

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**  
**CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

**ANDRÉ AMARANTE LUIZ**

**ORIGEM E ESTABILIDADE DE SATÉLITES PLANETÁRIOS: : ALGUNS CASOS  
PECULIARES**

Guaratinguetá

2017

**ANDRÉ AMARANTE LUIZ**

**ORIGEM E ESTABILIDADE DE SATÉLITES PLANETÁRIOS: : ALGUNS CASOS  
PECULIARES**

Tese apresentada ao Conselho de Pós-Graduação em FÍSICA da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em FÍSICA .

Orientador: Prof<sup>o</sup> Dr. Othon Cabo Winter

Coorientador: Prof<sup>o</sup> Dr. Masayoshi Tsuchida

Guaratinguetá

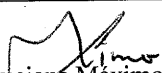
2017

A485o Amarante, André  
Origem e estabilidade de satélites planetários: alguns casos peculiares /  
André Amarante; Othon Cabo Winter; Masayoshi Tsuchida –  
Guaratinguetá, 2017  
153 f. : il.  
Bibliografia: f. 113-153

Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de  
Engenharia de Guaratinguetá, 2017.  
Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter  
Coorientador: Prof. Dr. Masayoshi Tsuchida

1. Satélites. 2. Sistema solar. 3. Planetas. Título

CDU 629.783(043)

  
Luciana Máximo  
Bibliotecária/CRB-8 3595

ANDRÉ AMARANTE LUIZ

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
“DOUTOR EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

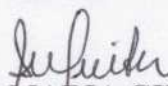


Prof. Dr. Konstatin Georgiev Kostov  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**



Prof. Dr. OTHON CABO WINTER  
Orientador / UNESP/FEG




Prof. Dr.ª SILVIA MARIA GIULIATTI WINTER  
UNESP/FEG



Prof. Dr. RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA  
UNESP/FEG



Prof. Dr. ROBERTO VIEIRA MARTINS  
Observatório Nacional - MCTI



Prof. Dr. TADASHI YOKOYAMA  
UNESP/RIO CLARO

Setembro de 2017



## **DADOS CURRICULARES**

### **ANDRÉ AMARANTE LUIZ**

**NASCIMENTO** 21/08/1987 - Votuporanga / SP

**FILIAÇÃO** André Luiz  
Aurora Mourilha Amarante Luiz

**2007 / 2010** Formação acadêmica ou Complementar  
(Graduação em Licenciatura em Matemática)  
Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - UNESP

**2011 / 2012** Formação acadêmica ou Complementar  
(Mestrado em Física)  
Faculdade de Engenharia - UNESP

**2012 / 2017** Formação acadêmica ou Complementar  
(Doutorado em Física)  
Faculdade de Engenharia - UNESP

In memoriam de minha avó Maria Amarante Simões.

## AGRADECIMENTOS

À **Deus**, por ser o meu maior orientador e colocar as pessoas listadas abaixo em minha vida.

Aos meus pais, *André e Aurora*, por sempre acreditarem em mim e me apoiarem em qualquer decisão tomada, sendo responsáveis pela orientação inicial do meu caminho, incentivadores absolutos e por serem os meus principais patrocinadores antes e durante a minha graduação e mestrado. Agradeço pelo respeito, dignidade, carinho e educação desde sempre a mim transmitidos e ensinados.

À **minha tia**, *Nê*, pelo grande apoio e por ter me acompanhado em todos esses anos, sempre fazendo o possível e o impossível para que eu tivesse o melhor.

Ao meu orientador, *Othon*, por todo empenho, sabedoria, confiança, paciência e compreensão a mim prestados. Pela excelente orientação, auxílio e dedicação no processo evolutivo deste trabalho. Agradeço por sempre estar disposto a me ajudar em todas as situações desde a minha chegada à Guaratinguetá e também antes dela, sendo para mim um grande mestre e incentivador.

Ao meu co-orientador, *Masayoshi*, que me acompanha desde a graduação sendo um grande incentivador e motivador nessa minha jornada. E por todo o incentivo, disposição e dedicação ao *Grupo de Astronomia e Matemática*, o *GAMAT*.

Ao meu co-orientador, *Doug*, pela orientação, dedicação, paciência e, principalmente, pela amizade durante todo o processo do Doutorado Sanduíche. Por ter me mostrado que em meio a momentos de dificuldades a Astronomia pode ser fonte inspiradora para quebrar barreiras e alcançar sonhos. E por ter me propiciado a vivenciar o flyby da *New Horizons*.

Aos amigos e colaboradores deste trabalho, *Rafael e André*, por tudo o que me ensinaram e compartilharam. Agradeço-os pela ajuda com as simulações numéricas, programação e sugestões na análise de dados. Agradeço ao *André* por todas as dicas com relação ao *Mercury*, e ao *Rafael* por esclarecer diversas dúvidas relacionadas à *linux*, à observação com telescópios e ao cluster; e pela orientação no estágio docência.

À banca de defesa, *Othon Cabo Winter, Silvia Maria Giuliatti Winter, Rafael Sfair de Oliveira, Roberto Vieira Martins e Tadashi Yokoyama*, pela disponibilidade e dedicação na análise deste trabalho.

Aos professores, *Ernesto, Silvia, Ana, Denis, Marcelo, Olivia, Vilhena, Cecília, Antonio, Elisângela, Fabiani, Rosa, Cornetti, Galeno, Valério* pela sabedoria a mim prestada e por todo o aprendizado que me concederam durante à minha formação no mestrado e doutorado. Em especial à professora *Daniela* por toda ajuda a mim concedida em vários momentos de dificuldade que tive no final do meu Doutorado.

Aos amigos da pós-graduação, *Alessandro, Alexandre, Nilton, Liana Alonso, André Izidoro, Angel, Arroyo, Augusto, Carlos, Elias, Fábio, Gabriel, Helton, Jarbas, Josué, Leandro, Luiz Augusto, Mariela, Priscilla, Rafael Couceiro, Renato, Ricardo, Rita, Sérgio, Thierry William, Andrea Rodolfo, Bárbara, Tamires, Thamiris, Patrick, Gerson, Guilherme, Felipe, Thalita, Pedro, Reginaldo, Nicole, Taís, Laura, Daniel, Omar, Tiago, Patrick, Luana, Gustavo, Giulia, Jady, Rosana* por toda a amizade, companheirismo e pelos bons momentos que compartilhamos juntos. Obrigado a todos que acreditaram em mim e compartilharam os prazeres e dificuldades desta jornada...



Este trabalho contou com o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, a CAPES.

*“A Astronomia, pela dignidade de seu objeto e pela perfeição de suas teorias, é o mais belo monumento ao espírito humano; o título mais nobre de sua inteligência.”*

(Pierre Simon Laplace 1749 - 1827)

*“Sem a Matemática, não poderia haver Astronomia; sem os recursos maravilhosos da Astronomia, seria completamente impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade.”*

(Manuel Amoroso Costa 1885 - 1928)

*“Este é um pequeno passo para o homem, um salto gigantesco para a humanidade.”*

(Neil Alden Armstrong 1930 - 2012)

## RESUMO

A origem e estabilidade de satélites planetários estão, intimamente ligadas à origem do nosso Sistema Solar e à formação de planetas. Portanto, é apropriado estudar alguns casos peculiares para nossa compreensão atual sobre a formação do Sistema Solar e para entender a criação dos sistemas de satélites. Tendo isso em vista um estudo da estabilidade dos satélites internos de Urano é realizado procurando viabilizar um cenário estável para tal sistema. Nós encontramos um provável cenário que possa nos dar indícios de que o sistema de satélites internos de Urano possa ser estável. Outro cenário importante para compreender a formação de satélite é o estudo de nosso próprio satélite natural, a Lua. O estudo da origem a Lua é realizado através de uma rápida revisão bibliográfica das teorias de origem da Lua e com isso tentamos analisar qual seria o cenário mais provável de colisão dentro da teoria do Grande Impacto que favorece a formação do nosso satélite, levando em conta suas características físicas, químicas e petrológicas. O cenário mais provável foi aquele em que colisões com massas comparáveis são usadas para se originar a Lua. O estudo da estabilidade de coorbitais dos pequenos satélites do sistema binário Plutão-Charon é importante visto que também é um caso de cenário de formação de satélites peculiares no Sistema Solar. O estudo dessa estabilidade nos levou a indícios de que o sistema não possui coorbitais à suas pequenas luas, fato comprovado até agora pela missão New Horizons.

**PALAVRAS-CHAVE:** Urano. Lua. Plutão.

## **ABSTRACT**

The origin and stability of planetary satellites are closely linked to the origin of our Solar System and the formation of planets. Therefore, it is appropriate to study some peculiar cases to our current understanding of the formation of the Solar System and to understand the origin of satellite systems. In order to study the stability of the internal satellites of Uranus, in order to provide a stable scenario for such a system. We have found a probable scenario that allows the internal uranian system get stable. Another important scenario for the formation of satellites is the moon scenario. The study of the origin of the Moon is made through a revised bibliographical revision of the theories of origin of the Moon and with this we try to analyze which forming the most probable collision within the theory of Great Impact that favors a formation of our satellite, taking into account its physical, chemical and petrological characteristics. The most likely scenario was that collisions with comparable masses are used to originate the Moon. The study of coorbital stability of the small satellites of the Pluto-Charon binary system is important since it is also a case of a peculiar satellite formation scenario in Our Solar System. The study of stability has led us to evidence that the system is not coorbital in its small moons, a fact proven so far by the New Horizons mission.

**KEYWORDS:** Uranus. Moon. Pluto.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Satélites internos de Urano considerados em nossas simulações. Os satélites estão ordenadas em relação à distância até Urano. A unidade de distância é $1R_{\delta}$ . No primeiro grupo da parte de baixo da figura temos os satélites da família de Pórcia juntamente com os satélites Puck e Mab. Neste grupo a escala de distância representada $1x$ é igual à $1R_{\delta}$ . No segundo grupo da parte de cima da figura temos os satélites clássicos de nossas simulações. Neste grupo da escala de distância representada $14x$ corresponde à $14R_{\delta}$ . . . . .	35
Figura 2	Evolução Temporal do pericentro e apocentro dos satélites internos dos membros da família de Pórcia de Urano. O eixo horizontal representa o tempo em anos, o eixo vertical representa a distância de Urano até o satélite em $10^5 km$ . . . . .	40
Figura 3	Raio orbital dos satélites Cupid, Belinda e Perdita. O eixo vertical representa o tempo em anos. O eixo vertical representa a distância do satélite até Urano em $10^5 km$ . . . . .	41
Figura 4	Aproximação visual do Raio orbital dos satélites Cupido, Belinda e Perdita. O eixo horizontal representa o tempo em anos. O eixo vertical representa a distância de Urano até o satélite em $10^5 km$ . . . . .	42
Figura 5	Evolução da excentricidade dos satélites Cupido, Belinda e Perdita. O eixo horizontal representa o tempo em anos. O eixo vertical representa a excentricidade. . . . .	42
Figura 6	Representação artística do modelo da teoria de formação da Lua proposto por Daly (1946); Hartmann and Davis (1975); Cameron and Ward (1976); Canup and Asphaug (2001). Um corpo do tamanho de Marte colide com uma Terra ainda em formação causando sua obliquidade e lançando material ao seu redor para formar a Lua. . . . .	48
Figura 7	Fonte: Figura extraída de Cameron and Ward (1976) . . . . .	50
Figura 8	Simulações numéricas de grandes impactos com $M_2/M_1 = 0,2$ , $\theta = 30^\circ$ e $v_{imp} = 3v_{esc}$ , mostrando os efeitos combinados de ondas de choque e auto-gravidade. <b>(a)</b> uma colisão em uma escala planetesimal ( $R_1 = 700km$ e $R_2 = 400km$ ) que não evolui ondas de choque; o manto constituído de silicatos ( <i>vermelho</i> ) é desviado gravitacionalmente da parte mais densa do material que é predominantemente ferroso ( <i>azul</i> ). Uma nuvem de detritos com auto-gravidade circunda a proto-Terra. <b>(b)</b> uma colisão da escala da Terra ( $M_1 = M_{\oplus}$ ) que produz ondas de choque intensas em ambos os corpos ( $v_{imp} \approx 30km/s$ ), causando vaporização completa (Reufer et al., 2012). . . . .	52
Figura 9	Figura extraída de Canup and Asphaug (2001) . . . . .	54

Figura 10	Representação do desvio $\Delta$ dos isótopos de oxigênio entre a Terra e Marte. O desvio $\Delta$ Terra-Marte é 300 vezes menor do que o desvio entre Terra-Sol. A diferença Terra-Lua em $\Delta$ é ainda menor por um fator adicional de cerca de 25%. Alguns meteoritos, conhecidos como condritos (E), contêm uma propagação de valores $\Delta$ que estão mais próximos da Terra do que os materiais que estão em Marte. A pequena dimensão da diferença Terra-Lua é encontrada não apenas entre os isótopos de oxigênio, mas também em isótopos de outros tipos que confirmam o resultado (Herwartz et al., 2014). . . . .	56
Figura 11	Fonte: Figura extraída de Belbruno and Gott (2005) . . . . .	60
Figura 12	Fonte: Figura extraída de Amarante (2012) . . . . .	62
Figura 13	Comparação entre os 3 modelos mais favoráveis à teoria de origem da Lua. Em cada um dos três casos, um projétil, cujo manto e núcleo são exibidos em laranja e branco, respectivamente, atingem obliquamente a proto-Terra, cujo manto e núcleo são exibidos em verde e cinza. O pólo norte da proto-Terra aponta externamente à página. As consequências de cada colisão, projetadas no plano equatorial, são retratadas da esquerda para a direita, com várias horas decorrentes entre cada snapshot. <b>(a)</b> No cenário padrão (Canup and Asphaug, 2001), o momento angular do impacto é igual ao do sistema atual da Terra-Lua, contudo o material remanescente em órbita é predominantemente da cor laranja proveniente do projétil, um resultado em desacordo com as proporções isotópicas quase idênticas de oxigênio, silício, tungstênio e titânio observados na Terra e na Lua. Nos dois outros casos, <b>(b)</b> um pequeno projétil atinge frontalmente uma proto-Terra em rápida rotação (Ćuk and Stewart, 2012) e <b>(c)</b> dois corpos colidem, cada um com metade da massa da Terra (Canup, 2012). Nos três casos, muito pouco ferro compõe o disco em órbita ao redor da proto-Terra. Mas, somente nos casos <b>(b)</b> e <b>(c)</b> o material é predominantemente do manto da Terra (verde), ao contrário do caso <b>(a)</b> , onde o material é predominantemente do manto do projétil. . . . .	64
Figura 14	Representação da ressonância de eveção entre um satélite e o Sol para o sistema Sol-Júpiter-satélite. . . . .	65
Figura 15	Ressonância de eveção entre a Lua e o Sol para o sistema Sol-Terra-Lua no caso de uma órbita retrógrada da Lua ( $\varpi - \lambda_{\odot} = 90^{\circ}$ ). . . . .	66

Figura 16 Formação do disco lunar a partir do manto da Terra. A figura mostra a evolução do disco dados um impactor de massa  $0,05M_{\oplus}$ , a velocidade relativa de colisão de  $20\text{km/s}$ , o parâmetro de impacto  $b = -0,3$  (o sinal negativo indica colisões em que  $\vec{v}_{imp} \cdot \vec{w} \times \vec{r} < 0$ , onde  $v_{imp}$  é a velocidade relativa de colisão,  $\vec{w}$  é a velocidade angular da proto-Terra e  $\vec{r}$  é raio-vetor relativo entre o impactor e a proto-Terra) e uma proto-Terra de massa  $1,05M_{\oplus}$  com uma velocidade de rotação de  $2,3h$ . A circunferência cinza denota do limite de Roche. **(A)-(F)**: visualização planar de uma simulação em SPH com uma proto-Terra com velocidade de rotação no sentido anti-horário, onde as cores indicam os mantos de silicato e os núcleos de ferro da proto-Terra e do impactor. O disco proto-lunar é dominado pelo material proveniente do manto da proto-Terra. **G**: as partículas de cor azul denotam a proto-Terra. A atmosfera é denotada pelas partículas amarelas e o disco proto-lunar pelas partículas verdes. **H**: densidade final formada do sistema (Ćuk and Stewart, 2012). . . . . 67

Figura 17 Evolução das marés lunares através da ressonância de evecção, começando com um período de rotação de  $2,5h$ . A Lua é capturada na ressonância em  $\sim 9K$  anos (com um semieixo maior de  $6,8R_{\oplus}$  em **(A)**) e permanece na ressonância até  $\sim 68$  mil anos, quando a Lua quase atinge uma órbita que é geo-síncrona no perigeu (linha cinza). Durante este tempo, o semieixo maior da órbita lunar é preso em uma configuração fazendo um ângulo de  $90^{\circ}$  com a linha Terra-Sol. No início, a Lua continua evoluindo sua órbita se afastando **(A)** da ressonância de evecção enquanto a excentricidade **(B)** aumenta, até que ela atinge um limite e se estabiliza fazendo uma migração lenta no interior de sua órbita terminando em  $\sim 5R_{\oplus}$ . Durante o término da ressonância, a rotação da Terra diminui drasticamente **(C)**, com o período de rotação aumentando de  $2,5 - 6h$ . Durante a captura pela ressonância de evecção o ângulo ressonante  $\Psi = 2\lambda_{\odot} - 2\varpi_{\zeta}$  ( $\lambda_{\odot}$  é longitude média do Sol e  $\varpi_{\zeta}$  é longitude do perigeu da órbita lunar) libra em torno de  $180^{\circ}$  **(D)** (Ćuk and Stewart, 2012). . . . . 69

Figura 18 Mudança no momento angular total do sistema Terra-Lua durante a evolução das marés da Lua para diferentes parâmetros da simulação. **(A)** simulações que começam com o período de rotação da Terra de  $2,5h$  com diferentes fatores de dissipação de maré para a Terra ( $Q_{\oplus}$ ) e para a Lua ( $Q_{\zeta}$ ). **(B)** Simulações começando com períodos de rotação de 2; 2,25; 2,5 e  $3h$  para a Terra com  $Q_{\oplus} = 96$  e  $Q_{\zeta} = 97$ . O momento angular atual do sistema Terra-Lua é de 0,35 na normalização escolhida por (Ćuk and Stewart, 2012). A velocidade rotacional da Terra para que se tenha ruptura teria um momento angular de 1 (Ćuk and Stewart, 2012). . . . . 70

- Figura 19 Uma simulação em SPH de uma colisão oblíqua de baixa velocidade ( $v_{imp} = 4km/s$ ) entre um projétil e um alvo com massas semelhantes. As cores indicam a temperatura das partículas em Kelvin. Azul para temperaturas abaixo de  $2500K$  e vermelho para temperaturas acima de  $6440K$ . O tempo é dado em horas, e as distâncias são dadas em unidades de  $10^3km$ . Após o impacto inicial, os pro-planetes são atraídos gravitacionalmente, fundem-se e rotacionam-se rapidamente. Seus núcleos de ferro migram para o centro, enquanto a estrutura resultante desenvolve um formato espiral. Os “braços” dessa espiral se envolvem e finalmente se dispersam para formar um disco contendo  $\sim 3M_{\oplus}$ , cuja composição de silicato difere da do planeta final em menos de 1%. Devido à simetria próxima da colisão, o material do projétil e do alvo são distribuídos aproximadamente proporcionalmente ao longo do disco final. . . . . 72
- Figura 20 Dois novos modelos da teoria do Grande Impacto que mostram como formar uma Lua com composição química decorrente principalmente do manto da Terra (Ćuk and Stewart, 2012) e também uma Terra e uma Lua com composições químicas similares às de que temos hoje (Canup, 2012). *Fast-spinning Earth*: modelo proposto por Ćuk and Stewart (2012), onde um corpo com massa menor do que a massa de Marte ( $\sim 5\%$  da massa atual da Terra) e alta velocidade de impacto ( $\sim 20km/s$ ) colide com uma proto-Terra em alta velocidade de rotação podendo formar uma Lua com material vindo principalmente do manto terrestre e não somente de Theia, como no modelo anterior de Canup and Asphaug (2001) (*Standard impact*). *Half-Earth impact*: modelo proposto por Canup (2012), onde um corpo com uma massa maior do que a massa de Marte ( $\sim 50\%$  da massa atual da Terra) e velocidade relativa muito baixa ( $\sim 0km/s$ ) colide com uma proto-Terra podendo formar uma Lua e Terra com composição similares as atuais e não somente de Theia, como no modelo anterior de Canup and Asphaug (2001) (*Standard impact*). . . . . 74
- Figura 21 Representação do ângulo  $\alpha$  de impacto e da projeção  $d$  usada para o cálculo do parâmetro de impacto  $b$ . . . . . 75
- Figura 22 Exemplo de condições iniciais do disco usadas nas simulações de Izidoro et al. (2015b). Cada painel mostra a distribuição de embriões planetários e planetesimais gerados dentro de um determinado perfil de disco definido pela inclinação de densidade de superfície. Os embriões planetários são marcados como círculos abertos e os planetesimais são objetos com massas menores que  $0,00075M_{\oplus}$ . . . . . 78
- Figura 23 Instantes da evolução dinâmica de uma simulação onde  $x = -5,5$ . Júpiter e Saturno são inicialmente como no modelo de Nice II. O tamanho de cada corpo corresponde ao seu tamanho físico relativo e é dimensionado como  $M^{1/3}$ , onde  $M$  é a massa do corpo. A escala de cores fornece a amplitude de massa a que pertence cada corpo. . . . . 79



Figura 24 **(a)** Velocidade de impacto  $v_{imp}$  em função da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com  $x = 2,5$ . A massa  $M_1$  representa o alvo e a  $M_2$  o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto  $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto  $v_{imp}$  dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). **(b)** Distância radial  $r$  ao Sol em função da massa da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial  $r$  é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de  $M_1$  e  $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo  $M_2$ ). . . . . 84

Figura 25 **(a)** Velocidade de impacto  $v_{imp}$  em função da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com  $x = 3,5$ . A massa  $M_1$  representa o alvo e a  $M_2$  o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto  $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto  $v_{imp}$  dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). **(b)** Distância radial  $r$  ao Sol em função da massa da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial  $r$  é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de  $M_1$  e  $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo  $M_2$ ). . . . . 85

Figura 26 **(a)** Velocidade de impacto  $v_{imp}$  em função da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com  $x = 4,5$ . A massa  $M_1$  representa o alvo e a  $M_2$  o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto  $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto  $v_{imp}$  dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). **(b)** Distância radial  $r$  ao Sol em função da massa da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial  $r$  é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de  $M_1$  e  $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo  $M_2$ ). . . . . 86

Figura 27	(a) Velocidade de impacto $v_{imp}$ em função da massa total $M_1 + M_2$ da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com $x = 5,5$ . A massa $M_1$ representa o alvo e a $M_2$ o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto $v_{imp}$ dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). (b) Distância radial $r$ ao Sol em função da massa da massa total $M_1 + M_2$ da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial $r$ é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de $M_1$ e $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo $M_2$ ). . . . .	87
Figura 28	Distribuição inicial de 154 embriões (verde) e 973 planetesimais (azul) considerando uma depleção em massa de 50% que se estende de $1,3ua$ até $2,0au$ . As massas de planetesimais são menores que $0,003M_{\oplus}$ . . . . .	87
Figura 29	(a) Velocidade de impacto $v_{imp}$ em função da massa total $M_1 + M_2$ da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com $x = -1,5$ . A massa $M_1$ representa o alvo e a $M_2$ o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto $v_{imp}$ dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). (b) Distância radial $r$ ao Sol em função da massa da massa total $M_1 + M_2$ da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial $r$ é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de $M_1$ e $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo $M_2$ ). . . . .	90
Figura 30	O sistema binário Plutão-Caronte. Fonte: Figura extraída de Porter and Stern (2015). . . . .	98
Figura 31	As órbitas de Jano e Epimeteu estão num referencial girante com seu movimento médio aproximado. As órbitas de Jano e Epimeteu foram ampliadas para demonstrar as larguras das órbitas ferraduras. Os pontos marcam as posições dos satélites em (1) 1 de Julho de 2004, (2) 21 de Maio de 2005 e (3) 9 de Setembro de 2006. As setas indicam o sentido das órbitas dos satélites. . . . .	99
Figura 32	Na figura pontos vermelhos representam coorbitais que sobrevivem para longos períodos de tempo $< 40Ka$ , enquanto que pontos azuis coorbitais que sobrevivem para curtos períodos de tempo $< 1Ka$ . O modelo analisado é o combinado.	107

Figura 33	Na figura pontos vermelhos representam coorbitais que sobrevivem para longos períodos de tempo $< 40Ka$ , enquanto que pontos azuis coorbitais que sobrevivem para curtos períodos de tempo $< 1Ka$ . O modelo considerado é o independente. . . . .	108
Figura 34	A velocidade $\vec{v}$ da partícula de massa $m$ em relação à origem $O$ pode ser resolvida nas componentes paralela $v_{\parallel}$ e perpendicular $v_{\perp}$ ao raio-vetor $\vec{r}$ . O momento angular da partícula de massa $m$ é proporcional à componente perpendicular $v_{\perp}$ da velocidade, ou equivalentemente, à distância perpendicular $r_{\perp}$ da origem, isto é, o parâmetro de impacto $b$ . . . . .	125
Figura 35	Derivação da fórmula do limite de Roche a partir de uma partícula teste. . . . .	128

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Raio médio ( $r$ ), semieixo maior ( $a$ ), excentricidade ( $e$ ) e inclinação ( $i$ ) dos cinco maiores satélites de Urano. Adaptado de . . . . .	25
Tabela 2 – Satélite, raio médio, elementos orbitais geométricos e razão de massa dos membros da família de Pórcia, Puck e Mab. O semieixo maior $a$ e a excentricidade $e$ , são elementos orbitais geométricos iniciais para as simulações numéricas de Quillen and French (2014). A razão de massa do satélite pela massa do planeta é dada por $m$ . As massas são baseadas nos raios observados assumindo uma densidade de $1g/cm^3$ , e são consistentes com French and Showalter (2012). Os elementos orbitais geométricos foram obtidos assumindo que cada satélite segue uma órbita kepleriana perturbada pelo achatamento de Urano e no caso de Perdita ainda assim foi incluída uma libração ressonante. . . . .	26
Tabela 3 – Exemplo de condições iniciais para HST e $GM$ : $m$ = massa (massa de Urano $R_\oplus$ ); $a$ = semieixo maior (raio de Urano); $e$ = excentricidade; $i$ = inclinação (graus). . .	34
Tabela 4 – Parâmetros do sistema de Urano. . . . .	35
Tabela 5 – A tabela mostra a síntese dos resultados para o <b>caso 1</b> . Na primeira linha temos o tipo de caso, na segunda linha temos se a integração é realizado no passado ou no futuro. Na quarta linha temos se os satélites clássicos são inclusos ou não na simulação. Na quinta linha temos os 3 tipos de massas adotadas. E na última linha nos mostra o tempo de colisão e quais foram os corpos que colidiram no sistema. O tempo é dado em $Ma$ . . . . .	36
Tabela 6 – A tabela mostra a síntese dos resultados para o <b>caso 2</b> . Na primeira linha temos o tipo de caso, na segunda linha temos se a integração é realizado no passado ou no futuro. Na quarta linha temos se os satélites clássicos são inclusos ou não na simulação. Na quinta linha temos os 3 tipos de massas adotadas. E na última linha nos mostra o tempo de colisão e quais foram os corpos que colidiram no sistema. O tempo é dado em $Ma$ . . . . .	36
Tabela 7 – A tabela mostra a síntese dos resultados para o <b>caso 3</b> . Na primeira linha temos o tipo de caso, na segunda linha temos se a integração é realizado no passado ou no futuro. Na quarta linha temos se os satélites clássicos são inclusos ou não na simulação. Na quinta linha temos os 3 tipos de massas adotadas. E na última linha nos mostra o tempo de colisão e quais foram os corpos que colidiram no sistema. O tempo é dado em $Ma$ . . . . .	37
Tabela 8 – A tabela mostra a síntese dos resultados para o <b>caso 1</b> quando consideramos Cordélia e Ofélia no sistema. O tempo é dado em $Ma$ . . . . .	39
Tabela 9 – Coorbitais nos satélites Cupido, Belinda e Perdita. . . . .	43

Tabela 10 – Sumário para os casos de simulações onde colocamos massa zero os satélites. O caso analisado é o <b>caso 1</b> onde a integração foi realizada para o futuro e considerando a massa média. O tempo é dado em $Ma$ . . . . .	44
Tabela 11 – Mudança na excentricidade de Perdita de $3,287 \times 10^{-3}$ por $3,287 \times 10^{-4}$ . . . . .	45
Tabela 12 – Resumo dos principais parâmetros que utilizaremos em nosso trabalho. A massa total é sempre $\sim 1,0M_{\oplus}$ . *Esses parâmetros são todos negativos, mas em nossas simulações não consideraremos a velocidade de rotação da proto-Terra. . . . .	76
Tabela 13 – parâmetro gravitacional $GM$ , semieixo maior ( $a$ ), excentricidade ( $e$ ) e inclinação ( $i$ ) dos 5 satélites do sistema binário Plutão-Caronte. Os elementos orbitais de Caronte são com relação a Plutão e os elementos orbitais dos outros satélites são com relação ao baricentro do sistema binário Plutão-Caronte. . . . .	97
Tabela 14 – Satélites coorbitais de Saturno . . . . .	100

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>23</b>
<b>2</b>	<b>UM ESTUDO DA ESTABILIDADE DOS SATÉLITES INTERNOS DE URANO</b>	<b>24</b>
2.1	Introdução	24
2.2	Satélites Internos	24
<b>2.2.1</b>	<b>Bianca</b>	<b>26</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Créssida</b>	<b>27</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Desdémona</b>	<b>27</b>
<b>2.2.4</b>	<b>Julieta</b>	<b>27</b>
<b>2.2.5</b>	<b>Pórcia</b>	<b>27</b>
<b>2.2.6</b>	<b>Rosalinda</b>	<b>28</b>
<b>2.2.7</b>	<b>Cupido</b>	<b>28</b>
<b>2.2.8</b>	<b>Belinda</b>	<b>28</b>
<b>2.2.9</b>	<b>Perdita</b>	<b>29</b>
<b>2.2.10</b>	<b>Puck</b>	<b>29</b>
<b>2.2.11</b>	<b>Mab</b>	<b>29</b>
<b>2.2.12</b>	<b>Características Gerais e a Dinâmica da Família de Pórcia</b>	<b>30</b>
2.3	Condições Iniciais	33
2.4	Características Físicas da família de Pórcia: Massa e Densidade	34
<b>2.4.1</b>	<b>Normalização</b>	<b>34</b>
2.5	Simulações Numéricas e Resultados	34
2.6	Análise dos Resultados	36
<b>2.6.1</b>	<b>Passado e Futuro</b>	<b>37</b>
<b>2.6.2</b>	<b>Ausência e Presença dos Satélites Clássicos</b>	<b>38</b>
<b>2.6.3</b>	<b>Comparação entre os três tipos de massas: min, med e max</b>	<b>38</b>
<b>2.6.4</b>	<b>Inclusão de Cordélia e Ofélia no Sistema</b>	<b>39</b>
<b>2.6.5</b>	<b>Análise de um único caso</b>	<b>39</b>
<b>2.6.6</b>	<b>Apocentro e Pericentro</b>	<b>39</b>
<b>2.6.7</b>	<b>Raio Orbital e Excentricidade</b>	<b>40</b>
2.7	A busca por uma solução	43
<b>2.7.1</b>	<b>Coorbitais no Sistema</b>	<b>43</b>
<b>2.7.2</b>	<b>Massa nula</b>	<b>44</b>
<b>2.7.3</b>	<b>Mudança na Excentricidade de Perdita</b>	<b>44</b>
<b>2.7.4</b>	<b>Diferenças entre os integradores Bulirsch-Stoer e Híbrido</b>	<b>45</b>
2.8	Conclusões	46
<b>3</b>	<b>ORIGEM DA LUA</b>	<b>47</b>

3.1	Introdução . . . . .	48
<b>3.1.1</b>	<b>O Grande Impacto . . . . .</b>	<b>48</b>
3.2	A Teoria do Grande Impacto . . . . .	50
<b>3.2.1</b>	<b>Motivação . . . . .</b>	<b>50</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Um novo processo numérico para a formação de Planetas . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Theia . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>3.2.4</b>	<b>Dificuldades para se formar a Lua através da Hipótese do Grande Impacto . . . . .</b>	<b>55</b>
3.2.4.1	Composição Química . . . . .	55
3.2.4.2	Por que Vênus não tem uma Lua? . . . . .	56
3.3	Dinâmica do Sistema Terra-Lua . . . . .	57
<b>3.3.1</b>	<b>Momento angular . . . . .</b>	<b>58</b>
3.4	A Ressonância de Evecção . . . . .	58
3.5	Possível Origem de Theia . . . . .	60
<b>3.5.1</b>	<b>Problemas com o modelo coorbital de origem da Lua . . . . .</b>	<b>61</b>
3.6	Novos cenários para a Hipótese do Grande Impacto . . . . .	63
<b>3.6.1</b>	<b>O modelo de fissão desencadeada por impacto (Ćuk and Stewart, 2012) . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>3.6.2</b>	<b>O modelo do gêmeo-impactor (Canup, 2012) . . . . .</b>	<b>71</b>
3.7	Comparação entre os modelos . . . . .	73
3.8	Parâmetros de Colisão . . . . .	74
<b>3.8.1</b>	<b>Parâmetro de massa <math>\gamma</math> . . . . .</b>	<b>75</b>
<b>3.8.2</b>	<b>Parâmetro de Impacto <math>b</math> . . . . .</b>	<b>75</b>
3.9	O Modelo . . . . .	76
3.10	Simulações Numéricas e Resultados . . . . .	77
3.11	Análise dos Resultados . . . . .	80
<b>3.11.1</b>	<b>Coleta de dados . . . . .</b>	<b>80</b>
<b>3.11.2</b>	<b>Comparação entre os Perfis . . . . .</b>	<b>80</b>
<b>3.11.3</b>	<b>O caso para o parâmetro <math>x = 1,5</math> . . . . .</b>	<b>88</b>
3.12	Comentários e Considerações Finais . . . . .	91
<b>4</b>	<b>COORBITAIS DOS PEQUENOS SATÉLITES DO SISTEMA PLUTÃO-CARONTE</b>	<b>92</b>
4.1	Introdução . . . . .	92
<b>4.1.1</b>	<b>Formação . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Possibilidade de Aneis . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Características Físicas e Dinâmicas . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>4.1.4</b>	<b>New Horizons . . . . .</b>	<b>94</b>
<b>4.1.5</b>	<b>Estabilidade . . . . .</b>	<b>95</b>
<b>4.1.6</b>	<b>Sistemas Coorbitais . . . . .</b>	<b>97</b>
4.2	Metodologia . . . . .	101
<b>4.2.1</b>	<b>O modelo independente e o modelo combinado . . . . .</b>	<b>102</b>
4.3	Elementos Orbitais Geométricos . . . . .	102
4.4	Simulações Numéricas e Resultados . . . . .	105

4.4.1	<b>Tempo de vida</b> . . . . .	<b>106</b>
4.4.2	<b>Tempo de vida para o modelo combinado</b> . . . . .	<b>106</b>
4.4.3	<b>Tempo de vida para o modelo independente</b> . . . . .	<b>107</b>
4.5	Comentários e Considerações Finais . . . . .	107
5	<b>DISCUSSÃO GERAL</b> . . . . .	<b>109</b>
	<b>Referências</b> . . . . .	<b>111</b>
	<b>APÊNDICE A – PRIMEIRO APÊNDICE</b> . . . . .	<b>125</b>
A.1	Momento Angular do sistema Terra-Lua . . . . .	125
A.1.1	<b>Momento Angular</b> . . . . .	<b>125</b>
A.1.2	<b>Velocidade orbital</b> . . . . .	<b>126</b>
A.1.3	<b>Velocidade de Escape</b> . . . . .	<b>126</b>
A.1.4	<b>Cálculo do Momento Angular do sistema Terra-Lua</b> . . . . .	<b>126</b>
A.2	Limite de Roche da Lua . . . . .	127
A.2.1	<b>A Força de Maré</b> . . . . .	<b>128</b>
A.2.2	<b>Limite de Roche para corpos rígidos e esféricos</b> . . . . .	<b>129</b>
A.2.3	<b>Limite de Roche para corpos deformáveis não-esféricos</b> . . . . .	<b>130</b>
A.3	Cálculo analítico do momento angular total final do sistema Terra-Lua na quebra da ressonância de evecção . . . . .	130
	<b>APÊNDICE B – SEGUNDO APÊNDICE</b> . . . . .	<b>132</b>
	<b>Referências</b> . . . . .	<b>138</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Os satélites naturais dos planetas no sistema solar apresentam configurações orbitais e características peculiares. Informações detalhadas sobre propriedades de satélites tornaram-se disponíveis somente a partir de reconhecimento de sondas espaciais próximas à eles. As origens dos satélites naturais estão, naturalmente, intimamente ligadas à origem do sistema solar e à formação de planetas. Portanto, é apropriado entender como eles são originados e sua estabilidade para entender a criação dos sistemas de satélites. A origem dos sistemas de satélites dos principais planetas pode ser entendida em termos de processos e eventos semelhantes, às vezes com exemplos extremos de alguns eventos para cada sistema. A Lua é provavelmente o caso de satélite mais peculiar que temos. Também podemos citar o caso de Caronte que exigiram circunstâncias especiais dentro do conjunto mais amplo de processos que ocorreram durante a evolução precoce do nosso sistema Solar. Esse trabalho tem o objetivo de estudar casos peculiares da origem e estabilidade de satélites planetários e destaca as peculiaridades de cada caso abordado. Os trabalhos desenvolvidos foram agrupados de acordo com os respectivos planetas. Nos apêndices estão cálculos sobre algumas das principais equações utilizadas. Para quem deseja seguir linearmente os capítulos, a ordem é a seguinte: No capítulo 2 é apresentado um estudo da estabilidade dos satélites internos de Urano, através de simulações numéricas. É discutida a possibilidade de termos um sistema de satélites internos de Urano estável. O estudo da origem da Lua foi objeto dos estudos apresentados no capítulo 3 e dá uma breve introdução da teoria de origem da Lua mostrando a viabilidade de termos uma teoria completa sobre talvez um de nossos satélites mais peculiar. Por fim o capítulo 3 descreve as atividades desenvolvidas durante o período de estágio realizado na Universidade de Maryland. Estão descritos os métodos utilizados e os resultados preliminares da análise da estabilidade de coorbitais ao sistema binário Plutão-Caronte.

## 2 UM ESTUDO DA ESTABILIDADE DOS SATÉLITES INTERNOS DE URANO

### 2.1 INTRODUÇÃO

Urano é o sétimo planeta em distância ao Sol do Sistema Solar (semieixo maior de  $19,19ua$ ), o terceiro maior (raio de  $25559km$ ) e o quarto mais massivo (massa de  $14,536M_{\oplus}$ ) dos oito planetas do Sistema Solar. Urano possui uma densidade média de  $1,318g/cm^3$  e uma obliquidade atípica de  $97,7^{\circ}$  Giorgini et al. (1996). Tem uma atmosfera composta predominantemente por hidrogênio e hélio, além de uma baixa quantidade de metano, conferindo sua característica coloração azulada com traços de amônia e água (Fegley et al., 1991). Urano foi observado em 1690 John Flamsteed e em 1750 por Pierre Lemonnier, porém esses dois astrônomos catalogaram o planeta erroneamente como uma estrela. Somente mais tarde em 13 de março de 1781, William Herschel anunciou a descoberta de Urano como um novo planeta, expandindo as fronteiras do Sistema Solar pela primeira vez na história moderna. Urano foi também o primeiro planeta a ser descoberto por meio de um telescópio. A passagem da sonda Voyager 2 por Urano em 1986 trouxe várias informações novas a respeito desse sistema, propiciando a descoberta de novos satélites e anéis (Smith et al., 1986).

Urano possui o sistema mais densamente compacto de satélites de baixa massa do Sistema Solar. Seus treze satélites internos têm baixa massa e semieixos entre  $a = 49752$  e  $97736km$  ou  $1,9 - 3,8R_{\delta}$  (Smith et al., 1986; Karkoschka, 2001a; Showalter and Lissauer, 2006). As imagens obtidas pela Voyager 2 nos dá o melhor conjunto de dados disponível sobre o sistema de Urano. Além disso, para tornar esse conjunto de dados mais completo, recentemente foram realizadas imagens do sistema de Urano pelo Telescópio Espacial Hubble (HST<sup>1</sup>), pelo VTL (Very Large Telescope) e pelo Telescópio Keck. As imagens obtidas complementaram informações sobre os satélites, anéis e sobre o próprio planeta Sfair (2011).

Neste capítulo será realizada uma breve revisão bibliográfica referente aos satélites de Urano, enfatizando algumas das características relevantes de alguns dos satélites internos que formam a chamada família de Pórcia e que será pertinente para a análise do nosso trabalho.

### 2.2 SATÉLITES INTERNOS

O planeta Urano possui vinte e sete satélites conhecidos até o momento, das quais a maioria não foram descobertos até a era espacial (Sheppard et al., 2005). Todos os satélites de Urano são nomeados devido à personagens em peças de William Shakespeare ou de Alexander Pope, de acordo com as diretrizes da União Astronômica Internacional (Gazetteer, 2006). Eles variam em tamanho desde Titânia ( $1579km$  de diâmetro), o maior satélite interno de Urano, até Cupido o menor interno ( $18km$  de diâmetro).

Os satélites de Urano são divididos em três grupos: treze satélites internos, cinco grandes satélites e nove satélites irregulares. Os satélites internos menores são pequenos corpos escuros que compartilham propriedades comuns e origem com os anéis do planeta. Os cinco grandes satélites internos são

<sup>1</sup> Do inglês *Hubble Space Telescope*.

massivos o suficiente para obter equilíbrio hidrostático, e quatro deles mostram sinais de atividade interna como formação de cânions e vulcanismo em suas superfícies (Smith et al., 1986). Destes, Urano tem cinco satélites internos maiores, são eles em ordem crescente de tamanho: Miranda, Ariel, Umbriel, Oberon e Titânia 4, sendo Titânia o oitavo maior satélite no Sistema Solar, e é cerca de 20 vezes menos massivo que a Lua da Terra. Estes foram os primeiros satélites a serem descobertos, sendo dois deles (Titânia e Oberon) descobertos pelo próprio Herschel em 1787. Esses satélites também são denominados clássicos.

Tabela 1 – Raio médio ( $r$ ), semieixo maior ( $a$ ), excentricidade ( $e$ ) e inclinação ( $i$ ) dos cinco maiores satélites de Urano. Adaptado de .

Satélite	$r$ (km)	$a$ (km)	$e$ ( $\times 10^{-3}$ )	$i$ (graus)
Ariel	578.9	190900	1.2	0.041
Umbriel	584.7	266000	3.9	0.128
Titânia	788.9	436300	1.1	0.079
Oberon	761.4	583500	1.4	0.068
Miranda	235.8	129900	1.3	4.338

Fonte: Extraído de Jacobson (1998); Thomas (1988)

Os satélites internos menores foram descobertos através das imagens obtidas pela Voyager 2 (Smith et al., 1986). Entre as descobertas estão Cordélia e Ofélia e um grupo peculiar de satélites internos menores designados de família de Pórcia, que em ordem crescente de distância à Urano são: Bianca, Créssida, Desdémona, Julieta, Pórcia, Rosalinda, Cupido, Belinda e Perdita. Cupido e Perdita foram descobertos posteriormente através de uma reanálise das imagens da Voyager 2 e também com o auxílio do HST. As informações da tabela 2 mostra dados sobre os membros da família de Pórcia e de outros dois satélites: Puck e Mab.

As imagens dos satélites internos menores de Urano enviadas pela sonda Voyager 2 foram reanalisadas recentemente culminando na descoberta de novos satélites. Os dados das observações realizadas pela sonda Voyager 2 e do HST para estudos mais recentes mostram a impossibilidade de detecção de novos satélites até uma magnitude maior que a magnitude de Cupido, o satélite menos brilhante da família de Pórcia (Karkoschka, 2001b; Showalter and Lissauer, 2006). Os satélites do grupo de Pórcia têm órbitas muito próximas, semieixo maiores entre  $59166\text{km}$  e  $76417\text{km}$ , o que corresponde a  $2,31 - 2,99R_{\delta}$ . Uma vez que estes satélites estão bem próximos a estabilidade do conjunto dos satélites internos pode estar ligada a estabilidade desses satélites, o que será discutido em seção posterior. A configuração desse conjunto de satélites da família de Pórcia é peculiar. Os satélites mais externos são os menores (Bianca e Perdita), com exceção de Cupido, enquanto os satélites internos que se situam no meio da família são os maiores (Rosalinda e Pórcia). Segundo (Karkoschka, 2001a) se a formação dessa família fosse de modo aleatório, essa configuração não seria esperada.

Mais recentemente em 2016 novas análises das imagens dos anéis  $\alpha$  e  $\beta$  de Urano obtidas pela sonda Voyager 2 exibem variações quase periódicas com comprimentos de onda radiais que variam em longitude. Esses padrões sugerem pequenas luas orbitando o exterior desses anéis. Com base nas estruturas observadas nos anéis Chancia and Hedman (2016) estimaram que esses supostos novos satélites deveriam estar localizados cerca de  $100\text{km}$  exteriormente aos anéis e terem de  $2 - 7\text{km}$  de

Tabela 2 – Satélite, raio médio, elementos orbitais geométricos e razão de massa dos membros da família de Pórcia, Puck e Mab. O semieixo maior  $a$  e a excentricidade  $e$ , são elementos orbitais geométricos iniciais para as simulações numéricas de Quillen and French (2014). A razão de massa do satélite pela massa do planeta é dada por  $m$ . As massas são baseadas nos raios observados assumindo uma densidade de  $1g/cm^3$ , e são consistentes com French and Showalter (2012). Os elementos orbitais geométricos foram obtidos assumindo que cada satélite segue uma órbita kepleriana perturbada pelo achatamento de Urano e no caso de Perdita ainda assim foi incluída uma libração ressonante.

Sat.	Raio (km)	Semieixo maior (km)	Exc. ( $\times 10^{-3}$ )	Inc (graus)	m	Albedo
Bianca	27	59165.7	0.96	0.181	9.50e-10	0.065
Créssida	41	61766.8	0.35	0.038	3.33e-09	0.069
Desdémona	35	62658.3	0.23	0.098	2.07e-09	0.084
Julieta	53	64358.3	0.74	0.045	7.18e-09	0.075
Pórcia	70	66097.4	0.17	0.026	1.66e-08	0.069
Rosalinda	36	69927.0	0.33	0.093	2.25e-09	0.072
Cupido	9	74393.1	1.70	0.090	3.52e-11	0.067
Belinda	45	75255.8	0.27	0.28	4.40e-09	0.070
Perdita	13	76417.1	3.51	0.068	1.06e-10	0.070
Puck	81	86004.7	0.90	0.321	2.56e-08	0.099-0.108
Mab	12	97736.3	2.46	0.134	8.34e-11	0.103

Fonte: Extraído de Quillen and French (2014); Showalter and Lissauer (2006).

raio. Esses satélites poderiam auxiliar na manutenção para que os anéis fiquem confinados. Devido aos seus pequenos raios e o presumido baixo albedo, o brilho esperado destes satélites está na ordem do ruído das imagens da Voyager 2.

Os satélites Cordélia e Ofélia estão distantes do sistema de satélites da família de Pórcia e consequentemente dos satélites clássicos. Desta forma esses satélites não são considerados nas simulações numéricas do nosso estudo da estabilidade dos satélites internos de Urano.

Nas seções seguintes será feita uma breve descrição dos satélites e de alguns aspectos da dinâmica destes discutidos na literatura.

### 2.2.1 Bianca

Bianca é um dos satélites internos de Urano. Ele foi descoberto a partir das imagens obtidas pela Voyager 2 em 23 de janeiro de 1986, e recebeu primeiramente o nome temporário de  $S/1986U9$  (Smith, 1986). É conhecido também como Urano VIII. Bianca faz parte do grupo de satélites chamado família de Pórcia, que inclui também: Créssida, Desdémona, Julieta, Pórcia, Rosalinda, Cupido, Belinda e Perdita (Karkoschka, 2001a). Esses satélites têm propriedades fotométricas similares. Bianca tem raio de  $27km$  (Karkoschka, 2001b) e albedo geométrico aproximado de 0,08 (Karkoschka, 2001a). Nas imagens da Voyager 2, ele aparece também como um objeto alongado, com seu semieixo principal em direção a Urano. Considerando o satélite como um elipsoide a razão entre seu semieixo menor e semieixo maior é de  $0,7 \pm 0,2$ , configurando como um objeto prolato (Karkoschka, 2001b). A cor característica predominante desse satélite é a cinza.

### 2.2.2 Créssida

A descoberta de Créssida como um dos satélites internos de Urano foi anunciada em 9 de janeiro de 1986 a partir das imagens obtidas pela Voyager 2, e recebeu em um primeiro momento a designação de *S/1986U3* (Smith, 1986). Ele também é conhecido como Urano IX. Créssida também é membro da família de Pórcia (Karkoschka, 2001a) e tem propriedades fotométricas similares aos membros dessa família. Créssida tem raio de  $41\text{km}$  (Karkoschka, 2001b) e albedo geométrico aproximado de 0,08 (Karkoschka, 2001a). Também é um objeto alongado com seu semieixo principal em direção a Urano. Considerando o satélite como um elipsoide a razão entre seu semieixo menor e semieixo maior é de  $0,8 \pm 0,3$ , configurando como um objeto prolato (Karkoschka, 2001b). A cor característica de sua superfície é a cinza. Créssida está próxima em uma ressonância de movimento médio 3 : 2 com o anel  $\eta$  de Urano. Perturbações gravitacionais de Créssida nesse anel nos dá uma maneira de determinar sua massa, que estima-se ser de aproximadamente  $2,5 \pm 0,4 \times 10^{17}\text{kg}$ . Créssida é o único pequeno satélite de Urano que tem sua massa medida diretamente (Chancia et al., 2017). Acredita-se que Créssida deve colidir com outro satélite interno, Desdémoma, nos próximos  $100\text{Ma}$  (Duncan and Lissauer, 1997).

### 2.2.3 Desdémoma

Desdémoma foi descoberta pelas imagens obtidas da Voyager 2 em 13 de janeiro de 1986 com a designação de *S/1986U6* (Smith, 1986). Esse satélite também é conhecido como Urano X. Desdémoma também faz parte do grupo de satélites da família de Pórcia (Karkoschka, 2001a). Desdémoma tem um raio de  $32\text{km}$  (Karkoschka, 2001b), albedo geométrico aproximado de 0,08 (Karkoschka, 2001a) e razão entre seu semieixo menor e semieixo maior de  $0,6 \pm 0,3$ , sendo um objeto prolato (Karkoschka, 2001b). Sua superfície é de cor cinza. Desdémoma deve colidir com um de seus satélites internos vizinhos, Julieta ou Créssida, dentro dos próximos  $100\text{Ma}$  (Duncan and Lissauer, 1997).

### 2.2.4 Julieta

A descoberta de Julieta ocorreu a partir de imagens obtidas pela Voyager 2 em 3 de janeiro de 1986, sendo designado de *S/1986U2* (Smith, 1986). Esse satélite também é conhecido como Urano XI. Julieta é membro da família de Pórcia (Karkoschka, 2001a), com um raio de  $53\text{km}$  (Karkoschka, 2001b), albedo geométrico aproximado de 0,08 (Karkoschka, 2001a) e razão entre seu semieixo menor e semieixo maior de  $0,5 \pm 0,3$ , sendo um objeto prolato (Karkoschka, 2001b). Sua superfície é predominantemente cinza. Acredita-se que Julieta deve colidir com Desdémoma, dentro dos próximos  $100\text{Ma}$  (Duncan and Lissauer, 1997).

### 2.2.5 Pórcia

Este é o maior dos satélites do grupo que leva seu nome denominado de família de Pórcia (Karkoschka, 2001a). Ele também é o segundo maior satélite interno de Urano (Puck é o maior). Esse satélite foi descoberto a partir das imagens obtidas pela Voyager 2 em 3 de janeiro de 1986, e recebeu primeiramente o nome temporário de *S/1986U1* (Smith, 1986). Ele também é conhecido como Urano XII. Pouco é conhecido sobre o satélite Pórcia e estima-se que seu raio tem  $140\text{km}$  (Karkoschka,

2001b), albedo geométrico aproximado de 0,08 (Karkoschka, 2001a) e razão entre seu semieixo menor e semieixo maior de  $0,8 \pm 0,3$ , sendo um objeto prolato (Karkoschka, 2001b). Acredita-se que esse satélite no futuro irá se fragmentar em um anel devido a maré (Karkoschka, 2001b). Como Pórcia é o maior desses satélites, então seus elementos orbitais sofrem pequenas variações no decorrer dos anos (Showalter and Lissauer, 2006). Observações através do HST e do VLT indicam a possibilidade de gelo de água em sua superfície (Karkoschka, 2001a; Dumas et al., 2003).

### 2.2.6 Rosalinda

A descoberta de Rosalinda como um dos satélites internos de Urano se deu em 13 de janeiro de 1986 a partir das imagens obtidas pela Voyager 2, e recebeu em um primeiro momento a designação de *S/1986U4* (Smith, 1986). Esse satélite também é conhecido como Urano XIII. Rosalinda também é membro do grupo de satélite da família de Pórcia (Karkoschka, 2001a) e tem propriedades fotométricas similares aos membros dessa família. Rosalinda tem raio de  $36\text{km}$  (Karkoschka, 2001b) e albedo geométrico aproximado de 0,08 (Karkoschka, 2001a). Nas imagens da Voyager 2, esse satélite aparece como um corpo quase esférico. Rosalinda é um corpo prolato ( $0,8 - 1,0$ ) (Karkoschka, 2001b). A cor característica de sua superfície é a cinza. Rosalinda está próxima em uma ressonância de movimento médio 3 : 5 com o satélite Cordélia.

### 2.2.7 Cupido

Este é o menor dos satélites internos da família de Pórcia. Como Cupido é o menor desses satélites, ele não foi detectado em um primeiro momento pelas imagens da Voyager 2. Ele foi descoberto posteriormente em 2003 através da análise das imagens obtidas pelo HST (Showalter and Lissauer, 2003). Cupido recebeu primeiro designação de *S/1986U2* para seu nome (Smith, 1986) e também é conhecido como Urano XXVII. A órbita de Cupido pode ser considerada quase circular e planar. Entretanto, como o tamanho desse satélite é pequeno, suas imagens obtidas também são reduzidas, levando em uma imprecisão na determinação de seus elementos orbitais. Cupido e Belinda estão em órbitas bem próximas, e mesmo assim a partir das imagens da Voyager 2 Cupido parece não sofrer nenhuma perturbação significativa em sua órbita, descrevendo uma órbita bem comportada; ao contrário, por exemplo, das órbitas de Mab e Perdita (Showalter and Lissauer, 2003). Contudo, a proximidade entre as órbitas desses satélites sugere implicações na estabilidade dos mesmos (French et al., 2015). A sua superfície é escura, o que dificultou sua detecção pelas câmeras da Voyager 2 durante sua aproximação em 1986.

### 2.2.8 Belinda

A descoberta de Belinda entre os satélites internos de Urano foi anunciada em 13 de janeiro de 1986 a partir das imagens obtidas pela Voyager 2, e recebeu em um primeiro momento o nome de *S/1986U5* (Smith, 1986). Ele também é conhecido como Urano XIV. Belinda também é membro da família de Pórcia (Karkoschka, 2001a). Belinda tem raio orbital de  $45\text{km}$  (Karkoschka, 2001b) e albedo geométrico aproximado de 0,08 (Karkoschka, 2001a). Também é um objeto alongado com seu semieixo principal em direção a Urano. Considerando o satélite como um elipsoide seu semieixo

menor é aproximadamente metade do seu semieixo maior. A cor característica de sua superfície é a cinza (Karkoschka, 2001b).

### 2.2.9 Perdita

Os dados analisados das imagens da Voyager 2 revelaram a existência de um novo objeto do sistema de satélites de Urano que não era ainda conhecido (Karkoschka, 2001b). Sua descoberta demorou mais de uma década após a passagem da sonda Voyager 2 em 1986. Posteriormente na análise de imagens subsequentes foi possível a determinação de uma órbita aproximada para esse novo objeto o que permitiu uma maior precisão no cálculo dos seus elementos orbitais. Este novo objeto foi designado primeiramente pelo nome de *S/1986U10* (Karkoschka, 1999) e posteriormente recebeu o nome de Perdita. Perdita também é conhecido como Urano XXV. Se considerarmos o albedo de Perdita semelhante ao albedo conhecido dos outros membros da família de Pórcia, temos que Perdita tem um tamanho de  $13km$ . Este satélite também é o membro da família de Pórcia que possuiu a maior excentricidade. Isso pode sugerir que este satélite está em uma ressonância que aumente a sua excentricidade, por exemplo, uma ressonância de Lindblad (Goldreich and Tremaine, 1980) que foi sugerida por Karkoschka (2001b) e confirmada logo após por Showalter and Lissauer (2006). Os dados de Showalter and Lissauer (2006) obtidos com o HST sugeriam o valor de  $a = 76417,45 \pm 0.03km$  para o semieixo maior de Perdita. Considerando agora o modelo que leva em conta não somente os dados do HST, mas também os dados da Voyager e uma possível libração devido à ressonância; o melhor ajuste para o semieixo maior de Perdita é  $a = 76416,731 \pm 0,007km$ , sendo este o valor da ressonância externa 43 : 44 de Lindblad com Belinda, que está localizada em  $76416,749 \pm 0,015km$ . O aumento de  $57^\circ$  na longitude esperada de Perdita é explicado devido a esta ressonância, mostrando que Perdita não segue uma órbita bem comportada. Outra ressonância de 8 : 7 com Rosalinda também está localizada próxima à órbita de Perdita e pode exercer alguma influência na dinâmica desse satélite. Desta forma ainda há uma busca para um modelo mais completo para a órbita de Perdita.

