

YURI PRADO DE SOUZA

**Uma abordagem estocástica para aumento de produtividade
em linhas de montagem**

Yuri Prado de Souza

**Uma abordagem estocástica para aumento de produtividade
em linhas de montagem**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção na área de Otimização.

Orientador: Prof. Dr. Edson Luiz França Senne

Guaratinguetá - SP
2018

S729a Souza, Yuri Prado de
Uma Abordagem estocástica para aumento de produtividade em linhas de
montagem / Yuri Prado de Souza. – Guaratinguetá, 2018.
57 f : il.

Bibliografia: f. 53-55

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Edson Luiz França Senne

1. Métodos de linha de montagem 2. Heurística 3. Programação estocástica I.
Título.

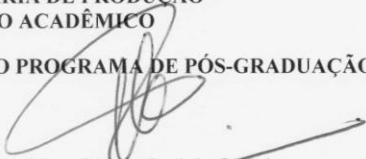
CDU 658.515(043)

YURI PRADO DE SOUZA

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO”**

**PROGRAMA: ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO: MESTRADO ACADÊMICO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Otávio José de Oliveira
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. EDSON LUIZ FRANÇA SENNE
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO DALE LUCHE
UNESP/FEG


Prof. Dr. LUIZ LEDUINO NETO
UNIFESP/SJC

Agosto/2018

Dedico a Núbia Prado, pela paciência e incentivo nos muitos dias em que sacrificamos nossos momentos de lazer para que este trabalho se concretizasse. Ser melhor por você sempre será minha grande inspirao.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos do departamento de Engenharia de Produção pelos ensinamentos ao longo do curso, ao meu orientador Professor Edson Luiz França Senne pela paciência demonstrada desde o primeiro dia desta jornada. À mãe Maria das Graças, sem sua persistência em me levar a um caminho de estudos certamente esta dissertação não teria ocorrido.

"Há na vida momentos privilegiados nos quais parece que o Universo se ilumina, que nossa vida nos revela sua significação, que nós queremos o destino mesmo que nos coube, como se nós próprios o tivéssemos escolhido. Depois o Universo volta a fechar-se, tornamo-nos novamente solitários e miseráveis, já não caminhamos se não tateando por um caminho obscuro onde tudo se torna obstáculo a nossos passos. A sabedoria consiste em conservar a lembrança desses momentos fugidios, em saber fazê-los reviver, em fazer deles a trama da nossa existência cotidiana e, por assim dizer, a morada habitual do nosso espírito."

Louis Lavelle

RESUMO

Neste trabalho propõe-se uma abordagem para o Problema de Balanceamento de Linhas de Montagem (do inglês, *Assembly Line Balancing Problem* - ALBP) para aumentar a eficiência de uma indústria montadora de veículos. O ALBP caracteriza-se como um problema de sequenciamento de tarefas em estações de trabalho classificado como um problema de Otimização Combinatória NP-difícil e, portanto, a solução exata do problema em ambientes reais geralmente implica em elevado custo computacional. Para resolver o ALBP, foram formulados um modelo matemático de otimização inteira mista para obtenção de soluções determinísticas e um modelo estocástico com recurso que considera a incerteza dos tempos de execução das tarefas pelos operadores. A motivação para o desenvolvimento do presente trabalho decorre da observação de interrupções constantes do fluxo de produção nesta indústria, atribuídas às mais diversas naturezas, e que causavam transtornos e elevados níveis de estresse aos trabalhadores. Ambos os modelos, determinístico e estocástico, aumentaram a capacidade de produção de 196 unidades/dia para 245 e 233 unidades/dia, respectivamente. O modelo estocástico aumentou o tempo de ciclo CT em 5,6% quando comparado ao modelo determinístico, embora diminua a capacidade efetiva em 4,8%. Porém, não considerar a incerteza no tempo de execução das tarefas pode diminuir a quantidade produzida em até 10,6%. Contrariamente ao entendimento comum em linhas de montagem, este trabalho conclui que reduzir os tempos de ociosidade aos níveis mínimos é prejudicial à produtividade de linhas de montagem. Isto se deve ao fato de que uma parcela do tempo atribuído à ociosidade dos operadores, na verdade contém um tempo adicional gerado pela incerteza do tempo de execução das tarefas. Os resultados sugerem que a abordagem do ALBP sob incerteza contribui para o aumento dos índices de capacidade operacional da empresa. Devido ao grande esforço computacional necessário para a solução dos modelos de otimização propostos (determinístico e estocástico), não se consegue resolver, em um tempo computacional razoável, exemplares de dimensões reais do problema. Em vista disto, o trabalho propõe também uma heurística para a solução do ALBP visando minimizar o tempo de ciclo. Experimentos computacionais sugerem que a heurística proposta obtém resultados razoáveis para grandes exemplares do problema em um tempo computacional pequeno.

PALAVRAS-CHAVE: Problema de balanceamento de linhas de montagem. Programação inteira mista. Programação estocástica. Modelo estocástico com recurso. Heurística.

ABSTRACT

This work proposes solution approaches to the Assembly Line Balancing Problem (ALBP) to increase the efficiency of a vehicle assembler industry. The ALBP is characterized as a task sequencing in workstations which is classified as a NP-hard Combinatorial Optimization problem and, therefore, the exact solution of the problem in real environments usually implies a high computational cost. In order to solve the ALBP, a mathematical model of mixed integer optimization to obtain deterministic solutions and a stochastic model with resource that considers the uncertainty of the execution times of the tasks by the operators were formulated. The motivation for the development of this work stems from the constant interruptions of the production flow in this industry, attributed to the most diverse natures, which cause disorders and high levels of stress to the workers. The deterministic and stochastic models increased the production capacity from 196 units / day to 245 and 233 units / day, respectively. The stochastic model increased the cycle time by 5.6% when compared to the deterministic model, although it reduced the effective capacity by 4.8%, which is equivalent to 12 vehicles / day. However, not considering the uncertainty in task execution times can decrease the amount produced by up to 10.6% or 26 vehicles / day. Contrary to the most acceptable idea, this work concludes that reducing idle times to minimum levels is detrimental to assembly line productivity. This is due to the fact that a portion of the time attributed to the idleness of the operators actually contains an additional time generated by the uncertainty of the execution time of the tasks. The results suggest that the approach of the ALBP under uncertainty contributes to the increase of the indices of operational capacity of the company. Due to the great computational effort required to solve the proposed optimization models (deterministic and stochastic), it is not possible to solve real instances of the problem in a reasonable computational time. In view of this, this work also proposes a heuristic for the ALBP solution in order to minimize the cycle time. Computational experiments suggest that the proposed heuristic obtains reasonable results for large instances of the problem in a small computational time.

KEYWORDS: Assembly line balancing problem. Mixed integer programming. Stochastic programming. Stochastic model with recourse. Heuristic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - <i>Trade-off</i> vs. Incertezas.....	16
Figura 2 - Grafo de representação da distribuição de tarefas (Proposta 1).....	22
Figura 3 - Grafo de representação da distribuição das tarefas (Proposta 2).....	23
Figura 4 - Linha de montagem (Propostas 1 e 2)	24
Figura 5 - Linha de montagem genérica.....	26
Figura 6 - ALBP quanto à forma da linha de montagem	26
Figura 7 - U-Shaped ALBP	27
Figura 8 – Linha de montagem tipo-U	27
Figura 9 – Linha de montagem com estações de trabalho paralelas	28
Figura 10 - Linha de montagem em dois lados (Two-sided assembly line).....	28
Figura 11 – Classificação quanto à natureza dos tempos e quantidade de produtos.....	31
Figura 12 - ALBP quanto à abordagem de solução.....	31
Figura 13 - Otimização sob incerteza	33
Figura 14 – Parte de uma árvore de cenários.....	35
Figura 15 – Região Viável 1.....	37
Figura 16 – Região viável 2.....	38
Figura 17 – Discretização da demanda por P_1 e P_2 em 15 cenários.....	39
Figura 18 – Região viável 3.....	41
Figura 19 - Distribuição contínua para a os parâmetros incertos	44
Figura 20 - Discretização em cenários finitos para os parâmetros incertos	45
Figura 21- Árvore de cenários	46
Figura 22 - Tempos de processamento iniciais	58
Figura 23 - Tempos de processamento após a otimização	60
Figura 24 - TC x Eficiência teórica	61
Figura 25 - TC x Rendimento Operacional	61
Figura 26 - Ociosidade nos cenários inicial e final	63
Figura 27 –Árvore de cenários das quatro primeiras tarefas de v_2	70
Figura 28 –Tempo de ciclo para as instâncias	72
Figura 29 –Desvio padrão para as instâncias	73
Figura 30 – Gap de otimalidade para as instâncias	73
Figura 31 – Pseudocódigo da metaheurística VNS	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Algumas tarefas associadas ao veículo v_1	22
Tabela 2 – Classificação da literatura do ALBP.....	53
Tabela 3 - Aumento escalonado no tempo de ciclo.....	57
Tabela 4 – Distribuição inicial de tarefas nas estações de trabalho.....	58
Tabela 5 - Distribuição otimizada de tarefas nas estações de trabalho	59
Tabela 6 - Síntese dos resultados.....	62
Tabela 7 – Quatro primeiras e última tarefas de v_2	66
Tabela 8 – Quatro primeiras e última tarefas de v_2 com os 6 cenários possíveis	69
Tabela 9 – Resultados obtidos com o método de amostragem SAA.....	74
Tabela 10 – Resultados de TC conforme a abordagem de solução	74
Tabela 11 – Distribuição das tarefas em estações de trabalho para o veículo v_2	75
Tabela 12 – Tempo de ociosidade nas abordagens determinística e estocástica para v_2	76
Tabela 13 – Sumário dos resultados finais	76
Tabela 14 - Tempos de ciclo obtidos pela heurística.....	81
Tabela 15 - Resultados obtidos variando o número de estações	82
Tabela 16 - Resultados obtidos para exemplares maiores.....	82

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
1.1	JUSTIFICATIVA E DESCRIÇÃO INICIAL DO PROBLEMA	12
1.2	OBJETIVOS DO TRABALHO	18
1.2.1	Objetivo geral.....	18
1.2.2	Objetivos específicos.....	18
1.2.3	Classificação da pesquisa	18
1.2.4	Estruturação do trabalho.....	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1	UM EXEMPLO ILUSTRATIVO DO PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE PRODUÇÃO	21
2.2	O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE LINHAS DE MONTAGEM (ALBP)	25
2.2.1	Classificação dos ALBP quanto à forma de linhas de montagem.....	27
2.2.2	Classificação do ALBP quanto à natureza dos tempos de execução e ao número de produtos a serem otimizados	29
2.2.3	Classificação do ALBP quanto à abordagem de solução	31
2.3	OTIMIZAÇÃO SOB INCERTEZA.....	32
2.3.1	Programação estocástica	34
2.3.1.1	Modelos estocásticos com recurso	36
2.3.1.2	Árvore de cenários.....	45
2.3.1.2.1	<i>Método de aproximação pela média amostral - SAA</i>	47
3	REVISÃO DA LITERATURA ESPECÍFICA.....	51
4	O MODELO DETERMINÍSTICO PROPOSTO	54
4.1	DEFINIÇÕES EM LINHAS DE MONTAGEM	55
4.2	UM ESTUDO DE CASO	57
4.3	CONCLUSÃO DO ESTUDO DE CASO	63
5	O MODELO ESTOCÁSTICO PROPOSTO	66
5.1	RESULTADOS PARA O ALBP	74
6	A HEURÍSTICA PROPOSTA.....	78
7	CONCLUSÕES	84
	REFERÊNCIAS.....	86
	APÊNDICE A - Modelo estocástico formulado na linguagem mosel.....	92
	APÊNDICE B - Modelo determinístico implementado na linguagem mosel ...	96
	APÊNDICE C - Resultados do modelo estocástico.....	98
	APÊNDICE D - Resultados do modelo determinístico.....	100
	APÊNDICE E - Resultados do modelo determinístico com 22 estações de trabalho	101

1 INTRODUÇÃO

As crescentes exigências do mercado mundial têm produzido um aumento de competitividade nas empresas. Como resultado aumenta a importância de vantagens estratégicas, sobretudo na cadeia de suprimentos, onde os custos de fabricação são gerados.

Sistemas de produção modernos precisam adaptar produtos, níveis de produção, aperfeiçoar sistemas de controle de informação e implementar novas tecnologias de manufatura para permanecerem competitivos. Para Krause *et al.* (2014) isso exige flexibilidade e reconfiguração constante de processos. Em contrapartida, eficiência operacional requer repetitividade de processos e de resultados de produção.

A literatura sugere que existe uma tensão entre flexibilidade e eficiência operacional. Segundo Kortmann *et al.* (2014) a relação entre flexibilidade e eficiência operacional é um dos mais desafiadores conflitos em processos de manufatura. Porém conciliá-los pode representar uma vantagem competitiva.

Neste contexto, o problema de balanceamento de produção pode tornar-se um mediador central, pois está associado à configuração ou reconfiguração eficiente das operações em sistemas de produção.

O problema de balanceamento de produção abordado neste trabalho foi aplicado à linha de montagem de uma montadora de veículos e é um problema de otimização conhecido como “problema de balanceamento de linhas de montagem”, ou do inglês, *Assembly Line Balancing Problem* - ALBP.

O ALBP foi proposto matematicamente por Salveson (1955) e uma ampla gama de formulações têm sido estudadas até os dias atuais.

O ALBP consiste na busca pela melhor distribuição, ou redistribuição, das tarefas que compõem a fabricação de um produto em estações de trabalho, de forma a obter homogeneidade de cargas de trabalho entre os postos de montagem e respeitar as restrições tecnológicas. Entende-se como restrições tecnológicas, a imposição de execução de tarefas em um

determinado perímetro da linha de produção devido a condições ergonômicas, relações de precedência entre operações, ou disponibilidade de equipamentos (Araújo *et al.*, 2012).

Apesar de vastamente estudado, abordagens para o ALBP considerando a incerteza dos tempos de execução das tarefas ainda são restritas na literatura. Embora existam modelos estocásticos similares, até o presente momento não foi encontrado nas fontes pesquisadas um modelo estocástico como o apresentado nesta dissertação. Bentaha *et al.* (2014a), por exemplo, propuseram uma abordagem do ALBP similar ao desta dissertação, porém para minimizar a quantidade de estações de trabalho (ALBP-1) e não o tempo de ciclo (ALBP-2) conforme apresentado na Seção 2.2.

Embora o ALBP tradicional possa contribuir muito para a mediação do conflito entre necessidade de flexibilidade e eficiência operacional ainda existe um lacuna a ser preenchida, uma vez que a abordagem tradicional do ALBP não considera a incerteza no tempo de execução das tarefas pelos operadores. Verifica-se na prática que o tempo de execução das tarefas pelos operadores é preponderantemente afetado pela turbulência do ambiente em que são realizadas essas tarefas. Por isto, o tempo de execução de tarefas é melhor modelado quando se considera uma abordagem estocástica.

1.1 JUSTIFICATIVA E DESCRIÇÃO INICIAL DO PROBLEMA

Na indústria, um fator de extrema importância é a determinação da capacidade realizada de produção (CR). A capacidade realizada é definida subtraindo-se da capacidade efetiva as perdas não planejadas de produção. A capacidade efetiva de produção é um indicador teórico que considera uma produção ininterrupta durante todo o tempo disponível. Pode-se definir como capacidade efetiva a capacidade máxima de produção durante um período de trabalho. A razão entre a capacidade realizada (CR) e a capacidade efetiva (CE) constitui um dos indicadores de eficiência mais importantes de sistemas industriais, conhecido como rendimento operacional, ou do inglês, *Operational Effectiveness* (OE).

As perdas não planejadas de produção são causadas pela ocorrência de vários eventos durante um período de trabalho como: defeitos de qualidade, dificuldade de montagem, pequenas paradas, falta de peças, quebra de equipamentos, retrabalhos, etc. A estes eventos

sempre estará associado um “nível de incerteza”, pois embora se saiba que suas ocorrências são prováveis, não se conhece o momento em que acontecerão.

Um desafio para o cálculo de uma estimativa ou de uma previsão da capacidade realizada decorre do fato de que as variáveis envolvidas possuem comportamento estocástico. Frequentemente os resultados de produção são incompreensíveis aos gerentes, quando não consideram que diferenças na quantidade produzida entre turnos de trabalho possa ser um acontecimento "normal", devido ao fato de não possuírem um modelo de previsão de capacidade realizada que leve em consideração as incertezas envolvidas no processo produtivo. Em geral, observa-se que a previsão da CR se baseia na experiência das pessoas, sem que nem mesmo haja uma abordagem matemática do problema.

Problemas de otimização tradicionais consideram parâmetros como demanda, coeficiente de rendimento de matérias primas e preços, por exemplo, como parâmetros fixos e conhecidos, enquanto a otimização sob incerteza considera uma variação nesses parâmetros de acordo com uma distribuição de probabilidade associada a cada um deles. Em otimização sob incerteza usa-se o termo “realização das incertezas” para descrever o acontecimento dos eventos capazes de alterar o cenário levado em conta inicialmente em um problema de otimização, alterando conseqüentemente as soluções ótimas. É importante dizer que a otimização sob incerteza é uma ferramenta de auxílio a um processo de tomada de decisão na qual o otimizador deseja solucionar um problema levando em conta a “realização das incertezas”.

Modelos de otimização sob incerteza tem sido muito utilizados na indústria, para otimização de custo, lucro ou rendimento, por exemplo, considerando variações de parâmetros como demanda, limitação de matéria prima, capacidade ou preço (Altekin, 2016).

Segundo Oliveira *et al.* (2013), a estrutura mais comum para lidar com incertezas em modelos de otimização é a programação estocástica de 2 estágios, a qual, tipicamente, compreende dois tipos de variáveis de decisão: variáveis de decisão de primeiro estágio, que representam decisões que devem ser tomadas antes da realização das incertezas, e variáveis de decisão de segundo estágio, que representam as decisões que devem ser tomadas após a realização das incertezas. As variáveis de segundo estágio representam medidas de recurso que podem ajustar as decisões de primeiro estágio, após a ocorrência das incertezas. Um modelo é dito multiestágio com recurso quando a realização das incertezas ocorre múltiplas vezes.

As incertezas estão presentes em quase todos os sistemas de produção. Em linhas de montagem, conforme apontado anteriormente, as incertezas são representadas pelos eventos que geram perdas não planejadas de produção. Uma grande dificuldade na modelagem e solução de problemas de otimização que consideram incerteza é que esses eventos devem necessariamente ser representados por uma distribuição de probabilidade. Em linhas de montagem, nem todos os eventos que geram as perdas não planejadas de produção possuem estudos na literatura sobre qual a distribuição de probabilidade é mais adequada para descrevê-los. Alguns eventos, como defeitos de qualidade, por exemplo, podem possuir comportamento completamente aleatório e necessitam de estudos estatísticos específicos de cada aplicação para conhecer-se a distribuição de probabilidade que servirá como ponto de partida. No entanto, quebras de equipamentos, por exemplo, podem ser bem representadas pela distribuição de probabilidade de Weibull (Hung *et al.*, 2017).

As incertezas são potencializadas por alguns fatores. Segundo Smirnova *et al.* (2015) a existência de *trade-offs* de produção e a forma como uma organização lida com eles aumenta a variabilidade sobre os resultados operacionais. Deve-se dizer que, conceitualmente, *trade-offs* podem ser expressos pela função de dois objetivos que são inversamente correlacionadas (Paiva, 2010). Por exemplo, um dos mais conhecidos *trade-offs* na indústria é customização *vs.* processamento em massa.

Segundo Costantino *et al.* (2012) o processamento de grandes quantidades permite alta repetitividade de operações e assim diminuição dos custos de produção. Por outro lado, a customização de produtos é um obstáculo ao processamento em massa, pois customizar aumenta a complexidade e a diversidade dos produtos, o que significa maior diversidade de componentes, peças mais complexas, maior número de *setups*, necessidade de mais treinamento de operadores, equipamentos mais complexos que geram mais manutenção, etc.

Em linhas de montagem, por exemplo, as possibilidades de arranjo das operações crescem conforme a complexidade do produto e as características físicas dos sistemas de produção (Hu *et al.*, 2011). Sistemas que tem grande diversidade e produtos complexos enfrentam maior dificuldade para minimizar custos através do processamento de grandes quantidades.

Como apontam Fogliatto *et al.* (2012), a customização em massa é uma das mais importantes estratégias de produção utilizadas atualmente e, de fato, existe uma grande dificuldade em processos produtivos de se obter produtos customizados a baixos custos de fabricação.

Artigos recentemente publicados em revistas bem conceituadas sobre processos de produção têm citado a existência de *trade-offs* de produção incluindo: flexibilidade *vs.* eficiência, resiliência *vs.* vulnerabilidade, customização *vs.* processamento em massa, produtividade *vs.* qualidade.

De forma geral, em linhas de montagem a existência de *trade-offs* aumenta a complexidade e diversidade dos produtos e por isso contribuí para o aumento da incidência dos eventos que geram as perdas não planejadas de produção.

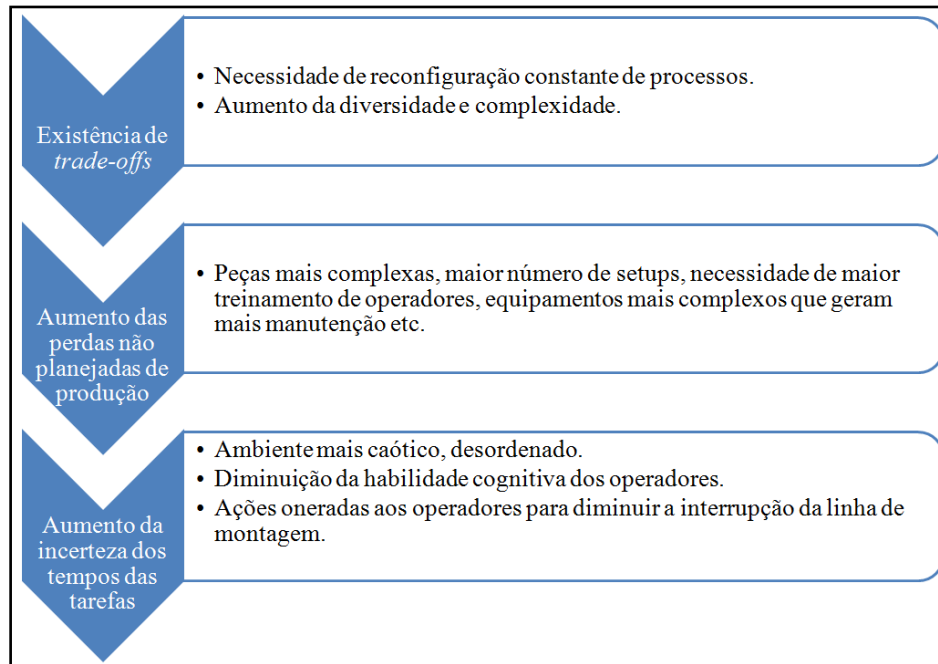
É razoável dizer que o aumento das perdas não planejadas de produção em linhas de montagem contribuí para que o ambiente se torne mais caótico, desordenado. E essa condição se reflete direta ou indiretamente nos tempos de execução das tarefas pelos operadores.

O aumento das perdas não planejadas de produção afeta diretamente o tempo de execução de tarefas devido a ações que serão impostas aos operadores para evitar ou diminuir o tempo de interrupção da produção causado pelos eventos que geram as perdas não planejadas. Por exemplo, considere que um determinado operador realize uma operação de montagem em 10 segundos. Diante de um problema de qualidade em um componente, a atenção desse operador, antes voltada exclusivamente em executar sua tarefa, será desviada para, eventualmente, conforme a complexidade do problema, corrigir o defeito de qualidade. Conseqüentemente, o tempo de execução da tarefa será maior do que 10 segundos e não necessariamente o tempo adicionado devido ao problema será classificado como uma perda não planejada.

O aumento das perdas não planejadas de produção afeta indiretamente o tempo de execução de tarefas pois aumenta a desordem no ambiente, nível de ruído, nível de estresse. Com isso, a habilidade cognitiva dos operadores diminui e, conseqüentemente, os tempos e a variabilidade dos tempos de execução das tarefas aumentam.

A Figura 1 resume a existência de *trade-offs* e seus impactos em linhas de montagem, desde o aumento das perdas não planejadas de produção até o aumento das incertezas dos tempos das operações.

Figura 1 - *Trade-off* vs. Incertezas



Fonte: Elaborada pelo autor

O tempo de ciclo (TC) em uma linha de montagem é o tempo definido para que um produto em processamento percorra o perímetro entre duas estações de trabalho (a forma como o tempo de ciclo é definido em uma linha de montagem será apresentada com detalhes na Seção 2.1, através de um exemplo ilustrativo do problema de balanceamento de produção). O resultado da soma dos tempos de execução das tarefas associadas a uma estação de trabalho deve ser menor que o tempo de ciclo de uma linha de montagem para evitar interrupções do fluxo de produção.

