

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

MELISSA DE OLIVEIRA SANTOS

**Influência da Resistência de Amortecimento em Transitórios Eletromagnéticos Utilizando
Cascatas de Circuitos π : Comparação entre diferentes estruturas**

São João da Boa Vista

2018

Melissa de Oliveira Santos

Influência da Resistência de Amortecimento em Transitórios Eletromagnéticos Utilizando Cascatas de Circuitos π : Comparação entre diferentes estruturas

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia de Telecomunicações do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia de Telecomunicações .

Orientador: Prof^o Dr. Afonso José do Prado

São João da Boa Vista

2018

Santos, Melissa de Oliveira

Influência da resistência de amortecimento em transitórios eletromagnéticos utilizando cascatas de circuitos π : comparação entre diferentes estruturas / Melissa de Oliveira Santos. -- São João da Boa Vista, 2018.

32 p. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso – Câmpus Experimental de São João da Boa Vista – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.

Orientador: Prof. Dr. Afonso José do Prado

Bibliografia

1. Circuitos elétricos 2. Linhas de transmissão 3. Simulação (Computadores) 4. Telecomunicações 5. Transitórios (Eletricidade)

CDD 23. ed. – 621.382

Ficha catalográfica elaborada pela [Biblioteca-BJB](#)

Bibliotecário responsável: João Pedro Alves Cardoso – CRB-8/9717

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS EXPERIMENTAL DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA DE AMORTECIMENTO EM TRANSITÓRIOS
ELETROMAGNÉTICOS UTILIZANDO CASCATAS DE CIRCUITOS π :
COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES ESTRUTURAS**

Aluno: Melissa de Oliveira Santos

Orientador: Prof. Dr. Afonso José do Prado

Banca Examinadora:

- Prof. Dr. Afonso José do Prado
- Prof. Dr. André Alves Ferreira
- Prof. Dr. Elmer Mateus Gennaro

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 05/2018)

São João da Boa Vista, 08 de fevereiro de 2018

DADOS CURRICULARES

MELISSA DE OLIVEIRA SANTOS

NASCIMENTO 31/10/1994 - São João da Boa Vista / SP

FILIAÇÃO Altair José dos Santos
Marta Aparecida de Oliveira Santos

2013 / 2018 Formação acadêmica em Engenharia de
Telecomunicações
Universidade Estadual Paulista "Júlio de
Mesquita Filho"

Dedico este trabalho inteiramente aos meus pais e irmãos, por toda dedicação e investimento em mim.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço à Deus, meu socorro presente na hora da angústia,

à toda minha família, por acreditar em mim e comemorar minhas conquistas. Mãe, seu cuidado e dedicação me fizeram mais forte para seguir. Pai, sua presença me fez sentir segura em saber que não estou sozinha nessa caminhada. Aos meus irmãos, Louiz Gustavo e Rafael, obrigada pelo incentivo para seguir na área de telecomunicações. Meus dois preciosos sobrinhos, Bernardo e Benjamin, meus melhores presentes e inspirações para seguir a diante,

aos meus amigos de graduação, pelas alegrias, tristezas, preocupações, conquistas e dores compartilhadas durante todos esses cinco anos. Teria sido impossível sem a presença de vocês,

a todos os professores que me acompanharam durante minha graduação, em especial a Afonso José do Prado pela paciência e incentivo durante os dois anos de orientação,

à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pela concessão dos recursos financeiros dedicados à minha pesquisa, cujo número de processo é 2015/20684 – 7,

aos funcionários do Campus Experimental de São João da Boa Vista pela dedicação e presteza no atendimento,

e a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, deixo aqui o meu muito obrigada.

Este trabalho contou com o apoio da seguinte entidade:

FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes.”
(Marthin Luther King)

RESUMO

O estudo das linhas de transmissão é fundamental, mas é inviável realizar medições em linhas de transmissões reais, por isso é necessário aplicar modelos numéricos. Atualmente, o modo mais simples de modelar uma linha de transmissão é utilizando uma grande quantidade de circuitos π em cascata. No entanto, os resultados da simulação incluem erros numéricos e são influenciados por oscilações numéricas, resultado do fenômeno de Gibbs. Assim, é inserida uma resistência de amortecimento (R_D) para amortecer as oscilações e reduzir erros em simulações de propagação de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão. Inicialmente, a resistência de amortecimento foi incluída em todos os circuitos π da cascata, possibilitando resultados muito precisos e com uma porcentagem de erro muito baixa. Mas, como tentativa de reduzir o tempo de simulação computacional sem perder a precisão obtida anteriormente, testes estão sendo realizados com diferentes estruturas de circuitos π para a simulação de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão. Neste trabalho, são apresentadas e discutidas duas diferentes estruturas de cascatas de circuitos π , que são comparadas com a estrutura original que inclui R_D em todos os circuitos π da cascata. A primeira delas é uma estrutura alternada, em que um circuito π contém R_D em sua estrutura enquanto o outro não contém R_D . Neste caso, as duas estruturas de circuitos π , com e sem resistência de amortecimento, são aplicadas alternadamente na cascata que representa a linha de transmissão analisada. A segunda estrutura não contém a resistência de amortecimento em metade do total de circuitos π do modelo, sendo esta metade encontrada no bloco central da cascata. Com base nos resultados obtidos, as novas estruturas testadas não conseguem manter a mesma precisão e baixa porcentagem de erro do modelo original que inclui R_D em todos os circuitos π da cascata, mesmo com a alteração e combinação dos diferentes parâmetros da simulação.

PALAVRAS-CHAVE: Linhas de transmissão. Simulações numéricas. Transitórios eletromagnéticos. Fenômeno de Gibbs. Circuitos π . Resistência de amortecimento.

ABSTRACT

The study of transmission lines is fundamental, but it is impracticable to perform measurements on real transmission lines, so it is necessary to apply numerical models. Currently, the simplest way to model a transmission line is to use a large number of cascaded π circuits. However, the results of the simulation include numerical errors and are influenced by numerical oscillations, result of the Gibbs phenomenon. Thus, a damping resistance (R_D) is inserted to dampen the oscillations and reduce errors in simulations of transient electromagnetic propagation in transmission lines. Initially, the damping resistance was included in all π circuits of the cascade, allowing very precise results and a very low error percentage. However, in an attempt to reduce computational simulation time without losing the precision obtained previously, tests are being performed with different π circuit structures for the simulation of electromagnetic transients in transmission lines. In this work, two different cascade structures of π circuits are presented and discussed, which are compared with the original structure that includes R_D in all π circuits of the cascade. The first one is an alternating structure, where a π circuit contains R_D in its structure while the other does not contain R_D . In this case, the two π circuit structures, with and without damping resistance, are applied alternately in the cascade representing the analyzed transmission line. The second structure does not contain the damping resistance in half of the total π circuits of the model, this half being found in the central block of the cascade. Based on the results obtained, the new structures tested can not maintain the same precision and low error percentage of the original model that includes R_D in all π circuits of the cascade, even with the change and combination of the different parameters of the simulation.

KEYWORDS: Transmission lines. Numerical simulations. Transient electromagnetic. Gibbs phenomenon. π circuits. Damping resistance

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Unidades de circuitos π para representação de linhas de transmissão: sem (a) e com (b) a resistência de amortecimento (R_D).	15
Figura 2	Estrutura alternada de circuitos π aplicada para representar linhas de transmissão.	16
Figura 3	Estrutura em blocos de circuitos π aplicada para representar linhas de transmissão.	16
Figura 4	Integração numérica pela forma trapezoidal (método de Heun).	17
Figura 5	Fluxograma para aplicação da resistência de amortecimento em todos os circuitos π da cascata.	22
Figura 6	Fluxograma para simulações da cascata da Figura 2	22
Figura 7	Fluxograma para simulações da cascata da Figura 3	23
Figura 8	Resultados das simulações com resistência de amortecimento usando 100 circuitos π (a), 200 circuitos π (b), 400 circuitos π (c) variando o valor de k_D	24
Figura 9	Resultados para $k_D = 1$ e quantidades diferentes de circuitos π	24
Figura 10	Resultados em gráfico tridimensional para picos de tensão variando k_D e a quantidade de circuitos π	25
Figura 11	Simulação numérica com $n = 151$: $k_D = 5$ (a) e $k_D = 10$ (b).	26
Figura 12	Simulação numérica com $n = 151$: $k_D = 15$ (a) e $k_D = 20$ (b).	26
Figura 13	Simulação numérica com $n = 201$: $k_D = 15$ (a) e $k_D = 20$ (b).	26
Figura 14	Simulação numérica com $n = 251$: $k_D = 15$ (a) e $k_D = 20$ (b).	27
Figura 15	Simulação numérica com $n = 201$, $k_D = 15$: $\Delta t = 10ns$ (a) e $\Delta t = 30ns$ (b).	27
Figura 16	Simulação numérica com $n = 201$, $k_D = 15$: $\Delta t = 90ns$ (a) e $\Delta t = 120ns$ (b).	28
Figura 17	Comparação nos picos de tensão para simulações com diferentes intervalos de tempo.	28
Figura 19	Análise do primeiro pico de tensão em gráfico tridimensional: para uma gama maior de circuitos π e k_D (a). Detalhes do primeiro gráfico, com gama menor (b).	28
Figura 18	Análise para toda simulação em gráfico tridimensional: para uma gama maior de circuitos π e k_D (a). Detalhes do primeiro gráfico, com gama menor (b).	29
Figura 20	Comparação para diferentes quantidades de circuitos π com $k_D = 5$	29
Figura 21	Detalhe para a primeira reflexão para diferentes quantidades de circuitos π com $k_D = 5$	30
Figura 22	Comparação para diferentes valores de k_D com $n = 300$	30
Figura 23	Detalhe para a primeira reflexão para diferentes valores de k_D com $n = 300$	31
Figura 24	Pico de tensão ao longo da primeira reflexão: resultados da influência do número de circuitos π e o fator k_D no pico de tensão (a). Detalhe ampliado para região de interesse (b).	31
Figura 25	Somente para o primeiro pico de tensão em $17\mu s$: resultados da influência do número de circuitos π e o fator k_D no pico de tensão (a). Detalhe ampliado para região de interesse (b).	31

