

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

VICTOR CORREA LATTARI

Determinação da forma de asteroides a partir da inversão de curvas de luz

Guaratinguetá

2016

Victor Correa Lattari

Determinação da forma de asteroides a partir da inversão de curvas de luz

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Física

.

Orientador: Prof^o Dr. Rafael Sfair

Guaratinguetá

2016

L364d Lattari, Victor Correa
Determinação da forma de asteroides a partir da inversão de curvas de luz/ Victor Correa Lattari – Guaratinguetá, 2016.

112 f.: il.

Bibliografia: f. 72-74

Trabalho de Graduação em Bacharelado em Física – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Sfair

1. Asteroides 2. Curvas de Luz 3. Inversão de Curvas de Luz

I. Determinação da forma de asteroides a partir da inversão de curvas de luz.

CDU 523.44

VICTOR CORREA LATTARI

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM BACHARELADO EM FÍSICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM BACHARELADO EM FÍSICA

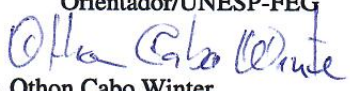

Prof. Dr. Marco Antônio Alvarenga Monteiro

Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. Rafael Sfair

Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. Othon Cabo Winter

UNESP-FEG


Dr. Luiz Augusto Guimarães Boldrin

UNESP-FEG

Dezembro de 2016

DADOS CURRICULARES

VICTOR CORREA LATTARI

NASCIMENTO 1992 - São Paulo / SP

FILIAÇÃO Waldir Lucas Lattari
Luciana Silva Correa Lattari

2008 / 2010 Ensino Médio
Colégio da Vinci Objetivo

2012 / 2016 Bacharelado em Física
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Rafael Sfair, que sempre me apoiou, me incentivou e esteve disposto a ensinar e ajudar em todas as etapas do curso e neste trabalho aqui apresentado tornando-se uma expiração para que continue meus estudos e minha carreira na área acadêmica.

Aos meus pais Waldir Lucas Lattari e Luciana Silva Correa Lattari, meu irmão Matheus Lucas Correa Lattari, que são o alicerce de toda a trajetória e apesar das inúmeras dificuldades enfrentadas sempre mantiveram o apoio financeiro e psicológico para a conclusão do curso. À toda minha família e a minha namorada que junto aos já citados formam a base da minha vida.

A todos os meus amigos, aos DESanimados, que sempre me apoiaram e pelos momentos de descontração e risadas durante as cervejinhas de sexta e sábado. Em especial, a minha turma, Gustavo, Luana e Tiago que desde 2012 sempre foi unida e que a partir dos nossos grupos de estudo tornou a faculdade menos complicada, não esquecendo da Patrícia que se juntou a nós nos últimos anos.

Este trabalho contou com o apoio da seguinte entidade:

FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

*“No one ever won a game by resigning.”
(Savielly Tartakower)*

RESUMO

Curvas de luz são obtidas através do monitoramento da variação da intensidade luminosa refletida por um objeto em função do tempo. No caso de asteroides, a forma das curvas de luz é dependente das suas características físicas, da sua rotação e das condições de iluminação. O método de inversão de curvas de luz, criado por Kaasalainen e Torppa (2001), tem como objetivo determinar o período de rotação, orientação do eixo de rotação e o formato do asteroide (descrito por um modelo de poliedros) via dados fotométricos (curvas de luz). A análise destes parâmetros físicos é feita a partir de um método iterativo com o objetivo de estabelecer uma combinação destes parâmetros físicos que tenha o melhor ajuste sobre todas as curvas de luz. Para aplicar o método de inversão de curvas de luz foram desenvolvidas algumas rotinas computacionais e modificações nos programas para acelerar o processo e aplicá-lo de forma genérica a qualquer asteroide que tenha as curvas de luz disponibilizadas no banco de dados do MPC (*Minor Planets Center*). Este método também é dependente das posições relativas entre o asteroide, Terra e Sol que foram obtidas do sistema *Horizons* da NASA (*National Aeronautics and Space Administration*). Este método foi aplicado à mais de 20 asteroides com o objetivo de determinar o formato do asteroide, definindo o seu período de rotação e os parâmetros do polo definido pelos ângulos λ e β que determinam o eixo de rotação do asteroide. Para todos asteroides foi determinado o período de rotação corroborados pelos dados disponíveis na literatura. Entretanto, não foi possível obter o parâmetro do polo para todos asteroides devido a falta de dados que serão discutidos no trabalho.

PALAVRAS-CHAVE: asteroides. curvas de luz. inversão de curvas de luz. parâmetros do polo.

ABSTRACT

The lightcurves are obtained through the monitoring of variation of the intensity of reflected luminosity by one object in function of the time. In the case of asteroid, the shape of the lightcurves depending of its physical characteristics, of its spin rotation and of the lighting condition. The method of inversion lightcurves was created by Kaasalainen e Torppa (2001) has as the goal to determine the spin rotation period, orientation of the spin rotation axis and the shape of the asteroid (described for a polyhedron model) through the photometric data (lightcurves). The analyse of these physical parameters is do from of one iterative method with the goal to set one combination of these physical parameters that have the best fitting over all lightcurves. To Apply the inversion lightcurves method were developed some computational routines and modification in the programs to speed up the process and apply them in general form to any asteroid tha has the lightcurves available in the data banks of MPC (*Minor Planets Center*). This method alo is dependent of the relative position among the asteroid, earth and sun that were obtained in the system *Horizons* of the NASA (*National Aeronautics and Space Administration*). This method was applied to more than 20 asteroids with the goal to obtain the shape model of the asteroid, rotation period and the pole parameters (λ e β) to determine the spin rotation. For all asteroids were determined the rotation period corroborating by the literature. Otherwise, its not possible to determine the pole parameters for all asteroids because they are not data enough and it will be discussed in this work.

KEYWORDS: asteroids. lightcurves. inversion lightcurves. pole parameters.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Asteroide (25143) Itokawa.	18
Figura 2	Asteroides catalogados na Região Interna do Sistema Solar.	20
Figura 3	Ilustração das órbitas dos NEAS: Amor, Aten e Apollo.	20
Figura 4	Asteroides catalogados na Região Externa do Sistema Solar.	21
Figura 5	Curvas de luz geradas devido à diferentes formas, albedo e inclinações dos asteroides.	23
Figura 6	Fase de rotação de um asteroide elipsoidal.	23
Figura 7	Fluxograma sobre a sequência da utilização dos programas para realizar a inversão de curvas de luz.	27
Figura 8	Arquivos de dados original do MPC, seguido da data da observação em dias julianos e da magnitude observada (relativa ou absoluta).	28
Figura 9	Arquivos de dados de entrada para os programas de inversão de curvas de luz. Nas colunas seguem: a data das observações em dias julianos, a intensidade de luz refletida e as distâncias relativas entre o asteroide e a Terra, e entre o asteroide e o Sol em unidades astronômicas.	29
Figura 10	Período de rotação em função de χ_{rel}^2 para o asteroide (13) Egeria via curvas de luz no filtro C (esquerda) e R (direita).	34
Figura 11	Período de rotação em função de χ_{rel}^2 para o asteroide (26) Proserpina via curvas de luz no filtro C (esquerda) e R (direita).	34
Figura 12	Período de rotação em função de χ_{rel}^2 para o asteroide (105) Artemis via curvas de luz no filtro C (esquerda) e R (direita).	34
Figura 13	Período de rotação em função de χ_{rel}^2 para o asteroide (247) Eukrate via curvas de luz no filtro C (esquerda) e R (direita).	35
Figura 14	Verificação do período de rotação em função do χ_{rel}^2 para alguns asteroides. . .	35
Figura 15	Verificação do período de rotação em função do χ_{rel}^2 para alguns asteroides. . .	36
Figura 16	Verificação do período de rotação em função do χ_{rel}^2 para alguns asteroides. . .	37
Figura 17	Curvas de luz do asteroide (26) Proserpina definidas pela magnitude relativa em função do tempo.	38
Figura 18	Curvas de luz do asteroide (498) Tokio definidas pela magnitude relativa em função do tempo.	39
Figura 19	Exemplo de determinação do polo	42
Figura 20	Ilustração das posições do asteroide (26) Proserpina nas observações de curvas. . .	47
Figura 21	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (26) Proserpina em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	48
Figura 22	Análise do Ajuste das Curvas de Luz do asteroide (26) Proserpina no filtro C . .	48
Figura 23	Ilustração das posições do asteroide (26) Proserpina nas observações de curvas. . .	49

Figura 24	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (26) Proserpina em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	50
Figura 25	Análise do ajuste das curvas de Luz (26) do asteroide Proserpina no filtro R . . .	50
Figura 26	Ilustração das posições do asteroide (35) Leukothea nas observações de curvas.	51
Figura 27	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (35) Leukothea em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	52
Figura 28	Análise do ajuste das curvas de Luz do asteroide (35) Leukothea	52
Figura 29	Ilustração das posições do asteroide (71) Niobe nas observações de curvas. . . .	53
Figura 30	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (71) Niobe em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	54
Figura 31	Análise do ajuste das curvas de Luz do asteroide (71) Niobe	54
Figura 32	Ilustração das posições do asteroide (105) Artemis nas observações de curvas. . .	55
Figura 33	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (105) Artemis em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	56
Figura 34	Análise do ajuste das curvas de Luz do asteroide (105) Artemis	56
Figura 35	Ilustração das posições do asteroide (140) Siwa nas observações de curvas. . . .	57
Figura 36	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (140) Siwa em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	58
Figura 37	Análise do Ajuste das Curvas de Luz	58
Figura 38	Ilustração das posições do asteroide (145) Adeona nas observações de curvas. . .	59
Figura 39	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (145) Adeona em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	60
Figura 40	Análise do Ajuste das Curvas de Luz	60
Figura 41	Ilustração das posições do asteroide (168) Sibylla nas observações de curvas. . .	61
Figura 42	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (168) Sibylla em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	62
Figura 43	Análise do Ajuste das Curvas de Luz	62
Figura 44	Ilustração das posições do asteroide (182) Elsa nas observações de curvas. . . .	63
Figura 45	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (182) Elsa em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	64
Figura 46	Análise do Ajuste das Curvas de Luz	64
Figura 47	Ilustração das posições do asteroide (215) Oenone nas observações de curvas. . .	65
Figura 48	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (215) Oenone em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	66
Figura 49	Análise do Ajuste das Curvas de Luz	66
Figura 50	Ilustração das posições do asteroide (266) Aline nas observações de curvas. . . .	67
Figura 51	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (266) Aline em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	68
Figura 52	Análise do Ajuste das Curvas de Luz	68
Figura 53	Ilustração das posições do asteroide (609) Fulvia nas observações de curvas. . . .	69

Figura 54	Visualização do modelo de poliedros do asteroide (609) Fulvia em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.	70
Figura 55	Análise do Ajuste das Curvas de Luz	70
Figura 56	Ajuste das curvas de luz do asteroide (26) Proserpina - Filtro C	76
Figura 57	Ajuste das curvas de luz do asteroide (26) Proserpina - Filtro R	77
Figura 58	Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C	78
Figura 59	Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C	79
Figura 60	Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C	80
Figura 61	Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C	81
Figura 62	Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C	82
Figura 63	Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C	83
Figura 64	Ajuste das curvas de luz do asteroide (71) Niobe - Filtro R	84
Figura 65	Ajuste das curvas de luz do asteroide (71) Niobe - Filtro R	85
Figura 66	Ajuste das curvas de luz do (105) Artemis - Filtro C	86
Figura 67	Ajuste das curvas de luz do (105) Artemis - Filtro C	87
Figura 68	Ajuste das curvas de luz do (105) Artemis - Filtro C	88
Figura 69	Ajuste das curvas de luz do asteroide (120) Lachesis - Filtro R	89
Figura 70	Ajuste das curvas de luz do asteroide (120) Lachesis - Filtro R	90
Figura 71	Ajuste das curvas de luz do asteroide (120) Lachesis - Filtro R	91
Figura 72	Ajuste das curvas de luz do asteroide (140) Siwa - Filtro C	92
Figura 73	Ajuste das curvas de luz do asteroide (140) Siwa - Filtro C	93
Figura 74	Ajuste das curvas de luz do asteroide (140) Siwa - Filtro C	94
Figura 75	Ajuste das curvas de luz do asteroide (145) Adeona - Filtro C	95
Figura 76	Ajuste das curvas de luz do asteroide (145) Adeona - Filtro C	96
Figura 77	Ajuste das curvas de luz do asteroide (168) Sibylla - Filtro C	97
Figura 78	Ajuste das curvas de luz do asteroide (168) Sibylla - Filtro C	98
Figura 79	Ajuste das curvas de luz do asteroide (168) Sibylla - Filtro C	99
Figura 80	Ajuste das curvas de luz do asteroide (168) Sibylla - Filtro C	100
Figura 81	Ajuste das curvas de luz do asteroide (182) Elsa - Filtro C	101
Figura 82	Ajuste das curvas de luz do asteroide (182) Elsa - Filtro C	102
Figura 83	Ajuste das curvas de luz do asteroide (182) Elsa - Filtro C	103
Figura 84	Ajuste das curvas de luz do asteroide (182) Elsa - Filtro C	104
Figura 85	Ajuste das curvas de luz do asteroide (215) Oenone - Filtro C	105
Figura 86	Ajuste das curvas de luz	105
Figura 87	Ajuste das curvas de luz do asteroide (215) Oenone - Filtro C	106
Figura 88	Ajuste das curvas de luz	106
Figura 89	Ajuste das curvas de luz do asteroide (266) Aline - Filtro C	107
Figura 90	Ajuste das curvas de luz do asteroide (266) Aline - Filtro C	108
Figura 91	Ajuste das curvas de luz do asteroide (266) Aline - Filtro C	109
Figura 92	Ajuste das curvas de luz do asteroide (266) Aline - Filtro C	110

Figura 93	Ajuste das curvas de luz do asteroide (609) Fulvia - Filtro C	111
Figura 94	Ajuste das curvas de luz do asteroide (609) Fulvia - Filtro C	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados para os período de rotação com curvas de luz no filtro C	41
Tabela 2 – Resultados para os período de rotação com curvas de luz no filtro R	41
Tabela 3 – Resultados para os parâmetros do polo com curvas de luz no filtro C	44
Tabela 4 – Resultados para os parâmetros do polo com curvas de luz no filtro R	45
Tabela 5 – Dados do asteroide (26) Proserpina.	47
Tabela 6 – Dados do asteroide (26) Proserpina.	49
Tabela 7 – Dados do asteroide (35) Leukothea.	51
Tabela 8 – Dados do asteroide (71) Niobe.	53
Tabela 9 – Dados do asteroide (105) Artemis	55
Tabela 10 – Dados do asteroide (140) Siwa.	57
Tabela 11 – Dados do asteroide (145) Adeona.	59
Tabela 12 – Dados do asteroide (168) Sibylla.	61
Tabela 13 – Dados do asteroide (182) Elsa.	63
Tabela 14 – Dados do asteroide (215) Oenone.	65
Tabela 15 – Dados do asteroide (266) Aline.	67
Tabela 16 – Dados do asteroide (609) Fulvia	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UNESP	Universidade Estadual Paulista
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
MPC	<i>Minor Planet Center</i>
ESA	<i>European Space Agency</i>
JAXA	<i>Japan Aerospace Exploration Agency</i>
NEA	<i>Near Earth Asteroid</i>
DAMIT	<i>Database of Asteroid Models from Inversion Methods</i>
U.A	Unidades astronômicas
km	quilômetros

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Semi-eixo maior
e	Excentricidade
q	Distância do periélio
Q	Distância do afélio
m	Magnitude
I	Intensidade de luz
p	Período de rotação
n	Número de passos
T	Período orbital
χ_{rel}^2	erro relativo
λ	Longitude celeste
β	Latitude celes
λ_0	λ inicial para realizar a iteração numérica
β_0	β inicial para realizar a iteração numérica
N	Número de curvas de luz

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Localização e principais características dos asteroides	19
1.2	Curvas de luz	22
2	MOTIVAÇÃO PARA O PROJETO	24
3	MÉTODO DE INVERSÃO DE CURVAS DE LUZ	26
3.1	Formatação das curvas de luz	27
3.2	period_scan	29
3.3	convexinv	30
3.4	conjgradinv	31
4	RESULTADOS	32
4.1	Período de rotação	32
4.2	Parâmetros do Polo	41
4.3	Modelo de Poliedros	46
4.3.1	(26) Proserpina - Curvas de Luz no Filtro C	47
4.3.2	(26) Proserpina - Curvas de Luz no Filtro R	49
4.3.3	(35) Leukothea - Curvas de Luz no Filtro C	51
4.3.4	(71) Niobe - Curvas de Luz no Filtro R	53
4.3.5	(105) Artemis - Curvas de Luz no Filtro R	55
4.3.6	(140) Siwa - Curvas de Luz no Filtro C	57
4.3.7	(145) Adeona - Curvas de Luz no Filtro C	59
4.3.8	(168) Sibylla - Curvas de Luz no Filtro C	61
4.3.9	(182) Elsa - Curvas de Luz no Filtro C	63
4.3.10	(215) Oenone - Curvas de Luz no Filtro C	65
4.3.11	(266) Aline - Curvas de Luz no Filtro C	67
4.3.12	(609) Fulvia - Curvas de Luz no Filtro C	69
5	CONCLUSÃO	71
	Referências	72
	APÊNDICE A – TÍTULO DO APÊNDICE A	75

1 INTRODUÇÃO

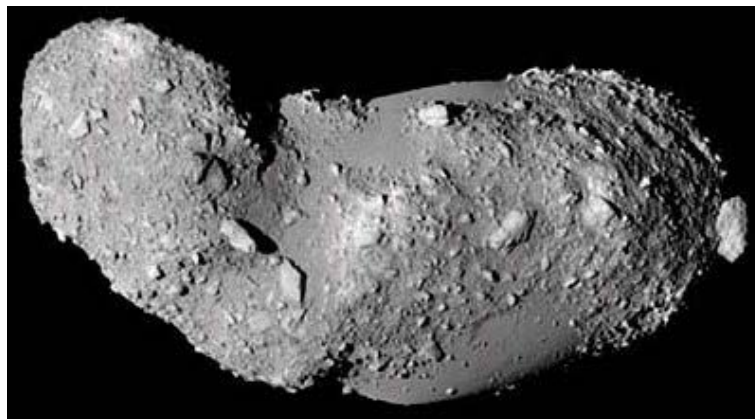
Acredita-se que os asteroides são os remanescentes do processo de formação do Sistema Solar representando o material que não foi agregado aos planetas e mantendo a composição química de cerca de aproximadamente 4,6 bilhões de anos atrás.

Logo após a sua formação, a Terra foi bombardeada por milhares destes objetos evidenciando a possibilidade de que estes corpos foram os responsáveis pelo carbono e os materiais voláteis (essenciais para a vida) existentes no planeta devido ao fato que nas regiões próximas ao Sol ficaram aglutinados os materiais mais pesados. Desta forma, os asteroides podem ajudar a compreender o início e a evolução do Sistema Solar, como também a existência da vida na Terra (MAHONEY, 2016).

Após este período, o número de corpos que colidem com a Terra caiu exponencialmente, porém ainda que com uma chance mais remota a Terra continua sendo alvo dos asteroides. De acordo com Connors, Wiegert e Veillet (2011), a cada período de cerca de 100 anos um asteroide rochoso ou de ferro com de mais de 50 metros de largura atinge a superfície terrestre causando desastres locais e dentre um período de milhares de anos, asteroides da ordem de quilômetros impactam com a Terra causando um desastre global afetando todo o ecossistema com potencial de extinguir grande parte da vida terrestre.

Devido a estes fatos, recentemente os asteroides estão sendo alvo de grandes agências espaciais, tais como a NASA (*National Aeronautics and Space Agency*), ESA (*European Space Agency*) e a JAXA (*Japan Aerospace Exploration Agency*). Estas missões variam desde sondas para realizar passagens próximas do asteroide com o objetivo de fazer a análise fotométrica e espectroscópica, além da obtenção de imagens como foi o exemplo da sonda Mariner 9 lançada em 1971 pela NASA que fotografou Phobos e Deimos (duas pequenas luas de Marte que provavelmente são asteroides) que foram capturados até missões mais complexas como a Hayabuse Mission da JAXA que coletou amostras do material do asteroide 25143 Itokawa (Figura 1) através de um impacto de um pequeno objeto lançado à superfície do asteroide.

Figura 1 – Asteroide (25143) Itokawa.



Fonte : JAXA (2014)

Em 2012 a companhia *Planetary Resources* anunciou um projeto para extrair água e materiais

preciosos de asteroides sendo a pioneira nesta área. Os asteroides são ricos em matéria-prima e minerais podendo ser explorados desde a geração de combustíveis para foguetes facilitando explorações espaciais mais longínquas à colonização do Sistema Solar (LEVINE, 2016).

Já para o Brasil, a missão ASTER tem como objetivo explorar o sistema triplo de asteroides 2001-SN263 descoberto pelo projeto LINEAR em 2001, cujo sistema é formado por dois objetos menores (1,1km e 0,4km de diâmetro) que orbitam um objeto central (2.8km de diâmetro) (SUKHANOV et al., 2010).

1.1 LOCALIZAÇÃO E PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DOS ASTEROIDES

De modo geral, os asteroides possuem formato irregular e tamanho desde poucos metros a centenas de quilômetros. Em sua maioria, são feitos de rocha e metal, principalmente níquel e ferro, mas também possuem gelo e outros materiais na superfície. Eles podem ser divididos em 3 grupos principais Tipo C, tipo M, e Tipo S que são nomeados devido a abundância em carbono, metal e composições de silicato (rocha) (BOTTKÉ, 2002a).

Deve-se ressaltar que, em geral, os asteroides não possuem atmosfera o que facilita o estudo da fotometria e espectroscopia destes objetos. Isto leva ao fato de que o estudo das curvas de luz é um método eficaz no qual é possível obter informações diretamente sobre a superfície dos asteroides derivando as propriedades físicas do objeto. Esta discussão será melhor apresentada na Seção 1.2.

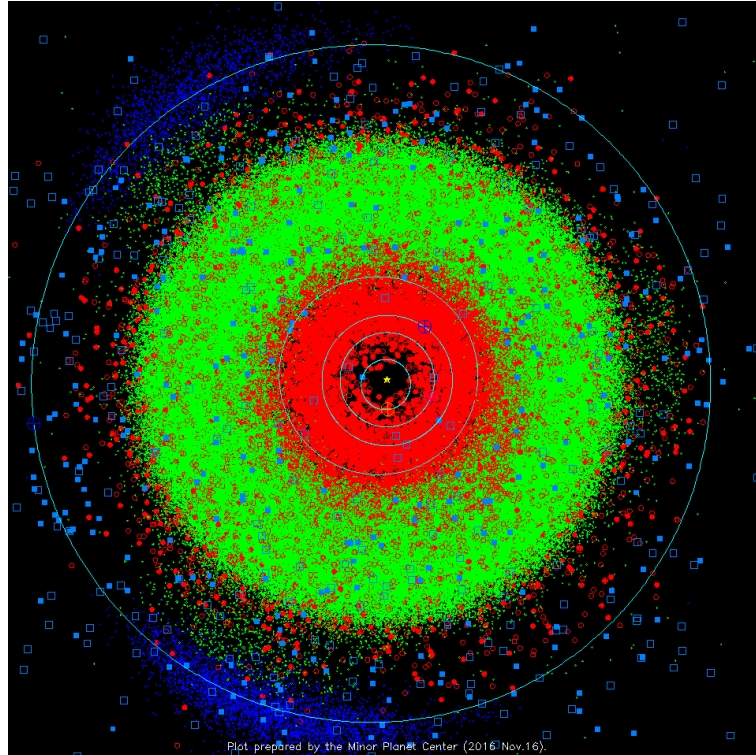
O primeiro asteroide descoberto foi o (1) Ceres (hoje classificado como planeta-anão) em 1801 por Giuseppe Piazzi, que possui cerca de 800 km de raio, seguido da descoberta dos asteroides (2) Pallas, (3) Juno e (4) Vesta poucos anos depois, este último descoberto em 1807. Karl Hencke 38 anos após descobriu o asteroide 5 Astraea e dois anos mais tarde o asteroide (6) Hebe. O número de asteroides descobertos cresceu exponencialmente com a invenção das chapas fotográfica em meados do século XX chegando atualmente à mais de 727320 corpos descobertos distribuídos entre: 480806 asteroides catalogados, 242561 não catalogados e 3953 cometas, dados disponibilizados do NASA (2017) (até novembro de 2016).

Estes objetos estão, majoritariamente, localizados no Cinturão Principal (Figura 2) entre as órbitas de Marte e Júpiter (1,6 à 5,2 U.A.). A existência de pequenos objetos nesta região é devida a forte influência da gravidade de Júpiter que não possibilitou a formação de planetoides e posteriormente um planeta no início do Sistema Solar, ocasionando diversas colisões entre eles impossibilitando a formação de objetos maiores (BOTTKÉ, 2002a). Estima-se que existam cerca de 1,1 à 1,9 milhão destes objetos com mais de 1 quilômetro de diâmetro nesta região e milhões de objetos da ordem de metros à centenas de metros (dados disponibilizados do JPL (2017)).

Na Figura 2 as linhas azuis representam as órbitas dos planetas internos (região vermelha) e a órbita mais externa de Júpiter. Nota-se o cinturão principal (região verde) e os pontos Lagrangianos L_4 e L_5 (região azul) que são regiões estáveis.

Muitos destes asteroides possuem órbitas que cruzam a órbita dos planetas internos (Figura 2 região vermelha) e são denominados NEA (Near Earth Asteroids). Os NEAs são subdivididos em 4 classes: Amor, Apollo, Atens e Atiras (Figura 3) que possivelmente são objetos que entraram em

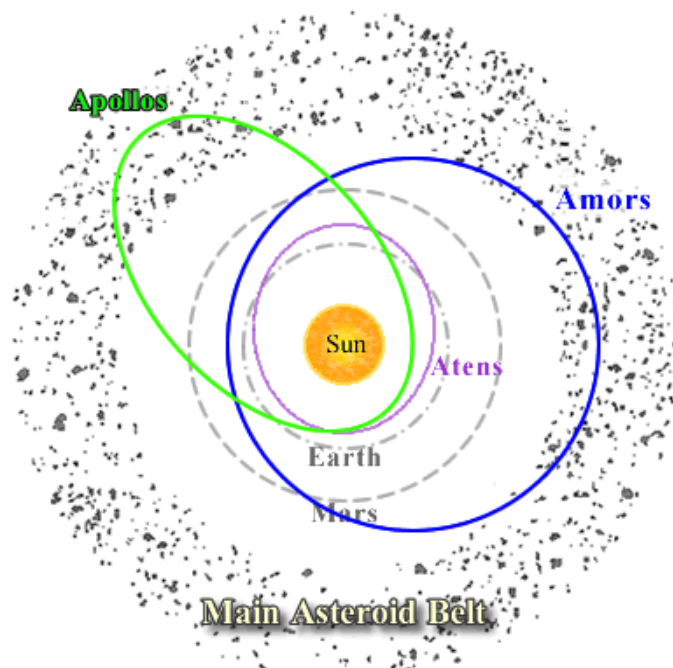
Figura 2 – Asteroides catalogados na Região Interna do Sistema Solar.



Fonte : NASA (2016a)

ressonância com Júpiter sendo lançados para fora do Cinturão Principal, obtendo uma órbita mais para o interior do Sistema Solar (MAINZER et al., 2011).

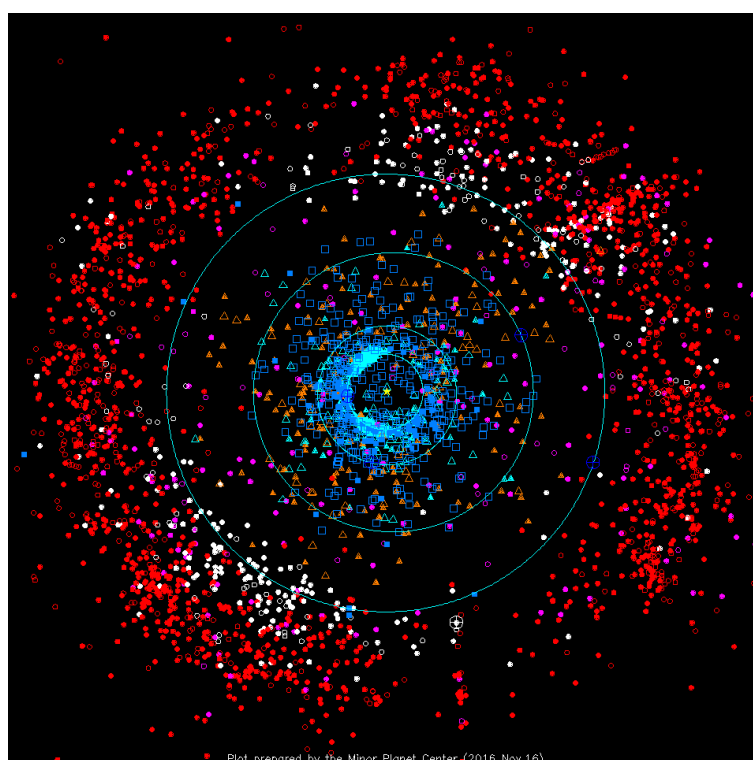
Figura 3 – Ilustração das órbitas dos NEAS: Amor, Aten e Apolo.



Fonte : P. (2016)

A classificação dos NEAs é determinada devido à característica de suas órbitas. O grupo Amor, nomeado devido à descoberta do asteroide (1221) Amor, possui órbitas exteriores à órbita da Terra e interiores à de Marte com $a > 1.0$ U.A. e 1.017 U.A. $< q < 1.3$ U.A. O grupo Apollo, analogamente, nomeado devido o asteroide (1862) Apollo, possui órbitas que interceptam com à da Terra com $a > 1$ U.A e $q < 1.017$ U.A. O grupo Atens, nomeado devido o asteroide (2062) Aten, possui órbita que intercepta com a órbita da Terra, porém com $a < 1.0$ U.A e $Q > 0.983$ U. A. Já o grupo Atiras possuem órbitas internas à da Terra e não a interceptam com $a < 1.0$ U.A e $Q < 0.983$ U.A. (a é o semi-eixo maior, q a distância do periélio e Q é a distância afélio).

Figura 4 – Asteroides catalogados na Região Externa do Sistema Solar.



Fonte : NASA (2016b)

Na Figura 4 as circunferências azuis denotam as órbitas dos planetas gigantes Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Nesta imagem são localizados os chamados Trans-Netunianos (vermelho) que possuem órbitas além da órbita de Netuno. Estes objetos possuem até 2000 km de diâmetro (planeta-anão), tendo composição principalmente de rocha e gelo devido à sua localização afastada do Sol.

1.2 CURVAS DE LUZ

Curva de luz é a variação da intensidade da onda eletromagnética refletida por um corpo ou região celeste em função do tempo. Através de seu estudo obtêm-se informações sobre a maioria das estruturas do nosso Sistema Solar, desde os pequenos corpos, asteroides e cometas, passando pelos planetas e o Sol.

O estudo das curvas de luz é o método mais utilizado para obter as propriedades físicas dos asteroides, como período de rotação, parâmetros de polo (latitude e longitude celeste que definem o eixo do rotação do asteroide em relação ao plano da eclíptica) e a forma do asteroide. A partir desta análise também é possível obter noções das dimensões do objeto a partir das distâncias entre os mínimos e máximos da curva de luz. No caso de asteroides elipsoidais, as razões a/b e b/c (a , b e c são os eixos do elipsoide, tal que $c < b < a$) são obtidas quando observa-se uma curva de luz com ângulo de fase de 90° .

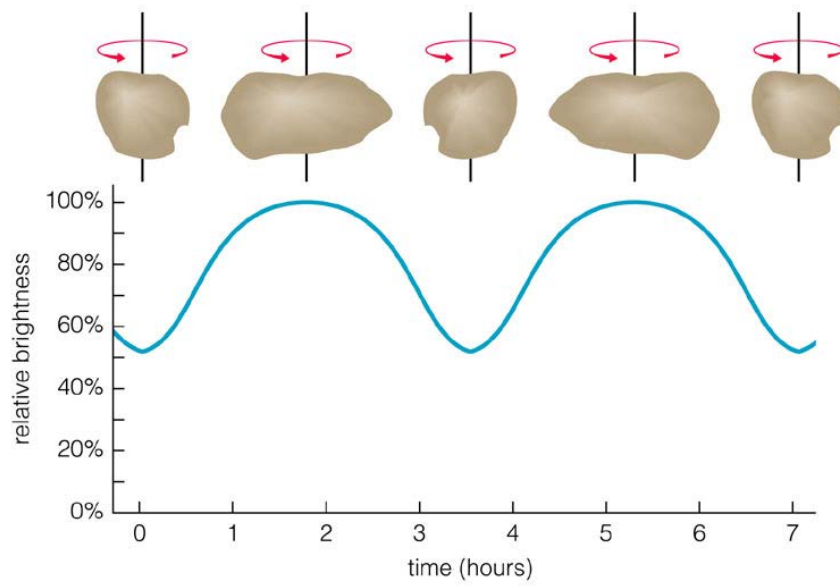
No caso de asteroides e objetos que não possuem luz própria, as curvas de luz apresentam variações devido às condições de observação, que por sua vez são dependentes da localização do objeto em relação ao Sol e ao observador, pois devido à diferentes distâncias e configurações o asteroide reflete mais ou menos intensidade luminosa. Ademais, as curvas de luz são dependentes do albedo (razão entre a radiação refletida e a incidente pela superfície do asteroide) e da emissividade que são dependentes da composição material e das características físicas, tais como crateras ou montanhas. E finalmente, da estrutura corpuscular e da forma do asteroide, em sua maioria, elipsoidal (RUSSELL, 1906).

Para estes corpos, estas curvas possuem periodicidade bem definida tendo como principal agente o período de rotação asteroide, também sendo afetada pela existência de um albedo não uniforme e pela variação das condições de observação citadas na parágrafo acima. Caso estes corpos tivessem forma regular e totalmente simétrica refletiriam a mesma intensidade luminosa, independente de sua rotação, mas podendo ser alterada devido a variação do albedo, além da geometria de inclinação do asteroide em relação ao observador (Figura 5).

De modo geral, as curvas de luz são representadas em função da fase rotacional, como exemplificado na Figura 6. Neste caso, o asteroide possui formato elipsoidal resultando em dois picos e dois vales na curva de luz por consequência da observação do maior e do menor face, respectivamente.

Devido a maior parte destes corpos terem base no formato elipsoidal, as curvas de luz apresentam 2 máximos e 2 mínimos, não necessariamente simétricos, por motivo da irregularidade nas formas dos asteroides, além de que o asteroide está rotacionando em relação à um dos seus eixos principais de inércia e não possui inclinação em relação ao plano do observador.

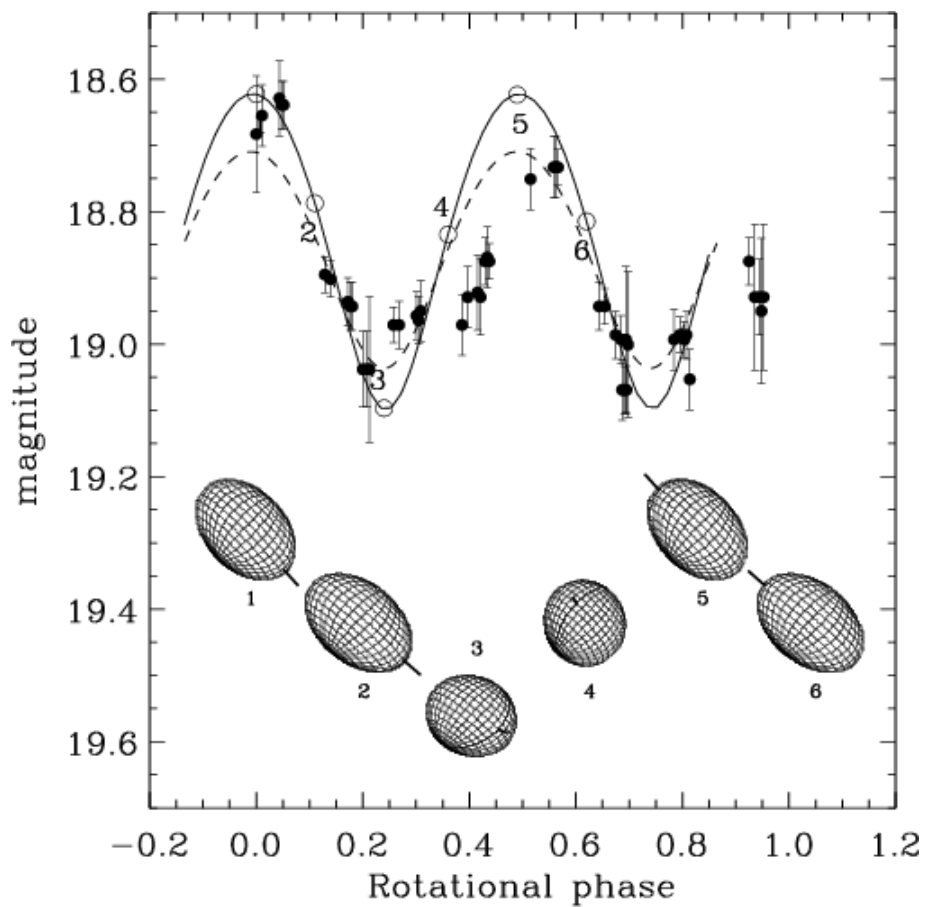
Figura 5 – Curvas de luz geradas devido à diferentes formas, albedo e inclinações dos asteroides.



Copyright © 2004 Pearson Education, publishing as Addison Wesley.

Fonte : Wesley (2004)

Figura 6 – Fase de rotação de um asteroide elipsoidal.



Fonte : Lamy I. Toth (2006)

2 MOTIVAÇÃO PARA O PROJETO

Além da inversão de curvas de luz, existem outras técnicas para determinar o período de rotação, direção de spin e o formato do asteroide. Prevaecem entre elas a ocultação estelar, óptica adaptativa e o radar. Vale ressaltar o imageamento direto obtido por sondas espaciais que obtém o formato dos asteroides com maior precisão, como o asteroide 25143 Itokawa alvo da missão Hayabusa. Apesar de todas estas técnicas serem muito mais precisas, elas necessitam de condições específicas para serem aplicadas restringindo o número de asteroides que podem ser estudados a partir destas.

A ocultação estelar baseia-se na passagem de um corpo do Sistema Solar em frente a uma estrela causando diminuição parcial ou total do brilho desta. A faixa de sombra que o evento causará na Terra é do tamanho real do asteroide, sendo possível descobrir seu tamanho com pequena margem de erro, além de detectar presença de atmosfera e anéis, como o ocorrido com o asteroide 10199 Chariklo (BRAGA-RIBAS et al., 2014). Entretanto, são necessárias observações de diversos lugares da superfície terrestre para a determinação de sua forma, para determinar o tamanho e formato da sombra na Terra. Outra desvantagem, é que a ocultação de um asteroide pode demorar cerca de poucos meses à décadas para serem observadas.

A óptica adaptativa reduz os efeitos de distorção da imagem pelo efeito da atmosfera através de telescópios que possuem espelhos deformáveis que são ajustados a inibir os efeitos atmosféricos. A partir deste efeito é possível fazer a observação direta do asteroide por meio de grandes telescópios com uma resolução muito maior. Entretanto, este método é restrito aos limites do telescópio restringindo apenas a observação de grandes corpos ou próximos à Terra. Também é interessante notar que esta técnica tem a desvantagem da espera da disponibilidade de grandes telescópios para obter uma resolução aceitável (MARCHIS et al., 2006).

A técnica de radar consiste no mapeamento do asteroide emitindo sinais de microondas ao objeto e analisando suas reflexões ao retornar ao observador. As imagens obtidas tem resolução de 7,5 m, com dados suficientes é possível determinar o tamanho, a forma, o spin e o albedo podem ser determinados por esta técnica. A desvantagem é que esta técnica é mais eficaz apenas com os objetos situados próximos à Terra (BOTTKÉ, 2002b).

Em suma, todas as técnicas de obtenção do formato do asteroide apresentadas são mais precisas do que a técnica de inversão de curvas de luz com a desvantagem de serem mais limitadas, pois abrangem uma pequena fração da população de asteroides restringindo-se principalmente à asteroides próximos à Terra. Por consequência, o método de curvas de luz é o mais abrangente e apresenta a maior facilidade de obtenção de dados com maior volume de informações, pois independe de grandes telescópios, dependendo apenas de condições favoráveis para realizar as observações.

Desta forma, este trabalho tem como objetivo encontrar um método eficaz para a inversão de curvas de luz que irá disparar os estudos sobre os asteroides devido o vasto volume de curvas de luz disponíveis no banco de dados do MPC. Neste trabalho serão apresentadas a análise de mais de 20 asteroides.

