



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ANA PAULA RODRIGUES MAGALHÃES DE BARROS

Título: Práticas Culturais (Re)Constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela *Internet* em um Ambiente Híbrido

Rio Claro

2019

ANA PAULA RODRIGUES MAGALHÃES DE BARROS

**Título: Práticas Culturais (Re)Constituídas quando aulas de Matemática são mediadas
pela *Internet* em um Ambiente Híbrido**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como requisito para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Orientador: Marcus Vinicius Maltempi

Rio Claro - SP

2019

B277p

Barros, Ana Paula Rodrigues Magalhães de
Práticas culturais (re)constituídas quando aulas de Matemática são
mediadas pela internet em um ambiente híbrido / Ana Paula Rodrigues
Magalhães de Barros. -- Rio Claro, 2019
218 p. : il., tabs., fotos

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientador: Marcus Vinicius Maltempi

1. sala de aula. 2. comunidade de prática. 3. sistemas complexos. 4.
práticas culturais. 5. ambiente blended learning. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de
Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ANA PAULA RODRIGUES MAGALHÃES DE BARROS

**PRÁTICAS CULTURAIS (RE)CONSTITUÍDAS QUANDO AULAS DE
MATEMÁTICA SÃO MEDIADAS PELA INTERNET EM UM AMBIENTE HÍBRIDO**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi - Orientador
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Prof(a). Dr(a). Priscila Marques Dias Correa
Universidade de Alberta/Edmonton (AB) - Canadá

Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio
IMECC/UNICAMP/Campinas (SP)

Prof. Dr. Dario Fiorentini
FE/UNICAMP/Campinas (SP)

Profa. Dra. Rúbia Barcelos Amaral Schio
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Conceito: APROVADA

Rio Claro/SP, 25 de fevereiro de 2019.

Dedico esta tese especialmente ao meu esposo Flávio e ao meu
filhinho Daniel, amo vocês!

Também aos meus pais, Abrão e Geralda, que tanto amo.

Deus tem provado a mim Sua soberania e Seus cuidados por meio da
minha família, fazendo-me entender a vida a partir da sua
complexidade, e que a incerteza nas coisas que vivo podem sempre
me levar à certeza daquilo que não vejo, mas creio.

O mundo é um sistema complexo que apesar da sua auto-organização
e adaptação, está sob controle de Deus.

*“Em seu coração o homem planeja o seu caminho,
mas o Senhor determina os seus passos” Provérbios 16:9*

AGRADECIMENTOS

Que darei eu ao Senhor, por todos os benefícios que me tem feito?

Salmos 116:12

Agradeço primeiramente a Deus que abençoou todos meus caminhos percorridos para a concretização do sonho de me tornar doutora em Educação Matemática. Se não fosse pela graça Dele, tudo o que foi imprevisível e complexo no meio do caminho me impediria de continuar e de me tornar uma pessoa melhor. Hoje não atribuo minha realização somente ao conhecimento acadêmico e ao título de doutora, mas a toda aprendizagem adquirida nas experiências vividas nos anos de dedicação ao curso de doutorado, a qual me trouxe mais sentido sobre a missão que tenho de viver o que Ele me permite.

Sigo agradecendo ao meu orientador, Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi, por ter acreditado em meu potencial e por todo suporte dado para a realização dessa pesquisa. Sinto-me honrada pela oportunidade de aprender com ele questões pertinentes à pesquisa, à Educação Matemática e à vida como um todo.

Agradeço a minha orientadora do período do estágio sanduíche na Universidade de Alberta, Canadá, Profa. Dra. Elaine Simmt, pela parceria de trabalho que tanto contribuiu com meu conhecimento sobre a Ciência da Complexidade.

Também sou grata a Profa. Dra. Priscila Dias Correa, que contribuiu com discussões que direcionaram meu olhar sob a perspectiva da complexidade para a produção dessa tese.

À Profa. Dra. Rúbia Barcelos Amaral Schio, por todas as reflexões compartilhadas que deram suporte para a escrita da tese e para meu desenvolvimento enquanto pesquisadora desde o mestrado, quando tive o prazer de ser orientada por ela.

Ao Prof. Dr. Dario Fiorentini, que muito me ensina em suas ações e pesquisas acadêmicas sobre a importância do trabalho colaborativo para o diálogo entre a escola e academia. E, por sua sensibilidade no olhar para as práticas docentes.

Ao Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio, que contribuiu imensamente para que eu compreendesse o quanto eu poderia avançar enquanto pesquisadora. Certamente, sinto-me honrada por tê-lo em minha banca de defesa.

À profa. Dr. Rosana Giaretta S. Miskulin, ao Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira e ao Prof. Dr. Gilmer Jacinto Peres, por prontamente terem aceitado compor a Banca Examinadora desta tese como suplentes.

Agradeço ao meu amado esposo, Flávio Margarito Martins de Barros, pela compreensão, parceria, amor e todo suporte durante todos esses anos. Hoje, concluo o doutorado porque ele investiu comigo no sonho de me tornar Doutora em Educação Matemática. E, agradeço especialmente por ele ser um pai exemplar para o nosso filhinho, dando-me todo apoio afetivo

Ao Daniel, meu amado filho, que veio a esse mundo de uma maneira linda e escolhida por Deus, trazendo mais sentido ao significado do seu nome: “Deus é meu juiz” e à minha compreensão de fé, aquela que traz a paz que excede todo entendimento e que não pode ser explicada. Sem sombras de dúvidas o Daniel é um lindo presente de Deus que trouxe outro ânimo e mudou meu olhar para a tese e para a vida.

Aos meus pais, Abrão e Geralda Magalhães, por todo amor, apoio emocional e por acreditarem nos meus sonhos, muitas vezes se sacrificando para vê-los sendo realizados. Sinto orgulho da história deles, gratidão por todo investimento que fizeram para a minha educação como um todo, e certamente honra, por hoje eles poderem ver mais um sonho meu ser realizado.

Aos familiares e amigos, que compreenderam minha ausência em muitas reuniões sociais, devido à minha dedicação ao trabalho com a pesquisa. Especialmente ao Adriano, Maristela, Leonardo, Katiúcia e tia Magarida, que me honraram com suas presenças no dia da apresentação desse trabalho. E, à querida Luciana, Sheila, Aline, Wanderson, Glauco, Leonilda, Ana Paula (Pepê), Patrícia Guides, Débora, Fernanda, Elizangela (Danda) e Mayara, por serem presentes em minha vida. Também, à Kátia que tanto me inspira com seu amor pela filhinha Laura, uma princesa, e à sua linda família.

Aos amigos e pastores José Roberto e Joice, que estiveram presente nessa jornada, dando-me suporte espiritual e emocional para encarar os desafios e continuar. E também, à Pra. Leonor (*in memoriam*), ao Pr. Sérgio, à Pra. Leonilda, à Pra. Márcia Pinheiro, ao Pr. Jhon e à Pra. Carol por todo suporte e amizade.

Aos amigos que conheci no Canadá e que fizeram do período do estágio sanduíche ainda mais especial. Principalmente à Tonnae, Elaine, Bill, Declay, Ji-hey, Elizabeth, Calvin, Emmanoel e Priscila Dias, os quais até hoje mantenho contato.

Às professoras Maria Aparecida de Jesus Salgado e Vânia Rosa Figueiredo Izidoro pela parceria no trabalho colaborativo e pela profunda e exemplar dedicação aos seus alunos em meio aos desafios da profissão.

Ao Prof. Dr. Marcelo Borba, por coordenar o grupo GPIMEM com tanto afinco e contribuir com seu conhecimento e suas experiências para minha formação acadêmica. Aos

demais professores do grupo que também contribuíram com esse trabalho e minha formação: Profa. Dra. Sueli Libaratti Javaroni, Profa. Dra. Rubia Barcelos Amaral Schio, Profa. Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros e Prof. Dr. Ricardo Scucuglia. Também, aos colegas do GPIMEM, grupo que tanto me ajudou nessa caminhada. Impossível citar todos os nomes, mas reforço que cada um teve sua importante contribuição.

Aos colegas do programa de Pós-Graduação, em especial a todos que cursaram as disciplinas comigo e compartilharam momentos divertidos de estudos coletivos.

À família de orientação, vulgo “Maltempeiros”, por todas as discussões relevantes à tese e à vida. Foram muitos os momentos especiais com vocês: Prof. Dr. Maltempi, Rejane, Ricardo Mendes, Daiane Correa, Idalise, Laís, Douglas, Ana Karina e aos novos integrantes Kaoma e Greiton, já que a família está crescendo!

Aos funcionários da Unesp de Rio Claro, em especial ao Geraldo, Rodrigo e Inajara que tanto me auxiliaram.

À Luana e ao Mazzi, amigos que me apoiaram, principalmente, no início da minha jornada enquanto estudante de doutorado e moradora temporária na cidade de Rio Claro. Ao Niltinho e à Laís pelo carinho e por todo suporte.

Ao grande amigo Alex, pela amizade, companheirismo e parceria em todos os momentos importantes que vivi na realização desse curso. Indiscutivelmente ele muito contribuiu com as reflexões desta tese e com sua companhia nessa trajetória.

À querida Daiane Correa por sua dedicação profunda à nossa amizade. Agradeço a ela por chorar e se alegrar comigo nesta trajetória, dando-me suporte emocional para continuar. Certamente cursar o doutorado com ela trouxe-me muitas aprendizagens para a vida.

Aos membros dos grupos PECIMAT e GdS da UNICAMP e dos grupos *CRTED* e *Math Ed. Meet-up* da Universidade de Alberta, Canadá, os quais também contribuíram para as minhas reflexões sobre os assuntos pertinentes à tese. Em especial ao Prof. Dr. Miguel Ribeiro, ao Prof. Dr. Samuel de Oliveira Rocha, ao Prof. Dr. Dario Fiorentini, ao Prof. Dr. Gilmer Peres, à Profa. Dra. Vanessa Crecci, à Profa. Dra. Thaís de Oliveira e Prof. Maria Aparecida de Jesus Salgado, membros dos grupos da UNICAMP citados acima e amigos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Agradeço à CAPES, pelo suporte financeiro que possibilitou a consolidação da presente pesquisa.

Por fim, ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo pelo suporte dado para consolidação da presente pesquisa.

Muito obrigada!

RESUMO

A internet tem sido uma fonte crescente de recursos que podem ser utilizados para o ensino. Pesquisas têm mostrado a contribuição de *softwares*, vídeos, dentre outros materiais *online* para o ensino e aprendizagem da Matemática, entretanto é comum perceber que as potencialidades da internet têm sido pouco aproveitadas nas aulas de Matemática. Nesse sentido, a sala de aula caracterizada por sua complexidade, mesmo quando faz uso de recursos da *internet* mantém práticas de ensino e aprendizagem que expressam culturas socialmente produzidas quando a *internet* ainda não se fazia presente. Nessa direção, contei com os pressupostos da investigação qualitativa e de um trabalho colaborativo entre mim e as professoras de duas turmas do primeiro ano de escolas públicas estaduais do estado de São Paulo, sendo uma na cidade de Vinhedo e outra na cidade de Nova Odessa: Escola Técnica Estadual (ETEC), para buscar compreender práticas culturais de ensinar e aprender (re)constituídas nas aulas de Matemática mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido. Considerei as características do ambiente híbrido para a condução das aulas cujo estudo sobre o conceito de Função foi o foco em ambas as escolas. Adotei as análises narrativas para expressar a produção do meu conhecimento sobre os dados constituídos nas duas salas de aulas, as quais são vistas nessa pesquisa como comunidades de prática que são sistemas complexos. Assim, meu olhar para os dados foi a partir da Ciência da Complexidade. Os resultados elucidam que as ações docentes são facilitadas pelas potencialidades do ambiente híbrido para atender as necessidades emergentes nas salas de aulas, entretanto nota-se que os modelos *blended learning* sugeridos para a abordagem pedagógica em um ambiente híbrido não atendem tais necessidades por si só, mas sim a fusão dos elementos de tais modelos, uma vez que a adaptação da sala de aula ocorre a partir de fenômenos emergentes e que se auto-organizam, ou seja, complexos. Com a mediação da *internet* houve indícios de (re)constituição de práticas docentes de planejar e avaliar, uma vez que as professoras aprendiam enquanto membros dos coletivos de aprendizagem que se formavam a partir das discussões emergentes no Facebook. Por consequência, revisitavam os planejamentos e repensavam suas avaliações. Também houve indícios de (re)constituição nas práticas de estudos dos alunos, uma vez que os estudos sobre o conceito de Função ocorreram sob uma perspectiva mais investigativa em decorrência das potencialidades da *internet* e os estudantes tiveram mais liberdade em seus processos de aprendizagem com a presença da *internet*. O trabalho colaborativo contribuiu para que as ações da pesquisa atendessem as emergências das salas de aula. Espero que a pesquisa fomente questionamentos e ações educacionais que consideram a complexidade da sala de aula diante dos impactos culturais que nossa sociedade tem vivenciado devido ao avanço da *internet*.

Palavras-chave: Sala de aula. Comunidade de prática. Sistemas complexos. Práticas culturais. Ambiente *blended learning*. Conceito de Função.

ABSTRACT

The internet is currently offering more and more resources that can be used for teaching purposes. Research has shown how the use of software, video, and other online materials are contributing to the teaching and learning of Mathematics. However, it is noticeable that the potentialities of the Internet have been poorly used in Mathematics classes. In this sense, even when the classroom – characterized by its complexity – uses internet resources, teaching and learning practices will mostly express a culture socially produced when the Internet was not present. Therefore, this research seeks to understand cultural practices (re)constituted in mathematics classes mediated by the Internet in a hybrid environment. The research is based on qualitative investigation, and on collaborative work between myself and two grade 10 teachers from public schools in the state of São Paulo. One school was a regular school in the city of Vinhedo, and the other was a technical school in the city of Nova Odessa. In both schools, classes were focused on the concept of function, and the features of a hybrid environment were considered during class implementation. Narrative analysis was used to communicate the knowledge built from the data produced in the two classrooms, which are acknowledged in this research as complex systems. As such, the data was analyzed from the lens of Complexity Science. Research outcomes show that teaching is facilitated by the potentialities of a hybrid environment in order to meet the classroom emerging needs. However, models of hybrid teaching do not meet such needs by itself, but rather a blend of the elements of such models, given that the classroom adapts to emerging phenomena that self-organize, that is, complex phenomena. The use of the Internet led to the (re)constitution of planning and assessment practices because teachers learned from the learning collectives that were established on Facebook discussions. As a consequence, teachers revisited their planning and rethought their assessments. In addition, there were indicators that speak to the (re)constitution of students' study practices, given that – due to the Internet potential – students' investigation about the concept of function unfolded as an inquiry-based process, in which more freedom was allowed in their learning processes. The collaborative work between myself and the teachers allowed for research initiatives that addressed emergencies in the classrooms. Hopefully, this research will foment inquiry and educational initiatives that consider the complexity of the classroom alongside the cultural impacts that our society has experienced due to the advancement of the internet.

Keywords: Classroom-based research. Community of practice. Complex systems. Cultural practices. Internet. Hybrid environment.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Zona híbrida do <i>blended learning</i>	34
Figura 2 - Práticas de ensinar e aprender refletem culturas de diversas comunidades	45
Figura 3 - Metáforas visuais dentro da pesquisa de complexidade	52
Figura 4 - Escola Estadual Patriarca da Independência	68
Figura 5 - Escola Técnica Estadual da cidade de Nova Odessa.....	70
Figura 6 - Perspectiva da pesquisadora sobre comunidades e parcerias de participação entre ela e professoras no contexto inicial da pesquisa.....	82
Figura 7 - Conversa no <i>Whatsapp</i> com um grupo de alunos	101
Figura 8 - Experimentos 1, 2 e 3	102
Figura 9 - Relação entre o raio e a área de cada funil	112
Figura 10 - Outros aplicativos disponibilizados	115
Figura 11 - Calendário de Março	120
Figura 12 - Representação geométrica de uma função do 1º grau.....	124
Figura 13 - Vídeo sobre o aplicativo da representação geométrica da função polinomial do segundo grau.....	125
Figura 14 - Calendário de Abril	133
Figura 15 - Trecho da discussão no <i>Facebook</i>	136
Figura 16 - Estação 3.....	137
Figura 17 - A auto-organização de uma aula segundo o modelo rotação de estação	139
Figura 18 - Perspectiva da pesquisadora sobre comunidades e parcerias de participação entre ela e professoras no desenvolvimento da pesquisa.	141
Figura 19 - Produção da caixa de papel.....	149
Figura 20 - Instruções sobre a produção dos vídeos	149
Figura 21 - Imagem de um vídeo postado no <i>Facebook</i>	151
Figura 22 - Domínio, contradomínio e imagem de uma Função representada geometricamente. ...	158
Figura 23 - Entendendo notação de Função.....	159
Figura 24 - Aplicativo no GeoGebra de uma caixa planificada, dinâmica e da representação geométrica da Função volume dessa caixa.	160
Figura 25 - Postagem de alguns alunos no <i>Facebook</i> durante a aula presencial.....	162
Figura 26 - Vídeo: Embalagem.....	163
Figura 27 - Representação geométrica da Função $f(x) = 623,7x - 101,4x^2 + 4x^3$ no <i>software</i> GeoGebra.....	164
Figura 28 - Coletivos de aprendizagem aninhados.....	165
Figura 29 - Aula no auditório	166
Figura 30 - Sala de aula.....	167
Figura 31 - Representação geométrica da Função $f(x) = 623,7x - 101,4x^2 + 4x^3$ no WolfranAlpha .	168
Figura 32 - Discussão no <i>Facebook</i>	169
Figura 33 - Representação geométrica da Função volume da caixa	174
Figura 34 - Rede descentralizada dos sistemas de aprendizagem	175
Figura 35 - Tendências de <i>youtubers</i>	184
Figura 36 - Perspectiva da minha participação nas comunidades no final da pesquisa	189

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 - Inovações híbridas e disruptivas	33
Quadro 2 - Condições de complexidade discutidas por Davis e Simmt (2003).....	55
Quadro 3 - Algumas ações durante a fase exploratória dessa pesquisa.....	66
Quadro 4 - Calendário da produção dos dados nas escolas	72
Quadro 5 - Perspectivas para a preparação prévia das atividades na escola A.....	73
Quadro 6 - Perspectivas para a preparação prévia das atividades na escola B.....	75
Quadro 7 - Instrumentos para a produção dos dados	78
Quadro 8 - Alguns agentes que influenciam o uso da <i>internet</i> nas aulas de Matemática	91
Quadro 9 - Experimento da coleção M ³ : escoamento de areia	96
Quadro 10 - Proposta original do experimento extraído da coleção M ³	97
Quadro 11 - Experimentos e objetivos das discussões no <i>Facebook</i> (mais informações no Apêndice 1)	100
Quadro 12 - Trecho da discussão no grupo do <i>Facebook</i> : primeiro experimento.	103
Quadro 13 - Trecho da discussão no grupo do <i>Facebook</i> : primeiro experimento.	107
Quadro 14 - Trecho da discussão no grupo do <i>Facebook</i> : primeiro experimento.	109
Quadro 15 – Questões.	114
Quadro 16 - Situações de aprendizagem.	126
Quadro 17 - Experimentos da pilha de dominó e da rampa (verificar Apêndice D).....	127
Quadro 18 - Algumas tarefas do caderno do professor/aluno	128
Quadro 19 - Trecho da discussão <i>online</i> sobre o experimento da rampa	131
Quadro 20 - Alguns exercícios da lista (verificar apêndice E)	133
Quadro 21 - Estação 1	134
Quadro 22 - Estação 2	135
Quadro 23 - Estação 4	138
Quadro 24 - Estação 5	138
Quadro 25 - Descrição da atividade proposta no vídeo “Caixa de Papel” da coleção M ³	147
Quadro 26 - Primeira etapa: produção do vídeo do experimento da caixa de papel.....	149
Quadro 27 - Objetivo da primeira etapa.....	150
Quadro 28 - Trecho da discussão no <i>Facebook</i> referente ao vídeo ilustrado na Figura 21.....	151
Quadro 29 - Trecho da discussão no <i>Facebook</i> referente ao vídeo na Figura 21	152
Quadro 30 - Trecho da discussão no <i>Facebook</i> referente ao vídeo na Figura 21	153
Quadro 31 - Trecho da discussão no <i>Facebook</i> referente ao vídeo na Figura 21	153
Quadro 32 - Trecho da discussão no <i>Facebook</i> referente ao vídeo postado por outro grupo de alunos	154
Quadro 33 - Algumas respostas do questionário aplicado aos alunos	155
Quadro 34 - Relação.....	160
Quadro 35 - Sinopse.....	163
Quadro 36 - Trecho de discussão no <i>Facebook</i> : dúvidas sobre intervalos no conjunto dos \mathbb{R}	169
Quadro 37 - Trecho de discussão no <i>Facebook</i> : questionamento da professora.....	170
Quadro 38 - Trecho de discussão no <i>Facebook</i> : dúvidas sobre intervalos no conjunto dos \mathbb{R}	171
Quadro 39 - Trecho de discussão no <i>Facebook</i> : altura da caixa	171
Quadro 40 - Trecho de discussão no <i>Facebook</i> : altura da caixa	172
Quadro 41 - Questionário: estudantes	173

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1- Questões sobre o <i>Facebook</i>	95
--	----

SUMÁRIO

1 UM PANORAMA DA PESQUISA.....	16
1.1 Primeiras inspirações.....	19
1.2 A <i>Internet</i> movimentando a sala de aula.....	21
1.3 Ambientes híbridos	29
1.3.1 <i>Propostas para abordagens pedagógicas em ambientes híbridos</i>	32
1.4. Conceito de Função.....	37
1.4.1. <i>Abordagens pedagógicas para o estudo do conceito de Função</i>	40
2 CULTURA ESCOLAR E A SALA DE AULA.....	43
2.1 Investigações em um contexto sociocultural.....	43
2.2 A importância da cultura das salas de aula como Comunidades de Práticas	45
2.3 Ciência da Complexidade.....	48
2.3.1 <i>A auto-organização da sala de aula</i>	53
3 DESIGN DA PESQUISA	58
3.1 A emergência do objetivo da pesquisa.....	60
3.2 Um trabalho colaborativo.....	62
3.3 Fase exploratória da pesquisa.....	64
3.3.1 <i>Ações na fase exploratória</i>	65
3.4 Cenário da produção dos dados nas turmas do primeiro ano do EM	68
3.4.1 <i>Turma do 1º ano E da Escola Estadual Patriarca da Independência (escola A)</i>	68
3.4.2 <i>Turma do 1º ano A da Escola Técnica Estadual do Centro Paula Souza (escola B)</i>	70
3.4.3. <i>Condução das aulas de Matemática nas turmas do primeiro ano do EM</i>	72
3.4.4 <i>Instrumentos de produção dos dados nas escolas A e B</i>	76
3.4.5 <i>Organização dos dados</i>	77
3.5 Um olhar para a pesquisa a partir da Ciência da Complexidade.....	78
4 NOSSA PERSPECTIVA... ..	81
4.1 ...sobre um trabalho colaborativo	81
4.2 ...sobre o uso de tecnologias nas aulas de Matemática.....	86
4.3 Antes de tudo... O início de tudo!	93
5. PRÁTICAS DOCENTES EM UM SISTEMA COMPLEXO	95
5.1 A auto-organização de uma aula de Matemática baseada na sala de aula invertida	95
5.2 A auto-organização de uma aula de Matemática baseada na rotação de estação	120

5.3 Práticas docentes (re)constituídas em um ambiente híbrido: planejar e avaliar	139
6. PRÁTICAS DE ESTUDO DE MATEMÁTICA EM UM AMBIENTE HÍBRIDO	144
6.1 Otimização do volume da caixa de papel: planejamento da atividade	144
6.2 Sala de aula invertida: Anteriormente à aula presencial.....	148
6.3 Sala de aula invertida: Aula presencial.....	157
6.3.1 Estações 1, 2 e 3	159
6.3.2 Reflexão coletiva.....	165
6.3.3 Fusão da sala de aula invertida, rotação de estação e rotação de laboratório.....	167
6.4 Práticas de estudo da Matemática (re)constituídas: investigação e participação em atividades coletivas.....	174
7. (RE)CONSTITUIÇÃO DA CULTURA ESCOLAR	177
7.1 Para além da sala de aula	182
7.1.1 A escola a partir desta pesquisa.....	185
REFERÊNCIAS	192

1 UM PANORAMA DA PESQUISA

Estabelecer relações entre educação e cultura possibilita a construção de um pensamento, de uma atitude e de uma prática social e pedagógica capazes de respeitar e promover uma relação dialógica com a diversidade de expressões dos estudantes no âmbito da sala de aula, na vivência em ambientes de aprendizagem não formal e na sociedade de modo geral. (FARIAS; MENDES, 2014, p. 15).

Nesta mesma direção, entendo que práticas pedagógicas devem ser abertas às diferentes culturas que circulam em uma sala de aula, a qual por sua vez é um sistema que se relaciona com outros, como a escola, a família, etc. Dessa forma, assim como Costa e Fiorentini (2007, p. 4), compreendo que a cultura é produzida socialmente e se expressa “em significados, valores, sentimentos, costumes, rituais, instituições e objetos que circundam a vida individual e coletiva da comunidade”. Assim, práticas de ensinar e aprender se constituem como hábitos culturais produzidos muitas vezes no ambiente escolar.

Ao considerar esse entendimento, destaco que a pesquisa descrita nesta tese se desenvolveu a partir da minha busca pela compreensão sobre **práticas culturais de ensinar e aprender (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido**. Elucido que a indagação: “**quais as aprendizagens emergentes nas aulas de Matemática mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido?**” norteou a busca por indícios da (re)constituição de práticas nesse contexto e que as aprendizagens são culturalmente constituídas em sistemas complexos (SIMMT, 2015), como a sala de aula.

Para isso, a produção dos dados ocorreu em duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio (EM), que faziam parte de escolas públicas diferentes. As aulas de Matemática foram conduzidas sob a perspectiva do ensino em ambiente híbrido, que combina o uso da *internet* com o ensino presencial, no estudo do conceito de Funções. Segundo Christensen, Horn e Staker (2013, p. 9, tradução minha), programas de ensino que buscam dar ao aluno mais controle sobre seu processo de aprendizagem, primando então, que tal processo ocorra “pelo menos em parte, por meio da aprendizagem *online* com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, o lugar, o caminho, e/ou ritmo e, pelo menos em parte, em um local supervisionado longe de casa” são denominados *blended learning*. Nesta pesquisa eu denomino tais programas também como ambientes híbridos, visto que os referidos autores sugerem modelos *blended learning* que são disruptivos e outros híbridos, sendo esses últimos os escolhidos para esta investigação. Ainda nesse capítulo discuto com mais detalhes sobre

tais modelos e o ambiente híbrido. Por fim, por considerar a potencialidade da *internet* como um meio de propiciar mais liberdade aos estudantes em seus processos de aprendizagem (ROSA, 2004; BARROS, 2013; DALLA VECCHIA; MALTEMPI; BORBA, 2015), ambientes híbridos foram criados nessa pesquisa para que o uso da *internet* fosse garantido.

No decorrer da tese, procuro esclarecer a característica emergente do *design* da investigação que seguiu os pressupostos da pesquisa qualitativa (LINCOLN; GUBA, 1985; ARAÚJO; BORBA, 2004; GOLDEMBERG, 2011; ALVES-MAZZOTTI, 1998), a fim de propiciar ao leitor compreensão sobre os caminhos da investigação, inclusive sobre a indagação que emergiu do objetivo da pesquisa: quais as aprendizagens emergentes nas aulas de Matemática mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido? A colaboração é uma característica presente em todo o processo investigativo, inclusive nas aulas conduzidas por mim e pelas professoras de cada escola, as quais atenderam características de um trabalho colaborativo (FIORENTINI, 2004).

Levando em conta essas inquietações que movimentaram a pesquisa, a análise foi realizada a partir de um olhar da Ciência da Complexidade (DAVIS; SIMMT, 2003; DAVIS; SUMARA, 2006), a qual serviu como uma lente para outras discussões teóricas da análise dos dados produzidos na investigação. Vale ressaltar que a complexidade da sala de aula não foi ignorada a fim de que o olhar analítico para as aulas não se reduzisse à metodologia de ensino escolhida (BARROS; SIMMT; MALTEMPI, 2017), bem como para que a discussão da análise dos dados não consistisse somente nos pressupostos das teorias abordadas, como ambientes híbridos.

Por fim, realço que, para a organização da tese, busco difundir de forma orgânica os elementos da pesquisa, que tradicionalmente configuram capítulos únicos de revisão bibliográfica, metodologia, apresentação e análise dos dados, em oito capítulos. Dessa forma, a revisão bibliográfica, o aporte teórico, a produção, apresentação e a discussão dos dados são apresentados em cada capítulo, sobretudo a partir do capítulo 3, em consonância com as categorias emergente nas análises narrativas dos dados. Tais categorias esculpem os capítulos 4, 5, 6, 7 e 8, conforme os descrevo abaixo.

No capítulo 1 apresento um panorama da pesquisa, o que inclui as primeiras inspirações para seu desenvolvimento, uma revisão de literatura sobre o movimento da *internet* na sala de aula do século XXI e uma discussão sobre ambientes *blended learning* ou conforme eu também denomino nesta pesquisa, ambientes híbridos, realçando os pressupostos teóricos assumidos para a preparação das aulas em ambas as escolas. Finalizo o capítulo com

uma discussão sobre o conceito de Função e desafios para abordagens pedagógicas para o ensino desse conceito, visto que esse foi o assunto estudado no ambiente híbrido.

Trago no capítulo 2 uma discussão sobre a cultura escolar refletida na sala de aula. Para tanto, abordo uma revisão de literatura sobre o termo cultura e discorro sobre este tema sob pressupostos da Comunidade de Prática e da Ciência da Complexidade, enfatizando meu entendimento sobre a auto-organização da sala de aula.

Dando sequência, no capítulo 3, apresento os fundamentos e procedimentos metodológicos que embasaram a pesquisa. Elucido nesse capítulo o cenário da investigação, composto pelas duas turmas de primeiro ano e escolas escolhidas (A e B). Finalizo apresentando tanto os instrumentos considerados para a produção dos dados, quanto a minha perspectiva a partir da Ciência da Complexidade como lente assumida para meu olhar teórico para os dados.

Então, trago no capítulo 4 uma narrativa em que dialogo com a literatura assumida, especialmente sobre Comunidade de Prática, e com as professoras das escolas A e B, a fim de acentuar o cenário dinâmico da pesquisa. Ressalto que os dados utilizados neste capítulo são referentes à fase exploratória da investigação, na qual foi estabelecido o primeiro contato com as professoras de cada escola (A e B), ou seja, fase que antecedeu a condução das aulas junto aos alunos.

No capítulo 5 compartilho duas narrativas em que, a partir de um olhar da Ciência da Complexidade, descrevo a auto-organização de aulas pensadas segundo pressupostos dos modelos sala de aula invertida (*flipped classroom*) e rotação de estação (*station rotation*), elucidando práticas docentes como aprendizagens do sistema. Tais aprendizagens são vistas como indícios da (re)constituição de planejar e avaliar no ambiente híbrido considerado na pesquisa. Embora os dados analisados tenham sido produzidos nas primeiras seis semanas na escola A, a narrativa ilustra a auto-organização e adaptação da sala de aula, sempre quando essa é compreendida como um sistema complexo, o que pode ser estendido para a escola B.

No capítulo 6, apresento uma narrativa em que, a partir da explanação das atividades relacionadas ao experimento cujo tema foi “otimização do volume de caixas de papel”, abordo as aprendizagens do sistema com foco na interação dos alunos da escola B, mais especificamente as práticas de estudar Matemática e de participação em coletivos de aprendizagem, as quais são vistas como indícios da (re)constituição de práticas culturais no ambiente híbrido considerado na pesquisa. Embora os dados da escola B tenham sido considerados, os mesmos ilustram o que pode ser estendido para a escola A.

Finalmente, no capítulo 7, apresento as principais considerações sobre o que foi apresentado na tese à luz do objetivo, que foi compreender práticas culturais de ensinar e aprender (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido, sobretudo aquelas relacionadas às análises apresentadas nos capítulos 5 e 6. Para tanto, discorro segundo o entendimento dos resultados outros sistemas além da sala de aula e sobre a escola. Finalizo com algumas reflexões, apropriações e desafios compartilhados pelas professoras que cederam suas aulas para o trabalho colaborativo dessa pesquisa.

1.1 Primeiras inspirações

sala de aula é um campo permanente de investigação...

O interesse em investigar aulas de Matemática foi despertado em mim desde as experiências vividas, como estudante, no Ensino Fundamental (EF). Aulas como as da professora Arlete, que buscavam proporcionar para nós, alunos, o sentido de conceitos matemáticos por meio de jogos, realmente me fascinavam. Professores, como o Beto, que se dedicavam ao máximo para tornar as aulas mais interessantes e dinâmicas me motivavam a persistir no estudo da Matemática. Assim como a destreza do professor Fazoli, ao nos ensinar a Matemática, despertava em mim o interesse na busca do significado daquelas respostas representadas por números. Enfim, foram muitos professores, como esses citados, que de alguma forma contribuíram para a produção, em minha vida, do sentido de ensinar Matemática, influenciando, assim, a escolha pela carreira docente.

Enquanto aluna, procurava ter um olhar curioso para a sala de aula, visto que a escolha da minha profissão se deu na antiga 7ª série, atual 8º ano do EF. Tal escolha emergiu da interação de muitos fatores, desde aqueles ligados às experiências familiares, até aqueles relacionados às experiências vividas nas aulas de Matemática. Dessa forma, o curso de graduação veio a complementar minhas reflexões sobre a sala de aula, dando-me principalmente uma base teórica consistente e um conhecimento especializado para o exercício do ensino.

Foi durante esse período que tive reflexões fundamentais sobre os desafios de aprender Matemática, visto que me deparei com conteúdos complexos como álgebra linear, análise e topologia, que não imaginava existirem anteriormente à realização do curso. Como diria Wenger (2013), estamos a todo tempo aprendendo algo, portanto, consciente ou

inconscientemente estava aprendendo algo para além daqueles conteúdos específicos, provavelmente práticas de ensinar e aprender. Professores da graduação, como o José Roberto, ajudaram-me a ver sentido no meu processo de aprendizagem, que muitas vezes foi árduo. Também momentos de estudo em grupo, onde ocorriam compartilhamentos de conhecimentos entre os colegas, permitiam-me ver sentido no que estudávamos e compreender a potencialidade de práticas desse tipo de conhecimento.

No entanto, ao retornar à sala de aula da Educação Básica, agora como professora de Matemática, notei que o conhecimento adquirido com as aulas teóricas no período da graduação não bastava para que eu a enfrentasse. Inicialmente vivi o que Gama e Fiorentini (2010) chamam de mistura de sentimento de “*descoberta*” e “*entusiasmo*” pela carreira, mas também o que eles dizem ser um sentimento de “*sobrevivência*” decorrente de situações marcadas pela realidade cotidiana da escola, as quais se distanciam muitas vezes das teorias socializadas nos cursos de graduação. Diante dessa realidade, procurei sempre me envolver em cursos de formação continuada e com grupos nos quais havia espaço para a colaboração e a reflexão sobre a sala de aula, por exemplo, o Grupo de Sábado (GdS), que reúne acadêmicos, professores e futuros professores no compartilhamento de reflexões pertinentes às práticas de ensino. Nesse processo, em que refletia sobre minhas práticas de ensino, envolvi-me com o uso de tecnologias digitais no ensino da Matemática, reconhecendo assim suas potencialidades para o ensino e, conseqüentemente, definindo um percurso de investigações acadêmicas. Daí a escolha do tema da minha pesquisa de mestrado.

Investigar as contribuições de um micromundo constituído por recursos do GeoGebra e da coleção M^3 para o ensino de Geometria Espacial (BARROS, 2013) foi uma experiência que me levou a novas reflexões e indagações em torno da sala de aula. Por um lado, observei as contribuições do ambiente *online* caracterizado por micromundo na pesquisa, para que os estudantes tivessem liberdade de escolha em seus percursos para compreender o conteúdo de volume de pirâmide. Por outro, a pesquisa havia sido desenvolvida apenas com quatro duplas de alunos, em um ambiente preparado para a investigação (fora do horário de aula), provocando, assim, indagações sobre possíveis desafios nos processos de ensinar e aprender quando ambientes multimídias são proporcionados para uma sala de aula completa. Tais questionamentos refletiam também minhas experiências vividas em aulas de Matemática, onde eu era desafiada por características inerentes à sala de aula, como a heterogeneidade cognitiva dos alunos, diferentes culturas, normas escolares explícitas e implícitas, entre outras.

Com isso, surgiu meu interesse inicial por investigar práticas de ensinar e aprender Matemática com o uso da *internet*, considerando o contexto da sala de aula. Nesse contexto, tais práticas refletem diferentes culturas, provocando desafios de diferentes naturezas para professores e alunos, nos processos de ensino e de aprendizagem. Então, reflexões a partir de leituras, discussões em espaços acadêmicos como no Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM)¹ e orientações como do Professor Marcus Vinicius Maltempí, causaram o início da sistematização de questionamentos em torno dessas ideias, configurando-se nesta pesquisa de doutorado, cujo objetivo é **compreender práticas culturais de ensinar e aprender (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido**. Tendo em vista a importância de, enquanto pesquisadora, não caminhar só, conforme Bicudo (1993) adverte, busquei estabelecer um diálogo com o que as pesquisas apontam sobre a *internet* e a sala de aula, já que esse tema é foco do contexto desta investigação. Portanto, prossigo a discussão em torno de um breve histórico sobre a inserção da *internet* na sala de aula, seguido dos pressupostos teóricos de ambientes híbridos assumidos nesta pesquisa.

1.2 A *Internet* movimentando a sala de aula

O primeiro computador digital eletrônico de grande escala, *Electronic Numerical Integrator and Computer* (ENIAC), começou a ser produzido durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945), quando o desenvolvimento de novas tecnologias foi acelerado, especialmente aquelas relacionadas à computação, as quais foram muito exploradas na criptografia. O ENIAC se tornou operacional a partir de 1946, dando origem a sucessivas gerações de computadores. Segundo Lima, Oliveira e Gonzaga (2015), a partir da quinta geração do desenvolvimento da computação, em 1993, todas as áreas do conhecimento e da vida do homem receberam impactos das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

Em razão disso, quando consideramos o âmbito escolar, percebemos que o mesmo ocorreu, o que implica assim, destacar um recorte sobre contribuições valiosas do pesquisador Seymour Papert (1928-2016) para a Educação Matemática. Ele foi um dos pioneiros em desenvolver pesquisas sobre o uso de computadores para área da Educação Matemática. Sobretudo, ele ficou conhecido pela criação da linguagem de programação *Logo*, a qual basicamente compõe o *design* de um ambiente em que uma tartaruga gráfica responde a comandos do usuário com movimentos geométricos. Para Papert (1985, p. 154), “o mundo da

¹ Disponível em < <http://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem> > Acesso em: 17 dez. 2016.

Tartaruga era um micromundo, um ‘lugar’, uma ‘província da Matelândia’, onde certos tipos de pensamentos matemáticos poderiam brotar e se desenvolver com extrema facilidade”. Esse micromundo disparou – e serviu como base para – pesquisas e ações no contexto do ensino da Matemática com o uso de computadores (MALTEMPI, 2004; ROSA, 2004; VALENTE 2005; HEALY; KYNIGOS, 2009; DALLA VECCHIA, 2012; BARROS, 2013).

Tais pesquisas têm por referência outra marcante contribuição de Papert (1994): o ‘Construcionismo’ que, segundo ele, era a sua própria reconstrução do ‘Construtivismo’. Papert foi o precursor do Construcionismo, perspectiva que, em linhas gerais, considera a construção do conhecimento a partir da interação do indivíduo com o computador (VALENTE, 2005). Ele foi também ousado em afirmar que o foco da atitude construcionista “é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino” (PAPERT, 1994, p. 125).

O autor nos leva a questionar se o caminho para o sucesso da Educação seria a extinção do ensino, mas adiantou que a solução não se resume em diminuir a quantidade de ensino, fazendo uma analogia ao provérbio africano: “Se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar” (PAPERT, 1994, p. 125). A questão que fica é: qual seria a melhor vara? O computador pode assumir esse papel? Papert (1994) enfatizou que além de boas varas, existem outras preocupações para que a pescaria tenha sucesso, como ter águas férteis, fazendo analogia ao uso de *softwares* potentes para propiciar a construção do pensamento Matemático. No entanto, será que somente boas varas e águas férteis podem garantir boas pescas? Saber o melhor horário para a pesca seria uma preocupação pertinente? Entender mais sobre os peixes seria pertinente? Ter que pescar um tipo de peixe específico seria um desafio? E pescar em equipe? Enfim, outras questões podem surgir quando pensamos que além do computador e um bom *software*, existem desafios da sala de aula presentes tanto nos processos de aprendizagem quanto nos processos de ensino, cabendo então, muitas analogias às perguntas que foram colocadas acima. Acredito que mais importante que supostas respostas convenientes, são as próprias questões, as quais podem trazer mais sentido ao movimento do ensino na sala de aula.

Veja que o próprio Papert (1994) demonstra preocupação quanto ao futuro da sala de aula, ressaltando a potencialidade do computador para que as crianças não continuem tão dependentes dos adultos para aprender algo. Assim, ele indagou sobre a diferença que um viajante do século XX perceberia em diversas situações, com a presença de computadores, no século atual. Profeticamente, concluiu que ao passo que esse viajante, em uma sala cirúrgica, teria muita dificuldade em reconhecer esse ambiente no século XXI, ele sentiria estar em um

espaço muito familiar ao entrar na maioria das salas de aula. Será que hoje podemos constatar essa profecia de Papert? Eu diria que alguns professores, assim como eu, concordam que Papert foi realmente um profeta do século passado!

Mas no século atual, pesquisadores, como Borba, Malheiros e Amaral (2011), também indagaram sobre o futuro da Educação quando a *internet* estivesse tão disponível quanto calculadoras ou livros didáticos nas salas de aula, sem proibição para o seu uso. Agora, além da disponibilidade de computadores, o uso deles é facilitado pela *internet*. Então, qual o desdobramento desse contexto nas escolas? Nas salas de aula? Mais especificamente, nas aulas de Matemática?

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) discutiram quatro fases das tecnologias digitais, que abrangem desde a fase marcada pela programação *Logo* até a fase em que vivemos hoje, marcada pelo aprimoramento da *internet* e a vasta disponibilidade de recursos *online* que podem ser utilizados em aulas de Matemática, como: GeoGebra, WolframAlpha, plataformas de aprendizagem, vídeos, *YouTube*, entre outros. Sobretudo, os autores tratam, de forma periférica, a interface entre tecnologias digitais e a política educacional no Brasil, possibilitando o realce do que “de novo essas tecnologias, podem trazer para a educação, para expandir a sala de aula, ou mudar a noção do que entendemos por sala de aula” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 13). Nesse sentido, os autores conjecturam o que tem acontecido em algumas salas de aula do século XXI, já que nesse século existe um movimento atrelado a possibilidades advindas da *internet*, e isso é inegável.

A potencialidade da *internet* para o ensino nos impulsiona a repensar enfoques pedagógicos como a Modelagem Matemática (DALLA VECCHIA; MALTEMPI, 2015, POSADA BALVIN, 2015; BUSTAMANTE, 2016), outras possibilidades de ensino com o uso de dispositivos móveis, como celulares inteligentes em aulas de Matemática (ROMANELLO, 2016); novas perspectivas teóricas, como a Performance Matemática Digital (PMD) (SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014); e a desconstrução da estrutura hierárquica de conteúdos por meio de hipertextos, facilitando a inovação em sala de aula (MALTEMPI; MENDES, 2016). Enfim, são tantos avanços para a Educação Matemática oportunizados pela *internet*, que é quase impossível ignorar esse cenário quando pensamos em nossas aulas de Matemática.

Nesse leque de oportunidades fomentadas pela *internet*, a pesquisa de Rosa (2004) me chama a atenção por ressaltar a possibilidade de propiciar a construção do conhecimento matemático, quando alunos estão engajados na construção e aplicação de jogos eletrônicos. A referida pesquisa foi desenvolvida com dois grupos de quatro alunos da antiga 6ª série, atual

7º ano do EF, e mostra que é possível associar tecnologias lúdicas aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Para o sentido da discussão aqui, vale ressaltar que o que possibilitou essa atividade lúdica no estudo de números inteiros, foi a oferta de um *software* gratuito na *internet*, denominado RPG Maker². Dentre as contribuições da pesquisa de Rosa (2004), destaca-se a dinâmica desse estudo, que foi fortemente marcada pela liberdade que os estudantes tiveram de escolhas quando engajados na construção do jogo eletrônico.

A possibilidade de misturar o lúdico com a Educação Matemática não é uma discussão recente e não necessita obrigatoriamente do uso de tecnologias digitais, todavia, o fato é que não podemos ignorar caminhos como esse apontado por Rosa (2004), proporcionados por recursos *online* e que indicam indícios de aprendizagem. Como professores, sabemos que nossos alunos estão cada vez mais conectados, no entanto, muitos continuam não gostando de estudar Matemática e muitas das nossas aulas atendem somente ao protocolo de uma explicação teórica e do momento de resolução de exercícios.

Para romper esse protocolo podemos contar também com o uso de plataformas de aprendizagem. Por exemplo, em minha pesquisa de mestrado utilizei o *Moodle* como plataforma de aprendizagem para a constituição de um micromundo, composto por recursos do GeoGebra e da coleção M³, para o estudo presencial sobre volume de pirâmides. Concluí que o micromundo criou condições para que os alunos buscassem construir o conhecimento sobre o conteúdo de volume de pirâmide, percorrendo seus próprios caminhos (BARROS, 2013).

A investigação que ocorreu em torno de quatro duplas de alunos do segundo ano do EM de uma escola da rede Estadual do estado de São Paulo, conduziu-me para uma zona de questionamentos que deu origem a essa tese de doutorado. Como eu poderia aproveitar a potencialidade da *internet* para propiciar mais liberdade no estudo de conteúdos de Matemática em uma sala com aproximadamente 40 alunos? A pesquisa que realizei no mestrado e a realizada por Rosa (2004), por um lado elucidam o indício de aprendizagem em um contexto que os alunos tiveram liberdade no engajamento de suas tarefas, por outro lado, elas foram conduzidas para grupos de alunos isolados da dinâmica normal de uma sala de aula.

Assim, volto-me à analogia do provérbio da pesca citado por Papert e questiono: sabemos que existem águas férteis e temos boas varas, mas como podemos conduzir uma equipe de adolescentes para uma tarde de pesca, permitindo que eles fiquem livres para tal

² Software desenvolvido para a criação de jogos.

atividade, tendo que respeitar algumas regras pré-estabelecidas em um determinado pesqueiro? As plataformas de aprendizagem como o *Moodle* poderiam ser consideradas um caminho?

Aliás, as plataformas de aprendizagem têm produzido, a cada dia, mais sentido para o ensino, já que a Educação a Distância (EaD) está cada vez mais comum. Embora essa modalidade de ensino seja mais conhecida por sua aplicação em programas de qualificação, formação profissional e educação corporativa (ABBAD; ZERBINI; SOUZA, 2010), hábitos de uso da tecnologia fora da sala de aula têm fomentado o acesso de estudantes de qualquer nível de ensino a conteúdos que antigamente eram compartilhados somente no horário de aula convencional. É comum que professores deste século vivenciem, assim como eu, situações em que alunos nos procuram para dizer que estão consultando vídeos do *YouTube* fora do horário de aula para compreender melhor determinados assuntos. Ou seja, a característica forte de uma sociedade conectada revela um movimento natural para a sala de aula além das paredes.