Considere que uma linha de montagem irá iniciar suas operações e o tempo de ciclo foi definido inicialmente sem o conhecimento da variação dos tempos de execução das tarefas. Após a linha de montagem produzir por um período de tempo considerável, ou seja, após o acontecimento dos eventos que afetam o tempo de execução das tarefas, observa-se que o tempo de ciclo definido não tem sido suficiente para que os operadores finalizem suas operações em seus postos de trabalho. Como consequência, tem-se interrupções frequentes na linha de

montagem e perdas de produção. Neste caso existem algumas opções para solucionar o problema:

- 1- Aumentar o tempo de ciclo da linha de montagem. Assim a linha de montagem ficaria mais lenta e os operadores conseguiriam finalizar suas tarefas sem gerar interrupção do fluxo de produção. Porém isso implicaria em uma diminuição na quantidade produzida ao fim do dia.
- 2- Redistribuir as operações de forma mais homogênea entre os postos de montagem e assim eliminar estações de trabalho que possuam diferenças significativas quanto à soma dos tempos de execução das tarefas a elas atribuídas.
- 3- Tratar pontualmente os postos com dificuldade para finalizar suas tarefas dentro do tempo de ciclo, inserindo um operador reserva para finalizar as operações que eventualmente o operador principal não foi capaz de executar.

Obviamente a primeira opção não é a mais indicada, pois minimiza a quantidade produzida. A segunda opção refere-se ao problema de balanceamento de linhas de montagem (ALBP). A terceira opção representa a existência de uma medida de recurso, neste caso representada pelo operador adicional. Conforme comentado, a existência do “recurso” serve para ajustar uma decisão tomada no primeiro estágio do problema, antes da realização das incertezas.

Frequentemente, mesmo após uma distribuição homogênea das tarefas em postos de trabalho a realização das incertezas pode gerar interrupções da produção em uma linha de montagem. A modelagem matemática da terceira opção representa o ALBP considerando a incerteza.

O estudo realizado neste trabalho concentrou-se sobre a eficiência de linhas de montagem considerando o caráter probabilístico dos tempos das operações. Neste contexto, um modelo de programação inteira mista (do inglês, *Mixed Integer Programming - MIP*) para minimizar o tempo de ciclo da linha de montagem de uma indústria automotiva considerando restrições de capacidade e restrições tecnológicas foi desenvolvido inicialmente e validado com dados empíricos de rendimento operacional. Nesta primeira abordagem, o tempo de execução

das tarefas foi considerado determinístico e buscou-se obter homogeneidade entre as cargas de trabalho. Para visualizar o impacto que a realização das incertezas possui sobre o tempo de execução das tarefas, um modelo estocástico de dois-estágios com recurso foi desenvolvido, considerando os tempos de execução das tarefas como variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade normal.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um modelo de programação estocástica de dois-estágios com recurso para minimizar o tempo de ciclo de uma linha de montagem. Para isso, foi abordado o problema de balanceamento de linhas de montagem (ALBP) considerando a incerteza nos tempos de execução das tarefas.

1.2.2 Objetivos específicos

Este trabalho tem os seguintes objetivos específicos:

- Utilizar um modelo de otimização inteira mista (*MIP*) para minimizar o tempo de ciclo de uma linha de montagem de automóveis. Para isso, um modelo ALBP determinístico foi elaborado. Como o ALBP determinístico é um problema de otimização combinatória, o menor TC é dado pela melhor combinação possível de distribuição das tarefas entre as estações de trabalho, respeitando-se obviamente as relações de precedência entre as tarefas. Assim, minimizar o TC no modelo determinístico e distribuir de forma homogênea as tarefas em estações de trabalho são objetivos concomitantes, ou seja, a realização de um implica na realização do outro.
- Comparar as soluções determinística e estocástica evidenciando o potencial da modelagem estocástica para resolver o problema do ALBP, por meio de um estudo de caso.

1.2.3 Classificação da pesquisa

De acordo com Bertrand e Franso (2002) e Miguel *et al.* (2010) este trabalho pode ser classificado como uma pesquisa aplicada, pois objetiva gerar conhecimentos para aplicação

prática dirigida à solução de problemas específicos. Trata-se de uma pesquisa com objetivos axiomáticos normativos, pois os modelos desenvolvidos visam desenvolver normas, estratégias e ações buscando resultados efetivos para uma organização. A forma de abordar o problema é quantitativa, pois considera-se que tudo pode ser quantificado, o que significa traduzir, em números, opiniões e informações para classificá-las e analisá-las. O método de pesquisa utilizado é a modelagem.

1.2.4 Estruturação do trabalho

Este trabalho está organizado em 7 capítulos. O Capítulo 1 apresentou o contexto em que o trabalho se insere, a justificativa de porquê abordar o problema em estudo, os objetivos do trabalho e o método de pesquisa utilizado.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica, tendo como objetivo reunir as informações fundamentais para o entendimento dos conceitos aqui observados. Estes conceitos são, basicamente, a otimização sob incerteza e o problema de balanceamento de linhas de montagem (ALBP), e visam caracterizar a relevância do problema no contexto da Pesquisa Operacional.

No Capítulo 3 é apresentado uma revisão da literatura, considerando os últimos trabalhos relevantes ao tema, bem como sua abordagem de solução.

No Capítulo 4 apresenta-se o estudo de caso realizado em uma linha de montagem de automóveis, considerando o ALBP determinístico para otimizar o tempo de ciclo. Mostra-se que o ALBP determinístico elimina as diferenças significativas de cargas de trabalho entre os postos de montagem e traduz-se como uma condição inicial necessária para o conhecimento de como a incerteza no tempo de execução das tarefas afeta uma linha de montagem, uma vez que sem esta etapa preliminar, as interrupções de produção poderiam ser atribuídas, por exemplo, ao *mix* de produção.

No Capítulo 5 o problema é abordado considerando a incerteza nos tempos de montagem e apresenta-se um modelo de otimização estocástica com recurso para otimizar o tempo de ciclo no ALBP. Considera-se que o recurso corresponde à existência de um operador reserva que finaliza as operações que o operador principal não é capaz de finalizar. Essa

situação é o que se vê na realidade de linhas de montagem de automóveis: existe um custo associado à existência de um operador reserva, mas sua presença minimiza o impacto de interrupções na linha de montagem.

No Capítulo 6 propõe-se uma heurística para a solução do ALBP visando minimizar o tempo de ciclo, devido ao grande esforço computacional necessário para a solução dos modelos de otimização propostos (determinístico e estocástico). Experimentos computacionais sugerem que a heurística proposta obtém resultados razoáveis para exemplares de dimensões reais do problema em um tempo computacional pequeno.

Finalmente, no Capítulo 7 faz-se um sumário das contribuições deste trabalho, apresenta-se as conclusões finais do trabalho e são propostos alguns temas para estudos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados os conceitos necessários para o bom entendimento dos objetivos deste trabalho. O capítulo está dividido em duas grandes partes: a primeira refere-se ao ALBP e a segunda refere-se à otimização sob incerteza. Esses conceitos serão importantes para o bom entendimento do ALBP sob incerteza e da formulação do modelo estocástico do Capítulo 5.

2.1 UM EXEMPLO ILUSTRATIVO DO PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE PRODUÇÃO

Nesta seção, apresenta-se um exemplo ilustrativo do ALBP em uma linha de montagem industrial que produz painéis para alguns tipos de veículos. Considere:

n - número de tarefas;

m - número de estações de trabalho;

nv - número de tipos de veículos;

TC - tempo de ciclo da linha de montagem;

$V = \{v_i, i = 1, \dots, nv\}$ - conjunto de tipos de veículos;

$W = \{w_k, k = 1, \dots, m\}$ - conjunto de estações de trabalho;

$I = \{1, \dots, n\}$ - conjunto de tarefas;

$K = \{1, \dots, m\}$ - conjunto de índices das estações de trabalho;

tp_i - tempo de processamento da tarefa $i \in I$ em qualquer estação de trabalho;

$P = \{(i, j), i, j \in I, i \neq j\}$ - conjunto de relações de precedência entre tarefas, ou seja, se $(i, j) \in P$, então a tarefa j não pode ser processada antes da tarefa i .

Nesta linha de montagem, cada tarefa deve ser processada em apenas uma estação de trabalho. A soma dos tempos de processamento das tarefas processadas em qualquer estação de trabalho deve ser menor ou igual ao tempo de ciclo TC . Considere que a tarefa $i \in I$ é processada na estação de trabalho $w_k \in W$ e a tarefa $j \in I$ é processada na estação de trabalho $w_t \in W$. Se $(i, j) \in P$, então: (a) $k < t$; ou (b) $k = t$ e a tarefa i é processada antes da tarefa j .

A Tabela 1 ilustra parte das tarefas associadas ao tipo de veículo v_1 nesta linha de montagem e os correspondentes tempos de processamento (em minutos).

Tabela 1 – Algumas tarefas associadas ao veículo v_1

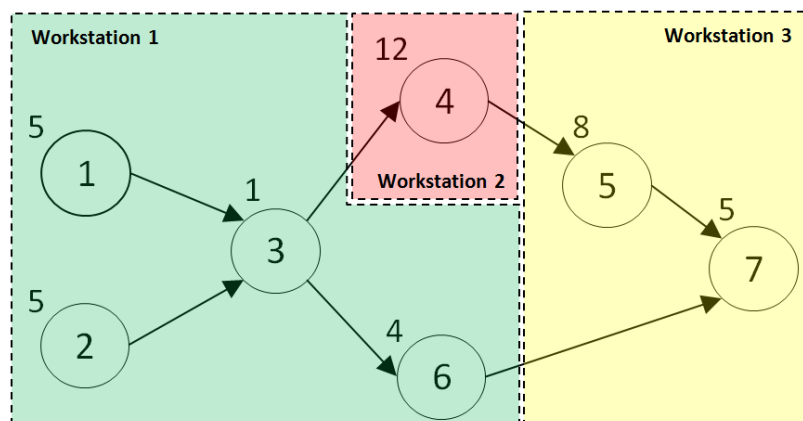
Tarefa i	Descrição da tarefa	tp_i
1	Setup dos pinos-guia do lado direito	5
2	Setup dos pinos-guia do lado esquerdo	5
3	Identificação do posicionamento do painel sob os pinos-guia	1
4	Posicionamento do painel sob os pinos-guia	12
5	Fixação do ar condicionado na travessa do painel	8
6	Fixação do ar condicionado no apoio inferior do painel	4
7	Montagem do controle do ar condicionado no painel	5

Fonte: Elaborada pelo autor

Considere que essas tarefas devem ser processadas nas estações de trabalho w_1 , w_2 e w_3 , e que para essas tarefas, $P = \{ (1, 3), (2, 3), (3, 4), (4, 5) \}$ é o vetor que estabelece a relação de precedência entre as tarefas.

A Figura 2 mostra uma possível atribuição destas tarefas às estações de trabalho, onde as linhas tracejadas separam as três estações de trabalho.

Figura 2 - Grafo de representação da distribuição de tarefas (Proposta 1)



Fonte: Elaborada pelo autor

Neste caso, o tempo total de processamento (Ttp) em cada estação de trabalho será:

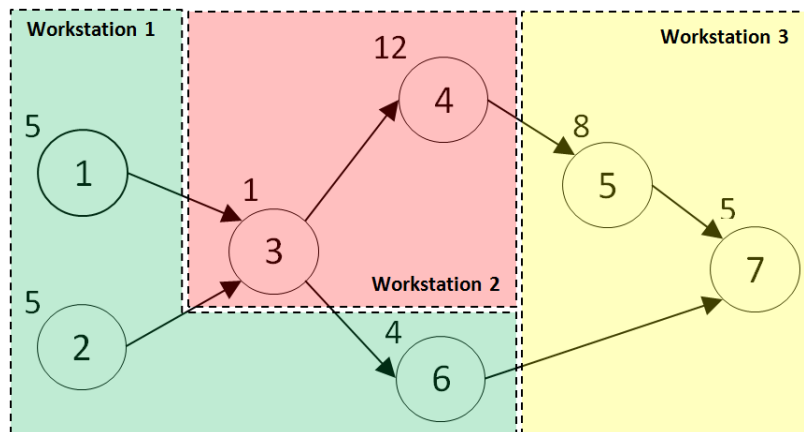
$$Ttp(w_1) = 5 + 5 + 1 + 4 = 15 \text{ minutos.}$$

$$Ttp(w_2) = 12 \text{ minutos.}$$

$$Ttp(w_3) = 8 + 5 = 13 \text{ minutos.}$$

Para este exemplo, se a tarefa 3 for atribuída à estação de trabalho w_2 , como mostrado na Figura 3, o tempo de processamento nas estações se equilibra e o tempo de ciclo diminui de 15 para 14 minutos.

Figura 3 - Grafo de representação da distribuição das tarefas (Proposta 2)



Fonte: Elaborada pelo autor

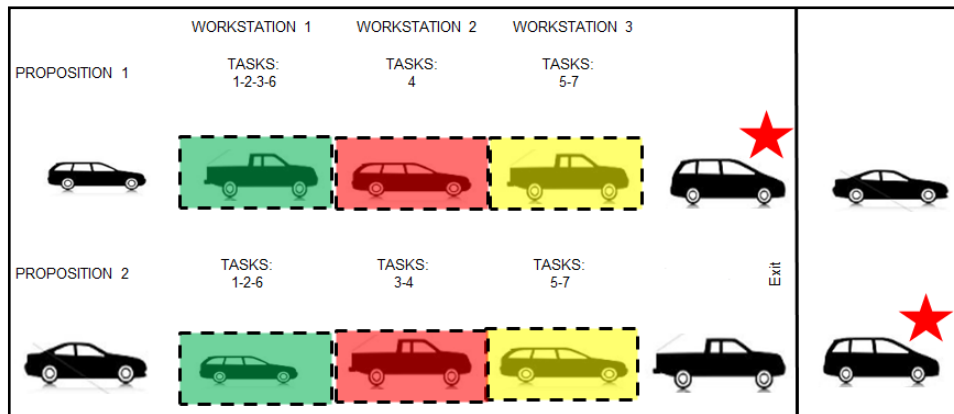
$$Ttp(w_1) = 5 + 5 + 4 = 14 \text{ minutos.}$$

$$Ttp(w_2) = 1 + 12 = 13 \text{ minutos.}$$

$$Ttp(w_3) = 8 + 5 = 13 \text{ minutos.}$$

A Figura 4 apresenta as propostas de distribuição de tarefas 1 e 2 em outra representação e visa mostrar que a diminuição do tempo de ciclo TC da segunda proposta aumenta a velocidade da linha de montagem. As linhas tracejadas vermelha, verde e azul representam as estações de trabalho 1, 2 e 3 respectivamente.

Figura 4 - Linha de montagem (Propostas 1 e 2)



Fonte: Elaborada pelo autor

Na Figura 4, considere que a linha vertical azul é um ponto de observação. Se nas propostas 1 e 2 os veículos começam a se movimentar no mesmo instante, observa-se que pela Proposta 2, o veículo marcado com a estrela amarela atinge seu objetivo antes do que atingiria pela Proposta 1, uma vez que o tempo de ciclo da segunda proposta ser menor do que o da primeira. Ou seja, na segunda proposta a linha de montagem gira mais rapidamente e, ao longo de um turno de trabalho, essa diferença aumenta a quantidade de unidades produzidas, aumentando assim a capacidade efetiva. Considere as seguintes definições:

TD - Tempo de produção disponível (em minutos);

TC - Tempo de ciclo (em minutos / unidade);

CE - Capacidade efetiva (em unidades)

tem-se:

$$CE = TD / TC \quad (1)$$

Considerando um turno de trabalho de 8 horas e 24 minutos, ou seja, de 504 minutos, pela Proposta 1 tem-se: $CE_1 = 504/15 = 33$ unidades/dia. Já pela Proposta 2 tem-se: $CE_2 = 504/14 = 36$ unidades/dia.

Este exemplo mostra um aumento de 3 unidades/dia ou 9,1% na capacidade efetiva, com uma alteração no balanceamento das tarefas entre as estações. No caso real estudado tem-se: $nv = 4$, $n = 86$ e $m = 4$ e obter uma atribuição ótima de todas as 86 tarefas nas 4 estações de trabalho para todos os 4 tipos de veículos, respeitando todas as relações de precedência entre

tarefas, com o objetivo de minimizar o tempo de ciclo, não é uma tarefa trivial. Para isto, propõe-se que as tarefas sejam atribuídas às estações de trabalho por um modelo de otimização, como será descrito no Capítulo 4.

2.2 O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE LINHAS DE MONTAGEM (ALBP)

Considere que um posto de montagem para determinado veículo possui uma carga de trabalho excessiva, o que tornaria provável a interrupção da linha de montagem, sem que isso pudesse ser atribuído a um evento aleatório, mas sim a uma ineficiência em distribuir cargas de trabalho. A distribuição homogênea das tarefas em estações é um objetivo preliminar para a abordagem sob incerteza para evitar que a desordem do ambiente confunda a análise e a identificação das perdas não planejadas.

Os problemas de balanceamento de linhas de montagem são classificados como NP-difíceis, o que significa que a complexidade computacional do problema aumenta exponencialmente com seu tamanho (Akpinar & Mirac Bayhan, 2011).

Segundo Rashid *et al.* (2012), os métodos mais frequentemente adotados para a solução destes problemas são heurísticos, como algoritmos genéticos e algoritmos de colônia de formigas. Sobre a modelagem do problema, a otimização multiobjetivo e otimização estocástica são ferramentas que têm sido recentemente utilizadas (Battaia & Dolgui, 2013).

Pode-se definir o ALBP em dois principais modelos básicos:

ALBP-1: Dado um tempo de ciclo fixo, o problema de balanceamento é atribuir de forma eficiente as tarefas em postos de trabalho com o objetivo de minimizar a quantidade de postos de trabalho.

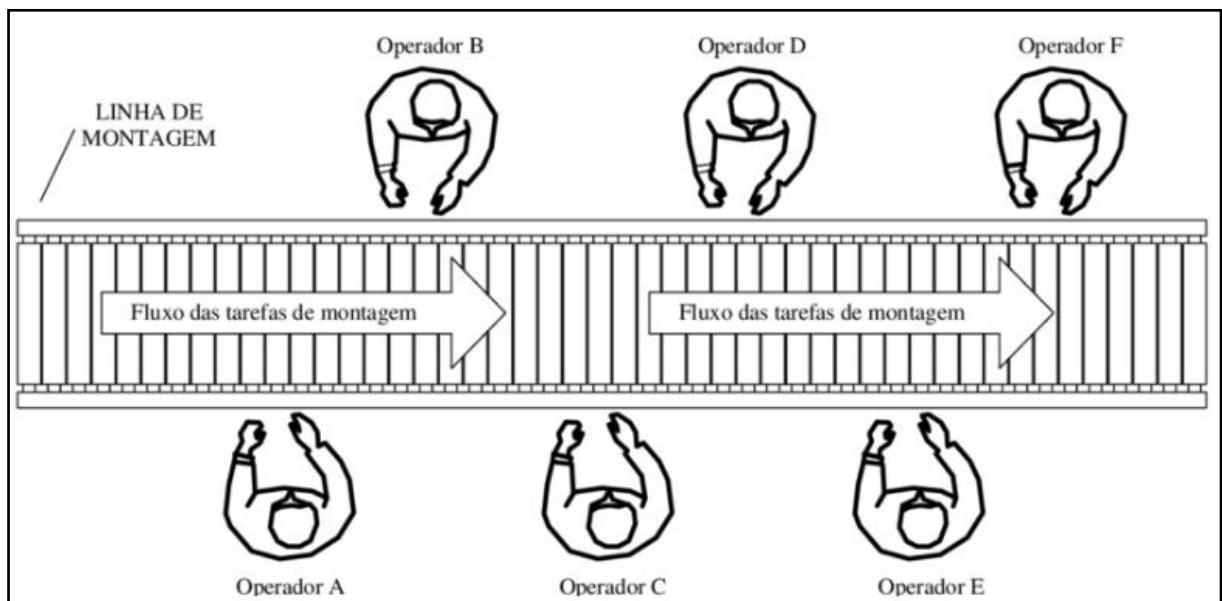
ALBP-2: Dado um número fixo de estações de trabalho, o problema de balanceamento é atribuir de forma eficiente as tarefas aos postos de trabalho com o objetivo de minimizar o tempo de ciclo, conforme visto no exemplo ilustrativo.

Pode-se dizer que o ALBP-1 tem o objetivo de minimizar custos de fabricação, pois a diminuição de uma estação de trabalho significa a diminuição de um operador. O ALBP-2 tem

objetivo de maximizar a produtividade, pois o aumento da velocidade da linha de montagem aumenta a quantidade produzida em um turno de trabalho.

A Figura 5 representa uma linha de montagem genérica. Enquanto o ALBP-1 busca eliminar um dos 6 operadores, o ALBP-2 aumenta a velocidade da esteira transportadora da linha de montagem devido à diminuição do tempo de ciclo.

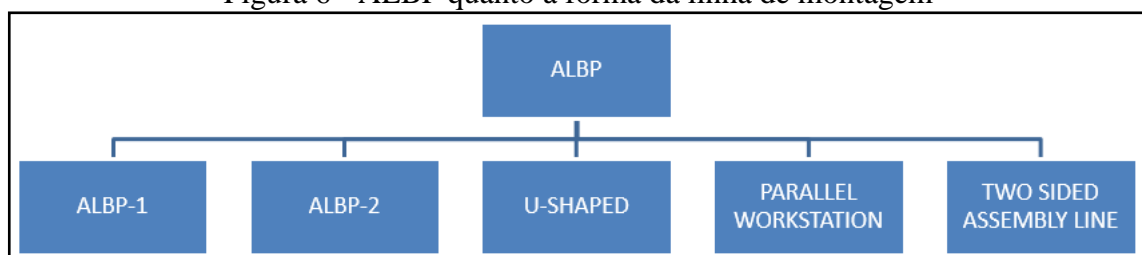
Figura 5 - Linha de montagem genérica



Fonte: Peinado; Graeml (2007).

Os problemas de balanceamento podem ser também classificados de outras formas, por exemplo, quanto à forma da linha de montagem (linear ou tipo-U), quanto à natureza dos tempos de execução das operações (determinístico ou estocástico) e quanto ao número de produtos a serem otimizados pela função-objetivo do problema (simples ou múltiplo) (Sivasankaran & Shahabudeen, 2014). A Figura 6 mostra algumas das possíveis abordagens de classificação do ALBP.

Figura 6 - ALBP quanto à forma da linha de montagem

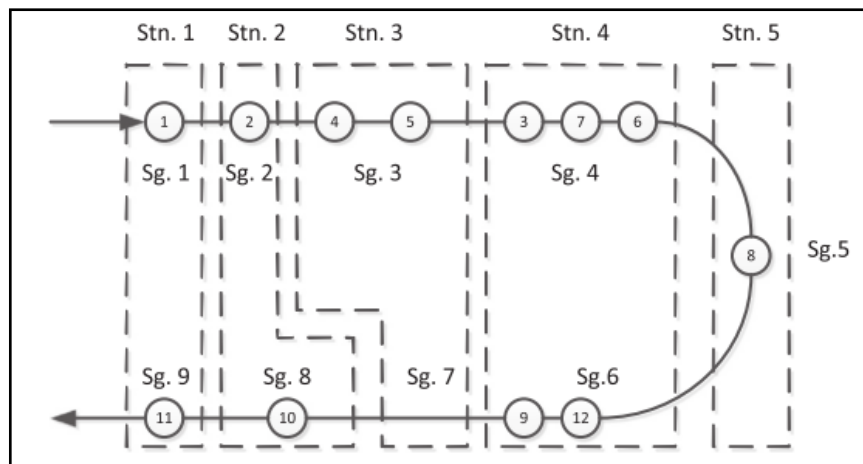


Fonte: Elaborada pelo autor.

