



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

ANDRÉ LUIS TONIATI

ESCOAMENTOS PULSANTES COM SUPERFÍCIE LIVRE:
CARACTERIZAÇÃO E SUA AÇÃO EM FUNDO DE CANAIS

ILHA SOLTEIRA

2018



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

ANDRÉ LUIS TONIATI

ESCOAMENTOS PULSANTES COM SUPERFÍCIE LIVRE:
CARACTERIZAÇÃO E SUA AÇÃO EM FUNDO DE CANAIS

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia - UNESP – Campus de Ilha
Solteira, para obtenção do título de Mestre
em Engenharia Mecânica.

Área de conhecimento: Ciências Térmicas.

Prof. Dr. Geraldo de Freitas Maciel

Orientador

Dr^a. Fabiana de Oliveira Ferreira

Coorientador

ILHA SOLTEIRA

2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

T665e Toniati, André Luis.
Escoamentos pulsantes com superfície livre: caracterização e sua ação em fundo de canais / André Luis Toniati. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018
120 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. Área de conhecimento: Ciências Térmicas e Mecânica dos Fluidos, 2018

Orientador: Geraldo de Freitas Maciel
Co-orientador: Fabiana de Oliveira Ferreira
Inclui bibliografia

1. Roll Waves. 2. Fluidos newtonianos. 3. Fluidos não-newtonianos.
4. Corridas de lama. 5. Tensão de cisalhamento no Fundo. 6. Transporte de sedimentos.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: ESCOAMENTOS PULSANTES COM SUPERFÍCIE LIVRE:
CARACTERIZAÇÃO E SUA AÇÃO EM FUNDO DE CANAIS


AUTOR: ANDRÉ LUÍS TONIATI

ORIENTADOR: GERALDO DE FREITAS MACIEL

COORIENTADORA: FABIANA DE OLIVEIRA FERREIRA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECÂNICA, área: CIÊNCIAS TÉRMICAS pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. GERALDO DE FREITAS MACIEL
Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. RENE ORLANDO MEDRANO TORRICOS
Departamento de Física / Universidade Federal de São Paulo


Prof. Dr. GUILHERME HENRIQUE FIOROT
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Ilha Solteira, 30 de julho de 2018

A familiares e amigos que sempre torceram por mim. Em especial, aos meus pais, pela torcida de camarote.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Onofre Francisco Toniati e Maria Andrea B. Toniati, por sempre estarem ao meu lado, me apoiando e orientando na minha jornada.

Aos meus irmãos, Eugênio e Josana, pelo carinho e amor fraterno compartilhado ao longo da vida.

Aos meus amigos e companheiros que conviveram comigo neste período.

À minha namorada Giulia Marcucci Peron, pelo carinho e paciência nesta etapa.

Ao Professor Geraldo de Freitas Maciel, pela orientação, ensinamentos e oportunidades, que contribuíram para minha formação tanto profissional como pessoal, além do despertar do saber e questionar.

À Professora Fabiana de Oliveira Ferreira, pela coorientação, pelas conversas, pelas muitas horas dedicadas, pelo incentivo, pela ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Guilherme Henrique Fiorot, pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho.

A todos do grupo de pesquisa RMVP, em especial ao João e Renan, pelas inúmeras contribuições e cafezinhos da tarde, que tornaram este período muito mais agradável.

Aos funcionários da UNESP de Ilha Solteira, na parte técnica e administrativa, que cooperaram para realização deste projeto.

Por fim, não menos importante, agradeço a Deus, por iluminar o meu caminho e ter colocado pessoas especiais em minha vida que sou tão grato.

“(...) que o objetivo da vida não é maximizar o lucro, mas minimizar o tédio.”
(José Augusto Penteado Aranha)

RESUMO

No contexto de Desastres “Naturais”, as corridas de lama têm sido objeto de estudo devido ao seu poder erosivo e, muitas vezes, destrutivo, acarretando perdas materiais vultosas e ceifando vidas. Nestes escoamentos, quando em condições favoráveis de vazão, inclinação e reologia do fluido, podem surgir instabilidades que se propagam em forma de trem de ondas na superfície, denominadas *roll waves*. A literatura acerca do assunto trata, geralmente, dos critérios de geração, estabilidade, e determinação das características principais do fenômeno, como amplitude, comprimento e celeridade de onda. Nesta dissertação buscou-se estudar a tensão de cisalhamento no fundo na presença de *roll waves*, em duas vertentes: a primeira apresenta as *roll waves* em água limpa, baseando-se no trabalho clássico de Dressler (1949); a segunda, dando continuidade aos trabalhos do Grupo de Pesquisa de Reologia de Materiais Viscosos e Viscoplasticos (Grupo RMVP), focou no estudo de *roll waves* desenvolvendo-se em fluidos do tipo Herschel-Bulkley, em duas situações - canal de fundo impermeável e fundo com condição de permeabilidade, grande contribuição desta dissertação. Os modelos matemáticos foram desenvolvidos com base nas equações de águas rasas, cuja implementação numérica permitiu confrontar resultados experimentais e numéricos, que apresentaram boa aderência. Para o modelo com condição de permeabilidade no fundo, verificou-se a influência do fator de porosidade nas características das *roll waves* (amplitude, comprimento e celeridade de onda), tendo sido constatado que a amplitude de onda geralmente aumenta, enquanto seu comprimento e celeridade diminuem quando da presença deste fator. Por fim, avaliou-se a tensão de cisalhamento no fundo, cujos resultados apontam, para fundos impermeáveis, incremento em relação ao escoamento base (sem presença de *roll waves*) de 12% a 27%, dependendo, respectivamente, da natureza laminar/turbulenta e da dinâmica (número de Froude) do escoamento. Quando levada em conta a porosidade do leito, o incremento de tensão de cisalhamento no fundo pode atingir valores bem mais significativos (60% a 100%).

Palavras-chave: *Roll waves*. Fluidos newtonianos. Fluidos não-newtonianos. Corridas de lama. Tensão de cisalhamento no fundo. Transporte de sedimentos.

ABSTRACT

Mudflows have been the focus of studies because of their erosive ability and often destructive power, causing material losses and taking away lives. Under favorable conditions of discharge, slope, disturbance, and rheology, these flows can develop a specific type of instability that is propagated downstream as shock waves, called roll waves. Most of the roll waves literature provides information on generation criteria, stability, and information of amplitudes, wavelengths, and celerity. This work brings a study of bottom shear stress in pulsating flows (roll waves) in 2 parts. In the first part, we present roll waves in clean water, based on Dressler's work. In the second part, we continue the works of research team about roll waves developing in Herschel-Bulkley fluid under 2 conditions: impermeable bottom and porous bed. The mathematical models developed were based on shallow water equations. The results of these models were compared to Fluent and experimental results, showing a good agreement. For the mathematical model with porous bed condition, we evaluated the effect of porosity factor in properties of roll waves, and we observed that the amplitude of the roll wave usually increases, whereas the length and the celerity decrease with the presence of this factor. Finally, considering an impermeable bottom, the bottom shear stress presented an increase of 12% to 27%, depending on nature (laminar-turbulent) and dynamics (Froude number) of flow. Taking in account a porous bed, the bottom shear stress reached more significant values (60% to 100%).

Keywords: Roll waves. Newtonian fluids. Non-newtonian fluids. Mudflows. Bottom shear stress. Sediment transport.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Cidade de Teresópolis, após deslizamentos de terra e corridas de lama em 2011.	19
Figura 2 – Exemplos de aparecimento de <i>roll waves</i> em canais artificiais. (a) <i>Roll waves</i> em escoamentos lamosos, canal na França; (b) <i>Roll waves</i> em água, no canal de Merligen, Suíça; (c) Instabilidades de superfície livre em fluido não-Newtoniano; (d) <i>Roll waves</i> em gel de carbopol em rampa experimental.	21
Figura 3 – Registro de monitoramento de profundidade de escoamento, em Acquabona, com a presença do fenômeno <i>roll wave</i> após tempestade de 17 de agosto de 1998.	22
Figura 4 – Perfil das “mínimas” <i>roll waves</i> , isto é, a menor amplitude, celeridade e comprimento de onda, obtidas por Ng e Mei (1994) para 3 casos de número de Froude, quais sejam: $Fr \rightarrow \infty$ (.....), $Fr = 1$ (—) e $Fr = \sqrt{2}$ (---). Sendo $h(\xi)$: lâmina do escoamento, $\bar{u}(\xi)$: velocidade média e $\tau_b(\xi)$: tensão de cisalhamento no fundo.	28
Figura 5 – Exemplo de estudo, relacionando <i>roll waves</i> e transporte de sedimentos (região hachurada).	29
Figura 6 – Perfil no espaço (z) x tempo (t), de partículas de SiC (carbeto de silício) obtidos a partir de imagens de uma câmera posicionada na lateral da rampa experimental alinhada com a inclinação da mesma. O eixo vertical é a espessura do escoamento livre e no eixo horizontal o tempo de experimento para um período de 4 segundos em (a) e 2 segundos em (b). A linhas preta representa a posição do fundo rugoso em relação ao fluxo. As linhas horizontais representam partículas depositadas.	31
Figura 7 – Esquema indicando duas possíveis representações de ondas granulares de erosão/deposição em uma plano inclinado em ζ com a horizontal. O material em repouso está hachurado em cinza, a espessura do escoamento, normal à direção z é considerado em (a) a altura $h(x, t)$ das partículas entre a superfície livre $s(x, t)$ e a base da onda granular em $z = b(x, t)$, ou (b) a profundidade $h(x, t)$ entre a superfície livre e o fundo. O perfil típico de velocidade $u(x, t)$ ao longo da profundidade é representado. A solução da onda considera que esta se move com velocidade contante u_w , e erode uma camada estática de sedimentos de espessura h_+ a sua frente, depositando a mesma espessura atrás.	31

Figura 8 – Esquema geral para representação do escoamento. Na qual x é a coordenada na direção longitudinal do canal, z a coordenada na direção transversal do canal, h a profundidade do escoamento, h_1 a profundidade referente à “cava” da onda (lâmina baixa), h_2 a profundidade referente à “crista” da onda (lâmina alta), U a celeridade da onda, λ o comprimento de onda, g a aceleração da gravidade, u a componente da velocidade na direção x , w a componente da velocidade em z , θ a inclinação do canal.	33
Figura 9 – Esquema para o problema estudado, fluido não-Newtoniano tipo Herschel-Bulkley escoando em um meio permeável.	46
Figura 10 – Fluxograma para método numérico utilizado no Modelo 1	60
Figura 11 – Fluxograma para o método numérico utilizado no Modelo 2	60
Figura 12 – Comparação entre o Modelo 1 , Ensaio Experimental (BROCK, 1969) e Fluent [®] . No eixo da ordenada, amplitude de onda adimensionalizada pela lâmina do escoamento base, e na abscissa o comprimento de onda normalizado.	63
Figura 13 – Tensão de cisalhamento máxima em função do número de Froude.	64
Figura 14 – Perfil de <i>roll waves</i> obtido a partir do Modelo 1 utilizando-se dado experimental obtido por Fiorot (2016). Sendo h : lâmina do escoamento, \bar{u} : velocidade média e τ_f : tensão de cisalhamento no fundo.	65
Figura 15 – Valores de tensão cisalhamento máxima para $C = 0$ e n variando de 0,1 a 1,0.	67
Figura 16 – Valores de tensão cisalhamento máxima para $C = 0,1$ e n variando de 0,1 a 1,0.	67
Figura 17 – Valores de tensão cisalhamento máxima para $C = 0,2$ e n variando de 0,1 a 1,0.	68
Figura 18 – Valores de tensão de cisalhamento máxima para $n = 0,6$ e C variando de 0 a 0,2.	68
Figura 19 – Amplitudes de onda: M2FI vs. <i>software</i> Fluent [®] vs. experimental em laboratório (MACIEL et al., 2017)	70
Figura 20 – Profundidades, velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo, para os dois modelos: M2FI e Fluent [®]	71
Figura 21 – Valores de Fr_{\min} em função do fator porosidade (γ).	72
Figura 22 – Fr_{\min} em função do fator porosidade γ para $n = 0,6$	73
Figura 23 – Valores de amplitude de onda (Δh) em função de Fr	74
Figura 24 – Valores de comprimento de onda (λ) em função de Fr	75
Figura 25 – Valores de celeridade (U) em função de Fr	76

Figura 26 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 1, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0$, $Fr \rightarrow \infty$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$	79
Figura 27 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 2, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0,2$, $Fr \rightarrow \infty$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$	79
Figura 28 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 3, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0$, $Fr = 1$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$	80
Figura 29 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 4, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0,2$, $Fr = 1$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$	80
Figura 30 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 5, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0$, $Fr = \sqrt{0,2}$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$	81
Figura 31 – Perfil de de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 6, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0,2$, $Fr = \sqrt{0,2}$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$	81
Figura 32 – Análise da amplitude de onda Δh em função de $h_1 = h_{\min}$, para diversos parâmetros (C , n , γ , Fr).	83
Figura 33 – Envoltória superior e inferior de Δh em função de $h_1 = h_{\min}$	84
Figura 34 – Comparativo entre a envoltória superior e inferior de Δh em função de $h_1 = h_{\min}$ com aquela obtida por Fiorot (2012).	85
Figura 35 – Aproximação por interpolação dos resultados de celeridade (U) apresentados quando da presença da porosidade ($\gamma \neq 0$) em função do número de Froude (Fr). Em vermelho, resultado para um fluido Newtoniano com fundo impermeável.	86
Figura 36 – Aproximação por interpolação dos resultados de comprimento de onda (λ) apresentados quando da presença da porosidade ($\gamma \neq 0$) em função do número de Froude (Fr). Em vermelho, resultado para um fluido Newtoniano com fundo impermeável.	87
Figura 37 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em função do número de Froude, para $C = 0$	88
Figura 38 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em função do número de Froude, para $C = 0,1$	89
Figura 39 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em função do número de Froude, para $C = 0,2$	90
Figura 40 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em função do número de Froude.	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Esquema numéricos utilizados no Fluent®.	61
Tabela 2	– Dados de ensaio experimental realizado por Brock (1969) utilizados como parâmetros de entrada no Modelo 1 e no Fluent.	62
Tabela 3	– Valores de lâminas baixa e alta, amplitude, período e celeridade para modelos testados.	63
Tabela 4	– Dados experimentais de medidas de parâmetros de escoamento realizadas por Fiorot (2016) para um canal com fundo impermeável.	65
Tabela 5	– Valores de amplitude, comprimento de onda e celeridade para modelos testados.	69
Tabela 6	– Dados do ensaio experimental realizado por Maciel et al. (2017) utilizados como parâmetros de entrada no M2FI e no Fluent.	70
Tabela 7	– Parâmetros de entrada nos estudos de caso; valores máximos e mínimos para o perfil de onda, velocidade média de escoamento e tensão de cisalhamento no fundo; e comprimento de onda.	78

LISTA DE SÍMBOLOS

Fr	número de Froude
μ	viscosidade dinâmica ou absoluta de fluido Newtoniano
μ_n	índice de consistência para fluido do tipo <i>Power Law</i>
μ_B	viscosidade plástica (fluido de Bingham)
n	índice de escoamento do fluido
x	coordenada na direção longitudinal do canal
z	coordenada na direção vertical do canal
U	velocidade de propagação ou celeridade da <i>roll wave</i>
λ	comprimento de onda da <i>roll wave</i>
g	aceleração da gravidade
u	componente da velocidade na direção x
w	componente da velocidade na direção z
u_p	componente da velocidade na direção x do meio permeável
w_p	componente da velocidade na direção z do meio permeável
h	profundidade do escoamento
h_c	profundidade crítica do escoamento
h_1	profundidade referente à “cava” da <i>roll wave</i> (lâmina baixa)
h_2	profundidade referente à “crista” da <i>roll wave</i> (lâmina alta)
h_{\min}	menor lâmina baixa possível da <i>roll wave</i>
Δh	amplitude de onda ($h_2 - h_1$)
\bar{u}	velocidade média do escoamento da componente x na vertical
\bar{u}_c	velocidade média do escoamento da componente x na vertical na seção crítica do escoamento
\bar{u}_1	velocidade média do escoamento da componente x referente à profundidade da “cava” da onda (h_1)

\bar{u}_2	velocidade média do escoamento da componente x referente à profundidade da “crista” da onda (h_2)
ξ	sistema móvel de coordenadas apresentado no modelo de Ng e Mei (1994)
Sh	número de Shields
h_+	espessura granular depositada no modelo de Edwards e Gray (2015)
θ	inclinação do canal em relação à horizontal
t	tempo
ρ	massa específica
\vec{V}	vetor velocidade
L	comprimento característico longitudinal
l	largura do canal
P	pressão total
\vec{F}_g	força peso por unidade de massa
\vec{F}_{res}	forças resistivas por unidade de massa
x'	abscissa no sistema móvel de coordenadas
$()^*$	variável adimensional
ψ	parâmetros do escoamento e fluido
C_f	coeficiente de fricção que depende da rugosidade do canal
r^2	coeficiente de fricção que depende da rugosidade do canal
C_h	coeficiente de Chézy
f	coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach
q	vazão relativa adimensional, que em regime permanente e uniforme é uma constante
m	inclinação do canal no modelo de Dressler (1949)
$()_0$	variável em condições de regime uniforme
S_f	declividade da linha de energia

τ_b	tensão de cisalhamento no fundo de canal no modelo de Ng e Mei (1994)
τ_f	tensão de cisalhamento no fundo do canal
τ_c	tensão limite de escoamento
τ_{xz}	tensão de cisalhamento na direção x devido a um gradiente em z
$\tau_{f\min}$	tensão de cisalhamento mínima no fundo
$\tau_{f\max}$	tensão de cisalhamento máxima no fundo
K_n	índice de consistência do fluido de Herschel-Bulkley
α	coeficiente de distribuição de velocidade, na vertical
C	tensão limite de escoamento adimensional
χ	parâmetro adimensional relacionado ao fator de forma dos vazios e no meio permeável
κ	fator de permeabilidade modificado no meio
P_p	pressão total no meio permeável
κ_I	permeabilidade inercial
κ_K	permeabilidade intrínseca
Ω_f	relação entre o limite inercial e a resistência cinemática no meio poroso
z_0	altura da zona não-cisalhada (<i>plug flow</i>)
γ	parâmetro adimensional referente à permeabilidade no meio, relacionando parâmetros geométricos e do fluido
u_f	velocidade no fundo
\mathcal{H}	magnitude de perturbação
k_r	número de onda
k_i	taxa de amplificação no domínio do espaço
w_r	frequência de perturbação
w_i	taxa de amplificação no domínio do tempo
Fr_{\min}	número de Froude mínimo
Re	número de Reynolds do escoamento

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	OBJETIVOS	23
1.2	ESTRUTURAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	24
2	ESTADO DA ARTE	25
2.1	ROLL WAVES	25
2.2	TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	29
2.3	ROLL WAVES E O TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	29
3	METODOLOGIA	32
3.1	MODELO GERAL	33
3.2	MODELO 1 (M1) - MODELO MATEMÁTICO CLÁSSICO DE <i>ROLL WAVES</i> EM ÁGUA	36
3.2.1	Equações motrizes	37
3.2.2	Mudança de referencial	37
3.2.3	Adimensionalização	37
3.2.4	Equação da <i>roll wave</i>	38
3.2.5	Determinação da celeridade	38
3.2.6	Condições de choque de Rankine-Hugoniot	39
3.2.7	Determinação da tensão de cisalhamento no fundo	40
3.2.8	Equações adimensionalizadas	40
3.3	MODELO 2 - MODELO MATEMÁTICO DO GRUPO RMVP: <i>ROLL WAVES</i> EM FLUIDOS DE HERSCHEL-BULKLEY, COM FUNDO IMPERMEÁVEL (M2FI)	41
3.3.1	Equações motrizes	42
3.3.2	Adimensionalização	42
3.3.3	Mudança de referencial	43
3.3.4	Equação da <i>roll wave</i>	43
3.3.5	Determinação da celeridade	43
3.3.6	Condições de choque de Rankine-Hugoniot	44
3.4	MODELO 2 - MODELO MATEMÁTICO: AS <i>ROLL WAVES</i> EM FLUIDOS DE HERSCHEL-BULKLEY, COM FUNDO PERMEÁVEL (M2FP)	44
3.4.1	Condições de contorno do problema	46
3.4.2	Perfil de velocidade	49
3.4.3	Perfil de velocidade média	49
3.4.4	Verificação de soluções “menos complexas”	50

3.4.5	Determinação da taxa de deformação	52
3.4.6	Obtenção da expressão da tensão de cisalhamento	52
3.4.7	Equações do modelo matemático, processos de promediação e adimensionalização	53
3.4.8	A equação da <i>roll wave</i>	55
3.4.9	A celeridade da <i>roll wave</i>	55
3.4.10	Determinação do número de Froude mínimo	56
3.5	MODELO NUMÉRICO	58
3.5.1	MATLAB®	58
3.5.2	Procedimento numérico para o modelo geral	59
3.5.3	Fluent®	60
3.6	DESENVOLVIMENTO DOS RESULTADOS	61
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	62
4.1	MODELO MATEMÁTICO CLÁSSICO DE <i>ROLL WAVES</i> EM ÁGUA - MODELO 1 (M1)	62
4.1.1	Comparação de resultado entre Modelo 1, resultados experi- mentais de Brock (1969) e Fluent®	62
4.1.2	Tensão de cisalhamento máxima em fundo de canais	63
4.1.3	Estudo de caso: o transporte de sedimentos a partir do Modelo 1	64
4.2	MODELO MATEMÁTICO DO GRUPO RMVP: <i>ROLL WAVES</i> EM FLUIDOS DE HERSCHEL-BULKLEY, COM FUNDO IMPERMEÁ- VEL (M2FI)	66
4.2.1	Análise da tensão de cisalhamento no fundo	66
4.2.2	Confrontação de resultados entre o Modelo 2 - com fundo impermeável (M2FI), simulação com o Fluent® e experimento em canal	69
4.3	MODELO MATEMÁTICO: AS <i>ROLL WAVES</i> EM FLUIDOS DE HERSCHEL-BULKLEY, COM FUNDO PERMEÁVEL (M2FP)	71
4.3.1	Análise em relação ao número de Froude mínimo	72
4.3.2	Análise com relação aos parâmetros de <i>roll waves</i>	73
4.3.3	Estudos de caso em função do número de Froude, tensão limite de escoamento e fator de porosidade.	77
4.3.4	Uma análise mais aprofundada	82
4.3.5	Tensão de cisalhamento no fundo	88
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS	93
5.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
5.1.1	Modelos com fundo impermeável	93
5.1.2	Modelo com fundo permeável/poroso	94

5.1.3	Vantagens e desvantagens dos modelos implementados	95
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	95
5.3	PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TÉCNICA	96
	REFERÊNCIAS	97
	ANEXOS	103
	ANEXO A – REOLOGIA	105
	APÊNDICES	110
	APÊNDICE A – DESENVOLVIMENTO ALGÉBRICO - ESTABILIDADE LINEAR	112
	APÊNDICE B – RESULTADOS E DISCUSSÕES COMPLEMENTARES	117

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, o meio ambiente vem sofrendo transformações como resultado de mudanças climáticas e ações antrópicas. Se muitas das ações antrópicas são profícuas e trazem benefícios ao homem e ao habitat, outras são indevidas, quando não, desastrosas¹. Ações antrópicas equivocadas e persistentes produzem sobre o meio, no médio e longo prazo, vulnerabilidades de ordens diversas que, somadas a ações de diversos agentes da natureza, potencializam riscos, gerando catástrofes.

No Brasil, os principais fenômenos relacionados a Desastres “Naturais”, são derivados da dinâmica externa da Terra, tais como, inundações/enchentes, escorregamentos de solos e/ou rochas, tempestades e secas prolongadas. Segundo dados do *Centre for Research on the Epidemiology of Disasters - CRED* (2018), considerando o período de 1900 a 2018 e, apenas os desastres hidrológicos (inundações, enchentes e movimentos de massa), o Brasil ocupa o quinto lugar em ocorrência, com mais de 9 mil mortes e mais de 24 milhões de afetados, estando entre os dez primeiros no mundo em números de vítimas. Dentre estes tipos de desastres, os que ganham mais destaque, na região Sul e Sudeste do país, são as corridas de lama ao longo das encostas, que ocorrem após chuvas intensas (GUIDICINI; NIEBLE, 1984).

Ao traçar uma linha cronológica dos grandes Desastres “Naturais” no Brasil devido às corridas de lamas, pode-se destacar o evento ocorrido em Caraguatatuba/SP, em 1967, um dos mais antigos registrados, com cerca de 500 mortes e perdas significativas (REBELLO et al., 2012). Apesar de outros eventos semelhantes terem ocorrido, como os de Timbé do Sul/SC (1995), Região de Blumenau/SC (2008) e Angra dos Reis/RJ (2010), o de Caraguatatuba/SP foi considerado um dos mais catastróficos, até 2011, quando a Região Serrana do Rio de Janeiro foi protagonista de mais uma catástrofe. O acidente na Região Serrana do Rio de Janeiro (Figura 1), segundo observadores e estudiosos, foi resultado da confluência de três fatores: a ação meteorológica da Zona de Convergência do Atlântico Sul - ZCAS, a topografia acidentada com uma fina camada de solo saturado (devido a chuvas intensas que ocorreram momentos antes, de 200 a 300 mm em poucas horas) e, por último, concomitantemente, a ocupação desordenada do espaço e ações antrópicas errôneas. De acordo com balanço divulgado pela Defesa Civil Estadual do Rio de Janeiro, em 28 de janeiro de 2011, havia 8.777 pessoas desabrigadas, mais de 20 mil desalojadas, 950 mortos

¹ quando faz-se alusão à produção social de Riscos (CARMO; VALENCIO, 2014)

e mais de 430 desaparecidas (GUIDUGLI et al., 2012). Na mesma direção, porém por total ausência de governança, tem-se o acidente ocorrido em Mariana (Bento Rodrigues), em novembro de 2015, quando do rompimento da barragem de rejeito de mineração de Fundão, que mesmo com número de mortes reduzido (19 óbitos), foi considerado um mega desastre por causa dos impactos ambientais devastadores na biota de todo vale do Rio Doce e consequente alteração do modo de vida de cerca de um milhão de pessoas (MORGENSTERN et al., 2016).

Figura 1 – Cidade de Teresópolis, após deslizamentos de terra e corridas de lama em 2011.



Fonte: Motta (2011).

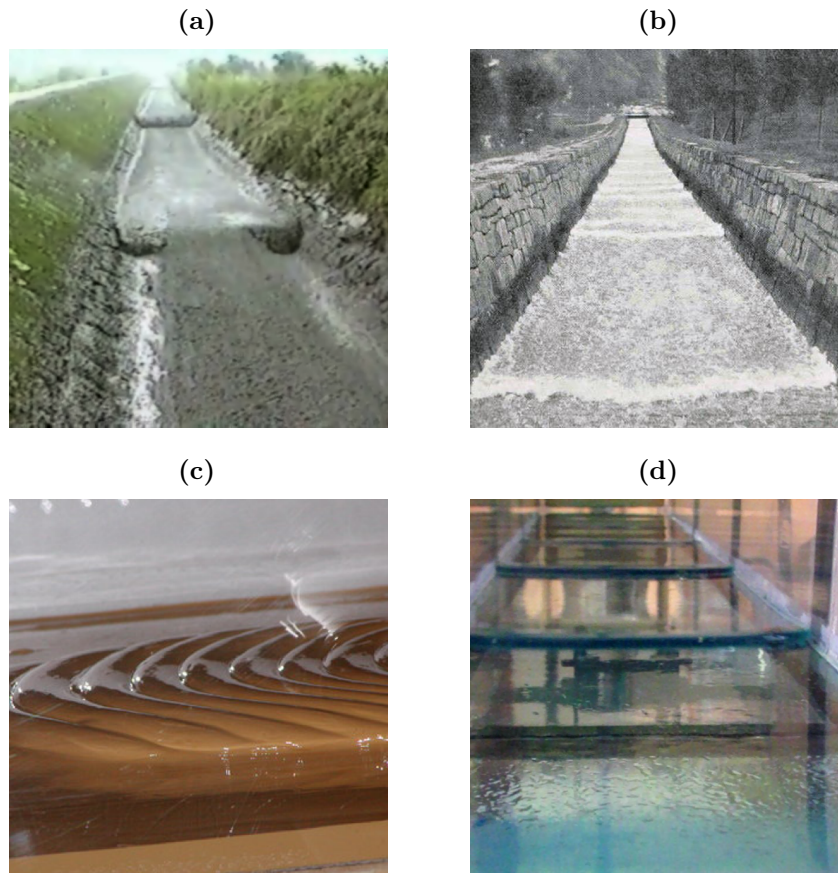
A respeito de políticas ambientais preventivas, a história tem demonstrado um padrão, isto é, para que haja mobilização, primeiro é necessário a ocorrência de grandes desastres ambientais com graves consequências e perdas de vidas humanas para, depois, buscar soluções (POTT; ESTRELA, 2017). De qualquer forma, assiste-se a uma mudança de paradigma, graças à implementação de Políticas Públicas Ambientais, com questionamentos mais amplos acerca dos Desastres “Naturais”. No Brasil, encontrou-se, em termos de ação governamental, após episódio de 2011 na Região Serrana do Rio de Janeiro, um

primeiro projeto promissor, o Cemaden (Centro Nacional de Monitoramento de Alerta de Desastres Naturais), agência federal criada com o intuito de emitir alertas sobre a ocorrência de eventuais desastres em locais que podem colocar a vida das pessoas em risco. Compete ao Cemaden o desenvolvimento de pesquisas que auxiliem nas ações de mitigação e prevenção de Desastres “Naturais”, como modelos de previsão de eventos extremos e mudanças climáticas (PIVETTA, 2016). Ademais, parcerias internacionais têm sido criadas, como o projeto Gestão Integrada de Riscos em Desastres Naturais (Gides), parceria entre a Agência Brasileira de Cooperação (ABC) e a Agência de Cooperação Internacional do Japão (Jica), no intuito de formular estratégias, avaliar riscos, bem como recuperar e reconstruir áreas afetadas, tendo como projeto inicial o município de Blumenau que sofre, frequentemente, as consequências destes tipos de desastres (COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS - CPRM, 2018). Por fim, mesmo com políticas ambientais e preventivistas, observa-se que muitas das medidas utilizadas pelo poder público têm surtido pouco efeito. Deve-se, portanto, repensar um modelo de gestão e nas medidas de prevenção que devem ser aplicadas, de maneira a incorporar a cultura do risco e romper, por definitivo, o paradigma da tragédia anunciada. Dentro desta perspectiva, necessita-se fomentar ações integradas e multidisciplinares entre as Ciências Sociais, Exatas e de Engenharias, buscando trabalhar de forma mais colaborativa por uma engenharia social (humana).

Na contexto de Engenharia, as corridas de lama produzidas nos episódios supracitados apresentam, via de regra, matriz e reologia complexas, com presença de material argiloso e outros materiais de granulometria estendida, e com larga faixa de concentrações em volume ($10\% < C_v < 60\%$) conforme Coussot (1994), Maciel et al. (2009). Tais corridas, além de apresentarem frentes com potencial energético destrutivo, geralmente apresentam capacidade erosiva significativa com elevada produção de sedimentos. Ademais, durante a evolução dessas corridas, outros fenômenos agravantes podem ocorrer, como por exemplo, o surgimento de instabilidades na superfície livre que, em condições favoráveis de vazão e inclinação dos corredores de deslizamento, se propagam em forma de frentes de ondas, com formas e velocidade de propagação características, conhecidas na literatura como *roll waves* ou “ondas de rolo”. Apesar de surgirem mais frequentemente em canais artificiais (Figura 2), não é raro encontrá-las em ambientes naturais, tais como em rios, vertedouros e barragens, deslizamentos de encostas, corridas de lama e detritos (*mudflows*, *debris flow*), avalanchas, etc.

Embora não exista no Brasil registro da presença do fenômeno *roll waves*, comprovado por meio de medições em encostas ou talvegues naturais, em outros países, como Nova Zelândia, China, Suíça e Itália foram confirmados o surgimento de frentes e trens de ondas desse tipo em escoamentos de detritos e/ou lamosos (FERREIRA, 2013). Vários registros em bacias de drenagem, como em Acquabona, na Itália, Barcelonnette, nos Alpes Franceses (França/Itália), etc., têm oferecido possibilidade de exploração de

Figura 2 – Exemplos de aparecimento de *roll waves* em canais artificiais. (a) *Roll waves* em escoamentos lamosos, canal na França; (b) *Roll waves* em água, no canal de Merligen, Suíça; (c) Instabilidades de superfície livre em fluido não-Newtoniano; (d) *Roll waves* em gel de carbopol em rampa experimental.

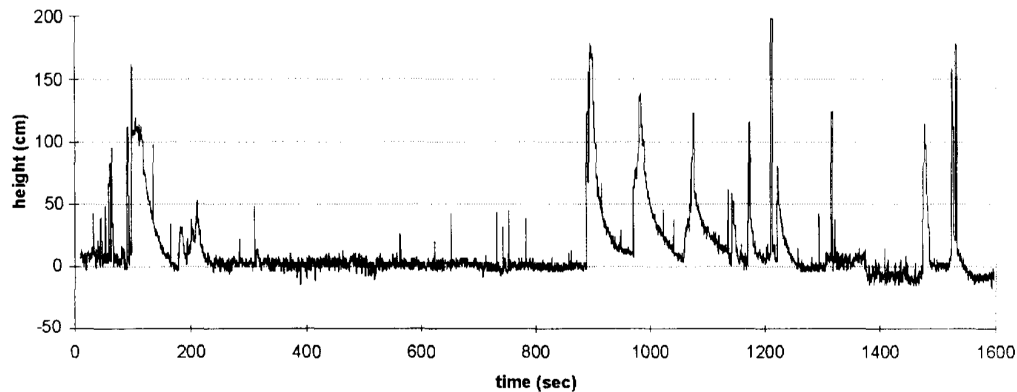


Fonte: (a) Acervo Digital - Grupo RMVP; (b) Cornish (1934); (c) Chanson et al. (2006), citado por FIOROT (2016); (d) Acervo Digital - Grupo RMVP.

dados do fenômeno. Em Acquabona, uma bacia de drenagem com canal de 1300 m dispõe de registros (profundidades, velocidades) de escoamentos com presença de frentes de ondas e transporte significativo de detritos, conforme Figura 3 (BERTI et al., 1999; BERTI et al., 2000).

A presença de *roll waves*, seja em canais naturais ou artificiais além de ocasionar transbordamentos e carreamento de detritos, o fenômeno pode causar sérios prejuízos econômicos e sociais, caso atinjam ambientes com presença de infraestrutura civil vulnerável e população. Por isso, conhecer as condições de geração destas ondas é de suma importância para definir os domínios de interesse quando da execução de um projeto de infraestrutura civil. Dentre as magnitudes desejadas, a tensão cisalhante exercida pelo escoamento no leito da calha (fundo do canal) representa um parâmetro importante de projeto, relacionado sobretudo à capacidade erosiva do escoamento em transportar sedimentos. No caso das *roll waves*, a sua influência no transporte de sedimentos ainda não é bem compreendida, porém estudos experimentais e numéricos vêm tentando descrever tal dinâ-

Figura 3 – Registro de monitoramento de profundidade de escoamento, em Acquabona, com a presença do fenômeno *roll wave* após tempestade de 17 de agosto de 1998.



Fonte: Berti et al. (2000).

mica (ARMANINI; RECCHIA, 2006; ZHAO et al., 2015; EDWARDS; GRAY, 2015). A conclusão lógica é que deve existir uma interação física entre *roll waves* e transporte de sedimentos, assunto que constitui, ainda, lacuna na literatura.