### 2.2.10 Puck

Puck é o satélite interno mais externo a todos os membros da família de Pórcia e assim como o satélite Mab não faz parte dessa família. Com seu raio de  $77km$ , ele é o maior dos satélites internos de Urano, facilitando a determinação do seu raio, albedo e elementos orbitais. Outra característica peculiar de Puck é com relação a seu brilho. O brilho de Puck é mais intenso em um dos seus lados. Acredita-se que esta peculiaridade pode estar relacionada à interação entre Puck e as partículas do anel  $\mu$ , pela proximidade do satélite com este anel (Showalter and Lissauer, 2006).

### 2.2.11 Mab

Os satélites Mab e Cupido foram descobertos simultaneamente (Showalter and Lissauer, 2003). O satélite Mab, assim como o satélite Puck, não faz parte da família de Pórcia. Devido ser um satélite pequeno e escuro, ele não foi observado em um primeiro momento nas imagens obtidas pela Voyager 2 durante sua passagem por Urano. Uma reanálise nas imagens da sonda revelaram mais tarde o satélite Mab.

O albedo assumido para o satélite Mab faz com que seu tamanho varie de  $\sim 12km$  (albedo similar a Puck) até  $\sim 6km$  (albedo similar a Miranda), fazendo com que este satélite possa ser o menor entre todos os satélites menores internos conhecidos (menor do que Cupido). Os dados do HST mostram que a posição do satélite Mab está defasada em  $2,2^\circ$  em relação à posição esperada do mesmo pelos dados obtidos pela Voyager 2. Isso se deve principalmente pelo fato da incerteza no movimento médio acumulado durante duas décadas. Levando isso em consideração a determinação de seus elementos orbitais (tab. 4) foi realizada através do ajuste dos dados do HST somada também com os dados da Voyager 2. Os elementos orbitais geométricos apresentam alterações com o passar de cada ano, com diferenças maiores de até  $1^\circ$  entre suas posições esperadas em 2004 e 2005, por exemplo.

Kumar et al. (2015) concluem que a defasagem na posição do satélite Mab é devida a interações gravitacionais desse satélite com o anel  $\mu$ . As simulações numéricas de Kumar et al. (2015) indicam uma variação de  $1^\circ$  na longitude média da órbita de Mab, o que está de acordo com observações do HST.

### 2.2.12 Características Gerais e a Dinâmica da Família de Pórcia

A família de Pórcia revela várias similaridades entre os seus satélites pela análise fotométrica dos membros dessa família. Segundo Karkoschka (2001a) os satélites que forma a família de Pórcia têm características diferente dos demais corpos vizinhos (anéis e os satélites regulares), tornando esse grupo peculiar. Acredita-se que tal semelhança entre os membros dessa família pode estar ligada à um processo evolutivo comum devido a fragmentação na formação destes satélites (Colwell and Esposito, 1990, 1992).

A dinâmica dos satélites internos de Urano é bastante complexa. Duncan and Lissauer (1997) realizaram um estudo da estabilidade dos satélites da família de Pórcia, uma vez que os satélites membros dessa família estão confinados em uma região radial bastante estreita. Segundo Lissauer (1995) as órbitas desses satélites podem não ser estáveis durante a idade do Sistema Solar. Duncan and Lissauer (1997) estudaram a dinâmica de um subconjunto de oito dos satélites internos, juntamente com os cinco satélites clássicos. As simulações numéricas realizadas por Duncan and Lissauer (1997) utilizam o pacote SWIFT<sup>2</sup> com o integrador simplético RMVS3<sup>3</sup> (Levison and Duncan, 1994), que é baseado no método do mapa simplético derivado por Wisdom and Holman (1991). Eles modificaram o integrador para a inclusão dos coeficientes gravitacionais  $J_2$  e  $J_4$  que descrevem o achatamento do corpo central. O critério de parada nas simulações numéricas realizadas por Duncan and Lissauer (1997) foi o de que quando ocorria cruzamento entre as órbitas de dois satélites quaisquer, ou até que um limite de tempo pré-definido fosse excedido ( $10^7$  anos). Os vetores de estado iniciais para os satélites internos foram derivados das imagens da Voyager 2 (Owen and Synnott, 1987), e aqueles para os satélites clássicos foram retirados de medidas não publicadas. Como as massas dos satélites internos são desconhecidas, Duncan and Lissauer (1997) usaram estimativas das massas de Lissauer (1995), que se baseiam em raios estimados de imagens não resolvidas (Thomas et al., 1989) e a suposição de que as densidades são as mesmas que as de Miranda,  $d = 1,2g/cm^3$  (Jacobson et al., 1992). Devido ao longo

<sup>2</sup> O integrador SWIFT está disponível em <http://www.boulder.swri.edu/hal/swift.html>.

<sup>3</sup> Do inglês *Regularized Mixed Variable Symplectic*.



tempo computacional dessas integrações, Duncan and Lissauer (1997) usaram o artifício de multiplicar as massas nominais de todos os satélites por um fator  $m_f$ , em que geralmente  $m_f > 1$ . A ideia foi analisar tempo de cruzamento  $t_c$  entre duas órbitas quaisquer dos satélites em função do parâmetro  $m_f$ . Verificou-se que em um tempo um pouco maior que  $t_c$  ocorria a colisão entre os satélites que cruzaram suas órbitas. Os resultados obtidos mostram que  $t_c$  varia com uma potência de  $m_f$  ( $t_c = \beta m_f^\alpha$ ), e como esperado sistemas com menores valores de  $m_f$  apresentam maiores valores de  $t_c$ , acelerando assim o tempo computacional gasto nas simulações numéricas. Também se verificou que sistemas com maiores valores de  $m_f$  excita as órbitas de alguns satélites e esse efeito faz com que se tenha estabilidade na órbita de outro satélite interno (acoplamento). Os efeitos gravitacionais dos cinco satélites clássicos e o momento quadrupolo de Urano não afetou as simulações com maiores valores de  $m_f$ . Geralmente, os pares de satélites que colidem primeiro são Desdémone, Créssida e Julieta; logo maiores valores de  $m_f$  são determinantes para estes satélites. Devido ao momento angular menores valores de  $m_f$  juntamente com a inclusão de  $J_2$  e  $J_4$  aumentaram a estabilidade do sistema, levando uma maior demora para ocorrer o cruzamento de duas órbitas quaisquer no sistema. Ignorando os coeficientes gravitacionais, a instabilidade no sistema se deve pelo fato de que as taxas de precessão dos satélites é alterada eliminando ressonâncias seculares; e em se tratando de condições iniciais, as velocidades iniciais dos satélites utilizadas foram as mesmas nos casos com e sem achatamento, o que inviabiliza o tratamento dos elementos orbitais através dos elementos geométricos (Renner and Sicardy, 2006). Eles mostraram que na maior parte dos casos analisados as órbitas dos cinco satélites clássicos, por si só, eram estáveis durante um período  $\sim 2,5 \times 10^{17}$  anos) muito mais tempo do que a idade do Sistema Solar, enquanto os satélites internos eram estáveis ao longo em um tempo significativamente menor do que a idade do Sistema Solar (entre  $4Ma$  e  $100Ma$  de anos). As simulações de Duncan and Lissauer (1997) inferem uma possível colisão que irá resultar em agregação dos satélites. A colisão mais provável pelas simulações de Duncan and Lissauer (1997) é entre os satélites Créssida e Desdémone, o que resultaria em um novo satélite que eles chamaram de “Cresdemona”. Os resultados das nossas simulações confirmam esta colisão, mas a primeira colisão que geralmente ocorre é a de Cupido com Belinda, formando um novo satélite “Cupilinda”, o que está de acordo com French and Showalter (2012). Segundo Duncan and Lissauer (1997) o tempo de estabilidade do sistema aumenta se o sistema tem o número de satélites reduzidos, o que se dá através de colisões entre os satélites. Esse tempo é compatível com a idade do Sistema Solar. Tais resultados sugerem que é necessário uma melhor estimativa para os parâmetros dos satélites internos de Urano para uma melhor compreensão da dinâmica da família de Pórcia. Os satélites estão relativamente próximos o que evidencia uma grande instabilidade. Essa proximidade indica que os satélites podem ser recentes em termos geológicos (Colwell and Esposito, 1992).

Meyer and Lissauer (2005) usaram o integrador Mercury<sup>4</sup> (Chambers, 1999) para simular os mesmos 13 satélites (oito internos e cinco clássicos) usados por Duncan and Lissauer (1997). Eles exploraram uma série de massas possíveis assumindo densidades entre  $0,1 - 30g/cm^3$  e replicaram os resultados fundamentais de Duncan and Lissauer (1997). Eles mostraram que a primeira colisão geralmente ocorre em menos de  $3 \times 10^6$  anos, com densidades mais baixas correspondentes a tempos

<sup>4</sup> O integrador Mercury está disponível em <http://www.arm.ac.uk/jec/home.html>.

mais longos entre colisões. Ao assumir que os corpos colidindo se fundem, eles também continuaram as simulações após a primeira colisão para explorar a evolução do sistema ainda mais. O fato de que os satélites nas simulações de Meyer and Lissauer (2005) experimentaram colisões ao longo de períodos de tempo semelhantes aos cruzamentos em órbita encontrados pelo Duncan and Lissauer (1997) suporta o argumento de que uma colisão seguirá após o cruzamento de duas órbitas.

Dawson et al. (2009, 2010) exploraram a evolução à curto prazo das órbitas dos satélites internos de Urano, analisando os efeitos das ressonâncias sobrepostas de múltiplos pares. Eles descobriram que a evolução era muito sensível às massas assumidas e atribuiu essa sensibilidade à dependência das larguras das ressonâncias sobrepostas. Eles também computaram o expoente característico de Lyapunov para cada órbita e descobriram que o tempo de Lyapunov aumentou com o decréscimo da massa, mas eles argumentavam que o expoente de Lyapunov não era um preditor válido para o caos em sistemas com fortes ressonâncias, como era o caso do sistema de Urano analisado.

Showalter and Lissauer (2006) fazendo uma análise comparativa com trabalhos anteriores (Owen and Synnott, 1987; Jacobson, 1998), verificou que a maior parte das órbitas dos satélites internos de Urano sofreram mudanças significativas em apenas uma década, principalmente no caso do satélite Belinda. Os elementos orbitais geométricos de Créssida e Desdémona sofreram variações em sentidos opostos, efeito esperado no caso de órbitas acopladas. No entanto, não foi observada variações no momento angular e energia do sistema, o que é consistente com o princípio de conservação. Estes dois efeitos já haviam sido sugeridos por Duncan and Lissauer (1997) no estudo envolvendo simulações numéricas citado anteriormente.

French and Showalter (2012) aproveitaram a melhoria de técnicas para o tempo computacional desde 1997, para ampliar os resultados de Duncan and Lissauer (1997). Eles exploram a estabilidade dos satélites uranianos internos usando simulações com base nos dados observacionais mais recentes. Eles concluem que, em uma ampla gama de variações dos parâmetros de massa, o sistema é instável, resultando no eventual cruzamento de órbitas e na provável subsequente colisão dos satélites (porém, eles não incluem colisões em suas simulações). Cupido e Belinda são geralmente os primeiros satélites a cruzar as órbitas, e fazem isso em uma escala de tempo de  $10^3 - 10^7$  anos. Créssida e Desdémona são geralmente o próximo par a cruzarem suas órbitas, em uma escala de tempo de  $10^5 - 10^7$  anos. Eles mostram que os tempos de cruzamento de órbitas são altamente sensíveis às condições iniciais e que a instabilidade de Cupido está relacionada às suas interações ressonantes com Belinda. Também é mostrado uma lei de potência, assim como previsto por Duncan and Lissauer (1997), que relaciona o tempo de cruzamento de órbita com a massa do satélite, é válida em uma ampla gama de massas. Eles generalizam a lei de potência para lidar com o tempo de vida útil de pares orbitais instáveis e mostram que essa lei de potência pode ser usada para estender o período de estudos da estabilidade orbital de uma maneira computacionalmente eficiente. Os resultados apresentados por French and Showalter (2012) sugerem que o atual sistema de satélites de Urano está em transição e que os satélites continuarão a colidir e a se reativar em um futuro previsível.

Quillen and French (2014) exploraram a dinâmica das cadeias ressonantes entre os satélites internos de Urano, com base nas integrações realizadas por French and Showalter (2012). Eles utilizaram uma única simulação do sistema completo para uma mesma medida de massa. Eles também investigaram

as ressonâncias do tipo excentricidade de três satélites (Quillen, 2011) na dinâmica do sistema. Ao examinar uma integração numérica de French and Showalter (2012), eles encontraram os mecanismos ressonantes responsáveis pela evolução caótica dos satélites internos de Urano. Eles identificaram fortes ressonâncias de movimento médio de primeira ordem entre pares de satélites e estimaram suas frequências de libração características usando um potencial hamiltoniano kepleriano quase perturbativo.

French et al. (2015) amplia o estudo de Quillen and French (2014) para uma gama de simulações numéricas onde parâmetro de massa dos satélites internos é variado. Eles utilizam novamente as simulações realizadas por French and Showalter (2012). Eles também ampliam o estudo para incluir ressonâncias do tipo inclinação, e identificam um conjunto complementar de ressonâncias de inclinação de segunda ordem que resultam em variações acopladas significativas nas inclinações dos satélites internos.

### 2.3 CONDIÇÕES INICIAIS

Nesta seção nós descrevemos as condições iniciais usadas em nossas simulações para o estudo da estabilidade dos satélites internos de Urano.

Em nossas simulações foram utilizados para os elementos orbitais geométricos dos membros da família de Portia e dos satélites Puck e Mab os dados da tabela *S3* do material de suporte de Showalter and Lissauer (2006). Já para os satélites clássicos nós extraímos os dados de seus vetores de estado a partir da base de dados online Horizons<sup>5</sup> (<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>). Os elementos orbitais geométricos de todos os satélites, juntamente com seus vetores de estado, são colocados na mesma época (JED 2453243.0). A tabela *S3* do material de suporte de Showalter and Lissauer (2006) nos dá três grupos de ajustes diferentes para os dados dos elementos orbitais geométricos dos satélites Perdita; e dois grupos de ajustes diferentes para os dados dos elementos orbitais de Mab e de Cupido. Nós consideramos três casos de simulações numéricas levando em conta esses grupos.

Consideramos o **caso 1** como aquele em que foram utilizados para os elementos orbitais geométricos dos satélites Bianca, Créssida, Desdémona, Julieta, Pórcia, Rosalinda, Belinda, Puck, Mab e Cupido somente os dados referentes ao Hubble Space Telescope (HST). Já para os elementos orbitais geométricos dos satélites Perdita e Mab o **caso 1** utiliza os dados desses satélites referentes ao HST juntamente com os dados obtidos pela sonda Voyager, e ainda ajustados para uma libração nas integrações da órbita de Perdita.

O **caso 2** refere-se àquele em que foram utilizados para os elementos orbitais geométricos dos satélites Bianca, Créssida, Desdémona, Julieta, Portia, Rosalinda, Belinda, Puck, Mab e Cupido os dados referentes ao HST. E para os elementos orbitais geométricos dos satélites Perdita e Mab foram utilizados os dados referentes ao HST somados com os dados obtidos pela Voyager. E o que diferencia do **caso 1** é que neste caso não temos considerações de libração na órbita de Perdita.

O **caso 3** é o último caso considerado em nossas simulações e refere-se àquele em que foram utilizados para os elementos orbitais geométricos de todos os satélites somente os dados obtidos pelo HST.

<sup>5</sup> Centro: baricentro de Urano. Plano de referência: Equador e nodo de Urano. Sistema de referência: J2000.

Consideramos para os vetores de estado dos satélites clássicos nos três casos os dados referentes à base de dados online Horizons.

## 2.4 CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DA FAMÍLIA DE PÓRCIA: MASSA E DENSIDADE

A massa e densidade dos satélites são dados pela tabela 1 de French and Showalter (2012) através dos valores do parâmetro gravitacional  $GM$ . O valor da densidade adotado para todos os satélites é  $1,0g/cm^3$ . Nós fizemos simulações numéricas levando em conta as incertezas  $\sigma$  no valor do parâmetro gravitacional  $GM$  para todos os satélites e consideramos três tipos de massas:  $GM_{min} = GM(1 - \sigma)$ ,  $GM$ ,  $GM_{max} = GM(1 + \sigma)$ , como mostrado na tabela 1 de French and Showalter (2012). Um exemplo de condições iniciais é mostrado na tabela 3.

Tabela 3 – Exemplo de condições iniciais para HST e  $GM$ :  $m$  = massa (massa de Urano  $R_\delta$ );  $a$  = semieixo maior (raio de Urano);  $e$  = excentricidade;  $i$  = inclinação (graus).

Satélite	massa	$a$	$e$	$i$
BIANCA	9.49748E-10	2.25822	2.73999E-04	1.81100E-01
CRESSIDA	3.32558E-09	2.35750	2.03000E-04	3.79000E-02
DESDEMO	2.06881E-09	2.39154	3.42000E-04	9.81999E-02
JULIET	7.18364E-09	2.45642	5.19999E-05	4.54000E-02
PORTIA	1.65505E-08	2.52279	5.11999E-04	2.54999E-02
ROSALIND	2.25125E-09	2.66896	5.78999E-04	9.33999E-02
CUPID	3.51758E-11	2.83940	1.33500E-03	9.87999E-02
BELINDA	4.39698E-09	2.87235	2.77000E-04	2.81999E-02
PERDITA	1.06010E-10	2.91669	8.70800E-03	2.61799E-01
PUCK	2.56431E-08	3.28261	3.89000E-04	3.21400E-01
MAB	8.33798E-11	3.73037	2.39000E-03	1.36099E-01
MIRANDA	7.60099E-07	4.95604	6.22000E-04	4.44850E+00
ARIEL	1.49275E-05	7.28788	1.31998E-03	2.54382E-02
UMBRIEL	1.40634E-05	10.1530	3.77005E-03	4.20436E-02
TITANIA	3.94618E-05	16.6500	2.85423E-03	9.73933E-02
OBERON	3.29561E-05	22.2724	1.15258E-03	1.98345E-01

Fonte: Autor

### 2.4.1 Normalização

Para as simulações numéricas nós adotamos as seguintes normalizações: a unidade de massa como massa de Urano ( $M_\delta$ ), a unidade de distância como raio de Urano ( $R_\delta$ ) e a unidade de tempo como segundo.

Os valores do parâmetro gravitacional de Urano  $GM$ , raio ( $R_\delta$ ) e coeficientes de achatamento de Urano estão dados na tabela 4.

## 2.5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS

Nossas simulações foram feitas utilizando o pacote Mercury (Chambers, 1999), onde utilizamos nas simulações numéricas o integrador Bulirsch-Stoer (BS) do próprio pacote. A escolha do integrador

Tabela 4 – Parâmetros do sistema de Urano.

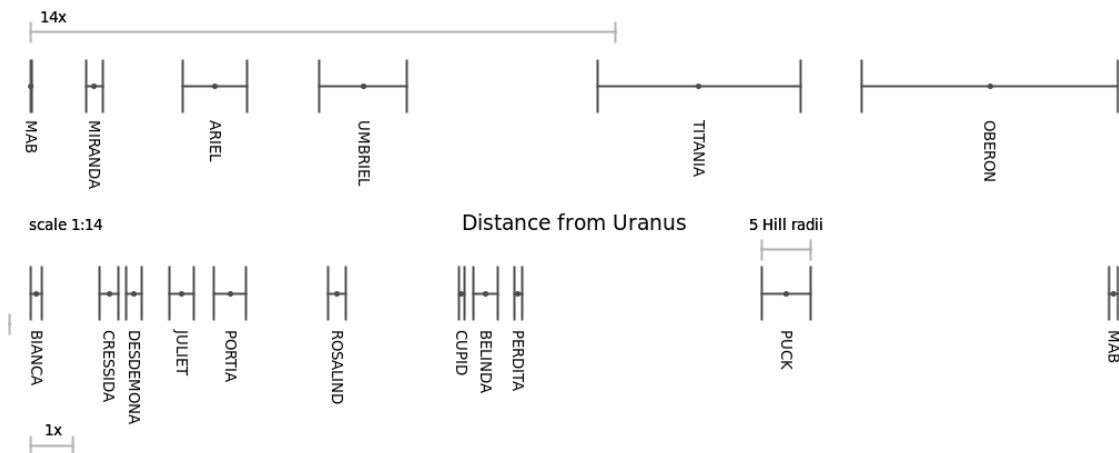
Parâmetro	valor
GM ( $km^3/s^2$ )	5793965.6639392757788301
$R_\delta$ (km)	26200.000
$J_2$	$3.344247802666718 \times 10^{-3}$
$J_4$	$-2.772599495619087 \times 10^{-5}$
$J_6$	0

Fonte: Extraído de French and Showalter (2012).

Bulirsch-Stoer deve-se ao fato de que o sistema de satélites internos de Urano é bastante compacto levando a sucessivos encontros próximos entre os satélites, o que é um problema para os integradores do tipo mapa (fig. Figura 1). Todavia, nós também realizamos testes usando o integrador simplético MVS (Levison and Duncan, 1994; Wisdom and Holman, 1991) como em trabalhos anteriores (Duncan and Lissauer, 1997) e também apresentaremos os nossos resultados de comparação.

Desde que estamos interessados na estabilidade do sistema, então para que essa estabilidade seja rompida é necessário a ocorrência de um encontro próximo entre dois corpos quaisquer do sistema ou no caso limite uma colisão. Mesmo na ocorrência de um encontro próximo ou de uma colisão nós deixamos o sistema fluir até que a integração atinja o limite de tempo de  $10Ma$ . Esse tempo é o tempo utilizado na maior parte da literatura anterior (Duncan and Lissauer, 1997).

Figura 1 – Satélites internos de Urano considerados em nossas simulações. Os satélites estão ordenadas em relação à distância até Urano. A unidade de distância é  $1R_\delta$ . No primeiro grupo da parte de baixo da figura temos os satélites da família de Pórcia juntamente com os satélites Puck e Mab. Neste grupo a escala de distância representada  $1x$  é igual à  $1R_\delta$ . No segundo grupo da parte de cima da figura temos os satélites clássicos de nossas simulações. Neste grupo da escala de distância representada  $14x$  corresponde à  $14R_\delta$ .



Fonte: Autor.

Nós realizamos simulações numéricas considerando a evolução no tempo para o passado e para o futuro do sistema com o objetivo de saber se o sistema dos satélites internos de Urano possa ter

se originado a partir de acreção. Também consideramos casos em que levamos em conta a presença ou a ausência dos satélites clássicos com a finalidade de estudar se os mesmos afetam a dinâmica do sistema. Foram também realizadas simulações numéricas para três diferentes tipos de valores de massa dos satélites:  $min$ ,  $med$  e  $max$ . Consideramos a massa  $med$  como a massa obtida a partir do parâmetro gravitacional  $GM$  da tabela 1 de French and Showalter (2012). A massa  $min$  é aquela em que o parâmetro gravitacional é  $G_{min}$ ; e a massa  $max$  aquela em que o parâmetro gravitacional é  $G_{max}$ . As simulações são feitas considerando um mesmo tipo de valor de massa para todos os satélites.

## 2.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção faremos a análise da estabilidade dos satélites internos de Urano.

As próximas três tabelas sumarizam os resultados de nossas simulações. Na primeira linha de cada tabela nós temos simulações para um dos três casos mencionados anteriormente. Na segunda linha nós temos indicado se a integração é para o passado ou para o futuro. Na terceira linha nós indicamos se as simulações são realizadas levando em conta a perturbação dos satélites clássicos (Miranda, Ariel, Umbriel, Titania e Oberon). Na quarta linha temos os valores de massas adotados. E na última linha temos os satélites internos da família de Pórcia (Bianca, Créssida, Desdémona, Julieta, Pórcia, Rosalinda, Cupido, Belinda e Perdita) que colidiram e o tempo de cada colisão.

Tabela 5 – A tabela mostra a síntese dos resultados para o **caso 1**. Na primeira linha temos o tipo de caso, na segunda linha temos se a integração é realizado no passado ou no futuro. Na quarta linha temos se os satélites clássicos são inclusos ou não na simulação. Na quinta linha temos os 3 tipos de massas adotadas. E na última linha nos mostra o tempo de colisão e quais foram os corpos que colidiram no sistema. O tempo é dado em  $Ma$ .

Caso 1											
Passado						Futuro					
Ausência			Presença			Ausência			Presença		
min	med	max	min	med	max	min	med	max	min	med	max
2,17	0,34	2,24						0,18		0,12	0,02
Bel-Cup	Bel-Cup	Cre-Des		0,27	0,076		0,72	Bel-Per		Bel-Cup	Bel-Cup
2,41	0,62	2,52	0,75	Bel-Cup	Bel-Cup	1,17	Bel-Cup	0,23	0,42	0,15	0,13
Bel-Per	Cre-Des	Jul-Cre	Bel-Cup	0,58	0,11	Bel-Cup	1,67	Ros-Cup	Bel-Cup	Bel-Per	Bel-Per
	1,45	2,56		Bel-Per	Bel-Per		Cre-Des	0,80		0,94	0,22
	Bel-Per	Ros-Cup						Cre-Des		Cre-Des	Cre-Des

Fonte: Autor

Tabela 6 – A tabela mostra a síntese dos resultados para o **caso 2**. Na primeira linha temos o tipo de caso, na segunda linha temos se a integração é realizado no passado ou no futuro. Na quarta linha temos se os satélites clássicos são inclusos ou não na simulação. Na quinta linha temos os 3 tipos de massas adotadas. E na última linha nos mostra o tempo de colisão e quais foram os corpos que colidiram no sistema. O tempo é dado em  $Ma$ .

Caso 2											
Passado						Futuro					
Ausência			Presença			Ausência			Presença		
min	med	max	min	med	max	min	med	max	min	med	max
10 sem colisões	0,03				0,0005	0,12			0,002		
	Bel-Cup	0,001		0,01	Bel-Per	Bel-Per	0,02	Bel-Cup	0,14		0,003
	0,04	Bel-Per	0,20	Bel-Per	0,002	0,83	Bel-Per	0,004	Bel-Cup	0,01	Bel-Per
	Bel-Per	0,91	Bel-Per	0,03	Bel-Cup	Cre-Des	0,22	Bel-Per	0,17	Bel-Per	0,10
	0,69	Cre-Des		Bel-Cup	0,45	1,00	Bel-Cup	0,05	Bel-Per		Bel-Cup
	Cre-Des			Cre-Des	Bel-Cup		Cre-Des				

Fonte: Autor

Tabela 7 – A tabela mostra a síntese dos resultados para o **caso 3**. Na primeira linha temos o tipo de caso, na segunda linha temos se a integração é realizado no passado ou no futuro. Na quarta linha temos se os satélites clássicos são inclusos ou não na simulação. Na quinta linha temos os 3 tipos de massas adotadas. E na última linha nos mostra o tempo de colisão e quais foram os corpos que colidiram no sistema. O tempo é dado em  $Ma$ .

Caso 3											
Passado						Futuro					
Ausência			Presença			Ausência			Presença		
min	med	max	min	med	max	min	med	max	min	med	max
	0,06	0,01			0,02		0,02				0,004
0,38	Bel-Per	Bel-Cup		0,02	Bel-Cup		Bel-Cup	0,03	0,54	0,02	Bel-Cup
Bel-Cup	0,07	0,03	0,5	Bel-Cup	0,15	0,74	0,03	Bel-Cup	Bel-Cup	Bel-Cup	0,42
0,87	Bel-Cup	Bel-Per	Bel-Per	0,60	Bel-Per	Bel-Cup	Bel-Per	0,50	0,74	0,12	Bel-Per
Bel-Per	1,00	1,20		Cre-Des	0,39		0,64	Cre-Des	Bel-Per	Bel-Per	0,76
	Cre-Des	Cre-Des		Cre-Des	Cre-Des		Cre-Des				Cre-Des

Fonte: Autor

### 2.6.1 Passado e Futuro

Analisando a tabela para o **caso 1** temos que existem diferenças significativas quando consideramos integrações para o futuro e para o passado. Por exemplo, se analisarmos casos de massas médias *med* do sistema para o futuro e passado e na presença e ausência dos satélites clássicos temos que as colisões para o futuro ocorrem mais rapidamente no caso que temos a presença dos satélites clássicos (colunas 5 e 11 do **caso 1**) do que as colisões para o passado para o caso que temos a ausência dos satélites clássicos (colunas 2 e 8 do **caso 1**), o que sugere que os satélites clássicos influenciam na estabilidade do sistema. Por exemplo, a colisão entre o par Belinda e Cupido no caso de massa *med* (coluna 12) e na presença dos satélites clássicos ocorre a  $0,12Ma$  (mais rápida) para o futuro, enquanto a mesma colisão entre esses satélites, para o caso de massa *med* e também na presença dos satélites clássicos, irá ocorrer somente a  $0,27Ma$  (mais lenta) para o passado. Um pouco mais do que o dobro do tempo em integrações para o futuro (mais estável). Agora quando consideramos o caso onde reside a ausência dos satélites clássicos, temos que por exemplo, a colisão novamente entre o par Belinda e Cupido no caso de massa *med* (coluna 8) e na ausência dos satélites clássicos ocorre a  $0,72Ma$  (mais lenta) para o futuro, enquanto a mesma colisão entre esses satélites, para o caso de massa *med* e também na ausência dos satélites clássicos, irá ocorrer a  $0,34Ma$  (mais rápida) para o passado. Basicamente metade do tempo em integrações para o futuro (menos estável). A mesma análise pode ser feita para o par colisional Créssida e Desdémone e os resultados são similares.

### 2.6.2 Ausência e Presença dos Satélites Clássicos

A presença ou ausência dos satélites clássicos está diretamente ligada a estabilidade do sistema. Nesta seção analisamos o quão os satélites internos são influenciados pela dinâmica dos satélites clássicos. Como vimos na seção anterior, a análise de nossas simulações numéricas para o passado e para o futuro sugerem que os satélites clássicos possam influenciar diretamente na estabilidade do sistema. Trabalhos anteriores (Duncan and Lissauer, 1997; Showalter and Lissauer, 2006) mostraram que a ausência ou presença dos satélites clássicos não influenciam na estabilidade dos satélites internos. Se compararmos agora simulações em nosso trabalho onde são incluídos os satélites clássicos com simulações onde esses satélites se ausentam vemos que os satélites clássicos influenciam a estabilidade dos satélites internos e existem diferenças significativas, o que contradiz esses trabalhos (Duncan and Lissauer, 1997; Showalter and Lissauer, 2006). Colisões entre os mesmos pares de satélites ocorrem mais rapidamente quando levamos em conta a presença dos satélites clássicos do que quando levamos em conta a ausência desses satélites, indicando que os satélites clássicos ajudam à desestabilizar o sistema como um todo. Por exemplo, se analisarmos integrações do **caso 1** para massas *med* para casos de simulações numéricas para o futuro e na presença dos satélites clássicos (coluna 11), vemos que a colisão do par Belinda-Cupido ocorre a  $0,12Ma$  (mais rápida). Agora se analisarmos integrações do **caso 1** para massas *med* para casos de simulações numéricas para o futuro só que na ausência dos satélites clássicos (coluna 8), vemos que a colisão do par Belinda-Cupido ocorre a  $0,72Ma$  (mais lenta). Seis vezes mais do que o tempo em integrações na presença dos satélites clássicos (mais estável). O mesmo fato pode ser evidenciado para integrações para o passado e para outros pares colisionais como Belinda e Perdita.

### 2.6.3 Comparação entre os três tipos de massas: min, med e max

Se compararmos agora sistemas com as três massas diferentes adotadas  $GM_{min} = GM(1 - \sigma) = min$ ,  $GM = med$ ,  $GM_{max} = GM(1 + \sigma) = max$  (French and Showalter, 2012) vemos que quando adotamos a massa mínima para todos os corpos no sistema as colisões tendem a ser mais tardias do que quando adotamos a massa máxima. Isso é esperado e ocorre pelo fato de que a única força exclusiva no sistema é a gravitacional. Como a atração mútua desses corpos é maior quando as massas dos mesmos são maiores, isso leva a uma maior perturbação em suas órbitas acarretando sucessivos encontros próximos o que evidencia no final uma colisão em um intervalo de tempo menor do que aquelas simulações numéricas onde as massas são mínimas. Por exemplo, se analisarmos integrações de massas *max*, *med* e *min* no **caso 1** para integrações para o futuro e com a presença dos satélites clássicos (colunas 12, 11 e 10), vemos que ocorre uma colisão entre o par Belinda e Cupido a  $0,02Ma$  para o caso de massa máxima *max* (mais instável),  $0,12Ma$  para o caso de massa média *med* e  $0,42Ma$  para o caso de massa mínima *min* (mais estável). A análise é semelhante para simulações numéricas na presença e ausência dos satélites clássicos e pares os outros pares de satélites colisionais.

As análises das duas outras tabelas (**casos 2 e 3**) são similares a análise da tabela do **caso 1** sugerindo os mesmo resultados encontrados nesta tabela, o que muda são os pares de satélites colisionais.

Para simulações com dados do HST (**caso 1**) os pares colisionais são: Belinda-Cupido, Belinda-Perdita, Créssida-Desdémona, Julieta-Créssida e Rosalinda-Cupido (5 pares).



Para simulações com dados do HST+Voyager (**caso 2**) os pares colisionais são: Belinda-Cupido, Belinda-Perdita e Créssida-Desdémona (3 pares).

Para simulações com dados do HST+Voyager (**caso 1**) os pares colisionais são: Belinda-Cupido, Belinda-Perdita e Créssida-Desdémona (3 pares).

Essa diferença entre os pares colisionais se deve pelo fato que os elementos orbitais geométricos dos satélites da família de Pórcia, Puck e Mab; e os vetores de estado dos satélites clássicos são diferentes em cada uma das tabelas utilizadas. Como a diferença entre as tabelas está nos dados dos satélites Perdita, Mab e Cupido, então isso sugere que talvez esses corpos sejam os responsáveis pela instabilidade desse sistema.

Podemos notar também na tabela do **caso 2** para integrações no passado e na ausência dos satélites clássicos que para uma massa mínima *min* não ocorre colisões até  $10Ma$  (coluna 1). Nas demais tabelas tivemos ao menos uma colisão até  $10Ma$ .

#### 2.6.4 Inclusão de Cordélia e Ofélia no Sistema

Analisando a próxima tabela vemos que a inclusão dos outros dois satélites internos Cordélia e Ofélia ao nosso sistema não é significativa, pois os mesmos estão mais internos do que Bianca e muito mais distante do grupo de Pórcia. O sistema continua instável e as análises são similares àquelas realizadas nas seções anteriores.

Tabela 8 – A tabela mostra a síntese dos resultados para o **caso 1** quando consideramos Cordélia e Ofélia no sistema. O tempo é dado em  $Ma$ .

Caso 1	
Futuro	
Ausência	Presença
med	med
0,03	0,01
Bel-Per	Bel-Per
0,54	0,05
Bel-Cup	Bel-Cup
1,00	0,40
Jul-Des	Cre-Des

Fonte: Autor

#### 2.6.5 Análise de um único caso

As próximas análises são feitas considerando o **caso 1** de integrações para o passado com a ausência dos satélites clássicos para o caso onde todas as massas dos satélites são mínimas *min* (caso considerado). A escolha desse caso é devida ao longo tempo de estabilidade o que nos possibilita fazer uma análise mais detalhada. A análise dos outros casos são interpretadas de maneira análoga.

#### 2.6.6 Apocentro e Pericentro

Neste ponto do trabalho analisamos a evolução do apocentro e pericentro para o caso considerado da tabela do **caso 1** onde consideramos dados do HST, da Voyager e também a correção da libração de Perdita. A única força responsável pela perturbação das órbitas dos satélites interiores é a gravitacional.

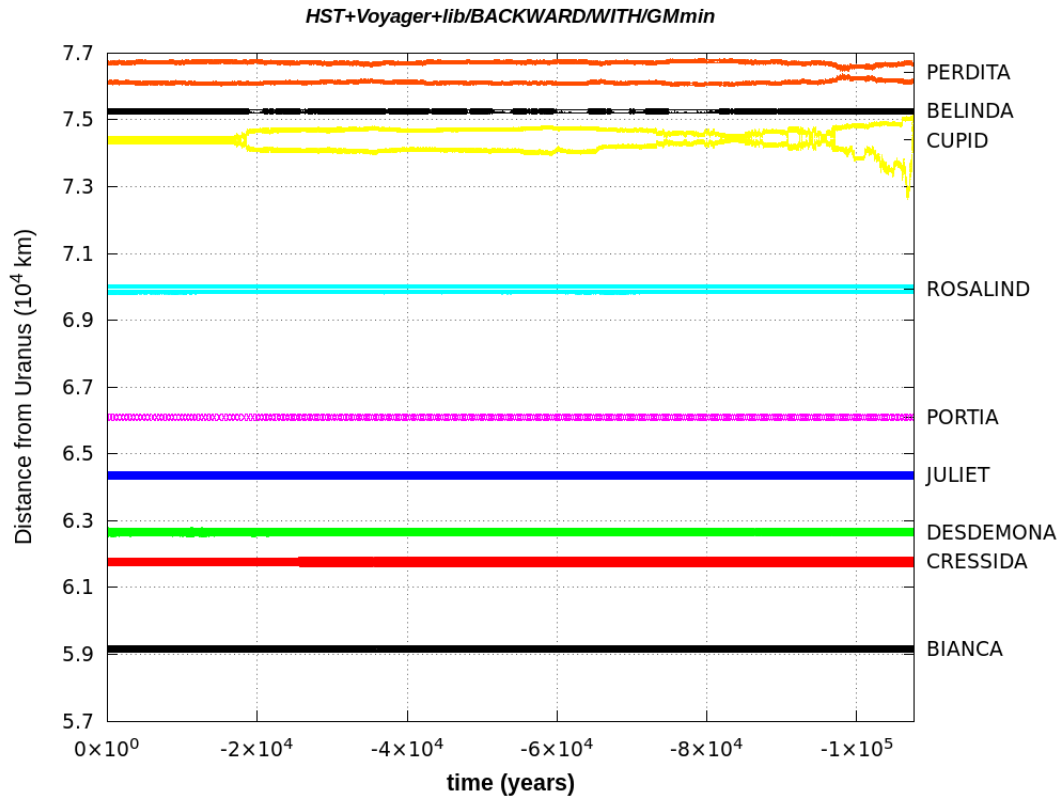
Então uma maneira de analisarmos a mudança nas órbitas desses satélites devido à encontros próximos é fazendo a análise do apocentro e pericentro deles no decorrer do tempo. A figura Figura 2 mostra a evolução temporal do pericentro e apocentro dos satélites internos da família de Pórcia. Analisando a figura Figura 2 vemos que os satélites internos Bianca, Créssida, Desdémona, Julieta, Pórcia, Rosalinda e os satélites clássicos têm seus apocentros e pericentros poucos perturbados e que por isso não existem a ocorrência de encontros próximos entre eles durante a evolução de suas órbitas. Já para o trio Cupido, Belinda e Perdita temos perturbações significativas.

Analisando a evolução temporal do apocentro e pericentro de Cupido, Belinda e Perdita podemos notar que existe uma grande variação nos seus respectivos valores durante a integração. Por exemplo, próximo de  $-2 \times 10^4$  anos temos uma grande variação no apocentro e pericentro de Cupido que se propaga até o final da integração. Essa perturbação na órbita de Cupido faz com que o satélite Belinda seja perturbado e conseqüentemente com que Perdita seja perturbado. No decorrer da integração também temos alguns encontros próximos entre Belinda e Perdita. Para Perdita essa variação em seu apocentro e pericentro é mais acentuada próxima de  $-1.0 \times 10^5$  anos. Após  $-7 \times 10^4$  anos até o final da integração existe um último encontro próximo mais forte entre o par colisional Cupido-Belinda culminando em uma colisão final entre esses dois corpos em  $-2.7 \times 10^6$  anos.

### 2.6.7 Raio Orbital e Excentricidade

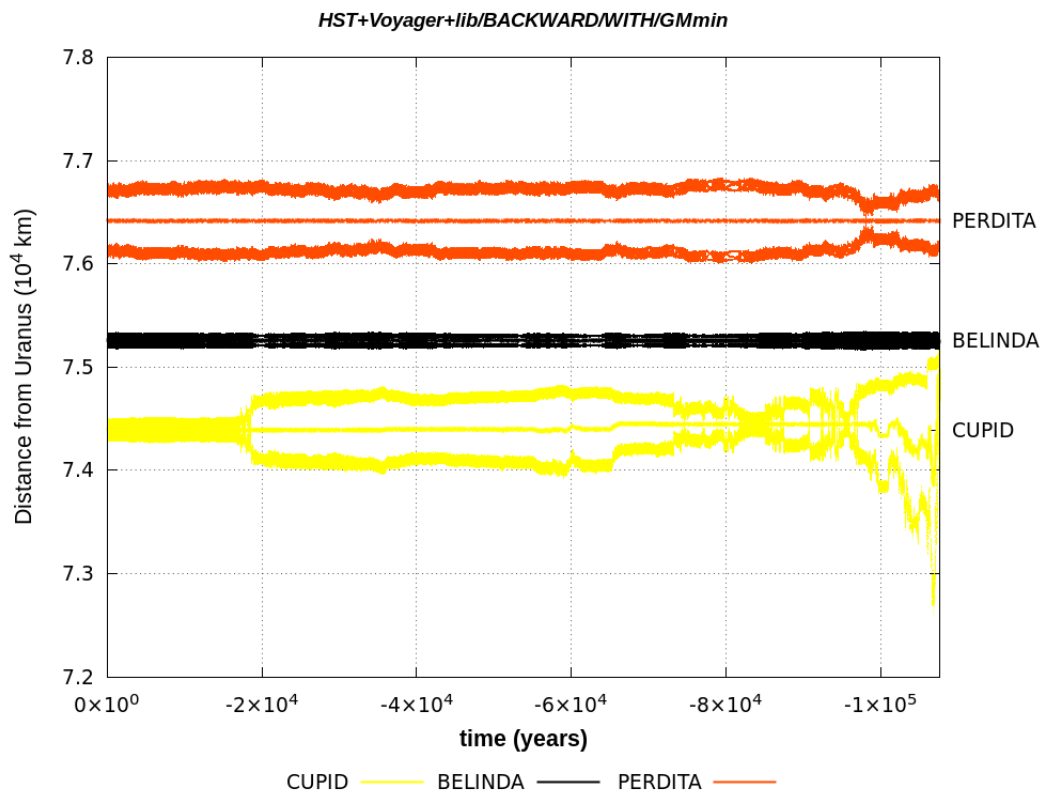
Os únicos satélites perturbados durante a integração são Cupido, Belinda e Perdita, então vamos fazer uma análise mais detalhada considerando apenas esse trio. Devido à encontros próximos a excentricidade desses satélites é alterada levando ao cruzamento de suas órbitas (fig. Figura 2). O mesmo acontece com o raio orbital desses satélites (fig. Figura 3). A figura Figura 3 mostra a evolução do raio orbital do trio Cupido, Belinda e Perdita. Analisando esta figura vemos que próximo de  $-2.0 \times 10^4$  anos temos uma variação no raio orbital de Cupido. Observe que o raio orbital de Belinda não sofre uma variação significativa nesse instante, mas a variação do raio orbital de Cupido é propagada até o final da integração culminando com uma colisão final próximo de  $-2.7Ma$  anos.

Figura 2 – Evolução Temporal do pericentro e apocentro dos satélites internos dos membros da família de Pórcia de Urano. O eixo horizontal representa o tempo em anos, o eixo vertical representa a distância de Urano até o satélite em  $10^5 km$ .



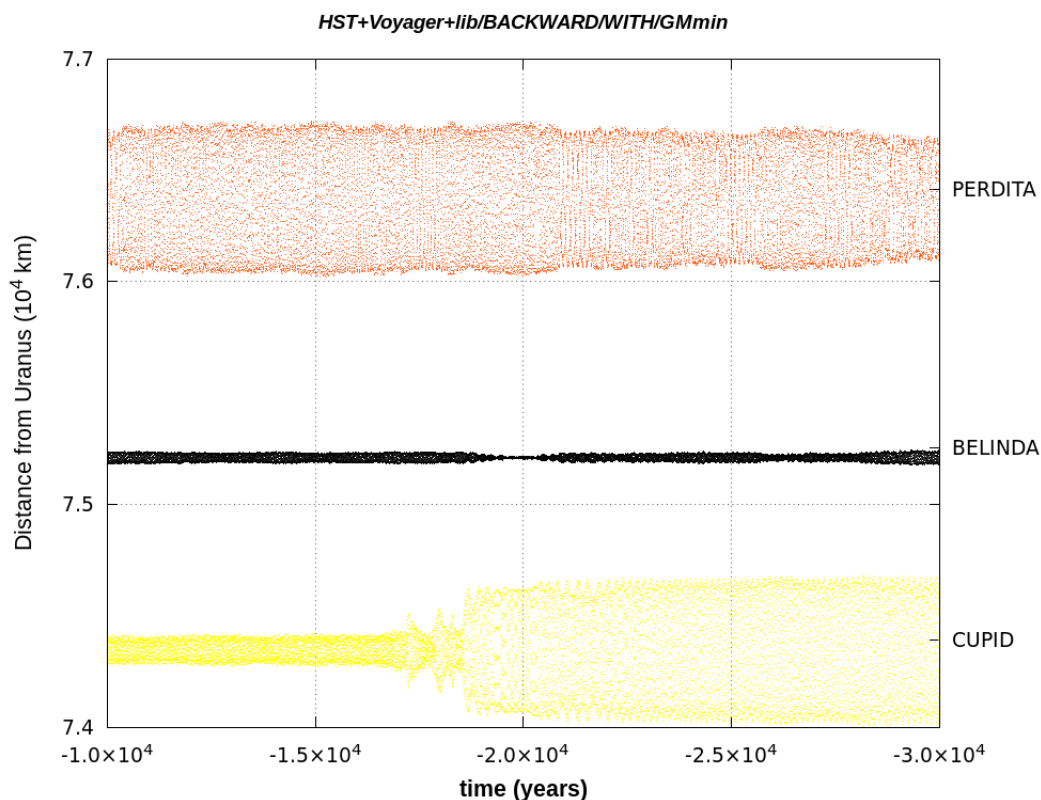
Fonte: Autor.

Figura 3 – Raio orbital dos satélites Cupid, Belinda e Perdita. O eixo vertical representa o tempo em anos. O eixo vertical representa a distância do satélite até Urano em  $10^5 km$ .



Fonte: Autor.

Figura 4 – Aproximação visual do Raio orbital dos satélites Cupido, Belinda e Perdita. O eixo horizontal representa o tempo em anos. O eixo vertical representa a distância de Urano até o satélite em  $10^5 km$ .

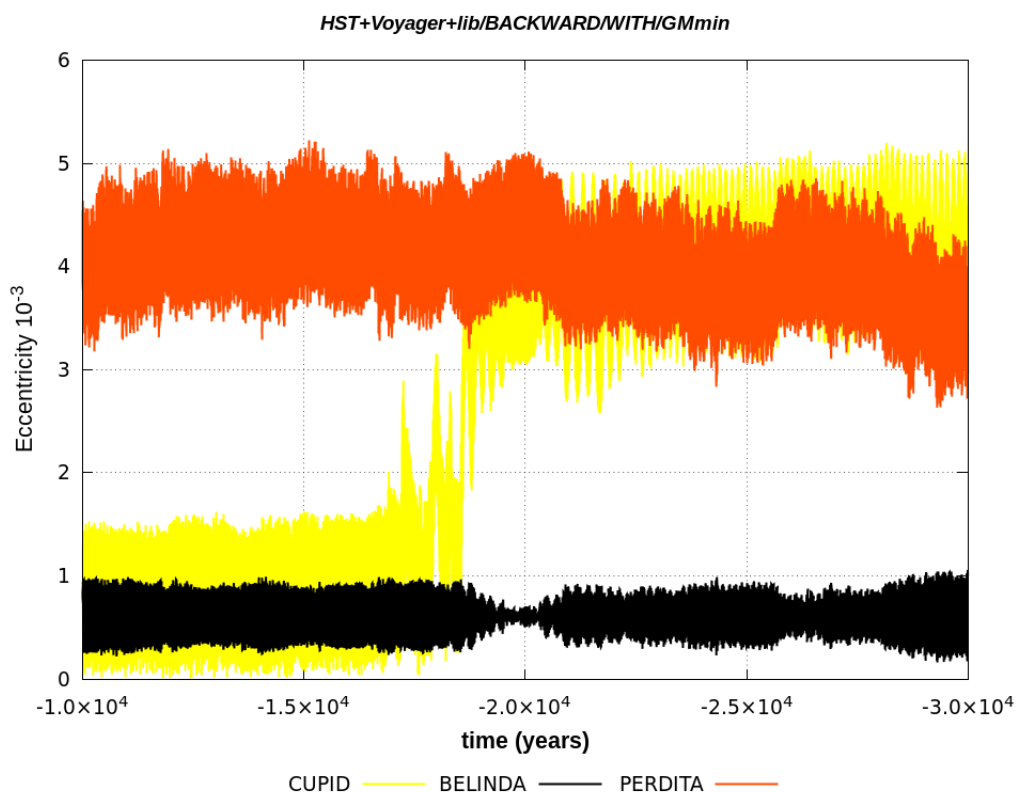


Fonte: Autor.

A figura Figura 4 mostra uma versão ampliada da região de maior variação no raio orbital de Cupido. Vemos que uma perturbação gravitacional ocorre próximo do tempo de  $-1.07622 \times 10^5$  anos.

Devido aos encontros próximos as excentricidades dos corpos também sofrem variações. Se considerarmos apenas o trio Cupido, Belinda e Perdita, podemos analisar o que ocorre com a excentricidade devido a esses encontros próximos. Nós verificamos uma mudança significativa da excentricidade de Cupido próxima aos  $-1.7 \times 10^4$  anos. Veja que nesse instante a excentricidade de Cupido se compara agora à excentricidade de Perdita ( $\sim 4.0 \times 10^{-3}$ ). Isso acarreta sucessivos encontros próximos entre os satélites Cupido e Belinda fazendo com que suas órbitas sejam cruzadas culminando em uma colisão ao fim da integração (fig. Figura 5).

Figura 5 – Evolução da excentricidade dos satélites Cupido, Belinda e Perdita. O eixo horizontal representa o tempo em anos. O eixo vertical representa a excentricidade.



Fonte: Autor.

## 2.7 A BUSCA POR UMA SOLUÇÃO

Como podemos notar pelas análises anteriores o sistema dos satélites internos de Urano é instável. Integrações para o passado e para o futuro não mudam a estabilidade desse sistema. A inclusão ou não dos satélites clássicos também não faz com que o sistema se torne estável. A mudança na massa desses satélites para os limites de massa apresentados por French and Showalter (2012) faz com que o sistema continue instável. Nesta seção analisamos a possibilidade de outras soluções para uma possível estabilidade do sistema de satélites internos de Urano.

### 2.7.1 Coorbitais no Sistema

Aqui fazemos um estudo da possibilidade de coorbitais nos satélites Cupido, Belinda e Perdita, já que pelas análises anteriores são os pares de satélites que fazem com que o sistema fique instável. Também nesse estudo nós levamos em conta os dados do **caso 1**, com a inclusão dos satélites clássicos, com todos os satélites na massa média *med* e para o futuro no tempo. A tabela 9 sumariza os resultados obtidos.

Tabela 9 – Coorbitais nos satélites Cupido, Belinda e Perdita.

<i>COORBITAL (massa de <math>10^{-4}</math> da massa do satélite)</i>					
Cupid		Belinda		Perdita	
$L_4$	$L_5$	$L_4$	$L_5$	$L_4$	$L_5$
0,0002	0,003	0,52	0,10	0,009	0,003
Bel-Cup	Bel-Cup	Bel-Cup	Bel-Cup	Bel-Cup	Bel-Cup

Fonte: Autor

A análise da tabela 9 nos mostra que a inclusão de coorbitais nos pontos lagrangianos  $L_4$  e  $L_5$  com razão de massa  $10^{-5}$  em relação à massa de um dos três satélites considerados aumenta a instabilidade do sistema, fazendo, por exemplo, com que o par Belinda e Cupido colida mais cedo ( $2,91 \times 10^2$  anos) do que quando não consideramos coorbitais ( $1,3 \times 10^5$  anos).

### 2.7.2 Massa nula

Uma tentativa é buscar qual dos satélites podem ter uma contribuição maior na instabilidade do sistema. Isso pode ser feito colocando uma massa nula em um ou mais satélites e comparando com a simulação onde ele está incluso com uma massa diferente de zero. Aqui nós consideramos sete casos onde colocamos o valor de zero para a massa dos satélites. Na tabela 10 consideramos uma simulação numérica para o **caso 1**, onde a quinta linha representa o satélite do sistema com massa nula.

Tabela 10 – Sumário para os casos de simulações onde colocamos massa zero os satélites. O caso analisado é o **caso 1** onde a integração foi realizada para o futuro e considerando a massa média. O tempo é dado em  $Ma$ .

<i>Caso 1</i>						
Futuro						
Presença						
med						
Cupid	Belinda	Perdita	Cup-Bel	Bel-Per	Per-Cup	Bel-Cup-Per
4,50	7,00	10	1,50	3,34	2,33	0,73
Bel-Per	Cre-Des	sem colisões	Jul-Des	Cre-Des	Cre-Des	Cre-Des

Fonte: Autor

Se analisarmos a primeira coluna da tabela anterior vemos que ao colocar uma massa nula para Cupido no sistema, fazendo com que o mesmo não interfira na dinâmica do sistema, o sistema continua instável tendo uma colisão com Perdita à  $4Ma$ . Para o caso de Belinda com massa nula temos que o sistema fica estável por um tempo maior igual a  $7Ma$ , mas no final ocorre uma colisão entre os satélites Cressida e Desdemona. Já na terceira coluna quando retiramos Perdita do sistema vemos que o sistema permanece estável até  $10Ma$ , que é tempo máximo utilizado em nossas simulações numéricas. Quando colocamos zero para as massas do por Cupido e Belinda, vemos que neste caso o sistema fica estável por um menor tempo culminando em uma colisão entre os satélites Julieta e Desdemona. A análise é mesma para os casos onde consideramos que os pares Belinda e Perdita; e Perdita e Cupido não estão no sistema. O que faz com que tenhamos uma colisão entre os satélites Créssida e Desdemona. Já para o trio Cupido, Belinda e Perdita, quando colocamos suas massas iguais a zero vemos que o sistema fica instável mais rapidamente, ao contrário dos outros casos.

### 2.7.3 Mudança na Excentricidade de Perdita

Nesta seção nós fazemos um estudo da excentricidade de Perdita. Como vimos na seção anterior se retirarmos Perdita do sistema, o que é feita colocando sua massa igual a zero, o mesmo permanece

estável por até  $10Ma$ . Tendo isso em vista vamos variar o parâmetro orbital excentricidade de Perdita para tentar achar um caso em que mesmo com Perdita no sistema, o sistema possa ficar estável por um longo período de tempo. Perdita é o satélite de maior excentricidade em nosso problema e também pelas análises anteriores é um dos primeiros corpos a quebrar a estabilidade do sistema. Logo, é um forte candidato por ser responsável pela instabilidade do sistema. O estudo é feito levando em conta uma diminuição de uma ordem de grandeza na excentricidade de Perdita, isto é, mudando a condição inicial da excentricidade de Perdita da tabela HST+Voyager+lib de  $3,287 \times 10^{-3}$  por  $3,287 \times 10^{-4}$ , para o caso onde é incluso os satélites clássicos. A tabela 11 sumariza os resultados obtidos onde mudamos a excentricidade de Perdita, como referido anteriormente.

Tabela 11 – Mudança na excentricidade de Perdita de  $3,287 \times 10^{-3}$  por  $3,287 \times 10^{-4}$ .

EXCENTRICIDADE PERDITA = $3.287 \times 10^{-3} \Rightarrow 3.287 \times 10^{-4}$					
Passado			Futuro		
min	med	max	min	med	max
10 sem colisões	10 sem colisões	2,00 Bel-Cup	10 sem colisões	10 sem colisões	0,50 Bel-Cup

Fonte: Autor

Como podemos ver a diminuição da excentricidade de Perdita mantém o sistema mais estável, levando a uma estabilidade até  $10Ma$ , pois não há colisões nas integrações no passado e no presente para as massas adotadas  $GM_{min} = GM(1 - \sigma) = min$  e  $GM = med$  até  $10Ma$ , onde paramos a integração.

