



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de São José do Rio Preto

Eduardo dos Santos Teixeira

Um estudo sobre modelos matemáticos de otimização para
atividades da cadeia de produção da cana-de-açúcar

São José do Rio Preto
2019

Eduardo dos Santos Teixeira

Um estudo sobre modelos matemáticos de otimização para
atividades da cadeia de produção da cana-de-açúcar

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de São José do Rio Preto.

Financiadora: CAPES

Orientadora: Profa. Dra. Maria do Socorro Nogueira Rangel

São José do Rio Preto
2019

Teixeira, Eduardo dos Santos.

Um estudo sobre modelos matemáticos de otimização para atividades da cadeia de produção da cana-de-açúcar / Eduardo dos Santos Teixeira. -- São José do Rio Preto, 2019

89 f. : il., tabs.

Orientador: Maria do Socorro Nogueira Rangel

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto

1. Matemática. 2. Otimização matemática. 3. Modelos matemáticos. 4. Cana-de-açúcar. 5. Processo decisório.

I. Título.

CDU – 518.734

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do IBILCE
UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto

Eduardo dos Santos Teixeira

Um estudo sobre modelos matemáticos de otimização para
atividades da cadeia de produção da cana-de-açúcar

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de São José do Rio Preto.

Financiadora: CAPES

Comissão Examinadora

Profa. Dra. Maria do Socorro Nogueira Rangel
Orientadora

Prof. Dr. Sílvio Alexandre de Araújo
Departamento de Matemática Aplicada - IBILCE/UNESP

Profa. Dra. Helenice de Oliveira Florentino Silva
Departamento de Bioestatística - IB/UNESP

São José do Rio Preto
05 de fevereiro de 2019

*Aos meus pais e
ao meu irmão,
dedico*

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, inteligência maior e causa primária de todas as coisas, pelos caminhos que me trouxeram até aqui e pela oportunidade de viver para concluir este trabalho, pela família, pelos amigos, e por todas as circunstâncias que contribuíram direta ou indiretamente para que fosse possível a confecção desta dissertação e a conclusão deste curso de mestrado.

Agradeço aos meus pais, Rita e Matias, que estiveram sempre ao meu lado, me apoiaram em cada passo de meus estudos e de minha formação, sempre se desdobrando na certeza de que o conhecimento é peça chave para grandes conquistas na vida, e a todos os meus familiares, que também sempre me apoiaram em minhas conquistas e contribuíram para a formação da pessoa que sou. Agradeço, em especial, ao meu irmão Augusto e aos meus avós Alcides e Alice, pelos exemplos de seriedade, retidão, resignação e trabalho, sem os quais, com certeza, este trabalho nunca teria sido realizado.

Agradeço ao Programa de Pós Graduação em Matemática (PPGMAT) e aos professores dos Departamentos de Matemática (DMAT) e de Matemática Aplicada (DMAP) deste Instituto pela oportunidade de realização deste curso de mestrado e pela ampla formação desde o nível de graduação. Em particular, agradeço à minha orientadora Maria do Socorro Nogueira Rangel pela dedicação e pela confiança depositados em mim para a realização deste trabalho, por me encorajar a manter a direção do trabalho apesar das muitas dificuldades do caminho, e por ter aceitado desde o início a tarefa de orientar um aluno cuja formação era enfaticamente voltada a outras áreas de pesquisa, e ao professor João Carlos Ferreira Costa, que me orientou em nível de Iniciação Científica, me ensinando, com muita paciência, muita sensatez e muito empenho, a ter disciplina e seriedade com os estudos e a manter a confiança e o comprometimento com cada trabalho e cada disciplina realizados.

Agradeço aos queridos amigos, e companheiros de república, Felipe (Dorigão) e Felipe (Madalena), pela oportunidade de dividirmos o mesmo teto por tantos anos, desde o início da graduação até quase o final do mestrado, período este em que pudemos crescer juntos, amadurecer as ideias e contrabalançar os estresses do trabalho com muitas brincadeiras. Agradeço, também, ao caro amigo Éder, com o qual tivemos a alegria de dividir a casa por algum tempo durante a graduação.

Agradeço aos senhores Luis Carlos, Antônio Carlos e Francisco, grandes amigos e companheiros tão estimados e admirados, que com seus sábios conselhos me ajudaram a tomar a decisão de ingressar no curso de bacharelado em matemática e seguir firmemente com os estudos nesta direção, e às caríssimas amigas Marina e Fernanda, companheiras de tantos anos e que tanto contribuíram para a minha formação pessoal e me apoiaram em minha formação acadêmica.

Agradeço aos amigos Pedro e Alessandra que, apesar da distância, estiveram sempre ao meu lado, e que tanto torceram e me apoiaram na conclusão deste curso de mestrado.

Agradeço aos tantos amigos e colegas de graduação e de mestrado com os quais tive o prazer de conviver e que fizeram parte dos meus dias até aqui.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

“O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.”

*Não havendo bois o estábulo fica limpo,
mas pela força do boi há abundância de colheita.*
(Provérbios 14:4)

RESUMO

A cana-de-açúcar é um produto de grande relevância econômica, utilizada como matéria-prima para a produção de diversas qualidades de açúcar, etanol combustível, bebidas alcoólicas e energia elétrica. Além disso, o bagaço resultante da moagem da cana pode ser utilizado a obtenção de produtos como papel, plásticos e lenha ecológica. Com o aumento das demandas e a queda nos preços dos produtos finais, a utilização de modelos matemáticos de otimização tem sido uma forma de aumentar a rentabilidade da produção e melhorar o aproveitamento dos recursos disponíveis em cada etapa da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar. Neste trabalho apresentamos uma revisão bibliográfica sobre aplicações de modelos de otimização linear à produção da cana-de-açúcar, desde o plantio da cana até a sua utilização como matéria-prima na indústria. A cadeia de suprimentos da cana é descrita em cada uma das suas etapas, e são apresentados modelos de otimização para o suporte à tomada de decisões em cada uma destas etapas. Através deste estudo, foi possível observar que a maioria dos modelos propostos na literatura trata apenas dos estágios de plantio, colheita e transporte da matéria-prima, com pouca atenção para o planejamento do processamento industrial e da distribuição dos produtos finais. Outro aspecto pouco explorado na literatura é a integração de decisões das diferentes etapas da produção, importante para um tratamento mais completo dos problemas encontrados.

Palavras-chave: Matemática, Otimização Matemática, Modelos Matemáticos, Cana-de-açúcar, Processo Decisório.

ABSTRACT

Sugarcane is a product of great economic relevance, used as raw material to produce different kinds of sugar, ethanol fuel, alcoholic beverages and electricity. Moreover, the bagasse remaining from the milling process can be used to produce paper, plastics and briquettes. With the growth of the demands and the fall of final products prices, the use of mathematical optimization models has been a way to improve the profitability and improve the use of the available resources at each stage of the sugarcane supply chain. In this work we present a review of applications of linear optimization models to the production of sugarcane. The sugarcane supply chain is described in each of its stages, and mathematical optimization models are presented to the decision support at each stage of the chain. Through this study we observed that most of the optimization models proposed in the literature deal with just the planting, harvesting and transporting stages, with low attention to the industrial processing and the distribution of the final products. Another aspect under explored is the integration of the decisions over the different stages of the sugarcane supply chain, which is important to obtain a more complete treatment of the problems involved.

Keywords: Mathematics, Mathematical Optimization, Mathematical Models, Sugarcane, Decision-Making Process.

Lista de Figuras

1.1	Os dez maiores produtores mundiais de cana-de-açúcar no ano de 2016. Fonte: FAO (Organização das Nações Unidas para a Alimentação e a Agricultura) [1].	15
2.1	As etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar. Adaptado de [26].	18
2.2	Quatro dimensões da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar. A quinta dimensão (não representada nesta imagem) é a de Inovação. Adaptado de [5].	19
2.3	A cana-de-açúcar é plantada em longas linhas paralelas, obedecendo às condições de solo e topografia da região. Créditos das imagens: Forest e Kim Starr (Vista Aérea) e Josh Hallett (Vista Lateral).	21
2.4	Os dois formatos de colheita da cana-de-açúcar: Manual e Mecanizada. Créditos das imagens: Luiz Carlos Dalben.	22
2.5	O conteúdo de açúcar na cana descreve uma curva em forma de sino, sendo o ápice da curva (pico de maturação) o momento ideal para a colheita. Nesta ilustração o pico de maturação ocorre durante o mês de Setembro (mês 09). Adaptado de Marcari et. al. (2015) [36].	23
2.6	Os transportes ferroviário e rodoviário da cana-de-açúcar. Créditos das imagens: Josh Withers e Mário Roberto Duran Ortiz, respectivamente.	24
2.7	As principais etapas envolvidas na produção de açúcar e álcool (adaptado de Webb (2014) [47])	25
2.8	Produtos que podem ser obtidos através da utilização da cana-de-açúcar como matéria-prima. Adaptado de Webb (2014) [47].	26
3.1	Linha do tempo apresentando os artigos selecionados para a revisão de modelos matemáticos.	30
4.1	Para cada conjunto de linhas de cana plantadas em uma área, podemos estabelecer um grafo através do qual o problema do planejamento da rota da colheita mecanizada pode ser modelado. Neste caso, as linhas contínuas representam as linhas de cana plantada e as linhas tracejadas representam a possibilidade de deslocamento da máquina colhedora de um ponto até outro (Adaptado de [40]).	40
4.2	Entre o momento z_j em que um veículo i chega à usina com um vagão de matéria-prima j e o momento y_k em que ele sai para o transporte de outro vagão k , há o tempo de fila até a descarga q_j (que pode ser nulo) mais o tempo do processo de descarga p_j	47

4.3	Fluxograma do processo de produção de açúcar, etanol e melado. As principais diferenças entre os processos industriais são as decisões tomadas nas etapas representadas nos pontos denotados por TM 1, TM 2, SJM, 1-SJM e TM. Os quadros pontilhados representam os produtos finais. Adaptado de [39].	51
-----	--	----

Lista de Tabelas

3.1	Termos utilizados nas buscas dos artigos	27
3.2	Resumo das buscas realizadas na plataforma Web of Science	28
3.3	Tipos de modelos de otimização matemática e metodologia de solução adotada	31
4.1	Resultados obtidos para o modelo original de Higgins (2006)	49
4.2	Resultados obtidos para a reformulação de Higgins (2006)	50

Sumário

1	Introdução	14
2	A Cadeia de Suprimentos da Cana-de-Açúcar	17
2.1	Plantio	20
2.2	Colheita	21
2.3	Transporte	23
2.4	Processamento Industrial	24
3	Metodologia da Pesquisa Bibliográfica Realizada	27
3.1	Metodologia de Seleção dos Artigos	27
3.2	Artigos de Revisão de Literatura Anteriores	29
3.3	Artigos Selecionados Para a Revisão de Modelos Matemáticos	30
4	Análise dos Artigos Selecionados	32
4.1	Plantio	32
4.1.1	O modelo de Florentino e Pato (2014)	33
4.2	Colheita	37
4.2.1	O modelo de Santoro, Soler e Cherri (2017)	39
4.3	Transporte	42
4.3.1	O modelo de Higgins (2006)	43
4.3.2	Uma proposta de reformulação para o modelo de Higgins (2006)	48
4.4	Processamento Industrial da Cana-de-Açúcar	50
4.4.1	O modelo de Paiva e Morabito (2008)	50
4.5	Modelos Integrados	57
4.5.1	O modelo de López-Milán et. al. (2015)	58
4.5.2	Uma proposta de reformulação para o modelo de López-Milán et. al. (2015)	66
5	Considerações Finais	68
	Referências	70
	Apêndice A Implementações na Sintaxe do AMPL	74
A.1	O Modelo de Higgins (2006)	74
A.2	Reformulação Proposta Para o Modelo de Higgins (2006)	75
A.3	Instância Utilizada no Estudo do Modelo e da Reformulação de Higgins (2006)	76
A.4	O Modelo de López-Milán et. al. (2015)	77
A.5	Reformulação Proposta Para o Modelo de López-Milán et. al. (2015)	78

A.6 Instância Utilizada no Estudo do Modelo e da Reformulação de López-Milán et. al. (2015)	79
Apêndice B Trabalho Aceito Para o CNMAC 2016 (Não Apresentado)	85

1 Introdução

As últimas décadas têm visto emergir a consciência pública dos desafios globais referentes às mudanças climáticas e o aumento dos preços do petróleo bruto. Estes fatores têm aumentado a busca por novas fontes renováveis de combustíveis, produtos químicos e outros produtos atualmente obtidos à partir de recursos fósseis, criando uma demanda de consumidores diretos por produtos mais sustentáveis. A produção de bio-combustíveis e bio-produtos à partir de fontes renováveis como a cana-de-açúcar no lugar de produtos equivalentes de origem fóssil não renováveis é um caminho para reduzir a intensidade das emissões de poluentes nas atuais sociedades. Isto tende a promover investimentos governamentais em pesquisa e desenvolvimento de bio-produtos em larga escala. O sucesso do etanol de cana-de-açúcar no Brasil e do etanol de milho nos Estados Unidos são bons exemplos de como políticas públicas podem impulsionar rápidas mudanças no investimento em biotecnologia e reduzir custos para investimentos futuros [37].

O setor agrícola, de uma maneira geral, está atualmente sob a pressão de dois aspectos desejáveis: ser sustentável (atender as demandas do presente sem comprometer as possibilidades de produção para o futuro) e atender demandas de alimentos, energia ou produtos industriais de uma população global que cresce sem cessar [7]. O aumento da competitividade internacional, a queda no preço dos produtos derivados da cana e a concorrência com formas alternativas de adoçantes e combustíveis têm, por sua vez, impulsionado o setor de produção da cana-de-açúcar a explorar oportunidades que aumentem a rentabilidade e a sustentabilidade [18]. Além disto, os recentes desenvolvimentos do setor, como a mecanização do trabalho no campo e o desenvolvimento de novas variedades e de novos cultivares de cana-de-açúcar, têm aumentado a necessidade de planejamentos estratégicos mais sofisticados para maximizar o aproveitamento dos novos recursos disponíveis para a produção [3].

Estima-se que o cultivo da cana-de-açúcar já era realizado na Índia cerca de 2500 anos atrás, onde a produção do açúcar à partir de cana se iniciou, tendo chegado à Europa através das Cruzadas. O açúcar era um produto de alto valor comercial até parte do século 18, quando, após a colonização das ilhas do Caribe e dos países da América, foi possível estender a produção da matéria-prima ao ponto do produto tornar-se acessível para o consumo diário [22]. Ainda hoje, a maior parte da cana-de-açúcar plantada se destina à produção de açúcar [47]. Além disso, desde o estabelecimento do Programa Nacional do Alcool (Pró-Alcool) pelo governo brasileiro em 1975, em resposta aos altos custos dos combustíveis fósseis no mercado mundial, tem-se observado uma crescente demanda por etanol combustível não apenas no Brasil como em muitos outros lugares do mundo. Atualmente, em muitos países, uma porção considerável da produção da cana é destinada à fabricação de etanol [37].

Segundo dados da FAO (Organização das Nações Unidas para a Alimentação e a Agricultura), no ano de 2016, a cana-de-açúcar foi a segunda mercadoria agrícola mais produzida no mundo, com uma produção total de 1.890.661.751 toneladas, atrás apenas dos cereais [1]. A Figura 1.1 mostra os dez maiores produtores mundiais de cana-de-açúcar no ano de 2016.

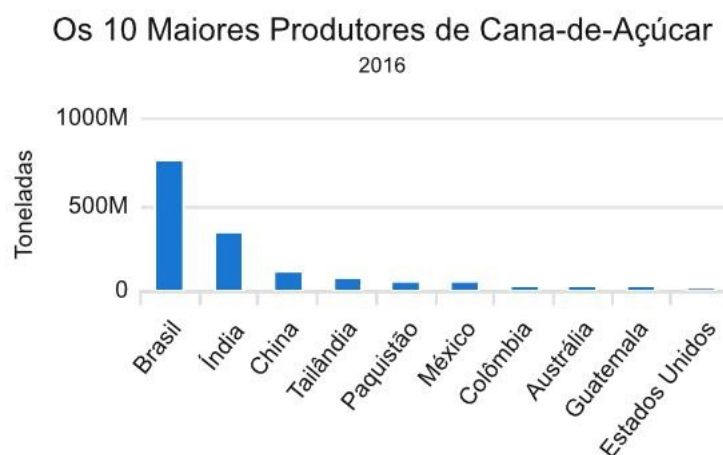


Figura 1.1: Os dez maiores produtores mundiais de cana-de-açúcar no ano de 2016. Fonte: FAO (Organização das Nações Unidas para a Alimentação e a Agricultura) [1].

Todos estes fatores - aumento das demandas por produtos finais, queda nos preços destes produtos, buscas por fontes renováveis de combustíveis e desenvolvimentos tecnológicos - têm aumentado os desafios do planejamento da produção da indústria da cana-de-açúcar, e o uso de modelos matemáticos de otimização para o suporte à tomada de decisões têm crescido neste setor. Apresentamos, neste trabalho, uma revisão de publicações tratando de aplicações de modelos de otimização linear inteira e mista às diferentes etapas da produção de açúcar e etanol, desde o plantio da cana-de-açúcar até o seu uso como matéria-prima na indústria.

Uma das motivações para este trabalho foi o problema “Como colher o máximo de energia (sacarose e biomassa) na menor distância entre as áreas produtoras e a agroindústria de cana-de-açúcar”, apresentado no 1º Workshop CeMEAI de Soluções Matemáticas para Problemas Industriais, onde foram levantados os principais desafios para a elaboração de um modelo matemático de otimização para o suporte à decisão no processo de colheita da cana-de-açúcar. Durante o estudo, observou-se a necessidade de elaboração de uma revisão ampla da literatura acerca das aplicações de otimização matemática à cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar [2].

Este trabalho encontra-se dividido da seguinte forma: no Capítulo 2 apresentamos a cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar, discutindo os aspectos mais relevantes da produção desde o plantio da cana, passando pelos processos de colheita e transporte da matéria-prima do campo até a usina, até o processamento industrial. O Capítulo 3 descreve a metodologia de pesquisa utilizada na obtenção dos artigos selecionados para a revisão bibliográfica. No Capítulo 4 é realizada a análise dos artigos selecionados, com a descrição dos modelos propostos e a apresentação de modelos selecionados para o planejamento de cada uma das etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar. Neste Capítulo são apresentadas, também, duas propostas de reformulação (Seções 4.3.2 e 4.5.2) para modelos encontrados na literatura. O Capítulo 5 apresenta as conclusões obtidas. O Apêndice A apresenta a programação de dois modelos realizada

na sintaxe do AMPL. No Apêndice B, um trabalho aceito (para o CNMAC 2016) é apresentado.

2 A Cadeia de Suprimentos da Cana-de-Açúcar

Uma cadeia de suprimentos (do inglês *supply chain*) é uma rede de organizações trabalhando juntas em diferentes processos e atividades de modo a trazer produtos e serviços ao mercado, com o propósito de satisfazer as demandas de consumidores. Em geral, devido à existência de outras definições possíveis para este mesmo termo, uma cadeia-de-suprimentos é representada por meio de uma rede (grafo), onde os nós representam as atividades de produção, os consumidores finais, depósitos, pré-processamentos, transbordo, etc, e os arcos modelam o fluxo dos produtos [3, 4].

Denominamos como parte interessada (do inglês *stakeholder*) qualquer grupo ou indivíduo que possa afetar ou ser afetado pelo desempenho de uma organização no trabalho que esta realiza. Dentre o conjunto das partes interessadas podemos destacar sócios, empregados, clientes, fornecedores, acionistas, bancos, ambientalistas e governos, assim como qualquer outro grupo que possa beneficiar ou prejudicar a organização. O objetivo primário de qualquer cadeia de suprimentos é satisfazer às demandas de consumidores ao mesmo tempo em que atende às expectativas e necessidades das outras partes interessadas da empresa [9, 15].

O planejamento considerando a cadeia de suprimentos desempenha um papel decisivo no sucesso ou no fracasso de uma empresa. Dado que a cadeia apresenta um comportamento dinâmico, envolvendo um fluxo constante de informações, produtos e fundos através dos seus estágios, é necessário que o planejamento seja adaptado para melhor se adequar às mudanças tecnológicas e às expectativas dos consumidores, mantendo a competitividade dos produtos que uma companhia oferece no mercado [9].

Na agricultura, a pesquisa sobre novas estratégias que melhorem a rentabilidade do trabalho no campo oferece a possibilidade de aumentar a eficiência nas diferentes etapas da produção, ajuda a melhorar a integração dos processos envolvidos na cadeia de suprimentos e aumenta a competitividade dos produtos no mercado internacional. No campo da cana-de-açúcar, em particular, tais pesquisas têm se expandido rapidamente nas últimas décadas, impulsionadas pelas grandes quedas no valor dos produtos finais no mercado mundial e o aumento nos custos da produção [18].

As principais etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar (ilustrada na Figura 2.1), são o plantio/crescimento da planta no campo, a etapa de colheita da cana-de-açúcar, o transporte da matéria-prima do campo para a usina, o processo industrial e a distribuição dos produtos finais [26].

É importante fazer, ainda, a divisão dos atributos de cada etapa da cadeia de suprimentos em cinco classes, chamadas de dimensões da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar, afim de melhor organizar os diferentes aspectos que devem ser levados

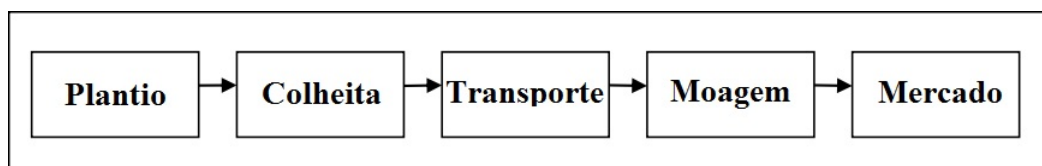


Figura 2.1: As etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar. Adaptado de [26].

em conta no momento da tomada de decisão. Através desta classificação, é possível destacar com maior clareza quais os principais pontos que precisam ser integrados para a obtenção de um planejamento mais eficiente da cadeia de suprimentos. As cinco dimensões da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar são:

1. Cadeia de Valor: Trata dos elementos que fazem parte dos processos de agregação de valor à cana-de-açúcar, de perda de valor e de divisão dos lucros entre as partes interessadas da cadeia. Por exemplo: preço, cor do açúcar, mercados, investimentos, produtos alternativos.

2. Cadeia de Manejo de Materiais: Refere-se aos equipamentos e processos utilizados para a agregação de valor à matéria-prima. Exemplos de termos desta dimensão são: infraestrutura, logística, manutenção, mecanização, moagem.

3. Cadeia de Colaboração: Inclui os elementos que descrevem a maneira através da qual as partes interessadas colaboram e co-gerenciam as atividades de manejo de materiais. Por exemplo: administração, colaboração, pagamentos, equidade, contratos, associações.

4. Cadeia de Informação: Concerne aos termos que descrevem a forma como a informação flui através das partes interessadas dentro da cadeia de colaboração. São exemplo de palavras pertinentes a esta dimensão da cadeia de suprimentos: comunicação, informação, conhecimento, planejamento, transparência.

5. Cadeia de Inovação: Trata das inovações que podem ser agregadas à cadeia de suprimentos. Por exemplo: variedades de cana-de-açúcar, pesquisa, inovação, modelos matemáticos.

A forma como os elementos de cada uma destas dimensões interfere no processo de produção é de importância maior para o planejamento da cadeia de suprimentos. A Figura 2.2 resume esta estrutura de classificação dos atributos da cadeia [5, 6].

O planejamento das decisões na cadeia de suprimentos é dividido em três níveis - estratégico, tático e operacional - em função do período de tempo durante o qual estas decisões se aplicam. A forma como é realizado o planejamento em cada um destes três níveis traz impactos relevante na rentabilidade e no sucesso de uma companhia. O Planejamento Estratégico cobre as decisões que impactam a cadeia de suprimentos por um período de um ou mais anos. Durante esta etapa são definidos aspectos como a localização das unidades de produção e de estocagem, quais produtos serão produzidos e quais os meios de transporte serão utilizados para a distribuição destes produtos. As escolhas tomadas neste estágio são, em geral, custosas, e por esta razão é importante considerar as incertezas do mercado nos próximos anos.

O Planejamento Tático inclui as decisões que interferem na cadeia de suprimentos por períodos que variam de poucos meses a um ano, e considerando que a estrutura da cadeia em si já tenha sido definida na etapa de planejamento estratégico. O objetivo nesta etapa é maximizar o lucro que pode ser obtido durante um horizonte de planejamento definido. Inicia-se o planejamento tático pelas previsões de demandas, custos e preços para o período, e com isto são definidas as estratégias de produção para o

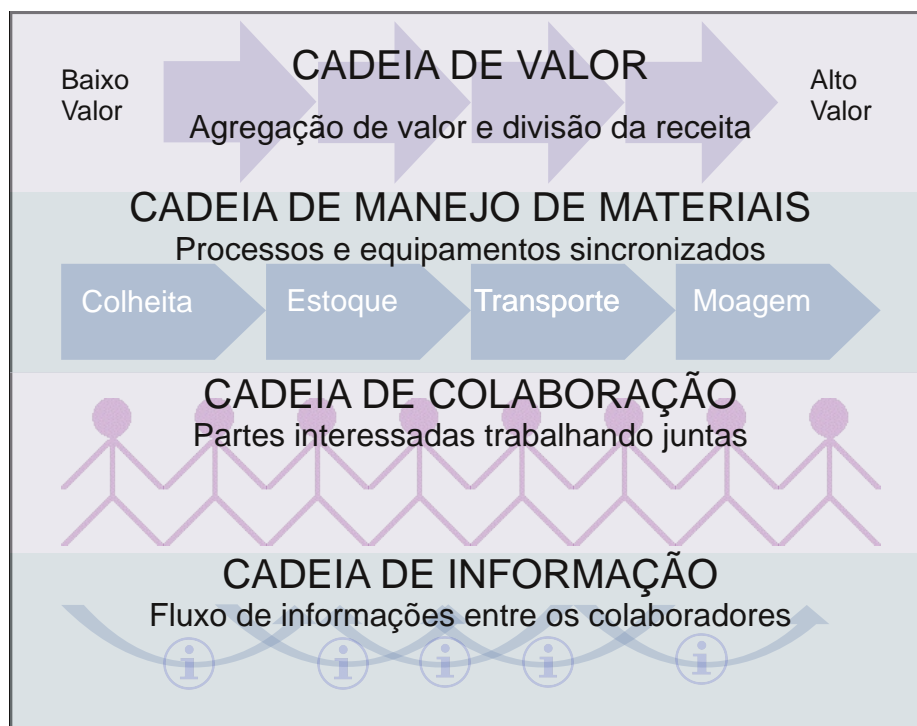


Figura 2.2: Quatro dimensões da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar. A quinta dimensão (não representada nesta imagem) é a de Inovação. Adaptado de [5].

atendimento a estas demandas, bem como o estoque necessário de produtos finais e as políticas adotadas para a realização de entregas.

