

JULIA TERESA RIVERA PINEDA

**APLICAÇÃO DAS RELAÇÕES FASE-MODO NA ESTIMAÇÃO DE
PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO**

Ilha Solteira

2018

JULIA TERESA RIVERA PINEDA

**APLICAÇÃO DAS RELAÇÕES FASE-MODO NA ESTIMAÇÃO DE
PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO**

Tese apresentada no Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista-UNESP-Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área do Conhecimento: Automação.

PROF. Dr. SÉRGIO KUROKAWA
Orientador

Ilha Solteira

2018

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

R621a Rivera Pineda, Julia Teresa.
Aplicação das relações fase-modo na estimação de parâmetros de linhas de transmissão / Julia Teresa Rivera Pineda. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018
91 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2018

Orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia

1. Estimação de parâmetros. 2. Linhas de transmissão trifásica. 3. Sistema de equações não lineares. 4. Teoria da decomposição modal.


Raiane da Silva Santos

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Aplicação das relações fase-modo na estimação de parâmetros de linhas de transmissão

AUTORA: JULIA TERESA RIVERA PINEDA

ORIENTADOR: SERGIO KUROKAWA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Doutora em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: AUTOMAÇÃO pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. FALCONDES JOSE MENDES DE SEIXAS
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JULIO BORGES DE SOUZA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. LOURENÇO MATIAS
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e Computação / Universidade Federal de Goiás


Profa. Dra. CAROLINA GOULART DE CARVALHO
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Ilha Solteira, 31 de agosto de 2018

A minha família em Honduras e
todos os meus amigos no Brasil
que acreditaram em mim.
DEDICO.

AGRADECIMENTOS

A Deus e à Virgem, por ter me dado força, saúde, sabedoria e sua proteção durante todo este tempo. Agradeço aos meus pais, Juan Francisco Rivera Funes e Julia Teresa Pineda Zapata e a meu irmão, Juan Jose Rivera Pineda pelo apoio incondicional que nunca mediu esforços para que meu sonho se tornasse realidade. A minha querida avó, Ramona Valladares pelo sacrifício, bom humor e inspiração para seguir em frente. *In memoriam* a minha Dulcinéia avó Maria Digna Funes. Aos meus amigos e amigas Mónica, Victoria, Ivonne, Maria Esther, Francis, Alejandra, Karla, Juan José, Josué, Enrique, e Danilo que apesar à distância sempre ficam perto desde um lugar especial. A toda minha família pelo apoio, orações e afeto. Por último, mas não menos importante às minhas cachorras em Honduras: Pimpa, Trista, Luna e Tea.

A minha família em Brasil, durante minha pesquisa: Ozy Daniel, Luis, Natasha, Carla, Patricia, Flavilene, Arilce, Mariana, Ana Carolina, Doña Mabel e Don Santiago, e as famílias Esquinelato da Silva, Esquinelato Franco, Antunes Rueda, Acosta Barrera e Monne Origa que me acolheram com muito amor e alegria durante este período.

Ao meu namorado Carlos Francisco Sabillón Antúnez e meu cachorro Teo que esteve sempre ao meu lado, fortalecendo-me quando eu achava que não chegaria até o fim desta etapa. Muito obrigada pela ajuda, compreensão, companhia, e paciência em todo dia. Os Amo!

A todos os membros do Grupo de Análise em Transitórios Eletromagnéticos (GATE) pela amizade e disposição em ajudar, Claudiner, Pablo, Rodrigo, Newton, Carol, Jaimis, Eduardo e Anderson. Ao meu orientador Dr. Sérgio Kurokawa pela orientação, apoio, paciência e confiança incondicional que foram fundamentais para a realização desta tese.

Ao Prof. Ruben e a senhora Lucila pela imensa ajuda, conselho e colaboração na minha chegada ao Brasil e também aos professores e funcionários da FEIS-UNESP que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Aos professores da banca pela disponibilidade e correção deste trabalho. Aos professores Prof. Mario Antunez e Prof. José Gross da Universidade Nacional Autónoma de Honduras (UNAH) pelo seu ensinamento e confiança.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (Capes) pela oportunidade e o apoio econômico. A todos os colegas, vizinhos e conhecidos que contribuíram nesta tese sempre dispostos a oferecer estímulos para chegar até a meta. Muito obrigada a todos!

“Don’t stress, do your best and forget the rest.”

Anônimo.

RESUMO

Nos sistemas de potência, o conhecimento dos parâmetros das linhas de transmissão possibilita o ajuste preciso dos sistemas de proteção, facilita a aplicação de ferramentas e técnicas de análise do sistema elétrico, permite a correta localização de faltas, assim como o monitoramento de indicadores comuns de faltas, como a temperatura e a catenária do condutor. As metodologias de estimação de parâmetros de linha de transmissão baseadas na teoria da decomposição modal são restritas a configurações de torre específicas, nas quais a matriz de transformação da linha de transmissão é conhecida. Neste trabalho apresenta-se um método para a estimação de parâmetros de linhas de transmissão genéricas em regime permanente, utilizando os fatores de correntes e tensões nos terminais da linha. Estabelece-se um sistema de equações não linear indeterminado, a partir das relações fase-modo das correntes e tensões nos terminais da linha e as matrizes de impedância e admitância da linha. Para uma linha trifásica genérica as relações fase-modo são escritas em função dos elementos da matriz transformação, os quais são desconhecidos e uma parte das incógnitas do sistema de equações. O sistema de equações é complementado com equações adicionais para ser resolvido mediante o algoritmo de Newton-Raphson e estimar os parâmetros de linha de transmissão. Foram estimados os parâmetros para uma linha de transmissão trifásica com diferente configuração de torre operando com diferentes cargas para vários comprimentos de linha.. O erro relativo dos parâmetros estimados avalia a precisão do método e a influência da representação da linha como elementos concentrados.

Palavras-chave: Estimação de parâmetros. Linhas de transmissão trifásica. Sistema de equações não lineares. Teoria da decomposição modal.

ABSTRACT

Accuracy in transmission lines parameters is essential in power systems since it allows precise adjustment of the protection systems, the application of tools and techniques for analysis of the electrical system, the correct identification of fault location, as well as the monitoring of fault indicators such as the temperature and the catenary of the conductor. Transmission line parameter estimation methodologies based on modal decomposition theory are restricted to specific tower configurations in which the transformation matrix of the transmission line is known. This work presents a method to estimate parameters of generic transmission lines in the steady state, using the voltage and currents phasor at the terminals of the line. A system of consistent non-linear equations is established from the phase-mode relations of these voltage and current phasors and the impedance and admittance matrices of the line. The phase-mode relations are written as a function of the elements within the transformation matrix, which are unknown and part of the variables to be estimated. The system of equations is solved using the Newton-Raphson algorithm to estimate both the transmission line parameters and the transformation matrix. The parameters were estimated for three-phase transmission lines for a particular tower configuration operating under different loads and lengths. The relative error of the estimated parameters evaluates the method's accuracy and the influence of the line's lumped representation.

Keywords: Modal decomposition theory. Line parameter estimation. Three-phase transmission line. Nonlinear equation system.

LISTA DE ABREVIATURAS

Bei	Bessel Imaginário
Ber	Bessel Real
C	Capacitância
CVT	<i>Capacitor Voltage Transformer</i>
CT	<i>Current Transformer</i>
DE	<i>Differential Equation Algorithm</i>
DLO	<i>Diferential Linear Operator</i>
EPLT	Estimação de Parâmetros de Linhas de Transmissão
G	Condutância
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
GEE	<i>Generalized Equation Error</i>
FC	<i>Formula Calculation Method</i>
fp	Fator de potência
I	Corrente
I&V	Corrente e Tensão
IED	<i>Intelligent Electronic Devices</i>
IV	<i>Instrumental Variables</i>
KCL	<i>Kirchhoff's Current Law</i>
KVL	<i>Kirchhoff's Voltage Law</i>
L	Indutância
LAV	<i>Least Absolute Value</i>
LS	<i>Least Squares</i>

LT	Linhas de Transmissão
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimator</i>
NE	<i>Normal Equations</i>
NE/C	<i>Normal Equations with Constraints</i>
NR	Newton-Raphson
NWLS	<i>Nonlinear Weighted Least Square</i>
PMU	<i>Phasor Measurement Unit</i>
RTDS	<i>Real-Time Digital Simulator</i>
R	Resistência
RLS	<i>Recursive Least Square</i>
SE	<i>State Estimation</i>
SCADA	<i>Supervisory Control and Data Acquisition</i>
SMT	<i>Synchrophasor Measurement Technology</i>
TEM	<i>Transverse Electromagnetic Propagation</i>
TLS	<i>Total Least Square</i>
TS	<i>Tabu Search</i>
ULM	<i>Universal Line Model</i>
V	Tensão
WAMS	<i>Wide-Area Management System</i>
WLS	<i>Weighted Least Squares</i>
Y	Admitância Transversal
Z	Impedância Longitudinal

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Segmento diferencial de comprimento Δx para uma LT.	31
Figura 2 - Resistência em função da frequência.....	34
Figura 3 - Indutância em função da frequência.....	34
Figura 4 - Seção transversal de um condutor sólido de raio r	36
Figura 5 - Método das imagens, condutores i e k sobre solo ideal e imagens i' e k'	41
Figura 6 - Capacitâncias parciais em uma linha polifásica.	46
Figura 7 - Linha de transmissão monofásica de comprimento d	49
Figura 8 - LT representada por um único circuito π	57
Figura 9 - LT trifásica no domínio das fases.....	59
Figura 10- LT trifásica no domínio dos modos.....	59
Figura 11- Linha trifásica genérica	62
Figura 12-Caso I: Torre para 1 fase.....	68
Figura 13-Caso II: Torre para 3 fases sem simetria	69
Figura 14-Caso II: Torre para 3 fases com simetria vertical.....	70
Figura 15- Configuração de LT trifásica simulada.	71
Figura 16- O erro relativo da resistência calculada a parâmetros concentrados.	73
Figura 17- O erro relativo da indutância calculada a parâmetros concentrados.	74
Figura 18- O erro relativo da capacitância calculada a parâmetros concentrados.	74
Figura 19- O erro relativo da resistência calculada a parâmetros distribuídos.	75
Figura 20- O erro relativo da indutância calculada a parâmetros distribuídos.....	75
Figura 21- O erro relativo da capacitância calculada a parâmetros distribuídos.....	76
Figura 22- O erro relativo da resistência própria estimada a parâmetros concentrados.....	77

Figura 23- O erro relativo da resistência mútua estimada a parâmetros concentrados	77
Figura 24- O erro relativo da indutância própria estimada a parâmetros concentrados.....	78
Figura 25- O erro relativo da indutância mútua estimada a parâmetros concentrados	78
Figura 26- O erro relativo da capacitância própria estimada a parâmetros concentrados.....	79
Figura 27- O erro relativo da capacitância mútua estimada a parâmetros concentrados	79
Figura 28- O erro relativo da resistência própria estimada a parâmetros distribuídos.....	80
Figura 29- O erro relativo da resistência mútua estimada a parâmetros distribuídos	81
Figura 30- O erro relativo da indutância própria estimada a parâmetros distribuídos	82
Figura 31- O erro relativo da indutância mútua estimada a parâmetros distribuídos.....	82
Figura 32- O erro relativo da capacitância própria estimada a parâmetros distribuídos	83
Figura 33- O erro relativo da capacitância mútua estimada a parâmetros distribuídos	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Tipo de solos e resistividades típicas	42
--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	ESTADO DA ARTE	18
1.2	OBJETIVO DA TESE	28
1.3	ESTRUTURA DA TESE	29
2	PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREA	30
2.1	INTRODUÇÃO	30
2.2	IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL	31
2.2.1	Impedância Interna $Z_{int}(\omega)$	35
2.2.2	Impedância devido ao efeito solo $Z_{solo}(\omega)$	40
2.2.3	Impedância Externa $Z_{ext}(\omega)$	44
2.3	ADMITÂNCIA TRANSVERSAL	45
2.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPITULO	48
3	RELAÇÕES DE CORRENTE E TENSÕES EM LINHAS AÉREAS	49
3.1	INTRODUÇÃO	49
3.2	LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA	49
3.3	LINHA DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICA	51
3.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPITULO	56
4	MÉTODO PARA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE LT TRIFÁSICAS	57
4.1	INTRODUÇÃO	57
4.2	PROPOSTA DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES PARA EPLT	57
4.2.1	Caso I: Linha Monofásica	57
4.2.2	Caso II: Linha Trifásica	58
4.3	MÉTODO DE SOLUÇÃO: ALGORITMO NEWTON RAPHSON	65

4.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPITULO	66
5	TESTES E RESULTADOS	67
5.1	INTRODUÇÃO	67
5.2	DADOS DE ENTRADA E TESTES REALIZADOS	67
5.2.1	Caso I: Linha Monofásica	67
5.2.2	Caso II: Linha Trifásica	68
5.3	RESULTADOS	73
5.3.1	Caso I: Linha Monofásica	73
5.3.2	Caso II: Linha Trifásica	76
5.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPITULO	84
6	CONCLUSÕES	85
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	86
	REFERENCIAS	87
	APÊNDICE A – Algoritmo para converter parâmetros concentrados em distribuídos	94

1 INTRODUÇÃO

A estimação dos parâmetros de linhas de transmissão diretamente das medições de correntes e tensões nos terminais da linha tem sido estudada desde finais da década 60 e inícios do 70. Os algoritmos para a Estimação dos Parâmetros de Linha de Transmissão (EPLT) baseados nestas medições têm sido desenvolvidos com o intuito de aprimorar aplicações específicas nos sistemas de proteção, sistemas de monitoramento de energia e contingência de faltas. Por conseguinte, a maioria das metodologias para a EPLT estão inseridos em artigos cuja principal contribuição é apurar os sistemas de proteção para uma Linha de Transmissão (LT)(MANN; MORRISON, 1971), determinar a localização precisa de uma falta (RICHARDS; TAN, 1982), refinar os métodos para estimação de estado (ZARCO; EXPOSITO, 2000) e melhorar a modelagem das LT (COSTA; KUROKAWA, 2015). A seguir se apresenta a revisão bibliográfica dos existentes métodos de EPLT agrupados de acordo com o tipo de aplicação para os quais foram desenvolvidos.

1.1 ESTADO DA ARTE

O primeiro grupo de algoritmos para a EPLT almejavam habilitar a operação dos sistemas de proteção em linha e remota nas LT, assim como calibrar os relês e localizar as faltas. Em Mann e Morrison 1971, com o propósito de automatizar o sistema de proteção das LT, propuseram uma metodologia para calcular a impedância de LT a partir de medições assíncronas para sinais em falta das correntes e tensões (I&V). O módulo e ângulo da impedância para uma LT monofásica foram calculadas a partir do cálculo preditivo dos valores de pico das medições através das medições de I&V e suas derivadas.

Breingan, Chen, e Gallen (1979) e Girgis (1982) procuraram superar o desempenho do acionamento de relês digitais desenvolvendo novos programas de processamento de faltas baseados no valor calculado da impedância da LT. No primeiro, a impedância em série da LT é obtida a partir da equação diferencial correspondente à representação da linha a parâmetros concentrados, que permite a análise do estado estável e transiente, e as amostras I&V em uma ou ambas as extremidades da linha. A partir das impedâncias de sequência positiva e zero calculadas, tanto a análise de faltas quanto os programas para lógica de arme e desarme do relé

foram aprimorados. No segundo, as equações propostas para a estimação da impedância vista pelo relé partem de classificar o tipo de falta e os fasores de I&V; essa impedância auxilia na caracterização da zona de acionamento para o relé e na computação da resistência e localização da falta.

Além disso, Smolinski (1979) propôs dois algoritmos para calcular os parâmetros longitudinais de TL como vistos por um relé digital baseado na representação de um circuito π e equação diferencial fundamental de impedância em série para regime permanente e transitório, no domínio do tempo. Kezunovic (1981) apresentou uma discussão sucinta e atualizada dos algoritmos de equações diferenciais usados para proteção de LT, especificamente para os sistemas de acionamento do relé digital; por outro lado, Lobos (1982) expôs uma revisão atualizada de alguns algoritmos EPLT empregados em sistemas de proteção de LT em tempo real auxiliada por computadores. Lobos classifica os métodos de cálculo da impedância LT de acordo com a natureza das equações a serem resolvidas para cada método. Além disso, o autor expõe as vantagens e desvantagens de cada método.

Richards e Tan (1982) apresentaram um algoritmo EPLT para localização de faltas em um sistema dinâmico usando amostras de I&V registradas antes, depois e durante a falta para um único terminal. Os autores propuseram, para uma LT trifásica em falta, um conjunto de equações diferenciais que representa a LT durante a falta como um circuito equivalente de componentes de sequência simétricas. Este conjunto de equações são consideradas equações de estado e são resolvidas usando a técnica de mínimos quadrados ponderados (*WLS-Weighted Least of Squares*) e as séries de Taylor. Em 1988, Isaksson desenvolveu um algoritmo de reconhecimento de faltas baseado na impedância aparente TL, que é calculada a partir da amplitude e ângulo estimados dos sinais I&V, usando o método recursivos dos mínimos quadrados (*RLS-Recursive Least of Squares*).

Fernández e Pagola (1999) apresentaram um algoritmo para a EPLT usando o método dos mínimos quadrados totais (*TLS-Total Least Squares*) para fornecer uma solução ao modelo de tempo discreto para sistemas de proteção remota em LT, permitindo assim amenizar os erros nas medições de I&V.

Segui *et al.* (2001) avaliaram o problema da EPLT com técnicas discretas de identificação de sistemas e propuseram resolvê-lo usando a abordagem de erro de equações generalizadas (*GEE- Generalized Equation Error*). Na primeira etapa de abordagem, os autores transformaram a equação diferencial de LT em uma equação discreta usando operadores

lineares dinâmicos (DLO-*Dynamic Linear Operator*); três técnicas de DLO são exploradas. A segunda etapa consiste em resolver esta equação para cada tipo de DLO através de técnicas GEE conhecidas (LS, RLS, VI- *Instrumental Variables* e MLE- *Maximum Likelihood Estimation*). As técnicas de GEE são analisadas e comparadas de acordo com sua rapidez, a tolerância à saturação do transformador de corrente, transitórios eletromagnéticos, variação de frequência, harmônicos e filtragem de amostras errôneas.

Jiang *et al.* (2000) pretenderam melhorar o algoritmo de localização/detecção de faltas para uma LT trifásica, desacoplando os fasores de I&V da linha, gravados por unidades de medição fasorial (PMU-*Phasor Measurement Unit*), em seus modos α , β e 0. O algoritmo de EPLT transformam os fasores de I&V usando a matriz de transformação de Clarke e permite a construção de uma equação modal para calcular a função de propagação modal e a impedância característica de cada modo, assim, implicitamente fornecendo os parâmetros de LT. Os autores enfatizaram que o EPLT é importante para a localização da falta, já que parâmetros de LT imprecisos influenciam diretamente no desempenho do algoritmo de localização proposto. Em Jiang, Chen e Liu (2002), alguns desses autores usam o algoritmo EPLT proposto para garantir o desempenho do sistema de proteção, obter uma proteção adaptativa, melhorar a precisão para identificar e localizar faltas.

Kang *et al.* (2008) descreveram dois métodos EPLT em uma intenção de melhorar os sistemas de proteção com medições I&V no domínio do tempo durante um transitório para uma configuração de rede conhecida. O primeiro método consiste em encontrar os coeficientes da função de impedância usando funções I&V generalizadas no domínio do tempo; com este propósito, um conjunto de funções diferenciais para a estimulação e a resposta de cada medição I&V é derivado. O conjunto de equações indeterminadas é resolvido usando o método dos mínimos quadrados (*LS-Least Squares*) e os coeficientes da função I&V são obtidos. Além disso, esses coeficientes se tornam entradas para uma equação de otimização não linear, que relaciona os parâmetros de LT com as medições de I&V. O segundo método é análogo ao primeiro método, no entanto executadas no domínio da frequência por meio da transformação de Fourier.

Até aqui a maioria dos métodos para a EPLT que buscam apurar os elementos do sistema de proteção baseiam-se nas equações diferenciais de primeira ordem e na representação da linha a parâmetros concentrados. Esses métodos são susceptíveis aos métodos de diferenciação ou integração numérica e à presença de ruído nos sinais de I&V obtidos pelos dispositivos de

medição, que na maioria dos casos eram os próprios relés. Outros métodos requerem aparelhos especializados ou um estudo antecipado da resposta do sistema.

Os parâmetros de LT influenciam diretamente os resultados de um estimador de estados (SE-*State Estimation*); além disso, os algoritmos de EPLT estão sendo aperfeiçoados constantemente dentro de procedimentos para SE e podem ser classificados em dois tipos: os métodos baseados na análise de sensibilidade residual (métodos pós SE) e métodos que aumentam o vetor das variáveis de estado (métodos SE simultâneos). A análise sensibilidade residual é feita a partir de uma série de estados já estimados com o objetivo de identificar ramos suspeitos com erros de parâmetros que serão então estimados; por outro lado, os métodos com o vetor das variáveis de estado aumentado para incluir os parâmetros de LT como variáveis independentes no conjunto de equações a ser resolvido (ZARCO; EXPOSITO, 2000). Para qualquer tipo de método, o algoritmo EPLT é realizado *offline* e requer um grande número de medições redundantes em instantes de tempo específicos. Neste caso as medições podem ser de tensão, corrente e/ou fluxo de potência nos terminais da LT. Os métodos de EPLT que procuram aprimorar os resultados da SE, são métodos para sistemas de transmissão com vários ramais. Portanto, a redundância e o espaçamento de tempo entre as medições são de suma importância para a SE, sendo que os estados irão variar conforme o fluxo de potência nos ramais vizinhos e por sua vez influenciar a EPLT.

Os métodos que estimam e/ou corrigem os parâmetros de LT mediante os métodos baseados na análise residual, partem de conhecer uma quantidade de estados previamente estimados. Ou seja, que o método aproveita os resultados fornecidos previamente pela metodologia de SE preferida em um instante de tempo específico. Estes resultados previamente obtidos serão referidos como *snapshots* da SE. Somente após a SE e baseados em uma série de *snapshots* da SE desta é que a metodologia para a EPLT é implementada; por conseguinte são conhecidos como método pós SE e não modificam a técnica de SE. Esses métodos analisam os estados previamente calculados para diferentes instantes de tempo e distinguem linhas de pouca confiabilidade para as quais a metodologia EPLT é implementada.

Liu, Wu e Lun (1992) propuseram um algoritmo EPLT de duas etapas baseado na análise de sensibilidade residual a partir de estados consecutivos previamente estimados. O vetor residual e os erros nos parâmetros de LT se relacionam mediante formulações apropriadas de Equações Normais (NE-*Normal Equations*) ou mesmo de Equações Normais e Restrições (NE/C- *Normal Equations with Constraints*). Esta metodologia é também implementada para a identificação da pior LT dentro de uma rede elétrica por Kusic e Garrison (2004) e mais tarde

por Kusic e Reed (2006). Estes representaram a LT pelo circuito π , usando as medições fornecidas pelo sistema de controle supervisorio e aquisição de dados (SCADA- *Supervisory Control and Data Acquisition*), implementaram um método iterativo para identificar os erros tanto nas medições quanto nos parâmetros de LT.

Por outra parte Meza, Souza e Coutto Filho (2009) estabeleceram um método de EPLT também baseado na identificação de linhas suspeitas de conter parâmetros de LT errôneos, mediante a análise do vetor residual nos resultados de consecutivas SE. Os autores utilizam as NE/C propostas para SE e as usa para resolver o problema EPLT para as suspeitosas como um problema de otimização restrito a ser resolvido por métodos meta-heurísticas, particularmente o algoritmo genético (GA- *Genetic Algorithm*).

No caso dos métodos de EPLT mediante o aumento do vetor das variáveis de estado, a metodologia de SE é modificada para incluir como incógnitas no problema de SE os parâmetros de LT. Neste caso, a EPLT é feita simultaneamente com a SE e é referido como estimador de estados/parâmetros. Este método de estimação não está limitado unicamente aos parâmetros de LT também podem ser estimados outros parâmetros do sistema, como de transformadores.

Debs (1974) investigou algoritmos *offline* para EPLT tanto para o modelo de rede interna e redes equivalentes externas para melhorar os resultados de SE. O autor usou as medições de fluxo de potência e tensão nos ramais como entrada para os modelos de SE estáticos e dinâmicos, considerou os parâmetros de LT constante ao longo do tempo e modelou as variáveis de estado como processos de Markov. Uma técnica conhecida como filtro de Kalman é implementada para resolver esses modelos e gerar os *snapshots* de SE para modelos internos e externos de tal forma que os parâmetros de LT sejam obtidos. Os *snapshots* SE se referem às tensões e ângulos de fase calculados para todos os ramais nos sistemas de transmissão. Logo, Slutsker, Mokhatari e Clements (1996) modificaram o algoritmo recursivo EPLT proposto por Debs, para permitir soluções *online*, calculando uma estimativa de máxima verossimilhança (MLE-*Maximum Likelihood Estimation*) com base em uma função de densidade de probabilidade.

Castillo, London e Bretas (2008) sugeriram um algoritmo EPLT aumentando o vetor de estado e construíram um estimador de estados/parâmetros. Esse estimador é executado *offline* a partir de vários *snapshots* de SE consecutivos, de fato, uma alta redundância dessas medições permite que os parâmetros sejam considerados constantes durante esse período de tempo. Os parâmetros longitudinais de LT são incluídos no vetor de estado como variáveis para as NE

especificadas e um algoritmo EPLT de dois passos é inserido no processo de estimação. No entanto, o estimador de estados/parâmetros funciona de forma dissociada e independente em virtude da formulação do problema e do método iterativo escolhido.

Olarte e Diaz (2008) propuseram um estimador de estado/parâmetro no qual os parâmetros são estimados usando as medições de tensão e potência obtida pelo SCADA e aumentando o vetor de variável de estado com os parâmetros de LT. Portanto, o algoritmo de EPLT se torna parte do procedimento SE e é feito sistematicamente, resolvendo uma função não-linear mediante os estados quanto as variáveis de parâmetro estão relacionadas. Os autores, também, afirmam que o algoritmo EPLT pode ser usado independentemente e que os resultados do SE podem ser desconsiderados para todos os propósitos, com a exceção de verificar a convergência do método e assegurar a relevância física da solução. Olarte, Borda e Diaz (2009) modificaram o algoritmo anterior para que os parâmetros de LT possa ser estimado usando medições de fasores de I&V (usando PMU), com este propósito é criado um sistema de energia artificial composto por uma LT fictícia e idêntica para cada conjunto de medições. Cada LT fictícia é representada por um único circuito π para relacionar os parâmetros de LT com as partes real e imaginária desses fasores de I&V. Ainda mais, os autores estendem o método para a estimação de parâmetros distribuídos para linhas longas.