Além do mais, devido ao formato irregular dos asteroides o potencial gravitacional não possui

solução analítica, sendo necessário utilizar de métodos numéricos para o calcular. Para realizar a análise destes potenciais, o curso de Pós-Graduação em Física da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, UNESP estudou um método numérico que calcula o potencial gravitacional de asteroides por meio método de poliedros, além de obter os pontos de equilíbrio, curvas de velocidade zero e órbitas estáveis ao redor do objeto e cálculo dos momentos de inércia do corpo (MOURA, 2014).

Por conseqüente, os resultados aqui apresentados podem servir como dados de entrada para os estudos e análise da dinâmica ao redor dos asteroides que tiveram o formato do corpo determinado.

3 MÉTODO DE INVERSÃO DE CURVAS DE LUZ

O método da inversão de curvas de luz tem como objetivo determinar uma representação da forma do asteroide, através do melhor ajuste à um conjunto de curva de luz via método iterativo, descrita por um modelo de poliedros triangulares. Este método numérico (livre e de licença pública) foi escrito por Kaasalainen e Torppa (2001) com o objetivo de encontrar o período de rotação, os parâmetros do polo e o formato do asteroide. O resultado obtido não possui informações em pequenas escalas, reproduzindo uma forma global do asteroide.

É importante frisar que o estudo obtido neste projeto não foi focado na análise teórica do método numérico, mas sim no funcionamento dos programas e no desenvolvimento de scripts e rotinas computacionais para automatizar e realizar uma análise em larga escala.

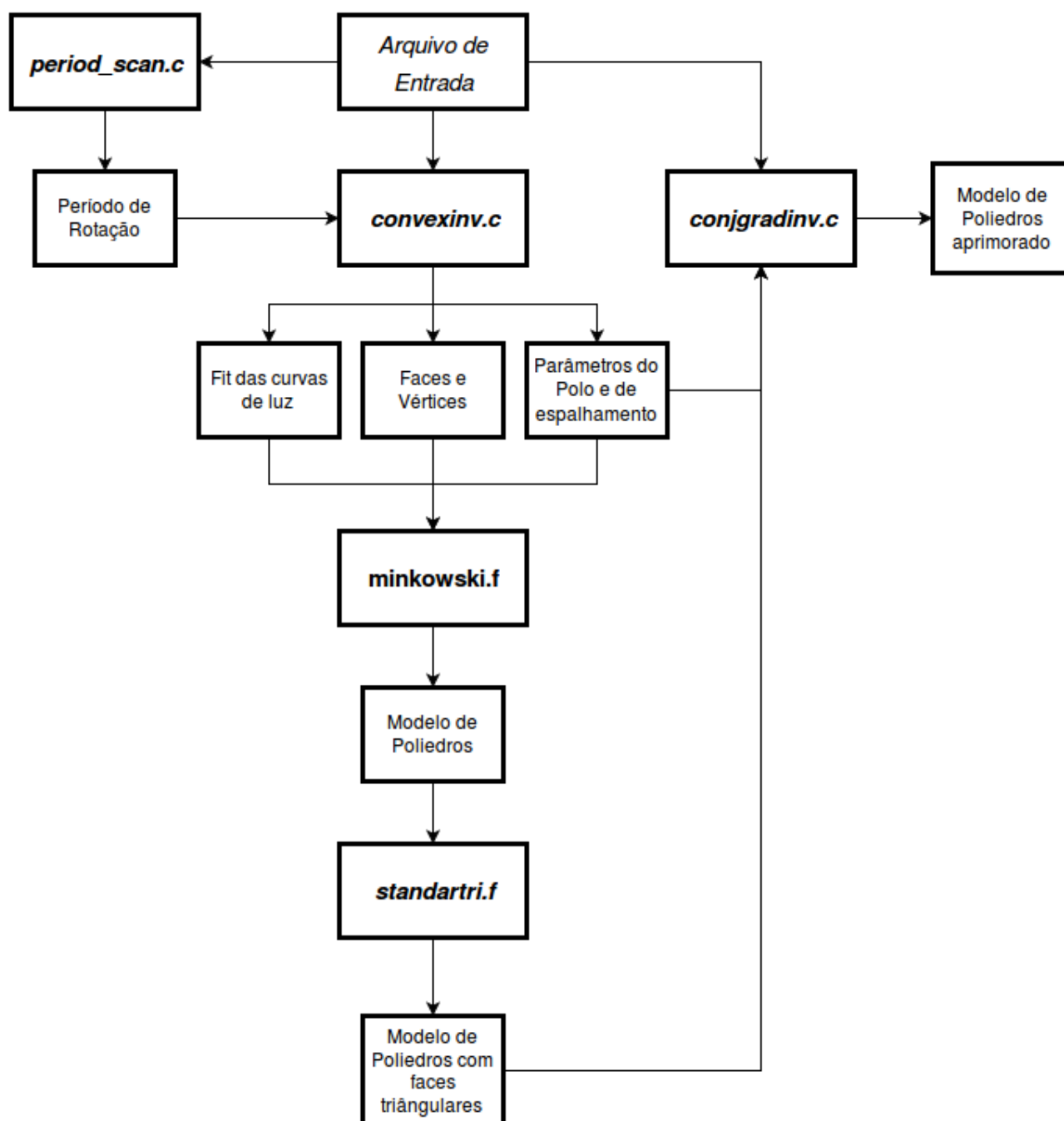
Inicialmente foi realizado um estudo sobre o funcionamento dos programas analisando o asteroide 13 Egeria com os dados disponíveis no banco de dados do DAMIT (Database of Asteroid Models from Inversion Methods) com o objetivo de reproduzir os resultados disponíveis. Após uma análise profunda dos programas foi possível reproduzir e confirmar os procedimentos utilizados e retirar o erro nas manipulações dos programas.

O DAMIT é um banco de dados criado por Durech, Sidorin e Kaasalainen (2010) para disponibilizar a forma tridimensional dos asteroides criados via inversão de curvas de luz possuindo 1596 modelos para 906 asteroides (até novembro de 2016). Também estão disponíveis o período de rotação, a direção de spin e a curva de luz em função da fase de rotação. Entretanto, o número de asteroides modelados ainda é muito pequeno em relação ao número de asteroides catalogados.

Conhecendo todo o processo dos programas e sabendo manipulá-los, foram criados scripts que otimizam os processos, desde a manipulação dos arquivos de entrada até os de saída. Após ter o manuseio automatizado o projeto foi expandido para 23 asteroides, calculando o período de rotação para todos e encontrando a solução para o spin de 13 asteroides com a sequência do modelo de poliedros.

As curvas de luz analisadas foram obtidas do banco de dados do MPC, cujos dados são de livre acesso. Enquanto, as posições orbitais do asteroide em relação à Terra e ao Sol foram obtidas do sistema Horizons da NASA (ambas informações necessárias para a realização da inversão de curvas de luz). Na Figura 7 segue um fluxograma que explica de forma introdutória a sequência dos programas e que na sequência será explicado de uma forma mais detalhada. Previamente, foi criado scripts para formatar os arquivos de entrada, assim como para inserir as informações necessárias. Segue-se o `period_scan` que calcula o período de rotação via métodos iterativos de minimização de erros. Posteriormente, foi calculado os parâmetros de spin pelo `convexinv` e obtido o modelo de poliedros com os programas `minkowski` e `standardtri`. Este, por sua vez, foi inserido no programa `conjgradinv` que suaviza o modelo tornando-o mais real (KAASALAINEN; TORPPA; MUINONEN, 2001).

Figura 7 – Fluxograma sobre a sequência da utilização dos programas para realizar a inversão de curvas de luz.



Fonte : Autoria Própria

3.1 FORMATAÇÃO DAS CURVAS DE LUZ

Todas as curvas de luz foram obtidas do MPC devido ao fato de ser de livre acesso. No MPC estão armazenadas e reunidas as curvas de luz de diversos observadores profissionais e armadores, contendo um vasto repositório de dados. Foram escolhidos os asteroides que tinham um número significativo de curvas de luz, ao menos 10. Dentre os 23 asteroides escolhidos, apenas 8 já foram analisados e disponibilizados no DAMIT que serviram de base para comparação dos resultados obtidos.

Entretanto, para realizar a inversão de curvas de luz foi verificado que o arquivo obtido do MPC não obedece os padrões de entradas dos programas (Figura 8), sendo necessário um ajuste para o formato desejado. Além disso, os programas exigem a localização do asteroide em relação a Terra e o Sol em coordenadas elípticas, necessários para calcular a distância entre o asteroide e estes corpos e considerar as condições de observação citadas na Seção (1.2).

Figura 8 – Arquivos de dados original do MPC, seguido da data da observação em dias julianos e da magnitude observada (relativa ou absoluta).

```

COMPRA2=12:55:06.71
COMPDEC2=-02:35:57.7
COMPMAG2=12.813
COMPIC2=0.338
COMPNAME3=125559.30 -023015.4
COMPRA3=12:55:59.27
COMPDEC3=-02:30:15.7
COMPMAG3=12.956
COMPIC3=0.432
ENDMETADATA
DATA=2456382.72982|-2.643|0.011|
DATA=2456382.79621|-2.64|0.023|
DATA=2456382.79932|-2.631|0.019|
DATA=2456382.80714|-2.629|0.02|
DATA=2456382.8087|-2.634|0.015|
DATA=2456382.80948|-2.631|0.012|
DATA=2456382.82745|-2.665|0.02|
DATA=2456382.82823|-2.668|0.016|
DATA=2456382.82901|-2.644|0.014|
DATA=2456382.82978|-2.663|0.013|
DATA=2456382.83134|-2.671|0.011|
DATA=2456382.83213|-2.649|0.009|

```

Fonte : Autoria Própria

Para encontrar as coordenadas do asteroide em relação ao Sol e a Terra foi utilizado o Sistema *Horizons* da NASA. No entanto, encontrar os vetores posição do asteroide em relação à Terra e o Sol não foi uma tarefa fácil. Primeiramente foram obtidos de forma manual, um a um, no site *Horizon*. Entretanto, esta atividade demandava muito tempo para montar o arquivo de entrada e seria completamente inviável para a análise de número muito grande de curvas de luz e cada curva de luz possui mais de 100 pontos. Para resolver o problema, foi criado um script que se conecta ao sistema *Horizon* informando a data em dias julianos e retorna as coordenadas relativas.

O tempo foi corrigido levando em conta a velocidade da luz e a magnitude relativa (magnitude do asteroide em relação à magnitude de uma estrela de referência) foi convertida em intensidade de luz refletida através da Equação:

$$m = -2.5 \log I \quad (1)$$

onde, m é a magnitude e I a intensidade.

O arquivo de entrada dos programas deve ser organizado em sequência com: a data das observações em dias julianos, intensidade de luz refletida e as distâncias relativas entre o asteroide e a Terra, e entre o asteroide e o Sol em unidades astronômicas (Figura 9). Com esses scripts foi possível criar arquivos

de entradas e todos asteroides. Vale notar que todos scripts foram escritos de forma genérica e podem ser aplicados à qualquer curva de luz disponível no MPC para realizar a inversão de curvas de luz.

Figura 9 – Arquivos de dados de entrada para os programas de inversão de curvas de luz. Nas colunas seguem: a data das observações em dias julianos, a intensidade de luz refletida e as distâncias relativas entre o asteroide e a Terra, e entre o asteroide e o Sol em unidades astronômicas.

```

h0
369 0
2454458.688130 3.014e+00 1.8947566742e+00 -2.5480888855e+00 -1.5932455550e-01 1.0630422923e+00 -1.5649938778e+00 -1.5934689367e-01
2454458.689710 3.065e+00 1.8947647943e+00 -2.5480815164e+00 -1.5932486711e-01 1.0630290837e+00 -1.5649872700e+00 -1.5934729132e-01
2454458.691290 3.023e+00 1.8947789144e+00 -2.5480741472e+00 -1.5932517873e-01 1.0630158728e+00 -1.5649886603e+00 -1.5934769080e-01
2454458.693070 3.090e+00 1.8948001830e+00 -2.5480630460e+00 -1.5932504811e-01 1.0629959687e+00 -1.5649797604e+00 -1.5934829281e-01
2454458.694660 3.093e+00 1.8948072437e+00 -2.5480593196e+00 -1.5932500391e-01 1.0629893697e+00 -1.5649673935e+00 -1.5934849343e-01
2454458.696040 2.979e+00 1.8948213637e+00 -2.5480519924e+00 -1.5932611550e-01 1.0629761430e+00 -1.5649607783e+00 -1.5934889546e-01
2454458.696830 3.065e+00 1.8948284236e+00 -2.5480483077e+00 -1.5932627130e-01 1.0629695333e+00 -1.5649574700e+00 -1.5934909876e-01
2454458.698410 2.976e+00 1.8948425435e+00 -2.5480409381e+00 -1.5932658289e-01 1.0629563121e+00 -1.5649508521e+00 -1.5934950512e-01
2454458.699280 3.059e+00 1.8948496035e+00 -2.5480372532e+00 -1.5932673868e-01 1.0629497886e+00 -1.5649475425e+00 -1.5934970272e-01
2454458.699990 2.987e+00 1.8948566634e+00 -2.5480335684e+00 -1.5932689447e-01 1.0629430885e+00 -1.5649442325e+00 -1.5934990520e-01
2454458.700780 3.093e+00 1.8948637233e+00 -2.5480298835e+00 -1.5932705026e-01 1.0629364759e+00 -1.5649409220e+00 -1.5935010793e-01
2454458.701570 3.068e+00 1.8948707832e+00 -2.5480261986e+00 -1.5932720604e-01 1.0629298626e+00 -1.5649376111e+00 -1.5935031893e-01
2454458.702360 3.054e+00 1.8948778431e+00 -2.5480225137e+00 -1.5932736183e-01 1.0629232487e+00 -1.5649342990e+00 -1.5935051491e-01
2454458.703140 3.085e+00 1.8948849030e+00 -2.5480188288e+00 -1.5932751762e-01 1.0629166340e+00 -1.5649309869e+00 -1.5935071089e-01
2454458.704300 3.085e+00 1.8948919628e+00 -2.5480151438e+00 -1.5932767340e-01 1.0629100191e+00 -1.5649276759e+00 -1.5935091248e-01
2454458.704730 3.085e+00 1.8948990227e+00 -2.5480114588e+00 -1.5932782918e-01 1.0629034043e+00 -1.5649243633e+00 -1.5935112515e-01
2454458.705310 3.042e+00 1.8949131424e+00 -2.5480040808e+00 -1.5932814074e-01 1.0628967622e+00 -1.5649177369e+00 -1.5935153432e-01
2454458.707100 3.014e+00 1.8949202022e+00 -2.5480004038e+00 -1.5932839652e-01 1.0628901201e+00 -1.5649111218e+00 -1.5935194350e-01
2454458.707890 3.037e+00 1.8949272621e+00 -2.5479967187e+00 -1.5932855230e-01 1.0628834734e+00 -1.5649045057e+00 -1.5935235268e-01
2454458.708690 3.009e+00 1.8949343220e+00 -2.5479929870e+00 -1.5932881004e-01 1.0628768213e+00 -1.5649078904e+00 -1.5935276186e-01
2454458.710270 3.045e+00 1.8949485308e+00 -2.5479856167e+00 -1.5932892159e-01 1.0628701692e+00 -1.5648991218e+00 -1.5935317104e-01
2454458.711060 3.034e+00 1.8949555906e+00 -2.5479819316e+00 -1.5932907736e-01 1.0628635171e+00 -1.5648925065e+00 -1.5935358022e-01
2454458.711850 2.998e+00 1.8949626504e+00 -2.5479782464e+00 -1.5932923313e-01 1.0628568650e+00 -1.5648858907e+00 -1.5935398940e-01
2454458.712640 3.023e+00 1.8949697102e+00 -2.5479745612e+00 -1.5932938890e-01 1.0628502129e+00 -1.5648792750e+00 -1.5935439858e-01
2454458.713810 2.976e+00 1.8949767700e+00 -2.5479708760e+00 -1.5932954467e-01 1.0628435608e+00 -1.5648726592e+00 -1.5935480776e-01
2454458.714600 3.034e+00 1.8949838298e+00 -2.5479671908e+00 -1.5932970044e-01 1.0628369087e+00 -1.5648660439e+00 -1.5935521694e-01
2454458.715390 3.012e+00 1.8950000089e+00 -2.5479635056e+00 -1.5933016772e-01 1.0628302566e+00 -1.5648604286e+00 -1.5935562612e-01
2454458.717390 3.031e+00 1.8950121589e+00 -2.5479524029e+00 -1.5933032345e-01 1.0627972988e+00 -1.5648472236e+00 -1.5935442906e-01
2454458.718180 3.009e+00 1.8950192177e+00 -2.5479407175e+00 -1.5933048121e-01 1.0627906723e+00 -1.5648406086e+00 -1.5935423190e-01
2454458.718970 3.056e+00 1.8950262775e+00 -2.5479290222e+00 -1.5933063900e-01 1.0627840462e+00 -1.5648339936e+00 -1.5935403474e-01
2454458.719760 3.045e+00 1.8950333373e+00 -2.5479173270e+00 -1.5933079677e-01 1.0627774191e+00 -1.5648273786e+00 -1.5935383758e-01
2454458.720550 3.009e+00 1.8950403970e+00 -2.5479376613e+00 -1.5933094448e-01 1.0627707925e+00 -1.5648207636e+00 -1.5935364042e-01
2454458.721330 3.003e+00 1.8950474567e+00 -2.5479340225e+00 -1.5933110226e-01 1.0627641659e+00 -1.5648141486e+00 -1.5935344326e-01
2454458.722120 3.045e+00 1.8950545164e+00 -2.5479303837e+00 -1.5933125998e-01 1.0627575394e+00 -1.5648075336e+00 -1.5935324610e-01
2454458.722910 3.031e+00 1.8950614863e+00 -2.5479267450e+00 -1.5933141776e-01 1.0627509127e+00 -1.5648009186e+00 -1.5935304894e-01
2454458.723700 3.054e+00 1.8950685460e+00 -2.5479118628e+00 -1.5933203872e-01 1.0627442860e+00 -1.5647943036e+00 -1.5935285178e-01
2454458.724490 3.039e+00 1.8950756057e+00 -2.5479082240e+00 -1.5933219649e-01 1.0627376593e+00 -1.5647876886e+00 -1.5935265462e-01

```

Fonte : Autoria Própria

3.2 PERIOD_SCAN

O primeiro e mais importante parâmetro físico para aplicar o método de inversão de luz é o período de rotação do asteroide. Para o determinar é necessário apenas uma curva de luz que contenha observação de um período de rotação completo e tenha qualidade suficiente. Entretanto, este processo só é válido para asteroides cuja o tempo de rotação é menor do que a noite de observação. Entretanto, apenas uma pequena parcela da população dos asteroides satisfazem esta imposição.

Por conseguinte, deve-se analisar o máximo de curvas de luz para encontrar um resultado mais preciso. O programa `period_scan` utiliza-se de métodos iterativos para encontrar um ajuste de período que melhor satisfaça o conjunto de curvas de luz. É necessário informar ao programa o intervalo de tempo $[P_0, P_1]$ onde possivelmente se localiza o período de rotação, e um coeficiente p para definir o número n de passos que será feito dentro do intervalo (Equação 2):

$$n = \frac{2\Delta t (P_1 - P_0)}{P_1 P_0} \frac{1}{p}, \quad (2)$$

onde Δt é diferença entre a data da última e da primeira data de observação do conjunto das curvas de luz.

Ao aplicar o método iterativo o programa retorna o período de rotação, χ_{rel}^2 (erro relativo definido pela Equação 3), rms (χ_{rel}^2/N , onde N é o número total de curvas de luz analisadas) e a porcentagem de área escura (área do asteroide que não foi observada) no conjunto das curvas de luz.

$$\chi_{rel}^2 = \sum_i \left\| \frac{\mathbf{L}_{obs}^{(i)}}{\bar{\mathbf{L}}_{obs}^{(i)}} - \frac{\mathbf{L}^{(i)}}{\bar{\mathbf{L}}^{(i)}} \right\|^2, \quad (3)$$

onde $L_{obs}^{(i)}$ e $\bar{L}_{obs}^{(i)}$ são as curvas de luz observadas e modeladas que são normalizadas através da intensidade de brilho médio $\bar{L}_{obs}^{(i)}$ e $\bar{L}^{(i)}$. E a partir do χ_{rel}^2 é obtido o *rms* via Equação:

$$rms = \sqrt{\frac{\chi_{rel}^2}{N}} \quad (4)$$

onde N é o número total de curvas de luz inseridas no arquivo de entrada.

Este resultado é retornado para cada valor distribuído dentro do intervalo $[P_0, P_1]$. A partir destes dados deve-se plotar um gráfico do χ_{rel}^2 em função do período de rotação e verificar se o programa converge para um único valor. Vale ressaltar que para se ter confiabilidade do período de rotação encontrado a porcentagem de área escura deve ser menor do que 5% garantindo que grande parte do asteroide foi observado.

3.3 CONVEXINV

Para aplicar o método de inversão, deve-se considerar os parâmetros físicos que interferem nas curvas de luz, tal como a função de fase e as características físicas do asteroide representados pela lei de espalhamento da luz:

$$S(\mu, \mu_0, \alpha) = f(\alpha) [S_L(\mu, \mu_0) + cS_L(\mu, \mu_0)], \quad (5)$$

onde, μ e μ_0 são os cossenos dos ângulos de incidência e de reflexão da luz na superfície do asteroide e α é o ângulo de fase solar, S_L e S_{LS} são a Lei de Lambert e Lei de Lommel-Seeliger, respectivamente, descritos nas equações Equação 6 e Equação 7:

$$S_L = \frac{S_L}{\mu + \mu_0} \quad (6)$$

$$S_{LS} = \mu\mu_0 \quad (7)$$

enquanto a exponencial-linear função de fase é descrita por:

$$f(\alpha) = a \exp\left(\frac{-\alpha}{d}\right) + k\alpha + 1 \quad (8)$$

É sugerido iniciar o processo iterativo com $a = 0.5$, $d = 0.1$ e $k = -0.5$. Entretanto, ao utilizar apenas curvas de luz relativas não é necessário determinar a função de fase, pois as curvas de luz são ajustadas apenas a partir de um parâmetro constante. Neste caso deve-se fixar $a = 0$ e $k = 0$, pois ao tentar estabelecer a função de fase, usando apenas curvas de luz relativas, reproduz uma divergência no ajuste das curvas de luz. O ajuste das curvas de luz é realizado de forma iterativa de forma a determinar o menor χ_{rel}^2 via Equação 3, análogo ao período de rotação.

Para executar o programa convexinv deve-se inserir o período de rotação (calculado pelo programa `period_scan`), os valores iniciais para o polo λ_0 e β_0 , parâmetros de espalhamento, ordem dos harmônicos esféricos a serem calculados, quantidade de poliedros que irá modelar o asteroide e o número de iterações a ser realizadas.

Por convenção, o ângulo β é medido a partir do eixo positivo z , variando de -90° à 90° , enquanto o λ varia de 0° a 360° graus incluindo toda a esfera celeste. Estes ângulos são determinados a partir do λ_0 e β_0 , no qual o programa `convexinv` irá utilizá-los de forma iterativa encontrando o melhor ajuste retornando os valores de λ e β . É necessário realizar este processo para toda a esfera celeste de forma a garantir que todas os possíveis valores de λ e β foram analisadas. Para garantir esta imposição foram inseridos valores de λ_0 e β_0 variando de 5 em 5 graus, desde de $\lambda_0 = 0$ e $\beta_0 = -90$ à $\lambda_0 = 360$ e $\beta_0 = 90$ totalizando 2592 possibilidades para cada asteroide.

É importante citar que não necessariamente a combinação de λ e β cujo χ_{rel}^2 seja o menor será o valor correto para o parâmetro do polo. Deve-se utilizá-lo como λ_0 e β_0 e verificar que valor retornado convergirá para o mesmo, o mesmo deve ocorrer para todos valores de λ_0 e β_0 que situam-se próximos ($\approx 10^\circ$) (KAASALAINEN et al., 2004).

Após definido o período de rotação e os valores de λ e β deve-se os inserir no programa `convexinv` que irá calcular as faces do poliedros. Estas faces são inseridas no programa `minkowski`, que resolve o problema de Minkowski (LUTWAK; OLIKER et al., 1995) que irá criar o modelo convexo de poliedros para o asteroide informando o número de vértices e faces, seguido das coordenadas x , y e z dos vértices e a relação dos vértices com as faces. Seguindo-se do programa `standardtri` que apenas irá re-dividir as faces, tornando-as triangulares de modo a facilitar a visualização.

Os modelos encontrados não são normalizados, sendo necessárias informações adicionais para obter o formato do asteroide com as dimensões reais. Este método terá solução para dois modelos de poliedros diferentes devido ao problema ser de inversão podendo ter dois modelos que geram o mesmo ajuste para as curvas de luz.

3.4 CONJGRADINV

Análogo ao `convexinv`, o programa `conjgradinv` utiliza o modelo de poliedros gerado pelo programa `convexinv`, repetindo o processo dos programas `minkowski` e `standardtri`, para gerar um modelo aprimorado com uma melhor divisão dos poliedros dando ênfase a regiões mais disforme, suavizando as bordas e bicos, diminuindo grandes depressões e dando um aspecto mais real para o formato do asteroide. Por questão de tempo este programa não foi analisado para todos asteroides, sendo aplicado à apenas alguns deles. Devido a este fato não serão apresentados os resultados neste trabalho.

4 RESULTADOS

4.1 PERÍODO DE ROTAÇÃO

Para analisar o período de rotação foi feito uma série de testes sobre a convergência do programa `period_scan` e foi verificado que esta é diretamente proporcional ao valor do período de rotação, ou seja, quanto mais rápida a rotação, mais rápido o programa convergirá e com maior precisão. Esta análise era esperada devido ao fato de que quanto menor o período de rotação, maior a probabilidade de ser encontrado um período completo com poucas noites de observação.

A literatura sugere verificar todos os possíveis períodos de rotação que variam de poucos minutos à dias de duração, geralmente investigado até 200 h. A diminuição deste intervalo tornou-se necessária devido ao fato de que a análise de um número grande de asteroides torna-se inviável computacionalmente. Deste modo, o intervalo foi escolhido de forma direcionada, reduzindo-o significativamente, pela razão de que todos os asteroides que serão apresentados neste trabalho já possuíam um estudo anterior (apenas para o período de rotação) que serviu de base para o início do projeto.

É interessante citar que para todos os asteroides foram utilizadas apenas curvas de luz relativas para não ser necessário o cálculo da função de fase e com isso podemos definir as constantes a , d e c iguais a zero. Ademais, a utilização de um função de fase pode gerar uma não convergência no cálculo do eixo de rotação do asteroide.

Para determinar o intervalo de período de rotação inserido no programa `period_scan` foi verificado o valor do período de rotação disponível no JPL *Small-Body Database Browser* e a partir deste valor foi definido um intervalo, não necessariamente simétrico ao redor do valor nominal. Tendo em vista que a precisão do período de rotação do asteroide diminui com o aumento de seu valor foi definido que para asteroides que possuem até 20 horas de período de rotação o intervalo seria determinado de aproximadamente ± 1 h do disponível no JPL, de 20h à 30 h determinado de ± 2 h, de 30 h à 40 h de ± 3 h, e assim por adiante. Exemplificando, caso o asteroide possua um período de 7,839 h, o intervalo seria de 7,8 h à 7,9h, caso possua de 54,342 h, o intervalo seria de 54 h à 59 h.

De modo geral o programa `period_scan` demora de 3 dias a uma semana para rodar um intervalo com 1000 pontos. Esta variação de tempo é dependente do número de curvas de luz, número de pontos em cada curvas de luz e da variação de tempo na observação das curvas de luz.

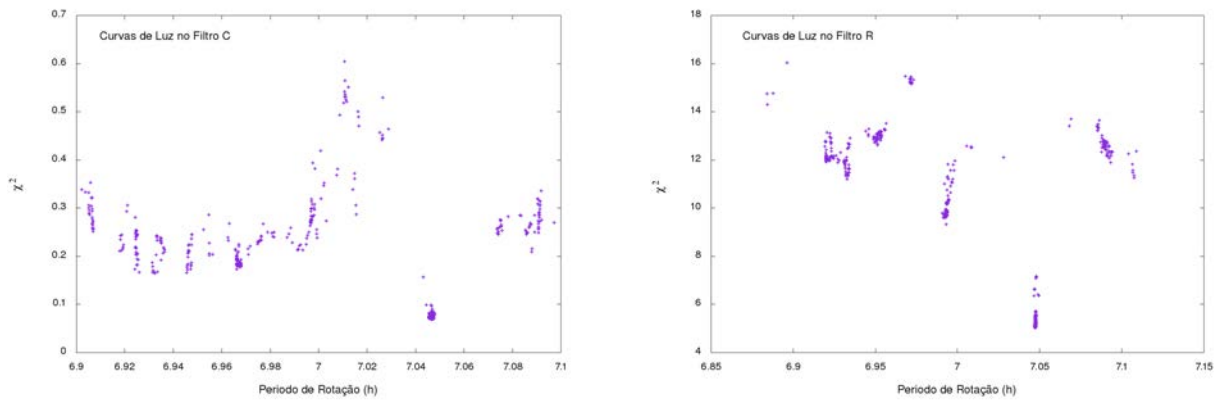
Neste trabalho foram analisados os períodos de rotação de 23 asteroides variando desde poucas horas à aproximadamente 140 h, no qual foram utilizadas curvas de luz no filtro C (clear) e no R (red) de forma separada. Para cada objeto foi feito um gráfico de período de rotação em função do χ_{rel}^2 apresentados da Figura 10 à Figura 16.

Nota-se que para todos os casos analisados os gráficos apresentam uma certa tendência de convergir para o valor de período de rotação esperado (disponível no JPL), apresentando uma queda significativa no valor de χ_{rel}^2 , de pelo menos 10%. A variação desta queda é dependente da quantidade e qualidade das curvas de luz utilizadas, dando ênfase à segunda.

É importante salientar que o período de rotação de um asteroide independe do filtro utilizado nos telescópios, dependendo apenas de sua rotação quando possuem rotação regular (não caótica). Este

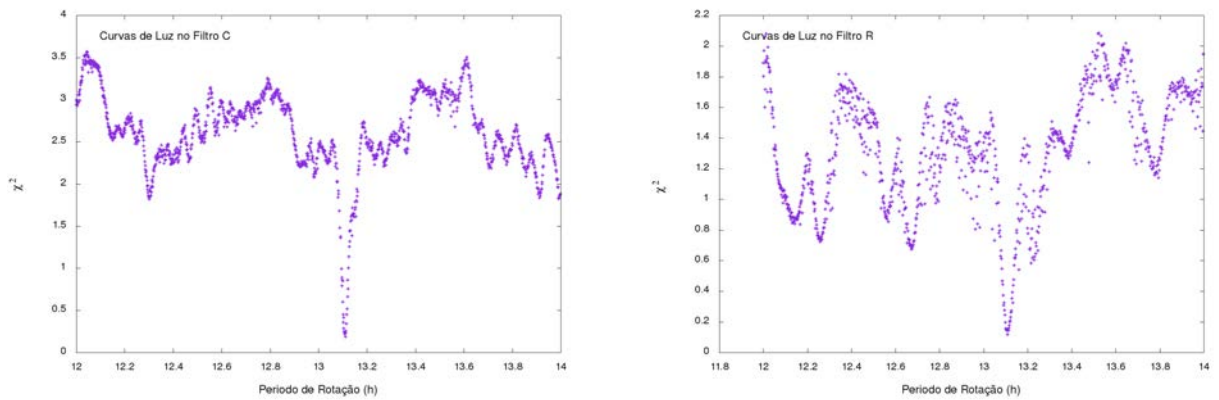
fato foi verificado para os asteroides (13) Egeria, (26) Proserpina, (105) Artemis e (247) Eukrate apresentados da Figura 10 à Figura 13 que foram estudados a partir de curvas de luz observadas no filtros C e R.

Figura 10 – Período de rotação em função de χ_{rel}^2 para o asteroide (13) Egeria via curvas de luz no filtro C (esquerda) e R (direita).



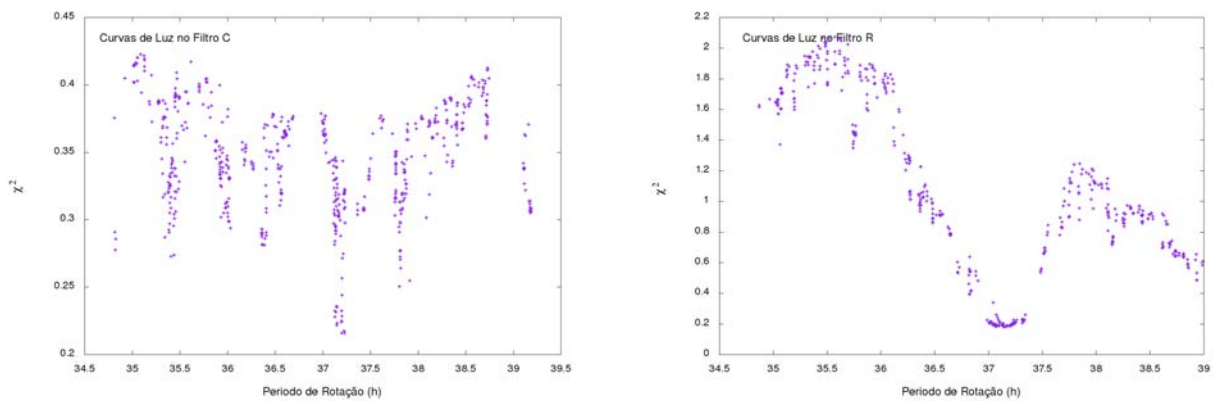
Fonte : Autoria Própria

Figura 11 – Período de rotação em função de χ_{rel}^2 para o asteroide (26) Proserpina via curvas de luz no filtro C (esquerda) e R (direita).



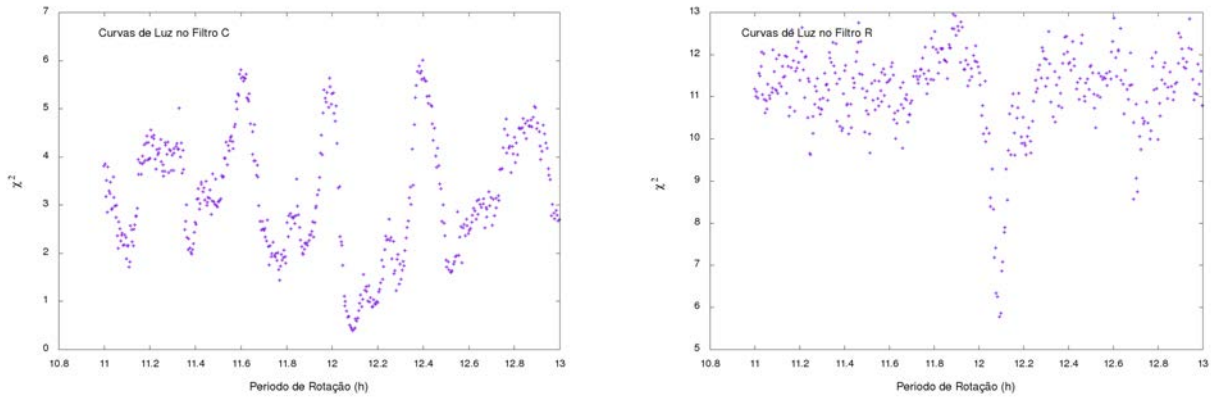
Fonte : Autoria Própria

Figura 12 – Período de rotação em função de χ_{rel}^2 para o asteroide (105) Artemis via curvas de luz no filtro C (esquerda) e R (direita).



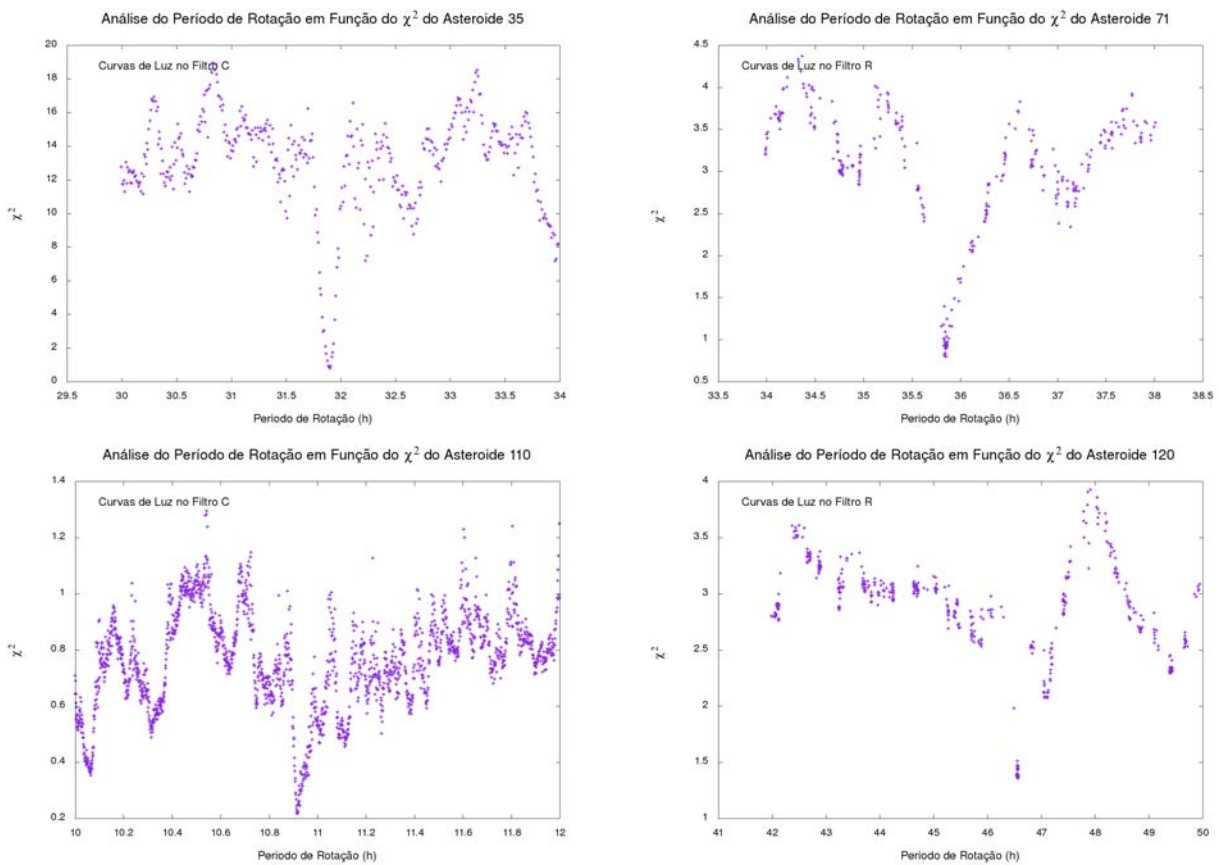
Fonte : Autoria Própria

Figura 13 – Período de rotação em função de χ^2_{rel} para o asteroide (247) Eukrate via curvas de luz no filtro C (esquerda) e R (direita).