#### 2.7.4 Diferenças entre os integradores Bulirsch-Stoer e Híbrido

O integrador híbrido do pacote Mercury (Chambers, 1999), é uma mistura de um integrador mapa com o Bulirsch-Stoer para sistemas livres de forças externas. Enquanto não temos encontros próximos a uma distância de 3 raios de Hill entre os corpos o integrador utilizado é o mapa. Se um ou mais corpos do sistema estão a uma distância menor que 3 raios de Hill, então é realizada uma integração usando o Bulirsch-Stoer somente nesses corpos, e daí, é realizado o teste do encontro próximo que em nosso caso é de 1 raio de Hill. A distância de 3 raios de Hill para a mudança de integrador é a distância padrão já testada em simulações de formação planetárias (Chambers, 1999). Analisando nossas simulações vemos que a diferença está exclusivamente no tempo para que o sistema fique instável, isto é, quando fazemos integrações utilizando o Bulirsch-Stoer vemos que o tempo para que o sistema fique instável é menor do que o tempo utilizando o integrador híbrido. Isso ocorre pelo fato de que com o uso do integrador mapa encontros próximos são perdidos. Por exemplo, o par Belinda-Cupido, colide mais rápido em uma integração usando o integrador Bulirsch-Stoer do que o híbrido, já que o esse integrador faz uma extrapolação da órbita o que é mais preciso. E nos casos quando se usa o integrador mapa temos arcos de elipses do problema de dois corpos, fazendo que os encontros capturados pelo integrador Bulirsch-Stoer sejam perdidos no mesmo intervalo de tempo. Conforme o sistema evolui nas simulações com o integrador híbrido ele vai ficando mais instável mais lentamente do que nas simulações com o integrador Bulirsch-Stoer. E no final temos que os encontros próximos do integrador híbrido acontecem mais tarde do que para o integrador Bulirsch-Stoer.

## 2.8 CONCLUSÕES

O sistema de Urano em um primeiro momento é altamente instável. Nós fizemos simulações numéricas variando parâmetros de massa e fazendo integrações no passado e para o futuro para esse sistema. Também realizamos simulações numéricas onde consideramos sistemas com e sem os satélites clássicos. Os resultados das nossas simulações nos mostram que um sistema com a massa mínima  $G_{min} = min$  é mais estável do que um sistema com massa máxima  $G_{max} = max$ , isso já era esperado uma vez que quanto mais as massas desses corpos nos sistema, maior é a perturbação gravitacional entre eles, fazendo com que suas órbitas fiquem instáveis em um menor período de tempo. Nossos resultados também nos mostram que existem diferenças nas integrações do passado e do futuro, sendo que integrações no passado podem ter colisões mais rápidas do que integrações no futuro. Outro fato importante é que a ausência dos satélites externos deixa o sistema mais estável independentemente da massa. Isso vai em desacordo com trabalhos anteriores da literatura. Ou seja, os satélites externos influenciam gravitacionalmente no sistema dos satélites internos de Urano. Por fim, quando mudamos a excentricidade de Perdita, o sistema parece ficar quase que estável (exceto para limites altos de massa  $GM_{max} = max$ ). Isso sugere que talvez os elementos orbitais geométricos de Perdita dados por Showalter and Lissauer (2006) possam ser imprecisos. Finalmente podemos concluir que o sistema de Urano pode ser por um longo período de tempo estável  $\leq 10Ma$ , se a excentricidade de Perdita for diminuída.



### 3 ORIGEM DA LUA

A teoria mais aceita da origem da Lua é a do Grande Impacto. Um impacto massivo entre a proto-Terra<sup>1</sup> e um corpo do tamanho de Marte chamado Theia<sup>2</sup> (Halliday, 2000; Hartmann and Davis, 1975; Cameron and Ward, 1976; Cameron, 1985) ou proto-Lua (Noerdlinger, 2012). Para a formação da Lua Canup and Asphaug (2001) propuseram, em uma de suas primeiras versões dessa teoria, que Theia colidiu tangencialmente com essa Terra primitiva de uma maneira muito peculiar e que a Lua foi gerada a partir dos restos dessa colisão. Tendo em vista que as condições iniciais que a Lua teria se formado são peculiares (tais como composição, velocidade relativa de colisão, parâmetro de impacto, massa) Belbruno and Gott (2005) propôs que a única maneira dessa colisão ter ocorrido era a de que a proto-Terra e Theia teriam sido coorbitais no passado de modo que através de pequenas perturbações Theia se desestabilizaria de sua órbita e entraria em uma trajetória rumo à proto-Terra. Até então esse era o cenário mais eficiente para a formação da Lua. A maioria dos modelos de formação da Lua que têm como base a teoria do Grande Impacto, reproduzem as principais características físicas do sistema Terra-Lua, tais como as massas da Lua e da Terra; e o momento angular desse sistema (Canup et al., 2001; Canup, 2004a,b). Porém, esses modelos geralmente falham em reproduzir as características químicas desse sistema: não existem diferenças significativas nos isótopos de rochas lunares quando comparados com os isótopos de rochas terrestres (Clayton and Mayeda, 1975). O problema é que nesse cenário proposto por Canup and Asphaug (2001) a maior parte do material (~ 80%) que deu origem à Lua deriva principalmente do manto de Theia. Um estudo mais recente levando em conta a análise isotópica de zinco das amostras lunares indica evidências adicionais para a hipótese do Grande Impacto (Paniello et al., 2012). Uma colisão frontal ao invés da tangencial também poderia ser igualmente provável. Para tentar adequar-se a esse novo cenário vários modelos mais recentes (Ćuk and Stewart, 2012; Canup, 2012) foram propostos levando à conclusão de que poderíamos ter cenários de formação da Lua mais gerais do que aquele proposto por Canup and Asphaug (2001). Por exemplo, também poderíamos ter um Theia mais massivo ou até mesmo com uma massa menor do que a massa de Marte nesse novo cenário. A fim de estudar esse problema, neste capítulo, nós exploramos através de uma análise estatística qual desses cenários de formação da Lua pode ser o mais favorável, em termos de condições de colisão, considerando modelos atuais de formação planetária (Kokubo and Ida, 2000). Para isso foi realizado um grande número de simulações numéricas, da formação de planetas terrestres, considerando diferentes escalas na densidade local de massa do disco da nebulosa solar (Izidoro et al., 2015b). O objetivo é analisar as características das colisões entre os embriões proto-planetários do sistema para ver estatisticamente qual cenário de formação da Lua pode ser o mais provável. Neste capítulo, nós apresentamos os resultados desta análise e discutimos as implicações para se formar a Lua através da hipótese do Grande Impacto.

<sup>1</sup> A Terra em um estágio inicial de seu desenvolvimento.

<sup>2</sup> O nome Theia vem da deusa da mitologia grega, mãe de Selene, a deusa da Lua.

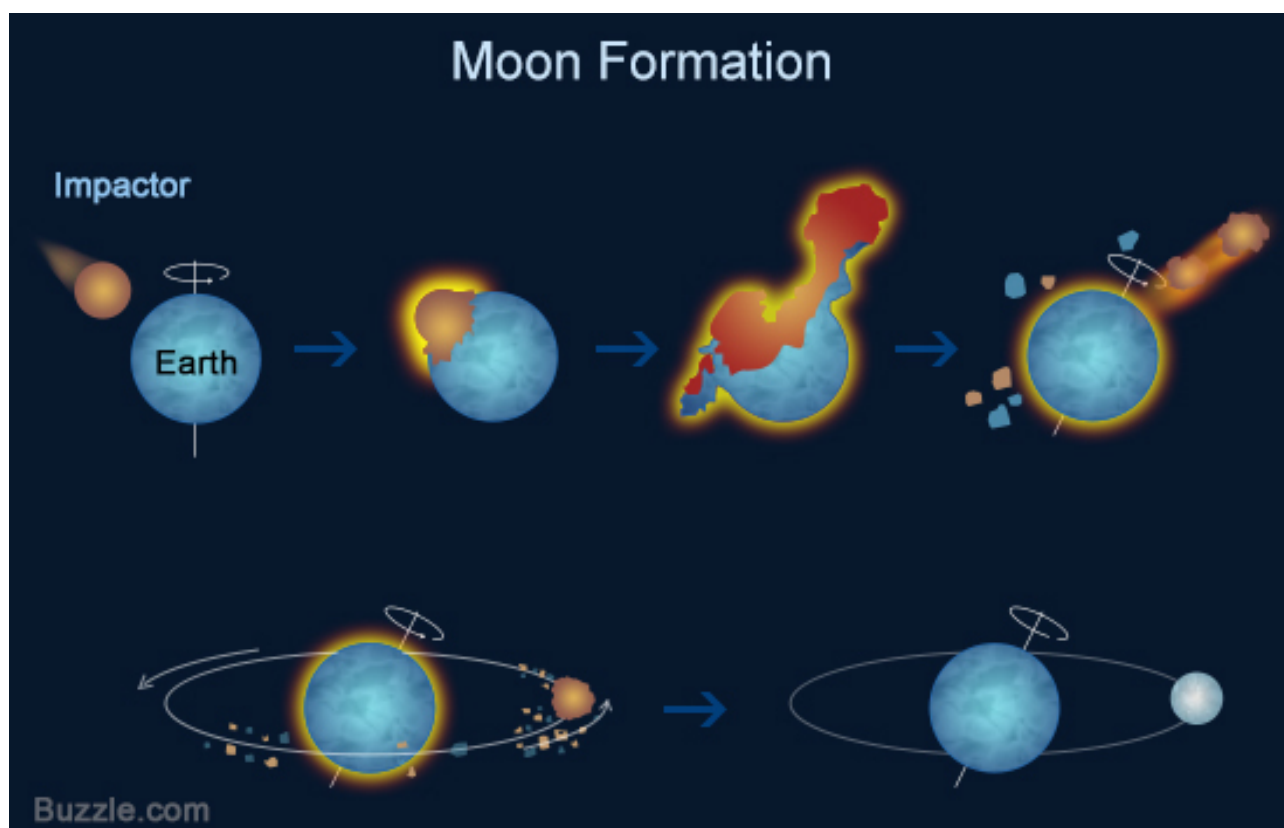
### 3.1 INTRODUÇÃO

Todos os planetas do nosso Sistema Solar, exceto os dois mais internos, Mercúrio e Vênus, têm satélites naturais. Muitos corpos menores, incluindo o sistema binário Plutão-Caronte, têm uma ou mais luas. Existem luas que são maiores que a nossa Lua, mas estas orbitam planetas gigantes que são também muito maiores que a Terra. Nossa Lua é grande quando comparada com o nosso planeta Terra ( $M_{\text{L}} \sim 1/80 M_{\text{T}}$ ). No entanto, outras luas têm relações de massa da ordem de  $\sim 1/4000 M_{\text{pl}}$ , onde  $M_{\text{pl}}$  é massa do planeta (exceto Caronte que é metade do tamanho de Plutão e tem uma massa de  $\sim 1/8 M_{\text{P}}$ ).

Dentro desse cenário de formação planetária, as luas podem surgir por vários processos (Peale, 1999). Dentre diversas teorias formuladas para a formação da Lua, a teoria mais aceita é a do Grande Impacto.

#### 3.1.1 O Grande Impacto

Figura 6 – Representação artística do modelo da teoria de formação da Lua proposto por Daly (1946); Hartmann and Davis (1975); Cameron and Ward (1976); Canup and Asphaug (2001). Um corpo do tamanho de Marte colide com uma Terra ainda em formação causando sua obliquidade e lançando material ao seu redor para formar a Lua.



Fonte: Disponível em: [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org). Acesso em: 11 ago. 2017.

Daly (1946) ajustou a hipótese de Darwin para postular que a criação da Lua foi causada por um impacto (fig. Figura 6) ao invés de um processo de forças centrífugas (Darwin, 1879). Hartmann and Davis (1975) obtiveram um avanço de uma visão pioneira (Safronov, 1972; Wetherill, 1976) que argumentava que nos últimos estágios de formação do nosso planeta ocorreriam colisões em pares,

também conhecidas como “grandes impactos” (fig. Figura 7(a)), onde uma parte desse material se acretaria com a proto-Terra e a outra poderia ser ejetada de seu manto em órbita ao redor da própria proto-Terra. Esta colisão poderia potencialmente explicar as propriedades geológicas e geoquímicas únicas da Lua. Uma abordagem semelhante foi tomada por (Cameron and Ward, 1976), que sugeriram que a Lua foi formada pelo impacto tangencial sobre a Terra de um corpo do tamanho de Marte. A hipótese é que a maioria dos silicatos exteriores do corpo impactor seria vaporizada, enquanto que um núcleo metálico não seria. Assim, a maior parte do material que colidiu enviado em órbita consistiria em silicatos, deixando a Lua deficiente em ferro (fig. Figura 7(b)). Os materiais mais voláteis que foram emitidos durante a colisão provavelmente escapariam do Sistema Solar, enquanto os silicatos tenderiam a se unir. Outro fator importante é que uma colisão tangencial fora do eixo de rotação da Terra pode conceder um grande aumento no momento angular do sistema Terra-Lua (Cameron and Ward, 1976). Embora nem todos os aspectos da teoria de formação da Lua pelo modelo de Cameron and Ward (1976) sejam bem compreendidos, a sua física é suportada. De fato, as simulações numéricas podem obter aproximadamente a massa da Lua e o momento angular do sistema Terra-Lua, as duas restrições físicas mais importantes. Vejamos como podemos obter essas restrições a partir de cálculos simples.

O momento angular orbital<sup>3</sup> da Lua é dado por:

$$L_{\mathcal{L}} = M_{\mathcal{L}} \sqrt{60GM_{\oplus}R_{\oplus}}$$

onde  $G$  é a constante gravitacional,  $M_{\mathcal{L}}$  é a massa da Lua,  $M_{\oplus}$  e  $R_{\oplus}$  são a massa e o raio da Terra;  $60R_{\oplus}$  é a distância Terra-Lua e  $\theta$  é o ângulo de impacto<sup>4</sup>.

Como  $M_{\mathcal{L}} \sim 0,012M_{\oplus}$  e considerando a órbita da Lua circular, então o momento angular orbital da Lua é:

$$L_{\mathcal{L}} \sim 0,12M_{\oplus} \sqrt{GM_{\oplus}R_{\oplus}} \sin(\theta)$$

Considere a massa de um corpo  $\sim M_{\mathcal{G}}$ , cerca de  $\sim 0,1M_{\oplus}$ , no campo gravitacional da Terra, de modo que atinge a Terra em torno da velocidade de escape<sup>5</sup> e fazendo isso obliquamente ( $\theta = 90^{\circ}$ ) com um parâmetro de impacto<sup>6</sup> igual ao raio da Terra  $R_{\oplus}$ . O momento angular total fornecido pelo impacto é então,

$$L'_{\mathcal{L}} \sim 0,1M_{\oplus} \sqrt{2GM_{\oplus}R_{\oplus}} \sim 0,14M_{\oplus} \sqrt{GM_{\oplus}R_{\oplus}} \sim L_{\mathcal{L}}$$

O momento angular do sistema Terra-Lua é geralmente suposto conservado ao longo do tempo porque as marés solares são pequenas, então esse cálculo simples suporta a ideia de derivar o momento angular do sistema Terra-Lua (fig. Figura 7(b)) observado através de um “Grande Impacto” (Cameron and Ward, 1976). Contudo, o argumento para uma hipótese do Grande Impacto vem a considerar mais do que apenas a dinâmica envolvida.

Estes e outros trabalhos prepararam o cenário para uma teoria moderna de formação da Lua que, dentro de vinte anos, derrubaram conceitos anteriores dessa formação, como: co-acreção, captura e fissão.

<sup>3</sup> Para uma análise mais detalhada veja apêndice A, eq. 2.

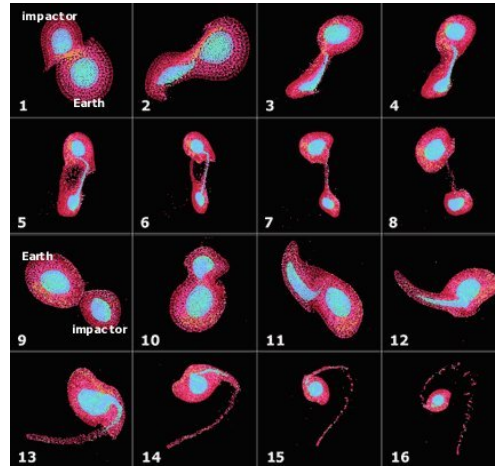
<sup>4</sup> Veja apêndice A, eq. 5.

<sup>5</sup> Veja apêndice A, eq. 6.

<sup>6</sup> Veja apêndice A, eq. 3.



(a) Pintura da teoria do Grande Impacto.



(b) Estágios da formação da Lua através das simulações numéricas de Cameron and Ward (1976).

Figura 7 – Fonte: Figura extraída de Cameron and Ward (1976)

## 3.2 A TEORIA DO GRANDE IMPACTO

A hipótese do Grande Impacto é atraente por dois motivos. Primeiro, as luas podem naturalmente se formar quando um planeta também se forma. De fato, elas são uma característica prevista dos modelos atuais para a construção de planetas terrestres (Morbidelli et al., 2012). Em segundo lugar, a hipótese do Grande Impacto oferece uma explicação natural para o momento angular do sistema Terra-Lua (Cameron and Ward, 1976). Atualmente, a rotação da Terra possui apenas 20% do momento angular desse sistema<sup>7</sup>, o resto está no movimento orbital lunar.

### 3.2.1 Motivação

A análise de rochas trazidas pelas missões Apollo propiciou novos argumentos favoráveis sobre a teoria de formação da Lua através do Grande Impacto (Wilhelms, 1993). Por exemplo, a análise dos dados adicionaram restrições à densidade da Lua ( $\rho_L = 3,3g/cm^3 \sim 3/5\rho_\oplus$ ). Embora esta seja a mesma densidade de condritos (Urey, 1952), as amostras lunares são ígneas, ao contrário dos meteoritos primitivos. As medidas da abundância de água nessas rochas também sugerem a formação de um planeta seco. Os sismômetros das missões Apolo confirmaram que a Lua tinha uma composição rochosa com a falta de um núcleo. A análise subsequente de detecções sísmicas (Weber et al., 2011) e estudos do dipolo magnético induzido da Lua (Hood et al., 1999) determinaram que o núcleo lunar é no máximo 4% da massa da Lua e  $\lesssim 400 - 700km$  de diâmetro. Em comparação, o núcleo da Terra é  $\sim 30\%$  de sua massa e metade do seu diâmetro, comparável à fração de massa de ferro livre em condritos não fundidos. O que não é compatível com as teorias de Co-acreção e Captura, duas das principais hipóteses antes das missões Apollo. Essas teorias já tinham problemas em explicar o elevado momento angular e a relação de massa do sistema Terra-Lua; e agora elas teriam que explicar a falta

<sup>7</sup> Para uma análise mais detalhada veja apêndice A.1.4, eq. 12.

de ferro e de água. A teoria da fissão poderia satisfazer a geoquímica, lançando o manto da Terra em órbita, porém era limitada pelo limite de Roche. Todos esses fatores levaram a necessidade de uma teoria moderna de origem da Lua.

### 3.2.2 Um novo processo numérico para a formação de Planetas

A partir do início dos anos 80, a hipótese do Grande Impacto poderia ser simulada usando o pioneirismo de técnicas computacionais originalmente concebidas para estudar interações estelares (Benz et al., 1986) e explosões nucleares (Kipp and Melosh, 1986). Os primeiros cálculos mostraram uma formação efetiva do manto de silicatos a partir de um núcleo ferroso e a produção de ondas de choque.

Embora ainda faltava muito para se chegar a situação esperada, as primeiras simulações numéricas foram efetivas e suas visualizações impressionantes. Pela teoria do Grande Impacto era possível entender a perda de ferro nas simulações numéricas: os núcleos tendem a se fundir no centro da Terra enquanto uma fração dos silicatos ejetados ficam ao redor da mesma em órbita. Entretanto, os códigos numéricos 3D com auto-gravidade da época foram capazes de resolver corpos colidindo em um total de  $\sim 3000$  partículas apenas, o que colocavam apenas algumas dúzias de partículas em órbita da Terra para se formar a Lua (Benz et al., 1986; Kipp and Melosh, 1986; Cameron and Ward, 1976).

Já em meados dos anos 90, o material proto-lunar ejetado e capturado em uma órbita ao redor da Terra para formar a Lua pode ser resolvido com centenas de partículas, de modo que sua dinâmica e composição química pode ser finalmente avaliada (Ida et al., 1997). Grandes esforços de modeladores dinâmicos (Benz et al., 1989; Cameron and Benz, 1991; Canup et al., 2001; Canup and Asphaug, 2001), apoiados pelos avanços das técnicas de simulações numéricas, principalmente no que se diz respeito às simulações da classe SPH<sup>8</sup>, levaram a aceitação de um cenário específico para a formação da Lua: o de que um planeta do tamanho de Marte denominado Theia colidiu com a proto-Terra nos estágios finais de sua formação. Considerando a proto-Terra o corpo de massa  $M_1$  e Theia o corpo de massa  $M_2$  os parâmetros dessa colisão no cenário padrão de origem da Lua são dados por:  $M_2 \sim 0,1 - 0,15M_1$ ,  $M_1 + M_2 \approx M_{\oplus}$ ,  $v_{imp} \sim 1,0 - 1,1v_{esc}$  e  $\theta \sim 45^\circ$  (Canup and Asphaug, 2001). A velocidade de escape<sup>9</sup>  $v_{esc}$  é dada por:

$$v_{esc} = \sqrt{2G \frac{(M_1 + M_2)}{(R_1 + R_2)}}$$

onde  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $M_1$  e  $M_2$  são os raios e as massas dos corpos respectivamente.

Então, um Grande Impacto com  $v_{imp} \sim v_{esc}$  tem uma velocidade relativa de colisão baixa, na medida em que a energia de impacto é menor do que o potencial gravitacional, resultando em acreção do material (Cameron and Ward, 1976; Reufer et al., 2012).

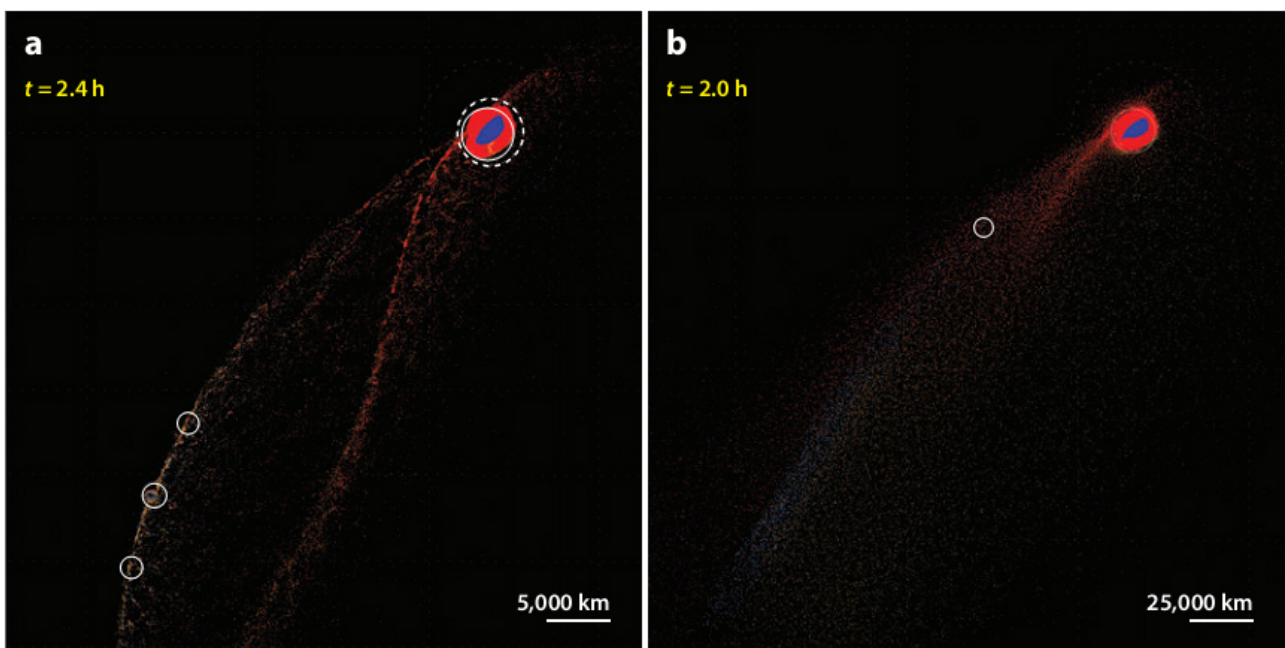
O momento linear depende da massa e da velocidade do corpo, mas em termos absolutos de  $v_{esc}$ , as transições de velocidades do subsônico para o supersônico fazem com que a o processo de formação de planetas seja regido pela acreção de massa (fig. Figura 8). O processo de acreção da escala planetesimal é regido por velocidades subsônicas dominado por interações mecânicas e gravitacionais, enquanto que

<sup>8</sup> A hidrodinâmica de partículas suavizadas (SPH) é um método computacional usado para simular a dinâmica de fluidos.

<sup>9</sup> Para uma análise mais detalhada veja apêndice A.1.3, eq. 6.

em uma escala embrionária com corpos do tamanho de Marte, o processo de acreção é dominado por intensas ondas de choques hipersônicas causando vaporização. Esta comparação enfatiza a importância de se ter uma boa equação de estado na modelagem de modelos que levam em conta a hipótese do Grande Impacto (Reufer et al., 2012).

Figura 8 – Simulações numéricas de grandes impactos com  $M_2/M_1 = 0,2$ ,  $\theta = 30^\circ$  e  $v_{imp} = 3v_{esc}$ , mostrando os efeitos combinados de ondas de choque e auto-gravidade. **(a)** uma colisão em uma escala planetesimal ( $R_1 = 700km$  e  $R_2 = 400km$ ) que não evolve ondas de choque; o manto constituído de silicatos (*vermelho*) é desviado gravitacionalmente da parte mais densa do material que é predominantemente ferroso (*azul*). Uma nuvem de detritos com auto-gravidade circunda a proto-Terra. **(b)** uma colisão da escala da Terra ( $M_1 = M_\oplus$ ) que produz ondas de choque intensas em ambos os corpos ( $v_{imp} \approx 30km/s$ ), causando vaporização completa (Reufer et al., 2012).



Fonte: Figura extraída de Reufer et al. (2012).

A ideia de que a Lua se originou de um disco proto-lunar completamente derretido levou ao desenvolvimento de modelos oceânicos magmáticos (Warren, 1985; Shearer et al., 2006), que mostraram como a composição química das altas terras lunares seria o resultado esperado da cristalização para se formar uma Lua com uma crosta rarefeita. Além disso, um estado inicial de derretimento para o disco proto-lunar explicaria a diferenciação eficiente da fração de ferro de  $\lesssim 4\%$ , sendo que de outra forma exigiria altas temperaturas e pressões para precipitar uma composição pobre em ferro.

Este modelo padrão também é coerente com as teorias atuais de formação planetária (Kokubo and Ida, 2000) e satisfaz os principais aspectos físicos e petrológicos do sistema Terra-Lua, incluindo o aumento abrupto do momento angular desse sistema e a massa da Lua (Cameron and Ward, 1976).

### 3.2.3 Theia

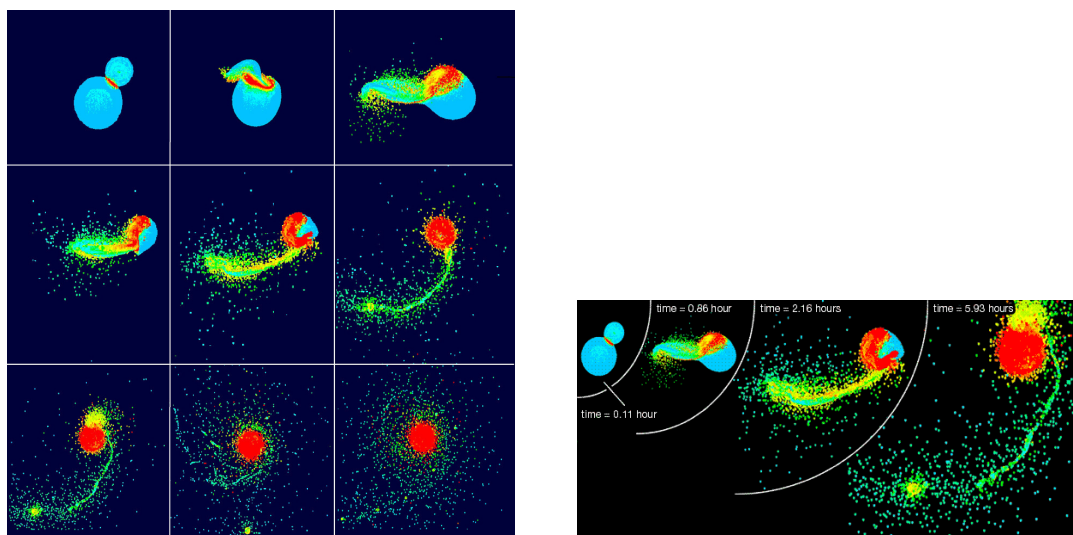
Esta designação do proto-planeta<sup>10</sup> Theia foi proposta inicialmente pelo geoquímico inglês Alex N. Halliday em 2000 e tornou-se aceito na comunidade científica (Halliday, 2000; Gray, 2003). De acordo com as teorias modernas de formação planetária, Theia fazia parte de uma população de corpos do tamanho de Marte que existiam no Sistema Solar há 4,5 bilhões de anos (Kokubo and Ida, 2000). Na verdade, uma das características atraentes da hipótese do Grande Impacto é a de que a formação da Lua se encaixa no contexto da formação da Terra: durante o curso de sua formação, pensa-se que a Terra experimentou dezenas de colisões com esses planetésimos (Hartmann and Davis, 1975). A colisão que originou a Lua teria sido apenas um “Grande Impacto” dentre os demais. O bombardeio tardio e pesado da Lua ocorreu mais tarde aproximadamente a 3,9 bilhões de anos atrás (Claeys, 2011).

Pensa-se que a colisão entre a Terra e Theia aconteceu em cerca de 4,4 a 4,45 bilhões de anos, cerca de 100 milhões de anos depois que o Sistema Solar começou a se formar (Freeman, 2013; Soderman, 2016), com uma baixa velocidade relativa de colisão. A ideia é que Theia tenha atingido a Terra em um ângulo oblíquo quando a Terra estava quase totalmente formada. As simulações computacionais deste cenário sugerem um ângulo de impacto de cerca de  $45^\circ$  e uma velocidade de impacto inicial inferior a  $4\text{ km/s}$  (Canup and Asphaug, 2001; Canup, 2004b) (fig. Figura 9(a),(b)). No entanto, a abundância de isótopos de oxigênio na rochas lunares sugere uma mistura de Theia e Terra, indicando um ângulo de impacto mais íngreme (Young et al., 2016; Mechanics, 2016). O núcleo de ferro de Theia teria mergulhado no núcleo da nova Terra, e a maior parte do manto de Theia se agregou no manto da Terra. Entretanto, uma parte significativa do material do manto de Theia e da Terra teria sido ejetada em órbita ao redor da própria Terra (se ejetada com velocidades entre a velocidade orbital e a velocidade de escape) ou em órbitas individuais ao redor do Sol (se ejetada com velocidades mais elevadas). O material ao redor da Terra rapidamente se fundiu na Lua (possivelmente em menos de um mês). Já o material ao redor do Sol permaneceu em suas órbitas, provavelmente atingiram o sistema da Terra-Lua algum tempo depois. As estimativas baseadas em simulações computacionais de tal evento sugerem que cerca de 20% da massa original de Theia teria terminado como um anel orbital de detritos ao redor da Terra, e cerca de metade desse se juntou para formar a Lua.

A Terra teria ganhado quantidades significativas de momento angular e massa de tal colisão. Acredita-se que a Terra tenha experimentado um dia de apenas  $5h$  depois do impacto independentemente da velocidade de rotação e inclinação da Terra antes do impacto, e o equador da Terra e a órbita da Lua configurariam em um mesmo plano (Stevenson, 1987).

Nem todo o material do disco formado ao redor da Terra após o impacto teria sido varrido imediatamente após a formação da Lua. A crosta fina do lado da Lua que está sempre com a face virado para a face da Terra sugere a possibilidade de uma segunda lua de cerca de  $1000\text{ km}$  de diâmetro formada em um dos pontos lagrangianos do sistema Terra-Lua. Pensa-se que 4,5 bilhões de anos atrás, a colisão entre a Terra e Theia pode ter criado não apenas uma, mas poderia ter feito duas luas. A lua secundária foi menor do que a que gerou o nosso satélite natural e foi deixada em órbita ao redor da nossa Lua por dezenas de milhões de anos. À medida que as duas luas migraram e se distanciaram da Terra, os efeitos da maré solar teriam tornado a trajetória coorbital instável, resultando em uma

<sup>10</sup> Um planeta nos estágios iniciais de sua formação



(a) Nesta simulação, um corpo do tamanho de Marte colidiu com proto-Terra. As cores indicam as temperaturas de rochas: de  $1700^{\circ}$  representando a cor azul à  $6300^{\circ}$  representando a cor vermelha. A maioria do material vindo do impactor se funde com a proto-Terra e o material ejetado se acumula em um disco ao redor da mesma (Canup and Asphaug, 2001).

(b) Simulações numéricas mostrando como a Lua pode ter se formado a partir de uma colisão entre um proto-planeta do tamanho de Marte e a proto-Terra. São apresentados quatro estágios nas primeiras  $6h$  do evento. Acredita-se que o material espalhado pela colisão pode ter vindo principalmente dos mantos de ambos os corpos. O material disperso eventualmente se aglomerou para formar a Lua. As cores na simulação mostram temperaturas relativas do material aquecido pela colisão (Canup, 2004a).

Figura 9 – Figura extraída de Canup and Asphaug (2001)

colisão de baixa velocidade da lua menor com o nosso satélite natural fabricando assim o que é hoje o lado visível da Lua (Jutzi and Asphaug, 2011; Garrick-Bethell et al., 2010). Isso cobriria e adicionaria material à crosta do outro lado (lado oculto). Por causa da espessa crosta do lado oposto, o magma lunar não pode atravessar a crosta até lá, causando menos maria<sup>11</sup> lunar, enquanto o lado visível próximo da Lua tem uma crosta fina para que o magma lunar possa perfurar através da crosta resultando na grande maria que observamos (Plait, 2014). Pode-se encontrar uma abrangente introdução à hipótese do Grande Impacto por meio de revisões anteriores (Stevenson, 1987; Melosh, 1990; Jones and Palme, 2000) que se dedicaram por um longo período de tempo pela busca dessa solução. Canup (2004a) descreve uma teoria moderna do problema, juntamente com uma revisão abrangente de simulações numéricas. Shearer et al. (2006) nos mostra uma excelente introdução de vários conceitos da origem da Lua dentro do contexto térmico e magmático de sua evolução. A hipótese do Grande Impacto também nos deixa com algumas dúvidas sobre alguns outros conceitos que são tomados. Zahnle et al. (2007), por exemplo, adota essa teoria tomando por base modelos térmicos, físicos e químicos para que a hipótese de termos um planeta Terra habitável seja caracterizada.

<sup>11</sup> Regiões escuras das planícies basálticas da Lua formadas por antigas erupções vulcânicas.



### 3.2.4 Dificuldades para se formar a Lua através da Hipótese do Grande Impacto

Esta hipótese da origem lunar tem algumas dificuldades que ainda não foram totalmente resolvidas. Por exemplo, a hipótese de um Grande Impacto implica que um oceano de magma de superfície teria se formado após o impacto. No entanto, não há evidências de que a Terra tenha tido um oceano de magma e é provável que exista material que nunca tenha sido processado por um oceano de magma (Jones, 1998).

#### 3.2.4.1 Composição Química

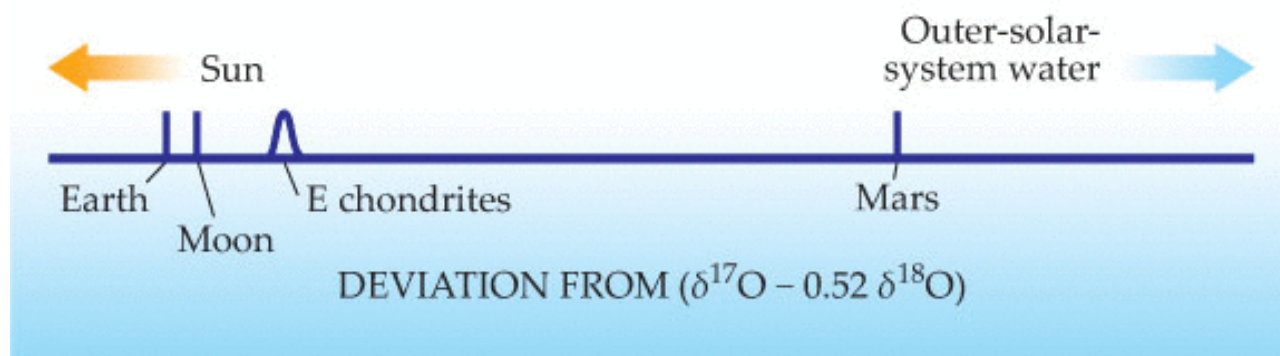
Um dos principais problemas com a hipótese do Grande Impacto é justamente a de que o material que deu origem à Lua no modelo padrão deriva predominantemente do manto do planeta que impactou (Theia); por simples razões para se reproduzir o momento angular atual desse sistema (Canup and Asphaug, 2001; Canup, 2004a). Porém, esse conceito contradiz as medidas precisas de isótopos (Wiechert et al., 2001; Jacobsen, 2005; Touboul et al., 2007) que foram encontrados nas rochas lunares. Essas análises mostram que a Lua é muito similar à Terra em sua composição química isotópica o que se levou ser difícil a possibilidade de existência de Theia nesse cenário (Drake, 1986; Ringwood, 1986).

Wiechert et al. (2001) descobriram que as rochas do programa Apollo carregavam uma assinatura isotópica idêntica às rochas da Terra e eram diferentes de quase todos os outros corpos no Sistema Solar. Pahlevan and Stevenson (2007) mostraram que a probabilidade de Theia ter uma assinatura isotópica idêntica à Terra era muito pequena (menos de 1%). Eles propuseram que, após o Grande Impacto, enquanto a proto-Terra e o disco proto-lunar estavam sendo fundidos e vaporizados, os dois reservatórios de matéria estavam conectados por uma atmosfera comum de vapor de silicato e que o sistema Terra-Lua se homogeneizava por meio de agitação convectiva. Tal equilíbrio entre a Terra pós-impacto e o disco proto-lunar é o único cenário proposto que explica as semelhanças isotópicas das rochas trazidas pelas missões Apollo com rochas do interior da Terra. Para que este cenário seja viável, no entanto, o disco proto-lunar teria que durar cerca de 100 anos. O trabalho ainda está em andamento para determinar se é ou não possível essa configuração pós-impacto. Herwartz et al. (2014) informaram que as amostras trazidas das missões Apollo tinham uma assinatura isotópica ligeiramente diferente das rochas terrestres. A diferença foi leve, mas estatisticamente significativa. Uma possível explicação é que Theia se formou nas vizinhanças da Terra (News, 2014).

Muitos exemplos de isótopos podem ser citados, como os de: *O*, *Ti*, *Cr*, *W*, *K* e demais espécies (fig. Figura 10).

Outra descoberta recente é a comparação da composição isotópica de zinco das amostras lunares com as das rochas da Terra e com as das rochas de Marte que fornecem evidências adicionais para a hipótese do Grande Impacto (Paniello et al., 2012). O zinco é fortemente fracionado quando volatilizado em rochas planetárias (Moynier et al., 2006, 2009), todavia não durante os processos magmáticos normais (Ben Othman et al., 2006), de modo que a abundância de zinco e a composição isotópica podem distinguir os dois processos geológicos. As rochas da Lua contêm isótopos mais pesados de zinco e, em geral, menos zinco, do que as correspondentes rochas magmáticas da Terra ou

Figura 10 – Representação do desvio  $\Delta$  dos isótopos de oxigênio entre a Terra e Marte. O desvio  $\Delta$  Terra-Marte é 300 vezes menor do que o desvio entre Terra-Sol. A diferença Terra-Lua em  $\Delta$  é ainda menor por um fator adicional de cerca de 25%. Alguns meteoritos, conhecidos como condritos (E), contêm uma propagação de valores  $\Delta$  que estão mais próximos da Terra do que os materiais que estão em Marte. A pequena dimensão da diferença Terra-Lua é encontrada não apenas entre os isótopos de oxigênio, mas também em isótopos de outros tipos que confirmam o resultado (Herwartz et al., 2014).



Fonte: Figura extraída de Herwartz et al. (2014).

de Marte, o que é consistente com a perda da massa da Lua através da evaporação, conforme esperado para a origem do Grande Impacto (Paniello et al., 2012).

Atualmente, não se sabe a resposta à composição química da Lua. Poderia ser uma combinação de todas as três possibilidades. No caso da ideia de ressonância de evecção (que será visto na seção 3.4), ainda em análise, a questão não é a existência da ressonância, mas sim a necessidade de mantê-la por um longo período de tempo durante o qual a excentricidade da órbita lunar é alta. Isso parece exigir uma gama de parâmetros particular o que restringe os comportamentos da maré entre a Terra e a Lua.

#### 3.2.4.2 Por que Vênus não tem uma Lua?

Se a Lua foi formada por um impacto como na teoria do Grande Impacto, é possível que outros planetas internos também tenham sido submetidos a impactos comparáveis (Quintana et al., 2016). Uma lua que se formasse em torno de Vênus por este processo não teria chances de ser ejetada. Se tal evento “formador” de luas tivesse ocorrido em um cenário venusiano, por que é que não temos uma lua em Vênus? Uma possível explicação para esse fato pode ser a de que tenha ocorrido uma segunda colisão que inverteu a direção do momento angular gerado pela primeira colisão, o que faria com que a lua espiralasse e se afastasse de Vênus (Alemi and Stevenson, 2006). Outra possibilidade é que as fortes forças de maré do Sol tendem a desestabilizar as órbitas das luas em torno de planetas próximos à ele (Yokoyama, 1999). Por esta razão, se Vênus no início da história de sua formação começou com uma baixa taxa de rotação, qualquer satélite maior que alguns quilômetros de diâmetro provavelmente teria espiralado internamente à sua órbita e colidido com Vênus (Sheppard and Trujillo, 2009).

Embora os planetas interiores Mercúrio e Vênus não tenham satélites, não há motivos para acreditar que esse planetas nunca tiveram outros satélites. Pelo contrário, há vários autores (McCord, 1968; Alfvén and Arrhenius, 1972; Burns, 1973; Ward and Reid, 1973), que defendem a ideia de tais satélites desaparecidos. Na verdade, esses autores não só acreditavam nesses satélites, como também

propuseram um mecanismo muito interessante (basicamente atrito de maré) que poderia ter funcionado no passado para fazer com que esses objetos desaparecessem do cenário atual. O efeito de maré é um dos principais efeitos para se estudar a evolução de longo período dos satélites. Esta escala de tempo é muito longa quando comparada à perturbações gravitacionais. No passado, a fricção de maré isolada era o argumento mais utilizado para tentar explicar o cenário atual de alguns sistemas de satélites.

Por exemplo, no caso de Mercúrio e Vênus, Burns (1973, 1977) e Ward and Reid (1973) escrevem as equações que regem a evolução orbital de um satélite planetário, incluindo as marés dos devido ao satélites e ao Sol. Resumidamente, a integração mostra que um proto-satélite inicial colocado em alguns raios planetários será afastado do planeta, enquanto a ação da maré solar e do satélite diminuirá a rotação do planeta. Isso continuará até que o movimento médio do satélite se torne igual a rotação do planeta, de modo que a taxa de variação do semieixo maior mude de sinal e conseqüentemente faça com que o proto-satélite colida com o planeta (Burns and Matthews, 1986).

A dinâmica de alguns satélites fictícios de Vênus e Marte são estudados considerando apenas a perturbação solar e o achatamento do planeta, como forças perturbadoras. Yokoyama (1999) estudou a dinâmica de satélites fictícios de Vênus e Marte a partir de várias integrações médias tomando diferentes valores da obliquidade da eclíptica. Ele mostra a existência de um forte movimento caótico, desde que o semi-maior esteja próximo de um valor crítico  $a_c = \left[ 2 \frac{M_p}{M_\odot} J_2 a_\odot^3 a_p^2 (1 - e_\odot^2)^{3/2} \right]^{1/5}$ , onde os índices  $\odot$  e  $p$  se referem ao Sol e ao planeta, respectivamente. O plano de referência é a órbita do planeta. Como consequência, ocorre um grande aumento da excentricidade e os satélites podem colidir com o planeta ou atravessar possíveis órbitas internas. Mesmo a partir de órbitas quase circulares e equatoriais, a maioria dos satélites pode facilmente alcançar esses valores de excentricidades. A extensão da zona caótica depende claramente do valor da obliquidade da eclíptica, de modo que, as regiões anteriores regulares podem se tornar caóticas, desde que a obliquidade da eclíptica aumente suficientemente.

As simulações do período da formação dos planetas terrestres sugerem que os “grandes impactos”, como o da hipótese da formação da Lua, eram comuns (Chambers, 2001; Weidenschilling et al., 1997). Para planetas terrestres típicos com uma massa de  $0,5 - 1M_\oplus$ , esse impacto geralmente resulta em uma única lua contendo 4% da massa do planeta hospedeiro. A inclinação da órbita da lua resultante é aleatória, contudo essa inclinação afeta a evolução dinâmica subsequente do sistema. Por exemplo, algumas órbitas podem fazer com que a lua espirale e colida com o planeta. Da mesma forma, a proximidade do planeta com a estrela também afetará a evolução orbital. O efeito líquido mais provável é o que as luas geradas por esse tipo de impacto sobrevivam quando orbitam planetas terrestres mais distantes (Lewis, 2011).

### 3.3 DINÂMICA DO SISTEMA TERRA-LUA

O sistema Terra-Lua tem uma proporção de massa relativamente alta quando comparado a outros sistemas com seus satélites (cerca de  $M_L/M_\oplus = 1,2\%$ ), causando uma poderosa maré. O sistema também possui um valor muito alto para o momento angular<sup>12</sup>, onde 80% dele é devido ao momento

<sup>12</sup> Veja seção 3.1.1 e A.1.4, eq. 13.

angular orbital da Lua e os 20% restantes são devidos ao momento angular rotacional da Terra. Se Terra e Lua fossem criadas juntas (como no caso da teoria de co-acreção) à Terra teria um período de rotação de  $\sim 5h$ . Esse valor muito alto atual do momento angular do sistema Terra-Lua levou Cameron and Ward (1976) a concluir que esse sistema só poderia ser formado através de um Grande Impacto.

### 3.3.1 Momento angular

O momento angular não é simplesmente aditivo devido à acumulação colisional (Agnor et al., 1999), torna-se mais difícil adicionar momento ao planeta uma vez que o mesmo está rotacionando. Se a formação da lua fosse simplesmente devida à uma explosão terrestre, então não haveria crise isotópica (Rasio and Shapiro, 1994). Em um Grande Impacto, o planeta não é rotacionado tanto quanto ele acumula material, há sempre alguma perda de massa, e, de forma correspondente, o momento angular é distribuído entre os corpos formados (Asphaug and Reufer, 2013). No ângulo de impacto mais comum  $\theta \simeq 45^\circ$  do modelo padrão de formação da Lua, Theia entra em uma órbita capturada pela proto-Terra e é perturbado gravitacionalmente até uma fusão do material proveniente do disco com grande momento angular. É por isso que a Lua nesse modelo é formada principalmente de material proveniente de Theia. A explicação do Grande Impacto para o momento angular do sistema Terra-Lua (Cameron and Ward, 1976) levanta a questão de por que Vênus, Mercúrio e Marte tem um período de rotação baixo. Simulações numéricas realizadas por Reufer (2011) mostram que os grandes impactos de todos os tipos deixam os planetas finais com um período de rotação  $\gtrsim 4h$ , um pouco mais do que o dobro da condição inicial de  $\sim 2,3h$  da Terra no modelo de fissão desencadeada por impacto de Čuk and Stewart (2012).

## 3.4 A RESSONÂNCIA DE EVECÇÃO

O problema da estabilidade das órbitas para objetos do Sistema Solar foi cuidadosamente estudado usando vários modelos dinâmicos diferentes. No que diz respeito aos satélites planetários, um problema importante é determinar o limite de estabilidade orbital do satélite abaixo do qual o movimento está ligado ao planeta, e acima do qual esse movimento não está. No âmbito do Problema Circular Restrito de 3 Corpos (PCR3C), a conhecida constante Jacobi nos permite derivar limites úteis ao movimento delimitado (Murray and Dermott, 1999). Todavia, para as órbitas prógradas pode-se mostrar que as regiões estáveis existem externamente à esses limites devido à chamada ressonância de evecção. Um conhecimento detalhado das dinâmicas induzidas por esta ressonância é, portanto, interessante para os objetos orbitando longe do planeta, como os satélites (externos) irregulares dos planetas gigantes.

Na descrição da teoria lunar Brouwer and Clemence (1961) apresenta o termo de evecção  $\cos(2\lambda' - 2\varpi)$ , onde  $\varpi$  é a longitude do pericentro do satélite e  $\lambda'$  é a longitude média do corpo perturbador, que aparece no desenvolvimento da função perturbadora solar como a “maior correção periódica na longitude da Lua” e a ressonância tem sido de primeira importância para a dinâmica da lua no passado (Touma and Wisdom, 1998). Para órbitas distantes, tais como as de satélites irregulares planetas gigantes, essa correção é crucial, conforme demonstrado pelos recentes modelos analíticos de (Yokoyama et al., 2008; Čuk and Burns, 2004; Nesvorný et al., 2003).

A dinâmica da ressonância de eveção foi estudada pela primeira vez por Hénon em seu estudo numérico do Problema Restrito de 3 Corpos (PR3C) (Henon, 1969, 1970), onde eles mostram que na aproximação das equações de Hill, essa ressonância como uma bifurcação de uma família simples de órbitas periódicas (denotada por “g”) até um valor de semieixo maior  $a = 0,45r_H$ , onde  $r_H$  é o raio de Hill do planeta. Entretanto, essa característica não foi encontrada nesse trabalho para órbitas retrógradas.

Hamilton and Krivov (1997) estudaram os movimentos orbitais de satélites distantes usando uma constante de Tisserand generalizada e encontraram as características básicas da eveção: as órbitas prógradas ressonantes são alongadas em direção ao corpo perturbador e seu modelo mostra em coordenadas polares ( $e \cos(\alpha)$ ,  $e \sin(\alpha)$ ), onde  $\alpha = \varpi - \lambda'$  é o argumento ressonante, uma característica orbital em “forma de oito” centrada em  $e = 0$ . Essa dinâmica específica aparece em um valor do eixo semi-maior de  $a = 0,53r_H$  e exibe dois pontos elípticos em  $\alpha = 0$  e  $\alpha = \pi$ .

As órbitas retrógradas se mostram alongadas perpendiculares à linha de direção da perturbação, porém a forma de oito observada mais uma vez nesta direção foi considerada um artefato do método pelos autores. A importância da ressonância da eveção na estabilidade dos satélites foi apontada por Nesvorný et al. (2003), onde é mostrado que os efeitos das marés do corpo perturbador em um satélite na ressonância podem se acumular em cada passagem do afélio e induzem uma deriva importante nas órbitas, causando a ejeção do corpo.

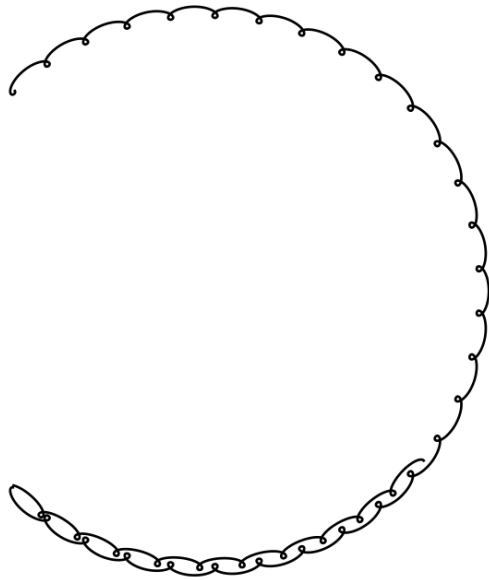
Como a ressonância de eveção é causada por uma comensurabilidade 1 : 1 entre  $\varpi$  (longitude do pericentro do satélite) e  $\lambda_{\odot}$  (longitude média) Nesvorný et al. (2003) mostraram que uma vez que satélites com órbitas prógradas estão capturados em ressonância de eveção, o ângulo crítico  $\varpi - \lambda_{\odot}$  pode librar ao redor de  $180^\circ$ , resultando em uma perturbação acumulativa que pode acarretar um aumento na excentricidade da órbita do satélite (fig. Figura 14(a)). Para satélites com órbitas retrógradas, o processo é similar (fig. Figura 14(b)), entretanto a definição de ângulo crítico deve ser mudada e o centro de libração é  $90^\circ$  ou  $270^\circ$ . Nesvorný et al. (2003) mostraram que essas ressonâncias ocorrem na vizinhança de alguns valores fixos de semieixo maiores do satélite. Algumas investigações desses valores foram feitas por (Alvarellos and Dones, 1996; Hamilton and Krivov, 1997).

Yokoyama et al. (2008) estudaram a dinâmica da ressonância de eveção pela primeira vez como um modelo analítico utilizando uma expansão da função perturbadora. A “forma de oito” da ressonância para o problema planar foi recuperado pelos autores em ambos os casos (órbitas prógradas e retrógradas), e o surgimento da ressonância de eveção foi derivada como  $0,529r_H$  e  $0,6933r_H$  para o caso de órbitas prógradas e retrógradas respectivamente. No entanto, numericamente, órbitas ressonantes podem ser encontradas mais próximas do planeta do que o previsto por esses modelos analíticos e não parece seguir exatamente o formato de oito encontrado pelo autores anteriores.

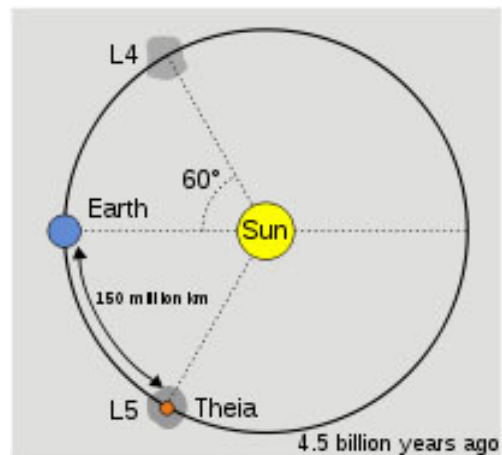
Frouard et al. (2010) estendem o método de Yokoyama et al. (2008) até a terceira ordem para explicarem em primeiro lugar os limites associados aos modelos analíticos da ressonância e, em segundo lugar, recorrem à métodos numéricos, com o objetivo de localizar e estudar a própria ressonância dentro como modelo a estabilidade dos satélites irregulares de Júpiter. Eles também mostram resultados adicionais sobre a dinâmica da ressonância de eveção quando se leva em conta o achatamento do planeta, o que afeta apenas afeta órbitas muito próximas ao planeta.

### 3.5 POSSÍVEL ORIGEM DE THEIA

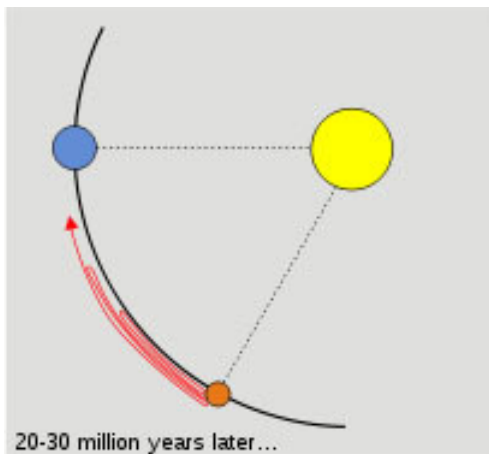
Como visto anteriormente a teoria do Grande Impacto não é totalmente satisfatória. Os planetas devem crescer a partir de planetesimais por acreção. Como um corpo da massa de Marte se forma na nebulosa solar exatamente a mesma distância radial do Sol sem ter colidido com a Terra anteriormente, antes que ele pudesse ter acumulado massa? Na verdade, tal corpo pode ter existido durante a formação de Vênus e Marte (Yokoyama, 1999), por exemplo. Também é difícil imaginar um corpo do mesmo tamanho de Marte em uma órbita excêntrica terrestre.



