

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**O ESTUDO DE AULA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES
DE MATEMÁTICA PARA ENSINAR COM TECNOLOGIA: A
PERCEPÇÃO DOS PROFESSORES SOBRE A PRODUÇÃO
DE CONHECIMENTO DOS ALUNOS**

Carolina Cordeiro Batista

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

CAROLINA CORDEIRO BATISTA

O ESTUDO DE AULA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA PARA ENSINAR COM TECNOLOGIA: A
PERCEPÇÃO DOS PROFESSORES SOBRE A PRODUÇÃO DE
CONHECIMENTO DOS ALUNOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rosa Monteiro Paulo

Rio Claro - SP
2017

370.71 Batista, Carolina Cordeiro
B333e O estudo de aula na formação de professores de
Matemática para ensinar com tecnologia: a percepção dos
professores sobre a produção de conhecimento dos alunos /
Carolina Cordeiro Batista. - Rio Claro, 2017
107 f. : il., figs., forms., quadros

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientadora: Rosa Monteiro Paulo

1. Professores - Formação. 2. Educação matemática. 3.
Fenomenologia. 4. Tecnologias digitais. 5. GeoGebra. 6.
Lesson study. I. Título.

CAROLINA CORDEIRO BATISTA

O ESTUDO DE AULA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA PARA ENSINAR COM TECNOLOGIA: A
PERCEPÇÃO DOS PROFESSORES SOBRE A PRODUÇÃO DE
CONHECIMENTO DOS ALUNOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática

Comissão Examinadora

Prof^ª. Dr^ª. Rosa Monteiro Paulo - Orientador(a)
FEG/UNESP/Guaratinguetá (SP)

Prof^ª. Dr^ª. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. João Pedro Mendes da Ponte
Instituto de Educação/Universidade de Lisboa/Lisboa - Portugal

Rio Claro, SP 19 de dezembro de 2017

Resultado: Aprovado

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo investigar como o professor percebe o aluno produzindo conhecimento matemático com tecnologia. Os dados da pesquisa são oriundos de um grupo de formação continuada de professores de matemática da rede pública estadual de Guaratinguetá, município de São Paulo. No decorrer dos encontros do grupo foram elaboradas e discutidas pelos professores tarefas investigativas de conteúdo matemático que seriam desenvolvidas em sala de aula com o *software* GeoGebra. Após o planejamento as aulas foram ministradas pelos professores, acompanhadas pela pesquisadora e filmadas. Os vídeos foram editados visando destacar trechos nos quais era possível discutir ações dos alunos. O objetivo da edição foi fazer vídeos curtos que pudessem ser assistidos no grupo de formação oportunizando o diálogo com os professores. As ações no grupo de formação de professores foram conduzidas com base nos Estudos de Aula e o foco era a aprendizagem do aluno ao estar com tecnologia. As discussões no grupo de formação também foram filmadas e o filme foi transcrito pela pesquisadora tornando-se texto aberto à interpretação. Assumindo a pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica, os dados foram analisados e mostrou-se que os professores percebem a produção de conhecimento matemático de seus alunos a partir do modo como eles vêm a *atitude/postura (do aluno) para a investigação matemática* e para *expressar o compreendido* a si e ao outro.

Palavras-chave: Educação Matemática. Fenomenologia. Tecnologias Digitais. GeoGebra. *Lesson Study*.

ABSTRACT

This research aims at investigating how the teacher perceives the student producing mathematical knowledge with technology. The data of the research comes from a continuous education group of mathematic teachers from state public schools in Guaratinguetá, a city in São Paulo state. During the group meetings, it was elaborated and discussed by the teachers investigative tasks of mathematical content that would be developed in the classroom with the GeoGebra software. After planning, the classes were taught by the teachers, accompanied by the researcher and filmed. The videos were edited in order to highlight sections where it was possible to discuss students' actions. The purpose of the edition was to make short videos that could be watched in the group meeting, facilitating the dialogue with teachers. The actions in the teacher training group were conducted based on the Lesson Study and the focus was on the student's learning while being with technology. The discussions in the continuous education group were also filmed and the video was transcribed by the researcher, becoming an open to interpretation text. Assuming the qualitative research of phenomenological approach, the data was analyzed and it was shown that the teachers perceive their students' production of mathematical knowledge from the way they see the attitude/posture (of the student) for mathematical investigation and for expressing what was understood.

Keywords: Mathematics Education. Phenomenology. Digital Technologies. GeoGebra. Lesson Study.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela minha vida e por estar ao meu lado em todos os momentos, me amparando. A quem consagro todas as minhas ações.

À minha mãe Terezinha de Fátima Cordeiro, pelos valores que ensinou na minha criação, pelo exemplo de luta, coragem e dedicação, por sempre apoiar as minhas escolhas e ter compreendido a minha ausência. Seu amor e suas palavras de conforto me deram forças e me ajudaram a seguir em frente nos momentos de dificuldade. Ao meu irmão Lucas Batista pelo exemplo de temperança, coragem e persistência que me faz acreditar nos meus sonhos. Ao meu pai Julio César Batista pelo exemplo de inteligência e dedicação aos estudos.

Ao Marcelino Pereira do Nascimento, meu noivo, por ter acreditado em mim, me incentivado e compreendido a minha ausência. O seu amor, companheirismo, carinho e as longas horas de conversa por Skype, me deram forças para continuar nessa caminhada e alcançar essa conquista. Muito obrigada por fazer parte da minha vida.

À minha orientadora Prof^a. Rosa Monteiro Paulo por ter acreditado em mim e ter me dado esta oportunidade, aceitando me orientar. Pela paciência, atenção, amizade e pelas sábias palavras nas horas de conversa e nas trocas de e-mail, que me fizeram acreditar em mim, mesmo diante das situações desanimadoras e que tornaram essa trajetória possível. Sempre a levarei como exemplo para a minha vida como professora.

À Ana Lúcia Ferreira da Silva Rabelo, minha supervisora na Unesp – Câmpus de Guaratinguetá (FEG), à Regina Célia Ferreira da Silva e Souza, Diretora Acadêmica da FEG, e ao Prof. Dr. Marcelo dos Santos Pereira, Diretor da FEG à época, pela autorização da suspensão do meu contrato de trabalho que me proporcionou morar em Rio Claro e me dedicar exclusivamente aos estudos. Sem essa oportunidade que vocês me deram eu não teria conseguido realizar esse sonho.

Aos meus anjos de quatro patas Zahara (*in memoriam*), Mia, Luna e Amy que estiveram sempre ao meu lado, proporcionando momentos de descontração, com suas “gracinhas”, enquanto eu estava escrevendo este trabalho.

Aos amigos de Rio Claro que inúmeras vezes me ajudaram nas aulas, nos trabalhos, na entrega de documentos na Seção de Pós-Graduação e contribuíram para que a minha pesquisa acontecesse (em especial à Ingrid e ao Douglas) e pelas risadas e momentos de descontração que tornaram essa trajetória mais leve.

Aos membros da minha banca, Prof^a Rosana Miskulin e Prof. João Pedro da Ponte, pela atenção e carinho com que leram e deram suas inúmeras contribuições ao meu trabalho. Também levarei vocês como exemplo para a minha vida como professora.

Aos professores das disciplinas que cursei na Pós-Graduação pelos momentos de aprendizagem que me proporcionaram e que contribuíram para a minha pesquisa. À Inajara pela paciência e atenção com que sempre atendeu as minhas solicitações.

À todos os professores participantes do curso de formação descrito neste trabalho, pelo comprometimento e dedicação com que participaram dos encontros, das conversas nos grupos do *Facebook* e *WhatsApp* e das aulas.

À CAPES pela concessão da bolsa que me possibilitou morar em Rio Claro.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Tarefa “ângulo central de polígonos inscritos na circunferência”	44
Figura 2 - Polígono de “n” lados inscrito na circunferência	45
Figura 3 - Roteiro para exploração da construção representada na Figura 2	46
Figura 4 - Medidas do comprimento (C), diâmetro (D) e razão (C/D) de três objetos circulares	46
Figura 5 - Circunferência com raio definido por controle deslizante	47
Figura 6 - Tangram construído no GeoGebra	48
Figura 7 - Triângulo retângulo dividido em dois triângulos retângulos menores	52
Figura 8 - Tarefa sobre “Produtos Notáveis”	53
Figura 9 - Parte 1 da tarefa - quadrado que deu início a exploração pelos alunos	53
Figura 10 - Parte 1 da tarefa - quadrilátero com controle deslizante para medidas de base e altura	54
Figura 11 - Parte 2 da tarefa – estoque de segmentos para a construção de quadrados	55
Figura 12 - Parte 2 da tarefa - construção de um quadrado de lado $a + b$	55
Figura 13 - Primeira parte da tarefa	57
Figura 14 - Segunda parte da tarefa	58
Figura 15 - Terceira parte da tarefa	58
Figura 16 - Polígono semelhante construído por homotetia	60

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	09
1. AS TECNOLOGIAS E A PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO .	14
1.1 POR QUE RESISTIR ÀS PRÁTICAS COM TECNOLOGIAS?	16
1.2 TECNOLOGIAS E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	18
2. ESTUDO DE AULA	22
3. METODOLOGIA DE PESQUISA	35
3.1 O SENTIDO DA PESQUISA QUALITATIVA DE ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA	35
3.2 PROCEDIMENTOS DE CONSTITUIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	38
4. SITUANDO A PESQUISA DE CAMPO: O CURSO DE FORMAÇÃO	42
4.1 OS ENCONTROS NO CURSO: O INÍCIO DO ESTUDO DE AULA	43
4.2 PLANEJAMENTO DA AULA	49
4.3 DESENVOLVIMENTO E OBSERVAÇÃO DA AULA PLANEJADA	51
4.4 ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA VIVIDA EM SALA DE AULA COM OS PROFESSORES	60
4.4.1 Análise Ideográfica	60
4.4.2 Análise Nomotética	76
5. DISCUSSÃO DAS CATEGORIAS DE ANÁLISE	84
5.1 ATITUDE/POSTURA PARA A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA.....	84
5.2 MODOS DE O ALUNO EXPRESSAR O COMPREENDIDO	91
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS: expondo o que na pesquisa foi compreendido	95
REFERÊNCIAS	99
ANEXOS	106

INTRODUÇÃO

As ideias que deram início ao projeto que orientou esta pesquisa surgiram já no desenvolvimento do Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Computação (BATISTA, 2009). Na ocasião, foram desenvolvidas tarefas com alunos de turmas de 6º e 7º ano de uma escola do município de Cachoeira Paulista/SP. Naquela ocasião optou-se por trabalhar com um *software* para desenvolver operações com frações. O projeto foi apresentado para a coordenação da escola que autorizou a sua realização. Os professores das turmas foram convidados a participar da aula para ajudar no desenvolvimento das tarefas com o *software*, porém não demonstraram interesse e as tarefas tiveram que ser desenvolvidas no contraturno, isto é, fora do período de aulas regulares dos alunos. Todos os alunos do 6º e 7º ano da escola demonstraram interesse pelo trabalho e participaram dos encontros. Entretanto, a “falta de interesse” dos professores das turmas foi uma preocupação que surgiu, mas que naquele momento não havia como investigar.

Alguns anos depois essa preocupação surgiu novamente durante o desenvolvimento do Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática (BATISTA, 2015). Isto porque, mais uma vez, foram elaboradas tarefas para trabalhar conteúdos matemáticos, mais especificamente Poliedros, com alunos de 7º ano por meio de um *software*¹. A intenção era desenvolver as tarefas nas turmas dos professores de matemática com os quais tive contato durante a realização do estágio da Licenciatura. No entanto, tais professores não demonstraram interesse em desenvolvê-las com os seus alunos e, ainda, como não houve tempo para procurar outros professores que se dispusessem a desenvolvê-las, o trabalho foi concluído apenas como uma proposta de tarefas.

Essa experiência vivida no desenvolvimento dos Trabalhos de Conclusão de Curso de Graduação teve grande influência no tema de investigação para a pesquisa de Mestrado. Interessava, inicialmente, compreender o modo pelo qual os professores entendiam o trabalho com *software*. Porém, a medida que iniciamos as leituras referente ao “uso de tecnologia para a produção de conhecimento matemático” novos olhares foram sendo possíveis culminando na interrogação que deu origem ao projeto e orientou a busca na pesquisa.

¹ O *software* escolhido na ocasião foi o Poly, na versão 1.11, pois nas turmas mencionadas os alunos estavam com dificuldades para visualizar faces, vértices e arestas de poliedros que eram desenhados no livro ou na lousa e entendemos que o *software* poderia potencializar o desenvolvimento da habilidade de visualização. O *software* Poly é de uso livre e foi baixado do Portal do Laboratório de Educação Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. <http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft_geometria.php>.

Hoje é possível compreender que as leituras possibilitaram uma reflexão sobre a relevância do tema e o comportamento dos professores com os quais tivemos contato durante a graduação dando indícios dos motivos pelos quais eles se mostravam desinteressados pelo trabalho com tecnologia. Os autores com os quais iniciamos as leituras diziam que há alunos que lidam de “forma natural” com as tecnologias e, na maioria das vezes, apresentam muito mais facilidade do que os professores (BONA; BASSO, 2013) e, inclusive, demonstram interesse em falar sobre o tema (BORBA; PENTEADO, 2012).

Essa “facilidade” e esse “interesse” dos alunos despertou curiosidade. No decorrer das leituras encontramos autores que defendem uma “alfabetização tecnológica” nas escolas de modo que as tecnologias estejam integradas às atividades do dia-a-dia da escola (VILLARREAL, 2013; BORBA; PENTEADO, 2012). Outros autores defendem o uso de recursos tecnológicos para que se façam explorações que ajudem no desenvolvimento de habilidades relevantes para a produção de conhecimento matemático, como a visualização (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015), ou, ainda, como forma de motivar os alunos a aprender (BORBA; PENTEADO, 2012).

Entretanto, conforme compreendemos, essas potencialidades das tecnologias requerem uma orientação didática e pedagógica para que os conteúdos façam sentido aos alunos e eles possam, por meio das tecnologias, produzir conhecimento matemático.

Entendemos, ainda, com as leituras, que muitos professores optam por não usá-las em sala de aula por receio de ter que lidar com as implicações que as tecnologias trazem para a sua prática (BORBA; PENTEADO, 2012). O modo pelo qual os autores lidos falam da familiaridade dos alunos, das possibilidades de produção de conhecimento matemático por meio das tecnologias e do receio dos professores em inserir tecnologias em sua prática docente nos intrigou e nos levou a querer discutir com professores de matemática o uso de tecnologias para ensinar e aprender conteúdos dessa disciplina escolar.

No entanto, compreendemos que para que os professores pudessem se lançar no trabalho com tecnologias buscando repensar práticas de ensino de matemática, inicialmente eles teriam que voltar-se para os alunos procurando perceber os modos pelos quais a produção de conhecimento se dá no contexto do ensino com tecnologia. Ou seja, entendemos que a visão do professor acerca da possibilidade de o aluno produzir conhecimento com tecnologia é o ponto de partida para que ele possa analisar sua prática.

O Estudo de Aula² se mostrou um meio pelo qual poderíamos nos aproximar dos professores e, estando próximos, compreender “*Como o professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia?*”.

O estudo de aula, tal qual o entendemos, é uma prática de formação de professores, na qual

os professores trabalham em conjunto, procurando identificar dificuldades dos alunos e preparam em detalhe uma aula que depois observam e analisam em profundidade. No fundo, realizam uma pequena investigação sobre a sua própria prática profissional, em contexto colaborativo, informada pelas orientações curriculares e pelos resultados da investigação relevante (PONTE *et al.*, 2016, p. 869).

Segundo esses autores, trabalhando de forma colaborativa, os professores preparam uma aula com foco nas dificuldades dos alunos. Colocam em prática as ações previstas para a aula e, posteriormente, analisam de forma crítica o que foi desenvolvido. Esse trabalho colaborativo é orientado pelas dificuldades dos alunos que são percebidas pelos professores no dia a dia da sala de aula. Ou seja, apesar de se tratar de uma prática de formação de professores, o estudo de aula tem como foco o aluno e seu modo de aprender. Com o olhar voltado para a aprendizagem dos alunos o estudo de aula possibilita que os professores falem sobre os modos pelos quais as situações vividas na aula lhe fazem sentido expressando sua percepção sobre a produção de conhecimento do aluno e, conseqüentemente, seria um modo de podermos compreender o que na pesquisa, é intencionado: os modos de o professor perceber a produção de conhecimento matemático do aluno ao estar com tecnologia.

Esse foi, portanto, o contexto que orientou a produção de dados da pesquisa – a constituição de um grupo de formação continuada de professores. Por meio de um curso de extensão vivenciamos situações³ de ensino de matemática com uso do *software* GeoGebra⁴ orientados pelas etapas do estudo de aula. Para tanto, os professores participantes do curso (sujeitos da pesquisa) escolheram um *software* (o GeoGebra), elaboraram tarefas e as desenvolveram com seus alunos em sala de aula. As aulas foram filmadas e, dos vídeos, foram destacados trechos que focavam a atividade do aluno. Esses “recortes de vídeo” foram assistidos pelos professores e, mediante o

² O termo Estudo de Aula é conhecido também pelo termo em inglês *lesson study*. Neste trabalho optamos por usar a forma traduzida para o português, assim como já o fazem pesquisadores de Portugal, cujos trabalhos serão descritos no Capítulo 2.

³ Essas situações de ensino consistem de tarefas propostas e serão descritas de modo detalhado no capítulo 4.

⁴ O GeoGebra é um *software* gratuito que disponibiliza ferramentas para a construção de objetos matemáticos que permitem a visualização de funções, figuras geométricas em 2 e 3 dimensões, assuntos de álgebra e outros conceitos matemáticos. Disponível para download no site: <https://www.geogebra.org/download>.

diálogo no grupo de formação, os modos de perceber a produção de conhecimento dos alunos com tecnologia foram expostos.

Para apresentar o que na pesquisa foi sendo constituído, organizamos o texto do seguinte modo: no Capítulo 1, intitulado: **As tecnologias e a produção de conhecimento matemático**, discutimos possibilidades do uso de tecnologias digitais para a produção de conhecimento matemático pelo aluno. Consideramos que para que as tecnologias possam ser usadas nas escolas há que se ter uma orientação desse uso pelos professores. Entretanto apontamos algumas implicações que esta prática traz, impedindo-os de usá-las. Discutimos aspectos da formação de professores que influenciam e orientam a forma como esses professores vão desenvolver práticas com tecnologia. E, por último, trazemos um diálogo com autores acerca das possibilidades de desenvolvimento de habilidades pelos alunos a partir das tecnologias.

No Capítulo 2, que denominamos **Estudo de Aula**, apresentamos a discussão do contexto de surgimento do estudo de aula no Japão e os modos pelos quais essa prática de formação de professores é desenvolvida atualmente. Na sequência, considerando que após o surgimento no Japão o estudo de aula passou a ser desenvolvido em diversos países do mundo, escolhemos dois países onde há grupos de pesquisadores desenvolvendo essa prática: Estados Unidos e Portugal.

No capítulo 3 apresentamos a **Metodologia de pesquisa** descrevendo a postura assumida e os procedimentos de produção e análise dos dados. Para isso, o capítulo está organizado em duas seções. Na primeira seção trazemos a abordagem assumida e a pergunta que orienta a busca. Na segunda seção o contexto da pesquisa, a constituição dos dados e o modo de análise.

No capítulo 4, denominado **Situando a pesquisa de campo: o curso de formação**, descrevemos o contexto da formação de professores e da produção dos dados da pesquisa. Ainda neste capítulo, descrevemos os movimentos de análise ideográfica e nomotética por meio dos quais interpretamos e compreendemos o que disseram os professores participantes da pesquisa. Apresentamos a forma como a convergência de sentido das interpretações levou às categorias de análise.

No capítulo 5, denominado **Discussão das categorias de análise**, voltamos para a interpretação do que nos dados produzidos se mostra como generalidade do compreendido. Ou seja, discutimos as categorias abertas (1) **atitude/postura para a investigação matemática** e (2) **modos de o aluno expressar o compreendido**. Nessa discussão procuraremos expor o modo pelo qual a percepção dos professores acerca da produção de

conhecimento matemático do aluno ao estar com tecnologia, se manifesta na análise interpretativa do pesquisador.

O capítulo 6, dedicado às **Considerações finais**, discutimos o modo pelo qual foi possível, na pesquisa, compreender o fenômeno investigado e as aberturas possibilitadas pela investigação, uma vez que o fenômeno não se esgota com a pesquisa, mas abre-se a novos olhares, a outras perspectivas.

1. AS TECNOLOGIAS E A PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO

O uso de tecnologias para a produção de conhecimento matemático tem se tornado tema de análise de diversos pesquisadores e professores. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015, p. 17), dizem que “[a] forma acelerada com que inovações tecnológicas vêm tomando corpo é, atualmente, uma característica marcante de nossa sociedade”. Isso diz respeito à forma cada vez mais rápida com que ocorrem as atualizações das tecnologias como computadores pessoais, *tablets*, *smartphones* e seus sistemas operacionais, *softwares* e aplicativos⁵. Como consequência vê-se, cada vez mais, as tecnologias presentes na vida diária das pessoas, inseridas nos diversos setores da sociedade.

Atualmente as tecnologias são parte da rotina e do diálogo das pessoas e entram na escola pelo contato e familiaridade que as pessoas têm com elas (ALMEIDA; VALENTE, 2011). Tal afirmação sugere que ao serem encaradas como parte da vida das pessoas, é inevitável que as tecnologias também façam parte das atividades desenvolvidas em ambiente escolar.

Há autores que afirmam que, considerando que as crianças têm contato com as tecnologias cada vez mais cedo elas podem ser consideradas “nativos digitais”, pois a tecnologia está na vida delas e passa a ser “natural” lidar com tais recursos. Essa “naturalidade” faz com que, no ambiente escolar, os estudantes considerem fácil o uso de recursos tecnológicos e fiquem fascinados com o possível uso desses recursos em sala de aula (BONA; BASSO, 2013). No entanto a “naturalidade” no manuseio de tecnologias não implica um conhecimento didático, ou seja, sua exploração para a aprendizagem. Borba e Penteado (2012) afirmam que é comum ver alunos falando sobre tecnologias com as quais já possuem contato em seu dia-a-dia ou perguntando sobre as possibilidades de uso de tecnologias que conhecem como um modo de desenvolver certa tarefa. Porém, não têm autonomia para investigar por si só as suas potencialidades no contexto escolar.

O “interesse” e a “facilidade” mencionados pelos autores (BONA; BASSO, 2013; BORBA; PENTEADO, 2012) podem ser vistos como aliados dos professores para envolverem os alunos em situações de aprendizagem com tecnologia. Porém, conforme compreendemos, esse interesse e facilidade, e até mesmo a “familiaridade” no manuseio das tecnologias, não implica no conhecimento didático ou pedagógico. Para que isso ocorra, é necessário, como alerta Bazzo (2011) a formação do professor.

⁵ Consideramos as tecnologias que envolvem computadores, *smartphones*, *tables*, etc. como tecnologias digitais.

Relutamos em aceitar que, para uma efetiva mudança, o caminho não passa pelo estabelecimento de recursos materiais cada vez mais sofisticados. Iludidos por esse discurso de sempre, continuamos deixando em segundo plano a formação didático-pedagógica e epistemológica dos professores e as reflexões sobre aonde as decantadas revoluções tecnológicas estão nos levando como seres humanos (BAZZO, 2011, p.12).

Isso mostra, segundo nossa compreensão, que “é necessário, além de disponibilizar os diferentes meios tecnológicos, que os professores entendam as suas especificidades e saibam usá-las como novos recursos pedagógicos” (ALMEIDA; VALENTE, 2011, p.24).

Assim compreendidas, as tecnologias possibilitam a exploração de novos cenários para a educação e para a produção de conhecimento matemático (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015). Ou seja, possibilitam modos de exploração que não seriam possíveis de outra forma, por exemplo, com lápis e papel. Porém, o conhecimento das tecnologias advindo do uso cotidiano não tem transferência imediata (ou direta) para o espaço escolar sendo necessária uma "alfabetização tecnológica" que possibilite integrar a tecnologia às atividades essenciais tais como leitura, escrita, compreensão de textos, interpretação de gráficos e outras situações. (VILLARREAL, 2013; BORBA; PENTEADO, 2012). Exige-se, portanto, uma preocupação para inserir as tecnologias no contexto escolar fazendo-as integradas as demais atividades previstas no currículo das disciplinas e no planejamento do professor com o objetivo de ampliar as potencialidades de aprendizagem.

O incentivo a inserção das tecnologias no espaço escolar é mencionado, ainda, em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) e o Currículo de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011). No currículo (SÃO PAULO, 2011) a expressão “alfabetização tecnológica” é apresentada no sentido de entender as tecnologias como elementos da cultura, parte das práticas sociais e inseparáveis dos conhecimentos científicos, artísticos e linguísticos que as fundamentam. Já os PCN (BRASIL, 1998) trazem as tecnologias como fonte de informação que contribui para o processo de construção de conhecimento, como meio para desenvolver a autonomia do aluno via investigação por meio de um *software*, por exemplo, ou como ferramenta para realizar determinadas atividades.

Ambos, PCN e Currículo, embora com visões distintas, defendem a inserção das tecnologias na sala de aula. Porém, tal qual se entende nos autores lidos, ainda é necessário um olhar para os aspectos que a prática de ensinar com tecnologia implica para o trabalho do professor que os fazem (ou não) optar pelo seu uso.

1.1 POR QUE RESISTIR ÀS PRÁTICAS COM TECNOLOGIAS?

As leituras realizadas nos levam a pensar no papel do professor num ambiente de sala de aula no qual as tecnologias estejam presentes. Entende-se que é exigida do professor uma mudança de postura para a qual, na maioria das vezes, ele não está preparado. Isso faz com que ele não se sinta seguro e prefira manter estratégias de ensino que domina para que seja possível manter o controle das ações de sala de aula ao invés de aventurar-se por caminhos que geram incertezas e imprevisibilidade (BORBA; PENTEADO, 2012). Assim sendo a “alfabetização tecnológica” que os autores apontam também é necessária como uma forma de mudança de atitude do professor relativamente ao modo de conduzir suas aulas. Essas mudanças devem ir além de práticas isoladas e restritas a laboratórios de informática, para que tenham êxito em termos de produção de conhecimento. (ALMEIDA; VALENTE, 2011).

Tal qual compreendemos, as tarefas desenvolvidas com tecnologias no laboratório de informática devem ser coerentes com as tarefas e o conteúdo que são trabalhados no cotidiano da sala de aula sem que, no entanto, haja uma reprodução no computador do que é feito com lápis e papel, por exemplo. Ou seja, para que ações de ensino mediadas por *software*, por exemplo, sejam relevantes à aprendizagem do aluno, é preciso buscar meios para o desenvolvimento das tarefas que se aproximem de um trabalho de investigação no qual se abra possibilidade para habilidades diferenciadas.

Entretanto, para que os professores tenham condições de pensar nas tarefas (ou estratégias) que tenham tal potencialidade, alguns fatores devem ser considerados. O primeiro deles é a diferença no ritmo com que as tecnologias se mostram dentro e fora escola. Ou seja, enquanto fora da escola o aluno tem acesso livre à *internet* e pode acessar *sites* de seu interesse, redes sociais e enviar mensagens, na escola esse uso é restrito, pois o acesso a alguns *sites* é proibido. Essa “diferença”, embora pareça algo menor poderá fazer aumentar o “abismo entre práticas que alunos e professores têm fora da escola e dentro [dela]” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015, p. 42). Logo, esse fator deve ser considerado pelo professor quando prepara sua aula devendo pensar alternativas para que a curiosidade dos alunos não os impeça de desenvolver as tarefas planejadas para a aula.

Outro fator a ser considerado, de acordo com Borba e Penteado (2012), é a dificuldade que os professores ainda sentem relativamente a falta de tempo para pesquisar um *software* adequado ao conteúdo que desejam trabalhar (ou para preparar tarefas, quando encontram um *software*), a necessidade de auxílio para instalar o *software* nos computadores que irá utilizar,

e mesmo a ansiedade no decorrer do seu uso, uma vez que pode ocorrer do *software* não estar configurado como se esperava durante a aula.

No entanto, mesmo que se considere que esses fatores tenham sido superados, ou seja, o professor opta pelo trabalho com tecnologias, os alunos estão prontos para desenvolver as tarefas e a estrutura está preparada e funcionando adequadamente, ainda há outro fator, talvez de maior importância, a ser considerado: o professor não está livre de ter que lidar com situações inesperadas. Isso porque, ao decidir trabalhar com tecnologias o modo pelo qual a aula é conduzida se altera. É dada ao aluno liberdade de ação e isso lhes favorece a curiosidade e os incentiva a “investigar” as ferramentas e funcionalidades do *software*. Assim, mesmo que haja um planejamento da aula e os alunos executem exatamente o que é solicitado pelo professor, a liberdade de investigação das potencialidades do *software* leva ao desconhecido e “nem sempre é possível conhecer de antemão as possíveis respostas que aparecem na tela. É preciso entender as relações que estão sendo estabelecidas pelo *software*.” (BORBA; PENTEADO, 2012, p. 58).