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ATP	Alternative Transient Program
EMTP	Electromagnetic Transient Programs

LISTA DE SÍMBOLOS

π	Letra grega Pi
R_D	Resistência de amortecimento
k_D	Constande de proporcionalidade
I	Matriz Identidade
R	Resistência
L	Indutância
G	Condutância
C	Capacitância
A	Matriz que modela a cascata de circuito π
B	Matriz que modela a introdução de fontes ideais de tensão e corrente
n	Quantidade de circuitos π na cascata
G_D	Condutância de amortecimento
d	Comprimento da linha de transmissão
R'	Resistência por unidade de comprimento
L'	Indutância por unidade de comprimento
G'	Condutância por unidade de comprimento
C'	Capacitância por unidade de comprimento
t	Tempo
$u(t)$	Função degrau
™	<i>Trade Mark</i> (Marca Registrada)
Ω	Medida da resistência elétrica - Ohm
km	Medida de comprimento - Quilômetro
mH	Unidade de indutância - Milihenry
nF	Unidade de capacitância - Nanofarad
μS	Unidade de condutância - Microsiemens
pu	Por unidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	DESENVOLVIMENTO	17
2.1	MODELAGEM NUMÉRICA	17
2.1.1	Método de Heun	17
2.1.2	Modelo da linha de transmissão	18
2.1.3	Cálculo da resistência de amortecimento	19
2.1.4	Matrizes da estrutura alternada	20
2.1.5	Matriz da estrutura em blocos	21
2.1.6	Rotina numérica	21
2.2	TESTE DO MODELO	22
2.3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	23
2.3.1	Simulações com a estrutura alternada	25
2.3.2	Simulações com a estrutura em blocos	29
3	CONCLUSÃO	32
	REFERÊNCIAS	33

1 INTRODUÇÃO

Linhas de transmissão são sistemas utilizados para transmitir energia eletromagnética entre localidades diferentes. A teoria de linhas de transmissão pode ser aplicada tanto para circuitos de longa extensão que trabalham com alta potência, quanto para circuitos que trabalham em altíssimas frequências, como é o caso da transmissão de sinais. Pode-se dizer que esta transmissão é guiada de uma fonte geradora para uma carga consumidora através de meios físicos, podendo ser fios trançados ou paralelos, cabos coaxiais ou um guia de onda. É possível modelar essas linhas de transmissão por meio de circuitos elétricos relativamente simples, convertendo os valores de resistência, indutância, capacitância e condutância expressos relativamente à unidade de comprimento, conhecido como parâmetros distribuídos, em valores que não são expressos à unidade de comprimento, ou parâmetros concentrados. Os modelos mais conhecidos são o circuito π e o circuito T, nomenclatura relativa ao formato que é dado para a unidade infinitesimal de modelagem de linhas de transmissão. Neste trabalho, a linha de transmissão é representada por uma cascata monofásica de circuitos π .

Para casos ideais de linhas de transmissão, as perdas são desconsideradas e a análise do sistema é feita em regime permanente, obtendo as equações para essa linha sem perdas, ou equações telegráficas. Entretanto, a partir do momento que se leva em conta perdas e fenômenos transitórios, que fazem com que haja variações bruscas de frequência e amplitude em instantes aleatórios de tempo, essas equações telegráficas não podem ser utilizadas para a modelagem. Tendo em vista que o estudo desses efeitos transitórios é essencial, e que é inviável de ser realizado em linhas de transmissão reais, isso passa a ser realizado em modelos digitais baseados em variáveis de estado. Ou seja, modelos numéricos são utilizados. Assim, há necessidade de uma atenção especial com problemas numéricos que podem ser desencadeados em decorrência das aproximações de tais modelos.

Para simular transitórios eletromagnéticos em redes elétricas, foram criados os programas EMTP (Electromagnetic Transient Programs). Duas versões se destacam: uma de licença livre (ATP) e outra comercial (Microtran). O ATP é o mais utilizado mundialmente. Porém, como o objetivo deste trabalho é analisar alterações na estrutura do circuito π , é mais adequado utilizar um programa de cálculo matemático matricial, pois programas como os citados anteriormente trabalham baseados em blocos de estruturas pré-definidas.

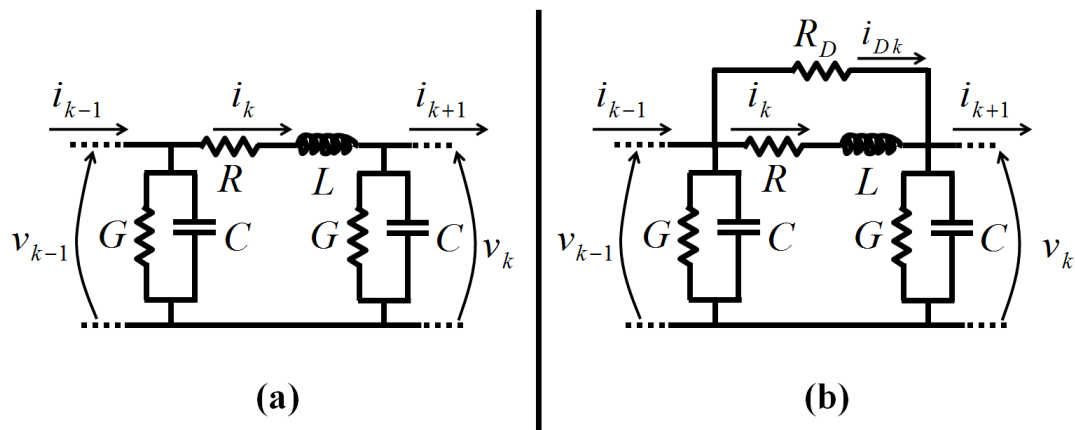
Para encontrar as equações de estado que representam o modelo utilizado, análises simples com as leis das correntes e das tensões de Kirchhoff são empregadas. Obtendo tais equações, o método de Heun (NELMS et al., 1989) é aplicado para a solução numérica do problema. Para isso, utiliza-se um software de programação e simulação numérica baseado em cálculo matricial: o MatLabTM. Essa escolha favorece o desenvolvimento do trabalho, visto que o software é flexível quanto a manipulação de valores e favorável na utilização de gráficos para apresentação dos resultados.

As rotinas numéricas mencionadas são mais facilmente influenciadas por erros numéricos. Considerando a representação simplificada de uma linha de transmissão por cascatas de circuitos π , a solução desse sistema é obtida com a aplicação da integração trapezoidal (método de Heun) e os resultados são afetados por oscilações numéricas, conhecidas como fenômeno de Gibbs (MORENO; RAMIREZ,

2008). Mas, é possível minimizar esse fenômeno por meio de modificações estruturais do circuito π . A modificação utilizada neste trabalho propõe adicionar uma resistência de amortecimento (R_D) em paralelo com os elementos longitudinais da linha de transmissão conforme Figura 1 (JUS et al., 2016). Uma proposta anterior adicionava R_D em todos os circuitos π da cascata (PRADO et al., 2017). Entretanto, apesar de diminuir consideravelmente os efeitos das oscilações numéricas, a incorporação desses elementos em cada circuito da cascata aumenta o tempo computacional para realizar as análises e simulações (SANTOS et al., 2017). Por esse motivo, são propostas duas estruturas alternativas para a cascata de circuito π . Na primeira delas, duas estruturas diferentes de circuito π , com e sem resistência de amortecimento, são aplicadas alternadamente na composição da cascata utilizada para representar a linha de transmissão, formando uma cascata com estruturas alternadas que está ilustrada na Figura 2. A segunda estrutura, envolve a ausência da resistência de amortecimento em metade do total de circuitos π , sendo que todos esses circuitos estão agrupados no centro da cascata. A segunda estrutura está representada na Figura 3.

