos as vantagens e desvantagens das TDICs no ensino de Matemática e, principalmente, analisamos a utilização do software de Matemática denominado Winplot como potencializador dos processos de ensino e aprendizagem dessa disciplina.

A escolha pelo software Winplot justificou-se pelo fato de o conteúdo referente às funções quadráticas (funções do 2º. grau), em especial, quanto ao estabelecimento de valores máximos ou mínimos, ser um dos conteúdos que os estudantes apresentam mais dificuldades, desde conceitos mais simples até a construção de gráficos. Assim, mostrar a conexão desse conteúdo com o software Winplot viabiliza a superação dessas dificuldades, mostra aos alunos a simplificação do processo de construção dos referidos gráficos, utilizando essa ferramenta facilitadora dos processos de ensino e aprendizagem na matemática, uma vez que propicia aos professores um recurso tecnológico no preparo das aulas e atividades como forma de aprimoramento metodológico.

A pesquisa teve como sujeitos os alunos do 1º ano do Ensino Médio de escola pública e a pesquisa foi desenvolvida em contexto cooperativo com a professora que leciona a disciplina em questão, conforme se explicita na elaboração da metodologia da pesquisa.

No presente trabalho discutiremos diversos assuntos que serão abordados em 05 (cinco) seções. Na primeira seção, serão tratados assuntos introdutórios que permeiam as necessidades fundamentais do uso da matemática no cotidiano, no âmbito escolar tratando das dificuldades enfrentadas pelos professores e alunos no processo educacional. Serão abordadas a didática geral bem como a didática da Matemática e suas relações na vida escolar. Também as abordagens metodológicas instrucionista, construtivista e construcionista no que tange aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, e ao uso das tecnologias, especificamente o software matemático Winplot. Ainda nessa seção, teremos a discussão a respeito na formação dos professores, da importância da motivação didática presente no processo educacional, bem como a intencionalidade empregada nas relações educacionais. Na segunda seção, apresentaremos os pressupostos teóricos que embasam este trabalho dentre os quais, destacamos: o construtivismo de Piaget, o construcionismo de

Papert, a teoria histórico-cultural de Vygotsky e a Filosofia da Linguagem de Bakhtin, além de seus colaboradores que contribuem para explicar os diferentes níveis de interação bem como podem se constituir em pressupostos para a formulação de atividades para esse ambiente de ensino e de aprendizagem, tendo como alinhamento a matemática e as TDICs, e todo o processo educacional que envolve a utilização do software matemático como recurso potencializador dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Na terceira seção, trataremos da Metodologia da pesquisa, enfatizando os caminhos percorridos para alcançar os objetivos propostos, bem como os instrumentos necessários para o sucesso na prática educacional. Na quarta seção, apresentaremos e analisaremos os dados coletados com base nos estudos teóricos, práticos, embasados nos instrumentos utilizados que fizeram parte da presente pesquisa. Na quinta seção, observaremos as considerações finais do referido trabalho diante de todo o percurso que realizamos e das reflexões que norteiam a pesquisa, tendo como base a teoria Histórico-Cultural.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No presente capítulo, apresentamos os pressupostos teóricos que embasam este trabalho, tendo como alinhamento a matemática e as TDICs, e todo o processo educacional que envolve a utilização do software matemático como recurso potencializador dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Nos posicionamos sobre a forma de como entendemos o problema.

É importante salientar que toda a estrutura educacional está organizada com a finalidade de promover a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos, tendo várias formas de concebê-los. Existem diferentes aspectos teóricos envolvidos na ideia de construção e/ou apropriação do conhecimento, explicando a forma de compreensão dos alunos e como se desenvolvem, dentre os quais, destacamos: o construtivismo de Piaget, o construcionismo de Papert, a teoria histórico-cultural de Vygotsky e a Filosofia da Linguagem de Bakhtin, além de seus colaboradores e seguidores que contribuem para explicar os diferentes níveis de interação bem como podem se constituir em pressupostos para a formulação de atividades para esse ambiente de ensino e de aprendizagem.

Muitas são as teorias para explicar como se dá a aquisição do conhecimento, mas poucas são as que se voltam para a interação entre o sujeito e objeto como elemento fundamental no processo da construção de conhecimento e evolução do próprio indivíduo.

Neste trabalho, estudamos os pressupostos principais das teorias de Piaget e Vygotsky referentes ao processo do ensino e aprendizagem e nos posicionamos acerca da forma como compreendemos tal relação.

Este estudo teve por objetivo refletir sobre diferentes posições teóricas na vertente interacionista, de modo a compreender como cada uma delas encara o papel social, enquanto condição que facilita e determina a apropriação e superação do conhecimento socialmente disponível, com a finalidade do alcance significativo dos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Tomando como base de discussão as teorias de Piaget e Vygotsky, este trabalho apresenta as convergências e divergências entre o pensamento de um e outro autor, que só pode ser efetivamente compreendida por meio de um entendimento das raízes epistemológicas de suas ideias, fazendo assim possíveis análises dos processos de desenvolvimento e aprendizagem, resgatando o conceito, origem e a forma como esses

fatores são articulados nas perspectivas de Piaget e de Vygotsky. Ressalta-se que as teorias desses estudiosos foram importantes no processo educacional, trazendo relevantes observações no tocante aos processos de ensino e aprendizagem por parte dos alunos de, de certo modo, marcam a atividade de ensino no contexto brasileiro.

2.1 A TEORIA CONSTRUTIVISTA DE PIAGET

O construtivismo tem suas bases no pensamento do biólogo suíço Jean Piaget (1896-1980), nascido em Neuchâtel, Suécia, que sempre se mostrou interessado pelas ciências naturais, cujo objeto central de análise é o desenvolvimento da inteligência da criança. Seu trabalho dedicou-se às questões relacionadas à epistemologia, ou seja, seus estudos dedicaram-se a buscar entender como se constitui o conhecimento, como compreendemos, demonstrando de que maneira as estruturas psíquicas se organizam segundo estágios de desenvolvimento humano.

Piaget (1974), em sua teoria, avalia que os estágios se sucedem de forma constante para todos os sujeitos, caracterizando-se sempre por uma determinada forma de organização, permitindo que as estruturas conquistadas em um estágio se integrem ao estágio seguinte. Podemos dizer também que o pressuposto piagetiano esteve presente também na biologia já que a concepção do funcionamento cognitivo é a aplicação no campo psicológico da relação do ser vivo com a interação com o ambiente vivenciado.

Para Piaget (1974), existem dois fatores que interferem no desenvolvimento e que ao mesmo tempo são seus produtores: a existência de uma evolução mental (que deve adequar o substrato intelectual de cada idade) e a importância de levar-se em conta interesses e necessidades. A transmissão do conhecimento como ação mecânica e repetitiva é algo indesejável, porque impediria o aluno de refletir por si, inviabilizando seu crescimento intelectual, e o conhecimento deve ser construído pelo sujeito dando enfoque na forma da aprendizagem mais do que em seu conteúdo, tendo como objetivo “aprender a aprender”.

O construtivismo se organiza em torno de algumas ideias fundamentais sobre os processos de ensino e aprendizagem, sendo o aluno responsável por sua aprendizagem, na qual o conhecimento deve ser reconstruído em contato com os objetos e interação com o ambiente vivenciado, visto que o conhecimento a ser adquirido é preexistente e o professor deverá desempenhar o papel de orientador, de guia, para que o aluno se aproxime da

representação social existente relativa àquele conhecimento. Sua função é encadear os processos de construção do aluno com o saber coletivo culturalmente organizado. O educador deve atuar como auxiliar no processo: é o aluno, com a mediação do professor, que deve aprender, reforçando a ideia construtivista de que cada um aprenderá a seu tempo e dentro de suas possibilidades.

Jean Piaget é o mais conhecido dos teóricos que defendem a visão interacionista de desenvolvimento, tendo se dedicado a investigar como se forma o desenvolvimento. Ele considerou que se estudasse cuidadosa e profundamente a maneira pela qual as crianças constroem as noções fundamentais de conhecimento lógico – tais como as de tempo, espaço, objeto, causalidade, etc – poderia compreender a gênese (ou seja, o nascimento) e a evolução do conhecimento humano. Concebeu que a criança possui uma lógica de funcionamento mental que difere qualitativamente da lógica mental do adulto e se propôs a investigar como ocorre essa transformação.

Para isso, Piaget (1974) partiu de uma concepção de desenvolvimento envolvendo um processo contínuo de trocas entre o organismo vivo e o meio ambiente. Importante respeitar a natureza do conhecimento lógico-matemático, do como a criança constrói esse conhecimento, por meio da abstração reflexiva a partir da interação ativa com os meios físico e social. Nesse sentido, o construtivismo vai de encontro à prática proposta pela educação tradicional.

Os educadores vêm tentando transmitir conhecimento às crianças de fora para dentro, no entanto necessitaria focar a criança em seu interior, a fim de maximizar seu processo de construção, já que as crianças adquirem o conhecimento lógico-matemático por um processo de construção (ação), de dentro para fora, em interação com o ambiente físico e social por meio de experimento, e não por internalização, de fora para dentro, por meio de transmissão social.

Para Piaget, segundo Kamii (1990), temos 03 (três) tipos de conhecimentos que se baseiam na origem e nos modos de estruturações: o empírico (físico), o social (convencional) e o lógico-matemático. O conhecimento físico é conhecimento dos objetos do mundo exterior (realidade externa), podendo ser conhecidos empiricamente por meio da observação. Para o conhecimento social, temos que observar as convenções estabelecidas socialmente, tendo como principal característica a sua natureza arbitrária, pois a um mesmo objeto podem ser dados diferentes nomes, já que não há qualquer relação de natureza física ou lógico-

matemática entre um objeto e sua denominação, sendo indispensável para uma criança adquirir conhecimentos sociais sem a transmissão de informações, ou seja, esse tipo de conhecimento necessita ser passado de uma pessoa para outra ou de uma geração para outra.

Da mesma forma que a criança necessita de uma estrutura lógico-matemática para construir conhecimentos sobre o mundo físico, ela necessita dessa estrutura para adquirir conhecimentos sociais. Já o conhecimento lógico-matemático, por outro lado, consiste em relações criadas pelo sujeito, dependendo da análise de cada um, estando presente na mente do indivíduo, ou seja, as crianças elaboram seu conhecimento lógico-matemático à medida que constroem relações mais complexas sobre outras mais simples que elas mesmas criaram, seu seja, a base fundamental do conhecimento é a própria criança. No conhecimento lógico-matemático as crianças criam um sistema de ações coordenadas e nele inserem os objetos, estabelecendo relações.

O conhecimento lógico-matemático tem suas fontes dentro de cada criança e é elaborado a partir de sua própria ação mental. Contudo, as ideias dos outros são importantes porque elas promovem situações que levam a criança a pensar criticamente sobre suas próprias ideias em relação aos outros, mas pelo pensamento autônomo de cada criança, quando se convencem de que a ideia do outro é mais sensata que a sua própria, elas mudam a sua forma de pensar, corrigindo-se de dentro para fora. O conhecimento lógico-matemático, por outro lado, não é empírico, pois sua origem está na mente de cada indivíduo. A fonte para os conhecimentos físico e social é externa ao indivíduo, já, para o conhecimento lógico-matemático, a fonte é interna.

A interação social tem um grande valor na teoria piagetiana quando se trata do desenvolvimento moral da criança relacionado com sua lógica, sendo considerada a razão em duplo aspecto, lógico e moral, que é um produto coletivo (social), ou seja, as regras morais e lógicas têm que ser construídas de dentro para fora, por intermédio da troca de pontos de vista com outras pessoas. A interação social é muito importante na teoria de Piaget, não só em sua explicação sobre a natureza e a evolução do conhecimento, mas também na sua visão de educação, atribuindo uma importância fundamental para a sociointeração já que essas trocas eram indispensáveis, tanto no sentido de a criança elaborar o seu pensamento lógico, como para a construção adulta das ciências.

No tocante à Educação, Piaget (1974) entendia que essa deveria visar à autonomia em vez da obediência e do conformismo, implicando em mudanças na maneira de os

professores tomarem decisões no âmbito educacional. Essa autonomia seria sob dois aspectos: o moral e o intelectual. Entende-se por autonomia o direito de um indivíduo ou grupo autogovernar-se, ou seja, a capacidade de se autogovernar, de pensar por si mesmo e decidir entre o certo e o errado na esfera moral, bem como entre o verdadeiro e o falso na área intelectual, levando-se em consideração todos os fatores relevantes, independentemente de recompensa ou punição. A autonomia vista como uma capacidade de cooperar, não existindo, portanto, autonomia sem cooperação. Se cada escola adotasse a autonomia como objetivo da educação, a força de trabalho tornar-se-ia mais competente e os conflitos étnicos e raciais seriam reduzidos. A autonomia é indissociavelmente social, moral e intelectual. (KAMII, 1990, p. 103-104).

Na teoria piagetiana, a abstração pode ser empírica (simples) ou reflexiva (construtiva). Na empírica, a criança focaliza certa propriedade do objeto e ignora as outras. Em contrapartida, a abstração reflexiva envolve a construção de relações entre os objetos, essas relações não têm existência na realidade externa, ou seja, a relação entre os objetos existe somente nas mentes daqueles que podem criá-la, é uma construção feita pela mente em vez de representar apenas o enfoque sobre algo já existente nos objetos. Um ponto em comum entre as duas abstrações é que não é possível a existência de uma sem a presença da outra, ou seja, a criança não consegue construir a relação “diferente” se ela não puder observar propriedades nos objetos. A criança não poderia construir o conhecimento físico se ela não tivesse uma estrutura lógico-matemática (construída pela abstração reflexiva) que lhe permitisse colocar novas observações em relação com o conhecimento que ela já tem. Sendo assim, a estrutura lógico-matemática é necessária para a abstração empírica, porque as crianças não poderiam “ler” fatos da realidade externa se cada fato permanecesse um pedaço de conhecimento isolado, não tendo nenhuma relação com o conhecimento já construído de uma forma organizada.

A finalidade da educação deve ser a de desenvolver a autonomia da criança. Para tanto, um ponto a ser analisado pela teoria piagetiana é referente ao número e sua construção. Segundo essa teoria, o número é alguma coisa que cada ser humano constrói por meio da criação e coordenação das relações. Os símbolos diferem dos signos no sentido de que os símbolos mantêm uma semelhança figurativa com os objetos representados e são criados pelas crianças. Um exemplo de símbolo é “o o o o o” ou “/////”. Exemplos de signos são a palavra falada “oito” ou o numeral escrito 8. Ao contrário dos símbolos, os signos são criados

por convenção e não mantêm nenhuma semelhança com os objetos que representam. É importante para a criança aprender a contar, ler e escrever numerais, mas é muito mais importante que ela construa a estrutura mental de número. Se a criança tiver construído essa estrutura, terá maior facilidade em assimilar os signos a ela. Se não a construiu, toda a contagem, leitura e escrita de numerais serão feitas apenas de memória (decorando).

Dessa forma, todos os signos falados e escritos no mundo representam apenas um conhecimento superficial que só se tornará conhecimento mental se for construído a partir do interior da criança. Desse modo, o objetivo para “ensinar” o número é o da construção que a criança faz da estrutura mental do número. Uma vez que essa não pode ser ensinada diretamente, o professor deve priorizar o ato de encorajar a criança a pensar ativa e autonomamente em todos os tipos de situações. As relações são criadas pelas crianças a partir de seu interior e não lhes são ensinadas por outrem. No entanto, o professor tem um papel crucial na criação de um ambiente material e social que encoraje a autonomia e o pensamento. O meio ambiente pode proporcionar muitas coisas que, indiretamente, facilitam o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático. As situações de conflito podem encorajar a criança a colocar as coisas em relações. As negociações em situações de conflito são particularmente boas para colocar as coisas em relação e desenvolver a mobilidade e a coerência do pensamento.

A criança aprende sinais convencionais, não por meio da associação com objetos, mas através da assimilação. Elas assimilam os sinais nas ideias que constroem. O aprendizado é dividido em quatro níveis básicos: nível concreto (contagem de objetos reais); nível semiconcreto (contagem de objetos em figuras); nível simbólico (uso de números escritos) e nível abstrato (generalização das relações numéricas). Essa teoria é baseada em pressupostos empiristas. Supõe que o conhecimento é adquirido pela interiorização a partir do ambiente.

A teoria propõe que o aprendizado da criança se inicie pela contagem de objetos reais; no entanto, contar envolve principalmente conhecimento social em vez de conhecimento lógico-matemático.

Com base nos pressupostos empiristas, o aprendizado inicia-se no nível concreto e avança para os níveis semiconcreto, simbólico e finalmente o abstrato. Assim, os alunos primeiro aprendem a contar os objetos reais; depois, contam objetos em figuras; em seguida, usam números; finalmente, generalizam relações numéricas. O conhecimento origina-se no ambiente externo e é adquirido pela criança por uma interiorização, por meio dos sentidos. As

pesquisas e a teoria de Piaget, conhecida como construtivismo, mostram, no entanto, que as crianças adquirem os conceitos de número e operação por meio de uma construção interna e não por meio de uma interiorização proveniente do meio ambiente.

A noção de equilíbrio é o alicerce da teoria de Piaget (1974) e, segundo o autor, todo ser vivo procura um estado de equilíbrio ou de adaptação com seu meio. O desenvolvimento cognitivo ocorre por meio de constantes desequilíbrios e equilibrações. Quando ocorre o desequilíbrio, dois mecanismos são acionados para alcançar um novo estado de equilíbrio. O primeiro recebe o nome de assimilação, em que o organismo, sem alterar suas estruturas, desenvolve ações destinadas a atribuir significações, a partir da sua experiência anterior, aos elementos do ambiente com os quais interage. O outro mecanismo é o chamado de acomodação, em que o organismo é impelido a se modificar, a se transformar para se ajustar às demandas impostas pelo ambiente. Embora esses dois mecanismos sejam distintos e opostos, numa realidade eles ocorrem ao mesmo tempo, todavia, existem momentos em que um desses mecanismos predomina sobre o outro.

Piaget definiu o desenvolvimento como sendo um processo de equilibrações sucessivas, sendo caracterizado por 4 (quatro) etapas que definem um momento de desenvolvimento ao longo do qual a criança constrói certas estruturas cognitivas. As etapas são: sensório-motora, pré-operatória, operatório-concreta e operatório-formal.

Na etapa sensório-motora, que vai do nascimento até aproximadamente dois anos de idade, a criança baseia-se em percepções sensoriais e em esquemas motores para resolver seus problemas, que são essencialmente práticos, e, embora a criança já tenha conduta inteligente considera-se ainda que ela não tenha pensamento, já que nessa fase não tem condições de analisar o passado, presente e futuro, vivendo da situação aqui e agora. A partir da construção de esquemas pela transformação da sua atividade com o meio, a criança vai construindo e organizando noções. Nesse processo, afetividade e inteligência são aspectos indissociáveis e influenciados, desde cedo, pela socialização. Nessa fase, é muito importante a construção da noção do “eu”, por meio do qual a criança diferencia o mundo externo do seu próprio corpo.

O aparecimento da função simbólica altera a forma como a criança lida com o meio e anuncia uma nova etapa do conhecimento, chamada de pré-operatória. Essa segunda etapa é marcada pelo aparecimento da linguagem oral, além da inteligência prática construída na fase anterior, da possibilidade de ter esquemas de ação interiorizados, chamados de

esquemas representativos ou simbólicos, que envolvem uma ideia preexistente a respeito de algo. Nessa fase, a criança poderá tomar um objeto ou uma situação por outra. Pode ainda, substituir objetos, ações, situações e pessoas por símbolos, que são as palavras, tendo origem, então, o pensamento sustentado por conceitos. O pensamento pré-operatório indica, portanto, inteligência capaz de ações interiorizadas, ações mentais, ou seja, um pensamento que a criança centra em si mesma, chamado também de pensamento egocêntrico. É um pensamento rígido (não flexível) que tem como referência a própria criança.

Outra característica do pensamento nessa fase é o animismo, ou seja, a criança empresta “alma” às coisas e animais, atribuindo-lhes sentimentos e intenções próprios do ser humano. O pensamento da criança de dois a sete anos apresenta, ainda, uma outra característica, o antropomorfismo, que é a atribuição de uma forma humana a objetos e animais.

Outra característica dessa fase é a transdedutividade em que a criança parte de um aspecto ou fato particular para internalizar o pensamento, não usando a dedução (geral para o particular) nem a indução (particular para o geral). Nessa fase, a criança não tem noção de conservação, ou seja, mudando-se a aparência do objeto, muda também a quantidade, o volume, a massa e o peso do mesmo. As ações no período pré-operatório, mesmo que internalizadas, não são reversíveis, ainda, e a criança ainda não é capaz de perceber que é possível retornar mentalmente ao ponto de partida.

Na terceira fase do pensamento, a etapa operatório-concreta, que acontece por volta dos sete anos de idade, ocorrem mudanças quanto às características da inteligência infantil, a forma como a criança lida com o mundo e o conhece. É nessa etapa que o conhecimento lógico, objetivo, adquire preponderância. As ações interiorizadas vão se tornando cada vez mais reversíveis e, portanto, móveis e flexíveis.

O pensamento se torna menos egocêntrico e menos centrado no sujeito, sendo a criança capaz de construir um conhecimento mais compatível com o mundo que a rodeia. O real e o imaginário (fantástico) não mais se misturarão em sua percepção. O pensamento é denominado operatório porque é reversível, podendo retornar mentalmente ao ponto de partida.

A construção das operações possibilita a elaboração da conservação, ou seja, a criança tem noção de que mesmo alterando a disposição das cadeiras nas fileiras em uma sala de aula, a quantidade, peso e volume dos objetos ficam conservados. O pensamento baseia-se

mais no racional do que na percepção. Nesse período de desenvolvimento, o pensamento operatório é denominado concreto porque a criança só consegue pensar corretamente nesta fase se os exemplos ou materiais que ela utiliza para apoiar seu pensamento existem mesmo e podem ser observados. A criança ainda não consegue pensar abstratamente, apenas com base em proposições e enunciados. Pode então ordenar, seriar, classificar, entre outros.

Na última etapa do pensamento, operatório-formal, o pensamento se torna livre das limitações da realidade concreta, sua principal característica. Nesse nível de pensamento, a partir dos 13 anos de idade, o sujeito se torna capaz de raciocinar logicamente mesmo se o conteúdo do seu raciocínio é falso, permitindo pensar e trabalhar não só com a realidade concreta, mas também com a realidade possível.

O raciocínio pode utilizar hipóteses, visto que elas não são verdadeiras nem falsas, mas sim possibilidades. A construção típica da etapa operatório-formal é, assim, o raciocínio hipotético-dedutivo: é ele que permitirá ao adolescente estender seu pensamento até o infinito. Ao atingir o operatório-formal, o adolescente atinge o grau mais complexo do seu desenvolvimento cognitivo. A tarefa, a partir de agora, será apenas a de ajustar, solidificar e aprimorar as suas estruturas cognitivas.

Piaget (1974) acredita que existem, no desenvolvimento humano, diferentes momentos: um pensamento, uma maneira de calcular, certa conclusão pode parecer absolutamente correta em um determinado período de desenvolvimento e absurda em outro. As etapas de desenvolvimento do pensamento são, ao mesmo tempo, contínuas e descontínuas. Elas são contínuas porque sempre se apoiam na anterior, incorporando-a e transformando-a. Fala-se em descontinuidade no desenvolvimento, por outro lado, porque cada nova etapa não é mero prolongamento da que lhe antecedeu: transformações qualitativas radicais ocorrem no modo de pensar das crianças.

As etapas de desenvolvimento encontram-se, assim, funcionalmente relacionadas dentro de um mesmo processo. As faixas etárias previstas para cada etapa não são rigidamente demarcadas, se referindo apenas às médias das idades em que prevalecem determinadas construções de pensamento. Nesse sentido, o modelo piagetiano é fortemente marcado pela maturação, pois atribui-se a ela o fato de crianças apresentarem sempre determinadas características psicológicas em uma mesma faixa etária, mas também reconhece que podem existir avanços e atrasos em relação ao grupo, já que o meio influencia no

desenvolvimento. Vale salientar também que contextos que colocam desafios às crianças são potencialmente mais estimulantes para o desenvolvimento cognitivo.

Desse modo, o desenvolvimento dessas funções, segundo Piaget (1974), é marcado por períodos que preparam o indivíduo para o estágio seguinte, sendo que essas etapas de desenvolvimento são variáveis de sujeito para sujeito, isto é, dependem das vivências culturais de cada um deles. Em resumo, os estágios do desenvolvimento são:

- Estágio Sensório-Motor: que representa a conquista do universo prático, por meio da percepção e dos movimentos.
- Estágio Pré-Operatório: que é uma preparação e organização das operações concretas; a criança volta-se para a realidade e surge o aparecimento da linguagem.
- Estágio Operatório: as ações são interiorizadas e se constituem operações, o que construía no plano da ação, agora consegue reconstruir no campo da representação, é neste estado que a criança é capaz de cooperar.
- Estágio de Operações Formais: que distingue entre o real e o possível.

As diferentes etapas cognitivas apresentam, portanto, características próprias e cada uma delas constitui um determinado tipo de equilíbrio. Ao longo do desenvolvimento mental, passa-se de uma para outra etapa, buscando um novo e mais completo equilíbrio que depende, entretanto, das construções passadas. Não é possível passar, por exemplo, da etapa sensório-motora para a operatório-concreta, “pulando” a pré-operatória.

A sequência das etapas é sempre invariável, muito embora, como já visto, a época em que as mesmas são alcançadas possa não ser sempre a mesma para todas as crianças. De igual modo, as etapas do desenvolvimento cognitivo não são reversíveis: ao se construir uma determinada capacidade mental, não mais é possível perdê-la.

Dos quatro fatores básicos responsáveis pela passagem de uma etapa de desenvolvimento mental para a seguinte – a maturidade do sistema nervoso, a interação social (que se dá por meio da linguagem e da educação), a experiência física com os objetos e, principalmente, a equilibração, ou seja, a necessidade que a estrutura cognitiva tem de se desenvolver para enfrentar as demandas ambientais, sendo que o de menor peso, na teoria piagetiana, é a interação social. Dessa maneira, a educação e, em especial a aprendizagem, tem, no entender de Piaget, um impacto reduzido sobre o desenvolvimento intelectual. Desenvolvimento cognitivo e aprendizagem não se confundem: o primeiro é um processo espontâneo, que se apoia predominantemente no biológico. Aprendizagem, por outro lado, é

encarada como um processo mais restrito, causado por situações específicas (como a frequência à escola) e subordinado tanto à equilíbrio quanto à maturação.

Segundo Piaget (1974), há uma socialização gradual do desenvolvimento da criança por meio das equilíbrios sucessivas e interações com o meio, que, a princípio, constituem fatores egocêntricos e individuais.

Por isso, o caráter histórico-social da aprendizagem que impulsiona o desenvolvimento humano, consoante à Psicologia Histórico-Cultural, não é compartilhado pelo Construtivismo piagetiano. Isso porque essa abordagem centra-se no caráter biológico e universal dos processos de desenvolvimento humano. O interesse de Piaget era compreender como o indivíduo passa de um estágio de menor conhecimento para um maior conhecimento. As produções piagetianas compreendem a inteligência como uma característica comum aos homens e aos demais seres vivos, já que ela se destina a garantir a adaptação dos organismos ao meio, condição necessária para assegurar sua sobrevivência.

A construção do conhecimento ocorre por meio de ações físicas ou mentais sobre objetos, engendrando esquemas que se adaptam e se modificam com o desenvolvimento mental. A cada nível de desenvolvimento, formas de agir e pensar cada vez mais complexas e elaboradas vão sendo construídas na interação com o ambiente. Assim, o sujeito constrói seu conhecimento à medida que se adapta à realidade por meio de suas ações, sendo que a interação entre o sujeito e o objeto resulta de um processo de assimilação e acomodação. Por assimilação entende-se o processo cognitivo pelo qual o indivíduo integra um novo dado perceptual, motor ou conceitual nos esquemas já existentes.

Há uma tentativa de adaptar esses novos eventos ou estímulos nos esquemas ou estruturas que ele possui naquele momento. Para Piaget (1974) o termo assimilação refere-se à integração em estruturas prévias, que podem ou não permanecer inalteráveis ou que são mais ou menos modificadas por essa mesma integração, mas sem descontinuidade quanto ao estado precedente; quer dizer, sem serem destruídas e se acomodarem simplesmente à situação. A acomodação significa reajustar as estruturas em função das resistências que o objeto oferece à sua assimilação. A assimilação e a acomodação são processos concomitantes, não ocorrendo um sem o outro, sendo a adaptação o processo de equilíbrio das assimilações e acomodações.

Nesse sentido, o sujeito sempre tenta assimilar o objeto de conhecimento aos esquemas ou estruturas dos quais dispõe. Quando o objeto oferece uma resistência a essa

assimilação ocorre a necessidade da acomodação. O desenvolvimento psíquico é comparável ao crescimento orgânico, pois, como este, direciona-se ao equilíbrio. Piaget afirma que o desenvolvimento se dá por meio de um processo de equilibração progressiva. O desenvolvimento psíquico, que começa quando nascemos e termina na idade adulta, é comparável ao crescimento orgânico: como este, orienta-se, essencialmente, para o equilíbrio. O desenvolvimento, portanto, é uma equilibração progressiva, uma passagem contínua de um estado de menor equilíbrio para um estado de equilíbrio superior.

Há quatro grupos de fatores envolvidos no desenvolvimento: os fatores hereditários do desenvolvimento, referente ao crescimento orgânico e, principalmente, à maturação do sistema nervoso e dos sistemas endócrinos; a experiência física, a ação sobre os objetos; a interação e transmissão sociais, o fator educativo e a equilibração, sendo esta considerada o fator fundamental do desenvolvimento, quando os outros três fatores ocupam espaço secundário na epistemologia piagetiana. Piaget (1973) se ocupa em compreender a relação entre o ritmo biológico e a influência da civilização no desenvolvimento da criança. Entretanto, afirma que o aspecto psicossocial está subordinado ao espontâneo e psicológico. Piaget distingue dois aspectos no desenvolvimento intelectual da criança. O autor ressalta que é a partir da interação do indivíduo com o meio e da ação sobre os objetos que é construído o conhecimento, sendo que todo conhecimento requer uma parte fornecida pelo objeto – que possui propriedades físicas, sociais e culturais – e exerce uma pressão sobre o sujeito, colaborando para motivar-lhe internamente e criar seu envolvimento pessoal com o objeto, culminando no impulso para a ação; e outra uma parte fornecida pelo sujeito, que se manifesta em atitudes de busca, pesquisa no objeto a ser conhecido.

A análise de Piaget centra-se no aspecto individual, na ação do sujeito sobre o meio, naturalizando a relação indivíduo e sociedade. O objeto de estudo centra-se no sujeito universal e entende o meio social como sinônimo de meio ambiente, no qual se dão as trocas simbólicas. Independentemente do lugar que e do tempo em que estivesse, sempre esteve interessado pela forma do conhecimento universal. Tratava sempre da importância fundamental do meio que engloba necessariamente a sociedade, a cultura, logo, a classe social, a família e o ambiente de maneira geral (físico e social). Sem esse meio, sem as trocas simbólicas estabelecidas na vida social, as estruturas mentais, as estruturas operatórias conscientes não poderiam ser construídas, a função semiótica não poderia ser exercida, a linguagem seria impossível, o conhecimento não existiria.

Convencido da importância do social como meio ambiente, enquanto nicho das trocas simbólicas, Piaget (1974) estava interessado nos processos comuns a todos os seres humanos. Nesse sentido, mostrou a relevância do social como fonte de solicitação do “indivíduo” que não é ninguém, mas todos.

Segundo Piaget (1979), quando o aluno inicia a construção de noções matemáticas, o faz tornando-as coesas com a situação concreta em que se apresentam. Isso afiança a necessidade de uma apresentação formal a partir do próprio ambiente e a impossibilidade de argumentar sobre situações abstratas sem o devido critério. Logo constatou que a lógica não é inata; ao contrário, trata-se de um fenômeno que se desenvolve gradativamente. A obra piagetiana, comprometida fundamentalmente com a explicação do processo de desenvolvimento do pensamento, compreende dois momentos: os trabalhos iniciais atribuem uma importância capital, na estrutura do pensamento, à linguagem e à interação entre as pessoas, revelando, dessa forma, um modelo mais comprometido com o social.

O modelo psicogenético mais difundido hoje é a obra de Piaget que se concentra na ação e manipulação de objetos que passam a construir, juntamente com a maturação biológica, os fatores essenciais na estrutura do pensamento.

Importante salientar que o pensamento piagetiano determina e marca a evolução metodológica de ensino tendo como consequência a elaboração de programas de ensino no contexto brasileiro, em particular, o apelo às tecnologias no ensino. O precursor desse pensamento foi Seymour Papert (1928-2016), nascido na África do Sul, graduado em Matemática no ano de 1949 com PhD em Matemática em 1959 na Cambridge University. Trabalhou com Piaget na University of Geneva de 1958 a 1963, e foi fundador e membro do Media Lab - Massachusetts Institute of Technology (MIT), sendo um dos pioneiros na história da Informática na Educação, preocupado com a relação entre o homem e a tecnologia e com a natureza da aprendizagem. Criou a Linguagem de Programação Logo na década de 60 com foco educacional, ou seja, para ser utilizada por educadores no processo de aprendizagem das crianças. A proposta da linguagem Logo era colocar a criança para comandar um robô ou uma representação do mesmo na tela do computador, sendo que umas das imagens pioneiras lembrava a forma de uma tartaruga, considerada o símbolo dessa linguagem. O termo Logo é derivado do grego “logos” que significa “palavra”. Por meio desse programa a criança possui uma ferramenta para realizar ações de comandos em que o

robô realiza desenhos, e a criança ensina o computador. O conhecimento é construído a partir da reflexão sobre as reações decorrentes dos comandos dados.

Na educação, Papert (2008) cunhou o termo construcionismo como sendo a abordagem do construtivismo que permite ao educando construir o seu próprio conhecimento por intermédio de alguma ferramenta, como o computador, por exemplo. Dessa forma, o uso do computador é defendido como auxiliar no processo de construção de conhecimentos, sendo uma poderosa ferramenta educacional, adaptando os princípios do construtivismo cognitivo de Jean Piaget, a fim de melhor aproveitar-se o uso de tecnologias. Esse pesquisador conseguiu ressignificar os princípios psicológicos e pedagógicos, tais como o aprender-fazendo, a aprendizagem significativa e reflexiva, a afetividade e a interação integrando-os no contexto computacional.

O autor valeu-se dos resultados de investigações piagetianas para discutir a educação, isto é, valeu-se de uma teoria epistemológica para construir princípios de uma ação educacional. Assumindo que o conhecimento é ativamente construído pelas pessoas, o pesquisador estabeleceu que educar consiste em criar situações para que os aprendizes se engajem em atividades que alimentem esse processo de apropriação do conhecimento, em especial, que se aprende fazendo. Por isso, a ênfase na Logo, por exemplo.

Assim, do ponto de vista histórico, o construcionismo apresenta-se pautado nos princípios psicológicos, pedagógicos e computacionais. Essa abordagem foi fundamental para orientar as ações de mediação do professor interagindo com os alunos, programando a Linguagem de Programação Logo.

Na década de 90, com a expansão do uso do computador em diferentes comunidades escolares e em diversas culturas, a Abordagem Construcionista evidenciou a importância do desenvolvimento de materiais e a criação de ambientes de aprendizagem que permitem aos diferentes sujeitos envolver-se em atividades reflexivas.

2.1.1 Síntese da Teoria Piagetiana

A Psicologia de Piaget está fundamentada na ideia de equilíbrio e desequilíbrio. Quando uma pessoa entra em contato com um novo conhecimento, há naquele momento um desequilíbrio e surge a necessidade de voltar ao equilíbrio.

O processo começa com a assimilação do elemento novo, com a incorporação às estruturas já esquematizadas, por meio da interação. Há mudanças no sujeito e tem início o

processo de acomodação, que aos poucos chega à organização interna. Começa a adaptação externa do sujeito e a internalização já aconteceu. Um novo desequilíbrio volta a acontecer e pode ser provocado por carência, curiosidade, dúvida, entre outros. O movimento é dialético (de movimento constante) e o domínio afetivo acompanha sempre o cognitivo (habilidades intelectuais) no processo endógeno.

Conforme indicamos ao longo deste capítulo, Piaget trabalhou o desenvolvimento humano em etapas, períodos, estágios entre outros, sendo que interpretações inadequadas de sua obra e o forte componente biológico de sua construção teórica não permitiram aprofundar o seu alcance na renovação dos programas de ensino por não explicar a contento o papel dos fatores socioculturais no processo de aprendizagem. No entanto, é inegável a sua influência na elaboração das reformas curriculares em Matemática no contexto brasileiro. E, em especial, com a contribuição de Papert, na difusão da pertinência da utilização de tecnologias na educação.

2.2 A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL DE VYGOTSKY

Lev Semenovitch Vygotsky (1896–1934) nasceu em Orsh, pequena cidade da Rússia Ocidental e morreu precocemente aos 38 anos, vítima de tuberculose. Sua atuação profissional foi intensa e profícua. Atuou no Instituto de Estudo das Deficiências, por ele fundado. Nessa mesma época, dirigia um departamento de educação especial para deficientes físicos e mentais e ministrava cursos em uma Academia de Educação Comunista. É o fundador da Teoria Histórico-Cultural que ressalta a influência dos outros e da cultura no processo de apropriação do conhecimento, enfatizando que a aprendizagem dos conceitos deveria ter suas origens nas práticas sociais, com a preocupação na contextualização do ensino. O papel da educação nessa teoria é o de criar sujeitos para as transformações e superações das realidades pautadas nas desigualdades sociais.

É sabido que Vygotsky e Piaget, coincidentemente, nasceram no mesmo ano e que suas obras foram iniciadas mais ou menos na mesma época. Assim sendo, o cenário em psicologia com o qual Vygotsky se depara não é diferente da situação enfrentada por Piaget.

Segundo a Teoria Histórico-Cultural, é preciso transmitir às novas gerações aquilo que os seres humanos já desenvolveram e conquistaram ao longo da história humana, por meio do trabalho. Essa transferência não se dá de maneira natural, nem tão somente

mecânica. Para apropriar-se da cultura é preciso desenvolver funções psicológicas superiores que possibilitem aos indivíduos utilizar o patrimônio humano-genético exitosamente fazendo das apropriações, mediações entre os sujeitos e a realidade. Sendo assim, a mente humana é tida como social e culturalmente construída.

Nos primeiros escritos de Vygotsky, estavam presentes as categorias intelectuais da dialética, que enquanto método passou a estudar os fenômenos psíquicos e os processos em movimentos, como tarefa básica da psicologia, a reconstrução da origem e a forma como se deu o desenvolvimento humano e da consciência. Para ele, mais importante do que descrever os fenômenos era tentar explicar sua origem, admitindo a necessidade de se estudar as formas mais complexas de consciência, tendo como foco o social, cultural e historicamente construído, ou seja, construir uma teoria psicológica da consciência que estabelecesse relações entre a personalidade e o meio social, explicando as formas mais complexas da vida consciente do homem, não apenas no interior do cérebro ou da alma, mas também nas suas condições externas de vida, na sua vida social, no seu trabalho, nas formas histórico-sociais de existência, compreendendo o processo de mediação como comportamento humano com enfoque na aprendizagem significativa.

Considerando que a apropriação da aprendizagem depende do desenvolvimento, a educação escolar aparece como aquela que, na sociedade atual, se estabeleceu como a mais elaborada forma de ensinar e aprender. É preciso que a educação escolar fomente o desenvolvimento máximo dos indivíduos, tendo como referência a apropriação da cultura. O trabalho educativo é o ato de produzir, direta e intencionalmente, em cada indivíduo singular, a humanidade que é produzida histórica e coletivamente pelo conjunto dos homens. (SAVIANI, 1997).

Com base na compreensão da natureza social da educação e sua especificidade, podemos dizer que existem elementos culturais necessários à humanização do indivíduo e às formas mais apropriadas para garantir a assimilação do conhecimento: necessidade de que conhecimentos clássicos sejam garantidos na escola, assim como de que os alunos tenham acesso ao que de mais importante a humanidade produziu, já que a transmissão dos resultados do desenvolvimento sócio-histórico da humanidade é fundamental para continuidade do progresso histórico. Já em relação às formas de apropriação, trata-se de organizar o ensino dentro de um determinado espaço (escola), com determinados conteúdos (currículo),

abordados de forma sequencial e dosada dentro de um dado tempo (ano letivo, ciclo I, ciclo II entre outros).

A abordagem dos conteúdos é determinada pela intencionalidade empregada na organização dos meios para que a aprendizagem ocorra. Assim, o educador é o portador dos signos que medeiam a relação da criança com o mundo, tendo a experiência do uso social dos objetos culturais, por meio dos quais proporciona à criança a vivência de operações que organizam atividades psíquicas. Essas, internalizadas por ela, na medida em que também tiver a experiência individual, permitem-lhe se objetivar naquele objeto da cultura que lhe foi apresentado.

Segundo tal pensamento, cabe à educação escolar promover ações que desenvolvam as capacidades dos alunos, intencionalmente planejadas e não como mera reprodução daquilo que assistematicamente coloca a criança em relação com o universo simbólico gráfico, ou seja, com a escrita. Sendo que a característica essencial da aprendizagem é aquela que estimula e ativa na criança um grupo de processos internos de desenvolvimento no âmbito das inter-relações com outros, que, na continuação, são absorvidos pelo curso interior do desenvolvimento, se convertendo em aquisições internas. Compreendendo como aspecto mais importante do desenvolvimento da criança, o processo de apropriação da experiência acumulada pelo gênero humano no decurso da história social, a teoria histórico-cultural estabeleceu que o movimento real do processo de desenvolvimento infantil não se realiza do individual para o socializado, mas do social para o individual.

Essa nova abordagem para a psicologia fica clara em três ideias centrais que são consideradas os pilares básicos do pensamento de Vygotsky (1998):

1. As funções psicológicas têm um suporte biológico, pois são produtos de atividades cerebrais.
2. O funcionamento psicológico fundamenta-se nas relações sociais entre o indivíduo e o mundo exterior, as quais se desenvolvem num processo histórico.
3. A relação homem e mundo é uma relação mediada por sistemas simbólicos.

Não podemos pensar o desenvolvimento psicológico como um processo abstrato, descontextualizado, universal: o funcionamento psicológico, particularmente no que se refere às funções psicológicas superiores, tipicamente humanas, está baseado fortemente nos modos culturalmente construídos. Sendo que a relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas uma relação mediada, os sistemas simbólicos envolvem os elementos

intermediários entre o sujeito e o mundo (mediação). O homem biológico transforma-se em social por meio de um processo de internalização de atividades, comportamentos e signos culturalmente desenvolvidos.

É preciso reconhecer que as ideias de Vygotsky (1991) têm grande relevância para a educação. Acredita que o desenvolvimento do indivíduo deve ser olhado de maneira prospectiva, ou seja, para além do momento atual, valorizando sua trajetória de vida e de aprendizagem. Tal certeza leva à valorização do conceito de Zona de Desenvolvimento Potencial (que valoriza os conhecimentos que ainda estão como “sementes” no indivíduo, mas que não se consolidaram). Essa concepção é central na educação, pois imprime uma abordagem criativa ao estudo do funcionamento psicológico, ao mesmo tempo em que trabalha com a ideia de transformação do indivíduo mediante a atuação do professor mediador.

Vygotsky (1991) acredita que é fundamental para a educação a ideia de que os processos de aprendizado movimentam os processos de desenvolvimento. O percurso do aprendizado se dá de fora para dentro, por meio da internalização de processos que, em grande parte, ocorrem na escola, acreditando na enorme importância da atuação de outros membros de um grupo social na mediação entre indivíduo e cultura (intervenções na Zona de Desenvolvimento Potencial). O conceito de zona de desenvolvimento potencial possibilita compreender funções de desenvolvimento que estão a caminho de se completar. Tal conceito é de extrema importância para um ensino efetivo. Apenas conhecendo o que as crianças são capazes de realizar com e sem ajuda externa é que se pode conseguir planejar as situações de ensino e avaliar os progressos individuais.

O processo de humanização só é possível na relação com outros homens. Os indivíduos não podem ser tomados como seres em si, já que para viver, necessitam estabelecer relações de interdependência, ou seja, o próprio fundamento da sociabilidade humana é a necessidade de entrar em relação com a natureza e os outros homens para que sejam atendidas tanto as necessidades materiais, quanto as espirituais.

No entanto, a relação do indivíduo com o mundo, não é direta, mas mediada por instrumentos e sistemas de signos que só os homens são capazes de criar. Na atividade psicológica, o signo atua como um instrumento psicológico de maneira semelhante a um instrumento de trabalho, o que permite aos indivíduos controlar suas atividades voluntárias e ampliar suas capacidades. (VYGOTSKY, 1991).

Para Vygotsky (1991), a linguagem é um signo mediador fundamental para a constituição das funções psicológicas superiores. Ela é essencial ao processo de transmissão às novas gerações do conhecimento acumulado pela humanidade, o qual permite o estabelecimento de elos entre o sujeito, os objetos e os outros homens; bem como a re-elaboração da realidade e o desenvolvimento de capacidades humanas.

Para a Teoria Histórico-Cultural, o indivíduo interioriza determinadas formas de funcionamento que estão dadas pela cultura, mas, ao apropriar-se delas, transforma-as em instrumentos de pensamento e ação e, por isso, ele não pode ser apreendido como objeto e produto, já que, ao mesmo tempo, é sujeito e produtor das relações sociais. Isso significa compreender a relação entre o sujeito psicológico e o contexto histórico, resgatando o sentido subjetivo e pessoal do homem, mas situando-o na trama complexa das relações sociais.

O processo de internalização, por meio do qual a criança apropria-se do social de uma forma particular, ou seja, a criança é um ser social desde o nascimento, já que a linguagem é expressa por meio da fala, trazendo sua marca histórico-cultural ao nascer, é ativo. A interiorização e a transformação interagem constantemente, de forma que o sujeito, ao mesmo tempo que se integra no social, é capaz de posicionar-se frente ao mesmo, ser seu crítico e seu agente transformador. A sua internalização nasceu da interação social, e é na interação social, por intermédio do uso dos signos, que se dá o desenvolvimento das funções psíquicas superiores.

Toda função psicológica interna, algo inerente à estrutura psíquica do sujeito, foi antes uma função social, que surgiu em um processo de interação, transformando o próprio processo e mudando sua estrutura e funções. Cada função psíquica que vai sendo internalizada implica uma nova reestruturação mental, alargando e enriquecendo a psico-intelectual. Ao começar a ser internalizada, a nova função irá interagir com outras já existentes na mente da criança, não se tratando de camadas superpostas, mas sim de uma coordenação entre a nova função e outras já existentes.

Ao internalizar instruções, as crianças modificam suas funções psicológicas: percepção, atenção, memória, capacidade para solucionar problema e, nesse processo de internalização, os aspectos cognitivo e afetivo mostram-se intimamente entrelaçados.

As funções mentais superiores – como a capacidade de solucionar problemas, o armazenamento e o uso adequado da memória, a formação de novos conceitos, o desenvolvimento da vontade – aparecem, inicialmente, no plano social (ou seja, na interação

envolvendo pessoas) e depois elas surgem no plano psicológico (ou seja, no próprio indivíduo). A construção do pensamento pela criança, ou seja, a apropriação que essa faz da experiência social, parte, pois, do social (da interação com os outros) e, paulatinamente, é internalizada por ela.

Ao reconhecer a diversidade nas condições histórico-sociais em que as crianças vivem, Vygotsky (1991) não aceita a possibilidade de existir uma sequência universal de estágios cognitivos, como propõe Piaget (1974). Para Vygotsky (1991), os fatores biológicos preponderam sobre os sociais apenas no início da vida das crianças e as oportunidades que se abrem para cada uma delas são muitas e variadas, adquirindo destaque, em sua teoria, as formas pelas quais as condições e as interações humanas afetam o pensamento e o raciocínio. O processo de formação do pensamento é, portanto, despertado e acentuado pela vida social e pela constante comunicação que se estabelece entre crianças e adultos, a qual permite a assimilação da experiência de muitas gerações.

Em sala de aula, por exemplo, ao ensinar, o professor destaca alguns objetos existentes no ambiente chamando a atenção dos alunos para determinados aspectos enquanto negligencia outros, levantando questões acerca dos elementos destacados. Nessa interação com o professor, os alunos têm a oportunidade para reestruturar sua percepção, discriminar pontos centrais daqueles que são acessórios ou pouco relevantes. Tais formas comportamentais usadas pelo professor, por meio da mediação, na situação de aprendizagem, vão sendo apropriadas pelos alunos que podem passar a usá-las de modo independente, ao tentar compreender novos aspectos de ambiente. A qualidade das trocas que se dão no plano verbal entre professor e alunos irá influenciar decisivamente na forma como as crianças tornam mais complexo o seu pensamento e processam novas informações.

Vygotsky (1991) considera que existem dois tipos de desenvolvimento humano: o biológico (que atinge seu apogeu na idade adulta) e o cultural (que se dá durante a vida inteira). Para o autor há quatro fatores intervenientes no desenvolvimento ou constituição do homem:

- 1) Filogenético: é o pertencimento dos humanos a uma determinada espécie, a *Homo Sapiens*.
- 2) Sociogenético: é o processo de socialização vivido pelos *homo sapiens*, usando dois instrumentos: os materiais (ou físicos) que permitem aos homens alterar a natureza colocando-a a serviço de sua vida, e os sócio-culturais, que permitem a comunicação dos

membros da espécie entre si e de cada um com si mesmo, bem como planejamento e a regulação da conduta própria e da dos outros homens.

- 3) Ontogenético: condições específicas que cada homem se constitui como membro da espécie, de seu tempo, de sua sociedade e de sua cultura.
- 4) Microgenético: se refere às diferentes maneiras como as funções psicológicas superiores são desenvolvidas em um determinado tempo, local e cultura.

Para que os homens se humanizem, vivam em sociedade, é necessário empregar instrumentos mediadores, agindo em seu mundo físico e social de modo indireto, mediado. Os instrumentos mediadores são formações artificiais que, para Vygotsky (1991), são essencialmente sociais, foram construídos pelos homens no decorrer da história humana e transmitidos de geração em geração para interferir em uma relação, fazendo com que essa relação se estabeleça. Por meio do uso de instrumentos, o homem modifica a natureza e, ao fazê-lo, acaba por modificar a si mesmo.

Dentre os instrumentos mediadores estão os sistemas sígnicos (signo - instrumento psicológico por excelência) que estariam mediatizando não só o pensamento, como o próprio processo social humano, dentre os quais alguns têm especial importância tanto na vida coletiva como na individual: a linguagem oral e escrita, os diferentes sistemas de contagem, o sistema algébrico, as técnicas mnemônicas, as obras de arte, os esquemas, diagramas, mapas e desenhos mecânicos, entre outros. Sua ideia básica é a de que, ao usá-los, o homem modifica as suas próprias funções psíquicas superiores.