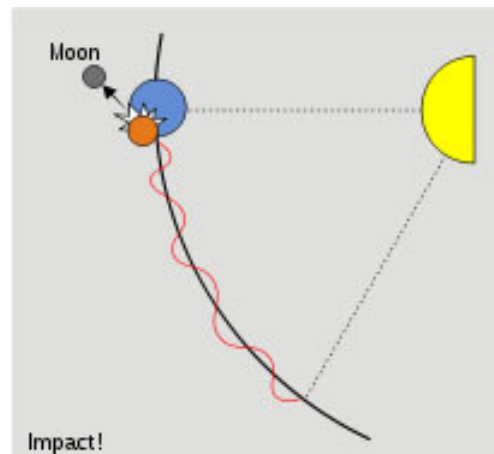
(a) Theia em uma trajetória do tipo ferradura antes de colidir com a proto-Terra.



(b) Theia se formando em um dos pontos lagrangianos  $L_4$  ou  $L_5$  há 4,5G anos.



(c) Theia faz aproximações com a proto-Terra em uma órbita do tipo ferradura há 20 – 30M anos.



(d) Devido a perturbações com planetesimais Theia se desestabiliza de sua órbita ferradura e colide com a proto-Terra.

Figura 11 – Fonte: Figura extraída de Belbruno and Gott (2005)

Pode-se esperar que objetos grandes que se formem na nebulosa solar tenham órbitas quase circulares no plano da eclíptica, como Terra e Vênus (Kokubo and Ida, 2000). Além disso, um

objeto do tamanho de Marte em uma órbita excêntrica não seria esperado ter abundâncias de oxigênio idênticas em relação à Terra e colidiria com a Terra em uma trajetória hiperbólica, e não a trajetória parabólica que as simulações numérica bem sucedidas da teoria do Grande Impacto demonstraram (Canup, 2004a). (Canup, 2004a) demonstra um limite superior de  $4\text{ km/s}$  na velocidade relativa de colisão, estabelecendo um limite superior na sua excentricidade de  $\lesssim 0,13$ . O corpo do tamanho de Marte precisa se formar em um órbita circular de raio médio de  $1\text{ ua}$  na nebulosa solar, contudo deve ter evitado uma colisão com a Terra por um longo período suficiente para que seu núcleo ferroso possa ter se formado.

Depois que a nebulosa solar se dissipou apenas um disco fino de planetesimais restou interagindo sob a ação da gravidade. O PR3C nos mostra que os pontos lagrangianos  $L_4$  e  $L_5$  são estáveis para um corpo de massa desprezível. Assim, planetesimais podem ser capturados ao redor de  $L_4$ .

Exemplos de planetesimais capturados em pontos lagrangianos incluem os conhecidos asteroides troianos nos pontos  $L_4$  e  $L_5$  de Júpiter. Como outro exemplo, o asteroide 5261 Eureka foi descoberto no ponto  $L_5$  de Marte (existem cinco outros asteroides que pensa-se serem troianos de Marte: 1998 VF31, 1999 UJ7, 2001 DH47, 2001 FG24 e 2001 FR127). O sistema de Saturno possui vários exemplos de corpos existentes nos pontos lagrangianos e até o famoso caso de Jano e Epimeteu de uma órbita do tipo ferradura.

Belbruno and Gott (2005) mostraram que o local mais provável de onde Theia poderia vir era o de uma órbita estável de detritos em um dos pontos lagrangianos  $L_4$  ou  $L_5$  (fig. Figura 11(a)). Esse corpo segundo Belbruno and Gott (2005) teria acretaado massa em um desses pontos estáveis até que sua massa atingisse a massa de Marte. Mesmo assim segundo Belbruno and Gott (2005) sua trajetória coorbital permaneceria estável. Além disso, uma trajetória coorbital estaria exatamente no mesmo raio na nebulosa solar que a da Terra, então as abundâncias de isótopos de oxigênio deveriam ser idênticas. O corpo cresce gradualmente à medida que ele acreta massa em sua zona de alimentação (Raymond et al., 2004) e há tempo para que seu núcleo ferroso se forme, acontecendo o mesmo com a Terra, ou seja, Belbruno and Gott (2005) propõe uma formação congênita de Theia e Terra. Ainda segundo Belbruno and Gott (2005) essa configuração é estável desde que a massa de Theia e da Terra seja  $< 0,0385 \times M_{\odot}$ , o que é o caso. Eles demonstram numericamente que as perturbações gravitacionais de outros planetesimais crescentes podem eventualmente desestabilizar a órbita de Theia fazendo com que Theia entre em uma trajetória do tipo ferradura (fig. Figura 11(b)) e finalmente em uma órbita que é caoticamente instável.

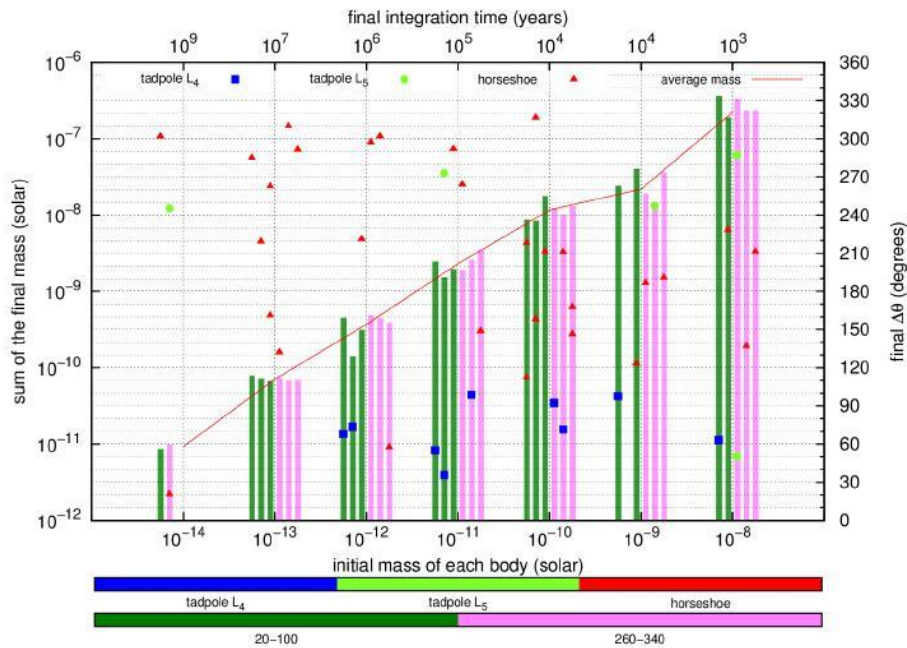
Theia pode eventualmente então vir a colidir com a Terra em uma órbita parabólica com quase zero de energia (fig. Figura 11(d)). Belbruno and Gott (2005) mostra que uma vez que Theia entra na região caoticamente instável a partir de perturbações gravitacionais em  $L_4$ , a colisão com a Terra alta probabilidade de acontecer.

### 3.5.1 Problemas com o modelo coorbital de origem da Lua

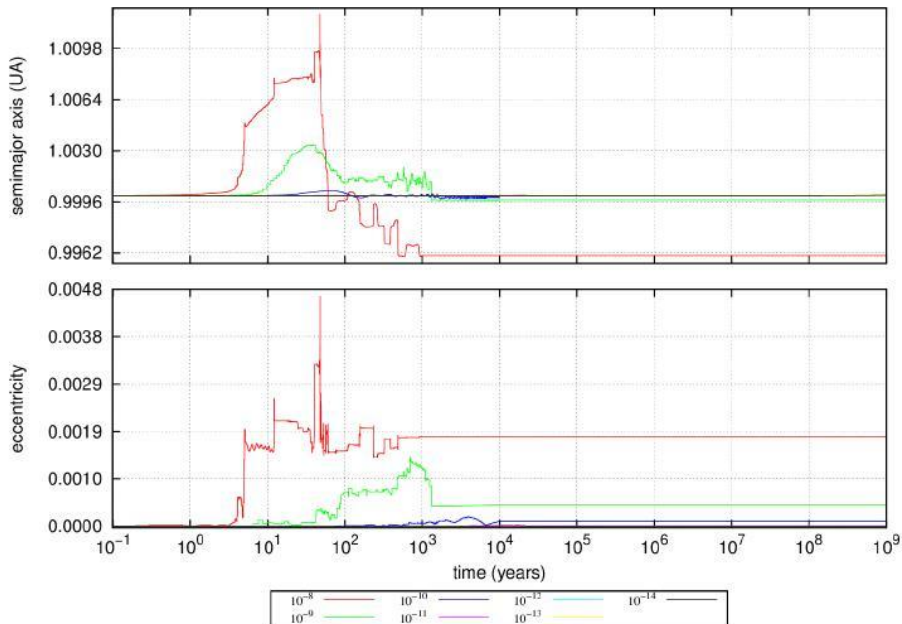
O modelo proposto por Belbruno and Gott (2005) também não é totalmente satisfatório.

Como mostrado em Amarante (2012) não é possível termos a formação de corpos do tamanho de Marte com trajetórias coorbitais finais do tipo girino e ferradura (fig. Figura 12(a)), exceto para o caso

de disco massivos de planetesimais com massas de  $10M_{\oplus}$ . Mas, isso torna o o PR3C inviável.



(a) Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração para 1000 planetesimais distribuídos inicialmente em torno de  $L_4$  e de  $L_5$ .



(b) Evolução do semieixo maior e excentricidade da Terra para diferentes massas iniciais de planetesimais.

Figura 12 – Fonte: Figura extraída de Amarante (2012)

Outro problema com o modelo de Belbruno and Gott (2005) é o de que se analisarmos a evolução do semieixo maior e da Terra, vemos que no caso da formação de um corpo do tamanho de Marte a proto-Terra é perturbada, o que não ocorre nas simulações numéricas de Belbruno and Gott (2005). Podemos exemplificar aqui o famoso caso do par Jano-Epimeteu de Saturno, onde Epimeteu em uma



órbita do tipo ferradura perturba Jano que também faz uma órbita em ferradura. Pela figura Figura 12(a) vemos também que a maior parte dos corpos formados têm órbitas do tipo ferradura e não girino como proposto inicialmente por Belbruno and Gott (2005).

### 3.6 NOVOS CENÁRIOS PARA A HIPÓTESE DO GRANDE IMPACTO

Como já visto na seção 3.2.4.1 a hipótese do Grande Impacto não explica bem a composição química similar da Terra e da Lua. Especialmente, a relação indistinguível dos isótopos de oxigênio não pode ser explicada pela forma clássica dessa hipótese.

Reufer et al. (2012) fizeram novas simulações da teoria do Grande Impacto e concluíram que Theia poderia ter colidido diretamente com a Terra ao invés vez de ter tido uma colisão tangencial (Canup and Asphaug, 2001; Canup, 2004a; Belbruno and Gott, 2005). A velocidade de colisão pode ter sido superior à originalmente assumida, e essa maior velocidade pode ter destruído totalmente Theia. De acordo com esta modificação na hipótese do Grande Impacto, a composição de Theia não fica tão restrita assim (Dambeck, 2012), tornando possível também uma composição de até 50% do material trazido do impactor para a Lua (Canup, 2012).

Ćuk and Stewart (2012) e Canup (2012) tentaram ajustar as condições do impacto e tentar resolver este problema (fig. Figura 13).

#### 3.6.1 O modelo de fissão desencadeada por impacto (Ćuk and Stewart, 2012)

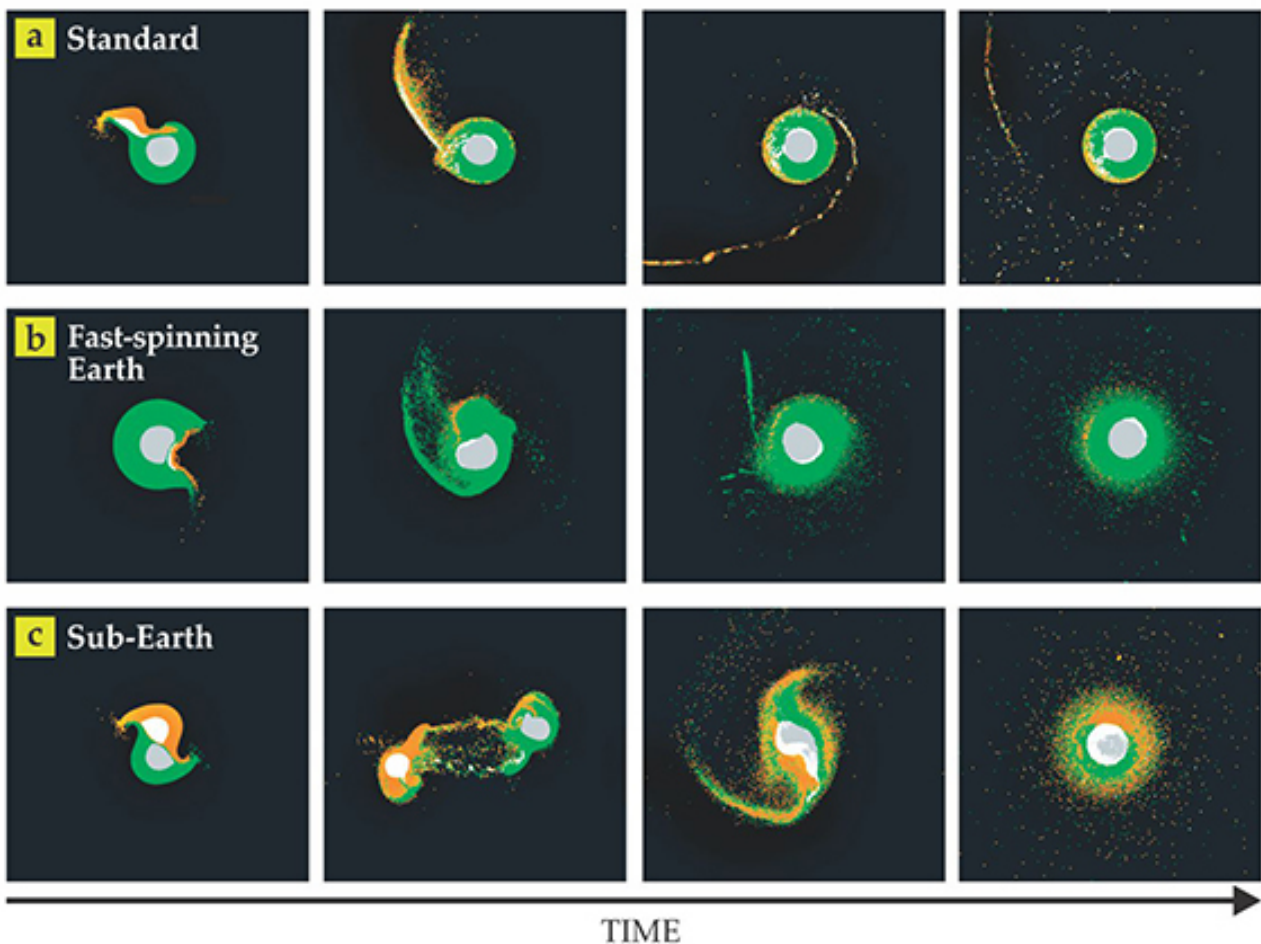
Ćuk and Stewart (2012) assumindo uma massa de Theia menor do que o planeta Marte ( $\sim 5\%$  da massa terrestre) e com uma velocidade relativa de impacto muito alta ( $\sim 20\text{km/s}$ ) quando colidiu com uma proto-Terra também com uma alta velocidade de rotação conseguiram obter no final de suas simulações numéricas uma lua com a mesma características físicas e químicas do nosso satélites natural, composta quase exclusivamente de material do manto do impactor. Todavia, infelizmente, o sistema final Terra-Lua tinha o dobro do momento angular atual. Ćuk and Stewart (2012) propuseram então um mecanismo para reduzir o momento angular do sistema Terra-Lua por meio de um processo de ressonância. A ideia era tentar retardar da taxa de precessão do perigeu<sup>13</sup> da Lua o que é possível pela ressonância de eveção<sup>14</sup>, o que pode reduzir o momento angular do sistema Terra-Lua para o valor atual.

A distância Terra-Lua é pequena o suficiente para que as perturbações gravitacionais devidas ao Sol atuantes nesse sistema possam ser desprezadas. Especialmente no início da formação do Sistema Solar quando a distância Terra-Lua era menor ainda. No entanto, mesmo uma pequena perturbação pode ter um grande efeito se esse efeito for cumulativo através de uma ressonância. O movimento de rotação da Terra faz com que a mesma seja oblata. Esse achatamento era mais acentuado no início de sua formação quando acredita-se que a Terra teve um período de rotação de apenas  $5h$ . O campo gravitacional experimentado pela Lua não é, portanto, o de uma massa pontual, mas também inclui um termo de ordem superior (quadrupolo) (Brouwer and Clemence, 1961; Murray and Dermott, 1999). Como consequência, a órbita da Lua não é precisamente uma elipse fechada. A ressonância de eveção

<sup>13</sup> Ponto da órbita da Lua mais próximo da Terra.

<sup>14</sup> Veja seção 3.4.

Figura 13 – Comparação entre os 3 modelos mais favoráveis à teoria de origem da Lua. Em cada um dos três casos, um projétil, cujo manto e núcleo são exibidos em laranja e branco, respectivamente, atingem obliquamente a proto-Terra, cujo manto e núcleo são exibidos em verde e cinza. O pólo norte da proto-Terra aponta externamente à página. As consequências de cada colisão, projetadas no plano equatorial, são retratadas da esquerda para a direita, com várias horas decorrentes entre cada snapshot. **(a)** No cenário padrão (Canup and Asphaug, 2001), o momento angular do impacto é igual ao do sistema atual da Terra-Lua, contudo o material remanescente em órbita é predominantemente da cor laranja proveniente do projétil, um resultado em desacordo com as proporções isotópicas quase idênticas de oxigênio, silício, tungstênio e titânio observados na Terra e na Lua. Nos dois outros casos, **(b)** um pequeno projétil atinge frontalmente uma proto-Terra em rápida rotação (Ćuk and Stewart, 2012) e **(c)** dois corpos colidem, cada um com metade da massa da Terra (Canup, 2012). Nos três casos, muito pouco ferro compõe o disco em órbita ao redor da proto-Terra. Mas, somente nos casos **(b)** e **(c)** o material é predominantemente do manto da Terra (verde), ao contrário do caso **(a)**, onde o material é predominantemente do manto do projétil.



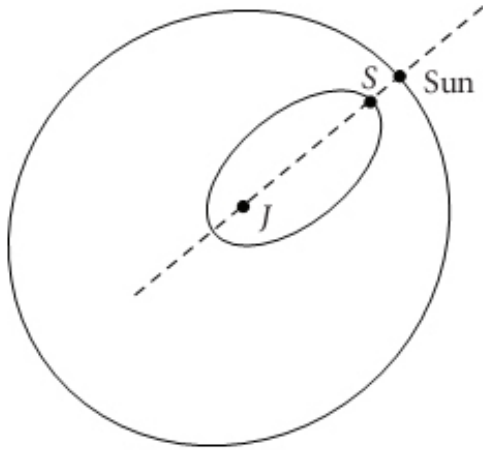
Fonte: Figura extraída de Miki Nakajima (2010).

ocorre quando o período da longitude do pericentro do satélite é aproximadamente igual ao período orbital do corpo perturbador (Brouwer and Clemence, 1961; Vieira Neto et al., 2006; Yokoyama et al., 2008).

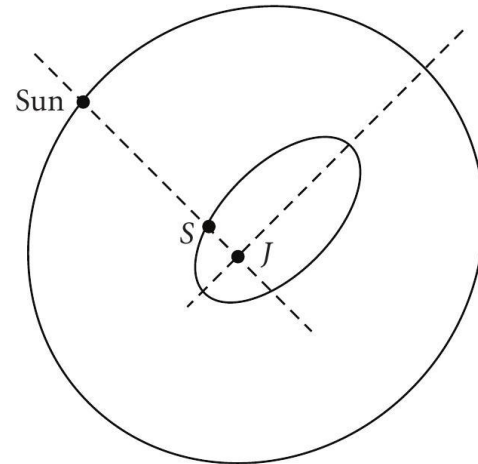
Acredita-se que a Lua foi capturada pela ressonância de evecção em uma órbita retrógrada (fig. Figura 15) à medida que ela migrou se distanciando da Terra sob a ação das forças de marés (Ćuk and

Figura 14 – Representação da ressonância de eveccção entre um satélite e o Sol para o sistema Sol-Júpiter-satélite.

(a) órbita prógrada:  $\varpi - \lambda_{\odot} = 180^{\circ}$ . Observe que pela figura o pericentro da órbita do satélite ao redor de Júpiter, Júpiter e o Sol formam três pontos colineares.



(b) órbita retrógrada:  $\varpi - \lambda_{\odot} = 90^{\circ}$ . Observe que pela figura o pericentro da órbita do satélite ao redor de Júpiter, Júpiter e o Sol formam um ângulo de  $90^{\circ}$ .



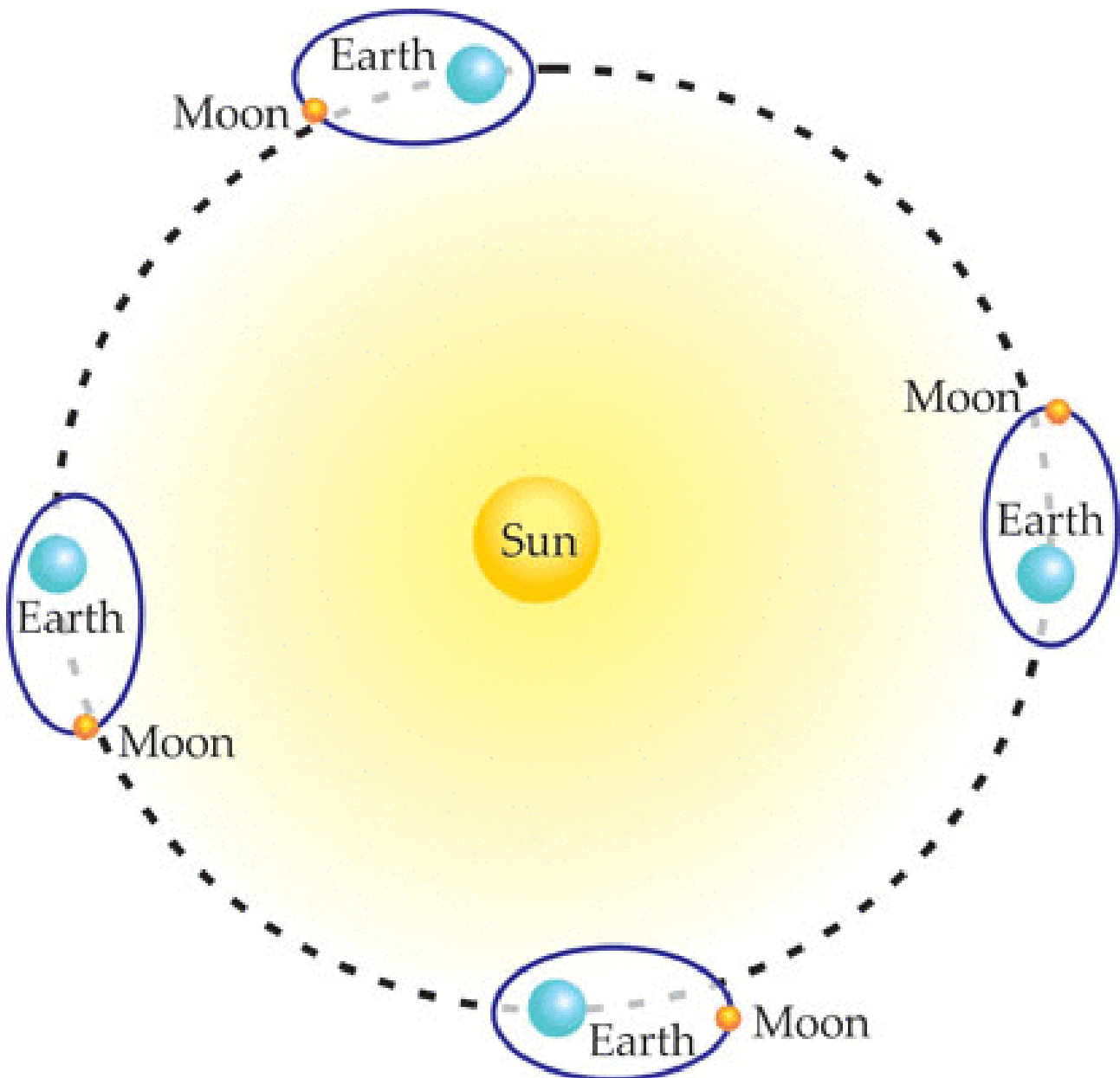
Fonte: Figura extraída de Yokoyama et al. (2008).

Stewart, 2012; Canup, 2012). No entanto, para que a ressonância de eveccção conduza a uma grande diminuição do momento angular do sistema Terra-Lua, a mesma deve produzir também um aumento na excentricidade da órbita lunar. Esse aumento da excentricidade só pode acontecer para um intervalo de tempo particular que ainda não é garantido pelo fator de dissipação  $Q$  de maré (que descreve a dissipação da energia devida a maré no interior de cada corpo). O momento angular então é transferido do sistema Terra-Lua para o momento angular orbital da Terra, que já é alto, fazendo com que essa mudança não tenha um notável efeito na órbita da Terra.

Ćuk and Stewart (2012) realizaram simulações numéricas (fig. Figura 16) da evolução primitiva da maré lunar para testar se o cenário da captura da Lua através da ressonância de eveccção pode reduzir o momento angular do sistema Terra-Lua. O modelo de maré usado por eles é feito usando o integrador simplético (Touma and Wisdom, 1994; Wisdom and Holman, 1991) e inclui a maré da Lua e da Terra; e os efeitos da perturbação gravitacional do Sol. Eles mostraram que a ressonância de eveccção entre a Lua e o Sol (Kaula and Yoder, 1976; Touma and Wisdom, 1998), que ocorre quando o período de precessão do perigeu lunar é igual ao período da órbita da Terra, pode substancialmente reduzir o momento angular do sistema Terra-Lua. A configuração para a ressonância de eveccção encontrada foi com uma órbita retrógrada da Lua, que é aquela em que o semieixo maior da Lua é perpendicular à linha Terra-Sol e seu perigeu libra em torno de  $90^{\circ}$  com um período de precessão de 1 ano à uma distância de  $1ua$ .

A ressonância de eveccção aparece logo após a formação lunar e a eficiência da captura é alta tendo uma grande dependência com o semieixo maior, o que aumenta ou diminui o achatamento da Terra. A perturbação gravitacional do Sol para órbitas da Lua mais distantes da Terra é mais forte e a força de maré mais fraca tornando assim a captura mais eficiente. Descobriu-se que a captura é possível mesmo

Figura 15 – Ressonância de evecção entre a Lua e o Sol para o sistema Sol-Terra-Lua no caso de uma órbita retrógrada da Lua ( $\varpi - \lambda_{\odot} = 90^{\circ}$ ).

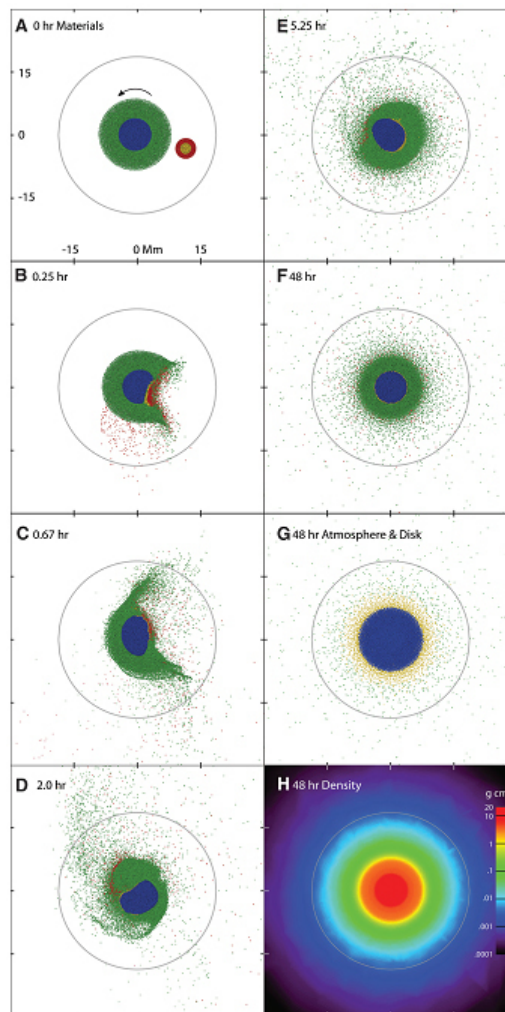


Fonte: Autor.

para uma proto-Terra com um período de rotação de apenas  $5h$  (Touma and Wisdom, 1998), tendo como consequência uma evolução de maré muito lenta o que implica em um fator de dissipação de maré de  $\sim 10^4$  para a Terra.

Nas simulações numéricas (fig. Figura 17) de Čuk and Stewart (2012) a ressonância de evecção acontece em  $\sim 7R_{\oplus}$ . Depois que a Lua foi capturada em ressonância de evecção com o Sol. A órbita da Lua continuou a evoluir, mantendo um período de precessão constante, o que levou a um rápido aumento da excentricidade (Touma and Wisdom, 1998). A excentricidade aumentou até que o equilíbrio entre as forças de maré da Lua e da Terra fosse atingido. Porém, a excentricidade exata que esse equilíbrio ocorreu é incerta, porque o modelo de maré depende do fator de dissipação de maré  $Q$  que é dependente das propriedades internas da Terra e da Lua (como calor), que não são conhecidas.

Figura 16 – Formação do disco lunar a partir do manto da Terra. A figura mostra a evolução do disco dados um impactor de massa  $0,05M_{\oplus}$ , a velocidade relativa de colisão de  $20\text{ km/s}$ , o parâmetro de impacto  $b = -0,3$  (o sinal negativo indica colisões em que  $\vec{v}_{imp} \cdot \vec{\omega} \times \vec{r} < 0$ , onde  $v_{imp}$  é a velocidade relativa de colisão,  $\vec{\omega}$  é a velocidade angular da proto-Terra e  $\vec{r}$  é raio-vetor relativo entre o impactor e a proto-Terra) e uma proto-Terra de massa  $1,05M_{\oplus}$  com uma velocidade de rotação de  $2,3h$ . A circunferência cinza denota do limite de Roche. **(A)-(F)**: visualização planar de uma simulação em SPH com uma proto-Terra com velocidade de rotação no sentido anti-horário, onde as cores indicam os mantos de silicato e os núcleos de ferro da proto-Terra e do impactor. **G**: as partículas de cor azul denotam a proto-Terra. A atmosfera é denotada pelas partículas amarelas e o disco proto-lunar pelas partículas verdes. **H**: densidade final formada do sistema (Ćuk and Stewart, 2012).



Fonte: Figura extraída de Ćuk and Stewart (2012)

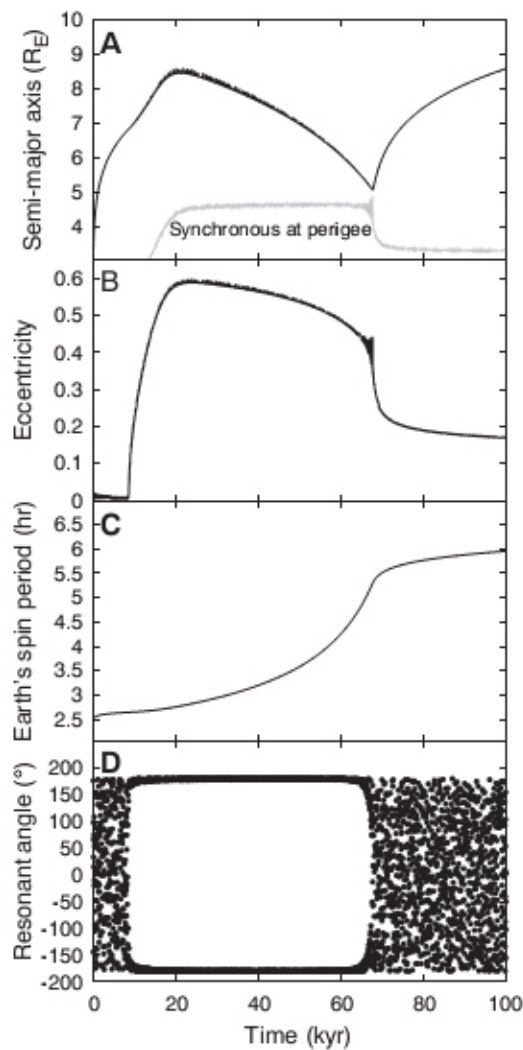
Eles usaram um fator de dissipação de maré padrão de  $Q \simeq 100$  para a hipotética lua e um período de rotação da Terra de  $2,5h$ , mas outros valores para  $Q$  deram resultados semelhantes (fig. Figura 18).

Sempre há um período de equilíbrio entre as marés da Terra e da Lua, onde a Lua permanece capturada na ressonância de evecção com uma excentricidade quase constante. Durante este período, as marés da Terra transferem momento angular para a Lua, e a rotação da Terra diminui lentamente. As marés causa por satélites não podem remover o momento angular da órbita lunar, mas o Sol pode absorver o momento angular através da ressonância de evecção. Como essa ressonância é entre

o perigeu lunar com o período orbital da Terra, então o momento angular orbital lunar pode ser transferido para o momento angular da órbita da Terra ao redor do Sol. As marés da Terra transferem o momento angular para a órbita lunar, e a órbita lunar capturada pela ressonância transfere o momento angular para a órbita heliocêntrica da Terra. O integrador usado por Čuk and Stewart (2012) mantém a órbita terrestre estacionada, todavia, na realidade, esse processo faz a distância Terra-Sol variar. À medida que a Terra perdeu seu movimento de rotação, o achatamento da Terra diminuiu, e a posição da ressonância da evecção mudou lentamente para o interior da órbita. Eventualmente, o semieixo lunar evoluiu  $\sim 5R_{\oplus}$ , enquanto a Lua manteve uma baixa excentricidade, e a rotação da Terra desacelerou para  $\sim 6h$ . Este foi tipicamente o momento em que o efeito da ressonância de evecção desapareceu nas simulações de Čuk and Stewart (2012).

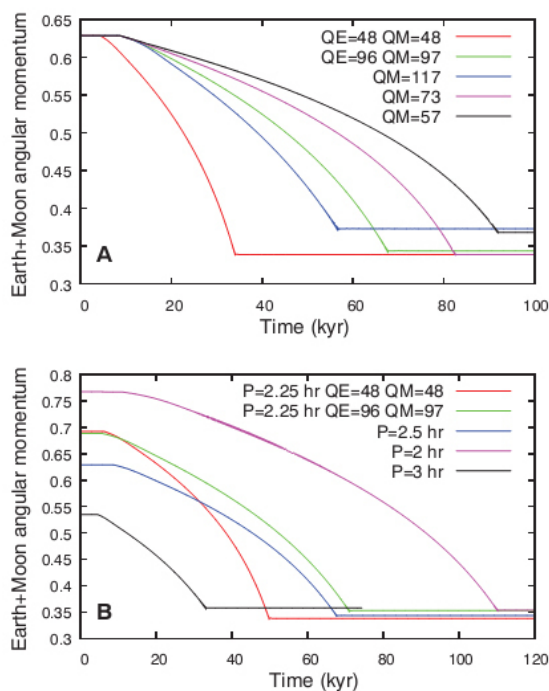
A razão para o fim da ressonância é que a aceleração da maré da Lua no perigeu enfraqueceu, uma vez que as taxas de rotação da Terra e o movimento orbital da Lua se tornaram comparáveis. Em outras palavras, a Lua no perigeu começou a recuperar a protuberância que ela criou na Terra, reduzindo a eficiência das marés da Terra. Então, as marés lunares dominaram e (ao contrário das marés da Terra) fizeram com que a Lua se afastasse do centro da ressonância, levando a uma amplitude ressonante maior. Uma vez que as librações excederam a largura da ressonância de evecção, a órbita lunar saiu da ressonância diminuindo sua excentricidade. Depois que o efeito da ressonância desapareceu, as marés lunares fizeram diminuir a excentricidade, enquanto as marés da Terra reiniciaram a evolução da maré para fora. À medida que a Lua se afastou da órbita síncrona, sua excentricidade se estabilizou e a evolução padrão das marés continuou.

Figura 17 – Evolução das marés lunares através da ressonância de evecção, começando com um período de rotação de  $2,5h$ . A Lua é capturada na ressonância em  $\sim 9K$  anos (com um semieixo maior de  $6,8R_{\oplus}$  em **(A)**) e permanece na ressonância até  $\sim 68$  mil anos, quando a Lua quase atinge uma órbita que é geo-síncrona no perigeu (linha cinza). Durante este tempo, o semieixo maior da órbita lunar é preso em uma configuração fazendo um ângulo de  $90^{\circ}$  com a linha Terra-Sol. No início, a Lua continua evoluindo sua órbita se afastando **(A)** da ressonância de evecção enquanto a excentricidade **(B)** aumenta, até que ela atinge um limite e se estabiliza fazendo uma migração lenta no interior de sua órbita terminando em  $\sim 5R_{\oplus}$ . Durante o término da ressonância, a rotação da Terra diminui drasticamente **(C)**, com o período de rotação aumentando de  $2,5 - 6h$ . Durante a captura pela ressonância de evecção o ângulo ressonante  $\Psi = 2\lambda_{\odot} - 2\varpi_{\text{L}}$  ( $\lambda_{\odot}$  é longitude média do Sol e  $\varpi_{\text{L}}$  é longitude do perigeu da órbita lunar) libra em torno de  $180^{\circ}$  **(D)** (Ćuk and Stewart, 2012).



Fonte: Figura extraída de Ćuk and Stewart (2012)

Figura 18 – Mudança no momento angular total do sistema Terra-Lua durante a evolução das marés da Lua para diferentes parâmetros da simulação. **(A)** simulações que começam com o período de rotação da Terra de 2,5h com diferentes fatores de dissipação de maré para a Terra ( $Q_{\oplus}$ ) e para a Lua ( $Q_{\lrcorner}$ ). **(B)** Simulações começando com períodos de rotação de 2; 2,25; 2,5 e 3h para a Terra com  $Q_{\oplus} = 96$  e  $Q_{\lrcorner} = 97$ . O momento angular atual do sistema Terra-Lua é de 0,35 na normalização escolhida por (Ćuk and Stewart, 2012). A velocidade rotacional da Terra para que se tenha ruptura teria um momento angular de 1 (Ćuk and Stewart, 2012).



Fonte: Figura extraída de Ćuk and Stewart (2012)

Para uma gama de períodos iniciais de rotação da Terra e evolução das marés (fig. Figura 18), o momento angular final é próximo do valor observado. Touma and Wisdom (1998) iniciaram a evolução do sistema Terra-Lua com seu momento atual e descobriram que a captura na ressonância de evecção é possível, mas no caso deles, o efeito da ressonância desapareceu logo após a captura sem uma fase de alta excentricidade o que não acarretou uma grande perda de momento angular. O estado observado é, de fato, próximo a do momento angular mais baixo alcançável, e esse resultado depende apenas do modelo de maré usado quando próximo da rotação síncrona. O cálculo analítico<sup>15</sup> mostra como os parâmetros do sistema conduzem naturalmente à quebra da ressonância de evecção quando a Lua tem um semieixo maior crítico de  $\sim 5R_{\oplus}$  e a Terra tem um período de rotação crítico de  $\sim 6h$  (supondo que a ressonância persista perto da órbita síncrona). Portanto, a Terra poderia ter tido uma gama de períodos de rotação rápida antes da captura em evecção, e o atual momento angular do sistema não traz informações sobre o período de rotação primordial da Terra.

O modelo de captura para a ressonância de evecção de Ćuk and Stewart (2012) para se ter o momento angular atual do sistema Terra-Lua depende de uma série de parâmetros, alguns dos quais são poucos conhecidos. Perturbações devidas à maré poderia ter entregado ao sistema Terra-Lua o seu momento angular atual, desde que a proporção das taxas de dissipação das marés dentro da Terra e da

<sup>15</sup> Para uma análise mais detalhada veja apêndice A.3, eq. 28.



Lua esteja dentro de  $\sim 50\%$  do valor ideal para o equilíbrio. Esse equilíbrio das marés requer fatores de dissipação de maré  $Q$  similares para ambos os corpos, ou a Terra sendo uma ordem de magnitude mais dissipativa do que a Lua (assumindo corpos fluidos).

### 3.6.2 O modelo do gêmeo-impactor (Canup, 2012)

Se considerarmos colisões mais enérgicas frontais (Reufer et al., 2012) e de maior momento angular (Čuk and Stewart, 2012), então o manto de Theia na hipótese do Grande Impacto é ejetado ou torna-se parte da atmosfera de silicato pós-impacto da Terra. Em vários modelos de Reufer et al. (2012), a maior parte do material pós-impacto provém de Theia, podendo até se ter material no cinturão de asteroides. Porém, a maior parte do material é agregado à Terra. Cameron (2000) considerou colisões de proto-terras com massas iguais e de baixa velocidade, mas o cenário foi descartado, porque produziu um sistema com o dobro do momento angular permitido do sistema Terra-Lua.

Canup (2012) reviu essa ideia, depois que a restrição dinâmica pela ressonância de eveccção foi levantada por (Čuk and Stewart, 2012). Para se tentar resolver o problema da composição isotópica da Lua, Canup (2012) propôs um cenário diferente para a hipótese do Grande Impacto: Theia e Terra teriam massas iguais ( $0,5M_{\oplus}$ ) de composição isotópicas similares e a velocidade relativa de colisão seria extremamente baixa  $\sim 0\text{ km/s}$  (fig. Figura 19).

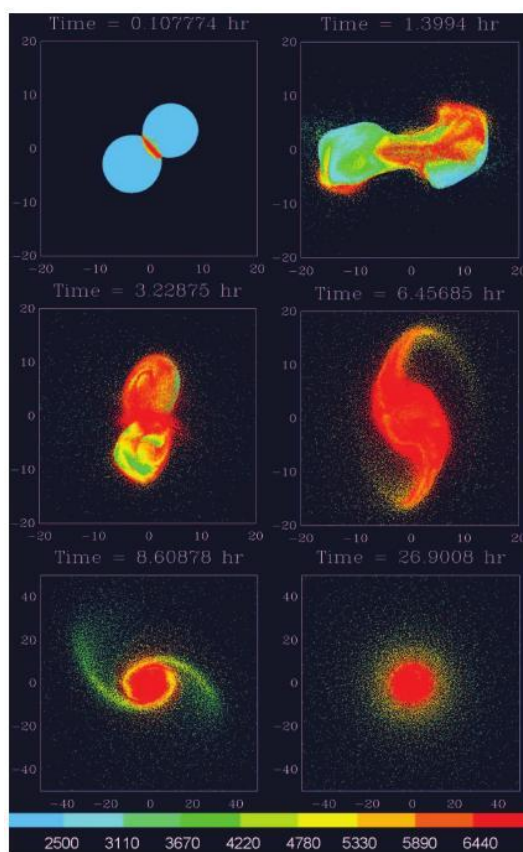
Segundo Čuk (2012); Čuk and Stewart (2012), o momento angular pós-impacto do sistema Terra-Lua poderia ter sido diminuído em cerca de um fator de 2 por causa da ressonância de eveccção. Isso permitiria uma maior variedade de impactos formadores da Lua do que se considerava anteriormente (Cameron and Ward, 1976; Canup and Asphaug, 2001), inclusive aqueles envolvendo impactores maiores (Cameron, 2000).

Trabalhos anteriores (Canup and Asphaug, 2001; Canup, 2004a, 2008) centram-se principalmente em impactadores que contêm massa substancialmente menor do que a do alvo ( $M_{imp} \sim 0,1 - 0,2M_t$ , onde  $M_t \approx M_{\oplus}$  é a massa total de colisão). Se o alvo e o impactor tiverem diferentes composições isotópicas, a criação de um disco final e um planeta com composições similares requer que o disco seja formado a partir do material derivado também do manto do alvo.

No entanto, as colisões que produzem discos massivos tendem a colocar grandes quantidades de material provido do impactor em órbita (Canup, 2004a, 2008).

Canup (2012) considera um impactor massivo que é comparável com a massa do próprio alvo. Um disco final e um planeta com a mesma composição são produzidos desde que o material do impactor contribua igualmente para ambos, o que é possível para grandes impactores. Isso acontece mesmo que o disco contenha a maior parte do material vinda do impactor, porque o impactor também entrega massa ao planeta. Por exemplo, no caso limite que a massa do impactor é igual à do alvo e na ausência de qualquer rotação da proto-Terra antes do impacto, como no caso de Čuk and Stewart (2012), a colisão é completamente simétrica, e o planeta final e qualquer disco produzido serão compostos de partes iguais do material derivado do impactor e do alvo. Portanto, pode se ter as mesmas composições de silicato, mesmo que o impactor e o alvo originais não o tenham.

Figura 19 – Uma simulação em SPH de uma colisão oblíqua de baixa velocidade ( $v_{imp} = 4\text{ km/s}$ ) entre um projétil e um alvo com massas semelhantes. As cores indicam a temperatura das partículas em Kelvin. Azul para temperaturas abaixo de  $2500\text{ K}$  e vermelho para temperaturas acima de  $6440\text{ K}$ . O tempo é dado em horas, e as distâncias são dadas em unidades de  $10^3\text{ km}$ . Após o impacto inicial, os pro-planetários são atraídos gravitacionalmente, fundem-se e rotacionam-se rapidamente. Seus núcleos de ferro migram para o centro, enquanto a estrutura resultante desenvolve um formato espiral. Os “braços” dessa espiral se envolvem e finalmente se dispersam para formar um disco contendo  $\sim 3M_{\oplus}$ , cuja composição de silicato difere da do planeta final em menos de 1%. Devido à simetria próxima da colisão, o material do projétil e do alvo são distribuídos aproximadamente proporcionalmente ao longo do disco final.



Fonte: Figura extraída de Canup (2012)

Canup (2012) realiza simulações numéricas de SPH onde os impactores são corpos diferenciados com núcleos de ferro e mantimentos de silicato subjacentes. Canup (2012) segue o mesmo procedimento usado nas simulações de Benz et al. (1989); Canup and Asphaug (2001); Canup (2004a, 2008), onde o impactor e alvo têm  $3 \times 10^5$  partículas de SPH. Cada partícula recebeu uma composição e uma correspondente equação de estado (Melosh, 2007); e sua evolução foi rastreada com o tempo conforme evoluiu devido à gravidade, as forças de pressão e a dissipação devida ao choque.

Canup (2012) realiza simulações numéricas de colisão de aproximadamente 1 dia. O procedimento utilizado é iterativo para determinar se cada partícula no final da simulação está no planeta, em órbita ligada ao redor do planeta (no disco), ou ejetada. Dada a massa do disco  $M_D$  e o seu momento angular  $L_D$ , estima-se a massa  $M_M$  vinda do disco que mais tarde formaria a Lua, usando o argumento de conservação de massa e do momento angular (Ida et al., 1997; Kokubo and Ida, 2000).

Canup (2012) estima a massa  $M_M$  vinda do disco supondo que o disco mais tarde se acumularia em uma única lua em uma distância orbital de cerca de  $3,8R_\oplus$  (Ida et al., 1997; Kokubo and Ida, 2000). A expressão encontrada é a seguinte:

$$\frac{M_M}{M_D} \approx 1,9 \left( \frac{L_D}{M_D \sqrt{2,9GM_\oplus R_{roc}}} - 1,1 - 1,9 \frac{M_{esc}}{M_D} \right) \quad (1)$$

onde  $R_{roc}$  é o limite de Roche e  $M_{esc}$  é a massa ejetada do disco à medida que a Lua é acretada.

Para estimar  $M_M$ , Canup (2012) usa a equação 1 e faz o pressuposto de que  $M_{esc} = 0$ .

As simulações numéricas de Canup (2012) mostram que ao se considerar o fator  $\gamma = \frac{M_{imp}}{M_t} \approx 0,1 - 0,2$ , então os resultados produzem  $M_M > M_\oplus$ . À medida que o fator  $\gamma$  é aumentado ( $\gamma = 0,3, 0,4$  e  $0,45$ ), geralmente há uma combinação isotópica mais favorável entre o disco final e o planeta. Para  $\gamma > 0,4$ , alguns discos têm massa suficiente e o momento angular necessário para produzir a Lua; e as composições de silicato quase idênticas à do planeta. Outros ainda contêm proporcionalmente mais silicatos do alvo do que do impactor. Os casos bem sucedidos nas simulações numéricas de Canup (2012) são identificados no intervalo de  $0,4 \leq \gamma \leq 0,5$ .

### 3.7 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

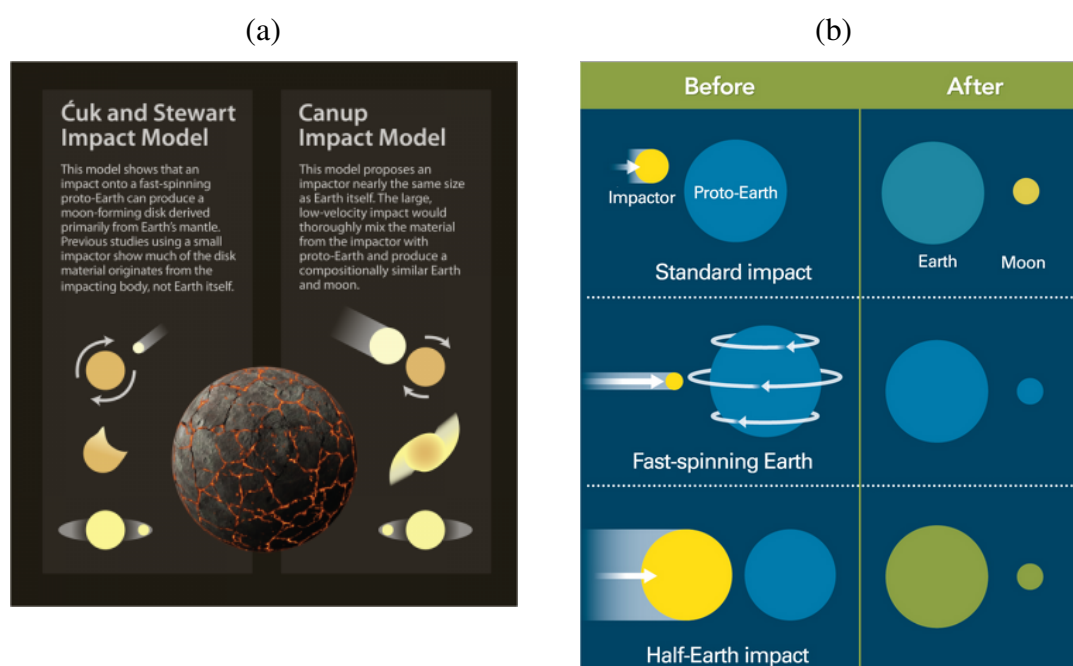
Pela discussão apresentada nas seções anteriores podemos resumir os modelos de formação da Lua através do Grande Impacto em três cenários principais: o modelo padrão (standard model) do Grande Impacto (Hartmann and Davis, 1975; Cameron and Ward, 1976; Canup and Asphaug, 2001; Canup, 2004a), o modelo (fast-spinning Earth) de fissão desencadeada por impacto (Ćuk and Stewart, 2012) e o modelo (halt-Earth impact) proposto por Canup (2012) (fig. Figura 20).

O modelo padrão (standard model) do Grande Impacto reproduz as características físicas do sistema Terra-Lua, como massa e momento angular; mas não reproduz totalmente as características químicas desse sistema, pois a maior parte do material acretado pela Lua é proveniente do manto do impactor Theia, o que contradiz as análises das rochas lunares que mostram que a Lua tem composição isotópica similar à da Terra de alguns elementos, como por exemplo, o oxigênio. O estudo do zinco refratário das rochas lunares levou a crer que o impacto pudesse ter sido de uma maneira diferente do cenário padrão. Foram propostos dois novos cenários.

O modelo de fissão desencadeada por impacto não reproduz em um primeiro momento todas as características físicas do sistema Terra-Lua. Ele reproduz as massas da Terra e da Lua, mas não reproduz o momento angular atual do sistema. Após o impacto o perigeu da Lua é capturado pela ressonância de eveção devida ao Sol. Com isso o período de rotação da proto-Terra cresce até atingir  $24h$ , o que acarreta no momento angular atual do sistema Terra-Lua. Esse modelo reproduz melhor as características químicas do sistema Terra-Lua do que o modelo padrão, fazendo com que a maior parte do material proveniente para originar a Lua venha do manto da Terra e não somente do manto do impactor como no modelo padrão. Nesse modelo as massas dos impactores podem ser menores que a massa de Marte do impactor do modelo padrão, as velocidades relativas de colisão podem ser mais elevadas e o ângulo de impacto pode ser relativamente baixo.

O modelo do gêmeo-impactor assim como no modelo de fissão desencadeada por impacto reproduz a massa do sistema Terra-Lua e não reproduz também inicialmente o momento angular atual do sistema.

Figura 20 – Dois novos modelos da teoria do Grande Impacto que mostram como formar uma Lua com composição química decorrente principalmente do manto da Terra (Ćuk and Stewart, 2012) e também uma Terra e uma Lua com composições químicas similares às de que temos hoje (Canup, 2012). *Fast-spinning Earth*: modelo proposto por Ćuk and Stewart (2012), onde um corpo com massa menor do que a massa de Marte ( $\sim 5\%$  da massa atual da Terra) e alta velocidade de impacto ( $\sim 20\text{km/s}$ ) colide com uma proto-Terra em alta velocidade de rotação podendo formar uma Lua com material vindo principalmente do manto terrestre e não somente de Theia, como no modelo anterior de Canup and Asphaug (2001) (*Standard impact*). *Half-Earth impact*: modelo proposto por Canup (2012), onde um corpo com uma massa maior do que a massa de Marte ( $\sim 50\%$  da massa atual da Terra) e velocidade relativa muito baixa ( $\sim 0\text{km/s}$ ) colide com uma proto-Terra podendo formar uma Lua e Terra com composição similares as atuais e não somente de Theia, como no modelo anterior de Canup and Asphaug (2001) (*Standard impact*).



Fonte: Disponível em: [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org). Acesso em: 11 ago. 2017.

Após o impacto é usado o mesmo argumento da captura do perigeu da Lua pela ressonância de evecção do modelo de fissão desencadeada por impacto. Com isso o sistema atinge no final o momento esperado do sistema Terra-Lua. Esse é o melhor modelo que reproduz as características químicas do sistema Terra-Lua, pois possibilita que Terra e Theia tenham inicialmente composições isotópicas similares, ou seja, o material proveniente para se formar à Lua provém do manto de Theia e da Terra. Nesse modelo as massas dos impactores podem ser muito maiores que a massa de Marte do impactor do modelo padrão, as velocidades relativas de colisão podem ser ainda mais baixas, mas o ângulo de impacto continua sendo íngreme.

### 3.8 PARÂMETROS DE COLISÃO

Para avaliar qual dos três cenários anteriores é o mais viável para a origem da Lua, precisamos de uma melhor compreensão das colisões em escala planetária. As consequências dessas colisões são diversas (Asphaug, 2010), fornecendo vários cenários para a formação da Lua. Para (Quarles and

Lissauer, 2015), o parâmetro de impacto  $b$  e a razão  $\nu$  entre a velocidade de impacto  $v_{imp}$  e a velocidade de escape  $v_{esc}$  dos dois corpos, são dois fatores de importância para se determinar os resultados de uma colisão.

Nesta seção apresentamos os parâmetros de colisão seguindo os modelo de (Asphaug, 2014; Quarles and Lissauer, 2015).

### 3.8.1 Parâmetro de massa $\gamma$

Segundo Asphaug (2014) o parâmetro de massa  $\gamma$  é definido como a razão entre a massa do projétil  $M_2$  e a soma da massa do projétil com a massa do alvo  $M_1 + M_2$ ,

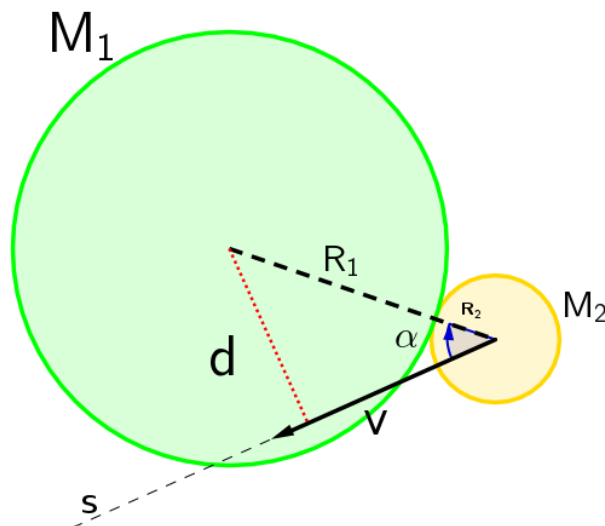
$$\gamma = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \quad (2)$$

Para colisões onde a massa do projétil é toda ejetada após a colisão ( $M_2 \sim 0$ ,  $M_F \sim M_1$ ) temos  $\gamma \sim 0$  e  $\xi \sim 1$ . Ou de maneira equivalente quando  $M_2 \ll M_1$ .