Cardoso (2014) relata, enquanto professor e pesquisador, diversas experiências em que seus alunos recorriam aos vídeos produzidos por ele e postados em seu canal³, fora do horário de aula, para sanarem dúvidas relacionadas ao conteúdo de Álgebra Linear. Ele também salienta que essa prática dos estudantes de entrar em contato com os vídeos disponibilizados por ele na *internet*, refletia em suas aulas, facilitando o desenvolvimento do seu papel como mediador. Enfim, podemos notar que são hábitos tecnológicos fora da sala de aula que podem impactar diretamente as aulas presenciais. Por isso, faz todo sentido concordar com Maltempi e Malheiros (2010) quando eles dizem que esses hábitos fora da sala de aula podem ser melhor aproveitados em situações formais de aprendizagem.

Nessa direção, há um crescimento exponencial no número de membros da rede social *Facebook* (ACQUISTI; GROSS, 2006), que notoriamente tem refletido no cotidiano da maioria dos nossos alunos. Ferreira, Corrêa e Torres (2012) observaram a participação de 25 alunos de um curso de especialização em formação de professores e concluíram que o uso do *Facebook* como ambiente de aprendizagem possibilita e oportuniza a aprendizagem colaborativa, interativa e amplia as possibilidades pedagógicas. De acordo com Decuyper e Bruneel (2012), Ferreira, Machado e Romanowski (2013) e Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), é preciso reconhecer o *Facebook* como uma interface que pode fomentar práticas inovadoras para os processos de ensino e aprendizagem.

³ Disponível em: < <https://www.youtube.com/user/v13dinei> > Acesso em 23 dez. 2016.

Bustamante (2016) observou um curso de formação continuada *online* para professores de Matemática, que utilizou o *Facebook* como plataforma de aprendizagem. Além dessa rede social ter sido usada como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento de atividades de Modelagem durante o curso, é interessante notar que o tema “*Facebook* no Brasil” foi escolhido pelos professores participantes em uma das atividades desenvolvidas, sobretudo pela justificativa: “[...] pesquisamos um tema do nosso interesse (é que achávamos que alunos da Ed. Básica se interessariam): o uso do *Facebook*” (BUSTAMENTE, 2016, p. 130).

Embora seja comum que professores da Educação Básica tenham conhecimento do interesse dos estudantes desse nível de ensino pelo uso do *Facebook*, a maior parte das pesquisas que fazem uso dessa rede social como plataforma de aprendizagem tem o ensino superior ou cursos de formação continuada como cenário (BUSTAMENTE, 2016; FARIA, 2016). Além disso, percebo que muitas vezes o *Facebook* é aproveitado em nossas aulas simplesmente como um espaço para recados pertinentes ao calendário escolar ou algum assunto de cunho administrativo e não pedagógico. O fato é que me sinto desafiada a aproveitar esse espaço em minhas aulas da Educação Básica para propiciar a aprendizagem de Matemática aos meus estudantes, pois eles já estão conectados nessa rede social. Sabemos que nossos alunos do EM estão aprendendo algo enquanto estão conectados no *Facebook*, mas queremos saber: seria possível aproveitar esse “*hábito tecnológico*” dos nossos estudantes para ensinar-lhes conteúdos de Matemática? Seria possível ensinar e aprender conteúdos como o de Funções quando o *Facebook* fosse usado como plataforma de aprendizagem?

Em suma, estar conectado quase o tempo todo no *Facebook* é um de muitos outros hábitos tecnológicos em nossa sociedade hoje em dia, por isso concordando com Maltempi e Malheiros (2010, p. 300, tradução minha), acredito que ao trazermos esses hábitos tecnológicos para a sala de aula “poderemos ver um dia o fim da forte dicotomia entre educação a distância e educação presencial”. Esse contexto é chamado pelos autores de educação *contemporânea*, ou seja, aquela que saberá utilizar as TIC para ensinar, envolvendo momentos presenciais e atividades a distância. Veja que o Brasil está compondo um palco propício para esse cenário, de forma coerente aos 50% de brasileiros que já têm acesso à *internet* em suas casas⁴. Logo, entendo que o momento é oportuno para que práticas

⁴ Dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua de 2014 (disponível em: < <http://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=295753>>. Acesso em 25 dez. de 2016.

pedagógicas sejam repensadas a fim de tirar mais proveito de hábitos tecnológicos na nossa sociedade.

Nesse sentido, o leque de possibilidades da *internet*: maior liberdade de escolha dos alunos em seus processos de aprendizagem, vídeos no *YouTube*, uso de dispositivos móveis, *softwares* como GeoGebra e WolframAlpha, diversas plataformas de promoção do ensino, uso do *Facebook* como plataforma de aprendizagem, educação a distância, educação *contemporânea*, entre outras, têm movido professores e pesquisadores a investigar e experimentar aulas menos tradicionais, aquelas que, segundo Mizukami (1986), consideram as diferenças entre estudantes. Podemos considerar que “as tecnologias representam uma oportunidade para mudanças na educação, em especial da prática docente, da centrada no professor (ou tradicional) para a centrada nos alunos, de forma a atender os anseios e demandas de conhecimento destes” (MALTEMPI, 2008, p. 60).

Com base nessa realidade, ambientes *blended learning* podem contribuir com aulas de Matemática, de modo que a *internet* seja aproveitada para proporcionar aos estudantes uma aprendizagem mais personalizada, ou seja, aquela em que eles têm maior controle sobre seu processo de aprendizagem (STAKER; HORN, 2012). É claro que existem mais caminhos que podem promover essa liberdade aos alunos em seus estudos (ROSA, 2004; BARROS, 2013), no entanto, ao pensarmos na dinâmica de todos os alunos de uma sala de aula envolvidos em seus estudos, com essa liberdade fomentada pela *internet*, acredito que os pressupostos de ambientes *blended learning* podem orientar nossas ações enquanto professores no desenvolvimento de aulas de Matemática.

Tomando por pressuposto a trivialidade de que a aprendizagem é sempre híbrida (resulta da combinação de vários sentidos produzidos por nós sobre um determinado assunto), faz todo sentido pensarmos em um ambiente híbrido para a potencialização da aprendizagem. Christensen, Horn e Staker (2013, p. 6, tradução minha) usam o termo híbrido para se referir ao surgimento do *blended learning* como uma “inovação híbrida que é uma inovação sustentável em relação à escola tradicional”, a qual, segundo eles, oferece o melhor dos dois mundos, ou seja, do ensino *online* e do tradicional. Assim, esse ambiente híbrido combina recursos *online* com aqueles relacionados à estrutura tradicional de uma sala de aula. Por isso, dado o fato de a *internet* estar cada vez mais presente na vida dos estudantes, a sala de aula tem se tornado um ambiente híbrido quase que de forma natural.

É claro que existem pesquisas que verificam de forma mais específica como tem se configurado a formação de professores, de forma que eles possam fazer uso de recursos da *internet* em suas aulas (FARIA, 2016), no entanto, é importante compreendermos mais sobre

“o uso do *blended learning* pelo professor para estender e suprir o aprendizado na sala de aula com a exploração *online*” (BORBA et al., 2016, p. 606, tradução minha).

Nesse sentido, modelos *blended learning* têm servido para embasar professores nesse tipo de abordagem de ensino (STAKER, 2011). Por exemplo, o modelo sala de aula invertida⁵, que também é comumente conhecido por sua tradução para o inglês *flipped classroom*, no qual o propósito é que o aluno tenha contato com o conteúdo a ser estudado anteriormente à aula presencial, acessando-o *online*. Christensen, Horn, Staker (2013) sugerem que neste tipo de modelo, professores podem aproveitar melhor o horário da aula convencional (na escola) para o desenvolvimento de atividades práticas. Com isso, Valente (2014) discute algumas experiências que elucidam meios em que a sala de aula invertida pode auxiliar o ensino superior, bem como podemos notar nas pesquisas de Abbad, Zerbini e Souza (2010), Li et al. (2013) e de Barcelos (2011), que a predominância do uso de modelos *blended learning* tem tido no ensino superior e cursos de formação continuada. É possível observarmos uma carência de pesquisas que salientam contribuições de ambientes *blended learning* para aulas de Matemática no nível da Educação Básica.

Por outro lado, existem relatos de professores que utilizam plataformas adaptativas como a *Khan Academy* (<https://pt.khanacademy.org/>), para a realização das atividades *online* em ambientes *blended learning* (BACICH; TANZI; TREVISANI, 2015). Inclusive, o uso desse tipo de plataforma tem sido uma característica forte no movimento da sala de aula do século XXI, bem como do *Massive Open Online Course* (MOOC)⁶. No Brasil, o uso de plataformas como essa tem sido incentivado por organizações como a fundação Lemann⁷ e instituições de cursos de formação continuada oferecidos por secretarias de educação, por exemplo, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo⁸.

Concordo com Borba et al. (2016) que ambientes *blended learning* são uma tendência em desenvolvimento na Educação Matemática e assim como Pytash e O'Byrne (2014), entendo que esse tipo de ambiente requer mais pesquisas, principalmente nas salas de aula da Educação Básica. Portanto, questionamentos em torno desse emaranhado de tecnologias e esse leque de possibilidades é o que tem impulsionado a constituição da sala de aula no século

⁵ No capítulo 3 faço uma discussão sobre ambientes *blended learning*, de forma a esclarecer outros modelos *blended learning*.

⁶ Cursos abertos ofertados por meio de plataformas de aprendizagem. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/MOOC>> Acesso em: 23 abr. 2018.

⁷ Disponível em: <<http://www.fundacaolemann.org.br/ensino-hibrido/>> Acesso em: 25 dez. de 2016.

⁸ Disponível em: <<http://www.educacao.sp.gov.br/noticias/confira-cinco-motivos-para-estudar-com-a-ajuda-da-internet>> Acesso em: 25 dez. de 2016.

XXI. Nesse cenário, começaram a surgir inquietações e perguntas que me levaram à investigação relatada nesta tese, sobretudo aquelas que se referem às aulas de Matemática, mais especificamente para o conceito de Função, uma vez que enquanto professora do Ensino Médio, considero esse um grande desafio. Nos capítulos seguintes essa justificativa será melhor esclarecida.

Portanto, prossigo discorrendo sobre os pressupostos teóricos de ambientes híbridos. Para elucidar esse embasamento teórico que suportou a preparação das aulas em ambas as escolas, também apresento características desses ambientes, enfatizando modelos de ensino *blended learning* trazidos por Christensen, Horn e Staker (2013), os quais foram assumidos nessa pesquisa.

1.3 Ambientes híbridos

Em geral, modalidades *e-learning*, ou seja, de ensino que consideram a aprendizagem por meio da *internet*, são oferecidas de forma assíncrona ou síncrona, ou seja, sem o envolvimento de um tutor “ao vivo” ou com o envolvimento de um tutor “ao vivo”, respectivamente (WARD, 2003). Conforme Borba e Linhares (2012), tais modalidades oferecem possibilidades de planejar com antecedência a personalização de caminhos individuais, por exemplo, atividades que envolvam colaboração. No entanto, observo que em muitos casos, o uso de tecnologias se restringe a uma plataforma *online* que serve de repositório de notas, listas e informações.

Nessa direção, Martinho e Jorge (2013) acentuam que o potencial e a necessidade das modalidades *e-learning* devem ser melhor explorados. Para tanto, esses autores sugerem que pelo fato de vivermos em um mundo presencial e *online*, o ensino e a aprendizagem híbrida fazem sentido. Valente (2015) corrobora esse pensamento argumentando que o ele chama de ensino híbrido (aquele que combina formatos *online* e presenciais) decorre de uma mudança em praticamente todos os setores que incorporaram recursos tecnológicos digitais e que, por isso, não pode ser visto como modismo, mas como algo já estabelecido. Em relação ao ensino, Martinho e Jorge (2012) ainda ressaltam que abordagens pedagógicas *blended learning* são modalidades *e-learning* que possibilitam combinar o que há de melhor no ensino *online* com o que há de melhor no presencial. Para eles, quando modalidades *e-learning* complementam o ensino presencial, a experiência de aprendizagem é melhorada globalmente.

Pesquisadores e professores têm assumido diferentes entendimentos para a abordagem pedagógica *blended learning* ou para o que alguns pesquisadores e profissionais da Educação chamam de ensino híbrido. Dentre essas, a mais comum é entendida como a combinação do

ensino presencial com o ensino a distância. Nesse sentido, Legoinha et al. (2006) definem a abordagem *blended learning* como um modelo de ensino semipresencial, no qual se procura integrar o ensino clássico presencial e o ensino a distância por intermédio do computador e *software* específicos. Rodrigues (2010) acentua que no Brasil não é nova a ideia de complementar o ensino presencial com os recursos do ensino a distância e, para exemplificar, o autor refere-se aos projetos de educação a distância por radiodifusão, na década de 1970, e afirma que o crescimento significativo do que chama de modalidade *blended learning* aconteceu com

[...] a criação e disseminação de novas tecnologias educacionais *online*, gerenciadas a partir de um único sistema, os chamados *learning management system*, ou LMS. Essa modalidade de ensino é atualmente conhecida pela expressão *blended learning* (ou b-learning) e as pesquisas sobre esse assunto, além de abundantes, são muito específicas. (RODRIGUES, 2010, p. 5).

Entretanto, este autor afirma que atualmente é possível notar que a discussão de abordagens *blended learning* “não se restringe à conjugação do ensino presencial ao ensino a distância, esse conceito ainda pode congrega a mescla de variados recursos tecnológicos e também a combinação de diferentes métodos de ensino-aprendizagem” (RODRIGUES, 2010, p. 9).

Rosenberg (2002, apud Li et al., 2013) afirma que em 2007, nos Estados Unidos, um tipo de estratégia *blended learning* denominada *flipped classroom*, ou seja, sala de aula invertida, foi adotada por Jonathan Bergmann e Aaron Sams nas aulas de Química ministradas pelos próprios, os quais utilizavam um *software* específico e elaboravam vídeos sobre o conteúdo que seria estudado, disponibilizando para os discentes antes da aula. Desde então eles começaram a defender e promover o que também foi denominado por eles como modelo. Bergmann (2012) salienta que ele e Aaron Sams não foram os primeiros a discutir sobre o modelo, no entanto, eles se consideram pioneiros em termos da Educação Básica. O mesmo autor acrescenta que tal modelo de ensino foi muito mais conhecido em 2007 devido ao *YouTube*, que contribuiu com a propagação dos vídeos.

Tanzi e Trevisani (2015) descrevem que atualmente o termo *blended learning* pode ser compreendido de forma mais abrangente, algo que vai além de dinâmicas, geralmente no ensino superior, em que o ensino presencial é combinado com o ensino a distância por meio de recursos disponibilizados em uma plataforma. Tais autores compreendem que “a expressão ensino híbrido está enraizada em uma ideia de educação híbrida, em que não existe uma forma única de aprender e na qual a aprendizagem é um processo contínuo, que ocorre de diferentes formas, em diferentes espaços” (BACICH; TANZI; TREVISANI, 2015, p. 51).

Christensen, Horn e Staker (2013) utilizam o termo híbrido para se referir à zona híbrida do *blended learning*, onde sugerem modelos híbridos de inovação sustentável em relação à escola tradicional. Ou seja, tais modelos combinam características do ensino *online* e do ensino tradicional, de forma que o ensino *online* não rompe totalmente com as características da escola tradicional. Portanto, como nesta pesquisa as aulas foram embasadas nos modelos de inovação híbrida, em consonância com os últimos autores, vejo sentido em adotar o termo ‘ambiente híbrido’ para os ambientes criados em cada escola, mesmo porque também entendo que esse ambiente potencializa a aprendizagem que é híbrida e contínua.

Conforme enfatiza Wenger (2013), aprender não é uma atividade que realizamos quando paramos de fazer algo, ou seja, estamos sempre nos desenvolvendo. A grande questão é: o que estamos aprendendo? Na comunidade escolar ou fora dela estamos sempre descobrindo algo, apesar disso, nos estudos realizados em uma comunidade escolar há uma intencionalidade fomentada no currículo para que os alunos aprendam algo específico, por exemplo, um determinado conceito matemático. Nessa linha de pensamento me questiono, como professora, sobre como aproveitar melhor o processo contínuo e natural de aprendizagem dos nossos alunos para ensiná-los algo específico e intencionado. Frente a essa preocupação, saliento que ambientes *online* permitem que os alunos percorram seus próprios caminhos, fazendo suas próprias escolhas, enquanto estão engajados no processo de aprender um assunto específico da Matemática (BARROS, 2013). Ou seja, no que se refere à potencialidade da *internet* para que os alunos sigam seus próprios percursos de aprendizagem, sinto-me contemplada na definição que as pesquisas do *Clayton Christensen Institute*⁹, EUA, têm atribuído aos programas *blended learning*:

[...] um programa de educação formal em que um estudante aprende, pelo menos em parte, através da aprendizagem *online* com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, o lugar, o caminho, e / ou ritmo e, pelo menos em parte, em um local supervisionado longe de casa. (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013, p. 9, tradução minha)

Nessa tese, faço uso do termo ambiente híbrido (ou *blended learning*) quando me refiro ao espaço organizado para a promoção do ensino e da aprendizagem escolar (sobre conteúdos curriculares), por exemplo, a sala de aula, que aqui é compreendida além da sua estrutura física, de forma que abrange os espaços *online*, como o grupo no *Facebook*. Além

⁹ Disponível em: <<http://www.christenseninstitute.org/>>. Acesso em: 17 out. 2013.

disso, denomino abordagem *blended learning* ou abordagem pedagógica *blended learning* quando me refiro às ações de ensino nesse ambiente.

Concordo com Christensen, Horn e Staker (2013) que a aprendizagem em ambientes *blended learning* é personalizada, pois os estudantes possuem mais liberdade para fazer escolhas no processo de aprendizagem, o qual combina o uso da *internet* (aprendizagem *online*) com o ensino presencial. Vale ressaltar que o uso da *internet* amplia possibilidades do estudo ocorrer além da sala de aula, logo, a combinação do ensino presencial com o ensino a distância é decorrência da combinação da aprendizagem *online* com o ensino presencial. Acentuo que devido à preparação das aulas terem sido embasadas nos pressupostos teóricos, assumidos na pesquisa, sobre ambientes híbridos, sigo elucidando minha compreensão sobre tais ambientes, incluindo abordagens baseadas nos modelos híbridos dos programas *blended learning* por Christensen, Horn e Staker (2013).

1.3.1 Propostas para abordagens pedagógicas em ambientes híbridos

Relativo ao que Maltempi e Malheiros (2010) apontaram sobre o fim da dicotomia entre o ensino presencial e a distância, Staker (2011) revela um número crescente de escolas que estão introduzindo programas que vão além das formas tradicionais de ensino *online*. Nessas escolas são criados ambientes *blended learning* onde os alunos experimentam, pelo menos, parte de seu tempo de estudo *online* combinado com aulas presenciais. Nesse sentido, ao definir um programa *blended learning*, Christensen, Horn e Staker (2013) asseguram que devido à abordagem *online* o aluno tem algum elemento de controle sobre seus estudos, por exemplo, o tempo, o lugar, o caminho ou ritmo.

Pesquisadores do *Clayton Christensen Institute* têm apontado padrões emergentes em programas híbridos de ensino e classificado tais padrões como modelos *blended learning*. Segundo Christensen, Horn e Staker (2013) estão surgindo, em muitas escolas, o que eles chamam de modelos de *inovações híbridas* e de *inovações disruptivas*. Segundo os autores, inovações híbridas envolvem a nova e a antiga tecnologia. Nesse sentido, o termo híbrido, usado por eles, não se trata da combinação do ensino a distância com o presencial, mas da combinação da nova tecnologia com a antiga. Em contrapartida, as inovações disruptivas substituem a tecnologia antiga pela nova. No Quadro 1 seguem alguns exemplos em setores diferentes da educação:

Quadro 1 - Inovações híbridas e disruptivas

Exemplos	Híbridas		Disruptivas
	Tecnologia antiga	Nova tecnologia	
Carros híbridos	Motores movidos à gasolina	Motores elétricos	Carros apenas com energia elétrica, sem tanques de gasolina.
Sistemas de fotografias híbridos	Fotos de impressão no papel e estação para impressão	Câmeras digitais e <i>softwares</i> de edição como <i>Adobe Photoshop</i>	As câmeras digitais acopladas com o compartilhamento de fotos digitais como <i>Instagram</i>

Fonte: Christensen, Horn e Staker (2013, adaptado).

A vantagem das inovações híbridas é que estas sustentam uma maneira de aproveitar o melhor da tecnologia antiga e o melhor da tecnologia nova. Tais inovações são também denominadas pelos autores como modelos de sustentação. As inovações disruptivas também apresentam suas vantagens, por serem mais customizáveis, acessíveis e convenientes para os "consumidores". Temos como exemplo as fotografias, que para ser impressas requerem impressoras, cartuchos de tintas ou um serviço terceirizado para a execução, já o compartilhamento de fotos digitais elimina todas essas tarefas e custos. Os autores também ressaltam que na maioria das vezes os modelos disruptivos substituem os de sustentação em longo prazo.

Ainda segundo esses autores, no âmbito educacional as inovações híbridas oferecem ao estudante as vantagens da aprendizagem *online* combinada aos benefícios que uma sala de aula pode oferecer. Nesse sentido, as potencialidades de tecnologias digitais, bem como de plataformas de aprendizagem, podem ser exploradas em aulas presenciais, onde vários estudantes se reúnem e podem ser engajados em trabalhos colaborativos.

No Brasil, os modelos disruptivos podem ser especialmente exemplificados por cursos oferecidos inteiramente *online*, os quais muitas vezes dispõem de plataformas de aprendizagem bem estruturadas e que propiciam condições confortáveis aos alunos que eventualmente teriam problemas em realizar o curso no formato presencial. Mas também ressalto que segundo Christensen, Horn e Staker (2013), modelos disruptivos podem ser

aplicados na forma presencial. Entretanto, nos encontros presenciais a estrutura escolar como, a curricular, é totalmente rompida.

Enfim, na Figura 1 podemos conferir propostas de abordagens pedagógicas *blended learning* emergentes nos programas K-12 nos EUA e classificadas por Christensen, Horn e Staker (2013) como: *rotation model* (modelo de rotação), *flex model* (modelo flex), *a la carte model* (modelo à la carte), e *enriched-virtual model* (modelo virtual enriquecido), sendo os modelos de rotação que se encontram no canto esquerdo da Figura 1, os modelos que estão na zona híbrida.

O *modelo de rotação* é aquele em que, dentro de um determinado curso ou assunto (por exemplo, Matemática), os alunos revezam em um horário fixo ou a critério do professor entre modalidades de aprendizagem, em que pelo menos uma delas é *online*. Outras modalidades podem incluir atividades como estudos com grupos pequenos ou com toda a classe, projetos de grupo, tutoria individual e trabalhos de lápis e papel. O modelo de rotação tem quatro submodelos: *rotação por estações*, *rotação de laboratório*, *sala de aula invertida* e *rotação individual*. (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013, p. 28, tradução minha).

Figura 1 - Zona híbrida do *blended learning*



Fonte: Christensen, Horn e Staker (2013, adaptado).

Os submodelos *rotação de estação*, *rotação de laboratório* e *sala de aula invertida*, são classificados por esses pesquisadores como inovações híbridas. Segundo eles, no caso da

rotação de estação, a rotação ocorre dentro da sala de aula. Sendo assim, eles podem visitar várias estações, as quais se diferem na abordagem de um determinado conteúdo. Por exemplo, diferentes atividades, sendo pelo menos uma *online*, e pequenos grupos que contam com a ajuda de tutores, bem como alunos ou professores, onde o trabalho colaborativo é favorecido. Essas variedades podem ser fomentadas por diferentes recursos tecnológicos e ampliam as oportunidades para que os alunos produzam sentido ao conteúdo estudado em situações que se diferem na forma como o conteúdo é oferecido (daí a noção de estação) e, ao mesmo tempo, são complementares entre si.

Na *sala de aula invertida*, segundo Christensen, Horn e Staker (2013), a rotação ocorre entre a escola - para o desenvolvimento de atividades práticas (ou projetos) - e a casa ou outro local diferente da sala de aula, para um contato dos alunos com o conteúdo teórico. Neste sentido, os estudantes entram em contato com o conteúdo antes do momento da aula por meio de interações com materiais sugeridos pelo professor em uma plataforma de aprendizagem, então, durante a aula regular e presencial, é possível que esse conteúdo, estudado previamente pelos estudantes, seja explorado de forma mais prática, por exemplo, em discussões, experimentos, resolução de problemas, entre outros.

Embora uma compreensão comum da sala de aula invertida envolva o fornecimento do conteúdo teórico para os alunos, anteriormente à aula, por meio de plataformas adaptativas como *Khan Academy*, ou vídeos do *YouTube* (ou de outra origem), enquanto que a abordagem prática fica reservada para o momento presencial da aula; entendo a *sala de aula invertida* de forma mais ampla, na qual também é possível que trabalhos práticos sejam desenvolvidos fora do – anteriormente ao – horário da aula presencial. Por exemplo, experimentos podem ser desenvolvidos por grupos de alunos, gravados e compartilhados com os demais estudantes e professores envolvidos em alguma plataforma de aprendizagem e, então, um dos objetivos da aula presencial passa a ser a sistematização e discussão teórica dessas práticas. Ressalto que apesar da divisão pedagógica entre prática e teoria, entendo que não se trata de momentos dissociáveis, pois a prática contém processos de teorização.

Na rotação de laboratório os alunos podem aprender o conteúdo por meio da combinação de momentos na sala de aula e no laboratório de informática, sendo que os momentos *online* não substituem, mas complementam as aulas tradicionais (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013). Este modelo pode ser bem explorado em escolas que disponibilizam laboratórios de informática para o uso pedagógico. Visto que no Estado de São

de Paulo existem programas¹⁰ que incentivam esse tipo de uso, pode ser uma alternativa em algumas¹¹ instituições. Entretanto, Javaroni e Zampieri (2015) apontam que ainda existem desafios a serem enfrentados com relação à infraestrutura de laboratórios nas escolas estaduais de São Paulo.

Os modelos de rotação apresentados até aqui são aqueles de inovação híbrida. Em contrapartida, Christensen, Horn e Staker (2013) referem-se aos modelos *flex*, *à la carte* e *virtual enriquecido* como de inovação disruptivas. Por exemplo, o *modelo flex* é denominado por esses autores como espinha dorsal dos estudantes, pois estes prosseguem em um cronograma individualizado e personalizado, embora na escola. Logo, os alunos seguem seus próprios roteiros de estudos e recebem auxílios dos professores de forma individual, não há instruções dirigidas para todos os alunos ao mesmo tempo, em uma aula. No Brasil, não é muito comum este tipo de escola, entretanto, o Projeto Âncora, que tem como objetivo que os estudantes “sejam autônomos de seu próprio aprendizado e que a escola seja um dos espaços em que este processo aconteça, mas não o único”¹², é um exemplo. Na escola Projeto Âncora¹³, a organização dos alunos não é dividida por série, o plano de estudo é personalizado por meio de roteiros individuais, os alunos decidem sobre o que querem e quando querem estudar, enfim, não há uma organização escolar tradicional.

Segundo Christensen, Horn e Staker (2013), no *modelo à la carte* os alunos cursam uma ou mais disciplinas inteiramente *online*, ocorrendo eventuais encontros presenciais com auxílio de um tutor ou um instrutor. Neste modelo, é provável que a maior parte do curso ocorra de forma *online*, dentro ou fora do campus. Considero que este modelo, no Brasil, pode ser exemplificado pelos cursos semipresenciais, os quais, em sua maioria, ofertam a maior parte do conteúdo de forma *online* e alguns encontros presenciais, com tutores ou professores. Já o *modelo virtual enriquecido* se remete a uma experiência de escola integral, onde dentro

¹⁰ No estado de São Paulo existe o programa ACESSA ESCOLA, o qual foi desenvolvido pelas Secretarias da Educação e de Gestão Pública do Estado de São Paulo, sob a coordenação da Fundação para o Desenvolvimento da Educação (FDE). O objetivo do programa é promover a inclusão digital e social dos alunos, professores e funcionários das escolas da rede pública estadual (Disponível em: <http://www.educacao.sp.gov.br/portal/projetos/acessa-escola>. Acesso em: 03 jul. 2013).

¹¹ Ressalto algumas instituições, pois, apesar da existência do programa, nem todas as escolas possuem um laboratório pronto para ser utilizado pelos alunos.

¹² Disponível em: <<http://educacaointegral.org.br/experiencias/proposta-pedagogica-encoraja-autonomia-na-aprendizagem-de-criancas-e-adolescentes/>>. Acesso em: 27 nov. 2017.

¹³ No ano de 2012, o Projeto Âncora inaugurou uma escola de ensino fundamental com uma inovadora filosofia educacional, inspirada na Escola da Ponte de Portugal, implantando um modelo organizacional de gestão democrática e uma reorganização das estruturas educativas tradicionais. A Escola Projeto Âncora, particular e gratuita, passou a somar-se ao trabalho já executado, possibilitando assim o atendimento integral de cerca de 180 crianças e jovens no ensino escolar e proporcionando diversas atividades complementares. Em 2017, a Instituição passou a oferecer também ensino médio e foi mapeada pelo MEC como uma das 178 instituições legais, inovadoras e criativas do Brasil. Disponível em: < <https://www.projetoancora.org.br/quem-somos>>. Acesso em: 24 abr. 2018)

de cada disciplina os estudantes recebem instruções *online* e presencial, podendo então, fazer uso da estrutura da escola poucas vezes (uma ou duas vezes por semana).

Finalmente, o modelo ‘*rotação individual*’ é aquele que pode variar do híbrido para o disruptivo, pois o estudante possui um roteiro individualizado de estudo e sua principal interação é *online*, já que as aulas podem ser até 100% em ambientes virtuais. Assim, certamente, parte da aula é *online* e a rotação acontece de forma a melhor se ajustar à necessidade do discente. Ou seja, o cronograma é fixo e individualmente personalizado (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013). Esses autores afirmam que, nos EUA, quase todos os estudantes têm acesso às escolas de nível K-12 mantidas pelo governo, por consequência eles não veem a aprendizagem *online* romper com os modelos já existentes. Sendo assim, os autores entendem que apesar da aprendizagem *online* modificar a sala de aula tradicional, provavelmente a inovação híbrida predominará nos EUA, embora preveem que, em longo prazo, os modelos disruptivos substituirão a escola tradicional. Na mesma direção, entendo que *a priori* as inovações híbridas podem ser os primeiros caminhos a serem trilhados no Brasil, uma vez que “assegurar a todos a igualdade de condições para o acesso e a permanência na escola, sem qualquer tipo de discriminação, é um princípio que está em nossa Constituição desde 1988” (BRASIL, 2004, p. 4).

Devido à desigualdade social refletida em nossas salas de aula, má condições estruturais de muitas escolas para a oferta de um trabalho diferenciado em seus espaços, a regência dominante das propostas curriculares em setores públicos e privados de ensino, dentre outras características, assumo essa investigação como ponto de partida, sob pressupostos das inovações híbridas, embora reconheça potencialidades nas sugestões de inovação disruptivas, para a discussão de caminhos para possíveis mudanças de nosso sistema escolar. Nesse sentido, os modelos híbridos de rotação de estação, de rotação de laboratório e de sala de aula invertida foram escolhidos para a constituição dos ambientes híbridos em que o estudo sobre o conceito de Função foi o foco.

1.4. Conceito de Função

Ao se referir à realidade que nós nos esforçamos por compreender, Caraça (1951) apresenta duas características essenciais: interdependência e fluência. A primeira trata-se de que “todas as coisas estão relacionadas umas com as outras” (CARAÇA, 1951, p. 109) e a segunda de que o “mundo está em permanente evolução; todas as coisas, a todo o momento,

se transformam” (CARAÇA, 1951, p. 110). Mas, segundo o autor, tais características nos colocam em situações difíceis quando tentamos estudar algum fato, pois, temos que estudar tudo ao mesmo tempo, uma vez que tudo depende de tudo? Como fixar nossa atenção num objetivo particular?

Nessa direção, Caraça (1951) apresenta a noção do isolado, ou seja, de um recorte da realidade, salientando que o afastamento desse isolado de todo o resto da realidade do ambiente é um erro inicial que vai refletir no resultado do estudo. Tal recorte é o que origina a ideia de conjuntos. O autor caracteriza então, a evolução de um isolado, como um fenômeno natural, ou seja, para ele, explicar um fenômeno é explicar a alteração de um isolado (ou conjunto). Logo, “*explicar um fenômeno é dar o porquê da alteração das qualidades*” (CARAÇA, 1951, p. 119, grifo do autor). O autor elucida que explicar alterações qualitativas requer um aprofundamento no estudo das variações de quantidade.

Assim, Caraça (1951) explana a noção do conceito de Função e enfatiza que se queremos estudar leis quantitativas (variações quantitativas), “*temos que criar um instrumento matemático cuja essência seja a correspondência de dois conjuntos*” (CARAÇA, 1951, p.127, grifo do autor). Segundo o autor, o conceito de variável é uma representação simbólica para esses conjuntos. Aleksandrov et al., (1988) apud Sousa (2004) destaca uma variável como uma representação abstrata de uma grandeza que varia, acentuando que existe uma relação quase direta entre o conceito de variável e o conceito de Função, pois, ambas são generalizações abstratas de variáveis concretas.

Segundo Sousa (2004), em consonância ao que também é exposto por Caraça (1951), o movimento sobre a concepção de correspondência entre conjuntos, está relacionada ao desenvolvimento histórico do conceito de variável que, por sua vez, não é linear, pois surge a partir dos refinamentos dos movimentos dos números, por meio do pensamento humano. E, para a autora, essa constante evolução trata-se da “fluência” trazida por Caraça (1951), portanto, ela afirma que o conceito de Função, que possui uma relação quase que direta com o conceito de variável, descreve movimentos da vida e não está dissociado dela.

Em 1673 o conceito de Função foi introduzido por Leibniz para designar variáveis geométricas associadas a uma dada curva, posteriormente, no século XVIII, ficou menos dependente da curva e passou a significar a dependência de uma variável em termos de outras, expressa por uma fórmula (ÁVILA, 2001). Segundo Ponte (1990), no século XX, a partir do desenvolvimento da teoria de conjuntos iniciada por Cantor, a noção de função foi ampliada, passando então a incluir tudo o que se tratasse de correspondências arbitrárias entre conjuntos numéricos e outros conjuntos (PONTE, 1990).

Ponte (1990) acentua a notação algébrica, a representação geométrica e a ligação com problemas concretos do mundo físico, como elementos essenciais na ideia primitiva do conceito de Funções. Para ele, o conceito de Função seguiu uma evolução própria, a qual teve como cenário a busca pela coerência e generalidade. Assim, “começaram a considerar-se funções às quais não correspondem qualquer expressão analítica, que não são susceptíveis de representação geométrica simples, e que não têm qualquer relação com problemas concretos do mundo físico” (PONTE, 1990, p. 15).

Nessa direção, Ávila (2001, p. 100) explica esse fato como um movimento das descobertas, em que a ideia de função se tornou “inadequada a partir do momento em que os matemáticos começaram a definir funções pelos processos infinitos do Cálculo”. De acordo com Ponte (1990), a evolução não parou e a noção de correspondência passou para a de relação.

Ao destacar funções como instrumentos para o estudo de problemas de variações, Ponte (1990) salienta a ligação da Matemática e da Física. O estudo de funções está associado ao estudo de relações entre grandezas, assim, podemos compreender uma dada grandeza variando no tempo, no espaço ou segundo outras grandezas, ou seja, a interdependência entre variáveis, o que reforça a proximidade exposta por Sousa (2004), entre o conceito de variável e de função.

Diante dos desdobramentos da aplicação da Matemática atual, Ponte (1990) afirma que ela serve como instrumento para o estudo de fenômenos e situações aplicadas a diversas áreas. Essa aplicação é feita essencialmente por meio da noção de modelo matemático que, segundo esse autor e em consonância ao que afirma Stewart (2011), usualmente esse tipo de modelo é constituído por variáveis, relações entre elas e as taxas de variações. Portanto, a noção de função é “de importância central na concepção e no estudo de modelos, qualquer que seja a sua natureza” (PONTE, 1990, p. 6).

Dessa forma, um modelo matemático que descreve diversas situações pode ter diferentes representações. Stewart (2011) elucida que uma função pode ser representada *verbalmente*, quando descrita por palavras; *numericamente*, por meio de tabelas de valores; *visualmente*, a partir de gráficos; ou *algebricamente*, quando explícita por uma fórmula (STEWART, 2011). E, relacionar essas representações é importante para a compreensão desse conceito. No entanto, muitas vezes para o aluno não é tão simples relacionar tais representações, o que segundo Stewart (2011, p. 14) o ajudaria “a ganhar um *insight* adicional

sobre a função”. Diante do exposto podemos compreender a importância de se fazer boas escolhas ao que é pertinente a abordagens pedagógicas para o ensino do conceito de Função.

1.4.1. Abordagens pedagógicas para o estudo do conceito de Função

O conceito de Função pode ser observado a partir de fenômenos que nos rodeiam, e compreendê-lo é fundamental para a análise de muitos desses fenômenos. A partir da análise de modelos matemáticos, ou seja, de uma descrição Matemática de um fenômeno do mundo real (STEWART, 2011), podemos entender o crescimento de uma população, o lucro sobre a venda de um determinado produto, a demanda de uma empresa, o preço a ser pago em uma corrida de táxi, o batimento cardíaco de uma pessoa, entre outros. Nessa direção, um modelo matemático que descreve tais situações pode ser, por exemplo, a representação algébrica ou geométrica de uma Função.

No entanto, existem pelo menos dois desafios no estudo do conceito de Função, o primeiro é que muitos alunos se envolvem com técnicas da álgebra, quando a função é representada algebricamente, sem compreender de fato o conceito. E o segundo é que, em muitos casos, quando um fenômeno é representado por diferentes formas, os alunos não conseguem estabelecer uma relação entre essas representações. Portanto, o professor tem a importante e árdua tarefa de auxiliar os alunos nesses desafios.

Atribuo esses desafios pedagógicos a algumas práticas culturais do ensino da Matemática advindas de concepções de Educação Algébrica, as quais podem ser compreendidas a partir das discussões de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) sobre contribuições para um repensar a Educação Algébrica. Segundo esses autores, uma primeira concepção de Educação Algébrica no século XIX e na primeira metade do século XX, no Brasil e em outros países, é a qual eles chamam de *linguístico-pragmática*. Segundo os mesmos autores, nessa concepção, as técnicas, ainda que mecânicas, prevaleciam como necessárias e suficientes para

que o aluno adquirisse a capacidade de resolver problemas, ainda que esses problemas fossem, quase sempre artificiais, no sentido de que não era a natureza e relevância deles que determinariam os conteúdos algébricos a serem aprendidos, mas a forma como “fabricar” um problema para cuja solução tais e tais tópicos, tidos como indispensáveis, deveriam ser utilizados. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 83).

Nessa direção os autores apresentam as transformações da concepção de Educação Algébrica ao longo da história e nas abordagens pedagógicas, destacando considerações como a de que repensar a relação estabelecida entre pensamento e linguagem é consequência de um

repensar a Educação Algébrica. Nesse sentido, os autores acentuam a necessidade de uma relação de natureza dialética entre o pensamento algébrico e a linguagem, e não de subordinação. Acentuam também que não existe uma única forma de expressar esse pensamento, pois ele pode expressar-se por meio da linguagem natural, aritmética, geométrica ou da criação de uma linguagem própria.

Nessa perspectiva, entendo que o estudo do conceito de Função perpassa por desafios da sua representação algébrica, quando muitas vezes a abordagem pedagógica não prima os cuidados para que os estudantes produzam sentido sobre o significado dessas representações. Tampouco sobre as diferentes representações que expressam também o pensamento algébrico. Assim, compreendo que a *internet* permite um leque de linguagens para que os estudantes produzam sentido sobre as representações de uma Função.

Por exemplo, Romanello (2016) investigou as potencialidades do uso do celular em atividades de investigação sobre o ensino de Função para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Limeira (SP) e observou as potencialidades do aplicativo *Matemática* para a exploração dos gráficos das funções de forma que os alunos tiveram mais liberdade no processo de investigação e aprendizagem. Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), o trabalho reflexivo e analítico sobre situações-problema em abordagens investigativas, facilita a nossa condução e expressão do pensamento, possibilitando uma linguagem simbólica significativa para o aluno. Sendo assim, entendo que assim como Romanello (2016) percebeu as contribuições do uso do celular para o estudo de função naquele ambiente de investigação, outros meios propiciados pela *internet* podem contribuir para a produção de sentido sobre representações algébricas, geométricas, dentre outras, no processo de aprendizagem do conceito de Função.

Maltempi e Mendes (2016) discutem sobre as tecnologias digitais na sala de aula e destacam uma experiência desenvolvida para a investigação de doutorado do segundo autor, que ocorreu em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma turma do curso Ciências Biológicas, na UNESP da cidade de Rio Claro (SP). Os alunos, divididos em pequenos grupos, se envolveram na navegação de um *website* constituído por textos, *aplet* do GeoGebra, *widgets* do *WolframAlpha*, vídeos e *links* para outras páginas da *Web*, para um estudo de conceitos envolvidos no conteúdo de Cálculo. Assim, eles destacaram possibilidades criadas por aquele ambiente para a promoção de vários debates conceituais, por exemplo, sobre a relação de dependência entre as grandezas envolvidas em uma Função. Os autores ressaltam que em tais debates os alunos refletiam sobre conceitos, sem que fosse necessário primeiramente o desenvolvimento de técnicas. E, salientam também não defender

o abandono do estudo dessas técnicas, mas a necessidade do aproveitamento das potencialidades das tecnologias para se voltar às questões mais conceituais.

Nesse sentido, vejo as potencialidades de um ambiente híbrido para que alunos do Ensino Médio também se envolvam em discussões conceituais sobre a relação entre grandezas de um fenômeno representado algébrica ou geometricamente por uma Função, o que considero como essencial no conceito de Função. Mesmo porque nesse ambiente, com mediação da *internet*, os alunos podem explorar outras representações, como a linguagem natural ou qualquer outra, para expressarem seus sentidos produzidos sobre o conceito de Função.

Assim, o aproveitamento da *internet* no ambiente híbrido pode contribuir para abordagens pedagógicas no estudo do conceito de Função, em que os alunos tenham a oportunidade de se envolver em um processo de análises, sínteses, comparações, abstrações e generalizações teóricas, ou seja, um processo que segundo Davydov (1990) caracteriza um pensamento teórico. Nesse sentido, o ambiente híbrido pode oportunizar abordagens que envolvam uma experiência empírica para que os alunos, por exemplo, interpretem um fenômeno físico e em um processo superior de análise, o que Davydov (1990) chama de abstração, generalizem um pensamento teórico sobre a relação entre as grandezas envolvidas nesse fenômeno e a interpretem nas diferentes representações, como, as algébricas e geométricas, da Função que descreve essa relação.

Saliento que a escolha do conceito de Função para o estudo da presente pesquisa foi negociada com as professoras de cada escola, o que esclareço no capítulo 3. Elucido também que, para tanto, foram escolhidas duas escolas públicas com características distintas e a abordagem *blended learning* não foi enquadrada na pesquisa como suficiente para o estudo do conceito de Função, mas um meio para que a *internet* fosse explorada em sala de aula, a qual a transforma e é transformada devido à sua complexidade. Prossigo então, elucidando a cultura escolar e a sala de aula, para facilitar a leitura e a interpretação das análises narrativas sobre as abordagens pedagógicas que envolvem o estudo do conceito de Função, as quais ocorreram no contexto do ambiente híbrido.

2 CULTURA ESCOLAR E A SALA DE AULA

Neste capítulo, inicio a discussão tangenciando ideias pedagógicas inspiradas em Lev Semenovitch Vygotsky (1896-1934) para apontar a necessidade de investigações que considerem o contexto sociocultural. Na sequência há uma explanação sobre a sala de aula como uma Comunidade de Prática sob as perspectivas de Lave e Wenger (2002), bem como um sistema complexo sob a perspectiva de Davis e Sumara (2006), para um embasamento teórico de discussões pertinentes a esta pesquisa. Acentuo que o principal cenário do estudo foi a sala de aula, onde culturas são aprendizagens socialmente produzidas e expressas por meio de várias ações, tais como aquelas relacionadas aos processos de ensinar e aprender. Portanto, neste capítulo apresento pressupostos teóricos como a Ciência da Complexidade, os quais nos auxiliam a compreender um ambiente híbrido a partir da perspectiva da sala de aula como um sistema complexo. Assim, a compreensão sobre as práticas culturais de ensinar e aprender(re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela internet em um ambiente híbrido pode ser melhor concebida nas discussões e análises deste trabalho.

2.1 Investigações em um contexto sociocultural

À luz de uma perspectiva Vygotskiana nesta pesquisa, a *internet* assume um papel mediador de artefato. Em linhas gerais, a ideia de um artefato é mais ampla e inclui a ideia de ferramenta, a qual, segundo Daniels (2003), Vygotsky subdivide em ferramentas psicológicas e técnicas, sendo que a primeira se dirige à mente do sujeito e ao comportamento e a segunda se dirige diretamente ao objeto. Por exemplo, para compreender um determinado conceito de Matemática que será cobrado numa prova (objeto/motivo) vou resolver uma lista de exercícios, uma ferramenta técnica; mas, para me lembrar de resolver essa lista de exercício, faço, por meio de uma caneta, uma marca em minha mão, ou seja, uma ferramenta psicológica, um signo, o qual me remeterá à necessidade de resolver a lista. Assim, ambas as descrições de ferramentas, bem como a linguagem (na maioria das vezes, a humana), são entendidas por diversos autores pós-vygotskianos como artefatos. Além de que, artefato é “como algo impregnado de significado e valor por sua existência num campo de atividade humana” (DANIELS, 2003, p. 25).

Tendo em vista que a *internet* é um artefato que serviu como um meio pelo qual os alunos, as professoras e eu, agimos sobre fatores sociais, culturais e históricos, ela assume um papel de mediação intencionada nas aulas de Matemática, no entanto estas não se restringem

somente a esse tipo de mediação. Nesta pesquisa as aulas de Matemática emergiram num processo que, baseada em Cole (1996, apud DANIELS, 2003), interpreto como dual, ou seja, aquele em que formamos a cultura e somos formados por ela, em que as dicotomias entre sujeito e objeto, pessoas e meio ambiente, entre outras, não podem ser analisadas de forma separada.

Nesse processo dual, surgem as contradições, as quais eram concebidas por Vygotsky como uma visão de mundo dialética, isto é, os pensamentos opostos eram vistos como unidos entre si no todo contínuo, seria o discurso das ideias, o desenvolvimento do pensamento (DANIELS, 2003). Daí surgiram discussões em torno do desenvolvimento de interiorização e de participação cultural, em que o primeiro se preocupa mais com as transformações de funções sociais em habilidades individuais e, o segundo, considera o processo da transformação da participação individual em atividade sociocultural (MATUSOV, 1998).

A discussão em torno de interiorização e participação cultural também reverberou a insuficiência de um único nível para compreender o desenvolvimento de diversas questões no âmbito pedagógico, portanto, os dois são vistos como complementares por muitos pesquisadores. Entretanto, Daniels (2003) elucida que ainda assim, no âmbito pedagógico, a maior parte dos esforços foi feita para compreender o movimento do social para o individual e não o inverso, apontando para a necessidade de investigações que considerem o contexto sociocultural.