A função da mediação é permitir estabelecer uma relação entre duas ou mais coisas, sendo que só é possível conhecer as coisas e suas propriedades porque elas se revelam por meio da interação que mantêm entre si. Existem duas modalidades da mediação: a explícita e a implícita. Na mediação explícita os instrumentos são objetos deliberadamente introduzidos por alguém em uma dada situação de resolução de problemas para organizar a atividade e permitir que aqueles envolvidos nessa situação possam vir a operar em um nível superior de funcionamento intelectual. Esses instrumentos são essenciais na aprendizagem, visto que fazem a mediação entre os conhecimentos relevantes da escrita e os conhecimentos até então construídos pelas crianças.

Com os instrumentos mediadores materiais, as crianças conseguem dominar modalidades de uso e podem construir, com eles, graus mais complexos de entendimento mútuo entre os envolvidos. Já os instrumentos mediadores implícitos são construídos

basicamente por sistemas sógnicos que, em essência, são de natureza abstrata e transitória. Esse tipo de mediação, em especial quando se trata da linguagem oral, já existe na interação interpessoal cotidiana, no dia a dia das crianças e, gradativamente, é introduzida em tarefas de resolução de problemas. Isso não se dá de forma intencional ou voluntária.

Segundo Vygotsky (1991), a boa aprendizagem é aquela que se adianta ao desenvolvimento e, para tanto, é imprescindível que os professores auxiliem os alunos a desenvolverem o que por si mesmos não podem fazer, intervindo em sua zona de desenvolvimento próximo, por meio da transmissão-apropriação dos conhecimentos científicos. Criando zonas de desenvolvimento proximal, o professor estaria contribuindo para o aparecimento de funções ainda não completamente desenvolvidas.

A aprendizagem é um momento intrinsecamente necessário e universal para que se desenvolvam na criança essas características humanas não naturais, mas formadas historicamente. Essa afirmativa é complementada com a ideia de que as matérias escolares são capazes de orientar e estimular o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, uma vez que se ligam ao sistema nervoso central. Dentre as aplicações do conceito de zona de desenvolvimento proximal, destaca-se a da formação de conceitos. Conhecendo a zona de desenvolvimento proximal do aluno, o professor bem preparado saberá fazer as perguntas que irão provocar o desequilíbrio na sua estrutura cognitiva, fazendo-o avançar no sentido de uma nova e mais elaborada reestruturação.

Vygotsky (1991) construiu o conceito de zona de desenvolvimento proximal, que é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar por meio da solução independente de problemas pela criança, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado pela solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros.

Quando tratamos de conceitos, importante salientar que existem dois tipos: os conceitos espontâneos e os científicos. Os conceitos espontâneos são aprendidos no dia a dia da criança nascidos dos contatos que ela tem com objetos, fatos, fenômenos etc, dos quais ela não tem sequer consciência. Já os conceitos científicos são aqueles sistematizados e transmitidos intencionalmente, segundo uma metodologia específica, que se aprendem na situação escolar.

Portanto, a principal tarefa do professor, ao transmitir ou ajudar o aluno a construir esse tipo de conceito, é a de levá-lo a estabelecer um enlace indireto com o objeto

por meio das abstrações em torno das suas propriedades e da compreensão das relações que ele mantém com um conhecimento mais amplo. O conhecimento científico só se elabora intencionalmente, pressupondo uma relação consciente e consentida entre o sujeito e o objeto do conhecimento.

No tocante ao significado e sentido, faz-se necessário estabelecer relações entre linguagem e pensamento. O significado é tido como um sistema de relações formado objetivamente durante o processo histórico, se encontra contido na palavra. Ao assimilar o significado de uma palavra o homem está dominando a experiência social, que depende da individualidade de cada um. Essa individualidade que faz com que uma mesma palavra conserve, ao mesmo tempo, um significado – desenvolvido historicamente – compartilhado por diferentes pessoas e um sentido todo próprio e pessoal para cada um.

O sentido da palavra depende da forma com que está sendo empregada, isto é, do contexto em que ela surge. O seu significado, no entanto, permanece estável de generalizações, compartilhado por diferentes pessoas, embora com níveis de profundidade e amplitudes diferentes.

Na vida cotidiana, como na escolar, percebem-se os diferentes níveis de profundidade e de amplitude que os significados passam a ter para a criança e para o adolescente. Desse modo, o compartilhar dos significados é fundamental para que haja compreensão nas relações interpessoais.

Nesse enfoque sócio-histórico, é relevante destacar alguns pontos essenciais para uma melhor compreensão do processo de ensino e aprendizagem: a criatividade e o papel das disciplinas escolares para o desenvolvimento cognitivo são alguns deles; também a importância da atividade compartilhada ou grupal, uma das tendências atuais no campo de estudos sobre a zona de desenvolvimento proximal. O processo de aprendizagem muda não só o que se pensa conscientemente, mas também os modos como se produz essa reflexão, ou seja, o conhecimento que o aluno adquire não só amplia sua consciência, mas também modifica seu próprio modo de pensar. Os métodos que mais favorecem o desenvolvimento mental são os que levam o aluno a pensar, que o desafiam a ir sempre além. São aqueles que o levam a começar um processo por meio de ações externas, socialmente compartilhadas, ações que irão, mediante o processo de internalização, transformando-se em ações mentais.

Colocando os alunos diante de situações desafiadoras, são proporcionadas as significações dos próprios conhecimentos, de forma contextualizada, buscando aplicações das

experiências já vivenciadas, tendo sentido para o aluno por meio de conhecimentos prévios experimentados e aliados aos conteúdos aprendidos. O bom ensino é aquele que trabalha com a imagem, com elementos concretos.

Quando tratamos da atividade compartilhada, importante salientar dois aspectos: saber de que maneira as formas coletivas de organização das atividades de aprendizagem contribuem para o desenvolvimento das funções mentais superiores, preocupando-se em saber de que forma elas favorecem a aquisição de conhecimento. Nos dois aspectos é fundamental a presença do professor mediador para que o aluno consiga ter direcionamentos dos caminhos a serem percorridos para que se consiga alcançar os objetivos almejados.

O desenvolvimento infantil caminha do social para o individual: uma função compartilhada por várias pessoas torna-se um modo de organização de cada indivíduo, no qual a ação intersíquica vai ser transformando em ação intrapsíquica, e a atividade em comum constitui uma etapa necessária e um mecanismo interior da atividade individual. Na situação de colaboração mútua, cada aluno pode ocupar, em diferentes momentos, o papel de aluno ou o de professor. Diante do exposto, destaca-se que a atividade compartilhada ativa o desenvolvimento cognitivo e favorece a aquisição de conhecimento.

Um ponto importante a ser destacado com base nessa teoria é o aspecto sociocultural da educação, com base na recontextualização no ensino, devendo o professor estar sempre atento à tarefa de recontextualizar o conhecimento que seu aluno possui, aumentando os conceitos já conhecidos, dando-lhes novos significados, ultrapassando o já imaginado. Desse modo, o aluno reconceitua conceitos conhecidos, sem negar, contudo, a validade do significado que já traz para a escola, criando na sala de aula uma comunidade do saber.

2.2.1 Síntese das ideias de Vygotsky

Para Vygotsky, segundo Palangana (1994), a cultura molda o psicológico, isto é, determina a maneira de pensar. Pessoas de diferentes culturas têm diferentes perfis psicológicos. As funções psicológicas de uma pessoa são desenvolvidas ao longo do tempo e mediadas pelo social, por meio de símbolos criados pela cultura.

A linguagem representa a cultura e depende do intercâmbio social. Os conceitos são construídos no processo histórico e o cérebro humano é resultado da evolução. Em todas as culturas, os símbolos culturais fazem a mediação.

Os conceitos são construídos e internalizados de maneira não linear e diferente para cada pessoa. Toda abordagem é feita de maneira holística (ampla) e o cotidiano é sempre em movimento, em transformação.

2.3 DIFERENÇAS E SEMELHANÇAS ENTRE AS TEORIAS DE PIAGET E VYGOTSKY



Figura 1 – Foto de Piaget e Vygotsky

Para o Construtivismo de Piaget (1974), o desenvolvimento é condição necessária à aprendizagem, enquanto para a Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky (1991), a aprendizagem é o motor do desenvolvimento, impulsionando-o.

Embora haja uma diferença muito marcante no ponto de partida que definiu o empreendimento intelectual de Piaget e Vygotsky (o primeiro tentando desvendar as estruturas e mecanismos universais do funcionamento psicológico do homem e o último tomando o ser humano como essencialmente histórico e, portanto, sujeito às especificidades de seu contexto cultural), há diversos aspectos a respeito dos quais o pensamento desses dois autores é bastante semelhante.

Ambos enfatizam a necessidade de compreensão da gênese dos processos que estão sendo estudados, levando em consideração tanto mecanismos filogenéticos como ontogenéticos.

Os conceitos atrelados à espécie:

- Filogênese: refere-se à história de toda espécie animal
- Ontogênese: refere-se ao desenvolvimento do ser; ao mundo individual de cada espécie.

Ambos utilizam uma metodologia qualitativa em seus estudos, buscando captar mecanismos psicológicos em processo e não resultados estáticos expressos em medidas quantitativas.

Tanto Piaget como Vygotsky são interacionistas, ou seja, postulam a importância da relação entre indivíduo e ambiente na construção de processos psicológicos. Todavia, Vygotsky (1991) enfatiza a importância do indivíduo com base na interação com o meio no sentido social, enquanto Piaget (1974) enfatiza a interação com meio ambiente. Para os dois, o indivíduo é ativo em seu próprio processo de desenvolvimento: nem está sujeito apenas a mecanismos de maturação, nem submetido passivamente a imposições do ambiente. Consideram que o aparecimento da capacidade de representação simbólica, evidenciado particularmente pela aquisição da linguagem, marca um salto qualitativo no processo de desenvolvimento do ser humano.

Tanto Piaget quanto Vygotsky concebem a criança como um ser ativo, atento, que constantemente cria hipóteses sobre o seu ambiente. Há, no entanto, grandes diferenças na maneira de conceber os processos de desenvolvimento, o que pode ser observado a seguir:

1) Quanto ao papel dos fatores internos e externos no desenvolvimento:

Piaget (1974) privilegia a maturação biológica; Vygotsky (1991), o ambiente social. Piaget (1974), por aceitar que os fatores internos preponderam sobre os externos, postula que o desenvolvimento segue uma sequência fixa e universal de estágios. Vygotsky (1991), ao salientar o ambiente social que a criança nasceu, reconhece que, em se variando esse ambiente, o desenvolvimento também variará. Nesse sentido, para esse autor, não se pode aceitar uma visão única, universal, de desenvolvimento humano.

2) Quanto à construção do real:

Piaget (1974) acredita que os conhecimentos são elaborados espontaneamente pela criança, de acordo com o estágio de desenvolvimento em que se encontra. A visão particular e peculiar (egocêntrica) que as crianças mantêm sobre o mundo vai, progressivamente, aproximando-se da concepção dos adultos: torna-se socializada, objetiva. Vygotsky (1991) parte do pressuposto de que a construção do conhecimento proceda do social para o individual na relação com o meio vivenciado. Na perspectiva desse autor, a criança já nasce num mundo social e, desde o nascimento, vai formando uma visão desse mundo por meio da interação com adultos ou crianças mais experientes. A construção do real

é, então, mediada pelo interpessoal antes de ser internalizada pela criança. Dessa forma, procede-se do social para o individual, ao longo do desenvolvimento.

3) Quanto ao papel da aprendizagem:

Piaget (1974) acredita que a aprendizagem subordina-se ao desenvolvimento e tem pouco impacto sobre ele. Com isso, ele minimiza o papel da interação social. Vygotsky (1991), ao contrário, postula que desenvolvimento e aprendizagem são processos que se influenciam reciprocamente, de modo que, quanto mais aprendizagem, mais desenvolvimento.

4) Quanto ao papel da linguagem no desenvolvimento e à relação entre linguagem e pensamento:

Segundo Piaget (1974), o pensamento aparece antes da linguagem, que apenas é uma das suas formas de expressão. A formação do pensamento depende, basicamente, da coordenação dos esquemas sensório-motores e não da linguagem. Esta só pode ocorrer depois que a criança já alcançou um determinado nível de habilidades mentais, subordinando-se, pois, aos processos de pensamento. A linguagem possibilita à criança evocar um objeto ou acontecimento ausente na comunicação dos conceitos. Piaget (1974), todavia, estabeleceu uma clara separação entre as informações que podem ser passadas por meio da linguagem e os processos que não parecem sofrer qualquer influência dela.

Esse é o caso das operações cognitivas que não podem ser trabalhadas por meio de treinamento específico feito com o auxílio da linguagem. Por exemplo, não se pode ensinar, apenas usando palavras, a classificar, a seriar, a pensar com reversibilidade.

Já para Vygotsky (1998), pensamento e linguagem são processos interdependentes, desde o início da vida. A aquisição da linguagem pela criança modifica suas funções mentais superiores: ela dá uma forma definida ao pensamento, possibilita o aparecimento da imaginação, uso da memória e o planejamento da ação. Nesse sentido, a linguagem, diferentemente daquilo que Piaget postula, sistematiza a experiência direta das crianças e, por isso, adquire uma função central no desenvolvimento cognitivo, reorganizando os processos que nele estão em andamento.

Vygotsky (1998) se contrapõe à concepção de desenvolvimento proposta por Piaget, pois defende que a gênese das formas mais abstratas de pensamento humano reside na vida social e objetiva dos seres humanos. Piaget (1974) examina a própria socialização do pensamento da criança da prática, dissociada da realidade, como comunicação pura de almas

que leva ao desenvolvimento do pensamento. O conhecimento da verdade e as formas lógicas por meio das quais se torna possível esse conhecimento não surgem no processo de assimilação da prática da realidade, mas de uma adaptação de umas ideias a outras.

Enquanto que para Piaget (1974) o desenvolvimento humano orienta-se para a socialização do indivíduo, para a sua capacidade cada vez maior de se relacionar e atuar socialmente, para Vygotsky (1998) o desenvolvimento humano se orienta do social para o individual, está enraizado nas condições materiais e é alavancado pelas apropriações das aquisições do patrimônio humano-genérico, produtos da ação humana.

Importante salientar que os autores que estudam a Teoria Histórico-Cultural não compartilham da concepção de que o conhecimento é construído na e pela experiência espontânea e imediata dos alunos, mas faz-se necessário que as condições de educação e de vida possibilitem às novas gerações a transmissão-apropriação da cultura historicamente produzida pelos homens.

É esse tipo de conhecimento científico que possibilita graus de generalização mais complexos e formas psicológicas sofisticadas de interagir com o mundo e de intervir na realidade por meio de análises, sínteses e generalizações. Os conhecimentos provenientes do cotidiano são a base sobre a qual o ensino será desenvolvido, cabendo ao professor a articulação entre ambas as formas de conhecimentos seja para aprimorar ou ainda superar as concepções espontâneas resultantes das experiências cotidianas.

Já Piaget (1974), chama a atenção para dois componentes fundamentais da educação científica, sendo que a primeira consiste na possibilidade de os alunos desenvolverem uma “atividade autêntica”, de forma que sejam chamados a reconstruir e em parte reinventar as verdades que precisam assimilar, mas, sobretudo, defende uma prática individual do espírito experimental e dos métodos que o mesmo comporta.

Tal pressuposto é coerente com a ideia de que o indivíduo constrói seu conhecimento na e pela sua atividade prática. A experiência não deve ser realizada pelo professor, mas sim pelos alunos e sem a apresentação de um esquema prévio.

Piaget (1974) evidencia que as aprendizagens realizadas pelo indivíduo são qualitativamente superiores àquelas em que há a interferência do professor. O importante é desenvolver um método – aprender a aprender – que se mostre útil na vida do indivíduo e não se apropriar do conteúdo historicamente acumulado. O que se deseja é que o professor deixe

de ser apenas um conferencista e que estimule a pesquisa e o esforço, ao invés de se contentar com a transmissão de soluções já prontas.

Já na Teoria Histórico-Cultural o professor é um mediador entre o aluno e o conhecimento científico, e esta relação é privilegiada para engendrar mudanças substanciais no psiquismo dos alunos. É justamente a apropriação dos conhecimentos supracitados, por intermédio do professor, que contribui para a constituição daquilo que é o fim mais almejado do ensino: tornar o aluno alguém capaz de criar novas práticas e novas teorizações sobre o real.

A educação escolar, portanto, constitui um espaço privilegiado quando é efetivado pelo(s) docente(s), de forma direta e intencional, o desenvolvimento do aluno por meio da superação de necessidades elementares e biológicas e a constituição de novos interesses e necessidades produzidas pela cultura. Para tanto, as mediações ali produzidas e sistematizadas devem buscar, além de estratégias eficazes para a transmissão do conhecimento científico, conteúdos significativos que garantam a qualidade de ensino.

De fato, as diferenças entre Piaget (1974) e Vygotsky (1998) parecem ser muitas, mas eles partilham de alguns pontos de vista semelhantes. Ambos entenderam o conhecimento como adaptação e como construção individual e concordaram que a aprendizagem e o desenvolvimento são autorregulados.

Discordaram quanto ao processo de construção, ambos viram o desenvolvimento e aprendizagem da criança como participativa, não ocorrendo de maneira automática. Estavam preocupados com o desenvolvimento intelectual, porém cada um começou e focalizou diferentes questões e problemas. Enquanto Piaget (1974) estava interessado em como o conhecimento é construído, e com isso, a teoria é um acontecimento da invenção ou construção que ocorre na mente do indivíduo, Vygotsky (1998) estava interessado na questão de como os fatores sociais e culturais influenciam o desenvolvimento intelectual.

Jean Piaget e Lev Vygotsky eram psicólogos do desenvolvimento e estudaram como a linguagem se desenvolve em crianças. Acreditavam que a natureza curiosa das crianças dá-lhes a capacidade de desenvolver competências linguísticas desde a tenra idade. Ambos são considerados pioneiros no campo da psicologia do desenvolvimento.

O nativo da Suíça Jean Piaget e o nascido na Rússia Lev Vygotsky são comparados frequentemente na literatura de psicologia do desenvolvimento. A teoria de Piaget (1974) afirma que todas as crianças se desenvolvem ao longo de caminhos

semelhantes, independentemente de influências ambientais. Em contraste, a teoria de Vygotsky (1998) diz que a cultura e a socialização desempenham um papel crucial no desenvolvimento da criança. Enquanto Piaget (1974) acreditava que o desenvolvimento cerebral individual na criança permite que ela desenvolva as competências necessárias para a aquisição da linguagem, Vygotsky (1998) sentia que o desenvolvimento interno e aquisição da linguagem acontecem simultaneamente, com ambos sendo apoiados por influências externas, tais como pais e colegas.

Piaget e Vygotsky foram contemporâneos; ambos foram ícones do estudo do desenvolvimento psicológico da criança durante o início do século XX. Embora os dois tenham estudado o mesmo assunto, suas teorias continham mais diferenças do que semelhanças. A pesquisa de Piaget (1974) enfatizou a “natureza”, ou capacidades inatas, enquanto as teorias de Vygotsky (1998) giravam em torno da “criação” ou a ligação entre meio ambiente e desenvolvimento. Estudos de Vygotsky foram interrompidos por sua morte prematura, enquanto Piaget (1974) continuou sua pesquisa sobre o desenvolvimento da criança cognitiva durante décadas.

2.4 DIDÁTICA DA MATEMÁTICA E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDICS)

Ao iniciar este tópico, parece-nos importante destacar algumas relações entre a Didática Geral e a Didática da Matemática, uma vez que devem funcionar de maneira articulada.

A Didática Geral provém de estudos de caráter pedagógico amplo, possibilitando o estabelecimento de relações com vistas à transposição de assuntos matemáticos, no caso particular da Matemática, para as outras situações didáticas específicas, na tentativa de entender as relações e suas inter-relações com a intenção de potencializar o aprendizado do aluno. Já a Didática da Matemática provém de estudos pedagógicos de caráter matemático, ou seja, estuda os processos didáticos das questões matemáticas, envolvendo ações tanto em sala de aula quanto fora dela, estabelecendo relações entre os alunos e o professor num processo educativo com o objetivo de alcançar a aprendizagem.

Esse processo educativo é chamado de processo didático, pois analisa as várias didáticas e suas condicionantes tais como: a metodologia utilizada pelo professor, os critérios

utilizados na elaboração do plano de curso, seleção e organização dos conteúdos a serem estudados, a metodologia utilizada para explicar os conteúdos, as estratégias didáticas, os recursos didáticos e tecnológicos, a relação professor e aluno (o contrato didático¹ – tem como sujeitos o professor e o aluno, cuja função é estabelecer regras e normas para o desenvolvimento dos trabalhos no ambiente escolar), entre outros.

No caso particular das mídias informacionais, sua evolução sempre esteve entrelaçada com a história da própria humanidade. A noção de tecnologias da inteligência pode caracterizar três grandes técnicas que estão associadas à memória e ao conhecimento, ou seja, a oralidade, a escrita e a informática. A oralidade sendo utilizada para estender nossa memória, constituindo-se muitas outras formas para as sociedades guardarem importantes constructos das culturas. Com a difusão da escrita, permite-se que a memória se estenda de modo qualitativamente diferente em relação à outra tecnologia da inteligência, a oralidade. Assim, a escrita enfatiza e permite que a linearidade do raciocínio apareça. A informática configura-se, então, como uma nova extensão de memória, com diferenças qualitativas em relação às outras tecnologias da inteligência e permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, experimentação e em uma “nova linguagem” que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea. (BORBA, 2016). Nesse contexto, a utilização da informática, em especial a um software matemático, é muito importante já que estão relacionadas a um conteúdo matemático, no caso desta pesquisa, as funções quadráticas.

Na perspectiva histórica, os seres humanos são constituídos por técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, esses mesmos seres humanos estão constantemente transformando essas técnicas. O conhecimento pode ser produzido com uma determinada mídia, ou com uma tecnologia da inteligência que se apoia na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres humanos com mídias, ou seja, com tecnologias, e não por seres humanos solitários, isolados. (BORBA, 2016).

Importante salientar que uma mídia não extermina a outra, ou seja, a informática não irá terminar com a escrita ou com a oralidade, nem a simulação acabará com a demonstração em matemática, mas sim haverá transformações ou reorganizações nos pensamentos. Quando tratamos da simulação e demonstração, importante diferenciar os dois conceitos que envolvem a matemática. A simulação diz respeito a um modelo matemático,

¹ Para maiores esclarecimentos sobre o assunto, consulte o estudo de D'amore (2007).

que quando usado, permite a modelagem, podendo sofrer alterações nos parâmetros utilizados, dando possibilidade aos alunos para reflexão e análise do objeto de estudo. Tais simulações são muito importantes para a Física, Química, e, especialmente para a Matemática envolvendo o conteúdo de funções quadráticas (funções do 2º. Grau). Já a demonstração é mais formal e quando utilizada, para ser aceita, existe a necessidade de ser demonstrada. A simulação ultrapassa a demonstração, sendo muito enriquecedora para a análise do presente trabalho.

Desse modo, um recurso didático e metodológico importante para a Educação é a mídia. Existem diferentes formas de veiculação relacionadas à área da informática e suas interfaces que podem contribuir com a prática docente, estabelecendo um suporte para a expansão desse uso, mas essa relação entre a informática e a educação matemática deve ser pensada como transformação da própria prática educativa.

Em tempos passados, o professor mostrava-se contrário à utilização da informática como facilitador dos processos de ensino e aprendizagem, pois temia o desemprego já que para ele haveria a substituição do ser humano pela máquina. Com o decorrer dos anos, essa visão foi desaparecendo, e para o professor era reservado um papel de destaque em ambientes informatizados. Nesse contexto, a ameaça anterior cedeu lugar ao desconforto gerado pela percepção de que assumir esse papel de destaque significava ter que lidar com mudanças, sendo que as inovações educacionais deveriam pressupor mudanças na prática docente.

A prática docente é uma profissão complexa já que nela estão envolvidas as propostas pedagógicas, os recursos técnicos envolvidos (equipamentos e recursos audiovisuais), as peculiaridades da disciplina que se ensina (planejamento educacional), a legislação vigente (cumprimento do currículo oficial de matemática e demais legislações educacionais), relacionamento com os alunos, pais, direção, supervisão, demais professores, entre outros fatores. Desse modo, o sucesso da prática docente depende muito da forma como o professor relaciona todos esses elementos acima mencionados.

Muitos professores procuram caminhar numa zona de conforto na qual quase tudo é conhecido, previsível e controlável, não se movimentando em um território desconhecido. Reconhecem que a forma como estão trabalhando não favorece a aprendizagem dos alunos, mas acabam se acomodando, evitando assim o avanço para a zona de risco na qual é preciso avaliar constantemente as suas ações metodológicas.

Desse modo, é pertinente destacar que no caso da utilização das tecnologias no ensino o professor está sujeito ao risco de perder o controle de determinadas situações durante sua prática docente, uma vez que podem surgir imprevistos durante uma aula de informática, por exemplo, no que tange à problemas técnicos enfrentados por falta de configurações de máquinas, limitações das salas ambientes de informática, entre outros.

Destaca-se também o surgimento de questionamentos imprevisíveis pelos alunos, quando o professor não está preparado, tornando o ambiente de aprendizagem inseguro. Aspectos como incerteza e imprevisibilidade geradas num ambiente informatizado, podem ser vistos como possibilidades para desenvolvimento do aluno, professor e das situações de ensino e aprendizagem.

Outro ponto a ser mencionado seria quando o professor trabalha de forma individual, não saindo da zona de conforto, estimulando a estagnação, por sua vez, quando se pensa em coletivo, impulsiona-se o professor para a zona de risco de forma que ele possa usufruir o seu potencial de desenvolvimento.

Evidente é a necessidade de processos consistentes de formação e atualização docente:

Os professores precisam saber como usar os novos equipamentos e softwares e também qual é o seu potencial, quais são seus pontos fortes e pontos fracos. Essas tecnologias, mudando o ambiente em que os professores trabalham e o modo como se relacionam com outros professores, têm um impacto importante na natureza do trabalho do professor e, desse modo, na sua identidade profissional. (VALENTE, 2008, p. 76).

Quando o professor opta por incorporar às TDICs à sua prática docente, é necessário considerar várias questões acerca do preparo adequado da aula, estabelecer qual é o objetivo da atividade em relação ao conteúdo desenvolvido e o que se pretende alcançar para realizá-la com qualidade, por exemplo, a escolha de um software educacional. Não significando que não serão utilizadas outras mídias, mas é imprescindível a reflexão sobre sua adequação.

Há também que se preocupar com o risco de que o conhecimento que o professor possui da disciplina se torne insuficiente, gerando medo e desconforto à medida que as TDICs se desenvolvem. Para tanto, é fundamental a atualização constante por parte do docente de todas as questões que envolvem os computadores, o software a ser utilizado e o conhecimento sobre o conteúdo ao qual eles estão sendo integrados.

A inserção das TDICs no ambiente escolar tem sido vista como um potencializador das ideias de se quebrar a hegemonia das disciplinas e impulsionando a interdisciplinaridade.

O surgimento das novas mídias na escola está relacionado com o professor, que se não tiver espaço para refletir sobre as possíveis mudanças que acarretam as TDICs, tenderá a não utilizá-las ou fazê-lo de maneira superficial. Para que o professor aprenda a conviver com as incertezas trazidas por uma mídia, um amplo trabalho de reflexão coletiva tem que ser desenvolvido para que seja alcançado o processo de ensino e aprendizagem.

Diante do tema em questão, existem argumentos favoráveis e contrários à adequação do uso de tecnologia da informática no âmbito escolar. No tocante aos pontos contrários, uma indagação constante é a de que se o aluno utilizar a calculadora, por exemplo, como ele aprenderá a fazer conta? Se o estudante aperta uma tecla do computador e o gráfico da função já aparece, como ele conseguirá aprender a traçá-lo? Mas outra indagação deveria ser feita: o uso de lápis e papel deveria também ser evitado para que os alunos não fiquem dependentes dessas tecnologias? Devemos considerar também tais objetos como tecnologias da mesma forma que o computador, pois poderiam causar dependência da mesma forma como no uso do computador.

Relevante observar que, na maioria das vezes, haverá uma dada mídia envolvida na produção de conhecimento, e que essa dependência quase sempre se colocará, cabendo ao professor utilizar as referidas tecnologias de forma adequada e produtiva. Outro argumento utilizado pelos que são contra a informática na escola seria pela questão econômica, já que para eles teriam primeiramente que melhorar as condições da escola, os salários dos professores para que posteriormente fosse pensado em tecnologia de ponta.

Por outro lado, um ponto favorável no tocante à inserção de tecnologia na escola seria a importância de estimular o aperfeiçoamento profissional para que os professores possam trabalhar com a informática, desencadeando o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como um profissional da educação. Outro ponto favorável teria como base o uso do computador tendo como objetivo a motivação e inovação que ele traria à sala de aula devido às cores, ao dinamismo e à importância dada aos computadores do ponto de vista social. Outro ponto a ser destacado seria a importância do uso da informática em educação para preparar o jovem para o mercado de trabalho já que cada vez mais a tecnologia informática interfere na área profissional. O último ponto a ser destacado seria a criação de

significado matemático por parte dos alunos, relacionados aos conteúdos ensinados com o uso do computador, em especial ao software matemático Winplot. Para tanto, o aluno ao utilizar o software Winplot deve atribuir sentido para que consiga alcançar o significado, potencializando o ensino da Matemática.

Os computadores por si só não garantem o sucesso na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Todavia, se inseridos na educação por meio de uma sólida formação dos professores para que esses possam utilizá-los de uma forma responsável e com potencialidades pedagógicas verdadeiras, procurando, também, sempre se atualizarem, acompanhando a renovação e adaptação às novas tecnologias, poderão ser alcançados os objetivos de sucesso no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos propostos.

Para a implantação dos recursos tecnológicos de forma eficaz na educação, são necessários quatro ingredientes básicos: o computador, o software educativo, o professor capacitado para usar o computador como meio educacional e o aluno, sendo que nenhum se sobressai ao outro. (VALENTE, 1993, p. 13).

Observa-se que os computadores podem dar um novo significado ao ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. A utilização das TDICs pode proporcionar grande envolvimento dos alunos na sua aprendizagem, cabendo ao professor estimular a resolução de tarefas nas quais os alunos são protagonistas e desde que a proposta da atividade permita que os mesmos compreendam e criem significados matemáticos. Sendo assim, ferramentas como softwares matemáticos devem ser utilizados como fonte de recursos para a preparação das atividades letivas e pesquisas educacionais, contudo os conteúdos de Matemática devem possuir recursos diversos em sua aplicação, as escolas devem estar preparadas para esse novo tempo equipando-se, qualificando os profissionais da educação, introduzindo novos meios pedagógicos como computadores e seus recursos (software, internet entre outros) proporcionando uma educação comprometida com as inovações sociais e suas necessidades viabilizando o ensino - aprendizagem da Matemática e compatibilizando as necessidades de seus alunos e os objetivos pedagógicos que se dispõe a atingir.

2.4.1 A escolha pelo software matemático Winplot

A escolha pelo software matemático Winplot deu-se pelo fato de ser um programa de domínio público, fazendo parte da *Peanut Softwares*, uma coleção de *softwares*

matemáticos, todos gratuitos criados por Richard Parris. É um software relativamente simples, utiliza pouca memória, mas dispõe de vários recursos que o tornam atraente e útil para os diversos níveis de ensino e aprendizagem da Matemática, tendo como característica o dinamismo. É um programa para plotar gráficos de funções em Matemática, de uma ou duas variáveis, utilizando o Windows, além de executar uma série de outros comandos, permitindo realizar animações de gráficos com um ou dois parâmetros, traçar e animar gráficos em 2D e em 3D, inclusive o de família de curvas, a partir de parâmetros adotados, por meio de diversos tipos de equações (explícitas, implícitas, paramétricas, e outras).

É de uso relativamente simples e tem versões em vários idiomas, inclusive em português. Na homepage da Peanut *Softwares* (<http://math.exeter.edu/rparris/>) há um link para a página do Winplot (<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>). Uma das maiores riquezas no uso desse software é realizar construções geométricas como numa folha de papel e ser capaz de movimentá-las. O caráter dinâmico gera vantagens para o ensino, como a de acelerar o tempo das construções, encorajar a tentativa e erro, construir figuras geométricas mais trabalhosas, além de permitir conjecturas e simulações de situações que não poderiam ser exploradas com lápis e papel. A possibilidade de movimento permite a criação de um ambiente intrigante de investigação.

É tido como um software direcionado a uma linha construtivista de educação e seus recursos favorecem a construção de conhecimentos matemáticos, permitindo estabelecer conjecturas a partir da visualização da movimentação de gráficos, possibilitando, assim, a exploração de diversos conteúdos, dentre eles as funções quadráticas (funções do 2º. Grau), objeto de estudo desse trabalho.

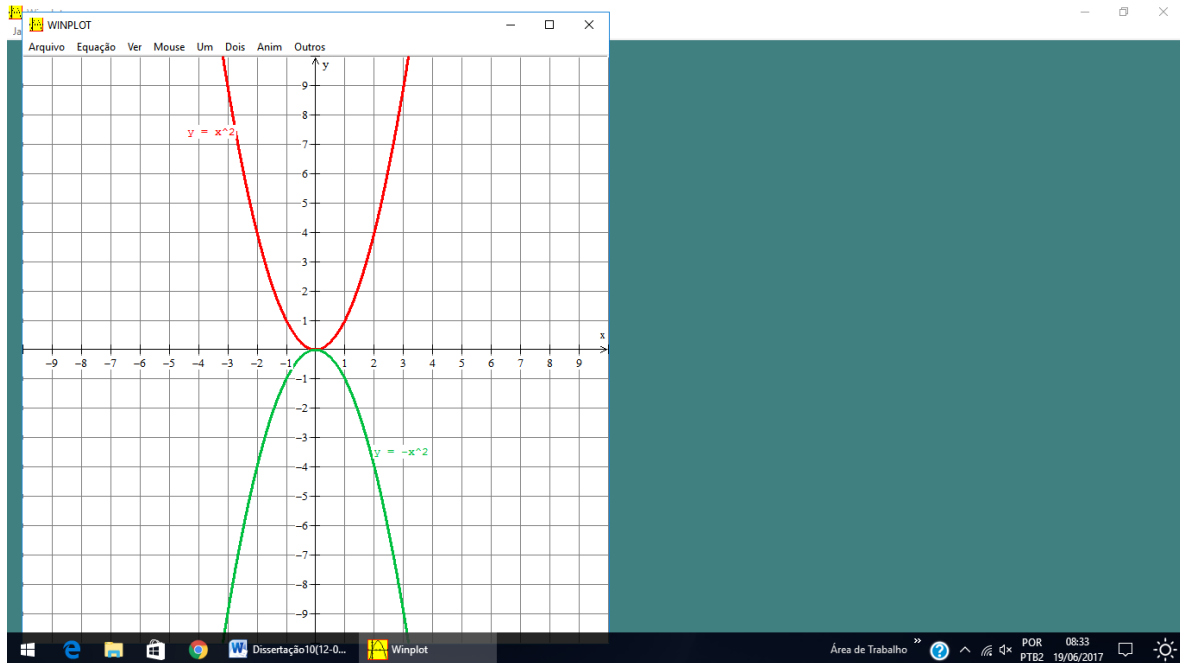


Figura 2 – Tela de demonstração do software matemático Winplot

Para viabilização no presente trabalho foi desenvolvido e analisado o conteúdo de “Funções quadráticas (Funções do 2º. Grau)”. As funções delineiam relações matemáticas especiais entre objetos. Intuitivamente, uma função é o modo de associar a cada valor de x um único valor da função $f(x)$. Uma função pode ser vista como uma sentença matemática que transforma entradas válidas em saídas de forma unívoca, por isso alguns autores chamam funções ou relações unívocas. É plausível entender que o aprender não deve estar privado ao software Winplot, mas na relação do processo desde a mediação do professor até o contato dos alunos com o software, aplicando os conhecimentos trazidos e internalizados no processo educacional.

3 A METODOLOGIA DA PESQUISA

As dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática têm despertado interesse e gerado discussões no campo da Educação Matemática. Diversas propostas buscam adequar o trabalho escolar às novas tendências que podem levar a formas alternativas de ensinar e aprender os conteúdos da Matemática. Como já estabelecido, dentre essas tendências, considera-se que a utilização dos recursos da TDIC, principalmente do computador e suas interfaces, constitui-se recurso facilitador dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática à medida que aprimora a forma do professor ministrar aulas, melhorando a interação entre professor e aluno e mesmo entre os discentes.

O presente trabalho refletiu os caminhos trilhados na construção de uma proposta metodológica fundamentada na abordagem histórico-cultural, tendo como principais interlocutores o constructo teórico de Vygotsky, com sua teoria psicológica historicamente fundamentada, e Bakhtin com sua teoria enunciativa da linguagem. Envolveu as questões relacionadas à Matemática, particularmente a Didática da Matemática e como o software matemático Winplot pode ser utilizado como estratégia potencializadora dos processos de ensino e aprendizagem, buscando caminhos para a ação e a transformação.

Os objetivos foram compreender se e como os softwares matemáticos podem auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem, investigando a importância da utilização dos mesmos como facilitadores dos processos de ensino e aprendizagem da matemática e como a aplicação foi vista perante os alunos enquanto recurso pedagógico alternativo para o ensino da matemática. Partimos do pressuposto de que é imprescindível o preparo dos docentes para utilizar tais ferramentas, bem como planejar suas aulas, elaborar estratégias interessantes e executar ações com recursos didáticos adequados para que se alcancem os objetivos almejados sempre dentro de um contexto alinhado com o Projeto Pedagógico da instituição.

Para o delineamento do estudo, efetuamos pesquisas bibliográficas relativas à utilização de softwares matemáticos, a partir da qual pudemos constatar a importância da referida tecnologia, desde que alinhada a uma metodologia adequada, que faça com que os alunos alcancem os objetivos no tocante à criação de significados matemáticos.

Nesse contexto, citamos Papert (2008, p.11):

Ao prover tecnologias e ambientes colaborativos adequados para desenvolver projetos pessoais, espera-se que o aprendiz trabalhe de modo árduo e que produza

resultados significativos para si próprio e para o grupo. Isso obviamente em sintonia com parâmetros curriculares para seu nível de escolarização, que só professores competentes têm condições de orientar.

Para atender a esses objetivos, a presente pesquisa teve como sujeitos os alunos do 1º ano do Ensino Médio de escola pública juntamente com a professora que leciona a disciplina em questão. Os conteúdos trabalhados envolveram questões relacionadas às funções quadráticas (funções do 2º. grau).

O universo de pesquisa constituiu-se de alunos pertencentes a um nível socioeconômico entre médio e baixo, refletido tanto pelo tipo dos trabalhos dos pais e responsáveis quanto pelo tipo de moradia em que vivem. Por meio de conversas informais, os dados revelaram que a maioria dos alunos ajuda nas tarefas domésticas, o que, segundo eles, não atrapalhava os estudos, embora causasse cansaço. E mencionaram também que raramente contavam com alguém para ajudar nas atividades escolares fora do ambiente escolar.

As pesquisas atuais são, em linhas gerais, classificadas em duas grandes vertentes: pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa. Essencialmente, a primeira delas lida com grande número de indivíduos, recorrendo aos métodos estatísticos para a análise de dados coletados de maneiras diversas, inclusive entrevistas. Chamá-la de pesquisa estatística ou pesquisa positivista é ainda comum.

A pesquisa qualitativa, também chamada de naturalística, tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes, envolvendo a relação observador-observado. Sob o nosso ponto de vista, uma abordagem qualitativa não exclui e, por certo, requer uma abordagem quantitativa no que se refere a dados de pesquisa que se mostram absolutamente evidentes na investigação, ainda que o universo de pesquisa se situe no contexto das relações humanas. Porém, claro está que pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações.

Nesse sentido, citamos Moysés (1997, p. 85):

Tendência crescente no panorama educacional, a pesquisa qualitativa vem se voltando especialmente para o interior da escola. Nessa aproximação procura captar o seu cotidiano, extraindo dele os elementos capazes de construir novos conhecimentos a respeito desse universo.

Na mesma direção, Lüdke e André (1986) indicam que, segundo essa abordagem, a fonte direta de dados é o ambiente natural em que o investigador é tido como elemento principal, interessando-se mais pelo processo do que pelo resultado, e os dados são analisados

de forma indutiva em que o significado é de suma importância para a pesquisa, que deve ser realizada coletivamente. Às vezes somente a observação não basta para atingir os objetivos, e, então, destaca-se a importância de se adotar a multiplicidade de procedimentos.

No ambiente educacional, em especial na sala de aula, reconhece-se a importância de se analisar a situação do ensino e aprendizagem, usando metodologias de cunho mais qualitativo, priorizando a construção de conhecimentos mais relevantes no universo escolar.

A pesquisa foi desenvolvida segundo a abordagem qualitativa do tipo pesquisa-ação cooperativa, sendo uma interessante modalidade, já que envolve a intervenção em uma determinada realidade, a capacitação de professores em fazer o bom uso da tecnologia por meio do software matemático, visando à construção coletiva do trabalho pelos diversos atores envolvidos no contexto a ser investigado. Assim, o estudo situa-se no contexto de práticas e grupos cooperativos ou colaborativos que aparecem como objetos de investigação.

Fiorentini (2004, p. 71) nos ensina que:

A pesquisa-ação, nesse sentido, é um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas a prática investigativa, a prática reflexiva e a prática educativa. Ou seja, a prática educativa, ao ser investigada, produz compreensões e orientações que são imediatamente utilizadas na transformação dessa mesma prática, gerando novas situações de investigação.

Para o autor, a principal distinção entre uma pesquisa-ação cooperativa e uma pesquisa-ação colaborativa é o universo de formulação do problema de pesquisa, ou seja, se o problema é proposto ao grupo pelo pesquisador ou grupo de pesquisadores sem a participação direta dos sujeitos de pesquisa em sua formulação, ela é de natureza cooperativa; de outro modo, quando o problema é definido em conjunto pelo pesquisador e pelos sujeitos, para analisar um problema que se refere ao coletivo envolvido, a pesquisa é colaborativa.

Efetivamente, a pesquisa-ação, cooperativa ou colaborativa, tem como marca distintiva a inserção do pesquisador no ambiente pesquisado não apenas para observá-lo em busca de compreendê-lo, mas, acima de tudo, buscando a melhoria de práticas e ampla liberdade de ação com vistas à potencialização da aprendizagem dos sujeitos envolvidos. Trata-se, portanto, de efetivo processo de ação-reflexão-ação.

A atenção deve estar voltada para a aprendizagem de Matemática no ambiente em que a aprendizagem ocorra. Segundo Pinto (1989), inclui um momento de investigação, um de tematização e, por último, o de programação e ação. É um tipo de pesquisa social, de base empírica, concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de atividades de forma coletiva, contando com o envolvimento dos próprios participantes que

nela atuam de forma cooperativa, tendo em vista os objetivos almejados, com um ensino inovador. A pesquisa-ação tem como principal característica a presença da ação que se dá no plano empírico, e que serve de palco para submeter à prova a teoria em jogo.

Moysés (1997, p. 86) procura avançar nessa discussão e estabelece que a pesquisa-ação tem como principal característica justamente a presença da ação que se dá no plano empírico e que serve de palco para submeter à prova a teoria em jogo.

Na perspectiva Histórico-Cultural, não se dissocia teoria e método, ou seja, no constructo teórico evidencia-se a formulação do método e na discussão do método aprofunda-se a reflexão teórica. Desse modo, teoria e método compõem uma relação que se constitui dialeticamente.

Sob esse modo de pensar, o método é constitutivo de todo o processo de conhecimento, desde a escolha do objeto de estudo, a formulação da questão orientadora, a definição dos instrumentos de pesquisa, a intervenção na realidade, enfim, de toda a trajetória investigativa, incluindo-se a obtenção e análise dos dados e o processo de reflexão. Para Vygotsky (1991, p. 74), “estudar alguma coisa historicamente significa estudá-la no processo de mudança, esse é o requisito básico do método dialético”.

Dessa forma, o pesquisador explica que o método não é a causa do conhecimento e que o caminho metodológico que propõe é conhecer pelas causas, apontando como de maior importância a busca da gênese, da origem dos fenômenos, estudando-os nos seus processos de transformação. Por isso, o autor considera em seus estudos tanto a abordagem fenotípica, enfatizando a necessidade das descrições e explicações, quanto a abordagem genotípica, que busca a origem dos fenômenos. A consideração dessa posição teórica é fundamental porquanto dela decorre o que hoje se denomina como experimento didático-formativo e a visa contemplar de maneira efetiva a produção de sentidos e a negociação de significados de aprendizagem.

Isso posto, o objeto de reflexão coletiva é a prática discursiva que acontece na sala de aula em situações que buscam inovação curricular, na qual o aluno é concebido como alguém capaz de produzir significados e conhecimentos, provocando, desse modo, uma ressignificação dos saberes e das práticas educacionais.

Em uma abordagem Histórico-Cultural, o intuito da pesquisa qualitativa é a compreensão dos sentidos que são construídos e compartilhados por indivíduos socialmente relacionados (FREITAS; RAMOS, 2010). Segundo essa abordagem, o psiquismo é

construído no social, nas interações possibilitadas pela linguagem, que também nos permite dialogar com as diferentes “vozes” dos sujeitos envolvidos e que possuem diferentes formas de internacionalização dos diversos saberes, acabando por fazer parte da construção do conhecimento dos conteúdos a serem aprendidos, para que posteriormente possam ser externalizados.

A realidade é múltipla, socialmente construída em uma dada situação e, portanto, não se pode apreender seu significado se, de modo arbitrário e precoce, a aprisionarmos em dimensões e categorias, estando presente sempre um processo de busca, abertos para encontrar o inesperado, não desconsiderando aspectos relevantes da realidade, sendo um processo gradativo e não organizado rigidamente. O conhecimento não é descoberto e nem é transmitido, mas sim é uma produção gradativa de um coletivo pensante. A aprendizagem é um fenômeno social que acontece mediante participação ativa e direta em práticas de comunidades sociais, independentemente de essas serem intencionalmente pedagógicas.

Segundo os pressupostos de Vygotsky (1991), fundamentado no materialismo histórico-dialético, a construção do conhecimento por parte dos alunos deve ter como base a transformação humana observando o seu aspecto histórico, ou seja, o que o aluno traz de conhecimentos prévios e cotidianos relacionados aos conteúdos a serem estudados de forma contextualizada. Seguindo esse caminho, surge a necessidade da presença de vários sujeitos, com suas vozes, de forma a construir o conhecimento em colaboração com outros indivíduos, conforme trata Bakhtin, em seus conceitos e enunciações.

Mikhail Mikhailovich Bakhtin (1895-1975) foi um pensador russo que tratava do dialogismo em que as ideias eram frutos de diálogos, ou seja, todo discurso traz algo do discurso de outrem e ao mesmo tempo é realizado e absorvido para outros e por outros, tendo assim uma gênese comunitária, existindo nesse contexto a presença de várias vozes dos sujeitos envolvidos nos referidos diálogos. Estudava também os gêneros discursivos, bem como suas vozes presentes, em que um enunciado ou discurso é permeado por discursos ou enunciados que o antecedem e como consequência em alguma instância os reproduzem. Esses discursos ou enunciados antecedentes não pertenciam exatamente a uma pessoa, mas sim ao meio social ao qual esse indivíduo pertencia, pois quem se pronuncia, pronuncia a voz de uma sociedade, que às vezes longínqua está no tempo e no espaço. (BAKHTIN, 2010).

Parte-se do pressuposto de pesquisa dos diferentes caminhos que pode percorrer um texto para encontrar seu objeto, ante a complexidade da relação com o outro. Ao utilizar

essas que são categorias centrais do pensamento bakhtiniano, uma escuta deve se instaurar e o ouvido deve se afinar: as vozes são múltiplas e múltiplos são os momentos e os modos em que elas se fazem ouvir. (AMORIM, 2004).

É nessa arena de circulação e confronto de discursos, no exercício de experiências plurais, que nossas singularidades vão sendo construídas *na* e *para* a pesquisa. (FREITAS; RAMOS, 2010).

Dessa forma, os instrumentos de pesquisa que puderam viabilizar a consecução dos objetivos pretendidos foram os referenciais bibliográficos sobre o tema, a aplicação de questionário aos alunos, a realização de uma entrevista semiestruturada com um aluno. Ambos continham questões fechadas e abertas, por meio de um roteiro pré-estruturado que poderia sofrer adaptações no decorrer dos processos, caso necessário. A professora titular da sala respondeu algumas questões em forma de depoimento, que se encontram no Apêndice 4 deste trabalho. A escolha pela professora colaboradora se fez devido à percepção de sua dedicação na profissão e pelo carinho que os alunos sentem por ela, demonstrando a afetividade presente na relação educacional, em especial na matemática, embora ela não tenha familiaridade com o software. As aplicações dos questionários e entrevistas foram filmadas e gravadas sendo preservadas fielmente tudo o que foi dito e observado durante as aplicações.

Também foram aplicadas atividades práticas envolvendo o software Winplot para que pudéssemos constituir, ainda que em sua forma básica, um experimento didático-formativo, envolvendo os conteúdos ensinados. Importante salientar que a divulgação dos resultados tem finalidade científica e que os sujeitos foram esclarecidos acerca da investigação, tendo sua identidade preservada.

Os detalhes da aplicação da pesquisa seguem: a investigação foi realizada com 25 (vinte e cinco) alunos do 1º. ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual, na cidade de Birigui, estado de São Paulo. Vale destacar que a escolha pela turma se deve ao fato de a pesquisadora já ter tido contato com a sala, uma vez que lecionou pelo período de um ano a disciplina de Matemática, quando os alunos estavam no 8º (oitavo) ano do Ensino Fundamental, há dois anos. Na época em questão, a maioria dos alunos era compromissada com os estudos, demonstrando interesse com atitudes inovadoras, mas ainda era nítida a presença da ansiedade por conta do “desconhecido” e possivelmente pela falta de maturidade dos alunos no processo educacional.

A presente pesquisa foi realizada em duas etapas: na primeira etapa, foram observadas 04 (quatro) aulas expositivas (giz e lousa) em que a professora, titular do cargo, ensinou o conteúdo de funções quadráticas (funções do 2º. grau), bem como suas relações. Nesse momento a professora retomou o conteúdo da aula anterior referente às funções afins (funções do 1º. grau) e, na sequência, apresentou sua intencionalidade, explicando os conteúdos bem como suas propriedades. Após a explicação na lousa, a professora entregou aos alunos atividades impressas (Apêndice 2) juntamente com papéis quadriculados para que os alunos fizessem as mesmas manualmente. Essas mesmas atividades foram posteriormente aplicadas no software Winplot para que os alunos pudessem conhecer a nova ferramenta de aprendizagem. Ressalta-se que todas as atividades propostas são do currículo oficial do Estado de São Paulo, constantes do caderno do aluno, utilizado pelo governo do Estado, que segue anexado (Anexo II) a essa pesquisa. Após essas 04 (quatro) aulas, tivemos uma aula na sala de recursos multimídia em que foi apresentado aos alunos o software matemático Winplot (utilizando os recursos do projetor multimídia e computador), bem como o seu manual (Anexo I) e também foi realizada uma atividade prática (mesmo exemplo utilizado pela professora titular quando explicado na lousa de forma expositiva) no software para que os alunos pudessem ter familiaridade e acessibilidade com os comandos básicos do referido software.