### 3.8.2 Parâmetro de Impacto $b$

Suponha dois corpos com massas  $M_1$  e  $M_2$ , sendo o  $M_1$  o corpo alvo e  $M_2$  o corpo projétil. Sejam respectivamente  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  suas velocidades. O parâmetro de impacto  $b$  é definido como o seno do ângulo  $\alpha$  de impacto (Leinhardt and Stewart, 2012) (fig. Figura 21). Para calcularmos  $\text{sen}(\alpha)$ , primeiramente calculamos a projeção  $d$  do centro alvo  $M_1$  sobre a reta  $s$  que tem como vetor diretor o vetor velocidade relativa  $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$  entre o alvo  $M_1$  e o projétil  $M_2$ , chamada também de velocidade de impacto.

Figura 21 – Representação do ângulo  $\alpha$  de impacto e da projeção  $d$  usada para o cálculo do parâmetro de impacto  $b$ .



Fonte: Figura extraída de Franco (2016)

Essa projeção pode ser obtida fazendo o uso da distância de um ponto à reta que é dada por:

$$b = \frac{\|\vec{r} \times \vec{v}\|}{\|\vec{v}\|} = \|\vec{r}\| \text{sen}(\alpha) \quad (3)$$

onde  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  é o vetor posição relativo,  $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$  é a velocidade relativa e  $\alpha$  é o ângulo de impacto ou colisão.

Agora, para calcularmos  $\sin(\alpha)$  precisamos dividir  $b$  por  $\|\vec{r}\|$ . Logo,

$$b = \sin(\alpha) \quad (4)$$

Dessa maneira, o ângulo de impacto  $\alpha$  é definido por:

$$\alpha = \arcsen(b) \quad (5)$$

Parâmetros de impacto próximos à um ( $b \sim 1$ ) indicam colisões tangenciais ( $\alpha \sim 90^\circ$ ), enquanto que se  $b \sim 0$ , então as colisões são frontais.

Tendo em vista a discussão anterior sobre os parâmetros de colisão para que o cenário de origem seja viável, nós resumimos na tabela 12 os principais parâmetros para a análise das colisões que iremos realizar em nosso trabalho.

Tabela 12 – Resumo dos principais parâmetros que utilizaremos em nosso trabalho. A massa total é sempre  $\sim 1,0M_\oplus$ . \*Esses parâmetros são todos negativos, mas em nossas simulações não consideraremos a velocidade de rotação da proto-Terra.

[Opt][Opt]Modelos	Massa de Theia ( $M_\oplus$ )	Parâmetro de impacto	Velocidade de colisão ( $km/s$ )
[Opt][Opt]Canup and Asphaug (2001)	0,1 – 0,15	0,8	4
[Opt][Opt]Ćuk and Stewart (2012)	0,05 – 0,1	0,15 – 0,30*	10-30
[Opt][Opt]Canup (2012)	0,4 – 0,5	0,35 – 0,70	0 – 10

Fonte: Autor

### 3.9 O MODELO

Um dos objetivos da formação planetária é reproduzir o Sistema Solar usando simulações numéricas (Morbidelli et al., 2012; Raymond et al., 2014). Uma série de propriedades fundamentais do Sistema Solar são difíceis de replicar.

O cenário clássico da formação dos planetas terrestres sofre do chamado “problema de Marte” (Chambers, 2014). Supondo que os planetas se acumulam a partir de um disco de planetesimais e embriões planetários que se estendem continuamente de  $\sim 0,3au - 0,7au$  até cerca de  $\sim 4au - 5au$ , as simulações reproduzem consistentemente as massas e órbitas de Vênus e Terra (Wetherill, 1976, 1986; Chambers and Wetherill, 1998; Agnor et al., 1999; Chambers, 2001; Raymond et al., 2004, 2006, 2007; O’Brien et al., 2006; Morishima et al., 2008; Izidoro et al., 2013; Lykawka and Ito, 2013; Fischer and Ciesla, 2014). No entanto, os planetas na vizinhança de Marte são muito maiores do que o planeta real. Várias soluções para este problema foram propostas, cada uma supondo uma depleção de massa na região de Marte ligada às propriedades do disco proto-planetário (Jin et al., 2008; Hansen, 2009; Izidoro et al., 2014), perturbações de planetas excêntricos (Raymond et al., 2009; Morishima et al., 2010; Lykawka and Ito, 2013), ou uma combinação de ambos (Nagasawa et al., 2005; Morishima et al., 2008). A maioria desses modelos não é auto-consistente ou é simplesmente inconsistente com a nossa compreensão atual da evolução global do Sistema Solar (Morbidelli et al., 2012).

Até o momento, o modelo mais bem sucedido, chamado Grand Tack, supõem uma supressão do disco que irá formar os planetas terrestres durante a migração interiormente e exteriormente de Júpiter no disco proto-planetário gasoso (Pierens and Raymond, 2011; Walsh et al., 2011; Jacobson and Morbidelli, 2014; O'Brien et al., 2014; Raymond and Morbidelli, 2014). Se os planetas terrestres são formados a partir de um disco suprimido, então a pequena massa de Marte é o resultado de um efeito de “borda”, já que este planeta foi espalhado pelo denso anel que formou a Terra e Vênus (Wetherill, 1978; Morishima et al., 2008; Hansen, 2009).

Uma segunda restrição do modelo vem do cinturão de asteroides, especificamente da distribuição das inclinações orbitais. O cinturão principal atual possui uma ampla distribuição de inclinação, abrangendo continuamente de  $i = 0^\circ - 20^\circ$ . As inclinações da maioria desses objetos são muito maiores do que seria esperado na formação de um disco proto-planetário que ejeta matéria (Lecar and Franklin, 1973).

Izidoro et al. (2015b) reproduziram duas das características fundamentais do Sistema Solar: a pequena massa de Marte e a estrutura do cinturão de asteroides.

O estudo de Izidoro et al. (2015b) é realizado na última fase da acreção de planetas terrestres adotando o modelo da mínima massa da nebulosa solar (Hayashi, 1981). Esta fase é designada por massas isoladas, após a fase de crescimento oligárquico (Raymond et al., 2004). Isso é feito analisando a evolução dinâmica de um grande número de planetesimais e embriões planetários para diferentes perfis de densidade superficial de massa e com os parâmetros orbitais de Júpiter e Saturno obtidos a partir do modelo de Nice II<sup>16</sup> (Levison et al., 2011).

Como o perfil de densidade superficial de massa dentro deste cenário de formação dos planetas terrestres ainda não é totalmente conhecido, então o objetivo do nosso trabalho foi o de “testar” com que frequência ocorre colisões nas simulações que foram realizadas por Izidoro et al. (2015b) para diferentes perfis de densidade superficial de massa e que atendem os parâmetros da tabela 12 dos três modelos mais favoráveis à origem da Lua: padrão, fissão desencadeada por impacto e gêmeo-impactor.

### 3.10 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS

As simulações realizadas por Izidoro et al. (2015b) enquadram-se no contexto do cenário clássico da formação dos planetas terrestres. Foram realizadas simulações a partir de discos com uma ampla gama de perfis de densidade de superfície. Assume-se que a distribuição do disco foi gerada por processos tais como o arrasto devido a efeitos aerodinâmicos (Hayashi et al., 1976; Weidenschilling, 1980). Em um disco infinito, o arrasto das partículas criaria um fluxo constante e nenhum gradiente de massa radial íngreme poderia ser obtido. Todavia, se Júpiter se formou precocemente, então ele poderia ter agido como uma barreira para o arrasto aerodinâmico de “pebbles”<sup>17</sup> e de planetesimais (ou mesmo embriões planetários, (Izidoro et al., 2015a)) do disco. Assim, se a pressão existisse na zona de formação de planetas terrestres para parar o arrasto aerodinâmico (Haghighipour and Boss, 2003), então esses dois efeitos juntos poderiam potencialmente ter levado à criação de um perfil de

<sup>16</sup> No modelo de Nice I os planetas gigantes são iniciados próximos à ressonância 2 : 1, porém isso não condiz com modelos hidrodinâmicos. Já no modelo de Nice II é proposto que os planetas gigantes estão na ressonância, geralmente em uma ressonância 2 : 3 ou 2 : 1.

<sup>17</sup> Pedacos de rochas maiores que um grão e menores do que planetesimais.

densidade muito íngreme na região de formação dos planetas terrestres e ao longo de todo o cinturão de asteroides. Izidoro et al. (2015b) testaram discos com diferentes perfis de distribuição de massa seguindo o modelo de perfil de densidade de Kokubo and Ida (2000).

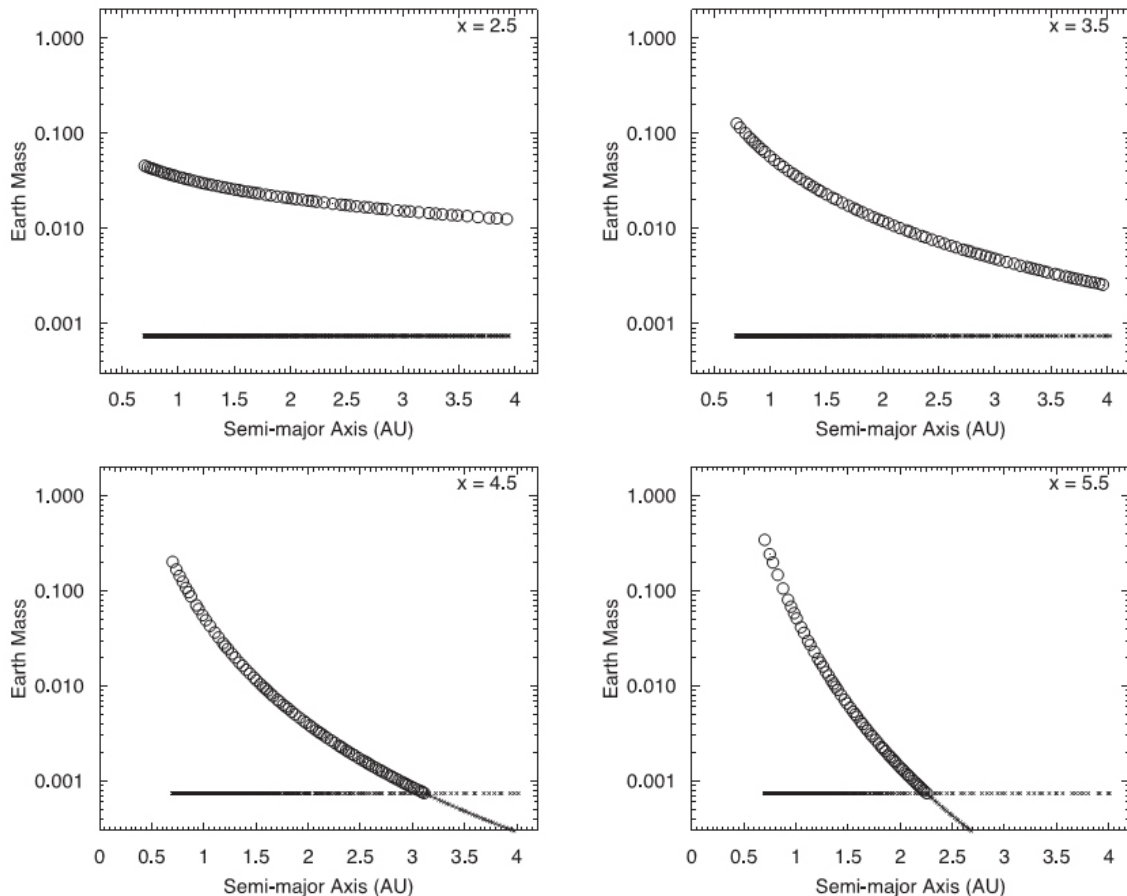
A equação do modelo de perfil de densidade superficial do disco é dado por:

$$\Sigma_r = \Sigma T^{-x} \quad (6)$$

onde  $x = 2,5; 3,5; 4,5; 5,5$  e  $\Sigma$  é a densidade superficial na região de  $1ua$ . Esses perfis são muito mais acentuados do que em simulações anteriores, que foram quase sempre limitados por  $x = 1,5$  e  $1,0$  (exceto para (Raymond et al., 2005; Kokubo et al., 2006; Izidoro et al., 2014)). Izidoro et al. (2015b) ajustam  $\Sigma$  de modo à entregar a massa total de  $2,5M_{\oplus}$  no disco entre  $0,7ua$  e  $4ua$ , comparável à soma das massas dos planetas terrestres.

Figura 22 – Exemplo de condições iniciais do disco usadas nas simulações de Izidoro et al. (2015b).

Cada painel mostra a distribuição de embriões planetários e planetesimais gerados dentro de um determinado perfil de disco definido pela inclinação de densidade de superfície. Os embriões planetários são marcados como círculos abertos e os planetesimais são objetos com massas menores que  $0,00075M_{\oplus}$ .



Fonte: Figura extraída de Izidoro et al. (2015b)

O disco é dividido em populações de planetesimais (30 – 40%) e embriões planetários (60 – 70%). Os embriões planetários são assumidos como formados pelo crescimento oligárquico e, portanto, são espaçados aleatoriamente por distâncias entre 5 e 10 raios mútuos de Hill ( $K = [(M_1 +$

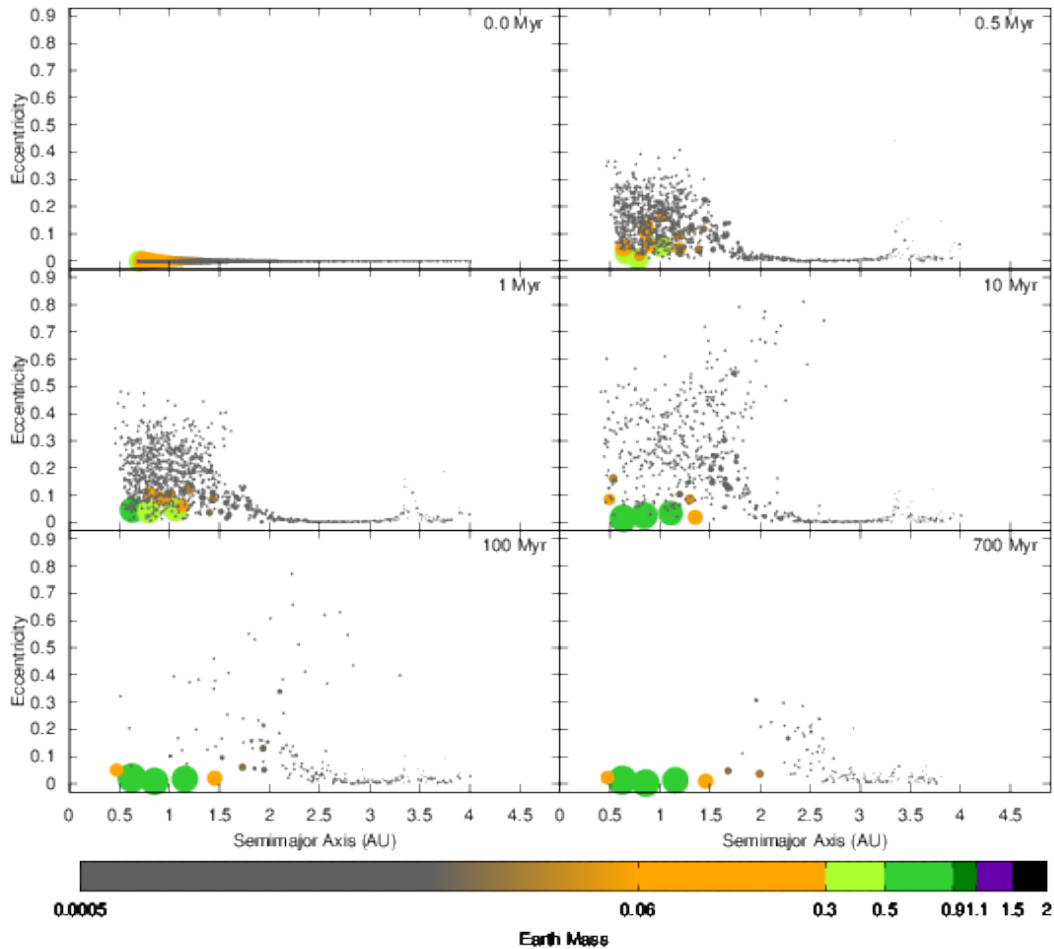


$M_2)/(3M_{\oplus})]^{1/3}$ ) (Kokubo and Ida, 1998, 2000). Os planetesimais individuais têm massa de no máximo  $0,00075M_{\oplus}$ . Considera-se que os planetesimais interagem gravitacionalmente apenas com embriões proto-planetários, planetas gigantes e a estrela, mas não um com o outro. Eles têm papel importante na fricção dinâmica, para circularizar as órbitas dos embriões. As massas dos embriões segue o perfil de densidade e é proporcional à  $M \sim r^{3(2-x)/2} \Delta^{3/2}$  (Kokubo and Ida, 2000; Raymond et al., 2005, 2009)<sup>18</sup>, onde  $\Delta$  é o número de raios mútuos de Hill que separam as órbitas adjacentes. Em geral, o disco inicial é composto por cerca de 80 embriões planetários e 1000 planetesimais. A figura Figura 22 mostra exemplos de condições iniciais do disco usadas das simulações de Izidoro et al. (2015b). A massa de cada embrião individual dada à uma distância radial inicial pode variar entre diferentes perfis de discos até um fator de  $\sim 10$ . Os discos mais íngremes (com valores mais elevados de  $x$ ) têm embriões planetários mais massivos nas partes internas do disco, embora nunca excedam  $0,3M_{\oplus}$ , e menos massivos nas partes externas.

As simulações usadas de Izidoro et al. (2015b) também incluíram Júpiter e Saturno completamente formados em órbitas consistentes com a versão mais recente do modelo Nice (Levison et al., 2011). Seus semieixos maiores iniciais foram de  $5,4au$  e  $7,3au$  ( $2/3$  em uma ressonância de movimento médio), respectivamente. Suas excentricidades (e inclinações em graus) foram inicialmente da ordem de  $\sim 10^{-2}$ . Eles realizaram 15 simulações com condições iniciais ligeiramente diferentes geradas aleatoriamente para embriões planetários e planetesimais, para cada perfil de densidade superficial. As colisões entre os corpos são sempre tratadas como inelásticas que conservam o momento linear. As simulações foram integradas até  $700Ma$  usando o integrador híbrido do pacote Symba (Duncan et al., 1998) com um passo de integração de 6 dias. Se um corpo na simulação atinge uma distância heliocêntrica igual a  $120au$ , então ele é removido do sistema, considerado ejeção.

Figura 23 – Instantes da evolução dinâmica de uma simulação onde  $x = -5,5$ . Júpiter e Saturno são inicialmente como no modelo de Nice II. O tamanho de cada corpo corresponde ao seu tamanho físico relativo e é dimensionado como  $M^{1/3}$ , onde  $M$  é a massa do corpo. A escala de cores fornece a amplitude de massa a que pertence cada corpo.

<sup>18</sup> Veja apêndice B para uma melhor compreensão de como derivamos a equação 6 da distribuição de massa dos embriões seguindo um modelo de perfil de densidade.



Fonte: Figura extraída de Izidoro et al. (2015b)

### 3.11 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Aqui apresentamos a análise dos resultados das colisões entre os embriões para os casos de distribuição de densidade com o parâmetro  $x = 2,5; 3,5; 4,5$  e  $5,5$  (fig. Figura 22).

#### 3.11.1 Coleta de dados

A filtragem dos dados é feita de maneira em que coletamos os dados de saída das colisões das simulações numéricas e fazemos a conversão para as unidades da nossa análise, pois no algoritmo do integrador Symba (Duncan et al., 1998) é feita uma normalização para as simulações. Daí, é feita a coleta dos parâmetros que serão analisados: velocidade relativa de colisão, parâmetro de impacto, massa do alvo e do impacto e distância radial ao corpo central que no nosso caso é o Sol.

#### 3.11.2 Comparação entre os Perfis

De todas as colisões que ocorreram num intervalo de tempo de 500 milhões de anos, determinamos restrições paramétricas, de acordo com a tabela 12 que separam as colisões que melhor se encaixam nos cenários de formação da Lua.

Analisando primeiramente a figura 24a para o parâmetro  $x = 2,5$  vemos que as velocidades relativas de colisões são relativamente baixa  $\lesssim 10km/s$  o que favorece o modelo proposto por Canup (2012). Se analisarmos as velocidades relativas de colisão no âmbito do modelo de Čuk and Stewart (2012), vemos que poucas delas se enquadram nesse modelo. Outro fato importante a se notar é que não existe nenhuma colisão abaixo de  $4km/s$ ; como consequência o modelo proposto por Canup and Asphaug (2001) não é favorável a origem da Lua para o parâmetro  $x = 2,5$ . Para esse parâmetro o modelo mais favorecido quando se leva em conta apenas a velocidade de impacto  $v_{imp}$  é o modelo proposto por Canup (2012). Analisando agora a massa total inicial do impacto, vemos que poucas colisões estão próximas da região de  $\sim 1,0M_{\oplus}$ , soma de massa esta que é necessária para a validade dos três modelos. O parâmetro de impacto na maioria dos casos é relativamente alto o que favorece os modelos propostos por Canup and Asphaug (2001) e Canup (2012), mas existem também uma minoria que é relativamente baixa favorecendo os modelos de Čuk and Stewart (2012) e Canup (2012). Se formos considerar possíveis candidatos à origem da Lua, vemos que as duas colisões onde  $M_1 + M_2 > 1,0$  favorecem o modelo de Čuk and Stewart (2012) se considerarmos apenas as velocidades de impacto que nesse caso são  $> 10km/s$  e menores que  $< 30km/s$ . A soma da massa total inicial  $M_1 + M_2$  de colisão também é  $\sim 1,0$ . Porém, quando analisamos o parâmetro de impacto  $b$  vemos que essas colisões têm um parâmetro de impacto relativamente alto, o que desfavorece o modelo proposto de Čuk and Stewart (2012). A colisão que mais se aproxima para este modelo é aquela onde a soma da massa total inicial  $M_1 + M_2 \sim 1,1M_{\oplus}$ , sua velocidade relativa de colisão  $v_{imp} \sim 15km/s$  e seu parâmetro de impacto  $b \sim 0,55$  na figura 24a. Pela figura 24a podemos notar que a maioria das colisões estão abaixo de  $10km/s$  e acima de  $4km/s$  o que favorece ainda mais o modelo de Canup (2012). Se considerarmos um possível candidato para o cenário proposto por Canup (2012) que originou a Lua, vemos que a colisão mais provável é aquela em que  $M_1 + M_2 \sim 0,9M_{\oplus}$  e o parâmetro de impacto  $b \sim 0,7$ . A análise ainda não está completa uma vez que temos que saber qual foi a massa do projétil (Theia) na colisão e se a colisão está próxima de  $1ua$ . Para isso vamos analisar a figura 24b.

Analisando a figura 24b vemos que temos corpos impactores com massas de  $0,1M_{\oplus}$  até  $0,45M_{\oplus}$  o que favorece os modelos de Canup (2012) e Canup and Asphaug (2001). Não temos quase nenhuma colisão onde o projétil teria uma massa menor do que a massa de Marte, como proposto por Čuk and Stewart (2012), levando ao desfavorecimento do seu modelo nesse caso. A maioria dos impactores são corpos embrionários com massas comparáveis, o que favorece mais uma vez o modelo de Canup (2012). O nosso possível candidato para a origem da Lua analisado anteriormente na figura 24a tem uma distância radial  $\sim 1ua$ . Logo, se enquadra no modelo de formação da Lua proposto por Canup (2012).

Analisando agora primeiramente a figura 25a para o parâmetro  $x = 3,5$  vemos que as velocidades relativas de colisões de novo são relativamente baixas  $\lesssim 10km/s$  o que favorece o modelo proposto por Canup (2012). Se analisarmos as velocidades relativas de colisão no âmbito do modelo de Čuk and Stewart (2012), vemos que poucas delas se enquadram nesse modelo (apenas uma em particular). Outro fato importante a se notar é que não existe nenhuma colisão abaixo de  $4km/s$ ; como consequência o modelo proposto por Canup and Asphaug (2001) não é favorável a origem da Lua para o parâmetro  $x = 3,5$ . Para esse parâmetro o modelo mais favorecido quando se leva em conta apenas a velocidade

de impacto  $v_{imp}$  é o modelo proposto por Canup (2012). Analisando agora a massa total inicial do impacto, vemos que temos mais colisões próximas da região de  $\sim 1,0M_{\oplus}$  do que o perfil  $x = 2,5$ . O parâmetro de impacto novamente na maioria dos casos é relativamente alto o que favorece os modelos propostos por Canup and Asphaug (2001) e Canup (2012), porém existem também uma minoria que é relativamente baixa favorecendo os modelos de Čuk and Stewart (2012) e Canup (2012). Se formos considerar possíveis candidatos à origem da Lua, vemos que a única colisão de velocidade de impacto  $v_{imp} \sim 30km/s$  onde favorece o modelo de Čuk and Stewart (2012). Todavia, quando analisamos o parâmetro de impacto  $b$  vemos que essa colisão têm um parâmetro de impacto relativamente alto  $b \sim 0,8$ , o que desfavorece o modelo proposto de Čuk and Stewart (2012). Pela figura 25a podemos notar que a maioria das colisões estão abaixo de  $10km/s$  e acima de  $4km/s$  o que favorece ainda mais o modelo de Canup (2012). Se considerarmos um possível candidato para o cenário proposto por Canup (2012) que originou a Lua, vemos que a colisão mais provável é aquela em que  $M_1 + M_2 \sim 0,9M_{\oplus}$  e o parâmetro de impacto  $b \sim 0,7$ . Vamos agora analisar a massa do impactor e a distância radial da colisão.

Analisando a figura 25b vemos novamente que temos corpos impactores com massas de  $0,1M_{\oplus}$  até  $0,45M_{\oplus}$  o que favorece ambos os modelos de Canup (2012) e Canup and Asphaug (2001). Novamente não temos massas menores do que a massa da Marte para o projétil como proposto por Čuk and Stewart (2012), levando ao desfavorecimento desse modelo. Na maioria das colisões os corpos impactores são de massas comparáveis, o que mais uma vez favorece o modelo de Canup (2012). O nosso possível caso analisado na figura 25a é desfavorecido nessa análise, pois sua distância radial  $r \sim 1,5ua$  (próximo a órbita de Marte). No parâmetro  $x = 3,5$  temos a tendência de mais corpos colidindo para distâncias radiais  $r > 1ua$  do que quando  $x = 2,5$ .

Analisando agora a figura 26a para o parâmetro  $x = 4,5$  vemos que novamente a maioria das velocidades relativas de colisões estão no intervalo  $4 - 10km/s$  o que favorece o modelo proposto por Canup (2012). Nesse caso não temos nenhuma colisão favorecendo o modelo de Čuk and Stewart (2012) no que se diz respeito a velocidade de impacto. Também novamente não temos nenhuma velocidade relativa de colisão abaixo de  $4km/s$  para favorecer o modelo de Canup and Asphaug (2001). Novamente o modelo mais favorecido quando se leva em conta apenas a velocidade de impacto  $v_{imp}$  é o modelo proposto por Canup (2012). Analisando agora a massa total inicial do impacto, vemos que temos poucas colisões próximas da região de  $\sim 1,0M_{\oplus}$  do que o perfil  $x = 3,5$ . O parâmetro de impacto novamente na maioria dos casos é relativamente alto o que favorece os modelos propostos por Canup and Asphaug (2001) e Canup (2012), todavia existem também uma minoria que é relativamente baixa favorecendo os modelos de Čuk and Stewart (2012) e Canup (2012). Se formos considerar possíveis candidatos à origem da Lua, vemos que a única colisão de velocidade de impacto  $v_{imp} \sim 10km/s$  e  $M_1 + M_2 \sim 0,9$  onde favorece o modelo de Čuk and Stewart (2012). Todavia, quando analisamos o parâmetro de impacto  $b$  vemos que essa colisão têm um parâmetro de impacto relativamente alto  $b \sim 0,95$ , o que desfavorece o modelo proposto de Čuk and Stewart (2012).

A análise da distância radial  $r$  da figura 26b para o caso do parâmetro  $x = 4,5$  nos mostra que temos poucos corpos com órbitas próximas a  $1ua$ , o que desfavorece os três modelos de formação da Lua para esse parâmetro em particular.

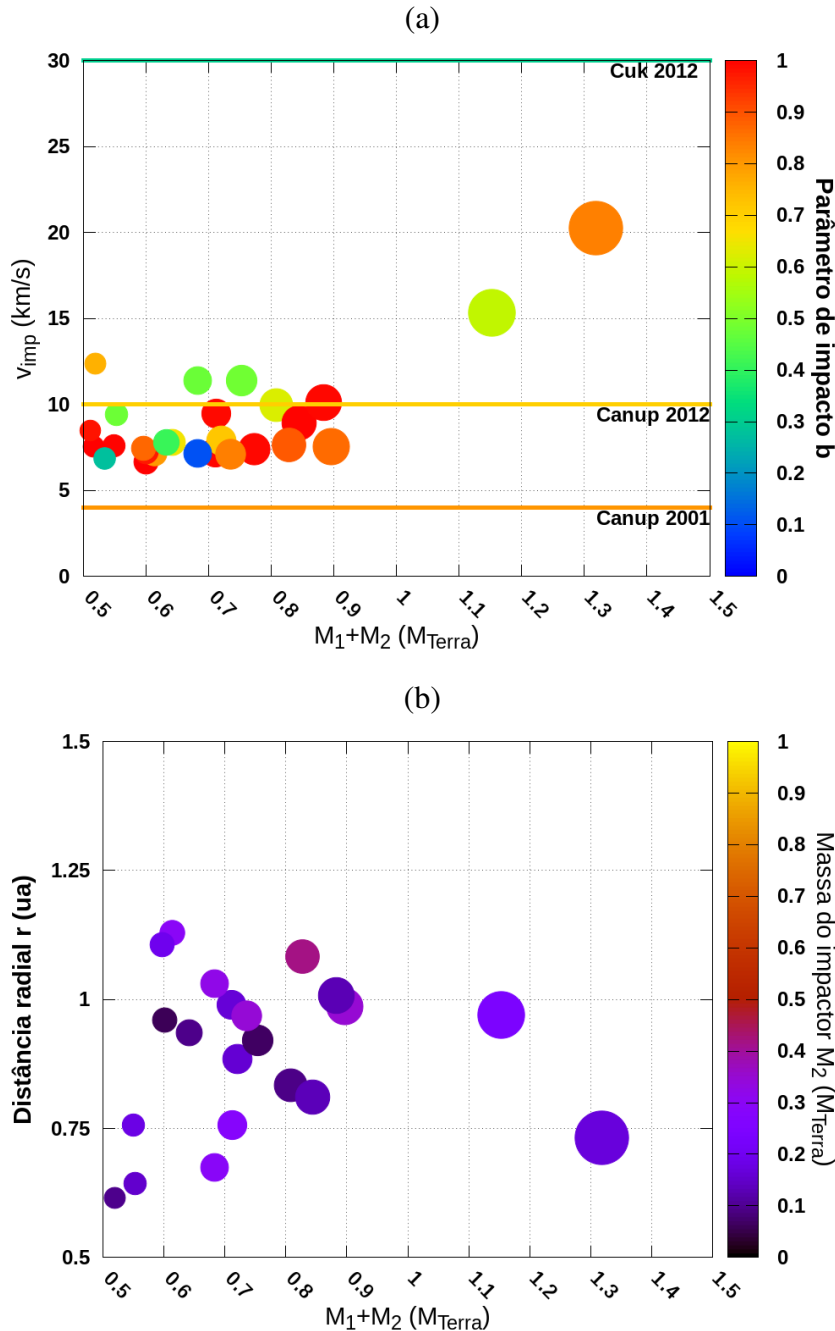
A análise da figura 27a é semelhante as análises anteriores. Para esse caso temos mais corpos com velocidades de impacto favorecendo o modelo de Čuk and Stewart (2012) do que nos outros dois casos. Novamente, a maioria das colisões são de velocidade baixa  $< 10km/s$  o que favorece o modelo de Canup (2012). Não temos novamente colisões abaixo de  $4km/s$  desfavorecendo o modelo de Canup and Asphaug (2001).

A análise da figura 27b nos mostra que esse cenário é muito improvável já que todas as colisões ocorrem em uma distância radial  $< 1ua$ .

Comparando os perfis temos que o resultado principal da nossa análise das simulações realizadas por Izidoro et al. (2015b) buscando prováveis cenários de formação da Lua é o de que o modelo mais provável nessas simulações seria o de Canup (2012). O modelo de Canup (2012) nos diz que para que se tenha um cenário eficiente de formação da Lua, ele deve ter uma baixa velocidade relativa de colisão  $\sim 10km/s$  com um ângulo de colisão intermediário.

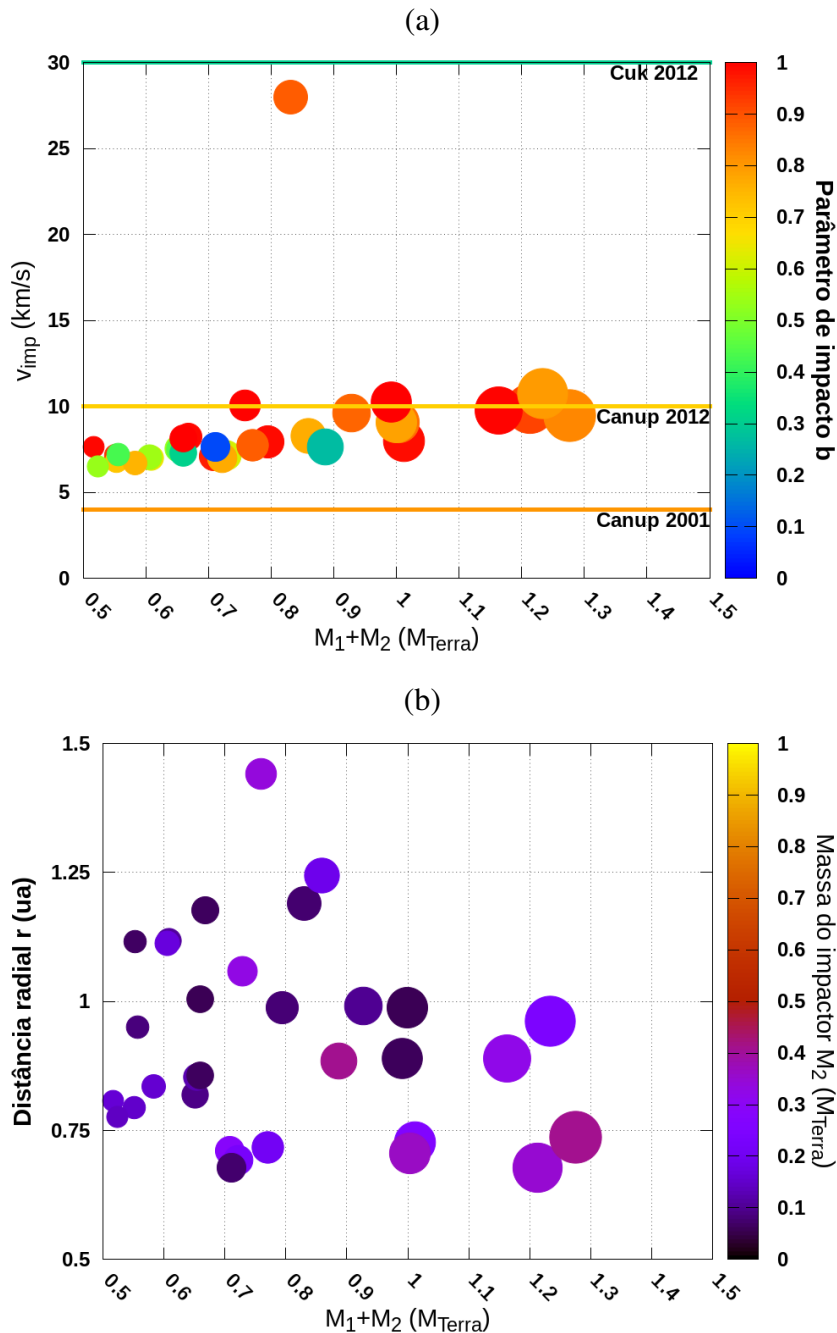
Um outro modelo para explicar a formação de Marte se baseia no mesmo modelo anterior de um perfil de densidade, porém usando uma depleção (Izidoro et al., 2014). Como mostrado por Kokubo and Ida (1998, 2000), durante a formação de planetas terrestres, o regime “Runaway” e de crescimento oligárquico (Raymond et al., 2004) de planetesimais e embriões planetários resultam em uma distribuição bi-modal de massa no disco proto-planetário. Izidoro et al. (2014) consideraram em seu modelo um disco proto-planetário bi-modal de embriões e planetesimais distribuídos entre  $0,5ua$  e  $4,0ua$  (fig. Figura 28).

Figura 24 – **(a)** Velocidade de impacto  $v_{imp}$  em função da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com  $x = 2,5$ . A massa  $M_1$  representa o alvo e a  $M_2$  o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto  $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto  $v_{imp}$  dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). **(b)** Distância radial  $r$  ao Sol em função da massa da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial  $r$  é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de  $M_1$  e  $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo  $M_2$ ).



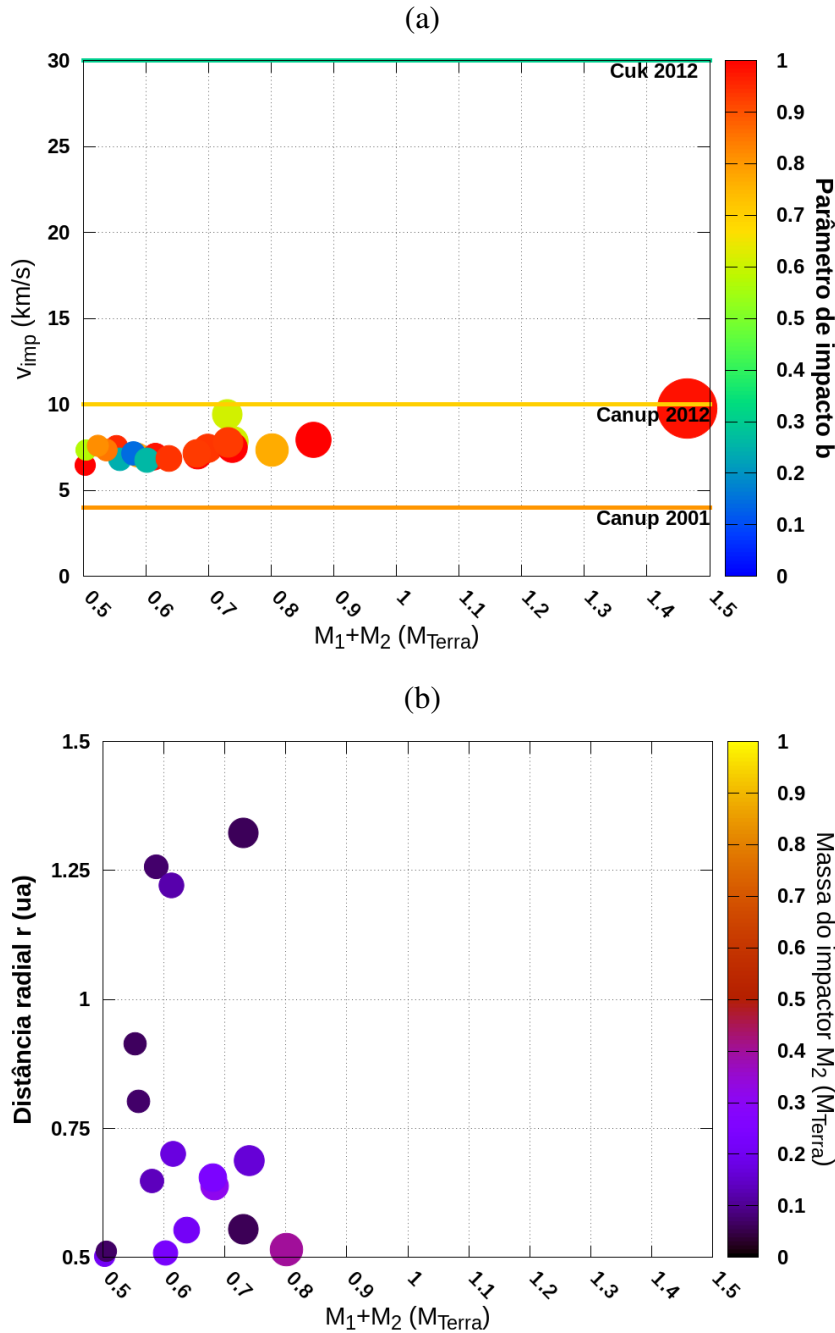
Fonte: Autor.

Figura 25 – **(a)** Velocidade de impacto  $v_{imp}$  em função da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com  $x = 3,5$ . A massa  $M_1$  representa o alvo e a  $M_2$  o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto  $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto  $v_{imp}$  dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). **(b)** Distância radial  $r$  ao Sol em função da massa da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial  $r$  é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de  $M_1$  e  $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo  $M_2$ ).



Fonte: Autor.

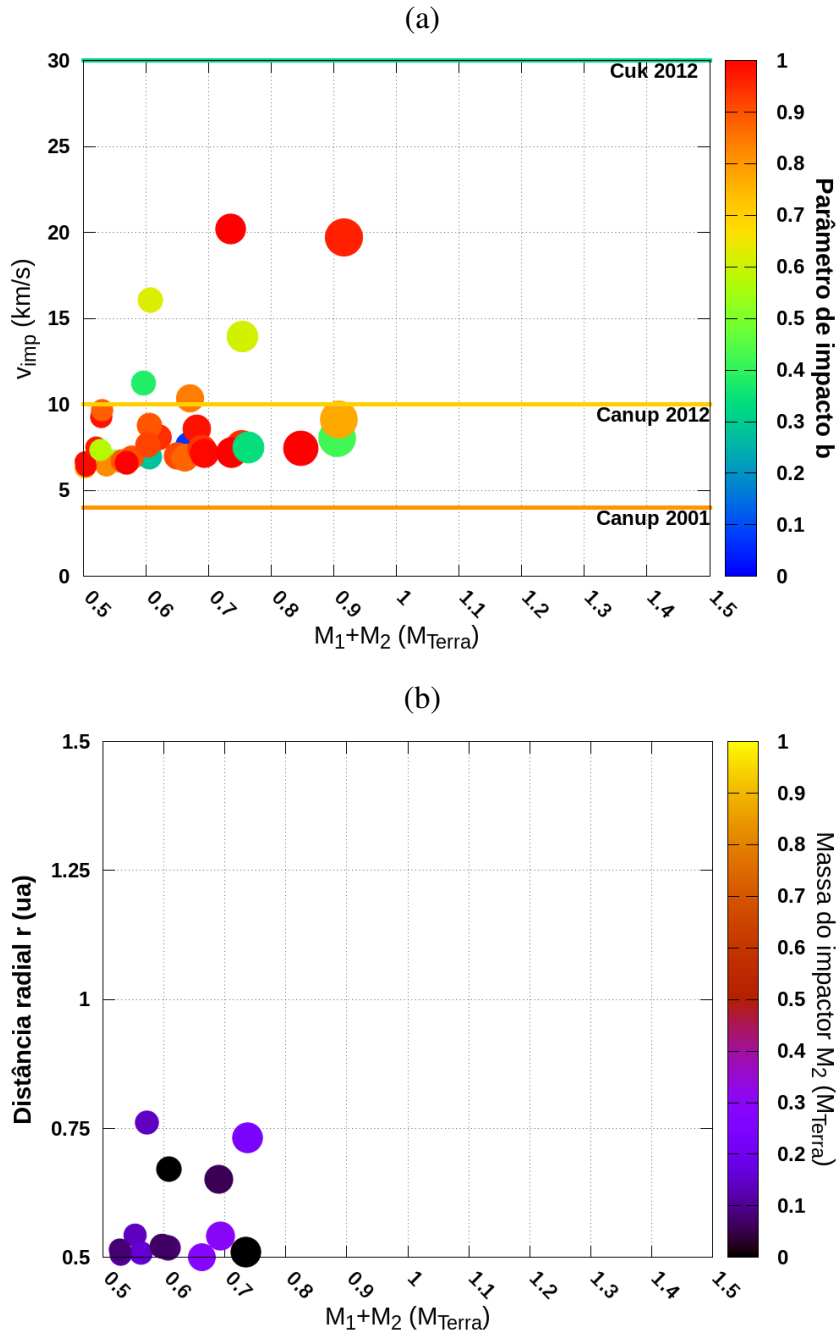
Figura 26 – **(a)** Velocidade de impacto  $v_{imp}$  em função da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com  $x = 4,5$ . A massa  $M_1$  representa o alvo e a  $M_2$  o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto  $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto  $v_{imp}$  dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). **(b)** Distância radial  $r$  ao Sol em função da massa da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial  $r$  é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de  $M_1$  e  $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo  $M_2$ ).



Fonte: Autor.

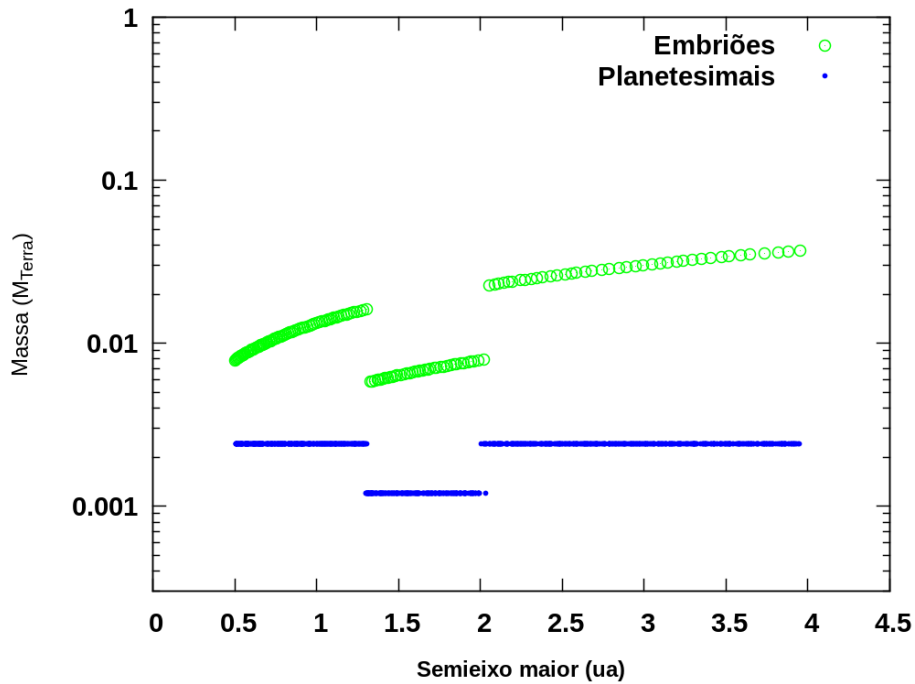


Figura 27 – **(a)** Velocidade de impacto  $v_{imp}$  em função da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com  $x = 5,5$ . A massa  $M_1$  representa o alvo e a  $M_2$  o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto  $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto  $v_{imp}$  dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). **(b)** Distância radial  $r$  ao Sol em função da massa da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial  $r$  é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de  $M_1$  e  $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo  $M_2$ ).



Fonte: Autor.

Figura 28 – Distribuição inicial de 154 embriões (verde) e 973 planetesimais (azul) considerando uma depleção em massa de 50% que se estende de  $1,3ua$  até  $2,0au$ . As massas de planetesimais são menores que  $0,003M_{\oplus}$ .



Fonte: Autor

A fim de certificar que a fricção dinâmica está adequadamente incluída eles distribuem metade da massa do disco em planetesimais e a outra metade em embriões planetários (O'Brien et al., 2006; Morishima et al., 2008). Os embriões são distribuídos seguindo um modelo de perfil de densidade superficial proporcional à  $r^{-3/2}$  (Weidenschilling et al., 1997; Hayashi, 1981). Os planetesimais têm massa de  $0,0025M_{\oplus}$  e somente interagem com embriões planetários e com os planetas gigantes, todavia não interagem entre si. Eles consideram a razão inicial da massa entre o embrião e o planetesimal de  $\sim 8$ , próximo de  $1,5ua$  (Raymond et al., 2009). A densidade superficial de massa do disco tem um perfil radial dado por:

$$\Sigma_r = \begin{cases} \Sigma r^{-3/2}, & \text{exterior à região de depleção} \\ (1 - \beta)\Sigma r^{-3/2}, & \text{interior à região de depleção} \end{cases} \quad (7)$$

Nessa equação,  $\Sigma = 8g/cm^2$  (Hayashi, 1981) e o parâmetro  $0 < \beta \leq 1$  representa a escala de depleção local de massa. A figura Figura 28 mostra a distribuição de embriões e planetesimais para  $\beta = 50\%$ . Escolhe-se a localização da depleção em massa de acordo com o modelo apresentado por Jin et al. (2008).

A seguir apresentamos os resultados relativos a uma única simulação numérica devida a esta abordagem, que realizamos.

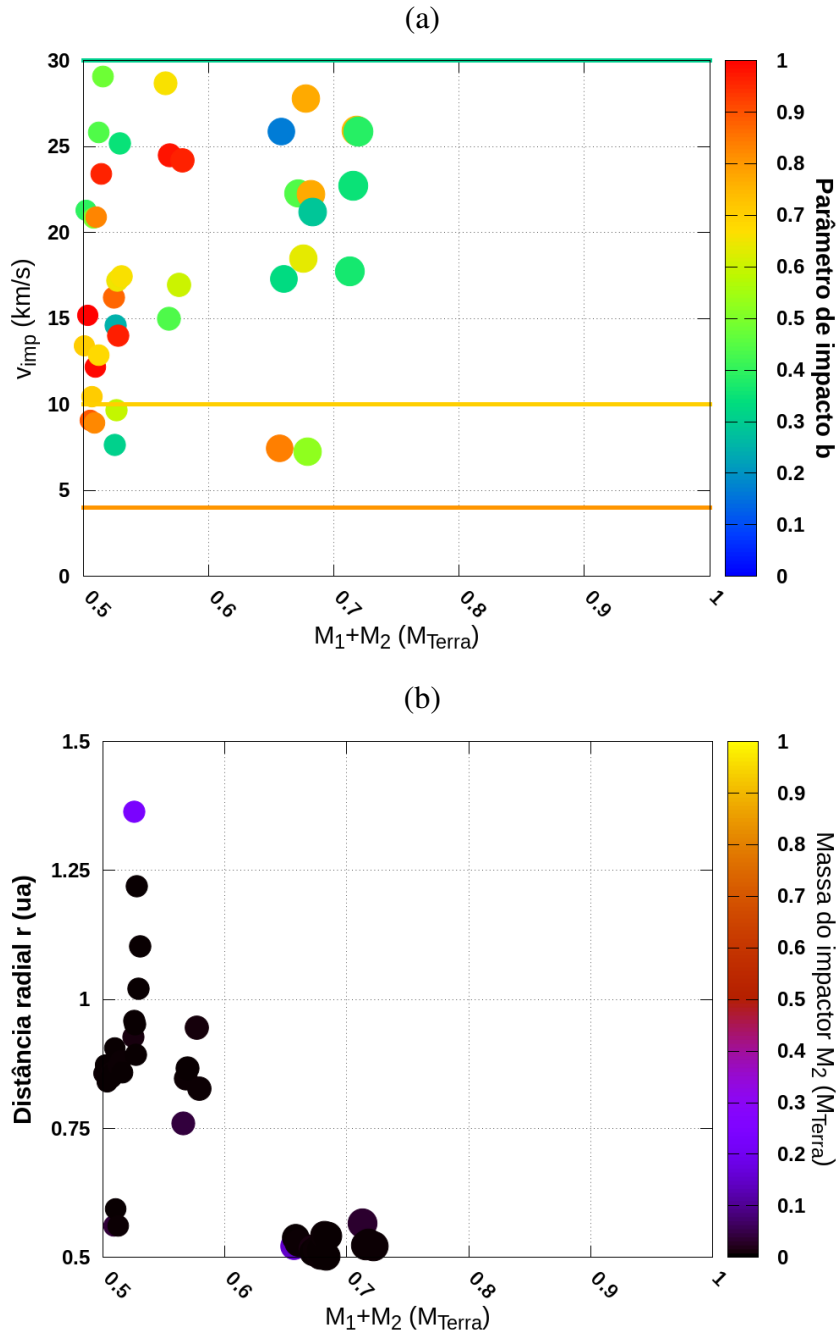
### 3.11.3 O caso para o parâmetro $x = 1,5$

Analisando primeiramente a figura 24a para o parâmetro  $x = 1,5$  vemos que as velocidades relativas de colisões são relativamente altas  $> 10km/s$  o que favorece o modelo proposto por Čuk and

Stewart (2012). Se analisarmos as velocidades relativas de colisão no âmbito do modelo desse mesmo modelo, vemos que a grande maioria se enquadra nesse modelo. Outro fato importante a se notar é que novamente não existe nenhuma colisão abaixo de  $4km/s$ ; como consequência o modelo proposto por Canup and Asphaug (2001) não é favorável a origem da Lua para o parâmetro  $x = 1,5$ . Para esse parâmetro o modelo mais favorecido quando se leva em conta apenas a velocidade de impacto  $v_{imp}$  é o modelo proposto por Čuk and Stewart (2012) diferentemente das análises feitas nas seções anteriores. Analisando agora a massa total inicial do impacto, vemos a grande maioria é  $< 1,0M_{\oplus}$ , o que desfavorece os três modelos. O parâmetro de impacto na maioria dos casos é intermediário o que favorece os modelos propostos por Canup and Asphaug (2001) e Canup (2012). Nenhuma das colisões possibilita a formação de um cenário de origem da lua já que a massa total inicial de colisão  $M_1 + M_2$  é relativamente baixa.

Analisando a figura 29b vemos que a grande maioria dos corpos tem órbitas próximas a  $1ua$  e as massas dos impactores são  $< 0,1M_{\oplus}$  o que favorece o modelo de Canup and Asphaug (2001) onde o impactor teria uma massa próxima a de Marte.

Figura 29 – **(a)** Velocidade de impacto  $v_{imp}$  em função da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Cada ponto representa uma colisão para o caso de um perfil de densidade com  $x = -1,5$ . A massa  $M_1$  representa o alvo e a  $M_2$  o impactor. Cada ponto tem uma proporção de tamanho relativa à massa total do corpo formado após a colisão. A escala de cores representa o parâmetro de impacto  $b$ . As linhas horizontais coloridas representam os limites superiores da velocidade de impacto  $v_{imp}$  dos três modelos de formação da Lua da tabela 12; e a cor da linha refere-se ao limite superior do parâmetro de impacto desses três modelos (tab. 12). **(b)** Distância radial  $r$  ao Sol em função da massa da massa total  $M_1 + M_2$  da colisão. Os pontos representam as mesmas colisões da figura (a). A distância radial  $r$  é medida tomando-se o raio-vetor desse corpo (centro de massa de  $M_1$  e  $M_2$ ). A escala de cores representa a massa do impactor (corpo  $M_2$ ).



Fonte: Autor.

### 3.12 COMENTÁRIOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo fizemos uma breve revisão dos modelos da origem da Lua. Vimos que o cenário mais aceito para a formação da Lua é o da hipótese do Grande Impacto. Essa teoria é sensivelmente dependente das condições iniciais e suas simulações numéricas são sofisticadas. No caso de Canup and Asphaug (2001) essas condições iniciais são peculiares, o que levou Belbruno and Gott (2005) a propor que Theia e Terra seriam coorbitais no modelo de origem da Lua. Todavia, Amarante (2012), identificou vários problemas com essa hipótese. Mais recentemente, foram propostos outros dois modelos (Ćuk and Stewart, 2012; Canup, 2012) cujas condições iniciais para se criar um cenário de origem da Lua não seria o coorbital. Neste trabalho fizemos alguns estudos visando verificar a viabilidade de se obter as condições iniciais requeridas nestes modelos. Com o intuito de se tentar reproduzir também as características do Sistema Solar interior, como as formações de Marte e do cinturão de asteroides, nós nos recorremos à modelos de formação planetária que levam em conta uma distribuição embrionária seguindo diferentes perfis de densidade. A coleta dos dados das condições de colisão foi realizada levando em conta diferentes perfis de distribuição de massa do disco da nebulosa solar. Os resultados mostraram que o modelo de Canup (2012) é mais favorável entre os modelos recentes de origem da Lua. Em especial o modelo de Ćuk and Stewart (2012) apresenta uma dificuldade significativa devido a necessidade de uma alta velocidade de impacto.

## 4 ESTABILIDADE DE COORBITAIS DOS PEQUENOS SATÉLITES DO SISTEMA PLUTÃO-CARONTE

### 4.1 INTRODUÇÃO

Plutão<sup>1</sup> é um planeta anão e agora é conhecido como um dos vários objetos remanescentes da formação do Sistema Solar que estão no chamado cinturão de Kuiper. Com seus 5 satélites conhecidos (Caronte, Estige, Nix, Cérbero e Hidra), Plutão se enquadra dentro dos inúmeros binários ou sistemas múltiplos (KBO's) peculiares que foram descobertos nas últimas décadas. Mais de 20% dos KBO's são sistemas múltiplos (Noll et al., 2008), o que indica que não é tão incomum que um objeto que reside nessa região do Sistema Solar tenha múltiplos satélites ou seja um sistema binário.