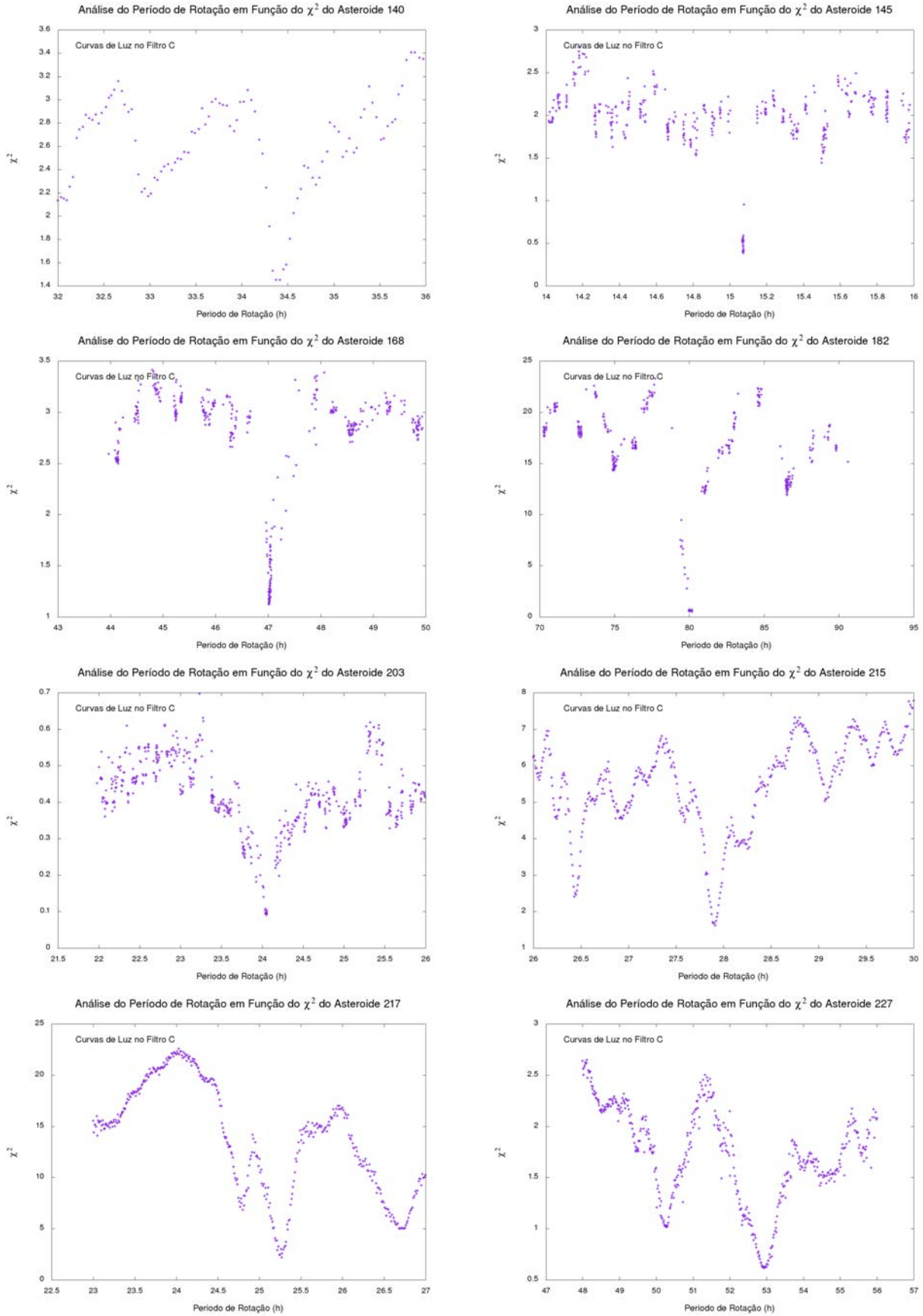
Fonte : Autoria Própria

Figura 14 – Verificação do período de rotação em função do χ^2_{rel} para alguns asteroides.



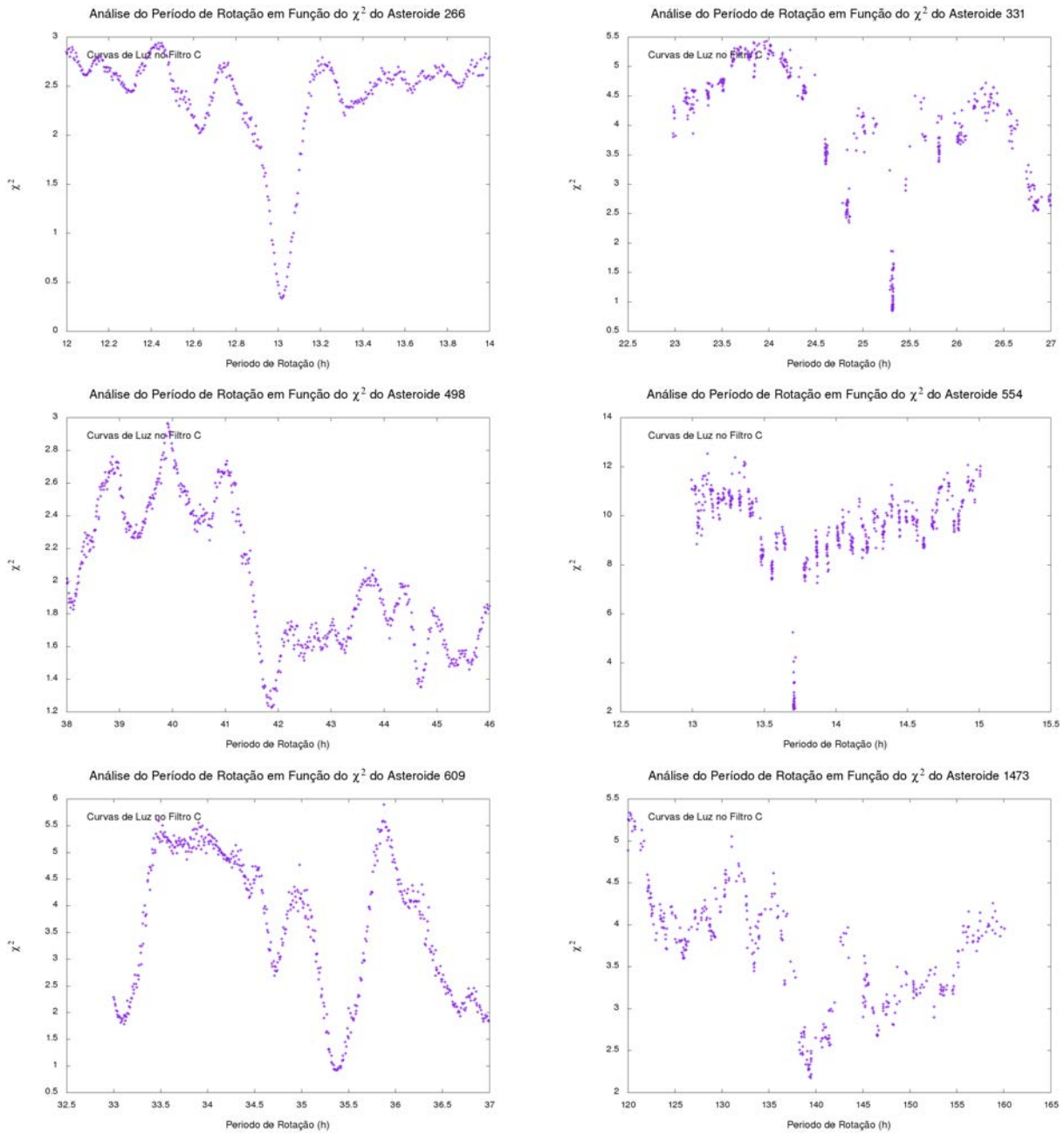
Fonte : Autoria Própria

Figura 15 – Verificação do período de rotação em função do χ^2_{rel} para alguns asteroides.



Fonte : Autoria Própria

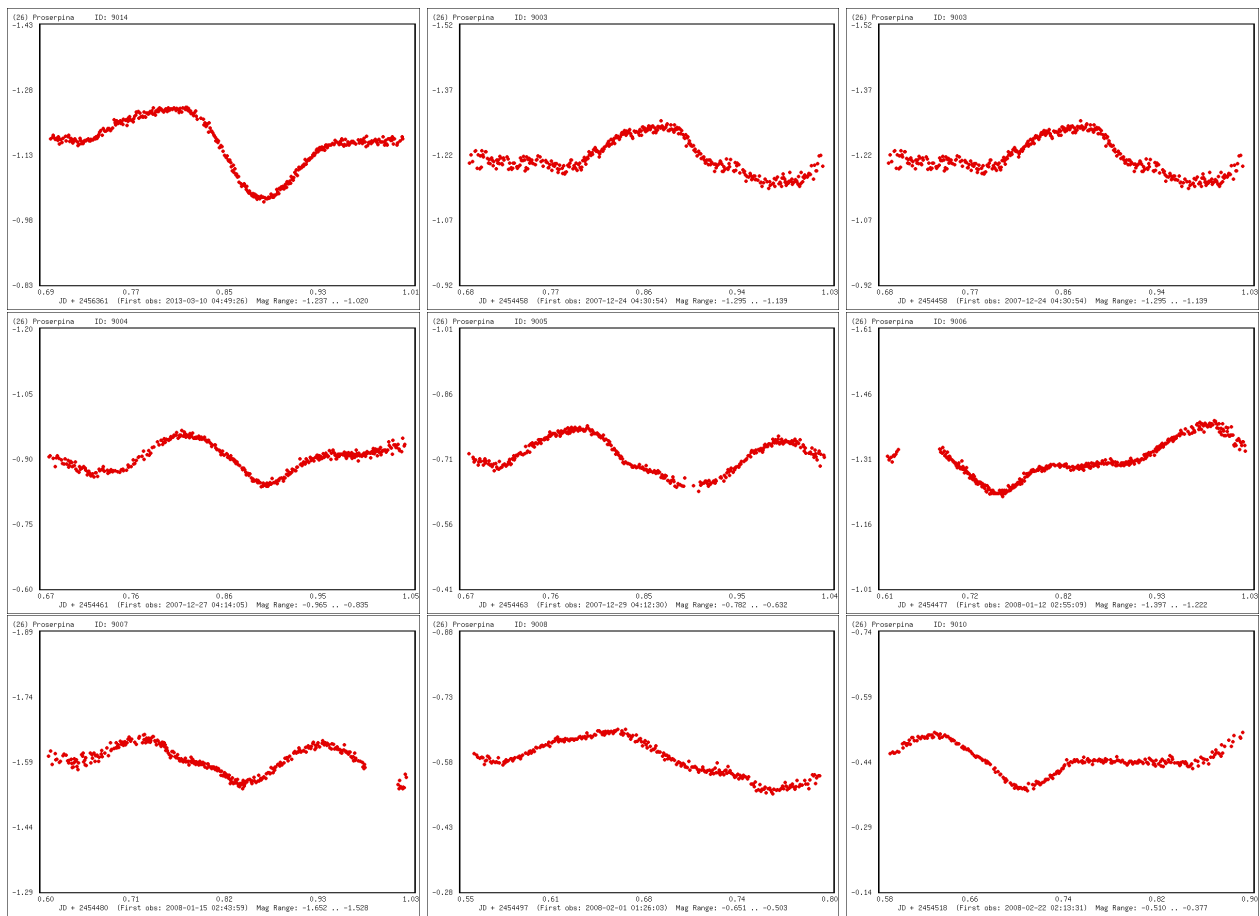
Figura 16 – Verificação do período de rotação em função do χ^2_{rel} para alguns asteroides.



Fonte : Autoria Própria

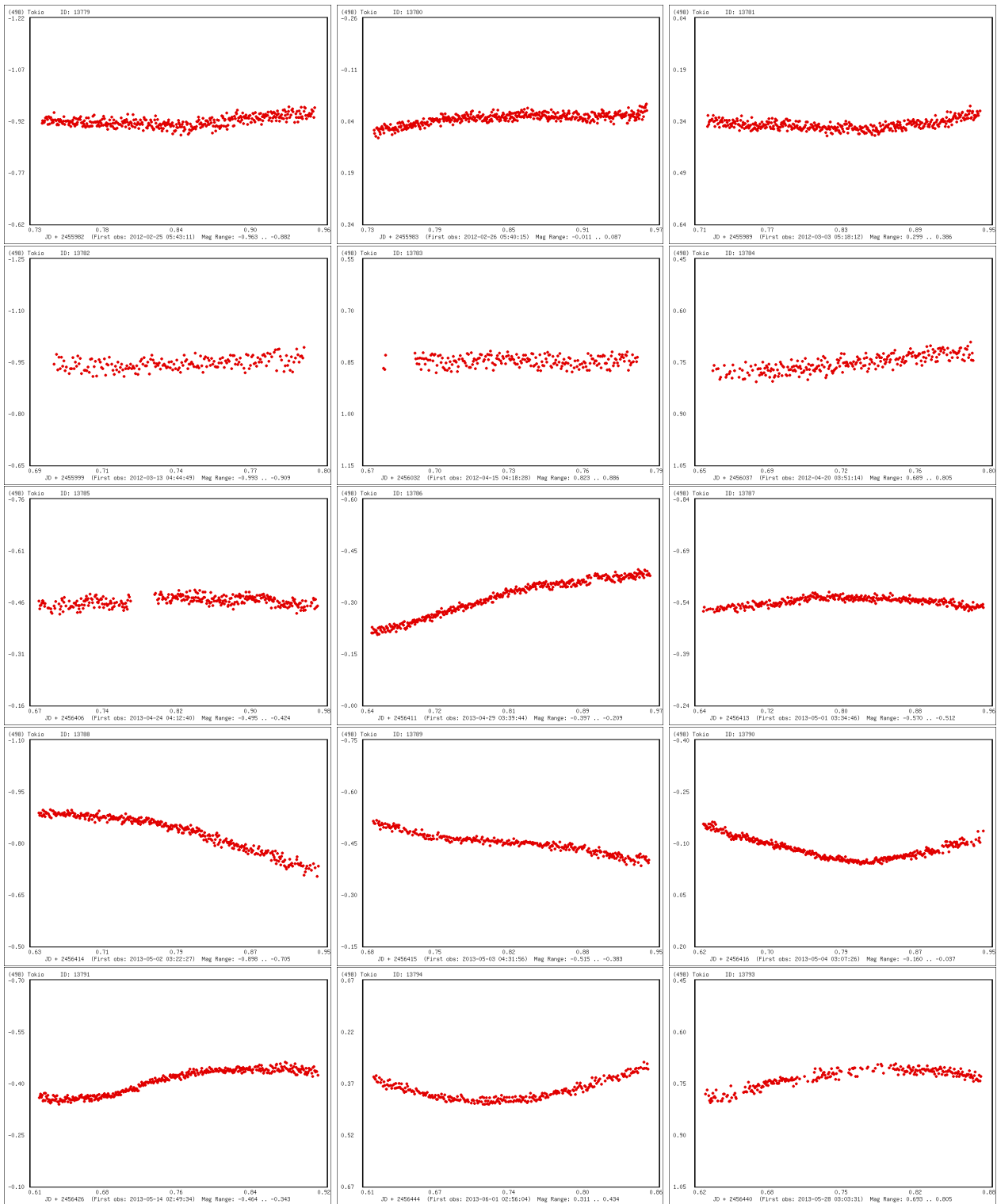
Vale ressaltar dois exemplos de conjuntos de curvas de luz de dois asteroides distintos, (26) Proserpina e (498) Tokio, que têm curvas de luz com mais e menos qualidade, fator que depois interferiu na busca pelos parâmetros do polo (ver Figura 17 e Figura 18). Obviamente, a qualidade das curvas não foi o único fator que contribuiu para a não convergência do resultado que será discutido na próxima seção.

Figura 17 – Curvas de luz do asteroide (26) Proserpina definidas pela magnitude relativa em função do tempo.



Fonte : Warner (2016)

Figura 18 – Curvas de luz do asteroide (498) Tokio definidas pela magnitude relativa em função do tempo.



Fonte : Warner (2016)

Na Tabelas 1 e na 2 estão apresentados os resultados para o período de rotação dos asteroides com curvas de luz no filtro C e R, respectivamente. Para o cálculo do erro relativo do período de rotação calculado, em relação ao do JPL, foi feito um arredondamento para a mesma casa decimal de precisão. Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, no qual foi obtido erro de menos de 1% para todos os asteroides.

Todo esse estudo deve ser feito novamente para verificar o período de rotação e, encontrar um período de rotação com maior precisão necessário para a aplicação da inversão de curvas de luz, pois serão analisadas curvas de luz de tempos que diferem em anos, mantendo a precisão na terceira casa decimal, perde-se um número muito grande de rotações que ocorreram e não foi contabilizado. Por exemplo, um asteroide com $12,0000h \pm 0,0005h$ durante 3 anos equivale à um de aproximadamente uma volta completa a mais ou a menos.

Na Tabela 1 foi verificado que a precisão do período de rotação determinado não é necessariamente proporcional à quantidade de curvas analisadas corroborando com o fator da qualidade das curvas é o mais significativo. Pode-se comparar, por exemplo os resultados para os asteroides 203 e 105 que tem erros de 0,000% e 0,102% em relação ao período de rotação constado no JPL, entretanto foram analisadas 9 e 20 curvas de luz para cada asteroide, respectivamente.

É interessante notar que o erro percentual na determinação do período de rotação aumenta com o aumento de seu valor. Este fato, ocorre devido à dificuldade de fazer um ajuste das curvas de luz considerando que cada noite de observação dura no máximo 8 horas (aproximadamente) produzindo curvas de luz que abrangem apenas uma pequena parte do período de rotação. Por exemplo, para o asteroide 1473, que tem período de rotação de ≈ 140 horas, seria necessário no mínimo 18 noites de observação para observar todo o asteroide.

A diferença na precisão do JPL e DAMIT é apenas computacional, pois para realizar a inversão de curvas de luz é necessário uma precisão na mesma ordem de grandeza dos dias julianos (sexta casa decimal) para que o programa possa calcular, sem perdas, quantas rotações ocorreram dentro do intervalo de tempo total de observação do conjunto das curvas de luz, como foi exemplificado anteriormente. Devido ao fato de que objetivo do principal do projeto (determinar a forma do asteroide) foi determinar a forma do asteroide, não foi analisado a precisão real do asteroide.

Tabela 1 – Resultados para os período de rotação com curvas de luz no filtro C

Asteroide	N	p (h)		Erro (%)		
		JPL	JPL	DAMIT	DAMIT	
13	3	7,046952	7,045	0,028	7,046671	0,004
26	9	13,110731	13,110	0,008	13,109770	0,007
35	43	31,901353	31,900	0,003	31,901000	0,001
102	17	23,619285	23,613	0,025	-	-
105	20	37,203544	37,156	0,129	-	-
110	13	10,916977	10,927	0,092	10,925800	0,081
140	24	34,417791	34,445	0,078	-	-
145	11	15,074025	15,071	0,020	-	-
168	29	47,017827	47,009	0,022	-	-
182	26	80,170116	80,088	0,102	80,166000	0,005
203	9	24,052085	24,052	0,000	-	-
215	14	27,912148	27,937	0,089	-	-
217	38	25,268744	25,272	0,012	-	-
227	20	52,943022	52,980	0,070	-	-
247	14	12,091811	12,093	0,008	12,094800	0,025
266	28	13,017629	13,018	0,000	-	-
331	17	25,314713	25,315	0,000	-	-
498	15	41,881415	41,850	0,074	-	-
554	32	13,711300	13,713	0,015	-	-
609	13	35,368364	35,375	0,020	-	-
1473	32	139,478522	139,100	0,272	-	-

Fonte : Autoria Própria

Tabela 2 – Resultados para os período de rotação com curvas de luz no filtro R

Asteroide	N	p (h)		Erro (%)		
		JPL	JPL	DAMIT	DAMIT	
13	5	7,047534	7,045	0,043	7,046671	0,012
26	8	13,109601	13,110	0,000	13,109770	0,001
71	13	35,850197	35,864	0,039	35,852100	0,005
105	15	37,142843	37,156	0,035	-	-
120	27	46,566046	46,551	0,032	46,550800	0,033
247	22	12,092760	12,093	0,000	12,094800	0,017

Fonte : Autoria Própria

4.2 PARÂMETROS DO POLO

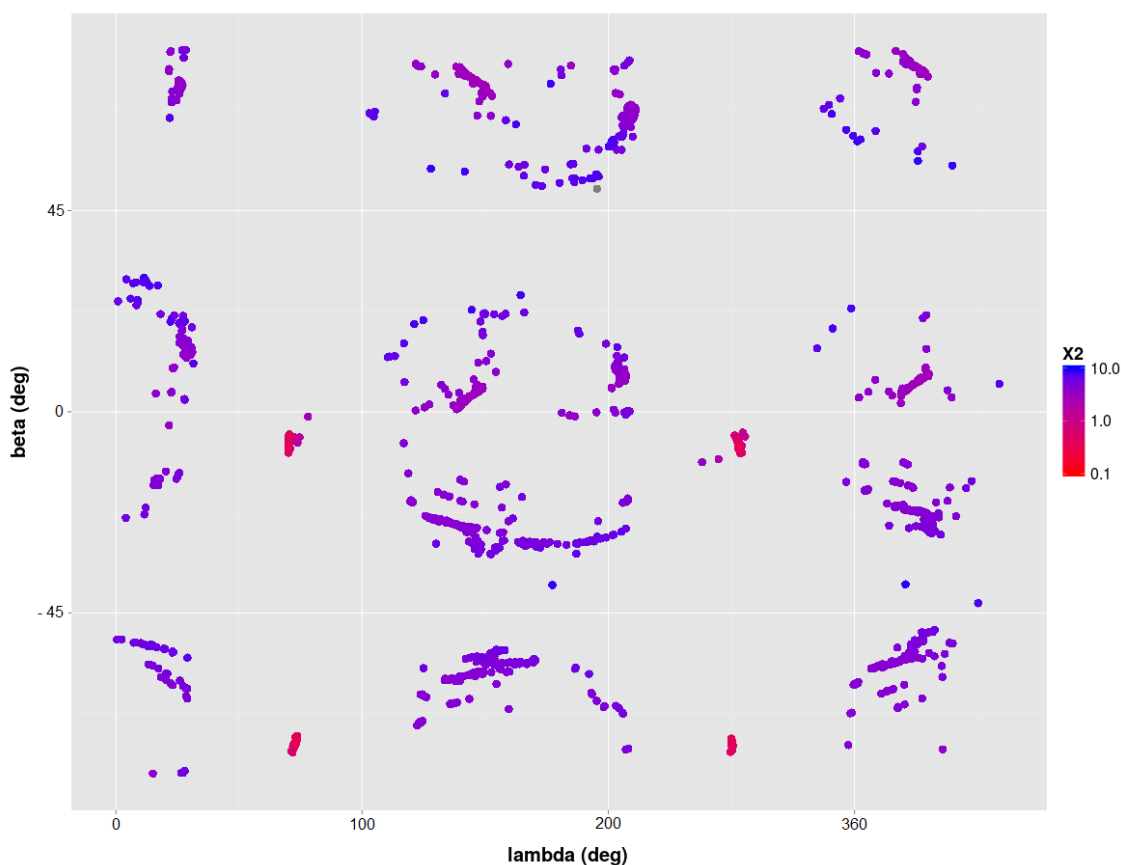
Mais difícil de ser obtida, a orientação do eixo de rotação do asteroide (polo) é definida pelos ângulos λ e β (longitude e latitude celeste).

A determinação dos valores de λ e β , é dependente de um conjunto de curvas de luz que contém observações em diferentes épocas, posições relativas entre o asteroide, observador (Terra) e o Sol,

assegurando que o objeto foi identificado por ângulos diferentes aumentando a possibilidade de ter sido observada toda sua estrutura física. Por sua vez, esta variação é dependente do tamanho e excentricidade da órbita do asteroide, pois para um asteroide que possui período orbital muito grande, necessita-se de observações de longo período. Também deve-se ressaltar que o polo também é dependente da qualidade das curvas de luz de forma que seja possível realizar um ajuste confiável no conjunto das curvas de luz.

Os programas de inversão de curva de luz tem por definição do método numérico duas soluções possíveis devido o método ser numérico. Estas duas soluções são determinadas de forma análoga ao período de rotação determinando um par λ e β que tem χ_{rel}^2 menor do que os demais. Além destas duas soluções cada solução tem ambiguidade de 180 graus em λ . Na Figura 19 segue o exemplo da determinação do polo com 4 possíveis combinações de λ e β com χ_{rel}^2 menores do que os demais, onde foi verificada a ambiguidade de 180 graus em λ para os dois casos, por conseguinte foram determinadas as duas soluções para o polo.

Figura 19 – Exemplo de determinação do polo



Fonte : Autoria Própria

Como citado na Seção (3.3) para determinar a região da esfera celeste onde está localizado o polo foi feito uma análise variando de 20° em 20° λ e β com o objetivo de, em primeira aproximação, obter os parâmetros do polo. Após esta investigação foi realizada uma análise mais completa variando os ângulos de 5° em 5° com o objetivo de confirmar o primeiro resultado e encontrar os valores de λ e β .

A última análise realizada foi verificar se β estava coerente para todos os casos que tiveram menores χ_{rel}^2 devido ao fato de que o seu sinal determina se o asteroide possui rotação prógrada (positivo) ou

retrógrada (negativo). Ou seja, para os asteroides em que foram encontradas regiões do polo com os mesmos valores mínimos para o χ_{rel}^2 cujos β são muito diferentes foram descartados.

Todos os resultados obtidos estão disponíveis nas Tabelas 1 e 2, de forma que são apresentados primeiro os valores do polo mais prováveis, seguido dos menos prováveis. O erro para os dados é de $\pm 5^\circ$ (HANUS et al., 2011) implicando que os resultados para os asteroides (26) e (35) foram compatíveis com os disponíveis no banco de dados do DAMIT, tanto no filtro C quanto no R para o primeiro. Enquanto o resultado para o asteroide (182) é coerente, diferindo do resultado do DAMIT em poucos graus, porém mantendo o sentido da orientação a rotação retrógrada (β negativo).

Deve ser mencionado que o DAMIT também utiliza as curvas de luz disponíveis no banco de dados do MPC, acrescentando curvas de luz que não estão sobre domínio público aumentando a possibilidade de chances de encontrar a solução para o polo. Este, talvez seja o motivo mais provável de não terem sido reproduzidos os resultados para o asteroide (120) Lachesis e (247) Eukrate.

O programa convexinv, de modo geral, é rápido demorando aproximadamente 10 minutos para calcular os vértices e faces do asteroide e o ajuste das curvas de luz. Para todos asteroides estudados este tempo médio foi válido. Entretanto, este tempo é válido para cada combinação de λ e β .

Tabela 3 – Resultados para os parâmetros do polo com curvas de luz no filtro C

Asteroide	Resultados Obtidos					Dados disponíveis					no DAMIT	
	λ_1 (°)	β_1 (°)	p_1 (h)	λ_2 (°)	β_2 (°)	p_2 (h)	λ (°)	β (°)	p (h)	λ_2 (°)	β_2 (°)	p_2 (h)
13	=	=	=	=	=	=	44	21	7,046671	238	11	7,046673
26	88	-48	13,110779	/	/	/	88	-52	13,109770	/	/	/
35	16	9	31,901354	195	4	31,901539	15	7	31,900900	196	0	31,9010
102	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-
105	106	13	37,186848	214	28	37,181166	-	-	-	-	-	-
110	=	=	=	=	=	=	149	-55	10,925800	331	-61	10,92580
140	213	12	34,417507	40	13	34,417573	-	-	-	-	-	-
145	42	73	15,069999	177	77	15,070620	-	-	-	-	-	-
168	302	36	47,009558	281	75	47,003448	-	-	-	-	-	-
182	62	-74	80,180497	203	-79	80,168024	67	-87	80,166	222	-85	80,166
203	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-
215	195	-48	27,911838	359	-45	27,911839	-	-	-	-	-	-
217	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-
227	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-
247	=	=	=	=	=	=	103	-22	12,09480	/	/	/
266	41	46	17,018175	317	6	17,018057	-	-	-	-	-	-
331	88	-54	25,322008	104	-50	25,321881	-	-	-	-	-	-
498	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-
554	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-
609	180	46	35,368828	171	39	35,369852	-	-	-	-	-	-
1473	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-

Fonte : Autoria Própria

- Não há dados disponíveis no banco de dados do DAMIT

/ Existe apenas uma solução para os parâmetros do polo

= Ao rodar o programa convexinv não foi possível encontrar uma solução para os parâmetros do polo de maneira consistente

Tabela 4 – Resultados para os parâmetros do polo com curvas de luz no filtro R

Asteroide	Resultados				Obtidos				Dados disponíveis				no		DAMIT	
	λ_1 (°)	β_1 (°)	p_1 (h)	λ_2 (°)	β_2 (°)	p_2 (h)	λ (°)	β (°)	p (h)	λ_2 (°)	β_2 (°)	p_2 (h)	λ_2 (°)	β_2 (°)	p_2 (h)	
13	=	=	=	=	=	=	44	21	7,046671	238	11	7,046673				
26	81	-52	13,109507	/	/	/	88	-52	13,109770	/	/	/				
71	126	-32	35,843514	88	-34	35,843998	-	-	-	-	-	-				
105	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-				
120	=	=	=	=	=	=	256	39	46,550800	86	55	46,550400				
159	=	=	=	=	=	=	-	-	-	-	-	-				
247	=	=	=	=	=	=	103	-22	12,094800	/	/	/				

Fonte : Autoria Própria

- Não há dados disponíveis no banco de dados do DAMIT

/ Existe apenas uma solução para os parâmetros do polo

= Ao rodar o programa convexinv não foi possível encontrar uma solução para os parâmetros do polo de maneira consistente

4.3 MODELO DE POLIEDROS

Nesta seção serão apresentados os modelos de poliedros para 10 asteroides dentre os 23 estudados. Vale ressaltar que para os objetos que foram identificados com duas possíveis soluções para o polo foi escolhida somente a que melhor convergiu (o primeiro conjunto de parâmetros apresentados na Tabela 1 e na Tabela 2).

No texto serão apresentados apenas o ajuste de quatro curvas de luz junto ao modelo de poliedros gerado a partir do período de rotação e os parâmetros do polo encontrados na seção anterior. O ajuste das demais curvas de luz será apresentado no Apêndice A devido ao volume muito grande de gráficos.

É importante notar que pode-se ter uma pequena modificação no período de rotação utilizado para o modelo (Tabela 3 e Tabela 4) com respeito ao encontrado no `period_scan` (Tabela 1 e Tabela 2), diferindo apenas nas últimas casas decimais, isso deve-se ao fato de que o período encontrado será reajustado ao modelo de poliedros via expansão dos harmônicos esféricos. Esta pequena modificação ocorre para otimizar o modelo para que obedeça a estabilidade de Minkowski e que seja compatível com as curvas de luz.

Em todos os casos os parâmetros de espalhamento foram mantidos constantes, sendo utilizados os valores sugeridos pelo manual do programa e que a função de fase foi introduzida como constante, uma vez que foram utilizadas apenas curvas de luz relativas. Também foram realizados testes de inversão com curvas de luz absolutas, porém não foi possível encontrar um ajuste para nenhum dos casos, obtendo ajuste com concavidade oposta da curva de luz analisada. Ademais, foi observado que a maioria das curvas de luz que foram analisadas pelo DAMIT são relativas, devido à dificuldade de ajustar a função de fase.

Todos os modelos que serão apresentados são formados de poliedros triangulares com 1022 faces e 2040 vértices. Serão apresentados os modelos dos asteroides determinados, além de dois (como o caso dos asteroides (26) Proserpina com curvas de luz observadas no filtro R e (266) Aline com curvas de luz observadas no filtro C). A confiabilidade do modelo foi determinada pelo ajuste das curvas de luz que deve ser coerente para todo o conjunto utilizado.

4.3.1 (26) Proserpina - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 5 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (26) Proserpina via curvas de luz no filtro C.

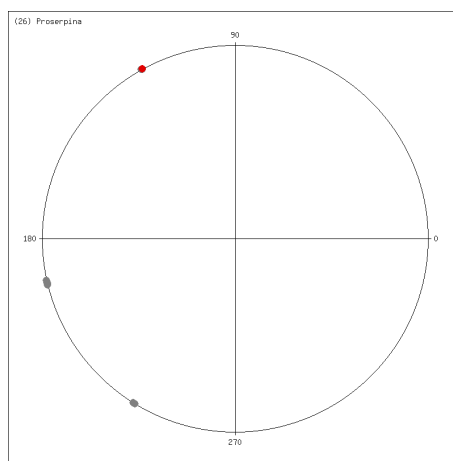
Tabela 5 – Dados do asteroide (26) Proserpina.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Para este asteroide foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 24-12-2007 à 3-10-2013 divididas em três épocas distintas: dezembro de 2007, janeiro e fevereiro de 2008 e março de 2013 (Pilcher, 2017) como mostrado na Figura 20.

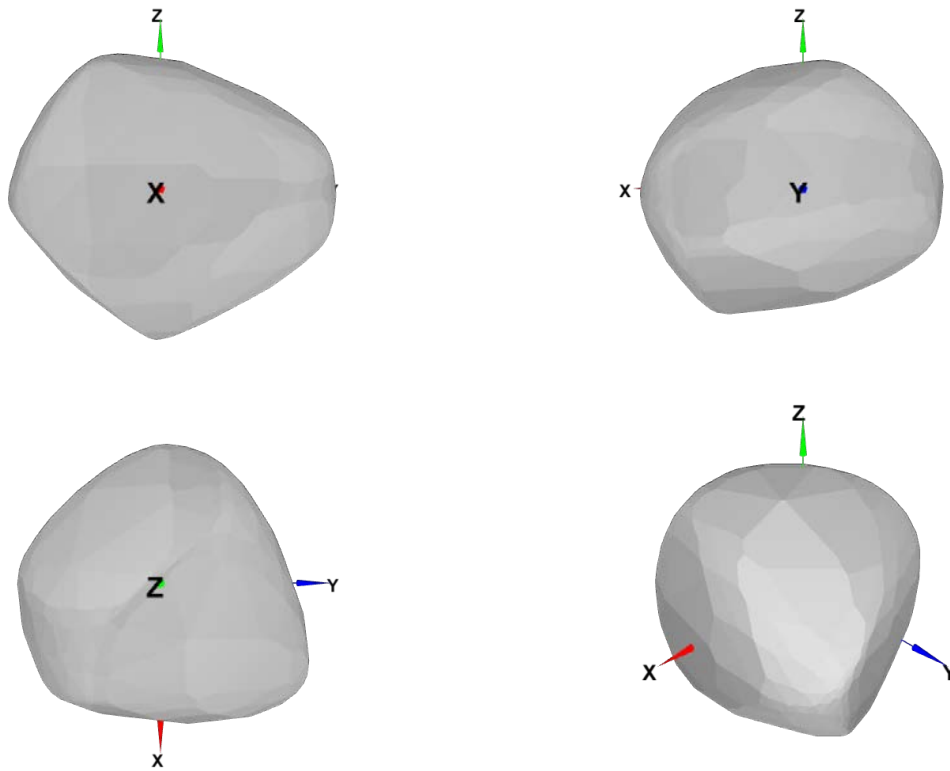
Figura 20 – Ilustração das posições do asteroide (26) Proserpina nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

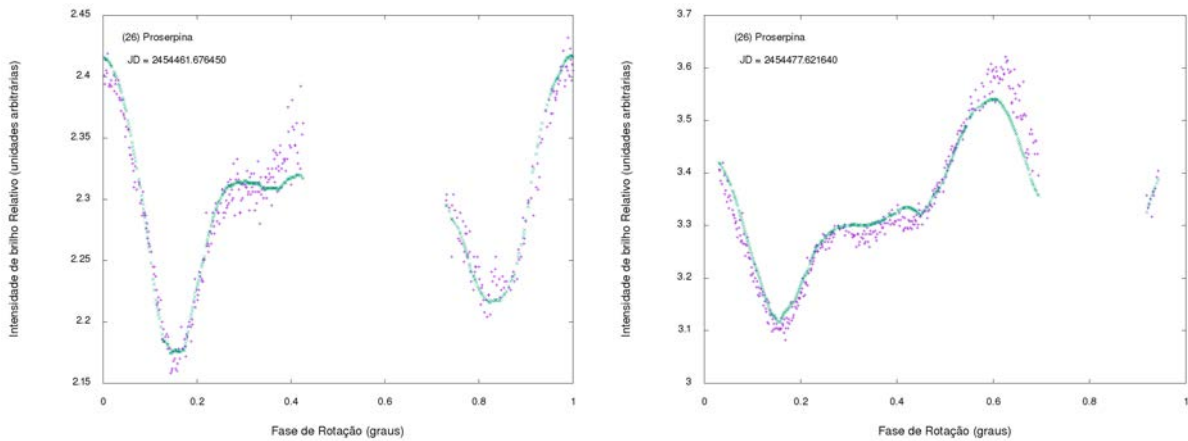
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado para o polo os valores de $\lambda = 88^\circ$ e $\beta = -48^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 21. Este modelo apresenta um corpo elipsoidal pouco achatado, verificado a partir dos dois picos (situados em ≈ 0 e ≈ 0.6) e dois vales na curva de luz situados em ≈ 0.15 e ≈ 0.85 da Figura 22. Esta figura mostra que o ajuste das curvas de luz está correto validando o período de rotação utilizado de $P = 13.110738$ h, no qual todas apresentam uma boa concordância (Figura 56), tornando o modelo confiável.

Figura 21 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (26) Proserpina em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 22 – Análise do Ajuste das Curvas de Luz do asteroide (26) Proserpina no filtro C



Fonte : Autoria Própria

4.3.2 (26) Proserpina - Curvas de Luz no Filtro R

Na Tabela 6 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (26) Proserpina via curvas de luz no filtro R.

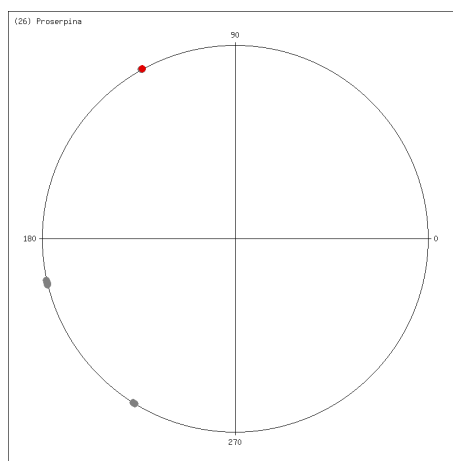
Tabela 6 – Dados do asteroide (26) Proserpina.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte : JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 27-05-2009 à 30-04-2013 divididas em três épocas distintas: janeiro e fevereiro de 2008 e de maio e junho de 2009 e abril de 2013 (Pilcher, 2017) como mostrado na Figura 23.

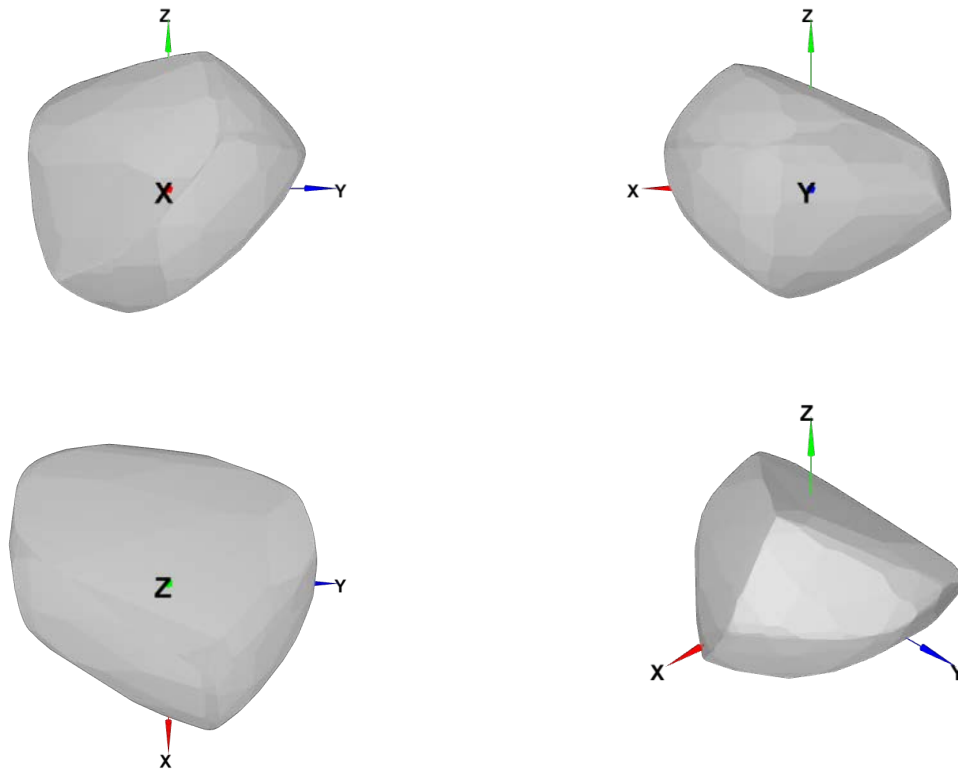
Figura 23 – Ilustração das posições do asteroide (26) Proserpina nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

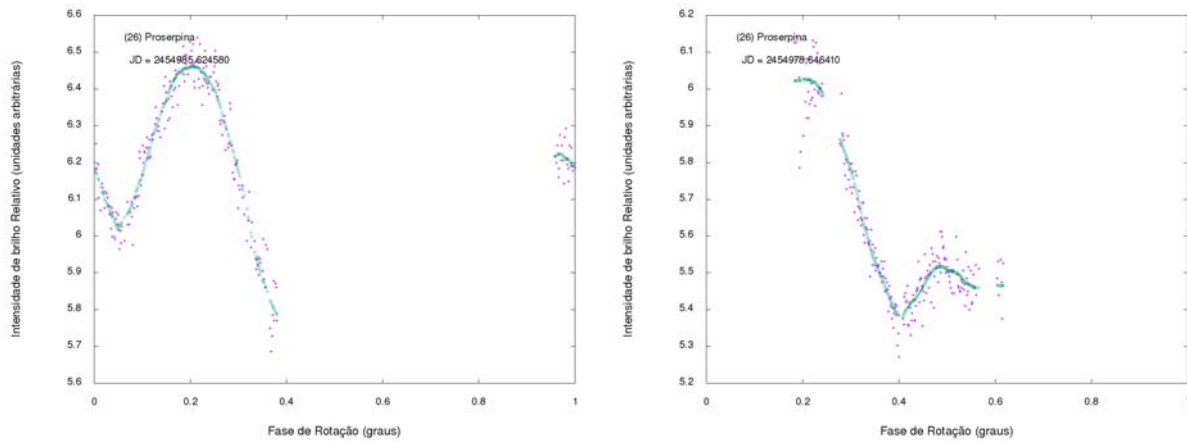
A Figura 25 verifica que o ajuste das curvas de luz não está coerente, pois a curva de luz apresenta mudança de cavidade em 0.2, enquanto na primeira e na segunda encontra-se um máximo, na terceira e na quarta apresenta dois mínimos. Mesmo com estes resultados foi gerado um modelo de poliedros com $P = 13.109521$ h e para o polo foi utilizado os valores de $\lambda = 82^\circ$ e $\beta = -52^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 24. Este modelo não é confiável devido a não unicidade no ajuste das curvas de luz.