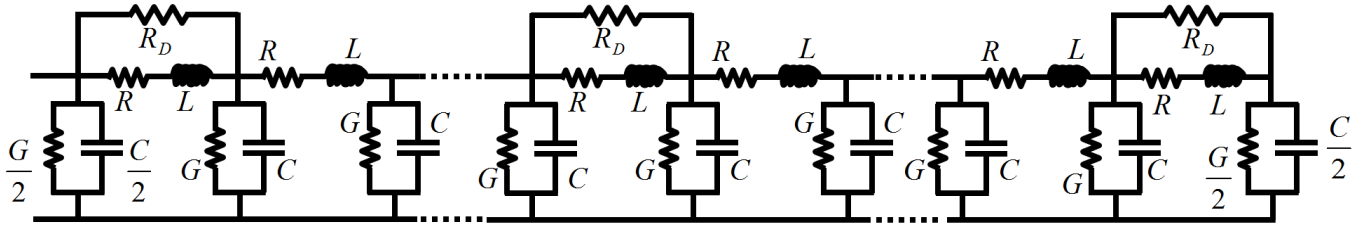
Nos próximos capítulos deste trabalho, são apresentados os resultados de diversas simulações que, após as devidas comparações, podem indicar qual estrutura melhor se adéqua aos objetivos de diminuir as oscilações de Gibbs sem comprometer o tempo computacional da simulação. Os resultados das comparações são baseados em gráficos da tensão de saída em função do tempo e gráficos tridimensionais que estabelecem a relação entre os primeiros picos de tensão com o número de circuitos π e os valores do fator de proporcionalidade para cálculo da resistência de amortecimento (k_D) utilizado para determinar R_D .

Figura 1 – Unidades de circuitos π para representação de linhas de transmissão: sem (a) e com (b) a resistência de amortecimento (R_D).



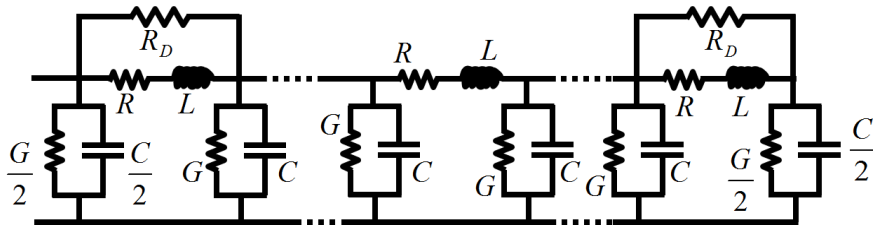
fonte: (SANTOS et al., 2017)

Figura 2 – Estrutura alternada de circuitos π aplicada para representar linhas de transmissão.



fonte: (SANTOS et al., 2017)

Figura 3 – Estrutura em blocos de circuitos π aplicada para representar linhas de transmissão.



fonte: Produção da própria autora

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 MODELAGEM NUMÉRICA

2.1.1 Método de Heun

O método de Heun, também conhecido como integração trapezoidal, é um método numérico que transforma equações diferenciais em equações algébricas equivalentes (DOMMEL, 1984). Descrita como regra trapezoidal de integração para parâmetros discretos, essa metodologia consiste em uma forma aperfeiçoada do método da tangente, ou mais conhecido como método de Euler (CAMPOS, 2007), geralmente aplicado às equações diferenciais de difícil resolução analítica.

O valor da integral nesse método é baseado na área definida pela curva $f(x)$ no intervalo de x_k a x_{k+1} , que é aproximado pela área de uma função de primeiro grau (área de um trapézio), como ilustra a Figura 4. Aplicando a regra trapezoidal, é obtido:

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x)dx = \frac{\Delta x}{2}[f(x_{k+1}) + f(x_k)] \quad (1)$$

O passo de integração é:

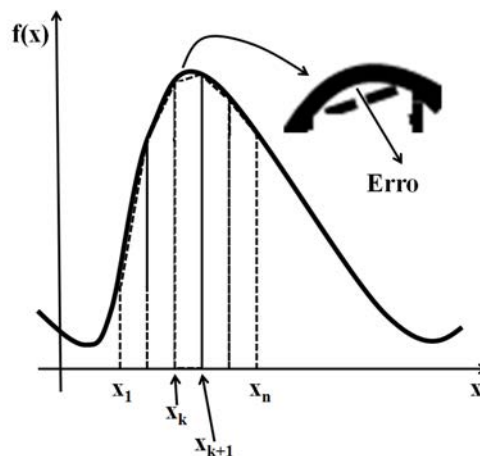
$$\Delta x = x_{k+1} - x_k \quad (2)$$

Usando (1), tem-se:

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x)dx = y_{k+1} - y_k = \Delta y \quad (3)$$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{\Delta x}{2}[f(x_{k+1}) + f(x_k)] \quad (4)$$

Figura 4 – Integração numérica pela forma trapezoidal (método de Heun).



fonte: Produção da própria autora

2.1.2 Modelo da linha de transmissão

Analisando a propagação de ondas em linhas de transmissão, observa-se que os sistemas podem ser decompostos em porções infinitesimais que podem ser representadas por circuitos π . É necessário utilizar uma cascata com uma grande quantidade de circuitos π para representar uma linha de transmissão. Essa cascata consiste em três diferentes tipos de circuitos π : um circuito que representa o terminal de alimentação de potência ou de sinal (entrada), os circuitos intermediários e o circuito que representa o fim da linha (saída) (MACÍAS; EXPÓSITO; SOLER, 2005). Na Figura 1(a), a unidade intermediária é mostrada.

De acordo com as leis de Kirchhoff de tensão e corrente, as equações (5) e (6) são obtidas para a Figura 1(a).

$$\frac{di_k}{dt} = \dot{i}_k = \frac{1}{L}(v_{k-1} - Ri_k - v_k) \quad (5)$$

$$\frac{dv_k}{dt} = \dot{v}_k = \frac{1}{C}(i_k - Gv_k - i_{k+1}) \quad (6)$$

Para a unidade do circuito π da Fig. 1(b), as relações das leis de Kirchhoff equivalentes são (PRADO et al., 2016):

$$\dot{i}_k = \frac{1}{L}(v_{k-1} - Ri_k - v_k) \quad (7)$$

$$\dot{v}_k = \frac{1}{C}[G_D v_{k-1} + i_k - (G + 2G_D)v_k - i_{k+1} + G_D v_{k+1}] \quad (8)$$

De acordo com (5) a (8), as variáveis elétricas da unidade k dependem da tensão do circuito π anterior e da corrente do próximo circuito π . Para uma linha de transmissão, é obtido o seguinte sistema linear, composto por $2n$ variáveis de estado, onde n é o número de circuitos π :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (9)$$

$$x_{2n} = \begin{bmatrix} i_1 & v_1 & i_2 & v_2 & i_3 & v_3 & \cdots & i_n & v_n \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

Nas equações (9) e (10), x é o vetor de variáveis de estado, u é o vetor de entrada de dados, A é a matriz que modela a cascata de circuitos π e B é a matriz que modela a inclusão de fontes ideais de tensão e corrente na linha de transmissão. A solução de (9) é obtida utilizando o método de Heun. Como já explicado, é um procedimento numérico amplamente aplicado na resolução de equações diferenciais e sistemas lineares.

A matriz A é baseada nas equações (5) e (6) e sua estrutura é mostrada na equação (11).

Nas Figuras 2 e 3, a quantidade de circuitos π na cascata é identificado por n . O comprimento da linha é dado por d . Considerando os parâmetros distribuídos, os elementos dos circuitos π são

determinados pelas equações de (12) a (15).

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{G}{C} & -\frac{1}{L} & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{1}{C} & -\frac{G}{C} & -\frac{1}{L} & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \frac{2}{C} & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$R = R' \frac{d}{n} \quad (12)$$

$$L = L' \frac{d}{n} \quad (13)$$

$$G = G' \frac{d}{n} \quad (14)$$

$$C = C' \frac{d}{n} \quad (15)$$

De (12) a (15), R' , L' , G' e C' são os parâmetros longitudinais e transversais da linha por unidade de comprimento. Esses parâmetros são determinados em função das propriedades dos cabos condutores, das características geométricas das torres e da resistividade do solo. Para outros tipos de sistemas de transmissão, estão relacionados, basicamente, às propriedades dos condutores, ao distanciamento entre tais condutores e as características do referencial de potencial elétrico nulo.

2.1.3 Cálculo da resistência de amortecimento

Introduzindo a resistência de amortecimento no circuito π , como mostra na Figura 1(b), as novas relações de tensão e corrente são mostradas em (16) e (17). O valor dessa resistência é proporcional à indutância do circuito π e inversamente proporcional ao passo de tempo do método numérico de integração, conforme (18). Nesse caso, k_D é uma contante de proporção dada por (20).

$$\dot{i}_k = \frac{v_{k-1} - R i_k - v_k}{L} \quad (16)$$

$$\dot{v}_k = \frac{i_k - (2G_D + G)v_k + G_D(v_{k-1} + v_{k+1}) - i_{k+1}}{C} \quad (17)$$

$$R_D = k_D \frac{2L}{\Delta t} \quad (18)$$

$$G_D = \frac{1}{R_D} \quad (19)$$

$$k_D = \frac{R_D \Delta t}{2L} = \frac{\Delta t}{2LG_D} \quad (20)$$

A introdução de R_D acarreta mudanças dada pelas equações (21) a (23) na estrutura da matriz. A ordem dos elementos se mantém as mesmas de (11) (CHRYSOCHOS et al., 2015). k_D é dado por um número inteiro.