2.2.1 Classificação dos ALBP quanto à forma de linhas de montagem

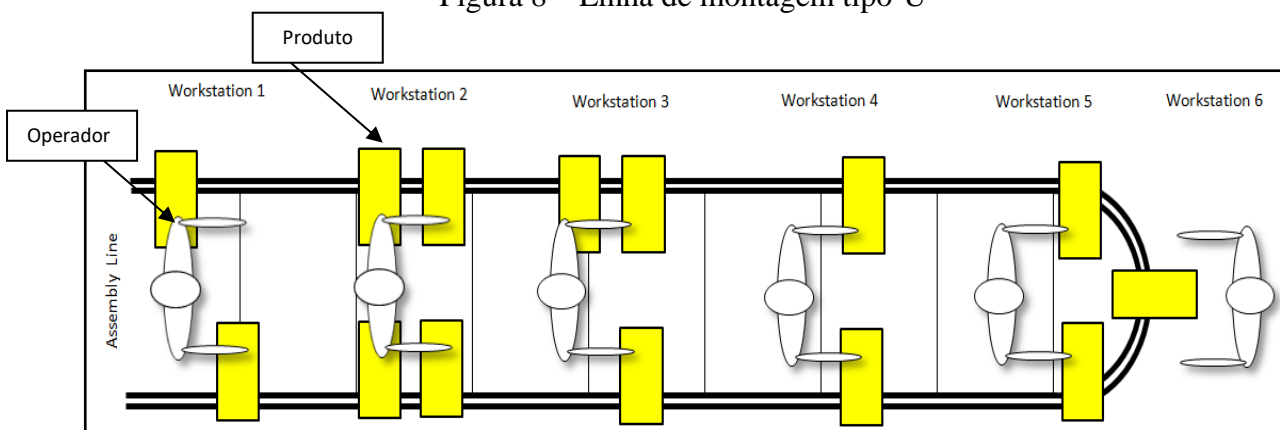
As formulações Tipo-U (do inglês, *U-Shaped* ou *U-Type*) permitem mais flexibilidade na alocação das tarefas às estações de trabalho, pois um mesmo operador pode atuar em duas ou mais estações de trabalho e, conseqüentemente, têm potencial maior de otimização dos tempos de ciclo ou do número de estações de trabalho (Bukchin & Raviv, 2017). As Figuras 7 e 8 ilustram formas de linhas de montagem do tipo-U, que são bastante utilizadas na indústria mas, geralmente, não são usadas em produção em larga escala.

Figura 7 - U-Shaped ALBP



Fonte: Adaptado de Bukchin & Raviv (2017).

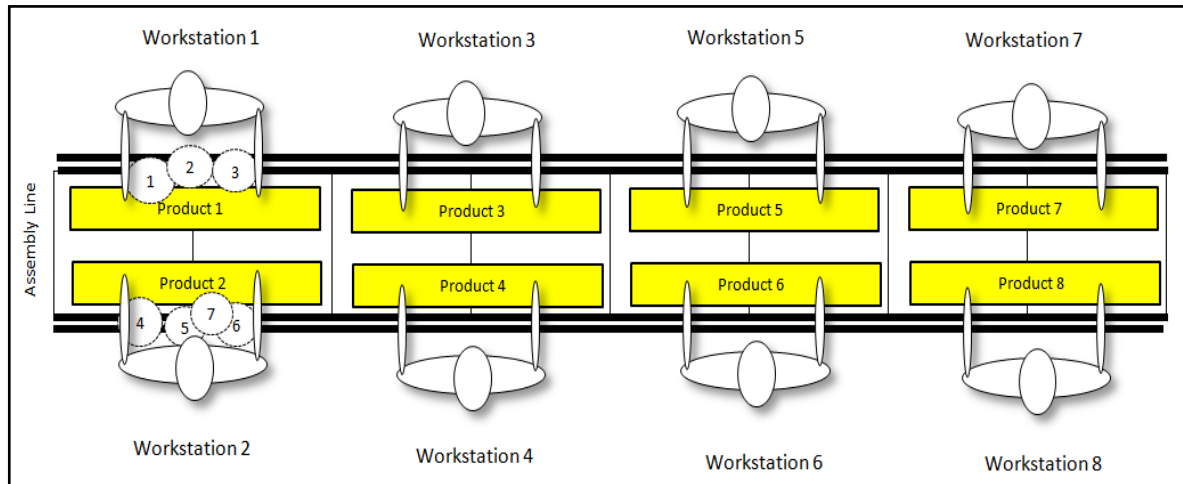
Figura 8 – Linha de montagem tipo-U



Fonte: Elaborada pelo autor

Linhas de montagem com estações de trabalho paralelas são comuns para fabricar produtos de menores dimensões e geralmente possuem pouco grau de automatização. A Figura 9 ilustra esse tipo de linha de montagem.

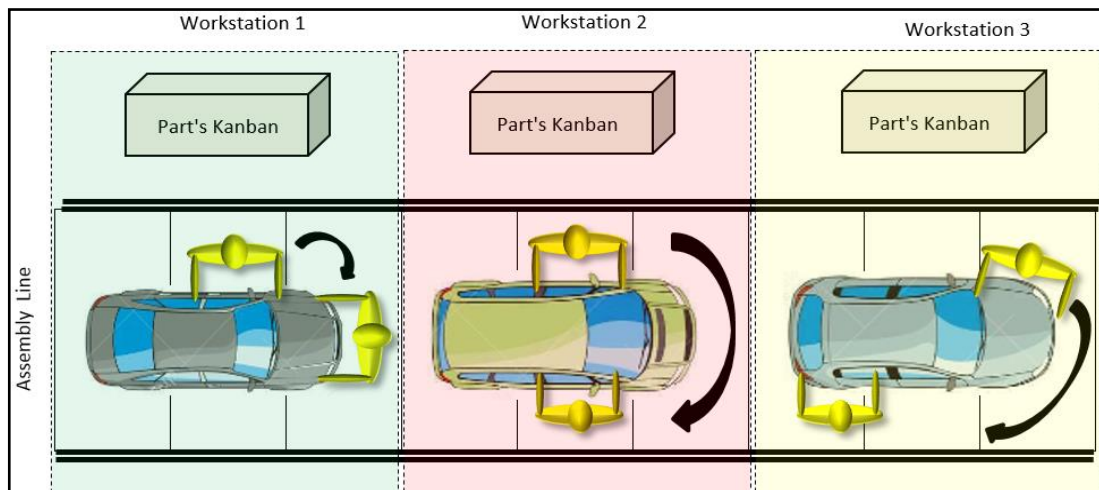
Figura 9 – Linha de montagem com estações de trabalho paralelas



Fonte: Elaborada pelo autor

Nas linhas de montagem em dois lados (do inglês, *two-sided assembly lines*), as tarefas são associadas a ambos os lados das estações de trabalho (Purnomo et al., 2013). Este tipo de linha de montagem é usado, geralmente, para produzir produtos de grandes dimensões e em larga escala, como automóveis, caminhões e ônibus (Özcan, 2010). Nesta abordagem um mesmo operador se movimenta em torno do produto em processamento. Este é o arquétipo sobre o qual os modelos de otimização propostos nesta dissertação foram desenvolvidos. A Figura 10 ilustra este tipo de linha de montagem.

Figura 10 - Linha de montagem em dois lados (Two-sided assembly line)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe na Figura 10 que os operadores se movimentam em diferentes regiões do produto. Essa movimentação flexibiliza a atribuição das tarefas a diferentes estações de trabalho, pois não existe restrição de um grupo de tarefas ser atribuído a determinadas estações de trabalho em função da posição em que o operador se encontra.

Miralles *et al.* (2007) propuseram o problema de balanceamento e atribuição de trabalhadores de linhas de montagem (do inglês, *Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem* - ALWABP). Segundo Araújo *et al.* (2012) o ALWABP é uma generalização do ALBP em que, além de associar tarefas às estações de trabalho, é necessário também associar um conjunto de operadores heterogêneos a estas estações de trabalho. Nesta abordagem cada tarefa tem um tempo de processamento que depende do operador que a executa, considerando um coeficiente de rendimento de cada operador.

2.2.2 Classificação do ALBP quanto à natureza dos tempos de execução e ao número de produtos a serem otimizados

Para Boysen *et al.* (2008) é conveniente considerar os tempos das tarefas como probabilísticos, devido às variações da velocidade manual dos operadores e do *mix* de produtos. Para Saif *et al.* (2014), a variação do tempo de execução das tarefas pelos operadores pode ser ocasionada por fadiga, baixo nível de treinamento, defeitos em matéria prima e manutenção de equipamentos.

Para Otto *et al.* (2014), se as operações utilizam máquinas avançadas ou robôs ou os operadores são altamente qualificados, os tempos das tarefas podem ser considerados constantes. Em muitas situações reais, especialmente em linhas de montagem manuais, a variação do tempo de operação é definida por uma distribuição de probabilidade.

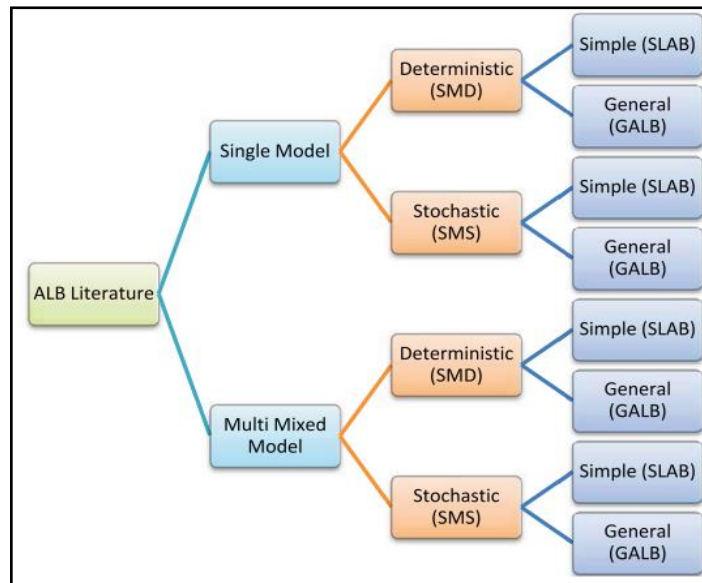
Becker & Scholl (2006) consideram que uma formulação do ALBP pode ser muito restrita em relação ao comportamento real do problema. De fato, para aproximar o problema de otimização do problema real é necessário levar em consideração a variação no tempo das tarefas. Frequentemente os tempos em uma estação de trabalho não serão os mesmos, ainda que operadores sejam muito bem treinados, as operações sejam padronizadas e a manutenção de equipamentos não seja frequente.

O ALBP pode também ser classificado como do tipo simples (do inglês, *Simple Assembly Line Balancing Problem - SALBP*) ou múltiplo (do inglês, *Multi Assembly Line Balancing Problem - MALBP*), de acordo com o número de produtos produzidos na mesma linha de montagem. O SALBP foi definido inicialmente por Baybars *et al.* (1986).

A maioria das técnicas usadas para solucionar o MALBP, ou seja, o problema de balanceamento considerando um *mix* de produtos, requer que cada tarefa seja atribuída a apenas um operador. Como resultado, o maior tempo de processamento das tarefas entre todas as estações de trabalho e entre todos os tipos de produtos define o tempo de ciclo. Para linhas de montagem que produzem produtos de complexidade heterogênea isso pode aumentar bastante os tempos de ociosidade, uma vez que o tempo de ciclo será nivelado pelo produto mais complexo. Entre as abordagens de solução para o MALBP, uma das técnicas utilizadas para otimizar o tempo de ciclo é a replicação de estações de trabalho. O processo de replicar cria estações de trabalho paralelas e flexibiliza a linha de montagem alterando a forma da linha, quando o tempo de processamento das tarefas é maior do que o tempo de ciclo. Com o aumento do número de estações de trabalho paralelas, cada operador pode executar um número diferente de tarefas (Raj *et al.*, 2016).

A Figura 11 ilustra as possíveis abordagens do problema de balanceamento quanto aos tempos de execução das tarefas e quantidade de produtos no modelo a ser otimizado. Nesta figura, os modelos marcados com uma estrela amarela representam a primeira abordagem proposta nesta dissertação, detalhada no Capítulo 4, que considera o tempo de execução das tarefas como determinístico. Os modelos marcados com uma estrela verde representam a segunda abordagem proposta na dissertação, detalhada no Capítulo 5, que considera os tempos das tarefas como estocásticos. Ambas as abordagens tratam com o problema de balanceamento simples, com um único produto sendo produzido.

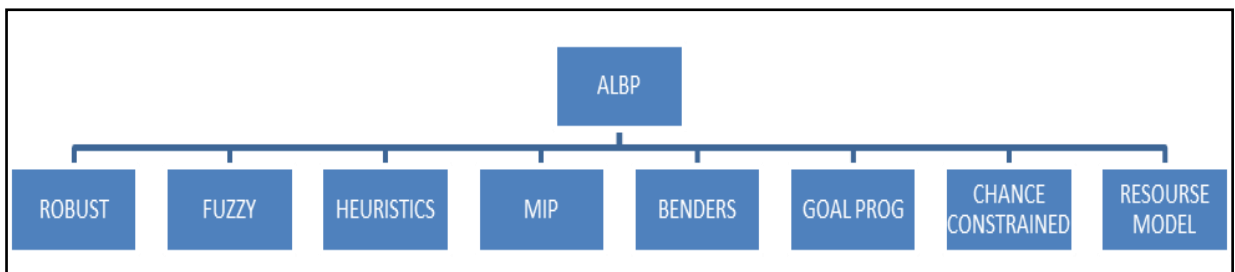
Figura 11 – Classificação quanto à natureza dos tempos e quantidade de produtos



Fonte: Adaptado de Kumar & Mahto (2013).

2.2.3 Classificação do ALBP quanto à abordagem de solução

Figura 12 - ALBP quanto à abordagem de solução



Fonte: Elaborada pelo autor

Devido à natureza combinatória do ALBP, em que encontrar a melhor combinação de alocação das tarefas às estações de trabalho para minimizar o tempo de ciclo é, geralmente, uma tarefa que demanda grande esforço computacional, é comum a utilização de métodos heurísticos (Hamta *et al.*, 2013). Os trabalhos relatados na literatura sobre métodos heurísticos para o ALBP considera algoritmos genéticos GA (do inglês, *Genetic Algorithm*), colônia de formigas ACO (do inglês, *Ant Colony Optimization*), busca tabu TS (do inglês, *Tabu Search*), recozimento simulado SA (do inglês, *Simulated Annealing*), enxame de partículas PSO (do inglês, *Particle Swarm Optimization*) e busca em vizinhança variável VNS (do inglês, *Variable Neighborhood Search*). Mais recentemente, a abordagem por lógica *fuzzy* foi utilizada por Alavidoust *et al.* (2015), juntamente com algoritmos genéticos para problemas *U-shaped*.

Hazır & Dolgui (2013) utilizaram Otimização Robusta para solucionar um ALBP-2, juntamente com um algoritmo baseado em decomposição de Benders, que foi proposto para tratar o problema em larga escala.

Os trabalhos utilizando Otimização Estocástica, que se divide nas abordagens *Chance Constrained* e *Recourse Model*, como será discutido na Seção 2.3, representam uma pequena parcela dos estudos encontrados na literatura, embora, a abordagem sob incerteza, seja a que melhor representa as circunstâncias reais da maioria das linhas de montagem. A abordagem sob incerteza é geralmente utilizada devido ao comportamento probabilístico dos tempos de execução das tarefas.

Ağpak & Gökçen (2007) propuseram um modelo *Chance-Constrained* aplicado a uma linha do tipo *U-Shaped* e, adicionalmente, uma abordagem com programação por metas (*goal programming*). Altekin *et al.* (2016), propõem uma abordagem *Chance-Constrained* para o ALBP-1, para otimizar a quantidade de estações de trabalho.

Bentaha *et al.* (2013) apresentaram um modelo de Otimização Estocástica com Recurso para o problema de balanceamento em linhas de desmontagem (do inglês, *Disassembly Line Balancing Problem*). O problema de desmontagem de produtos no fim de seu ciclo de vida é relevante por questões econômicas e ambientais.

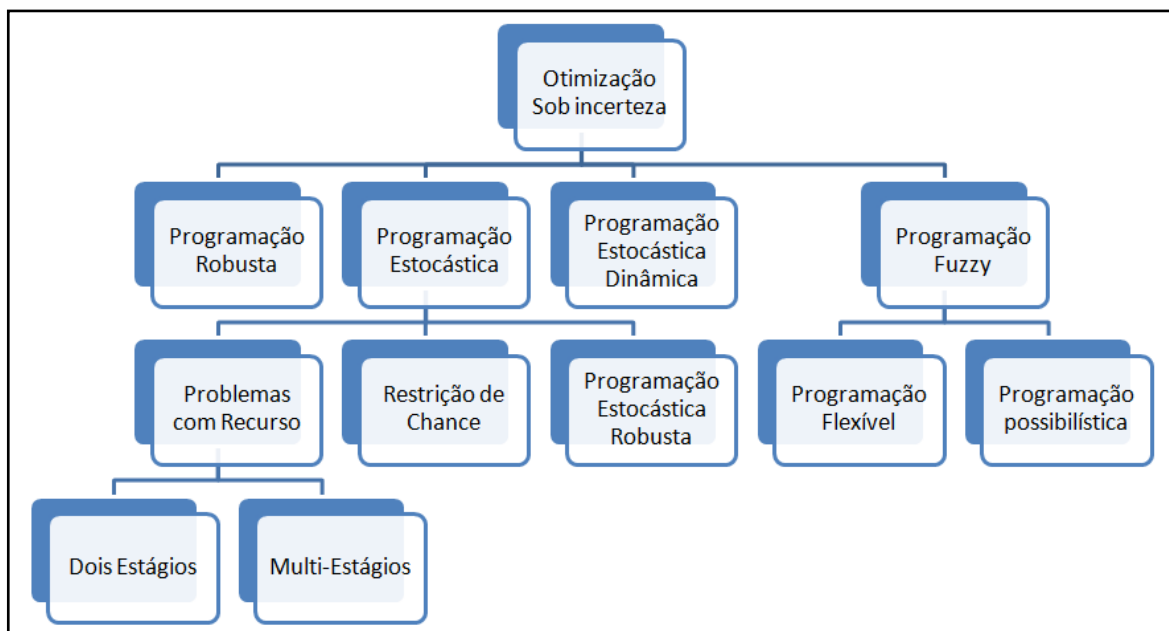
2.3 OTIMIZAÇÃO SOB INCERTEZA

Problemas de otimização tentam resolver de forma eficiente situações do mundo real através de modelos matemáticos. Frequentemente, a modelagem destas situações parte do princípio de que os dados de entrada são conhecidos e assim modelos determinísticos são formulados. No entanto, quase invariavelmente as circunstâncias reais envolvem incerteza dos dados e, portanto, deve-se sempre analisar se existe sensibilidade da resposta do modelo a alterações dos parâmetros iniciais. Caso o modelo apresente, mesmo com as alterações dos parâmetros, as mesmas respostas, não haverá prejuízos em utilizar um modelo determinístico. Caso contrário, será necessário formular um modelo matemático que leve em consideração a incerteza dos parâmetros para gerar a solução ótima.

A área de Programação Matemática costuma ser dividida em tópicos como: programação linear, programação não-linear, programação inteira, programação determinística, programação estocástica (Copeland *et al.*, 2000). Evidentemente, nem todos estes modelos de programação matemática são mutuamente exclusivos. Por exemplo, pode-se ter um modelo que seja linear e inteiro, ou um modelo não-linear e estocástico. As condições de convexidade da função-objetivo ou das restrições de um modelo, frequentemente atribuem dificuldades à solução de problemas de otimização.

A Figura 13 mostra as principais abordagens para problemas de otimização sob incerteza:

Figura 13 - Otimização sob incerteza



Fonte: Adaptado de Maia & Oliveira (2014).

Neste trabalho, o problema de balanceamento de linhas de montagem será modelado utilizando a programação estocástica de dois estágios com recurso. A programação estocástica com recurso é indicada em casos em que existe um modelo determinístico comprovado e a realização da incerteza é capaz de alterar as decisões inicialmente ótimas deste modelo determinístico. Este contexto é bem aderente ao trabalho proposto por duas razões:

- a) O problema é abordado inicialmente por meio de um modelo determinístico, que foi comprovado ser efetivo pela análise do rendimento operacional, como será apresentado no Capítulo 4.

- b) No problema estudado de linhas de montagem há ocorrência de incertezas nos tempos das tarefas executadas pelos operadores. Assim, para minimizar as interrupções de produção, existe um operador reserva para finalizar as operações que um operador principal não conseguiu finalizar, o que caracteriza a utilização de recurso, como será apresentado no Capítulo 5.

Na programação estocástica, a cada realização das incertezas está associado um estágio. Para a abordagem proposta neste trabalho, o balanceamento em linhas de montagem será tratado como um problema estocástico de dois estágios com recurso.

A adoção da programação estocástica de dois estágios com recurso se justifica para o problema em estudo porque neste caso é necessário tomar decisões imediatamente após o acontecimento de um evento desconhecido, a fim de adaptar as decisões de primeiro estágio à realização das incertezas por meio de medidas de recurso. Esta abordagem é diferente da Restrição Probabilística, indicada em casos em que desconhece-se completamente o impacto da incerteza e por isso, associa-se uma probabilidade de violação das restrições na modelagem do problema.

2.3.1 Programação estocástica

A programação estocástica é uma técnica de otimização sob incerteza tipicamente usada para modelar problemas de otimização que possuem parâmetros que assumem valores aleatórios, por exemplo, demanda por produtos, volume de reservatórios, preços e rendimentos (Gupta & Grossmann, 2014). Na programação estocástica os valores aleatórios dos parâmetros são tratados através de distribuições de probabilidade. A cada realização das incertezas está associado um estágio. Se a realização da incerteza incide apenas uma vez sobre o modelo de otimização diz-se que se trata de um modelo estocástico com dois estágios. Quando a realização das incertezas ocorre duas ou mais vezes, o modelo é conhecido como multiestágio.

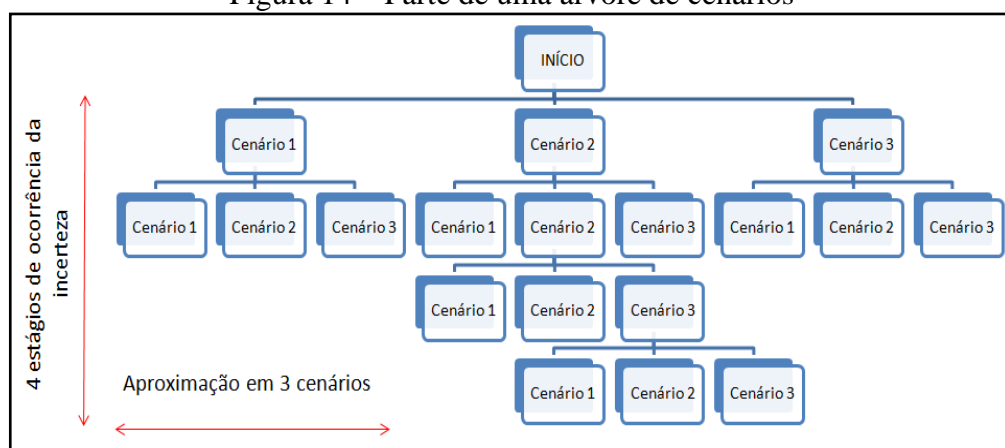
As duas principais abordagens de programação estocástica são a Restrição Probabilística (*Chance Constrained*) e Modelos de Recurso (*Recourse Model*) (Li *et al.*, 2004). Neste trabalho dá-se maior ênfase aos modelos de recurso. Mais detalhes sobre as abordagens de programação estocástica podem ser vistos em: Kall e Wallace, 1994; Shapiro e Nemirovski, 2005; Shapiro e Philpott, 2007; Bortolossi e Pagnoncelli, 2008.

Os valores aleatórios dos parâmetros em problemas de otimização estocástica podem assumir valores contínuos ou discretos, segundo uma determinada distribuição de probabilidade.

Existem diferentes formas de representar a incerteza em um problema de otimização. Na programação estocástica, as distribuições de probabilidade que modelam a incerteza são representadas por sucessivas aproximações dos dados para formar um conjunto de problemas lineares. A esse processo de aproximação é dado o nome de discretização.

A complexidade de um modelo de programação estocástica pode ser expressa em função da quantidade de vezes em que a incerteza incide sobre o problema de otimização (número de estágios) e da quantidade de discretizações para a incerteza (número de cenários). O conjunto de todas as possíveis soluções de um modelo estocástico pode ser representado em uma estrutura conhecida como árvore de cenários. Se n é o número de estágios e m é o número de cenários de um modelo estocástico, sua árvore de cenários terá m^n possíveis soluções. A Figura 14 mostra parte de uma árvore de cenários de um modelo com 4 estágios e 3 cenários em cada estágio. Neste caso, tem-se $3^4 = 72$ possíveis soluções.

Figura 14 – Parte de uma árvore de cenários



Fonte: Elaborada pelo autor

Existe uma grande diferença entre discretizar um problema de otimização com parâmetros contínuos e um problema de otimização em que os parâmetros podem ser representados de forma discreta. Quanto mais apurado é o processo de discretização mais próximo da realidade estará a solução ótima do modelo estocástico. Contudo, quanto maior o número de aproximações maior será o esforço computacional para resolver o problema. Assim,

os problemas de otimização em que a incerteza nos dados pode ser representada por distribuições de probabilidade discretas tendem a necessitar de um número menor de aproximações e, por isso, conseguem melhores soluções com menor esforço computacional.