O Planejamento Operacional trata das decisões de curto prazo da cadeia, envolvendo períodos de um dia a poucas semanas. A principal meta a ser atendida durante o planejamento operacional é o atendimento aos pedidos dos consumidores da melhor maneira possível. As decisões desta etapa envolvem a quantidade de produtos que precisam ser produzidos, a gestão do estoque disponível e a administração dos meios de entrega destes produtos. Dado que o horizonte em que estas decisões impactam a cadeia de suprimentos é menor, o número de incertezas envolvidas neste estágio do planejamento é também menor, e através de um tratamento eficiente destas incertezas é possível melhorar a performance da cadeia [9, 43].

Certos aspectos da produção da cana-de-açúcar, tais como o tamanho das áreas plantadas, as relações entre os produtores e as usinas, e as formas através das quais são realizadas a colheita e o transporte da matéria-prima para a moagem, variam de acordo com a localidade. Em alguns países, como a África do Sul e a Tailândia, é comum o plantio em áreas pequenas, com os produtores se reunindo em grupos para conseguirem atender às demandas das usinas. Neste formato de planejamento é usual que muitas decisões sejam tomadas tendo por referência apenas a experiência e as necessidades dos próprios produtores. A preocupação, nestes casos, não é apenas a do retorno financeiro, mas também com a possibilidade de subsistência no campo. Nos Estados Unidos e em países da América do Sul, como o Brasil, vemos o trabalho sendo realizado em grandes áreas, com a usina sendo, muitas vezes, dona das áreas produtoras, ou controlando diretamente a etapa da produção. Aqui, o principal objetivo é a rentabilidade que se pode obter [18, 44, 45]. Além disto, há ainda diferenças na maneira como se operam a colheita e o transporte da matéria-prima até a usina, o que conduz a diferentes

oportunidades e metodologias de pesquisa, e faz com que nem todas as propostas que se mostrem eficientes em um país sejam aplicáveis a outras localidades [16, 18, 33].

Neste Capítulo vamos descrever as principais etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar: o plantio da cana-de-açúcar, os diferentes formatos de colheita e opções comuns de transporte da matéria-prima do campo até a usina, além de discutir brevemente o processamento industrial da cana e quais os principais produtos obtidos através dela. Adiante, no Capítulo 4, analisamos diferentes modelos matemáticos de otimização propostos para tratar de cada uma destas etapas da produção, e destacamos algumas propostas na literatura que se mostraram eficientes no tratamentos dos principais problemas encontrados em cada etapa.

2.1 Plantio

A primeira etapa da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar é o plantio e acompanhamento do crescimento da matéria-prima. Este processo se inicia pelo preparo do solo, com a remoção da lavoura anteriormente plantada (caso haja) e a remoção de raízes e pedras do solo, que podem dificultar o processo de colheita e danificar as máquinas que realizarão a moagem da cana-de-açúcar na usina. Também, dependendo dos aspectos climáticos da região onde o plantio será desenvolvido, podem ser necessárias a instalação de equipamentos de irrigação ou de drenagem subterrânea, além do uso de produtos químicos para controlar a acidez e aumentar a fertilidade do solo. Este trabalho pode ser realizado através de inspeção por parte de gestores, técnicos ou especialistas que, considerando as condições de solo e de clima de uma região, determinam uma estratégia de plantio [28, 34, 45, 47]. Entretanto, os atuais desenvolvimentos tecnológicos pelos quais a produção da cana-de-açúcar tem passado, associados aos fatores ambientais, econômicos e administrativos existentes, tornam o processo de tomada de decisão mais elaborado, e o uso de modelos matemáticos para auxiliar neste momento tem crescido [12, 14, 41].

Nas últimas décadas, o plantio da cana-de-açúcar tem se tornado uma atividade mais complexa e que envolve um maior número de decisões, devido aos recentes avanços obtidos através da seleção artificial e da engenharia genética no trabalho com a cana [37]. Quando, através da seleção para um determinado conjunto de características, obtém-se um grupo de plantas que mantém estas características ao longo da vida e que as transmite para os seus descendentes ao serem propagadas em um meio apropriado, temos definido um *cultivar* particular de cana [8]. Ao se recorrer a métodos de hibridização com outras gramíneas ou a tecnologias de desenvolvimento de seres transgênicos à partir de alguma espécie de cana determinada (em geral, *S. officinarum* ou *S. spontaneum*) é possível obter novos indivíduos pertencentes à mesma espécie, entretanto com diferentes características, os quais são classificados como novas *variedades de cana*. Dentre os objetivos que movem estes desenvolvimentos podemos destacar que tais pesquisas têm conduzido a avanços como: maior produtividade de biomassa por hectare, maior conteúdo de sacarose e açúcares totais na cana, melhores respostas da cana a fatores de estresse bióticos e abióticos (por exemplo seca, salinidade, frio e doenças) e modificações no conteúdo e na morfologia da fibra. Um exemplo importante que ilustra tais resultados são as variedades chamadas de cana energia, caracterizadas pelas altas quantidades de biomassa presentes nelas. Este contexto traz um problema de difícil solução: como fazer a melhor escolha de variedades de cana para o plantio [14, 37].

Afim de melhor organizar a produção, as fazendas em que se realizará o plantio são inicialmente divididas em áreas menores (talhões), nas quais as diferenças de solo e de relevo não sejam significantes. Também, para evitar perdas de tempo com a realização de manobras das máquinas colhedoras, é comum que a cana seja plantada na forma de longas linhas paralelas [13]. A Figura 2.3 mostra o formato usado no plantio da cana-de-açúcar.



(a) Vista Aérea



(b) Vista Lateral

Figura 2.3: A cana-de-açúcar é plantada em longas linhas paralelas, obedecendo às condições de solo e topografia da região. Créditos das imagens: Forest e Kim Starr (Vista Aérea) e Josh Hallett (Vista Lateral).

2.2 Colheita

Uma vez plantada, a cana-de-açúcar demora de 12 a 18 meses para poder ser colhida e, após a primeira colheita, volta a crescer e amadurecer anualmente. Dependendo da variedade, pode-se colher até oito vezes antes de ser necessário plantar novamente. Entretanto, o mais comum é a realização de três a cinco colheitas, devido às quedas no nível de sacarose que ocorrem a cada ano. Após a primeira colheita, dá-se o nome de *soca* às novas germinações das raízes que ficaram no campo [37, 44, 47].

As áreas onde a cana-de-açúcar foi plantada são divididas em *frentes de colheita* ou *faces de corte* - regiões disjuntas que são colhidas paralelamente. Cada frente de colheita é um grupo de áreas geograficamente próximas (não necessariamente vizinhas) selecionadas de acordo com aspectos geográficos e o momento de colheita da cana [31].

O processo de colheita da cana-de-açúcar tem passado de uma estrutura de trabalho manual com queimada prévia para um formato mecanizado, onde não se recorre à queimada antes do trabalho, e onde a operação de colheita não é mais realizada por um largo grupo de ceifadores em meio à plantação, mas por um grupo menor de trabalhadores operando máquinas apropriadas. Este formato é o mais comum na atualidade e, portanto, o que mais tem sido alvo de pesquisa [10]. Os dois modelos de colheita estão representados na Figura 2.4. Diversos fatores têm impulsionado esta transformação, dentre os quais podemos destacar os danos ambientais causados pelo uso de

queimadas recorrentes [37] e o aumento crescente do volume da produção, que tem superado a disponibilidade de mão-de-obra para o serviço de colheita manual [27, 37]. No Brasil, o Governo do Estado de São Paulo instituiu uma lei que exige que o trabalho de colheita da cana-de-açúcar seja realizado apenas de forma mecanizada desde o ano de 2017 [40]. Apesar da prática da queimada também poder ser aplicada antes da colheita mecanizada, este procedimento não é adotado, não apenas pela preocupação com o meio ambiente, mas também pelo fato de o fogo degradar elementos orgânicos que podem ser utilizados na obtenção de co-produtos [37]. Em países onde a produção é realizada em grandes áreas, como o Brasil e os Estados Unidos, a colheita mecanizada já é uma realidade bastante presente. Entretanto, em regiões que mantêm a produção centrada na agricultura familiar, e onde as possibilidades de investimento dos produtores são menores, como no caso da Tailândia, ainda há empecilhos na mudança de formato da colheita. A implementação da colheita mecanizada envolve custos não apenas nas máquinas colhedoras, mas também em caminhões e tratores apropriados, além do preparo do solo, que deve ser nivelado caso haja grandes irregularidades no terreno [16, 28].



(a) Colheita Manual



(b) Colheita Mecanizada

Figura 2.4: Os dois formatos de colheita da cana-de-açúcar: Manual e Mecanizada. Créditos das imagens: Luiz Carlos Dalben.

O conteúdo de açúcar na cana-de-açúcar descreve uma curva em forma de sino no decorrer do tempo (representada na Figura 2.5). Como o objetivo é que a colheita seja sempre realizada no momento mais próximo do ápice da curva, momento de pico de maturação da cana, é necessário um esforço contínuo para garantir o melhor aproveitamento da produção, tendo em conta as limitações técnicas e as demandas da usina. Entretanto, devido às dimensões e à complexidade do problema, este objetivo pode se tornar muito difícil de se atingir [13, 44].

Além do problema de colher no momento mais próximo ao pico de maturação da cana plantada, há ainda outros desafios que interferem no planejamento, e que implicam na revisão das decisões por várias vezes durante o decorrer da colheita. Fatores como condições climáticas inesperadas, falhas nos equipamentos, doenças nas plantas e queimadas ilegais interferem no cumprimento dos objetivos estabelecidos, e demandam um novo planejamento que minimize as perdas decorrentes [5, 16].

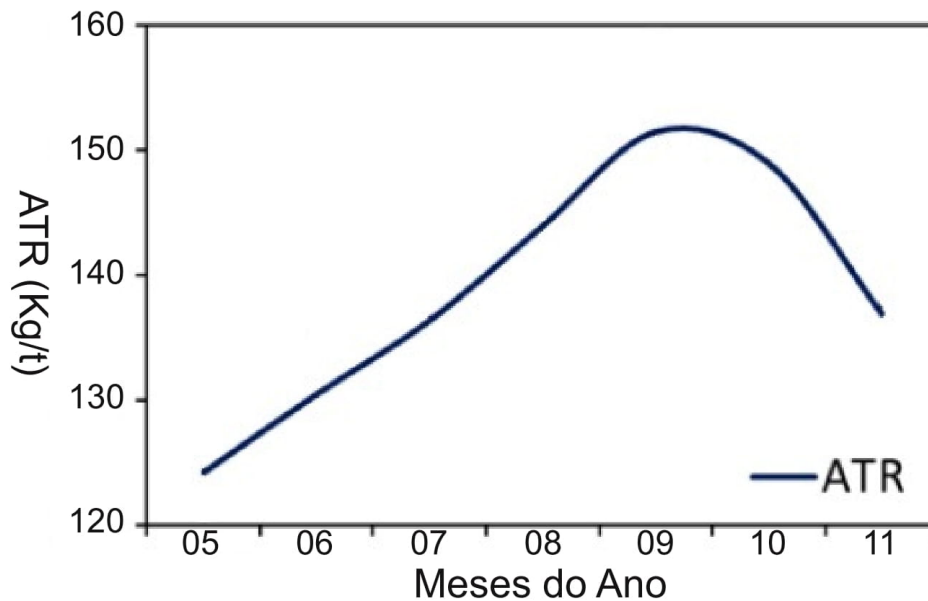


Figura 2.5: O conteúdo de açúcar na cana descreve uma curva em forma de sino, sendo o ápice da curva (pico de maturação) o momento ideal para a colheita. Nesta ilustração o pico de maturação ocorre durante o mês de Setembro (mês 09). Adaptado de Marcari et. al. (2015) [36].

2.3 Transporte

Juntamente com as decisões relacionadas ao processo de colheita da cana-de-açúcar, um outro problema logístico se apresenta: como transportar a matéria-prima do campo para o processamento na usina. Imediatamente após o corte, inicia-se um processo de degradação da cana, e portanto um cuidado necessário é garantir que o atraso entre a colheita e a moagem não seja grande [5, 16, 17, 18, 33]. Além das perdas de sacarose com o passar do tempo, ocorre ainda a formação de dextrana, composto este que impacta de maneira negativa a qualidade da cana [37].

Em países cuja produção de cana-de-açúcar é elevada, como Austrália, Brasil, África do Sul e Estados Unidos, a cana é transportada do campo até a usina por via ferroviária ou rodoviária, sendo a última a mais comum [17]. O processo de coleta da cana durante a colheita é feito, no caso da colheita mecanizada, através do transporte de vagões de cana ao lado das máquinas colhedoras, acoplados a caminhões ou outros veículos de transporte (ver Figura 2.4). No caso do transporte rodoviário, uma vez que um destes vagões está cheio ele pode ser transportado diretamente para a usina ou até áreas de descarga próximas ao campo, denominadas zonas de transbordo [28, 31]. Já no caso do transporte ferroviário, a matéria-prima é transportada por estradas até as estações ferroviárias. Considerando-se o problema da degradação da cana após a colheita, o sistema de transporte rodoviário é preferível, pois é, em geral, mais veloz do que o sistema ferroviário. Entretanto, quando há infra-estrutura que possibilite o uso de trens, por vezes dá-se a preferência a este modo de transporte como uma alternativa para reduzir os custos do processo [34]. Em geral, a usina se localiza em um lugar próximo às fazendas produtoras, visando minimizar problemas com o custo e o tempo de transporte [18]. A Figura 2.6 apresenta as duas formas de transporte descritas.



(a) Transporte Ferroviário



(b) Transporte Rodoviário

Figura 2.6: Os transportes ferroviário e rodoviário da cana-de-açúcar. Créditos das imagens: Josh Withers e Mário Roberto Duran Ortiz, respectivamente.

Também, é preciso observar tanto a demanda quanto a capacidade de trabalho da usina. Se a entrega da matéria-prima for inferior à demanda, corre-se o risco de haver tempo ocioso na usina, ou até ser necessário parar o trabalho, o que leva a perdas significativas de tempo e de produção. Por outro lado, se a chegada da cana for muito grande em pouco tempo, a usina pode não ter capacidade para moer tudo, além de atrasos poderem ocorrer mesmo na fase de descarga do material. Como nem sempre é possível conseguir um equilíbrio entre o trabalho na usina e a entrega da cana, é preferível, na prática, aceitar que a matéria-prima seja transportada com pequenos excessos a correr o risco de o trabalho parar por falta de material, o que causaria impactos mais drásticos na produção [17].

2.4 Processamento Industrial

Após a colheita da cana-de-açúcar e posterior entrega da matéria-prima na usina, esta passa por diversos processos industriais. Através deste processamento é possível obter diversos produtos finais, sendo os principais os açúcares (refinado, mascavo, demerara, entre outros) e o etanol (tanto para uso como combustível quanto para a produção de bebidas alcoólicas). Além disso, a destilação do álcool produz um resíduo aquoso denominado vinhaça, que pode ser utilizado para a preparação do solo antes de um novo plantio [23, 37, 47], e o bagaço resultante do processo de moagem pode ser utilizado para a produção de etanol, eletricidade ou produtos como papel e lenha ecológica. O diagrama apresentado na Figura 2.7 representa os principais processos envolvidos na produção de açúcar e álcool [23, 37, 47].

A utilização da cana-de-açúcar na indústria inicia-se pela pesagem e análise da matéria-prima, para fins de determinação de indicadores de qualidade como:

1. ATR: Parâmetro utilizado para o pagamento da cana. Representa a quantidade total de açúcares recuperados após o processo de produção do açúcar e álcool.
2. Brix: Porcentagem em massa de açúcares contidos em uma solução de sacarose.
3. Pol: Porcentagem em massa de sacarose contida no caldo da cana.

Estes parâmetros são necessários para estimar a qualidade do produto e determinar o pagamento aos fornecedores.

Em seguida, a cana é limpa e picada antes de ser moída. Durante a etapa de

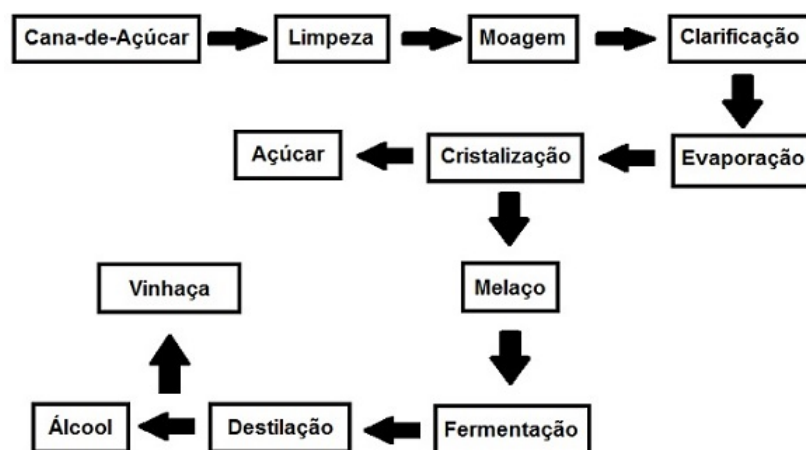


Figura 2.7: As principais etapas envolvidas na produção de açúcar e álcool (adaptado de Webb (2014) [47])

moagem são separados o caldo da cana-de-açúcar, concentrado em açúcares, e o bagaço, material fibroso constituído dos nós e entrenós da cana. O caldo é então utilizado para a fabricação de açúcar e etanol, em proporções determinadas pela empresa em função das demandas previstas de mercado [38].

Após a moagem é necessária a realização de um processo denominado clarificação do caldo da cana, fundamental para a eliminação de impurezas. A ineficiência nesta etapa da produção prejudica a qualidade do açúcar produzido e o rendimento dos processos de produção subsequentes. Os processos de clarificação predominantes no Brasil são a calagem, utilizada para a produção de açúcar bruto, e a sulfitação, adotada para a fabricação de açúcar cristal branco. O caldo clarificado passa, então, por uma etapa de evaporação, de onde se obtém o xarope que será utilizado na próxima etapa da produção (cristalização) [11].

Durante a cristalização o xarope passa por processos de cozimento e centrifugação, onde este é separado em açúcar centrifugado e melaço. O açúcar, após passar por secagem e resfriamento, é levado ao ensaque e armazenamento. O melaço, por sua vez, é levado para a destilaria, onde é utilizado para a fabricação do mosto que, após um processo de fermentação, produz o etanol combustível e a cachaça [38].

Além dos produtos acima enumerados, há ainda outras oportunidades de utilização da cana-de-açúcar. Após a extração do caldo da cana pelo processo de moagem, o material restante (bagaço) pode ser utilizado como combustível para alimentar caldeiras que geram vapor e eletricidade, a qual é chamada de bioeletricidade. Outras possibilidades de aplicação do bagaço da cana são a produção de metano, principal constituinte do biogás de uso doméstico e industrial [37] e a produção de etanol, denominado etanol de segunda geração [47]. Mais ainda, pode-se obter através da cana-de-açúcar outros produtos, como ácidos orgânicos, bioplásticos, briquetes (lenha ecológica), ração animal, papel e produtos lignocelulósicos e biotecnológicos. A Figura 2.8 resume as oportunidades de aproveitamento da cana [18, 47].

A utilização da cana-de-açúcar para a produção de açúcar e álcool é um assunto muito explorado, com o conhecimento tecnológico necessário para a realização bem estabelecido. Assim, é possível obter estes produtos em larga escala e conseqüentemente distribuí-los em mercados de vários países do mundo a valores competitivos. As tecnologias utilizadas na obtenção de outros produtos a partir da utilização do bagaço

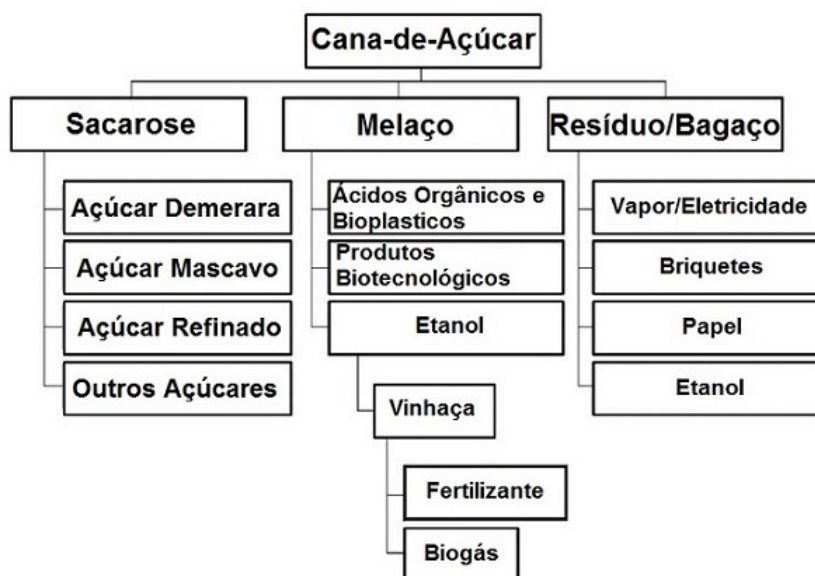


Figura 2.8: Produtos que podem ser obtidos através da utilização da cana-de-açúcar como matéria-prima. Adaptado de Webb (2014) [47].

da cana, entretanto, envolvem processos custosos, que podem inviabilizar o aproveitamento desta forma de matéria-prima. Por isso, os progressos em biotecnologia serão de importância fundamental para as próximas gerações de produtos de cana-de-açúcar, como melhoramentos na produção, em particular, oferecendo baixos custos para os processos nas refinarias, mantendo a rentabilidade dos bio-produtos e suprimindo as demandas por substitutos de produtos de origem fóssil [37].

3 Metodologia da Pesquisa Bibliográfica Realizada

3.1 Metodologia de Seleção dos Artigos

O objetivo deste trabalho é apresentar uma revisão de literatura tratando de aplicações de modelos matemáticos de otimização linear inteira e mista determinística às diferentes etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar, desde o plantio da cana-de-açúcar até a sua utilização como matéria-prima.

Foi realizado, inicialmente, um conjunto de buscas na plataforma Web of Science considerando-se o período de Janeiro de 2003 a Agosto de 2018 utilizando-se as palavras-chave apresentadas na Tabela 3.1, relacionadas a duas áreas: cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar e otimização matemática.

Termos relativos à cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar	Termos relativos à otimização matemática
<i>Sugar</i>	<i>Model</i>
<i>Sugar-cane</i>	<i>Programming</i>
<i>Sugarcane</i>	<i>Mathematical</i>
<i>Sugar industry</i>	<i>Optimization</i>
<i>Sugar production</i>	<i>Linear</i>
	<i>Integer</i>
	<i>Mixed Integer</i>

Tabela 3.1: Termos utilizados nas buscas dos artigos

As seis buscas realizadas estão resumidas na Tabela 3.2. A primeira busca foi efetuada dentro do assunto *Operations Research & Management Science* combinando todos os termos relativos à cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar apresentados na primeira coluna da Tabela 3.1 através do operador lógico OR considerando-se o campo de busca Tópico, o qual inclui título do artigo, resumo e palavras-chave (Busca 1 da Tabela 3.2), de onde foram obtidos 245 resultados. As demais buscas (Busca 2 a Busca 6 da Tabela 3.2) foram realizadas combinando a palavra *sugarcane*, respectivamente, a *programming*, a *optimization*, a *mathematical*, a *model* e a *integer* OR *linear* OR *mixed integer*, restringindo-se a busca ao título dos artigos e sem restrições de área de pesquisa. A quantidade total de resultados obtidos em cada uma destas buscas está apresentada na última coluna da Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Resumo das buscas realizadas na plataforma Web of Science

Buscas Realizadas	Palavras-Chave e Operadores Utilizados	Campos da Busca	Assunto Determinado	Nº de Resultados Obtidos
Busca 1	Todos os termos relativos à cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar	Tópico	<i>Operations Research & Management Science</i>	245
Busca 2	<i>sugarcane AND programming</i>	Título do Artigo	Todos	15
Busca 3	<i>sugarcane AND optimization</i>	Título do Artigo	Todos	39
Busca 4	<i>sugarcane AND mathematical</i>	Título do Artigo	Todos	139
Busca 5	<i>sugarcane AND model</i>	Título do Artigo	Todos	13
Busca 6	<i>sugarcane AND (integer OR linear OR mixed integer)</i>	Título do Artigo	Todos	263

Reunindo todos os trabalhos obtidos, e desconsiderando-se os resultados que surgiram mais de uma vez, chegou-se a um total de 662 trabalhos reunidos através das buscas na Web of Science.