Logo, é esperada do professor uma atitude de aprendiz e ouvinte que se abre ao novo e ouve o encaminhamento dado pelo aluno à tarefa proposta, tentando compreender o que é feito. Isso, porém, não isenta o professor de investigar as possibilidades do *software* antes de levá-lo para a sala de aula. É preciso procurar entender as respostas dadas com o *software* a determinadas situações propostas para investigação e ser capaz de dizer aos alunos o porquê de existirem resultados diferentes. É preciso, ainda, abertura para ouvir o que os alunos fazem, tentando compreender o caminho percorrido e a resposta dada.

“... não basta dizer simplesmente que está errado. Eles dirão que foi o computador que fez assim. E a imagem fornecida pelo computador tem um poder muito grande de convencimento. Para refutá-la é preciso uma discussão detalhada”. (BORBA; PENTEADO, 2012, p. 59).

Pode-se dizer que trabalhar com tecnologias na sala de aula exige do professor, além de tempo, paciência e disposição para arriscar novas maneiras de conduzir suas aulas, repensando antigas práticas que estão arraigadas e dão certezas.

O “tempo”, como destacado por Almeida e Valente (2011), é uma justificativa que aparece frequentemente no discurso de professores como o principal motivo para o não uso de tecnologias. Para os autores a “falta de tempo” alegada pelo professor é merecedora de análise, pois não se trata apenas do tempo da aula. Envolve, também,

“tempo para estudar, tempo para desenvolver projetos, tempo para repensar sua prática e tempo para explorar os recursos do computador. O processo de apropriação da tecnologia e sua integração nas atividades curriculares demandam tempo e acontecem de modo gradativo” (ALMEIDA; VALENTE, 2011, p.43).

Logo, o tempo é da vivencia, do próprio (re)pensar e (re)estruturar o seu modo de ser professor que, muitas vezes, vem de anos. Aliado a esse desconforto de ter de se (re)pensar como professor há o excessivo número de aulas que esses professores assumem durante a semana que os fazem insatisfeitos com o seu fazer, com a sua profissão. Logo, como superar essa barreira do “tempo”?

Não se trata de uma “simples desculpa”. São fatos, como também não o é a questão da sua formação ou da falta de apoio da equipe gestora, a estrutura inadequada do ambiente escolar para o desenvolvimento de práticas diferenciadas e a própria organização escolar que dificulta mudanças no espaço das aulas. Como aventurar-se numa atividade investigativa no laboratório de informática (local disponível, na maioria das escolas, com número restrito de computadores funcionando) com aulas de 50 minutos de duração?

O que algumas pesquisas (FIRME, 2015; PAULO; FIRME, 2016) vêm mostrando é que o apoio ao professor é tão importante para a mudança de sua prática quanto a sua formação que envolve a mudança de crenças e concepções⁶ de ensino e aprendizagem que os fazem resistentes ao novo.

1.2 TECNOLOGIAS E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Villarreal (2013) afirma que alguns professores criticam o uso das tecnologias por acreditarem, por exemplo, que o computador impede o aluno de raciocinar e, portanto, consideram que é importante, antes de possibilitar o trabalho em sala de aula com tecnologias, ensinar o conteúdo matemático aos alunos. Esse pensar revela uma concepção de que não é possível produzir conhecimento com tecnologia, pois, é preciso ter o conhecimento (do conteúdo) para posteriormente fazer uso da tecnologia.

Borba e Penteado (2012), ao discutirem argumentos dados pelos professores, aproximam-se do que é destacado por Villarreal (2013). Ou seja, dizem que os professores consideram que o computador poderá tornar o aluno um mero repetidor de tarefas já que ele irá apenas seguir as instruções dadas pelo professor. Pode-se até considerar que este é um argumento válido dependendo do tipo de situação que é proposta ao aluno. Ou seja, se o professor vê nas tecnologias um recurso para resolução de exercícios, por exemplo, poderá

⁶ O sentido de crenças e concepções é de fundamental importância para que seja possível compreender os aspectos da prática do professor e a “resistência” a mudança. Embora não seja objetivo deste trabalho discutir o sentido de crenças e concepções, recomendamos a dissertação de mestrado de Anderson Luis Pereira (PEREIRA, 2017) incluída nas referências deste trabalho.

eleger situações nas quais o aluno seja executor de tarefas. Mas, é importante destacar que essa não é uma característica do trabalho com tecnologias. É, antes, um modo de o professor compreendê-la que pode ter sido construído a partir de uma concepção de produção de conhecimento.

Ao trabalhar *com* tecnologias na formação de professores é importante considerar a característica das tarefas propostas de modo que elas sejam, como salientam Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015), de experimentação e investigação para que proporcionem

meios para o engajamento de professores na investigação de problemas que permitem a exploração de diferentes estratégias de resolução, a elaboração de conjecturas a respeito das diversas partes que compõem o problema, a discussão colaborativa entre os professores, etc. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015, p. 49).

Assim pensada a formação poderá levar o professor a considerar o espaço aberto pelas tecnologias como propício à investigação e não a reprodução, de modo que as tarefas visem a descoberta, a formulação de conjecturas e a busca por soluções variadas.

Para Rosa e Seidel (2014, p. 344) os aspectos envolvidos nos processos de ensinar e aprender mediados pelas tecnologias devem ser considerados num espaço de formação docente de modo que o professor compreenda como “vivenciar uma formação que considere as mudanças tecnológicas da sociedade” dando-lhe condições de perceber-se como capaz de produzir conhecimento para ensinar com tecnologias. Isso porque, antes de fazer mudanças em sua prática, o professor precisa compreender as potencialidades da tecnologia para a produção de conhecimento de modo que a mudança não envolva apenas a prática, mas também a forma como percebe sua formação e os avanços da tecnologia em sua rotina diária.

O desafio é, portanto, buscar modos de ensinar matemática por meio das tecnologias. Isso tem levado muitos professores a procurarem cursos de formação continuada que lhes dê condições de atuar com tecnologias. Porém, o que se tem visto “é o desenvolvimento de programas de formação de professores para atender a finalidades técnicas específicas” (ROSA; SEIDEL, 2014, p. 354) que têm o objetivo de “formar” professores para fazer uso de alguns recursos tecnológicos. Porém, segundo os autores, a formação deveria se propor a discutir as tecnologias aliada ao currículo como um modo de potencializar o ensino de certos conteúdos e incentivar o desenvolvimento de habilidades específicas como, por exemplo, a visualização. Habilidades que podem não ser desenvolvidas se trabalhadas de outra forma. No entanto, destacam os autores, os cursos de formação que estão em número cada vez maior se limitam a ensinar os professores a como fazer uso das ferramentas disponíveis em *software* e aplicativos previamente eleitos.

Porém, conhecer o *software* ou suas ferramentas não dá garantia de seu uso eficaz na sala de aula como potencializador da aprendizagem do aluno, uma vez que,

é sabido que os professores não ensinam mecanicamente de acordo com regras pré-estabelecidas e que, dentre outras, a atuação profissional deve estar fundamentada numa ação reflexiva sobre o contexto e o momento – único e sem reprodução – no qual se desenvolve referida prática (BAIRRAL, 2009, p. 21).

Portanto, ensinar aos professores como fazer uso das ferramentas de um *software* não é suficiente para que eles assumam as práticas com tecnologias como forma de produzir conhecimento matemático com seus alunos. Tal qual compreendemos, ensinar com tecnologias não é reproduzir com os alunos conhecimentos “vistos” em cursos de formação, mas refletir sobre quais as possibilidades de produção de conhecimento de tal *software* no contexto de ações que se vivenciam em sala de aula, num espaço de diálogo e investigação.

Rosa e Seidel (2014), também salientam que uma consequência do processo de formação de professores que se distancia do contexto em que eles atuam é a tendência a reprodução das tarefas que lhes foram propostas nos cursos ou que estão nos livros didáticos (ou apostilas). O perigo nessa falta de clareza dos objetivos do uso das tecnologias, uma vez que não lhes foi dada a oportunidade de produzir com tecnologias (mas antes reproduzir), é que as atividades sigam os mesmos procedimentos que se usaria para resolvê-las no quadro de giz ou com lápis e papel. Esse tipo de prática expõe uma ideia de que a tecnologia é “dispensável” e “substituível” por quaisquer outros recursos, sem que se pense as suas particularidades ou potencialidades para investigação.

Na intenção de superar esse modelo de formação reprodutivo, Rosa e Seidel (2014) propõem e discutem o sentido da Cyberformação⁷ como um espaço de diálogo no qual o objetivo é o processo de produção de conhecimento pelo professor. Dentre as discussões é fundamental que ao professor seja dada a oportunidade de discutir que, ao invés de usar a tecnologia de forma mecânica e técnica, distante das práticas que possibilitem o ensino e a aprendizagem, se pense um modo de ação em que as possibilidades sejam ampliadas. A Cyberformação é, portanto, uma proposta de formação de professores de matemática

envolta por fluxos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos que perpassam o processo de formar-com-tecnologia, compreendendo o uso de ambientes cibernéticos e de todo aparato tecnológico que a eles se vinculam e/ou produzem como potencializadores da cognição matemática, ao invés de agilidade, motivação e/ou modismo (ROSA; SEIDEL, 2014, p. 358).

⁷ Cyberformação é um termo usado pelos autores e cunhado por Mauricio Rosa. Os interessados podem ver mais informações sobre isso em Rosa e Seidel (2014, p. 343).

Tal qual afirmam os autores, é um espaço de possibilidades para transformar as práticas com tecnologias de modo que as ações se voltem para uma formação *com* tecnologias e não *para* as tecnologias. Isso implica num (re)conhecimento das potencialidades da tecnologia que extrapola o mero uso, tornando-se oportunidade de desenvolvimento profissional e de produção de conhecimento.

Essa compreensão nos instiga a discutir com os professores, em um curso de formação continuada, as potencialidades das tecnologias para ensinar e aprender matemática desenvolvendo ações que favoreçam o trabalho desses professores *com* tecnologias, em especial com um *software* para ensinar matemática. Entende-se que, a partir das situações vividas no curso de formação, os professores poderão pensar a prática da sala de aula com tecnologia e, ao trabalharem com seus alunos, nos darão condições de compreender como eles percebem o seu aluno produzindo conhecimento matemático com tecnologia.

O estilo do grupo de formação que se pretende constituir visa ao trabalho em colaboração. Para isso, os *estudos de aula* que apresentamos no próximo capítulo abrem-se como possibilidade de organização e condução das ações no decorrer do processo formativo desses professores e das aulas que eles se dispuserem a trabalhar, dando-nos condições de analisar como esses professores percebem a produção de conhecimento de seus alunos ao estar com tecnologia.

2. ESTUDO DE AULA

Atualmente há muitas práticas de formação profissional disponíveis para professores da Educação Básica que desejem abrir possibilidades de ensinar com tecnologia visando a produção de conhecimento de seus alunos.

Uma dessas práticas é o estudo de aula que teve sua origem no Japão com o nome *jogyokenkyuu*, sendo *jogyo* referente à aula e *kenkyuu* referente a estudo ou investigação (BAPTISTA *et al.*, 2014a).

Para Fujii (2015) o estudo de aula no Japão tem um papel importante no apoio e no crescimento profissional dos professores e se concentra em desenvolver conhecimentos para ensinar, o que inclui o conhecimento necessário para desenvolver tarefas para os alunos, para questionar práticas, para conceber e implementar avaliações formativas e para antecipar respostas e perguntas dos alunos que poderão permear o trabalho de sala de aula.

O início no Japão se deu a partir de mudanças ocorridas na educação japonesa durante do período conhecido como Restauração Meiji (1868-1912). Entre essas mudanças estava a criação, em 1872, de uma escola de formação de professores conhecida como escola normal, para a qual foram contratados professores do ocidente. Ela incluía, além de outros assuntos, métodos pedagógicos ocidentais. Os futuros professores japoneses assistiam às aulas buscando adaptar o que aprendiam à sua realidade e, posteriormente, davam aulas em escolas primárias e de ensino fundamental. As aulas desses professores eram assistidas por outros docentes que faziam observações sobre aspectos da aula que destacavam e, após as aulas, faziam sessões para discutir tais observações. Esse método foi incentivado pelo governo e implementado em todo o Japão, dando origem ao estudo de aula (FELIX, 2010).

Nesse contexto, o início do estudo de aula japonês ocorreu com a formação de pequenos grupos de professores interessados em estudar certo assunto e melhorar suas práticas de ensino. Porém, com o passar dos anos, sofreu mudanças e ganhou maiores proporções, passando a apresentar variações quanto a sua forma de desenvolvimento, aos objetivos e aos temas que abordavam. Assim, atualmente no Japão o estudo de aula é desenvolvido de acordo com quatro modelos principais: *school-wide lesson study*, *district-level lesson study*, *national school-based lesson study* e *association-sponsored lesson study*. (LEWIS; TAKAHASHI, 2013).

O *school-wide lesson study* varia de acordo com a escola ou a região, mas, de modo geral, tem início com o questionamento de um grupo de professores de uma mesma escola acerca das habilidades que os alunos possuem e de quais se espera que eles tenham quando

concluírem seus estudos. Baseando-se nesses questionamentos os professores escolhem um tema de estudo de aula que seja significativo aos professores e aos alunos como, por exemplo, “o solo” e realizam o estudo de aula em torno desse tema. Em algumas escolas chegam a ser desenvolvidos dois estudos de aula desse tipo por ano (LEWIS; TAKAHASHI, 2013). Sendo realizado dessa forma o estudo de aula permite que os professores responsáveis por diferentes disciplinas possam desenvolver tarefas com conteúdos relacionados a sua disciplina, trabalhando de forma colaborativa de modo que seja possível promover um trabalho interdisciplinar, a partir de um estudo de aula.

O *district-level lesson study* é um tipo de estudo de aula um pouco mais direcionado. Nesse modelo os professores participam de um grupo de estudo de aula com foco em uma disciplina específica como, por exemplo, “matemática”. Os professores participantes podem ser de uma ou mais escolas da região e devem fazer reuniões uma vez por mês em período diverso daquele em que ensina (diríamos, no contraturno). Da forma como é organizado, o *district-level lesson study* sustenta o trabalho em uma área específica de conhecimento por professores de diferentes escolas que tenham um interesse particular (e comum) relativo à disciplina que lecionam e que vem estudando há alguns anos (LEWIS; TAKAHASHI, 2013). Isso, além de possibilitar um trabalho colaborativo entre os professores, sugere um interesse de professores japoneses em compartilhar as situações vivenciadas em suas salas de aula e em aprender novas práticas visando à produção de conhecimento matemático de seus alunos.

Mais abrangente do que os tipos (ou modelos) de estudo de aula mencionados anteriormente é o *national school-based lesson study*, pois, no Japão, existem muitas escolas nacionais de ensino básico, afiliadas às Universidades, cujos professores são alunos dessas Universidades. Os professores dessas escolas têm como missão não só ensinar seus alunos, mas também melhorar o currículo vigente e os métodos de ensino e, com um estudo de aula que parta de resultados das pesquisas e investigações das Universidades japonesas, mudar a realidade da escola. Além disso, escrevem artigos e livros baseados em suas experiências em sala de aula e uma ou mais vezes por ano abrem seus trabalhos de estudo de aula a outros professores japoneses (LEWIS; TAKAHASHI, 2013).

O quarto modelo de estudo de aula mencionado por Lewis e Takahashi (2013) é o *association-sponsored lesson study* que se refere aos estudos de aula patrocinados por associações independentes, que incluem desde pequenos grupos de professores até grandes associações nacionais de professores interessados em certas disciplinas ou assuntos. As lições oriundas dessa modalidade de estudo de aula são temas de reuniões anuais que ocorrem, em um primeiro momento, em escolas de ensino básico, contando com a participação de um

Conselho de Educadores Matemáticos. Posteriormente, após observarem e discutirem o método, os participantes também se reúnem em um hotel.

Juntos, esses quatro tipos (ou modelos) de estudo de aula podem promover o desenvolvimento e a disseminação de informações com vistas ao conhecimento e com o compromisso de implementar reformas curriculares (LEWIS; TAKAHASHI, 2013), possibilitando que as reformas curriculares e a constante busca por melhoria nas práticas de ensino sejam discutidas colaborativamente com a participação dos professores que estão atuando no dia a dia da sala de aula.

Entretanto, para que essas práticas de estudo de aula possam gerar reformas significativas e para que essas reformas sejam efetivadas, alguns aspectos que dão sustentação a implantação de reformas curriculares através do estudo de aula são fundamentais.

Entre esses aspectos está o “*designated research schools*” (em português “escolas de pesquisa designadas”), para o qual escolas se candidatam para estudar as possibilidades de mudança curricular e assim passam a receber ajuda financeira do governo para que seus professores, auxiliados por pesquisadores externos à escola, estudem as possibilidades de reforma curricular. Os estudos tornam-se aulas públicas de investigação e são divulgados em forma de planos de aula, registros de prática e reflexões sobre o que foi aprendido. Além disso, os professores participantes criam redes de colaboração e, ao criarem essas redes, passam a observar as aulas de outros professores e a ajudar na análise dessas aulas, o que é visto como uma importante colaboração para as futuras mudanças curriculares (e mesmo metodológicas) (LEWIS; TAKAHASHI, 2013).

A continuidade das leituras mostra-nos que, apesar de ter sua origem no Japão, atualmente, vários países do mundo, incluindo Estados Unidos e Portugal, desenvolvem o estudo de aula com algumas adaptações em relação à abordagem japonesa, visando melhorias nas práticas de ensino de várias disciplinas e, principalmente, em matemática.

Nos Estados Unidos o estudo de aula, ou “*lesson study*”, é uma prática para o desenvolvimento profissional de professores e foi iniciada em 1999 com o lançamento do livro “*The Teaching Gap*” (em português “A lacuna no Ensino”). Seus autores, Stigler e Hilbert, ao apresentar os trabalhos do “*Third International Math and Science Study*” (TIMSS), incluíam um capítulo sobre o estudo de aula japonês. Nesse livro os autores comentam uma prática de desenvolvimento profissional adotada pelos japoneses e sugerem aos educadores americanos que recorram a ela para buscar melhorias no ensino e na aprendizagem de conteúdos do currículo escolar (PERRY; LEWIS, 2008).

Ao ler o livro muitos pesquisadores e professores americanos se dedicaram a estudar os ciclos de estudo de aula e, posteriormente, a desenvolvê-los, visando vários objetivos, dentre eles o seu próprio desenvolvimento profissional.

Atualmente, para um grupo de pesquisadores americanos que vêm estudando e desenvolvendo o estudo de aula há alguns anos, o trabalho com estudo de aula é definido como um ciclo a ser desenvolvido por um grupo de professores, sendo centrado em uma aula de pesquisa durante a qual os professores reúnem dados acerca da aprendizagem dos alunos para ver como eles se desenvolvem e discutir aspectos da aula que poderão melhorar ou apresentar barreiras para a aprendizagem (LEWIS *et al.*, 2012). Isso, de acordo com nossa compreensão, mostra que essa prática possui uma característica de trabalho em grupo e colaborativo na qual os professores, a partir de um objetivo comum, têm como foco a aprendizagem dos alunos.

O trabalho colaborativo entre os professores, de acordo com Lewis *et al.* (2012), aumenta as possibilidades de discussão sobre o que foi feito em sala de aula e oportuniza o conhecimento de novas práticas.

Portanto, possibilita o desenvolvimento profissional, pois abre possibilidades de os professores verem e tentarem novas abordagens em sala de aula (LEWIS *et al.*, 2012) discutindo e analisando criticamente, não apenas os recursos materiais, mas as ações de formação. A discussão de novas abordagens para o ensino de conteúdos específicos e da própria ação em sala de aula, por meio do estudo de aula, se mostra, ao olhar dos pesquisadores, como uma prática contínua de formação e desenvolvimento profissional de professores.

No grupo mencionado o estudo de aula é tipicamente desenvolvido em ciclos de quatro etapas (LEWIS; PERRY, 2014). Conforme compreendemos, a denominação “ciclo” é usada porque, de acordo com os resultados obtidos após o desenvolvimento das quatro etapas, os professores podem dar início a um novo trabalho ou a um novo estudo de aula, buscando aprimorar os primeiros resultados. No entanto, cabe destacar que, para Takahashi e Mcdougal (2016), que também vêm desenvolvendo pesquisas com práticas de estudo de aula nos Estados Unidos, a verdadeira proposta do estudo de aula, considerando a forma como surgiu e é desenvolvido no Japão, é adquirir conhecimentos para ensinar e aprender e não para aperfeiçoar um plano de aula.

O ciclo do estudo de aula tem início com o estudo de um conteúdo do currículo de matemática por um grupo de professores (etapa chamada de *kyouzaiikenkyu* pelos japoneses), considerando os objetivos desse conteúdo a longo prazo. Esse estudo do conteúdo, apesar de

ser considerado como a primeira etapa, é retomado nas etapas seguintes sempre que os professores considerarem necessário. Em seguida, há o planejamento de uma aula para ser lecionada por um membro do grupo, enquanto os demais coletarão dados a respeito da aprendizagem dos alunos. A *aula*, chamada de “*research lesson*” (em português “aula de pesquisa”), será a oportunidade para que os professores investiguem as hipóteses formuladas pelo grupo sobre a qualidade do ensino e da aprendizagem. Após a aula há a reflexão pós-aula, na qual os membros do grupo apresentam e discutem os dados coletados durante a aula procurando, de forma ampla, destacar as implicações do ensino e da aprendizagem de um conteúdo em particular. (LEWIS; PERRY, 2014).

De acordo com Lewis e Perry (2014), como meio para orientar os professores e pesquisadores durante o estudo do conteúdo, são usados materiais como: os manuais que os professores seguem em suas aulas, os quadros de conteúdos e os relatórios de pesquisa sobre o conteúdo, seu ensino e a aprendizagem.

O uso de vários recursos para orientar o estudo de aula é necessário porque, de acordo com Lewis e Perry (2014) e Lewis *et al.* (2012), ao contrário dos livros didáticos utilizados pelos professores japoneses, os livros didáticos e manuais americanos apresentam os conteúdos sem discutir, por exemplo, os modos pelos quais ele poderá ser ensinado (aspectos metodológicos). Esse ponto de divergência destacado nos permite compreender porque para os professores japoneses os livros didáticos são o único recurso no estudo de aula.

Nesse contexto, o ciclo de estudo de aula é constituído de “*study-plan-do-reflect*” (em português “estudar-planejar-fazer-refletir”) cujo objetivo é aprimorar as práticas de ensino dos conteúdos de matemática a partir de cinco aspectos básicos: o conhecimento, as crenças dos professores, as normas e as características do sistema escolar, as rotinas de aprendizagem dos professores e os materiais de ensino. (LEWIS; PERRY, 2014; LEWIS; PERRY, 2015). Os objetivos a serem alcançados a partir do estudo de aula visam mudanças que vão além do conteúdo, envolvendo a estrutura escolar, os alunos, os professores e os gestores da escola.

Tal qual descrevem os autores, a mudança de atitude dos professores ocorre porque eles se empenham estudando ativamente e colaborativamente um conteúdo, o que lhes possibilita a construção de conhecimentos, a mudança de crenças e a adoção de rotinas cada vez mais coerentes com os objetivos de aprendizagem (LEWIS, PERRY, 2014).

Nos trabalhos deste grupo de pesquisadores americanos o desenvolvimento do estudo de aula, geralmente, envolve a participação de mais de um grupo de professores. Tais professores podem ser oriundos de várias regiões do país. Para iniciar o desenvolvimento de um ciclo são convidados a participar grupos de professores voluntários interessados em

melhorar suas práticas em um determinado assunto. O convite pode ser feito pessoalmente ou pelas redes criadas para esse fim (via internet) e o material a ser utilizado pelos grupos, durante o ciclo de estudo de aula, será o mesmo para todos sendo fornecido pelos pesquisadores responsáveis pelo convite. Entretanto, apesar dos materiais serem os mesmos, é prevista uma flexibilidade quanto à forma de seu uso. Essa flexibilidade também se estende à escolha dos membros dos grupos, ao tempo necessário para o desenvolvimento de um ciclo e para a decisão sobre os demais aspectos necessários para o trabalho. (LEWIS; PERRY, 2015).

Para Lewis e Perry (2014) e Lewis e Perry (2015), no momento em que os professores são convidados a participar, para que sejam criados naturalmente grupos colaborativos, não há especificação de tipos de membros requeridos para o trabalho, podendo participar, por exemplo, coordenadores da escola. Porém, de acordo com o tipo de trabalho que será desenvolvido e considerando os conteúdos a serem trabalhados, os pesquisadores propõem, como condição para a participação, que pelo menos um professor lecione para o ano ao qual o conteúdo a ser trabalhado é destinado.

Dos grupos que se candidatam a participar do estudo de aula (oriundos de várias regiões do país) apenas alguns são selecionados, pois em alguns casos chegam a ter mais de 100 grupos interessados. Cada grupo possui entre quatro e nove professores. Conforme mencionado, há certa flexibilidade no tempo de duração de cada ciclo de estudo de aula, mas a média de cada um deles é de 90 dias. (LEWIS; PERRY, 2014; LEWIS; PERRY, 2015).

Após a sua formação os grupos se reúnem para desenvolver o ciclo do estudo de aula. Cada grupo local gerencia o seu estudo de aula, adequando os materiais fornecidos para o trabalho, ao seu próprio contexto, considerando, por exemplo, as dificuldades de seus alunos. Para começar, resolvem individualmente as tarefas sobre o conteúdo eleito, compartilham as soluções, preveem como os alunos poderiam resolvê-las e, então, examinam as respostas já dadas pelos alunos às tarefas anteriores. Na sequência, os professores examinam o currículo analisando o conteúdo escolhido (por exemplo, frações) de modo que seja possível compreender modos de o trabalhar em sala de aula para que seja entendido pelo aluno. A partir das informações obtidas os professores, em grupo, seguem as demais etapas. Ou seja, planejam a aula, conduzem e observam essa aula e depois discutem ao menos uma tarefa realizada, analisando o que aprenderam durante o ciclo de estudo de aula. (LEWIS; PERRY, 2014; LEWIS; PERRY, 2015).

Lewis e Perry (2014) recomendam que, ao final de cada ciclo de estudo de aula, sejam coletadas observações escritas pelos professores que auxiliarão a lembrar aspectos dos encontros que eles acreditam que vão afetar suas práticas futuras. Esses aspectos podem

referir-se ao conteúdo abordado ou a matemática em geral, à aprendizagem do professor ou do aluno, ao trabalho com colegas de profissão ou, ainda, destacar aspectos que eles entendam que deixaria o trabalho com estudo de aula mais produtivo.

Ao final do ciclo os participantes encaminham pelo correio aos pesquisadores as gravações em vídeo dos encontros, juntamente com o material gerado durante o ciclo de estudo de aula (planos de aula, trabalhos dos alunos e outros) e as reflexões escritas pelos professores (LEWIS; PERRY, 2014).

Apesar de não ser mencionado nos trabalhos do grupo de pesquisadores que descrevemos, há práticas com estudo de aula nos Estados Unidos, como tratam Takahashi e Mcdougal (2016), que contam com a participação de profissionais de apoio chamados de *knowledgeable other* (em japonês *koushi*). Os autores dizem que um *knowledgeable other* é alguém fora da equipe de planejamento, com muito conhecimento no conteúdo, muitas vezes também no ensino, e muita experiência com estudo de aula. Esse profissional de apoio, ou *knowledgeable other*, quase sempre está presente no estudo de aula japonês e faz comentários finais sobre a discussão pós-aula que são considerados pelos professores na análise da sua prática (TAKAHASHI; MCDUGAL, 2016).

Para Takahashi (2014), que vem desenvolvendo pesquisas com a prática do estudo de aula nos Estados Unidos, educadores de fora do Japão fazem diversos questionamentos sobre os *knowledgeable others*, como: Quem são esses especialistas? Qual é a sua preparação? O que eles falam em seus comentários? O que eles tentam realizar com seus comentários?. No entanto, considerando o fato dessa prática ter se desenvolvido no Japão e nunca ter sido estudada, torna-se difícil encontrar respostas para esses questionamentos e a ausência de informações sobre a função dos “*knowledgeable others*” é um impedimento para que haja um suporte efetivo para o estudo de aula fora do Japão.

Vários resultados positivos em relação à formação continuada de professores, à produção do conhecimento matemático dos professores e dos alunos e às habilidades e competências mais gerais, puderam ser alcançados por meio do trabalho com estudo de aula, de acordo com resultados dos trabalhos dos pesquisadores americanos que descrevemos.

Em termos mais gerais, o estudo de aula estabelece comunidades profissionais capazes de resolver situações conflitantes e caminhar rumo à produção de conhecimento, rompendo relações hierárquicas tradicionais do sistema educacional e as “paredes” que mantêm as práticas de sala de aula dos professores privadas, fazendo-os concentrarem-se no pensamento do aluno, tomando a iniciativa de recorrer a fontes de informação externas e perceber que a

aula de pesquisa compartilhada pode fornecer uma base sólida para a reflexão sobre o progresso dos estudantes em direção aos objetivos definidos. (PERRY; LEWIS, 2008).

