



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
Departamento de Engenharia Elétrica



**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica**  
**UNESP – *Campus* de Ilha Solteira**

**RICARDO GOUVEIA TEODORO**

**CONTROLE DA POSIÇÃO ANGULAR DA PERNA DE VOLUNTÁRIOS  
HÍGIDOS E COM LESÃO MEDULAR UTILIZANDO ESTIMULAÇÃO  
ELÉTRICA FUNCIONAL E TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO E  
CHAVEADO**

Ilha Solteira

2018

**RICARDO GOUVEIA TEODORO**

**CONTROLE DA POSIÇÃO ANGULAR DA PERNA DE VOLUNTÁRIOS HÍGIDOS  
E COM LESÃO MEDULAR UTILIZANDO ESTIMULAÇÃO ELÉTRICA  
FUNCIONAL E TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO E CHAVEADO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista – UNESP – *Campus* de Ilha Solteira, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Automação.

Orientador: **Prof. Dr. Aparecido Augusto de Carvalho**

Ilha Solteira

2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

T314c Teodoro, Ricardo Gouveia.  
Controle da posição angular da perna de voluntários hígidos e com lesão medular utilizando estimulação elétrica funcional e técnicas de controle robusto e chaveado / Ricardo Gouveia Teodoro. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018  
198 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2018

Orientador: Aparecido Augusto de Carvalho  
Inclui bibliografia

1. Paraplégico. 2. FES. 3. Controle clássico. 4. Controle chaveado.

*Raiane da Silva Santos*  
Raiane da Silva Santos



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Controle da Posição Angular da Perna de Voluntários Hígidos e com Lesão Medular Utilizando Estimulação Elétrica Funcional e Técnicas de Controle Robusto e Chaveado

AUTOR: RICARDO GOUVEIA TEODORO

ORIENTADOR: APARECIDO AUGUSTO DE CARVALHO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: AUTOMAÇÃO pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. APARECIDO AUGUSTO DE CARVALHO  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. MARCELO AUGUSTO ASSUNÇÃO SANCHES  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. ADALBERTO VIEIRA CORAZZA  
Curso de Medicina e Enfermagem / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Prof. Dr. HENRIQUE RESENDE MARTINS  
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Minas Gerais

Ilha Solteira, 13 de agosto de 2018

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho inteiramente à minha família, em especial à minha esposa Claudete Werner e ao meu filho Cláudio Emanuel Werner Teodoro, pela paciência, confiança e motivação nos momentos mais difíceis.

Dedico também aos meus pais e irmãos, que sempre me apoiaram nos caminhos da boa educação e do equilíbrio como ser humano.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, nossa luz divina de sabedoria infinita. Obrigado, meu Deus, obrigado á minha divina Nossa Senhora!

Ao meu orientador Aparecido Augusto de Carvalho, por ser um homem equilibrado e de grande sabedoria, que com maestria soube orientar este trabalho, demonstrando firmeza, caráter e total equilíbrio em todos os seguimentos, sempre atento e torcendo pelo sucesso de toda a equipe LIEB. Obrigado, meu amigo e Professor Aparecido Augusto de Carvalho.

Ao Professor Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, pela orientação específica, amiga e também pela assertividade e fantástico conhecimento no mundo das técnicas de controle que sempre agraciou a todos nós do mundo das pesquisas. Obrigado, Professor Marcelo Carvalho.

Ao Professor Marcelo Sanches, pelo grande apoio profissional e pessoal. Pela amizade que ao longo dos tempos foi ficando cada vez mais fortalecida. Obrigado, meu amigo Professor Marcelo Sanches.

Agradeço ao amigo de pesquisa Professor Willian R. Bispo M. Nunes, que demonstrou ser um grande companheiro, verdadeiro amigo de sabedoria serena e equilibrada, focado em nossos objetivos. Obrigado, Professor Willian Bispo.

Agradeço também ao mestrando e amigo Rafael Augusto de Araújo, pela dedicação e companheirismo e a todos os colegas do Laboratório de Instrumentação e Engenharia Biomédica, que me possibilitaram novos conhecimentos e experiências.

Aos companheiros de república Igor Minari, Luíz Henrique, João Carlos, João Gabriel, Manuel.

Em especial, agradeço a Dona Jaci, mulher forte e guerreira. Agradeço a ela pelo carinho e apoio nos momentos bons e nos momentos difíceis.

Agradeço ao IFPR juntamente com todos os seus colaboradores pela oportunidade e pelo apoio constante nesta etapa de minha vida.

Que Deus e Nossa Senhora estejam sempre em nossos caminhos!!!

## RESUMO

A Estimulação Elétrica Funcional tem sido utilizada para auxiliar no restabelecimento de funções motoras em paraplégicos. Neste trabalho é proposto um procedimento experimental para identificar as incertezas politópicas de um modelo dinâmico do movimento do membro inferior, produzido por estimulação elétrica aplicada no quadríceps. Foram realizadas comparações entre controle em malha aberta e dois controladores em malha fechada. O projeto dos controladores foi baseado em desigualdades matriciais lineares (LMIs). Os resultados experimentais foram obtidos para 5 voluntários hígidos e 4 voluntários paraplégicos. Devido à incerteza dos parâmetros da planta, os resultados experimentais mostraram que o sinal de controle é incerto para um ponto de operação. Pela primeira vez aplicou-se controle chaveado com incerteza e estimulação elétrica para controlar o movimento do membro inferior. O controlador chaveado  $u_{\sigma,\xi}(t)$  apresentou o menor valor da derivada temporal da função de Lyapunov e compensou a incerteza do sinal de controle.

**Palavras-chave:** Paraplégico. FES. Controle clássico. Controle chaveado.

## ABSTRACT

Functional Electrical Stimulation has been used to aid and restore motor functions in paraplegics. In this work, we propose an experimental procedure to identify the polytopic uncertainties of a dynamic model of the lower limb movement produced by electrical stimuli applied to the quadriceps. A comparison between open-loop control and two closed-loop controllers was performed. The controller design was based on linear matrix inequalities (LMIs). Experimental results were obtained for 5 healthy volunteers and 4 paraplegic volunteers. Due to plant parameters uncertainties, the experimental results showed that the control signal is uncertain for an operating point. For the first time, a robust switched controller and electrical stimulation were applied to control the movement of the lower limb. The switched controller  $u_{\sigma, \xi}(t)$  presented the smallest time-derivative value of the Lyapunov function and compensated the uncertainty in the control signal.

Keywords: Paraplegic. FES. Classical control. Switched control.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ilustração de medula espinhal. ....	27
Figura 2 – Ilustração dos caminhos percorridos pelo sinal. ....	28
Figura 3 – Ilustração de uma junção neuromuscular. ....	28
Figura 4 – Ilustração influxo de sódio na membrana. ....	29
Figura 5 – Potencial de ação: variação da tensão na membrana. ....	30
Figura 6 – Ilustração conjunto muscular do quadríceps. ....	31
Figura 7 – Ilustração complexo canela tornozelo. ....	32
Figura 8 - Eletroestimulador e dispositivo myRIO. ....	63
Figura 9 - Forma de onda do sinal de eletroestimulação. ....	63
Figura 10 - Eletrodos utilizados nos testes com os voluntários. ....	64
Figura 11 - Cadeira instrumentada. ....	64
Figura 12 - Tela do computador e <i>software</i> supervisorio. ....	66
Figura 13 - Passo 1 da identificação do ponto motor ....	66
Figura 14 - Passo 2 da identificação do ponto motor. ....	67
Figura 15 - Curvas de identificação do ensaio 1. ....	74
Figura 16 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados. ....	75
Figura 17 – Resultados comparativos entre os parâmetros das LMIs responsáveis pelo índice de performance no projeto dos controladores robusto e chaveado, tal que $\beta \in [0,1]$ e $\eta \in [100,600]$ . ....	75
Figura 18 - Curvas de identificação do ensaio 2. ....	78
Figura 19 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados. ....	79
Figura 20 – Resultados experimentais com o controlador robusto, indivíduo P1, ensaio 2. ....	81
Figura 21 – Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P1, ensaio 2. ....	82
Figura 22 - Resultados experimentais com o controlador chaveado, indivíduo P1, ensaio 2. ....	84

Figura 23 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P1, ensaio 2.....	84
Figura 24 - Curvas de identificação do ensaio 3. ....	86
Figura 25 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados.....	87
Figura 26 - Resultados experimentais do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P1, ensaio 3.....	89
Figura 27 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P1, ensaio 3.....	90
Figura 28 – Resultados experimentais com o controlador chaveado, indivíduo P1, ensaio 3..	90
Figura 29 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P1, ensaio 3.....	91
Figura 30 - Resultados experimentais do controlador robusto sem estimulação, indivíduo P1, ensaio 3. ....	92
Figura 31 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo P1, ensaio 3.....	93
Figura 32 – Resultados experimentais com o controlador robusto, indivíduo P1, ensaio 3....	94
Figura 33 – Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P1, ensaio 3.....	94
Figura 34 - Curvas de identificação do ensaio 1. ....	95
Figura 35 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados.....	96
Figura 36 - Resultados do primeiro experimento com o controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 1. ....	98
Figura 37 - Primeiro teste Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 1. ....	99
Figura 38 – Resultados do segundo experimento com o controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 1. ....	99
Figura 39 – Segundo teste da Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 1. ....	100

Figura 40 - Resultados do primeiro experimento com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.....	101
Figura 41 - Primeiro teste Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.....	102
Figura 42 - Resultados do segundo experimento com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.....	102
Figura 43 - Segundo teste Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.....	103
Figura 44 - Resultados do terceiro experimento com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.....	104
Figura 45 - Terceiro teste Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.....	104
Figura 46 - Curvas de identificação do ensaio 2. ....	105
Figura 47- Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados.....	106
Figura 48 - Resultados experimentais do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 2.....	108
Figura 49 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 2.....	109
Figura 50 - Resultados experimentais com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 2.....	109
Figura 51 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 2.....	110
Figura 52 - Resultados experimentais do controlador robusto sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 2.....	111
Figura 53 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 2.....	111
Figura 54 - Resultados experimentais com o controlador robusto, indivíduo P2, ensaio 2. ..	112
Figura 55 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P2, ensaio 2.....	113
Figura 56 - Curvas de identificação do ensaio 1. ....	113
Figura 57 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes	

indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados.....	115
Figura 58 - Resultados do primeiro experimento com o controlador chaveado, indivíduo P3, ensaio 1.....	117
Figura 59 – Primeiro teste Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P3, ensaio 1.....	118
Figura 60 - Resultados do segundo experimento com o controlador chaveado, indivíduo P3, ensaio 1.....	119
Figura 61 – Segundo teste Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P3, ensaio 1.....	120
Figura 62 - Resultados do primeiro experimento com o controlador robusto, indivíduo P3, ensaio 1.....	121
Figura 63 – Primeiro teste Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P3, ensaio 1.....	122
Figura 64 - Resultados do segundo experimento com o controlador robusto, indivíduo P3, ensaio 1.....	122
Figura 65 – Segundo teste Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P3, ensaio 1.....	123
Figura 66 - Curvas de identificação do ensaio 1.....	124
Figura 67 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados.....	125
Figura 68 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P4, ensaio 1. ..	128
Figura 69 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P4, ensaio 1.....	129
Figura 70 - Curvas de identificação do ensaio 1.....	130
Figura 71 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados.....	131
Figura 72 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H1, ensaio 1.....	133

Figura 73 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H1, ensaio 1. ....	133
Figura 74 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H1, ensaio 1... ..	134
Figura 75 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H1, ensaio 1. ....	135
Figura 76 - Resultados experimentais do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H1, ensaio 1. ....	136
Figura 77 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H1, ensaio 1. ....	136
Figura 78 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H1, ensaio 1.....	137
Figura 79 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H1, ensaio 1. ....	138
Figura 80 - Curvas de identificação do ensaio 1. ....	138
Figura 81 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados. ....	140
Figura 82 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H2, ensaio 1. ....	142
Figura 83 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H2, ensaio 1. ....	143
Figura 84 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H2, ensaio 1... ..	143
Figura 85 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H2, ensaio 1. ....	144
Figura 86 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H2, ensaio 1... ..	145
Figura 87 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H2, ensaio 1. ....	146
Figura 88 - Resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H2, ensaio 1. ....	147
Figura 89 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H2, ensaio 1. ....	147
Figura 90 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H2, ensaio 1.....	148

Figura 91 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H2, ensaio 1. ....	149
Figura 92 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H2, ensaio 1. ....	150
Figura 93 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H2, ensaio 1. ....	151
Figura 94 - Curvas de identificação do ensaio 1. ....	152
Figura 95 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados. ....	153
Figura 96 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H3, ensaio 1. ....	155
Figura 97 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H3, ensaio 1. ....	155
Figura 98 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H3, ensaio 1. ....	156
Figura 99 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H3, ensaio 1. ....	157
Figura 100 - Resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H3, ensaio 1. ....	158
Figura 101 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H3, ensaio 1. ....	158
Figura 102 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H3, ensaio 1. ....	159
Figura 103 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H3, ensaio 1. ....	160
Figura 104 - Curvas de identificação do ensaio 1. ....	161
Figura 105 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados. ....	162
Figura 106 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H4, ensaio 1. ....	164
Figura 107 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H4, ensaio 1. ....	164
Figura 108 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H4, ensaio 1. ....	165

Figura 109 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H4, ensaio 1. ....	166
Figura 110 - Resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H4, ensaio 1. ....	167
Figura 111 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H4, ensaio 1. ....	168
Figura 112 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H4, ensaio 1. ....	168
Figura 113 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H4, ensaio 1. ....	169
Figura 114 - Curvas de identificação do ensaio 1. ....	170
Figura 115 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são <i>outliers</i> , e o símbolo + refere-se ao <i>outlier</i> dos dados. ....	171
Figura 116 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H5, ensaio 1. ....	173
Figura 117 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H5, ensaio 1. ....	173
Figura 118 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H5, ensaio 1. ....	174
Figura 119 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H5, ensaio 1. ....	175
Figura 120 - Resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H5, ensaio 1. ....	175
Figura 121 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H5, ensaio 1. ....	176
Figura 122 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H5, ensaio 1. ....	176
Figura 123 - Função de Lyapunov $V(x)$ e sinal $x'PB$ do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H5, ensaio 1. ....	177

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estimativa de pessoas com deficiência.....	19
Tabela 2 – Dados dos voluntários participantes da pesquisa.....	68
Tabela 3 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – P1.....	74
Tabela 4 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 2 – P1.....	78
Tabela 5 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 3 – P1.....	86
Tabela 6 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – P2.....	96
Tabela 7 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 2 – P2.....	106
Tabela 8 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – P3.....	114
Tabela 9 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – P4.....	125
Tabela 10 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H1.....	130
Tabela 11 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H2.....	139
Tabela 12 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H3.....	152
Tabela 13 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H4.....	161
Tabela 14 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H5.....	170



## LISTA DE SIGLAS

ASIA	-	<i>American Spinal Injury Association</i>
BMI	-	<i>Bilinear Matrix Inequalities</i>
EMG	-	Sinais eletromiográficos
EMMSAC	-	Estimation-Based Multiple Model Switched Adaptive Control
FES	-	<i>Functional Electrical Stimulation</i>
FIFO	-	<i>First in First Direct Memory Access</i>
DMA	-	<i>Direct Memory Access</i>
FPGA	-	<i>Field Programmable Gate Array</i>
GSC	-	<i>Gain Scheduling</i>
IBGE	-	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
LIEB	-	Laboratório de Instrumentação e Engenharia Biomédica
LMI	-	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
LPV	-	<i>Linear Parameter Varying</i>
NMPC	-	<i>Nonlinear Model Predictive Control</i>
PID	-	<i>Proportional–Integral–Derivative Controller</i>
PID-DC	-	<i>Proportional Integral Derivative Controller with Delay Compensation</i>
PTR	-	Processamento de tempo real
RISE	-	Integral Robusta do Sinal do Erro
SMC	-	<i>Sliding Mode Control</i>
SNC	-	Sistema Nervoso Central
SNP	-	Sistema Nervoso Periférico

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>19</b>
1.1	PUBLICAÇÕES RELEVANTES DE CONTROLE APLICADO À FES.....	20
1.2	PUBLICAÇÕES RELEVANTES DE APLICAÇÕES DE CONTROLE CHAVEADO E LMI .....	23
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....</b>	<b>26</b>
2.1	CONTROLE DA POSIÇÃO DA PERNA DE UM LESIONADO MEDULAR TRAUMÁTICO – PARAPLÉGICO .....	31
2.2	NOVOS MODELOS LOCAIS (FERRARIN E PEDOTTI, 2000). .....	37
2.3.	CONTROLE APLICADO.....	39
2.4.	DESENVOLVIMENTO DA TÉCNICA DE CONTROLE PROPOSTA.....	40
<b>2.4.1</b>	<b>Considerando o sistema linear com uma Matriz Constante <math>B\alpha = B</math>.....</b>	<b>52</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Sistemas lineares com uma Matriz Incerta <math>B(\alpha)</math> .....</b>	<b>57</b>
<b>2.4.3</b>	<b>Sistemas lineares com incertezas no sinal de controle.....</b>	<b>58</b>
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>62</b>
3.1	O SISTEMA ELETRÔNICO .....	62
3.2	IDENTIFICAÇÃO DO PONTO MOTOR .....	66
3.3	TESTES DE IDENTIFICAÇÃO .....	67
3.4	METODOLOGIA PARA O PROJETO DE CONTROLE .....	70
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>73</b>
4.1	INDIVÍDUO P1 .....	73
<b>4.1.1</b>	<b>Ensaio 1 .....</b>	<b>73</b>
4.1.1.1	<i>Identificação.....</i>	73
4.1.1.2.	<i>Modelo.....</i>	74
4.1.1.3	<i>Controladores .....</i>	75
4.1.1.4	<i>Teste de validação dos controladores .....</i>	77
<b>4.1.2</b>	<b>Ensaio 2 .....</b>	<b>77</b>

4.1.2.1 Identificação .....	77
4.1.2.2 Modelo .....	78
4.1.2.3 Controladores .....	79
4.1.2.4 Teste de validação dos controladores .....	80
<b>4.1.3 Ensaio 3 .....</b>	<b>85</b>
4.1.3.1 Identificação .....	85
4.1.3.2 Modelo .....	86
4.1.3.3 Controladores .....	87
4.1.3.4 Teste de validação dos controladores .....	88
4.2 INDIVÍDUO P2 .....	95
<b>4.2.1 Ensaio 1 .....</b>	<b>95</b>
4.2.1.1 Identificação .....	95
4.2.1.2 Modelo .....	95
4.2.1.3 Controladores .....	96
4.2.1.4. Teste de validação dos controladores .....	98
<b>4.2.2. Ensaio 2 .....</b>	<b>105</b>
4.2.2.1. Identificação .....	105
4.2.2.2. Modelo .....	105
4.2.2.3. Controladores .....	106
4.2.2.4. Teste de validação dos controladores .....	108
4.3. INDIVÍDUO P3 .....	113
<b>4.3.1. Ensaio 1 .....</b>	<b>113</b>
4.3.1.1. Identificação .....	113
4.3.1.2. Modelo .....	114
4.3.1.3. Controladores .....	115
4.3.1.4. Teste de validação dos controladores .....	116
4.4 INDIVÍDUO P4 .....	124

<b>4.4.1</b>	<b>Ensaio 1</b>	<b>124</b>
4.4.1.1	<i>Identificação</i>	124
4.4.1.2	<i>Modelo</i>	125
4.4.1.3	<i>Controladores</i>	126
4.4.1.4	<i>Teste de validação dos controladores</i>	127
4.5	INDIVÍDUO H1	129
<b>4.5.1</b>	<b>Ensaio 1</b>	<b>129</b>
4.5.1.1	<i>Identificação</i>	129
4.5.1.2	<i>Modelo</i>	130
4.5.1.3	<i>Controladores</i>	131
4.5.1.4	<i>Teste de validação dos controladores</i>	132
4.6	INDIVÍDUO H2	138
<b>4.6.1</b>	<b>Ensaio 1</b>	<b>138</b>
4.6.1.1	<i>Identificação</i>	138
4.6.1.2	<i>Modelo</i>	139
4.6.1.3	<i>Controladores</i>	140
4.6.1.4	<i>Teste de validação dos controladores</i>	141
4.7	INDIVÍDUO H3	151
<b>4.7.1</b>	<b>Ensaio 1</b>	<b>151</b>
4.7.1.1	<i>Identificação</i>	151
4.7.1.2	<i>Modelo</i>	152
4.7.1.3	<i>Controladores</i>	153
4.7.1.4	<i>Teste de validação dos controladores</i>	154
4.8	INDIVÍDUO H4	160
<b>4.8.1</b>	<b>Ensaio 1</b>	<b>160</b>
4.8.1.1	<i>Identificação</i>	160
4.8.1.2	<i>Modelo</i>	161

4.8.1.3 Controladores.....	162
4.8.1.4 Teste de validação dos controladores .....	163
4.9 INDÍVÍDUO H5 .....	169
<b>4.9.1 Ensaio 1 .....</b>	<b>169</b>
4.9.1.1 Identificação .....	169
4.9.1.2 Modelo .....	170
4.9.1.3 Controladores.....	171
4.9.1.4 Teste de validação dos controladores .....	172
4.10 COMENTÁRIOS FINAIS.....	178
<b>5 CONCLUSÃO.....</b>	<b>179</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>182</b>
<b>APÊNDICE A – Protocolo de identificação e aplicação de controle.....</b>	<b>189</b>
<b>APÊNDICE B – Dados dos voluntários .....</b>	<b>191</b>
<b>APÊNDICE C – Painel frontal Software Labview .....</b>	<b>194</b>

## 1. INTRODUÇÃO

De acordo com dados do Censo de 2010 do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), aproximadamente 32,2% da população brasileira, de 190,8 milhões de habitantes, apresenta algum tipo de deficiência. Na Tabela 1 é apresentada uma estimativa de pessoas com deficiência no Brasil.

Tabela 1 – Estimativa de pessoas com deficiência.

Indicadores	Brasil	
	Total	% Geral
Total de População	190.755.799	
Visual	35.774.391	18,75
Auditiva	9.717.317	5,09
Motora	13.265.598	6,95
Mental/Intelectual	2.611.535	1,37

Fonte: IBGE (2010).

De acordo com Bobet (1998), pessoas com lesão medular vivem menos do que as sem lesão. A expectativa de vida de uma pessoa de 25 anos, com lesão medular, é de 22 a 43 anos se não forem utilizadas estratégias de reabilitação. Atualmente, a sobrevivência desses pacientes, após a fase aguda, vem aumentando, porém são poucos os estudos epidemiológicos nacionais que mostram a situação dos pacientes após o programa de reabilitação (MUTTI, 2008).

Por meio da estimulação elétrica funcional (*Functional Electrical Stimulation - FES*), pacientes que perderam as funções motoras, mas que apresentam os nervos periféricos intactos têm chances de recuperar ou melhorar os movimentos perdidos. Isso contribui não somente para melhorar a função cardiorrespiratória do paciente, como também para reconstruir a sua confiança de vida e ajudá-lo na sua reintegração social (YUAN et al., 2010).

Para ocorrer a contração muscular, a intensidade da corrente elétrica aplicada na FES deve ser suficiente para disparar um potencial de ação, e a duração do pulso não pode ser inferior à duração do pulso produzido pelos mecanismos fisiológicos (FARIA, 2006).

A FES pode ser aplicada por meio de eletrodos superficiais ou implantáveis (POPOVIC, 2001). Os eletrodos implantados possibilitam uma seletividade maior, requerem menos energia do sistema de estimulação, mas são muito pouco utilizados, por serem invasivos.

Na literatura sobre a modelagem muscular aplicado à FES, alguns estudos têm tratado a contração dinâmica do músculo humano (BESTEL; SORINE, 2000; ZAHALAK, 1981). Outros representam o modelo do músculo como uma função não-linear de recrutamento (RIENER; FUHR, 1998; VELTINK et al., 1992).

Há pequeno uso clínico de técnicas de controle de malha fechada na FES devido à necessidade de sensores que devem ser colocados sobre o paciente, por questões de segurança e também devido à complexa implementação computacional.

### 1.1. PUBLICAÇÕES RELEVANTES DE CONTROLE APLICADO À FES

As bases de dados utilizadas para a realização da pesquisa bibliográfica foram: Web of Science, Scopus, IEEE Xplore, PUBMED e Google Scholar.

As palavras e frases utilizadas na busca de artigos relevantes foram: Controle chaveado para sistemas lineares com incertezas politópicas aplicado à FES; *Linear system uncertainties in closed loop FES*; *Switched control in functional electrical stimulation*; *Linear system uncertainties in FES*; *Control switched linear system uncertainties application in FES*; FES controle robusto; *Control technique for Functional electrical stimulation*; FES LMI.

O controle aplicado em malha fechada requer técnicas de controle eficientes, pois a fisiologia humana e os modelos musculares são muito complexos (HILL, 1938; HUXLEY 1957).

Riener e Fuhr (1998) mencionam que controladores clássicos lineares não fornecem um índice satisfatório de rastreamento do movimento devido às não linearidades inerentes ao sistema músculo-esquelético.

Erfanian e Chizeck (2002) aplicaram estímulos elétricos no quadríceps de um paraplégico utilizando eletrodos intramusculares. Com eletrodos de superfície, registraram sinais eletromiográficos (EMG) que possibilitaram acompanhar alterações no quadríceps e também observar o torque no joelho do paraplégico. O sinal de FES foi aplicado durante seis minutos, mantendo-se amplitude, largura de pulso e frequências constantes.

Popovic et al. (2003) utilizaram redes neurais para detecção de padrões de marcha de um paraplégico utilizando eletrodos de superfície, sendo oito grupos musculares ativados. Acionadores foram inseridos nas alças de um andador e conectados a um equipamento de estimulação elétrica funcional. O paraplégico produzia acionamento manual e estimulava os músculos do quadríceps. Observou-se que o controle em malha fechada introduzia atrasos que não eram aceitáveis para o controle com aplicação de FES em tempo real.

Anthony et al. (2003) apresentaram um modelo matemático de músculo que possibilitou diminuir a fadiga muscular durante a estimulação elétrica funcional. Utilizaram trens de pulsos com duração de 0,5 a 1s e frequências na faixa de 20 a 40 Hz. O modelo matemático era composto basicamente pelo comprimento do músculo, tempo de estimulação e tipo de fibra estimulada.

Schauer et al. (2005) apresentaram uma nova abordagem para estimar modelos não lineares do músculo do quadríceps eletricamente estimulado. Utilizaram um modelo com estrutura híbrida para a dinâmica do complexo canela-quadríceps e implementaram um algoritmo recursivo para identificação do músculo estimulado. Um filtro de Kalman estendido foi utilizado para a estimação das variáveis de estados e foi projetado um controlador não-linear com realimentação de estados, utilizando o método *backstepping*, que é um método baseado em funções de Lyapunov para reduzir a complexidade do problemas, pois o projeto de controle é dividido em várias etapas, podendo trabalhar com sistemas de menor ordem.

Jezernik et al. (2004) implementaram um novo sistema de controle em malha fechada que alcançou um bom desempenho de rastreamento, com garantia de estabilidade em malha fechada. O controlador foi desenvolvido com a teoria de controle de modos deslizantes (em inglês - *Sliding Mode Control* - SMC) e utilizado para controlar o movimento da canela.

Ajoudani e Erfanian (2009) utilizaram FES e combinaram sinergicamente redes neurais e controle de modos deslizantes para controlar o movimento da perna de pacientes hígidos e paraplégicos. O controle de modos deslizantes foi utilizado em virtude de sua robustez, necessária devido às incertezas presentes na planta. Uma rede neural recorrente foi usada para modelar as incertezas e uma segunda rede neural, consistindo de um único neurônio, foi utilizada como um controlador auxiliar. A combinação entre as redes neurais utilizadas possibilitou eliminar o *chattering* existente devido ao chaveamento em alta frequência.



Nekoukar e Erfanian (2011) apresentaram uma nova proposta de estratégia de controle robusto baseada na combinação de um controle Fuzzy adaptativo com um controlador de modos deslizantes.

Nekoukar e Erfanian (2012) desenvolveram uma nova estrutura de controle modular robusto descentralizado que foi utilizado na marcha de 3 pacientes paraplégicos, utilizando FES e com o auxílio de um andador. Controladores independentes foram implementados para as articulações do quadril, joelho e tornozelo, sendo a identificação da planta de cada uma das articulações realizada *on line*. O módulo é baseado em controle de modo deslizante Fuzzy adaptativo e lógica Fuzzy.

Lynch e Popovic (2012) simularam três diferentes controladores, *Proportional–Integral–Derivative Controller* (PID), *Gain Scheduling* (GSC) e de modos deslizantes para utilização com FES, visando entender por que essa metodologia ainda não é utilizada na prática clínica. Os três controladores apresentaram considerável degradação de desempenho quando os efeitos não lineares do mundo real (fadiga, espasticidade e de treinamento) foram incluídos na simulação. O controlador PID produziu considerável *overshoot*. O controlador GSC produziu uma resposta lenta, com pouco *overshoot* e sem erro de regime permanente. O controlador de modos deslizantes exibiu a resposta mais rápida, com moderado *overshoot*, pequeno atraso e o melhor rastreamento de trajetória, porém apresentou o maior erro de regime permanente.

Sharma et al. (2012) apresentaram estudo com redes neurais em malha fechada com objetivo de realizar o controle do torque utilizando FES. A proposta parte do princípio de rastreamento do ângulo de extensão do joelho a uma trajetória desejada. Considerou-se as incertezas presentes na planta no intuito de minimizar o erro existente. Uma comparação entre os controladores RISE (Integral Robusta do Sinal do Erro) e redes neurais foi apresentado.

Downey et al. (2015) demonstraram, por meio de resultados experimentais, a redução da fadiga muscular promovida pelo chaveamento dos canais de estimulação entre os diferentes músculos do quadríceps.

Brend et al. (2015) utilizaram FES e controle adaptativo chaveado de modelo múltiplo (EMMSAC) para sistemas não lineares invariantes no tempo. Mediante identificação prévia da planta a ser controlada, o trabalho traz contribuições importante sobre a técnica de controle que pode ser aplicada a múltiplos participantes, utilizando o mesmo projeto de controle.

Rouhani e Erfanian (2015) propuseram uma estratégia de controle de modo deslizante e controle com redes neurais. A implementação de um algoritmo utilizando gradiente descendente possibilitou melhor dinâmica do controle nos parâmetros da rede neural.

Sharma et al. (2015) implementaram um novo controlador PID com compensação de atraso eletromecânico, denominado PID-DC (*Proportional Integral Derivative Controller with Delay Compensation*). Resultados experimentais demonstraram significativa melhoria de desempenho desse controlador em relação a outros controladores implementados pelo grupo de pesquisa dos autores.

Kirsch (2016) utilizou um sistema híbrido para minimizar a fadiga muscular por meio de uma força mecânica externa aplicada a um motor elétrico. O autor utilizou um controlador com modos deslizantes de segunda ordem devido a sua robustez e aos erros e distúrbios presentes na dinâmica não linear do sistema musculoesquelético. Os resultados apresentados foram obtidos por meio de simulação.

Kirsch, Alibeji e Sharma (2017) realizaram estimulação elétrica de músculos do quadríceps de 3 voluntários hígidos e um algoritmo de controle preditivo baseado em modelo não linear (*Nonlinear Model Predictive Control – NMPC*) para o controle ótimo da extensão do joelho. Os resultados experimentais mostraram que o NMPC pode ser implementado, a despeito dos distúrbios externos e incertezas existentes no modelo do músculo. O modelo utilizado foi o de Hill, mas os autores mencionam que a técnica de controle NMPC pode também ser utilizada com outros modelos de músculo.

## 1.2. PUBLICAÇÕES RELEVANTES DE APLICAÇÕES DE CONTROLE CHAVEADO E LMI

Segundo Boyd et al. (1994), análises de estabilidade podem apresentar problemas de grande complexidade. O uso das LMIs (Desigualdades Matriciais Lineares) em projeto de controle proporciona respostas mais rápidas, implementação computacional mais simples, e os resultados podem ser, em geral, facilmente estendidos para aplicação em sistemas incertos.

Geromel e Colaneri (2006) abordaram duas estratégias para estabilizar um sistema linear chaveado em tempo discreto. A primeira é de natureza *open loop* com trajetória independente, na qual não se tem controle sobre o chaveamento dos subsistemas. A segunda é *closed loop*

com trajetória dependente, na qual se projeta uma lei de chaveamento que rege as mudanças entre os subsistemas. As desigualdades inicialmente propostas são não convexas, porém, no mesmo trabalho, os autores apresentam versões mais conservadoras das desigualdades de Lyapunov-Metzler, que são resolvidas utilizando LMIs.

Em Assunção et al. (2007), diferentes especificações existentes em projetos de controle, tais como restrições no pico de saída, na norma dos ganhos de realimentação e taxa de decaimento podem ser descritas e solucionadas por LMIs fazendo uso também de algoritmos de otimização convexos.

Deaecto et al. (2013) propuseram uma técnica de controle chaveado aplicado a sistemas lineares chaveados e contínuos no tempo, com estratégia de comutação que assegura a estabilidade assintótica global e com custo garantido quando o sistema está submetido a uma classe de sinais de entrada para a saída. A contribuição desse trabalho foi propor condições que garantem a estabilidade sem *chattering* no sinal de controle, fazendo uso da estratégia de *dwell-time*, que consiste em estabelecer um tempo mínimo entre uma comutação e outra entre os subsistemas.

Souza et al. (2013) desenvolveram uma nova metodologia de projeto de controle chaveado para uma classe de sistemas lineares invariantes no tempo e com incertezas politópicas. Utiliza uma função comum de Lyapunov e conceito de estabilidade quadrática para projetar, por meio de LMIs, os ganhos de realimentação de estado. Utilizando uma lei de chaveamento entre esses ganhos, minimizam a derivada da função de Lyapunov considerada.

Souza et al. (2014) implementaram um método de controle chaveado para sistemas não lineares incertos descritos por modelos Fuzzy Takagi-Sugeno. O projeto do controlador chaveado foi baseado na função de Lyapunov quadrática por partes do tipo mínimo e na minimização da derivada temporal dessa função de Lyapunov. As condições do novo critério de estabilidade foram representadas por um tipo de desigualdades matriciais bilineares (*Bilinear Matrix Inequalities* - BMIs) que podem ser resolvidas de forma eficiente pelo método *path-following*.

Alves et al. (2015) mostraram que durante a utilização do controle chaveado podem ocorrer mudanças abruptas e frequentes do ganho de realimentação, podendo produzir *chattering* no sinal de controle. O *chattering* é um fenômeno caracterizado por chaveamento rápido, normalmente indesejado em aplicações práticas, por frequentemente causar danos nos

sistemas controlados, em especial nos elementos atuadores. Nessa referência mostra-se uma maneira de evitar o *chattering*, suavizando a mudança nos ganhos de realimentação, que são projetados considerando o controle chaveado proposto por Souza et al. (2013).

Alves et al. (2016b) analisaram leis de controle chaveado que garantem a estabilidade do sistema de controle por meio do chaveamento suave de uma classe de sistemas não lineares incertos submetidos a uma saturação do atuador. A planta não linear com incertezas foi descrita por um modelo Fuzzy Takagi-Sugeno (T-S).

Alves et al. (2016a) propuseram condições que asseguram a estabilidade *ultimate bounded* para sistemas não lineares realimentados com leis de controle chaveada e chaveada suavizada, considerando a região de operação, a saturação no sinal de controle e perturbações na dinâmica da planta. A planta não linear com incertezas foi descrita por um modelo Fuzzy T-S.

Oliveira et al. (2016) e Oliveira et al. (2018), descreveram um critério de desempenho  $H_\infty$  para sistemas chaveados. Outros pesquisadores como Deaecto et al. (2010) e Silva et al. (2012) também se dedicaram ao estudo desse assunto. Os autores apresentaram análises de condições que asseguram desempenho  $H_\infty$  local de sistemas não lineares incertos descritos por modelos Fuzzy T-S e sujeitos à saturação do sinal de controle.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Composto pelo SNC - Sistema Nervoso Central (encéfalo e medula espinhal) e SNP - Sistema Nervoso Periférico (nervos, gânglios e terminações nervosas), o sistema nervoso recebe milhões de pequenos sinais de informações provenientes dos diferentes órgãos sensoriais e os integra para determinar a resposta a ser elaborada pelo organismo (GUYTON, 1997).

Os neurônios motores são células que controlam a atividade dos músculos esqueléticos. Os neurônios motores inferiores fazem contato direto com os músculos esqueléticos, originam-se na medula espinhal e tronco encefálico, enquanto os neurônios motores superiores têm seus corpos celulares no córtex cerebral ou tronco encefálico (LUNDY-EKMAN, 2004).

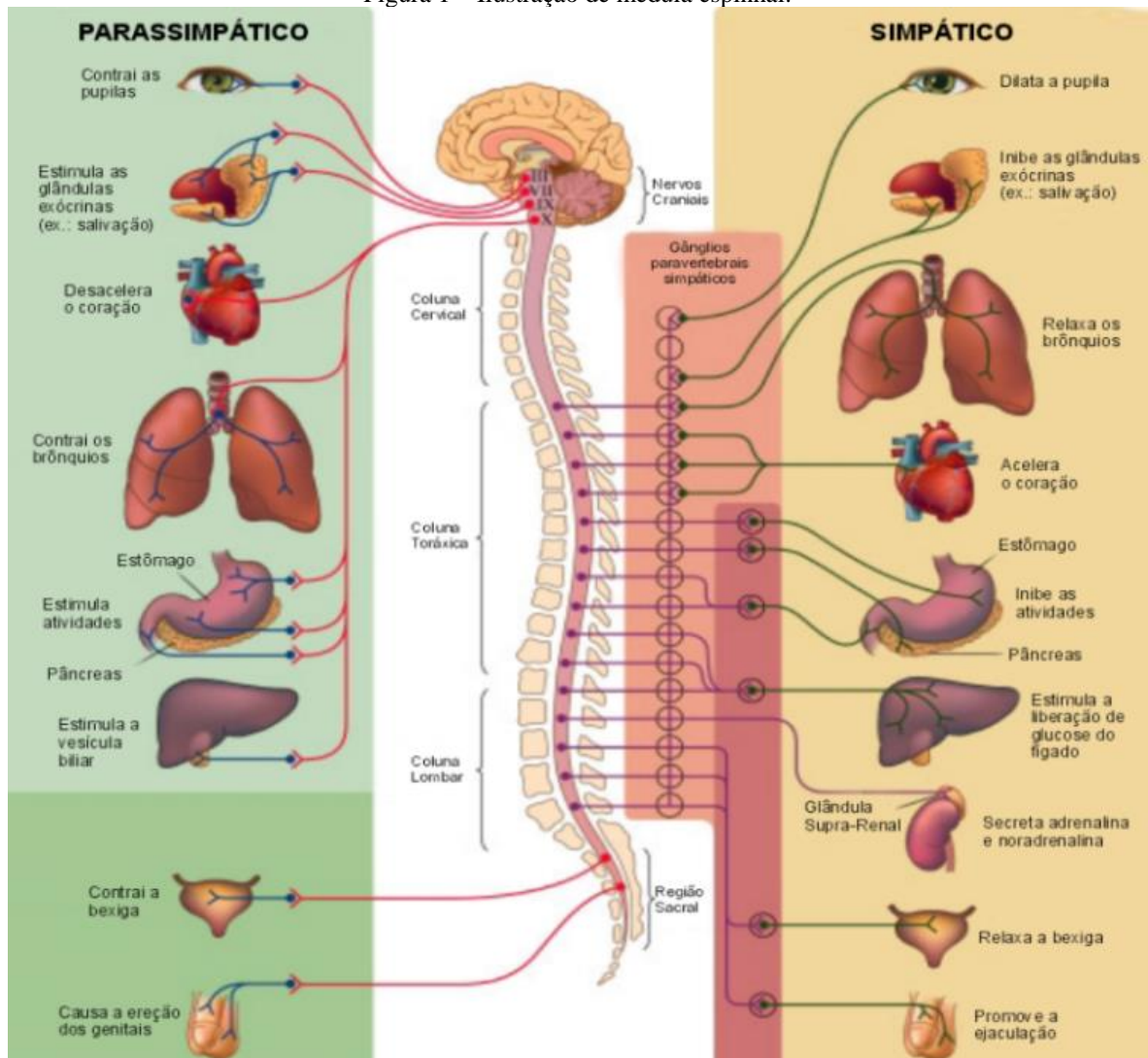
Os axônios dos neurônios motores superiores seguem por tratos descendentes para fazer sinapse com neurônios motores inferiores e também interneurônios do tronco encefálico ou na medula espinhal. Circuitos de controle ajustam a atividade dos tratos descendentes e, indiretamente, a atividade dos neurônios motores inferiores (LUNDY-EKMAN, 2004).

Apesar da sua rígida estrutura óssea, a coluna vertebral é uma parte frágil e complexa do corpo humano. Ela é composta de vários ossos denominados vértebras, articulados um ao outro, fornecendo uma função estrutural para o corpo e, ao mesmo tempo, formando um canal encobrindo a medula espinhal, que serve para a sua proteção.

A medula, conforme apresentado na Figura 1, é um órgão pelo qual passam complexas informações neurais, provenientes do cérebro com destino a todo corpo e vice-versa. Estas são informações de sensações e movimentos, além do sistema de controle das funções simpáticas e parassimpáticas.

Uma lesão medular promove intensas alterações no comportamento e movimentos de um indivíduo lesionado, tais como atrofia muscular dos grandes músculos da coxa. Como reflexo, tem-se a redução do nível de circulação sanguínea e, dessa forma, a redução da atividade de alguns órgãos, como o coração e o pulmão, fazendo com que as condições de saúde do indivíduo lesionado, ao longo do tempo, sejam comprometidas, afetando também, por consequência, outros órgãos vitais (FARIA, 2006).

Figura 1 – Ilustração de medula espinhal.



Fonte: Adaptado de Matthews (2000).

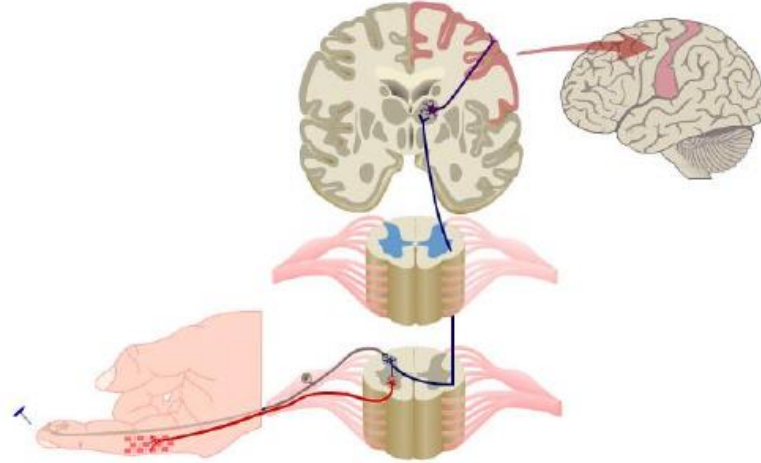
As fibras nervosas, após penetrarem no ventre muscular, se ramificam e estimulam as fibras musculares. Cada uma das terminações nervosas forma uma junção neuromuscular (GUYTON; HALL, 2002).

As placas motoras são terminações ramificadas que se invaginam na membrana plasmática, onde existe uma concentração alta de acetilcolina (GUYTON; HALL, 2006).

Existem dois caminhos que os sinais sensoriais percorrem após estarem na medula: primeiro, na substância cinzenta da medula junto ao seu terminal encontra-se um ramo do nervo sensorial que origina reflexos segmentares locais além de outros efeitos. Segundo, outro ramo conduz sinais para níveis superiores do sistema nervoso central, níveis esses localizados na própria medula, no tronco cerebral ou mesmo no córtex cerebral, conforme mostra a Figura 2. Os pontos em que os estímulos são captados ao nível do córtex cerebral correspondem a

determinadas áreas corticais, os chamados centros cerebrais, que recebem mensagens nervosas e elaboram respostas motoras ou psíquicas (GUYTON, 1997).

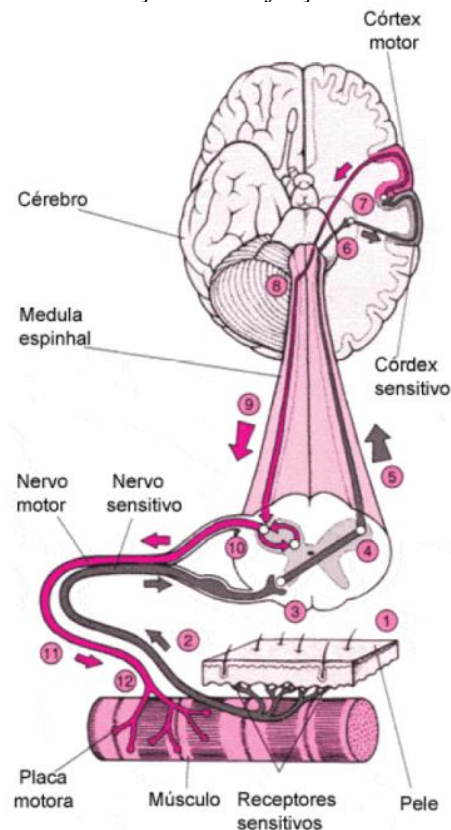
Figura 2 – Ilustração dos caminhos percorridos pelo sinal.



Fonte: Get Body (2009).

A Figura 3 ilustra uma junção neuromuscular, também comumente conhecida como junção mioneural, que é a junção entre a parte terminal de um axônio motor com uma placa motora, ou seja, que é a região da membrana plasmática de uma fibra muscular, onde ocorre o encontro entre o nervo e o músculo, permitindo desencadear a contração muscular.

Figura 3 – Ilustração de uma junção neuromuscular.



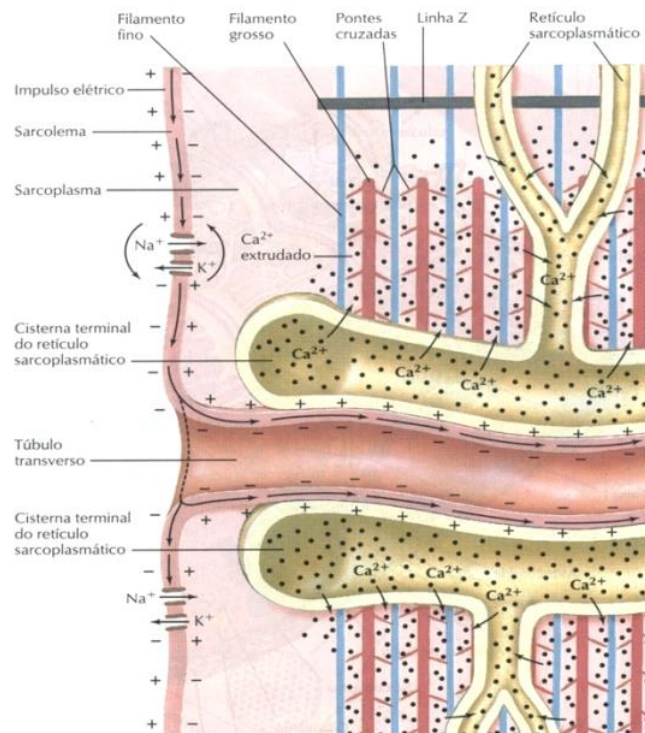
Fonte: Junqueira e Carneiro (2004).

O mecanismo da contração muscular ocorre da seguinte forma: o potencial de ação se dá ao longo do nervo motor até suas terminações nas fibras musculares. O nervo, por sua vez, aciona a acetilcolina, que é uma substância neurotransmissora. A acetilcolina abre canais através de moléculas proteicas, os íons de sódio fluem para o interior da membrana, desencadeando o potencial de ação, que se propaga. Na despolarização, filamentos de actina e miosina deslizam entre si, ocorrendo a contração muscular. Com a remoção do íon cálcio, ocorre o cessamento da contração muscular (GUYTON; HALL, 2006).

O potencial de repouso das membranas das fibras nervosas mais grossas é de cerca de -90mV, levando em consideração a ação da bomba de  $\text{Na}^+$  e  $\text{K}^+$ . Isto é, o potencial dentro da fibra é 90mV mais negativo do que o potencial no líquido extracelular (GUYTON; HALL, 2006).

A Figura 4 demonstra o impulso elétrico propagando-se ao longo da membrana da célula muscular (sarcolema) a partir da placa motora (junção neuromuscular), em seguida, pelos túbulos transversos afetando o retículo sarcoplasmático, causando extrusão de  $\text{Ca}^{2+}$ , para iniciar a contração, pela ação de “remar” das pontes cruzadas, com os filamentos deslizando uns sobre os outros (GUYTON; HALL, 2006).

Figura 4 – Ilustração influxo de sódio na membrana.



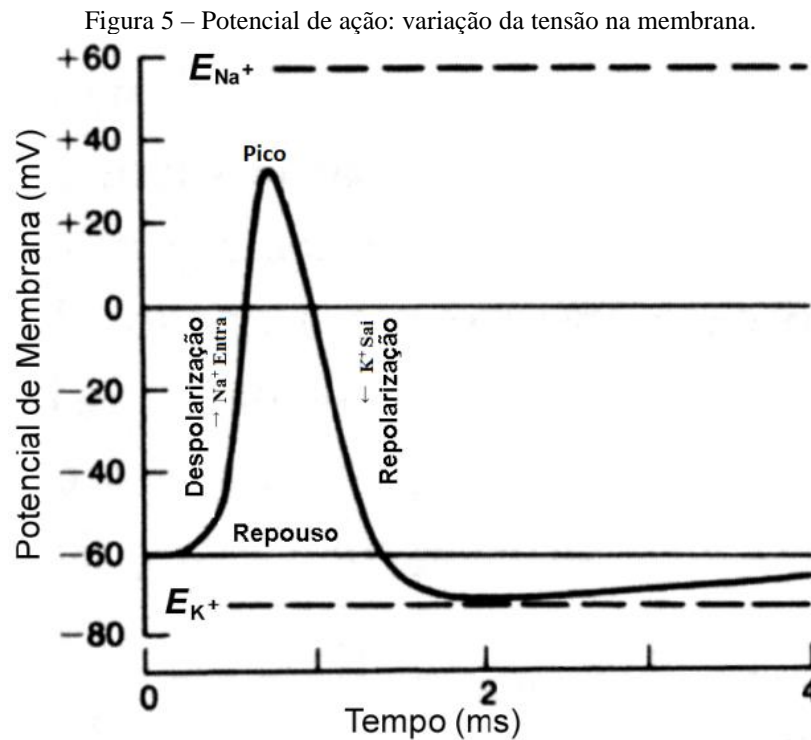
Fonte: Guyton e Hall (2006).



O potencial de ação ocorre por distúrbios que causam alterações no potencial de membrana, porém, o potencial só ocorre se o distúrbio produzir uma alteração acima de um limiar. Caso contrário, mesmo com uma pequena alteração no potencial da membrana, o potencial de ação não é produzido. Esse fenômeno é conhecido como princípio do tudo ou nada (SANCHES, 2013).

O potencial de ação origina-se graças a uma perturbação do estado de repouso da membrana celular, com conseqüente fluxo de íons, por meio da membrana e alteração da concentração iônica nos meios intra e extracelular.

Conforme apresentado na Figura 5, caso o estímulo inicial não ultrapasse certo limiar, não existe resposta ou existe apenas um potencial de ação local. Ultrapassando esse limiar, a membrana nervosa responde com um potencial de ação, que se difunde para as regiões próximas, provocando ali outro potencial de ação, e assim sucessivamente, causando a propagação de uma onda não atenuada.



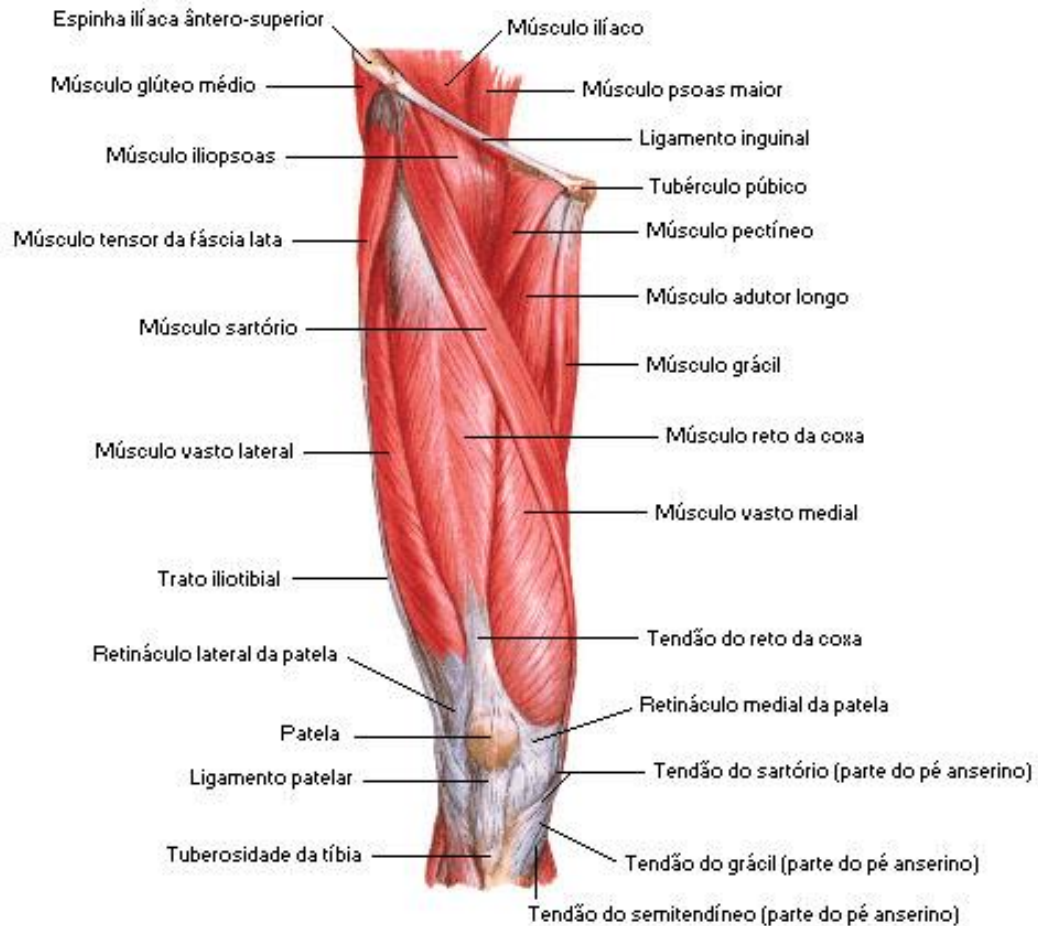
Fonte: Adaptado de Kovács (1997).

Durante alguns milissegundos (ms), após ocorrido o potencial de ação, a membrana fica incapaz de gerar outro potencial de ação. Esse intervalo de tempo é chamado de refratário.

O impulso nervoso está relacionado com os neurônios que não possuem bainha de mielina. Essas são caracterizadas por serem um conjunto de dobras múltiplas.

A Figura 6 apresenta o principal grupo muscular dos membros inferiores, o conjunto muscular do quadríceps, que é responsável pelo movimento de extensão dos joelhos ou da perna, sendo formado pelos músculos reto femoral, vasto lateral e o vasto medial.

Figura 6 – Ilustração conjunto muscular do quadríceps.



Fonte: Netter (2000).

## 2.1. CONTROLE DA POSIÇÃO DA PERNA DE UM LESIONADO MEDULAR TRAUMÁTICO – PARAPLÉGICO

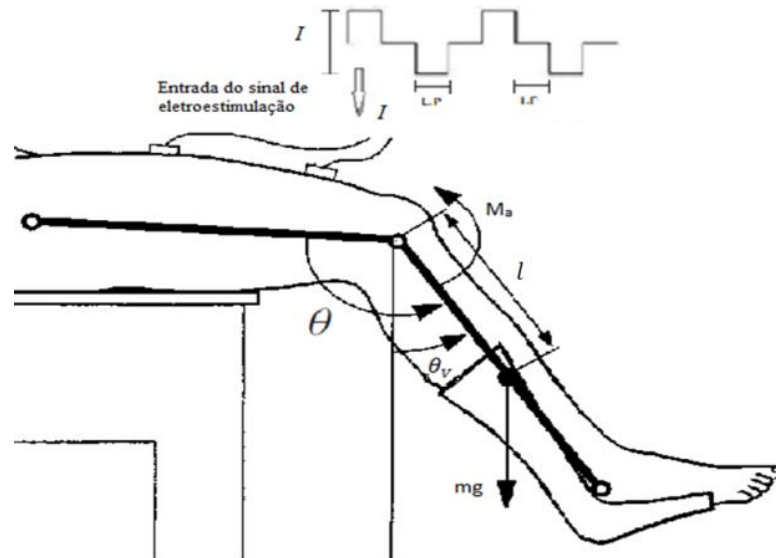
A lesão medular traumática ocorre quando um evento traumático, associado a acidentes automobilísticos ou motociclísticos, mergulho, agressão com arma de fogo ou queda entre outros, resulta em lesão das estruturas medulares, interrompendo a passagem de estímulos nervosos através da medula. A lesão pode ser completa ou incompleta.

Uma lesão é classificada como completa quando não há função motora ou sensitiva preservada no segmento sacral. Numa lesão incompleta, as funções motora e sensitiva estão preservadas no nível do segmento sacral.

O modelo matemático do músculo de um lesionado medular traumático utilizado no desenvolvimento do presente estudo é derivado do modelo matemático desenvolvido por Ferrarin e Pedotti (2000).

Na modelagem, Ferrarin e Pedotti (2000) consideraram o membro inferior como uma cadeia cinemática aberta, composta de dois segmentos rígidos: a coxa e o complexo canela-pé, conforme é ilustrado na Figura 7:

Figura 7 – Ilustração complexo canela tornozelo.



Fonte: Modificado de Ferrarin e Pedotti (2000).

O equilíbrio dinâmico desses componentes em torno da junção do joelho pode ser representado pela seguinte equação.

$$M_i = M_g + M_s + M_d + M_a. \quad (1)$$

Indicando que  $M_i$  é o torque referente à inércia do complexo canela-pé;  $M_g$  é o torque da componente gravitacional;  $M_s$  é o torque devido a componente de rigidez;  $M_d$  é o torque devido a componente de amortecimento e  $M_a$  o torque ativo do joelho produzido pela estimulação elétrica.

Com a não-linearidade de segunda-ordem presente nas componentes, o equilíbrio dinâmico pode ser representado pela seguinte equação:

$$J\ddot{\theta}_v = -mgl\text{sen}(\theta_v) + M_s - B\dot{\theta} + M_a, \quad (2)$$

sendo que:

- $J$  é o momento inercial do complexo canela-pé;
- $\theta$  é o ângulo do joelho, localizado no plano sagital;
- $\dot{\theta}$  é a velocidade angular comum do joelho;
- $\theta_v$  é o ângulo da canela, ou seja, angulação formada entre a canela e o sentido vertical no plano sagital;
- $\ddot{\theta}_v$  a aceleração angular da canela;
- $m$  é a massa do complexo canela-pé;
- $g$  é a aceleração gravitacional;
- $l$  é a distância entre o joelho e o centro da massa do complexo canela-pé;
- $B$  é o coeficiente de atrito viscoso.

Entre o ângulo da junção do joelho “ $\theta$ ” e o ângulo absoluto entre a canela e o sentido vertical “ $\theta_v$ ” adotou-se uma separação. Para a condição de que omitindo os movimentos da coxa, verificou-se uma coincidência entre os vetores de aceleração angular absoluta da canela e a aceleração angular relativa do joelho.

Com respeito à componente de rigidez, foi considerado um termo linear com um coeficiente de viscosidade constante:

$$M_s = -\lambda e^{-E\theta}(\theta - \omega). \quad (3)$$

sendo  $\lambda$  coeficientes dos termos exponenciais e  $\omega$  o ângulo elástico de repouso do joelho.

Nessas fórmulas, o fator exponencial é responsável pelo comportamento não linear da elasticidade do joelho. Os componentes não lineares da rigidez, representados por termos exponenciais, foram considerados em diversos estudos precedentes e encontrados para melhorar o componente linear puro da elasticidade.

Em todos os modelos previamente descritos, o ângulo de descanso do joelho foi considerado na correspondência com a posição vertical do pé. Entretanto, assim como outros autores, em Ferrarin e Pedotti (2000) foram encontradas posições de descanso entre 5° e 15° em todos os pacientes. Isso implica que o componente elástico do torque passivo aplicado à junção

do joelho se torna zero (posição neutra) quando o ângulo vertical do pé mais baixo é maior que  $0^\circ$ .

Foi verificado que o torque a que o músculo estará sujeito ( $M_a$ ) e a largura dos pulsos da estimulação elétrica (P) podem ser relacionados adequadamente pela função de transferência abaixo:

$$H(s) = \frac{M_a(s)}{P(s)} = \frac{G}{1+s\tau}, \quad (4)$$

sendo os valores de  $\tau$  e de  $G$ , apresentados em Ferrarin e Pedotti (2000). Os autores sugerem métodos para obtenção experimental dos parâmetros de interesse. O ganho  $G$  e a constante de tempo  $\tau$  devem ser identificadas para cada sujeito.

Gaino (2009) e Teixeira et al. (2006) demonstraram que a equação de estados é não linear e representa o movimento da articulação do joelho em decorrência de estímulo elétrico aplicado no quadríceps.

Substituindo (3) em (2), e considerando  $\theta = \theta_v + \pi/2$ , obtém-se,

$$\ddot{\theta}_v = \frac{1}{J} \left[ -mg \text{sen}(\theta_v) - \lambda e^{-E\theta_v} e^{-\frac{E\theta\pi}{2}} \left( \theta_v + \frac{\pi}{2} - \omega \right) - B\dot{\theta}_v + M_a \right]. \quad (5)$$

Então, de (4),

$$(1 + s\tau)M_a(s) = GP(s). \quad (6)$$

Passando (6) para o domínio do tempo, obtém-se,

$$\tau \dot{M}_a + M_a = GP. \quad (7)$$

Defina  $\Delta M_a$  como:

$$M_a = \Delta M_a + M_{a0}, \quad (8)$$

sendo  $M_{a0}$  o torque ativo inicial do joelho produzido pela estimulação elétrica para manter a perna no ponto de operação, sendo que  $\dot{\theta}_v$  e  $\ddot{\theta}_v$ , velocidade e aceleração respectivamente, são nulas no ponto de operação desejado.

Portanto,

$$\Delta \dot{M}_a = \dot{M}_a. \quad (9)$$

Substituindo-se (8) e (9) em (7), obtém-se:

$$\tau\Delta\dot{M}_a + \Delta M_a + M_{a0} = GP, \quad (10)$$

e então,

$$\tau\Delta\dot{M}_a + \Delta M_a = G\left(P - \frac{M_{a0}}{G}\right). \quad (11)$$

De (11), conclui-se que, no ponto de operação, a largura dos pulsos  $P$  é igual a

$$P_0 = \frac{M_{a0}}{G}. \quad (12)$$

Quando o ponto de equilíbrio de interesse do sistema não é a origem da teoria de estabilidade, segundo Lyapunov, é necessário efetuar uma troca de variáveis para transladar o novo ponto de equilíbrio para a origem.

A análise de estabilidade através das funções de Lyapunov constitui um dos principais métodos de estudo de estabilidade de sistemas chaveados. A ideia principal desse método é procurar por uma função  $V(x)$  do vetor de estado  $x$  que seja positiva definida e decrescente ao longo das trajetórias de todos os subsistemas do sistema chaveado. Nesse caso, a função  $V(x)$  é chamada de função de Lyapunov, e a sua existência permite obter resultados de estabilidade.

A seguir, foi realizada uma mudança de variáveis de forma que (4) e (5) sejam escritas em termos de  $\Delta M_a$  e  $\Delta\theta_v$  respectivamente. A modelagem para esse novo conjunto de equações utiliza as variáveis definidas em Gaino (2009).

$$\begin{aligned} \Delta\theta_v &= \theta_v - \theta_{v0}, \\ \theta_v &= \Delta\theta_v + \theta_{v0}, \\ \dot{\theta}_v &= \Delta\dot{\theta}_v, \\ \ddot{\theta}_v &= \Delta\ddot{\theta}_v, \\ \Delta M_a &= M_a - M_{a0}. \end{aligned} \quad (13)$$

Considerando  $\theta_{v0}$  o ponto de operação desejado. Dessa forma, utilizando (13), a equação (5) torna-se:

$$J\Delta\ddot{\theta}_v = \left[ \frac{-mg\text{sen}(\Delta\theta_v + \theta_{v0})\lambda e^{-E(\Delta\theta_v + \theta_{v0} + \frac{\pi}{2})} \left(\Delta\theta_v + \theta_{v0} + \frac{\pi}{2} - \omega\right) + M_{a0}}{\Delta\theta_v} \right] \Delta\theta_v \quad (14)$$

$$- B\Delta\dot{\theta}_v + \Delta M_a.$$

Definindo as novas variáveis de estados na forma,

$$\begin{aligned}\Delta\theta_v &= x_1, \\ \Delta\dot{\theta}_v &= \dot{x}_1 = x_2, \\ \Delta M_a &= x_3.\end{aligned}\tag{15}$$

Substituindo (15) em (14), encontra-se,

$$J\dot{x}_2 = \left[ \frac{-mg\text{lsen}(x_1 + \theta_{v0})\lambda e^{-E(x_1 + \theta_{v0} + \frac{\pi}{2})} (x_1 + \theta_{v0} + \frac{\pi}{2} - \omega) + M_{a0}}{x_1} \right] x_1 - Bx_2 + x_3.\tag{16}$$

Rearranjando a equação (11), tem-se:

$$\tau\Delta\dot{M}_a = -\Delta M_a + G\left(P - \frac{M_{a0}}{G}\right),\tag{17}$$

e

$$\begin{aligned}\tau\Delta\dot{M}_a &= -\Delta M_a + G(P_N), \\ P_N &= P - \frac{M_{a0}}{G},\end{aligned}\tag{18}$$

substituindo (16) em (18):

$$\tau\dot{x}_3 = -x_3 + G(P_N).\tag{19}$$

escrevendo (15) e (19) em variáveis de estado, tem-se,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \tilde{f}_{21}(x_1(t)) & -B/J & 1/J \\ 0 & 0 & -1/\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G/\tau \end{bmatrix} P_N.\tag{20}$$

A função  $\tilde{f}_{21}(x_1)$  é uma não linearidade do sistema que pode ser descrita por:

$$\tilde{f}_{21}(x_1) = \frac{1}{Jx_1} \left[ -mg\text{lsen}(x_1 + \theta_{v0}) - \lambda e^{-E(x_1 + \theta_{v0} + \frac{\pi}{2})} (x_1 + \theta_{v0} + \frac{\pi}{2} - \omega) + M_{a0} \right],\tag{21}$$

com,

$$M_{a0} = mg \operatorname{sen}(x_1 + \theta_{v0}) \lambda e^{-E(\theta_{v0} + \frac{\pi}{2})} \left( x_1 + \theta_{v0} + \frac{\pi}{2} - \omega \right), \quad (22)$$

$$P_N = P - \frac{M_{a0}}{G},$$

Sendo que  $G$  e  $\tau$  são constantes da equação diferencial que relacionam o torque ativo com a estimulação elétrica,  $P$  é a largura do pulso e  $P_N$  é a entrada do sistema. Portanto, a matriz de variáveis de estado em (20) considera o torque na relação do impulso aplicado e o ângulo formado pelo joelho.