A exemplo, Ratner (1997, apud DANIELS, 2003) observa que nos trabalhos de Vygotsky a análise social ignora o mundo real da práxis social, reduzindo-se mais a análises semióticas. Vygotsky discutiu “a importância da linguagem e da escolarização para o funcionamento psicológico, mas deixou de examinar os sistemas sociais em que essas atividades ocorrem e se refletem” (RATNER, 1997, apud DANIELS, 2003, p. 173). Portanto, concordo com Daniels (2003, p. 168) que “para compreender o todo conectado de uma prática pedagógica, não podemos negligenciar algumas de suas partes, embora sejam mais ardilosas”.

Sendo assim, quando a *internet* é considerada um artefato nas aulas de Matemática, a metodologia de ensino que faz uso dela não pode ser considerada de forma isolada de um contexto sociocultural que deve ser interpretado. No caso desta pesquisa, quando busco compreender práticas culturais de ensinar e aprender (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela *internet* num ambiente híbrido, considero que a emergência de fenômenos nessas aulas resulta em uma adaptação da sala de aula. Então, tais adaptações refletem a constituição e a reconstituição de culturas, já que ações que fazem parte dos

processos de ensinar e aprender em aulas de Matemática são culturalmente constituídas em uma comunidade de prática (LAVE; WENGER, 2002).

2.2 A importância da cultura das salas de aula como Comunidades de Práticas

“Somos portadores e produtores de cultura e, ao mesmo tempo, produzidos pelas culturas” (FARIAS; MENDES, 2014, p. 16), logo as salas de aula são comunidades concebidas pela diversidade de culturas, bem como uma realidade coletiva que as produz a todo o tempo. Assim, as salas de aula das escolas A e B são compreendidas como principais cenários desta pesquisa, onde emergem práticas que refletem diversas culturas e que se tornam culturas o tempo todo.

Concordo com Farias e Mendes (2014) que não faz sentido a discussão sobre a educação isolada da cultura, uma vez que a educação faz parte dela. Logo, resalto com esses autores que é importante que o professor perceba que a sala de aula é marcada pela heterogeneidade, diversidade e singularidade dos estudantes. Além disso, compreendo que os sistemas educacionais devem reconhecer, em suas medidas, essas características em coletivos de estudantes e professores, que compõem comunidades chamadas de salas de aula. Nessas comunidades, práticas dos processos de ensino e aprendizagem ecoam a cultura da própria sala de aula que, por sua vez, refletem as culturas da política organizacional que rege uma escola e, assim acontece com outras culturas, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Práticas de ensinar e aprender refletem culturas de diversas comunidades



Fonte: Elaborado pela autora

À vista disso, faço uso das palavras de Wenger (2013) para evidenciar as práticas nos processos de ensino e aprendizagem como resultados da nossa participação em diversas comunidades:

Todos nós pertencemos a comunidades de prática. Em casa, no trabalho, na escola, em nossos passatempos – em qualquer dado momento, pertencemos a diversas delas. E as comunidades de prática a que pertencemos mudam no decorrer das nossas vidas, pois elas, de fato, estão em toda parte. (WENGER, 2013, p. 249).

Ou seja, sob a ótica desse autor, mesmo que a maioria das comunidades de práticas que pertencemos não tenha nome e nem cadastro de participação, elas são parte integral das nossas vidas diárias. Entretanto, Wenger (2013) reforça a razão de “afiar” o conceito, ou melhor, sistematizá-lo, para torná-lo mais útil como ferramenta de pensamento. Nessa direção, Wenger (2001) acentuou três elementos necessários para distinguir uma Comunidade de Prática de outras comunidades: a) domínio comum, ser uma comunidade e ter uma prática em comum. Assim, respectivamente, é importante que a comunidade possua uma identidade bem definida por um interesse, conhecimento, ou qualquer outro domínio compartilhado; b) desenvolver práticas em torno do domínio comum, os membros desenvolvem ações conjuntas e discussões, construindo relacionamentos que asseguram a aprendizagem compartilhada; c) por fim, os membros precisam ser praticantes, ou seja, para a sustentação e manutenção do grupo é preciso desenvolver um conjunto de compartilhamentos, tais como, experiências, histórias, ferramentas, ações relacionadas a problemas recorrentes, entre outros.

É interessante notar que o termo “Comunidade de Práticas” criado por Lave e Wenger (2002), tem inspirações na antropologia e na teoria social, que tem o foco da aprendizagem como participação social. Segundo Wenger (2013), essa participação é um processo que vai além de envolvimento em determinadas atividades e com certas pessoas. Participar é um processo de construir identidade em relação às comunidades nas quais o processo de ser participante ativo é mais abrangente. Por exemplo, a participação em uma equipe de professores, que trabalha em um determinado projeto escolar, é um tipo de ação e de pertencimento, em que a participação molda o que fazemos, quem somos e como interpretamos nossas ações.

Lave e Wenger (2002) enfatizam que a participação típica de uma teoria social é um conjunto de relações em evolução, continuamente renovado. Para esses autores a teoria de prática destaca a interdependência relacional de agente e mundo, o caráter socialmente negociável do significado¹⁴ e o caráter interessado, vindo do pensamento e das ações das pessoas em atividade. O “aprender, pensar e saber são relações entre pessoas em atividade no mundo, com o mundo e surgidas do mundo socialmente e culturalmente estruturado” (LAVE;

¹⁴ Nossa capacidade de experimentar o mundo e o nosso envolvimento com ele como algo significativo.

WENGER, 2002, p. 168). Esse mundo é socialmente constituído e o conhecimento desse mundo é socialmente mediado e não tem fim. Assim, segundo os autores, a aprendizagem pode ser pensada como produção, transformação e mudança histórica das pessoas, o que compreendo ser consoante a cultura produzida em uma comunidade, visto que:

[...] cultura se expressa em significados, valores, sentimentos, costumes, rituais, instituições e objetos que circundam a vida individual e coletiva da comunidade. Como consequência de seu caráter contingente, parcial e provisório, ela não é um algoritmo matemático que se cumpre infalivelmente, mas deve ser concebida como um texto aberto, sujeito a sucessivas interpretações e transformações. (COSTA; FIORENTINI, 2007, p. 4).

Assim, na comunidade sala de aula as culturas podem ser expressas em práticas nos processos de ensino e aprendizagem, em regras internas e externas que regem o andamento dessa comunidade, no currículo, nos significados, nos valores, dentre outros. Dito isso, atribuo nesta pesquisa, ao termo cultura escolar, todas as culturas que são refletidas e identificadas como práticas na comunidade escolar, fazendo parte da constituição da mesma.

É importante elucidar que a escola é uma comunidade que abrange várias outras, aquelas que são formalmente pensadas, como as próprias salas de aula, mas também aquelas que surgem nas brechas de um sistema, por exemplo, os grupos de amigos no intervalo. Isso traz sentido ao que Wenger (2013) afirma sobre o aprender, pois para ele o aprender não está atrelado somente à sala de aula, é uma relação automática que fazemos o tempo todo:

Não é algo que fazemos quando não fazemos outra coisa ou paramos de fazer quando fazemos outra coisa. Existem momentos em nossas vidas em que a aprendizagem é intensificada: quando problemas abalam o nosso senso de familiaridade, quando somos desafiados além da nossa capacidade de reagir, quando desejamos nos envolver em nossas práticas e quando tentamos participar de novas comunidades. Também existem ocasiões em que a sociedade nos coloca explicitamente em situações onde a questão da aprendizagem se torna problemática e exige nosso foco: assistimos a aulas, memorizamos, fazemos exames e recebemos um diploma. (WENGER, 2013, p. 251).

Em consonância com este autor compreendo que mesmo quando não aprendemos o que é esperado por alguém em uma determinada situação, aprendemos outra coisa em seu lugar. A aprendizagem “faz parte da nossa participação em nossas comunidades e organizações” (WENGER, 2013, p. 252). Portanto, é muito importante o que pensamos sobre a aprendizagem para nossas ações numa comunidade como a sala de aula, pois essa é um sistema complexo onde, ao mesmo tempo em que atuamos enquanto professores a fim de

provocar a aprendizagem de conteúdos específicos, muitas outras aprendizagens estão ocorrendo.

Nesse sentido, a inter-relação entre aprendizagens em uma determinada comunidade reflete uma diversidade de culturas ali presentes e produz novas culturas naquela comunidade. Também sabemos que as comunidades em que estamos inseridos são resultantes da inter-relação entre comunidades em que estamos constantemente aprendendo, ou seja, as comunidades também aprendem. Para Wenger (2013, p. 251), esse aprender das comunidades “é questão de refinar a sua prática e garantir novas gerações de membros”. Em vista disso, denomino comunidades com base em Davis e Simmt (2003, p. 138, tradução minha), como sistemas de aprendizagem, nos quais a aprendizagem é caracterizada em termos de “comportamentos adaptativos quando o aprendizado é compreendido em termos de adaptações recorrentes, elaboradas recursivamente, por meio das quais os sistemas mantêm sua coerência dentro de suas circunstâncias dinâmicas”.

Assim sendo, a sala de aula é entendida nesta pesquisa como um sistema adaptativo e auto-organizado, ou seja, um sistema que aprende em circunstâncias dinâmicas e que, portanto, é denominado um sistema complexo (DAVIS; SIMMT, 2003). Portanto, sigo explanando essa perspectiva da Ciência da Complexidade, a qual embasou a discussão dos dados.

2.3 Ciência da Complexidade

Há um crescente número de pesquisas sobre Ciência da Complexidade exploradas em diversas áreas do conhecimento, como aquelas em neurociências, meteorologia e economia, desenvolvidas no *Santa Fe Institute*¹⁵, uma comunidade de pesquisa multidisciplinar nos Estados Unidos. O pensamento complexo ou a Ciência da Complexidade (DAVIS; SUMARA, 2006) é um trabalho interdisciplinar que estuda fenômenos coletivos que demonstram auto-organização, emergência e adaptação. A observação de Aristóteles que revela que “o todo pode ser maior que a soma das partes”, bem demonstra a não trivialidade de estudos de fenômenos pelos quais os pesquisadores da complexidade se interessam.

Maria da Conceição de Almeida, coordenadora do primeiro Grupo de Estudos da Complexidade da América Latina¹⁶, no Brasil, destaca o diálogo da interciência, que não

¹⁵ Disponível em: www.santafe.edu. Acesso em: 03 fev. 2017.

¹⁶ Disponível em: <http://www.grecom.ce.ufrn.br/>. Acesso em: 03 fev. 2017.

consente na redução de uma disciplina à outra (ALMEIDA, 2010). Para tanto, a autora se remete ao que Ilya Prigogine, co-fundador do atual Centro para Sistemas Quânticos Complexos, na Universidade do Texas, declara:

O apelo às ciências da complexidade não significa que estejamos sugerindo que as ciências sejam reduzidas à Física. Nossa empreitada não é de redução, mas de conciliação. Conceitos introduzidos das ciências da complexidade podem servir como metáforas muito mais úteis do que o tradicional apelo a metáforas newtonianas. (PRIGOGINE, 2002, apud ALMEIDA, 2010, p. 12).

Digo isso, pois, assim como Almeida (2010, p. 13), compreendo que qualquer ideia, desde as mais simples às mais elaboradas, se legitima por requerer “diálogo, refratibilidade, proximidade entre concepções opostas, escolhas, convencimento e recusa; requer também uma atitude de permanente observação dos fenômenos que supúnhamos explicados para sempre”. Ou seja, conforme a mesma autora salienta, a complexidade admite a incumbência de zelar por princípios que descrevem as ciências e as tornam distintas de sistemas de ideias sinalizados pelo rigor doutrinário, às vezes dentro da própria Ciência.

Quando Prigogine (2002), apud Almeida (2010), se refere ao tradicional apelo a metáforas newtonianas, traz sentido ao fato de pensadores da complexidade recorrerem a limitações de mecanismos newtonianos para a descrição de fenômenos complexos. Segundo Davis e Simmt (2003, p. 138, tradução minha), um fenômeno complexo é adaptativo e emergente, isto é, “composto por – e surgem nas – atividades co-implicadas de agentes individuais”. Almeida (2010) reitera que o termo *emergência* é interpretado por alguns pesquisadores da complexidade como algo novo, ao acaso, não previsível. Enfim, Davis e Simmt (2014) afirmam que o surgimento da pesquisa no campo da complexidade foi reconhecido porque há fenômenos emergentes, os quais não podem ser compreendidos em termos de dinâmicas simples de causa e efeito, como fenômenos de interesse central dos estudos de Newton. Estes fenômenos são caracterizados por pesquisadores da complexidade como *sistemas simples*, os quais as partes podem ser caracterizadas com detalhes, bem como as interações delas, possibilitando a previsão do comportamento do sistema.

Nessa direção, Clarke e Collins (2007) discorrem sobre as ideias de Warren Weaver, um dos pioneiros preocupado em entender fenômenos complexos. Na obra *Science and complexity (1948)*, Weaver trilha um caminho para elucidar os esforços para a compreensão do que é complexo e o que não é complexo, no período em que cientistas classificavam fenômenos em duas principais categorias: simples e complicados. Nos dois casos, a soma das partes constitui o todo. Frente aos pressupostos de Weaver apud Clarke e Collins (2007) e

Davis e Simmt (2003), esses autores esclarecem que em sistemas simples os fenômenos são determinados pela interação de poucas variáveis, por exemplo, trajetória órbita e colisões de bolas em uma mesa de bilhar, e seus resultados são possíveis de serem previstos, com precisão, por cientistas. Enquanto que em sistemas complicados, são envolvidas muitas variáveis na interação e seus resultados são difíceis de serem previstos com precisão. Entretanto, neste último caso, ao longo de um período de tempo, com uma análise cuidadosa, documentada e muitas vezes com auxílio de ferramentas estatísticas, somos capazes de chegar a boas aproximações dos resultados.

Em sistemas complicados, mesmo que o comportamento dos agentes do sistema possa ser totalmente ou parcialmente desconhecido, ainda assim o sistema como um todo deve possuir um ordenamento e propriedades médias analisáveis, por exemplo, a partir de ferramentas matemáticas e estatísticas. Vou exemplificar um sistema complicado com um gás, pois este é composto de moléculas, as quais podem ser visualizadas como pequenas esferas que se movimentam no espaço e colidem. No entanto, cada unidade molecular possui um comportamento bem definido que pode ser completamente caracterizado por uma Função Matemática (posição e velocidade). Embora seja quase impossível saber exatamente a posição e a velocidade de uma molécula em certo instante do tempo, o comportamento das moléculas é bem definido em termos de funções de movimento, e também o gás apresenta propriedades médias regulares. Entretanto, conforme reiteram Davis e Sumara (2006, p. 11, tradução minha), sistemas simples e complicados, “são mecânicos. Eles podem ser completamente descritos e razoavelmente previstos com base em regras precisas”.

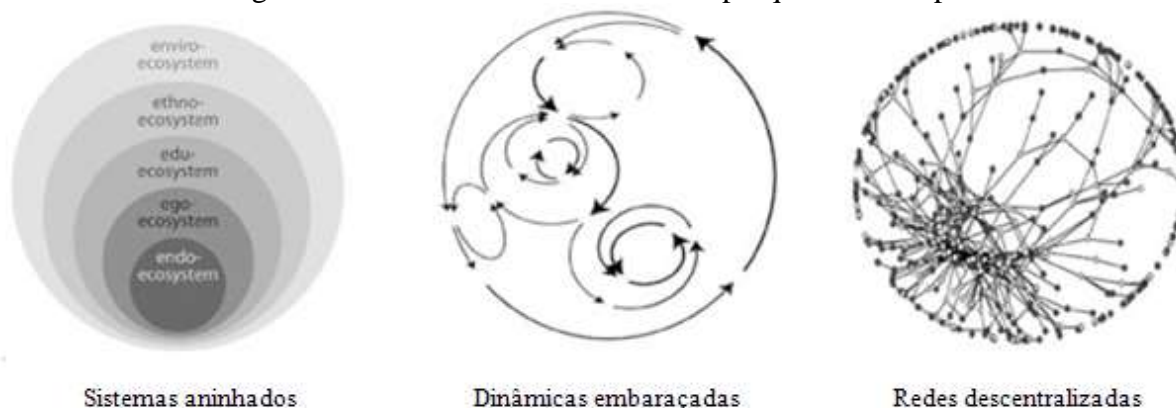
Assim, os *sistemas complexos* surgem como uma terceira categoria observada por Weaver (1948) apud Clarke e Collins (2006), a qual também envolve muitas variáveis, entretanto, os resultados são raramente previsíveis. Conforme salientam Davis e Sumara (2006, p. 11, tradução minha, grifo meu), “as regras que governam *sistemas complexos* podem variar dramaticamente de um sistema para o outro”. Portanto, de fato, um sistema complexo não pode ser entendido somente pela soma das partes, mas como esclareceram Davis e Simmt (2003), ele emerge das inter-relações e interações entre as partes, ou seja, é um produto das partes. Nessa direção, Ambrósio (2007, p. 486) afirma que “compreende-se cada vez mais que não é a adição do conjunto de pontos de vista e das contribuições parciais que nos ajuda a compreender a globalidade de um problema real”. Em consonância com essa linha de pensamento, Almeida (2012) descreve o complexo como algo não determinístico, não linear e instável. Ela realça que fenômenos complexos são caracterizados pela instabilidade, pela

variação imprevista e, portanto, não são regidos por leis universais e imutáveis, ou seja, não é possível inferir uma sequência linear de sua dinâmica.

Davis e Simmt (2014) reforçam que as transformações do sistema ocorrem por meio de interações e relações que geram a possibilidade de novos eventos emergentes, entidades e fenômenos. Em sistemas complexos, as partes do sistema interagem e se combinam de tal maneira que uma nova unidade pode ser observada, não explicada como a soma delas e transformada como resultado de suas interações (CLARKE; COLLINS, 2006; DAVIS; SIMMT, 2014). Em vista disso, pesquisadores como Davis e Simmt (2003) e Davis e Sumara (2006) sugerem que a Ciência da Complexidade pode ser descrita como uma ciência de sistemas de aprendizagem, no qual aprendizagem é entendida em termos de comportamentos adaptativos de fenômenos que surgem na interação de vários agentes. Ou seja, *um sistema complexo é também compreendido como um sistema que aprende, ou melhor, de aprendizagem.*

No campo da Educação, esses fenômenos são sistemas aninhados que aprendem (DAVIS; SIMMT, 2003). Por exemplo, uma pessoa é um sistema de aprendizagem e, segundo Varela (1994), dentro de seu corpo seu sistema imunológico é um sistema de aprendizagem, a sala de aula da qual essa pessoa faz parte é um sistema de aprendizagem (CLARKE; COLLINS, 2006; SIMMT, 2015; BARROS; SIMMT; MALTEMPI, 2017), a escola em que a sala de aula está inserida também é parte de um sistema de aprendizagem (PRECIADO-BABB; METZ; MARCOTTE, 2015) e assim por diante. A Ciência da Complexidade assume uma perspectiva de aprendizagem que não foca somente no aprendiz individual, mas num conjunto de sistemas de aprendizagem aninhados que abarcam produtos, relações e dinâmicas que coimplicam na aprendizagem individual e coletiva. Devido à preocupação das pesquisas irem além da descrição de sistemas complexos, para análises de similaridades, estruturas e dinâmicas, Davis e Simmt (2014) apresentam três exemplos clássicos considerados em pesquisas no campo da complexidade que enfatizam o movimento de sistemas complexos.

Figura 3 - Metáforas visuais dentro da pesquisa de complexidade



Fonte: Davis e Simmt (2014, p. 469).

Segundo esses autores, desde a virada do século, a ênfase das pesquisas no campo da complexidade tem se tornado mais pragmática, ou seja, não se preocupam somente em identificar emergências, mas com “mais esforços deliberados para desencadear a sua existência, apoiar o seu desenvolvimento e existência” (DAVIS; SIMMT, 2014, p. 469, tradução minha). Os autores acentuam que há um esforço nas pesquisas atuais em ocasionar, suportar e sustentar a existência de fenômenos complexos. Portanto, segundo os autores, as pesquisas na Educação enfatizam múltiplos níveis de organização, como alunos individuais, salas de aula, escolas, cidades a que as escolas pertencem, conhecimento de disciplinas, sociedade, dentre outros. Os autores ainda especificam dinâmicas entre professores e alunos, alunos e alunos, conhecimento e ação, entre ideias, entre associações complexas, dentre outras. Enfim, devido a essa gama de interesses e possibilidades nas pesquisas, as metáforas visuais da Figura 3 fazem sentido para ilustrar o movimento e a interligação de sistemas de aprendizagens em termos de investigação.

Diante do que foi exposto, entendo que olhar para a sala de aula, a partir da complexidade, permite que resultados de investigações não sejam engendrados a metodologias de ensino adotadas, ações isoladas e muito menos a tecnologias escolhidas. Por essa razão, faz-se necessário compreender a sala de aula como um sistema complexo que define – e é definido por – interações entre agentes ao longo de sua história. Nessa direção, quando me refiro à sala de aula como uma Comunidade de Prática, não me distancio da definição de um sistema complexo. Pois, as partes constituintes dessa comunidade, tanto no domínio físico (alunos, professores), quanto no domínio do conhecimento (ideias matemáticas e regras), bem como no domínio da prática (aquelas relacionadas aos processos de ensino e

aprendizagem) podem ser compreendidas como agentes que interagem e disparam a emergência de uma unidade maior, coerente e também complexa, ou seja, que não é resultante da soma dessas partes, mas de uma aprendizagem orgânica do próprio sistema, pois esse é autoadaptativo de um coletivo de emergências.

2.3.1 A auto-organização da sala de aula

Pesquisadores como Davis e Sumara (2006) identificaram dinâmicas e características de sistemas complexos tal como a auto-organização (*self-organization*), a qual é foco do meu interesse na análise dessa pesquisa. A auto-organização dos sistemas, ou seja, a organização espontânea de grupos de indivíduos (coletivos) resulta das ações e interações de agentes autônomos que passam a estar interligados e co-dependentes. Conforme Almeida (2012), o complexo se constrói e se mantém pela auto-organização, o que é uma característica do sistema que trata internamente suas informações, de forma que as regenera, as modifica e gera novos padrões de organização.

Davis e Sumara (2006) evidenciam que a auto-organização ou emergência - como equiparam - é a característica mais importante da complexidade para fins de pesquisa educacional, entretanto, a mais difícil de apreciar. Uma das dificuldades que sugerem é que “as condições específicas e os mecanismos de sua ocorrência [de emergência] podem variar dramaticamente entre situações” (DAVIS; SUMARA, 2006, p. 81, tradução minha). Entretanto, os próprios autores ressaltam que apesar de ser difícil, não deve ser ignorado. Consoante à importância de emergências e a necessidade de as análises enfatizarem o pragmatismo nas pesquisas sobre a complexidade no campo da Educação, concordo com Davis e Simmt (2003) que são importantes os trabalhos que tentem ir além de descrições de aprendizagem, incluindo recomendações para o ensino quando este considera a complexidade de sistemas.

Faço agora uma analogia com a discussão de Wenger (2013) que se refere à dinâmica de comunidades de práticas como algo familiar em nosso dia a dia, pois somos rodeados de comunidades que se transformam a todo o tempo para que essas sejam mantidas em um funcionamento natural. A título de exemplo, o autor explica que famílias estabelecem um modo de vida habitável, cuja meta de sobreviver juntos é importante, logo, mesmo quando algumas famílias se desfazem, os membros criam meios de continuar se relacionando. Nesse sentido, vejo que é possível considerarmos esse tipo de dinâmica como auto-organização orgânica de sistemas complexos (comunidades).

Nessa direção, ao denominar a sala de aula como uma Comunidade de Prática ou um sistema complexo, também a compreendo como um sistema resultante da – que aprende na – interação de outros sistemas de aprendizagem. Ou seja, é uma resposta orgânica de uma dinâmica de auto-organização e adaptação do sistema, que sempre o transforma. A transformação de um sistema é a resposta da aprendizagem desse sistema, a qual emerge como consequência da aprendizagem de outros, ou seja, de um coletivo de aprendizagem. É importante salientar que “a aprendizagem é algo que podemos pressupor – independentemente de a enxergarmos ou não, de gostarmos da maneira como ocorre ou não, de estarmos aprendendo a repetir o passado ou abandoná-lo” (WENGER, 2013, p. 252).

Portanto, o que nossos estudantes aprendem na escola não é algo isolado do mundo, todos nós aprendemos em todas as situações e, essas aprendizagens, constituem coletivos de aprendizagem nesse sistema complexo que é a escola, bem como na sala de aula. Em termos de análise, podemos nos interessar por compreender a aprendizagem de agentes específicos, os quais alimentam o sistema complexo em suas interações. Por exemplo, a aprendizagem como transformações em estruturas cognitivas internas. Entretanto, também podemos nos interessar pela aprendizagem do próprio sistema, o qual resulta de coletivos de aprendizagem que se relacionam. Lebert-Sereni et al. (2007) citam a autonomia do sistema como um exemplo de aprendizagem ou consequência da auto-organização do próprio sistema.

Enfim, este é um ponto importante para a nossa reflexão! Se a auto-organização e a adaptação de uma sala de aula são processos naturais desse sistema (ou comunidade), por que muitas vezes as ações pensadas sobre ela desconsideram essa dinâmica? Vejo que isso é resultante de recomendações que desconsideram a complexidade da sala de aula, colocando adiante, por exemplo, razões mais convenientes em termos da política que rege a instituição. Nesse sentido, Lebert-Sereni et al. (2007, p. 482) ressaltam que no campo da formação, produções científicas “se esforçam por não reduzir a complexidade ao que se pensa poder dominar, mas reconhecem também o que nos escapa, como impossível de compreender absolutamente”.

Assim, para nos afastarmos do risco de estabelecermos modelos de ensino como, segundo as palavras de D’Ambrosio (2005), um “referencial inidôneo”, considero que para se definir práticas de ensino “pode ser útil se concentrar na parte do movimento que é propriamente uma vertente do estudo matemático” (DAVIS; SIMMT, 2014, p. 469), sobretudo para explorar caminhos criados pela interação das condições sociais, culturais e do próprio conteúdo matemático, para a evolução do currículo e abordagens do ensino.

Nessa direção, assim como Davis e Simmt (2003), compreendo que as decisões do planejamento de ensino e aprendizagem são mais em torno de limites e condições do que sobre ações, meios e resultados predeterminados. Ou seja, o planejamento requer mais orientações proscritivas ao invés de prescritivas. Entendo, com os mesmos autores, que orientações prescritivas são para as ações que são permitidas em um ambiente, enquanto que aquelas proscritivas especificam apenas o que é proibido (ou seja, tudo o que não é proibido é permitido). Destarte, as proscritões estabelecem os limites do comportamento, ao mesmo tempo em que expandem a esfera do que é possível (DAVIS; SIMMT, 2003). Isso não significa “um abandono das restrições, mas uma mudança no pensando sobre os tipos de restrições que são necessárias para a geração de uma atividade” (DAVIS; SIMMT, 2003, p. 155, tradução minha). Pois, consoante a esses autores, as aulas planejadas são antecipações que abrangem ações e interações entre os estudantes, nas condições de complexidade de uma sala de aula, enquanto que as aulas realmente vividas podem desencadear emergências de um pequeno grupo de estudantes para outra unidade complexa coletiva, como todos os discentes de uma sala de aula. Nesse sentido, o planejamento das aulas pode ser reconsiderado com base nas limitações e nas condições em que o professor desenvolve suas ações.

Pesquisas têm revelado características de sistemas complexos, tais como, emergentes, auto-organizados, sensíveis ao contexto e adaptativos (JOHNSON, 2001), o que pode ajudar o educador ou pesquisador a perceber necessidades de ações proscritivas para a manutenção desses sistemas. Dessa maneira, Davis e Simmt (2003) revelam cinco condições, relevantes para a investigação descrita nesta tese: diversidade interna, redundância, controle descentralizado, aleatoriedade organizada e interações entre vizinhos (Quadro 2).

Quadro 2 - Condições de complexidade discutidas por Davis e Simmt (2003)

Diversidade interna	A capacidade de ação inteligente de um sistema complexo é baseada, em parte, nos agentes, produtos e interações da diversidade dentro desse sistema. A diversidade interna também aumenta a viabilidade e adaptabilidade do sistema em seu ambiente.
Redundância	A redundância entre os agentes e suas ações é necessária para fortalecer um sistema e a capacidade de interação entre os agentes, além de possibilitar aos agentes compensar as falhas uns dos outros.
Controle descentralizado	Em sistemas complexos, o controle é largamente baseado em interações locais e não na direção de algum agente de controle central. O controle descentralizado permite padrões emergentes de atividade e resposta aceitáveis.
Aleatoriedade organizada	Esta é uma reiteração da proibição versus a noção de prescrição. Os limites frouxos estão onde se permitem contribuições diversas.
Interações entre vizinhos	As unidades de conhecimento devem ser feitas para interagir entre si dentro dos espaços dedicados ao conhecimento coletivo.

Fonte: Barros, Simmt e Maltempi (2017, tradução minha, adaptado, p. 79).

Segundo Davis e Simmt (2003) as cinco condições são importantes para manter a aptidão do sistema dentro de um contexto dinâmico. Davis e Renert (2014) elucidam que o senso da *diversidade interna* pode surgir em diferentes domínios, inclusive do conhecimento científico (Matemática, Física, Química, entre outros). Davis e Simmt (2003) realçam que a diversidade interna é importante, por exemplo, para a aprendizagem situada, o que faz todo sentido quando consideramos a ideia de Lave (2013, p. 238) que “teorias de atividade situada não separam ação, pensamento, sentimento, valor e suas formas histórico-culturais e coletivas de atividade localizada, interessada, conflituosa e significativa”. Ou seja, a interação da diversidade de agentes para a inteligência de um sistema, a inteligência como um aspecto da complexidade (DAVIS; SIMMT, 2003).

Assim como Johnson (2001) percebo a inteligência como a capacidade de um sistema responder inovando para novas circunstâncias, ou seja, o responder não se caracteriza pela resposta correta. Segundo Davis e Simmt (2003), o aspecto da *redundância* não é negativo, ele está associado a duplicações ou excessos de informações que são necessárias para ajudar a compensar falhas num coletivo e, conseqüentemente, a emergência de um coletivo inteligente. Os mesmos autores salientam que a *aleatoriedade organizada* é uma condição que auxilia na determinação do equilíbrio entre a redundância e a diversificação entre agentes, por exemplo, as ações proscritivas. Além disso, auxilia no equilíbrio entre ações prescritivas e proscritivas, a fim de que as restrições sejam libertadoras, ou seja, nem demasiadamente estreitas e nem demasiadamente fechadas.

É importante ressaltar que um sistema complexo em si decide o que é aceitável ou não, o que fomenta a condição de controle descentralizado e, nessa perspectiva, deve-se tomar o cuidado com as interferências externas num sistema (DAVIS; SIMMT, 2003). Concordo com esses autores que a eficiência do ensino não está em ações que procuram manter o controle das ideias, mas na capacidade de dispersá-las. Aqui os autores referem-se ao compartilhamento de ideias como movimentos distribuídos, um *controle descentralizado*, e alertam que essa possibilidade só existe quando o observador permite. Por isso, segundo eles, o fenômeno do centro de cada coletivo não é o professor ou o estudante, mas o coletivo de uma visão partilhada. Concordo com os mesmos autores que, no contexto da sala de aula, é importante o foco em normas culturais para que a auto-organização e adaptação dessa comunidade sejam mais facilmente valorizadas.

Com relação à condição de *interações entre vizinhos*, Davis e Simmt (2003) elucidam que tal condição consiste na interação entre agentes capazes de afetar atividades uns dos

outros. No caso, os vizinhos não se tratam somente de corpos físicos, mas também de unidades do conhecimento.

Por fim, conhecer condições responsáveis pela manutenção de um sistema complexo pode ser útil para pesquisadores e educadores pensarem sobre ações que fomentem um coletivo de aprendizagem como uma unidade coerente e orgânica. Compreendo que a aprendizagem de um sistema pode ser também entendida como a constituição de suas práticas culturais. No contexto deste século, tais práticas envolvem ou podem envolver a mediação da *internet* e movimentam a sala de aula. Nesse prisma, podemos nos questionar quanto ao que a inserção da *internet* pode provocar nas aulas de Matemática, sobre como professores e alunos desempenham suas ações quando a presença da *internet* é favorecida por ambientes *blended learning*, sobre como ocorrem os processos de ensino e aprendizagem, sobre práticas culturais refletidas na sala de aula que são (re)constituídas, dentre outras indagações. Enfim, nesse emaranhado de questionamentos a pesquisa descrita nesta tese foi tomando forma.

3 DESIGN DA PESQUISA

Devido à relevância dos pressupostos qualitativos para a metodologia desta pesquisa, em que busco *compreender práticas culturais de ensinar e aprender (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela internet em um ambiente híbrido*, nessa seção procuro apresentar as razões da pertinência da metodologia adotada na pesquisa. Para tanto, optei por trazer um breve histórico do movimento da pesquisa qualitativa, tecendo com as características deste trabalho, a fim de que o esclarecimento do *design* da investigação fomenta o seu entendimento sobre a produção, análise dos dados e resultados, bem como para o encaminhamento de futuras investigações.

Início recordando que a expansão dos métodos científicos de pesquisa foi marcada por grandes impactos na era positivista (século XIX), quando a pesquisa passou a fazer uso de novas técnicas para provar e testar os paradigmas, que até então eram provados de maneira natural, sem a interferência humana (LINCOLN; GUBA, 1985). Esses autores elucidam que nessa era positivista as diferenças e analogias das ciências naturais e ciências sociais foram destacadas devido às ascensões das mesmas, o que provocou uma propagação de questionamentos a respeito da confiabilidade dos métodos usados para provar.

Diante desse quadro, Augusto Comte (1798-1857), fundador do positivismo, evidenciou sua preferência de unidade de todas as ciências e defendeu um modelo único de pesquisa para todas elas (GOLDENBERG, 2011). Mas, muitos pesquisadores que adotam a abordagem qualitativa são contrários a essa ideia, recusam-se “a legitimar seus conhecimentos por processos quantificáveis que venham a se transformar em leis e explicações gerais” (GOLDENBERG, 2011, p. 17). Goldenberg (2011, p. 44), reforça que muitos cientistas sociais acusam a pesquisa qualitativa por esta não produzir “generalizações que visem à construção de um conjunto de leis do comportamento humano”.

E assim podemos notar que defender pesquisas que usam métodos quantitativos ou qualitativos não é uma discussão trivial, além de que ambas são pertinentes, dependendo do foco da investigação. Portanto, reiterando Alves-Mazzotti (1998, p. 160), entendo que “[...] não há metodologias ‘boas’ ou ‘más’ em si, e sim metodologias adequadas ou inadequadas para tratar um determinado problema”. No entanto, é relevante destacar que é possível “fazer a pesquisa qualitativa seguindo as distinções entre *quantitativo* e *qualitativo*, destacando este último a partir de procedimentos e concepções alternativas em relação ao paradigma positivista” (BICUDO, 2004, p. 107).

No século XX houve uma intensificação das reações aos limites do positivismo, marcada por um olhar mais profundo para a dicotomia entre a hermenêutica e o empirismo (LINCOLN; GUBA, 1985). Tal fato não se deu pela rejeição aos métodos positivistas, mas pelo aprimoramento desses métodos para a obtenção de uma compreensão mais esclarecedora sobre um fenômeno, já que, segundo Lincoln e Guba (1985), uma das críticas ao positivismo foi que a produção de pesquisas com humanos ignorava os próprios humanos. Assim como esclarecem Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 65), *a abordagem cientificista* (positivista) é insensível com o “cotidiano da vida humana; de restringir-se à magnitude aparente dos fatos, sem buscar a essência dos fenômenos: seus significados, seus aspectos invariantes e fundantes”.

Esse tipo de crítica me leva a questionar métodos mais apropriados para que pesquisas no contexto da sala de aula não desconsiderem a própria sala de aula, uma vez que esta é constituída por humanos. A complexidade do contexto sala de aula quando ignorada pode dar lugar para que pesquisas se limitem a objetos de estudos como recursos pedagógicos, metodologias de ensino, sem que a essência de fenômenos seja considerada. Como seria compreender os fenômenos em sala de aula em sua essência, sem considerar os próprios estudantes?

Os métodos da pesquisa qualitativa se revelam como caminhos que, segundo Goldenberg (2011, p. 50) “ênfatisam as particularidades de um fenômeno em termos de seu significado para o estudo pesquisado”. Por essa razão a adoção de métodos qualitativos foi mais adequada para que a investigação não se resuma somente ao destaque das potencialidades da *internet* como mediadora nas aulas de Matemática, mas também à compreensão do contexto dinâmico da sala de aula. Foi necessário contemplar a compreensão de práticas que refletem a cultura escolar como particularidades de fenômenos emergentes no contexto da sala de aula, quando a *internet* foi intencionalmente utilizada no processo de ensino, assumindo o papel de mediadora.

Ademais, na área da Educação, Fiorentini e Lorenzato (2006) destacam a relevância da *abordagem histórico-dialética*, a qual considera o processo histórico em transformação, quando vista como uma prática dentro do contexto das formações sociais, resultante de cumprimentos políticos, sociais e econômicos. No caso de uma sala de aula, esse tipo de abordagem fomenta um aprofundamento esclarecedor sobre práticas no processo de ensino e aprendizagem que são constituídas em um ambiente que reflete hábitos no contexto escolar constituídos na sociedade. Tais hábitos revelam práticas culturais advindas de crenças, normas explícitas e implícitas no âmbito escolar, políticas, dentre outras. Entretanto, ao considerar o

contexto da sala de aula como exemplo, podemos perceber uma gama de objetos e sujeitos a serem investigados e esse pluralismo pode confundir o pesquisador, sendo então necessária uma definição do foco da pesquisa.

“Na verdade, o pesquisador acaba se concentrando em alguns problemas específicos que parecem de maior importância” (GOLDENBERG, 1997, p. 51). Daí a relevância da atenção ser sempre dirigida para certos aspectos dos fenômenos e de se contar com um mínimo de estruturação prévia da pesquisa, aquela que compõe o projeto inicial (ALVES-MAZZOTTI, 1998). É no processo da pesquisa qualitativa que o foco, as categorias teóricas e o próprio *design* deverão ser definidos. Alves-Mazzotti (1998) define o *design* como o plano e as estratégias utilizadas pelo pesquisador no processo de busca por respostas à questão norteadora da pesquisa, corroborando o que Lincoln e Guba (1985) denominam ser o *design emergente*, ou seja, aquele que é construído ao passo que a pesquisa se desenvolve. E, nesse processo, a construção da questão norteadora ou do objetivo da pesquisa assume um importante papel.

3.1 A emergência do objetivo da pesquisa

Um dos principais desafios necessários para o desenvolvimento da pesquisa é a elaboração da questão, pois, à medida que esta é importante desde o momento inicial da investigação, ela é construída ao longo do processo (ARAÚJO; BORBA, 2004). Por essa razão, questionar inicialmente *quais são as características das aulas de Matemática na abordagem metodológica de ensino blended learning em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio*, (foco que compunha o projeto inicial dessa pesquisa) foi fundamental para o planejamento dos primeiros passos da investigação, tal como a escolha de uma unidade da Escola Técnica Estadual do Centro Paula Souza (ETEC), dado que tinha conhecimento sobre as condições apropriadas para o uso do laboratório de informática em ambiente híbrido.

Também, um cuidado a ser tomado pelo pesquisador é, segundo Bicudo (1993), de não caminhar “só” no processo de construção da questão, ou seja, é necessário que pesquisas já elaboradas sejam consideradas para o estabelecimento de um diálogo entre o que já foi pesquisado na realidade e o que se pretende investigar. Nessa direção, entendi que as próprias características de uma abordagem pedagógica *blended learning*, que faziam parte dos meus questionamentos iniciais, levaram-me a escolhê-la para o desenvolvimento da pesquisa, isto é, a literatura já me respondia à questão. Assim, passei a questionar-me: Será que não estou caminhando só, no sentido exposto por Bicudo (1993)? É claro que tais características se

configuram de maneiras diferentes em contextos distintos, conquanto, tal inquietação me levou a outros questionamentos nesse caminho “cheio de idas e vindas, mudanças de rumos, retrocessos” (ARAÚJO; BORBA, 2004, p. 29), por exemplo: *como ocorrem os processos de ensino e de aprendizagem nas aulas de Matemática na abordagem metodológica de ensino blended learning, numa turma do primeiro ano do Ensino Médio?* Logo, os processos de ensino e de aprendizagem ficaram mais evidentes, o que poderiam direcionar melhor meu olhar na produção e análise dos dados.

Entretanto, quando Bicudo (1993, p. 19) orienta o pesquisador a não andar só, ela também adverte que ele caminhe com “o contexto social onde está com a região de inquérito onde o significado é tecido”. E nesse percurso levantei indagações sobre o contexto “sala de aula” de modo que passei a considerar que a produção dos dados poderia ocorrer em duas escolas diferentes, contando, então, com uma escola estadual da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEESP) e uma unidade da ETEC. Julguei que as características da escola estadual¹⁷ são mais próximas da maioria das escolas do estado de São Paulo. Além disso, tive uma experiência docente durante 14 anos nessa rede de ensino e isso fomentou minha preocupação com esse contexto de sala de aula, considerando inclusive que a pesquisa poderia assumir um papel de colaboração mútua, pois, ao passo que a pesquisa colaboraria com as escolas, essas colaborariam com a pesquisa; somado ao fato de que haveria uma gama maior de dados, que por sua vez proporcionaria uma melhor interpretação da realidade. Mais especificamente, gostaria que meu olhar para a sala de aula não fosse somente acadêmico, guiado excessivamente pelas demandas do doutorado, mas que considerasse o máximo do conhecimento específico das professoras sobre as salas de aula investigadas.

Decorrente do contexto da sala de aula, já em campo, pude compreender que a participação dos estudantes, seu processo de aprendizagem, o desenvolvimento de atividades extraclasse e o processo de ensinar refletiam a cultura escolar dos discentes e das professoras, isto é, eram hábitos constituídos em suas práticas escolares sujeitos às transformações e sucessivas interpretações. Assim, embora aquelas questões iniciais tenham me conduzido à primeira escola, notei que o objetivo que de fato inspirava a investigação foi: **compreender práticas culturais de ensinar e aprender (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido**. Então, o próprio contexto da sala de aula concorreu para o amadurecimento da pesquisa que passou a ser guiada pela questão: **quais as aprendizagens emergentes nas aulas de Matemática mediadas pela *internet* em**

¹⁷ Embora as duas escolas sejam estaduais, a partir de agora, quando eu usar o termo escola estadual, estarei me referindo à escola da SEESP, já que para a outra escola usarei a sigla da própria escola: ETEC.

um ambiente híbrido? a qual contribuiu para que indícios de (re)constituição de práticas culturais fossem destacados dos dados. Tendo em vista que meu olhar teórico para os dados é a partir da Ciência da Complexidade, aprendizagem é entendida em termos adaptativos de fenômenos que surgem na interação de vários agentes (DAVIS; SIMMT, 2003). Sendo assim, a sala de aula concebida na pesquisa como um sistema complexo, é um sistema que se adapta e se auto-organiza como resultado da emergência de fenômenos, pois é um sistema que aprende, ou seja, um complexo de aprendizagem. Tal sistema também compreendido na pesquisa como uma comunidade de prática (LAVE; WENGER, 2002), é dinâmico e orgânico, e abarca coletivos de sistemas de aprendizagens aninhados e que se inter-relacionam. Tais adaptações refletem diversas aprendizagens dos membros e do próprio sistema, dentre elas aquelas que indicam culturas escolares, já que ações que fazem parte dos processos de ensinar e aprender em aulas de Matemática são culturalmente constituídas e reconstituídas em uma comunidade de prática.

Enfim, em harmonia com o objetivo da pesquisa desenvolvi uma pesquisa de cunho qualitativo, que buscou atender características de um trabalho colaborativo com as professoras responsáveis por cada turma.

3.2 Um trabalho colaborativo

Tardif (2012) reconhece o saber de forma geral como resultado da junção dos saberes da formação profissional, disciplinares, curriculares e experienciais, os quais ele discute em sua obra. Nesse sentido, concordo com o autor, quando destaca que o desenvolvimento de uma pesquisa no contexto escolar deve contar com a junção dos saberes do docente e do pesquisador. Portanto, segundo o autor, decorre que não devemos pesquisar para “*o professor e nem para o ensino*”, mas sim “*o ensino com o professor*”. Na mesma direção, Fiorentini (2004) entende que a pesquisa-ação colaborativa deixa de ser pesquisa *sobre* os professores passando a ser *com* os professores. O autor denomina esse tipo de pesquisa como *colaborativa*.

Este último autor também ressalta que existe uma confusão no emprego dos termos pesquisa colaborativa, pesquisa cooperativa e pesquisa-ação, pois alguns professores e investigadores os tratam como sinônimos. Portanto, é fundamental a compreensão sobre as distinções entre esses termos, para que as metodologias de pesquisa não sejam justificadas de maneira simplista.

De acordo com Fiorentini (2004) e Fiorentini e Lorenzato (2006), o sufixo “ação” deve ser compreendido como um processo investigativo planejado, intencionado e sistemático de investigar a prática. Acrescentam, ainda, que a pesquisa-ação também “pode ser vista como uma modalidade de pesquisa que torna o participante da ação um pesquisador da sua própria prática e o pesquisador um participante que intervém nos rumos da ação” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 114). A pesquisa-ação pode ser entendida como um processo de investigação de intervenção em que as práticas investigativa, reflexiva e educativa caminham juntas (FIORENTINI; LORENZATO, 2006). No entanto, esses autores salientam que, muitas vezes professores e investigadores confundem a pesquisa-ação com a prática reflexiva individual ou colaborativa.

Para a compreensão da pesquisa colaborativa é fundamental o esclarecimento da distinção entre formas de trabalho cooperativo e colaborativo. Fiorentini (2004, p. 52) explica que embora o prefixo “co” em ambas as palavras seja entendido como ação conjunta, elas se diferenciam pelo “fato da primeira ser derivada do verbo latino *operare* (operar, executar, fazer funcionar de acordo com o sistema) e a segunda de *laborare* (trabalhar, produzir, desenvolver atividades tendo em vista determinado fim)”. Nessa direção o autor esclarece que na *colaboração* todos trabalham conjuntamente, existindo o apoio mútuo que visa atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo e as relações costumam ser não hierárquicas. Ao passo que na *cooperação* uns cooperam com os outros, geralmente as finalidades não resultam de uma negociação conjunta do grupo, podendo existir relações hierárquicas.

Fiorentini (2004) também ressalta que em muitas vezes o trabalho colaborativo ou cooperativo pode ser objeto de investigação, sem que esta seja necessariamente colaborativa. Para que uma pesquisa seja caracterizada colaborativa, o autor diz que um grupo de duas ou mais pessoas deve trabalhar colaborativamente ao longo de todo o processo investigativo, desde a concepção, até a escrita, sendo, portanto, todos os pesquisadores autores da pesquisa.

Por tal razão não caracterizo a pesquisa aqui apresentada como metodologicamente colaborativa e sim como pesquisa de cunho qualitativo com elementos de uma pesquisa colaborativa. Tais elementos consistem no trabalho que visou a colaboração entre mim e as professoras responsáveis pelas turmas escolhidas. Por exemplo, a escolha do assunto, a elaboração ou escolha de algumas atividades, planejamento de aulas, entre outros. No entanto, a colaboração não perpassa todas as fases, por exemplo, a escolha do referencial teórico e a escrita final da tese.

Também ressalto que o trabalho colaborativo com as professoras foi limitado pelas características peculiares da relação que estabeleci com cada uma delas. Tal relação foi

condicionada por fatores como a carga horária de trabalho e o tempo livre que cada uma tinha em suas respectivas escolas, o que, por consequência, facilitou ou dificultou nossas ações, diálogos e reflexões conjuntas. A dinâmica desse trabalho colaborativo tomou uma proporção significativa no que se refere aos resultados desta pesquisa, motivo pelo qual se deu a composição do capítulo 4.