Ozdemir e Gol (2015) propuseram um método de estimação de parâmetros local usando estados SE imparciais e medidas de I&V tomadas por uma única PMU; em outras palavras, em um único terminal. O problema EPLT é formulado a partir das relações reais e imaginárias entre as medições I&V obtidas do PMU (e a representação da LT por um circuito- π). Essas relações devem ser incluídas na função não linear do SE e resolvidas com um estimador de valor absoluto mínimo (*LAV-Least Absolute Value*). Min *et al.* (2010) usaram o estimador estados/parâmetros considerando um vetor de estado aumentado com os parâmetros de LT como variáveis; a função objetivo para este estimador inclui um termo de correção para os parâmetros de LT armazenados e é modificada para resolver a relação não-linear complexa entre os parâmetros, estados e medições. Para estimar os parâmetros com base nessa função objetivo é utilizado um algoritmo meta-heurística híbrido conhecido como GATS (*Genetic Algorithm Tabu Search*).

Os métodos de EPLT que buscam aprimorar os resultados da SE, são métodos para sistemas de transmissão com vários ramais; portanto a redundância e o espaçamento de tempo entre as medições são de suma importância para a SE, sendo que os *snapshot* de SE irão variar conforme o fluxo de potência nos ramais vizinhos e a sua vez influenciar a EPLT. Além disso,

esses métodos são limitados as aplicações *offline* ao pré-processamento dos dados em ambos casos.

Nos últimos dez anos os métodos de EPLT têm sido desenvolvidos para melhorar a estimação de distância à falta e operação de relês, mas também para monitorar a catenária e temperatura dos condutores, controlar o fluxo de potência e a estabilidade do sistema. Esses métodos apoiam-se na precisão e sincronização das medições de I&V pelos dispositivos como PMU, SCADA, entre outros. Adicionalmente, esses métodos dedicam bastante esforço computacional no processamento dos sinais de I&V e na maioria dos casos somente conseguem estimar os parâmetros de sequência positiva seja por matrizes de decomposição conhecidas, ou simplesmente considerando o sistema como balanceado. Alguns autores propõem considerar o problema da EPLT como um problema de otimização.

Kurokawa *et al.* (2005-2006) apresentaram um algoritmo EPLT utilizando o modelo a parâmetros distribuídos da LT e a teoria decomposição modal. O método consiste em transformar as medições de I&V para o domínio modal usando uma matriz de transformação conhecida. No domínio modal a constante de propagação e impedância característica para cada modo são calculados a partir das impedâncias equivalentes para quando o terminal receptor é um circuito aberto e circuito curto. A partir desses parâmetros modais são calculadas a impedância e admitância modal; logo, a impedância modal e a admitância são convertidas ao domínio de fase, auxiliados pela transformação modal inversa. Kurokawa, Pissolato e Prado (2006) usaram um método análogo, embora preferiram estimar a admitância e a impedância modal representando a linha com parâmetros concentrados. Os autores apresentam adicionalmente as relações entre a impedância modal e a admitância e as medições do I&V no domínio modal quando a LT é representada com um único circuito- π e por uma cascata de dois circuitos- π .

Liao (2007) e Liao e Kezunovic (2009) desenvolveram um algoritmo EPLT para a estimativa da sequência positiva TLP de várias medições fasoriais sincronizadas de I&V em regime permanente. Liao (2010) e Du e Liao (2011) ampliaram o método de EPLT para redes elétricas com vários ramais mantendo um reduzido número de PMU instaladas; além disso, para atender a essa redução dos dispositivos de medição, as redes são divididas em sub-redes com uma das seis topologias especificadas. Um algoritmo EPLT específico é executado estabelecendo um conjunto específico de equações não lineares redundantes com base no modelo de parâmetro distribuído para cada sub-rede.

Hu e Chen (2008) apresentaram uma técnica para EPLT para LT paralelas considerando a presença de indutâncias mútuas entre as linhas e conhecendo as medições de I&V nos terminais das linhas. A técnica proposta assume linhas transpostas e transforma suas impedâncias e medições de I&V para o domínio modal. No domínio modal, as equações diferenciais da linha de transmissão das duas linhas acopladas são resolvidas usando dois conjuntos de dados amostrados; subsequentemente, os parâmetros modais estimados são primeiro transformados para o domínio de fase usando a transformação inversa de Karrenbauer, a partir da qual as impedâncias mútuas da sequência são obtidas. Este método pode ser usado tanto no estado estacionário como transitório, modificado para qualquer número de linhas com impedâncias mútuas e para considerando a capacitância distribuída.

Shi *et al.* (2008) expõem quatro algoritmos para estimar os parâmetros de LT a partir de medições de I&V fornecidas pelo PMU, mesmo contendo ruído nas medições. Os métodos são baseados em dois conjuntos principais de equações: um baseado na representação do circuito- π e as equações nodais para esse circuito; o outro baseado no modelo a parâmetros distribuídos mais especificamente a representação da LT parâmetro da cadeia ABCD.

Bi *et al.* (2008) construiu um conjunto de equações para obter a impedância e admitância de uma LT a partir de medições de I&V disponíveis tais como PMU ou *Wide Area Measurement System* (WAMS) e as relações de I&V devido à representação da LT como único π -circuito. Consequentemente, o sistema indeterminado de equações contendo é resolvido usando o amplamente conhecido método LS. Os autores também estabelecem que os parâmetros concentrados estimados devem ser convertidos em parâmetros distribuídos. Os autores estabelecem adicionalmente uma relação entre os parâmetros de LT e a catenária do condutor, para permitir a identificação e a notificação de condições anormais.

Schulze e Schegner (2009), Stachel (2009), e Zivanovic (2011) apresentam um método para EPLT usando o método LS e fasores variáveis no tempo para TL não-transpostos. O método consiste em representar uma LT trifásica como três seções acopladas e definir as relações das matrizes de impedância e admitância com os fasores variáveis no tempo obtidos dos relés em cada terminal de linha. Asti *et al.* (2012) e Rivera, Costa e Kurokawa(2014) usaram esse método de EPLT no domínio de tempo para avaliar o efeito da representação da LT a parâmetros concentrados para diferentes comprimentos de linha monofásica.

Dan e Raisz (2011) apresentaram um método de longo prazo para estimar a sequência parâmetros de LT resolvendo um problema de otimização que compara as medições reais de

I&V para cada fase nos terminais da linha com as medições de I&V simuladas de cada fase obtida usando o modelo de circuito- π . Dasgupta e Soman (2013) propuseram um método que usa amostras de fasores de I&V obtida pelo PMU e a representação da linha a parâmetros concentrados. O método usa a Lei de Correntes de Kirchoff (KCL) para relacionar os parâmetros de LT a cada amostra de I&V. Tanto as amostras fasoriais como a equação KCL são separadas em seus componentes reais e imaginários, formando um conjunto de equações reais indeterminadas. A partir desse conjunto de equações, os parâmetros de LT pode ser estimado pela abordagem de equação normal usando o método TLS ou LS.

Rubessa, Kirincic e Skok (2014) propuseram um método EPLT (concentrado e distribuído) usando medições I&V de dispositivos de PMU e a representação da linha por um circuito- π . Eles representam uma linha trifásica simétrica e balanceada por uma linha monofásica, limitando o EPLT aos parâmetros de sequência positiva. Os parâmetros concentrados estimados são transformados em parâmetro distribuído pela relação entre a constante de propagação e a impedância característica com os elementos do circuito- π . Por outro lado, Vicol (2014) usou o WLS para estimar os parâmetros de LT a partir da relação entre os fasores medidos em cada fases e os elementos das matrizes de admitância e impedância estabelecidas em uma representação de circuito- π para cada fase. O conjunto de equações é separado em equações reais e imaginárias.

Além disso, Sivanagaraju, Chakrabarti e Srivastava (2014) apresentaram um algoritmo EPLT para parâmetros concentrados e distribuídos tanto para medições sincronizadas e não sincronizadas (PMU e SCADA). Davis *et al.* (2013) usaram medições de potência e tensão registradas pelo SCADA e as equações de fluxo e perdas de potência ativa e reativa do sistema de transmissão para estimar os parâmetros de LT. O método usa medições consecutivas para permitir a estimativa do ângulo variável no tempo, portanto, os parâmetros de LT é considerado constante ao longo desse período de tempo.

Autores como Costa e Kurokawa (2015) introduziram uma metodologia de domínio híbrido (fases e modal) para estimar parâmetros de linhas de transmissão no domínio de fase, como proposto por Schulze, Schegner e Zivanovic (2011); e no domínio modal usando a matriz de decomposição modal proposta por Clarke. A única restrição a esta nova metodologia é que nenhum componente de alta frequência está presente nas medições de I&V, já que o algoritmo de processamento de sinal foi suprimido. Os autores sugerem que a combinação desses dois métodos fornecerá resultados muito precisos e confiáveis.

Mousavi-Seyedi, Amnifar, e Afsharnia (2015) propuseram um método de EPLT usando tipos mistos de dispositivos para coleta de dados, como PMUs e SCADA, para duas ou três terminais de linha. Um algoritmo de erro quadrático mínimo ponderado não linear (NWLS-*Nonlinear Weighted Least Square*) é implementado para o MLE dos parâmetros de sequência positiva concentrados e distribuídos usando os fasores de tensão e corrente para várias condições de fluxo de potência nos terminais de linha. Em Mousavi-Seyedi, Amnifar, e Afsharnia (2016) estenderam o algoritmo EPLT para linhas de transmissão compensadas e não-transpostas, representando também a linha de transmissão como um circuito π e resolvendo os modelos derivados da leis de corrente e tensões de Kirchoffs.

Em 2015 e 2017 Asprou e Kyriakides propuseram também um método EPLT que funciona com diferentes tipos de medições; nesse caso, as medições de PMU no terminal emissor e os estados estimados formam um híbrido SE no terminal receptor. Um único par de equações são formadas relacionando os fasores de corrente no terminal emissor aos fasores de tensão em ambos terminais da linha para cada *snapshot* de medições. O sistema indeterminado de equações é, em seguida, resolvido usando o método LS.

Gajare, Pradhan e Terzija (2017) desenvolveram um algoritmo EPLT baseado na decomposição modal e na teoria das ondas viajantes para LT compensadas. O método consiste em transformar as medições de I&V de Dispositivos Eletrônicos Inteligentes (IED- *Intelligent Electronic Devices*) no domínio do tempo ao domínio modal para calcular a constante de propagação de um sistema em falta (devido a distúrbios internos ou externos). Nesse ponto, a resistência e a impedância característica podem ser calculadas usando a teoria das ondas viajantes, essas relações não-lineares são resolvidas usando o método NR. Finalmente, os valores de indutância e capacitância da linha podem ser calculados com base nos valores da constante de propagação e da impedância característica. A transformação modal inversa é usada para estimar os parâmetros no domínio das fases, empregando a transformação de Clarke.

Gurusinghe e Rajapakse (2017) propuseram dois novos algoritmos *online* para EPLT usando medições de PMU e com base nos modelos LT concentrados e distribuídos. O algoritmo consiste em resolver, com uma versão linearizada do método dos mínimos quadrados, o sistema de equações reais e imaginárias proposto para cada modelo de LT.

Ritzmann *et al.*(2016) propuseram um método para correção de parâmetros de LT considerando a presença de erros sistemáticos nas medidas de I&V do PMU. Primeiro, a estimativa de fatores de correção constantes e funções de ajuste para modelar corretamente as

medidas de I&V com viés; esta estimativa é executada usando técnicas de otimização mais especificamente o método de ponto interior. Finalmente, o TLP é calculado a partir da impedância e admitância do modelo das relações e das medições corrigidas de I&V usando o método LS.

Em Li (2017), abordou o problema de EPLT projetando um modelo de estimativa capaz de minimizar o erro relativo do desvio padrão (*RDS-Relative Standard Deviation*) dos parâmetros de LT em vez de seu erro absoluto. O modelo multiponto incorpora um esquema de seleção de dados adaptativa para permitir que EPLT seja feito usando as medições de magnitude SCADA e WAMS (V, I, P & Q). O método iterativo de Newton-Raphson (NR) é escolhido para minimizar o RDS dos dados medidos para janelas de tempo sucessivas.

1.2 OBJETIVO DA TESE

Neste trabalho apresenta-se um método para estimar os parâmetros das linhas de transmissão a partir das correntes e tensões nos terminais usando a teoria da decomposição modal. Rivera (2014) apontou que não é possível implementar o método proposto usando a teoria dos modos exatos, sendo que para realizar a transformação ao modos deve-se conhecer a matriz de autovetores para a matriz produto de impedância e admitância da linha de transmissão, que por sua vez dependem da frequência. Rivera (2014) ainda propôs resolver este problema usando a matriz de Clarke como matriz de transformação que oferece para linhas de transmissão trifásicas com simetria vertical, resultados satisfatórios.

Para superar o impasse descrito por Rivera (2014), propõe-se um sistema de equações em função dos elementos da matriz de transformação e das matrizes de impedância e admitância da linha, $[Z]$ e $[Y]$, respectivamente. Este trabalho parte da premissa que uma linha de transmissão polifásica de n fases pode ser desacoplada em n modos e que cada modo pode ser analisado como um sistema monofásico; porém, deve-se conhecer a matriz de transformação formada pelos autovetores do produto $[Z][Y]$, mas os elementos dessas matrizes $[Z]$ e $[Y]$ são as variáveis a serem estimadas. Portanto, é possível obter um sistema de equações não lineares consistente e determinado com solução única através da utilização das relações fase-modo, as relações de correntes e tensões do modelo a parâmetros concentrados para cada modo de propagação e as definições da álgebra linear. Com a resolução desse sistema é possível estimar os parâmetros com o conhecimento somente das grandezas fasoriais nos terminais da linha de

transmissão; ou seja, mesmo desconhecendo tanto as matrizes $[Z]$ e $[Y]$ quanto a matriz de transformação $[T_v]$ é possível encontrar a solução do sistema. Dado que a solução do sistema terá como resultado valores concentrados, estes podem ser transformados a valores distribuídos mediante relações de equivalências entre ambos modelos.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

Este trabalho se divide da seguinte forma: no capítulo 2 será feita uma descrição dos parâmetros de linhas de transmissão, primeiramente apresentando a definição e o cálculo de cada elemento em torno dos fenômenos eletromagnéticos presentes no transporte de energia em um cabo condutor. Também se apresenta a análise de sensibilidade dos parâmetros à frequência.

No capítulo 3 apresenta-se a teoria de linha de transmissão e as relações entre as correntes e tensões nos terminais para linhas monofásicas e polifásicas.

No capítulo 4 mostra-se uma metodologia alternativa para a estimação de parâmetros de linhas de transmissão a partir das correntes e tensões em seus terminais. Essa metodologia usa a técnica de decomposição modal, mas considera que os elementos da matriz de decomposição modal são incógnitos. Neste capítulo expõe-se o sistema de equações que irá ser resolvido para se obter os parâmetros de linha de transmissão a partir dos fasores nos terminais da linha (valores conhecidos), a matriz de transformação $[T_v]$ e as matrizes $[Z]$ e $[Y]$ (essas últimas a ser compostas por valores desconhecidos). Além de indicar o método numérico Newton-Raphson para resolver o sistema de equações proposto para uma linha trifásica genérica e outro para transformar os resultados dos parâmetros concentrados fornecidos pelo NR a parâmetros distribuídos.

No capítulo 5, apresenta-se uma aplicação da metodologia proposta para a estimação de parâmetros de linha de transmissão genérica; especificam-se os testes realizados e os critérios utilizados para implementar o método de Newton para solucionar o sistema de equações não linear proposto. Finalmente mostra-se os resultados obtidos para os parâmetros estimados, mediante a comparação dos valores de referência e o cálculo do erro relativo de cada parâmetro estimado.

No capítulo 6, expõem-se as conclusões da análise dos resultados dos testes realizados com metodologia proposta e sugestões de pesquisas para o futuro.

2 PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREA

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se os procedimentos para o cálculo de cada parâmetro para uma linha de transmissão polifásica. Explica-se em detalhe os fenômenos eletromagnéticos que ocorrem dentro dos cabos condutores quando são percorridos por uma corrente alternada como efeito pelicular, efeito do solo e o efeito corona. Estes fenômenos determinam o valor dos parâmetros e devem ser representados matematicamente para o cálculo dos parâmetros de linhas de transmissão.

Os parâmetros das linhas de transmissão são:

1. Resistência-(R)
2. Condutância-(G)
3. Indutância-(L)
4. Capacitância-(C)

A resistência representa a dissipação de energia (perdas) nos cabos condutores devido à conversão de energia elétrica e magnética em calor. A condutância denota as perdas nas linhas de transmissão devido à fuga de corrente pelos condutores e o solo (efeito corona). A indutância resulta do campo magnético e a capacitância do campo elétrico entre o condutor e com os condutores vizinhos e solo.

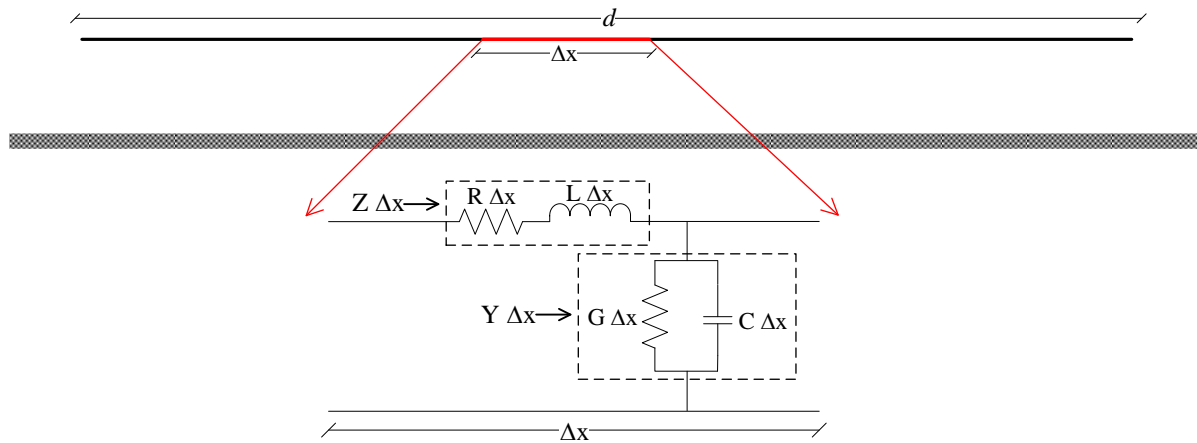
O estudo e conhecimento dos parâmetros de linhas de transmissão em um sistema de potência ajudam a ajustar propriamente os sistemas de proteção, realizar com precisão a regulação de tensão e localização das faltas, além de ajudar o operador de despacho no controle do fluxo de potência e tensões.

2.2 PARÂMETROS DE LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA

Considere uma linha de transmissão monofásica de comprimento d , os parâmetros podem ser modelados para um segmento diferencial de comprimento da linha (Δx) como elementos concentrados mostrados na Figura 1. Nesta figura, os parâmetros são concentrados nos

respetivos elementos de circuitos para um diferencial de comprimento; porém, na realidade (e quando calculados) estes são distribuídos ao longo da linha.

Figura 1- Segmento diferencial de comprimento Δx para uma LT.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

A indutância e resistência estão distribuídas uniformemente ao longo do comprimento da linha como elementos longitudinais que provocam uma queda de tensão ao longo da linha. A capacitância e a condutância também estão distribuídas uniformemente no comprimento da linha como elementos transversais que admitem uma fuga de corrente entre os condutores e o solo. A soma da resistência e indutância por unidade de comprimento formam a impedância longitudinal (Z) ou impedância em série. A soma da condutância e capacitância por unidade de comprimento entre o condutor e os outros condutores ou solo formam a admitância transversal (Y) ou admitância em derivação.

2.3 IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL

A impedância longitudinal, expressada em (1), é responsável pela queda de tensão ao longo de uma LT (GLOVER; SARMA; OVERBYE, 2012), na qual os parâmetros longitudinais são função da frequência de operação do sistema ω (em rad/s), expressa em (2), (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005).

$$Z(\omega) = R(\omega) + j\omega L(\omega) \quad (1)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (2)$$

Em (1) define-se $Z(\omega)$ como a impedância longitudinal por unidade de comprimento em Ω/km , $R(\omega)$ como a resistência por unidade de comprimento (em Ω/km), e $L(\omega)$ como a indutância por unidade de comprimento (em H/km) como mostrado na Figura 1.

Considerando uma linha polifásica genérica, o cálculo da impedância em (1) deve-se reescrever na forma matricial como (3):

$$[Z(\omega)] = [R(\omega)] + j\omega[L(\omega)] \quad (3)$$

Na equação (3) as matrizes da resistência $[R(\omega)]$, indutância $[L(\omega)]$, impedância longitudinal $[Z(\omega)]$, em (3), são definidas como matrizes de ordem n (no qual n é o número de fases na LT) em (4)-(6):

$$[R(\omega)] = \begin{bmatrix} R_{11}(\omega) & R_{12}(\omega) & \cdots & R_{1n}(\omega) \\ R_{21}(\omega) & R_{22}(\omega) & \vdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ R_{n1}(\omega) & R_{n2}(\omega) & \vdots & R_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[L(\omega)] = \begin{bmatrix} L_{11}(\omega) & L_{12}(\omega) & \cdots & L_{1n}(\omega) \\ L_{21}(\omega) & L_{22}(\omega) & \vdots & L_{2n}(\omega) \\ \vdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ L_{n1}(\omega) & L_{n2}(\omega) & \vdots & L_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[Z(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{11}(\omega) & Z_{12}(\omega) & \cdots & Z_{1n}(\omega) \\ Z_{21}(\omega) & Z_{22}(\omega) & \vdots & Z_{2n}(\omega) \\ \vdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ Z_{n1}(\omega) & Z_{n2}(\omega) & \vdots & Z_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \quad (6)$$

A matriz de resistência, em (4), é calculada considerando-se as dimensões geométricas (tipo, tamanho, encordoamento, área transversal), as propriedades intrínsecas do condutor (resistividade, temperatura) e características da corrente que circula no mesmo (frequência e magnitude). Cada um destes fatores influenciam o valor da resistência, i.e. o encordoamento de condutores modifica o comprimento do mesmo em um 1% ou 2% alterando o valor da resistência proporcionalmente ao comprimento (STEVENSON, 1955).

A resistência depende da frequência e da magnitude de corrente: sendo que se a frequência aumenta, a resistência no condutor aumenta; se a frequência diminui a resistência diminui (GONEN, 1988; GLOVER; SARMA; OVERBYE, 2012). Por conseguinte, a matriz da resistência resulta da soma das componentes dos fenômenos presentes devido à alternatividade

da corrente (efeito pelicular e solo) que dependem da frequência e influenciam o valor da resistência nos cabos condutores em cada fase. Em (4) cada elemento próprio (na diagonal, índice ii) é calculado como a soma da resistência interna devida ao efeito pelicular e do solo; cada elemento mútuo (fora da diagonal, índice ij) é calculado somente considerando o efeito solo (PAUL, 2008).

A indutância é calculada da relação entre a tensão induzida pela variação de fluxo magnético e a taxa de variação da corrente e quantifica a energia armazenada no campo magnético por unidade de corrente (STEVENSON, 1955; CHIPMAN, 1968). A indutância externa de um condutor de raio r , que conduz uma corrente alternada, a partir do centro do condutor até um ponto no espaço a uma distância d fora do condutor, será:

$$L_{ext} = 2 \times 10^{-7} \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad (7)$$

Pode-se modificar (7) para incluir o valor da indutância interna, substituindo r por r' em que r' é um raio de um condutor fictício definido em (8):

$$r' = e^{-1/4} r \quad (8)$$

Para o cálculo da matriz da indutância, em (5), cada elemento próprio (índice ii) é calculado como a soma da indutância interna e a indutância devida ao efeito pelicular; os elementos mútuos (índice ij) são calculados considerando a indutância mútua entre condutores vizinhos incluindo o efeito solo.

Do anterior pode-se inferir que impedância longitudinal é composta por: uma componente de impedância interna, providente do campo magnético no interior do condutor; uma componente de impedância externa, devida ao campo magnético entre os condutores e o solo; e uma componente de correção, devida ao efeito do solo gerada pelo campo magnético do solo quando corrente retorna através dele, de acordo com (9):

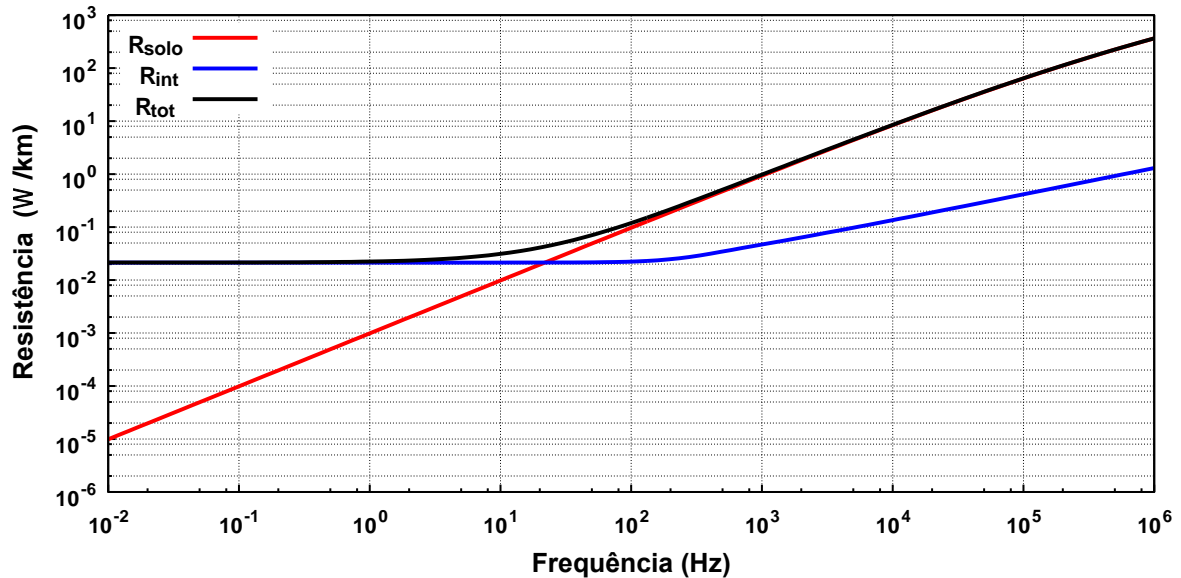
$$Z(\omega) = Z_{int}(\omega) + Z_{ext}(\omega) + Z_{solo}(\omega) \quad (9)$$

Em (9), $Z_{int}(\omega)$ representa a impedância interna, $Z_{ext}(\omega)$ representa a impedância externa, e $Z_{solo}(\omega)$ a componente devida ao efeito de retorno pelo solo da corrente, todas (em Ω/km). Todos estes componentes são função da frequência; portanto, cada parâmetro longitudinal varia com a frequência como expresso em (3).