## 2.2. NOVOS MODELOS LOCAIS (FERRARIN E PEDOTTI, 2000).

Observando a matriz de variáveis de estado (20) foram considerados a variação da posição angular, da velocidade angular e do torque. Entretanto, realizar a medição do torque experimentalmente é um processo complexo.

Para contornar esse problema, é proposto um novo método de obtenção dos modelos locais baseado na Forma Generalizada, de Taniguchi et al. (2001), em que são consideradas a variação da posição angular, a velocidade angular e a aceleração angular. Todas essas variáveis podem ser facilmente mensuráveis em laboratório de modo a ser menos complexo que o torque.

Por simplicidade, o tempo foi omitido nas equações.

Sanches (2013) fez a seguinte consideração, descrita abaixo:

Da equação (20),

$$\dot{x}_2 = \ddot{x}_1 = \tilde{f}_{21}(x_1)x_1(t) - \frac{B}{J}\dot{x}_1 + \frac{1}{J}x_3, \quad (23)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{\tau}x_3 + \frac{G}{\tau}P_N. \quad (24)$$

De (23),

$$\ddot{x}_1 = \frac{\partial \tilde{f}_{21}(x_1)}{\partial x_1} \left( \frac{\partial x_1}{\partial t} \right) x_1 + \tilde{f}_{21}(x_1)\dot{x}_1 - \frac{B}{J}\dot{x}_1 + \frac{1}{J}\dot{x}_3. \quad (25)$$

Logo, de (23) e (24),

$$x_3 = J \left[ \ddot{x}_1 - \tilde{f}_{21}(x_1)x_1 + \frac{B}{J}\dot{x}_1 \right]. \quad (26)$$

e



$$\dot{x}_3 = J \left[ \ddot{x}_1 - \frac{\partial \tilde{f}_{21}(x_1)}{\partial x_1} \left( \frac{\partial x_1}{\partial t} \right) x_1 - \tilde{f}_{21}(x_1) \dot{x}_1 + \frac{B}{J} \ddot{x}_1 \right], \quad (27)$$

Evidenciando  $\dot{x}_1$  em (27),

$$\dot{x}_3 = J \left[ \ddot{x}_1 - \left[ \frac{\partial \tilde{f}_{21}(x_1)}{\partial x_1} x_1 + \tilde{f}_{21}(x_1) \right] \dot{x}_1 + \frac{B}{J} \ddot{x}_1 \right], \quad (28)$$

e denominando

$$z(x_1) = \left( \frac{\partial \tilde{f}_{21}(x_1)}{\partial x_1} \right) x_1 + \tilde{f}_{21}(x_1), \quad (29)$$

obtem-se,

$$\dot{x}_3 = J \left[ \ddot{x}_1 - z(x_1) \dot{x}_1 + \frac{B}{J} \ddot{x}_1 \right]. \quad (30)$$

Assim, de (24), (26) e (30),

$$P_N = \dot{x}_3 \frac{\tau}{G} + \frac{\tau x_3}{G \tau}, \quad (31)$$

Portanto,

$$P_N = \dot{x}_3 \frac{\tau}{G} + \frac{1}{G} x_3. \quad (32)$$

Substituindo (23) e (34) em (32),

$$P_N = \frac{\tau}{G} J \left[ \ddot{x}_1 - z(x_1) \dot{x}_1 + \frac{B}{J} \ddot{x}_1 \right] + \frac{1}{G} J \left[ \ddot{x}_1 - \tilde{f}_{21}(x_1) x_1 + \frac{B}{J} \dot{x}_1 \right]. \quad (33)$$

Agrupando os termos de (33), tem-se que:

$$P_N = \frac{\tau}{G} J \ddot{x}_1 + \left[ \frac{B\tau}{G} + \frac{J}{G} \right] \ddot{x}_1 + \left[ -\frac{\tau J}{G} z(x_1) + \frac{B}{G} \right] \dot{x}_1 - \frac{J}{G} \tilde{f}_{21}(x_1) x_1. \quad (34)$$

Defina agora,

$$x_{1N} = x_1, \quad (35)$$

$$x_{2N} = \dot{x}_{1N} = \dot{x}_1. \quad (36)$$

$$x_{3N} = \dot{x}_{2N} = \ddot{x}_1 \rightarrow \dot{x}_{3N} = \ddot{x}_1. \quad (37)$$

De (34) e considerando (35), (36) e (37), obtém-se (39):

$$\ddot{x}_1 = \dot{x}_{3N} = \frac{G P_N}{\tau J} + \frac{G}{\tau J} \left\{ \left[ -\frac{\tau B}{G} - \frac{J}{G} \right] x_{3N} + \left[ \frac{\tau J}{G} z(x_1) - \frac{B}{G} \right] x_{2N} + \frac{J}{G} \tilde{f}_{21}(x_1) x_{1N} \right\}, \quad (38)$$

Ou,

$$\dot{x}_{3N} = \left[ -\frac{B}{J} - \frac{1}{\tau} \right] x_{3N} + \left[ z(x_1) - \frac{B}{\tau J} \right] x_{2N} + \left[ \frac{1}{\tau} \tilde{f}_{21}(x_1) \right] x_{1N} + \frac{G P_N}{\tau J}. \quad (39)$$

Agora, pode-se escrever a matriz de estados em relação à velocidade angular, posição angular e aceleração angular através das equações (36), (37) e (39), como segue:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1N} \\ \dot{x}_{2N} \\ \dot{x}_{3N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\tilde{f}_{21}(x_1)}{\tau} & z(x_1) - \frac{B}{\tau J} & -\frac{B}{J} - \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1N} \\ x_{2N} \\ x_{3N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{G}{\tau J} \end{bmatrix} \cdot P_N, \quad (40)$$

e as variáveis de estados em (41):

$$\begin{aligned} x_{1N} &= x_1 = \Delta\theta, \\ x_{2N} &= x_2 = \dot{x}_1 = \Delta\dot{\theta}, \\ x_{3N} &= \dot{x}_2 = \Delta\ddot{\theta}, \\ P_N &= \Delta P = P - \frac{M_{a0}}{G}. \end{aligned} \quad (41)$$

Será utilizada, ao longo deste trabalho, a dinâmica (40), que considera como variáveis de estado a posição angular, velocidade angular e a aceleração angular por sua facilidade de implementação em relação à dinâmica dada em (20), que tem o torque como variável de estado.

### 2.3. CONTROLE APLICADO

O Controle Automático tem desempenhado um papel vital no avanço da engenharia e da ciência (OGATA, 2010).

A habilidade para controlar um sistema em um ambiente incerto ou impreciso é uma das características mais importantes de qualquer sistema de controle. Mas normalmente, para que um sistema seja controlado, é necessária sua descrição por um modelo matemático, denominado modelo de simulação (MACHADO, 2003).

Na teoria de sistemas de controle, variável controlada é a grandeza ou a condição que é medida e controlada. A variável manipulada é a grandeza ou condição variada pelo controlador de modo a afetar o valor da variável controlada. A variável controlada é, normalmente, a grandeza de saída do sistema (OGATA, 2010).

A teoria de controle robusto visa à garantia de estabilidade e ao atendimento ótimo de critérios de desempenho. Ainda, as ações de controle devem realizar essas tarefas, mesmo com incertezas no modelo da planta, na dinâmica e na operação dos sensores e atuadores.

Quando a planta do sistema é desconhecida, é necessário utilizar um processo de identificação dos parâmetros (TEIXEIRA, 1996).

A linearização da planta de controle em torno de um ponto de operação de interesse, exige conhecimento de técnicas e ferramentas matemáticas conhecidas e de relevante dominação devido à complexidade para se obter um modelo de projeto próximo do ideal.

O desenvolvimento do trabalho no domínio do tempo é facilitado pela disponibilidade e pela facilidade do uso de computadores digitais. O domínio do tempo é o domínio matemático que incorpora a resposta e a descrição de um sistema em função do tempo (DORF, 2008).

#### 2.4. DESENVOLVIMENTO DA TÉCNICA DE CONTROLE PROPOSTA

Para o entendimento do controlador projetado, aspectos importantes referentes à técnica de controle são ilustrados ao longo deste capítulo.

As incertezas presentes em um sistema dinâmico podem afetar todo o processo de controle da planta. Tais incertezas são um grande desafio presente na teoria de controle tanto para sistemas lineares e também para sistemas não lineares.

Uma incerteza de grande importância que deve ser levada em consideração para elaboração do projeto de controle é a fadiga muscular devido à estimulação elétrica. É sabido que a fadiga é uma diminuição da capacidade do músculo de produzir ou sustentar uma força, resultado de muitos fatores, tais como, acúmulo de metabolismo ou limitação da capacidade do nervo de sustentar uma contração muscular (NICHOLAS et al., 2006).

O controlador a ser projetado terá característica de operação em um ambiente linear e invariante no tempo. A dinâmica do sistema a ser controlado possibilita equacionar um bom modelo de projeto que atenda a uma certa vizinhança em torno do ponto de operação para o qual o sistema foi linearizado.

No contexto particular de sistemas lineares em que as matrizes associadas ao modelo em espaço de estados são afetadas por incertezas, a teoria de Lyapunov é a que mais viabilizou o desenvolvimento de condições de análise e controle, em geral formuladas em termos de procedimentos convexos de otimização baseados em *Linear Matrix Inequalities* -LMIs (BOYD et al., 1994).

Ao realizar a modelagem matemática de um determinado sistema, procura-se obter um modelo que represente o mais fielmente possível seu comportamento dinâmico, porém, devido a não linearidades ou incertezas de parâmetros, isso nem sempre é possível. Assim, obtém-se uma aproximação do modelo real do sistema, permitindo que o sistema seja abordado como um sistema incerto, no qual seus parâmetros podem assumir infinitos valores dentro de um conjunto com limites conhecidos (NOGUEIRA, 2009).

Um dos fatores que contribuíram para a evolução da teoria de controle robusto foi a utilização de LMIs e um importante trabalho desenvolvido no estudo da estabilidade realizado por Lyapunov (1893), que analisa o comportamento de um sistema dinâmico e se baseia em funções que medem a energia do sistema, em que a estabilidade está associada ao fato do sistema dissipar energia ou não.

Para o desenvolvimento do projeto do controlador apresentado neste trabalho, algumas considerações foram adotadas.

Na representação da matriz de estados em relação à velocidade angular, posição angular e aceleração angular, conforme apresentado na equação (40), faz-se a seguinte transformação por analogia:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1N} \\ \dot{x}_{2N} \\ \dot{x}_{3N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1N} \\ x_{2N} \\ x_{3N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi \end{bmatrix} P_N. \quad (42)$$

A função de transferência desejada é:

$$H(s) = Y_s/U_s = C(SI - A)^{-1}B + D. \quad (43)$$

Sabendo que:

$$sI = s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix}, \quad (44)$$

$$(s.I - A)^{-1} = \left( \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix} \right)^{-1} = \left( \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ -\alpha & -\beta & (s-\gamma) \end{bmatrix} \right)^{-1}, \quad (45)$$

(

(46)

$$(s.I - A)^{-1} = (s.I - A)^{-1}(s.I - A) = I.$$

Determinando a inversa fica:

$$(s.I - A)^{-1} = \frac{\{cof(s.I - A)\}^T}{det(s.I - A)}. \quad (47)$$

Logo,

$$G(s) = \frac{C \cdot \{cof(s.I - A)\}^T}{det(s.I - A)} \cdot B + D, \quad (48)$$

$$\begin{aligned} det(s.I - A) &= s \cdot s \cdot (s - \gamma) + (-1) \cdot (-1) \cdot (-\alpha) + 0 \cdot 0 \cdot (-\beta) - 0 \cdot s \cdot (-\alpha) \\ &\quad - s \cdot (-1) \cdot (-\beta) - (-1) \cdot 0 \cdot (s - \gamma), \end{aligned} \quad (49)$$

(50)

$$det(s.I - A) = s^3 - s^2\gamma - s\beta - \alpha,$$

$$cof(s.I - A) = cof \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ -\alpha & -\beta & (s - \gamma) \end{bmatrix}. \quad (51)$$

Aplicando a regra do cofator de uma matriz, tem-se:

$$cof(s.I - A) = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ \tilde{a}_{31} & \tilde{a}_{32} & \tilde{a}_{33} \end{bmatrix}. \quad (52)$$

Seja a matriz quadrada (52), define-se como menor complementar o determinante da matriz que se obtém eliminando a linha 'i' e a coluna 'j' dessa matriz, e representa-se o menor complementar por  $D_{ij}$ .

Uma vez definido o menor complementar, podemos então definir cofator como  $\tilde{a}_{ij}$ , associado a um elemento  $a_{ij}$  definido por:

$$\tilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j} D_{ij}. \quad (53)$$

Realizados os cálculos matriciais, com base em (51) e (52), tem-se a matriz abaixo:

$$\begin{bmatrix} s(s - \gamma) - \beta & \alpha & s\alpha \\ (s - \gamma) & s(s - \gamma) - s\beta + \alpha \\ 1 & s & s^2 \end{bmatrix}^T. \quad (54)$$

De posse de todos os dados, através do sistema  $H(s)$  e considerando:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0], \quad D = [0].$$

Aplicando as considerações da equação (43) cuja função é:

$$H(s) = C(SI - A)^{-1}B + D,$$

$$H(s) = C(s^3 - s^2\gamma - s\beta - \alpha)^{-1} \begin{bmatrix} s(s - \gamma) - \beta & (s - \gamma) & 1 \\ \alpha & s(s - \gamma) & s \\ s\alpha & -s\beta + \alpha & s^2 \end{bmatrix} B + D, \quad (55)$$

$$H(s) = \frac{[s(s - \gamma) - \beta \quad (s - \gamma) \quad 1]}{s^3 - s^2\gamma - s\beta - \alpha} B + D. \quad (56)$$

A função de transferência adotada é:

$$H(s) = \frac{\Psi}{s^3 - s^2\gamma - s\beta - \alpha}. \quad (57)$$

De posse da função de transferência, obtém-se os máximos e mínimos dos parâmetros do sistema (57) através das identificações mediante aplicação da FES.

Do recente trabalho de Souza et al. (2013), a representação de um sistema linear contínuo com incertezas politópicas dar-se-á da seguinte forma.

Antes, algumas considerações importantes para o desenvolvimento do trabalho são apresentadas:

$$\mathbb{K}_r = \{1, 2, \dots, r\}, r \in \mathbb{N}; \quad x(t) = x; \quad V(x(t)) = V; \quad \|x\|_2 = \sqrt{x^T x};$$

$$(A, B, C, K)(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i (A_i, B_i, C_i, K_i), \quad \alpha_i \geq 0 \quad \text{e}$$

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1, \quad \alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r]^T,$$

sendo  $r = 2^s$  e  $s$  o número de parâmetros incertos distintos considerando um sistema linear e invariante no tempo. Assim, o sistema considerado tem dinâmica descrita por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ &= \left( \sum_{i=1}^r \alpha_i A_i \right) x(t) + \left( \sum_{i=1}^r \alpha_i B_i \right) u(t) \\ &= A(\alpha) x(t) + B(\alpha) u(t). \end{aligned} \tag{58}$$

Considerando  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  o vetor de estado,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  a entrada de controle,  $A(\alpha)$  e  $B(\alpha)$ , com  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ .

Parte-se da situação em que todas as variáveis de estado estejam disponíveis para realimentação.

Através da lei de controle amplamente utilizada na literatura dada por Boyd et al. (1994):

$$u(t) = -Kx(t) \quad K \in \mathbb{R}^{m \times n}. \tag{59}$$

Fazendo o arranjo matemático entre (58) e (59) tem-se o sistema realimentado:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i (A_i - B_i K) x(t). \quad (60)$$

As LMIs que garantem a estabilidade do sistema realimentando (60) são fornecidas pelo próximo teorema.

**Teorema 1** (BERNUSSOU, PERES E GEROMEL, 1989) *O sistema linear com incertezas politópicas apresentado em (60) é quadraticamente estável se, e somente se, existir uma matriz simétrica positiva definida  $X$  e  $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$  tais que, para todo  $i \in \mathbb{K}_r$ ,*

$$XA_i^T + A_i X - B_i M - M^T B_i^T < 0. \quad (61)$$

Se (61) são factíveis, para  $i \in \mathbb{K}_r$ , o ganho do controlador é dado por:

$$K = MX^{-1}. \quad (62)$$

No projeto e na simulação do controlador (59), pode-se inserir uma restrição no sinal de controle enviado à planta conforme apresentado em Boyd et al. (1994) e Tanaka, Ikeda e Wang (1998a).

Para uma condição inicial  $x(0)$  conhecida e  $u(t)$  dado por (59). A restrição  $\|u(t)\|_2 \leq \mu$  é imposta para todo tempo  $t \geq 0$  se as LMIs

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & X \end{bmatrix} \geq 0, \quad (63)$$

$$\begin{bmatrix} X & M \\ M & \mu^2 I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (64)$$

são satisfeitas em conjunto com (61) (BOYD et al., 1994) e (TANAKA, IKEDA e WANG, 1998a) tal que  $X = P^{-1}$  e  $M = KX$ .



Uma outra lei de controle com realimentação do vetor de estado é dada conforme segue abaixo:

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \alpha_i \cdot K_i x(t). \quad (65)$$

Considerando que:

$$u(t) = u_\alpha(t) = - \sum_{i=1}^r \alpha_i K_i x(t), \quad K_i \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad i \in \mathbb{K}_r. \quad (66)$$

Logo,

$$u_\alpha(t) = - K(\alpha)x(t), \quad K_i \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad i \in K_r. \quad (67)$$

A lei de controle descrita anteriormente é considerada uma lei aparente, pois  $\alpha_i, i \in K_r$ , são parâmetros incertos que podem ser não disponíveis para medição.

O sistema (58) realimentado com a lei de controle (66) apresenta-se da seguinte forma:

$$\dot{x}(t) = A(\alpha)x(t) - B(\alpha)K(\alpha)x(t), \quad (68)$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j (A_i - B_i K_j)x(t). \quad (69)$$

A LMI que garante a estabilidade do sistema linear (69) e que foi inspirada em Tanaka; Ikeda e Wang (1998) é apresentada no próximo teorema:

**Teorema 2.** *O ponto de equilíbrio  $x = 0$  do sistema linear com incertezas politópicas dado em (69) é globalmente assintoticamente estável se existir uma matriz simétrica positiva definida  $X$  e matrizes  $M_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$  tais que, para todo  $i, j \in \mathbb{K}_r$ , as seguintes LMIs são factíveis:*

$$XA_i^T + A_i X - B_i M_i - M_i^T B_i^T < 0, \quad (70)$$

$$(A_i + A_j)X + X(A_i + A_j)^T - B_i M_j - B_j M_i - M_i^T B_j^T - M_j^T B_i^T \leq 0. \quad i < j. \quad (71)$$

Se (70) e (71) são factíveis, os ganhos do controlador são dados por  $K_i = M_i X^{-1}$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ .

Considerando uma candidata à função de Lyapunov quadrática (72), tem-se a demonstração (73).

$$V = x^T P x. \quad (72)$$

De (72) e (69) faz-se,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j x^T (A_i - B_i K_j)^T P x + x^T P \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j (A_i - B_i K_j) x \\ &= x^T \left[ \sum_{i=1}^r \alpha_i^2 (A_i^T P + P A_i - K_i^T B_i^T P - P B_i K_i) \right] x \\ &\quad + x^T \left[ \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=1+i}^r \alpha_i \alpha_j (A_i^T P + P A_i + A_j^T P + P A_j - K_j^T B_i^T P - P B_i K_j - K_i^T B_j^T P - P B_j K_i) \right] x. \end{aligned} \quad (73)$$

Como  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$  e  $\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1$ , então de (73),  $\dot{V} < 0$  (para  $x \neq 0$ ) se para  $i, j \in \mathbb{K}_r$

$$A_i^T P + P A_i - K_i^T B_i^T P - P B_i K_i < 0, \quad (74)$$

$$A_i^T P + P A_i + A_j^T P + P A_j - K_j^T B_i^T P - P B_i K_j - K_i^T B_j^T P - P B_j K_i \leq 0. \quad i < j \quad (75)$$

Definindo  $X = P^{-1}$  e  $M_i = K_i X$ , pré e pós multiplicando as equações (74) e (75) por  $X$  obtém-se (70) e (71) conclui-se a demonstração.

**Corolário 1.** Se  $B_1 = B_2 = \dots = B_r = B$ , então o ponto de equilíbrio  $x = 0$  do sistema linear com incertezas politópicas dado em (69) é globalmente assintoticamente estável se existem uma matriz simétrica positiva definida  $X$  e matrizes  $M_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$  tais que, para todo  $i \in \mathbb{K}_r$ ,

$$XA_i^T + A_iX - BM_i - M_i^T B^T < 0. \quad (76)$$

Para a estabilidade e índice de desempenho de sistemas lineares, foi observado que nos projetos de sistemas de controle é importante considerar não somente a estabilidade, mas também outros índices de desempenho do sistema controlado, tais como a velocidade de resposta e restrição na entrada e saída do sinal de controle. A velocidade de resposta está relacionada com a taxa de decaimento do sistema ou com o maior expoente Lyapunov, que é definido como sendo o maior  $\beta \geq 0$  tal que

$$e^{\beta t} \|x(t)\| = 0. \quad (77)$$

vale para todas as trajetórias  $x(t)$ .

Como em Boyd et al. (1994, p. 66), pode-se usar uma função de Lyapunov quadrática  $V = x(t)^T P x(t)$  para estabelecer um limite inferior para a taxa de decaimento do sistema.

A condição  $\dot{V}(x(t)) \leq -2\beta V(x(t))$ , para todas as trajetórias  $x(t)$ , é equivalente à especificação de uma taxa de decaimento maior ou igual  $\beta$  e foi utilizada nos Teoremas 3 e 4 para o caso de sistemas lineares.

**Teorema 3** (BOYD et al., 1994). *O sistema linear com incertezas politópicas dado em (60) é quadraticamente estabilizável, com taxa de decaimento maior ou igual  $\beta$  se, e somente se, existir uma matriz simétrica positiva definida  $X$  e  $M_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$  tais que, para todo  $i \in \mathbb{K}_r$ , as seguintes LMIs são factíveis:*

$$XA_i^T + A_iX - B_iM - M^T B_i^T + 2\beta X < 0. \quad (78)$$

Se (78) são factíveis, para  $i \in \mathbb{K}_r$ , o ganho do controlador é dado por  $K = MX^{-1}$ .

A LMI que garante a estabilidade com taxa de decaimento maior ou igual a  $\beta$  do sistema linear (58) realimentado com lei de controle (66) foi inspirada também em Tanaka, Ikeda e Wang (1998).

**Teorema 4.** *O ponto de equilíbrio  $x = 0$  do sistema linear com incertezas politópicas dado em (69) é globalmente assintoticamente estável, com taxa de decaimento maior ou igual  $\beta$  se existir uma matriz simétrica positiva definida  $X$  ( $X > 0$ ) e matrizes  $M_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$  tais que, para todo  $i, j \in \mathbb{K}_r$ , as seguintes LMIs sejam factíveis:*

$$XA_i^T + A_iX - B_iM_i - M_i^T B_i^T + 2\beta X < 0. \quad (79)$$

$$(A_i + A_j)X + X(A_i + A_j)^T - B_iM_j - B_jM_i - M_i^T B_j^T - M_j^T B_i^T + 4\beta X \leq 0, \quad i < j, \quad (80)$$

Se (79) e (80) são factíveis, os ganhos do controlador são dados por  $K_i = M_i X^{-1}$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ .

Para uma condição inicial  $x(0)$  é conhecida e  $u(t)$  dado por (66). A restrição  $\|u(t)\|_2 \leq \mu$  é imposta para todo tempo  $t \geq 0$  se as LMIs

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & X \end{bmatrix} \geq 0, \quad (81)$$

$$\begin{bmatrix} X & M_i^T \\ M_i & \mu^2 I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (82)$$

são satisfeitas (BOYD et al., 1994) e (TANAKA, IKEDA e WANG, 1998a) sendo que  $X = P^{-1}$  e  $M_i = K_i X$ .

Demonstração da restrição (81), assumindo que  $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$  é a função de Lyapunov e

$$x^T(0)Px(0) \leq 1. \quad (83)$$

logo,

$$1 - x^T(0)X^{-1}x(0) \geq 0. \quad (84)$$

Aplicando um complemento de Schur na equação (84) tem-se as LMIs da equação (81).

Considerando que  $\|u(t)\|_2 \leq \mu$ , tem-se:

$$u^T(t)u(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j x^T(t) K_i^T K_j x(t) \leq \mu^2. \quad (85)$$

Portanto,

$$\frac{1}{\mu^2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j x^T(t) K_i^T K_j x(t) \leq 1. \quad (86)$$

Desde que  $x^T(t)X^{-1}x(t) \leq 1$  para  $t > 0$ , então pode-se impor:

$$\frac{1}{\mu^2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j x^T(t) K_i^T K_j x(t) \leq x^T(t)X^{-1}x(t). \quad (87)$$

De (87) tem-se:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j x^T(t) \left( \frac{1}{\mu^2} K_i^T K_j - X^{-1} \right) x(t) \leq 0. \quad (88)$$

Partindo de (88) tem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j x^T(t) \left( \frac{1}{\mu^2} K_i^T K_j + \frac{1}{\mu^2} K_j^T K_i - 2X^{-1} \right) x(t) = \\
& \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j x^T(t) \times \left[ \frac{1}{\mu^2} (K_i^T K_i + K_j^T K_j) - \frac{1}{\mu^2} (K_i^T - K_j^T)(K_i - K_j) - 2X^{-1} \right] x(t) \\
& \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j x^T(t) \left[ \frac{1}{\mu^2} (K_i^T K_i + K_j^T K_j) - 2X^{-1} \right] x(t) \\
& = \sum_{i=1}^r \alpha_i x^T(t) \left( \frac{1}{\mu^2} K_i^T K_i - X^{-1} \right) x(t).
\end{aligned} \tag{89}$$

Se,

$$\frac{1}{\mu^2} K_i^T K_i - X^{-1} \leq 0, \tag{90}$$

então substituindo  $M_i = K_i X$  em (90) e então pré e pós multiplicando por  $X$ ,

$$\frac{1}{\mu^2} M_i^T M_i - X \leq 0. \tag{91}$$

A desigualdade (91) pode ser obtida aplicando complemento de Schur a partir da equação (82), concluindo a prova.

Outro método de obter (82) é apresentado abaixo. Partindo de (88), tem-se:

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i \begin{bmatrix} X^{-1} & K_i^T \\ K_i & \mu^2 I \end{bmatrix} \geq 0. \tag{92}$$

Multiplicando a esquerda por  $[X \ I]$  e a direita por  $\begin{bmatrix} X \\ I \end{bmatrix}$  logo:

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i \begin{bmatrix} X & M_i^T \\ M_i & \mu^2 I \end{bmatrix} \geq 0.$$

Assim chega-se à condição (82). Essa derivação é mais direta e compacta.

#### 2.4.1. Considerando o sistema linear com uma Matriz Constante $B(\alpha) = B$

O projeto de um controlador chaveado para o sistema linear incerto (58) é proposto, admitindo que  $B(\alpha) = B$  é uma matriz constante, isto é,

$$\dot{x} = A(\alpha)x(t) + Bu(t). \quad (93)$$

Antes será proposta a seguinte Definição:

Souza (2013),...Definição 1. Considere o conjunto de índices  $\Omega_H(t)$  definido abaixo:

$$\Omega_H(t) = \arg \min_{i \in \mathbb{K}_N} x^T(t) H_i x(t) = \{j \in \mathbb{K}_N : x(t)^T H_j x(t) = \min_{i \in \mathbb{K}_N} x^T(t) H_i x(t)\}, \quad (94)$$

Sendo  $H_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $i \in \mathbb{K}_N$ , e  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ . O menor índice  $j \in \Omega_H(t)$  será denotado por

$$\arg \min_{i \in \mathbb{K}_N}^* \{x^T(t) H_i x(t)\} = \min_{j \in \Omega_H(t)} j. \quad (95)$$

O conjunto  $\Omega_H(t)$  pode conter mais que um elemento. Assim, ao definir  $\arg \min^* \{\cdot\}$  estabelece-se uma forma de selecionar apenas o menor deles.

Considerando que as LMIs dadas em (76) sejam factíveis para todo  $i \in \mathbb{K}_r$  e sejam  $\mathbb{K}_i = M_i X^{-1}$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ , os ganhos do controlador dados em (66), e  $P = X^{-1}$  obtidos das condições do Corolário 1. Das considerações citadas no início,  $H_i = PBK_i$ , define-se o controlador chaveado.

$$u(t) = u_\sigma(t) = -K_\sigma x(t); \quad \sigma = \arg \min_{i \in \mathbb{K}_N}^* \{x^T(t) H_i x(t)\}, \quad \sigma \in \mathbb{K}_r. \quad (96)$$

O sistema controlado (93) e (96) é dado por:

$$\dot{x}(t) = A(\alpha)x(t) + Bu_\sigma(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i (A_i - BK_\sigma)x(t). \quad (97)$$

**Teorema 5** (Souza (2013)). *Admita que as condições do Corolário 1, relativas ao sistema (93) com a lei de controle (67), sejam satisfeitas e obtenha  $\mathbb{K}_i = M_i X^{-1}$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ , e  $P = X^{-1}$ . Então, a lei de controle chaveado (96) torna o ponto de equilíbrio  $x = 0$ , do sistema (93), globalmente assintoticamente estável.*

*Demonstração.* Considere uma candidata à função de Lyapunov  $V = x^T P x$ . Defina  $\dot{V}_{u_\alpha}$  e  $\dot{V}_{u_\sigma}$  a derivada temporal de  $V$  para o sistema (93), com as leis de controle (67) e (96), respectivamente. Então de (93) e (96),

$$\dot{V}_{u_\sigma} = 2x^T P \dot{x} = 2x^T P (A(\alpha)x + B u_\sigma) = 2x^T P A(\alpha)x + 2x^T P B (-K_\sigma)x. \quad (98)$$

Das considerações\*,  $\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1$  e  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ . Assim, notamos que,

$$\min_{i \in \mathbb{K}_r} \{x^T P B (-K_i)x\} \leq x^T P B \left( - \sum_{i=1}^r \alpha_i K_i \right) x, \quad (99)$$

**Teorema 6** (Souza (2013)). A restrição na norma dos ganhos do controlador tal que  $K_i K_i^T \leq \eta \eta_x^2 I_m$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ , é imposta, se existem constantes  $\eta > 0$  e  $\eta_x > 0$ , tais que as LMI's abaixo sejam factíveis.

$$\begin{bmatrix} \eta_x I_n & I_n \\ I_n & X \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \eta I_n & M_i^T \\ M_i & I_m \end{bmatrix} \geq 0, \quad i \in \mathbb{K}_r \quad (100)$$

Essa demonstração é semelhante à apresentada em Siljak e Stipanović, (2000).

A prova é explicada da seguinte forma (Souza (2013)).

Seja  $x = \{z_1, z_2, \dots, z_r\}$ ,  $z_r \in \mathbb{K}$ . Então  $\min_{i \in \mathbb{K}_r = \{1, 2, \dots, r\}} z_i$  é tal que,  $\min_{i \in \mathbb{K}_r} z_i \leq z_j$  para todo  $j \in \mathbb{K}_r$ ; -\*

Então de (\*), para todas combinações convexas arbitrárias.  $\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \dots \alpha_r = 0$ , note que

$$\alpha_j \min_{i \in \mathbb{K}_r} z_i \leq \alpha_j z_j, \quad \forall j \in \mathbb{K}_r.$$

Assim  $\sum_{j=1}^r \alpha_j \min_{i \in \mathbb{K}_r} z_i \leq \sum_{j=1}^r \alpha_j z_j$ , equivale a:



$$\left(\sum_{j=1}^r \alpha_j\right) \min_{i \in \mathbb{K}_r} z_i = \min_{i \in \mathbb{K}_r} z_i.$$

Logo,

$$\min_{i \in \mathbb{K}_r} z_i \leq \left(\sum_{j=1}^r \alpha_j z_j\right)!!!$$

e de (98), da lei de controle chaveado dada em (96) e de (67), observa-se que

$$\begin{aligned} \dot{V}_{u_\sigma} &= 2x^T PA(\alpha)x + 2 \min_{i \in \mathbb{K}_r} \{x^T PB(-K_i)x\} \\ &\leq 2x^T PA(\alpha)x + 2x^T PB \left( - \sum_{i=1}^r \alpha_i K_i \right) x \\ &= 2x^T P (A(\alpha) - BK(\alpha))x \end{aligned} \tag{101}$$

$$= 2x^T P (A(\alpha)x + Bu_\alpha) \tag{102}$$

$$= \dot{V}_{u_\alpha}. \tag{103}$$

Portanto,  $\dot{V}_{u_\alpha}(x(t)) \leq \dot{V}_{u_\sigma}(x(t))$ . Como as condições do Corolário 1 asseguram que  $\dot{V}_{u_\alpha}(x(t)) < 0$  se  $x(t) \neq 0$ , a demonstração é concluída.

**Observação 1.** (Souza (2013)) *O Teorema 5 mostra que, se as condições do Corolário 1 forem satisfeitas, então  $\dot{V}_{u_\alpha}(x(t)) < 0$  para todo  $x(t) \neq 0$  e portanto  $\dot{V}_{u_\sigma}(x(t)) < 0$  para  $x(t) \neq 0$ , assegurando que o ponto de equilíbrio  $x = 0$  do sistema controlado (93) e (96) seja globalmente assintoticamente estável. Assim, o Corolário 1 pode ser utilizado para projetar os ganhos  $K_1, K_2, \dots, K_r$  e a matriz  $P = X^{-1}$  da lei de controle chaveado (96). Adicionalmente, observa-se que a lei de chaveado (96) não utiliza as variáveis incertas  $\alpha_i, i \in \mathbb{K}_r$ , que são necessárias para a implementação da lei de controle (67). Além disso, ela também oferece uma alternativa menos conservadora do que a lei de controle clássica, para sistemas lineares incertos, apresentada em (59), que utiliza apenas um ganho  $K$  no controlador.*

Sabe-se que o controlador chaveado é menos conservador que o controlador com ganho constante. O teorema 6 mostra que se um sistema pode ser controlado com um ganho constante, então ele pode ser controlado de forma chaveada (BUZETTI, 2016).

Fazendo as seguintes considerações:

$$\begin{aligned} P &= X^{-1}; \bar{Q}_j = X^{-1}Q_j X^{-1}; K_j = M_j X^{-1}; X = P^{-1}; \\ Z_i &= X\bar{Z}_i X; Q_i = X\bar{Q}_i X; M_j = K_j X \end{aligned} \quad (104)$$

**Teorema 7** (Buzetti, 2016). Suponha a existência de  $P = P^T > 0$  e  $K$  constante, tais que:

$$P(A_i - B_i K) + (A_i - B_i K)^T P + 2\beta P < 0, \quad (105)$$

*min* $\eta$

$$\begin{bmatrix} \eta_0 I & M \\ M^T & I \end{bmatrix} > 0, \quad (106)$$

$$X > \mu_0 I,$$

Isto é, para  $u = -Kx$ , o sistema  $\dot{x}_M = (A_Z - B_Z K)x_M$  tem o ponto de equilíbrio  $x_M = 0$  globalmente assintoticamente estável com taxa de decaimento maior ou igual a  $\beta$ . Então existem  $K_j, j \in \mathbb{K}_s$ , tais que, para  $M_j = K_j P$  e  $X = P^{-1}$ . Logo as LMIs (76) e (79) são satisfeitas.

$$-B_i M_j - M_j^T B_j^T - Z_i - Q_j < 0, \quad (107)$$

$$X A_i^T + A_i X + Z_i + Q_i + 2\beta X < 0. \quad (108)$$

**Prova:** As desigualdades (107) e (108) equivalem às desigualdades (109) e (110) respectivamente:

$$-(PB_i K_j + K_j^T B_i^T P) < \bar{Z}_i + \bar{Q}_j, \quad (109)$$

$$A_i^T P + PA_i + \bar{Z}_i + \bar{Q}_i + 2\beta X < 0. \quad (110)$$

Isso implica que a lei de controle  $u(t) = -K_\sigma(t)$  e  $\sigma(t) = \arg \min_{j \in \mathbb{K}_s}^* \{x_M^T(t) \bar{Q}_j x_M(t)\}$ , torna o ponto de equilíbrio  $x_M = 0$  do sistema  $\dot{x}_M = (A_z - B_z K_\sigma) x_M$  globalmente assintoticamente estável com taxa de decaimento maior ou igual a  $\beta$ .

Fazendo  $K_j = K$ ,  $\bar{Q}_j = \bar{Q}$  e  $\bar{Z}_i = 0$ , tem-se para (105) a existência de  $\varepsilon > 0$  suficientemente pequeno tal que:

$$A_i^T P + PA_i(-PB_i K - K^T B_i^T P + \varepsilon I) + 2\beta P < 0. \quad (111)$$

Definindo  $\bar{Q}_i = -PB_i K - K^T B_i^T P + 2\beta P + \varepsilon I$ , então (111) implica a factibilidade da expressão  $A_i^T P + PA_i + \bar{Q}_i + 2\beta P < 0$ .

$$\begin{aligned} & -PB_i K_j - K_j^T B_i^T P - \bar{Z}_i - \bar{Q}_j \\ & = -PB_i K_j - K_j^T B_i^T P - 0 - (-PB_i K_j - K_j^T B_i^T P + \varepsilon I) = -\varepsilon I < 0. \end{aligned} \quad (112)$$

Como  $K_j = K$ , então  $M_j = M$ , implica que as LMI's:

$$\begin{aligned} & \min \eta \\ & \begin{bmatrix} \eta_0 I & M \\ M^T & I \end{bmatrix} > 0, \end{aligned} \quad (113)$$

$$X > \mu_0 I,$$

são equivalentes a:

$$\begin{aligned} & \min \eta \\ & \begin{bmatrix} \eta I & M_j \\ M_j^T & I \end{bmatrix} > 0, \end{aligned} \quad (114)$$

$$X > \mu_0 I.$$

Como  $\eta_0 = \eta$ . Assim, se existe factibilidade para  $u = -Kx_M$ , existe também factibilidade para  $u = -K_\sigma x_M$  dado em:  $\sigma(t) = \arg \min_{j \in \mathbb{K}_s}^* \{x_M^T(t) \bar{Q}_j x_M(t)\}$  e  $\eta_0 = \eta$ .

#### 2.4.2. Sistemas lineares com uma Matriz Incerta $B(\alpha)$

Será considerado o sistema linear com incertezas politópicas como dado em (58), com  $\alpha_i$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ , ou seja,

$$\hat{x}(t) = \hat{A}(\alpha)\hat{x}(t) + \hat{B}(\alpha)u(t), \quad \hat{A}(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \hat{A}_i, \quad \hat{B}(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \hat{B}_i. \quad (115)$$

Seja  $v(t) \in \mathbb{R}^m$  a derivada temporal do vetor de entrada de controle  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ . Defina  $x_{n+l}(t)$  e  $v_l(t)$ , tais que  $\dot{x}_{n+l}(t) = \dot{u}_l(t) = v_l(t)$ , ou seja,  $x_{n+l}(t) = u_l(t) = \int v_l(t)dt, l = 1, 2, \dots, m$ .

Assim, obtém-se o seguinte sistema (Souza (2013)).

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}(\alpha)\hat{x}(t) + \hat{B}(\alpha)u(t), \\ \dot{x}_{n+l}(t) = v_l(t), \\ \vdots \\ \dot{x}_{n+m}(t) = v_m(t), \end{cases} \quad (116)$$

ou equivalente (BARMISH, 1983),

$$\dot{x}(t) = A(\alpha)x(t) + Bv(t) \quad (117)$$

sendo,

$$x = [\hat{x}^T x_{n+1} \dots x_{n+m}]^T, A(\alpha) = \begin{bmatrix} \hat{A}(\alpha) & \hat{B}(\alpha) \\ 0_{m \times n} & 0_{m \times m} \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ I_{m \times m} \end{bmatrix}. \quad (118)$$

Das considerações acima, nota-se o sistema (117) é equivalente ao sistema (93), portanto, o problema cai no caso de matriz constante  $B(\alpha) = B$ . Assim, pode-se adotar o procedimento

estabelecido no caso de matriz constante  $B(\alpha) = B$  para projetar um lei de controle chaveado  $v(t) = -K_\sigma x(t)$ ,  $K_\sigma \in \mathbb{R}^{m \times (n+m)}$ .

### 2.4.3. Sistemas lineares com incertezas no sinal de controle

Para um ponto de equilíbrio  $\bar{x} = x_0$  e com o valor de entrada de controle  $\bar{u} = u_0$ , considerando que o sistema (58) seja oriundo do processo de linearização descrito da forma  $\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \bar{u})$ . Para um  $x_0$  conhecido,  $u_0 \in \mathbb{R}$  seja incerto, dependendo das incertezas da planta, mas  $0 < u_0 \in [u_{0_{min}}, u_{0_{max}}]$  sendo que  $u_{0_{min}}$  e  $u_{0_{max}}$ .

Onde era:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ &= \left( \sum_{i=1}^r \alpha_i A_i \right) x(t) + \left( \sum_{i=1}^r \alpha_i B_i \right) u(t) \end{aligned} \quad (119)$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  o vetor de estado,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  a entrada de controle, agora com as incertezas conhecidas, considera-se que:

$x(t) = \bar{x}(t) - x_0$ ,  $\bar{x}(t)$  o vetor de estado da planta;

$u(t) = \bar{u}(t) - u_0$ ,  $\bar{u}(t)$  o sinal de controle da planta.

Adotando que  $B$  é uma matriz constante e considerando que  $B(\alpha)$  seja igual  $Bg(\alpha)$  e que  $g(\alpha) > 0$  para todo  $\alpha$  dado em (58), uma função limitada que depende das incertezas da planta. Reescrevendo a função (119), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ &= \left( \sum_{i=1}^r \alpha_i A_i \right) x(t) + \left( \sum_{i=1}^r \alpha_i B_i \right) u(t) \\ &= A(\alpha)x(t) + B(\alpha)u(t) = A(\alpha)x(t) + Bg(\alpha)u(t). \end{aligned} \quad (120)$$

Sabendo que os ganhos  $K_i = M_i X^{-1}$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$  e a matriz  $P = X^{-1}$ , foram obtidos através dos vértices do politopo do sistema (58) e as LMIs (70) e (71) do teorema 2, dada uma constante  $\xi > 0$  e considerando a Definição 1  $H_i = PBK_i$ , chega-se à lei controle:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{\sigma,\xi}(t) = \bar{u}_{(\sigma,\xi)}(t) - u_0, \\ \bar{u}_{(\sigma,\xi)}(t) &= -K_\sigma x(t) + \gamma_\xi, \end{aligned} \quad (121)$$

Condição de que:

$$\begin{aligned} K_\sigma &\in \{K_1, K_2, \dots, K_r\}, \quad \sigma = \arg \min_{i \in \mathbb{K}_N}^* \{-x^T PBK_i x\}, \\ \gamma_\xi &= \begin{cases} u_{0max}, & \text{se } x^T PB < -\xi, \\ \frac{(u_{0min} - u_{0max})x^T PB + \xi(u_{0max} + u_{0min})}{2\xi}, & \text{se } |x^T PB| \leq \xi, \\ u_{0min}, & \text{se } x^T PB > \xi, \end{cases} \end{aligned} \quad (122)$$

**Teorema 8** (Souza (2013)). Admita que as condições do Teorema 2, relativas ao sistema (58) com lei de controle (67) sejam satisfeitas e obtenha  $K_i = M_i X^{-1}$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$ ,  $P = X^{-1}$ . Então, a lei de controle chaveado (121) e (122) torna o sistema (58) uniformemente *ultimate bounded*.

*Demonstração.* Considere uma candidata à função de Lyapunov  $V = x^T P x$ . Defina  $\dot{V}_{u(\sigma,\xi)}$  e  $\dot{V}_{u_\alpha}$  a derivada temporal de  $V$  para o sistema (58), com as leis de controle (67) e (121), (122) respectivamente. Antes lembrando que  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$  e  $\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1$ ,  $g(\alpha) > 0$ ,  $g(\alpha)B = B(\alpha)$  e notando que  $\min_{i \in \mathbb{K}_r}^* \{-x^T PBK_i x\} \leq -x^T PB(\sum_{i=1}^r \alpha_i K_i)x$ , de (44) segue que

$$\begin{aligned} \dot{V}_{u(\sigma,\xi)} &\leq \dot{V}_{u_\alpha} - 2x^T PB(\alpha)(\sum_{i=1}^r \alpha_i K_i)x + 2g(\alpha)x^T PB[\gamma_\xi - u_0 + K(\alpha)x] = \\ &\dot{V}_{u_\alpha} + 2g(\alpha)x^T PB(\gamma_\xi - u_0). \end{aligned} \quad (123)$$

Outra condição, se  $|x^T PB| > \xi$  então de (122),  $g(\alpha)x^T PB(\gamma_\xi - u_0) \leq 0$ . Assim, de (45)  $\dot{V}_{u(\sigma,\xi)} \leq \dot{V}_{u_\alpha} < 0$  para  $x(t) \neq 0$ , visto que de acordo com o Teorema 2, o sistema (58), com lei

de controle (67), é globalmente assintoticamente estável porque  $\dot{V}_{u_\alpha} < 0$  se  $x(t) \neq 0$ . Caso contrário, se  $|x^T P B| \leq \xi$  obtém-se de (122) a seguinte expressão:

$$\dot{V}_{u(\sigma, \xi)} \leq -\varepsilon \|x\|_2^2 + \varepsilon_1 \quad (124)$$

Sendo que, para todo  $\alpha$  definido como:  $(A, B, C, K)(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i (A_i, B_i, C_i, K_i)$ ,  $\alpha_i \geq 0$  e  $\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1$ ,  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r]^T$ ,  $-\varepsilon$  (que é negativo) é o maior autovalor de

$$P(A(\alpha) - B(\alpha)K(\alpha)) + (A(\alpha) - B(\alpha)K(\alpha))^T P, \mathbf{g}_{max} = \max\{g(\alpha)\} \text{ e}$$

$$\varepsilon_1 = 4\mathbf{g}_{max} \cdot u_{0max} \cdot \xi. \text{ Portanto, } \dot{V}_{u(\sigma, \xi)} < 0 \text{ se } \|x\|_2 > \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}.$$

Então, conforme Corless e Leitmann (1981) o sistema controlado é uniformemente *ultimate bounded* e a demonstração é concluída.

**Observação 2** (Souza (2013)). *Dizer que a lei de controle chaveado (121) e (122) torna o sistema (58) uniformemente “ultimate bounded” é equivalente a dizer que as variáveis de estado do sistema não convergem necessariamente para a origem do sistema  $x = 0$  e sim para uma região limitada em torno dessa origem, mas com  $\|x\|_2 > \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}$ . Note que, a região depende de  $\varepsilon_1 = 4\mathbf{g}_{max} \cdot u_{0max} \cdot \xi$  e, portanto, ela pode ser ajustada de acordo com a escolha do valor de  $\xi$ . Observe que quando  $\xi = 0$ , a convergência  $x(\infty) = 0$  é assegurada.*

**Observação 3** (Souza (2013)). *Nota-se que, embora não tenha sido dito, os parâmetros  $\alpha_i$   $i \in \mathbb{K}_r$ , do sistema linear com incertezas politópicas (58), podem ser variantes no tempo, ou seja, para  $t \geq 0$ ,  $\alpha_i = \alpha_i(t)$ ,  $i \in \mathbb{K}_r$  e o sistema (58) pode ser escrito da seguinte forma:*

$$\dot{x}(t) = A(\alpha(t))x(t) + B(\alpha(t))u(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i(t) (A_i + B_i u(t)). \quad (125)$$

*Os resultados estabelecidos valem para sistemas lineares com parâmetros variantes no tempo (do inglês Linear Parameter Varying – LPV).*

Sistemas chaveados lineares são de grande importância e seu estudo tem atraído boa parte dos trabalhos de pesquisa em sistemas chaveados, com o objetivo de estudar tópicos como

*estabilidade, controlabilidade e observabilidade*, e projetar controladores com boas características de desempenho e estabilidade (ASARIN et al., 2000).

Estudos da estabilidade de sistemas chaveados lineares mostram que existem efeitos interessantes que ocorrem devido à interação entre a dinâmica contínua e a lógica de chaveamento.



### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Como é de conhecimento dos profissionais que trabalham com pesquisa voltada para aplicabilidade das técnicas de controle, um dos principais objetivos do controle é manter as variáveis de um sistema linearizado o mais próximo possível dos valores de referência. Importante ressaltar que, quando tais variáveis atingem efetivamente o valor de referência, é comum ocorrer oscilações em torno dele. Essa variação é comumente denominada variabilidade do sistema de malha de controle, que é visivelmente observável por meio da oscilação do sinal de controle de saída.

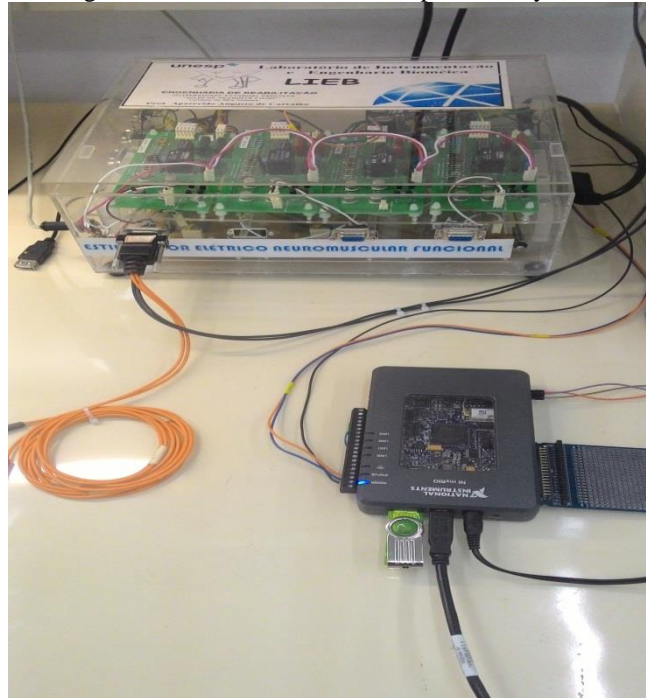
Para plantas lineares, a variabilidade ocorre principalmente pela sintonia inadequada do controlador com a reação fisiológica do corpo humano, na presença de estímulos elétricos. Essa situação será apresentada nos resultados obtidos a partir dos experimentos práticos realizados em laboratório.

#### 3.1. O SISTEMA ELETRÔNICO

Foi implementado um sistema eletrônico constituído por um estimulador elétrico neuromuscular, uma cadeira instrumentada com sensores de posição, velocidade e aceleração angulares, mais dispositivo myRIO da National Instruments e uma interface desenvolvida no *software* LabVIEW também da National Instruments.

O estimulador é de 8 canais, controlado, com forma de onda de corrente de estimulação bifásica, retangular, com carga balanceada e capacidade de fornecer até 140 mA para uma carga de 1,3 k $\Omega$ . Foi empregada modulação por largura de pulso devido à facilidade de implementação com circuitos eletrônicos digitais. Os parâmetros de estimulação podem ser alterados com facilidade e agilidade. O estimulador foi implementado no Laboratório de Instrumentação e Engenharia Biomédica (LIEB), no *Campus* da UNESP de Ilha Solteira. (SANCHES, (2013) e JUNQUEIRA, (2013)). Na Figura 8 apresenta-se uma foto do eletroestimulador e do dispositivo NI myRIO.

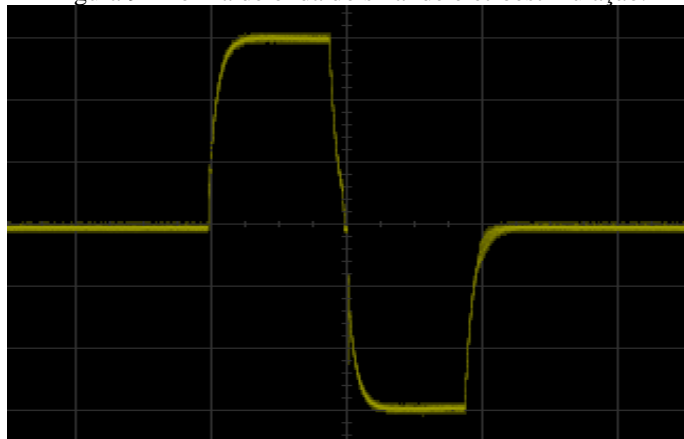
Figura 8 - Eletroestimulador e dispositivo myRIO.



Fonte: Próprio autor.

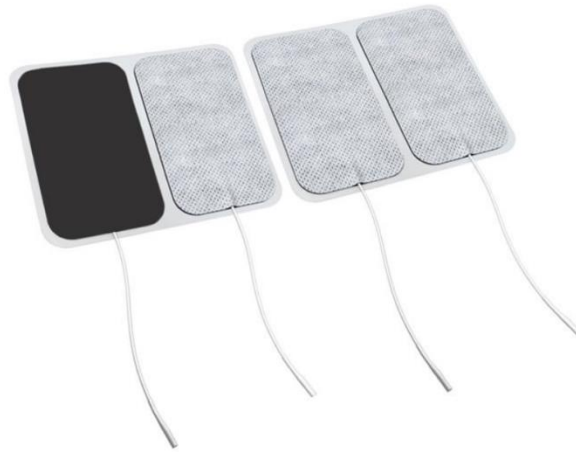
Na Figura 9 mostra-se a forma de onda retangular, bifásica e balanceada utilizada para estimular os músculos do quadríceps e, na Figura 10, uma foto dos eletrodos com superfície de gel, com superfície de  $5 \times 9 \text{ cm}^2$ , da empresa Carcitrade, que foram utilizados nos testes com os voluntários.

Figura 9 - Forma de onda do sinal de eletroestimulação.



Fonte: Próprio autor.

Figura 10 - Eletrodos utilizados nos testes com os voluntários.



Fonte: Próprio autor.

Nos últimos anos, referências importantes no mundo das pesquisas com FES tais como Sharma et al. (2009), Downey et al. (2015), Kirsch et al. (2017) utilizam eletrodos de características semelhantes aos eletrodos apresentados na Figura 10, na intenção de obter maior recrutamento das fibras musculares.

Na cadeira instrumentada, conforme apresentado na Figura 11, conectou-se um eletrogoniômetro (Lynx®), um giroscópio LPR510AL (ST Microelectronics®) e dois acelerômetros triaxiais MMA7341 (Freescale®).

Figura 11 - Cadeira instrumentada.



Fonte: Próprio autor.

A intensidade da estimulação é controlada ajustando-se a amplitude do pulso aplicado ao quadríceps e controlando-se a largura do pulso. A frequência do sinal de estimulação foi fixada em 50 Hz na intenção de recrutar as fibras mistas. A largura de pulso pode ser ajustada na faixa de 0 a 500  $\mu$ s.

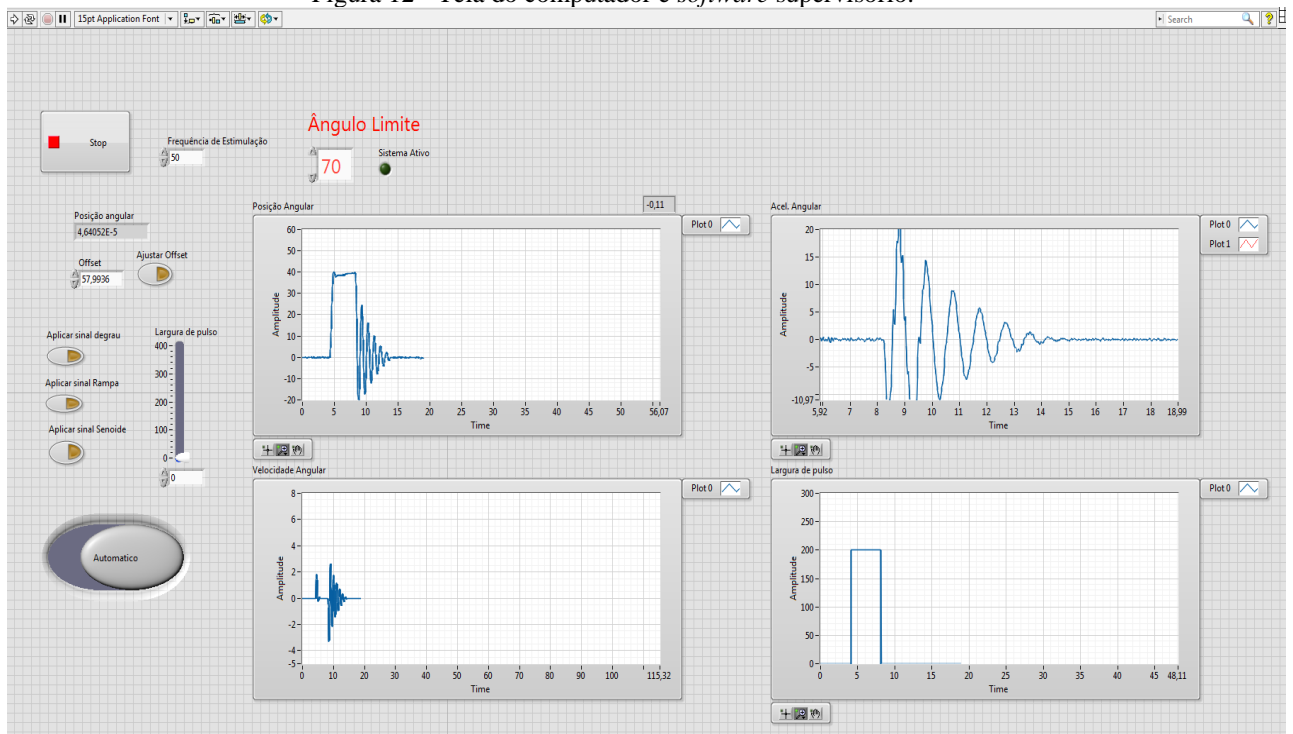
O dispositivo myRIO-1900, da empresa National Instruments, é um sistema embarcado, com um processador de tempo real ARM® Cortex™-A9 dual-core, com entradas e saídas customizáveis do Xilinx FPGA (*Field Programmable Gate Array*). A tecnologia possibilitou realizar melhorias na velocidade de execução dos algoritmos, sincronismo, confiabilidade e flexibilidade do projeto.

O algoritmo desenvolvido, com programação em LabVIEW para myRIO, foi dividido em três algoritmos principais: tarefas de tempo crítico, sistema de controle em tempo real e sistema supervisorio.

Para evitar atrasos de processamento, as tarefas de tempo crítico são executadas no *chip* FPGA da Xilinx. Nessa instância, encontra-se o algoritmo responsável por gerar o período de amostragem, captar os sinais do sensor e gerar a forma de onda do sinal de eletroestimulação.

O FPGA transfere os dados para a memória RAM do PTR (Processador de tempo real), utilizando um buffer FIFO DMA (*First In First Out Direct Memory Access*), possibilitando a realização dos cálculos necessários para o controle, seja em malha aberta ou fechada. Uma vez realizados os cálculos, o PTR envia os dados calculados para o FPGA que, por sua vez, gera a forma de onda de estimulação.

O *software* supervisorio mostra na tela de um computador, conectado ao myRIO conforme apresentado na Figura 12, dados dos sensores e a largura de pulso que possibilita a realização de algumas escolhas para a execução do processo. Essas informações são transmitidas por uma “variável compartilhada” e, uma vez no computador, podem ser armazenadas em disco e utilizadas posteriormente.

Figura 12 - Tela do computador e *software* supervisorio.

Fonte: Próprio autor.

A pesquisa com voluntários foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Faculdade de Ciências e Tecnologia do *Campus* da UNESP de Presidente Prudente (Projeto de Pesquisa CAAE 79219317.2.1001.5402).

### 3.2. IDENTIFICAÇÃO DO PONTO MOTOR

Foi utilizada a seguinte metodologia para identificação do ponto motor, também denominado de ponto de ativação e recrutamento das fibras musculares:

Primeiro, aleatoriamente, é escolhido um ponto qualquer no grupo muscular do quadríceps do candidato. Geralmente a primeira região escolhida é a do reto femoral, em seguida a do músculo vasto lateral, como se vê na Figura 13.

Figura 13 - Passo 1 da identificação do ponto motor



Fonte: Próprio autor.

Um eletrodo é fixado na coxa do voluntário que se encontra posicionado na cadeira instrumentada, enquanto o outro eletrodo é colocado na palma da mão do pesquisador. Aplica-se, então, um sinal de eletroestimulação com largura de pulso de 4 a 10  $\mu$ s. O pesquisador inicia cuidadosamente o contato junto à outra extremidade do músculo.

Para o sucesso do procedimento, o pesquisador flexiona as partes das extremidades dos dedos em contato direto com o músculo do voluntário. Em um dado momento, o pesquisador perceberá um pequeno formigamento de maior intensidade nas pontas dos dedos. Isso ocorre devido à passagem de corrente elétrica entre a extremidade dos dedos e a coxa do voluntário, conforme mostrado no passo 2 da identificação do ponto motor, ilustrado na Figura 14. Importante ressaltar que para fazer o procedimento de identificação do ponto motor com maior exatidão, foi sugerido ao voluntário a realização de tricotomia somente no ponto a ser estimulado.

Figura 14 - Passo 2 da identificação do ponto motor.



Fonte: Próprio autor.

Da mesma forma, porém agora invertendo os eletrodos, na outra extremidade do músculo, onde localizava-se o eletrodo fixo, o pesquisador colaborador repetirá todo o procedimento para encontrar o segundo ponto motor. Dessa forma é possível localizar os pontos motores, sem que ocorra desconforto para o voluntário e para o pesquisador. Esse procedimento nada mais é do que encontrar os pontos de menor impedância nos músculos do quadríceps.

Conhecidos os pontos motores do músculo do quadríceps a ser estimulado, foram realizadas as identificações, seguindo o protocolo apresentado ao final do trabalho.

### 3.3. TESTES DE IDENTIFICAÇÃO

O sistema físico a ser controlado é o complexo canela-pé. A variável física a ser monitorada e controlada é o ângulo da articulação do joelho, ou seja, o ângulo entre a coxa e o

complexo canela-pé. Neste trabalho, assume-se que o voluntário está sentado e o complexo canela-pé está livre para balançar. A extensão do joelho é realizada por meio da estimulação do grupo muscular do quadríceps e a flexão pela força de gravidade.

As diversas metodologias de controle requerem um modelo matemático do sistema a ser controlado, fazendo-se necessária sua identificação. Optou-se por adotar um modelo linear incerto de terceira ordem para o sistema físico canela-pé.

O estudo foi realizado com 5 voluntários hígidos e 4 com lesão medular, sendo 3 paraplégicos e 1 tetraplégico. Para cada voluntário, foram realizadas três a cinco sessões de testes de eletroestimulação, sendo que para a maioria dos voluntários optou-se por cinco testes de identificação. Os dados de todos os voluntários constam no Apêndice B, sendo apresentados na Tabela 2.

Para todos os voluntários, a largura do pulso de estimulação foi mantida constante durante 4 s, caracterizando um sinal degrau de 4 s. Entre cada teste de uma mesma sessão, foi adotado o intervalo de descanso de dois a três minutos. Os vetores de posição, velocidade e aceleração foram gravados e armazenados em disco. O protocolo completo seguido na realização dos testes encontra-se no Apêndice A.

Tabela 2 – Dados dos voluntários participantes da pesquisa.

***Dados dos voluntários com lesão medular - P***

Voluntário	Idade	Etiologia	Nível da lesão	Tempo de lesão	ASIA
P1	30	Montaria em gado bovino	C4 e C5 - C	2 anos	A
P2	25	Acidente de moto	T5 - C	7 anos	A
P3	30	Acidente de moto	T3 e T4 - C	10 anos	A
P4	52	Acidente de moto	C7 e C8 - C	31 anos	A

Obs: C – Completa; I – Incompleta; ASIA – *American Spinal Injury Association – Impairment Scale (A–E)*

---



---

**Dados dos voluntários hígidos - H**

Voluntário	Sexo	Idade	Perfil físico	Massa corpórea	Altura
H1	masculino	18	R	89 Kg	1.75 m
H2	masculino	18	R	80.12 Kg	1.89 m
H3	feminino	19	S	64 Kg	1.72 m
H4	masculino	23	S	78 Kg	1.79 m
H5	masculino	26	Q	73 Kg	1.67 m

Perfil físico: Q - Praticante de esporte no mínimo três vezes por semana e faz caminhada;

R - Pratica esporte eventualmente quatro vezes por mês e faz caminhada;

S – Não pratica esporte, considera-se um voluntário sedentário, porém pratica caminhada esporadicamente.

---

Fonte: Próprio autor.

Foi considerada a posição de repouso como posição inicial, quando o voluntário estava em posição de descanso, sem aplicação de estímulos. Todo movimento foi considerado em relação a essa posição de referência.

Para validação dos resultados, ao aplicar estímulos elétricos nos músculos do quadríceps, considerou-se o ângulo da articulação do joelho entre 30° e 50°. A identificação foi realizada para um ângulo próximo de 40°.

Com os resultados obtidos, foi utilizado o *software* Matlab para obtenção do modelo linear incerto de terceira ordem, para cada teste de grau. O projeto dos ganhos dos controladores para esses sistemas foi realizado utilizando a linguagem do YALMIP (LOFBERG, 2004), com o *solver* SeDuMi (STURM, 1999) e também com o LMILab translator.

A partir dos grupos de sessões de testes, foram obtidas as faixas de variação dos parâmetros  $\alpha, \beta, \gamma$  e  $\Psi$  em (42). Com os valores máximos e mínimos foi possível modelar o sistema como um politopo formado pela combinação convexa de seus vértices. O número de vértices do politopo é dado por  $2^s$ , sendo  $s$  o número de parâmetros incertos.