A maior lua de Plutão, Caronte, foi descoberta em 1978 por (Christy & Harrington, 1978), fazendo com que Plutão ficasse sendo reconhecido como um planeta binário até 2005<sup>2</sup>. Em 2005, as duas maiores luas entre os pequenos satélites de Plutão: Nix e Hidra<sup>3</sup> foram descobertas por (Weaver et al., 2005). Nix e Hidra não só fez com que o sistema de Plutão se tornasse parte de um sistema quádruplo, mas também apresentaram novas questões acerca da formação do sistema binário Plutão-Caronte. Outras observações pelo Hubble foram feitas de fevereiro a março de 2006. A quarta lua, Cérbero, foi anunciada em julho de 2011, e Estige, a quinta lua, em 11 de Julho de 2012. Todos esses pequenos satélites estão em órbitas circulares e planares com relação ao plano formado por Plutão-Caronte, o que sugere que estas luas foram formadas a partir do material remanescente ejetado ao redor de Plutão via hipótese do Grande Impacto. Mesmo cenário de formação da Lua como discutido anteriormente.

#### 4.1.1 Formação

A teoria mais aceita da formação do par binário Plutão-Caronte é a hipótese do Grande Impacto (McKinnon 1989; Canup 2005; Stern et al., 2006), mas detalhes de como os pequenos satélites se formaram ainda são discutidos. Essa hipótese é válida por que o momento angular do sistema binário Plutão-Caronte é bastante elevado, o que sugere que Caronte possa ter se formado a partir de uma colisão (Stern et al., 2006). Nos últimos anos, a origem das pequenas luas Estige, Cérberos, Nix e Hidra têm sido debatida na literatura. Stern et al. (2006), Ward e Canup (2006) e Canup (2011) defenderam um cenário em que a origem de Caronte, Nix e Hidra acontece em um mesmo evento, ou seja, como resultado de um Grande Impacto de um corpo primitivo com Plutão. A colisão deixou Caronte, que foi parte remanescente do projétil, em uma órbita com um semieixo maior próximo a alguns raios de Plutão (Canup 2005), e gerou um disco de detritos logo após a órbita de Caronte (Canup 2011). Os quatro satélites pequenos do sistema binário Pluto-Caronte foram descobertos por (Weaver et al., 2006; Showalter et al. 2011; 2012). Estas pequenas luas estão localizadas além da órbita de Caronte. Embora sejam pequenas quando comparadas a Caronte, suas perturbações gravitacionais podem diminuir a estabilidade da região externa (além da órbita de Caronte) Pires Dos Santos et al. (2011). Até antes

<sup>1</sup> Sua descoberta aconteceu no ano de 1930 pelo astrônomo norte-americano Clyde Tombaugh, e o seu nome foi escolhido por uma garota de 11 anos em referência ao deus romano do submundo.

<sup>2</sup> Hoje ele se enquadra na categoria de planeta anão.

<sup>3</sup> Os nomes foram escolhidos em parte para que suas letras iniciais fossem as mesmas da sonda New Horizons.

da descoberta das outras duas luas Estige e Cérberos, a teoria de formação via Grande Impacto era a teoria mais aceita para a formação das pequenas luas desse sistema. Mas, o fato de Nix e Hidra serem as luas mais massivas entre as pequenas luas desse sistema com massas comparáveis; Estige e Cérberos as luas com as menores massas; e esses pequenos satélites estarem nas posições atuais de suas órbitas, fizeram com que o problema da formação do sistema Plutão-Caronte ainda não esteja completo (Showalter and Hamilton, 2015).

#### 4.1.2 Possibilidade de Aneis

Binzel (2006) and Stern et al. (2006) sugeriram a possibilidade de aneis ou arcos no sistema binário Plutão-Caronte de mesma ordem de magnitude de aneis tênues ao redor de Júpiter (Showalter et al., 1987; Throop et al., 2004). Como o par binário Plutão-Caronte está distante do Sol, eles acreditavam que a possibilidade de existência de anéis formados por restos remanescentes das pequenas luas era alta. Como será discutido adiante, o sistema binário Plutão-Caronte tem regiões estáveis e até mesmo uma bastante peculiar chamada de “sailboat” (Giuliatti Winter et al., 2014), onde pode haver a possibilidade da existência de aneis ou arcos. Entretanto, depois da aproximação realizada pela sonda New Horizons em julho de 2015 não foram encontrados aneis ou arcos nesse sistema, pelo menos até então.

#### 4.1.3 Características Físicas e Dinâmicas

Plutão tem uma superfície variada em cores e albedo (Brown, 2008). Os maiores KBO's, incluindo Plutão, têm gelo de metano em suas superfícies, além de  $N_2$ , CO, etano e gelo de água (McKinnon et al., 2008). A densidade do sistema binário Plutão-Caronte ( $2,01g/cm^3$ , Tholen et al., 2008) implica que os impactores que formaram este sistema foram inicialmente acretados (McKinnon et al., 2008). Tomando o argumento para que Plutão seja um corpo diferenciado, Hussmann et al. (2006) sugeriram a presença de um oceano sub-superficial abaixo do gelo de baixa densidade de Plutão (fato confirmado pela New Horizons).

A maior lua de Plutão, Caronte, foi descoberta em 1978 por (Christy & Harrington, 1978), e desde então tem sido realizado vários estudos (Tholen et al., 1987, 2008; Foust et al., 1997; Tholen and Buie, 1997; Olkin et al. 2003, Buie et al., 2006; Lee e Peale, 2006; Sicardy et al., 2011; Beauvalet et al., 2013) para estabelecer sua órbita e massa em relação a Plutão. A órbita de Caronte em torno de Plutão é quase circular. Buie et al. (2012) relataram que o limite superior para a excentricidade de Caronte é de  $7,5 \times 10^{-5}$ . As estimativas iniciais da relação de massa de Plutão-Caronte variaram substancialmente, de  $0,0837 \pm 0,0147$  (Null et al., 1993) para  $0,1566 \pm 0,0035$  (Young et al., 1994). Duas estimativas posteriores de Buie et al. (2006) e Tholen et al. (2008) têm valores muito consistentes:  $0,1165 \pm 0,0055$  e  $0,1166 \pm 0,0069$ , respectivamente. A análise mais recente (Beauvalet et al., 2013) enumera dois conjuntos para a razão de massa de Plutão-Caronte. Seu conjunto de dados mais completo tem o valor de  $0,1126 \pm 0,0001$ , enquanto aquele que exclui os dados de Buie et al. (Dados de 2012) tem o valor de  $0,1176 \pm 0,0022$ . Os dados de Buie et al. (dados de 2012) diminuíram significativamente a estimativa de massa para Caronte (seu parâmetro gravitacional  $GM$  de  $102,83 \pm 1,87km^3s^{-2}$  para  $GM_{Charon} = 98,33 \pm 0,11km^3s^{-2}$ ) e os dados adicionais também reduziram significativamente a incerteza sobre a massa de Caronte.

Weaver et al. (2006) foram os primeiros a tentar determinar parâmetros orbitais para Nix e Hidra (originalmente S/2005 (134340) 2 e S/2005 (134340) 1) com base em alguns poucos dados de suas descobertas. Embora o conjunto de dados se revelasse esparso para permitir uma melhor determinação definitiva das órbitas, eles concluíram que os dois satélites pareciam estar se movendo em órbitas circulares no mesmo plano orbital que Caronte. Os períodos orbitais foram estimados em  $\sim 25$  dias para Nix e  $\sim 38$  dias para Hidra. Buie et al. (2006) utilizando o problema de dois corpos confirmaram que as órbitas dos três satélites são quase coplanares e descobriram que a órbita da Hidra tem uma excentricidade de  $0,0052 \pm 0,0011$ .

Lee e Peale (2006) apresentaram um estudo teórico das órbitas de Nix e Hidra. Eles primeiramente discutiram uma teoria analítica para várias considerações das massas dos satélites. O intervalo de massas foi calculado com base no pressuposto de que o albedo geométrico é semelhante ao de Caronte (alto albedo e baixa massa) ou a de uma cometa (baixo albedo e alta massa). Para o caso em que as massas de Nix e Hidra eram baixas, Lee e Peale (2006) previram que a Hidra tem uma excentricidade significativa e que a precessão do pericentro de sua órbita tem um período de  $\sim 5300$  dias. No limite superior das massas derivadas, Lee e Peale (2006) descobriram que Nix e Hidra poderiam estar na ressonância de movimento médio 3 : 2 com o período de precessão do seu pericentro de  $\sim 500$  dias.

Tholen et al. (2008) foram os primeiros a tentar um melhor ajuste das órbitas dos quatro pequenos satélites desse sistema e obtiveram estimativas de  $GM$  para Nix e Hidra de  $0,039 \pm 0,034 km^3 s^{-2}$  e  $0,021 \pm 0,042 km^3 s^{-2}$ , respectivamente. Suas análises também descartaram o limite superior de massa de Nix e Hidra que Lee e Peale (2006) encontraram como condição necessária para ter uma ressonância de movimento médio de 3 : 2. Beauvalet et al. (2013) realizaram o ajuste até então mais recente para a astrometria dos satélites no sistema Plutão. Seus resultados colocaram mais restrições sobre as massas de Nix e Hidra ( $0,014 \pm 0,011 km^3 s^{-2}$  e  $0,069 \pm 0,014 km^3 s^{-2}$ , embora o conjunto de dados que eles usaram ainda fosse escasso e potencialmente sensível aos efeitos sistemáticos dos dados.

Os últimos satélites incorporados à família do sistema binário Plutão-Caronte são os satélites Cérberos (S/2011 (134340) 1) (Showalter et al., 2011) e Estige (S/2012 (134340) 1) (Showalter et al., 2012). Não se sabe muito sobre esses satélites, exceto que orbitam Plutão em órbitas quase circulares com  $\sim 42000 km$  (Showalter et al., 2012) e Cérberos  $57900 km$  (Buie et al., 2013). Os respectivos períodos de Estige e Cérberos são 20,1 dias e 32,2 dias, respectivamente. Juntamente com Nix e Hidra, Estige e Cérberos completam a sequência contínua de órbitas quase ressonantes (1 : 3 : 4 : 5 : 6) em relação ao período orbital de Plutão-Caronte.

#### 4.1.4 New Horizons

Até o ano de 2006, a União Astronômica Internacional considerava Plutão como o nono planeta do sistema solar e, apesar de se encontrar muito próximo dos chamados gigantes gasosos (Júpiter, Saturno, Urano e Netuno), era o menor dos planetas do nosso sistema. No entanto, após a descoberta do planeta anão Éris e a perspectiva (hoje tida como falsa) de que esse era maior que Plutão, começou-se a questionar se Plutão poderia ser realmente classificado como planeta.

Assim, após uma convenção realizada no referido ano, foram estabelecidos e reavaliados os critérios necessários para definir o que é planeta ou não, de modo que Plutão não atendeu a um deles, a saber:



possuir uma órbita que não é influenciada diretamente por outros planetas. Assim, ele foi “rebaixado” à classificação de planeta anão.

Plutão possui um ano de 248 anos terrestres. A sua velocidade de rotação também é mais lenta, com dias 6,5 vezes maiores do que os da Terra, embora o planeta anão seja bem menor. Todavia, como se sabia muito pouco sobre o corpo celeste em questão (em razão de sua grande distância em relação à Terra), a NASA (Agência Espacial Norte-Americana) enviou a sonda New Horizons, que conseguiu uma boa aproximação no mês de julho de 2015 e, assim, pôde fazer imagens mais nítidas e coletar informações mais precisas a respeito não só de Plutão, mas de todo o sistema. Além disso, foram feitas imagens e vídeos envolvendo a superfície e a atmosfera local.

A primeira entre as descobertas sobre Plutão pela sonda New Horizons foi realizada muito antes de se chegar próximo ao planeta anão: a existência de um número maior de luas do que se pensava. Quando a sonda deixou a Terra, em 2005, imaginava-se a existência de três: Caronte (a maior delas), Nix e Hidra. No entanto, à medida em que a sonda foi se aproximando, dois outros satélites foram visualizados: Estige (em 2011) e Cérbero (em 2012).

Outra importante informação sobre as características de Plutão foi a atualização de seu tamanho, que é um pouco maior do que se calculava, o que se deve às distorções ocasionadas na obtenção de imagens a uma maior distância. Assim, o seu diâmetro exato é de  $2370\text{km}$ , colocando-o como o maior em tamanho entre os planetas anões, com  $30\text{km}$  a mais em relação a Éris, que é o segundo maior.

Com as imagens obtidas pela New Horizons, também se verificou que Plutão possui um relevo bastante acidentado, marcado pela presença de um grande número de cadeias montanhosas. Ao contrário do que se imaginava, há poucas formações em crateras em sua superfície, o que indica uma idade geologicamente jovem. A superfície provavelmente foi muito modelada por erupções vulcânicas e outros eventos naturais ao longo dos últimos 100 milhões de anos.

Plutão possui uma atmosfera composta por metano, monóxido de carbono, nitrogênio e outros materiais, além de ter uma grande quantidade de gelo em sua superfície. Nas baixas temperaturas locais (cerca de  $-248^\circ$ ), esse gelo apresenta o mesmo comportamento natural de uma rocha terrestre, sendo a base estruturante das montanhas acima descritas.

Outra descoberta foi a atividade tectônica sob a superfície congelada do planeta, sendo possível que haja um oceano feito de gelo e de água sob a superfície de Plutão. Segundo as pesquisas e os estudos feitos a partir das imagens obtidas em 2015 pela sonda New Horizons, esse oceano pode ter ajudado a modelar e mudar a estrutura do pequeno planeta, criando tensão na sua crosta e algumas rachaduras na superfície. Além disso, a imensa massa de água congelada pode ter sido responsável pela reorientação do planeta e que poderá ter essa função mais uma vez no futuro.

Todas essas informações foram extraídas do report Stern et al. (2015) da New Horizons, quando a mesma fez a aproximação com Plutão no mês de Julho de 2015.

#### **4.1.5 Estabilidade**

A questão da estabilidade e do número de satélites no sistema binário Plutão-Caronte foi discutida muito antes da descoberta dos satélites Nix e Hidra (Stern et al., 1994). Stern et al. (1994) mostraram que há uma região do espaço em torno de Caronte (a chamada “instability stip”) que provavelmente não

poderia conter outros satélites porque suas órbitas seriam instáveis. No entanto, as regiões interiores e exteriores a essa faixa de instabilidade de Caronte não foram excluídas pela existência de pequenos satélites (massas de até  $10^{-4}$  de Plutão-Caronte). Além disso, Stern et al. (1994) descobriram que, com o dobro da distância de separação de Plutão-Caronte, é possível considerar a existência de satélites ainda mais massivos (massas de até  $10^{-2}$  de Plutão-Caronte). A descoberta de Nix e Hidra no mesmo plano orbital que Caronte e na proximidade das ressonâncias de movimento médio 4 : 1 e 6 : 1 (Showalter and Hamilton, 2015) com o período orbital de Plutão-Caronte levou a alguns estudos interessantes sobre a estabilidade de suas órbitas. Süli e Zsigmond (2009) usaram o problema elíptico restrito de três corpos para estudar a estrutura dinâmica do espaço de fase em torno de Nix e Hidra. Eles descobriram que Nix poderia estar em ressonância 4 : 1 para uma certa combinação de argumentos de pericentros e longitudes de nodo ascendente, mas que não há combinações que possam colocar Hidra em ressonância 6 : 1.

Giuliatti Winter et. al encontraram várias regiões estáveis de partículas de teste em órbita em torno de Plutão associado à famílias de órbitas periódicas obtidas no problema circular restrito de três corpos. Eles mostraram que uma possível excentricidade do binário Plutão-Caronte reduz, mas não destrói nenhuma dessas regiões estáveis. Giuliatti Winter et al. (2013) estende esses resultados analisando os casos com a inclinação orbital igual a zero e considerando o argumento do pericentro igual a  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ . Eles exploram a influência da inclinação das partículas nessas regiões estáveis. Neste caso, a inclinação inicial varia de  $10^\circ$  a  $170^\circ$ . Eles mostram que regiões estáveis estão presentes em todos os casos inclinados, exceto quando a inclinação inicial das partículas é igual a  $110^\circ$ .

Giuliatti Winter et al. (2014) encontraram várias regiões estáveis para partículas localizadas entre as órbitas de Plutão e Caronte. Eles analisam uma região estável peculiar variando o semieixo maior e excentricidade inicial das partículas ( $a = (0.5d, 0.7d)$  e  $e = (0.2, 0.9)$ , onde  $d$  é a distância Plutão-Caronte). Esta região peculiar (chamada de região “sailboat”) está associada a uma família de órbitas periódicas derivadas do Problema Circular Restrito de Três Corpos (Plutão-Caronte-partícula). Eles estudam a origem desta região estável analisando a evolução dessa família de órbitas periódicas. Eles mostram que essa família de órbitas periódicas não está em ressonância com Caronte e o período da órbita periódica varia ao longo da família, diminuindo com o aumento da constante Jacobi. Eles exploram a região da “sailboat” também para diferentes valores de inclinação e argumento do pericentro e concluem que a região do “sailboat” está presente para inclinações no intervalo de  $0^\circ$  até  $90^\circ$  e para dois intervalos de argumento do pericentro: de  $-10^\circ$  até  $10^\circ$  e de  $160^\circ$  até  $200^\circ$ .

Pires Dos Santos et al. (2011) levando em conta o novo par de satélites do sistema binário Plutão-Caronte Nix e Hidra (únicos satélites, além de Caronte, descobertos naquela época), que estão localizados além da órbita de Caronte, analisaram se os mesmos poderiam diminuir a estabilidade da região externa (além da órbita de Caronte) devida as suas perturbações gravitacionais. Eles analisaram a estrutura dinâmica desta região externa simulando numericamente partículas sob os efeitos gravitacionais de Plutão, Caronte, Nix e Hidra. Eles encontraram que as partículas podem sobreviver mesmo após  $10^5$  períodos orbitais do binário em algumas regiões, como coorbitais a Nix e Hidra e entre suas órbitas. Os efeitos de Nix e Hidra diminuíam a região externa estável. Deste modo eles concluíram que os potenciais satélites teriam que residir como coorbitais a Nix e Hidra ou entre

suas órbitas.

A descoberta de Estige e Cérberos em ressonância próxima de 3 : 1 e 5 : 1 aumentou ainda mais a complexidade da arquitetura dinâmica do sistema binário Plutão-Caronte e também proporcionou mais restrições para as massas dos corpos no sistema. Por exemplo, Youdin et al. (2012) usaram a órbita dos satélites recém-descobertos para explorar a estabilidade a longo prazo do sistema em integrações numéricas considerando os quatro corpos massivos Plutão, Caronte, Nix e Hidra; mais os recém-descobertos Estige e Cérberos. Esta análise limitou as massas de Nix e Hidra a um limite superior de  $5 \times 10^{16} \text{ kg}$  ( $GM = 0,0033 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$ ) e  $9 \times 10^{16} \text{ kg}$  ( $GM = 0,0060 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$ ), respectivamente. Além disso, Youdin et al. (2012) também previu que a órbita de Cérberos seja exatamente externa à ressonância 5 : 1. Mais recentemente, Kenyon e Bromley (2014) fizeram um estudo numérico de como os pequenos satélites se acretaram e migraram em um disco de partículas de detritos em torno do binário Pluto-Caronte recém formado e uma das conclusões era que poderia haver mais satélites pequenos (com raios entre 1 e 3 km) além da órbita de Hidra, o que não foi evidenciado pelas imagens da New Horizons.

Como podemos ver o sistema binário Plutão-Caronte (fig. Figura 30) é dinamicamente completo com poucos locais estáveis adicionais para se obter novos satélites naturais. A maior parte dessas regiões estáveis adicionais são trajetórias coorbitais do problema circular restrito de 3 corpos (Pires et al. 2011; Porter e Stern 2015). Nesse trabalho, estudamos a região coorbital de cada lua menor através de longas integrações numéricas considerando os efeitos gravitacionais dos satélites Caronte, Estige, Nix, Cérberos e Hidra. Também consideramos dois modelos diferentes para este propósito. A tabela 13 resume os parâmetros usados em nossas simulações.

Tabela 13 – parâmetro gravitacional  $GM$ , semieixo maior ( $a$ ), excentricidade ( $e$ ) e inclinação ( $i$ ) dos 5 satélites do sistema binário Plutão-Caronte. Os elementos orbitais de Caronte são com relação a Plutão e os elementos orbitais dos outros satélites são com relação ao baricentro do sistema binário Plutão-Caronte.

Satélite	$GM$ ( $\text{km}^3 \text{s}^{-2}$ )	$a$ (km)	$e$ ( $\times 10^{-3}$ )	$i$ (graus)
Caronte	105.87	19596	5.00E-5	0.00
Estige	5.60E-6	42413	1.00E-5	0.00
Nix	3.00E-3	48690	0.0	0.00
Cérberos	1.00E-3	57750	0.00	0.4
Hidra	3.00E-3	64721	5.54E-3	0.3

Fonte: Extraído de Brozović et al. (2015)

#### 4.1.6 Sistemas Coorbitais

Sistemas coorbitais são aqueles em que pelo menos dois corpos compartilham uma mesma órbita média e que em um referencial dito girante configuram tipos de órbitas específicas. Objetos coorbitais libram em torno de um dos pontos de equilíbrio lagrangianos estáveis  $L_4$  ou  $L_5$ , designadas órbitas girino, ou descrevem uma órbita que envolve  $L_3$ ,  $L_4$  e  $L_5$  chamada órbita ferradura. Embora Lagrange tivesse previsto a existência e descrito o comportamento de objetos librando em torno dos pontos de equilíbrio lagrangianos desde 1788, quando publicou *Analytical Mechanics*, apenas em 1906 um corpo

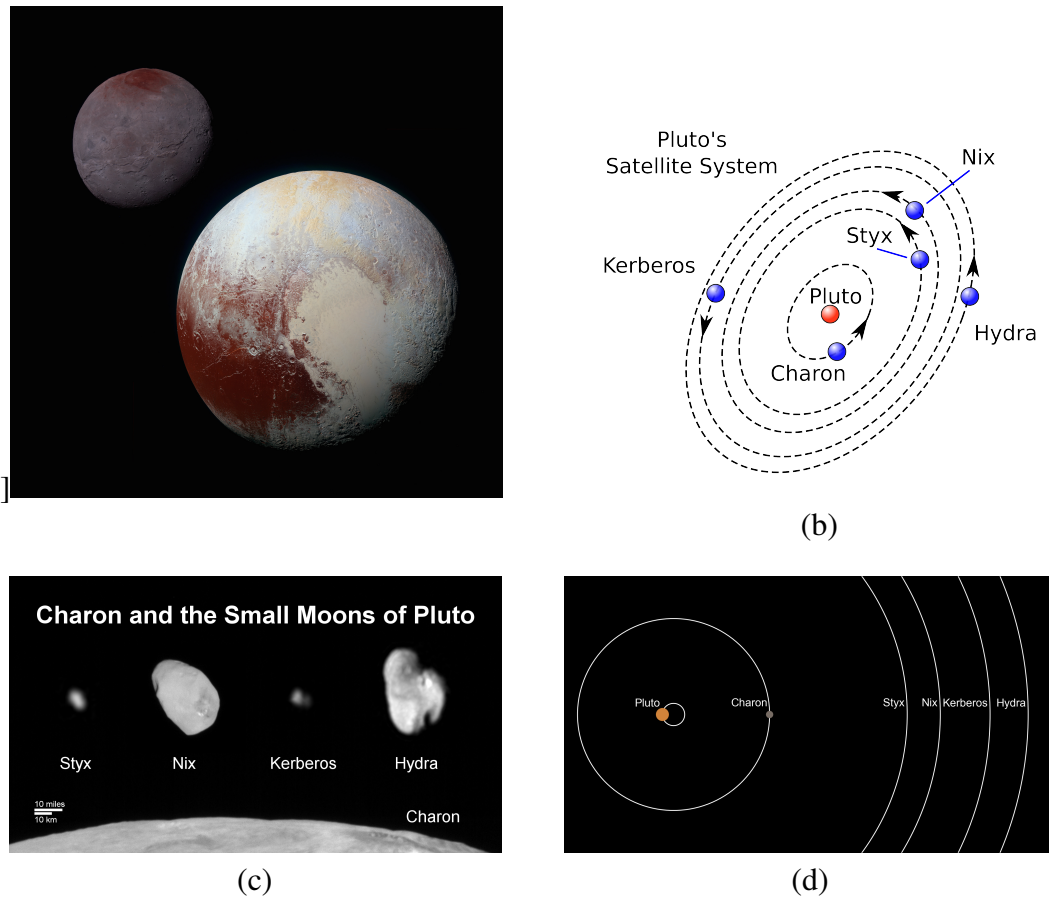


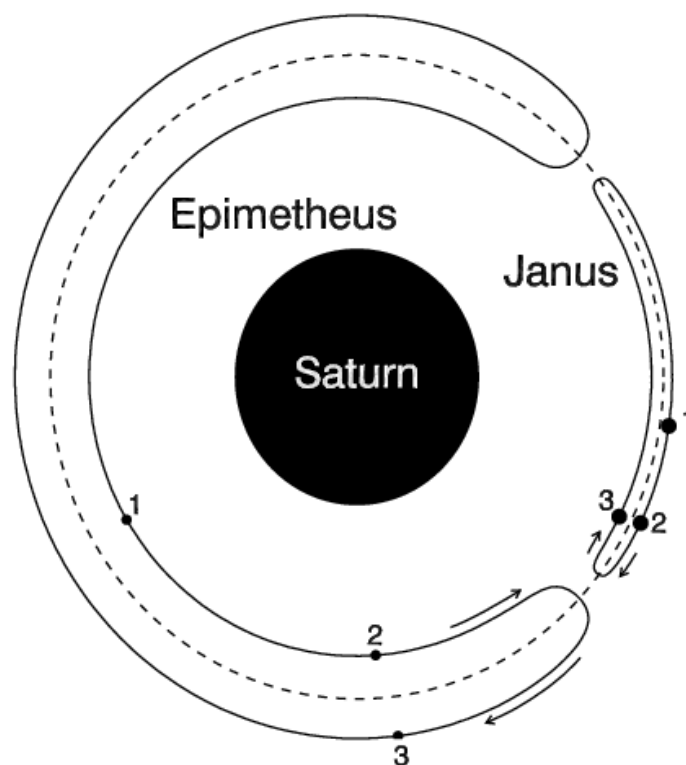
Figura 30 – O sistema binário Plutão-Caronte. Fonte: Figura extraída de Porter and Stern (2015).

desse tipo foi descoberto por *Max Wolf* librando em torno do ponto  $L_4$  de Júpiter. Este objeto foi denominado (588) *Achilles* e atualmente já são conhecidos mais 2800 asteróides denominados troianos de Júpiter (IAU: *Minor Planet Center*, <http://www.cfa.harvard.edu/iau/lists/JupiterTrojans.html>). Além do sistema Sol-Júpiter existem vários outros que apresentam objetos coorbitais. Em 1991 o asteróide 5261 *Eureka* foi descoberto librando ao redor de  $L_5$  de Marte (Innanen, 1991). Posteriormente mais três foram descobertos: 1998V $F_{31}$  (Tabachnick and Evans, 1999) e 1999U $J_7$  (Connors et al., 2005) e recentemente o 2007N $S_2$  (IAU: *Minor Planet Center*, <http://www.cfa.harvard.edu/iau/lists/MarsTrojans.html>). O sistema Sol-Netuno apresenta seis coorbitais todos localizados em torno do ponto  $L_4$  (Zhou et al., 2008).

O sistema Sol-Terra apresenta o asteróide (3753) *Cruithne*, originalmente chamado de 1986TO, que descreve uma órbita ferradura com alta excentricidade e grande largura radial que cruza a órbita de Vênus (Wiegert et al., 1997). (3753) *Cruithne* é apenas um membro de uma classe de coorbitais que possuem órbitas bem excêntricas e inclinadas, e que envolve tipos particulares de movimento coorbital. Existem ainda outros asteróides que apresentam comportamento coorbital, por exemplo *Khufu* é coorbital com a Terra e recentemente foi descoberto o asteróide 2002AA29 da mesma classe do asteróide (3753) *Cruithne*, sendo este considerado o primeiro verdadeiro objeto coorbital da Terra (Morbidelli et al., 2002). Mais recentemente ainda foi a vez do 2010TK $_7$ , o primeiro asteróide denominado troiano da Terra librando em torno de  $L_4$  (Connors et al., 2005). Já o asteróide 1989VA é coorbital com Vênus (Namouni et al., 1999).

Saturno, é o único planeta até hoje conhecido que possui um sistema de satélites coorbitais. Em 1981 a Voyager confirmou a existência de dois satélites coorbitais de Saturno, *Jano* (1980S1) e *Epimeteu* (1980S3) (fig. Figura 31), além de estimar suas massas e seus elementos orbitais. Esses satélites, em um sistema girante adequado, perfazem ambas as órbitas de ferradura, e chegam até 15000km um do outro, mas quando eles estão próximos sua mútua interação gravitacional evita uma colisão e troca suas órbitas. O par Jano-Epimeteu é um famoso caso de objetos coorbitais, diversos autores estudaram o comportamento desses objetos (Harrington and Seidelmann, 1981; ?; Yoder et al., 1983; Lissauer et al., 1985; Yoder et al., 1989; Llibre and Ollé, 2001). Outros sistemas de satélites coorbitais de Saturno são Telesto e Calipso que ocupam  $L_4$  e  $L_5$  do sistema Saturno-Tétis. Eles foram descobertos através de imagens obtidas da Terra feitas em 1980. Existem ainda os satélites Polydeuces e Helene que são coorbitais a Dione. Helene foi descoberto em 1980 (Lecacheux et al., 1980; Reitsema, 1981), e Iapeto em torno do ponto  $L_4$  definido pelo sistema Saturno-Dione. Polydeuces foi descoberto pela nave Cassini (Porco et al., 2005). Entre os satélites de Saturno, alguns apresentam movimentos ressonantes com os sistemas de satélites coorbitais, Encelado-Dione estão em ressonância do tipo excentricidade 2 : 1 e Mimas-Tétis em ressonância do tipo inclinação 4 : 2. O sistema saturniano interno possui vários coorbitais mas nenhum associado a Mimas ou Encelado.

Figura 31 – As órbitas de Jano e Epimeteu estão num referencial girante com seu movimento médio aproximado. As órbitas de Jano e Epimeteu foram ampliadas para demonstrar as larguras das órbitas ferraduras. Os pontos marcam as posições dos satélites em (1) 1 de Julho de 2004, (2) 21 de Maio de 2005 e (3) 9 de Setembro de 2006. As setas indicam o sentido das órbitas dos satélites.



Fonte: Figura extraída de Tiscareno et al. (2009).

As tabelas 1.1 e 1.2 mostram os satélites de Saturno que possuem coorbitais e os seus respectivos coorbitais.

Tabela 14 – Satélites coorbitais de Saturno

Coorbital Satellites				
Nome	Massa relativa <sup>a</sup>	Órbita	Densidade ( $g/cm^3$ )	Raio ( $km$ )
Polideuces	$1 \sim 5 \times 10^{-13}$	$L_5$ Dione	-	3,25
Helene	$4,48e \times 10^{-11}$	$L_4$ Dione	1,5	$16 \pm 4$
Telesto	$1,25 \times 10^{-11}$	$L_4$ Tétis	1,0	$12 \pm 3$
Calipso	$6,32 \times 10^{-12}$	$L_5$ Tétis	1,0	$9.5 \pm 1,5$
Janus	$3,38 \times 10^{-9}$	ferradura	0,65	$99.3 \times 95.6 \times 75.6$
Epimetheus	$9,67 \times 10^{-10}$	ferradura	0,63	$69 \times 55 \times 55$

<sup>a</sup> Massa relativa a Saturno

Fonte: Extraído de Brozović et al. (2015)

O estudo da dinâmica de objetos coorbitais tem evoluído consideravelmente com as diversas descobertas de objetos coorbitais.

Dermott and Murray (1981a,b) apresentaram uma teoria sobre as órbitas do tipo girino e ferradura para o caso do problema restrito de três corpos circular e elíptico. Eles descreveram o movimento coorbital de Jano e Epimeteu com base em um estudo numérico combinado com teoria de perturbação. O estudo foi feito para um terceiro corpo de massa desprezível, generalizando alguns desses resultados para o caso quando o terceiro corpo perturba os outros dois corpos do sistema. Uma relação encontrada foi que a forma da órbita de uma partícula, em um sistema de referência girante adequado, está associada à alguma curva de velocidade zero desse sistema.

Existem algumas teorias sobre a formação e origem de objetos coorbitais (Yoder, 1979), entre elas a captura através da atuação do arrasto gasoso, o modelo de ruptura, e a formação congênita. Por exemplo, Chanut et al. (2008) analisaram o decaimento orbital de planetesimais devido ao arrasto gasoso. O estudo foi proposto a fim de representar esse fenômeno quando a nebulosa, presente no sistema solar primordial, ainda existia. Eles consideraram um corpo secundário excêntrico e fizeram simulações para diversas razões de massa, de  $\mu_2 = 10^{-7}$  até  $\mu_2 = 10^{-3}$ . Não foi considerada a atração gravitacional entre os planetesimais, e também que o gás não afetava o movimento do corpo secundário. Como ocorre um decaimento da órbita, esses planetesimais migram em direção ao corpo secundário, onde eles entram numa região de ressonância 1 : 1 (região coorbital), colide com o corpo secundário ou ainda cruza a órbita do corpo secundário, continuando o decaimento, só que agora em relação ao corpo central. Os autores também mostraram que a excentricidade do corpo secundário muda a configuração dos pontos  $L_4$  e  $L_5$ , onde o ponto  $L_4$  reaparece, mesmo se as condições do arrasto ultrapassa o limite definido por Murray (1994). Izidoro et al. (2010) estudaram o processo de acreção de massa, como um possível mecanismo de formação de satélites coorbitais com Saturno. O sistema estudado constitui-se de Saturno (corpo central), um proto-satélite e uma nuvem de planetesimais distribuídos aleatoriamente dentro da região coorbital do sistema em torno de um dos pontos lagrangianos estáveis. A massa relativa do proto-satélite foi de  $10^{-6}$ , para os planetesimais a massa relativa foi de  $10^{-12}$ ,  $10^{-13}$  ou  $10^{-14}$ . Um estudo das velocidades relativas de colisão entre os planetesimais também foi realizado, mostrando que não se pode concluir apenas por essa análise que as colisões foram construtivas e a hipótese de se considerar as colisões como inelásticas, foi de fato válida na prática. Os resultados

das simulações mostraram a formação de satélites coorbitais com massas relativas da mesma ordem daquelas encontradas no sistema saturniano ( $10^{-13}$ - $10^{-9}$ ). A maioria deles apresentaram órbitas do tipo ferradura, mas uma parte significativa estavam em órbita girino em torno de  $L_4$  ou  $L_5$ . Logo, os resultados indicaram que este foi um mecanismo plausível para a formação de satélites coorbitais. Mourão et al. (2006) estudaram a estabilidade de satélites coorbitais hipotéticos de Mimas e Enceladus. O estudo foi feito para a configuração que o sistema saturniano possui atualmente, e para outras configurações as quais Mimas e Enceladus possam ter ocupado devido a migração, consequência dos efeitos de maré. Os resultados obtidos foram semelhantes para ambos os satélites. Para a atual configuração objetos em órbitas coorbitais permaneceram estáveis, no entanto, quando Mimas e Enceladus são dispostos sobre um semieixo maior que correspondia a movimentos médios ressonantes de primeira ordem 4 : 5, 5 : 6 e 6 : 7 entre Mimas e Enceladus, essas planetesimais adquiriram comportamento caótico. Treffenstädt et al. (2015) pretendeu estabelecer se o sistema Jano e Epimeteu de Saturno poderia ter se formado a partir da ruptura de um corpo na atual órbita de Epimeteu. Eles assumem que inicialmente quatro grandes fragmentos principais foram formados e negligenciam fragmentos menores. Dependendo do intervalo de condições iniciais, até 9% das simulações evoluem para sistemas coorbitais. Corpos com velocidades iniciais próximos da velocidade de escape de Jano produzem uma maior probabilidade de formação. A análise da evolução mostra que todos os sistemas coorbitais são produzidos através de colisões secundárias. A velocidade dessas colisões precisa ser suficientemente baixa para que os fragmentos possam fundir-se e não serem destruídos. Geralmente, as colisões são mais rápidas do que o esperado. No entanto, dada uma velocidade inicial suficientemente baixa, espera-se que até 15% das colisões resultem em uma fusão mostrando que o cenário proposto de formação coorbital para o sistema Jano-Epimeteu é viável, a partir da ruptura.

Tendo isso em vista neste trabalho, estudamos a possibilidade de encontrar coorbitais das pequenas luas do sistema binário Plutão-Caronte: Hidra, Cérberos, Nix, e Estige.

## 4.2 METODOLOGIA

Analisamos a estrutura dinâmica do espaço de fase do sistema Plutão-Caronte através de dois modelos considerados: um chamado de modelo independente (independent model = Plutão-Caronte + 4 pequenas luas + nuvem de partículas coorbital à uma das 4 pequenas luas conhecidas) e outro chamado de modelo combinado (merged model =(Corpo central com a soma das massas de Plutão-Caronte + 4 pequenas luas + nuvem de partículas coorbital à uma das 4 pequenas luas conhecidas). Nós realizamos um conjunto de simulações numéricas onde consideramos os efeitos gravitacionais da Hidra, Cérberos, Nix e Estige no sistema dinâmico. O sistema dinâmico considerado é formado por Plutão-Caronte ou um único corpo com a soma das massas dois dois; as quatro pequenas luas e uma nuvem de planetesimais ao redor de uma delas. Nós simulamos numericamente uma amostra de partículas inicialmente localizadas aleatoriamente em um setor delimitado por um arco de  $320^\circ$ , centrado na lua com raio orbital dentro dos limites da ferradura orbital maior prevista pela teoria (Dermott e Murray, 1981a).

### 4.2.1 O modelo independente e o modelo combinado

O sistema Plutão-Caronte é um sistema binário. Logo, a escolha correta dos vetores de estado iniciais para simulações numéricas não é trivial. Por exemplo, se distribuirmos corpos ao redor do par binário Plutão-Caronte usando elementos osculadores, os corpos são ejetados do sistema. A fim de procurarmos melhores condições iniciais para a distribuição de coorbitais em nossas simulações, nós consideramos a distribuição das partículas usando os elementos geométricos e o efeito de um  $J_2$  efetivo. O estudo é realizado considerando um modelo onde os corpos Plutão-Caronte são combinados em um único corpo levando em conta um  $J_2$  efetivo dessa combinação. Com isso temos dois modelos a se considerar, mas que usam as mesmas condições iniciais. Um modelo chamado de independente (independent model) (fig. 32a) e o modelo chamado combinado (merged model) (fig. 32b).

O modelo independente é formado pelo par binário Plutão-Caronte, as quatro pequenas luas do sistema e uma nuvem de partículas coorbital à uma das 4 pequenas luas conhecidas. Ou seja, esse é o modelo completo do sistema binário Plutão-Caronte com as condições iniciais em elementos geométricos utilizando o  $J_2$  efetivo do sistema.

O modelo combinado é formado por um corpo central equivalente à soma das massas do binário Plutão-Caronte, as quatro pequenas luas do sistema e uma nuvem de partículas coorbital à uma das 4 pequenas luas conhecidas. Essas partículas também são distribuídas utilizando os elementos geométricos com o efeito de um  $J_2$  efetivo. A ideia desse modelo segue do modelo proposto por Vieira Martins et al. (1989), onde os autores consideram que a ausência do satélite Tritão de Netuno é equivalente em uma simulação com o mesmo satélite e o satélite Nereida considerando um  $J_2$  efetivo, já que o período orbital de Nereida é 61,27 vezes maior que o período orbital de Tritão. Isto é, enquanto Tritão dá uma volta ao redor de Netuno, Nereida percorre apenas 1% de sua órbita, fazendo com que o efeito gravitacional médio de Tritão possa ser todo realizado através de um  $J_2$  efetivo. Para o caso do sistema binário Plutão-Caronte, o período orbital de Estige é 3.13 o de Caronte, ou seja, enquanto Caronte completa uma volta ao redor de Plutão, Estige, que é o pequeno satélite mais próximo do par binário Plutão-Caronte, completa 30% de sua órbita. Já Nix completa 25% de sua órbita. Cérberos 20% e Hidra apenas 16%, cerca de metade do tempo de Estige. Logo, o par binário Plutão-Caronte, assim como no caso de Netuno-Tritão, pode ser pensado dinamicamente como um único corpo que atua no sistema devido a um efeito de  $J_2$  (Vieira Martins et al., 1989). O  $J_2$  nesse caso é calculado usando a expressão:

$$J_2 = \frac{1}{2} \frac{M_{Car}}{M_P + M_{Car}}$$

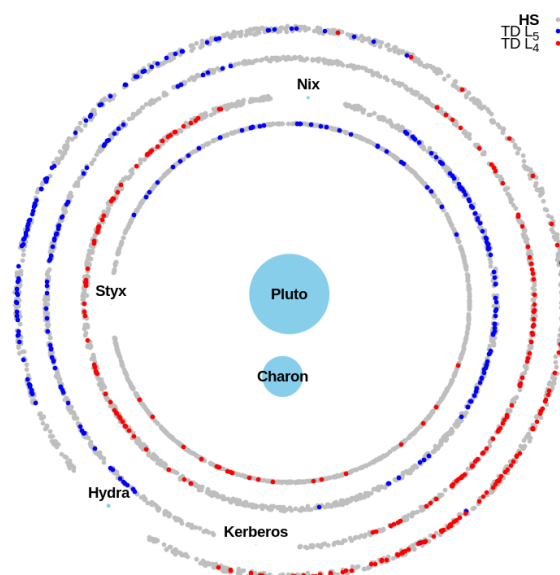
onde  $M_P$  é a massa de Plutão e  $M_{Car}$  é a massa de Caronte (Vieira Martins et al., 1989).

## 4.3 ELEMENTOS ORBITAIS GEOMÉTRICOS

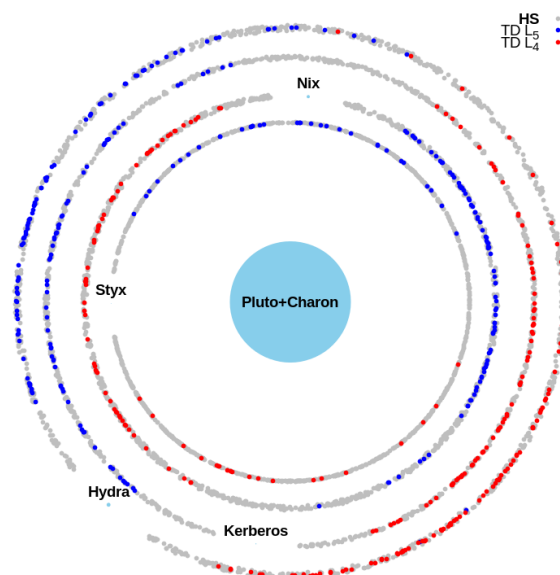
Nesta seção apresentaremos o conceito dos elementos orbitais geométricos, as transformações dos vetores de estados para esses elementos e dos elementos orbitais geométricos para vetores de estados.

As equações de Kepler são válidas para problema de dois corpos sem perturbação. Quando abordamos um problema com uma dada perturbação e queremos obter os seus respectivos elementos orbitais, ou desprezamos as perturbações envolvidas e obtemos assim os chamados elementos orbitais





(a) Modelo Independente (Independent Model)



(b) Modelo Independente (Merged Model)

Fonte: Autor.

osculadores, ou adaptamos o elemento perturbador na equação de conversão, ou ainda, de acordo com o desenho da órbita em um período orbital esboçamos a melhor cônica e assim representamos os valores de semieixo maior, excentricidade, inclinação e longitudes da partícula. Greenberg (1981) no estudo de anéis planetários, propôs a separação entre os elementos keplerianos representados pelos elementos osculadores dos geométricos, definidos pelo trajeto desenhado pela partícula, no caso deste autor, o anel. Borderies-Rappaport and Longaretti (1994) mostraram analiticamente como calcular o movimento de uma partícula ao redor de um corpo massivo usando elementos epicíclicos. Os resultados de Borderies-Rappaport and Longaretti (1994) foram sistematizados por Renner and Sicardy (2006).

Sumarizando os resultados de Renner and Sicardy (2006) e Borderies-Rappaport and Longaretti

(1994), mostraremos como realizar a conversão entre coordenadas cartesianas  $(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  e elementos orbitais geométricos  $(a, e, I, \Omega, \varpi, m)$  onde  $a$  é o semieixo maior,  $e$  é a excentricidade,  $\Omega$  é a longitude do nodo ascendente,  $\varpi$  é a longitude do pericentro e  $m$  é a anomalia média. Para converter de elementos geométricos para coordenadas cartesianas, calculamos as variáveis  $n'$ ,  $\kappa$ ,  $\nu$  e  $\chi$   $\eta$

$$\kappa = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left( 1 - \frac{3}{4} \frac{J_2 R^2}{a^2} + \frac{45}{16} \frac{J_4 R^4}{a^4} - \frac{175}{32} \frac{J_6 R^6}{a^6} - \frac{9}{32} \frac{J_2^2 R^4}{a^4} + \frac{135}{64} \frac{J_2 J_4 R^6}{a^6} - \frac{27}{128} \frac{J_2^3 R^6}{a^6} \right) \quad (1)$$

$$n' = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left( 1 + \frac{3}{4} \frac{J_2 R^2}{a^2} - \frac{15}{16} \frac{R^4 J_4}{a^4} + \frac{35}{32} \frac{R^6 J_6}{a^6} - \frac{9}{32} \frac{J_2^2 R^4}{a^4} + \frac{45}{64} \frac{J_2 J_4 R^6}{a^6} + \frac{27}{128} \frac{J_2^3 R^6}{a^6} + 3 \frac{J_2^2 R^2}{a^2} \right) \quad (2)$$

$$\eta^2 = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left( 1 - 2 \frac{J_2 R^2}{a^2} + \frac{75}{8} \frac{R^4 J_4}{a^4} - \frac{175}{8} \frac{R^6 J_6}{a^6} \right) a^{-3} \quad (3)$$

$$\chi^2 = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left( 1 + \frac{15}{2} \frac{J_2 R^2}{a^2} - \frac{175}{8} \frac{R^4 J_4}{a^4} + \frac{735}{16} \frac{R^6 J_6}{a^6} \right) \quad (4)$$

$$\nu^2 = \left( 1 + \frac{9}{2} \frac{J_2 R^2}{a^2} - \frac{75}{8} \frac{R^4 J_4}{a^4} + \frac{245}{16} \frac{R^6 J_6}{a^6} \right) \quad (5)$$

onde  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  são os parâmetros físicos do achatamento do planeta,  $R$  é o raio equatorial do planeta,  $M$  é a massa do planeta, e  $G$  a constante de gravitação universal. Definimos também as variáveis:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} (2\nu + \kappa) \quad (6)$$

$$\alpha_2 = 2\nu - \kappa \quad (7)$$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} \quad (8)$$

Com isto, calculamos a posição e velocidade em coordenadas cilíndrica  $r$  e  $L$  e  $z$ :

$$r = a \left( 1 - e \cos(m) + \left( 3/2 \frac{\eta^2}{\kappa^2} - 1 - 1/2 \frac{\eta^2 \cos(2m)}{\kappa^2} \right) e^2 + \left( 3/4 \frac{\chi^2}{\kappa^2} - 1 \right) i^2 + 1/4 \frac{\chi^2 i^2 \cos(2\varpi + 2m)}{\alpha_2} \right) \quad (9)$$

$$L = m + 2 \frac{n' e \operatorname{sen}(m)}{\kappa} + \left( 3/4 + 1/2 \frac{\eta^2}{\kappa^2} \right) n' e^2 \operatorname{sen}(2m) \kappa^{-1} - 1/4 \frac{\chi^2 n' i^2 \operatorname{sen}(2\varpi + 2m)}{\alpha_2 \nu} \quad (10)$$

$$z = a i \left( \operatorname{sen}(\varpi + m) + 1/2 \frac{\chi^2 e \operatorname{sen}(\varpi + 2m)}{\kappa \alpha} - 3/2 \frac{\chi^2 e \operatorname{sen}(\varpi)}{\kappa \alpha} \right) \quad (11)$$

$$\dot{r} = a \kappa \left( e \operatorname{sen}(m) + \frac{\eta^2 e^2 \operatorname{sen}(2m)}{\kappa^2} + 1/2 \frac{\chi^2 \nu i^2 \operatorname{sen}(2\varpi + 2m)}{\alpha_2 \kappa} \right) \quad (12)$$

$$\dot{L} = n' \left( 1 + \left( 7/2 - 3 \frac{\eta^2}{\kappa^2} - 1/2 \frac{\kappa^2}{n'^2} \right) e^2 + 2 e \cos(m) + \left( 3/2 + \frac{\eta^2}{\kappa^2} \right) \cos(2m) e^2 - 1/2 \frac{\chi^2 i^2 \cos(2\varpi + 2m)}{\alpha_2} \right) \quad (13)$$

$$\dot{z} = a i \nu \left( \cos(\varpi + m) + 1/2 \frac{\chi^2 (\kappa + \nu) e \cos(\varpi + 2m)}{\kappa \alpha_1 \nu} + 3/2 \frac{\chi^2 (\kappa - \nu) e \cos(\varpi)}{\kappa \alpha_2 \nu} \right) \quad (14)$$

que podem ser convertidas para o sistema cartesiano através da transformação:

$$x = r \cos L \quad (15)$$

$$y = r \operatorname{sen} L \quad (16)$$

$$z = z \quad (17)$$

$$\dot{x} = \dot{r} \cos L - r \dot{L} \operatorname{sen} L \quad (18)$$

$$\dot{y} = \dot{r} \operatorname{sen} L + r \dot{L} \cos L \quad (19)$$

$$\dot{z} = \dot{z} \quad (20)$$

Para a conversão de coordenadas cartesianas para elementos orbitais, fazemos a transformação das coordenadas cartesianas para as cilíndricas ( $r$ ,  $L$  e  $z$ ) e resolvemos numericamente as equações (9), (10), (11), (12), (13) e (14).

#### 4.4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS

Nós utilizamos o pacote HNBODY<sup>4</sup> (Rauch and Hamilton, 2012) para fazer as integrações numéricas de nossas simulações. Nas próximas seções nós faremos uma análise da estabilidade de coorbitais ao redor de cada uma das 4 pequenas luas do sistema binário Plutão-Caronte.

<sup>4</sup> O integrador HNBODY está disponível em <https://janus.astro.umd.edu/HNBODY/>.

#### 4.4.1 Tempo de vida

O tempo de vida das partículas coorbitais à uma das pequenas luas do sistema binário Plutão-Caronte nos informa sobre a estabilidade do modelo escolhido em nosso sistema para períodos de curta e longa integrações.

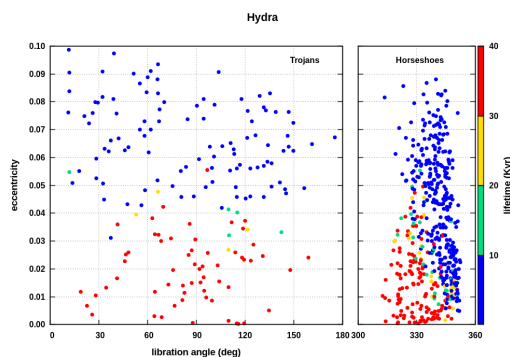
#### 4.4.2 Tempo de vida para o modelo combinado

Analisando a figura Figura 32 (a) e (b) vemos que o tempo de vida para o modelo combinado de objetos coorbitais do tipo girino em Hidra é basicamente o mesmo que o tempo de vida para objetos coorbitais do tipo girino em torno de Cérberos (pontos vermelhos). Eles têm excentricidades iniciais até 0,04 e sobrevivem por um tempo  $< 40Ka$ . Hidra tem corpos girinos sobreviventes até  $10Ka$  com amplitude de libração maior do que corpos em Cérberos. A mesma análise pode ser feita para objetos coorbitais do tipo ferradura.

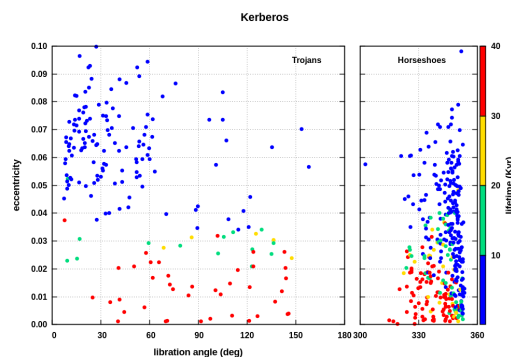
Comparando agora as figuras Figura 32 (c) e (d) vemos que Nix é o corpo onde a maioria dos coorbitais sobrevivem (pontos vermelhos) e Estige é o satélite em que a maioria dos coorbitais não sobrevivem neste modelo.

Figura 32 – Na figura pontos vermelhos representam coorbitais que sobrevivem para longos períodos de tempo  $< 40Ka$ , enquanto que pontos azuis coorbitais que sobrevivem para curtos períodos de tempo  $< 1Ka$ . O modelo analisado é o combinado.

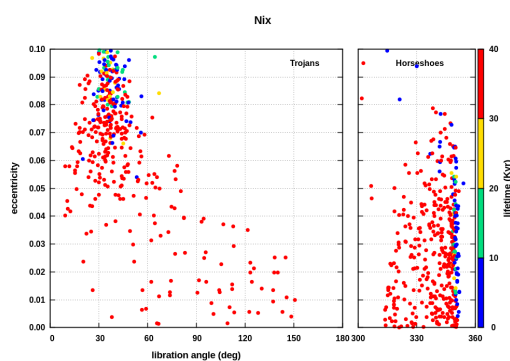
(a) Tempo de vida para Hidra no modelo combinado.



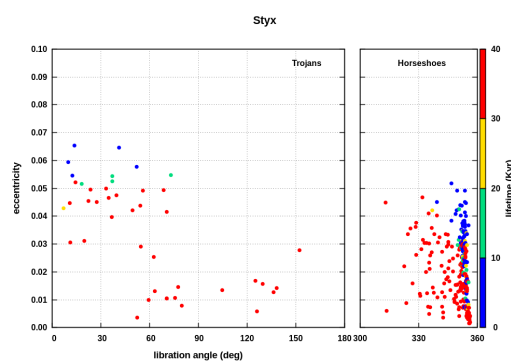
(b) Tempo de vida para Cérberos no modelo combinado.



(c) Tempo de vida para Nix no modelo combinado.



(d) Tempo de vida para Estige no modelo combinado.



Fonte: Autor.

#### 4.4.3 Tempo de vida para o modelo independente

Analisando as figuras Figura 33 (a), (b) e (c) vemos que o tempo de vida para o modelo combinado de objetos coorbitais do tipo girino em Hidra é menor do que o tempo de vida para objetos coorbitais do tipo girino em torno de Cérberos (pontos vermelhos). Nix tem a maior parte das partículas sobreviventes com excentricidades altas, contudo com menor amplitude de libração.

Para Estige no modelo independente nenhum objeto coorbital sobrevive até  $1Ka$ .

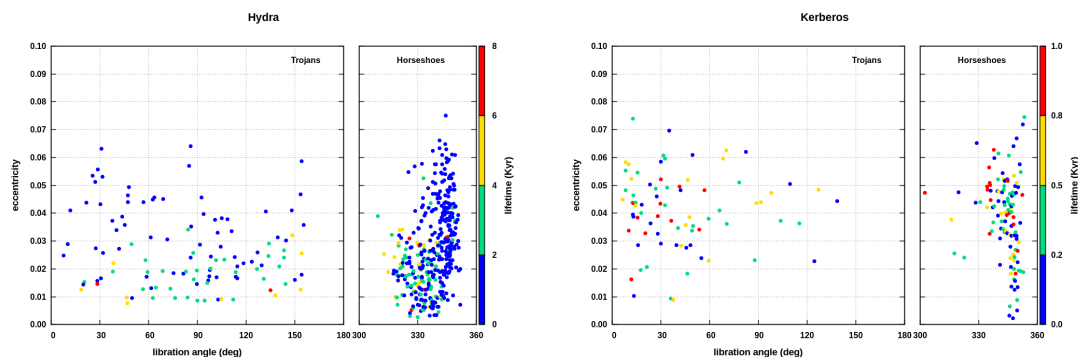
#### 4.5 COMENTÁRIOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados das simulações numéricas deste trabalho mostraram órbitas estáveis em torno de todas as pequenas luas dos satélites de Plutão-Caronte.

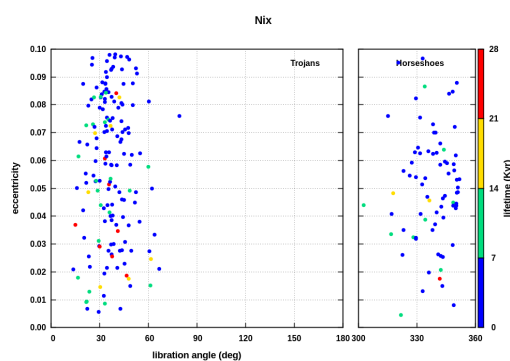
Para o nosso modelo combinado todas as 4 luas tem trajetórias coorbitais estáveis (Girino e Ferradura). As órbitas do tipo ferradura são as mais comuns e as trajetórias coorbitais à Nix do tipo girino são mais estáveis. Também identificamos trajetórias coorbitais de transição, de órbitas do

Figura 33 – Na figura pontos vermelhos representam coorbitais que sobrevivem para longos períodos de tempo  $< 40Ka$ , enquanto que pontos azuis coorbitais que sobrevivem para curtos períodos de tempo  $< 1Ka$ . O modelo considerado é o independente.