Figura 24 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (26) Proserpina em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 25 – Análise do ajuste das curvas de Luz (26) do asteroide Proserpina no filtro R



Fonte : Autoria Própria

4.3.3 (35) Leukothea - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 7 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (35) Leukothea via curvas de luz no filtro C.

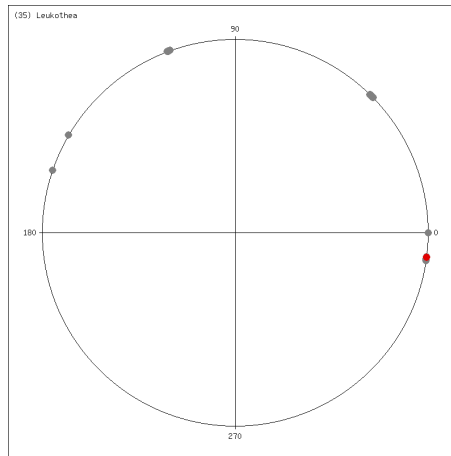
Tabela 7 – Dados do asteroide (35) Leukothea.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 05-08-2007 à 14-10-2012 divididas em cinco épocas distintas: agosto à outubro de 2007, setembro à novembro de 2008 (Pilcher, 2008), dezembro de 2009 (Pilcher; Jardine, 2009), janeiro à fevereiro de 2010 (Pilcher, 2010c) como mostrado na Figura 26.

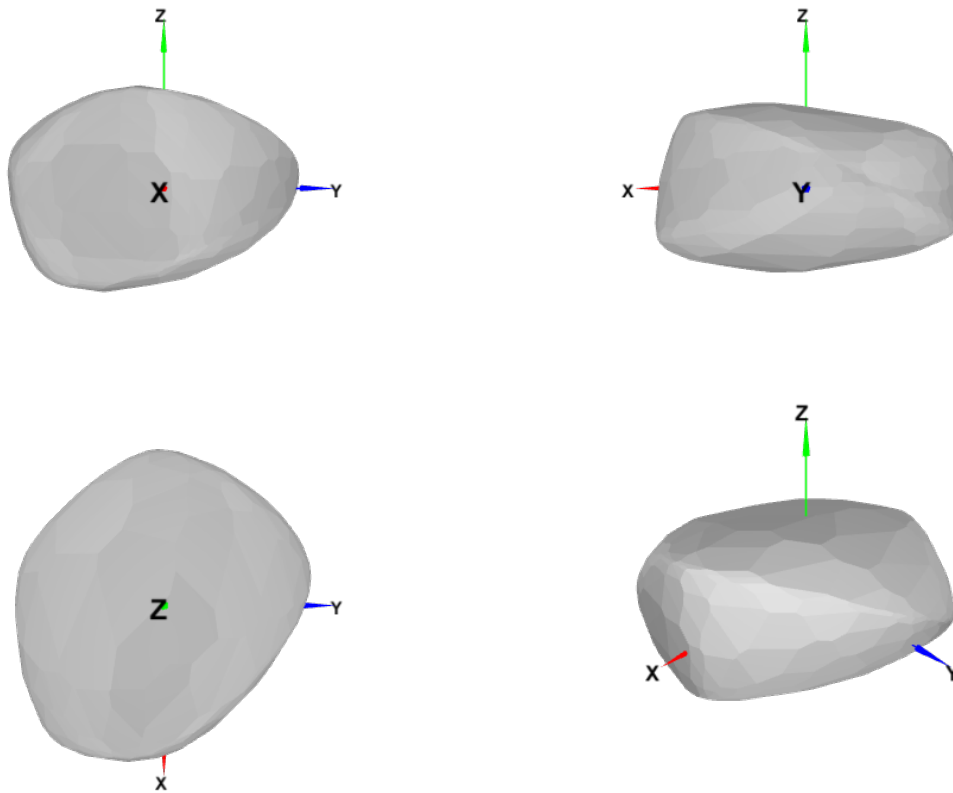
Figura 26 – Ilustração das posições do asteroide (35) Leukothea nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

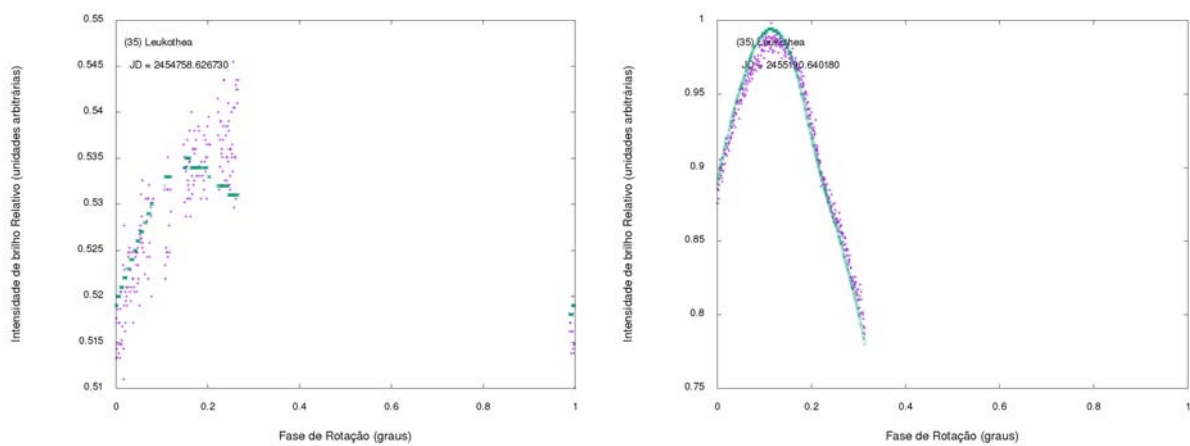
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado o polo com valores de $\lambda = 196^\circ$ e $\beta = 3^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 27. Este modelo apresenta um corpo elipsoidal bem achatado, apresentando dois picos (situados em ≈ 0.1 e ≈ 0.7) e dois vales na curva de luz (situados em ≈ 0.15 e ≈ 0.85). A Figura 28 mostra que o ajuste das curvas de luz está correto de forma a validar o período de rotação utilizado de $P = 31.901186$ h. Na figura ?? notou-se que as primeiras curvas de luz não tem boa qualidade, porém ainda é possível encontrar o bom ajuste tornando o modelo confiável.

Figura 27 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (35) Leukothea em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 28 – Análise do ajuste das curvas de Luz do asteroide (35) Leukothea



Fonte : Autoria Própria

4.3.4 (71) Niobe - Curvas de Luz no Filtro R

Na Tabela 8 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (71) Niobe via curvas de luz no filtro R.

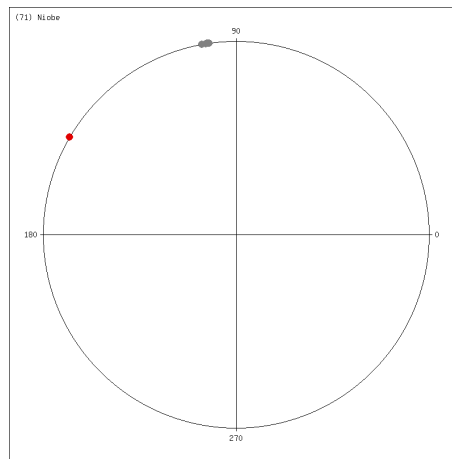
Tabela 8 – Dados do asteroide (71) Niobe.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 14-03-2006 à 10-07-2010 distribuídas em três épocas distintas: fevereiro à março de 2006 (Warner et al., 2006), novembro à dezembro de 2009 e de janeiro à fevereiro de 2010 (Pilcher, 2010a) como mostrado na Figura 29.

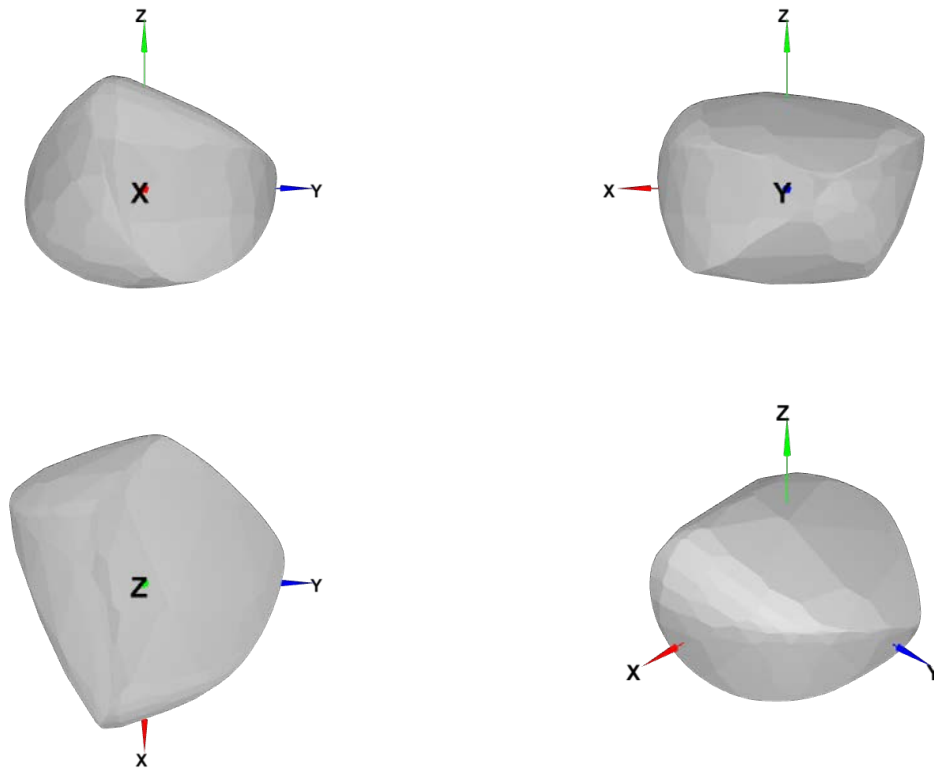
Figura 29 – Ilustração das posições do asteroide (71) Niobe nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

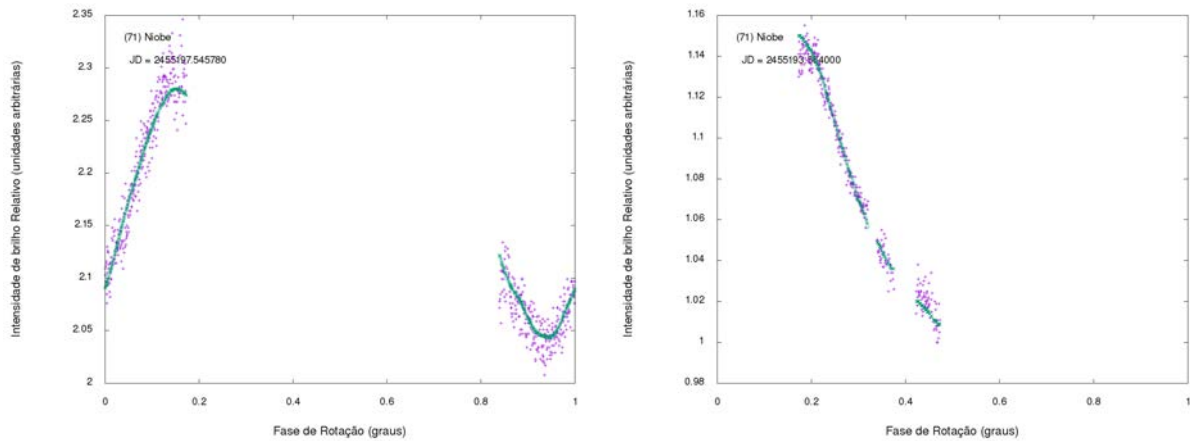
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado o polo com valores de $\lambda = 126^\circ$ e $\beta = -32^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 27. Este modelo apresenta um corpo elipsoidal mais achatado de forma a fazer um bico como visto na primeira imagem, da esquerda para a direita (Figura 30). A Figura 31 mostra que o ajuste das curvas de luz está correto validando o período de rotação utilizado de $P = 35.842782$ h. Na figura ?? são apresentadas o ajuste de duas curvas de luz para o asteroide de modo a verificar que o ajuste das curvas de luz está coerente.

Figura 30 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (71) Niobe em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 31 – Análise do ajuste das curvas de Luz do asteroide (71) Niobe



Fonte : Autoria Própria

4.3.5 (105) Artemis - Curvas de Luz no Filtro R

Na Tabela 9 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (105) Artemis via curvas de luz no filtro R.

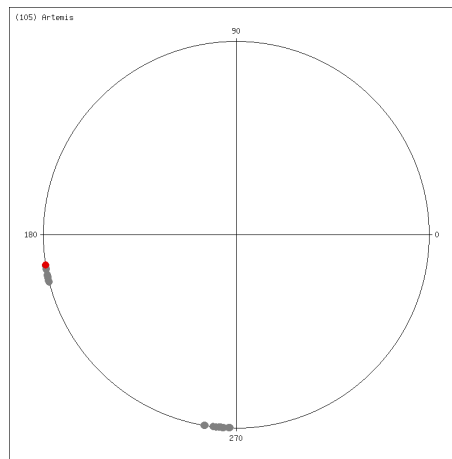
Tabela 9 – Dados do asteroide (105) Artemis .

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 14-03-2006 à 10-07-2010 distribuídas em três épocas distintas: março de 2006, de abril à maio de 2008 (Higley; Hardersen; Dyvig, 2008) e de maio à agosto de 2010 (Pilcher, 2010b) como mostrado na Figura 32.

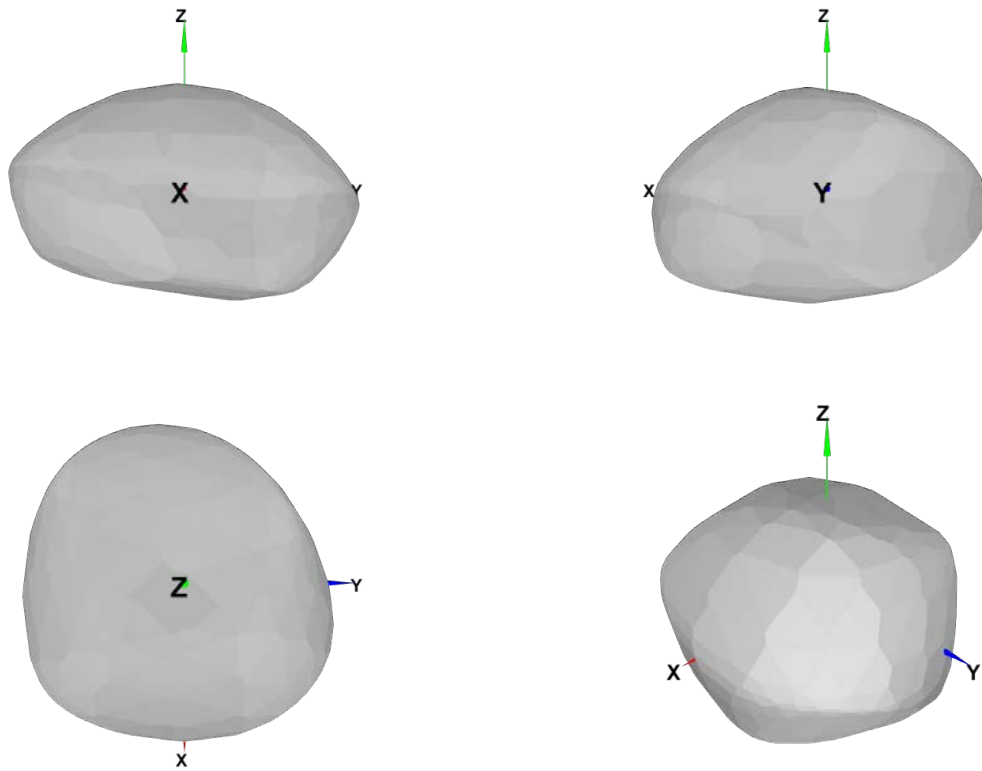
Figura 32 – Ilustração das posições do asteroide (105) Artemis nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

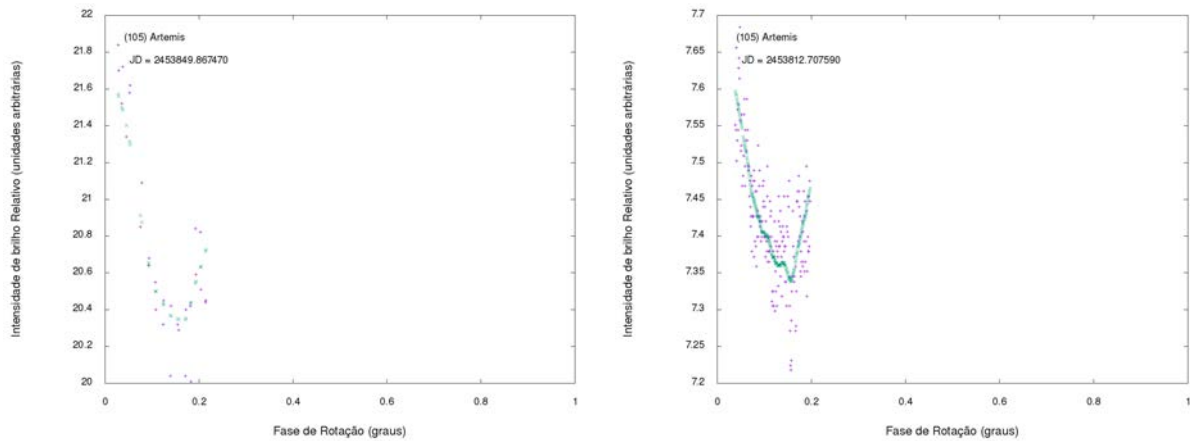
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado o período de rotação de $P = 37.183384$ h e os valores de $\lambda = 106^\circ$ e $\beta = 13^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 33. Este modelo apresenta um corpo elipsoidal bem achatado apresentando poucas deformidades. A Figura 34 apresenta que a qualidade das curvas é baixa, porém o ajuste das curvas de luz é coerente.

Figura 33 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (105) Artemis em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 34 – Análise do ajuste das curvas de Luz do asteroide (105) Artemis



Fonte : Autoria Própria

4.3.6 (140) Siwa - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 10 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (140) Siwa via curvas de luz no filtro C.

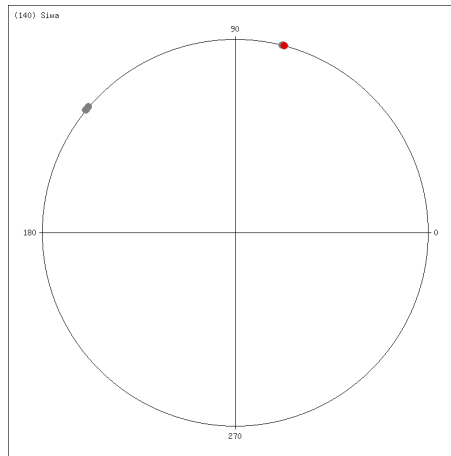
Tabela 10 – Dados do asteroide (140) Siwa.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 23-10-2010 à 09-03-2012 distribuídas em duas épocas distintas: outubro à dezembro de 2010 (Pilcher, 2012) e de janeiro à março de 2012 (Pilcher, 2011) como mostrado na Figura 35.

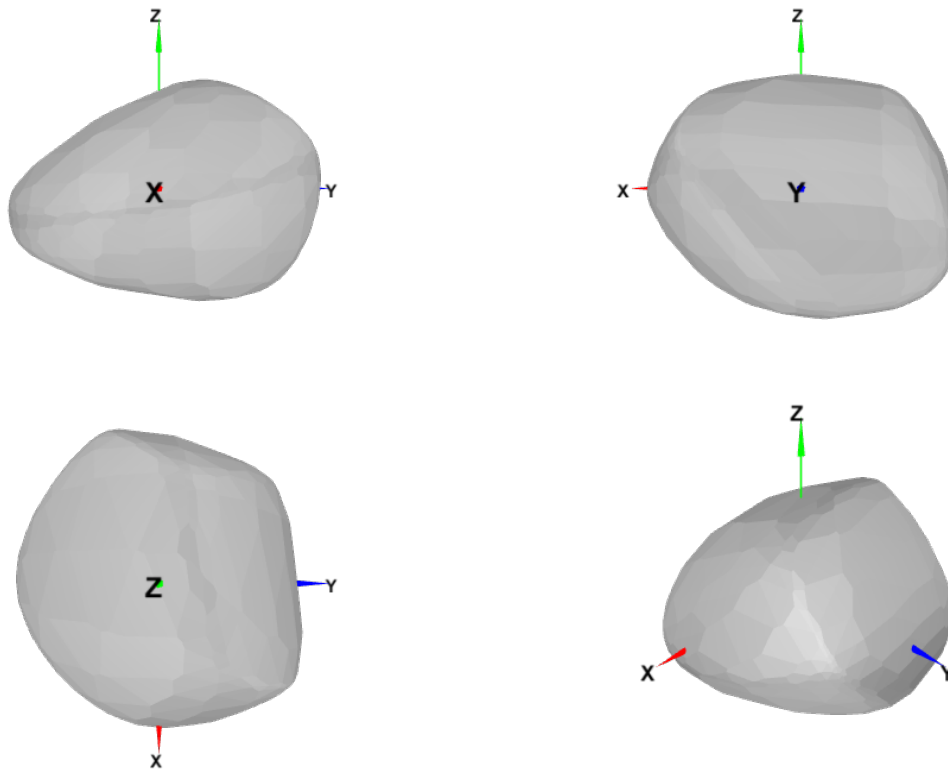
Figura 35 – Ilustração das posições do asteroide (140) Siwa nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

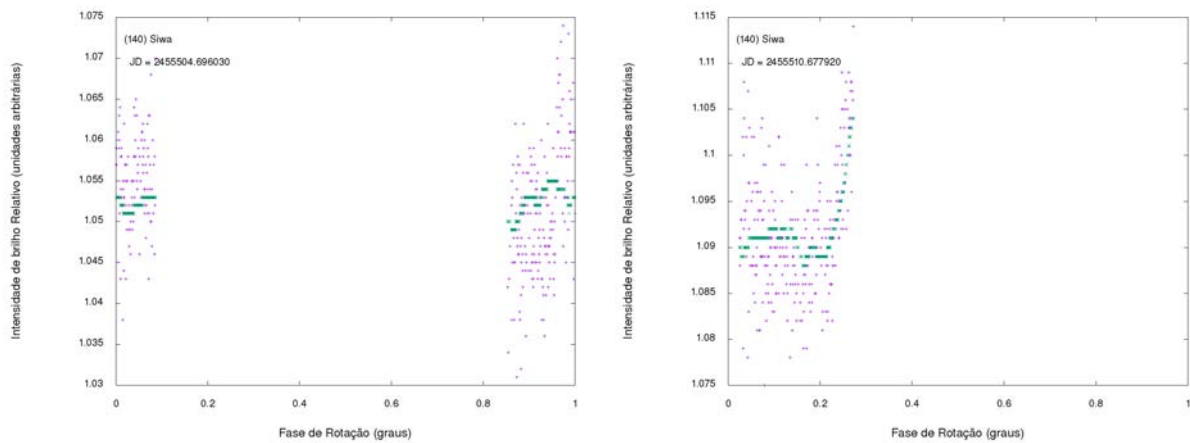
Para determinar o modelo de poliedros da Figura 36 foi utilizado período de rotação de $P = 34.416908$ h, $\lambda = 213^\circ$ e $\beta = 14^\circ$. Este modelo apresenta um corpo elipsoidal bem achatado apresentando poucas deformidades. Na Figura 37 foi verificado que as qualidades das curvas de luz não é boa, porém é possível inferir um ajuste e determinar os parâmetro do polo e a forma do asteroide.

Figura 36 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (140) Siwa em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 37 – Análise do Ajuste das Curvas de Luz



Fonte : Autoria Própria

4.3.7 (145) Adeona - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 11 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (145) Adeona via curvas de luz no filtro C.

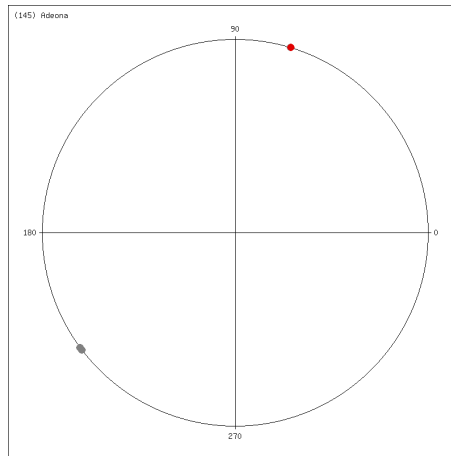
Tabela 11 – Dados do asteroide (145) Adeona.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 02-12-2008 à 02-06-2010 divididas duas épocas distintas: dezembro de 2006 (Stephens, 2009), abril à junho de 2009 e de janeiro à fevereiro de 2010 (Pilcher, 2010d) como mostrado na Figura 38.

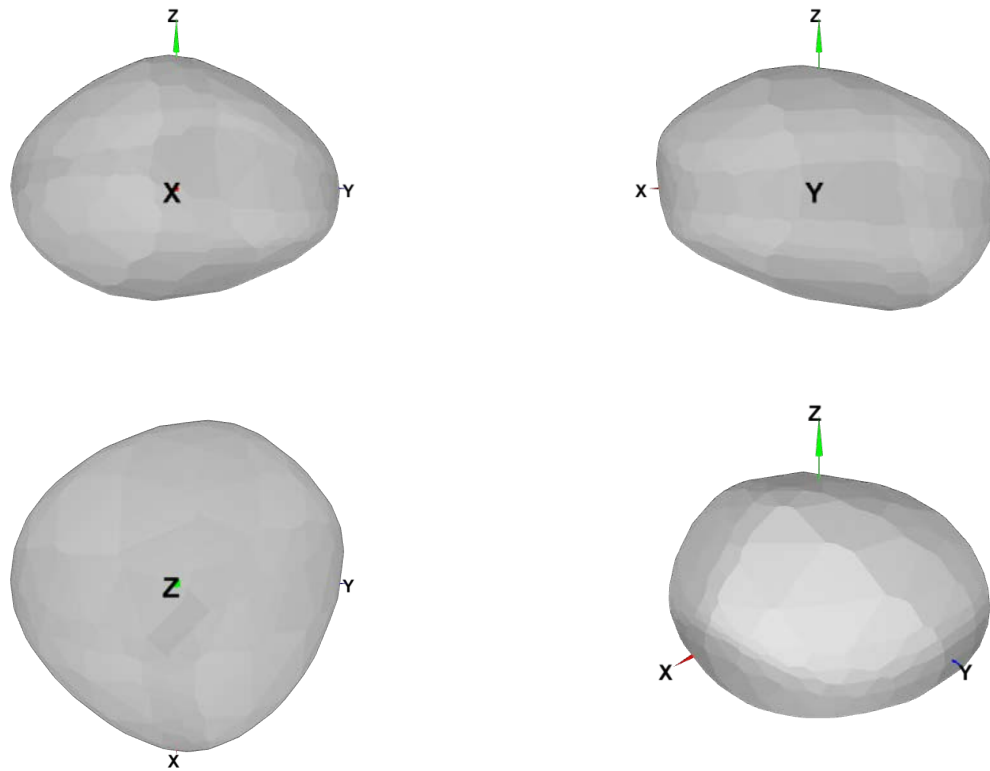
Figura 38 – Ilustração das posições do asteroide (145) Adeona nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

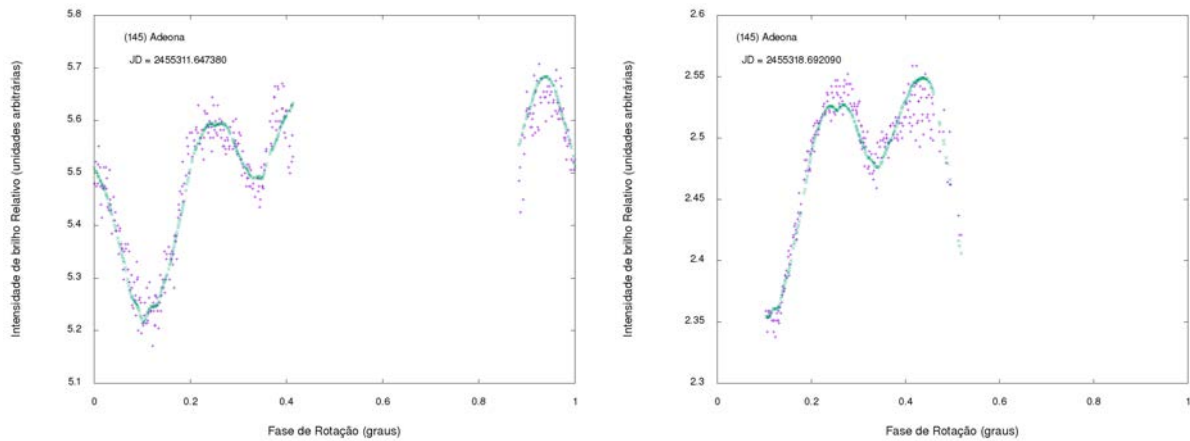
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado o polo com valores de $\lambda = 126^\circ$ e $\beta = -32^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 39. Este modelo apresenta um corpo elipsoidal mais achatado e alongado em relação ao eixo z. A Figura 40 verifica que o ajuste das curvas de luz está correto validando o período de rotação utilizado de $P = 35.842782$ h.

Figura 39 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (145) Adeona em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 40 – Análise do Ajuste das Curvas de Luz



Fonte : Autoria Própria

4.3.8 (168) Sibylla - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 12 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (168) Sibylla via curvas de luz no filtro C.

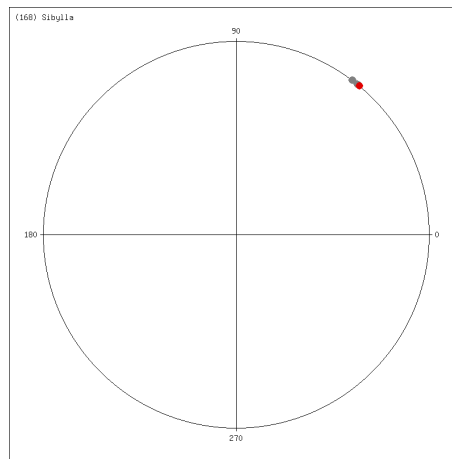
Tabela 12 – Dados do asteroide (168) Sibylla.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 06-10-2007 à 11-01-2008: outubro de 2007 à janeiro de 2008 (Pilcher; Benishek; Brinsfield, 2008) como mostrado na Figura 41.

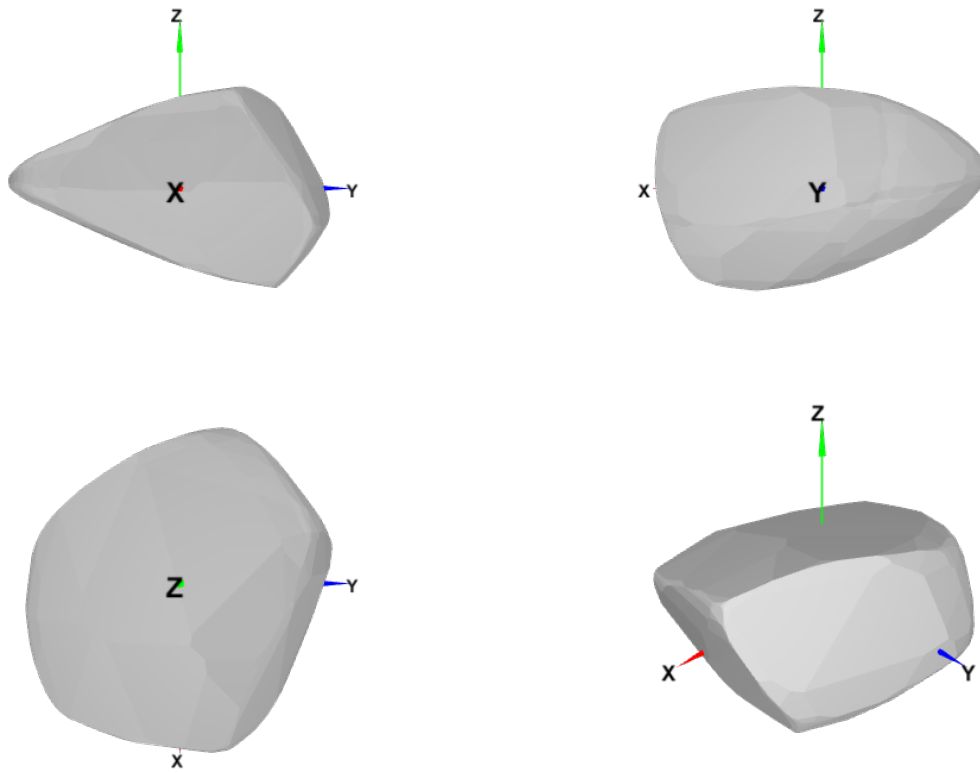
Figura 41 – Ilustração das posições do asteroide (168) Sibylla nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

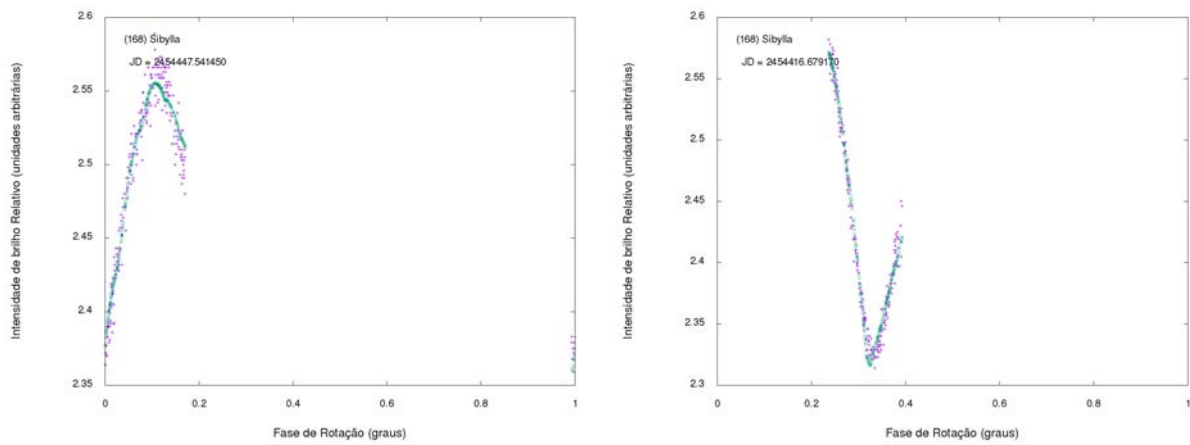
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado o polo com valores de $\lambda = 302^\circ$ e $\beta = 40^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 42. Este modelo apresenta um corpo elipsoidal bem achatado em relação ao eixo z apresentando um bico bem pontiagudo em uma das laterais do asteroide. A Figura 43 verifica que o ajuste das curvas de luz está correto validando o período de rotação utilizado de $P = 47.006400$ h. É interessante notar que para este asteroide independente do alto valor de período de rotação foi possível realizar o ajuste e determinar um modelo para o asteroide.

Figura 42 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (168) Sibylla em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 43 – Análise do Ajuste das Curvas de Luz



Fonte : Autoria Própria

4.3.9 (182) Elsa - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 13 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (182) Elsa via curvas de luz no filtro C.

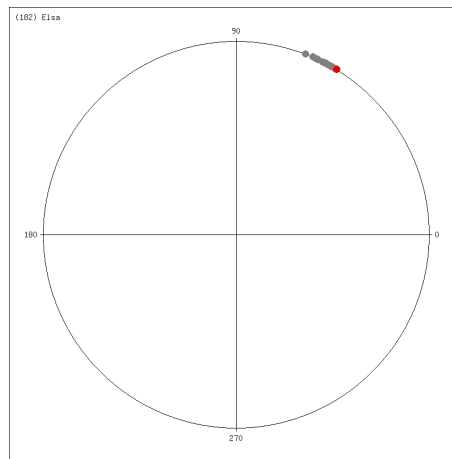
Tabela 13 – Dados do asteroide (182) Elsa.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 13-10-2008 à 03-01-2009, outubro de 2008 à janeiro de 2009 (Pilcher; Benishek; Krajewski, 2009) como mostrado na Figura 44.

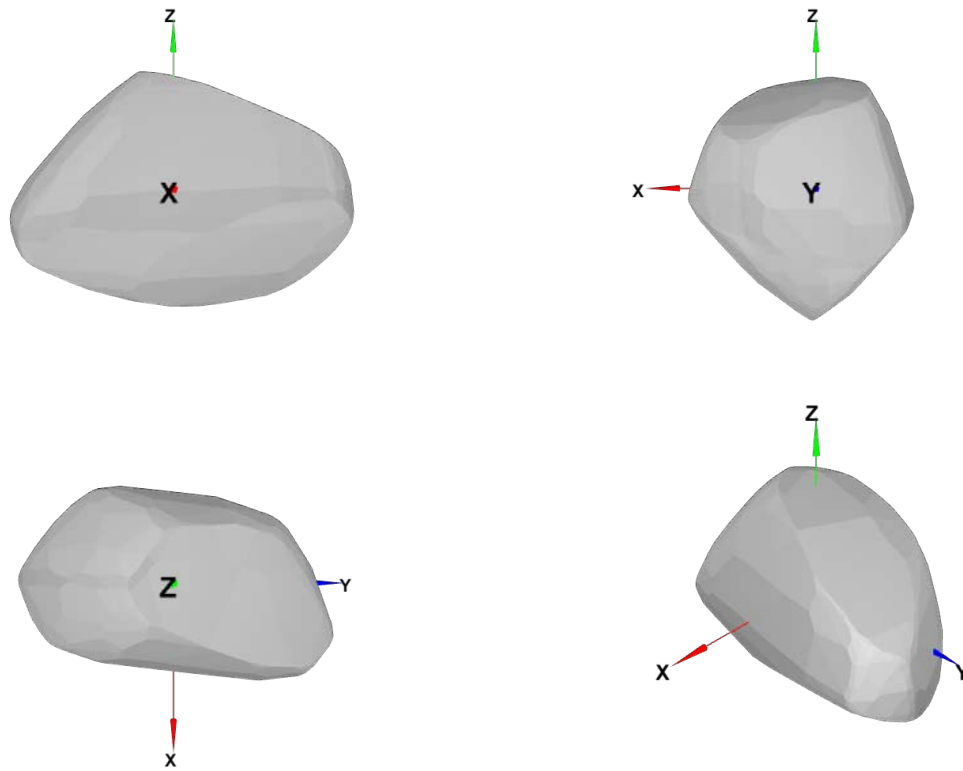
Figura 44 – Ilustração das posições do asteroide (182) Elsa nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

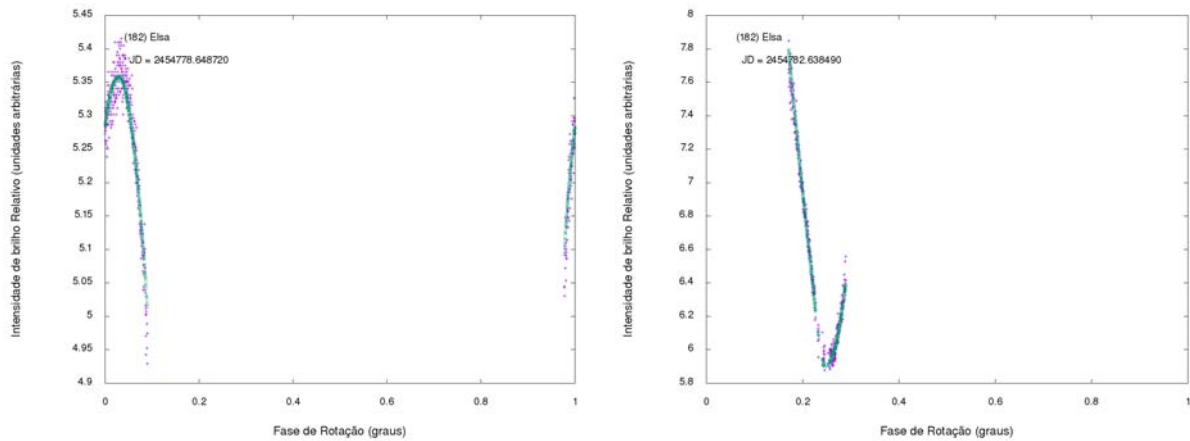
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado o polo com valores de $\lambda = 61^\circ$ e $\beta = -74^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 45. Este modelo apresenta um corpo elipsoidal achatado com a região polar norte mais elevada. A Figura 46 mostra que o ajuste das curvas de luz está coerente apresentando um ótima determinação no período de rotação utilizado de $P = 80.167991$ h, independente do alto valor de período de rotação e sendo analisadas apenas 26 curvas de luz.