Já na segunda etapa, os alunos aplicaram as atividades realizadas manualmente no software matemático Winplot. Depois de 04 (quatro) dias, os alunos foram levados à sala de informática onde tiveram contato com computadores e puderam realizar as atividades feitas anteriormente de forma manual, agora aplicando no software, fazendo comparações entre a construção dos gráficos por procedimento manuscrito e nos computadores. A intenção da apresentação do referido software foi de fazer com que os estudantes se familiarizassem com as funções do software promovendo a autonomia destes ao desenvolver a situação proposta.

A referida aula prática teve a duração em média de 02 (duas) horas. Os alunos fizeram as atividades, alguns fizeram em duplas e outros individualmente e enviaram via e-mail para a pesquisadora para que ela pudesse avaliar e comparar os gráficos feitos manualmente com os realizados através do software matemático Winplot. A maioria da sala participou com entusiasmo nas atividades propostas, porém 03 (três) alunas se recusaram a fazer, demonstrando desinteresse e alegando não gostarem de matemática. Destaca-se que todos os alunos participantes entregaram os devidos termos de consentimentos livres e

esclarecidos devidamente assinados pelos responsáveis antes de iniciado todo o processo, conforme preceitua a legislação, para que pudessem ser utilizados os dados obtidos de forma científica (Apêndice 1).

Após a realização das atividades no software, os sujeitos participantes responderam a um questionário semiestruturado com algumas perguntas fechadas e uma pergunta aberta para que a pesquisadora pudesse avaliar a viabilidade do software como recurso facilitador dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Os alunos responderam os questionários no próprio local da aula e entregaram para a pesquisadora. A referida aplicação demorou cerca de 30 (trinta) minutos. Todos os alunos realizaram os questionários, até mesmo os alunos que não quiseram fazer a parte prática da aplicação das atividades no software Winplot.

Posteriormente, um aluno foi selecionado para realizar uma entrevista semiestruturada que continha questões abertas. A escolha pelo aluno deveu-se ao fato de ser dedicado aos estudos, demonstrando grande interesse pelo projeto e pelo “novo” contido no processo educacional. O roteiro da entrevista bem como sua transcrição encontram-se nos Apêndices 5 e 6 dessa pesquisa.

As atividades realizadas pelos alunos na aplicação no software Winplot foram divididas em 04 questões e 01 desafio. Importante destacar que os alunos tinham em mãos as atividades realizadas nas aulas anteriores quando fizeram de forma manual utilizando papel quadriculado, para que pudessem fazer as comparações com as atividades construídas no software matemático Winplot.

Destaca-se foram 25 (vinte e cinco) os sujeitos envolvidos na pesquisa, tratando-se de “vozes” que tentam expressar seus respectivos significados. Dar vozes ao sujeito no campo de pesquisa é criar possibilidades para que ele perceba-se como participante ativo nessa construção, o que pode contribuir para sua transformação como ser social.

Segundo os pressupostos bakhtinianos, a fonte de dados e produção de conhecimento é o texto, esse deve ser entendido pelas falas, escrituras e gestos produzidos pelos sujeitos historicamente situados, em interação com o meio sociocultural em que vivem. A construção do conhecimento só tem sentido se compartilhado com o outro, o que imprime, portanto, à alteridade, se colocando no lugar do outro e fazendo parte do processo educacional. De acordo com Amorim (2004, p.28), “sem reconhecimento da alteridade não há objeto de pesquisa”.

O diálogo com os sujeitos durante o desenvolvimento da pesquisa foi essencial, pois possibilitou à pesquisadora mergulhar no tema que está sendo investigado. A linguagem põe e supõe o outro. Não há linguagem sem exercício do diálogo, ou seja, sem a possibilidade de resposta. Só existe ciência no dialogismo.

Nessa perspectiva, considera-se o ser humano constituído na e pela atividade dialógica, que não coincide consigo mesmo, inacabado, que se constitui na interação de duas consciências, que age responsivamente em relação ao outro. (AMORIM, 2004).

Fomos a campo com a certeza de que é considerável o impacto que a TDIC provoca na sociedade atual. Essa tecnologia está presente no dia-a-dia da sociedade e não deve estar ausente do ambiente educacional, subsidiando o processo de aprendizagem da Matemática. Contudo o professor deve estar capacitado para usar tal tecnologia como ferramenta capaz de potencializar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, o que exige um processo didático-formativo amplo, ou seja, impõe falar com a escola e não apenas falar da ou para a escola. Cabe, então, registrar que em nossa compreensão os dados e a sua análise são relativamente provisórios, refletem um dado momento do grupo envolvido e certamente permitirá novas abordagens no âmbito do que se compreende como experimento didático-formativo.

Para Vygotsky (1991), o desenvolvimento não é uma repetição do que já foi dado, mas construção do novo com o já dado, corroborando com a metodologia bakhtiniana que pressupõe a criação do significado quando se estabelece uma relação com os sujeitos existentes no processo educacional, com suas vozes, de forma dialética, com alteridade presente nas relações entre professor e aluno, para que se tenha uma aprendizagem significativa.

Nesse sentido, BATTISTI; NEHRIN (2014, p. 68) tratam “ [...] que no contexto escolar há uma dupla mediação, uma que se refere à relação entre professor e estudantes, outra vinculada à relação entre os estudantes e o conteúdo escolar”. Diante desse contexto, a mediação do professor acontece quando o mesmo é capaz de estabelecer processos de aprendizagem, de forma intencional, que possibilitem que os estudantes consigam criar significados matemáticos.

Portanto, novas competências demandam conhecimentos e inovações didáticas, ou seja, o ensino da Matemática hoje necessita, além de uma reformulação no processo inicial de formação dos docentes, de utilização de tecnologias que vão além de transmissão de

conteúdos, tais como a utilização de métodos contemporâneos, exercitação do raciocínio do aluno e mais, a humanização do ensino com a exteriorização da preocupação de vida.

Há uma forte tendência da utilização da TDIC no ensino e aprendizagem da matéria em questão, uma vez que isso se torna não só um elemento de apoio para o ensino, mas também fonte de aprendizagem e ferramenta para o desenvolvimento de habilidades e raciocínios.

Para que o docente tenha sucesso nos processos de ensino e aprendizagem na Matemática, é imprescindível a análise e escolha de recursos didáticos como estratégias metodológicas que consigam alcançar os objetivos traçados. Mas um questionamento é necessário: a repetição de comandos de softwares matemáticos sem um objetivo estabelecido pelo professor e sem domínio dos conteúdos envolvidos, também não é prejudicial à formação intelectual? Essa é a primeira questão a ser resolvida quando se estabelece a opção pela utilização das diversas tecnologias de ensino.

Quando se fala em estratégias metodológicas, é necessário além do preparo adequado da aula, uma boa qualificação do docente para que consiga atender aos objetivos propostos com vistas ao alcance efetivo do ensino e aprendizagem por parte dos discentes.

O professor em formação com as tecnologias digitais é desafiado a fazer o movimento dialético do que é realizado externamente na interação com o aluno o convertendo em algo interno, para si, em uma nova aprendizagem. (FREITAS; RAMOS, 2010).

No presente caso em análise, foi utilizado o software matemático Winplot para facilitar a construção de gráficos de conteúdos de funções.

Consideramos que os professores possuem um papel fundamental na educação, tendo condições de utilizar recursos didáticos que facilitem a compreensão por parte dos alunos nas diversas questões matemáticas, e, em especial, nosso interesse relativamente ao software Winplot, tendo-se como objetivo verificar se é de fato uma ferramenta facilitadora e de grande utilidade como potencializadora dos processos de ensino de aprendizagem.

É o que o presente estudo pretende investigar, indicando elementos que podem contribuir para a tomada de decisão dos docentes acerca da utilização das TDICs e, em especial, do software em questão, nas aulas de Matemática do Ensino Médio.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Conforme relatado na seção da Metodologia, a pesquisa foi realizada seguindo as etapas de observação de aula e de aplicação das atividades realizadas manualmente no software matemático Winplot. Seguem abaixo algumas fotos das explicações da professora referente ao conteúdo.

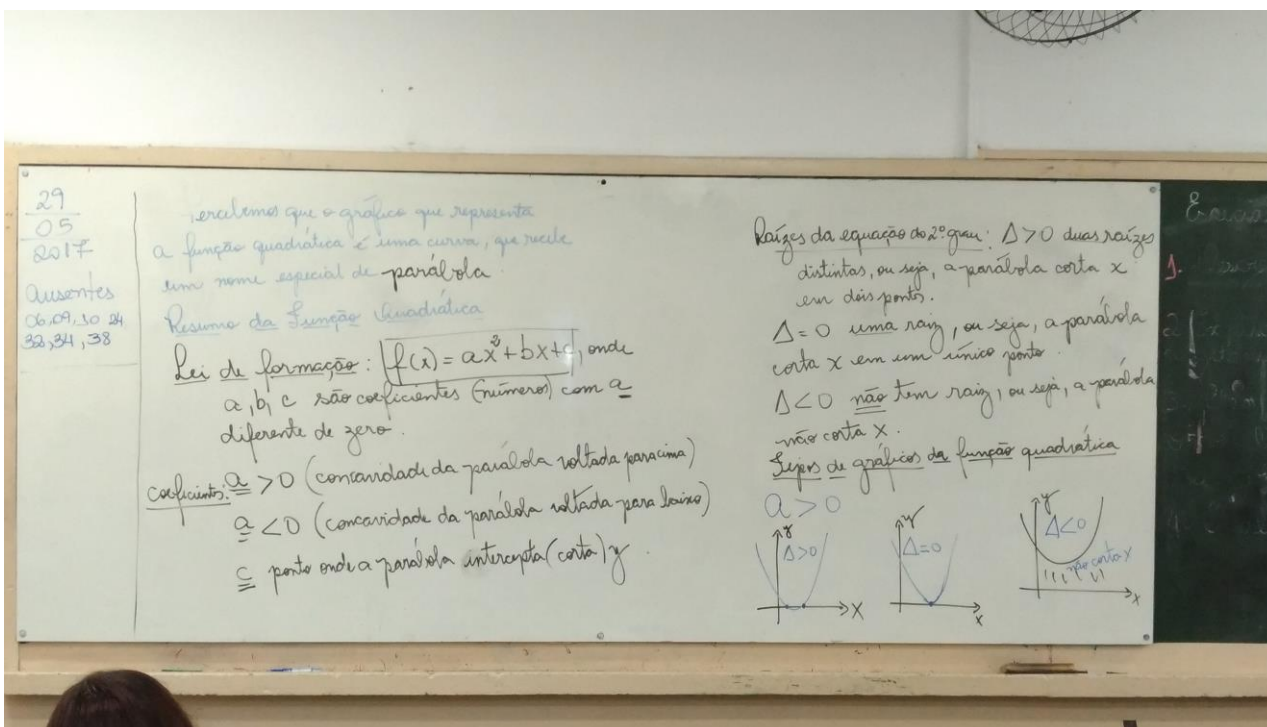


Figura 3 – Foto das explicações do conteúdo apresentado na lousa pela professora titular da sala.

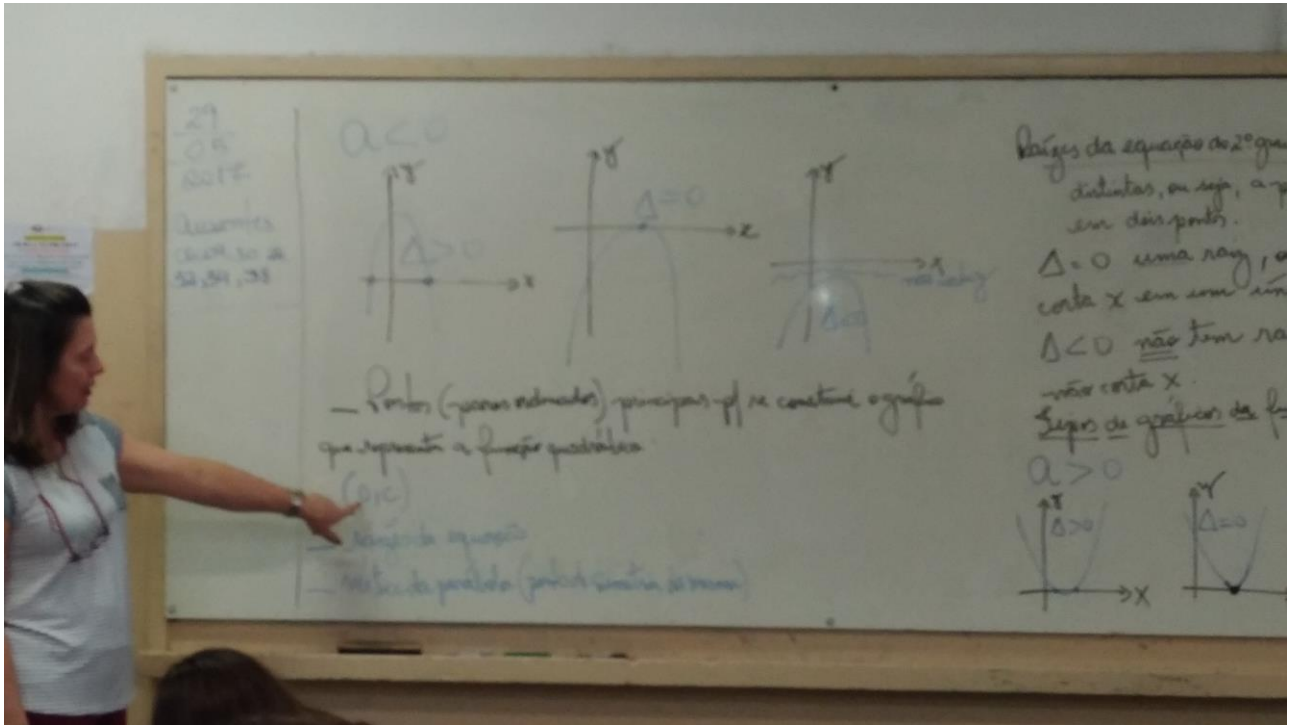


Figura 4 – Foto da professora titular da sala explicando o conteúdo na lousa

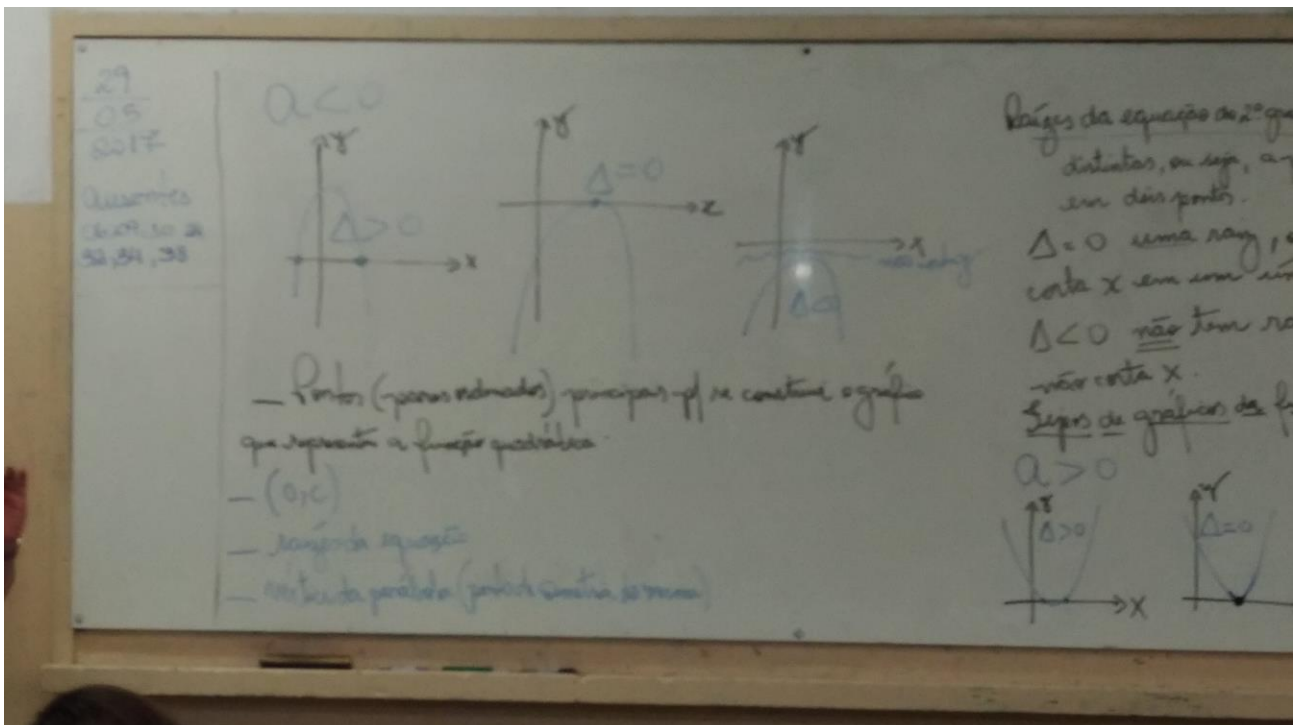


Figura 5 – Foto das explicações do conteúdo realizado na lousa pela professora titular da sala.

Em seguida, foi construído o gráfico relativo aos pontos determinados no plano cartesiano, nomeando o gráfico encontrado.

Após a explicação na lousa, a professora entregou aos alunos atividades impressas (Apêndice 2) juntamente com papéis quadriculados para que fizessem as mesmas manualmente para melhor compreensão dos gráficos, verificando os mesmos com relação aos coeficientes numéricos, criando os gráficos de acordo com os pontos escolhidos pelos próprios alunos. Essas mesmas atividades foram posteriormente aplicadas no software Winplot para que os alunos pudessem conhecer a nova ferramenta de aprendizagem. Importante salientar que as atividades propostas são do currículo oficial do estado de São Paulo, constantes do caderno do aluno utilizado pelo governo do estado, que segue anexado (Anexo II) a esta pesquisa.



Figura 6 – Fotos dos alunos construindo os gráficos manualmente

Após essas 04 (quatro) aulas, tivemos uma aula na sala de recursos multimídia em que foi apresentado aos alunos o software matemático Winplot (utilizando os recursos do projetor multimídia e computador), bem como o seu manual (Anexo I) e também foi realizada uma atividade prática no software para que os alunos pudessem ter familiaridade e acessibilidade aos comandos básicos do referido software. Segue abaixo foto da apresentação do manual do software aos alunos.

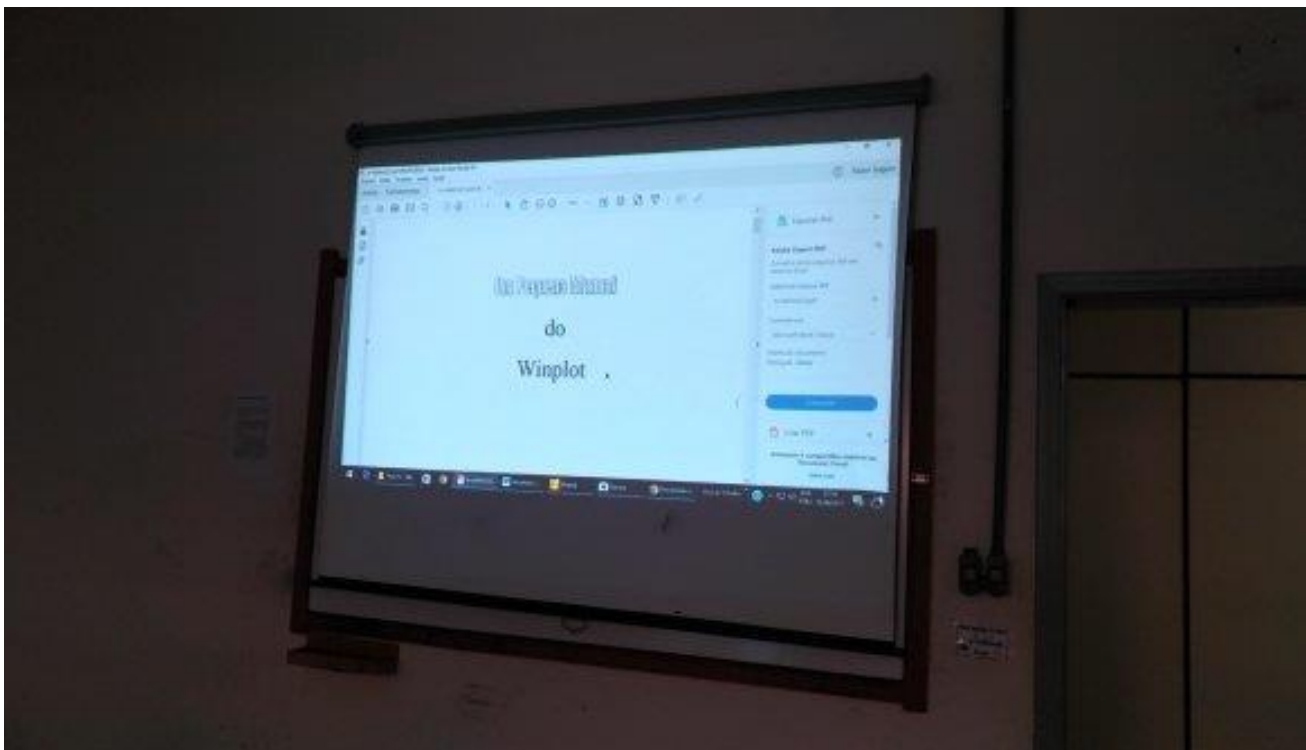


Figura 7 – Foto da apresentação do manual do software Winplot aos alunos

Depois de 04 (quatro) dias, os alunos foram levados à sala de informática, onde tiveram contato com computadores e puderam realizar as atividades feitas anteriormente de forma manual, agora aplicando no software, fazendo comparações entre a construção dos gráficos por procedimento manuscrito e nos computadores. A aula prática teve a duração em média de 02 (duas) horas. Os alunos fizeram as atividades, alguns fizeram em duplas e outros individualmente, enviaram via e-mail para a pesquisadora para que ela pudesse avaliar e comparar os gráficos feitos manualmente com os realizados através do software matemático Winplot. Seguem abaixo algumas fotos do dia da realização das atividades no software matemático Winplot:

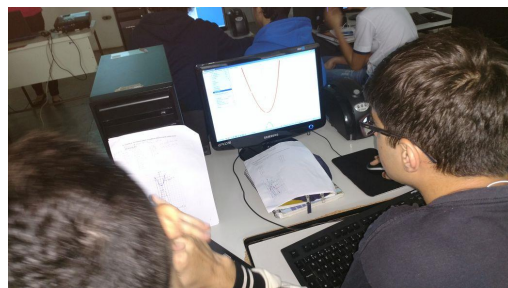


Figura 8 – Foto 1 da aplicação

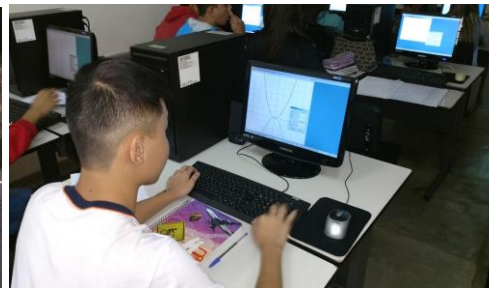


Figura 9 – Foto 2 da aplicação



Figura 10 – Foto 3 da aplicação



Figura 11 – Foto 4 da aplicação

Durante a realização das atividades pelos alunos no software Winplot, notamos que eles estavam ansiosos com o “novo”, mas, com o passar do tempo, se mostraram motivados e envolvidos, apresentando grande alegria ao conseguir realizar as atividades e mostrando-se familiarizados com a novidade tecnológica. Destaca-se que a todo o momento os alunos precisavam da mediação da pesquisadora e da professora para tirar dúvidas. Alguns alunos apresentaram dificuldades, mas com a mediação da professora e da pesquisadora conseguiram entender e sentiram-se felizes ao conseguir desenvolver as atividades. A maioria da sala participou com entusiasmo nas atividades propostas, porém 03 (três) alunas se recusaram a fazer, demonstrando desinteresse e alegando não gostarem de matemática.

Destacamos aqui alguns diálogos dos alunos durante a realização das atividades no software matemático Winplot. Quando a pesquisadora estava relembrando uma atividade realizada no software, antes dos alunos realizarem as atividades propostas, em determinado momento, a mesma questiona os alunos:

- P(Pesquisadora): *“Vocês acharam que é mais fácil de enxergar o gráfico? Fica mais preciso?”*

Os alunos responderam:

- A(Alunos): *“Sim!”*.

E depois a pesquisadora ainda questiona os alunos:

- P(Pesquisadora): *“E será que bateram os resultados com as explicações dos exemplos que a professora fez na aula?”*

Os alunos responderam:

- A(Alunos): *“Sim, sim!”*

Reforçamos, então, a relevância da presença da professora no processo de mediação e orientação quanto às atividades propostas. Por certo, a novidade do trabalho para

os alunos tem aspectos positivos e aspectos negativos. Em certo sentido, eles se motivaram exatamente pela curiosidade e precisão do traçado; noutra sentença, alguns podem ter se retraído pela pouca familiarização com a ferramenta, o que certamente deverá ser resolvido com a continuidade do trabalho.

Destacamos, durante a realização das atividades compartilhadas, a importância do envolvimento da pesquisadora e da docente da classe com a turma, dispondo-se a tirar as dúvidas dos alunos e respondendo aos questionamentos deles. Em vários momentos tivemos que atender ao questionamento:

- A(Alunos): “*Professora, vê se deu certo aqui?*”

- P(Pesquisadora): “*Sim, mas fiquem atentos às alterações solicitadas para que vocês façam no software, conforme explicado no projetor!*”

Segundo Moysés (1997, p. 148):

Isso equivale a dizer que a atividade compartilhada é fundamental para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Trabalhando com um ou vários parceiros, ele vivencia no plano externo o que irá internalizar, posteriormente, conforme atesta Vygotsky (1981, 1984).

Nesta pesquisa, grande parte das aulas foram realizadas por meio de atividades compartilhadas, priorizando o trabalho colaborativo, sendo que os resultados demonstraram a importância para os processos de aprendizagem. Entende-se por atividade compartilhada aquela em que existem trocas de conhecimentos entre os diversos sujeitos envolvidos no processo educacional, ou seja, entre aluno e aluno, entre professora e aluno, entre professora e pesquisadora, entre pesquisadora e aluno. É inegável que, falando para o outro, o aluno aprende. O aluno aprende porque contrapõe o seu pensamento com o do outro e, nessa contraposição, consegue perceber diferenças e semelhanças, sempre com a presença da mediação do professor. Ademais, verifica-se que, quando a colaboração passa a ser objetivo do grupo, os conflitos desaparecem e os alunos se tornam parte do processo educacional, não atuando somente como expectadores da ação pedagógica. Segue abaixo foto dos alunos fazendo as experimentações no software:



Figura 12 – Foto dos alunos fazendo as experimentações no software.

Quando o aluno V.N.R.N.I realiza as atividades no software matemático Winplot percebe-se que seu colega de turma V.S.G possui dificuldades no entendimento das variações das funções bem como na simulação das atividades, conforme mostra o diálogo abaixo:

- Aluno V.S.G: *“Parça, como você conseguiu chegar até aqui?”*
- Aluno V.N.R.N.I: *“É só você abrir a janela e marcar os pontos....olha aqui!”*
- Aluno V.S.G: *“É melhor você fazer um e depois eu tento fazer outro! Aí se eu não conseguir você me explica ou eu chamo a “sora.”*
- Aluno V.N.R.N.I: *“Você viu que quando eu mudo os pontos, o gráfico muda também? Mas tem que ir tentando até ligar os pontos certinho!”*
- Aluno V.N.R.N.I: *“Você entendeu?”*
- Aluno V.S.G: *“Haha!”*
- Aluno V.N.R.N.I: *“Agora faz você então o outro exercício!”*
- Aluno V.S.G: *“Tá, então deixa eu sentar aí...”*

Vale salientar que quando os alunos fizeram as atividades propostas, eles chamaram a pesquisadora para conferência dos gráficos! Percebe-se que os alunos se sentem motivados e entusiasmados quando conseguem acertar os exercícios. Tanto a pesquisadora quanto a professora tentam incentivar os alunos para a realização das atividades de maneira

exitosa, demonstrando assim a importância na mediação no processo educacional e, sempre estimulando a criatividade nos processos de ensino e aprendizagem.

O aluno G.M.P prefere fazer as atividades sozinho e muito concentrado. Esse aluno é muito dedicado e consegue fazer as atividades com certa rapidez. Pensando nesse aspecto, a professora poderia ter feito uma aula inovadora, partindo de alguns norteamentos para que os alunos pudessem descobrir as respostas das atividades, de maneira dinâmica e experimental e, assim, alcançariam uma aprendizagem significativa e não ficariam somente na transposição das atividades realizadas de forma manual (papel quadriculado) para aplicação no software matemático Winplot. Os alunos estariam participando de forma ativa tanto nos enunciados das questões, estimulando a criatividade dos alunos, quanto nas respectivas resoluções. Desse modo, a aula seria pautada na Teoria Histórico-cultural e se transformaria em colaborativa.

Moysés (1997, p. 154), estimulando a criatividade no processo, afirma que:

A criatividade, nos termos de que nos fala Vygotsky (1990), se fez presente particularmente na ação docente. Sendo combinação criativa de elementos já existentes no cérebro de forma a se adaptar a uma situação nova, desconhecida, a criatividade foi o recurso ao qual recorreram ambos os professores para levar adiante um trabalho inovador.

Cabe aqui destacar que, quando os alunos se sentem motivados pela professora, os estudos progredem, há uma evolução na participação e uma confiança presente na relação aluno e professor. Miller (2014, p. 24), segundo o posicionamento do autor Diego Jorge González Serra, assevera que a motivação é um conjunto de processos psíquicos internos que regulam a direção e intencionalidade da atividade externa, ambas se complementando e transformando-se reciprocamente, consolidando o desenvolvimento do aluno.

Na aplicação do questionário pudemos analisar os benefícios que a utilização do software trouxe para as aulas de matemática. Com relação às respostas dos alunos, vale ressaltar que a maioria dos alunos se sentiu mais motivada com a ação pedagógica realizada, concluindo que o uso do software permitiu um avanço na compreensão dos conceitos matemáticos. Todavia, ainda temos que utilizar novas estratégias metodológicas fazendo com que o aluno seja protagonista de sua ação, buscando uma aprendizagem significativa.

A professora titular da sala respondeu algumas questões em forma de depoimento, que encontram-se no Apêndice 4 neste trabalho.

As atividades realizadas pelos alunos na aplicação do software Winplot foram divididas em 04 questões e 01 desafio. Importante destacar que os alunos estavam em mãos com as atividades realizadas nas aulas anteriores quando fizeram de forma manual utilizando papel quadriculado, para que pudessem fazer as comparações com as atividades construídas no software matemático Winplot. As referidas atividades estão abaixo construídas. Vale salientar que foram feitas pela professora da turma e pela pesquisadora:

1) Construir no mesmo plano os gráficos diferenciando pelas cores:

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ e } f(x) = -2x^2 + 1$$

RESOLUÇÃO:

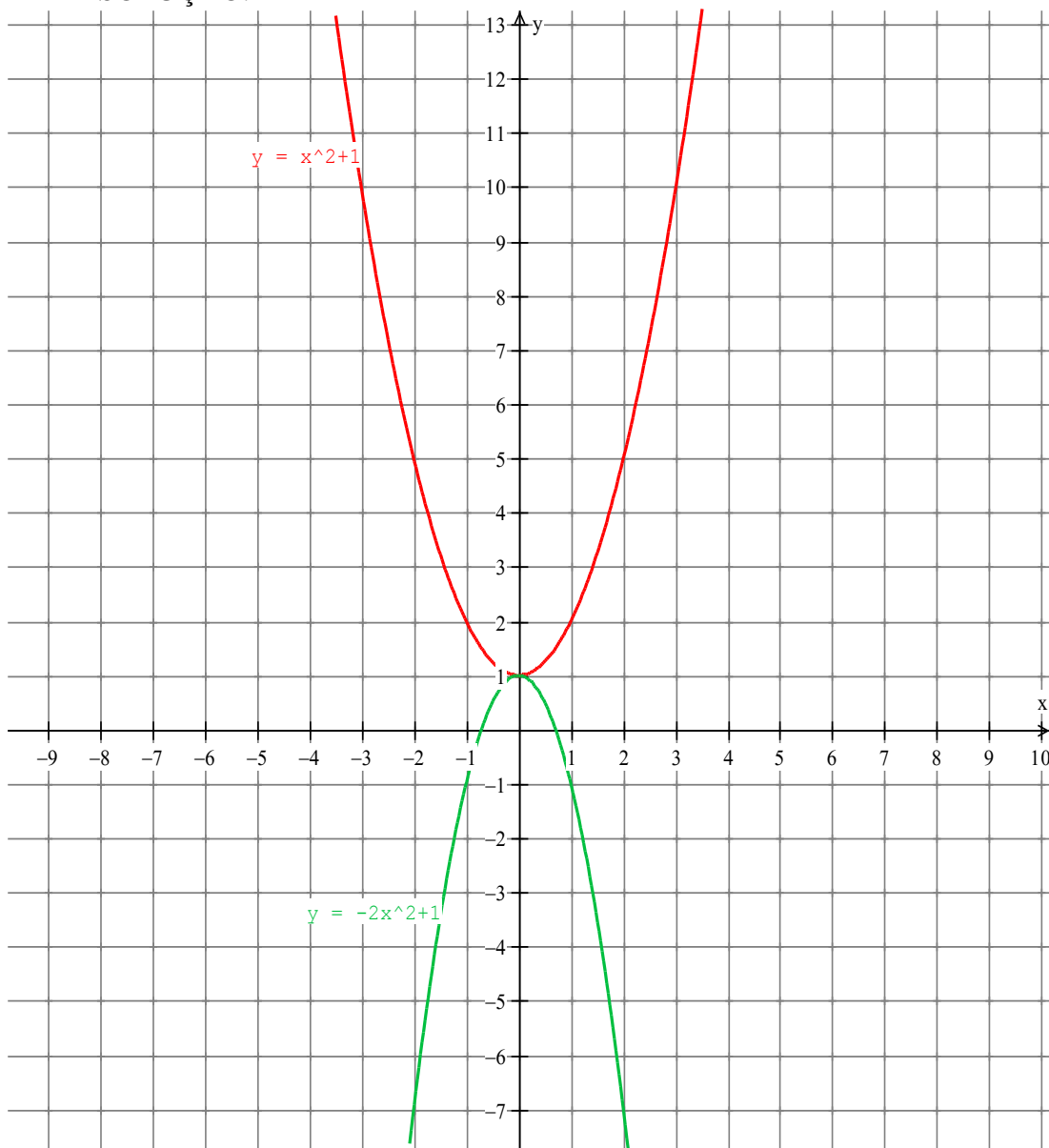


Figura 13 - Gráfico 1 – atividade 1 aplicada aos alunos

Em linhas gerais, destaca-se que na primeira questão os alunos apresentaram dificuldades no manuseio do software. Foi necessária a mediação da pesquisadora para relembrar as funções do mesmo. Segue abaixo um diálogo:

- P(Pesquisadora): *“Quando vocês tiverem alguma dificuldade, vocês podem me chamar que eu vou aí!”*

- A(Aluno): *“Professora vou te chamar várias vezes então se eu não conseguir tá?”*....falando em tom de “riso”.

Todavia, com o passar do tempo, os alunos fizeram a atividade com êxito. Quando conseguiam realizar a atividade em pouco tempo, os alunos se sentiram motivados e engajados a prosseguir nas demais atividades. Segue abaixo uma foto da realização da atividade 1 no projetor juntamente com os alunos para tirar as dúvidas:

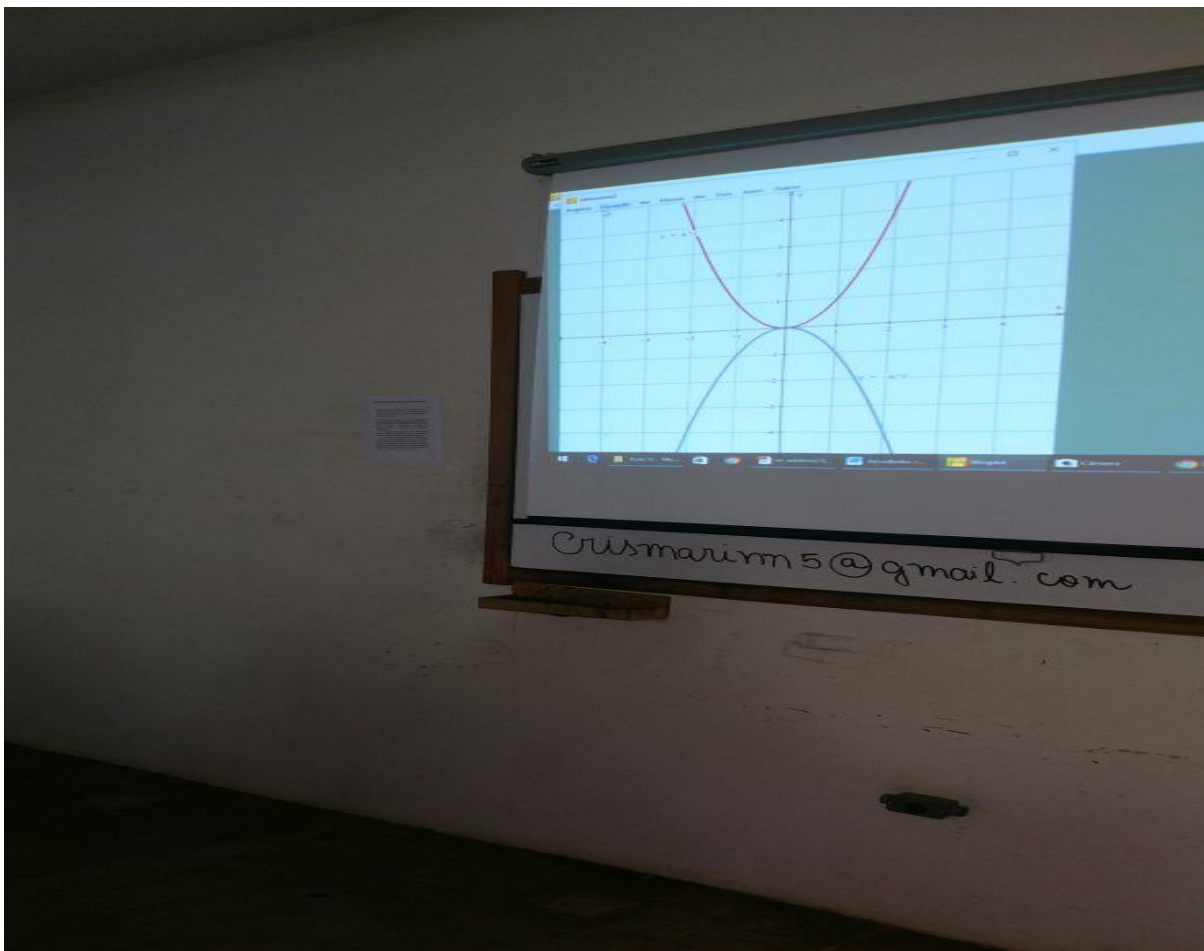


Figura 14 – Foto da realização da atividade 1 apresentada no projetor juntamente com os alunos para tirar as dúvidas.

O mesmo aconteceu com a professora titular da turma, já que não tinha familiaridade com a realização das atividades no software matemático Winplot, embora o conhecesse. Segue abaixo uma foto da professora titular da turma fazendo as experimentações no software:

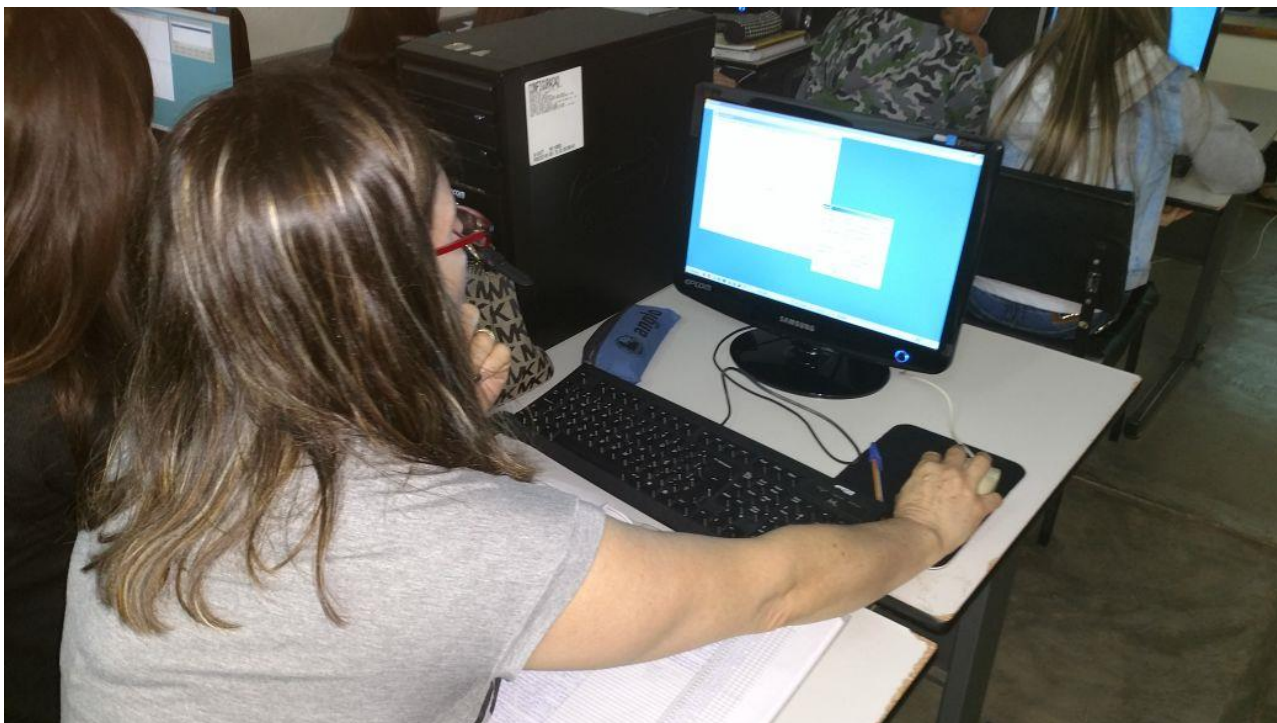


Figura 15 – Foto da professora titular da turma fazendo as experimentações no software.

2) Construir no mesmo plano os gráficos, diferenciando pelas cores:

$$f(x) = x^2 - 3 \text{ e } f(x) = -3x^2 - 5$$

RESOLUÇÃO:

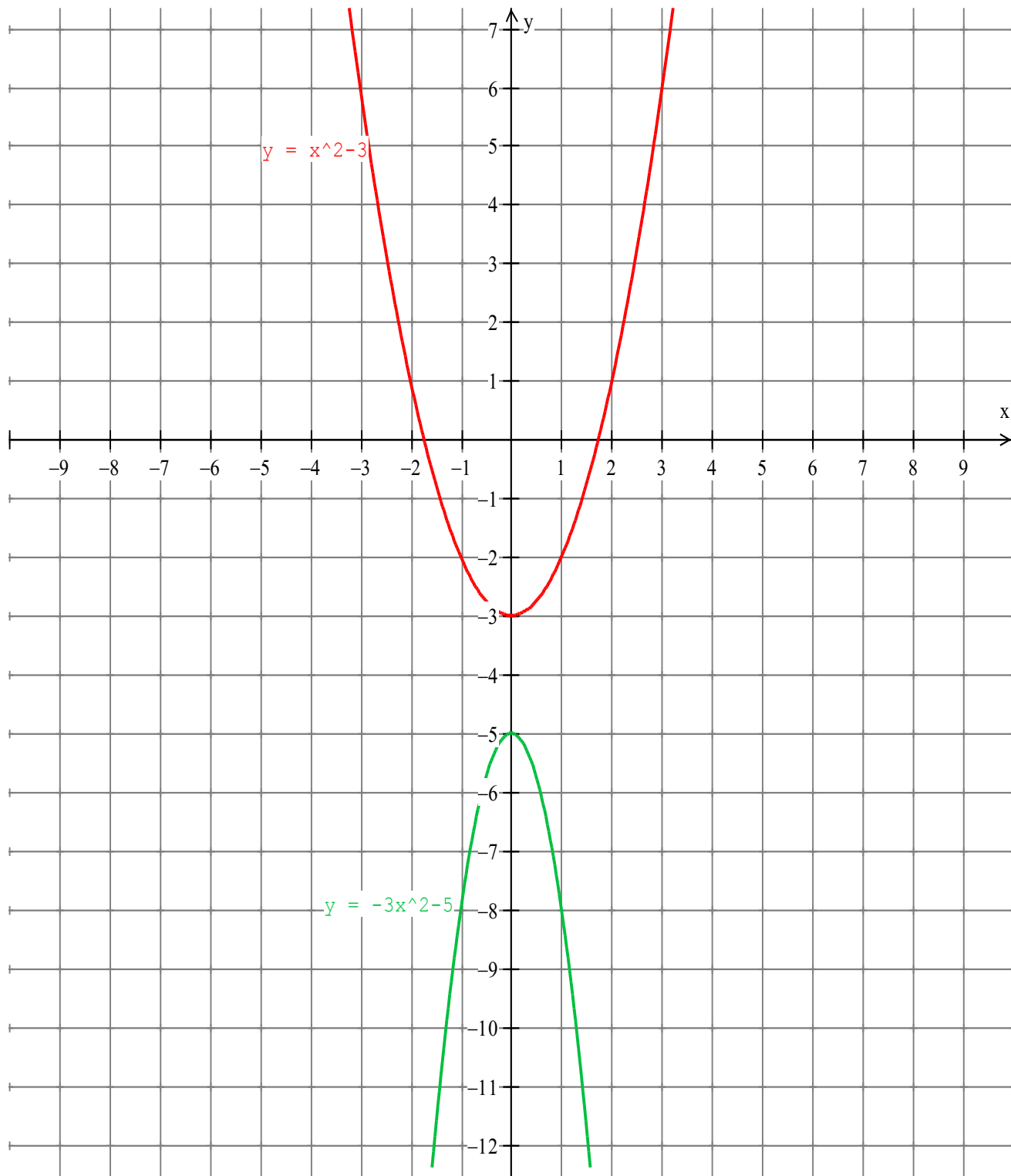


Figura 16 - Gráfico 2 – atividade 2 aplicada aos alunos

Na questão 2 (dois) os alunos já conseguiram superar as dificuldades apresentadas na questão 1 (um) e fazer a atividade de forma mais rápida. Alguns alunos ficavam olhando e pedindo explicações de colegas que tinham mais facilidade.

- P(Pesquisadora): “*Vamos agora aumentar a espessura da linha...vamos colocar tamanho 18?:*”
- A(Aluno) VN: “*Peraí professora*”.
- P(Pesquisadora): “*Já colocaram? Deu certo?*”
- A(Aluno) VN: “*Sim*”.
- Prof. N. (Professora da turma): “*Cada um pode colocar a cor que quiser?*”
- P(Pesquisadora): “*Sim, a cor que quiserem!*”

Isso nos mostra a importância do trabalho em grupo, de forma compartilhada. A professora titular também já conseguia fazer a atividade com mais facilidade. Mas, a todo o momento, os alunos pediam orientação à professora ou à pesquisadora. Segue novo diálogo:

- A(Aluno) GM: “*Professora volta?*”.
- P(Pesquisadora): “*Peraí...vamos de novo então?*”
- P(Pesquisadora): “*A qualquer momento vocês podem falar: professora volta que eu volto!*”
- A(Aluno) VN: “*OK!*”.

3) Construir no mesmo plano os gráficos, diferenciando pelas cores:

$$f(x) = (x+1)^2 \text{ e } f(x) = -(x-5)^2$$

RESOLUÇÃO:

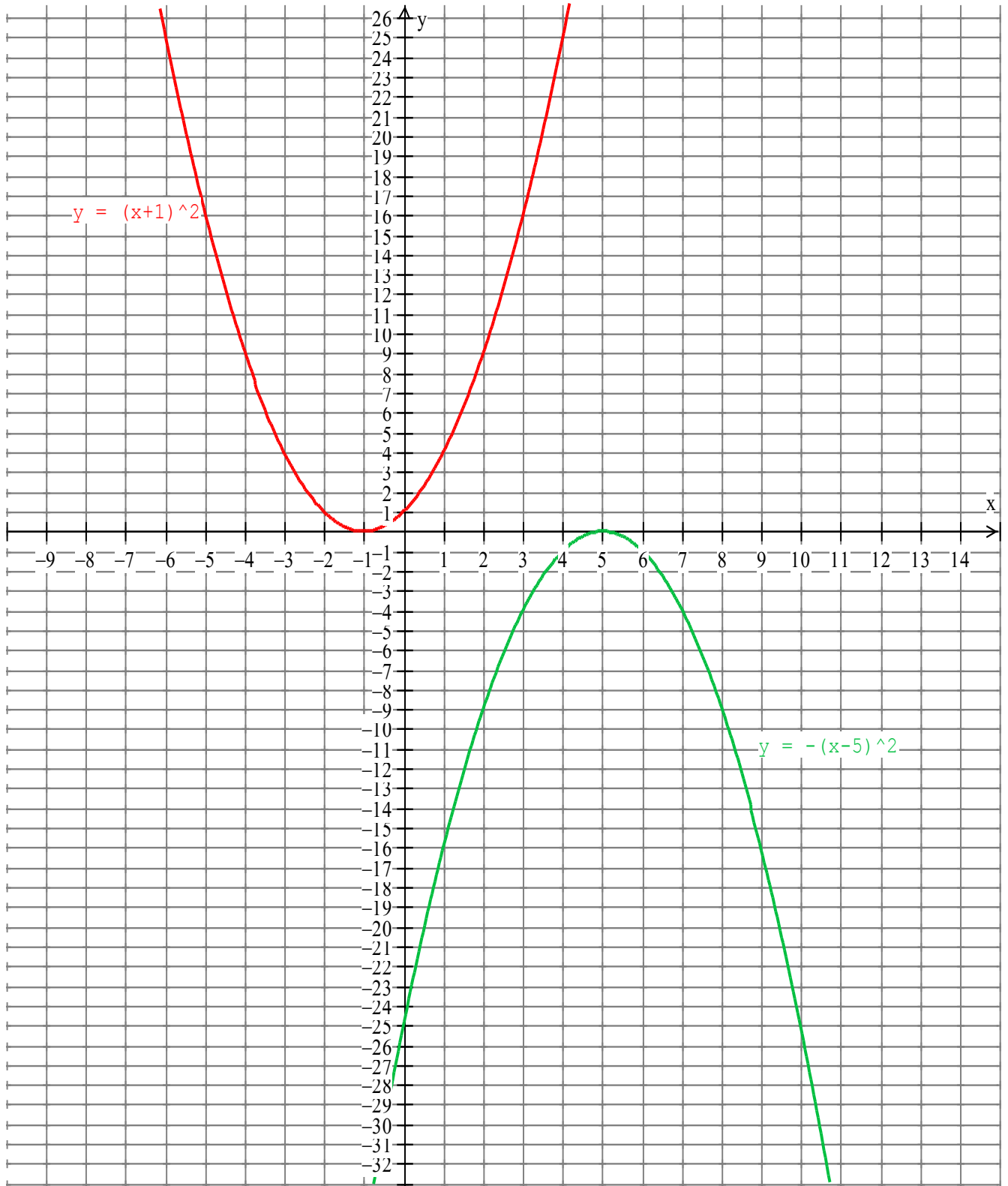


Figura 17 - Gráfico 3 – atividade 3 aplicada aos alunos

Os alunos fizeram as atividades 3 (três) e 4 (quatro) com relativa facilidade, demonstrando domínio sobre a ferramenta tecnológica e mesmo os alunos que ainda

apresentavam dificuldades, pareciam ficar à vontade para solicitar a ajuda da professora titular e da pesquisadora a todo o momento. Além disso, vários deles interagiam com os colegas para dar conta das atividades propostas, conforme indica o diálogo a seguir:

- P(Pesquisadora): “*Deu certo?*”

- A(Aluno) VN: “*Sim, deu certo!*”.