Os artigos obtidos através deste conjunto de buscas foram analisados inicialmente a partir dos títulos, e aqueles que tratavam de assuntos pertinentes à Pesquisa Operacional foram, também, analisados em seus resumos e conjuntos de palavras-chave. Deste processo de seleção resultaram 20 artigos que cumpriam ao requisito de tratar de alguma etapa do planejamento da produção de cana-de-açúcar através de um modelo de otimização linear inteira ou mista determinística.

Por fim, para completar a seleção dos trabalhos, foram ainda realizadas buscas nas plataformas Web of Science e Science Direct baseadas nas referências citadas pelos trabalhos selecionados, o que resultou em mais quatro trabalhos incluídos na amostra. Um total de 24 trabalhos foram usados na revisão de modelos matemáticos de otimização apresentada no Capítulo 4.

3.2 Artigos de Revisão de Literatura Anteriores

Dentre os artigos de revisão de literatura encontrados, os trabalhos [3], [7] e [29] tratam de aplicações de Pesquisa Operacional às cadeias de suprimentos de produtos agrícolas, enquanto [5], [6] e [18] levantam os principais desafios de desenvolver planejamentos eficientes para a produção da cana-de-açúcar. As três principais demandas levantadas por estes artigos são:

1. **Elaboração de modelos integrados.** O tratamento dos diferentes aspectos da cadeia de forma isolada é uma das razões pelas quais uma grande quantidade de resultados de pesquisa não chegam a ser completamente implementados, pois as modelagens terminam por não representar de forma adequada a aplicação. A integração das etapas é necessária para resolver problemas logísticos e de produtividade. Ao mesmo tempo, o fato de haver várias partes envolvidas nas decisões faz com que esta integração não seja simples, razão pela qual a maioria dos modelos propostos na literatura tratam do plantio, da colheita, do transporte e da moagem da cana-de-açúcar sem integrar as decisões e sem agregar aspectos relevantes de mercado, meio ambiente e sociais.

2. **Elaboração de mais modelos de planejamento operacional.** Conforme discutido no Capítulo 2 o planejamento das atividades na cadeia de suprimentos deve ser realizado nos níveis estratégico, tático e operacional. A maioria dos modelos levantados pelas revisões bibliográficas tratam do planejamento apenas a nível tático, envolvendo decisões de médio a longo prazo. É importante, para garantir o atendimento às demandas de produtos e controlar de forma eficiente as decisões tomadas a curto prazo, o desenvolvimento de modelos que tratem do planejamento em nível operacional, envolvendo decisões que são tomadas para um prazo diário ou de apenas alguns dias, agregando detalhes dos processos e auxiliando na tomada de novas decisões caso imprevistos aconteçam.

3. **Tratamento mais confiável das incertezas dos problemas.** As cadeias-de-suprimentos de produtos agrícolas estão sujeitas a variações de demanda e disponibilidade de capital, além de alterações que as matérias-primas podem sofrer devido a fatores ambientais, qualidade do solo em que o plantio foi realizado e contaminações por pragas que podem comprometer a produção. Sendo assim, um tratamento eficiente de incertezas deve fazer parte do desenvolvimento de recursos de suporte à decisão, afim de

que as soluções por eles produzidas sejam mais próximas das situações encontradas na prática. Ferramentas como simulação matemática e programação estocástica podem ser utilizadas para este fim.

O trabalho [10] foi o único encontrado apresentando uma revisão de literatura sobre aplicações de modelagem matemática de otimização ao planejamento da produção de açúcar e álcool. O artigo discute a evolução da produção e do processo de colheita da cana-de-açúcar e apresenta um conjunto de publicações realizadas entre os anos de 1977 e 2017.

3.3 Artigos Seleccionados Para a Revisão de Modelos Matemáticos

Conforme apresentado na Seção 3.1, foram reunidos para este estudo 24 artigos. Dentre as propostas seleccionadas encontram-se modelos matemáticos de otimização linear contínua, binária, inteira ou inteira mista, mono ou multi-objetivo. Além dos modelos matemáticos, parte dos trabalhos apresenta, ainda, metodologias de construção de soluções factíveis, desigualdades válidas ou procedimentos heurísticos de melhoria como Busca Tabu, Algoritmo Genético, *Simulated Annealing* e *Particle Swarm*. Descrevemos em maiores detalhes os modelos apresentados e as formas de solução adotadas em cada trabalho no Capítulo 4. A Figura 3.1 apresenta uma linha do tempo com os artigos seleccionados para a revisão.

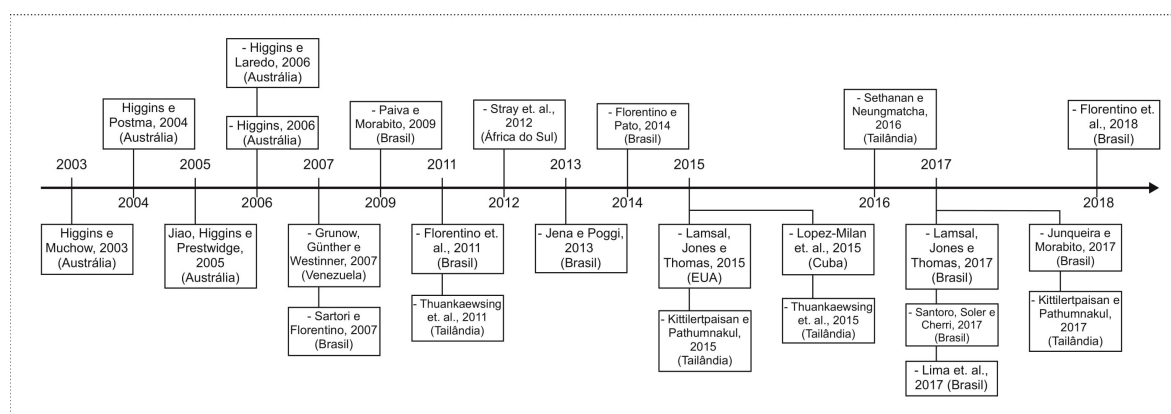


Figura 3.1: Linha do tempo apresentando os artigos seleccionados para a revisão de modelos matemáticos.

A presente revisão contribui com a organização do conhecimento acerca de aplicações de otimização linear inteira e mista às diferentes etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar através da análise dos artigos encontrados na literatura tratando do tema nos últimos 15 anos.

A análise dos trabalhos apresentada no Capítulo 4 está organizada em função das etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar (ver a descrição apresentada no Capítulo 2): plantio da cana, colheita, transporte da matéria-prima do campo até a usina e processamento industrial. Não foram encontrados artigos tratando exclusivamente da distribuição dos produtos finais obtidos, razão pela qual a última etapa da cadeia (etapa de mercado) não foi incluída. Apresentamos na Tabela 3.3 um resumo dos resultados obtidos.

Tabela 3.3: Tipos de modelos de otimização matemática e metodologia de solução adotada

Autor e Ano	Tipo de Modelo					Método de Solução					Etapa da Produção			
	LP	BP	IP	MILP	MOBP	MOMIP	SL	DV	ME	HRT	PLN	CLH	TRN	PRC
Florentino et. al., 2011					X		X				X			
Florentino e Pato, 2014					X		X		X		X			
Florentino et. al., 2018						X	X		X			X		
Grunow, Günther e Westinner, 2007				X			X			X			X	
Higgins, 2006				X					X				X	
Higgins e Muchow, 2003		X							X			X		
Higgins e Postma, 2004				X					X				X	
Higgins e Laredo, 2006		X							X				X	
Jena e Poggi, 2013				X			X	X	X			X		
Jiao, Higgins e Prestwidge, 2005							X					X		
Junqueira e Morabito, 2017				X			X					X		
Kittilertpaisan e Pathumnakul, 2015			X				X					X		
Kittilertpaisan e Pathumnakul, 2017				X					X			X		
Lamsal, Jones e Thomas, 2015				X			X	X				X	X	
Lamsal, Jones e Thomas, 2017				X			X	X				X	X	
Lima et. al., 2017				X			X		X		X			
Lopez-Milan et. al., 2015				X					X			X	X	
Paiva e Morabito, 2009				X										X
Santoro, Soler e Cherri, 2017		X					X					X		
Sartori e Florentino 2007		X					X			X				
Sethanan e Neungmattha, 2016						X	X					X		
Stray et. al., 2012			X				X		X			X		
Thuankaewsing et. al., 2011	X						X					X		
Thuankaewsing et. al., 2015				X			X		X			X		

Legenda: OL = Otimização Linear, OB = Otimização Binária, OI = Otimização Inteira, OLLIM = Otimização Linear Inteira Mista, OBMO = Otimização Binária Multi-Objetivo, OIMMO = Otimização Inteira Mista Multi-Objetivo, SL = Solver, DV = Desigualdades Válidas, ME = Método Exato, HRT = Heurística, PLN = Plantio, CLH = Colheita, TRN = Transporte, PRC = Processamento Industrial

4 Análise dos Artigos Selecionados

Neste Capítulo analisamos os 24 artigos selecionados segundo a metodologia descrita no Capítulo 3. Os artigos foram agrupados de acordo com a etapa da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar. Na Seção 4.1 são descritos os modelos dos artigos selecionados tratando da etapa de plantio da cana-de-açúcar. Na Seção 4.2 são apresentados os modelos que tratam de decisões relativas à etapa de colheita da matéria-prima. Na Seção 4.3 são descritos os modelos tratando da etapa de transporte da matéria-prima do campo até a usina, e é apresentada uma reformulação para um dos modelos. Na Seção 4.4 é apresentado um modelo que trata das decisões relativas ao processamento industrial da cana-de-açúcar. A Seção 4.5 apresenta os modelos que integram decisões relativas a diferentes etapas da cadeia de suprimentos, e é apresentada uma reformulação para um dos modelos.

4.1 Plantio

As principais decisões a serem tomadas no momento do plantio estão relacionadas à determinação de: qual o momento ideal para plantar, quais variedades de cana serão plantadas, e como estimar o que será obtido da produção quando a planta estiver pronta para a colheita. Dentre os 24 artigos selecionados para este trabalho, foram encontrados cinco propondo modelos matemáticos de otimização para representar decisões associadas ao momento do plantio [12, 14, 16, 32, 41]. Há, ainda, outras técnicas discutidas, como por exemplo o uso de redes neurais [46] e de regressão não linear [24] para a realização de estimativas, mas que não serão detalhadas por fugirem ao escopo deste texto.

Em [16] é proposto um modelo de otimização linear inteira mista que trata do plantio visando decidir o momento ideal para a colheita de modo a atender à demanda prevista para a moagem. Além de considerar que toda a área plantada deve ser colhida até o final do horizonte de planejamento, o trabalho ainda leva em conta restrições relativas ao processo da colheita, tais como: a distância entre as fazendas que estarão prontas para a colheita simultaneamente e a divisão do trabalho entre áreas que deverão ser colhidas manualmente e áreas que deverão ser colhidas de forma mecanizada. O modelo é testado com uma instância baseada em uma situação real na Venezuela, para a qual os autores apontam a possibilidade de se obter uma solução próxima da otimalidade ($GAP < 1,5\%$) em até 1000s de trabalho computacional utilizando o *solver* CPLEX. O estudo é complementado tratando da colheita com um outro modelo, discutido na Seção 4.2.

Os demais trabalhos ([12], [14], [32] e [41]) apresentam modelos de otimização linear binária tratando da seleção de variedades para o plantio. A proposta em [41] considera

a escolha de quais variedades plantar em um conjunto de áreas levando em conta uma demanda mínima de açúcar presente na cana a ser colhida e visando maximizar o aproveitamento energético obtido através do uso da biomassa residual para a produção de energia. Já em [12], [14] e [32] há modelos de otimização bi-objetivo nos quais, além da demanda por açúcar, há também uma demanda por fibra e os dois critérios são considerados na tomada de decisão: a maximização da produção energética e a minimização dos custos de transferência da biomassa do campo até a usina. Nos casos de [12] e [41], os modelos são resolvidos apenas através da utilização de um *solver* com uma instância baseada em uma situação real. No caso de [14] há, além do uso do pacote computacional de solução, também uma proposta de algoritmo genético. Os dois são utilizados para resolver um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente. Neste caso, a solução através do *solver* apenas foi possível para as instâncias de dimensões menores, demorando até 266 minutos de trabalho computacional, enquanto a metaheurística obteve solução factível para todas as instâncias em até 17 minutos. Para a proposta de [32] é apresentada uma metodologia exata de solução, com a qual é possível resolver uma instância baseada em uma situação real em até 62 minutos.

Por ser o modelo presente em Florentino e Pato (2014) [14] o mais completo tratando do importante, e complexo, problema de seleção de variedades para o plantio, apresentamos na Seção 4.1.1 a proposta e discutimos os seus aspectos mais relevantes.

4.1.1 O modelo de Florentino e Pato (2014)

Sejam um conjunto J com k áreas onde se deve realizar o plantio da cana-de-açúcar, e um outro conjunto I de n variedades de cana que podem ser plantadas nestas regiões. Em cada uma das áreas apenas uma única variedade pode ser plantada, e cada combinação de variedade e área produzirá um resultado diferente na quantidade de fibra e de açúcar presente na cana no momento da colheita, além de diferenças nos custos e no potencial de geração de energia através da biomassa residual. O Problema de Seleção de Variedades de Cana-de-Açúcar consiste na escolha de quais variedades em I serão plantadas em cada área de J de modo a minimizar os custos de transferência e maximizar o aproveitamento energético da biomassa residual, atendendo a restrições de área e necessidades de produção. Ao se resolver este problema, as demandas da indústria por açúcar e álcool são aliadas ao aproveitamento da biomassa que o processo de colheita mecanizada produz como resíduo. O contraste entre o aumento nos investimentos necessários para a realização da transferência desta biomassa do campo para o processamento e a possibilidade de obtenção de uma quantidade expressiva de energia resultam no modelo de otimização linear binária bi-objetivo proposto em [14] e descrito adiante. Para a sua apresentação precisamos definir, inicialmente, os seguintes conjuntos, índices e parâmetros

Conjuntos e Índices

- $i \in I = \{1, \dots, n\}$: Conjunto das variedades de cana disponíveis para o plantio;
- $j \in J = \{1, \dots, k\}$: Conjunto dos talhões onde será realizado o plantio.

Parâmetros para a definição do modelo

- c_{ij} : Custo total de transferir a biomassa residual da cana-de-açúcar da variedade i quando colhida na área j (em R\$);

e_{ij} : Balanço energético total da biomassa residual da cana-de-açúcar da variedade i quando colhida na área j (em MJ);

f_{ij} : Quantidade total de fibra produzida pela variedade i quando plantada na área j (em t);

Flo : Limite mínimo do conteúdo de fibra permitido na cana colhida (em t);

Fup : Limite máximo do conteúdo de fibra permitido na cana colhida (em t);

L_j : Área da região j (em ha);

Lup_i : Área máxima que se pode plantar a variedade de cana i (em ha);

s_{ij} : Quantidade total de açúcar produzida plantando-se a variedade de cana i na área j (em t);

Slo : Quantidade total mínima recomendada de pol da cana (em t).

Parâmetros para o cálculo do custo total e do balanço energético

Cl : Custo total de coletar, compactar e carregar uma tonelada de biomassa residual (em R\$ por t);

Co : Consumo de combustível de um caminhão (em L por Km);

D_j : Distância total da área j até a usina, considerando-se o percurso de ida e de volta (em Km);

Ec_i : Energia calorífica que se pode obter com uma tonelada de biomassa residual de cana da variedade i (em MJ por t);

Elm : Energia consumida pelo maquinário para coletar, compactar e carregar uma tonelada de biomassa residual (em MJ por t);

Etm : Energia consumida por um caminhão para transportar a biomassa residual por um quilômetro (em MJ por Km);

P : Preço de um litro de combustível (em R\$ por L);

Pb_i : Massa de resíduo gerada pela variedade i (em t por ha);

V_i : Volume de uma tonelada de resíduo compactado da variedade i (em m³ por t);

Vc : Capacidade de carga de um caminhão (em m³).

Os valores de c_{ij} e e_{ij} , utilizados na definição das funções objetivo do modelo, são calculados como função de outros parâmetros. O custo de transferência da biomassa, representado por c_{ij} , é uma soma dos custos de coletar, compactar e carregar o material com os custos de transporte, os quais são, por sua vez, todos proporcionais à área plantada. Desta forma, o custo total é dado por

$$c_{ij} = \left(Cl + \frac{V_i D_j Co P}{Vc} \right) Pb_i L_j. \quad (4.1)$$

Já o balanço energético, denotado por e_{ij} , representa a diferença entre a quantidade de energia que se pode obter através da combustão da biomassa e a quantidade de energia despendida na transferência deste resíduo do campo até a usina, sendo definido numericamente por

$$e_{ij} = \left(Ec_i - Elm - \frac{Etm D_j V_i}{Vc} \right) Pb_i L_j. \quad (4.2)$$

Variáveis de Decisão

A decisão envolvida no modelo - qual variedade de cana-de-açúcar plantar em cada área - é descrita pelo seguinte conjunto de variáveis:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a variedade de cana-de-açúcar } i \in I \text{ for selecionada para o plantio} \\ & \text{na área } j \in J; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Critérios de Otimização

Um critério de otimização é a minimização dos custos de transferência da biomassa residual de cana-de-açúcar do campo até a usina, definido através da soma dos custos de transferência de cada área plantada, expresso por:

$$\min f_1(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k c_{ij} x_{ij}. \quad (4.3)$$

Outro critério adotado para a otimização é a maximização do aproveitamento energético que se pode obter através do uso da biomassa residual da cana, calculado através da soma da energia disponível para aproveitamento em cada área plantada, expresso por:

$$\max f_2(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k e_{ij} x_{ij}. \quad (4.4)$$

Tais objetivos são, entretanto, conflitantes, uma vez que o aumento no volume de biomassa total obtida gera, simultaneamente, um aumento nos valores de ambos os critérios, de modo que, em geral, é impossível encontrar uma mesma solução que minimiza os custos de transferência e maximiza o aproveitamento energético da biomassa. Isto dá ao modelo um caráter bi-objetivo, definido pelas funções, (4.3) e (4.4).

Restrições

A tomada de decisão precisa atender a uma demanda por uma quantidade mínima de açúcar presente na cana plantada, o que é assegurado pela restrição (4.5), necessária para garantir o atendimento às demandas por açúcar e álcool na usina.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k s_{ij} x_{ij} \geqslant Slo. \quad (4.5)$$

Outra restrição que deve ser considerada é a quantidade de fibra existente na cana colhida, que deve estar dentro de um intervalo de valores aceitável para garantir a eficiência do processo de moagem. Valores muito elevados de fibra prejudicam o processo de extração do caldo da cana, enquanto quantidades muito baixas de fibra tornam a cana mais suscetível a perdas durante o transporte e a contaminações. A restrição (4.6) representa a necessidade da soma total da quantidade de fibra presente na cana colhida manter-se dentro de um intervalo determinado.

$$Flo \leqslant \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k f_{ij} x_{ij} \leqslant Fup. \quad (4.6)$$

A região onde será realizado o plantio da cana-de-açúcar é dividida em várias áreas menores, de acordo com condições climáticas e topográficas e, em cada uma destas

áreas, planta-se apenas uma única variedade de cana. A restrição (4.7) garante esta condição.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, k. \quad (4.7)$$

Cada variedade de cana é mais ou menos suscetível a diversos tipos de doenças, que podem se espalhar rapidamente e causar grandes danos à produção. Para evitar que tais fatores prejudiquem toda a região cultivada, uma alternativa é controlar a área máxima em que cada variedade pode ser plantada. Através da restrição (4.8), garantimos que a soma das áreas em que cada variedade de cana é plantada não ultrapasse um limite superior, promovendo, através da diversificação da produção, uma queda no risco de perdas grandes em consequência de pragas na plantação.

$$\sum_{j=1}^k L_j x_{ij} \leqslant Lup_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4.8)$$

Reunindo tudo o que foi exposto até aqui, concluímos que o modelo para representar o Problema de Seleção de Variedades de Cana-de-açúcar proposto em [14] é dado por (PSVC).

$$\begin{aligned} & \min \quad (f_1(x), -f_2(x)) \\ & \text{s. a.} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k s_{ij} x_{ij} \geqslant Slo \\ & Flo \leqslant \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k f_{ij} x_{ij} \leqslant Fup \\ & \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, k \\ & \sum_{j=1}^k L_j x_{ij} \leqslant Lup_i, \quad i = 1, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, j \in J. \end{aligned} \quad (\text{PSVC})$$

Uma instância do modelo (PSVC) representando uma situação real no Brasil e outras 80 geradas semi-aleatoriamente foram resolvidas. Como no caso real o limite máximo de área para o plantio de cada variedade, tratado pela restrição (4.8), não era relevante, tomou-se $Lup_i = \sum_{j=1}^J L_j$, $i = 1, \dots, n$. Para o tratamento do caso real foi adotada a metodologia de ε -*constraint* fixando a equação (4.4) em 101 valores distintos e tomando o tempo máximo de solução em 15 minutos para cada um destes valores. Para as demais instâncias, fixou-se (4.4) em um único valor, e o problema foi tratado de maneira mono-objetivo. Os resultados demonstraram a dificuldade de solução do modelo apenas através de uma metodologia exata: em apenas cinco das 81 instâncias foi possível obter uma solução eficiente via método ε -*constraint*, implementado através das funcionalidades de otimização inteira disponíveis no *software* MATLAB. Em contrapartida, utilizando o algoritmo genético, foi possível obter soluções eficientes para todas as instâncias em menos de 17 minutos, em média.

A discussão apresentada nesta Seção demonstra a complexidade do problema de seleção de variedades de cana-de-açúcar para o plantio, ao mesmo tempo em que mostra

uma importante aplicação da Pesquisa Operacional a um problema que envolve o equilíbrio entre rentabilidade e desenvolvimento sustentável no campo, uma tendência que tem crescido na agricultura como um todo [3].

No Apêndice B são apresentadas duas propostas de aplicação do Método da Soma Ponderada para estes modelos, os quais foram enviados na forma de um resumo para o CNMAC 2016.

4.2 Colheita

O processo de colheita da cana-de-açúcar pode ser realizado de forma manual, através de grupos que ceifam a matéria-prima no campo, ou de forma mecanizada, através de grupos que colhem a cana utilizando máquinas para este fim. As decisões que precisam ser tomadas no planejamento da colheita envolvem a definição da sequência em que as áreas plantadas serão colhidas e quanto colher para garantir o atendimento às demandas da indústria durante o período da safra. O tema da colheita foi tratado em 16 dos 25 artigos selecionados para esta revisão, sendo que 12 trabalhos tratam especificamente do assunto, os quais são discutidos nesta Seção, e os outros quatro associam as decisões ao planejamento do transporte da matéria-prima até a usina, e estão apresentados na Seção 4.5.

Metade dos trabalhos selecionados que tratam especificamente da colheita da cana-de-açúcar foram propostos tomando por base problemas de logística clássicos da Pesquisa Operacional. O modelo apresentado em [44] é baseado no Problema do Caixeiro Viajante, o modelo de [42] toma por referência o Problema do Caminho Mínimo, a proposta de [23] é inspirada no Problema de Fluxos em Redes, o modelo de [40] identifica um problema de planejamento da colheita mecanizada com o Problema do Carteiro Rural, e as propostas em [27] e [28] são baseadas no Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo.

Os modelos de [28] e [44] tratam do planejamento da colheita durante o período da safra toda, visando definir a sequência das áreas plantadas em que cada grupo de colheita deverá trabalhar de modo que, ao final do período, toda a matéria-prima plantada tenha sido colhida. Há, ainda, em [28], a consideração de um conjunto de janelas de tempo para a colheita de cada área, visando evitar que a cana-de-açúcar seja cortada fora do período de maturação desejado. Ambos os modelos têm por critério de otimização a maximização do retorno financeiro obtido, e são resolvidos através do *solver* LINGO, assim como através de métodos metaheurísticos. Em [44] é proposta uma metodologia de Busca Tabu com a qual foi possível obter soluções próximas da otimalidade em até 15 minutos para as instâncias estudadas. Já em [28] a abordagem heurística é baseada em um algoritmo de programação dinâmica, através da qual foi possível obter soluções para as instâncias consideradas em cerca de 6 minutos de trabalho computacional.

Os trabalhos de [23] e [27] cobrem o planejamento da colheita em períodos menores de tempo, considerando prazos de uma a quatro semanas. Ambos os modelos elaboraram a ordem em que as áreas plantadas devem ser colhidas considerando-se o critério de otimização de maximização do retorno financeiro obtido. A proposta de [27] foi resolvida para um conjunto de instâncias baseadas em uma situação real na Tailândia através do *solver* LINGO demandando até 12 minutos para a obtenção de solução ótima. Já o modelo de [23] foi resolvido através do *solver* CPLEX com um estudo de caso no Brasil. Ainda, foi proposta uma heurística de solução para o problema, com

a qual foi possível obter soluções factíveis para as instâncias consideradas em até 30 minutos de trabalho computacional.

Um fator limitante para o processo de colheita da cana-de-açúcar é o prazo disponível para a realização do trabalho. Os artigos [40] e [42] discutem esta questão e propõem alternativas para melhorar o aproveitamento do tempo durante esta operação. O modelo de [40] trabalha o planejamento da colheita mecanizada de cada área plantada considerando a minimização do tempo total necessário para manobrar o equipamento utilizado. Um conjunto de instâncias baseadas em situações reais pode ser resolvido através do *solver* CPLEX em um tempo de até 26 minutos de trabalho computacional cada. A proposta de [42], por sua vez, trata da elaboração da sequência em que as áreas plantadas devem ser colhidas de modo a satisfazer a uma demanda de matéria-prima para a moagem. Os critérios de otimização considerados são a maximização do conteúdo de açúcar presente na cana colhida e a minimização da distância total percorrida no processo de colheita, este último possibilitando melhor aproveitar o tempo disponível para o trabalho. O modelo foi testado através de um conjunto de instâncias utilizando-se o *solver* CPLEX e foi proposto um algoritmo de *Particle Swarm* para a solução do problema. A solução exata precisou de até 3 horas de trabalho computacional, enquanto a proposta heurística demandou até 6 minutos para obter solução factível para as mesmas instâncias.