Em se tratando das propriedades cinemáticas e dinâmicas das *roll waves*, os modelos matemáticos e numéricos têm, majoritariamente, fornecido amplitude, comprimento e velocidade de propagação dessas ondas (MACIEL, 2001; ZANUTTIGH; LAMBERTI, 2007; MACIEL et al., 2013; DI CRISTO et al., 2015). No entanto, ainda existem poucos trabalhos na literatura que tratam da tensão de cisalhamento no fundo ao longo do comprimento da *roll wave* eventualmente presente nas corridas de lama, seja em regimes laminares ou turbulentos. Assim, o parâmetro tensão de cisalhamento no fundo reportada à tensão de cisalhamento do escoamento base (regime uniforme) passa a ser a chave de discussão acerca da maior ou menor capacidade erosiva do fenômeno.

Dentro deste contexto, o Grupo RMVP² tem buscado integrar diferentes formações, para agregar valores, no contexto de Desastres “Naturais” e corridas de lama, desenvolvendo trabalhos, de natureza teórica, física e numérica, na busca de identificar propriedades reométricas de materiais hiperconcentrados, como, por exemplo, mistura de água e argila; água, areia, argila (MACIEL et al., 2009), com aplicação em problemas tipo ruptura de barragem de rejeito (MINUSSI, 2007; LEITE, 2009) e, ainda, formação de instabilidades na superfície livre de escoamentos hiperconcentrados e lamas (FERREIRA, 2007; FERREIRA, 2013; CUNHA, 2013).

² Reologia de Materiais Viscosos e Viscoplásticos – Grupo de pesquisa certificado no CNPq

1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal desta dissertação é estudar a tensão de cisalhamento no fundo, em presença de regimes pulsantes (*roll waves*), para escoamentos de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos³. Para isto foram propostos os seguintes objetivos específicos:

- Compreender, inicialmente, os mecanismos de geração das *roll waves* e suas propriedades (altura de onda, comprimento, celeridade), e a ação da tensão de cisalhamento exercida pelo escoamento pulsante no leito da calha ou fundo do canal tanto para escoamentos de fluidos Newtonianos quanto para fluidos não-Newtonianos;
- Reproduzir os procedimentos matemáticos apresentados por Dressler (1949) e obtenção de um sistema de equações (conservação da massa, quantidade de movimento) sob hipóteses de águas rasas, fluido invíscido, e efeito de parede do tipo Chézy-Manning-Strickler, cuja solução do sistema de equações resultou na equação das *roll waves*;
- Implementar o modelo matemático obtido em MATLAB[®];
- Realizar análises de comprimento de onda, amplitudes de ondas e critério de energia, conforme Dressler (1949).
- Comparar com resultados da literatura (BROCK, 1969; LIU et al., 2005), simulação com o *software* Fluent[®], e com resultados experimentais do Grupo RMVP;
- Determinar a taxa de tensão de cisalhamento no fundo com relação ao cisalhamento do escoamento base (sem *roll waves*), como função do número de Froude;
- Implementar o cálculo da tensão de cisalhamento no fundo no modelo numérico do Grupo RMVP;
- Realizar simulações numéricas a respeito do comportamento da tensão de cisalhamento de fundo em relação ao número de Froude e parâmetros reológicos.
- Obter a equação da *roll wave*, a partir das equações de Cauchy com o modelo reológico de Herschel-Bulkley com condição de fundo permeável;
- Implementar, numericamente, as equações da *roll wave* para fluidos do tipo Herschel-Bulkley com condição de fundo permeável;
- Determinar a influência do fator porosidade nas características das *roll waves* (amplitude, celeridade e comprimento de onda);
- Realizar análises da tensão de cisalhamento no fundo considerando o fundo permeável;

³ no Anexo A é apresentada terminologia básica e de forma simplificada os principais modelos reológicos

- Comparar os modelos (com e sem porosidade) com relação à tensão de cisalhamento do fundo.

1.2 ESTRUTURAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação é composta por cinco Capítulos: Introdução; Estado da Arte; Modelos Matemáticos e Numéricos; Resultados e Discussões; Considerações Finais e Perspectivas Futuras. Ao final são apresentados as Referências Bibliográficas e Apêndices.

No Capítulo 1 (Introdução) foram apresentadas as motivações e justificativa da pesquisa, no contexto de Riscos e Catástrofes “Naturais” (corridas de lama), bem como os objetivos.

O Capítulo 2 trata do estado da arte e a contribuição deste trabalho para o entendimento de *roll waves* evoluindo em superfície livre de fluidos Newtonianos (água limpa) e não-Newtonianos (misturas hiperconcentradas, lamas), com foco nos efeitos destas ondas na tensão de cisalhamento no fundo de canais.

O Capítulo 3 apresenta a metodologia desenvolvida, e este foi dividido em cinco partes: em um primeiro momento é apresentado a formulação “global” da fenomenologia *roll waves*, abordando as equações governantes, as hipóteses e as condições de contorno “globais”. Em seguida, são desenvolvidas as especificidades de cada modelo, qual seja, o escoamento de água em uma formulação da hidráulica clássica (fluido invíscido e lei de atrito de parede), escoamento em fluidos de Herschel-Bulkley, com fundo impermeável e, por fim, escoamento em fluidos de Herschel-Bulkley, com fundo permeável. Neste último modelo, além do desenvolvimento matemático, é realizada uma análise de estabilidade linear para determinação de um critério de geração de *roll wave*. Em seguida, é apresentado o modelo numérico implementado em MATLAB[®] para obtenção dos resultados, bem como a descrição da modelagem utilizada no Fluent[®].

No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos ao longo do desenvolvimento deste Mestrado, quais sejam: análises comparativas entre modelos acerca da tensão de cisalhamento no fundo, comparação entre modelos numéricos e experimentais, bem como análise da influência do fator de porosidade nas propriedades de *roll waves*.

No Capítulo 5 são realizadas as considerações finais acerca dos modelos desenvolvidos, retomando os resultados mais relevantes. São tratadas, ainda, as perspectivas para trabalhos futuros, bem como a produção bibliográfica e produção técnica desenvolvida ao longo do Mestrado.

2 ESTADO DA ARTE

2.1 ROLL WAVES

A primeira observação registrada do fenômeno *roll waves* foi realizada por Cornish (1934), no canal de Merligen, Suíça, na qual foi possível verificar a natureza periódica das ondas, a forma de suas frentes, com cristas bem íngremes, quase verticais. Desde o relato de Cornish (1934), o fenômeno tem despertado interesse da comunidade científica, principalmente por se tratar de um assunto multidisciplinar. De plano, o estudo de *roll waves* tem se desenvolvido nas vertentes matemática, numérica e experimental, cujas características estão atreladas ao tipo de fluido (Newtoniano ou não-Newtoniano) e a geometria do problema.

Jeffreys (1925) foi o primeiro a estabelecer um critério de formação de *roll waves*, relacionado ao número de Froude (Fr), partindo da formulação de águas rasas e considerando um escoamento de fluido invíscido ($\mu = 0$). O autor determinou que quando $Fr > 2$, o escoamento seria favorável ao aparecimento de instabilidades.

Mais tarde, buscando quantificar o fenômeno, Dressler (1949), partindo também da hipótese de fluido invíscido, construiu o perfil de *roll waves* como um trem de ondas, interconectando a solução obtida (contínua por partes) através de choques (condições de choque de Rankine-Hugoniot). Este trabalho tem grande contribuição dentro do plano teórico, já que o método utilizado é aplicado até hoje por diversos pesquisadores, tanto para escoamentos turbulentos quanto laminares, como para diversos modelos reológicos. Vale destacar que o método utilizado nesta dissertação é baseado na formulação de Dressler (1949).

Estendendo o estudo de Dressler (1949), Needham e Merkin (1984) introduziram efeitos difusivos ao equacionamento ($\mu \neq 0$), regularizaram os choques e provaram a existência de soluções suaves, com derivadas contínuas para o problema, permitindo observar o comprimento da onda gerada, sem alterar as condições de estabilidade do mesmo.

Kranenburg (1992) revalidou, numericamente, os critérios de geração estabelecidos anteriormente, e verificou que *roll waves* periódicas são instáveis para perturbações sub-harmônicas, isto é, quando há perturbações no escoamento de comprimentos variados, as

roll waves com o maior comprimento são predominantes.

Na vertente experimental, Brock (1969) foi o primeiro a realizar diversas medições de amplitude e celeridade de *roll waves*, em um canal de aproximadamente 20 cm de largura e 40 m de comprimento, utilizando técnicas intrusivas de medições (sensor de pressão). O autor verificou que as *roll waves* não eram geradas quando $Fr < 2$, corroborando o estudo de Jeffreys (1925), porém nem sempre eram observadas no domínio favorável ($Fr > 2$). Seguindo esta vertente, alguns trabalhos trazem aparatos experimentais para medições e verificação de ocorrência de *roll waves* tanto para fluidos Newtonianos quanto para fluidos não-Newtonianos (LIU; GOLLUB, 1994; COUSSOT, 1994; FIOROT, 2012; CUNHA, 2013; YANG et al., 2017).

Retomando o plano teórico e numérico, Ishihara et al. (1954) expandiram o problema de *roll waves* para escoamentos Newtonianos e em regime laminar, trazendo análises de estabilidades lineares e critérios de geração relacionados ao número de Froude ($Fr > 1/\sqrt{3}$).

Utilizando-se dos modelos desenvolvidos por Dressler (1949) e Needham e Merkin (1984), Hwang e Chang (1987) desenvolveram análises utilizando teoria de singularidade dinâmica e verificaram numericamente a formação de *roll waves*, evidenciando particularidades do problema, como bifurcações tipo Hopf, e existência de outras “famílias” de *roll waves*.

Balmforth e Mandre (2004) exploraram o efeito topográfico no fundo do canal, e trouxeram análises da estabilidade linear e dinâmica do problema, concluindo que o efeito topográfico é um fator de condição para geração e propagação de *roll waves*.

Liu et al. (2005) puseram em questão a capacidade erosiva do fenômeno de *roll waves* em relação ao escoamento base, no entanto realizaram uma formulação matemática de *roll waves* baseada apenas na hidráulica clássica (fluido invíscido e atrito de fundo).

Mais recentemente, Huang e Lee (2015) realizaram uma modelagem numérica considerando termo difusivo e viscosidade turbulenta tipo Colebrook-White para o fundo, comparando os resultados com os dados experimentais de Brock (1969). Aqueles autores concluíram que os efeitos difusivos melhoravam quantitativamente as análises comparativas (numérica *versus* experimental). Entretanto, os resultados qualitativos foram, fortemente dependentes dos valores da viscosidade turbulenta, que de fato devem ser calibrados. Com o mesmo princípio de reproduzir os dados experimentais de Brock (1969), Cao et al. (2015) propuseram um modelo hidrodinâmico de águas rasas, incorporando o tensor turbulento de Reynolds com um modelo $k - \epsilon$, e a formulação de Chézy; os autores utilizaram o conceito de enstrofia introduzido por Richard e Gavriluk (2012), que representa a dispersão/difusão devido à não-uniformidade da distribuição da componente longitudinal da velocidade na vertical.

Campomaggiore et al. (2016b) ressaltaram que o processo de desenvolvimento

(geração e propagação) de *roll waves* deve ser totalmente compreendido apenas por meio de simulações totalmente não-lineares das equações governantes, uma vez que, conforme as perturbações do escoamento crescem, as interações não-lineares tornam-se significantes.

Ademais, pode-se observar que os trabalhos têm apresentado, nos últimos anos, além das análises de estabilidade linear e não-linear, o que chamam de estabilidade espectral, que é uma complementação de análise não-linear (BARKER, 2014; RODRIGUES; ZUMBRUN, 2016; BARKER et al., 2017; JOHNSON et al., 2018).

Assim posto, o trabalho de Johnson et al. (2018) trouxe um estudo sistemático analítico e numérico da estabilidade espectral para *roll waves* considerando fluido invíscido ($\mu = 0$). Barker et al. (2017) aplicaram procedimentos análogos aos Johnson et al. (2018) para realizar a análise do modelo, considerando a viscosidade, para que este fosse capaz de fornecer resultados mais realísticos no intuito de realizar comparações com eventos físicos naturais e desenvolvidos em laboratório.

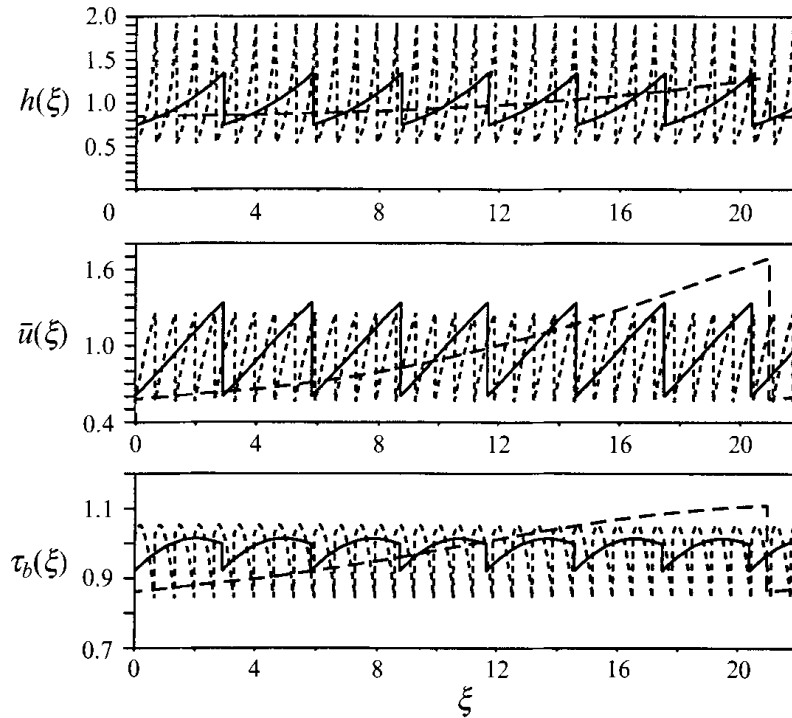
No que diz a respeito à modelagem de *roll waves* em fluidos não-Newtonianos, em regime laminar, muitos são os trabalhos que desenvolveram métodos analíticos, numéricos e experimentais para abordar o problema. Ng e Mei (1994), utilizando um modelo tipo *power law*, em regime laminar, estabeleceram um critério de estabilidade relacionado ao número de Froude ($Fr > n/\sqrt{(2n+1)}$, em que n é o índice de escoamento do fluido), e trazem além do perfil de onda, o perfil da velocidade média do escoamento e da tensão de cisalhamento no fundo (Figura 4). Paralelamente, Liu e Mei (1994) estudaram numericamente a evolução de *roll waves* em escoamento de fluido Binghamiano. Maciel (2001), utilizando-se de uma proposta binghamiana, e considerando os efeitos difusivos, obteve soluções contínuas para o perfil de *roll waves*, e determinou as condições de existência e estabilidade.

Na tentativa de melhor representar os escoamentos lamosos, pesquisadores têm verificado que suspensões argilosas e hiperconcentradas obedecem, de uma maneira geral, ao modelo reológico não-linear viscoplástico do tipo Herschel-Bulkley (COUSSOT, 1994; PIAU, 1996; HUANG; GARCÍA, 1998) para as quais uma proposta Binghamiana torna-se um caso particular, não obstante, às vezes interessante e conveniente em certas aplicações da engenharia (MACIEL, 2001).

Assim, Ferreira (2007) propôs representar o fenômeno de *roll waves* por meio de um modelo matemático de primeira ordem, a partir das equações de Cauchy, considerando o fluido tipo Herschel-Bulkley. Neste trabalho, uma análise de estabilidade linear temporal foi desenvolvida, conduzindo à identificação da condição de existência de *roll waves*, permitindo análises não apenas de fluidos Herschel-Bulkley como também de seus casos particulares (*power law* e Binghamiano).

Pascal (2006), retomando o trabalho proposto por Ng e Mei (1994), propôs um modelo matemático considerando o fluido tipo *power law* em um fundo permeável, no

Figura 4 – Perfil das “mínimas” *roll waves*, isto é, a menor amplitude, celeridade e comprimento de onda, obtidas por Ng e Mei (1994) para 3 casos de número de Froude, quais sejam: $Fr \rightarrow \infty$ (.....), $Fr = 1$ (—) e $Fr = \sqrt{2}$ (---). Sendo $h(\xi)$: lâmina do escoamento, $\bar{u}(\xi)$: velocidade média e $\tau_b(\xi)$: tensão de cisalhamento no fundo.



Fonte: Ng e Mei (1994).

intuito de modelar os escoamentos que geralmente ocorrem na natureza. Nas condições de contorno, o autor apresentou a compatibilização de velocidades entre a interface fluido-fundo e realizou as análises de estabilidade para o modelo.

Nos últimos anos, percebe-se uma tendência na literatura científica de produzir trabalhos que buscam: validar modelos, tanto matemáticos quanto numéricos, em comparação a resultados experimentais e de eventos reais (ainda escassos), no interesse de prever as propriedades de *roll waves* incidindo sobre obras de infraestrutura (ANCEY, 2007; ZANUTTIGH; LAMBERTI, 2007; FERREIRA, 2013); aperfeiçoar modelos representativos do fenômeno, tanto em escoamentos de água quanto de fluidos lamosos (não-Newtonianos), seja introduzindo condições iniciais não-uniformes (DI CRISTO et al., 2015; CAMPOMAGGIORE et al., 2016a) ou buscando critérios de geração e de estabilidade (DI CRISTO et al., 2013; FERREIRA et al., 2014).

A título de exemplo, o Grupo RMVP tem buscado, a partir de modelos matemáticos simplificados, reproduzir eventos registrados de corridas de lamas e detritos (BERTI et al., 1999; BERTI et al., 2000; ZANUTTIGH; LAMBERTI, 2007), como aquele realizado quando do estudo do evento ocorrido em Acquabona, Itália (FIOROT et al., 2014; FIOROT et al., no prelo).

2.2 TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

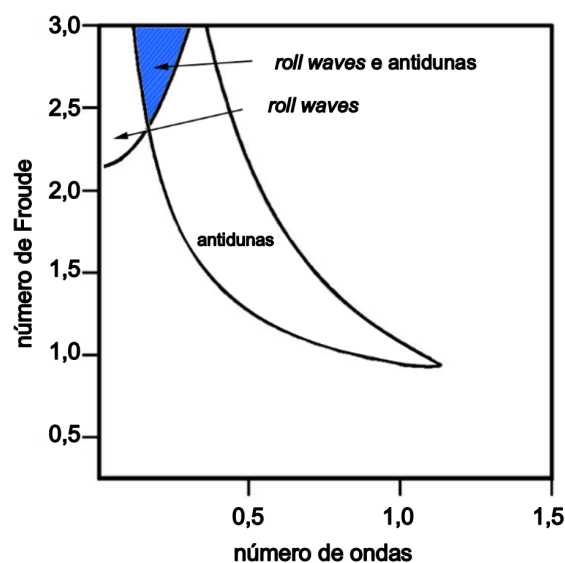
O assunto transporte de sedimentos tem sido estudado amplamente em diversas áreas de interesse, como na geologia, geomorfologia, engenharia ambiental, hidráulica, e engenharia costeira, etc., tendo como processos principais a erosão, transporte e deposição de material, cujo movimento de partículas sólidas (coesivas e não-coesivas) ocorre, geralmente, devido à ação da gravidade e/ou ao movimento do fluido.

De acordo com a tensão de cisalhamento imposta pelo escoamento nas partículas do fundo de canal, ou mais precisamente o atrito no fundo, o escoamento é capaz de superar o estado estático das partículas e, então, transportar o material. A relação entre a energia cinética disponível no escoamento e a energia potencial de sedimentos é dado pelo número de Shields (Sh), que correlaciona tensão de cisalhamento no fundo, massa específica da água, massa específica do material, diâmetro característico, e ação gravitacional (SHIELDS, 1936). Para o transporte, o número de Shields (Sh) deve ser superior a um valor limite, o Shields crítico (PAPHITIS, 2001 citado por FIOROT, 2016).

2.3 ROLL WAVES E O TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

A justaposição do assunto *roll waves* com transporte de sedimentos é ainda bem restrita na literatura. Entre os poucos trabalhos existentes, Colombini e Stocchino (2005) verificaram (Figura 5), numericamente, a coexistência de *roll waves* desenvolvidas em água e a formação de antidunas quando $Fr > 2$.

Figura 5 – Exemplo de estudo, relacionando *roll waves* e transporte de sedimentos (região hachurada).



Fonte: Adaptado de Colombini e Stocchino (2005).

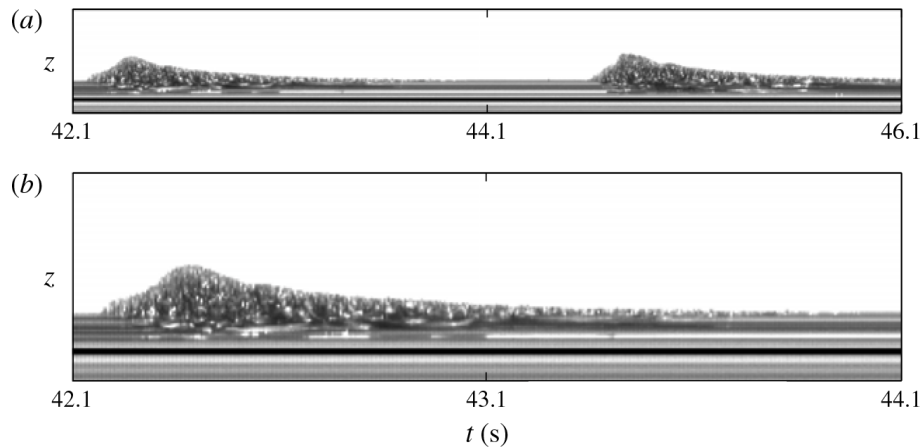
Em trabalhos experimentais, Armanini e Recchia (2006) perceberam que as *roll waves* mudavam consideravelmente a dinâmica do transporte de sedimentos e que a alteração da geometria de fundo, com a formação de antidunas, influenciava na geração e propagação das próprias. Zhao et al. (2015) investigaram a influência da concentração de sedimentos (em suspensão/mistura) nas características das *roll waves*. A partir de suas observações, concluíram que sedimentos em suspensões poderiam inibir a formação de *roll waves* e diminuir a probabilidade de erosão/sedimentação do solo causada por *roll waves*, já que verificaram que as *roll waves* não permanecem periodicamente estáveis quando da presença de sedimentos em suspensão. Os autores observaram também que, frequentemente, há o “engolimento” da onda mais lenta pela mais rápida, além disso, o comprimento para desenvolvimento das *roll waves* (critério de Montuori) e o comprimento de onda são diretamente proporcionais à concentração de sedimentos, enquanto que a velocidade e a frequência são inversamente proporcionais.

Ainda na vertente experimental, Edwards e Gray (2015) verificaram ondas de “erosão-deposição” em um escoamento granular, fenomenologia que inicialmente é semelhante a *roll waves* (Figura 6), mas quando analisadas separadamente parecem frentes de avalanchas granulares se propagando em um fundo erodível. Os autores também descreveram, matematicamente, o fenômeno, e determinaram uma equação diferencial de segunda ordem semelhante à solução encontrada para *roll waves*, porém a velocidade média do escoamento é zero, quando a profundidade é igual a espessura granular depositada ($h = h_+$), como pode ser visto na Figura 7, chegando à conclusão que tal modelagem representa bem o comportamento observado, entretanto o modelo não pode ser aplicado para fundos de topografia variável.

Recentemente, Fiorot (2016), buscando compreender a relação entre instabilidades de superfície livre e o transporte de sedimentos utilizou, experimentalmente, um sistema PIV (*Particle Image Velocimetry*) de medição e quantificou o transporte de sedimentos em presenças de instabilidades do tipo *roll waves* (apesar de não tê-las medido). O autor conclui que a presença de ondas não alterou significativamente o transporte médio de sedimentos, ainda que suas flutuações tenham sido observadas e registradas.

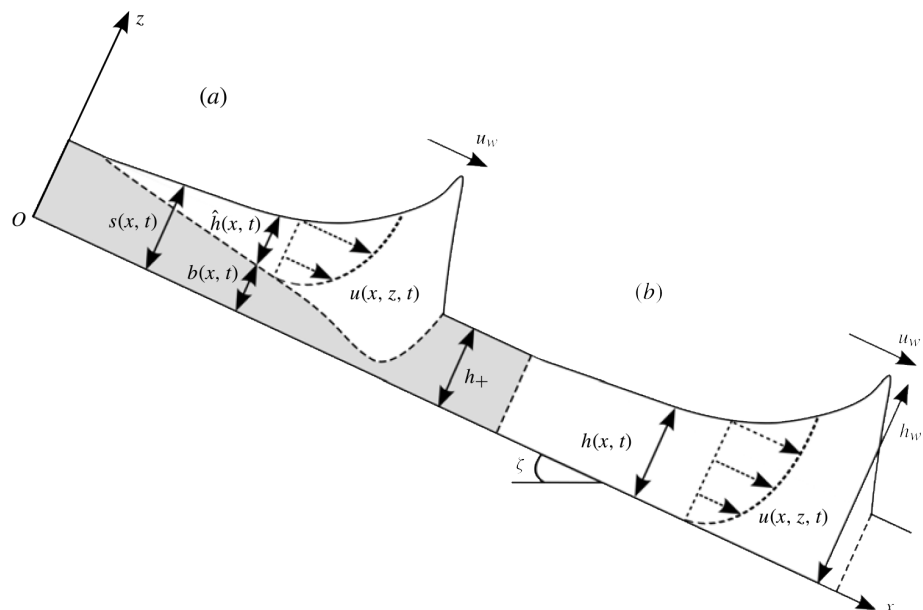
Apesar dos avanços na temática, há lacunas na literatura, principalmente, quando trata-se de escoamentos não-Newtonianos, uma vez que o entendimento sobre os mecanismos de erosão/deposição nestes meios são, ainda, menos compreendidos do que para escoamentos de água (LEFEBVRE et al., 2016). Assim exposto, buscando culminar com um modelo mais representativo do fenômeno natural, buscou-se, nesta dissertação, inserir um parâmetro para representar a porosidade no fundo no modelo de *roll waves*, que vem sendo desenvolvido pelo Grupo RMVP.

Figura 6 – Perfil no espaço (z) x tempo (t), de partículas de SiC (carbeto de silício) obtidos a partir de imagens de uma câmera posicionada na lateral da rampa experimental alinhada com a inclinação da mesma. O eixo vertical é a espessura do escoamento livre e no eixo horizontal o tempo de experimento para um período de 4 segundos em (a) e 2 segundos em (b). A linhas preta representa a posição do fundo rugoso em relação ao fluxo. As linhas horizontais representam partículas depositadas.



Fonte: Edwards e Gray (2015).

Figura 7 – Esquema indicando duas possíveis representações de ondas granulares de erosão/deposição em uma plano inclinado em ζ com a horizontal. O material em repouso está hachurado em cinza, a espessura do escoamento, normal à direção z é considerado em (a) a altura $h(x, t)$ das partículas entre a superfície livre $s(x, t)$ e a base da onda granular em $z = b(x, t)$, ou (b) a profundidade $h(x, t)$ entre a superfície livre e o fundo. O perfil típico de velocidade $u(x, t)$ ao longo da profundidade é representado. A solução da onda considera que esta se move com velocidade contante u_w , e erode uma camada estática de sedimentos de espessura h_+ a sua frente, depositando a mesma espessura atrás.



Fonte: Edwards e Gray (2015).

3 METODOLOGIA

O problema *roll wave*, tratado nesta dissertação, de cunho matemático e numérico, tem como objetivo principal analisar as tensões de cisalhamento no fundo de canais que modificariam o processo de erosão, transporte e deposição de sedimentos. Para isto, foram propostas duas vertentes.

Na primeira vertente, estudou-se o fenômeno em escoamento de água limpa (fluido Newtoniano), partindo-se de uma modelagem da hidráulica clássica, considerando fluido invíscido e termos de fricção tipo Chézy-Manning-Strickler, o qual foi nomeado de **Modelo 1** (DRESSLER, 1949).

Na segunda vertente, estudou-se o fenômeno em situação de escoamento de fluido não-Newtoniano, em regime laminar, nomeado de **Modelo 2**. Nesta vertente foram consideradas duas situações: na primeira situação, partiu-se da hipótese de fundo impermeável/não-poroso, conforme trabalhos anteriores do Grupo RMVP (MACIEL et al., 2013); na segunda situação, grande contribuição deste trabalho, estudou-se a evolução de *roll waves* com condição de fundo permeável.

Os problemas abordados nas duas vertentes têm o mesmo princípio de modelagem, divergindo-se em alguns pontos, como regime de escoamento, propriedades reológicas do fluido, e permeabilidade de fundo. Propõe-se, portanto, um esquema geral para modelagem do problema, visando melhor esclarecer o conteúdo do Capítulo. As principais equações e cálculos específicos de cada caso são apresentadas nas respectivas seções, ou são referenciadas.

Assim exposto, este Capítulo é dividido em seis partes, quais sejam:

- na seção 3.1 é apresentada a forma global do problema: principais equações, passos de cálculo, principais incógnitas;
- na seção 3.2, trata-se do **Modelo 1**, hipóteses particulares e respectivas equações constitutivas;
- nas seções 3.3 e 3.4, apresenta-se o **Modelo 2** com fundo impermeável e fundo permeável, respectivamente;

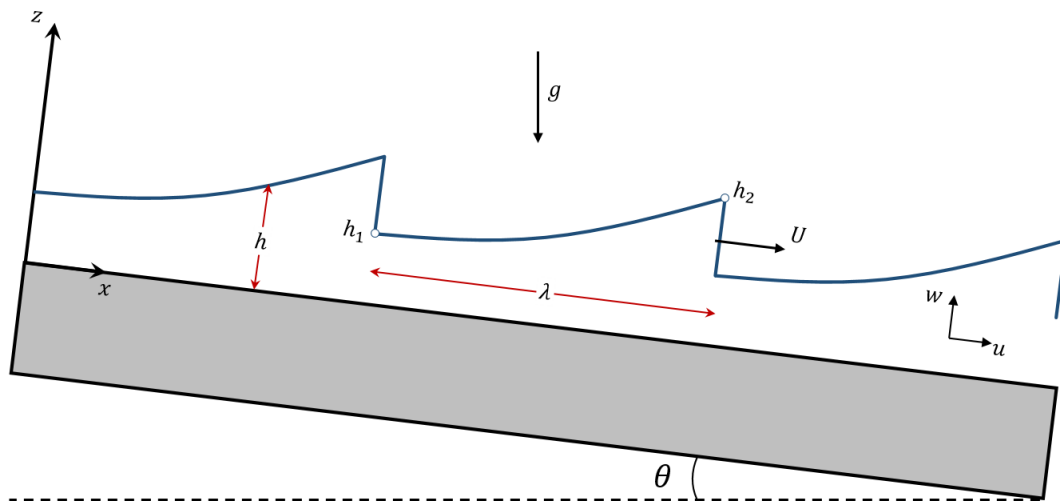
- a seção 3.5 trata do modelo numérico, das funções utilizadas, bem como do procedimento numérico;
- por fim, na seção 3.6 são apresentados os meios para desenvolvimento dos resultados.

3.1 MODELO GERAL

No processo de modelagem de *roll waves* devem-se estabelecer as boas hipóteses, explicitar um modelo matemático adequado para representar o fenômeno, o modelo reológico mais representativo do fluido escoante, assim como as condições de contorno adequadas ao problema.

O esquema geral do problema é representado pela Figura 8, e apresenta as seguintes hipóteses:

Figura 8 – Esquema geral para representação do escoamento. Na qual x é a coordenada na direção longitudinal do canal, z a coordenada na direção transversal do canal, h a profundidade do escoamento, h_1 a profundidade referente à “cava” da onda (lâmina baixa), h_2 a profundidade referente à “crista” da onda (lâmina alta), U a celeridade da onda, λ o comprimento de onda, g a aceleração da gravidade, u a componente da velocidade na direção x , w a componente da velocidade em z , θ a inclinação do canal.



Fonte: Próprio autor.

- fluido homogêneo e incompressível, portanto, massa específica (ρ) é constante;
- escoamento ocorre sobre um fundo inclinado com ângulo θ em relação à horizontal, e se dá pela ação da gravidade g ;
- condições de águas rasas, isto é, profundidade do escoamento (h) muito menor que o comprimento longitudinal característico (L), e que a largura do canal (l);

- modelo bidimensional (x, z) , de um fluido de natureza qualquer, com campo de velocidade $\vec{V} = (u, w)$ e pressão total P ;

Após hipóteses estabelecidas, determinaram-se as condições de contorno gerais, quais sejam:

condição cinemática na superfície livre:

$$w = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x}, \text{ para } z = h(x, t) \quad (1)$$

tensões na superfície livre:

$$P = 0, \tau_{xz} = 0 \text{ para } z = h(x, t) \quad (2)$$

Em que τ_{xz} é a tensão de cisalhamento atuando na direção x devido a um gradiente em z , e t é o tempo.

Assim, a partir do esquema do problema, hipóteses e condições de contornos determinadas, parte-se para o modelo matemático propriamente dito. Deve-se estabelecer as equações motrizes do fenômeno *roll wave*, as quais são obtidas a partir do sistema de equações de Cauchy, conservação da massa (Equação 3) e balanço de quantidade de movimento (Equação 4).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}_g - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P - \vec{F}_{\text{res}} \quad (4)$$

Em que $d\vec{V}/dt$ é a aceleração total, \vec{F}_g a força peso por unidade de massa e \vec{F}_{res} as forças resistivas por unidade de massa (forças viscosas e/ou forças de atrito de parede).

Dando continuidade à modelagem, foram realizados os seguintes processos ou etapas:

1. Promediação, ao longo da profundidade (h), aplicando as condições de contorno (Equações 1 e 2) nas Equações 3 e 4;
2. Mudança do referencial do sistema de equações obtido para um sistema móvel de coordenadas, que se desloca com a velocidade de propagação da *roll wave* (celeridade). Assim, por hipótese, tem-se que $x' = x - Ut$, sendo U a velocidade de propagação da *roll wave*;

3. Adimensionalização das equações nas boas escalas, a saber:

- escala de comprimento: $x^* = x/L$ e $(h^*, z^*) = (h, z)/h_0$;
- escala de velocidade: $\bar{u}^* = \bar{u}/\bar{u}_0$;
- escala de tempo: $t^* = \bar{u}_0 t/L$.

Com os seguintes adimensionais:

- número de Froude: $Fr = \bar{u}_0/\sqrt{gh_0 \cos \theta}$;
- tensão limite de escoamento adimensional: $C^* = \tau_c/(\rho gh_0 \sin \theta)$;
- tensão de cisalhamento no fundo adimensional: $\tau_f^* = \tau_f/(\rho gh_0 \sin \theta)$.

No qual h_0 é a profundidade do escoamento uniforme, L o comprimento característico longitudinal dado por $\bar{u}^2/(g \sin \theta)$, \bar{u} a velocidade média na direção x , τ_c a tensão limite de escoamento e τ_f a tensão de cisalhamento no fundo. O subscrito $()_0$ indica condições de escoamento uniforme e o sobrescrito $()^*$ variável adimensional. Vale ressaltar, que nas seções referentes às equações adimensionais, optou-se pela omissão do sobrescrito para evitar a sobrecarga de notação.

4. Determinação da equação da *roll wave*, através da resolução do sistema de equações (conservação da massa e quantidade de movimento) no sistema móvel para h , eliminando-se a variável \bar{u} . A solução assim, obtida, a equação da *roll wave*, é uma equação diferencial de primeira ordem que é função da profundidade, parâmetros do escoamento e do fluido, conforme apresentado na Equação 5;

$$\frac{\partial h}{\partial x'} = f(h, \psi) \equiv \frac{F(h)}{G(h)} \quad (5)$$

Com ψ parâmetros do escoamento e do fluido.