Figura 45 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (182) Elsa em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 46 – Análise do Ajuste das Curvas de Luz



Fonte : Autoria Própria

4.3.10 (215) Oenone - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 14 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (215) Oenone via curvas de luz no filtro C.

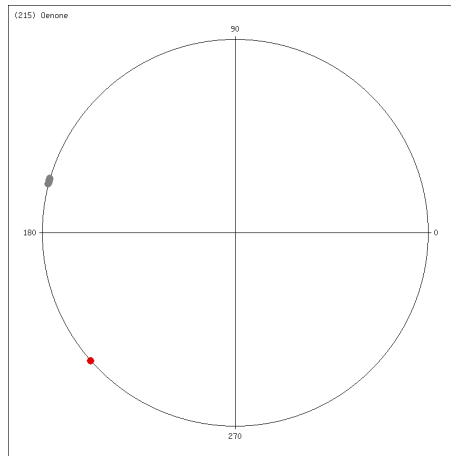
Tabela 14 – Dados do asteroide (215) Oenone.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 07-04-2009 à 07-03-2013 divididas em duas épocas distintas: abril de 2009 e de janeiro à março de 2013 (Pilcher, 2016) como mostrado na Figura 47.

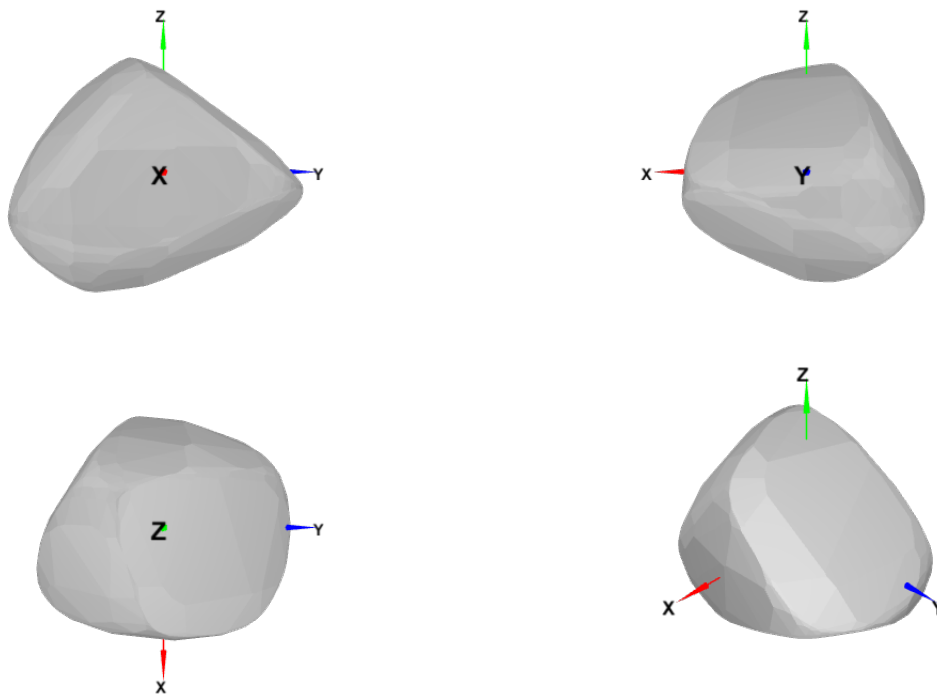
Figura 47 – Ilustração das posições do asteroide (215) Oenone nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

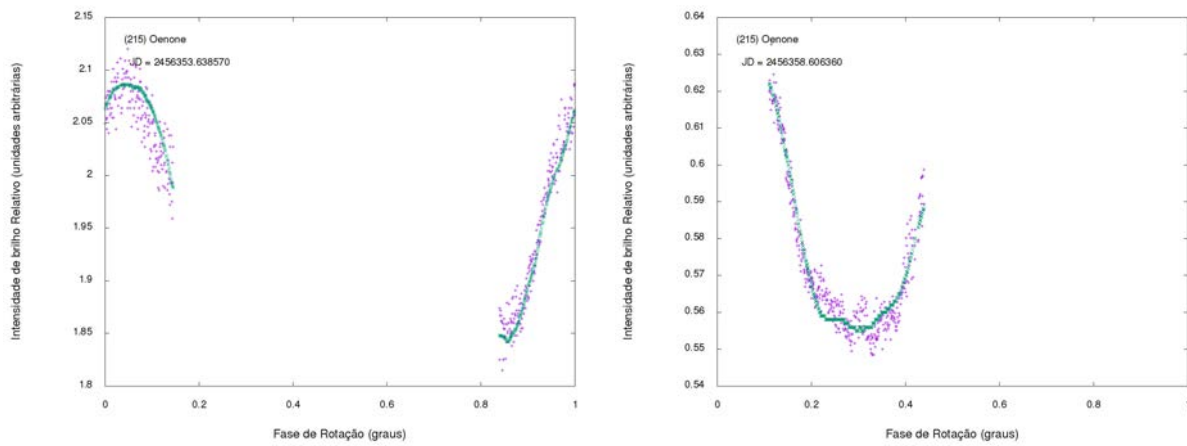
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado o período de rotação utilizado de $P = 27.911603$ h e o polo de $\lambda = 196^\circ$ e $\beta = -49^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 48. Este modelo apresenta um corpo irregular sem simetria em relação a um eixo. A Figura 49 mostra que o ajuste das curvas de luz está coerente tornando o modelo confiável.

Figura 48 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (215) Oenone em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 49 – Análise do Ajuste das Curvas de Luz



Fonte : Autoria Própria

4.3.11 (266) Aline - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 15 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (266) Aline via curvas de luz no filtro C.

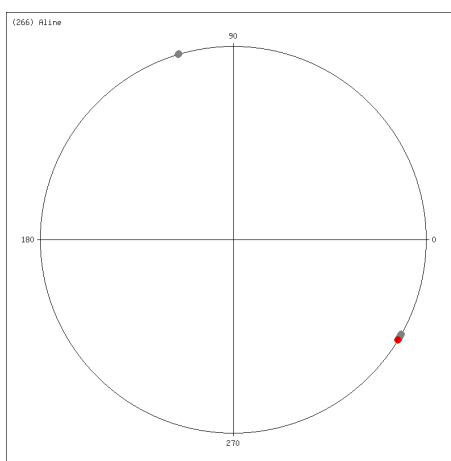
Tabela 15 – Dados do asteroide (266) Aline.

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 18-07-2010 à 19-01-2012 divididas em duas épocas distintas: julho à agosto de 2010 (Pilcher; Benishek, 2011) como mostrado na Figura 50.

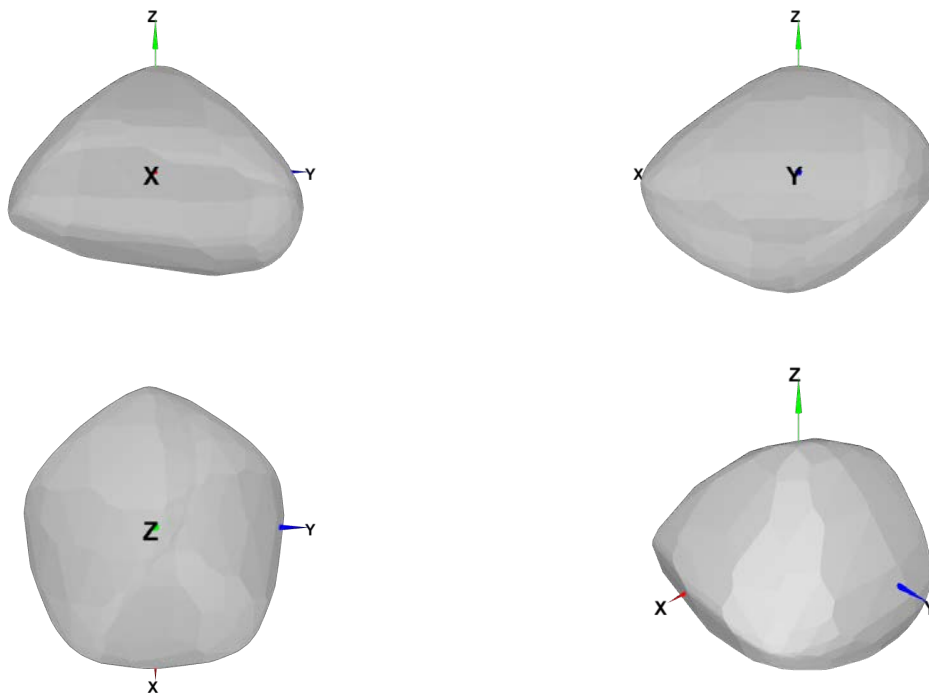
Figura 50 – Ilustração das posições do asteroide (266) Aline nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

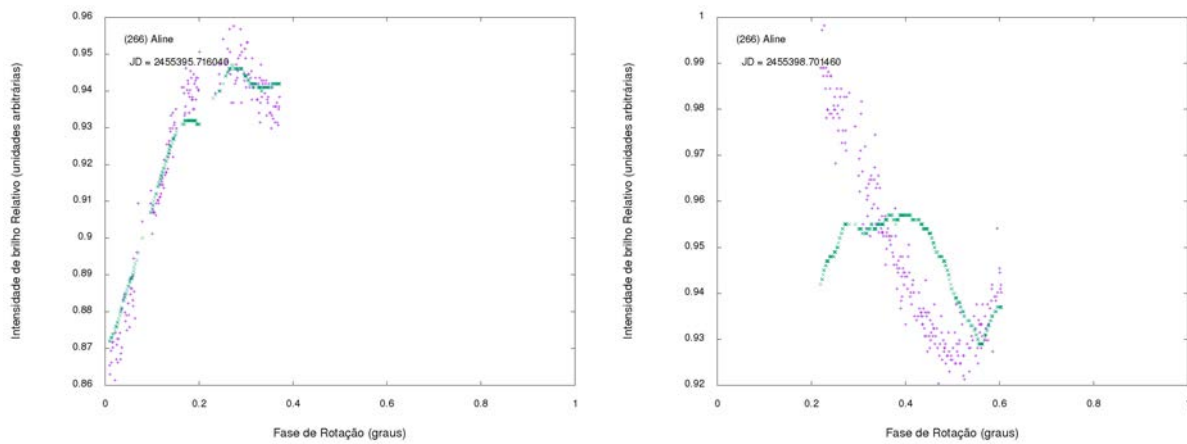
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado os valores de $\lambda = 40^\circ$ e $\beta = 46^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 51. Este é um exemplo de modelo que não é confiável, o ajuste das curvas de luz não está coerente ocorrendo mudança de concavidade em relação às curvas de luz observadas e as modeladas. O erro no ajuste pode estar ligado a qualidade das curvas que não são boas ou na determinação do período de rotação, lembrando que para o determinar foi feita uma análise direcionada ao valor disponível no JPL, levando a uma necessidade de realizar uma análise mais precisa. Também não é descartada a possibilidade deste corpo possuir um albedo não uniforme ou uma rotação irregular interferindo nas curvas de luz.

Figura 51 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (266) Aline em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 52 – Análise do Ajuste das Curvas de Luz



Fonte : Autoria Própria

4.3.12 (609) Fulvia - Curvas de Luz no Filtro C

Na Tabela 16 são apresentados alguns elementos orbitais e as propriedades físicas do objeto utilizadas para a realização da inversão de curvas de luz do asteroide (609) Fulvia via curvas de luz no filtro C.

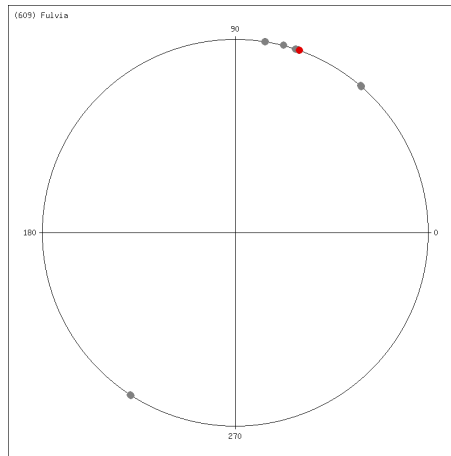
Tabela 16 – Dados do asteroide (609) Fulvia .

e	a (km)	T (anos)	d (km)
Plutão	19571	16.87	0.1165

Fonte: JPL (2017)

Foram analisadas curvas de luz observadas entre o período de 19-04-2013 à 19-12-2015 divididas em duas épocas distintas: abril de 2013 e de outubro à dezembro de 2015 (Pilcher, 2016) como mostrado na Figura 53.

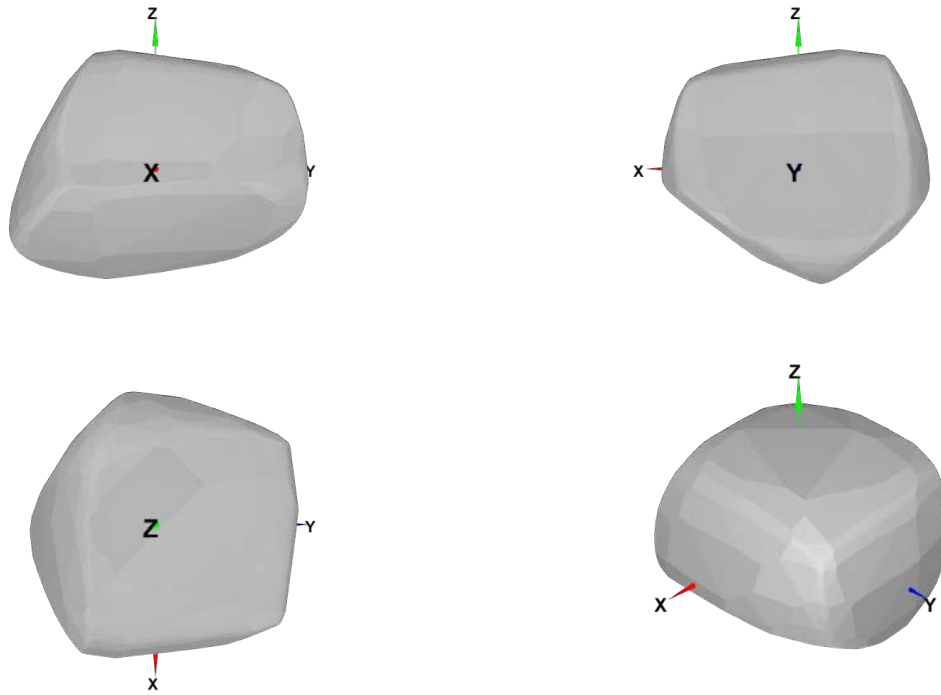
Figura 53 – Ilustração das posições do asteroide (609) Fulvia nas observações de curvas.



Fonte: Warner (2016)

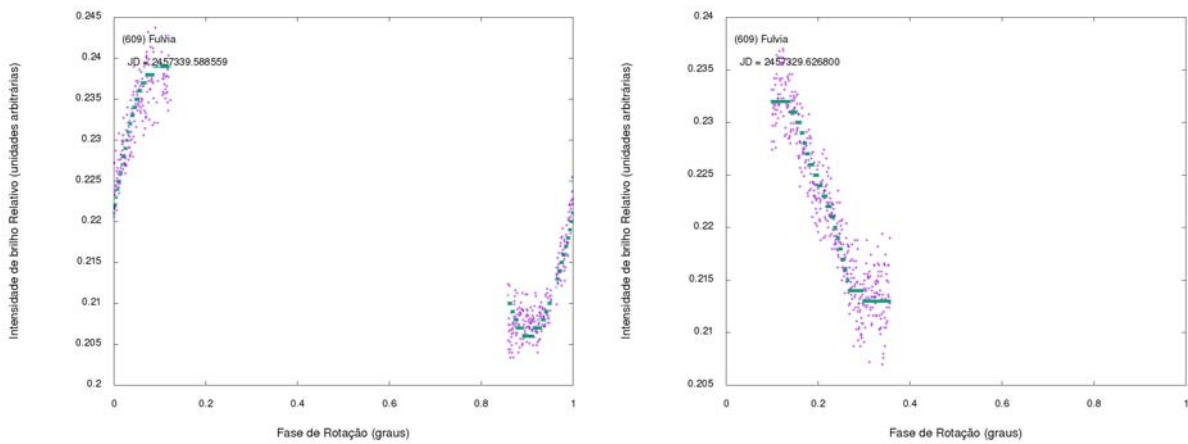
Para realizar a inversão de curvas de luz foi utilizado os valores de $\lambda = 176^\circ$ e $\beta = 44^\circ$ de forma a ser gerado o modelo de poliedros da Figura 54. A Figura 55 mostra que o ajuste das curvas de luz está coerente validando o período de rotação utilizado de $P = 35.371277$ h, independente da baixa qualidade de algumas curvas de luz.

Figura 54 – Visualização do modelo de poliedros do asteroide (609) Fulvia em relação aos eixo z , x , y e uma visão em perspectiva.



Fonte : Autoria Própria

Figura 55 – Análise do Ajuste das Curvas de Luz



Fonte : Autoria Própria

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi estudado o método de inversão de curvas de luz para 23 asteroides conseguindo determinar o modelo de poliedros para 11 asteroides. Dentre estes, 8 não foram analisados anteriormente e serão disponibilizados no banco de dados do DAMIT.

Os resultados obtidos para o período de rotação de todos asteroides estudados foram corroboraram com os dados disponíveis no JPL. É importante lembrar que a determinação deste período foi feita baseada em estudos anteriores disponíveis no JPL, podendo em um próximo trabalho aplicar os métodos utilizados para asteroides que não possuem o período de rotação bem determinado.

A análise do parâmetro do polo mostrou a necessidade de um conjunto de curvas de luz observadas em diferentes épocas obtendo um conjunto de dados que cobre diferentes ângulos de fase. Com isto, na sequência do projeto têm-se como objetivo realizar novas observações com o telescópio disponível na Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (UNESP) para determinar os parâmetros de spin dos asteroides que não foi possível obter ou refinar os resultados para os demais asteroides.

Ademais, devido a forma genérica da criação dos scripts e programas criados, será realizado a inversão de curvas de luz para um maior número de asteroides com o objetivo de continuar contribuindo com o banco de dados do DAMIT. Além de tentar aplicar o método numérico para algumas luas do Sistema Solar com o objetivo de determinar o seu período de rotação e os parâmetros de spin.

Também será possível fazer a análise do potencial gravitacional dos asteroides que tiveram o modelo de poliedros determinados aplicando método numérico desenvolvido pelo grupo de estudos de asteroides da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá.

REFERÊNCIAS

- BOTTKE, W. **Asteroids III**. University of Arizona Press, 2002. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=JwHTyO6IHh8C>>.
- BOTTKE, W. **Asteroids III**. Tucson, Arizona - Estados Unidos: University of Arizona Press, 2002. 151–168 p. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=JwHTyO6IHh8C>>.
- BRAGA-RIBAS, F. et al. A ring system detected around the centaur (10199) chariklo. **Nature**, v. 508, p. 72–75, 2014. Disponível em: <<http://www.nature.com/nature/journal/v508/n7494/full/nature13155.html>>.
- CONNORS, M.; WIEGERT, P.; VEILLET, C. Earth's trojan asteroid. **Nature**, v. 475, p. 481–483, 2011. Disponível em: <<http://www.nature.com/nature/journal/v475/n7357/full/nature10233.html>>.
- DURECH, J.; SIDORIN, V.; KAASALAINEN, M. Damit: a database of asteroid models. **Astronomy & Astrophysics**, v. 513, p. A46, 2010. Disponível em: <<http://www.aanda.org/articles/aa/abs/2010/05/aa12693-09/aa12693-09.html>>.
- HANUS, J. et al. A study of asteroid pole-latitude distribution based on an extended set of shape models derived by the lightcurve inversion method. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 530, n. número da página, p. A134, 2011. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1104.4114>>.
- Higley, S.; Hardersen, P.; Dyvig, R. Shape and spin axis models for 2 pallas (revisited) 5 astraera, 24 themis, and 105 artemis. **Minor Planet Bulletin**, v. 35, p. 63–66, 2008. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2008MPBu...35...63H>>.
- JAXA. **Asteroid Itokawa**. 2014. Disponível em: <<http://solarsystem.nasa.gov/galleries/asteroid-itokawa>>.
- JPL. **JPL Small-Body Database Browser**. 2017. Disponível em: <<http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi>>.
- KAASALAINEN, M. et al. Photometry and models of eight near-earth asteroids. **Icarus**, v. 167, p. 178–196, 2004. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001910350300294X>>.
- KAASALAINEN, M.; TORPPA, J. Optimization methods for asteroid lightcurve inversion: I. shape determination. **Icarus**, v. 1, p. 24–36, 2001. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103501966734>>.
- KAASALAINEN, M.; TORPPA, J.; MUINONEN, K. Optimization methods for asteroid lightcurve inversion: II. the complete inverse problem. **Icarus**, v. 153, p. 37–51, 2001. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103501966746?via%3Dihub>>.
- LAMY I. TOTH, H. A. W. L. J. M. K. P. J. G. P. L. Hubble space telescope observations of the nucleus and inner coma of comet 67p churyumov-gerasimenko. **Astronomy & Astrophysics**, v. 458, p. 669–678, 2006. Disponível em: <<http://www.aanda.org/articles/aa/pdf/2006/41/aa5253-06.pdf>>.
- LEVINE, A. **Looking to space as an asteroid miner**. 2016. Disponível em: <<http://www.sciencemag.org/careers/2016/07/looking-space-asteroid-miner>>.
- LUTWAK, E.; OLIKER, V. et al. On the regularity of solutions to a generalization of the minkowski problem. **Journal of Differential Geometry**, v. 41, p. 227–246, 1995. Disponível em: <<https://projecteuclid.org/euclid.jdg/1214456011>>.

MAHONEY, E. **Exploring Comets and Asteroids Time Capsules of Solar System**. 2016.

Disponível em: <<http://solarsystem.nasa.gov/galleries/asteroid-itokawa>>.

MAINZER, A. et al. Neowise observations of near-earth objects: Preliminary results. **The Astrophysical Journal**, v. 743, p. 156, 2011. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1109.6400>>.

MARCHIS, F. et al. Shape, size and multiplicity of main-belt asteroids: I. keck adaptive optics survey. **Icarus**, v. 185, p. 39–63, 2006. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103506001990>>.

MOURA, T. **Estudo preliminar do potencial de alguns asteroides**. Guaratinguetá, São Paulo - Brasil: [s.n.], 2014. Disponível em: <<http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/123022/000811479.pdf?sequence=1>>.

NASA. **Plot of the Inner Solar System**. 2016. Disponível em: <<http://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/InnerPlot.html>>.

NASA. **Plot of the Outer Solar System**. 2016. Disponível em: <<http://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/OuterPlot.html>>.

NASA. **Minor Planet Center**. 2017. Disponível em: <<http://www.minorplanetcenter.net/iau/mpc.html>>.

P., M. **Sample return from a primitive Near-Earth Asteroid**. 2016. Disponível em: <<https://www-n.oca.eu/MarcoPolo-R/Primitive/MarcoPolo-RPrimitive.html>>.

Pilcher, F. Period determination for 35 leukothes. **Minor Planet Bulletin**, v. 35, p. 51–52, 2008. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2008MPBu...35...51P>>.

Pilcher, F. A new investigation of the rotation period and size of 71 niobe. **Minor Planet Bulletin**, v. 37, p. 98–99, 2010. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2010MPBu...37...98P>>.

Pilcher, F. New lightcurves of 40 harmonia and 105 artemis. **Minor Planet Bulletin**, v. 37, p. 167, 2010. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2010MPBu...37..167P>>.

Pilcher, F. Period determinations for 11 parthenope, 35 leukothes, 38 leda 111 ate, 194 prokne, 262 valda, 728 leonisis, and 747 winchester. **Minor Planet Bulletin**, número do volume, p. 119–122, 2010. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2010MPBu...37..119P>>.

Pilcher, F. Rotation period determinations for 80 sappho, 145 adeona, 217 eudora, 274 philagoria, 567 eleutheria, and 826 henrika. **Minor Planet Bulletin**, v. 37, p. 148–149, 2010. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2010MPBu...37..148P>>.

Pilcher, F. Rotation period determinations for 25 phocaea, 140 siwa, 149 medusa 186 celuta, 475 ocllo, 574 reginhild, and 603 timandra. **Minor Planet Bulletin**, v. 38, p. 76–78, 2011. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2011MPBu...38...76P>>.

Pilcher, F. 140 siwa - a problematic asteroid. **Minor Planet Bulletin**, p. 134–135, 2012. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2012MPBu...39..134P>>.

Pilcher, F. Rotation period determination for 269 justitia, 275 sapientia 331 etheridgea, and 609 fulvia. **Minor Planet Bulletin**, v. 43, p. 135–146, 2016. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2016MPBu...43..135P>>.

Pilcher, F. Rotation period determination for 26 proserpina, 31 euphrosyne, and 681 gorgo. **Minor Planet Bulletin**, v. 40, p. 189, 2017. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2013MPBu...40..189P>>.

Pilcher, F.; Benishek, V. Rotation period determinations for 266 aline and 850 altona. **Minor Planet Bulletin**, v. 38, p. 15–16, 2011. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2011MPBu...38...15P>>.

Pilcher, F.; Benishek, V.; Brinsfield, J. W. Period determination for 168 sibylla: A collaboration triumph. **Minor Planet Bulletin**, v. 35, p. 104–105, 2008. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2008MPBu...35..104P>>.

Pilcher, F.; Benishek, V.; Krajewski, R. Period determination for 182 elsa: A collaboration triumph. **Minor Planet Bulletin**, v. 36, p. 40, 2009. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2009MPBu...36...40P>>.

Pilcher, F.; Jardine, D. Period determinations for 31 euphrosyne, 35 leukothea 56 melete, 137 meliboea, 155 scylla, and 264 libussa. **Minor Planet Bulletin**, v. 36, p. 52–54, 2009. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2009MPBu...36...52P>>.

RUSSELL, H. On the light variations of asteroids and satellites. **The Astrophysical Journal**, v. 24, p. 1–18, 1906. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/full/1906ApJ....24....1R>>.

Stephens, R. D. Asteroids observed from gmars and santana observatories. **Minor Planet Bulletin**, v. 36, p. 59–62, 2009. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2009MPBu...36...59S>>.

SUKHANOV, A. et al. The aster project: Flight to a near-earth asteroid. **Cosmic Research**, v. 5, p. 443–450, 2010. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1134%2FS0010952510050114>>.

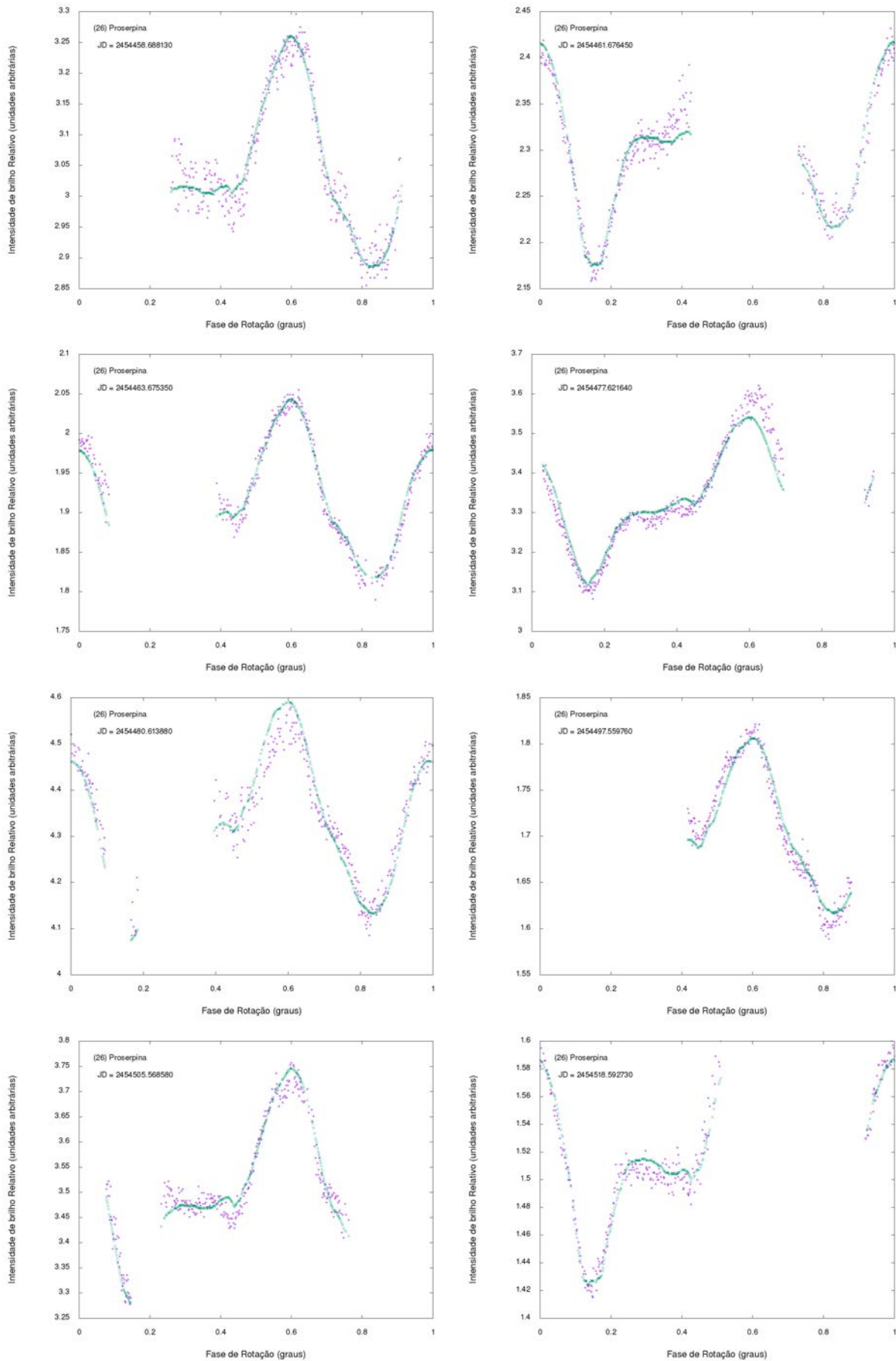
WARNER, B. **Asteroid Lightcurve Photometry Database**. 2016. Disponível em: <<http://alcdef.org/>>.

Warner, B. D. et al. Analysis of the lightcurve of 71 niobe. **Minor Planet Bulletin**, v. 33, p. 102–103, 2006. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2006MPBu...33..102W>>.

WESLEY, A. **Department of Physics and Astronomy**. 2004. Disponível em: <<http://www.physast.uga.edu/~jss/1010/ch12/13-06a.jpg>>.

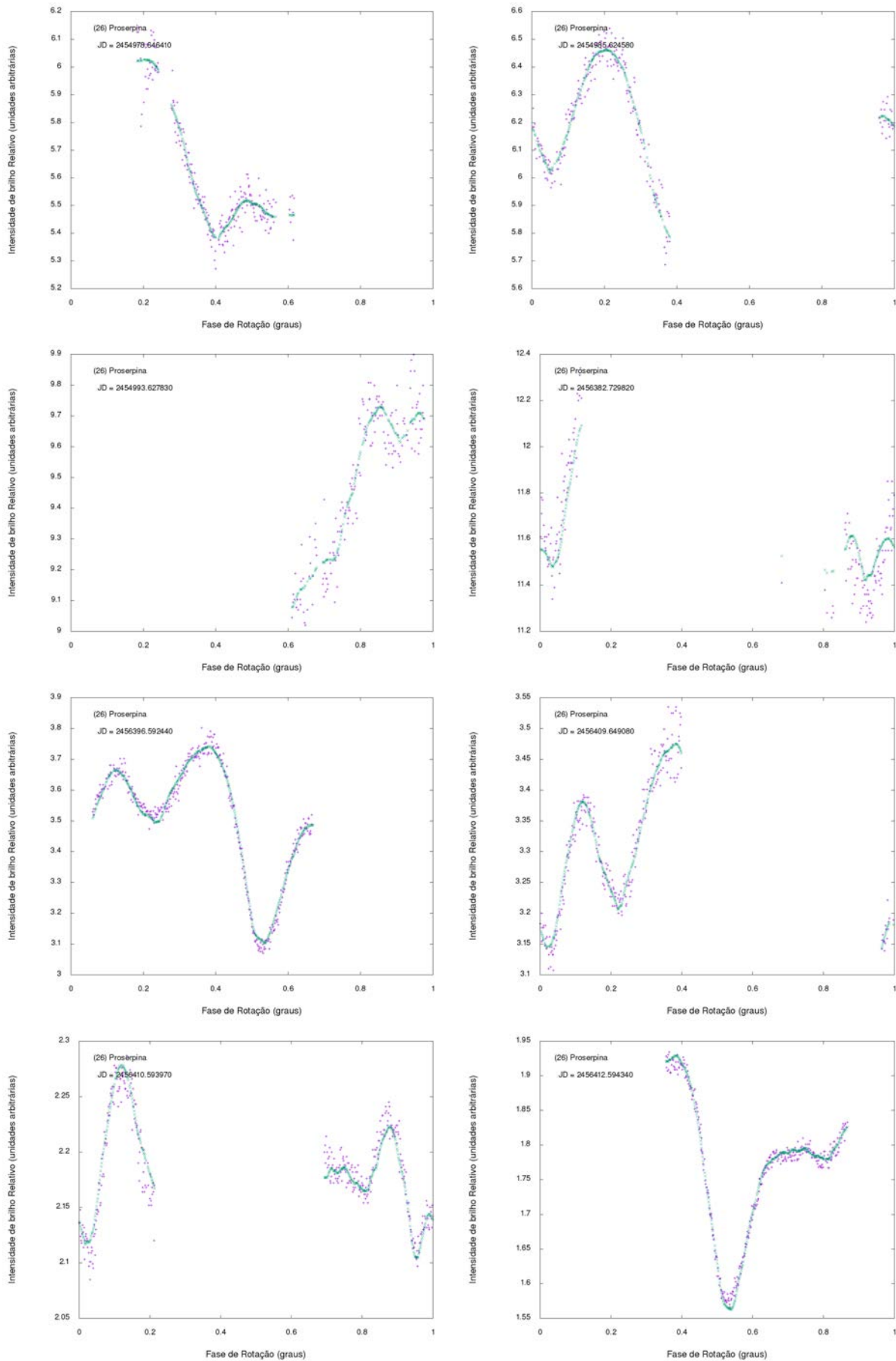
APÊNDICE A – TÍTULO DO APÊNDICE A

Figura 56 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (26) Proserpina - Filtro C



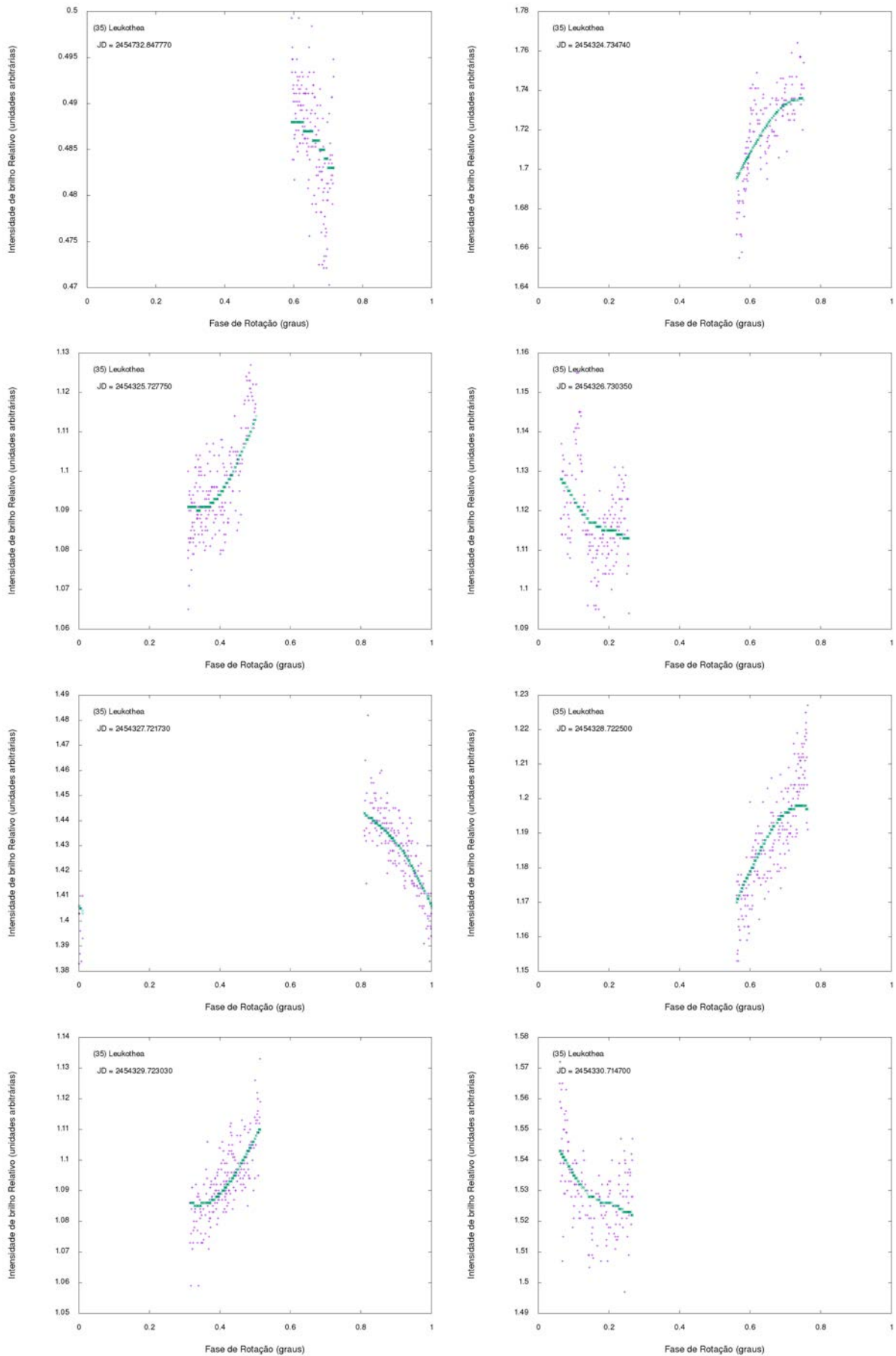
Fonte : Autoria Própria

Figura 57 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (26) Proserpina - Filtro R