Desse modo, tem-se:



$$s = 4$$

$$r = 2^4 = 16 \text{ vértices.}$$

Logo, o sistema linear incerto é representado por:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{16} \alpha_i A_i x(t) + \sum_{i=1}^{16} \alpha_i B_i u(t). \quad (126)$$

### 3.4. METODOLOGIA PARA O PROJETO DE CONTROLE

Realizados os testes de identificação, verificou-se a factibilidade para o projeto de um controlador  $u = -Kx$ , que atendesse às LMIs (78) e (100).

De maneira a demonstrar as vantagens obtidas com a utilização de uma lei de controle chaveado, o mesmo procedimento foi realizado para projetar controladores varrendo as possibilidades de combinações entre as faixas de parâmetros, porém agora utilizando as LMIs (79)-(80) e (100) e a lei de controle chaveado para sistemas lineares com incertezas no sinal de controle (122) apresentada na página 58.

Os parâmetros máximo e mínimo (127) obtidos pela aplicação FES em malha aberta delimitam o limite para o projeto do controlador. Na abordagem do politopo convexo, as propriedades presentes nos vértices se estendem a todos os pontos contidos no próprio conjunto, garantindo a capacidade de controle e robustez do controlador projetado para aquela região. Importante ressaltar que os valores de máximos e mínimos apresentados em (122) foram obtidos através da simulação experimental sem aplicação de FES, ou seja, ergueu-se a perna do voluntário manualmente até atingir próximo ao ponto de operação desejado, para mais e para menos. Nesses instantes era possível visualizar, através do painel frontal, os valores de largura de pulso que iriam ser utilizados para aquele voluntário.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{min} & \beta_{min} & \gamma_{min} \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{min} \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{min} & \beta_{min} & \gamma_{min} \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{max} \end{bmatrix}; \quad (127)$$

$$\begin{aligned}
A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{min} & \beta_{min} & \gamma_{max} \end{bmatrix}; B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{min} \end{bmatrix}; & A_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{min} & \beta_{min} & \gamma_{max} \end{bmatrix}; B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{max} \end{bmatrix}; \\
A_5 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{min} & \beta_{max} & \gamma_{min} \end{bmatrix}; B_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{min} \end{bmatrix}; & A_6 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{min} & \beta_{max} & \gamma_{min} \end{bmatrix}; B_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{max} \end{bmatrix}; \\
A_7 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{min} & \beta_{max} & \gamma_{max} \end{bmatrix}; B_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{min} \end{bmatrix}; & A_8 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{min} & \beta_{max} & \gamma_{max} \end{bmatrix}; B_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{max} \end{bmatrix}; \\
A_9 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{max} & \beta_{min} & \gamma_{min} \end{bmatrix}; B_9 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{min} \end{bmatrix}; & A_{10} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{max} & \beta_{min} & \gamma_{min} \end{bmatrix}; B_{10} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{max} \end{bmatrix}; \\
A_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{max} & \beta_{min} & \gamma_{max} \end{bmatrix}; B_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{min} \end{bmatrix}; & A_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{max} & \beta_{min} & \gamma_{max} \end{bmatrix}; B_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{max} \end{bmatrix}; \\
A_{13} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{max} & \beta_{max} & \gamma_{min} \end{bmatrix}; B_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{min} \end{bmatrix}; & A_{14} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{max} & \beta_{max} & \gamma_{min} \end{bmatrix}; B_{14} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{max} \end{bmatrix}; \\
A_{15} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{max} & \beta_{max} & \gamma_{max} \end{bmatrix}; B_{15} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{min} \end{bmatrix}; & A_{16} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_{max} & \beta_{max} & \gamma_{max} \end{bmatrix}; B_{16} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_{max} \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

Logo, a matriz politópica é usada explorando seus vértices através do controlador chaveado projetado para operar em torno de um ponto de operação desejado.

Através dos vértices do politopo, obtém-se matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado. O valor do sinal de controle para manter a posição desejada em torno ou próximo de um ponto de operação desejado é conhecido através das etapas de identificações realizadas no voluntário.

Pela lei de controle chaveado (121) e (122) os valores de máximo e mínimo do sinal de controle também são determinados através dos resultados dos testes de identificação realizados anteriormente. Um valor de saturação do sinal de controle é implementado nos projetos dos controladores, tanto para o controlador robusto quanto para o controlador chaveado. Ambos foram desenvolvidos na plataforma embarcada myRIO da NI, devido à capacidade de processar os dados em tempo real sem que houvesse atrasos e ou perdas de informações importantes captadas pelos sensores da cadeira instrumentada, e da ação dos controladores junto aos voluntários.

Importante salientar que a saturação do sinal de controle foi inserida em virtude da possibilidade dos ganhos do controlador promoverem neste uma ação instável, justificando a presença de incertezas na planta linearizada.

No Apêndice C é apresentada a interface do projeto desenvolvido utilizando o *software* LabVIEW da NI por meio da visualização do painel frontal e do diagrama de blocos.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos com as implementações práticas dos testes de identificação de controle em malha aberta e em malha fechada. Os resultados demonstraram que, ao se aplicar FES no músculo do quadríceps femoral, o músculo estimulado para cada instante de tempo apresentava diferenças entre um recrutamento e outro, implicando diretamente os resultados da planta a ser controlada.

### 4.1. INDIVÍDUO P1

#### 4.1.1. Ensaio 1

##### 4.1.1.1. Identificação

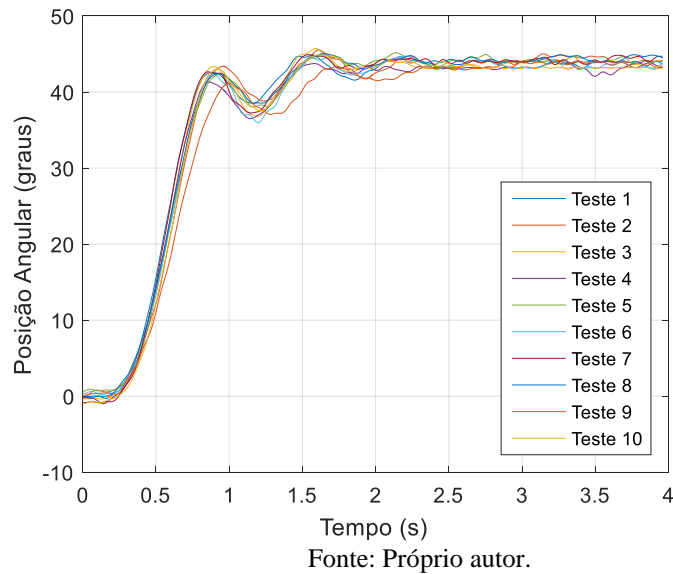
As identificações do voluntário P1 foram realizadas de forma bem tranquila, dentro da normalidade esperada.

Foi utilizada a placa de estimulação com amplitude de  $80\text{ mA}$  e largura de pulso de  $350\ \mu\text{s}$ . O ponto de identificação do indivíduo P1 foi o reto femoral. No instante de aplicação do teste degrau, a posição angular absoluta foi de  $43^\circ$ . Todos os demais testes apresentaram uma repetibilidade muito próxima, não sendo necessário alterar parâmetros para atingir uma posição mais próxima do desejado.

Uma observação importante é que o voluntário P1 faz exercícios físicos em academia esportiva ou em outros ambientes regulamente, diariamente. Essas atividades, conforme relatou, permitem ao voluntário P1 manter e até mesmo melhorar sua mobilidade física.

A Figura 15 apresenta as curvas de identificação do indivíduo P1. O tempo de estabelecimento das identificações é de aproximadamente  $1.5\text{ s}$ , ou seja, o intervalo de tempo no qual a resposta se encontra dentro da margem  $\pm 5\%$  do valor final. O tempo total de aplicação do estímulo no músculo foi de  $4\text{ segundos}$ . Ressalta-se que, para cada identificação, respeitou-se um prazo de  $2\text{ a }3\text{ minutos}$  de intervalo entre uma identificação e outra.

Figura 15 - Curvas de identificação do ensaio 1.



#### 4.1.1.2. Modelo

A partir das curvas de identificação, determinou-se os parâmetros do modelo, baseando-se em dados de posição angular e largura de pulso, considerando uma taxa de amostragem de 50 Hz.

Um filtro digital de média móvel de ordem 10 foi aplicado para atenuar os sinais ruidosos do acelerômetro. Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 3.

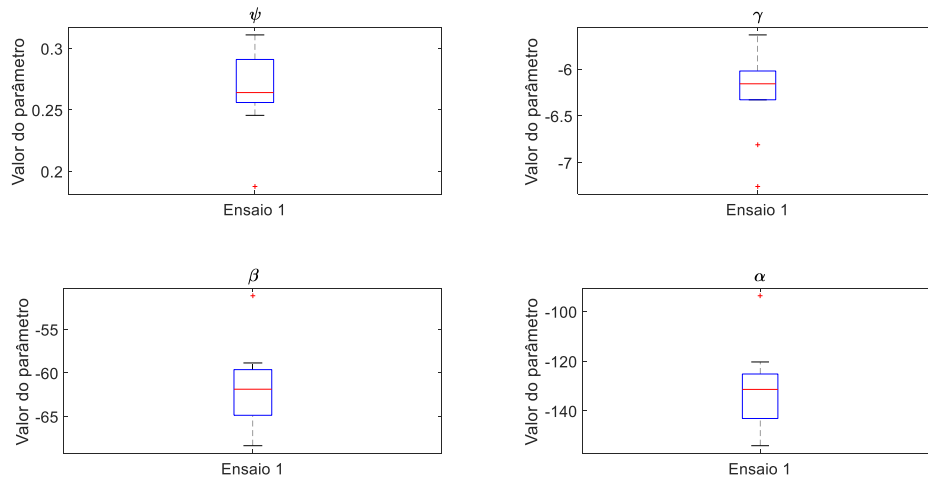
Tabela 3 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – P1.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-154.0400	-93.6318
$\beta$	-68.3566	-51.1396
$\gamma$	-7.2553	-5.6350
$\psi$	0,1876	0,3110

Fonte: Próprio autor.

A Figura 16 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*.

Figura 16 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.

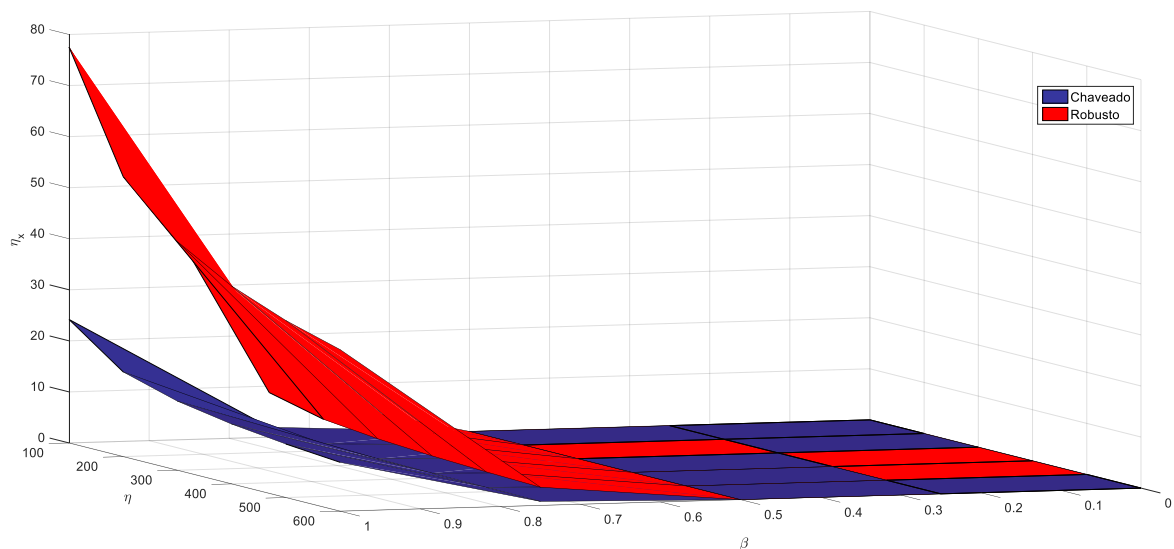


Fonte: Próprio autor.

#### 4.1.1.3. Controladores

Inicialmente, um comparativo de taxa de decaimento por restrições na norma do ganho dos controladores chaveado e robusto foram encontrados. A taxa de decaimento foi delimitada na faixa de  $0 \leq \beta \leq 1$ , e as LMI's, que garantem a restrição sobre os ganhos dos controladores (100), com  $100 \leq \eta \leq 600$ , buscando-se minimizar  $\eta_x$ . Como visto na Figura 17, o controlador chaveado apresenta norma dos ganhos de controle menores que o controlador robusto.

Figura 17 – Resultados comparativos entre os parâmetros das LMIs responsáveis pelo índice de performance no projeto dos controladores robusto e chaveado, tal que  $\beta \in [0 \ 1]$  e  $\eta \in [100 \ 600]$ .



Fonte: Próprio autor.

Após análise dos valores obtidos para os controladores chaveado e robusto fixou-se valores de  $\beta$  e  $\eta$  para a etapa de validação com os voluntários.

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo P1 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0.75$  e  $\eta = 260$  e  $\eta_x = 6$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 5.7985 & 0.9210 & 0.0806 \\ 0.9210 & 0.3484 & 0.0238 \\ 0.0806 & 0.0238 & 0.0062 \end{bmatrix}, K = [28.3717 \quad 7.6213 \quad 0.5836].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo P1 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0.75$  e  $\eta = 260$  e  $\eta_x = 6$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 1.5573 & 0.2427 & 0.0225 \\ 0.2427 & 0.0913 & 0.0064 \\ 0.0225 & 0.0064 & 0.0017 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [2.776031 \quad 0.464936 \quad 0.042041],$$

$$K_2 = [2.673076 \quad 0.448207 \quad 0.040517],$$

$$K_3 = [-24.634207 \quad -4.032754 \quad -0.366188],$$

$$K_4 = [-20.637074 \quad -3.376729 \quad -0.306564],$$

$$K_5 = [14.199659 \quad 2.397448 \quad 0.215783],$$

$$K_6 = [13.976149 \quad 2.361951 \quad 0.212513],$$

$$K_7 = [19.885015 \quad 3.697773 \quad 0.321968],$$

$$K_8 = [17.092843 \quad 3.174886 \quad 0.276554],$$

$$K_9 = [8.829790 \quad 1.435441 \quad 0.131158],$$

$$K_{10} = [8.843103 \quad 1.436971 \quad 0.131324],$$

$$K_{11} = [8.449569 \quad 1.329559 \quad 0.123513],$$

$$K_{12} = [8.620195 \quad 1.352099 \quad 0.125798],$$

$$K_{13} = [24.601154 \quad 4.060885 \quad 0.368674],$$

$$K_{14} = [21.206113 \quad 3.503015 \quad 0.317938],$$

$$K_{15} = [18.592001 \quad 3.078804 \quad 0.279252],$$

$$K_{16} = [18.112779 \quad 3.000184 \quad 0.272100].$$

#### 4.1.1.4. *Teste de validação dos controladores*

Neste item não houve realização de teste em malha fechada, devido ao número exaustivo de testes realizados para a identificação no voluntário P1.

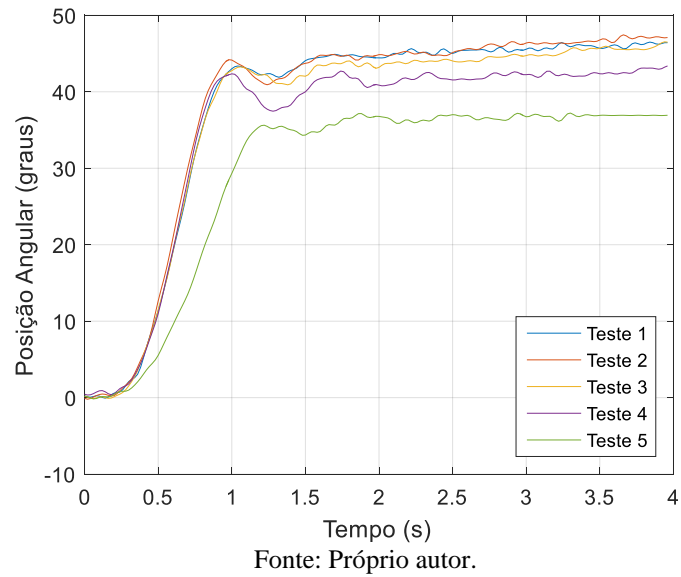
### 4.1.2. **Ensaio 2**

#### 4.1.2.1. *Identificação*

A Figura 18 apresenta os testes de identificação do ensaio 2 do voluntário P1. Os testes para o ensaio 2 foram realizados em dias diferentes do ensaio 1. Neste ensaio, foram realizados cinco testes de identificação, sendo que nos três primeiros testes, a largura de pulso foi de  $300 \mu s$  e nos demais, a largura de pulso adotada foi de  $290 \mu s$  e  $280 \mu s$ . Essa variação na largura de pulso foi proposital para que houvesse também uma variação na posição angular. Importante ressaltar que, para cada identificação, respeitou-se um prazo de 2 a 3 minutos de intervalo para aplicação do próximo estímulo. O tempo de estabelecimento foi de aproximadamente 1.7 s. Foi observado que, em todos os instantes de aplicação dos estímulos para os três primeiros testes, a posição angular apresentou tendência de subida, ou seja, de constante recrutamento das fibras musculares.



Figura 18 - Curvas de identificação do ensaio 2.



#### 4.1.2.2. Modelo

A partir das curvas de identificação determinou-se os parâmetros do modelo. Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 4.

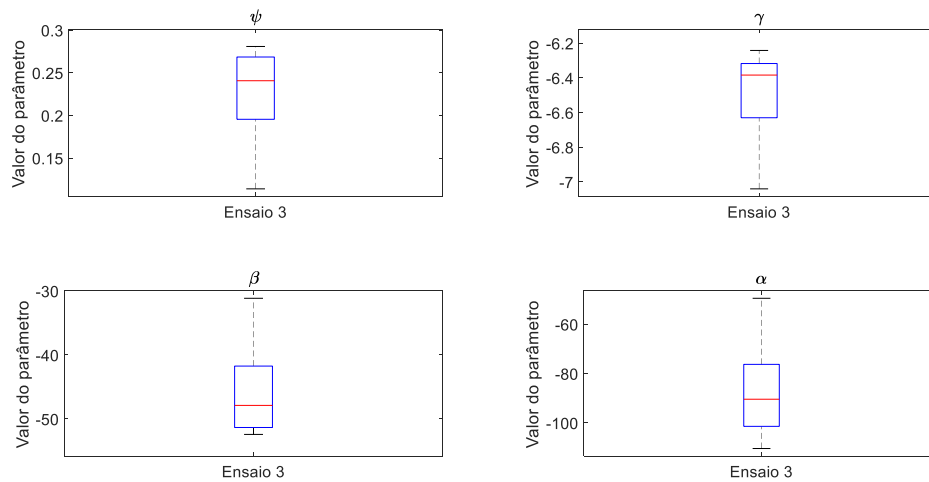
Tabela 4 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 2 – P1.

Parâmetro	Ensaio 3	
	min	max
$\alpha$	-110.3978	-49.4599
$\beta$	-52.4159	-31.1436
$\gamma$	-7.0402	-6.2417
$\psi$	0.1139	0.2809

Fonte: Próprio autor.

A Figura 19 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*. Neste caso, fazem-se presentes somente os valores adjacentes.

Figura 19 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.1.2.3. Controladores

Inicialmente foi obtido um comparativo entre taxa de decaimento por restrições na norma do ganho dos controladores chaveado e robusto. A taxa de decaimento foi delimitada na faixa de  $0 \leq \beta \leq 1$ , e as LMI's que garantem a restrição sobre os ganhos dos controladores (100) com  $100 \leq \eta \leq 600$ , buscando-se minimizar  $\eta_x$ .

Após análise dos valores obtidos para os controladores chaveado e robusto, fixou-se valores de  $\beta$  e  $\eta$  para a etapa de validação com o indivíduo.

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo P1 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0.5$  e  $\eta = 600$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 0.537381 & 0.098806 & 0.012908 \\ 0.098806 & 0.039612 & 0.004284 \\ 0.012908 & 0.004284 & 0.001165 \end{bmatrix}, K = [6.147310 \quad 1.228537 \quad 0.156969].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo P1 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0.5$  e  $\eta = 600$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 0.090337 & 0.017259 & 0.002216 \\ 0.017259 & 0.006935 & 0.000761 \\ 0.002216 & 0.000761 & 0.000206 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [0.036436 \quad 0.007348 \quad 0.000929],$$

$$K_2 = [0.033844 \quad 0.006837 \quad 0.000863],$$

$$K_3 = [-0.705147 \quad -0.139803 \quad -0.017711],$$

$$K_4 = [-0.932290 \quad -0.185136 \quad -0.023455],$$

$$K_5 = [-0.000277 \quad 0.000202 \quad 0.000009],$$

$$K_6 = [0.023854 \quad 0.004877 \quad 0.000607],$$

$$K_7 = [0.441617 \quad 0.096764 \quad 0.012022],$$

$$K_8 = [0.577806 \quad 0.133539 \quad 0.016426],$$

$$K_9 = [-0.022622 \quad -0.004243 \quad -0.000551],$$

$$K_{10} = [0.003390 \quad 0.000924 \quad 0.000105],$$

$$K_{11} = [0.209538 \quad 0.042438 \quad 0.005315],$$

$$K_{12} = [0.541789 \quad 0.105639 \quad 0.013496],$$

$$K_{13} = [0.231715 \quad 0.046708 \quad 0.005912],$$

$$K_{14} = [0.291841 \quad 0.058843 \quad 0.007450],$$

$$K_{15} = [0.158591 \quad 0.031919 \quad 0.004045],$$

$$K_{16} = [0.213611 \quad 0.043017 \quad 0.005451].$$

#### 4.1.2.4. *Teste de validação dos controladores*

Os resultados obtidos neste ensaio confrontam o trabalho de Kirsch et al. (2017), cujo artigo apresenta resultados de regulação em torno de um ponto de operação por um intervalo de 25 segundos. Uma contribuição para a literatura é uma análise do comportamento das

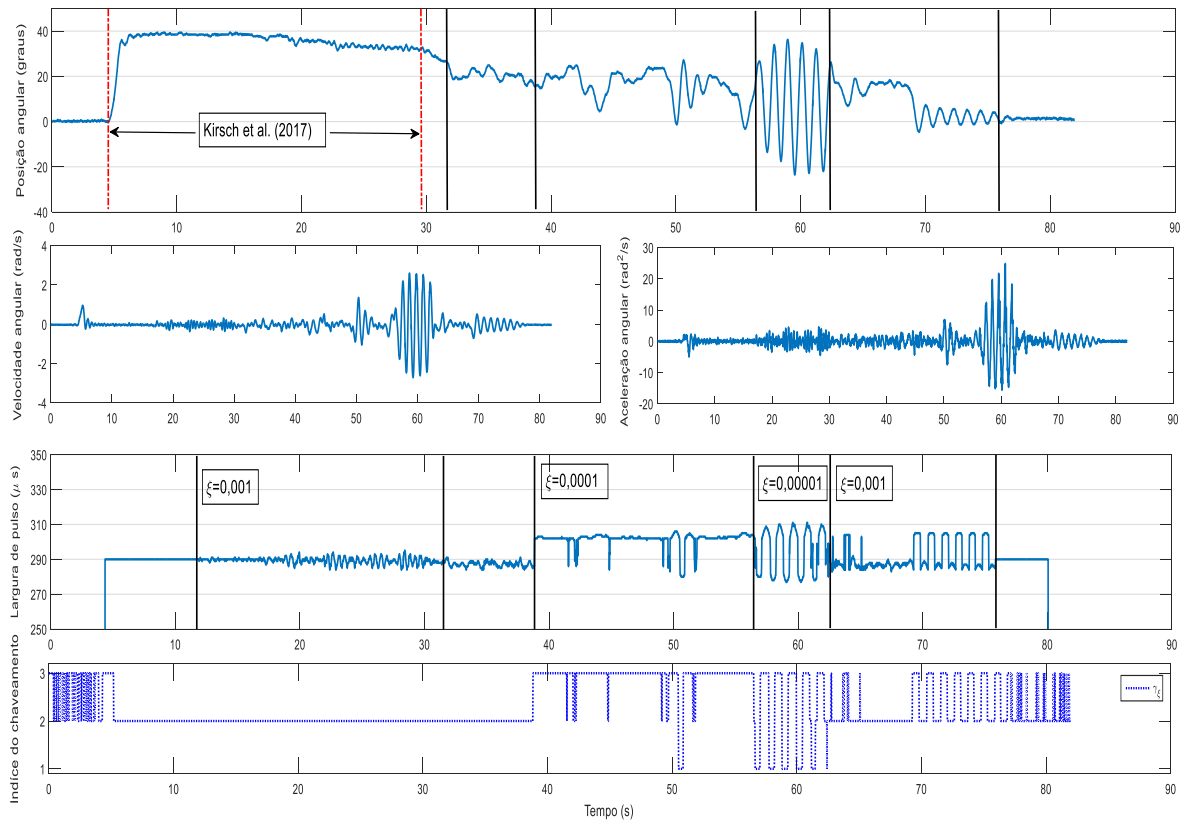
variáveis de estado do sistema sob ação de estímulos elétricos controlados em malha fechada por um intervalo de tempo superior a 25 segundos.

- **Robusto**

Após a etapa de projeto dos controladores, o ganho  $K$  e a matriz  $P$  obtidos foram embarcados na plataforma myRIO. Foram fixados os parâmetros  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$ ,  $u_0 = 290 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 280 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ , e valor de saturação do sinal de controle  $\rho = 330 \mu s$ .

A Figura 20 apresenta a validação do controlador em malha fechada. A operação em malha fechada é precedida por uma etapa inicial que consiste em conduzir os estados da planta  $[x_{1N} \ x_{2N} \ x_{3N}]^T$  em torno do ponto de operação desejado  $[\theta_0 \ 0 \ 0]^T$ .

Figura 20 – Resultados experimentais com o controlador robusto, indivíduo P1, ensaio 2.



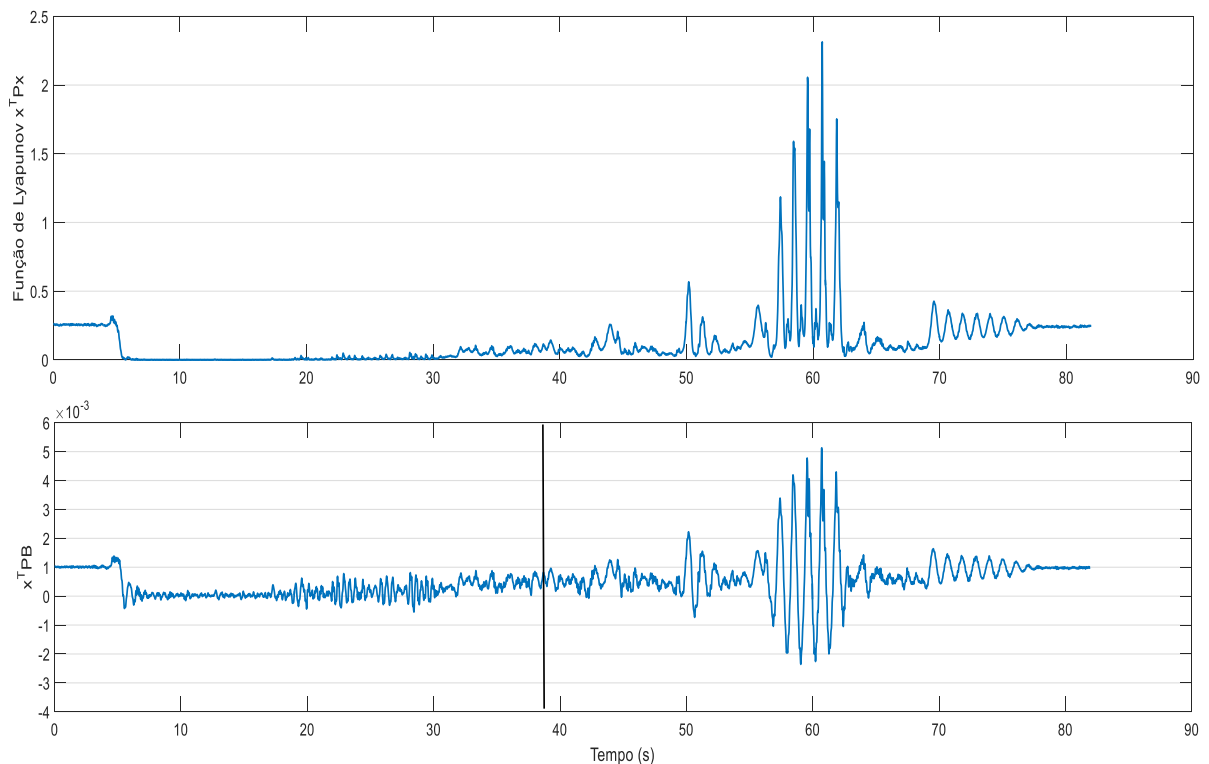
Fonte: Próprio autor.

No instante  $t = 4.46 \text{ s}$ , foi aplicado o sinal do tipo degrau em malha aberta, largura de pulso  $u_0 = 290 \mu s$ . A posição angular da articulação do joelho foi  $x_{1N} = 38.4^\circ$ , aproximando-se do ponto de operação desejado  $\theta_0 = 40^\circ$ .

Realizou-se a comutação para operação do sistema em malha fechada no instante  $t = 11.7$  s com o parâmetro  $\xi = 0.001$ . A operação em malha fechada com o parâmetro  $\xi$  fixo foi até o instante  $t = 38.82$  s. No instante  $t = 31.38$  s nota-se a ocorrência de um declínio da posição angular de aproximadamente  $8^\circ$ , resultado que não é apresentado em Kirsch et al. (2017). Essa resposta indesejada é devido ao comportamento muscular sob ação dos estímulos elétricos por um intervalo de tempo prolongado.

A Figura 21 demonstra o comportamento do sinal Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$ . No instante em que a posição angular está próxima do ponto de operação, verifica-se que o sinal é próximo de zero. Nos instantes de oscilação da posição angular, o sinal Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  tendem a ser maior que zero. Pela equação (122) é possível entender melhor essa relação.

Figura 21 – Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P1, ensaio 2.



Fonte: Próprio autor.

Além disso, o erro obtido entre a posição angular e o ponto de operação desejado é aproximadamente  $20^\circ$ . Ressalta-se que a planta em questão possui uma dinâmica não-linear. O controlador adotado neste trabalho foi projetado a partir de um modelo linearizado em torno de um ponto de operação. Se o sistema operar próximo do ponto de operação, pode-se garantir que o modelo linearizado represente adequadamente o comportamento do sistema. Sendo assim, a

hipótese principal de um controle linear baseia-se na operação de pequena escala para que o modelo linear seja válido.

O erro relativamente grande se justifica quando a faixa de operação necessária é grande, então é provável que o controlador linear tenha um desempenho ruim ou seja instável, porque as não-linearidades no sistema não podem ser adequadamente compensadas.

No instante  $t = 38.8$  s alterou-se o parâmetro  $\xi = 0.0001$  e, com isso nota-se a comutação do índice do sinal de controle  $\gamma_\xi$ . A largura de pulso  $u(t)$  assume o valor máximo especificado em  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$ . Com isso, obteve-se uma compensação de  $6^\circ$  e  $9.4^\circ$  no valor da posição angular, respectivamente nos instantes  $t = 42$  s e  $t = 47.82$  s. Ressalta-se que o comportamento obtido nesse período foi oscilatório. No intervalo de tempo  $t \in [56.4 \quad 62.6)$  s alterou-se os valores dos parâmetros  $\xi = 0.00001$  e  $u_{0_{max}} = 310 \mu s$ . Nesse intervalo, o comportamento oscilatório se tornou mais proeminente, conforme apresentado na Figura 20.

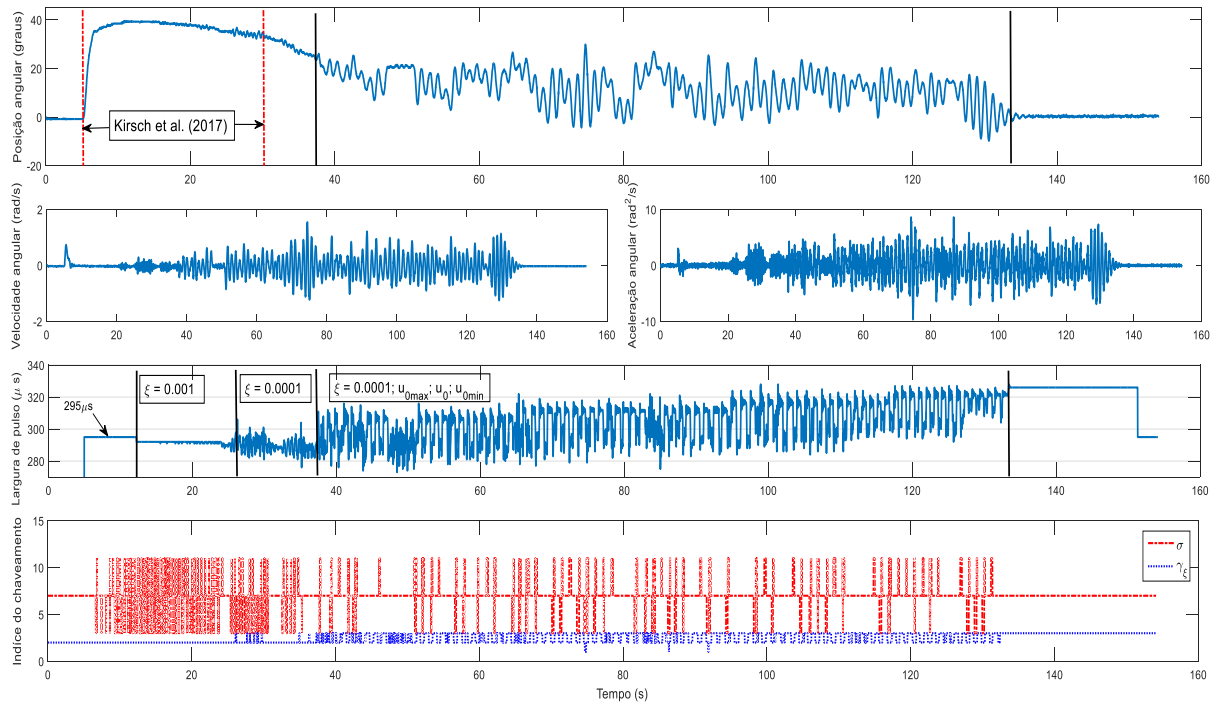
No intervalo de tempo  $t \in [62.6 \quad 75.84)$  foi alterado o parâmetro  $\xi = 0.001$ . No instante  $t = 68.7$  s ocorreu um comportamento de declínio oscilatório da posição angular com tendência próxima de  $0^\circ$ , justificado possivelmente pela fisiologia muscular.

No instante  $t = 75.84$  s retornou-se à aplicação em malha aberta com o valor da largura de pulso  $u_0 = 290 \mu s$ . Nota-se que a posição angular é de  $1.5^\circ$ , denotando que os estímulos elétricos não estão recrutando as fibras musculares capazes de gerar movimento da articulação.

- **Chaveado**

A Figura 22 mostra os resultados da operação em malha fechada com o controlador chaveado. Para a aplicação do controle chaveado, o experimento foi iniciado com os seguintes parâmetros:  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$ ,  $u_0 = 290 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 280 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . No instante  $t = 4.96$  s foi iniciada a estimulação elétrica com largura de pulso  $u_0 = 290 \mu s$ . Nota-se que ocorre um atraso muscular  $\tau = 220$  ms, pois a variação da posição angular foi perceptível a partir do instante  $t = 5.18$  s.

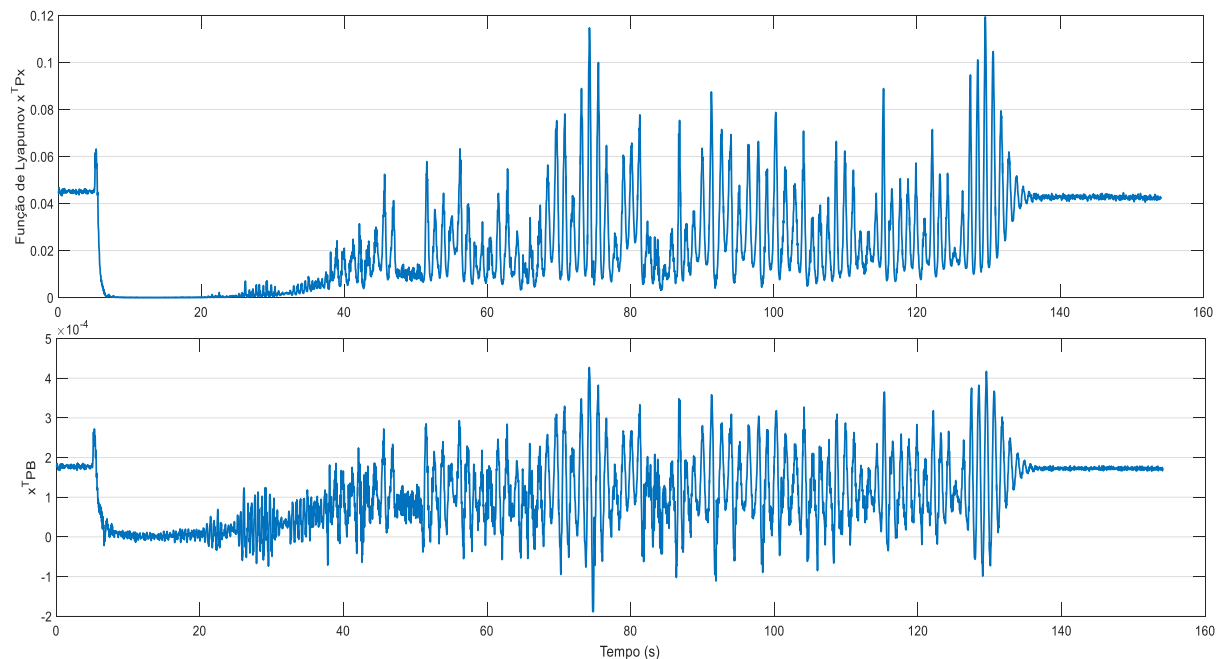
Figura 22 - Resultados experimentais com o controlador chaveado, indivíduo P1, ensaio 2.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 23 ilustra o comportamento da estabilidade do sistema próximo ou distante do ponto de operação desejada. Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  demonstra uma instabilidade do sistema, fazendo com que o sinal seja sempre maior que zero.

Figura 23 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P1, ensaio 2.



Fonte: Próprio autor.

A operação em malha fechada foi iniciada a partir do instante  $t = 12.2$  s. No intervalo de tempo  $t \in [26.1 \quad 37.28)$  s foi alterado o valor do parâmetro para  $\xi = 0.0001$ , observando-se que a largura de pulso está delimitada em  $u \in [276 \quad 304] \mu s$ . Nota-se que o sinal de controle está operando com valores inferiores para compensação do erro obtido entre a posição angular da articulação e o ponto de operação.

Além disto, ressalta-se que a posição angular no instante  $t = 37.18$  s é de aproximadamente  $25^\circ$ , acarretando um erro de  $15^\circ$ . Destaca-se que o controlador linear apresenta um desempenho insatisfatório, caso opere com um erro relativamente grande. Nesse sentido, foram alterados os valores dos parâmetros  $u_{0_{max}}$ ,  $u_0$  e  $u_{0_{min}}$  no intervalo de tempo  $t \in [37.28 \quad 133.4)$  s com o intuito de minimizar o erro relativo entre a posição angular e o ponto de operação desejado. Os valores de  $u_{0_{max}}$ ,  $u_0$  e  $u_{0_{min}}$  foram incrementados nesse intervalo, conforme destacado na Figura 22. No instante  $t = 133.4$  s, os parâmetros estavam ajustados com os valores  $u_{0_{max}} = 330 \mu s$ ,  $u_0 = 325 \mu s$  e  $u_{0_{min}} = 320 \mu s$ .

A partir do instante  $t = 133.4$  s, o sinal de controle está saturado e a posição angular da articulação é de  $0^\circ$ . Isso é justificado pela ocorrência de saturação existente no eletroestimulador a partir de 120 s. Consequentemente, a partir desse intervalo, embora haja uma largura de pulso definida, os sinais elétricos provenientes do eletroestimulador estarão distorcidos. Logo, não há garantia de aplicação de um sinal elétrico efetivo no grupo muscular devido à limitação prática do eletroestimulador.

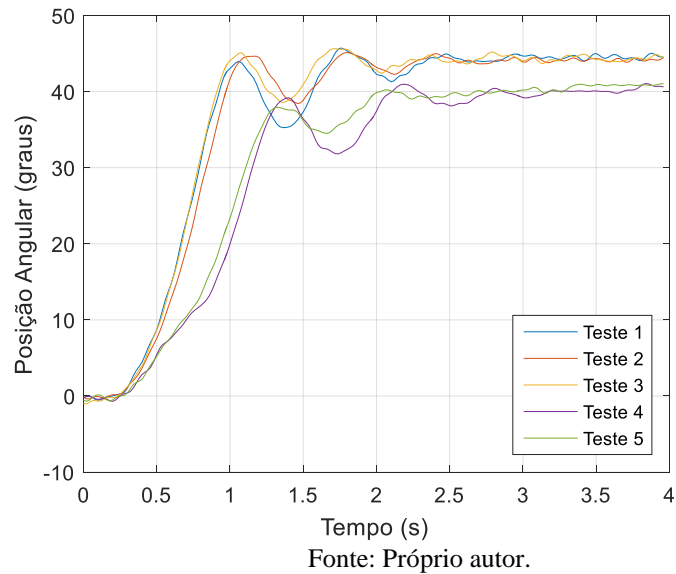
### **4.1.3. Ensaio 3**

#### *4.1.3.1. Identificação*

Para a realização do ensaio 3, ocorrido em dias diferentes dos ensaios 1 e 2, o voluntário P1 apresentou uma variabilidade entre as três primeiras identificações e as duas últimas identificações. Analisando a Figura 24, para as identificações do teste 1 ao teste 3, a largura de pulso adotada foi de  $300 \mu s$  e a posição angular ficou em torno de  $44^\circ$ , o tempo de subida até a estabilização foi de 2.5 s caracterizando estabilidade durante todo tempo de aplicação do estímulo.



Figura 24 - Curvas de identificação do ensaio 3.



Os testes 4 e 5 foram realizados sob uma largura de pulsos de  $290 \mu\text{s}$ , apresentando uma variação da posição angular muito acentuada nos primeiros instantes e estabilizando durante o resto do tempo em uma posição angular em torno de  $40^\circ$ .

#### 4.1.3.2. Modelo

Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 5.

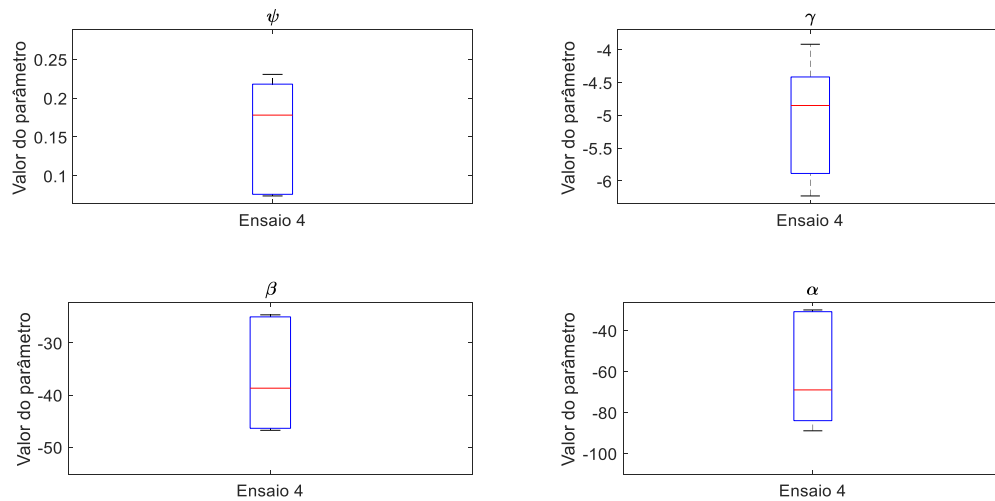
Tabela 5 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 3 – P1.

Parâmetro	Ensaio 3	
	min	max
$\alpha$	-88.9525	-29.9835
$\beta$	-46.7651	-24.6258
$\gamma$	-6.2290	-3.9167
$\psi$	0.0740	0.2306

Fonte: Próprio autor.

A Figura 25 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*. Nesse caso, têm-se somente os valores adjacentes.

Figura 25 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.1.3.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo P1 do ensaio 3 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0$  e  $\eta = 600$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 59.897247 & 11.299554 & 0.806635 \\ 11.299554 & 7.117010 & 0.486928 \\ 0.806635 & 0.486928 & 0.156396 \end{bmatrix}, K = [54.646037 \quad 110.431924 \quad 9.316980].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo P1 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0$  e  $\eta = 600$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 15.293790 & 2.810389 & 0.173724 \\ 2.810389 & 1.510298 & 0.112856 \\ 0.173724 & 0.112856 & 0.040911 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [-59.619062 \quad -3.543410 \quad 0.095348],$$

$$K_2 = [-104.314871 \quad -13.165573 \quad -0.531844],$$

$$K_3 = [-276.234556 \quad -44.516299 \quad -2.164357],$$

$$K_4 = [-228.151569 \quad -44.188829 \quad -2.167176],$$

$$K_5 = [155.708223 \quad 46.484650 \quad 3.333184],$$

$$K_6 = [85.287305 \quad 32.894509 \quad 2.490228],$$

$$K_7 = [47.987013 \quad 33.060501 \quad 2.669372],$$

$$K_8 = [-5.993396 \quad 18.348623 \quad 1.683582],$$

$$K_9 = [159.391574 \quad 33.790014 \quad 2.338575],$$

$$K_{10} = [116.122756 \quad 24.666988 \quad 1.767322],$$

$$K_{11} = [102.720739 \quad 1.684146 \quad 0.181410],$$

$$K_{12} = [98.903456 \quad 4.494021 \quad 0.537049],$$

$$K_{13} = [377.343539 \quad 76.995580 \quad 4.921215],$$

$$K_{14} = [356.779497 \quad 74.121200 \quad 4.782527],$$

$$K_{15} = [310.073841 \quad 70.593376 \quad 4.737664],$$

$$K_{16} = [325.326905 \quad 75.4154619 \quad 5.136547].$$

#### 4.1.3.4. *Teste de validação dos controladores*

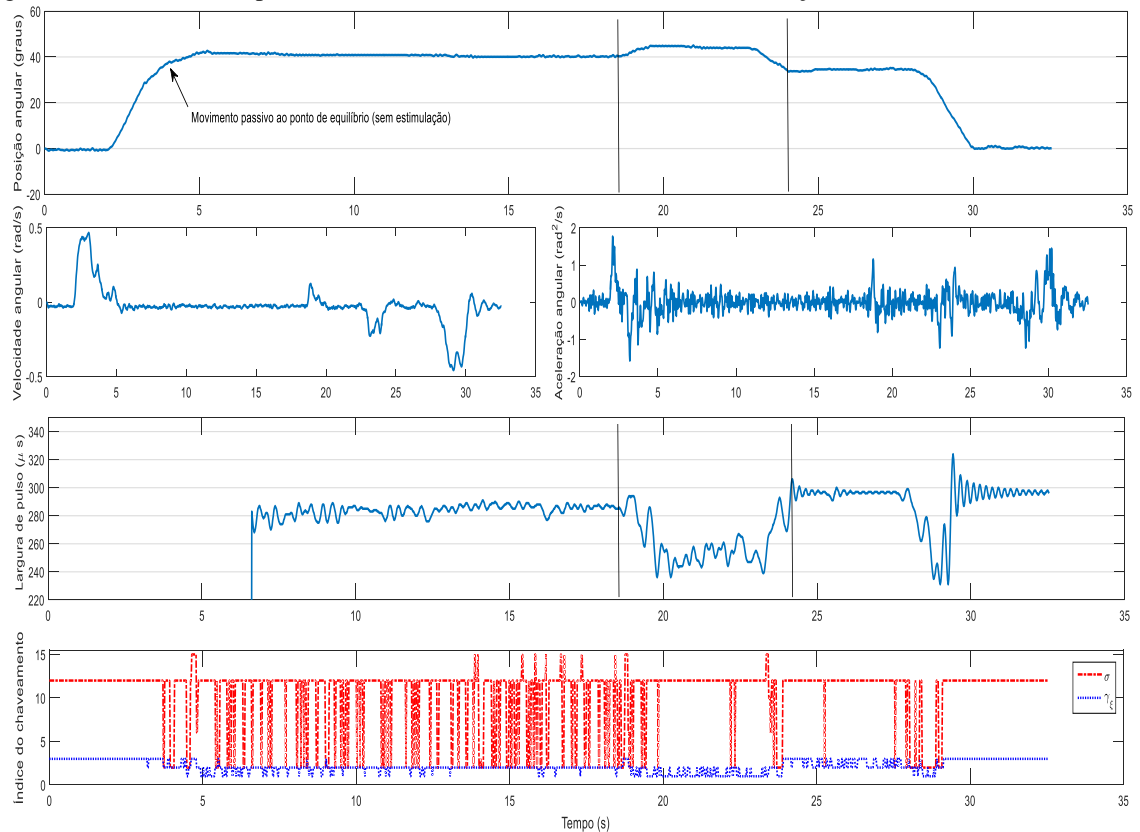
Diferentemente do ensaio 2, buscou-se alternar a sequência de validação dos controladores. Assim, neste ensaio aplicou-se primeiramente o controlador chaveado e depois o controlador robusto.

- **Chaveado**

Inicialmente foram realizados testes do controlador sem a estimulação elétrica. Foram considerados os parâmetros de projeto  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$ ,  $u_0 = 290 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 280 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ .

O controlador chaveado apresentou a variação esperada proporcional à largura de pulso conforme variava-se manualmente a posição angular da perna do voluntário, como é possível verificar entre os intervalos na Figura 26.

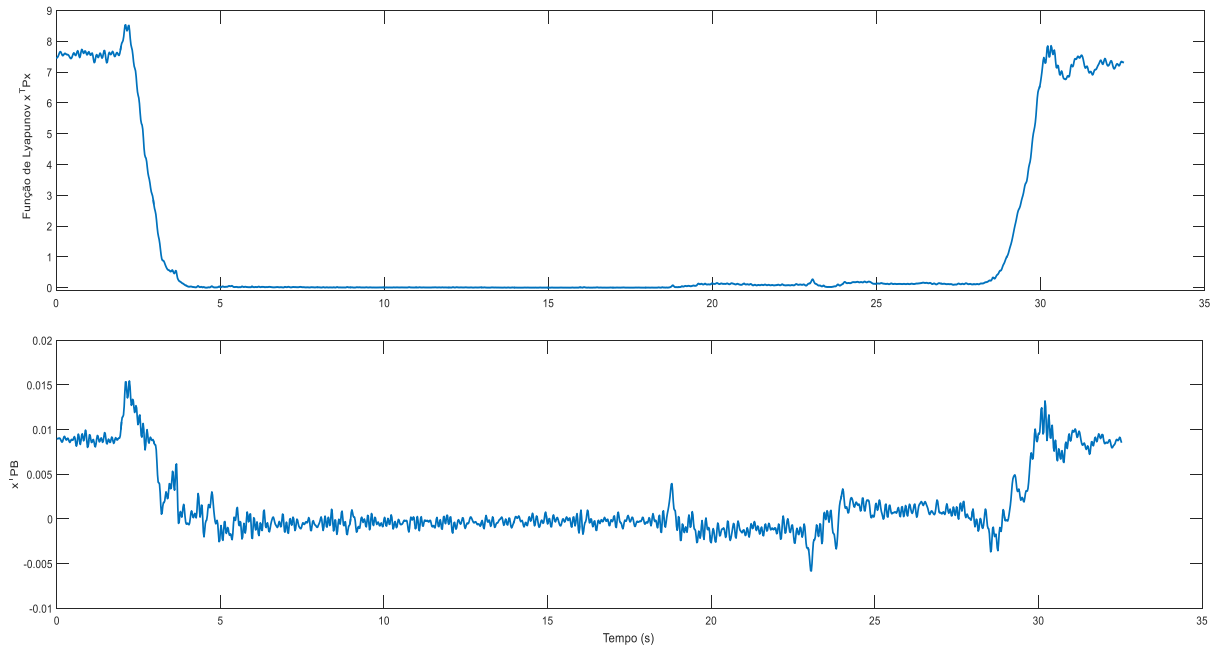
Figura 26 - Resultados experimentais do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P1, ensaio 3.



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 27, a função de Lyapunov  $V(x)$  comprova a teoria de que o sistema é uniformemente *ultimate bounded*. As variáveis de estado do sistema convergem para uma região limitada em torno da origem.

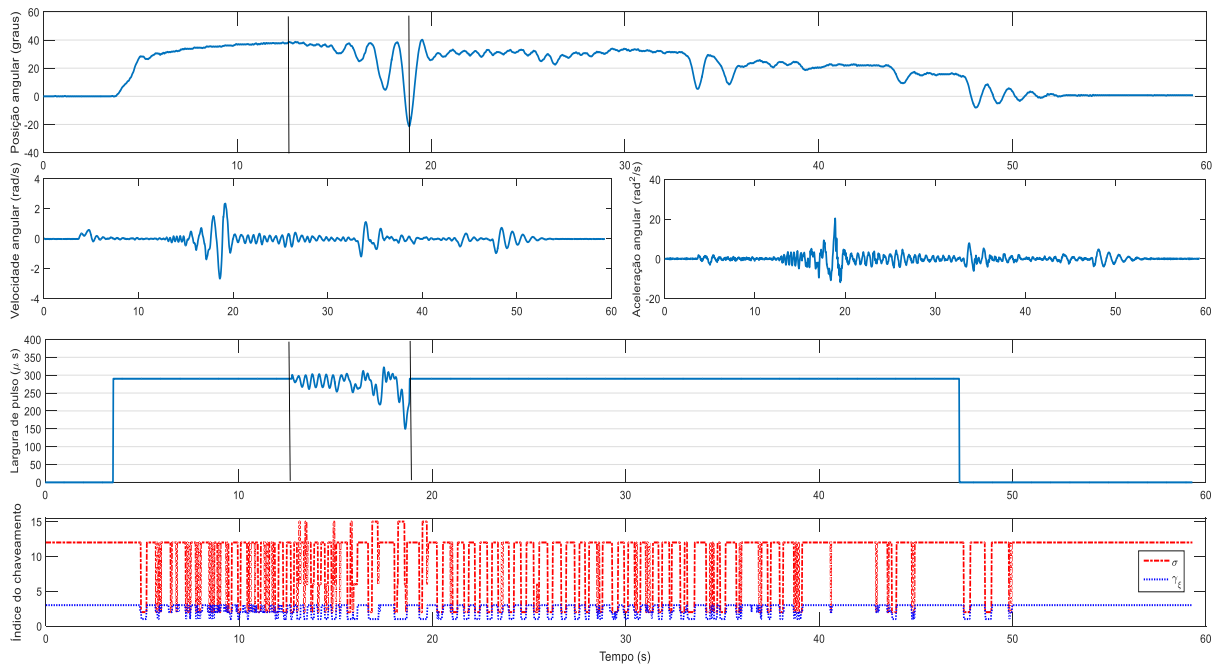
Figura 27 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'$ PB do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P1, ensaio 3.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 28 apresenta resultado da aplicação do controlador chaveado com estimulação. Foram considerados os parâmetros de projeto  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$ ,  $u_0 = 290 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 280 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ .

Figura 28 – Resultados experimentais com o controlador chaveado, indivíduo P1, ensaio 3.

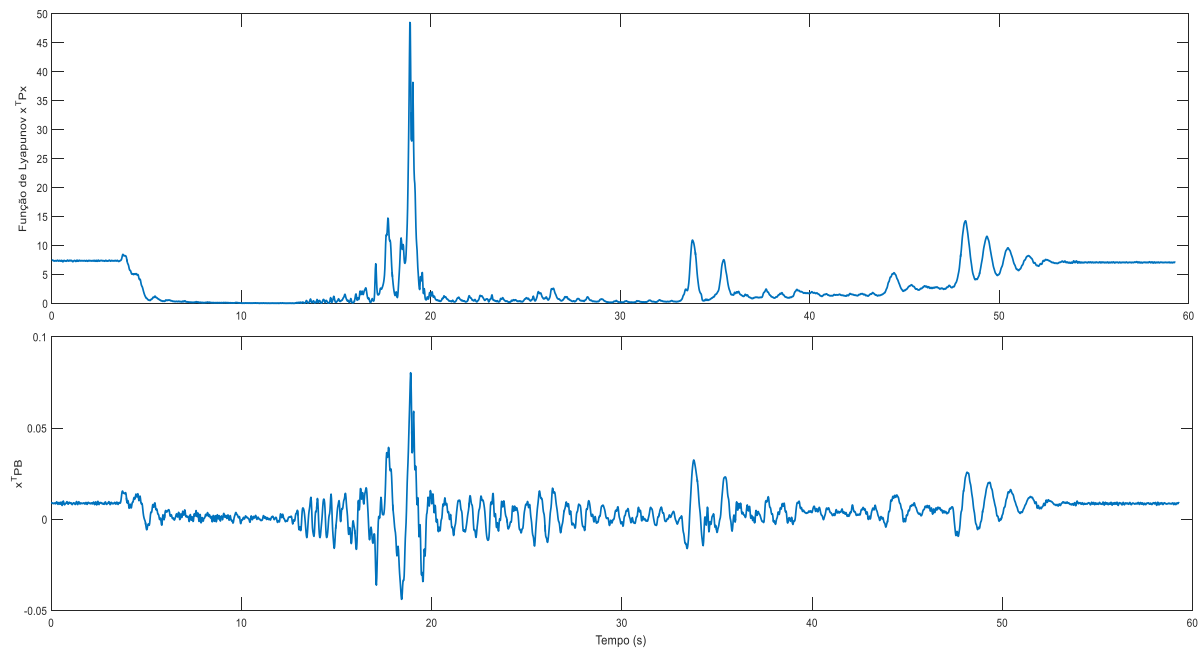


Fonte: Próprio autor.

Observa-se que o controlador iniciou a atuação aproximadamente no instante  $t = 5.3 \text{ s}$ . A partir do instante  $t = 14.96 \text{ s}$ , ocorre uma variação indesejada da posição angular. Observa-se também que, no momento de variação da posição angular, no instante de  $t = 17.5 \text{ s}$  a posição angular era de  $7.892^\circ$  e largura de pulso correspondente era de  $322 \mu\text{s}$ . No instante  $t = 18.88 \text{ s}$  a largura de pulso era de  $218 \mu\text{s}$ . Nesse gráfico tem-se a comprovação de que, depois um determinado tempo de aplicação FES, o controlador não foi efetivo devido à variabilidade comportamental existente no complexo modelo muscular quando este é estimulado.

Na Figura 29 observa-se que o comportamento da Função de Lyapunov no instante  $t = 18.9 \text{ s}$  apresentou o seu maior pico, correspondente à largura de pulso de  $290 \mu\text{s}$ . A faixa de operação nesse instante foi muito grande, promovendo uma resposta do controlador chaveado a uma alta instabilidade.

Figura 29 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P1, ensaio 3.

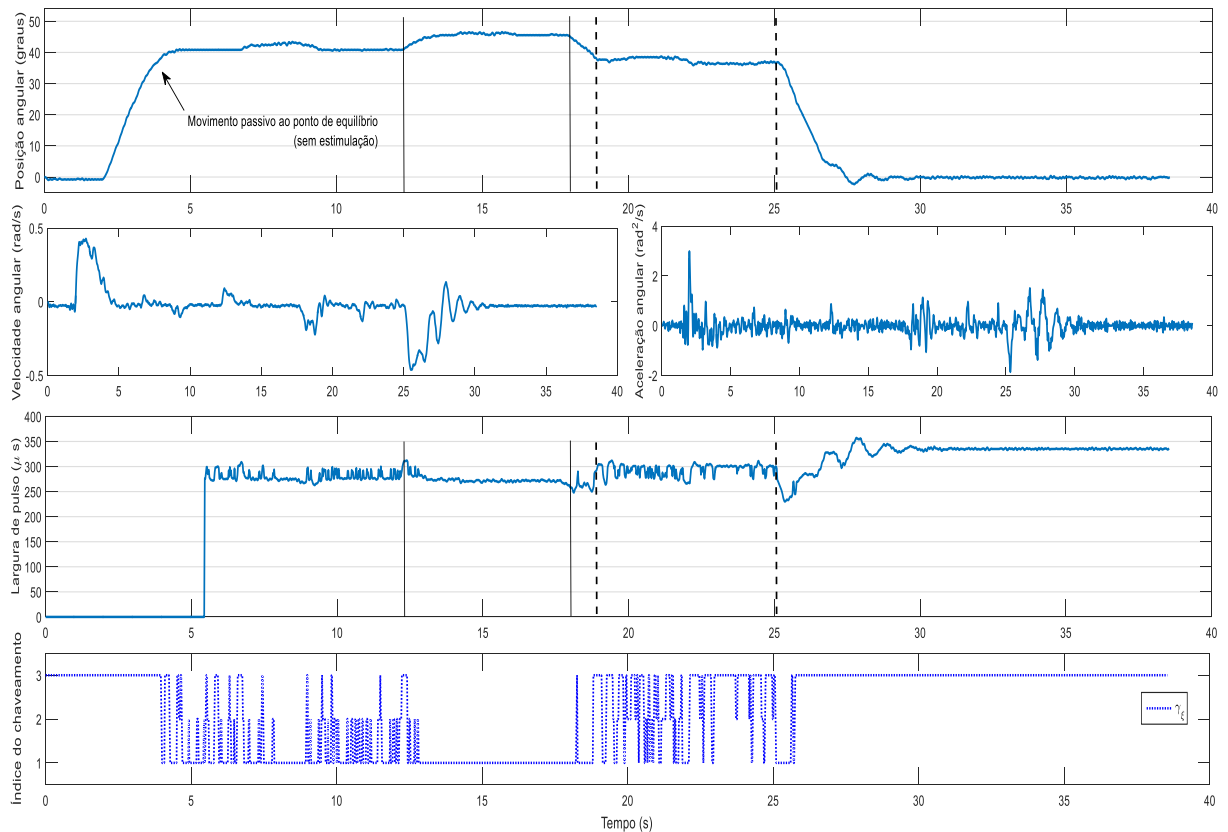


Fonte: Próprio autor.

- **Robusto**

Após o teste com o controlador chaveado, realizou-se a validação do controlador robusto conforme apresentado na Figura 30.

Figura 30 - Resultados experimentais do controlador robusto sem estimulação, indivíduo P1, ensaio 3.



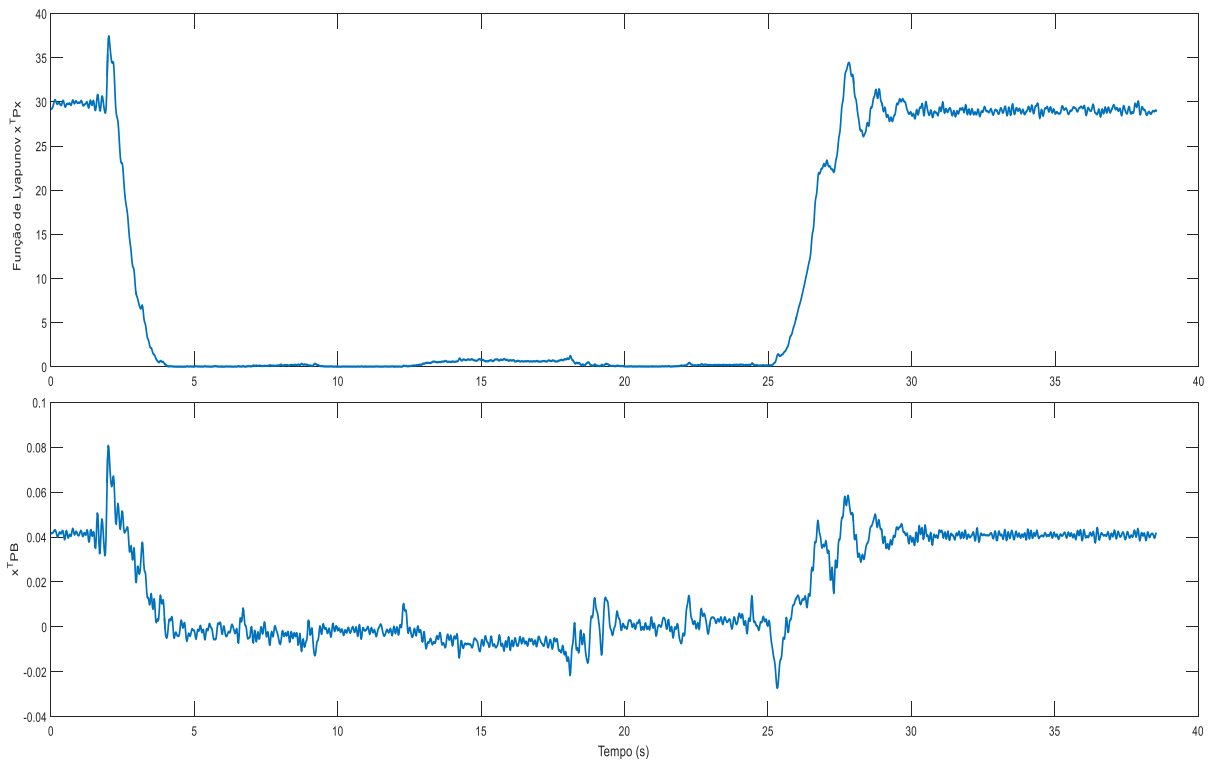
Fonte: Próprio autor.

Foram fixados os parâmetros  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$ ,  $u_0 = 290 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 280 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ , e valor de saturação do sinal de controle na implementação embarcada  $\rho = 337 \mu s$ .

A largura de pulso  $u_0 = 271 \mu s$  corresponde ao menor índice de chaveamento com o valor da posição angular aproximadamente em  $46,5^\circ$ . Fora do ponto de operação, com o valor da posição angular acima do ângulo desejado índice  $\xi$  tende ao menor valor.

A comprovação da estabilidade utilizando a Função de Lyapunov  $V(x)$  pode ser verificada pela Figura 31. No instante em que a posição angular se encontra no ponto de operação desejado, o sinal da Função de Lyapunov  $V(x)$  fica próximo de zero.

Figura 31 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo P1, ensaio 3.



Fonte: Próprio autor.