5. Determinação da expressão da celeridade da onda (U), a partir da equação da *roll wave* (Equação 5), e da condição de existência de *roll waves*, qual seja, o numerador e denominador da equação da *roll wave* devem se anular, conforme demonstrado por Dressler (1949), e detalhado na subseção 3.2.5;
6. Imposição das condições de choque de Rankine-Hugoniot para estabelecer uma relação entre as profundidades h_2 e h_1 , lâmina alta e lâmina baixa respectivamente;
7. Determinação da menor lâmina baixa possível da *roll wave*, h_{\min} , e por consequência o domínio de h_1 , a partir de análise de fases do numerador e denominador da Equação 5 (FIOROT, 2012).

De maneira simplificada, busca-se:

$$F(h) = |F(h)| e^{i\pi}, \text{ para } h_{\min} < h = h_1 < h_0$$

$$G(h) = |G(h)| e^{i\pi}, \text{ para } h = h_1 < h_0$$

$$\frac{F(h)}{G(h)} = \frac{|F(h)|}{|G(h)|} e^{i(\pi-\pi)} = \frac{|F(h)|}{|G(h)|}, \text{ para } h_{\min} < h = h_1 < h_0$$

Em outras palavras, busca-se a região onde a fase da função $F(h)$ seja igual a fase da função $G(h)$ ($\angle F(h) = \angle G(h)$).

8. Cálculo do comprimento de onda λ , conhecida a amplitude de onda $\Delta h = h_2 - h_1$;

O comprimento de onda é definido a partir da integração do inverso da Equação 5 entre a lâmina baixa (h_1) e a lâmina alta (h_2) do escoamento, conforme apresentado na Equação 7.

$$\lambda = \int_{h_1}^{h_2} \frac{G(h)}{F(h)} dh \quad (7)$$

9. Determinação do perfil de velocidade média, $\bar{u}(x')$, utilizando-se da equação da conservação da massa.
10. Determinação da tensão de cisalhamento no fundo (τ_f).

O procedimento supracitado tem sido utilizado em referências da literatura (DRESSLER, 1949; NG; MEI, 1994; LIU; MEI, 1994; BALMFORTH; MANDRE, 2004; LIU et al., 2005; PASCAL, 2006; MACIEL et al., 2013) a cerca de *roll waves*, impondo comprimento de onda ou altura e calculando, na sequência, altura ou comprimento de onda, respectivamente.

3.2 MODELO 1 (M1) - MODELO MATEMÁTICO CLÁSSICO DE *ROLL WAVES* EM ÁGUA

O **Modelo 1** teve como base os trabalhos de Dressler (1949) e Liu et al. (2005). Este modelo de *roll wave*, é o caso em que se desenvolve em água, que apesar de apresentar reologia Newtoniana, foi considerado como um fluido invíscido, isto é, $\mu = 0$ e, portanto, $Re \rightarrow \infty$ (regime turbulento), acrescentado de termo de força resistiva (atrito de parede), representado por leis da hidráulica clássica (Chézy, Manning-Strickler), validadas para

regime uniforme. A Equação 8 mostra a relação entre as diversas leis encontrados na literatura.

$$C_f = r^2 = g/C_h^2 = f/8 \quad (8)$$

Em que $C_f = r^2$ são constantes que dependem da rugosidade do canal; g a gravidade; C_h é o coeficiente de Chézy; f é o coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach.

Considerou-se, ainda, a condição de contorno de impermeabilidade no fundo do canal, ou seja, componente da velocidade nula na parede, conforme a Equação 9.

$$u = w = 0 \text{ em } z = 0 \quad (9)$$

3.2.1 Equações motrizes

As Equações 10 e 11, já promediadas na vertical, compõem as equações motrizes para o **Modelo 1**.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} = g \sin \theta - C_f \frac{\bar{u}^2}{h} \quad (11)$$

3.2.2 Mudança de referencial

Realizando a mudança de coordenadas do sistema (Equações 10 e 11) para o sistema móvel x' , obtêm-se as Equações 12 e 13:

$$h(\bar{u} - U) = q \quad (12)$$

$$(\bar{u} - U) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x'} + g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x'} = g \sin \theta - C_f \frac{\bar{u}^2}{h} \quad (13)$$

Na qual q é uma constante e representa uma vazão relativa.

3.2.3 Adimensionalização

As equações adimensionalizadas do **Modelo 1** se encontram no subseção 3.2.8, pois optou-se para este modelo, inicialmente, trabalhar-se na forma dimensional.

3.2.4 Equação da *roll wave*

Resolvendo o sistema (Equações 12 e 13), obteve-se a Equação 14 (equação da *roll wave* no sistema x'):

$$\frac{\partial h}{\partial x'} = -\frac{h \left\{ g \operatorname{sen} \theta - [C_f (Uh - q)^2] / h^3 \right\}}{(q/h)^2 - gh \cos \theta} \equiv \frac{F_{M1}(h)}{G_{M1}(h)} \quad (14)$$

O subíndice $()_{M1}$ é referente ao **Modelo 1**.

3.2.5 Determinação da celeridade

Para a determinação da celeridade da onda, deve-se, inicialmente, reforçar o princípio da existência das *roll waves*, como bem cita Dressler (1949), a Equação 14, equação da *roll wave* não gera a solução contínua periódica que se busca, mas apenas uma solução contínua por partes. Ademais, o sistema é estritamente hiperbólico, gerando no cabo de tempo finito, choques. Assim, para a construção das *roll waves*, as soluções contínuas por partes são interconectadas por meio de choques, qual seja, choque de propriedades como massa e quantidade de movimento.

Vale lembrar que as *roll waves* assim como as *bore waves* e os ressaltos hidráulicos, apresentam descontinuidade ou “choques”, o escoamento passa de um regime supercrítico ($Fr > 1$) para um regime subcrítico ($Fr < 1$). E pela condição de continuidade, em algum ponto entre essas duas regiões o escoamento é crítico. Dressler (1949) mostrou em seu trabalho que as condições de Rankine-Hugoniot (condições de choque), utilizadas na dinâmica dos gases para considerar salto de propriedades (descontinuidades), também poderiam ser utilizadas no problema de *roll wave*. Deste modo, obedecendo às condições de choque de Rankine-Hugoniot, devem existir duas lâminas características, uma antes do choque (h_1) e outra após o choque (h_2), que satisfaçam as condições de regimes de escoamento e energia, de tal maneira que a celeridade (velocidade de propagação da onda) seja maior que uma velocidade crítica do escoamento $U > \bar{u}_c$.

Assim posto, bem como demonstrado em Dressler (1949), a única maneira de se obter uma solução para a equação da *roll wave* (Equação 14) é se o numerador e o denominador da equação se anularem, assim escreve-se as Equações 15 e 16.

$$F_{M1}(h_c) = h_c \left\{ g \operatorname{sen} \theta - [C_f (Uh_c - q)^2] / h_c^3 \right\} = 0 \quad (15)$$

$$G_{M1}(h_c) = (q/h_c)^2 - gh_c \cos \theta = 0 \quad (16)$$

Em que h_c é a lâmina crítica do escoamento.

Pode-se reescrever a Equação 16, utilizando a Equação 12, de tal forma como apresentado na Equação 17:

$$(\bar{u}_c - U)^2 - gh_c \cos \theta = 0 \quad (17)$$

Resolvendo o sistema (Equações 15 e 17), pode-se determinar a expressão da velocidade crítica (\bar{u}) e lâmina crítica h_c . Como as *roll waves* desenvolvem-se em torno do escoamento base (regime uniforme), pode-se escrever a expressão da velocidade crítica e lâmina crítica em função das propriedades do escoamento uniforme, conforme Equações 18 e 19, e determinar a celeridade “mínima” do escoamento.

$$\bar{u}_c = \bar{u}_0 = \frac{U}{1 + \sqrt{m/C_f}} < U \quad (18)$$

$$h_c = h_0 = \frac{1}{g} \left(\frac{U}{1 + \sqrt{m/C_f}} \right)^2 \quad (19)$$

Com $m = \text{tg } \theta$;

Portanto, a celeridade pode ser escrita conforme Equação 20

$$U = \bar{u}_0 \left(1 + \sqrt{m/C_f} \right) \quad (20)$$

Obtida a celeridade, e as expressões da velocidade crítica e da lâmina crítica, foi possível reescrever a Equação 14, colocando em evidência $(h - h_0)$, o que resultou na Equação 21.

$$\frac{\partial h}{\partial x'} = \frac{mh^2 + (mh_0 - U^2 C_f/g)h + C_f h_0^2}{h^2 + h_0 h + h_0^2} \quad (21)$$

3.2.6 Condições de choque de Rankine-Hugoniot

Aplicando as condições de choque de Rankine-Hugoniot, Equações 22 e 23, obtém-se a Equação 24.

Conservação da massa:

$$U [h]_1^2 = [\bar{u}h]_1^2 \quad (22)$$

Balço de quantidade de movimento:

$$\left[(U - \bar{u})^2 h + \frac{1}{2} g h \cos \theta \right]_1^2 = 0 \quad (23)$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \left[\left(h_2^2 + \frac{8q_0^2}{g \cos \theta h_2} \right)^{1/2} - h_2 \right] \quad (24)$$

3.2.7 Determinação da tensão de cisalhamento no fundo

De maneira simples, a tensão de cisalhamento no fundo pode ser escrita conforme a Equação 25.

$$\tau_f = \rho g h S_f \quad (25)$$

Com $S_f = \bar{u}^2 / (C_h^2 h)$ a declividade da linha de energia, e C_h o coeficiente de Chézy.

3.2.8 Equações adimensionalizadas

Optou-se, nesta seção, por realizar o processo de adimensionalização das equações, conforme Equações 26–29, no intuito de facilitar a comparação de resultados com os da literatura.

As escalas utilizadas foram as mesmas citadas na seção 3.1, lembrando que o sobrescrito $()^*$, que representa variáveis adimensionais, foi omitido. Ainda, o número de Froude pode ser escrito como $Fr = \sqrt{\text{tg } \theta / C_f}$.

Equação da roll wave:

$$\frac{dh}{dx'} = \frac{Fr^2 h^2 - h - 2hFr + 1}{h^2 + h + 1} \quad (26)$$

Celeridade:

$$U = 1 + 1/Fr \quad (27)$$

Relação entre h_1 e h_2 :

$$h_1 = \frac{1}{2} \left[\left(h_2^2 + \frac{8}{h_2} \right)^{1/2} - h_2 \right] \quad (28)$$

Tensão de cisalhamento no fundo:

$$\tau_f = \bar{u}^2 \quad (29)$$

3.3 MODELO 2 - MODELO MATEMÁTICO DO GRUPO RMVP: *ROLL WAVES* EM FLUIDOS DE HERSCHEL-BULKLEY, COM FUNDO IMPERMEÁVEL (M2FI)

O **Modelo 2** é aquele desenvolvido pelo Grupo RMVP (MACIEL et al., 2013), que considera regime laminar, fluido de Herschel-Bulkley, que é o modelo reológico representativo de fluidos lamosos, conforme Coussot (1994), Huang e García (1998), Maciel et al. (2009). Em condições permanentes e de cisalhamento simples, o modelo reológico pode ser escrito conforme Equação 30.

$$\tau_{xz} = \tau_c + K_n \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^n, \text{ se } \tau_{xz} > \tau_c \quad (30)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \text{ se } \tau_{xz} < \tau_c$$

Em que τ_{xz} é a tensão de cisalhamento atuando na direção x devido a um gradiente em z , u é a componente da velocidade na direção x , z a coordenada vertical, $\partial u/\partial z$ a taxa de deformação ou cisalhamento, τ_c a tensão limite de escoamento, K_n o índice de consistência e n é o índice de escoamento do fluido.

O **Modelo 2**, com fundo impermeável, foi determinado por Maciel et al. (2013), com tensão de cisalhamento no fundo detalhada por Huang e García (1998) e verificada por Ferreira (2013). Assim, por hipótese, tem-se que o regime é laminar e o fundo do canal impermeável, com as seguintes condições de contorno: impermeabilidade no fundo (Equação 31) e tensão no fundo do canal (Equação 32).

$$u = w = 0 \text{ em } z = 0 \quad (31)$$

$$\tau_{xz} = \tau_f, \text{ para } z = 0 \quad (32)$$

Sendo w a componente da velocidade na direção z , τ_f a tensão de cisalhamento no fundo do canal.

3.3.1 Equações motrizes

As equações motrizes do problema, resultado da promediação das Equações 3 e 4 ao longo da profundidade, sob as condições de contorno 31 e 32, são dadas pelas Equações 33 e 34.

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial x} = 0 \quad (33)$$

Balço de quantidade de movimento em x :

$$\frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\bar{u}^2h)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-g \cos \theta \frac{h^2}{2} \right) + gh \sin \theta - \frac{1}{\rho} (\tau_f) \quad (34)$$

Em que α é o coeficiente de distribuição da velocidade na vertical e τ_f a tensão de cisalhamento no fundo do canal representada pela Equação 35.

$$\tau_f = \tau_c + K_n \left\{ \frac{\bar{u}h_0 (n+1) (2n+1) (\rho g \sin \theta)^2}{(\rho gh_0 \sin \theta - \tau_c) [n(n+1) \rho gh_0 \sin \theta + \tau_c n^2]} \right\}^n \quad (35)$$

3.3.2 Adimensionalização

O sistema, composto pelas Equações 33 e 34, e a tensão de cisalhamento no fundo (Equação 35) podem ser reescritas a partir das escalas citadas na seção 3.1. Vale lembrar que se optou por omitir o sobrescrito das Equações 36–47, para evitar sobrecarga de notação. Assim, têm-se as Equações 36–38 em variáveis adimensionais.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial x} = 0 \quad (36)$$

$$\begin{aligned} h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \alpha \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{h}{Fr^2} \frac{\partial h}{\partial x} + (1 - \alpha) \bar{u} \frac{\partial h}{\partial t} = \\ = h - C - (1 - C) \left\{ \bar{u}h \frac{(1 - C)}{(h - C)} \frac{(n + 1 + nC)}{[h(n + 1) + nC]} \right\}^n \end{aligned} \quad (37)$$

$$\tau_f = C + (1 - C) \left\{ \bar{u}h \frac{(1 - C)}{(h - C)} \frac{(n + 1 + nC)}{[h(n + 1) + nC]} \right\}^n \quad (38)$$

3.3.3 Mudança de referencial

Reescrevendo as Equações 36 e 37 em um sistema móvel de coordenadas conforme o item 2 da seção 3.1, obtiveram-se as Equações 39 e 40.

Conservação da massa:

$$h(U - \bar{u}) = q \quad (39)$$

Balço de quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} h \left(-U \frac{\partial \bar{u}}{\partial x'} + \alpha \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x'} \right) - \frac{\partial h}{\partial x'} \bar{u} U (1 - \alpha) + \frac{h}{Fr^2} \frac{\partial h}{\partial x'} = \\ = h - C - (1 - C) \left\{ \bar{u} h \frac{(1 - C)}{(h - C)} \frac{(n + 1 + nC)}{[h(n + 1) + nC]} \right\}^n \end{aligned} \quad (40)$$

Vale ressaltar que $(h, \bar{u}) = (h_c, \bar{u}_c) = (1, 1)$ é uma solução da Equação 39, em regime permanente, portanto q é uma constante e vale $U - 1$.

3.3.4 Equação da *roll wave*

A solução do sistema de Equações 39 e 40, determinada por Maciel et al. (2013) produziu a Equação 41 (equação da *roll wave*), sendo esta função da profundidade do escoamento, do número de Froude, da velocidade de propagação da *roll wave* e dos parâmetros reológicos do fluido.

$$\frac{\partial h}{\partial x'} = \frac{h - C - (1 - C) \left\{ (Uh - q) \frac{(1 - C)}{(h - C)} \frac{(n + 1 + nC)}{[h(n + 1) + nC]} \right\}^n}{U^2 (\alpha - 1) - \frac{q^2}{h^2} \alpha + \frac{h}{Fr^2}} \equiv \frac{F_{M2FI}(h)}{G_{M2FI}(h)} \quad (41)$$

No qual $Fr > Fr_{\min} = \frac{\vartheta}{(\varphi^2 - 2\alpha\varphi\vartheta + \alpha\vartheta^2)^{1/2}}$; com $\vartheta = n(1 - C)$ e $\varphi = \frac{[(n + 1)(2n + 1)]}{(n + 1 + nC)}$.

O subíndice $()_{M2FI}$ é referente ao **Modelo 2**, fundo impermeável.

3.3.5 Determinação da celeridade

A celeridade da *roll waves*, considerando $h = h_c = 1$, dada pela Equação 44 é obtida resolvendo as Equações 42 e 43.

$$F_{M2FI}(h_c) = h_c - C - (1 - C) \left\{ (Uh_c - q) \frac{(1 - C)}{(h_c - C)} \frac{(n + 1 + nC)}{[h_c(n + 1) + nC]} \right\}^n = 0 \quad (42)$$

$$G_{M2FI}(h_c) = U^2(\alpha - 1) - \frac{q^2}{h_c^2}\alpha + \frac{h_c}{Fr^2} = 0 \quad (43)$$

$$U = \alpha \pm \left[\alpha(\alpha - 1) + \frac{1}{Fr^2} \right]^{1/2} \quad (44)$$

3.3.6 Condições de choque de Rankine-Hugoniot

As condições de choque do problema são dadas pelas Equações 45 e 46.

Conservação da massa:

$$U [h]_1^2 = [\bar{u}h]_1^2 \quad (45)$$

Balanco de quantidade de movimento:

$$U [\bar{u}h]_1^2 = \left[\alpha \bar{u}^2 h + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{Fr} \right)^2 \right]_1^2 \quad (46)$$

Em que $[]_1^2$ representa o salto de propriedades, $[h]_1^2 = h_2 - h_1$; $[\bar{u}h]_1^2 = \bar{u}_2 h_2 - \bar{u}_1 h_1$.

Realizando a combinação das Equações 45 e 46, e reescrevendo em h , obteve-se a Equação 47 que relaciona as alturas h_1 e h_2 .

$$h_2 = \left\{ \left[\frac{h_1}{2} + (\alpha - 1) U^2 Fr^2 \right]^2 + \frac{2\alpha q^2 Fr^2}{h_1} \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{h_1}{2} - (\alpha - 1) U^2 Fr^2 \quad (47)$$

Os procedimentos de determinação de h_{\min} , e comprimento de onda λ e perfil de velocidade média $\bar{u}(x')$ seguem o protocolo apresentado na seção 3.1.

3.4 MODELO 2 - MODELO MATEMÁTICO: AS *ROLL WAVES* EM FLUIDOS DE HERSCHEL-BULKLEY, COM FUNDO PERMEÁVEL (M2FP)

Em reologia de fluidos, a presença de tensão limite de escoamento traz complexidades ao problema devido a interação entre a natureza do fluidos (misturas, suspensões, etc.) e o meio. Quando se estuda escoamentos, em meio poroso, com presença de tensão limite, como suspensões, pequenas partículas poderiam obstruir os vazios do meio por adesão, alterando a porosidade do meio ao longo do tempo, e conseqüentemente, mudando o problema estudado.

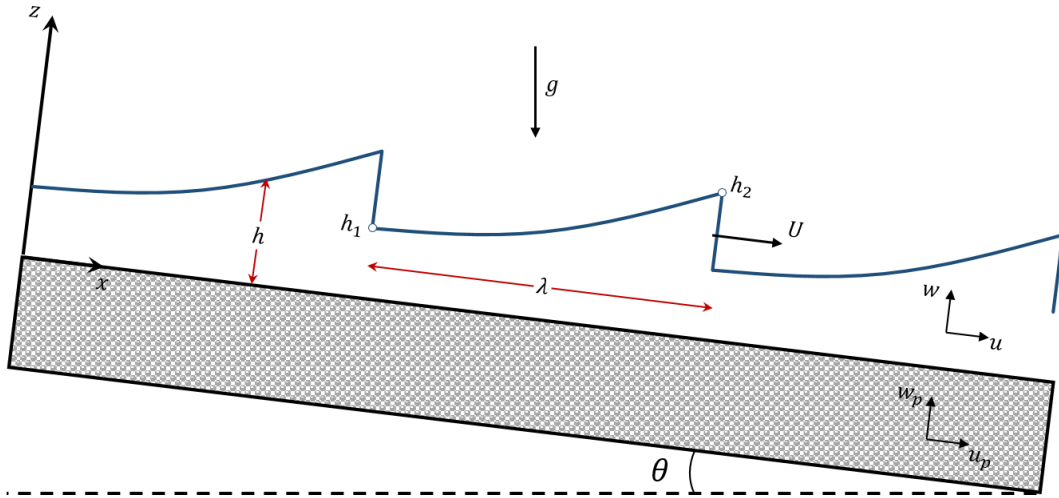
O problema proposto nesta seção é analisar a alteração na dinâmica de escoamentos de fluidos não-Newtonianos devido à presença de um fundo poroso/permeável nas condições de contorno. Para isto, um escoamento com superfície livre é considerado, tendo no fundo a presença de um meio poroso/permeável. O meio poroso é composto por partículas fixas de diâmetro D , dispostas aleatoriamente.

Assim, as hipóteses do problema citadas na seção 3.1 foram levadas em consideração. Neste momento, considera-se que o fluido permite escoamento no meio que compõe o fundo do canal que é plano e fixo, isto é, o fluxo está saturado e existe um equilíbrio entre erosão e deposição; ou a capacidade erosiva não é suficiente para arrastar o material do fundo. O fundo do escoamento, apresenta uma porosidade p . Vale ressaltar a diferença entre porosidade e permeabilidade, pois são propriedades físicas distintas: a porosidade refere-se aos espaços vazios existentes em um meio sólido; a permeabilidade refere-se à capacidade da massa sólida permitir ou restringir a passagem de fluido. Estas propriedades estão intimamente correlacionadas, a título de exemplo, toda rocha permeável é porosa, porém nem toda rocha porosa é permeável, em virtude dos poros não comunicarem entre si, ou de serem de tamanho tão pequeno que não permitam a passagem de fluido (LUMEN LEARNING, 2018).

Desta maneira, neste trabalho, foi considerado que os vazios existentes no material que compõem o fundo são suficientemente permeáveis e que todos os vazios estão preenchidos e possibilitam o escoamento do fluido não-Newtoniano por ele. Problemas desta natureza são conhecidos como escoamentos regidos pela Lei de Darcy. E o esquema do problema é representado na Figura 9.

No caso do escoamento permanente e uniforme, a velocidade e altura da lâmina são constantes, valendo u_0 e h_0 , respectivamente. Já no meio poroso, um escoamento permanente é estabelecido com velocidade u_p , e w_p .

Figura 9 – Esquema para o problema estudado, fluido não-Newtoniano tipo Herschel-Bulkley escoando em um meio permeável.



Fonte: Próprio autor.

3.4.1 Condições de contorno do problema

Para a solução deste problema é necessário encontrar a relação entre o gradiente de pressão no meio permeável e as velocidades u_p e w_p , para então, estabelecer as condições de contorno na interface entre o fluido/meio permeável. Seguindo trabalhos anteriores (BEAVERS; JOSEPH, 1967; RAO; MISHRA, 2004; PASCAL, 2006; FIOROT, 2016), parte-se do princípio que existe continuidade da tensão de cisalhamento na interface, dada pela condição apresentada pela Equação 48:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\chi}{\kappa^{\frac{1}{n+1}}} (u - u_p), \quad (48)$$

Na qual χ é um parâmetro adimensional relacionado ao fator de forma dos vazios no meio permeável, κ o fator de permeabilidade modificado do meio e n é o índice de escoamento do fluido.

A condição de cisalhamento apresentada na Equação 48 considera os efeitos não-Newtonianos da tensão de cisalhamento na velocidade longitudinal u_p . A outra condição de contorno, dada pela Equação 49, é relacionada à velocidade no meio permeável que, na interface, não deve variar. Assim:

$$w_p = 0, \text{ para } z = 0; \quad (49)$$

Recapitulando, no trabalho de Chevalier et al. (2013) foi apresentado uma adaptação da Lei de Darcy para fluidos tipo Herschel-Bulkley baseados em dados experimentais, na qual chegaram a uma relação entre o gradiente de pressão e a velocidade de Darcy (u_p),

apresentada na Equação 50:

$$-\frac{\partial P_p}{\partial x} = \frac{\tau_c}{\kappa_I} + \frac{K_n}{\kappa_K} u_p^n \quad (50)$$

Em que κ_I e κ_K são parâmetros de permeabilidade que definem as propriedades do meio poroso, relacionando a forma, dispersão e geometria do meio. O primeiro parâmetro κ_I é chamado de permeabilidade inercial, que representa como a estrutura do meio poroso acoplada a reologia do fluido não-Newtoniana se opõe ao movimento do fluido. E o segundo κ_K , é a permeabilidade intrínseca, termo clássico, que representa a capacidade do meio poroso de permitir o fluxo (FIOROT, 2016). E P_p é a pressão total no meio permeável.

Vale ressaltar que a validade deste conceito, adaptação da Lei de Darcy para fluidos Newtonianos, é garantida para fluidos não-Newtonianos sob a mesma condição de trabalho da realizada por Chevalier et al. (2013), ou seja, sem alteração do meio permeável. Sendo assim, a Lei de Darcy adaptada para um escoamento tipo Herschel-Bulkley pode ser escrita sob forma das Equações 51–54.

$$u_p = - \left(\frac{\kappa_K}{K_n} \right)^{1/n} \left[\left(\frac{\partial P_p}{\partial x} + \frac{\tau_c}{\kappa_I} \right)^{1/n} - \rho g \sin \theta \right] \quad (51)$$

$$\frac{\partial u_p}{\partial x} + \frac{\partial w_p}{\partial z} = 0 \quad (52)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial z} = -\rho g \cos \theta \quad (53)$$

$$P_p = P, \text{ para } z = 0 \quad (54)$$

Consideram-se os casos na qual o meio permeável apresenta escoamento mais lento do que na camada acima, de tal forma que os termos da velocidade do meio permeável na interface (condições 48 e 49) são desprezados.

Para determinação das ordem de grandeza das variáveis do meio permeável, assume-se a pressão hidrostática. Com base nas Equações 4 e 53, e a continuidade da condição de pressão (Equação 54), pode-se concluir que $\partial P_p / \partial x = \partial P / \partial x$. Assim, a ordem de grandeza

da pressão no escoamento acima do meio permeável é dada pela Equação 55.

$$P_0 \sim K_n \left(\frac{u_0}{h_0} \right)^n \frac{L_0}{h_0} \quad (55)$$

A partir da Equação 52, obtém-se a Equação 56, como escala para a velocidade longitudinal no meio poroso.

$$U_p \sim \left(\kappa_K \frac{u_0^n}{h_0^{n+1}} - \Omega_f \right)^{1/n} \quad (56)$$

Em que $\Omega_f = \frac{\kappa_K \tau_c}{\kappa_I K_n}$ é a relação entre o limite inercial (*inertial threshold*) e a resistência cinemática no meio poroso para o fluido (FIOROT, 2016).

Por uma questão de simplificação, ao considerar um fluido sem tensão limite de escoamento ($\tau_c = 0$), tem-se $\Omega_f = 0$ e portanto, U_p é dado pela Equação 57.

$$U_p \sim \left(\kappa_K \frac{u_0^n}{h_0^{n+1}} \right)^{1/n} = \frac{\kappa_K^{1/n}}{h_0^{1+1/n}} u_0 \quad (57)$$

Como a escala do tamanho do poro é muito menor que a escala do escoamento ($h_0^{n+1} \gg \kappa_K$), então $\kappa_K/h_0^{n+1} \ll 1$, portanto, chega-se que $U_p \ll u_0$.

Assim, a condição de contorno no meio permeável (interface entre fluido e meio permeável) pode ser simplificada, resultando na Equação 58.

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\chi}{\kappa_K^{1/n+1}} u; \quad w|_{z=0} = 0; \quad (58)$$

Esta condição de contorno (Equação 58) pode ser encontrada na forma adimensional conforme Equação 59 permitindo o entendimento das propriedades que governam a lei de contorno. O asterisco sobrescrito ()^{*} indica propriedades adimensionalizadas pelas propriedades do escoamento médio.

$$\left. \frac{u_0}{h_0} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right|_{z=0} = u_0 \frac{\chi}{\kappa_K^{1/n+1}} u^*|_{z^*=0} \quad \longrightarrow \quad \left. \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right|_{z=0} \frac{1}{(1-C^*)\gamma} u^*|_{z^*=0} \quad (59)$$

Com $u^* = u/u_0$, $z^* = z/h_0$, $\gamma = \frac{\kappa_K^{1/(1+n)}}{\chi z_0}$ e $(1-C^*) = z_0/h_0$. Em que $z_0 = h_0 - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta}$ é altura da zona não- cislhada (*plug flow*) que pode ser reescrito como $z_0 = h_0 (1-C^*)$.

3.4.2 Perfil de velocidade

O perfil de velocidade utilizado no modelo **M2FP** é o obtido por Fiorot (2016). Nesta subsecção são apresentadas os grandes passos para obtenção do perfil de velocidade, e confrontados com resultados já existentes em literatura.

A partir da hipótese de pressão hidrostática e cisalhamento simples, pode-se chegar a Equação 60.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \left(\frac{\rho g (h_0 - z) \operatorname{sen} \theta - \tau_c}{K_n} \right)^{1/n} \quad (60)$$

Resolvendo a Equação 60 para u , o perfil de velocidade é escrito conforme Equação 61.

$$u(z) = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left[1 - \left(1 - \frac{z}{z_0} \right)^{\frac{n+1}{n}} + \left(\frac{n}{n+1} \right) \gamma \right] \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{K_n} z_0^{n+1} \right)^{1/n} \quad (61)$$

Na região acima do *plug* (região não-cisalhada) ($z_0 < z < h_0$), a velocidade é constante e dado pela Equação 62.

$$u_{z_0} = u(z = z_0) = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left[1 + \left(\frac{n+1}{n} \right) \gamma \right] \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{K_n} z_0^{n+1} \right)^{1/n} \quad (62)$$

Uma importante característica presente no modelo com fundo poroso é que, na interface, o escoamento “desliza” (CHEN; ZHU, 2008), portanto a velocidade no fundo do canal ($z = 0$) é dado pela Equação 63.

$$u_f = u(z = 0) = \gamma \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{K_n} z_0^{n+1} \right)^{1/n} \quad (63)$$

3.4.3 Perfil de velocidade média

O perfil de velocidade média é calculado por meio da promediação da Equação 61 na vertical conforme a Equação 64.

$$\bar{u} = \frac{1}{h_0} \int_0^{h_0} u(z) dz = \frac{1}{h_0} \int_0^{z_0} u(z) dz + \frac{1}{h_0} \int_{z_0}^{h_0} u(z_0) dz \quad (64)$$

Resolvendo a Equação 64, chega-se na Equação 65, que expressa o perfil de

velocidade média:

$$\bar{u} = \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{K_n} z_0^{n+1}\right)^{1/n} \left[1 - \frac{z_0}{h_0} \left(\frac{n}{2n+1}\right) + \left(\frac{n+1}{n}\right) \gamma\right] \quad (65)$$

A Equação 65 ainda pode ser reescrita em função do termo C^* , chegando-se a Equação 66.

$$\bar{u} = \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{K_n} z_0^{n+1}\right)^{1/n} \left[\left(\frac{1+n+nC^*}{2n+1}\right) + \left(\frac{n+1}{n}\right) \gamma\right] \quad (66)$$

3.4.4 Verificação de soluções “menos complexas”

A solução do perfil de velocidade média obtida (Equação 66) pode ser verificada para fundos impermeáveis ($\gamma = 0$), e em diferentes comportamentos reológicos¹ (Newtoniano, *power law*, Bingham e Herschel-Bulkley).

Herschel-Bulkley

Para fundo impermeável ($\gamma = 0$), tem-se a Equação 67, conforme Ferreira (2013).

$$\bar{u} = \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{K_n} z_0^{n+1}\right)^{1/n} \left(\frac{1+n+nC^*}{2n+1}\right) \quad (67)$$

Plástico de Bingham

Para a reologia Binghamiana, o fluido apresenta tensão limite de escoamento, mas exibe relação linear entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação. Em condições de cisalhamento simples, pode-se escrever conforme a Equação 68.

$$\tau = \tau_c + \mu_B \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right), \text{ para } \tau > \tau_c \quad (68)$$

Em que μ_B é a viscosidade do fluido plástico de Bingham, e τ_c a tensão limite de escoamento. Partindo da Equação 66, quando $n = 1$, então, chega-se ao perfil de velocidade média dado pela Equação 69.

$$\bar{u} = \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{\mu_B} z_0^2\right) \left[\left(\frac{2-C^*}{6}\right) + \gamma\right] \quad (69)$$

¹ ver Anexo A

Para um fundo impermeável, a solução é a Equação 70 (LIU; MEI, 1994):

$$\bar{u} = \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{\mu_B} z_0^2 \right) \left(\frac{2 - C^*}{6} \right) \quad (70)$$

Power Law (Lei de Potência)

Em fluidos do tipo *power law* não existe tensão limite de escoamento ($\tau_c = 0$), entretanto a relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação é não-linear. Em condições de cisalhamento simples, o modelo reológico pode ser escrito conforme a Equação 71:

$$\tau = \mu_n \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \quad (71)$$

Sendo μ_n a viscosidade plástica, e n é o índice de escoamento do fluido, para $n > 1$, tem-se um fluido dilatante, e para $n < 1$, pseudoplástico.

Se $\tau_c = 0$, obtém-se o perfil de velocidade média para um fluido tipo *power law* representada pela Equação 72 (PASCAL, 2006).

$$\bar{u} = \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{\mu_n} h_0^{n+1} \right)^{1/n} \left[\left(\frac{n}{2n+1} \right) + \gamma \right] \quad (72)$$

Para um fundo impermeável, a solução é a Equação 73 (NG; MEI, 1994):

$$\bar{u} = \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{\mu_n} h_0^{n+1} \right)^{1/n} \left(\frac{n}{2n+1} \right) \quad (73)$$

Newtoniano

Fluidos Newtonianos não apresentam tensão limite de escoamento ($\tau_c = 0$) e a relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação é linear. Em condições de cisalhamento simples, o modelo reológico pode ser escrito como apresentado na Equação 74:

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (74)$$

Em que μ é a viscosidade dinâmica ou absoluta.

Para o modelo Newtoniano tem-se que $\tau_c = 0$ e $n = 1$, resultando na Equação 75.

$$\bar{u} = \left(\frac{\rho g \operatorname{sen} \theta}{\mu} h_0^2 \right) \left(\frac{1}{3} + \gamma \right) \quad (75)$$

Para fundo impermeável, a solução é dado pela Equação 76:

$$\bar{u} = \frac{\rho g \sin \theta}{3\mu} h_0^2 \quad (76)$$

3.4.5 Determinação da taxa de deformação

Para determinação da taxa de deformação $\partial u / \partial z$ deriva-se a equação da velocidade média (Equação 61). Como a velocidade na zona não-cisalhada (*plug flow*) é constante, resta calcular a derivada da velocidade na região cisalhada, obtendo-se a Equação 77.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \left(\frac{\rho g \sin \theta}{K_n} z_0^{n+1} \right)^{1/n} \frac{1}{z_0} \left(1 - \frac{z}{z_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (77)$$

Pode-se observar, na Equação 77, que a taxa de deformação do fluido é nula em $z = z_0$, o que geralmente ocorre próximo à superfície livre (região não-cisalhada), ou *plug*, de escoamentos que só se deformam com aplicação de uma tensão mínima de cisalhamento, tais como, lamas e detritos, concreto fresco, géis, etc.