- A(Aluno) VN: “*Yupiiiiiii!*”, mostrando-se todo feliz por conseguir fazer!

- P(Pesquisadora): “*Vou ensinar uma coisa nova que não tinha ensinado antes...se fechar a tela sem vocês terem salvo a atividade é só voltar na tecla....e abrirá novamente?*”

- A(Aluno) VN: “*Hãaaaa! Valeu, “sora”.*”

- P(Pesquisadora): “*Depois vocês vão “fuçando” para ver, tá?*”

A pesquisadora ainda continua no diálogo:

- P(Pesquisadora): “*Vocês lembram que na atividade 3 tinham valores grandes?*”

- A(Alunos): “*Sim*”.

- P(Pesquisadora): “*Então, dá para aumentar! Olha só como a gente aumenta...outra informação....*”. E a pesquisadora continua a explicação.

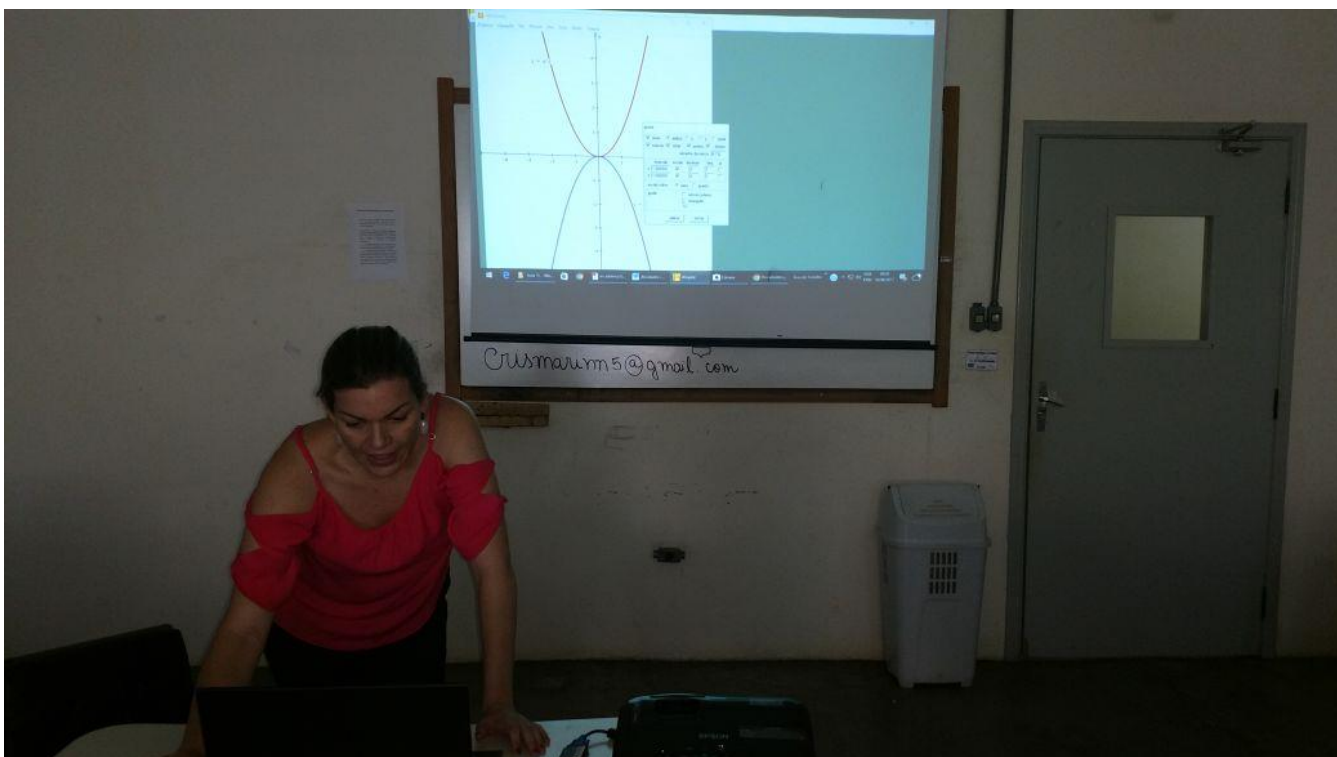


Figura 18 – Foto da pesquisadora aumentando os intervalos e fazendo experimentações no software.

- P(Pesquisadora): “Agora mãos à massa novamente! Fazendo as atividades!”

4) Construir no mesmo plano os gráficos, diferenciando pelas cores:

$$f(x) = (x-1)^2 \text{ e } f(x) = -3(x-1)^2$$

RESOLUÇÃO:

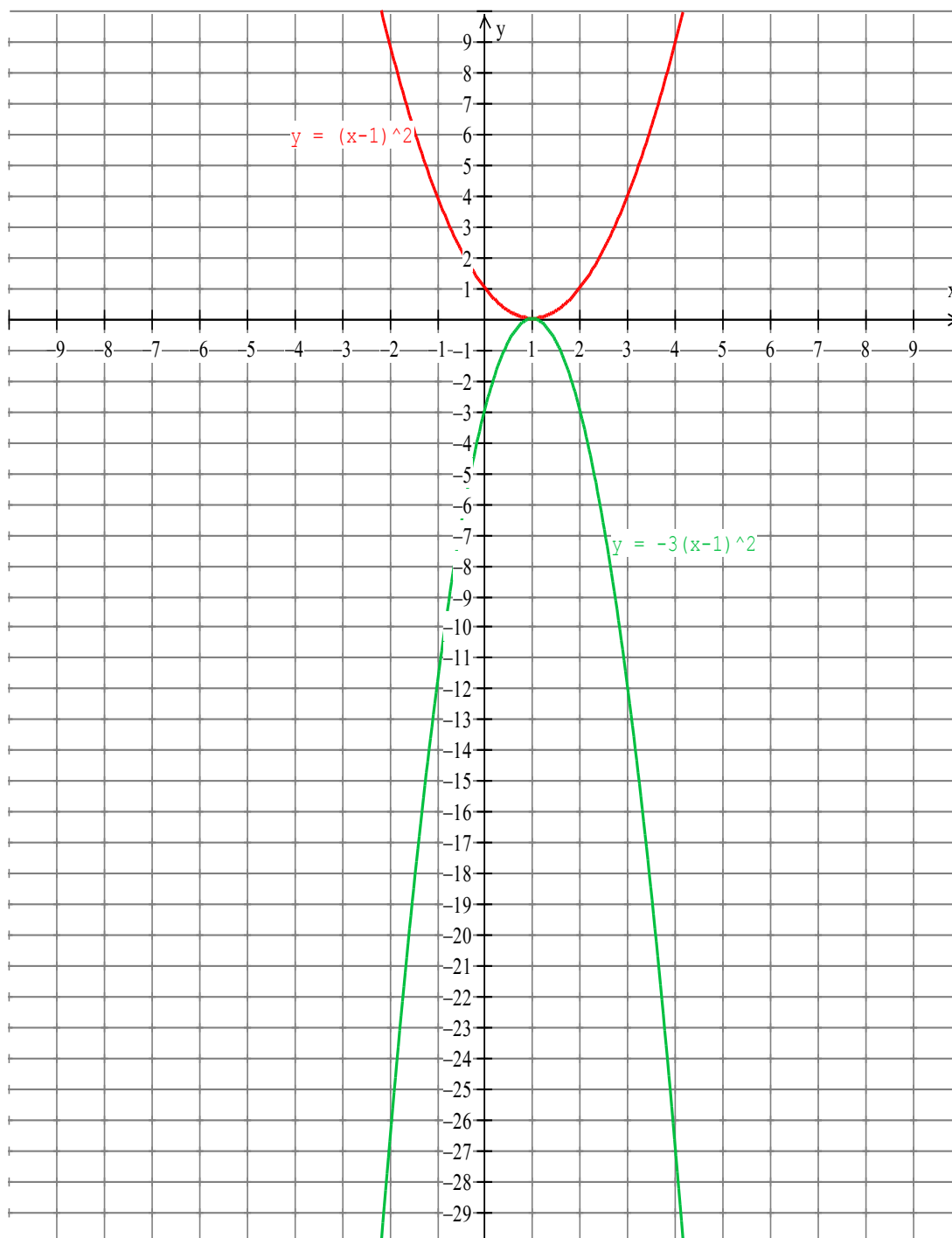


Figura 19- Gráfico 4 – atividade 4 aplicada aos alunos

Com base nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, a professora poderia explorar mais as atividades acima desenvolvidas, instruindo (norteando) os alunos em relação ao conteúdo de funções quadráticas, estimulando-os a pensarem de maneira crítica e construtiva. Também, a professora poderia sugerir pontos e pedir para que os alunos construíssem as funções. Após a realização das atividades, finalizaria com os conceitos científicos necessários para que se alcance uma aprendizagem significativa.

O professor não pode dar o modelo pronto e acabado, devendo permitir que o aluno faça experimentações no software. No final, o professor faz um fechamento (síntese), juntamente com os alunos, atribuindo os conceitos e significados matemáticos. Assim, os alunos atribuem sentido àquilo que fizeram, ou seja, a teoria vem a partir de uma intervenção prática. A riqueza está na intervenção dialogada e mediada pelo professor.

DESAFIO:

Construir no mesmo plano os gráficos, diferenciando pelas cores:

$$f(x) = \text{sen}x, f(x) = 2\text{sen}x, f(x) = 3\text{sen}x \text{ e } f(x) = 4\text{sen}x$$

RESOLUÇÃO:

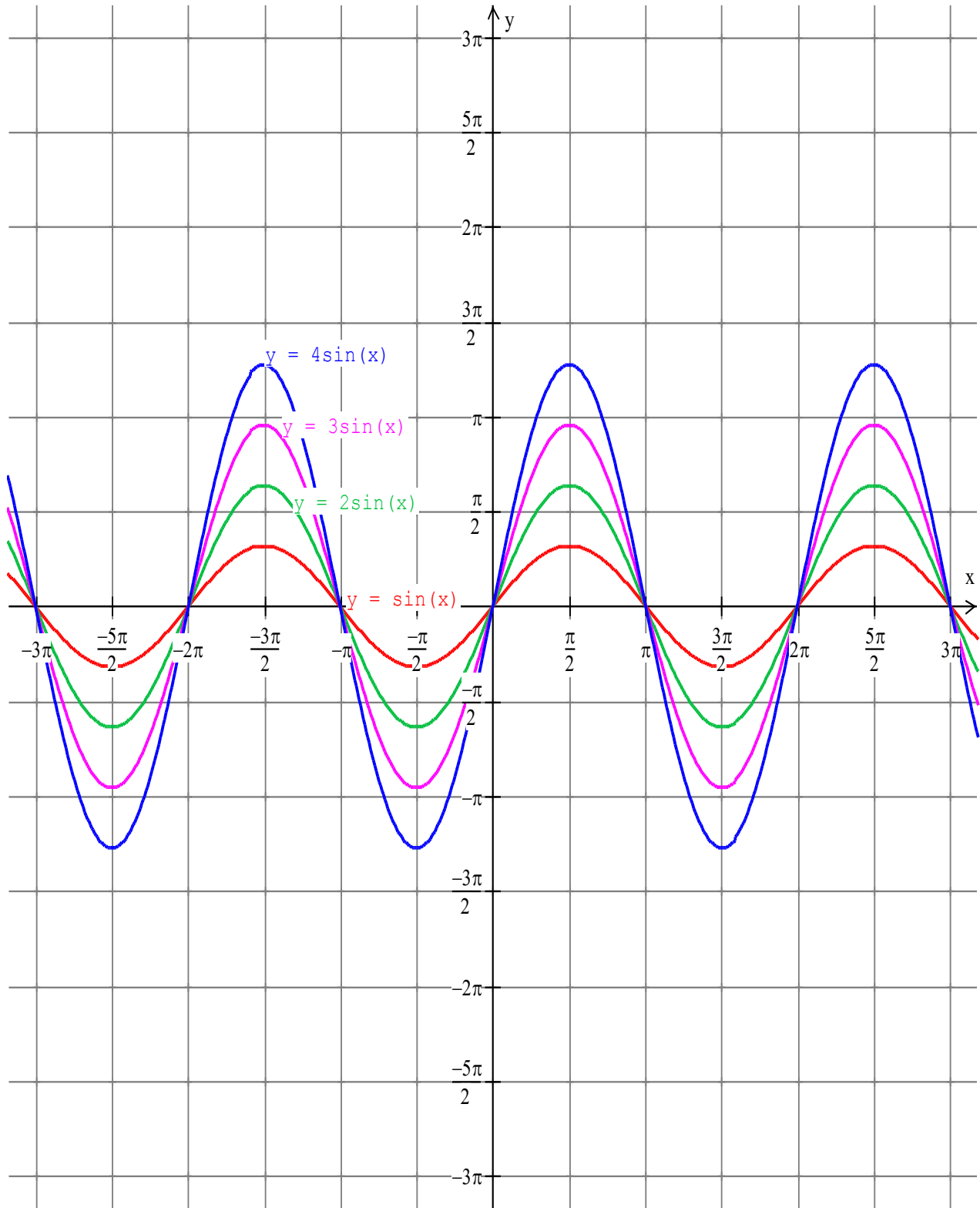


Figura 20 - Gráfico 5 – atividade 5 aplicada aos alunos

No desafio, os alunos não fizeram manualmente (aula tradicional) já que não tinham visto ainda o conteúdo de funções trigonométricas (conteúdo este que ainda será

ensinado pela professora). Mas, no software, os alunos fizeram a referida atividade, mesmo sem ainda compreender plenamente o significado. Segue diálogo abaixo:

- A(Aluno) VN: “*Professora, a senhora pode vir aqui ver se está certo?*”.

- P(Pesquisadora): “*Vou sim!*”.

Partindo desse princípio da questão do “Desafio”, para que tivéssemos uma aprendizagem significativa, o ideal seria a professora nortear a atividade e o aluno plotar gráficos, por meio de experimentações. A professora poderia fazer mediações quando necessárias e, ao final das atividades, introduziria conceitos geométricos, para que os alunos tivessem condições de interiorizar com base nas experimentações realizadas anteriormente. Esse seria o ponto de partida para uma aula inovadora com base na Teoria Histórico-Cultural.

As atividades acima descritas, bem como as suas respostas foram elaboradas pela pesquisadora juntamente com a professora da turma, embasadas no Caderno do Professor do Estado de São Paulo, que segue anexo a esta pesquisa (Anexo II). O referido Caderno tem como base a teoria construtivista.

Seguem abaixo algumas fotos das atividades realizadas pelos alunos de forma manual (papel quadriculado) e, posteriormente, no software Winplot:

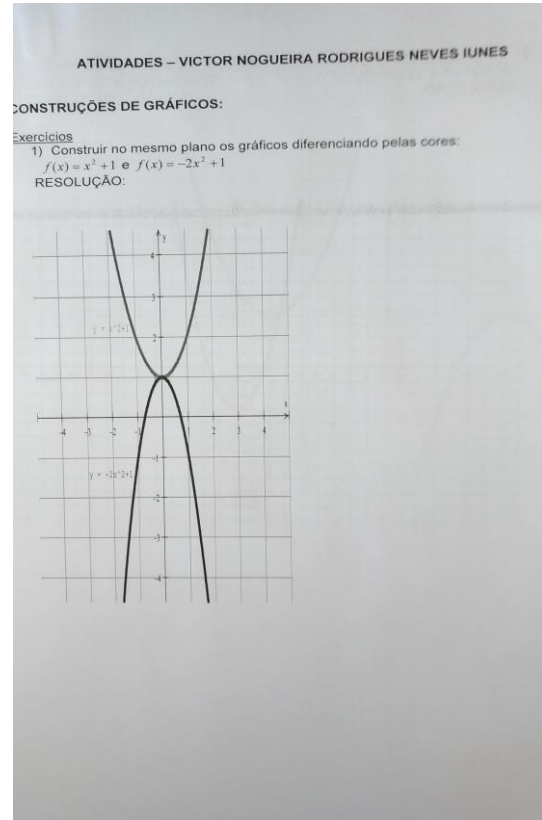
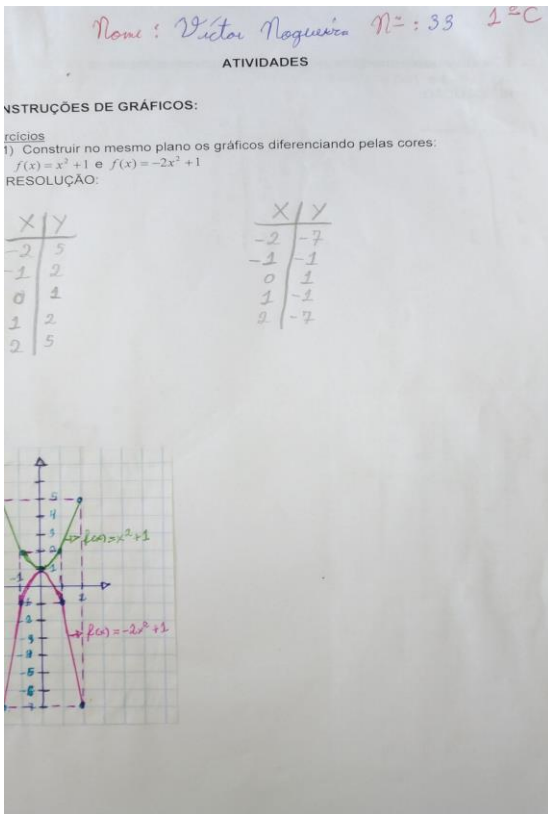


Figura 21 – Gráfico 6 - atividade 1 do aluno V.N.R.N.I. Figura 22 – Gráfico 7 – atividade 1 do aluno V.N.R.N.I.

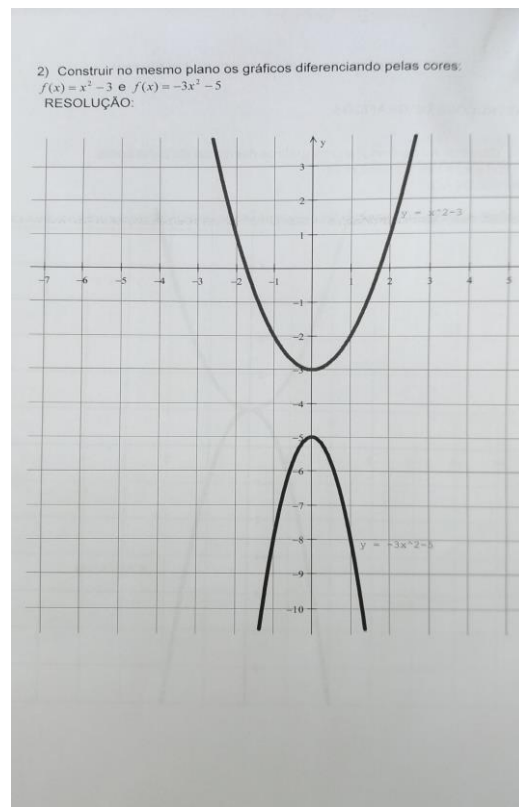
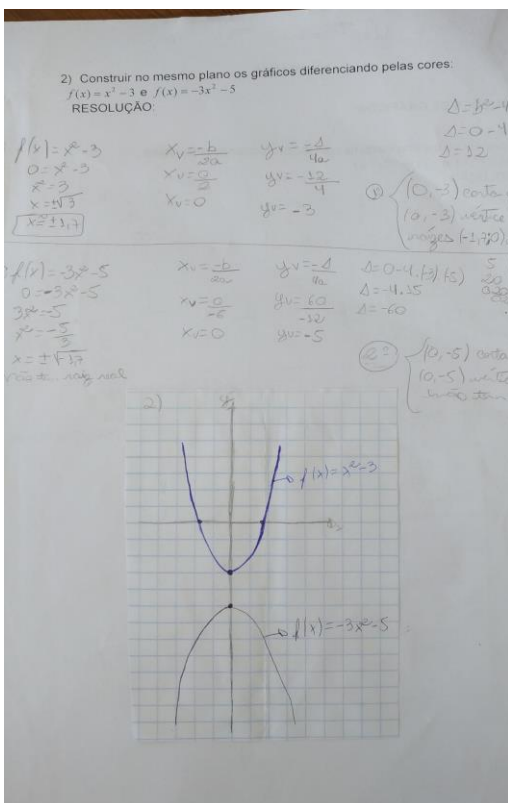


Figura 23 – Gráfico 8 - atividade 2 do aluno G.M.P.

Figura 24 – Gráfico 9 – atividade 2 do aluno G.M.P.

Note-se a importância das situações didáticas para o reconhecimento de pontos de máximo ou de mínimo, identificação das raízes de uma função quadrática e dos vértices das parábolas descritas. São conceitos cuja apropriação significativa permitirá a exploração, em estudos futuros, de formulações importantes, inclusive na Economia, como custos, lucro, dentre outros.

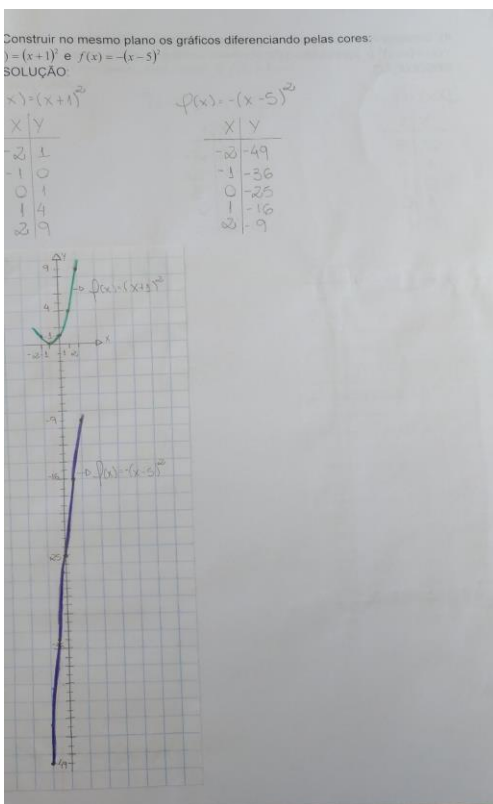


Figura 25 – Gráfico 10 - atividade 3 da aluna E.R.F.

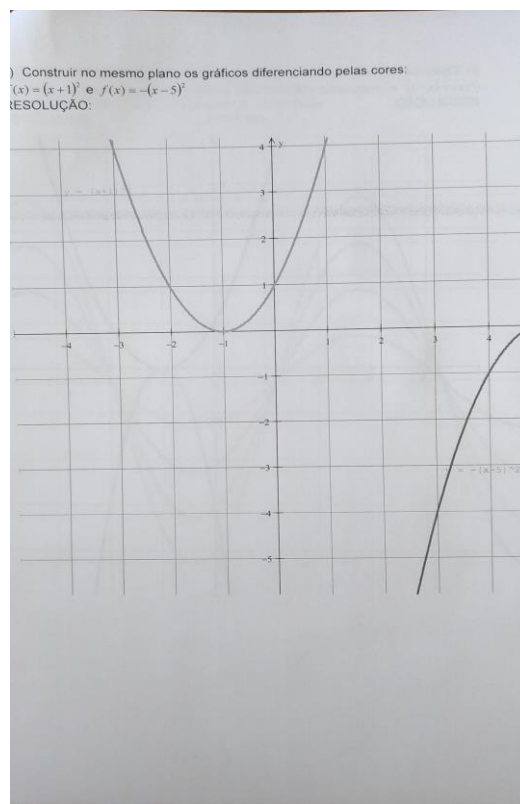


Figura 26 – Gráfico 11 – atividade 3 da aluna E.R.F.

Nas figuras 25 e 26 compara-se a diferença da realização das atividades pela mesma aluna de forma manual (figura 25), quando não é possível visualizar por completo as funções, e, posteriormente, contata-se na figura 26, por meio da aplicação no software, a riqueza das potencialidades de exploração, investigação e análise do comportamento das funções. A partir desse momento, a aluna poderia perceber que as funções geram parábolas, com concavidades para cima e para baixo, dependendo do valor positivo ou negativo de “a”, ou seja, quando o valor de “a” é positivo a parábola possui concavidade voltada para cima, e quando o valor de “a” é negativo a parábola possui concavidade para baixo, articulando a teoria ensinada pela professora com a prática experimentada no momento da aplicação no software Winplot. Os professores necessitam dar significados ao que ensinam, para que os estudantes possam ver

sentido naquilo em que estão aprendendo. Para tanto, a mediação docente deve ser intencionalmente programada visando atender aos objetivos propostos, criando situações desafiadoras com base na atividade, de preferência compartilhada.

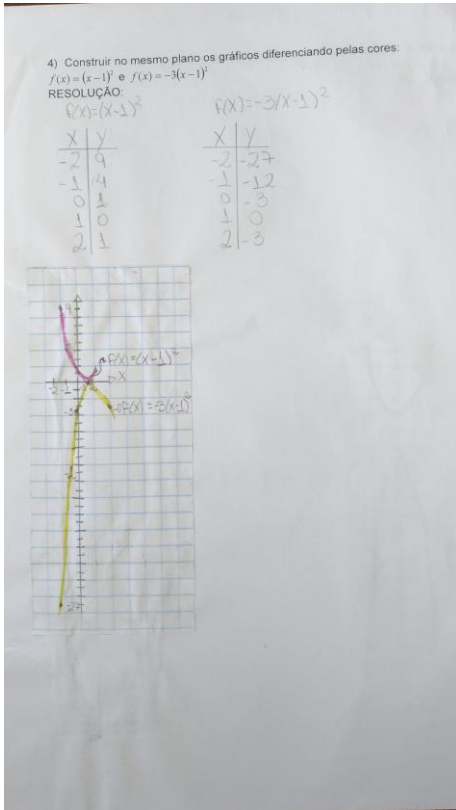


Figura 27 – Gráfico 12 - atividade 4 da aluna G.L.

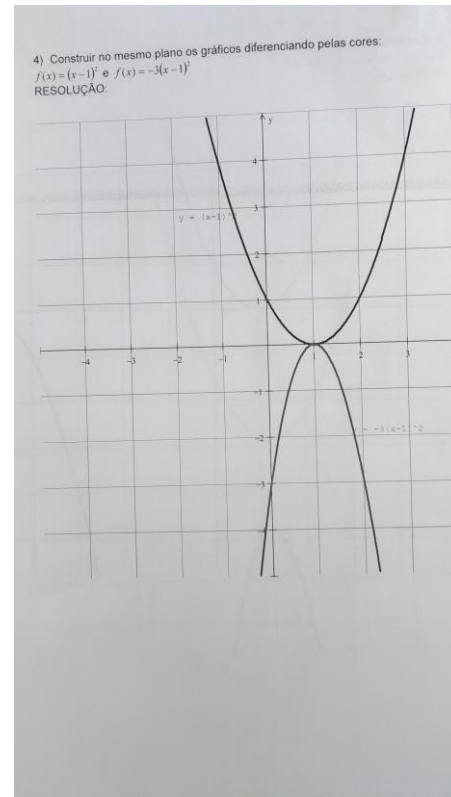


Figura 28 – Gráfico 13 – atividade 4 da aluna G.L.

Nas figuras 27 e 28 também se compara a diferença da realização das atividades pela mesma aluna de forma manual (figura 27), quando não é possível visualizar por completo as funções, e, posteriormente, contata-se na figura 28, por meio da aplicação no software, a riqueza das potencialidades de exploração, investigação e análise do comportamento das funções. A partir desse momento, a aluna poderia perceber que as funções geram parábolas, com concavidades para cima e para baixo, dependendo do valor positivo ou negativo de “a”, ou seja, quando o valor de “a” é positivo a parábola possui concavidade voltada para cima, e quando o valor de “a” é negativo a parábola possui concavidade para baixo, articulando a teoria ensinada pela professora com a prática experimentada no momento da aplicação no software Winplot. Outro ponto também a ser analisado seria que a aluna quando realizou a atividade no papel quadriculado, determinou alguns pontos para x e para y e quando aplicou

no software pode observar que as parábolas aumentavam já que os pontos foram vistos com maior abrangência. Quando escolhido alguns pontos de x observou que o domínio não era completo manualmente e, já quando aplicado no software pode-se analisar com maior amplitude, podendo comprovar de fato o comportamento da função.

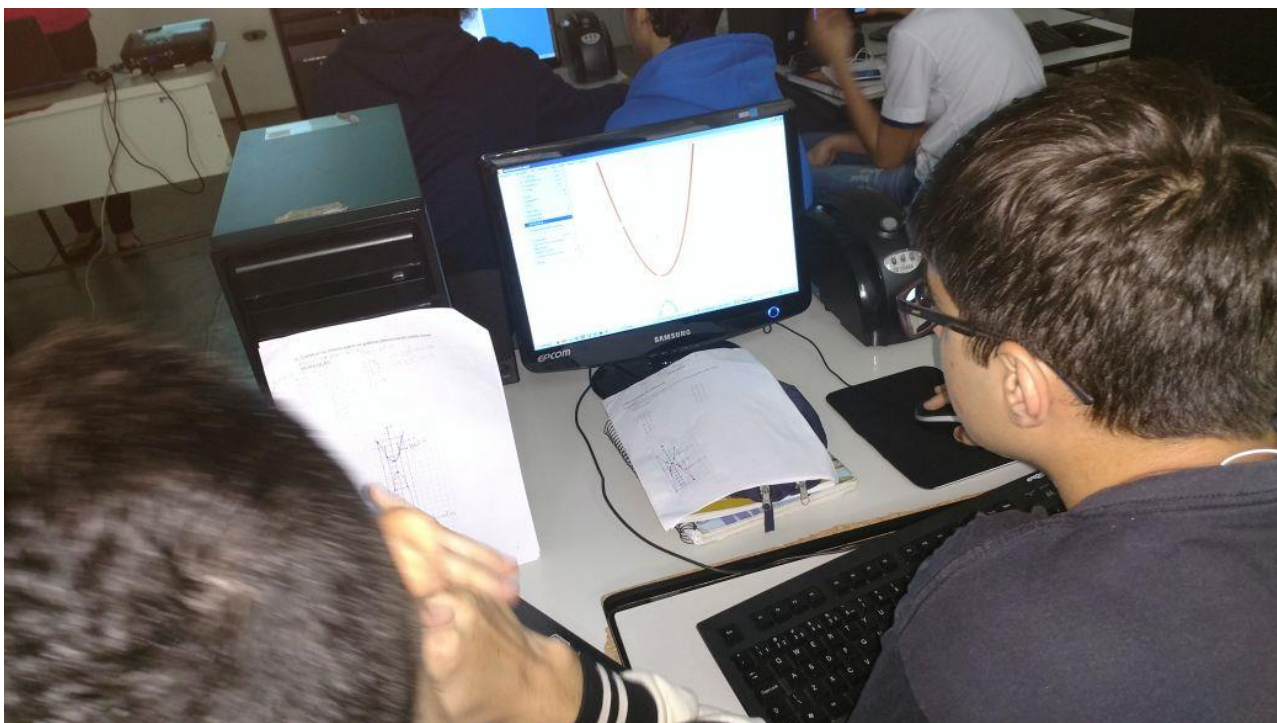


Figura 29 – Foto do aluno fazendo atividade no software e analisando as potencialidades de exploração, investigação e comportamento da função.

Na figura 29, o aluno realiza a atividade no software também experimentando e analisando as potencialidades de exploração, investigação e análise do comportamento da função. Como já dito, a partir desse momento, o aluno pode perceber que a função gera uma parábola, com concavidade para cima, articulando os conceitos teóricos ensinados pela professora com a prática experimentada no momento da aplicação no software Winplot. Nesse momento, a professora poderia fazer intervenções estimulando o protagonismo juvenil, fazendo com que os alunos experimentem e façam análises das funções, atribuindo sentido e significado nos conteúdos estudados. Dessa forma, poderiam fazer simulações dos gráficos gerados quando mudam valores. A aula seria dinâmica, estimuladora, evoluindo para uma ação colaborativa em que os alunos participam atividade nas construções dos próprios

conhecimentos. Ademais, os alunos deveriam ter acesso aos softwares de forma mais intensa para que eles pudessem ter mais contato no manuseio dos mesmos.

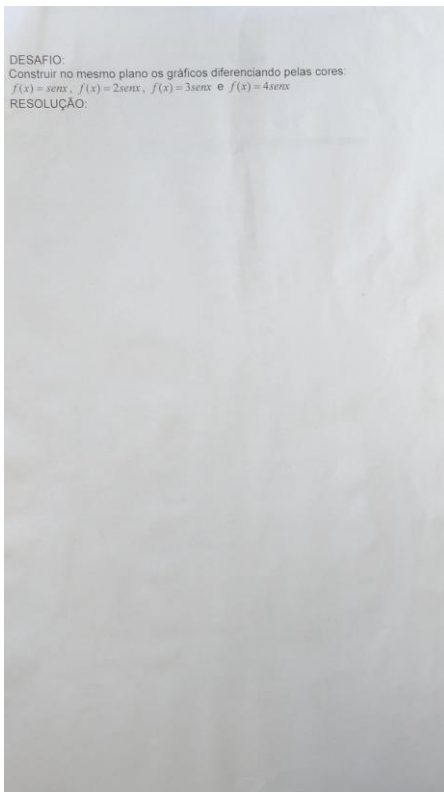


Figura 30 – Gráfico 14 – desafio da aluna J.M.L.

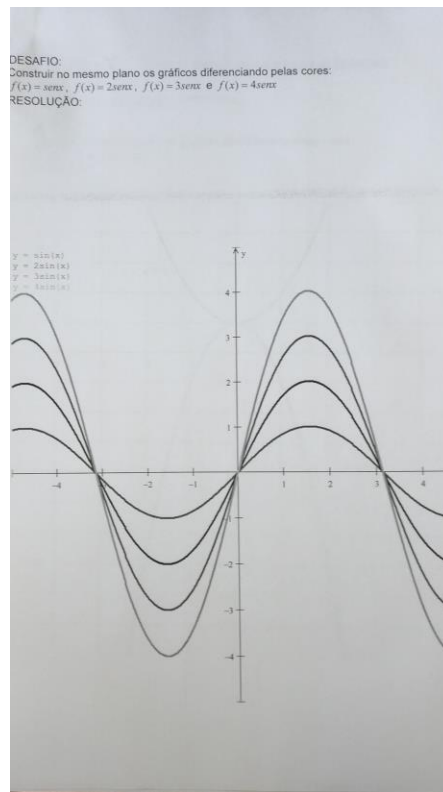


Figura 31 – Gráfico 15 – desafio da aluna J.M.L.

Nesse momento, mesmo não tendo ensinado o conteúdo em sala de aula, a professora poderia iniciar uma aula diferenciada, com base em pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, dando direcionamentos para os alunos fazerem experimentos em relação ao conteúdo de funções trigonométricas, assim como a partir das construções realizadas pelos alunos, a professora poderia fazer um fechamento da aula explicando os conceitos, fazendo com que criem significados matemáticos. Com a intervenção da professora seria possível observar e instiga-los na elaboração das atividades, dando sentido acerca da significação dos conceitos, referente às funções do 2º. grau bem como suas aplicações.

4.1 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

Conforme já relatado anteriormente, após as aplicações das atividades práticas mencionadas, foram aplicados questionários aos sujeitos envolvidos no processo. Lembrando

que foram 25 (vinte e cinco) alunos participantes da pesquisa em questão, alunos do 1º. ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual, na cidade de Birigui, estado de São Paulo. Os resultados obtidos nesta pesquisa são apresentados abaixo:

4.1.1 Perfil dos alunos

1 – Idade:

IDADE	FAIXA ETÁRIA DOS PARTICIPANTES
14 anos	4
15 anos	19
16 anos	2
17 anos ou mais	0

Tabela 1 – questão 1

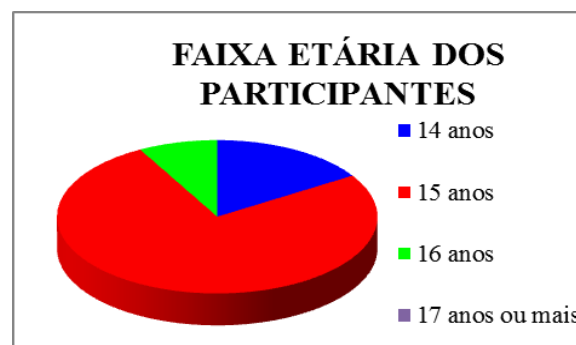


Figura 32 - Gráfico 16 – questão 1

Na questão um, constatamos que a maioria dos alunos (19 sujeitos) possuem 15 anos, representando 76% do total de alunos (25 sujeitos). Os sujeitos da pesquisa foram selecionados por amostra (sala do 1º. ano C do Ensino Médio diurno) da escola estadual objeto da pesquisa.

2 – Você gosta de estudar Matemática?

RESPOSTA	GOSTO PELA MATEMÁTICA
Sim	17
Não	4
Nunca pensei sobre isso	4

Tabela 2 – questão 2

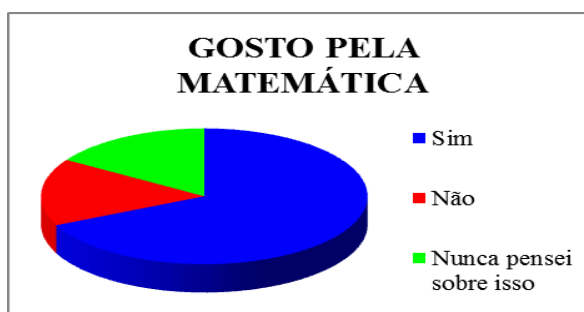


Figura 33 - Gráfico 17 – questão 2

Na questão dois, verificamos que a maioria dos alunos (17 sujeitos) gosta de estudar Matemática, representando 68% do total de alunos (25 sujeitos). Importante destacar que quando os alunos “gostam” da Matemática é mais fácil o entendimento do conteúdo e da aprendizagem.

3 – Você tem facilidade em aprender os conteúdos matemáticos?

RESPOSTA	FACILIDADE EM APRENDER OS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS
Sempre	8
Às vezes	13
Raramente	2
Nunca	2

Tabela 3 – questão 3



Figura 34 - Gráfico 18 – questão 3

Na questão três, notamos que a maioria dos alunos (13 sujeitos) “às vezes” tem facilidade em aprender os conteúdos matemáticos, representando 52% do total de alunos (25 sujeitos). Quando os alunos falam que “às vezes” possuem facilidade, podemos pensar em diversas possibilidades, tais como: a desmotivação ou despreparo do professor, a não utilização de metodologias diversificadas para que o ensino se torne atrativo, bem como o desinteresse do próprio aluno, que muitas vezes não tem envolvimento com os conteúdos a serem aprendidos e com a escola.

4 - Dos elementos abaixo, qual(is) você destacaria como determinante do seu desempenho junto à disciplina de Matemática? (Pode-se assinalar mais de uma alternativa).

RESPOSTA	FATORES DETERMINANTES NO DESEMPENHO DA MATEMÁTICA
Você	17
Professor(a)	22
Material Didático	12
Outro: Quem?	2

Tabela 4 – questão 4

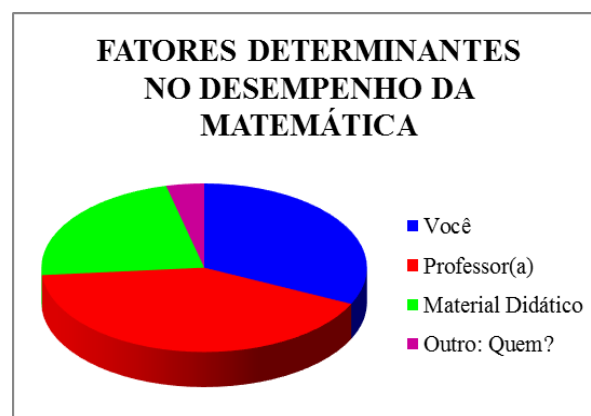


Figura 35 – Gráfico 19 – questão 4

Na questão quatro, constatamos que a maioria dos alunos (22 sujeitos) acredita que o professor é o fator determinante para o desempenho dos alunos junto à disciplina de

Matemática, representando 42% do total de alunos (25 sujeitos). Vale salientar também que 17 (dezessete) alunos afirmam que os responsáveis pelos próprios atos são eles mesmos. Como na questão acima poderia ser assinalada mais de uma alternativa, podemos concluir, em conversas paralelas com os alunos, que, além do esforço próprio de cada aluno, é imprescindível a mediação do professor no processo de ensino e aprendizagem para que se consiga alcançar uma aprendizagem significativa. Assim como defende Vygotsky, constatamos a importância do professor no tocante à mediação no processo de ensino, já que muitas vezes o aluno está sem foco, cabendo ao professor direcioná-lo e norteá-lo no processo educacional.

5 - Já teve experiência(s) com softwares matemáticos?

RESPOSTA	EXPERIÊNCIA COM SOFTWARES MATEMÁTICOS
Sim	5
Não	20

Tabela 5 – questão 5



Figura 36 - Gráfico 20 – questão 5

Na questão cinco, notamos que a maioria dos alunos (20 sujeitos) nunca teve experiências anteriores com softwares matemáticos, representando 80% do total de alunos (25 sujeitos). Nessa questão convém mencionar alguns fatores preponderantes para a ausência da experiência dos alunos com softwares educacionais, tais como: a não disponibilização pela escola e o despreparo do professor para estimular situações desafiadoras, envolvendo novas metodologias de ensino. Cabe mencionar, que a escola, na maioria das vezes, não disponibiliza recursos tecnológicos para atender os alunos e professores, pela falta de incentivo governamental. Os professores também não possuem recursos para buscarem aperfeiçoamento profissional por falta de condições financeiras. A equipe gestora da escola faz o que pode para ajudar e incentivar no processo educacional, mas tem limitações.

6 – Você se interessa pela educação que tem como ferramenta a tecnologia?

RESPOSTA	INTERESSE PELA TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO
Muito	16
Pouco	8
Nada	1

Tabela 6 – questão 6

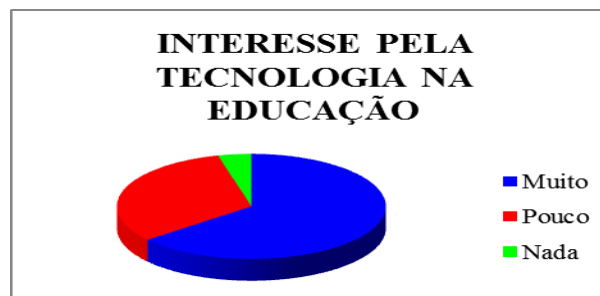


Figura 37 - Gráfico 21 – questão 6

Na questão seis, verificamos que a maioria dos alunos (16 sujeitos) se interessa pela educação que tem como ferramenta a tecnologia, representando 64% do total de alunos (25 sujeitos). Além da estimulação do professor mediador no tocante a propositura de situações desafiadoras no ensino, a pesquisa mostra que a maioria dos alunos se interessa pela educação que tem como ferramenta a tecnologia. Importante destacar aqui a importância do preparo do professor e incentivo na busca de metodologias diversificadas, em especial a tecnológica tratada aqui nesse estudo, para que se sintam preparados no tocante ao aperfeiçoamento de recursos tecnológicos para que se consiga propor atividades desafiadoras, estimulando os alunos de forma criativa, alcançando o êxito no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

4.1.2 Análise dos alunos e da professora sobre a utilização do software Winplot

7 - Com base na sua experiência escolar, você escolheria um software matemático para estudar determinados conteúdos da área, pelo:

OPÇÃO	OPÇÃO PELO USO DO SOFTWARE MATEMÁTICO
Conteúdo	17
Autor	1
Recomendação de professores	12
Divulgação pelos meios de comunicação em massa	0
Outros Qual?	0

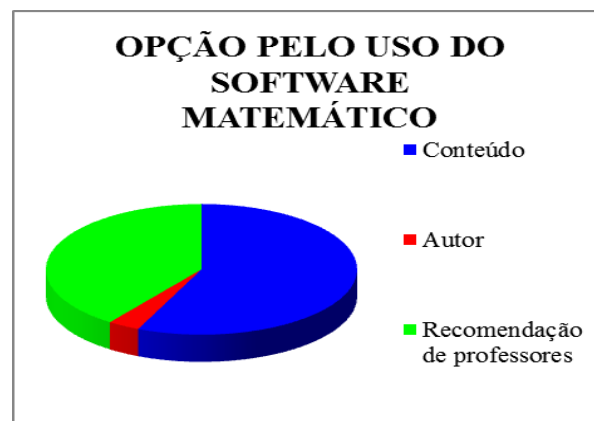


Tabela 7 – questão 7

Figura 38 - Gráfico 22 – questão 7

Na questão sete, constatamos que a maioria dos alunos (17 sujeitos) escolheria um software matemático pelo seu “conteúdo” para estudarem, representando 57% do total de alunos (25 sujeitos). Vale salientar que os alunos optariam pela utilização de software matemático em diversos conteúdos a serem aprendidos. Para tanto, é necessário o estímulo e recomendação por parte dos professores, já que 12 (doze) alunos mencionam ser imprescindível no processo educacional. Todavia, se os professores não possuem capacitação para indicações de softwares matemáticos, não têm como utilizar em suas aulas tornando o ensino mais atrativo e desafiador para os alunos. Aqui mais uma vez constata-se a necessidade de oferecimento de cursos para os professores. Destaca-se também a motivação dos professores na busca pelo “novo”, valorização essa pessoal e profissional, almejando melhores condições no processo educacional. O que vimos atualmente, na sua maioria, são professores desmotivados, por diversas razões, já mencionadas anteriormente neste trabalho. Contudo, não podemos deixar que as condições governamentais oferecidas atualmente acabem com a nossa missão educacional enquanto professor, que é formar cidadãos críticos e construtivos participantes ativamente nos processos existentes na sociedade em geral.

- 8 - Avaliação da aula de hoje que teve como objetivo a articulação entre teoria e prática (aplicação do software matemático) para facilitar o entendimento do conteúdo:

OPÇÃO	AVALIAÇÃO ENTRE A TEORIA E A PRÁTICA POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MATEMÁTICO
Ótima	19
Boa	3
Regular	3
Ruim	0

Tabela 8 – questão 8



Figura 39 - Gráfico 23 – questão 8

Primeiramente, é relevante diferenciar teoria e a prática. A teoria é composta dos estudos que temos a respeito de cada conteúdo. No caso específico tratado neste trabalho, seriam as funções quadráticas. Já a prática são as experimentações que fazemos tendo como base uma teoria já estudada anteriormente, para que possamos concluir por meio de experimentações.

Na questão oito, constatamos que a maioria dos alunos (19 sujeitos) avaliou como “Ótima” a aula que teve como objetivo a articulação entre teoria e prática quanto à aplicação do software matemático para facilitar o entendimento do conteúdo, representando 76% do total de alunos (25 sujeitos). Dos 25 alunos participantes, 3 (três) qualificaram a aula como sendo “Boa”, e 3 (três) como sendo “Regular”. Concluimos, de uma maneira geral, que os alunos gostaram muito de aprender os conteúdos utilizando uma nova metodologia, no caso o recurso tecnológico (software matemático Winplot). Convém salientar nesta pesquisa que quando os alunos são estimulados a pensar, se sentem motivados a enfrentar novos desafios e conseguem alcançar os objetivos propostos durante as aulas.

9 - Você acha que é necessário o(a) professor(a) para ensinar os conteúdos antes da aplicação no software matemático winplot?

RESPOSTA	A NECESSIDADE DA PRESENÇA DO PROFESSOR
Sim	25
Não	0

Tabela 9 – questão 9

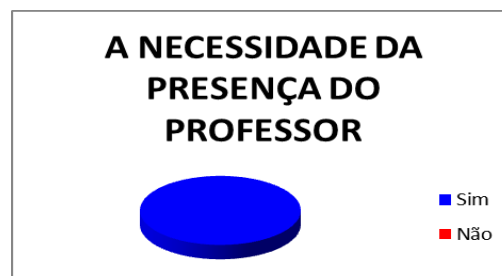


Figura 40 – Gráfico 24 – questão 9

Na questão nove, notamos que todos os alunos (25 sujeitos) acham necessária a presença do professor antes da aplicação do software matemático para explicar os conteúdos, representando 100% do total de alunos (25 sujeitos). Durante todo o processo, os alunos precisaram muito da ajuda do professor no tocante a orientação e mediação, desde a construção do software de forma manual até as construções dos mesmos no software matemático Winplot. Desse modo, verificou-se que a presença do professor é imprescindível em todo o processo educacional, mediando as relações, estimulando os alunos a situações desafiadoras e inovadoras, construindo um significado no processo educacional. Os alunos

sempre participaram ativamente de todo o processo, sendo considerados parte de todo o processo e não somente mero “expectador” da relação.

Vale salientar que os alunos não experimentaram o software antes de a professora explicar os conteúdos de forma tradicional. Sendo assim, eles não têm condições de avaliar se o ideal seria explicar o conteúdo antes da utilização do software. Desse modo, o ideal seria a experimentação e aplicação dos conteúdos juntamente com a professora, para que juntos, alunos e professora, pudessem alcançar os objetivos propostos, construindo os próprios conhecimentos de forma significativa. Assim, os alunos e a professora poderiam construir e teorizar juntos quando estiveram utilizando o software.

10 - Você acha que sem a explicação do(a) professor(a) anteriormente você conseguiria entender o conteúdo e aplicar no software matemático winplot?

RESPOSTA	ENTENDIMENTO DO ALUNO NA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE SEM EXPLICAÇÃO ANTERIOR
Sim	5
Não	20

Tabela 10 – questão 10

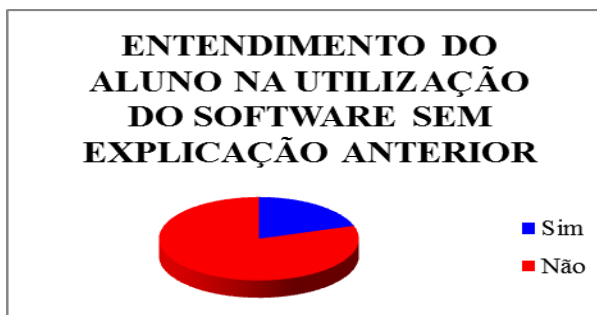


Figura 41 - Gráfico 25 – questão 10

Na questão dez, constatamos que a maioria dos alunos (20 sujeitos) acha que não conseguiria entender e aplicar o software Winplot sem a explicação do professor, representando 80% do total de alunos (25 sujeitos). Contudo, 5 (cinco) alunos mencionam que conseguiriam entender e utilizar o software sem a presença do professor. Todavia, os estudos e as atividades práticas realizadas neste trabalho demonstraram que, sem a mediação do professor durante todo o processo, os alunos teriam muitas dificuldades nas aulas, em especial, nas construções dos gráficos das funções quadráticas. Pudemos constatar que a todo o tempo, desde a explicação na lousa até a utilização do software matemático Winplot, os alunos chamavam a professora para tirar dúvidas das atividades propostas.