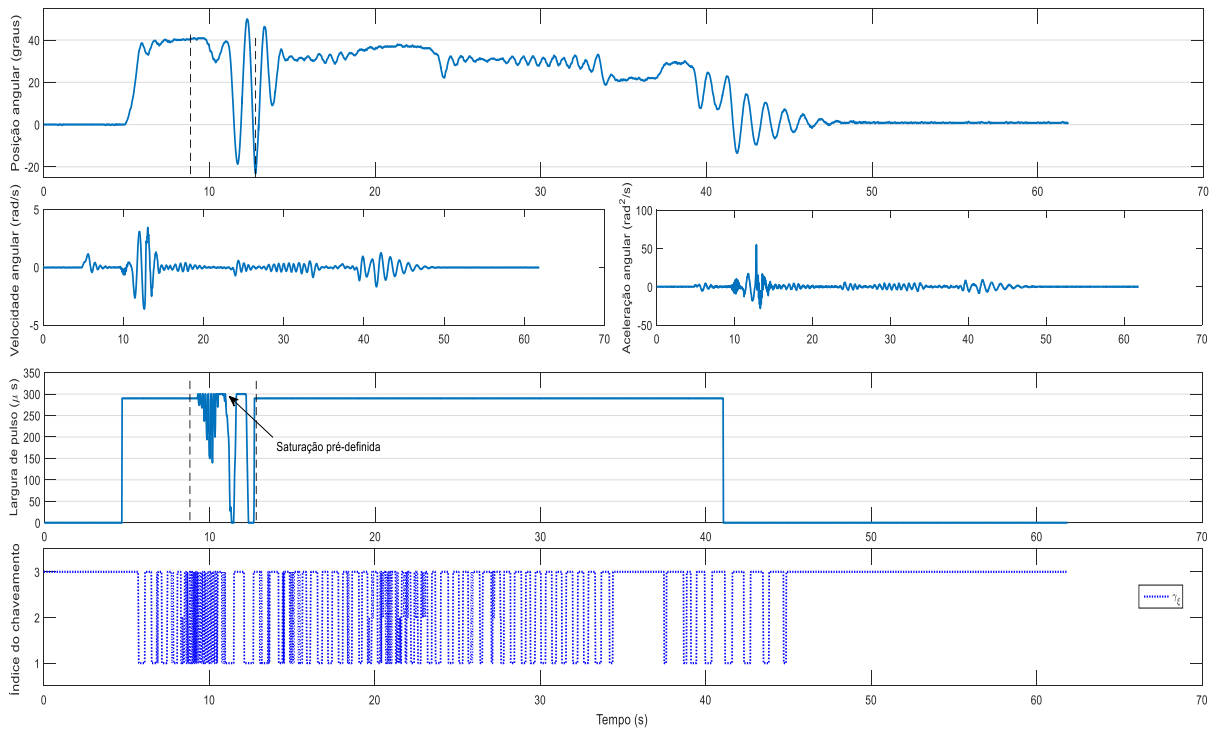
Os mesmos parâmetros utilizados para aplicação do controlador robusto sem estimulação também foram utilizados para a aplicação do controlador da Figura 32.

O tempo de aplicação do controlador robusto foi de  $t \in [9.26 \quad 12.7] \text{ s}$ . No instante de  $t = 9.28 \text{ s}$  verificou-se o início de uma saturação pré-definida da largura de pulso, chegando a  $u_0 = 300 \mu\text{s}$ . Importante ressaltar que, nesse mesmo instante de tempo, a posição angular se encontrava em torno do ponto de operação, ou seja,  $40^\circ$ .

A oscilação ocorrida na posição angular demonstra que com uma pequena variação existente na linearização em torno de um ponto de operação, o controlador robusto pode apresentar um desempenho não satisfatório.



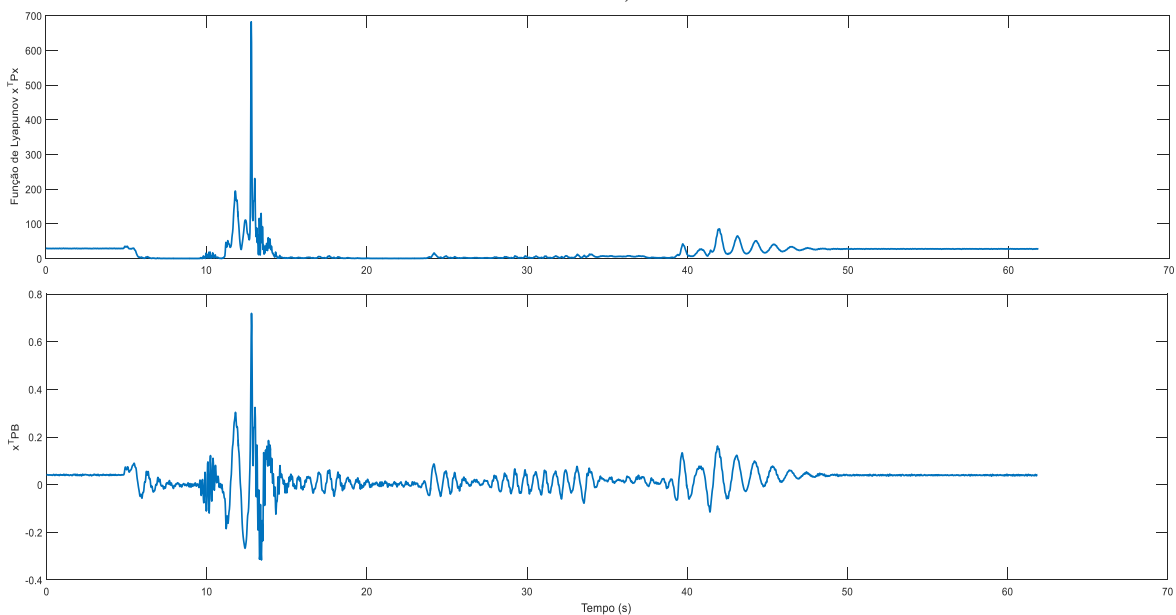
Figura 32 – Resultados experimentais com o controlador robusto, indivíduo P1, ensaio 3.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 33 apresenta a instabilidade da posição angular em quase todos os instantes, destacando principalmente no momento de aplicação do controlador robusto, em que a variação foi maior. Nesse instante, o sinal da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  tende ser maior que zero.

Figura 33 – Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P1, ensaio 3.



Fonte: Próprio autor.

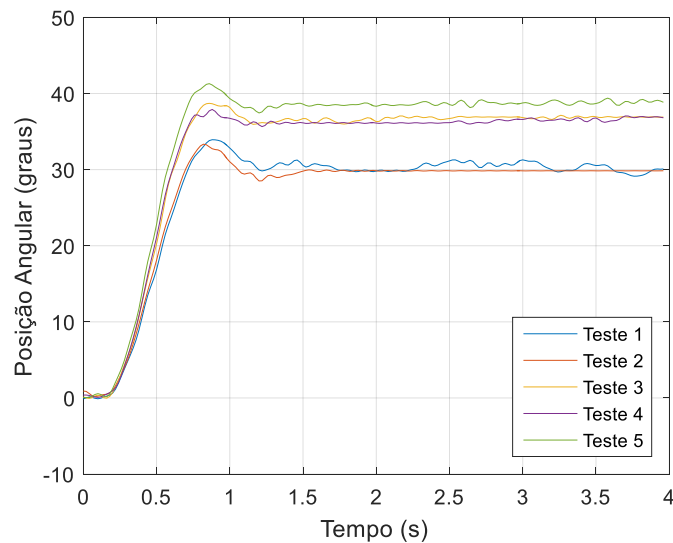
## 4.2. INDIVÍDUO P2

### 4.2.1. Ensaio 1

#### 4.2.1.1. Identificação

Os testes de identificação do voluntário P2 estão indicados na Figura 34. O ensaio foi realizado com placa de estimulação de 80 mA. Para o primeiro teste, aplicou-se uma largura de pulso de  $310 \mu\text{s}$  para estimulação e recrutamento das fibras, a posição angular foi em torno de  $30^\circ$ , tempo de subida de aproximadamente 1.5 s. Para o segundo teste, adotou-se uma largura de pulso de  $330 \mu\text{s}$ , constatando-se posição angular igual a  $30^\circ$ , característica de recrutamento e tempo de estabelecimento do sinal identificado semelhantes ao primeiro teste. No terceiro teste, adotou-se uma largura de pulso de  $350 \mu\text{s}$  e a posição angular resultante foi de  $37^\circ$ . Para o quarto e quinto testes, as larguras de pulsos adotadas foram de  $360 \mu\text{s}$  e  $370 \mu\text{s}$  e as posições angulares alcançadas foram de  $37^\circ$  e  $39^\circ$ , respectivamente.

Figura 34 - Curvas de identificação do ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.2.1.2. Modelo

A partir das curvas de identificação determinou-se os parâmetros do modelo. Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 6.

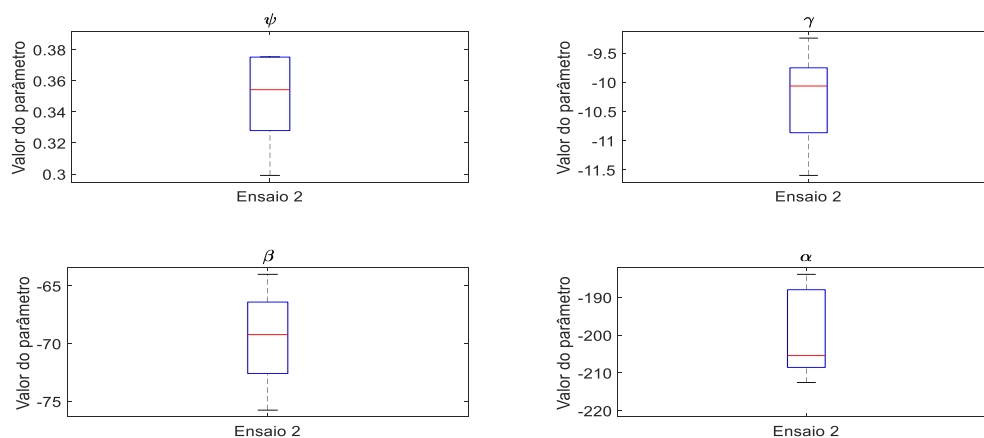
Tabela 6 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – P2.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-212.5456	-183.8859
$\beta$	-75.7601	-63.9973
$\gamma$	-11.5934	-9.2428
$\psi$	0.2992	0.3754

Fonte: Próprio autor.

A Figura 35 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*.

Figura 35 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.2.1.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo P2 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0.25$  e  $\eta = 200$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto foram:

$$P = \begin{bmatrix} 1.151611 & 0.279715 & 0.034067 \\ 0.279715 & 0.092545 & 0.010808 \\ 0.034067 & 0.010808 & 0.002235 \end{bmatrix}, K = [6.452664 \quad 1.814320 \quad 0.217639].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo P2 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0.25$  e  $\eta = 200$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram:

$$P = \begin{bmatrix} 1.822494 & 0.437083 & 0.054608 \\ 0.437083 & 0.141490 & 0.016494 \\ 0.054608 & 0.016494 & 0.003378 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [3.469499 \quad 0.843771 \quad 0.104643],$$

$$K_2 = [3.437263 \quad 0.835752 \quad 0.103673],$$

$$K_3 = [-19.898982 \quad -4.868952 \quad -0.602894],$$

$$K_4 = [-20.187374 \quad -4.940001 \quad -0.611907],$$

$$K_5 = [11.638034 \quad 2.849121 \quad 0.353768],$$

$$K_6 = [11.818431 \quad 2.893898 \quad 0.359343],$$

$$K_7 = [3.588553 \quad 1.081464 \quad 0.130613],$$

$$K_8 = [3.446851 \quad 1.055649 \quad 0.127229],$$

$$K_9 = [4.830655 \quad 1.173781 \quad 0.144939],$$

$$K_{10} = [4.736484 \quad 1.150600 \quad 0.142093],$$

$$K_{11} = [1.858146 \quad 0.227864 \quad 0.032852],$$

$$K_{12} = [1.124026 \quad 0.062035 \quad 0.013197],$$

$$K_{13} = [6.034553 \quad 1.482474 \quad 0.183385],$$

$$K_{14} = [6.129526 \quad 1.505538 \quad 0.186262],$$

$$K_{15} = [5.377122 \quad 1.302495 \quad 0.161907],$$

$$K_{16} = [5.335183 \quad 1.292435 \quad 0.160675].$$

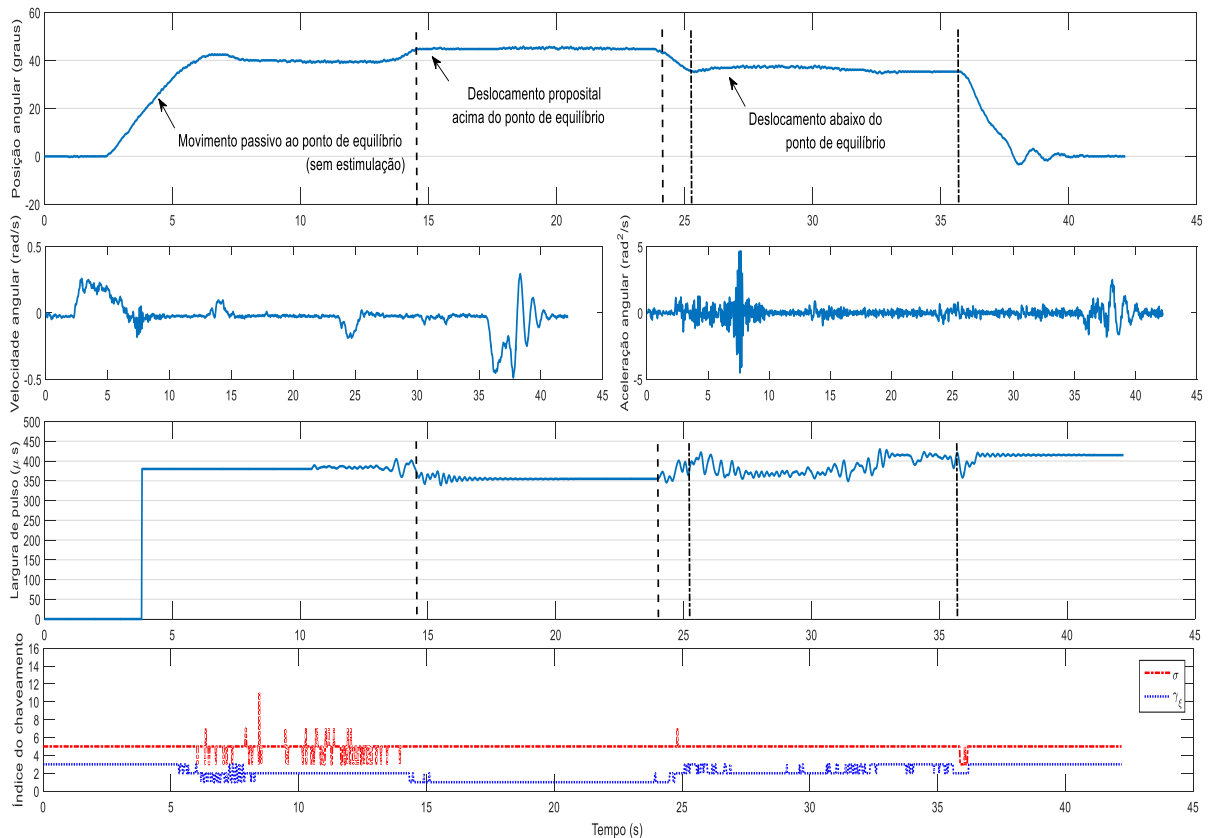
#### 4.2.1.4. Teste de validação dos controladores

- **Chaveado**

Neste ensaio foram realizados somente testes com o controlador chaveado, com o objetivo de verificar e comprovar que, para cada aplicação de estímulos elétricos, o comportamento da ação do controlador é diferente e que a planta se altera a cada novo instante.

Conforme apresentado na Figura 36, os parâmetros de projetos foram  $u_{0_{max}} = 420 \mu s$ ,  $u_0 = 380 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 360 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . Os intervalos estão caracterizados como movimento passivo, ou seja, sem estimulação, momento em que a posição angular ocorreu propositalmente até o ponto de equilíbrio, em seguida elevou-se o complexo canela-pé acima do ponto desejado e, em seguida, descendo além do ponto desejado.

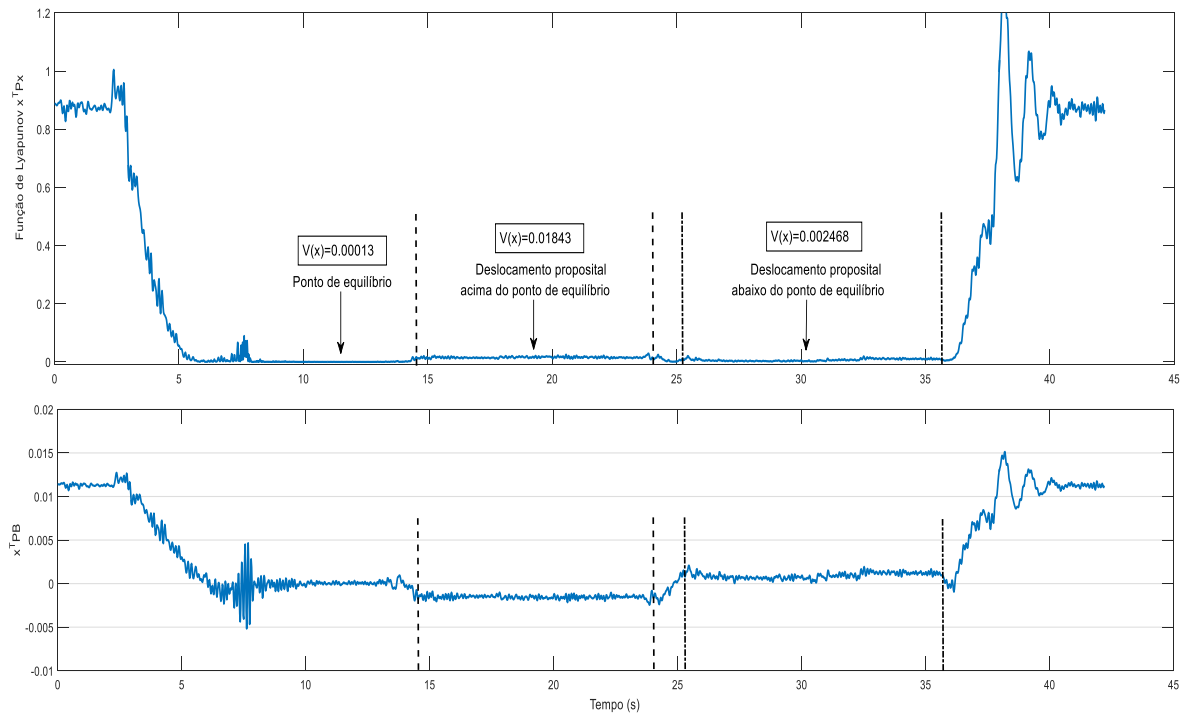
Figura 36 - Resultados do primeiro experimento com o controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Analisando a Figura 37, o comportamento do experimento realizado sem estimulação apresentou conformidade com a teoria da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$ .

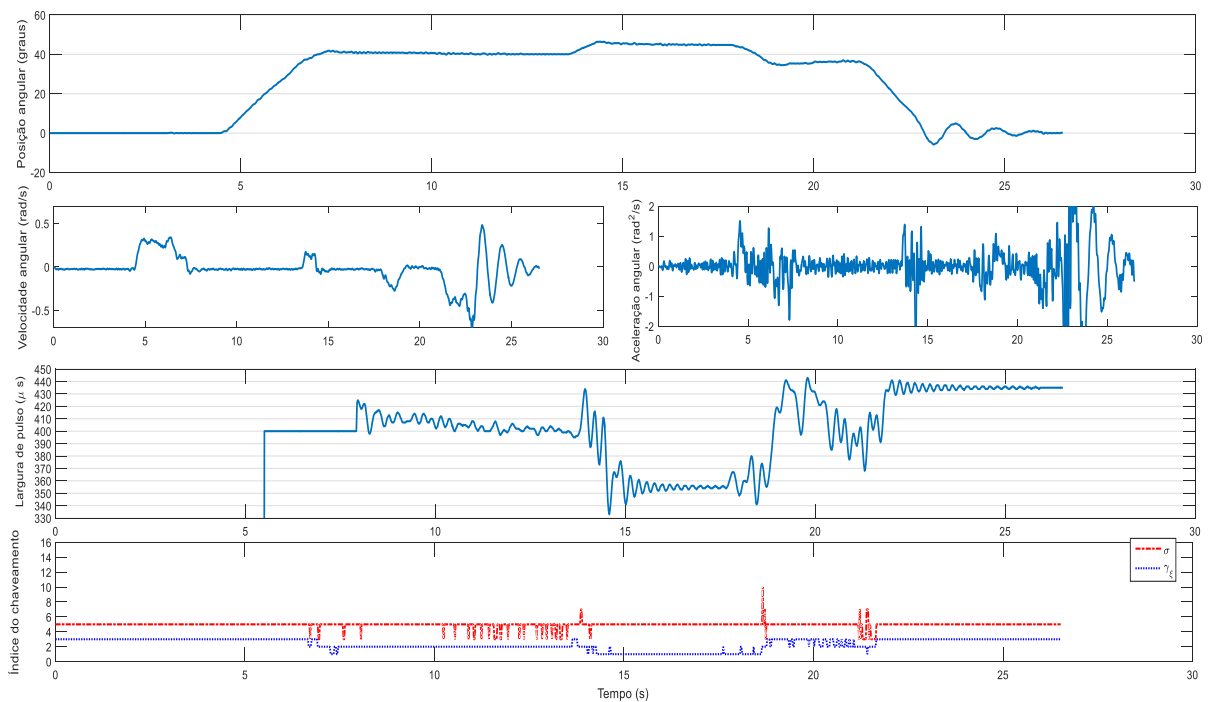
Figura 37 - Primeiro teste Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'_{PB}$  do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Conforme apresentado anteriormente, da mesma forma foi realizado o teste do projeto controlador chaveado sem estimulação para o indivíduo P2, conforme apresentado pela Figura 38. O intuito era fazer a variação da largura de pulso e verificar seu comportamento.

Figura 38 – Resultados do segundo experimento com o controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 1.

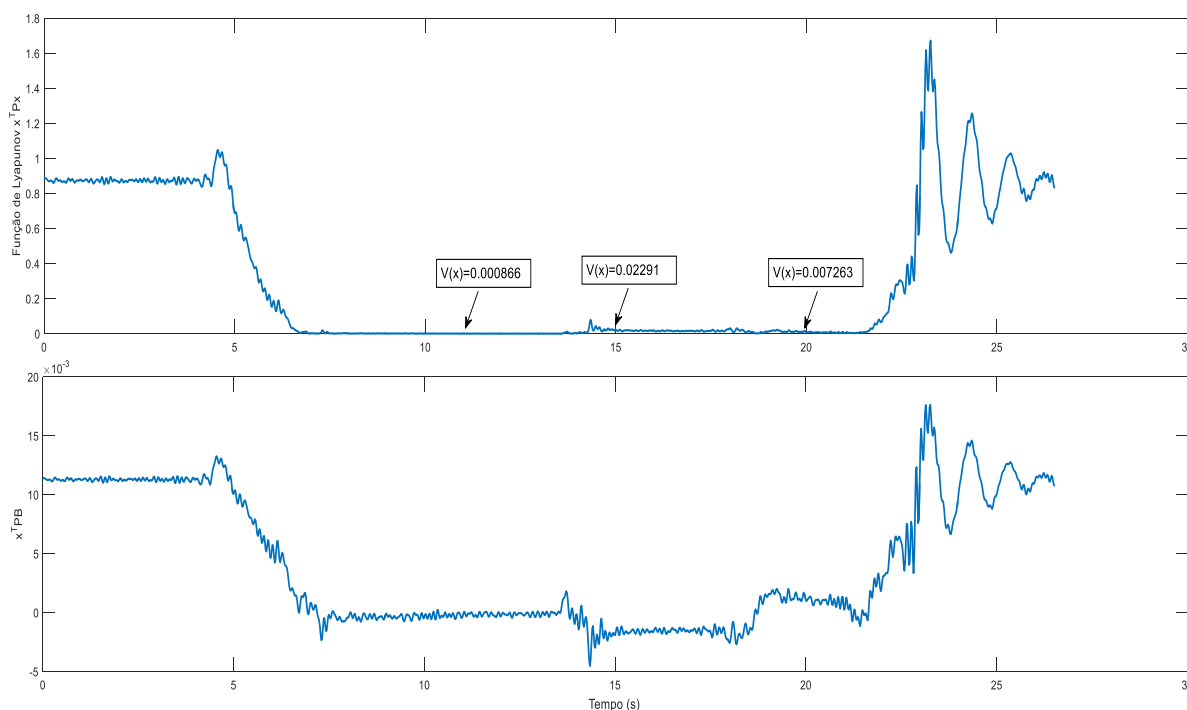


Fonte: Próprio autor.

Os parâmetros de projetos foram  $u_{0_{max}} = 440 \mu s$ ,  $u_0 = 400 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 360 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . Nos instantes aproximados de 15 s e 20 s verifica-se que a resposta da largura de pulso está adequada com o movimento manual da posição angular.

Neste experimento, verifica-se pela Figura 39 que a Função de Lyapunov  $V(x)$  e o sinal  $x'PB$  está em conformidade com a teoria aplicada, podendo ser observado, ao elevar ou descer propositalmente o complexo canela-pé, tirando-o do ponto de operação desejado de  $40^\circ$ , que o sinal tende a aumentar.

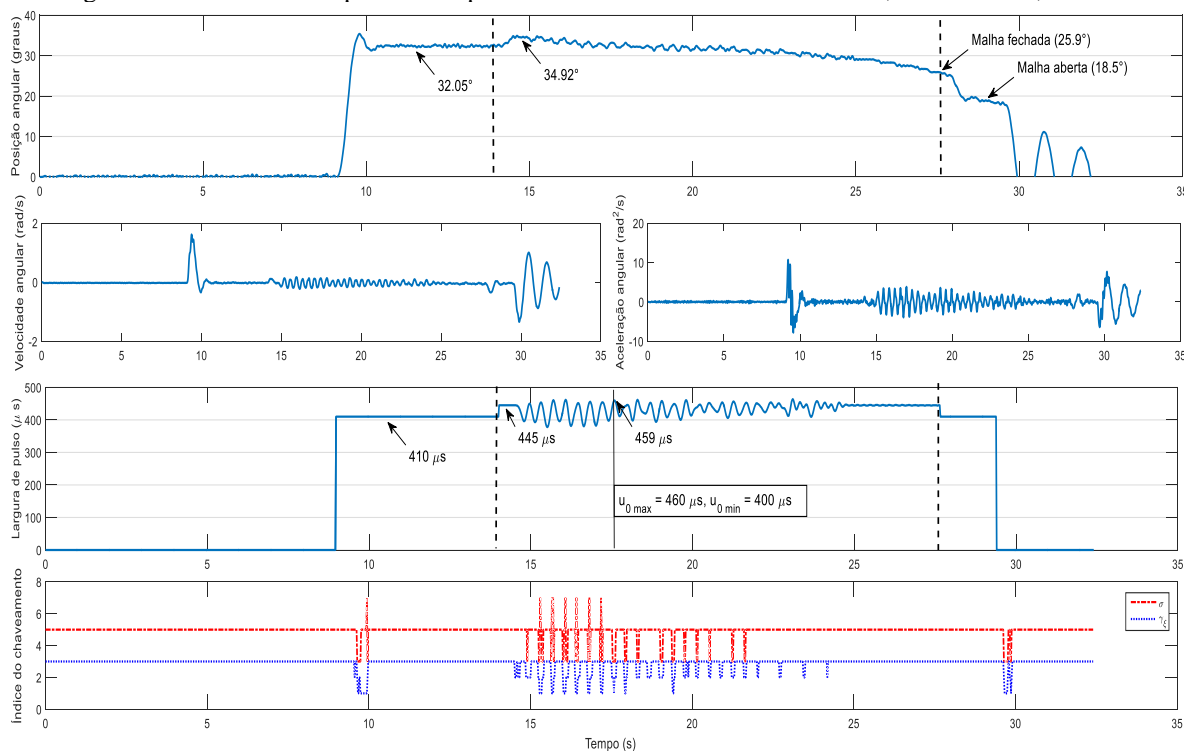
Figura 39 – Segundo teste da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Para os resultados experimentais de estimulação elétrica apresentados na Figura 40, os limites de máximo e mínimo da largura de pulso foram alterados. Os parâmetros que foram alterados são  $u_{0_{max}} = 450 \mu s$ ,  $u_0 = 410 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 370 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . O objetivo dessa alteração foi verificar o comportamento do controlador chaveado ao se alterar a posição angular da perna do voluntário manualmente.

Figura 40 - Resultados do primeiro experimento com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

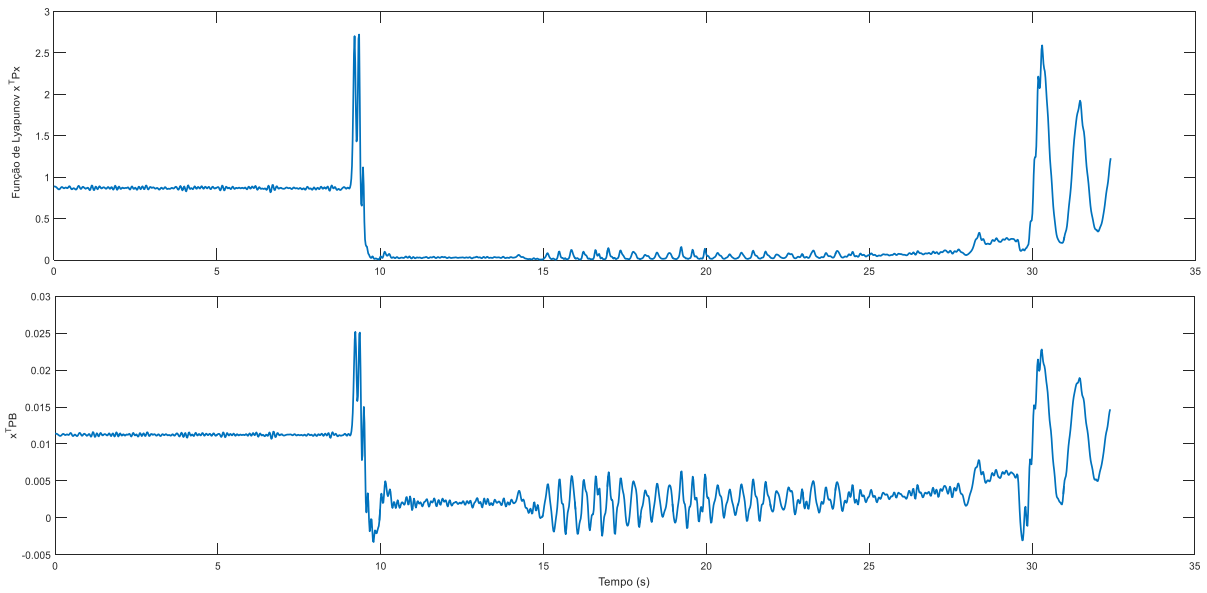
O ensaio inicia-se com o sistema de estimulação operando em malha aberta. A posição angular estabilizou-se em aproximadamente  $32.05^\circ$ . Ao aplicar o controle em malha fechada, é perceptível um aumento da posição angular, aproximando-se do ponto de operação desejado.

Com o controlador chaveado, operação em malha fechada, a posição angular ficou delimitada no intervalo  $x_{1N} \in [25.70 \quad 34.92]^\circ$ . A largura de pulso ficou caracterizada em um intervalo  $u \in [400 \quad 460] \mu\text{s}$ . O intervalo de tempo da aplicação de controle em malha fechada foi  $t \in [13.88 \quad 27.62] \text{ s}$ , totalizando  $13,74 \text{ s}$ .

O controlador chaveado demonstrou por um instante de tempo considerável a ação de realizar o recrutamento muscular sem que houvesse uma variação grande da posição angular.



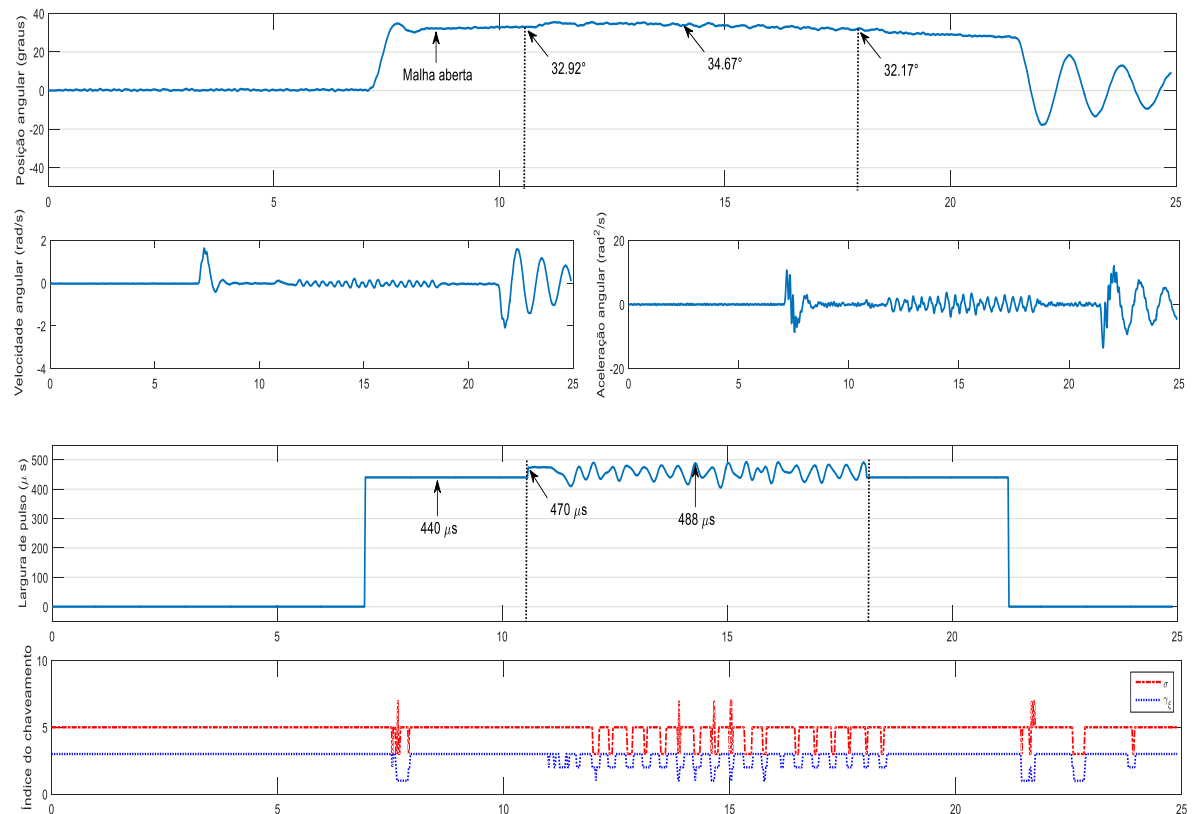
Figura 41 - Primeiro teste Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Para a realização dos testes experimentais da Figura 42, os parâmetros adotados foram os seguintes:  $u_{0max} = 500 \mu s$ ,  $u_0 = 470 \mu s$ ,  $u_{0min} = 440 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ .

Figura 42 - Resultados do segundo experimento com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.

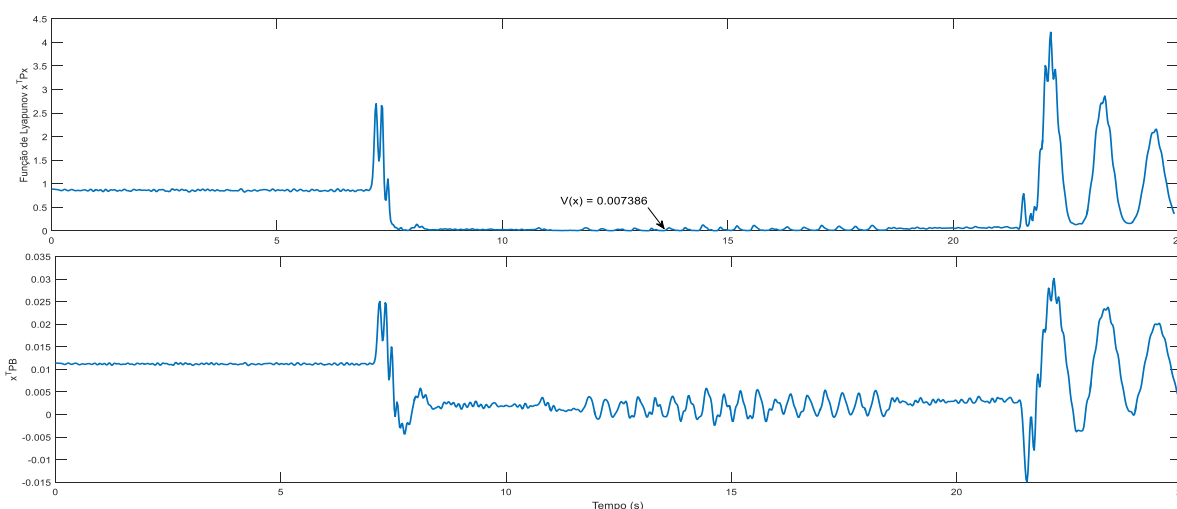


Fonte: Próprio autor.

É importante ressaltar que o intervalo de espera entre o teste anterior e este foi de aproximadamente 18 minutos. A atuação do controlador chaveado foi num intervalo de tempo total de aproximadamente 7.2 segundos. Durante a operação em malha fechada, a posição angular ficou delimitada no intervalo  $[32.92 \quad 34.67]^\circ$ . É notório que, para se aproximar do ponto de operação desejado, foi necessário ajustar os parâmetros do controlador para que ocorresse uma compensação mais significativa através da largura de pulso. Ainda assim, neste teste não foi possível obter um erro menor entre o valor da posição angular medida e o desejado.

Embora a posição angular no teste anterior seja maior para a operação em malha fechada do que o malha aberta, buscou-se ajustar os parâmetros do controlador a fim de minimizar o erro entre a posição angular e o ponto de operação desejado.

Figura 43 - Segundo teste Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.

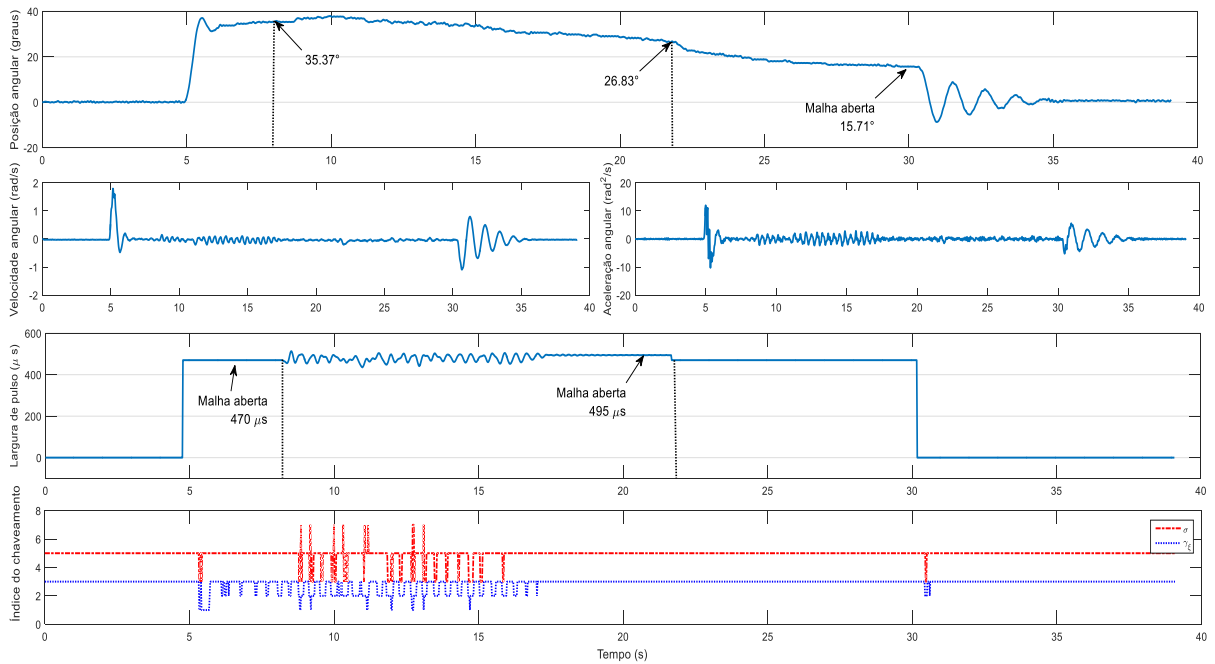


Fonte: Próprio autor.

Os dados para realização dos testes da Figura 44 foram os mesmos para a realização dos testes da Figura 42. O tempo de intervalo entre um teste e outro foi de aproximadamente 3.3 minutos.

Neste teste, o comportamento do índice de chaveamento do  $\gamma_\xi$  com  $\xi = 0.001$  foi semelhante ao do teste anterior. Até mesmo o índice de chaveamento do  $\sigma$  que chaveou entre o conjunto de ganhos de índice menor foi semelhante também ao do teste anterior. Importante ressaltar que a posição angular registrada na Figura 44 foi, em média, menor do que a posição angular apresentada na Figura 42. Especificamente para este caso, nota-se um recrutamento muscular menor, devido ao uso contínuo de aplicação FES.

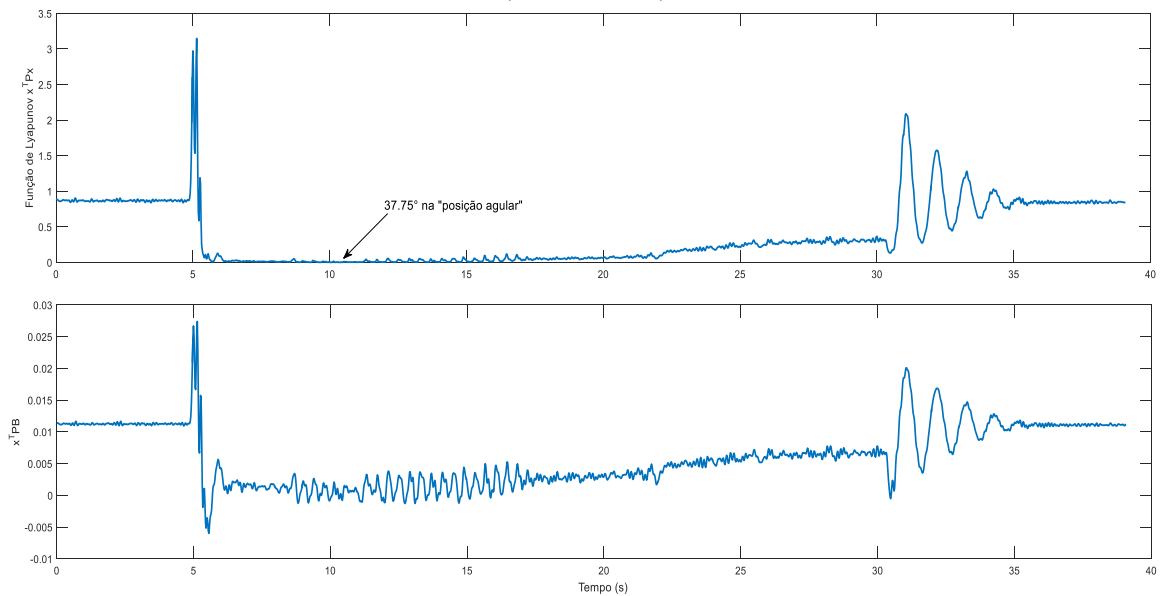
Figura 44 - Resultados do terceiro experimento com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 45 apresenta o momento em que, quanto mais próximo do ponto de operação desejado se encontra o complexo canela-pé, a resposta da função de Lyapunov  $V(x)$  se aproxima ainda mais de zero.

Figura 45 - Terceiro teste Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 1.



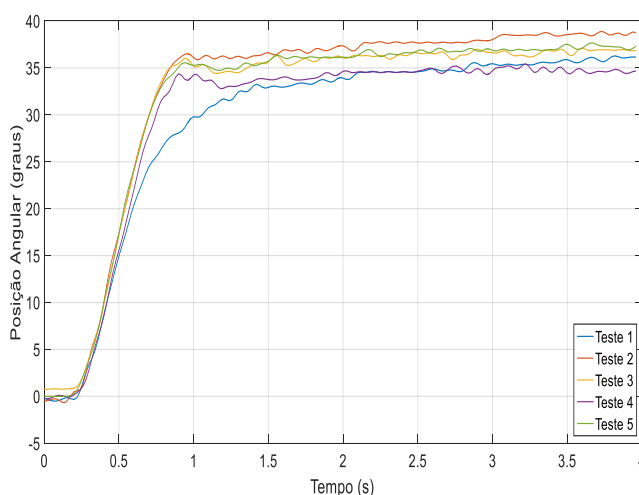
Fonte: Próprio autor.

## 4.2.2. Ensaio 2

### 4.2.2.1. Identificação

O ensaio 2 e o ensaio 1 para o voluntário P2 foram realizados em dias diferentes. Analisando todos os testes de identificação do voluntário, fazendo uma breve comparação com o ensaio anterior do mesmo voluntário, verificou-se que o tempo de subida e de estabilização das identificações foram diferentes. O tempo de subida, em média, até a estabilização foi de aproximadamente 1.3 s, ficando estável durante todo o instante até o final, como se observa na Figura 46.

Figura 46 - Curvas de identificação do ensaio 2.



Fonte: Próprio autor.

O primeiro teste de identificação utilizou largura de pulso de  $350 \mu s$ , alcançando a posição angular de  $35^\circ$ . Para o segundo e terceiro teste de identificação, a largura de pulso foi de  $360 \mu s$  e a posição angular foi em torno de  $38^\circ$ , ficando a posição angular da terceira identificação em  $36^\circ$  aproximadamente. No quarto teste, a largura de pulso adotada foi de  $370 \mu s$  e a posição em torno de  $34^\circ$ . No quinto e último teste, a largura de pulso foi incrementada para  $390 \mu s$  com a posição angular ficando em torno de  $37^\circ$ . O tempo total de cada identificação, desde os primeiros instantes, foi de 4 segundos.

### 4.2.2.2. Modelo

Os parâmetros da identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 7.

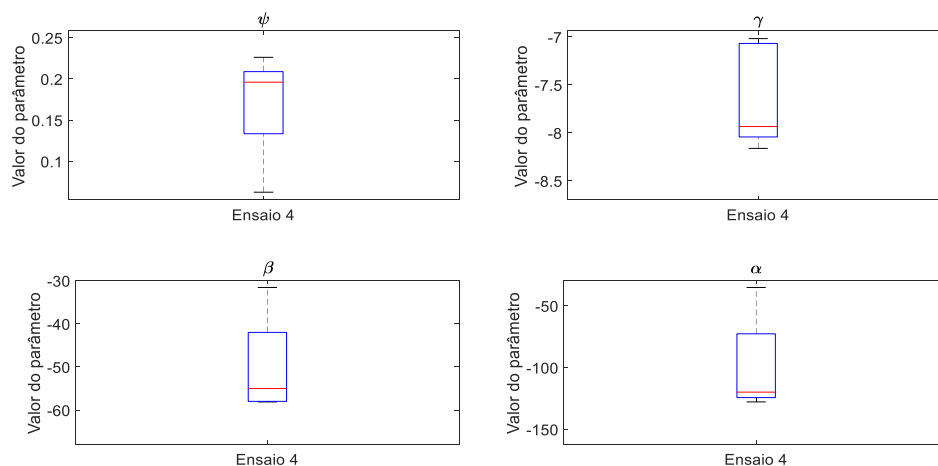
Tabela 7 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 2 – P2.

Parâmetro	Ensaio 2	
	min	max
$\alpha$	-127.7830	-35.1559
$\beta$	-58.1002	-31.5816
$\gamma$	-8.1616	-7.0172
$\psi$	0.0626	0.2263

Fonte: Próprio autor.

A Figura 47 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*. Neste caso, não se tem valores atípicos.

Figura 47- Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{3}{4}$  de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.2.2.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo P2 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0.5$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto foram:

$$P = \begin{bmatrix} 46.258879 & 8.907989 & 0.792171 \\ 8.907989 & 3.596749 & 0.338621 \\ 0.792171 & 0.338621 & 0.071612 \end{bmatrix}, K = [280.194587 \quad 99.800421 \quad 9.551609].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo P2 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0.5$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram:

$$P = \begin{bmatrix} 33.571253 & 6.299829 & 0.593083 \\ 6.299829 & 2.684270 & 0.275311 \\ 0.593083 & 0.275311 & 0.064048 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [-104.642587 \quad -15.996554 \quad -1.400184],$$

$$K_2 = [-123.093565 \quad -20.079722 \quad -1.797337],$$

$$K_3 = [-340.646280 \quad -65.951172 \quad -6.225022],$$

$$K_4 = [-339.628722 \quad -66.364831 \quad -6.271364],$$

$$K_5 = [94.968672 \quad 29.185291 \quad 2.963349],$$

$$K_6 = [63.235358 \quad 22.489943 \quad 2.320899],$$

$$K_7 = [-79.839900 \quad -1.226953 \quad 0.148206],$$

$$K_8 = [-16.597866 \quad 8.396821 \quad 1.016524],$$

$$K_9 = [257.072072 \quad 50.923194 \quad 4.861418],$$

$$K_{10} = [222.984742 \quad 44.320861 \quad 4.243096],$$

$$K_{11} = [298.707295 \quad 53.967136 \quad 5.174227],$$

$$K_{12} = [168.546983 \quad 30.435903 \quad 2.964243],$$

$$K_{13} = [340.818618 \quad 67.754645 \quad 6.441562],$$

$$K_{14} = [289.250901 \quad 58.667119 \quad 5.602173],$$

$$K_{15} = [309.311540 \quad 62.369915 \quad 5.949228],$$

$$K_{16} = [274.816964 \quad 56.319037 \quad 5.391592].$$

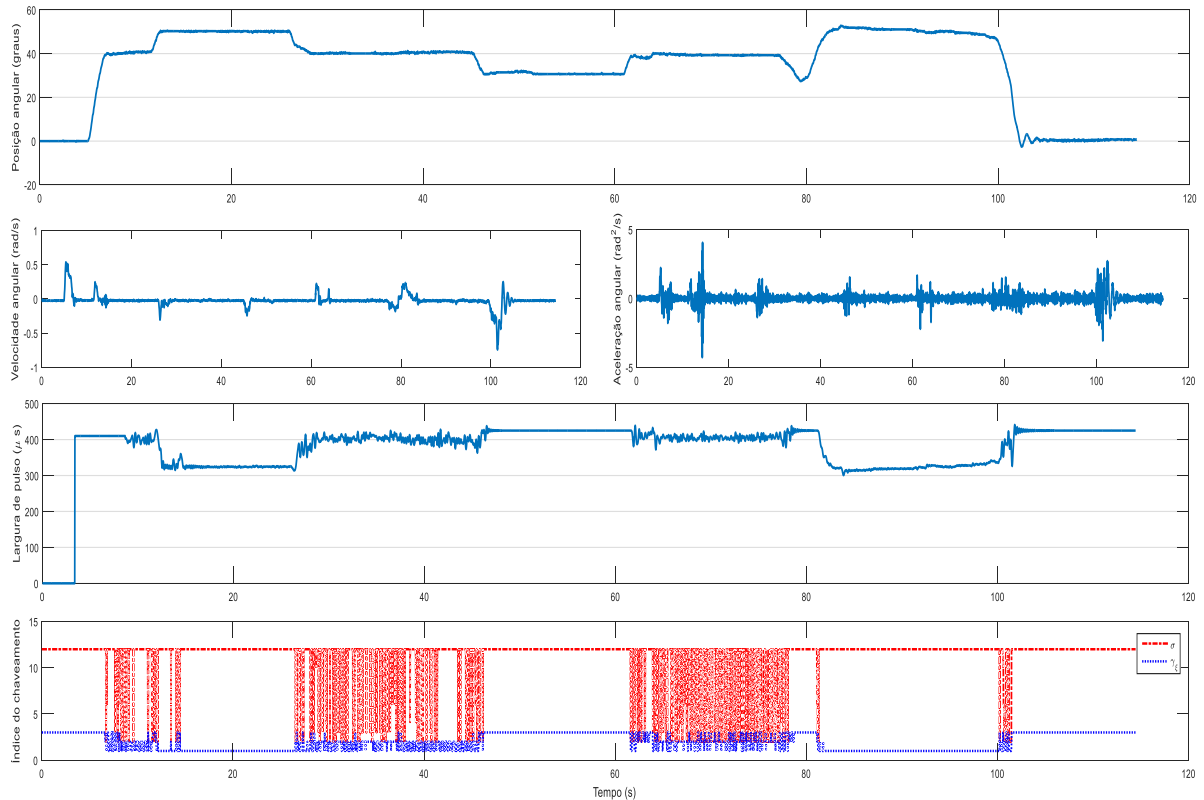
#### 4.2.2.4. Teste de validação dos controladores

- **Chaveado**

Para o voluntário P2, primeiramente foram realizados testes do controlador chaveado sem estimulação elétrica.

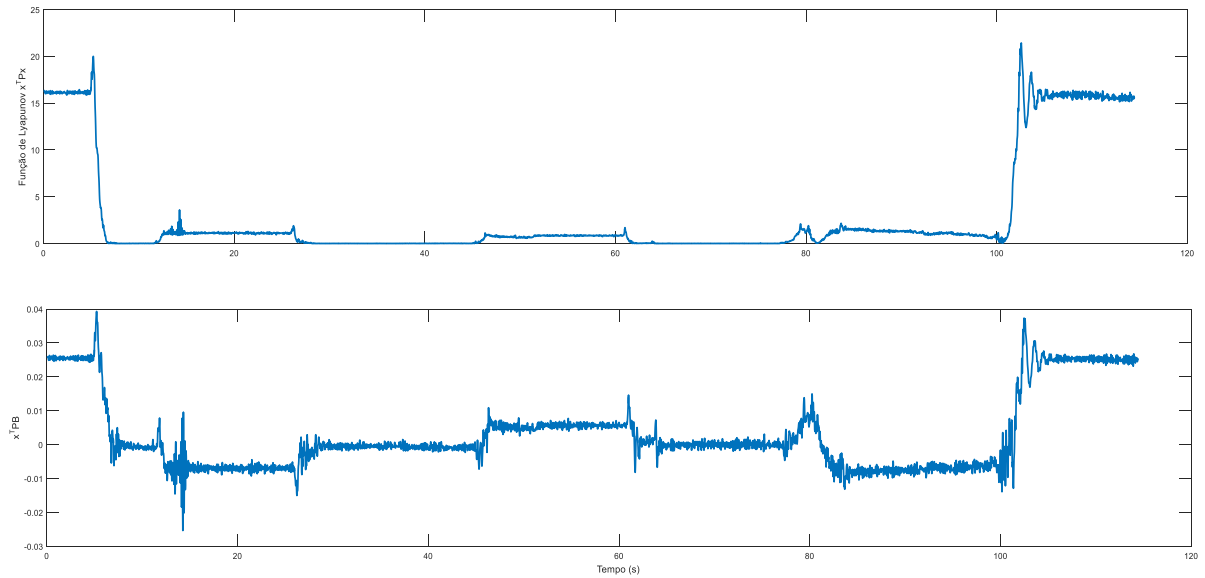
Os parâmetros de teste do controlador chaveado sem estimulação foram  $u_{0_{max}} = 430 \mu s$ ,  $u_0 = 410 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 390 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . A Figura 48 apresenta os resultados experimentais desse ensaio, demonstrando que o projeto do controlador chaveado apresenta ação no momento em que está próximo ao ponto de operação desejado ou quando está mais distante.

Figura 48 - Resultados experimentais do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 2.



Fonte: Próprio autor.

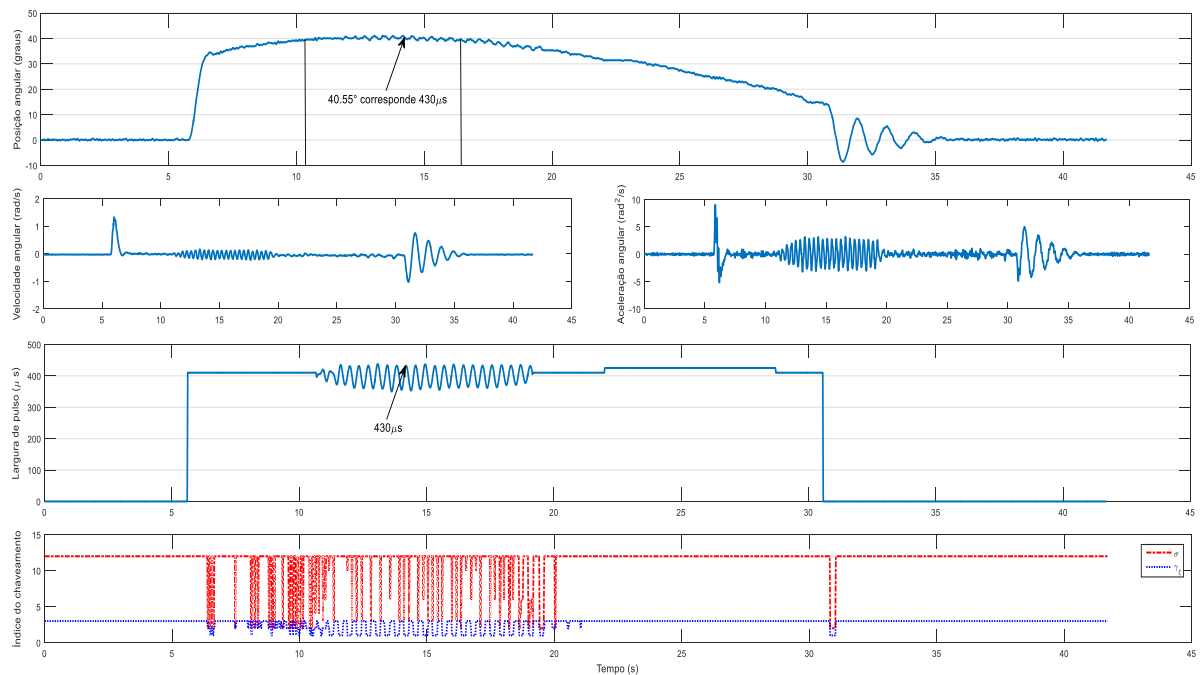
Figura 49 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'_{PB}$  do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 2.



Fonte: Próprio autor.

Os mesmos dados utilizados, aplicados no controlador chaveado sem estimulação da Figura 48, foram aplicados para controlador chaveado em malha fechada da Figura 50. Observou-se, nesse teste experimental, que no controlador chaveado, durante todo o instante de oscilação da largura de pulso, a posição angular ficou muito próxima do ponto de operação desejado, de  $40^\circ$ .

Figura 50 - Resultados experimentais com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 2.

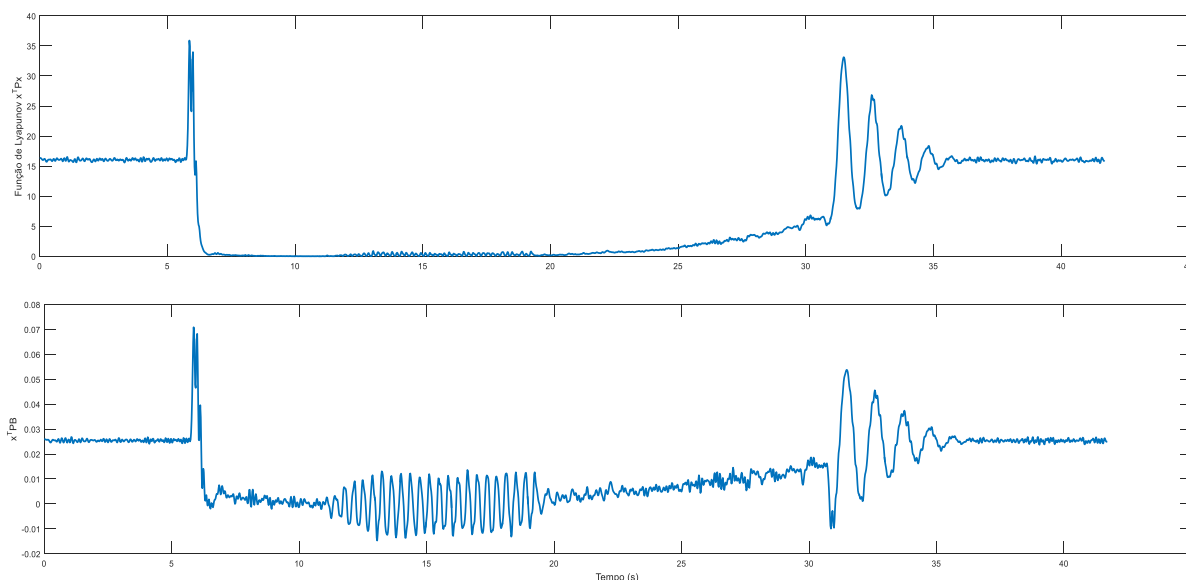


Fonte: Próprio autor.



A Figura 51 comprova, através da teoria da Função de Lyapunov  $V(x)$ , a perda de energia quando se tem o controlador atuando em torno do ponto de operação almejado.

Figura 51 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P2, ensaio 2.



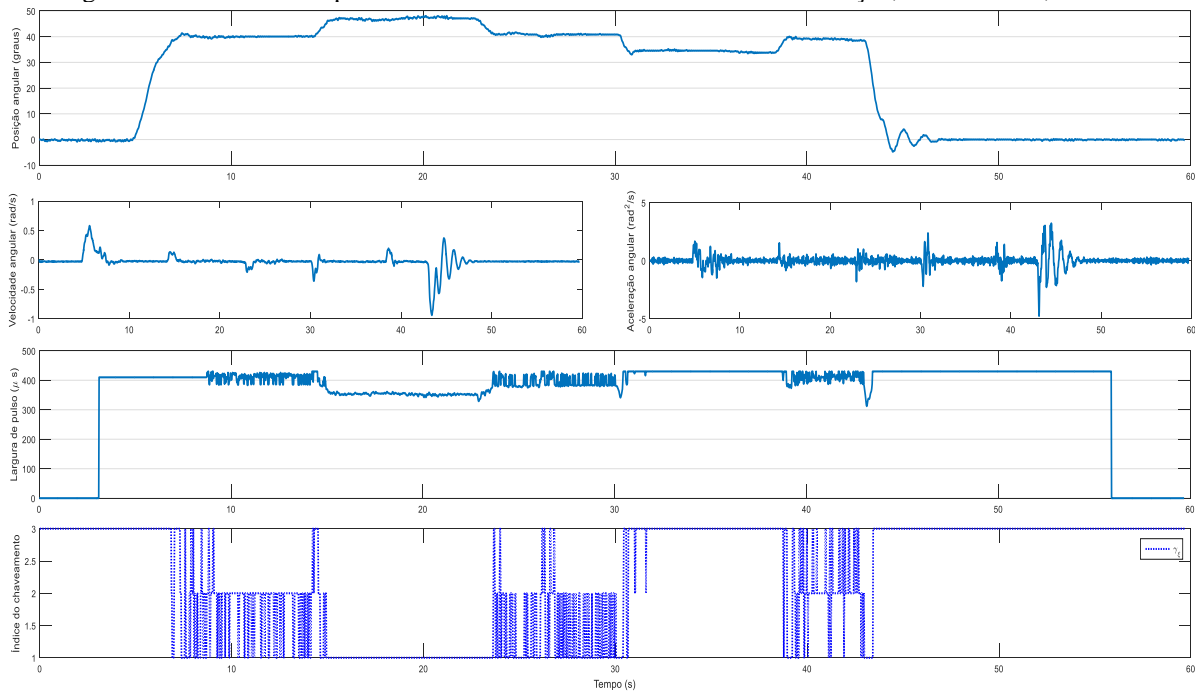
Fonte: Próprio autor.

No intervalo de instante de  $t \in [10.66 \quad 19.18] \text{ s}$  a largura de pulso apresentou uma variação entre os mínimos e máximos de  $u \in [355 \quad 437] \mu\text{s}$ . Dessa forma, pode-se concluir uma instabilidade do sinal de controle e uma estabilidade da posição angular devido à pouca variação angular no instante de aplicação dos estímulos elétricos.

- **Robusto**

Com o objetivo de validar a técnica de controle clássico proposta neste trabalho, a Figura 52 apresenta os parâmetros de teste adotados para o controlador robusto sem estimulação, que foram  $u_{0_{max}} = 430 \mu\text{s}$ ,  $u_0 = 410 \mu\text{s}$ ,  $u_{0_{min}} = 390 \mu\text{s}$ ,  $\xi = 0.001$ . Observa-se que os dados de larguras de pulso para este teste são os mesmos utilizados nos testes anteriores.

Figura 52 - Resultados experimentais do controlador robusto sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 2.

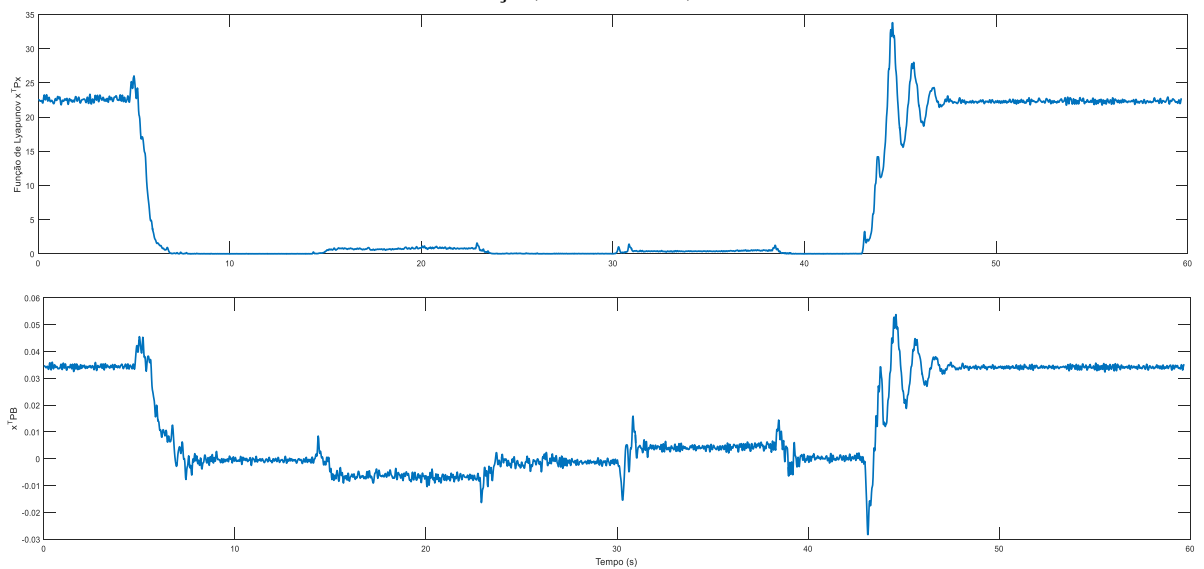


Fonte: Próprio autor.