O comportamento de cada um destes componentes assim como do parâmetro total com respeito à variação da frequência é apresentado na Figura 2 para a resistência e na Figura 3 para

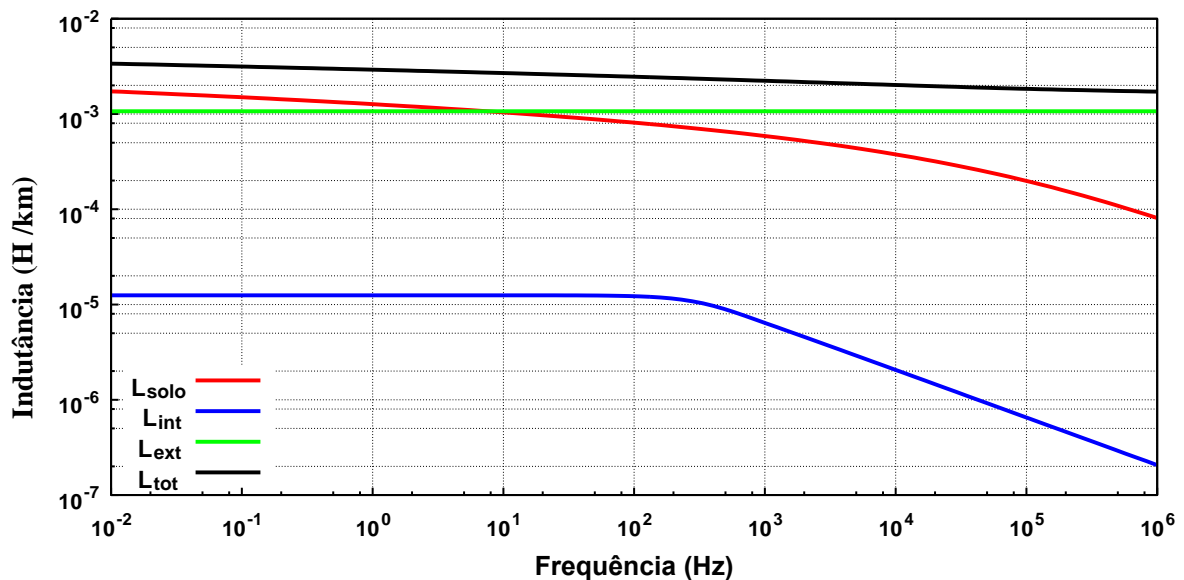
a indutância; o procedimento para o cálculo de cada componente será apresentado nas seguintes seções.

Figura 2 - Resistência em função da frequência



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 3 - Indutância em função da frequência



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Na Figura 2, a resistência total e de cada componente (solo e interna) incrementa conforme o aumento da frequência. Ao comparar o comportamento da componente devido ao efeito de retorno pelo solo e a componente interna, fica evidente que para baixas frequências o componente devido ao efeito de retorno pelo solo é muito maior que a componente interna.

No entanto, na Figura 3 apresenta-se que o comportamento indutância total, assim como de cada componente, tende a decrescer conforme a frequência cresce, excetuando a componente externa que varia uniformemente com a frequência e mantém-se constante. Ao comparar a componente devido ao efeito de retorno pelo solo com a componente interna, observa-se que para altas frequências a componente devido ao efeito de retorno pelo solo é muito maior que a componente interna. Para concluir pode-se dizer que, tanto a resistência total quanto a indutância total em baixa frequência seguem o comportamento da componente devido ao efeito de retorno pelo solo.

2.3.1 Impedância Interna $Z_{int}(\omega)$

Para linhas de n fases e n condutores, considerando um único condutor por fase, escreve-se a matriz de impedância interna $[Z_{int}(\omega)]$ como (10):

$$[Z_{int}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{int(11)}(\omega) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{int(22)}(\omega) & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & Z_{int(m)}(\omega) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Note-se que a matriz em (10) é uma matriz diagonal, porque essa impedância tal qual o nome indica carece de componentes mútuos já que sua presença se limita ao interior de cada condutor. A matriz de impedância interna resulta da soma das matrizes de resistência e reatância indutiva, mostrada em (11). Estas matrizes dependem do efeito pelicular e da frequência de operação do sistema (CARVALHO, 2007):

$$[Z_{int}(\omega)] = [R_{int}(\omega)] + j\omega[L_{int}(\omega)] \quad (11)$$

Logo, para calcular integralmente a impedância interna de um condutor cilíndrico sólido ou tubular deve-se computar o efeito pelicular (*skin effect*).

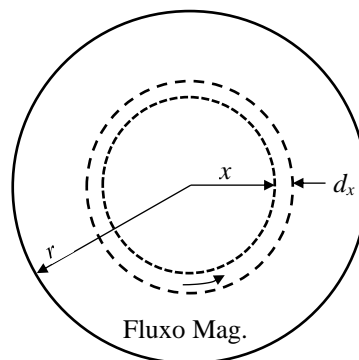
Uma corrente alternada provoca um campo magnético variante com o tempo, que por sua vez gera uma distribuição de corrente não uniforme, este fenômeno se denomina como efeito pelicular (MINGLI; YU, 2004). Este fenômeno explica o comportamento do campo magnético devido à corrente alternada que percorre um condutor e relaciona a densidade de corrente com o fluxo magnético concatenado dentro do condutor. Em outras palavras, o efeito pelicular explica o porquê do fenômeno em que a densidade de corrente cresce do interior para a

superfície, ou seja, que a densidade de corrente na superfície é maior que no centro do condutor (STEVENSON, 1955; GONEN, 1988).

O fenômeno do efeito pelicular deve-se a que a corrente alternada percorrendo o condutor permite um fluxo magnético irregular no interior do condutor. Nesse sentido se considera que o condutor sólido ou tubular é composto por n fios finos eletricamente em paralelo, que não necessariamente conduzem a mesma parcela de corrente e que estão concatenados pelo campo magnético dentro do condutor. A alternatividade da corrente permite um fluxo magnético variável, no qual o mesmo é menor nos fios próximos à superfície do condutor do que nos fios no centro do condutor. Portanto, a impedância de um fio no centro deverá ser maior que a na superfície, dado que esses estão concatenados por mais linhas concêntricas de campo magnético. Sendo que os fios em um condutor estão encordoados em paralelo, a queda de tensão em cada fio será constante, desde que se admite que a parcela de corrente que percorre cada fio não seja a mesma entre os fios. Conclui-se que a densidade de corrente no condutor não é uniforme e menor no centro do condutor, pois tem maior impedância (WOODRUFF, 1938; STEVENSON, 1955).

Com base ao explicado, percebe-se a necessidade de encontrar uma expressão para modelar o comportamento da densidade de corrente (J) no interior do condutor sólido, como mostrado na Figura 4.

Figura 4 - Seção transversal de um condutor sólido de raio r .



Fonte: Adaptado de Stevenson (1955)

A Figura 4 mostra a direção do fluxo magnético dentro de um condutor devido a corrente alternada que percorre no mesmo. A intensidade deste fluxo é calculada a partir da quantidade de corrente encerrada pelo raio x . Sendo que esse fluxo magnético induz a mesma queda de tensão para qualquer superfície concêntrica de raio x , a quantidade de densidade de corrente do centro até uma superfície de raio x , J_x , é dada pela equação diferencial geral de segundo ordem na forma de equação de Bessel em (12) (WOODRUFF, 1938; STEVENSON, 1955):

$$\frac{dJ_x^2}{d^2x} + \frac{1}{x} \frac{dJ_x}{dx} - \frac{j\omega\mu}{\rho} J_x = 0 \quad (12)$$

No qual, x indica a distância do centro do condutor a uma superfície equipotencial (em m), r é o raio do condutor (em m), j é a unidade imaginária, ρ é a resistividade conhecida do material condutor (em Ω/m), ω é a frequência angular de operação (em rad/s) e μ é a permeabilidade do condutor (em H/m).

Por conveniência pode-se reescrever (12) como (13) onde o coeficiente de J_x é substituído por n^2 :

$$\frac{dJ_x^2}{d^2x} + \frac{1}{x} \frac{dJ_x}{dx} + n^2 J_x = 0 \quad (13)$$

A solução deste tipo de equação está dada por uma serie infinita, conhecida como função de Bessel de ordem zero para um coeficiente real associado a J_x ; não obstante, esse coeficiente em (13) é n^2 . Dado que n é imaginário, se redefine n como em função de m , uma grandeza real em (14) (WOODRUFF, 1938):

$$n = jm\sqrt{j} \quad (14)$$

Sendo m , definido por (15), como uma grandeza real em função da frequência angular ω (em rad/s), resistividade do condutor, ρ (em Ω/m) e permeabilidade magnética μ do meio (em H/m) definida por sua vez pelo produto entre a permeabilidade do vácuo μ_0 e relativa μ_r do meio (μ_r do ar é 1 e μ_0 é $4\pi \times 10^{-7}$ (em H/m)).

$$m = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\rho}} \quad (15)$$

Desta maneira pode-se escrever uma solução para (13) como uma combinação das funções de Bessel (real e imaginária) e a densidade de corrente na superfície do condutor de raio r , J_r , está definida em (16) (WOODRUFF, 1938):

$$J_x = J_r \frac{ber(mx) + jbei(mx)}{ber(mr) + jbei(mr)} \quad (16)$$

No qual, ber e bei são abreviações de “Bessel real” e “Bessel imaginário”, respectivamente e representam a serie infinita definida a seguir em (17)-(18):

$$ber(mx) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{1}{2}k\pi\right)\left(\frac{mx}{2}\right)^{2k}}{(2k)!^2} \quad \text{ou} \quad ber(mx) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k\left(\frac{mx}{2}\right)^{4k}}{(2k)!^2} \quad (17)$$

$$bei(mx) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{2}k\pi\right)\left(\frac{mx}{2}\right)^{2k}}{(2k)!^2} \quad \text{ou} \quad bei(mx) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k\left(\frac{mx}{2}\right)^{4k+2}}{(2k+1)!^2} \quad (18)$$

Partindo de (16) e da definição de intensidade de fluxo magnético a corrente I na superfície do condutor é calculada em (19):

$$I = -j \frac{2\pi r}{m^2} \left(\frac{dJ_x}{dx} \right) \quad (19)$$

Substituindo em (19) a derivada da função densidade de corrente para qualquer ponto no interior do condutor J_x (16), a expressão para o cálculo da intensidade de corrente para qualquer ponto no interior do condutor é obtida e dada em (20):

$$I = \left(\frac{2\pi r J_r}{m} \right) \left(\frac{bei'(mx) - jber'(mx)}{ber(mx) + jber(mx)} \right) \quad (20)$$

Na qual, ber' e bei' refere-se às derivadas com respeito a m das funções de Bessel em (17)-(18) respectivamente, dadas em (21) e (22):

$$ber'(mx) = \frac{1}{m} \frac{d}{dx} ber(mx) \quad (21)$$

$$bei'(mx) = \frac{1}{m} \frac{d}{dx} bei(mx) \quad (22)$$

Estabelecendo a relação para modelar o comportamento não uniforme da corrente em qualquer ponto dentro do condutor, a relação de impedância interna total devido ao efeito pelicular é ser determinada como (23):

$$Z_{int} = \frac{V_{int}}{I} \quad (23)$$

No qual, V_{int} refere-se à queda de tensão interna dentro do condutor para cada superfície equipotencial definida em (24), e I representa a corrente total em uma circunferência dentro do condutor:

$$V_{int} = \rho J_r \quad (24)$$

Finalmente, a expressão para obter a impedância interna total resulta da substituição da I total (calculada a partir de (20); porém substituindo x por r) e V_{int} (como definida em (24)) em (23), resultando em (25):

$$Z_{int} = \frac{m\rho}{2\pi r} \frac{ber(mr) + jbei(mr)}{bei'(mr) - jber'(mr)} \quad (25)$$

O cálculo da impedância interna de um condutor tubular com o raio externo r e o raio interno q com retorno de corrente por um condutor externo, usa-se outra expressão baseada também nas funções de Bessel e as funções de Kelvin (MINGLI; YU, 2004):

$$Z_{int} = \frac{m\rho}{2\pi r} \frac{(ber(mr) + jbei(mr)) - \lambda(ker(mr) + jkei(mr))}{(ber'(mr) + jbei'(mr)) - \lambda(ker'(mr) + jkei'(mr))} \quad (26)$$

$$\lambda = \frac{ber'(mq) + jbei'(mq)}{ker'(mq) - jkei'(mq)} \quad (27)$$

No qual, Ker e Kei são as conhecidas funções de Kelvin e ker' e kei' são suas respectivas derivadas. As funções de Kelvin são funções de primeira espécie e ordem zero definidas como series infinitas em função das funções de Bessel mostradas em (28)-(29)(ABRAMOWITZ; STEGUN, 1972):

$$ker(mx) = -\ln\left(\frac{mx}{2}\right)ber(mx) + \frac{\pi}{4}bei(mx) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \psi(2k+1) \left(\frac{(mx)^2}{4}\right)^{2k}}{(2k)!^2} \quad (28)$$

$$kei(mx) = -\ln\left(\frac{mx}{2}\right)bei(mx) - \frac{\pi}{4}ber(mx) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \psi(2k+2) \left(\frac{(mx)^2}{4}\right)^{2k+1}}{(2k+1)!^2} \quad (29)$$

No qual, $\psi(n)$ é a função Psi (Digamma) definida por (30):

$$\psi(n) = -\gamma + \sum_{k=1}^{n-1} k^{-1} \quad (n \geq 2) \quad (30)$$

No qual, γ é a constante de Euler com valor aproximado de 0,57721 56649 01532 86060 calculado pelo limite definido em (31):

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \right) \quad (31)$$

No caso de condutores compostos com n condutores, a corrente está dividida em partes iguais entre os n subcondutores, o valor da impedância interna será $1/n$ vezes a impedância interna de um único condutor.

2.3.2 Impedância devido ao efeito solo $Z_{solo}(\omega)$

Nas linhas de transmissão aéreas os condutores estão suspensos do solo nos extremos pelas torres uma altura h , mas devido ao peso do condutor se forma uma catenária. Portanto, a altura ao longo do comprimento do condutor é variável e deve ser corrigida mediante a relação em (32):

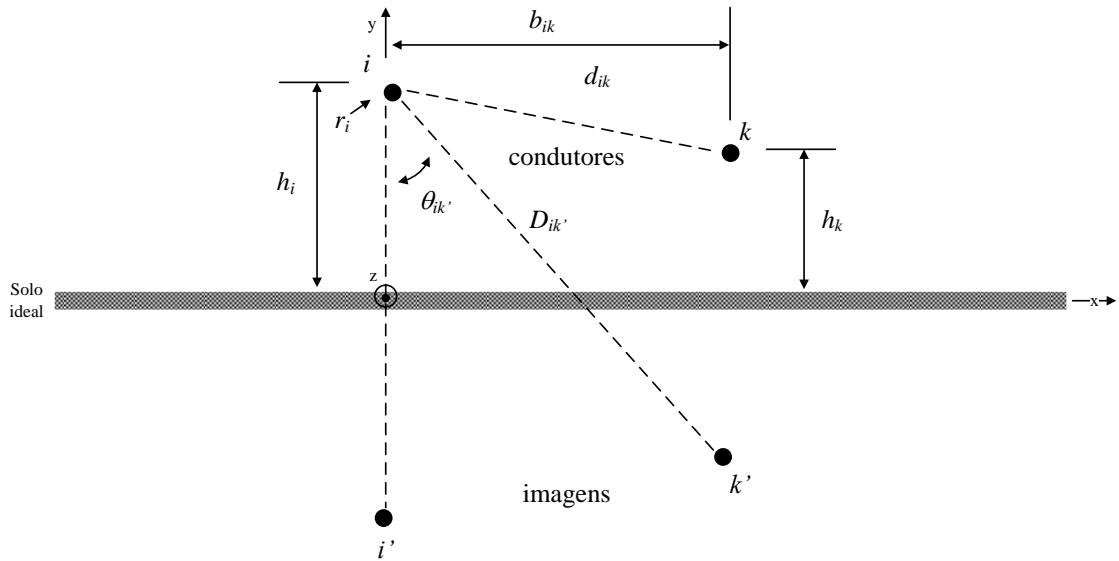
$$H_i = h_i - 0,7 fl_i \quad (32)$$

Em (32), h_i é a altura (em m) à qual estão os condutores suspensos pelas torres nos extremos, fl_i é a flecha (em m) estimada do condutor baseado nas características mecânicas dele, e H_i é a altura corrigida (em m).

A presença do solo afeta o campo elétrico da linha que a sua vez determina o valor da componente devido ao efeito de retorno pelo solo para os parâmetros longitudinais. Este efeito de retorno pelo solo é calculado por meio das equações propostas por Carson ou as propostas por Pollaczek. As últimas apresentam equações genéricas que permitem o uso delas em cabos subterrâneos, porém as primeiras oferecem menos complexidade para ser calculadas por computadores. Por isso, a seguir se descreve a análise feita por Carson (FUCHS, 1979; DOMMEL, 1986).

Carson considerou condutores paralelos ao solo, admitindo a resistividade ρ_s , permeabilidade, μ_0 , e permitividade ϵ_0 como uniforme e como condutor de extensão infinita. Carson demonstrou que as impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo são equivalentes as impedâncias para um circuito envolvendo um solo ideal mais um fator de correção. Portanto, para o cálculo do fator de correção aos parâmetros longitudinais considera-se que existe um condutor imagem à mesma profundidade que a altura do condutor sobre o solo, mostrados na Figura 5. A esse fator de correção denomina-se impedância devido ao efeito solo, Z_{solo} (STEVENSON, 1955; FUCHS, 1979; DERI *et al.*, 1981). A seguir mostra-se como são calculadas as impedâncias próprias e mútuas devido ao efeito solo para dois condutores i e k sobre um solo não ideal e suas imagens i' e k' , Figura 5.

Figura 5 - Método das imagens, condutores i e k sobre solo ideal e imagens i' e k'



Fonte: Adaptação de Hoffmann (2003)

Com o intuito de manter referência ao fator de correção devido aos condutores i e k define-se a impedância devido ao efeito solo ΔZ_{ik} em (33):

$$\Delta Z_{ik} = \Delta R_{ik} + j\Delta X_{ik} \quad (33)$$

No qual ΔR_{ik} e ΔX_{ik} referem-se à correção da parte resistiva e a correção da parte indutiva, respectivamente. Com base da Figura 5, se conhece pelo desenvolvimento de Carson (1926) que a solução para a integral infinita que calcula o valor da impedância própria e mútua para um solo ideal é uma função de Bessel de segunda espécie e primeira ordem definida por Jahnke e uma série absolutamente convergente. Dommel (1986) reescreve esta solução como uma única série e obtém ΔR_{ik} e ΔX_{ik} em função do ângulo entre os condutor i e os condutores fictícios (i' para a impedância própria e k' para a impedância mútua) e do parâmetro δ definido em (34):

$$\delta_{ik} = 4\pi\sqrt{5} \times 10^{-4} \sqrt{\frac{\omega}{2\pi\rho_s}} D_{ik} \quad (34)$$

Na qual, ρ_s representa a resistividade do solo, e $D_{ik'}$ no caso dos elementos mútuos representa a distância entre o condutor i a imagem do condutor k (em m) e para os elementos próprios representa a distância do condutor i a imagem do mesmo condutor, i' , que será duas vezes a altura do condutor i e o solo, $2h_i$ (em m).

Na Tabela 1 apresenta-se valores de resistividades típicas para tipos de solo específicos. Do parâmetro δ_{ik} fica evidente que para valores pequenos de ρ_s o parâmetro δ_{ik} tende a infinito; por conseguinte, os fatores de correção devido ao efeito solo ΔR_{ik} e ΔX_{ik} se aproximam a zero.

Tabela 1- Tipo de solos e resistividades típicas

Tipo de Solo	$\rho_s[\Omega \text{ m}]$
Água do Mar	0.01-1
Solo Pantanoso	10-100
Lama e Húmus	150-260
Terra seca	1000
Areia	50-3000
Pedregosa	300-8000
Granito	1500-10000
Pedregulho	10^7
Arenito	10^9

Fonte: Adaptado de Fuchs (1979) e Sanz, Duque e Gómez (2010)

Para os outros casos podem ser calculados os fatores de correção para a impedância longitudinal ΔR_{ik} e ΔX_{ik} a partir das seguintes equações (35)-(41):

Quando $\delta \leq 5$ tem-se:

$$\Delta R_{ik} = 4\omega \times 10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1 \delta_{ik} \cos \theta_{ik} + b_2 \left((\delta_{ik})^2 \cos 2\theta_{ik} (c_2 - \ln \delta_{ik}) + (\delta_{ik})^2 \theta_{ik} \text{sen} 2\theta_{ik} \right) + b_3 (\delta_{ik})^3 \cos 3\theta_{ik} - d_4 (\delta_{ik})^4 \cos 4\theta_{ik} + b_5 (\delta_{ik})^5 \cos \theta_{ik} + b_6 \left((\delta_{ik})^6 \cos 6\theta_{ik} (c_6 - \ln \delta_{ik}) + (\delta_{ik})^6 \theta_{ik} \text{sen} 6\theta_{ik} \right) + b_7 (\delta_{ik})^7 \cos 7\theta_{ik} - d_8 (\delta_{ik})^8 \cos 8\theta_{ik} - \dots \right\} \quad (35)$$

$$\Delta X_{ik} = 4\omega \times 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0.6159315 - \ln \delta_{ik}) + b_1 \delta_{ik} \cos \theta_{ik} - d_2 (\delta_{ik})^2 \cos 2\theta_{ik} + b_3 (\delta_{ik})^3 \cos 3\theta_{ik} - b_4 \left((\delta_{ik})^4 \cos 4\theta_{ik} (c_4 - \ln \delta_{ik}) + (\delta_{ik})^4 \theta_{ik} \text{sen} 4\theta_{ik} \right) + b_5 (\delta_{ik})^5 \cos 5\theta_{ik} - d_6 (\delta_{ik})^6 \cos 6\theta_{ik} + b_7 (\delta_{ik})^7 \cos 7\theta_{ik} - b_8 \left((\delta_{ik})^8 \cos 8\theta_{ik} (c_8 - \ln \delta_{ik}) + (\delta_{ik})^8 \theta_{ik} \text{sen} 8\theta_{ik} \right) - \dots \right\} \quad (36)$$

Os coeficientes b_i , c_i e d_i em (35) e (36) são constantes definidas a seguir como:

$$b_i = |b_i - 2| \frac{s_i}{i(i+2)} \quad (37)$$

$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \quad (38)$$

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i \quad (39)$$

Em (37)-(39), $s_i = \pm 1$, mudando após cada quatro termos começando com +1, ou seja, para $i=1,2,3,4$ $s_i=+1$, e para $i=5,6,7,8$ $s_i=-1$.

Quando $\delta > 5$ tem-se:

$$\Delta R_{ik} = \frac{4\omega \times 10^{-4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \theta_{ik}}{\delta_{ik}} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^2} + \frac{\cos 3\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^3} - 3 \frac{\cos 5\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^5} + 45 \frac{\cos 7\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^7} \right) \quad (40)$$

$$\Delta X_{ik} = \frac{4\omega \times 10^{-4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \theta_{ik}}{\delta_{ik}} - \frac{\cos 3\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^3} + 3 \frac{\cos 5\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^5} + 45 \frac{\cos 7\theta_{ik}}{(\delta_{ik})^7} \right) \quad (41)$$

A matriz de impedâncias devido ao efeito solo para um sistema de transmissão de n fases se define como (42):

$$[Z_{solo}(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{solo(11)}(\omega) & Z_{solo(12)}(\omega) & \cdots & Z_{solo(1n)}(\omega) \\ Z_{solo(21)}(\omega) & Z_{solo(22)}(\omega) & \cdots & Z_{solo(2n)}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{solo(n1)}(\omega) & Z_{solo(n2)}(\omega) & \cdots & Z_{solo(nn)}(\omega) \end{bmatrix} \quad (42)$$

Esta matriz denominada como $[Z_{solo}]$, contém os elementos próprios e mútuos calculados a partir das equações de Carson descritas em (34)-(41). A impedância pelo efeito solo em (42) varia com a frequência, como mostrado nas Figura 2-Figura 3, e pode ser definida como a soma das matrizes de resistência e indutância devido ao efeito solo em (43):

$$[Z_{solo}(\omega)] = [R_{solo}(\omega)] + j\omega [L_{solo}(\omega)] \quad (43)$$

No qual, a $[R_{solo}(\omega)]$ é formada pelos fatores de correção para a parte resistiva ΔR_{ik} e $\omega [L_{solo}(\omega)]$ é formada pelos fatores de correção para a parte indutiva ΔX_{ik} calculados pela serie infinita apontada por Dommel.