Para Lewis e Perry (2014) a fase de “estudo” possibilita aos professores desvendarem o conteúdo matemático presente nos materiais escolares, o “planejamento” requer que o professores negociem pontos de vista compartilhados para alcançar a melhor prática possível e a “aula de pesquisa” e a “discussão pós-aula” proporcionam uma oportunidade de ver o impacto da abordagem de suas práticas na aprendizagem dos alunos e a implicação dessas para as suas práticas futuras.

Além disso, o estudo de aula faz com que o professor aumente o seu foco no pensamento e no trabalho desenvolvido por seus alunos e diminua o uso de avaliações que valorizem habilidades pré-definidas, oportunizando a melhora na produção de conhecimento matemático e mudança da crença dos professores (LEWIS *et al.*, 2012), principalmente em relação as expectativas desses professores com relação ao desempenho dos seus alunos (LEWIS; PERRY, 2014).

Ainda em relação aos professores, para Lewis *et al.* (2012), um trabalho de estudo de aula bem desenvolvido proporciona a eles uma experiência de autodeterminação, enquanto escolhem o tópico de trabalho e os métodos para melhorar o seu ensino; de competência, enquanto melhoram habilidades diretamente aplicáveis às suas salas de aula; e de relações humanas, enquanto trabalham em “nossa” aula para os “nossos” alunos em uma comunidade profissional que espera as contribuições de todos o membros.

Relativamente às reflexões escritas dos professores, Perry e Lewis (2008), consideram que há aspectos presentes nessas reflexões que poderão ser incorporados em práticas futuras, entre eles o *feedback* crítico que a experiência proporciona em relação à produção de conhecimento dos alunos. Esse *feedback* também poderá ajudar a aprimorar o próprio modelo de estudo de aula, contribuindo para o desenvolvimento de ciclos futuros.

Considerando resultados em relação à aprendizagem de conteúdos, os autores afirmam que o estudo de aula possibilita aos professores produzir conhecimento sobre os conteúdos eleitos para o estudo a partir da resolução e discussão das tarefas, das estratégias de solução dos alunos e de suas dúvidas, bem como pela análise dos materiais do currículo e dos vídeos das lições de sala de aula (LEWIS; PERRY, 2014).

Em Portugal também há um grupo de pesquisadores que desenvolvem um trabalho com estudo de aula e que vêm apresentando pesquisas com resultados positivos a partir dessa prática. No modo pelo qual o estudo de aula está sendo proposto em Portugal são desenvolvidas e discutidas tarefas exploratórias relacionadas aos conteúdos disciplinares do

currículo escolar constituindo-se um modelo de formação de professores que envolve quatro ações distintas (ou etapas): a identificação da questão orientadora, o planejamento das ações, o desenvolvimento da aula e a análise da prática vivenciada em sala de aula. Esse modo de agir apresenta, relativamente a sua origem japonesa, alguma variação.

Para os pesquisadores portugueses o estudo de aula é um “processo de desenvolvimento profissional dos professores [...] que decorre dentro do ambiente escolar, com os professores a assumir um papel central” (PONTE *et al.* 2015, p. 117), o que sugere que, mesmo recebendo a ajuda de pesquisadores no desenvolvimento das etapas do estudo de aula, essa prática de formação requer dos professores participação ativa, crítica e reflexiva desde a elaboração das tarefas até o seu desenvolvimento com os alunos.

Como no modelo do grupo de pesquisadores americano, os portugueses enfatizam que “um aspecto fundamental dos estudos de aula é que eles centram-se nas aprendizagens dos alunos e não no trabalho dos professores” (PONTE *et al.*, 2015). Desse modo, as discussões e a elaboração das tarefas priorizam a reflexão sobre as possibilidades de produção de conhecimento pelo aluno de modo que o estudo de aula seja um “trabalho colaborativo entre professores, favorecendo a reflexão sobre os processos de aprendizagem dos alunos e suas dificuldades” (BAPTISTA *et al.*, 2012, p. 1).

O estudo de aula desenvolvido pelos pesquisadores portugueses envolve, conforme destacamos, quatro etapas – identificação de uma questão, planejamento, desenvolvimento e discussões. A intenção é que, por meio do estudo de aula, os professores possam “aprofundar o seu conhecimento sobre a aprendizagem dos alunos e o modo de promovê-la na sala de aula” (BAPTISTA *et al.*, 2014b, p. 3). Isso, segundo o que compreendemos, mais do que justificar o foco no aluno, revela uma possibilidade de formar o professor para que ele passe a considerar a aula como um espaço que deve favorecer a aprendizagem.

Tendo isso claro, pode-se iniciar o processo de formação no estudo de aula. Primeiramente, de acordo com Ponte *et al.* (2015), identifica-se uma questão orientadora que seja compreensível aos alunos e, portanto, lhes seja relevante. Essa questão deve ter sentido e merecer investigação. Essa questão pode, por exemplo, ser motivada ou estar relacionada a um conteúdo com o qual os alunos tenham dificuldade, mas sobre o qual seja possível dialogar, isto é, deve ser um conteúdo que, embora apresentem dificuldades, os alunos tenham familiaridade.

Uma vez identificado o problema (ou a questão que dispara as ações) os professores dão início ao planejamento da aula. Esta “aula” não é delimitada pelo fator tempo. Ou seja, não se trata de uma aula com duração, por exemplo, de 50 minutos. Ela pode ter duração

variável coerente com o desenvolvimento das tarefas planejadas para dado objetivo. Para a preparação da aula, que também é chamada de aula de investigação, os professores irão estimar “as dificuldades dos alunos, antecipando possíveis questões que podem surgir na aula, definindo estratégias de ensino e preparando instrumentos para a observação” (PONTE *et al.*, 2015, p. 117). A partir da definição do problema e das estratégias de ensino, as tarefas a serem realizadas nas aulas são elaboradas.

Com relação a essas tarefas, elas são consideradas um aspecto de grande importância, pois de acordo com Ponte *et al.* (2015, p. 112), “num ensino da Matemática que valoriza o papel ativo dos alunos /.../ as tarefas são reconhecidas como elemento organizador da atividade dos alunos”. Portanto, o tipo de tarefas a serem elaboradas vai determinar a possibilidade de alcance dos objetivos a que o estudo de aula se propõe.

Para que se tenha clareza quanto às tarefas a serem elaboradas, Ponte *et al.* (2015) distinguem dois tipos: tarefas fechadas e tarefas abertas. Cada um desses tipos é associado ao desenvolvimento de uma habilidade específica. As tarefas fechadas são aquelas que envolvem exercícios e problemas cujo objetivo é trabalhar com a capacidade de se relacionar informações dadas; já as tarefas abertas envolvem explorações e investigações, levando o aluno a interpretar situações mais complexas que possibilitem o desenvolvimento da capacidade de lidar com esse tipo de situação. Cabe lembrar que os autores (PONTE *et al.*, 2015) tratam “problema” e “tarefa” como conceitos que se diferenciam. Alertam que “se começou a falar cada vez mais em “tarefa”, podendo esta ser de natureza mais ou menos aberta e envolver maior ou menor grau de desafio matemático” (PONTE *et al.*, 2015, p. 114).

As tarefas fechadas e abertas têm, cada uma, um papel na produção do conhecimento matemático dos alunos e, portanto, devem estar presentes na prática de ensino dos professores. Isso porque, segundo os autores,

as tarefas a propor aos alunos devem fornecer um processo consistente de aprendizagem que facilite a construção de conceitos e a compreensão de procedimentos e que alargue o conhecimento de representações relevantes e de conexões entre a Matemática e outras áreas (PONTE *et al.*, 2015, p. 112).

Ponte *et al.* (2015, p. 114) dão um destaque maior às tarefas que permitem uma abordagem exploratória porque “o trabalho exploratório na aula de Matemática cria oportunidades para que os alunos construam ou aprofundem a sua compreensão de conceitos, procedimentos, representações e idéias matemáticas”. Ou seja, essas tarefas valorizam o raciocínio, possibilitando a produção de conhecimento matemático dos alunos e o desenvolvimento da capacidade de usar a matemática em situações variadas.

No estudo de aula segue-se, portanto, essa indicação: identificação do problema ou da questão que os professores julgam relevante e o planejamento da aula. Em seguida há

o momento da observação, em que a aula em questão é lecionada por um dos professores, assumindo os restantes o papel de observadores atentos, em especial ao modo como os alunos resolvem as tarefas propostas, às estratégias que usam e às dificuldades que manifestam. Os professores tomam notas pessoais e podem ser feitos registros de vídeo e áudio (BAPTISTA *et al.*, 2014b, p. 63).

Após a aula, nos encontros do grupo, os professores tomam a aula como objeto de análise levando em conta a questão de interesse comum ou o problema definido (BAPTISTA *et al.*, 2014b) e os registros feitos.

Para que o estudo de aula seja uma prática de formação de professores (BAPTISTA *et al.*, 2012; PONTE *et al.*, 2012; BAPTISTA *et al.*, 2014b; PONTE *et al.*, 2015) é necessário uma parceria entre pesquisadores de uma Universidade e professores da Educação Básica. A iniciativa para a realização da parceria entre Universidade e escola pode partir dos professores que, envolvidos em projetos de formação, pedem ajuda dos pesquisadores para o desenvolvimento de trabalhos que possibilitem melhorias na produção de conhecimento matemático dos alunos, ou pode partir de convite dos pesquisadores.

Os grupos de trabalho são formados por cerca de cinco professores e um deles assume o papel de coordenador do grupo. Os pesquisadores auxiliam os professores na condução dos encontros e são chamados de investigadores.

Uma vez formado o grupo são realizados encontros chamados de sessões, nas quais se desenvolvem as etapas do estudo de aula. O número de sessões varia (podendo chegar a doze) e pode ter periodicidade quinzenal ou mensal, com duração de cerca de uma hora e trinta minutos cada sessão. Ao final das sessões todo o material gerado, incluindo anotações elaboradas pelos membros da equipe, produções dos professores, gravações em áudio e vídeo dos encontros e as entrevistas feitas com os professores, são recolhidos para serem analisados pelos pesquisadores.

É importante lembrar que, de acordo com sua concepção,

Os estudos de aula são desenvolvidos em ambientes colaborativos, levando os participantes a criar um relacionamento próximo, partilhar ideias e apoiar-se mutuamente. Desta forma, constituem um contexto não só para refletir, mas também para promover a autoconfiança, fundamental para o seu desenvolvimento profissional (PONTE *et al.*, 2016, p. 870).

Desse modo, além de promover o trabalho colaborativo, o estudo de aula pode encorajar os professores a arriscar novas situações em sala de aula que considere ações para promover o desenvolvimento do raciocínio, a compreensão e a aprendizagem dos alunos em

um ambiente permeado pela comunicação (PONTE *et al.*, 2012; BAPTISTA *et al.*, 2012). Essa comunicação pressupõe o diálogo e, por meio dele, o professor deverá incentivar o desenvolvimento de habilidades de generalização e justificação (Ponte *et al.*, 2015) essenciais a própria produção do conhecimento matemático e, portanto, à aprendizagem dos conteúdos.

Os professores também “podem aprender questões importantes em relação aos conteúdos que ensinam, às orientações curriculares /.../ e à dinâmica de sala de aula” (PONTE *et al.*, 2015, p. 117) o que permite compreender que o estudo de aula possibilita, também, a produção de conhecimento do professor, tanto em relação aos conteúdos matemáticos quanto em relação às normas⁸ que orientam o ensino de matemática em sua escola e a busca por um modo de organização de sua sala de aula que potencialize a aprendizagem.

Baptista *et al.* (2014b) destacam que a participação nos estudos de aula faz com que os professores passem a considerar as dificuldades dos alunos na elaboração de tarefas, antecipando possíveis respostas e discutindo os conteúdos o que os levará cada vez mais a propor tarefas desafiadoras (PONTE *et al.*, 2015), valorizando o trabalho exploratório que favoreça a autonomia dos alunos.

Baptista *et al.* (2014b) descrevem resultados de pesquisas que, seguindo o modelo de formação dos estudos de aula, influenciam a capacidade de reflexão dos professores tornando-os mais críticos em relação às suas práticas.

Essas leituras levaram-nos a pensar na possibilidade de, por meio do estudo de aula, incentivar os professores que ensinam matemática na Educação Básica, mais especificamente nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, a trabalhar os conteúdos curriculares por meio das tecnologias. Ou seja, considerando que os estudos de aula visam formar o professor para desenvolver uma aula que favoreça a aprendizagem do aluno e que, em todo o ciclo, o professor desenvolve suas ações com foco no aluno e em sua aprendizagem, nossa intenção é, mediante o modelo de formação dos estudos de aula, levar o professor a pensar sobre os modos de aprender determinado conteúdo matemático com tecnologias.

Esse é, portanto, o “fio condutor” do nosso estudo de aula: ensinar e aprender matemática⁹ com tecnologias. Conforme discutimos no capítulo anterior, a formação do

⁸ Tal qual é apresentado pelo autor, entende-se por norma o currículo, as diretrizes e legislação que subsidiam as ações no interior da escola, quer sejam relativas ao conteúdo a ser ensinado ou aos modos de avaliação e organização escolar.

⁹ Quando mencionamos “ensinar e aprender matemática” assumimos a ideia de Bicudo (1987, p. 50). Para a autora “ensinar está ligado a aprender, a conhecer, na medida em que se pretende que o que é ensinado seja aprendido. Mas ensinar e aprender são atos diferentes, realizados por pessoas diferentes e um não é garantia do outro. Isto é, o conhecimento de algo que alguém possa ter não é, necessariamente, fruto de ensino e ensinar algo

professor é relevante não apenas para que ele tenha familiaridade com o manuseio de recursos tecnológicos, mas para poder considerar os aspectos didáticos e pedagógicos das tecnologias levando-os a analisar o modo pelo qual, ao se estar com tecnologia em sala de aula, pode haver produção de conhecimento. Logo, planejar e desenvolver uma aula de matemática com tecnologias passa a ser a tarefa do grupo de professores participantes da pesquisa.

No próximo capítulo, intitulado Metodologia de Pesquisa, explicitamos a postura assumida para a produção e análise dos dados bem como os procedimentos para a constituição (e o trabalho) do grupo de formação de professores.

a alguém não é garantia que esse alguém venha a conhecer esse algo que foi ensinado”. Dessa forma, quando falamos em aprender estamos nos referindo ao ato de produção de conhecimento do aluno, que será discutido no Capítulo 5, o qual, não necessariamente, está relacionado ao ato de ensinar do professor.

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo serão descritos os aspectos metodológicos assumidos na pesquisa e os procedimentos de produção e análise dos dados. Para isso, o capítulo foi dividido em duas seções. Na primeira seção explicitamos a pergunta que orienta a pesquisa e trazemos a postura assumida, ou seja, discutimos a pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica que orienta, inclusive, a elaboração e condução das tarefas do trabalho de campo bem como a análise dos dados. Na segunda seção trazemos o contexto no qual a pesquisa de campo é desenvolvida: na aula de matemática com tecnologia. Trazemos, também, a forma como os dados foram constituídos nesse contexto e, ainda, os dois movimentos de análise dos dados, conforme a orientação fenomenológica.

3.1 O SENTIDO DA PESQUISA QUALITATIVA DE ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA

Antes de explicitar a abordagem assumida nesta pesquisa faz sentido refletir sobre o sentido com o qual compreendemos a palavra pesquisa. Considerando o exposto por Bicudo (2011, p. 21), pesquisa “diz de se perquirir sobre o que nos chama a atenção e que nos causa desconforto e perplexidade, de modo atento e rigoroso, não [havendo] um modo correto ou certo de pesquisar-se”. Ou seja, é por meio da pesquisa que buscamos investigar algo que nos instiga, que nos chama a atenção e que nos move na tentativa de aprofundar o entendimento sobre isso. Porém ao mesmo tempo essa busca requer uma orientação, algo que dirija o olhar do pesquisador para o que será investigado. Na perspectiva de Bicudo (2011) esse “algo que dirige o olhar” é a interrogação. Ela é o “que indica para onde o olhar [do pesquisador] se dirige” (BICUDO, 2011, p. 22) e pode ser explicitada por meio de uma pergunta. No caso desta pesquisa nosso olhar é dirigido pela interrogação que pode ser expressa pela pergunta “*Como o professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia?*”.

A partir da pergunta o horizonte de investigação se constitui. Ou seja, nosso foco é a percepção do professor acerca do conhecimento do aluno em uma situação de ensino particular: aquela que se dá com tecnologia. Logo, a interrogação orienta a busca, pois torna claro o objeto de investigação e o objetivo. Para alcançá-lo, ou seja, para compreender o que na pergunta é expresso, o pesquisador elege o seu caminhar.

Em nosso caso assumimos a pesquisa qualitativa uma vez que ela, na perspectiva de alguns autores como Bogdan e Biklen (1994), considera relevante o contexto em que ocorre a investigação e possibilita que o pesquisador frequente o local de estudo uma vez que as “ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência.” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48).

Também, segundo Bicudo (2011, p.14), “o qualitativo da pesquisa informa que se está buscando trabalhar com qualidades dos dados à espera de análise” de modo que, por meio dessa abordagem, “exploram-se nuances dos modos de a qualidade mostrar-se e explicitam-se compreensões e interpretações. Sendo, assim, os dados trabalhados não se permitem generalizar e transferir para outros contextos.” (BICUDO, 2011, p. 21). Entendemos, com os autores mencionados, que ao assumir a pesquisa qualitativa buscamos compreensões acerca da qualidade dos dados explicitada na realidade vivida ou no contexto vivenciado pelo pesquisador junto aos sujeitos da pesquisa, os quais não podem ser explicados por experiências vividas em outros contextos e por outros sujeitos, não se desejando a generalização ou a explicação das causas do que é vivido mas, sim, o sentido que isso tem para o pesquisador de modo que seja possível compreender o que na pergunta se expõe como desejo de querer saber.

Optando pela pesquisa qualitativa assumimos a abordagem fenomenológica de condução das tarefas da pesquisa e de análise dos dados. Na abordagem fenomenológica “os dados [da pesquisa] não são descobertos ou não existem a priori, mas se constituem na experiência do sujeito que os vivencia” (FINI, 1994, p. 28). Ou seja, ao se assumir a Fenomenologia entende-se que não se buscam explicações prévias acerca do que é investigado, mas compreensões da experiência vivida. A Fenomenologia, segundo Bicudo (1994, p. 18), “aceita um fenomenal que não questiona, uma vez que nunca é vislumbrado; mas interroga o fenômeno, o que é experienciado pelo sujeito voltado atentivamente para o que se mostra. A realidade é o compreendido, o interpretado e o comunicado”.

Considerando a postura assumida – a pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica - trabalhamos com o que Bicudo (2011, p. 19) chama de “par” fenômeno/percebido para dizer que ele “indica que a qualidade é percebida mostrando-se na percepção do sujeito”. Ou seja, o sujeito da pesquisa expõe o que é percebido por ele. O modo de expor é por meio da linguagem, seja ela escrita, falada ou gestual. Transcrevendo o expresso pelos sujeitos o pesquisador tem um texto à espera de interpretação. Tem, portanto, os dados da pesquisa que se abrem à compreensão que são constituídos na convivência entre pesquisador e sujeitos, no diálogo, nos modos de expressão.

Ainda é preciso esclarecer o sentido das palavras “fenômeno”, “percebido” e “percepção” de modo que seja possível esclarecer a postura assumida na pesquisa.

Novamente, Bicudo (2011) nos diz que o

[...] fenômeno é o que se mostra no ato de intuição efetuado por um sujeito individualmente contextualizado, que olha em direção ao que se mostra de modo atento e que percebe isso que se mostra nas modalidades pelas quais se dá a ver, próprio solo em que se destaca como figura de um fundo. (BICUDO, 2011, p.30).

Tal qual compreendemos, o fenômeno é algo que se mostra ao sujeito a partir da sua intenção ao investigar e ao se voltar atentamente para esse algo que se mostra no contexto ou na situação que está vivenciando e da qual faz parte. Nesta pesquisa nos voltamos para o fenômeno *percepção do professor acerca da produção do conhecimento matemático do aluno ao estar com tecnologia*.

Com isso o percebido e a percepção nos interessam e lendo Bicudo (2011) vê-se que estão amalgamados, pois

não há uma separação entre o percebido e a percepção de quem percebe, uma vez que é exigida uma correlação de sintonia, entendida como doação, no sentido de exposição, entre ambos. Nesta perspectiva não se assume uma definição prévia do que será observado na percepção, mas fica-se atento ao que se mostra. (BICUDO, 2011, p.19).

O percebido e a percepção não podem ser vistos de forma separada, pois o percebido se dá para a percepção do sujeito podendo variar de sujeito para sujeito à medida que ele – o sujeito - está atento ao que se mostra. “É na percepção que a verdade do existente, enquanto tal mostra-se a nós como presença. Não duvidamos do percebido na percepção.” (BICUDO, 2011, p.32). O percebido é dado com clareza e é então expresso e comunicado pelo sujeito que percebe e “uma vez expressado e comunicado, o percebido já não é do sujeito, mas está apresentado (dado) à comunidade, solicitando, então, procedimentos de análise e interpretação” (BICUDO, 2011, p. 19).

Na pesquisa, a produção de conhecimento matemático dos alunos ao estar com tecnologia é percebida pelos professores, sujeitos da pesquisa, e expressa ou comunicada por meio dos diálogos com o pesquisador, com os demais professores e com os alunos de modo que a percepção expressa se constituirá como dados a serem interpretados e compreendidos pelo pesquisador envolvendo, portanto, a percepção do pesquisador acerca do que, na expressão dos sujeitos, se mostra relevante à compreensão do interrogado.

Essa compreensão, na abordagem fenomenológica, é possível uma vez que “[se] procura a qualidade diferenciada das percepções dos sujeitos sobre suas experiências” (FINI, 1994, p. 29) sempre tendo como luz que ilumina os dados a pergunta orientadora: “*Como o*

professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia?”. Assim, resta dizer do modo como se compreende o “como” da pergunta.

De acordo com a postura fenomenológica, perguntar pelo *como* “solicita que se investigue os modos pelos quais os sujeitos contextualizados vivenciam suas experiências, por exemplo, de amor, de ódio, de aprendizagem, etc.” (BICUDO, 2011). Assim, o *como* em nossa pergunta indica que intencionamos compreender o modo pelo qual os professores percebem os alunos produzindo conhecimento matemático por meio das tecnologias.

Esses “modos” também exigem esclarecimento. Ou seja, se partimos, por exemplo, da hipótese que ao apresentar os conteúdos aos seus alunos por meio de aulas expositivas o professor, na maioria das vezes, faz uso de provas ou testes para ver se o aluno aprendeu os conteúdos ou “quanto” ele aprendeu, pensando no contexto de uma aula com tecnologia, mais especificamente um *software*, no laboratório de informática onde há vários alunos, quais os modos pelos quais o professor poderá “ver” a aprendizagem do aluno? Isso é o que nos interessa. Entender *como*, num ambiente em que as ações dos alunos são rápidas e talvez até independente do professor sem, necessariamente ter um registro escrito das ações, o professor percebe a produção do aluno.

3.2 PROCEDIMENTOS DE CONSTITUIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Para compreender o que é interrogado tornou-se importante nos voltarmos para o contexto da sala de aula de matemática em que a tecnologia estivesse presente.

Isso foi possível graças a parceria estabelecida entre a UNESP – Câmpus de Guaratinguetá e a Diretoria de Ensino do município, constituída no 1º semestre de 2016 para um Curso de Extensão Universitária denominado: “As potencialidades das tecnologias digitais em atividades investigativas de conteúdos matemáticos do Currículo Estadual Paulista”, cujo objetivo era “propiciar a discussão e exploração de atividades matemáticas baseadas no Caderno do Professor/Aluno da disciplina de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio” (Projeto ID 5730) com o *software* GeoGebra. Esse curso teve a participação de 35 (trinta e cinco) professores e estava vinculado a um projeto aprovado no Programa Observatório da Educação¹⁰ – OBEDUC. Com duração de 40

¹⁰ Projeto nº 16429/2012, intitulado Mapeamento do Uso das Tecnologias da Informação nas aulas de Matemática do estado de São Paulo, coordenado pela Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni. O curso foi ministrado pelo Prof. Ms. Tiago Giorgetti Chinelatto. Foi cadastrado na FEG/UNESP (ID 5730) como curso de extensão universitária, com 40 horas de duração (no período de 07/05/2016 a 25/06/2016), autorizado pela Secretaria de

(quarenta) horas e encontros semanais, possibilitou ao professor a compreensão do modo pelo qual as tarefas relativas aos conteúdos curriculares poderiam ser construídas com o *software*. A intenção no curso foi discutir possibilidades das práticas com tecnologias, mais especificamente do *software* GeoGebra, aliadas a proposta do Caderno do Professor, material da Secretaria de Estado da Educação. O curso proporcionou aos professores a oportunidade de discutir possibilidades de ensinar conteúdos de matemática do Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2014a; SÃO PAULO, 2014b; SÃO PAULO, 2014c; SÃO PAULO, 2014d) por meio do GeoGebra.

Ao final do curso os professores foram convidados a continuar o processo formativo. Porém, a intenção nessa continuidade previa que fossem investigadas possibilidades de produção de material didático – vídeo aulas – para ensinar conteúdos de matemática com o *software* GeoGebra e que os professores desenvolvessem as tarefas produzidas com seus alunos. Esse convite já visava a constituição do grupo para a produção de dados desta pesquisa e, portanto, já contava com a participação da pesquisadora. No segundo semestre de 2016, com 21 (vinte e um) participantes, retomamos os trabalhos com os professores que aceitaram o convite para a continuidade da formação.

Os dados desta pesquisa são oriundos da filmagem dos encontros desse grupo de 21 (vinte e um) professores, das aulas ministradas por alguns deles e das reflexões pós-aula. Além das filmagens, também foram gravadas a tela do computador em que os professores produziam as tarefas e a dos alunos, enquanto estes desenvolviam as construções no *software*. Para a gravação da tela utilizamos o *software aTube Catcher*¹¹. A captura da tela não foi foco de análise da pesquisa, mas subsidiou, por exemplo, o esclarecimento de dúvidas relativamente às ações dos alunos quando da análise pós-aula. Os vídeos decorrentes das discussões com os professores – nos encontros pós-aula - foram transcritos tornando-se dados abertos à análise e interpretação.

Vale ressaltar que, tal qual nos diz Bicudo (2011, p. 38), para a análise “é importante que destaquemos que não se trata de o pesquisador dizer *foi assim, mas conforme percebi, ocorreu de tal modo*”. Ou seja, a análise do que nos dados da pesquisa se mostra expressa a compreensão do pesquisador acerca do interrogado. O exposto, portanto, tem traços da percepção do pesquisador acerca da experiência vivida na pesquisa e não expõe uma

Estado da Educação (Projeto 1816/2016) e publicado em Diário Oficial do Estado (D.O.E), Caderno Executivo, Seção I, p. 36 em 13/04/2016.

¹¹ *aTube Catcher* é um *software* gratuito que permite a gravação das ações que estão sendo realizadas na tela, assim como dos diálogos que estão ocorrendo próximos ao computador em que ele está sendo executado. A versão utilizada nesta pesquisa foi baixada pelo endereço: <http://www.atube.me/pt-br/>

generalização do ocorrido. Mas, o movimento rigoroso de análise de dados permite dizer de aspectos gerais do percebido e não individuais.

O rigor é necessário para que o que é compreendido não se fixe num modo subjetivo ou em uma opinião. Logo, seguindo o rigor fenomenológico da análise de dados da pesquisa, envolvemo-nos em dois movimentos: o da análise ideográfica e o da análise nomotética.

Na análise ideográfica destacam-se do texto as *unidades de significado ou UDS*. As unidades de significado são “trechos” – frases, parágrafos - do discurso do sujeito que faz sentido ao pesquisador e lhe permite compreender *como o professor percebe a produção de conhecimento do seu aluno*. Das transcrições das filmagens dos encontros de discussão poderá se ter várias unidades de significado. Essas unidades de significado são interpretadas pelo pesquisador à luz de sua interrogação. Ou seja, o que é significativo no discurso dos sujeitos ou no diálogo no grupo, o é a partir do que se intenciona compreender. Trata-se, portanto de um movimento de interpretação do individual que visa expor o que é percebido e expresso pelo professor que integra o grupo, que desenvolve sua aula e que se dispõe a dizer do que percebe acerca da aprendizagem de seu aluno. Na análise ideográfica busca-se explicitar o que é dito pelo sujeito (singular) em cada encontro, em cada uma das discussões no grupo, em cada momento de aula com seus alunos. É, portanto, um movimento que tem por objetivo clarear o individual, destacar as unidades de significado na fala de cada professor. O olhar do pesquisador para esse movimento de interpretação individual vai permitindo que ele identifique ideias centrais ou ideias nucleares que permeiam as distintas unidades de significado e vão lhe fazendo sentido à luz de sua interrogação. Essas ideias nucleares vão convergindo para alguns aspectos que podem levá-lo à compreensão do interrogado.

Assim, no movimento compreensivo que busca a percepção dos professores acerca da produção do conhecimento do aluno com tecnologias e interrogando o que na análise individual se mostra relevante para tal compreensão, as unidades de significado vão se articulando e revelando um sentido do todo. Está-se, portanto, num movimento de análise que caminha do individual para o geral, da análise ideográfica para a análise nomotética.