Importante mencionar que nas questões 9 (nove) e 10 (dez) os alunos não vivenciaram algo diferente e, desse modo, não conseguem conceber uma aula pautada na teoria Histórico-Cultural, em que possam ser protagonistas dos próprios conhecimentos.

11 - Você gostou de aprender esse conteúdo pela aula tradicional ou pelo software matemático winplot?

OPÇÃO	PREFERÊNCIA PELA AULA TRADICIONAL OU PELO SOFTWARE MATEMÁTICO WINPLOT
Aula tradicional	1
Software winplot	12
Aula tradicional e software winplot	12

Tabela 11 – questão 11

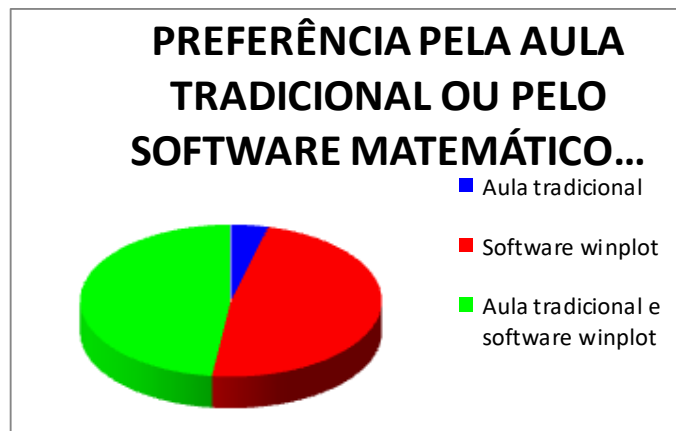


Figura 42 – Gráfico 26 – questão 11

Na questão onze, constatamos que 12 (doze) alunos preferem a aula com a utilização do software Winplot, 12 (doze) alunos preferem a utilização do software aliado à aula tradicional, e 1 (um) aluno prefere a aula tradicional, representando, respectivamente 48%, 48% e 4% do total de alunos (25 sujeitos). Nesta questão, os alunos ficaram divididos quanto à preferência na aula com a aplicação do software e com o mesmo aliado à aula tradicional. Mas a grande maioria optou pela presença do recurso tecnológico aliado à aula tradicional ou separadamente. Importante destacar que é imprescindível a presença do recurso tecnológico no processo, para que se consiga despertar no aluno a motivação, aliando o ensino de forma contextualizada, já que os alunos trazem consigo a utilização da tecnologia no seu cotidiano.

4.1.2.1 Análise dos alunos sobre a utilização do software Winplot

12 – Descreva o que você aprendeu com a aula de hoje:

Na questão 12, verificamos que a maioria dos alunos gostou muito de aliar a aula tradicional, com registro manual, à aula pautada pela aplicação prática das atividades no software matemático Winplot, reconhecendo que fica mais fácil o entendimento do conteúdo, alegando que as informações dos gráficos ficam mais claras, precisas e práticas, mas que é muito importante a explicação do professor anteriormente.

Os resultados mostram que os softwares educacionais, em especial o Winplot, podem ser importantes ferramentas para a construção do conhecimento quando associados a uma proposta de ensino objetivada, quando realizada juntamente com os alunos, fazendo com que com que eles sejam protagonistas na ação pedagógica.

Diante dos conceitos trabalhados nesta pesquisa, observou-se o empenho dos alunos em participarem das atividades. Em relação ao estudo de funções, os resultados foram parcialmente alcançados, principalmente quando tratamos da interpretação gráfica, o uso do software Winplot contribuiu para aumentar o interesse dos alunos na construção de gráficos como instrumento metodológico e recurso potencializador dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, sempre aliado à mediação do professor. Todavia, ainda temos que avançar no preparo da aula estimulando o protagonismo juvenil no processo pedagógico.

4.1.2.2 Análise da professora sobre a utilização do software Winplot

A professora titular da sala explica que aliar teoria e prática seria o ideal, embora muitas vezes não é o que acontece na escola por diversos motivos, tais como a logística da escola ou a falta de orientação aos professores no uso das tecnologias direcionadas ao currículo oficial do Estado de São Paulo. Salieta que a prática é estimulante, mas para aqueles que apresentam fundamentos teóricos antes trabalhados pelos professores. Desabafa que atualmente vive enquanto professora muitas angústias por não ver florescer o seu trabalho como gostaria, faltando orientação quanto ao despertar nos alunos o interesse pelos estudos e, principalmente enxergar um sentido na escola enquanto formadora principal em sua vida. Alega ainda que gostaria de trabalhar com recursos inovadores (tecnologias), mas, às vezes, o desinteresse dos alunos é tanto que desestimula a todos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino da Matemática tem passado por diversas fases de desenvolvimento e transformações, buscando moldar-se ao contexto social de cada época vivenciada. Atualmente, as tecnologias educacionais se fazem cada vez mais necessárias no âmbito educacional, já que fazem parte do cotidiano dos alunos. Inicialmente, o computador era utilizado para entretenimento, mas ultimamente tem se tornado recurso facilitador dos processos de ensino e aprendizagem em diversas áreas do conhecimento, possibilitando aos professores e alunos o desenvolvimento de uma aprendizagem mais significativa.

A aprendizagem da matemática tem sido discutida em vários aspectos, visto que os alunos possuem dificuldades relacionadas aos conteúdos, desencadeando o tema abordado neste trabalho. Analisamos o conteúdo de funções quadráticas do 1º. ano do Ensino Médio sob a ótica da utilização de recursos tecnológicos, como o uso do software matemático Winplot para tornar a construção de gráficos mais atrativa, potencializando os processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Foram propostas atividades utilizando o software Winplot, trazidas do Caderno do Professor, conforme estabelece o Currículo Oficial do Estado de São Paulo, com base na teoria construtivista. Os resultados indicam que houve um aumento no interesse dos alunos pelas aulas, comprovando que o uso de tecnologias no ensino da Matemática proporciona melhoria da compreensão dos conceitos e conteúdos matemáticos. Todavia, destaca-se a necessidade de um melhor preparo dos professores no tocante à utilização do recurso tecnológico, bem como de se oferecer melhores condições de trabalho aos professores, para que assim os mesmos possam ter condições de planejar uma aula diferenciada, embasada em teorias consistentes como a Teoria Histórico-Cultural, em que os alunos possam ser efetivamente os protagonistas da ação pedagógica, participando de forma ativa no processo educacional. Analisando a proposta curricular do estado de São Paulo, por meio do caderno do professor utilizado no presente trabalho, verifica-se que a mesma tem como base o construtivismo. Todavia, a maioria dos professores não utilizam os recursos metodológicos adequados. Nesse contexto, a proposta se torna ousada para os docentes. Sendo assim, os professores deveriam ter uma formação adequada para fazer uso dos referidos materiais pedagógicos como forma de aprimoramento metodológico, buscando uma aprendizagem

significativa, no caso específico do software matemático utilizado neste trabalho chamado Winplot.

Vale mencionar que a utilização do software Winplot contribuiu para o desenvolvimento das atividades, uma vez que o dinamismo oferecido pelo referido instrumento dificilmente poderia ser reproduzido apenas utilizando recursos mais comuns, como nas atividades nas quais os alunos construíram manualmente os gráficos por meio de papel quadriculado.

O presente estudo abre perspectivas no avanço de investigação sobre a temática, esperando-se contribuir com a aprendizagem efetiva na área da Educação Matemática e prática pedagógica, oferecendo, aos professores e demais interessados, um estudo abrangente, envolvendo tanto conhecimentos já produzidos, articulando teoria e prática em relação à utilização do software matemático Winplot, quanto buscar com parcimônia elementos novos de pesquisa.

Essa experiência por meio da intervenção revelou a potencialidade, a possibilidade dessa investigação matemática que o aluno tem de perceber o comportamento da função, explorando-a, sendo limitado quando se faz no papel, acabando por não entender a lógica da função.

Diante do exposto, importante trabalhar com os Projetos de Trabalho como um caminho a ser percorrido para que consigamos alcançar uma aprendizagem significativa dos alunos. Desse modo, coloca-se em pauta a estratégia metodológica chamada de Projetos de Trabalho, visto como um norteador no qual os caminhos a serem seguidos devem ser cumpridos pelo aluno, já que essa alternativa metodológica ocorre por meio da interação entre áreas distintas do saber, sendo o aluno instigado a buscar seu próprio conhecimento, ou seja, buscando a construção do conhecimento.

Os referidos Projetos de Trabalho apresentam as seguintes características: os conteúdos são abordados de forma flexível de acordo com a necessidade; as atividades são abertas podendo o aluno estabelecer sua própria estratégia e escolher seu respectivo tema a ser estudado, com enfoque na resolução de problemas, respeitando os conteúdos da área de ensino a ser estudada; o aluno é visto como sujeito ativo do processo e irá trabalhar com a realidade para adquirir conhecimento; os conteúdos deixam de ser um fim em si mesmo para serem meios para a interação com a realidade; o professor deixa de ser o centro do processo, o detentor do saber para se tornar um consultor, orientador com o objetivo de instigar os

alunos, por meio dos problemas formulados, a buscar novos conhecimentos para alcançar a aprendizagem (FUJITA, 2004).

Quando o docente utiliza o Projeto de Trabalho² para auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem, deve observar alguns pontos que o ajudarão como facilitadores do processo, tais como: o planejamento da disciplina, observando sempre o Projeto Pedagógico do curso; o conteúdo, definido de forma contextualizada sempre com significado para o aluno, deixando esse participar de forma ativa com vistas à realidade, e com o professor atuando como mediador; a criação de um ambiente escolar de harmonia e confiança entre os alunos e professores; a seleção de estratégias didáticas, metodológicas e recursos tecnológicos a serem utilizados neste processo educacional. Devendo-se considerar o processo de avaliação realizado com o objetivo de guiar o processo de construção do conhecimento ao invés somente de verificação de notas.

Desse modo, uma aula para ser significativa deve ser pautada em elementos capazes de despertar nos alunos o interesse na construção do conhecimento. A partir de questionamentos prévios, a professora teria condições de instigar nos alunos, de forma intencional, a percepção de alguns elementos importantes na construção dos gráficos, considerando propriedades e relações conceituais existentes, com base na interação e experimentação no software Winplot.

Vale ressaltar que da aula teórica realizada pela professora, os alunos não tinham entendido plenamente o conteúdo, mas quando utilizam o computador, em especial, a aplicabilidade no software matemático Winplot, na experimentação, na interação, nas conversas, nas trocas com os demais alunos, professora e pesquisadora, desde que seja uma aula planejada, evidenciam-se as aprendizagens realizadas com base na teoria Histórico-Cultural, em que os alunos participam ativamente no processo, elaborando atividades e trilhando caminhos instigantes de aprendizagens.

Devemos ressaltar também que a pesquisa, de origem cooperativa, assume aspectos de investigação qualitativa de natureza colaborativa, à medida que os sujeitos com ela se envolvem e buscam, de forma coletiva, solução para os problemas que se apresentam ou seja, os alunos atuando de forma ativa, construindo o conhecimento.

² Projeto de Trabalho - Trata-se da estratégia metodológica que contém elementos capazes de tornar uma aula inovadora.

Nesse sentido, Duarte (2008, p. 8) menciona que o aluno deve ser direcionado para um método que permita construir o seu próprio conhecimento de forma autônoma e não para soluções prontas.

O professor não pode dar o modelo pronto e acabado, devendo permitir que o aluno faça experimentações no software. No final o professor faz um fechamento (síntese), juntamente com os alunos, atribuindo os conceitos e significados matemáticos. Assim, os alunos atribuem sentido naquilo que fizeram, ou seja, a teoria vem a partir de uma intervenção prática. A riqueza está na intervenção dialogada e mediada pelo professor.

Portanto, a presente pesquisa teve como resultados a conclusão de que uma aula para ter uma aprendizagem significativa, sendo pautada na Teoria Histórico-Cultural, deve conter elementos para tornar a aula colaborativa entre os alunos, sendo fundamental a presença do professor mediador, mas também deixando os alunos serem protagonistas dos próprios conhecimentos. Nesse caso, a pesquisa deixaria de ser cooperativa para ser colaborativa. O professor, ao final da aula, traria os conceitos envolvidos, para que os alunos tenham condições de atribuir sentido e significado aos conteúdos trabalhados.

Desse modo, o professor deixaria de valorizar apenas como ensinar o aluno e passaria a dar significado para o que e como o aluno aprende, devendo buscar sentido e significado nos conteúdos ensinados e, principalmente, nas suas aplicabilidades, quer sejam na Química, na Biologia, na Engenharia Civil, na Administração e Ciências Contábeis e, por fim, na própria Matemática.

REFERÊNCIAS

ALBANES, Andresa. **Uso de materiais didáticos no ensino da matemática**. 2006. 41 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação), Faculdade de Ciências e Tecnologia de Birigui, FATEB, Birigui, 2006.

AMORIM, M. **O pesquisador e o outro: Bakhtin nas ciências humanas**. São Paulo: Musa Editora, 2004.

BAKHTIN, M. Metodologias das Ciências Humanas. Ins: BAKHTIN, M. **Estética da Criação Verbal**. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

BAKHTIN, M.; VOLOCHINOV, V. N. **Marxismo e Filosofia da Linguagem**. 9. ed. São Paulo: HUCITEC, 1999.

BAKHTIN, M. **Para uma filosofia do ato responsável**. São Paulo: Pedro & João, 2010.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Trad. De Luís Antero RETO. 1. ed. 3ª. reimp. São Paulo: Edições 70, 2016.

BASSO, Cíntia Maria. (2000). **Algumas reflexões sobre ensino mediado por computadores**. Revista Linguagens & Cidadania, n.4. UFSM, Santa Maria: 2000. Disponível em http://coral.ufsm.br/lec/02_00/Cintia-L&C4.htm. Acesso em: 22 out. 2017.

BATTISTI, Isabel Koltermann; NEHRING, Cátia Maria. **Mediação Docente em uma aula de Matemática: uma abordagem Histórico-Cultural**. Nuances. Presidente Prudente, v. 25, n. 2. Set. 2014.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. Trad. de Elza F. GOMIDE. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**. 5 ed. 2 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática**. Departamento de Matemática, Pós-Graduação em Educação Matemática, GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática da UNESP/ Rio Claro – SP - I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.

BRAIT, B. Bakhtin e a natureza constitutivamente dialógica da linguagem. In: BRAIT, B. (Org.) **Bakhtin, Dialogismo e a Construção do Sentido**. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997. p. 91-104.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino da matemática**. 2 rev. São Paulo: Cortez, 1994.

CAVALCANTE, Márcio Balbino. (2011). **A Educação Frente às Novas Tecnologias: Perspectivas e Desafios**. Disponível em <http://www.profala.com/arteducesp149.htm>. Acesso em: 22 out. 2017.

CONFESSOR, F. I. C. **Novas Tecnologias: desafios e perspectivas na Educação**. 1. ed: Clube dos Autores, Brasil, 2011.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. 6. ed. Campinas: Papyrus, 2000. 121 p.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007. 452 p.

DUARTE, Newton. **Sociedade do conhecimento ou sociedade das ilusões?** quatro ensaios crítico-dialéticos em filosofia da educação. I. ed., I. reimpressão. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. – (Coleção polêmicas do nosso tempo, 86).

FAZENDA, Ivani (Org.). **Novos enfoques da pesquisa educacional**. 7. ed. aum. São Paulo: Cortez, 2010.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani et al. **História e educação matemática**. Cadernos CEDES, v. 40, p. I. – F., abril, 1996.

FIorentini, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo de Carvalho & ARAÚJO, Jussara de Loiola (orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG, Autêntica, 2004.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção; RAMOS, Bruna Sola (Org.). **Fazer pesquisa na abordagem histórico-cultural: metodologias em construção**. Juiz de Fora: Ed. UFJF, 2010. 196 p.

FUJITA, Oscar Massaru. **Formação do administrador de empresas: desenvolvendo projetos de trabalho com o uso das tecnologias de informação e comunicação (TIC)**. 2004. 223 p. Dissertação (Mestrado em Educação), UNESP, Presidente Prudente, SP.

GIROTO, R.; POKER, B.; OMOTE, S. (Orgs.). **As tecnologias nas práticas pedagógicas inclusivas**. Oficina Universitária. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012. Disponível em: <https://www.marilia.unesp.br/Home/Publicacoes/as-tecnologias-nas-praticas_e-book.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2016.

HUETE, J. C. Sánchez; BRAVO, J. A. Fernández. **O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicológicas**. Trad. de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

KAMII, Constance. **A criança e o número: Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos**. 11. ed. Campinas, SP: Papyrus, 1990.

KAMII, Constance. **Desvendando a aritmética:** Implicações da teoria de Piaget. Campinas, SP: Papirus, 1995.

KAMII, Constance. **Reinventando a aritmética:** Implicações da teoria de Piaget. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 1991.

KAMII, Constance. **Aritmética:** Novas perspectivas – Implicações da teoria de Piaget. 6. ed. Campinas, SP: Papirus, 1997.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias:** O novo ritmo da informação. Campinas, SP: Papirus, 2007. - (Coleção Papirus Educação).

LERNER, Delia; PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Org.) et al. **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Trad. de Juan Acuña LLORENS. Porto Alegre: Artmed, 2001. 257 p., 23cm.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura** – tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed. 34, 1999. 264 p. (Coleção TRANS).

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática (livro eletrônico).** São Paulo: Cortez, 2017.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, E. D. A. **Pesquisa em Educação:** Abordagens Qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, Vitor Barletta. **Comunicação e Mídias Digitais:** uma perspectiva histórica e contemporânea. [livro eletrônico] / Vitor Barletta Machado; Sandra Rubia da Silva; Alessandra Maia. Volta Redonda: FOA, 2015.

MARÍLIA, Toledo; TOLEDO, Mauro. **Didática de matemática:** como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FDT, 1997.

MARTINS, L. M.; MARSÍGLIA, A. C. G. **As perspectivas construtivistas e histórico-crítica sobre o desenvolvimento da escrita.** Campinas, SP: Autores Associados, 2015.

MEDVIEDEV, P. N. **O método formal nos estudos literários:** introdução a uma crítica a uma poética sociológica. São Paulo: Contexto, 2010.

MILLER, Stela; BARBOSA, Maria Valéria; MENDONÇA, Sueli Guadalupe de Lima (orgs.). **Educação e Humanização:** as perspectivas da teoria histórico-cultural. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos:** Novos desafios e como chegar lá. 5. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática.** 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

- PALANGANA, I. C. **Desenvolvimento e Aprendizagem em Piaget e Vygotsky (A Relevância do Social)**. São Paulo: Editora Plexus, 1994.
- PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a Escola na era da informática**. Porto Alegre: Artmed, 2008.
- PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. São Paulo: Editora Brasiliense, 1985. Publicado originalmente sob o título de *Mindstorms - Children, Computers and Powerful Ideas*. New York: Basic Books, 1980.
- PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Orgs.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- PIAGET, J. **Aprendizagem e Conhecimento**. São Paulo: Freitas Bastos, 1974.
- PIAGET, J. **Biologia e Conhecimento**. Petrópolis, Vozes, 1973.
- PIAGET, J. **Psicologia da Inteligência**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1979.
- PINTO, João Bosco Guedes. **Pesquisa-Ação: Detalhamento de sua sequência metodológica**. Recife, 1989, Mimeo.
- REZENDE, Flávia. **As novas tecnologias na prática pedagógica sob a perspectiva construtivista**. Núcleo de Tecnologia Educacional para a Saúde, UFRJ. ENSAIO – Pesquisa em Educação em Ciências. Volume 02 / Número 1 – Março. 2002.
- ROSA NETO, Ernesto. **Didática da matemática**. 11. ed. São Paulo: Ática, 1998. 224 p.
- SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática**, 1ª série, Vol. 1., Ed. 2014-2017. São Paulo, Secretaria de Estado da Educação, 2014.
- SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações**. 6. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1997.
- SERODIO, L. A; PRADO, V. T. Metodologia narrativa em educação na perspectiva do gênero do discurso Bakhtiniano. **In: Educação: perspectiva Bakhtiniana**. (Org. Guilherme Val Prado et al PRADO, V. T. São Carlos: Pedro & João, 2015, 91 – 128 p.
- SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade**. 1. ed. Araraquara: JM Editora, 2004. P. 200
- TAJRA, Sanmya Feitosa. **Informática na educação: novas ferramentas pedagógicas para o professor da atualidade**. 3. ed. rev. at. amp. São Paulo: Érica, 2001.
- VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: UNICAMP. 1993.
- VALENTE, J. A. **A Aprendizagem na Era das Tecnologias Digitais**. São Paulo, Cortez,

2008.

VALENTE, J. A. Formação de professores: diferentes abordagens pedagógicas. In VALENTE, J. A. (Org.) **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Unicamp-nied, 1999.

VEIGA, Ilma Passos de Alencastro (coord.). **Repensando a didática**. 10. ed. Campinas, SP: Papyrus, 1995.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo, Martins Fontes, 2.000.

VYGOTSKY, L. S. **A formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

APÊNDICE 2 – Atividades aplicadas aos alunos.

APÊNDICE 3 – Questionário aplicado aos alunos.

APÊNDICE 4 – Depoimento da professora titular da sala.

APÊNDICE 5 – Roteiro da entrevista com o aluno Victor Nogueira Rodrigues Neves Iunes.

APÊNDICE 6 – Transcrição da entrevista com o aluno Victor Nogueira Rodrigues Neves Iunes.

APÊNDICE 1 – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Estamos realizando uma pesquisa na **E.E Professora Regina Valarini Vieira**, intitulada **DIDÁTICA DA MATEMÁTICA: a utilização do software winplot como estratégia potencializadora do processo de ensino e aprendizagem** e gostaríamos que participasse da mesma. O objetivo geral desta é: compreender como os softwares matemáticos podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Os objetivos específicos são: investigar a importância da utilização do software matemático winplot como facilitador do processo de ensino e aprendizagem da matemática; como a aplicação do software matemático é visto perante os alunos como facilitador do ensino da matemática. Participar desta pesquisa é uma opção e no caso de não aceitar participar ou desistir em qualquer fase da pesquisa fica assegurado que não haverá perda de qualquer benefício nesta unidade escolar.

Caso aceite participar deste projeto de pesquisa gostaríamos que soubessem que:

- A) A PESQUISA SERÁ DESENVOLVIDA SEGUNDA A ABORDAGEM QUALITATIVA DO TIPO PESQUISA-AÇÃO. O INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS UTILIZADO NESTA PESQUISA SERÁ A ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA, OU SEJA, ALGUMAS PERGUNTAS SERÃO FEITAS ATRAVÉS DE UM ROTEIRO PRÉ-ESTRUTURADO E TAL ROTEIRO PODERÁ SOFRER ADAPTAÇÕES NO DECORRER DA ENTREVISTA, CASO NECESSÁRIO. A ENTREVISTA PODERÁ SER GRAVADA E POSTERIORMENTE TRANSCRITA (HAVERÁ ESCRITA FIEL DAQUILO QUE FOI DITO DURANTE A GRAVAÇÃO). TAMBÉM SERÃO APLICADOS QUESTIONÁRIOS E ATIVIDADES PRÁTICAS ENVOLVENDO O SOFTWARE WINPLOT PARA QUE POSSAMOS ALIAR A TEORIA E PRÁTICA.
- B) A DIVULGAÇÃO DOS RESULTADOS TERÁ FINS CIENTÍFICOS, COMO REVISTA, CONGRESSOS E NÃO HAVERÁ IDENTIFICAÇÃO DO SUJEITO, ISTO É, SUA IDENTIDADE ESTARÁ PRESERVADA.

C) ESPERA-SE CONTRIBUIR PARA COM O AVANÇO DOS CONHECIMENTOS NA ÁREA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E PRÁTICA PEDAGÓGICA, OFERECENDO AOS PROFESSORES E DEMAIS INTERESSADOS NA TEMÁTICA UM ESTUDO ABRANGENTE, QUE ENVOLVERÁ TANTO CONHECIMENTOS JÁ PRODUZIDOS, ALIANDO TEORIA E PRÁTICA EM RELAÇÃO À UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MATEMÁTICO WINPLOT, POR OUTROS ESTUDIOSOS E PESQUISADORES.

Eu, _____,
portador do RG _____, aceito participar da pesquisa intitulada **DIDÁTICA DA MATEMÁTICA: a utilização do software winplot como estratégia potencializadora do processo de ensino e aprendizagem**, a ser realizada na **E.E Professora Regina Valarini Vieira**. Declaro ter recebido as devidas explicações sobre a referida pesquisa e concordo que minha desistência poderá ocorrer em qualquer momento sem que ocorra quaisquer prejuízos físicos, mentais ou na minha função nesta unidade escolar. Declaro ainda estar ciente de que a participação é voluntária e que fui devidamente esclarecido (a) quanto aos objetivos e procedimentos desta pesquisa.

Certos de poder contar com sua participação, colocamo-nos à disposição para esclarecimentos, através do (s) telefone (s) (18) 998254540, falar com Ana Cristina de Souza Marin ou José Carlos Miguel. Endereço da pesquisadora: Rua Anhanguera, 295 apartamento 1101, Bairro Centro, CEP: 16200-067 – Birigui/SP.

PROFESSOR ORIENTADOR JOSÉ CARLOS MIGUEL, PROFESSOR DO DEPARTAMENTO DE DIDÁTICA E DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO DA FFC-UNESP-MARÍLIA E DISCENTE ANA CRISTINA DE SOUZA MARIN, MESTRANDA EM EDUCAÇÃO PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DA MESMA UNIVERSIDADE.

Aceito,

Data: ____/____/____

Assinatura

APÊNDICE 2 – Atividades aplicadas aos alunos.

ATIVIDADES

CONSTRUÇÕES DE GRÁFICOS:

Exercícios

1) Construir no mesmo plano os gráficos diferenciando pelas cores:

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ e } f(x) = -2x^2 + 1$$

RESOLUÇÃO:

2) Construir no mesmo plano os gráficos diferenciando pelas cores:

$$f(x) = x^2 - 3 \text{ e } f(x) = -3x^2 - 5$$

RESOLUÇÃO:

3) Construir no mesmo plano os gráficos diferenciando pelas cores:

$$f(x) = (x+1)^2 \text{ e } f(x) = -(x-5)^2$$

RESOLUÇÃO:

4) Construir no mesmo plano os gráficos diferenciando pelas cores:

$$f(x) = (x-1)^2 \text{ e } f(x) = -3(x-1)^2$$

RESOLUÇÃO:

DESAFIO:

Construir no mesmo plano os gráficos diferenciando pelas cores:

$$f(x) = \text{sen}x, f(x) = 2\text{sen}x, f(x) = 3\text{sen}x \text{ e } f(x) = 4\text{sen}x$$

RESOLUÇÃO:

APÊNDICE 3 – Questionário aplicado aos alunos.

Prezado(a) aluno(a):

Na qualidade de aluna do curso de Pós-Graduação *Stricto Sensu (Mestrado) em Educação* da UNESP, câmpus de Marília, estou desenvolvendo uma pesquisa com o objetivo de investigar a importância da utilização de software matemático como facilitador do processo de ensino e aprendizagem da matemática. O tema da pesquisa é “Didática da Matemática: a utilização do software winplot como estratégia potencializadora do processo de ensino e aprendizagem”.

Por se tratar de um trabalho científico, conto com a sua colaboração no sentido que respondam ao questionário abaixo, a fim de que a pesquisa possa alcançar os objetivos almejados.

Algumas questões são *fechadas*, bastando assinalar a alternativa apresentada. Somente assinale mais de uma resposta quando estiver expresso na própria questão. Outras questões são também *abertas*, isto é, exige resposta descritiva, que precisará ser escrita no espaço correspondente.

Não é necessário se identificar.

Desde já agradeço a sua atenção e disposição em colaborar.

Atenciosamente.

Ana Cristina de Souza Marin

QUESTIONÁRIO

1. Idade:

- () 14 anos;
 () 15 anos;
 () 16 anos;
 () 17 anos ou mais.

2. Você gosta de estudar Matemática?

- () Sim () não () nunca pensei sobre isso

3. Você tem facilidade em aprender os conteúdos matemáticos?

Sempre Às vezes Raramente Nunca

4. Dos elementos abaixo, qual(is) você destacaria como determinante do seu desempenho junto a disciplina de Matemática? (Pode-se assinalar mais de uma alternativa).

Você

Professor(a)

Material didático

Outro: Quem? _____

5. Já teve experiência(s) com softwares matemáticos?

Sim não

6. Você se interessa pela educação que tem como ferramenta a tecnologia:

Muito Pouco Nada

7. Com base na sua experiência escolar, você escolheria um software matemático para estudar determinados conteúdos da área, pelo:

Conteúdo;

Autor;

Recomendação de professores;

Divulgação pelos meios de comunicação de massa;

Outros Qual? _____

8. Avaliação da aula de hoje que teve como objetivo a articulação entre teoria e prática (aplicação do software matemático) para facilitar o entendimento do conteúdo:

Ótima Boa Regular Ruim

9. Você acha que é necessário o(a) professor(a) para ensinar os conteúdos antes da aplicação no software matemático winplot?

Sim Não

10. Você acha que sem a explicação do(a) professor(a) anteriormente você conseguiria entender o conteúdo e aplicar no software matemático winplot?

Sim Não

11. Você gostou de aprender esse conteúdo pela aula tradicional ou pelo software matemático winplot?

Aula Tradicional Software winplot Aula tradicional e software winplot

12. Descreva o que você aprendeu com a aula de hoje:

APÊNDICE 4 – Depoimento da professora titular da sala.

Depoimento da Professora

- 1) Qual conteúdo e como foi trabalhado durante a aula, sem uso da tecnologia, na escola? Explique detalhadamente.

- 2) Você já teve acesso ou utilizou algum software matemático anteriormente?

- 3) Você considera importante a utilização de softwares para facilitar a aprendizagem dos alunos? Por quê?

- 4) Você acha que a aula convencional (sem aplicação de tecnologias) é o suficiente para que o aluno tenha a aprendizagem significativa? Por quê?

-
-
- 5) Você acha que somente a aula com a aplicação do software matemático winplot é o suficiente para que o aluno tenha uma aprendizagem significativa? Por quê?

- 6) Você considera importante a mediação do professor no processo de ensino e aprendizagem do aluno? Por quê?

- 7) Opine sobre a aplicação do software winplot como facilitador do processo de ensino e aprendizagem.

- 8) Descreva como foi trabalhado o conteúdo durante a aula prática utilizando o software matemático winplot?

9) Qual a impressão que os alunos transmitiram durante a aula prática?

10) Como você compreende a relação entre teoria e prática no ensino de Matemática?
A teoria na prática é outra? Comente.

11) Escrever demais observações importantes.

Prof^a.

RG:

Professora PEB II – área de Matemática

APÊNDICE 5 – Roteiro da entrevista com o aluno V. N. R. N. I.

ROTEIRO

Ana Cristina de Souza Marin

a) Preâmbulo:

Sou aluna do Mestrado em Educação na UNESP, câmpus de Marília, e estou desenvolvendo uma pesquisa com o tema “Didática da Matemática: a utilização do software winplot como estratégia potencializadora do processo de ensino e aprendizagem”.

Gostaria de saber se você pode participar da referida pesquisa que será feita por meio de entrevista, a fim de que possamos alcançar o objetivo almejado.

Caso aceite participar desta pesquisa, gostaria que soubesse que a mesma será gravada, filmada e posteriormente transcrita (haverá escrita fiel daquilo que foi dito durante a gravação). A divulgação dos resultados terá fins científicos e não haverá identificação do sujeito, isto é, sua identidade preservada.

b) Objetivo da entrevista:

O objetivo é analisar como a aplicação do software matemático é vista perante os alunos como facilitador do ensino da matemática.

c) Entrevistados

Os entrevistados serão 25 alunos do 1º. ano C do Ensino Médio da Escola Estadual Profª. R. V. V., de uma cidade do interior do estado de São Paulo.

d) Perguntas

1. Você tem mais facilidade com a área de humanas, biológicas ou exatas?
2. Você gosta de estudar Matemática?
 - 2.1 Por quê?
3. Você tem facilidade em aprender os conteúdos matemáticos?
 - 3.1 Por quê?

4. Você atribui a você mesmo o seu desempenho na Matemática?
 - 4.1 Você atribui ao professor o seu desempenho na Matemática?
 - 4.2 Você atribui ao material didático (livro, apostila, etc) o seu desempenho na Matemática?
 - 4.3 Você atribui à outro motivo o seu desempenho na Matemática?
 - 4.3.1 Qual motivo?

5. Você se interessa pela tecnologia que é usada pelo ensino na escola?
 - 5.1 Por quê?

6. Você se interessa por softwares usados pelo ensino na escola?
 - 6.1 Por quê?

7. Já teve experiência(s) com softwares matemáticos?

8. Você recomendaria esse software para outros professores?
 - 8.1 Você indicaria para facilitar o entendimento de outros conteúdos?
 - 8.1.1 Por quê?

9. Analisando tudo o que você aprendeu na Matemática, você acha importante a utilização de softwares?

10. Você gostou de aprender esse conteúdo pela aula tradicional ou pelo software matemático winplot?
 - 10.1 Por quê?

11. Você acha que é necessário o professor para ensinar os conteúdos antes da aplicação no software matemático winplot?
 - 11.1 Por quê?

12. Você acha que sem a explicação do professor anteriormente você conseguiria entender o conteúdo e aplicar no software matemático winplot?

12.1 Por quê?

13. O que você aprendeu com a aula de hoje?

Nome: _____.

Idade: _____ anos.

Sexo: () Masculino () feminino () outro

e) Pós-facio – Adendo

Primeiramente gostaria de agradecer a sua participação na entrevista. Irei escutar a gravação, e caso tenha dúvidas, poderia retornar para conversamos?

Atenciosamente.

Ana Cristina de Souza Marin

APÊNDICE 6 – Transcrição da entrevista com o aluno V. N. R. N. I.

ROTEIRO

Ana Cristina de Souza Marin

a) Preâmbulo:

Sou aluna do Mestrado em Educação na UNESP, câmpus de Marília, e estou desenvolvendo uma pesquisa com o tema “Didática da Matemática: a utilização do software winplot como estratégia potencializadora do processo de ensino e aprendizagem”.

Gostaria de saber se você pode participar da referida pesquisa que será feita por meio de entrevista, a fim de que possamos alcançar o objetivo almejado.

Caso aceite participar desta pesquisa, gostaria que soubesse que a mesma será gravada, filmada e posteriormente transcrita (haverá escrita fiel daquilo que foi dito durante a gravação). A divulgação dos resultados terá fins científicos e não haverá identificação do sujeito, isto é, sua identidade preservada.

b) Objetivo da entrevista:

O objetivo é analisar como a aplicação do software matemático é vista perante os alunos como facilitador do ensino da matemática.

c) Entrevistado

O entrevistado foi o aluno V. N. R. N. I. do 1º. ano C do Ensino Médio de uma escola pública do estado de São Paulo.

d) Perguntas

1. Você tem mais facilidade com a área de humanas, biológicas ou exatas?

Exatas.

2. Você gosta de estudar Matemática?

Sim.

2.1 Por quê?

Hã...porque eu me...porque eu tenho um desenvolvimento melhor...é...e acho mais fácil.

3. Você tem facilidade em aprender os conteúdos matemáticos?

Sim, com a ajuda do professor.

3.1 Por quê?

Pela minha há...capacidade.

4. Você atribui a você mesmo o seu desempenho na Matemática?

Não, não.

4.1 Você atribui ao professor o seu desempenho na Matemática?

Sim, sim.

4.2 Você atribui ao material didático (livro, apostila, etc) o seu desempenho na Matemática?

Sim, sim.

4.3 Você atribui à outro motivo o seu desempenho na Matemática?

Sim.

4.3.1 Qual motivo?

Hã...video aulas que eu assisto em casa.

5. Você se interessa pela tecnologia que é usada pelo ensino na escola?

Sim.

5.1 Por quê?

Hã...porque ela dá...é um material novo para as pessoas assim “usa” a tecnologia não só para diversão e entretenimento mas pra aprendizagem eu acho legal.

6. Você se interessa por softwares usados pelo ensino na escola?

Sim.

6.1 Por quê?

Bom, esses softwares “veio” com a intenção de ensinar a gente, para facilitar e por isso que eu me interesso.

7 Já teve experiência(s) com softwares matemáticos?

Antes do winplot, não.

8 Você recomendaria esse software para outros professores?

Sim.

8.1 Você indicaria para facilitar o entendimento de outros conteúdos?

Sim.

8.1.1 Por quê?

Hã, porque ele ajuda a você desenvolver melhor a matemática, mais fácil.

9 Analisando tudo o que você aprendeu na Matemática, você acha importante a utilização de softwares?

Agora sim.

9.1. E porque não antes?

Hã, a partir do momento que eu presenciei e usei o software winplot.

10 Você gostou de aprender esse conteúdo pela aula tradicional ou pelo software matemático winplot?

Pelo software.

10.1 Por quê?

Porque é mais fácil.

11 Você acha que é necessário o professor para ensinar os conteúdos antes da aplicação no software matemático winplot?

Sim.

11.1 Por quê?

Hã, para a gente ter uma base pra saber o que fazer ou não fazer no software.

12 Você acha que sem a explicação do professor anteriormente você conseguiria entender o conteúdo e aplicar no software matemático winplot?

Não.

12.1 Por quê?

Porque eu não sabia o conteúdo. O professor chega, fala, dá uma base sobre o que é o conteúdo, usa o software para o desenvolvimento mais fácil.

13 O que você aprendeu com a aula de hoje?

Bom, na aula de hoje eu aprendi como...é...desenvolver o software, como utilizar o software...é...aprendi também que é uma forma mais fácil usar do que só manualmente...hã...e é isso.

13.1 Você gostou?

Sim.

14 Você quer registrar algum comentário?

Ah, só falar que o software ajuda bastante, é uma maneira bem mais fácil de fazer o conteúdo, e é isso.

Nome: V. N. R. N. I.

Idade: 14 anos.

Sexo: (X) Masculino () feminino () outro

e) Pós-facio – Adendo

Primeiramente gostaria de agradecer a sua participação na entrevista. Irei escutar a gravação, e caso tenha dúvidas, poderia retornar para conversamos?

Sim

Atenciosamente.

Ana Cristina de Souza Marin

ANEXOS

ANEXO 1 – Manual do software matemático Winplot.

ANEXO 2 – Caderno do Professor de Matemática elaborado pelo governo do estado de São Paulo.

Um Pequeno Manual

do

Winplot

Adelmo Ribeiro de Jesus

O WINPLOT é um programa de domínio público, produzido por Richard Parris, da Phillips Exeter Academy, em New Hampshire. Recentemente traduzido para o Português, o Winplot tem a vantagem de ser simples, utiliza pouca memória, mas por outro lado dispõe de vários recursos que o tornam atraente e útil para os diversos níveis de ensino-aprendizagem.

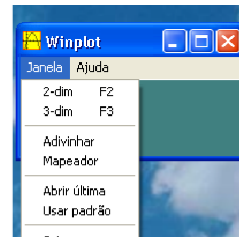
De acordo com o seu nome, o WIN...PLOT é um programa para plotar gráficos de funções em Matemática, de uma ou duas variáveis, utilizando o Windows. Além disso, executa uma série de outros comandos, permitindo inclusive realizar animações de gráficos com um ou mais parâmetros.

Embora o Winplot seja um programa com pouco mais de 1 MB, podemos dispor de um menu básico com algumas opções, como:

- 2-dim Funções de uma variável, na forma $y = f(x)$ (cartesiana), $r = f(t)$ (forma polar), $x=f(t)$ e $y = g(t)$ (paramétrica)
- 3-dim Funções reais de duas variáveis, em coordenadas cartesianas ou paramétricas, e curvas no espaço
- Adivinhar Atividade que permite interagir com o programa, na tentativa de adivinhar a equação cujo gráfico é posto na tela. Muito boa atividade para o estudo de funções.
- Mapeador Opção que permite trabalhar com transformações lineares no plano.

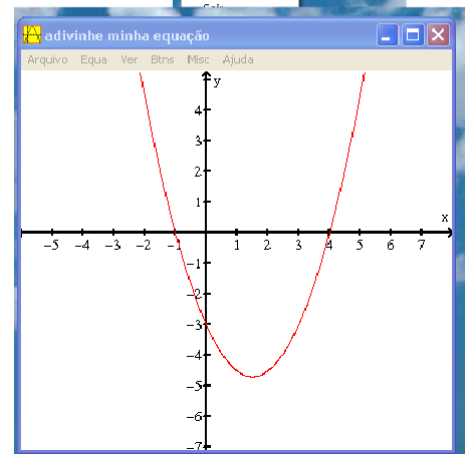
O Winplot é um programa criado por Richard Parris, da Philipps Exeter Academy. Traduzido para o português, ele pode ser encontrado no site <http://math.exeter.edu/rparris>. É um programa simples, mas poderoso, podendo executar um grande número de tarefas. Outra de suas vantagens é ser gratuito, podendo por isso ser utilizado sem problemas por professores e alunos do Ensino Fundamental, Médio, e Superior. Neste sentido achamos útil que este programa seja difundido para professores de Matemática, trazendo com isso uma possibilidade de maior interação às aulas de Matemática.

Ao abrirmos o programa nós encontramos duas opções: **Janela e Sobre**. Em "Janela" temos quatro escolhas: 2-dim, 3-dim, Adivinhar e Mapeador .

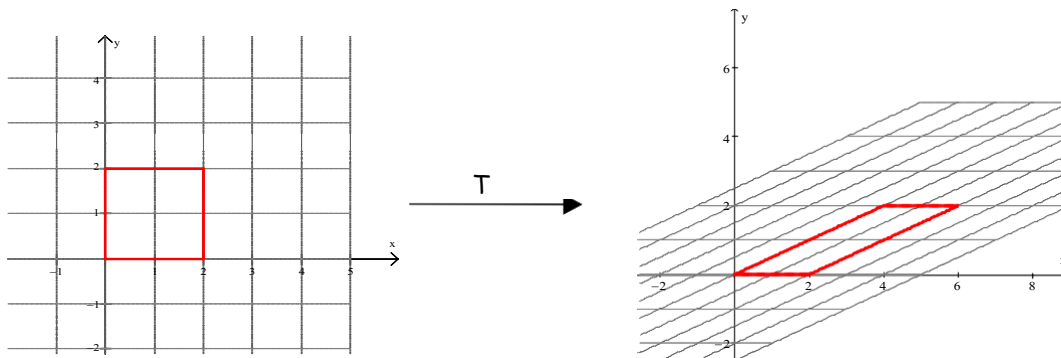


A opção Adivinhar exibe gráficos de funções para que possamos adivinhar sua equação. Podem ser selecionados tipos mais simples (retas, parábolas) ou tipos mais avançados (seno, cosseno, funções racionais, etc).

No exemplo da figura ao lado vemos que o programa exibiu o gráfico de uma parábola. A partir daí (Comandos "Equa → Adivinhar") digitamos uma função na caixa de diálogo. Se foi digitada a função correta, aparecerá uma mensagem afirmativa dizendo "Perfeito". Caso contrário, o gráfico de sua função digitada aparecerá na tela, mostrando então o erro cometido.



Na opção Mapeador podemos trabalhar com transformações lineares do plano no plano. O programa exibe duas janelas: Uma para o domínio, e outra para o contradomínio. A figura abaixo mostra o efeito de um cisalhamento $T(x,y) = (x+2y, y)$ em um quadrado de lado 2 do plano.



A OPÇÃO 2-DIM DO WINPLOT

Os comandos 2-dim e 3-dim permitem que trabalhem com funções no plano ou funções no espaço.

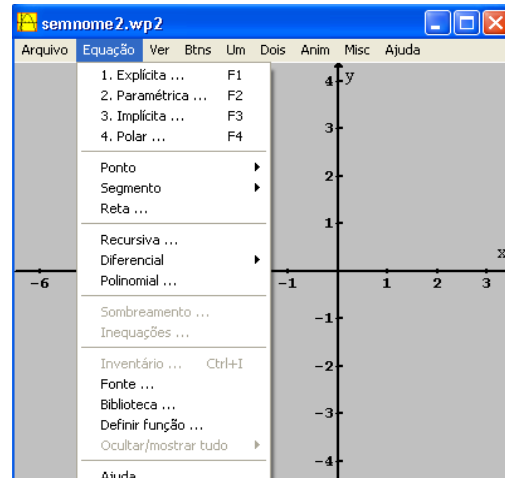
Na opção 2-dim temos as opções:

- forma Explícita (tipo $y=f(x)$)
- forma Paramétrica ($x = f(t), y = g(t)$)
- forma Implícita (tipo $f(x,y) = c$)
- forma Polar (tipo $r=f(t)$)

Aparecem ainda opções de equação de ponto, segmento, reta, bem como Sequências recursivas no plano, Equações Diferenciais e Polinômio.

A opção Polinômio é interessante e interativa. O programa exibe gráficos de polinômios de graus 2 até 8, onde podemos incluir ou excluir pontos na tela, aumentando ou diminuindo o seu grau.

Para se incluir pontos, clique com o botão direito do mouse em um ponto da tela. Para excluir um ponto, clique sobre ele com o botão direito do mouse. O programa permite também mover os gráficos dos polinômios, bastando para isso arrastar um dos pontos do gráfico, com o mouse (com o botão esquerdo clique no ponto e segure. Arraste o ponto com o mouse)



Os Arquivos de Ajuda

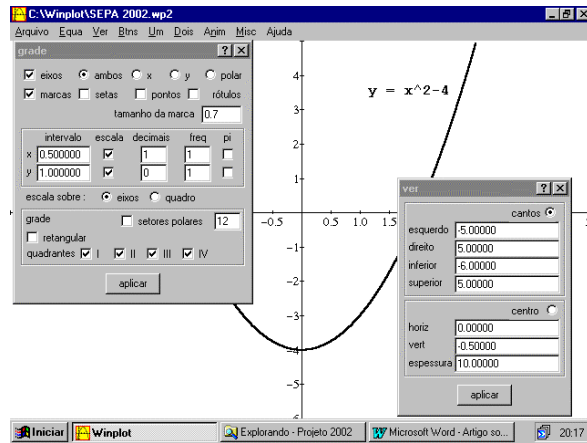
Existe em cada Menu um arquivo de Ajuda, em português, que permite ao usuário tirar suas dúvidas. Por exemplo, as funções da opção " Explícita " devem ser digitadas de modo compatível com o programa. Listamos abaixo algumas funções e o modo de digitá-las no Winplot. O leitor pode encontrar estas (e outras) funções através do menu "Equa → Biblioteca"

Função	Winplot
$y=ax+b$	$ax+b$
$y=x^n$	x^n
$y = x $	$abs(x)$
$y=\sqrt{x}$	$sqr(x)$
$y = \sqrt[n]{x}$	$root(n,x)$ ou $x^{(1/n)}$
$y=sen x$	$sin(x)$
$y=cos x$	$cos(x)$
$y=tg x$	$tan(x)$
$y=a^x$	a^x
$y=e^x$	e^x ou $exp(x)$
$y=ln x$	$ln(x)$
$Y= \log_a x$	$log(a, x)$

Um Exemplo Ilustrativo:

No exemplo ao lado exibimos o gráfico da função $y=x^2-4$. Usando a opção **Ver** → **Ver** dimensionamos a janela dos eixos Ox e Oy . Usando a opção **Ver** → **Grade** escolhemos os intervalos das marcas (ticks) nos eixos x e y , o número de decimais em cada eixo, e o tamanho da marca utilizada nos eixos (no caso, 0.7).

No caso, escolhemos 0.5 para o intervalo do eixo Ox , e optamos por trabalhar com 1 decimal neste eixo.



Para inserir a equação $y=x^2-4$ na tela do computador usamos a opção Equação → Inventário → Mostrar equação.

Para mover a equação $y = x^2-4$ pela tela, o mouse tem que estar na opção "Texto". Para isso, utilize Btms → Texto, e arraste a equação até o local desejado.

Outras Opções dos Menus:

Existem outras opções que são utilizadas com mais freqüência. São elas:

Menu Equação

Fonte	Permite mudar a fonte da equação
Biblioteca	Dá a lista de funções no formato adequado
Definir função	Permite ampliar a biblioteca, criando uma nova função

Menu Ver

Ver	Permite redimensionar os eixos, para maior visualização do gráfico.
Zoom	Use as teclas Page Up e Page Down para afastar-se ou aproximar-se do gráfico
Mover	Use as setas (cima, baixo, direita, esquerda) do teclado para mover o gráfico.
Restaurar	Restaura a configuração padrão.
Grade	Apresenta um quadro com uma série de opções para melhor adequação da janela. Pode-se colocar vários tipos de escalas nos eixos, usando inclusive múltiplos de π , visualizar a grade correspondente, etc.
Eixos	Muda cor, espessura, etc dos eixos Ox e Oy
Linhas de Grade	Exibe ou não as linhas da grade do plano, e adequa as cores.

Menu Botões

Arrastar Box LB/Recentr RB	O botão esquerdo (LB) do mouse cria um box para visualizar com mais detalhe um gráfico e o direito (RB) recentraliza o gráfico, com zoom.
Texto	Nos permite mover a equação da função dada para qualquer lugar da tela. Permite também inserir um texto na tela.
Coords/Recentr	O botão esquerdo dá as coordenadas do ponto selecionado e o direito recentraliza o gráfico, sem mudar o tamanho da janela.

Menu Um

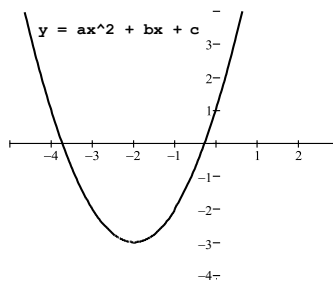
Traço	Permite o usuário percorrer o gráfico de uma função, usando uma barra de rolagem, e visualizar aproximações de Taylor da mesma. É possível também movimentar retas secantes por um ponto fixado na curva, ou ver retas tangentes ao longo da curva. Estas duas opções são úteis, por exemplo, para ilustrar o conceito de derivada.
Zeros	Encontra as interseções do gráfico com o eixo Ox
Extremos	Encontra os pontos de máximo e mínimo da função
Integração	Dá opções de integração da função considerada.

Menu Dois

Interseção	Determina a interseção entre duas curvas
Combinações	Faz operações com funções: soma, produto, composta, etc
Integrações	Dá opções de integração entre duas funções. O programa calcula a integral de $f-g$, onde f e g são funções especificadas pelo usuário.

Menu Animação

Permite animar funções ou equações cuja expressão contenha um parâmetro. Podem ser escolhidos parâmetros a, b, c, \dots, w . Uma mesma expressão pode conter mais de um parâmetro. Por exemplo, pode-se trabalhar com a função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ e variar estes valores.