2.3.1.1 Modelos estocásticos com recurso

A abordagem de modelos estocásticos com recurso foi proposta por Dantzig *et al.* (1955), originalmente para problemas de programação estocástica com dois estágios. Modelos estocásticos de dois estágios com recurso são a abordagem mais comum para incorporar a incerteza em modelo de otimização (Oliveira *et al.*, 2013). Em modelos estocásticos com recurso uma penalidade é adicionada à função-objetivo caso uma restrição seja violada.

Muitos problemas de otimização podem ser modelados de forma representativa pela abordagem linear mostrada abaixo pela notação vetorial:

$$\text{Min } c^T x \quad (2)$$

$$\text{s.t. } Ax = b \quad (3)$$

Em otimização determinística os problemas são formulados com parâmetros conhecidos. Em (2) e (3) c^T , A e b são parâmetros conhecidos. Na programação estocástica, a incerteza dos parâmetros é levada em conta.

Considere o seguinte modelo ilustrativo: Sejam x_1 e x_2 matérias primas para produção de 2 tipos de produtos, tal que o produto P_1 é composto por 2 porções da matéria prima x_1 e 6 porções da matéria-prima x_2 . O produto P_2 é composto por 3 porções de x_1 e 3 porções de x_2 . O custo de aquisição das matérias-primas x_1 e x_2 são respectivamente 2 e 3. A demanda pelo produto P_1 e P_2 é respectivamente 182 e 162. O problema de programação linear determinístico é apresentado abaixo e deseja-se então minimizar o custo total de aquisição de matéria-prima.

$$\text{Min } 2x_1 + 3x_2 \quad (4)$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad (5)$$

$$2x_1 + 6x_2 \geq 182 \quad (6)$$

$$3x_1 + 3x_2 \geq 162 \quad (7)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (8)$$

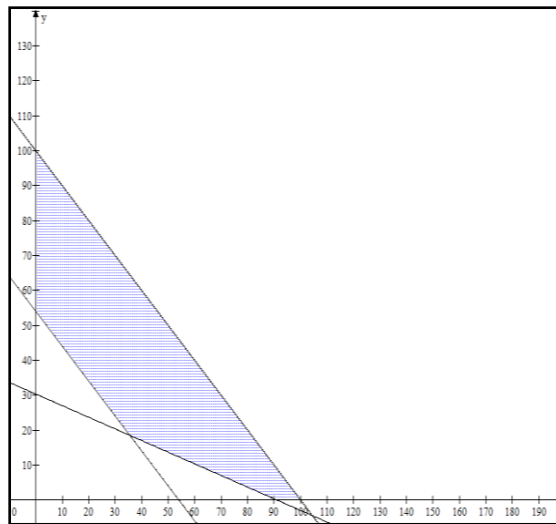
$$x_2 \geq 0 \quad (9)$$

Trata-se de um modelo linear com fácil solução onde:

$$F_{min} = 126; x_1 = 36; x_2 = 18; \quad (10)$$

A região viável é representada por:

Figura 15 – Região Viável 1



Fonte: Elaborada pelo autor

Seria bastante plausível considerar que a demanda pelos produtos P_1 e P_2 esteja sujeita a uma variação do mercado, representada pelas variáveis aleatórias φ e ζ . Assim o problema de programação linear torna-se:

$$\text{Min } 2x_1 + 3x_2 \quad (11)$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 10 \quad (12)$$

$$x_1 + x_2 \geq 182 + \varphi \quad (13)$$

$$x_1 + x_2 \geq 162 + \zeta \quad (14)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (15)$$

$$x_2 \geq 0 \quad (16)$$

Através de vários anos de experiência comercializando o produto $P1$ e $P2$ sabe-se que a variação da demanda de $P1$ e $P2$ segue uma distribuição Normal dada por:

$$\text{dist. } \varphi \sim N(0,12) \quad (17)$$

$$\text{dist. } \zeta \sim N(0,9) \quad (18)$$

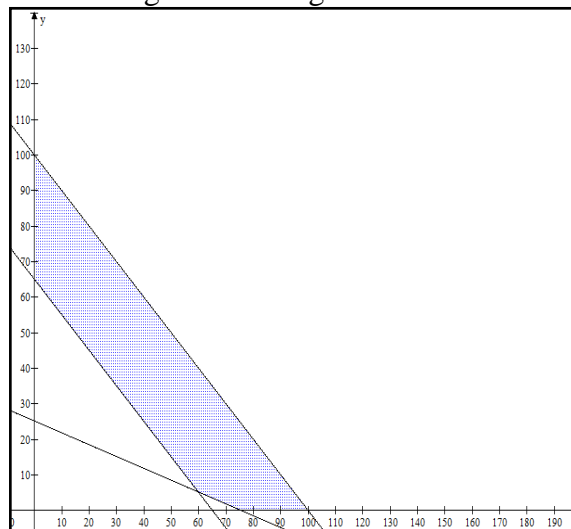
A distribuição inversa da distribuição Normal nos diz que os valores máximos e mínimos de φ e ζ são:

$$\varphi^{-1} [-30.93, 30.93] \quad (19)$$

$$\zeta^{-1} [-23.31, 23.31] \quad (20)$$

A região viável do problema de otimização, antes representada pela Figura 15, agora será representada pela Figura 16.

Figura 16 – Região viável 2



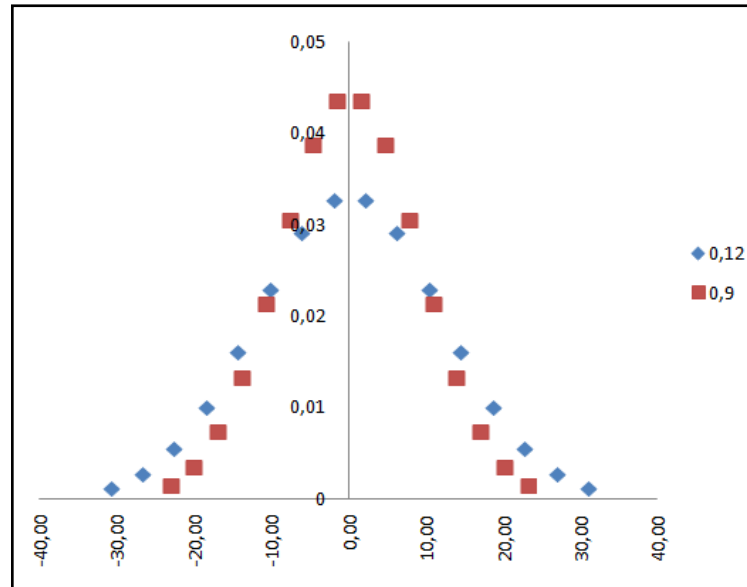
Fonte: Elaborada pelo autor

A solução ótima do problema (4)-(9) obviamente seria alterada de acordo com o valor da demanda de $P1$ e $P2$.

Para visualizar as possibilidades de solução do problema deve-se agora discretizar a variação na demanda e dividir as soluções em cenários. Repare que esta aproximação pode ser tão acurada quanto se desejar, pois quanto maior a quantidade de cenários, mais aproximado se torna o problema estocástico do problema contínuo. Porém, quanto maior for a aproximação,

maior será a árvore de cenários e, conseqüentemente, maior será a complexidade computacional.

Figura 17 – Discretização da demanda por P_1 e P_2 em 15 cenários



Fonte: Elaborada pelo autor

Neste caso temos a incerteza incidindo duas vezes sobre o problema, através da demanda de P_1 e P_2 . Conforme a figura acima discretizamos a demanda em 15 cenários, logo temos $15^2 = 225$ possibilidades.

Neste caso deve-se tomar decisões a respeito da quantidade de matéria-prima a ser adquirida antes do conhecimento da demanda. Estas decisões são chamadas de decisões de primeiro estágio. Sabe-se até aqui, apenas, que existem 225 possíveis valores para as demandas de P_1 e P_2 , mas não se sabe qual desses possíveis valores da demanda ocorrerá.

Uma alternativa ao fato de não se conhecer a demanda exata pelos produtos P_1 e P_2 pode ser adquiri-los de um concorrente, caso não seja possível atender completamente a demanda. Neste caso, representam-se as quantidades de produto P_1 e P_2 que podem ser compradas do concorrente por y_1 e y_2 . Obviamente a aquisição de P_1 e P_2 deste concorrente deve ter um custo associado maior do que o custo de produção, neste caso representado por 7 e 8.

$$\text{Min } 2x_1 + 3x_2 + 7y_1 + 8y_2 \quad (21)$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad (22)$$

$$x_1 + x_2 + y_1 \geq 182 + \varphi \quad (23)$$

$$x_1 + x_2 + y_2 \geq 162 + \zeta \quad (24)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (25)$$

$$x_2 \geq 0 \quad (26)$$

As decisões tomadas no primeiro estágio a respeito da quantidade de matéria prima a ser adquirida poderiam violar as restrições de atendimento à demanda (23) e (24). Neste caso a aquisição dos produtos de um concorrente representa um recurso em caso de violação destas restrições de atendimento à demanda. O recurso foi inserido nas restrições (23) e (24) através das variáveis y_1 e y_2 .

Observe que o termo $q_1y_1 + q_2y_2$ na função objetivo, representa uma penalidade, incluída na modelagem devido à possibilidade de violação das restrições (23) e (24) de atendimento à demanda.

Os coeficientes que representam os custos das matérias primas e os rendimentos das matérias primas necessárias para formar o produto $P1$ e $P2$ também poderiam estar sujeitos a incerteza. O problema seria então representado conforme abaixo.

$$\text{Min } \alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + q_1y_1 + q_2y_2 \quad (27)$$

$$\text{s.a. } x_1 + x_2 \leq 100 \quad (28)$$

$$\beta_1x_1 + \beta_2x_2 + y_1 \geq 182 + \varphi \quad (29)$$

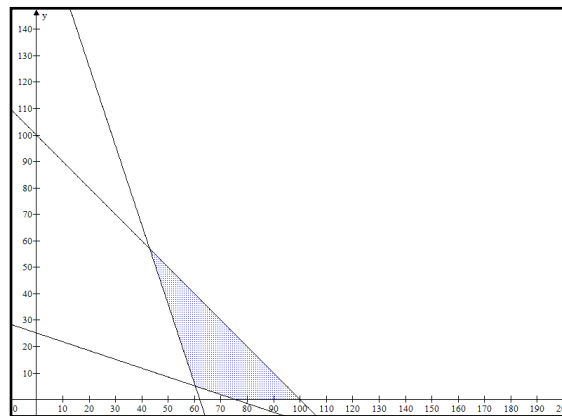
$$\chi_1x_1 + \chi_2x_2 + y_2 \geq 162 + \zeta \quad (30)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (31)$$

$$x_2 \geq 0 \quad (32)$$

A região viável do problema de otimização seria representada pela Figura 18. Observe que a região viável representada pela Figura 18 é bem diferente da região inicial apresentada na Figura 15. Neste caso como deve-se proceder quanto às escolhas de x_1 e x_2 de forma que o custo total seja minimizado?

Figura 18 – Região viável 3



Fonte: Elaborada pelo autor

Segundo Shapiro & Philpott (2007), quando os parâmetros de um modelo de otimização são incertos, mas podem ser assumidos pertencerem a conjuntos de possíveis valores, para os quais uma distribuição de probabilidade é conhecida ou pode ser estimada, pode-se buscar uma solução para o problema que seja viável para todas as possíveis escolhas dos parâmetros e que otimize a função objetivo.

Geralmente modelos que possuem incerteza são aplicados em problemas de otimização que possuem carácter repetitivo e o modelo estocástico é capaz de fornecer uma solução que em média seja melhor do que todas as outras (Shapiro, Dentcheva, & Ruszczyński, 2009).

Pode-se dizer que a abordagem de otimização estocástica fornece uma forma sistemática de tratar a incerteza. Contudo, algumas premissas devem ser consideradas na abordagem por otimização estocástica:

- A distribuição de probabilidade dos parâmetros incertos deve ser conhecida.

- Os valores das variáveis de primeiro estágio, também chamadas de variáveis *here-and-now* devem ser escolhidos antes da realização das incertezas, enquanto as variáveis de segundo estágio, também chamadas de *wait-and-see* representam o recurso e são definidas após a realização das incertezas.
- Problemas de otimização estocástica são conhecidos por terem alta complexidade computacional devido à grande quantidade de cenários necessários para aproximar a modelagem da situação real.

Utilizando a notação mais conhecida na literatura, os problemas estocásticos formulados com recurso apresentam a seguinte formulação geral:

$$\text{Min } c^T x + E_{\xi} \left[\sum_{k \in K} q(w)^T y(w) \right] \quad (33)$$

Sujeito a:

$$Ax = b \quad (34)$$

$$T(w)x + W(w)y(w) = h(w) \quad \forall w \in \Omega \quad (35)$$

$$x, y(w) \geq 0 \quad (36)$$

onde:

- Variáveis de primeiro estágio estão em: $c^T x$ e $Ax=b$
- A presença de (w) significa que os parâmetros são sujeitos a incerteza.
- A matriz $W(w)$ é chamada matriz de recurso.
- Ω define o espaço de probabilidade de w .
- O custo esperado da utilização do recurso, denotado como E_{ξ} , é representado pela soma do produto do custo da variável de segundo estágio $q(w)$ e a quantidade do recurso necessário $y(w)$.
- O problema de segundo estágio pode ser desacoplado do problema de primeiro estágio, sendo representado por:

$$Q(x, w) = \min \{q(w)^T y(w) \mid W(w) y(w) = h(w) - T(w)x, y \geq 0\}$$

Louveaux & Schultz (2003) definem modelos de recurso simples como modelos de programação estocástica de dois estágios, em que os desvios do primeiro estágio $T(w)x$ comparativamente ao resultado de $h(w)$ têm que ser compensados, a certos custos, no segundo estágio.

Em um modelo estocástico com recurso simples, a matriz de recurso $W(w)$ é representada por uma matriz identidade. Isso significa que para qualquer escolha das variáveis de primeiro estágio $T(w)x$, uma solução viável para o problema estocástico está prontamente disponível, sendo $y = h(w) - T(w)x$.

Supõe-se que $T(w)$, $W(w)$ e $h(w)$ sejam vetores do \mathbb{R}^n para todas as realizações da incerteza em n estágios. Se a matriz de recurso $W(w)$ é fixada para cada estágio, isto é, não é afetada pelo vetor de variáveis aleatórias (w), o programa estocástico é dito ter recurso fixo (Lulli & Sen, 2006).

Os programas estocásticos com recurso fixo possuem algumas propriedades importantes. Seja o problema de segundo estágio, $Q(x, w) = \min \{q(w)^T y(w) \mid W(w) y(w) = h(w) - T(w)x, y \geq 0\}$. Se $W(w)$ é fixo (não randômico) o problema de segundo estágio $Q(x, w)$ é convexo e linear por partes, se Ω é finito.

Em particular, se o problema de segundo estágio $Q(x, w) = \min \{q(w)^T y(w) \mid W(w) y(w) = h(w) - T(w)x, y \geq 0\}$ não tem solução viável, $Q(x, w) = +\infty$, ou seja, impõe-se uma penalidade infinita à função de primeiro estágio. Neste caso, não existe solução viável. Diz-se finalmente que o problema estocástico possui recurso relativamente completo se $Q(x, w)$ é viável e possui solução finita.

Além da viabilidade dos problemas estocásticos, deve-se preocupar com a estabilidade das soluções. O problema não bem definido, ou seja, não representado em cenários, com solução através de uma variável aleatória contínua escolhida sem uma modelagem para os termos em que w está presente pode encontrar candidatos a solução em uma região viável, porém não ótima. Neste caso tem-se soluções não estáveis e não ótimas para o problema.

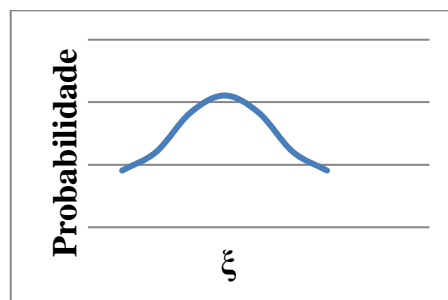
Deve-se considerar que a incerteza segue uma distribuição de probabilidade conhecida e que para toda possível realização da incerteza denotada por ξ existe um recurso $y(\xi)$ e um custo inerente à utilização do recurso $q(\xi)$ associados. Ou seja, para qualquer realização da incerteza que altere o cenário inicial alguma atitude corretiva, com um custo associado a ela, pode ser tomada. A equação (37) integra o custo e recurso com a função densidade de probabilidade da incerteza no problema de segundo estágio denotada por $f(\xi)$.

$$E_{\xi} \left[\sum q(w)^T y(w) \right] = \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) y(\xi) f(\xi) d\xi \quad (37)$$

O termo acima pode ser não linear e não convexo, tornando o problema insolúvel. É preciso então aproximá-lo através de uma discretização em cenários.

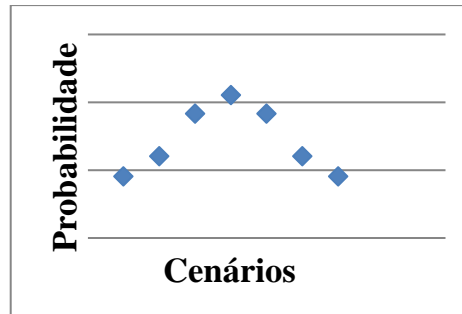
Sabendo que os eventos que caracterizam a incerteza seguem uma distribuição de probabilidade normal, por exemplo, com média e desvio padrão conhecidos, $N(\mu, \sigma)$, é possível fazer a discretização dos parâmetros em cenários de acordo com sua probabilidade de ocorrência.

Figura 19 - Distribuição contínua para a os parâmetros incertos



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 20 - Discretização em cenários finitos para os parâmetros incertos



Fonte: Elaborada pelo autor.

Deve-se notar que a aproximação dos L cenários pode ser tão refinada quanto se deseja, desde que se esteja disposto a “pagar” por isso, devido ao aumento do custo computacional do problema. Para isso, deve-se fazer:

$$E_{\xi} \left[\sum_{k \in K} q_k(w)^T y_k(w) \right] = \sum_{l=1}^L p^l \sum_{k \in K} q_k(\xi) y_k(\xi^l) \quad (38)$$

A aleatoriedade ξ passa a ser expressa como ξ^l , onde L é o número de cenários possíveis para realização da incerteza. Tem-se também que, a cada possível cenário l existe uma probabilidade de ocorrência deste cenário p^l associada. Novamente, as variáveis q_k e y_k representam o custo associado ao recurso e a quantidade do recurso tipo k .

L = número de cenários possíveis

$\Omega = \{l=1, \dots, L\}$ - conjunto de cenários possíveis;

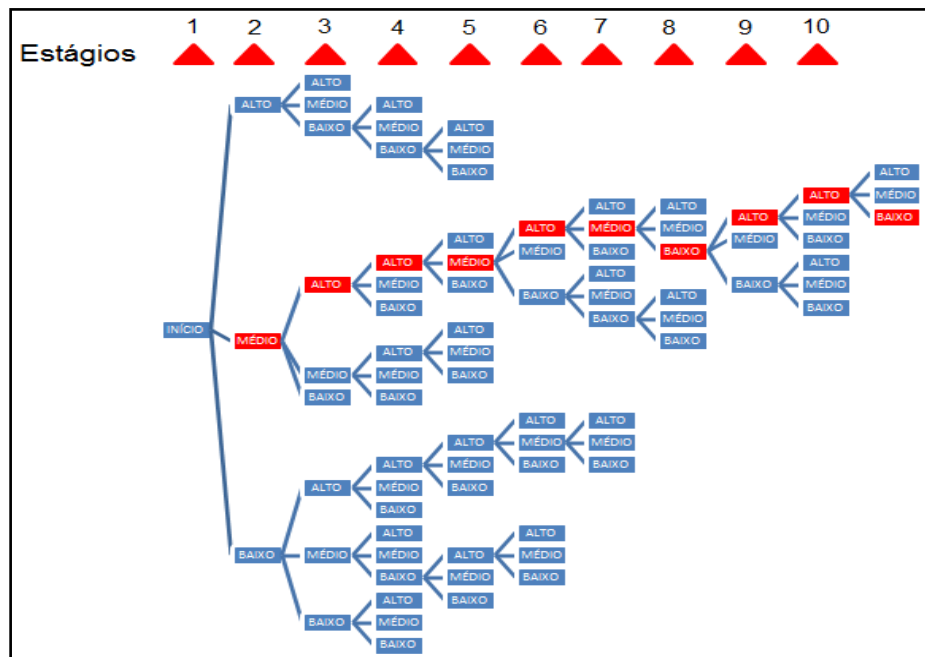
2.3.1.2 Árvore de cenários

As árvores de cenários são a representação dos valores da incerteza discretizados em cenários e arranjados de acordo com os estágios do problema.

Os problemas de programação estocástica multiestágio com recurso são conhecidos por sua complexidade computacional. Conforme exemplificado, para um modelo com 2 estágios e 5 realizações possíveis em cada cenário, por exemplo, tem-se $5^2 = 25$ possíveis realizações da incerteza ($L=25$). Neste caso, pode-se obter uma solução viável a custo computacional razoável. No entanto, se o problema considera 10 estágios e 5 realizações possíveis tem-se $L=5^{10}$

cenários. Em tais condições não é prático resolver um problema de otimização estocástica diretamente. No entanto, existem métodos de amostragem de um subconjunto aleatório de ξ , que permitem obter soluções do problema mesmo quando se tem um número muito grande de cenários. A Figura 21 mostra, pelo caminho sinalizado em vermelho, uma possível solução viável do problema.

Figura 21- Árvore de cenários



Fonte: Elaborada pelo autor.

Evidentemente, dependendo das escolhas para as variáveis aleatórias numa árvore de cenários pode-se chegar a soluções inviáveis, pois as restrições podem formar regiões nas quais não existe solução para o problema de otimização. Além disso, como pode haver muitas escolhas, os valores da função objetivo podem ser muito diferentes entre si, gerando falta de confiabilidade nas soluções. A situação ideal é aquela em que as escolhas levem a soluções representativas, ou seja, soluções próximas da solução média, considerando todas as possibilidades.

Os métodos de amostragem têm o objetivo de obter soluções viáveis, estáveis e representativas para o problema estocástico definido em cenários. Na seção a seguir, aborda-se o método SAA (*Sample Average Approximation*), que corresponde ao método de amostragem mais utilizado na literatura.

2.3.1.2.1 Método de aproximação pela média amostral - SAA

Shapiro & Homem-de-Mello (1996) propuseram um método de amostragem baseado em simulação de Monte Carlo para solucionar problemas de otimização de larga escala que envolvem incerteza nos dados: o método SAA (do inglês, *Sample Average Approximation*). O método consiste em gerar M amostras aleatórias e independentes de tamanho N , identicamente distribuídas para obter um estimador da solução do problema real, que será denotado por v^* (Bentaha *et al.*, 2014a). Por exemplo, $(\xi_1^1, \xi_2^1, \dots, \xi_N^{M=1})$ são amostras aleatórias que geram os candidatos $(v_1^1, v_2^1, \dots, v_N^{M=1})$ para a solução para o problema real.

As amostras $(\xi_1^1, \xi_2^1, \dots, \xi_N^{M=1})$ são geradas a partir de uma distribuição de probabilidade conhecida e selecionadas de forma equiprovável por uma distribuição de probabilidade uniforme no intervalo $[0, 1]$. As amostras selecionadas são processadas pela a função objetivo do problema real, gerando candidatos $(v_1^1, v_2^1, \dots, v_N^{M=1})$ para a solução do problema. Para gerar as amostras, o SAA requer que a distribuição de probabilidade dos dados que possuem incerteza seja conhecida e utiliza a qualidade das soluções, medida pela função objetivo do problema real, como critério de qualidade da amostragem.