2.3.3 Impedância Externa $Z_{ext}(\omega)$

A impedância externa é resultante da interação do campo elétrico presente no meio que está envolvido (neste caso, o ar). Considerando que o condutor e a linha são ideais (sem perdas), define-se a matriz de impedância externa $[Z_{ext}]$ para uma linha polifásica como dada em (44):

$$[Z_{ext}] = j\omega[L_{ext}] \quad (44)$$

Seguindo a análise dos condutores i e k de uma linha de transmissão genérica, que está sobre um solo ideal funcionando como condutor retorno conforme mostra a Figura 5 pode-se escrever os elementos de $[Z_{ext}]$ baseado em (7):

$$Z_{ext(ii)}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r'_i}\right) \quad (45)$$

$$Z_{ext(ik)}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ik'}}{d_{ik}}\right) \quad (46)$$

Na equação (45) define $Z_{ext(ii)}$ como a impedância externa própria devido ao condutor i (em Ω/km) no qual, h_i é a altura do condutor i ou k e r'_i é o raio do condutor modificado definido em(7). Em (46) define $Z_{ext(ik)}$ como a impedância externa mútua entre o condutor i e o condutor k , D_{ik} é a distância entre o condutor i e a imagem do condutor k (k') e d_{ik} é a distância entre o condutor i e o condutor k . O valor de D_{ik} é calculada, pela geometria das alturas respectivas h_i e h_k e a distância entre os condutores i e k , d_{ik} como apresentado em (47):

$$D_{ik'} = \sqrt{4h_i h_k + d_{ik}^2} \quad (47)$$

A partir de (45)-(46) escreve-se a matriz $[Z_{ext}]$ para um sistema de n fases com n condutores dada em (48):

$$[Z_{ext}] = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r'_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r'_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r'_n} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Comparando (48) a (44) define-se a matriz de indutância externa, $[L_{ext}]$ em (49) como:

$$[L_{ext}] = \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r'_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \cdots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r'_2} & \cdots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \cdots & \ln \frac{2h_n}{r'_n} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Analisando (49) pode-se concluir que $[L_{ext}]$ está definida somente em função das características geométricas dos condutores e do meio que os envolvem, independente da frequência e a unidade de medida de cada elemento desta matriz é H/km (CARVALHO, 2007).

2.4 ADMITÂNCIA TRANSVERSAL

A admitância transversal de uma linha de transmissão monofásica pode ser escrita analogamente à expressão em (1) baseada na Figura 1. Para uma linha polifásica então seria definida pela seguinte expressão matricial em (50):

$$[Y] = [G] + j\omega[C] \quad (50)$$

Em (50), $[Y]$ é a matriz de admitância transversal, $[G]$ é a matriz de condutância e $[C]$ é a matriz de capacitância para uma linha de n fases. Define-se $[Y]$ a matriz de admitância para uma linha de n condutores ou fases em (51):

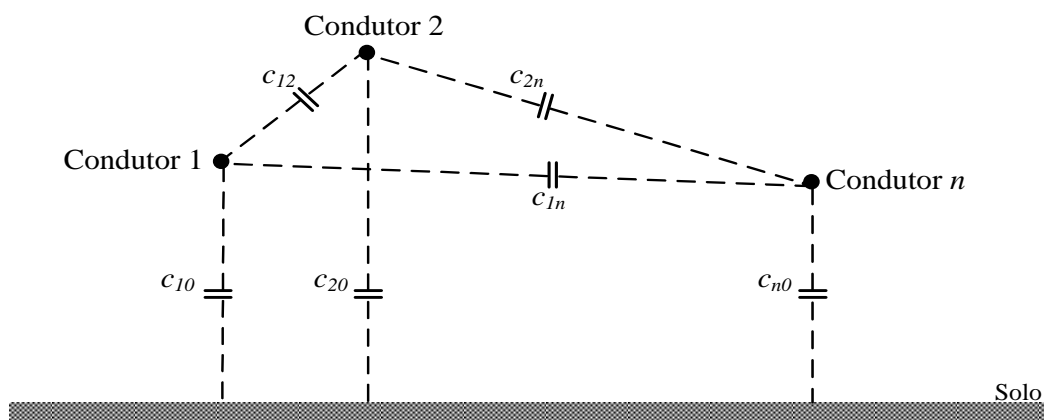
$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (51)$$

A condutância (G) é definida como a taxa de corrente de condução circulando entre dois condutores em um plano transversal à tensão entre os dois condutores ou superfícies (PAUL, 2008). Como também, representa a fuga de corrente do condutor pelo dielétrico nos materiais isoladores dos condutores; e representa as perdas proporcionais ao quadrado da tensão entre os dois condutores ou ao quadrado do campo elétrico no meio (CHIPMAN, 1968). A condutância entre condutores de uma linha aérea pode ser considerada nula, pois a fuga pelos isoladores é desprezível. A condutância é desprezada também devido a sua pequena contribuição com a admitância em derivação. Outra razão é que não existe nenhum meio apropriado para

quantificá-la, por ela ser muito variável. A corrente que foge pelos isoladores varia apreciavelmente com as condições atmosféricas e com as propriedades de condução da poeira que se deposita sobre estes. A condutância está relacionada com o efeito corona, que resulta em fuga através das linhas é também bastante variável com as condições atmosféricas (STEVENSON, 1955).

A tensão alternada nos condutores de uma linha de transmissão polifásica gera uma corrente de carga pelo carregamento e descarregamento dos condutores, conhecida como corrente de deslocamento transversal (I_c). Esta é definida como o deslocamento de cargas entre as superfícies, causado pelo campo elétrico (E) induzido entre os condutores e o solo. A diferença de potencial entre eles permite que carga seja armazenada no dielétrico similar às placas de um capacitor como mostra Figura 6. Esta corrente afeta tanto à queda de tensão ao longo da linha quanto seu rendimento, fator de potência (fp) e estabilidade do sistema ao qual pertence à linha. Para linhas de 80 km, o efeito da capacitância é pequeno, mas para linhas longas de tensões mais elevadas, torna-se um parâmetro relevante. (STEVENSON, 1955; FUCHS, 1979; PAUL, 2008). Para linhas aéreas a capacitância na maioria dos casos é considerada constante e a condutância é desprezível (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005).

Figura 6 - Capacitâncias parciais em uma linha polifásica.



Fonte: Adaptado de Fuchs (1979)

Na Figura 6 pode-se apreciar as capacitâncias parciais c para n condutores; tal que, as capacitâncias parciais c_{i0} indicam o efeito solo em cada condutor i . As capacitâncias parciais relacionam a carga total de cada condutor com a tensão induzida nele devido ao campo elétrico entre os condutores vizinhos e o solo. O solo afeta a capacitância de uma linha de transmissão porque sua presença altera o campo elétrico da linha. O campo elétrico dos condutores

carregados é forçado a mudar de forma devido à presença da superfície do solo. A consideração de uma superfície equipotencial plana é limitada pelas irregularidades do terreno e pelo tipo de superfície do solo. O efeito do solo somente aumenta a capacitância de uma linha de transmissão (STEVENSON,1955). Para o cálculo das capacitâncias parciais, o conceito da matriz de capacitância aparente deve ser apresentado, $[C]$ e definido em (52):

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (52)$$

A matriz de capacitância aparente é calculada baseado nos coeficientes de campo elétrico entre os condutores vizinhos e o solo, P . A relação entre $[P]$ e $[C]$ é expressada em (53)(DOMMEL, 1986):

$$[C] = [P]^{-1} \quad (53)$$

A matriz $[P]$ de ordem n se forma a partir dos seguintes elementos próprios P_{ii} , na diagonal, e elementos mútuos P_{ik} fora da diagonal:

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (54)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right) \quad (55)$$

Os elementos dentro da diagonal principal em $[P]$ são dados por (54) e os fora da diagonal em $[P]$ são dados por (55). Nas quais, ϵ_0 é a permissividade do vácuo cujo valor é $8,854\text{nF}\backslash\text{km}$, h_i é a altura do condutor i em relação ao solo, h_k é a altura do condutor k em relação ao solo, d_{ik} é a distância entre os condutores i e k , r_i é o raio do condutor i e D_{ik} a distância entre os condutores i e k é calculada das alturas respectivas h_i e h_k e d_{ik} como mostra (47), vê-se a Figura 5. Para maior precisão necessita levar em consideração a correção das alturas h devido à catenária do condutor como definido em (32).

Finalmente, a relação entre as capacitâncias parciais e as aparentes é dada pela seguinte matriz de capacitâncias aparentes em função das capacitâncias parciais (56):

$$[C] = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^n c_{1n} & -c_{12} & \cdots & -c_{1n} \\ -c_{21} & \sum_{k=0}^n c_{2n} & \cdots & -c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c_{n1} & -c_{n2} & \cdots & \sum_{k=0}^n c_{in} \end{bmatrix} \quad (56)$$

Em (56) fica evidente que as capacitâncias aparentes C_{ik} equivalem ao negativo das capacitâncias parciais c_{ik} para os elementos fora da diagonal principal; e a capacitância aparente devido ao efeito solo c_{i0} pode ser calculada dos elementos diagonais.

2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Neste capítulo foram definidos e calculados cada um dos parâmetros das linhas de transmissão e os fatores que influenciam eles. A resistência em corrente alternada é influenciada pela frequência devido ao efeito pelicular, pelo efeito do solo que varia segundo a resistividade, permitividade e condutividade deste mudam com o tipo de solo e condições atmosféricas. A indutância é influenciada por todas as aproximações consideradas na análise eletromagnética, além do efeito pelicular e do solo. A condutância para linhas aéreas é influenciada pelo efeito corona e correntes de fuga nos isoladores que dependem que as condições atmosféricas sejam favoráveis. A capacitância é influenciada pelas considerações assumidas na análise da natureza eletromagnética e pelo efeito dos condutores e as estruturas na vizinhança de cada linha e o solo. Também foi mostrada mediante gráficos a influência da frequência sobre os parâmetros longitudinais.

3 RELAÇÕES DE CORRENTE E TENSÕES EM LINHAS AÉREAS

3.1 INTRODUÇÃO

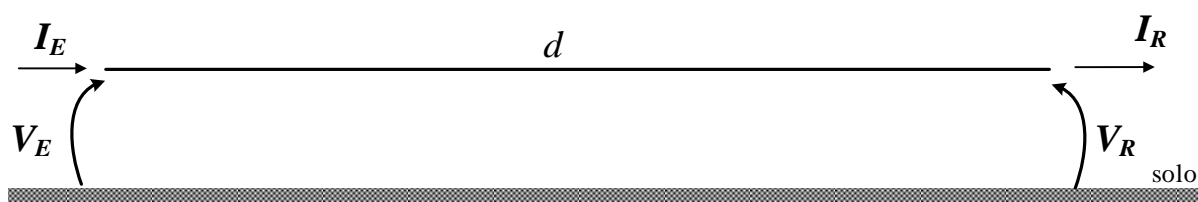
Este capítulo estabelece as relações entre as correntes e tensões nos terminais das linhas de transmissão. Além de definir as relações de correntes e tensões nos terminais da linha de linhas monofásicas e polifásicas. Apresenta-se neste capítulo a teoria modal para o estudo das linhas polifásicas.

3.2 LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA

Os parâmetros de linhas de transmissão podem ser representados por elementos de circuitos concentrados, mas os modelos com maior precisão são os que levam em consideração que estes estão distribuídos ao longo da linha (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005). Existem várias formas de representar uma linha de transmissão com elementos concentrados de circuitos, os mais conhecidos são o circuito T e o circuito π . A representação da linha de transmissão com um único circuito π permite obter a relação entre as correntes e as tensões para linhas curtas e medias, porém, para linhas longas existe um modelo que oferece uma melhor precisão conhecido como o modelo de linha longa (*Universal Line Model-ULM*)(LIAO; NGUYEN, 2007). É possível comutar entre ambos modelos ao comparar as relações de I&V de cada um (BI *et al.*, 2008).

Na Figura 7 mostra uma linha de transmissão monofásica de comprimento d , na qual se identificam as correntes e tensões nos terminais no domínio da frequência. Define-se que I_E é o fasor de corrente no emissor, V_E é o fasor de tensão no emissor, I_R é o fasor de corrente no receptor e V_R é o fasor de tensão no receptor.

Figura 7 - Linha de transmissão monofásica de comprimento d .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Conhece-se da teoria das linhas de transmissão o comportamento das correntes e tensões em qualquer ponto de uma linha de transmissão para qualquer frequência no domínio da frequência mediante as equações de propagação (equações do Telegrafista) apresentadas em (57)-(58):

$$\frac{\partial^2 V_E(x, s)}{\partial x^2} = -ZY V_E(x, s) \quad (57)$$

$$\frac{\partial^2 I_E(x, s)}{\partial x^2} = -YZ I_E(x, s) \quad (58)$$

Na quais Z representa a impedância longitudinal e Y a admitância transversal, (57)-(58) podem ser reescritas em função dos parâmetros de LT como (59)-(60):

$$\frac{d^2 V_E}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)V_E \quad (59)$$

$$\frac{d^2 I_E}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)I_E \quad (60)$$

A solução para (59)-(60) no domínio da frequência pelo modelo a parâmetros concentrados é dada em (61)-(62):

$$V_E = V_R \left(1 + \frac{Z_\pi Y_\pi}{2} \right) + I_R (Z_\pi) \quad (61)$$

$$I_E = V_R \left(Y_\pi + \frac{Z_\pi Y_\pi^2}{4} \right) + I_R (1 + Z_\pi Y_\pi) \quad (62)$$

Entretanto, a solução para (59)-(60) no domínio da frequência pelo modelo a parâmetros distribuídos é dada em (63)-(64):

$$V_E = V_R \cosh(\gamma d) + I_R Z_c \sinh(\gamma d) \quad (63)$$

$$I_E = V_R \frac{\sinh(\gamma d)}{Z_c} + I_R \cosh(\gamma d) \quad (64)$$

No qual, γ é definido em (65) como a constante de propagação e Z_c definida em (66) como a impedância característica, ambas em função dos parâmetros de LT:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (65)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}} \quad (66)$$

3.3 LINHA DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICA

O estudo, representação e a análise das propriedades, fenômenos e processos que ocorrem em uma linha de transmissão monofásica é bem conhecida pelos engenheiros eletricitas, porém para linhas polifásicas isto continua sendo um desafio devido às impedâncias mútuas entre os condutores. Através da teoria de decomposição modal é possível estudar como representar estes e analisar suas propriedades, fenômenos e processos que ocorrem em uma linha polifásica de n fases como n sistemas monofásicos. Uma linha de transmissão polifásica pode ser representada como n sistemas monofásicos que são matematicamente idênticos ao sistema original (LONG; GELOPULOS, 1982; KUROKAWA, 2003).

A teoria modal consiste em encontrar uma transformação de similaridade que permita diagonalizar as matrizes de impedância e admitância para uma linha de transmissão polifásica no domínio da frequência (PAUL, 1996). Sabe-se que a propagação de onda de corrente ou tensão em uma linha de transmissão é eletromagnética transversal (*Transverse Electromagnetic Propagation* –TEM) descrita para uma linha polifásica no domínio da frequência com as seguintes equações diferenciais de primeira ordem em (67)-(68):

$$\frac{\partial[V]}{\partial x} = -[Z][I] \quad (67)$$

$$\frac{\partial[I]}{\partial x} = -[Y][V] \quad (68)$$

Derivando (67)-(68) mais uma vez com respeito a x , no qual x representa um diferencial de comprimento como mostrado na Figura 1, obtém-se (57)-(58) a frequência constante como (69)-(70) :

$$\frac{\partial^2[V]}{\partial x^2} = [Z][Y][V] \quad (69)$$

$$\frac{\partial^2[I]}{\partial x^2} = [Y][Z][I] \quad (70)$$

Nas quais, $[V]$ e $[I]$ são as matrizes de ordem $1 \times n$ que contém os fasores de tensão e corrente respectivamente, da mesma forma $[Z]$ e $[Y]$ são as matrizes de ordem n de impedância e admitância no domínio da frequência, respectivamente.

Para que uma linha de transmissão polifásica de n fases seja desacoplada em n linhas monofásicas (ou modos equivalentes) deve-se usar uma mesma matriz de transformação que permita desacoplar a matriz de impedância $[Z]$ e matriz de admitância $[Y]$ de ordem n , isto quer dizer que, estas matrizes serão escritas como matrizes diagonais. A fim de garantir que a mesma matriz de transformação diagonalize tanto $[Z]$ e $[Y]$, deve-se achar uma transformação de similaridade tal que as matrizes correspondentes aos produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ sejam transformadas em matrizes diagonais (PAUL, 2008). Essa matriz de transformação pode ser calculada a partir do teorema de similaridade de matrizes da teoria da álgebra linear.

Uma matriz quadrada \mathbf{A} de ordem n é semelhante a uma matriz diagonal \mathbf{B} , se e somente se, \mathbf{A} tem n autovetores linearmente independentes. Nesse caso, os elementos diagonais de \mathbf{B} são os autovalores correspondentes. Se \mathbf{P} é a matriz cujas colunas são os n autovetores independentes de \mathbf{A} , então $\mathbf{B} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ (LIPSCHUTZ, 1974).

Portanto, para diagonalizar as matrizes $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$, seguindo o teorema anterior as matrizes de autovalores $[\lambda_v]$ e $[\lambda_l]$, respectivamente, são obtidas pelas seguintes expressões (71)-(72):

$$[\lambda_v] = [T_v]^{-1} [Z][Y][T_v] \quad (71)$$

$$[\lambda_l] = [T_l]^{-1} [Y][Z][T_l] \quad (72)$$

Em (71)-(72), $[\lambda_v]$ e $[\lambda_l]$ são matrizes diagonais de ordem n contendo os autovalores do produto matricial $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$, respectivamente; e $[T_v]$ e $[T_l]$ são matrizes de ordem n , não singulares, cujas n colunas são os n autovetores linearmente independentes e distintos das matrizes $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$, respectivamente (PAUL, 1996; WEDEPOHL; NGUYEN, 1996)

Em geral, os produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ são matrizes distintas, somente podem ser iguais quando $[Z]$ e $[Y]$ quando o sistema é totalmente equilibrado (WEDEPOHL, 1963; WEDEPOHL; NGUYEN, 1996; KUROKAWA, 2003). Porém, a matriz de impedância $[Z]$ e a matriz de admitância $[Y]$ são matrizes simétricas, portanto se transpostas obtém-se a mesma matriz como apresentado em (73)-(74):

$$[Z]^T = [Z] \quad (73)$$

$$[Y]^T = [Y] \quad (74)$$

Em (73)-(74), o índice T , significa a transposta da matriz $[Z]$ ou $[Y]$. Das propriedades de matrizes sabe-se que a transposta de um produto de duas matrizes é o produto das matrizes em ordem inversa, como resumido em (75):

$$([Z][Y])^T = [Y]^T [Z]^T = [Y][Z] \quad (75)$$

A partir de (75), verifica-se que a transposta de $[Z][Y]$ é igual a $[Y][Z]$; por conseguinte, pode-se afirmar que a matriz de autovalores de $[Z][Y]$, $[\lambda_V]$ é igual a matriz de autovalores de $[Y][Z]$ a $[\lambda_I]$, re-definidas em (76)-(77) como $[\lambda_M]$:

$$[\lambda_M] = [\lambda_V] \quad (76)$$

$$[\lambda_M] = [\lambda_I] \quad (77)$$

Sendo que tanto $[\lambda_M]$ como $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$ são matrizes diagonais e simétricas, se estas últimas em (71)-(72) são transpostas obtêm-se:

$$[\lambda_V] = [T_V]^T [Y][Z] ([T_V]^{-1})^T \quad (78)$$

$$[\lambda_I] = [T_I]^T [Z][Y] ([T_I]^{-1})^T \quad (79)$$

Ao igualar o lado direito das expressões em (78)-(79) às expressões em (71)-(72) pode-se obter as equações que relacionam $[T_V]$ e $[T_I]$ e suas inversas em (80)-(83):

$$[T_I]^{-1} = [T_V]^T \quad (80)$$

$$[T_V]^{-1} = [T_I]^T \quad (81)$$

$$[T_I] = ([T_V]^{-1})^T \quad (82)$$

$$[T_V] = ([T_I]^{-1})^T \quad (83)$$

Consequentemente estas relações oferecem uma importante simplificação para a implementação da teoria de decomposição modal sendo que com uma única matriz de transformação modal é possível desacoplar satisfatoriamente uma linha de n -fases nas n equivalentes linhas monofásicas. Essas representam cada um dos modos de propagação

presentes nas linhas de transmissão para cada constante de propagação. As constantes de propagação são associados a cada autovalor pertencente a $[Z][Y]$ ou $[Y][Z]$ (HEDMAN, 1971).

Para determinar as relações de correntes e tensão associadas a cada modo, primeiro reescrevessem (71)-(72) substituindo (76)-(77) em (84)-(85) :

$$[\lambda_M] = [T_V]^{-1} [Z][Y][T_V] \quad (84)$$

$$[\lambda_M] = [T_I]^{-1} [Y][Z][T_I] \quad (85)$$

Isolando os produtos matriciais $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ em (84)-(85) como se mostra em (86)-(87):

$$[Z][Y] = [T_V][\lambda_M][T_V]^{-1} \quad (86)$$

$$[Y][Z] = [T_I][\lambda_M][T_I]^{-1} \quad (87)$$

Substituindo estas expressões nas equações de propagação definidas em (69)-(70) respectivamente; obtém-se (88)-(89):

$$\frac{\partial^2 [V]}{\partial x^2} = -[T_V][\lambda_M][T_V]^{-1} [V] \quad (88)$$

$$\frac{\partial^2 [I]}{\partial x^2} = -[T_I][\lambda_M][T_I]^{-1} [I] \quad (89)$$

Pré-multiplicando os dois lados da equação por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$ nas expressões (88)-(89), respectivamente; têm-se (90)-(91):

$$\frac{\partial^2 [T_V]^{-1} [V]}{\partial x^2} = -[\lambda_M][T_V]^{-1} [V] \quad (90)$$

$$\frac{\partial^2 [T_I]^{-1} [I]}{\partial x^2} = -[\lambda_M][T_I]^{-1} [I] \quad (91)$$

Nas quais, o produto matriciais ao lado esquerdo de cada expressão serão definidas como a tensão modal $[V_M]$ e corrente modal $[I_M]$, respectivamente; como especificado in (92)-(93):

$$[V_M] = [T_V]^{-1} [V] \quad (92)$$

$$[I_M] = [T_I]^{-1} [I] \quad (93)$$

Substituindo (92)-(93) em (90)-(91) gera a equações de propagação no domínio modal, indicado pelo índice M , expressados em (94)-(95):

$$\frac{\partial^2 [V_M]}{\partial x^2} = -[\lambda_M][V_M] \quad (94)$$

$$\frac{\partial^2 [I_M]}{\partial x^2} = -[\lambda_M][I_M] \quad (95)$$

Nas quais, $[\lambda_M]$ é definida em (96) como uma matriz diagonal que contém o quadrado da constante de propagação pertencente a cada modo de propagação:

$$[\lambda_M] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (96)$$

Com o intuito de transformar as matrizes de impedância e admitância a suas matrizes diagonais equivalentes conhecidas como impedância e admitância modal; define-se as relações inversas para $[V_M]$ e $[I_M]$ em (97)-(98):

$$[V] = [T_V][V_M] \quad (97)$$

$$[I] = [T_I][I_M] \quad (98)$$

Para substituí-las nas equações diferenciais de primeira ordem em (67)-(68) e seguidamente ser pré-multiplicadas por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$, respectivamente; definidas em (99)-(100):

$$\frac{\partial [V_M]}{\partial x} = -[T_V]^{-1}[Z][T_I][I_M] \quad (99)$$

$$\frac{\partial [I_M]}{\partial x} = -[T_I]^{-1}[Y][T_V][V_M] \quad (100)$$

Das quais, a expressão para a impedância modal $[Z_M]$ e admitância modal $[Y_M]$ são definidas como (101)-(102):

$$[Z_M] = [T_V]^{-1}[Z][T_I] \quad (101)$$

$$[Y_M] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \quad (102)$$

As matrizes $[Z_M]$ e $[Y_M]$ são matrizes diagonais, nas quais cada elemento na diagonal é considerado a impedância longitudinal ou admitância transversal para cada modo n , (103)-(104):

$$[Z_M] = \begin{bmatrix} Z_{M1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{M2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{Mn} \end{bmatrix} \quad (103)$$

$$[Y_M] = \begin{bmatrix} Y_{M1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Y_{M2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Y_{Mn} \end{bmatrix} \quad (104)$$

Substituindo (101)-(102) em (99)-(100), respectivamente as expressões análogas para as equações de propagação de primeira ordem no domínio modal são definidas em (105)-(106):

$$\frac{\partial [V_M]}{\partial x} = -[Z_M][I_M] \quad (105)$$

$$\frac{\partial [I_M]}{\partial x} = -[Y_M][V_M] \quad (106)$$

Conclui-se que, igual as equações de propagação de segunda ordem, as equações diferenciais de primeira ordem de uma onda TEM foram desacopladas, devido a que $[Z_M]$ e $[Y_M]$ são matrizes diagonais.

3.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Neste capítulo estudaram-se as relações existentes entre a impedância longitudinal Z e admitância transversal Y e as correntes e tensões nos terminais de uma linha de transmissão monofásica, para depois aplicarem-se essas relações a cada modo de linha de transmissão polifásica. Indicou-se que para decompor uma linha de transmissão nos modos exatos somente é necessário que uma das matrizes de autovetores correspondente ao produto $[Z][Y]$ ou $[Y][Z]$ seja conhecida, isto, devido à relação entre a matriz de transformação $[T_V]$ e a matriz de transformação $[T_I]$. Além disso, apresentou-se para um sistema genérico as relações que existem entre as tensões, correntes, matriz de admitância e impedância no domínio das fases e as correntes, tensões, matriz de admitância e impedância no domínio dos modos exatos através da matriz de transformação. O método de estimação apresentado nesta tese baseia-se nas relações apresentadas neste capítulo.

4 MÉTODO PARA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE LT TRIFÁSICAS

4.1 INTRODUÇÃO

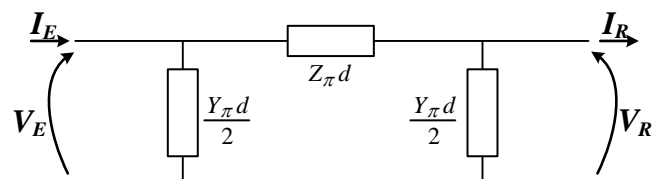
Neste capítulo se apresenta uma proposta de um método para estimar parâmetros de linhas de transmissão para uma linha trifásica genérica usando as correntes e tensões nos terminais da linha. Estabelece-se um sistema de equações não-linear baseado no modelo de parâmetros concentrados (circuito π) e as relações fase-modo dos fasores de I&V nos terminais da linha considerando os elementos da matriz de transformação como incógnitas.