Na análise nomotética, portanto, “o pesquisador busca /.../ determinar quais aspectos das estruturas individuais manifestam uma verdade geral” (MACHADO, 1994, p.42). Ou seja, visa expor as características gerais do que nos dados vão se revelando, procurando convergências de sentido que caracterizam a estrutura geral do fenômeno (MACHADO, 1994), isto é, que lhe permite dizer do modo pelo qual os professores investigados percebem a produção de conhecimento de seus alunos ao estar com tecnologias. O movimento de análise – da ideográfica à nomotética – deixa de expor a visão subjetiva ou individual do pesquisador

e revela modos de o fenômeno – percepção da aprendizagem do aluno – se mostrar nas categorias de análise que, ao serem abertas pela interpretação, destacam o que é compreendido acerca do interrogado.

No próximo capítulo esse movimento de análise dos dados da pesquisa será apresentado. Porém, antes disso, consideramos relevante descrever a vivência com os professores: no curso e na sala de aula.

4. SITUANDO A PESQUISA DE CAMPO: O CURSO DE FORMAÇÃO

Neste capítulo trazemos as tarefas iniciais que motivaram a discussão no grupo, caracterizamos os professores e indicamos modos de os professores irem se envolvendo com o proposto, o que nos permite dizer do solo no qual os dados da pesquisa foram se constituindo.

Os sujeitos da pesquisa são, conforme dissemos, 21 professores de matemática participantes de um curso de formação desenvolvido no segundo semestre de 2016. Por meio do curso "Formação de Professores para ensinar Matemática com Tecnologias Digitais", é que se deu o envolvimento do grupo no estudo de aula. Conhecendo o *software* e tendo o material oferecido pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo – Caderno do Aluno e Caderno do Professor¹² – os professores se dispuseram a analisar situações de aprendizagem¹³ para as quais fosse relevante o uso do *software*. Logo, a questão comum ao grupo era o modo pelo qual é possível ensinar e aprender matemática com tecnologias.

Para viabilizar o desenvolvimento do estudo de aula consideramos o que dizem os autores (LEWIS; PERRY, 2015) a respeito da possibilidade de haver a participação de vários grupos em um mesmo estudo de aula e solicitamos que os 21 professores se dividissem em duplas (ou trios) - que denominaremos subgrupo - e selecionassem Situações de Aprendizagem do Caderno do Professor. Para que os subgrupos fossem criados espontaneamente como grupos de trabalho colaborativos, de acordo com Lewis e Perry (2014), não participamos de sua formação. Ou seja, fizemos a proposta de subdivisão e deixamos a escolha dos integrantes a critério dos professores. Porém, para o que nos interessava na pesquisa, foi importante estabelecer uma condição: pelo menos um integrante do subgrupo deveria estar lecionando para o ano da escolaridade ao qual a Situação de Aprendizagem escolhida se destinava.

O objetivo era produzir material didático para ensinar aquele conteúdo com o *software* GeoGebra. Para tanto, cada subgrupo realizou um ciclo de estudo de aula, conforme destacado por Ponte *et al.* (2015) e Baptista *et al.* (2014b). Ou seja, a partir da questão orientadora “ensinar e aprender matemática com tecnologias”, o subgrupo se mobilizou para

¹² O Caderno do Aluno e o Caderno do Professor possuem as mesmas tarefas. A única diferença entre os dois materiais é que o Caderno do Professor traz respostas para todas as questões que constituem as tarefas.

¹³ Cada volume do Caderno do Aluno e do Caderno do Professor é dividido em oito partes chamadas de “Situação de Aprendizagem”. Cada Situação de Aprendizagem apresenta um conteúdo do currículo escolar com tarefas para a exploração desse conteúdo. O número de tarefas é variável de acordo com o conteúdo.

planejar a aula e produzir o material para ensinar o conteúdo matemático explícito na Situação de Aprendizagem escolhida, com o GeoGebra.

Nessa produção de material os professores foram orientados a elaborar questões abertas que dessem possibilidades de investigação, tal qual é discutido no Capítulo 2. Destaca-se que essa natureza investigativa das tarefas é importante para que os alunos possam buscar soluções com o *software*. Terminada a elaboração das tarefas, um dos integrantes do grupo desenvolveu a aula planejada com sua turma, que foi filmada, e posteriormente realizamos, no grupo, a reflexão pós-aula.

Esse é, portanto, o contexto considerado para a produção de dados da pesquisa. A seguir faremos uma breve descrição dos encontros do grupo.

4.1 OS ENCONTROS NO CURSO: O INÍCIO DO ESTUDO DE AULA

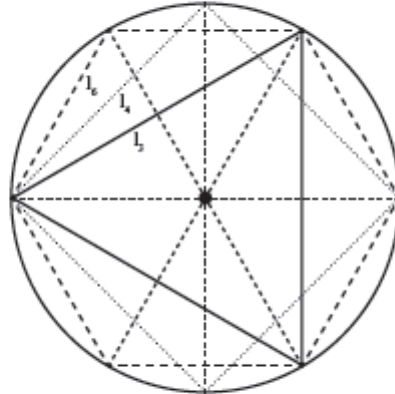
Os encontros no curso – considerados para a pesquisa - foram realizados no período de 20 de agosto a 19 de novembro de 2016 no Espaço da Rede do Saber, Diretoria de Ensino de Guaratinguetá, que oferecia infraestrutura adequada ao desenvolvimento das tarefas e era de fácil acesso, pois era próximo da rodoviária e muitos professores não residiam no município. A frequência dos encontros era quinzenal, na parte da manhã, durante oito sábados com quatro horas de duração cada.

Antes que os professores formassem os subgrupos para iniciar a produção do material e o planejamento da aula, foram destinados dois encontros do curso para discussão e reflexão das potencialidades do *software* GeoGebra para o desenvolvimento das tarefas do Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2014a; SÃO PAULO, 2014b; SÃO PAULO, 2014c; SÃO PAULO, 2014d), ampliando e revendo o que havia sido feito no primeiro semestre, já que tínhamos professores novos (ou seja, que não haviam participado do primeiro módulo).

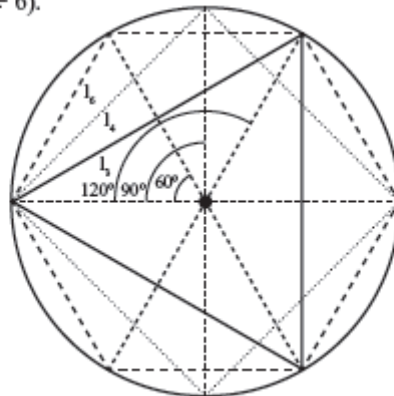
No primeiro encontro a tarefa selecionada foi relativa à Situação de Aprendizagem 7, denominada “Polígonos e Circunferências: regularidades na inscrição e na circunscrição”, do Caderno do Professor do 1º ano do Ensino Médio (SÃO PAULO, 2014d, p. 79). Por meio dessa tarefa o conteúdo “ângulo central de polígonos inscritos na circunferência” foi discutido de modo que os professores pudessem expor o modo pelo qual consideravam possível uma exploração com o GeoGebra e com outros recursos.

Figura 1: Tarefa “ângulo central de polígonos inscritos na circunferência”.

Todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência, isto é, pode ter todos os seus vértices pertencentes a uma mesma circunferência, que é chamada circunferência circunscrita ao polígono. Chamaremos de l_3 o lado do triângulo regular inscrito (triângulo equilátero), de l_4 o do quadrilátero regular (quadrado), de l_6 o do hexágono regular, e assim por diante.



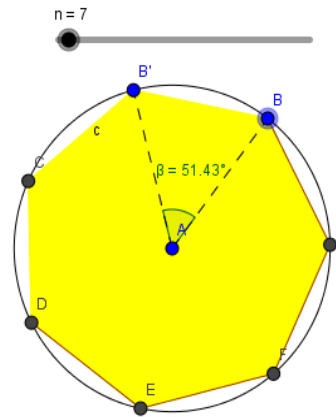
Na figura, estão representados os três polígonos regulares citados. Observamos que o ângulo central correspondente ao lado de cada um deles é igual a 360° dividido pelo número de lados, ou seja, é de 120° para o triângulo equilátero ($360^\circ \div 3$), de 90° para o quadrado ($360^\circ \div 4$) e de 60° para o hexágono ($360^\circ \div 6$).



Fonte: (SÃO PAULO, 2014d, p. 80).

A partir das discussões do grupo, possibilidades de exploração da tarefa com o GeoGebra foram levantadas. Inicialmente os professores construíram individualmente um triângulo equilátero inscrito na circunferência e discutiram as diferentes ferramentas utilizadas na construção. A partir da construção do triângulo equilátero, construímos com eles (coletivamente) um polígono inscrito em uma circunferência de “n” lados, visando a discussão da medida do ângulo central. Tal construção (Figura 2) dava a possibilidade de variar “n”, por meio de um controle deslizante, e, como resultado dessa variação de n, também variava a medida do ângulo central.

Figura 2: Polígono de “n” lados inscrito na circunferência.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Concluídas as construções apresentamos um “roteiro”¹⁴- (Figura 3)- para uma possível exploração da construção. O roteiro trazia uma sequência de passos que levam a generalização da relação entre a medida do ângulo central do polígono inscrito na circunferência e o número de lados desse polígono. Ou seja, o objetivo era explorar a sentença: β (ângulo central) = $\frac{360^\circ}{n}$. Desta forma, a diferença entre a exploração da tarefa com o GeoGebra ou como era sugerida no Caderno do Professor (teoricamente), consistia na visualização do ângulo central a partir da possibilidade de construção de vários polígonos o que, no *software*, encaminharia para a generalização. No Caderno a relação aparecia como dada, por meio de uma fórmula, cabendo ao aluno a sua memorização. Com o GeoGebra eles poderiam deduzí-la.


¹⁴ É importante destacar que nosso objetivo com o “roteiro” consistia em discutir com o professor uma possibilidade de inserir caixas de texto na interface do GeoGebra criando comandos que pudessem orientar as construções. Ou seja, a intenção não era “fechar” a tarefa, mas explorar possibilidades de recurso do *software* que complementavam o desenvolvimento da tarefa.

Figura 3: Roteiro para exploração da construção representada na Figura 2.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No segundo encontro a tarefa desenvolvida foi da Situação de Aprendizagem 6, denominada “A razão π no cálculo do perímetro e da área do círculo”, do Caderno do Professor do 9º ano do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 2014c, p. 62). Por meio dela o conteúdo “razão entre o comprimento e o diâmetro da circunferência” foi discutido. Na tarefa escolhida (Figura 4) solicitava-se a medida do comprimento e do diâmetro de três objetos circulares diferentes e o preenchimento de uma tabela na qual seriam registradas as medidas do comprimento, do diâmetro dos objetos e a razão entre os dois valores. Os professores discutiram os modos de desenvolver a tarefa com e sem o *software* GeoGebra.

Figura 4: Medidas do comprimento (C), diâmetro (D) e razão (C/D) de três objetos circulares.

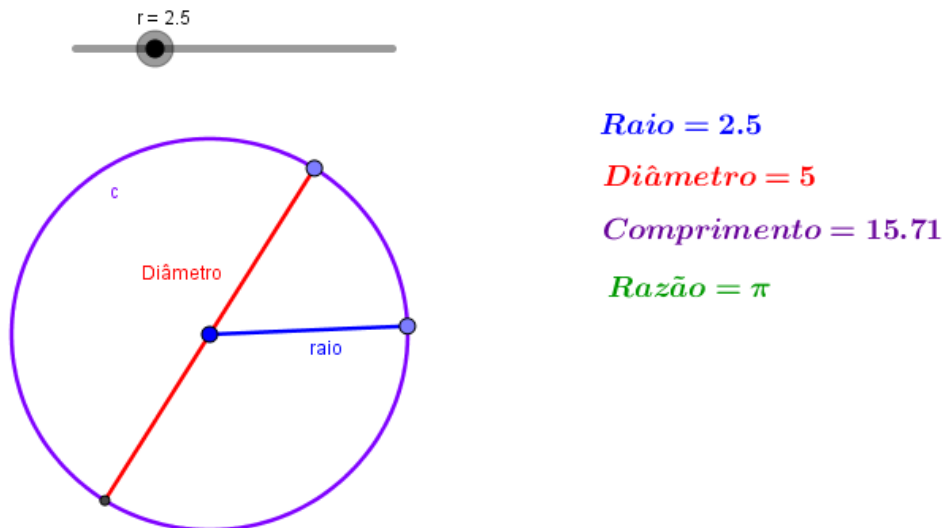
Objeto			
Circunferência C	38,4 cm	20,6 cm	7,8 cm
Diâmetro D	12 cm	7,1 cm	2,5 cm
Razão $\frac{C}{D}$	3,2	2,9	3,1

Observação: medidas aproximadas.

Fonte: (SÃO PAULO, 2014c, p. 64).

Após as discussões no grupo fizemos uma construção e discutimos uma possível exploração da tarefa no GeoGebra (Figura 5). Os professores fizeram individualmente a construção, usando ferramentas diferentes do GeoGebra o que, para nós, evidenciava ainda uma exploração do próprio *software*.

Figura 5: Circunferência com raio definido por controle deslizante.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A construção (Figura 5) traz uma circunferência cujo raio pode ser modificado por meio de um controle deslizante denominado r . As medidas exibidas em frente aos textos “Raio”, “Diâmetro”, “Comprimento” e “Razão” são variáveis, ou seja, se alteram em função de “ r ”, o que possibilita explorar a “Razão” entre o comprimento e o diâmetro da circunferência.

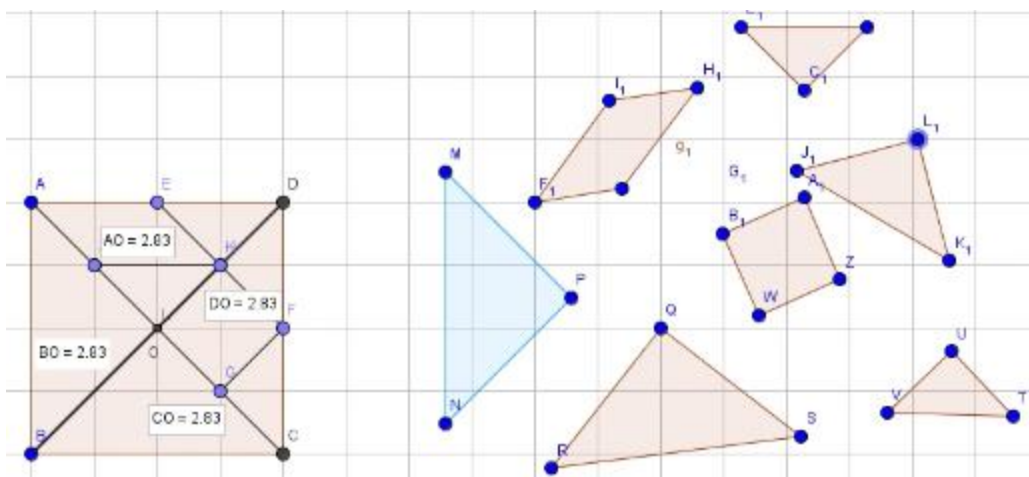
Enquanto faziam a construção, os professores levantaram algumas hipóteses sobre maneiras diferentes de explorar a tarefa no *software*. Uma das professoras comentou que, ao fazer a sua construção, não deixou fixos os pontos que delimitam o comprimento do segmento referente ao diâmetro. Ao mover tais pontos sobre a circunferência percebeu que o segmento poderia deixar de passar pelo centro da circunferência o que o descaracterizava como diâmetro. Levanta a possibilidade de, mediante um equívoco desse tipo, discutir com os alunos a definição de diâmetro e as condições para que o segmento criado fosse sempre o diâmetro.

As discussões do grupo suscitadas pela fala da professora indicavam, para nós, que os professores estavam começando a perceber potencialidades do *software* para o

desenvolvimento de tarefas exploratórias, além de se aterem a exploração das ferramentas para as construções.

Ainda restava uma preocupação nossa: a de que os professores estivessem considerando que todo e qualquer conteúdo pode ser mais bem explorado com o *software*. Seleccionamos, então, uma tarefa de construção do Tangram. O Tangram é um recurso explorado na Situação de Aprendizagem 3 denominada “Na medida certa: dos naturais às frações”, do Caderno do Professor do 6º ano do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 2014a, p. 38). Ao destacarmos a tarefa do Tangram, os professores falaram sobre os recursos que utilizam para desenvolvê-la em sala de aula com seus alunos. Dentre os recursos destacados estão a construção do Tangram com régua e compasso ou por meio de dobradura de papel. Apresentamos, aos professores, uma possibilidade de construir o Tangram com o GeoGebra (Figura 6).

Figura 6: Tangram construído no GeoGebra.



Fonte: Elaborado pela professora Daiane, sujeito da pesquisa, 2016.

A intenção de construir o Tangram com o GeoGebra era levar os professores a perceberem que as explorações são as mesmas daquelas da construção com dobradura¹⁵, por exemplo. No entanto, no GeoGebra trata-se de uma construção muito mais trabalhosa, sem que nada seja acrescido em termos de aprendizagem matemática. Essa tarefa foi concluída no segundo encontro do grupo.

No início do terceiro encontro os professores retomaram as discussões do segundo encontro por considerarem que era inviável trabalhar com os alunos a construção do Tangram

¹⁵ Para conhecer as possibilidades desse trabalho com dobradura (e outros recursos) pode-se ver, por exemplo, o livro SOUZA, E. R. de et. al. A Matemática das Sete peças do Tangram. São Paulo: CAEM/IME/USP, 2006.

no *software*. Porém, um professor argumentou que via a possibilidade de explorar, por exemplo, a definição e construção de segmento de reta, paralelismo e perpendicularidade de forma mais eficaz no *software* do que na dobradura.

As discussões foram incentivadas uma vez que indicavam que o grupo começava a explorar as potencialidades do GeoGebra para a aprendizagem de conteúdos matemáticos em situações nas quais o *software* permitia investigação.

Para as tarefas desenvolvidas nos dois primeiros encontros elaboramos vídeo aulas com as etapas (o passo a passo) das construções. As vídeo aulas foram postadas em um grupo no *Facebook*, criado para o diálogo entre os integrantes do grupo – professores e pesquisadores – e para que o material ficasse acessível quando fosse necessário retomá-lo.

Após as discussões iniciadas pela tarefa do Tangram, os professores se organizaram nos subgrupos para o planejamento da aula que desejavam elaborar.

4.2 PLANEJAMENTO DA AULA

Nesta seção procuraremos apresentar as Situações de Aprendizagem eleitas pelos subgrupos, os integrantes dos subgrupos, o conteúdo matemático escolhido e o ano da escolaridade ao qual se destina. No entanto, visando preservar a identidade dos professores iremos adotar nomes fictícios para identificá-los. O Quadro 1 abaixo resume essas informações.

Quadro 1: Identificando os professores e conteúdos

Subgrupo	Professores	Conteúdo	Caderno do Professor/Situação de Aprendizagem (S.A.)
1	Alexandre, Ana e Gustavo	Triângulos retângulos: métrica e semelhança	9º ano Vol. 2/S.A.3
2	Carla e João Batista	Apótema da pirâmide	2º ano Vol. 2/S.A.7
3	Marcio e Judite	Produtos notáveis: significados geométricos	8º ano Vol. 1/S.A.6
4	Hélio, Liliane e Roseana	Semelhanças: cordas, arcos e ângulos	9º ano Vol. 2/S.A.2
5	Fabricio, Valeria e Wanderson	Prismas: área e volume	2º ano Vol. 2/S.A.5
6	Amanda, Celio e Daiane	Semelhança entre figuras planas: homotetia	9º ano Vol. 2/S.A.1
7	Antony e Maurício	Prismas: área e volume	2º ano Vol. 2/S.A.5
8	Luciana, Mônica e Rose	Prismas: área e volume	2º ano Vol. 2/S.A.5

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após definir os conteúdos, cada subgrupo ficou responsável por gerenciar seu ciclo de estudo de aula com a ajuda da pesquisadora (LEWIS; PERRY, 2014; LEWIS; PERRY, 2015). Ou seja, os subgrupos tiveram autonomia para discutir as possibilidades de desenvolvimento das tarefas exploratórias no GeoGebra, as possíveis dificuldades dos alunos relativamente aos conteúdos e outros aspectos que consideravam relevantes para o desenvolvimento da aula. A discussão e elaboração das tarefas se estenderam por dois encontros (4º e 5º encontros do grupo).

No quinto encontro os planos de aula foram finalizados e um professor de cada um dos subgrupos 1, 3, 4 e 6 foi eleito para desenvolver as tarefas em sala de aula com seus alunos. A nossa intenção era que pelo menos um professor de cada um dos 8 (oito) subgrupos desenvolvessem as tarefas com seus alunos em sala de aula para que pudessem ser discutidas pelo grupo de 21 (vinte e um) professores na análise pós-aula. Entretanto, em 4 (quatro) dos subgrupos nenhum professor se dispôs a desenvolver a aula planejada com seus alunos alegando motivos como falta de tempo para cumprir o conteúdo ou declarando não se sentir confortável tendo sua aula acompanhada, filmada e exibida aos demais colegas do grupo. Porém, esses professores participaram das discussões das aulas dos demais subgrupos e fizeram comentários a respeito das lembranças que tinham sobre experiências anteriores com o *software* GeoGebra em sala de aula (trouxeram relatos de experiências vividas).

Nas semanas que antecederam o sexto e sétimo encontros do grupo as aulas foram desenvolvidas pelos professores com a presença da pesquisadora. A partir das gravações das aulas e da captura da tela do computador em que os alunos realizavam as tarefas (com o *software aTube Catcher*), fizemos pequenos vídeos - de cerca de 10 minutos – com situações de cada aula observada. Essas situações foram eleitas considerando-se modos de o aluno envolver-se com o que lhe era proposto. Ou seja, elegemos “cenas” do vídeo em que se podia ver o modo pelo qual os alunos se envolviam com as tarefas, expressavam dúvidas sobre o conteúdo ou ferramentas do *software*, falavam sobre possibilidades de construção, chamavam a atenção para o modo de construir desta ou daquela forma no *software*, enfim, situações em que os alunos se dispunham a falar na aula. Os vídeos foram feitos com o objetivo de subsidiar os momentos de análise e reflexão das aulas pelo grupo de professores e incentivar os professores a falarem sobre o percebido, ou seja, sobre *como perceberam o aluno produzindo conhecimento matemático com tecnologia*. Esses momentos (de análise e reflexão da situação vivida em sala de aula) ocorreram no sexto e no sétimo encontros do grupo.

Também no sexto e sétimo encontros, os professores finalizaram um material que denominaram “Guia do Professor”, contendo explorações da tarefa proposta, e gravaram uma

vídeo aula que orientava a construção no GeoGebra. O material foi finalizado no oitavo (último) encontro do curso. Como o foco desta pesquisa é o estudo de aula, iremos descrever, a seguir, as tarefas elaboradas por 4 (quatro) subgrupos, as quais foram desenvolvidas em sala de aula com os alunos e subsidiaram as discussões no grupo.

4.3 DESENVOLVIMENTO E OBSERVAÇÃO DA AULA PLANEJADA

Tarefas do Subgrupo 1

No subgrupo 1 o professor Gustavo ficou responsável por desenvolver a aula com seus alunos no dia 14 de outubro de 2016. A escolha pelo professor Gustavo deu-se pelo fato de o conteúdo escolhido pelo subgrupo destinar-se a alunos do 1º ano do Ensino Médio e apenas o professor Gustavo ter tais turmas. No dia eleito para a aula, a professora Ana e o professor Alexandre não podiam comparecer, pois tinham aulas em horário coincidente. Logo, além do professor da turma – Gustavo – esteve presente apenas a pesquisadora que filmou a aula.

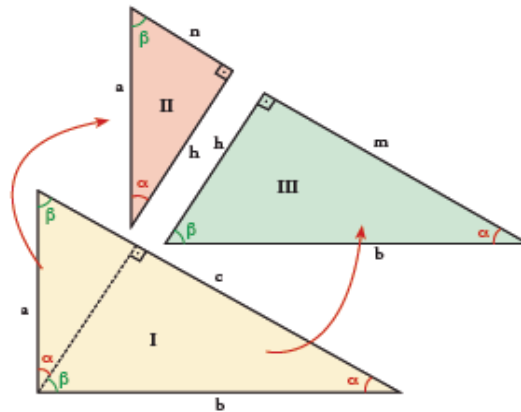
As tarefas elaboradas pelo subgrupo foram trabalhadas com as três turmas de 1º ano do professor Gustavo, no laboratório de informática. Em cada uma das turmas estiveram presentes seis ou sete alunos (metade da turma). As construções foram feitas individualmente, pois a escola tem disponíveis um *netbook* por aluno. O desenvolvimento das tarefas, em cada turma, teve duração de duas aulas de 50 minutos.

O procedimento adotado pelo professor Gustavo para o desenvolvimento das tarefas com as três turmas foi o mesmo. Ele iniciou a aula retomando oralmente conceitos já vistos em sala de aula, como: reta, segmento de reta, reta perpendicular, ângulo de 90 graus e sentido horário e anti-horário. Esses conceitos eram importantes para a sua proposta de trabalho no GeoGebra.

O assunto escolhido pelo subgrupo foi “Triângulos retângulos: métrica e semelhança” e para desenvolvê-lo com os alunos, o professor Gustavo construiu um triângulo retângulo no GeoGebra (que iremos considerar triângulo maior) e traçou a altura relativa à hipotenusa desse triângulo dividindo-o em dois outros triângulos retângulos (que iremos denominar de triângulos menores). O computador utilizado pelo professor estava conectado a um *Datashow* (projeter multimídia) e, portanto, todos os alunos podiam acompanhar os passos da construção que estava sendo projetada na parede à medida que o professor executava os comandos no *software*. O objetivo da tarefa era que os alunos identificassem os três triângulos retângulos.

Figura 7: Triângulo retângulo dividido em dois triângulos retângulos menores.

3. Observe a figura com o triângulo retângulo maior I sendo separado em dois triângulos retângulos menores (II e III) pela altura relativa à hipotenusa do triângulo maior. Os três triângulos são semelhantes, pois possuem ângulos correspondentemente congruentes.



Fonte: (SÃO PAULO, 2014c, p. 30).

Quando a construção foi concluída o professor explorou com os alunos alguns conteúdos como a razão entre os lados dos triângulos e semelhança, abrindo o diálogo na aula.

Tarefas do Subgrupo 3

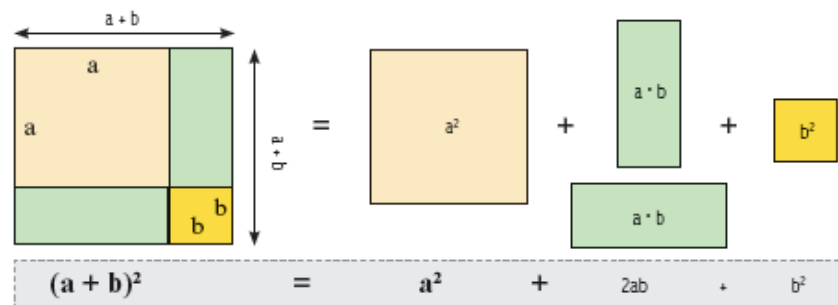
No subgrupo 3 o professor Marcio foi escolhido para desenvolver a aula com suas duas turmas de 8º ano: 8º A e 8º B. O professor Marcio desenvolveu as tarefas no dia 25 de outubro de 2016 com o 8º ano B e no dia 31 de outubro de 2016 com o 8º ano A.

Nos dias marcados para o desenvolvimento das tarefas com os alunos também estavam presentes a professora Judite e a pesquisadora. Havia 25 alunos no 8º B e 12 alunos no 8º A. No 8º B houve a necessidade de organizar os alunos em duplas (ou trios), pois não havia computadores suficientes para todos na sala de informática (havia 15 computadores disponíveis para uso). No 8º A os alunos também realizaram as tarefas em duplas (ou trios), pois, naquele dia, houve um problema e os computadores da sala de informática não estavam funcionando. Para evitar remarcar a aula o professor Marcio optou por desenvolver as tarefas com *notebook* emprestados. A aula foi no espaço do laboratório de Física. Nas duas turmas – 8º A e 8º B - foram desenvolvidas as mesmas tarefas no tempo de duas aulas de 50 minutos.

Para a aula foram criados dois roteiros que levavam ao desenvolvimento da tarefa sobre “produtos notáveis” (Figura 8).

Figura 8: Tarefa sobre “Produtos Notáveis”.

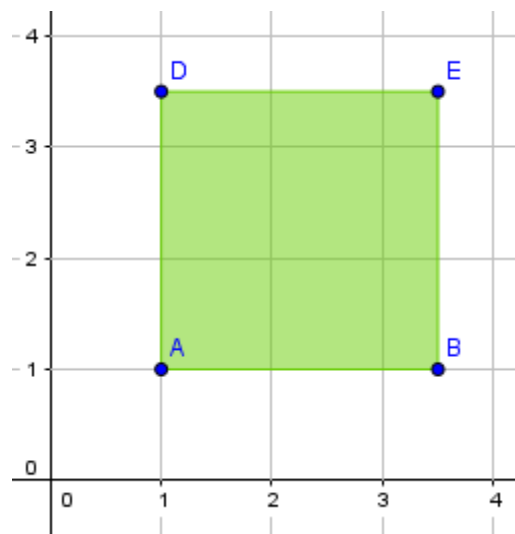
7. Observe a figura apresentada a seguir e complete os quadros em branco com letras, indicando as medidas dos lados no 1º membro e as áreas no 2º membro.