A média do problema aproximado $z(x, \xi^l)$ é obtida pela média dos valores das M amostras de tamanho N , conforme apresentada na equação (39).

$$E[z(x, \xi^l)] = v_{NM} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M z_N^M \quad (39)$$

O valor mínimo v^*_{NM} apresentado entre os candidatos à solução v_N^M gerados é computado como um mínimo estimado, conforme a equação (40).

$$v^*_{NM} = \min\{E_{NM}[z(x, \xi^l)]\} \quad (40)$$

Pode-se estimar também a variância dos candidatos à solução por meio da equação (41).

$$s^2_{NM} = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M (v^*_{NM} - v_{NM})^2 \quad (41)$$

Admitindo que o problema real é viável, pode-se afirmar que, se todos os cenários possíveis do problema aproximado fossem processados, a solução do problema aproximado $z(x, \xi^l)$ convergiria para a solução ótima $z(x, \xi) = v^*$ do problema real. A equação (42) mostra que o valor de $z(x, \xi^l)$ converge para v^* à medida em que N cresce.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} z(x, \xi^l) \rightarrow v^* \quad (42)$$

Segundo a lei dos grandes números (LGN) da estatística, a média aritmética dos resultados de uma experiência realizada repetidas vezes tende a se aproximar do valor esperado à medida que mais tentativas se sucedem. A equação (43) baseia-se na LGN para mostrar que, em uma amostra suficientemente grande, a média do problema de otimização aproximado $z(x, \xi^l)$ representado em cenários converge para o valor esperado do problema real $z(x, \xi)$ à medida que N aumenta (Verweij *et. al.*, 2003). Nesta equação, ε_1 é um número positivo com valor consideravelmente baixo.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P(|E_{NM}[z(x, \xi^l)] - E[z(x, \xi)]| \geq \varepsilon_1) = 0 \quad (43)$$

A equação (44) mostra que a solução do problema de otimização aproximado v^*_{NM} é menor do que a média dos candidatos à solução v_{NM} . Se a média do problema amostral converge para a média do problema real, conforme apresentado pela equação (43), isso quer dizer que v^*_{NM} é também uma estimativa para o limite inferior do valor $z(x, \xi)$ do problema real.

$$v^*_{NM} = \min\{E_{NM}[z(x, \xi)] \leq v_{NM} \quad (44)$$

Uma estimativa mais apurada pode ser obtida selecionando N' de forma que N' seja bem maior do N ($N' \gg N$). De forma análoga às equações (39) e (41), a média dos candidatos à solução $v_{N'}$ e a variância da amostra $s^2_{N'M}$ são obtidas pelas equações (45) e (46), respectivamente.

$$v_{N'} = \frac{1}{N'} \sum_{N'=1}^{N'} z_{N'} \quad (45)$$

$$s^2_{N'M} = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M (v^*_{N'M} - v_{N'M})^2 \quad (46)$$

A equação (47), similarmente à equação (43), baseia-se na lei dos grandes números para aproximar a média do problema amostral da média do problema real, desta vez considerando N' .

$$\lim_{N' \rightarrow \infty} P(|E_{N'}[z(x, \xi^l)] - E[z(x, \xi)]| \geq \varepsilon_2) = 0 \quad (47)$$

Como $N' \gg N$, conseqüentemente, $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$.

Baseado no teorema do limite central, que descreve que a distribuição de probabilidade da média de uma amostra aleatória suficientemente grande segue uma distribuição aproximadamente normal, Shapiro & Homem-de-Mello (1996) formulam um intervalo de confiança para a solução do problema aproximado pelo processo de amostragem, conforme a equação (48).

$$\left(v_{N'} + z_{\alpha/2} \frac{s_{N'}}{\sqrt{N'}}; v_{N'} - z_{\alpha/2} \frac{s_{N'}}{\sqrt{N'}} \right) \quad (48)$$

Segundo Emelogu *et al.* (2016), a principal questão na literatura referente ao método SAA é o *trade-off* entre o tamanho da amostragem, com o conseqüente aumento do esforço computacional, e a qualidade das soluções. Segundo Shapiro & Philpott (2007), uma vantagem de técnicas baseadas em simulação de Monte Carlo é que a acurácia depende do número de cenários amostrados e da variância dos candidatos à solução. Segundo estes autores, as taxas de convergência do método são conhecidamente baixas, sendo necessário que as simulações sejam realizadas em, ao menos, 100 cenários.

Um *gap* de otimalidade referente a cada amostra também pode ser estimado usando $(v_{N'} - v_{NM})$.

As etapas para a aplicação do método SAA são descritas a seguir:

1. Gerar amostras aleatórias utilizando a inversa da distribuição de probabilidade dos parâmetros incertos para obter $\xi_N^{M=1}$.
2. Selecionar as amostras utilizando uma distribuição uniforme $[0, 1]$.
3. As amostras selecionadas são processadas pela função objetivo do problema real.
4. Candidatos à solução são gerados $v_N^{M=1}$.
5. Repetir o procedimento M vezes.
6. Verificar a estabilidade das soluções geradas através do desvio padrão.
7. A média das M soluções contém uma estimativa da solução do problema real.
8. Escolher N' ($N' \gg N$).
9. Repetir as etapas 1-7.
10. Escolher a amostra ξ_N^M que gera o candidato a solução v_N^M com o melhor valor entre as amostras.
11. Calcular o *gap* de otimalidade $v_{N'} - v_{NM}$.
12. Calcular o intervalo de confiança.

3 REVISÃO DA LITERATURA ESPECÍFICA

Este capítulo complementa as seções 2.3.1 a 2.2.3 fornecendo uma visão conjunta sobre os tipos de ALBP e suas abordagens de solução. Foram selecionados alguns dos artigos mais relevantes na literatura dos últimos quatro anos que abordam o ALBP sob incerteza em algum aspecto.

Desde o significativo trabalho de Scholl & Becker (2006), que mostra diversos procedimentos heurísticos e exatos para solucionar o ALBP e o trabalho de Boysen *et al.* (2008), que mostra as diferenças na modelagem do ALBP de acordo com número de produtos, nível de automação e características físicas das linhas de montagem, muito tem mudado na literatura referente ao ALBP. Os trabalhos recentes mostram que existe uma tendência em considerar a incerteza no tempo de execução das tarefas pelos operadores. Battaia & Dolgui (2013) propõem as abordagens de solução para o ALBP já enfatizando a incerteza. Mais recentemente, Bentaha *et al.* (2015) reafirmam essa tendência e afirmam que uma das técnicas proeminentes para solução do ALBP sob incerteza é a otimização robusta, bem apresentada no trabalho de Pereira & Álvarez-Miranda (2017).

Bentaha *et al.* (2015) traz uma bibliografia com cerca de 90 publicações sobre o problema de linhas de montagem e desmontagem sob incerteza ADLBP (do inglês, *Assembly and Disassembly Lines Balancing Problem*) e concluí que a maioria das abordagens considera a incerteza no tempo de execução das tarefas com uma distribuição normal de probabilidade.

Bentaha *et al.* (2014a) propõem um método de solução do ADLBP-1 utilizando o método SAA de aproximação pela média amostral e concluíram que o método de Quasi-Monte Carlo, utilizado como técnica de amostragem aleatória, forneceu resultados melhores do que o método de Amostragem por Hipercubo Latino, outra técnica também baseada em Monte Carlo, para a solução do SAA.

Em Scholl & Becker (2006) e também em Becker & Scholl (2006) os autores enfatizaram a busca por abordagens mais realísticas para o ALBP. Boysen *et al.* (2008), após analisarem uma grande variedade de publicações sobre o ALBP consideraram “surpreendente” que apenas 15 artigos tenham sido identificados com uma abordagem explicitamente realística do ALBP, tratando de balanceamentos de linha de montagem em sistemas de produção reais.

Miralles *et al.* (2007) contribuíram para a aproximação do ALBP a condições reais com a abordagem do ALWABP (do inglês, *Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem*), em que consideram a heterogeneidade entre os trabalhadores. Mais recentemente, Dolgui & Proth (2013) apresentaram métodos para solução do ALBP como otimização robusta e otimização estocástica.

Battaia & Dolgui (2013) apresentaram uma nova taxonomia compreendendo cerca de 300 trabalhos sobre o ALBP concluindo que novas atribuições de tarefas, medidas de desempenho e novas restrições têm sido implementadas ao ALBP com o objetivo de aproximá-lo da realidade. Mas ainda existe um *gap* entre a abordagem matemática e os problemas em sistemas reais. Dolgui & Gafarov (2017) apresentaram técnicas para reduzir o grafo de precedência e estimar a complexidade de problemas ALBP.

Conclui-se que um grande esforço tem sido realizado pelos pesquisadores para aproximar as abordagens do ALBP ao comportamento dos sistemas reais. Este trabalho também visa contribuir neste sentido. A Tabela 2 busca fornecer visibilidade às publicações relevantes do ALBP em termos da abordagem de solução e ao tipo do ALBP.

Tabela 2 – Classificação da literatura do ALBP

Autores	Abordagem de Solução							Tipo do ALBP						
	Robust	Fuzzy	Resource Model	Chance Constrained	Stochastic Robust programming	Multi Objective (MILP)	Single Objective (MILP)	Others	ALBP-1	ALBP-2	U-Shaped	Paralel workstations	Straight line	ALBP Worker
Bentaha <i>et al.</i> (2014a)			x								x			
Alavidoost <i>et al.</i> (2016)		x									x		x	
Hazır & Dolgui (2013)	x										x		x	
Bentaha <i>et al.</i> (2015)								x	x					
Bentaha <i>et al.</i> (2014b)			x							x		x		
Hazır & Dolgui (2015)	x									x	x			
Battaia <i>et al.</i> (2015)				x					x					
Saif <i>et al.</i> (2014)						x								x
Yang & Gao (2016)								x						
La Scalia <i>et al.</i> (2013)		x								x				
Bentaha <i>et al.</i> (2014)					x									
Özcan (2010)				x										
Altekin (2016)				x					x					
Altekin <i>et al.</i> (2016)								x		x				
Lopes <i>et al.</i> (2017)							x			x				
Bukchin & Raviv (2017)				x					x					
Hosseini <i>et al.</i> (2013)						x								x
Purnomo <i>et al.</i> (2013)						x							x	
Naderi <i>et al.</i> (2015)							x							
Battaia & Dolgui (2013)			x		x									
Moreira <i>et al.</i> (2015)	x										x			

Fonte: Elaborada pelo autor

4 O MODELO DETERMINÍSTICO PROPOSTO

O modelo proposto para atribuição de tarefas às estações de trabalho visando minimizar o tempo de ciclo da linha de montagem é formulado conforme abaixo (os índices e conjuntos de tarefas, estações de trabalho e relações de precedência estão definidos na seção 2.1):

$$\text{Min } TC \quad (49)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^m x_{ik} = 1 \quad \forall i \in I \quad (50)$$

$$\sum_{k=1}^m k x_{ik} \leq \sum_{t=1}^m t x_{jt} \quad \forall (i, j) \in P \quad (51)$$

$$\sum_{i=1}^n t p_i x_{ik} \leq TC \quad \forall k \in K \quad (52)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (53)$$

$$TC \geq 0 \quad (54)$$

onde $x_{ik} = 1$ se a tarefa $i \in I$ for atribuída à estação de trabalho $w_k \in W$; caso contrário, $x_{ik} = 0$.

A restrição (50) assegura que qualquer tarefa será atribuída a apenas uma estação de trabalho. A restrição (51) garante que, para qualquer par de tarefas (i, j) para as quais existe uma relação de precedência em que a tarefa j não pode ser processada antes da tarefa i , o índice da estação de trabalho que processa a tarefa i deve ser menor ou igual ao índice da estação de trabalho que processa a tarefa j . A restrição (52) limita que o tempo total de processamento em cada estação de trabalho não exceda o tempo de ciclo da linha de montagem. As restrições (53) e (54) estabelecem o domínio das variáveis de decisão. Note que o modelo (49)-(54) é um modelo de programação inteira mista.

4.1 DEFINIÇÕES EM LINHAS DE MONTAGEM

Existem diferentes formas de medir a eficiência de linhas de montagem. A forma mais usada refere-se a uma relação entre tempo de ciclo, tempos de operação e número de estações de trabalho. Considere as seguintes definições:

AT - tempo de produção disponível;

IT_k - tempo ocioso para a estação de trabalho $w_k \in W$. Observar que IT_k é a diferença entre o tempo de ciclo (TC) e o tempo total de processamento na estação de trabalho w_k , ou seja, $Tpt(w_k)$.

As seguintes relações podem ser estabelecidas:

$$TC = \frac{AT}{np} \quad (55)$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n tp_i + TIT}{TC} \quad (56)$$

$$\mu = 1 - \frac{TIT}{TC \times m} \quad (57)$$

$$ET = \frac{\sum_{i=1}^n tp_i \times (1 + EIT)}{TC \times m} \quad (58)$$

$$OE = \frac{AT - \sum UT}{AT} \quad (59)$$

A equação (55) relaciona o tempo de ciclo (TC) com o tempo de produção disponível (AT) e o número de produtos a serem fabricados (np). A equação (56) relaciona a quantidade de estações de trabalho (m) com os tempos de processamento das tarefas (tp_i), o tempo ocioso total das estações de trabalho (TIT) e o tempo de ciclo (TC).

A equação (57) calcula a eficiência teórica da linha de montagem (μ) em função do tempo ocioso total das estações de trabalho (TIT), do tempo de ciclo total ($CT \times m$). A equação (58) calcula uma estimativa para a eficiência da linha de montagem (TE) em função do tempo de processamento das tarefas (tp_i), de uma estimativa para o tempo de ociosidade (EIT) e do tempo de ciclo total ($CT \times m$).

As equações (57) e (58) mostram que diminuir o tempo ocioso total das estações de trabalho (ou seja, atribuir mais tarefas para as estações de trabalho) aumenta a eficiência teórica e a eficiência estimada da linha de montagem, assim como, diminuir o tempo de ciclo (aumento da velocidade de trabalho) ou diminuir a quantidade de estações de trabalho também provocam aumento na eficiência. Usualmente, utiliza-se a equação (57) em situações onde é possível realizar a cronometragem exata dos tempos de processamento das tarefas (tp_i) e dos tempos de ociosidade das estações de trabalho (IT_k). Para os casos em que estes tempos precisam ser estimados, frequentemente emprega-se a equação (58) e neste caso, EIT é um percentual do total dos tempos de processamento (tp_i).

A equação (59) calcula o rendimento operacional da linha de montagem (OE) em função do tempo de produção disponível (AT) e do tempo em que a linha ficou sem produção devido a perdas não planejadas (UT), por exemplo, quebra de equipamentos, tratamento de defeitos de qualidade, conclusão de tarefas não finalizadas em uma estação de trabalho, etc.

Altos níveis de produtividade devem ser sustentáveis. Altos níveis de rendimento operacional, por exemplo, podem ser alcançados, mas somente sob circunstâncias específicas. Fatores como, motivação dos operadores, alocação dos operadores mais habilidosos em postos críticos para executar tarefas com maior nível de dificuldade e direcionamento dos setores de apoio à produção para atuação imediata em problemas de qualidade podem não ser sustentáveis a longo prazo. O terceiro importante conceito sobre a produtividade em linhas de montagem é a capacidade operacional. Um considerável número de estudos tem ligado, empiricamente, o conceito de capacidade operacional ao desempenho organizacional (Chavez *et al.*, 2017). A capacidade operacional refere-se ao nível de estabilidade do fluxo de produção. Neste trabalho a equação (60) é proposta para indicar a estabilidade dos valores do rendimento operacional.

$$CO = \left(\frac{LSE - \bar{X}_{OE}}{3\sigma_{OE}} \right) \quad (60)$$

A equação (60) relaciona um limite superior estimado para o rendimento operacional (LSE) com a média (\bar{X}_{OE}) e o desvio padrão do rendimento operacional (σ_{OE}). O LSE representa um nível máximo de produtividade estimado. Em indústrias automotivas esse índice é usualmente estimado em 0.95 e esse valor usual foi adotado neste trabalho (LSE=0.95).

4.2 UM ESTUDO DE CASO

Neste estudo de caso, considera-se uma linha de montagem que fabrica painéis para 4 tipos de veículos. Com um tempo de ciclo inicial $TC = 154,2$ segundos, a linha tem uma capacidade produtiva $PC = 196$ unidades, considerando-se uma jornada de trabalho de 8 horas e 24 minutos. Esta linha de montagem deseja aumentar sua velocidade de produção para 139,2 segundos, de modo a gerar uma capacidade produtiva de 217 unidades por turno de trabalho. Contudo, o aumento na velocidade de trabalho sem uma redistribuição das operações pode gerar um aumento no tempo de parada UT da linha de montagem, diminuindo o rendimento operacional OE . Dessa forma, os ganhos gerados pelo aumento na velocidade inicial podem ser perdidos, devido às perdas de produção.

A estratégia adotada pela montadora de veículos previu realizar aumentos sucessivos, sensíveis e escalonados em sua velocidade a partir do segundo semestre de produção do ano de 2016 e aumentar sua capacidade de produção conforme mostra a Tabela 3.

Tabela 3 - Aumento escalonado no tempo de ciclo

Cenário	TC (seg./unid)	PC (unid.)
C1	154,2	196
C2	151,8	199
C3	148,8	203
C4	145,8	207
C5	142,8	212
C6	139,2	217

Fonte: Elaborada pelo autor

Nesta seção serão analisadas as condições iniciais e o comportamento de 4 estações de trabalho críticas desta linha de montagem por meio da utilização do modelo de otimização proposto, considerando-se os aumentos na velocidade de trabalho. A Tabela 4 mostra a distribuição de tarefas nas 4 estações de trabalho para cada um dos tipos de veículo. Nesta tabela nt corresponde ao número de tarefas referentes a cada tipo de veículo, atribuídas à estação de trabalho e Tpt corresponde ao tempo de processamento total destas nt tarefas naquela estação de trabalho.

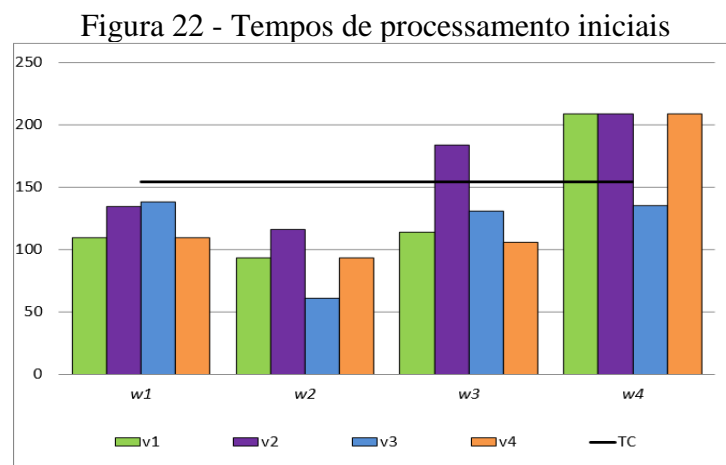
Tabela 4 – Distribuição inicial de tarefas nas estações de trabalho

Veículo	v_1		v_2		v_3		v_4	
	nt	Tpt	nt	Tpt	nt	Tpt	nt	Tpt
w_1	22	91	14	112	14	115	21	91
w_2	14	78	15	97	12	51	14	78
w_3	17	95	20	130	15	109	16	98
w_4	32	174	26	153	22	113	33	174
Total	86	438	75	492	63	388	84	431

Fonte: Elaborada pelo autor

Pela Tabela 4, pode-se observar que para o veículo v_2 em w_4 haverá dificuldade para que as tarefas sejam concluídas (o tempo necessário, 153 segundos, é muito próximo do tempo de ciclo) e que para os veículos v_1 e v_4 em w_4 , haverá transtornos para que as tarefas sejam finalizadas, visto que os tempos de processamento destas tarefas são superiores ao tempo de ciclo inicial da linha (154,2 segundos).

Na Figura 22, considera-se que os tempos de processamento das tarefas são acrescidos por um tempo de ociosidade estimado EIT de 20%.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como se observa na Figura 22, considerando o tempo de ociosidade será crítica a produção dos veículos v_1 , v_2 e v_4 na estação w_4 . Pode-se imaginar duas possibilidades sobre o que ocorrerá nesta estação. A primeira possibilidade será o operador se esforçar para completar suas tarefas dentro do tempo de ciclo e, assim, não gerar interrupção da linha de montagem. Na segunda possibilidade, mesmo que o operador se esforce, a linha de montagem será interrompida e o valor de UT irá aumentar contribuindo negativamente para o rendimento operacional. Além de gerar perdas não desejadas de produção, uma distribuição não homogênea das cargas de trabalho submete os operadores a elevados níveis de estresse e comprometem a qualidade do produto em uma linha de montagem (Scholl & Becker, 2006).

Utilizando o modelo de otimização proposto é possível redistribuir as tarefas nas estações de trabalho de forma a obter uma carga mais homogênea entre elas e minimizar os potenciais problemas nas estações w_3 e w_4 . Para a solução do modelo utilizou-se o software XPRESS IVE 7.9 e um computador com processador Core II Due. O XPRESS IVE foi utilizado devido a sua interface gráfica amigável. Os resultados obtidos estão mostrados na Tabela 5. A linha Xpress nesta tabela mostra os tempos de solução do modelo (em segundos).

Tabela 5 - Distribuição otimizada de tarefas nas estações de trabalho

Veículo	v_1		v_2		v_3		v_4	
	<i>nt</i>	<i>Tpt</i>	<i>nt</i>	<i>Tpt</i>	<i>nt</i>	<i>Tpt</i>	<i>nt</i>	<i>Tpt</i>
w_1	25	110	18	123	21	97	22	108
w_2	19	109	21	123	20	97	19	108
w_3	20	110	17	123	10	97	23	107
w_4	22	109	19	123	12	97	20	108
Total	86	438	75	492	63	388	84	431
Xpress	11,7		3,5		1,1		8,2	

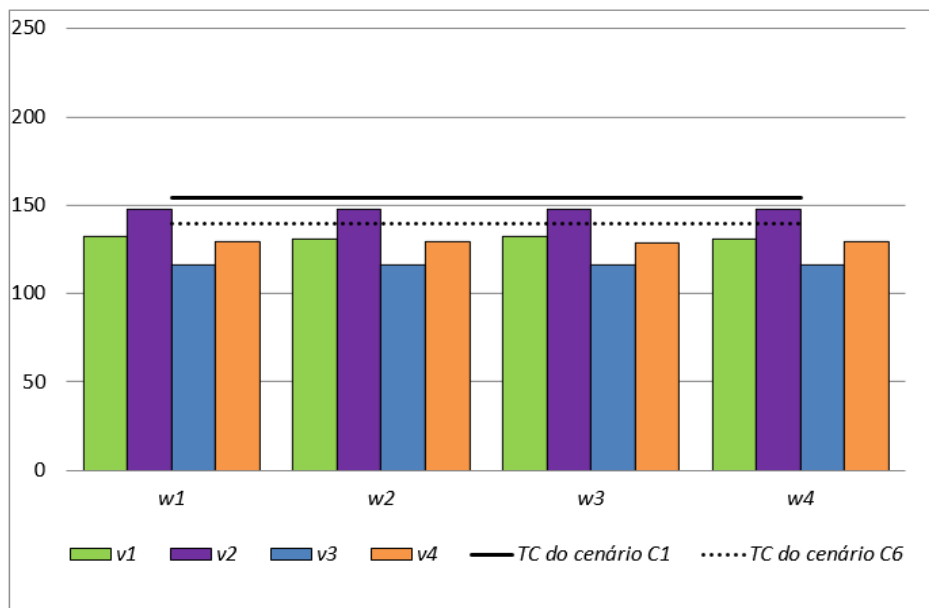
Fonte: Elaborada pelo autor.

Um valor de ineficiência representado pelo tempo de ociosidade (IT) é inerente a todos os processos produtivos. Este valor representa o tempo em que os operadores estão se deslocando, movimentando peças, manuseando determinada embalagem ou ferramenta, preparando *setups* e corrigindo pequenos desvios de produção.

Para este estudo de caso, a empresa em questão assume como estimativa que o tempo de ociosidade deste perímetro de produção é de 20%. Isto significa que o tempo de ciclo real deve ser 20% maior do que o tempo de processamento das tarefas (tp_i). Pelo modelo de

otimização, o veículo v_2 obteve o maior tempo de ciclo: 123 segundos. Levando-se em conta a estimativa para o tempo de ociosidade, o tempo de ciclo ótimo sinalizado pelo modelo é de 147,6 segundos. A Figura 23 mostra os tempos de processamento otimizados acrescidos da estimativa de ociosidade. Os limites sinalizados nesta figura como TC do cenário C1 e TC do cenário C6 representam, respectivamente, os tempos de ciclo inicial (154,2 segundos) e final (139,2 segundos).

Figura 23 - Tempos de processamento após a otimização



Fonte: Elaborada pelo autor.