3.4.6 Obtenção da expressão da tensão de cisalhamento

Após a determinação da velocidade média e da taxa de deformação do escoamento, a tensão de cisalhamento pode ser expressado em função da velocidade média e das propriedades reológicas do fluido, conforme Equação 78.

$$\begin{aligned} \tau_f = \tau_c + K_n \left\{ \frac{\bar{u} h_0}{(\rho g h_0 \sin \theta - \tau_c)} \right\}^n \times \\ \times \left\{ \frac{(n+1)(2n+1)(\rho g \sin \theta)^2}{(\rho g h_0 \sin \theta [n(n+1) + (2n+1)(n+1)\gamma] + \tau_c n^2)} \right\}^n \end{aligned} \quad (78)$$

A tensão de cisalhamento determinada nesta dissertação está em consonância com trabalhos na literatura (HUANG; GARCÍA, 1998; PASCAL, 2006; FERREIRA, 2013) que estudaram escoamentos de fluidos não-Newtonianos, cada qual com suas particularidades de modelo (presença ou ausência do fator porosidade e de tensão limite de escoamento), o que vem confirmar a técnica utilizada para o cálculo da velocidade média e da taxa de deformação, tanto para fluidos Newtonianos quanto para não-Newtonianos (*power law*, Bingham e Herschel-Bulkley).

3.4.7 Equações do modelo matemático, processos de promediação e adimensionalização

Com base nas equações apresentadas na seção 3.1, utilizou-se o sistema de equações de Cauchy, aplicaram-se as devidas hipóteses para o problema, o bom modelo reológico (Herschel-Bulkley), como visto em seção 3.3, e, por fim, adicionou-se o fator de porosidade. As Equações 79–81 (conservação de massa e quantidade de movimento) representam o sistema de equações motrizes do problema, que são integradas na vertical aplicando as condições de contorno dadas pelas Equações 82–84.

Conservação da massa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (79)$$

Balanco de quantidade de movimento em x :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \tau_{xz} \quad (80)$$

Balanco de quantidade de movimento em y :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \cos \theta \quad (81)$$

Condição cinemática na superfície livre:

$$w = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x}, \text{ para } z = h(x, t) \quad (82)$$

Tensões na superfície livre:

$$P = 0, \tau_{xz} = 0 \text{ para } z = h(x, t) \quad (83)$$

Tensões no fundo:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\chi}{\kappa_K^{\frac{1}{n+1}}} u; \quad w|_{z=0} = 0; \quad (84)$$

Após a integração na vertical, obtiveram-se as Equações 85 e 86, conservação da massa e balanço de quantidade de movimento em x , respectivamente.

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial x} = 0 \quad (85)$$

Balço de quantidade de movimento em x :

$$\frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\bar{u}^2h)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-g \cos \theta \frac{h^2}{2} \right) + gh \sin \theta - \frac{1}{\rho} (\tau_f) \quad (86)$$

No qual α é o coeficiente de distribuição de velocidade na vertical dado pela Equação 87

$$\alpha = \frac{1}{\bar{u}^2 h_0} \int_0^{h_0} u(z)^2 dz \quad (87)$$

Resolvendo a Equação 87, obtém-se a Equação 88.

$$\alpha = \frac{\frac{z_0}{h_0} \left[-\frac{(4n+3)n}{(2n+1)(3n+2)} - 2\gamma \left(\frac{n+1}{2n+1} \right) \right] + \left[1 + \left(\frac{n+1}{n} \right) \gamma \right]^2}{\left[1 - \frac{z_0}{h_0} \frac{n}{2n+1} + \left(\frac{n+1}{n} \right) \gamma \right]^2} \quad (88)$$

Reescrevendo em termos de C^* e fazendo algumas manipulações algébricas, obtém-se a Equação 89.

$$\alpha = \frac{(n + n\gamma + \gamma)^2 (2n + 1)^2}{[n(n + 1 + nC^*) + (2n + 1)(n + 1)\gamma]^2} + \frac{(1 - C^*) \frac{(2n+1)}{(3n+2)} [(4n + 3)n + 2\gamma(n + 1)(3n + 2)] n^2}{[n(n + 1 + nC^*) + (2n + 1)(n + 1)\gamma]^2} \quad (89)$$

Em seguida, foi realizada a adimensionalização das Equações 85 e 86, de acordo com as escalas citadas na seção 3.1, obtendo-se as Equações 90 e 91, representando a conservação da massa e quantidade de movimento, respectivamente. Optou-se por omitir todos os asteriscos para evitar a sobrecarga de notações.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial x} = 0 \quad (90)$$

$$\frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\bar{u}^2h)}{\partial x} + \frac{1}{2Fr^2} \frac{\partial h^2}{\partial x} = h - \tau_f \quad (91)$$

Sendo a tensão de cisalhamento no fundo (τ_f) dado pela Equação 92

$$\tau_f = C + (1 - C) \left\{ \bar{u}h \left(\frac{1 - C}{h - C} \right) \left(\frac{n(n + 1 + nC) + (n + 1)(2n + 1)\gamma}{h[n(n + 1) + (n + 1)(2n + 1)\gamma] + n^2C} \right) \right\}^n \quad (92)$$

Ainda a Equação 91 pode ser escrita na forma apresentada pela Equação 93:

$$h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \alpha \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{h}{Fr^2} \frac{\partial h}{\partial x} + (1 - \alpha) \bar{u} \frac{\partial h}{\partial t} = h - \tau_f \quad (93)$$

Em seguida, as Equações 90 e 93 são reescritas em um sistema móvel de coordenadas, que se desloca com a velocidade de propagação da *roll wave* ou celeridade (U) (ver seção 3.1). Desta forma, obtiveram-se as Equações 94 e 95.

Conservação da massa:

$$h(U - \bar{u}) = q \quad (94)$$

Balço de quantidade de movimento:

$$h \left(-U \frac{\partial \bar{u}}{\partial x'} + \alpha \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x'} \right) - \frac{\partial h}{\partial x'} \bar{u} U (1 - \alpha) + \frac{h}{Fr^2} \frac{\partial h}{\partial x'} = h - \tau_f \quad (95)$$

3.4.8 A equação da *roll wave*

A equação da *roll wave* (Equação 96) é obtida resolvendo o sistema, composto pelas Equações 94 e 95, para h .

$$\frac{\partial h}{\partial x'} = \frac{h - \tau_f}{U^2(\alpha - 1) - \frac{q^2}{h^2}\alpha + \frac{h}{Fr^2}} \equiv \frac{F_{M2FP}(h)}{G_{M2FP}(h)} \quad (96)$$

O subíndice $()_{M2FP}$ é referente ao **Modelo 2**, fundo permeável.

3.4.9 A celeridade da *roll wave*

Como exposto, a solução da equação (Equação 96) só existe quando o numerador e denominador se anulam, e isto ocorre na seção crítica ($h = h_c = 1$) da *roll wave*. Desta forma, pôde-se obter a velocidade de propagação das *roll waves* no ponto crítico, dada pela Equação 97.

$$U = B\alpha \pm \left[B^2\alpha(\alpha - 1) + \frac{h}{Fr^2} \right]^{1/2} \quad (97)$$

Com:

$$B = \frac{1}{h} \left(\frac{h - C}{1 - C} \right)^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} \left\{ \frac{h [n(n+1) + (n+1)(2n+1)\gamma] + n^2 C}{n(n+1+nC) + (n+1)(2n+1)\gamma} \right\}$$

Quando $h = h_c = 1$, tem-se:

$$B = \frac{n(n+1) + (n+1)(2n+1)\gamma + n^2 C}{n(n+1+nC) + (n+1)(2n+1)\gamma}$$

A solução obtida neste trabalho está em consonância com aquela encontrada por Ferreira (2013), quando anula-se o termo fator de porosidade γ .

3.4.10 Determinação do número de Froude mínimo

Roll waves apenas existem quando o número de Froude é superior a um Froude mínimo (Fr_{\min}), que é determinado a partir de análise de estabilidade linear temporal (NG; MEI, 1994; LIU; MEI, 1994; PASCAL, 2006; FERREIRA, 2013; MACIEL et al., 2013). No Apêndice A é apresentado, com mais detalhes, a obtenção do número de Froude mínimo.

O princípio da análise de estabilidade linear é impor, no sistema de equações (Equações 90 e 93), uma perturbação infinitesimal sobre a lâmina e a velocidade média do escoamento, da seguinte maneira: $h(x, t) = 1 + \mathcal{H}(x, t)$ e $\bar{u}(x, t) = 1 + \mathcal{V}(x, t)$, com $\mathcal{H}(x, t) \ll 1$ e $\mathcal{V}(x, t) \ll 1$.

Após o processo de linearização das Equações 90 e 93 e alguns desenvolvimentos matemáticos (ver Apêndice A, Equações de A.7–A.12), obteve-se a Equação 98.

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t^2} + 2\alpha \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x \partial t} + \left(\alpha - \frac{1}{Fr^2} \right) \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x^2} + \varphi_p \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = 0 \quad (98)$$

Com:

$$\vartheta = n(1 - C)$$

$$\varphi_p = 1 + n + \frac{n(1 - C) [n(n+1) + (2n+1)(n+1)\gamma]}{n(n+1+nC) + (2n+1)(n+1)\gamma}$$

Impõe-se uma solução (Equação 99) que caracteriza a taxa de crescimento das perturbações e a frequência das mesmas.

$$\mathcal{H} = \hat{H} e^{i(kx - \omega t)} \quad (99)$$

Sendo \mathcal{H} a magnitude de perturbação, k e ω geralmente são números complexos e são definidos como: $\omega = \omega_r + i\omega_i$ e $k = k_r + ik_i$, k_r é o número de onda, ω_r a frequência de perturbação, k_i e ω_i são taxas de amplificação no espaço e tempo respectivamente.

A obtenção da relação de dispersão, Equação 100, é estabelecida ao inserir a solução imposta (Equação 99) na equação linearizada (Equação 98), cuja incógnita é ω .

$$\omega^2 - \omega [2\alpha k - i\vartheta] + \left(\alpha - \frac{1}{Fr^2}\right) k^2 - \varphi_p ik = 0 \quad (100)$$

Resolvendo a Equação 100 obtém-se a solução apresentada em Equação 101.

$$\omega = \frac{1}{2} [2\alpha k - \vartheta i \pm \sqrt{a + bi}] \quad (101)$$

Com:

$$a = 4k^2 \left(\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{Fr^2} \right) - \vartheta^2$$

$$b = -4\alpha k \vartheta + 4\varphi_p k$$

Da Equação 101, obtém-se a solução, a qual é separada em parte imaginária e parte real, conforme as Equações 102 e 103, que representam a taxa de crescimento das perturbações e a velocidade de propagação de ondas, respectivamente.

$$\mathcal{I}(\omega) = \frac{1}{2} \left[-\vartheta \pm \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} - a)} \right] \quad (102)$$

$$\mathcal{R}(\omega) = \frac{1}{2} \left[2\alpha k \pm \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} + a)} \right] \quad (103)$$

A taxa de amplificação das instabilidades é determinada através da parte imaginária (Equação 102), conforme estudos já realizados (NG; MEI, 1994; PASCAL, 2006; MACIEL et al., 2013). Desta maneira, para determinar a condição de formação de instabilidades, relacionada ao número de Froude, utiliza-se da expressão obtida na Equação 102, considerando $\mathcal{I}(\omega) > 0$. A partir da solução desta inequação, obtém-se uma condição necessária para geração de instabilidades do tipo *roll waves* relacionada ao número de Froude, conforme apresentado na Equação 104.

$$Fr > Fr_{\min} = \left[\frac{\vartheta^2}{\vartheta^2 \alpha - 2\alpha \vartheta \varphi_p + \varphi_p^2} \right]^{1/2} \quad (104)$$

A Equação 104 está em consonância com as obtidas para modelos mais simplificados (NG; MEI, 1994; PASCAL, 2006; MACIEL et al., 2013). Vale ressaltar que o domínio estabelecido por $Fr > Fr_{\min}$, conforme citado por Ferreira (2013), é dito favorável para geração de *roll waves*.

Após a determinação do número de Froude mínimo necessário para a obtenção do perfil de *roll waves*, deve-se ainda estabelecer o domínio de h_{\min} e o comprimento de onda, conforme seção 3.1, e a relação de h_2 e h_1 (vide seção 3.3).

3.5 MODELO NUMÉRICO

Os resultados de *roll waves* dos modelos aqui apresentados (**Modelo 1** e **Modelo 2**), foram obtidos a partir de soluções numéricas utilizando o *software* MATLAB[®], distribuído pela Mathworks. Para análises comparativas, realizaram-se simulações a partir do ANSYS - Fluent[®].

Preferiu-se adaptar o código do Grupo RMVP, antes implementado em MATLAB[®] e Simulink[®], para, totalmente, em MATLAB[®], por fins de tempo computacional, devido à quantidade de simulações e casos realizados.

3.5.1 MATLAB[®]

O MATLAB[®] é um *software* voltado para o cálculo numérico. Com interface amigável, o MATLAB[®] oferece análise numérica, cálculo com matrizes, processamento de sinais e construção de gráficos.

Em relação aos métodos numéricos empregados, para o processo de integração numérica utilizou-se a função *integral*, que apresenta um método de quadratura global adaptativa com erros de tolerâncias padrão (erro absoluto de 10^{-10} e erro relativo 10^{-6}). Geralmente, apenas uma das condições de erros é satisfeita, porém funcionam simultaneamente; a função *integral* busca satisfazer a seguinte relação:

$$\text{abs}(q - Q) \leq \max(\text{AbsTol}, \text{RelTol} * \text{abs}(q))$$

No qual q é o valor calculado da integral e Q é o valor exato (no caso, desconhecido). As tolerâncias absolutas e relativas fornecem uma forma de arranjo entre o tempo de computação e a precisão da solução. Normalmente, a tolerância relativa determina a precisão da integração. No entanto, se $\text{abs}(q)$ é suficientemente pequeno, a precisão da integração é determinada pela tolerância absoluta. A Mathworks, no manual do usuário sugere que deve-se, geralmente, especificar as tolerâncias absolutas e relativas juntas.

Preferiu-se utilizar a função *integral* ao invés da *quadl*, apesar desta apresentar uma elevada eficiência, com um método de alta ordem usando uma regra de quadratura de Gauss/Lobatto adaptável, devido a recomendações da Mathworks.

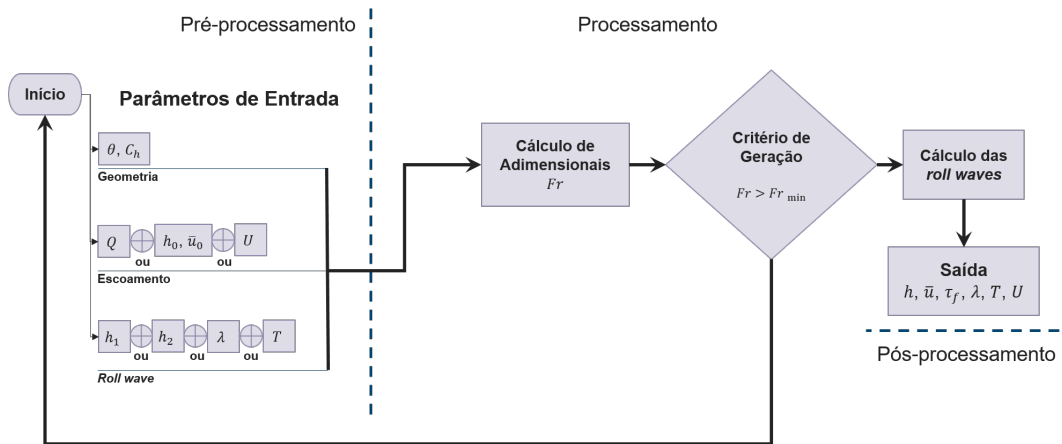
Para a solução da *roll wave*, utilizou-se a função *ode113*, um *solver* preditor-corretor, com método de Adams-Bashforth-Moulton, a qual apresentou boa estabilidade numérica, de passo variável, e elevada ordem de integração. Impôs-se como condição inicial a menor profundidade (h_1). A função *ode113* pode ser mais eficiente do que *ode45* quando possui tolerâncias rigorosas ou equação diferencial ordinária é, particularmente, mais “delicada” para ser avaliada.

3.5.2 Procedimento numérico para o modelo geral

O procedimento numérico utilizado para obtenção da solução de *roll waves* e de suas características é apresentado em forma de fluxogramas (Figuras 10 e 11) e é constituído das seguintes etapas:

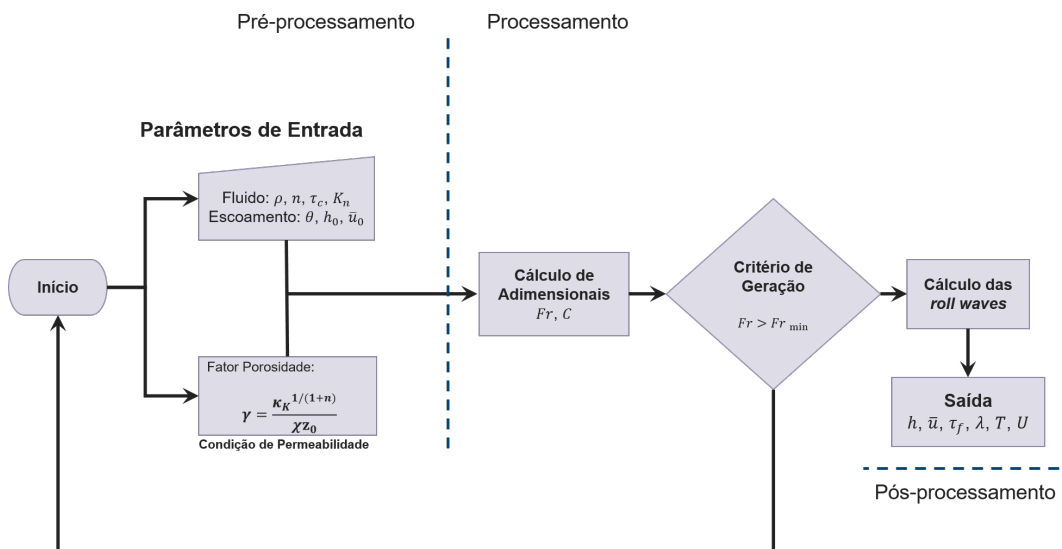
1. entrada dos parâmetros Fr , γ , n e C ; ou especificar vazão, lâmina uniforme, velocidade uniforme, coeficiente de atrito de parede ou parâmetros reológicos e inclinação do canal;
2. cálculo do coeficiente de distribuição de velocidade (α);
3. verificação de geração de roll wave (cálculo de Fr_{\min});
4. cálculo da celeridade de onda (foi considerado $h_c = h_0$, na forma adimensional $h_c = 1$);
5. cálculo/imposição de h_1 (foi utilizado $h_1 = h_{\min}$);
6. cálculo de h_2 ;
7. cálculo do comprimento de onda λ , conhecida a amplitude $\Delta h = h_2 - h_1$;
8. solução numérica do perfil de *roll wave*;
9. cálculo da tensão de cisalhamento no fundo, utilizando a equação da conservação da massa, para obtenção do perfil de velocidade \bar{u} .

Figura 10 – Fluxograma para método numérico utilizado no Modelo 1.



Fonte: Próprio autor.

Figura 11 – Fluxograma para o método numérico utilizado no Modelo 2.



Fonte: Próprio autor.

3.5.3 Fluent®

O Fluent® oferece uma grande variedade de modelos de discretização e *solvers* capazes de determinar diversas propriedades do escoamento, como variação da lâmina do escoamento, velocidade, tensão de cisalhamento no fundo, taxa de deformação, campo de pressão, etc. Os resultados que são apresentados no Capítulo 4 foram obtidos a partir da resolução numérica das equações completas de Cauchy através do método de volume finitos e técnica VoF (*Volume of Fluid*), seguindo o protocolo de modelagem e configuração dos esquemas numéricos (Tabela 1) conforme trabalhos de Ferreira (2013) e Ferreira et al. (2014).

Tabela 1 – Esquema numéricos utilizados no Fluent®.

Modelo Multifásico	VoF
Tempo	Unsteady Second Order Implicit
Modelo Viscoso	Laminar
Modelo Turbulento	$k - \epsilon$
Acoplamento Pressão-Velocidade	Simplec
Pressão	Presto
Balanco de Quantidade de Movimento	Third Order MUSCL
Fração de Volume	Modified HRIC

Fonte: Adaptado de Ferreira et al. (2014).

3.6 DESENVOLVIMENTO DOS RESULTADOS

Visando discutir, confrontar e validar os modelos propostos, foram realizados:

- comparações com resultados de literatura (BROCK, 1969; LIU et al., 2005; NG; MEI, 1994; MACIEL et al., 2017);
- testes numéricos para quantificar a influência dos parâmetros do problema (Fr , γ , n , C) na amplitude, comprimento, celeridade e tensão de cisalhamento no fundo em *roll waves*;
- confrontação dos resultados com simulação numérica, utilizando o *software* ANSYS - Fluent®.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 MODELO MATEMÁTICO CLÁSSICO DE *ROLL WAVES* EM ÁGUA - MODELO 1 (M1)

4.1.1 Comparação de resultado entre Modelo 1, resultados experimentais de Brock (1969) e Fluent®

O primeiro teste realizado com o **Modelo 1** foi uma comparação com ensaios experimentais realizados por Brock (1969) e uma simulação no *software* Fluent®. Os dados do ensaio que foram utilizados como parâmetros de entradas para os modelos numéricos (MATLAB® e Fluent®) são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados de ensaio experimental realizado por Brock (1969) utilizados como parâmetros de entrada no **Modelo 1** e no Fluent.

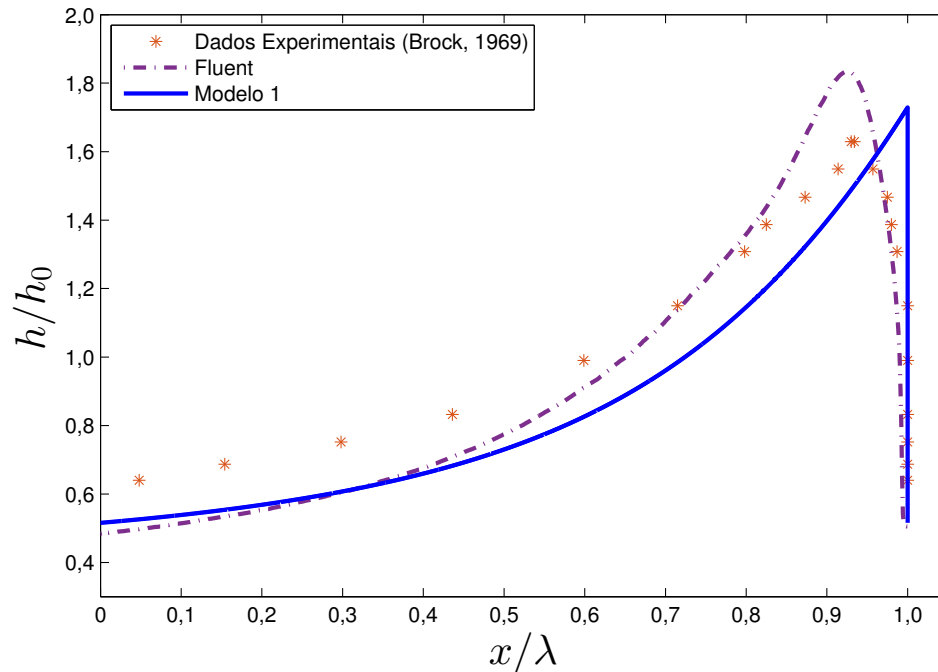
θ [°]	h_0 [m]	\bar{u}_0 [m/s]	C_h [m ^{1/2} /s]	Fr
2,87	$7,9 \times 10^{-3}$	1,03	55	3,71

Fonte: Próprio autor.

Os resultados são apresentados na Figura 12 e Tabela 3. Devido à normalização do comprimento de onda realizado nos resultados de Brock (1969), este parâmetro se torna difícil de ser avaliado/comparado, e por este motivo, optou-se por impor o período de onda.

Em termos de lâmina alta, os modelos apresentam boa concordância (erro relativo menor que 10%), entretanto, quando avaliado a amplitude de onda ($\Delta h = h_2 - h_1$) o **Modelo 1** e o Fluent® apresentam valores de lâmina baixa bem menores do que as medidas por Brock (1969), o que leva uma variação na amplitude de onda da ordem de 20%, assim, os modelos numéricos estariam superestimando a amplitude de onda. Por fim, a celeridade calculada no **Modelo 1** apresentou um erro relativo, em relação a medida experimental, de 8%.

Figura 12 – Comparação entre o **Modelo 1**, Ensaio Experimental (BROCK, 1969) e Fluent®. No eixo da ordenada, amplitude de onda adimensionalizada pela lâmina do escoamento base, e na abscissa o comprimento de onda normalizado.



Fonte: Próprio autor.

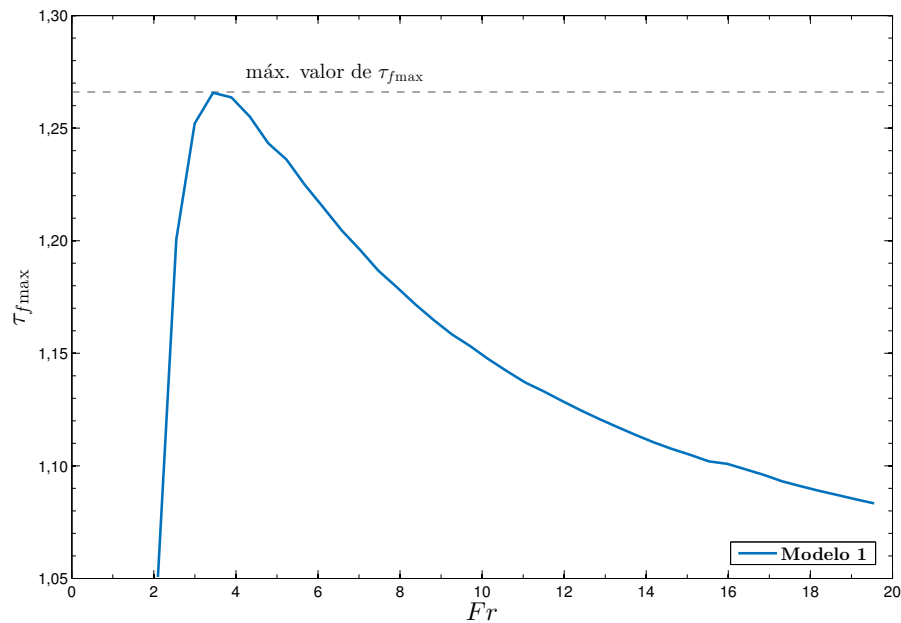
Tabela 3 – Valores de lâminas baixa e alta, amplitude, período e celeridade para modelos testados.

	Lâmina baixa h_1 [$\times 10^{-3}$ m]	Lâmina alta h_2 [$\times 10^{-3}$ m]	Amplitude Δh [$\times 10^{-3}$ m]	Período T [s]	Celeridade U [m/s]
Modelo 1	4,10	13,83	9,73	1,21	1,38
Brock (1969)	5,02	13,00	7,98	1,21	1,50
Fluent	3,82	14,59	10,77	1,21	1,50

Fonte: Próprio autor.

4.1.2 Tensão de cisalhamento máxima em fundo de canais

A Figura 13 apresenta os valores de tensão de cisalhamento máxima ($\tau_{f_{\max}}$), isto é, o valor de pico da tensão de cisalhamento no fundo, ao longo de um comprimento de onda, em função do número de Froude (Fr). Para geração de *roll waves*, optou-se por simular os casos mais extremos, isto é, as ondas de maiores amplitudes ($h_1 = h_{\min}$), e de celeridade (U) para a condição $h_c = h_0$ (MACIEL et al., 2013).

Figura 13 – Tensão de cisalhamento máxima em função do número de Froude.

Fonte: Próprio autor.

O resultado obtido aponta para um acréscimo na tensão de cisalhamento de fundo em relação à tensão no fundo do escoamento base (sem *roll wave*) de 27% para escoamentos em água (regime turbulento, $Re \rightarrow \infty$). Resultado este em concordância com os poucos estudos existentes na literatura (LIU et al., 2005), no contexto de *roll waves*.

4.1.3 Estudo de caso: o transporte de sedimentos a partir do Modelo 1

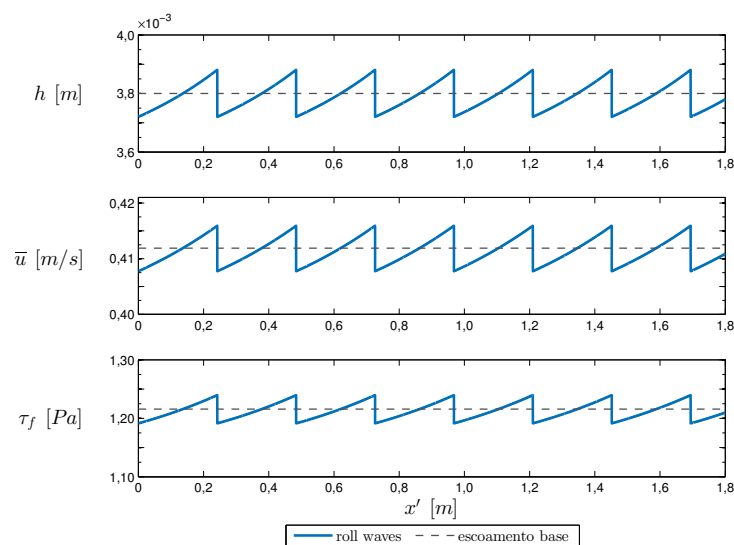
Decidiu-se utilizar o modelo matemático desenvolvido (**Modelo 1**), com base em ensaios experimentais (FIOROT, 2016), para estudar a influência de *roll waves* no transporte de sedimentos. Os resultados dos ensaios realizados pelo autor são apresentados na Tabela 4. Vale observar que os ensaios estão no limite do critério de geração de *roll waves* ($Fr > 2$), apesar de que se sabe que uma condição de permeabilidade de fundo diminui a condição de geração relacionado ao número de Froude (PONCE; PORRAS, 1996; PASCAL, 2006). Por este motivo, utilizaram-se os dados do ensaio *gb8*, em destaque na Tabela 4.

Tabela 4 – Dados experimentais de medidas de parâmetros de escoamento realizadas por Fiorot (2016) para um canal com fundo impermeável.

Run	q [l/(m.s)]	θ [rad]	\bar{u}_0 [m/s]	h_0 [mm]	Re	Fr	Sh
gb1	1,05	0,0025	0,19	5,7	3940	0,79	0,050
gb2	1,04	0,0126	0,28	3,8	3870	1,44	0,165
gb3	1,02	0,0226	0,36	2,8	3670	2,15	0,224
gb4	0,98	0,0326	0,33	3,0	3600	1,90	0,342
gb5	1,54	0,0025	0,23	6,8	5625	0,87	0,060
gb6	1,54	0,0126	0,33	4,7	5640	1,54	0,205
gb7	1,52	0,0226	0,38	4,0	5530	1,93	0,316
gb8	1,53	0,0326	0,41	3,8	5670	2,13	0,428

Fonte: Adaptado de Fiorot (2016).

O resultado desta simulação é apresentado na Figura 14. As variações (diferença entre valores máximos e mínimos) do perfil de lâmina d'água, perfil de velocidade e tensão de cisalhamento no fundo ao longo de um comprimento de onda são da ordem de 5%, 2% e 3%, respectivamente, em relação ao escoamento base (sem *roll wave*). A celeridade obtida foi de 0,60 m/s. Nesta simulação, o valor médio da tensão de cisalhamento foi de 1,21 Pa em presença de *roll waves* que quando comparado ao valor da tensão de cisalhamento no fundo do escoamento base (1,20 Pa) não apresenta diferenças significativas nos valores médios de transporte, relacionado ao número de Shields (Sh), apesar de existirem flutuações em relação a tensão de cisalhamento no fundo.

Figura 14 – Perfil de *roll waves* obtido a partir do **Modelo 1** utilizando-se dado experimental obtido por Fiorot (2016). Sendo h : lâmina do escoamento, \bar{u} : velocidade média e τ_f : tensão de cisalhamento no fundo.

Fonte: Próprio autor.

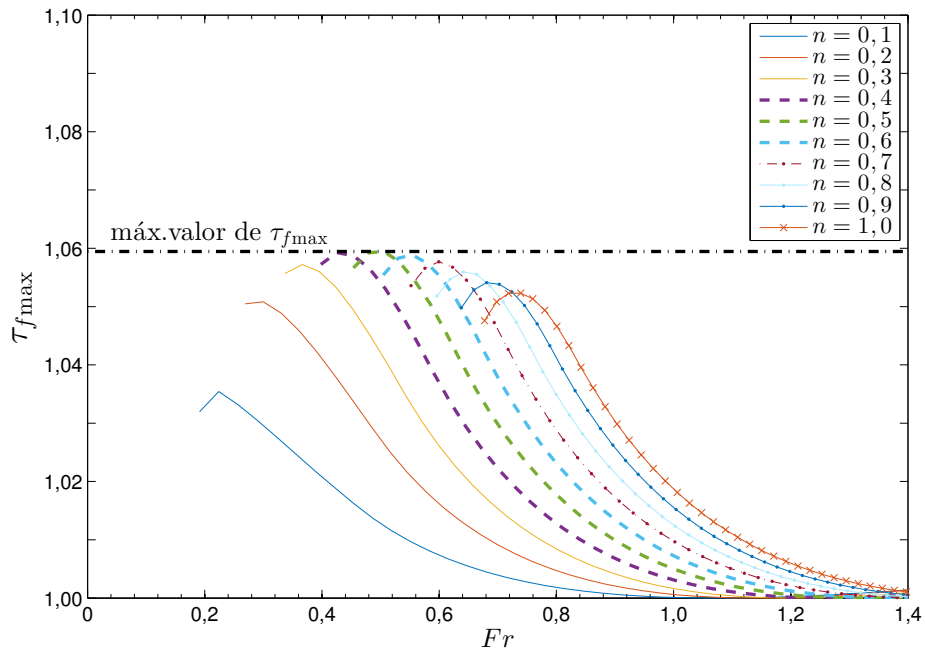
Entretanto, vale ressaltar que o **Modelo 1** apresenta hipóteses simplificadoras e não representaria, por completo a dinâmica existente entre o escoamento (turbulento) pulsante e o fundo (móvel/permeável). Ademais, pelas análises realizadas de tensão de cisalhamento no fundo, verificou-se que esta depende apenas do número de Froude. Portanto, mais ensaios devem ser realizados para melhor análise, devendo-se em um momento futuro investir esforços para um desenvolvimento de um modelo em fundo permeável, acoplado a uma lei de transporte.