Enfim, a essência colaborativa neste estudo consistiu em práticas pertinentes ao desenvolvimento das aulas de Matemática. Por consequência, a análise desta pesquisa ocorreu à luz do que foi refletido *com* as professoras.

3.3 Fase exploratória da pesquisa

Goldenberg (2011) ressalta quatro fases para a pesquisa, sendo a *fase exploratória* comparada por ela com a fase da paquera. Ou seja, “momento em que se tenta descobrir algo sobre o objeto de desejo, quem mais escreveu (ou se interessou) sobre ele, como poderia haver uma aproximação, qual a melhor abordagem dentre todas as possíveis para conquistar este objeto” (GOLDENBERG, 2011, p. 72). Então, a autora segue a analogia ilustrando sobre a *fase do namoro*, do *casamento* e da *separação*, sendo cada uma delas bem definidas em suas ações pela autora. Por exemplo, segundo ela, na fase do namoro devemos elaborar o projeto e mergulhar mais profundamente no tema estudado, pois o namoro exige maior compromisso. Bem como a fase do *casamento*, marcada pela fidelidade, dedicação, atenção, além dos momentos altos e baixos, é quando o pesquisador deve concentrar-se desde os problemas simples até os mais complexos. Por fim, a fase da *separação*, é aquela em que de um olhar mais distante para a pesquisa, o pesquisador consegue ver mais criticamente o que precisa ser considerado.

Em suma, diante do exposto por Goldenberg (2011), chamo de fase exploratória a fusão das fases de paquera e namoro, pois entendo que algumas ações de uma fase permeiam a outra e vice-versa. Assim, caracterizo como fase exploratória todas as ações a partir da primeira versão do projeto até o início da produção dos dados no desenvolvimento das aulas propriamente ditas, apesar de ter a clareza que a fase da paquera iniciou-se como uma consequência natural das minhas reflexões sobre o resultado da minha pesquisa de mestrado e a minha prática docente. Cabe ressaltar que parte do percurso da pesquisa que se resume na construção do objetivo também constitui essa fase. Logo, o início da fase exploratória foi marcado pela elaboração do projeto de pesquisa, bem como o processo de revisá-lo fazendo alterações pertinentes à literatura e ao caminho do objetivo, conforme já expus anteriormente.

3.3.1 Ações na fase exploratória

Nesta fase, estabeleci contato com as escolas, sendo que o primeiro foi com a Escola Técnica Estadual (ETEC) da cidade de Nova Odessa, SP. Como já havia atuado como docente em uma escola do Centro Paula Souza em outra cidade tinha uma noção da infraestrutura das escolas desta rede. Nesse contato a diretora Maria Ângela Pinto Dias Ragnane se interessou pela pesquisa, sobretudo por ela ter trabalhado em uma escola, na cidade de Rio Claro, SP, que estabeleceu parceria com alguns discentes e docentes do campus da UNESP da cidade para o desenvolvimento de projetos. Segundo ela, a escola foi muito beneficiada com tal parceria.

A diretora Ângela apresentou-me para a professora de Matemática Irene Valadares, a qual prontamente se interessou pela pesquisa. Assim, no decorrer do segundo semestre do ano letivo de 2014, a professora Irene e eu nos reunimos três vezes, entre os meses de outubro e novembro. Mas, na atribuição de aula que ocorreu em janeiro de 2015, não foram atribuídas aulas para ela naquela unidade escolar, assim, a professora foi transferida para a ETEC da cidade de Santa Bárbara d'Oeste, SP. Portanto, a diretora sugeriu que eu procurasse a professora Vânia Rosa Figueiredo Izidoro, a qual aceitou participar da pesquisa.

Já o segundo contato foi com a Escola Estadual Patriarca da Independência da cidade de Vinhedo, SP, cuja diretora responsável em exercício era Monica Markunas. Cheguei até a escola por meio da professora Maria Aparecida de Jesus Salgado, com quem tive contato e se interessou pela pesquisa, por meio do Grupo de Sábado (GdS).

A construção da pergunta, a escolha das escolas e das professoras, a elaboração do projeto, entre outras ações, fez parte da fase exploratória. Entretanto, apresento no Quadro 3 somente as ações planejadas para serem executadas após o contato estabelecido com ambas as professoras.

Quadro 3 - Algumas ações durante a fase exploratória dessa pesquisa

Ações da fase exploratória	Perspectiva da ação	Objetivo
Entrevista aberta	Não é necessário apresentar um roteiro de questões previamente formuladas, visando permitir o estabelecimento de um diálogo (FIORENTINI; LORENZATO, 2006)	Compreender as experiências das professoras com o uso de tecnologias em sala de aula; compreender as expectativas das professoras sobre a pesquisa; obter o máximo de impressões das professoras sobre o desenvolvimento de um trabalho de cunho colaborativo entre nós; refletir a partir desse diálogo em possíveis ações para um trabalho colaborativo com elas.
Questionário	Vantajoso pelo fato de ser menos dispendioso e exercer menor pressão ao entrevistado, permitindo que este possa usufruir o tempo para responder com calma (GOLDENBERG, 2011)	Obter respostas complementares às entrevistas, uma vez que as professoras poderiam ter mais liberdade e tempo para reflexão para escrever algo que porventura não tivessem falado.
Escolha do tema	A definição conjunta do conteúdo a ser estudado pode ser uma ação “carro-chefe” em um trabalho que busca atender pressupostos de um trabalho colaborativo.	Reforçar que a intenção era pesquisar <i>com</i> elas e que o conhecimento específico da prática delas naquelas salas de aula era valioso para o resultado da pesquisa. Nesse sentido, procurei propiciar um diálogo para que todas nós pudessemos opinar sobre a pertinência de um tema.
Preparação da dinâmica das aulas	O diálogo entre o conteúdo escolhido e um aporte teórico pertinente à pesquisa pode embasar uma preparação prévia para a dinâmica das aulas.	Considerar as características dos modelos <i>blended learning</i> , tais como rotação de estação, rotação de laboratório e sala de aula invertida (STAKER, 2012), para a organização dos recursos didáticos.
Preparação prévia das atividades	A partir do diálogo estabelecido com as professoras, por consequência o conteúdo definido e um conhecimento razoável sobre as demandas daquelas turmas, as atividades podem ser melhores elaboradas. Para tanto, o diálogo pode também considerar o objetivo da pesquisa e perspectivas teóricas para o desenvolvimento das atividades.	Desenvolver atividades com a finalidade de envolver os alunos no desenvolvimento de um pensamento teórico, segundo as perspectivas de Davydov (1990).

Fonte: Elaborado pela autora

A partir do espaço favorecido pela entrevista aberta, a *escolha do tema*, isto é, o conceito de Função, se deu pelas seguintes razões:

- ✓ Conteúdo fundamental para compreensão de modelos matemáticos, ou seja, a representação Matemática de situações reais.
- ✓ É a base para que o aluno compreenda muitos outros assuntos da Matemática.

✓ É abordado na proposta curricular para ser trabalhado no 1º ano do Ensino Médio.

Em ambas as escolas o conteúdo de Função é abordado no currículo do 1º ano do EM na maior parte dos bimestres, diferenciando-se assim em suas especificidades, por exemplo, os tipos de Funções. Nessa direção, o planejamento para a produção dos dados que, *a priori* deveria ocorrer no 1º e 2º bimestres, na escola estadual e ETEC, respectivamente, foi significativo para a escolha do assunto específico dentro do conteúdo de Funções que seria trabalhado.

Ressalto que, de acordo com a Proposta Curricular de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011), os conteúdos que devem ser contemplados no 1º e 2º bimestre do 1º ano do EM são respectivamente:

1. Números e sequências (conjuntos numéricos, sequências, progressões aritméticas e progressões geométricas);
2. Funções (relação entre duas grandezas, proporcionalidades direta, inversa e direta com o quadrado, Funções polinomiais do 1º e 2º grau).

Entretanto, a professora Salgado (como ela prefere ser chamada) e eu acordamos que ela trabalharia com seus alunos, anteriormente a produção dos dados, o assunto de conjuntos numérico; em seguida, ainda no 1º bimestre trabalharíamos a introdução ao conceito de Função. Assim, no segundo bimestre a professora Salgado retornaria para sequências. Vale ressaltar que a professora relatou já ter seguido a mesma ordem didática no ano anterior.

Com relação à ETEC, de acordo com o Plano de Trabalho Docente (PTD), os conteúdos a serem abordados no 2º bimestre seriam: Função polinomial do primeiro e do segundo grau. Sendo assim, a professora Vânia preferiu que trabalhássemos esses tipos de Funções, uma vez que a pesquisa ocorreria no 2º bimestre.

Apesar das razões pela escolha do conteúdo de Funções, que assumiu um papel de pano de fundo na pesquisa, proporcionei um diálogo com as professoras a fim de dar espaço a elas para a escolha de quaisquer outros assuntos abordados no 1º ano do EM, tais como Progressão Aritmética ou Introdução à Estatística. No diálogo, a possibilidade de se alternar a ordem dos conteúdos do currículo foi discutida, mas ambas as professoras, assim como eu, optamos pelo conteúdo de Funções.

No que diz respeito à preparação da dinâmica das aulas, foi nessa fase que auxiliei as professoras a criarem um grupo do *Facebook*, o qual seria utilizado para os momentos de interação com os alunos, uma vez que seria necessário. Vale ressaltar que os modelos *blended learning* que embasaram o planejamento da dinâmica em que as aulas seriam desenvolvidas são: rotação de estação, rotação de laboratório e sala de aula invertida (STAKER, 2011; CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013).

Enfim, a fase exploratória foi importante para a obtenção do maior número de informações que pudessem nos respaldar para a produção de dados. Tais informações foram, sobretudo, aquelas que compunham o cenário da pesquisa.

3.4 Cenário da produção dos dados nas turmas do primeiro ano do EM

Embora meu primeiro contato tenha sido com a ETEC, a produção dos dados, no que diz respeito ao desenvolvimento das aulas, iniciou-se na escola estadual de Vinhedo, razão pela qual, a partir de agora a denomino *escola A* e, por consequência, a ETEC como *escola B*.

3.4.1 Turma do 1º ano E da Escola Estadual Patriarca da Independência (escola A)

Figura 4 - Escola Estadual Patriarca da Independência



Fonte: <https://www.facebook.com/Patriarca-da-Independ%C3%Aancia-541500085913659/>

A professora Salgado atuava somente na escola A lecionando para quatro turmas do Ensino Médio, sendo uma delas 1º ano E, a qual foi investigada. A carga horária de trabalho da professora era de 20h semanais.

A turma estudava no período noturno. No início do ano letivo 42 alunos estavam matriculados, mas como cinco foram transferidos, a pesquisa se iniciou com 37 alunos. Entretanto, no início da investigação, três novos discentes entraram e dois foram transferidos também, sendo assim, 38 alunos estiveram matriculados no decorrer da pesquisa. Vale acentuar que a frequência irregular dos estudantes era uma questão que preocupava todos os professores daquela turma.

A professora Salgado descreveu a turma, no início da produção dos dados, como heterogênea e destacou algumas características nessa direção: há um grupo de alunos falantes, porém participativos; outro grupo falante e desinteressado; também há um grupo de alunos apáticos e com muita dificuldade em Matemática, mas que se esforçam dentro da limitação deles para entender; por fim, alguns alunos são apáticos e aparentemente não se esforçam para acompanhar. A professora ressaltou que enxergava potencial em seus alunos, o qual deveria ser explorado. Portanto, essa descrição embasou, sobretudo, as primeiras ações da pesquisa, momento em que eu ainda não tinha tanto conhecimento sobre a turma.

Os dias da semana em que a turma tinha aula de Matemática eram quarta, quinta e sexta-feira. Sendo uma aula na quarta, uma na quinta e duas na sexta. Vale salientar que o tempo de cada aula era de 50 minutos e as duas aulas na sexta eram seguidas. Por essa razão, eu e a professora Salgado concordamos que eu deveria acompanhar presencialmente as aulas que aconteciam às sextas-feiras.

Em razão do Programa ACESSA Escola, o qual tem por objetivo a inclusão digital e social dos alunos, professores e funcionários, as escolas da rede pública estadual possuem acesso à *internet*. Entretanto, até o período em que ocorreu a produção dos dados, o programa não disponibilizava suporte à rede de computador sem fio. Por isso, para a finalidade da pesquisa, que contou também com o uso da *internet* por meio de dispositivos móveis, levei um roteador *wi-fi* adquirido com recursos próprios.

Devido às normas do Programa ACESSA Escola, o laboratório de informática poderia ser utilizado somente com a presença do estagiário, que recebia um treinamento para dar manutenção nas máquinas e auxiliar os usuários. Esse aluno deveria ser matriculado no período oposto ao que ele atuava como estagiário. Como os alunos estagiários da escola A estavam matriculados no período noturno, eles somente poderiam cuidar do laboratório no período diurno. Sendo assim, para o desenvolvimento da pesquisa, inicialmente, não contamos com o laboratório de informática da escola, já que a turma investigada era do período noturno. No entanto, na fase exploratória da pesquisa, ou seja, enquanto conversava

com a professora antes da produção dos dados nas aulas, contávamos com o uso do laboratório para o período de produção dos dados, já que essa norma de uso do laboratório até então não existia. Sendo assim, as primeiras atividades foram pensadas com o uso do laboratório.

3.4.2 Turma do 1º ano A da Escola Técnica Estadual do Centro Paula Souza (escola B)

Figura 5 - Escola Técnica Estadual da cidade de Nova Odessa



Fonte: <https://www.facebook.com/etecdenovaodessa/>

A professora Vânia atuava na escola B em quatro turmas de cursos técnicos integrados ao Ensino Médio e na coordenação, totalizando 40h semanais. Em outra escola estadual na região de Sumaré, a professora trabalhava 20h por semana, ou seja, a carga horária de trabalho dela era de 60h por semana. Devido à mudança no percurso, relacionada à troca das professoras e à carga horária de trabalho da professora Vânia, nosso primeiro encontro foi no dia 23 de fevereiro de 2015.

A escola B oferecia cursos Técnicos em Administração, Modelagem ao Vestuário e Segurança do Trabalho. Também, cursos Técnicos em Administração e Informática integrados ao Ensino Médio. Esses últimos são oferecidos no período diurno e as disciplinas do Técnico e do EM são igualmente distribuídas tanto no período da manhã como no período da tarde. Ou seja, não são ministradas disciplinas no período da manhã somente do EM e da tarde somente do Técnico, ou vice-versa, o que configurava a integração do curso Técnico ao Médio.

A turma investigada na escola B foi do primeiro ano do curso de Administração integrado ao Ensino Médio. Foram 40 estudantes matriculados e, segundo a professora Vânia,

era uma turma heterogênea e pouco participativa no início do ano, no entanto, no início do segundo semestre (ver Quadro 4), período em que, de fato, se iniciou a produção dos dados, a impressão da professora sobre a sala já havia mudado. Segundo ela, a turma se mostrou bastante participativa no primeiro semestre. Por ser um curso integrado, os alunos costumavam ficar na escola durante o dia todo, podendo assim, fazer uso do laboratório de informática, dentre outras dependências da escola, em horários opostos às aulas.

Os dias da semana em que a turma tinha aulas de Matemática eram terça, quarta e quinta-feira. Sendo uma aula na terça, uma aula na quarta e duas aulas na quinta. O tempo de cada aula era de 50 minutos e na terça e quarta as aulas aconteciam no período vespertino, já na quinta-feira, iniciavam no final do período da manhã (às 11h). Nessa escola participei presencialmente de todas as aulas, sendo que essa mudança (em relação à escola A) decorreu da experiência na escola A, na qual o tempo da produção dos dados em sala de aula excedeu o planejado. Além disso, a localização da escola facilitou minha presença em todas as aulas.

Fui informada pela professora Irene que a escola B possuía *internet* e oferecia a rede *wi-fi* para o uso dos professores e alunos, conforme já havia salientado na seção anterior. Devido a um regimento interno da escola, todos os alunos sócios da Associação de Pais e Mestres (APM) possuíam uma senha de acesso à rede *wi-fi*. Ao entrar em contato com a professora Vânia obtive a informação de que nem todos os alunos que participariam da pesquisa tinham acesso à *internet*, no entanto, para a pesquisa isso não seria um problema, pois, assim como para qualquer finalidade pedagógica, qualquer professor poderia cadastrar a senha no dispositivo móvel do aluno para o uso. Entretanto, ao iniciar a produção dos dados, tivemos vários problemas de cunho técnico para efetuar esse cadastro, o que nos pareceu ser um processo demorado, além de várias tentativas de insucesso. Portanto, assim como na escola A, para o uso da *internet* para os dispositivos móveis contamos com o meu próprio roteador *wi-fi*. A escola contava com dois laboratórios de informática.

Apesar de a pesquisa ser naturalmente carregada da intencionalidade de intervenção, procurei considerar ao máximo o contexto de sala de aula no decorrer da produção dos dados. Portanto, a condução das aulas não decorreu somente de ações planejadas para a pesquisa, mas também de adaptações, negociações e renegociações adequadas à complexidade do contexto escolar e do próprio caminho de idas e vindas emergente na pesquisa, tal como podemos ver no Quadro 4 o período de produção de dados.

Quadro 4 - Calendário da produção dos dados nas escolas

Escola A	Planejado	
	Início	Encerramento
	04 de março de 2015	01 de maio de 2015
	1º Bimestre	
	Ocorrido	
	04 de março de 2015	10 de junho de 2015
1º Bimestre e parte do 2º Bimestre		
Escola B	Planejado	
	Início	Encerramento
	13 de abril de 2015	03 de julho de 2015
	2º Bimestre	
	Ocorrido	
	22 de julho de 2015	01 de outubro de 2015
3º Bimestre		

Fonte: Elaborado pela autora.

Devido à alteração do período da produção dos dados na escola B, os conteúdos que deveriam ser trabalhados passaram a ser aqueles referentes ao 3º bimestre, ou seja, Função modular e Função exponencial. No entanto, no decorrer da primeira atividade, na qual diagnosticamos o conhecimento dos alunos a respeito da definição de Funções, percebemos sobre quais conceitos eles ainda demonstraram dúvidas. Sendo assim, apesar da pesquisa contemplar Funções modular e exponencial, acordamos que nosso principal objetivo seria trabalhar o conceito de Função em sua essência, independentemente do tipo.

Contando com esses cenários, as aulas foram conduzidas. Ressalto que esse é um panorama geral do contexto das escolas A e B, entretanto, alguns detalhamentos sobre o cenário da investigação, também serão apresentados nos capítulos adiante, juntamente com a apresentação e discussão dos dados, conforme a pertinência da discussão.

3.4.3. *Condução das aulas de Matemática nas turmas do primeiro ano do EM*

Os modelos híbridos de ensino que configuram ambientes híbridos serviram como base para a preparação das atividades das aulas. No entanto, logo no início da produção dos dados, as necessidades emergentes da sala de aula provocaram adaptações relacionadas ao que tais modelos sugerem. Esse movimento é melhor esclarecido na discussão dos dados apresentada no Capítulo 5.

Para me retratar à produção dos dados em cada turma, o emprego da primeira pessoa no plural refere-se às ações realizadas por mim e pelas professoras das respectivas escolas.

Escola A

Conforme mencionei, durante a fase exploratória planejei as primeiras atividades referentes ao início da condução das aulas. O planejamento prévio foi pautado nas perspectivas constantes do Quadro 5:

Quadro 5 - Perspectivas para a preparação prévia das atividades na escola A¹⁸

Perspectivas	
Habilidades propostas no currículo do estado de São Paulo	“Saber reconhecer relações de proporcionalidade direta, inversa, direta com o quadrado, entre outras, representando-as por meio de funções” (SÃO PAULO, 2011, p. 65).
Noção do conceito de Funções	A noção de relação deveria ser compreendida em um fenômeno, por se tratar do que julgo como a essência do conceito de Funções (PONTE, 1990; STEWART, 2011); Propiciar o pensamento teórico sobre o conceito de Função (DAVYDOV, 1990), permitindo que o aluno compreendesse diferentes representações (por exemplo, algébrica e geométrica), a partir dos fenômenos estudados.
Experiência anterior da Professora Salgado	(consultar entrevista)
Ambiente híbrido	Sala de aula invertida

Fonte: Elaborado pela autora.

Além das habilidades presentes no Quadro 5, outras que são propostas no currículo do Estado de São Paulo foram consideradas ao longo do semestre (SÃO PAULO, 2011, p. 65):

- Compreender a construção do gráfico de Funções de 1º grau, sabendo caracterizar o crescimento, o decréscimo e a taxa de variação.
- Compreender a construção do gráfico de Funções de 2º grau como expressões de proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado de outra, sabendo caracterizar os intervalos de crescimento e decréscimo, os sinais da Função e os valores extremos (pontos de máximo ou de mínimo).
- Saber utilizar em diferentes contextos as Funções de 1º e de 2º graus, explorando especialmente problemas de máximos e mínimos.

Entretanto, a partir do início da produção dos dados, o planejamento passou a resultar da interação de mais agentes, além dos referidos no quadro anterior, tais como: dificuldades

¹⁸ Devido ao volume de materiais, as atividades serão apresentadas juntamente com a discussão dos dados, de forma que a compreensão da dinâmica ocorrida nas aulas produza sentido na escolha das atividades. O mesmo vale para a escola B.

dos alunos identificadas por mim ou pela professora Salgado, emergências advindas de qualquer esfera escolar que refletiam na sala de aula, normas burocráticas, dentre outras. Destaco que a minha percepção sobre a emergência e a interação de tantos agentes naquele contexto foi facilitada pelas características da pesquisa colaborativa, uma vez que eu era participante com a professora. Ressalto também, que a interação entre os agentes refletiu a complexidade de uma sala de aula (DAVIS; SIMMT, 2003), implicando na perda do sentido da escolha de um único modelo *blended learning* para a preparação das aulas seguintes. Nessa direção, sucedeu uma *fusão* dos modelos escolhidos para embasar a constituição de um ambiente híbrido, o qual moldava o cenário durante a condução das aulas.

As aulas foram conduzidas por mim e pela professora Salgado, uma vez que além de pesquisadora, assumi o papel de professora. Realço que para fomentar um cunho de trabalho colaborativo, cuidei para que minhas ações fossem mais coerentes ao papel de professora, visto que isso poderia facilitar minha aproximação tanto da professora, quanto dos alunos, bem como meu entendimento do contexto.

Pela mesma razão, busquei considerar as perspectivas da professora Salgado sobre o planejamento das ações que conduziam as aulas, a fim de elucubrar diferentes olhares para as práticas, implicando na constituição de ações colaborativas. Para tanto, ao final de todas as aulas produzíamos uma narrativa sobre nossas impressões da aula. Assumo com Grando, Nacarato e Lopes (2014, p. 993) que “a narrativa é a forma primária pela qual a experiência humana ganha significado. Ela possibilita organizar a experiência”, então, configurava-se um processo de reflexão e investigação das práticas de ensino e aprendizagem envolvidas na referida aula (CARVALHO; FIORENTINI, 2013). Então, a professora Salgado compartilhava comigo suas narrativas escritas, via *e-mail* ou *Facebook*, o que disparava, na maioria das vezes, discussões sobre nossas experiências e visão sobre a turma, fundamentando assim, nossas ações em torno do plano para as próximas atividades. Vale ressaltar que mesmo nos dias em que a professora Salgado ministrava aula sozinha, discutíamos juntas as preparações das atividades e ela compartilhava comigo suas narrativas, permitindo-me perceber o andamento da turma.

Ademais, devido aos momentos de interação *online*, propiciados pelo ambiente híbrido, nossas conversas também eram pautadas na participação dos alunos registradas no grupo do *Facebook*, utilizado como plataforma de aprendizagem. Saliento que, ao buscar atender a perspectiva da sala de aula invertida, na maioria das aulas eram propostas atividades antes mesmo das próprias aulas para os estudantes, as quais oportunizavam uma discussão *online* sobre o assunto e um aprofundamento do tema nos momentos presenciais das aulas.

Apesar da existência de um planejamento para as aulas presenciais, o qual era pensando previamente, de forma a complementar o que havia sido proposto via *Facebook*, esse planejamento era moldado de forma a atender às necessidades da sala – conforme já mencionei – configurando-se nas características dos modelos de rotação de estação, rotação de laboratório, ou até mesmo, dinâmicas de aulas não previstas nestes modelos *blended learning*. Ou seja, no processo nos preocupamos mais em atender as necessidades emergentes da turma do que seguir à risca algum modelo de ensino como se fosse uma receita de bolo.

Escola B

O planejamento prévio para a escola B foi pautado nas perspectivas apresentadas no Quadro 6:

Quadro 6 - Perspectivas para a preparação prévia das atividades na escola B

Perspectivas	
Habilidades propostas no Plano de Trabalho Didático (PTD)	Interpretar resultados em gráficos e quadros; traduzir a linguagem discursiva (verbal) para outras linguagens (simbólicas) e vice-versa; expressar quantitativa e qualitativamente dados relacionados a contextos socioeconômicos, científicos ou cotidianos.
Noção do conceito de Funções	A noção de relação deveria ser compreendida em um fenômeno, por se tratar do que julgo como a essência do conceito de Funções (PONTE, 1990; STEWART, 2011); Propiciar o pensamento teórico sobre o conceito de Função (DAVYDOV, 1990), permitindo que o aluno compreendesse diferentes representações (por exemplo, algébrica e geométrica), a partir dos fenômenos estudados.
Experiência anterior da professora Vânia com a mesma turma	A turma já havia estudado Funções do 1º e 2º grau, apesar disso, era preciso diagnosticar a compreensão dos alunos com relação ao conceito de Funções.
Ambiente híbrido	Fusão dos modelos <i>blended learning</i> para a constituição do ambiente, dado a experiência na primeira escola.

Fonte: Elaborado pela autora.

O PTD desenvolvido pela professora Vânia buscou atender a proposta de currículo por competência para o EM do Centro Paula Souza (SÃO PAULO, 2011). As habilidades contempladas no Quadro 6, são vinculadas a competências como “entender e utilizar textos de

diferentes naturezas: quadros, gráficos, expressões algébricas, expressões geométricas, ícones, gestos etc.” (SÃO PAULO, 2011, p. 41), abordadas na proposta do currículo. Assim, essas competências e habilidades também foram consideradas ao longo do bimestre.

A dinâmica da preparação das atividades era parecida com a da escola A, no entanto, o compartilhamento de experiências e reflexões, foi limitado devido à carga horária de trabalho da professora. A professora Vânia acumulava a carga de 60h semanais em duas escolas, sendo que na ETEC exercia a função docente e de coordenação, dificilmente ela conseguia elaborar as narrativas em um tempo hábil, ou seja, entre a aula desenvolvida e a seguinte aula. Portanto, ao encerrar cada aula, eu gravava um relato em áudio da prática da professora. Pelas mesmas razões, a professora não conseguiu manter uma participação assídua no *Facebook*, por consequência, as atividades *online* foram propostas por mim, em sua maioria. Entretanto, a professora Vânia e eu atuamos juntas no desenvolvimento das aulas presenciais.

Para a proposição de atividades anterior ou posteriormente as aulas no *Facebook*, nas escolas A e B, fizemos o uso de recursos como, vídeos da coleção M³ e da plataforma *Khan Academy*, vídeo aulas produzidas por mim, vídeos produzidos por estudantes em atividades desenvolvidas em grupo, aplicativos do *software* GeoGebra disponibilizados no GeoGebraTube (produzidos por mim ou não), arquivos em PDF, fotos, questionamentos postados por mim, pelas professoras ou até mesmo pelos estudantes, dentre outros.

3.4.4 Instrumentos de produção dos dados nas escolas A e B

Para a produção dos dados, os instrumentos utilizados durante a fase exploratória foram entrevistas abertas e questionários aplicados às professoras de cada escola. Já para os momentos de interações presenciais contei com gravações de áudio, registros das minhas observações em um diário de campo, narrativas escritas ou gravadas, questionários e atividades realizadas pelos alunos. Para os momentos de interações a distância, contei com todos os registros no grupo do *Facebook* e em um grupo do WhatsApp, o qual, no decorrer do processo foi criado para a comunicação dos alunos. Apesar de a criação não ter sido intencional para a produção dos dados, serviu para essa finalidade também.

Professoras:

As narrativas escritas assumiram um importante papel para que produzíssemos reflexões sobre nossa prática nas aulas de Matemática e, por consequência, sobre os processos de aprendizagem dos alunos. A mesma importância aplica-se a algumas narrativas que foram gravadas, as quais foram transcritas por mim posteriormente, configurando-se em dados para a pesquisa. Todas as narrativas realizadas pela professora Salgado foram escritas e algumas

das narrativas produzidas por mim e pela professora Vânia foram gravadas e depois transcritas.

Além das entrevistas abertas aplicadas na fase exploratória, no decorrer da produção dos dados em sala de aula, apliquei três entrevistas semiestruturadas com as professoras, na direção do que ressalta Fiorentini e Lorenzato (2006), pois, apesar do roteiro do que deveria ser contemplado, tive a liberdade de aprofundar sobre algumas questões específicas. E ainda como afirma Alves-Mazzotti (1998, p. 168), “de um modo geral, as entrevistas qualitativas são muito pouco estruturadas, sem um fraseamento e uma ordem rigidamente estabelecidos para as perguntas, assemelhando-se muito a uma conversa”.

Ademais, algumas conversas no meio do processo, as quais não se configuram como algum tipo de entrevista, foram gravadas. Outras foram registradas em meu diário de campo.

Seis meses e treze dias após o término da produção dos dados, entrei em contato com as professoras Salgado e Vânia, respectivamente, para a realização de uma nova entrevista. A diferença de tempo decorreu da incompatibilidade de horário, no entanto, a ideia era retomar o contato com as professoras, a fim de compreender melhor as contribuições da pesquisa para a prática delas em sala de aula. Para tanto, tais entrevistas também seguiram a linha semiestruturada.

Estudantes:

Apliquei dois questionários aos alunos da escola A, sendo um no início e um no final da produção dos dados, realizados no período da condução das aulas. No entanto, ao finalizar esse período percebi a necessidade de ter aplicado um questionário no meio da atividade para obter ainda mais informações sobre o processo. Sendo assim, na escola B apliquei no início, meio e fim. Todos os questionários, exceto o segundo da escola A, foram elaborados no Google Forms (<https://www.google.com/forms/about/>).

3.4.5 Organização dos dados

Para facilitar a compreensão da discussão dos dados apresentados nas narrativas que compõem os próximos capítulos, me refero à turma do 1º ano do Ensino Médio como 1º E e à turma do 1º ano do Ensino Médio integrado ao Técnico em Administração como 1º A ou ADM1. A fim de identificar o instrumento pelo qual os dados foram produzidos, segue o Quadro 7:

Quadro 7 - Instrumentos para a produção dos dados

Instrumentos	Sigla	Data	Escola	Exemplo
Entrevista Aberta	EA	XX-XX-XX	A	EA-29-03-15A
			B	EA-29-03-15B
			B	EA-29-03-15B
Questionário	QU	(dia-mês-dois últimos dígitos do ano)	A	QU-29-03-15A
			B	QU-29-03-15B
Diário de Campo¹⁹	DC	(dia-mês-dois últimos dígitos do ano)	A	DC-29-03-15A
			B	DC-29-03-15B
Narrativa Escrita/ Narrativa Oral	NE/ NO	(dia-mês-dois últimos dígitos do ano)	A	NE/NO-29-03-15A
			B	NE/NO-29-03-15B

Fonte: Elaborado pela autora.

3.5 Um olhar para a pesquisa a partir da Ciência da Complexidade

Davis e Simmt (2014, p. 466, tradução minha) acentuam que pesquisadores da complexidade são aqueles que “estão interessados nos fenômenos que não se revelam - e que, de fato, podem desintegrar - sob o escrutínio redutivo da ciência analítica”. Isso não significa que pesquisadores da complexidade não se interessem por investigar partes constituintes ou leis governantes; a grande questão é que alguns “fenômenos manifestam traços e capacidades que não podem ser preditos ou explicados em termos de componentes e regras, em parte porque esses fenômenos complexos mudam ao longo do tempo” (DAVIS; SIMMT, 2014, p. 466, tradução minha). Por essa razão busquei elucubrar tais fenômenos complexos na sala de aula para investigar o objetivo da pesquisa.

Devido à grande quantidade de dados que foram produzidos no decorrer do semestre letivo, busquei organizá-los para o confronto das informações, percepção de regularidade, padrões e relações pertinentes (FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Para tanto, a pergunta da pesquisa foi o que norteou meu olhar como pesquisadora para fazer os registros dos episódios mais relevantes ao objetivo da pesquisa, o que entendo fazer parte da organização.

¹⁹ Diário de Campo também abrange todas as anotações de conversas gravadas, pessoalmente ou *online* (Facebook, Gmail e Skype).

Além disso, as narrativas escritas e transcritas foram essenciais para essa organização dos dados, além de terem me guiado para uma análise que, assim como apontaram Bogdan e Biklen (1994), ocorreu desde a produção dos dados.

Tendo os episódios mais relevantes, bem como as entrevistas presenciais ou via Skype, efetuei a transcrição desses registros, visando a sistematização, análise e compreensão dos dados. Tal compreensão foi resultado de um olhar para os dados, segundo a Ciência da Complexidade (DAVIS; SIMMT, 2003; DAVIS, SUMMARA, 2006, DAVIS; SIMMT, 2014). Esse olhar teórico para os dados me ofereceu mecanismos interpretativos para compreender os fenômenos emergentes na sala de aula como um sistema complexo (BARROS; SIMMT; MALTEMPI, 2017), o que permitiu à compreensão da interação de muitos agentes que constituem esse sistema, e, sobretudo, a (re)constituição de práticas da cultura escolar refletida nesse sistema complexo quando a *internet* esteve presente. Todos os agentes identificados nos dados são esclarecidos no decorrer das narrativas.

Com registros no diário de campo, transcrições de alguns episódios, registros no *Facebook*, atividades realizadas pelos alunos, questionários, narrativas e as entrevistas transcritas, utilizei o método de triangulação, o qual é pertinente para abstrair informações sobre um assunto, quando tais informações são obtidas por fontes diferentes (ARAÚJO; BORBA, 2004). A partir da Ciência da Complexidade produzi sentido para os dados triangulados, permitindo-me compreender a emergência de categorias, as quais compõem os próximos capítulos dessa tese.

Uma vez que Davis e Simmt (2014) salientam ser mais útil pensarmos em como teorias se complementam ao invés de focar em especificar distinções entre elas, meu olhar teórico a partir da Ciência da Complexidade permitiu-me dialogar tanto com as teorias apresentadas no capítulo anterior, quanto com outras que foram necessárias e descritas no decorrer das narrativas. Vejo a emergência desta tese a partir da inter-relação das impressões das professoras, do meu olhar enquanto professora e pesquisadora, da literatura, dentre outros agentes. Por essa razão, a “auto-organização” e “adaptação” desta tese às emergências no decorrer da pesquisa conduziram-me a optar pela análise narrativa, que me auxiliou a significar e produzir conhecimento sobre os dados, refletindo minha compreensão e sentido de cada ação na investigação (CARVALHO; FIORENTINI, 2013).

A análise narrativa é, segundo Fiorentini (2013), uma ferramenta metodológica muito importante para descrição de situações de aprendizagens, o que corrobora essa investigação em que busco entender quais são as aprendizagens emergentes nas aulas de Matemática mediadas pela *internet* em um ambiente, para então, compreender as práticas culturais de

ensinar e aprender (re)constituídas nesse contexto. O mesmo autor salienta que o processo de análise narrativa requer um grau apreciável de interpretação. De acordo com Bolívar, Domingo e Fernández (2001), tal processo consiste em narrar um fenômeno atribuindo sentido e significado, tendo o cuidado, como pesquisador de destacar os elementos que dão importância aos dados sem manipular a voz dos participantes. O processo de elaborar as narrativas produziu meu conhecimento e sentido sobre os dados, reverberando as análises descritivas e interpretativas dos dados triangulados. Assim, não apresento capítulos específicos para apresentação dos dados, pois esses são apresentados juntamente com suas respectivas análises, as quais são concebidas ao desenrolar das narrativas. Daí a ideia de narrar a pesquisa em uma tese, de forma que os capítulos se complementem, sendo assim, não independentes.

Saliento que não assumo as potencialidades de um ambiente híbrido ou *blended learning* como suficientes para a obtenção de sucesso no ensino, por essa razão o presente estudo busca compreender mais a cultura escolar refletida na sala de aula, assim como a complexidade dela. Por considerar sua complexidade, compreendo que esse cenário não pode ser concebido de forma estática, ou seja, existe um movimento do cenário da pesquisa e, por conseguinte, das nossas perspectivas no decorrer dela. Nessa direção emergem as análises descritas por meio de narrativas.

4 NOSSA PERSPECTIVA...

Neste capítulo estabeleço uma narrativa, “dialogando” com as professoras e com a literatura, a fim de clarificar a cultura do cenário constituinte da pesquisa aqui apresentada. Assim sendo, destaco marcas da cultura escolar constituída – e expressas por mim e pelas professoras – nas comunidades em que as professoras e eu éramos participantes na fase exploratória da pesquisa, tais como nossas perspectivas em um trabalho colaborativo e para o uso da *internet* para o ensino da Matemática. É importante compreender a temporalidade desta narrativa, visto que as marcas culturais identificadas na fase exploratória não são as únicas discutidas ao longo da tese, mas de extrema importância para a identificação da (re)constituição de práticas culturais sobre o uso de tecnologia e sobre o trabalho colaborativo das professoras envolvidas, inclusive eu, no decorrer da pesquisa.

4.1 ...sobre um trabalho colaborativo

Antes de tudo... digo, antes dos dias em que estaria presente nas aulas das turmas da professora Salgado e da professora Vânia, respectivamente o 1º E e o 1º A, busquei compreender mais sobre aqueles contextos em que um trabalho colaborativo seria desenvolvido. Trabalho esse que ainda trazia certo temor, ao passo que ele era sempre lembrado por nós, professoras. Uma experiência nova para mim, como pesquisadora e professora e, também, para as professoras Vânia e Salgado. Tanto que, em nossas conversas, fazíamos questão de lembrar: “*Juntas, né?*” [EA– 01-12-2014A], questionou-me a professora Salgado, em nossa primeira entrevista.

A primeira entrevista com essa professora foi importante para que pudéssemos ter uma perspectiva sobre o trabalho que seria desenvolvido por nós. Certamente já tínhamos conhecimento sobre compartilhar experiências de trabalhos em sala de aula para um grupo colaborativo, pois eu estava diante de uma colega do GdS, o qual Crecci (2016) e Crecci e Fiorentini (2018) descrevem como uma comunidade fronteiriça, ou seja, aquela em que a ausência de regulação da Universidade, ou da escola, propicia a constituição de um grupo a partir das experiências trazidas pelos seus participantes. Sendo assim, eu tinha alguma percepção ou conhecimento periférico sobre a escola A por meio de práticas pedagógicas da professora Salgado, compartilhadas no GdS. Entretanto, não tínhamos conhecimento sobre o 1º E, pois, até então, ela não havia lecionado para essa turma durante o Ensino Fundamental (EF), já que lecionava somente no período noturno para o Ensino Médio (EM).

Por outro lado, a professora Vânia (escola B) e eu não compartilhávamos qualquer tipo de experiência em outra comunidade. Consequentemente eu não tinha perspectivas sobre a prática pedagógica dela na escola B. Além disso, por ser uma escola somente de EM, todos os discentes dos primeiros anos seriam novos naquela comunidade, ou seja, a própria professora Vânia não tinha ainda conhecimento sobre aquela turma, o 1º A.

Diante desse quadro busco compreender, a partir dos dados da fase exploratória da pesquisa, as comunidades em que práticas acerca do ensino e aprendizagem da Matemática foram desenvolvidas por nós, professoras, em um trabalho colaborativo e pelos alunos. Ademais, concordo com Costa e Fiorentini (2007) que a cultura se expressa por diferentes meios que circundam tanto a vida individual, quanto a coletiva da comunidade. Portanto, a Figura 6 ilustra esse contexto em que estávamos inseridas, ou melhor, as comunidades, segundo a minha perspectiva.

Figura 6 - Perspectiva da pesquisadora sobre comunidades e parcerias de participação entre ela e professoras no contexto inicial da pesquisa.



Fonte: Elaboração da autora (2017).

Minha participação como membro da Universidade constituía-se no meu envolvimento nas atividades vinculadas ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Paulista (UNESP) em Rio Claro, tais como aquelas desenvolvidas no Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e aquelas diretamente relacionadas ao desenvolvimento da pesquisa aqui descrita. Entretanto, quando me refiro à Universidade, considero além do PPGEM, o que inclui atividades em outras Universidades, bem como participações em eventos ou em outros grupos de pesquisa, como no grupo PECIMAT- Tecnologias Digitais e Educação Matemática. Portanto, naquele momento inicial eu estava totalmente inserida na comunidade “Universidade” e meu único conhecimento sobre a comunidade “escola A”, a qual a professora Salgado estava totalmente inserida, era a partir das experiências compartilhadas

por ela no GdS, entretanto eu não tinha conhecimento sobre - e nem participação na - comunidade “sala de aula” dessa escola. Em relação à comunidade “escola B”, a qual a professora Vânia estava totalmente inserida, eu não tinha conhecimento algum.

A escola A, a escola B e a Universidade eram as comunidades em que a professora Salgado, a professora Vânia e eu estávamos engajadas como membros atuantes e produtivos, respectivamente. Sendo assim, nessas comunidades nos apropriamos de práticas, saberes e valores (CRECCI, 2016), que podem ser entendidos como marcas da nossa cultura escolar (ou acadêmica) adquiridas nesses espaços. Nessa conjuntura, iniciou-se a produção dos dados da pesquisa, provocando assim o meu trânsito para outras comunidades (escola A e escola B) e, conseqüentemente, fomentando a dinâmica de participação de membros dessas comunidades, representadas na Figura 6.

Esse trânsito, que certamente fomentou a co-emergência do comportamento adaptativo e das interações entre os membros das salas de aula, que constituem as comunidades vistas como sistemas de aprendizagem que se auto-organizam, isto é, sistemas complexos (DAVIS; SUMMARA, 2006), foi viabilizado pelo trabalho colaborativo, o qual era previsto. Nesse sentido, ao passo que o período de aula se aproximava tornava-se nítida para nós a complexidade desse trabalho colaborativo. Admito com Almeida (2012) que esse complexo trata-se das marcas do imprevisto, pois a interação de diversos agentes desses sistemas são elementos que relacionam entre si e, se adaptam em função de informações e eventos externos, no caso de culturas adquiridas em outras comunidades, e que, por isso, não seria possível prever um fenômeno complexo.

Além do mais, essa imprevisibilidade é coerente com a transição da zona de conforto para a zona de risco, na qual não se tem tanto conhecimento e controle (BORBA; PENTEADO, 2001). Assim, por um lado, foi provocada certa tensão e, por outro, fomentava expectativas em nós, como a professora Salgado evidenciou: *“estou apreensiva, mas confiante, pois tenho certeza que posso contar com o respaldo da Diretora e da Coordenadora da escola Patriarca e é claro, o mais importante... conto com a amiga e instrutora Ana Paula. É ela que está me incentivando. Estamos todas JUNTAS!!!”* (QU-04-02-15A). O fato da professora Salgado aprender naquela escola lhe trazia certa confiança em desenvolver outros projetos ou atividades naquela comunidade. Digo aprender, no mesmo sentido em que Wenger (2013, p. 251) explica, que “é a questão de se envolver e contribuir para práticas de suas comunidades”. Portanto, ela já havia se apropriado de práticas culturais daquela escola, as quais lhe davam segurança sobre os possíveis respaldos de outros membros da mesma comunidade.

Mas elementos novos seriam envolvidos nessas práticas, por exemplo, o trabalho em sala de aula, desenvolvido em colaboração, por dois docentes, que promove uma reorganização da dinâmica das aulas. Mais sistematicamente, a auto-organização daquele sistema (sala de aula/comunidade) seria ativada pela interação das ações colaborativas das docentes com outros agentes (DAVIS; SIMMT, 2003), implicando no temor compreensível sobre a emergência de fenômenos imprevisíveis, ou seja, complexos (ALMEIDA, 2012). De fato, não somente a professora Salgado estava apreensiva, como bem falou, mas eu também estava, sobretudo devido a algumas das expectativas da professora sobre a colaboração dirigida diretamente a mim. Realmente existia certa relação de amizade, devido aos motivos já expostos, entretanto, não sabia ao certo se desenvolveria o papel de “instrutora”, visto que almejava trabalhar *com* as professoras (FIORENTINI, 2004; TARDIF, 2012), consoante ao que tentei esclarecer em nossa primeira conversa (EA-01-12-14A).

– *Então, não quero chegar até sua aula para pesquisar você.* Afirmei para a professora Salgado, que prontamente respondeu indagando: – *Juntas, né?* E, então, esclareci minhas expectativas sobre essa colaboração:

– *Isso. É um trabalho colaborativo. Colaborativo na prática, no momento da produção dos dados. Assim, eu tenho uma referência teórica que vai me embasar na pesquisa. Mas eu não posso contar só com esse meu conhecimento teórico, eu tenho que contar com o seu conhecimento de prática de sala de aula, os alunos são seus, a aula é sua... Eu estarei no seu ambiente. Então a gente precisa juntar esses conhecimentos para fazermos um bom trabalho juntas.*

– *Tá legal.* Concordou a professora, e, então, continuei...

– *E pra mim o mais importante não é chegar até você e dizer: Salgado faça isso ou aquilo! Mesmo porque eu nem tenho essa liberdade. Eu gostaria de conseguir desenvolver um trabalho colaborativo com você, até chegar ao ponto de você conseguir ir se apropriando dos recursos [tecnológicos] também, você ter as suas experiências. Como você disse no início que o que te impedia era o medo, eu acredito que ele vai diminuir com o tempo, vai ser uma boa troca e um bom trabalho juntas.*

Entendo que o *com* não pode ser compreendido de forma simplista ou determinística, uma vez que a coletividade de um trabalho resulta de práticas docentes culturalmente entendidas por cada professor envolvido, na busca por atender necessidades de aprendizagem de todos os membros de um sistema (alunos, inclusive). Por essa razão, são concebidas ações coerentes às emergências de um sistema, portanto, mesmo que não previsto, o papel de instrutor de qualquer pessoa envolvida pode ser necessário ou não. Além disso, percebo com

D'Ambrosio e Lopes (2015) a relevância de abordar aspectos relacionados à constituição do educador, nesse caso, a minha e a das professoras envolvidas em um trabalho colaborativo, entretanto, o contexto da sala de aula nos conduziu a encarar o desafio desse tipo de trabalho: a negociação contínua.

Sendo assim, grande parte das informações obtidas nessa fase exploratória foi útil para posteriores negociações, bem como, para compreender a expectativa revelada pela professora Vânia sobre o desenvolvimento da pesquisa na escola B: *“espero que o aluno possa assimilar e relacionar os conceitos matemáticos de forma mais clara e objetiva, podendo assim transformar o processo de ensino aprendizagem em algo mais significativo para eles”* (QU-26-07-15B). Esse trecho, revela uma preocupação comum entre professores, no que se refere a qualquer atividade realizada em sala de aula. Portanto, posso dizer que: *“transformar o processo de ensino aprendizagem em algo mais significativo para eles [alunos]”* era uma preocupação de todas nós.