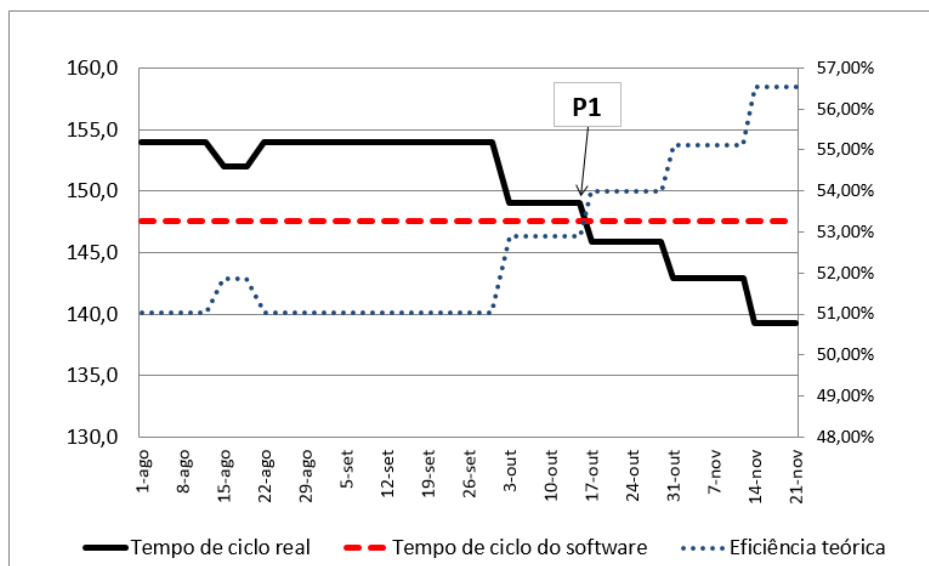
Pode-se notar na Figura 23 que as interrupções de produção que poderiam ocorrer no cenário C1 foram eliminadas com o balanceamento obtido pelo modelo de otimização proposto. O balanceamento otimizado também enfrenta os cenários de aumento de velocidade C2 a C5 sem problemas de interrupção na linha de montagem. No entanto, para o veículo v_2 , considerando a ociosidade, haverá tempos de processamento superiores ao tempo de ciclo desejado no cenário C6.

Se por um lado a eficiência teórica não leva em conta os níveis de produção de um sistema, pois não considera o tempo atribuído às perdas não planejadas, o rendimento operacional relaciona o quanto se produziu com a capacidade máxima de produção no mesmo período, e assim os indicadores se completam. Um alto rendimento operacional com uma eficiência teórica baixa significa que o sistema de produção é eficaz, mas consome recursos

demasiados. Em contrapartida, uma alta eficiência teórica pode não ser viável operacionalmente.

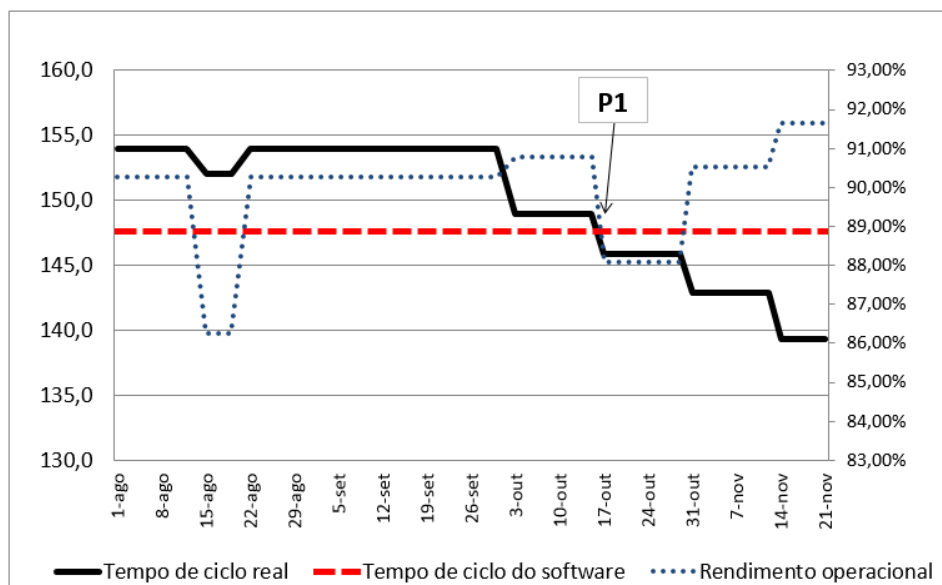
As Figuras 24 e 25 mostram o comportamento do tempo de ciclo, eficiência teórica e rendimento operacional para os cenários C1 a C6.

Figura 24 - TC x Eficiência teórica



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 25 - TC x Rendimento Operacional



Fonte: Elaborada pelo autor.

O nível de eficiência teórica aumenta quando se diminui o tempo de ciclo em uma linha de montagem e espera-se que o ponto ótimo entre eficiência teórica e rendimento operacional ocorra quando um aumento na eficiência teórica gere uma pequena queda no rendimento operacional. Tal situação ocorre no ponto P1 (Figura 24), que corresponde ao valor do tempo de ciclo obtido pelo modelo de otimização.

No entanto, depois do ponto P1 (Figura 25), o rendimento operacional aumenta novamente, situação que não deveria ocorrer e que reforça a percepção de que os tempos de montagem em uma linha de produção apresentam um comportamento probabilístico.

Os fatores qualitativos não serão abordados neste estudo, contudo é importante citar que foram fundamentais durante o processo descrito. Ações como mobilização das lideranças operacionais, seleção dos operadores com maior habilidade em estações de trabalho críticas, promoção da capacidade do corpo técnico e exposição clara dos objetivos fizeram parte da estratégia adotada.

A Tabela 6 mostra que os sucessivos aumentos de velocidade aumentaram os níveis de eficiência teórica (*TE*), rendimento operacional (*OE*) e diminuíram a ociosidade para todos os cenários considerados. Mostra também que o cenário C3 obteve melhor capacidade operacional (*CO*), ou seja, no cenário C3 a quantidade produzida em cada turno de trabalho possui mais repetitividade. É importante ressaltar que o valor ótimo do modelo de otimização encontra-se exatamente neste cenário.

Tabela 6 - Síntese dos resultados

Cenário	CT	PC	TE	OE	TIT	CO
1	154,2	196	51,04%	90,26%	29,11%	0,31
2	151,8	199	51,85%	86,25%	27,99%	0,40
3	148,8	203	52,89%	90,78%	26,54%	0,48
4	145,8	207	53,98%	88,10%	25,03%	0,28
5	142,8	212	55,12%	90,52%	23,45%	0,24
6	139,2	217	56,54%	91,64%	21,47%	0,22

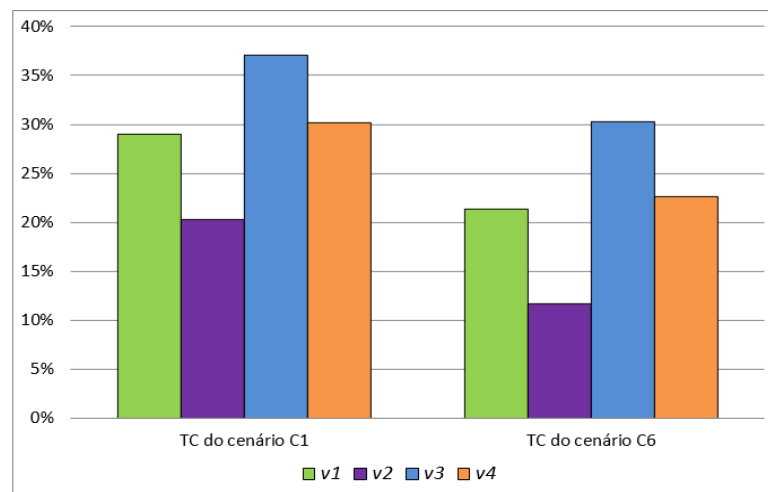
Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesta tabela, a eficiência teórica média, o rendimento operacional médio e a ociosidade média correspondem a média para todos os tipos de veículos em todas as estações de trabalho,

para cada cenário. Um limite a ser observado refere-se ao maior tempo de processamento ótimo entre todos os veículos sinalizado pelo modelo de otimização, que no caso é de 123 segundos para o veículo v_2 . O tempo de ciclo nunca poderá alcançar este valor, visto que, por menor que seja, sempre existirá o tempo de ociosidade. Um segundo limite para o TC do software refere-se ao primeiro limite acrescido do tempo de ociosidade, estimado em 20%.

Como o tempo de ciclo real foi menor do que o tempo de ciclo ótimo, o tempo de ociosidade é diferente do valor estimado. Como o tempo de ciclo real da linha em C6 foi de 139,2 segundos e o tempo de processamento puro foi de 123 segundos, o percentual de ociosidade para o veículo v_2 é de 11,63% e não de 20%. A Figura 26 mostra a ociosidade real para cada tipo de veículo, considerando as velocidades inicial (cenário C1) e final (cenário C6) da linha de montagem. Pode-se observar como a estratégia de aumentos sucessivos de velocidade, com homogeneidade de cargas de trabalho, foi capaz de diminuir o tempo de ociosidade da linha.

Figura 26 - Ociosidade nos cenários inicial e final



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.3 CONCLUSÃO DO ESTUDO DE CASO

Algumas conclusões específicas do estudo de caso podem ser extraídas deste trabalho:

- O aumento da eficiência operacional será instável ao longo do tempo visto que o tempo de ociosidade para o veículo v_2 está abaixo dos demais, contrariando o princípio de

equidade de cargas. Pode-se dizer que embora o tempo de ociosidade seja indesejável, a variação de valores de tempo de ociosidade para veículos diferentes também o seja.

- O sistema aponta que seu estado de equilíbrio entre a eficiência teórica e o rendimento operacional está entre os tempos de ciclo de 145 e 148 segundos.
- O melhor resultado de capacidade operacional foi encontrado para o valor ótimo de modelo de otimização 147 segundos, reafirmando a contribuição do modelo proposto.

A homogeneidade das cargas de trabalho, balanceada pelo modelo de otimização proposto, viabiliza a estratégia de aumento sucessivo e escalonado de velocidade da linha de montagem, com ganhos de 5,5% em eficiência teórica e 1,38% em rendimento operacional.

Como conclusões gerais podem ser citadas as seguintes:

- O modelo de otimização proposto foi capaz de equilibrar as cargas dos tempos de processamento de forma eficiente, eliminando problemas no balanceamento existente e viabilizando a estratégia de produção desejada.
- A utilização do modelo de otimização fornece uma referência para os tempos de ciclo ótimos para cada tipo de veículo em cada estação de trabalho, além de valores globais dos limites de velocidades da linha de montagem.

Com a aplicação prática do modelo de otimização, conforme esperado, foi necessário um período de adaptação às novas tarefas e, com isso, foram observadas paradas na linha de montagem maiores do que o esperado. Após a adaptação, houve melhoria no fluxo produtivo. O trabalho também deixou claro a possibilidade de utilização sistemática de modelos de otimização para balanceamento de tarefas, tendo em vista que a inclusão ou exclusão de tarefas é comum em uma linha montagem, devido às constantes mudanças exigidas pelo mercado automotivo.

Deve-se observar que o modelo matemático obteve bons resultados sobre os valores de tempos de ciclo otimizado e forneceu valores de referência para o tempo de ciclo e ociosidade

da linha de montagem. Este modelo foi aplicado separadamente para cada tipo de veículo, sendo, portanto, pequenos: o número de tarefas (máximo de 86 tarefas) e o número de estações de trabalho (4 estações). O modelo, no entanto, mostrou-se limitado para o problema de balanceamento de tarefas para toda a linha de produção, que possui 82 estações de trabalho e 2975 tarefas. Isto sugere a utilização de heurísticas para resolver o problema de balanceamento de forma aproximada, como será abordado no Capítulo 6.

A possibilidade a ser explorada na próxima seção refere-se à utilização de modelos probabilísticos de otimização, que representam muito bem a problemática envolvida no estudo de caso apresentado neste trabalho.

5. O MODELO ESTOCÁSTICO PROPOSTO

Na abordagem estocástica a incerteza no tempo de realização das tarefas deve ser levada em conta para obter o tempo de ciclo ótimo. Neste trabalho propõe-se um modelo estocástico de dois-estágios com recurso para tratar o problema abordado. Este modelo é formulado baseado nas seguintes premissas:

- A realização da incerteza está associada ao comportamento estocástico dos tempos de realização das tarefas balanceadas nas m estações de trabalho.
- O tempo de ciclo TC representa a decisão de primeiro estágio e deve ser definido inicialmente.
- Em cada estação de trabalho o recurso é inserido caso os tempos de execução das tarefas pelos operadores sejam maiores do que o tempo de ciclo da linha de montagem definido inicialmente.
- O recurso é representado pela existência de um segundo operador, que executa as tarefas que não foram executadas dentro do tempo de ciclo.

Partindo do estudo de caso apresentado na Seção 4.2 e dos valores obtidos na Tabela 5 do estudo de caso, que mostram que o veículo $v2$ é o produto que possui maior tempo de ciclo TC, 123 segundos, considera-se esse modelo para a análise estocástica, pois o maior TC entre todos os modelos define o TC da linha de montagem. Considere as quatro primeiras e a última tarefa do veículo $v2$, mostradas na Tabela 7:

Tabela 7 – Quatro primeiras e última tarefas de $v2$

Tarefa	Descrição	t_{pi}
1	Encaminhar Chicote Painel-Região Condutor	12
2	Encaminhar Chicote Painel-Região Passageiro	13
3	Encaminhar Chicote Painel Região Clima	22
4	Montar Climatização No Painel	10
76	Conectar Chicote Painel/Terminal	7

Fonte: Elaborada pelo autor.

Agora, assume-se que os tempos das tarefas não são mais determinísticos representados pelo vetor tp_i , onde i é o índice das n tarefas do modelo. No modelo estocástico não-bem-definido, os tempos das tarefas serão representados pelo vetor de variáveis aleatórias contínuas α_i com distribuição de probabilidade normal, média ($\mu=tp_i$) e desvio padrão conhecidos (σ_i).

$$pt_i = (pt_1, pt_2, pt_3, pt_4, \dots, pt_n)$$

$$pt_i = (12, 13, 22, 10, \dots, 7)$$

$$\sigma_i = (1.79, 1.94, 3.22, 1.50, \dots, 1.04)$$

$$\alpha_1 = (12, 1.79); \alpha_2 = (13, 1.94); \dots; \alpha_n = (pt_n, \sigma_n)$$

A revisão da literatura fornece estudos subsidiários para que se considere que os tempos de execução das tarefas seguem uma distribuição normal (Bentaha et al., 2014b). Os trabalhos de Gurevsky *et al.* (2012) e Altekin *et al.* (2016), entre outros, também partem desta premissa.

Visto que o comportamento estocástico dos tempos de execução das tarefas pode acarretar na interrupção da linha de montagem se a restrição (52) do modelo determinístico não for atendida, ou seja, se a soma dos tempos das tarefas balanceadas em uma estação de trabalho k for maior do que o tempo de ciclo TC da linha de montagem.

$$\sum_{i=1}^n tp_i x_{ik} \leq TC \quad \forall k \in K \quad (52)$$

Então a restrição (52) do modelo determinístico pode ser violada após a decisão de primeiro estágio (definição do valor inicial de TC). A exemplo do que se fez na Seção 2.3.1.1, deve-se inserir o recurso tal que:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i(\xi) x_{ik} - y_k(\xi) \leq TC \quad \forall k \in K \quad (61)$$

O modelo de recurso é formulado considerando a existência de um segundo operador, que executa as operações que não puderam ser executadas no intervalo de tempo TC em uma

estação de trabalho k , evitando assim a interrupção da linha de montagem. As tarefas executadas pelo segundo operador, associado a cada estação de trabalho k , são representadas pela variável de recurso, ou segundo estágio, $y_k(\xi)$.

Associada a existência do recurso $y_k(\xi)$ incide um custo q_k , em segundos, desta ocorrência. Do ponto de vista prático, em linhas de montagem, caso um operador não seja capaz de executar suas tarefas em um período de tempo TC , o segundo operador finaliza essas operações. No entanto, como o segundo operador não executa tarefas frequentemente, em função da falta de destreza, ele leva mais tempo para executá-las. A proporção da velocidade em que o segundo operador é capaz de executar as tarefas comparativamente a velocidade que o operador principal é capaz de realizá-las, é representada no modelo como o custo q_k em segundos.

Na primeira proposta formulada abaixo, $y(\xi)$ representa a existência do recurso e a incerteza dos tempos de montagem está representada por $\alpha_i(\xi)$, sendo $\alpha_i(\xi)$ uma variável aleatória contínua com distribuição de probabilidade normal com média $\mu=tp_i$ e desvio padrão σ_i .

O modelo não-bem-definido NWD, com vetor randômico (ξ) representando a existência da incerteza, é então proposto como:

$$\text{Min } TC + E_{\xi} \left[\sum_{k \in K} q_k y_k(\xi) \right] \quad (62)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^m x_{ik} = 1 \quad \forall i \in I \quad (63)$$

$$\sum_{k=1}^m k x_{ik} \leq \sum_{t=1}^m t x_{jt} \quad \forall (i, j) \in P \quad (64)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i(\xi) x_{ik} - y_k(\xi) \leq TC \quad \forall k \in K \quad (65)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (66)$$

$$TC \geq 0 \quad (67)$$

Conforme definido na Seção 2.3.1.1, é necessário formular o modelo em cenários pois as soluções não bem definidas podem ser factíveis, mas não ótimas diante de todos os cenários. Devemos encontrar a solução que em média apresente melhor desempenho considerando um conjunto de cenários possíveis.

A Tabela 8 apresenta as tarefas da Tabela 7 conforme a definição nos cenários possíveis discretizados de acordo com distribuição de probabilidade inversa da normal com média e desvio padrão de cada tarefa.

Tabela 8 – Quatro primeiras e última tarefas de v_2 com os 6 cenários possíveis

i	Descrição da tarefa	μ	σ	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6
1	Encaminhar Chicote Painel-Região Condutor	12	1.8	14.4	13.4	12.5	11.5	10.6	9.6
2	Encaminhar Chicote Painel-Região Passageiro	13	1.9	15.6	14.6	13.5	12.5	11.4	10.4
3	Encaminhar Chicote Painel Região Clima	22	3.3	26.4	24.6	22.9	21.1	19.4	17.6
4	Montar Climatização no Painel	10	1.5	12.0	11.2	10.4	9.6	8.8	8.0
76	Conectar Chicote Painel/Terminal	7	1.0	8.4	7.8	7.3	6.7	6.2	5.6

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observar que a tabelas 8 é ilustrativa para o problema com $n = 76$ tarefas. Aqui representamos apenas as quatro primeiras e última tarefas de v_2 . Os valores de l_1 a l_6 são os valores que os tempos de cada tarefa podem assumir.

Neste trabalho, a exemplo de Alem & Morabito (2015), o método para construção de cenários consistiu basicamente em discretizar o tempo de execução de cada uma das 76 tarefas do veículo v_2 de acordo com sua média e desvio padrão, conforme uma distribuição de probabilidade normal e selecioná-las como amostras de forma equiprovável para gerarem os candidatos à solução.

Um exemplo para a realização da incerteza das 4 primeiras tarefas da Tabela 8 é representado pela Figura 27. Os caminhos verde e vermelho representam escolhas aleatórias dos tempos de execução destas 4 tarefas.

Figura 27 –Árvore de cenários das quatro primeiras tarefas de v2



Fonte: Elaborada pelo autor.

A soma dos tempos de execução das tarefas assinaladas no caminho verde é igual a 56,56 segundos, enquanto as tarefas no caminho vermelho somam 60,96 segundos. Admitindo-se que as relações de precedência entre tarefas foram todas respeitadas e que as tarefas estejam balanceadas na mesma estação de trabalho, o tempo de ciclo TC a ser considerado deveria ser 60,96 ou 56,56 segundos?

Devemos formular um modelo que seja viável para todas as possibilidades da incerteza e que nos retorne uma solução que em média seja ótima para todos os cenários. Para encontrar esta solução é necessário discretizar o modelo em cenários, coletar as amostras e obter os candidatos à solução.

No caso de v2, uma amostra é composta por 76 escolhas aleatórias, pois são 76 tarefas. Cada escolha aleatória, nos 6 cenários propostos, representa o tempo de execução de uma tarefa. Cada escolha aleatória é feita de forma equiprovável entre os 6 cenários propostos. Na figura 27 os caminhos verde e vermelho são exemplos de amostras (para um exemplo com apenas as

quatro primeiras tarefas de v_2). Ou seja, na verdade uma amostra é composta por 76 escolhas aleatórias de cada tarefa. O processamento de uma amostra pelo modelo (70)-(76) gera um candidato a solução.

A equação (68) mostra que a função de segundo estágio com realização da incerteza em todo espaço de probabilidade contínuo de ξ passa a ser expressa pela aproximação em cenários.

$$E[Q(x, \xi)] \equiv \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi)y(\xi)d\xi \equiv E_{\xi} \left[\sum_{k \in K} q_k y_k(\xi) \right] \quad (68)$$

Na equação (69) ξ deixa de ser uma variável aleatória contínua e torna-se uma variável aleatória discreta ξ^l , onde l é o índice de cenários possíveis, sendo que para cada cenário existe p^l que é a probabilidade de ocorrência de um cenário. Como no modelo determinístico apresentado no Capítulo 4, na equação (69) k é o índice das m estações de trabalho.

$$E[Q(x, \xi)] \equiv E[Q(x, \xi^l)] = \sum_{l=1}^L p^l \sum_{k=1}^m q_k y_k(\xi^l) \quad (69)$$

A equação (69) representa o valor esperado para o problema de segundo estágio definido em cenários. O problema de segundo estágio é acoplado ao modelo determinístico.

O modelo definido em cenários, apresentado a seguir, recebe o nome de modelo equivalente determinístico:

$$\text{Min } TC + \sum_{l=1}^L p^l \sum_k^m q_k y_k(\xi^l) \quad (70)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^m x_{ik} = 1 \quad \forall i \in I \quad (71)$$

$$\sum_{k=1}^m k x_{ik} \leq \sum_{t=1}^m t x_{jt} \quad \forall (i, j) \in P \quad (72)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i(\xi^l) x_{ik} - y_k(\xi^l) \leq TC \quad \forall k \in K, \forall l \in L \quad (73)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (74)$$

$$TC \geq 0 \quad (75)$$

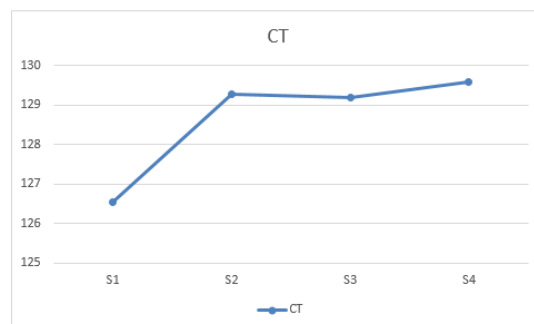
$$y_k(\xi^l) \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall l \in L \quad (76)$$

No modelo equivalente determinístico $\alpha_i(\xi^l)$ representa uma variável aleatória discreta do cenário l , com probabilidade de ocorrência p^l , média $\mu=tp_i$ e desvio padrão σ_i .

Um vetor $\alpha_i(\xi^l)$, onde i é o índice das 76 tarefas do veículo v_2 , representa uma amostra ξ_N^M da incerteza dos tempos de execução das tarefas. Para solucionar o modelo equivalente determinístico deve-se obter as amostras aleatórias $(\xi_1^1, \xi_2^1, \dots, \xi_N^{M=1})$ que geram os candidatos à solução $(v_1^1, v_2^1, \dots, v_N^{M=1})$. O processo foi realizado para amostras com tamanho $N=5, N=10, N=15$ e $N'=50$, e repetido para $M=10$ amostragens. Cada M amostragens de tamanho N ou N' corresponde a uma instância. Desta forma, a instância S1 processou 50 amostras, a instância S2 processou 100 amostras, S3 processou 150 amostras e S4 processou 500 amostras.

A Figura 28 mostra o tempo de ciclo TC (em segundos / unidade) para cada uma das instâncias, sendo o maior valor encontrado na instância S4, quando foram processadas 500 amostras.

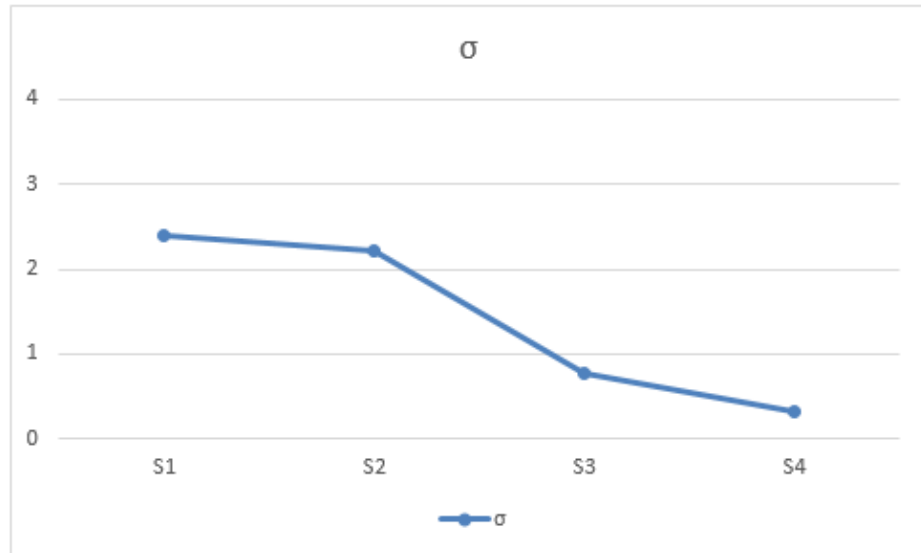
Figura 28 –Tempo de ciclo para as instâncias



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 29 mostra que o desvio padrão diminuí consideravelmente entre as instâncias S1 e S4, alcançando seu menor valor quando $N' = 50$.