(a) Tempo de vida para Hidra no modelo independente. (b) Tempo de vida para Cérberos no modelo independente.



(c) Tempo de vida para Nix no modelo independente.



Fonte: Autor.

tipo girino para órbitas do tipo ferradura, apenas 1% e são mais comuns em Estige. Já no modelo independente todas as quatro pequenas luas têm trajetórias coorbitais instáveis para corpos integrados até  $40Ka$ . O modelo combinado não é uma boa aproximação para períodos de longa integração.

## 5 DISCUSSÃO GERAL

O objetivo desse trabalho foi fazer um estudo da origem e estabilidade de satélites planetários considerando os casos dos satélites internos de Urano, da Lua e dos possíveis coorbitais aos pequenos satélites de Plutão.

### UM ESTUDO DA ESTABILIDADE DOS SATÉLITES INTERNOS DE URANO

O sistema de satélites interno de Urano em um primeiro momento é altamente instável. Realizamos simulações numéricas variando parâmetros de massa e fazendo integrações no passado e para o futuro para esse sistema. Realizamos simulações numéricas onde consideramos sistemas com e sem os satélites clássicos. Os resultados mostram que um sistema com a massa mínima  $G_{min}$  é mais estável do que um sistema  $G_{max}$ , isso já era esperado uma vez que quanto mais as massas desses corpos nos sistema, maior é a perturbação gravitacional entre eles, fazendo com que suas órbitas fiquem instáveis em um menor período de tempo. Nossos resultados também nos mostram que existem diferenças nas integrações do passado e do futuro, sendo que integrações no passado têm colisões mais rápidas do que integrações no futuro. Outra fato importante é que a ausência dos satélites externos deixa o sistema mais estável independentemente da massa. Isso vai em desacordo com trabalhos anteriormente da literatura. Ou seja, os satélites externos influenciam gravitacionalmente o sistema dos satélites internos de Urano. Por fim, quando mudamos a excentricidade de Perdita, o sistema parece ficar quase que totalmente estável (exceto para limites alto de massa  $GM_{max}$ ).

Para o caso dos satélites internos de Urano quando mudamos a excentricidade de Perdita os resultados mostram que esse sistema é estável até  $10Ma$ .

Porém, novas abordagens como um mapa dinâmico ainda devem ser feitas para verificar tal conclusão. Isso é o objetivo futuro desse trabalho.

### ORIGEM DA LUA

Neste estudo realizamos uma análise visando verificar a viabilidade de se obter as condições iniciais requeridas nestes modelos. Com o intuito de tentar reproduzir também as características do Sistema Solar interior, como as formações de Marte e do cinturão de asteroides, recorreremos à modelos de formação planetária que levam em conta uma distribuição embrionária seguindo diferentes perfis de densidade. Os resultados mostraram que o modelo de Canup (2012) é mais favorável entre os modelos recentes de origem da Lua. Já o modelo de Ćuk and Stewart (2012) é o segundo mais favorável para ter a origem da Lua. O modelo de Canup and Asphaug (2001) não é favorecido em nenhuma das simulações.

## ESTABILIDADE DE COORBITAIS DOS PEQUENOS SATÉLITES DO SISTEMA PLUTÃO-CARONTE

Para o caso dos coorbitais às pequenas Luas de Plutão os resultados mostram que é difícil manter satélites coorbitais ao redor dessas luas por um longo período. Já supondo um modelo combinado, onde temos um único corpo com a massa de Plutão+Caronte, nesse caso o sistema se torna estável por conta do aumento do momento angular e as trajetórias coorbitais aparecem por um longo período de tempo.

Parece que o sistema binário Pluto-Caronte já é dinamicamente completo, e os resultados de nossas simulações numéricas mostram apenas algumas regiões coorbitais estáveis a curto prazo na órbita de cada uma das pequenas luas, principalmente Nix. Para o modelo combinado, todas as 4 luas tem trajetórias coorbitais estáveis (Girino e Ferradura). As órbitas do tipo ferradura são as mais comuns e as trajetórias coorbitais à Nix do tipo girino são mais estáveis. Também identificamos trajetórias coorbitais de transição, de órbitas do tipo girino para órbitas do tipo ferradura, apenas 1% e são mais comuns em Styx. Já no modelo independente todas as quatro pequenas luas têm trajetórias coorbitais instáveis para corpos integrados até  $40Ka$ . O modelo combinado não é uma boa aproximação para períodos de longa integração. Acreditamos que a perturbação de Caronte pode ter contribuído para a ausência de objetos coorbitais até agora não encontrados nesse sistema.



## REFERÊNCIAS

- Agnor, C. B., Canup, R. M., and Levison, H. F. (1999). On the Character and Consequences of Large Impacts in the Late Stage of Terrestrial Planet Formation. *142:219–237*.
- Alemi, A. and Stevenson, D. (2006). Why Venus has No Moon. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #38*, volume 38 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 491.
- Alfvén, H. and Arrhenius, G. (1972). Origin and Evolution of the Earth-Moon System. *Moon*, 5:210–230.
- Alvarellos, Jr., J. L. and Dones, L. (1996). Orbital Stability of Hypothetical Distant Satellites of the Jovian Planets. In *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting #27*, volume 28 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1185.
- Amarante, A. (2012). *Formação coorbital com a Terra e origem de Theia. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.*
- Asphaug, E. (2010). Similar-sized collisions and the diversity of planets. *Chemie der Erde / Geochemistry*, 70:199–219.
- Asphaug, E. (2014). Impact Origin of the Moon? *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 42:551–578.
- Asphaug, E. and Reufer, A. (2013). Late origin of the Saturn system. *223:544–565*.
- Belbruno, E. and Gott, III, J. R. (2005). Where Did the Moon Come From? *129:1724–1745*.
- Ben Othman, D., Luck, J. M., Bodinier, J. L., Arndt, N. T., and Albarède, F. (2006). Cu Zn isotopic variations in the Earth's mantle. *Geochimica et Cosmochimica Acta Supplement*, 70:A46–A46.
- Benz, W., Cameron, A. G. W., and Melosh, H. J. (1989). The origin of the moon and the single impact hypothesis. III. *81:113–131*.
- Benz, W., Slattery, W. L., and Cameron, A. G. W. (1986). Short note: Snapshots from a three-dimensional modeling of a giant impact. In Hartmann, W. K., Phillips, R. J., and Taylor, G. J., editors, *Origin of the Moon*, page 617.
- Borderies-Rappaport, N. and Longaretti, P.-Y. (1994). Test particle motion around an oblate planet. *107:129*.
- Brouwer, D. and Clemence, G. M. (1961). *Methods of celestial mechanics*.
- Brozović, M., Showalter, M. R., Jacobson, R. A., and Buie, M. W. (2015). The orbits and masses of satellites of Pluto. *246:317–329*.

- Burns, J. A. (1973). Where are the Satellites of the Inner Planets? *Nature Physical Science*, 242:23–25.
- Burns, J. A., editor (1977). *Planetary satellites*.
- Burns, J. A. and Matthews, M. S., editors (1986). *Satellites*.
- Cameron, A. G. W. (1985). Formation of the prelunar accretion disk. 62:319–327.
- Cameron, A. G. W. (2000). *Higher-resolution Simulations of the Giant Impact*, pages 133–144.
- Cameron, A. G. W. and Benz, W. (1991). The origin of the moon and the single impact hypothesis. IV. 92:204–216.
- Cameron, A. G. W. and Ward, W. R. (1976). The Origin of the Moon. In *Lunar and Planetary Science Conference*, volume 7 of *Lunar and Planetary Science Conference*.
- Canup, R. M. (2004a). Dynamics of Lunar Formation. 42:441–475.
- Canup, R. M. (2004b). Simulations of a late lunar-forming impact. 168:433–456.
- Canup, R. M. (2008). Lunar-forming collisions with pre-impact rotation. 196:518–538.
- Canup, R. M. (2012). Forming a Moon with an Earth-like Composition via a Giant Impact. *Science*, 338:1052.
- Canup, R. M. and Asphaug, E. (2001). Origin of the Moon in a giant impact near the end of the Earth's formation. 412:708–712.
- Canup, R. M., Ward, W. R., and Cameron, A. G. W. (2001). A Scaling Relationship for Satellite-Forming Impacts. 150:288–296.
- Chambers, J. (2014). Forming Terrestrial Planets. *Science*, 344:479–480.
- Chambers, J. E. (1999). A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. 304:793–799.
- Chambers, J. E. (2001). Making More Terrestrial Planets. 152:205–224.
- Chambers, J. E. and Wetherill, G. W. (1998). Making the Terrestrial Planets: N-Body Integrations of Planetary Embryos in Three Dimensions. 136:304–327.
- Chambers, J. E., Wetherill, G. W., and Boss, A. P. (1996). The Stability of Multi-Planet Systems. 119:261–268.
- Chancia, R. A., Hedman, M. M., and French, R. G. (2017). Weighing Uranus' moon Cressida with the eta ring.
- Chancia, R. O. and Hedman, M. M. (2016). Are There Moonlets Near the Uranian  $\alpha$  and  $\beta$  Rings? 152:211.

- Chanut, T., Winter, O. C., and Tsuchida, M. (2008). Nebular gas drag and co-orbital system dynamics. *Astronomy and Astrophysics*, 481:519–527. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Claeys, Philippe; Morbidelli, A. (2011). Late Heavy Bombardment. [https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-642-11274-4\\_869](https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-642-11274-4_869). Acessado: 11-08-2017.
- Clayton, R. N. and Mayeda, T. K. (1975). Genetic relations between the moon and meteorites. In *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, volume 6 of *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, pages 1761–1769.
- Colwell, J. E. and Esposito, L. W. (1990). A numerical model of the Uranian dust rings. 86:530–560.
- Colwell, J. E. and Esposito, L. W. (1992). Origins of the rings of Uranus and Neptune. I - Statistics of satellite disruptions. 97:10.
- Connors, M., Stacey, G., Brassier, R., and Wiegert, P. (2005). A survey of orbits of co-orbital of Mars. *Planetary and Space Science*, 53:617–624.
- Ćuk, M. (2012). Chronology and sources of lunar impact bombardment. 218:69–79.
- Ćuk, M. and Burns, J. A. (2004). On the Secular Behavior of Irregular Satellites. 128:2518–2541.
- Ćuk, M. and Stewart, S. T. (2012). Making the Moon from a Fast-Spinning Earth: A Giant Impact Followed by Resonant Despinning. *Science*, 338:1047.
- Daly, R. A. (1946). Origin of the Moon and Its Topography. *PAPS*, 90.
- Dambeck, T. (2012). Retuschen an der Entstehungsgeschichte des Erdtrabanten. <https://www.nzz.ch/wissen/wissenschaft/retuschen-an-der-entstehungsgeschichte-des-erdtrabanten-1.17592343>. Acessado: 09-08-2017.
- Darwin, G. H. (1879). A tidal theory of the evolution of satellites. *The Observatory*, 3:79–84.
- Dawson, R. I., French, R. G., and Showalter, M. R. (2009). Dynamical Interactions among the Small Inner Moons of Uranus. In *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting #40*, volume 40 of *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting*, page 899.
- Dawson, R. I., French, R. G., and Showalter, M. R. (2010). Packed Perturbers: Short-term Interactions Among Uranus's Inner Moons. In *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting #41*, volume 42 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 933.
- Dermott, S. F. and Murray, C. D. (1981a). The dynamics of tadpole and horseshoe orbits. I - Theory. II - The coorbital satellites of Saturn. 48:1–22.
- Dermott, S. F. and Murray, C. D. (1981b). The dynamics of tadpole and horseshoe orbits II. The coorbital satellites of saturn. 48:12–22.

- Drake, M. J. (1986). Is lunar bulk material similar to earth's mantle? In Hartmann, W. K., Phillips, R. J., and Taylor, G. J., editors, *Origin of the Moon*, pages 105–124.
- Dumas, C., Smith, B. A., and Terrile, R. J. (2003). Hubble Space Telescope NICMOS Multiband Photometry of Proteus and Puck. 126:1080–1085.
- Duncan, M. J., Levison, H. F., and Lee, M. H. (1998). A Multiple Time Step Symplectic Algorithm for Integrating Close Encounters. 116:2067–2077.
- Duncan, M. J. and Lissauer, J. J. (1997). Orbital Stability of the Uranian Satellite System. 125:1–12.
- Fegley, Jr., B., Gautier, D., Owen, T., and Prinn, R. G. (1991). *Spectroscopy and chemistry of the atmosphere of Uranus*, pages 147–203.
- Fischer, R. A. and Ciesla, F. J. (2014). Dynamics of the terrestrial planets from a large number of N-body simulations. *Earth and Planetary Science Letters*, 392:28–38.
- Franco, P. K. (2016). *Formação de Planetas Terrestres: O caso de colisões ineficientes. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.*
- Freeman, D. (2013). How Old Is The Moon? 100 Million Years Younger Than Once Thought, New Research Suggests. [http://www.huffingtonpost.com/2013/09/23/how-old-is-the-moon-younger-research\\_n\\_3975109.html?ir=Science](http://www.huffingtonpost.com/2013/09/23/how-old-is-the-moon-younger-research_n_3975109.html?ir=Science). Acessado: 08-08-2017.
- French, R. G., Dawson, R. I., and Showalter, M. R. (2015). Resonances, Chaos, and Short-term Interactions Among the Inner Uranian Satellites. 149:142.
- French, R. S. and Showalter, M. R. (2012). Cupid is doomed: An analysis of the stability of the inner uranian satellites. 220:911–921.
- Frouard, J., Fouchard, M., and Vienne, A. (2010). About the dynamics of the evection resonance. 515:A54.
- Garrick-Bethell, I., Nimmo, F., and Wieczorek, M. A. (2010). Structure and Formation of the Lunar Farside Highlands. *Science*, 330:949.
- Gazetteer (2006). Planet and Satellite Names and Discoverers. <https://planetarynames.wr.usgs.gov/Page/Planets>. Acessado: 26-08-2017.
- Giorgini, J. D., Yeomans, D. K., Chamberlin, A. B., Chodas, P. W., Jacobson, R. A., Keesey, M. S., Lieske, J. H., Ostro, S. J., Standish, E. M., and Wimberly, R. N. (1996). JPL's On-Line Solar System Data Service. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #28*, volume 28 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1158.
- Giuliatti Winter, S. M., Winter, O. C., Vieira Neto, E., and Sfair, R. (2013). Stable regions around Pluto. 430:1892–1900.

- Giuliatti Winter, S. M., Winter, O. C., Vieira Neto, E., and Sfair, R. (2014). A peculiar stable region around Pluto. 439:3300–3307.
- Goldreich, P. and Tremaine, S. (1980). Disk-satellite interactions. 241:425–441.
- Gray, D. (2003). Book Review: The Big Splat or How Our Moon Came to Be. 97:299–300.
- Greenberg, R. (1981). Apsidal precession of orbits about an oblate planet. 86:912–914.
- Haghighipour, N. and Boss, A. P. (2003). On Pressure Gradients and Rapid Migration of Solids in a Nonuniform Solar Nebula. 583:996–1003.
- Halliday, A. N. (2000). Terrestrial accretion rates and the origin of the Moon. *Earth and Planetary Science Letters*, 176:17–30.
- Hamilton, D. P. and Krivov, A. V. (1997). Dynamics of Distant Moons of Asteroids. 128:241–249.
- Hansen, B. M. S. (2009). Formation of the Terrestrial Planets from a Narrow Annulus. 703:1131–1140.
- Harrington, R. S. and Seidelmann, P. K. (1981). The Dynamics of the Saturnian Satellites 1980S1 and 1980S3. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 13 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 573. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Hartmann, W. K. and Davis, D. R. (1975). Satellite-sized planetesimals and lunar origin. 24:504–514.
- Hayashi, C. (1981). Structure of the Solar Nebula, Growth and Decay of Magnetic Fields and Effects of Magnetic and Turbulent Viscosities on the Nebula. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 70:35–53.
- Hayashi, C., Adachi, I., and Nakazawa, K. (1976). Formation of the Planets. *Progress of Theoretical Physics*, 55:945–946.
- Henon, M. (1969). Numerical exploration of the restricted problem, V. 1:223–238.
- Henon, M. (1970). Numerical exploration of the restricted problem. VI. Hill's case: Non-periodic orbits. 9:24–36.
- Herwartz, D., Pack, A., Friedrichs, B., and Bischoff, A. (2014). Identification of the giant impactor Theia in lunar rocks. *Science*, 344:1146–1150.
- Hood, L. L., Mitchell, D. L., Lin, R. P., Acuna, M. H., and Binder, A. B. (1999). Initial measurements of the lunar induced magnetic dipole moment using Lunar Prospector Magnetometer data. 26:2327–2330.
- Ida, S., Canup, R. M., and Stewart, G. R. (1997). Lunar accretion from an impact-generated disk. 389:353–357.
- Innanen, K. A. (1991). The Prediction and Discovery of a Martian Trojan Asteroid. *The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, 85(4):151–157.

- Izidoro, A., de Souza Torres, K., Winter, O. C., and Haghhighipour, N. (2013). A Compound Model for the Origin of Earth's Water. *767:54*.
- Izidoro, A., Haghhighipour, N., Winter, O. C., and Tsuchida, M. (2014). Terrestrial Planet Formation in a Protoplanetary Disk with a Local Mass Depletion: A Successful Scenario for the Formation of Mars. *782:31*.
- Izidoro, A., Raymond, S. N., Morbidelli, A., Hersant, F., and Pierens, A. (2015a). Gas Giant Planets as Dynamical Barriers to Inward-Migrating Super-Earths. *800:L22*.
- Izidoro, A., Raymond, S. N., Morbidelli, A., and Winter, O. C. (2015b). Terrestrial planet formation constrained by Mars and the structure of the asteroid belt. *453:3619–3634*.
- Izidoro, A., Winter, O. C., and Tsuchida, M. (2010). Co-orbital satellites of Saturn: congenital formation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, *405:2132–2140*. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Jacobsen, S. B. (2005). The Hf-W Isotopic System and the Origin of the Earth and Moon. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, *33:531–570*.
- Jacobson, R. A. (1998). The Orbits of the Inner Uranian Satellites from Hubble Space Telescope and Voyager 2 Observations. *115:1195–1199*.
- Jacobson, R. A., Campbell, J. K., Taylor, A. H., and Synnott, S. P. (1992). The masses of Uranus and its major satellites from Voyager tracking data and earth-based Uranian satellite data. *103:2068–2078*.
- Jacobson, S. A. and Morbidelli, A. (2014). Lunar and terrestrial planet formation in the Grand Tack scenario. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, *372:0174*.
- Jin, L., Arnett, W. D., Sui, N., and Wang, X. (2008). An Interpretation of the Anomalously Low Mass of Mars. *674:L105*.
- Jones, J. H. (1998). Tests of the Giant Impact Hypothesis. *Lunar and Planetary Science*.
- Jones, J. H. and Palme, H. (2000). *Geochemical Constraints on the Origin of the Earth and Moon*, pages 197–216.
- Jutzi, M. and Asphaug, E. (2011). Forming the lunar farside highlands by accretion of a companion moon. *476:69–72*.
- Karkoschka, E. (1999). S/1986 U 10. *7171*.
- Karkoschka, E. (2001a). Comprehensive Photometry of the Rings and 16 Satellites of Uranus with the Hubble Space Telescope. *151:51–68*.
- Karkoschka, E. (2001b). Voyager's Eleventh Discovery of a Satellite of Uranus and Photometry and the First Size Measurements of Nine Satellites. *151:69–77*.

- Kaula, W. M. and Yoder, C. F. (1976). Lunar Orbit Evolution and Tidal Heating of the Moon. In *Lunar and Planetary Science Conference*, volume 7 of *Lunar and Planetary Science Conference*.
- Kepler, S. O and Saraiva, M.F. O (2003). *Astronomia e Astrofísica*.
- Kipp, M. E. and Melosh, H. J. (1986). Short note: A preliminary numerical study of colliding planets. In Hartmann, W. K., Phillips, R. J., and Taylor, G. J., editors, *Origin of the Moon*, page 643.
- Kokubo, E. and Ida, S. (1998). Oligarchic Growth of Protoplanets. 131:171–178.
- Kokubo, E. and Ida, S. (2000). Formation of Protoplanets from Planetesimals in the Solar Nebula. 143:15–27.
- Kokubo, E., Kominami, J., and Ida, S. (2006). Formation of Terrestrial Planets from Protoplanets. I. Statistics of Basic Dynamical Properties. 642:1131–1139.
- Kumar, K., de Pater, I., and Showalter, M. R. (2015). Mab's orbital motion explained. 254:102–121.
- Lecacheux, J., Laques, P., Vapillon, L., Auge, A., and Despiiau, R. (1980). A new satellite of Saturn - Dione B. *Icarus*, 43:111–115. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Lecar, M. and Franklin, F. A. (1973). On the original distribution of the asteroids. I. 20:422–436.
- Leinhardt, Z. M. and Stewart, S. T. (2012). Collisions between Gravity-dominated Bodies. I. Outcome Regimes and Scaling Laws. 745:79.
- Levison, H. F. and Duncan, M. J. (1994). The long-term dynamical behavior of short-period comets. 108:18–36.
- Levison, H. F., Morbidelli, A., Tsiganis, K., Nesvorný, D., and Gomes, R. (2011). Late Orbital Instabilities in the Outer Planets Induced by Interaction with a Self-gravitating Planetesimal Disk. 142:152.
- Lewis, K. (2011). Moon formation and orbital evolution in extrasolar planetary systems - A literature review. In *European Physical Journal Web of Conferences*, volume 11 of *European Physical Journal Web of Conferences*, page 04003.
- Lissauer, J. J. (1995). Urey prize lecture: On the diversity of plausible planetary systems. 114:217–236.
- Lissauer, J. J., Goldreich, P., and Tremaine, S. (1985). Evolution of the Janus-Epimetheus Coorbital Resonance Due to Torques from Saturn's Rings. *Icarus*, 64:425–434.
- Llibre, J. and Ollé, M. (2001). The Motion of Saturn Coorbital satellites in the restricted three-body problem. *Astronomy and Astrophysics*, 378:1087–1099.
- Lykawka, P. S. and Ito, T. (2013). Terrestrial Planet Formation during the Migration and Resonance Crossings of the Giant Planets. 773:65.
- McCord, T. B. (1968). The loss of retrograde satellites in the solar system. 73:1497–1500.

- Mechanics, P. (2016). The Earth and Moon Both Contain Equal Parts of an Ancient Planet. <http://www.popularmechanics.com/space/a19143/earth-moon-theia-collision/>. Acessado: 08-08-2017.
- Melosh, H. J. (1990). *Giant impacts and the thermal state of the early Earth.*, pages 69–83.
- Melosh, H. J. (2007). A hydrocode equation of state for SiO<sub>2</sub>. *Meteoritics and Planetary Science*, 42:2079–2098.
- Meyer, J. A. and Lissauer, J. J. (2005). Dynamical Instability and Accretion in the Closely-Spaced Inner Uranian Moon System. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #37*, volume 37 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 679.
- Morbidelli, A., Lunine, J. I., O'Brien, D. P., Raymond, S. N., and Walsh, K. J. (2012). Building Terrestrial Planets. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 40:251–275.
- Morishima, R., Schmidt, M. W., Stadel, J., and Moore, B. (2008). Formation and Accretion History of Terrestrial Planets from Runaway Growth through to Late Time: Implications for Orbital Eccentricity. 685:1247–1261.
- Morishima, R., Stadel, J., and Moore, B. (2010). From planetesimals to terrestrial planets: N-body simulations including the effects of nebular gas and giant planets. 207:517–535.
- Mourão, D. C., Winter, O. C., Yokoyama, T., and Cordeiro, R. R. (2006). On the stability of hypothetical satellites coorbital to Mimas or Enceladus. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 372:1614–1620. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Moynier, F., Albarède, F., and Herzog, G. F. (2006). Isotopic composition of zinc, copper, and iron in lunar samples. 70:6103–6117.
- Moynier, F., Beck, P., Jourdan, F., Yin, Q.-Z., Reimold, U., and Koeberl, C. (2009). Isotopic fractionation of zinc in tektites. *Earth and Planetary Science Letters*, 277:482–489.
- Murdin, P., editor (2000). *Roche, Édouard Albert (1820-83)*.
- Murray, C. D. (1994). Dynamical effects of drag in th circular restricted three-body problem. 1: Location and stability of the Lagrangian equilibrium points. *Icarus*, 112:465–484. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Murray, C. D. and Dermott, S. F. (1999). *Solar System Dynamics*.
- Nagasawa, M., Lin, D. N. C., and Thommes, E. (2005). Dynamical Shake-up of Planetary Systems. I. Embryo Trapping and Induced Collisions by the Sweeping Secular Resonance and Embryo-Disk Tidal Interaction. 635:578–598.
- Namouni, F., Christou, A. A., and Murray, C. D. (1999). Coorbital Dynamics at Large Eccentricity and Inclination. *Physical Review Letters*, 83:2506–2509.



- Nesvorný, D., Alvarellos, J. L. A., Dones, L., and Levison, H. F. (2003). Orbital and Collisional Evolution of the Irregular Satellites. 126:398–429.
- News, B. (2014). Traces of another world found on the Moon. <http://www.bbc.com/news/science-environment-27688511>. Acessado: 08-08-2017.
- Noerdlinger, P. D. (2012). A New Disintegrative Capture Theory for the Origin of the Moon. *ArXiv e-prints*.
- O'Brien, D. P., Morbidelli, A., and Levison, H. F. (2006). Terrestrial planet formation with strong dynamical friction. 184:39–58.
- O'Brien, D. P., Walsh, K. J., Morbidelli, A., Raymond, S. N., and Mandell, A. M. (2014). Water delivery and giant impacts in the Grand Tack scenario. 239:74–84.
- Owen, W. M. and Synnott, S. P. (1987). Orbits of the ten small satellites of Uranus. 93:1268–1271.
- Pahlevan, K. and Stevenson, D. J. (2007). Equilibration in the aftermath of the lunar-forming giant impact. *Earth and Planetary Science Letters*, 262:438–449.
- Paniello, R. C., Day, J. M. D., and Moynier, F. (2012). Zinc isotopic evidence for the origin of the Moon. 490:376–379.
- Peale, S. J. (1999). Origin and Evolution of the Natural Satellites. 37:533–602.
- Pierens, A. and Raymond, S. N. (2011). Two phase, inward-then-outward migration of Jupiter and Saturn in the gaseous solar nebula. 533:A131.
- Pires Dos Santos, P. M., Giuliatti Winter, S. M., and Sfair, R. (2011). Gravitational effects of Nix and Hydra in the external region of the Pluto-Charon system. 410:273–279.
- Plait, P. (2014). Why Do We Have a Two-Faced Moon? <https://theconversation.com/was-our-two-faced-moon-in-a-small-collision-2659>. Acessado: 08-08-2017.
- Porco, C. C., Baker, E., Barbara, J., Beurle, K., Brahic, A., Burns, J. A., Charnoz, S., Cooper, N., Dawson, D. D., Del Genio, A. D., Denk, T., Dones, L., Dyudina, U., Evans, M. W., Giese, B., Grazier, K., Helfenstein, P., Ingersoll, A. P., Jacobson, R. A., Johnson, T. V., McEwen, A., Murray, C. D., Neukum, G., Owen, W. M., Perry, J., Roatsch, T., Spitale, J., Squyres, S., Thomas, P., Tiscareno, M., Turtle, E., Vasavada, A. R., Veverka, J., Wagner, R., and West, R. (2005). Cassini Imaging Science: Initial Results on Saturn's Rings and Small Satellites. *Science*, 307:1226–1236. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Porter, S. B. and Stern, S. A. (2015). Orbits of Potential Pluto Satellites and Rings Between Charon and Hydra. *ArXiv e-prints*.
- Quarles, B. L. and Lissauer, J. J. (2015). Dynamical evolution of the Earth-Moon progenitors - Whence Theia? 248:318–339.

- Quillen, A. C. (2011). Three-body resonance overlap in closely spaced multiple-planet systems. 418:1043–1054.
- Quillen, A. C. and French, R. S. (2014). Resonant chains and three-body resonances in the closely packed inner Uranian satellite system. 445:3959–3986.
- Quintana, E. V., Barclay, T., Borucki, W. J., Rowe, J. F., and Chambers, J. E. (2016). The Frequency of Giant Impacts on Earth-like Worlds. 821:126.
- Rasio, F. A. and Shapiro, S. L. (1994). Hydrodynamics of binary coalescence. 1: Polytropes with stiff equations of state. 432:242–261.
- Rauch, K. P. and Hamilton, D. P. (2012). HNBODY: Hierarchical N-Body Symplectic Integration Package. Astrophysics Source Code Library.
- Raymond, S. N., Kokubo, E., Morbidelli, A., Morishima, R., and Walsh, K. J. (2014). Terrestrial Planet Formation at Home and Abroad. *Protostars and Planets VI*, pages 595–618.
- Raymond, S. N. and Morbidelli, A. (2014). The Grand Tack model: a critical review. In *Complex Planetary Systems, Proceedings of the International Astronomical Union*, volume 310 of *IAU Symposium*, pages 194–203.
- Raymond, S. N., O'Brien, D. P., Morbidelli, A., and Kaib, N. A. (2009). Building the terrestrial planets: Constrained accretion in the inner Solar System. 203:644–662.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2004). Making other earths: dynamical simulations of terrestrial planet formation and water delivery. 168:1–17.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2005). Terrestrial Planet Formation in Disks with Varying Surface Density Profiles. 632:670–676.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2006). High-resolution simulations of the final assembly of Earth-like planets I. Terrestrial accretion and dynamics. 183:265–282.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2007). High-Resolution Simulations of The Final Assembly of Earth-Like Planets. 2. Water Delivery And Planetary Habitability. *Astrobiology*, 7:66–84.
- Reitsema, H. J. (1981). The Libration of the Saturnian Satellite Dione B. *Icarus*, 48:23–28.
- Renner, S. and Sicardy, B. (2006). Use of the Geometric Elements in Numerical Simulations. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 94:237–248.
- Reufer, A. (2011). *Collisions in planetary systems. Tese (doutorado) - Universidade de Bern, 2011.*
- Reufer, A., Meier, M. M. M., Benz, W., and Wieler, R. (2012). A hit-and-run giant impact scenario. 221:296–299.

- Ringwood, A. E. (1986). Terrestrial origin of the moon. 322:323–328.
- Safronov, V. S. (1972). *Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the earth and planets.*
- Sfair, R. (2011). *Dinâmica dos anéis de poeira e satélites de Urano e do anel F de Saturno. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.*
- Shearer, C. K., Hess, P. C., Wiczorek, M. A., Pritchard, M. E., Parmentier, E. M., Borg, L. E., Longhi, J., Elkins-Tanton, L. T., Neal, C. R., Antonenko, I., Canup, R. M., Halliday, A. N., Grove, T. L., Hager, B. H., Lee, D. C., and Wiechert, U. (2006). Thermal and Magmatic Evolution of the Moon. *Reviews in Mineralogy and Geochemistry*, 60:365–518.
- Sheppard, S. S., Jewitt, D., and Kleyna, J. (2005). An Ultradeep Survey for Irregular Satellites of Uranus: Limits to Completeness. 129:518–525.
- Sheppard, S. S. and Trujillo, C. A. (2009). A survey for satellites of Venus. 202:12–16.
- Showalter, M. R. and Hamilton, D. P. (2015). Resonant interactions and chaotic rotation of Pluto's small moons. 522:45–49.
- Showalter, M. R. and Lissauer, J. J. (2003). S/2003 U 1 and S/2003 U 2. 8209.
- Showalter, M. R. and Lissauer, J. J. (2006). The Second Ring-Moon System of Uranus: Discovery and Dynamics. *Science*, 311:973–977.
- Smith, B. A. (1986). Satellites and Rings of Uranus. IAU Circular.
- Smith, B. A., Soderblom, L. A., Beebe, R., Bliss, D., Brown, R. H., Collins, S. A., Boyce, J. M., Briggs, G. A., Brahic, A., Cuzzi, J. N., and Morrison, D. (1986). Voyager 2 in the Uranian system - Imaging science results. *Science*, 233:43–64.
- Soderman (2016). Evidence for Moon-Forming Impact Found Inside Meteorites. <https://sservi.nasa.gov/articles/evidence-for-moon-forming-impact-found-inside-meteorites/>. Acesso: 08-08-2017.
- Stern, S. A., Bagenal, F., Ennico, K., Gladstone, G. R., Grundy, W. M., McKinnon, W. B., Moore, J. M., Olkin, C. B., Spencer, J. R., Weaver, H. A., Young, L. A., Andert, T., Andrews, J., Banks, M., Bauer, B., Bauman, J., Barnouin, O. S., Bedini, P., Beisser, K., Beyer, R. A., Bhaskaran, S., Binzel, R. P., Birath, E., Bird, M., Bogan, D. J., Bowman, A., Bray, V. J., Brozovic, M., Bryan, C., Buckley, M. R., Buie, M. W., Buratti, B. J., Bushman, S. S., Calloway, A., Carcich, B., Cheng, A. F., Conard, S., Conrad, C. A., Cook, J. C., Cruikshank, D. P., Custodio, O. S., Dalle Ore, C. M., Deboy, C., Dischner, Z. J. B., Dumont, P., Earle, A. M., Elliott, H. A., Ercol, J., Ernst, C. M., Finley, T., Flanigan, S. H., Fountain, G., Freeze, M. J., Greathouse, T., Green, J. L., Guo, Y., Hahn, M., Hamilton, D. P., Hamilton, S. A., Hanley, J., Harch, A., Hart, H. M., Hersman, C. B., Hill, A., Hill, M. E., Hinson, D. P., Holdridge, M. E., Horanyi, M., Howard, A. D., Howett, C. J. A., Jackman,

- C., Jacobson, R. A., Jennings, D. E., Kammer, J. A., Kang, H. K., Kaufmann, D. E., Kollmann, P., Krimigis, S. M., Kusnierkiewicz, D., Lauer, T. R., Lee, J. E., Lindstrom, K. L., Linscott, I. R., Lisse, C. M., Lunsford, A. W., Mallder, V. A., Martin, N., McComas, D. J., McNutt, R. L., Mehoke, D., Mehoke, T., Melin, E. D., Mutchler, M., Nelson, D., Nimmo, F., Nunez, J. I., Ocampo, A., Owen, W. M., Paetzold, M., Page, B., Parker, A. H., Parker, J. W., Pelletier, F., Peterson, J., Pinkine, N., Piquette, M., Porter, S. B., Protopapa, S., Redfern, J., Reitsema, H. J., Reuter, D. C., Roberts, J. H., Robbins, S. J., Rogers, G., Rose, D., Runyon, K., Retherford, K. D., Ryschkewitsch, M. G., Schenk, P., Schindhelm, E., Sepan, B., Showalter, M. R., Singer, K. N., Soluri, M., Stanbridge, D., Steffl, A. J., Strobel, D. F., Stryk, T., Summers, M. E., Szalay, J. R., Tapley, M., Taylor, A., Taylor, H., Throop, H. B., Tsang, C. C. C., Tyler, G. L., Umurhan, O. M., Verbiscer, A. J., Versteeg, M. H., Vincent, M., Webbert, R., Weidner, S., Weigle, G. E., White, O. L., Whittenburg, K., Williams, B. G., Williams, K., Williams, S., Woods, W. W., Zangari, A. M., and Zirnstein, E. (2015). The Pluto system: Initial results from its exploration by New Horizons. *Science*, 350:aad1815.
- Stevenson, D. J. (1987). Origin of the moon - The collision hypothesis. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 15:271–315.
- Tabachnick, S. and Evans, N. W. (1999). Cartography for Martian Trojans. *The Astronomical Journal*, 517:L63–L66.
- Thomas, P., Weitz, C., and Veverka, J. (1989). Small satellites of Uranus - Disk-integrated photometry and estimated radii. 81:92–101.
- Thomas, P. C. (1988). Radii, shapes, and topography of the satellites of Uranus from limb coordinates. 73:427–441.
- Tiscareno, M. S., Thomas, P. C., and Burns, J. A. (2009). The rotation of Janus and Epimetheus. 204:254–261.
- Touboul, M., Kleine, T., Bourdon, B., Palme, H., and Wieler, R. (2007). Late formation and prolonged differentiation of the Moon inferred from W isotopes in lunar metals. 450:1206–1209.
- Touma, J. and Wisdom, J. (1994). Evolution of the Earth-Moon system. 108:1943–1961.
- Touma, J. and Wisdom, J. (1998). Resonances in the Early Evolution of the Earth-Moon System. 115:1653–1663.
- Treffenstädt, L. L., Mourão, D. C., and Winter, O. C. (2015). Formation of the Janus-Epimetheus system through collisions. 583:A80.
- Urey, H. C., editor (1952). *The planets: Their origin and development*.
- Vieira Martins, R. S., Lazzaro, D., and Sessin, W. (1989). *Orbital Dynamics of Natural and Artificial Objects*.
- Vieira Neto, E., Winter, O. C., and Yokoyama, T. (2006). Effect of Jupiter's mass growth on satellite capture. The prograde case. 452:1091–1097.

- Walsh, K. J., Morbidelli, A., Raymond, S. N., O'Brien, D. P., and Mandell, A. M. (2011). A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration. *475:206–209*.
- Ward, W. R. and Reid, M. J. (1973). Solar tidal friction and satellite loss. *164:21*.
- Warren, P. H. (1985). The magma ocean concept and lunar evolution. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 13:201–240.
- Weber, R. C., Lin, P.-Y., Garnero, E. J., Williams, Q., and Lognonné, P. (2011). Seismic Detection of the Lunar Core. *Science*, 331:309.
- Weidenschilling, S. J. (1980). Dust to planetesimals - Settling and coagulation in the solar nebula. *44:172–189*.
- Weidenschilling, S. J., Spaute, D., Davis, D. R., Marzari, F., and Ohtsuki, K. (1997). Accretional Evolution of a Planetesimal Swarm. *128:429–455*.
- Wetherill, G. W. (1976). The role of large bodies in the formation of the earth and moon. In Merrill, R. B., editor, *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, volume 7 of *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, pages 3245–3257.
- Wetherill, G. W. (1978). Accumulation of the terrestrial planets. In Gehrels, T., editor, *IAU Colloq. 52: Protostars and Planets*, pages 565–598.
- Wetherill, G. W. (1986). Accumulation of the terrestrial planets and implications concerning lunar origin. In Hartmann, W. K., Phillips, R. J., and Taylor, G. J., editors, *Origin of the Moon*, pages 519–550.
- Wiechert, U., Halliday, A. N., Lee, D.-C., Snyder, G. A., Taylor, L. A., and Rumble, D. (2001). Oxygen Isotopes and the Moon-Forming Giant Impact. *Science*, 294:345–348.
- Wiegert, P. A., Innanen, K. A., and Mikkola, S. (1997). An Asteroidal Companion to the Earth. *Nature*, 387:685–686.
- Wilhelms, D. E. (1993). *To a rocky moon - A geologist's history of lunar exploration*.
- Wisdom, J. and Holman, M. (1991). Symplectic maps for the n-body problem. *102:1528–1538*.
- Yoder, C. F. (1979). Notes on the origin of the Trojan asteroids. *Icarus*, 40:341–344. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Yoder, C. F., Colombo, C., Synnott, S. P., and Yoder, K. A. (1983). Theory of Motion of Saturn's Coorbiting Satellites. *Icarus*, 53:431–443.
- Yoder, C. F., Synnott, S. P., and Salo, H. (1989). Orbits and Masses of Saturn's Co-orbiting Satellites, Janus and Epimetheus. *The Astronomical Journal*, 98:1875–1889.
- Yokoyama, T. (1999). Dynamics of some fictitious satellites of Venus and Mars. *47:619–627*.

- Yokoyama, T., Vieira Neto, E., Winter, O. C., Sanchez, D. M., and Brazil, P. O. (2008). On the Evection Resonance and Its Connection to the Stability of Outer Satellites. *Mathematical Problems in Engineering*.
- Young, E. D., Kohl, I. E., Warren, P. H., Rubie, D. C., Jacobson, S. A., and Morbidelli, A. (2016). Oxygen isotopic evidence for vigorous mixing during the Moon-forming giant impact. *Science*, 351:493–496.
- Zahnle, K., Arndt, N., Cockell, C., Halliday, A., Nisbet, E., Selsis, F., and Sleep, N. H. (2007). Emergence of a Habitable Planet. 129:35–78.
- Zhou, L., Dvorak, R., and Sun, Y. (2008). On the Dynamics of Inclined Neptune's Trojans.

## APÊNDICE A – PRIMEIRO APÊNDICE

Neste apêndice desenvolvemos por meio de cálculos simples o momento angular do sistema Terra-Lua. Também estimamos analiticamente o momento angular final do sistema Terra-Lua devida a quebra da ressonância de eveção nas proximidades da órbita síncrona (Ćuk and Stewart, 2012; Canup, 2012).

### A.1 MOMENTO ANGULAR DO SISTEMA TERRA-LUA

#### A.1.1 Momento Angular

Sabemos que o momento angular é definido por:

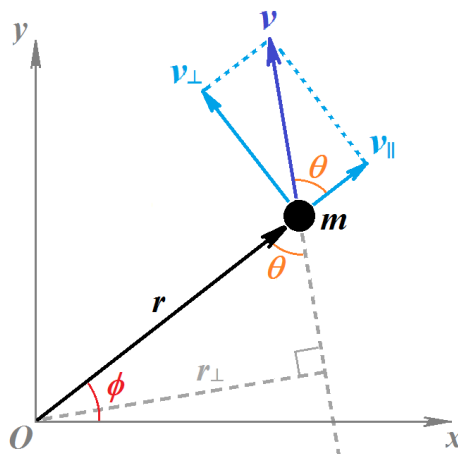
$$\vec{L} = \vec{R} \times \vec{p} \quad (1)$$

onde  $\vec{R}$  é o raio-vetor e  $\vec{p} = m\vec{v}$  é o momento linear. Logo, denotando por  $L = \|\vec{L}\|$ ,  $R = \|\vec{R}\|$  e  $v = \|\vec{v}\|$  temos que a norma do momento angular  $\vec{L}$  é dada por:

$$L = mvR \sin(\theta) \quad (2)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o raio-vetor  $\vec{R}$  e o vetor velocidade  $\vec{v}$  (fig. Figura 34).

Figura 34 – A velocidade  $\vec{v}$  da partícula de massa  $m$  em relação à origem  $O$  pode ser resolvida nas componentes paralela  $v_{\parallel}$  e perpendicular  $v_{\perp}$  ao raio-vetor  $\vec{r}$ . O momento angular da partícula de massa  $m$  é proporcional à componente perpendicular  $v_{\perp}$  da velocidade, ou equivalentemente, à distância perpendicular  $r_{\perp}$  da origem, isto é, o parâmetro de impacto  $b$ .



Fonte: Autor.

### A.1.2 Velocidade orbital

A força centrípeta que atua em um corpo é dada por:

$$F_c = \frac{mv^2}{R} \quad (3)$$

onde  $m$  é a massa do corpo,  $v$  sua velocidade orbital e  $R$  sua distância ao centro do corpo central.

A força gravitacional que atua em um corpo é dada por:

$$F_g = \frac{GMm}{R^2} \quad (4)$$

onde  $G$  é a constante gravitacional e  $M$  é a massa do corpo central.

Sabemos que a força necessária para manter um corpo em órbita de um corpo central é a centrípeta  $F_c$ . Igualando as equações 3 e 5 temos:

$$F_c = F_g \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Logo, a velocidade orbital  $v$  do corpo é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (5)$$

### A.1.3 Velocidade de Escape

Para calcular o valor da velocidade de escape  $v_{esc}$  basta usar a conservação da energia mecânica e impor que a energia cinética do corpo se anule no infinito, onde também a energia potencial se anula. Sendo  $E_{ci}$  e  $E_{pi}$  as energias cinética e potencial no ponto de referência e  $E_{cf}$  e  $E_{pf}$  as energias cinética e potencial no infinito, teremos:

$$E_{ci} + E_{cf} = E_{ci\infty} + E_{cf\infty} \Rightarrow \frac{mv_{esc}^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0 + 0 \Rightarrow \frac{mv_{esc}^2}{2} = \frac{GMm}{R} \Rightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Logo, a velocidade de escape  $v_{esc}$  é dada por:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (6)$$

Para o caso da Terra temos:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_{\oplus}}{R_{\oplus}}} = 11,2 \text{ km/s}$$

### A.1.4 Cálculo do Momento Angular do sistema Terra-Lua

Substituindo  $v$  da equação 5 na equação 2 temos que o momento angular orbital  $L$  é dado por:

$$L = m\sqrt{GMR} \sin(\theta) \quad (7)$$

Fazendo a aproximação para uma órbita circular ( $\theta = 90^\circ$ ) da Lua na equação 7 e substituindo os parâmetros para o caso do sistema Terra-Lua temos que:

$$L_G = 0,012M_{\oplus}\sqrt{GM_{\oplus}60R_{\oplus}} = 2,8 \times 10^{34} \text{ kg m}^2/\text{s}$$



Portanto, o momento angular orbital  $L_o$  da Lua é:

$$L_o = 2,8 \times 10^{34} \text{kg m}^2/\text{s} \quad (8)$$

Vamos agora comparar o momento angular orbital  $L_o$  da Lua com o momento angular rotacional  $L_r$  da Terra. Sabemos que o momento de inércia  $I$  de uma esfera sólida de massa  $m$  e raio  $r$  é dado por:

$$I = \frac{2}{5}mr^2 \quad (9)$$

Logo, considerando que a velocidade angular  $\vec{w}$  da esfera é perpendicular ao plano de referência, então o módulo do momento angular rotacional da esfera pode ser expressado por:

$$L = Iw \quad (10)$$

onde  $I$  é o momento de inércia da equação 9 e  $w = \|\vec{w}\|$ .

Portanto, fazendo a aproximação de que a Terra é uma esfera e que Terra e Lua são coplanares, temos que o momento angular rotacional da Terra é dado por:

$$L = \frac{2}{5}M_{\oplus}R_{\oplus}^2w \quad (11)$$

Usando o valor de  $w = \frac{2\pi}{(24 \times 3600)} = 7,27 \times 10^{-5} \text{rad/s}$  e substituindo os demais parâmetros da Terra na equação 11 ficamos com,

$$L_r = 7,0 \times 10^{33} \text{kg m}^2/\text{s} \quad (12)$$

para o momento angular rotacional  $L_r$  da Terra.

O momento angular rotacional da Lua pode ser negligenciado, pois é  $\sim L_r/(80 \times 3,7^2 \times 27) \sim L_r/30000$ .

Logo, o momento total do sistema Terra-Lua  $L_t$  é dado por:

$$L_t = L_o + L_r = 3,5 \times 10^{34} \text{kg m}^2/\text{s} \quad (13)$$

Portanto, comparando o momento angular rotacional  $L_r$  da Terra dado pela equação 12 com o momento  $L_t$  total do sistema Terra-Lua dado pela equação 13, vemos que o momento angular rotacional da Terra corresponde somente à 20% do momento angular total do sistema Terra-Lua [ $L_r/(L_o + L_r) \sim 0,2$ ]. Já os 80% restantes são devido ao momento angular orbital  $L_o$  da Lua, em contraste com outros satélites do Sistema Solar (por exemplo, no sistema de Júpiter temos  $L_o \sim L_r/100$ ).

## A.2 LIMITE DE ROCHE DA LUA

Uma consequência das forças de maré é que um satélite em geral não pode chegar muito perto de seu planeta sem se romper. O limite de Roche é a distância mínima do centro do planeta que um satélite fluido pode chegar sem se tornar instável frente a rompimento por maré. Em 1847, o astrônomo francês Edouard Albert Roche (Murdin, 2000) demonstrou que, para um satélite fluido, mantido apenas

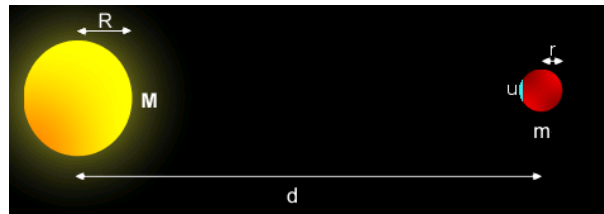
por sua auto-gravidade, de densidade média  $\rho_m$ , orbitando em torno de um planeta de densidade média  $\rho_M$  e raio  $R$ , a distância  $R_{roc}$  mínima do planeta em que o satélite pode orbitar estavelmente é:

$$R_{roc} = 2,44 \left( \frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R \quad (14)$$

Se o planeta e o satélite têm densidades iguais, o limite de Roche é 2,44 vezes o raio do planeta.

Uma derivação simples do limite de Roche (fig. Figura 35) para corpos rígidos se obtém considerando uma partícula de massa  $u$  sobre a superfície de um corpo pequeno (satélite) nas proximidades de um corpo de maior massa (planeta). A partícula  $u$  experimentará duas forças, a gravidade proveniente do satélite, que lhe faz permanecer sobre sua superfície, e a gravidade do planeta principal. Dado que o satélite está em movimento orbital, a resultante da gravidade exercida pelo planeta é unicamente a força de maré.

Figura 35 – Derivação da fórmula do limite de Roche a partir de uma partícula teste.



Fonte: Autor

### A.2.1 A Força de Maré

Para se obter uma aproximação para a força de maré  $F_t$ , precisamos saber a diferença entre a força gravitacional do corpo de maior massa (planeta) e a partícula de massa  $u$  que distam de  $d - r$  e a força gravitacional do corpo de maior massa e a partícula de massa  $u$  que distam de  $d$ :

$$F_t = \frac{GMu}{(d-r)^2} - \frac{GMu}{d^2} \Rightarrow F_t = GMu \left[ \frac{1}{(d-r)^2} - \frac{1}{d^2} \right]$$

Vamos reorganizar os termos dessa expressão agora de modo a obter o quociente  $r/d$ , pois estamos supondo  $r \ll d \Rightarrow \frac{r}{d} \ll 1$ . Logo,

$$F_t = \frac{GMu}{d^2} \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{d}\right)^2} - 1 \right]$$

Agora denotando por  $x = \frac{r}{d}$  e expandindo  $\frac{1}{\left(1 - \frac{r}{d}\right)^2}$  em série de Taylor até a primeira ordem em torno de  $x_0 = 0$ , temos:

$$\frac{1}{(1-x)^2} \sim 1 + 2x = 1 + 2\frac{r}{d}$$

Com isso,

$$F_t = \frac{GMu}{d^2} \left[ 1 + 2\frac{r}{d} - 1 \right] = \frac{2GMur}{d^3}$$

Portanto uma expressão para a força de maré é dada por:

$$F_t = \frac{2GMur}{d^3} \quad (15)$$

### A.2.2 Limite de Roche para corpos rígidos e esféricos

O limite de Roche se alcança quando o empuxo gravitacional e a força de maré se cancelam uma à outra, isto é,  $F_g = F_t$ . Logo,

$$F_g = F_t \Rightarrow \frac{GMu}{r^2} = \frac{2GMur}{d^3}$$

Portanto, a expressão que permite calcular o limite de Roche  $R_{roc}$  é:

$$R_{roc} = \left(\frac{2M}{m}\right)^{1/3} r \quad (16)$$

Entretanto, é conveniente expressar esta equação em uma forma alternativa que não dependa do raio do satélite, pela que se reescreve esta expressão em função das densidades do planeta e do satélite; e o raio do satélite.

Supondo planeta e satélite como esferas rígidas temos que suas massas  $M$  e  $m$  respectivamente são dadas por  $M = \frac{4\pi\rho_M R^3}{3}$  e  $m = \frac{4\pi\rho_m r^3}{3}$ . Substituindo ambas massas  $M$  e  $m$  na equação 16 do limite de Roche se obtém:

$$R_{roc} = r \left(\frac{2\rho_M R^3}{\rho_m r^3}\right)^{1/3} = R \left(\frac{2\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3}$$

Portanto o limite de Roche para corpos rígidos é dado por:

$$R_{roc} = R \left(\frac{2\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3} \sim 1,26 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3} R \quad (17)$$

O valor da constante numérica, 1,26 em vez de 2,44, é porque não levamos em conta que as partículas que formam um fluido. O limite de estabilidade de Roche se aplica somente a satélites fluidos, sem tensões intrínsecas.

Para o caso do sistema Terra-Lua a equação 17 é dada por:

$$R_{roc} = 1,26 \left(\frac{\rho_{\oplus}}{\rho_{\zeta}}\right)^{1/3} R_{\oplus}$$

Considerando que:

$$\rho_{\oplus} = \frac{M_{\oplus}}{\frac{4}{3}\pi R_{\oplus}^3} = 5514\text{kg/m}^3$$

$$\rho_{\zeta} = \frac{M_{\zeta}}{\frac{4}{3}\pi R_{\zeta}^3} = 3342\text{kg/m}^3$$

Obtemos,

$$R_{roc} = 9485\text{km} \quad (18)$$

### A.2.3 Limite de Roche para corpos deformáveis não-esféricos

Uma expressão mais precisa para o limite de Roche deveria levar em conta as deformações produzidas no satélite pelas forças de maré. Nestes casos o satélite seria deformado em um esferoide elíptico. Historicamente Roche derivou uma aproximação numérica para este problema (Kepler, S. O and Saraiva, M.F. O, 2003).

$$R_{roc} = 2,44 \left( \frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R \quad (19)$$

Para o caso do sistema Terra-Lua, temos que a equação 19 é dada por:

$$R_{roc} = 2,44 \left( \frac{\rho_{\oplus}}{\rho_{\zeta}} \right)^{1/3} R_{\oplus}$$

Logo,

$$R_{roc} = 18368 km \quad (20)$$

Qualquer uma das expressões 18 e 20 não afetam a Lua, pois a mesma se encontra-se a uma distância  $\sim 20$  à  $\sim 40$  vezes mais longe. Pela equação 20 vemos que  $R_{roc} \sim 2,9 R_{\oplus}$ .

### A.3 CÁLCULO ANALÍTICO DO MOMENTO ANGULAR TOTAL FINAL DO SISTEMA TERRA-LUA NA QUEBRA DA RESSONÂNCIA DE EVECÇÃO

Aqui estimamos o momento angular no qual a ressonância de evecção que captura a Lua é quebrada devido à proximidade com a órbita geo-síncrona. Assumimos um sistema planar e o achatamento como função da razão entre a velocidade de rotação e a velocidade de rotação crítica da Terra supondo que o raio da Terra é constante. Enquanto em ressonância de evecção, o perigeu da Lua é precessado devido ao achatamento da Terra à uma taxa de:

$$n_{\odot} = \frac{3}{2} \frac{J_2 R_{\oplus}^2 n_{\zeta}}{a_{\zeta}^2 (1 - e_{\zeta}^2)^2} \quad (21)$$

onde  $n_s$  é o movimento médio do Sol,  $J_2$  e  $R_{\oplus}$  é o coeficiente de achatamento e o raio da Terra, respectivamente; e  $n_{\zeta}$ ,  $a_{\zeta}$  e  $e_{\zeta}$  são respectivamente o movimento médio, semi-eixo maior e excentricidade da Lua.

Uma vez que a ressonância é quebrada devido à proximidade da órbita síncrona, podemos escrever uma relação entre a velocidade angular da Lua no perigeu e a taxa de rotação da Terra:

$$\Omega = k \frac{h_{\zeta}}{r_p^2} = k \frac{\sqrt{\mu a_{\zeta} (1 - e_{\zeta}^2)}}{a_{\zeta}^2 (1 - e_{\zeta}^2)^2} = k n_{\zeta} \sqrt{\frac{1 + e_{\zeta}}{(1 - e_{\zeta})^3}} \quad (22)$$

onde  $\Omega$ ,  $\mu$ ,  $h$  e  $r_p$  são respectivamente a taxa de rotação da Terra, o parâmetro gravitacional ( $GM_{\oplus}$ ), o momento angular orbital da Lua e a distância do perigeu; e  $k$  é um fator adimensional de ordem um.