4.2 MODELO MATEMÁTICO DO GRUPO RMVP: *ROLL WAVES* EM FLUIDOS DE HERSCHEL-BULKLEY, COM FUNDO IMPERMEÁVEL (M2FI)

4.2.1 Análise da tensão de cisalhamento no fundo

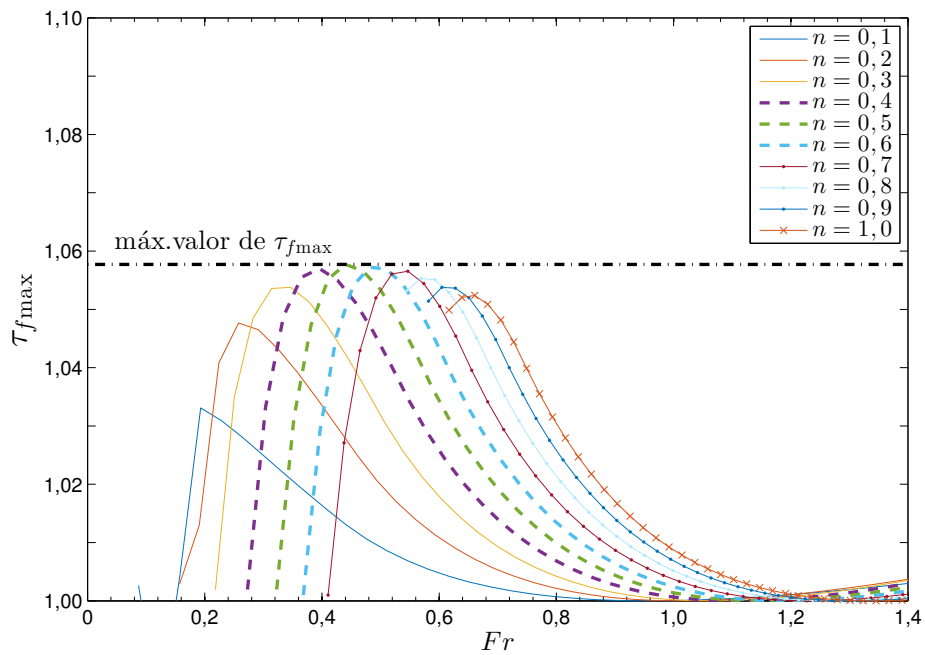
As Figuras 15–17 mostram a variação dos valores máximos de tensão de cisalhamento no fundo com o número de Froude para diferentes valores de C . Para números de Froude menores que 1, observa-se que há uma região em que o valor é máximo, e em seguida decresce, até o valor de 1 (valor da tensão de cisalhamento do escoamento base - sem *roll waves*). Em relação ao máximo valor de $\tau_{f\max}$, não se observa, nestes três casos, uma elevação ou incremento do máximo valor da tensão de cisalhamento máxima além dos 6% em relação ao escoamento base. À medida que a tensão limite de escoamento aumenta, as curvas mostram tendência a se agruparem/sobreporerem à esquerda, como se estabelecesse um padrão de envelope cada vez mais estreito com o aumento de Fr .

Figura 15 – Valores de tensão cisalhamento máxima para $C = 0$ e n variando de 0,1 a 1,0.



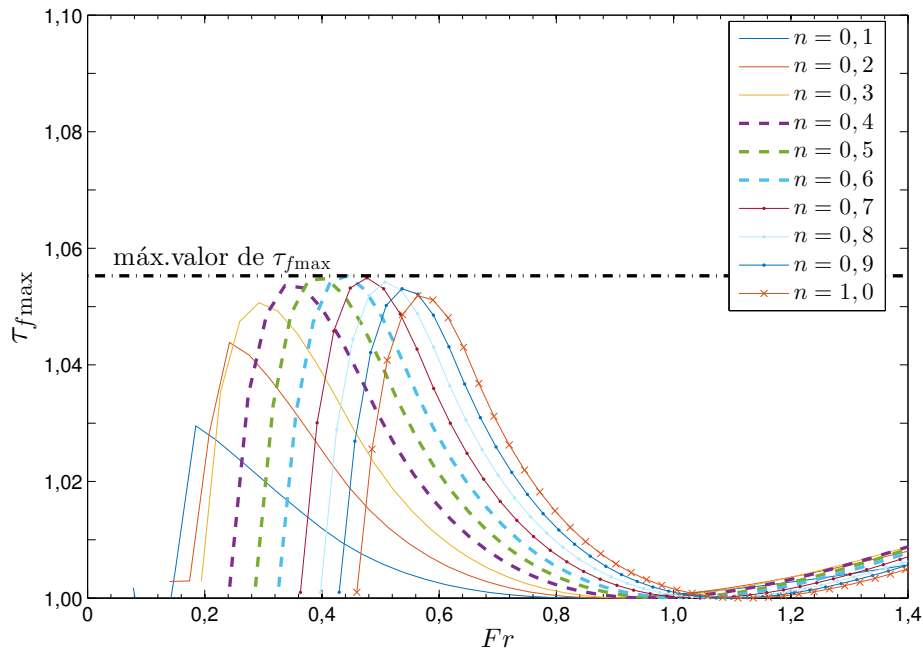
Fonte: Próprio autor.

Figura 16 – Valores de tensão cisalhamento máxima para $C = 0,1$ e n variando de 0,1 a 1,0.



Fonte: Próprio autor.

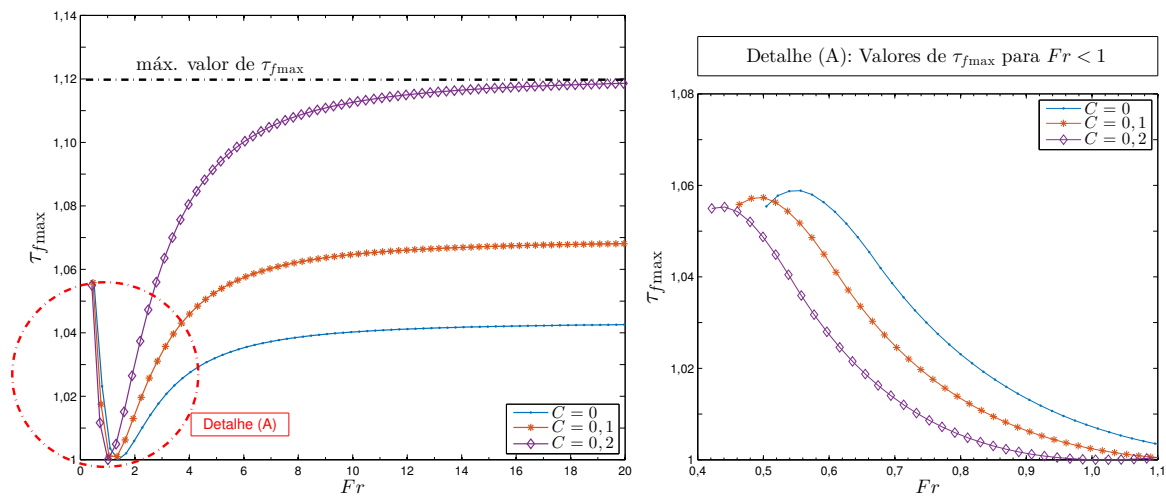
Figura 17 – Valores de tensão cisalhamento máxima para $C = 0,2$ e n variando de 0,1 a 1,0.



Fonte: Próprio autor.

Ainda, observou-se o aumento de $\tau_{f\max}$ para $Fr > 1$, de modo que desejou-se verificar o comportamento da tensão de cisalhamento máxima no fundo, fixando-se o índice de escoamento em $n = 0,6$, para elevados números de Froude, conforme apresentado na Figura 18.

Figura 18 – Valores de tensão de cisalhamento máxima para $n = 0,6$ e C variando de 0 a 0,2.



Fonte: Próprio autor.

A tensão limite de escoamento (C), para números de Froude elevados ($Fr > 1$), apresenta efeito significativo no aumento da tensão de cisalhamento no fundo, e conseqüentemente, no aumento da capacidade erosiva, na presença de *roll waves*, podendo chegar a ordem de 12% da tensão de cisalhamento do escoamento base, efeito distinto do subdomínio $Fr < 1$ (menos que 6%), na qual a tensão limite de escoamento, em presença de *roll waves*, vem concorrer com ação menos acentuada, na capacidade erosiva, conforme as Figuras 15–17.

4.2.2 Confrontação de resultados entre o Modelo 2 - com fundo impermeável (M2FI), simulação com o Fluent® e experimento em canal

Pode-se observar pela Figura 19 e Tabela 5 boa concordância no que diz respeito ao comprimento/celeridade das *roll waves* para os dois modelos com o resultado experimental realizado por Maciel et al. (2017) (Tabela 6). Com relação à amplitude, o **M2FI** apresentou melhor concordância com o resultado experimental, *vis à vis*, dos resultados obtidos por meio do *software* Fluent®, que exige atenção especial à malhagem. Ademais, vale observar que o **M2FI** representou bem a forma das ondas de choque, ou seja, ondas bastante íngremes, características das *roll waves*. Assim exposto, passou-se a confrontar os resultados do **M2FI** com o Fluent®, tentando inferir sobre o comportamento da tensão de cisalhamento no fundo em presença de *roll waves*.

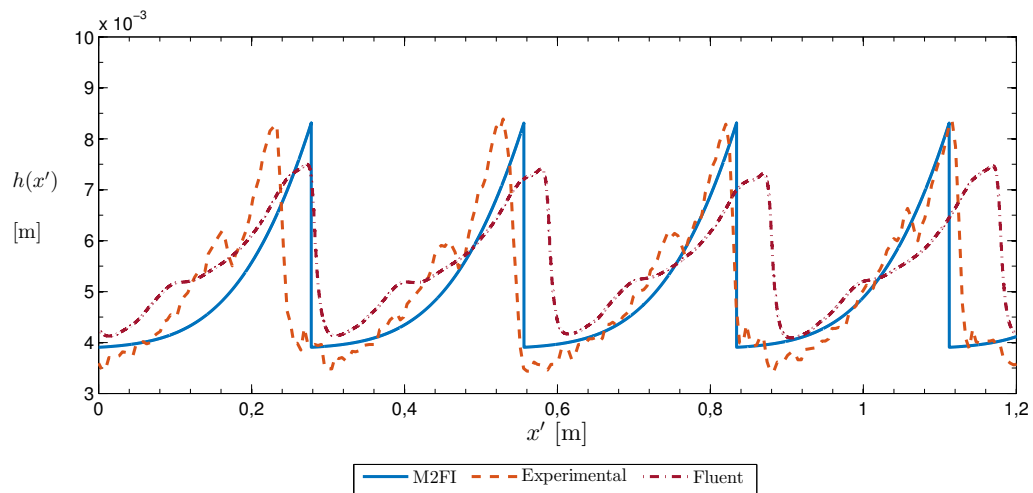
Tabela 5 – Valores de amplitude, comprimento de onda e celeridade para modelos testados.

	Amplitude ($\Delta h \pm \sigma_n$) [$\times 10^{-3}$ m]	Período ($T \pm \sigma_n$) [s]	Compr. de onda ($\lambda \pm \sigma_n$) [m]	Celeridade ($U \pm \sigma_n$) [m/s]
M2FI	4,40 \pm 0,00	0,62 \pm 0,00	0,28 \pm 0,00	0,45 \pm 0,00
Experimental	4,79 \pm 0,12	0,65 \pm 0,09	0,29 \pm 0,04	0,43 \pm 0,14
Fluent®	3,27 \pm 0,04	0,67 \pm 0,01	0,30 \pm 0,01	0,45 \pm 0,04

σ_n : desvio padrão;

Fonte: Próprio autor.

Figura 19 – Amplitudes de onda: M2FI vs. *software* Fluent® vs. experimental em laboratório (MACIEL et al., 2017)



Fonte: Próprio autor.

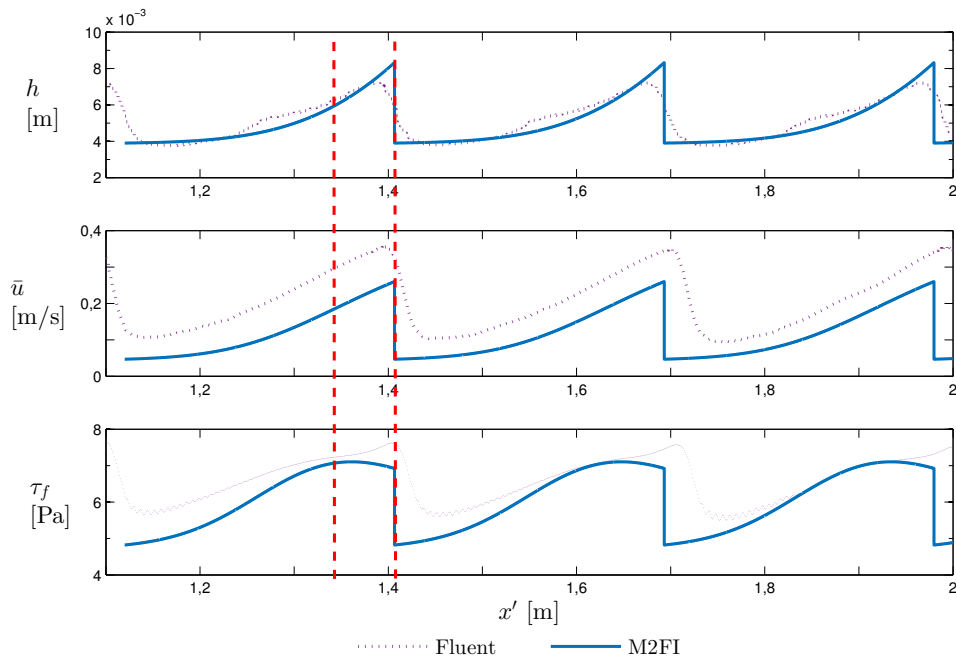
Tabela 6 – Dados do ensaio experimental realizado por Maciel et al. (2017) utilizados como parâmetros de entrada no M2FI e no Fluent.

Fluido (carbopol)				Escoamento			
ρ [kg/m ⁻³]	τ_c [Pa]	K_n [Pa.s ⁿ]	n	h_0 [$\times 10^{-3}$ m]	h_1 [$\times 10^{-3}$ m]	θ [°]	Fr
1016,00	1,44	0,30	0,60	5,80	3,90	7	0,75

Fonte: Próprio autor.

Ao confrontar os resultados do M2FI com o Fluent® (Figura 20), observou-se que apesar das diferenças entre valores absolutos de máximo e mínimo nas amplitudes de onda, velocidade média, ou tensão de cisalhamento no fundo, as variações não excederam em 20%, 18% e 12%, respectivamente. Ainda, em questão de comportamento, verificou-se que os resultados apontados pelo Fluent® apresentaram defasagem entre os três parâmetros em estudo bem menos acentuada que no M2FI, embora seja “difícil” a determinação da real posição do choque.

Figura 20 – Profundidades, velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo, para os dois modelos: **M2FI** e Fluent®.



Fonte: Próprio autor.

Pode-se, ainda, observar na Figura 20 (entre as linhas verticais vermelhas tracejadas), que para o **M2FI** há uma defasagem do pico da tensão de cisalhamento no fundo com o pico da amplitude da onda. Ainda que o valor de pico de tensão de cisalhamento tenha excedido minimamente para o teste experimental em questão (apenas 1,4% do escoamento base: de 7,00 Pa para 7,10 Pa), não se deve perder de vista que tal efeito poderá ser maior (até 12% do escoamento base), conforme comentado na subseção 4.2.1 desta dissertação. Em suma, os resultados apontados pelos modelos mostraram-se promissores para a amplitude, comprimento, celeridade, velocidade média, e tensão de cisalhamento no fundo quando da propagação de *roll waves* em escoamentos de lama.

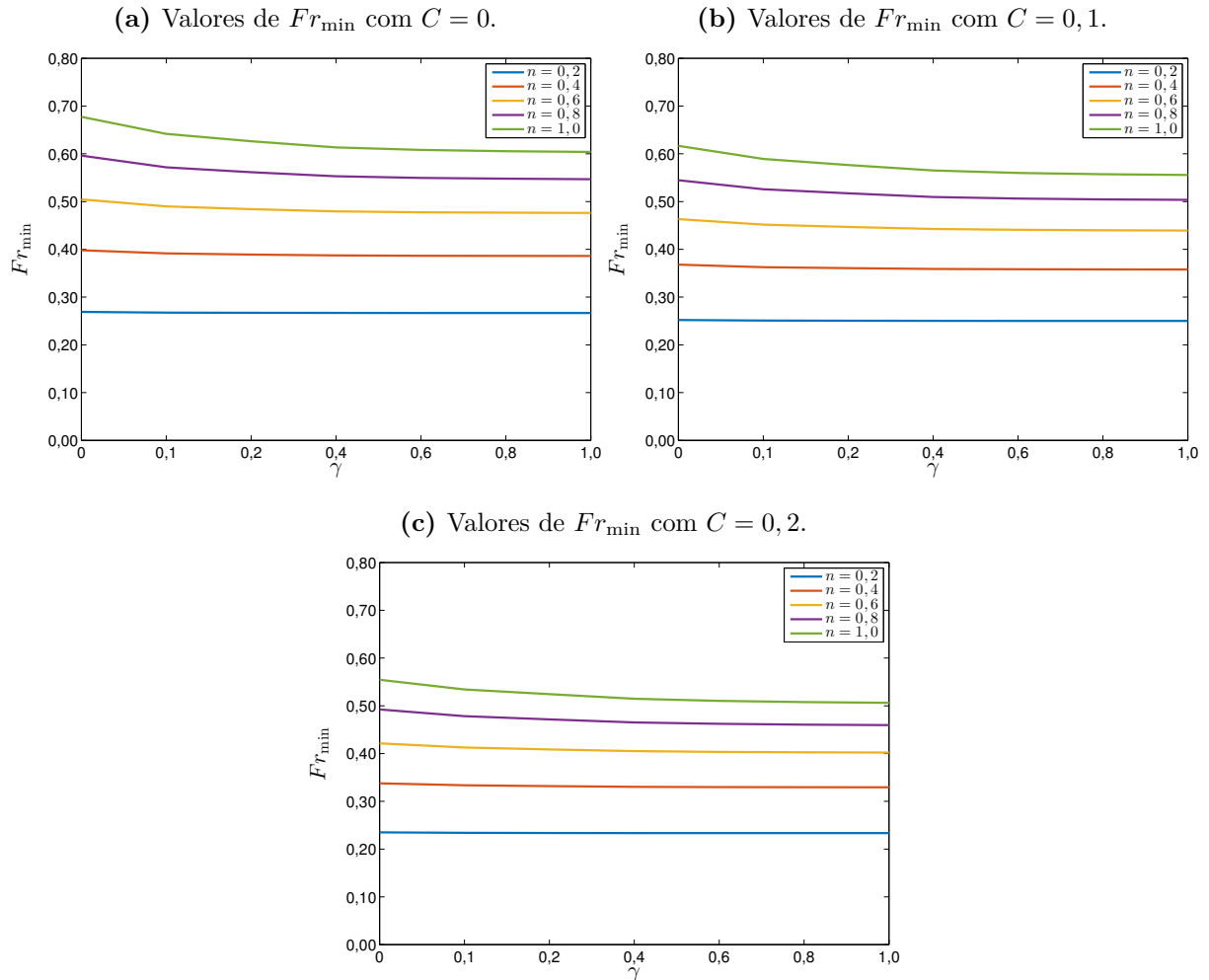
4.3 MODELO MATEMÁTICO: AS *ROLL WAVES* EM FLUIDOS DE HERSCHEL-BULKLEY, COM FUNDO PERMEÁVEL (M2FP)

Os resultados aqui apresentados são referentes ao estudo do modelo de *roll waves* em fluidos não-Newtonianos com fundo permeável. Foram realizadas, para diversos estudos de caso, simulações para verificação de novo critério de geração de *roll waves* ($Fr > Fr_{\min}$), análise dos parâmetros amplitude, comprimento e celeridade de onda e, por fim, análise da máxima tensão de cisalhamento no fundo.

4.3.1 Análise em relação ao número de Froude mínimo

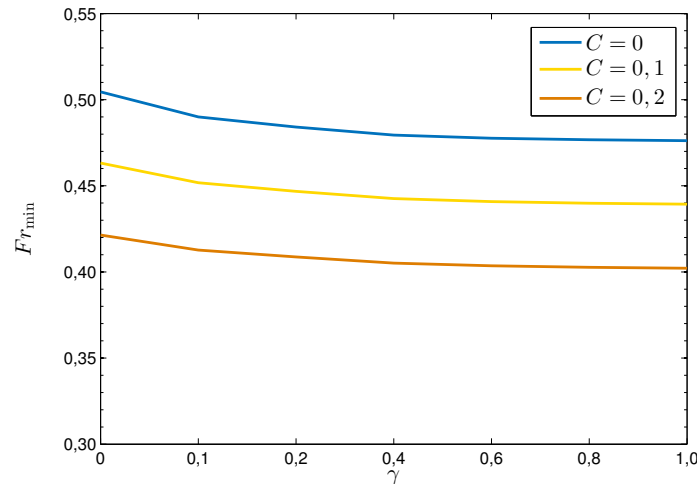
Inicialmente, decidiu-se verificar a influência da porosidade na condição de geração das *roll waves* relacionada ao número de Froude mínimo.

Figura 21 – Valores de Fr_{\min} em função do fator porosidade (γ).



Fonte: Próprio autor.

Pode-se verificar na Figura 21 que o Fr_{\min} tende a diminuir, conforme o índice de porosidade aumenta, isto é, a presença de um fundo permeável aumenta a possibilidade de geração destas ondas, conforme já observado por Ponce e Porras (1996), para escoamentos em água limpa e Pascal (2006) para fluidos do tipo *power law*. Para melhor visualizar este efeito, analisou-se Fr_{\min} em função de γ , fixando o valor de n e alterando-se o valor de C , conforme ilustrado na Figura 22.

Figura 22 – Fr_{\min} em função do fator porosidade γ para $n = 0,6$.

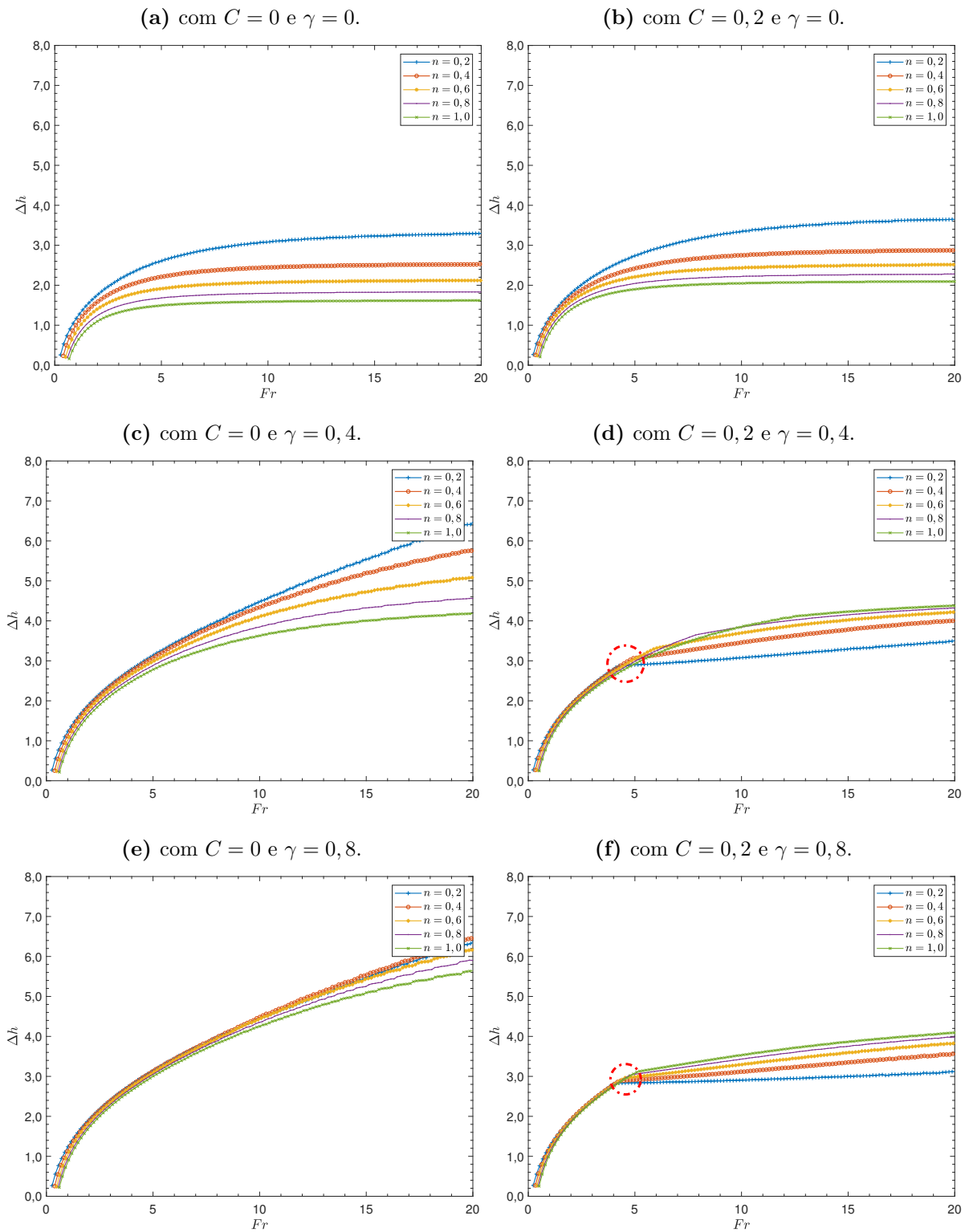
Fonte: Próprio autor.

Em uma análise mais aprofundada, buscou-se inferir a sensibilidade dos parâmetros C e γ no valor de Fr_{\min} , a saber: derivou-se a Equação 104 em função de C e em função de γ . Em seguida, realizando diversas combinações de parâmetros C e γ , verificou-se que o termo C tinha maior peso que γ no cálculo do Fr_{\min} , que se torna cada vez menos sensível ao crescimento de γ , ao contrário de C .

4.3.2 Análise com relação aos parâmetros de *roll waves*

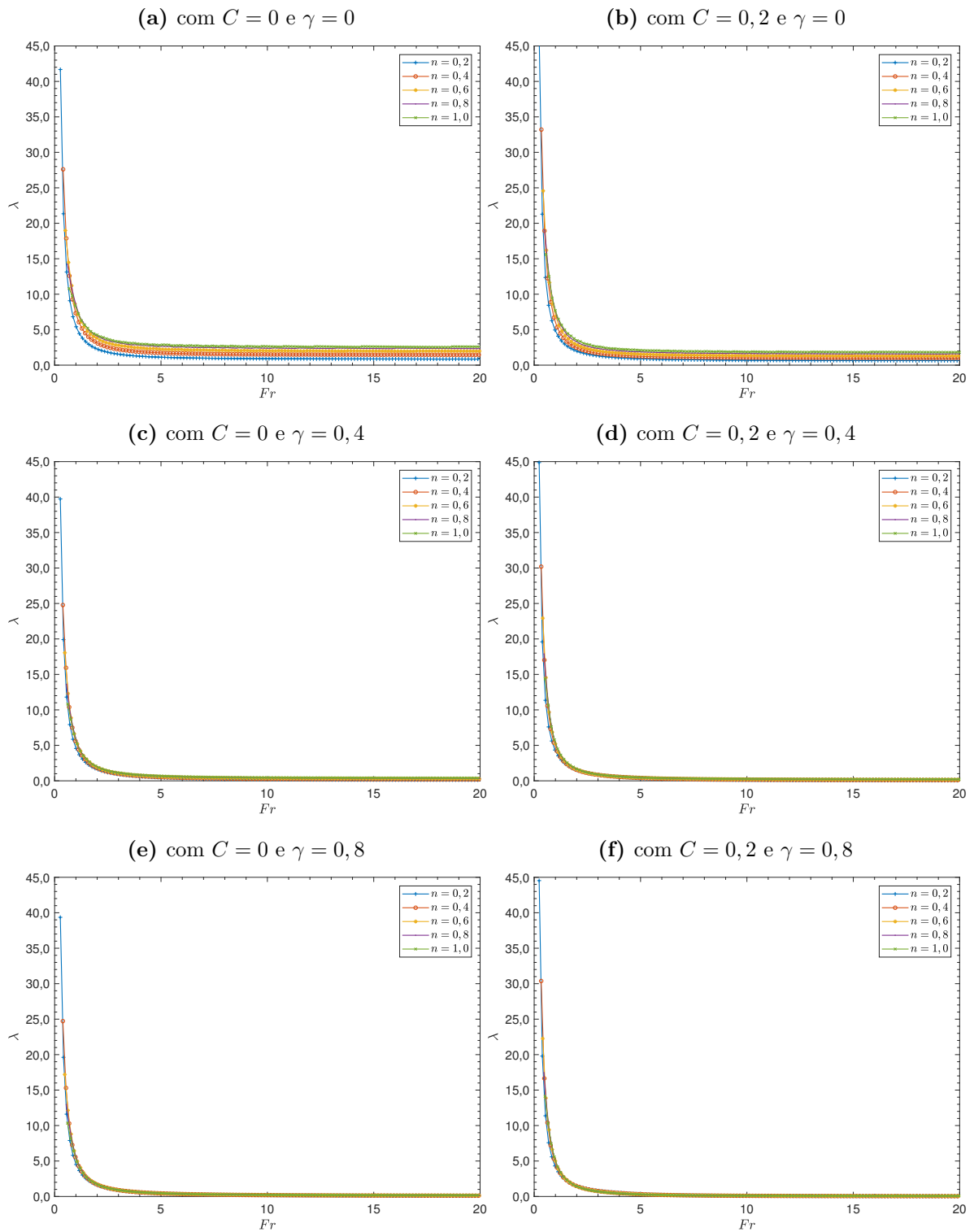
Em seguida, verificou-se o comportamento da amplitude, comprimento e celeridade de onda dos escoamentos pulsantes em fundo permeável, em função do número de Froude e dos demais parâmetros reológicos. Os resultados mais relevantes desta análise são apresentados nas Figuras 23–25.

Figura 23 – Valores de amplitude de onda (Δh) em função de Fr .



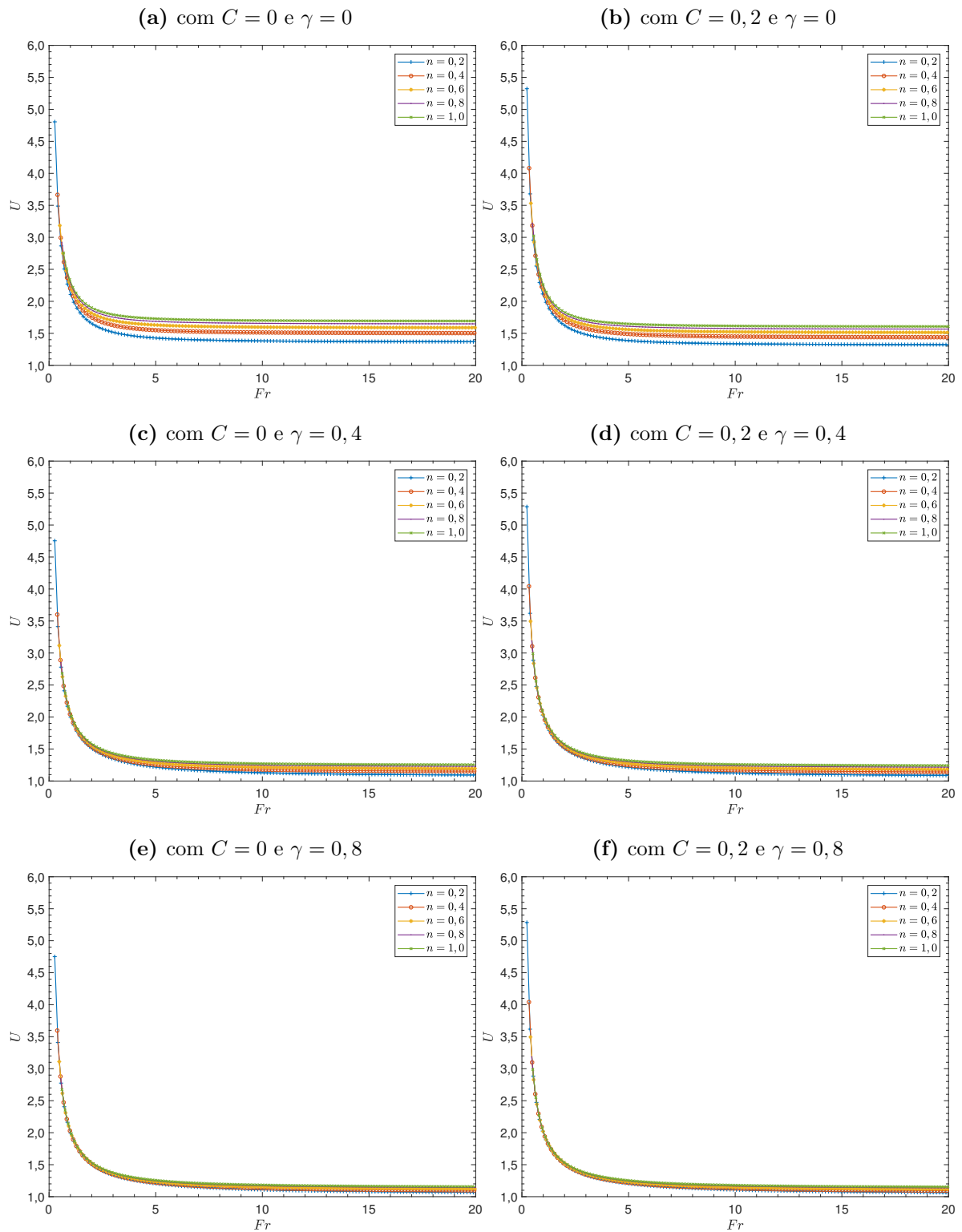
Fonte: Próprio autor.

Figura 24 – Valores de comprimento de onda (λ) em função de Fr .



Fonte: Próprio autor.

Figura 25 – Valores de celeridade (U) em função de Fr .



Fonte: Próprio autor.

Em questão das amplitudes, conforme Figura 23, pode-se, globalmente, observar que suas variações estão intimamente atreladas a C e γ , como esperado, com possibilidade de inversão de tendência (aumento/decrécimo) em função, notadamente, do fator de porosidade γ (Figuras 23d e 23f, destacado em vermelho). Em relação ao comprimento e à

celeridade de onda, não foram observadas alterações significativas em fundo permeável para baixos números de Froude ($Fr < 1$), porém para $Fr > 1$, pôde-se observar a diminuição do valor, resultados estes em consonância com Pascal (2006).

4.3.3 Estudos de caso em função do número de Froude, tensão limite de escoamento e fator de porosidade.

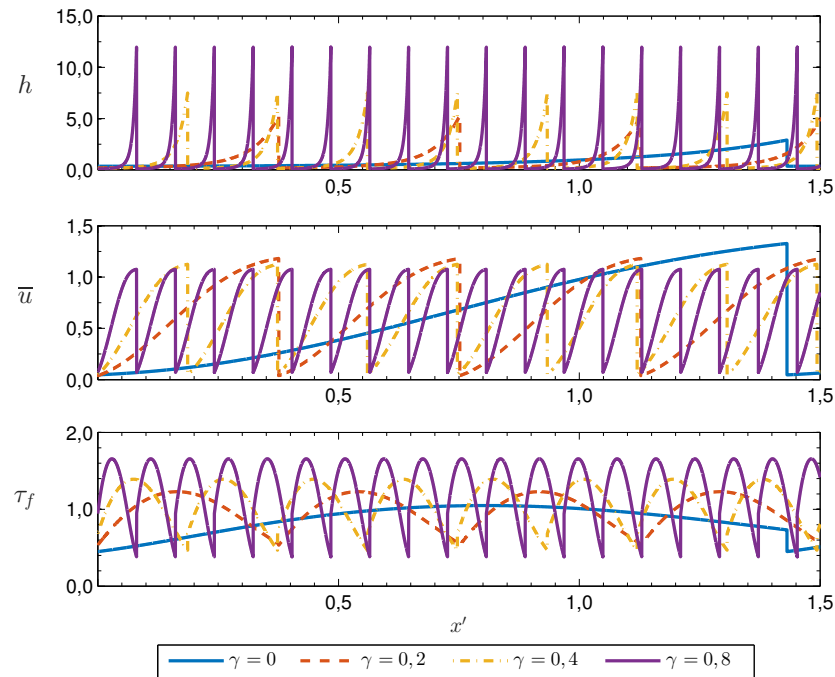
Para visualizar a influência da porosidade, para um dado escoamento, foram realizados testes (Figuras 26–31), cujos parâmetros estão organizados na Tabela 7. Para todos os testes realizados foram considerados os seguintes valores de porosidade: $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$ e $\gamma = 0,8$. Consideraram-se dois tipos de fluidos hipotéticos (o primeiro sem tensão limite de escoamento, $C = 0$, e o segundo apresentando tensão limite de escoamento, $C = 0,2$), ambos com índice de escoamento $n = 0,6$. Para este teste, como procedimento anteriormente realizado, foram impostos três casos, quais sejam: $Fr = \sqrt{0,2}$, $Fr = 1$ e $Fr \rightarrow \infty$. Os resultados apresentados nas Figuras 26–31 ilustram a evolução da amplitude de onda, velocidade média de escoamento e tensão de cisalhamento no fundo e seus valores organizados na Tabela 7.