$$A_{kk} = \frac{-(2G_D + G)}{C} \quad (21)$$

$$A_{k(k-2)} = A_{k(k+2)} = \frac{G_D}{C} \quad (22)$$

$$A_{2n(2n-2)} = \frac{G_D}{C}, A_{2n2n} = \frac{-2G_D + G}{C} \quad (23)$$

2.1.4 Matrizes da estrutura alternada

Para a cascata de circuitos π da Figura 2, a matriz A fica com a seguinte estrutura:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{1}{C} & A_{GD} & -\frac{1}{C} & \frac{G_D}{C} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{G_D}{C} & \frac{1}{C} & A_{GD} & -\frac{1}{C} & -\frac{G_D}{C} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \frac{2G_D}{C} & \frac{2}{C} & A_{GD} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Em que o elemento A_{GD} é dado por (25).

$$A_{GD} = -\frac{G + 2G_D}{C} \quad (25)$$

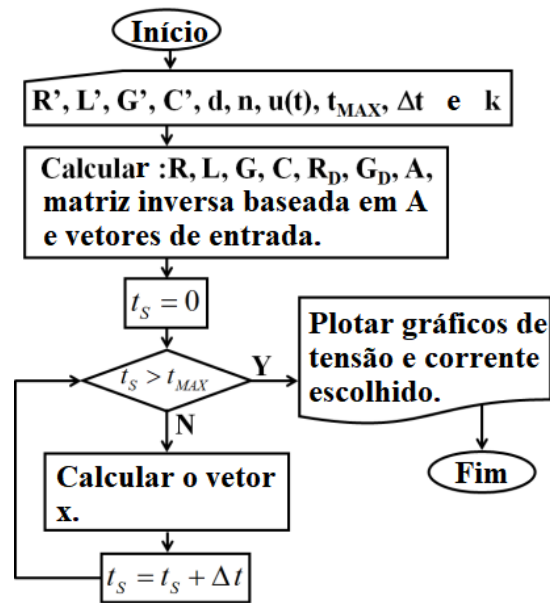
O vetor B é:

$$B = \left[\frac{1}{L} \quad \frac{G_D}{C} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \right]^T \quad (26)$$

2.1.5 Rotina numérica

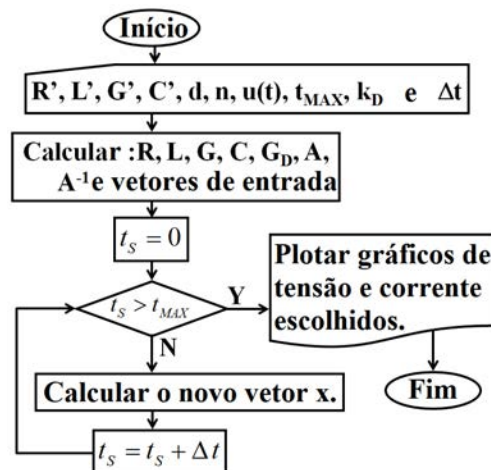
Os fluxogramas que ilustram as estruturas básicas das rotinas numéricas usadas nas simulações realizadas são mostrados nas Figuras 5, 6 e 7. Para as simulações em que foram introduzidas resistências de amortecimento em todos os circuitos π da cascata, o fluxograma é mostrado na Figura 5 (PRADO et al., 2014). Na Figura 6, é mostrado o fluxograma que indica o passo a passo para realizar a simulação numérica da primeira estrutura alternativa deste trabalho, dada pela Figura 2. Já a Figura 7, ilustra a rotina numérica para a realização da estrutura dada pela Figura 3.

Figura 5 – Fluxograma para aplicação da resistência de amortecimento em todos os circuitos π da cascata.



fonte: (PRADO et al., 2014)

Figura 6 – Fluxograma para simulações da cascata da Figura 2



fonte: Produção da própria autora

2.2 TESTE DO MODELO

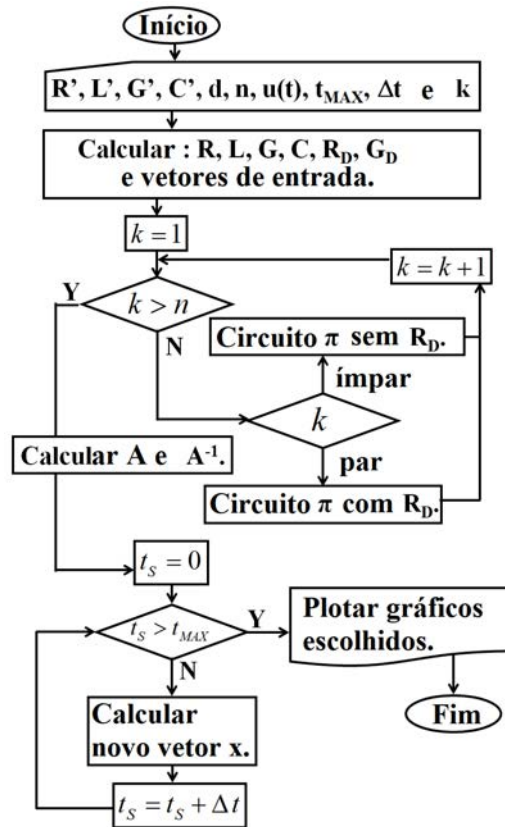
Para a verificação da precisão dos resultados numéricos obtidos do modelo desenvolvido, é simulada a energização de uma linha de transmissão monofásica, considerando parâmetros independentes da frequência.

É considerado que os parâmetros longitudinais da linha, por unidade de comprimento, podem ser sintetizados por um circuito constituído de um bloco RL série.

Os parâmetros transversais unitários utilizados são $G' = 0.556\mu S/km$ e $C' = 11.11nF/km$ (NELMS et al., 1989).

Uma vez que os valores dos elementos R e L da cascata de circuitos π que descrevem a linha são

Figura 7 – Fluxograma para simulações da cascata da Figura 3



fonte: Produção da própria autora

conhecidos, pode-se obter as equações de estado que descrevem o comportamento das correntes e tensões ao longo da mesma. As simulações com o modelo proposto neste trabalho foram realizadas no ambiente MatLabTM, utilizando o método de integração trapezoidal. Considerando os parâmetros da linha independentes da frequência, o circuito constituído de um bloco RL série citado anteriormente é reduzido somente a R_0 e L_0 . Nesse caso, os valores são: $R_0 = 0.05\Omega/km$ e $L_0 = 1mH/km$.

2.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

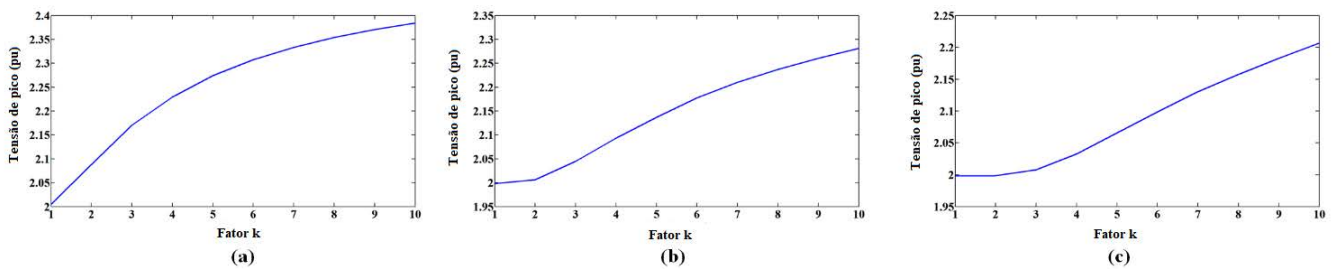
Por causa da dificuldade em equacionar analiticamente os efeitos transitórios em linhas de transmissão, foi necessário o desenvolvimento do problema utilizando um método numérico para modelar computacionalmente o circuito π . A aplicação de método numérico introduz erros numéricos nas simulações realizadas.

Para a modelagem com circuitos π , foi necessário o estudo da representação dos parâmetros distribuídos presentes em uma linha de transmissão real em parâmetros concentrados. A determinação precisa dos valores distribuídos presentes na linha é de extrema importância e deve ser baseado nas grandezas geométricas das torres da linha de transmissão e na resistência de terra da região por onde passa a linha considerada. Neste trabalho, foi utilizada a representação de linha monofásica equivalente para modelar as linhas de transmissão trifásicas. O cálculo para essa equivalência é realizado com o auxílio do método das imagens e a utilização de grandezas geométricas para resultar em matrizes de ordem três que dependem da geometria da torre e da resistência em corrente contínua do cabo utilizado

na linha. O método das imagens é uma técnica utilizada, principalmente, em situações de condutores longos estendidos sobre planos de referência não-condutores (HAYT; BUCK, 2008).