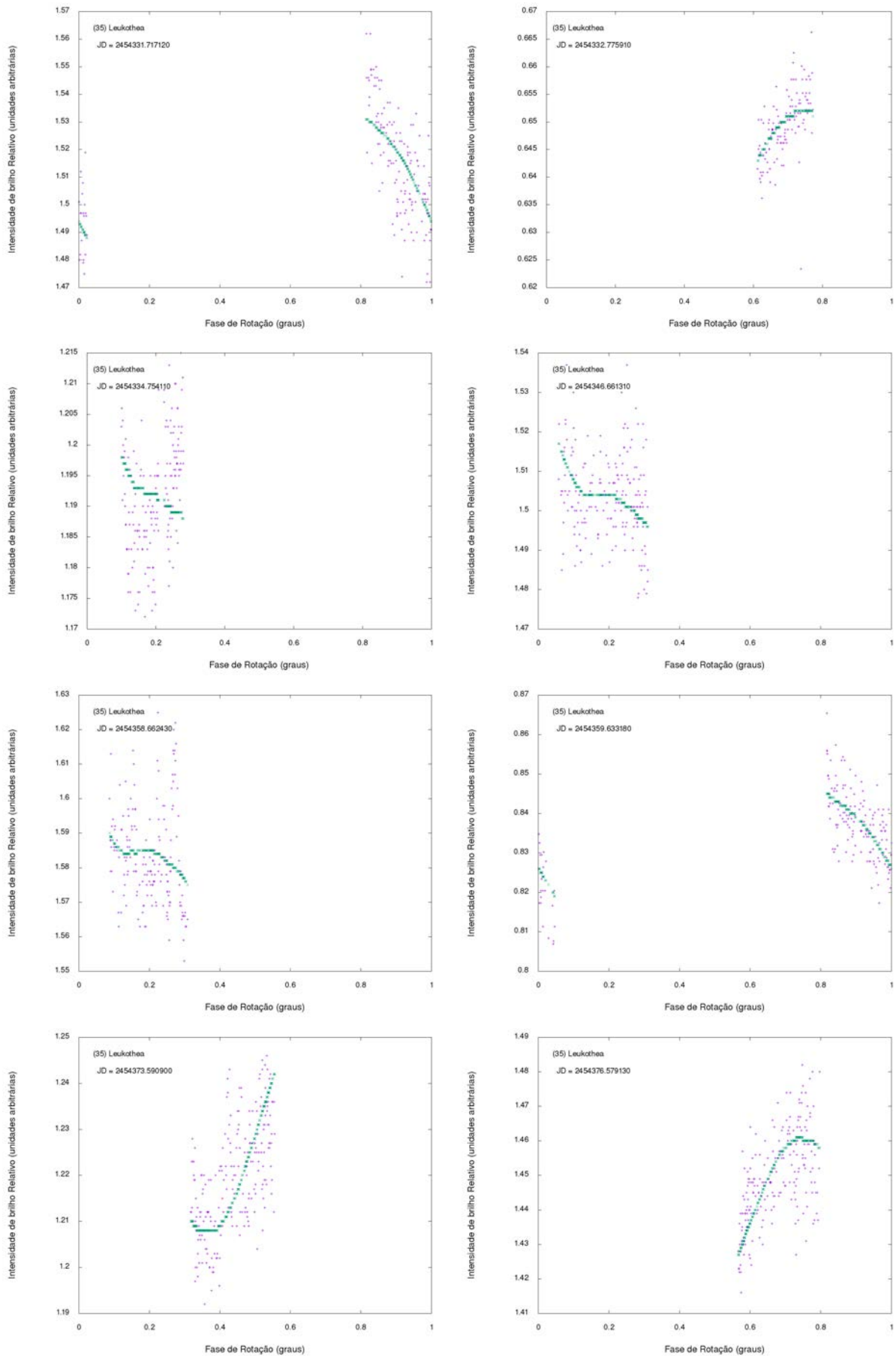
Fonte : Autoria Própria

Figura 58 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C



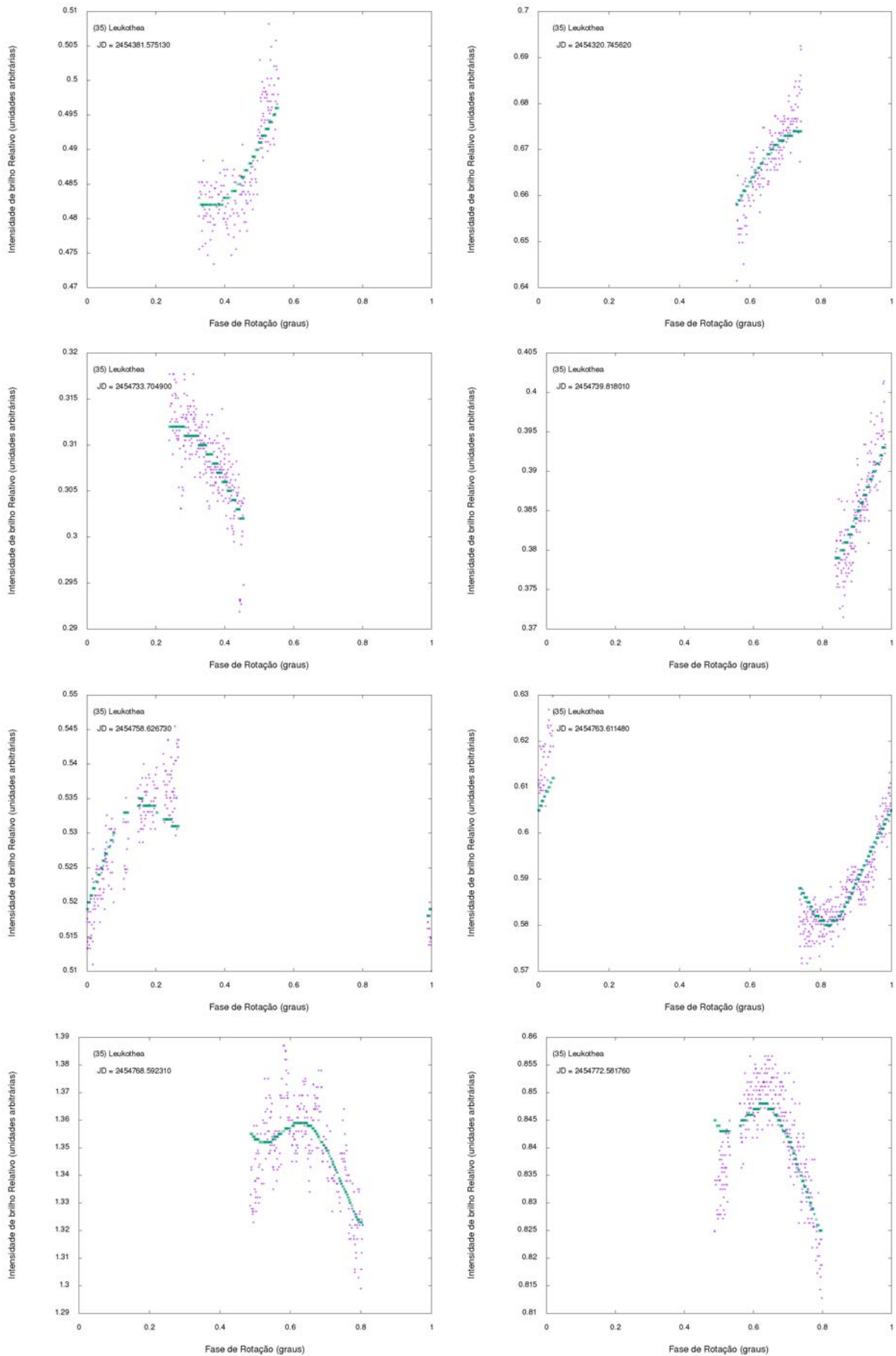
Fonte : Autoria Própria

Figura 59 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C



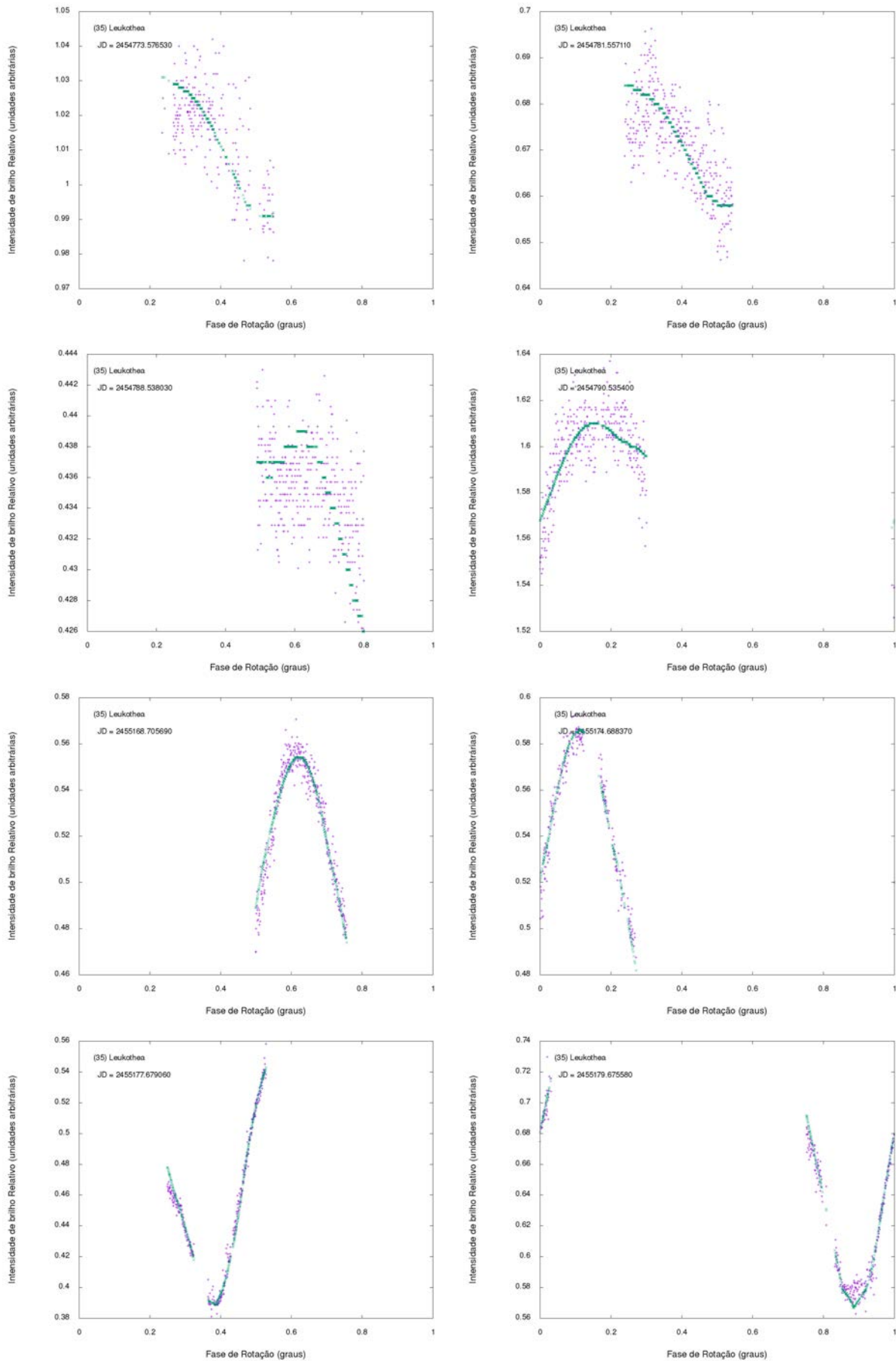
Fonte : Autoria Própria

Figura 60 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C



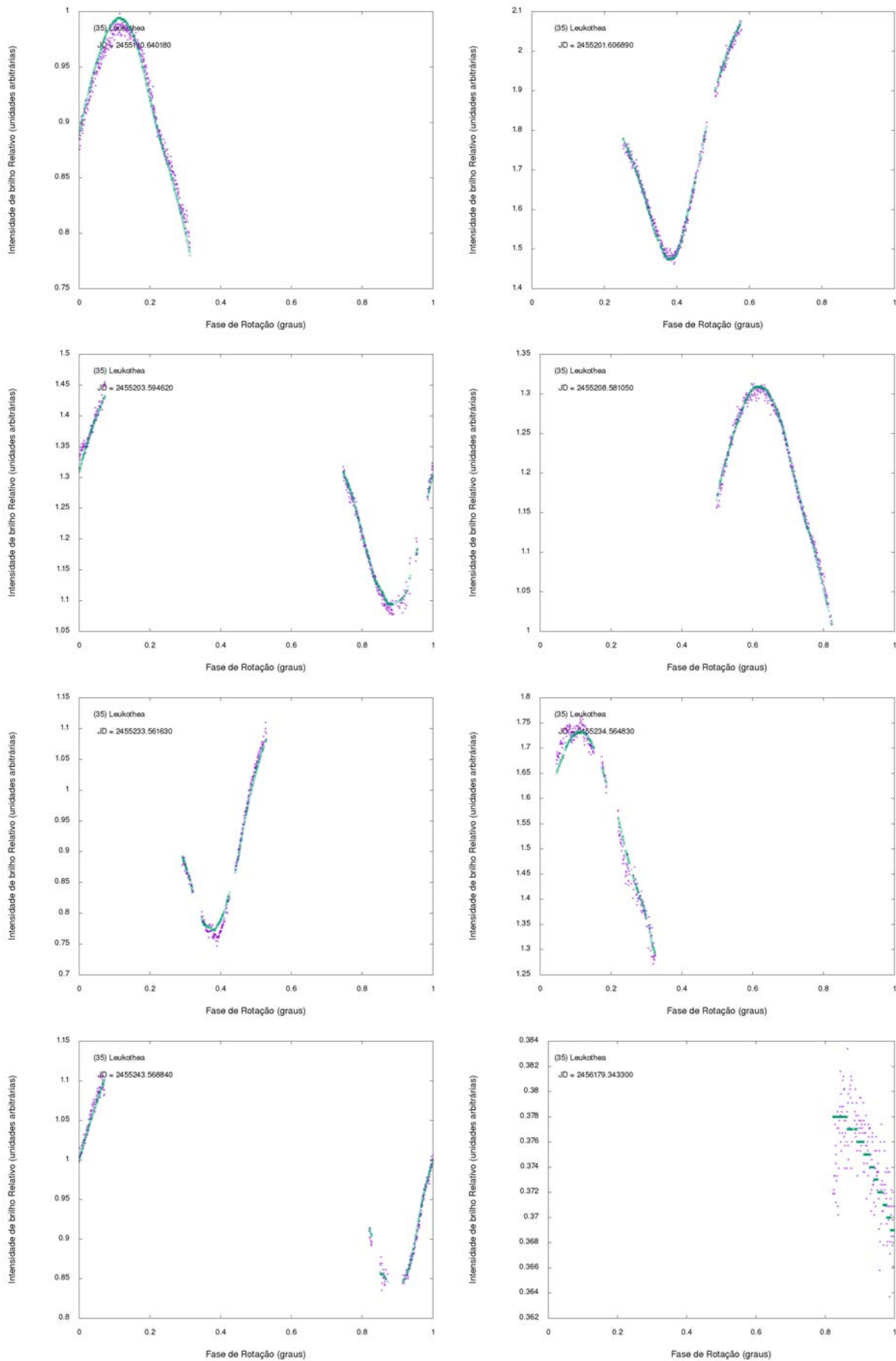
Fonte : Autoria Própria

Figura 61 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C



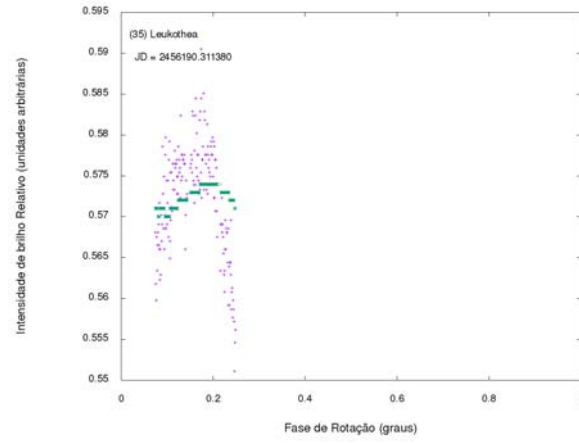
Fonte : Autoria Própria

Figura 62 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C



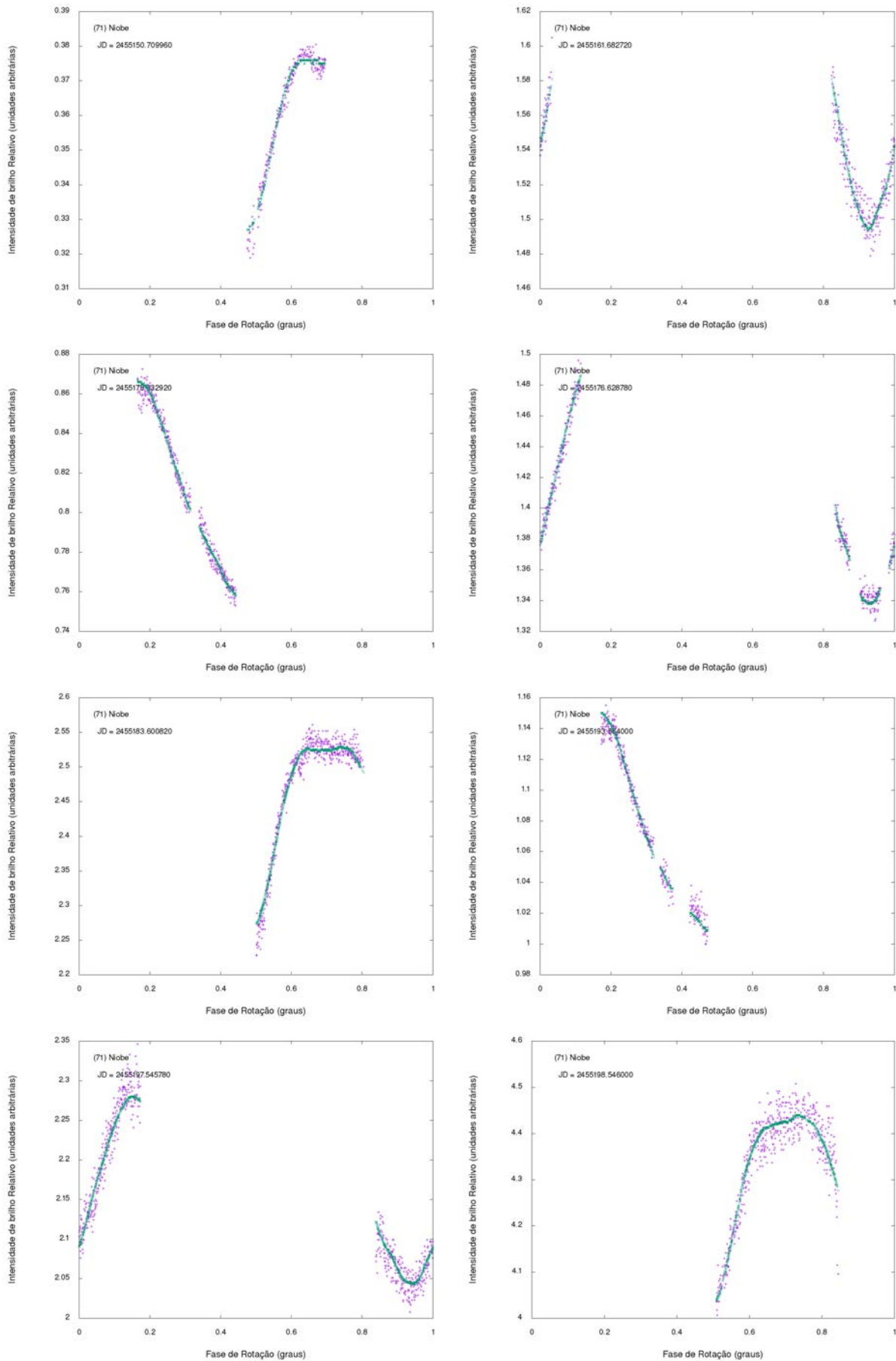
Fonte : Autoria Própria

Figura 63 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (35) Leukothea - Filtro C



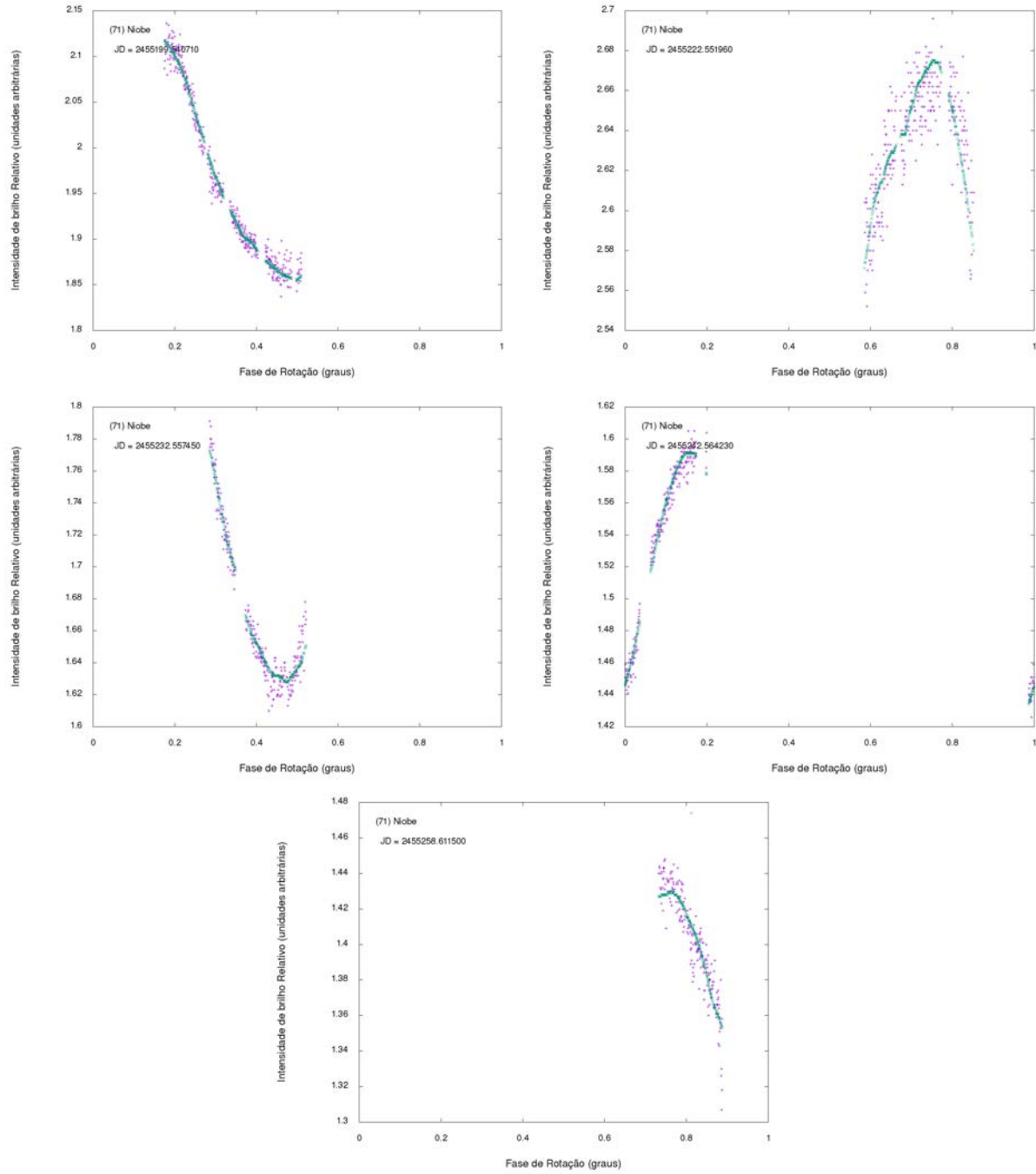
Fonte : Autoria Própria

Figura 64 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (71) Niobe - Filtro R



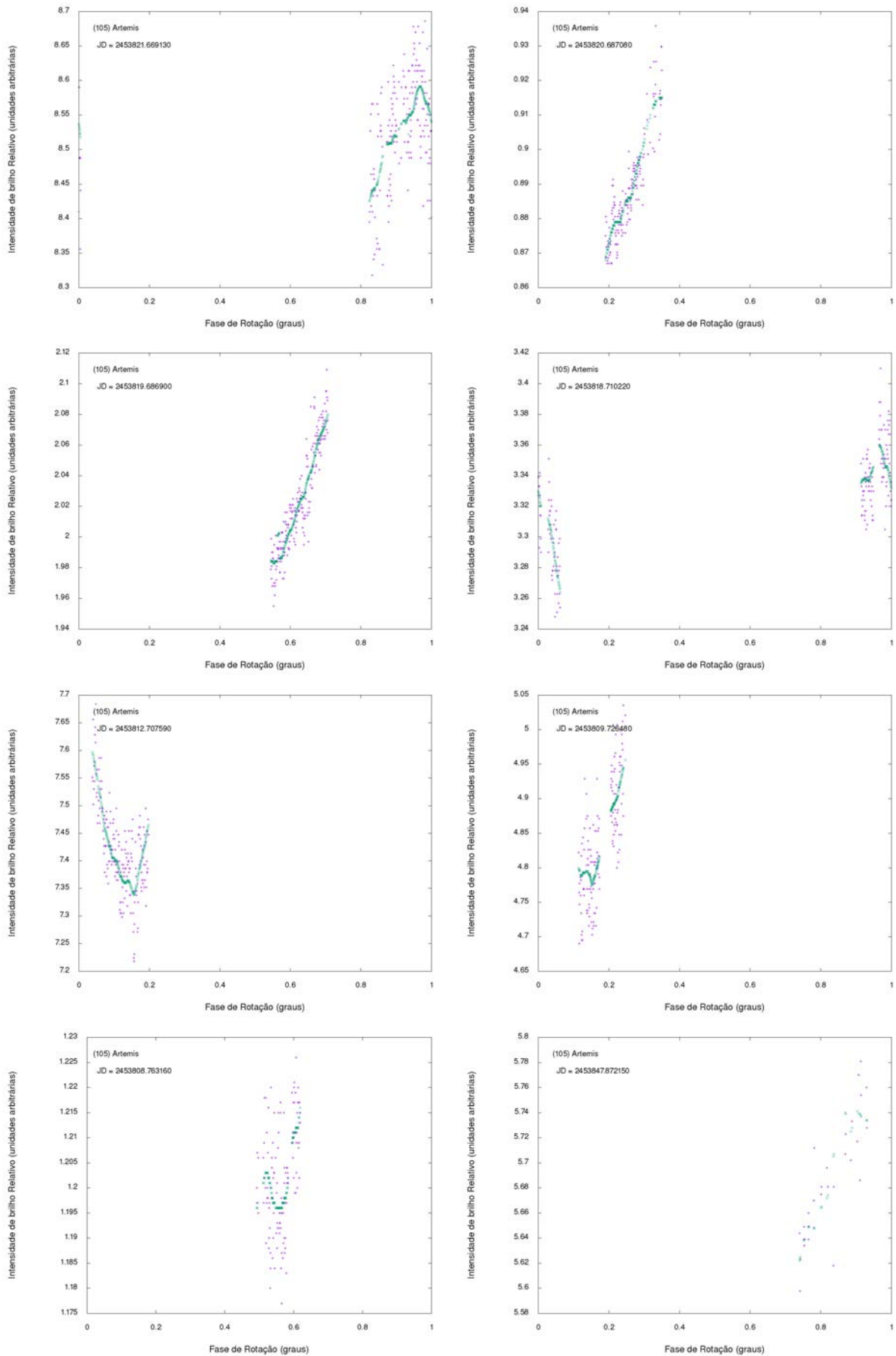
Fonte : Autoria Própria

Figura 65 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (71) Niobe - Filtro R



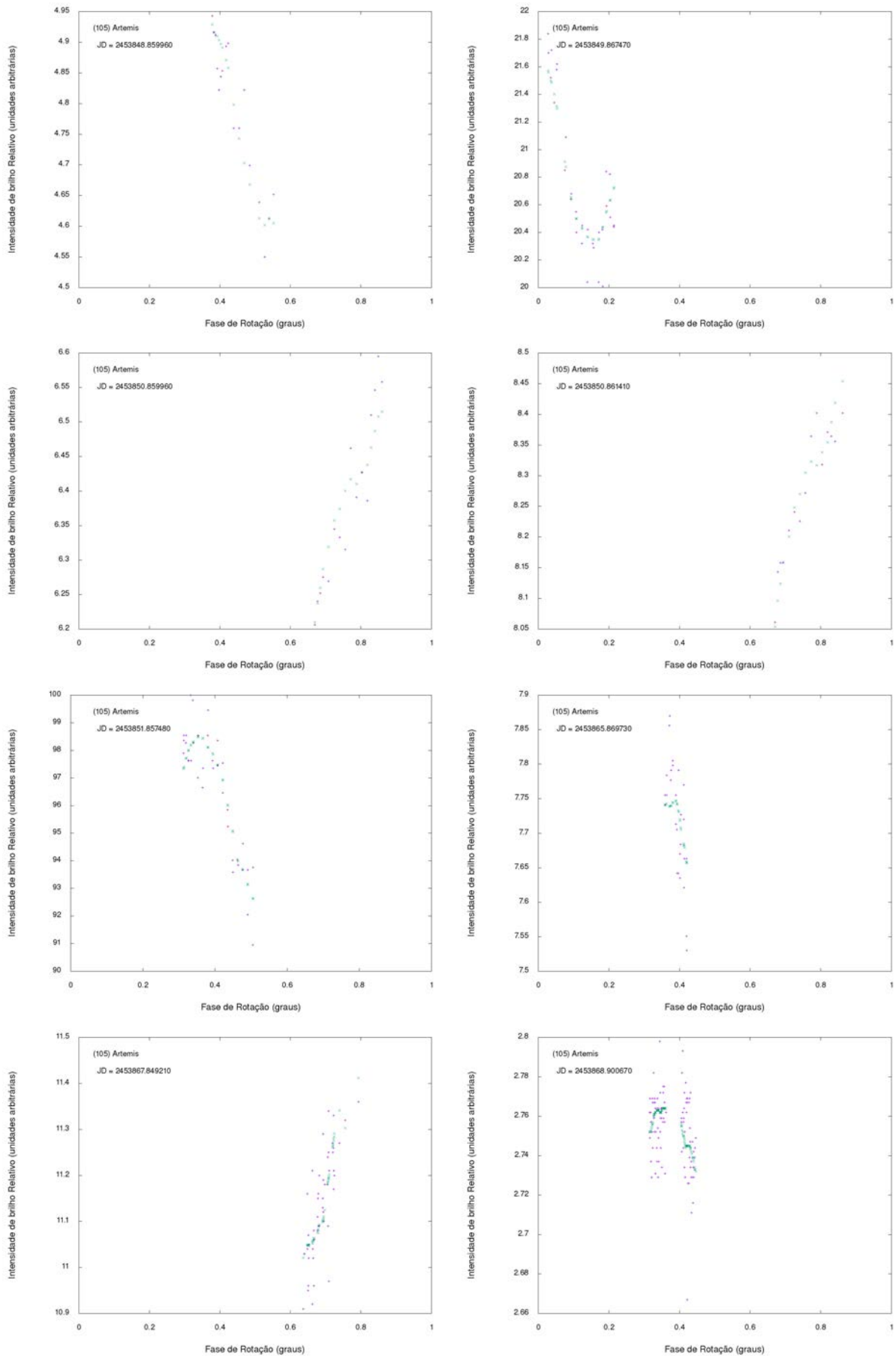
Fonte : Autoria Própria

Figura 66 – Ajuste das curvas de luz do (105) Artemis - Filtro C



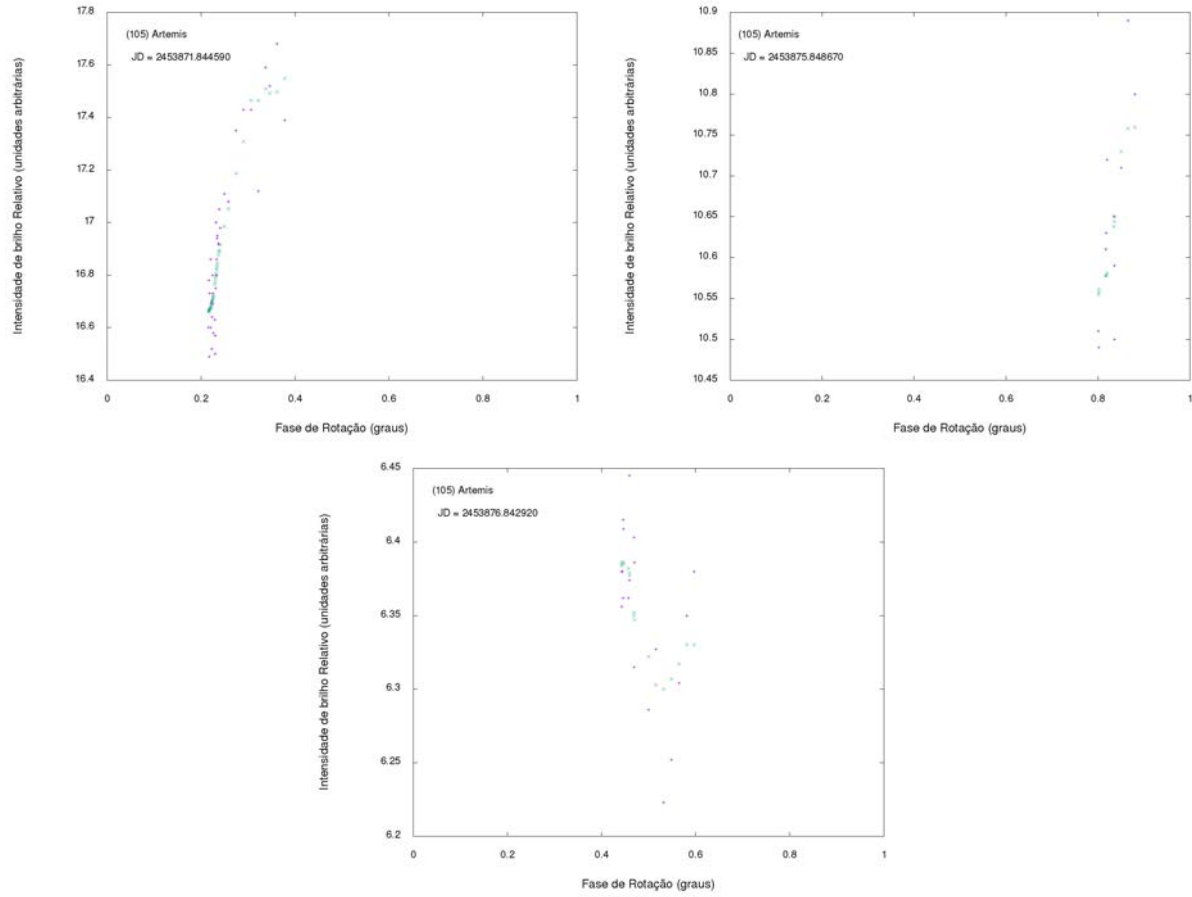
Fonte : Autoria Própria

Figura 67 – Ajuste das curvas de luz do (105) Artemis - Filtro C



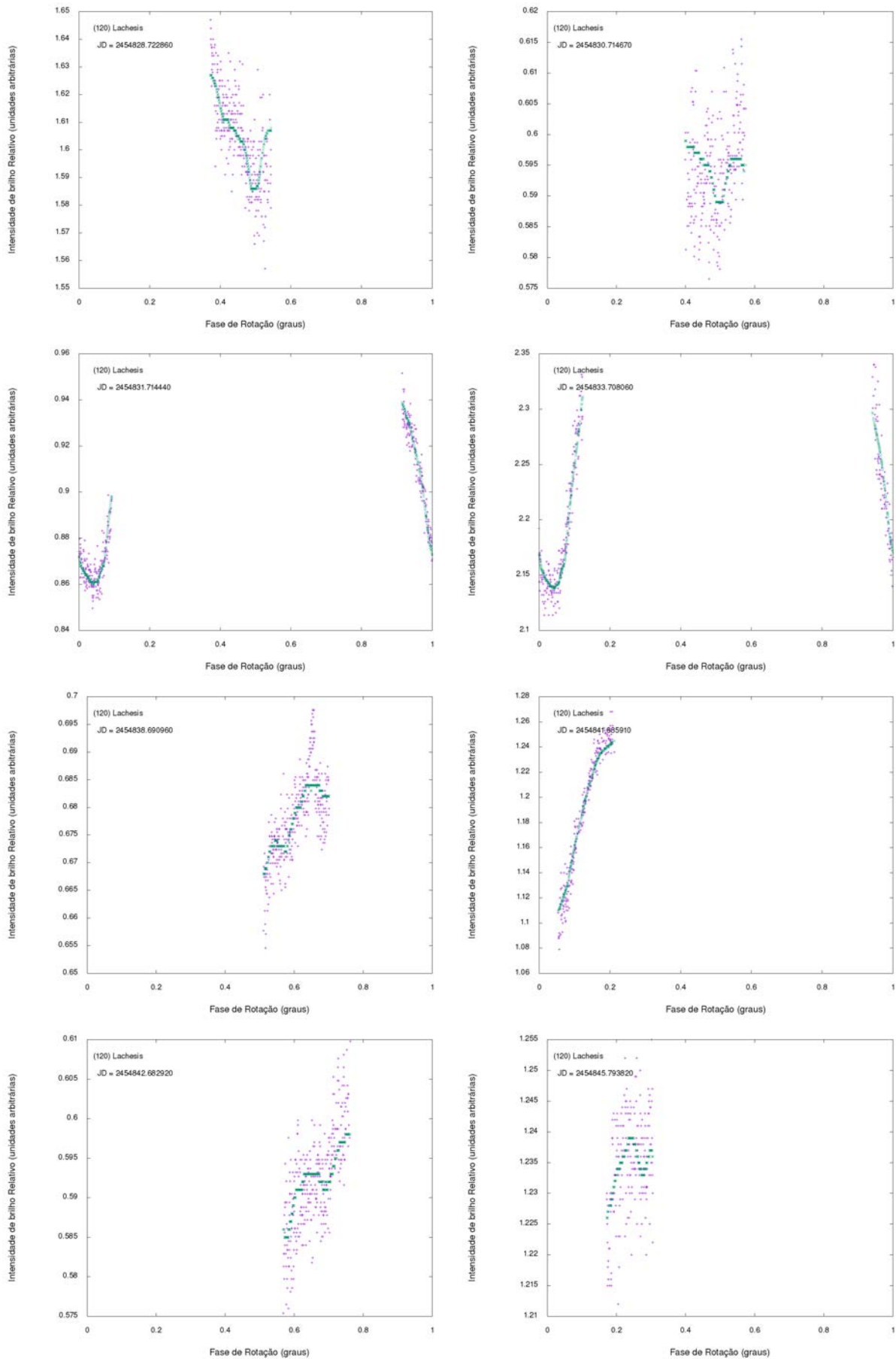
Fonte : Autoria Própria

Figura 68 – Ajuste das curvas de luz do (105) Artemis - Filtro C



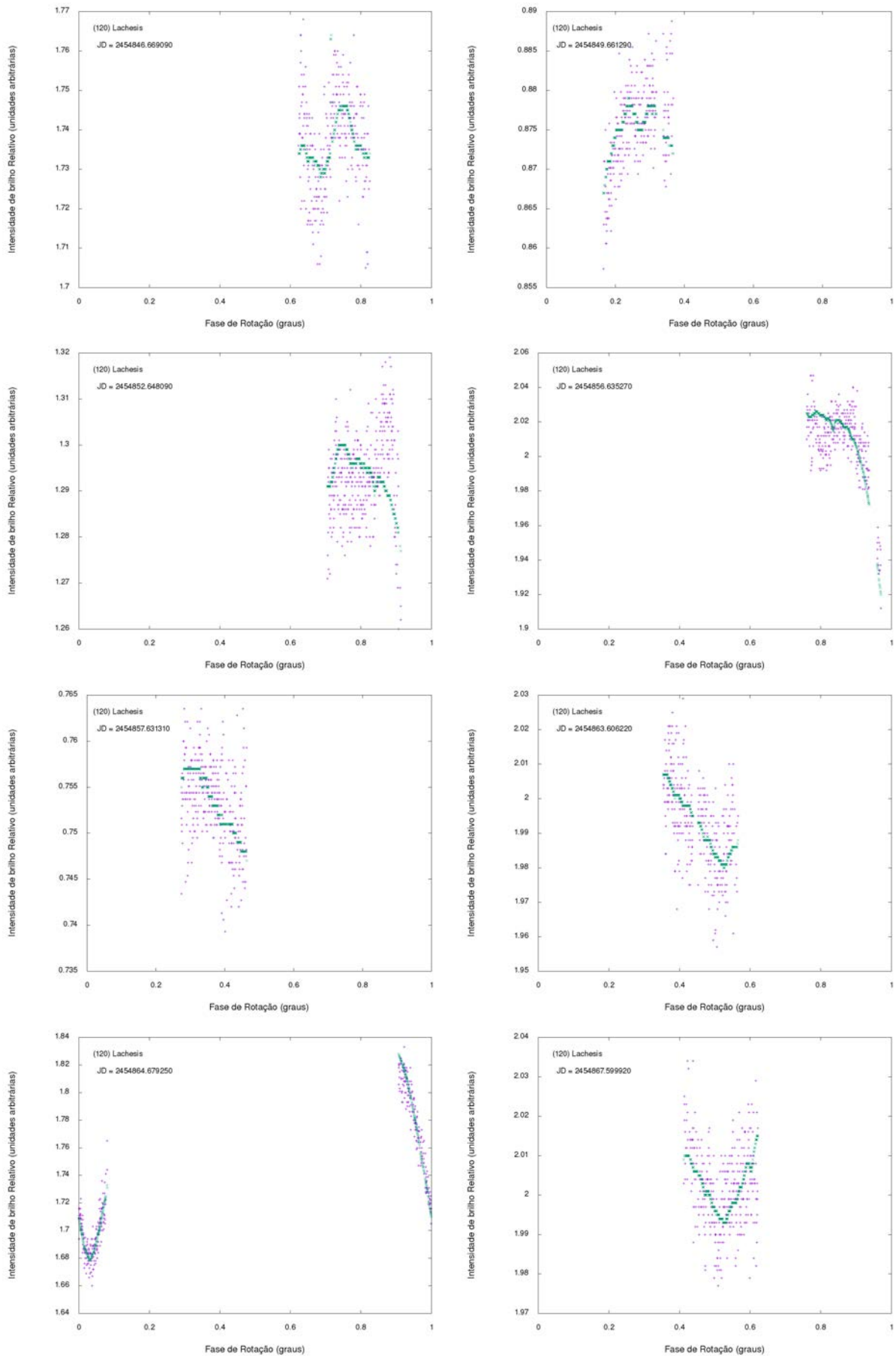
Fonte : Autoria Própria

Figura 69 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (120) Lachesis - Filtro R