Tabela 7 – Parâmetros de entrada nos estudos de caso; valores máximos e mínimos para o perfil de onda, velocidade média de escoamento e tensão de cisalhamento no fundo; e comprimento de onda.

	Fr	C	n	γ	h_1	h_2	\bar{u}_1	\bar{u}_2	$\tau_{f_{\min}}$	$\tau_{f_{\max}}$	λ
Caso 1	∞	0	0,6	0	0,39	2,53	0,10	1,35	0,44	1,04	1,93
				0,2	0,23	4,31	0,04	1,22	0,38	1,24	0,54
				0,4	0,16	6,02	0,04	1,15	0,37	1,45	0,26
				0,8	0,10	9,43	0,05	1,09	0,27	1,84	0,11
Caso 2	∞	0,2	0,6	0	0,34	2,89	0,03	1,33	0,48	1,12	1,27
				0,2	0,21	4,67	0,03	1,20	0,52	1,74	0,34
				0,4	0,20	4,85	0,31	1,14	0,50	7,32	0,13
				0,8	0,20	4,85	0,59	1,08	0,49	10,74	0,04
Caso 3	1	0	0,6	0	0,64	1,48	0,32	1,40	0,65	1,00	8,21
				0,2	0,59	1,55	0,25	1,39	0,60	1,00	6,27
				0,4	0,57	1,59	0,24	1,38	0,59	1,00	5,81
				0,8	0,57	1,61	0,23	1,38	0,58	1,00	5,66
Caso 4	1	0,2	0,6	0	0,59	1,60	0,16	1,45	0,60	1,00	7,08
				0,2	0,55	1,66	0,12	1,42	0,57	1,00	5,54
				0,4	0,54	1,67	0,12	1,41	0,57	1,00	5,08
				0,8	0,53	1,69	0,11	1,41	0,56	1,00	4,88
Caso 5	$\sqrt{0,2}$	0	0,6	0	0,95	1,04	0,89	1,10	0,95	1,03	17,89
				0,2	0,92	1,07	0,81	1,16	0,92	1,04	18,87
				0,4	0,92	1,08	0,80	1,17	0,92	1,05	18,27
				0,8	0,91	1,08	0,79	1,18	0,91	1,05	17,79
Caso 6	$\sqrt{0,2}$	0,2	0,6	0	0,86	1,15	0,61	1,32	0,86	1,05	22,49
				0,2	0,83	1,18	0,55	1,35	0,84	1,05	20,71
				0,4	0,83	1,18	0,54	1,36	0,83	1,04	19,74
				0,8	0,82	1,19	0,52	1,36	0,83	1,04	19,90

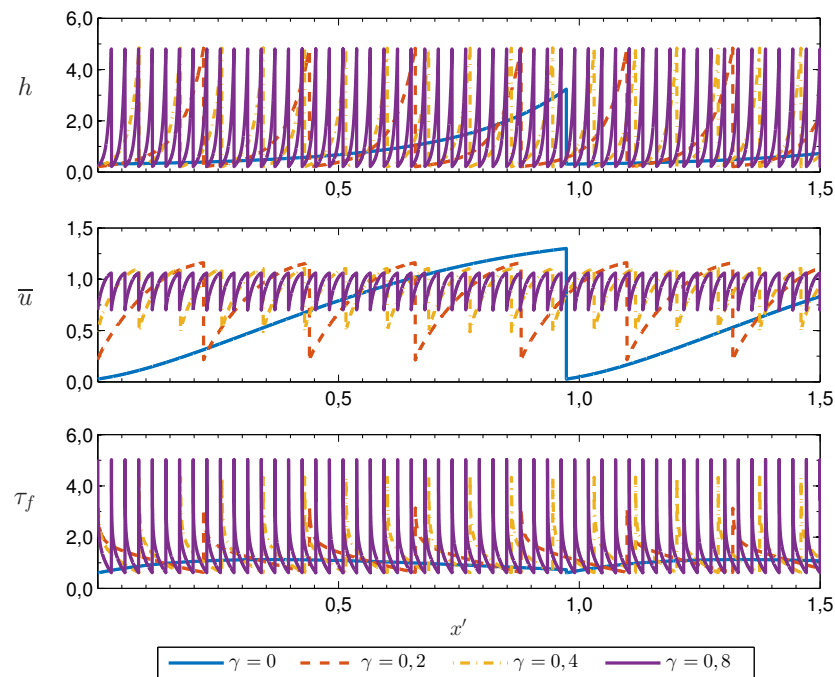
Fonte: Próprio autor.

Figura 26 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 1, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0$, $Fr \rightarrow \infty$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$.



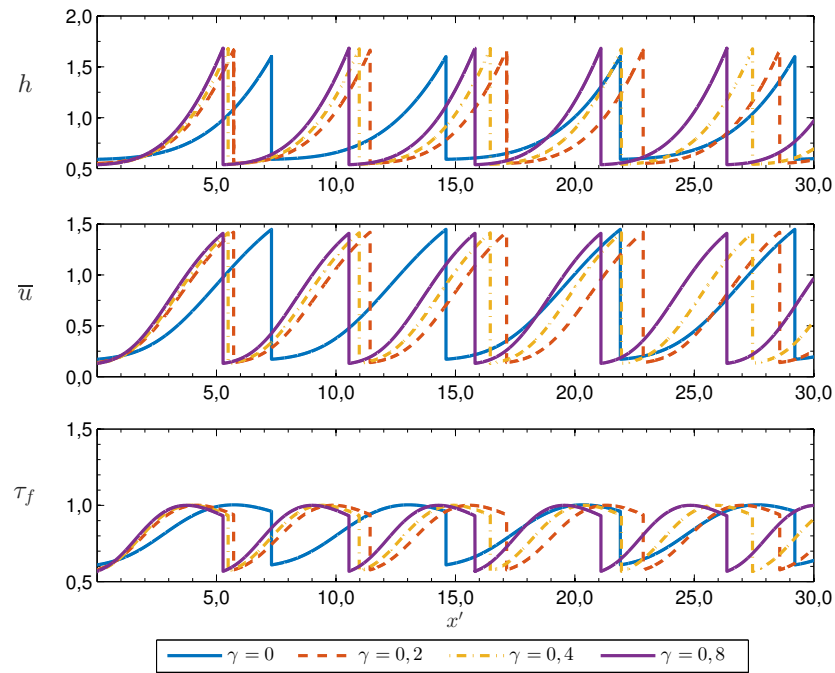
Fonte: Próprio autor.

Figura 27 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 2, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0,2$, $Fr \rightarrow \infty$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$.



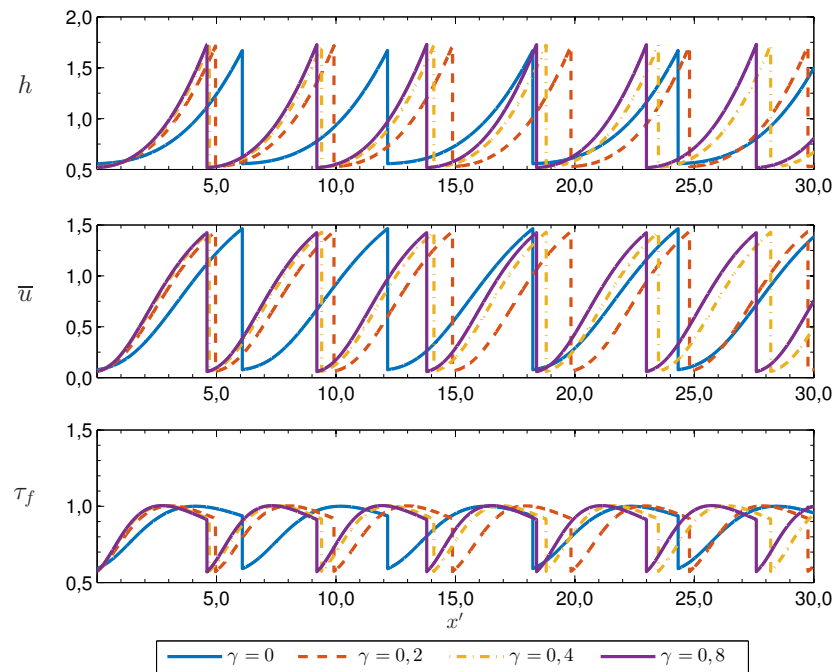
Fonte: Próprio autor.

Figura 28 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 3, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0$, $Fr = 1$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$.



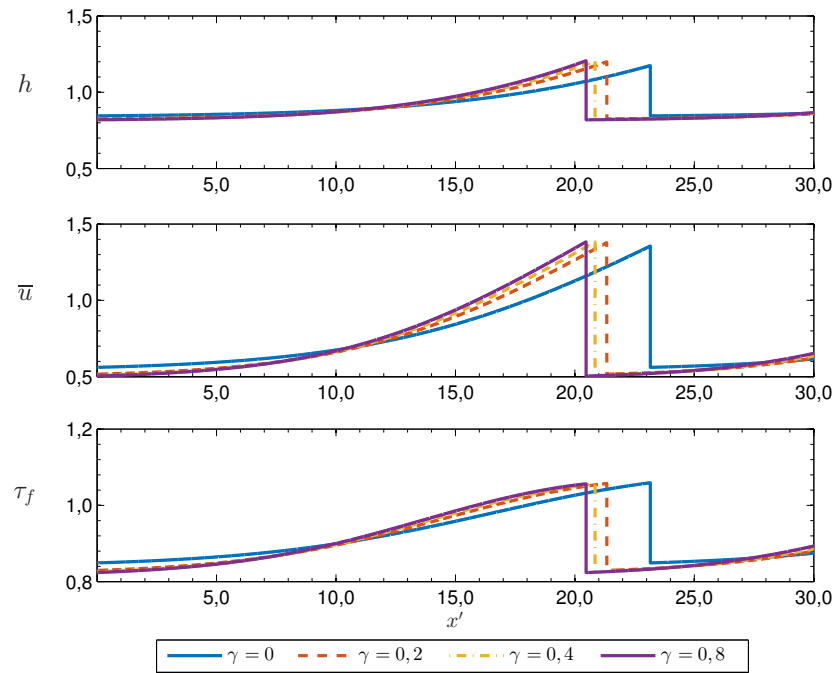
Fonte: Próprio autor.

Figura 29 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 4, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0,2$, $Fr = 1$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$.



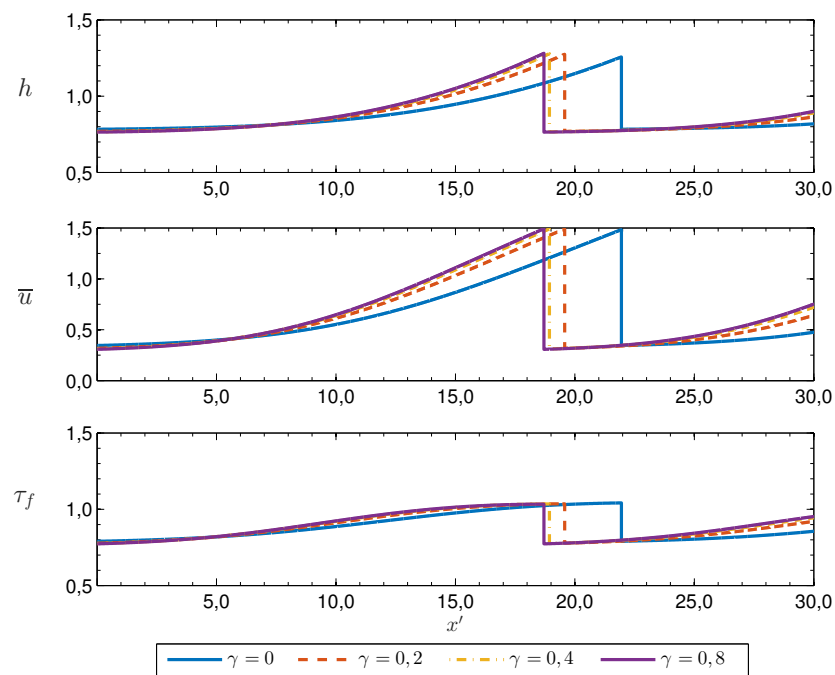
Fonte: Próprio autor.

Figura 30 – Perfil de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 5, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0$, $Fr = \sqrt{0,2}$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$.



Fonte: Próprio autor.

Figura 31 – Perfil de de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo de canal do Caso 6, com parâmetros $n = 0,4$, $C = 0,2$, $Fr = \sqrt{0,2}$ para $\gamma = 0$, $\gamma = 0,2$, $\gamma = 0,4$, $\gamma = 0,8$.



Fonte: Próprio autor.

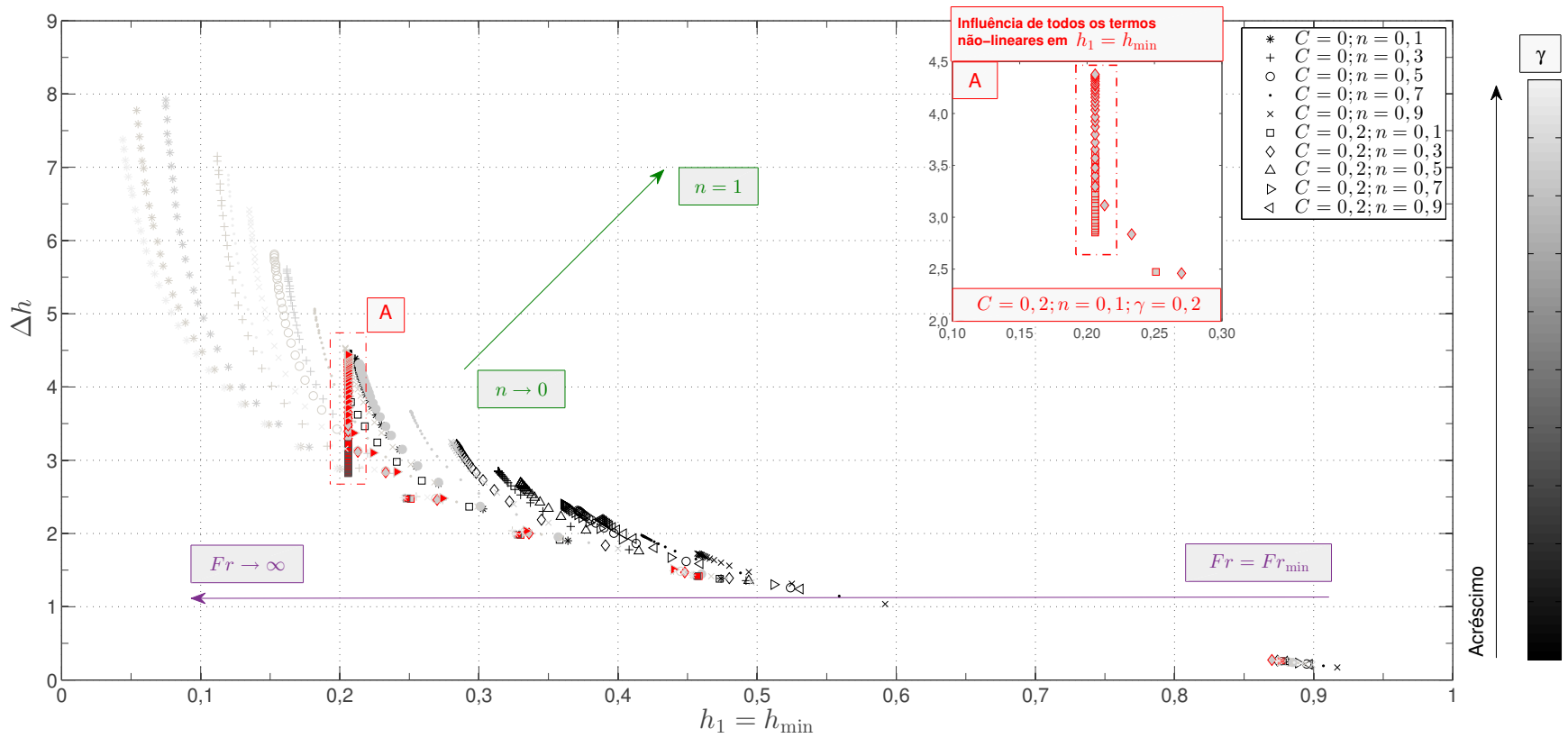
Das Figuras 26 e 27, casos com elevados números de Froude, pode-se observar que a porosidade diminui o comprimento de onda, como visto na análise anterior (Figura 24). Ainda, para o caso do fluido sem tensão limite de escoamento, a amplitude de onda aumenta de maneira significativa, (seis vezes em relação ao fundo impermeável), o que não ocorre, de maneira significativa, para fluidos com tensão limite de escoamento. Em relação à velocidade média, observa-se, em fundos porosos, de forma mais marcante, a variação entre a velocidade máxima e mínima, quando da presença da tensão limite de escoamento; e de forma mais discreta, sem tensão limite de escoamento. Para a tensão de cisalhamento no fundo, observa-se que o fator porosidade aumenta os valores máximos de tensão de cisalhamento, em ambos os casos, com aumento muito mais significativo para o fluido com tensão limite de escoamento.

Para os casos de $Fr = 1$ e $Fr = \sqrt{0,2}$, pôde-se verificar que o termo de porosidade não tem tanta influência nos valores de amplitude de onda, perfil de velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo. Em contrapartida o efeito poroso foi perceptível no comprimento de onda, conforme Figuras 28–31, valendo ressaltar que para $\gamma > 0,4$, as variações em seu comprimento não são significativas.

4.3.4 Uma análise mais aprofundada

Foi realizada uma análise de sensibilidade da amplitude das ondas em função dos parâmetros do problema (n, C, Fr, γ). Os testes buscaram identificar qual o domínio de imposição da lâmina baixa do escoamento h_1 , e o respectivo comportamento da amplitude da onda. Conforme já observado por Fiorot (2012), em um modelo sem a presença de porosidade ($\gamma = 0$), a amplitude de onda é sensível apenas à imposição de h_1 , entretanto os parâmetros do problema são controladores do domínio de imposição de h_1 , isto é, h_1 é função de (n, C, Fr, γ).

Figura 32 – Análise da amplitude de onda Δh em função de $h_1 = h_{\min}$, para diversos parâmetros (C, n, γ, Fr).

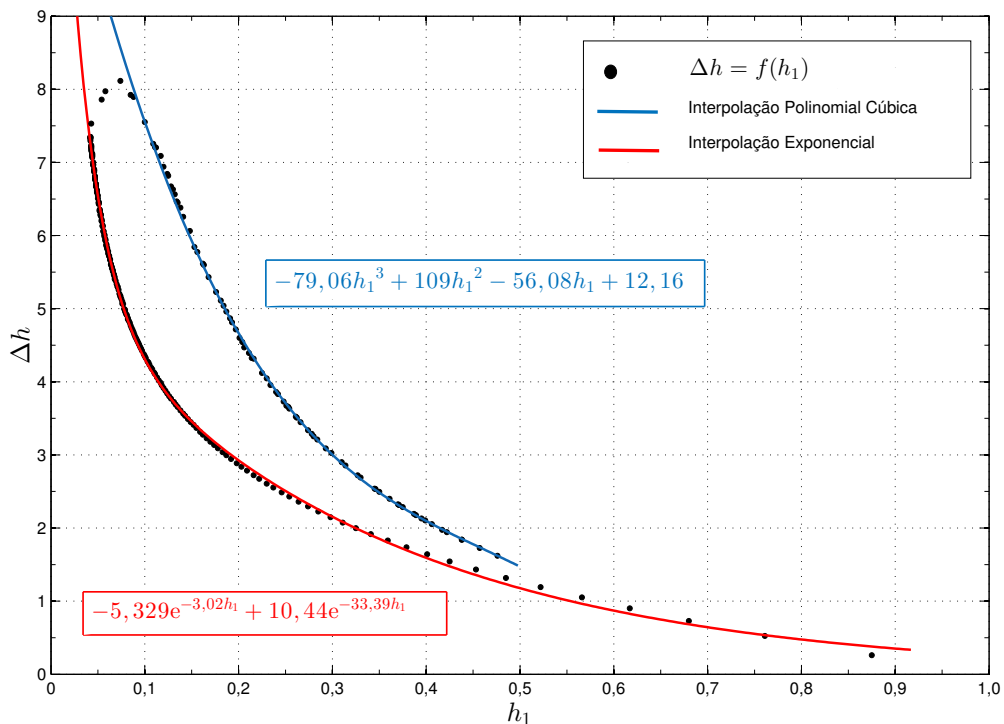


Fonte: Próprio autor.

Estendendo a análise realizada pelo autor, foram considerados diversos fatores de porosidade, parâmetros reológicos e números de Froude, cujo resultado é apresentado na Figura 32, podendo verificar que naquele domínio observado por Fiorot (2012), isto é, $h_1 = 0,4$ a $h_1 = 1,0$, o fator de porosidade não apresenta uma variação significativa sobre a amplitude, dado um h_1 fixo, porém ao aumentar este domínio (aumentando o número de Froude), observa-se que há uma discrepância nos valores de amplitude e que os termos não-lineares (n , C , γ) alteram o comportamento da mesma, diferentemente do que é observado no domínio de $h_1 = 0,4$ a $1,0$, como é relatado por Fiorot (2012). Ainda deve-se observar que a combinação dos termos (n , C e γ) apresenta saturação tanto no valor de h_1 quanto de Δh , como é mostrado no detalhe A da Figura 32.

No intuito de determinar uma equação de comportamento para amplitude de onda, traçaram-se linhas de tendência representativas da envoltória superior ($R^2 = 0,9978$ e soma dos quadrados do erro residual, $SSE = 0,641$) e inferior, delimitada por $C = 0$, $n = 0,1$ e $\gamma = 0,8$ ($R^2 = 0,9995$ e soma dos quadrados do erro residual, $SSE = 0,3046$). Tais análises são ilustradas na Figura 33.

Figura 33 – Envoltória superior e inferior de Δh em função de $h_1 = h_{\min}$.

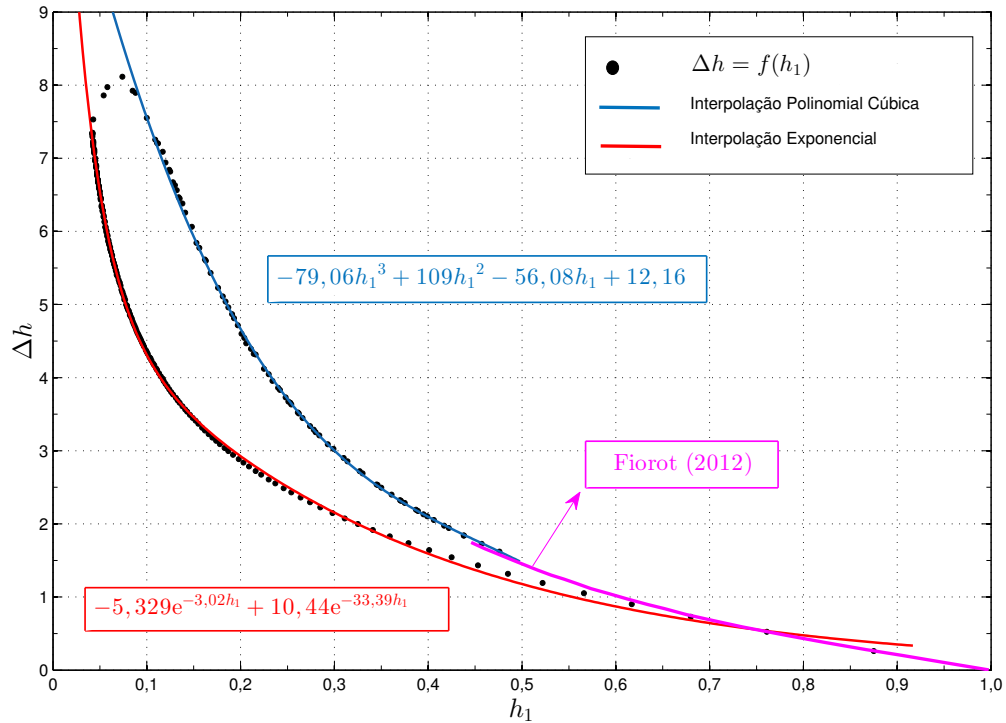


Fonte: Próprio autor.

Na Figura 34, pôde-se comparar a curva obtida neste trabalho e aquela obtida por Fiorot (2012). Observa-se que a curva obtida por aquele autor (em magenta) é o prolongamento da envoltória superior obtida neste trabalho, o que corrobora com as

observações daquele autor e “amplia” as observações para o meio permeável.

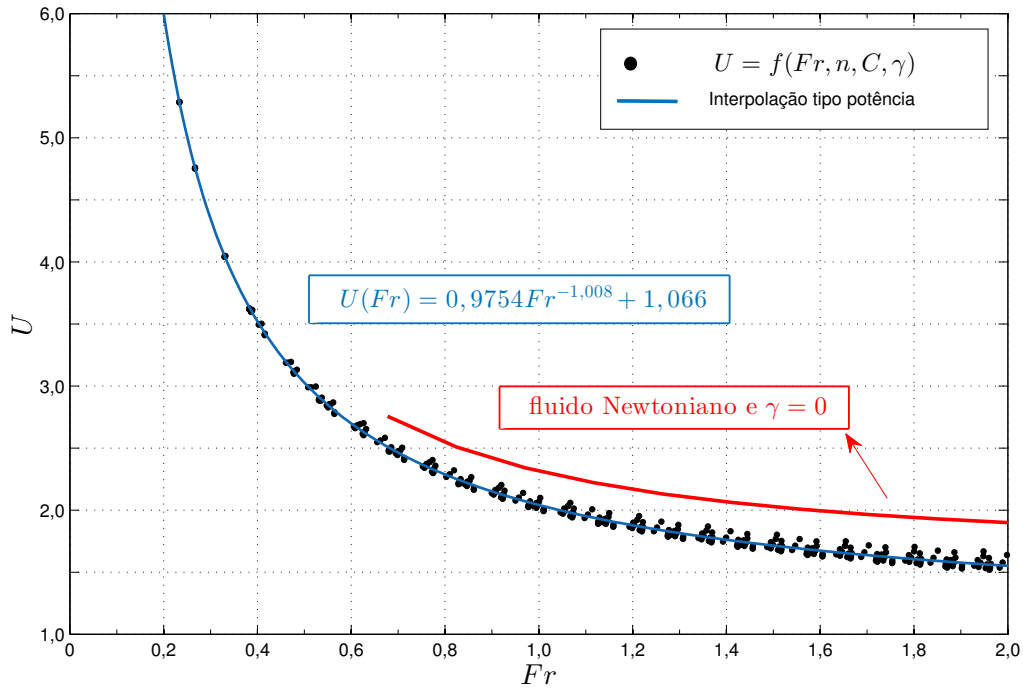
Figura 34 – Comparativo entre a envoltória superior e inferior de Δh em função de $h_1 = h_{\min}$ com aquela obtida por Fiorot (2012).



Fonte: Próprio autor.

Com este mesmo propósito, e observando que os parâmetros reológicos não alteraram inicialmente o comportamento do comprimento e da celeridade de onda, buscou-se determinar equações de ajustes para estes parâmetros. Deve-se ressaltar que estas análises foram realizadas quando da presença de porosidade ($\gamma \neq 0$). Pode-se observar, a priori pela Figura 35, que cada vez que o número de Froude aumenta ($Fr > Fr_{\min}$), a celeridade tende a 1,5 quando $Fr = 2$. Vale destacar que a equação obtida vem ao encontro com aquela obtida matematicamente para o **Modelo 1**, implicando assim, que o fator de porosidade leva as celeridades aos mesmos valores obtidos pelo modelo mais simplificado (**Modelo 1**). Ao se comparar a celeridade para $\gamma = 0$ e $\gamma \neq 0$, verifica-se que a celeridade é maior em até 20% em fundos impermeáveis quando $Fr \approx 2$, ao passo que, ao se aumentar os termos não-lineares, a celeridade tende a diminuir, portanto a envoltória superior destas curvas é definida pelo caso fluido Newtoniano e em fundo impermeável. A curva de tendência foi calculada para um intervalo de confiança de 95%, apresentando $R^2 = 0,997$ e soma dos quadrados do erro residual, $SSE = 0,3877$.

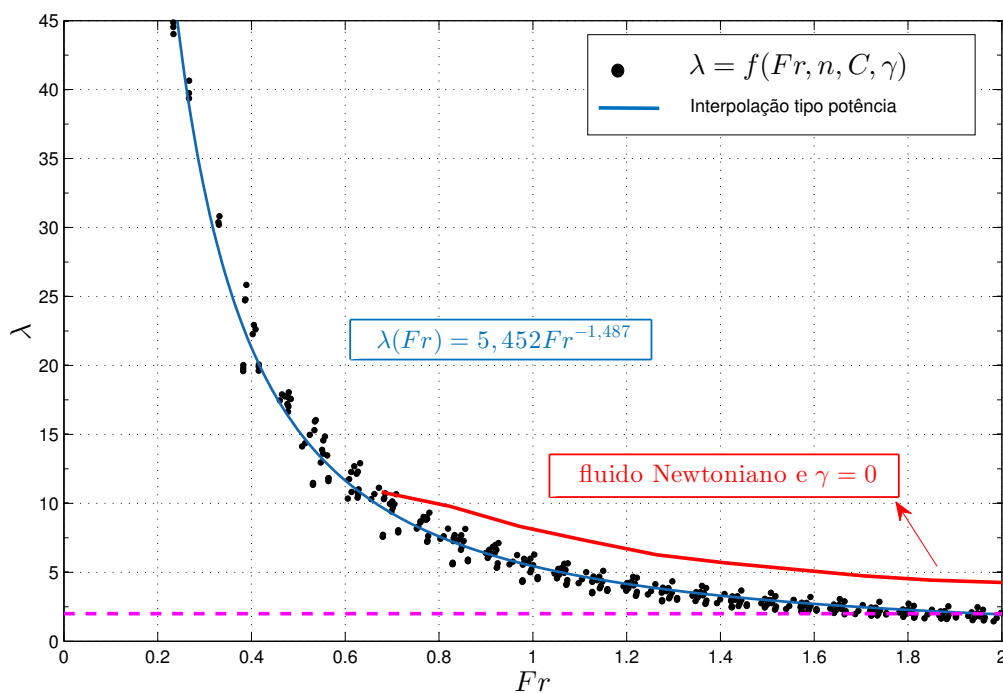
Figura 35 – Aproximação por interpolação dos resultados de celeridade (U) apresentados quando da presença da porosidade ($\gamma \neq 0$) em função do número de Froude (Fr). Em vermelho, resultado para um fluido Newtoniano com fundo impermeável.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 36 diz respeito ao comprimento de onda, para o qual pôde-se observar que seus valores tendem a dois quando o Fr aumenta. Em meios impermeáveis ($\gamma = 0$) o comprimento de onda pode ser até 110% maior quando $Fr \approx 2$. De maneira análoga, como foi observado para a celeridade, os termos não-lineares tendem a diminuir o comprimento de onda, sendo assim, a envoltória superior é também ditada pelo para o caso Newtoniano e fundo impermeável. A curva de tendência foi calculada para um intervalo de confiança de 95%, apresentando $R^2 = 0,9848$ e soma dos quadrados dos erros residuais, $SSE = 266,7$. O valor alto da soma dos quadrados dos erros residuais foi devido aos pontos localizados em torno de $Fr = 0,40$ em que a variação dos valores (o que depende do caso do fator de porosidade e parâmetros reológicos) chegou a 40%.

Figura 36 – Aproximação por interpolação dos resultados de comprimento de onda (λ) apresentados quando da presença da porosidade ($\gamma \neq 0$) em função do número de Froude (Fr). Em vermelho, resultado para um fluido Newtoniano com fundo impermeável.

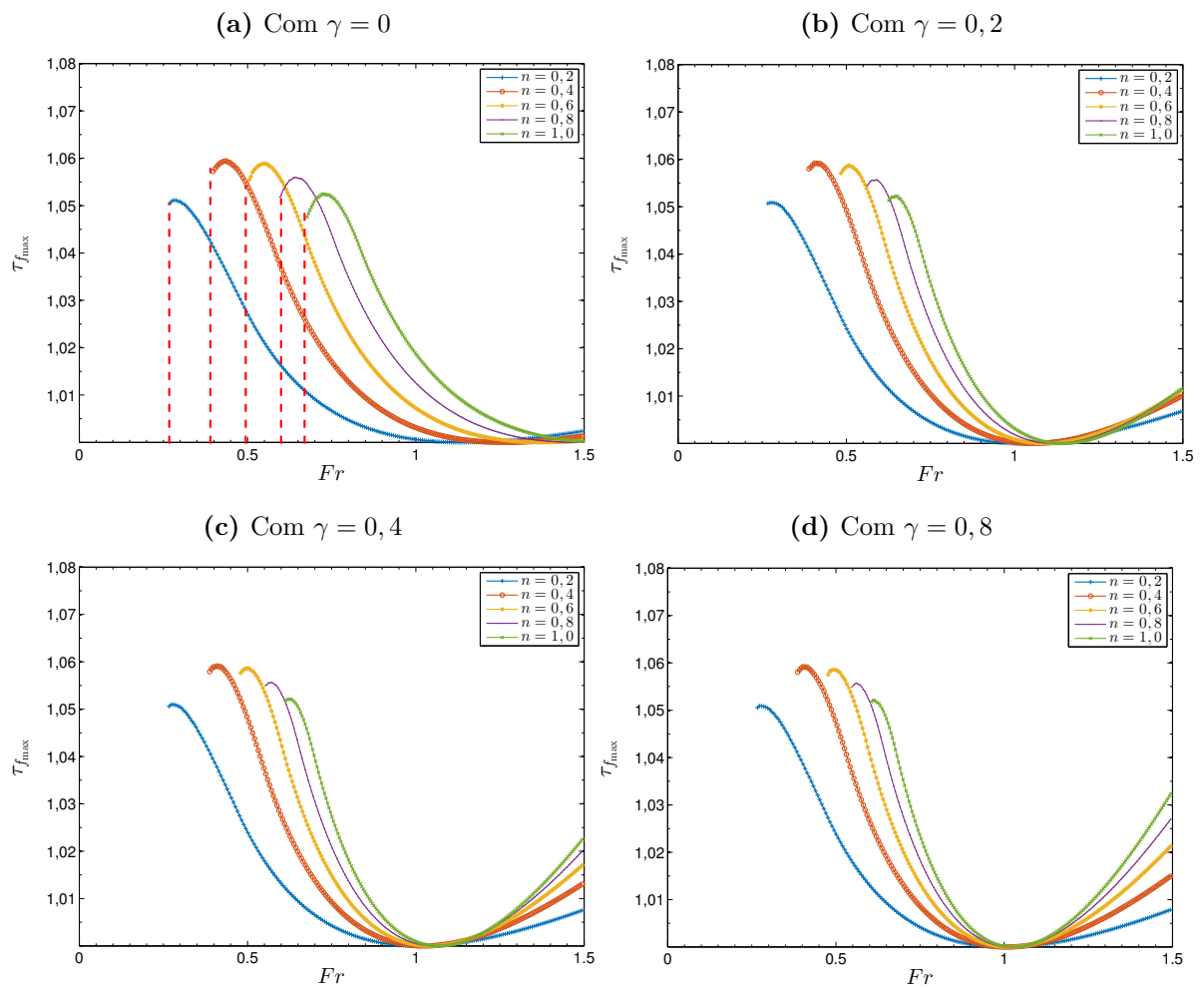


Fonte: Próprio autor.