A abordagem de [25] para a elaboração da rota em que a colheita será realizada por cada grupo é baseada no Problema de Escalonamento e Dimensionamento de Lotes. São propostos três modelos de otimização linear inteira mista que consideram restrições importantes como as demandas por matéria-prima a serem atendidas, as capacidades de trabalho dos grupos de colheita e a aplicação de vinhaça nas áreas que serão colhidas. As diferenças entre os modelos estão nos objetivos que cada um deles visa atender, a saber, colher a matéria-prima o mais próximo possível do momento ideal, minimizar o número de mudanças de áreas que cada grupo deve colher e minimizar os custos e as perdas envolvidos no processo. A solução dos modelos é realizada através do *solver* CPLEX com um conjunto de instâncias de dimensões inferiores às encontradas na prática, as quais são todas resolvidas em poucos segundos de trabalho computacional.

Nos casos em que o plantio foi realizado em fazendas de dimensões muito extensas, uma opção é dividi-las em áreas menores e planejar o plantio em função destas áreas. A proposta de [13] trata desta situação considerando restrições de atendimento periódico a demandas de colheita e a necessidade de colher toda a área plantada durante o período da safra. Dois objetivos foram adotados na formulação: colher a cana o mais próximo possível do momento ideal (pico de maturação) e minimizar o número de vezes que cada grupo de colheita muda de fazenda, este último importante para diminuir as despesas relativas ao deslocamento do maquinário utilizado. O modelo foi testado com um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente baseadas em situações reais através do *solver* CPLEX, com o qual não foi possível obter solução para todas as instâncias, e através de um Algoritmo Genético, com o qual foi possível obter solução factível para todas as instâncias em até 22 minutos de trabalho computacional.

Além da necessidade de definir a ordem em que a colheita será realizada no campo, a proposta de [45] considera, também, a importância da colheita ser organizada de maneira equitativa entre os produtores, visando chegar a uma solução que não privilegie nenhum produtor. O modelo apresentado considerada um conjunto de organizações de pequenos produtores na Tailândia que colhem as suas áreas plantadas uma a uma, levando em conta a maturação da cana no campo. O objetivo é obter uma solução

igualmente eficiente para todos os produtores ao final do horizonte de planejamento, considerando-se o critério de otimização de maximizar a massa total de cana-de-açúcar colhida em cada área. O modelo foi resolvido para um conjunto de instâncias de dimensões inferiores às encontradas na prática através do *solver* LINGO, com o qual foi possível obter solução ótima em um tempo de trabalho computacional de até 25 horas, e foi proposta uma metodologia de Busca Tabu, que obteve soluções factíveis próximas da otimalidade para as mesmas instâncias em cerca de um minuto. Para uma instância de dimensões práticas, apenas a metaheurística obteve solução, tendo demandado cerca de quatro minutos para chegar ao resultado. O modelo é um desenvolvimento da proposta de otimização linear contínua apresentada em [46], que não considera a ordem da colheita no planejamento.

Outra proposta que considera a necessidade de organizar a colheita das áreas plantadas de diversos produtores de uma forma equilibrada é dada em [24], que considera que cada produtor deve colher, periodicamente, apenas um percentual determinado daquilo o que plantou, de modo que todos terminem as suas colheitas em momentos similares ao final do horizonte de planejamento. São apresentados dois modelos, sendo um com função objetivo não linear e restrições lineares, para o qual não são apresentados resultados computacionais, e outro com função objetivo linear e restrições lineares. O modelo linear foi resolvido através do *solver* OSL 3 em 3,6 segundos, considerando-se uma instância baseada em uma situação real na Austrália.

O trabalho [20] traz um modelo de otimização binária para determinar quais áreas plantadas devem ser colhidas durante um horizonte de planejamento determinado. São consideradas restrições de capacidades de trabalho estimadas de colheita, transporte e moagem da cana-de-açúcar e o critério de otimização adotado é a maximização do retorno financeiro obtido subtraindo os custos de produção e moagem. O modelo foi testado com um conjunto de instâncias representando diversas situações na Austrália através de uma metodologia de Busca Tabu.

Dentre as diversas metodologias encontradas para o planejamento da colheita da cana-de-açúcar na literatura, a única tratando da minimização do número de manobras realizadas durante o processo de colheita mecanizada da matéria-prima é a de Santoro et. al. (2017) [40]. Considerando-se a importância da colheita mecanizada em países como o Brasil, os Estados Unidos e a Austrália e a possibilidade de reduzir as despesas através de um planejamento mais eficiente do trabalho em nível operacional, descrevemos este modelo na Seção 4.2.1.

4.2.1 O modelo de Santoro, Soler e Cherri (2017)

No processo de colheita mecanizada da cana-de-açúcar a rota das máquinas colhedoras deve seguir o formato das linhas em que o plantio foi realizado (a Figura 2.3 ilustra este formato). Uma vez que se inicia a colheita em uma destas linhas, o processo não é interrompido até que toda a cana seja totalmente colhida.

Entre as extremidades das linhas onde a cana está plantada existem trechos de terreno com área suficiente para o tráfego e as manobras do maquinário de colheita, de modo que, ao final da colheita de uma linha de cana, é possível prosseguir e continuar colhendo na mesma direção (caso haja cana plantada) ou mudar de direção. Para a elaboração do modelo, vamos considerar um grafo $G = (V, A)$ cujo conjunto de vértices V representa estes pontos onde é possível manobrar a máquina colhedora, e cujo conjunto A de arestas representa tanto as linhas onde a cana foi plantada como a

possibilidade de se manobrar o equipamento para mudar a direção da colheita. Além disso, consideramos ainda a existência de um nó inicial 0, que determina onde a colheita de uma área se inicia e é utilizado na modelagem como nó final da rota. A Figura 4.1 representa a modelagem proposta.

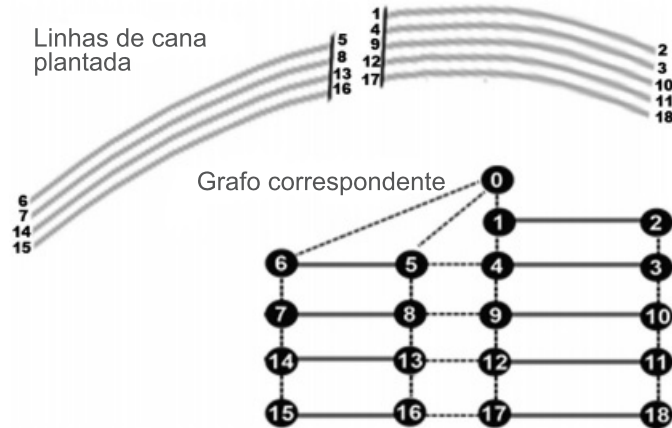


Figura 4.1: Para cada conjunto de linhas de cana plantadas em uma área, podemos estabelecer um grafo através do qual o problema do planejamento da rota da colheita mecanizada pode ser modelado. Neste caso, as linhas contínuas representam as linhas de cana plantada e as linhas tracejadas representam a possibilidade de deslocamento da máquina colhedora de um ponto até outro (Adaptado de [40]).

O Problema do Planejamento da Rota da Colheita Mecanizada consiste em determinar uma rota para a colheita que inclua todas as linhas em que haja cana considerando a minimização do tempo total gasto na realização de manobras com o maquinário de colheita. Para a apresentação do modelo, vamos definir, inicialmente, os seguintes conjuntos, índices e parâmetros:

Conjuntos e Índices

$v \in V$: Conjunto dos vértices do grafo. Representa as extremidades das linhas de cana-de-açúcar plantadas;

$(i, j) \in A$: Conjunto das arestas do grafo. Representa as linhas onde há cana plantada e as possibilidades de realizar manobras para mudar a direção da colheita;

$A_r \subseteq A$: Conjunto das arestas que devem fazer parte da solução. Corresponde às arestas que representam linhas de cana.

Parâmetros

t_{ij} : Tempo de manobra da máquina colhedora associado à aresta $(i, j) \in A$. No caso de não se modificar a direção da colheita, este parâmetro representa o tempo gasto para seguir de uma linha de cana até a outra.

Variáveis

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } (i, j) \text{ é incluída na solução,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Critério de Otimização

O critério de otimização considerado é minimizar o tempo total gasto na realização de manobras durante o processo de colheita. Considerando-se que na solução do problema haja o deslocamento do maquinário entre os pontos representados pelos vértices $i, j \in V$, importa saber se esta movimentação foi realizada saindo do ponto representado por i com direção ao ponto representado por j ou o contrário (isto é, se é incluída no conjunto solução a aresta (i, j) ou a aresta (j, i) , respectivamente), razão esta porque ambas as variáveis x_{ij} e x_{ji} são incluídas em (4.9) simultaneamente:

$$\min f(x) = \sum_{(i,j) \in A} t_{ij}x_{ij} + t_{ji}x_{ji}. \quad (4.9)$$

Restrições

A rota de colheita deve satisfazer a três condições: ser iniciada no vértice de origem $0 \in V$, encerrar neste mesmo vértice, e satisfazer a um conjunto de restrições de balanço de fluxo. As primeiras duas condições estão garantidas em (4.13) e (4.14), respectivamente. As restrições de fluxo, por sua vez, são tratadas em (4.10), que asseguram que para todo vértice $j \in V$ diferente do vértice inicial 0 pertencente à solução, há uma aresta $(i, j) \in A$ e uma aresta $(j, h) \in A$ também pertencentes à solução. Isto significa que se na rota da máquina colhedora houver o deslocamento do ponto representado por i até o ponto representado por j , então necessariamente também deve haver o deslocamento deste ponto para algum outro (representado, neste caso, por $h \in V$):

$$\sum_{i:(i,j) \in A} x_{ij} = \sum_{h:(j,h) \in A} x_{jh}, \quad \forall j \in V \setminus \{0\}. \quad (4.10)$$

As restrições (4.11) garantem que para cada aresta $(i, j) \in A_r$, teremos $x_{ij} = 1$ ou $x_{ji} = 1$. Esta condição assegura que toda a cana-de-açúcar plantada, representada pelas arestas $(i, j) \in A_r$, será incluída no planejamento da colheita. Mais ainda, como a máquina colhedora pode percorrer a linha de cana representada por (i, j) tanto partindo do ponto representado por i em direção ao ponto representado por j como no sentido contrário, são incluídas nas restrições as respectivas variáveis x_{ij} e x_{ji} simultaneamente.

$$x_{ij} + x_{ji} = 1, \quad \forall (i, j) \in A_r. \quad (4.11)$$

As inequações em (4.12) garantem que, para toda solução factível do modelo, vale a seguinte condição: dado um subconjunto S do conjunto dos vértices V sem o nó de origem $0 \in V$, o número de arestas da solução incidindo em vértices de S não supera o número de vértices de S (dado pela cardinalidade $|S|$ do conjunto). Isto é suficiente para evitar a construção de soluções com sub-rotas desconexas, o que não representaria situações reais da colheita.

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, \quad S \neq \emptyset. \quad (4.12)$$

O planejamento da rota de colheita deve ser iniciado pelo vértice de origem $0 \in V$, de modo que devemos ter $x_{0j} = 1$, para alguma aresta $(0, j) \in A$, o que é garantido por (4.13).

$$\sum_{(0,j) \in A} x_{0j} \geq 1. \quad (4.13)$$

De forma similar, o planejamento da rota deve encerrar no mesmo nó de origem $0 \in V$, o que impõe $x_{i0} = 1$ para alguma aresta $(i, 0) \in A$, o que as restrições (4.14) asseguram.

$$\sum_{(i,0) \in A} x_{i0} \geq 1. \quad (4.14)$$

Com isto, temos o modelo (PPRCM) para o tratamento do Problema do Planejamento da Rota da Colheita Mecanizada proposto em [40].

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) = \sum_{(i,j) \in A} t_{ij}x_{ij} + t_{ji}x_{ji} \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{i:(i,j) \in A} x_{ij} = \sum_{h:(j,h) \in A} x_{jh}, \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \\ & x_{ij} + x_{ji} = 1, \quad \forall (i,j) \in A_r \\ & \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V, \quad S \neq \emptyset \\ & \sum_{(0,j) \in A} x_{0j} \geq 1 \\ & \sum_{(i,0) \in A} x_{i0} \geq 1 \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in A. \end{aligned} \quad (\text{PPRCM})$$

Em [40] foram resolvidas 50 instâncias baseadas em situações reais no Brasil com o número de linhas de cana variando entre 30 e 343 através do *solver* CPLEX. Para todas foi possível obter solução ótima em até 26 minutos de trabalho computacional, sendo que a maioria das instâncias (49 das 50) foi resolvida em menos de três minutos. Mais ainda, foram testadas instâncias geradas aleatoriamente com dimensões maiores, as quais puderam também ser resolvidas até a otimalidade, mostrando a aplicabilidade do modelo a problemas maiores dos que os encontrados na prática pelos autores.

Considerando-se o bom desempenho dos resultados computacionais, com a possibilidade de se chegar a soluções ótimas em pouco tempo de trabalho, e levando a uma redução de cerca de 31,64% no tempo total de manobras durante a colheita quando se comparam as soluções utilizadas na prática e as soluções obtidas através do modelo, vemos que, de fato, esta proposta é uma opção eficiente para o planejamento operacional da colheita mecanizada da cana-de-açúcar.

4.3 Transporte

O transporte da cana-de-açúcar pode envolver a entrega da matéria-prima a regiões de descarga intermediárias (pontos de transbordo) e, posteriormente, à usina, ou pode dar-se através do transporte direto do campo até a unidade de processamento (conforme discutido no Capítulo 2). Nesta revisão foram encontrados três trabalhos propondo modelos para tratar especificamente de decisões relacionadas ao transporte da cana [17, 19, 21], além de outros quatro trabalhos integrando decisões relativas ao transporte e à colheita, os quais são discutidos na Seção 4.5.

Em [19] são propostos dois modelos para o tratamento das decisões associadas ao transporte rodoviário da cana-de-açúcar das regiões produtoras até pontos de transbordo, de onde a entrega seguirá por via ferroviária. Ambos são modelos de otimização linear binária, diferindo entre eles no tratamento da distância total percorrida, que em um dos modelos é critério de otimização e, no outro, é uma restrição, caso em que o critério considerado passa a ser a minimização dos custos do transporte. Os modelos são baseados no problema de P-Medianas, levando em consideração não apenas a designação das áreas plantadas aos pontos de transbordo, mas também decidindo quais pontos de transbordo devem ou não ser utilizados no planejamento. Foram realizados testes com duas instâncias baseadas em situações reais. A metodologia de solução adotada foi uma metaheurística GRASP, através da qual foi possível obter uma solução factível com valor satisfatório para a aplicação prática em 15 minutos. O mesmo problema é abordado em [21], entretanto sob uma proposta que divide a tomada de decisões em função dos dias disponíveis no horizonte de planejamento. O trabalho é realizado através de um modelo de otimização linear inteira mista com os objetivos de manter a massa total de matéria-prima transportada durante um dia dentro de um intervalo determinado, manter a equidade entre o transporte dos diferentes produtores e minimizar o número de travessias do campo até as áreas de descarga. São apresentadas propostas para a construção de uma solução factível inicial e uma metodologia de Busca Tabu para melhorá-la. Um estudo computacional foi realizado com uma instância baseada em uma situação real, para a qual a metaheurística produziu uma solução suficientemente boa para fins de aplicação em 15 minutos.

Além do caso em que é adotado o transporte ferroviário da matéria-prima dos pontos de transbordo até a usina, há ainda a possibilidade de se realizar a entrega da matéria-prima por via rodoviária. O trabalho [17] trata desta situação apresentando um modelo linear inteiro misto, cujo objetivo é minimizar o atraso entre o corte da cana e a sua entrega para a moagem. Para a realização de um estudo de caso utilizando uma instância baseada em uma situação real, são propostas metodologias heurísticas de Busca Tabu e de *Variable Neighbourhood Search*, as quais produziram boas soluções para a aplicação em no máximo 20 minutos.

Dada a importância e a complexidade do planejamento operacional do transporte rodoviário da matéria-prima, tratado em Higgins (2006) [17], apresentamos este modelo em detalhes na Seção 4.3.1.

4.3.1 O modelo de Higgins (2006)

Vamos considerar o transporte rodoviário da cana-de-açúcar colhida no campo a partir de áreas de transbordo através de um conjunto de N veículos. A cada veículo é possível acoplar um vagão cheio de matéria-prima, o qual deve ser levado imediatamente para a descarga na usina. Uma vez que um veículo entrega um vagão à usina, fica disponível para realizar um novo transporte, de modo que, durante um dia de trabalho, cada veículo pode deslocar vários vagões de cana cheios. Um ponto importante que deve ser levado em conta na tomada de decisão é evitar a formação de filas de veículos no momento da descarga, o que causa atrasos no processo de transporte, exigindo o uso de mais veículos para realizar o trabalho, e favorece a deterioração da matéria-prima ao aumentar o atraso entre a colheita e a moagem.

O Problema de Planejamento do Transporte Rodoviário da Cana-de-Açúcar envolve realizar a designação de quais veículos irão transportar cada vagão de cana colhido, de

modo a minimizar a formação de filas no momento da descarga da cana e garantindo que toda a matéria-prima colhida no dia seja transportada. Vamos supor que estão disponíveis N veículos e O vagões. Os seguintes conjuntos, índices e parâmetros serão utilizados na descrição do modelo matemático de otimização proposto em [17].

Conjuntos e Índices

$i \in I = \{1, \dots, N\}$: Conjunto de veículos disponíveis para o transporte da matéria-prima do campo até a usina;

$j \in J = \{0, 1, \dots, O\}$: Conjunto dos vagões de cana que devem ser transportados das áreas de transbordo até a usina. O índice 0 é um vagão artificial, utilizado para denotar o início das atividades de cada veículo $i \in I$.

Parâmetros

a_j : Momento estimado em que o vagão de cana $j \in J$ está cheio e pronto para ser transportado até a usina;

C : Tempo máximo permitido de atraso entre o corte e a moagem da cana;

e : Momento em que termina a descarga dos vagões que já estão na usina;

M : Um número grande;

p_j : Tempo que a carga do vagão de cana $j \in J$ demora para ser descarregada na usina;

r_j : Tempo de deslocamento entre a usina e a área onde está localizado o vagão de cana $j \in J$.

Variáveis

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } i \in I \text{ transporta o vagão } k \in J \text{ até a usina depois de ter} \\ & \text{transportado o vagão } j \in J; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$w_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{se o vagão } k \in J \text{ chega na usina depois do vagão } j \in J; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

D : Momento em que termina a descarga do último vagão na usina;

d_j : Momento em que o vagão $j \in J$ começa a ser descarregado na usina;

q_j : Tempo que o vagão $j \in J$ passa aguardando para ser descarregado na usina;

y_j : Momento em que algum veículo $i \in I$ deixa a usina para transportar o vagão de cana $j \in J$;

z_j : Momento em que o vagão de matéria-prima $j \in J$ chega na usina.

Critério de Otimização

O critério usado para a tomada de decisão é minimizar o tempo total que os veículos passam esperando para serem descarregados na usina, dados pelas variáveis q_j , $j \in J$, e o momento em que termina a descarga dos vagões, dado por D :

$$\min f(D, q) = \sum_{j \in J} q_j + D - \left(e + \sum_{j \in J} p_j \right). \quad (4.15)$$

Restrições

Para o planejamento do trabalho, tem-se a previsão de que todos os O vagões de transporte de cana-de-açúcar serão carregados, e portanto, devem ser transportados até a usina para a moagem. As restrições (4.16) asseguram que cada vagão $k \in J$, $k \neq 0$ será transportado por algum veículo $i \in I$.

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijk} = 1, \quad \forall k \in J : k \neq 0. \quad (4.16)$$

Cada veículo $i \in I$ disponível para o trabalho deve ser designado ao transporte de um único vagão de matéria-prima $k \in J$, $k \neq 0$ no início do planejamento, o que as restrições (4.17) garantem.

$$\sum_{k \in J} x_{i0k} = 1, \quad \forall i \in I. \quad (4.17)$$

As restrições (4.18) tratam do fluxo do trabalho: um veículo $i \in I$ apenas pode transportar um vagão $k \in J$ carregado de matéria-prima até a usina depois de haver transportado o vagão j (isto é, $x_{ijk} = 1$) quando o vagão j , por sua vez, também já houver sido transportado por i (caso em que $x_{ilj} = 1$, para algum $l \in J$).

$$\sum_{k \in J} x_{ijk} \leq \sum_{l \in J} x_{ilj}, \quad \forall i \in I, j \in K : j, k \neq 0. \quad (4.18)$$

O momento em que algum veículo chega até uma área de transbordo para transportar um vagão $j \in J$, calculado como a soma do momento em que o veículo deixa a usina para realizar o transporte (y_j) e o tempo de deslocamento até o ponto de transbordo (r_j), deve ser posterior ao momento em que este vagão já esteja carregado e pronto para ser levado (a_j), o que as restrições (4.19) garantem.

$$y_j + r_j > a_j, \quad \forall j \in J. \quad (4.19)$$

Considerando-se que o tempo de deslocamento de um veículo $i \in I$ da usina até a área de transbordo onde está o vagão $j \in J$ é conhecida (estimada pelo parâmetro r_j), e que o momento em que algum veículo i deixa a usina para realizar o transporte de j é determinado pelas variáveis y_j , temos que o momento em que o vagão j chega na usina para a descarga, representado pela variável z_j , é determinado como a soma do momento em que i deixa a usina com o tempo total de ida e de volta do veículo i até o ponto de transbordo de j , o que nos dá a restrição (4.20).

$$z_j = y_j + 2r_j, \quad \forall j \in J, j \neq 0. \quad (4.20)$$

Há um tempo máximo permitido de atraso entre o corte e o momento de moagem da cana. As restrições (4.21) garantem que a diferença entre o momento em que um vagão $j \in J$ carregado de matéria-prima chega na usina (determinado pela variável z_j) e o momento em que este terminou de ser carregado no campo (estimado pelo parâmetro a_j) não seja superior ao limitante C .

$$z_j - a_j \leq C, \quad \forall j \in J. \quad (4.21)$$

No caso em que o veículo $i \in I$ seja designado a transportar o vagão de cana $k \in J$ depois de haver transportado o vagão $j \in J$ (situação em que $x_{ijk} = 1$), o momento no

qual ele deixa a usina para buscar o vagão k (representado pela variável y_k) deve ser, pelo menos, posterior ao momento em que o vagão j foi entregue (representado pela variável z_j) e descarregado (tempo estimado pelo parâmetro p_j), o que é representado pelas restrições (4.22). Note que no caso contrário ($x_{ijk} = 0$) a restrição é redundante.

$$y_k \geq z_j + p_j - M(1 - x_{ijk}), \quad \forall j, k \in J, i \in I. \quad (4.22)$$

Existe a possibilidade de se iniciar o planejamento com o veículo $i \in I$ já estando na usina com o vagão $j \in J$ aguardando para ser descarregado. Neste caso, usamos as restrições (4.23), que impõe que o momento em que i deixa a usina para buscar o próximo vagão k deve ser posterior ao término da descarga dos vagões que já estão na fila para descarga (estimado pelo parâmetro e) e ao tempo de descarga do vagão j .

$$y_k \geq e + p_j - M(1 - x_{ijk}), \quad \forall j, k \in J, i \in I. \quad (4.23)$$

As variáveis w_{jk} são utilizadas para controlar a ordem de chegada dos vagões de matéria-prima até a usina. As restrições (4.24) garantem que $w_{jk} = 1$ quando o vagão j é descarregado na usina antes do vagão k . De fato, neste caso, o momento de chegada do vagão k , representado por z_k , será posterior ao momento de chegada do vagão j , representado por z_j , e então $z_k - z_j > 0$, caso contrário, $w_{jk} = 0$ e $z_k \leq z_j$.

$$z_k - z_j \leq Mw_{jk}, \quad \forall j, k \in J. \quad (4.24)$$

Para a definição das variáveis w_{jk} é necessário também que, no caso em que o vagão j chega à usina antes do vagão k , se tenha $w_{kj} = 0$. As restrições (4.25) garantem esta condição.

$$w_{jk} + w_{kj} = 1, \quad \forall j, k \in J : j \neq k. \quad (4.25)$$

Os veículos são descarregados na usina por ordem de chegada. Sendo assim, vamos considerar uma situação em que um veículo $l \in I$ transporta até a usina o vagão de cana $u \in J$, e um outro veículo $i \in I$ transporta até a usina o vagão $j \in J$, sendo que o vagão u é entregue primeiro que o vagão j . Neste caso, o veículo i apenas pode sair da usina para realizar o transporte de um outro vagão $k \in J$ depois que l também já tiver saído, digamos, para transportar outro vagão v , ou no caso de l encerrar as suas atividades depois da entrega de u . As restrições (4.26) garantem esta condição de ordem dos atendimentos. Supondo que o veículo i transporte o vagão j até a usina antes de buscar o vagão k (caso em que $x_{ijk} = 1$), que outro veículo l transporte o vagão u até a usina antes de buscar o vagão v (caso em que $x_{lvv} = 1$), e que u chegue na usina antes de j (e então $w_{ju} = 0$), o momento em que i sai da usina para buscar o vagão k (representado pela variável y_k) deve ser posterior ao momento em que l deixa a usina para transportar o vagão v (representado pela variável y_v) mais o tempo de descarga do vagão j (estimado pelo parâmetro p_j):

$$y_k \geq y_v + p_j - Mw_{ju} - M(1 - x_{lvv}) - M(1 - x_{ijk}), \\ \forall j, k, v, u \in J, i, l \in I. \quad (4.26)$$

Se a chegada dos veículos até a usina pudesse ser espaçada e controlada de uma maneira que sempre que um veículo terminasse de ser descarregado, um único outro chegasse para a descarga na usina, não haveria nem filas de veículos e nem tempo ocioso de trabalho na unidade industrial. Entretanto, em geral, não é possível obter

esta situação, e, na prática, é preferível haver uma fila de veículos para serem descarregados a se correr o risco de faltar matéria-prima e as atividades da usina precisarem ser interrompidas. Sendo que para a descarga de um veículo carregado de cana-de-açúcar, quando já há outro na usina, há a necessidade de esperar para o atendimento, respeitando a ordem de chegada (o que as restrições (4.26) tratam), é comum a formação de filas para a descarga. As restrições (4.27) tratam desta condição. Supondo que um veículo $i \in I$ permaneça aguardando por atendimento na usina para a descarga de um vagão de cana j , antes de partir para o transporte de um outro vagão $k \in J$, o tempo de espera (representado pela variável q_j) é igual à diferença entre o momento em que i deixa novamente a usina para transportar k (representado pela variável y_k) e o momento em que i chegou até a usina com o vagão j (representado pela variável z_j) acrescido do tempo de descarga do vagão j (estimado pelo parâmetro p_j). A Figura 4.2 ilustra a situação tratada em (4.27).

$$q_j \geq y_k - (z_j + p_j) - M(1 - x_{ijk}), \quad \forall i \in I, j, k \in J : j \neq k. \quad (4.27)$$

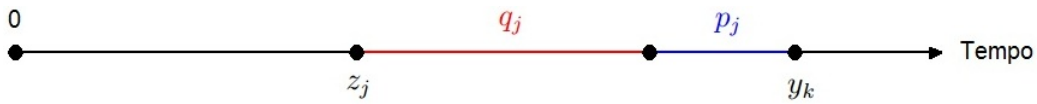


Figura 4.2: Entre o momento z_j em que um veículo i chega à usina com um vagão de matéria-prima j e o momento y_k em que ele sai para o transporte de outro vagão k , há o tempo de fila até a descarga q_j (que pode ser nulo) mais o tempo do processo de descarga p_j .