Fonte: (SÃO PAULO, 2014b, p. 58).

Para iniciar a aula o professor Marcio entregou aos alunos uma folha com o roteiro (Anexo I) que deveria ser feito na primeira parte da tarefa. O roteiro indicava as tarefas que seriam exploradas a partir de um arquivo construído no GeoGebra (Figura 9), previamente salvo nos computadores.

Figura 9: Parte 1 da tarefa - quadrado que deu início a exploração pelos alunos.

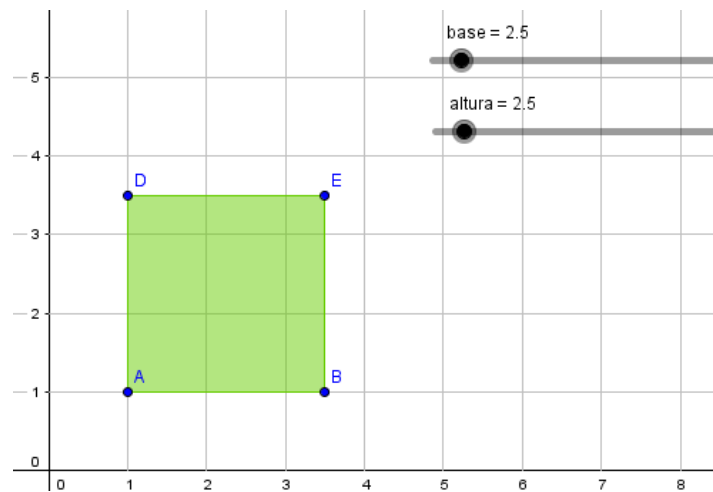


Fonte: Elaborado pelo professor Marcio, sujeito da pesquisa, 2016.

Os alunos deveriam classificar o quadrilátero representado na Figura 9 em retângulo ou quadrado, justificando sua opção.

Dando continuidade a tarefa, a partir da janela de álgebra do GeoGebra, os alunos deveriam clicar para exibir dois controles deslizantes, um correspondente a medida da base e outro correspondente a medida da altura do quadrilátero (Figura 10). Em seguida deveriam posicionar os controles deslizantes em valores pré-definidos na tarefa e preencher uma tabela com o “tipo” do quadrilátero (quadrado ou retângulo), medida de sua base, de sua altura e área.

Figura 10: Parte 1 da tarefa - quadrilátero com controle deslizante para medidas de base e altura.



Fonte: Elaborado pelo professor Marcio, sujeito da pesquisa, 2016.

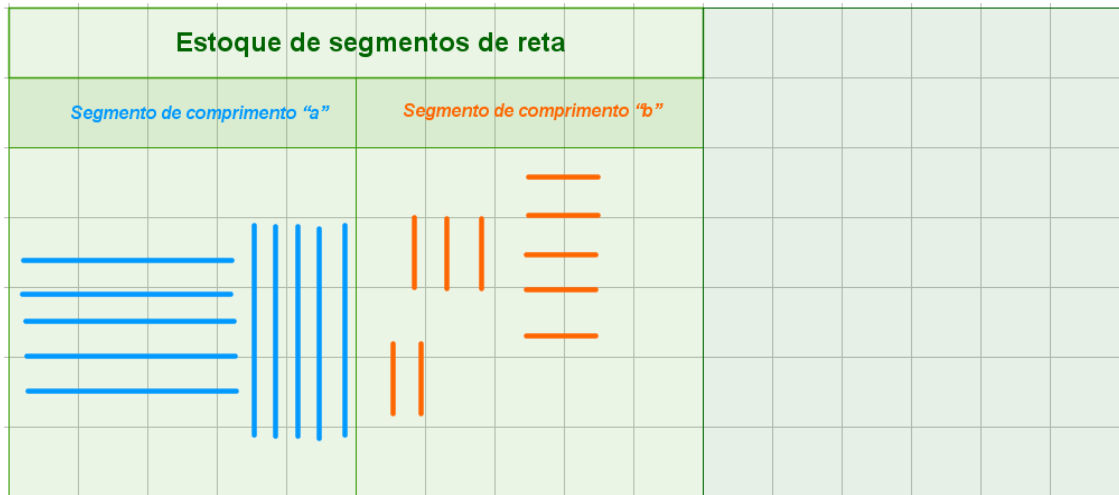
Explorando os dados da tabela os alunos foram levados a generalizar a relação que permite determinar a área de um quadrilátero (no caso, retângulos e quadrados).

Os alunos concluíram a primeira parte da tarefa proposta apresentando algumas dúvidas que eram discutidas com o professor Márcio, com a professora Judite, com a pesquisadora ou mesmo com colegas próximos a eles. Notaram-se incertezas relativas à identificação dos quadriláteros (distinção entre quadrado e retângulo) e a generalização para a área dos quadriláteros.

Assim que os alunos concluíram a primeira parte da tarefa o professor Marcio deu início à segunda parte, entregando-lhe o segundo roteiro (Anexo II) de explorações. A questão inicial era: “Como podemos representar geometricamente a expressão $(a + b)^2$?”. Ela foi amplamente discutida com os alunos e houve um consenso de que seria resolvida coletivamente pelos alunos e professor. Em seguida o professor solicitou que os alunos

abrissem outro arquivo do GeoGebra (Figura 11), também salvo previamente nos computadores.

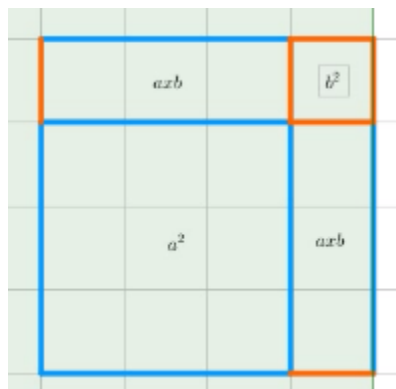
Figura 11: Parte 2 da tarefa – estoque de segmentos para a construção de quadrados.



Fonte: Elaborado pelo professor Marcio, sujeito da pesquisa, 2016.

O professor explicou aos alunos que este arquivo continha um “estoque de segmentos” que poderiam ser usados para a construção de um quadrado de lado $(a + b)$ (Figura 12). A tarefa consistia em tentar construir esse quadrado usando os segmentos disponíveis e escrever, no “interior” dos quadriláteros que se formassem, a sua área correspondente. Ao formarem o quadrado de lado $(a + b)$ deveria escrever, na forma de soma de áreas, a sua área total e relacioná-la com a expressão $(a + b)^2$.

Figura 12: Parte 2 da tarefa - construção de um quadrado de lado $a + b$.



Fonte: Elaborado por um aluno do 8º ano B, 2016.

Os alunos apresentaram dificuldades para compreender a proposta da tarefa. O diálogo do professor com a turma foi esclarecendo o que lhes era requerido e, a medida que

compreendiam, faziam no *software* o que era solicitado tornando-se capazes de responder às questões do professor Márcio.

Tarefas do Subgrupo 4

No subgrupo 4, os professores escolheram desenvolver as tarefas com uma turma de 9º ano do professor Hélio. Para começar, decidiram desenvolver “aulas experimentais”¹⁶ com o GeoGebra antes do desenvolvimento da aula planejada. A primeira “aula experimental” foi desenvolvida pelo professor Hélio no dia 13 de outubro de 2016 com a presença da professora Roseana. Na semana seguinte, no dia 20 de outubro, a segunda “aula experimental” foi desenvolvida pelo professor Hélio com a presença da pesquisadora. Nessa aula a proposta era que os alunos explorassem as ferramentas do *software* construindo pontos, retas, segmentos, triângulos, quadrados e círculos. Os alunos não apresentaram dificuldade com as construções.

Após as duas “aulas experimentais” o professor Hélio considerou que os alunos estavam familiarizados com as ferramentas do GeoGebra e optou por marcar, na semana seguinte, dia 26 de outubro, a aula para o desenvolvimento da tarefa elaborada pelo grupo: “Semelhanças: cordas, arcos e ângulos”, do Caderno do Professor do 9º ano (SÃO PAULO, 2014c, p. 26).

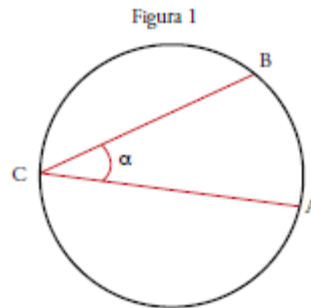
A aula do professor Hélio contou com a presença das professoras Liliane, Roseana e da pesquisadora. Quinze alunos participaram da aula e, como havia apenas seis computadores funcionando no laboratório de informática da escola, as tarefas foram realizadas em duplas (ou trios). A aula teve duração de 1 hora e 40 minutos (duas aulas de 50 minutos).

O professor Hélio iniciou com a exibição da vídeo aula elaborada pelo seu subgrupo e, em seguida, retomou algumas ideias relativas ao conteúdo e abriu o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2014c, p. 26) para exploração da tarefa proposta.

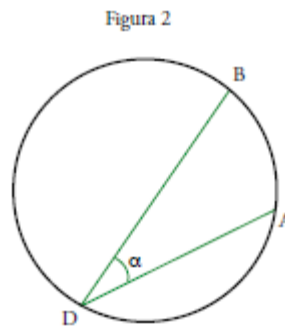
¹⁶ O termo “aulas experimentais” foi utilizado pelos professores para especificar que se tratava de uma aula “teste”. Ou seja, era uma prévia que tinha por objetivo ver o comportamento dos alunos em uma aula com o *software* GeoGebra. A preocupação revelada pelos professores era de que eles poderiam apresentar dificuldades com as ferramentas do *software* e isso iria comprometer o desenvolvimento do conteúdo matemático. Logo, era preciso fazer algumas “aulas experimentais” para que eles se familiarizassem com o *software*.

Figura 13: Primeira parte da tarefa.

9. Um arco AB de uma circunferência é “enxergado” sob um ângulo α cujo vértice C pertence à circunferência (Figura 1).



Deslocando o vértice do ângulo até outro ponto da circunferência, D, o arco AB passa a ser “enxergado” sob um ângulo de medida igual ao anterior, isto é, de medida igual a α (Figura 2).



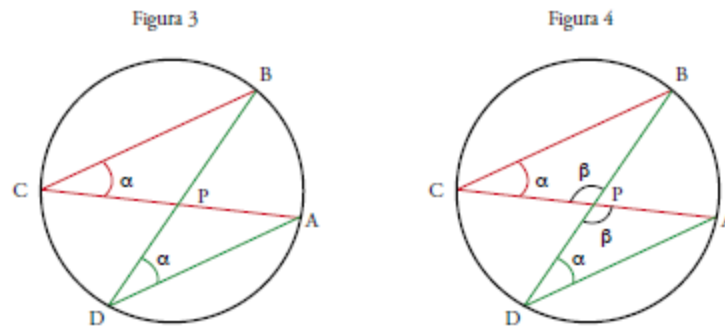
Fonte: (SÃO PAULO, 2014c, p.26).

A proposta era que os alunos construíssem as figuras apresentadas no Caderno do Professor com o *software* GeoGebra e, ao movimentar o ponto C, analisassem o que acontecia com a medida do ângulo α . Os alunos fizeram as construções e exploraram a movimentação do ponto C identificando que, independente de sua posição na circunferência, a medida do ângulo α não se alterava.

Alguns alunos, diante das possibilidades do *software*, se puseram a movimentar os pontos A e B e questionaram os professores sobre o porquê da mudança da medida do ângulo. O professor Hélio aproveitou para retomar alguns conceitos relativos à medida de ângulo e seus elementos, explicando aos alunos que os pontos A e B determinam a abertura do ângulo α e por isso, ao movimentá-los, essa abertura é modificada e, conseqüentemente, a medida do ângulo também varia. Em seguida os alunos começaram a fazer as construções abaixo (Figura 14).

Figura 14: Segunda parte da tarefa.

Sobrepondo as Figuras 1 e 2, obtemos uma situação em que dois triângulos semelhantes se destacam: PBC e PAD (Figuras 3 e 4).



Fonte: (SÃO PAULO, 2014c, p. 26).

Terminada as construções os alunos movimentaram os pontos pertencentes à circunferência e mediram os ângulos e os lados dos triângulos que se formaram na construção. Alguns alunos fizeram explorações não solicitadas pelos professores, como medir os ângulos $\widehat{C\hat{P}D}$ e $\widehat{B\hat{P}A}$, opostos pelo vértice e os ângulos $\widehat{C\hat{B}P}$ e $\widehat{D\hat{A}P}$. A partir do que observavam levantavam questões como: “Por que os triângulos têm medidas de ângulos iguais, se as medidas de seus lados são diferentes?” ou “Por que os dois triângulos possuem sempre ângulos com medidas iguais?”. O professor Hélio, envolvido com a turma, não observou a primeira pergunta do aluno e, não lhe deu resposta. A segunda questão, ouvida pelo professor, a resposta foi que isso acontecia porque os triângulos eram semelhantes. Porém, em nenhuma das duas situações avançou-se na investigação, passando-se a próxima tarefa (Figura 15).

Figura 15: Terceira parte da tarefa.

- a) Identifique os ângulos correspondentes nos dois triângulos e escreva uma proporção entre as medidas de seus lados.
- b) Com base na proporção entre as medidas dos lados, verifique a validade da relação $(PC) \cdot (PA) = (PB) \cdot (PD)$

Fonte: (SÃO PAULO, 2014c, p. 27).

Os alunos fizeram os cálculos e responderam as perguntas. Alguns não conseguiram encontrar a proporção porque, segundo eles, as relações referentes às comparações dos três lados “não davam medidas iguais”. Os professores sentiram dificuldade para entender o que

estava incorreto no cálculo dos alunos. Em todos os casos os próprios alunos refizeram os cálculos percebendo seus erros e, ao corrigí-los encontraram a proporção.

Para finalizar a aula o professor Hélio pediu que os alunos salvassem os arquivos no computador e guardassem o material para retornar a sala de aula. Nesse momento alguns alunos agradeceram a presença das professoras visitantes e da pesquisadora manifestando sua opinião sobre a aula de matemática com o *software*.

Tarefas do Subgrupo 6

No subgrupo 6 a professora Amanda foi escolhida para desenvolver a aula de “Semelhança entre figuras planas: homotetia¹⁷”, prevista para os alunos do 9º ano.

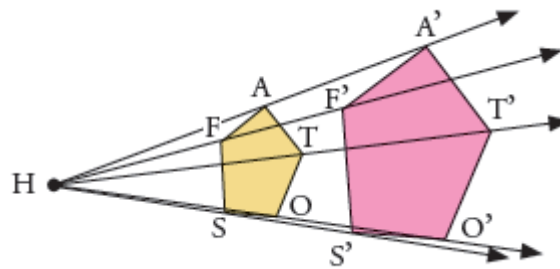
A aula ocorreu no dia 3 de novembro de 2016 com uma turma de 29 alunos, no laboratório de informática que tem 6 computadores. Para que o trabalho pudesse ser mais produtivo a professora optou por dividir os alunos em duas turmas: 14 meninos e 15 meninas. Ainda assim, em cada turma, os alunos fizeram as tarefas em duplas (ou trios) durante cerca de 50 minutos. Apenas a pesquisadora estava presente com a professora Amanda, pois os professores Célio e Daiane tinham aulas em horário coincidente e não podiam comparecer.

Nas duas turmas as tarefas foram as mesmas. A professora orientou os alunos para a construção de um polígono de “n” lados (com a possibilidade de modificação do valor de “n” a partir de um controle deslizante), um ponto fora do polígono (que seria o centro de homotetia), um controle deslizante “h”, para modificar a razão de homotetia, e, usando a ferramenta homotetia do GeoGebra, a figura semelhante ao polígono de “n” lados.

A intenção da professora era que os alunos fizessem, no GeoGebra, uma construção semelhante à figura do Caderno do Professor (Figura 16), visando a exploração de ideias relativas ao conteúdo homotetia que considerava importante para elucidar a ideia de semelhança. Os alunos foram capazes de construir as figuras a partir da orientação da professora e, pela movimentação do controle deslizante, exploraram a razão de semelhança

¹⁷ De acordo com o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2014c, p. 13) a palavra “homotetia” significa “mesma forma” e é utilizada para denominar o processo em que se constrói figuras semelhantes de acordo com determinada razão. Dessa forma, é possível construir figuras que sejam uma ampliação ou uma redução de outra figura.

Figura 16: Polígono semelhante construído por homotetia.



Fonte: (SÃO PAULO, 2014c, p. 13).

Foi possível ver que os alunos não tiveram dificuldades com o uso do GeoGebra e se colocaram a movimentar várias vezes os controles deslizantes e o centro da homotetia, fazendo comentários com os colegas sobre o que observaram.

4.4 ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA VIVIDA EM SALA DE AULA COM OS PROFESSORES

Conforme já foi dito, o sexto e sétimo encontros do grupo foram destinados as discussões com os professores acerca da experiência vivida em sala de aula. Um professor de cada subgrupo fez uma descrição aos demais professores do trabalho que desenvolveu, para que todos pudessem participar da discussão. A intenção era que, por meio do diálogo, eles tomassem as aulas desenvolvidas como foco, levando em conta a questão “ensinar e aprender matemática com tecnologia” (BAPTISTA *et al.*, 2014b) e expusessem sua percepção das aulas. As discussões foram gravadas em vídeo e transcritas. O diálogo com os professores abre-nos a análise do que na pesquisa foi vivenciado e, assumindo a postura fenomenológica, iniciamos o movimento de análise ideográfica (Quadro 2).

4.4.1 Análise Ideográfica

Conforme explicitado no capítulo anterior a análise dos dados segue a orientação fenomenológica e é realizada em dois movimentos: o da análise ideográfica e da análise nomotética. Esse movimento da análise ideográfica visa explicitar o sentido do compreendido individualmente na fala dos sujeitos e será exposto no Quadro 2.

Esse quadro é organizado de modo que, na primeira coluna esteja um código construído para identificar as *unidades de significado* (UDS) destacadas ao longo da

transcrição nas falas dos professores. Nesse código, a letra usada se refere ao professor, autor da fala que originou a *UDS*. Ou seja, pode-se ver que nesse quadro há trechos dos discursos dos professores Judite (J), Gustavo (G), Hélio (H), Roseana (R), Luciana (Lu), Amanda (A), João Batista (JB), Marcio (M), Célio (C), Daiane (D) e Liliane (L). A segunda identificação no código é um número que se refere ao encontro do curso em que a fala do professor aconteceu. Novamente chamamos a atenção para o fato de que os diálogos ocorreram no sexto e no sétimo encontro do curso, portanto teremos apenas os números 6 e 7. Por último, temos a terceira identificação que também é numérica e, em ordem crescente, indicando a ordem em que as *UDS* são apresentadas no Quadro 2.

Para que fique claro, vamos considerar um exemplo. O código J.6.1 indica um trecho da fala da professora Judite (J), que se deu no sexto encontro do curso (6) e indica a primeira *UDS* do Quadro 2.

A segunda coluna do Quadro 2 é nomeada Unidade de Significado e traz a transcrição do trecho extraído do discurso do professor mantendo-se tal qual foi dito, ou seja, usando exatamente as palavras do professor. Esses “destaques” são feitos considerando-se a interrogação do pesquisador, ou seja, são “trechos de fala” significativos à ele para compreender o que interroga. Na terceira coluna – explicitação do pesquisador – procuramos expor nossa compreensão do que o professor disse. Por último, na quarta coluna, destacamos a ideia nuclear. É importante salientar que, após o quadro com as três colunas estar concluído, voltamos à terceira coluna procurando o sentido que o dito tem para o pesquisador à luz de sua interrogação e isso permite a expressão do que, na fala do professor, é nuclear (essencial) ao interrogado. Esse movimento irá orientar o segundo quadro de análise, já adentrando à análise nomotética que visa aos aspectos gerais do que na pesquisa se mostra relevante para a compreensão do que investigado.

Destaca-se que, em alguns momentos, os professores retomaram assuntos já discutidos com o objetivo de complementar o que foi dito e isso faz com que algumas *UDS* se refiram ao mesmo assunto e apareçam, no quadro, mais de uma vez.

Quadro 2 – Análise Ideográfica

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
J.6.1	[...] porque quando a gente vê um sexto ano fazendo e com uma facilidade /.../ não é mesmo?, que eu falei assim: nossa!, parecia que eles já tinham visto tudo, é muito diferente, não é mesmo?, é muito diferente.	O sujeito afirma que, ao estar com os alunos fazendo tarefas no computador, percebe que há grande diferença, pois a atitude dos alunos revela uma facilidade que faz pensar que eles já haviam feito as explorações.	Facilidade do aluno com tecnologia.
G.6.2	Foi o passo a passo, né? Do conteúdo, eu achei que é realmente você forçar o aluno a pensar, né?	O sujeito afirma que, ao desenvolver o passo a passo das construções no GeoGebra, os alunos são forçados a pensar no conteúdo matemático.	As possibilidades do <i>software</i> favorecem o pensar.
G.6.3	Ah eles memorizaram, né? Porque aí a gente fica falando que ângulo é esse? Clica ali, e eles falam: “mas não está dando certo professor!”, então fica uns minutos tentando fazer o ângulo de 90 graus, aí memoriza, né?	O sujeito afirma que, por exploração no <i>software</i> , os alunos vão intuitivamente construindo a ideia do ângulo de 90 graus.	Atitude motivada pela investigação no <i>software</i> .
G.6.4	Visualiza, porque o erro faz as pessoas visualizarem. “Mas professor, eu não estou achando o ângulo de 90 graus!”, ele vai repetindo, tentando, eu acho que nesse ponto é importante, você quando está na sala de aula, você pode fazer no papel ou de outro jeito, sei lá, mas fica muito rápido, com o GeoGebra não, a repetição ajuda.	O sujeito afirma que o erro contribui para que os alunos visualizem o conteúdo matemático, pois percebeu que quando os alunos erram a medição do ângulo, como o de 90 graus, eles refazem os passos e tentam novamente até conseguir medir e visualizar o ângulo.	Empenho em investigar no <i>software</i> .
G.6.5	Eu tô querendo trabalhar com razões e relações métricas agora no quarto bimestre, então para entrar em relações métricas, seno e cosseno, eu vou entrar em razão agora e depois seno e cosseno. Então para trabalhar com relações métricas esse trabalho foi muito bom. Ano passado eu tive essa dificuldade	O sujeito afirma que no ano anterior desenvolveu as mesmas construções de triângulos retângulos no papel e teve dificuldade para fazer o aluno visualizar os três triângulos. Entende	Potencialidade para explorar a visualização.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	dos alunos enxergarem os três triângulos, no papel eles não enxergam.	que com o GeoGebra essa visualização será possível e relevante para ele avançar com o desenvolvimento dos conteúdos seguintes, como as relações métricas.	
G.6.6	[...] porque ali eles tiveram facilidade, ele enxergava e falava, aí o outro vinha e falava: “oh burro você não sabia que é três?” Já falava assim, né? (risos) porque eles olhavam e já enxergavam.	O sujeito afirma que os alunos têm facilidade de visualizar o conteúdo com o <i>software</i> . Ao olharem para a construção na tela do computador já chamam a atenção dos colegas na intenção de expressar o que veem.	Facilidade de visualizar os objetos construídos no <i>software</i> . Iniciativa para expressar ao outro o visto.
G.6.7	E depois eles tinham que provar que os três tinham 90 graus, né? Achar os ângulos e tal, aí eles viram que se tinha 90 graus é triângulo retângulo e contaram que tinha três ângulos de 90 graus e conseguiram ver os triângulos.	O sujeito afirma que, quando os alunos identificaram que um triângulo com um ângulo de 90 graus é retângulo, contaram a quantidade de ângulos de 90 graus na construção e perceberam três triângulos retângulos.	Exploração e identificação visual do tipo de triângulo construído.
H.6.8	Eu achei interessante observar lá que os alunos, alguns conceitos que a gente coloca na lousa e tal, foram se solidificar lá no dia, né? A menina disse que agora ela sabia o que era um quadrado, que tinha os quatro lados iguais (risos) porque ela viu, né? Usou a ferramenta de medida. Ganhei meu dia!	O sujeito afirma que usando as ferramentas do <i>software</i> os alunos exploram as construções e identificam ideias matemáticas, como a definição de quadrado, já trabalhadas em sala de aula.	Reconhece a figura geométrica a partir da medida de seus elementos.
H.6.9	[...] o que é interessante, como ela (voltando-se para a pesquisadora) percebeu lá, é que a gente dava um comando para eles e às vezes eles não queriam fazer o comando que a gente estava passando. Mas, o que eles queriam? Eles vinham: “ah professor já fiz, já fiz aqui, já fui ali e tal”. Então eles estavam	O sujeito afirma que a curiosidade dos alunos com o <i>software</i> faz com que eles não se prendam ao que lhe é solicitado e explorem os recursos antecipando ações de acordo com o	Atitude motivada pelo envolvimento com o <i>software</i> . Empenho na investigação do conteúdo

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	bem curiosos com a ferramenta. Acho que isso foi interessante, aguçar a curiosidade dos alunos e quanto mais curioso ele for, mais desenvolvimento nós vamos conseguir.	interesse deles. Vê nessa curiosidade contribuições para o desenvolvimento do conteúdo matemático.	
H.6.10	[...] teve alguns alunos que estavam querendo construir um círculo. Aí eu falei: círculo não, o círculo é para a próxima aula, vamos terminar aqui. E eles: “não professor! Mas eu quero fazer o círculo”. Eu estava dando aula justamente das relações métricas na circunferência, que vai ser a próxima aula nossa (com o GeoGebra) na quarta-feira, já está agendado, então o que é interessante para eles é que é uma novidade, é mesmo difícil trabalhar com essa garotada porque são todos elétricos, né?	O sujeito afirma que os alunos manifestaram o desejo de construir figuras relacionadas ao conteúdo que estavam trabalhando em sala de aula, apesar de terem sido orientados a fazer outra tarefa.	Iniciativa para fazer explorações
H.6.11	[...] o que é interessante é isso, eles tem curiosidade, mas a curiosidade é deles, o que eles querem, não é a curiosidade do que o professor quer que eles façam. É isso que a gente tem que trabalhar.	O sujeito afirma que com o <i>software</i> os alunos têm curiosidade e que essa curiosidade faz com que eles desenvolvam suas próprias explorações e não o que é solicitado pelo professor.	Atitude para explorar os conteúdos matemáticos com o <i>software</i> . Iniciativa para fazer explorações.
R.6.12	Eu queria falar uma coisinha da primeira aula que eu participei, porque a turma dele (referindo-se ao colega Hélio) é uma turma difícil. Mas eu acho que se esse projeto começar na base a gente não vai ter tanta dificuldade. /.../ [Apesar de difícil] quando eu introduzi a minha fala eles ficavam quietos, prestando atenção na minha explicação. Aí eu falei: nossa Hélio! eu não sou nem professora deles, não foi Hélio?, e eu fiquei impressionada com aquilo, porque eu falava assim: nossa! aquela turma não quer nada com nada, mas todos prestaram atenção.	O sujeito afirma que entendia a turma do colega como uma turma difícil de lidar. No entanto, mesmo não sendo professora deles, percebeu que os alunos se mostraram quietos e atentos durante sua explicação, superando as expectativas.	Predisposição para aprender e superar as expectativas dos professores.
R.6.13	[...] eu dava o comando e eles me chamavam para ajudar, e eu	O sujeito afirma que se maravilhou	Predisposição para aprender.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	fiquei assim ... eu fiquei maravilhada com a turma dele ... o interesse deles em estar ali no programa, entendeu?	com o interesse da turma, pois, mesmo não sendo professora deles, a chamavam para ajudar com as dúvidas.	
H.6.14	Aí eles começavam a olhar para o que deu um quadrado e olhavam o que tinha e olhavam no deles, até que a menina percebeu a diferença entre o que era e o que não era quadrado /.../ Ganhamos o dia! (risos).	O sujeito afirma que, ao olharem para as características de um quadrado construído na tela do colega e comparar com sua construção, viam a diferença entre um quadrado e outro quadrilátero.	Compara e identifica o quadrado através da exploração visual.
G.6.15	Essa menina não tinha a facilidade que o outro tem e essa persistência ajuda aquele que tem dificuldade.	O sujeito afirma que com o <i>software</i> a persistência do aluno que tem dificuldades em estabelecer comparações, o auxilia a compreender o que está sendo trabalhado.	A persistência favorece a aprendizagem.
R.6.16	Então o que a gente observa na matemática é que quando eles não conseguem fazer eles querem esconder e no programa (GeoGebra) não. Eles fazem questão de falar: “mas eu não consegui chegar aí” /.../ “Como é que chega aí? Como é que você fez?” Entendeu? Fica assim mais claro para ele entender, isso eu achei muito legal, entendeu?	O sujeito afirma que, ao contrário do que acontece em sala de aula, no <i>software</i> os alunos fazem questão de falar sobre os erros que cometem e questionar o motivo de terem errado. Declara que entende esse aspecto como importante que o aluno entenda o que é feito.	Expõe os erros cometidos com o <i>software</i> com a intenção de esclarecê-los e superá-los. Iniciativa para realizar explorações.
Lu.6.17	Com uma turma do 3º ano eu comecei a trabalhar com áreas no GeoGebra. Percebi que, por exemplo, a altura (referindo-se a altura do triângulo), eles começam a construir ... no papel e esse conhecimento parece que para eles não é uma coisa clara. Ah ... eu tenho que formar 90 graus!, não é claro. Eu achei legal que	O sujeito afirma que, ao trabalhar com a ideia de área percebe que os alunos, ao construírem a altura de um triângulo, não tem clareza de como fazer para obter uma perpendicular	Demonstra curiosidade para investigar as possibilidades de construção. Iniciativa para explorar o conteúdo matemático.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	no GeoGebra eles foram explorando e eles mesmos foram checando, traçando segmentos e perpendiculares e depois foram falando, fazendo a medida desse segmento na figura, então eu achei legal.	(formar 90° com o lado). Porém, vê que, com o GeoGebra os alunos investigam modos de traçar a altura e concluem que forma 90 graus.	
Lu.6.18	Polígono regular ...e quando não é regular? Aí eles criaram um pentágono e falaram: como a gente vai achar a área do pentágono? Eles dividiram em cinco triângulos iguais. Então eles iam achando o centro, como que eles acham o centro? Então ... eu achei assim ... bem interessante que eles iam dividindo ali em triângulos e vendo que os triângulos tinham que ter a mesma área, né? Daí tinha um lá que fez e não deu os triângulos com a mesma área, então ele não achou o centro daí eu achei assim bem interessante, eu levei assim ... a princípio ... para exploração mesmo	O sujeito afirma que a partir de questionamentos sobre as possibilidades para se encontrar a área e o centro de um pentágono os alunos investigaram com o <i>software</i> algumas possibilidades e foram levantando hipóteses que, no diálogo com o professor e os outros alunos, eram ou não validadas.	Explora a partir de questionamentos. Usa as ferramentas do <i>software</i> para validar hipóteses.
H.7.1	[...] o que eu achei interessante na hora lá é que eles ficaram interessados no assunto, mas eles não querem aceitar os comandos que você dá, eles querem fazer os comandos deles, entendeu? Tanto é que, vocês perceberam, a gente estava lá, mexa o ponto C (vértice do ângulo), aí o outro ia lá e mexia o ponto B (abertura do ângulo). “Mas professor o meu aumenta! O meu diminui!” Então, mas não é para mexer lá, porque os pontos não são fixos lá, né?	O sujeito afirma que os alunos se interessam pelos conteúdos trabalhados por meio do <i>software</i> , mas percebe que eles querem fazer suas próprias explorações e não as explorações solicitadas pelo professor.	Demonstra iniciativa para explorar os conteúdos matemáticos.
H.7.2	[...] mas mesmo o que é interessante é a curiosidade deles: “mas por que aumenta então professor? Se não é para aumentar?” Se eu mexer o C não aumenta, mas se eu mexer o A ou o B aumenta, por quê? Aí vou falar: ah!, é que A e B é a abertura do ângulo, é a inclinação que você está dando e tal, então já aproveita para dar uma idéia de inclinação de reta	O sujeito afirma que os alunos são curiosos e, mediante as possibilidades oferecidas pelo <i>software</i> , não se prendem a investigação proposta. Isso os leva a fazer outras observações que não era o foco da aula dando oportunidade ao professor para explicar outros	Questiona o que vê ao explorar a construção. Iniciativa para investigar no <i>software</i> .