Faço uso das palavras da professora Vânia para estender o sentido de colaboração ao trabalho dos alunos, pois *“dentro do processo de ensino aprendizagem considero [colaboração] uma ferramenta de grande importância, onde o protagonismo do aluno pode se tornar mais evidente”* (QU-26-07-15B). Essa era uma convergência de pensamento que as três professoras envolvidas, me incluo, demonstraram ter ao longo da produção dos dados durante o desenvolvimento das atividades em sala de aula.

O período da fase exploratória, anterior à condução das aulas, na escola B, contemplou o período de produção de dados na escola A. Sendo assim, essa expectativa da professora Vânia ia ao encontro do que eu também esperava, com base nas experiências vividas na escola A, com a turma da professora Salgado. Ou seja, minhas crenças já eram resultantes da interação de diversos agentes culturais de outra comunidade bem como fazia sentido esperar que o trabalho colaborativo na escola B, permitisse, também a colaboração entre *“professor/aluno, aluno/aluno”*, de forma *“mais próxima um do outro”*, quando *“cada um contribui com o outro aprendendo e trocando experiências de todo um processo de ensino e aprendizagem”* (QU-26-07-15B).

Em suma, dentro das nossas perspectivas de um trabalho colaborativo, as quais também são marcas culturais de comunidades às quais pertencemos, as aulas foram conduzidas. Conquanto, também fui guiada pelo desejo de propiciar um espaço para que as professoras envolvidas, inclusive eu, desenvolvessem uma autonomia para o uso do que a *internet* nos oferece, para o aproveitamento das aulas de Matemática. No entanto, como *“a autonomia do profissional da Educação está relacionada aos interesses da comunidade*

educativa na qual atua” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 10), além de considerar as necessidades das escolas, tinha que contemplar aquelas relacionadas à pesquisa, uma vez que me mantive inserida no contexto da comunidade “Universidade”, como participante atuante e produtiva.

Em vista disso esforcei-me para que as demandas da Universidade não comprometessem minhas ações em torno dos fenômenos emergentes nos 1º anos das escolas A e B. Digo isso, sobretudo, pelo fato de ter conhecimento da perspectiva da professora Salgado sobre um trabalho colaborativo e concordar com ela, quando disse: *“espero discutir sobre o resultado de determinadas experiências, receber contribuições/críticas construtivas, pois é muito fácil olhar o trabalho de alguém, mas nem sempre conseguimos ver onde podemos melhorar o nosso trabalho”* (EA-01-12-14A). Sendo assim, não gostaria que minha representatividade da Universidade se reduzisse a julgar o trabalho das professoras, mas que preservasse a colaboração.

Por fim, as práticas de ensino e aprendizagem reveladas não são vistas aqui como se tivessem sido (re)constituídas em comunidades isoladas. Assim, para melhor compreendermos as discussões ao longo da tese, discorro a seguir sobre algumas práticas pertinentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática, com o uso de recursos tecnológicos da *internet*, que puderam ser identificadas ainda na fase exploratória. Tais práticas são percebidas como marcas culturais de comunidades das quais éramos pertencentes e atuantes. Por conseguinte, sigo explanando o que é possível analisar na fase exploratória a respeito da nossa perspectiva...

4.2 ...sobre o uso de tecnologias nas aulas de Matemática

Não basta que tenhamos conhecimento da cultura de uma determinada organização escolar para pensarmos em ações pedagógicas neste contexto. Acredito que, conforme afirmam Costa e Fiorentini (2007) sobre o caráter contingente, parcial e provisório da cultura, elucidando, inclusive, que ela não se cumpre infalivelmente como um algoritmo matemático, devemos ir além do conhecimento da cultura de uma comunidade em que somos ou seremos membros atuantes. Se nos remetermos ao significado de algoritmo matemático, ou seja, a um “conjunto ordenado e finito de processos necessários para efetuar um cálculo”²⁰, podemos nos dar conta de que não existe um conjunto finito de práticas pedagógicas necessárias para uma determinada finalidade na sala de aula, sobretudo, pelo fato de sermos membros desse

²⁰ <https://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/algoritmo>

sistema complexo, “portadores de cultura e, ao mesmo tempo, produzidos pelas culturas” (FARIAS; MENDES, 2014, p. 16).

Nessa perspectiva, para que no decorrer da tese possamos ir além da identificação da cultura revelada em práticas, por exemplo, do uso da *internet* por professores e alunos nas aulas de Matemática, elucido algumas marcas culturais sobre esses tipos de práticas reconhecidas ainda na fase exploratória da pesquisa. Esse olhar foi tão importante para a condução das aulas, quanto para a análise dos dados produzidos. Por isso, no primeiro questionário perguntei às professoras:

– *Qual a sua perspectiva sobre o uso de tecnologias para o ensino da Matemática?*

Tendo como resposta da professora Vânia o seguinte:

– *Acredito que as aulas podem se tornar mais interessantes, a internet hoje faz parte do cotidiano do aluno e ela não pode ser visualizada como inimiga do professor, mas sim como uma ferramenta de apoio que bem utilizada pode representar um aprendizado mais significativo para o aluno [QU-26-07-14B].* Tal resposta veio ao encontro de algumas das razões pelas quais decidi pelo tema deste estudo, o que é condizente ao que esclareço no capítulo 1 desta tese. Além disso, me chama atenção o fato de que a professora falava sob a ótica de uma comunidade escolar e não acadêmica.

Não diferente, a professora Salgado também demonstrou reconhecer as potencialidades do uso da *internet* em aulas de Matemática. Ela ainda enfatizou sua resposta, na primeira entrevista [EA-01-12-14A], com algumas experiências pessoais:

– *Nesse ano de 2014, quando fiz o curso Matemática multimídia [M³] pelo Estado, só que era online, lá eles deram muitas dicas de softwares. Cada assunto tinha um software que a gente podia brincar. Alí eu vi: que legal! Puxa que legal você ver o negócio acontecendo. Isso é muito bom! Então assim, achei bacana isso. Vejo meus filhos fazendo muitas coisas na internet também, mas não era aquele nível de software, era mais de outras coisas de pesquisa mesmo. Então eu acho legal, ‘tá’ aí para ser usado, tira esse negócio de ficar só no celular usando whatsapp ou então no Face, e sim, usando para outro tipo de foco, que vai ser útil na escola. E em uma das atividades que eu escolhi desse curso para desenvolver lá na escola, não houve muito sucesso. Por que não houve muito sucesso? Primeiro porque eu também tenho medo, eu não sei usar o computador como eles usam, eu fico com medo também. Mas aí, na hora que ‘tava’ todo mundo realmente naquele software, eu vi que eles não sabem o que eu sei. Então são duas coisas diferentes, eu não sei teclar em tudo o que é lugar que eles teclam e fazer um monte de coisa que eles fazem, mas eles não sabem a minha Matemática*

dentro do software. Então são coisas que podem acabar casando, trocando, eles podem me ensinar uma parte e eu posso ensinar eles outra parte, então eu acho que isso é legal.

Frente a essa aparente convergência sobre a perspectiva do uso da *internet* de pessoas participantes em diferentes comunidades, senti-me animada tanto para o início das aulas quanto para um posterior olhar analítico dos dados. Entretanto, não posso reduzir essas crenças explicitadas por mim e pelas professoras à marca da cultura da Universidade ou das escolas A e B. Como diriam Farias e Mendes (2014, p. 17), “as culturas são as marcas das sociedades humanas. Quando nascemos, já estamos inseridos em um grupo cultural”, condizente à realidade de que “as comunidades de práticas a que pertencemos mudam no decorrer das nossas vidas, pois, de fato, estão em toda parte” (WENGER, 2013, p. 249). Portanto, observo que a constituição das nossas crenças sobre o uso da tecnologia para a educação transcende as comunidades ou organizações educacionais.

Por exemplo, a professora Salgado ao revelar: “(...) *vejo meus filhos fazendo muitas coisas na internet também (...)*”, acentua a constituição de seus valores em uma comunidade externa à escola. Nesse sentido, poderíamos listar “n” comunidades como contextos onde concebemos nossos valores, incluindo aqueles relacionados ao uso da *internet*. Todavia, ao nos questionarmos sobre a reconstituição de tais valores, em uma comunidade escolar específica, devemos considerar outros fatores como as regras, costumes, currículo, crenças etc., como agentes desse contexto. Tendo como exemplo as razões pelo *medo* relatado pela professora Salgado, noto o quanto nossa perspectiva do uso de tecnologia em sala de aula pode ser engendrada por crenças mais tradicionais de ensino, aquelas em que prezamos pelo controle do desenvolvimento das nossas ações pedagógicas, bem como do conhecimento.

Entretanto, visto que “cada indivíduo, antes de decidir sua proposta de vida, se encontra imerso na imanência de sua comunidade, nas coordenadas que configuram o pensar, o sentir e o agir legítimo em seu grupo humano” (PÉREZ GÓMEZ, 2001, p. 13), percebo na preocupação manifestada pela professora Salgado, especificamente: “*Primeiro porque eu também tenho medo, eu não sei usar o computador como eles usam, eu fico com medo também*” (EA-01-12-14A), uma crença comum em comunidades escolares. Não podemos nos esquecer de que as coordenadas que têm configurado nossos medos e ações pedagógicas são aquelas da escola predominante no Brasil, daquela que “se posicionou de maneira um tanto refratária e adversa às transformações da pós-modernidade” (SILVA; CAMARGO, 2015, p. 173). Abro parêntese para realçar:

A partir da Revolução Industrial, a necessidade de formar operários de maneira padronizada e homogênea desencadeou um processo educativo muito próximo daquele que se tem como estrutura básica do ensino atual: ensino padronizado para

crianças diferentes, interações circunscritas ao ambiente da sala de aula, compartimentalização das salas por crianças de mesma faixa etária, ritmo de aprendizagem determinado pelo tempo cartesiano e quantificado – expresso pelo relógio, pelo sinal (o mesmo dos turnos das fábricas) -, o conhecimento fragmentado por disciplinas que, muitas vezes, não apresentam conexão umas com as outras e, por fim, a escola no centro da verdade a ser transmitida. (SILVA; CAMARGO, 2015, p. 172).

Apesar da realidade tradicional da Educação no Brasil, a professora Salgado reconhece as potencialidades da tecnologia para uma relação dialógica com seus alunos. Digo isso no sentido exposto por Freire (2014, p. 133), quando adverte que ensinar exige disponibilidade para o diálogo: o “sujeito que se abre ao mundo e aos outros inaugura com seu gesto a relação dialógica em que se confirma como inquietação e curiosidade, como inconclusão em permanente movimento da história”. A professora via um espaço para troca de conhecimento com seus alunos com o uso da tecnologia, visto que afirmou: “*são coisas que podem acabar casando, trocando, eles podem me ensinar uma parte e eu posso ensinar eles outra parte*” [EA01-12-14A], ao se referir ao conhecimento matemático dela e o tecnológico dos alunos.

A promoção do diálogo é muito importante para a constituição de espaços criativos, os quais segundo Farias e Mendes (2014) podem atender à diversidade dos alunos como um valor significativo. E não nos desatentemos de que “é necessário permitir que eles façam uso de suas experiências vividas, das situações do cotidiano, de seus valores culturais assumidos como norteadores de suas vidas” (FARIAS; MENDES, 2014, p. 16). Ou seja, é um desafio de prática que vai além de adquirir conhecimento sobre o uso da tecnologia em cursos de formação. No caso da professora Salgado, que relatou sua experiência no curso de formação oferecido pelo Estado, sobre o uso de recursos do M³, podemos observar uma postura crítica e reflexiva sobre a própria prática quando admite:

– *Espero que o uso da tecnologia torne minhas aulas mais produtivas e, principalmente, inclusivas. Sei que não vai ser fácil incentivar algo que ainda não se vive, é sair da zona de conforto e estar preparada para aprender junto com os alunos* (QU-04-02-15A).

Ou seja, apesar da experiência proporcionada pelo curso “Matemática Multimídia” que ela realizou no ano de 2014, “*no qual contemplou conteúdos da apostila do Estado do 2º ano Ensino Médio* [QU-04-02-15A]” e envolveu “*um grupo com mais ou menos vinte e cinco professores e um Tutor* [QU-04-02-15A]”, ela admite que não seria fácil “*incentivar algo que ainda não se vive* [QU-04-02-15A]” ou seja, “*é sair da zona de conforto e estar preparada para aprender junto com os alunos* [QU-04-02-15A]”. Isto é, a busca pelo sentido do uso de tecnologia para a professora Salgado era na própria prática, aquela na dinâmica normal das

aulas de Matemática. Além disso, ela tinha consciência de que essa busca exige que saíamos das nossas práticas habituais e nos arrisquemos mais, transitando da zona de conforto para uma zona de risco.

Já a prática do uso da tecnologia da professora Vânia estava atrelada ao curso ofertado pelo Centro Paula Souza que ela havia realizado, conforme frisou ao responder o meu questionamento:

– *Você já participou de algum curso de formação inicial ou continuada em que foram utilizados recursos tecnológicos para se trabalhar assuntos da Matemática? Caso tenha participado, considera essa experiência positiva ou negativa? Por quê?* [QU-26-07-14B].

– *Plataforma Clickideia do Centro Paula Souza. A experiência foi positiva em algumas situações, pois permite uma interação mais rápida dos conteúdos e torna a aula mais dinâmica* [QU-26-07-14B].

Mas ela também fez questão de salientar a condição que vivenciou no uso de tecnologia na comunidade em que estava inserida, a escola B: “*Como o uso do Clickideia era em parceria com o Centro Paula Souza, a escola “obrigatoriamente” tinha metas de acesso do portal, então, muitas vezes, o uso estava atrelado a estas metas* [Q26-07-14B]”. Visto isso, compreendo que apesar dos cursos de formação continuada proporcionarem o conhecimento sobre o uso da tecnologia, eles, por si só, podem não amparar o professor no dia a dia, ou seja, quando ele tem oportunidade de construir o sentido do uso desses recursos em suas práticas pedagógicas. Tais práticas criam espaços para que o professor enfrente um real desafio de uso com seus alunos e aprenda nesse processo. Nessa direção faço uso das palavras de Moreira (2005, p. 210) para afirmar que “o desenvolvimento profissional do professor não se estrutura só no domínio de conhecimentos sobre o ato de ensinar, mas também em atitudes do professor e nas relações interpessoais na sala de aula e na escola”.

Portanto, as experiências do uso da *internet* na educação descritas pelas professoras, revelam que embora o conhecimento adquirido em cursos de formação e a prática na sala de aula atrelada a esses cursos, elas ainda precisavam ser inspiradas por razões constituídas em suas próprias práticas de ensino, dentro das comunidades em que eram pertencentes e atuantes, isto é, em suas respectivas salas de aula. Assim, essa pesquisa contribuiu para esse tipo de experiência.

Vale ressaltar que as práticas na sala de aula reverberam a todo tempo a influência de fatores, inclusive externos a essa comunidade, os quais são também agentes na constituição desse sistema complexo. Cito alguns desses aspectos, identificados antes do início das aulas, que considereei serem agentes que influenciariam o uso da *internet* nas aulas.

Quadro 8 - Alguns agentes que influenciam o uso da *internet* nas aulas de Matemática

Fatores	Nossas falas	Minha perspectiva
Burocracia curricular	<p>Ana Paula: <i>Então eu preciso saber qual o conteúdo programático pra gente trabalhar esses tipos de Funções, mas não necessariamente linear [EA30-06-15B].</i></p> <p>Vânia: <i>Não tem problema, pode não ser linear. Só que eu não posso fugir dentro das bases, por exemplo, os registros, já tem um monte de paramentos aqui que eu tenho que seguir [EA-30-06-15B].</i></p>	<p>A “obrigatoriedade” do cumprimento dos parâmetros curriculares confronta a potencialidade da <i>internet</i> para uma liberdade no estudo da Matemática.</p>
Planejamento acadêmico	<p>Ana Paula: <i>E agora, qual é o meu próximo passo? Eu vou colocar cada aula no planejamento com as atividades [EA-23-02-12A].</i></p>	<p>Pensar o planejamento a partir da comunidade acadêmica pode engendrar as atividades somente à potencialidade da tecnologia escolhida, desconsiderando assim suprir as reais necessidades da sala de aula.</p>
Hábito de estudo	<p>Salgado: <i>Ainda estou preocupada sobre como vou administrar o tempo de fazer alguma coisa ali [Facebook], pedir, fazer com que eles façam em casa e fazer em sala de aula. Então pode ser que no começo eu consiga me dedicar mais a apostila, esse é o grande perigo e eu preciso aprender a manipular essas coisas novas [EA-23-02-15A].</i></p>	<p>A questão dos alunos não terem hábito de estudar fora do horário de aula pode influenciar na exploração das atividades sugeridas no <i>Facebook</i>, bem como as professoras não terem o hábito de usar essa rede social como plataforma de aprendizagem²¹.</p>
Desafio da avaliação	<p>Salgado [suas práticas comuns de avaliação]: trabalho: <i>capricho na nota se o aluno entregou no prazo e se ele entendeu. Geralmente são quatro itens. Os alunos geralmente sabem como são avaliados; atividades:</i> <i>produções durante a aula, por exemplo, lista de exercícios e comportamento (os alunos sabem quando são avaliados). Por exemplo, se no final eu avaliei cinco dias de participação, eu faço uma nota desses dias; prova:</i> <i>às vezes em dupla, individual e com consulta. Cada questão vem estipulada a pontuação;</i></p>	<p>A prática de uso de certos instrumentos de avaliação pode confrontar a potencialidade da <i>internet</i> para novas maneiras de avaliar.</p> <p>Compreender o desafio de avaliar os alunos quando esses expressarem seus</p>

²¹ Eu auxiliei a professora Salgado a criar sua conta no Facebook, bem como a professora Vânia a reativar sua conta nessa rede social. Ambas declararam não ter o hábito, até então, de uso dessas redes.

	<p>conceito final: <i>faço a somatória de tudo, não precisa ser média [DC-23-02-15A]</i></p> <p>Salgado: <i>Então, é que eu preciso ver a cena para eu realmente montar uma avaliação eu preciso ver a cena [EA-23-02-15A].</i></p> <p>Ana Paula: <i>Então, tenta ir pensando sobre isso. E conforme a gente vai estruturando, a gente vai vendo a cena e vai melhorando [EA-23-02-15A].</i></p> <p>Salgado: <i>Então, que a gente vai avaliar o que vai ser postado já está certo, aí tem a parte escrita, a participação ali, os comentários [EA-23-02-15A].</i></p>	<p>conhecimentos por meio da escrita (comentários no <i>Facebook</i>) indicia que o espaço proporcionado pelo <i>Facebook</i> é potencial para a avaliação.</p>
<p>Tempo/ carga horária de trabalho</p>	<p>Vânia: <i>É vou precisar sim, porque dependendo da atividade... Fica difícil... Às vezes, qual é minha dificuldade? Eu apliquei a prova pra eles. Eu demorei dar a devolutiva pra eles do resultado. Os alunos: professora corrigiu a prova? Não, ainda não. Então eu demorei mesmo. Tanto que eles fizeram a prova dia 16 de junho, eu dei a resposta agora [30 de junho], então ficou bem atrasado [EA-30-06-15B].</i></p> <p>Vânia: <i>O meu maior problema é o horário. Essa semana foi o fechamento de notas. Então assim, tá tranquilo. Mas a gente tem muitos eventos, muita visita técnica [EA-30-06-15B].</i></p>	<p>Administração do tempo para dedicação às aulas é um desafio, visto que a carga horária de trabalho semanal (60h) influencia diretamente na administração do tempo para dedicação às aulas, sobretudo quando essas exigem empenho para a dinâmica de uma plataforma de aprendizagem <i>online</i>.</p>
<p>Proibição do uso de celular</p>	<p>Vânia: <i>São quase todos. É acho que não vai ter problema não. É... Mas não no celular. Celular nenhum aluno tem autorização, mesmo sendo sócio. Só notebook ou tablet [EA-30-06-15B].</i></p>	<p>Embora as potencialidades da <i>internet</i> sejam reconhecidas pelas professoras, existem condições para o uso do celular na escola, principalmente do <i>smartphone</i> que atualmente é um dos principais meios de acesso à <i>internet</i>.</p>

Fonte: Elaboração da autora (2017).

O Quadro 8 evidencia a complexidade de sala de aula e revela fatores que influenciam tanto na constituição da nossa perspectiva sobre o uso da tecnologia para o desenvolvimento das aulas, quanto em nossas ações. Como a sala de aula é um sistema auto-organizado e adaptativo, apesar dos fatores apresentados no Quadro 8, nossas perspectivas sobre o uso da *internet* também foram moldadas ao longo do desenvolvimento da pesquisa. Nessa direção, esses e outros agentes que disparam a emergência de fenômenos complexos na sala de aula,

quando aulas de Matemática foram mediadas pela *internet*, são abordados nas próximas narrativas.

4.3 Antes de tudo... O início de tudo!

Uma vez que compreender o significado da *(re)constituição de práticas da cultura escolar* é fundamental nesta tese, busquei elucidar tanto minha perspectiva quanto as das professoras envolvidas, sobre as marcas culturais refletidas nas salas de aula (cenários da pesquisa) das escolas A e B, antes do desenvolvimento das aulas. Para tanto, foi importante nos situar na pesquisa, compreendendo inclusive nossas crenças à luz das comunidades de práticas (WENGER, 2013) em que estávamos inseridas, visto que tais crenças ou perspectivas também são marcas culturais que se revelam nas comunidades em que atuamos e, portanto, como afirmam Costa e Fiorenini (2007), são sujeitas às sucessivas interpretações e transformações.

Sendo assim, nossas perspectivas sobre um trabalho colaborativo e sobre o uso da *internet* nas aulas são marcas culturais que, ao longo da pesquisa, foram interpretadas e transformadas pelos membros das turmas do primeiro ano de cada escola. Uma vez que nós, professoras, fomos membros atuantes nessas comunidades, nós produzimos culturas e fomos produzidas por elas, provocando a auto-organização e adaptação nessas comunidades, também interpretadas nesta tese como sistemas complexos (DAVIS, SUMMARA, 2006), o que fica mais evidente no próximo capítulo. Conforme outros dados são analisados, outras marcas culturais tornam-se evidentes, inclusive aquelas expressadas pelos alunos.

Por compreender a complexidade da sala de aula devido à emergência de fenômenos adaptativos, os quais são imprevisíveis (ALMEIDA, 2012), devemos considerar que fatores internos ou externos a essa comunidade interagem entre si, ativando a auto-organização das aulas. Inclusive, tal característica fomenta a produção de culturas em comunidades educativas, ou seja, a cultura escolar.

Enfim, tanto a *(re)constituição* das minhas práticas de ensino, quanto das professoras, emergem da interação de novos elementos (relacionados ao ambiente híbrido) com nossas perspectivas, hábitos ou crenças sobre o uso da *internet*, entre outros agentes, expostos ou não neste capítulo. Nesse sentido, também é preciso considerar agentes de cunho político-pedagógico de uma escola, como limitações em torno do currículo e critérios classificatórios, ou seja, aqueles que “estabelecem um referencial inidôneo, que tem como consequência definir práticas e mesmo sistemas educacionais” (D’AMBROSIO, 2005, p. 99). Organizações

educacionais, muitas vezes, institucionalizam modelos de ensino de forma engessada, ou como um produto, esquecendo-se de que o professor deve ter espaço para desenvolver a autonomia para adaptá-los ou até mesmo não usá-los, a fim de atender as especificidades de sua sala de aula. Por isso, devemos nos alertar sobre a necessidade do estabelecimento da relação entre educação (ações nesse âmbito) com a cultura presente na sala de aula (FARIAS; MENDES, 2014).

Por essa razão, no próximo capítulo exponho o que D'Ambrosio (2005) chama de “acertar o passo” com uma perspectiva teórica de um ambiente híbrido e, ao mesmo tempo de atender as necessidades dos contextos culturais (salas de aula). E como o atual capítulo nos permite entender marcas culturais já existentes naqueles contextos, ele também respalda a busca pela compreensão sobre como os processos de ensinar e aprender Funções são re(constituídos) numa abordagem *blended learning*. Sendo assim, a análise dos dados da fase exploratória já era o **início de tudo!**

5. PRÁTICAS DOCENTES EM UM SISTEMA COMPLEXO

À vista de tudo o que foi apresentado até aqui, prossigo com uma narrativa em que “dialogo” com a Ciência da Complexidade, com os pressupostos da sala de aula invertida (*flipped classroom*) e rotação de estação (*station rotation*), pensados para as aulas que ocorreram no período entre de 13 de março a 17 de abril na escola A com o objetivo de introduzir o conceito de Função, com a professora Salgado. A narrativa a seguir contribui para que a partir do olhar para a complexidade da sala de aula percebamos a (re)constituição de práticas docentes que indicam a cultura escolar reverberada naquelas aulas.

5.1 A auto-organização de uma aula de Matemática baseada na sala de aula invertida

Tudo preparado para a aula do dia 13 de março de 2015, ou pelo menos eu acreditava que sim... Dezenove alunos haviam respondido ao questionário aplicado na fase exploratória da pesquisa e, conforme podemos verificar na Tabela 1, eles demonstraram familiaridade tanto com a rede social *Facebook*, quanto com o uso de dispositivos móveis para o acesso a ela.

Tabela 1- Questões sobre o *Facebook*

Nos dias em que você acessa o <i>Facebook</i>, com qual frequência acessa?	Uma vez por dia	7	41,2%
	Duas vezes por dia	4	23,5%
	Três vezes por dia	0	0%
	Mais de três vezes	6	35,3%
Com qual frequência você acessa o <i>Facebook</i> por semana?	Uma vez por semana	4	23,5%
	Duas vezes por semana	3	17,6%
	Três vezes por semana	0	0%
	Mais de três vezes por semana	10	58,8%
Por qual meio você acessa sua conta no <i>Facebook</i> com maior frequência?	Computador de mesa	1	5,9%
	Celular, tablet ou notebook	16	94,1%

Fonte: elaboração da autora (2017).

Essas informações me causaram tranquilidade visto que havia sido informada pela professora Salgado, que devido a alterações no regulamento do programa Acesso Escola, não

poderíamos mais utilizar o laboratório de informática no decorrer da pesquisa, o que comprometeria o desenvolvimento de uma aula embasada na abordagem de rotação de laboratório. Além disso, conforme já expliquei, o *Facebook* tinha sido escolhido para ser usado como uma plataforma de aprendizagem na pesquisa.

Ademais, na semana anterior ao dia 13 de março, apresentei-me pessoalmente aos alunos, pois, até então, meu contato havia sido somente virtual. O roteador da escola havia sido testado e como bem disse a professora Salgado, após a aula do dia 06 de março, parecia estar tudo na normalidade quanto a primeira experimentação do uso do celular com os alunos em aula, conforme ela relata.

– Testamos o sinal do roteador nos celulares disponíveis [...] foi ótimo em todos os lugares da sala, tivemos cerca de cinco a dez minutos com internet, nossa... quase todos conectados... Falaram com “Deus e o mundo”, alguns entraram no grupo virtual [grupo do Facebook] para responder o questionário que a Ana solicitou, outros retrucaram que não conseguiam abrir, então a Ana deu uma assistência. Pedi para que todos guardassem o celular e a Ana saiu com o primeiro grupo para receber as orientações [reuni-me na biblioteca com esse grupo para passar as instruções do primeiro experimento]. Para o meu espanto realmente guardaram o celular sem reclamar e fizeram o exercício proposto, aquele que já tinha sido entregue no dia anterior [antes do início das atividades relacionadas à pesquisa], houve muita dificuldade para alguns, e outros realizaram com rapidez [NE-06-03-15A].

O grupo de alunos que recebeu minhas orientações era um dos três grupos que ficaram responsáveis pela realização dos três primeiros experimentos que foram desenvolvidos na pesquisa. Naquela aula do dia 6 de março, finalizamos a organização desses grupos (a professora Salgado já havia encaminhado a organização dos grupos com os alunos) e esclarecemos a dinâmica das aulas para os alunos, para darmos início ao desenvolvimento das atividades na semana seguinte. Os três primeiros experimentos foram adaptados da coleção M³:

Quadro 9 - Experimento da coleção M³: escoamento de areia

Sinopse	Usando areia e garrafas pet, os alunos serão direcionados a identificar algumas relações que descrevem o escoamento de areia em funis com diferentes tamanhos de bocais. Essas relações são bastante significativas em vários fenômenos na física.
Conteúdos	Razão e Proporção: proporcionalidade direta, proporcionalidade inversa.
Objetivo	Obter relações de proporcionalidade através do escoamento de areia.

Fonte: <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1011>>.

A coleção M³ sugere que o experimento seja desenvolvido em uma aula dupla. Por se tratar da primeira atividade que seria desenvolvida na pesquisa, a escolha desse experimento foi minha. Entretanto, as adaptações foram decididas a partir das impressões que eu já estava construindo sobre aquela turma, segundo as conversas com a professora Salgado, das minhas crenças sobre sala de aula, baseadas em minhas experiências docente e acadêmica. Para esclarecer as adaptações do experimento, primeiramente compartilho no Quadro 10 a proposta original do experimento extraído da coleção M³.

Quadro 10 - Proposta original do experimento extraído da coleção M³

	Descrição	Objetivo
Atividade preliminar	Divida a sala em trios. Na atividade preliminar, os alunos devem escolher um tamanho de bocal fixo e variar a quantidade de areia, para verificar o tempo de escoamento em cada variação. O próximo passo é fazer o inverso: o tamanho dos bocais varia para uma determinada quantidade de areia. Novamente, o tempo de escoamento deve ser mensurado.	Evidenciar dois fatos: quanto maior a quantidade de areia, maior é o tempo de escoamento; quanto maior a área do bocal, menor é o tempo de escoamento.
O Problema	<p>O primeiro passo é dividir os 2 litros de areia em duas garrafas e despejá-la simultaneamente em dois funis diferentes, na tentativa de solucionar o problema: quais devem ser as quantidades Q_1 e Q_2 a serem distribuídas em dois funis de raio R_1 e R_2, respectivamente, para que o tempo total de escoamento dos dois funis seja o menor possível?</p> <p>Sugestões: Para a realização do experimento, usar três combinações de bocais (0,25; 0,50; 0,75).</p> <p>Os alunos deverão utilizar a garrafa graduada para medir os valores de Q_1 e Q_2 que fazem com que o tempo de escoamento seja o menor possível.</p>	<p>Compreender que a quantidade de areia que escoar pelo funil será proporcional à área do buraco.</p> <p>OBS.: Os alunos podem imaginar inicialmente que será proporcional ao raio do buraco.</p> <p>Perceber alguma relação entre as quantidades Q_1 e Q_2 e os raios R_1 e R_2, e descreve-la.</p>

Fonte: <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1011>>.

Segundo essa proposta original, para a socialização dos dados do experimento é sugerido que o professor reúna os dados coletados por pelo menos cinco grupos, reproduzindo na lousa uma tabela, e então, estimula e os alunos com questionamentos, para que percebam relações como: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$. Além disso, a partir de um sistema que considera essa relação e $Q_1 + Q_2 = 2$, seria possível encontrar os valores esperados para Q_1 e Q_2 . Também, é sugerido que o professor proponha uma variação do problema, acrescentado uma quantidade Q_3 para gerar novas discussões com os estudantes.

Condizente ao que relatei no capítulo anterior, eu já trazia algumas marcas culturais constituídas na comunidade acadêmica em que atuava. Por isso, o experimento me chamou a atenção por propiciar uma discussão teórica sobre relações a partir de uma experiência empírica, um fenômeno significativo na física. Em consonância com Davydov (1990), acredito que a comunidade escolar contribui para que o aluno compreenda determinado conceito quando a visão/atuação do professor valoriza não somente o pensamento empírico, mas também o teórico. Segundo o autor, esse pensamento teórico parte do empírico num processo de generalização que a partir do geral transita para o particular. Numa visão Vygotskiana, Daniels (2003) afirma que é do conceito espontâneo para o científico.

Nessa linha de pensamento, julguei que a atividade propiciaria o pensamento teórico sobre relações, que são a essência do conceito de Função, a partir de um fenômeno físico, pois de uma situação geral seria possível investigar o caso particular de qual seria a relação entre as grandezas ‘quantidade de área’ e ‘raio’ do buraco do funil. Entretanto, acreditei que a sistematização daquele conteúdo proposto no experimento da coleção M³ poderia não ser bem sucedida, sobretudo devido às impressões que eu já estava construindo sobre a turma da professora Salgado a partir das nossas conversas, que já apontavam diferentes níveis de conhecimento e dificuldades relacionados à Matemática, o que reputo ser, dentre outros fatores, condizente com a heterogeneidade da formação básica dos alunos, bem como, a professora Salgado já apontava sobre as características gerais da turma:

–Mais ou menos 5 alunos já eram da nossa escola no 9º ano, uns 15 alunos eram de outra escola pública de Vinhedo (Integração) e os demais vieram de Campinas (bairro perto do aeroporto) e ainda tenho, se não estou enganada, dois alunos que vieram de um colégio particular e Vinhedo (Sant’Ana). Já percebi que terei uns dois ou três alunos que darão problemas, porém pode ser apenas a primeira impressão [DC-10-02-15A]²².

Ademais, dada minha experiência docente, considereei que a realização do experimento tomaria a aula toda, não restando tempo para a socialização e sistematização do conteúdo envolvido. Assim, seria arriscado retomar o conteúdo na semana seguinte e perder impressões importantes da experiência prática. É comum na prática docente, situações em que tentamos envolver os alunos na realização de experimentos durante as aulas, mas devido à necessidade da condução de todo o material e ao tempo gasto para a realização desses experimentos, geralmente não resta tempo para uma discussão sistematizada sobre as situações experimentais.

²² Trecho extraído de uma conversa entre mim e a professora no *Facebook*.

Assim, uma alternativa seria aproveitar as potencialidades da *internet* para proporcionar uma experiência de aprendizagem coletiva *online*, na qual poderia ser fomentada a aprendizagem na interação entre alunos/alunos e alunos/professores (LAVE; WENGER, 2002), em que cada um pudesse ter mais controle sobre seus estudos em um ambiente híbrido (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013; BACICH; TANZI; TREVIZAN, 2015). Minha crença em adaptar esse experimento refletia um emaranhado de experiências que constituíam minha cultura de ensino, tanto em comunidades em que eu já havia atuado enquanto professora, quanto na academia. Portanto, mesmo em busca de um trabalho colaborativo com a professora, as primeiras decisões tendiam naturalmente a atender as perspectivas que delineavam a construção da pesquisa.

O objetivo de aplicar os três experimentos adaptados da coleção M^3 , era envolver os estudantes em situações físicas, em que pudessem refletir sobre diversas interpretações de um fenômeno. Assim, uma abordagem mais algébrica e geométrica sobre o conceito de Função não seria isolada dessas interpretações. Como diria Ponte (1990, p. 5), “a noção de função não apareceu por acaso na Matemática”, pois, também em harmonia com Caraça (1951), o instrumento matemático é fundamental para um estudo quantitativo de fenômenos naturais. Já havia vivenciado, como professora, um grande desafio no ensino de funções, que é abordar tais fenômenos naturais em uma aula. Logo, vi nesses experimentos a oportunidade de considerar o que Caraça (1951) diz ser a noção do isolado, ou seja, de um recorte da realidade, considerando inclusive que o afastamento desse isolado de todo o resto da realidade do ambiente é um erro inicial, que reflete no resultado de um estudo.

Envolver os discentes nessas experiências também foi uma tentativa de propiciar a generalização do conceito de Função mais adiante. Sendo assim, existiu a preocupação de que os alunos percebessem características essenciais desse conceito, tal como relações de interdependência entre grandezas, em uma experiência empírica, para que nas aulas presenciais eles fossem engajados em abordagens menos intuitivas e construíssem o conceito de Função sabendo relacionar representações algébricas e geométricas a fenômenos naturais. Nessa direção, os experimentos foram pensados para uma abordagem de sala de aula invertida e adaptados para os seguintes procedimentos e objetivos relacionados à interação dos estudantes *anteriormente a aula presencial* (Quadro 11):

Quadro 11 - Experimentos e objetivos das discussões no *Facebook* (mais informações no Apêndice 1)

Procedimento	Objetivo da discussão no <i>Facebook</i>
<p>I Os alunos construíram três funis e escolheram uma medida diferente para o raio do orifício de cada funil (R_1, R_2 e R_3). Em seguida, os alunos deveriam despejar a mesma quantidade de areia (Q) em cada um, medindo o tempo necessário para que o fluxo escoasse através de cada funil.</p>	<p>Que os alunos percebessem a relação entre a área do bocal e o tempo de escoamento da areia. Portanto, a questão para debate no grupo do <i>Facebook</i> deveria ser: <i>O escoamento da areia nos três funis ocorreu no mesmo tempo? Por quê?</i> Esperava-se que a partir desta questão se iniciasse uma discussão em torno da relação da área do funil e do tempo, mesmo que neste momento os termos matemáticos não fossem formalizados. Mas, conforme os comentários, outras questões complementares poderiam surgir, tais como: <i>Vocês acham que a área do bocal depende do tempo ou o tempo depende da área do bocal? Qual a relação entre a área do bocal e tempo para o escoamento?</i></p>
<p>II Os alunos deveriam construir um único funil de Raio R e escoar três quantidades diferentes de areia, medindo o tempo necessário para o fluxo de cada quantidade de areia.</p>	<p>Que os alunos compreendessem a relação entre a quantidade de areia e o tempo, pois quanto maior a quantidade de areia maior é o tempo de escoamento. Portanto, a questão para debate no grupo do <i>Facebook</i> poderia ser: <i>O que ocorre quando a quantidade de areia é alterada? Por quê?</i> Perguntas complementares: <i>Você vê alguma relação de dependência entre a quantidade de areia e o tempo? Por quê? Qual relação existe entre a quantidade de areia e o tempo?</i></p>
<p>III Os alunos deveriam construir dois funis com orifícios de diferentes raios (R_1 e R_2), e depois despejariam diferentes quantidades de areia, em ambos os funis, de modo que o fluxo de areia deveria começar e terminar ao mesmo tempo em cada funil. Para isso, os alunos poderiam tentar mais de uma vez e ajustar a distribuição de areia em cada funil.</p>	<p>Inicialmente os alunos poderiam imaginar que a quantidade de areia que escoava pelo funil é proporcional ao seu raio, quando, na verdade, será proporcional à área do orifício. Portanto, algumas perguntas que poderiam direcionar essa discussão no <i>Facebook</i>, a fim de que eles percebessem essa relação, foram:</p> <p><i>Quais fatores influenciam o escoamento da areia? De que forma eles influenciam? Qual a relação entre a quantidade de areia e o raio do bocal? Ao dobrar o tamanho do raio, a quantidade de areia que passa pelo furo em um determinado tempo também dobra?</i></p>

Fonte: Elaboração da autora (2017)

Cada grupo, formado por quatro ou cinco alunos, ficou responsável por realizar um experimento, filmá-lo e compartilhá-lo no grupo do *Facebook*. A professora Salgado e eu decidimos orientar os grupos para que não gravassem conclusões, pois a ideia era discuti-las com os demais colegas da turma no grupo do *Facebook*, concordante ao que a professora Salgado sugeriu sobre a dinâmica das discussões no *Facebook*:

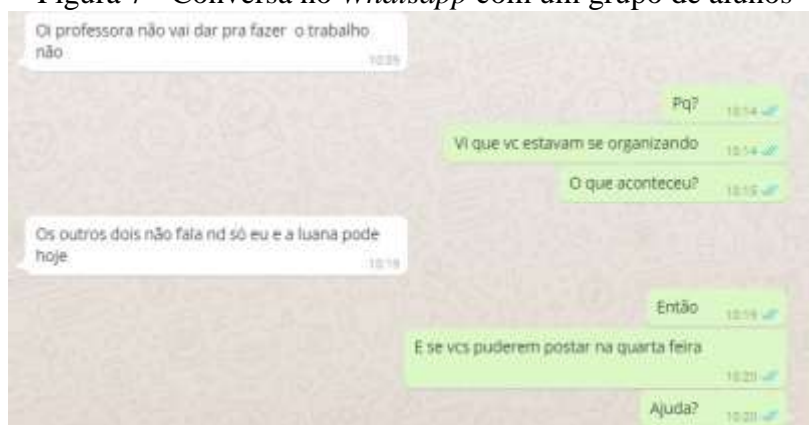
– *Acho que devem [as questões] ser respondidas primeiro pelo grupo que não fez as atividades e depois complementadas pelo grupo que fez a atividade [DC-10-03-15-A]*²³.

Nessa direção, logo após a postagem de cada experimento, a professora Salgado e eu deveríamos provocar essa discussão com algumas indagações sobre os experimentos. Assim, esperávamos que os estudantes dialogassem sobre ideias desenvolvidas nos experimentos, anteriormente à aula presencial para que, na aula do dia 13 de março, tais ideias fossem sistematizadas.

Combinamos com os estudantes que o experimento I deveria ser postado até o dia 10 de março, o experimento II até dia 11 de março e o experimento III até dia 12 de março, para que então, no dia 13 pudéssemos sistematizar a discussão em torno das questões ocorridas virtualmente. Via *internet*, todos os estudantes da turma tiveram a oportunidade de assistir ao vídeo no próprio tempo, local, ritmo e percurso; refletir e compartilhar suas considerações sobre relações de interdependência entre as grandezas que identificaram em cada experimento, tais como, a quantidade de areia e tempo de escoamento, o raio do orifício do funil, o tempo de escoamento, entre outros.

Enfim, conforme proposto, os três grupos se mobilizaram para a produção dos vídeos, e típicos desafios de trabalhos em grupo começaram a surgir, tais como aqueles relacionados à organização, conforme podemos verificar na conversa ilustrada na Figura 7, que tive com um integrante de um grupo de alunos

Figura 7 - Conversa no *Whatsapp* com um grupo de alunos



Fonte: Arquivo pessoal da autora a partir do *Facebook*.

Após consultar a professora Salgado pelo *Facebook*, fiquei sabendo que esse grupo também a havia procurado pela mesma rede social *Facebook*, para deixá-la ciente do problema e, então, tomamos a decisão de estender o prazo para o grupo responsável pelo

²³ Trecho extraído de uma conversa entre mim e a professora no *Facebook*.

experimento II e de permitir que eles fizessem o trabalho sem o envolvimento de todos do grupo, mas que nos informassem sobre a participação de cada um. Situações como essa nos possibilitam refletir sobre o papel mediador que o professor deve tomar para permitir a adaptação natural de um sistema complexo, principalmente quando todos vivem situações novas naquela/e comunidade/sistema. Apesar de outras emergências similares a essa, os grupos realizaram as experiências, filmaram e compartilharam seus vídeos, conforme representado na Figura 8.

Figura 8 - Experimentos 1, 2 e 3



Fonte: Arquivo pessoal da autora a partir do Facebook.

Para a finalidade desta narrativa, irei concentrar-me no experimento I como um apoio à discussão deste capítulo, visto que aqui olho para a sala de aula como um sistema complexo com o objetivo de perceber indícios da (re)constituição da cultura escolar reverberada naquelas aulas. Entendo que as primeiras experiências vividas na constituição de um ambiente híbrido, na turma do primeiro ano da escola A, revela ações e tensões importantes sobre o processo constitutivo de práticas em coletivos de aprendizagem quando a *internet* está presente, como cultura escolar.

Então, conforme planejado, iniciamos as discussões a partir de cada vídeo postado. Entretanto, o primeiro grupo, ao contrário do que havíamos combinado, gravou a conclusão. Em um primeiro momento fiquei preocupada e logo procurei a professora Salgado para compartilhar:

– *Bom dia Salgado! Veja que devido à maneira que o grupo gravou a experiência tive que mudar a pergunta, o que eu já esperava. Por isso nossos planos deverão ser sempre flexíveis. Gostei bastante!* [DC-11-03-15A]²⁴.

Talvez naquele momento minhas expectativas para que tudo ocorresse conforme o combinado fosse maior que as da professora Salgado, por isso logo me apressei em tranquilizá-la e lembrá-la do plano flexível, ou seja, não faria sentido lançarmos as primeiras perguntas previstas no Quadro 11. Apesar do nosso planejamento e das minhas expectativas (construídas na comunidade acadêmica quando o planejamento da pesquisa ainda era estruturado) sobre ele, sabia que o trabalho colaborativo com a professora e a pesquisa na sala de aula me colocariam em situações mais próximas possíveis daquelas que ocorrem na prática docente diária na sala de aula. Nessas, sabemos que devemos ter planos flexíveis, mas muitas vezes o nosso objetivo de concluir tudo o que foi planejado tem um peso maior em nossas decisões, quando é preciso entender que a própria sala de aula é um sistema que dita quais as ações necessárias, pois é um sistema complexo.

Bom, em resposta a professora Salgado comentou:

– *Acabei de ver o vídeo, adorei, foi bem original. Agora vou ler os comentários. A Elen já me procurou por mensagens para saber minha opinião. Eles estão vibrando* [DC-11-03-15A].

Elen era uma integrante do grupo responsável pelo experimento I. Sendo assim, destaco um trecho do primeiro diálogo estabelecido no grupo do *Facebook* sobre o experimento I.

Quadro 12 - Trecho da discussão no grupo do *Facebook*: primeiro experimento.²⁵

Ana Paula: Essa questão é para todos: vocês concordam com a conclusão do grupo? Por quê?
Jessé: Muito bom!
Ana Paula: Jessé você concorda com a conclusão que o grupo chegou? Por quê?
Peter: Eu concordo sim! Porque quanto maior a medida do buraco for, mais rápido a areia passa e quanto menor for a areia vai ter mais dificuldade de passar.
Salgado: Elen, Marcos e João Miguel, eu amei o vídeo de vocês, foi bastante original, fizeram exatamente o que foi proposto. Excelente trabalho, vc estão de parabéns!
Ana Paula: Pessoal o que vocês acham que o Peter quer dizer quando fala “a medida do Buraco”? Qual medida seria essa? Também gostaria de saber se todos concordam com a conclusão do grupo e por quê?
Salgado: É verdade Ana Paula, que medida é essa? Aliás, que instrumento o grupo do Marcos utilizou para fazer

²⁴ Trecho extraído de uma conversa entre mim e a professora no *Facebook*.

²⁵ A ortografia dos diálogos extraídos do *Facebook* foi preservada.

esses “buracos”?
Marcos: Eu acho q esse trabalho q eu e meu grupo fez foi pra mostra q a matemática é usada o dia todo em nossa vida.
Marcos: Utilizamos compasso e a régua pra fazer esses buracos a medida n podia de 1 cm prof q era aproximadamente a largura do buraco da garrafa,
Ana Paula: Que medida você se refere Marcos? Qual medida não poderia passar de 1 cm?
Marcos: Isso msm n podia passa de 1 cm

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Peter foi o primeiro a responder, evidenciando uma relação entre a área do orifício e a quantidade de areia, então, tentei estender as indagações para que outros estudantes participassem, entretanto, podemos constatar que os demais não deram continuidade. É possível notar, nesse primeiro diálogo, que os alunos tendiam a uma postura mais tradicional, que refletia uma cultura escolar de como aprender, aguardando perguntas para responderem. Naquele momento, um olhar sob a ótica da complexidade poderia ter estimulado as nossas ações enquanto professoras, para potencializar a descentralização do controle naquele coletivo de aprendizagem que estava começando a se constituir (DAVIS; SIMMT, 2003; SIMMT, 2015). Nós professoras éramos membros daquele coletivo de aprendizagem e poderíamos dispersar o controle e incentivar a interação entre os alunos, de forma autônoma. Professores e alunos estão imersos em práticas culturais de comunidades que são pertencentes (WENGER, 2013), o que traz sentido para a passividade de alguns estudantes naquelas experiências iniciais de uso do *Facebook*, como plataforma de aprendizagem, pois, essa postura refletia sinais de uma cultura tradicional de aprendizagem (consequente da prática tradicional de ensino) em sala de aula, que na maioria das vezes é conduzida pelo professor.