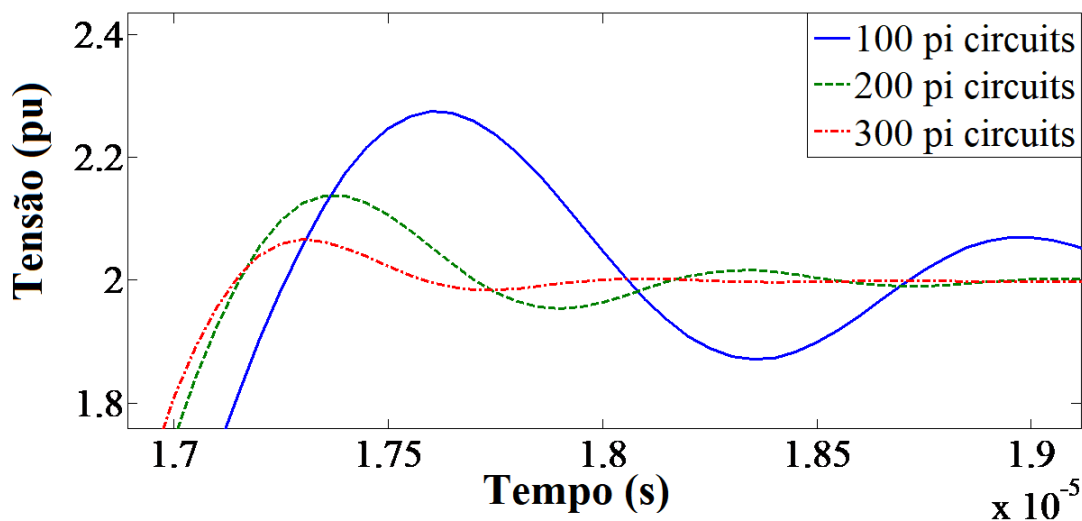
Dando sequência, o modelo matemático descrito anteriormente foi utilizado para representar os circuitos π da cascata com o conceito de resistência de amortecimento. É necessário definir o valor da constante de proporcionalidade k_D para então calcular o valor de R_D e, conseqüentemente, o valor de G_D . Em um primeiro instante, foi utilizado o modelo de cascata de circuito π com resistência de amortecimento em todos os circuitos. Os resultados coletados para variações no valor de k_D e na quantidade de circuitos π são mostrados nas figuras de (8) a (10).

Figura 8 – Resultados das simulações com resistência de amortecimento usando 100 circuitos π (a), 200 circuitos π (b), 400 circuitos π (c) variando o valor de k_D .



fonte: Produção da própria autora

Figura 9 – Resultados para $k_D = 1$ e quantidades diferentes de circuitos π .

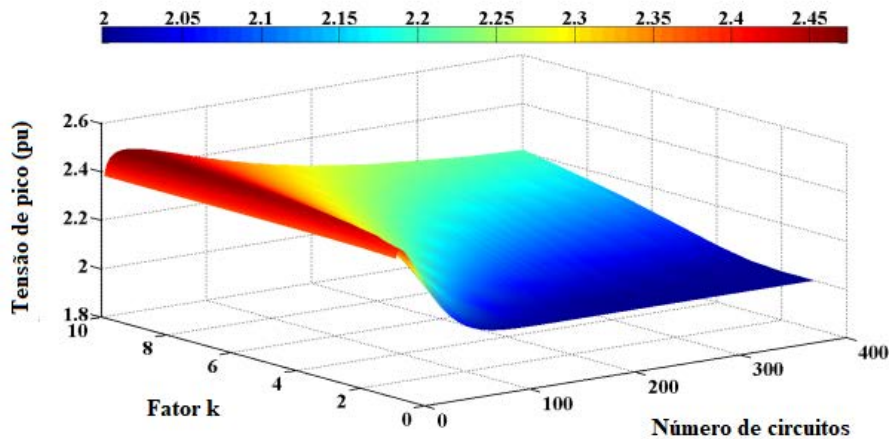


fonte: Produção da própria autora

Levando em consideração que a linha de transmissão está trabalhando como um circuito aberto, e a resistência de carga (R_L) é infinita, a teoria diz que há reflexão total de ondas eletromagnéticas no final da linha (POZAR, 2011). Se a fonte de entrada tem uma amplitude de $1pu$, no final da linha espera-se uma amplitude de $2pu$. Assim, é possível analisar os resultados obtidos e a precisão dos mesmos.

A partir da Figura 8, observa-se que as maiores reduções da amplitude das oscilações de Gibbs são obtidas para valores pequenos de k_D , preferencialmente para $k_D = 1$. Sendo assim, percebe-se pela Figura 9, que o aumento da quantidade de circuitos π também é capaz de suavizar ainda

Figura 10 – Resultados em gráfico tridimensional para picos de tensão variando k_D e a quantidade de circuitos π .



fonte: Produção da própria autora

mais essas oscilações em conjunto com um valor adequado de k_D . Por esse motivo, é interessante encontrar um intervalo ótimo na qual as oscilações são suficientemente pequenas, em que o modelo seja numericamente estável e que o custo computacional seja pequeno.

Assim, na figura Figura 10, para valor de $k_D = 1$ e para n dentro do intervalo de 100 a 300 circuitos π , são obtidos resultados satisfatórios, já que a amplitude do primeiro pico de tensão pode ser reduzido para menos que $2.1pu$, e o tempo computacional é aceitável considerando uma rotina numérica simples. Pode-se dizer que foram obtidos ótimos resultados em relação ao amortecimento das oscilações numéricas quando são utilizadas resistências de amortecimento em todos os circuitos π da cascata.

A alternativa estudada neste trabalho é a diminuição da quantidade de resistências de amortecimento utilizadas, para que haja diminuição do custo computacional e uma maior facilidade para construção do modelo físico da linha analisada. Portanto, em seguida, utilizando duas alternativas para a estrutura da cascata de circuitos π , foram feitas simulações visando uma melhoria no desempenho computacional da simulação.

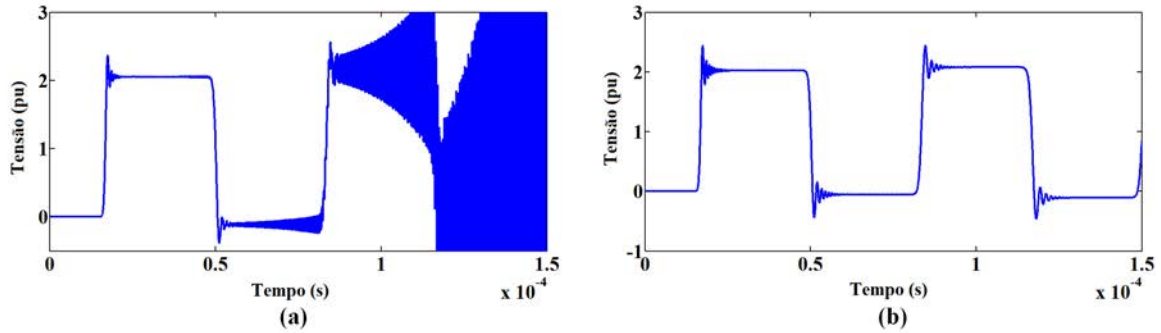
2.3.1 Simulações com a estrutura alternada

Como o primeiro e o último circuito π da cascata são pontos muito sensíveis à influência de erros numéricos, é importante que a quantidade total de circuitos π da cascata seja um número ímpar para garantir que o primeiro e o último circuito contenha a resistência de amortecimento em sua estrutura.

A Figura 11(a) mostra que considerando o mesmo número de circuitos π , se o fator k_D estiver próximo da unidade, os resultados podem ser instáveis e divergir numericamente. Considerando a Figura 11(b), observa-se o oposto: se o fator k_D for aumentado, os resultados se tornam estáveis e convergem para os valores corretos. No entanto, com a aplicação de estruturas alternadas de circuitos π , as oscilações numéricas não são amortecidas e podem atingir até 25% de erro, visto que o primeiro pico de tensão atinge $2.5pu$ no final da linha. Resultados e erros semelhantes podem ser observados na figura Figura 12. Considerando o aumento do número de circuitos π e a aplicação de 201 destes

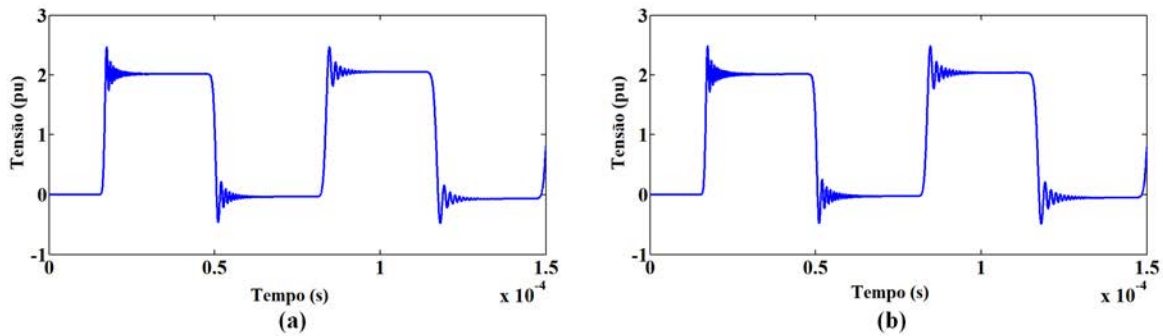
circuitos, os resultados instáveis estão relacionados a maiores valores de k_D quando comparados aos resultados obtidos com a aplicação de 151 circuitos π . Para todas as outras figuras em sequência, o erro permanece o mesmo, independentemente da quantidade de circuitos utilizados na cascata ou do valor da constante de amortecimento.

Figura 11 – Simulação numérica com $n = 151$: $k_D = 5$ (a) e $k_D = 10$ (b).