Os resultados experimentais deste teste comprovam e validam a teoria do controlador robusto em malha fechada.

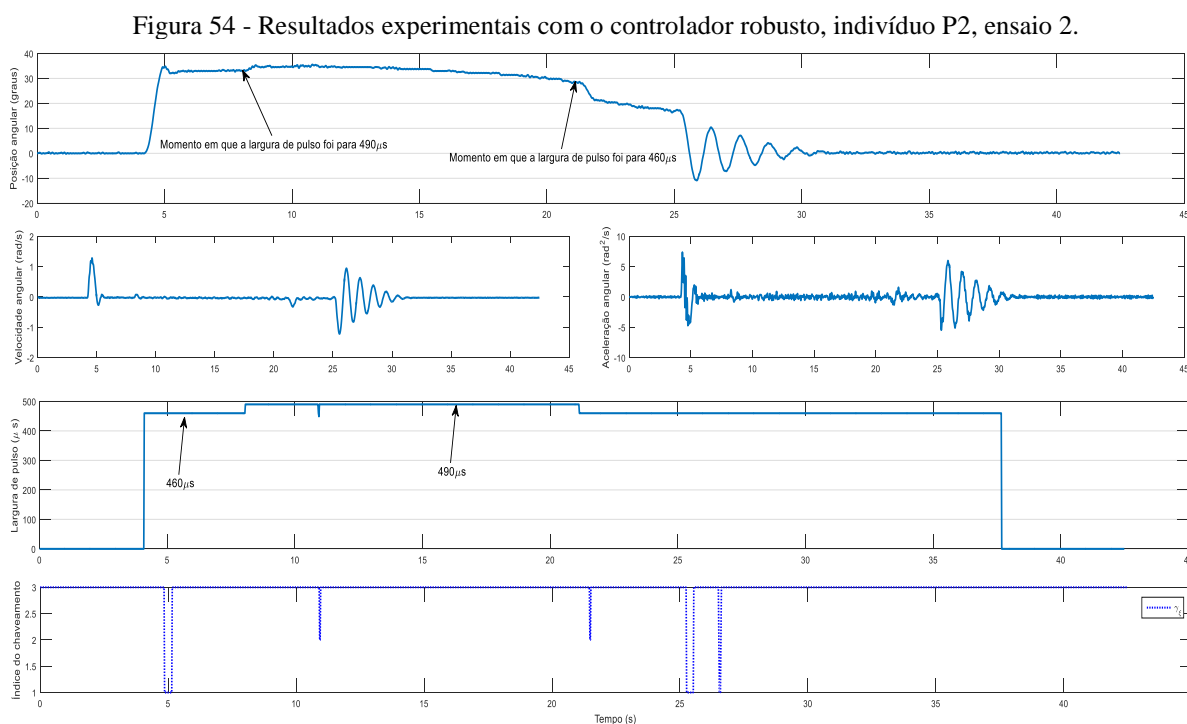
A Figura 53 demonstra a teoria da Função de Lyapunov  $V(x)$  e a perda de energia existente quando se tem o controlador atuando em torno do ponto de operação desejado.

Figura 53 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo P2, ensaio 2.



Fonte: Próprio autor.

Para o experimento do controlador robusto com estimulação foram adotados os seguintes parâmetros:  $u_{0_{max}} = 490 \mu s$ ,  $u_0 = 460 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 430 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . A Figura 54 apresenta uma análise dos resultados nos instantes de aplicação do controlador robusto em malha fechada.



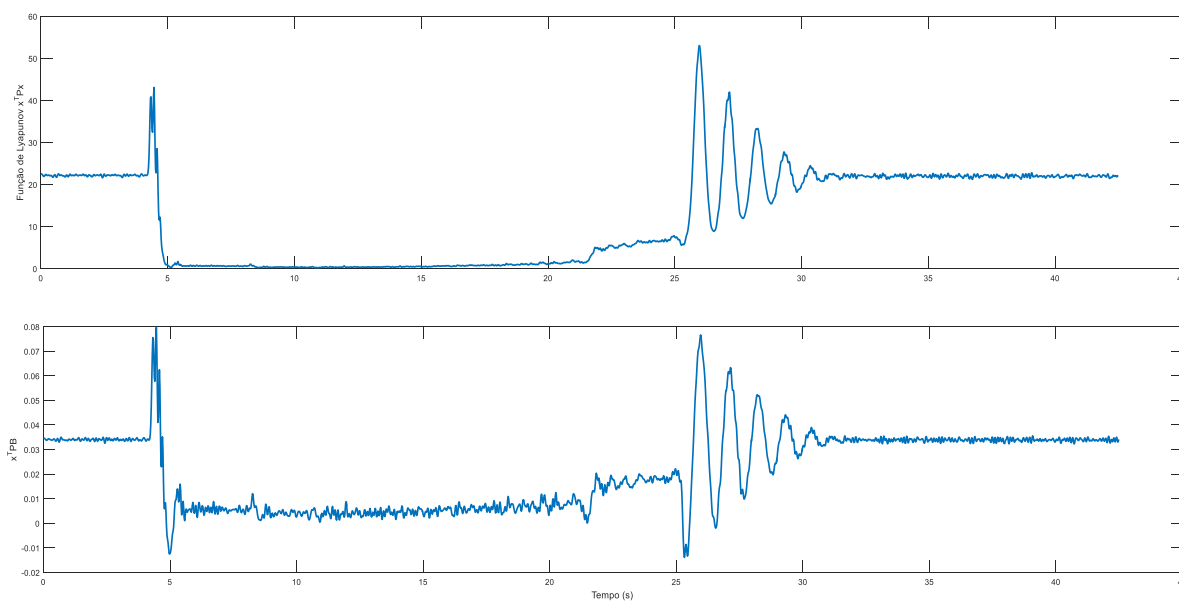
Fonte: Próprio autor.

Com a máxima largura pulso em malha fechada, a posição angular, sem atingir o ponto de operação desejado de  $40^\circ$ , alcançou uma angulação em torno de  $34.64^\circ$  a  $35.28^\circ$ , sendo que ao final da aplicação do estímulo sob a ação do controlador, a posição angular era de  $29.69^\circ$ . Uma observação importante neste experimento foi o tempo total de  $t = 13,06 s$  de estímulos em malha fechada. Devido ao valor de parâmetro imposto pelo  $\xi = 0.001$ , verificou-se também que o índice de chaveamento variou muito pouco ou quase nada, do que se conclui que a largura de pulso também não apresentou oscilação durante todo o tempo de aplicação do controlador.

Em malha fechada, ressalta-se que, nessas condições, obteve-se uma regulação em torno do ponto de operação com erro menor, se comparado à malha aberta.

Na Figura 55 nos intervalos de malha fechada, com a ação do controlador próximo ao ponto de operação, fica comprovada a teoria da Função de Lyapunov  $V(x)$ .

Figura 55 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P2, ensaio 2.



Fonte: Próprio autor.

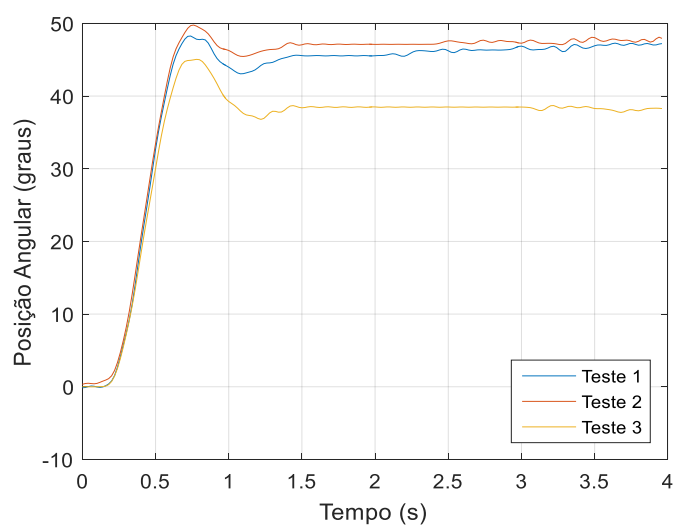
### 4.3. INDIVÍDUO P3

#### 4.3.1. Ensaio 1

##### 4.3.1.1. Identificação

As três identificações realizadas para o voluntário P3 foram realizadas na placa de estimulação de 140 mA. Aplicando uma largura de pulso de  $260 \mu s$ , realizou-se os dois primeiros testes de identificação conforme apresentado na Figura 56.

Figura 56 - Curvas de identificação do ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Observa-se que, com a mesma largura de pulso, respeitando um intervalo de tempo de 2 a 3 minutos de um teste para outro, as posições angulares foram diferentes. O primeiro teste apresentou uma posição angular em torno de  $46^\circ$ , tendendo a alterações na posição para mais.

No segundo teste, a posição angular foi de aproximadamente  $48^\circ$ , mantendo o patamar até os instantes finais. O tempo de subida e de estabilização das identificações foram os mesmos para as três, ou seja, ficando em torno de 1.8 s. Na terceira identificação, a largura de pulso foi reduzida para  $250 \mu s$ , conseqüentemente a posição angular declinou para aproximadamente  $38^\circ$ .

#### 4.3.1.2. Modelo

Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 8.

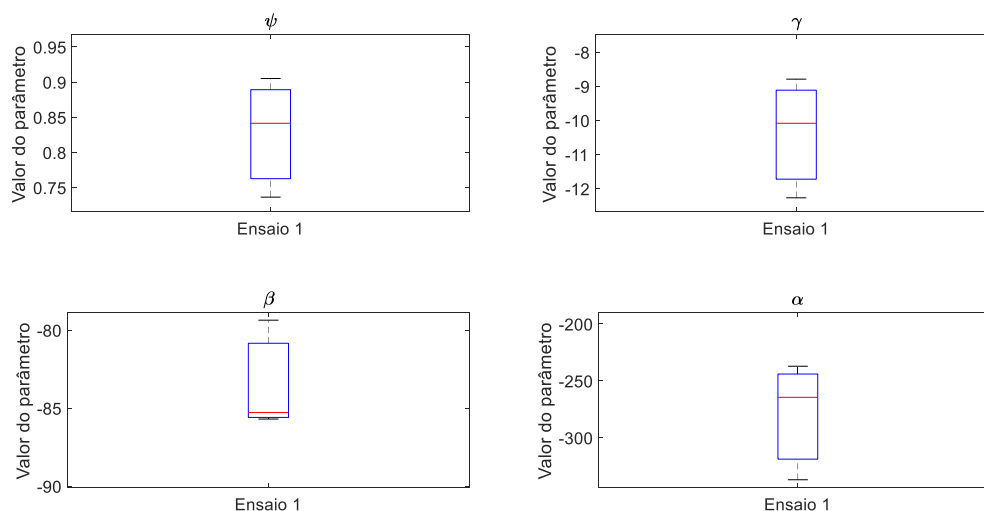
Tabela 8 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – P3.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-337.0047	-237.2122
$\beta$	-85.7010	-79.3645
$\gamma$	-12.2678	-8.7924
$\psi$	0.7363	0.9050

Fonte: Próprio autor.

A Figura 57 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*. Neste caso fazem-se presentes somente os valores adjacentes.

Figura 57 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.3.1.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo P3 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0.25$  e  $\eta = 200$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 3.164304 & 0.568403 & 0.055411 \\ 0.568403 & 0.138318 & 0.013089 \\ 0.055411 & 0.013089 & 0.002335 \end{bmatrix}, K = [36.154492 \quad 6.954030 \quad 0.676171].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo P3 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0.25$  e  $\eta = 200$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 0.622750 & 0.113583 & 0.011371 \\ 0.113583 & 0.028101 & 0.002715 \\ 0.011371 & 0.002715 & 0.000500 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [0.831196 \quad 0.156083 \quad 0.015539],$$

$$K_2 = [0.868185 \quad 0.163025 \quad 0.016231],$$

$$K_3 = [-5.098138 \quad -0.931568 \quad -0.093053],$$

$$K_4 = [-5.247198 \quad -0.960193 \quad -0.095913],$$

$$K_5 = [2.027542 \quad 0.380294 \quad 0.037903],$$

$$K_6 = [2.130432 \quad 0.399633 \quad 0.039829],$$

$$K_7 = [2.118799 \quad 0.395529 \quad 0.039317],$$

$$K_8 = [1.881010 \quad 0.352783 \quad 0.035046],$$

$$K_9 = [0.635945 \quad 0.118618 \quad 0.011778],$$

$$K_{10} = [0.665919 \quad 0.124162 \quad 0.012332],$$

$$K_{11} = [3.225930 \quad 0.609072 \quad 0.060600],$$

$$K_{12} = [2.203317 \quad 0.413318 \quad 0.041166],$$

$$K_{13} = [1.006148 \quad 0.188278 \quad 0.018709],$$

$$K_{14} = [1.048102 \quad 0.196074 \quad 0.019486 ],$$

$$K_{15} = [0.616285 \quad 0.114860 \quad 0.011480],$$

$$K_{16} = [0.630015 \quad 0.117373 \quad 0.011731].$$

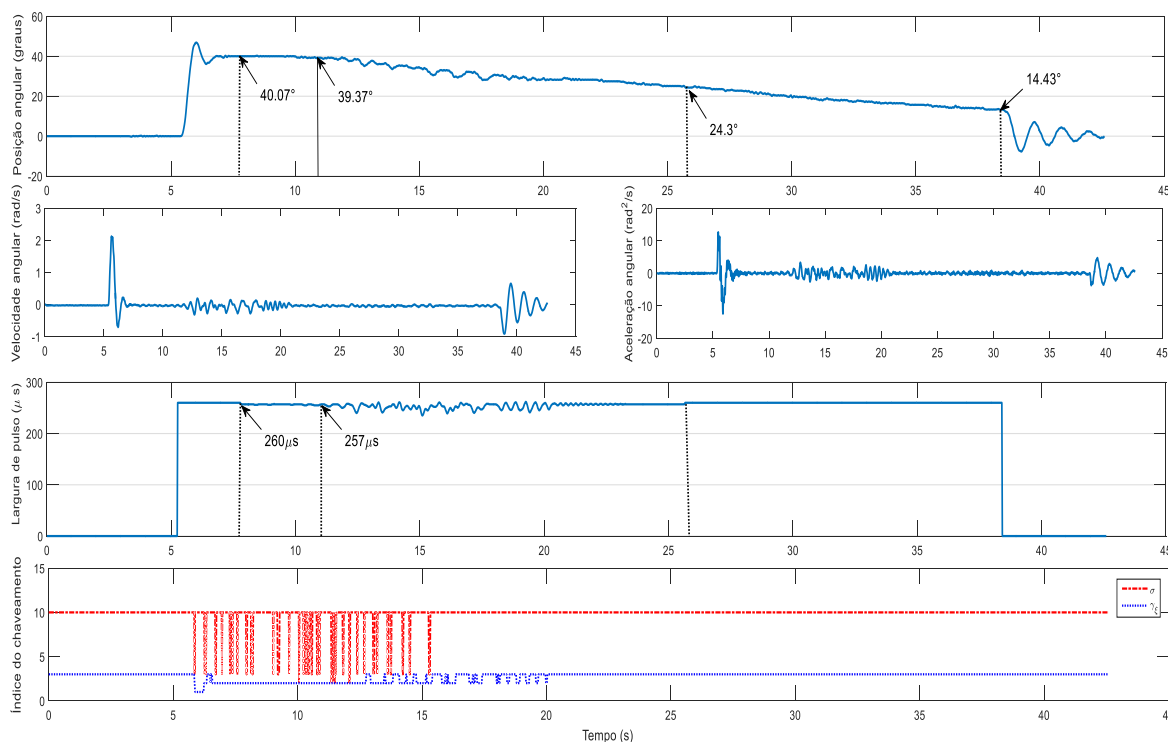
#### 4.3.1.4. *Teste de validação dos controladores*

Foram realizados dois testes de validação para cada controlador. Aplicou-se primeiramente o controlador chaveado e depois o robusto.

- **Chaveado**

No primeiro teste do controlador chaveado com estimulação elétrica foram adotados os seguintes parâmetros:  $u_{0_{max}} = 280 \mu s$ ,  $u_0 = 260 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 240 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . A Figura 58 apresenta o controlador chaveado em ação no intervalo de tempo  $t \in [7.76 \quad 25.68]$  s com uma variação da largura de pulso em torno de aproximadamente  $u \in [235 \quad 261] \mu s$ .

Figura 58 - Resultados do primeiro experimento com o controlador chaveado, indivíduo P3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Vale ressaltar que, no intervalo de tempo delimitado em  $t \in [7.76 \quad 11.02]$  s, a posição angular se manteve próxima ao ponto de operação desejado  $\theta_{v0} = 40^\circ$ . Note-se que, durante esse intervalo, há uma comutação do índice  $\sigma$  referente aos ganhos de controle a fim de manter a estabilidade em torno do ponto de operação.

A partir do instante  $t = 11.02$  s há um declínio da posição angular da articulação. Em virtude da operação do sistema em malha fechada, o erro obtido acarreta uma alteração da largura de pulso para compensação desse desvio. No decorrer do tempo, observa-se que a variação da largura de pulso consiste de alterações de ganhos (mudanças provocadas em virtude do índice de chaveamento  $\sigma$ ) e da estratégia de compensação do sinal de controle incerto (índice de chaveamento  $\gamma_\xi$ ).

A ação do controlador iniciou-se aproximadamente no instante de  $t = 8$  s e foi até o instante de  $t = 22$  s. A partir do instante  $t = 15.5$  s, nota-se que não há comutação dos ganhos do controlador chaveado e que a compensação do erro de posição angular se concentra somente no chaveamento da estratégia  $\gamma_\xi$ . No instante  $t = 20$  s, o índice de chaveamento  $\gamma_\xi$  permanece constante, o que indica a aplicação do valor de largura de pulso  $u(t) = u_{0max}$ .

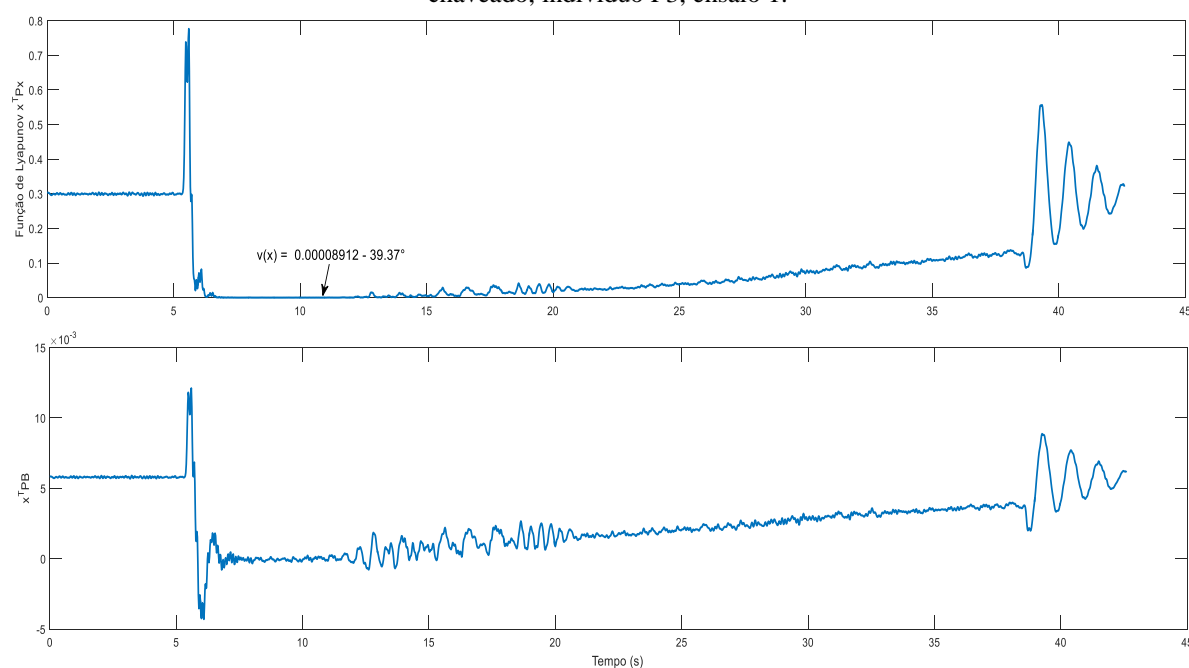


No instante de  $t = 22\text{ s}$  em que se comutou o sistema para malha aberta, a posição angular estava em  $24.3^\circ$  e no instante aproximado de  $t = 38\text{ s}$ , em que cessou a estimulação, a posição angular estava em  $14.43^\circ$ .

Nos instantes iniciais o controlador chaveado apresentou um bom desempenho, mantendo o recrutamento e buscando compensar a variação da posição do angular de forma rápida.

Na posição angular igual a  $39.37^\circ$  próximo do ponto de operação desejado, a função de Lyapunov tendeu a zero, conforme apresentado na Figura 59.

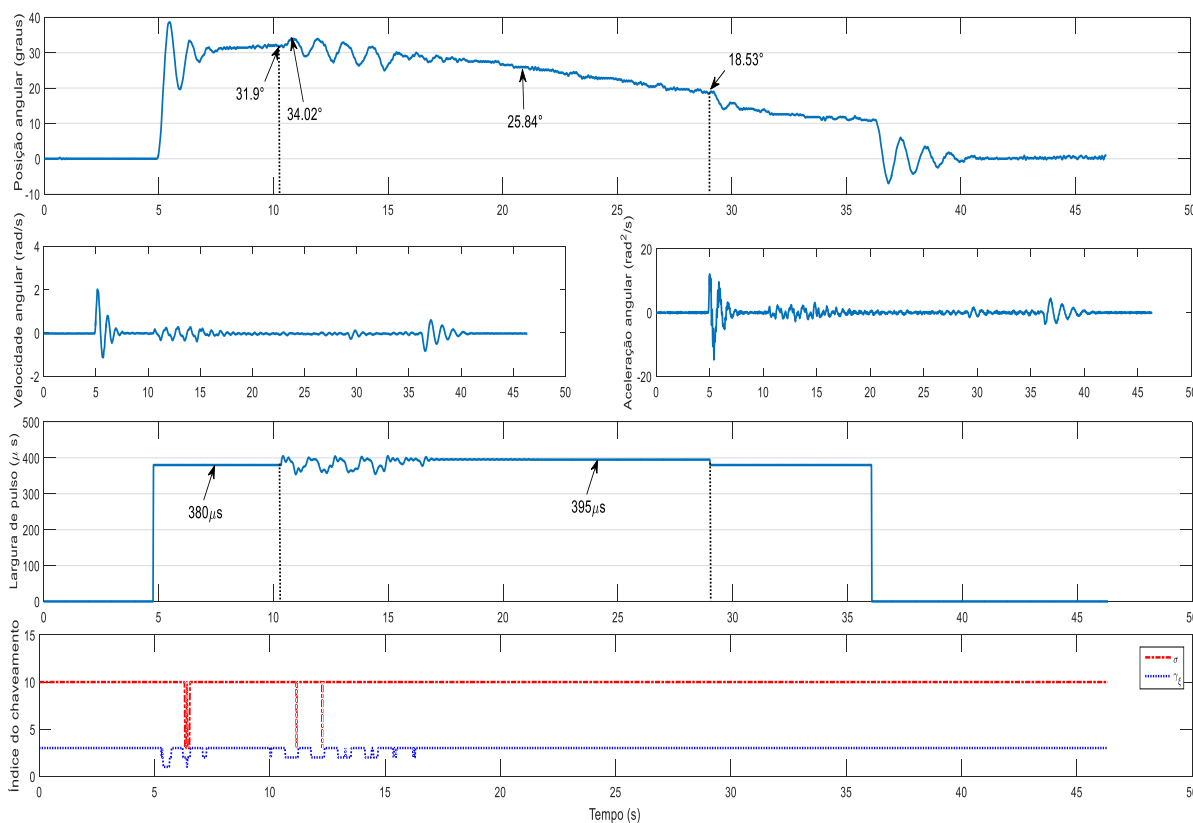
Figura 59 – Primeiro teste Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Após intervalo de 2 a 3 minutos, aplicou-se o novamente o controlador chaveado, conforme apresentado na Figura 60. Observa-se que não foi possível atingir o ponto de operação desejado de  $40^\circ$ , porém verificou-se a ação do controlador naqueles instantes.

Figura 60 - Resultados do segundo experimento com o controlador chaveado, indivíduo P3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

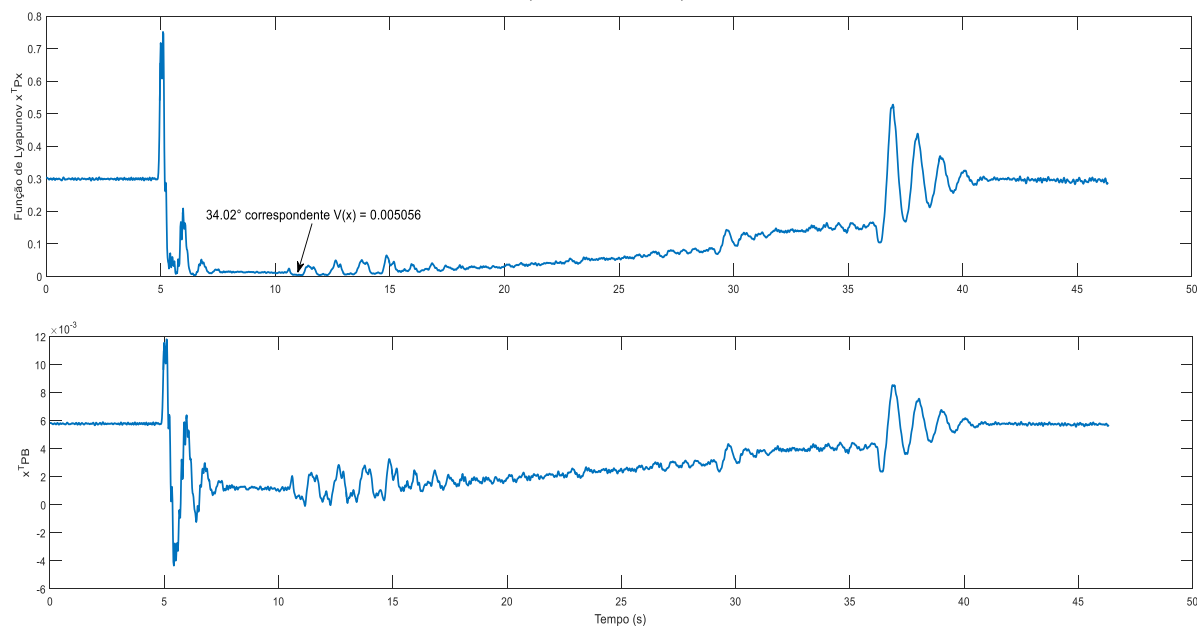
Os parâmetros adotados para esse teste foram em  $u_{0_{max}} = 400 \mu s$ ,  $u_0 = 380 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 260 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ , o valor de saturação do sinal de controle foi de  $395 \mu s$ .

A largura de pulso em malha fechada variou de  $u \in [355 \ 395] \mu s$ . Inicialmente, em malha fechada, nos primeiros instantes houve uma oscilação da posição angular.

Em de  $t = 29.04 \text{ s}$ , em malha aberta, a posição angular caiu  $7.31^\circ$ , demonstrando que o controlador, ao longo do intervalo de instante  $t \in [10.28 \ 28.98] \text{ s}$ , manteve recrutamento do músculo, porém variando sensivelmente a posição angular. Durante todo o tempo de aplicação dos estímulos, observou-se a ocorrência do recrutamento de fibras musculares, porém com um declínio da posição angular, indicando um possível estado de fadiga do músculo estimulado.

A Figura 61 ilustra a teoria da Função de Lyapunov  $V(x)$  através da perda de energia, mesmo que o sinal de controle não esteja muito próximo ao do ponto de operação desejado.

Figura 61 – Segundo teste Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P3, ensaio 1.



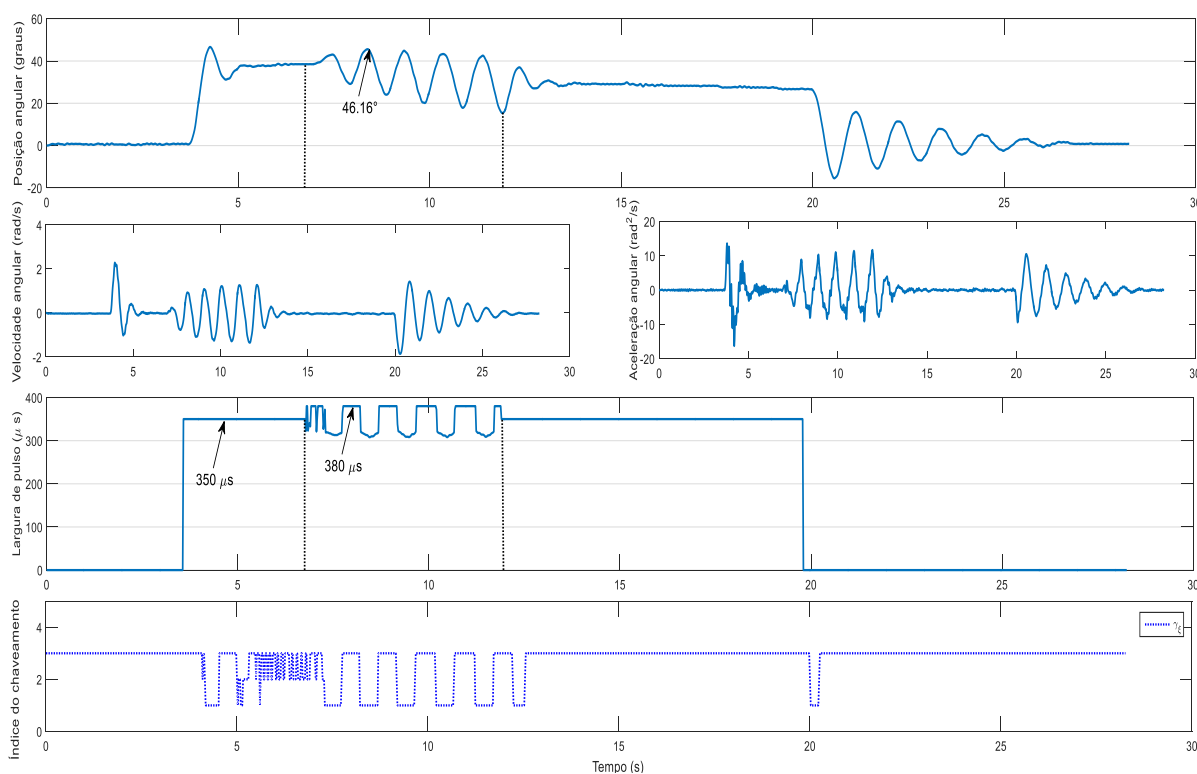
Fonte: Próprio autor.

Após o teste com o controlador chaveado, respeitando um intervalo de tempo de descanso do conjunto muscular de aproximadamente 10 minutos, iniciou-se a validação do controlador robusto.

- **Robusto**

A Figura 62 apresenta o resultado experimental obtido com o controlador robusto com especificação de parâmetros  $u_{0_{max}} = 380 \mu s$ ,  $u_0 = 350 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 320 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ .

Figura 62 - Resultados do primeiro experimento com o controlador robusto, indivíduo P3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

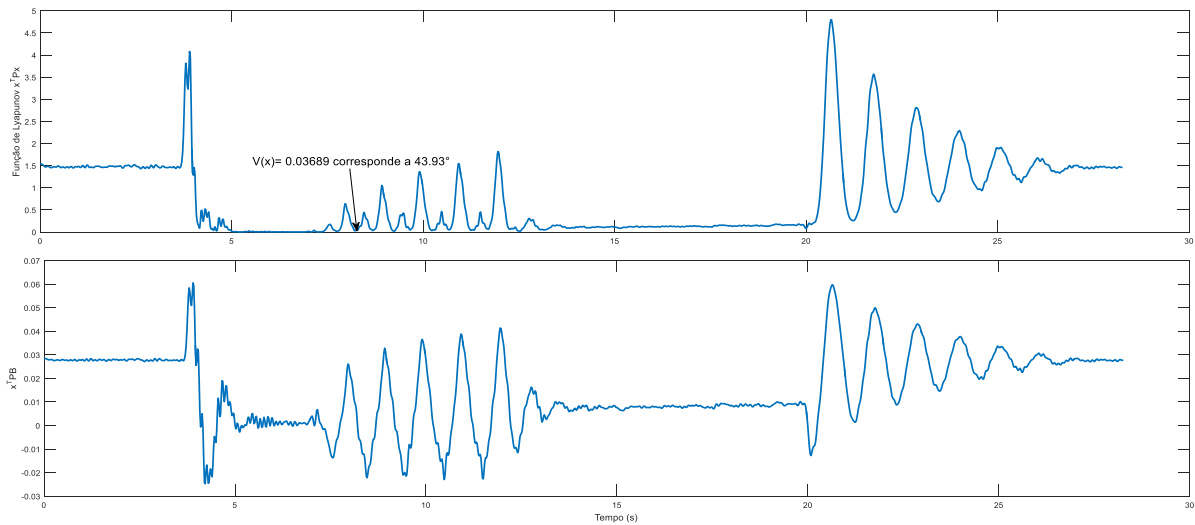
O controlador robusto em malha fechada atuou no intervalo de tempo  $t \in [6.76 \ 11.88]$  s, com uma variação da largura de pulso de aproximadamente  $u \in [314 \ 380]$   $\mu$ s.

O resultado obtido em malha fechada foi instável, em virtude de um comportamento oscilatório da posição angular. A amplitude máxima de oscilação foi de  $46.16^\circ$  e com mínimo de  $18.27^\circ$ .

No instante em que o sistema comutou para a operação em malha aberta, a oscilação da posição angular foi cessada, demonstrando que os ganhos do controlador robusto projetado não foram adequados para este caso. Outro motivo seria a aplicação da FES nos testes anteriores, ocasionando o cansaço muscular.

Interessante observar na Figura 63 que, devido à oscilação ocorrida na posição angular, a Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  demonstraram a mesma característica quando se tem um sistema em ação fora do ponto de operação desejado.

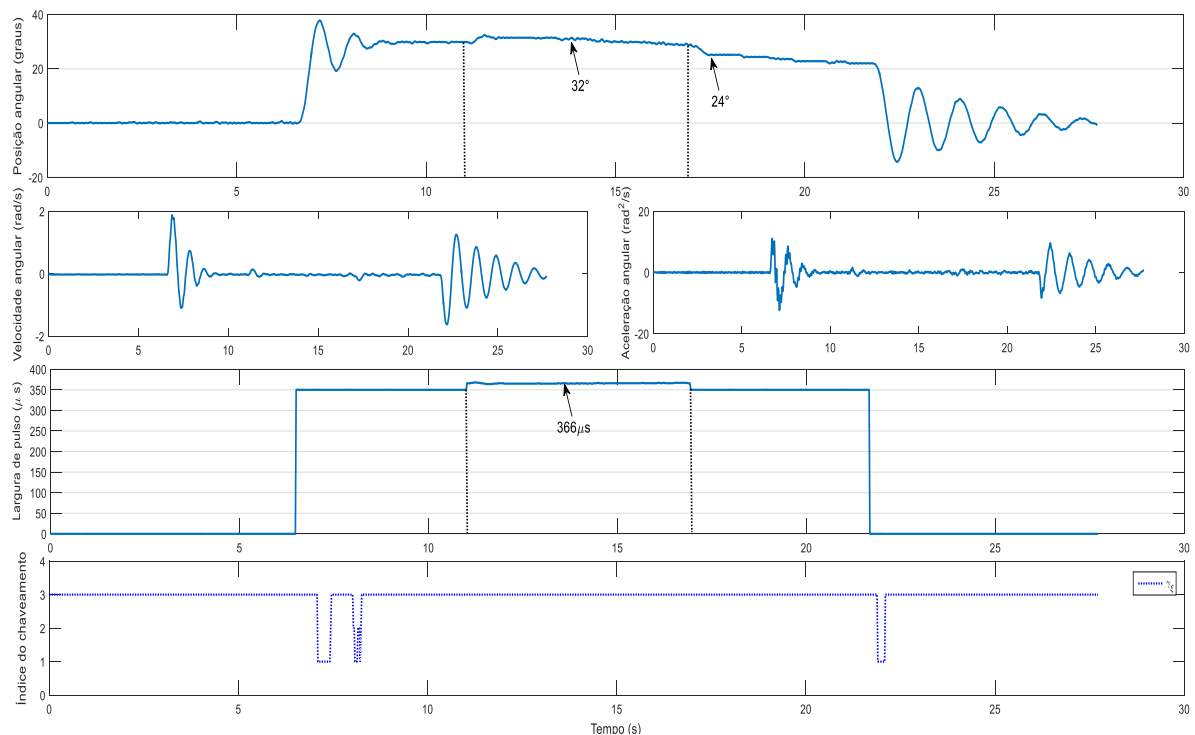
Figura 63 – Primeiro teste Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Após um intervalo de descanso de aproximadamente 2 a 3 minutos, aplicou-se o controlador robusto, conforme apresentado na Figura 64. A especificação dos parâmetros do controlador robusto foram ajustados para  $u_{0max} = 360 \mu s$ ,  $u_0 = 350 \mu s$ ,  $u_{0min} = 340 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ , delimitando a ação de controle com o intuito de operar em torno do ponto de operação sem o comportamento oscilatório presenciado no teste anterior.

Figura 64 - Resultados do segundo experimento com o controlador robusto, indivíduo P3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

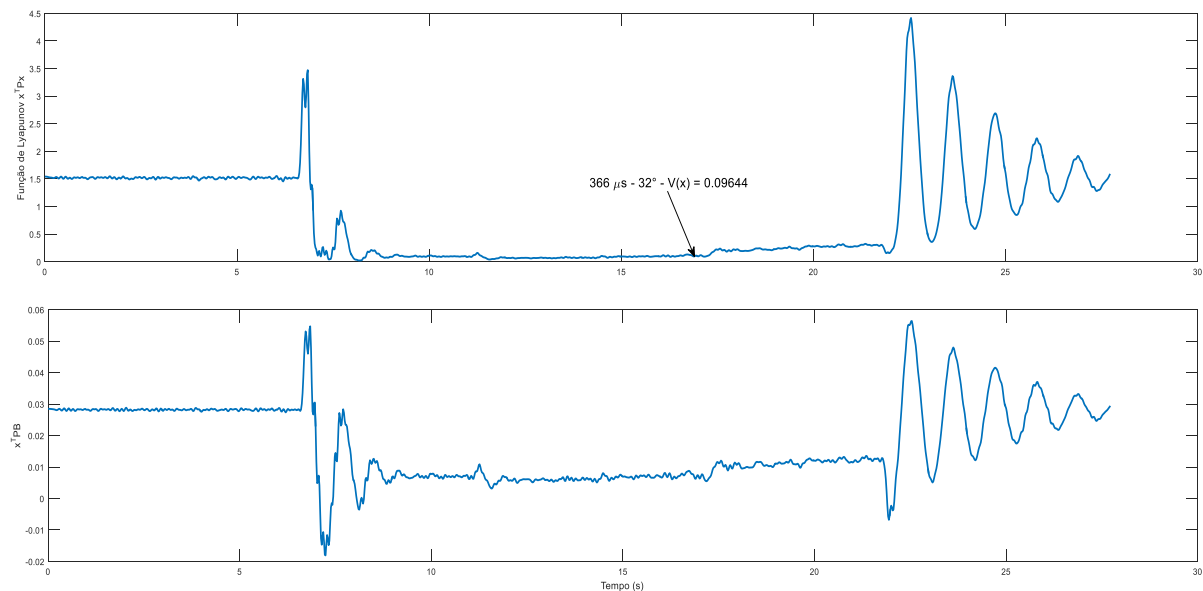
O controlador robusto em malha fechada atuou no intervalo de tempo  $t \in [10.9 \ 16.94]$ s. Diferentemente do teste anterior, não ocorreu oscilação da posição angular. Entretanto, a posição angular assumiu valores abaixo dos desejados, operando entre  $31.6^\circ$  e  $29.0^\circ$ . Além disso, nota-se que a largura de pulso apresentou um comportamento constante e fixado no valor máximo, devido ao valor de saturação especificada na implementação embarcada do controlador, ou seja,  $u_{max} = 366 \mu s$ .

A especificação do parâmetro  $\xi = 0.001$  é constante durante o intervalo de tempo  $t \in [10.9 \ 16.94]$ s. O erro da posição angular, nesse intervalo de tempo, acarreta no sinal  $x^T P B > \xi$ , conforme indicado na Figura 65. Consequentemente, o índice de chaveamento  $\gamma_\xi$  nesse intervalo assume o valor igual a 3, o que resulta em uma largura de pulso máxima  $u = u_{0max}$ .

Além disso, ainda na Figura 64, é perceptível um tempo de recrutamento do conjunto muscular do quadríceps por aproximadamente 6.04 segundos.

Por fim, no instante aproximado de  $t = 17.08$  s, em que se comutou o sistema para malha aberta, a posição angular foi visivelmente reduzida para  $24^\circ$ .

Figura 65 – Segundo teste Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x^T P B$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo P3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

No intervalo de tempo em que o sistema operou em malha fechada a Função de Lyapunov  $V(x)$  tendeu a zero, em malha aberta o valor instantâneo da Função de Lyapunov  $V(x)$  foi maior que zero.

## 4.4. INDIVÍDUO P4

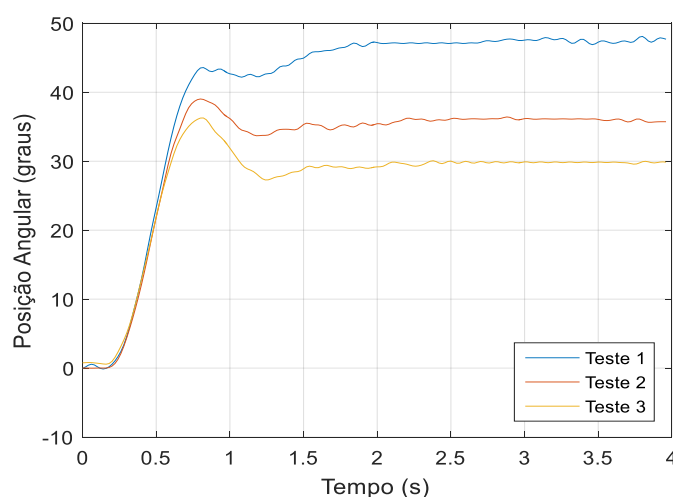
### 4.4.1. Ensaio 1

#### 4.4.1.1. Identificação

O voluntário P4 chegou para realização dos testes reclamando de dores estomacais. Sua acompanhante relatou que a última refeição consistente do voluntário havia ocorrido há mais de 24 horas. Entretanto, tanto o voluntário quanto a acompanhante asseguraram condição de bem-estar e normalidade para a realização dos testes. Antes da realização do ensaio, todos os procedimentos do protocolo de segurança foram devidamente seguidos, garantindo a segurança e normalidade do ensaio.

Para a realização das identificações do voluntário P4 utilizou-se a placa de estimulação de 120 mA de amplitude e, para todos os testes neste ensaio, foi adotada a largura de pulso de 280  $\mu$ s. Na Figura 66 é possível verificar o comportamento das identificações. No teste 1, o tempo de subida até a estabilização do sinal de identificação foi de 2 segundos, a posição angular alcançada foi de 47° ao final dos 4 segundos de estimulação. Para o teste 2, a posição angular alcançada foi de 36°, o tempo de subida até a estabilização do sinal identificado ficou em torno de 1.8 segundos. O mesmo tempo também foi observado para o teste 3, porém com uma posição angular ao final dos 4 segundos de estímulo de 30°.

Figura 66 - Curvas de identificação do ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Neste ensaio ficou caracterizado que a fisiologia muscular apresenta comportamentos complexos sob o estado de estimulação do músculo, pois as identificações para uma mesma largura de pulso não apresentaram uma repetibilidade esperada.

#### 4.4.1.2. Modelo

Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 9.

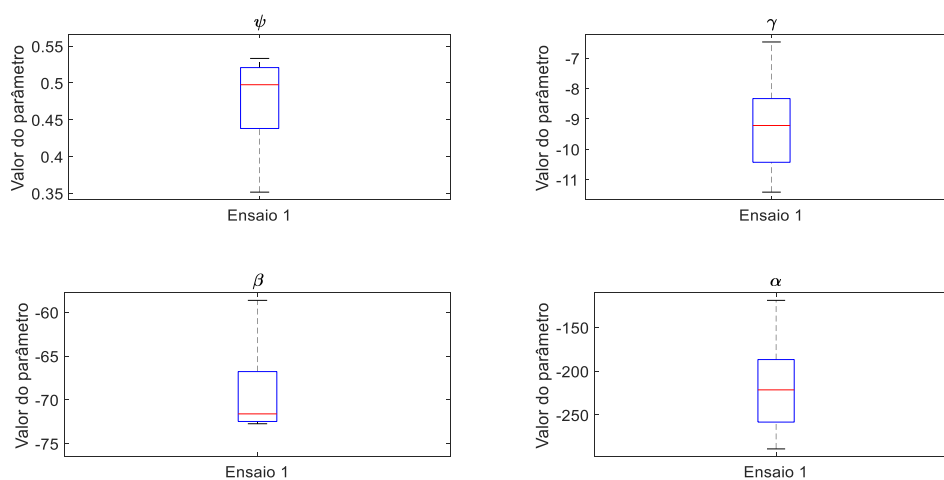
Tabela 9 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – P4.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-288.9254	-119.0084
B	-72.7393	-58.6385
$\gamma$	-11.4148	-6.4664
$\psi$	0.3515	0.5333

Fonte: Próprio autor.

A Figura 67 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*. Nesse caso, os valores dos parâmetros não apresentaram observações extremas.

Figura 67 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.



#### 4.4.1.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo P4 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0$ ,  $\eta = 600$  e  $\eta_x = 50$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto foram:

$$P = \begin{bmatrix} 18.360774 & 2.915424 & 0.118959 \\ 2.915424 & 0.788314 & 0.048344 \\ 0.118959 & 0.048344 & 0.008439 \end{bmatrix}, K[256.293031 \quad 47.808033 \quad 2.321705].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo P4 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0$ ,  $\eta = 600$  e  $\eta_x = 50$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram:

$$P = \begin{bmatrix} 5.505320 & 0.863613 & 0.040301 \\ 0.863613 & 0.259250 & 0.018315 \\ 0.040301 & 0.018315 & 0.003621 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [83.352761 \quad 13.834444 \quad 0.684919],$$

$$K_2 = [76.798591 \quad 12.810695 \quad 0.637451],$$

$$K_3 = [-111.660316 \quad -17.206920 \quad -0.783894],$$

$$K_4 = [-100.995407 \quad -15.401804 \quad -0.692582],$$

$$K_5 = [113.595478 \quad 18.668006 \quad 0.914702],$$

$$K_6 = [109.198507 \quad 17.999482 \quad 0.884662],$$

$$K_7 = [-53.024286 \quad -5.774190 \quad -0.132944],$$

$$K_8 = [-33.922539 \quad -2.917622 \quad -0.007165],$$

$$K_9 = [116.253819 \quad 18.835319 \quad 0.909609],$$

$$K_{10} = [112.938678 \quad 18.310611 \quad 0.884925],$$

$$K_{11} = [79.780582 \quad 13.315972 \quad 0.672966],$$

$$K_{12} = [60.045780 \quad 10.210593 \quad 0.530477],$$

$$K_{13} = [135.360031 \quad 21.892341 \quad 1.055092],$$

$$K_{14} = [125.357842 \quad 20.316394 \quad 0.981305],$$

$$K_{15} = [113.514949 \quad 18.532983 \quad 0.902855],$$

$$K_{16} = [108.762736 \quad 17.802210 \quad 0.869685].$$

#### 4.4.1.4. *Teste de validação dos controladores*

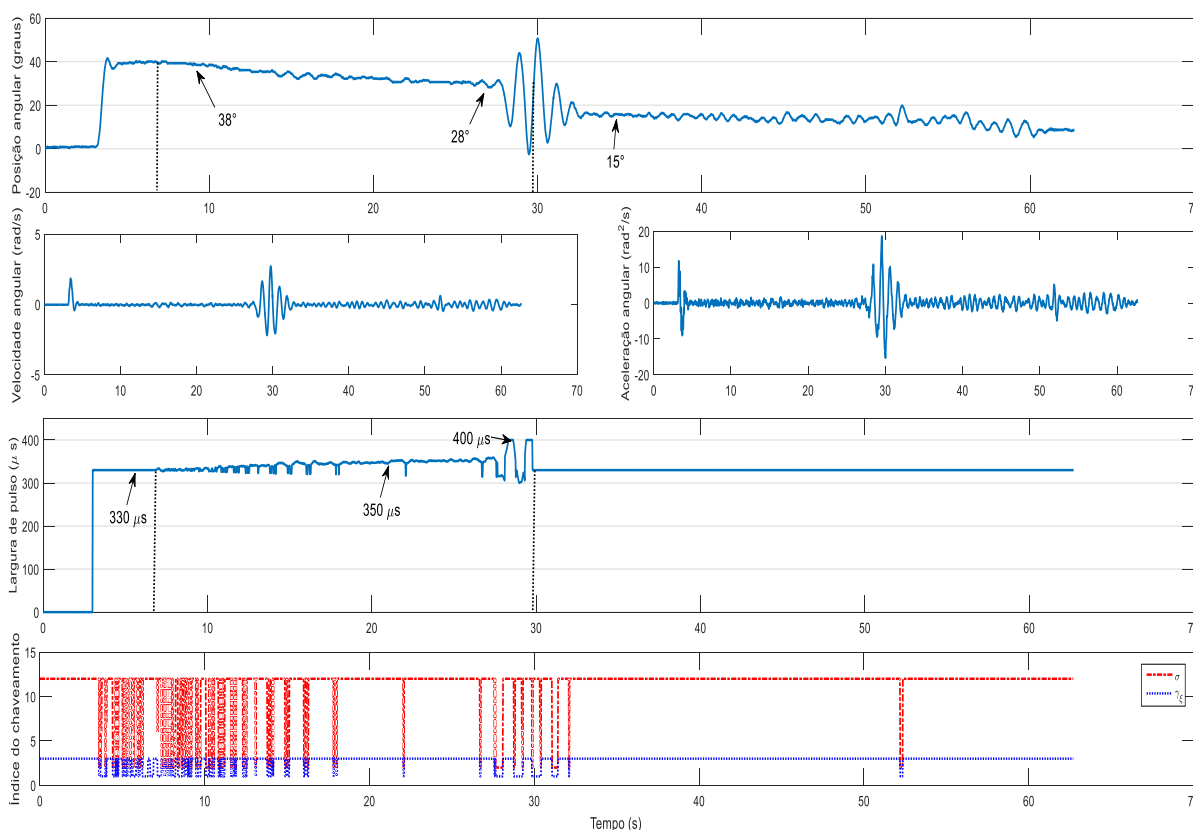
Após as etapas de identificação de ponto motor, ensaio de identificação e projeto dos controladores, realizou-se o teste de validação do controlador chaveado. Infelizmente não foi possível obter resultados de validação do controlador robusto, pois o indivíduo indicou inviabilidade para prosseguimento de outros testes. O agravante, nesse caso, foi possivelmente a alimentação inadequada do indivíduo antes da realização do ensaio.

- **Chaveado**

Os seguintes parâmetros foram especificados para a validação do controlador chaveado durante os testes realizados com o voluntário  $u_{0_{\max}} = 350 \mu s$ ,  $u_0 = 330 \mu s$ ,  $u_{0_{\min}} = 310 \mu s$ ,  $\xi = 0,001$ .

Em malha aberta com a largura de pulso  $u_0 = 330 \mu s$ , a posição angular atingiu  $40^\circ$  conforme apresentado na Figura 68. No instante  $t = 6.88 s$  foi aplicado o controle em malha fechada durando até o instante  $t = 29.78 s$ . Observou-se que a largura de pulso apresentou uma variação significativa para a regulação da posição da articulação, tal que  $u \in [317 \quad 400] \mu s$ . O tempo total em que o controlador chaveado atuou foi de  $22.9 s$ . O recrutamento muscular foi mantido, porém uma variação da posição angular é perceptível. No decorrer da operação em malha fechada notou-se que ocorreu o chaveamento de ganhos e de compensação do sinal de controle incerto. Após  $t = 20 s$  a ocorrência de chaveamento cessou e a compensação do sinal de controle incerto ficou estabelecida no valor máximo.

Figura 68 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P4, ensaio 1.



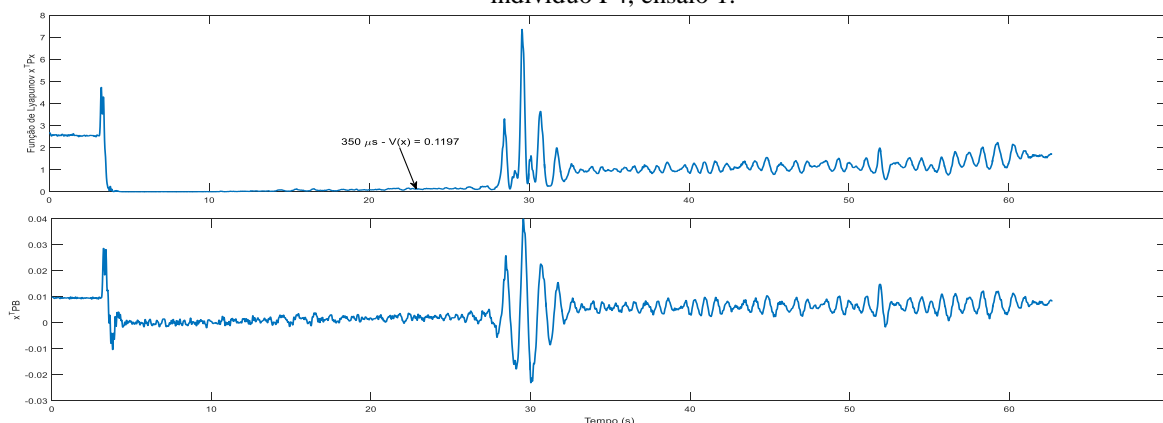
Fonte: Próprio autor.

No instante em que o sistema comuta para operação em malha aberta, o valor da posição angular é de  $30.91^\circ$ . Antes da comutação, nota-se que a posição angular está abaixo de  $28^\circ$  e há a ocorrência de um comportamento oscilatório e instável.

Ao se comparar com a operação em malha aberta, verifica-se que a posição angular ficou abaixo de  $15^\circ$ . Portanto, fica evidente, pelo resultado experimental, que o controle em malha fechada possibilitou operar próximo da posição angular desejada por um intervalo de tempo maior do que seria com malha aberta.

Pode ser observado, pela Figura 69, que a função de Lyapunov  $V(\mathbf{x})$  tendeu a zero quando a posição angular se encontrava próximo do ponto de operação desejado, indicando a ideia de estabilidade do sistema controlado.

Figura 69 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo P4, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

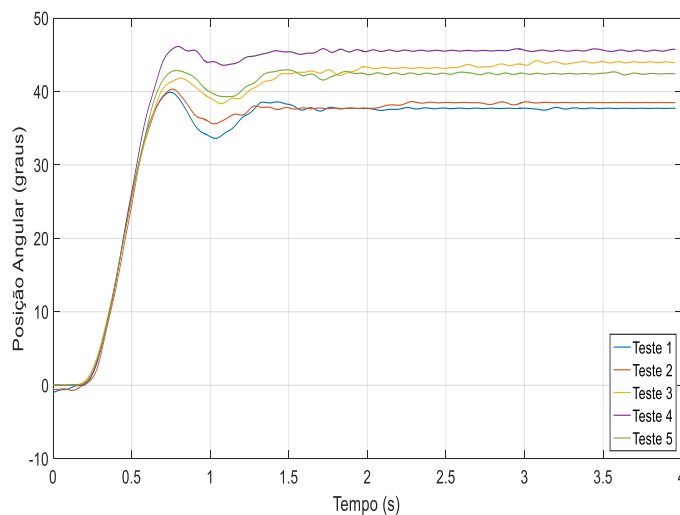
## 4.5. INDIVÍDUO H1

### 4.5.1. Ensaio 1

#### 4.5.1.1. Identificação

O voluntário H1 apresentou em suas identificações boa regularidade, o tempo de subida até o regime de estabilização das identificações deste foi menor que 1.5 s, conforme indicado na Figura 70. Uma observação interessante é que após o tempo de subida até os instantes finais de aplicação dos estímulos a alteração na largura de pulso promoveu diferentes posições angulares. Para o teste 1 e teste 2, com largura de pulso de  $180 \mu s$ , a posição angular ficou em torno de  $37^\circ$ . No teste 3, adotou-se uma largura de pulso de  $200 \mu s$  e a posição angular alcançada foi de aproximadamente  $45^\circ$ . Para o teste 4 e teste 5, a largura de pulso foi ajustada em  $190 \mu s$ , a posição angular foi em torno de  $46^\circ$  para o teste 4 e, para o teste 5, aproximadamente  $42^\circ$ .

Figura 70 - Curvas de identificação do ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.5.1.2. Modelo

Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 10.

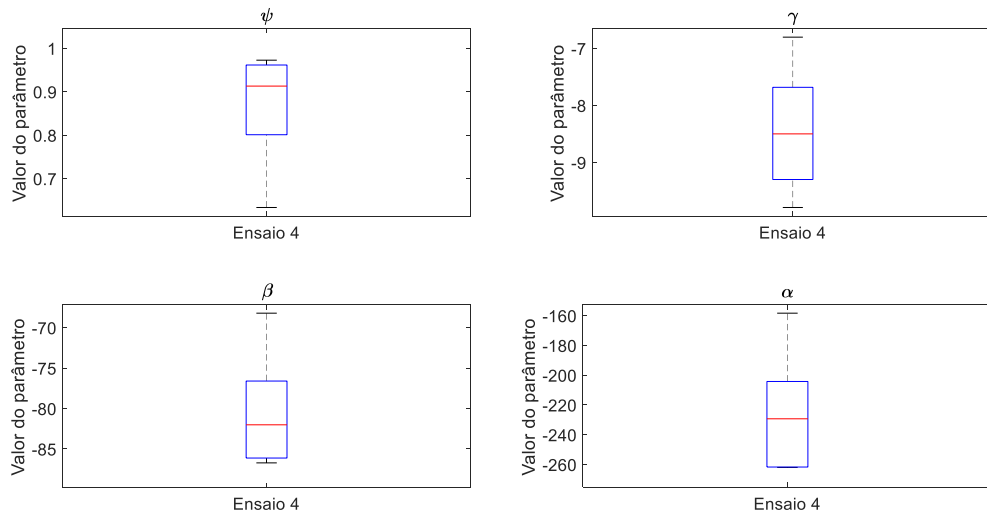
Tabela 10 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H1.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-262.0097	-158.4124
$\beta$	-86.7298	-68.2149
$\gamma$	-9.7931	-6.8030
$\psi$	0.6334	0.9725

Fonte: Próprio autor.

A Figura 71 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*.

Figura 71 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.5.1.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo H1 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 1$  e  $\eta = 400$  e  $\eta_x = 50$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 8.5925 & 1.5370 & 0.0687 \\ 1.5370 & 0.4816 & 0.0277 \\ 0.0687 & 0.0277 & 0.0053 \end{bmatrix}, \quad K = [61.9373 \quad 16.0749 \quad 0.8855].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo H1 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 1$  e  $\eta = 400$  e  $\eta_x = 50$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 3.0949 & 0.4873 & 0.0295 \\ 0.4873 & 0.1539 & 0.0098 \\ 0.0295 & 0.0098 & 0.0021 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [22.8748 \quad 3.9170 \quad 0.2401],$$

$$K_2 = [18.9148 \quad 3.2801 \quad 0.2015],$$

$$K_3 = [-62.6083 \quad -10.1172 \quad -0.6132],$$

$$K_4 = [-54.5788 \quad -8.7328 \quad -0.5277],$$

$$K_5 = [53.6076 \quad 8.8968 \quad 0.5418],$$

$$K_6 = [51.2376 \quad 8.5336 \quad 0.5199],$$

$$K_7 = [1.7670 \quad 1.8043 \quad 0.1227],$$

$$K_8 = [1.9579 \quad 1.6497 \quad 0.1119],$$

$$K_9 = [48.1065 \quad 7.8539 \quad 0.4777],$$

$$K_{10} = [46.2579 \quad 7.5544 \quad 0.4595],$$

$$K_{11} = [0.1631 \quad -1.3172 \quad -0.0752],$$

$$K_{12} = [1.0858 \quad -0.9657 \quad -0.0535],$$

$$K_{13} = [62.4405 \quad 10.2005 \quad 0.6199],$$

$$K_{14} = [57.7137 \quad 9.4493 \quad 0.5745],$$

$$K_{15} = [52.4641 \quad 8.6424 \quad 0.5262],$$

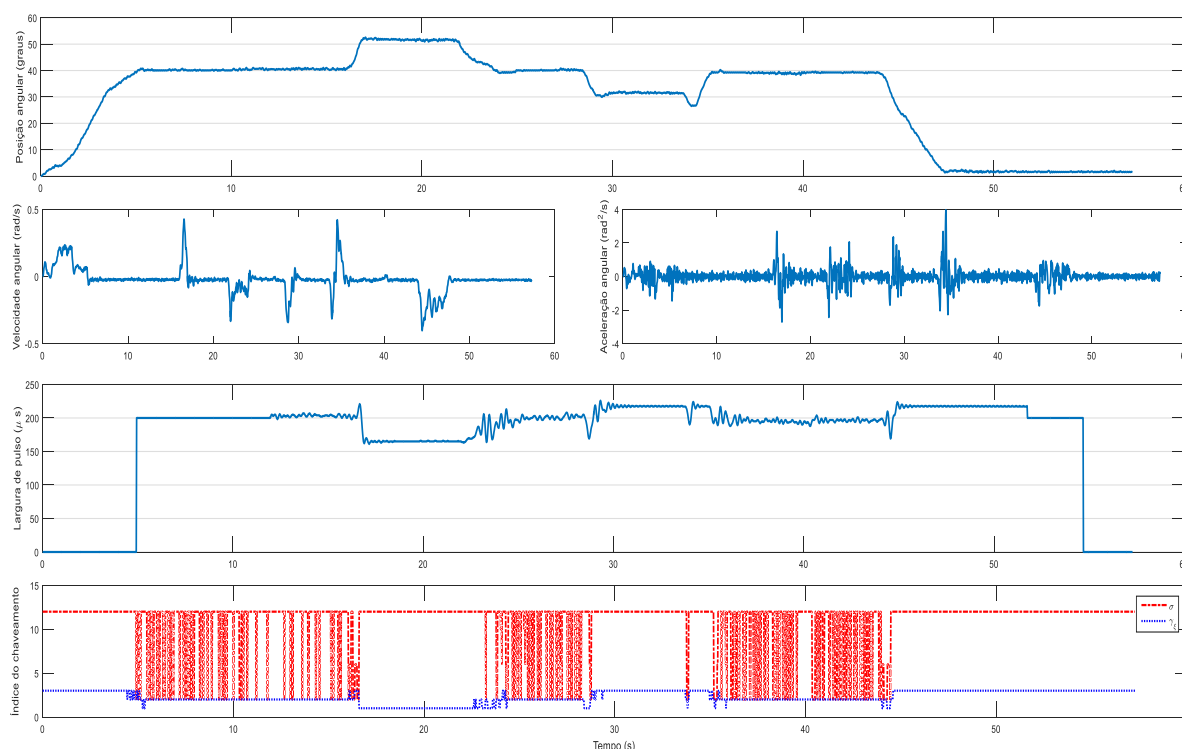
$$K_{16} = [50.3207 \quad 8.3059 \quad 0.5060].$$

#### 4.5.1.4. *Teste de validação dos controladores*

- **Chaveado**

Primeiramente foi realizado o teste do controlador chaveado sem a estimulação elétrica, conforme a Figura 72. Foram especificados os seguintes parâmetros  $u_{0_{max}} = 220 \mu s$ ,  $u_0 = 200 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 180 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ .

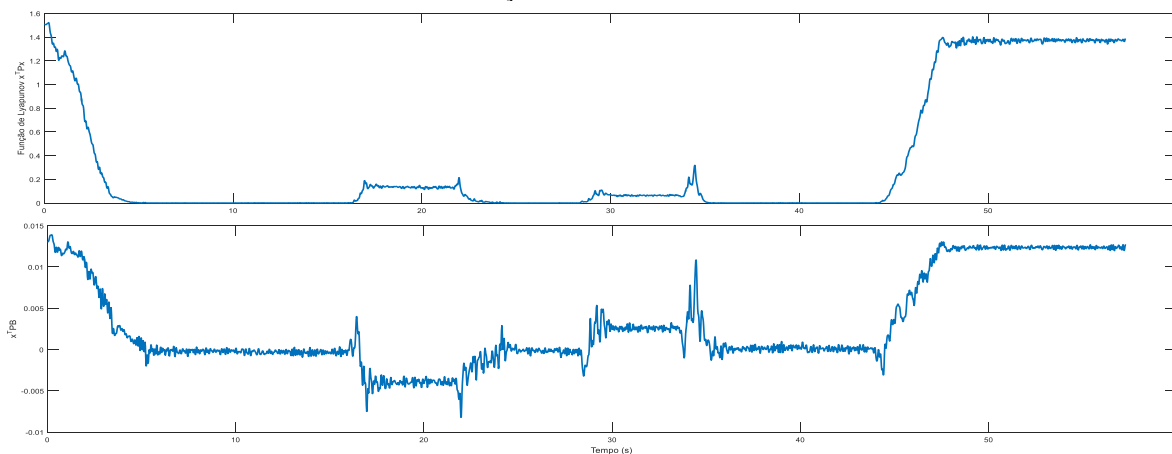
Figura 72 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H1, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Observando a Figura 73, verifica-se que a Função de Lyapunov  $V(x)$  e o sinal  $x'PB$  correspondem ao elevar ou descer propositalmente a posição angular do ponto de operação desejado igual a  $40^\circ$ . Dessa forma, tem-se o valor da Função de Lyapunov  $V(x)$  e o sinal  $x'PB$  tendendo a zero quando próximo ao ponto de operação e distanciando-se de zero quando não está próximo ao ponto de operação.

Figura 73 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H1, ensaio 1.