Enquanto isso, em uma conversa no *Facebook* a professora Salgado e eu, mesmo que informalmente, já avaliávamos o que estava acontecendo:

– *Olha só como a maioria das pessoas não consegue resolver problemas simples* [DC-11-03-15A]. Ponderou a professora Salgado. Após um tempo, ela retornou a fazer considerações sobre essa atividade:

– *Acho que precisamos ir além dos comentários pertinentes à função, devemos também abrir para que cada grupo conte seus problemas, por que a nossa função é formar alunos críticos e independentes, também acho que é minha função dizer para cada grupo onde podem melhorar em relação aos vídeos, escrita, imagem, etc.*

Entretanto, minha preocupação naquele momento era com o desafio de manter os estudantes em uma discussão, para que eles pudessem construir o conceito de Funções, desconsiderando a complexidade daquele coletivo. Podemos perceber a abertura da professora Salgado às culturas dos alunos, enquanto eu exercia um papel de pesquisadora mais focada na cultura Matemática. Por essa razão, respondi:

– Sim Sal, mas essa discussão não pode perder o foco do conteúdo... No entanto, acho pertinente para outro momento. Talvez você possa iniciar essa discussão em outro momento. Mas, se misturarmos agora os focos, os alunos ficarão perdidos. E discutir a Matemática de forma crítica é um desafio, precisamos nos esforçar para fomentar essa discussão, porque eles não estão acostumados e nós, sim. Então, ao mesmo tempo em que precisamos interagir, mediar e propiciar aos alunos um espaço para eles comentarem, temos que tomar o cuidado de não fazermos isso sozinhas. Precisamos ouvi-los, dar oportunidade para eles falarem da Matemática.

Nessa discussão é possível notar um processo de construção de significados entre professora e pesquisadora, o qual foi importante para que as nossas práticas culturais advindas de comunidades diferentes fossem reconstituídas para que caminhássemos juntas naquele trabalho desenvolvido na mesma comunidade, a sala de aula. É importante salientar que, apesar da resposta que expressei, percebo que dentro da perspectiva de um trabalho colaborativo (FIORENTINI, 2004), talvez aquele fosse o momento de pensarmos juntas sobre possíveis mudanças naquela abordagem, pois concordo com a professora Salgado sobre a preocupação de irmos além do conceito de Função, para que os estudantes pudessem desenvolver outras habilidades. Entretanto, observo que apesar da minha participação naquela comunidade de aprendizagem dentro do contexto da sala de aula, devido ao meu pertencimento à comunidade acadêmica, o objetivo pensado para a pesquisa exerceu um forte peso em decisões tomadas em torno do planejamento das primeiras aulas, o que poderia ser um dos desafios que pesquisas que acontecem na escola sempre enfrentam.

Assumindo os estudos de Lave e Wenger (2002) concordo com Fiorentini (2010) sobre a aprendizagem ocorrer em comunidades de práticas como um fenômeno socialmente constituído, cheio de ideologias e valores. Sendo assim, posso dizer que nossas práticas, na emergência daquele coletivo de aprendizagem, eram carregadas de marcas culturais constituídas em outras comunidades, nas quais tínhamos a sensação de pertencimento. Como uma comunidade de prática é um sistema social de aprendizagem (WENGER, 2010), podemos entender que o “mundo social é um recurso para a constituição de uma identidade” (WENGER, 2010, p. 178, tradução minha). Ou seja, já naquele início de uma experiência de

trabalho colaborativo, repleto de limitações, estávamos num processo de constituição de novas identidades naquele sistema complexo, que também se constituía pela interação de nossas múltiplas identidades. Posso dizer, de forma coerente ao que salienta Crecci (2016), que nossas múltiplas identidades estavam variando de acordo com nosso pertencimento a cada comunidade de prática, inclusive aquela que se constituía no *Facebook*.

Éramos todos novatos naquela comunidade de aprendizagem do *Facebook*, criada intencionalmente para o ensino e aprendizagem de Matemática, apesar da nossa participação social ativa na comunidade *Facebook*, onde já tínhamos uma multiplicidade de aprendizagens. Em vista disso, Wenger (2010) diria que estávamos nos identificando juntamente na (com a) comunidade de aprendizagem na qual emergiam coletivos de aprendizagem. E, no processo de emergência desse novo contexto de aprendizagem, a professora Salgado destacou:

– *Eu acho assim, por exemplo, instigar o aluno a participar [grupo virtual], fazer uma pergunta onde ele se sinta desafiado a responder, onde ele tenha a vontade de responder. Eu não sei fazer isso. E muitas vezes você faz as perguntas e eu digo: “puxa é verdade, por que eu não pensei nessas perguntas?”. Mas mesmo assim vejo que muitas vezes eles não respondem. Então, quer dizer, esse é o grande desafio, fazer uma coisa com que ele sinta vontade: “Ah! Eu quero opinar sobre isso.”. Então isso é ruim, quero dizer é um desafio!* [ES-27-03-15A].

Esses comentários são aqueles que podemos esperar de qualquer professor ao tentar algo novo que altera suas formas familiares de controlar o ambiente de aprendizagem. Entendo que quando a professora refletiu sobre a necessidade de boas perguntas, estava respondendo a um novo contexto emergente para seu ensino, um contexto que estava surgindo com a introdução da *internet* na classe. Por conseguinte, a professora Salgado estava aprendendo uma nova cultura de prática docente, ou seja, naquela situação estava se constituindo uma cultura de ensino com aproveitamento da *internet* para disparar a aprendizagem coletiva. Tal cultura envolvia a aprendizagem docente sobre a importância de se formular boas perguntas para a gestão da aprendizagem em ambiente híbrido.

Embora a professora Salgado tenha reconhecido os desafios de fazer boas perguntas naquele ambiente *online*, ela também ressalta que mesmo com boas perguntas, muitas vezes os estudantes não respondiam, o que era uma realidade bem perceptível, sobretudo naquela experiência inicial que estávamos vivendo com o uso do grupo do *Facebook*. Na direção do que Wenger (2010) esclarece sobre identificação e pertencimento em uma comunidade, eu compreendo que os alunos também estavam em um processo de identificação com aquela comunidade de aprendizagem que se constituía no grupo do *Facebook*. Afinal, a identificação

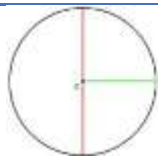
de uso do *Facebook*, principalmente pelos estudantes, era como uma rede social e não para aprender Matemática. Por tal razão, entendo que os alunos não estavam acostumados a discutir Matemática na prática. Ademais, apesar do contexto das discussões no *Facebook* ser uma oportunidade potencial para a classe mudar do controle centrado no professor para o aluno, o pequeno trecho da fala da professora Salgado sugere que os mecanismos de controle das professoras continuaram a ser parte da dinâmica. Ressalto que o mecanismo de controle emergente é sensível ao *feedback* local, ou seja, é sensível ao que o próprio sistema precisa.

Ainda sobre a discussão exposta no Quadro 12, a professora Salgado questionou o aluno Marcos sobre os instrumentos que o grupo havia utilizado para fazer os “buracos”. Marcos havia se envolvido na realização do experimento I e, apesar disso, aparentemente não se sentiu à vontade para responder o que eu havia questionado e somente participou do diálogo após a indagação da professora Salgado, sobre suas experiências práticas. Logo, é possível notarmos a Diversidade Interna (Quadro 2)²⁶ na natureza de participação do Jessé, Peter e Marcos. E, a Redundância (Quadro 2) no questionamento da professora Salgado. De acordo com as perspectivas de Davis e Simmt (2003), a Redundância não está associada a aspectos que são desnecessários, mas aspectos que são repetidos e estão disponíveis para muitos membros do grupo. Informações sobre instrumentos utilizados pelo grupo, aparentemente, estavam disponíveis para todos no vídeo. Entretanto, a questão colocada pela professora Salgado permitiu que Marcos compartilhasse ideias associadas à experiência prática da construção do funil, o que foi fundamental para o coletivo, conforme é possível verificar na continuidade do diálogo (Quadro 13). Segundo Davis e Simmt (2003), o equilíbrio entre Diversidade Interna e Redundância, em um sistema de aprendizagem coletiva, é fundamental para o progresso na discussão, ou seja, para a manutenção do coletivo que aprende.

Quadro 13 - Trecho da discussão no grupo do *Facebook*: primeiro experimento.

Salgado: Marcos, Peter, Renata, Luciana, Denise, Adriano, Helena, afinal que medida é essa, que não pode ultrapassar 1 cm? Marcos disse que foi utilizado compasso e de que maneira foi medido?
Peter: Pelo raio?
Salgado: Ótimo Peter, então é o raio que não pode passar de 1 cm? Só para esclarecer o que é mesmo raio?
Peter: Raio é o diâmetro de uma circunferência.

²⁶ Encontra-se no capítulo 2.



Salgado: Pessoal ajudem por favor, raio é a mesma coisa que diâmetro? Olhe nessa imagem que o Peter postou, tem uma semirreta vermelha e um semirreta verde.

Salgado: Após observar atentamente as imagens que o Peter postou, vamos voltar para a nossa reflexão, qual medida precisa ter 1 cm?

Peter:



Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Como podemos verificar, Peter, novamente, respondeu sem demora a professora Salgado quando questionado sobre qual seria a medida que não poderia passar de 1 cm: — *Pelo Raio?* Respondeu indagando. Enfim, os questionamentos e respostas (com ou sem erros) desencadearam a superposição de significados para o coletivo. Por exemplo, Peter teve a iniciativa de buscar, em algum *site*, uma representação geométrica de um raio. Mesmo que o aluno tenha demonstrado certa confusão sobre a definição de raio, compartilhou outra imagem que destacava a diferença entre raio e diâmetro. Ou seja, aquelas reflexões compartilhadas agiam como partes de um sistema de aprendizagem coletiva, que estava sendo constituído naquele grupo virtual. Era a constituição de uma nova comunidade, parte de uma maior, a sala de aula. Além disso, o aspecto *online* daquela comunidade contribuía para a produção de um coletivo de aprendizagem, que surgia na multiplicidade de significados e na ressignificação para os membros participantes daquele coletivo. Peter, provavelmente, já havia estudado sobre raio e diâmetro, mas naquele coletivo provocado pela realização de experimentos compartilhados, teve a oportunidade de experimentar e se envolver com o conhecimento sobre tais conceitos como algo significativo, o que Wenger (2013) diz ser o que a aprendizagem deve produzir. Bem como realça Lave (2013, p. 238): “o conhecimento sempre sofre construção e transformação em seu uso”.

A diferença era que ali, apesar de certa “obrigatoriedade”, devido ao fato de que eles sabiam que existia uma avaliação de participação, os alunos tinham ao menos a liberdade de comentar o que quisessem no momento em que decidissem. A “liberdade restrita” é uma ação

que reflete a Aleatoriedade Organizada (Quadro 2), condição de complexidade de um sistema, ou seja, uma “regra frouxa” que permite a diversidade de contribuições naquele coletivo. Posso dizer que a natureza *online* daquele coletivo de aprendizagem que se constituía potencializava a aleatoriedade organizada que se destaca no *limite* entre a obrigação e a liberdade, promovendo assim, uma condição estrutural que propiciava o equilíbrio entre a Redundância e a Diversidade entre agentes (DAVIS, SIMMT, 2003), a qual podemos observar abaixo no próximo trecho da conversa a contribuição de Wagner, que até então não havia se manifestado.

Quadro 14 - Trecho da discussão no grupo do *Facebook*: primeiro experimento.

Wagner: eu achei mt bem elaborado a questão de jogar a areia e cronometrar o tempo.
Jessé: Muito bom, por que quanto maior a medida do Buraco for, mais rápido a areia passa e quanto menor for a areia vai ter mais dificuldade de passar.
Wagner: bem verdade isso que o Jessé falou concordo plenamente
Renata: Olha foi uma experiência bem feita e bem explicada, siiim Ana Paula concordo com ele siim, pq maior é o buraco mas rápido a areia vai sair.
Wagner: Eu concordo, pois quanto maior for o diâmetro do buraco mais rápido vai passar.

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Até então o Wagner não havia participado, e foi a partir do questionamento feito pela professora Salgado que procurou se engajar na discussão. Ademais, apesar de notarmos no comentário feito pelo Jessé que ele estabelece uma relação entre grandezas, uma validação da resposta do Jessé feita por Wagner e uma apropriação nas respostas da Renata e do Wagner novamente, também há indícios de comentários superficiais, como do aluno Jessé, que afirmou, “muito bom”, ou fez exatamente uma cópia da resposta do Peter (Quadro 12), como: “*por que quanto maior a medida do Buraco for, mais rápido a areia passa e quanto menor for a areia vai ter mais dificuldade de passar.*”

Talvez o grande desafio para o professor esteja na definição desses “limites” entre a liberdade e obrigatoriedade, pois ainda nos valemos mais de ações que obriguem nossos estudantes a tomarem certas atitudes, inclusive, muitas vezes, em tons de ameaça. Nesse caso, conforme se verifica no Apêndice B, por um lado, as normas para a avaliação das atividades extraclasse elaboradas por mim e pela professora Salgado, priorizavam uma liberdade para as ações dos alunos no espaço virtual, por outro, destacamos: *cada grupo deverá participar comentando e respondendo possíveis questões sobre os trabalhos desenvolvidos por outros grupos de trabalho*. Em suma, diante desse ocorrido, concordo e saliento o desafio acentuado

por Davis e Simmt (2003) e Johnson (2001) que é importante que o professor rompa o foco, comum em aulas tradicionais, em especificar mais o que é esperado. Os autores também elucidam que isso não significa um abandono de restrições, mas uma mudança de pensamento sobre os tipos de restrições.

É interessante observar duas marcas do ensino tradicional, alguns alunos demonstravam participar das atividades para serem avaliados, por sua vez, nós, professoras também solicitávamos a participação para que eles fossem avaliados. A liberdade realmente propiciada por uma abordagem pedagógica que priorizava o uso da *internet* nos tirou de uma zona de conforto e, conforme a própria professora Salgado disse, os alunos tinham medo de responder algo errado:

– *Então eu acho que o foco principal aí que está acontecendo é o medo de participar, o certo e o errado. Não tem o certo e o errado que todas as aulas eu preciso, eu fico frisando: “Fala o que você acha, não tem problema”* [ES-27-03-15A].

E ela, preocupada com a participação dos alunos, tinha dificuldade em avaliar essa participação virtual:

– *Não consigo avaliar quem está lendo, quem está olhando. Eu não sei se ele está aprendendo. Como eu vou avaliar se ele aprendeu, se ele não fala? Como eu vou avaliar se ele não está entendendo, se ele também não fala? Então, eu não estou gostando, não acho boa essa participação. Agora em contrapartida aqueles que estão participando... Nossa, um show! Maravilhoso! Por exemplo, meu amigo Peteré um espetáculo! É um espetáculo!* [ES-27-03-15A].

Embora eu compreenda que esse desafio de avaliar valha também para ações presenciais, entendo que a angústia da professora Salgado era não poder analisar ações que geralmente os alunos manifestam no engajamento de uma atividade presencial. Naquele ambiente híbrido que estava se constituindo emergia diferentes tipos de participação e exigia de nós mudanças de crenças constituídas em culturas tradicionais de ensino, o que causava certa tensão, afinal era um processo de mudança. Entendo que, por um lado, o propósito de um trabalho colaborativo nos permitiu ver mais criticamente as emergências daquele contexto, por outro lado, mesmo diante de uma tentativa de inovação pedagógica, por hora assumíamos nossos hábitos e crenças mais tradicionais, tal como recorrer à consequência punitiva da avaliação. Por vezes me deparei dizendo frases como: *Olá pessoal! Vamos iniciar nossa discussão sobre o que veremos na sexta-feira. Não se esqueçam de que todos devem participar ok?* [FACEBOOK-19-03-15A]. Sendo que esse dever se remetia a implicações na nota de participação, como bem lembrava a professora Salgado: *Conforme o combinado, as*

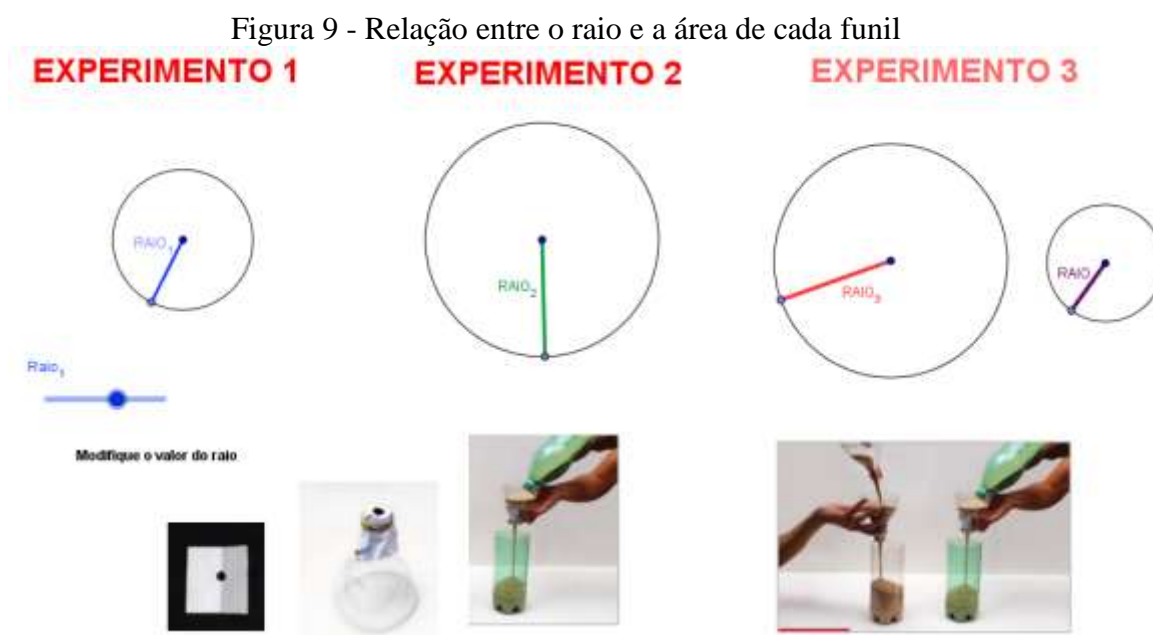
peças que participaram deste primeiro debate virtual que já estão com a primeira pontuação garantida foram: (...) [FACEBOOK-06-3-15A].

Entretanto, não posso afirmar que os alunos que apenas assistiam aos vídeos, sem fazer comentário algum, não estavam aprendendo, muito menos afirmar que a obrigatoriedade imposta por nós era a melhor forma de incentivar nossos alunos a participarem, visto que isso poderia influenciar negativamente nos sentimentos relacionados ao aspecto de pertencimento dos alunos naquela comunidade. Conforme Lave (2013, p. 238) ressalta, “a aprendizagem é um aspecto integral da atividade no e com o mundo em todos os momentos”. Portanto, concordo com a mesma autora, que “o fato de haver aprendizagem não é problemático” e sim “o que se aprende sempre é complexamente problemático” (LAVE, 2013, p. 238). Além de que, é possível observar naquelas reflexões da professora Salgado que aquele novo contexto de ensinar e aprender disparava a reconstituição da cultura que trazíamos de outras comunidades sobre como avaliar. Era um movimento orgânico causado pela complexidade daquele sistema.

Debruço-me sobre a concepção de aprendizagem de um sistema complexo, em termos de comportamentos que se adaptam a fenômenos que nascem na interação de vários agentes (DAVIS; SIMMT, 2003), para prosseguir refletindo sobre a aprendizagem naquele grupo *online*. Lembro que, como membros daquele coletivo, nós professoras também aprendíamos. Aliás, Davis e Simmt (2003) bem destacam a ideia de “vizinhos” em uma comunidade de Matemática, destacando que esses vizinhos podem ser ideias, intuições e outros modos de representação, não se trata apenas de pessoas físicas. Portanto, as Interações entre Vizinhos (Quadro 2) são características de um sistema complexo que contribuem para a contínua auto-organização desse sistema. Ou seja, as ideias e dúvidas daqueles alunos, sobre as relações entre o raio e a área de uma circunferência, podem ser vistas como interações entre vizinhos. Embora eu possa considerar as interações entre os alunos (pessoas físicas), também me preocupo com a interação entre ideias matemáticas explícitas naquele convívio. Assim, a professora Salgado e eu estávamos aprendendo naquele coletivo, *sobre* um coletivo, podendo então antecipar e planejar as próximas aulas, promovendo um aprofundamento em assuntos que provavelmente os discentes ainda precisavam refletir.

Por isso, depois de analisar os comentários dos estudantes ficou claro para nós que alguns ainda precisavam de mais esclarecimentos sobre a relação entre o raio e a área do orifício do funil. O objetivo para a próxima aula era sistematizar a relação de interdependência entre as grandezas envolvidas e percebidas pelos alunos no experimento, de forma que fosse introduzido o conceito de Função. O experimento III permitia uma análise

sobre a proporcionalidade na relação entre o raio e a quantidade de areia que escoa pelo funil e entre a área e essa proporcionalidade. Assim, a professora Salgado e eu concordamos que seria importante focar no conceito de raio, diâmetro e área de uma circunferência, apesar do fato de que, alunos do primeiro ano do Ensino Médio já deveriam saber tais conceitos. Para tanto, construí no GeoGebra a relação entre o raio e a área de cada funil (Figura 9), disponibilizamos no grupo do *Facebook* e utilizamos esse material na aula seguinte para retomar esse assunto, destacando a relação entre raio e área.



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/tgWHuEqj>.

No experimento I, quando o tamanho do raio é modificado, a área da superfície do orifício do funil é alterada. No experimento II, o tamanho do raio não podia ser modificado, portanto a área permanece a mesma. Por fim, no experimento III, são dois tamanhos diferentes do raio e, conseqüentemente, dois funis com diferentes áreas de superfície da abertura. Com esse aplicativo, esperávamos esclarecer aos alunos, principalmente aos que por ventura não tivessem assistido aos vídeos, a relação entre a área do orifício do funil e a quantidade de areia, e entre o raio e a área da superfície do orifício.

Apesar dos pressupostos da sala de aula invertida terem sido adotados para a condução das aulas de Matemática, naquela turma, as ações dentro dessa abordagem *blended learning* se constituíam como fenômenos emergentes em um sistema complexo. Conforme as situações emergiam, o sistema se tornava um coletivo de aprendizagem, onde o equilíbrio entre a Redundância e a Diversificação entre agentes, garantiam a continuidade da aprendizagem do grupo (manutenção do sistema). Por exemplo, ao passo que alguns alunos demonstraram uma

compreensão superficial e, outros, não compartilharam suas ideias sobre o que estava sendo estudado, a professora Salgado e eu, membros do sistema, repensávamos o planejamento. Ou seja, da Interação entre Vizinhos (que inclui as ideias compartilhadas) emergiu uma nova atividade para o sistema de aprendizagem coletiva.

Uma vez que as dificuldades dos estudantes se tornam evidentes em atividades individuais ou coletivas, o professor é capaz de aceitá-las como contribuição para a atividade coletiva. Na situação investigada, a professora Salgado e eu ficamos cientes sobre as potenciais dificuldades dos alunos depois que as perguntas e dúvidas de um coletivo menor no *Facebook* foram reveladas. Ficou evidente o desafio que enfrentamos na tentativa de desenvolver um trabalho na lógica proscritiva, dados nossos costumes e crenças pertinentes à avaliação, os quais foram constituídos em culturas escolares mais tradicionais. Entretanto, noto que espaços que propiciam diálogos *online* dentro da abordagem *blended learning* fomentam a emergência da aprendizagem coletiva e *insights* para a renegociação, reorganização, replanejamento, entre outras ações que não são possíveis quando as regras (percebidas) são rígidas demais, não permitindo que mudanças ocorram em favor dos interesses emergentes em uma sala de aula. Frente às reflexões da minha experiência na interação *online*, anteriormente à aula presencial, dou prosseguimento narrando sobre o que ocorreu na aula presencial.

Aula presencial

Enfim, chegou o dia 13 março e naquele dia registrei na minha narrativa o seguinte...

—No decorrer da semana os alunos já tiveram contato com o conteúdo por meio do Facebook e alguns alunos fizeram experimentos que tratavam do assunto de relação, esses experimentos foram postados no Facebook, então algumas perguntas foram postadas lá para que os alunos pudessem discutir o assunto. Eu fiquei animada porque houve uma participação de boa por parte de alguns alunos [considerando as discussões sobre os três experimentos], mas por parte de outros foi visível que eles colocavam comentários sem refletir e não foi a sala toda atingida, pois nem todos os alunos participaram com comentários [NO-13-02-15A].

Era a primeira aula presencial sobre a introdução ao conceito de Função. O caderno do professor do Estado também inicia o assunto partindo “da relação de interdependência: múltiplos exemplos” (tema da primeira situação de aprendizagem para a introdução ao conceito de Função), entretanto, apesar disso, não trabalhamos diretamente com o caderno do professor. Havia elaborado uma sequência de atividades para que os estudantes trabalhassem em grupo, questões que envolviam ideias de relação dos experimentos realizados por eles e

em outras situações, e a noção de relações direta e indiretamente proporcionais como interdependência. Ressalto que a sequência de exercícios foi aprimorada com a emergência de fenômenos ocorridos no *Facebook*. Para tanto, os grupos formados por três, quatro ou cinco alunos, tiveram livre acesso à *internet* para a realização de qualquer pesquisa que julgassem necessária, para consultar os registros no grupo do *Facebook* que incluíam vídeos, discussões e aplicativos construídos no GeoGebra, disponibilizados pelo *site* do GeoGebraTube. Tais aplicativos poderiam colaborar com a resolução das questões. Algumas apresentadas no Quadro 15:

Quadro 15 – Questões.

- 1) Qual a relação entre a área do bocal e o tempo de escoamento no experimento 1?
- 2) Qual a relação entre a quantidade de areia e o tempo de escoamento no experimento 2?
- 3) Existe relação entre a área e o raio de um círculo? Qual?
- 4) Se o raio dobrar, a área do círculo também dobrará? Justifique.
- 5) No experimento 3, o desafio foi distribuir duas quantidades Q_1 e Q_2 em dois funis de raios R_1 e R_2 , respectivamente. Mas, o escoamento da areia nos dois funis deveria iniciar e terminar ao mesmo tempo. Vocês conseguem perceber alguma relação entre as quantidades Q_1 e Q_2 e os R_1 e R_2 ? Se sim, descreva-a.
- 6) Observe os valores obtidos pelo grupo 3 e responda:
 - a) Ao dobrar o tamanho do raio, a quantidade²⁷ de areia que passa pelo furo em um determinado tempo também dobra? Justifique sua resposta.
 - b) Quais fatores influenciam o escoamento da areia? De que forma eles influenciam?
- 7) Explique a relação entre:
 - a) o lado e a área do quadrado.
 - b) o lado e o perímetro do quadrado.
 - c) o lado e a diagonal do quadrado.
 - d) os lados do retângulo.

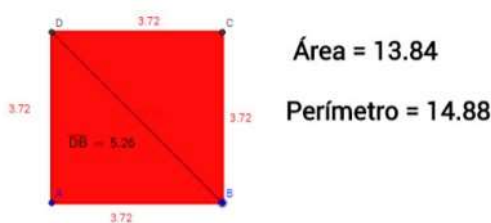
Fonte: Elaborado pela autora a partir das discussões no Facebook, impressões da professora Salgado e atividade do caderno do aluno.

Além do aplicativo citado na Figura 9, outros ilustrados na Figura 10 também foram disponibilizados para que os alunos trabalhassem com esse material de forma a completar as questões do Quadro 15. Assim, para os alunos explicarem, por exemplo, a relação entre o lado e a área do quadrado, eles poderiam manipular o quadrado dinâmico da Figura 10, o mesmo valia para as próximas relações da questão 7, do Quadro 15. Saliento que as questões que compõem o Quadro 15 foram elaboradas por mim à luz das discussões do *Facebook* e das

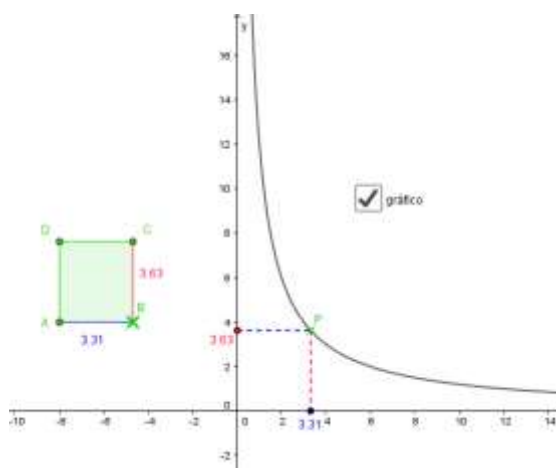
²⁷ A quantidade de areia foi apresentada em gramas, pois o grupo utilizou um copo medidor com essa unidade de medida.

conversas que mantinha com a professora Salgado acerca do que estávamos avaliando sobre a aprendizagem e participação dos alunos no grupo do Facebook. E, especificamente a questão 7 foi uma adaptação do caderno do aluno, uma vez que nesse material os alunos não tinham acesso as figuras e representações geométricas das relações de forma dinâmica (Figura 10) para explorarem na busca pela compreensão para responder a questão.

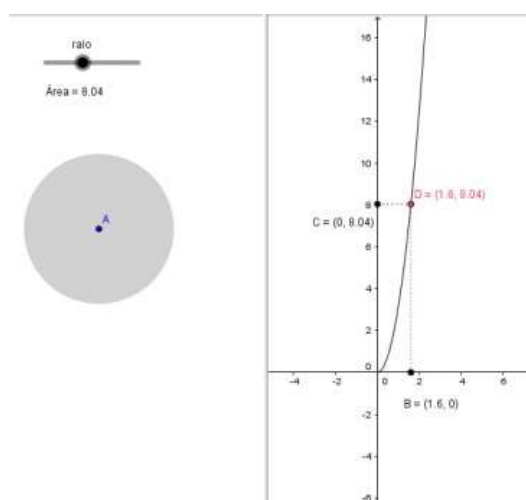
Figura 10 - Outros aplicativos disponibilizados



Os alunos poderiam alterar o lado do quadrado e, por consequência, os valores da área, perímetro e diagonal eram alterados. Assim, os estudantes poderiam perceber relações de interdependência entre essas grandezas.



Os alunos poderiam alterar os lados de um retângulo e observar a relação de interdependência entre essas grandezas na representação geométrica. Era também possível que o estudante observasse a constante de relação inversamente proporcional.



Com este aplicativo o raio de um círculo poderia ser alterado, alterando assim a área desse círculo. Os alunos poderiam observar e compreender a função da área do círculo pela representação geométrica.

Fonte: Elaborado pela autora.

Entendo que naquelas experiências iniciais, algumas decisões tomadas por mim, relacionadas ao planejamento de algumas atividades, reverberavam características de uma zona periférica em que eu ainda atuava naquela comunidade onde estava iniciando minha participação (WENGER, 2014). Com isso, vivíamos um processo de negociação de participação em que, enquanto minha preocupação ainda estava muito focada no conceito de Função, a professora Salgado tinha uma visão mais ampla da participação da turma. Nesse processo de negociação de significados mediado pelas narrativas escritas elaboradas pela professora e por nossas conversas, eu compreendia que a preparação de algumas atividades poderia ficar mais para minha responsabilidade, enquanto a professora Salgado poderia me ajudar mais com suas impressões sobre o processo de aprendizagem dos alunos. Contudo, compreendo que naquele processo poderíamos ter elaborado juntas as atividades, para que aquela relação de negociação de significados fosse mais explícita e, por conseguinte, segundo Wenger (2014), apoiasse mais minha legítima participação periférica naquela comunidade em que estava me inserindo e contribuísse para nossa aprendizagem enquanto participantes daquela comunidade.

Após aquela aula a professora Salgado disse em sua narrativa:

—Durante as conversas virtuais um dos alunos, o Peter fez um comentário e também postou algumas imagens sobre raio e diâmetro de uma circunferência, os quais precisava de maiores esclarecimentos, então a Ana entregou para cada aluno uma folha contendo algumas imagens explicativas sobre a diferença entre raio e diâmetro, entre circunferência e círculo e ainda como se calcular a área de um círculo e em seguida fez uma breve explanação na lousa, tal assunto era um pré-requisito para continuar a aula. A partir daí entregou para todos os alunos uma folha contendo algumas questões que estavam relacionadas com as experiências postadas e comentadas pelos alunos durante a semana. Questões que exigiam certa reflexão. Em todos os momentos deixamos claro que não havia certo ou errado e sim o que o grupo concorda ou discorda. Como nem todos conseguiram assistir aos vídeos, por motivos diversos, disponibilizamos a senha para acessarem a internet, porém, todos se sentiram talvez inseguros e quiseram assistir novamente os vídeos. Com isso houve uma demora maior para que todos começassem a responder as questões. Isso é perfeitamente normal, visto que não estão acostumados com situações como essa. Com o passar do tempo, os grupos foram se acalmando e aumentando a concentração. Circulando entre os grupos, notei o empenho de cada um em responder aquelas questões, as primeiras questões estavam relacionadas com as duas primeiras experiências, não li as respostas, mas percebi que a maioria dos alunos já tinha respondido as mesmas, o problema estava em responder as

demais questões. Acredito que a demora em respondê-la é porque estão aprendendo a discutir e a argumentar para chegar numa conclusão [em grupo], lembrando que alguns não fizeram ligação entre as experiências, as questões e a pequena explicação no início da aula sobre raio, diâmetro e área [NE-13-03-15-A].

Observo indícios de aprendizagem da professora Salgado sobre avaliar a participação dos alunos naquele ambiente híbrido que estava se constituindo, quando ela ressalta que acreditava que a demora dos alunos em responder estava relacionada ao fato de que eles estavam aprendendo a discutir e argumentar para chegarem a uma conclusão. Conforme disse a professora Salgado acima, iniciamos a aula quando recordei com eles conceitos básicos como raio e diâmetro e, em seguida, disponibilizados em grupos²⁸, os alunos se engajaram nas questões propostas para respondê-las. Curiosamente, vamos observar o grupo do Peter, o aluno que havia participado ativamente no *Facebook*:

Wagner: *Sim, quando você... é... modifica o raio, modifica a área junto, né? [mostrando no aplicativo do GeoGebra].*

David: *Tem que comparar os dois.*

Peter: *Olha aqui oh.*

Wagner: *Não, porque quando você modifica o raio, ele está no ponto fixo até a outra lateral. É sério David, deixa eu explicar. O raio 'tá' no ponto fixo no meio até a lateral, qualquer lado que você mova ele continua sendo o raio normal. Só que se você esticar ele...*

Miguel: *Ele vai mover o esperto... ele vai aumentar*

Wagner: *Então, mas mesmo que aumentar você aumenta sua área do círculo... (escrevendo na carteira)*

Tradicionalmente o professor é responsável pela disseminação do conhecimento e por fazer perguntas aos alunos, mas com o Controle Descentralizado nesse contexto, o papel de instrutor (ou mesmo de professor) desempenhado pelo aluno Wagner era um fenômeno que emergia na dinâmica daquele grupo, enquanto que o esperado seria que esse papel fosse desempenhado pelo Peter. Aqui é importante enfatizar que o sistema em si decide, ou seja, o que emergencia dentro do sistema foi determinado localmente pelos participantes (BARROS;

²⁸ Conforme citado no início do capítulo, os alunos haviam sido organizados em grupos de quatro ou cinco para a realização dos experimentos. Nas primeiras atividades desenvolvidas nas aulas presenciais buscamos manter esses grupos. Entretanto, naturalmente essa organização não prevaleceu, devido à várias emergências como ausências de alunos, identificação de alunos com o grupo ou sugestão da professora Salgado para que eles trocassem de grupo, quando parecia ser necessário. Enfim, essa não foi uma regra rígida e nem uma preocupação nossa enquanto professoras de manter os mesmos grupos. No decorrer das semanas alguns grupos permaneciam os mesmos e outros não, entendemos ser necessário dar a liberdade para eventuais adequações.

SIMMT, MALTEMPI, 2017). É no próprio sistema que o que é aceitável ou não, é determinado (DAVIS; SIMMT, 2003).

O aspecto de Descentralização do Controle em um sistema complexo, quando percebido pelo professor, pode ser bem explorado para que estudantes e professores, membros desse sistema, desenvolvam múltiplos papéis, permitindo assim o compartilhamento de múltiplos significados sobre um conceito matemático, implicando na inteligência desse coletivo como um corpo. Observo que os pressupostos de um ambiente híbrido foram importantes para que esse aspecto fosse explorado, embora naquele momento da pesquisa eu não tivesse conhecimento sobre a Ciência da Complexidade. Digo isso, pois, aquela primeira interação no momento virtual, mesmo que aparentemente sem muita participação de todos, refletiu na interação presencial.

—Foi muito bom perceber que me enganei com alguns alunos, achei que eles não iriam participar e muito pelo contrário, além de participarem fizeram boas observações. Houve alguns grupos que me cobraram se eles também iriam realizar experiências como aquelas [NE-13-03-15-A], disse a professora Salgado.

Dada a não participação ativa, ou melhor, aquela que esperávamos ver no *Facebook* por parte de alguns estudantes, nos surpreendemos quando percebemos outros visualizando e se engajando e nas atividades. Além disso, o controle descentralizado daquele contexto propiciava indícios de práticas de estudos em grupo daqueles alunos. Todo o contexto do ambiente híbrido contribuiu para a emergência de fenômenos que levaram os alunos a assumir diferentes papéis quando a aprendizagem coletiva acontecia.

Algumas coisas nunca podem ser comprovadas, como: o aluno leu ou não leu os comentários no *Facebook*? Refletiu ou não sobre eles? Realmente assistiu aos vídeos? Entretanto, quando compreendemos a aprendizagem de uma unidade formada por um aninhamento de sistemas de aprendizagem, podemos inferir que cada ação individual em um espaço coletivo para o compartilhamento de significados, ideias, percepções, etc. contribui para esse coletivo de aprendizagem. No trecho anterior, podemos observar que Wagner chama a atenção para o aplicativo no GeoGebra, enquanto que Miguel adiciona a essa observação a necessidade de comparar o raio e área e, juntos, estavam engajados num processo de construção do conhecimento. E esse coletivo de aprendizagem era um dos que emergia naquela aula, com ou sem a presença da professora.

Wagner: *Professora, quando você aumenta o raio, você também aumenta a área.*

Salgado: *Aumenta... de que maneira aumenta?*

Peter: Proporcionalmente, né?

Wagner: Por que assim, aqui tem um pontinho no meio que vai de uma ponta até outra.

Salgado: Mas aumenta proporcionalmente mesmo? Vamos ver, faz uma continha básica aí... Poe um valor para o raio.

– *O grupo do Peter, como já era o esperado (devido à sua participação virtual), se destacou, avançou bastante, fez ótimos comentários. Em um dos momentos que conversamos chegaram a utilizar a palavra “proporcional”, porém achavam que simplesmente o fato de duas grandezas aumentarem ao mesmo tempo já seriam grandezas proporcionais, então fizemos um exemplo com números para verificar a veracidade dos fatos [NE-13-03-15-A].*

Conforme disse a professora Salgado em sua narrativa, esse grupo estava avançando suas observações para a proporcionalidade, mesmo que naquele momento eles não tenham se atentado para a noção de razão de proporcionalidade, entretanto, a professora desempenhou um papel de colega que, em acordo com Davis e Simmt (2003), contribuiu para a aprendizagem desse coletivo. Ela estava agindo de acordo com o foco na auto-organização de sistema, que aprendia na emergência de coletivos de aprendizagem.

Posso então dizer que aquela aula era adaptativa a muitos fenômenos que estavam emergindo desde a interação no *Facebook* e revelavam “novos *insights* para a renegociação, reorganização, replanejamento de professores, entre outras ações que não são possíveis quando as regras (percebidas) são muito rígidas e não permitem que ocorram mudanças em favor dos interesses emergentes dos alunos” (BARROS; SIMMT; MALTEMPI, 2017, tradução minha). Para finalizar essa narrativa sobre a auto-organização de uma aula, segundo a abordagem *blended learning* sala de aula invertida, compartilho um trecho do meu relato após aquela aula, no qual é possível perceber que a minha expectativa sobre a tecnologia começou a ser frustrada:

– *Foi aí que aconteceu o inesperado, pois na semana anterior todos haviam testado o roteador e havia funcionado, mas hoje não funcionou. Estava muito pesado, pois os alunos precisavam baixar vídeos e demandava uma boa conexão, então a internet ficou caindo, só funcionaram alguns celulares, isso foi desesperador. Durante a aula a Profa. Salgado retirou alguns alunos da sala que estavam indisciplinados. Percebi que os alunos que interagiram no Facebook, anteriormente à aula, já haviam realmente começado a estudar o assunto, então eles não tiveram tanta dificuldade para iniciar. Os alunos que não tinham entrado tiveram mais dificuldade, então nós (Salgado e eu) ajudamos mais esses alunos. Eu senti bastante o clima de sala de aula e pude perceber que uma metodologia como essa seria mais proveitosa*

se a internet funcionasse adequadamente. Ainda não receatitudes bi o relato da professora, mas, me colocando no lugar dela, penso que esses problemas de internet podem ser desanimadores. Todo o esforço de levar roteador e depender da internet pode desanimar o professor. Por outro lado, aqueles alunos que participaram do virtual e do presencial, demonstraram interesse e até segurança durante a aula, pois já sabiam algo do conteúdo que estavam estudando [NO-13-03-15A]

Era apenas o início da minha percepção sobre a auto-organização e adaptação desta pesquisa!

5.2 A auto-organização de uma aula de Matemática baseada na rotação de estação

Após a aula do dia 13 de março, retornei à escola no dia 20, ou seja, na sexta-feira seguinte. Antes disso, conforme podemos observar na Figura 11, no dia 18 não houve aula, portanto, a professora Salgado e eu planejamos que no dia 19, quinta-feira, ela faria uma discussão com os alunos sobre a atividade realizada no dia 13, para que os exercícios fossem corrigidos e os alunos compartilhassem quaisquer dúvidas. Para isso, achamos que seria interessante que ela utilizasse o projetor da escola, para explorar os aplicativos que construí no GeoGebra e compartilhei no GeoGebraTube, na discussão sobre a solução dos exercícios.

Figura 11 - Calendário de Março

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Fonte: elaborado pela autora.

Legenda: Amarelo: dias em que estive na escola; Vermelho: dias que não houve aula.

Em nossas conversas percebia a empolgação e a apreensão da professora Salgado para aquela aula, afinal, seria a primeira experiência dela com o uso do projetor. Entretanto, ela relatou em sua narrativa referente ao dia 19 de março a seguinte emergência:

– *Com a intenção de fazer o fechamento da aula de 13 de março (onde os grupos discutiram sobre as experiências, mediados por algumas questões impressas), pela manhã e, com a ajuda da Ana Paula, baixei os quatro aplicativos do GeogebraTube que já estavam disponíveis no grupo virtual, assim usaria o datashow da escola e seria uma aula diferente, podendo contar com a interação dos alunos. Porém, por volta das 11 horas, liguei para escola para saber quem poderia me ensinar a usar [ligar] o datashow e foi um choque:*

Escola: Não temos datashow.

Eu: Como assim...

Escola: Temos dois, mas na semana passada eles quebraram e levamos para o conserto. [NE-20-03-15A].

A emergência desse fenômeno não poderia ser ignorada, uma vez que a sala de aula é uma comunidade escolar, ou seja, uma comunidade que faz parte de outra maior, a escola. Em acordo com Wenger (2010), posso dizer que tanto a escola quanto a sala de aula são comunidades de aprendizagem social, o que nas palavras de Davis e Simmt (2003), Davis e Renert (2014) e Almeida (2010), são sistemas complexos. Ou seja, sistemas que aprendem a partir de um aninhamento de sistemas de aprendizagem, que emergem na interação de fenômenos.

Nessa direção, emergências que ocorrem na comunidade escolar, refletem na sala de aula. Como Lave (2013) nos faz lembrar, não podemos analisar uma situação *in situ* sem uma concepção teórica do mundo social. Nessa direção, “uma alternativa mais promissora está em tratar as relações entre pessoa, atividade e situação como são dadas na prática social, considerada como uma única entidade teórica abrangente” (LAVE, 2013, p. 238). Nessa linha de pensamento, entendo que uma aula de Matemática é uma unidade coletiva que emerge de interações e dinâmicas de agentes dessa aula. Tais agentes fazem parte de hábitos, práticas e crenças constituídas em comunidades nas quais participam agentes físicos (alunos e professores). Portanto, mais adiante, prossigo a narrativa com foco na auto-organização de uma aula, do dia 17 de abril, evidenciando a sua emergência a partir da interação de diversos agentes da comunidade escolar.

Voltando para a aula que a professora Salgado ministrou no dia 19 de março, 24 dos 40 alunos matriculados estavam presentes, ressalto que, no mês de fevereiro, 37 alunos eram matriculados e, no mês de março, a sala contou com três novos alunos. Enfim, após um dia sem aula e em um dia chuvoso, os alunos pareciam não estar tão animados para ir à escola. Disse a professora Salgado:

– Enfim última aula, primeiro ano E com 24 alunos presentes, acredito que algumas faltas foram por causa da chuva que caiu no final do dia [...]

[...] Dando início à aula expliquei que percebendo que não haviam postado as repostas das atividades no grupo virtual conforme o combinado, eu entendi que ficaram com medo ou que não sabiam responder ou sei lá o que [...][NE-20-03-15A].

Eu também havia percebido o mesmo. Além disso, aqueles que postaram demonstraram dificuldade no exercício 7 que pedia, por exemplo, para eles explicarem a relação entre o lado e a diagonal do quadrado. Algumas respostas foram como essa: “altura vezes largura”, evidenciando a falta de compreensão sobre o conceito

Embora as respostas dos demais exercícios estivessem coerentes, nos preocupou o fato de alguns alunos demonstrarem muita dificuldade no exercício em que as grandezas eram medidas do quadrado e do retângulo. Ou seja, em situações diferentes das envolvidas nas experiências realizadas por eles, onde podiam ter uma visão mais concreta das grandezas envolvidas, alguns alunos não conseguiam produzir sentido em relações entre grandezas em situações mais abstratas para eles, naquele momento. Devo salientar que, devido à liberdade fomentada pelo ambiente híbrido onde as atividades eram complementares entre si, naquele momento da investigação os alunos já estavam engajados em atividades diferentes, apresentando obviamente dúvidas diferentes e, devido à autonomia propiciada pelo ambiente, percorrendo seus próprios percursos no processo de aprendizagem. Portanto, embora, por razão da análise, ressalto essa dificuldade apresentada por parte de alguns alunos sobre grandezas, não era a mesma dificuldade de todos os alunos.

Também sublinho que nesta seção destaco na minha análise narrativa minhas interpretações sobre as consequências para a auto-organização de uma aula, da inter-relação de diferentes fenômenos que emergiam naquele sistema complexo como, os percalços técnicos, os dias em que não houve aula e as ausências dos estudantes. Entretanto, embasada em Wenger (2014), reforço com o exemplo dessa dificuldade apresentada por parte de alguns alunos que meus interesses trazidos da comunidade acadêmica relacionados à pesquisa interferiram em algumas negociações entre mim e a professora Salgado no que dizia respeito ao planejamento das atividades, e então, algumas previsões sobre as possíveis dificuldades conceituais daqueles estudantes que já traziam dificuldades de conceitos matemáticos prévios, não foram realizadas. Assim, concluo que a abordagem e elaboração de algumas atividades também podem ter implicado no surgimento de dúvidas de alguns alunos sobre grandezas no momento da sistematização.