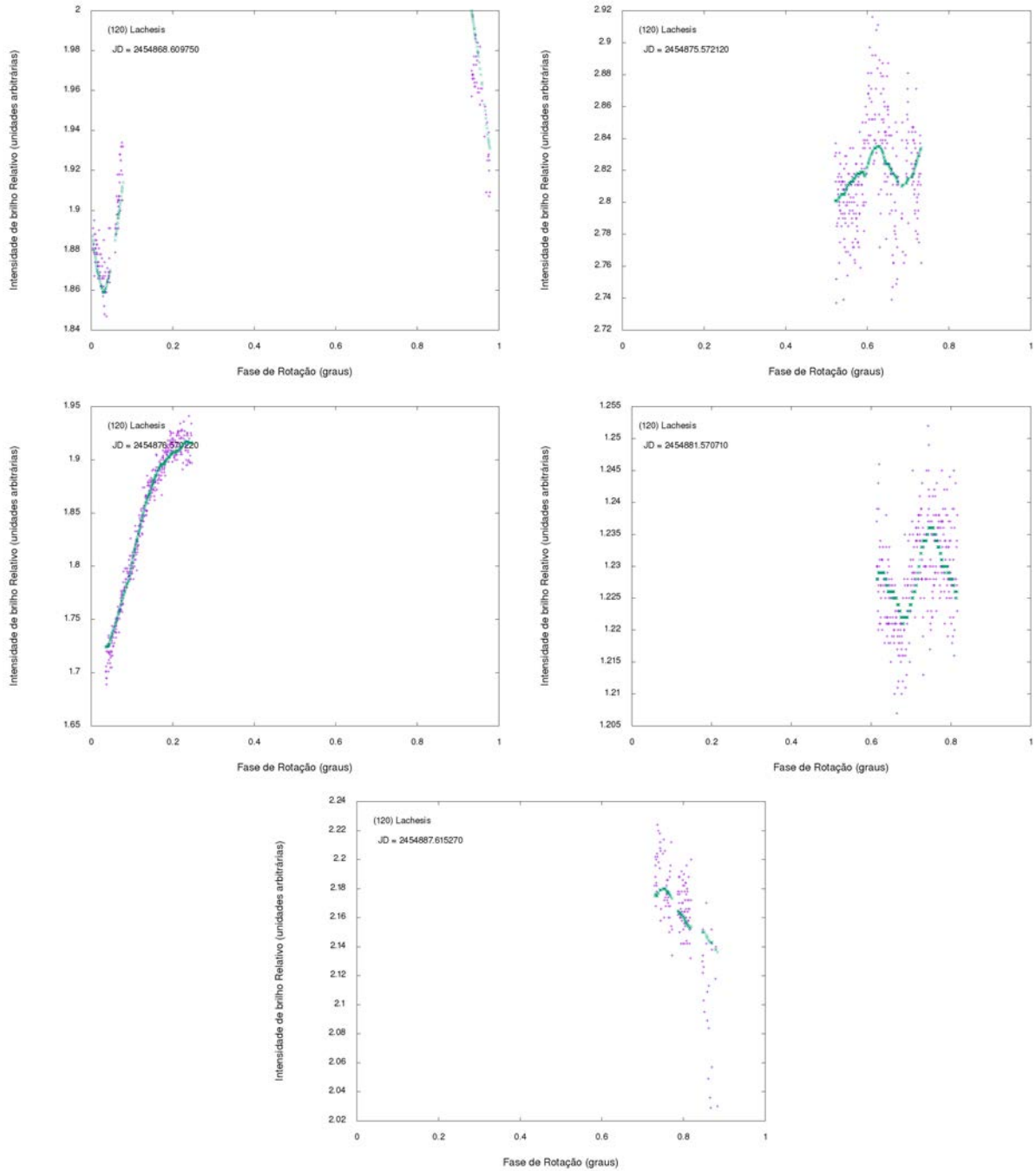
Fonte : Autoria Própria

Figura 70 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (120) Lachesis - Filtro R



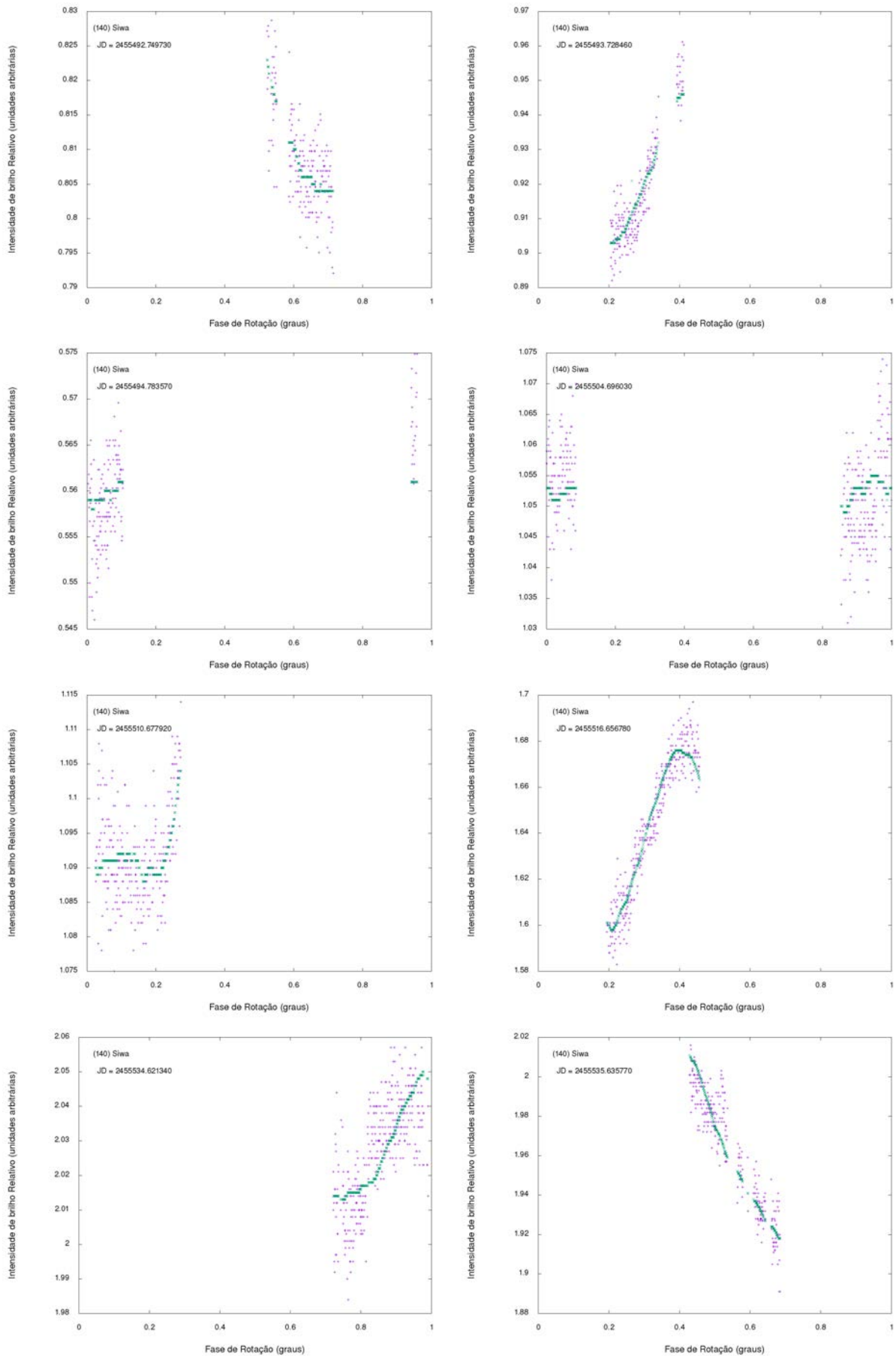
Fonte : Autoria Própria

Figura 71 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (120) Lachesis - Filtro R



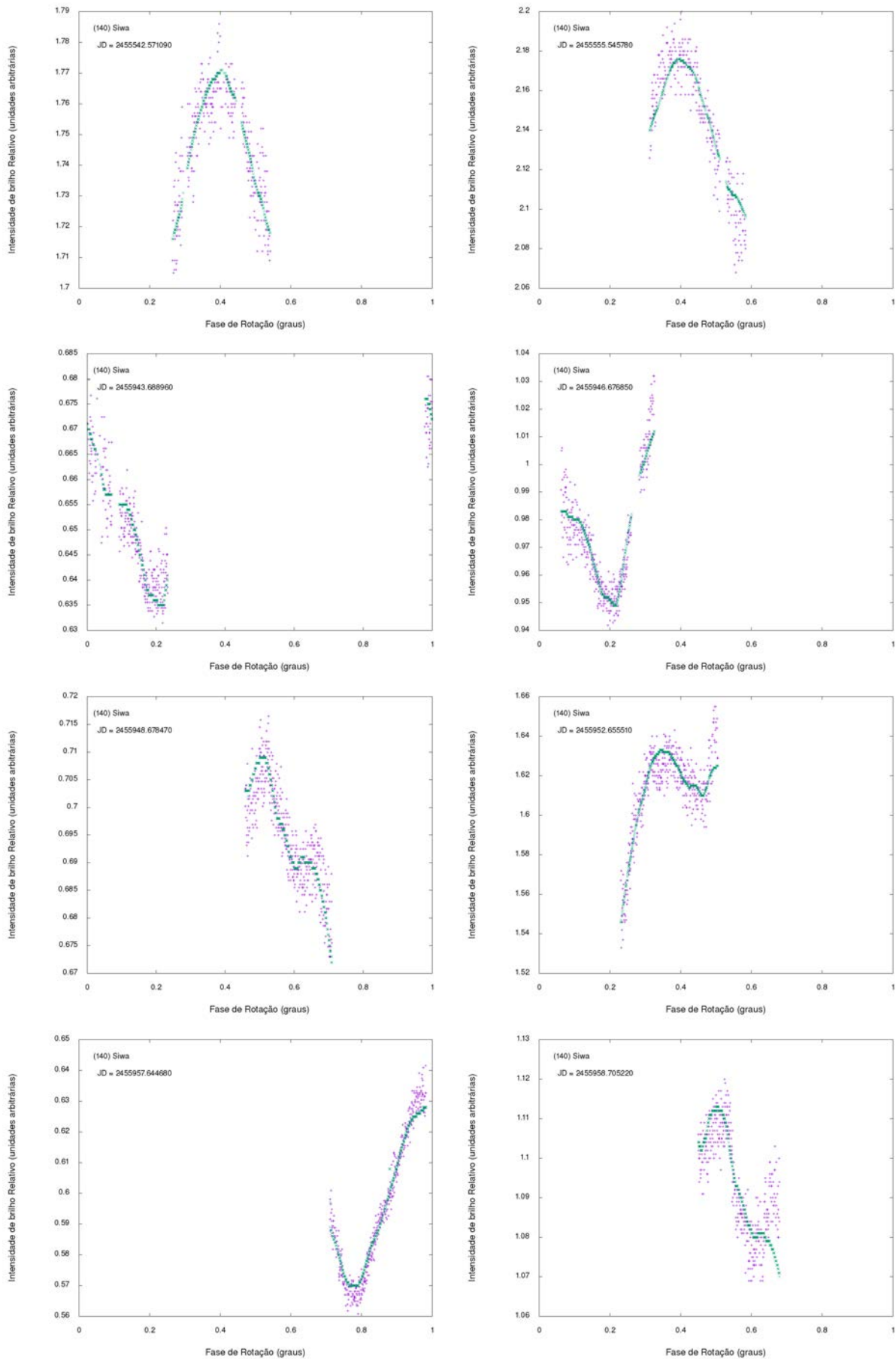
Fonte : Autoria Própria

Figura 72 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (140) Siwa - Filtro C



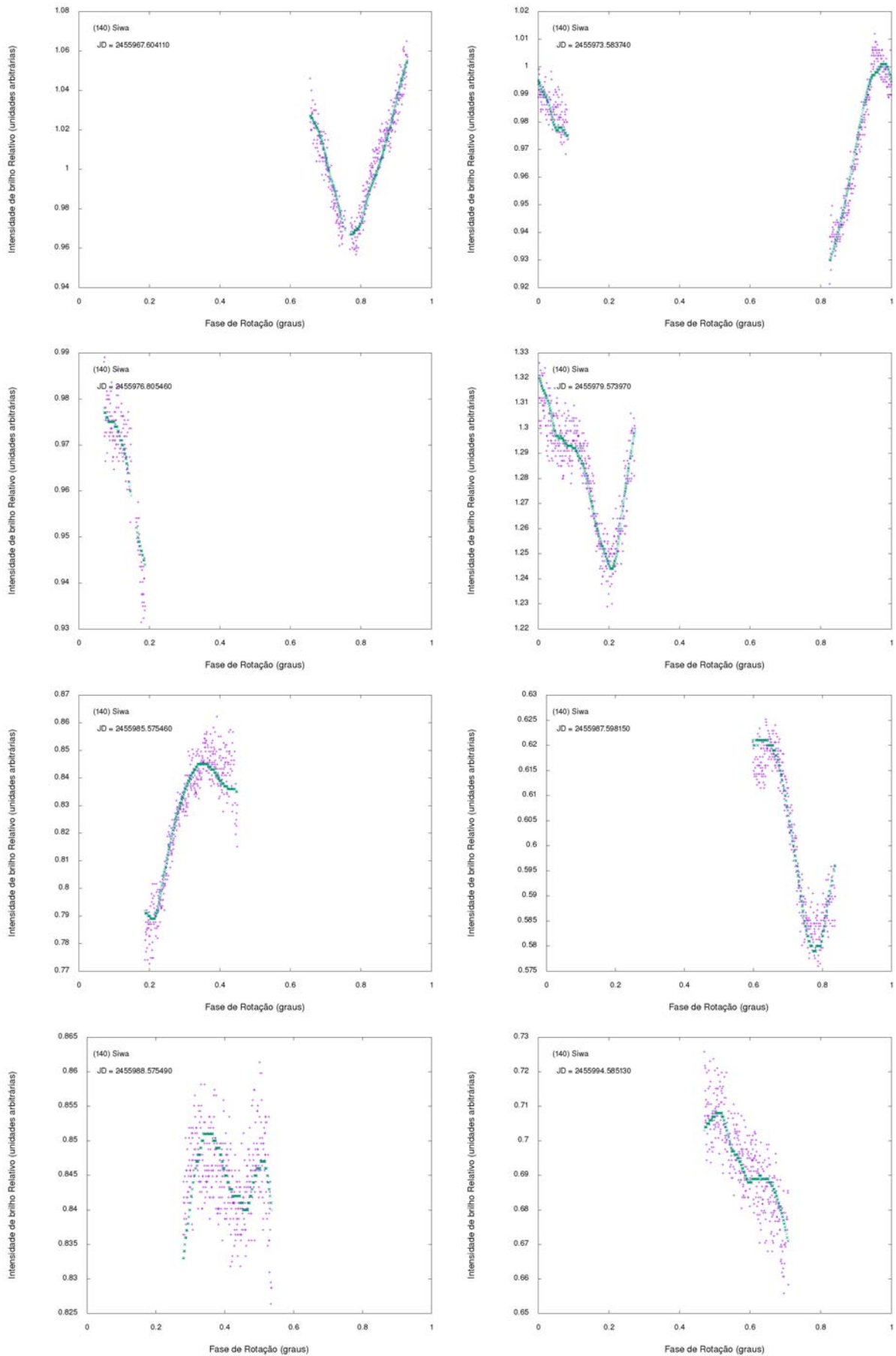
Fonte : Autoria Própria

Figura 73 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (140) Siwa - Filtro C



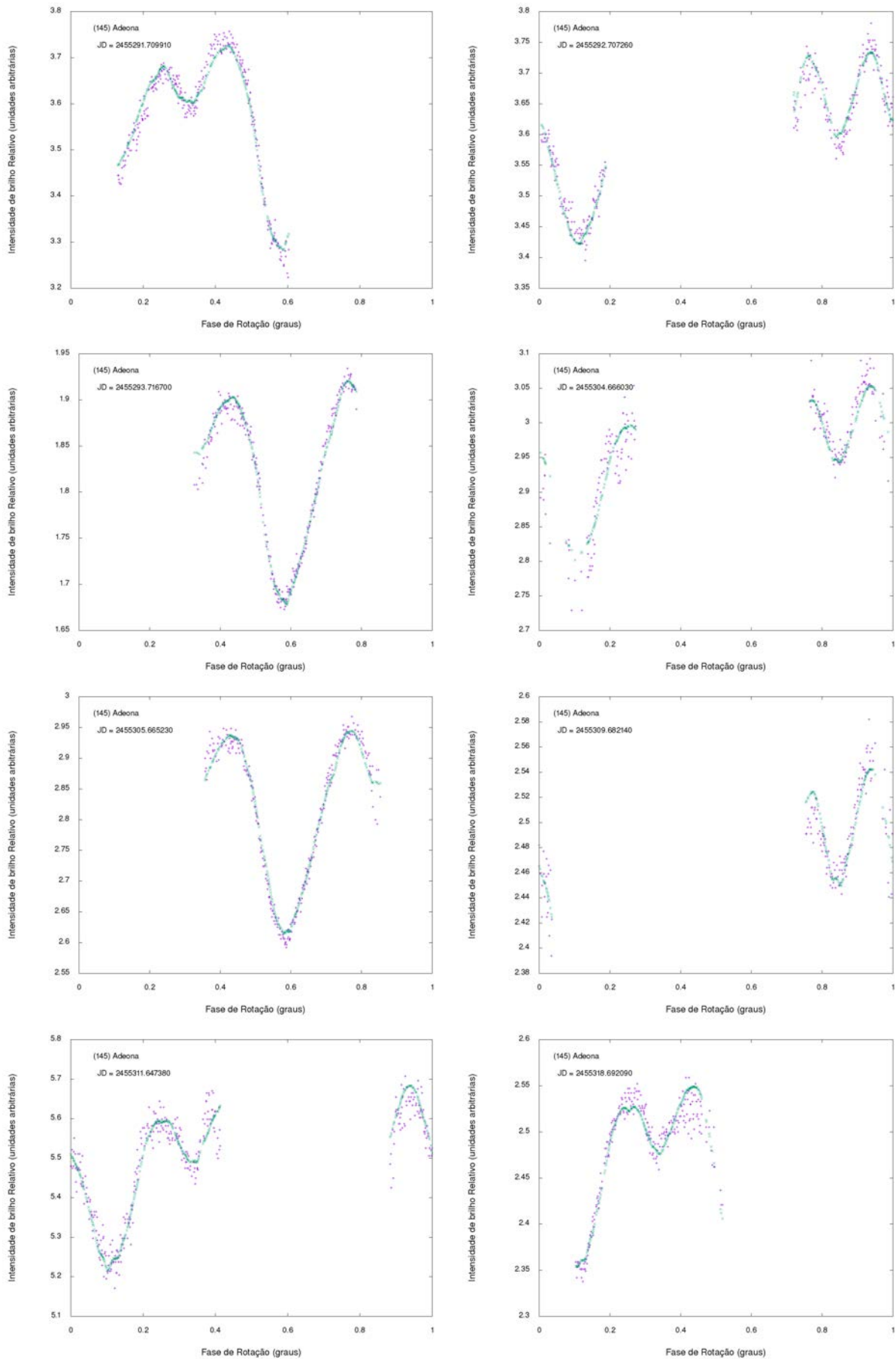
Fonte : Autoria Própria

Figura 74 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (140) Siwa - Filtro C



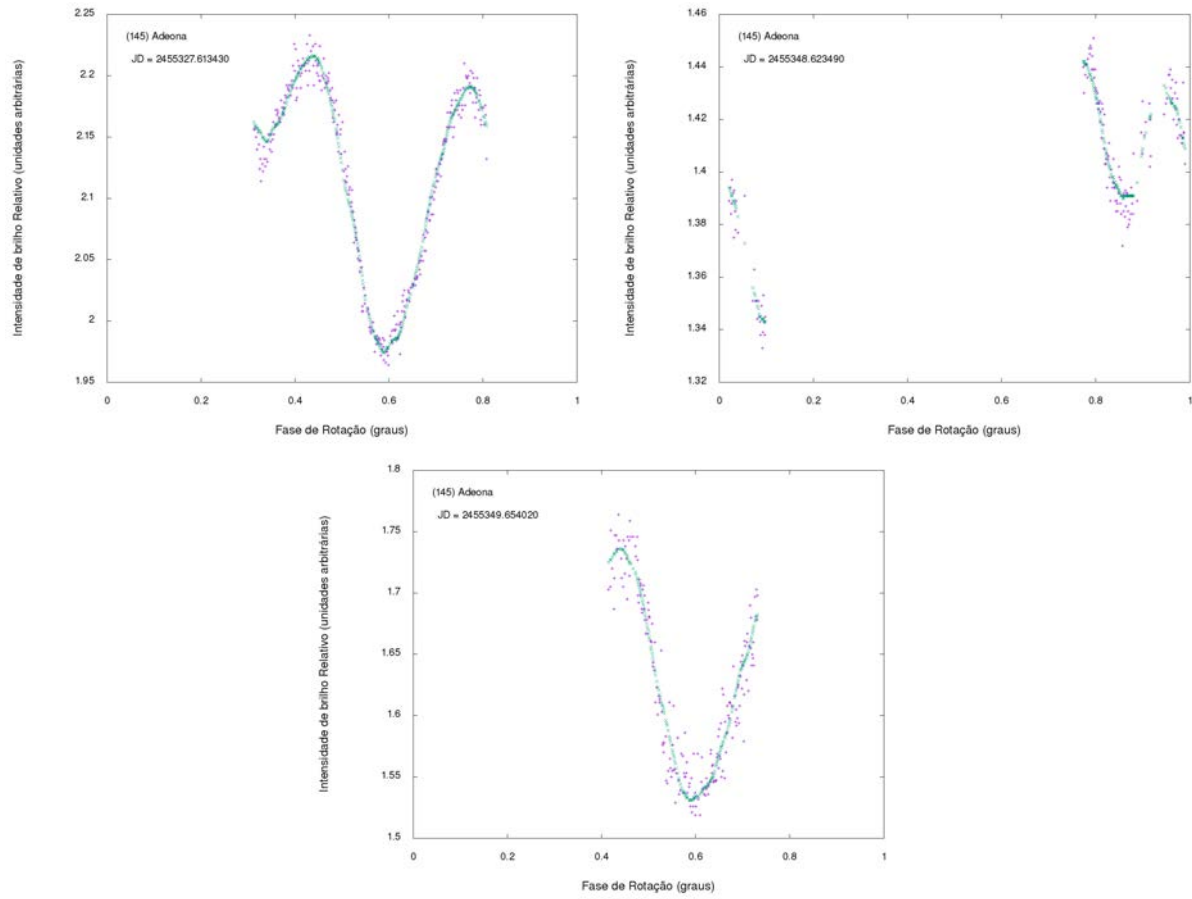
Fonte : Autoria Própria

Figura 75 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (145) Adeona - Filtro C



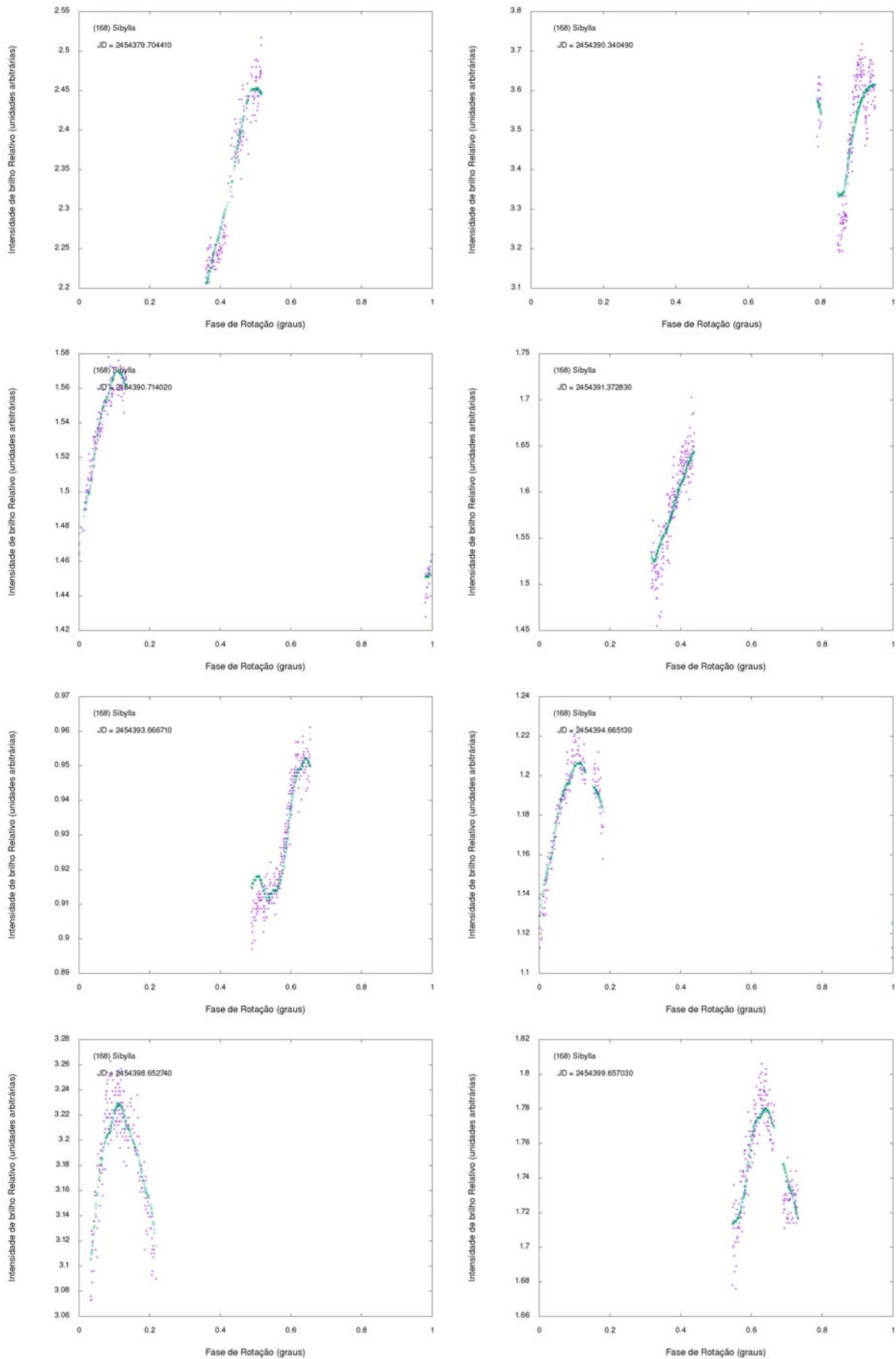
Fonte : Autoria Própria

Figura 76 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (145) Adeona - Filtro C



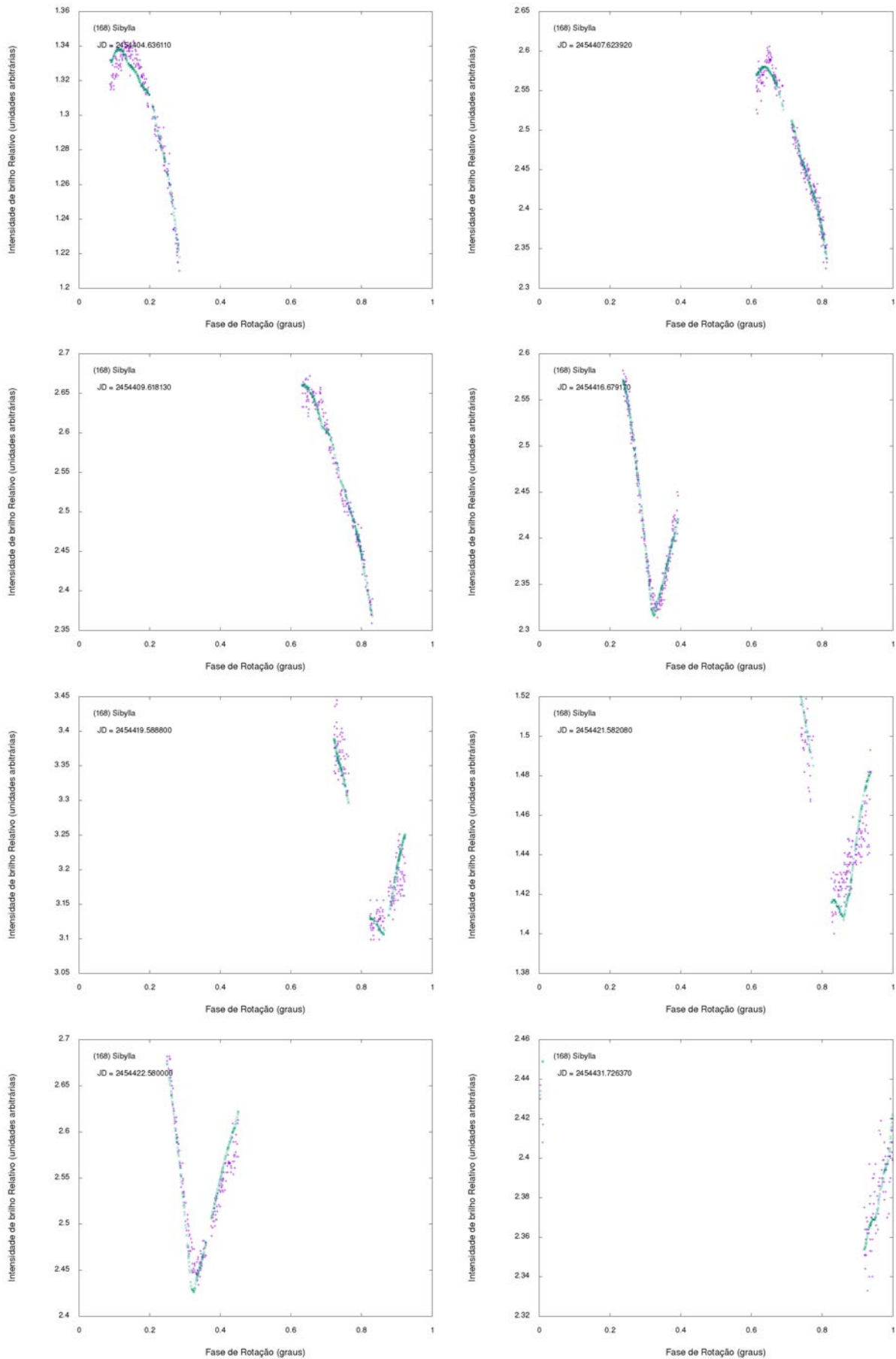
Fonte : Autoria Própria

Figura 77 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (168) Sibylla - Filtro C



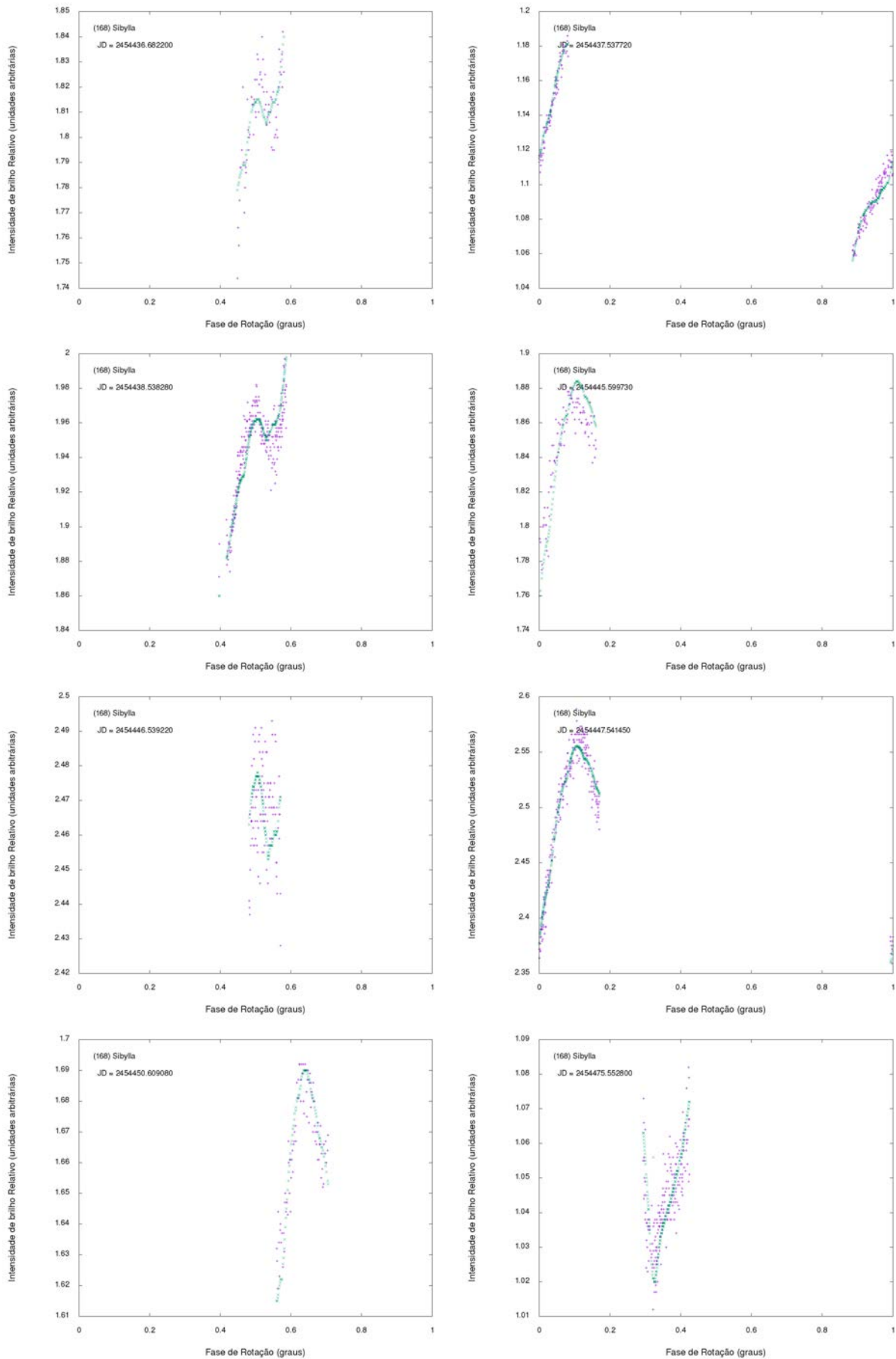
Fonte : Autoria Própria

Figura 78 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (168) Sibylla - Filtro C



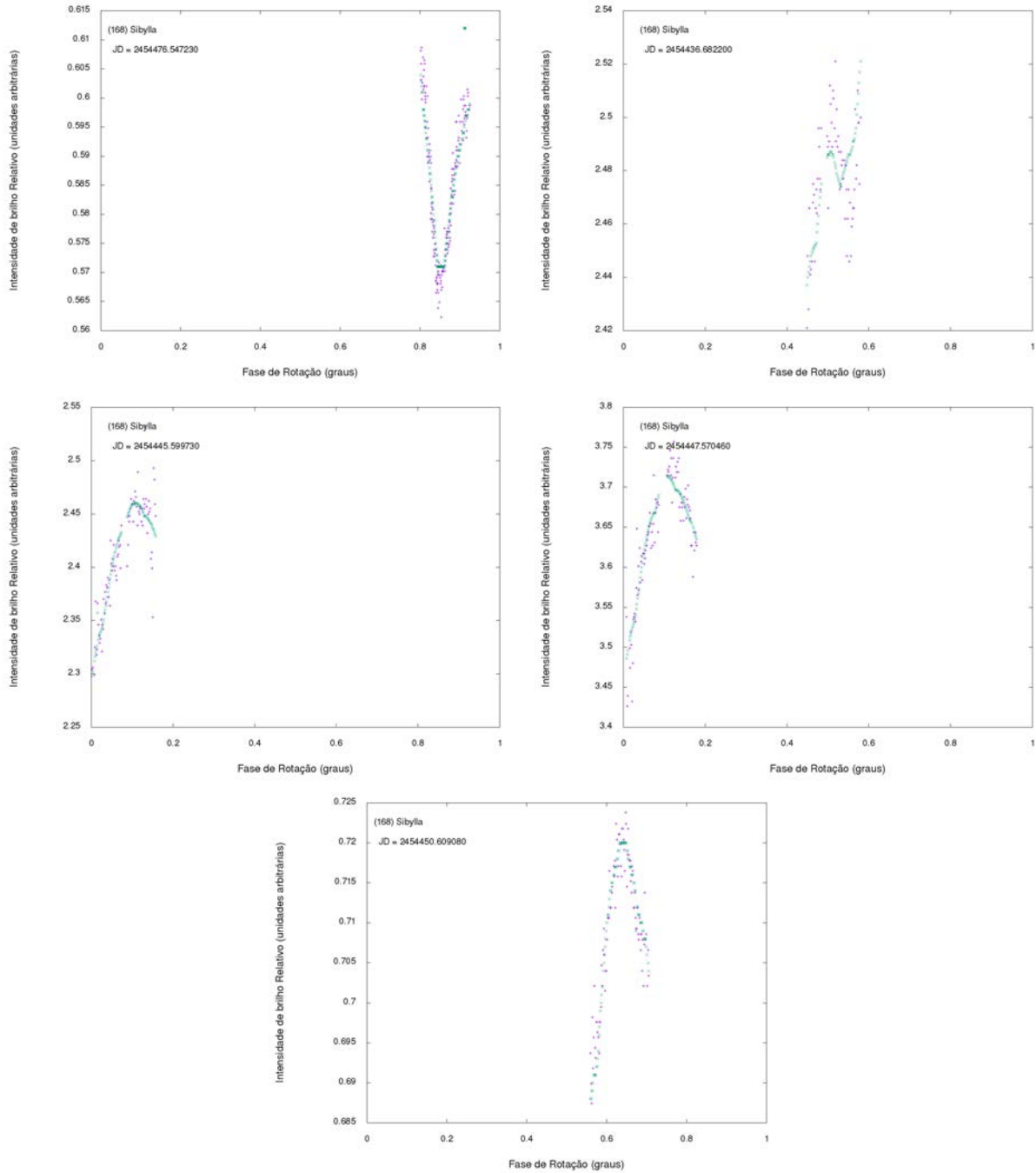
Fonte : Autoria Própria

Figura 79 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (168) Sibylla - Filtro C