4.2 PROPOSTA DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES PARA EPLT

4.2.1 Caso I: Linha Monofásica

Para facilitar o entendimento das equações a serem incluídas no método de estimação proposto para um sistema de transmissão trifásico, primeiro apresenta-se a relação entre as correntes e tensões nos terminais e os parâmetros da linha de transmissão para uma linha de transmissão monofásica. Com este propósito, representa-se a linha de transmissão monofásica da Figura 7 por um único circuito π , Figura 8.

Figura 8 - LT representada por um único circuito π



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na qual, Y_π representa a admitância transversal (em S/km) que contém os parâmetros transversais C e G ; Z_π representa a impedância longitudinal (em Ω/km) que contém os parâmetros longitudinais R e L ; V_E e V_R representam os fasores de tensão no terminal emissor e receptor, respectivamente; I_E e I_R representam os fasores de corrente no terminal emissor e receptor, respectivamente.

Aplicando as leis de corrente de Kirchoff ao circuito π na Figura 8 a relação entre os fasores de I&V nos terminais da linha e admitância transversal expressa-se em (107):

$$Y_{\pi} = \left(\frac{2}{d} \right) \frac{(I_E - I_R)}{(V_E + V_R)} \quad (107)$$

E aplicando as leis de tensões de Kirchoff ao circuito π na Figura 8 a relação entre os fasores de I&V nos terminais da linha e impedância longitudinal expressa-se em (108):

$$Z_{\pi} = \left(\frac{1}{d} \right) \frac{(V_E^2 - V_R^2)}{(I_E V_R + I_R V_E)} \quad (108)$$

Da comparação entre as equações de I&V pertencentes ao modelo a parâmetros concentrados em (61)-(62) com as equações de I&V pertencentes ao modelo a parâmetros distribuídos (63)-(64) uma relação entre os parâmetros concentrados (Z_{π} e Y_{π}) e a constante de propagação (γ) e impedância característica (Z_c) é estabelecida em (109)-(110):

$$\gamma = \left(\frac{1}{d} \right) \cosh \left(1 + \frac{Z_{\pi} Y_{\pi}}{2} \right) \quad (109)$$

$$Z_c = \frac{Z_{\pi}}{\sinh(\gamma d)} \quad (110)$$

Das definições de γ e Z_c em (65)-(66) os parâmetros distribuídos (z' e y') são calculados com (111)-(112):

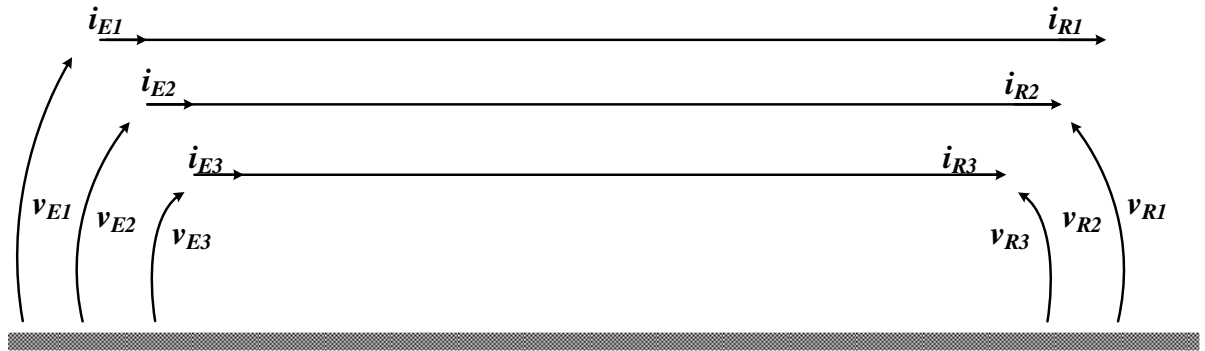
$$z' = \gamma Z_c \quad (111)$$

$$y' = \frac{\gamma}{Z_c} \quad (112)$$

4.2.2 Caso II: Linha Trifásica

Uma linha de transmissão trifásica, na Figura 9, pode ser desacoplada em três linhas monofásicas equivalentes, como mostra a Figura 10, sempre que a matriz de transformação para o produto $[Z][Y]$ ou $[Y][Z]$ seja conhecida.

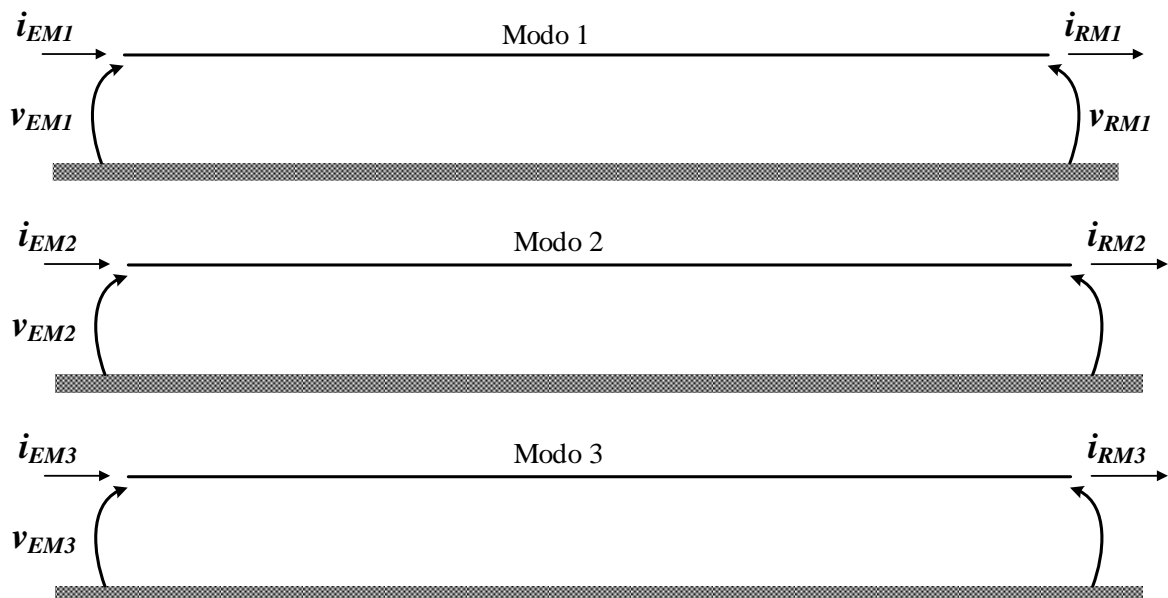
Figura 9 - LT trifásica no domínio das fases



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Na qual, v_{E1} , v_{E2} , v_{E3} representam os fasores de tensão no terminal emissor para cada fase; v_{R1} , v_{R2} , v_{R3} representam os fasores de tensão no terminal receptor para cada fase; i_{E1} , i_{E2} , i_{E3} representam os fasores de corrente no terminal emissor para cada fase; i_{R1} , i_{R2} , i_{R3} representam os fasores de corrente no terminal receptor para cada fase. Note que cada fase é indicada por um índice numérico ao invés do tradicional índice alfabético, para facilitar o equacionamento.

Figura 10- LT trifásica no domínio dos modos



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Na qual, v_{EM1} , v_{EM2} , v_{EM3} representam os fasores de tensão no terminal emissor para cada modo; v_{RM1} , v_{RM2} , v_{RM3} representam os fasores de tensão no terminal receptor para cada modo; i_{EM1} , i_{EM2} , i_{EM3} representam os fasores de corrente no terminal emissor para cada modo; i_{RM1} , i_{RM2} , i_{RM3} representam os fasores de corrente no terminal receptor para cada modo. Note

que o domínio dos modos é indicado pelo índice M e cada modo é indicado por um índice numérico.

As relações modo-fase para cada grandeza nos terminais emissor e receptor assim como para impedância longitudinal e admitância transversal são escritas em função de uma única matriz de transformação, $[T_v]$, baseada no produto $[Z][Y]$.

$$[\mathbf{V}_{EM}] = [T_v]^{-1} [\mathbf{V}_E] \quad (113)$$

$$[\mathbf{V}_{RM}] = [T_v]^{-1} [\mathbf{V}_R] \quad (114)$$

$$[\mathbf{I}_{EM}] = [T_v]^T [\mathbf{I}_E] \quad (115)$$

$$[\mathbf{I}_{RM}] = [T_v]^T [\mathbf{I}_R] \quad (116)$$

$$[\mathbf{Z}_M] = [T_v]^{-1} [\mathbf{Z}] ([T_v]^{-1})^T \quad (117)$$

$$[\mathbf{Y}_M] = [T_v]^T [\mathbf{Y}] [T_v] \quad (118)$$

Nas quais, $[\mathbf{V}_E]$, $[\mathbf{V}_R]$, $[\mathbf{I}_E]$ e $[\mathbf{I}_R]$ são matrizes coluna que contém os fasores de correntes e tensões no domínio das fases mostradas na Figura 8 e definidas em (119)-(122); $[\mathbf{V}_{EM}]$, $[\mathbf{V}_{RM}]$, $[\mathbf{I}_{EM}]$ e $[\mathbf{I}_{RM}]$ são matrizes coluna que contém os fasores de correntes e tensões no domínio dos modos mostradas na Figura 10 e definidas em (123)-(126).

$$[\mathbf{V}_E] = (\mathbf{v}_E)_g \quad \forall g \in N \quad (119)$$

$$[\mathbf{V}_R] = (\mathbf{v}_R)_g \quad \forall g \in N \quad (120)$$

$$[\mathbf{I}_E] = (\mathbf{i}_E)_g \quad \forall g \in N \quad (121)$$

$$[\mathbf{I}_R] = (\mathbf{i}_R)_g \quad \forall g \in N \quad (122)$$

$$[\mathbf{V}_{EM}] = (\mathbf{v}_{EM})_g \quad \forall g \in N \quad (123)$$

$$[\mathbf{V}_{RM}] = (\mathbf{v}_{RM})_g \quad \forall g \in N \quad (124)$$

$$[\mathbf{I}_{EM}] = (\mathbf{i}_{EM})_g \quad \forall g \in N \quad (125)$$

$$[\mathbf{I}_{RM}] = (\mathbf{i}_{RM})_g \quad \forall g \in N \quad (126)$$

Nas quais, g corresponde ao elemento da matriz coluna e N é o número de fases e modos na LT trifásica; em outras palavras, é um conjunto de números limitados pela quantidade de fases na LT, $N=\{1, 2, 3\}$.

Sendo que a matriz de transformação $[T_v]$ depende dos parâmetros de LT, cada um dos nove elementos (τ_{gk}) são desconhecidos e definidas como variáveis. Por conseguinte, a inversa da matrix $[T_v]$, $[T_v]^{-1}$, e seus elementos $(\psi)_{gk}$ são escritos em função dos elementos na matriz $[T_v]$ para uma matriz de ordem três como descrito na teoria da álgebra linear (LIPSCHUTZ, 1974).

$$[T_v] = (\tau)_{gk} \quad \forall g, k \in N \quad (127)$$

$$[T_v]^{-1} = (\psi)_{gk} \quad \forall g, k \in N \quad (128)$$

Nas quais, os índices g e k indicam a posição do elemento dentro de uma matriz de ordem N ; contudo, a dimensão da matriz está associada indiretamente ao número de fases sendo que é limitado por ele.

Finalmente, os elementos nas matrizes de impedância e admitância no domínio das fases e dos ($[Z]$, $[Y]$, $[Z_M]$ e $[Y_M]$) em (129)-(132):

$$[Z] = (z)_{gk} \quad \forall g, k \in N \quad (129)$$

$$[Y] = (y)_{gk} \quad \forall g, k \in N \quad (130)$$

$$[Z_M] = (z_M)_{gk} \quad \forall g, k \in N \quad (131)$$

$$[Y_M] = (y_M)_{gk} \quad \forall g, k \in N \quad (132)$$

Geradas a partir das seguintes leis de formação:

$$[Z] = \begin{cases} (z)_{gk} = (z)_{gk} & g \leq k \\ (z)_{gk} = (z)_{kg} & g > k \end{cases}$$

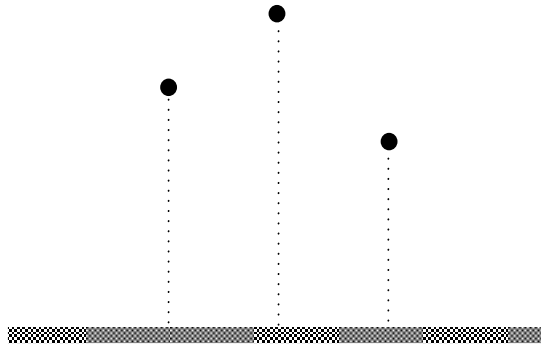
$$[Y] = \begin{cases} (y)_{gk} = (y)_{gk} & g \leq k \\ (y)_{gk} = (y)_{kg} & g > k \end{cases}$$

$$[Z_M] = \begin{cases} (z_M)_{gk} = (z_M)_g & g = k \\ (z_M)_{gk} = 0 & g \neq k \end{cases}$$

$$[Y_M] = \begin{cases} (y_M)_{gk} = (y_M)_g & g = k \\ (y_M)_{gk} = 0 & g \neq k \end{cases}$$

Observa-se que as matrizes de impedância e admitância no domínio das fases contém seis elementos distintos no caso mais genérico em que a configuração da LT nem possui simetria nem transposição como mostrado na Figura 11. Esses elementos são as variáveis principais para o método de estimação de parâmetros proposto e parte do vetor de variáveis do sistema de equações a ser resolvido. No caso da matriz de impedância $[Z]$ as variáveis são todos os elementos distintos dentro da matriz $z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{22}, z_{23}, z_{33}$; e da matriz de admitância $[Y]$ as variáveis são todos os elementos distintos dentro da matriz $y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{22}, y_{23}, y_{33}$.

Figura 11- Linha trifásica genérica



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

As relações fase-modo em (113)-(118) para uma matriz de transformação de elementos desconhecidos podem ser escritas em termos de $(\tau)_{gk}$ e $(\psi)_{gk}$ como se apresenta a seguir:

$$(\mathbf{v}_{ME})_g = \sum_{k \in N} (\psi)_{gk} (\mathbf{v}_E)_k \quad \forall g \in N \quad (133)$$

$$(\mathbf{v}_{MR})_g = \sum_{k \in N} (\psi)_{gk} (\mathbf{v}_R)_k \quad \forall g \in N \quad (134)$$

$$(\mathbf{i}_{ME})_g = \sum_{k \in N} (\tau)_{kg} (\mathbf{i}_E)_k \quad \forall g \in N \quad (135)$$

$$(\mathbf{i}_{MR})_g = \sum_{k \in N} (\tau)_{kg} (\mathbf{i}_R)_k \quad \forall g \in N \quad (136)$$

$$(z_M)_g = \sum_{k \in N} (\psi)_{gk} \sum_{h \in N} (z)_{kh} (\psi)_{gh} \quad \forall g \in N \quad (137)$$

$$(y_M)_g = \sum_{k \in N} (\tau)_{kg} \sum_{h \in N} (y)_{kh} (\tau)_{hg} \quad \forall g \in N \quad (138)$$

Nas quais, cada uma das grandezas no domínio das fases é transformada para o domínio modal mantendo desconhecidos os elementos da matriz de transformação. Portanto, desta forma admite-se que a linha trifásica é desacoplada satisfatoriamente em seus modos equivalentes, na Figura 10. Cada modo é considerado como uma linha monofásica e representado por um único circuito π , Figura 8. Mediante essa representação é possível calcular os parâmetros de LT a partir dos fasores de I&V nos terminais da linha baseados em (107)-(108), escreve-se equações análogas para cada modo equivalente em (139)-(140):

$$(y_M)_g = \left(\frac{2}{d}\right) \frac{((i_{ME})_g - (i_{MR})_g)}{((v_{ME})_g + (v_{MR})_g)} \quad \forall g \in N \quad (139)$$

$$(z_M)_g = \left(\frac{1}{d}\right) \frac{((v_{ME})_g^2 - (v_{MR})_g^2)}{((i_{ME})_g (v_{MR})_g + (v_{ME})_g (i_{MR})_g)} \quad \forall g \in N \quad (140)$$

Nas quais, cada grandeza modal (v_M , i_M , z_M , e y_M) é substituída pela expressão respectiva em (133)-(138). Ao desenvolver estas expressões para cada modo, as seis funções não lineares resultantes tornam-se função dos fasores de I&V medidos nos terminais da linha e os elementos das matrizes de impedância, admitância e transformação como variáveis escritas em (141):

$$\begin{cases} f_1 = (\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{21}, \tau_{22}, \tau_{23}, \tau_{33}, z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{22}, z_{23}, z_{33}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{22}, y_{23}, y_{33}) = 0 \\ \vdots \\ f_6 = (\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{21}, \tau_{22}, \tau_{23}, \tau_{33}, z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{22}, z_{23}, z_{33}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{22}, y_{23}, y_{33}) = 0 \end{cases} \quad (141)$$

O sistema de equações em (141) é estabelecido como um sistema de equações indeterminado, sendo que o número de incógnitas é maior que o número de equações; logo, precisa-se de mais equações para completar o sistema e obter uma solução viável para o sistema. Estas equações adicionais são tomadas das definições da teoria modal e da álgebra linear. Da teoria de decomposição modal a definição em (71) é usada para garantir transformação do produto $[Z][Y]$, mediante a matriz de autovetores $[T_v]$ em sua matriz de autovalores $[\lambda]$. Este produto $[Z][Y]$ será definida como uma única matriz $[S]$ cujos elementos, $(s)_{gk}$, são função dos elementos das matrizes de impedância e admitância de fase, $(z)_{gk}$ e $(y)_{gk}$, como definido em (142):

$$(s)_{gk} = \sum_{h \in N} (z)_{gh} (y)_{hk} \quad \forall g, k \in N \quad (142)$$

Os elementos na matriz de autovalores, $[\lambda]$ em (96), são definidos (143):

$$[\lambda] = (\lambda)_{gk} \quad \forall g, k \in N \quad (143)$$

Reescrevendo (71) para cada elemento da matriz de autovalores λ_{gk} em (143) como função dos elementos da matriz de transformação e sua inversa em (127)-(128) e do produto $[Z][Y]$ em (142) tem-se (144):

$$(\lambda)_{gk} = \sum_{h \in N} (\psi)_{gh} \left(\sum_{l \in N} (s)_{hl} (\tau)_{lk} \right) \quad \forall g, k \in N \quad (144)$$

Desenvolvendo (144), nove equações adicionais são obtidas; no entanto, três variáveis também são adicionadas. Essas três novas variáveis correspondem aos elementos distintos de zero da matriz de autovalores e o sistema de equações passa de ter vinte e uma para vinte e quatro incógnitas. Portanto, nove equações adicionais ainda são necessárias.

Da álgebra linear, toma-se a definição de cada autovetor $[T_v]_g$ expressa em (145) a qual fornece nove expressões adicionais.

$$(\lambda_g [U] - [S])[T_v]_g = [A] \quad \forall g \in N \quad (145)$$

Na qual $[U]$ é a matriz identidade de ordem N ; $[A]$ é uma matriz de nula de ordem N ; $[T_v]_g$ representa cada autovetor associado ao autovalor λ_g que corresponde a uma coluna dentro da matriz $[T_v]$ como definida em (146):

$$[T_v]_g = (\tau)_{kg} \quad \forall g, k \in N \quad (146)$$

Portanto, (145) pode ser reescrita como (147):

$$\sum_{k \in N} ((\lambda)_{hk} - (s)_{gk})(\tau)_{kg} = (a)_{hg} \quad \forall g, h \in N \quad (147)$$

Na qual, $(a)_{hg}$ são os zeros da matriz $[A]$; λ_{hk} é zero para $h \neq k$ e λ_g para $h=k$. Ao incluir estas as expressões definidas em (147), o sistema de equações é completado com vinte e quatro equações e vinte e quatro incógnitas como definido em (148).

$$\begin{cases} f_1 = (\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{21}, \tau_{22}, \tau_{23}, \tau_{33}, z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{22}, z_{23}, z_{33}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{22}, y_{23}, y_{33}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 0 \\ \vdots \\ f_{24} = (\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{21}, \tau_{22}, \tau_{23}, \tau_{33}, z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{22}, z_{23}, z_{33}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{22}, y_{23}, y_{33}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 0 \end{cases} \quad (148)$$

O sistema de equações homogêneas indeterminado em (141) torna-se determinado em (148) pela inclusão das equações desenvolvidas (145) e (147); por conseguinte, pode ser resolvido usando um método de resolução de sistema de equações não lineares conhecido como Newton-Raphson.

4.3 MÉTODO DE SOLUÇÃO: ALGORITMO NEWTON-RAPHSON

Para a solução de um sistema de equações não linear homogêneo como apresentado em (148) o método iterativo Newton-Raphson é implementado. Nesta seção se apresenta uma breve descrição do algoritmo seguido para obter uma solução aproximada para as vinte e quatro variáveis a serem estimadas (ELGERD, 1971; MONTICELLI, 1983). O sistema de equações proposto se torna um vetor de funções \underline{f} e de variáveis \underline{x} , definido como mostrada em (149):

$$\underline{f}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_{24}) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_{24}) \\ \vdots \\ f_{24}(x_1, x_2, \dots, x_{24}) \end{bmatrix} = 0 \quad (149)$$

- 1 Escolhe-se um vetor solução inicial, \underline{x}^0 , e calcula-se o $\underline{f}(\underline{x}^0)$ correspondente a esta esta solução;
- 2 Verifica-se que o resultado de cada função em $\underline{f}(\underline{x}^0)$ seja menor ou igual que um determinado $\pm\varepsilon$; ou seja, que se cumpra a condição em (150). Se o vetor solução inicial \underline{x}^0 cumpre com (150), esta será a solução para (149). Caso $\underline{f}(\underline{x}^0)$ seja maior que ε então deverá linearizar-se o conjunto de funções em $\underline{f}(\underline{x})$ em torno de um novo vetor solução \underline{x}^k para aproximar-se um determinado $\Delta\underline{x}$, tal que o resultado de cada função calculada no ponto $\underline{x}^k, \underline{f}(\underline{x}^k)$, seja zero ou esteja no intervalo limitado pela tolerancia escolhida ε .

$$|g(\underline{x}^k)| \leq \varepsilon \quad (150)$$

- 3 O novo vetor solução $\underline{x}^{(k+1)}$ é calculado somando o respectivo $\Delta\underline{x}^k$ definido pela serie de Taylor como (151):

$$\Delta\underline{x}^k = -[J(\underline{x}^k)]^{-1} \quad (151)$$

Na qual, $J(\underline{x}^k)$ representa a matriz Jacobiana de $\underline{f}(\underline{x})$ calculada em torno de \underline{x}^k em (152):

$$[J(\underline{x}^k)] = \begin{bmatrix} \frac{\delta g_1(\underline{x}^k)}{\delta x_1} & \frac{\delta g_1(\underline{x}^k)}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta g_1(\underline{x}^k)}{\delta x_m} \\ \frac{\delta g_2(\underline{x}^k)}{\delta x_1} & \frac{\delta g_2(\underline{x}^k)}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta g_2(\underline{x}^k)}{\delta x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\delta g_m(\underline{x}^k)}{\delta x_1} & \frac{\delta g_m(\underline{x}^k)}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta g_m(\underline{x}^k)}{\delta x_m} \end{bmatrix} \quad (152)$$

- 4 Atualiza-se \underline{x}^k com a soma deste com o $\Delta\underline{x}^k$ previamente calculado, como definido em (153) :

$$\underline{x}^{k+1} = \underline{x}^k + \Delta\underline{x}^k \quad (153)$$

- 5 Repete-se o algoritmo para o novo $f(\underline{x}^{k+1})$ até cumprir-se a condição estipulada em (150) ou chegar ao número de iterações máximo.

Ao implementar este algoritmo para o sistema proposto em (148), o valor fornecido para cada variável é o valor estimado para cada um dos elementos distintos nas matrizes de admitância, impedância e matriz de transformação.

Os valores estimados para as impedâncias e admitâncias pelo algoritmo NR são baseadas no modelo a parâmetros concentrados. Nesta representação a estimação dos parâmetros de LT admite um erro crescente conforme o comprimento da LT incrementa, isto acontece devido que comprimento total da linha é representado pelos parâmetros concentrados configurados em um único circuito π . Portanto, propõe-se corrigir estes valores distribuindo os parâmetros concentrados estimados ao longo do comprimento da LT usando as expressões em (109)-(112) no domínio modal como descrito no Apêndice A.

4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Neste capítulo introduz-se uma metodologia alternativa para a estimação de parâmetros de linhas de transmissão trifásicas a partir dos fasores de correntes e tensões nos terminais da linha. Um sistema de equações é estabelecido pelas relações de correntes e tensões no domínio modal calculadas em função dos elementos da matriz de transformação (desconhecidos) e das correntes e tensões no domínio das fases (conhecidas) para estimar os elementos da matriz de impedância e admitância da LT (desconhecidas). O algoritmo do método NR é revisado como método de resolução para o sistema de equações não-lineares proposto. Logo, os parâmetros estimados são distribuídos ao longo da linha para uma melhor aproximação.

5 TESTES E RESULTADOS

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os testes e resultados fornecidos pela aplicação da metodologia proposta para a estimação de parâmetros de linhas de transmissão no capítulo 4. A estimação de parâmetros será feita para uma linha de transmissão trifásica em regime permanente, em contraste para uma linha monofásica os parâmetros serão calculados. Os resultados obtidos serão comparados com os valores teóricos através do cálculo do erro relativo tanto para o resultado obtido a parâmetros discretos (ou concentrados) e a parâmetros distribuídos. Para verificação do comportamento dos resultados estimados, no caso trifásico, se cotejaram com os parâmetros calculados no caso de uma linha monofásica tanto discretos como distribuídos.