Quanto à não participação dos estudantes nos dias em que não houve aula, considere que alguns alunos poderiam não estar explorando em casa os aplicativos no GeoGebra, onde poderiam ver de forma dinâmica aquelas relações, uma vez que os aqueles que exploraram os aplicativos durante a aula (do dia 13 de março) conseguiram acertar. Isto é, existiam demandas claramente diferentes por parte dos alunos sobre esse assunto. Por um lado, alguns alunos demonstraram não compreender relações de interdependência entre algumas

grandezas, talvez mais abstratas. Por outro lado, alguns estudantes demonstravam estar mais preparados para um aprofundamento nas discussões.

Sendo assim, a professora Salgado discutiu no dia 19 de março a correção das atividades com os alunos e, especialmente, o exercício 7. Apesar dos “arranjos” devido à falta do *datashow*, a professora Salgado relatou que a discussão foi produtiva, entretanto, ao final da aula ficou decepcionada. Seguem as palavras dela [NE-20-03-2017A]:

– E para fechar o dia, o grupo [aluno Fábio] da Renata, a qual não compareceu, me procurou e disse com certo grau de satisfação:

“Então professora, a senhora viu que o nosso grupo já postou, né? Acho que vale um notão, hein?”

Parecia que tinha levado um soco no peito. Respirei fundo e pedi para que repensassem nas respostas, que respondessem novamente sem olhar na anterior, que se baseassem naquela aula, porque, por exemplo, a pergunta que falava sobre diagonal, ela não foi respondida, somente escreveram que diagonal é lado vezes lado e isso não é verdade.

Podemos notar no comportamento do aluno, o qual representa boa parte dos estudantes, um entendimento sobre avaliação como uma recompensa pela participação, ainda que essa não tenha sido satisfatória. A noção de avaliação está muito relacionada com a forma em que são estabelecidas as relações em uma comunidade de prática, mas evidenciava-se ali um repensar sobre avaliar. A *internet* possibilita um tipo de participação, a discussão em grupo, a aula expositiva, enfim, um ambiente híbrido estava ampliando as possibilidades de ouvir nossos alunos, entretanto, os desafios também aumentavam, bem como surgiam novas reflexões, como a professora Salgado relatou em sua narrativa:

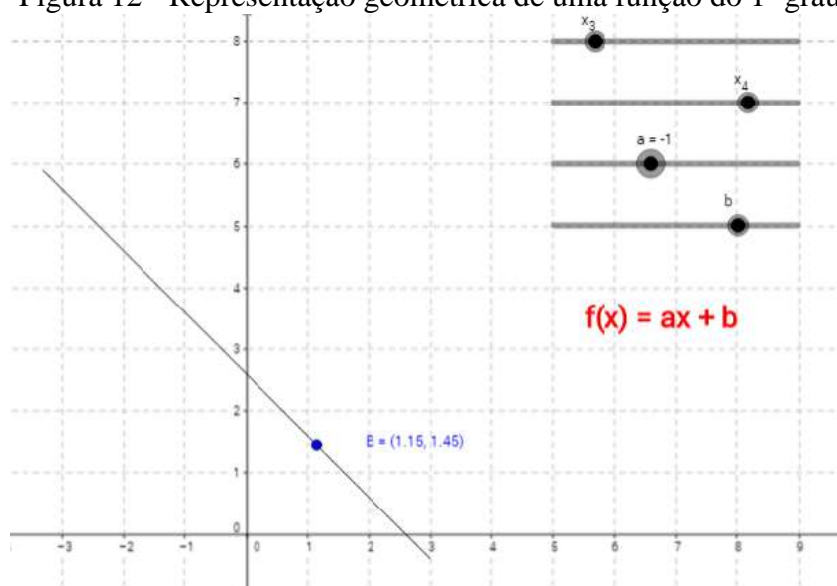
– Eu estou aproveitando o que eu estou vendo naquele primeiro ano para eu refletir em outras salas, porque ficou muito marcante para mim aquele menino Fábio. Ele respondeu uma coisa que não tinha nada a ver com o que estava no papel, eu fiquei chateada, eu saí de lá arrasada por ele falar que relação era que a diagonal era lado ao quadrado. Eu fiquei chateadíssima com aquilo, eu falei: “Caramba, não serviu de nada, o tanto que conversamos”. Na aula seguinte, logo que iniciou o comentário sobre aquele assunto, ele foi o primeiro a dar as explicações e foi muito boa a explicação que ele deu. Então assim, naquela sala em especial, eu acho que não vou ter problema de avaliar, porque eu estou conseguindo ver o que ele escreve, mais o que ele fala. Então daí, eu vou ter que ensinar ele que às vezes o que ele fala precisa estar escrito também [ES-27-03-15].

Apesar de que a professora Salgado já estivesse avaliando o aluno em sua fala, ela ainda acreditava na necessidade da escrita para avaliá-lo. Compreendo que estávamos

refletindo o tempo todo sobre uma avaliação formativa, de acordo com o que Rosa e Maltempi (2006) sugerem, ou seja, estávamos tendo um olhar mais cuidadoso para a aprendizagem do estudante no processo, ao invés do que é medido no final, mesmo que implicitamente, ou seja, aquele ambiente híbrido estava fomentando a reconstituição das nossas crenças e práticas de avaliar, visto que a segurança expressada pela professora Salgado (Quadro 8) sobre os alunos dela geralmente saberem como são avaliados, já não fazia mais sentido, pois fugia do planejado todas as intervenções de avaliação da professora.

Em paralelo a esses ocorridos, a aula do dia 20 de março, que foi invertida, estava se iniciando. Conforme é possível observar no Apêndice C, o objetivo para o desenvolvimento das atividades *online*, ou seja, no *Facebook*, era que os alunos interagissem com os aplicativos feitos no GeoGebra e estudassem o comportamento da representação gráfica de uma Função. Nessa direção, disponibilizamos no grupo do *Facebook* dois aplicativos feitos no GeoGebra, nos quais, ao modificarem os valores de x , os alunos poderiam perceber no gráfico dinâmico uma relação entre os valores de x do conjunto do domínio, e os valores de y do conjunto imagem. Também, ao modificarem os coeficientes das funções, eles poderiam notar como o gráfico era alterado, bem como poderiam mover um ponto sobre o gráfico e observar as alterações dos valores dos pares ordenados. Os valores do domínio da função estavam representados por meio de um seletor no GeoGebra denominado x e, os coeficientes pelos seletores a e b , e no caso da função polinomial do 2º grau, pelos seletores a , b e c . Segue uma ilustração na Figura 12 do caso da função polinomial do 1º grau.

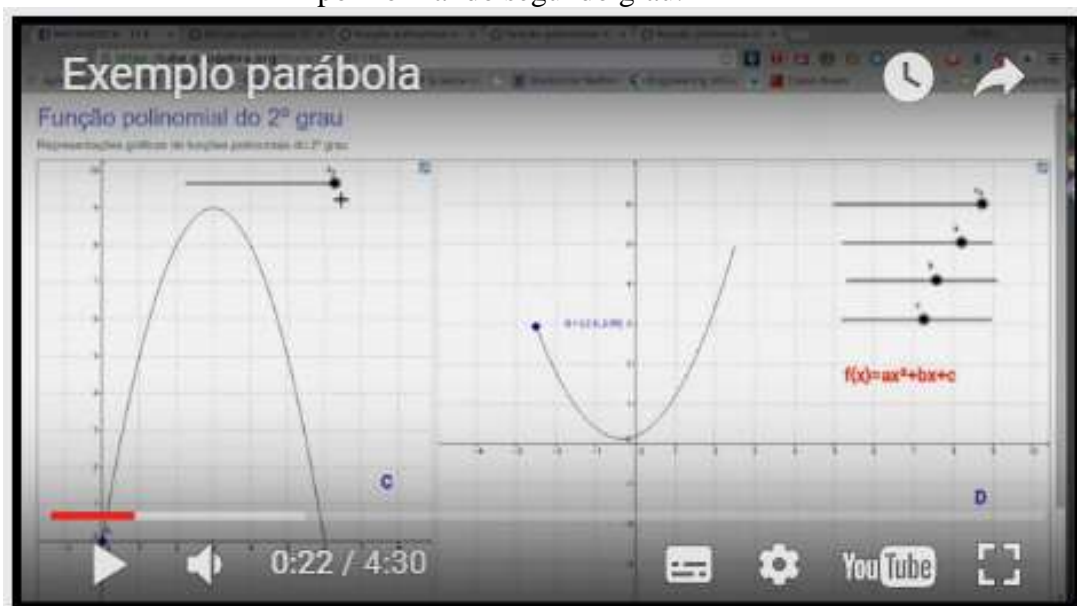
Figura 12 - Representação geométrica de uma função do 1º grau



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/qSD6W7K6>.

No *Facebook* solicitamos que os alunos alterassem e explorassem cada um dos aplicativos e escrevessem suas impressões sobre as alterações nos gráficos. Entretanto, praticamente não houve participação dos estudantes. Para tentar incentivar, produzi um vídeo, conforme a Figura 13.

Figura 13 - Vídeo sobre o aplicativo da representação geométrica da função polinomial do segundo grau.



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/XWpxN92w>.

Ainda assim, entendemos que não houve participação. Mas, a questão que podemos refletir é: o que é participação em um ambiente *online*? Sabíamos, pelo *Facebook*, que todos os alunos tinham visualizado, mas o questionamento da professora Salgado sobre a participação virtual é pertinente:

– (...) *eu não consigo avaliar quem está lendo, quem está olhando* [ES-27-03-15A].

Esse questionamento pode nos ajudar a compreender a constituição de uma unidade de coletivos de aprendizagem. Afinal, aquela era parte da aula que, como um todo, não poderia ser avaliada por essa parte, pois uma aula é uma unidade adaptativa de coletivos de aprendizagens emergentes. Observo que a nossa expectativa, como professores, sobre a participação dos nossos alunos em um ambiente virtual é muito próxima ao que esperaríamos na realização de uma atividade presencial, mas quero destacar a importância para um olhar para a auto-organização de nossas aulas. A liberdade do aluno em seu processo de aprendizagem propiciada pelo ambiente híbrido nos permitia indagar a nossa cultura de avaliar a todo o tempo, uma reconstituição da cultura de avaliação formativa, pois parte do processo do desenvolvimento da aula não era assistido por nós, professoras.

Enfim, para o momento presencial da aula do dia 20 de março, esperávamos que os alunos já tivessem explorado os aplicativos do GeoGebra e refletido sobre o comportamento de uma representação gráfica de Função conforme a representação algébrica fosse alterada. Sendo assim, partindo do que já havia sido discutido e observado pelos alunos na interação *online*, o objetivo da aula seria caminhar para casos mais específicos. Entretanto, decidimos utilizar a primeira aula para uma retomada do exercício 7 (Quadro 15), para explorar os gráficos dinâmicos feitos no GeoGebra. Após isso, na segunda aula, trabalhamos com o que havíamos planejado (Apêndice C).

Logo, no segundo momento da aula, os alunos trabalharam em grupos, para discutir entre eles algumas situações entregues para eles em uma folha, conforme é possível verificar no Quadro 16. Então, ao explorar os gráficos do GeoGebra, eles poderiam perceber na representação a relação entre duas grandezas e associar a cada uma das situações.

Quadro 16 - Situações de aprendizagem.

Situação I	A trajetória da bola, num chute a gol.
Situação II	O perímetro de um quadrado.
Situação III	Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R\$ 4,00 mais um custo variável de R\$0,50 por unidade produzida.
Situação IV	A área de um quadrado.

Fonte: Elaborado pela autora.

No final da aula, cada grupo deveria compartilhar as decisões sobre cada gráfico, mas, devido ao tempo não foi possível realizar isso naquela aula, sendo então realizada na semana seguinte, no dia 27 de março, quando retornei à escola. Para finalizar a aula, distribuimos duas tarefas para dois grupos, organizados desde o início do bimestre. Tratava-se do desenvolvimento de dois experimentos que também deveriam ser produzidos pelos grupos, filmados e compartilhado no *Facebook*.

Alguns alunos não terminaram, contudo, a aula foi bem produtiva, conforme registrou a professora Salgado:

– *Gostei bastante da participação dos alunos, de modo geral, apenas a Daiana e o Fábio não participaram. Houve muita reflexão por parte dos alunos e minha também [N20-03-15A].*



Entretanto, acredito que em um laboratório de informática o uso do GeoGebra poderia ser mais proveitoso, visto que alguns alunos tiveram dificuldades com a exploração desse

software em seus *smartphones* e a turma contava somente com o meu *notebook* e o da professora Salgado. Apesar do avanço tecnológico, em determinadas comunidades escolares não há condições estruturais para que seus membros usufruam desse avanço em suas práticas de ensino e aprendizagem, conseqüentemente práticas de ensino tendem a ser culturalmente mais tradicionais. Enfim, as questões técnicas também são fatores que interagem e inter-relacionam com outros eventos que afetavam a aula. A exemplo disso, na situação da aula do dia 20 de março registrei algumas reflexões acerca dessas questões:

– *Tive que levar um datashow próprio para a aula porque o da escola estava quebrado. Hoje eu senti o quão difícil é levar tantos aparatos para ministrar uma aula. É realmente uma pena não podermos usar aquele laboratório, com computadores parados, simplesmente por questão política, a qual inviabiliza ter um estagiário no período noturno. É uma escola que representa bem as escolas estaduais. Com certeza a aula de hoje seria melhor explorada no laboratório [NO-20-03-15A].*

Para as aulas da semana seguinte, 25 e 26 de março, em que a professora Salgado conduziria sozinha, propusemos que os estudantes interagissem anteriormente com dois experimentos novos. Para isto, dois grupos de estudantes ficaram responsáveis por filmar tais experimentos ilustrados no Quadro 17.

Quadro 17 - Experimentos da pilha de dominó e da rampa (verificar Apêndice D)

Pilha de Dominós	Rampa
	
<p>Um grupo de alunos deveria utilizar uma quantidade de dominós para construir uma pilha e medir a altura dessa pilha com uma régua. E assim, era preciso aumentar essa pilha e medir a altura novamente. O processo deveria ser repetido até que todos os dominós da pilha fossem utilizados.</p>	<p>Um grupo de aluno deveria construir uma rampa utilizando uma prancheta e apenas 1 livro (para determinar a altura) e, então, colocar o carrinho para deslizar na rampa. Da mesma forma, deveria ser feito com uma prancheta e 2 livros determinando a altura da rampa, em seguida 3 e assim por diante, até a altura máxima com 7 livros.</p>

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Elaborei esses experimentos com o objetivo de proporcionar aos alunos reflexões sobre relações de proporcionalidade entre grandezas, especialmente sobre a razão de proporcionalidade, portanto, nossas perguntas aos alunos deveriam ser nesse sentido. Desta forma, no dia 27 de março, poderíamos avançar as discussões sobre o conceito de Função. Assim, a professora Salgado sugeriu que fossem explorados alguns exercícios do caderno do aluno/professor sobre esse assunto, então escolhemos alguns exercícios do caderno do professor do Estado, conhecido também como apostila, para que ela trabalhasse com os alunos no momento presencial em que eu não estaria presente. Aqueles seriam os momentos propícios para ela fomentar a sistematização e tirar dúvidas associadas à proporcionalidade entre grandezas. Dentre os exercícios, destaco dois no Quadro 18:

Quadro 18 - Algumas tarefas do caderno do professor/aluno

1) As tabelas a seguir relacionam pares de grandezas. Indique se existe ou não proporcionalidade (direta ou inversa).								
Produção de automóveis e produção de tratores (anual, em milhares).			Área destinada à agricultura e área destinada à pecuária (em 1000 km ²)			Expectativa de vida (em anos) e índice de analfabetismo (percentual da população)		
Países	Automóveis	Tratores	Países	Agricultura	Pecuária	Países	Expectativa de vida	Índice de analfabetismo
A	100	8	A	80	60	A	67	11
B	150	12	B	100	70	B	68	10
C	200	16	C	110	80	C	69	9
D	225	18	D	120	98	D	70	8
E	250	20	E	150	100	E	71	7
F	300	24	F	160	124	F	72	6
G	350	28	G	180	128	G	73	5
H	400	32	H	200	132	H	74	4
I	450	36	I	250	136	I	75	3

2) Um prêmio P da loteria deve ser dividido em partes iguais, cabendo um valor x a cada um dos n ganhadores. Considerando um prêmio P de R\$ 400 mil, preencha a tabela a seguir e expresse a relação de interdependência entre x e n.								
N	1	2	3	4	5	8	10	20
X								

Fonte: Caderno do Professor – Ensino Médio – 1º ano - Volume 1

A escolha das duas atividades do caderno do professor/aluno (Quadro 18) resultou da negociação entre mim e a professora Salgado, como disse, a partir da sugestão da professora.

Consideramos que aquelas atividades permitiriam a investigação dos alunos sobre as relações entre as grandezas envolvidas, destacando assim a existência ou não de proporcionalidades, e no caso de existir, se era direta ou inversa. Ressalto que apesar de naquela aula que não era dupla, como as que eu costumava estar presente, o fato de nós não termos disponibilizados algum aplicativo *online* para os estudantes, não descaracterizava o ambiente híbrido, visto que via *Facebook*, anteriormente àquela aula presencial, os alunos já estavam envolvidos com as discussões pertinentes ao experimento da pilha de dominó e da rampa (Quadro 17), na qual, a partir da inter-relação entre as reflexões destacadas pelos alunos e as mediações realizadas por mim e pela professora Salgado, já poderia estar emergindo percepções sobre a razão de proporcionalidade entre grandezas, alimentando a aprendizagem daquele coletivo (SIMMT, 2015). Observe que os elementos da sala de aula invertida se faziam presente naquele contexto (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013).

Por outro lado, também podemos observar que as grandezas envolvidas nas atividades escolhidas do caderno do professor/aluno eram pouco reais quando comparadas com outras envolvidas nas atividades que os alunos já tinham tido contado até aquele momento. Sendo assim, entendo que a escolha dessas atividades pode não ter sido adequada para contribuir com aqueles alunos que ainda não tinham compreendido o conceito de grandeza.

Sobre a aula do dia 25, a professora Salgado destacou que, logo no início, vários alunos justificaram a não participação virtual:

—Quando cheguei à escola à noite, vieram me procurar para esclarecer que não estão conseguindo entrar no Face por questões de trabalho, mas que iriam fazer o possível para participarem [NE-25-03-15A].

Porém, de forma geral ela gostou da participação dos alunos.

—Enfim fiquei muito satisfeita com a aula, sabiam [os alunos] quais eram as grandezas e conseguiram descobrir porque não havia proporcionalidade, pois as razões eram diferentes. Vários alunos tinham mais autonomia e menos medo de expor sua opinião [NE-25-03-15A].

Outros comentários na narrativa da professora Salgado me chamaram a atenção, por exemplo, quando ela citou a evolução da aluna Luciana:

—A Luciana respondia tudo sem gaguejar, e com muita precisão, ela sabia o que estava dizendo [NE-25-03-15A].

Essa aluna demonstrou ter muita dificuldade no início do bimestre, quando a professora Salgado identificou que ela não compreendia noções básicas e destacou: “*trabalhei*

plano cartesiano, a Luciana não sabia quando o ponto era no eixo [...] [DC-05-03-15A]²⁹. Além disso, apesar de demonstrar muita dificuldade conceitual, notamos que a aluna participava mais das interações no espaço *online* que nas aulas presenciais. A aluna sempre visualizava e curtiava, e muitas vezes ela comentava, ou seja, estava sempre conectada, por exemplo, referente ao experimento da rampa, quando perguntei: *“Pessoal, observem o movimento do carrinho e respondam: vocês conseguem identificar a relação entre duas grandezas envolvidas neste movimento? Explique com suas palavras como é essa relação”* [FACEBOOK-23-03-15A], a aluna observou:

– *A velocidade depende da quantidade de livros pq quanto mais livros mais a velocidade do carrinho* [FACEBOOK – 24-03-15A]. Ou seja, a aluna já estava produzindo sentido sobre o conceito de Função, antes mesmo do uso desse termo de forma sistemática em nossas aulas. E, enquanto professoras e membros daquele coletivo de aprendizagem *online*, nós já avaliávamos a participação dessa aluna, mesmo que informalmente. Era uma (re)constituição natural de uma prática de avaliação naquele ambiente híbrido.

Outro comportamento recorrente da aluna era responder em conversas privadas a mim ou à professora Salgado, antes de postar para o grupo todo, conforme destaco a seguir:

–*Oi professora. Na terça eu coloquei essa, eles são proporcionais porque o gráfico tem a dimensão igual* [se referindo a um gráfico que representava a relação entre duas grandezas proporcionais] [DC-17-04-2015A]³⁰.

A narrativa da professora Salgado referente à aula do dia 25 de março e aquela situação em que notamos por um lado, uma participação menos tímida da aluna Luciana na comunidade *online* que nas aulas presenciais, e por outro lado, uma timidez da aluna relacionada à avaliação dos colegas naquele contexto do coletivo de aprendizagem, fazia-me questionar ainda mais sobre a participação dos alunos. Retornava às indagações como: o que é participar? No ambiente híbrido, a liberdade que os alunos têm de interação com as atividades propostas pelo professor é grande, pois parte delas é *online*, permitindo o estudante interagir com tais atividades e com seus colegas/professores em seu ritmo, tempo, local e percurso. Diante disso, posso dizer que no processo de aprendizagem menos assistido por nós, a aluna Luciana progrediu no processo de aprendizagem sobre o conteúdo estudado? E os demais alunos? Enfim, tais indagações emergiam naquele processo de análise que ocorria na emergência de fenômenos daquela sala de aula

²⁹ Trecho de uma conversa no grupo do Facebook.

³⁰ Trecho de uma conversa entre mim e a aluna Luciana no grupo do Facebook.

Voltando às observações relatadas pela professora Salgado sobre aquela aula, não houve tempo hábil para que os alunos terminassem as atividades, então eles deveriam finalizar na aula do dia seguinte. Assim sendo, no dia 26 de março os alunos tiveram oportunidade de continuar a atividade. Porém, a professora se sentiu surpresa:

–Tive a impressão que eles estavam retrocedendo no tempo, fizeram perguntas que no dia anterior já sabiam responder. Marcos perguntou: “O que é grandeza?” [NE-26-03-15A].

Na aula anterior o aluno Marcos havia surpreendido a professora Salgado com sua participação, conforme ela mesma relatou:

– O Marcos também, ele se dirigiu a mim para dizer: “É claro né professora, o “x” está dependendo de “n” (que lindo isso!). Como diz a Ana, “estamos conversando com a matemática” [NE-25-03-15A].

Ademais, no início da narrativa a professora destacou que vários alunos não haviam comparecido e também relatou situações como:

– No grupo da Cassia, a Débora só queria dormir, não queria participar em nada, o Victor estava mais atento, porém, quem fazia mesmo era a Cassia, e pensa se ela esqueceu-se (sic) de alguma coisa, não, pelo contrário, foi a única que conseguiu identificar que no exercício 3 [exercício 2 do Quadro 18] as grandezas eram inversamente proporcionais. O João Vitor faltou [NE-26-03-15A]. Cássia foi uma das integrantes do grupo que realizou o experimento da pilha de dominós.

Enquanto isso, no grupo do *Facebook* os alunos interagiam, havia 43 comentários e todos os alunos visualizaram o vídeo. Podemos observar no Quadro 19 que os alunos compartilharam ideias sobre relações entre velocidade e quantidade de livros, tempo e altura, velocidade e inclinação da prancheta, entre outras. Destaco também que naquele momento da pesquisa já era perceptível uma transformação na forma com que os membros daquele sistema participavam das discussões, quando comparamos com o primeiro diálogo (Quadro 12). Os questionamentos da professora Salgado dispararam a participação dos alunos e esses já compartilhavam mais suas ideias nas discussões. Era indício de uma reconstituição na forma com que os alunos aprendiam conteúdos de Matemática.

Quadro 19 - Trecho da discussão *online* sobre o experimento da rampa

Salgado: Se não estou enganada duas grandezas estão aumentando e uma grandeza está diminuindo é isso mesmo? Quais são elas? Quem está fazendo o quê?

Luciana: A velocidade depende da quantidade de livros pq quanto mas livros mas a velocidade do carrinho.

Marcos: O vídeo foi bem feito. O tempo é dependente da altura eu acho pq qnt mais alto menos tempo gosta.

Peter: A velocidade depende da inclinação da prancheta, e a inclinação depende do livro, sendo isso o carinho corre mais, e percorre essa decima em menos tempo.

Wagner: quanto mais inclinado mais aumenta a velocidade de um ponto até o outro e com isso o carrinho chega mais rapido.

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

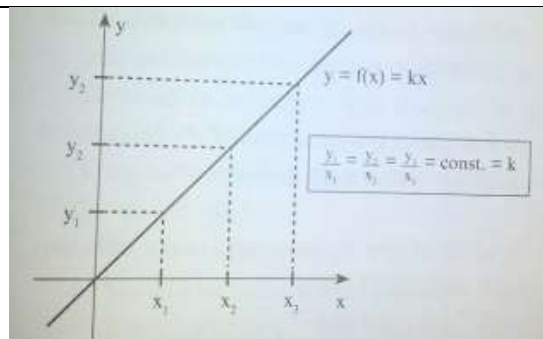
Apesar dessa participação, quando levantei o questionamento: “(...) *quando a rampa é construída com 1 livro, ela tem uma determinada altura, se eu uso 2 livros, essa altura será exatamente o dobro? Observem que os livros não têm a mesma quantidade de páginas*”, alguns alunos responderam somente “sim” e outros não responderam, suspeitamos que eles não haviam compreendido uma relação entre grandezas proporcionais em termos da constante de proporcionalidade. Portanto, quando a professora Salgado pediu que os estudantes justificassem suas respostas e eles ficaram em silêncio, decidimos reforçar esse conceito na aula presencial que aconteceria no dia 27 de março. Entendo que essas atitudes eram respostas a uma prática avaliativa contínua que era constituída com aquele coletivo de aprendizagem, onde todos que contribuía para o coletivo eram transformados, bem como nós, professoras.

Diante dessa necessidade e das observações destacadas pela professora Salgado nas narrativas dos dias 25 e 26 de março, acordamos trabalhar exercícios que revisassem tudo o que eles estavam estudando, na tentativa de ajudá-los na apropriação do conteúdo e a tirarem eventuais dúvidas. Naquele momento, não vi sentido em organizar a aula segundo o pressuposto de rotação de estação e o que poderíamos chamar de sala de aula invertida, não contava mais somente com a aprendizagem *online* dos alunos na interação do grupo virtual, mas também com outros coletivos de aprendizagem nas aulas presenciais dos dias 25 e 26. Por fim, não fazia sentido sermos guiadas somente pelas abordagens pedagógicas defendidas por teorias de um ambiente híbrido, aquela sala de aula já era vista de alguma forma como um sistema autoadaptativo e auto-organizado, um sistema complexo (DAVIS; SIMMT, 2003; ALMEIDA, 2012), ou seja, a necessidade do sistema não estava sendo ignorada. Para tanto, organizamos uma lista de exercícios e dois deles referiam-se diretamente aos experimentos, conforme podemos verificar no Quadro 20.

Quadro 20 - Alguns exercícios da lista (verificar apêndice E)

4) Considere a relação entre o número de peças de dominós e a altura da pilha, e a relação entre o número de livros e a altura da rampa. Qual a diferença entre essas duas relações?

5) Observe o gráfico abaixo [ao lado] e indique qual das duas relações citadas no exercício 4 pode ser representada por ele. Explique sua resposta.



Fonte: Elaborado pela autora.

Apesar de os alunos se engajarem em grupos na resolução dos exercícios, poucos conseguiram resolver os últimos dois exercícios (4 e 5) devido ao tempo, e assim a aula finalizou. Entretanto, conforme é possível verificar no calendário da Figura 14, eu retornaria à escola somente no dia 17 de abril.

Figura 14 - Calendário de Abril

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

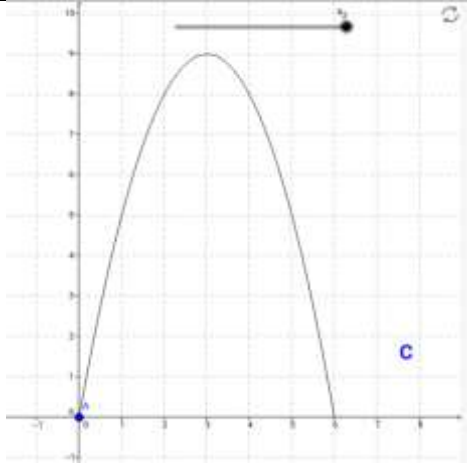
Fonte: Elaborado pela autora.

Legenda: Amarelo: dias em que estive na escola; Vermelho: dias que não tiveram aula.

A aula do dia 17 de abril, que seria abordada segundo os pressupostos da sala de aula invertida, estava emergindo num processo adaptativo a fenômenos que ocorriam na comunidade escolar, dentro ou fora da sala de aula. Outros aspectos da escola, além daqueles relacionados diretamente aos conteúdos disciplinares, afetam o planejamento dos professores, o desenvolvimento de uma aula, a aprendizagem dos alunos, entre outras ações. Por exemplo, existe uma cultura escolar de se ausentar em semanas que tem algum feriado. Nessa linha, no dia 1º de abril, a professora Salgado relatou que somente oito alunos estavam presentes na aula dela e, no dia 08 de abril, somente 16 alunos. A interrupção nos estudos foi grande,

portanto, mais uma vez nos sentimos mais seguros em incluir na aula do dia 17 de abril uma atividade para retomar o que estávamos estudando. Nessa direção, fazia mais sentido que a aula do dia 17 de abril fosse abordada segundo o modelo de rotação de estação, sendo cada estação de uma atividade que os alunos pudessem resolver em grupo e continha pelo menos uma parte *online*. A primeira estação (Quadro 21) emergia como um fenômeno adaptativo a um conjunto de eventos.

Quadro 21 - Estação 1


<p>A trajetória da bola, num chute a gol, descreve aproximadamente uma parábola. Essa trajetória pode ser compreendida pela relação de duas grandezas representadas pelas variáveis x e y. Essa relação pode ser representada algebricamente por $y = -x^2 + 6x$ e geometricamente pelo seguinte gráfico:</p>	
	<p>a) No dia 27/03 os alunos do 1º E foram consultados sobre quais grandezas poderiam estar envolvidas nesta relação. Abaixo estão algumas opções levantadas por eles, vamos analisá-las? Em cada item são apresentadas duas opções de grandezas dessa relação, responda se elas podem ser consideradas (sim, não e por quê?). Caso a resposta seja “sim”, identifique quais delas podem ser representadas pelas variáveis x e y. Fique a vontade para pesquisar na <i>internet</i>.</p> <p>(I) Distância e altura (II) Tempo e altura (III) Distância e velocidade</p> <p>b) As duas grandezas são diretamente proporcionais? Por quê?</p>
<p>Os alunos tiveram acesso ao gráfico construído no GeoGebra e disponibilizado no GeoGebraTube pelo grupo do <i>Facebook</i>.</p>	

Fonte: Este exercício é adaptado do livro Matemática (DANTE, 2004).

Segundo Simmt (2015), as marcas de aprendizagem coletiva são cumulativas e transformativas. Vejo que o modo como pensávamos nossas aulas era modificado frente a esse novo contexto de aprendizagem e em resposta à nossa aprendizagem enquanto professoras naquele sistema. Num processo natural do ensino, práticas culturais de planejar aulas deixam de fazer sentido ao longo do ano. Refiro-me aos planejamentos prontos e acabados que, em geral, por exigência de alguns sistemas escolares professores devem definir no início do ano para cada dia letivo do ano. Acredito que o espaço *online* destinado ao compartilhamento de ideias dos membros da sala de aula enfatiza essa verdade, pois o tempo todo estávamos tomando novas decisões sobre o planejamento. Por exemplo, dadas as dificuldades dos alunos percebidas por nós, decidimos que na aula seguinte (na qual eu e

a Salgado estaríamos presentes), ou seja, após aproximadamente duas semanas, pelas razões já expostas sobre o calendário escolar (Figura 14) e a baixa frequência dos alunos nesse período, teríamos que dar mais oportunidades para o aluno refletir sobre relações proporcionais, em termos da constante de proporcionalidade. Daí a emergência de mais uma estação que seria ofertada no dia 17 de abril, conforme o Quadro 22.

Quadro 22 - Estação 2

	
<p>Questões sobre os experimentos propostas para os alunos no dia 17 de abril:</p>	
<p>1) Considere o experimento do carrinho que desliza na rampa. Explique a relação entre o número de livros e a altura da rampa.</p>	
<p>2) Considere o experimento da pilha de dominós. Explique a relação entre o número de peças de dominós e a altura da pilha.</p>	
<p>3) As grandezas envolvidas na relação dos exercícios 1 são diretamente proporcionais? Por quê?</p>	
<p>4) As grandezas envolvidas na relação do exercício 2 são diretamente proporcionais? Por quê?</p>	
<p>5) Esboce um gráfico que represente a relação entre o número de peças de dominós e a altura da pilha. Explique onde essas grandezas são representadas no gráfico.</p>	

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Para retomar as discussões coletivas e realizadas no grupo do *Facebook* referentes aos experimentos da pilha de dominós e da rampa (Quadro 19), produzimos algumas questões para que no decorrer da aula do dia 17 de abril, em grupo, os alunos pudessem respondê-las. Ressalto que além dos estudantes terem acesso, anteriormente à aula presencial, aos vídeos produzidos pelos colegas e as discussões coletivas no espaço virtual, no momento presencial da aula deste referido dia os estudantes também tiveram acesso aos vídeos e aos comentários dos colegas registrados no grupo do *Facebook*.

O grupo do *Facebook* facilitou a interação entre coletivos de aprendizagem, que também podem ser entendidos como partes constituintes do sistema. Com base nos pressupostos de Davis e Simmt (2014) compreendo que a interação entre os coletivos de aprendizagens emergentes (por exemplo, diversas discussões simultâneas sobre os experimentos e propostas) estavam habilitando o todo, isto é, a inteligência daquele sistema.

Nessa direção, outros alunos da turma puderam refletir sobre as postagens dos colegas, tal como podemos verificar na Figura 15.

Apesar do grande número de alunos ausentes na aula do dia 08 de abril, a professora Salgado trabalhou com os alunos presentes alguns exercícios do caderno do professor e sentiu a necessidade de fazer uso do espaço *online* no *Facebook* para que os alunos criassem e compartilhassem uma questão em que fosse possível observar a relação de interdependência entre duas grandezas. Gostei muito da ideia! Principalmente por ter sido uma iniciativa da professora, pois ela estava se apropriando daquele espaço... Uma nova cultura de ensino estava se constituindo...

Figura 15 - Trecho da discussão no *Facebook*



Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

A partir da postagem do aluno Mateus, notamos nos dois primeiros comentários, que eventualmente na sala existiam dúvidas relacionadas ao que pode ser considerada grandeza, visto que esses alunos entenderam o carro em si como grandeza, e não, por exemplo, a velocidade do carro. Naquele momento da pesquisa, eu e a professora Salgado negociávamos significados de participação e aprendizagens dos alunos o tempo todo, principalmente devido às características da pesquisa colaborativa (FIORENTINI, 2004) que permitiram que a minha participação periférica passasse a ser mais central, no sentido exposto por Wenger (2014), de forma natural. Assim, percebemos que em razão de estarmos naquele intervalo de aproximadamente duas semanas sem aula, seria interessante eu gravar uma videoaula, retomando o conceito de grandezas e uma sistematização do que são relações proporcionais

diretas e inversas, de modo a salientar as constantes de proporcionalidade e o comportamento de um gráfico que descreve tais relações. Esse vídeo (Figura 16) ficou disponível na *internet* para que os alunos pudessem assisti-lo fora do horário de aula.

Figura 16 - Estação 3




Este vídeo foi disponibilizado por meio do grupo do Facebook para que os alunos consultassem conforme suas necessidades.

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Mas já era a interação de muitos fenômenos, inclusive aqueles técnicos, burocráticos e do calendário que transformavam o sistema e os seus membros. Portanto, já se tratava de mais uma estação para a aula do dia 17. Assim, essa aula estava sendo auto-organizada e então, as estações disponibilizadas para os alunos foram decisões tomadas em torno das emergências de um aninhamento de sistemas de aprendizagem que emergiam nas aulas presenciais e nas interações *online*. Portanto, a estação 4 (Quadro 20) também pode ser vista como suporte à compreensão de Função como relação de interdependência. O exercício criado e postado pelo aluno Vitor Hugo no grupo do *Facebook* chamou-nos a atenção, pois foi pensado por ele e descrevia uma relação de grandezas proporcionais inversas. Nessa direção, tanto o exercício postado pelo aluno, quanto a discussão emergente por um coletivo de alunos na postagem desse exercício no *Facebook*, estariam disponíveis na aula do dia 17 de abril, para que todos pudessem acessar caso sentissem a necessidade no decorrer da resolução das questões que também seriam propostas para os alunos, como uma estação.

Quadro 23 - Estação 4

 <p>Valdir</p> <p>se o onibus andar mais rapido chego em casa mais cedo km/h minutos 70 40 80 (35)</p> <p>Like Comment</p> <p>You, Aparecida Salgado and 5 others Seen by everyone</p> <p>Aparecida Salgado Boa sua questão @ Vitor Hugo Rodrigues, e ai pessoal, quais são as grandezas e quem está dependendo de quem? April 8, 2015 at 5:38pm · Like · 1</p> <p>Fábio: O tempo ta dependendo da velocidade April 8, 2015 at 5:46pm · Like · 2</p> <p>Ana Paula R. Magalhães de Barros Valdir o que você quis dizer com esses valores foi: "quando a velocidade é 70km/h o tempo gasto é 40min, quando a velocidade é 80km/h o tempo gasto é 35 min" ? April 8, 2015 at 8:08pm · Like · 1</p> <p>Peter: Quanto mais velocidade mais rápido chega (menos tempo) , entao o tempo depende da velocidade 🙄 April 9, 2015 at 12:55am · Like · 2</p> <p>Ana Paula R. Magalhães de Barros Então essas duas grandezas "velocidade e tempo" podem ser diretamente proporcionais?</p>	<p>Questões sobre o exercício criado e postado pelo aluno Roberto no <i>Facebook</i> propostas na aula do dia 17 de abril:</p> <p>1) Quais as duas grandezas envolvidas?</p> <p>2) Utilize os dados oferecidos pelo roberto e construa o gráfico que representa a relação das duas grandezas.</p> <p>3) Qual seria o tempo gasto pelo ônibus se a velocidade fosse de 90km/h?</p>
---	---

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Por fim, para aprofundar discussões sobre o conceito de Função, de forma a incentivar os alunos a refletirem sobre o sentido do domínio de uma Função, a quinta estação (Quadro 24) foi uma proposta para a análise das seguintes questões:

Quadro 24 - Estação 5

O preço a ser cobrado em uma corrida de táxi é composto por uma quantia fixa, igual para todas as corridas, mais uma parcela variável, que é diretamente proporcional a quantidade de quilômetros rodados. Em certa cidade, o preço cobrado pode ser representado pela seguinte relação: $P = 15 + 0,8x$.

Utilize o *software wolfram alpha* para representar o gráfico desta relação e depois tente compreender juntamente com o seu grupo o comportamento deste gráfico.

Para a construção do gráfico utilize a seguinte representação algébrica: $f(x) = 15 + 0,8x$

- Todo o gráfico construído pode ser considerado nesta situação de corrida de táxi?
- Esboce o gráfico que pode ser considerado nesta situação de corrida de táxi.

Fonte: elaborado pela autora.

O exercício foi adaptado do caderno do professor de Matemática e os alunos poderiam utilizar o *software Wolfram Alpha* para a construção e análise do gráfico. Devido a tantas emergências, sentimos a necessidade de avançar com atividades que propiciassem o estudo de

Funções. Dessa forma, com essa atividade os alunos poderiam refletir sobre o domínio da função e nas aulas seguintes poderíamos avançar sobre o conceito de Função.

E assim, uma fusão dos pressupostos do modelo de rotação de estação e sala de aula invertida embasou a auto-organização da aula do dia 17 de abril, conforme ilustrado na Figura 17

Figura 17 - A auto-organização de uma aula segundo o modelo rotação de estação



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Em uma mesma aula os alunos puderam transitar por diferentes estações, as quais foram planejadas com a finalidade de suprir as necessidades emergentes nos coletivos de aprendizagem. Os alunos contaram com a ajuda de colegas em estudos em grupo, das professoras, bem como dos recursos disponibilizados na *internet*, dando-lhes a liberdade no seu percurso.

5.3 Práticas docentes (re)constituídas em um ambiente híbrido: planejar e avaliar

O objetivo do capítulo foi olhar para a auto-organização e autoadaptação de duas aulas de Matemática mediadas pela *internet* para elucidar a (re)constituição de práticas de ensinar e aprender em aulas de Matemática mediadas pela *internet* naquele ambiente híbrido. Embora as aulas fossem previamente pensadas segundo os pressupostos teóricos de aula invertida e estação de rotação, vários eventos emergentes (alguns identificados e analisados nesta narrativa e outros não) alimentavam a complexidade da sala de aula, provocando mudanças em sua dinâmica que perpassavam as aulas e a própria pesquisa. A sala de aula como um sistema complexo determinava o que era necessário para a sua manutenção como um sistema

auto-organizado e, nesse sentido, professores e alunos, membros do sistema, aprendiam o tempo todo.

Mais especificamente, as discussões desse capítulo foram realizadas a partir das primeiras experiências vivenciadas na constituição de um ambiente híbrido na escola A, as quais evidenciam tensões comuns a qualquer mudança de prática. O trabalho colaborativo contribuiu para que as ações docentes fossem ao encontro das necessidades advindas dessas tensões, na direção do que Davis e Simmt (2003) acentuam sobre a importância de não se ignorar a complexidade da sala de aula. Assim, ações pedagógicas do professor podem decorrer do que ele como membro do coletivo de aprendizagem aprende no sistema.

Em harmonia com o que Davis e Simmt (2003) esclarecem sobre a interação de ideias matemáticas e coletivos de aprendizagem, considero que elas habilitem o todo e constituam a inteligência do sistema. Contudo, não podemos nos esquecer de que normas culturais, mesmo implícitas, também são partes desse sistema e a interação dessas partes adaptam práticas pedagógicas nesse sistema, bem é possível observar nesse capítulo.

A presença da *internet* fomentou maior liberdade para adaptações a fenômenos emergentes na sala da aula, onde todos os membros do sistema produziam novas perspectivas sobre o uso da *internet* em aulas de Matemática. Os alunos vivenciaram a aprendizagem na realização do experimento ou em discussões *online* a partir desses experimentos compartilhados por outros colegas. Constituía-se então, novas culturas de aprender Matemática, de forma que os estudantes enfrentaram desafios em uma comunidade de aprendizagem (*Facebook*), onde todos (estudantes e professores) eram novos, embora todos já tivessem familiaridade com o *Facebook*. A partir das discussões narradas nesse capítulo, também podemos apreender que o *Facebook*, como plataforma de aprendizagem, proporciona a constituição de coletivos de aprendizagem, que se relacionam entre si e com outros coletivos emergentes em uma sala de aula, alimentando sistemas de aprendizagem que constituem a sala de aula.

O ambiente híbrido salientava a inter-relação de coletivos de aprendizagem que surgiam, e como resposta, as professoras aprendiam mais sobre o funcionamento do sistema e respondiam com questionamentos, reflexões e transformações sobre o modo com que as avaliações ocorriam, de forma que a ação avaliar passou a ser ressignificada por nós e menos prevista como descrito no Quadro 8. Apesar de ter ficado claro que a avaliação formativa fazia mais sentido, os desafios para este tipo de avaliação também aumentavam devido às características de uma aprendizagem *online* presente naquele ambiente híbrido, no qual enquanto professoras, tínhamos menos controle sobre a gestão da aula, e, fomentavam novas

aprendizagens, o que alimentava a dinamicidade do sistema e fazia sentido a (re)constituição da prática de avaliar que emergia naquelas aulas.

O trabalho colaborativo permitiu-me transitar para a comunidade “Sala de Aula” da turma daquele primeiro ano e em um processo natural de identificação e pertencimento a essa comunidade (WENGER, 2001; FIORENTINI, 2010), pude desprender-me da comunidade acadêmica, na medida em que as emergências da sala de aula me levassem a compreender a auto-organização daquele sistema social de aprendizagem (WENGER, 2010). Nesse processo, minhas perspectivas sobre as comunidades e parcerias de participação que estabeleci com a professora eram de pertencimento à sala de aula da professora Salgado e de que naquela comunidade as culturas trazidas por mim e pela professora, da comunidade acadêmica e da sala de aula, respectivamente, se inter-relacionavam (Figura 18).

Figura 18 - Perspectiva da pesquisadora sobre comunidades e parcerias de participação entre ela e professoras no desenvolvimento da pesquisa.



Fonte: Elaborado pela autora.

Nessa inter-relação de culturas, nós, enquanto professoras e membros daquele sistema complexo aprendíamos sobre uma inteligência coletiva do sistema, então o planejamento das aulas era refletido e modificado todo o tempo. Assim, minha forma de pensar passo a passo um planejamento (Quadro 8) mais enrijecido por pressupostos teóricos e por conteúdos já preparados em materiais didáticos já não fazia sentido, pois não eram mais as necessidades acadêmicas que conduziam minhas ações sobre o planejar, mas as necessidades daquela comunidade à qual eu já pertencia. As características do trabalho colaborativo contribuíram para que tais necessidades fossem compreendidas por mim, pois, a partir das impressões da professora Salgado sobre cada aula, emergia de forma natural o replanejamento sobre cada ação naquela sala de aula. Nesse contexto, a cultura de planejar uma aula era reconstituída por

nós, de forma que as características de uma abordagem *blended learning* trazida da comunidade acadêmica para aquela sala de aula e as necessidades emergentes da sala de aula se inter-relacionavam e transformava o modo como a professora Salgado e eu pensávamos cada passo a ser dado em cada aula.

Apesar dos desafios enfrentados, a professora Salgado respondia naturalmente a eles, sobretudo, se apropriando do uso da *internet*. Por esta razão, também concluo que culturas de ensino com o aproveitamento das potencialidades da *internet* começaram a se constituir nas práticas da professora Salgado, bem como a própria professora salientou ao final da pesquisa³¹:

– [...] *Depois que terminou a pesquisa, eu já introduzi lá [grupo do Facebook] outros questionamentos para a gente ter um bate-papo e eles respondem mesmo. Antes, quando você estava lá, eu precisava muito ficar pedindo para eles: “Participem, está valendo nota!”, “Gente, não vai esquecer: tem que fazer seu comentário”. Eles faziam comigo ali na mensagem só para mim, mas não colocava lá [se referindo ao Facebook]. Hoje, eles já colocam lá direto e depois eles perguntam lá no particular: “E aí, eu respondi certo?”. Aí, eu vou lá responder para eles no grupo. Então assim, essa ligação, esse relacionamento, esse bate-papo, acho que foi bom, foi legal [ES-07-12-15A].*

As aulas no ambiente híbrido tornaram evidente a constituição de coletivos de aprendizagem em uma sala de aula como um processo orgânico de um ambiente complexo. Sublinho que o ambiente híbrido nos permitiu ter outra dimensão de sala de aula, ou seja, não me refiro somente à sala entre paredes, mas também outros espaços onde os estudantes e professoras permaneciam engajadas no processo de aprendizagem. Assim sendo, a constituição de coletivos de aprendizagem emergia também no grupo do *Facebook* e a inter-relação desses coletivos alimentava a unidade da sala de aula como um sistema complexo (SIMMT, 2015) e surgiam como uma nova cultura de ensinar e aprender Matemática.