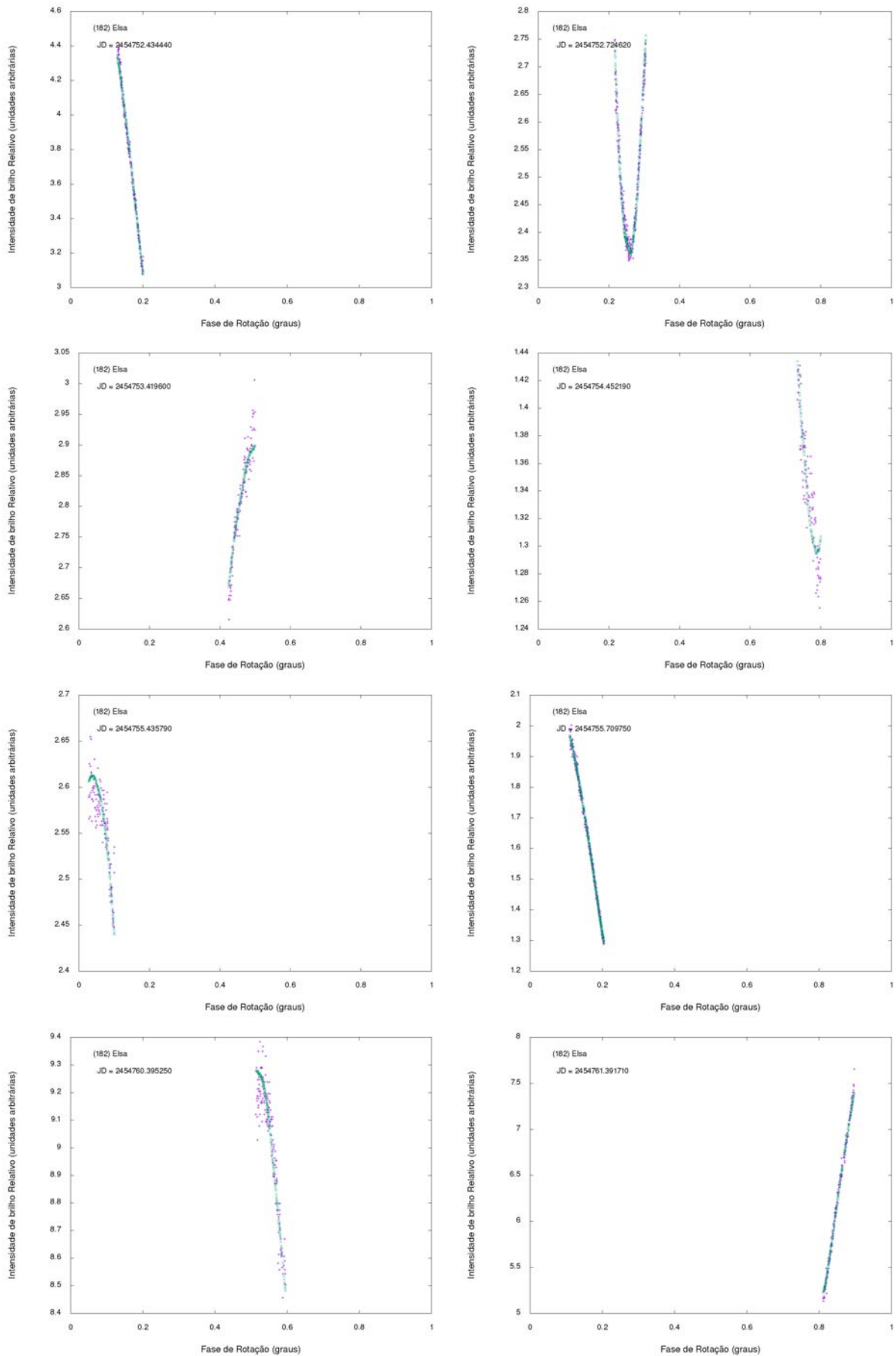
Fonte : Autoria Própria

Figura 80 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (168) Sibylla - Filtro C



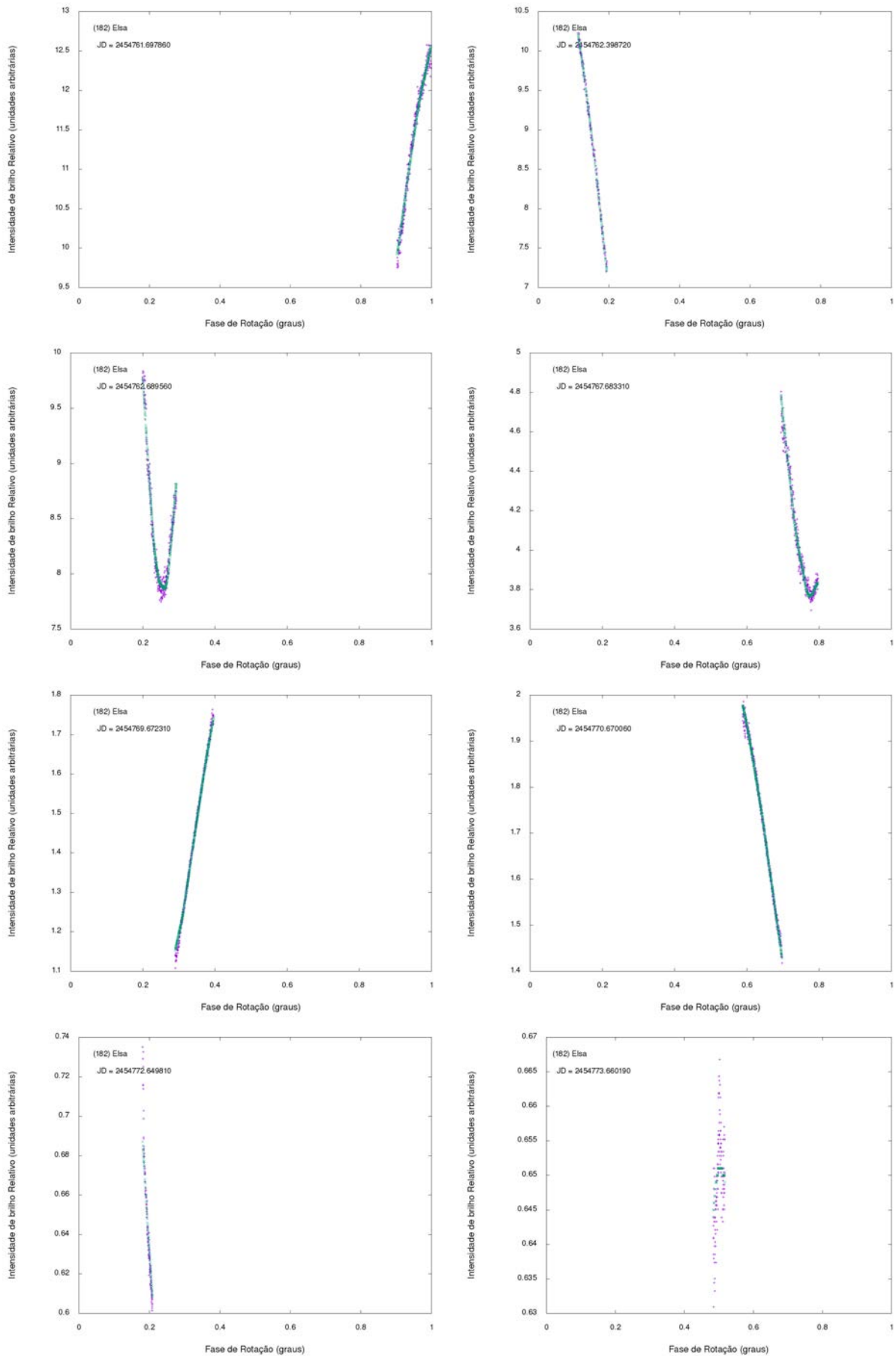
Fonte : Autoria Própria

Figura 81 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (182) Elsa - Filtro C



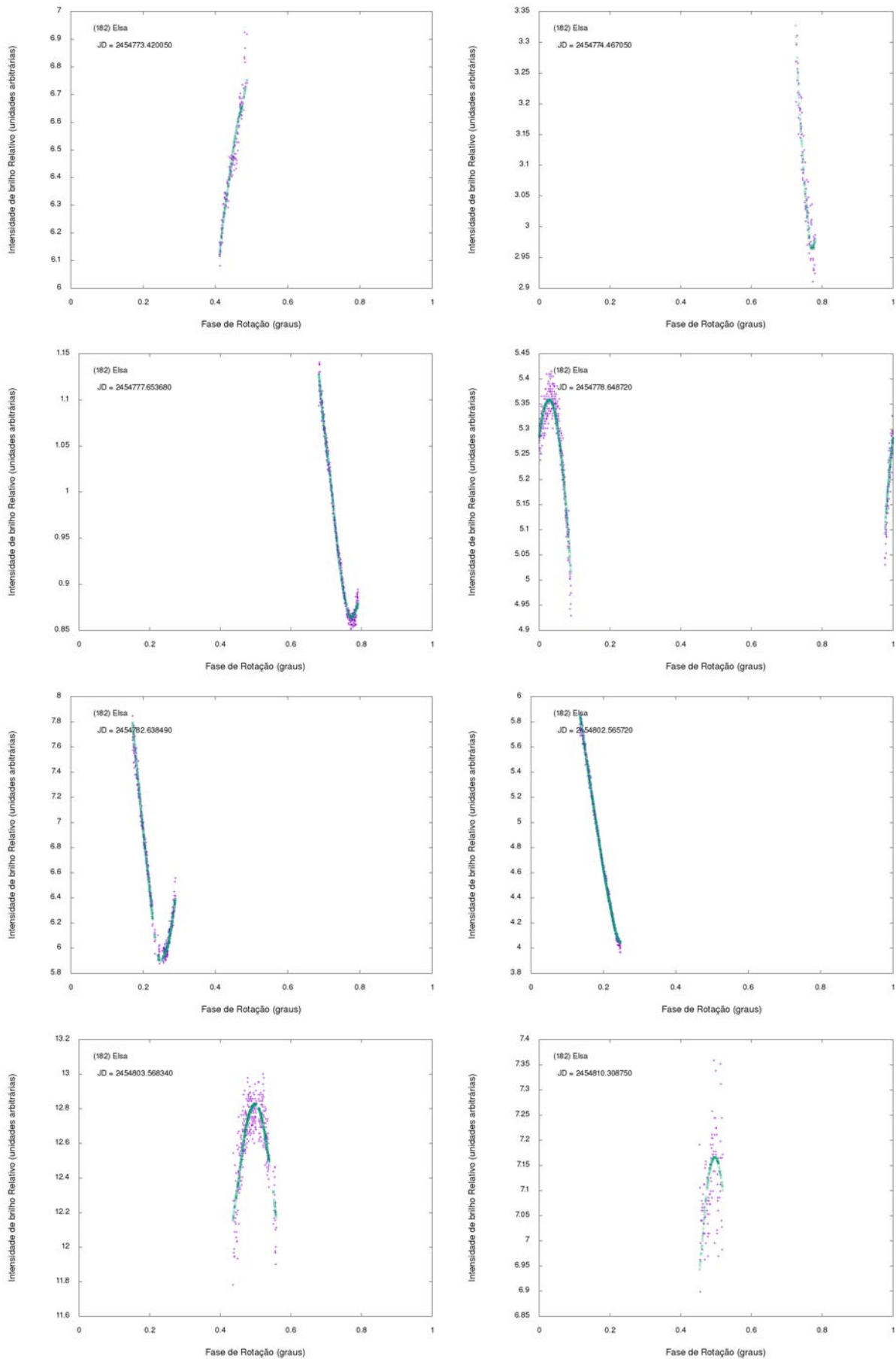
Fonte : Autoria Própria

Figura 82 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (182) Elsa - Filtro C



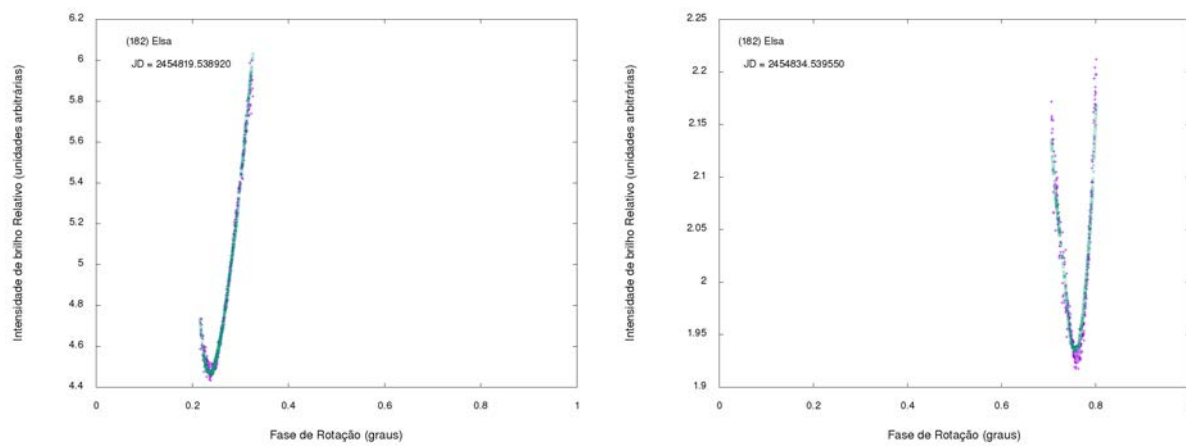
Fonte : Autoria Própria

Figura 83 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (182) Elsa - Filtro C



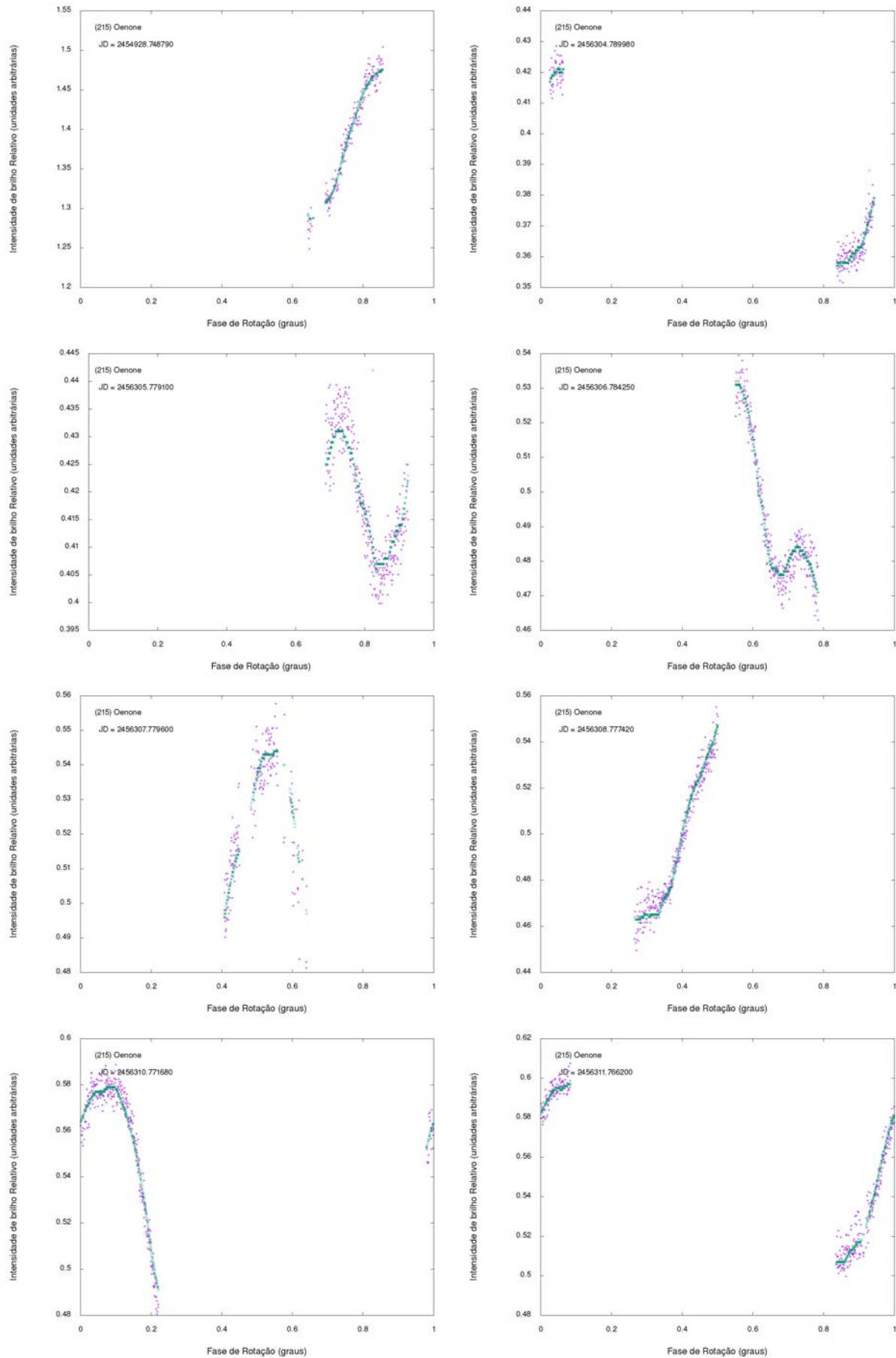
Fonte : Autoria Própria

Figura 84 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (182) Elsa - Filtro C



Fonte : Autoria Própria

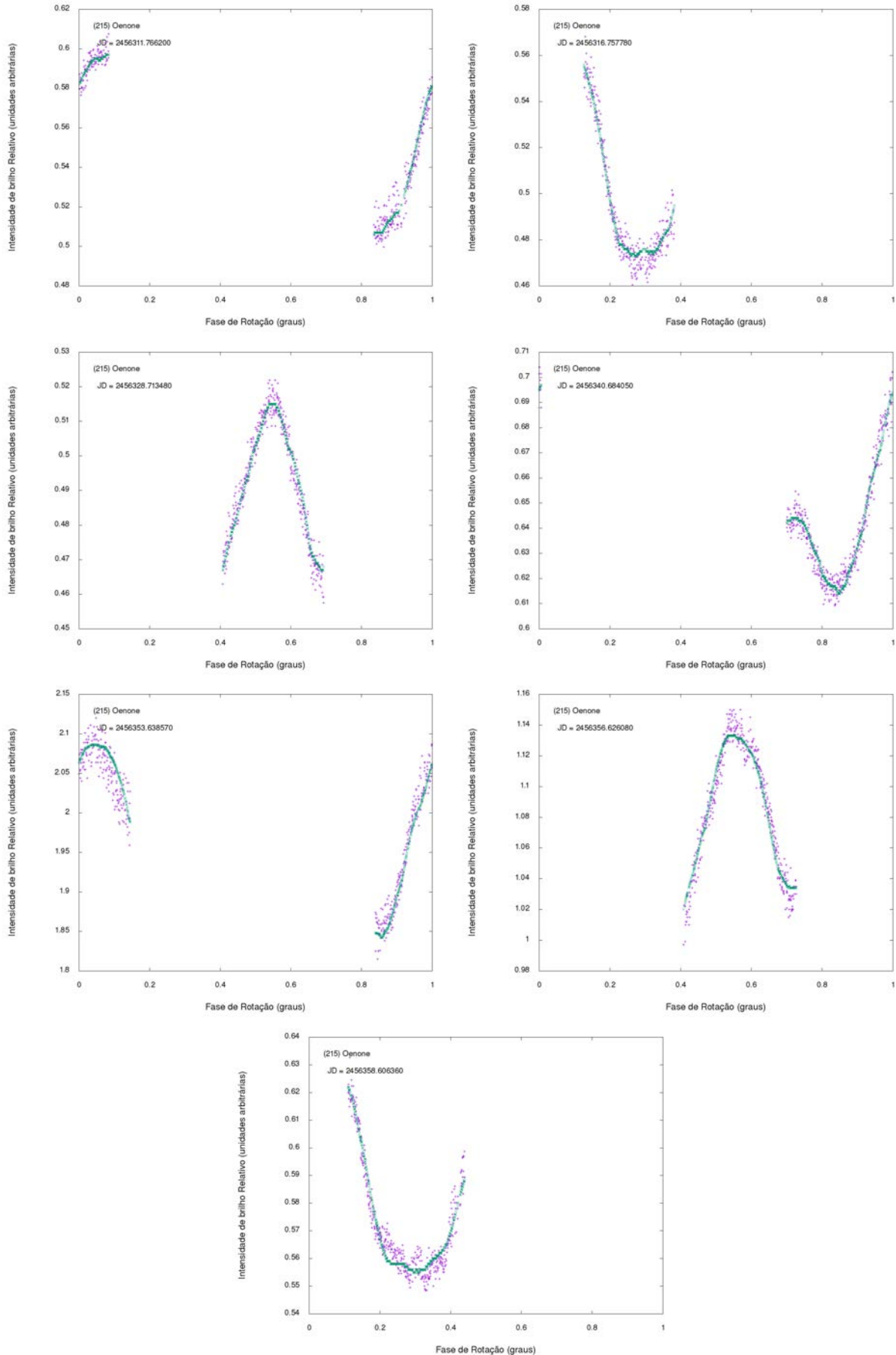
Figura 85 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (215) Oenone - Filtro C



Fonte : Autoria Própria

Figura 86 – Ajuste das curvas de luz

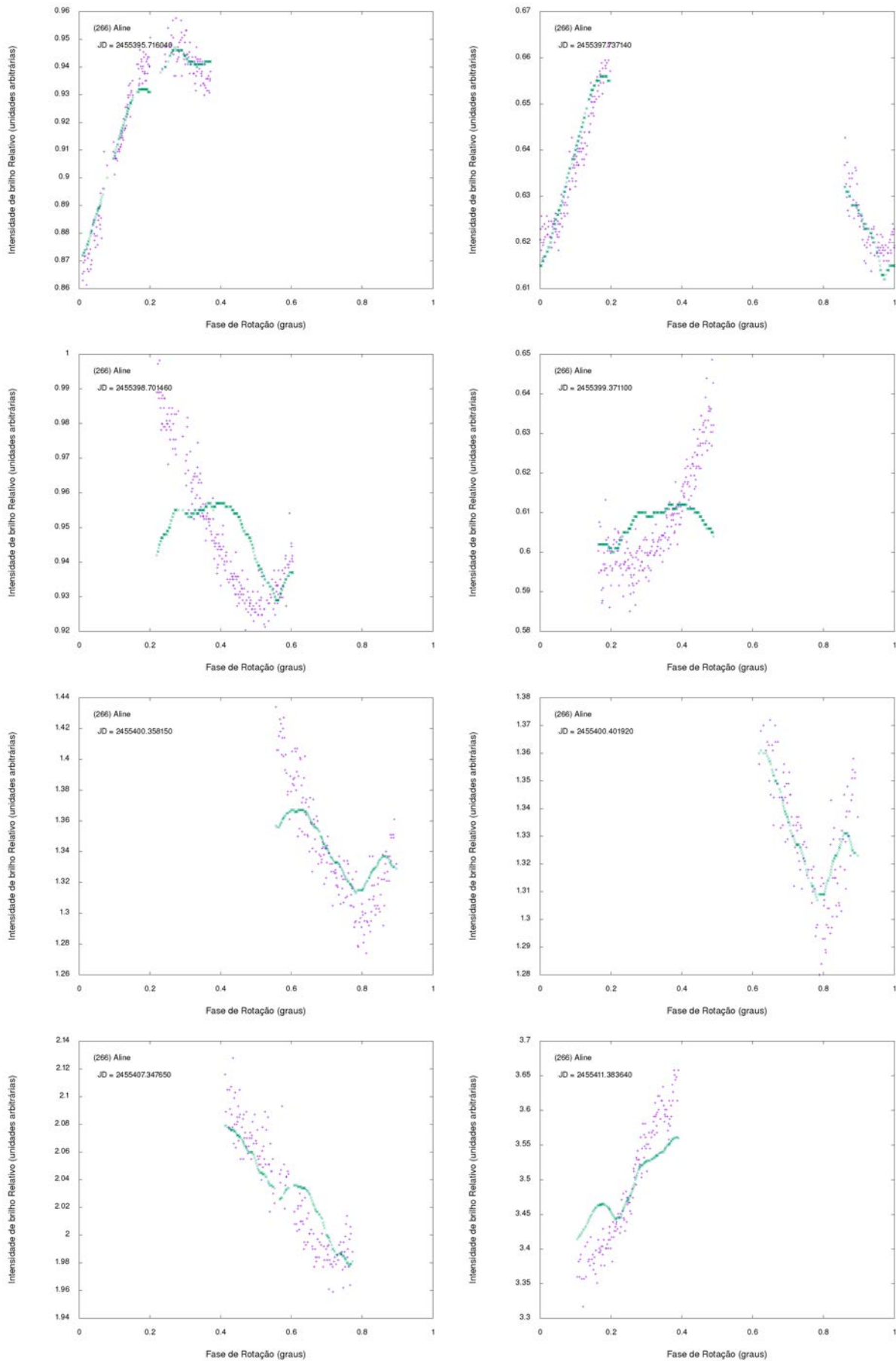
Figura 87 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (215) Oenone - Filtro C



Fonte : Autoria Própria

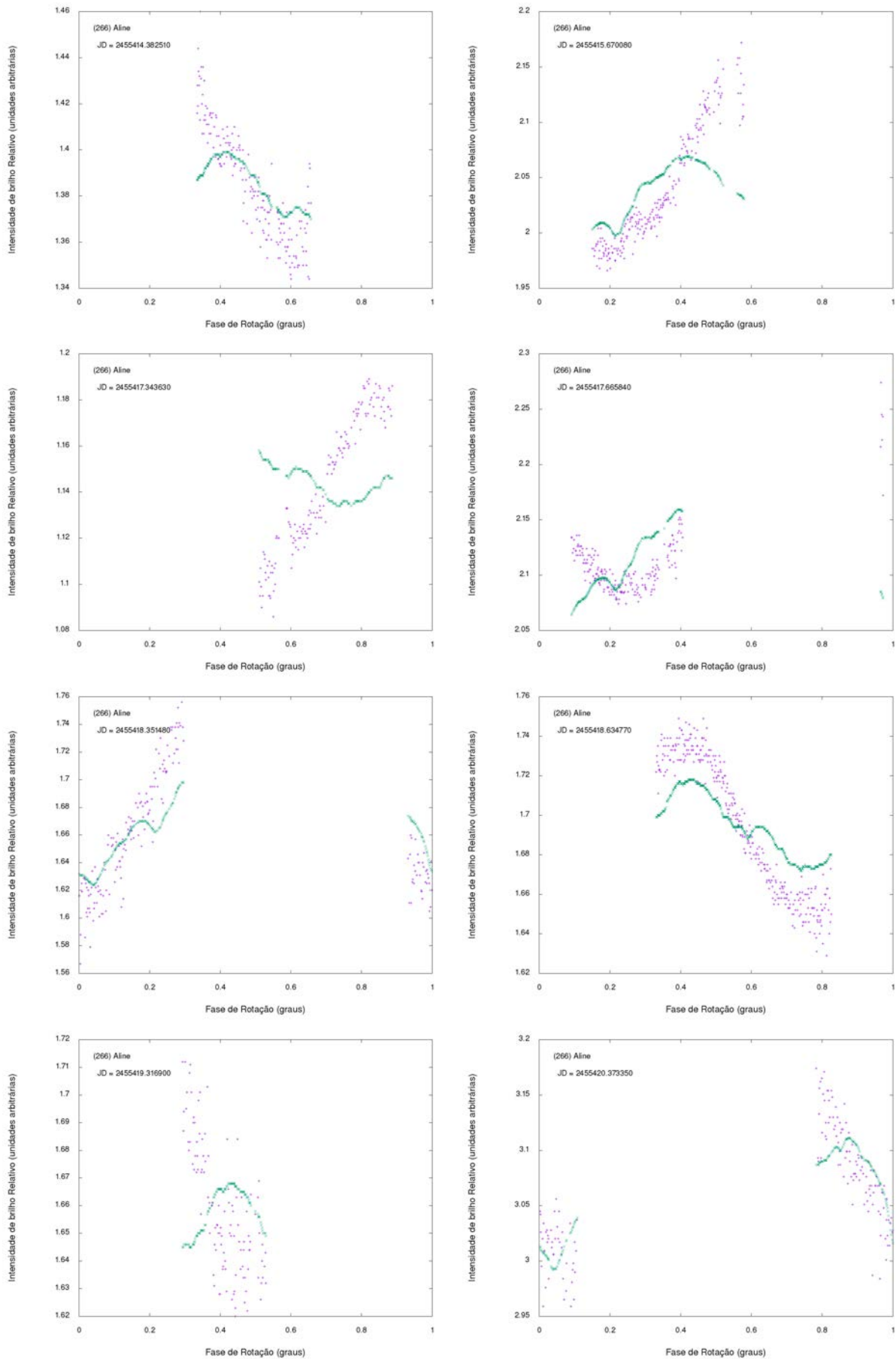
Figura 88 – Ajuste das curvas de luz

Figura 89 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (266) Aline - Filtro C



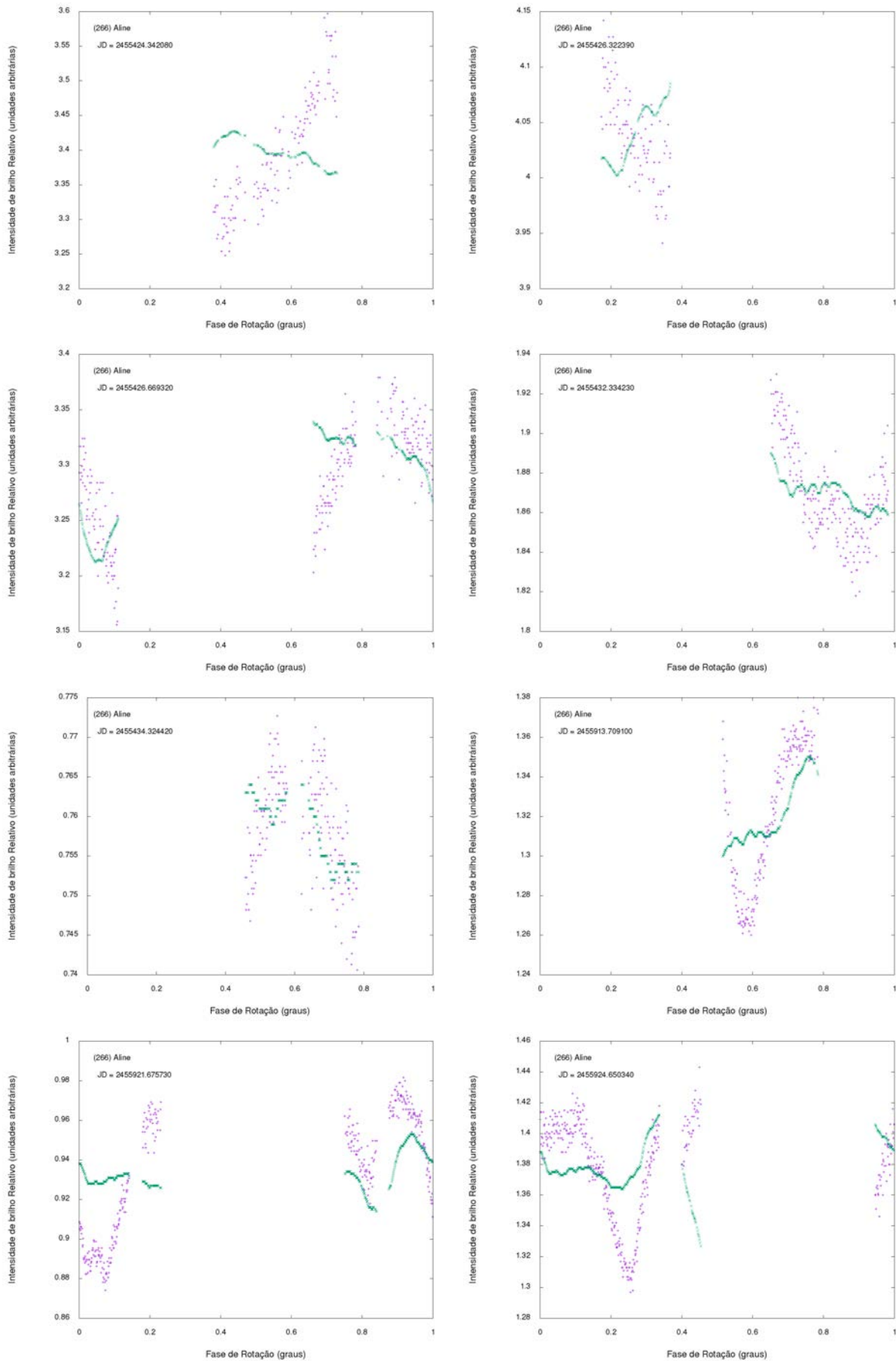
Fonte : Autoria Própria

Figura 90 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (266) Aline - Filtro C



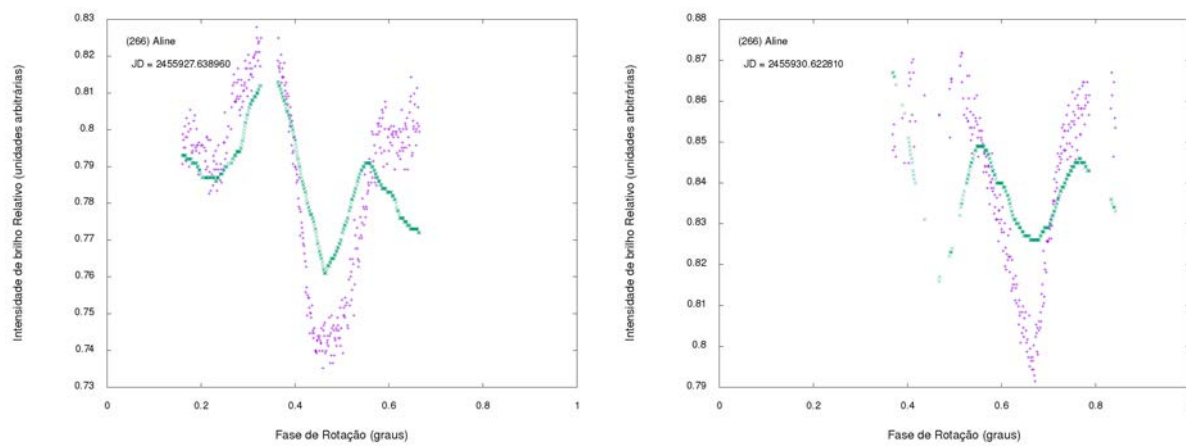
Fonte : Autoria Própria

Figura 91 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (266) Aline - Filtro C



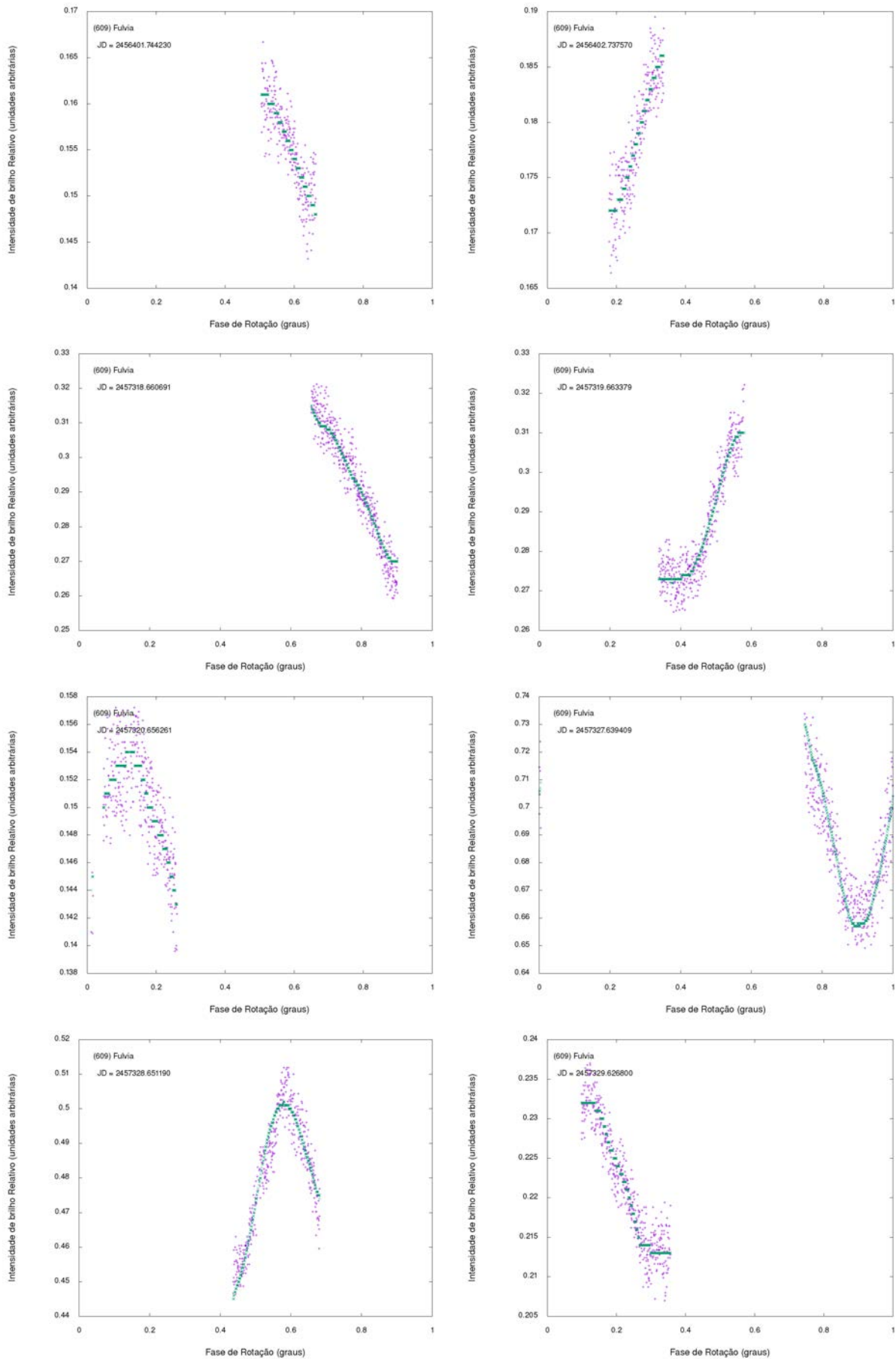
Fonte : Autoria Própria

Figura 92 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (266) Aline - Filtro C



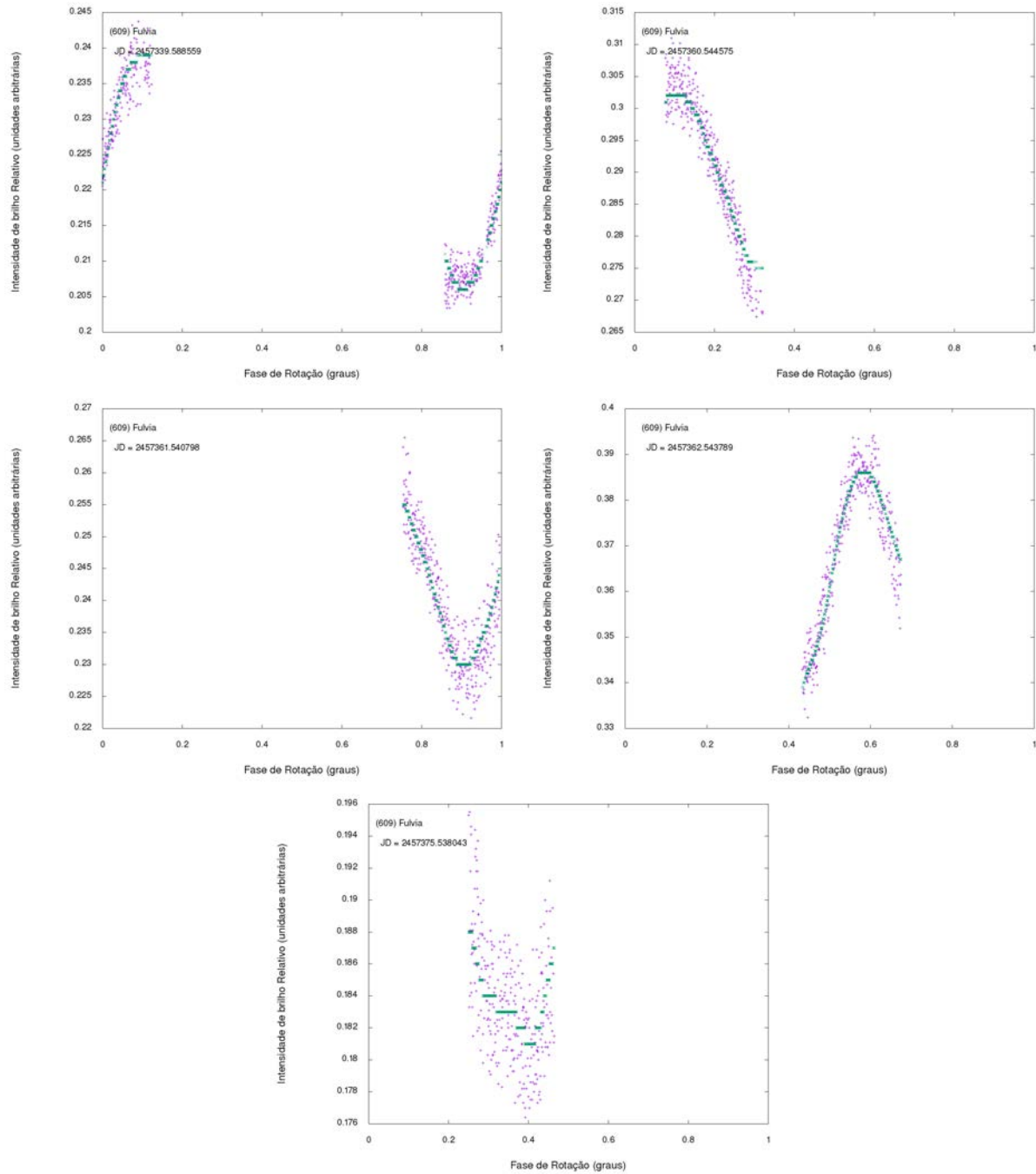
Fonte : Autoria Própria

Figura 93 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (609) Fulvia - Filtro C



Fonte : Autoria Própria

Figura 94 – Ajuste das curvas de luz do asteroide (609) Fulvia - Filtro C



Fonte : Autoria Própria