5.2 DADOS DE ENTRADA E TESTES REALIZADOS

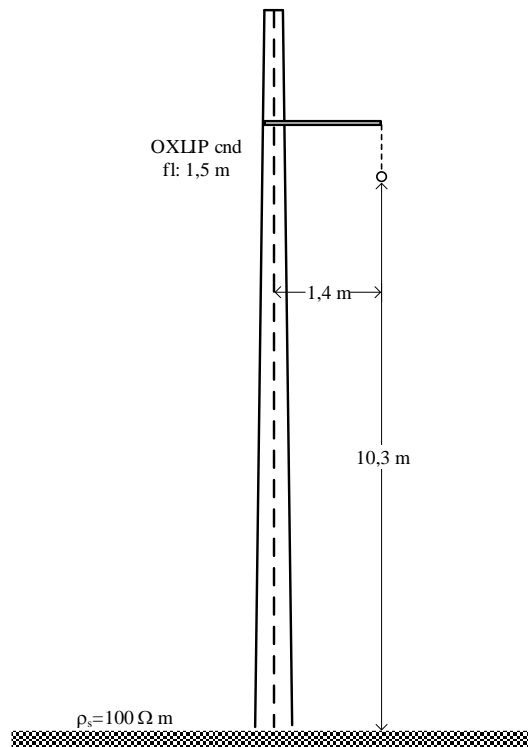
5.2.1 Caso I: Linha Monofásica

Como explicado no capítulo anterior, os parâmetros para uma linha de transmissão monofásica podem ser calculados a partir dos fasores de I&V nos terminais; desde que o comprimento total da LT seja representada por único circuito π utilizando (107) e (108). Esses valores calculados a parâmetros concentrados podem ser distribuídos ao longo do comprimento empregando (109)-(112). O cálculo de parâmetros é realizado com o intuito de estudar o comportamento dos resultados para linhas de diversos comprimentos (entre 25 km e 1000 km). A LT monofásica testada é similar à como mostrada na Figura 7 - Linha de transmissão monofásica de comprimento d . Figura 7; porém, com uma carga de 15,86 MW conectada no terminal receptor e uma tensão no emissor 138 kV.

É importante ressaltar, a estrutura de torre para uma fase mostrada na Figura 12-Caso I: Torre para 1 fase, tem as mesmas dimensões geométricas para uma das fases na torre de três fases sem simetria vertical mostrada na Figura 13. Dessa maneira os resultados calculados (tanto parâmetros concentrados e distribuídos) para uma linha monofásica podem ser

comparados com os resultados estimados (tanto parâmetros concentrados e distribuídos) para uma linha trifásica mediante a metodologia proposta e o método NR.

Figura 12-Caso I: Torre para 1 fase



Fonte: Adaptado de Fuchs (1979)

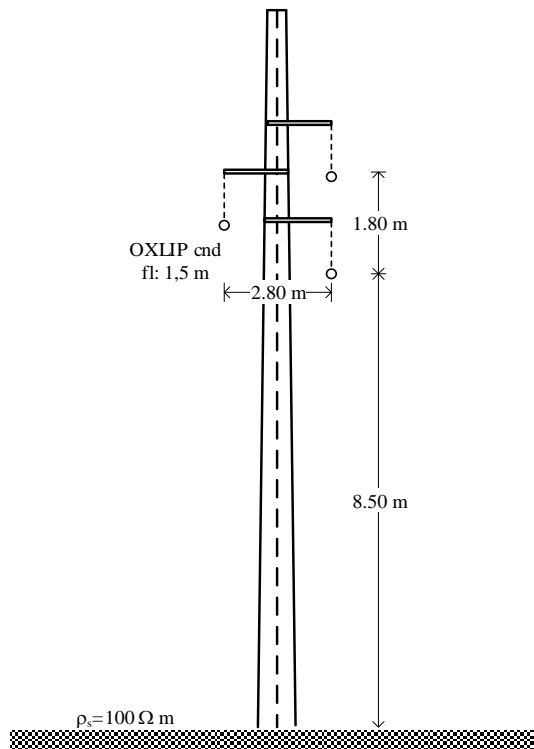
Para a análise do comportamento dos parâmetros calculados por (107)-(112) mediante o cálculo do erro relativo, os parâmetros de referência são computados baseados na Figura 12-Caso I: Torre para 1 fase seguindo as equações para cada componente especificadas no capítulo 2, (devido efeito de retorno pelo solo, pelicular e externo) a través de rotinas especializadas desenvolvidas no *software* Matlab. As simulações do sistema que fornecem os fasores de I&V nos terminais da LT para cada comprimento, foram desenvolvidas também no *software* Matlab.

5.2.2 Caso II: Linha Trifásica

Primeiro, foram calculados computados seguindo as equações para cada componente especificadas no capítulo 2 (devido efeito de retorno pelo solo, pelicular e externo) para cada configuração de torre, mediante rotinas especializadas desenvolvidas no *software* Matlab. Esses parâmetros de referência são especificados em (154)-(159) para as torres apresentadas nas

Figura 13 e Figura 14, para uma estrutura de torre sem simetria e com simetria vertical, respectivamente.

Figura 13-Caso II: Torre para 3 fases sem simetria



Fonte: Adaptado de Fuchs (1979)

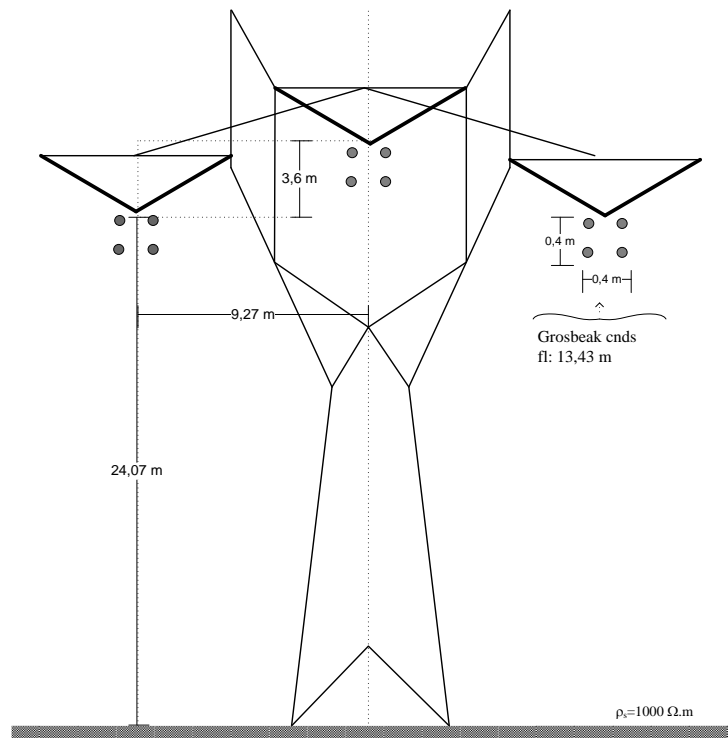
$$R_{SS} = \begin{bmatrix} 0.4361 & 0.0578 & 0.0578 \\ 0.0578 & 0.4362 & 0.0579 \\ 0.0578 & 0.0579 & 0.4363 \end{bmatrix} \Omega/\text{km} \quad (154)$$

$$L_{SS} = \begin{bmatrix} 2.471 & 1.137 & 1.235 \\ 1.137 & 2.470 & 1.137 \\ 1.235 & 1.137 & 2.469 \end{bmatrix} \text{mH}/\text{km} \quad (155)$$

$$C_{SS} = \begin{bmatrix} 7.471 & -1.320 & -1.852 \\ -1.320 & 7.302 & -1.246 \\ -1.235 & -1.246 & 7.302 \end{bmatrix} \text{nF}/\text{km} \quad (156)$$

Note-se que os elementos mútuos das matrizes para cada parâmetro oferecem uma matriz simétrica com respeito à diagonal principal, mesmo que configuração de torre seja sem simetria; porém dada essa configuração em particular, os elementos próprios são distintos entre si. No caso da torre com simetria vertical os elementos mútuos mantêm a simetria da matriz, mas os elementos próprios não são distintos entre si.

Figura 14-Caso II: Torre para 3 fases com simetria vertical



Fonte: Adaptado de Fuchs (1979)

$$R_{SV} = \begin{bmatrix} 0.0585 & 0.0580 & 0.0580 \\ 0.0580 & 0.0586 & 0.0581 \\ 0.0580 & 0.0581 & 0.0586 \end{bmatrix} \Omega/\text{km} \quad (157)$$

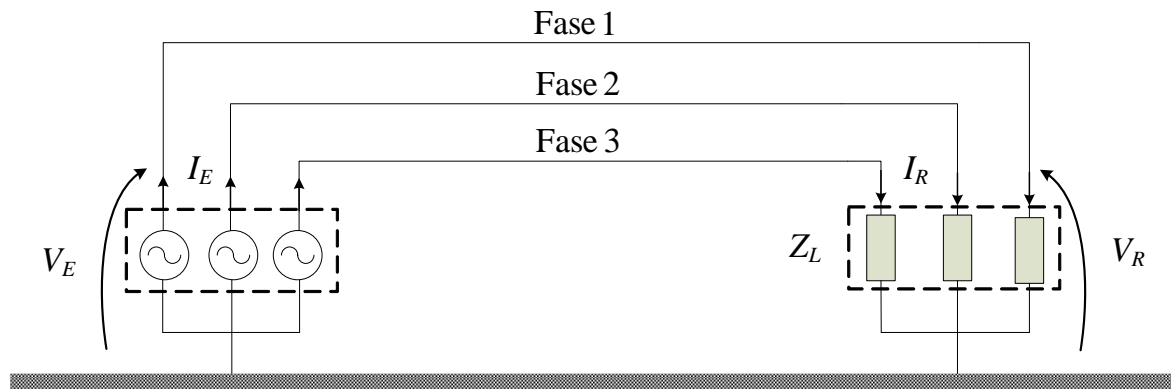
$$L_{SV} = \begin{bmatrix} 1.9344 & 1.1233 & 1.1233 \\ 1.1233 & 1.9339 & 0.9985 \\ 1.1233 & 0.9985 & 1.9339 \end{bmatrix} \text{mH}/\text{km} \quad (158)$$

$$C_{SV} = \begin{bmatrix} 0.1128 & -0.0283 & -0.0283 \\ -0.0283 & 0.1093 & -0.0115 \\ -0.0283 & -0.0115 & 0.1093 \end{bmatrix} \text{nF}/\text{km} \quad (159)$$

Segundo, foram simulados um sistema de transmissão balanceado como mostrado na Figura 15, mediante rotinas desenvolvidas no *software* Matlab, para obter os fasores de correntes e tensões em regime permanente baseados nas configurações de torre anteriormente especificadas. O módulo da tensão de entrada (V_E) é 138 kV e a carga trifásica (Z_L) de 47,6 MW para um sistema balanceado; porém para verificar a flexibilidade do método proposto foram estimados os parâmetros considerando diversos comprimentos de linha e cargas. O comprimento da LT varia de 25km a 1000 km e as cargas simuladas foram:

- 100% de Z_L com $fp = 1$;
- 100% de Z_L com $fp=0,92$;
- 30% de Z_L com $fp=1$;
- 30% de Z_L com $fp=0,92$;

Figura 15- Configuração de LT trifásica simulada.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Os dados de entrada para o sistema de equações não lineares em (148) são as correntes e tensões de fase para uma LT trifásica como mostrada na Figura 15, obtidas por intermédio das rotinas desenvolvidas em Matlab capaz de simular a linha de transmissão em regime permanente, com as características geométricas e configurações elétricas conhecidas. Para cada carga e comprimento foi obtida uma única solução do sistema de equações proposto utilizando o algoritmo de Newton-Raphson.

Para a implementação do método de Newton-Raphson, um valor inicial para vinte e quatro variáveis do sistema deve ser fornecido. A estimativa inicial para as doze variáveis correspondentes às matrizes de impedância $[Z]$ e admitância $[Y]$ é calculada em função dos valores de impedância e admitância de referência pela seguinte relação (160):

$$[X_{ini}] = \alpha [X_{ref}] \quad (160)$$

Em (160), a variável X , pertencente à solução inicial, são identificados pelo índice *ini*, e os parâmetros pertencente aos parâmetros de referência pelo índice *ref*. Finalmente, α pode ser um valor arbitrário. Os valores da solução inicial para as nove variáveis devido aos elementos da matriz de transformação $[T_v]$ são calculados em função do produto $[Z_{ini}][Y_{ini}]$; porém, os valores da solução inicial para as três variáveis pertencentes aos elementos correspondentes à matriz de autovalores $[\lambda]$ podem ser atribuídos arbitrariamente.

Seguindo o algoritmo do método de Newton como foi detalhado na seção 4.2, primeiro calcula-se os valores de cada uma das vinte e quatro funções f_1, f_2, \dots, f_{24} em (148), utilizando os elementos das matrizes $[Z]_{ini}, [Y]_{ini}, [T_v]_{ini}$ e $[\lambda]_{ini}$. Logo, verifica-se o resultado de cada função avaliada utilizando-se os valores da solução inicial. Caso seja menor ou igual a uma tolerância desejada (neste caso de 10^{-6}) a solução inicial transforma-se na solução para o sistema de equações; caso contrário, o algoritmo continua procurando uma solução até que a tolerância desejada seja atingida. Para fornecer uma nova solução, calcula-se a inversa do jacobiano do sistema de equações no ponto anterior, e multiplica-se pelo vetor das funções avaliadas no ponto anterior. Em seguida soma-se esse produto e o vetor da solução anterior. A solução final será aquela que possua um resultado para cada função com valores menores que a tolerância especificada.

Os valores estimados pelo método NR para os elementos distintos das matrizes $[Z]$ e $[Y]$ são elementos discretos que podem ser distribuídos utilizando os elementos da matriz de transformação estimada e o procedimento definido no Apêndice A. Esses valores, tanto os discretos quanto os distribuídos, são comparados com os valores de referência, especificados em (154)-(159), para a respectiva configuração de torre mediante o cálculo do erro relativo. Os parâmetros estimados serão comparados aos valores de referência pela seguinte expressão (161):

$$\% \text{ Erro} = \frac{|p' - p|}{p} \times 100\% \quad (161)$$

Em (161), p' é o parâmetro com valor estimado (solução final) pelo método NR e p é o parâmetro com o valor teórico ou de referências em (154)-(159). Mediante o cálculo do erro relativo dos parâmetros estimados a precisão do método é avaliada para a estimação dos parâmetros de LT a partir das I&V nos terminais da linha. A precisão dos elementos da matriz de transformação é avaliada ao transformar as matrizes de impedância e admitância ao domínio dos modos para calcular os parâmetros distribuídos equivalentes dos parâmetros discretos estimados.

5.3 RESULTADOS

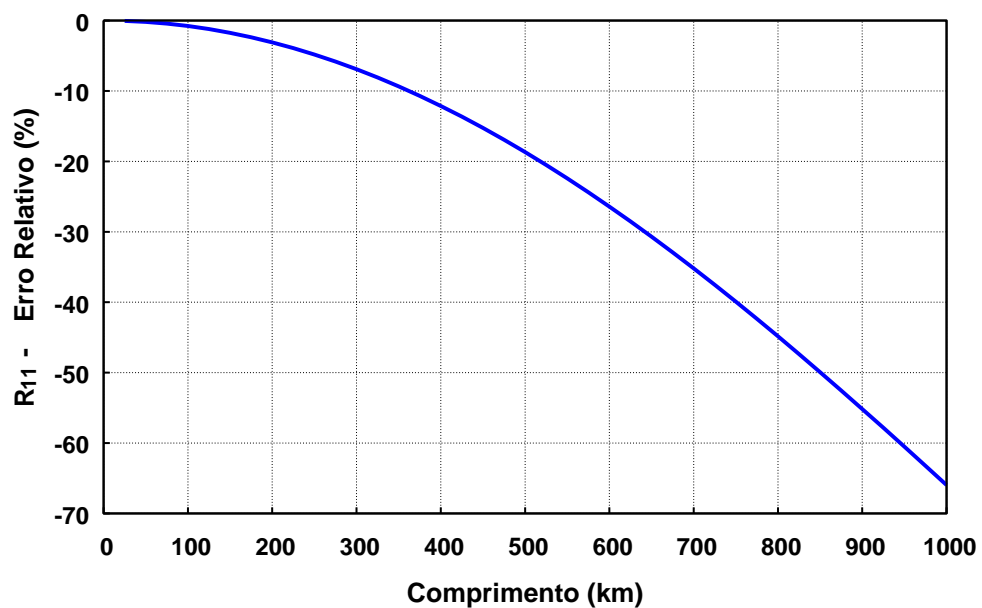
Primeiro se apresentam os resultados para o caso de uma LT monofásica, nos quais aprecia-se o comportamento do erro relativo dos parâmetros (Figura 16-Figura 21) para cada comprimento testado. Quando os parâmetros são calculados diretamente dos fasores de I&V nos terminais, esses são influenciados exclusivamente pela representação a parâmetros concentrados ou a parâmetros distribuídos; portanto, baseado nesses resultados pode-se traçar o comportamento base ou de referência para os resultados dos parâmetros estimados a través da metodologia proposta.

Segundo se apresentam os resultados para o caso de uma LT trifásica (Figura 22-Figura 27), no quais é mostrada a precisão dos parâmetros concentrados estimados pelo método NR. De igual maneira, a precisão dos parâmetros distribuídos que são obtidos utilizando a matriz de transformação estimada também é mostrada na Figura 28-Figura 33.

5.3.1 Caso I: Linha Monofásica

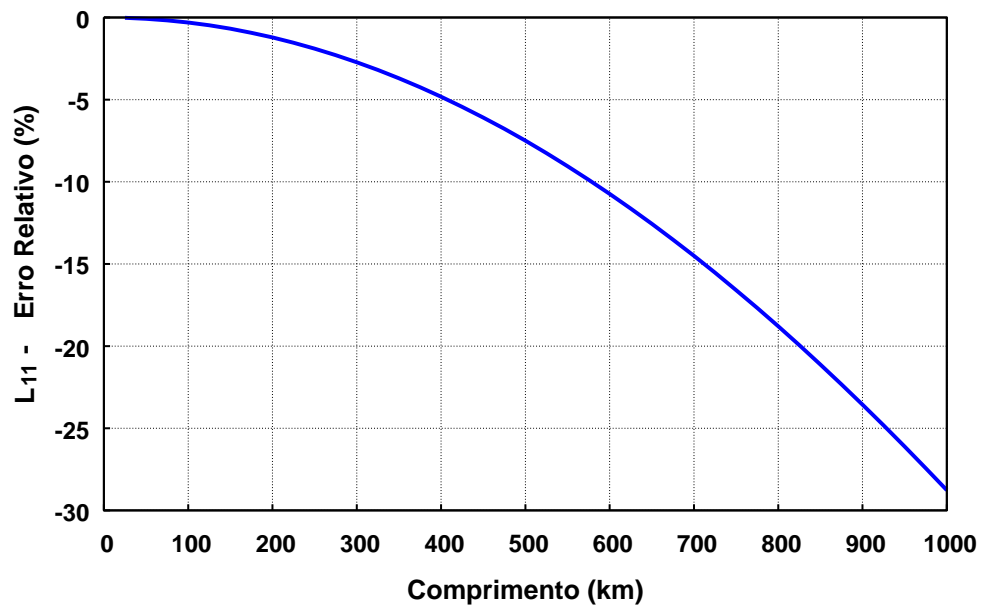
O comportamento de cada parâmetro (resistência, indutância e capacitância) para uma linha monofásica segundo as equações (107) e (108) são mostrados da Figura 16 a Figura 18.

Figura 16- O erro relativo da resistência calculada a parâmetros concentrados.



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

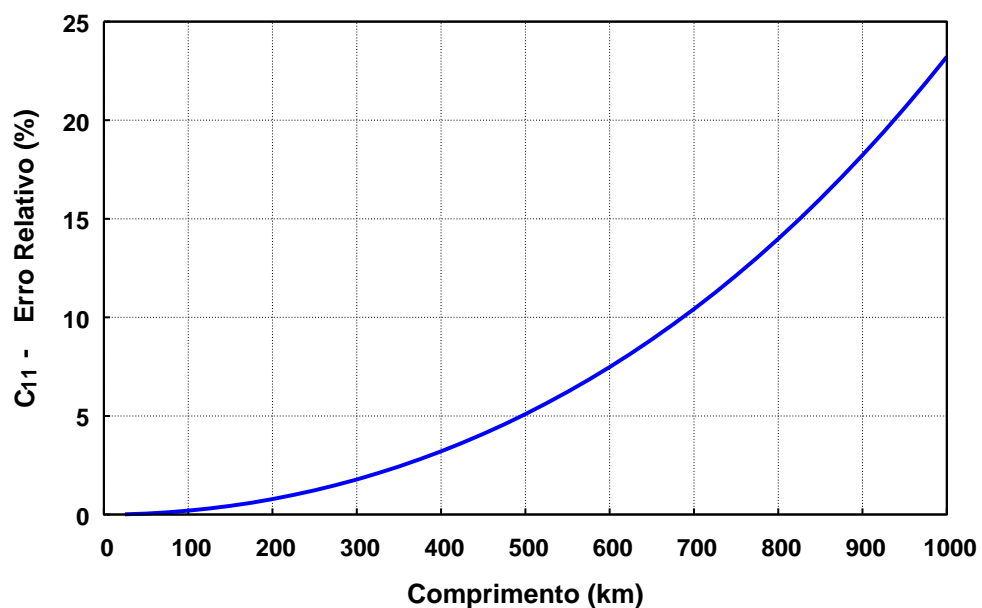
Figura 17- O erro relativo da indutância calculada a parâmetros concentrados.



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Note-se que o sinal do erro relativo para os parâmetros longitudinais indica que os parâmetros concentrados estão sendo subestimados. Em contraste, o parâmetro transversal está sendo sobre estimado. Também se aprecia que o valor de calculado para cada um dos parâmetros depende do valor do comprimento representado pelo circuito- π ; o erro relativo da resistência é dois vezes mais grande que o da capacitância.

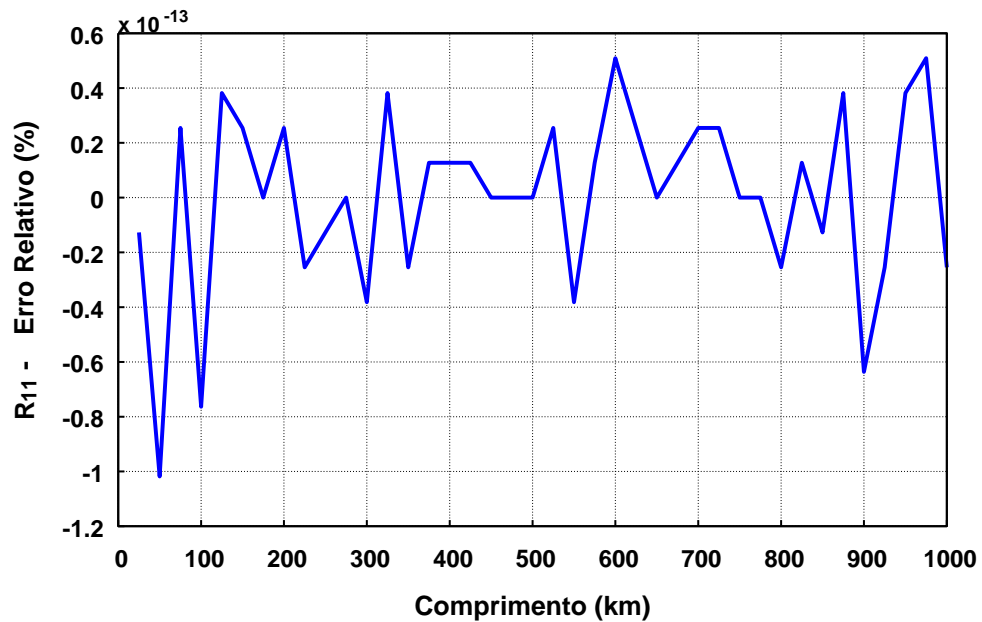
Figura 18- O erro relativo da capacitância calculada a parâmetros concentrados.



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

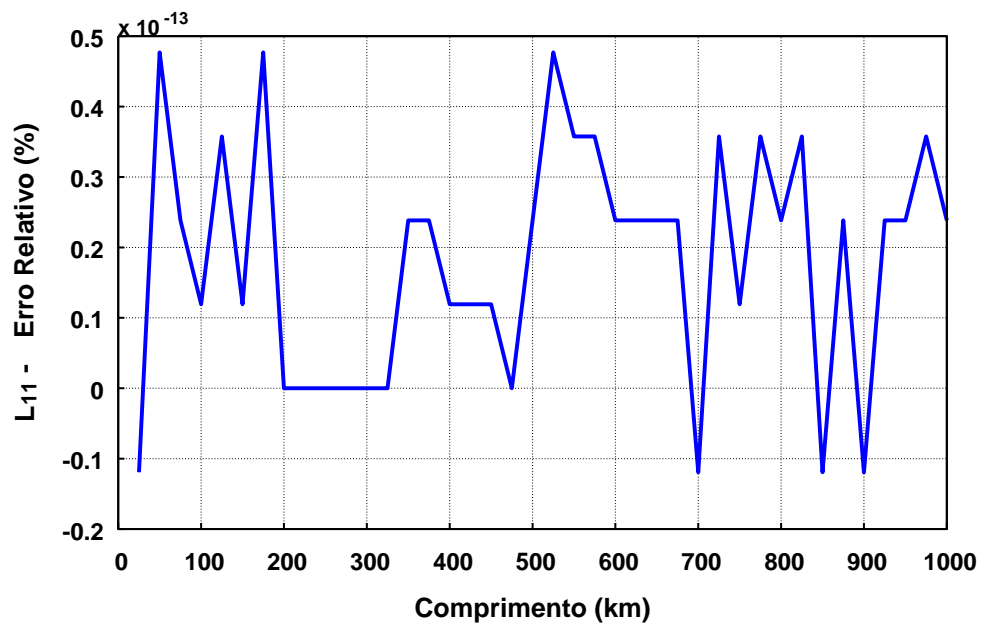
O comportamento de cada parâmetro (resistência, indutância e capacitância) para uma linha monofásica segundo as equações (109)-(112) são mostrados da Figura 19-Figura 21:

Figura 19- O erro relativo da resistência calculada a parâmetros distribuídos.