Outro conjunto de restrições que trata a ordem de chegada dos vagões até a usina é dado em (4.28), que determina que quando um vagão $k \in J$ chega à usina antes de um outro vagão de cana $j \in J$ (caso em que $w_{jk} = 0$), o momento em que j é descarregado (representado por d_j) é posterior ao momento em que o vagão k é descarregado.

$$d_j \geq y_k - Mw_{jk}, \quad \forall j, k \in J, j \neq k. \quad (4.28)$$

Apresentamos na Seção 4.3.2 uma proposta de reformulação para o modelo com uma alteração no lado direito das desigualdades em (4.28), dado que estas restrições foram insuficientes para garantir que as variáveis d_j capturassem corretamente o momento de início da descarga dos vagões.

O momento em que a descarga do último vagão ocorre (representado por D) é definido pela soma do momento em que este chega até a usina com o tempo total necessário para a sua descarga. Sendo assim, podemos afirmar que D é posterior ao final da descarga de todos os vagões $j \in J$, o que é representado pelas restrições (4.29).

$$D \geq d_j + p_j, \quad \forall j \in J. \quad (4.29)$$

As restrições em (4.30) garantem que um vagão $j \in J$ não pode ser atribuído duas vezes consecutivas à rota de um veículo $i \in I$, uma vez que não faria sentido um veículo voltar ao campo para transportar um vagão que já foi entregue à usina.

$$x_{ijj} = 0, \quad \forall i \in I, j \in J. \quad (4.30)$$

Desta forma, o modelo proposto em [17] para tratar do Problema de Planejamento do Transporte Rodoviário da Cana-de-Açúcar é dado por (PPTR).

$$\begin{aligned}
\min \quad & f(D, q) = \sum_{j \in J} q_j + D - \left(e + \sum_{j \in J} p_j \right) \\
\text{s. a.} \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijk} = 1, \quad \forall k \in J : k \neq 0 \\
& \sum_{k \in J} x_{i0k} = 1, \quad \forall i \in I \\
& \sum_{k \in J} x_{ijk} \leq \sum_{l \in J} x_{ilj}, \quad \forall i \in I, j \in K : j, k \neq 0 \\
& y_j + r_j > a_j, \quad \forall j \in J \\
& z_j = y_j + 2r_j \\
& z_j - a_j \leq C, \quad \forall j \in J \\
& y_k \geq z_j + p_j - M(1 - x_{ijk}), \quad \forall j, k \in J, i \in I \\
& y_k \geq e + p_j - M(1 - x_{ijk}), \quad \forall j, k \in J, i \in I \\
& z_k - z_j \leq Mw_{jk}, \quad \forall j, k \in J \\
& w_{jk} + w_{kj} = 1, \quad \forall j, k \in J : j \neq k \\
& y_k \geq y_v + p_j - Mw_{ju} - M(1 - x_{lvw}) - M(1 - x_{ijk}), \\
& \quad \forall j, k, v, u \in J, i, l \in I \\
& q_j \geq y_k - (z_j + p_j) - M(1 - x_{ijk}), \quad \forall i \in I, j, k \in J : j \neq k \\
& d_j \geq y_k - Mw_{jk}, \quad \forall j, k \in J, j \neq k \\
& D \geq d_j + p_j, \quad \forall j \in J \\
& x_{ijj} = 0, \quad \forall i \in I, j \in J \\
& x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad w_{jk} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, j, k \in J \\
& d_j \geq 0, \quad q_j \geq 0, \quad y_j \geq 0, \quad z_j \geq 0, \quad \forall j \in J \\
& D \geq 0.
\end{aligned} \tag{PPTR}$$

4.3.2 Uma proposta de reformulação para o modelo de Higgins (2006)

Resolvendo uma instância gerada aleatoriamente para o modelo (PPTR) proposto em [17], verificamos que as restrições do modelo não garantem que as variáveis d_j representem o momento de descarga dos vagões de matéria-prima. O Exemplo 4.1 ilustra este fato.

Exemplo 4.1. Vamos tomar uma instância para o modelo (PPTR), na forma como este está apresentado na Seção 4.3.1. Os dados utilizados foram gerados aleatoriamente e estão apresentados na sintaxe do AMPL na Seção A.3. Resolvendo esta instância através do *solver* CPLEX obtivemos uma solução com as seguintes atribuições de vagões aos veículos:

$$\begin{aligned}
\text{Para } i = 1: \quad & 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \\
\text{Para } i = 2: \quad & 8 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \\
\text{Para } i = 3: \quad & 10 \rightarrow 6 \rightarrow 9
\end{aligned}$$

Os valores para as variáveis y_j , z_j , q_j e d_j estão descritos na Tabela 4.1. Nesta, é possível observar que as variáveis d_j estão com um mesmo valor para todo $j \in J$, exceto o índice $j = 0$.

j	y	z	q	d
0	0	1.05219	0.5813	5.72206
1	4.13974	5.24194	0	5.32206
2	1.61914	2.81259	0	5.32206
3	3.21259	4.49134	0	5.32206
4	6.30812	7.12955	0	5.32206
5	4.89134	5.90812	0	5.32206
6	3.61259	4.92206	0	5.32206
7	2.81259	3.73974	0	5.32206
8	1.05219	2.41259	0	5.32206
9	5.32206	6.53088	0	5.32206
10	1.63349	2.84073	0.371855	5.32206

Tabela 4.1: Resultados obtidos para o modelo original de Higgins (2006)

Isto mostra que as variáveis d_j não estão capturando os valores dos momentos de início da descarga dos vagões de maneira correta. De fato, se os vagões fossem descarregados apenas no momento determinado por estas variáveis, o tempo de fila para a descarga dos vagões não seria nulo, e o momento em que os veículos deixam a usina para realizarem novos transportes, determinados pelas variáveis y_k , não poderiam ser inferiores a d_j nos casos em que $x_{ijk} = 1$.

Uma proposta para resolver este problema é substituir as restrições (4.28) do modelo pelas restrições (4.31).

$$d_j \geq q_k + z_k + p_k - Mw_{jk}, \quad \forall j, k \in J, j \neq k. \quad (4.31)$$

Neste caso, quando um vagão $k \in J$ chega à usina antes de um outro vagão $j \in J$, caso em que $w_{jk} = 0$, garantimos que j apenas pode ser descarregado após o momento da chegada do vagão k , dado por z_k , mais o tempo que este permaneceu na usina aguardando para ser descarregado (q_k) e o tempo necessário para a descarga de k , determinado por p_k . Ou seja, o vagão j apenas pode ser descarregado depois que o vagão k chegou à usina e foi descarregado.

Apresentamos no Exemplo 4.2 que, após esta reformulação, obtemos uma solução que representa de forma correta os valores dos momentos de descarga dos vagões nas variáveis d_j do modelo.

Exemplo 4.2. Substituindo as restrições (4.28) do modelo de Higgins (2006) pelas restrições (4.31) propostas e resolvendo a mesma instância do Exemplo 4.1, obtemos uma solução ótima que atribui os seguintes vagões aos veículos:

$$\begin{aligned} \text{Para } i = 1: & \quad 2 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \\ \text{Para } i = 2: & \quad 8 \rightarrow 10 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \\ \text{Para } i = 3: & \quad 7 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \end{aligned}$$

Os valores para as variáveis y_j , z_j , q_j e d_j estão descritos na Tabela 4.2.

Neste caso, vemos que a solução obtida não apresenta tempo de fila e os valores das variáveis d_j estão iguais aos valores das variáveis z_j , significando que os vagões são descarregados assim que são entregues à usina.

j	y	z	q	d
0	0	0	0	0
1	4.12481	5.22701	0	5.22701
2	1.76276	2.95621	0	2.95621
3	3.35621	4.63497	0	4.63497
4	6.23429	7.05571	0	7.05571
5	5.62701	6.64378	0	6.64378
6	4.52481	5.83429	0	5.83429
7	2.79765	3.72481	0	3.72481
8	1.15717	2.51757	0	2.51757
9	5.03497	6.24378	0	6.24378
10	2.91757	4.12481	0	4.12481

Tabela 4.2: Resultados obtidos para a reformulação de Higgins (2006)

4.4 Processamento Industrial da Cana-de-Açúcar

Além das dificuldades pertinentes aos processos de plantio, de colheita e de transporte da cana-de-açúcar, há ainda desafios relacionados à tomada de decisão no momento de realizar o processamento industrial da matéria-prima na usina. Nesta revisão encontramos apenas o artigo de Paiva e Morabito (2008) [39] tratando do tema através de um modelo de otimização linear inteira mista. O problema abordado neste trabalho cobre decisões relativas à seleção de processos industriais utilizados para o processamento da cana-de-açúcar, visando atender demandas ao mesmo tempo em que se maximiza o retorno financeiro associado. Descrevemos o modelo em detalhes na Seção 4.4.1.

4.4.1 O modelo de Paiva e Morabito (2008)

Consideremos um conjunto P de produtos finais que podem ser obtidos através da moagem da cana (diversas qualidades de açúcar e etanol) e um conjunto K de processos industriais que podem ser executados na usina. Cada processo industrial é determinado por uma combinação de decisões sobre o uso que será realizado do caldo e do melaço da cana. Cada uma destas combinações determina quais produtos finais serão obtidos, e em que quantidade. Para a fabricação de cada tipo de açúcar (demerara, VHP, qualidades de açúcar refinado) e de etanol (anidro ou hidratado), são necessários processos de produção diferentes, e cada uma destas combinações define um processo industrial. A Figura 4.3 mostra um fluxograma do processo de produção de açúcar, etanol e melaço. As principais diferenças entre os processos industriais são as decisões tomadas nas etapas representadas nos pontos denotados por TM 1, TM 2, SJM, 1-SJM e TM. Dentro de um horizonte de planejamento dividido em períodos $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, há uma demanda DS_{jt} conhecida por cada produto $j \in P$, e para o atendimento a estas demandas há a possibilidade de se realizar o estoque da produção.

O Problema do Planejamento Agregado da Produção em Usinas de Açúcar e Álcool consiste em, dados um conjunto de fornecedores de cana-de-açúcar M e um conjunto de serviços disponíveis para a entrega da matéria-prima F , como planejar a produção de modo a atender às demandas por produtos finais ao mesmo tempo em que se maximiza o retorno financeiro. Para a descrição do modelo proposto em [39], precisamos definir

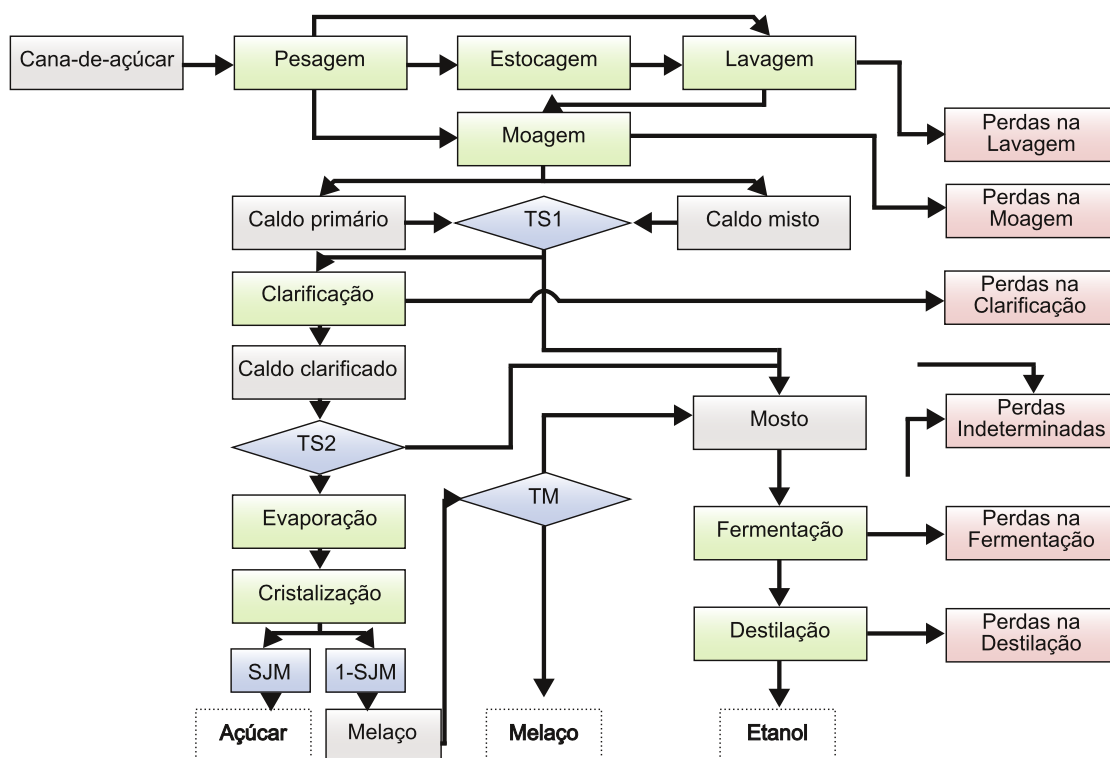


Figura 4.3: Fluxograma do processo de produção de açúcar, etanol e melação. As principais diferenças entre os processos industriais são as decisões tomadas nas etapas representadas nos pontos denotados por TM 1, TM 2, SJM, 1-SJM e TM. Os quadros pontilhados representam os produtos finais. Adaptado de [39].

os seguintes índices, conjuntos, parâmetros e variáveis:

Conjuntos e Índices

$i \in E$: Conjunto dos locais de estoque (próprios ou terceirizados);

$j \in P$: Conjunto dos produtos finais;

$k \in K$: Conjunto dos processos de produção adotados na usina para a obtenção dos produtos finais $j \in P$;

$l \in F$: Conjunto dos serviços de transporte disponíveis para a entrega da cana-de-açúcar;

$m \in M$: Conjunto dos fornecedores de cana-de-açúcar;

$MP \subseteq M$: Conjunto dos fornecedores de cana-de-açúcar sob a gestão da usina;

$t \in \{0, 1, \dots, T\}$: Conjunto dos períodos de planejamento. O período $t = 0$ representa o momento de início do planejamento.

Parâmetros

As quantidades dos produtos finais que se apresentam no estado líquido depois da produção, como o etanol, são expressas em função do volume produzido, medido em metros cúbicos (m^3). As quantidades dos demais são expressas em função da massa produzida, medida em toneladas (t).

A_{jkt} : Quantidade obtida do produto final j com o processamento de uma tonelada de cana-de-açúcar através do processo industrial k durante o período t (em t ou m^3 do

produto final j);

C_{mt} : Custo de uma tonelada de cana-de-açúcar do fornecedor m durante o período t (em \$ por t de cana);

$Cest_{ij}$: Capacidade de estoque do produto j na modalidade de estoque i (em t ou m^3 do produto final j);

CG : Capital de giro disponível para cada período t do horizonte de planejamento (em \$);

CK_{kt} : Custo de processar uma tonelada de cana-de-açúcar através do processo industrial k durante o período t (em \$ por t de cana);

CT_l : Capacidade da frota do serviço de transporte l (em t de cana por período);

d_{m0} : Previsão da quantidade total de cana-de-açúcar que poderá ser colhida pelo fornecedor $m \in M$ durante o horizonte de planejamento (em t de cana);

DS_{jt} : Demanda pelo produto final j durante o período t (em t ou m^3 do produto final j);

e_{ij0} : Estoque inicial do produto j na modalidade de estoque i (em t ou m^3 do produto final j);

f_{m0} : Quantidade de cana colhida antes do primeiro período do horizonte de planejamento pelo fornecedor de matéria-prima m (em t de cana);

H_{ij} : Custo de estocar o produto final j na modalidade de estoque i (em \$ por t ou m^3 do produto final j);

HS_{ij} : Custo de estocar o produto final j na modalidade de estoque i durante a entre safra (em \$ por t ou m^3 do produto final j);

L_{lt} : Custo de cortar, carregar e transportar uma tonelada de cana-de-açúcar utilizando a frota do serviço de transporte l durante o período t (em \$ por t de cana);

M^{min} : Volume mínimo de cana-de-açúcar que deve ser moído em cada período t do horizonte de planejamento (em t de cana);

M^{max} : Volume máximo de cana-de-açúcar que pode ser moído em cada período t do horizonte de planejamento (em t de cana);

V_{jt} : Receita obtida através da venda do produto j durante o período t (em \$ por t ou m^3 do produto final j);

VC_{jt} : Pagamento adiantado recebido pela fabricação do produto final j durante o período t (em \$ por t ou m^3 do produto final j);

α_t : Porcentagem máxima de cana que se pode colher dos fornecedores que não estão sob a gestão da usina em cada período t (em %);

β_{lt} : Percentual da frota do serviço de transporte l disponível durante o período t (em %);

γ_t : Percentual de tempo de operação disponível da usina durante o período t (em %);

ϕ_t : Percentual de tempo efetivo de moagem previsto para o período t (em %).

Variáveis

A principal decisão é a designação de processos industriais aos períodos em que o horizonte de planejamento foi dividido, o que é determinado pelo seguinte conjunto de variáveis

$$x_{kt} = \begin{cases} 1, & \text{se o processo industrial } k \text{ for realizado durante o período } t; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Há, ainda, decisões intermediárias que se relacionam ao atendimento à demanda e à necessidade de estocar produtos finais.

d_{mt} : Quantidade disponível de matéria-prima do fornecedor de cana-de-açúcar m durante o período t (em t de cana);

e_{ijt} : Estoque do produto j na modalidade de estoque i durante o período t (em t ou m^3 do produto final j);

f_{mt} : Quantidade de cana-de-açúcar enviada para a usina pelo fornecedor m durante o período t (em t de cana);

p_{kt} : Quantidade de cana-de-açúcar moída pelo processo k durante o período t (em t de cana);

q_t : Quantidade de cana-de-açúcar moída durante o período t (em t de cana);

r_{lt} : Quantidade de cana-de-açúcar recebida pela usina através do serviço de transporte l durante o período t (em t de cana);

Critério de Otimização

O critério de otimização adotado para a tomada de decisão é maximizar o lucro total obtido através da venda dos produtos finais, subtraindo-se os investimentos realizados na aquisição, no corte e no transporte da matéria-prima, na realização dos processos industriais e na estocagem daquilo o que foi produzido.

Em cada período $t \in \{1, \dots, T\}$, a quantidade total produzida de cada produto final $j \in P$ através do processo industrial $k \in K$ é dado pelo produto da quantidade total de cana-de-açúcar moída q_t pelo parâmetro A_{jkt} , que representa a produção de j por tonelada de cana no período t . Multiplicando este valor pela receita estimada das vendas, dada por V_{jt} , concluímos que o lucro total obtido durante o período $t \in T$ é dado por (4.32).

$$LUC_t = \sum_{j \in P} \sum_{k \in K} V_{jt} A_{jkt} q_t \quad (4.32)$$

Já os investimentos realizados são calculados considerando-se as cinco parcelas definidas por (4.33) - (4.37)

$$INV_t^C = \sum_{m \in M} C_{mt} f_{mt}, \quad (4.33)$$

representando o custo de aquisição da matéria-prima do fornecedor $m \in M$ durante o período $t \in T$,

$$INV_t^T = \sum_{l \in F} L_{lt} r_{lt}, \quad (4.34)$$

representando o custo de cortar, carregar e transportar a cana-de-açúcar do campo até a usina,

$$INV_t^K = \sum_{k \in K} C K_{kt} p_{kt}, \quad (4.35)$$

representando o custo de utilização dos processos industriais,

$$INV_t^E = \sum_{j \in P} \sum_{i \in E} H_{ij} e_{ijt}, \quad (4.36)$$

representando o custo de estocagem dos produtos finais durante o período da safra da cana, e

$$INV_t^S = \sum_{j \in P} \sum_{i \in E} H S_{ij} e_{itT}, \quad (4.37)$$

representando o custo de estocagem dos produtos finais durante o período de entre-safra (posterior à safra).

Com isto, concluímos que o critério de otimização do problema pode ser expresso de acordo com (4.38)

$$\max \sum_{t \in T} (LUC_t - (INV_t^C + INV_t^T + INV_t^K + INV_t^E)) - INV^S \quad (4.38)$$

Restrições

Na modelagem matemática do problema é necessário considerar restrições tratando da movimentação do caixa em cada período do planejamento. Neste caso, o capital disponível para investimento é dado pela soma do pagamento adiantado recebido pelo produto $j \in J$ durante o período $t \in \{1, \dots, T\}$, calculado de forma similar ao lucro, mas considerando, neste caso, o parâmetro VC_{jt} , de pagamento adiantado por tonelada ou metro cúbico de produto final j , calculado de acordo com (4.39)

$$ADI_t = \sum_{j \in P} \sum_{k \in K} VC_{jt} A_{jkt} q_t, \quad (4.39)$$

com o capital de giro CG disponível para cada período. Este valor não pode ser superado pelos investimentos realizados, o que as restrições (4.40) garantem.

$$ADI_t + CG \geq INV_t^C + INV_t^T + INV_t^K + INV_t^E, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.40)$$

Um número grande de trocas de processo industriais realizados dentro de um espaço de tempo curto pode acarretar em perdas de eficiência da produção e, assim, levar também a perdas de rentabilidade. Por esta razão, as restrições (4.41) asseguram que em cada período do horizonte de planejamento será realizado um único processo industrial:

$$\sum_{k \in K} x_{kt} = 1, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.41)$$

Uma restrição importante é a compatibilidade entre as variáveis f_{mt} , p_{kt} , q_t e r_{lt} . Toda a cana-de-açúcar moída em cada período $t \in \{1, \dots, T\}$ do planejamento (quantidade representada pela variável q_t) deve passar por um processo industrial $k \in K$, isto é, a soma das variáveis p_{kt} , que representam a quantidade de cana que passou pelo processo industrial $k \in K$, deve satisfazer (4.42).

$$\sum_{k \in K} p_{kt} = q_t, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.42)$$

A quantidade de cana-de-açúcar moída q_t deve ser igual à quantidade enviada do campo (representada pelas variáveis f_{mt}) e à quantidade recebida pela usina (representada pelas variáveis r_{lt}), o que é garantido através de (4.43).

$$\sum_{m \in M} f_{mt} = \sum_{l \in F} r_{lt} = q_t, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.43)$$

Reunindo as expressões (4.42) e (4.43) obtemos as restrições (4.44).

$$\sum_{m \in M} f_{mt} = \sum_{l \in F} r_{lt} = \sum_{k \in K} p_{kt} = q_t, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.44)$$

Antes do início do horizonte de planejamento, a cana total disponível para a colheita de cada fornecedor $m \in M$ é dada por d_{m0} , bem como o total já colhido é representado por f_{m0} . Assim, no início do planejamento, a disponibilidade de cana de cada fornecedor é definida como a diferença entre estes dois valores, dada pela expressão (4.45).

$$d_{m1} = d_{m0} - f_{m0}, \quad \forall m \in M. \quad (4.45)$$

Nos demais períodos (representado pelo parâmetros $t \in \{2, \dots, T\}$), para cada $t - 1$ definido, uma certa quantidade da cana disponível é colhida, o que é contabilizado pelas variáveis $f_{m(t-1)}$. Desta maneira, no período posterior t , aquilo o que ainda pode ser colhido (d_{mt}) é calculado como o que havia disponível em $t - 1$ (dado por $d_{m(t-1)}$) menos aquilo o que foi utilizado no mesmo período (dado por $f_{m(t-1)}$), o que está expresso em (4.46).

$$d_{mt} = d_{m(t-1)} - f_{m(t-1)}, \quad \forall m \in M, t \in \{2, \dots, T\}. \quad (4.46)$$

Reunindo as informações capturadas em (4.45) e (4.46), temos as restrições (4.47), que definem o valor de d_{mt} para todos os intervalos do horizonte de planejamento

$$d_{mt} = d_{m(t-1)} - f_{m(t-1)}, \quad \forall m \in M, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.47)$$

A cana-de-açúcar disponível para a utilização durante o horizonte de planejamento é igual à soma de toda a cana-de-açúcar disponível para a colheita de cada produtor $m \in M$ no início do horizonte de planejamento, ou seja, a soma dos valores de d_{m1} , para todos os índices $m \in M$. Toda esta produção deve ser moída durante o horizonte de planejamento, o que as restrições (4.48) garantem.

$$\sum_{m \in M} d_{m1} = \sum_{t=1}^T q_t. \quad (4.48)$$

Destacamos que, para cada índice $m \in M$, o valor da variável d_{m1} é definido pelas restrições (4.47), que asseguram que este é função dos parâmetros d_{m0} e f_{m0} . As restrições (4.48) garantem, assim, que toda a produção do campo seja utilizada na usina até o final do horizonte de planejamento.