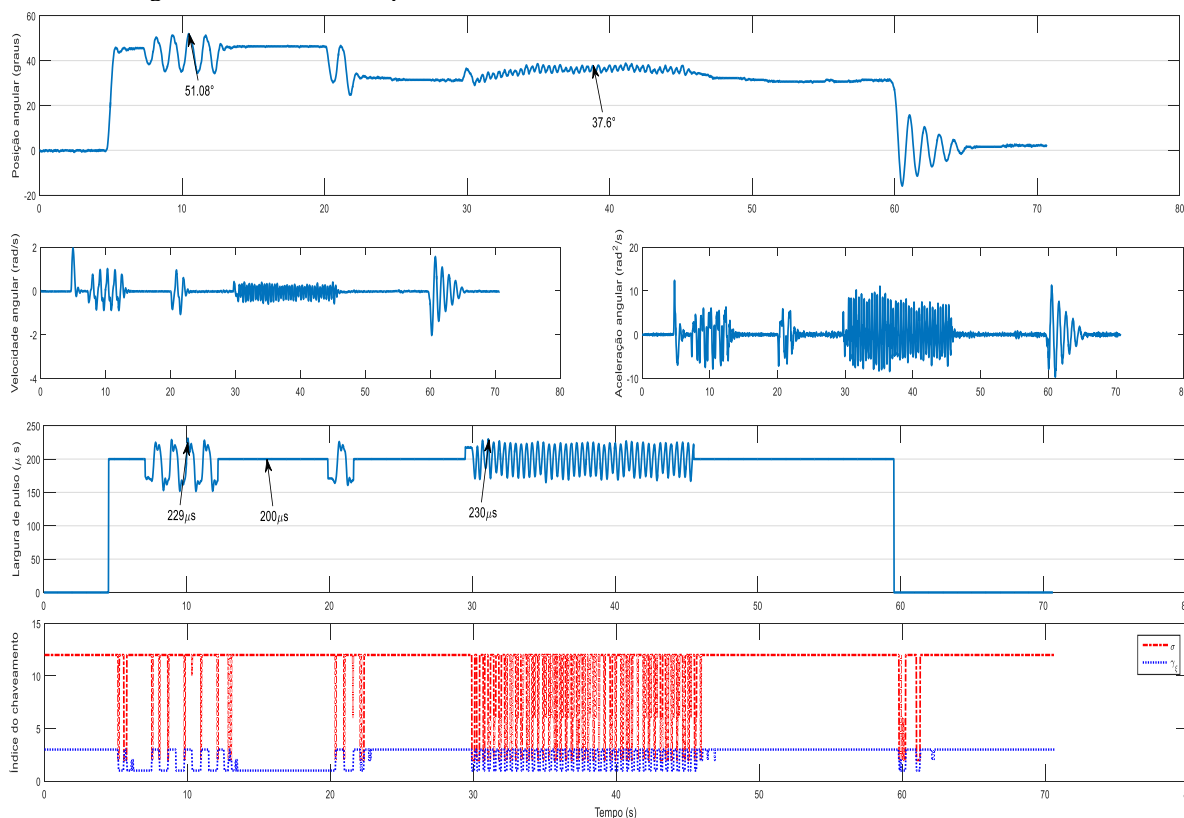
Fonte: Próprio autor.



Após realizar os movimentos passivos na perna e avaliar os sinais de controle, progrediu-se para a etapa de validação com estimulação elétrica. No início da aplicação dos estímulos, foi verificado que a posição angular estava acima do ponto de operação desejado, correspondendo a uma oscilação no valor largura de pulso de  $u \in [152 \quad 231] \mu s$ , conforme a Figura 74. Devido ao valor de projeto do  $\xi = 0.001$  uma variação mais significativa da posição angular  $\theta \in [34.35 \quad 51.9]^\circ$  foi presenciada.

A Figura 74 apresenta o resultado de aplicação do controlador chaveado em malha fechada. O controlador chaveado apresentou resultado satisfatório no instante de  $t \in [29.5 \quad 45.64] s$  e largura de pulso nesse instante variando de  $u \in [171 \quad 230] \mu s$ . A posição angular, no mesmo instante, variou de  $\theta \in [36.48 \quad 38.01]^\circ$ , resultando em uma aplicação do controlador em malha fechada de  $t = 16.14 s$ .

Figura 74 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H1, ensaio 1.

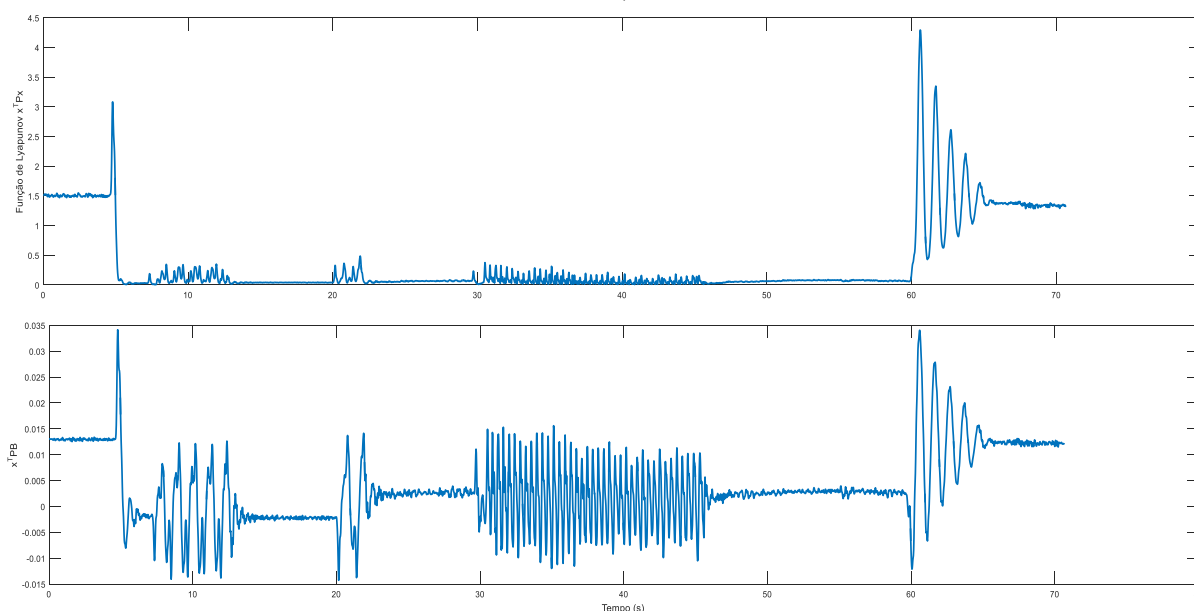


Fonte: Próprio autor.

Uma observação muito importante relacionada a esse mesmo instante foi a frequência de variação do índice de chaveamento maior do  $\gamma_\xi$ , devido à alteração realizada no valor de csi para  $\xi = 0.0001$ .

Na Figura 74 é notável a sequência de aplicação de estímulos em intervalos diferentes, com a seguinte ordem: operação em malha aberta antecedendo à malha fechada, depois operação em malha fechada com comportamento oscilatório, novamente malha aberta, depois malha fechada, retornando para malha aberta, em seguida novamente malha fechada com regulação próxima do ângulo desejado, depois malha aberta e, por último, ausência de estímulos, totalizando aproximadamente 55 segundos de aplicação FES. Devido ao tempo de aplicação FES, o voluntário relatou que estava tudo bem, que nos primeiros instantes o recrutamento das fibras foi diferente dos outros momentos, e que era perceptível a sensação na diferença de recrutamento das fibras musculares.

Figura 75 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H1, ensaio 1.



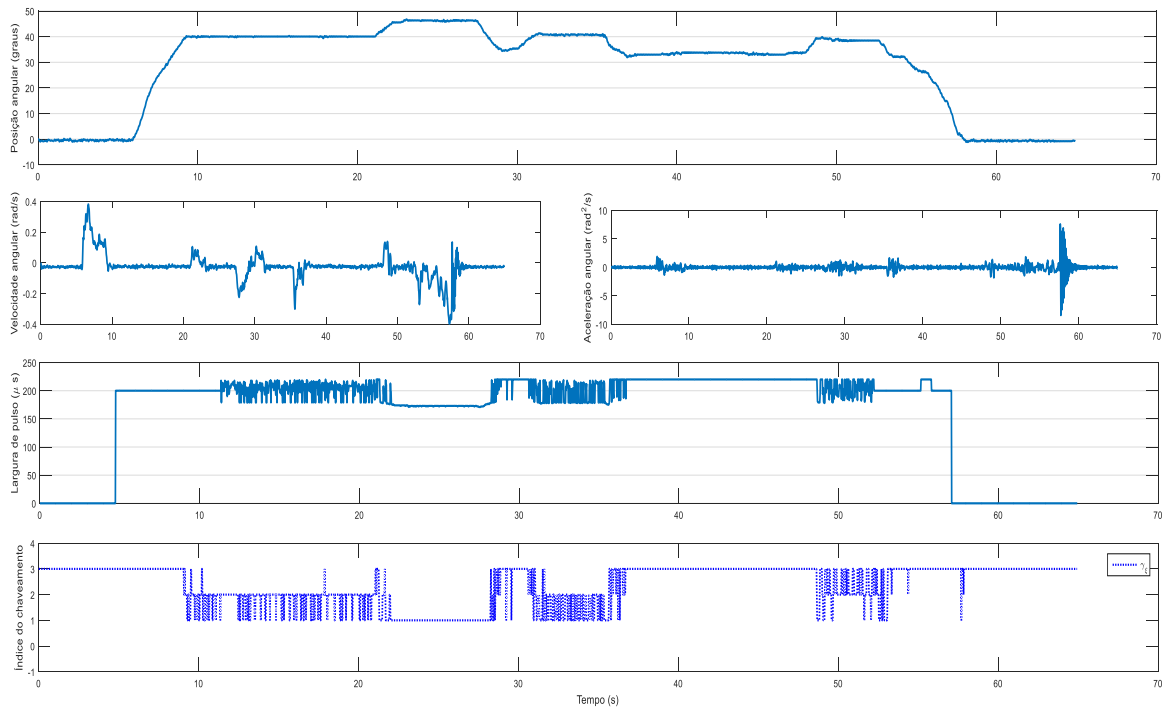
Fonte: Próprio autor.

Em malha fechada sob a ação do controlador chaveado, conforme observado na Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  da Figura 75, uma oscilação maior é perceptível quando se está distante do ponto de operação desejado e uma oscilação menor do sinal quando se aproxima do ponto de operação desejado.

- **Robusto**

Após o teste com o controlador chaveado, realizou-se a validação do controlador robusto sem estimulação, conforme apresentado na Figura 76.

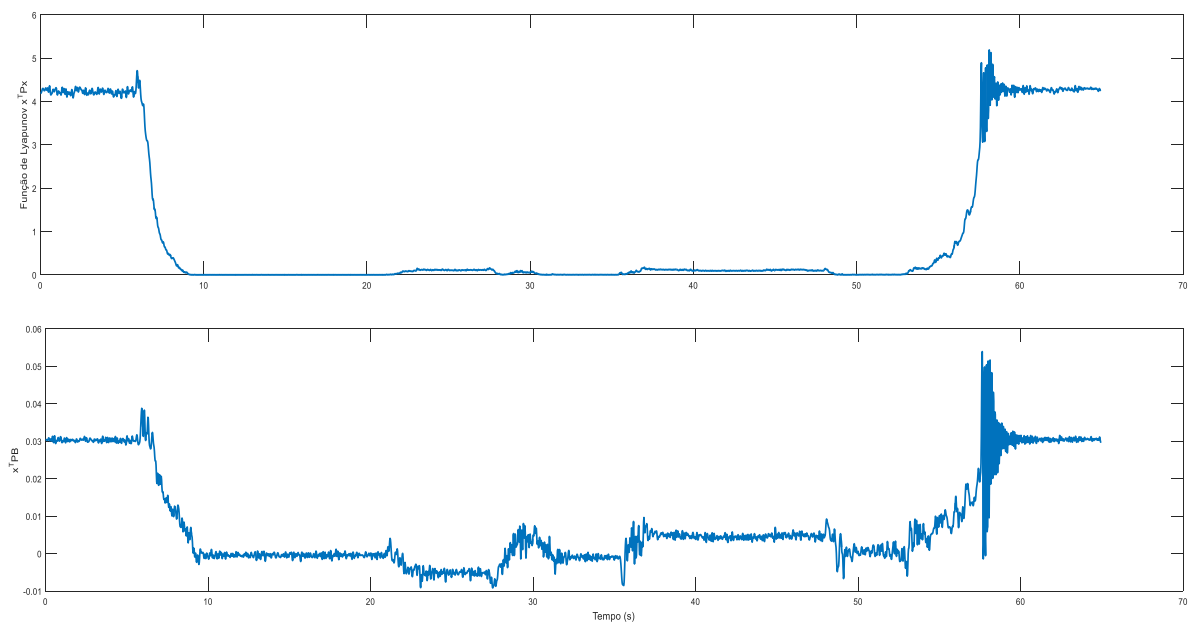
Figura 76 - Resultados experimentais do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H1, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Os parâmetros de projeto para aplicação do controlador robusto foram  $u_{0_{max}} = 220 \mu s$ ,  $u_0 = 200 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 180 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ .

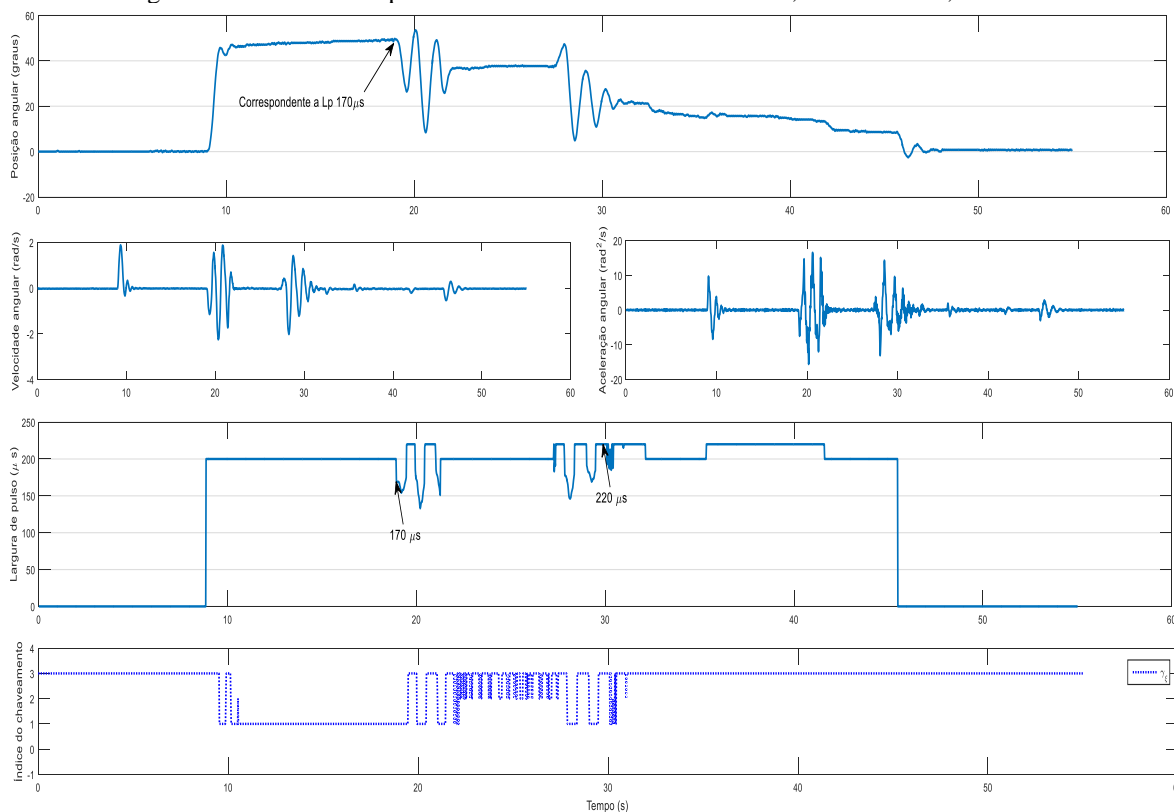
Figura 77 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x^T P B$  do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H1, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

O teste do controlador robusto em malha fechada, de acordo com a Figura 78, apresentou uma variação da largura de pulso nos primeiros instantes de aplicação do controlador em malha fechada de  $u \in [133 \quad 220] \mu s$ . No mesmo instante, também se observou a variação da posição angular em torno de  $\theta \in [8.44 \quad 53.48]^\circ$ . Essa oscilação é proveniente de pequenas variações na entrada do sinal de controle, inviabilizando o controlador a apresentar uma performance estável para um ponto de equilíbrio desejável. A variação da posição angular sempre ocorria nos momentos em que se fechava a malha e o controlador robusto entrava em ação. Esse fato ocorre devido aos testes realizados anteriormente com o controlador chaveado, e também devido ao controlador robusto utilizar um único ganho.

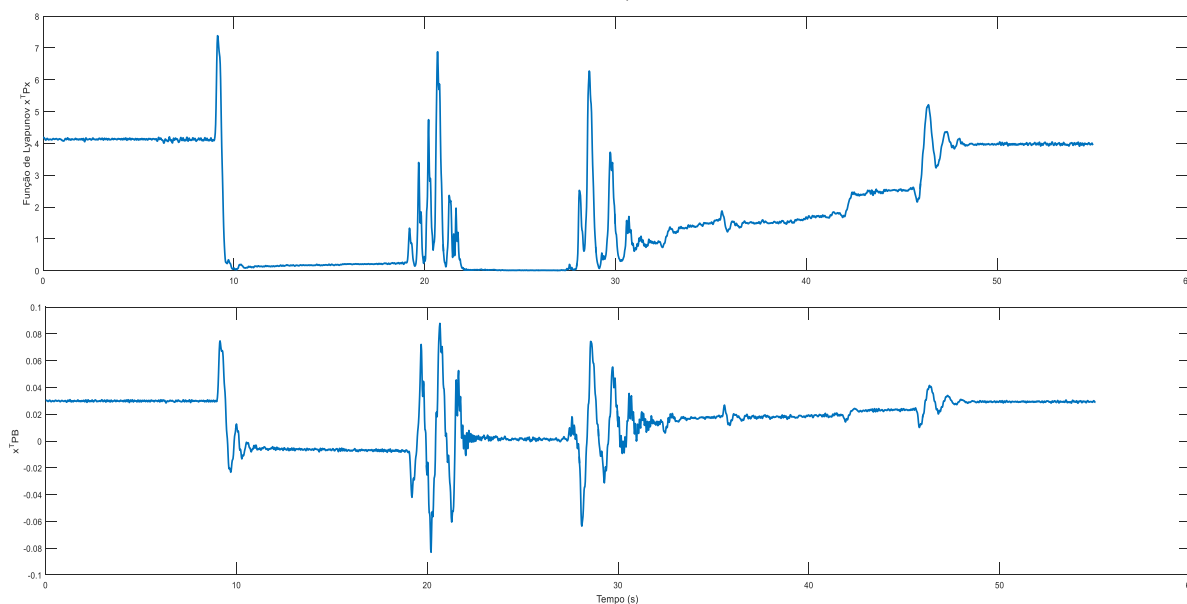
Figura 78 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H1, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 79 demonstra o comportamento oscilatório do sinal do Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  para um projeto de controle que utiliza um único ganho.

Figura 79 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H1, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

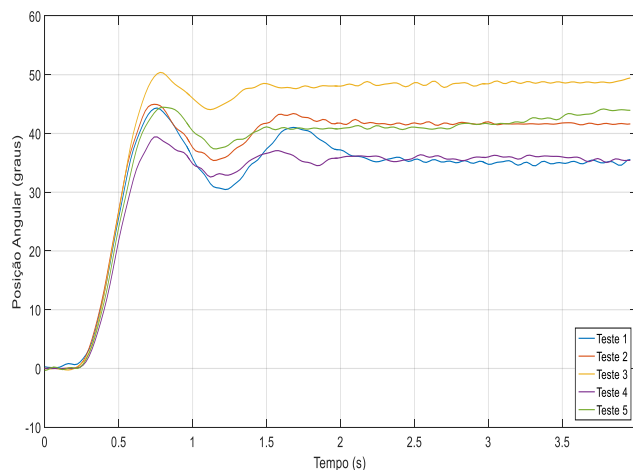
## 4.6. INDIVÍDUO H2

### 4.6.1. Ensaio 1

#### 4.6.1.1. Identificação

Nas identificações realizadas para o voluntário H2, na maioria dos testes, o tempo de subida até o momento de estabilidade do sinal identificado foi de aproximadamente 1.7 s, mantendo estável sem que houvesse variação da posição angular nos referidos testes, conforme a Figura 80. Foi utilizada uma placa de 80 mA de amplitude para a estimulação.

Figura 80 - Curvas de identificação do ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Para o primeiro teste degrau, aplicou-se uma largura de pulso igual a  $270 \mu s$ , apresentando uma característica oscilatória nos primeiros instantes e fixando em  $36^\circ$  até os instantes finais.

Para o segundo teste degrau, a largura de pulso foi alterada para  $280 \mu s$  e a posição angular foi de  $41^\circ$ . No teste 3 adotou-se a largura de pulso de  $280 \mu s$  a posição angular registrada foi de aproximadamente  $48^\circ$ . Para os testes 4 e teste 5 foi adotado também uma largura de pulso  $280 \mu s$  a posição angular correspondente para os testes foram de  $35^\circ$  e  $41^\circ$ .

#### 4.6.1.2. Modelo

Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 11.

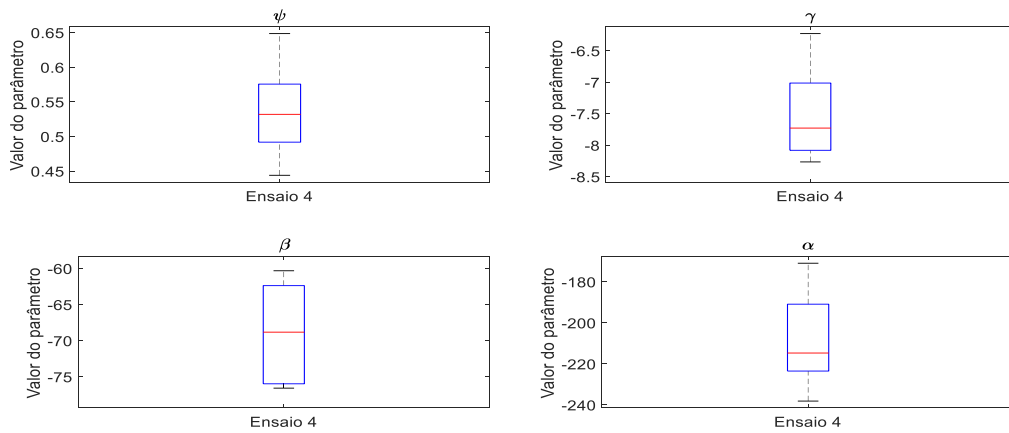
Tabela 11 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H2.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-238.1331	-170.9527
$\beta$	-76.5808	-60.3179
$\gamma$	-8.2655	-6.2286
$\psi$	0.4439	0.6486

Fonte: Próprio autor.

A Figura 81 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*. Nesse caso, fazem-se presentes somente os valores adjacentes.

Figura 81 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.6.1.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo H2 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 1$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 50$ . A matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto são:

$$P = \begin{bmatrix} 20.924515 & 4.269994 & 0.154612 \\ 4.269994 & 1.466376 & 0.087628 \\ 0.154612 & 0.087628 & 0.017259 \end{bmatrix}, K = [33.992957 \quad 21.342227 \quad 1.664501].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo H2 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 1$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 50$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 36.180716 & 6.010372 & 0.283206 \\ 6.010372 & 1.665861 & 0.101379 \\ 0.283206 & 0.101379 & 0.019334 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [191.388770 \quad 35.193617 \quad 1.786187],$$

$$K_2 = [129.299821 \quad 25.004534 \quad 1.312124],$$

$$K_3 = [58.043931 \quad 14.519150 \quad 0.891066],$$

$$K_4 = [13.515889 \quad 6.966427 \quad 0.530961],$$

$$K_5 = [327.880614 \quad 57.285872 \quad 2.800285],$$

$$K_6 = [268.803904 \quad 48.385226 \quad 2.415393],$$

$$K_7 = [232.351557 \quad 44.362038 \quad 2.305212],$$

$$K_8 = [153.563730 \quad 31.297215 \quad 1.692813],$$

$$K_9 = [231.846971 \quad 40.952703 \quad 2.023021],$$

$$K_{10} = [172.048885 \quad 31.122123 \quad 1.565865],$$

$$K_{11} = [104.791880 \quad 18.993581 \quad 1.053230],$$

$$K_{12} = [69.016230 \quad 13.093971 \quad 0.772652],$$

$$K_{13} = [340.479032 \quad 58.622915 \quad 2.835475],$$

$$K_{14} = [302.065273 \quad 52.773476 \quad 2.580291],$$

$$K_{15} = [264.074417 \quad 47.620769 \quad 2.386261],$$

$$K_{16} = [202.438346 \quad 37.821902 \quad 1.943387].$$

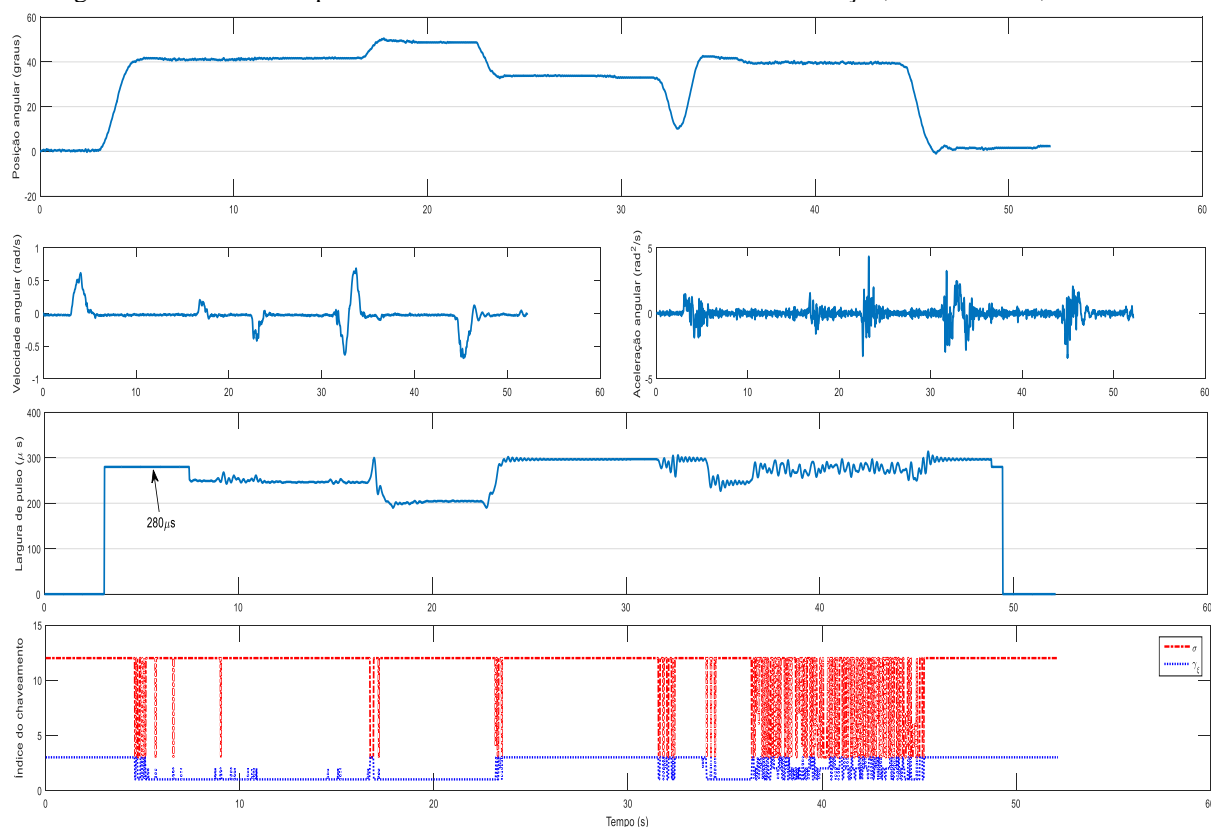
#### 4.6.1.4. *Teste de validação dos controladores*

- **Chaveado**

Primeiramente foi realizado o teste do controlador chaveado sem estimulação elétrica, conforme se observa na Figura 82, com a seguinte especificação de parâmetros  $u_0 = 280 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 260 \mu s$ ,  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$  e  $\xi = 0.001$ .



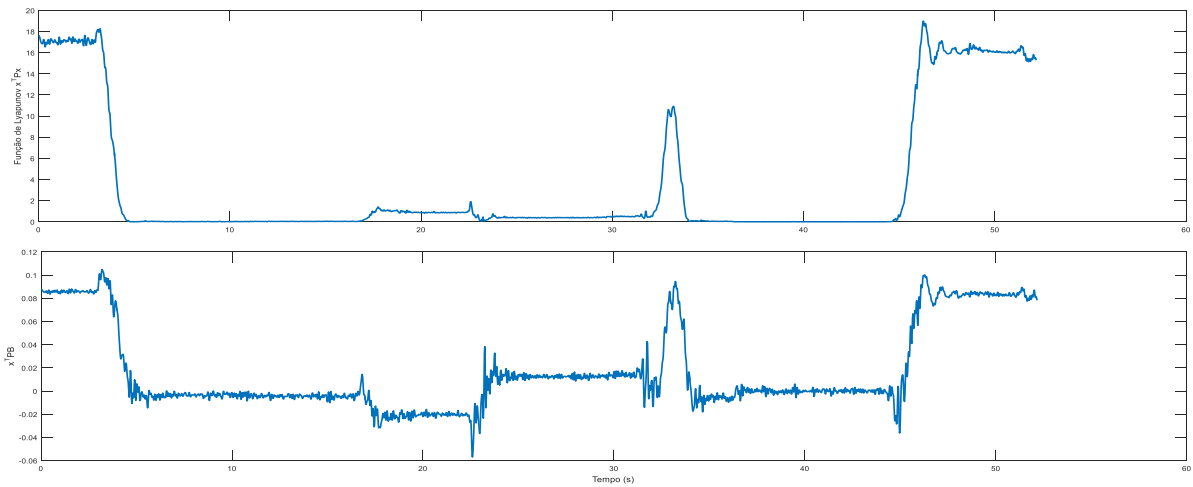
Figura 82 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Verifica-se, nesse teste sem estimulação, que a largura de pulso apresenta comportamento adequado, ou seja, há uma variação para compensar o desvio da posição angular. Na Figura 83, a Função de Lyapunov  $V(x)$  e o sinal  $x'PB$  correspondem ao se fazer propositalmente o deslocamento da posição angular de elevar ou descer o complexo canela-pé, tirando-a do ponto de operação desejado de  $40^\circ$ . Essa abordagem mostra que, fora do ponto de operação desejado, o sinal Função de Lyapunov  $V(x)$  e o sinal  $x'PB$  tende a crescer para valores maiores que zero. Em caso contrário, com o valor de sinal mais próximo de zero, está indicando que o ponto de operação desejado foi alcançado, ou seja, indicando a estabilidade da ação do controlador.

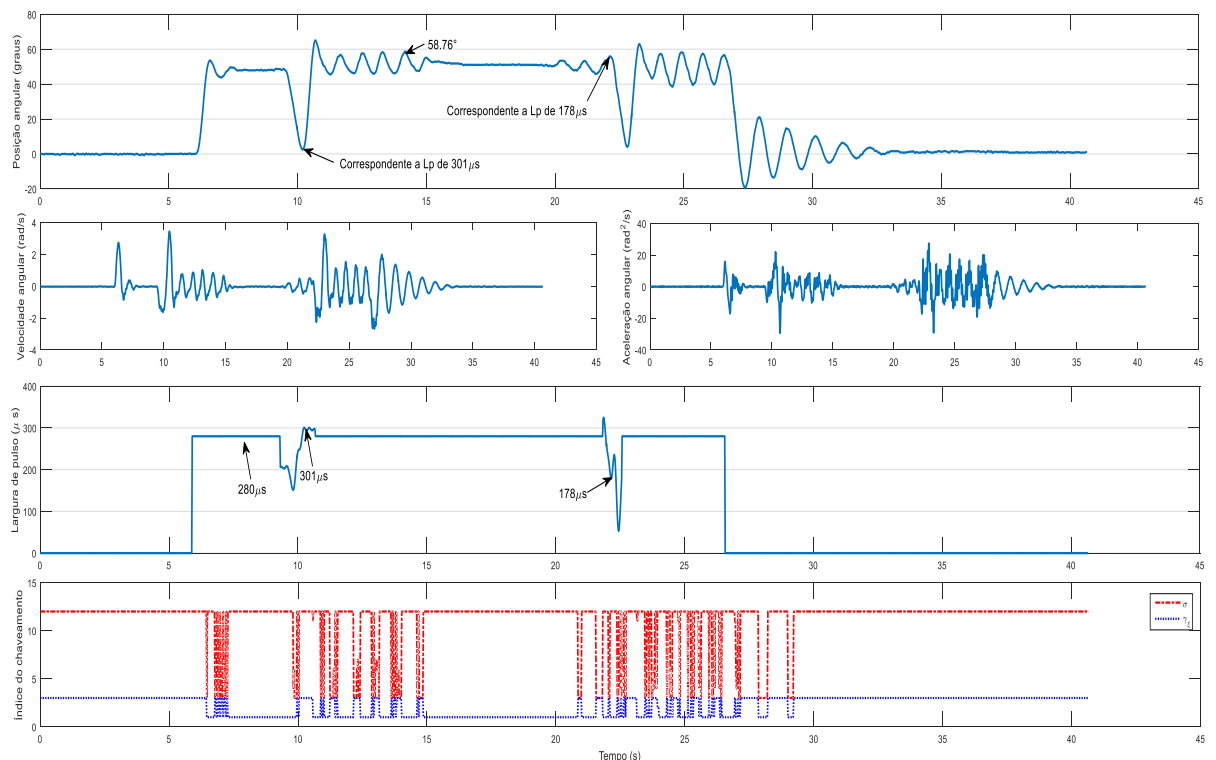
Figura 83 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

No início da aplicação da estimulação em malha fechada, utilizou-se os mesmos parâmetros  $u_0 = 280 \mu\text{s}$ ,  $u_{0\text{min}} = 260 \mu\text{s}$ ,  $u_{0\text{max}} = 300 \mu\text{s}$  e  $\xi = 0.001$ . Conforme apresentado na Figura 84, verifica-se que a posição angular está acima do ponto de operação desejado  $40^\circ$ , a largura de pulso oscilou de  $u \in [151 \quad 301] \mu\text{s}$  correspondente aos instantes de  $t \in [9.3 \quad 10.68] \text{s}$  em que se pode verificar a variação ocorrida na posição angular de  $\theta \in [48.63 \quad 65.12]^\circ$ .

Figura 84 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H2, ensaio 1.



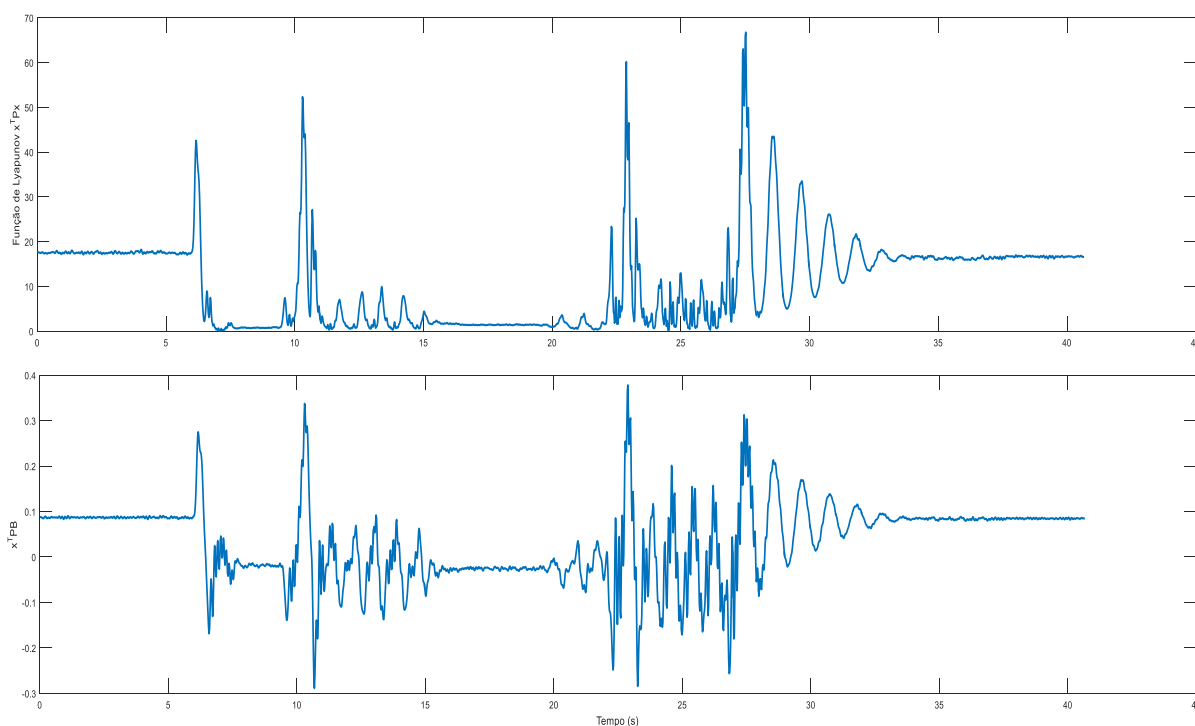
Fonte: Próprio autor.

Observa-se que, para a realização do teste em malha aberta, a posição angular inicial foi de aproximadamente  $43^\circ$ . Após aplicação do controlador chaveado, agora novamente em malha aberta, a posição angular ficou próxima a  $52^\circ$ , até que repetisse a aplicação do controlador chaveado em malha fechada resultando em uma variação da posição angular.

Vale ressaltar que o maior índice de chaveamento do  $\gamma_\xi$ , ocorreu no momento em que a largura de pulso oscilava abruptamente.

A Figura 85 apresenta o comportamento da Função de Lyapunov  $V(x)$  e do sinal  $x'PB$ , em que é observável a oscilação do sinal se afastando do valor zero, concluindo-se a existência de uma instabilidade naqueles instantes.

Figura 85 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H2, ensaio 1.

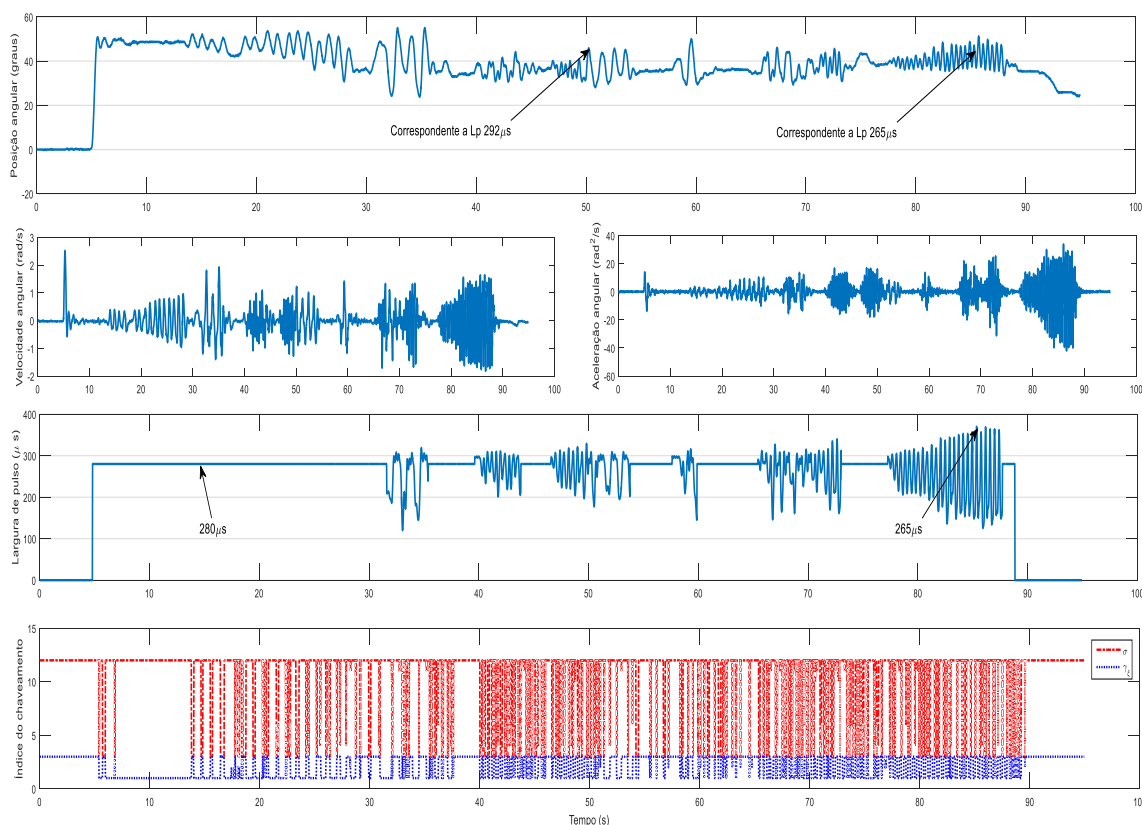


Fonte: Próprio autor.

Após um intervalo de tempo de aproximadamente 10 minutos, realizou-se uma nova aplicação do controlador chaveado.

A Figura 86 apresenta uma outra análise de aplicação do controlador chaveado em malha fechada, com o intuito de validar a técnica de controle estudada. Os parâmetros utilizados foram os mesmos dos testes que resultaram na Figura 84, ou seja, os parâmetros foram  $u_0 = 280 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 260 \mu s$ ,  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$  e  $\xi = 0.001$ .

Figura 86 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

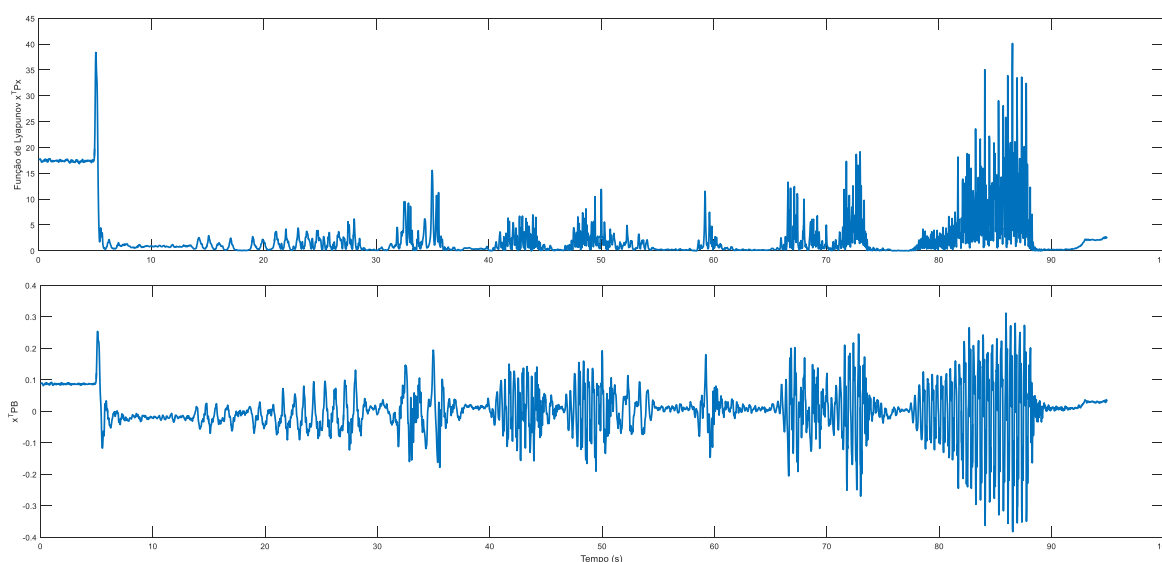
Durante intervalo total de tempo  $t \in [31.6 \ 87.7]$  s entre aplicação do estímulo em malha aberta e malha fechada, a posição angular começou com  $47.08^\circ$  e finalizou com  $43.71^\circ$ . Porém, entre máximos e mínimos existe uma variação da posição angular de  $\theta \in [23.86 \ 55.09]^\circ$ . Seu correspondente entre máximos e mínimos da largura de pulso foi de  $u \in [120 \ 369] \mu\text{s}$ . Neste teste, observa-se que o controlador chaveado caracterizou uma instabilidade na planta a ser controlada.

Foi observado também que a variação do índice de chaveamento do  $\gamma_\xi$ , ocorreu constantemente, a todo instante, destacando principalmente sempre nos intervalos em que o controlador chaveado era acionado no fechamento da malha.

Outra observação da existência de uma variação da posição angular seria pelo fato de ter aplicado estimulação elétrica anteriormente. Outro aspecto que deve ser levado em consideração também é a fisiologia do voluntário, pois nas identificações apresentou uma oscilação do músculo no momento da estimulação.

Sob a ação do controlador chaveado em malha fechada, conforme observado na Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  da Figura 87, a oscilação do sinal se destaca quando se está distante do ponto de operação desejado, acompanhado o comportamento da largura de pulso do sinal de controle.

Figura 87 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H2, ensaio 1.

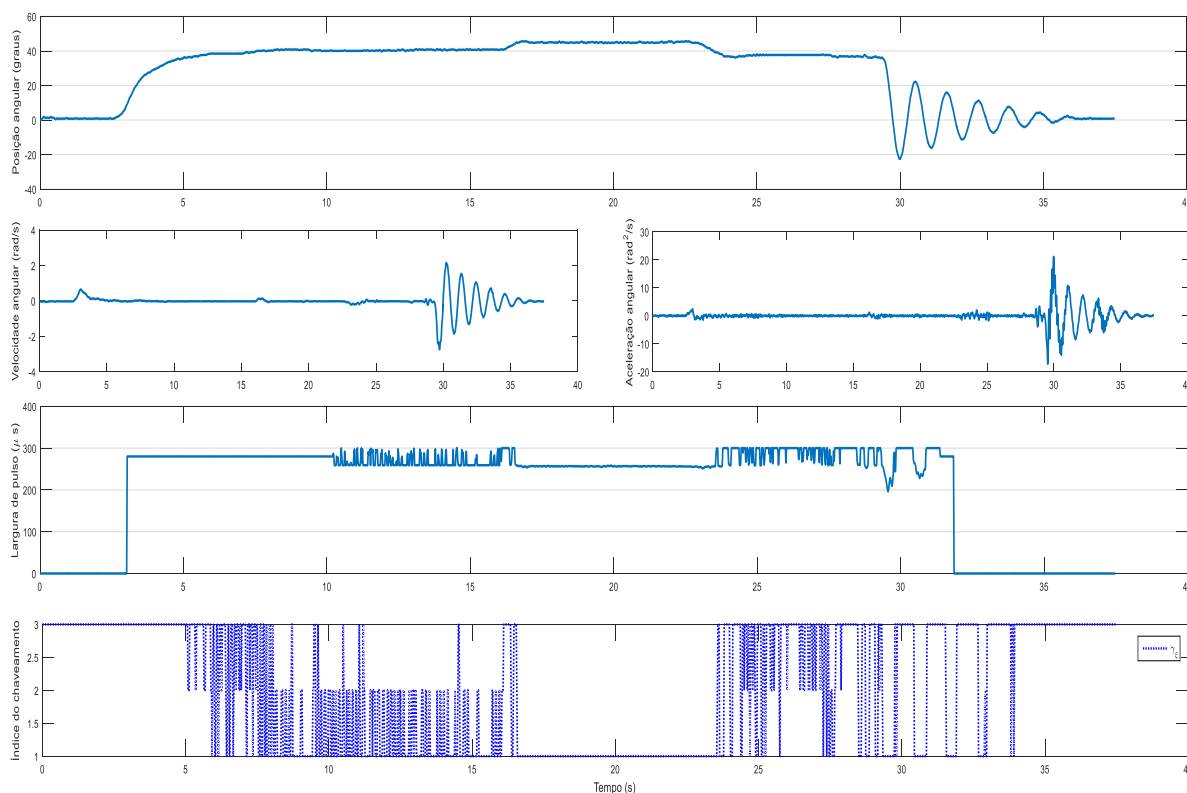


Fonte: Próprio autor.

- **Robusto**

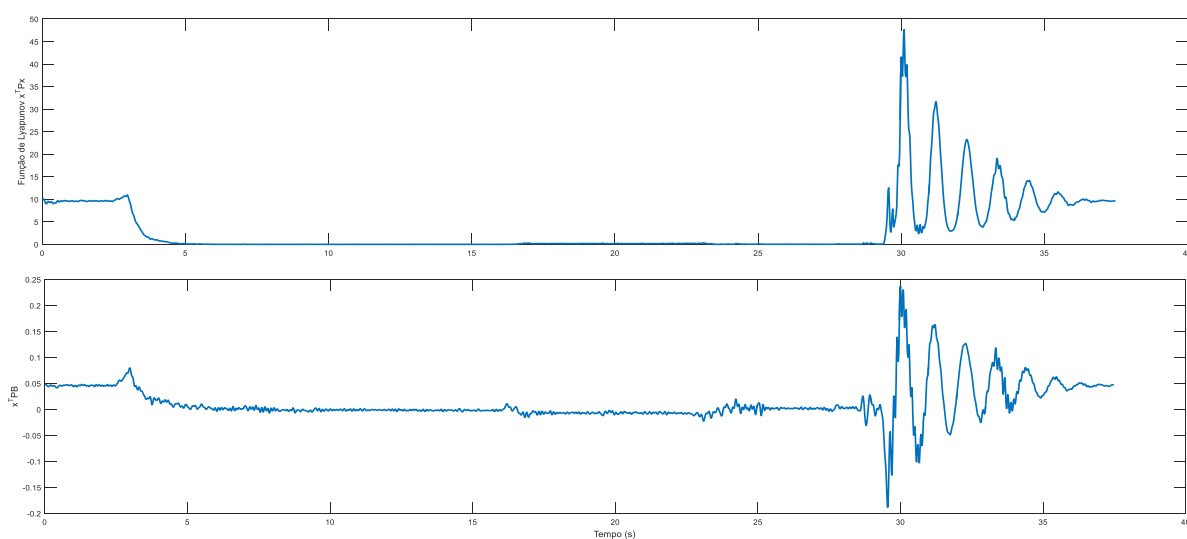
Após o teste com o controlador chaveado, realizou-se a validação do controlador robusto sem estimulação, conforme apresentado na Figura 88. Foram especificados os seguintes parâmetros:  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$ ,  $u_0 = 280 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 260 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . A escolha desses parâmetros se justifica pelo comportamento da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  apresentados na Figura 89, no momento em que se encontrava em torno do ponto de operação. Muito próximo a esse ponto, a Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  tendem fortemente ao valor zero.

Figura 88 - Resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

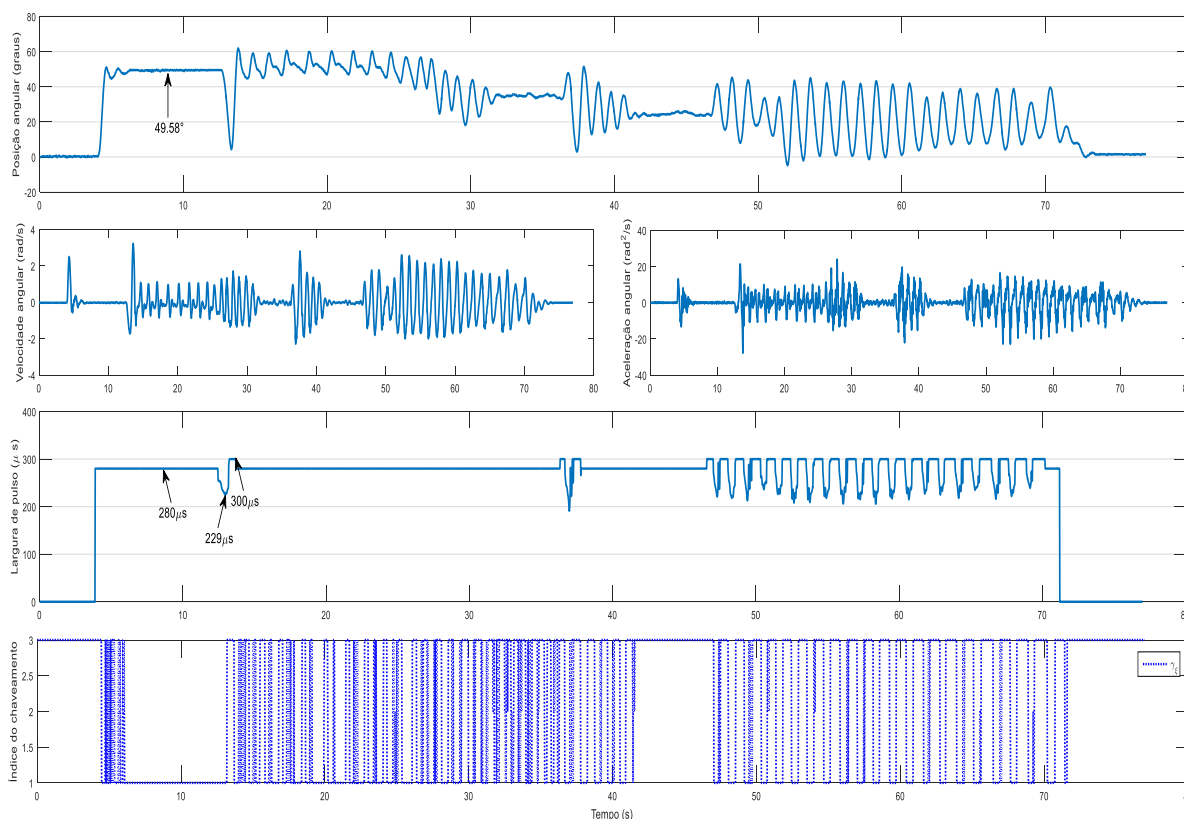
Figura 89 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Após um intervalo de 10 minutos de descanso do último teste realizado com o controlador chaveado, iniciou-se aplicação do controlador robusto em malha fechada com estimulação elétrica, como se observa na Figura 90.

Figura 90 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Vale ressaltar que o teste passivo de movimento das pernas não representa a dinâmica de identificação com estímulos elétricos. Porém essa estratégia tem sido interessante para evitar um número excessivo de estimulação e a não ocorrência de cansaço muscular, o que comprometeria os resultados.

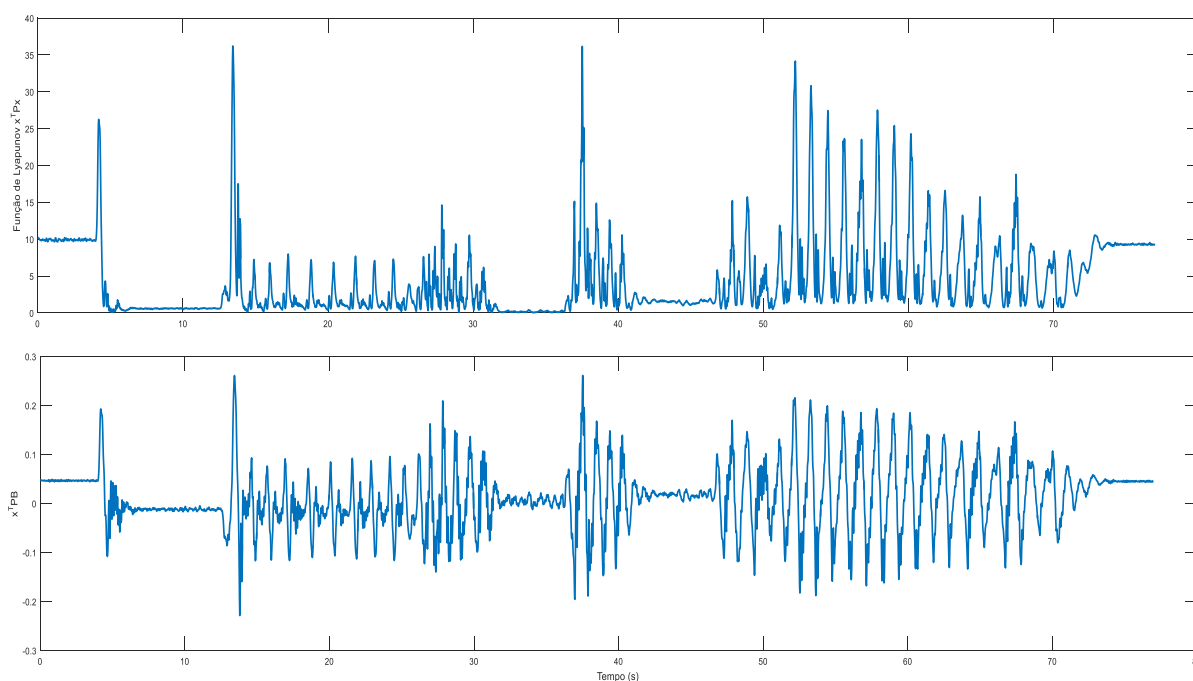
A primeira aplicação em malha fechada foi entre os instantes de  $t \in [12.44 \quad 13.72]$  s. Nesse intervalo de tempo, a largura de pulso variou de  $u \in [225 \quad 300]$   $\mu\text{s}$ . A posição angular apresentou uma variação, nesse instante, de  $\theta \in [49.48 \quad 56.59]^\circ$  muito distante do ponto de operação desejado. Em malha aberta, com a largura de pulso em  $280 \mu\text{s}$ , a posição angular continuou variando fortemente até a próxima aplicação do controlador em malha fechada, que também apresentou o mesmo comportamento. Já na terceira tentativa de aplicação do controlador robusto em malha fechada, agora por um instante de tempo maior, a posição angular novamente apresentou uma variação constante em todo o intervalo de tempo da aplicação, sendo que os valores de máximos e mínimos da posição angular foram  $\theta \in [44.99 \quad -2.06]^\circ$ .

O controlador robusto apresentou uma instabilidade em todos os instantes de aplicação. Em malha fechada no momento de ação do controlador, verificou se que o tempo de variação

do índice de chaveamento foi menor, ou seja, no momento da atuação do controlador ocorre a comutação dos índices a fim de compensar a incerteza do sinal de controle, de acordo com o valor dos parâmetros ajustados inicialmente.

Novamente o comportamento da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  conforme apresentado na Figura 91, apresentam os mesmos comportamentos da posição angular. Com a ação do controlador fora do ponto de operação, ocorre a instabilidade do sistema a ser controlado.

Figura 91 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H2, ensaio 1.

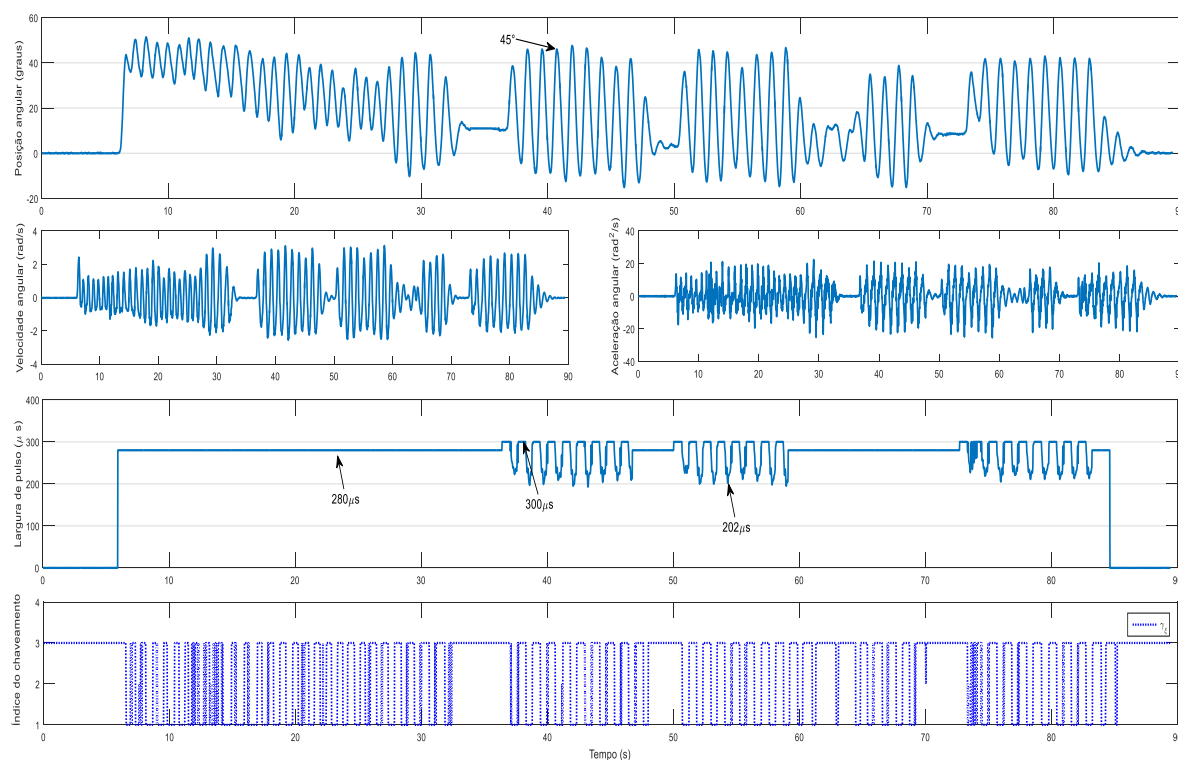


Fonte: Próprio autor.

Após um intervalo de 4 minutos, foi realizado um segundo teste com controlador robusto, conforme apresentado na Figura 92. Considerou-se para esse teste os mesmos parâmetros utilizados nos testes anteriores, ou seja, os seguintes parâmetros:  $u_{0_{max}} = 300 \mu s$ ,  $u_0 = 280 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 260 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . A justificativa de realizar o segundo teste foi porque os resultados do primeiro teste não foram satisfatórios.



Figura 92 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

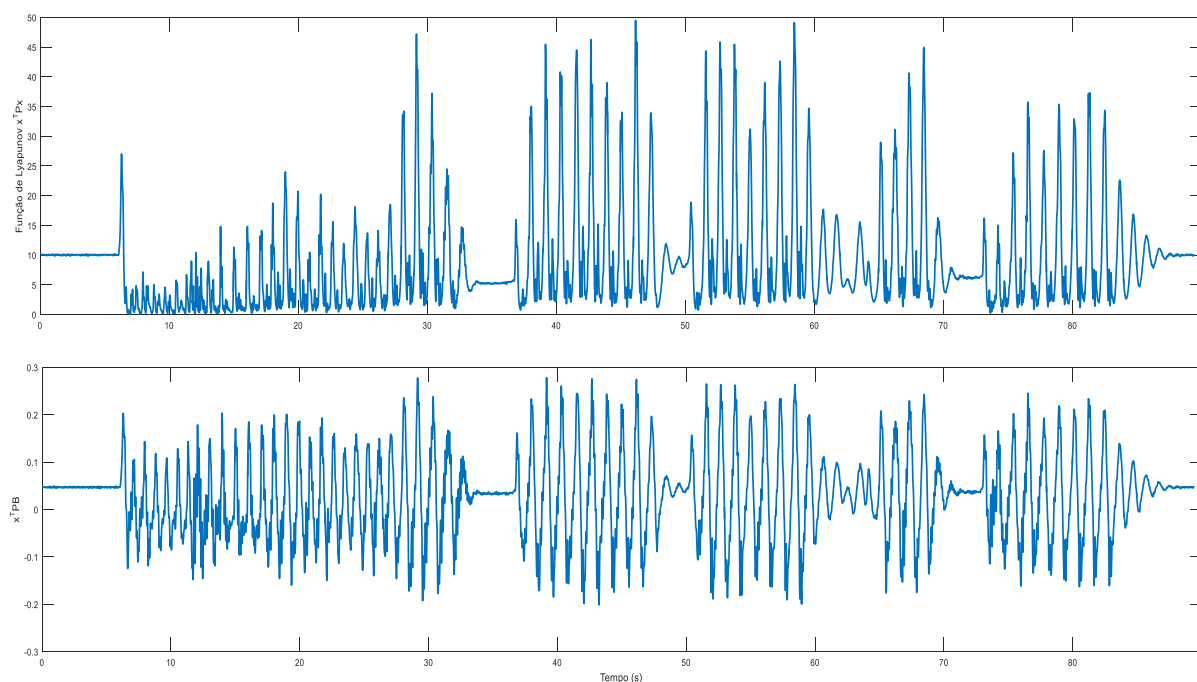
No início da estimulação em malha aberta, próximo à posição angular desejada, verifica-se uma variação muito forte da posição angular. Ao se fechar a malha, observou-se que o controlador robusto atingiu o seu ponto de saturação, uma oscilação da largura de pulso assim como no teste anterior, repetindo quase o mesmo comportamento.

No instante em que se tem a ação do controlador robusto na planta a ser controlada, o intervalo de tempo de ação do índice de chaveamento  $\gamma_{\xi}$  passou a ser maior.

O controlador robusto, por utilizar um único ganho, qualquer variação no sinal de controle de entrada tende a fazer o sistema ficar instável.

A Figura 93 comprova a instabilidade presente na planta utilizando o controlador clássico com único ganho. O sinal Função de Lyapunov  $V(x)$  e o sinal  $x'PB$  apresentaram valores distantes de zero.

Figura 93 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H2, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

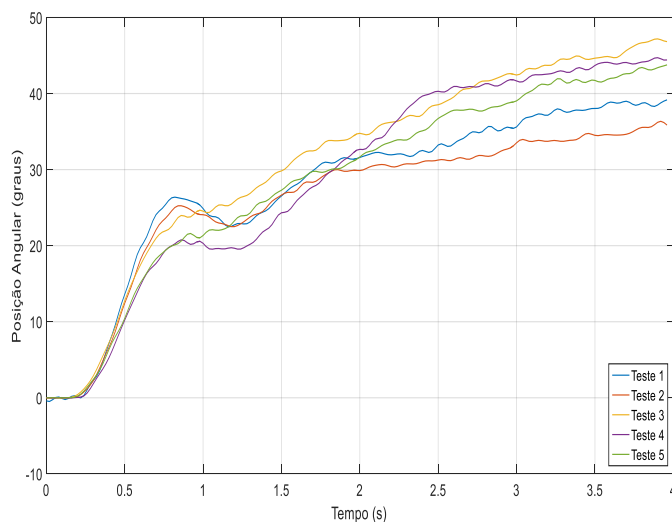
## 4.7. INDIVÍDUO H3

### 4.7.1. Ensaio 1

#### 4.7.1.1. Identificação

Para o voluntário H3 foi observado que as identificações em todos os testes apresentaram um perfil com tendências constantes de recrutamento muscular, fazendo com que a posição angular apresentasse valores mais altos a cada instante de tempo, conforme apresentado na Figura 94. Para a realização dos testes, foi utilizada placa de estimulação de 70 mA de amplitude. Nos três primeiros testes, a largura do pulso adotada foi de  $240 \mu s$ . Para o quarto e quinto testes a largura de pulso utilizada foi de  $270 \mu s$ . Para os cinco testes, a posição angular ficou delimitada na faixa de  $37^\circ$  a  $47^\circ$ , considerando os instantes finais de estimulação.