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
		conteúdos matemáticos.	
H.7.3	[...] isso que eu achei interessante, eles querem fazer, não é? Mas querem ir pela curiosidade deles, sem você. Daí é onde ... até na hora de fazer o cálculo da razão lá, eles não esperaram a gente dar o comando para eles fazerem o cálculo ... aí uns faziam e usavam valores diferentes e dava os resultados diferentes.	O sujeito afirma que os alunos querem desenvolver as tarefas seguindo a curiosidade deles e não o que é solicitado pelo professor e com isso usaram valores diferentes aos propostos na tarefa, obtendo resultados diferentes do esperado pelo professor.	Demonstra iniciativa para fazer as explorações de acordo com sua curiosidade. O professor precisa estar atento para compreender o feito pelo aluno.
A.7.4	[...] as meninas até que foram menos. Agora os meninos que eu achei que ia dar um pouco de trabalho, porque eles são mais agitados, mas eles fizeram, eles visualizaram, eles falavam: “nossa professora! Mas aí o que eu coloco?”	O sujeito afirma que a turma de meninos, superando suas expectativas, desenvolveu as tarefas e fez questionamentos a partir do que visualizou.	Questiona a partir da construção feita, superando as expectativas do professor.
A.7.5	[...] aí chegou uma hora que eu falei: olha, agora vocês vão criar sozinhos. “Ah! mas a senhora não vai fazer? Eu falei: não, vocês vão fazer sozinhos! E eu fui falando os comandos e eles fizeram, né Carol? Aí tinha umas coisas que eu já falava assim: o que eu tenho aqui? Aí eles olhavam e falavam assim: “é altura, né professora!”	O sujeito afirma que ao insistir para que os alunos fizessem as explorações sem a sua ajuda houve surpresa, mas à medida que foram desenvolvendo a tarefa sozinhos eles conseguiram responder às perguntas que ela fez.	Desenvolve autonomia para a realização da tarefa. Responde aos questionamentos do professor enquanto faz explorações.
A.7.6	[...] agora é lógico eu tenho um Wesley que é um show, ele já vai ajudando os outros, fazendo rapidinho	O sujeito afirma que um dos alunos faz as suas tarefas rapidamente e ajuda outros alunos a fazer as suas.	Predisposição para participar da aula e ajudar outros alunos.
H.7.7	[...] explicamos com relação à abertura: se você mexer no ponto B, você vai mexer a abertura do ângulo. Isso é uma dúvida que ele tinha e não tem mais, porque ele mexeu, perguntou e nós explicamos.	O sujeito afirma que percebendo a dúvida do aluno levou-o a explorar com o <i>software</i> a abertura do ângulo e isso fez com que ele compreendesse	Explora a construção e compreende a ideia matemática.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
		a explicação dada.	
R.7.8	Percebi pouco conteúdo, eles visualizaram os conceitos.	O sujeito afirma que no decorrer da aula com o GeoGebra percebe que há pouco conteúdo, mas os alunos compreendem os conceitos.	Identifica que o aluno compreende os conteúdos trabalhados.
H.7.9	O conceito né? O conceito foi visualizado.	O sujeito afirma que o aluno compreende os conceitos trabalhados por meio do <i>software</i> .	Compreende os conceitos a partir da exploração no <i>software</i> .
JB.7.10	Eu penso que o GeoGebra, vai ser mais uma ... é... mais uma ferramenta para nós, de atrativo para o aluno aprender. Porque é tão bom quando você fala: vou te ensinar aqui. Mas, vamos ver lá na prática como é que é; e, lá na prática, eles vêm. A questão do ângulo eu não sei se acontece com vocês, mas acontece muito comigo, o aluno não tem noção da abertura do leque do ângulo quando vê no papel. Não tem. Ele não sabe o que que forma, né?	O sujeito afirma que, por meio do GeoGebra, os alunos visualizam os conteúdos desenvolvidos em sala de aula. Identifica que alguns conteúdos, embora tratados em sala de aula, não podem ser visualizados pelo aluno, como por exemplo, o sentido da abertura do ângulo.	Explora, no <i>software</i> , conteúdos desenvolvidos em sala de aula.
A.7.11	[...] o Álvaro é um aluno que eu tenho desde o 7º ano. Desde que eu entrei lá na escola ele não faz nada /.../ se você ver ele fazendo homotetia no GeoGebra !!! (espanto). Eu elogiei ele perto da Carol. Eu falei: eu não acredito, isso aqui é um ganho!! Você tinha que ver ele, ele fez tudo!	O sujeito afirma que um de seus alunos, para o qual dá aulas desde o 7º ano, não faz as tarefas em sala de aula, mas desenvolveu todas as tarefas de homotetia com o GeoGebra, superando suas expectativas.	Demonstra predisposição para aprender e supera as expectativas do professor.
A.7.12	[...] ele desenvolveu as tarefas e ele não fazia nada. Nossa eu ficava olhando para ele e falava: Álvaro o que você está fazendo cara? /.../ ele é totalmente alienado e ele dá risada. Porque eu vou meio na brincadeira com ele, sabe? Se você ver o show que ele deu? Sentado, ele e o Lucas que também não faz nada, e, no dia, eles fizeram.	O sujeito afirma que dois alunos que não desenvolvem nenhuma tarefa em sala de aula, formaram uma dupla e desenvolveram todas as tarefas na aula com o <i>software</i> .	Demonstra predisposição para aprender e supera as expectativas do professor.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
J.7.13	Na nossa aula ela (referindo-se a pesquisadora) foi, chegou o Mario que é uma graça, do lado de um amigo. Ele sentou com o amigo, nós não falamos nada. Ele ensinou tudo para o amigo, ainda chamou o professor e falou: olha, acabei de ensinar.	O sujeito afirma que, sem que ele pedisse, um aluno se senta ao lado do colega e ensina-lhe a usar o <i>software</i> comunicando o professor.	Demonstra predisposição em participar da aula e ajudar os outros alunos.
L.7.14	Porque a visão espacial é difícil para ter, não é todo mundo que tem, não é todo aluno que tem facilidade para ver isso. Eu acho que até depois de adulto tem alguns adultos que não conseguem ter. Você falar em cubo para poder pensar em todas as partes que tem, isso eu acho assim um ganho legal. Para Geometria eu acho que é excelente, nesse sentido, eles conseguiram visualizar as figuras.	O sujeito afirma que os alunos conseguem visualizar as figuras a partir das construções no <i>software</i> é um ganho para a compreensão de conteúdos da geometria espacial. Afirma que a visualização de figuras espaciais é uma dificuldade dos alunos sejam eles jovens ou adultos.	Visualiza os objetos matemáticos por meio do <i>software</i> . A exploração no <i>software</i> permite o desenvolvimento da habilidade de visualização.
M.7.15	[...] de repente também a gente consegue perceber essas dificuldades que a gente não perceberia na sala de aula	O sujeito afirma que, enquanto o aluno desenvolve tarefas com tecnologias, o professor pode perceber dificuldades que o aluno tem com os conteúdos que ele não perceberia se estivesse desenvolvendo as mesmas tarefas em sala de aula.	Expressa suas dificuldades com o conteúdo matemático.
A.7.16	[...] porque eu percebo que os alunos não sabem mais recortar uma construção no papel, eles não sabem pintar, eles não têm mais isso. Se ele chegou no GeoGebra, que nem eu falei para vocês do Álvaro, se ele chegou no GeoGebra e conseguiu desenvolver a atividade, conseguiu perceber as figuras em uma ou duas aulas que eu dei, ele conseguiu guardar aquilo e ele conseguiu desenvolver. Isso é um ganho que eu não tive em 3 anos.	O sujeito afirma que o aluno consegue, por meio do GeoGebra, desenvolver tarefas e percebe as formas das figuras, o que considera um ganho para a aprendizagem.	Demonstra predisposição para desenvolver as tarefas e explorar os objetos matemáticos.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
A.7.17	[...] com o GeoGebra, além de você explorar a Matemática, você consegue ver que ele consegue fazer, que ele vai persistir, que é aquilo que ele quer.	O sujeito afirma que, além das explorações do conteúdo matemático, percebe que o aluno consegue fazer as tarefas com persistência nas explorações.	Demonstra predisposição e persistência para investigar.
JB.7.18	[...] depois os alunos que foram fazer, depois eles construíram, eles mesmos constroem, depois você deixa eles ficarem a vontade e aí que eles vão investigar, que já conhecem a ferramenta, eles vão investigar o conteúdo	O sujeito afirma que depois que explica aos alunos como usar as ferramentas do <i>software</i> eles fazem as construções e ficam a vontade para fazer explorações do conteúdo.	Tem iniciativa para fazer as explorações no <i>software</i> .
JB.7.19	Eu percebi, eu percebo desde o primeiro dia que eu trabalhei com eles, que eles sempre mostram interesse, sempre são novidades que aparecem para eles e o que eles não enxergam na lousa, eles enxergaram ali, entendeu?	O sujeito afirma que os alunos demonstram interesse em desenvolver as tarefas com o <i>software</i> e com isso conseguem visualizar conteúdos que eles não conseguem visualizar na lousa, em sala de aula.	Disposição para trabalhar com o <i>software</i> e consegue compreender o conteúdo.
JB.7.20	Ele foi investigar. Eles fazem com vontade. Eles tem noção do que estão investigando.	O sujeito afirma que o aluno investigou um conteúdo com interesse e tinha clareza do que estava investigando.	Demonstra predisposição para investigar o conteúdo matemático.
A.7.21	Essa é a voz do Wilson. É o nosso melhor aluno. Ele está ensinando o colega a fazer, está vendo? Está escutando? É o Wilson explicando, é um aluno ensinando o outro.	O sujeito afirma que um dos alunos ensinou outro aluno a desenvolver as tarefas.	Demonstra predisposição para ensinar o colega.
A.7.22	Nossa é outra coisa a gente ver na tela, né? /.../ mas assim, pelo desenvolvimento deles nas gravações, eu achei que eles foram bem ... e assim, o que eu mais percebi deles é que eles ficam mexendo o tempo todo e, para mim, eu não percebia isso.	O sujeito afirma que ao assistir a gravação de sua aula percebeu que os alunos ficam o tempo todo explorando as construções feitas no	Demonstra predisposição para explorar com o <i>software</i> .

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
		<i>software</i> , o que, durante a aula, não havia percebido isso.	
A.7.23	Eu não imaginei, eu não imaginava que eles faziam isso, para mim foi bom gravar, porque eu não imaginava que eles estavam mexendo e falando sobre o que tinha na tela, não dava a entender isso.	O sujeito afirma que ao assistir as gravações percebeu que os alunos exploram as construções e falam sobre o que estão visualizando na tela do <i>software</i> a partir das explorações.	Explora as construções e fala sobre o que visualiza.
A.7.24	Não parecia isso? Que eles não mexiam? Eu já falei para eles, eu até falei para a Carol assim: eu já ensinei eles e eles vão só fazer. Mas, não! Eles exploraram, porque antes eles só tinham visto projetado.	O sujeito afirma que pensou que os alunos haviam apenas desenvolvido, com o <i>software</i> , a sequência de passos da tarefa que ela havia lhes mostrado na projeção feita por <i>Datashow</i> . Porém, percebe que os alunos exploraram as construções criadas, além da construção proposta.	Demonstra predisposição para explorar as construções e supera as expectativas do professor.
C.7.25	Eles não gostam que fique falando para eles o que tem que fazer.	O sujeito afirma que, ao estar com as tecnologias, os alunos não gostam de fazer as explorações seguindo um roteiro definido pelo professor.	Demonstra autonomia para fazer as explorações.
A.7.26	Os meninos, Célio, fizeram sozinhos, né Carol? Sozinhos a atividade 5 e criaram a homotetia. Esse Giovani, o Wilson, aí ficou legal que no final ... daí eu não dei nenhuma coordenada, aí eu falei assim: agora vocês que vão fazer, vou ensinar vocês a fazer um triângulo, aí ensinei. Aí fiz um triângulo irregular, um triângulo qualquer e fiz um quadrado e parei. Agora vocês vão pegar a atividade do caderno do aluno, a atividade 5 e vocês vão criar esse polígono e vocês vão fazer a homotetia. Aí, sabe aquele triângulo pequenininho?, mas não falei em medida, não dava a homotetia, aí eles criaram outro polígono e fizeram	O sujeito afirma que, após algumas explicações referentes ao conteúdo matemático, solicitou que os alunos construíssem a figura de uma das tarefas do material do aluno, mesmo sabendo que a partir daquela construção não seria possível criar uma homotetia. Percebeu que os alunos modificaram a construção para adequá-la a possibilidade de	Demonstra autonomia para explorar as tarefas e supera as expectativas do professor.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	a homotetia.	criação da homotetia.	
C.7.27	Ah! É muito bom ver eles tentando, né? Eles mesmos fazem errado, percebem o erro, fala: “Olha! Isso aqui não deu certo, isso aqui deu certo”, mas achei bem interessante.	O sujeito afirma que os alunos fazem as explorações e a partir das tentativas percebem os erros e falam sobre o que deu certo e o que não deu.	Predisposição para fazer explorações, tentar e expressar erros e acertos.
D.7.28	E eles exploraram muito os controles deslizantes. Viram o que acontecia com as figuras quando mexia cada um, mexendo o centro.	O sujeito afirma que os alunos exploraram as partes da construção e visualizaram o que acontecia quando cada parte era movimentada.	Explora a construção com iniciativa de manipulação das figuras.
M.7.29	Ah! Eu achei bem legal ... assim ... a questão do ... é o que eu comentei agora a pouco, a parte investigativa é que eu acho que acrescenta bastante, né? Então, você vai questionando e eles vão olhando ali e tentando chegar na resposta.	O sujeito afirma que os alunos investigam o conteúdo matemático, pois percebeu que, a medida que ele fazia questionamentos aos alunos, eles exploravam a construção para, a partir do que visualizavam na tela do computador, responder o questionado.	Investiga o conteúdo matemático.
J.7.30	Eu acho que também na aula a gente nem nota algumas coisas, eles mesmos já notam e são espertos, melhores que a gente, entendeu? Você viu o jeito que ele respondeu? Como se fosse óbvia a resposta: “Ué, é a mesma coisa!”.	O sujeito afirma que no desenvolvimento das tarefas com o <i>software</i> , os alunos percebem aspectos do conteúdo matemático que o professor, às vezes, não percebe e por isso respondem a alguns questionamentos com espontaneidade.	Compreende aspectos do conteúdo e expressa o compreendido.
M.7.31	[...] eu falei para você (referindo-se à pesquisadora), aquilo já foi feito, né? Foi feito de forma convencional na lousa. Foi feito	O sujeito afirma que, ao estar com as tecnologias, na maior parte do tempo,	Demonstra autonomia para fazer as explorações.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	com aquelas figuras que eu te mostrei e tal e não foi a mesma coisa e aqui (no GeoGebra) eles estavam ainda mais sozinhos, ainda que você fosse lá, eu fosse lá, mas na maior parte do tempo eles iam sozinhos.	os alunos desenvolvem as explorações sem a ajuda dos professores, o que é um comportamento diferente do apresentado durante o desenvolvimento das mesmas tarefas por meio de outros recursos.	
M.7.32	[...] essa coisa quase que automática do Caio de responder as perguntas, né? É interessante, na sala de aula às vezes ele é assim, só que ele tem essa dificuldade de manter o foco, ele quer falar o tempo todo, fala, fala, fala e assim, ele é muito provocante em relação aos colegas na sala e tudo mais, entendeu? /.../ Aqui, só com os dois (o Caio e outro aluno), foi diferente, ele manteve o foco e conseguiu fazer toda a atividade.	O sujeito afirma que um aluno que tem dificuldades de manter o foco para desenvolver as tarefas em sala de aula, demonstrou um comportamento ao trabalhar com as tecnologias e desenvolveu as tarefas respondendo às perguntas.	Demonstra predisposição para desenvolver as tarefas e tem atitude de concentração.
H.7.33	[...] houve uma aprendizagem sim, em relação às proporcionalidades, mas olha esse lado é correspondente a esse lado, eles são proporcionais, eles visualizaram no GeoGebra e deu para ver isso.	O sujeito afirma que os alunos visualizaram os conteúdos de proporcionalidade a partir das explorações feita no <i>software</i> .	Explora os conteúdos matemáticos.
H.7.34	[...] eles conseguem enxergar, visualizando e até fazendo os cálculos, ali, da divisão, eles conseguem enxergar, mas aí, eles enxergam muito.	O sujeito afirma que os alunos conseguem visualizar os conteúdos por meio das explorações que realizam no <i>software</i> .	Explora os conteúdos matemáticos.
R.7.35	Eles conseguiram enxergar a proporcionalidade.	O sujeito afirma que os alunos compreenderam a proporcionalidade a partir das construções elaboradas.	Compreende os conteúdos matemáticos.
H.7.36	[...] no conceito visual de proporcionalidade, vendo ali a figura eles conseguiram identificar legal.	O sujeito afirma que os alunos visualizaram a ideia de proporcionalidade nas figuras.	Investiga, por meio das figuras, o sentido da proporcionalidade.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
R.7.37	[...] ao errar eles vão e fazem com a maior naturalidade, eles até falam que deu errado.	O sujeito afirma que no <i>software</i> os alunos demonstram naturalidade ao refazer as tarefas que erraram e identificam o erro.	Identificam o erro e o corrigem demonstrando empenho.
H.7.38	Até você viu que eles fizeram o cálculo e o valor deu diferente, né? O valor estava dando diferente e eles até gritavam: “O meu não deu igual!”.	O sujeito afirma que ao errarem os alunos falam sobre o que deu errado.	Identificam o erro e conferem.
H.7.39	[...] alguns alunos conseguiram enxergar a proporcionalidade, tanto é que na gravação você viu que o próprio aluno Cassio (falou): “Quem é o proporcional a esse?”. Você perguntava e ele respondia para você, então alguns conseguiram.	O sujeito afirma que alguns alunos conseguiram entender a proporcionalidade nas figuras, pois percebeu que um dos alunos, ao ser questionado, identificava os lados proporcionais.	Compreende o conteúdo matemático e expressa o compreendido.
H.7.40	[...] a ideia para eles de igualdade, de congruência, para ele identificar ele tem que ver. Olha ... mas esse triângulo é maior e o outro é menor. Então, não tem como. Não tem como os ângulos serem congruentes. Então ele tinha a ideia de proporcionalidade dos lados. Se os lados são proporcionais os ângulos vão permanecer a mesma coisa. Eu achei interessante a colocação dele nesse sentido, em que se observa que para eles serem semelhantes depende do tamanho. Eu até disse para eles, semelhantes não são iguais.	O sujeito afirma que para o aluno identificar a semelhança e a congruência de triângulos ele tem que explorar a figura no <i>software</i> , estabelecendo comparações e que, dessa forma, percebe que um dos alunos expõe o que entende por semelhança de triângulos.	Exploram as figuras construídas, estabelecem comparações e identificam a semelhança.
R.7.41	[...] é interessante eles admitirem para você que eles não sabem, porque em sala de aula isso é difícil, mas ali não, ali eles têm uma abertura maior, isso que eu queria colocar, entendeu? Me parece que a vergonha foi embora e a gente consegue ficar um pouquinho mais perto deles e eles têm a coragem de perguntar e falar: “olha, eu não sei!” e dentro da sala de aula eles têm medo	O sujeito afirma que percebe que ao desenvolver as tarefas com o <i>software</i> os alunos ficam mais livres para fazer questionamentos sobre o conteúdo matemático e para falar quando não sabem resolver as tarefas.	Mostram atitude de disposição e abertura para a investigação e assumem o erro.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	disso, eles falam: “ah dona!” dão aquela reclamada: “ah dona!”, porque eles fazem isso, entendeu? Eu achei interessante isso.		
H.7.42	[...] confesso que fui para a sala de aula depois e fui trabalhar os pontos externos, como já trabalhei os internos fui trabalhar com os pontos externos, uma secante e uma tangente. Então eu comecei com a secante, só que aí eu percebi que na sala de aula o interesse não foi o mesmo que foi lá no laboratório (de informática) porque na sala de aula eu estava executando.	O sujeito afirma que percebeu uma diferença no interesse dos alunos na sala de aula e no laboratório de informática. Tal diferença mostra-se devido a forma de trabalho: na sala de aula o professor expõe o conteúdo e os alunos observam.	Mudança de interesse na sala de aula e no laboratório.
H.7.43	[...] no computador eles vão lá e vão testando falam: “ah professor! Já tracei o bagulho aqui” (risos) é interessante o GeoGebra nesse sentido.	O sujeito afirma que no desenvolvimento das tarefas com o <i>software</i> os alunos, sem a ajuda do professor, desenvolvem os passos das tarefas, testam várias explorações e falam para o professor o que estão fazendo.	Iniciativa para fazer as explorações. Expressa o que foi feito.

4.4.2 Análise Nomotética

A análise ideográfica nos possibilita a interpretação do individual, isto é, da expressão de cada um dos professores que conosco estiveram na pesquisa. O objetivo é identificar, nos modos de expressão, ideias nucleares que nos permitam compreender o sentido do que é dito. Trata-se, portanto, de uma busca pelo sentido que a pesquisa faz ao pesquisador à luz de sua interrogação. Trata-se de um movimento de interpretação que intenciona aspectos gerais que sejam cada vez mais abrangentes ou que permitam falar sobre os modos de o professor perceber a produção de conhecimento de seus alunos. É, portanto, um movimento de interpretação que caminha dos aspectos individuais – o que é significativo na fala de cada um dos professores – para os gerais – os modos de os professores perceberem seus alunos produzindo conhecimento. É, na pesquisa fenomenológica, um movimento de síntese que não visa resumir o que se mostra nos dados, mas expor a composição que vai sendo construída no movimento interpretativo. Isso nos leva as convergências de sentido que apresentamos no Quadro 3 abaixo.

Nesse terceiro quadro mantivemos, na primeira e segunda colunas, os códigos e as ideias nucleares, respectivamente, como explicitadas no Quadro 2. Na terceira coluna apresentamos as convergências que expressam o sentido que faz para o pesquisador o que é dito pelos sujeitos.

Quadro 3 – Síntese compreensiva

Código	Ideias Nucleares	Convergências
J.6.1	Facilidade do aluno com tecnologia.	Empenho para fazer investigações matemáticas com o <i>software</i>
G.6.3	Atitude motivada pela investigação no <i>software</i> .	
G.6.4	Empenho em investigar no <i>software</i> .	
G.6.7,	Exploração e identificação visual do tipo de triângulo construído.	
H.6.9	Atitude motivada pelo envolvimento com o <i>software</i> . Empenho na investigação do conteúdo.	
H.6.10	Iniciativa para fazer explorações.	
H.6.11	Atitude para explorar os conteúdos matemáticos com o <i>software</i> . Iniciativa para fazer explorações.	
Lu.6.17	Demonstra curiosidade para investigar as possibilidades de construção. Iniciativa para explorar o conteúdo matemático.	
Lu.6.18,	Explora a partir de questionamentos. Usa as ferramentas do <i>software</i> para validar hipóteses.	
H.7.1	Demonstra iniciativa para explorar os conteúdos matemáticos.	
H.7.2,	Autonomia para investigar no <i>software</i> .	
H.7.3	Demonstra iniciativa para fazer as explorações de acordo com sua curiosidade. O professor precisa estar atento para compreender o feito pelo aluno.	
A.7.5,	Desenvolve autonomia para a realização da tarefa. Responde aos questionamentos do professor enquanto faz	

Código	Ideias Nucleares	Convergências
<p>H.7.7,</p> <p>H.7.10</p> <p>A.7.16,</p> <p>A.7.17,</p> <p>H.7.18</p> <p>A.7.22</p> <p>A.7.23,</p> <p>C.7.25</p> <p>A.7.26</p> <p>D.7.28,</p> <p>M.7.29</p> <p>M.7.31</p> <p>H.7.33</p> <p>H.7.34</p> <p>H.7.40,</p>	<p>explorações.</p> <p>Explora a construção e compreende a ideia matemática.</p> <p>Explora, no <i>software</i>, conteúdos desenvolvidos em sala de aula.</p> <p>Demonstra predisposição para desenvolver as tarefas e explorar os objetos matemáticos.</p> <p>Demonstra predisposição e persistência para investigar.</p> <p>Tem iniciativa para fazer as explorações no <i>software</i>.</p> <p>Demonstra predisposição para explorar com o <i>software</i>.</p> <p>Explora as construções e fala sobre o que visualiza.</p> <p>Demonstra autonomia para fazer as explorações.</p> <p>Demonstra autonomia para explorar as tarefas e supera as expectativas do professor.</p> <p>Explora a construção com iniciativa de manipulação das figuras.</p> <p>Investiga o conteúdo matemático.</p> <p>Demonstra autonomia para fazer as explorações.</p> <p>Explora os conteúdos matemáticos.</p> <p>Explora os conteúdos matemáticos.</p> <p>Exploram as figuras construídas, estabelecem comparações e identificam a semelhança.</p>	

Código	Ideias Nucleares	Convergências
H.7.43,	Iniciativa para fazer as explorações. Expressa o que foi feito.	
H.6.8, H.7.7, R.7.8, H.7.9, JB.7.19, J.7.30, R.7.35 H.7.39 H.7.40	Reconhece a figura geométrica a partir da medida de seus elementos. Explora a construção e compreende a ideia matemática. Identifica que o aluno compreende os conteúdos trabalhados. Compreende os conceitos a partir da exploração no <i>software</i> . Disposição para trabalhar com o <i>software</i> e consegue compreender o conteúdo. Compreende aspectos do conteúdo e expressa o compreendido. Compreende os conteúdos matemáticos. Compreende o conteúdo matemático e expressa o compreendido. Exploram as figuras construídas, estabelecem comparações e identificam a semelhança.	Compreensão matemática por meio das explorações
G.6.6, R.6.16, H.7.2, A.7.4,	Iniciativa para expressar ao outro o visto. Expõe os erros cometidos com o <i>software</i> com a intenção de esclarecê-los e superá-los. Questiona o que vê ao explorar a construção. Questiona a partir da construção feita, superando as expectativas do professor.	