Em uma aproximação podemos escrever o coeficiente de achatamento  $J_2$  da Terra como uma função simples da sua taxa de rotação:

$$J_2 = \frac{1}{3} \left( \frac{\Omega}{\Omega_c} \right)^2 \quad (23)$$

onde  $\Omega_c$  é a velocidade de rotação crítica da Terra na qual a ressonância de eveção é quebrada.

$$\Omega_c^2 = \frac{\mu}{R_\oplus^3} \quad (24)$$

Usando as equações 23, 24, a terceira lei de Kepler ( $a_\zeta^3 n_\zeta^2 = \mu$ ) e substituindo  $J_2$  e  $R_\oplus$  na equação 21 temos que:

$$n_\odot = \frac{3}{2} \left( \frac{\Omega^2}{3\Omega_c^2} \right) \left( \frac{\mu^{\frac{2}{3}}}{\Omega_c^{\frac{4}{3}}} \right) \left( \frac{n_\zeta^{\frac{4}{3}}}{\mu^{\frac{2}{3}}} \right) \frac{n_\zeta}{(1 - e_\zeta^2)^2} \quad (25)$$

Nós podemos usar a equação 22 para expressar  $n_\zeta$  em termos de  $\Omega$  e de  $e_\zeta$ .

$$n_\odot = \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega^2}{\Omega_c^{\frac{10}{3}}} \right) \left( \frac{\Omega(1 - e)^{\frac{3}{2}}}{k\sqrt{1 + e_\zeta}} \right)^{\frac{7}{3}} \frac{1}{(1 - e_\zeta^2)^2} \quad (26)$$

Simplificando a equação 26 ficamos com  $n_\odot$  somente em função de  $\Omega$  e  $e_\zeta$ .

$$n_\odot = \frac{1}{2k^{\frac{7}{3}}} \frac{\Omega^{\frac{13}{3}} (1 - e_\zeta)^{\frac{3}{2}}}{\Omega_c^{\frac{10}{3}} (1 + e_\zeta)^{\frac{19}{6}}} \quad (27)$$

Resolvendo agora a equação 27 para  $\Omega$  e expressando todas as velocidades angulares em relação a  $\Omega_c$  temos:

$$\frac{\Omega}{\Omega_c} = k^{\frac{7}{13}} \left( \frac{2n_\odot}{\Omega_c} \right)^{\frac{3}{13}} \frac{(1 + e_\zeta)^{\frac{19}{26}}}{(1 - e_\zeta)^{\frac{9}{26}}} = k^{\frac{7}{13}} \left( \frac{2n_\odot}{\Omega_c} \right)^{\frac{3}{13}} F(e_\zeta). \quad (28)$$

onde  $F(e_\zeta) = \frac{(1 + e_\zeta)^{\frac{19}{26}}}{(1 - e_\zeta)^{\frac{9}{26}}}$ .

Se a Lua é síncrona com a rotação da Terra no perigeu, então  $k = 1$ . A dependência de  $e_\zeta$  é moderada e  $1,37 < F(e_\zeta) < 1,7$  para  $0,3 < e_\zeta < 0,5$ . Usando  $e = 0,45$ , obtemos  $\frac{\Omega}{\Omega_c} = 0,2517$ , equivalente a um período de rotação de  $\sim 6h$ . Usando a 22, isso nos dá  $\sim 5R_\oplus$  como na figura Figura 17 de Čuk and Stewart (2012). Para estimar o momento angular total final na quebra da ressonância de eveção do modelo de Čuk and Stewart (2012), usamos a excentricidade pós-ressonância de cerca de  $e = 0,35$  para a Lua. Usando essa excentricidade temos que o momento angular total final do sistema Terra-Lua nos dá um valor de  $\sim 0,33$  nas unidades de  $\alpha M_\oplus \sqrt{\mu R_\oplus}$  (onde  $\alpha$  é o momento de inércia não-dimensional da Terra), o que é próximo do momento angular total atual de  $\sim 0,35$  do sistema Terra-Lua nas mesmas unidades.

## APÊNDICE B – SEGUNDO APÊNDICE

Neste apêndice deduzimos a equação que nos fornece a distribuição de massas dos embriões seguindo um modelo de perfil de densidades (Kokubo and Ida, 2000; Raymond et al., 2004; Chambers et al., 1996). A equação foi implementada numericamente e utilizada para gerar as massas dos embriões em cada um dos perfis analisados no capítulo 4 referentes às simulações utilizadas por Izidoro et al. (2015b). Optamos por apresentar este apêndice de uma maneira em que as equações possam ser utilizadas para uma possível implementação numérica.

### 1° MODELO - CÁLCULO DAS MASSAS DOS EMBRIÕES UTILIZANDO UM PERFIL DE DENSIDADES ATRAVÉS DO RAIOS DE HILL MÚTUO

A seguir damos algumas definições que farão mais sentido no decorrer da dedução da equação para a massa do embrião.

#### Definições

$$K = \left( \frac{M_1 + M}{3M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

raio de Hill mútuo reduzido.

$$R_{H,m} = \left( \frac{r_1 + r}{2} \right) K \quad (2)$$

raio de Hill mútuo.

$$5 \leq \Delta \leq 10 \quad (3)$$

$\Delta$  varia de 5 a 10 raios de Hill mútuos (Kokubo and Ida, 2000).

$$Q = \frac{2 + \Delta K}{2 - \Delta K} \quad (4)$$

definição de  $Q$ .

$$\sum_r = \sum r^\alpha \quad (5)$$

perfil de densidade  $\sum_r$ .

$$C = \pi \Delta \sum r_1^{(2+\alpha)} \quad (6)$$

definição de  $C$  (não depende da massa  $M$  do embrião).

$$A = Q^{(1+\alpha)} \quad (7)$$

definição de  $A$ .

$$B = Q^{(2+\alpha)} = AQ \quad (8)$$

definição de  $B$ .

$$\frac{dA}{dQ} = (1 + \alpha)Q^\alpha \quad (9)$$

derivada de  $A$ .

$$\frac{dB}{dQ} = (2 + \alpha)Q^{(1+\alpha)} = (2 + \alpha)A \quad (10)$$

derivada de  $B$ .

$$\frac{dQ}{dK} = \frac{4\Delta}{(2 - \Delta K)^2} \quad (11)$$

derivada de  $Q$ .

$$\frac{dK}{dM} = \frac{1}{9} \frac{K^{-2}}{M_\odot} \quad (12)$$

derivada de  $K$ .

$$\frac{d\left(\frac{dK}{dM}\right)}{dK} = \frac{-2}{9} \frac{K^{-3}}{M_\odot} \quad (13)$$

derivada de  $\frac{dK}{dM}$ .

### Cálculo do raio-vetor $r$ do embrião

A equação 15 da mutual separação dos embriões deduzida em seguida está no apêndice da referência Chambers et al. (1996) onde considera-se o raio-vetor  $r$  ao invés do semi-eixo maior  $a$  com as seguintes identificações:  $a_i = r_1$ ,  $a_j = r$ ,  $m_1 = M_1$  e  $m_2 = M$ .

$$r - r_1 = \Delta R_{H,m} \quad (14)$$

Substituindo 2 em 14 e isolando o raio-vetor  $r$  temos que

$$\begin{aligned} r &= r_1 + \left(\frac{r_1 + r}{2}\right)\Delta K = r_1 + \frac{r_1\Delta K}{2} + \frac{r\Delta K}{2} \Rightarrow r - \frac{r\Delta K}{2} = r_1 + \frac{r_1\Delta K}{2} \Rightarrow \\ r \frac{(2 - \Delta K)}{2} &= r_1 \frac{(2 + \Delta K)}{2} \Rightarrow r = r_1 \frac{(2 + \Delta K)}{(2 - \Delta K)} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$r = r_1 Q \quad (15)$$

onde  $Q = \frac{(2 + \Delta K)}{(2 - \Delta K)}$ .

### Cálculo da função $F$ da massa do embrião

Vamos deduzir a equação 17 da massa do embrião de sua zona de alimentação “feeding zone” que encontra-se na referência Raymond et al. (2004) (eq. 3) onde novamente considera-se o raio-vetor  $r$  ao invés do semi-eixo maior  $a$  e também o raio de Hill mútuo  $R_{H,m}$  ao invés do raio de Hill  $R_H$ .

Seja a distância do centro do disco de embriões até o centro da esfera de massa (zona de alimentação) do embrião dada pelo raio-vetor  $r$ .

Sem perda de generalidade podemos considerar que toda a massa da esfera do embrião pode ser achatada em um anel do disco de embriões, sendo que  $r$  agora é a distância do centro do disco de embriões até a metade desse anel.

Sabemos que a diferencial da massa  $M$  do anel do disco de embriões é dada por  $dM = \sum_r dA$ , onde  $\sum_r = \sum r^\alpha$  é o perfil de densidade (densidade superficial) do disco de embriões e  $dA = r' dr' d\theta$  é a diferencial de área do disco de embriões. Para calcularmos a massa do embrião de sua zona de alimentação basta calcularmos a massa de seu anel que está contida no disco de embriões. Para isto devemos integrar a diferencial de massa do embrião angularmente de 0 a  $2\pi$  e radialmente de  $r - \delta_r$  a  $r + \delta_r$ , onde  $\delta_r = \frac{R_H}{2}$  ou  $\delta_r = \frac{R_{H,m}}{2}$ <sup>1</sup>.

Integrando temos que

$$M = \int dM = \int_{r - \frac{R_{H,m}}{2}}^{r + \frac{R_{H,m}}{2}} \int_0^{2\pi} \sum_r r' dr' d\theta \quad (16)$$

Se considerarmos uma pequena variação radial  $\delta_r$  na integração a densidade superficial  $\sum_r$  é praticamente constante. Logo, a equação 16 fica

$$\begin{aligned} M &= \sum_r \int_{r - \frac{R_{H,m}}{2}}^{r + \frac{R_{H,m}}{2}} \left[ r' \theta \right]_0^{2\pi} dr' = \sum_r \int_{r - \frac{R_{H,m}}{2}}^{r + \frac{R_{H,m}}{2}} r' (2\pi - 0) dr' = 2\pi \sum_r \int_{r - \frac{R_{H,m}}{2}}^{r + \frac{R_{H,m}}{2}} r' dr' \Rightarrow \\ M &= 2\pi \sum_r \left[ \frac{r'^2}{2} \right]_{r - \frac{R_{H,m}}{2}}^{r + \frac{R_{H,m}}{2}} = \pi \sum_r \left[ \left( r + \frac{R_{H,m}}{2} \right)^2 - \left( r - \frac{R_{H,m}}{2} \right)^2 \right] \Rightarrow \\ M &= 2\pi r \sum_r R_{H,m} \end{aligned} \quad (17)$$

Substituindo 2 e 5 em 17 e considerando uma variação  $\Delta^2$  no raio de Hill mútuo  $R_{H,m}$  do embrião temos que

$$\begin{aligned} M &= 2\pi \Delta r \sum r^\alpha \left( \frac{r_1 + r}{2} \right) K \Rightarrow \\ M &= \pi \Delta \sum r^{(1+\alpha)} (r_1 + r) K \end{aligned} \quad (18)$$

Substituindo 15 em 18 tem se

$$\begin{aligned} M &= \pi \Delta \sum (r_1 Q)^{(1+\alpha)} (r_1 + r_1 Q) K \Rightarrow M = \pi \Delta \sum (r_1 Q)^{(1+\alpha)} r_1 (1 + Q) K \Rightarrow \\ M &= \pi \Delta \sum r_1^{(2+\alpha)} K \left[ Q^{(1+\alpha)} + Q^{(2+\alpha)} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

<sup>1</sup> para este modelo considera-se  $\delta_r = \frac{R_{H,m}}{2}$ .

<sup>2</sup> ou seja, o embrião pode acretar menos ou mais massa de sua zona de alimentação “feeding zone”.



Denotando por  $C = \pi\Delta \sum r_1^{(2+\alpha)}$  a parte de 19 que não depende da massa  $M$  do embrião e fazendo  $A(Q(K(M))) = Q^{(1+\alpha)}$  e  $B(Q(K(M))) = Q^{(2+\alpha)} = AQ$  temos que

$$M = CK(A + B)$$

E  $F$  é então dada por

$$F = CK(A + B) - M \quad (20)$$

**Cálculo de  $\frac{dF}{dM}$**

Derivando 20 com relação a  $M$  obtemos

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dM} &= \frac{d}{dM}[CK(A + B)] - 1 = C \left[ \frac{dK}{dM}(A + B) + K \frac{d(A + B)}{dM} \right] - 1 \Rightarrow \\ \frac{dF}{dM} &= C \left[ \frac{dK}{dM}(A + B) + K \left( \frac{dA}{dM} + \frac{dB}{dM} \right) \right] - 1 \Rightarrow \\ \frac{dF}{dM} &= C \left[ \frac{dK}{dM}(A + B) + K \left( \frac{dA}{dQ} \frac{dQ}{dK} \frac{dK}{dM} + \frac{dB}{dQ} \frac{dQ}{dK} \frac{dK}{dM} \right) \right] - 1 \Rightarrow \\ \frac{dF}{dM} &= C \left\{ \frac{dK}{dM}(A + B) + K \left[ \frac{dQ}{dK} \frac{dK}{dM} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) \right] \right\} - 1 \end{aligned} \quad (21)$$

Substituindo os valores das derivadas 9, 10, 11 e 12 em 21 ficamos com

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dM} &= C \left\{ \frac{K^{-2}Q^{(1+\alpha)}(1 + Q)}{9M_\odot} + K \left[ \frac{4\Delta K^{-2}}{9(2 - \Delta K)^2 M_\odot} \left( (1 + \alpha)Q^\alpha + (2 + \alpha)Q^{(1+\alpha)} \right) \right] \right\} - 1 \Rightarrow \\ \frac{dF}{dM} &= \frac{CQ^\alpha K^{-2}}{9M_\odot} \left\{ Q(1 + Q) + \frac{4\Delta K}{(2 - \Delta K)^2} \left[ (1 + \alpha) + (2 + \alpha)Q \right] \right\} - 1 \Rightarrow \\ \frac{dF}{dM} &= \frac{CQ^\alpha K^{-2}}{9M_\odot} \left\{ Q(1 + Q) + \frac{4\Delta K}{(2 - \Delta K)^2} \left[ (1 + \alpha)(1 + Q) + Q \right] \right\} - 1 \end{aligned} \quad (22)$$

**Cálculo de  $\frac{d^2F}{dM^2}$**

Derivando 21 com relação a  $M$  obtemos

$$\frac{d^2F}{dM^2} = C \left\{ \frac{d^2K}{dM^2}(A + B) + \frac{dK}{dM} \left( \frac{dA}{dM} + \frac{dB}{dM} \right) + \frac{dK}{dM} \left[ \frac{dQ}{dK} \frac{dK}{dM} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) \right] + K \frac{d}{dM} \left[ \frac{dQ}{dK} \frac{dK}{dM} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) \right] \right\}$$

Temos que  $\frac{d}{dM} \left[ \frac{dQ}{dK} \frac{dK}{dM} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) \right] = \frac{dQ}{dK} \frac{d^2K}{dM^2} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right)$ , pois  $\frac{dA}{dQ}$ ,  $\frac{dB}{dQ}$  e  $\frac{dQ}{dK}$  independentem de  $M$ . Portanto,

$$\begin{aligned} \frac{d^2F}{dM^2} &= C \left[ \frac{d^2K}{dM^2}(A + B) + \frac{dK}{dM} \left( \frac{dA}{dQ} \frac{dQ}{dK} \frac{dK}{dM} + \frac{dB}{dQ} \frac{dQ}{dK} \frac{dK}{dM} \right) + \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{dK}{dM} \right)^2 \frac{dQ}{dK} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) + K \frac{dQ}{dK} \frac{d^2K}{dM^2} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) \right] \Rightarrow \\ \frac{d^2F}{dM^2} &= C \left[ \frac{d^2K}{dM^2}(A + B) + \left( \frac{dK}{dM} \right)^2 \frac{dQ}{dK} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) + \left( \frac{dK}{dM} \right)^2 \frac{dQ}{dK} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) + K \frac{d^2K}{dM^2} \frac{dQ}{dK} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) \right] \Rightarrow \\ \frac{d^2F}{dM^2} &= C \left[ \frac{d^2K}{dM^2}(A + B) + 2 \left( \frac{dK}{dM} \right)^2 \frac{dQ}{dK} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) + \right. \end{aligned}$$

$$K \frac{d^2 K}{dM^2} \frac{dQ}{dK} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 F}{dM^2} = C \left\{ \frac{d^2 K}{dM^2} (A + B) + \frac{dQ}{dK} \left( \frac{dA}{dQ} + \frac{dB}{dQ} \right) \left[ 2 \left( \frac{dK}{dM} \right)^2 + K \frac{d^2 K}{dM^2} \right] \right\} \quad (23)$$

Vamos provar que  $2 \left( \frac{dK}{dM} \right)^2 = -K \frac{d^2 K}{dM^2}$  para simplificar a equação 23.

Substituindo a equação 12 temos que

$$2 \left( \frac{dK}{dM} \right)^2 = 2 \left( \frac{1}{9} \frac{K^{-2}}{M_\odot} \right)^2 = \frac{2}{81} \frac{K^{-4}}{M_\odot^2}$$

E substituindo as equações 12 e 13 temos que

$$-K \frac{d^2 K}{dM^2} = -K \frac{d \left( \frac{dK}{dM} \right)}{dM} = -K \frac{d \left( \frac{dK}{dM} \right)}{dK} \frac{dK}{dM} = -K \frac{-2}{9} \frac{K^{-3}}{M_\odot} \frac{1}{9} \frac{K^{-2}}{M_\odot} = \frac{2}{81} \frac{K^{-4}}{M_\odot^2}$$

Logo, a equação 23 fica

$$\frac{d^2 F}{dM^2} = C \frac{d^2 K}{dM^2} (A + B) \quad (24)$$

Substituindo os valores das derivadas 12 e 13; e os valores de  $A$  e  $B$  na equação acima, temos

$$\frac{d^2 F}{dM^2} = C \frac{d^2 K}{dM^2} (A + B) = C \frac{d \left( \frac{dK}{dM} \right)}{dM} \left[ Q^{(1+\alpha)} + Q^{(2+\alpha)} \right] =$$

$$C \frac{d \left( \frac{dK}{dM} \right)}{dK} \frac{dK}{dM} Q^{(1+\alpha)} (1 + Q) \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 F}{dM^2} = C \frac{-2}{9} \frac{K^{-3}}{M_\odot} \frac{1}{9} \frac{K^{-2}}{M_\odot} Q^{(1+\alpha)} (1 + Q) \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 F}{dM^2} = -\frac{2CK^{-5}Q^{(1+\alpha)}(1+Q)}{81M_\odot^2} \quad (25)$$

### Cálculo da Massa $M_1$ para o primeiro embrião

Dado o raio-vetor  $r$  do primeiro embrião sua massa  $M$  pode ser obtida através da equação 18 considerando  $r_1 = r$  e  $M_1 = M$ . Logo,

$$M = \pi \Delta \sum r^{(1+\alpha)} (r_1 + r) K = \pi \Delta \sum r^{(1+\alpha)} (r_1 + r) \left( \frac{M_1 + M}{3M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}} = \pi \Delta \sum r^{(1+\alpha)} 2r \left( \frac{2M}{3M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow$$

$$M_1 = (16)^{\frac{1}{3}} \pi \Delta \sum r_1^{(2+\alpha)} \left( \frac{M_1}{3M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow M_1^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{16}{3M_\odot}} \pi \Delta \sum r_1^{(2+\alpha)} \Rightarrow$$

$$M_1 = \frac{4}{\sqrt{3M_\odot}} \left[ \pi \Delta \sum r_1^{(2+\alpha)} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (26)$$

Ou, denotando por  $C = \pi \Delta \sum r_1^{(1+\alpha)} (r_1 + r)$  em 18, já que  $r_1 = r$ , tem-se

$$M_1 = \sqrt{\frac{2}{3M_\odot}} C^{\frac{3}{2}} \quad (27)$$

Agora, basta iterar o método de Newton-Raphson  $\left( M_{i+1} = M_i - \frac{F(M_i)}{\frac{dF(M_i)}{dM}} \right)$ , verificando as condições de convergência do mesmo, para encontrar as massas dos outros embriões; e substituí-las em 1 na equação 15 para encontrar seus raio-vetores  $r$ .

## Observações

O problema na equação 22 será quando o denominador  $(2 - \Delta K)^2$  for nulo. Vamos analisar para que soma mínima de massas  $(M_1 + M)$  isso deverá acontecer.

$$(2 - \Delta K)^2 = 0 \Rightarrow 2 - \Delta K = 0 \Rightarrow 2 = \Delta K \Rightarrow K = \frac{2}{\Delta}$$

Mas, pela equação 1,  $K = \left(\frac{M_1 + M}{3M_\odot}\right)^{\frac{1}{3}}$ , o que implica que

$$\frac{M_1 + M}{3M_\odot} = \left(\frac{2}{\Delta}\right)^3$$

Vamos supor que  $(M_1 + M) = \delta M_\odot$ , isto é, a soma das massas  $(M_1 + M)$  dos embriões é proporcional a massa  $M_\odot$  do Sol (é dada em massas solares).

Com isso,

$$\frac{\delta M_\odot}{3M_\odot} = \left(\frac{2}{\Delta}\right)^3 \Rightarrow \frac{\delta}{3} = \left(\frac{2}{\Delta}\right)^3 \Rightarrow \delta = 3\left(\frac{2}{\Delta}\right)^3$$

Para que  $\delta$  seja mínimo  $\Delta$  tem que ser máximo. Como sabemos que geralmente  $5 \leq \Delta \leq 10$ , então

$$\delta = 3\left(\frac{2}{10}\right)^3 \Rightarrow \delta = 0.024$$

Ou seja, a soma das massas  $(M_1 + M)$  tem que ser no mínimo  $\frac{24}{1000}$  da massa do Sol ( $24 \times 10^{-3} M_\odot = 240 \times 10^{-4} M_\odot$ ).

Para se ter uma idéia, a massa de Júpiter que é o maior planeta do Sistema Solar é  $9.5425 \times 10^{-4} M_\odot$ . Logo, é muito difícil esse denominador ser igual a zero!

## REFERÊNCIAS

- Agnor, C. B., Canup, R. M., and Levison, H. F. (1999). On the Character and Consequences of Large Impacts in the Late Stage of Terrestrial Planet Formation. *142:219–237*.
- Alemi, A. and Stevenson, D. (2006). Why Venus has No Moon. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #38*, volume 38 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 491.
- Alfvén, H. and Arrhenius, G. (1972). Origin and Evolution of the Earth-Moon System. *Moon*, 5:210–230.
- Alvarellos, Jr., J. L. and Dones, L. (1996). Orbital Stability of Hypothetical Distant Satellites of the Jovian Planets. In *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting #27*, volume 28 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1185.
- Amarante, A. (2012). *Formação coorbital com a Terra e origem de Theia. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.*
- Asphaug, E. (2010). Similar-sized collisions and the diversity of planets. *Chemie der Erde / Geochemistry*, 70:199–219.
- Asphaug, E. (2014). Impact Origin of the Moon? *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 42:551–578.
- Asphaug, E. and Reufer, A. (2013). Late origin of the Saturn system. *223:544–565*.
- Belbruno, E. and Gott, III, J. R. (2005). Where Did the Moon Come From? *129:1724–1745*.
- Ben Othman, D., Luck, J. M., Bodinier, J. L., Arndt, N. T., and Albarède, F. (2006). Cu Zn isotopic variations in the Earth's mantle. *Geochimica et Cosmochimica Acta Supplement*, 70:A46–A46.
- Benz, W., Cameron, A. G. W., and Melosh, H. J. (1989). The origin of the moon and the single impact hypothesis. III. *81:113–131*.
- Benz, W., Slattery, W. L., and Cameron, A. G. W. (1986). Short note: Snapshots from a three-dimensional modeling of a giant impact. In Hartmann, W. K., Phillips, R. J., and Taylor, G. J., editors, *Origin of the Moon*, page 617.
- Borderies-Rappaport, N. and Longaretti, P.-Y. (1994). Test particle motion around an oblate planet. *107:129*.
- Brouwer, D. and Clemence, G. M. (1961). *Methods of celestial mechanics*.
- Brozović, M., Showalter, M. R., Jacobson, R. A., and Buie, M. W. (2015). The orbits and masses of satellites of Pluto. *246:317–329*.

- Burns, J. A. (1973). Where are the Satellites of the Inner Planets? *Nature Physical Science*, 242:23–25.
- Burns, J. A., editor (1977). *Planetary satellites*.
- Burns, J. A. and Matthews, M. S., editors (1986). *Satellites*.
- Cameron, A. G. W. (1985). Formation of the prelunar accretion disk. 62:319–327.
- Cameron, A. G. W. (2000). *Higher-resolution Simulations of the Giant Impact*, pages 133–144.
- Cameron, A. G. W. and Benz, W. (1991). The origin of the moon and the single impact hypothesis. IV. 92:204–216.
- Cameron, A. G. W. and Ward, W. R. (1976). The Origin of the Moon. In *Lunar and Planetary Science Conference*, volume 7 of *Lunar and Planetary Science Conference*.
- Canup, R. M. (2004a). Dynamics of Lunar Formation. 42:441–475.
- Canup, R. M. (2004b). Simulations of a late lunar-forming impact. 168:433–456.
- Canup, R. M. (2008). Lunar-forming collisions with pre-impact rotation. 196:518–538.
- Canup, R. M. (2012). Forming a Moon with an Earth-like Composition via a Giant Impact. *Science*, 338:1052.
- Canup, R. M. and Asphaug, E. (2001). Origin of the Moon in a giant impact near the end of the Earth's formation. 412:708–712.
- Canup, R. M., Ward, W. R., and Cameron, A. G. W. (2001). A Scaling Relationship for Satellite-Forming Impacts. 150:288–296.
- Chambers, J. (2014). Forming Terrestrial Planets. *Science*, 344:479–480.
- Chambers, J. E. (1999). A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. 304:793–799.
- Chambers, J. E. (2001). Making More Terrestrial Planets. 152:205–224.
- Chambers, J. E. and Wetherill, G. W. (1998). Making the Terrestrial Planets: N-Body Integrations of Planetary Embryos in Three Dimensions. 136:304–327.
- Chambers, J. E., Wetherill, G. W., and Boss, A. P. (1996). The Stability of Multi-Planet Systems. 119:261–268.
- Chancia, R. A., Hedman, M. M., and French, R. G. (2017). Weighing Uranus' moon Cressida with the eta ring.
- Chancia, R. O. and Hedman, M. M. (2016). Are There Moonlets Near the Uranian  $\alpha$  and  $\beta$  Rings? 152:211.

- Chanut, T., Winter, O. C., and Tsuchida, M. (2008). Nebular gas drag and co-orbital system dynamics. *Astronomy and Astrophysics*, 481:519–527. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Claeys, Philippe; Morbidelli, A. (2011). Late Heavy Bombardment. [https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-642-11274-4\\_869](https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-642-11274-4_869). Acessado: 11-08-2017.
- Clayton, R. N. and Mayeda, T. K. (1975). Genetic relations between the moon and meteorites. In *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, volume 6 of *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, pages 1761–1769.
- Colwell, J. E. and Esposito, L. W. (1990). A numerical model of the Uranian dust rings. 86:530–560.
- Colwell, J. E. and Esposito, L. W. (1992). Origins of the rings of Uranus and Neptune. I - Statistics of satellite disruptions. 97:10.
- Connors, M., Stacey, G., Brassier, R., and Wiegert, P. (2005). A survey of orbits of co-orbital of Mars. *Planetary and Space Science*, 53:617–624.
- Ćuk, M. (2012). Chronology and sources of lunar impact bombardment. 218:69–79.
- Ćuk, M. and Burns, J. A. (2004). On the Secular Behavior of Irregular Satellites. 128:2518–2541.
- Ćuk, M. and Stewart, S. T. (2012). Making the Moon from a Fast-Spinning Earth: A Giant Impact Followed by Resonant Despinning. *Science*, 338:1047.
- Daly, R. A. (1946). Origin of the Moon and Its Topography. *PAPS*, 90.
- Dambeck, T. (2012). Retuschen an der Entstehungsgeschichte des Erdtrabanten. <https://www.nzz.ch/wissen/wissenschaft/retuschen-an-der-entstehungsgeschichte-des-erdtrabanten-1.17592343>. Acessado: 09-08-2017.
- Darwin, G. H. (1879). A tidal theory of the evolution of satellites. *The Observatory*, 3:79–84.
- Dawson, R. I., French, R. G., and Showalter, M. R. (2009). Dynamical Interactions among the Small Inner Moons of Uranus. In *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting #40*, volume 40 of *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting*, page 899.
- Dawson, R. I., French, R. G., and Showalter, M. R. (2010). Packed Perturbers: Short-term Interactions Among Uranus's Inner Moons. In *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting #41*, volume 42 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 933.
- Dermott, S. F. and Murray, C. D. (1981a). The dynamics of tadpole and horseshoe orbits. I - Theory. II - The coorbital satellites of Saturn. 48:1–22.
- Dermott, S. F. and Murray, C. D. (1981b). The dynamics of tadpole and horseshoe orbits II. The coorbital satellites of saturn. 48:12–22.

- Drake, M. J. (1986). Is lunar bulk material similar to earth's mantle? In Hartmann, W. K., Phillips, R. J., and Taylor, G. J., editors, *Origin of the Moon*, pages 105–124.
- Dumas, C., Smith, B. A., and Terrile, R. J. (2003). Hubble Space Telescope NICMOS Multiband Photometry of Proteus and Puck. 126:1080–1085.
- Duncan, M. J., Levison, H. F., and Lee, M. H. (1998). A Multiple Time Step Symplectic Algorithm for Integrating Close Encounters. 116:2067–2077.
- Duncan, M. J. and Lissauer, J. J. (1997). Orbital Stability of the Uranian Satellite System. 125:1–12.
- Fegley, Jr., B., Gautier, D., Owen, T., and Prinn, R. G. (1991). *Spectroscopy and chemistry of the atmosphere of Uranus*, pages 147–203.
- Fischer, R. A. and Ciesla, F. J. (2014). Dynamics of the terrestrial planets from a large number of N-body simulations. *Earth and Planetary Science Letters*, 392:28–38.
- Franco, P. K. (2016). *Formação de Planetas Terrestres: O caso de colisões ineficientes. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.*
- Freeman, D. (2013). How Old Is The Moon? 100 Million Years Younger Than Once Thought, New Research Suggests. [http://www.huffingtonpost.com/2013/09/23/how-old-is-the-moon-younger-research\\_n\\_3975109.html?ir=Science](http://www.huffingtonpost.com/2013/09/23/how-old-is-the-moon-younger-research_n_3975109.html?ir=Science). Acessado: 08-08-2017.
- French, R. G., Dawson, R. I., and Showalter, M. R. (2015). Resonances, Chaos, and Short-term Interactions Among the Inner Uranian Satellites. 149:142.
- French, R. S. and Showalter, M. R. (2012). Cupid is doomed: An analysis of the stability of the inner uranian satellites. 220:911–921.
- Frouard, J., Fouchard, M., and Vienne, A. (2010). About the dynamics of the evection resonance. 515:A54.
- Garrick-Bethell, I., Nimmo, F., and Wicczorek, M. A. (2010). Structure and Formation of the Lunar Farside Highlands. *Science*, 330:949.
- Gazetteer (2006). Planet and Satellite Names and Discoverers. <https://planetarynames.wr.usgs.gov/Page/Planets>. Acessado: 26-08-2017.
- Giorgini, J. D., Yeomans, D. K., Chamberlin, A. B., Chodas, P. W., Jacobson, R. A., Keesey, M. S., Lieske, J. H., Ostro, S. J., Standish, E. M., and Wimberly, R. N. (1996). JPL's On-Line Solar System Data Service. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #28*, volume 28 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1158.
- Giuliatti Winter, S. M., Winter, O. C., Vieira Neto, E., and Sfair, R. (2013). Stable regions around Pluto. 430:1892–1900.

- Giuliatti Winter, S. M., Winter, O. C., Vieira Neto, E., and Sfair, R. (2014). A peculiar stable region around Pluto. *439:3300–3307*.
- Goldreich, P. and Tremaine, S. (1980). Disk-satellite interactions. *241:425–441*.
- Gray, D. (2003). Book Review: *The Big Splat or How Our Moon Came to Be*. *97:299–300*.
- Greenberg, R. (1981). Apsidal precession of orbits about an oblate planet. *86:912–914*.
- Haghighipour, N. and Boss, A. P. (2003). On Pressure Gradients and Rapid Migration of Solids in a Nonuniform Solar Nebula. *583:996–1003*.
- Halliday, A. N. (2000). Terrestrial accretion rates and the origin of the Moon. *Earth and Planetary Science Letters*, *176:17–30*.
- Hamilton, D. P. and Krivov, A. V. (1997). Dynamics of Distant Moons of Asteroids. *128:241–249*.
- Hansen, B. M. S. (2009). Formation of the Terrestrial Planets from a Narrow Annulus. *703:1131–1140*.
- Harrington, R. S. and Seidelmann, P. K. (1981). The Dynamics of the Saturnian Satellites 1980S1 and 1980S3. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 13 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 573. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Hartmann, W. K. and Davis, D. R. (1975). Satellite-sized planetesimals and lunar origin. *24:504–514*.
- Hayashi, C. (1981). Structure of the Solar Nebula, Growth and Decay of Magnetic Fields and Effects of Magnetic and Turbulent Viscosities on the Nebula. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, *70:35–53*.
- Hayashi, C., Adachi, I., and Nakazawa, K. (1976). Formation of the Planets. *Progress of Theoretical Physics*, *55:945–946*.
- Henon, M. (1969). Numerical exploration of the restricted problem, V. *1:223–238*.
- Henon, M. (1970). Numerical exploration of the restricted problem. VI. Hill's case: Non-periodic orbits. *9:24–36*.
- Herwartz, D., Pack, A., Friedrichs, B., and Bischoff, A. (2014). Identification of the giant impactor Theia in lunar rocks. *Science*, *344:1146–1150*.
- Hood, L. L., Mitchell, D. L., Lin, R. P., Acuna, M. H., and Binder, A. B. (1999). Initial measurements of the lunar induced magnetic dipole moment using Lunar Prospector Magnetometer data. *26:2327–2330*.
- Ida, S., Canup, R. M., and Stewart, G. R. (1997). Lunar accretion from an impact-generated disk. *389:353–357*.
- Innanen, K. A. (1991). The Prediction and Discovery of a Martian Trojan Asteroid. *The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, *85(4):151–157*.



- Izidoro, A., de Souza Torres, K., Winter, O. C., and Haghhighipour, N. (2013). A Compound Model for the Origin of Earth's Water. *767:54*.
- Izidoro, A., Haghhighipour, N., Winter, O. C., and Tsuchida, M. (2014). Terrestrial Planet Formation in a Protoplanetary Disk with a Local Mass Depletion: A Successful Scenario for the Formation of Mars. *782:31*.
- Izidoro, A., Raymond, S. N., Morbidelli, A., Hersant, F., and Pierens, A. (2015a). Gas Giant Planets as Dynamical Barriers to Inward-Migrating Super-Earths. *800:L22*.
- Izidoro, A., Raymond, S. N., Morbidelli, A., and Winter, O. C. (2015b). Terrestrial planet formation constrained by Mars and the structure of the asteroid belt. *453:3619–3634*.
- Izidoro, A., Winter, O. C., and Tsuchida, M. (2010). Co-orbital satellites of Saturn: congenital formation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, *405:2132–2140*. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Jacobsen, S. B. (2005). The Hf-W Isotopic System and the Origin of the Earth and Moon. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, *33:531–570*.
- Jacobson, R. A. (1998). The Orbits of the Inner Uranian Satellites from Hubble Space Telescope and Voyager 2 Observations. *115:1195–1199*.
- Jacobson, R. A., Campbell, J. K., Taylor, A. H., and Synnott, S. P. (1992). The masses of Uranus and its major satellites from Voyager tracking data and earth-based Uranian satellite data. *103:2068–2078*.
- Jacobson, S. A. and Morbidelli, A. (2014). Lunar and terrestrial planet formation in the Grand Tack scenario. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, *372:0174*.
- Jin, L., Arnett, W. D., Sui, N., and Wang, X. (2008). An Interpretation of the Anomalously Low Mass of Mars. *674:L105*.
- Jones, J. H. (1998). Tests of the Giant Impact Hypothesis. *Lunar and Planetary Science*.
- Jones, J. H. and Palme, H. (2000). *Geochemical Constraints on the Origin of the Earth and Moon*, pages 197–216.
- Jutzi, M. and Asphaug, E. (2011). Forming the lunar farside highlands by accretion of a companion moon. *476:69–72*.
- Karkoschka, E. (1999). S/1986 U 10. *7171*.
- Karkoschka, E. (2001a). Comprehensive Photometry of the Rings and 16 Satellites of Uranus with the Hubble Space Telescope. *151:51–68*.
- Karkoschka, E. (2001b). Voyager's Eleventh Discovery of a Satellite of Uranus and Photometry and the First Size Measurements of Nine Satellites. *151:69–77*.

- Kaula, W. M. and Yoder, C. F. (1976). Lunar Orbit Evolution and Tidal Heating of the Moon. In *Lunar and Planetary Science Conference*, volume 7 of *Lunar and Planetary Science Conference*.
- Kepler, S. O and Saraiva, M.F. O (2003). *Astronomia e Astrofísica*.
- Kipp, M. E. and Melosh, H. J. (1986). Short note: A preliminary numerical study of colliding planets. In Hartmann, W. K., Phillips, R. J., and Taylor, G. J., editors, *Origin of the Moon*, page 643.
- Kokubo, E. and Ida, S. (1998). Oligarchic Growth of Protoplanets. 131:171–178.
- Kokubo, E. and Ida, S. (2000). Formation of Protoplanets from Planetesimals in the Solar Nebula. 143:15–27.
- Kokubo, E., Kominami, J., and Ida, S. (2006). Formation of Terrestrial Planets from Protoplanets. I. Statistics of Basic Dynamical Properties. 642:1131–1139.
- Kumar, K., de Pater, I., and Showalter, M. R. (2015). Mab's orbital motion explained. 254:102–121.
- Lecacheux, J., Laques, P., Vapillon, L., Auge, A., and Despiiau, R. (1980). A new satellite of Saturn - Dione B. *Icarus*, 43:111–115. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Lecar, M. and Franklin, F. A. (1973). On the original distribution of the asteroids. I. 20:422–436.
- Leinhardt, Z. M. and Stewart, S. T. (2012). Collisions between Gravity-dominated Bodies. I. Outcome Regimes and Scaling Laws. 745:79.
- Levison, H. F. and Duncan, M. J. (1994). The long-term dynamical behavior of short-period comets. 108:18–36.
- Levison, H. F., Morbidelli, A., Tsiganis, K., Nesvorný, D., and Gomes, R. (2011). Late Orbital Instabilities in the Outer Planets Induced by Interaction with a Self-gravitating Planetesimal Disk. 142:152.
- Lewis, K. (2011). Moon formation and orbital evolution in extrasolar planetary systems - A literature review. In *European Physical Journal Web of Conferences*, volume 11 of *European Physical Journal Web of Conferences*, page 04003.
- Lissauer, J. J. (1995). Urey prize lecture: On the diversity of plausible planetary systems. 114:217–236.
- Lissauer, J. J., Goldreich, P., and Tremaine, S. (1985). Evolution of the Janus-Epimetheus Coorbital Resonance Due to Torques from Saturn's Rings. *Icarus*, 64:425–434.
- Llibre, J. and Ollé, M. (2001). The Motion of Saturn Coorbital satellites in the restricted three-body problem. *Astronomy and Astrophysics*, 378:1087–1099.
- Lykawka, P. S. and Ito, T. (2013). Terrestrial Planet Formation during the Migration and Resonance Crossings of the Giant Planets. 773:65.
- McCord, T. B. (1968). The loss of retrograde satellites in the solar system. 73:1497–1500.

- Mechanics, P. (2016). The Earth and Moon Both Contain Equal Parts of an Ancient Planet. <http://www.popularmechanics.com/space/a19143/earth-moon-theia-collision/>. Acessado: 08-08-2017.
- Melosh, H. J. (1990). *Giant impacts and the thermal state of the early Earth.*, pages 69–83.
- Melosh, H. J. (2007). A hydrocode equation of state for SiO<sub>2</sub>. *Meteoritics and Planetary Science*, 42:2079–2098.
- Meyer, J. A. and Lissauer, J. J. (2005). Dynamical Instability and Accretion in the Closely-Spaced Inner Uranian Moon System. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #37*, volume 37 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 679.
- Morbidelli, A., Lunine, J. I., O'Brien, D. P., Raymond, S. N., and Walsh, K. J. (2012). Building Terrestrial Planets. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 40:251–275.
- Morishima, R., Schmidt, M. W., Stadel, J., and Moore, B. (2008). Formation and Accretion History of Terrestrial Planets from Runaway Growth through to Late Time: Implications for Orbital Eccentricity. 685:1247–1261.
- Morishima, R., Stadel, J., and Moore, B. (2010). From planetesimals to terrestrial planets: N-body simulations including the effects of nebular gas and giant planets. 207:517–535.
- Mourão, D. C., Winter, O. C., Yokoyama, T., and Cordeiro, R. R. (2006). On the stability of hypothetical satellites coorbital to Mimas or Enceladus. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 372:1614–1620. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Moynier, F., Albarède, F., and Herzog, G. F. (2006). Isotopic composition of zinc, copper, and iron in lunar samples. 70:6103–6117.
- Moynier, F., Beck, P., Jourdan, F., Yin, Q.-Z., Reimold, U., and Koeberl, C. (2009). Isotopic fractionation of zinc in tektites. *Earth and Planetary Science Letters*, 277:482–489.
- Murdin, P., editor (2000). *Roche, Édouard Albert (1820-83)*.
- Murray, C. D. (1994). Dynamical effects of drag in the circular restricted three-body problem. 1: Location and stability of the Lagrangian equilibrium points. *Icarus*, 112:465–484. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Murray, C. D. and Dermott, S. F. (1999). *Solar System Dynamics*.
- Nagasawa, M., Lin, D. N. C., and Thommes, E. (2005). Dynamical Shake-up of Planetary Systems. I. Embryo Trapping and Induced Collisions by the Sweeping Secular Resonance and Embryo-Disk Tidal Interaction. 635:578–598.
- Namouni, F., Christou, A. A., and Murray, C. D. (1999). Coorbital Dynamics at Large Eccentricity and Inclination. *Physical Review Letters*, 83:2506–2509.

- Nesvorný, D., Alvarellos, J. L. A., Dones, L., and Levison, H. F. (2003). Orbital and Collisional Evolution of the Irregular Satellites. 126:398–429.
- News, B. (2014). Traces of another world found on the Moon. <http://www.bbc.com/news/science-environment-27688511>. Acessado: 08-08-2017.
- Noerdlinger, P. D. (2012). A New Disintegrative Capture Theory for the Origin of the Moon. *ArXiv e-prints*.
- O'Brien, D. P., Morbidelli, A., and Levison, H. F. (2006). Terrestrial planet formation with strong dynamical friction. 184:39–58.
- O'Brien, D. P., Walsh, K. J., Morbidelli, A., Raymond, S. N., and Mandell, A. M. (2014). Water delivery and giant impacts in the Grand Tack scenario. 239:74–84.
- Owen, W. M. and Synnott, S. P. (1987). Orbits of the ten small satellites of Uranus. 93:1268–1271.
- Pahlevan, K. and Stevenson, D. J. (2007). Equilibration in the aftermath of the lunar-forming giant impact. *Earth and Planetary Science Letters*, 262:438–449.
- Paniello, R. C., Day, J. M. D., and Moynier, F. (2012). Zinc isotopic evidence for the origin of the Moon. 490:376–379.
- Peale, S. J. (1999). Origin and Evolution of the Natural Satellites. 37:533–602.
- Pierens, A. and Raymond, S. N. (2011). Two phase, inward-then-outward migration of Jupiter and Saturn in the gaseous solar nebula. 533:A131.
- Pires Dos Santos, P. M., Giuliatti Winter, S. M., and Sfair, R. (2011). Gravitational effects of Nix and Hydra in the external region of the Pluto-Charon system. 410:273–279.
- Plait, P. (2014). Why Do We Have a Two-Faced Moon? <https://theconversation.com/was-our-two-faced-moon-in-a-small-collision-2659>. Acessado: 08-08-2017.
- Porco, C. C., Baker, E., Barbara, J., Beurle, K., Brahic, A., Burns, J. A., Charnoz, S., Cooper, N., Dawson, D. D., Del Genio, A. D., Denk, T., Dones, L., Dyudina, U., Evans, M. W., Giese, B., Grazier, K., Helfenstein, P., Ingersoll, A. P., Jacobson, R. A., Johnson, T. V., McEwen, A., Murray, C. D., Neukum, G., Owen, W. M., Perry, J., Roatsch, T., Spitale, J., Squyres, S., Thomas, P., Tiscareno, M., Turtle, E., Vasavada, A. R., Veverka, J., Wagner, R., and West, R. (2005). Cassini Imaging Science: Initial Results on Saturn's Rings and Small Satellites. *Science*, 307:1226–1236. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Porter, S. B. and Stern, S. A. (2015). Orbits of Potential Pluto Satellites and Rings Between Charon and Hydra. *ArXiv e-prints*.
- Quarles, B. L. and Lissauer, J. J. (2015). Dynamical evolution of the Earth-Moon progenitors - Whence Theia? 248:318–339.

- Quillen, A. C. (2011). Three-body resonance overlap in closely spaced multiple-planet systems. 418:1043–1054.
- Quillen, A. C. and French, R. S. (2014). Resonant chains and three-body resonances in the closely packed inner Uranian satellite system. 445:3959–3986.
- Quintana, E. V., Barclay, T., Borucki, W. J., Rowe, J. F., and Chambers, J. E. (2016). The Frequency of Giant Impacts on Earth-like Worlds. 821:126.
- Rasio, F. A. and Shapiro, S. L. (1994). Hydrodynamics of binary coalescence. 1: Polytropes with stiff equations of state. 432:242–261.
- Rauch, K. P. and Hamilton, D. P. (2012). HNBODY: Hierarchical N-Body Symplectic Integration Package. Astrophysics Source Code Library.
- Raymond, S. N., Kokubo, E., Morbidelli, A., Morishima, R., and Walsh, K. J. (2014). Terrestrial Planet Formation at Home and Abroad. *Protostars and Planets VI*, pages 595–618.
- Raymond, S. N. and Morbidelli, A. (2014). The Grand Tack model: a critical review. In *Complex Planetary Systems, Proceedings of the International Astronomical Union*, volume 310 of *IAU Symposium*, pages 194–203.
- Raymond, S. N., O'Brien, D. P., Morbidelli, A., and Kaib, N. A. (2009). Building the terrestrial planets: Constrained accretion in the inner Solar System. 203:644–662.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2004). Making other earths: dynamical simulations of terrestrial planet formation and water delivery. 168:1–17.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2005). Terrestrial Planet Formation in Disks with Varying Surface Density Profiles. 632:670–676.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2006). High-resolution simulations of the final assembly of Earth-like planets I. Terrestrial accretion and dynamics. 183:265–282.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2007). High-Resolution Simulations of The Final Assembly of Earth-Like Planets. 2. Water Delivery And Planetary Habitability. *Astrobiology*, 7:66–84.
- Reitsema, H. J. (1981). The Libration of the Saturnian Satellite Dione B. *Icarus*, 48:23–28.
- Renner, S. and Sicardy, B. (2006). Use of the Geometric Elements in Numerical Simulations. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 94:237–248.
- Reufer, A. (2011). *Collisions in planetary systems. Tese (doutorado) - Universidade de Bern, 2011.*
- Reufer, A., Meier, M. M. M., Benz, W., and Wieler, R. (2012). A hit-and-run giant impact scenario. 221:296–299.

- Ringwood, A. E. (1986). Terrestrial origin of the moon. 322:323–328.
- Safronov, V. S. (1972). *Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the earth and planets.*
- Sfair, R. (2011). *Dinâmica dos anéis de poeira e satélites de Urano e do anel F de Saturno. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.*
- Shearer, C. K., Hess, P. C., Wiczorek, M. A., Pritchard, M. E., Parmentier, E. M., Borg, L. E., Longhi, J., Elkins-Tanton, L. T., Neal, C. R., Antonenko, I., Canup, R. M., Halliday, A. N., Grove, T. L., Hager, B. H., Lee, D. C., and Wiechert, U. (2006). Thermal and Magmatic Evolution of the Moon. *Reviews in Mineralogy and Geochemistry*, 60:365–518.
- Sheppard, S. S., Jewitt, D., and Kleyna, J. (2005). An Ultradeep Survey for Irregular Satellites of Uranus: Limits to Completeness. 129:518–525.
- Sheppard, S. S. and Trujillo, C. A. (2009). A survey for satellites of Venus. 202:12–16.
- Showalter, M. R. and Hamilton, D. P. (2015). Resonant interactions and chaotic rotation of Pluto's small moons. 522:45–49.
- Showalter, M. R. and Lissauer, J. J. (2003). S/2003 U 1 and S/2003 U 2. 8209.
- Showalter, M. R. and Lissauer, J. J. (2006). The Second Ring-Moon System of Uranus: Discovery and Dynamics. *Science*, 311:973–977.
- Smith, B. A. (1986). Satellites and Rings of Uranus. IAU Circular.
- Smith, B. A., Soderblom, L. A., Beebe, R., Bliss, D., Brown, R. H., Collins, S. A., Boyce, J. M., Briggs, G. A., Brahic, A., Cuzzi, J. N., and Morrison, D. (1986). Voyager 2 in the Uranian system - Imaging science results. *Science*, 233:43–64.
- Soderman (2016). Evidence for Moon-Forming Impact Found Inside Meteorites. <https://sservi.nasa.gov/articles/evidence-for-moon-forming-impact-found-inside-meteorites/>. Acesso: 08-08-2017.
- Stern, S. A., Bagenal, F., Ennico, K., Gladstone, G. R., Grundy, W. M., McKinnon, W. B., Moore, J. M., Olkin, C. B., Spencer, J. R., Weaver, H. A., Young, L. A., Andert, T., Andrews, J., Banks, M., Bauer, B., Bauman, J., Barnouin, O. S., Bedini, P., Beisser, K., Beyer, R. A., Bhaskaran, S., Binzel, R. P., Birath, E., Bird, M., Bogan, D. J., Bowman, A., Bray, V. J., Brozovic, M., Bryan, C., Buckley, M. R., Buie, M. W., Buratti, B. J., Bushman, S. S., Calloway, A., Carcich, B., Cheng, A. F., Conard, S., Conrad, C. A., Cook, J. C., Cruikshank, D. P., Custodio, O. S., Dalle Ore, C. M., Deboy, C., Dischner, Z. J. B., Dumont, P., Earle, A. M., Elliott, H. A., Ercol, J., Ernst, C. M., Finley, T., Flanigan, S. H., Fountain, G., Freeze, M. J., Greathouse, T., Green, J. L., Guo, Y., Hahn, M., Hamilton, D. P., Hamilton, S. A., Hanley, J., Harch, A., Hart, H. M., Hersman, C. B., Hill, A., Hill, M. E., Hinson, D. P., Holdridge, M. E., Horanyi, M., Howard, A. D., Howett, C. J. A., Jackman,

- C., Jacobson, R. A., Jennings, D. E., Kammer, J. A., Kang, H. K., Kaufmann, D. E., Kollmann, P., Krimigis, S. M., Kusnierkiewicz, D., Lauer, T. R., Lee, J. E., Lindstrom, K. L., Linscott, I. R., Lisse, C. M., Lunsford, A. W., Mallder, V. A., Martin, N., McComas, D. J., McNutt, R. L., Mehoke, D., Mehoke, T., Melin, E. D., Mutchler, M., Nelson, D., Nimmo, F., Nunez, J. I., Ocampo, A., Owen, W. M., Paetzold, M., Page, B., Parker, A. H., Parker, J. W., Pelletier, F., Peterson, J., Pinkine, N., Piquette, M., Porter, S. B., Protopapa, S., Redfern, J., Reitsema, H. J., Reuter, D. C., Roberts, J. H., Robbins, S. J., Rogers, G., Rose, D., Runyon, K., Retherford, K. D., Ryschkewitsch, M. G., Schenk, P., Schindhelm, E., Sepan, B., Showalter, M. R., Singer, K. N., Soluri, M., Stanbridge, D., Steffl, A. J., Strobel, D. F., Stryk, T., Summers, M. E., Szalay, J. R., Tapley, M., Taylor, A., Taylor, H., Throop, H. B., Tsang, C. C. C., Tyler, G. L., Umurhan, O. M., Verbiscer, A. J., Versteeg, M. H., Vincent, M., Webbert, R., Weidner, S., Weigle, G. E., White, O. L., Whittenburg, K., Williams, B. G., Williams, K., Williams, S., Woods, W. W., Zangari, A. M., and Zirnstein, E. (2015). The Pluto system: Initial results from its exploration by New Horizons. *Science*, 350:aad1815.
- Stevenson, D. J. (1987). Origin of the moon - The collision hypothesis. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 15:271–315.
- Tabachnick, S. and Evans, N. W. (1999). Cartography for Martian Trojans. *The Astronomical Journal*, 517:L63–L66.
- Thomas, P., Weitz, C., and Veverka, J. (1989). Small satellites of Uranus - Disk-integrated photometry and estimated radii. 81:92–101.
- Thomas, P. C. (1988). Radii, shapes, and topography of the satellites of Uranus from limb coordinates. 73:427–441.
- Tiscareno, M. S., Thomas, P. C., and Burns, J. A. (2009). The rotation of Janus and Epimetheus. 204:254–261.
- Touboul, M., Kleine, T., Bourdon, B., Palme, H., and Wieler, R. (2007). Late formation and prolonged differentiation of the Moon inferred from W isotopes in lunar metals. 450:1206–1209.
- Touma, J. and Wisdom, J. (1994). Evolution of the Earth-Moon system. 108:1943–1961.
- Touma, J. and Wisdom, J. (1998). Resonances in the Early Evolution of the Earth-Moon System. 115:1653–1663.
- Treffenstädt, L. L., Mourão, D. C., and Winter, O. C. (2015). Formation of the Janus-Epimetheus system through collisions. 583:A80.
- Urey, H. C., editor (1952). *The planets: Their origin and development*.
- Vieira Martins, R. S., Lazzaro, D., and Sessin, W. (1989). *Orbital Dynamics of Natural and Artificial Objects*.
- Vieira Neto, E., Winter, O. C., and Yokoyama, T. (2006). Effect of Jupiter's mass growth on satellite capture. The prograde case. 452:1091–1097.

- Walsh, K. J., Morbidelli, A., Raymond, S. N., O'Brien, D. P., and Mandell, A. M. (2011). A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration. *475:206–209*.
- Ward, W. R. and Reid, M. J. (1973). Solar tidal friction and satellite loss. *164:21*.
- Warren, P. H. (1985). The magma ocean concept and lunar evolution. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 13:201–240.
- Weber, R. C., Lin, P.-Y., Garnero, E. J., Williams, Q., and Lognonné, P. (2011). Seismic Detection of the Lunar Core. *Science*, 331:309.
- Weidenschilling, S. J. (1980). Dust to planetesimals - Settling and coagulation in the solar nebula. *44:172–189*.
- Weidenschilling, S. J., Spaute, D., Davis, D. R., Marzari, F., and Ohtsuki, K. (1997). Accretional Evolution of a Planetesimal Swarm. *128:429–455*.
- Wetherill, G. W. (1976). The role of large bodies in the formation of the earth and moon. In Merrill, R. B., editor, *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, volume 7 of *Lunar and Planetary Science Conference Proceedings*, pages 3245–3257.
- Wetherill, G. W. (1978). Accumulation of the terrestrial planets. In Gehrels, T., editor, *IAU Colloq. 52: Protostars and Planets*, pages 565–598.
- Wetherill, G. W. (1986). Accumulation of the terrestrial planets and implications concerning lunar origin. In Hartmann, W. K., Phillips, R. J., and Taylor, G. J., editors, *Origin of the Moon*, pages 519–550.
- Wiechert, U., Halliday, A. N., Lee, D.-C., Snyder, G. A., Taylor, L. A., and Rumble, D. (2001). Oxygen Isotopes and the Moon-Forming Giant Impact. *Science*, 294:345–348.
- Wiegert, P. A., Innanen, K. A., and Mikkola, S. (1997). An Asteroidal Companion to the Earth. *Nature*, 387:685–686.
- Wilhelms, D. E. (1993). *To a rocky moon - A geologist's history of lunar exploration*.
- Wisdom, J. and Holman, M. (1991). Symplectic maps for the n-body problem. *102:1528–1538*.
- Yoder, C. F. (1979). Notes on the origin of the Trojan asteroids. *Icarus*, 40:341–344. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Yoder, C. F., Colombo, C., Synnott, S. P., and Yoder, K. A. (1983). Theory of Motion of Saturn's Co-orbiting Satellites. *Icarus*, 53:431–443.
- Yoder, C. F., Synnott, S. P., and Salo, H. (1989). Orbits and Masses of Saturn's Co-orbiting Satellites, Janus and Epimetheus. *The Astronomical Journal*, 98:1875–1889.
- Yokoyama, T. (1999). Dynamics of some fictitious satellites of Venus and Mars. *47:619–627*.



- Yokoyama, T., Vieira Neto, E., Winter, O. C., Sanchez, D. M., and Brazil, P. O. (2008). On the Evection Resonance and Its Connection to the Stability of Outer Satellites. *Mathematical Problems in Engineering*.
- Young, E. D., Kohl, I. E., Warren, P. H., Rubie, D. C., Jacobson, S. A., and Morbidelli, A. (2016). Oxygen isotopic evidence for vigorous mixing during the Moon-forming giant impact. *Science*, 351:493–496.
- Zahnle, K., Arndt, N., Cockell, C., Halliday, A., Nisbet, E., Selsis, F., and Sleep, N. H. (2007). Emergence of a Habitable Planet. 129:35–78.
- Zhou, L., Dvorak, R., and Sun, Y. (2008). On the Dynamics of Inclined Neptune's Trojans.