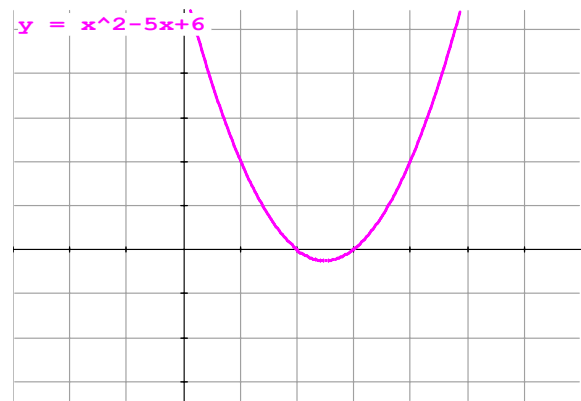
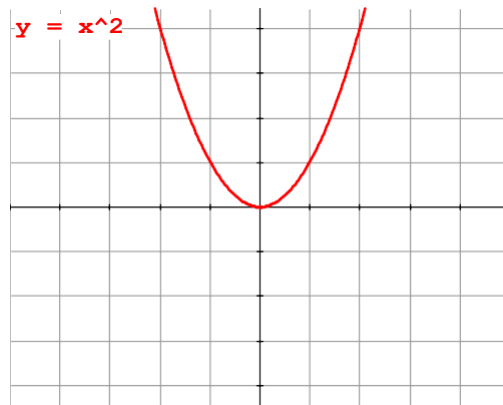


Menu Miscelânea

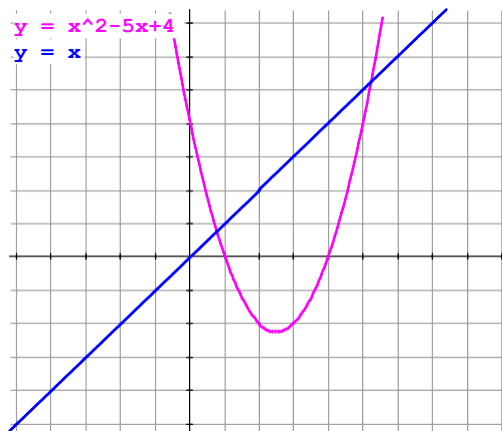
Neste menu encontramos as opções de Fontes, de Cores, Eq. Dif. Miscelânea, Dados, Texto, Tolerância, entre outras.

Exemplos de Funções no Winplot

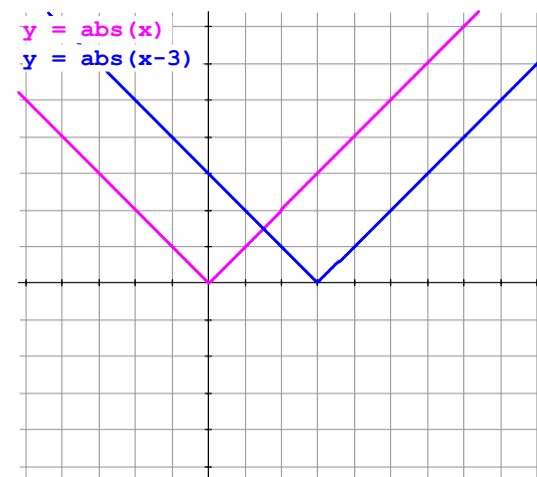
Exemplos de funções quadráticas e suas raízes



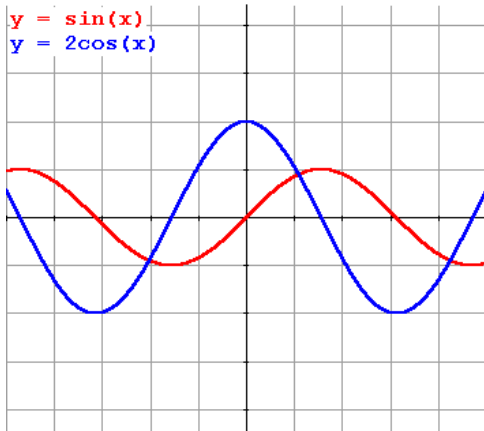
Interseção de uma parábola com uma reta



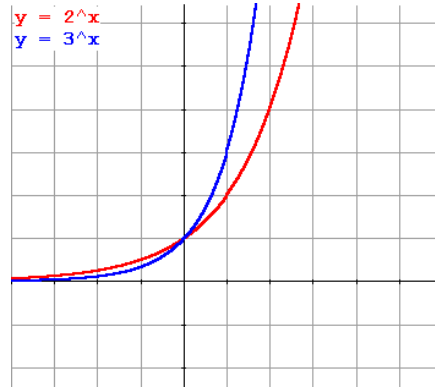
Funções Modulares e suas translações



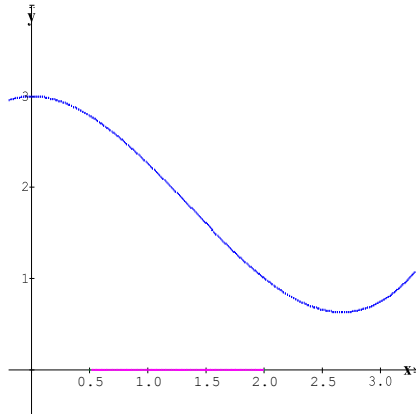
Funções trigonométricas



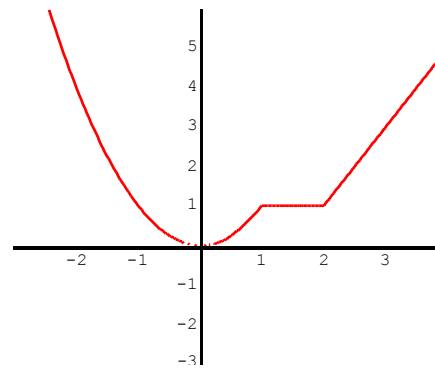
Funções Exponenciais



Área sob curvas planas



Função definida por várias sentenças (joinx(.. |... | ..)



Salvador, abril de 2004
adelmo@ufba.br

1ª SÉRIE

ENSINO MÉDIO
Caderno do Professor
Volume 1

MATEMÁTICA

Distribuição gratuita,
venda proibida



 GOVERNO DO ESTADO
SÃO PAULO
Secretaria da Educação



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

MATERIAL DE APOIO AO
CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO

CADERNO DO PROFESSOR

MATEMÁTICA

ENSINO MÉDIO

1ª SÉRIE

VOLUME 1

Nova edição

2014-2017

São Paulo

É fundamental que os alunos tenham feito a associação entre a ideia de variação diretamente proporcional e a de função de 1º grau, tendo compreendido que:

- ▶ quando y é diretamente proporcional a x e ambos os valores, de x e y , começam a ser medidos a partir do valor inicial zero, então $y = ax$, sendo a uma constante não nula;
- ▶ quando há a proporcionalidade direta entre a variação de y medida a partir de certo valor inicial b e os valores de x , então $y - b = ax$, ou seja, $y = ax + b$;
- ▶ de modo geral, em qualquer situação em que as variações de duas grandezas in-

terdependentes são diretamente proporcionais, chegamos a uma expressão do tipo $f(x) = ax + b$, ou seja, a uma função do 1º grau;

- ▶ sendo $f(x) = ax + b$, então o coeficiente a sempre representa a variação no valor da função por unidade a mais de x , ou, em outras palavras, a taxa de variação de $f(x)$ em relação a x .

Na Situação de Aprendizagem seguinte, as funções polinomiais de 2º grau serão apresentadas também a partir da ideia de proporcionalidade direta, agora de y em relação ao quadrado de x .

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 7

FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 2º GRAU: SIGNIFICADO, GRÁFICOS, INTERSEÇÕES COM OS EIXOS, VÉRTICES E SINAIS

Conteúdos e temas: proporcionalidade direta com o quadrado da variável independente; função de 2º grau; gráficos de funções de 2º grau; vértice; raízes; sinais.

Competências e habilidades: compreender a função de 2º grau como expressão de uma proporcionalidade direta com o quadrado da variável independente; expressar por meio de gráficos informações sobre dados.

Sugestão de estratégias: apresentação e análise crítica do significado e das propriedades da função de 2º grau; exemplificação de exemplos ilustrativos e de exercícios exemplares em vários contextos de situações que sejam explorados pelo professor.

Roteiro para aplicação da Situação de Aprendizagem 7

O texto a seguir constitui um roteiro para a apresentação da ideia de função

polinomial de 2º grau. Desde o primeiro momento, tal função é apresentada como a representação de uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra. Na 8ª série/9º ano do Ensino

Fundamental, é possível que os alunos já tenham tido um contato inicial com tal função, ao estudarem as equações de 2º grau. Abordaremos o tema, no entanto, sem pressupor que ele já tenha sido estudado anteriormente. Cabe ao professor, em sua realidade específica, acelerar mais ou menos a apresentação feita aqui. A abordagem adotada é construtiva: todos os resultados são justificados, sempre com base na ideia de proporcionalidade anteriormente referida. Assim, mesmo que os alunos já

tenham visto tais assuntos, é quase certo que não o viram da forma como são aqui apresentados.

Apostamos na forma de tratamento escolhida, que consideramos a menos técnica possível, ou a que mais permanece aderente ao significado da relação de proporcionalidade envolvida e esperamos que o professor avalie o percurso sugerido na Situação de Aprendizagem, mesmo não constituindo o caminho mais usual.



Grandeza proporcional ao quadrado de outra: a função de 2º grau $f(x) = ax^2$

É possível obter um exemplo da relação de interdependência entre duas grandezas x e y em que y é diretamente proporcional ao quadrado de x , isto é, $\frac{y}{x^2} = \text{constante} = k$, ou seja, $y = kx^2$, quando

uma pedra é abandonada em queda livre. A distância vertical d que a pedra percorre é diretamente proporcional ao quadrado do tempo de queda, ou seja, temos $d = kt^2$; sendo, neste caso, o valor de $k = 4,9$ (metade da aceleração da gravidade do local).

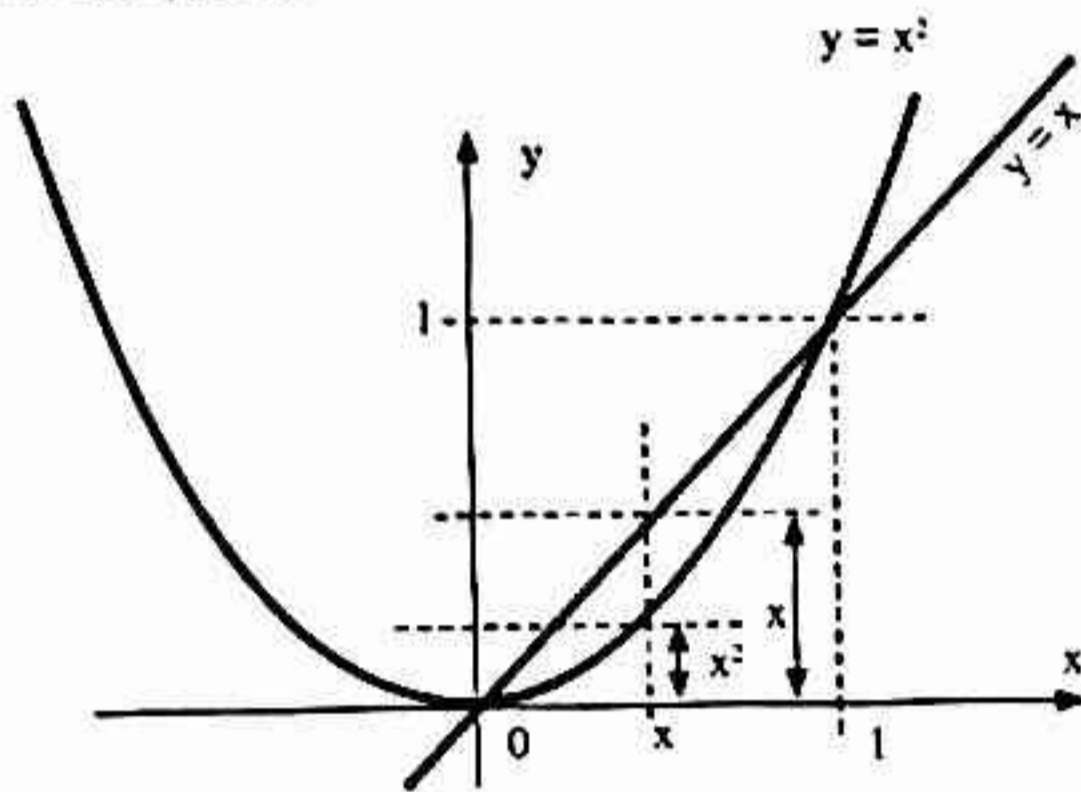
De modo geral, a relação $y = kx^2$ serve de base para iniciar o estudo das funções de 2º grau, cuja forma geral é $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Para explicitar tal fato, inicialmente, vamos examinar o gráfico da função $y = x^2$, ou seja, $f(x) = x^2$.

Sabemos que o gráfico de $y = x$ é uma reta com inclinação igual a 1. Para construir o gráfico de $y = x^2$, é preciso considerar alguns aspectos:

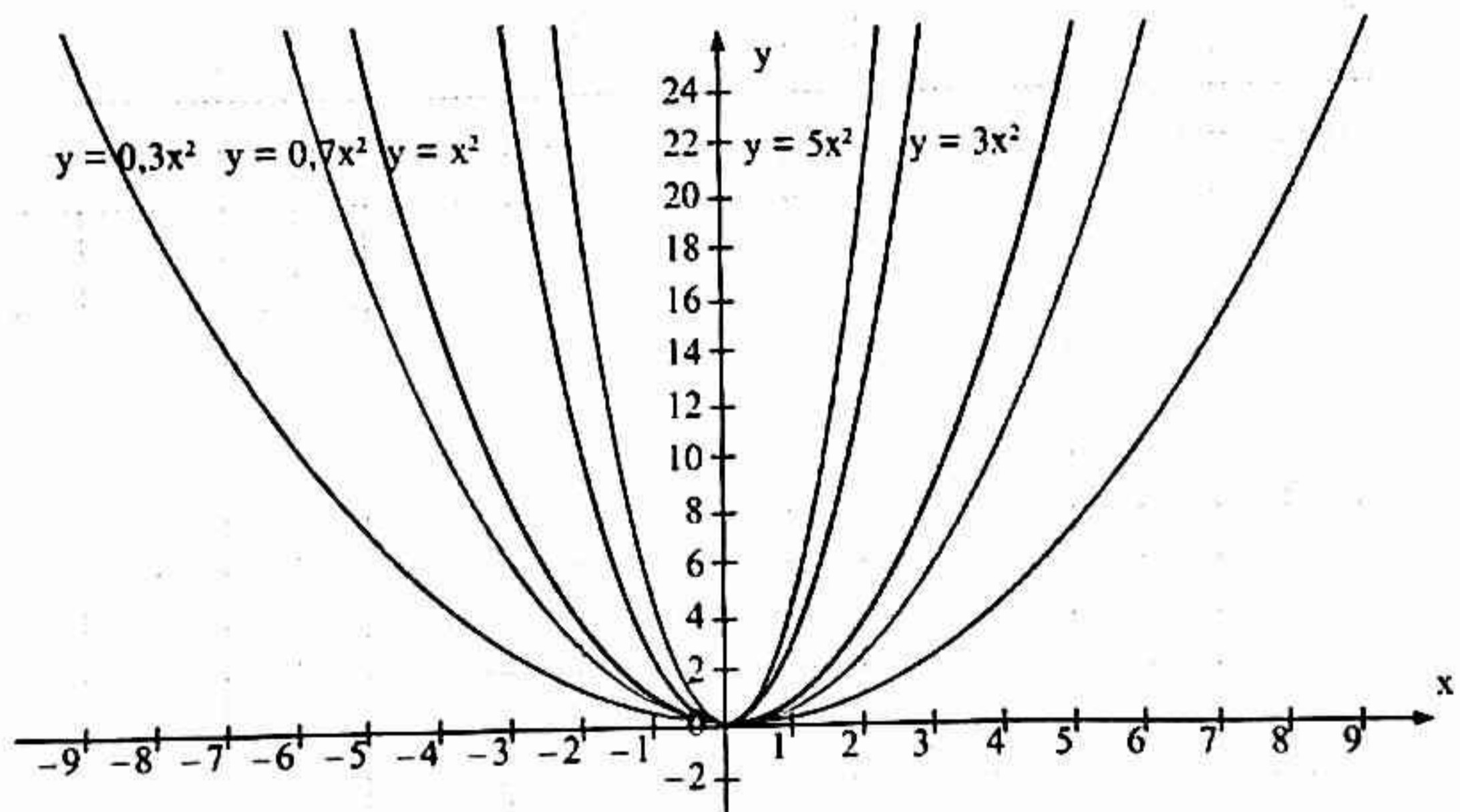
- ▶ o quadrado de um número situado entre 0 e 1 é menor do que o próprio número, ou seja, $x^2 < x$ para $0 < x < 1$;
- ▶ o quadrado de um número maior do que 1 é maior do que o próprio número, ou seja, $x^2 > x$ para $x > 1$;
- ▶ o gráfico de $y = x^2$ é simétrico em relação ao eixo y , uma vez que $f(x) = f(-x)$ para todo x ;
- ▶ é possível mostrar que o gráfico de $y = x^2$ encosta "suavemente" no eixo x , sem formar um "bico" (o que será feito na atividade 2).

Reunindo tais informações, temos o gráfico esboçado a seguir. A curva correspondente é uma parábola.



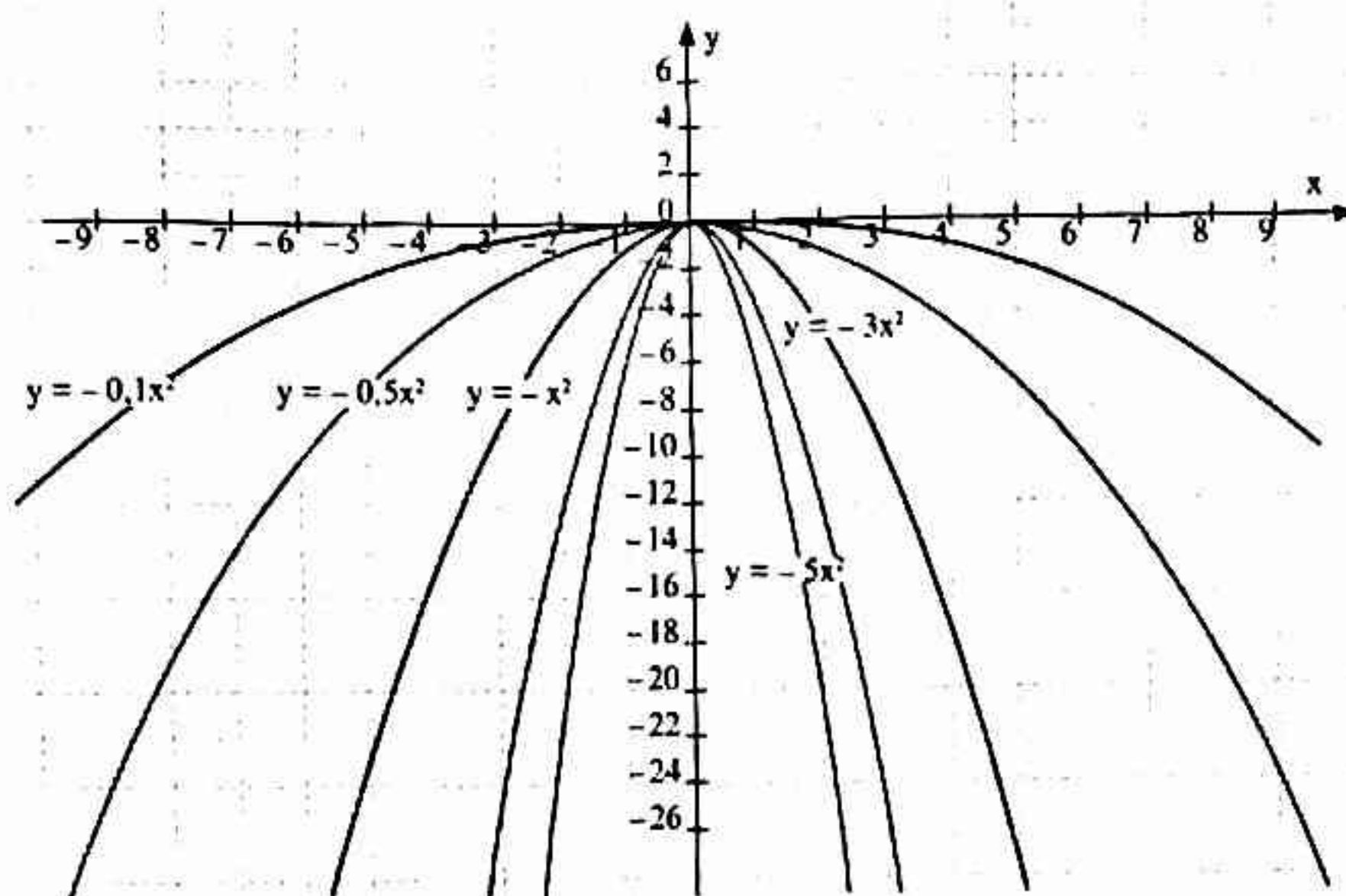
Partindo do gráfico de $f(x) = x^2$, é fácil construir o gráfico de $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$:

Para tanto, a cada valor de x , devemos fazer corresponder o produto ax^2 , que é maior que x^2 , quando $a > 1$, e é menor do que x^2 , quando $0 < a < 1$. Assim, as parábolas ficam tanto mais "fechadas" quanto maior for o valor de a ; tanto mais "abertas" quanto menor (mais próximo de zero) for o valor de a . Alguns gráficos desse tipo são representados a seguir:



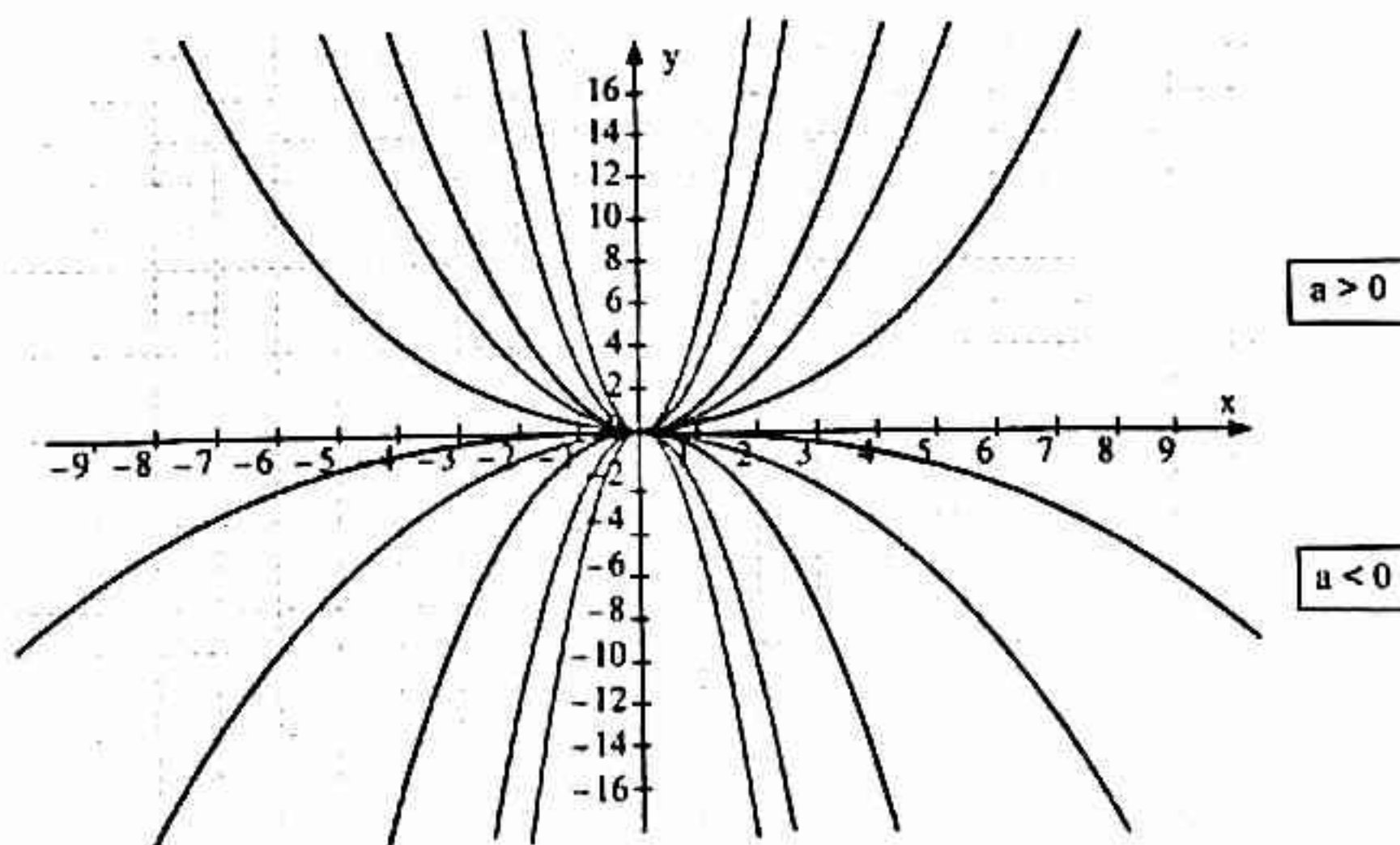
Da mesma maneira, para os valores negativos de a , os gráficos mantêm a mesma

forma, mas os valores de y tornam-se negativos. Observe a figura a seguir:



Resumindo, observe que, quanto maior o valor absoluto do coeficiente a , mais "fechada" é a parábola; quanto menor o valor absoluto

de a , mais "aberta" ela é. O sinal de a indica se a concavidade (a abertura) da parábola estará voltada para cima ($a > 0$) ou para baixo ($a < 0$).



Algumas atividades, para a exploração do que até aqui foi estudado, serão apresentadas a seguir.

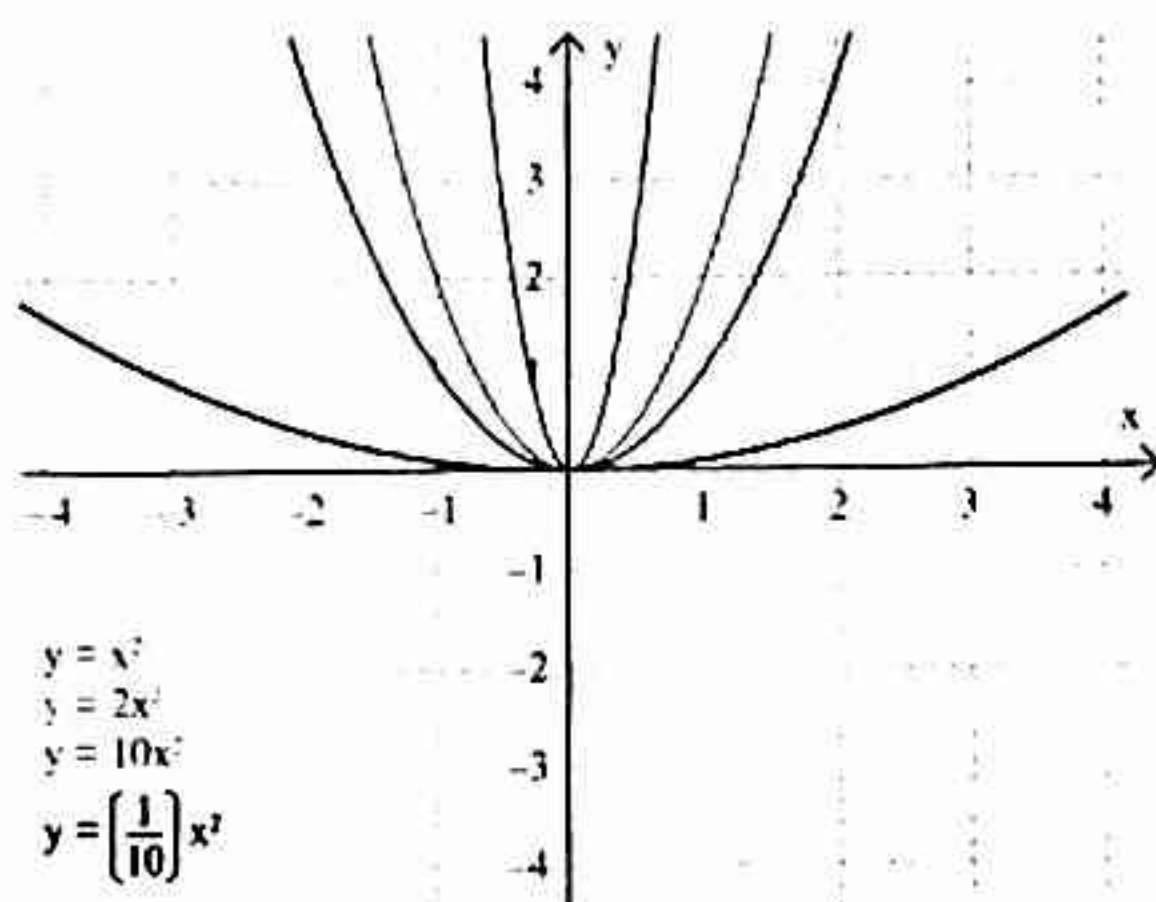


1. Construa, no espaço a seguir, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das seguintes funções a, b, c e d, e, em outro plano, os gráficos das funções e, f, g e h.

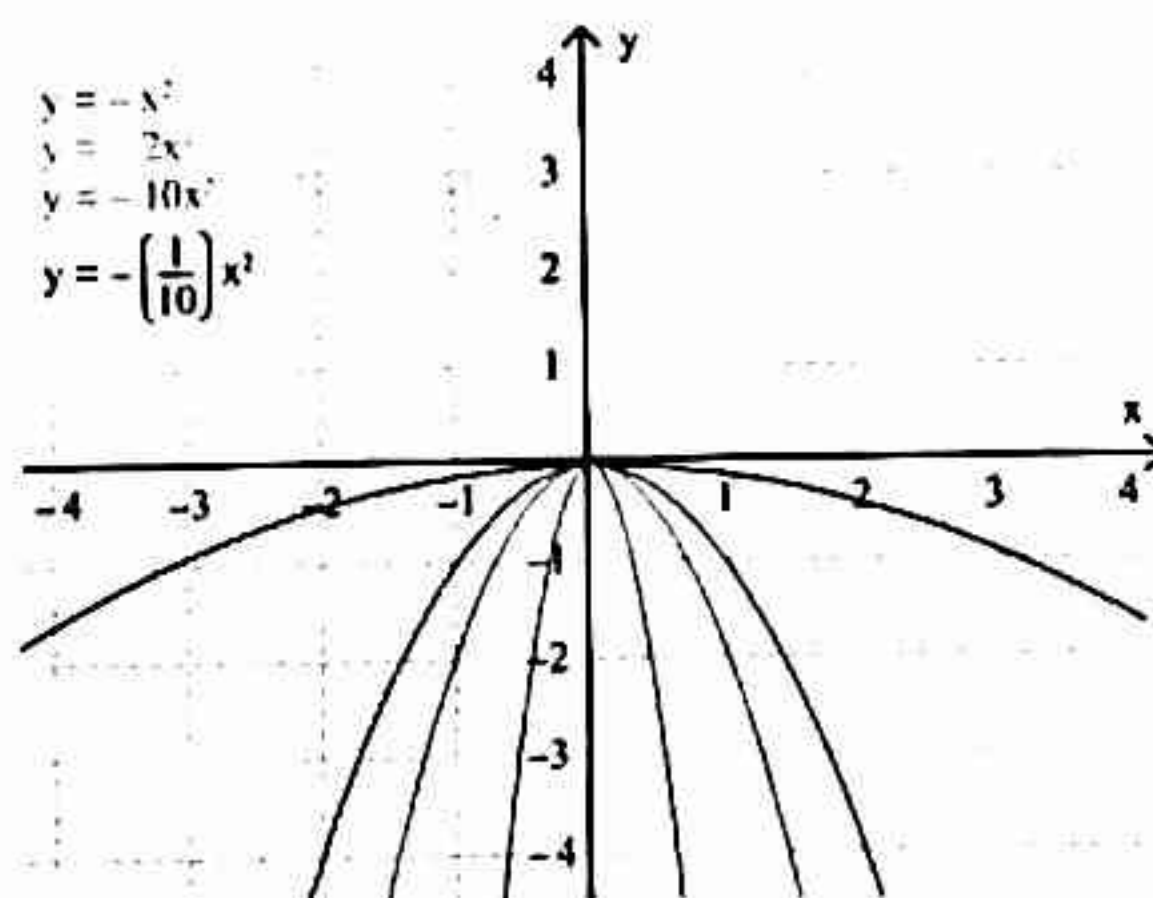
- a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = 2x^2$
 c) $f(x) = 10x^2$ d) $f(x) = \frac{1}{10}x^2$
 e) $f(x) = -x^2$ f) $f(x) = -2x^2$
 g) $f(x) = -10x^2$ h) $f(x) = -\frac{1}{10}x^2$

Procure esboçar os gráficos comparando-os com os outros, sem necessariamente recorrer a tabelas com valores de x e de y ; em vez disso, leve em consideração os valores relativos dos coeficientes de x^2 .

a), b), c), d)



e), f), g), h)

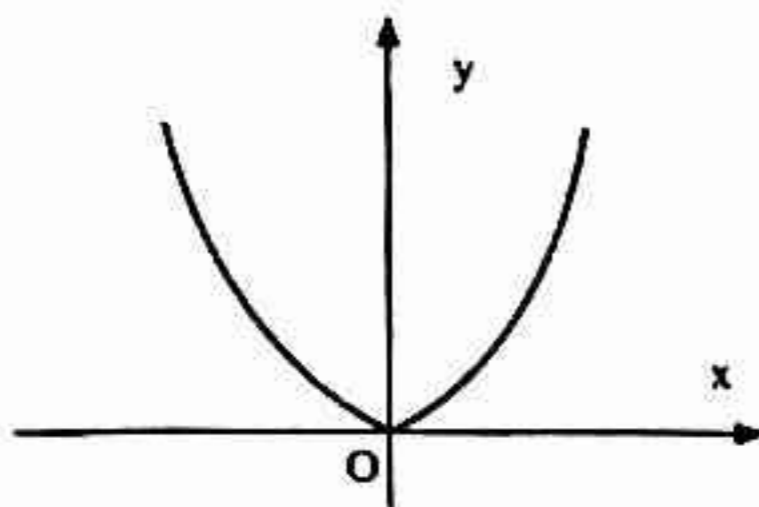


Observação: há uma sutileza sobre o gráfico de $f(x) = x^2$.

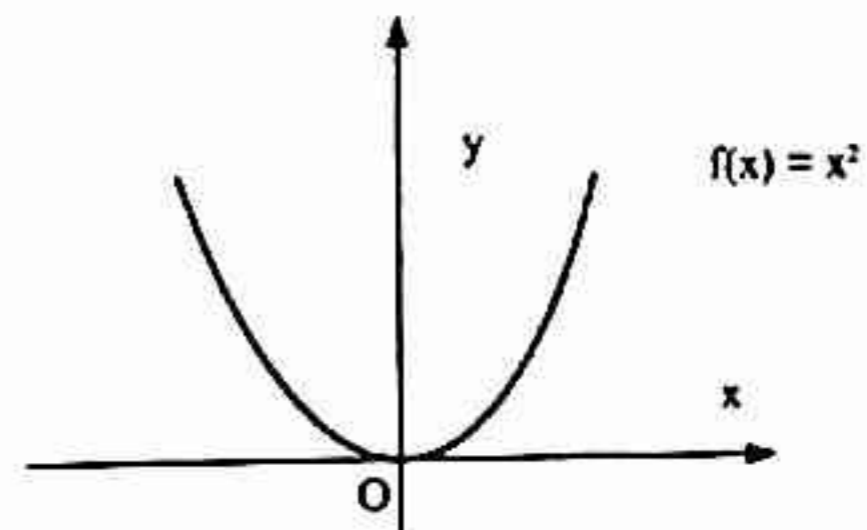
Para construir o gráfico de $f(x) = x^2$, notamos que:

- 1º) $x^2 \geq 0$ para todo número real x , ou seja, o gráfico situa-se acima do eixo x ;
- 2º) $f(x) = f(-x)$ para todo real x , ou seja, o gráfico é simétrico em relação ao eixo y ;
- 3º) como $x^2 \leq x$ para valores de x no intervalo de 0 a 1, então o gráfico de $f(x) = x^2$ situa-se abaixo do gráfico de $y = x$ no intervalo entre 0 e 1;
- 4º) como $x^2 > x$ para $x > 1$, o gráfico de $f(x) = x^2$ situa-se acima do gráfico de $y = x$ para $x > 1$.

Seguindo todas as conclusões anteriores, o gráfico poderia ser como o indicado a seguir, com um "bico" na origem:



Ocorre, no entanto, que o gráfico de $f(x) = x^2$ não tem “bico” na origem, encostando suavemente no eixo x .

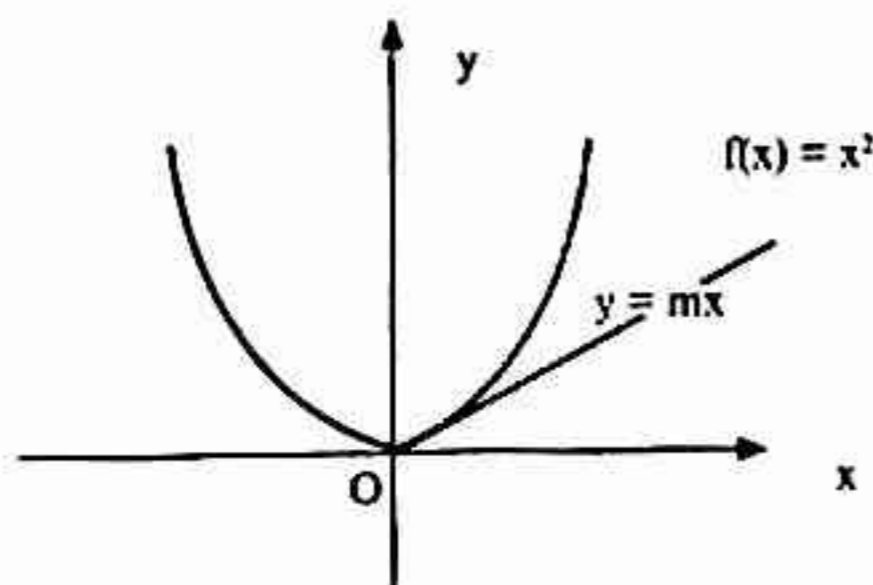


Se o professor se interessar pela explicação desse fato, basta acompanhar a solução da atividade, apresentada a seguir.

Desafio!

Mostre que a curva do gráfico de $f(x) = x^2$ não tem um “bico” na origem do sistema de coordenadas, ou seja, ela apenas tangencia o eixo x .

Afirmar que o gráfico apresentaria um “bico” na origem significaria dizer que existe uma reta inclinada em relação ao eixo x tal que o gráfico de $f(x) = x^2$ estaria situado acima de tal reta para todos os valores de x , mesmo os mais próximos de 0, conforme podemos verificar na figura a seguir.

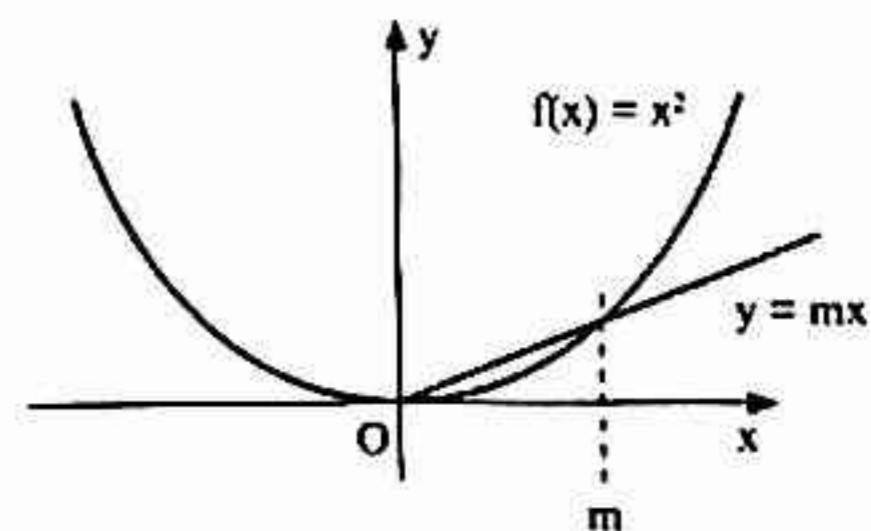


Tal reta tangente seria o gráfico de uma função do tipo $y = mx$, $m > 0$.

Teríamos, então: $x^2 \geq mx$ para todo $x \geq 0$.

Ocorre, no entanto, que, se $x^2 \geq mx$, então $x^2 - mx \geq 0$, ou seja, $x \cdot (x - m) \geq 0$ para todo x .

Mas notamos que, para valores de x entre 0 e m , os valores do produto $x \cdot (x - m)$ são negativos, ou seja, $x^2 < mx$, o que significa dizer que o gráfico de $f(x) = x^2$ situa-se abaixo do gráfico de $y = mx$.

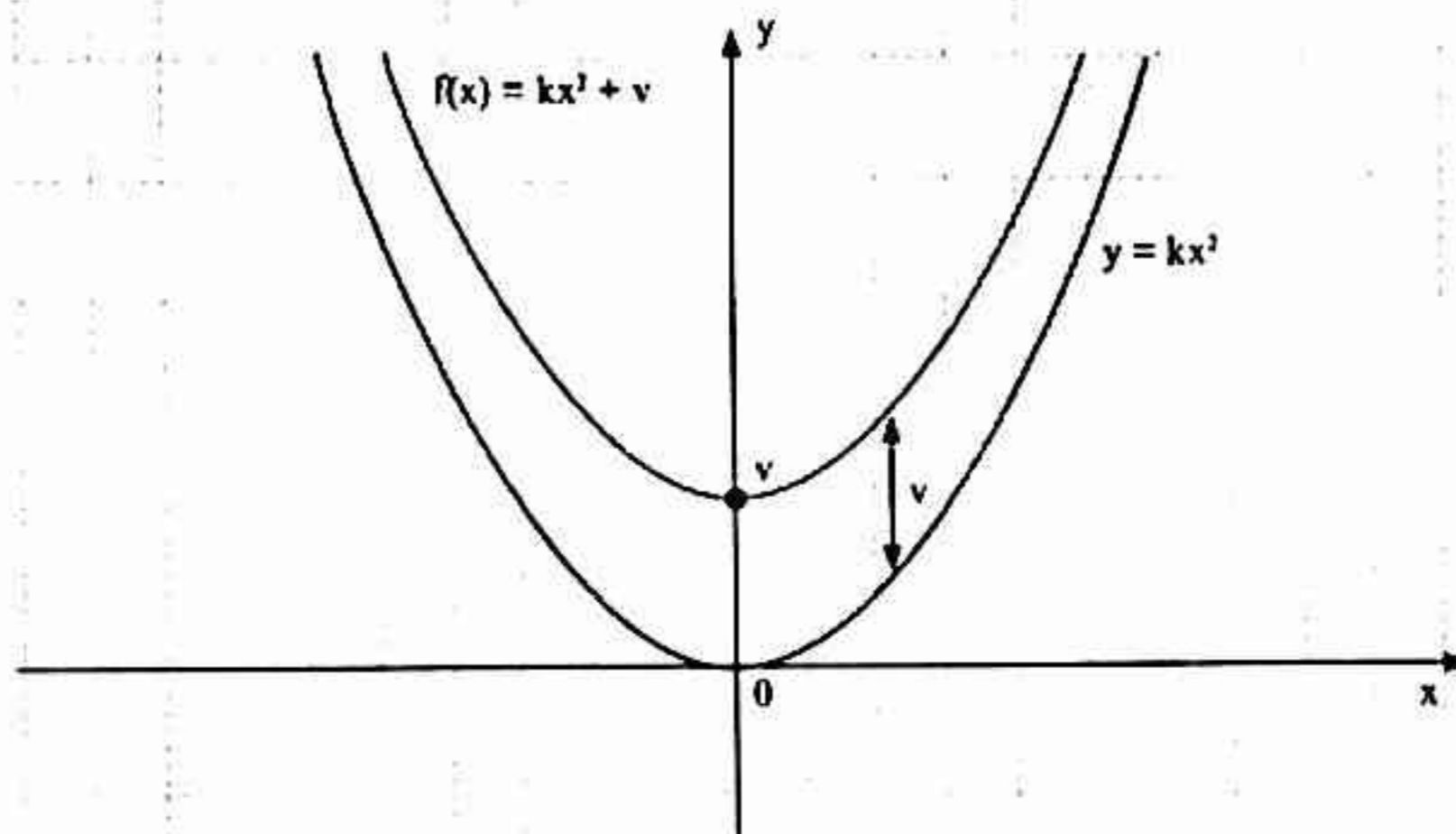


Em outras palavras, para cada valor de $m > 0$, por menor que seja, o gráfico de $f(x) = x^2$ situa-se abaixo do gráfico de $y = mx$, para valores de x entre 0 e m . Por exemplo, mesmo que consideremos a reta $y = 0,001x$, para valores de x entre 0 e 0,001, o gráfico de $f(x) = x^2$ situa-se abaixo dessa reta. Concluímos, então, que não existe reta $y = mx$ tal que, para todo x , o gráfico de $f(x) = x^2$ situe-se acima da reta; e é exatamente isso que significa dizer que o gráfico não tem um “bico” na origem $x^2 < mx$, ou seja, $x^2 - mx < 0$ para x entre 0 e m .

Deslocamentos verticais: a função
 $f(x) = ax^2 + v$

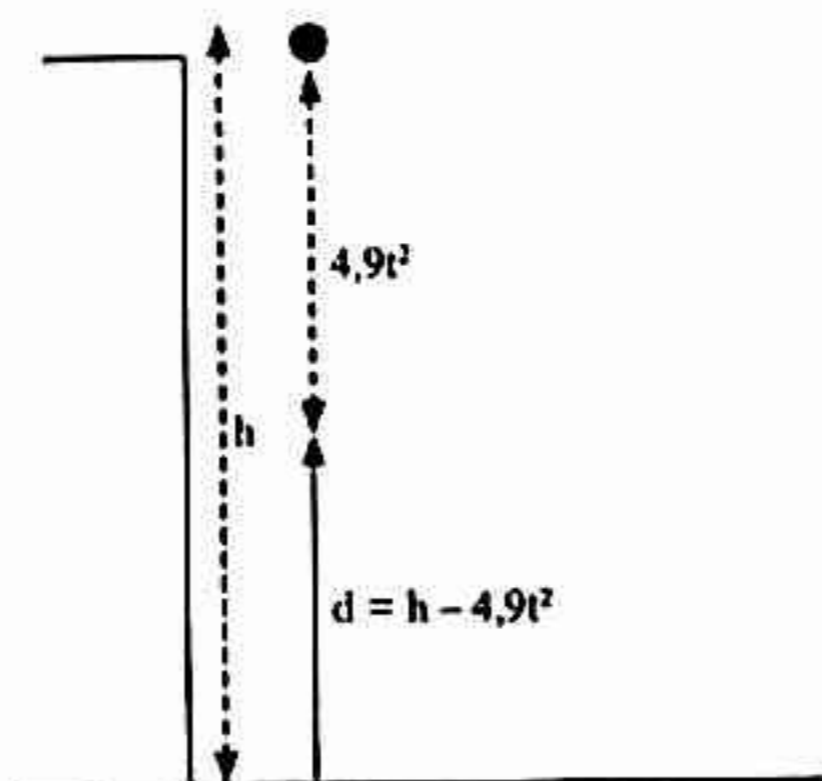
Quando a proporcionalidade entre y e x^2 ocorre a partir de um valor inicial v , então $y - v = kx^2$, ou seja, $y = kx^2 + v$.

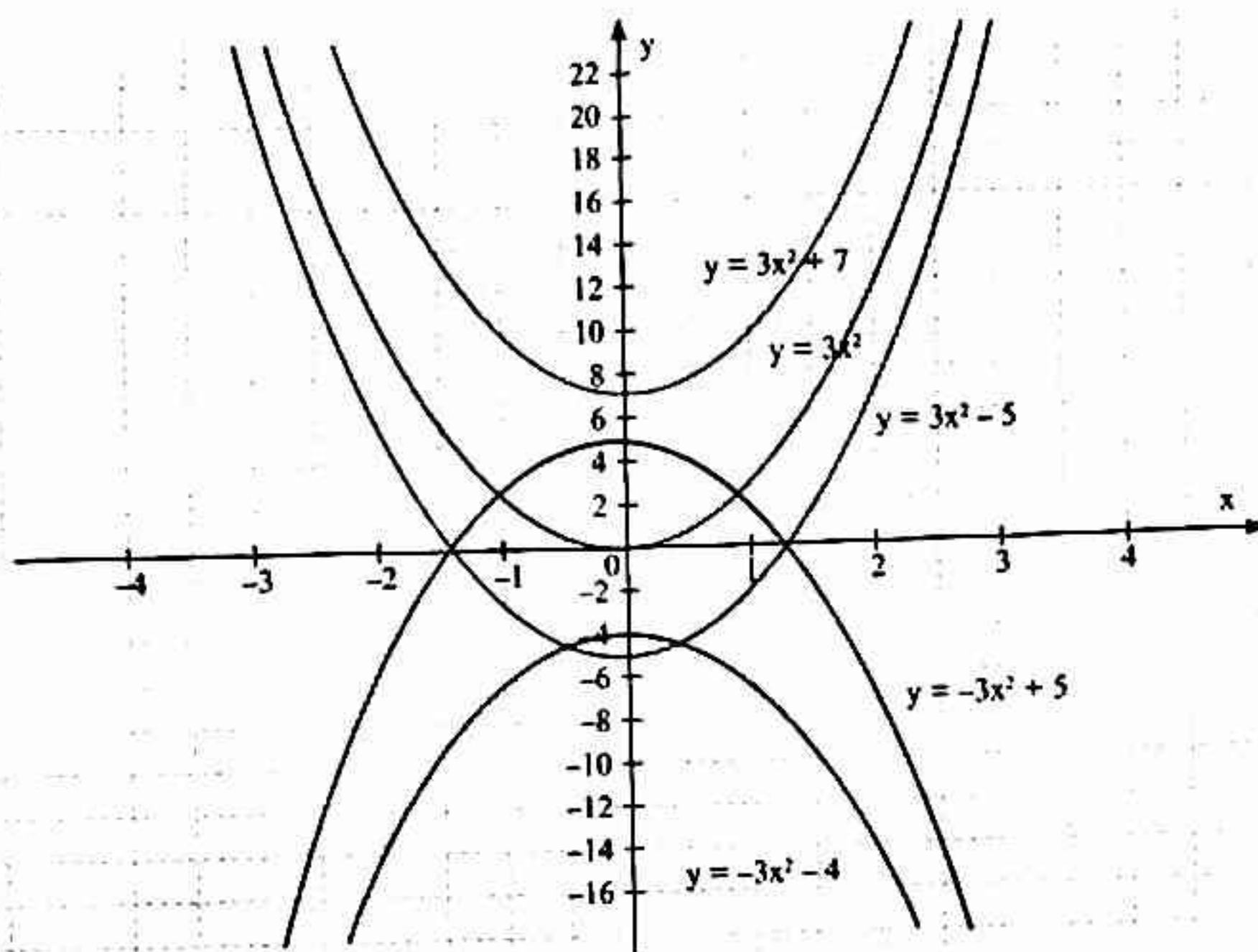
Nesses casos, o gráfico de $f(x) = kx^2 + v$ continua a ser uma parábola, mas seus pontos são deslocados, em relação ao conhecido gráfico de $y = k \cdot x^2$, na direção do eixo y de um valor v : para cima, se $v > 0$, ou para baixo, se $v < 0$.