Código	Ideias Nucleares	Convergências
<p>A.7.5,</p> <p>M.7.15,</p> <p>A.7.23,</p> <p>J.7.30,</p> <p>R.7.37,</p> <p>H.7.38,</p> <p>H.7.39,</p> <p>R.7.41,</p> <p>H.7.43,</p>	<p>Responde aos questionamentos do professor enquanto faz explorações.</p> <p>Expressa suas dificuldades com o conteúdo matemático.</p> <p>Explora as construções e fala sobre o que visualiza.</p> <p>Compreende aspectos do conteúdo e expressa o compreendido.</p> <p>Identificam o erro e o corrigem demonstrando empenho.</p> <p>Identificam o erro e conferem.</p> <p>Compreende o conteúdo matemático e expressa o compreendido.</p> <p>Mostram atitude de disposição e abertura para a investigação e assumem o erro.</p> <p>Iniciativa para fazer as explorações. Expressa o que foi feito.</p>	<p>Análise do que é feito e abertura à expressão</p>
<p>G.6.2,</p> <p>R.6.12,</p> <p>R.6.13,</p> <p>G.6.15,</p> <p>A.7.6,</p> <p>A.7.11,</p>	<p>As possibilidades do <i>software</i> favorecem o pensar.</p> <p>Predisposição para aprender e superar as expectativas dos professores.</p> <p>Predisposição para aprender.</p> <p>A persistência favorece a aprendizagem.</p> <p>Predisposição do aluno para participar da aula e ajudar outros alunos.</p> <p>Demonstra predisposição para aprender e supera as expectativas do</p>	

Código	Ideias Nucleares	Convergências
<p>A.7.12,</p> <p>J.7.13,</p> <p>A.7.16</p> <p>A.7.17</p> <p>JB.7.19,</p> <p>JB.7.20</p> <p>A.7.21,</p> <p>A.7.24</p> <p>C.7.27</p> <p>M.7.32,</p> <p>H.7.42</p>	<p>professor.</p> <p>Demonstra predisposição para aprender e supera as expectativas do professor.</p> <p>Demonstra predisposição em participar da aula e ajudar os outros alunos.</p> <p>Demonstra predisposição para desenvolver as tarefas e explorar os objetos matemáticos.</p> <p>Demonstra predisposição e persistência para investigar.</p> <p>Disposição para trabalhar com o <i>software</i> e consegue compreender o conteúdo.</p> <p>Demonstra predisposição para investigar o conteúdo matemático.</p> <p>Demonstra predisposição para ensinar o colega.</p> <p>Demonstra predisposição para explorar as construções e supera as expectativas do professor.</p> <p>Predisposição para fazer explorações, tentar e expressar erros e acertos.</p> <p>Demonstra predisposição para desenvolver as tarefas e tem atitude de concentração.</p> <p>Mudança de interesse na sala de aula e no laboratório</p>	<p>Predisposição para aprender e para estar com os outros alunos</p>
<p>G.6.5,</p> <p>G.6.6,</p>	<p>Potencialidade para explorar a visualização.</p> <p>Facilidade de visualizar os objetos construídos no <i>software</i>.</p>	

Código	Ideias Nucleares	Convergências
G.6.7,	Exploração e identificação visual do tipo de triângulo construído.	
H.6.14,	Compara e identifica o quadrado através da exploração visual.	
L.7.14,	Visualiza os objetos matemáticos por meio do <i>software</i> . A exploração no <i>software</i> permite o desenvolvimento da habilidade de visualização.	Explorações por meio da visualização
D.7.28,	Explora a construção com iniciativa de manipulação das figuras.	
H.7.36,	Investiga, por meio das figuras, o sentido da proporcionalidade.	

Esse movimento de interpretação que caminha dos aspectos individuais para os aspectos que têm características mais gerais nos traz as seguintes convergências: “Empenho para fazer investigações matemáticas com o *software*”, “Compreensão matemática por meio das explorações”, “Análise do que é feito e abertura à expressão”, “Predisposição para aprender e para estar com os outros alunos” e “Explorações por meio da visualização”. Essas convergências revelam o sentido do que o dito pelos professores tem para a pesquisadora. Porém, quando interrogamos: *como o professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia?*, compreendemos que ainda há possibilidade de articulação do que se mostra. Ou seja, é possível ver que o professor percebe que, por meio do *software*, o seu aluno:

- demonstra iniciativa para fazer investigações matemáticas; realiza exploração com vistas à compreensão matemática e faz explorações por meio da visualização. Isso, para nós, indica/aponta que ele percebe que há, por meio do *software*, uma possibilidade de o aluno **desenvolver uma atitude/postura para a investigação matemática (categoria de análise 1)**.

- interrogando o que é feito e abrindo-se à expressão o aluno demonstra predisposição para aprender e, também, para estar com os outros alunos auxiliando-os. Isso, segundo o que interpretamos revela um modo de ser do aluno que o faz atento, interessado e participativo. São **modos de o aluno expressar o compreendido (categoria de análise 2)**.

Desse modo, o movimento da análise da experiência vivida com os professores abre para nossa compreensão do interrogado duas categorias que irão nos possibilitar discutir *como o professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia*. No próximo capítulo faremos essa discussão à luz da interrogação que orienta a pesquisa e da teoria que a sustenta.

5. DISCUSSÃO DAS CATEGORIAS DE ANÁLISE

Para que seja possível expor o modo pelo qual a pesquisa vai fazendo sentido para nós, neste capítulo retomamos a interrogação “*Como o professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia?*”, discutindo-a com o olhar voltado para as categorias emergentes na análise dos dados. As categorias dizem do modo como compreendemos a estrutura do fenômeno “a percepção dos professores sobre a produção de conhecimento do aluno com tecnologia”. Compreendemos que a percepção dos professores é expressa a partir do modo como eles vêem a *atitude/postura (do aluno) para a investigação matemática* e para *expressar o compreendido* a si e ao outro.

5.1 ATITUDE/POSTURA PARA A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Para dar início a discussão desta categoria de análise, abrimos o significado do termo “investigação” que usamos em sua formulação. Para Ponte (2003) “investigar” diz de um modo de procurar conhecer, compreender e encontrar soluções para problemas. Trata-se de uma prática que deveria ser constante no trabalho desenvolvido na escola. A partir do que diz o autor, compreendemos que o trabalho com investigação é relevante nas aulas de matemática porque visa ao desenvolvimento de habilidades para a produção de conhecimento matemático do aluno, tais como “conhecer, compreender e buscar soluções”. Tais habilidades o levam a conhecer, a compreender e a buscar por soluções permitindo-lhe “investigar matematicamente um problema, demonstrar um resultado, construir de uma forma mais geral, modos de aplicação de uma teoria ou de um resultado, etc.” que, de acordo com Bicudo (2013), são ações presentes em um processo de produção de conhecimento matemático.

Relativamente ao “conhecer” e ao modo pelo qual esse ato leva à produção de conhecimento matemático, também encontramos em Bicudo (1987) uma forma de expor nossa compreensão. Para a autora

o conhecer /.../, está ligado ao conhecido, pois o conhecido é o passado daquilo que em um certo momento foi o presente do ato de conhecer. Assim, o conhecido traz em si a presença de um ato criador, gerador de conhecimento, de uma lógica a ele peculiar, de um certo modo característico de expressão, de comunicação e de possibilidade de entendimento (BICUDO, 1987, p. 51).

Ou seja, o que é conhecido pelo aluno no ato de conhecer, somente foi conhecido por meio de situações de criação e geração de conhecimento ou pela possibilidade de

entendimento desse algo. Esses atos de criação, geração de conhecimento e de possibilidade de entendimento, é o que compreendemos como produção de conhecimento (matemático).

Ponte e Quaresma (2015) destacam que o desenvolvimento de um trabalho de investigação – ou exploratório – na sala de aula é marcado por alguns aspectos, dentre os quais se destacam a natureza das tarefas propostas aos alunos, as formas de organização do trabalho durante a aula e o tipo de comunicação estabelecido.

Com relação à natureza das tarefas, os autores dizem que elas têm “um papel essencial num ensino que procura promover o envolvimento ativo dos alunos na sua aprendizagem” (PONTE *et al.*, 2013, p. 20). Ou seja, as tarefas devem ser escolhidas pelo professor de modo a orientar investigações que permitam ao aluno envolver-se de modo ativo ou participativo na produção de conhecimento.

Os professores com os quais nos envolvemos na pesquisa ao mencionar que

Com uma turma do 3º ano eu comecei a trabalhar com áreas no GeoGebra. Percebi que, por exemplo, a altura (referindo-se a altura do triângulo), eles começam a construir ... no papel e esse conhecimento parece que para eles não é uma coisa clara. Ah ... eu tenho que formar 90 graus!, não é claro. Eu achei legal que no GeoGebra eles foram explorando e eles mesmos foram checando, traçando segmentos e perpendiculares e depois foram falando, fazendo a medida desse segmento na figura, então eu achei legal. (UDS Lu.6.17).

mostram que o professor percebe que a tarefa escolhida permitiu ao aluno se envolver de forma ativa, persistindo na tentativa de uma solução até que lhe fizesse sentido. Isso, segundo o que interpretamos, exige um modo de trabalho que leve ao desenvolvimento da atitude/postura de investigação do aluno.

Para tanto os “tipos de tarefas” propostos são fundamentais. Conforme destacamos anteriormente – no capítulo 2 - Ponte *et al.* (2015) consideram relevante que as tarefas de investigação, ou exploração, sejam abertas, diferenciando-as pelo grau de desafio que oferecem. As tarefas de exploração são as que têm grau de dificuldade menor e as de investigação grau de dificuldade maior. No entanto, o grau de dificuldade pode estar associado à habilidade do investigador e,

muitas vezes não se distingue entre tarefas de investigação e de exploração, chamando-se “investigações” a todas elas. Isso acontece, muito provavelmente, porque é complicado saber à partida qual o grau de dificuldade que uma tarefa aberta terá para um certo grupo de alunos (PONTE, 2003, p. 5).

Concordando com o autor que antecipadamente não se pode afirmar qual o grau de desafio que uma tarefa apresenta para os alunos, em nossa pesquisa, os professores foram orientados a elaborarem situações – ou tarefas – que permitissem aos alunos buscar soluções com o *software* GeoGebra. Nas aulas os alunos se abriram ao diálogo aceitando o convite para

a investigação. Na análise pós-aula os professores, sujeitos desta pesquisa, declaram perceber que seus alunos tinham atitudes que revelavam modos de explorar as tarefas propostas. Envolviam-se na investigação levando o professor a considerar sua atitude como potencializadora da aprendizagem. O professor declara que o aluno, ao explorar a situação no GeoGebra, “visualiza, porque o erro faz as pessoas visualizarem. ‘Mas professor, eu não estou achando o ângulo de 90 graus!’, ele vai repetindo, tentando, eu acho que nesse ponto é importante, você quando está na sala de aula, você pode fazer no papel ou de outro jeito, sei lá, mas fica muito rápido, com o GeoGebra não, a repetição ajuda.” (UDS G.6.4).

Isso, segundo nossa interpretação, caracteriza que o professor percebe que o aluno, por meio da investigação, identifica o erro e avança na tentativa de encontrar uma resposta. O aluno desenvolve uma postura investigativa que se manifesta pela persistência até que encontre um resultado que o satisfaça, isto é, que tenha sentido para ele.

Mas o que é essa atitude/postura do aluno? É uma manifestação do desejo de querer saber que o leva a fazer, refazer, fazer novamente, até que o que faz tenha sentido para si. A atitude do aluno aponta o seu desejo de buscar que o mantém ativo, participante, dialogando com o professor e com os colegas.

Ao perceber que as tarefas propostas favorecem a manifestação, por meio da persistência, de uma atitude/postura para investigar, os professores dizem que os alunos vivenciam possibilidades e buscam soluções sem se prenderem aos roteiros indicados. Tal compreensão é relatada pelo professor: “[...] o que é interessante é isso, eles tem curiosidade, mas a curiosidade é deles, o que eles querem, não é a curiosidade do que o professor quer que eles façam. É isso que a gente tem que trabalhar.” (UDS H.6.11).

Essa atitude/postura do aluno caminha no sentido do desenvolvimento da autonomia que é relevante à produção de conhecimento. Nesse sentido, consideramos as palavras de Ponte e Quaresma (2015, p. 132),

Numa abordagem exploratória ou investigativa ao ensino da Matemática, os alunos assumem um papel ativo na interpretação das questões propostas e na construção das suas próprias estratégias de resolução, usando com flexibilidade diversas representações matemáticas. Não dispendo de um método imediato de resolução das questões a resolver, os alunos são chamados a mobilizar o seu conhecimento, construindo e aprofundando a sua compreensão de conceitos, representações, procedimentos e outras ideias matemáticas. São também encorajados a apresentar e justificar as suas ideias aos colegas, desenvolvendo a sua capacidade de comunicação e de argumentação.

Compreendemos, pela pesquisa, que os professores percebem o aluno assumindo esse papel ativo enquanto realizam as investigações numa atitude de busca e compreensão do que é

feito. Os alunos estão buscando seus próprios meios para encontrar soluções, sem depender da ajuda do professor.

O professor reconhece essa curiosidade do aluno, “o que é interessante é a curiosidade deles ... ‘mas por que aumenta então professor? Se não é para aumentar?’. Se eu mexer o C não aumenta, mas se eu mexer o A ou o B aumenta, por quê?” (UDS H7.2). Tal reconhecimento do professor indica sua compreensão de que o aluno extrapola a proposta da tarefa, desafia o que está feito e se lança ao novo.

No diálogo pós-aula os professores afirmam, também, que “houve uma aprendizagem sim, em relação às proporcionalidades,... ‘mas olha ... esse lado é correspondente a esse lado ... eles são proporcionais’, eles visualizaram no GeoGebra e deu para ver isso” (UDS H.7.33). O que no *software* é visualizado mostra a compreensão do aluno que é percebida pelo professor. Para Ponte (2003), as investigações são importantes para “que os alunos desenvolvam plenamente as suas competências matemáticas e assumam uma visão alargada da natureza desta ciência” (PONTE, 2003, p. 11). Nossa compreensão é de que os professores demonstraram perceber que seus alunos desenvolvem habilidades importantes para a aprendizagem matemática a partir do modo pelo qual eles se envolvem com a investigação, como visualizam e como demonstram a atitude de querer saber.

Para o professor o estudo de aula também criou um ambiente propício a produção de conhecimento. Isso porque, não é uma prática comum do professor a liberdade de o aluno investigar. Também não é comum sua atenção para o fazer do aluno. Nota-se, pela expressão do professor, que o modo pelo qual o diálogo foi estabelecido com ele nos estudos de aula, favoreceu essa percepção do seu modo de agir. Na UDS A.7.22 destaca-se a fala do professor: “nossa é outra coisa a gente ver na tela, né? /.../ mas assim, pelo desenvolvimento deles nas gravações, eu achei que eles foram bem ... e assim, o que eu mais percebi deles é que eles ficam mexendo o tempo todo e, para mim, eu não percebia isso”. A análise da gravação feita no grupo, além de permitir uma análise das tarefas elaboradas e das dificuldades dos alunos, permite ao professor olhar para o modo pelo qual o aluno se envolve com o fazer matemática com tecnologia. Em outras situações eles destacam: “Eu não imaginei, eu não imaginava que eles faziam isso, para mim foi bom gravar, porque eu não imaginava que eles estavam mexendo e falando sobre o que tinha na tela, não dava a entender isso.” (UDS A7.23). Segundo o que interpretamos, a percepção do professor acerca da investigação que o aluno faz ao estar com tecnologia desenvolvendo tarefas investigativas, o faz mudar, também, de atitude relativamente ao aluno, vendo suas possibilidades.

Ponte (2003) diz que não é unânime entre os professores a importância do trabalho com tarefas investigativas em sala de aula e que alguns argumentos contrários mesmo os impedem de desenvolvê-las. Alguns desses argumentos são

“(i) a maior parte dos alunos não tem qualquer interesse por realizar explorações ou investigações matemáticas; (ii) os alunos têm dificuldade em perceber como investigar; (iii) antes de poderem investigar os alunos têm de aprender muitos conceitos e procedimentos básicos”(PONTE, 2003, p. 11).

Tais argumentos usam a falta de interesse, a dificuldade e a falta de conhecimento prévio do aluno como fatores que impedem que ele investigue os conteúdos e, conseqüentemente, produza conhecimento matemático. Para derrubar tais argumentos Ponte (2003) traz o contexto do trabalho que vem desenvolvendo com investigações. Nesta pesquisa, demo-nos a liberdade de trazer argumentos da fala dos professores que expressam o seu modo de perceber o aluno realizando explorações e investigações do conteúdo matemático.

Contrariando o primeiro argumento, o professor reconhece o interesse dos alunos e afirma que “depois [eles] foram fazer, depois eles construíram, eles mesmos constroem, depois você deixa eles ficarem a vontade e aí que eles vão investigar, que já conhecem a ferramenta, eles vão investigar o conteúdo” (UDS JB.7.18). O professor admite que depois de explicar a tarefa a ser feita no GeoGebra, os alunos tiveram a iniciativa de explorá-la e pouco recorreram a ele. O percebido pelo professor nos diz que os alunos não só têm interesse em investigar como também realizam essa investigação fazendo uso das potencialidades do *software*, sentindo-se capazes de fazer sem a intervenção do professor.

O professor também identifica que os alunos não têm dificuldade em investigar, pois “eles exploraram muito os controles deslizantes. Viram o que acontecia com as figuras quando mexia cada um, mexendo o centro” (UDS D.7.28). Ou seja, o professor vê que os alunos realizam as investigações com o *software*, mesmo que não saibam que aquilo que estão fazendo é uma investigação. Para o aluno trata-se de um modo de buscar ver o que o *software* faz e como ele pode interpretar o que é feito considerando o que lhe é proposto resolver. O professor afirma que os alunos movimentaram os controles deslizantes e os pontos e observaram o que acontecia com as construções no GeoGebra a partir dessa movimentação. Ou seja, os alunos faziam tentativas para ver quais eram as respostas do *software*. Tal atitude dos alunos revela que o fato de não saber como investigar não é um obstáculo para investigar e diante da proposta de tarefas investigativas com tecnologias, os alunos se lançam analisando possibilidades e fazendo escolhas.

O professor também reconhece que as tarefas investigativas não requerem que haja uma exploração prévia de conteúdos, pois pela análise as descobertas são possibilitadas.

Polígono regular ...e quando não é regular? Aí eles criaram um pentágono e falaram: como a gente vai achar a área do pentágono? Eles dividiram em cinco triângulos iguais. Então eles iam achando o centro, como que eles acham o centro? Então ... eu achei assim ... bem interessante que eles iam dividindo ali em triângulos e vendo que os triângulos tinham que ter a mesma área, né? Daí tinha um lá que fez e não deu os triângulos com a mesma área, então ele não achou o centro daí eu achei assim bem interessante, eu levei assim ... a princípio ... para exploração mesmo. (UDS Lu.6.18).

O professor percebe que o aluno “*usa as ferramentas do software para validar hipóteses*” o que para nós significa que, mesmo quando os alunos não aprenderam os conteúdos previamente, nesse caso específico o modo pelo qual podem determinar a área de um pentágono, eles criam hipóteses e fazem tentativas com o *software* procurando testá-las e validá-las. Essa busca por modos de validação das hipóteses lança-os em novas investigações mesmo que não conheçam alguns conteúdos. A relevância desse processo de criação e validação de hipóteses é destacada por Viseu e Ponte (2012, p. 332), uma vez que, “nestas tarefas [investigações], o aluno procura regularidades, estabelece e testa conjeturas, argumenta e comunica, oralmente ou por escrito, as suas conclusões” de modo a envolver-se num processo criativo em que a produção de conhecimento emerge.

Esclarecemos que, quando falamos em levantamento de hipóteses por meio de investigações, não estamos nos referindo a uma opinião, pois quem investiga realiza um esforço para expor com clareza os conceitos, o raciocínio e os procedimentos adotados. Trata-se de um processo que deve envolver reflexão e debate, a partir das ideias que são apresentadas de forma detalhada e com rigor. Ou seja, trata-se de um modo de proceder à busca que exige argumentação consistente (PONTE, 2003).

Outras ideias nucleares como, por exemplo, a percepção do professor sobre a “*potencialidade para explorar a visualização*”, também manifestam aspectos relevantes que dizem do modo de o professor ver o *software* potencializando a aprendizagem do aluno. Ou seja, o professor percebe que há uma produção de conhecimento favorecida pela potencialidade do *software*, algo que sem ele, talvez, não fosse desse modo.

Ponte, Branco e Quaresma (2014) nos auxiliam a compreender essa potencialidade das tecnologias para a investigação, ao considerarem que o aumento na disponibilidade de tecnologias digitais é provavelmente o principal fator que levou à crescente aceitação de tarefas de exploração e investigação.

As explorações e investigações com tecnologias digitais, especialmente com o *software* GeoGebra, influenciam o desenvolvimento de habilidades importantes para a aprendizagem matemática como, por exemplo, a visualização. O *software* abre possibilidades de manipulação de objetos matemáticos que não podem ser realizadas por meio de outros recursos, como a “prova de arrastar” destacada por Borba; Scucuglia e Gadanidis (2015) que discutimos no Capítulo 1. A expressão dos professores, sujeitos de nossa pesquisa, segundo o que interpretamos, revela sua percepção da produção do conhecimento do aluno potencializada pelo *software*.

Diante de uma tarefa proposta o professor vê o aluno avançando em termos de exploração relativamente ao que havia sido determinado. O professor diz: “explicamos com relação à abertura: se você mexer no ponto B, você vai mexer a abertura do ângulo. Isso é uma dúvida que ele tinha e não tem mais, porque ele mexeu, perguntou e nós explicamos” (UDS H.7.7). Ou seja, embora o professor houvesse recomendado que o aluno movimentasse o ponto de origem do ângulo, a sua curiosidade fez com que ele movimentasse também pontos sobre os lados do ângulo o que modificava a sua medida. Para o professor essa era uma dúvida do aluno, ele desejava saber o que aconteceria se ele movimentasse outros pontos que não o que era recomendado. Ele fez e viu o que acontecia, agora não tem mais dúvida, declara o professor.

Segundo o que interpretamos, na visão do professor, o trabalho com a investigação matemática na sala de aula modifica a própria organização da aula. Ou seja, a curiosidade do aluno faz com que ele tenha uma atitude/postura que o mobiliza para a descoberta de modo que não seja mais do professor a tarefa de mostrar como resolver, de expor o algoritmo ou indicar procedimentos planejados previamente. As tarefas com caráter aberto e de descoberta possibilitam a negociação, argumentação e discussão, aspectos importantes para que os alunos compreendam a matemática e saibam usá-la em situações variadas (PONTE *et al.*, 2015). Esses são aspectos importantes para a produção de conhecimento pelo aluno que são compreendidos e passam a ser valorizados pelo professor que permite ao aluno a exploração.

O professor reconhece que, ao trabalhar no GeoGebra, os alunos são capazes de realizar explorações e aprender matemática.

eu percebo que os alunos não sabem mais recortar uma construção no papel, eles não sabem pintar, eles não têm mais isso. Se ele chegou no GeoGebra, que nem eu falei para vocês do Álvaro, se ele chegou no GeoGebra e conseguiu desenvolver a atividade, conseguiu perceber as figuras em uma ou duas aulas que eu dei, ele conseguiu guardar aquilo e ele conseguiu desenvolver. Isso é um ganho que eu não tive em 3 anos” (UDS A.7.16).

O que, na discussão desta categoria se mostra para nós, é o modo pelo qual o professor valoriza o trabalho do aluno e vê que sua atitude/postura investigativa o leva a produção de conhecimento matemático. Para nós faz sentido as palavras de Ponte (2003, p. 21), quando o autor afirma que “investigar pressupõe, sobretudo uma atitude, uma vontade de perceber, uma capacidade para interrogar, uma disponibilidade para ver as coisas de outro modo e para pôr em causa aquilo que parecia certo”. Compreendemos que “investigar” não é uma simples manipulação de ferramentas disponíveis, por exemplo, em um *software*. Investigar é um modo de agir que pressupõe uma intenção de quem investiga (aluno) e de quem percebe a investigação (professor). Exige um “voltar-se para” aquilo que está sendo investigado tanto quanto para aquilo que se mostra na investigação. Revela ações desenvolvidas nas quais o investigar e o investigado se completam. Revela que aquilo que se mostra, por exemplo, na tela do computador pelo manuseio do *software* contribui para o desenvolvimento das habilidades mencionadas, mas exige do sujeito (aluno e professor) a responsabilidade pelo modo de produzir conhecimento matemático com tecnologia. Isso em nossa pesquisa foi revelado tanto na atitude dos alunos quanto nas falas dos professores.

5.2 MODOS DE O ALUNO EXPRESSAR O COMPREENSÃO

Nesta Categoria discutimos os modos de expressão dos alunos durante o desenvolvimento das tarefas propostas. Conforme entendemos, os professores percebem o modo pelo qual os alunos produzem conhecimento quando se voltam para o seu envolvimento nas tarefas propostas. Eles (os professores) se surpreendem com o modo pelo qual os alunos estão falando sobre o que visualizam no *software*, como eles questionam o professor, respondem aos seus questionamentos, ficam quietos e atentos à explicação da tarefa, chamam-no para expor dúvidas ou falar sobre hipóteses levantadas, expõe os erros cometidos, dispõe-se a ajudar os colegas dentre outros modos de ele (o aluno) se fazer presente na aula, o que mostra, para o professor, aspectos da sua produção de conhecimento matemático. Ou seja, o professor, percebe que o aluno produz conhecimento pelas variadas formas de ele se expressar no decorrer das aulas.

Pode-se questionar: mas por que as formas de expressão dos alunos dão indícios da sua produção de conhecimento para o professor? De acordo com Detoni (2000, p. 78),

os sujeitos numa situação em que nunca estão em atitude predicativa, falam, ou se expressam, como se movendo num todo. Esse todo é aberto: aberto ao outro, aberto aos pré-conhecimentos do mundo cultural de cada um, aberto a todas as experiências passadas que se retomam como propensão, na chegada do outro e suas ofertas de significados autênticos compreendidos como coerentemente possíveis nesse todo.

No contexto dos alunos com os quais os professores participantes de nossa pesquisa desenvolveram as tarefas, a expressão não é isolada ou apartada das vivências dos alunos, passadas e presentes. Eles estão vivenciando situações diversas (distintas) do cotidiano da sala de aula, da rotina e isso os leva ao envolvimento e os fazem se expressar. Eles (os alunos) expressam o que lhes faz sentido. Em algumas situações esse sentido está impregnado dos conhecimentos pré-existentes ou das compreensões de experiências anteriores cujos significados vão sendo articulados no contexto que vivencia com o outro, colegas, professor e *software*.

O professor, atento às formas de expressão do aluno, vê modos de compreensão. Paulo (2001, p. 274), afirma que “compreensão e expressão são fenômenos simultâneos e indissociáveis, como pensamento e linguagem” de modo que se olha para a compreensão de uma pessoa “com seus modos de expressão” e torna-se impossível tratar os atos de “compreensão” e “expressão” como ações distintas.

Em seus relatos os professores mencionam momentos em que os alunos desenvolvem as tarefas, respondem questionamentos e revelam compreensões

aí chegou uma hora que eu falei: olha, agora vocês vão criar sozinhos. “Ah! mas a senhora não vai fazer?” Eu falei: não, vocês vão fazer sozinhos! E eu fui falando os comandos e eles fizeram, né Carol? Aí tinha umas coisas que eu já falava assim: o que eu tenho aqui? Aí eles olhavam e falavam assim: “é altura, né professora! (UDS A.7.5).

A professora declara entender que, para o aluno, o significado de altura fica claro. Ele fala sobre a altura, mostra o modo pelo qual articula informações, identifica elementos e atribui significado a eles. A expressão do aluno é o meio para que o professor tenha acesso ao compreendido por ele. É também um meio pelo qual o aluno expõe o raciocínio, as dificuldades e as dúvidas, ou seja, o pensamento que vai sendo articulado para a compreensão de determinado conteúdo matemático. O pensar expresso revela ao professor as estratégias que os alunos utilizam na realização das tarefas e os conceitos dos quais eles vão se apropriando durante o processo de produção.

Para Detoni (2000, p. 210) “o pensamento progride e só nos apropriamos desse progresso pela expressão”. E, se entendemos que os atos de “pensar” e “expressar” são simultâneos, pois não acontecem de forma ordenada como se um ato fosse anterior ao outro (PAULO, 2001), no contexto da pesquisa compreende-se que os alunos, ao desenvolverem a tarefa no *software*, pensam a medida que expressam dúvidas, hipóteses, argumentos e expressando organizam e pensam, investigam, testam modos de fazer, envolvendo-se num

ciclo em que o sentido vai se fazendo e o significado dos conteúdos matemáticos vão sendo articulados.