Outra restrição que relaciona a quantidade d_{mt} disponível para a colheita de cada fornecedor $m \in M$ e a quantidade f_{mt} efetivamente colhida em cada período t é dada em (4.49) - o que cada produtor colhe em cada período não pode ser maior do que aquilo o que está disponível para a colheita.

$$f_{mt} \leq d_{mt}, \quad \forall m \in M, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.49)$$

As restrições em (4.50) tratam do balanço de estoque de produtos finais $j \in P$ em cada período $t \in \{1, \dots, T\}$ do horizonte de planejamento: aquilo o que está disponível para ser estocado ao final do período t , representado pelas variáveis e_{ijt} , é igual ao que foi produzido durante este período, dado por $A_{jkt}q_t$ somado ao que já estava estocado ao final período anterior $e_{ij(t-1)}$, menos a quantidade do produto j destinada ao atendimento da demanda DS_{jt} do período.

$$\sum_{i \in E} e_{ijt} = \sum_{i \in E} e_{ij(t-1)} + \sum_{k \in K} A_{jkt} q_t - DS_{jt}, \quad \forall j \in P, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.50)$$

Em (4.51) é garantido que o planejamento de uso das opções de estoque $i \in E$ respeite a disponibilidade efetiva $Cest_{ij}$ de armazenamento de cada local de estoque.

$$e_{ijt} \leq Cest_{ij}, \quad \forall i \in E, j \in P, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.51)$$

As restrições em (4.52) impõe que a quantidade de cana-de-açúcar f_{mt} colhida dos fornecedores que não estão sob a gestão da usina (isto é, $m \in M \setminus MP$), a cada período $t \in \{1, \dots, T\}$, seja menor ou igual ao percentual α_t determinado da produção total q_t do período.

$$\sum_{m \in M \setminus MP} f_{mt} \leq \frac{\alpha_t}{100} q_t, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.52)$$

A quantidade de cana-de-açúcar transportada através da frota do serviço de transporte $l \in F$ durante o período $t \in \{1, \dots, T\}$, representada pelas variáveis $r_{l,t}$, é limitada pela sua capacidade de trabalho CT_l , pela disponibilidade percentual da frota durante o período, dada pelo parâmetro β_{lt} , e pelo percentual de tempo de trabalho da usina durante o período, dado pelo parâmetro γ_t , o que está representado pelas restrições (4.53).

$$r_{lt} \leq \frac{\beta_{lt}}{100} \frac{\gamma_t}{100} CT_l, \quad \forall l \in F, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.53)$$

A quantidade de cana que é moída na usina, a cada período t , não pode estar acima do volume máximo de moagem M^{max} e nem abaixo do volume mínimo de moagem M^{min} previstos para os períodos, considerando-se a disponibilidade de tempo para o trabalho, representada pelos parâmetros ϕ_t e γ_t . As restrições (4.54) asseguram esta condição.

$$M^{min} \frac{\phi_t}{100} \frac{\gamma_t}{100} \leq q_t \leq M^{max} \frac{\phi_t}{100} \frac{\gamma_t}{100}, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.54)$$

O conjunto de restrições (4.55) garante que se o processo industrial $k \in K$ não for realizado durante o período $t \in \{1, \dots, T\}$ (caso em que $x_{kt} = 0$), não é possível haver nenhuma quantidade p_{kt} de cana moída através deste processo.

$$p_{kt} \leq M^{max} x_{kt}, \quad k \in K, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.55)$$

Com isto, temos o modelo (PPAPAA) proposto em [39] para representar O Problema do Planejamento Agregado da Produção em Usinas de Açúcar e Alcool.

$$\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} (LUC_t - (INV_t^C + INV_t^T + INV_t^K + INV_t^E)) - INV^S \\
\text{s. a.} \quad & ADI_t + CG \geq INV_t^C + INV_t^T + INV_t^K + INV_t^E, \\
& t \in \{1, \dots, T\} \\
& \sum_{k \in K} x_{kt} = 1, \quad t \in \{1, \dots, T\} \\
& \sum_{m \in M} f_{mt} = \sum_{l \in F} r_{lt} = \sum_{k \in K} p_{kt} = q_t, \quad t \in \{1, \dots, T\} \\
& d_{mt} = d_{m(t-1)} - f_{m(t-1)}, \quad \forall m \in M, t \in \{1, \dots, T\} \\
& \sum_{m \in M} d_{m1} = \sum_{t=1}^T q_t \\
& f_{mt} \leq d_{mt}, \quad \forall m \in M, t \in \{1, \dots, T\} \\
e_{ijt} = \sum_{i \in E} e_{ij(t-1)} + \sum_{k \in K} A_{jkt} q_t - DS_{jt}, \quad & \forall j \in P, t \in \{1, \dots, T\} \\
e_{ijt} \leq Cest_{ij}, \quad \forall i \in E, j \in P, t \in \{1, \dots, T\} & \quad \text{(PPAPAA)} \\
\sum_{m \in M \setminus MP} f_{mt} \leq \alpha_t q_t, \quad t \in \{1, \dots, T\} \\
r_{lt} \leq \frac{\beta_{lt}}{100} \frac{\gamma_t}{100} CT_l, \quad \forall l \in F, t \in \{1, \dots, T\} \\
M^{\min} \frac{\phi_t}{100} \frac{\gamma_t}{100} \leq q_t \leq M^{\max} \frac{\phi_t}{100} \frac{\gamma_t}{100}, \quad t \in \{1, \dots, T\} \\
p_{kt} \leq M^{\max} x_{kt}, \quad k \in K, t \in \{1, \dots, T\} \\
x_{kt} \in \{0, 1\}, \quad q_t \geq 0, \quad f_{mt} \geq 0, \quad r_{lt} \geq 0, \quad p_{kt} \geq 0, \\
d_{mt} \geq 0, \quad e_{ijt} \geq 0, \quad \forall i \in E, l \in F, k \in K, m \in M, \\
j \in P, t \in \{1, \dots, T\}.
\end{aligned}$$

O modelo foi utilizado em um estudo de caso realizado com uma usina na região Nordeste do Brasil que produz sete tipos de açúcar, etanol anidro e hidratado, melaço e sub-produtos como vinhaça e bagaço. A solução foi realizada através do *solver* CPLEX, com o qual foi possível obter uma solução com GAP inferior a 0,5% em cerca de 33 minutos.

4.5 Modelos Integrados

Além dos modelos discutidos nas seções anteriores, que tratam das etapas de plantio, colheita, transporte e processamento industrial da cana-de-açúcar isoladamente, temos ainda mais quatro propostas baseadas em otimização inteira mista para realizar um tratamento integrado da colheita e do transporte da matéria-prima ([16], [30], [31], [33]), os quais apresentamos nesta Seção.

Em [16] são consideradas não apenas janelas de tempo envolvidas no processo de colheita, mas também outras restrições importantes como a possibilidade de se estocar a matéria-prima de um dia para o outro e a necessidade diária de caminhões para realizar o transporte da cana colhida, juntamente com o objetivo de minimizar os custos envolvidos nos processos. A proposta deste modelo é tratar a tomada de decisão em um formato de horizonte rolante, onde o planejamento é realizado a cada duas semanas, definindo o planejamento da produção para cada dia. Assim como no caso do modelo proposto para o plantio pelos autores, discutido na Seção 4.1, a abordagem

apresentada para o planejamento da colheita é testada com uma instância baseada em uma situação real na Venezuela, utilizando-se o *solver* CPLEX. Para cada horizonte de planejamento tomado, o tempo médio de solução foi de 100s até a obtenção de uma solução ótima.

O trabalho [30] apresenta um modelo que integra o planejamento do transporte visando minimizar atrasos na produção a decisões acerca do momento ideal para o corte da cana. Esta agregação permite definir de maneira precisa o momento da entrega da matéria-prima e evita maiores perdas de tempo. Foram propostas desigualdades válidas e *optimality cuts* para a solução do problema, além de uma metodologia para a construção de uma solução inicial factível. Os testes computacionais foram realizados com instâncias baseadas em situações reais encontradas no estado da Louisiana, nos Estados Unidos, as quais puderam ser todas resolvidas em, no máximo, duas horas de trabalho computacional através do *solver* Gurobi. Outra proposta similar, que trata não apenas da necessidade de cada área ser colhida, mas também realiza a atribuição dos colhedores ao campo e considera a sequência do transporte dos caminhões é o modelo em [31]. Também para esta abordagem foram propostas desigualdades válidas, além de limitantes inferiores para o valor da solução e uma metodologia para a construção de uma solução inicial factível. A solução, realizada através do *solver* Gurobi com um conjunto de instâncias simuladas representando cenários baseados na produção de cana-de-açúcar no Brasil, foi possível para quase todas as instâncias.

A abordagem de [35] é através de um modelo que engloba a possibilidade do uso de transporte ferroviário e rodoviário e o emprego de colheita manual ou mecanizada, junto a uma proposta de planejamento diário, que torna o tratamento do atraso entre a colheita e a moagem da cana bastante próximo da realidade. O critério de otimização utilizado é a minimização dos custos envolvidos no processo de transporte da cana-de-açúcar do campo até a usina, e são consideradas restrições de demanda e capacidade de trabalho. O modelo, também presente em [33] e [34], não pode ser imediatamente resolvido através do *solver* LINDO devido à sua complexidade e o alto número de variáveis inteiras, razão pela qual foi proposta, então, uma abordagem de solução em dois estágios, que se mostrou eficiente e permitiu a implementação de um Sistema de Suporte à Decisão.

Apresentamos na Seção 4.5.1 o modelo presente em López-Milán et. al. (2015) [35] por ser este o mais completo tratando de forma integrada do planejamento operacional da colheita e do transporte da cana-de-açúcar do campo até a usina.

4.5.1 O modelo de López-Milán et. al. (2015)

No momento da colheita da cana-de-açúcar, um aspecto importante que deve ser levado em conta é a minimização do atraso entre o corte e a moagem da cana. Uma alternativa para superar este empecilho é realizar o planejamento da colheita e do transporte da matéria-prima de forma agregada, com a tomada de decisão baseada em um planejamento diário do trabalho. Para o tratamento deste problema, vamos considerar, inicialmente, um conjunto com B áreas onde a cana-de-açúcar foi plantada, L grupos que realizarão a colheita de forma mecanizada e C grupos que realizarão a colheita de forma manual. O transporte da matéria-prima pode ser realizado de forma direta ou através de trens que enviam a cana de áreas de transbordo até a usina. O Problema do Transporte Diário da Cana-de-Açúcar consiste em minimizar as despesas relativas à colheita e ao transporte da cana, atendendo às demandas por matéria-prima

da usina, às capacidades de trabalho e às restrições logísticas dos processos. Para a apresentação do modelo proposto em [35], vamos definir os seguintes conjuntos, índices, parâmetros e variáveis.

Conjuntos e Índices

$i \in \{1, 2, \dots, A, A+1, \dots, A+B\}$: Conjunto das áreas de onde a cana-de-açúcar pode ser enviada para a usina. Consiste dos conjuntos $\{1, \dots, A\}$ dos pontos de transbordo e $\{A+1, \dots, A+B\}$ das regiões plantadas;

$j \in \{1, 2, \dots, A+1\}$: Conjunto das áreas que podem receber a cana-de-açúcar colhida. Dividi-se no conjunto $\{1, \dots, A\}$ representando os pontos de transbordo e no caso $j = A+1$ representando a usina;

$k \in \{1, 2, \dots, K\}$: Conjunto dos tipos de meios de transporte utilizados no planejamento. O caso $k = 1$ representa o transporte ferroviário, utilizado para a entrega da matéria-prima das áreas de transbordo até a usina, e $k \in \{2, \dots, K\}$ denota os tipos de veículos de transporte rodoviário disponíveis, utilizados para a realização do transporte direto da cana-de-açúcar do campo para a moagem.

$l \in \{1, 2, \dots, L+1, L+2, \dots, L+C+1\}$: Conjunto dos grupos disponíveis para a realização do corte da cana-de-açúcar. Particionado nos subconjuntos:

- $l \in \{1\}$: Utilizado apenas em associação com o índice $k = 1$. Representa o envio da matéria-prima de uma área de transbordo até a usina. Como a cana-de-açúcar, neste caso, já foi colhida, não é preciso definir uma opção de corte para operar.

- $l \in \{2, \dots, L+1\}$: Representa os L grupos que podem realizar a colheita de uma área plantada de forma mecanizada;

- $l \in \{L+2, \dots, L+C+1\}$: Representa os C grupos que podem realizar a colheita de uma área plantada de forma manual;

$t \in \{1, 2, \dots, T\}$: Conjunto dos períodos do planejamento (horas disponíveis para o dia de trabalho).

Parâmetros do Modelo

c_k : Custo de transportar uma tonelada de matéria-prima por um km através do meio de transporte k (em \$ / t · Km);

C_{ijklt} : Coeficiente de custo de transporte da produção. Equivale às despesas relativas ao transporte de uma tonelada de matéria-prima da origem representada por i até o destino representado por j através do meio de transporte $k \in \{1, \dots, K\}$. É definido por

$$C_{ijklt} = c_k d_{ij};$$

Cap_i : Produção total de cana-de-açúcar da área i (em t);

Cc_k : Capacidade de carga do meio de transporte rodoviário do tipo k (em t);

Co_i : Coeficiente utilizado para representar a preferência pela moagem ou não da cana-de-açúcar de uma área durante um dia. Dado que a quantidade de açúcar na cana plantada varia no decorrer do tempo, este parâmetro é utilizado para evitar a tomada de decisões envolvendo a colheita de áreas onde o percentual estimado de açúcar na cana seja muito baixo. Caso não haja a preferência pela colheita de nenhuma das áreas plantadas, pode-se adotar $Co_i = 1$ para todas elas (i. e., para todos os índices $i \in \{A+1, \dots, A+B\}$). Em caso contrário, é adotado $Co_i < 1$ para os índices i representando as áreas onde a colheita é prioritária. Dado que este parâmetro não

considera a distância entre a área i e a usina, não é necessário definir uma preferência pelo uso de cada área de transbordo, sendo sempre desejável o uso daquilo o que foi transportado para elas. Assim, podemos fixar $Co_i = 1$, para todo $i \in \{1, \dots, A\}$.

CR_{ijkl} : Quantas horas um veículo do tipo k demora para transportar uma tonelada de matéria-prima da origem i até o destino j quando carregado através do trabalho do grupo de colheita l . O tempo total considerado envolve o deslocamento do veículo desde a área j até a área i sem carga (calculada como a razão entre a distância D_{ij} pela velocidade de k sem carga V_{sc_k}), mais o tempo de carregamento do meio de transporte k , denotado por $T_{c_{kl}}$, e o tempo de deslocamento de i até j com carga (calculada como a razão entre a distância D_{ij} pela velocidade de k com carga V_{cc_k}), e se considera que o veículo foi carregado até a sua capacidade total de trabalho C_{c_k} . O parâmetro CR_{ijkl} é então calculado de acordo com a expressão (4.56)

$$CR_{ijkl} = \frac{\frac{D_{ij}}{V_{sc_k}} + T_{c_{kl}} + \frac{D_{ij}}{V_{cc_k}}}{C_{c_k}}; \quad (4.56)$$

D_{ij} : Distância entre a origem i e o destino j (em Km);

$Mmax$: Quantidade máxima de cana-de-açúcar que pode ser colhida durante o horizonte de planejamento (em t);

$Mmin$: Quantidade mínima de cana-de-açúcar que deve ser colhida durante o horizonte de planejamento (em t);

$Prod_l$: Produção por hora de cada grupo de corte l quando em operação (em t);

$Smax_t$: Capacidade máxima da usina de realizar a moagem da cana-de-açúcar durante o período t (em t);

$Smin_t$: Demanda mínima da usina por matéria-prima para a moagem, recebida por transporte direto, durante o período t (em t);

SP_j : Capacidade máxima que cada área de transbordo j possui para armazenar matéria-prima a cada período (em t);

$T_{c_{kl}}$: Tempo que o meio de transporte k leva para ser abastecido de matéria-prima quando a colheita de uma área é realizada pelo grupo de colheita l (em h);

TM_k : Quantidade total de horas que as frotas de cada tipo de veículo de transporte terrestre $k \in \{2, \dots, K\}$ podem operar por período. Como, em geral, o trabalho de transporte da cana-de-açúcar não para, este valor corresponde ao número de veículos do tipo k disponíveis;

V_{cc_k} : Velocidade estimada do meio de transporte rodoviário k carregado (em Km por h);

V_{sc_k} : Velocidade estimada do meio de transporte rodoviário k sem carga (em Km por h).

Variáveis

A principal decisão é representada pelo seguinte conjunto de variáveis:

x_{ijklt} : Quantidade de cana-de-açúcar transportada da origem i até o destino j através do meio de transporte k , durante o período t , colhida pelo grupo l (em t);

Há, ainda, mais dois conjuntos de variáveis binárias auxiliares tomadas para a definição das restrições logísticas do problema:

$$b_{ilt} = \begin{cases} 1, & \text{caso o grupo de colheita } l \text{ se encontre em } i \text{ durante o período } t, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$y_{il} = \begin{cases} 1, & \text{caso o grupo de colheita } l \text{ tenha estado em } i \text{ durante o horizonte de} \\ & \text{planejamento,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Critério de Otimização

O objetivo do modelo é determinar um planejamento das operações de colheita e de transporte da matéria-prima que minimize os custos diários envolvidos no processo de transporte (dados pelo produto entre o coeficiente de custos de transporte C_{ijklt} pela quantidade total de matéria-prima colhida x_{ijklt}) e ao mesmo tempo priorize a colheita das áreas cuja cana-de-açúcar plantada possua o maior conteúdo de açúcar (cuja preferência é determinada pelo coeficiente de oportunidade Co_i), o que nos dá a função objetivo expressa em (4.57).

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{A+B} \sum_{j=1}^{A+1} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L+C+1} \sum_{t=1}^T C_{ijklt} Co_i x_{ijklt} \quad (4.57)$$

Restrições

Há uma meta de moagem de matéria-prima para o horizonte de planejamento, que deve ser cortada no campo e transportada até a usina. Definidos os valores máximo ($Mmax$) e mínimo ($Mmin$) de cana-de-açúcar que devem ser entregues de modo a garantir a produção dentro de um intervalo próximo da meta desejada, as restrições (4.58) e (4.59) garantem que a soma do que é entregue à usina por via ferroviária, vindo das áreas de transbordo (representado pelas variáveis $x_{1(A+1)11t}$), com o que é entregue por transporte rodoviário direto (representado pelas variáveis $x_{i(A+1)klt}$), estejam dentro dos limites determinados.

$$\sum_{i=1}^A \sum_{t=1}^T x_{i(A+1)11t} + \sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} \sum_{t=1}^T x_{i(A+1)klt} \leq Mmax, \quad (4.58)$$

$$\sum_{i=1}^A \sum_{t=1}^T x_{i(A+1)11t} + \sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} \sum_{t=1}^T x_{i(A+1)klt} \geq Mmin. \quad (4.59)$$

Afim de manter o abastecimento de cana-de-açúcar da usina, é necessário considerar, também, o suprimento de matéria-prima por período. Para evitar que a entrega de cana seja superior à capacidade de trabalho na usina, as restrições (4.60) controlam a chegada de matéria-prima por via rodoviária, que não pode exceder o limite $Smax_t$ determinado por período t .

$$\sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} x_{i(A+1)klt} \leq Smax_t, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.60)$$

O uso do transporte rodoviário é mais rápido e, portanto, mais favorável a manter a qualidade da cana-de-açúcar, minimizando perdas por atrasos entre o corte e a moagem. Considerando-se o objetivo de priorizar a qualidade da matéria-prima, as restrições em (4.61) estabelecem uma demanda mínima de cana a ser entregue por via rodoviária por período.

$$\sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} x_{i(A+1)klt} \geq Smin_t, \quad t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.61)$$

Cada ponto de transbordo $j \in \{1, \dots, A\}$ tem uma capacidade máxima de estocagem SP_j por período. As restrições em (4.62) garantem que tudo o que cada área de transbordo j recebe em t não excede este valor limite.

$$\sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} x_{ijklt} \leq SP_j, \quad j \in \{1, \dots, A\}, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.62)$$

As restrições em (4.63) tratam da conservação do fluxo de matéria-prima nas áreas de transbordo: tudo aquilo o que é colhido pelos grupos de colheita $l \in \{2, \dots, L+C+1\}$, e transportado até um ponto de transbordo $j \in \{1, \dots, A\}$ durante um período $t \in \{1, \dots, T\}$, por um meio de transporte rodoviário $k \in \{2, \dots, K\}$, deve ser despachado para a usina, no mesmo período, por via ferroviária (caso em que $k = l = 1$).

$$x_{j(A+1)11t} - \sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} x_{ijklt} = 0, \quad j \in \{1, \dots, A\}, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.63)$$

As frotas de cada tipo de veículo de transporte terrestre possuem disponibilidades de tempo de trabalho TM_k por período que devem ser respeitadas. Sendo assim, o tempo total de trabalho realizado durante $t \in \{1, \dots, T\}$, dado pelo produto do parâmetro CR_{ijkl} pela quantidade total de cana colhida x_{ijklt} , deve ser menor ou igual ao parâmetro TM_k , para cada $k \in \{2, \dots, K\}$, o que as restrições (4.64) garantem.

$$\sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{j=1}^{A+1} \sum_{l=2}^{L+C+1} CR_{ijkl} x_{ijklt} \leq TM_k, \quad k \in \{2, \dots, K\}, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.64)$$

A produção de cana-de-açúcar de cada área plantada $i \in \{A+1, \dots, A+B\}$ é estimada pelo parâmetro Cap_i . As restrições (4.65) garantem que o que é colhido durante o horizonte de planejamento não pode ser superior àquilo o que foi produzido.

$$\sum_{j=1}^{A+1} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} \sum_{t=1}^T x_{ijklt} \leq Cap_i, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\}. \quad (4.65)$$

Cada grupo de colheita $l \in \{2, \dots, L+C+1\}$, possui uma capacidade máxima de trabalho $Prod_l$ por período, que as restrições (4.66) garantem que será respeitada no planejamento.

$$\sum_{j=1}^{A+1} \sum_{k=2}^K x_{ijklt} \leq Prod_l b_{ilt}, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\},$$

$$l \in \{2, \dots, L+C+1\}, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.66)$$

Cada grupo l de colheita, $l \in \{2, \dots, L+C+1\}$, constituído por um conjunto de máquinas colhedoras ou de trabalhadores manuais, é elaborado para colher uma única

área a cada período. As restrições (4.67) garantem esta condição, impedindo que o mesmo grupo l seja designado a duas áreas distintas durante um mesmo período t .

$$\sum_{i=A+1}^{A+B} b_{ilt} \leq 1, \quad l \in \{2, \dots, L + C + 1\}, t \in \{1, \dots, T\}. \quad (4.67)$$

Além de ser impraticável a divisão dos grupos de colheita l , outra restrição existente no processo de colheita, tratada em (4.68), é a de que cada área não deve receber mais do que dois grupos l simultaneamente em um único período t , o que garante que o trabalho será realizado em várias áreas distintas ao mesmo tempo:

$$\sum_{l=2}^{L+C+1} b_{ilt} \leq 2, \quad i \in \{A + 1, \dots, A + B\}, t \in \{1, \dots, T\} \quad (4.68)$$

Da mesma maneira, também não é desejável que as áreas onde se realizará o plantio recebam mais do que dois grupos de colheita l distintos durante o horizonte de planejamento como um todo, expresso por (4.69).

$$\sum_{l=2}^{L+C+1} y_{il} \leq 2, \quad i \in \{A + 1, \dots, A + B\}. \quad (4.69)$$

Um dos objetivos durante o processo de colheita da cana é que a capacidade de trabalho dos grupos l seja aproveitada ao máximo, de modo que o número de mudanças de área que cada um vai realizar deve ser baixo: cada grupo pode colher, no máximo, duas áreas distintas durante o horizonte de planejamento, o que as restrições (4.70) garantem.

$$\sum_{i=A+1}^{A+B} y_{il} \leq 2, \quad l \in \{2, \dots, L + C + 1\}. \quad (4.70)$$

As restrições (4.71) tratam da relação entre as variáveis lógicas b_{ilt} e y_{il} do modelo. Quando o grupo de colheita l não operou em uma área i durante o horizonte de planejamento como um todo (caso em que $y_{il} = 0$), em particular temos que o grupo l não trabalhou em nenhum período t na área i . Por outro lado, no caso em que houve trabalho de l em uma área i durante algum período t , podemos afirmar que houve trabalho do grupo l na área i durante o horizonte de planejamento.

$$\sum_{t=1}^T b_{ilt} \leq T y_{il}, \quad i \in \{A + 1, \dots, A + B\}, l \in \{2, \dots, L + C + 1\}. \quad (4.71)$$

Quando um grupo de colheita $l \in \{2, \dots, L + C + 1\}$ deixa uma área produtora $i \in \{A + 1, \dots, A + B\}$ em um período $t \in \{1, \dots, T\}$, não há razão para o grupo retornar a i em outro momento posterior (a colheita de uma área, uma vez iniciada, não termina até que toda a cana seja colhida). As restrições (4.72) garantem esta condição.

$$\sum_{t=m+2}^T b_{ilt} - (T - 1 - m)b_{il(m+1)} + (T - 1 - m)b_{ilm} \leq T - 1, \quad (4.72)$$

$$i \in \{A + 1, \dots, A + B\}, l \in \{2, \dots, L + C + 1\}, m \in \{1, \dots, T - 2\}.$$

Na Seção 4.5.2 apresentamos uma reformulação para o modelo, uma vez que as restrições (4.72) mostraram-se insuficientes para garantir a condição de impedir o retorno dos grupos de colheita às áreas plantadas na solução ótima obtida.