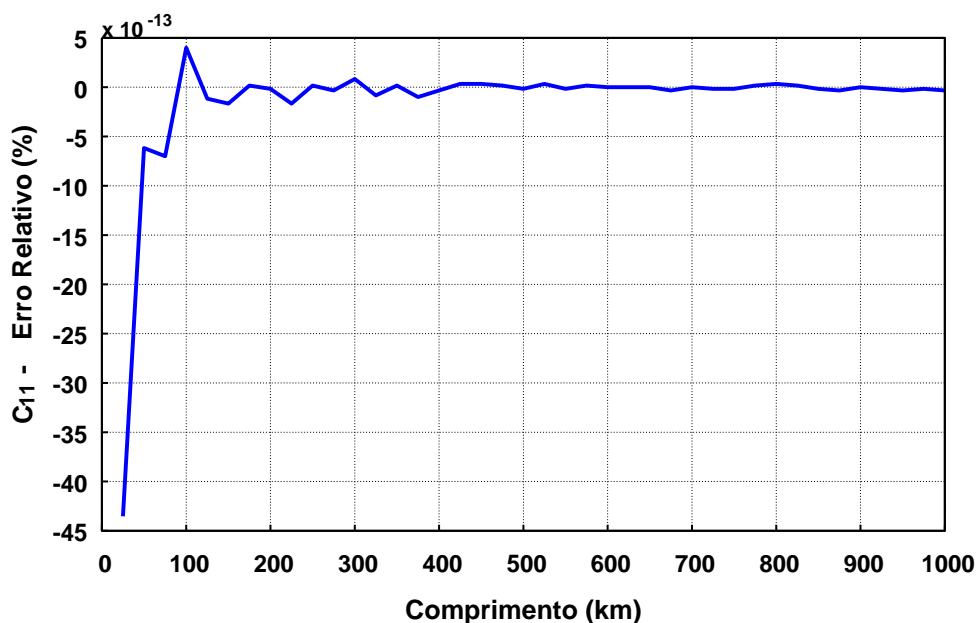
Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Figura 20- O erro relativo da indutância calculada a parâmetros distribuídos



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Figura 21- O erro relativo da capacitância calculada a parâmetros distribuídos



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Nesses gráficos destaca-se que após distribuir os parâmetros concentrados que foram calculados, o erro relativo no pior caso é reduzido de 70% a 1×10^{-13} %, isto mostra como a representação à parâmetros concentrados é limitada pelo comprimento da linha; porém, ao distribuir esses resultados, o método de cálculo de parâmetros de LT monofásica torna-se exato.

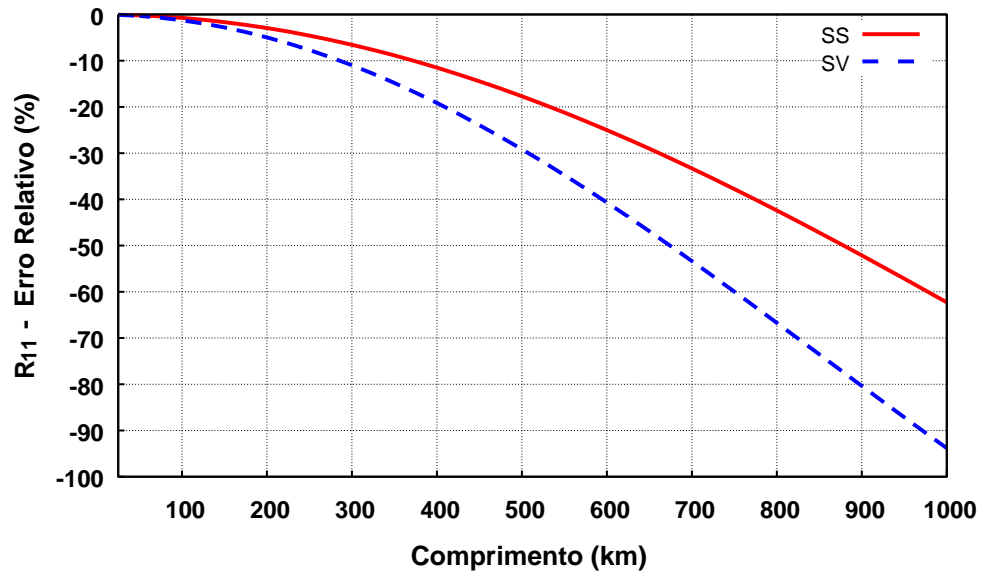
5.3.2 Caso II: Linha Trifásica

Os resultados apresentados a seguir, mostram o comportamento do erro relativo para um elemento representativo próprio (fase 1 ou A) e mútuo (entre a fase 2 e 3 ou B e C) para cada um dos parâmetros estimados conforme o comprimento da linha. Escolheu-se mostrar somente um elemento representativo por que o comportamento do erro relativo para os demais elementos é similar ao dos elementos apresentados. De igual maneira, mostram-se apenas os resultados para uma única configuração de carga pois parâmetros pois também o erro relativo dos parâmetros estimados se mantem no mesmo patamar para qualquer configuração de carga. Na

Figura 22 a Figura 27 são apresentados os gráficos do comportamento do erro relativo para cada parâmetro discreto estimado para a configuração de torre sem simetria - SS (Figura 13) em vermelho contínuo e com simetria vertical - SV (Figura 14) em azul tracejado.

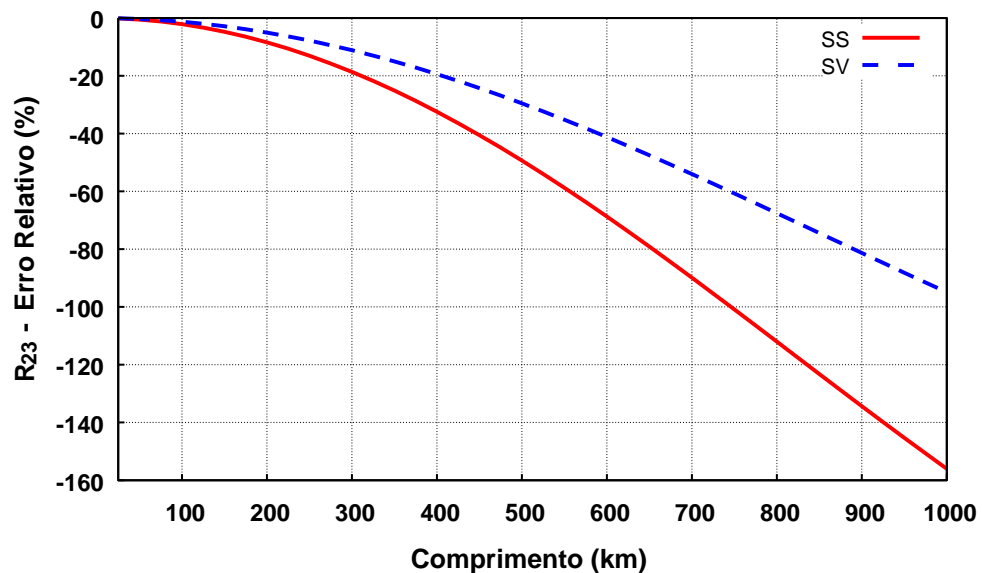
Nas Figura 22 e Figura 23 são apresentados os gráficos do erro relativo de um elemento próprio e mútuo, respectivamente, pertencentes a matriz de resistência, obtida da matriz de impedância estimada.

Figura 22- O erro relativo da resistência própria estimada a parâmetros concentrados



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Figura 23- O erro relativo da resistência mútua estimada a parâmetros concentrados



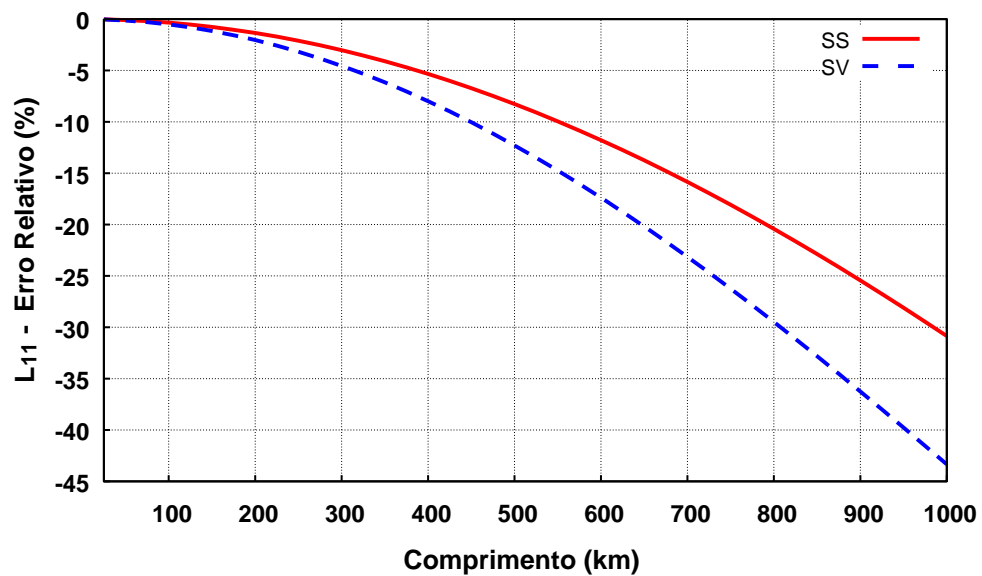
Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Nas figuras anteriores pode-se apreciar que os valores estimados fornecidos pelo método são menores que os valores de referência pois o erro relativo é negativo; em outras palavras os valores fornecidos pelo método são subestimados. Também pode se ver que o erro relativo dos

valores estimados incrementa com o aumento do comprimento da linha, possivelmente devido à representação de cada modo a parâmetros concentrados. Pode-se ver que o erro relativo do valor estimado para um elemento mútuo em uma torre sem simetria é maior que em uma torre com simetria vertical contrário ao comportamento do elemento próprio.

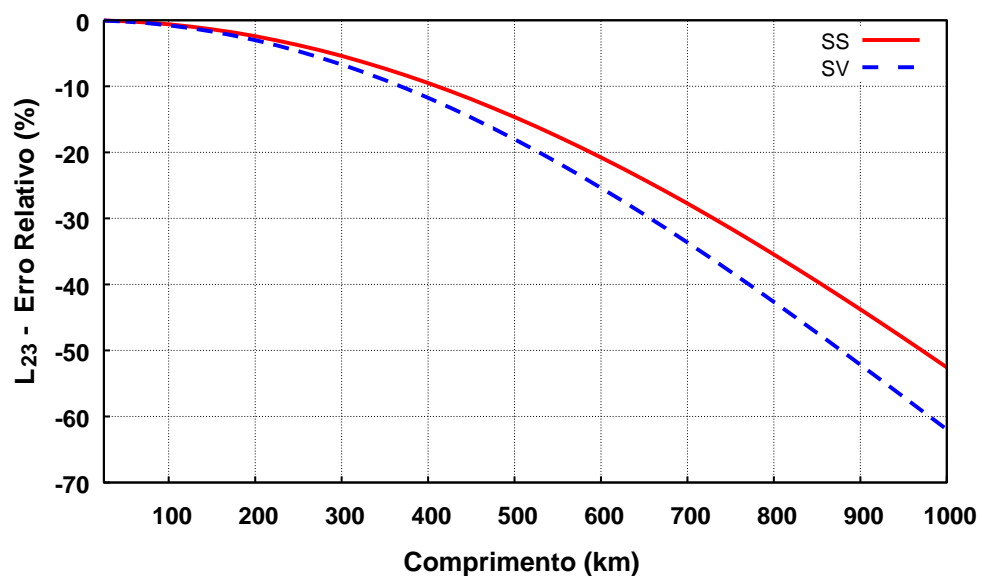
A Figura 24 e Figura 25 mostram o erro relativo de um elemento próprio e mútuo, respectivamente, pertencentes à matriz de indutância, obtida da matriz de impedância estimada.

Figura 24- O erro relativo da indutância própria estimada a parâmetros concentrados



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Figura 25- O erro relativo da indutância mútua estimada a parâmetros concentrados

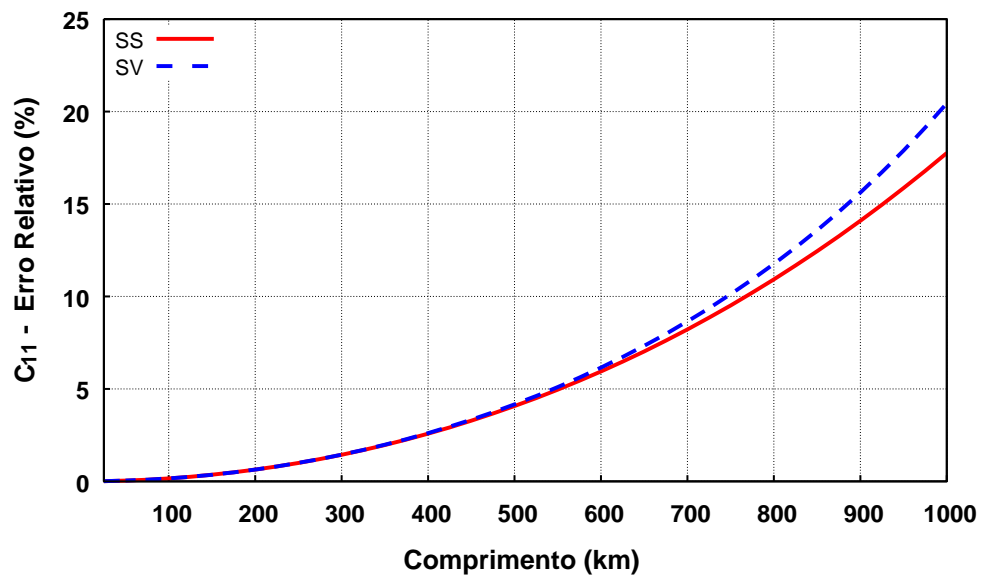


Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Pode-se observar que o erro relativo também é negativo para os valores estimados da indutância; portanto, igual que no caso da resistência, esses estão sendo subestimados pelo método NR. Pode-se ver também que o erro relativo do valor estimado é mais alto no caso de uma torre com simetria vertical.

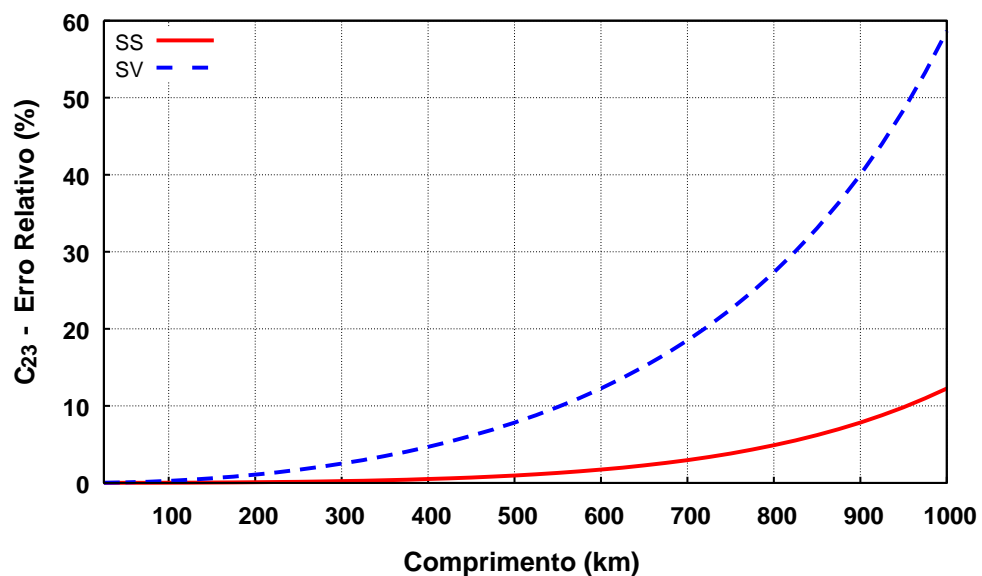
A Figura 26 e Figura 27 mostram o erro relativo de um elemento concentrado próprio e mútuo, respectivamente, pertencentes a matriz de capacitância.

Figura 26- O erro relativo da capacitância própria estimada a parâmetros concentrados



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Figura 27- O erro relativo da capacitância mútua estimada a parâmetros concentrados



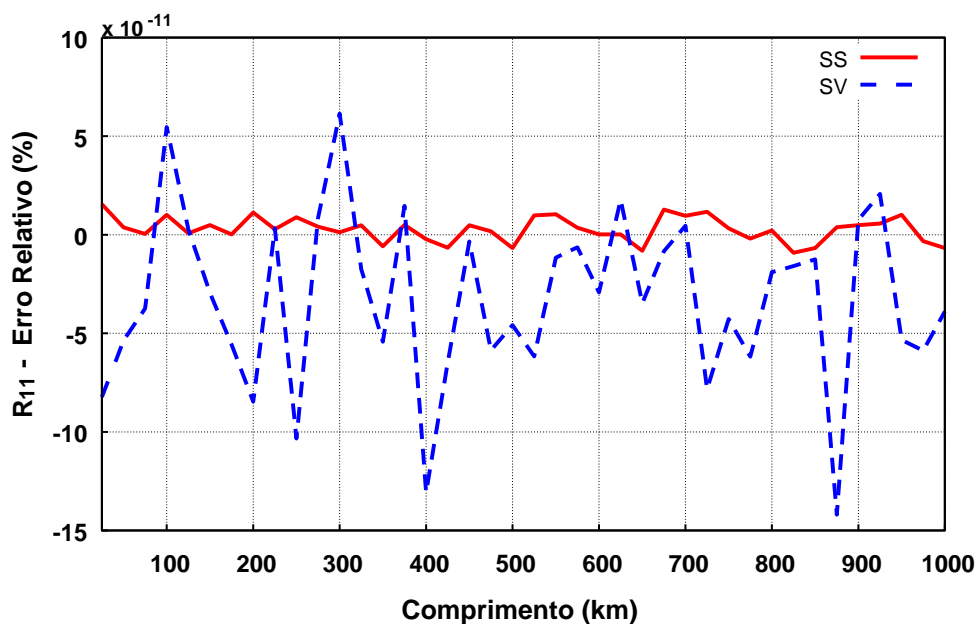
Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Nessas figuras observa-se que o erro relativo é positivo para os valores estimados da capacitância; portanto, esses estão sendo sobrestimados pelo método. Além disso o erro relativo do valor estimado pelo NR é mais alto para uma torre com simetria vertical especialmente no caso do elemento mútuo.

Da Figura 28 a Figura 33 mostram o comportamento do erro relativo para cada parâmetro distribuído estimado para a configuração sem simetria (SS) em vermelho contínuo e com simetria vertical (SV) em azul pontilhado. Como visto nas figuras anteriores, o erro relativo cresce exponencialmente conforme o comprimento da linha aumenta por causa das equações que relacionam as I&V aos parâmetros concentrados dispostos em um único circuito π . Para aprimorar, os elementos estimados de parâmetros concentrados obtidos como solução para o sistema de equações proposto em (148) são distribuídos ao longo do comprimento. A transformação dos elementos estimados a parâmetros concentrados para parâmetros discretos é realizada utilizando os elementos da matriz de transformação estimada e as relações entre o modelo a parâmetros concentrados e distribuídos especificadas em (109)-(112) seguindo o algoritmo especificado no Apêndice A.

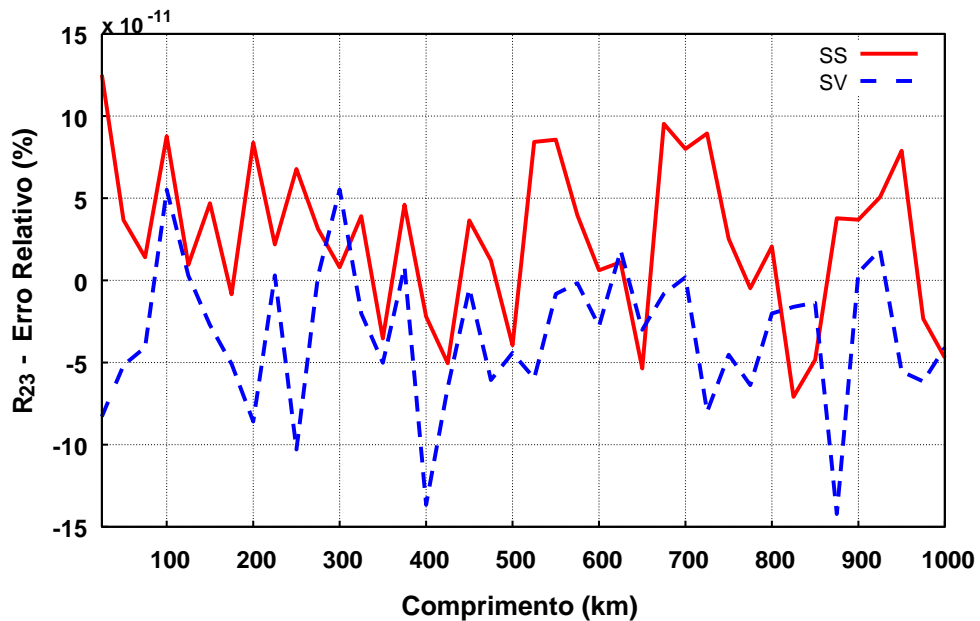
A Figura 28 e Figura 29 mostram o erro relativo de um elemento distribuído próprio e mútuo, respectivamente, para a resistência, pertencentes a matriz de resistência, obtida da matriz de impedância corrigida.

Figura 28- O erro relativo da resistência própria estimada a parâmetros distribuídos



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Figura 29- O erro relativo da resistência mútua estimada a parâmetros distribuídos



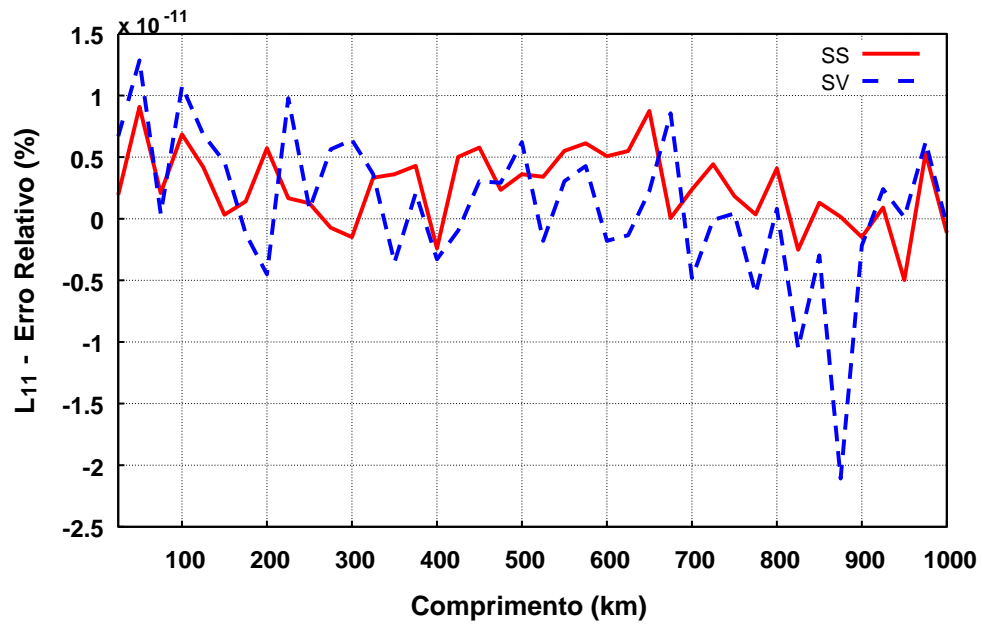
Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Nas figuras anteriores verifica-se que o erro relativo dos elementos concentrados estimados para a resistência ao ser distribuídos ao longo do comprimento da linha é reduzido a $1 \times 10^{-11}\%$, ou seja, aproximadamente 0%. Porém, o erro relativo para a torre sem simetria vertical é maior ao erro da torre com simetria vertical, igual ao que ocorre nos elementos mútuos estimados da resistência a parâmetros discretos.

Neste caso pode-se observar que os elementos também admitem sobre- ou subestimação dependendo do comprimento da LT e que esse comportamento segue o comportamento do erro relativo no caso da LT monofásica. Se comparar o comportamento do erro relativo para a resistência no caso da linha monofásica com o elemento próprio da resistência correspondente a uma fase, pode-se ver que o comportamento do erro relativo é similar e apenas surge uma diferença de duas casas decimais de $1 \times 10^{-11}\%$ a $1 \times 10^{-13}\%$; porém insignificante pois continua sendo quase zero.

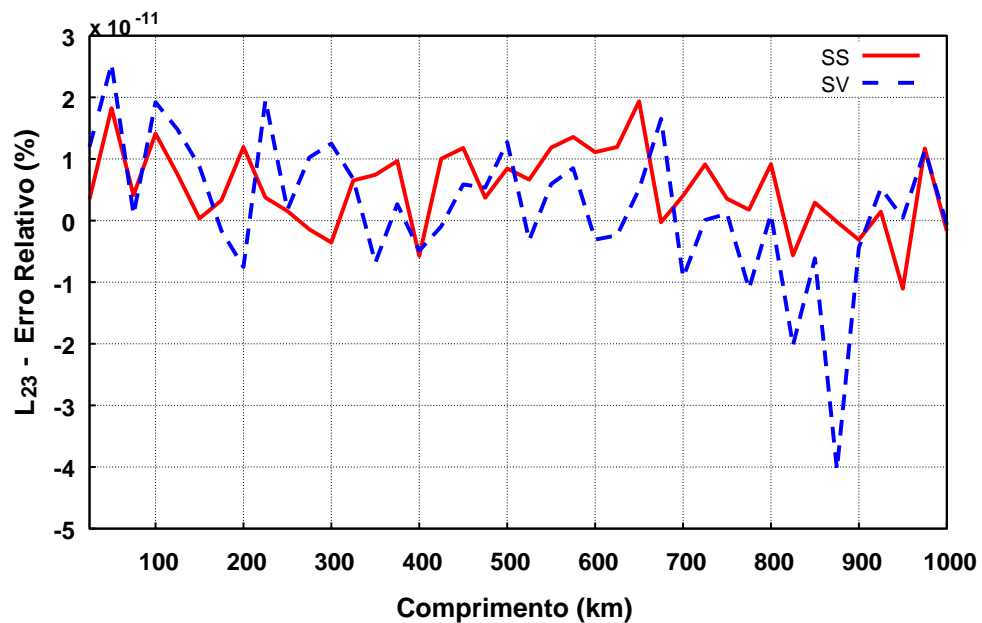
A Figura 30 e Figura 31 mostram o erro relativo de um elemento distribuído próprio e mútuo, respectivamente, pertencentes a matriz de indutância, obtida da matriz de impedância corrigida.