O professor entende a relevância de o aluno expressar o que vê na tela do computador, os atos que pretende fazer e que poderão levá-lo ou não ao êxito: “Ah! É muito bom ver eles tentando, né? Eles mesmos fazem errado, percebem o erro, fala: “Olha! Isso aqui não deu certo, isso aqui deu certo”, mas achei bem interessante” (UDS C.7.27), mas dá abertura para conhecer o seu pensar e saber quando intervir.

Interessante porque levam a modos de fazer distintos dos esperados pelo professor. Ele diz, “eles fizeram o cálculo e o valor deu diferente /.../ e eles até gritavam: ‘O meu não deu igual!’” (UDS H.7.38). O próprio aluno se dispõe a identificar o erro e analisar as respostas diferentes. Torna-se ativo e responsável pelo que faz. Dá possibilidade de ensinar, esclarecer dificuldades, sugerir caminhos estar próximo como quem pode auxiliar.

“é interessante eles admitirem para você que eles não sabem, porque em sala de aula isso é difícil, mas ali não, ali eles têm uma abertura maior, isso que eu queria colocar, entendeu? Me parece que a vergonha foi embora e a gente consegue ficar um pouquinho mais perto deles e eles têm a coragem de perguntar e falar: “olha, eu não sei!” e, dentro da sala de aula, eles têm medo disso, eles falam: “ah dona!” dão aquela reclamada: “ah dona!”, porque eles fazem isso, entendeu? Eu achei interessante isso.” (UDS R.7.41).

A aproximação é do professor com o aluno, pois pela expressão ele abre ao conhecimento do professor o seu modo de pensar e do próprio aluno com a matemática, uma vez que ele se dispõe a fazer sentindo-se capaz.

o que a gente observa na matemática é que, quando eles não conseguem fazer, eles querem esconder e no programa (GeoGebra) não. Eles fazem questão de falar: “mas eu não consegui chegar aí” /.../ “Como é que chega aí? Como é que você fez?” Entendeu? Fica assim mais claro para ele entender, isso eu achei muito legal, entendeu? (UDS R.6.16).

A expressão do aluno, em todas as situações mencionadas, ocorreu por meio de sua fala ou de palavras revelando que a “palavra não é /.../ algo vazio que viria apenas expressar um pensamento /.../ a fala, tanto quanto o gesto, traz consigo um sentido e permite que a comunicação seja possível” (PAULO, 2001, p. 275). Alguns relatos dos professores mostram essa percepção de que a expressão do aluno abre possibilidades para a comunicação permitindo que, pelo diálogo, novas compreensões sejam possibilitadas.

A atitude do professor em uma situação de esclarecimento e proximidade com o aluno permite que “o expresso [seja] passível de ser nova e novamente reativado (por cossujeitos ou pelo mesmo indivíduo), ainda que possa adentrar por outros sentidos, convergindo para novas significações /.../ e, em muitas ocasiões, a expressão de um sujeito direciona a atenção das

análises de outro, que busca também colocar a sua compreensão para o grupo a partir do exposto pelo colega” (SANTOS, 2013, p. 31).

A comunicação entre alunos também foi algo destacado pelo professor como um modo de compreensão que se presentifica na sala de aula. Diz o professor, “Essa é a voz do Wilson. É o nosso melhor aluno. Ele está ensinando o colega a fazer, está vendo? Está escutando? É o Wilson explicando, é um aluno ensinando o outro.” (UDS A.7.21). O modo como a professora expõe sua percepção, pedindo para que o outro professor confirme o que está ouvindo na gravação, com a pergunta: “Está escutando?”, e posteriormente reforçando o que estava vendo e ouvindo, sugere que o ato de um aluno ajudar o outro é visto com entusiasmo pelo professor, isto é, como algo positivo que contribui para a produção de conhecimento na sala de aula.

Na percepção dos professores essa “ajuda” ao outro aparece como algo natural entre os alunos, ou seja, um ato que eles desenvolvem mesmo sem que lhes seja solicitado. “Na nossa aula /.../ o Mario que é uma graça /.../ sentou com o amigo, nós não falamos nada. Ele ensinou tudo para o amigo, ainda chamou o professor e falou: olha, acabei de ensinar” (UDS J.7.13). Essa atitude, destacada na compreensão do professor, como um ato de expressão nos faz questionar: quem ensina? Quem aprende?

Considerando, com Detoni (2000, p. 204), que o *falante*, tanto quanto o *ouvinte*, mobilizam um “estilo de falar no mundo que compartilham [de tal modo que] o ouvinte ouve do falante compreensões possíveis, pois estão compartilhadas no ser-com-os-outros. Mais do que os sons dos outros, ouvimos seus modos de falar, seus estilos, suas dicções, mesmo que expressos em silêncio”, então é possível entender que ambos aprendem.

A fala do autor e a experiência vivida no curso de formação de professores mostra-nos que a atitude tem uma intenção que é compreendida pelo professor, uma intenção de “ajudar, explicar, ou ensinar” o outro numa atitude de *estar-junto-a* ensinando e aprendendo. As distintas formas de expressão que vão sendo destacadas trazem aspectos das “compreensões individuais [que] se ampliam e se estabelecem em um campo onde a intersubjetividade permite a construção do mundo objetivo, que é compreensível a todos que o coabitam e o tornam familiar” (PAULO, 2001, p. 278). Ou seja, há, uma possibilidade para que as compreensões do aluno sejam discutidas e desenvolvidas com o outro, colega com quem dialoga e professor, para que ele possa produzir conhecimento matemático.

Além disso, podemos considerar que a linguagem que estrutura a produção de conhecimento matemático possibilita o “pensar junto” (SANTOS, 2013) uma vez que, embora como compreensão esteja no nível subjetivo, pela intersubjetividade ou pelo diálogo com o

outro, se organiza, se estrutura e pode ser compartilhada, colocada na forma objetiva. Os diferentes momentos da análise da vivência do curso nos permitem dizer que o professor percebe a produção de conhecimento de seus alunos pelas suas atitudes, por sua postura e por meio dos modos de o aluno se expressar.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS: expondo o que na pesquisa foi compreendido

Na pesquisa compreendemos que aspectos do estudo de aula, discutidos no Capítulo 2, se mostraram no trabalho com o grupo de formação de professores. Dentre esses aspectos estão, principalmente, o encorajamento dos professores para arriscar novas situações em sala de aula (PONTE *et al.*, 2012; BAPTISTA *et al.*, 2012) que lhes possibilitam ensinar com o GeoGebra. O foco da atenção deles é voltado para o pensamento e o trabalho dos alunos. Nota-se, em algumas situações, aspectos que evidenciam mudanças em relação às suas expectativas quanto ao desempenho dos seus alunos (LEWIS *et al.*, 2012; LEWIS; PERRY, 2014). Embora não tivesse sido o objetivo deste trabalho discutir os pontos positivos de se trabalhar com estudo de aula, retomamos esses aspectos para salientar que, tal qual entendemos e vivenciamos na pesquisa, a dinâmica do estudo de aula possibilitou aos professores se voltarem para a produção matemática de seus alunos dando-nos condições de compreender *como o professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia?*.

A partir do que discutimos ao longo de todo o texto pode-se dizer que o professor *percebe a produção de conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia pela atitude/postura (do aluno) para a investigação matemática e pelos modos de o aluno expressar o compreendido*. Mas, por que essas percepções dos professores podem dizer da produção de conhecimento dos alunos ao *estar com tecnologia?*

Conforme discutimos no capítulo 5, a produção de conhecimento matemático entendida como atos de criação, geração de conhecimento e possibilidade de entendimento revela que o conhecimento não é algo que o professor traga pronto para a aula com o objetivo de “ensinar” aos seus alunos. Aliás, está muito longe disso; sendo dinâmico, é algo que está em constante processo de criação ou mesmo de transformação. Para Bicudo (2002, p. 318), ao considerarmos a produção do conhecimento nessa perspectiva dinâmica pode-se dizer que “conhecimento é atividade” e “é relação dinâmica estabelecida de modo indissociável entre sujeito e objeto”. Assim, além de estar dinamicamente em processo de construção o conhecimento não pode ser produzido por um sujeito que está só ou isolado de tudo e de

todos. Ele, o sujeito que conhece ou que produz conhecimento, interage com o outro, seja esse “outro” uma pessoa ou um objeto como, por exemplo, o *software*.

De acordo com a autora não se pode falar em produção do conhecimento sem considerar também a construção da realidade, pois

podemos compreender construção do conhecimento e construção da realidade como um movimento único, no qual o mundo faz sentido para a pessoa, em que ocorre o processo de significação e respectivas explicitações, onde participamos, com o outro, da construção da realidade mundana ao mesmo tempo em que a conhecemos. (BICUDO, 2002, p. 326).

Em nossa pesquisa, mesmo que os professores não percebessem sua vivência exatamente como a autora discute, vimos que esse movimento de produção do conhecimento e construção da realidade foi vivido por eles uma vez que, ao se voltarem para o aluno, perceberam tanto o modo dele *estar com o software* como o modo dele *estar com o outro* (aluno e professor). Interpretamos isso porque vimos que eles perceberam que o aluno, ao mesmo tempo em que realizava investigações na busca por significados e explicações para as tarefas, sentiam a necessidade de compartilhar com o outro aquilo que lhes fazia sentido e, por isso, expressavam suas compreensões, percebendo a presença do outro na realidade vivida.

Cabe lembrar que nesta pesquisa falamos em produção de conhecimento matemático, portanto, quando falamos em construção da realidade também trazemos essa realidade para o contexto da matemática. Relativamente à realidade matemática, considerando a compreensão possibilitada pelas ideias de Husserl, expostas nos textos de Bicudo (2013, p. 8), a criação/construção da matemática deve ser trabalhada “em um nível social, cultural e histórico de complexidade, a qual envolve a linguagem”.

Esses aspectos pertencentes à construção da matemática foram percebidos pelos professores no processo de produção de conhecimento ao estar com o *software*, pois os alunos estavam lidando o tempo todo com seus conhecimentos prévios e vivências anteriores, procurando expressá-los para que o professor e os colegas as percebessem e pudessem com ele dialogar. Nisso, interpretamos que aspectos sociais, culturais e históricos surgiram a todo momento misturando-se, articulando-se e confundindo-se sempre mediados por modos de expressão ou pela linguagem. Portanto, a linguagem tornou-se o meio que possibilitou o “pensar junto” (SANTOS, 2013) de modo que as ideias ou conceitos que eram subjetivos fossem expressos, tornando-se intersubjetivo. As compreensões dos alunos se organizavam de modo que fosse possível se tornar objetivas ou expressas pela linguagem, abrir-se à interpretação.

A objetividade, tal qual a entendemos, “não ignora a experiência vivida pela pessoa no mundo-vida em que estamos /.../ nem os aspectos culturais, sociais e linguísticos que veiculam e estruturam sentidos e percepções” (BICUDO, 2013, p. 9). A produção do conhecimento matemático pelo aluno tem início na subjetividade, transcende para a intersubjetividade (por meio do diálogo com o outro) e se objetiva pela linguagem. Ser objetivo, porém, não significa que está pronto, que não seja passível de ser discutida, reorganizada, generalizada para outras situações. Significa que é um conhecimento que se dá no contexto da experiência vivida, se abre na percepção e se articula na comunicação. No caso de nossa pesquisa, os alunos com os quais os professores desenvolveram suas tarefas, se envolvem num movimento investigativo, percebem particularidades das situações, analisam, expõem o que é compreendido, dialogam e constroem conclusões. Portanto, envolvem-se num processo de produção de conhecimento que, em alguns momentos, surpreende o professor.

Nesse sentido a atitude/postura (do aluno) para a investigação matemática e os modos de ele se expressar é fundamental para que ele possa percorrer os caminhos que levam a objetividade, já que a medida que investigam com o *software* e expressam compreensões, habilidades importantes para o pensar matemático são desenvolvidas e significados estão sendo articulados num processo intersubjetivo, mediado pelo fazer e pelo dizer. O professor, presente nessa realidade de constituição de sentido, vê os caminhos percorridos pelos alunos e contribui para que o caráter objetivo de suas explorações vá deslanchando.

Para finalizar esta discussão, abrimos nossa própria produção de conhecimento na pesquisa. Entendemos que a percepção dos professores dessa *atitude/postura dos alunos para a investigação matemática e dos modos dele expressar o compreendido* é possível porque eles, os professores do grupo de formação que estiveram atentos ao fazer matemática de seus alunos *com o software*, caminharam “em direção ao movimento investigativo” abrindo-se à compreender a produção de conhecimento matemático. Nessa abertura o sentido dessa produção para o seu aluno foi revelada como um processo de conhecimento (BICUDO, 2013). Ou seja, frente as tentativas do aluno investigar, os professores se lançam junto a eles no caminho da incerteza e imprevisibilidade (BORBA; PENTEADO, 2012), assumindo as potencialidades e incentivando essa postura/atitude.

Os professores assumem o desafio de compreender os questionamentos que surgem de seus alunos quando eles estão *com-o-software* e se dispõem a esclarecer tais questionamentos. Dessa forma, compreendemos que o *software* não é mais visto como uma simples ferramenta de uso. Ele é potencializador da abertura que, na disposição de o aluno investigar, é fundamental. Ele é *junto-a* de forma que sem ele a investigação seria de outra natureza.

Assim, nossa pesquisa nos permite compreender que os professores demonstraram uma abertura para que possamos discutir com eles a mudança da prática do professor que olha e vê o que se abre no ensinar e aprender matemática *com* tecnologia. Isso nos incentiva a dar continuidade ao trabalho desenvolvido com esses professores, procurando mantê-los *com* tecnologia, aprendendo e produzindo conhecimento para ensinar matemática. Consideramos que o ponto de partida para a mudança é a compreensão da possibilidade de produção de conhecimento.

Essa compreensão dá abertura ao novo. A abertura mostra-se, segundo o que foi possível ver, quando os professores percebem seus alunos investigando, criando, argumentando e produzindo conhecimento *com* tecnologia, assim, para nós, há uma abertura à mudança passível de ocorrer ao longo da trajetória do professor, caso o estímulo às novas práticas seja mantido.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologias e Currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?**. 1. ed. São Paulo: Paulus, 2011. 93 p.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2009. 112 p.

BAPTISTA, M. et al. Lesson study na formação de professores do 1.º ciclo do ensino básico. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 23., 2012, Coimbra. **Anais eletrônicos...** Coimbra: Escola Secundária Quinta das Flores, 2012. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/8661/1/12-Baptista,%20Ponte,%20Costa,%20Velez,%20Belchior%20ATAS%20XXIII_SIEM.pdf>. Acesso em: 14 mai. 2015.

BAPTISTA, M. et al. Os estudos de aula como contexto de desenvolvimento profissional. In: PRÁTICAS PROFISSIONAIS: DESAFIOS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 2014a, Lisboa. **Anais eletrônicos...** Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014a. p. 1-24. Disponível em: <<http://p3m.ie.ul.pt/seminario-2014>>. Acesso em: 27 fev. 2016.

BAPTISTA, M. et. al. Aprendizagens profissionais de professores dos primeiros anos participantes num estudo de aula. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 30, n. 4, p. 61-79, out. 2014b. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/edur/v30n4/04.pdf>>. Acesso em: 15 out. 2015.

BATISTA, C. C. **Utilização de *software* educativo para o ensino e aprendizagem de matemática na área de números para alunos de 6º e 7º ano do Ensino Fundamental**. 2009. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Computação) – Faculdades Integradas Teresa D’Ávila, Lorena, 2009.

BATISTA, C. C. **Uma proposta de utilização de um *software* educacional para o ensino de poliedros**. 2015. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Câmpus de Guaratinguetá, Guaratinguetá, 2015.

BAZZO, W. A. **Ciência, tecnologia e sociedade: e o contexto da educação tecnológica**. Florianópolis: Ed. Da UFSC, 2011.

BICUDO, M. A. V. O professor de Matemática nas escolas de 1º. e 2º. Graus. In: BICUDO, M.A.V. (Org.). **Educação Matemática**. São Paulo: Moraes, 1987, p. 45-57.

BICUDO, M. A. V. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994, p. 15-22

BICUDO, M. A. V. Construção do Conhecimento e construção da realidade. In: BICUDO, M.A.V.; Belluzzo, R.C.B.. (Org.). **Formação Humana e Educação**. Bauru: Editora da Universidade Sagrado Coração EDUSC, 2002, p. 317-326.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo uma visão fenomenológica**. São Paulo: Editora Cortez, 2011.

BICUDO, M. A. V. Aspectos da pesquisa qualitativa efetuada em uma abordagem fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo uma visão fenomenológica**. São Paulo: Editora Cortez, 2011.

BICUDO, M. A. V. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento (da Educação Matemática). In: FLORES, C.R; CASSIANI, S. (Org.). **Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua (da educação matemática) prática pedagógica e produção de conhecimento**. 1. ed. Campinas: Mercado das Letras, 2013. v. 01, p. 17-40.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria dos Métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994. 336 p.

BONA, A. S.; BASSO, M. V. A. Portfólio de Matemática: um instrumento de análise do processo de aprendizagem. **Bolema**. Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 399-416, 2013. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n46/v27n46a05.pdf>>. Acesso em: 6 fev. 2017.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. 104 p.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. 149 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

DETONI, A. R. Investigações acerca do espaço como modo da existência e da Geometria que ocorre no Pré-Reflexivo. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2000.

FÉLIX, T. F. Metodologia da pesquisa de aula. In: _____. **Pesquisando a melhoria de aulas de Matemática seguindo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (lesson study)**. 2010, f. 12-22. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação que tem a Fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994, p. 23-33.

FIRME, I. C. **A Atualização do Prouca nas Escolas Estaduais do Estado de São Paulo**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2015.

FUJII, T. Lesson study for improving quality of mathematics education. In: EAST ASIA REGIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS EDUCATION, 7, 2015, Cebu City - Philippines. **Anais...** Cebu City: MATHTED, 2015, p. 41-48. Disponível em: <http://mathted.weebly.com/uploads/7/8/5/0/7850000/pp_41_to_48_ppd_toshiakira_fujii.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2016.

LEWIS, C et al. Improving Teaching Does Improve Teachers: Evidence from Lesson Study. **Journal of Teacher Education**. v. 63, n. 5, p. 368-375, 2012. Disponível em: <<http://jte.sagepub.com/content/63/5/368.full>>. Acesso em: 11 maio 2016.

LEWIS, C; TAKAHASHI, A. Facilitating curriculum reforms through lesson study. **International Journal for Lesson and Learning Studies**. v. 2, n. 3, p. 207-217, 2013. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/263694551_Facilitating_curriculum_reforms_through_lesson_study>. Acesso em: 5 jun. 2016.

LEWIS, C., PERRY, R. R. Lesson Study with mathematical Resources: A Sustainable Model for Locally-led Teacher Professional Learning. **Mathematics Teacher Education and Development**. v. 16, n. 1, p. 22-42, 2014. Disponível em: <<https://www.merga.net.au/ojs/index.php/mted/article/view/205/193>>. Acesso em: 10 maio 2016.

LEWIS, C.; PERRY R. R. A Randomized trial of Lesson Study with Mathematical Resource Kits: Analysis of Impact on Teachers' Beliefs and learning Community. **Research in Mathematics Education**. p. 133-158, 2015. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/283837322_A_Randomized_Trial_of_Lesson_Study_with_Mathematical_Resource_Kits_Analysis_of_Impact_on_Teachers'_Beliefs_and_Learning_Community. Acesso em: 10 jun. 2016.

MACHADO, O. V. M. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994, p. 35-46

MICHAELIS. Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2015. Disponível em: <<http://michaelis.uol.com.br/>>. Acesso em: 19 abr. 2017.

PAULO, R. M. A compreensão geométrica da criança: um estudo fenomenológico. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2001.

PAULO, R. M.; FIRME, I. C. Atualização do PROUCA em escolas de São Paulo. In: CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 3, 2016, Águas de Lindóia. **Anais...** São Paulo: Pró-Reitoria de Graduação da Unesp - PROGRAD, 2016, p. 1844-1855. Disponível em: <http://unesp.br/anaiscongressoeducadores/ArtigoVisualizar?nome_arquivo=http://200.145.6.217/proceedings_arquivos/ArtigosCongressoEducadores/5685.pdf>. Acesso em: 13 maio 2017.

PEREIRA, A. L. **Crenças e Concepções de Professores acerca do uso das Tecnologias Digitais em aulas de Matemática**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2017.

PERRY, R. R.; LEWIS, C. What is successful adaptation of lesson study in the US?. **Journal of Educational Change**. v. 10, n. 4, p. 365-391, 2008. Disponível em: <http://www.lessonresearch.net/success_adapt.pdf>. Acesso em: 11 maio 2016.

PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender. In: ENCONTRO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (PROFMAT), 2003, Lisboa. **Actas do ProfMat...** Lisboa: APM, 2003. P. 25-39. Disponível em: <<https://www.ime.usp.br/~iole/GEN5711/Ponte,%20J.P.%20Investigar,%20Ensinar%20e%20aprender.pdf>>. Acesso em: 7 abr. 2017.

PONTE, J. P. et al. Aprendizagens profissionais dos professores de Matemática através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, n. 5, p. 7-24, 2012. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22605/1/Ponte,%20Baptista,%20Velez,%20Costa-Perspectivas%20Ed_Mat%202012.pdf>. Acesso em: 18 out. 2015.

PONTE et al. Investigações e explorações como parte do trabalho quotidiano na sala de aula. **Revista de Educação em Ciências e Matemática**. Amazônia, v. 9, n. 18, p. 05-22, 2013. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2019/2374>>. Acesso em: 8 abr. 2017.

PONTE, J. P. et al. Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**. Lisboa, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015. Disponível em: <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024\(2\)%202015.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024(2)%202015.pdf)>. Acesso em: 1º jul. 2016.

PONTE, J. P. et al. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema**. Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/9767/7942>>. Acesso em: 15 dez. 2016.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; QUARESMA, M. Exploratory activity in the mathematics classroom. In: LI, Y.; SILVER, E.; LI, S. (Ed.). **Transforming mathematics instruction: Multiple approaches and practices**. Dordrecht: Springer Science+Business Media Dordrecht, 2014, p. 103-125. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/266736120_Exploratory_Activity_in_the_Mathematics_Classroom>. Acesso em: 7 abr. 2017.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. *Uni-Pluri/versidad*. Medellín, v. 14, n. 2, p. 102-114, 2014. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22621/1/Ponte,%20Quaresma%20UNI-PLURIVERSIDAD%2014-1%202014.pdf>>. Acesso em: 8 abr. 2017.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. A. F. As discussões matemáticas na aula exploratória como vertente da prática profissional do professor. **Revista da Faculdade de Educação (Universidade do Estado de Mato Grosso)**. Cáceres, v. 23, n. 1, p. 131-150, 2015. Disponível em: <http://www2.unemat.br/revistafaed/content/vol/vol_23/artigo_23/131_150.pdf>. Acesso em: 8 abr. 2017.

ROSA, M.; SEIDEL, D. J. Cyberformação com professores de matemática: desvelando o movimento de perceber-se como professor *on-line*. In: BICUDO, M. A. V. (Org.).

Ciberespaço: Possibilidades que abre ao mundo da educação. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

SANTOS, M. R. **Um Estudo Fenomenológico sobre o Conhecimento Geométrico**. 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: SE, 2011.72 p.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Professor – Matemática, Ensino Fundamental, 5ª série/6º ano, vol. 1**. São Paulo: SE, 2014a.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Professor – Matemática, Ensino Fundamental, 7ª série/8º ano, vol. 1**. São Paulo: SE, 2014b.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Professor – Matemática, Ensino Fundamental, 8ª série/9º ano, vol. 2**. São Paulo: SE, 2014c.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Professor – Matemática, Ensino Médio, 1ª série, vol. 2**. São Paulo: SE, 2014d.

SÃO PAULO (ESTADO). Portaria do Coordenador da Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Professores do Estado de São Paulo “Paulo Renato Costa Souza”. Diário Oficial do Estado. Caderno Executivo. Seção I. São Paulo, 13-abril-2016, p. 36. Disponível em < https://www.imprensaoficial.com.br/DO/BuscaDO2001Documento_11_4.aspx?link=/2016/executivo%2520secao%2520i/abril/13/pag_0036_D4FBDAI3GH69Je6MKJ37UTRDT09.pdf&pagina=36&data=13/04/2016&caderno=Executivo%20I&paginaordenacao=100036>. Acesso em 23 de maio de 2017.

TAKAHASHI, A.; MCDOUGAL, T. Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study. **ZDM - International Journal on Mathematics Education**. n. 48, p. 513-526, 2016. Disponível em: < <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs11858-015-0752-x.pdf> >. Acesso em: 20 ago. 2017.

TAKAHASHI, A. The Role of the Knowledgeable Other in Lesson Study: Examining the Final Comments of Experienced Lesson Study Practitioners. **Mathematics Teacher Education and Development**. v. 16, n.1, p. 4-21, 2014. Disponível em: <<https://www.merga.net.au/ojs/index.php/mted/article/view/204/192>>. Acesso em: 20 ago. 2017.

VILLARREAL, M. Humanos-con-medios: un marco para comprender la producción matemática y repensar prácticas educativas. In: MIRANDA, E. M.; BRYAN, N.A.P. (Org.). **Formación de Profesores, Currículum, Sujetos y Prácticas Educativas: La perspectiva de la investigación en Argentina y Brasil**. 1ed. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, 2013, p. 85-122.

WISEU, F.; PONTE, J. P. A Formação do Professor de Matemática, apoiada pelas TIC, no seu Estágio Pedagógico. **Bolema**. Rio Claro, v. 26, n. 42^a, p. 329-357, 2012. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n42a/15.pdf>> Acesso em: 9 abr. 2017.



ANEXO I

Atividade 1 – Resgatando alguns conceitos sobre a geometria dos quadriláteros

Observe a figura e responda:


- a) Quantos lados ela possui?

- b) Qual é o nome da figura? Como você concluiu que é esse o nome da figura?

- c) A partir do ícone  da barra de ferramentas, clique na setinha  e selecione o item “distância, comprimento ou perímetro”, meça a distância de cada um dos lados da figura e reflita se sua conclusão na pergunta anterior está correta.

- d) Acesse, agora, o menu “exibir” e selecione “janela de álgebra”. Na janela que se abrirá à esquerda da tela do computador, selecione os itens “altura” e “base”. Ao fazer isso, você observará a presença de duas ferramentas à direita da tela, as quais permitirão que os lados da figura sejam alterados. Desloque os “botões” dessas ferramentas, observe e escreva o que acontece com a figura.

- e) Utilize, agora, o item “Área”, também disponível no ícone  da barra de ferramentas a

partir da setinha , e meça a área de diferentes figuras, conforme a tabela a seguir:

Base	Altura	Área	Nome da figura
1 unidade	2 unidades		
2 unidades	2 unidades		
2 unidades	3 unidades		
3 unidades	3 unidades		
3 unidades	4 unidades		
6 unidades	6 unidades		
7 unidades	8 unidades		

- f) A partir da tabela anterior, reflita como é possível obter a área das figuras observadas a partir de seus lados.

ANEXO II

Atividade 2 – O quadrado da soma de dois termos

- a) Como podemos representar geometricamente a expressão $(a + b)^2$?
-

- b) Utilizando os segmentos de reta apresentados, construa a base e a altura de um quadrado de lado $a + b$.

- c) Considerando os dois segmentos de medida “ a ” (segmento de reta azul) necessários para a construção da base e da altura do quadrado de lado $a + b$, construa um quadrado menor de área a^2 . Para isso, utilize outros segmentos de reta disponíveis no estoque. Após a construção,



utilize o ícone “*texto*”, disponível no ícone  da barra de ferramentas, e escreva a área a^2 no interior do quadrado construído.

- d) Utilizando o lado superior do quadrado azul, construa um retângulo de altura “ b ”. Qual é área desse retângulo? Escreva-a no interior da figura construída, utilizando novamente a ferramenta “*texto*”.
- e) Na lateral do quadrado azul, construa um retângulo de base “ b ”. Qual é a área desse retângulo? Escreva-a no interior da figura construída.
- f) Observe atentamente a imagem na tela. Você já conseguiu formar o quadrado de lado $a + b$? O que está faltando para isso?
-

- g) Utilizando os segmentos de reta oferecidos pelo estoque, complete o quadrado de lado $a + b$.

- h) Conforme podemos observar na figura, o quadrado de lado $a + b$ pode ser construído a partir de outros quadriláteros. Quais são eles? Quanto é a área de cada um deles?
-
-

- i) Escreva a expressão algébrica que relaciona os quadriláteros utilizados na construção do quadrado de lado $a + b$.
-

- j) Como é denominada a expressão algébrica obtida?
 () monômio () binômio () trinômio

- k) A expressão algébrica resultante do produto notável $(a + b)^2$ é conhecida como trinômio quadrado perfeito. Como você justifica essa denominação?
-
-