Em resumo, o modelo (PICTDC), proposto em [35] para o tratamento do Problema Integrado de Colheita e Transporte Diário da Cana-de-Açúcar, é dado por

$$\begin{aligned}
\min \quad f(x) &= \sum_{i=1}^{A+B} \sum_{j=1}^{A+1} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L+C+1} \sum_{t=1}^T C_{ijklt} C_{oi} x_{ijklt} \\
\sum_{i=1}^A \sum_{t=1}^T x_{i(A+1)11t} + \sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} \sum_{t=1}^T x_{i(A+1)klt} &\leq Mmax \\
\sum_{i=1}^A \sum_{t=1}^T x_{i(A+1)11t} + \sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} \sum_{t=1}^T x_{i(A+1)klt} &\geq Mmin \\
\sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} x_{i(A+1)klt} &\leq Smax_t, \quad t \in \{1, \dots, T\} \\
\sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} x_{i(A+1)klt} &\geq Smin_t, \quad t \in \{1, \dots, T\} \\
\sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} x_{ijklt} &\leq SP_j, \quad j \in \{1, \dots, A\}, t \in \{1, \dots, T\} \\
x_{j(A+1)11t} - \sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} x_{ijklt} &= 0, \\
j \in \{1, \dots, A\}, t \in \{1, \dots, T\} \\
\sum_{i=A+1}^{A+B} \sum_{j=1}^{A+1} \sum_{l=2}^{L+C+1} CR_{ijkl} x_{ijklt} &\leq TM_k, \quad k \in \{2, \dots, K\}, t \in \{1, \dots, T\} \\
\sum_{j=1}^{A+1} \sum_{k=2}^K \sum_{l=2}^{L+C+1} \sum_{t=1}^T x_{ijklt} &\leq Cap_i, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\} \\
\sum_{j=1}^{A+1} \sum_{k=2}^K x_{ijklt} &\leq Prod_{ilt}, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\}, \\
l \in \{2, \dots, L+C+1\}, t \in \{1, \dots, T\} \\
\sum_{i=A+1}^{A+B} b_{ilt} &\leq 1, \quad l \in \{2, \dots, L+C+1\}, t \in \{1, \dots, T\} \\
\sum_{l=2}^{L+C+1} b_{ilt} &\leq 2, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\}, t \in \{1, \dots, T\} \\
\sum_{l=2}^{L+C+1} y_{il} &\leq 2, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\} \\
\sum_{i=A+1}^{A+B} y_{il} &\leq 2, \quad l \in \{2, \dots, L+C+1\} \\
\sum_{t=1}^T b_{ilt} &\leq T y_{il}, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\}, l \in \{2, \dots, L+C+1\} \\
\sum_{t=m+2}^T b_{ilt} - (T-1-m)b_{il(m+1)} + (T-1-m)b_{ilm} &\leq T-1, \\
i \in \{A+1, \dots, A+B\}, l \in \{2, \dots, L+C+1\}, m \in \{1, \dots, T-2\} \\
x_{ijklt} &\geq 0, \quad i \in \{1, \dots, A+B\}, j \in \{1, \dots, A+1\}, k \in \{1, \dots, K\}, \\
l \in \{1, \dots, L+C+1\}, t \in \{1, \dots, T\} \\
b_{ilt} &\in \{0, 1\}, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\}, \\
l \in \{2, \dots, L+C+1\}, k \in \{1, \dots, K\} \\
y_{il} &\in \{0, 1\}, \quad i \in \{A+1, \dots, A+B\}, l \in \{2, \dots, L+C+1\}.
\end{aligned}$$

(PICTDC)

4.5.2 Uma proposta de reformulação para o modelo de López-Milán et. al. (2015)

Através da solução de uma instância do modelo apresentado em López-Milán et. al. (2015), foi possível constatar que as restrições do modelo são insuficientes para garantir todas as condições que uma solução factível para o problema deveria satisfazer. Apresentamos isto no Exemplo 4.3.

Exemplo 4.3. Vamos considerar uma instância do modelo (PICTDC) de López-Milán et. al. (2015), conforme apresentado na Seção 4.5.1. Os dados utilizados estão descritos conforme a sintaxe do AMPL na Seção A.6. A solução desta instância através do *solver* CPLEX apresenta os seguintes valores para as variáveis b_{i2t} , b_{i4t} e b_{i6t} (estão apresentados apenas os valores de i tais que a variável apresenta uma entrada não nula para algum valor de t):

b_{i2t}		
	$i = 6$	$i = 8$
$t = 1$	0	1
$t = 2$	0	1
$t = 3$	0	1
$t = 4$	1	0
$t = 5$	0	1
$t = 6$	0	0
$t = 7$	1	0
$t = 8$	0	1
$t = 9$	0	0
$t = 10$	1	0
$t = 11$	1	0
$t = 12$	0	0
$t = 13$	0	1
$t = 14$	1	0

b_{i4t}		
	$i = 9$	$i = 12$
$t = 1$	0	1
$t = 2$	0	1
$t = 3$	1	0
$t = 4$	1	0
$t = 5$	1	0
$t = 6$	1	0
$t = 7$	0	1
$t = 8$	1	0
$t = 9$	0	1
$t = 10$	1	0
$t = 11$	1	0
$t = 12$	1	0
$t = 13$	1	0
$t = 14$	1	0

b_{i6t}		
	$i = 6$	$i = 7$
$t = 1$	1	0
$t = 2$	1	0
$t = 3$	1	0
$t = 4$	1	0
$t = 5$	1	0
$t = 6$	0	0
$t = 7$	0	1
$t = 8$	0	1
$t = 9$	1	0
$t = 10$	1	0
$t = 11$	1	0
$t = 12$	0	1
$t = 13$	1	0
$t = 14$	0	1

Todas estas soluções impõe que os grupos de corte da cana saiam de alguma área onde já operaram e retornem para a mesma em um momento posterior, por exemplo no caso de b_{i2t} , onde podemos observar que o grupo encontra-se na área $i = 8$ durante o período $t = 3$ (caso em que $b_{823} = 1$), depois na área $i = 6$ durante o período $t = 4$ (e então $b_{824} = 1$), e novamente na área $i = 8$ durante o período $t = 5$ (caso me que $b_{825} = 1$). Isto é suficiente para mostrar que as restrições (4.72) não estão sendo suficientes para impedir esta situação de ocorrer.

Para resolver este problema, propomos substituir as restrições (4.72) do modelo pelas restrições (4.73).

$$\sum_{t=m+2}^T b_{ilt} - (T - 1 - m)b_{il(m+1)} + (T - 1 - m)b_{ilm} \leq T - 1 - m,$$

$$i \in \{A + 1, \dots, A + B\}, l \in \{2, \dots, L + C + 1\}, m \in \{1, \dots, T - 2\}. \quad (4.73)$$

Neste caso, se houver trabalho de l em alguma área i durante dois períodos consecutivos

m e $m + 1$, teremos $b_{ilm} = b_{il(m+1)} = 1$, e a condição

$$\sum_{t=m+2}^T b_{ilt} \leq T - 1 - m$$

será sempre satisfeita. Por outro lado, quando houver trabalho de l em i durante um período m e o trabalho não continuar durante $m + 1$, ocorrerá $b_{ilm} = 1$ e $b_{il(m+1)} = 0$. Assim, teremos:

$$\sum_{t=m+2}^T b_{ilt} \leq 0,$$

de modo que as variáveis b_{ilt} serão nulas para todo t maior ou igual a $m + 1$, o que garante que o grupo l não voltará a i em nenhum período posterior ao período m .

Ilustramos com o Exemplo 4.4 que, de fato, através desta reformulação, é possível obter uma solução ótima para a mesma instância do Exemplo 4.3 satisfazendo a todas as condições impostas.

Exemplo 4.4. Resolvendo a mesma instância do Exemplo 4.3 substituindo as restrições (4.72) pelo conjunto de restrições (4.73), obtemos uma solução ótima onde nenhum grupo l deixa uma área i em um período m e retorna para ela em outro momento posterior. Apresentamos, abaixo, os valores das variáveis b_{i2t} , b_{i4t} e b_{i6t} obtidos neste caso:

b_{i2t}		
	$i = 8$	$i = 9$
$t = 1$	1	0
$t = 2$	1	0
$t = 3$	1	0
$t = 4$	1	0
$t = 5$	1	0
$t = 6$	1	0
$t = 7$	1	0
$t = 8$	1	0
$t = 9$	0	1
$t = 10$	0	1
$t = 11$	0	1
$t = 12$	0	1
$t = 13$	0	1
$t = 14$	0	1

b_{i4t}		
	$i = 10$	$i = 11$
$t = 1$	1	0
$t = 2$	1	0
$t = 3$	0	1
$t = 4$	0	1
$t = 5$	0	1
$t = 6$	0	1
$t = 7$	0	1
$t = 8$	0	1
$t = 9$	0	1
$t = 10$	0	1
$t = 11$	0	1
$t = 12$	0	1
$t = 13$	0	1
$t = 14$	0	1

b_{i6t}		
	$i = 6$	$i = 14$
$t = 1$	1	0
$t = 2$	1	0
$t = 3$	1	0
$t = 4$	1	0
$t = 5$	1	0
$t = 6$	1	0
$t = 7$	1	0
$t = 8$	1	0
$t = 9$	1	0
$t = 10$	1	0
$t = 11$	1	0
$t = 12$	1	0
$t = 13$	0	1
$t = 14$	0	0

5 Considerações Finais

A Pesquisa Operacional é um campo de estudos vasto, muito utilizado no melhoramento quantitativo de operações e em processos de suporte à tomada de decisões [7]. A contribuição principal deste trabalho foi apresentar uma revisão de modelos matemáticos de uma importante área dentro deste assunto, a otimização linear inteira e mista, e demonstrar a relevância e a aplicabilidade destes modelos no planejamento das diferentes etapas da cadeia de suprimentos da cana-de-açúcar. Outras contribuições importantes foram as propostas de reformulação de dois modelos da literatura (apresentadas nas Seções 4.3.2 e 4.5.2) para corrigir alguns elementos incorretos nos modelos originais e a proposição de duas estratégias de escalarização da função bi-objetivo de um modelo da literatura, apresentadas no Apêndice B.

Uma conclusão da revisão de literatura apresentada neste trabalho é que o uso de modelos integrados para o planejamento da produção ainda é pequeno. Dos 24 trabalhos selecionados para esta revisão, apenas quatro integram decisões, sendo esta integração apenas das etapas de colheita e de transporte. Vários fatores contribuem para isto, principalmente o fato do planejamento do plantio ser constituído de decisões de nível estratégico (quantas áreas serão plantadas, quais áreas serão plantadas, quais variedades de cana-de-açúcar serão utilizadas no plantio), a etapa de processamento industrial envolver prioritariamente o planejamento tático (com a previsão das demandas a serem atendidas, as decisões de produção visando atender a estas demandas e as necessidades de estocagem de produtos finais para este fim) e as etapas de colheita e transporte serem baseadas em muitas decisões de caráter operacional (quais áreas serão colhidas durante os próximos dias e como transportar esta matéria-prima até a usina sem atrasos). A elaboração de um modelo integrando as decisões em todas estas etapas da produção, e incluindo, ainda, a etapa de distribuição dos produtos finais aos mercados consumidores, envolve a integração dos três níveis de planejamento em uma abordagem única. Isto demanda um tratamento preciso de incertezas como a realização de previsões de demandas de mercado, para a determinação dos parâmetros do planejamento da produção. A ocorrência de doenças e queimadas, que destroem partes das áreas plantadas e fazem com que a produção no campo seja prejudicada, e o risco de chuvas, visto que, neste caso, é necessária uma reprogramação das atividades de colheita e transporte da matéria-prima são também fatores que dificultam esta integração. Considerando que nem sempre é possível quantificar todos estes elementos com precisão, a maioria dos modelos propostos trata das etapas que envolvem incertezas que podem ser estimadas de forma mais precisa, como a colheita e o transporte da matéria-prima [18].

Outro ponto que podemos observar é a falta de modelos tratando das etapas finais da cadeia de suprimentos. Enquanto o plantio, a colheita e o transporte da matéria-

prima são tratados em diversos trabalhos, apenas um artigo foi encontrado propondo um modelo matemático de otimização para o planejamento da etapa de processamento industrial da cana-de-açúcar. Nenhum modelo tratando das decisões da etapa de distribuição dos produtos finais, tanto de forma isolada como de maneira integrada, foi achado. O planejamento destas etapas é fundamental, uma vez que a possibilidade de previsão das demandas futuras por produtos finais e da forma como estas demandas poderão ser atendidas impacta diretamente o trabalho realizado nos primeiros estágios da cadeia, na qual a matéria-prima é obtida.

Destacamos, ainda, a importância dos modelos de planejamento operacional nas etapas de colheita da cana-de-açúcar e de transporte da matéria-prima do campo até a usina. Dada a característica perecível da cana, que se deteriora poucas horas após o corte, a eficiência no tratamento do atraso entre a colheita e a moagem é de importância fundamental para manter a produtividade na indústria e evitar perdas de matéria-prima. A descrição pormenorizada para o tratamento destas etapas da produção feita no Capítulo 4 (Santoro et. al. (2017), Higgins (2006) e López-Milán et. al. (2015)) são exemplos de aplicações de modelos de otimização linear para a tomada de decisão em nível operacional na colheita e no transporte da cana-de-açúcar. Ainda assim, propostas tratando um número maior de incertezas, como o risco de chuvas, queimadas e falhas mecânicas, bem como modelos integrando um número maior de decisões, são temas importantes para o desenvolvimento de novas abordagens de modelagem e suporte à decisão.

Um tópico importante para melhorar o tratamento dos modelos propostos na literatura é a elaboração de metodologias de solução exatas, como desigualdades válidas, método de decomposição de Benders ou o uso de relaxação lagrangeana. De todos os 25 modelos encontrados nesta pesquisa, apenas três deles ([23], [30] e [31]) propõe desigualdades válidas para melhorar os valores obtidos nas soluções das relaxações lineares dos problemas e tornar a solução através de um *solver* mais eficiente. A impossibilidade de se resolver instâncias com dimensões próximas às encontradas na prática através de metodologias exatas inviabiliza a comparação de soluções obtidas através de heurísticas com valores ótimos, o que, por conseguinte, inviabiliza uma avaliação de quão próximas da otimalidade estão as soluções construídas.

Os recentes avanços pelos quais a produção e o aproveitamento da cana-de-açúcar têm passado, tais como o desenvolvimento de novas variedades da planta e as oportunidades de uso do bagaço para a produção de eletricidade, etanol e outros produtos, são temas importantes para pesquisas futuras, e a assimilação destes assuntos a modelos de otimização matemática são oportunidades relevantes de estudo. Dos artigos levantados nesta revisão, apenas cinco ([12], [13], [14], [32] e [41]) relacionam o aproveitamento do bagaço para a produção de eletricidade e o plantio da cana-de-açúcar. Outras propostas de trabalho futuro são: o desenvolvimento de estudos computacionais mais amplos das reformulações propostas para os modelos de Higgins (2006) e López-Milán et. al. (2015), apresentadas nas Seções 4.3.2 e 4.5.2, respectivamente, o desenvolvimento de metodologias exatas de solução para os modelos propostos na literatura, o desenvolvimento de modelos integrados para o planejamento e um maior tratamento de incertezas na elaboração de novos modelos matemáticos.

Referências

- [1] FAO - Food and Agriculture Organization of the United Nations. Link: <http://www.fao.org/faostat/en/>.
- [2] I Workshop CeMEAI de Soluções Matemáticas para Problemas Industriais. Link: <http://www.cemeai.icmc.usp.br/eventos/com-parceiros/event/12-i-wsmipi>.
- [3] O. Ahumada and J. R. Villalobos. Application of planning models in the agri-food supply chain: A review. *European Journal of Operational Research*, 196(1):1 – 20, 2009.
- [4] N. Z. Atashbar, N. Labadie, and C. Prins. Modeling and optimization of biomass supply chains: A review and a critical look. *IFAC-PapersOnLine*, 49(12):604 – 615, 2016. 8th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control MIM 2016.
- [5] C. Bezuidenhout and T. Baier. An evaluation of the literature on integrated sugarcane production systems: A scientometrical approach. *Outlook on Agriculture*, 40(1):79–88, 2011.
- [6] C. N. Bezuidenhout and T. J. A. Baier. A global review and synthesis of literature pertaining to integrated sugarcane production systems. In *Proceedings of South African Sugar Technologists Association*, 2009.
- [7] V. Borodin, J. Bourtembourg, F. Hnaien, and N. Labadie. Handling uncertainty in agricultural supply chain management: A state of the art. *European Journal of Operational Research*, 254(2):348 – 359, 2016.
- [8] C. D. Brickell, C. Alexander, J. C. David, W. L. A. Hetterscheid, A. C. Leslie, V. Malecot, X. Jin, and J. J. Cubey, editors. *International Code of Nomenclature for Cultivated Plants*. International Society of Horticultural Science, Austria, 8 edition, 2009.
- [9] S. Chopra and P. Meindl. *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation*. Prentice Hall, England, 2016.
- [10] F. Doriguel, C. A. C. Crusciol, and H. de Oliveira Florentino. Mathematical optimization models in the sugarcane harvesting process. In A. B. de Oliveira, editor, *Sugarcane*, chapter 11. IntechOpen, Rijeka, 2018.
- [11] D. M. Favero. Clarificação do caldo de cana-de-açúcar pelo processo de carbonatação. 2011. Dissertação (Mestrado em Tecnologia de Alimentos) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

-
- [12] H. d. O. Florentino, A. Dawison De Lima, L. Carvalho, A. Balbo, and T. Homem. Multiobjective 0-1 integer programming for the use of sugarcane residual biomass in energy cogeneration. *International Transactions in Operational Research*, 18, 2011.
- [13] H. d. O. Florentino, C. Irawan, A. F. Aliano, D. F. Jones, D. R. Cantane, and J. J. Nervis. A multiple objective methodology for sugarcane harvest management with varying maturation periods. *Annals of Operations Research*, 2018.
- [14] H. d. O. Florentino and M. V. Pato. A bi-objective genetic approach for the selection of sugarcane varieties to comply with environmental and economic requirements. *Journal of the Operational Research Society*, 65(6):842 – 854, 2014.
- [15] R. E. Freeman. *Strategic Management: A Stakeholder Approach*. Cambridge University Press, New York, 2010.
- [16] M. Grunow, H.-O. Günther, and R. Westinner. Supply optimization for the production of raw sugar. *International Journal of Production Economics*, 110(1 - 2):224 – 239, 2007. Recent Developments in Operations Strategy, Supply Chain Design and Production Systems.
- [17] A. Higgins. Scheduling of road vehicles in sugarcane transport: A case study at an australian sugar mill. *European Journal of Operational Research*, 170(3):987 – 1000, 2006.
- [18] A. Higgins, P. Thorburn, A. Archer, and E. Jakku. Opportunities for value chain research in sugar industries. *Agricultural Systems*, 94(3):611 – 621, 2007.
- [19] A. J. Higgins and L. A. Laredo. Improving harvesting and transport planning within a sugar value chain. *Journal of the Operational Research Society*, 57(4):367–376, Apr 2006.
- [20] A. J. Higgins and R. C. Muchow. Assessing the potential benefits of alternative cane supply arrangements in the australian sugar industry. *Agricultural Systems*, 76(2):623 – 638, 2003.
- [21] A. J. Higgins and S. Postma. Australian sugar mills optimise siding rosters to increase profitability. *Annals of Operations Research*, 128(1):235–249, Apr 2004.
- [22] G. James, editor. *Sugarcane*. Blackwell Science, Oxford, 2 edition, 2004.
- [23] S. D. Jena and M. Poggi. Harvest planning in the brazilian sugar cane industry via mixed integer programming. *European Journal of Operational Research*, 230(2):374 – 384, 2013.
- [24] Z. Jiao, A. J. Higgins, and D. B. Prestwidge. An integrated statistical and optimisation approach to increasing sugar production within a mill region. *Computers and Electronics in Agriculture*, 48(2):170 – 181, 2005.
- [25] R. d. Á. R. Junqueira and R. Morabito. Optimization approaches for sugarcane harvest front programming and scheduling. *Gestão & Produção*, 24:407 – 422, 06 2017.

-
- [26] M. Kadwa. An overview of sugarcane supply chain inconsistencies. School of Engineering, University of KwaZulu-Natal, 2014.
- [27] K. Kittilertpaisan and S. Pathumnakul. Sugarcane harvester planning based on the vehicle routing problem with time window (VRPTW) approach. In *Toward Sustainable Operations of Supply Chain and Logistics Systems*, pages 335–344. Springer New York, 06 2015.
- [28] K. Kittilertpaisan and S. Pathumnakul. Integrating a multiple crop year routing design for sugarcane harvesters to plant a new crop. *Computers and Electronics in Agriculture*, 136:58 – 70, 2017.
- [29] R. Kusumastuti, D. P. Van Donk, and R. Teunter. Crop-related harvesting and processing planning: A review. *International Journal of Production Economics*, 174:76–92, 01 2016.
- [30] K. Lamsal, P. Jones, and B. Thomas. Continuous time scheduling for sugarcane harvest logistics in louisiana. *International Journal of Production Research*, 00:0–20, 05 2015.
- [31] K. Lamsal, P. Jones, and B. Thomas. Sugarcane harvest logistics in brazil. *Transportation Science*, 51, 01 2017.
- [32] C. d. Lima, A. R. Balbo, T. P. D. Homem, and H. d. O. Florentino. A hybrid approach combining interior-point and branch-and-bound methods applied to the problem of sugar cane waste. *Journal of the Operational Research Society*, 68(2):147–164, 2017.
- [33] E. López-Milán, S. Miquel-Fernández, and L. M. Plà-Aragonés. Sugar cane transportation in cuba, a case study. *European Journal of Operational Research*, 174(1):374 – 386, 2006.
- [34] E. López-Milán and L. M. Plà-Aragonés. A decision support system to manage the supply chain of sugar cane. *Annals of Operations Research*, 219(1):285–297, Aug 2014.
- [35] E. López-Milán and L. M. Plà-Aragonés. *Optimization of the Supply Chain Management of Sugarcane in Cuba*, pages 107–127. Springer New York, New York, NY, 2015.
- [36] M. A. Marcari, G. d. S. Rolim, and L. E. d. O. Aparecido. Agrometeorological models for forecasting yield and quality of sugarcane. *Australian Journal of Crop Science*, 2015.
- [37] I. O’Hara and S. Mundree, editors. *Sugarcane-Based Biofuels and Bioproducts*. Wiley Blackwell, New Jersey, 2016.
- [38] R. P. O. Paiva. Um modelo baseado em seleção de processos e dimensionamento de lotes para o planejamento agregado da produção em usinas de açúcar e álcool. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

-
- [39] R. P. O. Paiva and R. Morabito. An optimization model for the aggregate production planning of a brazilian sugar and ethanol milling company. *Annals of Operations Research*, 169(1):117 – 130, 2008.
- [40] E. Santoro, E. Soler, and A. Cherri. Route optimization in mechanized sugarcane harvesting. *Computers and Electronics in Agriculture*, 141:140 – 146, 2017.
- [41] M. M. Sartori and H. Florentino. Energy balance optimization of sugarcane crop residual biomass. *Energy*, 32:1745–1748, 09 2007.
- [42] K. Sethanan and W. Neungmatcha. Multi-objective particle swarm optimization for mechanical harvester route planning of sugarcane field operations. *European Journal of Operational Research*, 252(3):969 – 984, 2016.
- [43] D. Simchi-Levi, P. Kaminsky, and E. Simchi-Levi. *Designing and Managing the Supply Chain: Concepts, Strategies and Case Studies*. McGraw Hill, New York, 2000.
- [44] B. Stray, J. van Vuuren, and C. Bezuidenhout. An optimisation-based seasonal sugarcane harvest scheduling decision support system for commercial growers in south africa. *Computers and Electronics in Agriculture*, 83:21 – 31, 2012.
- [45] S. Thuankaewsing, S. Khamjan, K. Piewthongngam, and S. Pathumnakul. Harvest scheduling algorithm to equalize supplier benefits: A case study from the thai sugar cane industry. *Computers and Electronics in Agriculture*, 110:42 – 55, 2015.
- [46] S. Thuankaewsing, S. Pathumnakul, and K. Piewthongngam. Using an artificial neural network and a mathematical model for sugarcane harvesting scheduling. In *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, pages 308–312. 12 2011.
- [47] E. Webb, editor. *Sugarcane: Production, Consumption and Agricultural Management Systems*. Nova Publishers, New York, 2014.

Apêndice A Implementações na Sintaxe do AMPL

Apresentamos, aqui, as implementações realizadas dos modelos de Higgins (2006) e López-Milán et. al. (2015) nas Seções A.1 e A.4, respectivamente, as implementações das reformulações propostas para estes modelos nas Seções A.2 e A.5, respectivamente, e as instâncias utilizadas nos testes computacionais segundo a sintaxe da linguagem de modelagem AMPL nas Seções A.3 e A.6, respectivamente.