4.3.5 Tensão de cisalhamento no fundo

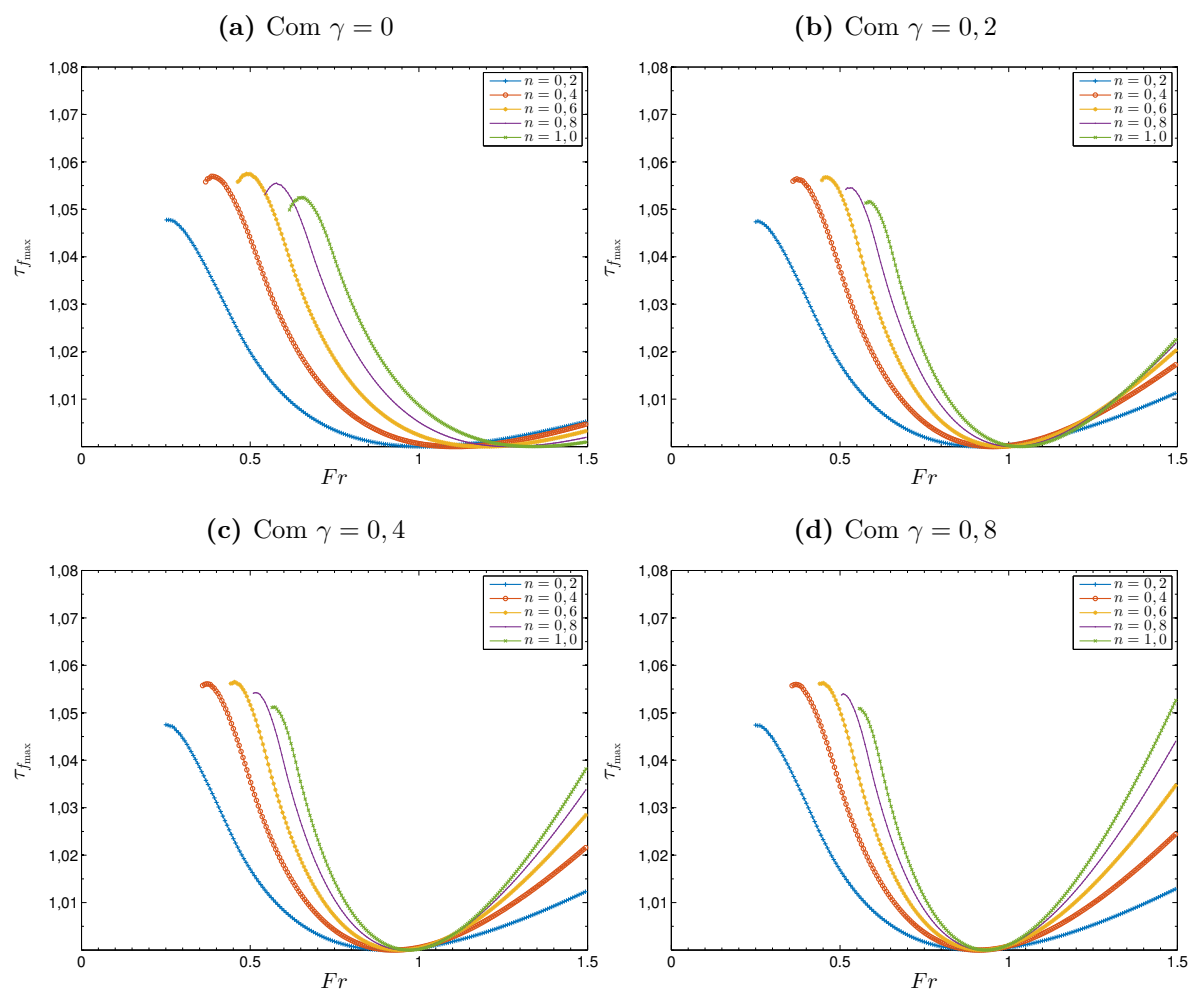
Por fim, buscando-se inferir sobre a máxima tensão de cisalhamento no fundo em presença de *roll waves*, em fundo permeável ($\gamma \neq 0$), plotou-se, em função do número de Froude, a máxima tensão de cisalhamento no fundo, para diversos parâmetros reológicos e porosidade, conforme ilustrado nas Figuras 37–39. A linha tracejada em vermelho, exemplificada na Figura 37a, indica o Fr_{\min} referente a parâmetros fixos n , C e γ .

Figura 37 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em função do número de Froude, para $C = 0$.



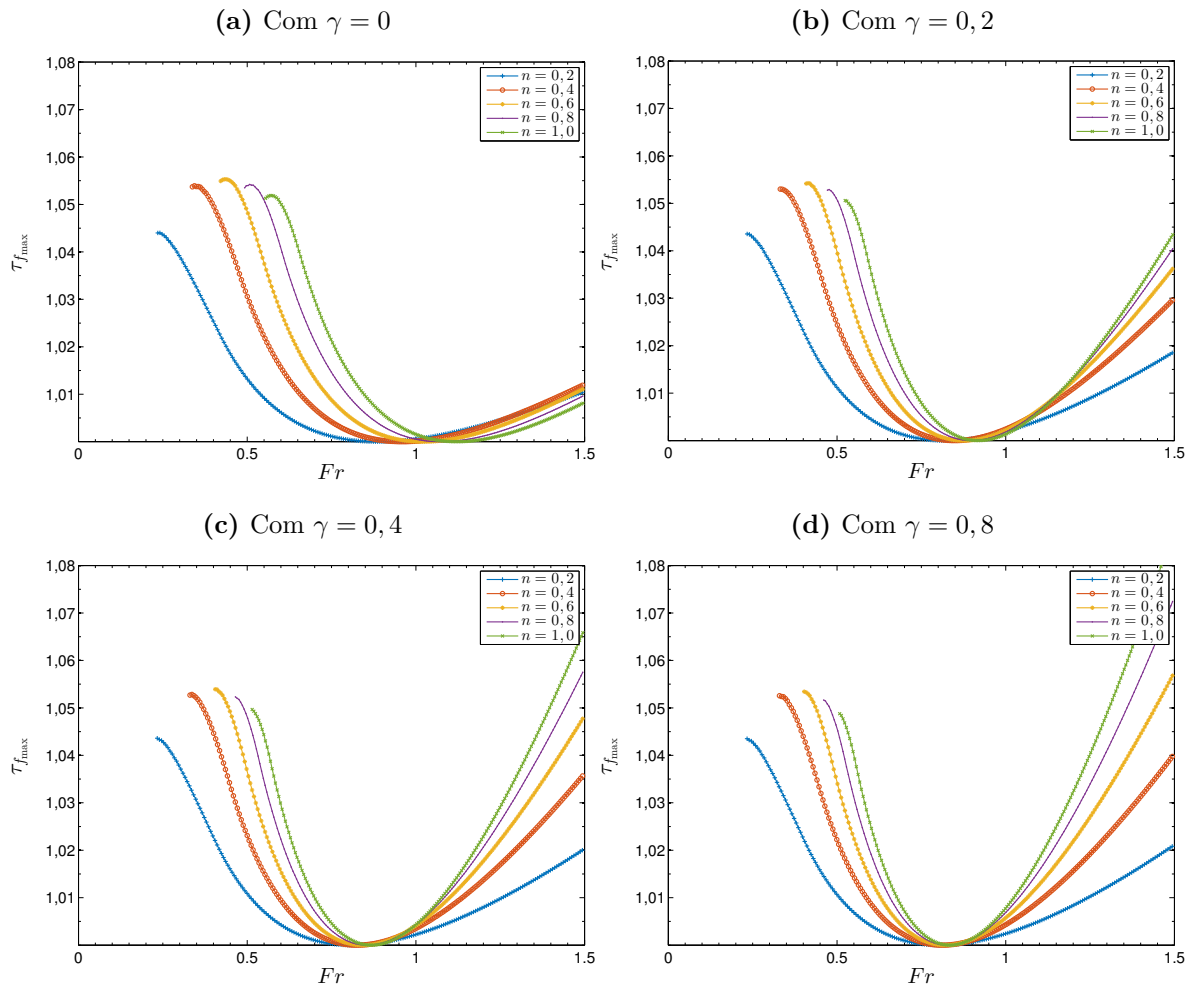
Fonte: Próprio autor.

Figura 38 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em função do número de Froude, para $C = 0, 1$.



Fonte: Próprio autor.

Figura 39 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em função do número de Froude, para $C = 0, 2$.

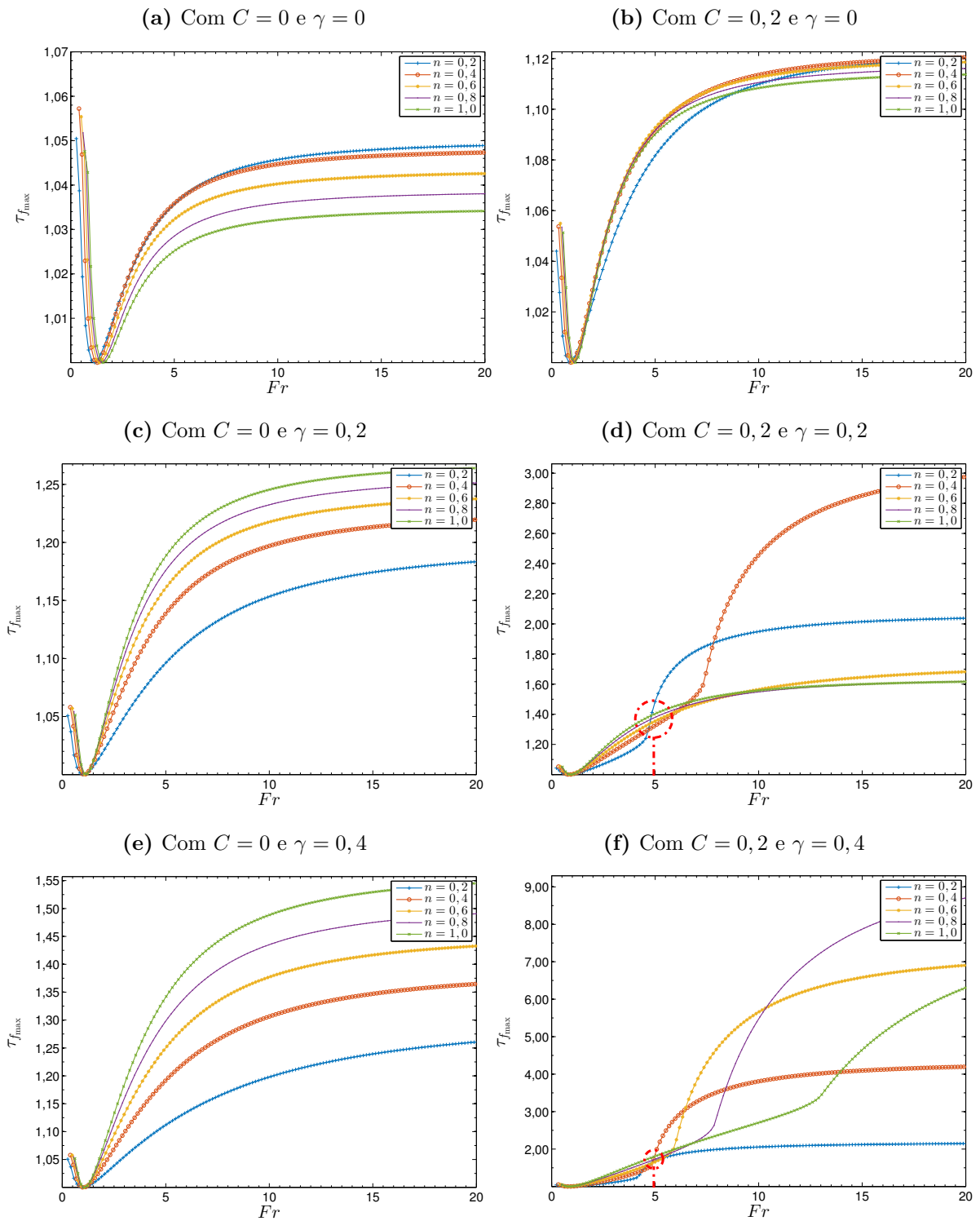


Fonte: Próprio autor.

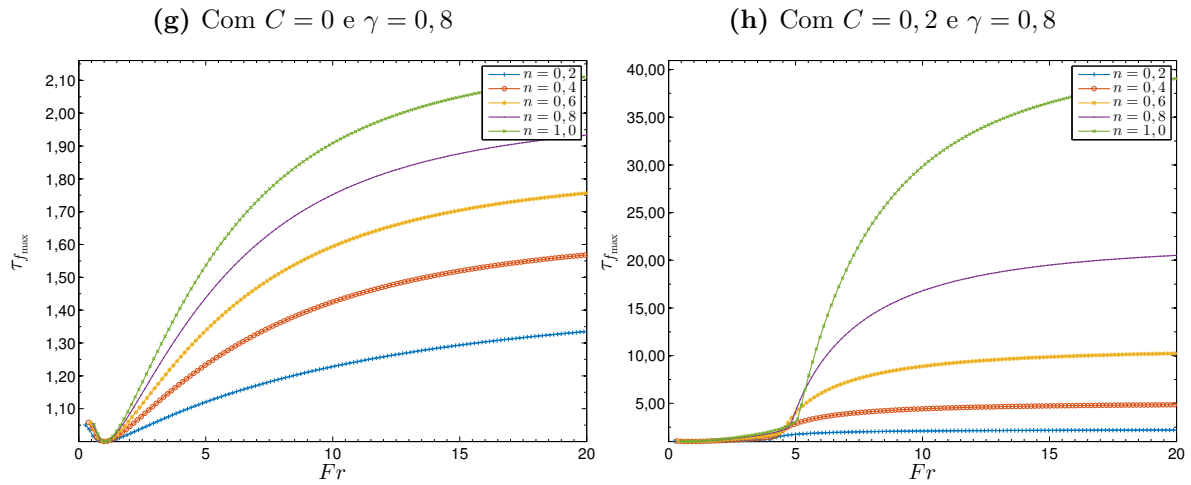
Das Figuras 37–39 observa-se que o incremento da máxima tensão de cisalhamento, para $Fr < 1$, com fundo permeável, não é significativo, porém, pode-se ver que o máximo valor da tensão de cisalhamento no fundo vem a ocorrer cada vez mais próximo ao número do Froude mínimo. Ainda observou-se que a “envoltória” na presença do fator de porosidade (γ) apresenta efeito análogo à tensão limite de escoamento conforme apresentado na seção 4.2 desta dissertação, qual seja, as curvas tendem a se deslocar para esquerda e se agruparem. Neste aspecto, e nesta faixa de estudo ($Fr < 1$), o peso do fator porosidade deve ser equivalente ou inferior ao da tensão limite de escoamento, já que não altera o comportamento das curvas.

Observa-se que, acima de $Fr > 1$, a máxima tensão de cisalhamento no fundo tende a aumentar. As curvas da Figura 40 ilustram melhor esta análise.

Figura 40 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em função do número de Froude.



Continua...



Fonte: Próprio autor.

Observa-se que a presença de porosidade ($\gamma \neq 0$), conforme foi constatado nos estudos de caso anteriores, aumenta a tensão de cisalhamento no fundo, podendo ser até 40 vezes maior que a do escoamento base - sem *roll waves* (dependendo do fator de porosidade). Além disso, pôde-se observar nas Figuras 40d e 40f que a tensão limite de escoamento e a presença do fator de porosidade, em elevados números de Froude (destacados em vermelho), altera o comportamento da máxima tensão de cisalhamento no fundo, o que pode indicar, na faixa estabelecida para estudos ($\gamma = 0,2$ a $\gamma = 0,4$), “instabilidades” possivelmente numéricas, devido a diversos termos não-lineares. E que após um certo valor de fator de porosidade ($\gamma = 0,8$), os termos aparentam ajustar seus pesos de contribuição na máxima tensão de cisalhamento no fundo, já que as curva voltam a apresentar um comportamento mais regular (Figuras 39g e 39h). No Apêndice B é apresentado uma análise das contribuições dos termos não-lineares, qual seja, um estudo de sensibilidade para pequenas variações dos parâmetros n , C , e γ .

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste capítulo apresentam-se as considerações finais, as sugestões para trabalhos futuros, a produção bibliográfica e outros trabalhos de colaboração na temática dessa pesquisa.

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta dissertação, estudaram-se os mecanismos de geração das *roll waves*, suas propriedades (altura de onda, comprimento, celeridade), e a ação da tensão de cisalhamento no fundo em escoamentos pulsantes (*roll waves*) com superfície livre. O trabalho foi dividido em duas vertentes: na primeira vertente (nomeada de **Modelo 1**), trabalhou-se com o modelo matemático clássico de *roll waves* proposto por Dressler (1949), isto é, *roll waves* desenvolvendo-se em água limpa, a partir das hipóteses da hidráulica clássica (fluido invíscido e lei de parede); na segunda vertente (nomeada de **Modelo 2**), estudou-se o fenômeno em situação de escoamento de fluido não-Newtoniano em regime laminar, em duas situações: no primeiro momento, considerou-se o fundo impermeável/não-poroso (nomeado de **M2FI**), conforme trabalhos anteriores do Grupo RMVP (MACIEL et al., 2013), e no segundo momento, a grande contribuição deste trabalho, a evolução de *roll waves* com condição de fundo permeável/poroso (nomeado de **M2FP**).

5.1.1 Modelos com fundo impermeável

Os modelos matemáticos desenvolvidos, de forma geral, se mostraram consistentes, apresentando resultados satisfatórios (promissores) quando comparados a ensaios experimentais e utilização de *softwares* comerciais. As comparações realizadas com trabalhos experimentais (BROCK, 1969; MACIEL et al., 2017) utilizando-se o **Modelo 1** e o **Modelo 2** com fundo impermeável (seções 3.2 e 3.3) apresentaram boa concordância em relação à amplitude e comprimento de onda. Quando analisada a tensão de cisalhamento no fundo (para o **Modelo 2**) em comparação com Fluent[®], observou-se que o comportamento e a variação de magnitudes são semelhantes, apesar dos valores absolutos apresentarem diferença da ordem de 12%.

Sob hipótese de modelos com fundo impermeável (**Modelo 1** e **M2FI**), concluiu-se que a tensão de cisalhamento no fundo em regimes pulsantes (com presença de *roll*

waves) em fluidos lamosos (regime laminar), podem aumentar em até 12%, enquanto, em escoamentos pulsantes em água (regime turbulento, considerando um coeficiente de atrito de parede), este incremento pode alcançar 27%.

Do **Modelo 1**, apesar do pico de tensão de cisalhamento poder alcançar até 27% do valor do escoamento base, verificou-se que os valores médios da tensão de cisalhamento no fundo não alteram significativamente os valores do número de Shields, e portanto, não alterariam o transporte de sedimentos, o que corrobora as observações realizadas por Fiorot (2016).

5.1.2 Modelo com fundo permeável/poroso

O desenvolvimento do **Modelo 2** com fundo poroso (**M2FP**) vem preencher uma lacuna na literatura no assunto de *roll waves* evoluindo em fluidos não-Newtonianos, e complementar os trabalhos desenvolvidos pelo Grupo RMVP, mais especificamente, os trabalhos realizados por Ferreira (2013) e Fiorot (2016).

No que diz respeito ao efeito do fundo poroso em escoamentos de fluidos não-Newtonianos, observou-se que este aumentou a possibilidade de geração de *roll waves*.

Apesar de terem sido realizadas simulações numéricas com fatores de porosidade (γ) até 0,8 (seção 4.3), este é um fator empírico, geralmente compreendido entre 0,001 e 0,4 como cita Pascal (2006), quando introduziu o efeito poroso em suas análises, porém restrita a fluido do tipo *power law* (sem efeito de tensão limite de escoamento). Desta forma, alguns resultados apresentados podem, de fato, não ser fisicamente representativos, entretanto, o objetivo da variação deste parâmetro para valores superiores ($\gamma \approx 0,80$) era analisar a sensibilidade do modelo matemático.

Assim, acerca das propriedades das *roll waves* (amplitude, celeridade e comprimento de onda), vale destacar:

- para $Fr > 1$, pôde-se observar que a presença do fator de porosidade (γ), em relação às características das *roll waves*, aumentou a tensão de cisalhamento no fundo do canal e as amplitudes de onda, quando $C = 0$, no entanto, as amplitudes tendem a aumentar quando $C \neq 0$. Em se tratando do comprimento e celeridade de onda, a presença do fator de porosidade diminuiu as mesmas;
- para $Fr < 1$, não houveram alterações significativas na amplitude e tensão de cisalhamento, quando da presença do fator de porosidade, entretanto pôde-se observar alteração no comprimento de onda e celeridade;
- seguindo o trabalho de Fiorot (2012), pôde-se verificar que a amplitude máxima pode ser escrita em função da lâmina baixa do escoamento, definindo-se um novo domínio para geração das *roll waves*;

- obteve-se, por meio de interpolação, uma equação para determinar o comprimento e celeridade de onda em função do número de Froude, para fundos permeáveis, o que viria a ser útil em projetos de infraestrutura em engenharia civil;
- a respeito da tensão de cisalhamento máxima ($\tau_{f\max}$), verificou-se que, em situações “reais”, haveria um incremento de até 100% em presença de *roll waves*.

5.1.3 Vantagens e desvantagens dos modelos implementados

Vantagens:

- A principal vantagem dos modelos desenvolvidos é o tempo computacional reduzido, quando comparados com *softwares* comerciais que utilizam equações completas, necessitam de confecções de malhas (FERREIRA, 2013), e de computadores de alta performance.
- Possibilidade de se obter as principais propriedades/características dos escoamentos em presença de *roll waves*.

Desvantagens:

- Na modelagem numérica com efeito de permeabilidade no fundo (**M2FP**), foram observadas instabilidades ou possíveis erros numéricos, como mostrou as Figuras B.3–B.5, situadas no Apêndice B, o que requer uma atenção especial ao analisar resultados. Uma análise mais cuidadosa deve ser realizada quanto aos métodos numéricos utilizados e os intervalos apropriados para sua utilização.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como perspectivas futuras, devem-se investir esforços em análises de estabilidade não-linear para novos critérios e domínios de geração de *roll waves* em escoamentos de Herschel-Bulkley com fundo poroso, como tem surgido na literatura (CAMPOMAGGIORE et al., 2016a; BARKER et al., 2017).

Sobre o modelo matemático/numérico desenvolvido para *roll waves* em fluidos não-Newtonianos em fundo permeável, deve-se verificar as possíveis instabilidades numéricas existentes nestes cálculos; confrontar resultados do modelo com *softwares* comerciais, como Fluent[®], ou OpenFOAM[®], com finalidade de validar o modelo proposto.

Sobre o transporte de sedimentos em presença de *roll waves*, deve-se acoplar, ao sistema de equações governantes, uma lei de transporte de sedimentos, como por exemplo, a Equação de Exner, que, de modo geral, relaciona a variação temporal da geometria do

fundo do canal com a porosidade e taxa de transporte de sedimentos (conservação da massa).

No que diz respeito a aplicações de engenharia, tem-se como perspectiva, a aplicação do modelo matemático para verificar a possibilidade de ocorrência de *roll waves*, a partir de dados reais, conforme trabalhos já realizados pelo Grupo RMVP (FIOROT et al., 2014; MACIEL et al., 2017; FIOROT et al., no prelo). Quanto à sua aplicação em âmbito nacional (no contexto de Desastres “Naturais”), como por exemplo, na Região Serrana do Rio de Janeiro (2011) e no evento de Mariana (2015), o modelo poderia ser utilizado para se inferir existência de domínio propício à geração de *roll waves* e determinação de suas características, como amplitudes máximas, velocidade de propagação e acréscimo da capacidade erosiva em fundo de canais.

Do ponto de vista teórico, vislumbra-se tratar o problema completo de *roll wave* (dinâmica, geometria, natureza viscosa do escoamento e reologia qualquer) no contexto de sistemas dinâmicos.

5.3 PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TÉCNICA

- Anais no XXII Encontro Nacional de Engenharia de Sedimentos - 2016, Porto Velho - RO;
- Anais no XXII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos - 2017, Florianópolis - SC;
- Artigo aceito aguardando publicação na Revista de Engenharia Sanitária e Ambiental - 2018;
- Artigo aceito em Congresso Internacional: *River Flow 2018 - Ninth International Conference on Fluvial Hydraulics* - Lyon/França (de 5 a 8 de setembro de 2018);
- Produção de um vídeo institucional de divulgação das pesquisas do Grupo RMVP, na temática de Desastres “Naturais” abordando o mega-desastre de Mariana/MG (2015).

REFERÊNCIAS

- ANCEY, C. Plasticity and geophysical flows: A review. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Amsterdam, v. 142, n. 1-3, p. 4–35, 2007.
- ARMANINI, A.; RECCHIA, N. Experimental analysis of roll waves in overconcentrated flow. In: INTERPRAEVENT. *Disaster mitigation of debris flows, slope failures and landslides*. Niigata: Universal Academy Press, 2006.
- BALMFORTH, N. J.; MANDRE, C. Dynamics of roll waves. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge, v. 514, p. 1–33, 2004.
- BARKER, B. Numerical proof of stability of roll waves in the small-amplitude limit for inclined thin film flow. *Journal of Differential Equations*, Amsterdam, v. 257, n. 8, p. 2950–2983, 2014.
- BARKER, B.; JOHNSON, M. A.; NOBLE, P.; RODRIGUES, L. M.; ZUMBRUN, K. Stability of viscous st. venant roll waves: from onset to infinite froude number limit. *Journal of Nonlinear Science*, New York, v. 27, n. 1, p. 285–342, 2017.
- BEAVERS, G. S.; JOSEPH, D. D. Boundary conditions at a naturally permeable wall. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge, v. 30, n. 1, p. 197–207, 1967.
- BERTI, M.; GENEVOIS, R.; LAHUSEN, R.; SIMONI, A.; TECCA, P. R. Debris flow monitoring in the acquabona watershed on the dolomites (italian alps). *Physics and Chemistry of the Earth, Part B: Hydrology, Oceans and Atmosphere*, Amsterdam, v. 25, n. 9, p. 707–715, 2000.
- BERTI, M.; GENEVOIS, R.; SIMONI, A.; TECCA, P. R. Field observations of a debris flow event in the dolomites. *Geomorphology*, Amsterdam, v. 29, n. 3-4, p. 265–274, 1999.
- BROCK, R. R. *Development of roll waves in open channels*. 1969. 243 f. Tese (PhD, Division of Engineering and Applied Science) — California Institute of Technology, Pasadena, California, 1969.
- CAMPOMAGGIORE, F.; DI CRISTO, C.; IERVOLINO, M.; VACCA, A. Development of roll-waves in power-law fluids with non-uniform initial conditions. *Journal of Hydraulic Research*, Delft, v. 54, n. 3, p. 289–306, 2016.
- CAMPOMAGGIORE, F.; DI CRISTO, C.; IERVOLINO, M.; VACCA, A. Inlet effects on roll-wave development in shallow turbulent open-channel flows. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, Warsaw, v. 64, n. 1, p. 45–55, 2016.
- CAO, Z.; HU, P.; HU, K.; PENDER, G.; LIU, Q. Modelling roll waves with shallow water equations and turbulent closure. *Journal of Hydraulic Research*, Delft, v. 53, n. 2, p. 161–177, 2015.

CARMO, R. do; VALENCIO, N. *Segurança humana no contexto dos desastres*. São Carlos: RiMa, 2014. 210 p.

CENTRE FOR RESEARCH ON THE EPIDEMIOLOGY OF DISASTERS - CRED. *EM-DAT*: The international emergency disasters database. Brussels: CRED, 2018. Disponível em: <<http://www.emdat.be>>. Acesso em: 25 ago 2018.

CHANSON, H.; JARNY, S.; COUSSOT, P. Dam break wave of thixotropic fluid. *Journal of Hydraulic Engineering*, New York, v. 132, n. 3, p. 280–293, 2006.

CHEN, Y.-L.; ZHU, K.-Q. Couette–poiseuille flow of bingham fluids between two porous parallel plates with slip conditions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Amsterdam, v. 153, n. 1, p. 1–11, 2008.

CHEVALIER, T.; CHEVALIER, C.; CLAIN, X.; DUPLA, J. C.; CANOU, J.; RODTS, S.; COUSSOT, P. Darcy’s law for yield stress fluid flowing through a porous medium. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Amsterdam, v. 195, p. 57–66, 2013.

COLOMBINI, M.; STOCCHINO, A. Coupling or decoupling bed and flow dynamics: Fast and slow sediment waves at high froude numbers. *Physics of Fluids*, New York, v. 17, n. 3, p. 036602–1–9, 2005.

COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS - CPRM. *Projeto GIDES – JICA*: projeto de fortalecimento da estratégia nacional de gestão integrada de riscos em desastres naturais. [S.l.]: CPRM, 2018. Disponível em: <<https://goo.gl/CqdzQ2>>. Acesso em: 25 jun 2018.

CORNISH, V. On tidal bores which assume the form of a group of short waves. *Geophysical Journal International*, Oxford, v. 3, n. 5, p. 183–190, 1934. Suplemento.

COUSSOT, P. Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel. *Journal of Hydraulic Research*, Delft, v. 32, n. 4, 1994.

CUNHA, E. F. da. *Implementação de aparato experimental para medição de instabilidades tipo roll waves em fluidos não-newtonianos*. 2013. 107 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2013.

DI CRISTO, C.; IERVOLINO, M.; VACCA, A. On the applicability of minimum channel length criterion for roll-waves in mud-flows. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, Warsaw, v. 61, n. 4, p. 286–292, 2013.

DI CRISTO, C.; IERVOLINO, M.; VACCA, A. On the stability of gradually varying mud-flows in open channels. *Meccanica*, v. 50, n. 4, p. 963–979, 2015.

DRESSLER, R. F. Mathematical solution of the problem of roll-waves in inclined open channels. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, New York, v. 2, n. 2-3, p. 149–194, 1949.

EDWARDS, A. N.; GRAY, J. M. N. T. Erosion–deposition waves in shallow granular free-surface flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge, v. 762, p. 35–67, 2015.

- FERREIRA, F. de O. *Abordagem matemática de roll waves em escoamentos hiperconcentrados com superfície livre*. 2007. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2007.
- FERREIRA, F. de O. *Estabilidade e controle dinâmico de roll waves*. 2013. 204 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2013.
- FERREIRA, F. de O.; MACIEL, G. de F.; FIOROT, G. H.; CUNHA, E. F. da. Numerical analysis of roll waves generation on non-newtonian fluids flowing down an inclined plane. *Advanced Materials Research*, Switzerland, v. 1006-1007, p. 160–167, 2014.
- FIOROT, G. H. *Mitigação de riscos e catástrofes naturais: análise numérico-experimental de roll waves evoluindo em canais inclinados*. 2012. 186 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2012.
- FIOROT, G. H. *On unsteady open-channel flows: a contribution to nonstationary sediment transport in runoff flows and to unstable non-newtonian mudflow studies*. 2016. 212 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2016.
- FIOROT, G. H.; FERREIRA, F. de O.; DUPONT, P.; MACIEL, G. de F. Roll waves study on acquabona watershed: an application of mathematical modelling. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE ANALYSIS AND MANAGEMENT OF CHANGING RISK FOR NATURAL HAZARDS, 2014, Padua. *Conference...* Padua: [s.n.], 2014. AP7, p. 1–10.
- FIOROT, G. H.; FERREIRA, F. de O.; DUPONT, P.; MACIEL, G. de F. Roll waves mathematical model as a tool in risk assessment: case study of acquabona catchment. *Journal Hydraulics Engeenering*. No prelo.
- GUIDICINI, G.; NIEBLE, C. M. *Estabilidade de taludes naturais e de escavação*. São Paulo: Edgar Blücher, 1984. 142 p.
- GUIDUGLI, R. B.; CANDIDO, M.; CAMARGO, R. S.; SIMONSEN, S.; PERIOLI, C. Manejo de corpos em desastres de massa. In: CONGRESSO BRASILEIRO SOBRE DESASTRES NATURAIS, 1., 2012, Rio Claro. *Anais...* Rio Claro: [s.n.], 2012. 1CD-ROM.
- HUANG, X.; GARCÍA, M. H. A herschel–bulkley model for mud flow down a slope. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge, v. 374, p. 305–333, 1998.
- HUANG, Z.; LEE, J.-J. Modeling the spatial evolution of roll waves with diffusive saint venant equations. *Journal of Hydraulic Engineering*, New York, v. 141, n. 2, p. 06014022–, 2015.
- HWANG, S. H.; CHANG, H. C. Turbulent and inertial roll waves in inclined film flow. *Physics of Fluids*, New York, v. 30, n. 5, 1987.
- ISHIHARA, T.; IWAGAKI, Y.; IWASA, Y. Theory of the roll-wave trains in laminar water flow on a steep slope surface. *Transactions of the Japan Society of Civil Engineers*, v. 1954, n. 19, p. 46–57, 1954.

- JEFFREYS, H. The flow of water in an inclined channel of rectangular section. *Philosophical Magazine Series 5*, London, v. 49, n. 293, p. 793–807, 1925.
- JOHNSON, M. A.; NOBLE, P.; RODRIGUES, L. M.; YANG, Z.; ZUMBRUN, K. Spectral stability of inviscid roll waves. [S.l.]:ArXiv e-prints, 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1803.03484>>. Acesso em: 29 ago 2018.
- KRANENBURG, C. On the evolution of roll waves. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge, v. 245, n. -1, p. 249–261, 1992.
- LEFEBVRE, G.; MERCERON, A.; JOP, P. Interfacial instability during granular erosion. *Physical Review Letters*, New York, v. 116, n. 6, p. 068002–, 2016.
- LEITE, L. de O. B. *Determinação física e numérica de corridas de lama resultantes de ruptura de barreira retendo material viscoplástico*. 2009. 185 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2009.
- LIU, J.; GOLLUB, J. P. Solitary wave dynamics of film flows. *Physics of Fluids*, New York, v. 6, n. 5, p. 1702–1712, 1994.
- LIU, K.; MEI, C. C. Roll waves on a layer of a muddy fluid flowing down a gentle slope - a bingham model. *Physics of Fluids*, New York, v. 6, n. 8, p. 2577–2590, 1994.
- LIU, Q. Q.; CHEN, L.; LI, J. C.; SINGH, V. P. Roll waves in overland flow. *Journal of Hydrologic Engineering*, Reston, v. 10, n. 2, p. 110–117, 2005.
- LUMEN LEARNING. *Geology, hydrology: porosity and permeability*. Lumen Learning: online, 2018. Module 11. Disponível em: <<https://courses.lumenlearning.com/geo/chapter/reading-porosity-and-permeability/>>. Acesso em: 02 jul 2018.
- MACIEL, G. de F. *Roll waves evoluindo em canais de forte declividade: Uma abordagem matemática com aproximação numérica*. 2001. 184 f. Tese (Livre Docência em Roll Waves) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2001.
- MACIEL, G. de F.; FERREIRA, F. de O.; FIOROT, G. H. Control of instabilities in non-newtonian free surface fluid flows. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, Rio de Janeiro, v. 35, n. 3, p. 217–229, 2013.
- MACIEL, G. de F.; SANTOS, H. K. dos; FERREIRA, F. de O. Rheological analysis of water clay compositions in order to investigate mudflows developing in canals. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, Rio de Janeiro, v. 31, n. 1, p. 64–74, 2009.
- MACIEL, G. F.; FERREIRA, F. O.; CUNHA, E. F.; FIOROT, G. H. Experimental apparatus for roll-wave measurements and comparison with a 1d mathematical model. *Journal of Hydraulic Engineering*, New York, v. 143, n. 11, p. 04017046:1–10, 2017.
- MINUSSI, R. B. *Rompimento de barreiras: análise experimental e numérica na previsão de velocidade de propagação de frentes de material hiperconcentrado*. 2007. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2007.