Uma situação como esta ocorre, por exemplo, quando calculamos a distância d de uma pedra abandonada a certa altura h até o solo:

Neste caso, temos, então, $d = h - 4,9t^2$, ou seja, $h - d = 4,9t^2$. Podemos observar, a seguir, alguns gráficos de funções desse tipo.





2. Construa os gráficos das funções **a**, **b**, **c** e **d** em um mesmo plano cartesiano e os gráficos das funções **e**, **f** e **g** em outro plano cartesiano, indicando, em cada caso, as coordenadas do vértice.

- a) Vértice: (0,1).
- b) Vértice: (0,3).
- c) Vértice: (0,-1).
- d) Vértice: (0,-3).

a) $f(x) = x^2 + 1$

b) $f(x) = x^2 + 3$

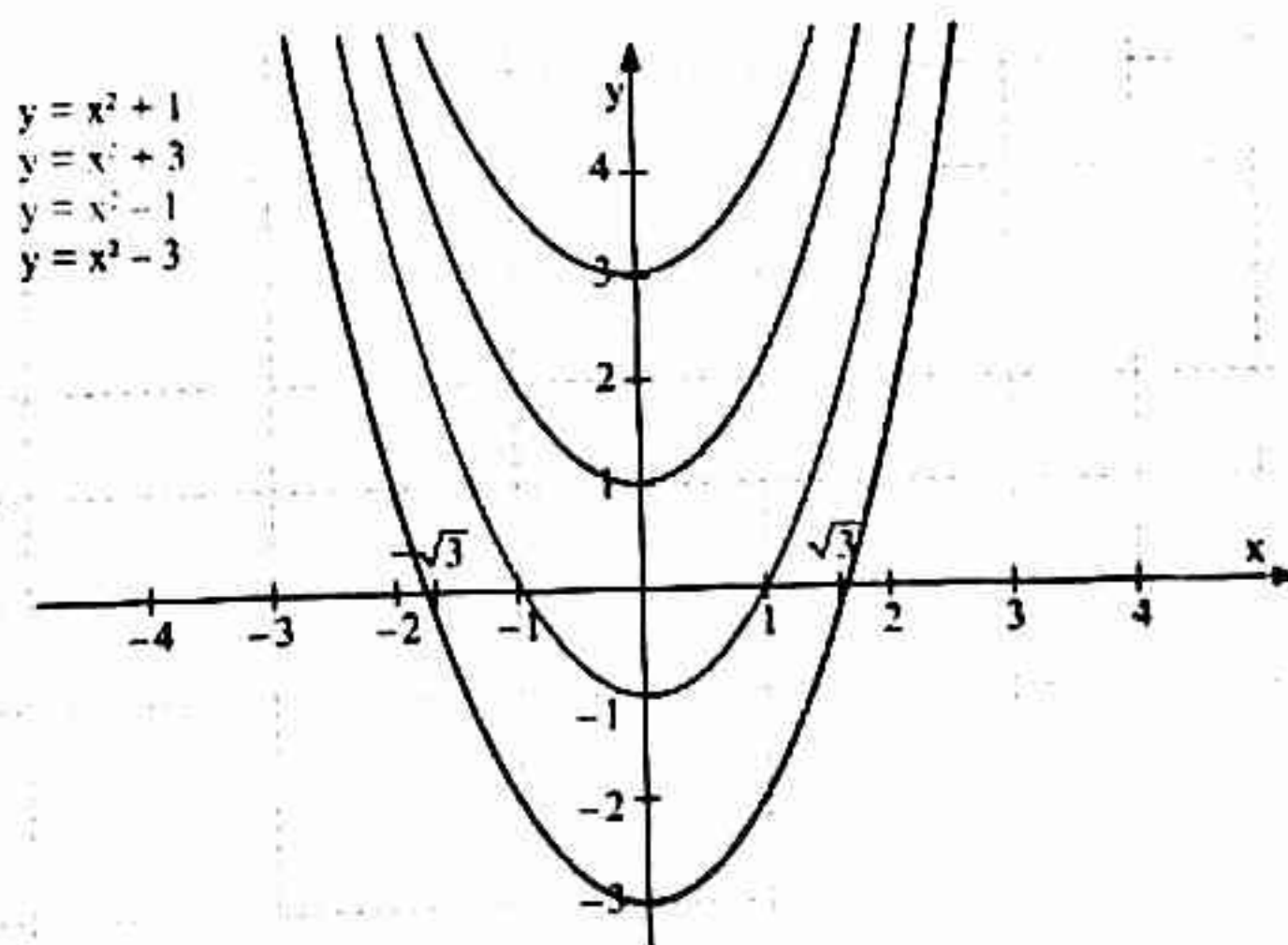
c) $f(x) = x^2 - 1$

d) $f(x) = x^2 - 3$

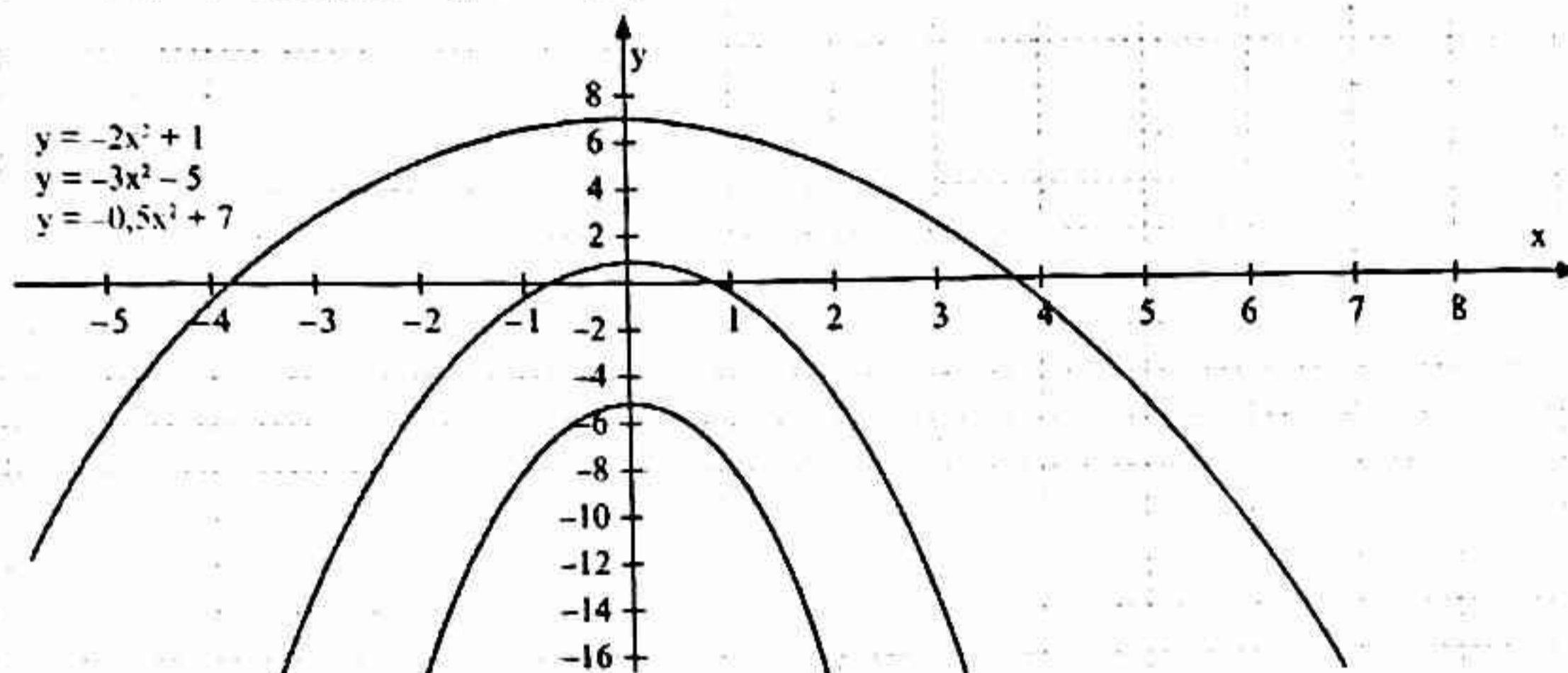
e) $f(x) = -2x^2 + 1$

f) $f(x) = -3x^2 - 5$

g) $f(x) = -0,5x^2 + 7$



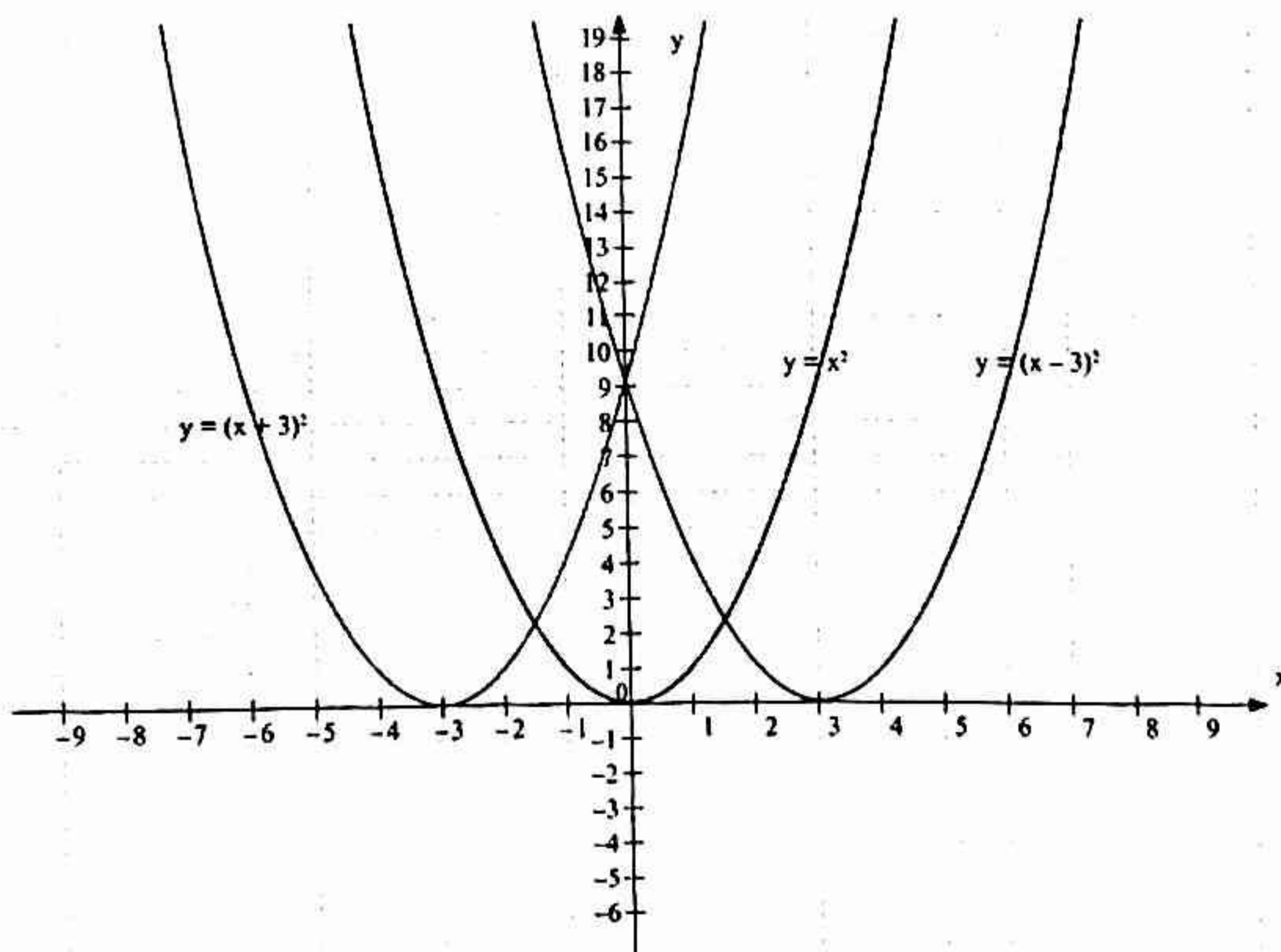
e) Vértice: (0,1). f) Vértice: (0, -5) g) Vértice: (0, 7)



Deslocamentos horizontais: a função $f(x) = a(x - h)^2$

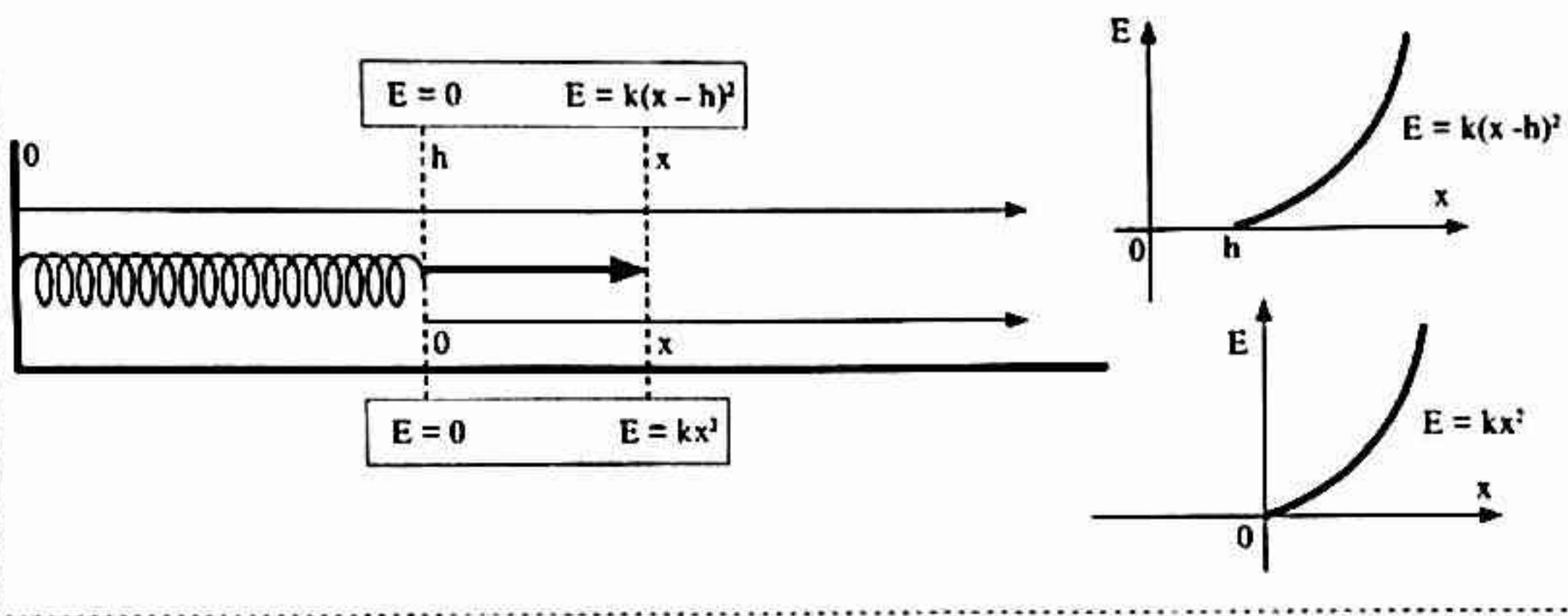
Outra proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra ocorre quando temos y diretamente proporcional

não a x^2 , mas a $(x - h)^2$. Neste caso, temos $y = k(x - h)^2$ e o gráfico correspondente é análogo ao de $y = kx^2$, deslocado horizontalmente de h unidades, para a direita, se $h > 0$, ou para a esquerda, se $h < 0$.



Um exemplo de situação semelhante à que foi sugerida anteriormente ocorre quando a grandeza y é diretamente proporcional ao quadrado da variação no valor de x a partir de certo valor inicial h . Por exemplo, sendo E a energia elástica armazenada em uma mola distendida de

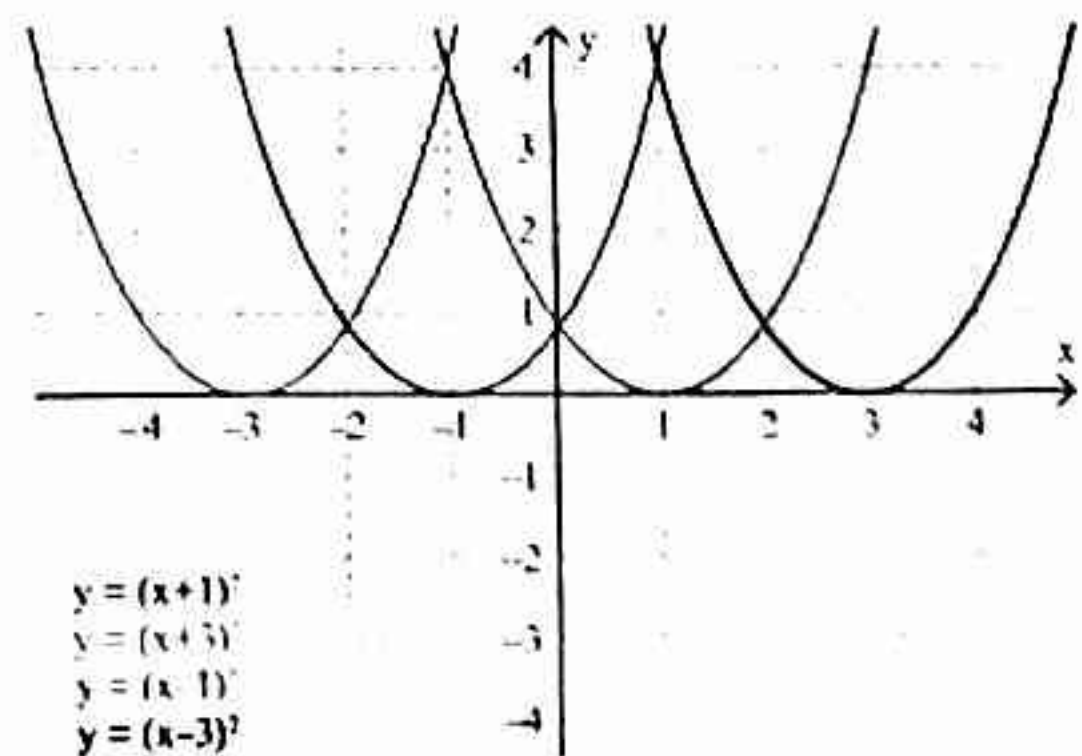
x unidades a partir de seu comprimento normal, então $E = k \cdot x^2$. Naturalmente, se $x = 0$, então $E = 0$. Entretanto, se a escala para medir a distensão da mola é tal que temos $E = 0$ para $x = h$, então, quando a mola estiver distendida de $(x - h)$, sua energia E será tal que $E = k(x - h)^2$.

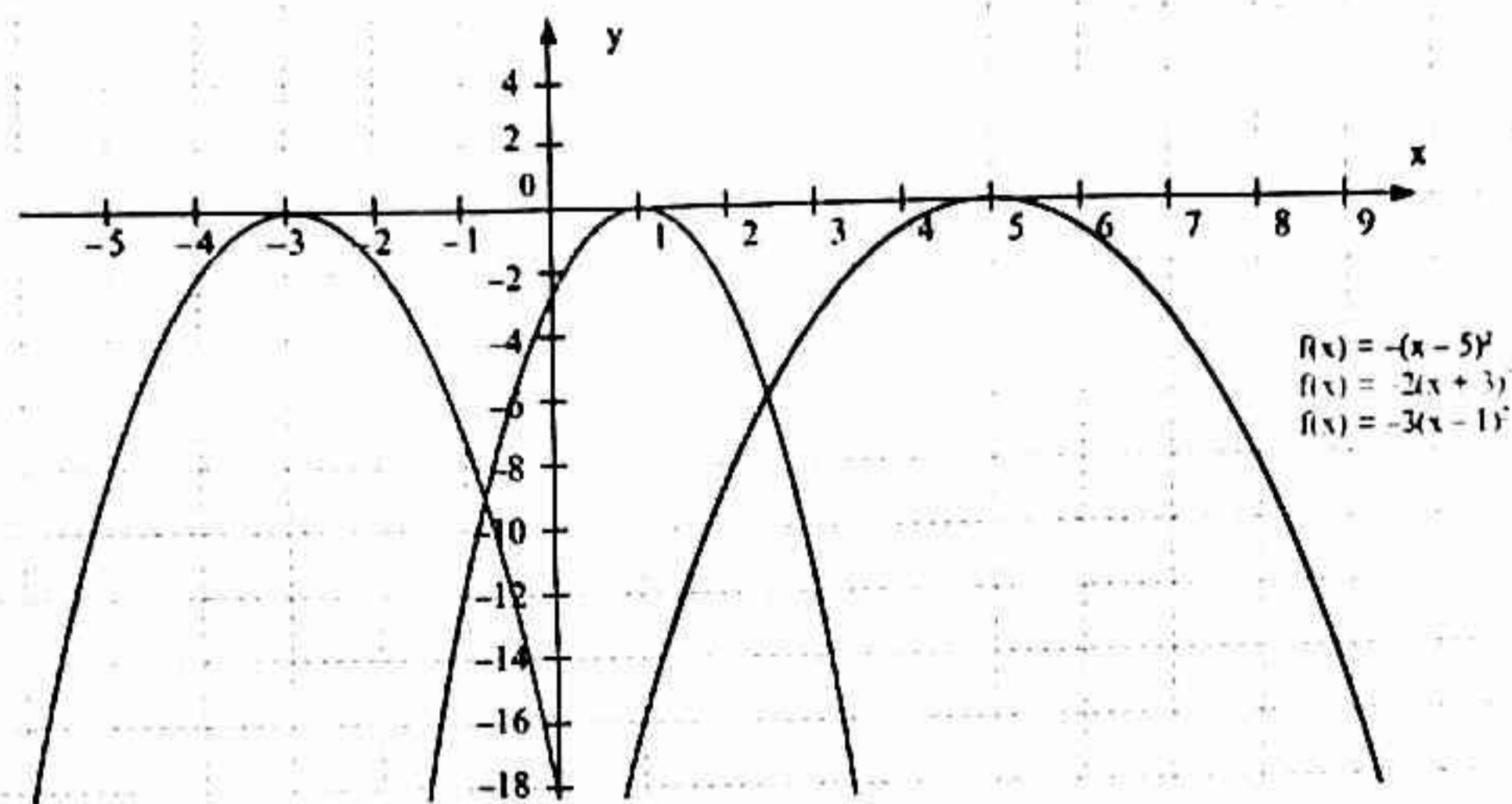


3. Construa, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções **a**, **b**, **c** e **d**, em outro plano cartesiano, os gráficos das funções **e**, **f** e **g**, indicando as coordenadas do vértice de cada uma delas.

- a) $f(x) = (x + 1)^2$ b) $f(x) = (x + 3)^2$
- c) $f(x) = (x - 1)^2$ d) $f(x) = (x - 3)^2$
- e) $f(x) = -(x - 5)^2$ f) $f(x) = -2(x + 3)^2$
- g) $f(x) = -3(x - 1)^2$

- a) Vértice: $(-1, 0)$ c) Vértice: $(1, 0)$
- b) Vértice: $(-3, 0)$ d) Vértice: $(3, 0)$



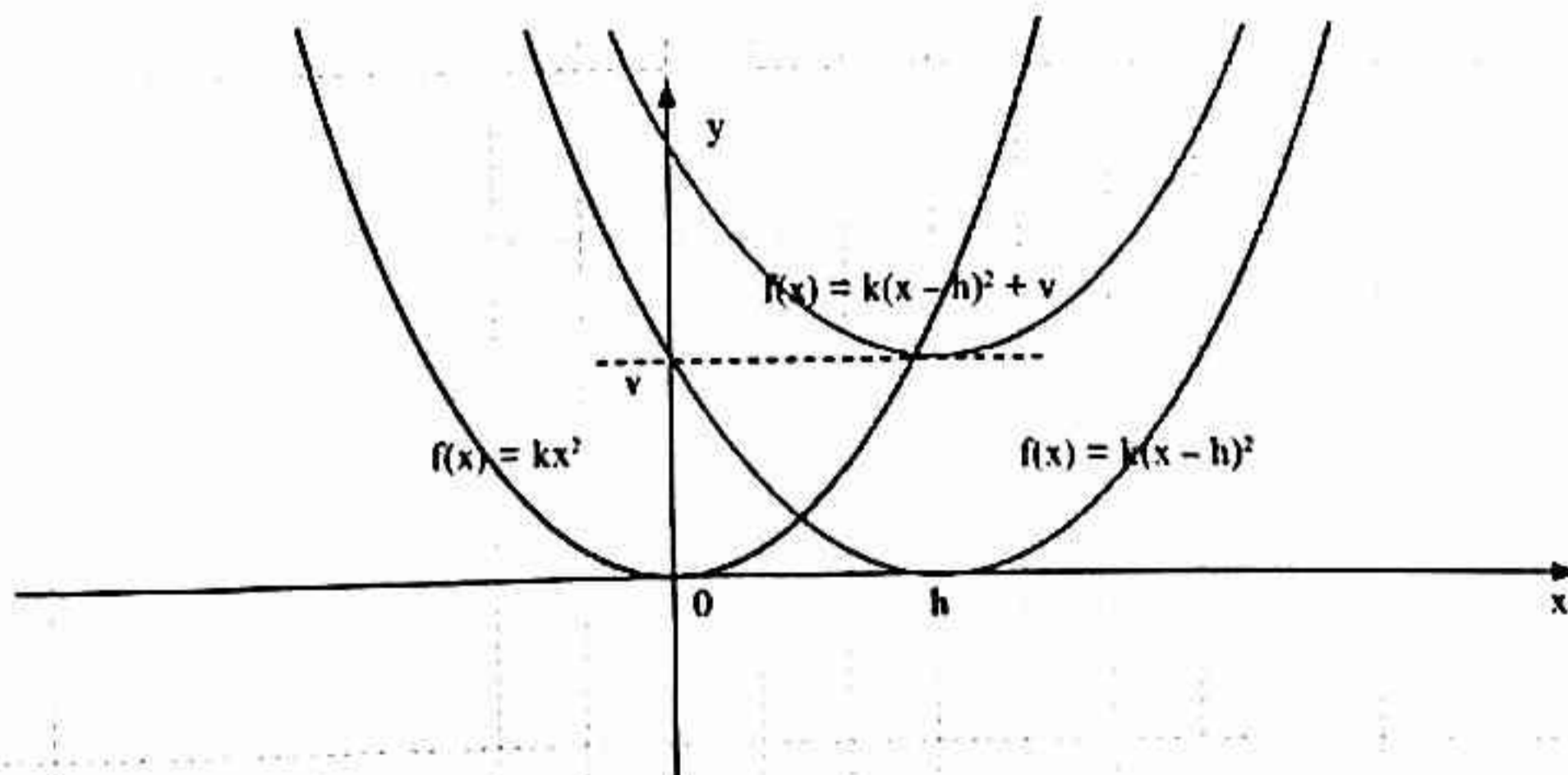


e) Vértice: (5,0). f) Vértice: (-3,0). g) Vértice: (1,0).

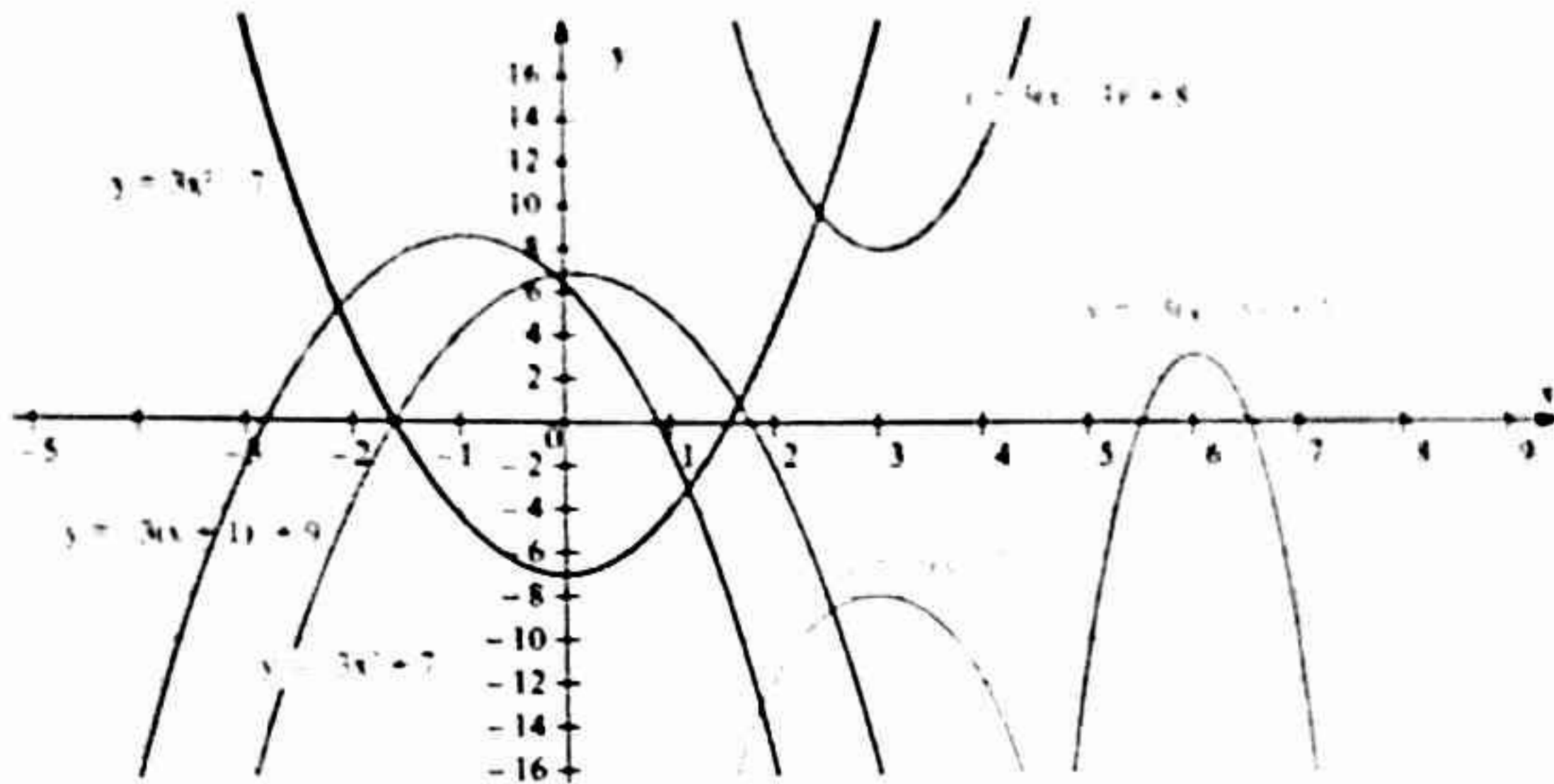
Deslocamentos verticais e/ou horizontais: a função $f(x) = a(x - h)^2 + v$

No caso mais geral possível, podemos ter a variação nos valores de uma grandeza y , a partir de certo valor v , diretamente proporcional ao quadrado da variação nos valores de x , a partir de certo valor h : em outras palavras, $y - v = k(x - h)^2$. Uma função deste

tipo é tal que $f(x) = k(x - h)^2 + v$, e tem como gráfico também uma parábola, deslocada horizontalmente de um valor h em relação à parábola $y = kx^2$ e deslocada verticalmente de um valor v em relação à parábola $y = k(x - h)^2$. O vértice da parábola é o ponto de coordenadas (h, v) . O gráfico a seguir traduz o que se afirmou anteriormente.



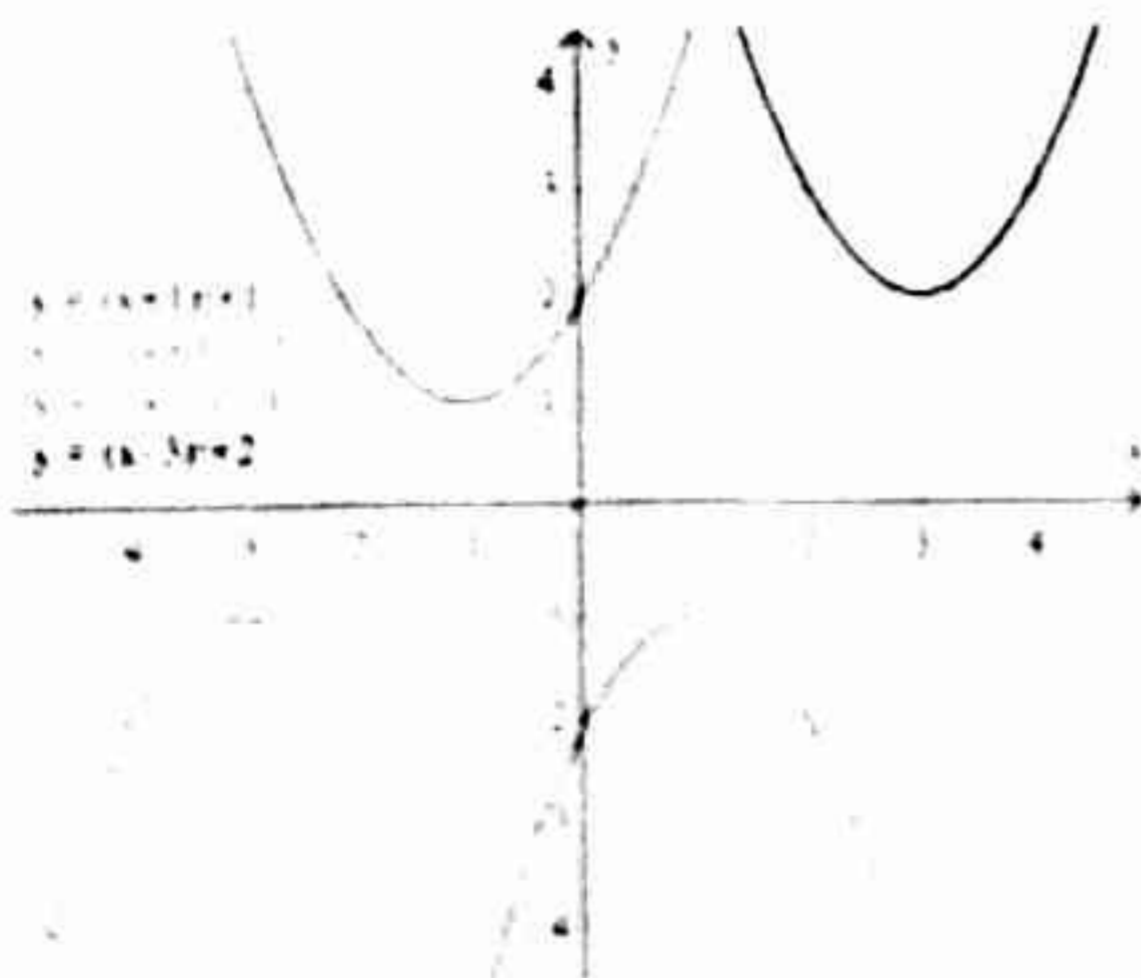
Observe, a seguir, alguns exemplos de gráficos desse tipo de função.



4. Construa os gráficos das seguintes funções e indique as coordenadas do vértice de cada uma delas:

a) $f(x) = (x + 1)^2 + 1$ b) $f(x) = -(x + 3)^2 - 1$

c) $f(x) = -(x - 1)^2 - 1$ d) $f(x) = (x - 3)^2 + 2$



- a) Vértice (-1;1) b) Vértice (-3;-1)
 c) Vértice (1;-1) d) Vértice (3;2)



5. Determine as coordenadas do vértice dos gráficos das seguintes funções e verifique se a função assume um valor máximo ou um valor mínimo em cada uma delas.

a) $f(x) = (x + 3)^2 - \frac{1}{2}$

Coordenadas do vértice $(-3; -\frac{1}{2})$

Ponto de máximo: $x = -3$

Mínimo valor da função: $-\frac{1}{2}$

b) $f(x) = -(x - 2)^2 - \frac{5}{2}$

Coordenadas do vértice $(2; -\frac{5}{2})$

Ponto de máximo: $x = 2$

Máximo valor da função: $-\frac{5}{2}$

c) $f(x) = (x - 1)^2 + 2$

Coordenadas do vértice: (1,2)

Ponto de mínimo: 1

Mínimo valor da função: 2.

d) $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$

Coordenadas do vértice: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$.

Ponto de mínimo: $\frac{1}{2}$.

Mínimo valor da função: $-\frac{3}{4}$.

e) $f(x) = (x - 4)^2$

Coordenadas do vértice: (4,0)

Ponto de mínimo: 4

Mínimo valor da função: 0

f) $f(x) = -x^2 + 2$

Coordenadas do vértice: (0,2)

Ponto de máximo: 0

Máximo valor da função: 2

Forma geral de uma função de 2º grau:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

De modo geral, uma função tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a , b e c constantes, sendo $a \neq 0$, pode expressar uma situação de interdependência em que uma grandeza é diretamente proporcional ao quadrado de outra, ou seja, sempre podemos escrever o trinômio de 2º grau $ax^2 + bx + c$ na forma $a(x - h)^2 + v$.

Se o trinômio $ax^2 + bx + c$ for um quadrado perfeito, podemos escrever $ax^2 + bx + c =$

$= a(x - h)^2$, e facilmente encontramos o valor de h , explicitando o quadrado do primeiro membro.

Alguns exemplos são apresentados a seguir:

► $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

► $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

► $x^2 + 7x + \frac{49}{4} = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2$

► $5x^2 + 30x + 45 = 5(x^2 + 6x + 9) = 5(x + 3)^2$

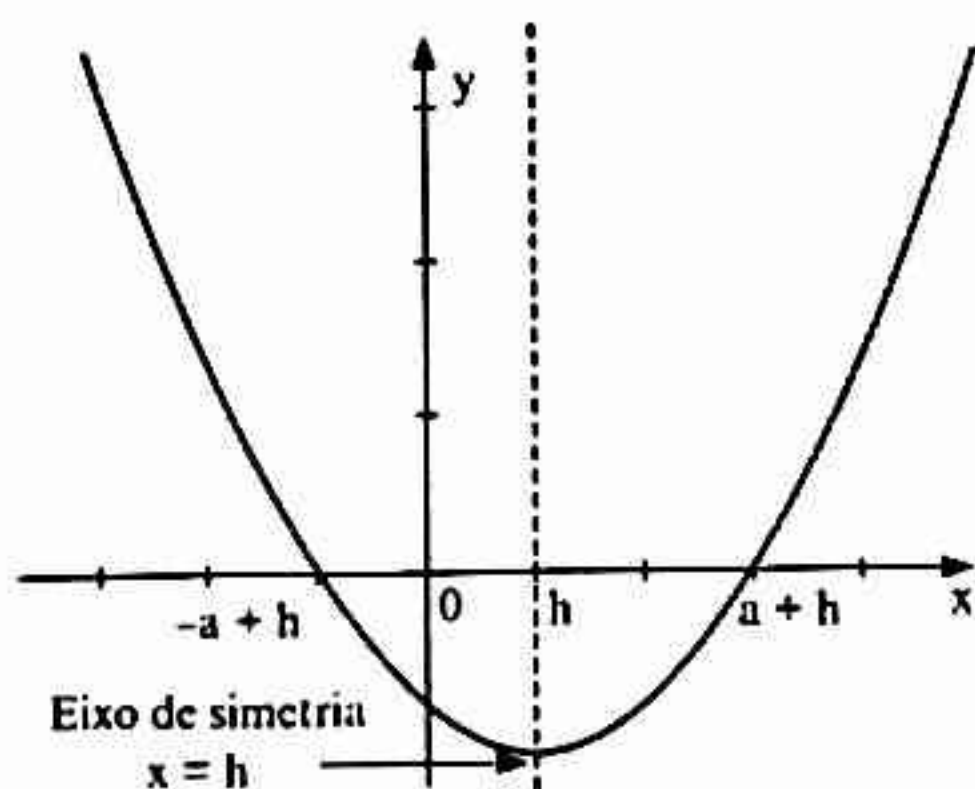
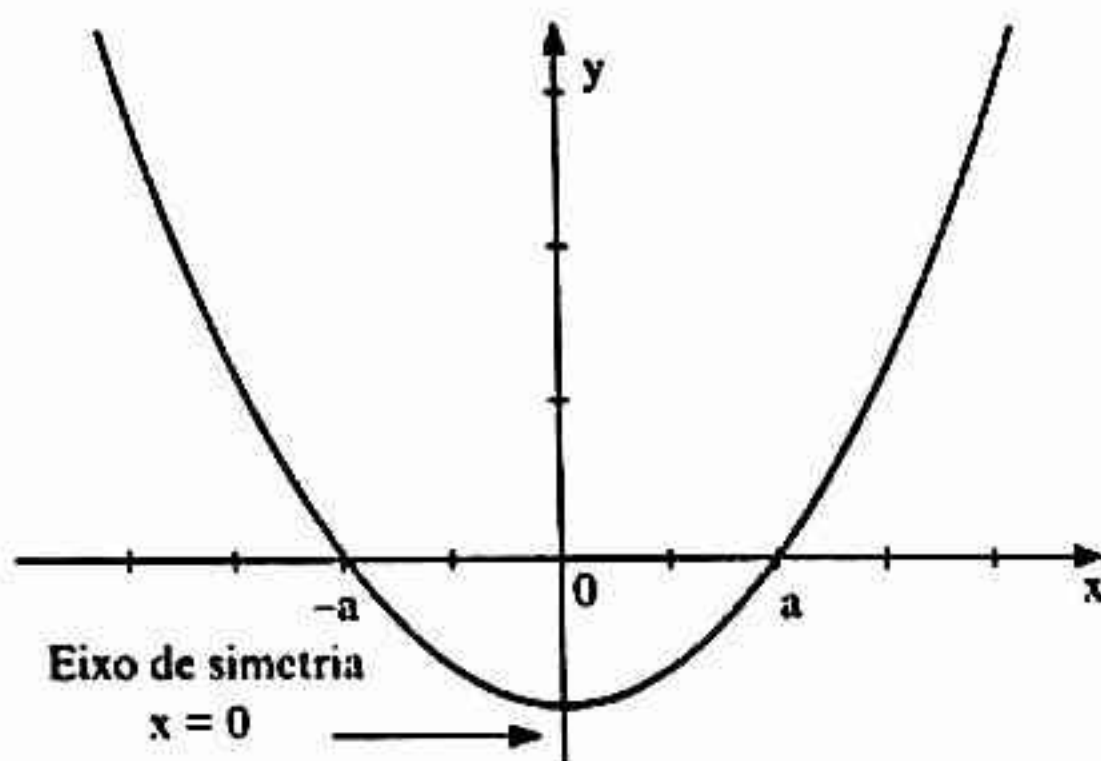
Se o trinômio $ax^2 + bx + c$ não for um quadrado perfeito, então ele será maior do que um quadrado perfeito, ou menor do que um quadrado perfeito; ou seja, $ax^2 + bx + c = a(x - h)^2 + v$, sendo v um número positivo ou negativo, dependendo de o trinômio ser maior ou menor do que um quadrado perfeito.

Assim, sempre será possível escrever $f(x) = ax^2 + bx + c$ na forma $a(x - h)^2 + v$, o que é equivalente a afirmar que todo trinômio de 2º grau pode ser interpretado como a expressão da proporcionalidade direta entre $y - v$ e o quadrado de $(x - h)$, para determinados valores de h e v . Encontrar os valores de h e v é encontrar as coordenadas do vértice da parábola que corresponde ao gráfico de $f(x)$.

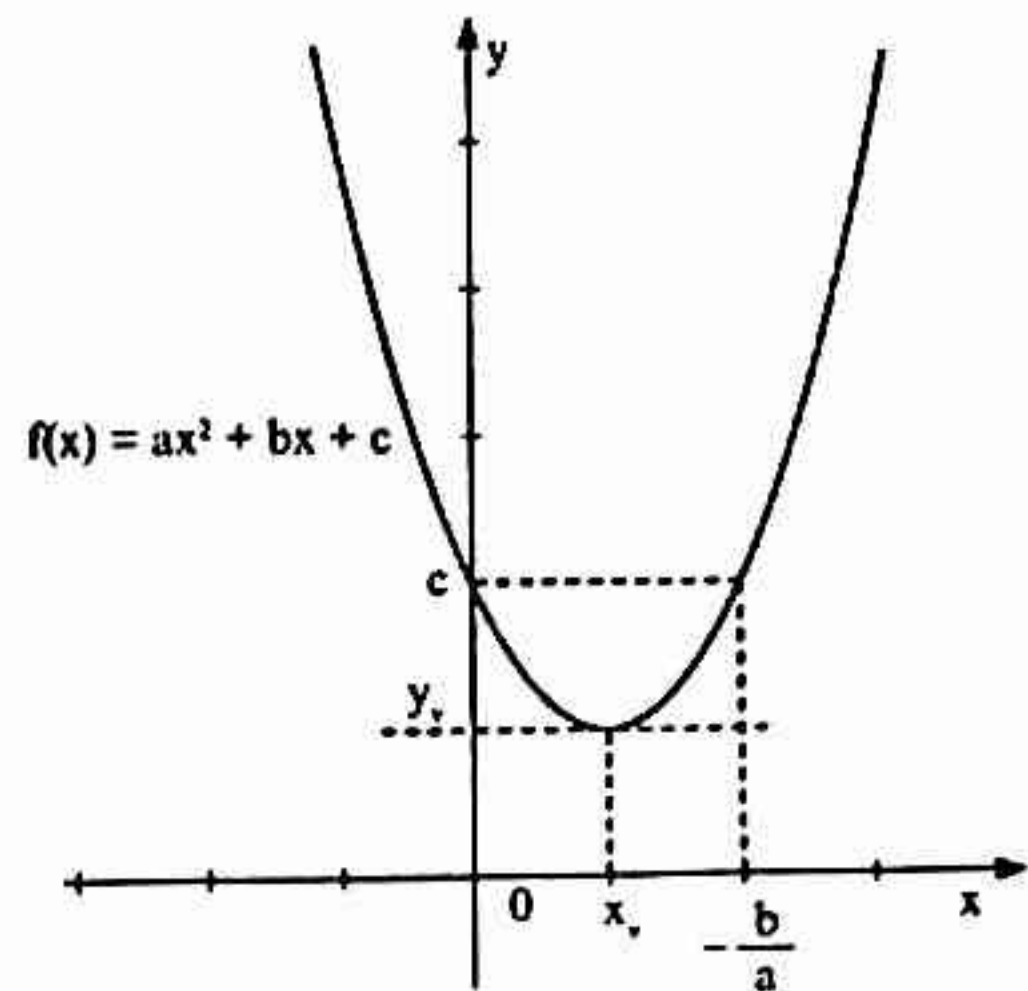
Simetria do gráfico de $f(x) = ax^2 + bx + c$

A parábola que é o gráfico da função de 2º grau é uma curva que possui um eixo de simetria vertical. Isso significa que pontos de mesma ordenada possuem abscissas equidistantes a esse eixo. Se o eixo de simetria for

o próprio eixo y , então, para cada valor de y , correspondem dois valores de x com sinais opostos: (a,y) e $(-a,y)$. Se o eixo de simetria estiver deslocado horizontalmente de h unidades, então, os pontos equidistantes terão coordenadas $(a + h,y)$ e $(-a + h,y)$. Observe as figuras a seguir:



O vértice da parábola situa-se no eixo de simetria. Se as raízes de $f(x) = 0$ forem conhecidas, a abscissa do vértice será o ponto médio do segmento determinado pelas raízes; se a equação $f(x) = 0$ tiver apenas uma raiz real, a abscissa do vértice será a própria raiz.



Mesmo no caso de a equação de 2º grau $f(x) = 0$ não ter raízes, podemos determinar o vértice da parábola da seguinte maneira:

- ▶ sabemos que $f(0) = c$;
- ▶ sabemos que existe outro valor de x para o qual a função também assume o valor c : $f(x) = c$ para $ax^2 + bx + c = c$;
- ▶ logo, $f(x) = c$ para $ax^2 + bx = 0$, ou seja, para $x = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$;
- ▶ a abscissa do x_v do vértice é, pois, igual à média entre os valores 0 e $-\frac{b}{a}$, ou seja,

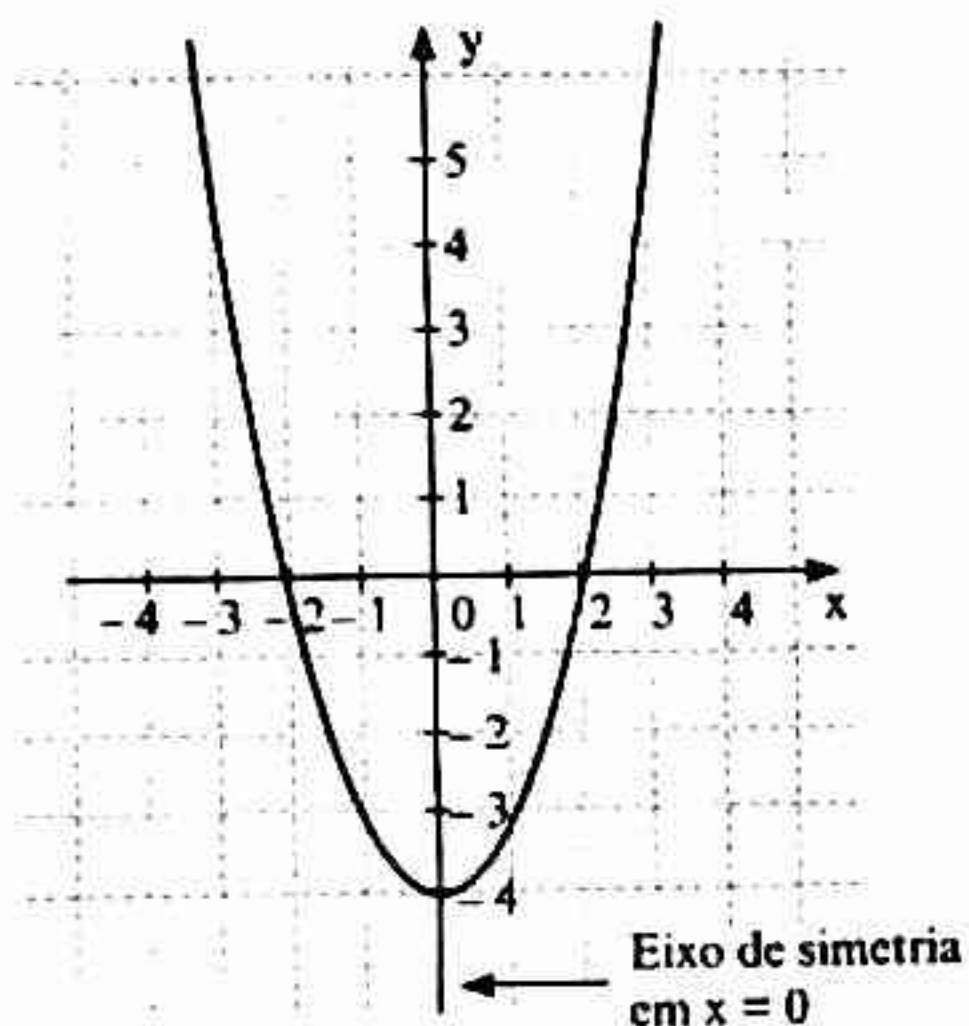
$$x_v = \frac{0 + \left(-\frac{b}{a}\right)}{2} = -\frac{b}{2a};$$
- ▶ para obtermos o valor da ordenada y_v do vértice, calculamos o valor de $f(x_v)$: $y_v = f(x_v)$.