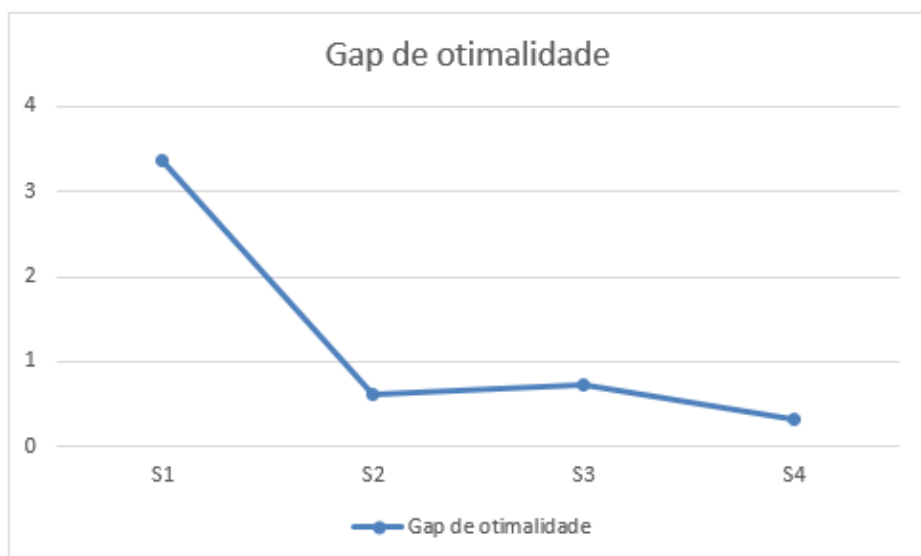
Figura 29 –Desvio padrão para as instâncias



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 30 mostra o *gap* de otimalidade (em segundos) para as instâncias S1 a S4. Deve-se observar que a partir da instância S2 os valores dos *gaps* de otimalidade apresentam-se estáveis.

Figura 30 – Gap de otimalidade para as instâncias



Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma síntese dos resultados do modelo estocástico utilizando o método de amostragem SAA é apresentada na Tabela 9. O gap percentual foi calculado pela razão entre o gap de otimalidade e a solução ótima do problema.

Tabela 9 – Resultados obtidos com o método de amostragem SAA

Instâncias	N	Média (v_{NM})	σ	Gap de otimalidade	Gap de otimalidade percentual
S1	5	126,52	2,40	3,37	2,59%
S2	10	129,29	2,22	0,61	0,47%
S3	15	129,18	0,77	0,71	0,55%
S4	50	129,58	0,32	0,31	0,24%

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.1 RESULTADOS PARA O ALBP

A solução do modelo estocástico proposto para as 76 tarefas em 4 estações de trabalho utilizou o software XPRESS IVE 8.1. Observe que a média das soluções SAA na tabela 9 aumenta conforme N aumenta. Devido a isso a solução ótima foi adotada mais próxima do limite superior. O candidato a solução v_{N^M} selecionado como solução do problema estocástico é $v^*_{N^M}=129,9$. Portanto o tempo de ciclo da linha de montagem deve ser 129,9 segundos. Esse valor também equivale a soma da média e do desvio padrão na instância S4 ($v_{N^M} + s_{N^M} = 129,58+0,32$). A Tabela 10 apresenta as soluções obtidas nas diferentes abordagens. A solução “pior caso” foi calculada considerando-se o tempo de cada uma das 76 tarefas o mais alto quanto possível. Essa condição foi exemplificada pelo cenário l_1 na Tabela 8.

Tabela 10 – Resultados de TC conforme a abordagem de solução

Modelo	Determinístico	NWD	Estocástico	Pior caso
TC (seg/unid)	123.0	133.7 131.4 109.3	129.9	147.2
Tempo de execução (seg)	3	1000	1449	2

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na tabela 10 apresentamos as soluções geradas pelo modelo estocástico não-bem-definido NWD em três compilações diferentes para mostrar que o modelo NWD não apresentou soluções estáveis e, portanto, não deve ser considerado como aproximação para o problema real.

A Tabela 11 mostra a distribuição das tarefas em estações de trabalho para o veículo v_2 nas abordagens determinística e estocástica, bem como o tempo de execução de tarefas que o operador reserva deve executar na abordagem estocástica.

Tabela 11 – Distribuição das tarefas em estações de trabalho para o veículo v_2

Veículo Estação	<i>Determinístico</i>		<i>Estocástico</i>		<i>Operador Reserva</i>	
	v_2 <i>nt</i>	v_2 <i>Tpt</i>	v_2 <i>nt</i>	v_2 <i>Tpt</i>	v_2 <i>nt</i>	v_2 <i>Tpt</i>
w_1	18	123	15	126,80	1	3,08
w_2	21	123	21	124,08	1	2,40
w_3	17	123	22	128,40	1	4,64
w_4	19	123	17	125,68	6	13,12
Total	75	492	75	515,24	9	23,24
Xpress	3,5		1449		-	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe que o tempo total de execução das tarefas aumentou em 23,24 segundos. Considerou-se que os operadores reserva executam as tarefas 2 vezes mais lento do que os operadores principais, ou seja, o custo associado ao recurso é $q^k = 2$. O produto $p^l q^k \sum y(\xi)$ representa a diferença entre os tempos totais de processamento (*Tpt*) no modelo determinístico e estocástico. O *Tpt* atribuído ao operador reserva representa a quantidade de recurso utilizada.

A Tabela 12 compara os tempos de ociosidade (IT, do inglês *idle time*) dos modelos estocástico e determinístico nos cenários C1 e C6 nas 4 estações de trabalho para o veículo v_2 .

Tabela 12 – Tempo de ociosidade nas abordagens determinística e estocástica para v_2

	Solução determinística		Solução Estocástica	
	<i>IT em C1</i>	<i>IT em C6</i>	<i>IT em C1</i>	<i>IT em C6</i>
<i>w1</i>	20%	12%	16%	7%
<i>w2</i>	20%	12%	14%	5%
<i>w3</i>	20%	12%	15%	6%
<i>w4</i>	20%	12%	15%	6%
Média	20%	12%	15%	6%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe que na abordagem estocástica os tempos de ociosidade nos cenários C1 e C6 são menores do que na abordagem determinística. Isto sugere que nas abordagens determinísticas o tempo adicional gerado pelo comportamento estocástico dos tempos de execução das tarefas fica alocado dentro do tempo de ociosidade das estações de trabalho. Por exemplo, w_1 tem 20% de ociosidade na abordagem determinística e 16% na abordagem estocástica. Isso sugere que 4% da ociosidade na abordagem determinística seja, na verdade, tempo de tarefas que tem comportamento estocástico.

A Tabela 13 mostra os resultados obtidos para tempo de ciclo (TC), capacidade efetiva (CE), eficiência teórica (ET), rendimento operacional (OE), tempo de ociosidade (IT) e capacidade operacional (CO). O tempo de ociosidade em (TC+IT) é considerado antes da estratégia de aumento de velocidade. A capacidade efetiva CE é calculada sem considerar o tempo de ociosidade IT.

Tabela 13 – Sumário dos resultados finais

Solução	TC+IT	TC	CE	ET	OE	IT	CO
Determinística	147,6	123,0	245	53,3%	89,7%	20,0%	0,40
Estocástica	149,4	129,9	233	60,6%	89,9%	15,0%	0,46
Determinística 2	175,48	145,9	207	26,5%		20,0%	
Pior caso	177,12	147,6	205	27,3%		20,0%	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que a abordagem determinística possui capacidade efetiva de produção de 12 veículos/turno maior do que a capacidade de produção na abordagem estocástica (CE=245 contra CE=233). Em contraste, se a solução estocástica não é considerada podem ser acrescentados 23,2 segundos a cada veículo produzido, conforme mostra a Tabela 12, devido

ao comportamento estocástico dos tempos das tarefas. A solução onde este tempo adicional é considerado foi designada como “Determinística 2”. Note que nesta solução a capacidade efetiva caiu consideravelmente (CE=207).

Pode-se concluir que o custo de não considerar a incerteza dos tempos das tarefas acarreta uma perda de produção de 26 veículos/turno, o que corresponde a 13.26% da capacidade efetiva do Cenário 1 ou 10.61% da capacidade efetiva obtida pelo modelo determinístico.

6. A HEURÍSTICA PROPOSTA

Os Capítulos 4 e 5 mostraram que o balanceamento de tarefas é crucial para a implementação de estratégias de aumento de produtividade em linhas de montagem. No entanto, o modelo de otimização apresentado no Capítulo 4 não consegue obter, em um tempo razoável, soluções para problemas realísticos, com muitas tarefas e estações de trabalho.

Para a solução de grandes exemplares do problema de balanceamento propõe-se uma heurística baseada na metaheurística VNS (*Variable Neighborhood Search*). O algoritmo VNS (Mladenovic e Hansen, 1997) aplica uma estratégia baseada em mudanças dinâmicas na estrutura de vizinhança de uma solução candidata. O algoritmo explora vizinhos cada vez mais distantes de uma solução candidata e usa uma busca local para obter ótimos locais a partir desses vizinhos. A Figura 31 mostra o pseudocódigo da metaheurística VNS implementada.

Figura 31 – Pseudocódigo da metaheurística VNS

```

Entrada:
  S0 // Solução inicial
  NV // Número de estruturas de vizinhança
Saída:
  S* // Melhor solução encontrada

S* = S0;
Repetir:
  k = 0;
  Para k < NV fazer:
    S' = Vizinho(S*,k);
    S'' = BuscaLocal(S');
    Se valorSolucao(S'') > valorSolucao(S*) então:
      S* = S'';
      k = 0;
    Senão:
      k = k + 1;
    Fim-Para;
  Fim-Para;
Até atingir um critério de parada;
Retornar S*;

```

Fonte: Elaborada pelo autor.

A cada iteração do algoritmo VNS, uma nova solução é obtida da solução atual por meio da k -ésima estrutura de vizinhança. Esta nova solução é o ponto de partida para um algoritmo

de busca local, cujo resultado é uma solução candidata (um ótimo local relativamente próximo da solução atual). A solução atual é atualizada, somente se a solução candidata apresentar melhor qualidade. Quando isto ocorre, o procedimento é reiniciado a partir da primeira estrutura de vizinhança. Caso contrário, o algoritmo avança utilizando a próxima estrutura de vizinhança ainda não explorada. Todo este procedimento se repete até atingir um critério de parada.

A heurística proposta utiliza uma estrutura de dados especial para representar as soluções, de modo a facilitar a verificação das relações de precedência. Considere, por exemplo, um exemplar do problema com $n = 7$ tarefas e $m = 3$ estações de trabalho. Seja $P = \{(2, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 5)\}$, o conjunto de relações de precedência para este exemplar. Seja np a cardinalidade do conjunto P . Considere, para este exemplar, a seguinte solução:

w_1	2	3	7
w_2	1	4	
w_3	5	6	

Observar que essa solução é viável, pois satisfaz todas as relações de precedência. Essa solução pode ser representada por meio dos vetores \mathbf{S} (de tamanho n) e \mathbf{M} (de tamanho m):

S	2	3	7	1	4	5	6
M	3	2	2				

onde \mathbf{M}_k armazena o número de tarefas executadas na estação w_k . Observe que o vetor \mathbf{S} armazena as tarefas na ordem das máquinas e na ordem de execução em cada máquina.

A verificação das relações de precedência depende apenas do vetor \mathbf{S} . Seja \mathbf{POS}_i a posição da tarefa i no vetor \mathbf{S} . Então, se (i, j) é uma relação de precedência, esta relação estará satisfeita se $\mathbf{POS}_i < \mathbf{POS}_j$.

O cálculo do valor de uma solução também se torna muito simples com esta estrutura de dados. Para este trabalho, o valor de uma solução corresponde ao tempo de ciclo (**TC**) necessário para processar esta solução, onde $\mathbf{TC} = \max \{Ttp_k, k \in K\}$ e Ttp_k é o tempo total de processamento da estação de trabalho $w_k \in W$, ou seja, a soma dos tempos de processamento das tarefas executadas na estação w_k .

Considere, por exemplo, a solução representada pelos vetores **S** e **M** acima. Sejam os seguintes tempos de processamento das tarefas: $\mathbf{TP} = \{20, 13, 17, 14, 10, 15, 16\}$. Neste caso, $\mathbf{TC} = 46$, pois:

$$\text{Ttp}(w_1) = \text{TP}_2 + \text{TP}_3 + \text{TP}_7 = 13 + 17 + 16 = 46$$

$$\text{Ttp}(w_2) = \text{TP}_1 + \text{TP}_4 = 20 + 14 = 34$$

$$\text{Ttp}(w_3) = \text{TP}_5 + \text{TP}_6 = 10 + 15 = 25$$

As estruturas de vizinhança utilizadas pela heurística proposta correspondem a executar movimentos de troca um certo número de vezes. Os movimentos de troca devem atualizar o vetor **S** e, se necessário, o vetor **M**, e são aceitas somente quando preservam as relações de precedência entre as tarefas. Os movimentos de troca utilizados são dos seguintes tipos:

- **Tipo1**: retirar uma tarefa alocada em uma estação de trabalho e alocá-la em outra estação;
- **Tipo2**: trocar a posição de duas tarefas alocadas a estações de trabalho diferentes (observar que este movimento não altera o vetor **M**);
- **Tipo3**: trocar a posição de duas tarefas alocadas à mesma estação de trabalho (observar que este movimento não altera o valor da solução e deve ser usado apenas para viabilizar as relações de precedência entre tarefas).

Foram utilizadas 6 estruturas de vizinhança:

- Troca **Tipo1** executada **25** vezes;
- Troca **Tipo2** executada **25** vezes;
- Troca **Tipo1** executada **50** vezes;
- Troca **Tipo2** executada **50** vezes;
- Troca **Tipo1** executada **75** vezes;
- Troca **Tipo2** executada **75** vezes.

O algoritmo de busca local empregado realiza todas as trocas 2-Opt possíveis no vetor **T**, mantendo inalterado o vetor **M**. Os parâmetros usados na heurística foram:

- Número máximo de iterações sem melhora = 150;
- Tempo máximo de execução (segundos) = 1000.

A heurística proposta foi testada inicialmente para os exemplares mostrados na Tabela 5. A Tabela 14 mostra os resultados obtidos. Para cada exemplar, a heurística foi executada 10 vezes. A Tabela 14 mostra, para cada tipo de veículo: **TCa** - valor médio do tempo de ciclo; **TCb** - melhor valor obtido para o tempo de ciclo; **Gap** - diferença percentual entre TCb e o valor ótimo do tempo de ciclo (TCO, da Tabela 3). A última linha da tabela mostra o tempo médio de execução da heurística (em segundos).

Tabela 14 - Tempos de ciclo obtidos pela heurística

v_1			v_2			v_3			v_4		
TCa	TCb	Gap	TCa	TCb	Gap	TCa	TCb	Gap	TCa	TCb	Gap
111.6	110	0.00	129.7	123	0.00	106.8	98	1.03	108.5	108	0.00
2.34			1.25			1.33			1.69		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Deve-se observar que a heurística foi capaz de encontrar o valor ótimo para o tempo de ciclo para os veículos v_1 , v_2 e v_4 e que, para o veículo v_3 , existe uma diferença de apenas 1 entre o valor de TCb e o valor de TCO mostrado na Tabela 3.

Novos testes computacionais foram feitos considerando as mesmas tarefas dos exemplares mostrados na Tabela 5, mas variando o número de estações de trabalho. A Tabela 15 mostra os resultados obtidos pela heurística proposta. Nesta tabela, **NE** corresponde ao número de estações e **THa** é a média dos tempos de execução da heurística (em segundos) e **THx** a média dos tempos de execução do modelo determinístico (em segundos).

Tabela 15 - Resultados obtidos variando o número de estações

NE	v_1				v_2				v_3				v_4			
	TCO	TCb	THa	THx	TCO	TCb	THa	THx	TCO	TCb	THa	THx	TCO	TCb	THa	THx
3	146	147	1.39	1.2	164	169	1.20	1.2	130	141	0.62	0.1	144	144	1.25	1.1
4	110	110	2.34	1.5	123	123	1.25	1.3	97	98	1.33	1.5	108	108	1.69	1.3
5	88	90	2.00	1.7	99	106	1.06	1.7	78	85	1.53	1.4	87	87	1.41	1.6
6	73	74	2.08	1.8	82	93	0.94	2.3	65	69	0.94	1.6	72	74	1.43	3.7
7	63	71	1.72	3.3	71	83	1.24	2.8	56	66	0.87	2.7	62	64	1.65	4.1
8	55	60	1.57	3.6	62	79	0.96	3.4	49	57	0.77	3.4	54	58	1.20	4.0
9	49	55	1.79	6.3	55	74	1.04	6.8	44	53	1.01	6.4	48	55	1.42	6.2
10	44	52	1.84	8.1	50	71	0.98	11.1	39	51	0.94	7.4	44	53	1.12	7.1

Fonte: Elaborada pelo autor.

Pelos resultados da Tabela 15 percebe-se que a heurística obtém soluções rapidamente, com tempo médio de execução de 1.33 segundos, mas o tempo de ciclo obtido é, em média, 6.5 minutos maior do que o tempo de ciclo obtido pelo modelo de otimização. Foi possível obter soluções para o balanceamento destas tarefas utilizando o modelo de otimização com até 22 estações de trabalho e tempo computacional de 592 segundos.

A heurística ainda foi testada considerando exemplares maiores, com 310 e 552 tarefas, para 25, 26 e 27 estações de trabalho. Neste caso, a heurística foi executada 5 vezes para cada exemplar. A Tabela 16 mostra os resultados obtidos. Para estes exemplares, no entanto, não é possível a comparação com resultados ótimos pois o modelo determinístico não é capaz de gerar respostas com estas quantidades de tarefas.

Tabela 16 - Resultados obtidos para exemplares maiores

NE	NT = 310			NT = 552		
	TCa	TCb	THa	TCa	TCb	THa
25	85.2	84	96.7	152.1	151	668.1
26	84.8	79	104.4	147.4	146	498.7
27	80.2	79	81.4	141.6	140	554.9

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se que, mesmo para exemplares de dimensões reais, a heurística obtém resultados em um tempo computacional razoável (menos de 12 minutos). Estes resultados

sugerem que a heurística proposta neste trabalho é capaz de obter resultados razoáveis para o problema de balanceamento de linhas de montagem em um tempo computacional pequeno. Portanto, a heurística proposta pode ajudar na busca de tornar as cargas de trabalho mais homogêneas em linhas de montagem com diversas estações de trabalho e diminuir o tempo de ciclo de produção.

7. CONCLUSÕES

Contrariamente às ideias mais aceitas na literatura, conclui-se com este trabalho que o tempo de ociosidade não deve ser reduzido ao nível mínimo em abordagens determinísticas que tem como objetivo minimizar o tempo de ciclo, pois se isto for feito, os resultados de capacidade operacional podem ser comprometidos. Isto se deve ao fato de que uma parcela do tempo de ociosidade dos operadores, na verdade, inclui o tempo adicional gerado pelo comportamento estocástico das tarefas. A Tabela 12 mostrou que o tempo de ociosidade na abordagem determinística é maior do que na abordagem estocástica.

Conclui-se também que, embora exista um custo em se considerar a incerteza no tempo de execução das tarefas, para o balanceamento de produção do veículo estudado, esse custo em termos de capacidade efetiva é equivalente a 12 veículos/turno ou 4.8% da capacidade efetiva do modelo determinístico. No entanto, o estudo mostrou que se a incerteza não for considerada, as perdas serão maiores, alcançando 26 veículos/dia ou 10.6% da capacidade efetiva (conforme a Tabela 13).

Para o estudo de caso considerado, concluiu-se que a estratégia de aumento de velocidade obteve bons resultados no aumento da eficiência teórica e diminuição dos tempos de ociosidade, mas que esta estratégia pode comprometer a capacidade operacional. Adicionalmente, pode-se concluir que a capacidade operacional pode ser comprometida se os tempos de execução de tarefas não forem bem estimados.

Isto sugere que embora estratégias de aumento de velocidade sejam interessantes para o aumento de produtividade, como o estudo de caso demonstrou, sua implementação deve estar integrada a um plano de redução da variabilidade dos tempos de execução das tarefas. Um plano como este pode integrar, por exemplo, um aumento no treinamento dos operadores ou investimentos para tornar as linhas de montagem mais automatizadas e, conseqüentemente, menos susceptíveis à variação de operações de montagem manuais. Efetivamente, sem confiabilidade nos tempos de execução das tarefas, os resultados obtidos pelo modelo determinístico perdem importância.

É importante mencionar que o melhor resultado de capacidade operacional foi obtido com o valor do tempo de ciclo TC obtido pelo modelo de otimização, como mostrado na Tabela

5 do Capítulo 4. Mas a capacidade operacional não é boa, pois $CO = 0.4$ é muito menos do que o desejável para um processo estável. Pugna, *et al.*,(2016), por exemplo, utilizam como referência valores superiores a 1.33. Isto sugere que existem outras fontes de variação que afetam a capacidade operacional concomitantemente ao tempo de execução das tarefas, como por exemplo, quebra de máquinas e defeitos de qualidade. Uma consequência de uma estimativa ruim para o tempo de ociosidade será incluir mais operações em uma estação de trabalho, o que irá aumentar os níveis de eficiência teórica, mas poderá diminuir os níveis de rendimento operacional.

Também é importante mencionar que os modelo determinístico, mas principalmente o modelo estocástico, são limitados pelo esforço computacional para se considerar uma linha montagem inteira. Para a linha de montagem da indústria automotiva considerada neste trabalho, que compreende 2975 tarefas para 4 tipos de veículos, os modelos de otimização não conseguem obter soluções. Por este motivo, neste trabalho propôs-se também uma heurística para o problema de balanceamento.

Algumas melhorias são possíveis de serem incorporadas na heurística desenvolvida. Uma sugestão é melhorar o algoritmo de busca local de modo a considerar também alterações no vetor \mathbf{M} , ou seja, a possibilidade de, durante as trocas 2-Opt, transferir tarefas de uma estação de trabalho para outra.

Um estudo complementar poderia ser utilizar uma metaheurística para solucionar o problema e considerar uma abordagem híbrida combinando metaheurística e programação estocástica para solucionar o modelo sob incerteza.

REFERÊNCIAS

- AĞPAK, K.; GÖKÇEN, H. A chance-constrained approach to stochastic line balancing problem. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 180, n.3, p.1098–1115, 2007. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.04.042>>. Acesso em: 26 set. 2017.
- AKPINAR, S.; MIRAC BAYHAN, G. A hybrid genetic algorithm for mixed model assembly line balancing problem with parallel workstations and zoning constraints. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 24, n.3, p.449–457, 2011. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.engappai.2010.08.006>>. Acesso em: 26 jul. 2016.
- ALAVIDOOST, M. H.; BABAZADEH, H.; SAYYARI, S. T. An interactive fuzzy programming approach for bi-objective straight and U-shaped assembly line balancing problem. **Applied Soft Computing Journal**, v. 40, p. 221–235, 2016. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.11.025>>. Acesso em: 22 out. 2017.
- ALAVIDOOST, M. H.; TARIMORADI, M.; ZARANDI, M. H. F. Fuzzy adaptive genetic algorithm for multi-objective assembly line balancing problems. **Applied Soft Computing**, v. 34, p. 655–677, 2015. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.06.001>>. Acesso em: 30 set. 2017.
- ALEM, D.; MORABITO, R. Modelos de programação estocástica no planejamento da produção de empresas moveleiras. **Production**, São Paulo, v. 25, n.3, p. 657–677, 2015. Disponível em: < <http://doi.org/10.1590/0103-6513.075612>>. Acesso em: 16 fev. 2016.
- ALTEKIN, F. T. A Piecewise Linear Model for Stochastic Disassembly Line Balancing. **IFAC-PapersOnLine**, v. 49, n. 12, p. 932–937, 2016. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.89>> Acesso em: 05 set. 2017.
- ALTEKIN, F. T.; BAYINDIR, Z. P.; GÜMÜŞKAYA, V. Remedial actions for disassembly lines with stochastic task times. **Computers and Industrial Engineering**, v. 99, p.78–96, 2016. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.cie.2016.06.027>> Acesso em: 05 set. 2017.
- ARAÚJO, F. F. B.; COSTA, A. M.; MIRALLES, C. Two extensions for the ALWABP: Parallel stations and collaborative approach. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 140, n.1, p. 483–495, 2012. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.06.032>>. Acesso em: 20 nov. 2016.
- BARTOLOSSI, H. J.; PAGNONCELLI, B. K. Uma introducao a optimizacao sob incerteza. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA OPERACIONAL E LOGÍSTICA DA MARINHA, 11., 2008, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2008.
- BATTAÏA, O.; DOLGUI, A. A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam v. 142, n.2, p. 259–277, 2013. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.10.020>>. Acesso em: 04 abr. 2017.
- BECKER, C.; SCHOLL, A. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. In **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v.168, p. 694–715, 2006. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.07.023>> Acesso em: 02 abr. 2017.