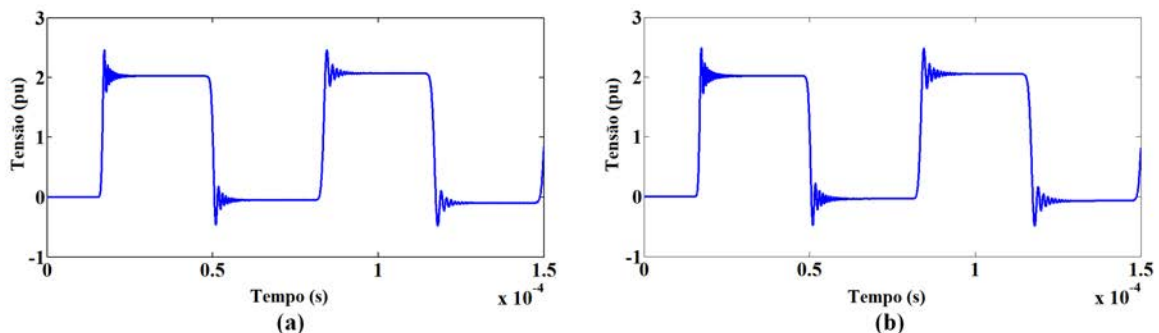
fonte: Produção da própria autora

Figura 12 – Simulação numérica com $n = 151$: $k_D = 15$ (a) e $k_D = 20$ (b).



fonte: Produção da própria autora

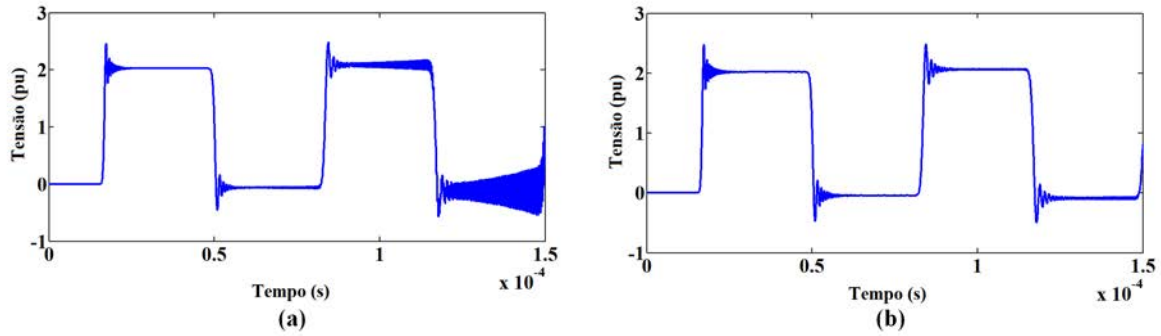
Figura 13 – Simulação numérica com $n = 201$: $k_D = 15$ (a) e $k_D = 20$ (b).



fonte: Produção da própria autora

Fixando a quantidade de circuitos π em 201 e o fator k_D em 15, a Figura 15 mostra os resultados para diferentes passos de tempo de simulação numérica. A mesma consideração é feita para a Figura 16. Analisando os resultados mostrados nas Figuras 15 e 16, observa-se que o passo do

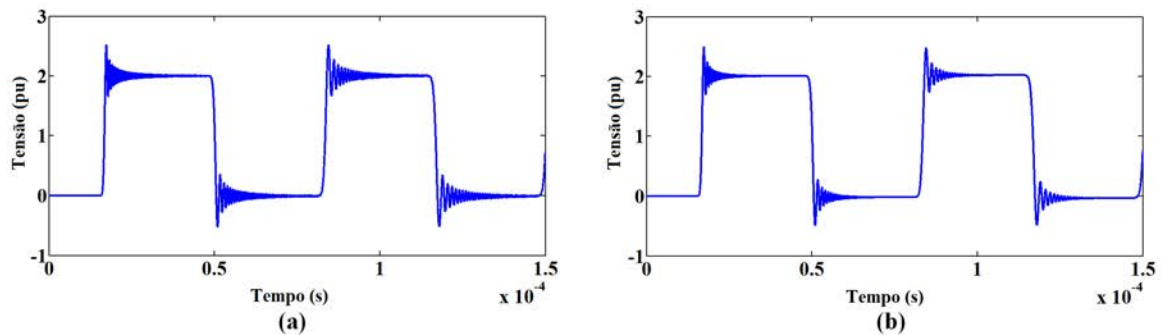
Figura 14 – Simulação numérica com $n = 251$: $k_D = 15$ (a) e $k_D = 20$ (b).



fonte: Produção da própria autora

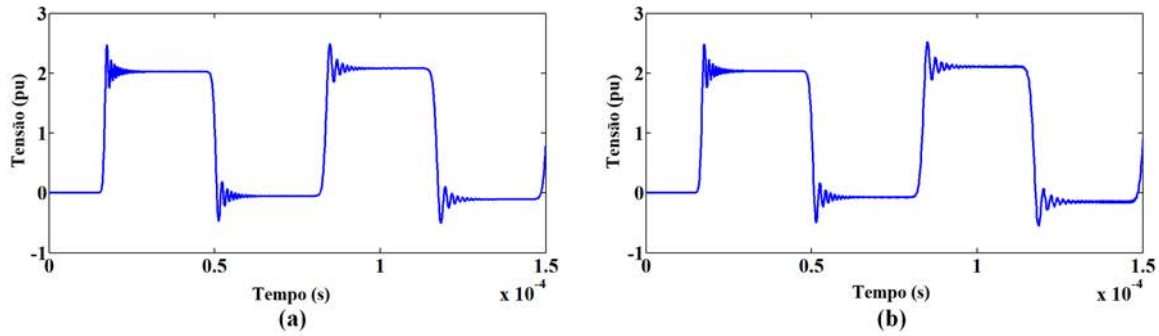
tempo não influencia significativamente na precisão dos resultados obtidos. Observa-se também, pela Figura 17 que a variação do passo de tempo não altera significativamente o erro numérico do primeiro pico de tensão. Em todos os casos, as oscilações numéricas são cerca de 25%. Analisando a influência conjunta do número de circuitos π e do fator k_D , os resultados são apresentados em um gráfico tridimensional na Figura 18. Neste caso, é considerado o tempo total da simulação (150ms). Na Figura 18(a), o número de circuitos π está na gama de 101 a 401 e o fator k_D está na gama de 10 a 50. Na Figura 18(b), considera-se o número de circuitos π de 151 a 251 e o fator k_D de 15 a 20. Considerando apenas a amplitude da primeira reflexão de onda no terminal de recepção, isto é, até 18ms do tempo de simulação, a Figura 19 traz os resultados relacionados a este intervalo de tempo.

Figura 15 – Simulação numérica com $n = 201$, $k_D = 15$: $\Delta t = 10ns$ (a) e $\Delta t = 30ns$ (b).



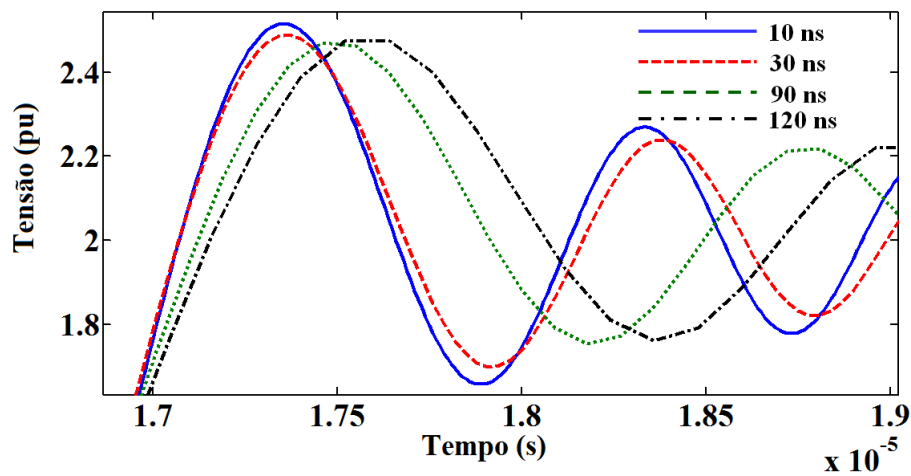
fonte: Produção da própria autora

Figura 16 – Simulação numérica com $n = 201$, $k_D = 15$: $\Delta t = 90ns$ (a) e $\Delta t = 120ns$ (b).