- MORGENSTERN, N. R.; VICK, S. G.; VIOTTI, C. B.; WATTS, B. D. *Report on the immediate causes of the failure of the fundão dam*. [S.l.: s.n.], 2016.
- MOTTA, F. *Catástrofe no Rio de Janeiro*. São Paulo: Jornal O Estadão, 2011. Foto. Disponível em: <<http://blogs.estadao.com.br/olhar-sobre-o-mundo/catastrofe-no-rio-de-janeiro/>>. Acesso em: 24 abr 2015.
- NEEDHAM, D. J.; MERKIN, J. H. On roll waves down an open inclined channel. *Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences*, London, v. 394, n. 1807, p. 259–278, 1984.
- NG, C. O.; MEI, C. C. Roll waves on a layer of fluid mud modelled as a power law fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge, v. 263, n. -1, p. 151–184, 1994.
- PAPHITIS, D. Sediment movement under unidirectional flows: an assessment of empirical threshold curves. *Coastal Engineering*, Amsterdam, v. 43, n. 3-4, p. 227–245, 2001.
- PASCAL, J. P. Instability of power-law fluid flow down a porous incline. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Amsterdam, v. 133, n. 2-3, p. 109–120, 2006.
- PIAU, J. M. Flow of a yield stress fluid in a long domain, application to flow on a inclined plane. *J. Rheology*, New York, v. 40, p. 771–723, 1996.
- PIVETTA, M. Um brasil mais vulnerável no século xxi. *Pesquisa FAPESP*, São Paulo, n. 249, p. 16–23, 2016.
- PONCE, V. M.; PORRAS, P. J. Effect of cross-sectional shape on free-surface instability. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON HYDROLOGY AND WATER RESOURCES, 1993, New Delhi. *Proceedings...* Dordrecht: Springer Netherlands, 1996. p. 343–354. ISBN 978-94-011-0389-3.
- POTT, C. M.; ESTRELA, C. C. Histórico ambiental: desastres ambientais e o despertar de um novo pensamento. *Estudos Avançados*, São Paulo, v. 31, p. 271–283, 2017. ISSN 0103-4014.
- RAO, A. R.; MISHRA, M. Peristaltic transport of a power-law fluid in a porous tube. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Amsterdam, v. 121, n. 2-3, p. 163–174, 2004.
- REBELLO, E.; CARVALHO, B. E. F. C. de; COSTA, J.; FREITAS, M.; CAVALCANTE, A. O. Condições meteorológicas das chuvas fortes que atingiram a região serrana do rio de janeiro no dia 12.01.2011. In: CONGRESSO BRASILEIRO SOBRE DESASTRES NATURAIS, 1., 2012, Rio Claro. *Anais...* Rio Claro: [s.n.], 2012. 1CD-ROM.
- RICHARD, G. L.; GAVRILYUK, S. L. A new model of roll waves: comparison with brock's experiments. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge, v. 698, p. 374–405, 2012.
- RODRIGUES, L. M.; ZUMBRUN, K. Periodic-coefficient damping estimates, and stability of large-amplitude roll waves in inclined thin film flow. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, Philadelphia, v. 48, n. 1, p. 268–280, 2016.
- SHIELDS, A. *Application of similarity principles and turbulence research to bed-load movement*. Pasadena: California Institute of Technology, 1936.

YANG, M.; GONG, J.; ZHANG, K.; FAN, D.; ZHAO, Y.; WANG, H. Establishment and experiment of ultrasonic measuring system for characteristic parameters of roll waves on slope surface. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, Beijing, v. 33, n. 3, p. 134–139, 2017. ISSN 1002-6819.

ZANUTTIGH, B.; LAMBERTI, A. Instability and surge development in debris flows. *Reviews of Geophysics*, Washington, v. 45, n. 3, p. 1–45, 2007.

ZHAO, C.; GAO, J.; ZHANG, M.; ZHANG, T.; WANG, F. Response of roll wave to suspended load and hydraulics of overland flow on steep slope. *Catena*, Amsterdam, v. 133, p. 394–402, 2015.

Anexos

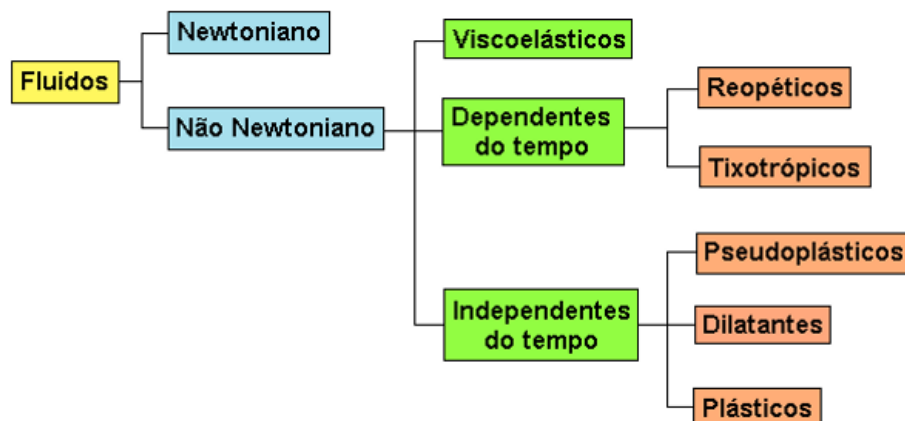
ANEXO A:
Reologia

Reologia é a ciência que estuda a deformação/taxa de deformação da matéria sob a influência de tensões (SCHRAMM, 2006), avaliando todos os materiais entre os limites idealizados de fluidos e sólidos perfeitos.

Este ramo da ciência tem se mostrado importante e fundamental nos processos de fabricação, transporte e manuseio de diversos materiais, como por exemplo, borrachas, argamassas, concretos, plásticos, alimentos, cosméticos, tintas, etc., dada à necessidade de compreensão dos diversos comportamentos (de maior ou menor complexidade) que estão, por sua vez, relacionados com as características físicas e químicas do material.

Portanto, pesquisadores viram a necessidade de descrever e categorizar o comportamento dos materiais por meio de modelos reológicos, o que levou ao estabelecimento de relações entre tensão de cisalhamento e taxa de deformação. Assim, os fluidos podem ser caracterizados em Newtonianos e não-Newtonianos (dependentes ou não do tempo). De maneira simplificada, apresenta-se, na Figura A.1, uma classificação de reologia de fluidos.

Figura A.1 – Classificação dos fluidos segundo seu comportamento reológico.

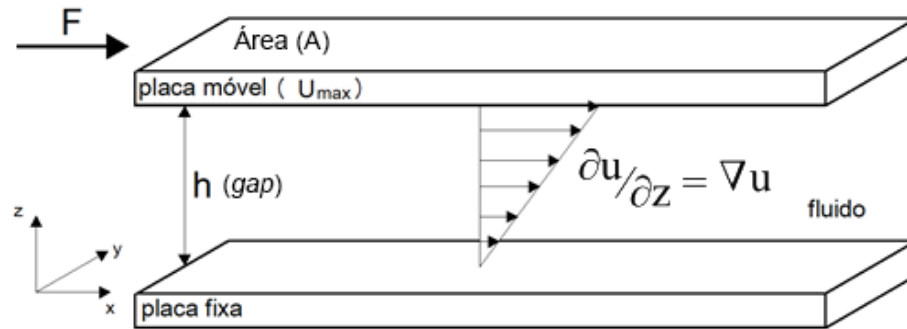


Fonte: Próprio Autor.

Assim exposto, buscou-se, neste anexo, apresentar os conceitos básicos para um melhor entendimento de reologia.

A.1 TERMINOLOGIAS BÁSICAS

Considerando um fluido viscoso posicionado entre duas placas infinitas, separadas verticalmente por um espaço (h), faz-se com que uma das placas se mova com velocidade (U_{\max}), pela imposição de uma força tangencial (F), enquanto a outra é mantida parada, conforme Figura A.2. Devido à condição de viscosidade do fluido e ao movimento da placa, as partículas irão se deformar, sendo que quantidade de movimento será transferida ao longo da camada de fluido em função do efeito viscoso (processo difusivo) (PEREIRA, 2018).

Figura A.2 – Cisalhamento simples de um escoamento viscoso em regime laminar.

Fonte: Adaptado de Pereira (2018).

A.1.1 Tensão de cisalhamento

A tensão de cisalhamento τ corresponde à força tangencial F aplicada sobre uma determinada área A , conforme a Equação A.1

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (\text{A.1})$$

No sistema internacional (S.I): $[\text{N}]/[\text{m}^2] = [\text{Pa}]$

A.1.2 Taxa de deformação

É o gradiente de velocidade, conforme Equação A.2:

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (\text{A.2})$$

No sistema internacional (S.I): $[\text{s}^{-1}]$

A.1.3 Viscosidade

Viscosidade é a medida da resistência de um fluido à deformação causada por uma tensão. Uma definição clássica para a viscosidade é a razão da tensão de cisalhamento pela taxa de deformação:

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (\text{A.3})$$

No sistema internacional (S.I): $[\text{Pa}\cdot\text{s}]$

Os fluidos Newtonianos apresentam uma viscosidade absoluta (independente da taxa de deformação), enquanto que os não-Newtonianos, geralmente de comportamento não-linear, apresentam uma viscosidade aparente, dependente das taxas de deformação

aplicadas ao fluido.

A.2 FLUIDOS NEWTONIANOS

São considerados fluidos Newtonianos, aqueles que apresentam uma relação constante entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação, independente da deformação e do tempo, isto é, a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional à taxa de deformação: Exemplos: água, óleos, mel, etc.

$$\tau \propto \dot{\gamma} \quad (\text{A.4})$$

Sendo a constante de proporcionalidade denominada de viscosidade absoluta ou dinâmica. De acordo com a Lei de Newton, para um escoamento unidimensional, a tensão de cisalhamento é dada por:

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (\text{A.5})$$

Portanto, a curva de um escoamento com comportamento Newtoniano é uma reta, que passa pela origem e tem inclinação igual ao valor da viscosidade.

A.3 FLUIDOS NÃO-NEWTONIANOS

Os fluidos não-Newtonianos são aqueles que se comportam de maneira diversa do modelo Newtoniano. Exemplos: sangue, polímeros, borracha, concreto, lamas, etc.

Estes fluidos são divididos em três sub-grupos: fluidos independente do tempo, fluidos dependentes do tempo e fluidos visco-elásticos. Os fluidos independentes do tempo são de interesse de estudo deste trabalho, e são conhecidos como fluidos puramente viscosos, podendo ser classificados em fluidos com presença ou não de tensão limite de escoamento (*yield stress*).

- Binghamianos ou plásticos de Bingham: apresentam uma tensão limite de escoamento (τ_c), e têm comportamento linear. Exemplo: sangue, lamas de perfuração de poço de petróleo, graxa, concreto, pasta de dente, borrachas, etc;
- Pseudoplásticos: podem ou não apresentar tensão limite de escoamento, a curva indica que a razão entre a tensão e a taxa de deformação diminui progressivamente com o aumento da taxa, isto é, o índice de escoamento é menor que um ($n < 1$). Exemplo: soluções poliméricas, suspensões coloidais e polpa de papel em água;

- Dilatantes: a curva desta categoria indica que a razão entre a tensão e a taxa de deformação aumenta progressivamente com o aumento da taxa, ou seja, o índice de escoamento é maior que um ($n > 1$). Exemplo: suspensões de amido e areia, PVC, etc.

Os fluidos que apresentam tensão limite de escoamento (τ_c) se comportam como um sólido para níveis de tensão inferiores à tensão limite de escoamento e, como fluidos, para níveis de tensão superiores àquela, como concretos, lamas e polímeros.

Assim posto, diversas equações têm sido propostas para descrever o comportamento dos fluidos, como por exemplo, o modelo teórico que leva em consideração a forma a estrutura das moléculas. Geralmente, utilizam-se, em muitas aplicações, os modelos considerando apenas cisalhamento simples. Os modelos reológicos clássicos pelas Equações A.6–A.8 são ilustrados e exemplificados nas Figuras A.3 e A.4.

- Modelo *Power Law* (Lei de Potência - pseudoplástico ou dilatante)

$$\tau = \mu_n \dot{\gamma}^n \quad (\text{A.6})$$

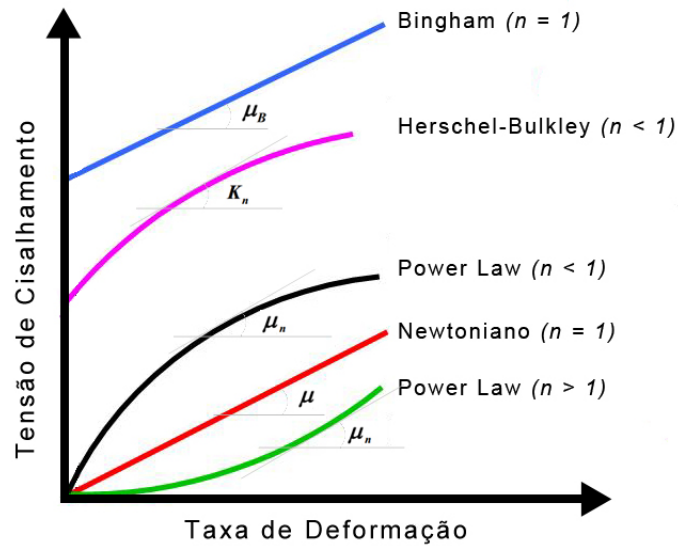
- Modelo de Bingham

$$\tau = \tau_c + \mu_B \dot{\gamma} \quad (\text{A.7})$$

- Modelo de Herschel-Bulkley

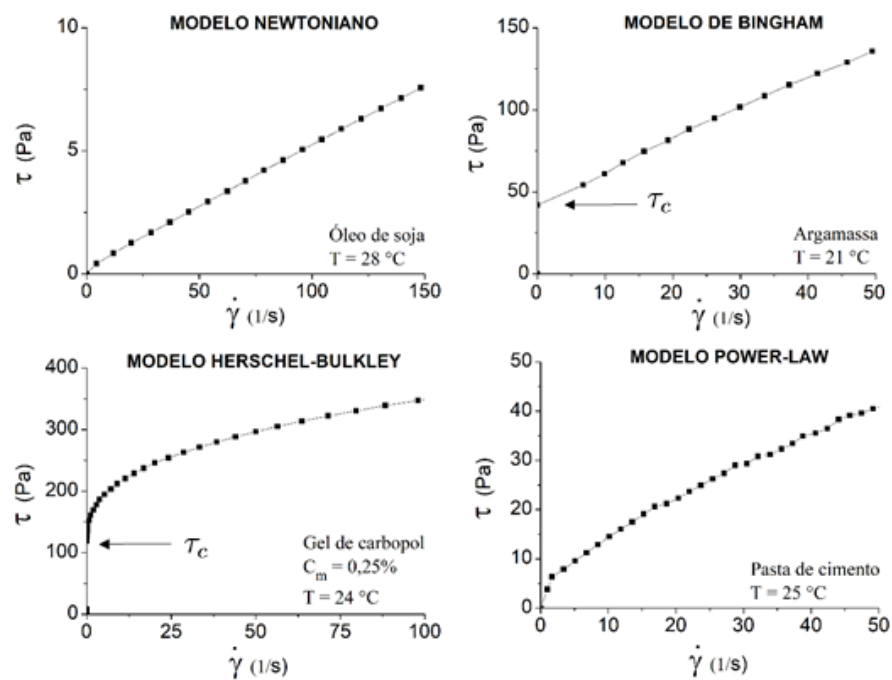
$$\tau = \tau_c + K_n \dot{\gamma}^n \quad (\text{A.8})$$

Figura A.3 – Reograma para os modelos reológicos clássicos.



Fonte: Próprio Autor.

Figura A.4 – Curvas de fluxos de fluido Newtoniano e não-Newtoniano obtidas a partir do reômetro Brookfield R/S, para diversos materiais testados.



Fonte: Pereira (2018).

Apêndices

APÊNDICE A:
Desenvolvimento Algébrico - Estabilidade Linear

A.1 DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE FROUDE MÍNIMO A PARTIR DA ESTABILIDADE LINEAR ESPAÇO-TEMPORAL

Para estabelecer a análise de estabilidade linear e temporal, impõe-se ao sistema de equações determinadas (Equações A.1 e A.2), uma perturbação infinitesimal sobre a lâmina e a velocidade, conforme as Equações A.4 e A.5. Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \alpha \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{h}{Fr^2} \frac{\partial h}{\partial x} + (1 - \alpha) \bar{u} \frac{\partial h}{\partial t} = h - \tau_f \quad (\text{A.2})$$

Sendo a tensão de cisalhamento no fundo (τ_f) dado pela Equação A.3

$$\tau_f = C + (1 - C) \left\{ \bar{u}h \frac{1 - C}{h - C} \frac{n(n + 1 + nC) + (n + 1)(2n + 1)\gamma}{h[n(n + 1) + (n + 1)(2n + 1)\gamma] + n^2C} \right\}^n \quad (\text{A.3})$$

$$h(x, t) = 1 + \mathcal{H}(x, t) \quad (\text{A.4})$$

$$\bar{u}(x, t) = 1 + \mathcal{V}(x, t) \quad (\text{A.5})$$

Considerando que $\mathcal{H}(x, t) \ll 1$ e $\mathcal{V}(x, t) \ll 1$, chegou-se as Equações A.6 e A.7.

Conservação da massa:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} + (1 - \alpha) \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} + \frac{1}{Fr^2} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} &= 1 + \mathcal{H} - C - (1 - C) \cdot \\ &\cdot \left\{ (1 + \mathcal{V})(1 + \mathcal{H}) \frac{(1 - C)}{(1 + \mathcal{H} - C)} \frac{n(n + 1 + nC) + \mathcal{G}}{(1 + \mathcal{H})[n(n + 1) + \mathcal{G}] + n^2C} \right\}^n \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Com:

$$\mathcal{G} = (2n + 1)(n + 1)\gamma$$

Reescrevendo a Equação A.6, tem-se a Equação A.8:

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} \quad (\text{A.8})$$

Derivando a Equação A.8 em relação a x e em relação a t , obtém-se as Equações A.9 e A.10:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t \partial x} - \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x^2} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x \partial t} \quad (\text{A.10})$$

Derivando a Equação A.7 em relação a x chega-se na Equação A.11.

$$\frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial t \partial x} + \alpha \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial x^2} + (1 - \alpha) \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t \partial x} + \frac{1}{Fr^2} \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x^2} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} - \frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{L}(\mathcal{H} + 1)(\mathcal{V} + 1)} \quad (\text{A.11})$$

Com:

$$\mathcal{L} = (1 - C)(n(n + 1 + nC) + \mathcal{G})$$

$$\mathcal{Q} = (C - 1)n(H - C + 1) \left[(n(n + 1) + \mathcal{G})(\mathcal{H} + 1) + n^2 C \right] \times$$

$$\times \left\{ \frac{\mathcal{L}(\mathcal{H} + 1)(\mathcal{V} + 1)}{\mathcal{P}} \right\}^n \times$$

$$\times \left\{ \frac{\mathcal{L}(\mathcal{H} + 1) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x}}{\mathcal{P}} + \frac{\mathcal{L}(\mathcal{V} + 1) \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}}{\mathcal{P}} - \frac{\mathcal{L}(\mathcal{H} + 1)(\mathcal{V} + 1) \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}}{\mathcal{P}(\mathcal{H} - C + 1)} - \right.$$

$$\left. + \frac{\mathcal{L}(n(n + 1) + \mathcal{G})(\mathcal{H} + 1)(\mathcal{V} + 1) \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}}{\mathcal{P}[(n(n + 1) + \mathcal{G})(\mathcal{H} + 1) + n^2 C]} \right\}$$

Sendo:

$$\mathcal{P} = (\mathcal{H} - C + 1) \left[(n(n + 1) + \mathcal{G})(\mathcal{H} + 1) + n^2 C \right]$$

Simplificando os termos, e substituindo as Equações A.9 e A.10, obtém-se a Equação A.12.

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t^2} + 2\alpha \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x \partial t} + \left(\alpha - \frac{1}{Fr^2} \right) \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial x^2} + \varphi_p \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.12})$$

Com:

$$\vartheta = n(1 - C)$$

$$\varphi_p = 1 + n + \frac{n(1 - C)[n(n + 1) + (2n + 1)(n + 1)\gamma]}{[n(n + 1 + nC) + (2n + 1)(n + 1)\gamma]}$$

Impõe-se uma solução conforme Equação A.13, que caracteriza a taxa de crescimento das perturbações e a frequência das mesmas, na Equação A.12, obtendo-se a Equação A.14, cuja incógnita é ω .

$$\mathcal{H} = \hat{H} e^{i(kx - \omega t)} \quad (\text{A.13})$$

Sendo \mathcal{H} a magnitude de perturbação, k e ω geralmente são números complexos e são definidos como: $\omega = \omega_r + i\omega_i$ e $k = k_r + ik_i$, k_r é o número de ondas, ω_r a frequência de perturbação, k_i e ω_i são taxas de amplificação no espaço e tempo respectivamente.

$$\omega^2 - \omega[2\alpha k - i\vartheta] + \left(\alpha - \frac{1}{Fr^2} \right) k^2 - \varphi_p i k = 0 \quad (\text{A.14})$$

Resolvendo a Equação A.14 obtém-se a solução apresentada em Equação A.15.

$$\omega = \frac{1}{2} [2\alpha k - \vartheta i \pm \sqrt{a + bi}] \quad (\text{A.15})$$

Com:

$$a = 4k^2 \left(\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{Fr^2} \right) - \vartheta^2$$

$$b = -4\alpha k \vartheta + 4\varphi_p k$$

Da Equação A.15, obtém-se a solução, a qual é separada em parte imaginária e parte real, conforme apresentado nas Equações A.16 e A.17, que representam a taxa de crescimento das perturbações e a velocidade de propagação de ondas, respectivamente.

$$\mathcal{I}(\omega) = \frac{1}{2} \left[-\vartheta \pm \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} - a)} \right] \quad (\text{A.16})$$

$$\mathcal{R}(\omega) = \frac{1}{2} \left[2\alpha k \pm \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} + a)} \right] \quad (\text{A.17})$$

A taxa de amplificação das instabilidades é determinada através da parte imaginária, conforme estudos já realizados (NG; MEI, 1994; PASCAL, 2006; MACIEL et al., 2013). Desta maneira, para determinar a condição de formação de instabilidades, relacionado ao número de Froude, utiliza-se da expressão obtida na Equação A.16, considerando $\mathcal{I}(\omega) > 0$. A partir da solução desta inequação, obtém-se uma condição necessária para geração de instabilidades do tipo *roll waves* relacionada ao número de Froude, conforme apresentada na Equação A.18.

$$Fr > Fr_{\min} = \left[\frac{\vartheta^2}{\vartheta^2 \alpha - 2\alpha \vartheta \varphi_p + \varphi_p^2} \right]^{1/2} \quad (\text{A.18})$$

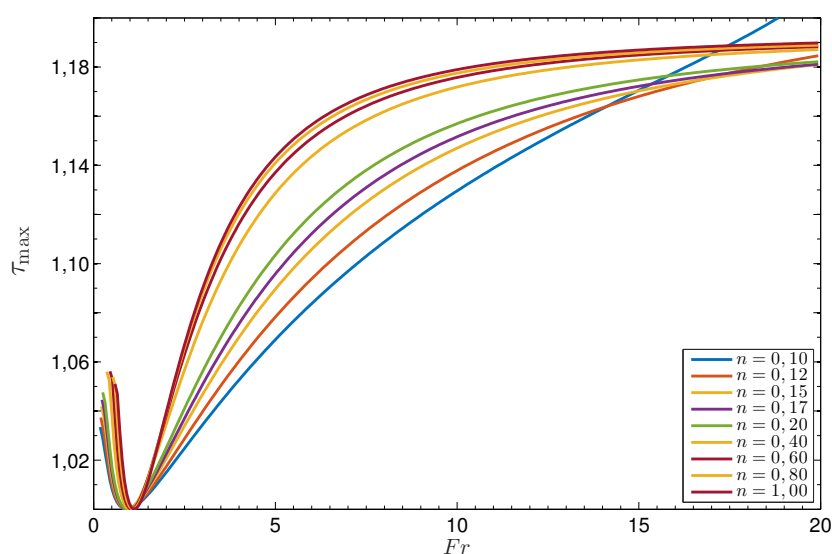
A Equação A.18 está em consonância com as obtidas para modelos mais simplificados (NG; MEI, 1994; PASCAL, 2006; MACIEL et al., 2013). Vale ressaltar que este domínio estabelecido por $Fr > Fr_{\min}$, conforme é citado por Ferreira (2013) é dito favorável para geração de *roll waves*.

APÊNDICE B:
Resultados e Discussões Complementares

B.1 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NA MÁXIMA TENSÃO DE CISALHAMENTO NO FUNDO

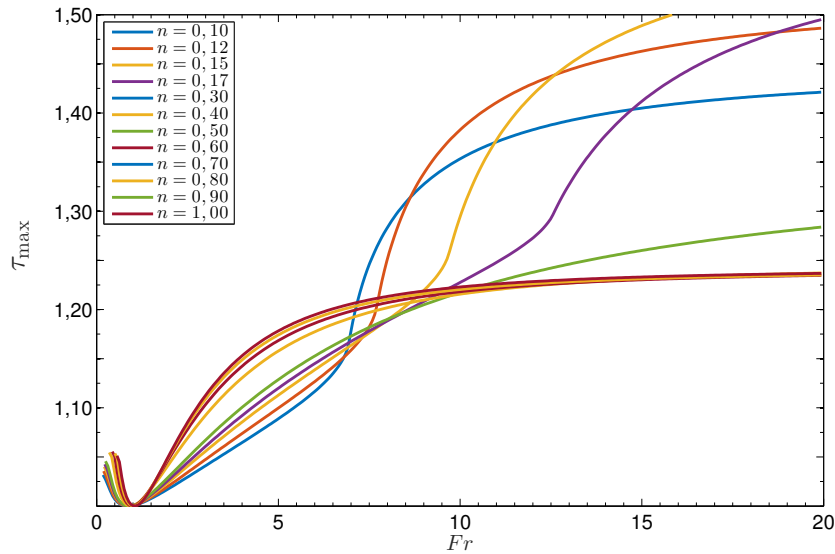
Como mencionado na subseção 4.3.5, realizou-se pequenas alterações na magnitude dos parâmetros para ver o efeito e a contribuição de cada termo. As Figuras B.1 e B.2 apresentam a tensão máxima de cisalhamento pelo número de Froude, para um fator de porosidade (γ) de 0, 1, e C variando de 0, 1 para 0, 15.

Figura B.1 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em relação ao número de Froude para $\gamma = 0, 1$ e $C = 0, 1$ para diversos n .



Fonte: Próprio autor.

Figura B.2 – Máxima tensão de cisalhamento no fundo em relação ao número de Froude para $\gamma = 0, 1$ e $C = 0, 15$ para diversos n .



Fonte: Próprio autor.

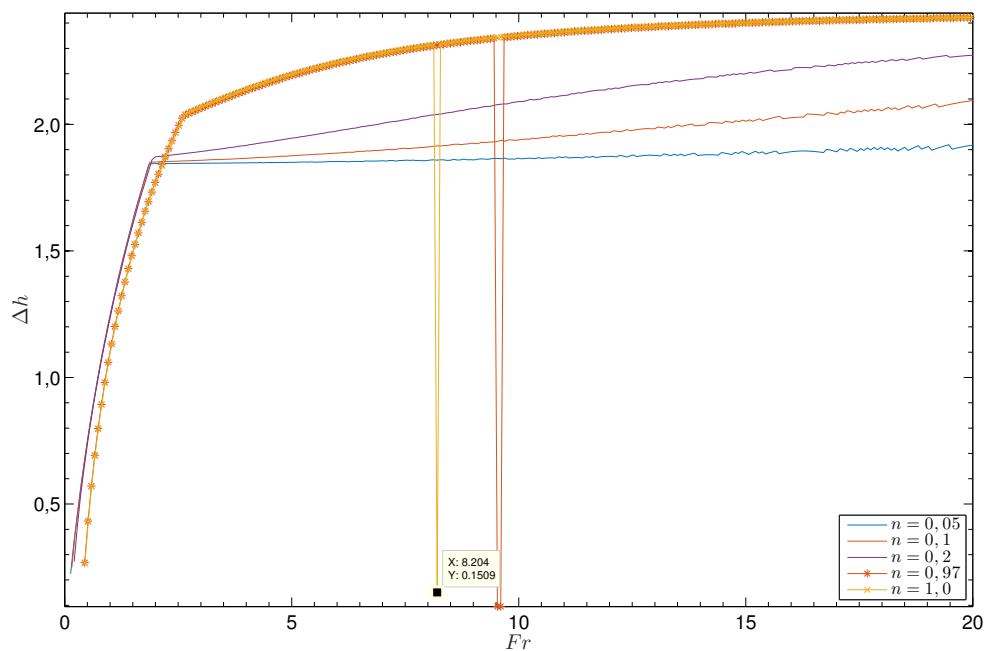
Quando não há presença do fator de porosidade os termos apresentam um bom comportamento, ao inserir o fator de porosidade ($\gamma = 0, 1$), já pode visualizar que deve haver uma mudança de comportamento para altos números de Froude quando o fluido apresenta tensão limite de escoamento ($C = 0, 1$) e n da ordem de 0, 1. Ao aumentar C para 0, 15, observa-se que os fluidos mais não-Newtonianos ($n < 0, 4$) mudam por completo seu comportamento, o que poderia indicar que os efeitos destes termos (n , C e γ), têm alta influência na máxima tensão de cisalhamento no fundo.

B.2 POSSÍVEIS INSTABILIDADES OU ERROS NUMÉRICOS

Pode-se observar nas Figuras que para elevados números de Froude, a amplitude de onda, começa a ter oscilações o que pode indicar instabilidades numéricas para casos “extremos”; ainda pode-se observar que há um valor de saturação para um determinado conjunto de parâmetros fixados, como já explicado anteriormente, junto a Figura 32 .

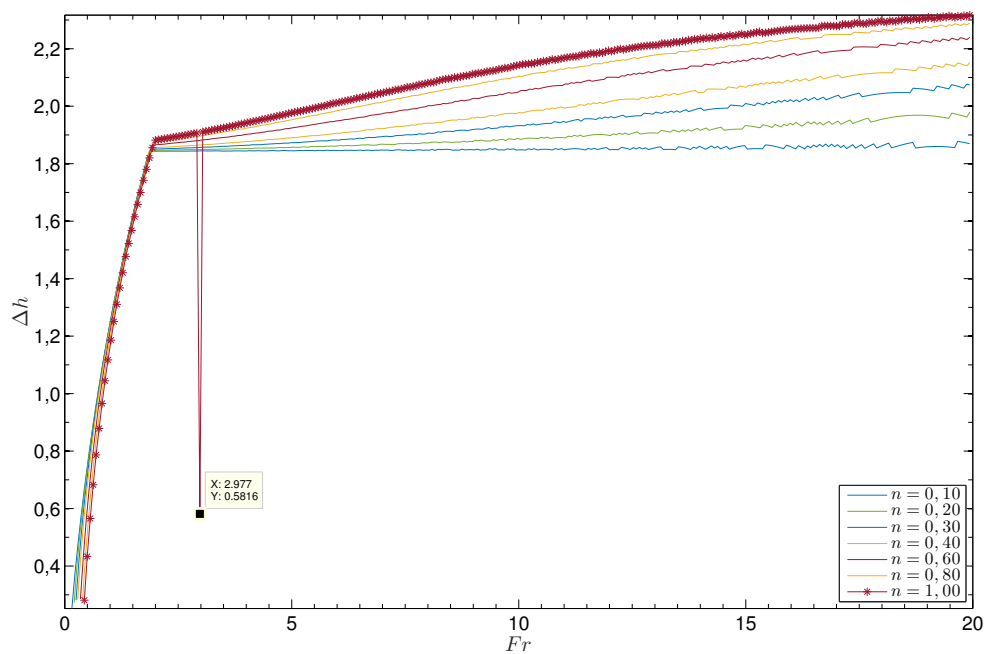
Como mencionado no Capítulo 5 e constatado nas Figuras B.3 a B.5, existem pontos que podem representar erros numéricos ou instabilidades, que ocorreram para simulações com elevados números de C (ordem de 0, 4) e n (ordem de 1), quando da presença do fator de porosidade γ , o que vale ser melhor investigado.

Figura B.3 – Amplitude de onda em relação ao número de Froude para $\gamma = 0,15$ e $C = 0,35$ para n diversos.



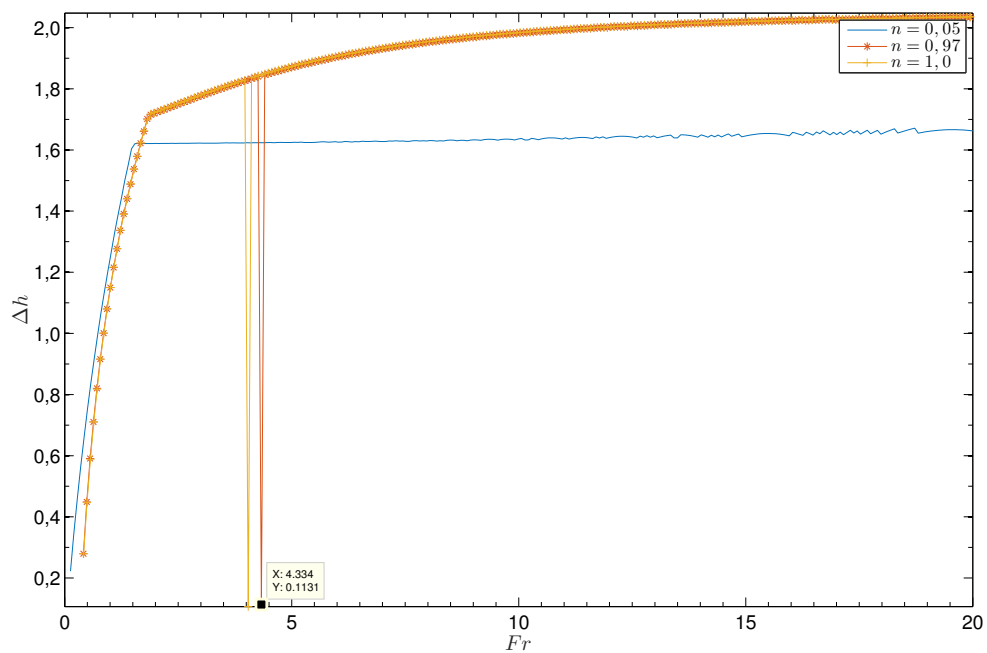
Fonte: Próprio autor.

Figura B.4 – Amplitude de onda em relação ao número de Froude para $\gamma = 0,70$ e $C = 0,35$ para n diversos.



Fonte: Próprio autor.

Figura B.5 – Amplitude de onda em relação ao número de Froude para $\gamma = 0,15$ e $C = 0,40$ para n diversos.



Fonte: Próprio autor.