Nas atividades seguintes, os fatos anteriormente mencionados serão explorados.

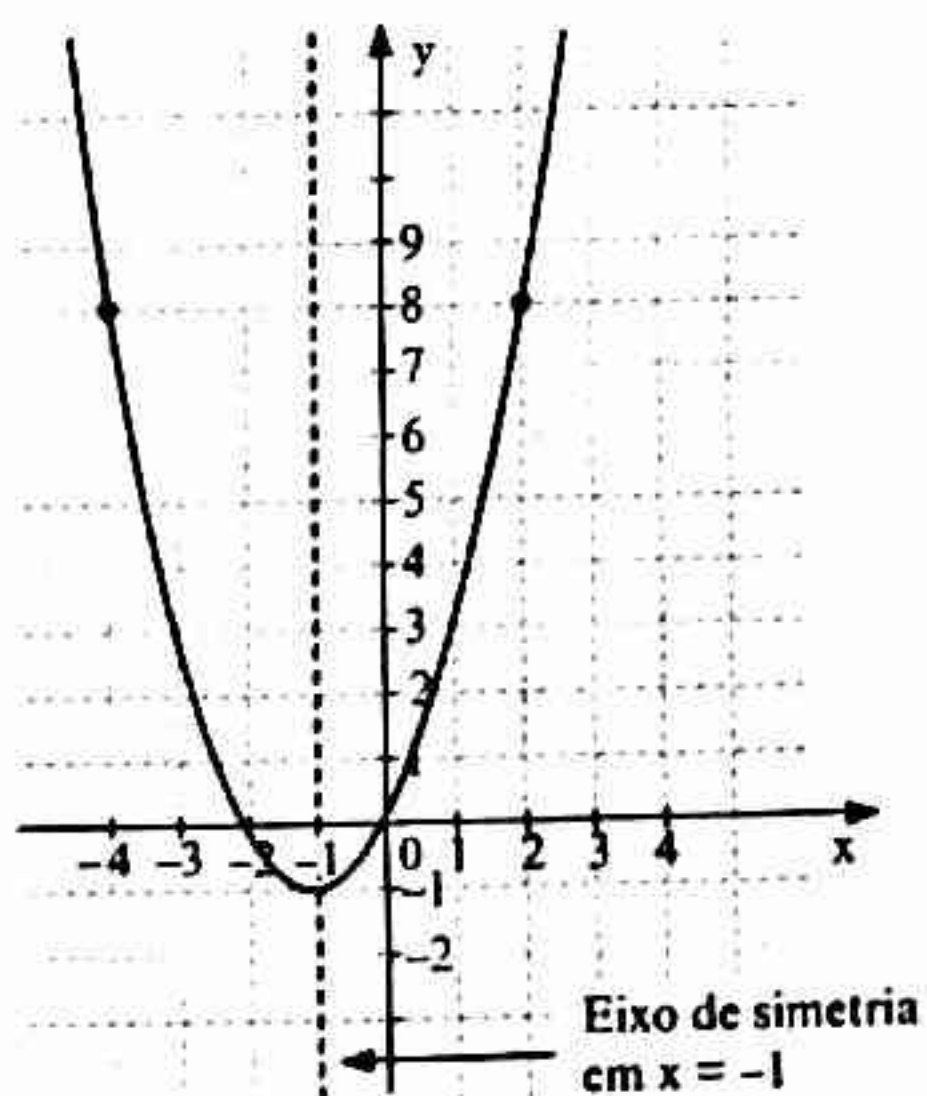


6. Sabemos que o gráfico de $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo $a \neq 0$, é uma parábola. A reta vertical que passa pelo vértice da parábola é seu eixo de simetria. Observe os gráficos a seguir:

(I) $f(x) = x^2 - 4$



(II) $f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$



a) Na função (I), quando $x = 1$, qual é o valor correspondente de y ?

No gráfico (I), para $x = 1$, temos $y = f(1) = -3$.

b) Na função (II), quando $x = 3$, qual é o valor correspondente de y ?

No gráfico (II), para $x = 3$, temos $y = f(3) = 15$.

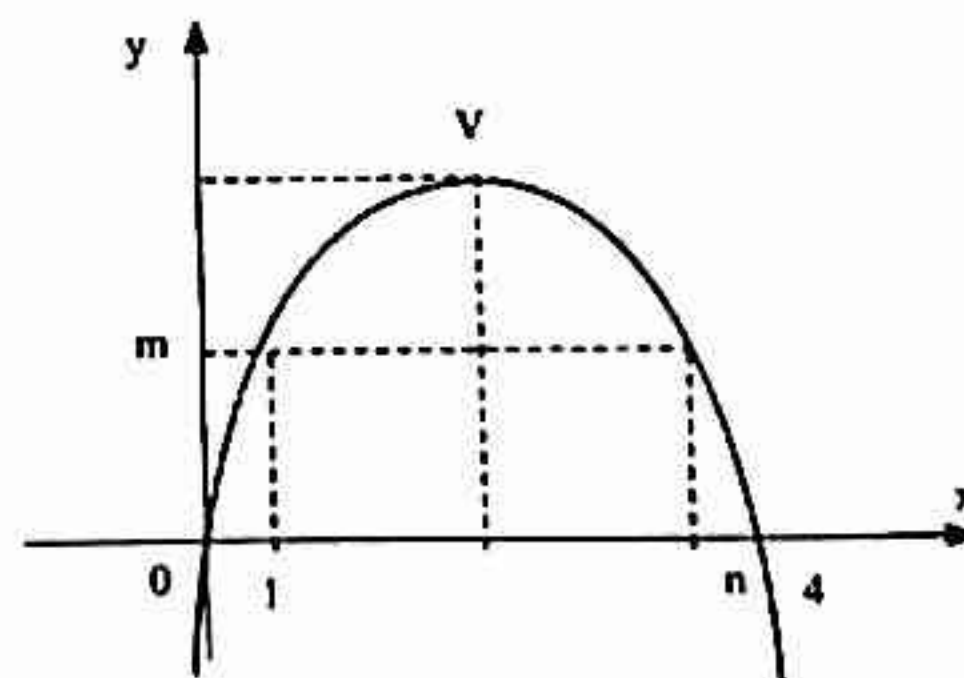
c) Complete a tabela com o valor correspondente de x ou de y .

Usando as expressões algébricas das funções, obtemos os seguintes valores:

Função I	x	2	-2	4	-4 ou 4	-5	5 ou -5
	y	0	0	12	12	21	21
Função II	x	-3	1	6	$-1 \pm \sqrt{17}$	-5	$-1 \pm 2\sqrt{7}$
	y	3	3	48	16	15	27

Vale a pena comentar com os alunos os resultados obtidos que refletem a ideia de simetria na parábola.

7. A seguir está representado o gráfico da função $f(x) = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$.



a) Quais são as coordenadas do ponto V, vértice da parábola?

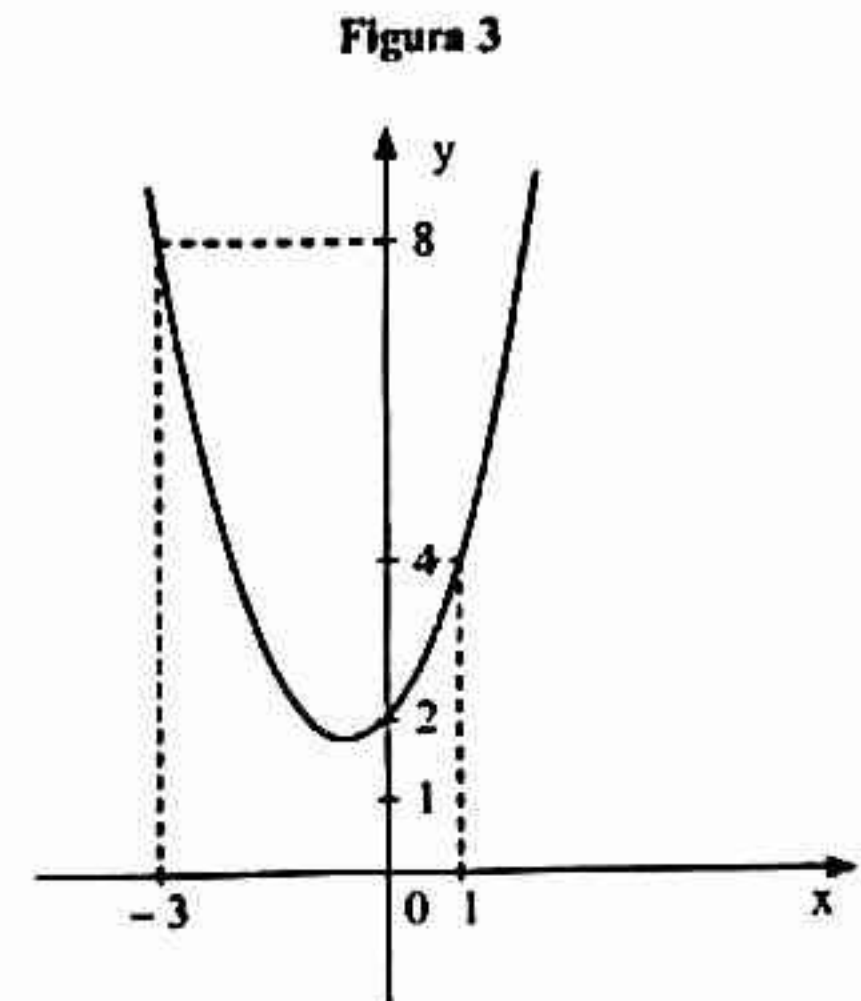
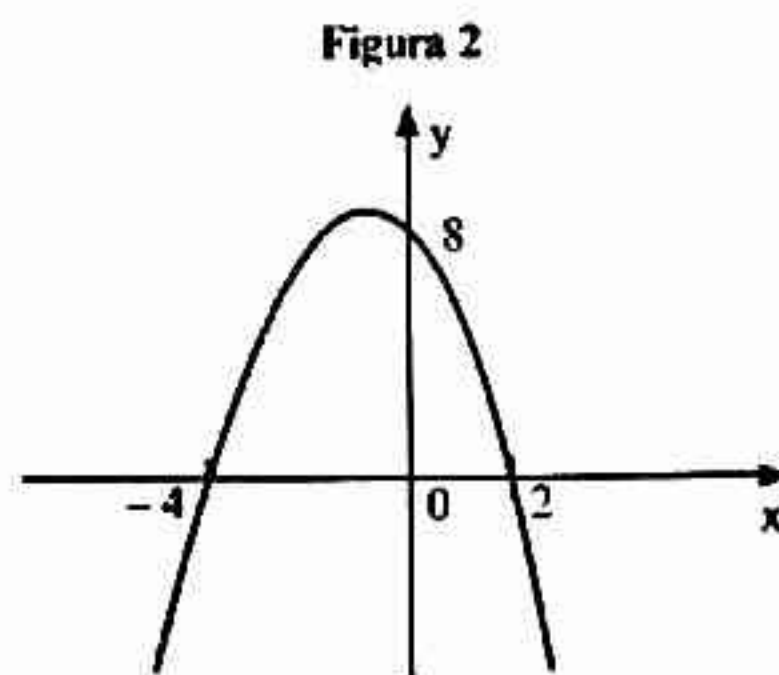
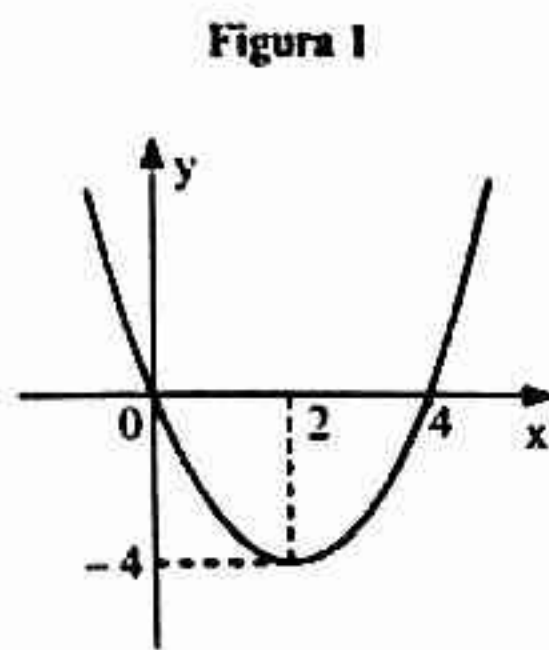
Em razão da simetria do gráfico, concluímos que o vértice é o ponto médio do segmento do eixo x entre 0 e 4, ou seja, no vértice temos $x = 2$. O valor de y correspondente é $f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 = 4$. Logo, o vértice é o ponto V de coordenadas (2,4).

b) Quais são os valores de m e n , indicados no gráfico?

Para $x = 1$, temos $f(1) = 3$, ou seja, $m = 3$. Como vemos que o valor de $f(n)$ também é igual a 3, então n é o simétrico do ponto

$x = 1$ em relação ao vértice $x = 2$, ou seja, a distância de n até o 2 é igual à distância de 1 até o 2, isto é, $n = 3$. De fato, podemos verificar que $f(3) = 3$.

8. Determine a expressão algébrica de cada uma das funções de 2º grau representadas pelas seguintes figuras:



• Na Figura 1, podemos identificar os pontos (0,0), (2,-4) e (4,0) pertencentes à parábola. Temos que a é positivo e c vale 0, pois o ponto (0,0) pertence ao gráfico. Substituindo os valores de x e y na forma geral $y = ax^2 + bx$, obtemos:
 $-4 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2$ e $0 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4$.

Sendo assim, resolvendo o sistema $2a + b = -2$ e $4a + b = 0$, encontramos $a = 1$ e $b = -4$. Portanto, a função que corresponde ao gráfico da Figura 1 é: $f(x) = x^2 - 4x$.

• Na Figura 2, podemos identificar os pontos (-4,0), (0,8) e (2,0) pertencentes à parábola. Além disso, podemos concluir que a é negativo e que o valor de y para $x = 0$ é 8, ou seja, $c = 8$. Substituindo os outros valores de x e y correspondentes aos pontos (-4,0) e (2,0) na expressão geral, $y = ax^2 + bx + 8$ obtemos as seguintes equações:

$$0 = a \cdot (-4)^2 + b \cdot (-4) + 8$$

$$0 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 8$$

$$\text{Resolvendo o sistema } \begin{cases} 4a + 2b = -8 \\ 16a - 4b = -8 \end{cases}$$

obtemos $a = -1$ e $b = -2$.

Portanto, a função que corresponde ao gráfico da Figura 2 é $f(x) = -x^2 - 2x + 8$.

• Na Figura 3, podemos identificar os pontos (-3,8), (0,2) e (1,4) pertencentes à parábola. Pelo gráfico, podemos concluir que a é positivo e c vale 2, pois o ponto (0,2) pertence ao gráfico. Substituindo os valores de x e y correspondentes aos outros dois pontos na expressão geral, $y = ax^2 + bx + 2$, obtemos as seguintes equações:

$$8 = a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + 2$$

$$4 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 2$$

$$\text{Resolvendo o sistema } \begin{cases} 9a - 3b = 6 \\ a + b = 2 \end{cases}$$

obtemos $a = 1$ e $b = 1$.

Portanto, a função que corresponde ao gráfico da Figura 3 é $f(x) = x^2 + x + 2$.

9. Considere as funções de 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ indicadas a seguir. Descubra se as equações de 2º grau correspondentes têm duas,

uma ou nenhuma raiz real, calculando o valor da ordenada y_v do vértice da parábola, que é o gráfico da função. Ou seja, determine o número de raízes de cada equação sem resolvê-las.

a) $f(x) = 3x^2 + 12x + 11$

Já vimos que a abscissa x_v do vértice da parábola é igual a $-\frac{b}{2a}$

Temos $x_v = -\frac{12}{2 \cdot 3}$. Calculando y_v , obtemos:

$$y_v = f(x_v) = f(-2) = -1 < 0.$$

Como $a = 3 > 0$ e $y_v < 0$, então a equação tem duas raízes reais distintas.

b) $f(x) = 3x^2 - 12x + 15$

Temos $x_v = \frac{12}{2 \cdot 3} = 2$. Calculando y_v , obtemos: $y_v = f(x_v) = f(2) = 3 > 0$.

Como $a = 3 > 0$ e $y_v > 0$, então a equação não tem raízes reais.

c) $f(x) = -2x^2 - 16x + 5$

Temos $x_v = -4$ e $y_v = f(-4) = 37 > 0$; como $a = -2 < 0$, segue que a e y_v têm sinais contrários, e a equação tem duas raízes reais distintas.

d) $f(x) = -2x^2 + 10x - 13$

Temos $x_v = \frac{5}{2}$ e $y_v = f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{2} < 0$; como $a = -2 < 0$, segue que a e y_v têm sinais iguais e a equação não tem raízes reais.

e) $f(x) = 11x^2 - 5x + \frac{1}{2}$

Temos $x_v = \frac{5}{22}$ e $y_v = f\left(\frac{5}{22}\right) = -\frac{3}{44} < 0$; como $a = 11 > 0$, segue que a e y_v têm sinais contrários, e a equação tem duas raízes reais distintas.

f) $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$

Temos $x_v = \frac{3}{2}$ e $y_v = f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$; como $y_v = 0$, segue que a equação tem duas raízes iguais.

10. Determine as raízes da equação de 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ e o sinal da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todos os valores possíveis de x , em cada um dos casos apresentados:

Nesse caso, o aluno pode adotar diferentes estratégias para encontrar as raízes das equações, entre elas o método de Bhaskara. Aqui são privilegiadas soluções que exploram o conteúdo apresentado nesta Situação de Aprendizagem.

a) $3x^2 + 12x + 11 = 0$

Calculando os valores de x_v e y_v , temos:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{6} = -2; y_v = f(-2) = 3 \cdot (-2)^2 + 12 \cdot (-2) + 11 = -1$$

Como $a = 3 > 0$ e $y_v = -1 < 0$, conclui-se que a equação tem duas raízes distintas.

As raízes são $x_1 = x_v - \sqrt{\frac{y_v}{a}}$ e $x_2 = x_v + \sqrt{\frac{y_v}{a}}$; substituindo os valores de y_v e a , obtemos: $x_1 = -2 - \sqrt{\frac{1}{3}}$ e $x_2 = -2 + \sqrt{\frac{1}{3}}$.

O sinal de $f(x) = 3x^2 + 12x + 11$ é positivo (igual ao de a) para valores de x fora do intervalo das raízes, ou seja, para $x > -2 + \sqrt{\frac{1}{3}}$ ou para $x < -2 - \sqrt{\frac{1}{3}}$; é negativo (contrário ao de a) para valores de x no intervalo das raízes, ou seja, para

$$-2 - \sqrt{\frac{1}{3}} < x < -2 + \sqrt{\frac{1}{3}}$$

b) $-4x^2 + 12x - 9 = 0$

Da mesma maneira, temos $x_v = \frac{3}{2}$ e $y_v = f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$; logo, as duas raízes são iguais a $x_v = \frac{3}{2}$.

Sobre o sinal, $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$ é sempre menor ou igual a 0, pois $a < 0$; somente temos $f(x) = 0$ para $x = x_v = \frac{3}{2}$.

c) $-2x^2 + 10x - 13 = 0$

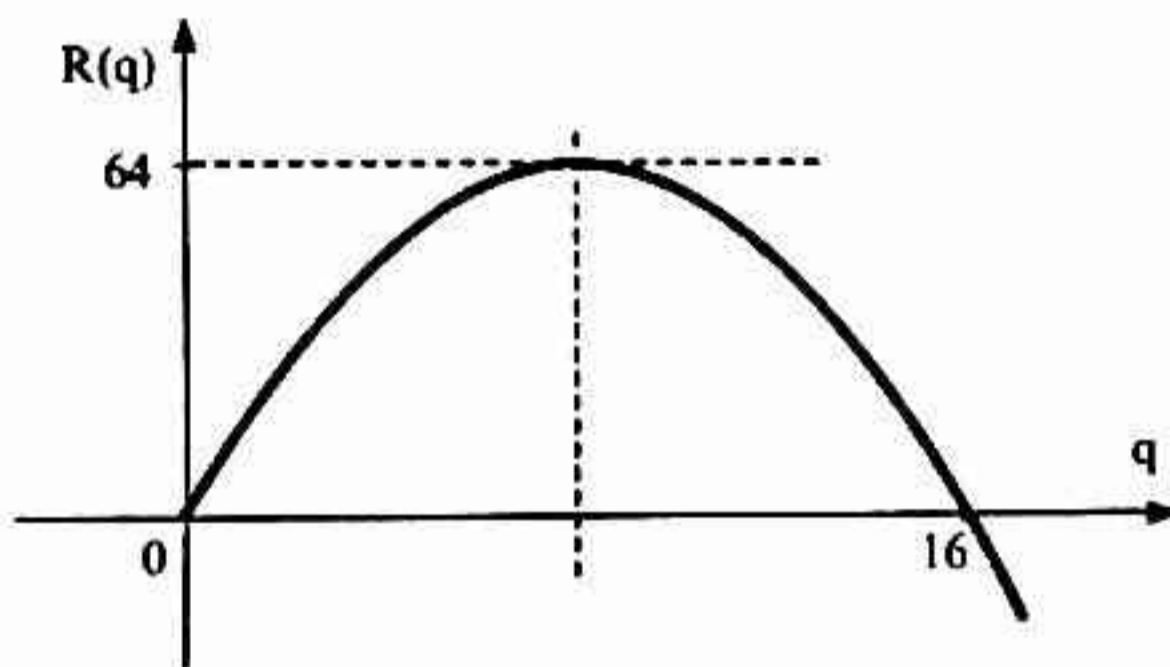
Calculando x_v e y_v , obtemos $x_v = \frac{5}{2}$ e $y_v = f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{2} < 0$

Como $a = -2$, a razão $-\frac{y_v}{a}$ é negativa, e a equação não tem raízes reais.

Como a equação $f(x) = 0$ não tem raízes reais, a função $f(x) = -2x^2 + 10x - 13$ tem sempre o mesmo sinal, que é o sinal de a (negativo), qualquer que seja o valor de x .



11. O gráfico a seguir representa o rendimento bruto $R(q)$ de uma empresa em função da quantidade q de produtos fabricados mensalmente. Os valores de R são expressos em milhares de reais, e a quantidade produzida q , em milhares de unidades. Sabe-se que a curva representada é uma parábola.



A partir das informações contidas no gráfico, responda:

a) Qual é a expressão algébrica da função $R(q)$?

Para se determinar a expressão algébrica da função $R(q)$, sabendo-se que a curva é uma parábola, escrevemos: $R(q) = aq^2 + bq$, pois o valor correspondente de c é zero, uma vez que a curva intercepta o eixo vertical na origem. Como $R(16) = 0$, concluímos que

$$a \cdot 16^2 + b \cdot 16 = 0, \text{ ou seja, que } 16a + b = 0.$$

Em razão da simetria da parábola, concluímos que o valor de q no vértice é o ponto médio do segmento de 0 a 16, ou seja, é igual a 8. Como vemos que $R(8) = 64$, temos:

$$a \cdot 8^2 + b \cdot 8 = 64, \text{ ou seja, } 8a + b = 8.$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações $16a + b = 0$ e

$8a + b = 8$, obtemos:

$$a = -1 \text{ e } b = 16, \text{ ou seja, } R(q) = -q^2 + 16q.$$

b) Qual é o rendimento bruto máximo?

A observação direta do gráfico nos mostra que o rendimento máximo é igual a R\$ 64 mil.

c) Qual é a quantidade produzida que maximiza o rendimento bruto da empresa?

O valor de q que conduz ao rendimento máximo é $q = 8$, ou seja, é a produção de 8 mil unidades.

d) Qual é o rendimento bruto que a empresa obtém para a produção de 15 mil unidades? E de 20 mil unidades? Como interpretar este último resultado?

O rendimento para $q = 15$ é igual a $R(15) = -(15)^2 + 16 \cdot 15 = 15$, ou seja, é 15 mil reais. Para $q = 20$, no entanto, temos $R(20) = -20^2 + 16 \cdot 20 = -80$, ou seja, é negativa, o que significa que a produção estará dando prejuízo de 80 mil reais.

Esse resultado pode surpreender os alunos, pois não é intuitivo supor que, para uma produção maior, se obtenha lucro negativo. Contudo, isso se deve a uma questão de ordem econômica. Se a empresa possui uma estrutura produtiva montada para um determinado nível de produção, a partir de certo ponto, passa a haver ineficiência produtiva devido a alguns fatores: alto custo de horas extras pagas, espaço físico limitado para um número de trabalhadores, desgaste excessivo de máquinas etc. Por essa razão, a função que representa o lucro é decrescente a partir de um determinado nível de produção, correspondente ao vértice da parábola, no caso.

12. Determine, para as funções a seguir, os valores máximos ou mínimos atingidos em cada caso, indicando o valor de x em tais extremos.

a) $f(x) = 3(x - 12)^2 + 100$

Valor mínimo é 100; ponto de mínimo é $x = 12$

b) $f(x) = -x^2 + 10$

Valor máximo é 10; ponto de máximo é $x = 0$.

c) $f(x) = x^2 + 6x + 9$

Podemos verificar que $f(x) = (x + 3)^2$; logo, o valor mínimo da função é 0, e o ponto de mínimo é $x = -3$

d) $f(x) = 3x^2 + 30x + 75$

Podemos escrever $f(x) = 3(x^2 + 10x + 25) = 3(x + 5)^2$; logo, o valor mínimo é 0, e o ponto de mínimo é $x = -5$

e) $f(x) = -x^2 + 10x$

Podemos escrever $f(x) = -x^2 + 10x - 25 + 25$, ou seja, $f(x) = -(x - 5)^2 + 25$; logo, o valor máximo é 25, e o ponto de máximo é $x = 5$

f) $f(x) = x^2 + 8x + 21$

Podemos escrever $f(x) = x^2 + 8x + 16 + 5$, ou seja, $f(x) = (x + 4)^2 + 5$; logo, o valor mínimo é 5, e o ponto de mínimo é $x = -4$.

Funções de 2º grau e raízes da equação de 2º grau: discussão

O estudo das raízes da equação de 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, que já foi feito na 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental, será aqui retomado sob outra perspectiva.

Já vimos que o gráfico de uma função de 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ é uma parábola, que tem um vértice (x_v, y_v) e um eixo de simetria vertical (paralelo ao eixo y).

Para determinar as coordenadas do vértice da parábola, devemos considerar os seguintes aspectos:

- ▶ sabemos que $f(0) = c$;
- ▶ em razão da simetria do gráfico, existe outro valor de x tal que $f(x) = c$; assim: $ax^2 + bx + c = c$ acarreta $ax^2 + bx = 0$, de onde obtemos $x = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$;
- ▶ a abscissa x_v do vértice é a média aritmética dos dois valores obtidos:

$$x_v = \frac{0 + \left(-\frac{b}{a}\right)}{2}, \text{ ou seja, } x_v = -\frac{b}{2a};$$

- ▶ para determinar o valor de y_v , calculamos $f(x_v)$ e obtemos:

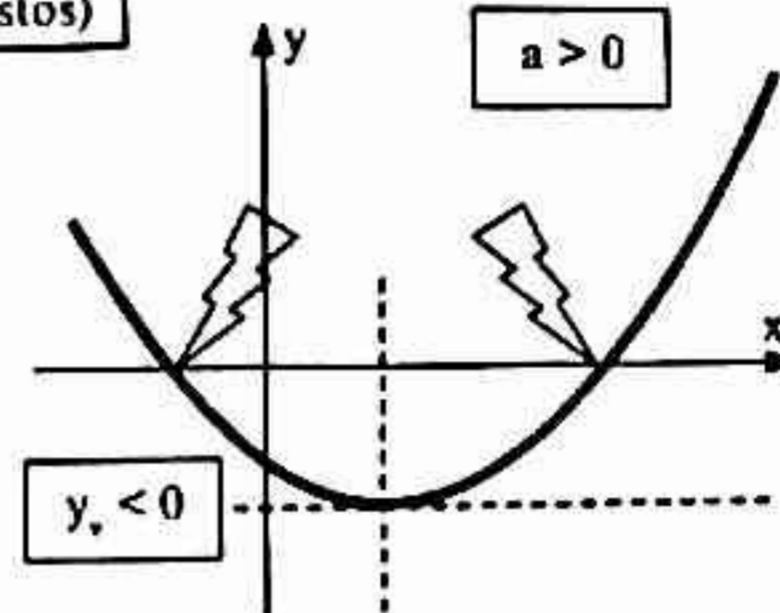
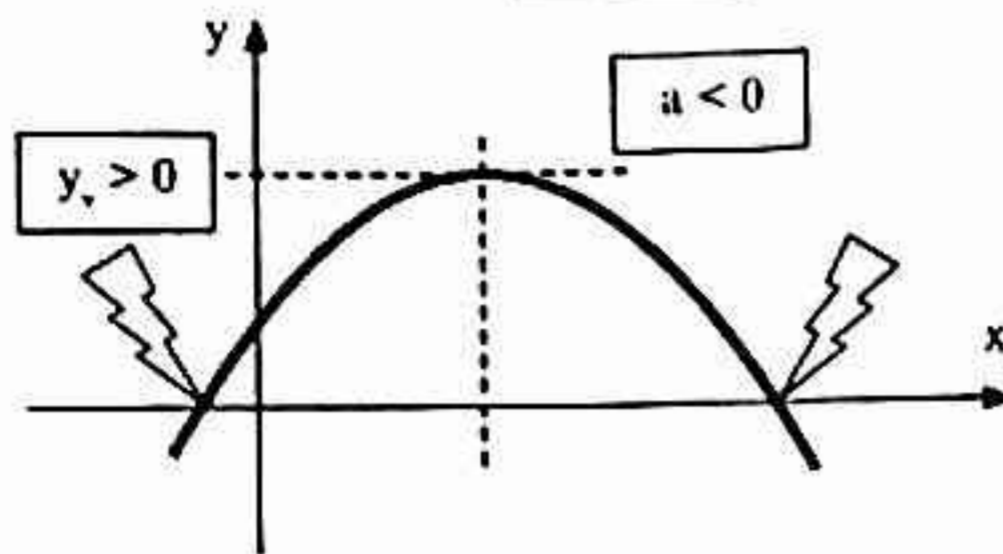
$$y_v = f(x_v) = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c, \text{ ou seja,}$$

$$y_v = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

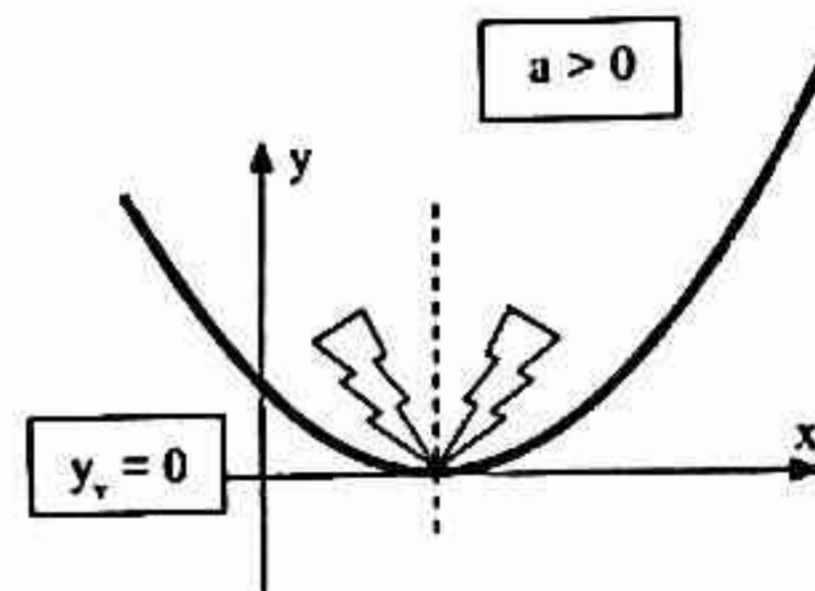
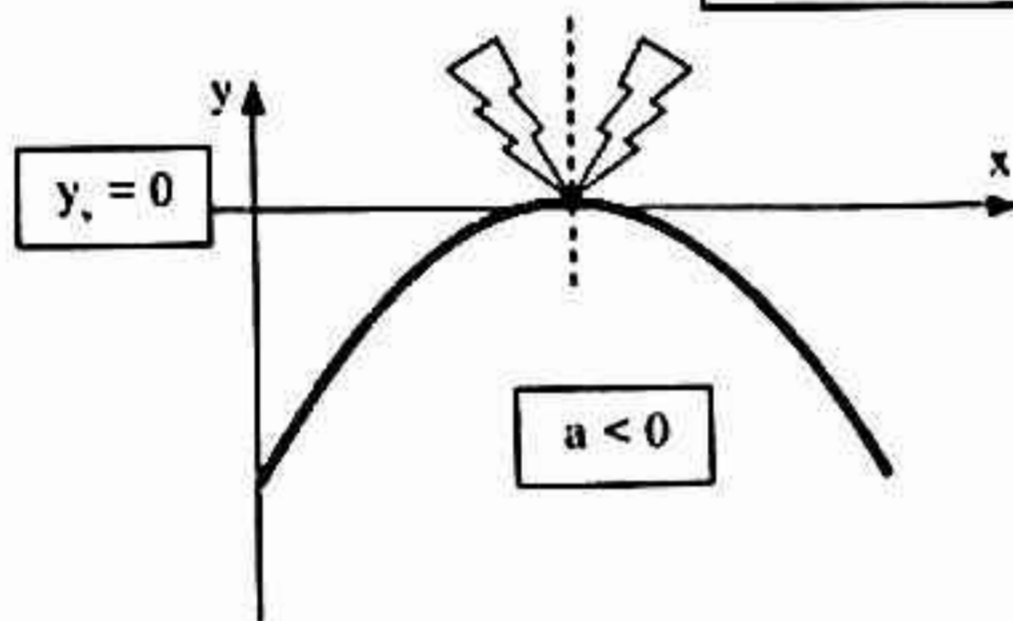
Naturalmente, sabendo o valor de x_v , não precisamos de fórmula alguma para determinar y_v , mas apenas substituir o valor de x_v na função $f(x)$.

Calculando-se as coordenadas do vértice da parábola y_v , podemos determinar se a equação do segundo grau correspondente tem ou não raízes. Basta observar os sinais de a e de y_v , conforme mostram as figuras a seguir:

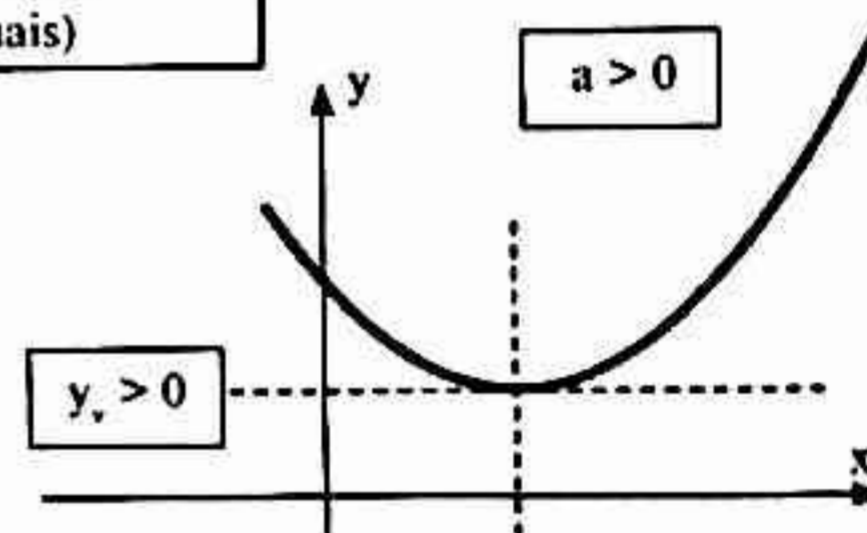
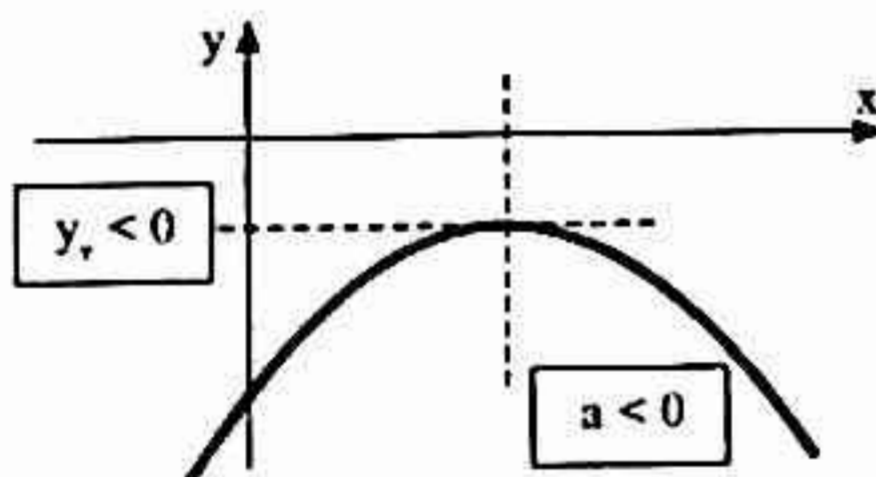
DUAS RAÍZES DISTINTAS
(os sinais de a e de y_v são opostos)



DUAS RAÍZES IGUAIS (UMA RAIZ REAL)
(y_v é igual a zero)



NÃO EXISTEM RAÍZES REAIS
(os sinais de a e de y_v são iguais)



Observação para o professor:

Neste ponto, podem ser apresentados aos alunos outros exercícios do mesmo tipo, para desenvolver a habilidade de se concluir a respeito do número de raízes de uma equação de 2ª grau apenas calculando-se a ordenada do vértice e comparando com o sinal de a . Naturalmente, a observação da ordenada

$$y_v = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$$

leva às mesmas conclusões sobre as raízes, discutindo-se o sinal de $\Delta = b^2 - 4ac$,

pois temos $y_v \cdot 4a = -\Delta$. Quando, por exemplo, y_v e a têm o mesmo sinal, significa que o valor de Δ é negativo, e a equação não tem raízes reais. No presente Caderno, optou-se pela observação direta dos sinais de a e de y_v , em razão do significado geométrico mais imediato da existência ou inexistência das raízes. A escolha final do caminho para a apresentação do tema, no entanto, fica a critério do professor.

Raízes da equação e sinais da função de 2º grau

Já vimos como descobrir as informações sobre as raízes de uma equação de 2º grau sem ter que resolvê-la, comparando os sinais do coeficiente a e da ordenada do vértice y_v , obtida a partir da abscissa do vértice $x_v = -\frac{b}{2a}$. Para obter as raízes da equação, podemos proceder da seguinte forma:

- ▶ dispondo das coordenadas x_v e y_v do vértice da parábola que é o gráfico de $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos escrever que, para todo valor de x :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_v)^2 + y_v;$$

- ▶ assim, para resolver a equação $f(x) = 0$, basta resolver a equação $a(x - x_v)^2 + y_v = 0$, de onde obtemos $(x - x_v)^2 = -\frac{y_v}{a}$, ou seja,

$$x - x_v = \pm \sqrt{-\frac{y_v}{a}} \text{ e; então, } x = x_v \pm \sqrt{-\frac{y_v}{a}};$$

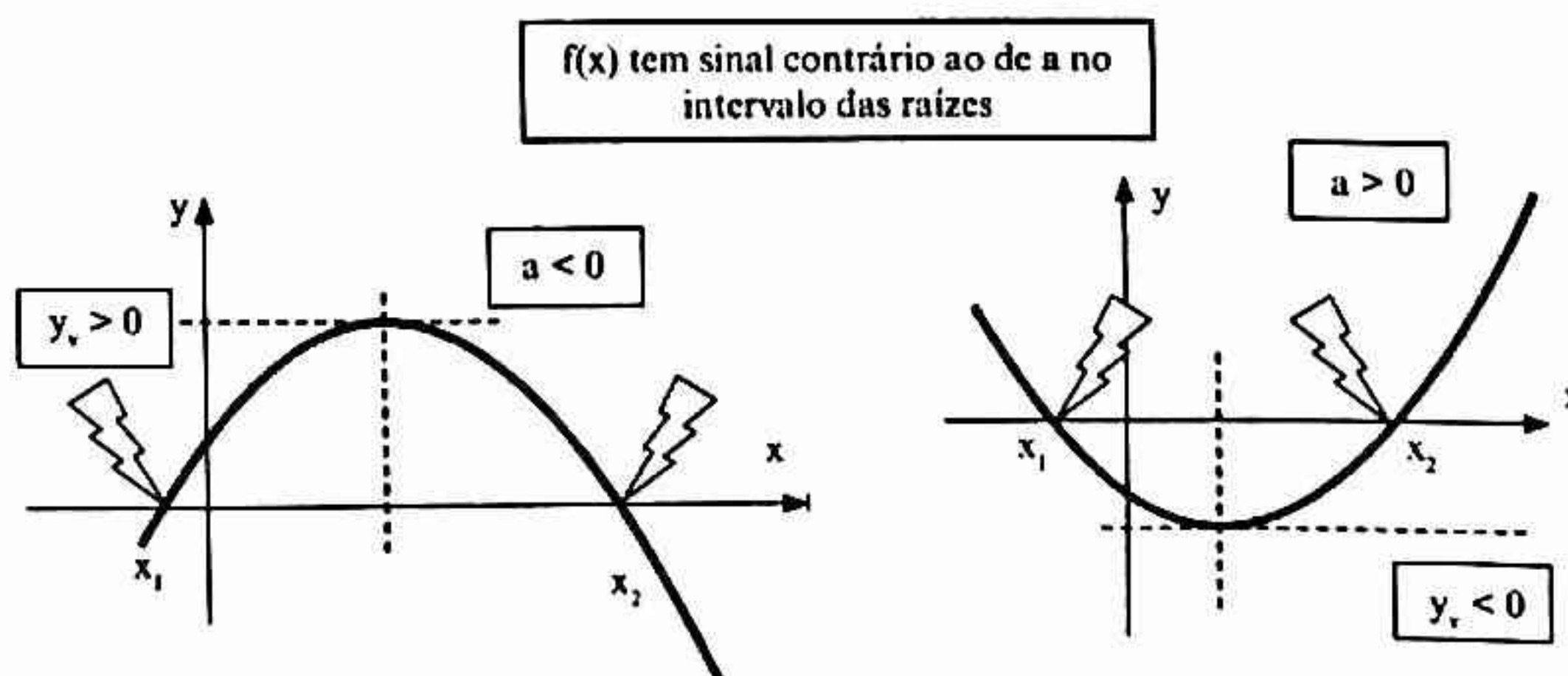
- ▶ as duas raízes da equação dada, quando existem, são iguais a: $x_1 = x_v - \sqrt{-\frac{y_v}{a}}$ e $x_2 = x_v + \sqrt{-\frac{y_v}{a}}$.

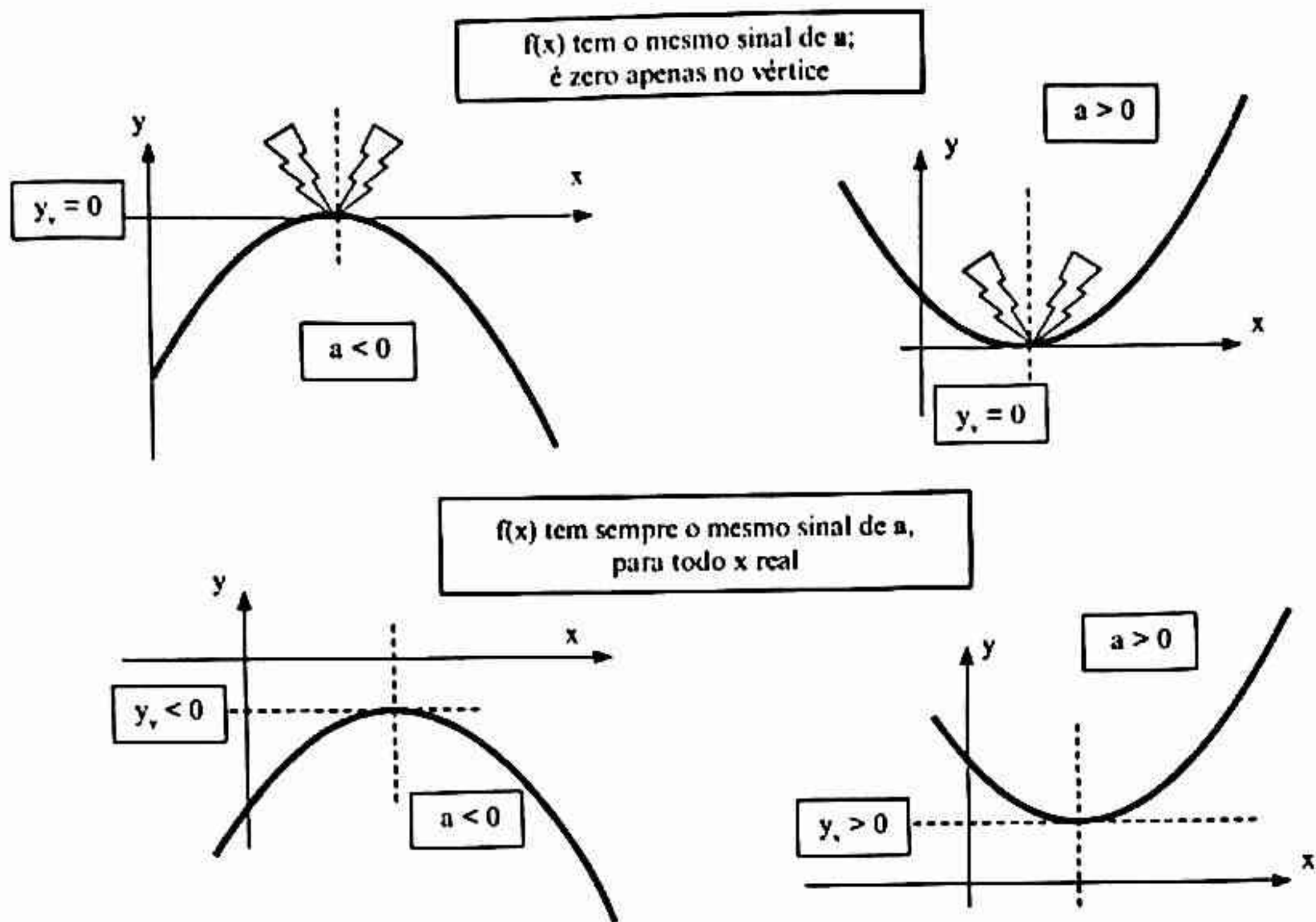
Como já vimos, a existência ou não de raízes está associada aos sinais diferentes ou iguais de a e de y_v ; quando $y_v = 0$, as duas raízes são iguais a x_v .

Sobre os sinais de $f(x)$, notamos que:

- ▶ $f(x)$ tem o mesmo sinal de a para valores de x fora do intervalo das raízes;
- ▶ $f(x)$ tem o sinal contrário ao de a no intervalo aberto que tem as raízes como extremidades;
- ▶ naturalmente, quando $y_v = 0$, a função tem sempre o sinal de a , exceto apenas para $x = x_v$, quando assume o valor zero.

Observando as figuras a seguir, compreende-se o significado disso:





Observação para o professor:

Neste ponto, outras atividades semelhantes podem ser apresentadas aos alunos, para desenvolver a habilidade de se tirar conclusões sobre o valor das raízes e o sinal da função de 2º grau, sempre com base nas coordenadas do vértice. Naturalmente, a fórmula para as raízes aqui encontradas $\left(x = x_v \pm \sqrt{-\frac{y_v}{a}}\right)$ é a conhecida fórmula de Bhaskara, quando se substituem os valores de x_v e y_v . No presente Caderno, optou-se pela apresentação da fórmula que explicita diretamente a simetria das raízes em relação ao valor de x_v , mas a escolha final do caminho para a apresentação do tema fica a critério do professor.

Considerações sobre a avaliação

A forma de apresentação dos conteúdos não foi a usualmente presente nos materiais didáticos disponíveis. O objetivo fundamental foi a apresentação da função $y = ax^2 + bx + c$ como a expressão de uma relação de proporcionalidade direta entre as variações de y (a partir de um valor inicial y_v) e o quadrado dos valores de x (a partir de um valor inicial x_v), ou seja, $y - y_v = a(x - x_v)^2$. Todos os resultados que os alunos precisam conhecer (coordenadas do vértice da parábola, raízes da equação do segundo grau, sinais da função $f(x)$ etc.) foram deduzidos a partir dessa forma de apresentação, que

consideramos mais significativa. Entretanto, na avaliação final da aprendizagem desses conteúdos, o que importa é o conhecimento dos fatos fundamentais sobre a função do segundo grau, sobre equações e inequações do segundo grau, e não o modo como foram explicados. Assim, mesmo sem seguir literalmente as explicações apresentadas, o professor deverá avaliar se os alunos compreendem efetivamente que:

- ▶ o gráfico de uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) é uma parábola com a concavidade para cima se $a > 0$, e com a concavidade para baixo se $a < 0$;
- ▶ quanto maior o valor absoluto de a , mais “fechada” é a parábola; quando mais próximo de 0, mais “aberta” ela é;

- ▶ o vértice (x_v, y_v) da parábola pode ser determinado a partir dos coeficientes a , b e c , sendo $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = f(x_v)$;
- ▶ as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ são $x_1 = x_v - \sqrt{-\frac{y_v}{a}}$ e $x_2 = x_v + \sqrt{-\frac{y_v}{a}}$;
- ▶ os resultados anteriores traduzem a conhecida fórmula de Bhaskara para as raízes;
- ▶ o estudo do sinal da função pode ser feito a partir do conhecimento das raízes (dentro do intervalo das raízes, a função tem sempre sinal contrário ao de a ; fora dele, tem sempre o sinal de a ; quando não existem raízes, a função tem sempre o mesmo sinal de a).

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 8 PROBLEMAS ENVOLVENDO FUNÇÕES DE 2º GRAU EM MÚLTIPLOS CONTEXTOS: PROBLEMAS DE MAXIMOS E MÍNIMOS

Conteúdos e temas: problemas envolvendo equações, inequações e funções de 2º grau em diferentes contextos; problemas envolvendo máximos ou mínimos de funções de 2º grau.

Competências e habilidades: compreender fenômenos que envolvem a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra, traduzindo tal relação na linguagem matemática das funções; reconhecer e resolver problemas que envolvam funções de 2º grau, particularmente os que envolvam otimizar (esforços, custos ou máximos).

Sugestão de estratégias: apresentar um de exemplos ilustrativos e de exercícios exemplares envolvendo grande parte dos conteúdos estudados em “Situação de Aprendizagem 7”, abordando as interações e funções de 2º grau para serem exploradas pelo professor.