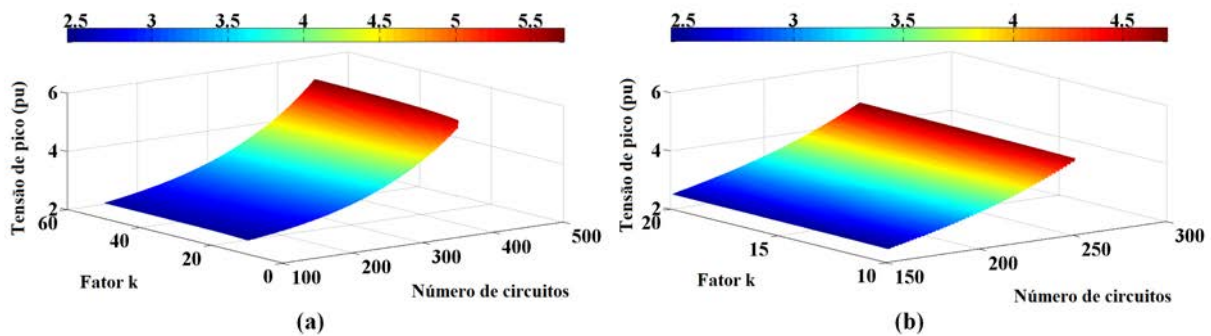
fonte: Produção da própria autora

Figura 17 – Comparação nos picos de tensão para simulações com diferentes intervalos de tempo.



fonte: Produção da própria autora

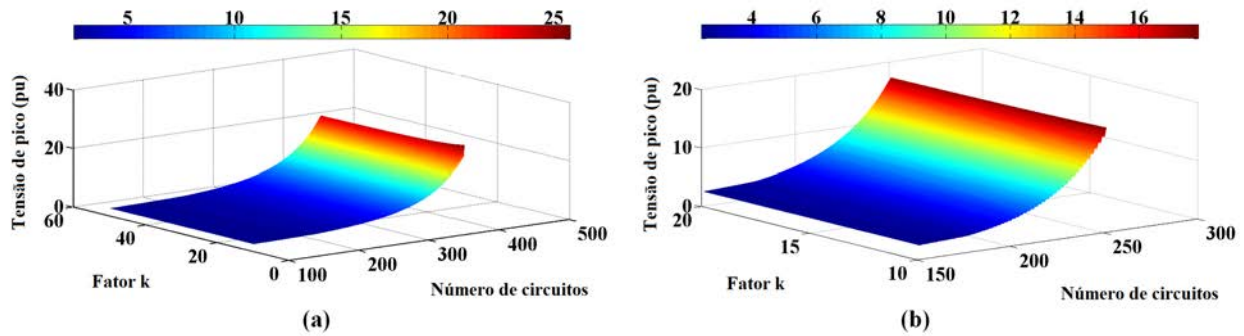
Figura 19 – Análise do primeiro pico de tensão em gráfico tridimensional: para uma gama maior de circuitos π e k_D (a). Detalhes do primeiro gráfico, com gama menor (b).



fonte: Produção da própria autora

A partir de uma análise concisa dos resultados, entende-se que as simulações da propagação de fenômenos transientes eletromagnéticos têm limites de estabilidade numérica relacionados ao número de circuitos π e ao fator k_D e, independentemente de diminuir ou não o tempo computacional necessário para simulações de transitórios, o modelo que considera a aplicação alternada de resistência de amortecimento leva a resultados com erros numéricos significativos e, em alguns casos, ainda

Figura 18 – Análise para toda simulação em gráfico tridimensional: para uma gama maior de circuitos π e k_D (a). Detalhes do primeiro gráfico, com gama menor (b).



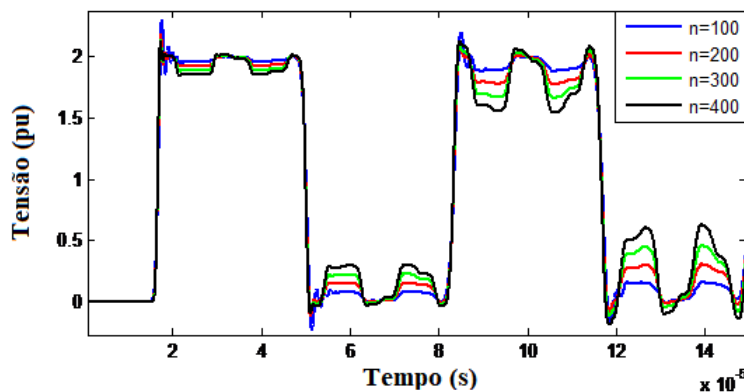
fonte: Produção da própria autora

apresenta instabilidade numérica (figuras 12(a) e 14(a)).

2.3.2 Simulações com a estrutura em blocos

Uma segunda estrutura alternativa foi implementada e testada. Ela consistiu na organização de três grandes blocos de circuitos π . O bloco central da cascata, com metade dos circuitos π , sem a resistência de amortecimento, enquanto que os dois blocos nas extremidades da cascata, cada um com um quarto do total de circuitos π da cascata, com a resistência de amortecimento, conforme a Figura 3. Alguns resultados são mostrados nas figuras de 20 a 23.

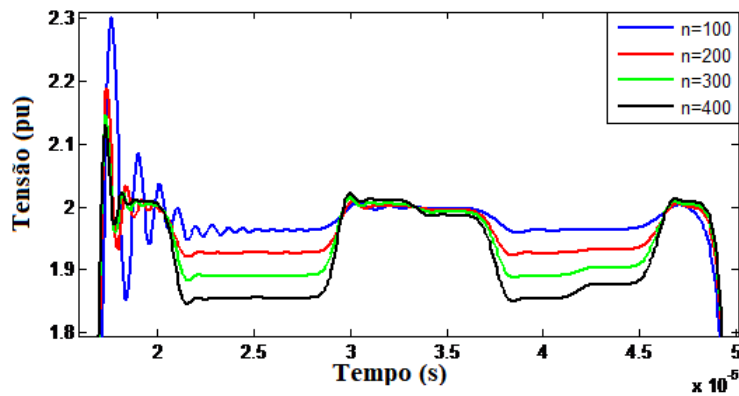
Figura 20 – Comparação para diferentes quantidades de circuitos π com $k_D = 5$.



fonte: Produção da própria autora

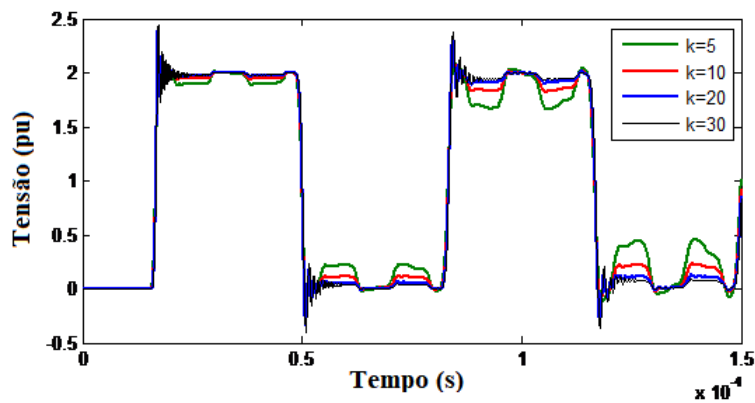
Observa-se que a estrutura da cascata dividida em blocos com e sem resistências de amortecimento também não apresenta resultados satisfatórios em relação à suavização das oscilações numéricas, além de apresentar um novo comportamento oscilatório não desejável. O aumento na quantidade de circuitos π , como ilustrado nas Figuras 20 e 21, amortece as oscilações de Gibbs originais, mas agrava o problema com as oscilações de menor frequência. Enquanto isso, o aumento da constante k_D , dado pelas Figuras 22 e 23, aumenta a amplitude das oscilações numéricas iniciais e suaviza o problema com as oscilações de menor frequência.

Figura 21 – Detalhe para a primeira reflexão para diferentes quantidades de circuitos π com $k_D = 5$.



fonte: Produção da própria autora

Figura 22 – Comparação para diferentes valores de k_D com $n = 300$.



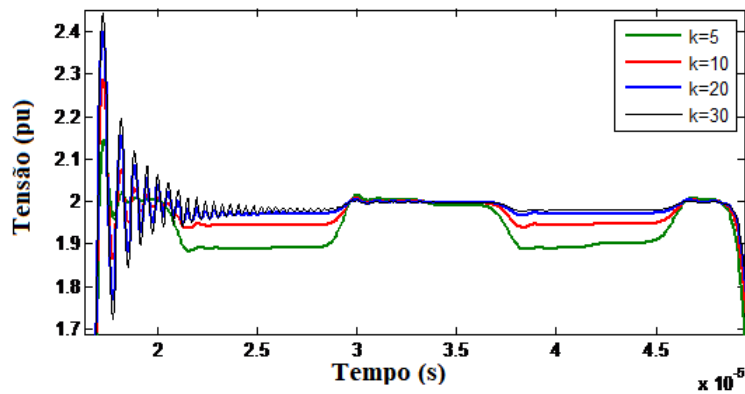
fonte: Produção da própria autora

Analisando a influência conjunta do número de circuitos π e do fator k_D , assim como foi feito anteriormente, esses parâmetros foram variados e os resultados são apresentados nos gráficos tridimensionais nas Figuras 24 e 25. Analisando os gráficos tridimensionais, descobrimos que uma quantidade de circuitos π aproximada de 170 unidades é capaz de oferecer a maior suavização das oscilações ao longo das reflexões, como é ilustrado pela Figura 24(b). Entretanto, observando a Figura 25(b), vemos que essa mesma quantidade apresenta erro superior a 20% para o primeiro pico de tensão.

De forma semelhante a cascata com estruturas alternadas apresentada anteriormente, os resultados obtidos são insatisfatórios nos quesitos de diminuição do tempo computacional com manutenção de precisão e estabilidade numérica. A utilização de resistências de amortecimento reduz drasticamente as oscilações de Gibbs, entretanto, a estrutura proposta da cascata com um conjunto central sem R_D mostra resultados piores, não proporcionando vantagens em utilizá-la. Os resultados obtidos são compostos, agora, pela soma de oscilações numéricas, bem como efeitos de reflexão e refração de ondas viajantes provocados pelo acoplamento de circuitos π com estruturas diferentes.