BENTAHA, M. L.; BATAÏA, O.; DOLGUI, A. Disassembly line balancing problem with fixed number of workstations under uncertainty. **IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)** v.19. Disponível em: < <http://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.02788>>. Acesso em: 10 set. 2017.

BENTAHA, M. L.; BATAÏA, O.; DOLGUI, A. A stochastic formulation of the disassembly line balancing problem. **IFIP Advances in Information and Communication Technology**, v. 397(PART 1), p. 397–404, 2013. Disponível em: < http://doi.org/10.1007/978-3-642-40352-1_50>. Acesso em: 16 set. 2017.

Bentaha, M. L.; Battaia, O.; Dolgui, A. A sample average approximation method for disassembly line balancing problem under uncertainty. **Computers and Operations Research**, Nova Iorque, v. 51, p. 111–122, 2014. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.cor.2014.05.006>>. Acesso em: 16 set. 2017.

Bentaha, M. L.; Battaia, O.; Dolgui, A. Disassembly line balancing and sequencing under uncertainty. **Procedia CIRP**, v. 15, p. 239–244, 2014. Disponível em: <<http://doi.org/10.1016/j.procir.2014.06.016>>. Acesso em: 22 set. 2017.

Bentaha, M. L.; Dolgui, A.; Battaia, O. A bibliographic review of production line design and balancing under uncertainty. **IFAC-PapersOnLine**, p.28, n.3, p. 70–75, 2015. Disponível em < <http://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.06.060>> Acesso em: 22 nov. 2017.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations and Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002. Disponível em: < <http://doi.org/10.1108/01443570210414338>> Acesso em: 10 mar. 2016.

Boysen, N.; Fliedner, M.; Scholl, A. Assembly line balancing: Which model to use when? **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 111 n. 2, p. 509–528, 2008. Disponível em < <http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.02.026>> Acesso em: 10 dez. 2016.

Bukchin, Y.; Raviv, T. Constraint programming for solving various assembly line balancing problems. **Omega (United Kingdom)**, Londres, p. 1–12, 2017. Disponível em <<http://doi.org/10.1016/j.omega.2017.06.008>>. Acesso em: 05 set. 2017.

Chavez, R.; Yu, W.; Jacobs, M. A.; Feng, M. Manufacturing capability and organizational performance: the role of entrepreneurial orientation. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 184, p. 33–46, 2017. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2016.10.02>> Acesso em: 25 mar. 2018.

COPELAND, R. A.; WILEY, A. J.; AGNEW, J. **Stochastic Programming**. 2.ed. Zurique: [S.n.], 2000. 312 p.

Costantino, N.; Dotoli, M.; Falagario, M.; Fanti, M. P.; Mangini, A. M. A model for supply management of agile manufacturing supply chains. **International Journal of Production Economics**, v. 135, n. 1, p. 451–457, 2012. Disponível em: <<http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.08.021>> Acesso em: 16 fev. 2017.

Dolgui, A.; Gafarov, E. Some new ideas for assembly line balancing research. **IFAC-PapersOnLine**, v. 50, n.1, p. 2255–2259, 2017. Disponível em <<http://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.189>> Acesso em: 25 mar. 2018.

Dolgui, A.; Proth, J. Assembly line balancing : conventional methods and extensions. **IFAC Proceedings**, v. 46, 2013. IFAC. Disponível em <<http://doi.org/10.3182/20130619-3-RU-3018.00644>> Acesso em: 22 nov. 2017.

Emelogu, A.; Chowdhury, S.; Marufuzzaman, M.; Bian, L.; Eksioglu, B. An enhanced sample average approximation method for stochastic optimization. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 182, p. 230–252, 2016. Disponível em <<http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2016.08.032>>. Acesso em: 10 set. 2017.

Esmailbeigi, R.; Naderi, B.; Charkhgard, P. The type E simple assembly line balancing problem: A mixed integer linear programming formulation. **Computers and Operations Research**, Nova Iorque, v. 64, p. 168–177, 2015. Disponível em <<http://doi.org/10.1016/j.cor.2015.05.017>>. Acesso em: 31 jan. 2017.

Fogliatto, F. S.; da Silveira, G. J. C.; Borenstein, D. The mass customization decade: An updated review of the literature. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam v. 138, n.1, p. 14–25, 2012. Disponível em <<http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.03.002>> Acesso em: 16 abr. 2017.

Gupta, V.; Grossmann, I. E. A new decomposition algorithm for multistage stochastic programs with endogenous uncertainties. **Computers and Chemical Engineering**, Nova Iorque v.62, n. 1997, p. 62–79, 2014. disponível em:< <http://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2013.11.011>> Acesso em: 17 nov. 2017.

Gurevsky, E.; Battaia, O.; Dolgui, A. Balancing of simple assembly lines under variations of task processing times. **Annals of Operations Research**, v. 201, n.1, p. 265–286, 2012. Disponível em <<http://doi.org/10.1007/s10479-012-1203-5>> Acesso em: 10 ago. 2017.

HAMTA, N. et al. A hybrid PSO algorithm for a multi-objective assembly line balancing problem with flexible operation times, sequence-dependent setup times and learning effect. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 141, n.1, p. 99–111, 2013. Disponível em: <<http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.03.013>> Acesso em: 15 jun. 2017.

HAZIR, Ö.; Dolgui, A. A decomposition based solution algorithm for U-type assembly line balancing with interval data. **Computers and Operations Research**, Nova Iorque, v. 59, p. 126–131, 2015. Disponível em: <<http://doi.org/10.1016/j.cor.2015.01.010>>. Acesso em: 14 jul. 2017.

HAZIR, Ö.; DOLGUI, A. Assembly line balancing under uncertainty: Robust optimization models and exact solution method. **Computers and Industrial Engineering**, Nova Iorque, v. 65, n.2, p. 261–267, 2013. Disponível em: <<http://doi.org/10.1016/j.cie.2013.03.004>> Acesso em: 05 set. 2017.

HU, S. J. ET AL. Assembly system design and operations for product variety. **CIRP - Manufacturing Technology**, v. 60, n. 2, p. 715–733, 2011. Disponível em: <<http://doi.org/10.1016/j.cirp.2011.05.004>>. Acesso em: 10 out. 2017.

HUNG, W.; TSAI, T.; CHANG, Y. Preventive maintenance contract for leased equipment with random failure penalties. **Computers and Industrial Engineering**, Nova Iorque, v. 113, p. 437–444, 2017. Disponível em: <<http://doi.org/10.1016/j.cie.2017.09.031>> Acesso em: 25 mar. 2018.

KALL, P.; WALLACE, S. **Stochastic programming**. New York: Wiley, 1994. 363 p.

KORTMANN, S. et al. Linking strategic flexibility and operational efficiency: The mediating role of ambidextrous operational capabilities. **Journal of Operations Management**, v. 32, n. 7, p. 475–490, 2014. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.jom.2014.09.007>> Acesso em: 10 set. 2017.

KRAUSE, D.; YOUNGDAHL, W.; RAMASWAMY, K.. Manufacturing - Still a missing link? **Journal of Operations Management**, v. 32, n.7, p. 399–402, 2014. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.jom.2014.09.001>> Acesso em 12 set. 2017.

LA SCALIA, G. et al. Solving type-2 assembly line balancing problem with fuzzy binary linear programming. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems**, v. 25, n.3, 517–524, 2013. Disponível em: < <http://doi.org/10.3233/IFS-120656>> Acesso em: 24 set. 2017.

LOPES, T. C. et al. Balancing a robotic spot welding manufacturing line: An industrial case study. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 263, n.3, p. 1033–1048, 2017. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.06.001>> Acesso em: 05 set. 2017.

LOUVEAUX, F. V.; Schultz, R. Stochastic Integer Programming. **Handbooks in Operations Research and Management Science**, v. 10, p. 213–266, 2003. disponível em: < [http://doi.org/10.1016/S0927-0507\(03\)10004-7](http://doi.org/10.1016/S0927-0507(03)10004-7)> Acesso em: 26 set. 2017.

LULLI, G.; SEN, S. A heuristic procedure for stochastic integer programs with complete recourse. **European Journal of Operational Research**, v.. 171, n.3, p. 879–890, 2006. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.09.012>> Acesso em: 28 set. 2017.

MAIA, M.; OLIVEIRA, F. DE. Otimização De Cadeia De Suprimentos De Petróleo Sob Incerteza E Avaliação De Risco. 2014. 208 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Engenharia de Produção da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro. 2014.

MANAVIZADEH, N. et al. A Simulated Annealing algorithm for a mixed model assembly U-line balancing type-I problem considering human efficiency and Just-In-Time approach. **Computers & Industrial Engineering**, Nova Iorque, v. 64, n. 2, p. 669–685, 2013. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.cie.2012.11.010>> Acesso em 28 set. 2017.

MIGUEL, P. et al. Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010. 248 p.

MIRALLES, Ã. et al. Advantages of assembly lines in Sheltered Work Centres for Disabled. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 110, p. 187–197, 2007. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.02.023>>. Acesso em: 22 nov. 2017.

MOREIRA, M. C. O. et al. Robust assembly line balancing with heterogeneous workers. **Computers and Industrial Engineering**, Nova Iorque v. 88, p. 254–263, 2015. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.cie.2015.07.004>>. Acesso em: 15 nov. 2017.

OLIVEIRA, F. et al. A Lagrangean decomposition approach for oil supply chain investment planning under uncertainty with risk considerations. **Computers & Chemical Engineering**, v. 50, n.0, p. 184–195, 2013. Disponível em: < <http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2012.10.012>> Acesso em: 10 out. 2017.

OTTO, A.; OTTO, C. How to design effective priority rules: Example of simple assembly line balancing. **Computers & Industrial Engineering**, Nova Iorque, v. 69, p. 43–52, 2014. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.cie.2013.12.013>>. Acesso em: 18 nov. 2017.

ÖZCAN, U. Balancing stochastic two-sided assembly lines: A chance-constrained, piecewise-linear, mixed integer program and a simulated annealing algorithm. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 205, n. 1, p. 81–97, 2010. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.11.033>>. Acesso em: 24 set. 2017

PAIVA, E. L. Manufacturing and marketing integration from a cumulative capabilities perspective. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 126, n. 2, p. 379–386, 2010. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.04.031>> Acesso em: 24 set. 2017.

PEREIRA, J.; ÁLVAREZ-MIRANDA, E. An exact approach for the robust assembly line balancing problem. **Omega (United Kingdom)**, Londres v. 0, p. 1–14, 2017. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.omega.2017.08.020>>. Acesso em: 05 set. 2017

PUGNA, A.; NEGREA, R.; MICLEA, S. Using Six Sigma Methodology to Improve the Assembly Process in an Automotive Company. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 221, p. 308–316, 2016. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.05.120>>. Acesso em: 12 set. 2017

PURNOMO, H. D.; WEE, H.-M.; RAU, H. Two-sided assembly lines balancing with assignment restrictions. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 57, n.2, p. 189–199, 2013. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.mcm.2011.06.010>>. Acesso em: 14 out. 2017.

RAJ, A. S. V.; MATHEW, J.; JOSE, P. Otpimization of Cycle Time in an Assembly Line Balancing Problem. **Procedia Technology**, v. 25, p. 1146–1153, 2016. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.08.231>>. Acesso em: 22 out. 2017.

SAIF, U. et al. Pareto based artificial bee colony algorithm for multi objective single model assembly line balancing with uncertain task times. **Computers and Industrial Engineering**, v. 76, n.1, p. 1–15, 2014. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.cie.2014.07.009>>. Acesso em: 03 set. 2017.

SCHOLL, A.; BECKER, C. State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. **European Journal of Operational Research**, v. 168, n.3, p. 666–693, 2006. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.07.022>>. Acesso em: 7 out. 2017.

SHAPIRO, A.; DENTCHEVA, D.; RUSZCZYŃSKI, A. **Lectures on stochastic programming: modeling and theory**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 2009. 447 p.

SHAPIRO, A.; HOMEM-DE-MELLO, T. **A Simulation-Based Approach to Two-Stage Stochastic Programming with Recourse**, Atlanta: [S.n.], 1996. 22 p.

SIVASANKARAN, P.; SHAHABUDEEN, P. Literature review of assembly line balancing problems. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 73, n. 9, p. 1665–1694, 2014. Disponível em: < <http://doi.org/10.1007/s00170-014-5944-y>> Acesso em: 22 nov. 2017.

SMIRNOVA, G. et al. To the problem of dynamic modeling and management in an integrated environment of the industrial cluster. *IFAC-PapersOnLine*, v. 48, n. 3, p. 1230–1235, 2015. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.06.252>>. Acesso em 21 out. 2017.

SHAPIRO, A. et al. The sample average approximation method applied to stochastic routing problems: A computational study. **Computational Optimization and Applications**, v. 24, n.3, p. 289–333, 2003. Disponível em: < <http://doi.org/10.1023/A:1021814225969>> Acesso em 17 out. 2017.

YANG, C.; GAO, J. Balancing mixed-model assembly lines using adjacent cross-training in a demand variation environment. **Computers and Operation Research**, Nova Iorque, v. 65, p. 139–148, 2016. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.cor.2015.07.007>>. Acesso em: 22 set. 2017.

APÊNDICE A - modelo estocástico formulado na linguagem mosel

```

model "bline stochastic"
uses "mmxprs","random"

declarations
MACH = 1..4           ! Number of workstations
TASKS= 1..76         ! Taks
S= 1..6              ! Scenários
DUR1: array(TASKS) of real           ! Duration of tasks
DUR2: array(TASKS) of real
DUR3: array(TASKS) of real
DUR4: array(TASKS) of real
DUR5: array(TASKS) of real
DUR6: array(TASKS) of real
VAR: array(TASKS) of real           !std deviation each task
n: array(TASKS) of real
ARC: array(RA:range, 1..2) of integer ! Precedence relations
between tasks
  process: array(TASKS,MACH) of mpvar ! 1 if the task is on
machine, 0 otherwise
  y: array(MACH) of mpvar           !variável de 2° estágio no cenário 1
  y2: array(MACH) of mpvar          !variável de 2° estágio no cenário 2
  y3: array(MACH) of mpvar          !variável de 2° estágio no cenário 3
  y4: array(MACH) of mpvar          !variável de 2° estágio no cenário 4
  y5: array(MACH) of mpvar          !variável de 2° estágio no cenário 5

cycle: mpvar

end-declarations

initializations from 'bline_stochastic_well_defined2.dat'
DUR1 DUR2 DUR3 DUR4 DUR5 ARC
end-initializations

!forall (i in TASKS) do
!r:= random

```

```

!t:=exponential(r)
!n(i):=normal(DUR(i),3.6)
!l:=lognormal(180,9)

!end-do

! One workstation per task
forall(i in TASKS) sum(m in MACH) process(i,m) = 1

! Sequence of Tasks

forall(i in TASKS,a in RA) Prec(a):= sum(m in MACH)
m*process(ARC(a,1),m) <= sum(m in MACH) m*process(ARC(a,2),m)

A:= cycle = 123
forall(m in MACH) Cycle(m):= sum(i in TASKS) DUR1(i)*process(i,m) -
1*y5(m) <= cycle
forall(m in MACH) Cycle(m):= sum(i in TASKS) DUR2(i)*process(i,m) -
1*y5(m) <= cycle
forall(m in MACH) Cycle(m):= sum(i in TASKS) DUR3(i)*process(i,m) -
1*y5(m) <= cycle
forall(m in MACH) Cycle(m):= sum(i in TASKS) DUR4(i)*process(i,m) -
1*y5(m) <= cycle
forall(m in MACH) Cycle(m):= sum(i in TASKS) DUR5(i)*process(i,m) -
1*y5(m) <= cycle

forall(i in TASKS,m in MACH) process(i,m) is_binary

!Minimize the duration of a production cycle

minimize (cycle+(sum (m in MACH) (0.15*2*y(m)+ 0.15*2*y1(m)+
0.15*2*y2(m)+ 0.15*2*y3(m)+ 0.15*2*y4(m)+ 0.15*2*y5(m))))

! Solution printing
writeln("Minimum cycle time: ", getobjval)
forall(m in MACH) do
write("Workstation ", m, ":")
forall(i in TASKS)

```

```

write(if(getsol(sum(k in MACH) k*process(i,k)) = m, " "+i, ""))
  writeln(" (duration: ", getsol(sum(i in TASKS) DUR1(i)*process(i,m)),)")

write("Workstation ", m, ":")
forall(i in TASKS)
write(if(getsol(sum(k in MACH) k*process(i,k)) = m, " "+i, ""))
writeln(" (duration: ", getsol(sum(i in TASKS) DUR2(i)*process(i,m)),)")

write("Workstation ", m, ":")
forall(i in TASKS)
write(if(getsol(sum(k in MACH) k*process(i,k)) = m, " "+i, ""))
writeln(" (duration: ", getsol(sum(i in TASKS) DUR3(i)*process(i,m)),)")

write("Workstation ", m, ":")
forall(i in TASKS)
write(if(getsol(sum(k in MACH) k*process(i,k)) = m, " "+i, ""))
writeln(" (duration: ", getsol(sum(i in TASKS) DUR4(i)*process(i,m)),)")

write("Workstation ", m, ":")
forall(i in TASKS)
write(if(getsol(sum(k in MACH) k*process(i,k)) = m, " "+i, ""))
writeln(" (duration: ", getsol(sum(i in TASKS) DUR5(i)*process(i,m)),)")

end-do

forall (i in TASKS) do
writeln("valor de coeficiente aleatorio normal é n: ", getsol(n(i)))
end-do

write ("O Valor de DUR(i):", " ")
  forall (i in TASKS) do
writeln(" ", DUR1(i), " ")
  end-do

write ("O Valor de y(m):", " ")
  forall (m in MACH) do
writeln(" ", y(m), " ")
  end-do

```



```
write ("O Valor de y2(m):", " ")
forall (m in MACH) do
writeln(" ", y2(m), " ")
end-do

write ("O Valor de y3(m):", " ")
forall (m in MACH) do
writeln(" ", y3(m), " ")
end-do

write ("O Valor de y4(m):", " ")
forall (m in MACH) do
writeln(" ", y4(m), " ")
end-do

write ("O Valor de y5(m):", " ")
forall (m in MACH) do
writeln(" ", y5(m), " ")
end-do

!writeln("valor do coeficiente aleatorio randomico é r: ", getsol(r))
!writeln("valor de coeficiente aleatorio exponencial é t: ", getsol(t))
!writeln("valor de coeficiente aleatorio lognormal é l: ", getsol(l))

end-model
```

APÊNDICE B –Modelo determinístico implementado na linguagem Mosel

```

model "bline"
uses "mmxprs","random"

declarations
MACH = 1..4           ! Number of workstations
TASKS= 1..76         ! Number os tasks
DUR: array(TASKS) of integer      ! Duration of tasks
ARC: array(RA:range, 1..2) of integer ! Precedence relations
between tasks
process: array(TASKS,MACH) of mpvar ! 1 if the task is on
machine, 0 otherwise
cycle: mpvar

initializations from 'bline.dat'
DUR ARC
end-initializations

! One workstation per task
forall(i in TASKS) sum(m in MACH) process(i,m) = 1

! Sequence of Tasks
forall(a in RA) Prec(a) := sum(m in MACH) m*process(ARC(a,1),m) <=
sum(m in MACH) m*process(ARC(a,2),m)

! Cycle Time
forall(m in MACH) Cycle(m) := sum(i in TASKS) DUR(i)*process(i,m) <= cycle

forall(i in TASKS, m in MACH) process(i,m) is_binary

!Minimize the duration of a production cycle

minimize(cycle)

```

```

! Solution printing
writeln("Minimum cycle time: ", getobjval)
forall(m in MACH) do
write("Workstation ", m, ":")
forall(i in TASKS)
write(if(getsol(sum(k in MACH) k*process(i,k)) = m, " "+i, ""))
writeln(" (duration: ", getsol(sum(i in TASKS) DUR(i)*process(i,m)),")")
end-do

writeln("valor do coeficiente aleatorio randomico é r: ", getsol(r))
writeln("valor de coeficiente aleatorio exponencial é t: ", getsol(t))
writeln("valor de coeficiente aleatorio normal é n: ", getsol(n))
writeln("valor de coeficiente aleatorio lognormal é l: ", getsol(l))

write ("O Valor de DUR(i):", " ")
forall (i in TASKS) do
writeln(" ", DUR(i), " ")
end-do

write ("O Valor de DURPROB(i):", " ")
forall (i in TASKS) do
writeln(" ", DURPROB(i))
end-do

end-model

```

APÊNDICE C: Resultados do modelo estocástico

Minimum cycle time: 129.972

Workstation 1:

1 2 3 18 19 20 21 22 24 25 26 27 28 29 30 (duration: 131.96)

Workstation 1:

1 2 3 18 19 20 21 22 24 25 26 27 28 29 30 (duration: 132.56)

Workstation 1:

1 2 3 18 19 20 21 22 24 25 26 27 28 29 30 (duration: 126.68)

Workstation 1:

1 2 3 18 19 20 21 22 24 25 26 27 28 29 30 (duration: 131.24)

Workstation 1:

1 2 3 18 19 20 21 22 24 25 26 27 28 29 30 (duration: 126.08)

Workstation 2:

10 11 13 14 15 16 17 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45
(duration: 129.64)

Workstation 2:

10 11 13 14 15 16 17 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45
(duration: 129.28)

Workstation 2:

10 11 13 14 15 16 17 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45
(duration: 124.08)

Workstation 2:

10 11 13 14 15 16 17 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45
(duration: 124.12)

Workstation 2:

10 11 13 14 15 16 17 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45
(duration: 125.4)

Workstation 3:

4 5 6 12 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63
(duration: 130.6)

Workstation 3:

4 5 6 12 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63
(duration: 134.6)

Workstation 3: 4 5 6 12 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62
63 (duration: 128.4)

Workstation 3:

4 5 6 12 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63

(duration: 134.92)

Workstation 3:

4 5 6 12 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63

(duration: 127.64)

Workstation 4:

7 8 9 23 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76

(duration: 136.2)

Workstation 4:

7 8 9 23 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76

(duration: 128.92)

Workstation 4:

7 8 9 23 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76

(duration: 125.68)

Workstation 4:

7 8 9 23 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76

(duration: 131.28)

Workstation 4:

7 8 9 23 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76

(duration: 136.12)

APÊNDICE D: Resultados do modelo determinístico

Minimum cycle time: 123

Workstation 1:

13 14 15 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 (duration: 123)

Workstation 2:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 17 34 35 36 (duration: 123)

Workstation 3:

37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 50 51 52 53 54 55 56 57 58 60 61 62 63
64 (duration: 123)

Workstation 4:

12 16 49 59 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 (duration: 123)

APÊNDICE E: Resultados do modelo determinístico com 22 estações de trabalho

Minimum cycle time: 23

Workstation 1: 2 13 18 (duration: 22)

Workstation 2: 3 (duration: 22)

Workstation 3: 14 19 20 21 22 24 (duration: 23)

Workstation 4: 25 26 27 (duration: 21)

Workstation 5: 4 15 28 (duration: 22)

Workstation 6: 29 30 (duration: 20)

Workstation 7: 31 32 (duration: 22)

Workstation 8: 10 33 34 35 36 (duration: 23)

Workstation 9: 37 38 39 40 41 42 43 (duration: 23)

Workstation 10: 44 45 (duration: 23)

Workstation 11: 46 47 48 (duration: 22)

Workstation 12: 5 16 50 (duration: 23)

Workstation 13: 6 (duration: 22)

Workstation 14: 49 51 52 53 54 55 56 (duration: 23)

Workstation 15: 1 57 58 (duration: 22)

Workstation 16: 60 61 62 63 64 65 (duration: 22)

Workstation 17: 66 67 68 69 (duration: 23)

Workstation 18: 70 (duration: 22)

Workstation 19: 17 71 72 (duration: 23)

Workstation 20: 11 23 59 (duration: 23)

Workstation 21: 9 73 (duration: 23)

Workstation 22: 12 74 75 76 (duration: 23)