Figura 94 - Curvas de identificação do ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Importante ressaltar que as identificações do voluntário H3 apresentaram uma diferença peculiar comparadas com as demais identificações dos outros voluntários. Para todos os testes, o recrutamento das fibras musculares não evidencia repetibilidade.

#### 4.7.1.2. Modelo

Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 12.

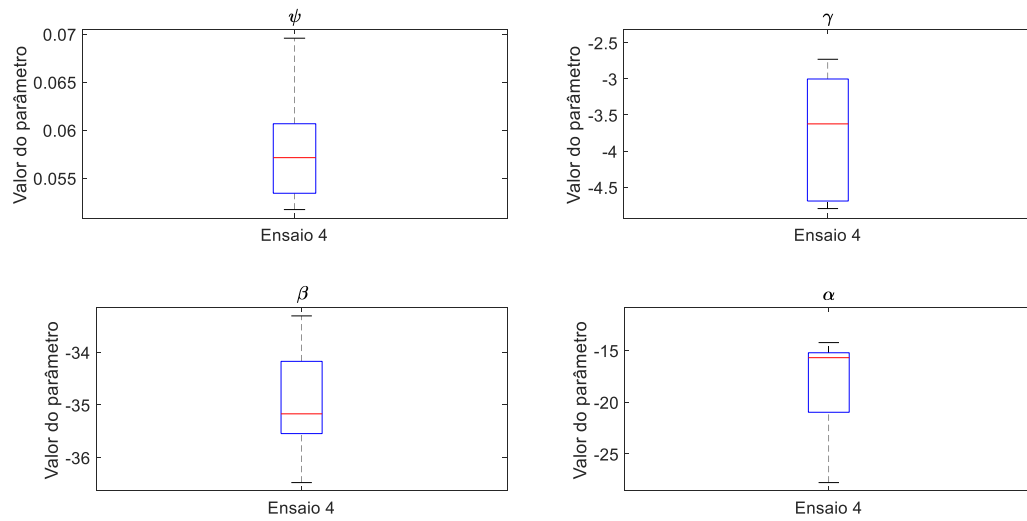
Tabela 12 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H3.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-27.7738	-14.2456
$\beta$	-36.4772	-33.3115
$\gamma$	-4.7951	-2.7302
$\psi$	0.0517	0.0696

Fonte: Próprio autor.

A Figura 95 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*.

Figura 95 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.7.1.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo H3 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0.5$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 50$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto obtidos são:

$$P = \begin{bmatrix} 3.406396 & 0.619225 & 0.099087 \\ 0.619225 & 0.723012 & 0.033392 \\ 0.099087 & 0.033392 & 0.021951 \end{bmatrix}, K = [84.579797 \quad 16.906945 \quad 2.514677].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo H3 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0.5$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 50$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado obtidos são:

$$P = \begin{bmatrix} 8.095816 & 1.585444 & 0.235050 \\ 1.585444 & 1.969050 & 0.086090 \\ 0.235050 & 0.086090 & 0.056786 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [55.980700 \quad 16.093235 \quad 1.770478],$$

$$K_2 = [53.686245 \quad 15.732008 \quad 1.706721],$$

$$K_3 = [34.376761 \quad 16.047011 \quad 1.276860],$$

$$K_4 = [29.466237 \quad 15.040221 \quad 1.134897],$$

$$K_5 = [52.961135 \quad 18.207283 \quad 1.750673],$$

$$K_6 = [50.281995 \quad 17.822968 \quad 1.676960],$$

$$K_7 = [-7.692510 \quad 13.425884 \quad 0.190091],$$

$$K_8 = [-1.080552 \quad 14.164105 \quad 0.369274],$$

$$K_9 = [82.198223 \quad 17.894519 \quad 2.440146],$$

$$K_{10} = [78.318905 \quad 17.603119 \quad 2.340753],$$

$$K_{11} = [81.828055 \quad 17.116201 \quad 2.419759],$$

$$K_{12} = [78.017552 \quad 17.309062 \quad 2.332908],$$

$$K_{13} = [80.359713 \quad 19.333237 \quad 2.431967],$$

$$K_{14} = [77.657243 \quad 18.930993 \quad 2.357654],$$

$$K_{15} = [79.217099 \quad 19.726753 \quad 2.421378],$$

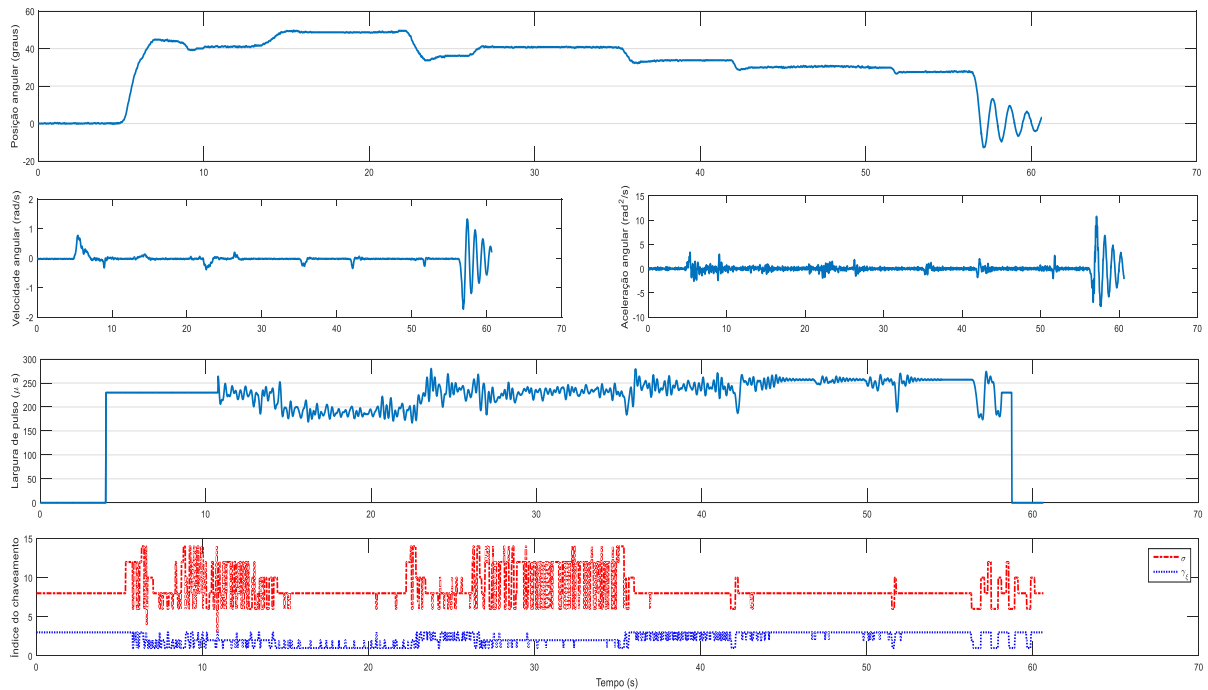
$$K_{16} = [76.718121 \quad 19.496327 \quad 2.356446].$$

#### 4.7.1.4. *Teste de validação dos controladores*

- **Chaveado**

Para o H3, primeiramente foram realizados testes do controlador chaveado sem estimulação elétrica. Os parâmetros foram especificados tais que  $u_{0_{\max}} = 260 \mu s$ ,  $u_0 = 230 \mu s$ ,  $u_{0_{\min}} = 200 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ . A Figura 96 apresenta os resultados experimentais sem a estimulação nos músculos dos quadríceps. Esse teste é para verificar se os parâmetros adotados estão dentro de um limite em que, no momento de realizar o controle em malha fechada, não ocorrerá a saturação do sinal e manterá a posição angular do complexo canela-pé próximo de um valor desejado. Vale ressaltar que os valores de parâmetros (largura de pulso) são valores próximos ou iguais aos utilizados nas identificações.

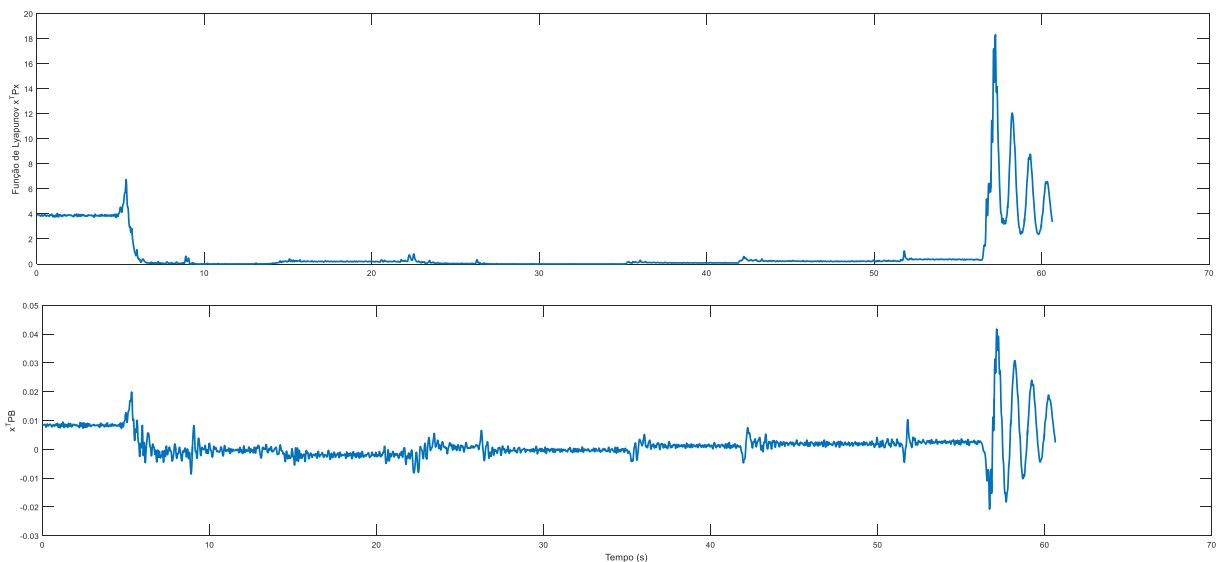
Figura 96 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Observando a Figura 97, verifica-se que o valor que a Função de Lyapunov  $V(x)$  e o sinal  $x'PB$  assumirão, se próximo ao ponto de operação desejado, tendência ao valor zero.

Figura 97 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H3, ensaio 1.

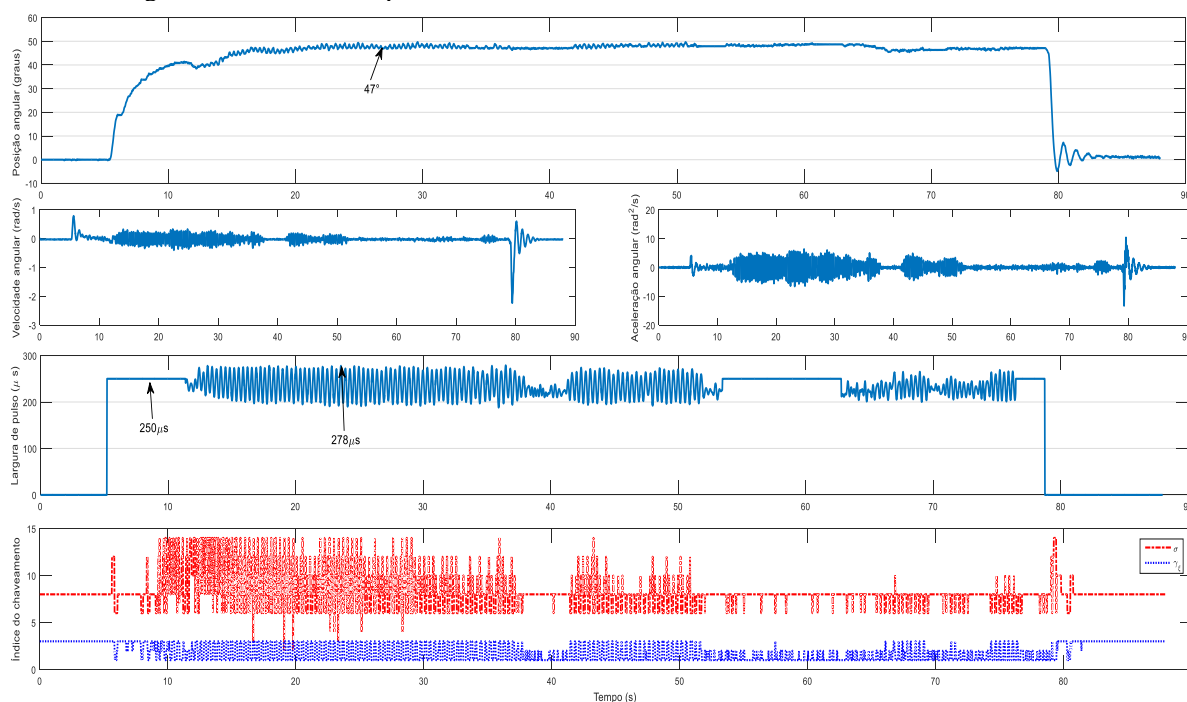


Fonte: Próprio autor.

Os parâmetros de projeto para aplicação do controlador chaveado com estimulação foram  $u_{0_{max}} = 270 \mu s$ ,  $u_0 = 250 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 230 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ , diferentes dos valores utilizados

no experimental sem estimulação. O objetivo dessa alteração é obter a posição angular o mais próximo do ponto de operação adotado neste trabalho, que é  $40^\circ$ . Na Figura 98, são apresentados os resultados experimentais com os novos valores de parâmetros.

Figura 98 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

No início da aplicação do controlador chaveado em malha fechada, a posição angular era  $41.11^\circ$ . Ao longo da aplicação do controlador chaveado em malha fechada, a posição angular se manteve sempre entre  $45.30^\circ$  a  $47.91^\circ$ .

Os intervalos de aplicação do controlador em malha fechada foram de  $t \in [11.36 \ 53.48]$  s. Nesse intervalo de tempo, a largura de pulso, entre valores mínimos e máximos, variou de  $u \in [188 \ 279]$   $\mu\text{s}$ . Importante lembrar que o valor da largura de pulso é fixo no painel de controle do software LabVIEW- myRIO.

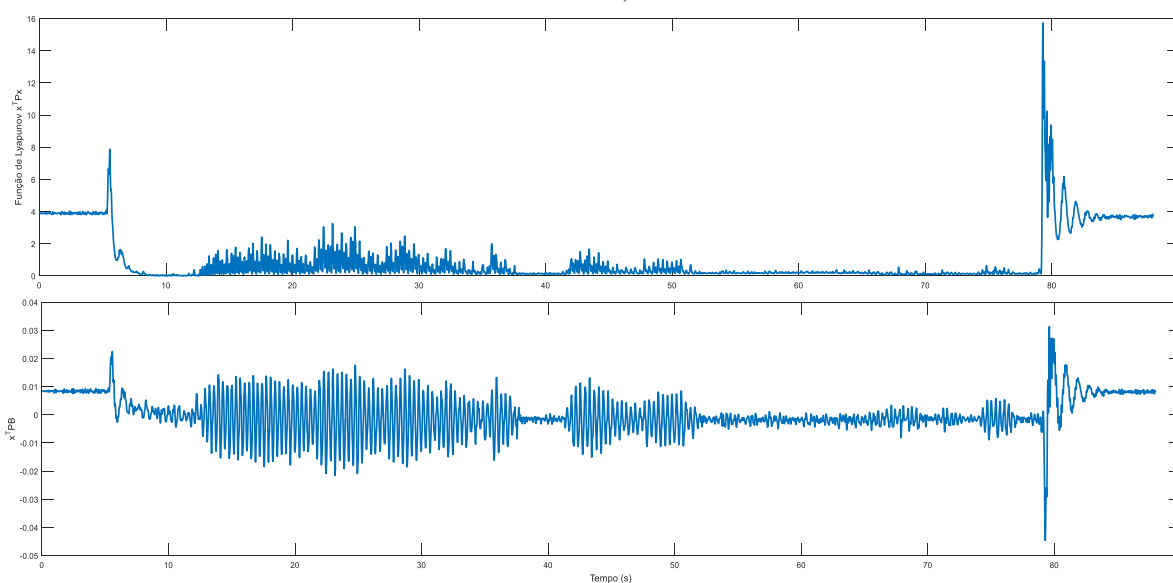
Nos instantes seguintes, o controlador chaveado foi retirado, porém manteve-se a estimulação em malha aberta. No instante entre os intervalos de  $t \in [62.78 \ 76.48]$  s novamente foi aplicado o controlador chaveado. Nesse momento, a largura e pulso apresentaram uma variação de  $u \in [211 \ 265]$   $\mu\text{s}$ , sendo que a posição angular ficou entre  $45^\circ$  e  $46.39^\circ$ .

Dos resultados de identificação, nota-se que há uma tendência de elevação da posição angular para uma largura de pulso constante e por um intervalo de tempo de 4 s.

Especificamente neste caso, não foi possível determinar o tempo de estabelecimento nos testes de identificação. Nesse sentido, em alguns casos, a hipótese de aplicar um teste degrau por 4 s pode não ser o suficiente para obter uma modelagem adequada do sistema.

A Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$ , conforme a Figura 99, apresentou similaridade com o sinal de largura de pulso aplicado nos músculos dos quadríceps. Interessante observar que a oscilação foi maior no sinal de controle do que na posição angular. Com o valor acima da posição angular desejada, o sinal da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  ficaram distante do valor zero.

Figura 99 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

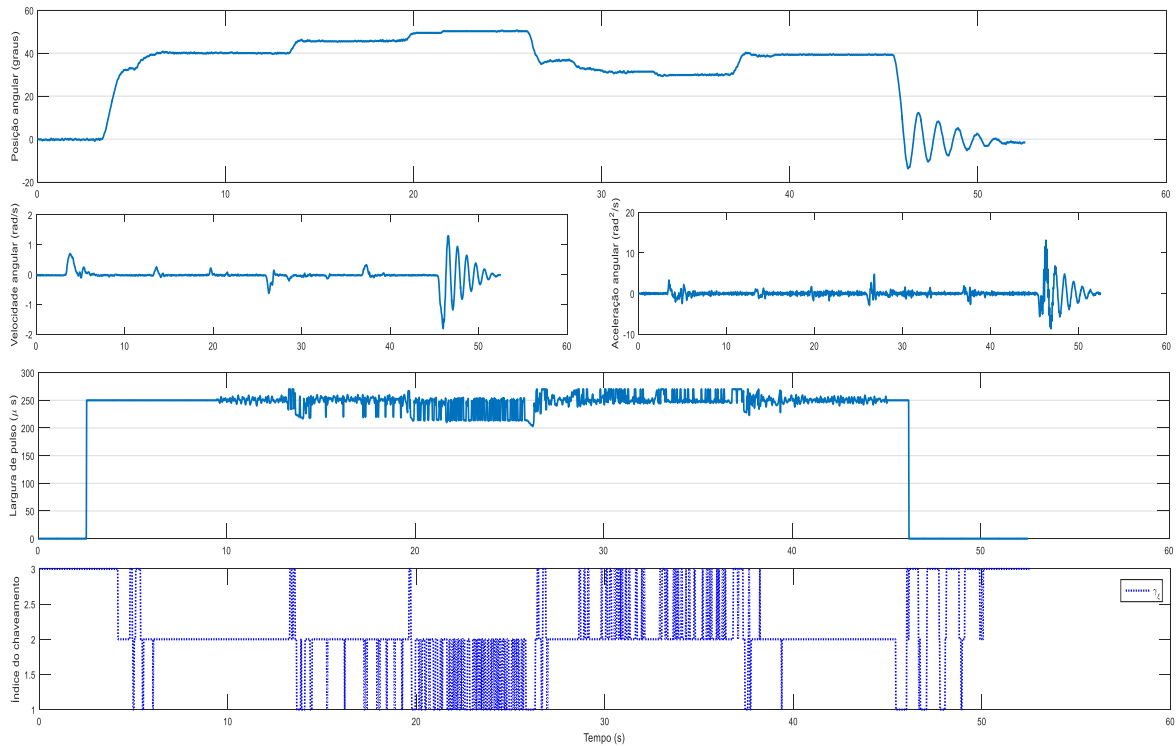
- **Robusto**

Antes de iniciar os testes com o controlador robusto, resguardou-se um intervalo de aproximadamente 7 minutos.

A Figura 100 apresenta o resultado experimental do controlador robusto sem estimulação do indivíduo H3. Os parâmetros adotados para esse teste foram  $u_{0_{max}} = 270 \mu s$ ,  $u_0 = 250 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 230 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ .



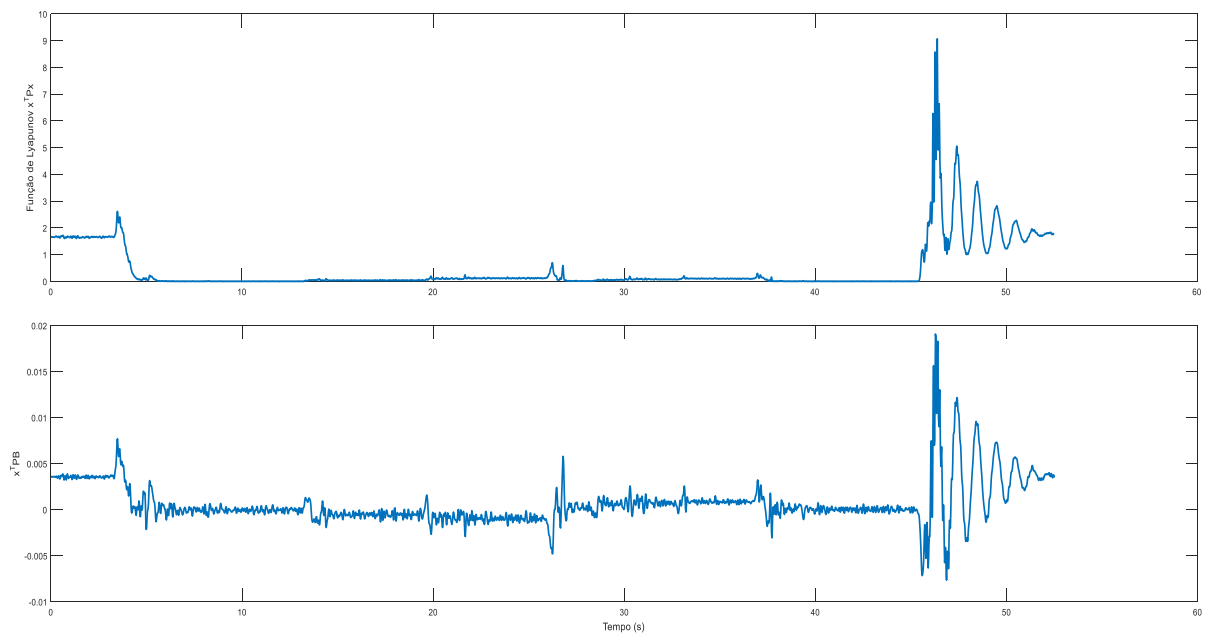
Figura 100 - Resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

O comportamento da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  para controlador sem estimulação era esperado, ou seja, um valor tendendo a zero, conforme apresentado na Figura 101:

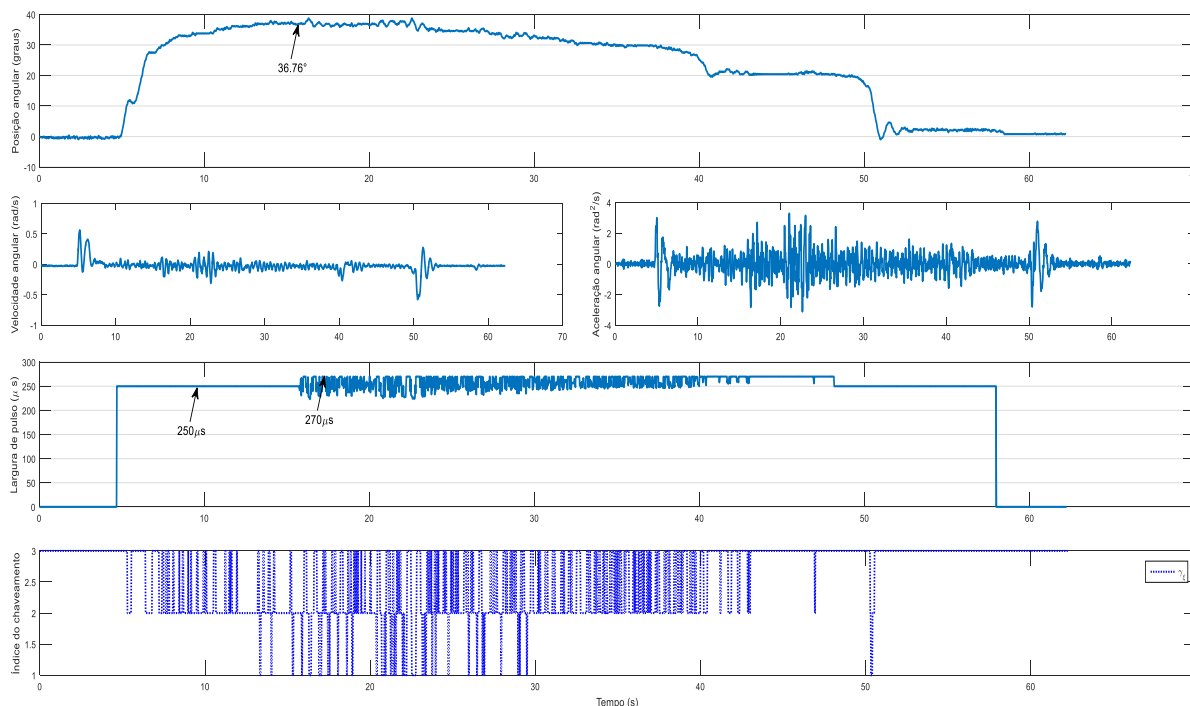
Figura 101 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

A aplicação do controlador robusto em malha fechada com estimulação elétrica ocorreu no intervalo de tempo  $t \in [15.74 \quad 48.14]$  s, conforme apresentado na Figura 102. Ao realizar o procedimento de operação em malha fechada, a posição angular estava em  $36.76^\circ$ , próximo do ponto de operação desejado que é de  $40^\circ$ . A variação da largura de pulso registrada durante malha fechada foi de  $u \in [224 \quad 270]$   $\mu$ s.

Figura 102 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

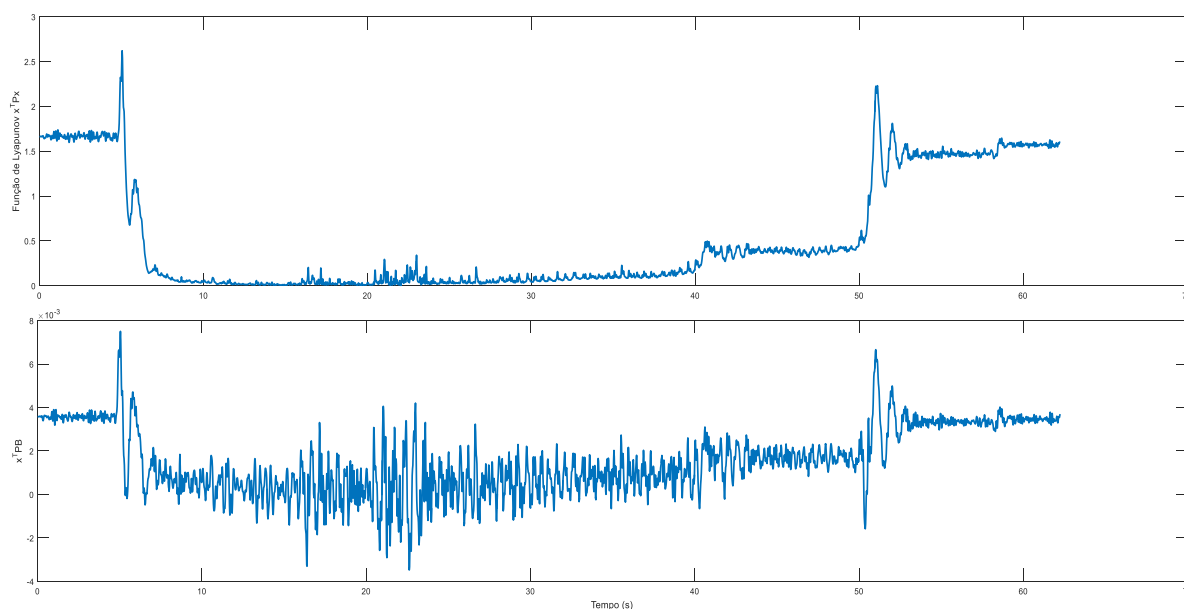
No instante  $t = 32.62$  s, há um declínio da posição angular para o valor igual a  $29.89^\circ$ . O declínio da posição se intensifica no decorrer do tempo e a largura de pulso eleva-se, com tendência ao valor de saturação ajustado na implementação embarcada.

Em  $t = 48.14$  s ocorre transição para malha aberta e a posição angular se mantém em um valor igual a  $20.43^\circ$ . Por fim, em  $t = 51$  s nota-se que há uma queda brusca da posição angular, mesmo na presença de estímulo elétrico em malha aberta. Devido a esse comportamento, decidiu-se pelo encerramento do teste.

Fazendo uma análise breve do comportamento do índice de chaveamento  $\gamma_\xi$ , percebe-se que, quanto mais longe ficava do ponto de operação desejado, o índice de  $\gamma_\xi$  variava somente entre os extremos 2 e 3, caracterizando uma instabilidade do sistema a ser controlado.

A Figura 103 apresenta uma aproximação do sinal ao valor zero no instante em que a posição angular está o mais próxima do ponto de operação desejado, comprovando a teoria da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$ .

Figura 103 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H3, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Conclui-se que o controlador chaveado manteve o recrutamento do músculo, sem que houvesse variações bruscas da posição angular em todo intervalo de malha fechada.

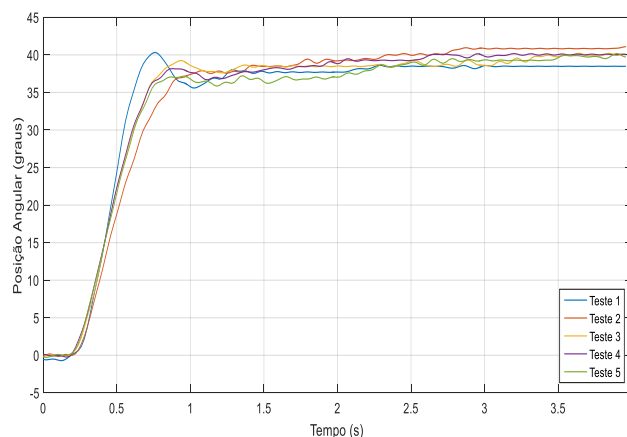
## 4.8. INDIVÍDUO H4

### 4.8.1. Ensaio 1

#### 4.8.1.1. Identificação

Com a placa de estimulação de 80 mA de amplitude e largura de pulso de 200  $\mu$ s adotada para todos os testes de identificação, verificou-se uma performance de repetibilidade das identificações ficando próximas ao ponto de operação desejado de 40°. Através da Figura 104, observa-se que o tempo de subida e de estabilização das identificações foi inferior a 1 s, se comparado com os demais voluntários. Esse ensaio foi o que em menor tempo entrou em regime de estabilidade, ficando assim durante todo o instante de aplicação dos estímulos.

Figura 104 - Curvas de identificação do ensaio 1



Fonte: Próprio autor.

#### 4.8.1.2. Modelo

Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 13.

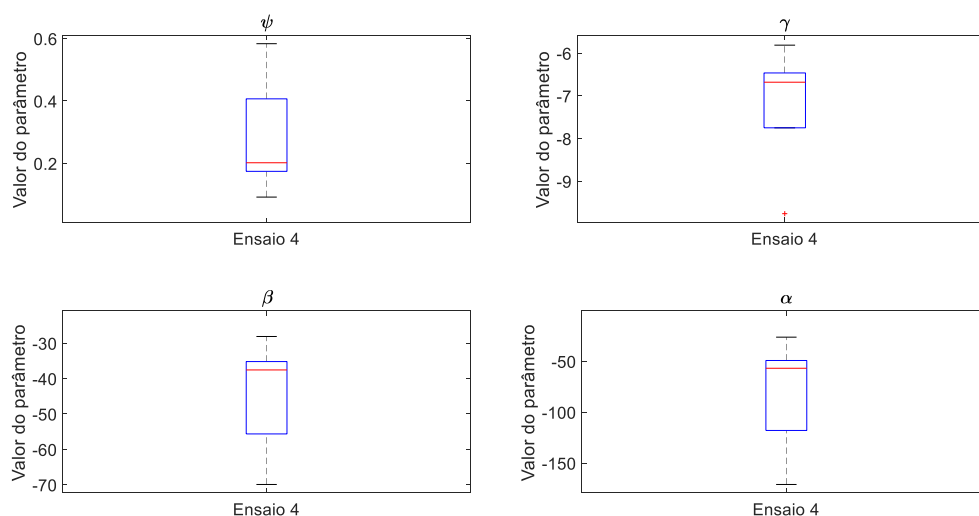
Tabela 13 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H4.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-171.0761	-26.3233
$\beta$	-69.9332	-28.1227
$\gamma$	-9.7624	-5.8129
$\psi$	0.0916	0.5833

Fonte: Próprio autor.

A Figura 105 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*.

Figura 105 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.8.1.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo H4 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 0$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto são:

$$P = \begin{bmatrix} 569.307354 & 78.745574 & 5.387328 \\ 78.745574 & 38.214607 & 2.642521 \\ 5.387328 & 2.642521 & 0.479699 \end{bmatrix},$$

$$K = [231.970676 \quad 220.220302 \quad 17.547661].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo H4 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 0$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 30$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado são:

$$P = \begin{bmatrix} 175.885119 & 26.635340 & 1.431814 \\ 26.635340 & 13.555649 & 0.939785 \\ 1.431814 & 0.939785 & 0.233817 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [-46.049272 \quad 56.244704 \quad 4.921495],$$

$$K_2 = [-107.640198 \quad 30.212915 \quad 3.276781],$$

$$K_3 = [-267.086117 \quad 7.095535 \quad 2.895364],$$

$$K_4 = [-248.669775 \quad -2.095014 \quad 2.234929],$$

$$K_5 = [62.542976 \quad 92.626514 \quad 7.080335],$$

$$K_6 = [-16.881272 \quad 70.581699 \quad 5.739276],$$

$$K_7 = [-253.136374 \quad 52.910524 \quad 5.090086],$$

$$K_8 = [-99.214408 \quad 58.049322 \quad 5.185318 ],$$

$$K_9 = [235.171954 \quad 84.431254 \quad 6.301715],$$

$$K_{10} = [177.057239 \quad 52.883997 \quad 4.212214],$$

$$K_{11} = [187.374042 \quad 45.508016 \quad 4.224909],$$

$$K_{12} = [222.297678 \quad 24.943234 \quad 2.778107 ],$$

$$K_{13} = [468.614754 \quad 159.345147 \quad 10.868465],$$

$$K_{14} = [414.073589 \quad 144.739866 \quad 10.060653],$$

$$K_{15} = [338.392176 \quad 143.346382 \quad 10.302950],$$

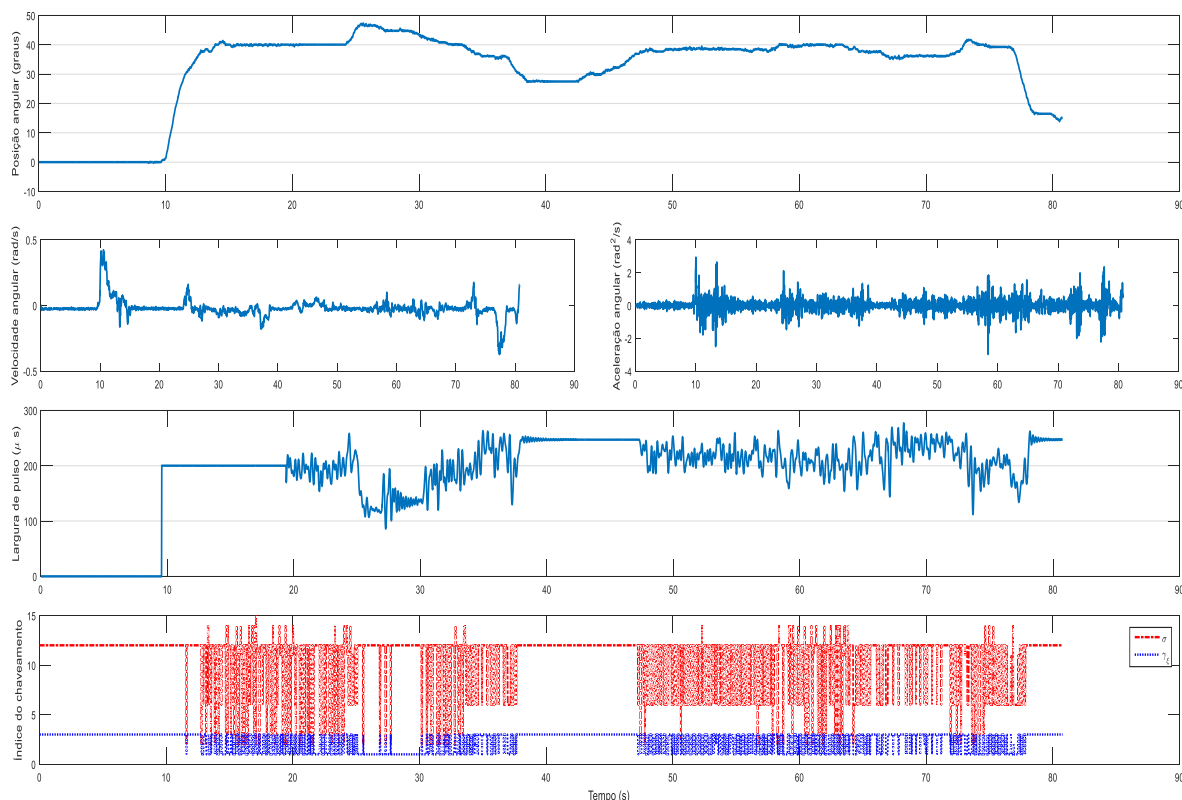
$$K_{16} = [325.687190 \quad 134.596401 \quad 9.866170].$$

#### 4.8.1.4. *Teste de validação dos controladores*

- **Chaveado**

Primeiramente foi realizado o teste do controlador chaveado sem a estimulação elétrica, como mostra a Figura 106. Os seguintes parâmetros foram especificados  $u_{0_{max}} = 250 \mu s$ ,  $u_0 = 200 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 180 \mu s$ ,  $\xi = 0.0001$ .

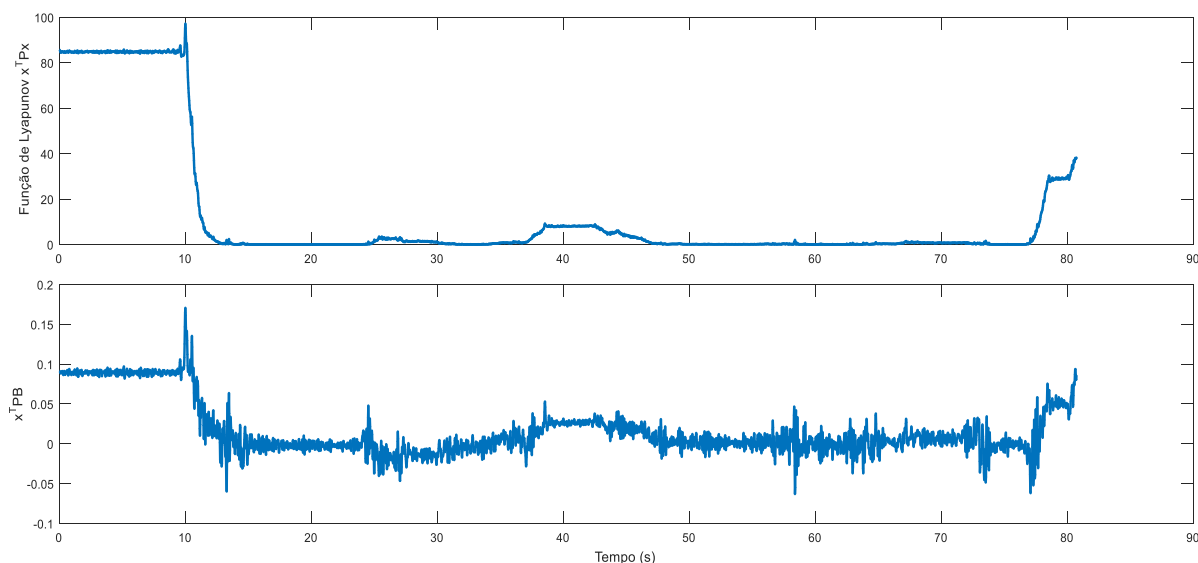
Figura 106 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H4, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Observando-se a Figura 107, verifica-se que a Função de Lyapunov  $V(x)$  e o sinal  $x'PB$  correspondem à teoria, ao elevar ou descer propositalmente a posição angular tirando-a do ponto de operação desejado de  $40^\circ$ .

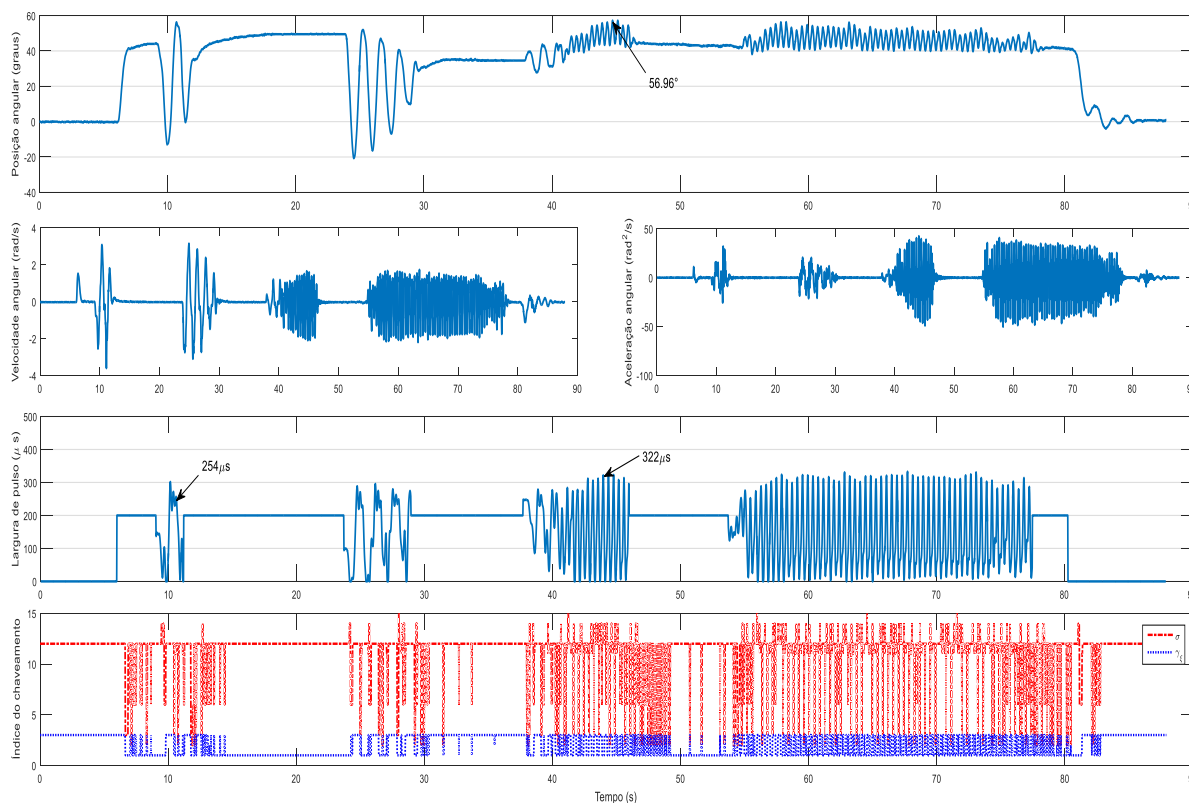
Figura 107 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H4, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 108 apresenta os resultados experimentais do H4 utilizando o controle chaveado. Nos primeiros instantes de aplicação do controlador chaveado em malha fechada, a posição angular assumiu valor igual a  $44.01^\circ$  e a largura de pulso ficou delimitada no intervalo  $u \in [0 \ 302] \mu\text{s}$ . A mesma situação ocorreu com a segunda aplicação do controlador chaveado.

Figura 108 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H4, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Entretanto, na terceira aplicação do controlador chaveado, a posição angular se encontrava em  $34.56^\circ$ , abaixo do ponto de operação desejado. Essa terceira aplicação corresponde ao intervalo de tempo  $t \in [37.68 \ 45.98] \text{ s}$ . A partir de  $t = 37.68 \text{ s}$ , verificou-se que a posição angular apresentou um comportamento de aproximar do ponto de operação, com a largura  $u \in [0 \ 326] \mu\text{s}$ . Importante ressaltar que a posição angular apresentou uma oscilação diferente das aplicações anteriores, iniciando-se abaixo do ponto de operação desejado e atingindo o valor máximo de  $56.96^\circ$ . Por precaução, desativou-se o processamento em malha fechada e habilitou-se a operação em malha aberta.

Em seguida, retornou-se para malha fechada, aplicando pela quarta vez o controlador chaveado durante o intervalo de tempo  $t \in [53.72 \ 77.5] \text{ s}$ , totalizando  $t = 23.78 \text{ s}$  de



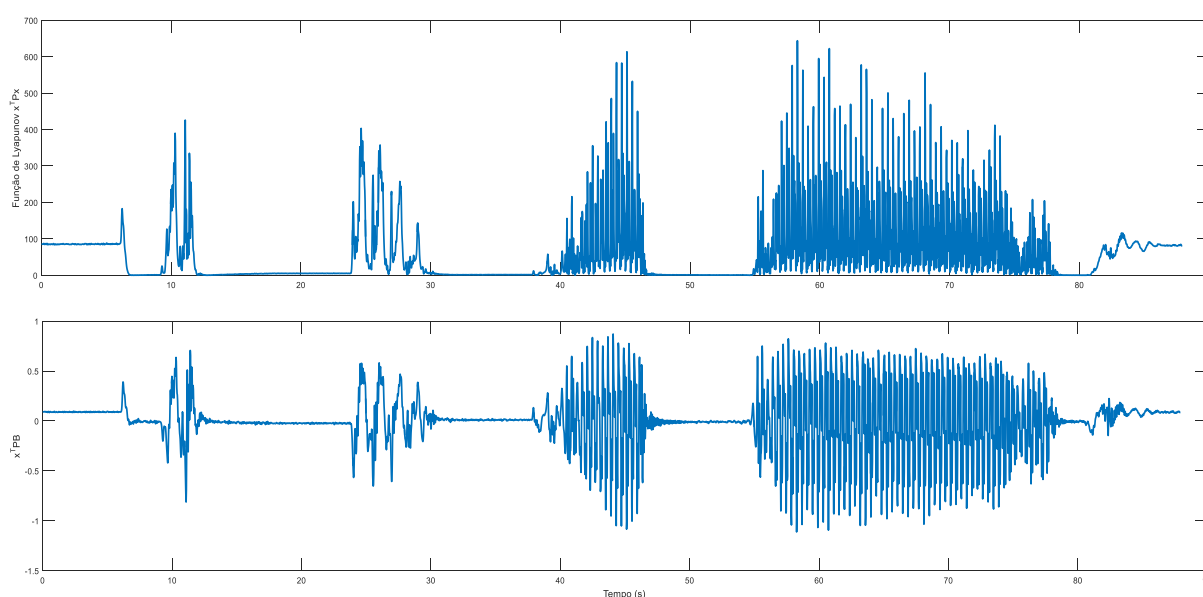
validação do controle em malha fechada. Observa-se que, nesse período, a largura de pulso variou no intervalo  $u \in [0 \quad 333] \mu s$  e a posição angular delimitada em  $\theta \in [39.32 \quad 53.93]^\circ$ .

Em malha fechada, com a ação do controlador, presenciou-se uma acentuada variação dos ganhos  $\sigma$  do controlador, chegando em alguns momentos, a oscilar entre os dezesseis ganhos do controlador.

Já o  $\gamma_\xi$ , também nos instantes de ação do controlador, apresentou uma variação constante do índice de chaveamento e com um intervalo de tempo menor de variação entre os índices.

Para o teste com voluntário H4, a posição angular variou constantemente, alternando ora acima, ora abaixo do ponto de operação desejado, caracterizando uma variabilidade da posição do complexo canela-pé. A Figura 109 apresenta o comportamento do sinal de controle pela Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$ . Observa-se que há uma instabilidade da planta controlada.

Figura 109 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H4, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

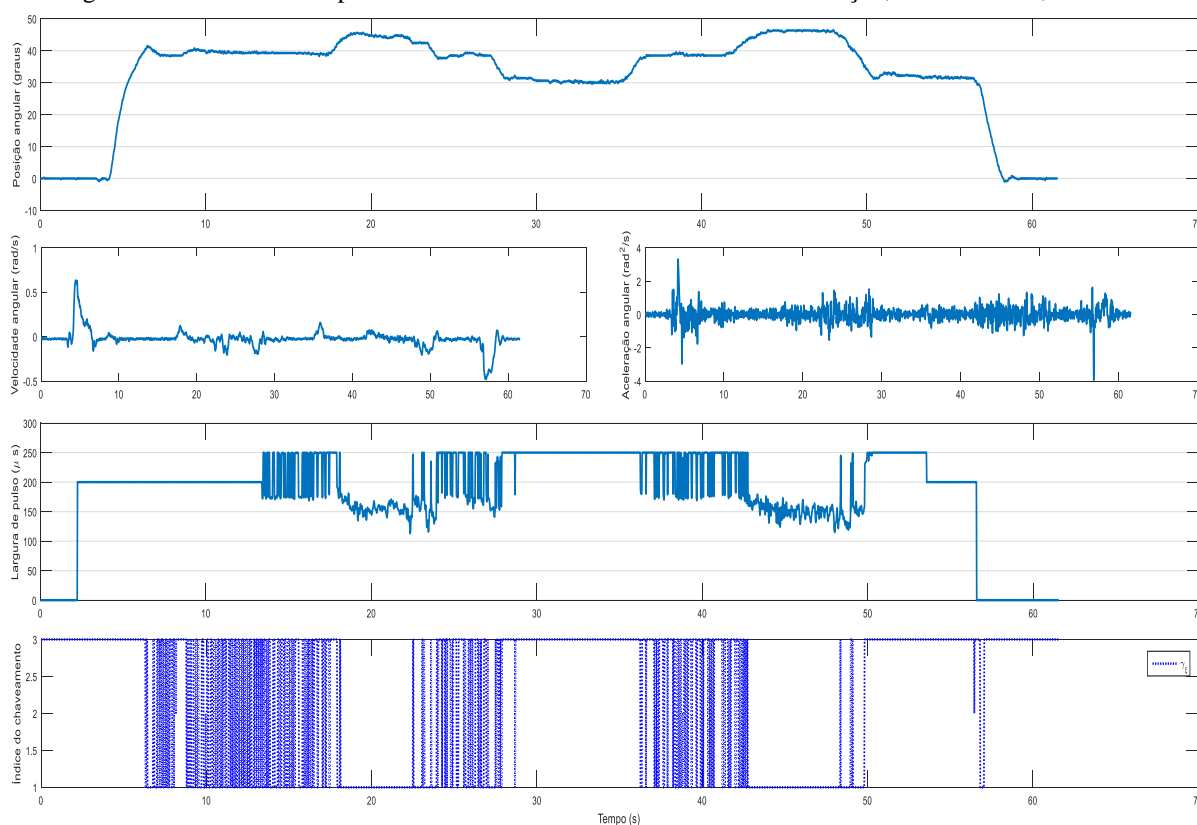
- **Robusto**

Para o teste do controlador robusto, foram utilizados os mesmos parâmetros do teste anterior,  $u_{0_{max}} = 250 \mu s$ ,  $u_0 = 200 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 180 \mu s$ ,  $\xi = 0.0001$ . O intervalo de tempo entre o teste de validação do controlador chaveado e do controlador robusto foi de

aproximadamente 48 minutos, um tempo considerável para que o conjunto muscular pudesse ficar em repouso, o que poderia influenciar os resultados posteriores.

A Figura 110 apresenta o teste experimental do projeto controlador robusto sem estimulação. Novamente chama-se a atenção para a largura de pulso adotada, sendo que esta deve ser igual ou próxima do valor adotado na realização das identificações do voluntário.

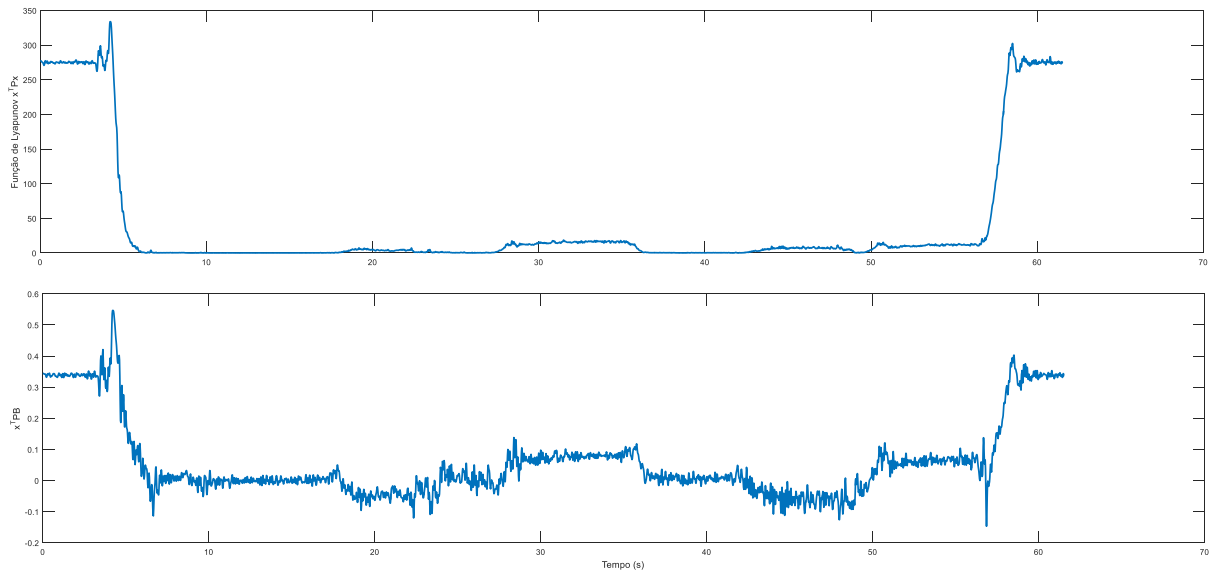
Figura 110 - Resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H4, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

A função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  da Figura 111 demonstram a teoria de que há perda de energia  $V(x)$  no momento em que a posição angular do complexo canela-pé se encontra em torno do ponto de operação desejado.

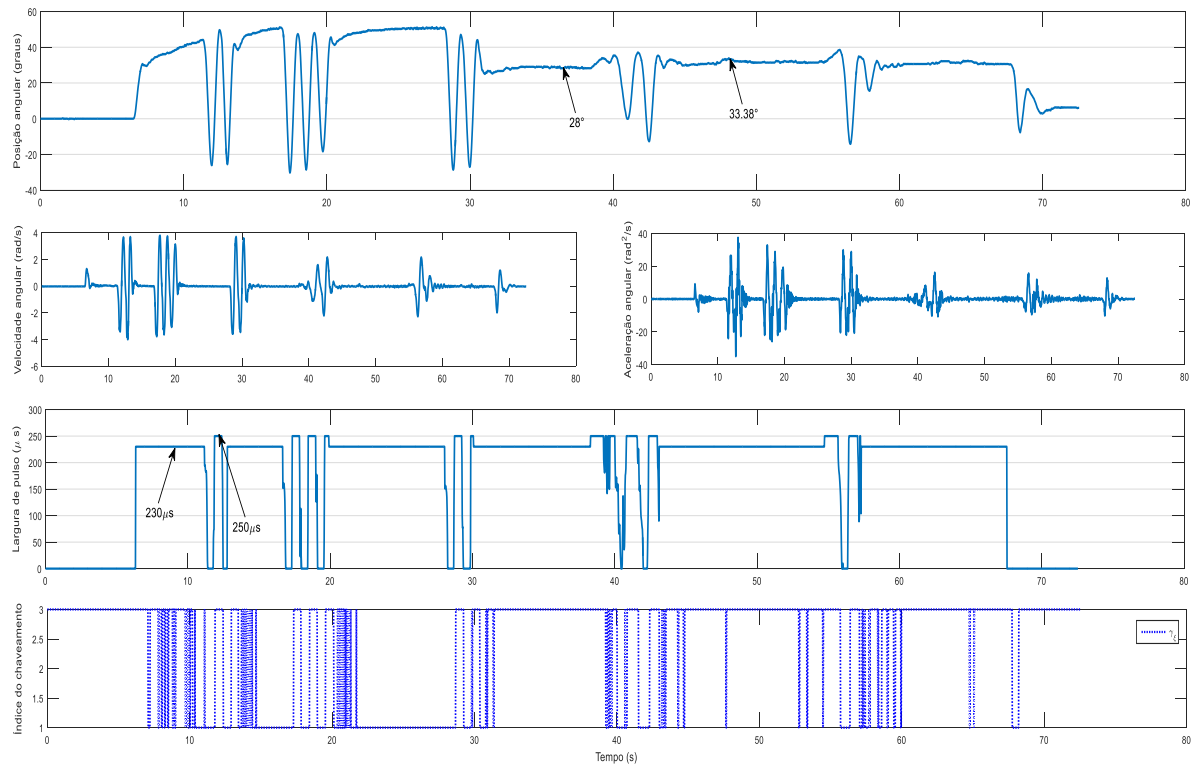
Figura 111 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'_{PB}$  do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H4, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Os resultados experimentais de validação do controlador robusto com estimulação elétrica estão indicados na Figura 112. No decorrer do teste, foi alterado o valor de  $u_0 = 230 \mu s$  para  $u_0 = 200 \mu s$ , mas não foi possível atingir o ponto de operação desejado.

Figura 112 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H4, ensaio 1.

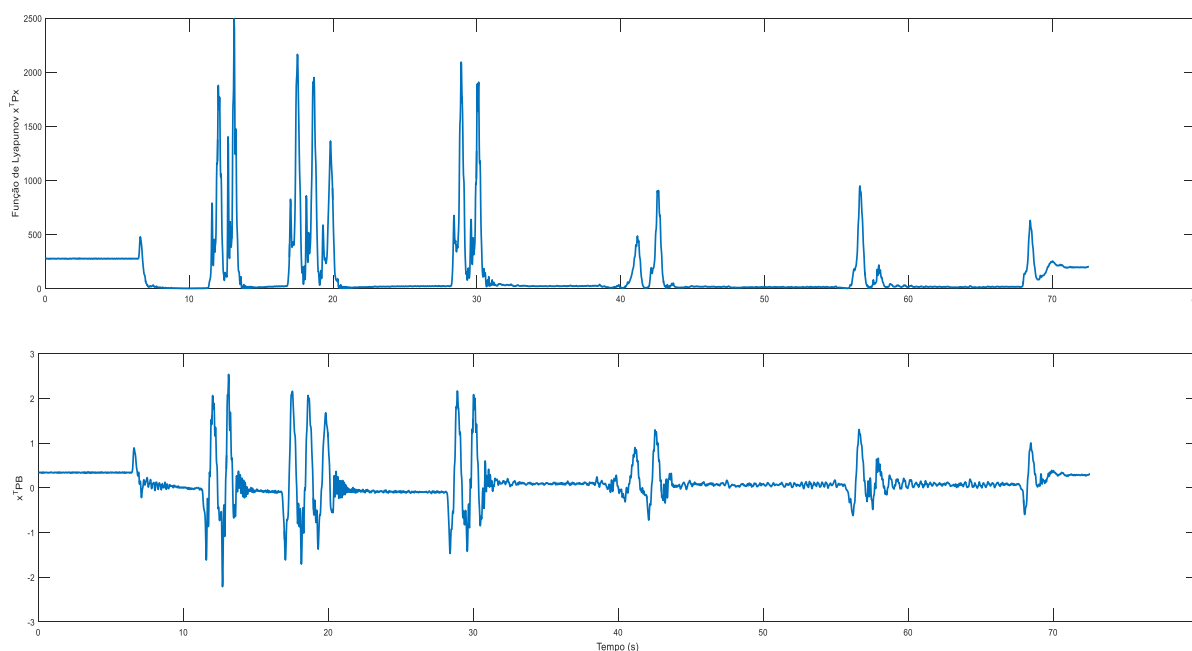


Fonte: Próprio autor.

Em todas as tentativas de operação em malha fechada obteve-se um comportamento oscilatório da posição angular. Uma provável causa é a limitação da lei de controle clássica por utilizar um único ganho. Outra situação muito provável também é a ocorrência de uma pequena variação do sinal no momento de recrutamento das fibras musculares, fazendo com que o controlador atue instavelmente no restante do tempo em que está em ação.

A Figura 113 apresenta, através da teoria de estabilidade utilizando a Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$ , que o sistema é instável, ou seja, o sinal de energia tende a valores maiores que zero.

Figura 113 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H4, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

## 4.9. INDIVÍDUO H5

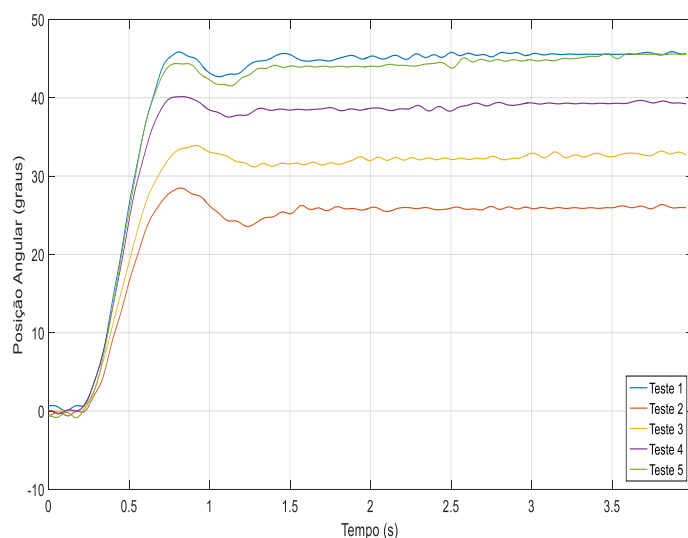
### 4.9.1. Ensaio 1

#### 4.9.1.1. Identificação

O voluntário H5 realizou os testes de identificação com a placa de 80 mA de amplitude. O tempo de subida e de estabilização das identificações ficou em torno de 1.4 s. O primeiro teste degrau realizado com largura de pulso de  $200 \mu\text{s}$  atingiu uma posição angular de  $45^\circ$  durante a maior parte do tempo. No segundo teste, alterou-se a largura de pulso para  $180 \mu\text{s}$  fazendo com que a posição angular caísse para  $28^\circ$ . Para o terceiro teste degrau com largura de pulso de  $190 \mu\text{s}$ , a posição angular subiu para  $33^\circ$ . No quarto teste, novamente com alteração

da largura de pulso para  $200 \mu s$ , a posição angular atingiu o valor próximo a  $40^\circ$ . Para o quinto e último teste a largura de pulso adotada foi de  $210 \mu s$ , resultando em uma posição angular nos instantes finais de  $45^\circ$  igualando ao primeiro teste, porém com performance das identificações diferentes entre si. Por meio da Figura 114, podem ser observados detalhes das identificações.

Figura 114 - Curvas de identificação do ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.9.1.2. Modelo

Os parâmetros de identificação correspondentes às incertezas da planta foram obtidos e estão detalhados na Tabela 14.

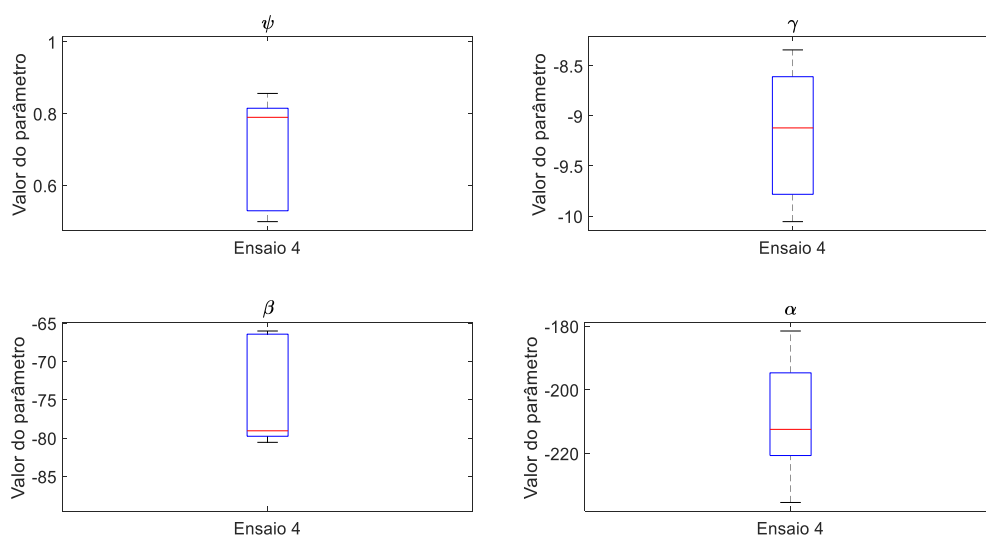
Tabela 14 - Parâmetros das incertezas do modelo ensaio 1 – H5.

Parâmetro	Ensaio 1	
	min	max
$\alpha$	-235.4509	-181.5174
$\beta$	-80.5586	-66.0254
$\gamma$	-10.0552	-8.3420
$\psi$	0.4990	0.8562

Fonte: Próprio autor.

A Figura 115 apresenta uma estatística descritiva dos parâmetros identificados do modelo, de modo que a variação numérica dos parâmetros é representada por meio de quartis e *outlier*.