Figura 30- O erro relativo da indutância própria estimada a parâmetros distribuídos



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Figura 31- O erro relativo da indutância mútua estimada a parâmetros distribuídos

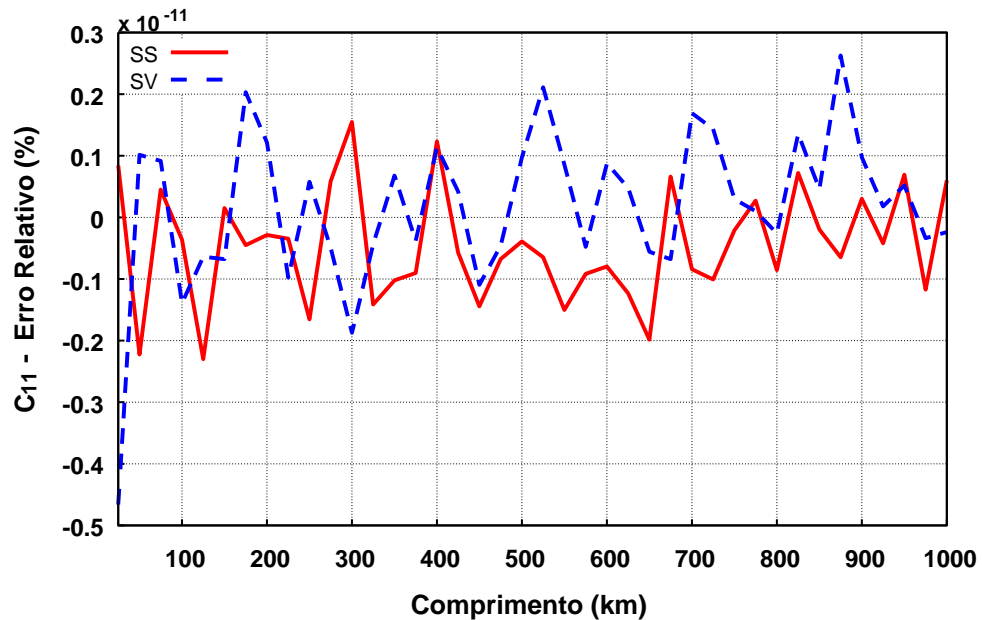


Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Nas figuras anteriores verifica-se que o erro relativo dos elementos concentrados estimados para a indutância distribuída é reduzido a 1×10^{-11} %, ou seja, aproximadamente 0%. Nesse caso o maior erro atingido (875 km) é devido à configuração para a torre com simetria vertical. Os elementos também admitem sobre ou subestimação dependendo do comprimento.

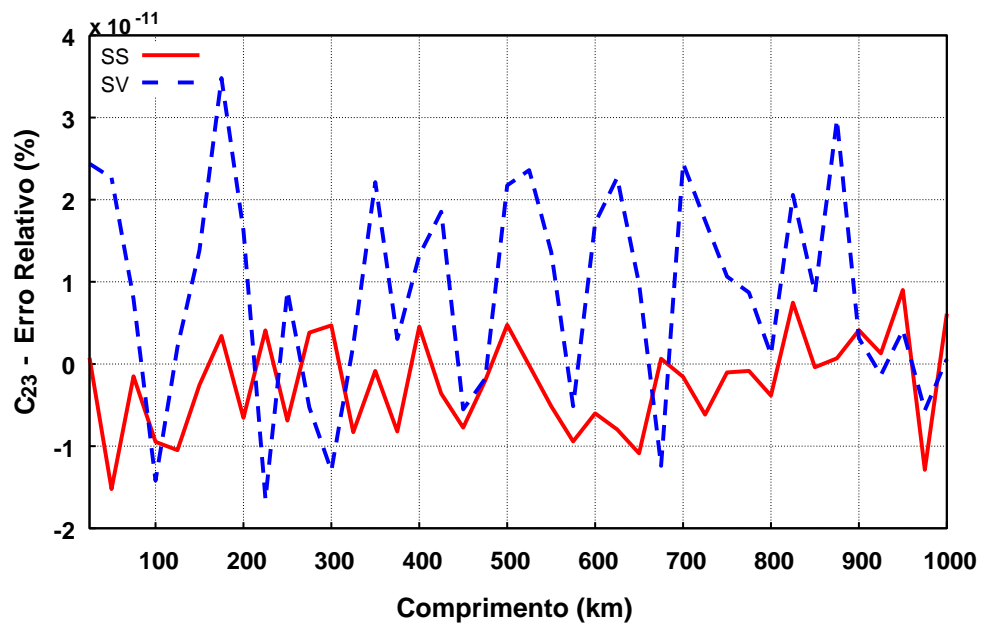
A Figura 32 e Figura 33 mostram o erro relativo de um elemento distribuído próprio e mútuo, respectivamente, pertencentes a matriz de capacitância, obtida da matriz de impedância corrigida.

Figura 32- O erro relativo da capacitância própria estimada a parâmetros distribuídos



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Figura 33- O erro relativo da capacitância mútua estimada a parâmetros distribuídos



Fonte: Dados obtidos pelo próprio autor

Nas figuras anteriores verifica-se que o erro relativo dos elementos concentrados estimados para a capacitância ao ser distribuídos ao longo do comprimento da linha é reduzido

a 1×10^{-11} %, ou seja, aproximadamente 0%. Nesse caso o maior erro atingido (175 km) é devido à configuração para a torre com simetria vertical.

5.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPITULO

Neste capítulo apresentaram-se os valores de referência dos parâmetros de LT para as configurações de torre com simetria vertical e sem simetria vertical; a configuração do sistema trifásico a ser simulado para as diversas configurações de carga e os comprimentos de LT. Além disso, apresentam-se os gráficos do erro relativo da solução para o sistema de equações proposto obtida mediante o método NR no caso dos elementos estimados pela representação da linha a parâmetros concentrados ou parâmetros distribuídos. Mediante a conversão dos valores dos parâmetros concentrados estimados a parâmetros distribuídos, se verifica também a estimação precisa dos elementos da matriz de transformação, e pode-se validar o comportamento do erro relativo para o caso da LT trifásica comparando-o com o comportamento para o caso da LT monofásica.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho propõe um sistema de equações baseado nas relações fase-modo para uma matriz de transformação desconhecida que permite estimar os parâmetros de linha de transmissão mediante uma única medição sincronizada das correntes e tensões de fase nos terminais da linha. As relações fase-modo permitem a análise da linha no domínio modal e sua representação a parâmetros concentrados. Desta maneira estabelece-se a relação entre as medições de correntes e tensões de fase em regime permanente e os elementos das matrizes de admitância e impedância modal (141).

Para a resolução do sistema não linear de equações (148) o método Newton-Raphson é implementado satisfatoriamente; condicionado unicamente pelo valor da estimativa inicial. Os parâmetros estimados pelo método são influenciados diretamente pela representação de cada modo por um único circuito- π . Como visto da Figura 22 a Figura 27, o erro relativo dos valores fornecidos pelo método varia conforme o comprimento aumenta; portanto, pode-se dizer que o método oferece uma boa estimação (erro relativo $<15\%$) para linhas menores do que 300 km. Porém, se esses valores são distribuídos ao longo do comprimento da linha mediante o método oferece ótimos resultados (erro relativo = $1 \times 10^{-11}\%$) para qualquer comprimento de linha testado, Figura 28 a Figura 33. Mediante esta conversão se verifica a estimacão dos elementos da matriz de transformação pois se ela não diagonaliza-se corretamente as matrizes de impedância e admitância concentrada estimadas não seria possível executar o algoritmo no Apêndice A que permite distribuir as matrizes estimadas.

O sistema de equações (148) proposto permite estimar os parâmetros para qualquer configuração de torre e de carga em regime permanente. Os resultados mostram que o erro relativo para a torre com simetria vertical atinge sempre (tanto a parâmetros concentrados ou distribuídos) um erro relativo maior ao erro relativo dos resultados para uma torre sem simetria, possivelmente devido à diminuição de elementos distintos nas matrizes de impedância e admitância. Os gráficos do erro relativo dos elementos discretos estimados mostram que o método de resolução subestima os elementos da matriz de resistência e indutância e sobrestima os elementos da matriz de capacitância.

O método de resolução numérico escolhido não agrega um incremento substancial ao erro relativo do parâmetro estimado, pois é similar ao obtido pelo cálculo destes para uma LT monofásica a partir dos fasores de I&V nos terminais. Isto pode-se verificar comparando os resultados da metodologia proposta para a EPLT no caso de uma LT trifásica mediante a

comparação dos elementos próprios estimados (Figura 22, Figura 24 e Figura 26 a parâmetros concentrados; Figura 28, Figura 30 e Figura 32 a parâmetros distribuídos) com os parâmetros calculados no caso de uma LT monofásica (Figura 16-Figura 18 a parâmetros concentrados e Figura 19-Figura 21 a parâmetros distribuídos).

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Estimar a matriz de transformação partindo das correntes e tensões e as relações fase-modo de potência, considerando a matriz de transformação como unitária.
- Estabelecer uma relação entre o produto da matriz de admitância e impédancia e as correntes e tensões nos terminais da linha.
- Substituir a representação de cada modo pelo modelo a parâmetros distribuídos ao invés do modelo a parâmetros discretos ou concentrados.

REFERENCIAS

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs and Mathematical Tables. **Journal of Applied Mechanics**, New York, v. 32, n. 1, p. 239, 1972.

ASPROU, M.; KYRIAKIDES, E. Estimation of transmission line parameters using PMU measurements. In: [2015] IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, Denver. **Anais...** Denver: IEEE, 2015.

ASPROU, M.; KYRIAKIDES, E. Identification and estimation of erroneous transmission line parameters using PMU measurements. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 8977, n. c, p. 1–1, 2017.

ASTI, G. A.; DA SILVA, R. C.; KUROKAWA, S.; DA COSTA, E. C. M. Identification of transmission line parameters from temporal measurements of currents and voltages in their terminals: Influence oh the length line. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2012, San Diego. **Proceedings...** New York: IEEE, 2012. p. 1–7.

BI, T.; CHEN, J.; WU, J.; YANG, Q. Synchronized phasor based On-line parameter identification of overhead transmission line. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC UTILITY DEREGULATION AND RESTRUCTURING AND POWER TECHNOLOGIES, 30., 2008, Nanjing. **Proceedings...** New York: IEEE, 2008. p. 1657-1662.

BORDA, C.; OLARTE, A.; DIAZ, H. PMU-based line and transformer parameter estimation. In: IEEE/PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 2009, Seattle. **Proceedings...** New York: IEEE, 2009. p. 1-8.

BREINGAN, W. D.; CHEN, M. m.; GALLEN, T. F. The Laboratory Investigation of a Digital System for the Protection of Transmission Lines. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-98, n. 2, p. 350–368, mar. 1979.

CARSON, J. R. Wave Propagation in overhead wires with ground return. **Bell System Technical Journal**, New York, v. 5, n. 4, p. 539–554, out. 1926.

CARVALHO, C. G. d. **Características dos parâmetros do condutor equivalente a um feixe de subcondutores de linhas de transmissão: análise inicial.** 2007. 149 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

CASTILLO, M. R. M.; LONDON, J. B. A.; BRETAS, N. G. Branch parameters validation for state estimation purpose. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 2008, Bogota, **Proceedings...** New York: IEEE, 2008. P. 1-6.

CHIPMAN, R. A. **Schaum's outline of theory & problems on transmission lines.** New York: McGraw-Hill Book Company, 1968.

COSTA, E. C. M.; KUROKAWA, S. Estimation of transmission line parameters using multiple methods. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Stevenage, v. 9, n. 16, p. 2617–2624, 2015.

DAN, A. M.; RAISZ, D. Estimation of transmission line parameters using wide-area measurement method. In: **IEEE TRONDHEIM POWERTECH**, 2011, Trondheim. **Proceedings...** New York: IEEE, 2011. p. 1-6.

DASGUPTA, K.; SOMAN, S. A. Line parameter estimation using phasor measurements by the total least squares approach. In **IEEE POWER & ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING**, 2013, Vancouver. **Proceedings...** New York: IEEE, 2013. p. 1–5.

DAVIS, K. R.; DUTTA, S.; OVERBYE, T. J.; GRONQUIST, J. Estimation of transmission line parameters from historical data. In: **HAWAII INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEM SCIENCES**, 46., Wailea. **Proceedings...** Wailea: IEEE, 2013. p. 2151-2160.

DEBS, A. Estimation of steady-state power system model parameters. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-93, n. 5, p. 1260–1268, 1974.

DERI, A.; TEVAN, G.; SEMLYEN, A.; CASTANHEIRA, A. The complex ground return plane a simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-100, n. 8, p. 3686–3693, 1981.

DJURIĆ, M. B.; RADOJEVIĆ, Z. M.; TERZIJA, V. V. Time domain solution of fault distance estimation and arcing faults detection on overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 14, n. 1, p. 60–65, 1999.

DOMMEL, H. W. **Electromagnetic transients program theory book**. Portland: Branch of System Engineering Bonneville Power Administration, 1986.

DU, Y.; LIAO, Y. Online estimation of power transmission line parameters, temperature and sag. In: **NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM**, 2011, Boston. **Proceedings...** New York: IEEE, 2011.

ELGERD, O. I. **Electric energy systems theory: an introduction**. New York : McGraw-Hill, 1971.

FERNÁNDEZ, C.; PAGOLA, F. L. Total least squares and discrete-time line models in HV distance protection. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 14, n. 1, p. 74–79, 1999.

FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica linhas aéreas**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1979.

GAJARE, S.; PRADHAN, A. K.; TERZIJA, V. A Method for Accurate Parameter Estimation of Series Compensated Transmission Lines Using Synchronized Data. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 8950, n. c, p. 1–1, 2017.

GIRGIS, A. A. A new kalman filtering based digital distance relay. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-101, n. 9, p. 3471–3480, 1982.

GLOVER, D.; SARMA, M.; OVERBYE, T. **Power System analysis & design**. 5th. ed. Stamford: Cengage Learning, 2012.

GONEN, T. **Modern power system analysis**. New York: John Wiley, 1988.

GURUSINGHE, D. R.; RAJAPAKSE, A. D. Efficient algorithms for real-time monitoring of transmission line parameters and their performance with practical synchrophasors. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Stevenage, v. 11, n. 5, p. 1134–1143, 2017.

HEDMAN, D. E. Theoretical evaluation of multiphase propagation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-90, n. 6, p. 2460–2471, 1971.

HOFMANN, L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 18, n. 2, p. 564–570, 2003.

HU, Z.; CHEN, Y. New Method of Live Line Measuring the Inductance Parameters of Transmission Lines Based on GPS Technology. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 23, n. 3, p. 1288–1295, jul. 2008.

ISAKSSON, A. Digital protective relaying through recursive least-squares identification. **IET Gener. Transm. Distrib.**, Stevenage, v. 135, n. 5, p. 441–449, 1988.

JIANG, J. A.; CHEN, C. S.; LIU, C. W. A new protection scheme for fault detection, direction discrimination, classification, and location in transmission lines. **IEEE Power Engineering Review**, New York, v. 22, n. 7, p. 60, 2002.

JIANG, J.; YANG, J.; LIN, Y.; LIU, C.; MA, J. An Adaptive PMU Based Fault Detection / Location Technique for Transmission Lines Part I: Theory and Algorithms. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 15, n. 2, p. 486–493, 2000.

KANG, X.; SUONAN, J.; SONG, G.; BO, Z. Protection technique based on parameter identification: its principle and application. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING - CONVERSION AND DELIVERY OF ELECTRICAL ENERGY IN THE 21ST CENTURY, 2008, Pittsburgh. **Proceedings...** Pittsburgh: IEEE, 2008.

KEZUNOVIC, M. Digital protective relaying algorithms and systems - An overview. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 4, n. 3, p. 167–180, 1981.

KUROKAWA, S. **Parâmetros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase**. Campinas. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2003.

KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J.; PRADO, A. J. A procedure to estimate parameters of a line segment taking into account its representation through pi circuits: theoretical development. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2006, Montreal. **Proceedings...** New York: IEEE, 2006. p. 1–6.

KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J.; TAVARES, M. C.; PORTELA, C. M.; PRADO, A. J. A new procedure to derive transmission line parameters: theoretical considerations. [2005] **IEEE Power Engineering Society General Meeting**, New York, v. 21, n. 1, p. 1178–1185, 2005.

KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J.; TAVARES, M. C.; PORTELA, C. M.; PRADO, A. J. A new procedure to derive transmission-line parameters: Applications and restrictions. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 21, n. 1, p. 492–498, 2006.

KUSIC, G. L.; GARRISON, D. L. Measurement of transmission line parameters from SCADA data. **IEEE PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 2004**, New York. **Proceedings...** New York: IEEE, 2004. p. 344–349.

KUSIC, G. L.; REED, G. Parameters for three-phase transmission lines. In: **IEEE PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 2006**, Atlanta. **Proceedings...** New York: IEEE, 2006. p. 2221–2224.

LI, C.; ZHANG, Y.; ZHANG, H.; WU, Q.; TERZIJA, V. Measurement-Based Transmission Line Parameter Estimation with Adaptive Data Selection Scheme. **IEEE Transactions on Smart Grid**, New York, v. 3053, p. 1–1, 2017.

LIAO, Y. Algorithms for power system fault location and line parameter estimation. In: **PROCEEDINGS OF THE ANNUAL SOUTHEASTERN SYMPOSIUM ON SYSTEM THEORY, 2007**, Macon. **Proceedings...** New York: IEEE, 2007. p. 189–193.

LIAO, Y. Power transmission line parameter estimation and optimal meter placement. In: **OF THE IEEE SOUTHEASTCON, 2010**, Concord. **Proceedings...** New York: IEEE, 2010. p. 250-254.

LIAO, Y.; KEZUNOVIC, M. Online optimal transmission line parameter estimation for relaying applications. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 24, n. 1, p. 96–102, 2009.

LIAO, Y.; NGUYEN, T. Alternative way to derive equivalent PI circuit model of transmission lines. In: **ANNUAL SOUTHEASTERN SYMPOSIUM ON SYSTEM THEORY, 7.**, 2007, [S. l.]. **Proceedings...** [S. l.: s. n.], 2007.

LIPSCHUTZ, S. **Álgebra linear**. São Paulo: McGraw-Hill, 1974.

LIU, W.-H. E.; WU, F. F.; LUN, S.-M. Estimation of parameter errors from measurement residuals in state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 7, n. 1, p. 81–89, 1992.

LOBOS, T. Simplified methods for calculating the impedance of transmission lines. **Computers & Electrical Engineering**, Elmsford, v. 9, n. 1, p. 19–31, 1982.

LONG, R.; GELOPULOS, D. Component transformations - eigenvalue analysis succinctly defines their relationships. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-101, n. 10, p. 4055–4063, out. 1982.

MANN, B. J.; MORRISON, I. F. Digital calculation of impedance for transmission line

protection. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-90, n. 1, p. 270–279, 1971.

MARTINEZ, J. A.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameter Determination for Modeling System Transients--Part I: Overhead Lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 20, n. 3, p. 2038–2044, 2005.

MEZA, E. B. M.; DE SOUZA, J. C. S.; DO COUTTO FILHO, M. B. Parameter estimation through a genetic algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEM APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, 15., 2009, Curitiba. **Anais...** New York: IEEE, 2009. p. 1-6.

MIN, Z.; SU-QUAN, Z.; BI-JUN, L. I.; LEI, L. I.; GUI-HUA, L. I. N.; JIA-LIANG, Y. I.; ZHAN, M.; ZHOU, S.; LI, B.; LI, L.; LIN, G.; YI, J. Parameter estimation of transmission line based on GATS. In: IEEE SOUTHEASTCON INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE AND DESIGN, 2., 2010, Hangzhou. **Proceedings...** Hangzhou: IEEE, 2010.

MINGLI, W.; YU, F. Numerical calculations of internal impedance of solid and tubular cylindrical conductors under large parameters. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, New York, v. 151, n. 1, p. 67, 2004.

MONTICELLI, A. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 1983.

MOUSAVI-SEYEDI, S. S.; AMINIFAR, F.; AFSHARNIA, S. Parameter estimation of multiterminal transmission lines using joint PMU and SCADA data. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 30, n. 3, p. 1077–1085, 2015.

MOUSAVI-SEYEDI, S. S.; AMINIFAR, F.; AFSHARNIA, S. Application of WAMS and SCADA data to online modeling of series-compensated transmission lines. **IEEE Transactions on Smart Grid**, New York, v. 8, n. 4, p. 1–9, 2016.

OLARTE, A.; DIAZ, H. Transmission line's parameter estimation using state estimation algorithms. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2008, Pittsburgh. **Proceedings...** New York: IEEE, 2008. p. 1-7.

OZDEMIR, V.; GOL, M. A robust parameter estimation method based on LAV estimator. In: MODERN ELECTRIC POWER SYSTEMS (MEPS), 2015, Wroclaw. **Proceedings...** New York: IEEE, 2015. p. 1-5.

PAUL, C. R. Decoupling the multiconductor transmission line equations. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, New York, v. 44, n. 8, p. 1429–1440, 1996.

PAUL, C. R. **Analysis of multiconductor transmission line**. 2. ed. Hoboken: Wiley-Interscience: IEEE, 2008.

RICHARDS, G.; TAN, O. An accurate fault location estimator for transmission lines. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-101, n. 4, p. 945–950, 1982.

RITZMANN, D.; WRIGHT, P. S.; HOLDERBAUM, W.; POTTER, B. A Method for Accurate Transmission Line Impedance Parameter Estimation. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 65, n. 10, p. 2204–2213, out. 2016.

RIVERA, J. T. **Estimação de parâmetros de linhas de transmissão utilizando técnicas de decomposição modal**: aplicação em linhas com plano de simetria vertical. 2014. 111 f. Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2014.

RIVERA, J. T.; COSTA, E. M.; KUROKAWA, S. Estimação dos parâmetros elétricos de linhas de transmissão : restrições e novas propostas. In: SIMPOSIO BRASILEIRO DE SISTEMA ELÉTRICOS, 2014, Foz de Iguaçu. **Proceedings...** Foz de Iguaçu: [s. n.], 2014.

RUBESA, R.; KIRINCIC, V.; SKOK, S. Transmission line positive sequence impedance estimation based on multiple scans of Phasor Measurements. In: ENERGYCON 2014 - IEEE INTERNATIONAL ENERGY CONFERENCE, 2014, [S. 1.]. **Proceedings...** [S. n.: s. n.], 2014. p. 644–651.

SANZ, H.; DUQUE, E.; GÓMEZ, S. Soil resistivity as a Function of frequency. **Scientia et Technica**, [S. 1.], v. 26, n. 44, p. 1–6 p., 2010.

SCHULZE, R.; SCHEGNER, P. Parameter identification of unsymmetrical transmission lines. In: IEEE BUCHAREST POWERTECH: INNOVATIVE IDEAS TOWARD THE ELECTRICAL GRID OF THE FUTURE, 2009, [S. 1.]. **Proceedings...** New York: IEEE, 2009.

SCHULZE, R.; SCHEGNER, P.; STACHEL, P. Parameter identification of unsymmetrical transmission lines using accurately re-synchronised fault records. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2009, [S. 1.]. **Proceedings...** New York: IEEE, 2009. p. 1–6,

SCHULZE, R.; SCHEGNER, P.; ZIVANOVIC, R. Parameter identification of unsymmetrical transmission lines using fault records obtained from protective relays. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 26, n. 2, p. 1265–1272, 2011.

SEGUI, T.; BERTRAND, P.; GUILLOT, H.; HANCHIN, P.; BASTARD, P. Fundamental basis for distance relaying with parametrical estimation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 16, n. 1, p. 99–104, 2001.

SHI, D.; TYLAVSKY, D. J.; LOGIC, N.; KOELLNER, K. M. Identification of short transmission-line parameters from synchrophasor measurements. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM, 2008, 40., Calgary. **Proceedings...** Calgary: IEEE, 2008.

SIVANAGARAJU, G.; CHAKRABARTI, S.; SRIVASTAVA, S. C. Uncertainty in Transmission Line Parameters : Estimation and Impact on Line Current Differential Protection. **IEEE Transactions On Instrumentation And Measurement**, New York, v. 63, n. 6, v. 63, n. 6, p. 1496–1504, 2014.

SLUTSKER, I. W.; MOKHTARI, S.; CLEMENTS, K. a. Real time recursive parameter

estimation in energy management systems. **Power Systems, IEEE Transactions on**, New York, v. 11, n. 3, p. 1393–1399, 1996.

SMOLINSKI, W. J. An algorithm for digital impedance calculation using a single PI section transmission line model. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-98, n. 5, p. 1546–1551, set. 1979.

STEVENSON, W. D. **Elements of power system analysis**. London: McGraw-Hill Book Company, 1955.

VICOL, B.; GAVRILAS, M.; IVANOV, O.; NEAGU, B.; GRIGORAS, G. Synchrophasor measurement method for overhead line parameters estimation in MV distribution networks. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON HARMONICS AND QUALITY OF POWER (ICHQP), 16., 2014. **Proceedings...** New York: IEEE, 2014. p. 862-865.

WEDEPOHL, L. M. Application of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, Stevenage, v. 110, n. 12, p. 2200, 1963.

WEDEPOHL, L. M.; NGUYEN, H. V. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using newton-raphson method. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 11, n. 3, p. 1538–1546, 1996.

WOODRUFF, L. F. **Principles of electric power transmission**. 2. ed. New Delhi: Wiley Eastern Private, 1938.

ZARCO, P.; EXPOSITO, A. G. Power system parameter estimation: a survey. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 15, n. 1, p. 216–222, 2000.

APÊNDICE A – Algoritmo para converter parâmetros concentrados em distribuídos

Para distribuir os parâmetros estimados usa-se o seguinte algoritmo:

1. Transformam-se as matrizes de impedância e admitância estimadas ao domínio modal usando os elementos da matriz transformação estimados.
2. Calculam-se a constante de propagação e impedância característica modal usando as expressões em (109)-(110).
3. Computam-se os parâmetros distribuídos no domínio modal usando (111)-(112).
4. Convertem-se os parâmetros distribuídos no domínio modal ao domínio das fases usando relação inversa da relações modo-fase descritas em (117)-(118) através da matriz de transformação estimada.