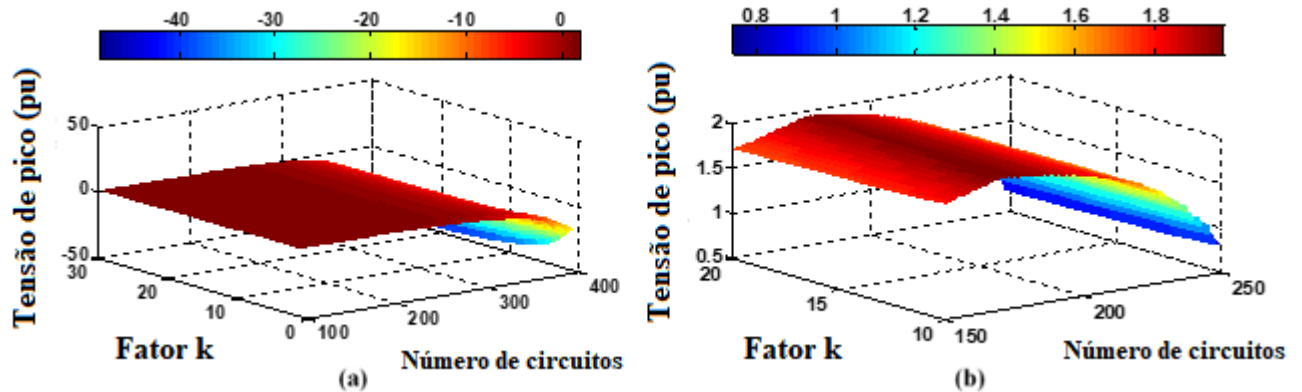
Percebe-se então que, dentre as estruturas de cascatas de circuitos π apresentadas neste trabalho, a que apresenta melhor adequação para simulação de fenômenos transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão é aquela em que todos os circuitos π da cascata possuem resistência de amortecimento.

Figura 23 – Detalhe para a primeira reflexão para diferentes valores de k_D com $n = 300$.



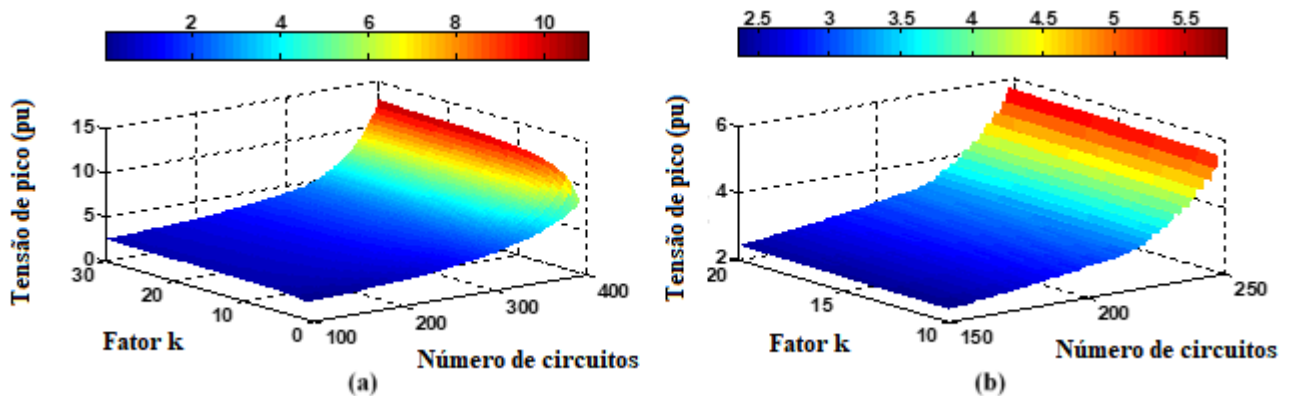
fonte: Produção da própria autora

Figura 24 – Pico de tensão ao longo da primeira reflexão: resultados da influência do número de circuitos π e o fator k_D no pico de tensão (a). Detalhe ampliado para região de interesse (b).



fonte: Produção da própria autora

Figura 25 – Somente para o primeiro pico de tensão em $17\mu s$: resultados da influência do número de circuitos π e o fator k_D no pico de tensão (a). Detalhe ampliado para região de interesse (b).



fonte: Produção da própria autora

3 CONCLUSÃO

Métodos de integração numérica são ferramentas úteis para simulações digitais que estejam relacionadas com modelos de primeira ordem de fenômenos físicos. Esses métodos podem ser influenciados por oscilações numéricas ou fenômeno de Gibbs. Portanto, se uma unidade infinitesimal de linhas de transmissão é modelada usando circuitos π e esse modelo é aplicado para simular a propagação de transitórios eletromagnéticos, o resultado obtido pode ser altamente influenciado por oscilações de Gibbs geradas pelo conjunto do modelo utilizado e do método de integração aplicado.

Apesar de ser uma modelagem simples e passível de influência de erros numéricos, várias simulações foram realizadas considerando um modelo matemático para transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão com base na representação monofásica da linha e com o uso de variáveis de estado. A cascata de circuitos π usada é, na área de sistemas de transmissão, um dos modelos mais simples de linhas de transmissão. Para uma análise mais realista, deve ser considerada a inserção do efeito da frequência na linha, que será realizada por meio da inclusão de blocos RL paralelo nos circuitos π .

Finalmente, considerando uma linha monofásica para representação e adaptando a simulação para a inclusão da resistência de amortecimento em todos os circuitos π da cascata, várias simulações foram feitas. Anteriormente, as oscilações de Gibbs causavam erros nos picos de tensão de aproximadamente 25%. Com a adição das resistências de amortecimento, são obtidos resultados satisfatórios quanto ao amortecimento dessas oscilações que, se combinado com o acréscimo de circuitos π , esses erros podem ser considerados desprezíveis.

A adição de resistências de amortecimento em cada circuito π da cascata pode causar sobrecarga do tempo computacional necessário para simulação e comprometer a construção de um modelo físico baseado nesse modelo matemático. Assim, uma alternativa seria alterar a estrutura dessa cascata de circuitos. Duas estruturas diferentes, com menor quantidade de resistências de amortecimento foram aplicadas à rotina, e, novamente, várias simulações foram feitas e os resultados foram comparados. A primeira estrutura, em que o circuito π com resistência de amortecimento é alternado com o circuito π sem a modificação, não consegue amortecer as oscilações de Gibbs. Já a segunda estrutura, com o circuito modificado concentrado nos extremos da linha, apresenta um novo comportamento oscilatório de menor frequência não desejado. Nenhum dos dois casos foram eficientes em relação ao que era esperado.

Portanto, entre as três estruturas de modelagem de linha de transmissão analisadas neste trabalho, a melhor estrutura para representação monofásica de linhas de transmissão para aplicação nos estudos de transitórios eletromagnéticos realizados neste estudo é uma cascata de circuitos π modificada em que todas as unidades possuam a resistência de amortecimento, a fim de minimizar as oscilações de Gibbs.

REFERÊNCIAS

- CAMPOS, f. F. F. **Algoritmos Numéricos**. 2. ed. [S.l.]: LTC, 2007.
- CHRYSOCHOS, I. et al. Damping of oscillations related to lumped-parameter transmission line modeling. **Conf. on Power Systems Transients - IPST**, n. 7, 2015.
- DOMMEL, H. W. **Electromagnetic Transients Program**. Oregon: Rule Book, 1984.
- HAYT, J. W. H.; BUCK, J. A. **Eletromagnetismo**. 8. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 2008.
- JUS, L. H. et al. Transmission lines model with different basic structures applied to transient electromagnetic simulations. **The 6th IASTED International Conference on Modelling, Simulation and Identification - MSI**, August 2016.
- MACÍAS, J. A. R.; EXPÓSITO, A. G.; SOLER, A. B. A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. **IEEE Trans. on Power Delivery**, v. 20, n. 2, p. 894 –903, 2005.
- MORENO, P.; RAMIREZ, A. Implementation of the numerical laplace transform: a review. **IEEE Trans. on Power Delivery**, v. 23, n. 4, 2008.
- NELMS, R. M. et al. Using a personal computer to teach power system transients. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 4, n. 3, p. 1293 –1294, 1989.
- POZAR, D. M. **Microwave Engineering**. 4. ed. [S.l.]: Wiley, 2011.
- PRADO, A. J. et al. Influences of damping resistances on transient simulations in transmission lines. **Progress in Electromagnetics Research Symposium – PIERS**, v. 75, n. 1, p. 27 –39, 2017.
- PRADO, A. J. et al. Minimization of gibb's oscillations in transients' simulations using damping resistance. **The Progress in Electromagnetic Research Symposium - PIERS**, August 2016.
- PRADO, A. J. et al. Modified routine for decreasing numeric oscillations at associations of lumped elements. **Electric Power Systems Research**, v. 112, n. 1, p. 56 –64, 2014.
- SANTOS, M. O. et al. Influence of damping resistance in electromagnetic transients using alternate structures of π circuits. **Progress in Electromagnetics Research Symposium – PIERS**, v. 1, n. 7, p. 22 –25, 2017.