Figura 115 - Análise estatística dos parâmetros do modelo. Sobre cada caixa a marcação central indica a mediana, as bordas da caixa são o ¼ e ¾ de percentil, os traços limitantes indicam os pontos de dados mais extremos que não são *outliers*, e o símbolo + refere-se ao *outlier* dos dados.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.9.1.3. Controladores

- **Robusto**

O projeto do controlador robusto para o indivíduo H5 foi obtido a partir das LMI's (78) e (100), com  $\beta = 1$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 50$ . A matriz P de Lyapunov e o ganho do controlador robusto são:

$$P = \begin{bmatrix} 2.197351 & 0.416405 & 0.037559 \\ 0.416405 & 0.122340 & 0.010826 \\ 0.037559 & 0.010826 & 0.001981 \end{bmatrix}, K = [10.816028 \quad 2.224524 \quad 0.200525].$$

- **Chaveado**

Os ganhos do controlador chaveado do indivíduo H5 foram obtidos a partir das LMI's (79), (80) e (100), com  $\beta = 1$  e  $\eta = 100$  e  $\eta_x = 50$ . Com isso, a matriz P de Lyapunov e os ganhos do controlador chaveado foram obtidos:

$$P = \begin{bmatrix} 24.993624 & 5.003711 & 0.483889 \\ 5.003711 & 1.397099 & 0.129471 \\ 0.483889 & 0.129471 & 0.022232 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = [123.078520 \quad 26.039529 \quad 2.481026],$$

$$K_2 = [92.658373 \quad 19.930575 \quad 1.888342],$$

$$K_3 = [32.505117 \quad 8.202608 \quad 0.826210],$$

$$K_4 = [10.154209 \quad 3.579463 \quad 0.378881],$$

$$K_5 = [161.094422 \quad 34.562193 \quad 3.301817],$$

$$K_6 = [135.170364 \quad 29.458879 \quad 2.804865],$$

$$K_7 = [105.505013 \quad 24.585576 \quad 2.338974],$$

$$K_8 = [73.397453 \quad 18.004881 \quad 1.700773],$$

$$K_9 = [160.204603 \quad 32.689665 \quad 3.135772],$$

$$K_{10} = [136.964344 \quad 27.950482 \quad 2.675872],$$

$$K_{11} = [115.169094 \quad 21.119789 \quad 2.104609],$$

$$K_{12} = [77.876665 \quad 13.696621 \quad 1.386959],$$

$$K_{13} = [180.098009 \quad 37.456879 \quad 3.588943],$$

$$K_{14} = [162.737928 \quad 34.016709 \quad 3.253240],$$

$$K_{15} = [157.036468 \quad 33.152525 \quad 3.171942],$$

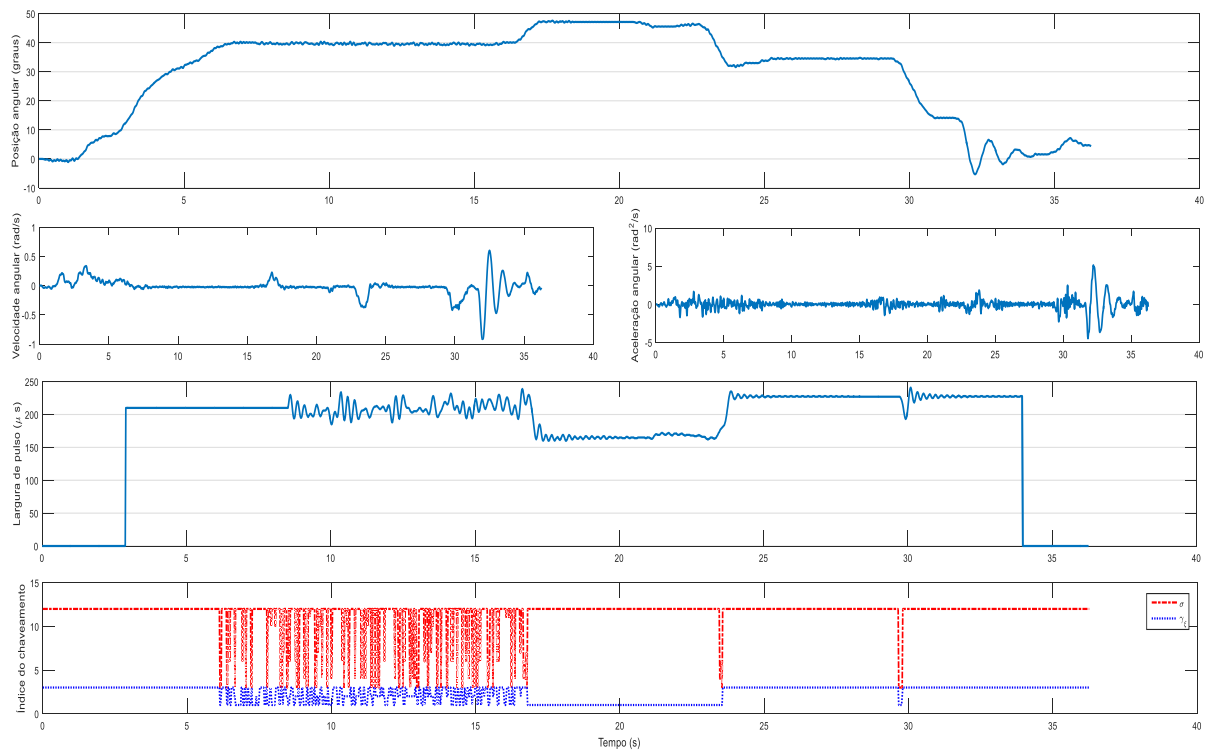
$$K_{16} = [129.098893 \quad 27.612854 \quad 2.633351].$$

#### 4.9.1.4. *Teste de validação dos controladores*

- **Chaveado**

Conforme apresentado na Figura 116, os parâmetros de projetos foram  $u_{0_{max}} = 230 \mu s$ ,  $u_0 = 210 \mu s$ ,  $u_{0_{min}} = 190 \mu s$ ,  $\xi = 0.001$ .

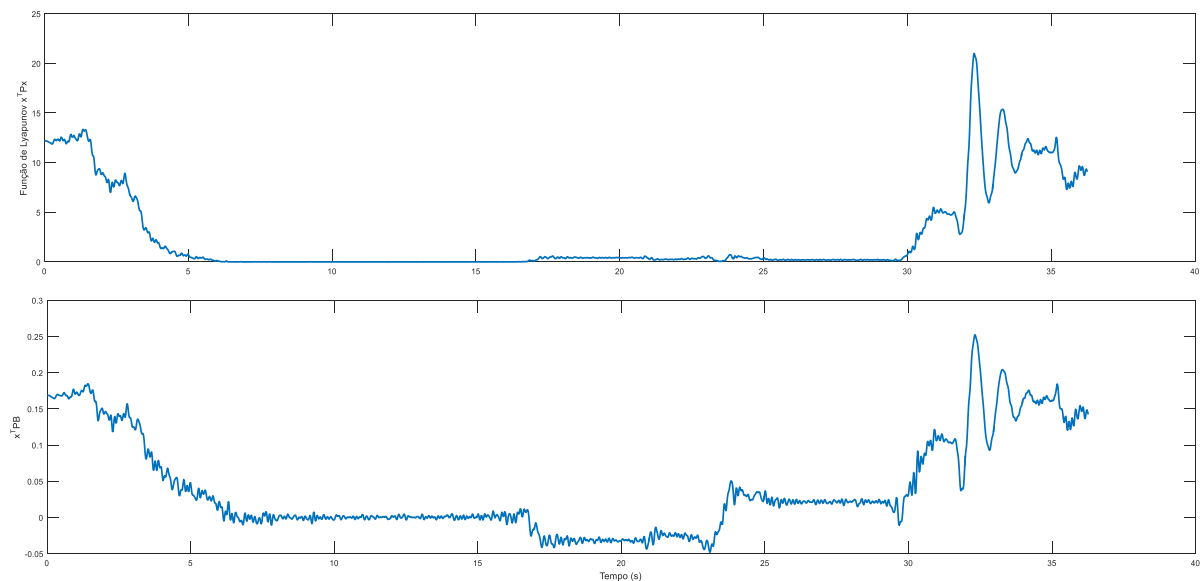
Figura 116 - Resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H5, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Analisando a Figura 117, o comportamento do experimento realizado sem estimulação apresentou conformidade com a teoria da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$ .

Figura 117 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador chaveado sem estimulação, indivíduo H5, ensaio 1.

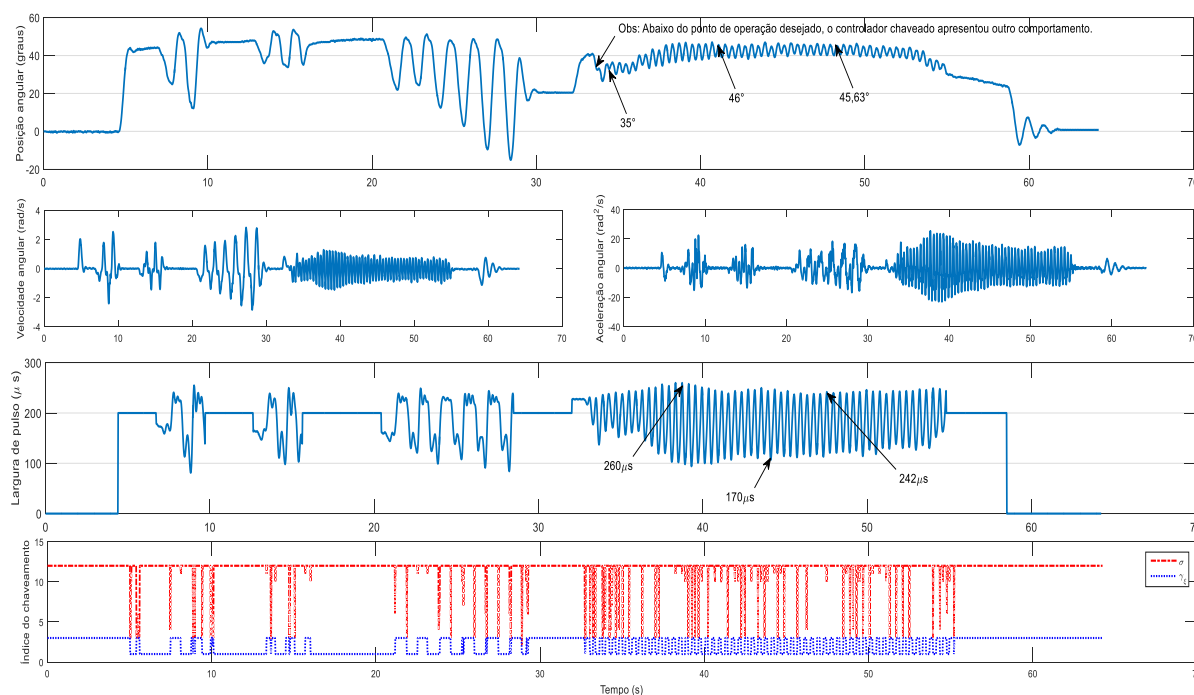


Fonte: Próprio autor.



Os resultados de aplicação do controlador chaveado em malha fechada são apresentados na Figura 118. Ao todo foram quatro tentativas de operação em malha fechada.

Figura 118 - Resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H5, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

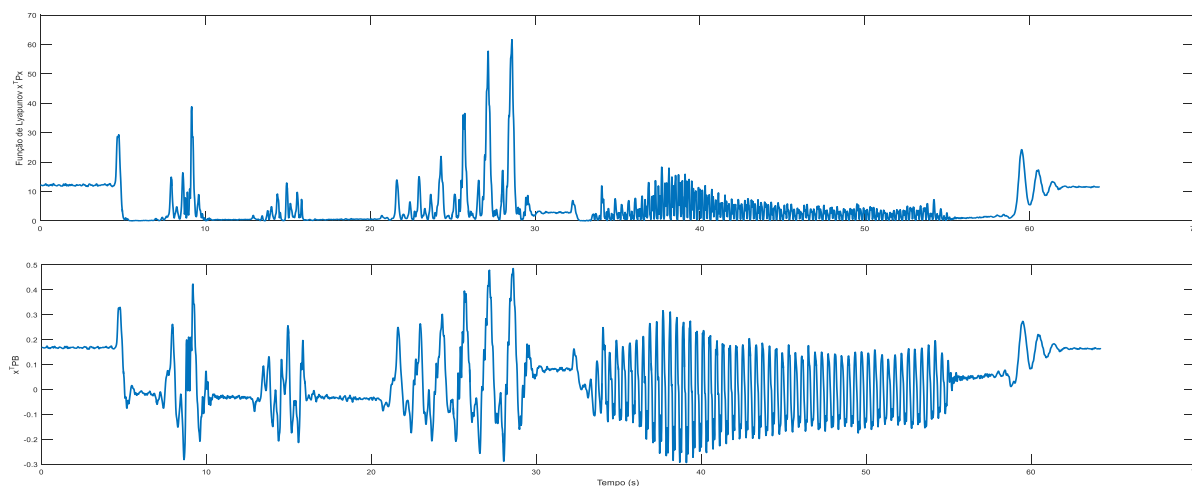
Nas três primeiras tentativas, o comportamento de regulação da posição angular foi oscilatório. Destaca-se que, em todas essas ações, constatou-se uma oscilação muito forte da largura de pulso e que a variação de tempo do índice de chaveamento  $\gamma_\xi$  com  $\xi = 0.001$  foi relativamente maior, se comparada com testes realizados anteriormente.

Realizando uma análise da quarta tentativa de aplicação do controlador chaveado,  $t \in [32.02 \quad 54.82]$  s, pode-se verificar que a posição angular iniciou com o valor igual a  $20.44^\circ$  e finalizou em  $35.22^\circ$ . No decorrer do tempo, fica nítida uma regulação da posição angular em torno do ponto de operação desejado, tal que a posição angular ficou delimitada no intervalo  $\theta \in [38.84 \quad 43.58]^\circ$  e a largura de pulso  $u \in [94 \quad 260]$   $\mu\text{s}$ . Essa oscilação teve pouca influência na variação da posição angular e tal situação é justificada pela alteração do  $\xi = 0.001$  para  $\xi = 0.0001$ .

Mesmo com largura de pulso variando constantemente, obteve-se a posição angular próxima ao ponto de operação já na quarta tentativa de aplicação dos estímulos elétricos. Pela

Figura 119, é possível verificar que, nesse intervalo, o sinal da Função de Lyapunov  $V(x)$  se aproximou mais do valor zero.

Figura 119 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador chaveado, indivíduo H5, ensaio 1.

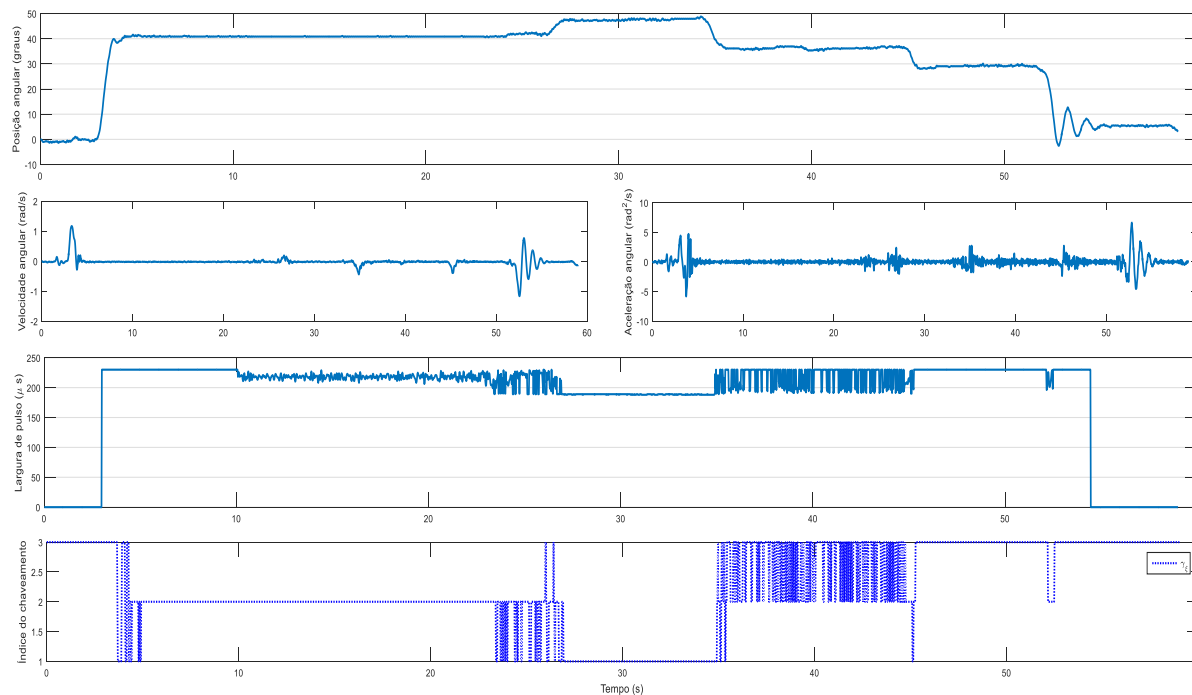


Fonte: Próprio autor.

- **Robusto**

Com os mesmos parâmetros utilizados no controlador chaveado, porém agora com a aplicação do controlador robusto, após 15 minutos, iniciou-se o teste experimental do projeto controlador sem estimulação, conforme apresentado na Figura 120.

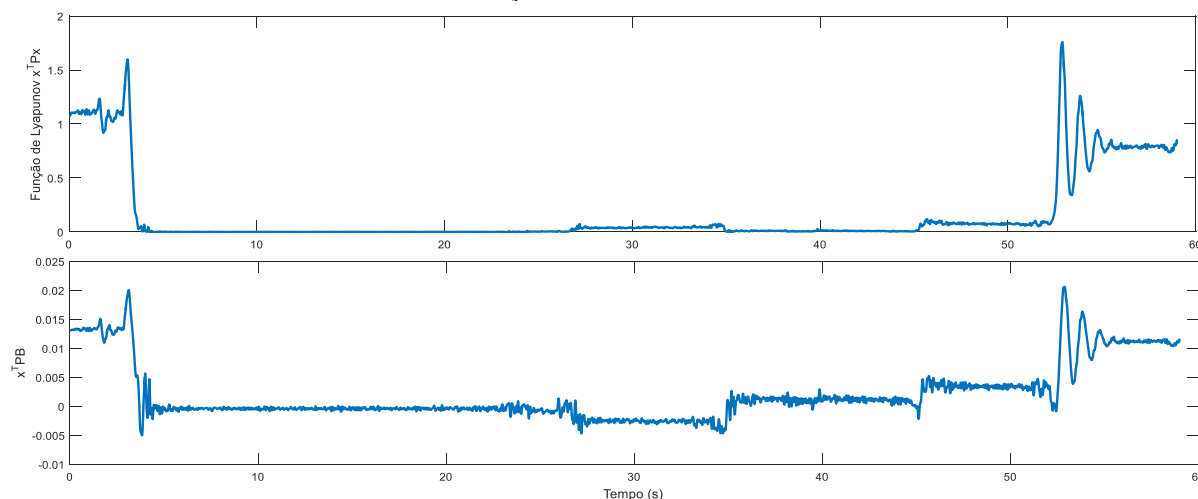
Figura 120 - Resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H5, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

A função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  da Figura 121 comprovam os resultados teóricos que apontam a perda de energia  $V(x)$  no momento em que a posição angular se encontra em torno do ponto de operação desejado.

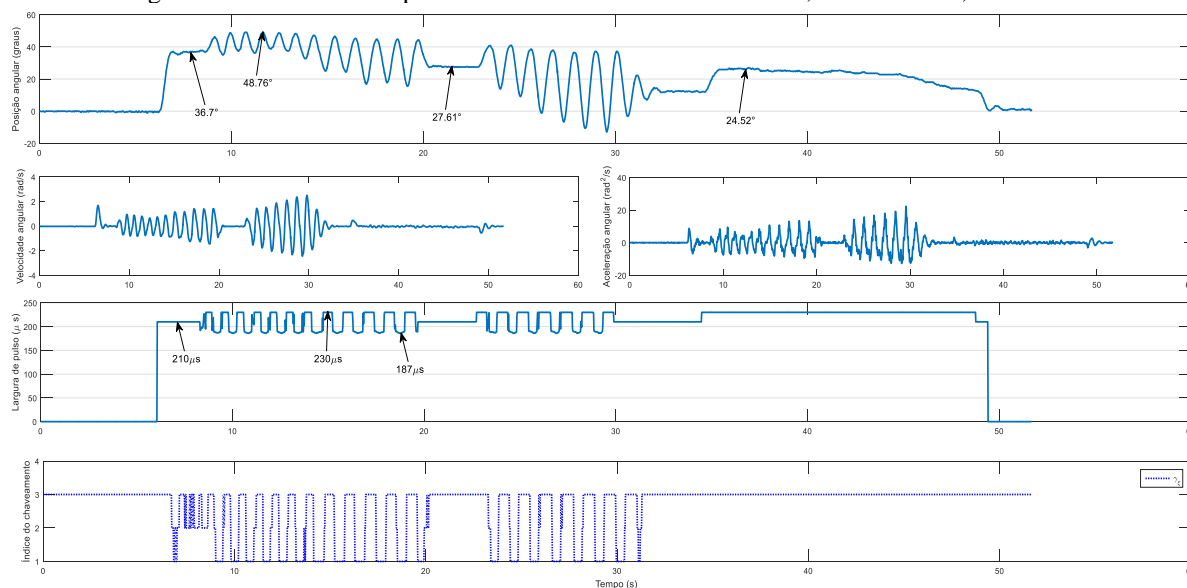
Figura 121 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental do controlador robusto sem estimulação, indivíduo H5, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

Os resultados apresentados pela Figura 122 trazem a ação do controlador robusto em malha fechada em três aplicações. A primeira aplicação consiste no intervalo de tempo  $t \in [8.3 \quad 19.68]$ s, a segunda no intervalo de tempo  $t \in [22.72 \quad 29.9]$ s e a terceira a partir do instante  $t = 34$  s.

Figura 122 - Resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H5, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

No início da primeira aplicação do controlador robusto, a posição angular se encontrava em  $36.7^\circ$ . A posição angular apresentou oscilações, atingindo valor máximo igual a  $48.76^\circ$  com largura de pulso  $u \in [187 \quad 230] \mu\text{s}$ .

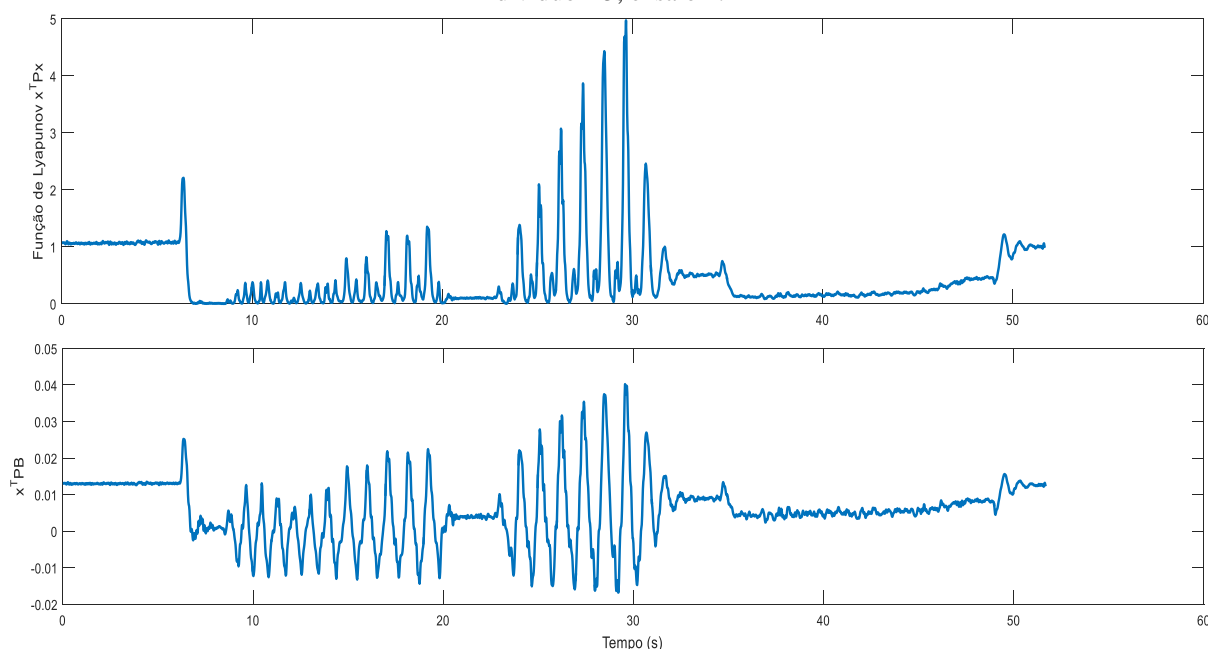
Na segunda tentativa de regulação, o comportamento foi semelhante ao anterior, porém com um declínio da posição angular e com o sinal de controle atingindo o nível de saturação.

Por fim, a terceira aplicação indica uma regulação da posição angular abaixo do valor desejado e com a largura de pulso saturada durante todo o intervalo de tempo.

Observa-se que o controlador robusto não promoveu a estabilidade da planta a ser controlada, possivelmente pelo fato de estar sob ação de um único ganho do controlador e restrição da saturação inserida na implementação embarcada.

No ponto de operação desejado, nos primeiros instantes de aplicação da largura de pulso o sinal da Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  aproximaram-se do valor mínimo, porém durante todos os outros instantes, o controlador atingiu ponto de instabilidade conforme é apresentado pela Figura 123.

Figura 123 - Função de Lyapunov  $V(x)$  e sinal  $x'PB$  do resultado experimental com o controlador robusto, indivíduo H5, ensaio 1.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.10. COMENTÁRIOS FINAIS

Importante salientar neste início que, ao aplicar o controlador para realizar o controle no ponto de operação desejado, foi observado um atraso médio de 200 ms entre o momento de ocorrer o estímulo junto ao músculo e a geração de movimento.

As técnicas de controle demonstram o desempenho de cada controlador em torno de um ponto de operação na presença de parâmetros incertos. A abordagem adotada utiliza realimentação de estado e é baseada em LMIs, apresentando grandes vantagens no tratamento simultâneo de índices de desempenho, tais como taxa de decaimento, restrição por norma e robustez na presença de parâmetros incertos.

O controlador chaveado já vinha sendo explorado consideravelmente, pela sua capacidade de selecionar um dentre uma gama grande de possíveis comportamentos que o sistema possa apresentar e, comparado com o controlador robusto, foi o que retornou o menor valor da derivada da função de Lyapunov, compensando as incertezas existentes no sinal de controle.

Observou-se, por meio dos experimentos, que os controladores em ação apresentaram cada um suas próprias peculiaridades de comportamento, de acordo com problema no qual estavam inseridos, ou seja, para cada voluntário sob aplicação dos estímulos, o comportamento do sinal controlado era diferente para uma mesma parametrização do valor de  $\xi$ .

Os testes experimentais comprovaram que o controlador chaveado proposto com dezesseis ganhos é menos conservador que o controlador tradicional com apenas um único ganho. Tal afirmação é possível graças à possibilidade do projeto controlador chaveado poder escolher outros vértices do politopo.

Outro dado importante, e que deve ser também ressaltado, é que a norma dos ganhos do controlador chaveado foi bem menor, se comparada ao controlador robusto, reforçando a comparação de conservadorismo entre os controladores.

## 5. CONCLUSÃO

Neste trabalho avaliou-se experimentalmente controle em malha aberta e dois controladores em malha fechada no controle da posição do membro inferior, utilizando estimulação elétrica.

O estudo foi focado em um modelo linear, em torno de um ponto de operação. Dados experimentais foram obtidos para a identificação de um modelo linear politópico. Foram realizadas comparações entre um controlador em malha aberta e dois controladores em malha fechada.

A abordagem adotada usa realimentação de estado e é baseada em LMIs, apresentando grandes vantagens no tratamento do uso simultâneo de índices de desempenho, como taxa de decaimento, restrição de norma e robustez.

O controlador chaveado  $u_{\sigma,\xi}(t)$  apresentou o menor valor da derivada temporal da função de Lyapunov e compensou a incerteza do sinal de controle.

Na contração isométrica do músculo, o controlador chaveado compensou as incertezas paramétricas e regulou a posição da perna, em torno de um ponto de operação desejado, por um maior período de tempo.

Para trabalhos futuros propõe-se:

- Limitação do módulo de sinal de controle através da utilização da saturação (ALVES, 2017) para evitar que o sinal se torne negativo e o limite em um valor positivo (uma variação máxima na largura de pulso para aplicação FES).
- O controlador chaveado utiliza um ganho entre 16 ganhos, há a possibilidade de ocorrer *chattering* entre os vários ganhos possíveis do controlador. Portanto, também como proposta para trabalhos futuros, é a utilização do mínimo suave (ALVES, 2017) e evitar o *chattering*.
- Utilizar a técnica do controlador chaveado em FES, com discretização da planta contínua descritas por função de transferência.

- Outra proposta é fazer uso da discretização da planta contínua linear com incertezas, e utilizar esse novo modelo, em tempo discreto, no projeto do controlador, visto que o controle é realizado digitalmente.
- Vários trabalhos abordam diferentes tipos de controladores, visando compensar as não linearidades, parâmetros variantes no tempo e até mesmo a fadiga muscular, porém não apresentam uma metodologia para mensurar esses parâmetros.
- Tem-se um campo vasto a ser desenvolvido para técnicas que tipificam diferentes formas de obter dados da fadiga muscular em testes isométricos e isotônicos com controladores em malha fechada, como observado em Downey et al. (2017b).
- Desenvolver projetos de controladores *gain-scheduled* de comutação suave (do inglês, *Smooth switching gain-scheduled control*) (CHEN, 2012).
- Projetar controladores que façam a compensação do atraso eletromecânico, como apresentado em Alibeji et al. (2017).
- Implementar controladores que façam a compensação ou diminuição da fadiga muscular ocorridas pelo uso da FES, como o trabalho apresentado por Kirsch; Alibej; Sharma, (2017).
- Neste trabalho foi possível criar um banco de dados com vários testes que poderá auxiliar outros pesquisadores, utilizando outras formas de identificar o modelo, como a identificação *fuzzy* ou Redes Neurais.

Os resultados obtidos experimentalmente por este trabalho foram aceitos e serão publicados nos seguintes congressos:

Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica - CBEB – Local do evento: Búzios, Rio de Janeiro 21 a 25 de outubro de 2018.

Títulos dos trabalhos aceitos:

- *Polytopic uncertainties identification for electrically stimulated lower limbs.*
- *Switched controller applied to functional electrical stimulation of lower limbs under fatigue conditions: a linear analysis.*

Congresso Brasileiro de Automática – CBA - Local do evento: João Pessoa, Paraíba - 09 a 12 de setembro de 2018.

Título do trabalho aceito:

- *Robust and switched control design for electrical stimulation of lower limbs: a linear analysis.*



## REFERÊNCIAS

AJOUDANI, A.; ERFANIAN, A. Aneuro-slidingmode control with adaptive modeling of uncertainty for control of movement in paralyzed limbs using functional electrical stimulation, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Piscataway, v. 56, n. 7, p. 1771–1780, jul. 2009.

ALIBEJI, N. et al. A modified dynamic surface controller for delayed neuromuscular electrical stimulation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Piscataway, v. 22, n. 4, p. 1755–1764, ago. 2017.

ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R. de; SOUZA, W. A. de; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Redução do *chattering* em controle chaveado pela suavização na mudança do ganho de realimentação. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 12., 2015, Natal. *Poceedings...* Natal: [s.n.], 2015. p. 497–502.

\_\_\_\_\_. Smoothing switched control for uncertain T-S fuzzy systems with unknown membership functions, actuator saturation and disturbance. In: *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-2016)*. [S.l.: s.n.], p. 2212–2219, 2016a.

ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R. de; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. de. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Chichester, v. 30, n. 8-10, p. 1408–1433, 2016.

ANTHONY, W. S.; DING, J.; BINDER-MACLEOD, A. S. Mathematical models for fatigue minimization during functional electrical stimulation. *Jornal Eletromyography Knesiology*, [S. l.], p. 575-588, jul. 2003.

ASARIN, E. O. BOURNEZ, T. DANG, O. MALER E A. PNUELI: Effective synthesis of switching controllers for linear systems. *Proccedings of the IEEE*, v. 88, n. 7, p. 1011-1025, 2000.

ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; FARIA, F. A.; SILVA, N. A. P. & CARDIM, R. Robust state-derivative feedback LMI-based designs for multivariable linear systems. *International Journal of Control*, [S. l.], v. 80, n. 8, p. 1260-1270, 2007.

BARMISH, B. Stabilization of uncertain systems via linear control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. 28, n. 8, p. 848–850, ago. 1983.

BESTEL, J.; SORINE, M. (2000). A differential model of muscle contraction and applications. In *Schloessmann seminar on mathematical models in biology, chemistry and physics*. Bad Lausick, Germany: Max Plank Society, p. 19–23, mai, 2000.

BERNUSSOU, J.; PERES, P. L. D.; GEROMEL, J. C. A linear programming oriented procedure for quadratic stabilization of uncertain systems. *Systems & Control Letters*, Amsterdam, v. 13, n. 1, p. 65–72, jul. 1989.

- BOBET J.; STEIN R.B. A simple model of force generation by skeletal muscle during dynamic isometric contractions. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Piscataway, v. 45, p. 1010–1016, 1998.
- BOYD, S. P.; EL GHAOUI, L.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. Linear matrix inequalities in system and control theory. [S.l.]: SIAM, 1994.
- BREND, O.; FREEMAN, C. T.; FRENCH, M.; *Multiple model adaptive control of functional electrical stimulation*. Southampton: University of Southampton, 2015.
- CARDIM, R. *Projeto de controladores baseados em LMIs: realimentação derivativa e sistemas chaveados utilizando estrutura variável*. 2009. 120 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009. Disponível em: <[http://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/pos-graduacao/055\\_tese\\_rodrigo\\_cardim.pdf](http://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/pos-graduacao/055_tese_rodrigo_cardim.pdf)>. Acesso em: 17 jan. 2017.
- CHEN, P.-C. The design of smooth switching control with application to V/STOL aircraft dynamics under input and output constraints. *Asian Journal of Control*, Taiwan, v. 14, n. 2, p. 439–453, mar. 2012.
- CORLESS, M. J.; LEITMANN, G. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Piscataway, v. 26, n. 5, p. 1139–1144, 1981.
- DEAECTO, G. S. *Projeto de controladores dinâmicos com comutação*. 2010. 161 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=000773932>>. Acesso em: 25 jul. 2013.
- DEAECTO, G. S.; SOUZA, M.; GEROMEL, J. C. Chattering free control of continuous-time switched linear systems. *Control Theory Applications, IET*, Stevenage, v. 8, n. 5, p. 348–354, mar. 2014.
- DOWNEY, R. J. et al. Closed-loop asynchronous neuromuscular electrical stimulation prolongs functional movements in the lower body. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, v. 23, n. 6, p. 1117–1127, nov. 2015.
- \_\_\_\_\_. The time-varying nature of electromechanical delay and muscle control effectiveness in response to stimulation-induced fatigue. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, Piscataway, v. 25, n. 9, p. 1397–1408, set. 2017b.
- DORF, R.; BISHOP, R. H. *Sistema de controle moderno*. 11. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.
- EFBERG, J.; LÖFBERG, J. YALMIP, A. Toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In: CACSD CONFERENCE, 2004, Taipei. *Proceedings...* [S. l.: s. n.], 2004. p. 284–289.

ERFANIAN, A.; CHIZECK, H. J.; R. M. HASHEMIL, R. M. *A characterization of changes in the dynamics of muscle contraction during prolonged electrical stimulation*. [S. l.: s. n.], 2002.

FARIA, U. C. *Implementação de um sistema de geração de marcha para pacientes com lesões medulares*. 2006. 199 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual, Ilha Solteira, 2006.

FELÃO, L. H.; TEODORO, R. G.; KOZAN, R.; URBAN, M. F. R.; MACHADO, E. R. M. D.; GAINO, R.; ALVES, C. A.; TEIXEIRA, M. C. M. T.; SANCHES, M. A. A.; CARVALHO, A. A. *Sistema eletrônico para geração de movimentos controlados no membro inferior de pacientes utilizando sistema MyRIO*. FPGA : Apr. Iberdiscap, 2015.

FERRARIN, M.; PEDOTTI, A. The relationship between electrical stimulus and joint torque: a dynamic model. *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, San Diego, v. 8, n. 3, p. 342–352, 2000.

FINOCCHIARO, D. N.; HERZFELD, S. T. Understanding autonomic dysreflexia. *American Journal of Nursing*, Philadelphia, v. 90, p. 56-59, 1990.

FISIONET. *Quadríceps superficial*. São José do Rio Preto, 2012. Disponível em: <<http://www.fisionet.com.br/galeria/index.php?page=6>>. Acesso em: 27 ago. 2015.

GEROMEL, J. C.; COLANERI, P. Stability and stabilization of continuous-time switched linear systems, *SIAM J. Control Optim.*, v. 45, n. 5, p. 1915–1930, 2006

GUYTON, A. C.; HALL, J. E. Magnitude of the inflammatory response to cardiopulmonary bypass and its relation to adverse clinical outcomes. *Inflammation Research*. [S. l.], p. 579–586, jul. 2002.

\_\_\_\_\_. *Tratado de fisiologia médica*. 11. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

GUYTON, A. C. M. D. Organização do sistema nervoso: funções básicas das sinapses e substâncias transmissoras. In: \_\_\_\_\_. *Tratado de fisiologia médica*. 9. ed. 1997. Cap. 45, p. 416 – 417.

GAINO, R. *Controle de movimentos de pacientes paraplégicos utilizando modelos Fuzzy T-S*. 2009. 178 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.

GAHINET, P.; NEMIROVSKII, A.; LAUB, A. J.; CHILALI, M. The LMI control toolbox. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 33d., 1994. *Proceedings...* [S.l.: s.n.], 1994. v. 3, p. 2038–2041.

HILL, A. V. The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. *Proceedings of the Royal Society of London*, London, v. 126, n. 19, p. 1365, 1938.

HULTMAN, E.; SJOHOLM, H.; JADERHOLM, E.K.J.; KRYNICKI, J. Evaluation of methods for electrical stimulation of human skeletal muscle in situ. *Pflugers Archives*, v. 398, p. 139-141, 1983.

HUXLEY, A. F. Muscle structure and theories of contraction. *Progress in Biophysics and Biophysical Chemistry*, Kidlington, v. 7, p. 255-318, 1957.

IBGE. Censo Demográfico 2010. Disponível em: <<<http://censo2010.ibge.gov.br/resultados>>. Acesso em: 06 out. 2015.

JEZERNIK, S.; WASSINK, R. G. V.; KELLER, T. Sliding mode closed loop control of fes. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Piscataway, v. 51, n. 2, p. 263-272, feb. 2004.

JUNQUEIRA, L. C.; CARNEIRO, J. *Histologia básica*. 10 ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2004.

JUNQUEIRA, M. V. N. *Eletroestimulador funcional de oito canais com malha de realimentação utilizando controlador digital*. 2013. 102 f. Dissertação (Mestrado em Automação) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2013.

KATZ, R. T.; RYMER, W. Z. Spastic hypertonia: mechanisms and measurement. *Arch. Phys. Med. Rehab.*, Philadelphia, v. 70, p. 144–155, 1989.

KIRSCH, N. A. *Control methods for compensation and inhibition of muscle fatigue in neuroprosthetic devices*. 2016. 175 f. Dissertation (Master) - University of Pittsburgh Swanson School of Engineering, 2016.

KIRSCH, N.; ALIBEJI, N.; SHARMA, N. Nonlinear model predictive control of functional electrical stimulation. *Control Engineering Practice*, Oxford, v. 58, p. 319–331, jan. 2017.

KOBRAVI, H. R.; ERFANIAN, A. Decentralized adaptive robust control based on sliding mode and nonlinear compensator for the control of ankle movement using functional electrical stimulation of agonist–antagonist muscles. *J. Neural Eng.*, [S. l.], v. 6, p. 1–10, 2009.

\_\_\_\_\_. A decentralized adaptive fuzzy robust strategy for control of upright standing posture in paraplegia using functional electrical stimulation. *Med. Eng. Phys.*, London, v. 34, n. 1, p. 28–37, jan. 2011.

KOVÁKS, Z. L. *O cérebro e sua mente: uma introdução à neurociência computacional*. São Paulo: Acadêmica, 1997.

LANCE, J. W. Symposium synopsis. In: FELDMAN, R. G.; YOUNG, R. R.; KOELLA, W. P. Spasticity: disordered motor control. *Year Book Medical*, St Louis, p. 485–494, 1980.

LOFBERG, J. A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In: IEEE International symposium on computer aided control systems design, 2004, Taipei. *Proceedings...* Taipei: IEEE, 2004. p. 284–289.

LYNCH, C. L.; POPOVIC, M. R. A comparison of closed-loop control algorithms for regulating electrically stimulated knee movements in individuals with spinal cord injury. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, Piscataway, v. 20, n. 4, p. 539-548, jul. 2012.

- LUNDY-EKMAN, L. *Neurociência: fundamentos para a reabilitação*. 2. ed. 2004.
- MACHADO, E. R. *Modelagem e controle de sistemas Fuzzy Takagi-Sugeno*. 2003. 209 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Ilha Solteira, 2003.
- MATTHEUS, G. G. *Neurobiology: molecules, cells and systems*. [S. l.], 2000.
- MUTTI, C. G. *Avaliação das capacidades funcionais de pacientes paraplégicos por trauma raquimedular que frequentam e que não frequentam um centro de reabilitação*. Dissertação de Mestrado; Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo. [S.l.] 2008.
- NETTER, F. H. *Atlas de anatomia humana*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- NEKOUKAR, V.; ERFANIAN, A. An adaptive fuzzy sliding-mode controller design for walking control with functional electrical stimulation: a computer simulation study. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, [S. l.], v. 9, n. 6, p. 1124-1135, 2011.
- \_\_\_\_\_. A decentralized modular control framework for robust control of fes-activated walker-assisted paraplegic walking using terminal sliding mode and fuzzy logic control. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, New York, v. 59, n. 10, p. 2818- 2827, 2012.
- NICHOLAS, K.; NAJI, A.; BRAD, E. D.; NITIN, S. Switching control of functional electrical stimulation and motor assist for muscle fatigue compensation. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE (ACC), 2006, Boston. *Proceedings...* [S. l.: s. n.], 2006.
- NOQUEIRA, A. Controle robusto  $H_\infty$  de sistemas discretos sujeitos a restrições no controle e na saída [dissertação]. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas, Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUC-PR, Curitiba, 2009. p. 4865-470.
- OGATA, K. *Modern control engineering*. 5. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.
- OLIVEIRA, D. R.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. S.; MOREIRA, M. R.; SILVA, J. H. P. *Projeto de controle robusto  $\mathcal{H}_\infty$  chaveado: implementação prática em um sistema de suspensão ativa*.
- OLIVEIRA, D. R.; TEIXEIRA, M. C. M.; ALVES, U. N. L. T.; DE SOUZA, W. A.; ASSUNÇÃO, E.; On local  $H_\infty$  switched controller design for uncertain T-S fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions. *Fuzzy Sets and Systems*, [S. l.], v. 344, p. 1-26, 2017.
- PREVIDI, F.; FERRARIN, M.; SAVARESI, S. M.; BITTANTI, S. Closed-loop control of FES supported standing up and sitting down using virtual reference feedback tuning. *Control Engineering Practice*, 13, 1173–1182, 2005.
- POPOVIC, D.; RADULOVIC, M.; SCHWIRTLICH, L.; JAUKOVIC, N. Automatic vs hand-controlled walking of paraplegics. *Med. Eng. Phys.*, p. 63-73, set. 2003.

POPOVIC, M. R. *et al.* Surface-stimulation technology for grasping and walking neuroprostheses. *IEEE Engineering in Medicine and Biology*, Piscataway, v. 20, n. 1, p. 82-93, 2001.

RIENER, R.; FUHR, T. Patient-driven control of FES-supported standing up: a simulation study. *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, 6, 113–123, 1998.

ROUHANI, E.; ERFANIAN, A. Control of intraspinal microstimulation using an adaptive terminal-based neuro-sliding mode control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology, Conference on Neural Engineering*, Montpellier, 2015.

SANCHES, M. A. A. *Sistema eletrônico para geração e avaliação de movimentos em paraplégicos*. 2013. 184 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Ilha Solteira, 2013.

SCHAUER, T.; NEGÅRD, N.-O.; PREVIDI, F.; HUNT, K. J.; FRASER, M. H.; FERCHLAND, E.; RAISCH, J. (2005) Online identification and nonlinear control of the electrically stimulated quadriceps muscle. *Control Engineering Practice*, Oxford, v. 13, n. 9, p. 1207-1219, 2005.

SHARMA, N. *et al.* Nonlinear model predictive control of functional electrical stimulation. *Control Engineering Practice*, Oxford, v. 58, p. 319-331, 2017.

\_\_\_\_\_. Further results on predictor-based control of neuromuscular electrical stimulation. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, Piscataway, v. 23, n. 6, nov. 2015.

\_\_\_\_\_. Closed-loop neural network-based NMES control for human limb tracking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 712–725, maio 2012.

SHARMA, N.; STEGATH, K.; GREGORY, M. C.; DIXON, E. W. Nonlinear neuromuscular electrical stimulation tracking control of a human limb. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*. Piscataway, dez. 2009.

SILVA, J. H. P.; JUNIOR, E. I. M.; SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; MOREIRA, M. R. Controle H1 com chaveamento do ganho da realimentação do vetor de estado para sistemas lineares incertos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 2012, Campina Grande. *Anais...* Campina Grande: [s. n.], 2012. p. 2276–2281.

ŠILJAK, D. D.; STIPANOVIĆ, D. M. Robust stabilization of nonlinear systems: the LMI approach. *Mathematical Problems in Engineering*, New York, v. 6, n. 5, p. 461–493, jun. 2000. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/mpe/2000/810975/abs/>>. Acesso em: 25 jul. 2013.

SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; SANTIM, M. P. A.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched control design of linear time-invariant systems with polytopic uncertainties. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 13, p. 1-10, 2013. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/mpe/2013/595029/>>. Acesso em: 16 jan. 2017.

SOUZA, W. A.; OLIVEIRA, D. R.; TEIXEIRA, M. C. M.; SILVA, L. S. C.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Projeto e implementação de um controlador robusto chaveado utilizando modelos fuzzy Takagi-Sugeno. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA), 20., [S. l.]. *Proceedings...* [S.l.: s.n.], 2014. p. 2238–2245.

STURM, J. F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization Methods and Software*, Essex, v. 11–12, p. 625–653, 1999.

TEIXEIRA, M. C. M. et al. Design of a Fuzzy Takagi-Sugeno controller to vary the joint knee angle of paraplegic patients. *Lectures Notes in Computer Science*, v. 4234, n. 3, p. 118-126, jan. 2006. Tabela - Protocolo de aplicação da FES utilizado para identificação.

TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and lmi-based designs. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, IEEE, Piscataway*, v. 6, n. 2, p. 250–265, 1998a.

\_\_\_\_\_. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, New York, v. 6, n. 2, p. 250–265, 1998.

TANIGUCHI, T. *et al.* Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of takagi-sugeno fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 525-537, 2001.

TEODORO, R. G.; FELÃO, L. H.; KOZAN, R.; URBAN, M. F. R.; URBAN, R. T.; MACHADO, E. R. M. D.; GAINO, R.; ALVES, C. A.; TEIXEIRA, M. C. M. T.; SANCHES, M. A. A. Geração de movimentos controlados nos membros inferiores com verificação de robustez utilizando sistema MyRIO FPGA.

TEIXEIRA, M. C. M.; ZAK, S. H. Stabilizing controller design for uncertain non-linear systems using fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, New York, v. 7, n. 2, p. 133-142, 1999.

TEIXEIRA, M. C. M.; DEAECTO, G. S.; GAINO, R.; ASSUNÇÃO, E.; CARVALHO, A. A.; MACHADO, E. R. M. D.; SILVA, T. I. Projeto de um controlador linear para variar o ângulo de articulação do joelho de um paciente paraplégico. In: BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND THEIR APPLICATIONS, DINCON, 6., 2007, São José do Rio Preto. *Anais...* São José do Rio Preto, São Paulo: [s.n.], 2007. p. 950–956.

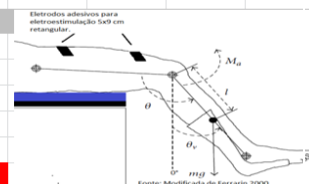
VELTINK, P.; CHIZECK, H.; CRAGO, P.; EL-BIALY, A. Nonlinear joint angle control for artificially stimulated muscle. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Piscataway, v. 39, p. 368–380, 1992.

YUAN, B.; SUN, G.; GOMEZ, J.; IKEMOTO, Y.; GONZARLEZ, J.; MURAI, C.; U, A. R.; YU, W.; INO, S. *The effect of an auxiliary stimulation on motor function restoration by FES.* 2010.

ZAHALAK, G. I. A Dibration-moment approximation for kinetic theories of muscular contraction. *Math. Biosci.*, New York, v. 55, 89-114, 1981.

## APÊNDICE A – PROTOCOLO DE IDENTIFICAÇÃO E APLICAÇÃO DE CONTROLE

Protocolo de Identificações e Aplicação de Controle			
Nome do voluntário:			
Idade:	Tipo de lesão:	Tempo de Lesão:	
Teste nº		Data ____ / ____ / ____	
<b>Dados Iniciais</b>			
<input type="checkbox"/>	a	Explicar protocolo ao voluntário e TCLE (Termo de Consentimento Livre e Esclarecido)	
<input type="checkbox"/>	b	Coletar medidas antropométricas (preencher tabela 1)	
<input type="checkbox"/>	c	Fazer alguns questionamento a respeito de atividade física. (preencher tabela 1)	
<input type="checkbox"/>	d	Verificar pressão arterial (início dos testes) _____ x _____ mmHg	
<input type="checkbox"/>	e	Ajustar cadeira e anotar os ajustes realizados e ou tira foto.	
<input type="checkbox"/>	f	<b>Setar ângulo limite no software (Limitador de ângulo) para nunca chegar a extensão máxima do voluntário.</b>	
<b>Identificar Pto Motor g-h e Identificação dos Parametros i-l (Testes em malha aberta)</b>			
<input type="checkbox"/>	g	Identificar ponto de ativação (vide Nota 1)	
<input type="checkbox"/>	h	Marcar com caneta, tirar foto com regua de referência ou fazer grid, anotar. <b>Solicitar tricotomia se julgar necessário.</b>	
<input type="checkbox"/>	i	Identificar parâmetros que sejam suficientes para gerar uma extensão $35^\circ < \theta < 45^\circ$ .	
		<i>Obs: Almeja-se controlar a <math>40^\circ</math> ou bem proximo deste ponto.</i>	
		<i>Obs: A escolha da corrente será de: 70, 80, 100 ou 120mA. A escolha deverá ser por aquela que atingir a faixa de angulação desejada sem ultrapassar 400us na largura de pulso, caso haja necessidade de extrapolar este valor, será discutido em grupo a decisão a ser tomada.</i>	
		Anotar f: _____ (Hz) T: _____ (us) I: _____ (mA) Ang extensão _____ ( $^\circ$ ).	
<input type="checkbox"/>	j	Aplicar FES através dos eletrodos 5x9cm por um intervalo de 10 a 20s, na forma de um degrau, com a mesma largura de pulso, observar e confirmar a estabilização do ângulo desejada. Importante tira um "printscr" da tela após realização desta etapa.	
<input type="checkbox"/>	k	Esperar um intervalo de 2 minutos antes de realizar o proximo estímulo, considerando a identificação com aplicação do degrau de 4s.	
<input type="checkbox"/>	l	Aplicar novamente FES no mínimo 5 vezes (observado sempre a faixa de angulação desejada conforme item "i").	
		<i>Estas identificações serão utilizadas para o projetar o controlador.</i>	
<b>Aplicar controladores robusto e chaveado (Malha fechada)</b>			
<input type="checkbox"/>	m	Aplicar controlador por um tempo de 20 a 30 seg. Observar o tempo de aplicação e repetir o mesmo para o outro controlador.	
<input type="checkbox"/>	n	Após o intervalo de no mínimo 24 horas, aplicar os controladores por um tempo de 20 a 30 seg, só que nesta etapa iniciar com o controlador que fechou a etapa anterior, ou seja, iniciar com o último controlador utilizado na etapa "m". Observar o tempo de aplicação e repetir para o outro controlador.	
		<b>Ficar em observação para o caso da FES não manter a perna no ponto de operação desejado ou entrar em oscilação (tendendo a instabilidade), se ocorrer este último, cessar aplicação do controle.</b>	
		<b>Agendamento de retorno com o voluntário, confirmação. SIM ( ) ou NÃO ( ). Data: ____ / ____ / ____.</b>	



**Nota 1** Utilizar eletroestimulador comercial ou o estimulador projetado pelo LIEB ou caneta a caneta de estimulação comercial.

**a** Primeiramente com a ponta dos dedos identifica-se a espinha elíaca ântero superior (ponta do osso do quadríceps), aproximadamente 15 centímetros abaixo da espinha encontra-se a raiz do musculo reto femoral. Cerca de 2 a 5 centímetros em direção ao centro do musculo reto femoral coloca-se um eletrodo adesivo 5x5 centímetro, o outro eletrodo é colocado na palma da mão do pesquisador colaborador. Com o neuroestimulador Neurodyn programado na grandeza de tesão elétrica setado para os parâmetros de aplicação do sinal elétrico conforme descritos na literatura (Manual Sstimus-R), inicia-se então uma varredura na outra ponta do musculo reto femoral próximo a patela do voluntário. Através do contato direto da ponta dos dedos com o musculo ocorrerá à movimentação dos elétrons que ficará mais acentuada, ou seja, perceptível no local de menor impedância, este por sua vez passa a ser o primeiro ponto motor encontrado. Para encontrar o segundo ponto motor faz-se o procedimento novamente só que agora fixando o eletrodo no ponto motor identificado e novamente promove-se o contato próximo ao primeiro ponto motor escolhido aleatoriamente, no início do musculo reto femoral. Caso não tenha sucesso no procedimento descrito, faz-se o mesmo procedimento considerando o musculo reto femoral e ainda sim não der resultado, fazer no musculo trato eliotibial do voluntário.

**b** Ao aplicar um sinal FES controlado manualmente com largura de pulso inferior a de projeto mas que gere uma angulação de no máximo 60% da desejada e ainda se observado que mesmo assim não se obteve uma fácil extensão da perna, primeiramente faça a mudança de posicionamento do eletrodos superior, deslocando-o para uma posição próxima aquela região onde foi encontrado o ponto motor e novamente faça aplicação do sinal FES. Caso apresente maior amplitude com menor exigência de recrutamento do musculo, tome este como o ponto de ativação. Feito todos estes procedimentos ainda sim não obtiver sucesso, volte ao passo inicial, retorne o eletrodo adesivo ao ponto motor de origem e repita todo o procedimento considerando agora o ponto motor encontrado próximo a patela do voluntário.

**Nota 2** **OBS IMPORTANTE:** Sharam trabalhou com hígidos e os testes foram com 1min e mesmo assim seu controlador funcionou bem até 30s. Trabalharemos com paraplégicos, desta forr na pode-se reduzir muito estes tempos, salvo na condição em que o voluntário faça atividades externas para melhoramento de sua condição física.

Fonte: Próprio autor.




Tabela 1		
Dados Antropométricos		
Nome:		
Data:		
Item	Descrição	Valor
1	Sexo	
2	Lesão	
3	Idade	
4	Massa corporal [kg]	
5	Altura [cm]	
6	Massa da Perna [kg]	
7	Massa do Pé [kg]	
8	Massa da Perna-pé [kg]	
9	Dist. Da patela ao centro de massa [cm]	
10	Faz algum tipo de tratamento	
11	Faz uso de FES sim ( ) não ( )	
12	Horário da última refeição realizada	
13	Teve uma boa noite de sono	


**Observação Importante:** Para voluntários cadeirantes que não praticam esportes, estes o uso de FES em excesso logo no início, poderá prejudicar todos os demais procedimentos, inclusive os resultados finais mediante aplicação dos controladores.

Fonte: Próprio autor.

## APÊNDICE B – DADOS DOS VOLUNTÁRIOS

<b>Voluntário P1</b>	
Sexo – masculino	
Idade – 30 anos	
Lesão – C4 e C5. Faz dois anos que é lesionado. Apresenta quadro físico de tetraplegia.	
Pratica atividades físicas de bicicleta e faz academia de musculação.	
Peso – 75 Kg	
Altura – 1.87 m	


Fonte: Próprio autor.

<b>Voluntário P2</b>	
Sexo – masculino	
Idade – 25 anos	
Lesão – T5 faz sete anos que é lesionado medular. Apresenta quadro físico de paraplegia.	
Faz acompanhamento com fisioterapeutas.	
Peso – 48 Kg	
Altura – 1.68 m	

Fonte: Próprio autor.

<b>Voluntário P3</b>	
Sexo – masculino	
Idade – 30 anos	
Lesão – T3 e T4 faz dez anos e seis meses que é lesionado medular. Apresenta quadro físico de paraplegia.	
Peso – 68 Kg	
Altura – 1.80 m	

Fonte: Próprio autor.

<b>Voluntário P4</b>	
Sexo – masculino	
Idade – 52 anos	
Lesão – C7 e C8 faz trinta e um anos que é lesionado medular. Apresenta quadro físico de paraplegia.	
Peso – 65 Kg	
Altura – 1.65 m	


Fonte: Próprio autor.

<b>Voluntário H1</b>	
Sexo – masculino	
Idade – 18 anos	
Hígido	
Pratica esporte eventualmente.	
Peso – 89 Kg	
Altura – 1.75 m	

Fonte: Próprio autor.

<b>Voluntário H2</b>	
Sexo – masculino	
Idade – 18 anos	
Hígido	
Pratica esporte eventualmente.	
Peso – 80.12 Kg	
Altura – 1.89 m	

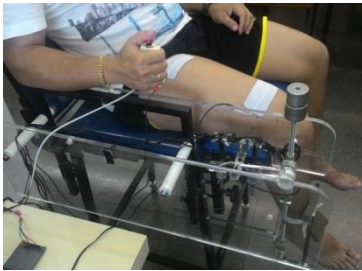
Fonte: Próprio autor.

<b>Voluntário H3</b>	
Sexo – feminino	
Idade – 19 anos	
Hígido	
Não é praticante de esporte.	
Peso – 64 Kg	
Altura – 1.72 m	

Fonte: Próprio autor.

<b>Voluntário H4</b>	
Sexo – masculino	
Idade – 23 anos	
Hígido	
Não é praticante de esporte.	
Peso – 78 Kg	
Altura – 1.79 m	

Fonte: Próprio autor.

<b>Voluntário H5</b>	
Sexo – masculino	
Idade – 26 anos	
Hígido	
Pratica esporte e faz caminhada constantemente.	
Peso – 73 Kg	
Altura – 1.67	

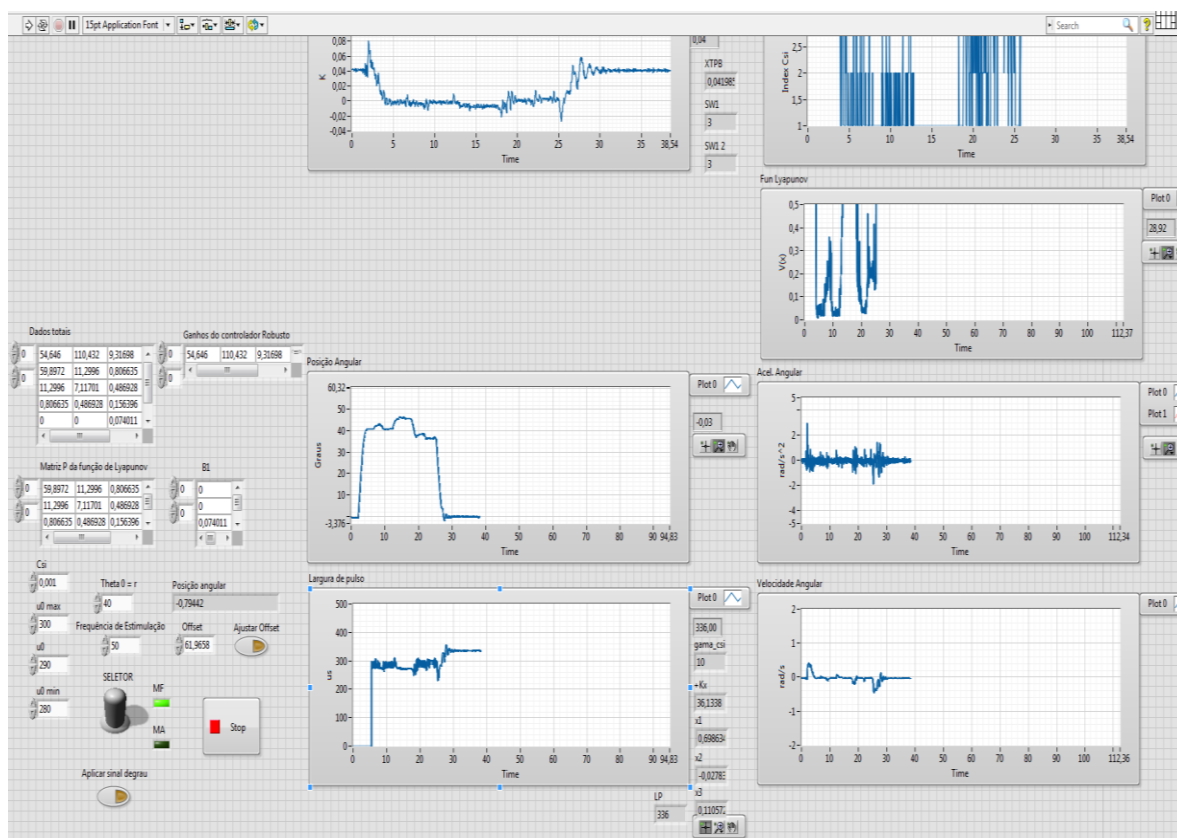
Fonte: Próprio autor.

## APÊNDICE C – PAINEL FRONTAL SOFTWARE LABVIEW

Os programas do LabVIEW são chamados instrumentos virtuais, porque muitas vezes são similares em aparência e modo de operação aos instrumentos físicos, como osciloscópios e multímetros. O LabVIEW possui um conjunto abrangente de ferramentas para a aquisição, análise, apresentação e armazenamento de dados, além de ferramentas que ajudam a resolver qualquer problema que ocorra nos códigos.

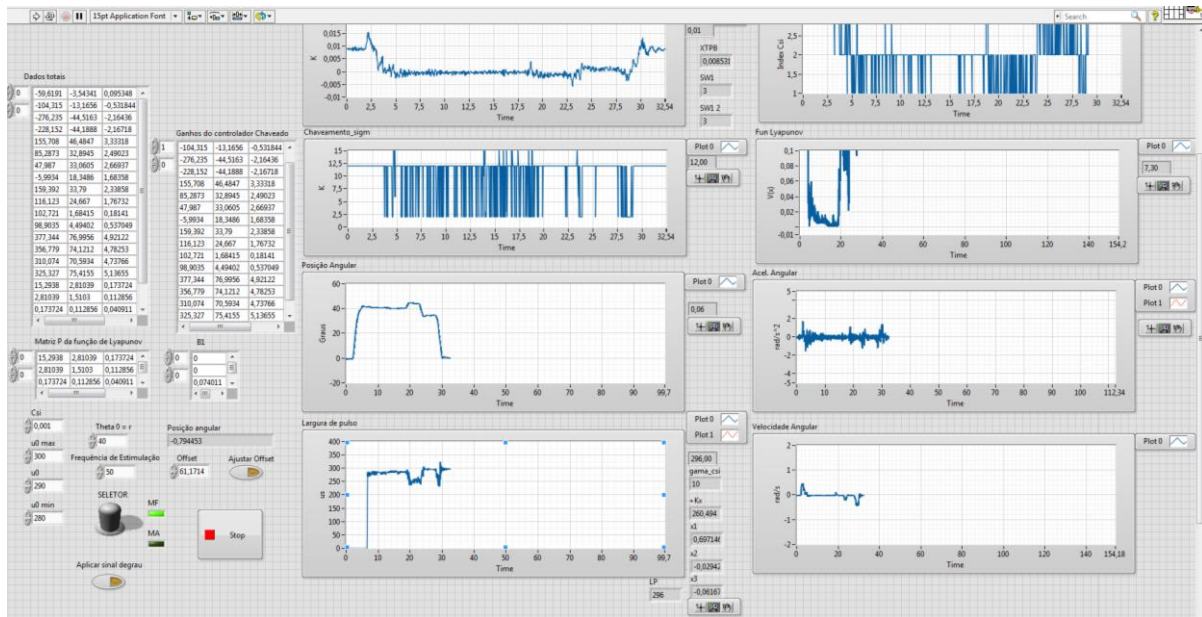
Ao criar um VI, vê-se duas janelas: a janela do painel frontal e o diagrama de blocos.

Abaixo é apresentada a janela do painel frontal implementado com projeto do controlador robusto robusto.



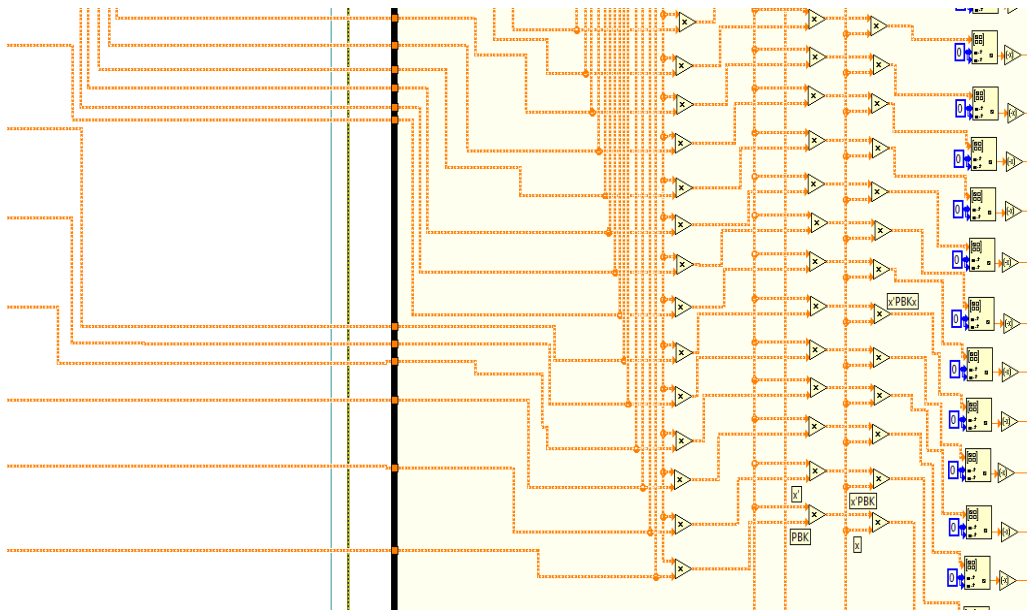
Fonte: Próprio autor.

Nesta é apresentada a janela do painel frontal implementado com projeto do controlador chaveado.



Fonte: Próprio autor.

Somente para exemplificar, abaixo é apresentada uma ilustração do diagrama de bloco. No projeto de cada controlador, o diagrama de bloco é bem mais complexo, com ocupação da tela além do permitido para uma boa visualização.



Fonte: Próprio autor.