A.1 O Modelo de Higgins (2006)

```
1 set I;
2 set J;
3
4 param a {j in J};
5 param C;
6 param M;
7 param p {j in J};
8 param r {j in J};
9 param e;
10
11 var x {i in I, j in J, k in J} binary;
12 var w {j in J, k in J} binary;
13 var D;
14 var d {j in J};
15 var q {j in J};
16 var y {j in J};
17 var z {j in J};
18
19 minimize R13: sum{j in J} q[j] + D - e - sum{j in J} p[j];
20
21 subject to R1 {i in I, j in J : j > 0}: sum{k in J} x[i, j, k] <=
22 sum{l in J} x[i, l, j];
23 subject to R2 {j in J : j > 0}: y[j] + r[j] >= a[j];
24 subject to R3 {i in I, j in J, k in J}: y[k] >= z[j] + p[j] -
25 M * (1 - x[i, j, k]);
26 subject to R3a {i in I, j in J, k in J}: y[k] >= e + p[j] -
27 M * (1 - x[i, j, k]);
28 subject to R4 {j in J, k in J}: w[j, k] >= (z[k] - z[j])/M;
29 subject to R5 {j in J, k in J : j <> k}: w[j, k] + w[k, j] = 1;
30 subject to R6 {i in I, u in I, j in J, k in J, w in J, v in J}: y[k] >=
31 y[v] + p[j] - M * w[j, w] - M * (1 - x[u, w, v]) - M * (1 - x[i, j, k]);
```

```

32 subject to R7 {j in J, k in J : j <> k}: d[j] >= y[k] - M * w[j, k];
33 subject to R8 {i in I, j in J, k in J : j <> k}: q[j] >= y[k] - z[j] -
34 p[j] - M * (1 - x[i, j, k]);
35 subject to R9 {k in J : k > 0}: sum{i in I, j in J} x[i, j, k] = 1;
36 subject to R10 {i in I}: sum{k in J} x[i, 0, k] = 1;
37 subject to R11 {j in J : j > 0}: z[j] - a[j] <= C;
38 subject to R12 {i in I, j in J}: x[i, j, j] = 0;
39 subject to R13 {j in J : j > 0}: z[j] = y[j] + 2 * r[j];
40 subject to R14 {j in J}: D >= d[j] + p[j];
41
42 subject to D1 {j in J}: d[j] >= 0;
43 subject to D2 {j in J}: q[j] >= 0;
44 subject to D3 {j in J}: y[j] >= 0;
45 subject to D4 {j in J}: z[j] >= 0;

```

A.2 Reformulação Proposta Para o Modelo de Higgins (2006)

```

1 set I;
2 set J;
3
4 param a {j in J};
5 param C;
6 param M;
7 param p {j in J};
8 param r {j in J};
9 param e;
10
11 var x {i in I, j in J, k in J} binary;
12 var w {j in J, k in J} binary;
13 var D;
14 var d {j in J};
15 var q {j in J};
16 var y {j in J};
17 var z {j in J};
18
19 minimize R13: sum{j in J} q[j] + D - e - sum{j in J} p[j];
20
21 subject to R1 {i in I, j in J : j > 0}: sum{k in J} x[i, j, k] <=
22 sum{l in J} x[i, l, j];
23 subject to R2 {j in J : j > 0}: y[j] + r[j] >= a[j];
24 subject to R3 {i in I, j in J, k in J}: y[k] >= z[j] + p[j] -
25 M * (1 - x[i, j, k]);
26 subject to R3a {i in I, j in J, k in J}: y[k] >= e + p[j] -
27 M * (1 - x[i, j, k]);
28 subject to R4 {j in J, k in J}: w[j, k] >= (z[k] - z[j])/M;
29 subject to R5 {j in J, k in J : j <> k}: w[j, k] + w[k, j] = 1;
30 subject to R6 {i in I, u in I, j in J, k in J, w in J, v in J}: y[k] >=
31 y[v] + p[j] - M * w[j, w] - M * (1 - x[u, w, v]) - M * (1 - x[i, j, k]);
32 subject to R7 {j in J, k in J : j <> k}: d[j] >= z[k] + p[k] + q[k] -
33 M * w[j, k];
34 subject to R8 {i in I, j in J, k in J : j <> k}: q[j] >= y[k] - z[j] -
35 p[j] - M * (1 - x[i, j, k]);
36 subject to R9 {k in J : k > 0}: sum{i in I, j in J} x[i, j, k] = 1;
37 subject to R10 {i in I}: sum{k in J} x[i, 0, k] = 1;

```

```

38 subject to R11 {j in J : j > 0}: z[j] - a[j] <= C;
39 subject to R12 {i in I, j in J}: x[i, j, j] = 0;
40 subject to R13 {j in J : j > 0}: z[j] = y[j] + 2 * r[j];
41 subject to R14 {j in J}: D >= d[j] + p[j];
42
43 subject to D1 {j in J}: d[j] >= 0;
44 subject to D2 {j in J}: q[j] >= 0;
45 subject to D3 {j in J}: y[j] >= 0;
46 subject to D4 {j in J}: z[j] >= 0;

```

A.3 Instância Utilizada no Estudo do Modelo e da Reformulação de Higgins (2006)

Esta instância foi gerada aleatoriamente com os valores do parâmetro a_j seguindo uma distribuição de probabilidade uniforme com limite inferior igual a um e limite superior igual a seis e os valores dos parâmetros r_j uniformemente distribuídos entre os valores 0.4 e 0.7, para todo $j \in J$, $j \neq 0$. Os demais parâmetros foram fixados nos valores: $C = 2$, $M = 10000$, $e = 0$ e $p_j = 0.4$, para todo $j \in J$, $j \neq 0$. Para o caso $j = 0$ temos $a_0 = p_0 = r_0 = 0$.

```

1 set I := 1 2 3;
2 set J := 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10;
3
4 param a :=
5 0 0
6 1 4.5288364472799
7 2 2.208479256834835
8 3 3.339132132008672
9 4 5.77916442300193
10 5 4.80308520514518
11 6 4.267323943087831
12 7 2.56074979621917
13 8 1.052618328249082
14 9 5.639374143211171
15 10 2.237109675537795 ;
16
17
18 param p :=
19 0 0
20 1 0.4
21 2 0.4
22 3 0.4
23 4 0.4
24 5 0.4
25 6 0.4
26 7 0.4
27 8 0.4
28 9 0.4
29 10 0.4 ;
30
31 param r :=
32 0 0
33 1 0.5510988032445312
34 2 0.5967222088016569

```

```

35 3 0.6393785845022648
36 4 0.41071350381243976
37 5 0.5083882004022598
38 6 0.6547387916361913
39 7 0.4635772996582091
40 8 0.6801979737123474
41 9 0.6044078615028411
42 10 0.6036205474520102 ;
43
44 param C = 2;
45
46 param e = 0;
47
48 param M = 10000;

```

A.4 O Modelo de López-Milán et. al. (2015)

```

1 param A;
2 param B;
3 param K;
4 param L;
5 param C;
6 param T;
7
8 param C_OBJ {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1,
9 t in 1..T};
10 param c {k in 1..K};
11 param Cap {i in 1..A+B};
12 param Cc {k in 1..K};
13 param Co {i in 1..A+B};
14 param CR {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1};
15 param D {i in 1..A+B, j in 1..A+1};
16 param Mmax;
17 param Mmin;
18 param Prod {l in 2..L+C+1};
19 param Smax {t in 1..T};
20 param Smin {t in 1..T};
21 param SP {j in 1..A+1};
22 param Tc {k in 2..K, l in 2..L+C+1};
23 param TM {k in 2..K};
24 param Vcc {k in 1..K};
25 param Vsc {k in 1..K};
26
27 var x {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1, t in 1..T};
28 var b {i in A+1..A+B, l in 1..L+C+1, t in 1..T} binary;
29 var y {i in A+1..A+B, l in 1..L+C+1} binary;
30
31 minimize OBJ: sum{i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1,
32 t in 1..T} C_OBJ[i, j, k, l, t] * Co[i] * x[i, j, k, l, t];
33 subject to R1: sum{i in 1..A, t in 1..T} x[i, A+1, 1, 1, t] +
34 sum{i in A+1..A+B, k in 2..K, l in 2..L+C+1, t in 1..T}
35 x[i, A+1, k, l, t] <= Mmax;
36 subject to R2: sum{i in 1..A, t in 1..T} x[i, A+1, 1, 1, t] +
37 sum{i in A+1..A+B, k in 2..K, l in 2..L+C+1, t in 1..T}
38 x[i, A+1, k, l, t] >= Mmin;
39 subject to R3 {t in 1..T}: sum{i in A+1..A+B, k in 2..K,

```

```

40 l in 2..L+C+1} x[i, A+1, k, l, t] <= Smax[t];
41 subject to R4 {t in 1..T}: sum{i in A+1..A+B, k in 2..K,
42 l in 2..L+C+1} x[i, A+1, k, l, t] >= Smin[t];
43 subject to R5 {j in 1..A, t in 1..T}: sum{i in A+1..A+B,
44 k in 2..K, l in 2..L+C+1} x[i, j, k, l, t] <= SP[j];
45 subject to R6 {j in 1..A, t in 1..T}: x[j, A+1, 1, 1, t] -
46 sum{i in A+1..A+B, k in 2..K, l in 2..L+C+1} x[i, j, k, l, t] = 0;
47 subject to R7 {k in 2..K, t in 1..T}: sum{i in A+1..A+B,
48 j in 1..A+1, l in 2..L+C+1} CR[i, j, k, l] * x[i, j, k, l, t] <= TM[k];
49 subject to R8 {i in A+1..A+B}: sum{j in 1..A+1, k in 2..K,
50 l in 2..L+C+1, t in 1..T} x[i, j, k, l, t] <= Cap[i];
51 subject to R9 {i in A+1..A+B, l in 2..L+C+1, t in 1..T}:
52 sum{j in 1..A+1, k in 2..K} x[i, j, k, l, t] <= Prod[l] * b[i, l, t];
53 subject to R10 {l in 2..L+C+1, t in 1..T}:
54 sum{i in A+1..A+B} b[i, l, t] <= 1;
55 subject to R11 {i in A+1..A+B, t in 1..T}:
56 sum{l in 2..L+C+1} b[i, l, t] <= 2;
57 subject to R12 {i in A+1..A+B}: sum{l in 2..L+C+1} y[i, l] <= 2;
58 subject to R13 {l in 2..L+C+1}: sum{i in A+1..A+B} y[i, l] <= 2;
59 subject to R14 {i in A+1..A+B, l in 2..L+C+1, m in 1..T-2}:
60 sum{t in m+2..T} b[i, l, t] - (T - 1 - m) * b[i, l, m+1] +
61 (T - 1 - m) * b[i, l, m] <= T - 1;
62 subject to R15 {i in A+1..A+B, l in 2..L+C+1}: sum{t in 1..T}
63 b[i, l, t] <= T * y[i, l];
64 subject to D1 {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K,
65 l in 1..L+C+1, t in 1..T}: x[i, j, k, l, t] >= 0;

```

A.5 Reformulação Proposta Para o Modelo de López-Milán et. al. (2015)

```

1 param A;
2 param B;
3 param K;
4 param L;
5 param C;
6 param T;
7
8 param C_OBJ {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1,
9 t in 1..T};
10 param c {k in 1..K};
11 param Cap {i in 1..A+B};
12 param Cc {k in 1..K};
13 param Co {i in 1..A+B};
14 param CR {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1};
15 param D {i in 1..A+B, j in 1..A+1};
16 param Mmax;
17 param Mmin;
18 param Prod {l in 2..L+C+1};
19 param Smax {t in 1..T};
20 param Smin {t in 1..T};
21 param SP {j in 1..A+1};
22 param Tc {k in 2..K, l in 2..L+C+1};
23 param TM {k in 2..K};
24 param Vcc {k in 1..K};
25 param Vsc {k in 1..K};

```



```

26
27 var x {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1, t in 1..T};
28 var b {i in A+1..A+B, l in 1..L+C+1, t in 1..T} binary;
29 var y {i in A+1..A+B, l in 1..L+C+1} binary;
30
31 minimize OBJ: sum{i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1,
32 t in 1..T} C_OBJ[i, j, k, l, t] * Co[i] * x[i, j, k, l, t];
33 subject to R1: sum{i in 1..A, t in 1..T} x[i, A+1, 1, 1, t] +
34 sum{i in A+1..A+B, k in 2..K, l in 2..L+C+1, t in 1..T}
35 x[i, A+1, k, l, t] <= Mmax;
36 subject to R2: sum{i in 1..A, t in 1..T} x[i, A+1, 1, 1, t] +
37 sum{i in A+1..A+B, k in 2..K, l in 2..L+C+1, t in 1..T}
38 x[i, A+1, k, l, t] >= Mmin;
39 subject to R3 {t in 1..T}: sum{i in A+1..A+B, k in 2..K,
40 l in 2..L+C+1} x[i, A+1, k, l, t] <= Smax[t];
41 subject to R4 {t in 1..T}: sum{i in A+1..A+B, k in 2..K,
42 l in 2..L+C+1} x[i, A+1, k, l, t] >= Smin[t];
43 subject to R5 {j in 1..A, t in 1..T}: sum{i in A+1..A+B,
44 k in 2..K, l in 2..L+C+1} x[i, j, k, l, t] <= SP[j];
45 subject to R6 {j in 1..A, t in 1..T}: x[j, A+1, 1, 1, t] -
46 sum{i in A+1..A+B, k in 2..K, l in 2..L+C+1} x[i, j, k, l, t] = 0;
47 subject to R7 {k in 2..K, t in 1..T}: sum{i in A+1..A+B,
48 j in 1..A+1, l in 2..L+C+1} CR[i, j, k, l] * x[i, j, k, l, t] <= TM[k];
49 subject to R8 {i in A+1..A+B}: sum{j in 1..A+1, k in 2..K,
50 l in 2..L+C+1, t in 1..T} x[i, j, k, l, t] <= Cap[i];
51 subject to R9 {i in A+1..A+B, l in 2..L+C+1, t in 1..T}:
52 sum{j in 1..A+1, k in 2..K} x[i, j, k, l, t] <= Prod[l] * b[i, l, t];
53 subject to R10 {l in 2..L+C+1, t in 1..T}:
54 sum{i in A+1..A+B} b[i, l, t] <= 1;
55 subject to R11 {i in A+1..A+B, t in 1..T}:
56 sum{l in 2..L+C+1} b[i, l, t] <= 2;
57 subject to R12 {i in A+1..A+B}: sum{l in 2..L+C+1} y[i, l] <= 2;
58 subject to R13 {l in 2..L+C+1}: sum{i in A+1..A+B} y[i, l] <= 2;
59 subject to R14 {i in A+1..A+B, l in 2..L+C+1, m in 1..T-2}:
60 sum{t in m+2..T} b[i, l, t] - (T - 1 - m) * b[i, l, m+1] +
61 (T - 1 - m) * b[i, l, m] <= T - 1 - m;
62 subject to R15 {i in A+1..A+B, l in 2..L+C+1}: sum{t in 1..T}
63 b[i, l, t] <= T * y[i, l];
64 subject to D1 {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K,
65 l in 1..L+C+1, t in 1..T}: x[i, j, k, l, t] >= 0;

```

A.6 Instância Utilizada no Estudo do Modelo e da Reformulação de López-Milán et. al. (2015)

Os dados utilizados nesta instância são baseados nos valores apresentados pelos autores nos trabalhos [33, 34, 35], e representam uma situação prática encontrada em Cuba. Na definição dos parâmetros D o valor $M = 10000$ representa que o envio de matéria-prima de uma área i para outra área j não ocorre.

```

1 param A := 5;
2 param B := 9;
3 param K := 4;
4 param L := 6;
5 param C := 1;
6 param T := 14;

```

```
7
8 param c :=
9 1 31.99
10 2 149.97
11 3 219.96
12 4 259.95 ;
13
14 param Cap :=
15 6 368
16 7 207
17 8 575
18 9 724.5
19 10 207
20 11 920
21 12 1058
22 13 138
23 14 402.5 ;
24
25 param Cc :=
26 2 1100
27 3 950
28 4 520 ;
29
30 param Co :=
31 1 1
32 2 1
33 3 1
34 4 1
35 5 1
36 6 1
37 7 1
38 8 1
39 9 1
40 10 1
41 11 1
42 12 1
43 13 1
44 14 1 ;
45
46 param D :=
47 1 1 0
48 1 2 10000
49 1 3 10000
50 1 4 10000
51 1 5 10000
52 1 6 4
53
54 2 1 10000
55 2 2 0
56 2 3 10000
57 2 4 10000
58 2 5 10000
59 2 6 9
60
61 3 1 10000
62 3 2 10000
63 3 3 0
64 3 4 10000
```

65	3	5	10000
66	3	6	7
67			
68	4	1	10000
69	4	2	10000
70	4	3	10000
71	4	4	0
72	4	5	10000
73	4	6	11
74			
75	5	1	10000
76	5	2	10000
77	5	3	10000
78	5	4	10000
79	5	5	0
80	5	6	11
81			
82	6	1	7
83	6	2	15
84	6	3	12
85	6	4	8
86	6	5	9.5
87	6	6	5
88			
89	7	1	3
90	7	2	11
91	7	3	8
92	7	4	11
93	7	5	8.8
94	7	6	1
95			
96	8	1	4.2
97	8	2	5
98	8	3	12
99	8	4	18.2
100	8	5	16.2
101	8	6	6.2
102			
103	9	1	12
104	9	2	4
105	9	3	21
106	9	4	26
107	9	5	24
108	9	6	14
109			
110	10	1	15.5
111	10	2	23.5
112	10	3	15.5
113	10	4	1.5
114	10	5	9.5
115	10	6	13.5
116			
117	11	1	10.4
118	11	2	18.4
119	11	3	4.5
120	11	4	12.1
121	11	5	4.2
122	11	6	8.4

```
123
124 12 1 16
125 12 2 24
126 12 3 7
127 12 4 22
128 12 5 16
129 12 6 14
130
131 13 1 19
132 13 2 11
133 13 3 9
134 13 4 23
135 13 5 16
136 13 6 21
137
138 14 1 19
139 14 2 11
140 14 3 9
141 14 4 23
142 14 5 16
143 14 6 21 ;
144
145 param Mmax := 4025.7;
146
147 param Mmin := 3680.64;
148
149 param Prod :=
150 2 62.1
151 3 62.1
152 4 62.1
153 5 62.1
154 6 62.1
155 7 62.1
156 8 23 ;
157
158 param Smax :=
159 1 152.976
160 2 152.976
161 3 152.976
162 4 152.976
163 5 152.976
164 6 152.976
165 7 152.976
166 8 152.976
167 9 152.976
168 10 152.976
169 11 152.976
170 12 152.976
171 13 152.976
172 14 152.976 ;
173
174 param Smin :=
175 1 102.367
176 2 102.367
177 3 102.367
178 4 102.367
179 5 102.367
180 6 102.367
```

```

181 7    102.367
182 8    102.367
183 9    102.367
184 10   102.367
185 11   102.367
186 12   102.367
187 13   102.367
188 14   102.367    ;
189
190 param SP :=
191 1    69.012
192 2    69.012
193 3    69.012
194 4    69.012
195 5    69.012    ;
196
197 param Tc :=
198 2    2    0.5
199 2    3    0.5
200 2    4    0.5
201 2    5    0.5
202 2    6    0.5
203 2    7    0.5
204 2    8    0.42
205
206 3    2    0.33
207 3    3    0.33
208 3    4    0.33
209 3    5    0.33
210 3    6    0.33
211 3    7    0.33
212 3    8    0.55
213
214 4    2    0.15
215 4    3    0.15
216 4    4    0.15
217 4    5    0.15
218 4    6    0.15
219 4    7    0.15
220 4    8    0.25    ;
221
222 param TM :=
223 2    25
224 3    30
225 4    9    ;
226
227 param Vcc :=
228 2    15
229 3    20.5
230 4    25    ;
231
232 param Vsc :=
233 2    15
234 3    35
235 4    40    ;
236
237 let {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 2..K, l in 2..L+C+1} CR[i, j, k, l] :=
238 ((D[i, j]/Vsc[k]) + Tc[k, l] + (D[i, j]/Vcc[k]))/(Cc[k]);

```

```
239 let {i in 1..A+B, j in 1..A+1, k in 1..K, l in 1..L+C+1, t in 1..T}  
240 C_OBJ[i, j, k, l, t] := c[k] * D[i, j];
```

Apêndice B Trabalho Aceito Para o CNMAC 2016 (Não Apresentado)

Além da revisão bibliográfica apresentada neste trabalho, um outro estudo realizado foi o desenvolvimento de duas propostas de aplicação do Método da Soma Ponderada ao modelo matemático de planejamento do plantio da cana-de-açúcar presente no trabalho [14], modelo que está descrito em detalhes na Seção 4.1.1. Este trabalho foi enviado e aceito na forma de um resumo para o CNMAC 2016 (Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional), o qual apresentamos neste Apêndice. Destacamos que este trabalho não foi apresentado no evento.

Duas propostas para o Método da Soma Ponderada aplicados a um problema de Otimização Binária Bi-objetivo para a produção de cana-de-açúcar

Eduardo dos Santos Teixeira¹

Socorro Rangel²

Departamento de Matemática Aplicada

R. Cristóvão Colombo, 2265. Jd. Nazareth, São José do Rio Preto, Brazil, 15054000

1 Introdução e Modelagem Matemática

Segundo dados publicados em Janeiro de 2016 pela CONAB (Companhia Nacional de Abastecimento) a cana-de-açúcar ocupou o terceiro lugar em área plantada no Brasil na safra de 2014/2015, com 9.004,5 mil hectares plantados, estando abaixo apenas do milho (com 15.692,9 mil hectares plantados) e da soja (com 32.093,1 mil hectares plantados). A previsão para a safra 2015/2016 é de 8.995,5 mil hectares, decréscimo ocasionado pela diminuição da produção nos estados de Alagoas (12,2% de queda) e Paraná (6,1% de queda), que tiveram condições climáticas desfavoráveis, segundo a CONAB (Dezembro, 2015). Um problema importante neste contexto e que pode contribuir para aumentar a produtividade do setor é o problema de seleção de variedades de cana-de-açúcar a serem plantadas (SSVP do nome em inglês: *Selection of Sugarcane Varieties Problem*).

Neste trabalho apresentamos um estudo computacional do modelo (1)-(6), proposto em [1], para o SSVP usando o Método da Soma Ponderada sob duas formas distintas. No modelo é considerado que existem $i = 1 \dots n$ variedades de cana de açúcar e $j = 1 \dots k$ talhões para cultivo. A variável binária $x_{ij} = 1$ indica que a variedade i será cultivada no talhão j e $x_{ij} = 0$ caso contrário.

$$\min (\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k c_{ij}x_{ij}, -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k e_{ij}x_{ij}) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k s_{ij}x_{ij} \geq Slo \quad (2)$$

$$Flo \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k f_{ij}x_{ij} \leq Fup \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, k \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^k L_j x_{ij} \leq Lup_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

$$x \in \mathbf{B}^{nk} \quad (6)$$

¹edteixeira28@hotmail.com

²socorro@ibilce.unesp.br, com agradecimentos ao CNPq, CAPES, FAPESP e *Universidad de Valladolid*

2

As restrições (2) garantem o atendimento à demanda de sacarose, as restrições (3) fazem o controle operacional da quantidade de fibra produzida, as restrições (4) e (5) impõem, respectivamente que em cada talhão seja plantada uma única variedade de cana e a área máxima ocupada por cada variedade. Este é um modelo com $(n+k+2)$ restrições e $(n \times k)$ colunas. Na Seção 2 são apresentadas as duas propostas para estudar o *tradeoff* entre a minimização dos custos $(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k c_{ij}x_{ij})$ e a maximização da produção energética $(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k e_{ij}x_{ij})$.

2 Abordagem de solução e Resultados

Neste trabalho, propomos duas formulações para (1). A primeira é baseada no método da Distância Ponderada [2] e é dada por (7).

$$\min \alpha \left(e^* - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k e_{ij}x_{ij} \right) + (1 - \alpha) \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k c_{ij}x_{ij} - c^* \right) \quad (7)$$

em que $\alpha \in [0, 1]$, c^* representa o valor da solução obtida ao resolver o problema mono-objetivo considerando a minimização dos custos e e^* representa o valor da solução obtida ao resolver o problema mono-objetivo considerando a maximização da produção de energia. A segunda formulação é baseada na normalização dos coeficientes c_{ij} e e_{ij} em função da dispersão estatística dos dados e é dada por (8).

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (-\alpha N e_{ij} + (1 - \alpha) N c_{ij}) x_{ij}, \quad (8)$$

em que $N c_{i,j} = \left(\frac{c_{ij} - \mu_1}{\sigma_1} \right)$, e $N e_{ij} = \left(\frac{e_{ij} - \mu_2}{\sigma_2} \right)$. Os coeficientes normalizados $N c_{ij}$ e $N e_{ij}$ medem a distância dos dados c_{ij} e e_{ij} às suas médias, respectivamente, utilizando os seus próprios desvios padrão como referência. Isto exclui as unidades de medida originais dos dados, e os coloca em uma mesma escala de medida.

Os dois modelos foram escritos na sintaxe da linguagem de modelagem AMPL e as instâncias, adaptadas de [1], serão resolvidas pelo sistema IBM ILOG CPLEX Optimizer 12.6. Os resultados serão analisados considerando os valores do custo total, da energia total, a distância entre a solução obtida e o vetor Ideal = (e^*, c^*) , o número de nós do método Branch-and-cut, o GAP e o tempo computacional.

Referências

- [1] H. O. Florentino e M. V. Pato. A bi-objective genetic approach for the selection of sugarcane varieties to comply with environmental and economic requirements. *Journal of the Operational Research Society*, (2014) 65, 842-854. DOI: 10.1057/jors.2013.21.
- [2] O. Grodzevich e O. Romanko. Normalization and other topics in Multi-Objective optimization. *Proceedings of the Fields-MITACS Industrial Problems Workshop*, 89-101, 2006.

TERMO DE REPRODUÇÃO XEROGRÁFICA

Autorizo a reprodução xerográfica do presente Trabalho de Conclusão, na íntegra ou em partes, para fins de pesquisa.

São José do Rio Preto, 21/02/2019



Assinatura do autor