Nesse sentido, o processo de aprendizagem do sistema e de todos os seus membros produziam significados para a (re)constituição de práticas culturais comuns ao processo de ensinar e aprender. Há indícios de que tanto a cultura de participar, quanto a de avaliar a participação, são transformadas, pois o aproveitamento da *internet* em um ambiente híbrido permite que a participação do aluno nem sempre seja assistida, e nós, professores, não conseguimos ignorar o reflexo da participação virtual nos momentos presenciais. Enfim, a presença da *internet* provoca um movimento natural que amplia nosso conceito de

³¹ A pesquisa na escola A não terminou no dia 17 de abril. Foram três meses de pesquisa naquela escola.

“participação” e traz mais sentido à avaliação formativa, ou seja, aquela que ocorre no processo.

Embora a professora Salgado e eu não tivéssemos conhecimento da Ciência da Complexidade durante a produção dos dados, o olhar analítico apresentado nas narrativas deste capítulo, nos faz considerar que ações que propiciam o destaque das condições inerentes a sistemas complexos pode fomentar uma gama de ações que nós, professores, podemos tomar a fim de permitir que a auto-organização do próprio sistema determine o que é necessário, conforme bem salientam Davis e Simmt (2014). Ter esse tipo de compreensão pode auxiliar-nos a ousar na ação docente (D’AMBROSIO; LOPES, 2015) e a não tomarmos métodos de ensino por si só como suficientes para o processo de aprendizagem. Nesse sentido, embora inicialmente os pressupostos da sala de aula invertida e da rotação de estação tenham sido considerados, as ações em torno das emergências daquela sala de aula levaram-nos a uma fusão dos dois modelos híbridos considerados.

Também é possível depreender neste capítulo, que culturas tradicionais do processo de ensino e aprendizagem podem ser enfrentadas para que a sala de aula seja um ambiente onde os alunos possam se engajar num processo de aprendizagem participante e o conhecimento seja situado na prática (WENGER, 2013; LAVE, 2013). Nesse contexto, as análises narrativas descritas neste capítulo evidenciaram novas culturas de aprender Matemática no ambiente híbrido, com o uso do *Facebook* como plataforma, quando professores e estudantes interagem como membros desse coletivo de aprendizagem que se inter-relacionava com outros coletivos da sala de aula. Em resposta à constituição dessa nova prática de estudar Matemática, as professoras aprendiam a avaliar e a planejar nesse ambiente híbrido, de forma que buscavam atender às necessidades que emergiam nesse sistema.

A discussão nesse capítulo teve como base o foco na dinâmica da auto-organização e adaptação de aulas de Matemática em ambiente híbrido, pois compreender a sala de aula como um sistema complexo, e as aprendizagens que ocorrem nesse sistema, permite-nos entender melhor a constituição e reconstituição de práticas culturais nesse sistema. Contudo, nesse capítulo debruçei-me mais sobre os dados que evidenciaram as aprendizagens das professoras como membros de um sistema complexo. Sendo assim, no próximo capítulo, dou continuidade nas narrativas destacando um conjunto de aulas desenvolvidas na escola B e os dados que evidenciam as adaptações e auto-organização do sistema a partir das interações dos alunos como membros do sistema.

6. PRÁTICAS DE ESTUDO DE MATEMÁTICA EM UM AMBIENTE HÍBRIDO

Um sistema complexo responde à inter-relação de diversos fenômenos emergentes e elucida as próprias necessidades do sistema, ou seja, não são ações externas que podem garantir a manutenção da complexidade de um sistema e sim, aquelas que emergem no próprio sistema. Podemos dizer que tais ações são aprendizagens do sistema e, nesta pesquisa em que a sala de aula é o principal sistema complexo analisado, afirmo que essas ações refletem práticas culturais (re)constituídas nos processos de ensinar e aprender Matemática quando as aulas são mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido. A cultura escolar de uma sala de aula reflete aprendizagens desse sistema complexo, que também pode ser chamado de sistema de aprendizagens. Nesse sentido, este capítulo aborda aprendizagens do sistema com foco na interação dos estudantes da escola B envolvidos no estudo do conceito de Função a partir de um experimento sobre “otimização do volume de caixas de papel”, o qual foi abordado em um ambiente híbrido. Acentuo que neste capítulo, apesar de descrever na narrativa dados referentes às professoras e aos alunos, foco a análise nas produções emergentes das ações e interações entre os estudantes.

6.1 Otimização do volume da caixa de papel: planejamento da atividade

Para esclarecer a escolha da atividade “otimização do volume da caixa de papel”, início esta narrativa trazendo parte do diálogo estabelecido por mim e pela professora Vânia, nos dias que antecederam o início das aulas do segundo semestre [EA-30 jun. 15B], mais especificamente no final do primeiro semestre letivo:

Ana Paula: [...] Bom, eu queria falar para você mais um pouco da pesquisa. Então, eu já havia comentado sobre a abordagem blended learning com você. Tem o uso da internet e vamos usar laboratório, celular... A ideia é que o aluno tenha mais controle em pelo menos um dos elementos: ritmo, tempo, lugar ou caminho; e assim mais controle sobre seus estudos. E com a tecnologia não faz muito sentido trabalharmos de forma muito linear e tradicional. Por exemplo, agora é o conteúdo X e o tradicional que seria assim: eu sou a professora, agora presta atenção em mim, eu que estou falando. Então, a gente conseguiu ver bastante na outra escola essa questão da liberdade que os alunos têm ao consultarem os vídeos, os diálogos no Facebook e ao ter acesso a esse conteúdo na hora que eles quiserem. O que acabou acontecendo na outra escola foi que a gente trabalhou a introdução do conceito de

Função, mas acabamos passando por quase todos os tipos de função, mesmo sem a formalização de algumas.

Vânia: *Integrando, né?*

Ana Paula: *Exatamente. O que é o conceito de Função? É importante eu te falar porque é o que eu entendo para a pesquisa. A essência do conteúdo de Função é a relação entre grandezas, então quando a gente muda o tipo de Função, a gente continua trabalhando essa essência, mas muitas vezes os alunos pensam que é algo totalmente diferente e não é totalmente diferente, né? Então, na primeira escola, como a gente trabalhou a introdução, a gente trabalhou muito a questão deles entenderem as grandezas, como enxergar essas relações numa representação geométrica de Função e numa representação algébrica. Agora aqui, a gente já tem essa introdução, mas é necessário que os alunos compreendam o conceito de Função independentemente do tipo de Função que estivermos trabalhando. Então, eu preciso saber o conteúdo programático para a gente trabalhar, mas não necessariamente de forma linear.*

Vânia: *Não, não tem problema, pode não ser linear. Mas não posso fugir das bases, por exemplo, dos registros e de alguns parâmetros que eu tenho que seguir. Mas também dá para fazer essa integração sem problema nenhum, eu até acho viável porque eles se perdem um pouquinho mesmo. Eu falei de relação para eles e talvez eles não estejam enxergando... Aliás eles foram mal na minha prova viu. Na primeira prova não foram muito bem não. Assim, alguns né? E estou pensando até de retomar agora no segundo semestre ...*

Ana Paula: *Qual foi a maior dificuldade que você identificou neles até o momento?*

Vânia: *A interpretação mesmo. Por exemplo, às vezes eu passo algum exercício para eles encontrarem as raízes da Função, se eu falar zeros da Função eles vão se perder. Eles não conseguem fazer essa ligação. Se eu falar calcule o vértice da Função quadrática, eles vão conseguir calcular de boa. Mas se eu perguntar o ponto máximo e ponto mínimo lá eles vão se complicar um pouquinho, porque eles não conseguem relacionar que através do cálculo do vértice eles conseguem determinar o máximo, ou então só de olhar a função. Então o que eu acho que faltou trabalhar com eles essa parte de relação mesmo, do conceito de Função com aplicações práticas.*

Ana Paula: *Essa relação que você quer dizer é ...*

Vânia: *Quando eu relaciono esses conceitos do que é mesmo uma Função com situações de aplicação.*

[...]

Nesse diálogo podemos observar que embora o trabalho prático na sala de aula da escola B ainda iria começar, nessa nova comunidade eu, como novo membro dela, trazia aprendizagens produzidas da escola A. Um novo olhar sobre o ensino do conceito de Função com o uso da *internet* influenciava a nossa negociação sobre a condução das aulas na escola B. Sendo assim, ensinar o conceito de Função sem engendrar os tipos de funções de forma linear conforme proposto na maioria dos materiais didáticos se tornava uma preocupação para a condução das aulas na escola B.

Visto isso, encontrei um espaço para reforçar minha preocupação sobre o que entendia ser essencial para o ensino do conceito de Função, já que a essência perpassa todos os tipos de funções que são estudadas no Ensino Médio, conforme discuti no capítulo 2 desta tese. Com a preocupação de enfatizar a noção de relação entre grandezas envolvidas no estudo de funções, busquei tanto negociar com as professoras o desenvolvimento das aulas, quanto escolher atividades que elucidassem esse tipo de relação. Em especial na escola B, devido à condução das aulas ocorrer no segundo semestre do ano, quando os alunos já haviam estudado a introdução do conceito de Função e ao fato de a professora trabalhar com uma carga horária que não permitia que nos reuníssemos na mesma frequência com que me reunia com a professora Salgado, busquei escolher a atividade inicial a partir das minhas perspectivas teóricas, minhas aprendizagens de prática no desenvolvimento da pesquisa na escola A e as impressões que a professora Vânia tinha sobre a turma a partir do trabalho desenvolvido por ela no primeiro semestre.

Nessa direção, preocupei-me em escolher uma atividade que propiciasse um pensamento teórico no sentido que Davydov (1990) caracteriza, ou seja, um pensamento que resulta de um processo de análises, sínteses, comparações, abstrações e generalizações teóricas. O processo superior de análise é o de abstração, isto é, quando as características mais importantes para caracterizar um objeto são analisadas. Assim, a generalização de um pensamento teórico ocorre quando há essa abstração. De acordo com esse autor, essa generalização que se dá a partir da abstração é o processo de galgar do abstrato para o concreto. No entanto, esse concreto não é mais o manipulável, aquele conceito espontâneo que surge do pensamento empírico, mas é o concreto pensado, ou seja, o conceito científico que surge do pensamento teórico. Podemos concluir, segundo Davydov (1990), que o processo de generalização é aquele que parte do geral para o particular, ou melhor, do pensamento empírico para o teórico, que, conforme Daniels (2003), numa visão Vygotskiana pode ser compreendido do pensamento espontâneo para o científico. Davydov não exclui a

importância do pensamento empírico, ele ressalta que a escola é responsável por oportunizar ao aluno o pensamento teórico.

Nesse sentido, minha intenção era oportunizar, a partir de uma atividade, que os alunos vivenciassem uma experiência empírica, a qual fomentasse um pensamento teórico sobre a essência do conceito de Funções, ou seja, que a partir de um pensamento espontâneo provocado por essa atividade pudessem discutir a relação de grandezas envolvidas em uma determinada Função até chegar ao pensamento científico, em que os alunos pudessem perceber essa relação em diversas representações dessa Função. Além disso, como trazia impressões vivenciadas e aprendidas como membro atuante da sala de aula na escola A e essas aprendizagens indicavam um novo olhar para o ensino do conceito de Função com uso da *internet*, considerava importante não determinarmos um estudo sobre o conceito de Funções de forma linear, já que a essência do conceito é a mesma independentemente do tipo de Função. Em outras palavras, uma nova cultura sobre o processo de ensinar Funções conduzia minhas ações na prática docente daquela comunidade da escola B.

Dadas essas considerações e a preocupação da professora Vânia de que os alunos pudessem relacionar o conceito de Função com situações de aplicação, escolhi a atividade “otimização do volume da caixa de papel” da coleção M³ (<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1382>). A descrição da atividade proposta na coleção M³ é a seguinte:

Quadro 25 - Descrição da atividade proposta no vídeo “Caixa de Papel” da coleção M³

Este vídeo apresenta a atividade na qual os alunos, trabalhando em grupo, construirão no mínimo seis caixas de papel e tentarão descobrir qual delas tem maior volume. Só depois, fazendo os cálculos, verificarão se sua intuição estava certa. Por fim, eles usarão os dados coletados para esboçar um gráfico do volume obtido em função da medida x do corte usado na confecção da caixa, sendo novamente instigados a responder: qual o maior volume possível?

Fonte: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1382>.

O objetivo proposto pela coleção M³ é: discutir com o aluno o conceito de volume aliado ao comportamento de funções; e os conteúdos sugeridos são: problemas de otimização, geometria espacial, funções polinomiais, polinômios, unidades de medida e gráficos e propriedades. Assim, as aulas a serem ministradas teriam como tema “**otimização do volume da caixa**”, o conteúdo a ser abordado seria **conceito de Função**, numa **abordagem híbrida** (aula invertida, rotação de estação e rotação de laboratório) e o objetivo seria

produzir sentido sobre o conceito de Função a partir de uma aplicação da Matemática na investigação do volume da caixa.

Portanto, diante desse cenário, narro alguns episódios ocorridos nessas aulas, os quais nos ajudam a compreender a (re)constituição de culturas refletidas na interação dos alunos engajados na atividade, a qual também é melhor descrita na próxima narrativa.

6.2 Sala de aula invertida: Anteriormente à aula presencial

No dia 28 de julho de 2015, apresentei-me pessoalmente para a turma, pois pelo grupo no *Facebook* já havia me apresentado. Além de reforçar como iríamos trabalhar as aulas naquele período da pesquisa, compartilhei as informações necessárias sobre como seria desenvolvida a atividade sobre o volume da caixa em um ambiente híbrido. Como característica da sala de aula invertida, anteriormente à aula presencial, os alunos deveriam entrar em contato com o conteúdo que seria discutido na aula presencial. Essa ficou acordada entre mim e a professora Vânia que seria uma semana após, ou seja, no dia 04 de agosto, pois, por ser a primeira atividade da pesquisa, achamos que uma semana seria um tempo hábil para os alunos se engajarem no desenvolvimento dela. Sendo assim, descrevo abaixo como ela foi proposta, bem como sua aplicação.

Utilizei o *software* eduCanon³² para editar o vídeo “caixa de papel”, disponibilizado na coleção M³ e dar dicas sobre a produção do vídeo que deveria ser feita por cada grupo que variava de 7 a 8 alunos. Desta forma, pude em alguns trechos do vídeo deixar comentários para esclarecer a explicação sobre a tarefa que deveria ser realizada por eles (veja o exemplo na Figura 19). A tarefa consistiu em gravar e postar no grupo do *Facebook* os seguintes passos:

³² “O software eduCanon (www.educanon.com) é gratuito e permite a edição de vídeos do YouTube, Vimeo e Teacher Tube, assim eles se tornam mais interativos e ajudam os educadores a mudarem suas salas de aula. Esse software tem muito potencial para ajudar os professores a melhorar as lições invertidas e é incrivelmente fácil de usar”. Disponível em: <<http://www.edtechroundup.org/reviews/educanon-interactive-video-unleashed>> Último acesso em 04 abr. 2018.

Quadro 26 - Primeira etapa: produção do vídeo do experimento da caixa de papel

<p>Construir seis caixas de papel:</p> <p>Enumerá-las na ordem da caixa com maior volume até a caixa com menor volume (decrecente). Essa escolha é intuitiva;</p> <p>Calcular o volume de cada caixa e comparar os volumes encontrados com a classificação intuitiva;</p> <p>Responder: qual a caixa com maior volume? Qual a razão que os levou a escolher a caixa de maior volume antes de realizar os cálculos?</p>	<p>Material:</p> <p>Folha de papel A4 ($21 \times 29,7$ cm); Régua (o uso de uma régua de 30 cm é melhor por conta do tamanho da folha A4); Lápis; Cola; Tesoura.</p> <p>Procedimento:</p> <p>Fazer com auxílio da régua, quadrados de lados x nos quatro cantos da folha A4, anote próximo ao lado desse quadrado, o valor de x utilizado;</p> <p>Montar a caixa, corte um dos lados de cada um dos quadrados (observe as figuras);</p> <p>Construir seis caixas, escolhendo para cada uma delas diferentes valores de x;</p> <p>Seguir as instruções apresentadas no vídeo disponível em (Figura 21):</p> <p>https://www.educanon.com/public/101674/263839?cn=s</p>
---	--

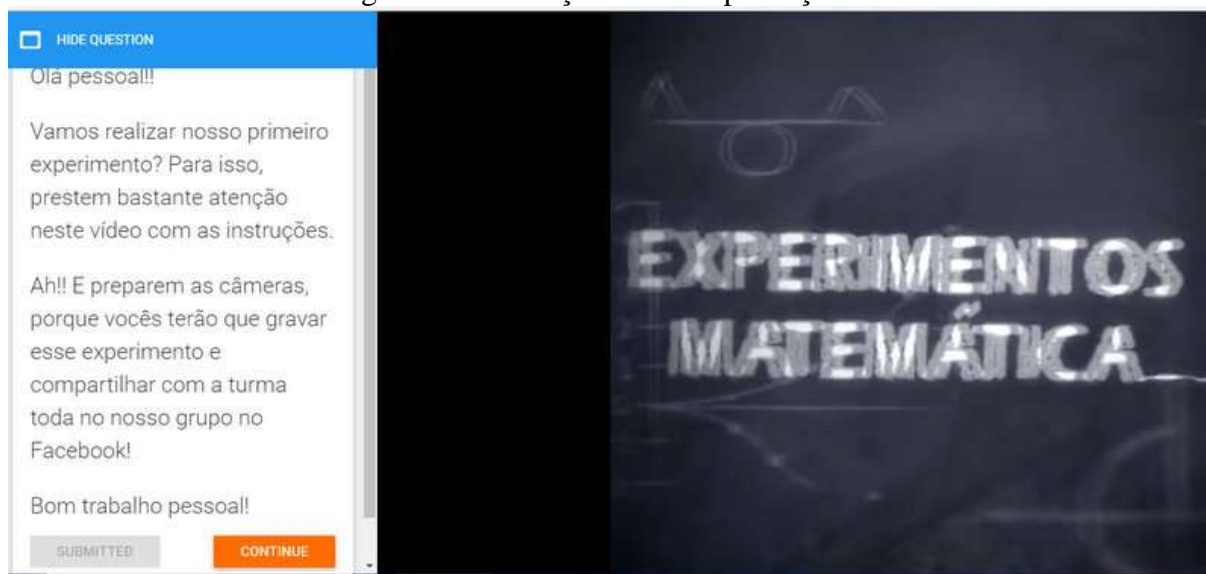
Fonte: Adaptado da coleção M³ (<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1382>)

Figura 19 - Produção da caixa de papel



Fonte: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1382>.

Figura 20 - Instruções sobre a produção dos vídeos



Fonte: <https://www.playposit.com/share/101674/263839>.

Conforme é possível verificar no plano de aula (Apêndice F), o objetivo dessa primeira etapa da atividade era:

Quadro 27 - Objetivo da primeira etapa

<p>Promover uma discussão no grupo do <i>Facebook</i> a partir das respostas (gravadas no vídeo) de cada grupo para as seguintes questões:</p> <p>(I) Qual a caixa com maior volume? (II) Qual a razão que os levaram a escolher a caixa de maior volume antes de realizar os cálculos?</p> <p>Espera-se que os alunos levantem conjecturas sobre as grandezas envolvidas no cálculo do volume de cada caixa. Para tanto, a partir dos comentários gravados por cada grupo, é possível ampliar o diálogo no fórum de discussão do grupo do <i>Facebook</i>, com questões como:</p> <p>Quais as grandezas envolvidas no cálculo do volume? Identifiquem uma relação entre duas grandezas. Expliquem com suas palavras essa relação. Na caixa, x representa qual grandeza? Se a área da base for máxima, o que acontece com a altura? Se a altura for máxima, o que acontece com a área da base? É possível fazer uma caixa com volume ainda maior?</p> <p>OBS: Essas questões podem nortear a discussão, mas devem ser aplicadas somente conforme a necessidade. Portanto, é importante acompanhar o diálogo entre os alunos, fazendo as intervenções necessárias, sempre fomentando o diálogo e reflexões.</p>

Fonte: Elaborado pela autora.

Nessa direção, iniciou-se a interação virtual, dado que o objetivo da aula pensada segundo o modelo ‘sala de aula invertida’ era produzir sentido sobre o conceito de Função a partir de uma aplicação. Essa primeira etapa, que antecedeu a aula presencial, teve como objetivo propiciar aos estudantes um ambiente em que eles pudessem discutir ideias pertinentes ao conceito de Função a partir de uma experiência empírica, para que depois pudéssemos continuar a formalizar as discussões nas aulas presenciais de forma que eles tivessem a oportunidade de desenvolver um pensamento teórico sobre o conceito. Então, cinco grupos inicialmente, compostos por oito alunos³³ cada, realizaram o experimento, produziram os vídeos e postaram na *internet*.

³³ Alguns ajustes foram feitos devido à algumas intercorrências como mudança de alunos de escola, ausência de alunos, entre outras.

Figura 21 - Imagem de um vídeo postado no *Facebook*



Fonte: grupo no *Facebook*.

A partir da postagem dos vídeos, os alunos puderam comentar em cada postagem. Segue um exemplo de um trecho de discussão logo após a postagem do vídeo ilustrado na Figura 22:

Quadro 28 - Trecho da discussão no *Facebook* referente ao vídeo ilustrado na Figura 21

Diana: *É isso aí meninas.*

Ana Paula: *Ótimo trabalho meninas! Muito bom o vídeo de vocês meninas!!! Parabéns!*

Diana: *Obrigada Ana.*

Ana Paula: *Meninas a caixa com maior volume que vocês encontraram após o cálculo é a mesma que vocês acharam antes? Quais as características da caixa que levaram vocês a acreditarem que ela teria o maior volume?*

Sara: *Não era a mesma caixa. Após os cálculos chegamos a outras conclusões!!*

Ana Paula: *Sim, mas quais as características da caixa que vocês achavam que era maior (antes dos cálculos)? O que fez com que vocês concluíssem isso antes dos cálculos?*

Betina: *Ela era mais pesadinha, parecia que tinha mais volume do que as outras, mais depois dos cálculos vimos que era outra caixa.*

Sara: *E por conta da medida também. Ao escolher o x , pensamos que o maior número poderia ter o maior volume.*

Ana Paula: *Pessoal, o que pode ter influenciado nesse peso?*

Ana Paula: *A medida de x era a medida de quê?*

Diana: *No começo achávamos que a caixa número 1 tinha maior volume pois as medidas laterais eram de valores altos, após os cálculos concluímos que a caixa de número 2 possui maior volume. O peso das caixas começou a dar diferença a partir da caixa 3 a caixa de número 1 era leve e possuía uma grande área em*

comparação com as outras caixas. Após o cálculo a caixa de número 1 ficou em 5º provando então que as medidas não faziam diferença pois podia ser a caixa com maior área mais possuía um dos menores volume! Eu acho q é isso.

Diana: *O valor x sempre dava de acordo com a altura, então no caso o valor x é a altura?*

Sara: *Isso, no fim o x da caixa escolhido no começo, se tornou a altura da caixa.*

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

No sentido em que Davis e Simmt (2003) afirmam, as ideias matemáticas também podem ser consideradas como agentes de um coletivo de aprendizagem. Nessa direção, emergia um coletivo de aprendizagem a partir de ideias matemáticas abstraídas das experiências vivenciadas pelos estudantes na realização do experimento e compartilhadas por eles naquela discussão *online*. Podemos observar que as alunas iniciam o trecho acima levantando algumas hipóteses sobre as características da caixa que as levaram à conclusão de qual teria o maior volume, tais como: o peso e as medidas da caixa. E, concluem que o valor de x representava a altura da caixa. Tal conclusão foi muito importante, pois o volume da caixa é encontrado em função da altura. Apesar de naquele momento não falarmos ainda do conceito de Função, os alunos se engajaram numa discussão em que foram levantadas observações importantes sobre as grandezas envolvidas na Função volume da caixa, conforme é possível destacar em alguns trechos da mesma discussão:

Quadro 29 - Trecho da discussão no *Facebook* referente ao vídeo na Figura 21

Ana Paula: *Diana eu perguntei se as grandezas altura e área da base influenciaram no cálculo do volume. E por quê?*

Sara: *Porque imaginemos duas caixas, com a mesma área, mas altura diferente, assim teríamos outros volumes. São a partir do cálculo entre a altura que chegamos ao volume. Se um deles mudar, teremos outros resultados.*

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

O que a Sara ainda não havia compreendido é que, como as folhas tinham as mesmas medidas ($21 \times 29,7$ cm) e o valor x, a altura da caixa, era retirado dessa folha de papel retangular, não seria possível obter duas caixas de mesma área da base e alturas diferentes. Isso acontece, pois, a área da base da caixa também dependia do valor x. Nesse sentido, como um membro daquele coletivo de aprendizagem que emergia a partir do compartilhamento de ideias matemáticas, tentei chamar a atenção dos estudantes com base em questionamentos para que eles percebessem a relação entre o volume da caixa e a altura, e entre a área da base e o valor de x (altura), conforme podemos observar em outros trechos da mesma discussão.

Quadro 30 - Trecho da discussão no *Facebook* referente ao vídeo na Figura 21

Ana Paula: Muito bem Sara! Muito importante a sua conclusão. Só para deixar mais clara sua resposta, vocês chegaram no volume a partir dos valores da altura e da área da base, certo? Galera, vocês notam alguma relação aí?

Sara: Certo

Betina: 😊

Ana Paula: E aí pessoal, concordam com a Sara? Por quê? Vocês notam uma relação aí?

Diana: concordo com a Sara pois as caixas se mudarem de comprimento e altura conseqüentemente acharemos outros resultados!

Ana Paula: E aí pessoal, nos ajudem a entender se existe uma relação no cálculo do volume. Se sim, quais as grandezas que estão envolvidas e como elas se relacionam? Quero ouvir mais opiniões heim

Diana: As relações entre as caixas começam a surgir a partir da caixa 2 por a caixa 2 possuía o valor $x = 3,5$ e a caixa 3 valor $x = 4$ concluindo que a diferença de altura de uma caixa para outra era se 5 milímetros, e os volumes entre essa duas caixas ouvi pouca diferença! A partir das outras caixas a diferença entre a altura delas eram se 1 centímetros e a diferença de volume entre elas foram grandes.

Sara: Só houve o descobrimento da área a partir do momento em que escolhemos o valor de x . Ao montar a caixa, o valor de x escolhido se tornou a altura e a partir daí, descobrimos a área. Após isso, fizemos a multiplicação dos valores da área e da altura resultando no volume.

Diana: No cálculo para achar o volume foi preciso fazer 2 contas a 1ª conta para descobrir a área da base q era preciso calcula o lado x após isso multiplicamos pela altura da caixa dando o resultado do volume de cada caixa! As grandezas nessa conta seria comprimento, altura e área de cada caixa, pois se uma das caixas mudasse o valor de x o valor do volume também iria mudar.

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Na discussão acima, podemos perceber nas análises realizadas pelos estudantes, percepções mais ligadas ao experimento empírico de montar as caixas, compará-las, deduzir a caixa com maior volume e concluir qual a caixa que de fato tinha maior volume a partir dos cálculos. Já nos trechos de discussões que apresento a seguir é possível perceber uma ressignificação sobre tais percepções, sobretudo nos comentários realizados pela Betina, Rafaela e Sara. Ressalto que apresento apenas alguns trechos da discussão.

Quadro 31 - Trecho da discussão no *Facebook* referente ao vídeo na Figura 21

Ana Paula: Betina você vê alguma relação para descobrir qual o volume? Se sim, tente explicar essa relação, quais as grandezas envolvidas?

Betina: Sim, as grandezas são a altura e a área. Elas se relacionam para descobrir o volume.

Rafaela: Antes nós achávamos que o volume poderia ser achado apenas pelo tamanho e peso. Mas nos enganamos. Nem sempre a caixa com maior volume é a maior.

Ana Paula: Muito bem! Podemos dizer que há uma relação entre a altura da caixa e o volume? Se sim, como

podemos explicar a relação ente o volume e a altura da caixa? Quais as grandezas independente e dependente?

Sara: *Há sim. A dependente é o volume e a independente é a altura. Pois, para acharmos o volume é preciso saber a área e a altura, então o volume depende dessas duas grandezas.*

Betina: ☺

Laís: *Parabéns! Legal!*

Marcio: *Parabéns \0/ Que isso heim!!*

Miguel: *Empolgante.*

Ana Carol: *Parabéns ficou legal!!!!*

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Ao longo da discussão referente ao vídeo ilustrado na Figura 22, os estudantes levantaram observações, dúvidas, esclarecimentos e algumas conclusões, tais como a síntese: “*a dependente é o volume e a independente é a altura*”, referindo-se às grandezas, e a validação dessa resposta por parte dos alunos que registraram seus comentários após Sara. Todas essas informações refletiam a aprendizagem situada (LAVE, 2013) naquela experiência prática, desde a produção das caixas até o engajamento naquele espaço virtual para a reflexão individual e coletiva. Nesse sentido, o diálogo *online* permitiu a interação de diferentes observações dos alunos, de forma que, consoante ao que Davis e Simmit (2003) afirmam, o coletivo dessa diversidade de ideias habilitassem a inteligência de cada sistema complexo (aluno) e o sistema complexo (sala de aula).

Concomitantemente em uma discussão referente a um vídeo produzido por outro grupo de alunos, alguns comentários refletiam mais abstração sobre o significado dos valores de x , de forma que esses poderiam ser outros valores além dos escolhidos para realização do experimento, ou seja, a discussão caminhava, segundo Davydov (1990), para uma generalização do pensamento teórico daquele sistema de aprendizagem.

Quadro 32 - Trecho da discussão no *Facebook* referente ao vídeo postado por outro grupo de alunos

Ana Paula: *O valor de x representa qual grandeza da caixa? Vocês acham que se o valor de x for o máximo possível, o volume será ainda maior?*

Miriam: *O valor de x representa a altura. Sim, nas nossas contas conforme o valor de x aumentava consequentemente a altura aumentava também então quanto maior for o x , maior será o volume.*

Ana Paula: *Como seria uma caixa com maior x possível, ou seja, com a maior altura possível?*

Miriam: *$x=7$ foi o maior que conseguimos, quando tentamos $x=8$, as extremidades ficaram muito grandes e não conseguimos montar a caixa.*

Luna: O maior volume foi 784 de $x=7$

Laís: Parabéns, legal.

Luna: A caixa ficaria tão grande que viraria plana [referindo-se a valores maiores para x], e por esse mesmo fato se ser plana ela não possuiria volume Ana Paula. (resposta formulada por Luna Débora, Miriam e Tito).

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

O objetivo da aula presencial era sistematizar as discussões realizadas no *Facebook* de forma que os alunos pudessem realizar análises mais sistemáticas na busca da compreensão do conceito de Função. Nesse sentido, a discussão que estava acontecendo no *Facebook* poderia contribuir para reflexões sobre o significado de x , a relação de dependência entre as grandezas volume e altura, a relação de dependência entre as grandezas área da base e altura, que embasariam as discussões mais sistemáticas sobre o conceito de Função, tais como: a representação e a interpretação geométrica e algébrica da Função volume da caixa.

Destaco que todos os estudantes da sala provavelmente acompanharam a discussão referente ao vídeo representado na Figura 22, visto que todos visualizaram o vídeo. Além disso, as conclusões apresentadas pelos estudantes na discussão do Quadro 32 podem considerar reflexões compartilhadas na discussão do vídeo ilustrado na Figura 22, uma vez que esta iniciou anteriormente a apresentada no Quadro 32. Nessa direção, a atividade desenvolvida em um ambiente híbrido desenhou mais possibilidades de aprendizagem coletiva, não somente um coletivo de alunos que faz parte de um mesmo grupo no desenvolvimento de uma determinada atividade, mas um coletivo de membros que faz parte de um sistema maior e que ao mesmo tempo atua em sistemas menores, nos quais emergiam coletivos de aprendizagem a partir da interação de ideias matemáticas compartilhadas no *Facebook*. Nesse sentido alguns alunos relataram quando indagados no segundo questionário³⁴ da pesquisa aplicado a eles. Verifique algumas respostas expostas no Quadro 33:

Quadro 33 - Algumas respostas do questionário aplicado aos alunos

Pesquisadora	<i>Relate como as discussões ocorridas no grupo do Facebook e os materiais (aplicativos, vídeos, etc.) compartilhados nesse grupo, contribuíram para seus estudos sobre os assuntos abordados em nossas aulas de Matemática até o presente momento.</i>
Aluno 1	<i>[...] E através das discussão [Facebook] vimos o pontos de vista de cada um e as varias formas de interpretar um exercício, e através das discussões no Facebook foram tiradas</i>

³⁴ Esse questionário foi aplicado por meio da plataforma *google forms*, no meio do terceiro bimestre. Vale ressaltar que a produção dos dados naquela turma ocorreu durante todo o terceiro bimestre e a atividade de volume da caixa já havia encerrado.

	<i> muitas duvida minhas pois durante aula tinha vergonha de falar que não compreendia.</i>
Aluno 2	<i> Eu fico com algumas dificuldades as vezes sobre alguns assuntos, mas com a explicação dos meus amigos na sala e no facebook eu consigo entender melhor! [...]</i>
Pesquisadora	<i> Você acompanhou as discussões, mas não participou deixando seus comentários. Gostaria de saber se as discussões que ocorreram no grupo do Facebook e os materiais postados (vídeos, aplicativos, etc.) te ajudaram a compreender os assuntos abordados em nossas aulas de Matemática até o presente momento. Se sim, como? Tente relatar como ocorreu essa contribuição.</i>
Aluno 3	<i> Sim, tinha duvidas sobre conteúdo, mas acompanhando as discussões dos colegas, me ajudou a compreender melhor sobre o assunto.</i>
Aluno 4	<i> Me ajudou um pouco quando tive duvidas e fui acompanhando os comentários dos outros e as minhas dúvidas foram se esclarecendo</i>
Aluno 5	<i> Mais ou menos, algumas coisas eu entendi outras eu fiquei com dúvida, não me lembro de um dia específico, mas me lembro de quem participou da discussão, que foram os alunos Tito, Diana e Wagner, nesse dia eu pude entender certas coisas a partir de um comentário do Tito!!</i>

Fonte: Elaborado pela autora a partir das postagens na rede *Facebook*.

Em outras palavras, há indícios de uma reconstituição da cultura de aprender quando engajados em trabalhos de grupos, pois, aqueles alunos que por vergonha não consultariam professores ou colegas em discussões presenciais, puderam se sentir a vontade em consultar a opinião do colega que foi compartilhada em um ambiente virtual; a ajuda do colega estava disponível para o momento em que o aluno interessado quisesse consultar, as opiniões dos colegas contribuíram inclusive para alunos que não faziam parte do mesmo grupo, alguns alunos atuaram como tutores (ou professores) ainda que sem o seu próprio conhecimento sobre esse papel, dentre outros. Enfim, as características da complexidade daquele ambiente híbrido potencializaram a diversidade interna, o controle descentralizado e a interação entre os membros daquele sistema e entre as ideias matemáticas compartilhadas.

Por isso, posso dizer que essa atividade desenvolvida em um ambiente híbrido teve o potencial de fomentar a aprendizagem coletiva, visto que a participação de alguns membros contribuiu para a diversidade de ideias compartilhadas no *Facebook* e alimentou um sistema de aprendizagem maior, garantindo a liberdade no processo individual de aprendizagem de cada um. Nessa direção, descrevo a aula presencial para que as aprendizagens do sistema maior sejam compreendidas, visto que elas refletem a (re)constituição cultural dos membros daquele sistema.

6.3 Sala de aula invertida: Aula presencial

Devido a algumas alterações no horário, a aula que estava prevista para o dia 04/08 foi transferida para o dia 05, porém não seria mais dupla. Sendo assim, a professora Vânia e eu decidimos trabalhar com a atividade da caixa em uma aula dupla, já que trabalharíamos com três estações.

Demos continuidade ao que havíamos realizado na semana anterior, trabalhamos com uma atividade com a finalidade de explorar o GeoGebra e com foco em algumas questões básicas de identificação de intervalos de crescimento e decrescimento em representações geométricas de funções que eu havia percebido que os alunos estavam apresentando dificuldades, mas tivemos alguns problemas técnicos. Não conseguimos habilitar todos os dispositivos móveis dos alunos para utilizarem o *wi-fi* da escola. Sendo assim, decidimos trabalhar essa atividade no dia seguinte [06/08] utilizando o meu roteador particular e abordar a atividade do experimento da caixa no dia 07/08.

Conforme discuto no capítulo 5 dessa tese, devido à complexidade da sala de aula, o planejamento estava se adaptando à auto-organização desse sistema. Naquela aula, buscamos oferecer condições técnicas aos estudantes, na qual relatamos sobre:

Ana Paula: [...] a professora Vânia ficou preocupada com as dúvidas que surgiram hoje e ela disse que acreditava que eles não teriam esse tipo de dúvida, pois já haviam estudado o assunto. Eu disse a ela que trabalhar com determinados softwares permite que surjam mais dúvidas sobre o que os alunos não haviam observado anteriormente, mas isso não é ruim como parece, pelo contrário. Foi bom perceber que eles realmente estavam com dúvidas sobre identificar o domínio de uma Função, então a próxima aula será preparada com base nisso. A professora Vânia pediu para não darmos continuidade na atividade da caixa amanhã [08/08] para que possamos finalizar a atividade de hoje e que era muito importante eles refletirem sobre isso porque é muito importante no estudo de funções [NE-06-08-2015-B].

Professora Vânia: [...] perdemos tempo e não conseguimos atender todos os alunos. Isso causou irritação aos alunos e me senti impotente e irritada também, mas depois conversando com a Ana percebi que isto faz parte, e faz mesmo. As vezes programamos de uma maneira, mas acaba acontecendo de outra forma [...] [NE-06-08-2015-B].

E, apesar de no dia 08 darmos continuidade a essa atividade, mais uma vez tivemos complicações com a *internet*, porém, agora no laboratório de informática:

Professora Vânia: [...] A *internet* falhou, estava muito lenta e eles não conseguiram abrir o grupo do Face para acessar o aplicativo. Minha sugestão é deixar com eles a atividade de

reforço proposta para que eles possam realizar em casa e entregar na próxima aula. Com isso eles acessariam, comentariam e seriam avaliados também [...] [NE-08-08-2015-B].

Portanto, naquela semana não foi possível trabalharmos a atividade da caixa nas aulas presenciais. Mas, segui a sugestão da professora Vânia e os estudantes puderam terminar a atividade em casa. Além disso, via *Facebook*, ofereci material para que os alunos pudessem consultar sempre que necessitassem pesquisar sobre notação de Função, conjuntos domínio e imagem e intervalos, visto que seria importante para futuras discussões sobre o conceito de Função no desenvolvimento da pesquisa. Tais materiais foram importantes não somente para a realização dessa atividade específica, mas também para a da atividade da caixa e das demais que foram desenvolvidas posteriormente. Conforme ilustrado nas Figuras 22 e 23, compartilhei dois vídeos produzidos pela *khan academy*.

Figura 22 - Domínio, contradomínio e imagem de uma Função representada geometricamente.

A função $f(x)$ está representada no gráfico. Qual o seu domínio?

Resposta

≤ x ≤

Verificar resposta

Quero uma dica

Precisa de ajuda? Assista a um vídeo.

Domínio e intervalo com base

Domínio e contradomínio de gráficos

33,940 visualizações

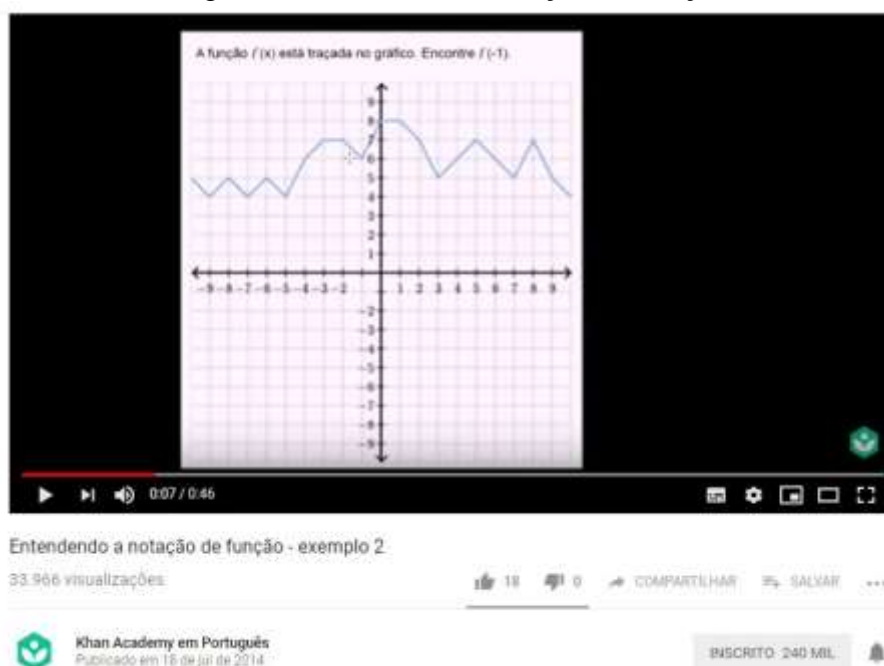
55 3 COMPARTILHAR SALVAR

Khan Academy em Português
Publicado em 6 de Jun de 2014

INSCRITO 240 MIL

Fonte: <https://youtu.be/BZmysz-tNPo>.

Figura 23 - Entendendo notação de Função



Fonte: https://youtu.be/Ksb7q_hBhQ0

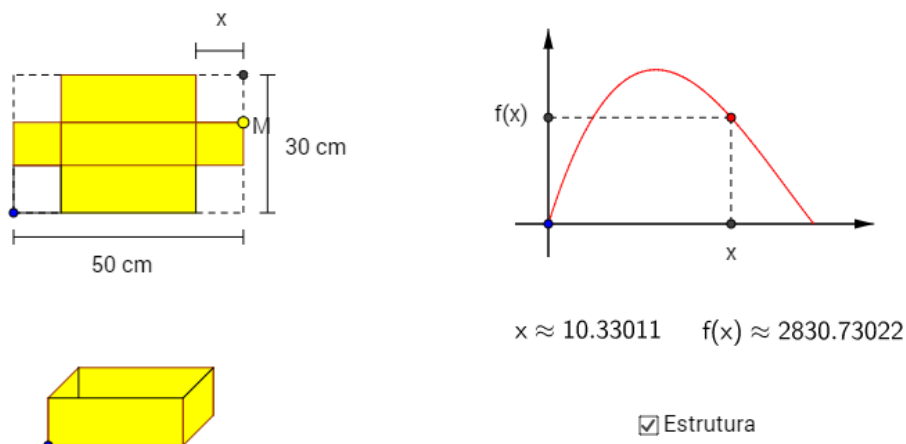
Como o sistema determina o que o próprio sistema precisa (DAVIS; SIMMIT, 2003), nos adaptamos aos fenômenos emergentes naquela comunidade e, portanto, trabalhamos a atividade da caixa nas próximas duas semanas de aula, ou seja, nas seis aulas seguintes. Enfim, as atividades que foram realizadas nas aulas presenciais foram abordadas num ambiente híbrido segundo a fusão dos modelos sala de aula invertida e rotação de estação e de laboratório. Para tanto, com o objetivo de sistematizar o conceito de Função a partir das discussões iniciadas no *Facebook*, as atividades foram divididas em três estações e os alunos as realizaram em dupla.

6.3.1 Estações 1, 2 e 3

Estação 1: caixa dinâmica GeoGebra

O aplicativo da Figura 24 feito no *software* GeoGebra proporciona investigações a partir da planificação de uma caixa, a própria caixa e a representação geométrica da Função volume dessa caixa, todas de forma dinâmica e simultânea. Vale ressaltar que as dimensões da caixa planificada são diferentes das folhas sulfites que os alunos utilizaram para confeccionar suas caixas.

Figura 24 - Aplicativo no GeoGebra de uma caixa planificada, dinâmica e da representação geométrica da Função volume dessa caixa.



Fonte: <https://tube.geogebra.org/m/48856>

Quadro 34 - Relação

Mova o ponto M e observe o comportamento da caixa, da sua planificação e do gráfico, em seguida responda:

- Destaque uma relação que você observa neste movimento, descrevendo as grandezas envolvidas.
- Esta relação é uma Função? Por quê? Se sim, quais são os conjuntos domínio e imagem?
- O que acontece com a altura da caixa quando a área da base é máxima?
- O que acontece com a área da base da caixa quando a altura da caixa é máxima?
- Em qual condição, essa caixa terá maior volume?

Fonte: Elaborado pela autora.

A primeira aula presencial sobre o experimento do volume da caixa aconteceu no laboratório de informática e os alunos sentaram em duplas ou trios em cada computador. Apesar dos estudantes poderem escolher a ordem das estações de acordo com suas preferências, todos optaram por iniciar por essa atividade. Ainda assim, pudemos observar os diferentes engajamentos dos estudantes na realização dessa atividade. Aqui sublinho indícios de características, nesses engajamentos, relacionados à participação dos estudantes nas discussões que já haviam ocorrido no *Facebook*. Por exemplo, as alunas Diana e Sara, as que mais se envolveram nas discussões referentes ao vídeo ilustrado na Figura 22.

[...]

Diana: *Sam [Sara] eu coloquei assim: o volume depende da altura, é preciso saber o valor de x para saber o valor de y . O valor de x é o domínio... é altura, e o y é a imagem ... é o volume.*

Sara: *A reta x que é o domínio é independente e a reta y que é a imagem é dependente.*

Diana: *Ela depende do x que é o domínio. Quando a altura da caixa aumenta, o volume da caixa...*

Sara: *cada vez que aumenta... [explorando o GeoGebra].*

Diana: *Ana Paula olha aqui... [me chamou para mostrar o que haviam feito].*

Ana Paula: *o que o x e o y representam?*

Diana: *x altura e y é o volume.*

Ana Paula: *pra cada x tem um y . O que acontece com o volume da caixa quando a área da base é máxima? Olha a área da base aqui, deixa ela com a área máxima [deixaram a área da base da caixa máxima]. O que acontece?*

Sara: *virou um plano.*

Ana Paula: *O maior volume é quando a área da base é maior?*

Sara: *não*

Diana: *É quando a altura é maior? [explorando o GeoGebra]*

Sara: *Não*

[...]

Nesse trecho, há uma interação das ideias que as alunas haviam refletido e compartilhado anteriormente no *Facebook* e, conseqüentemente, elas já estavam observando elementos importantes e mais abstratos do conceito de Função. Na direção do que Davydov (1990) afirma sobre a generalização do conhecimento, percebo um movimento na discussão das alunas quando elas partem das considerações mais empíricas observadas no experimento como: identificar a caixa com o maior volume a partir da percepção, constatar a caixa com maior volume entre aquelas confeccionadas pelo grupo a partir do cálculo do volume, identificar grandezas e relacioná-las etc.; para considerações que relacionam essas grandezas às variáveis que as representam, identificam os conjuntos imagem e domínio da Função, relacionam tais conjuntos ao volume e altura respectivamente, identificam a representação desses conjuntos nos eixos y e x da representação gráfica e tentam compreender as condições em que a caixa teria maior volume considerando para isso que as possibilidades do número de caixas não eram somente aquela quantidade produzida no experimento, ou seja, aproveitam a

animação da representação geométrica da Função volume para investigar buscando interpretá-la.

Enquanto isso, na busca por encontrar respostas às perguntas, alguns estudantes preferiram checar se seus cálculos sobre a caixa com maior volume estavam corretos. Para tanto, refizeram todos os cálculos e utilizaram durante a aula presencial o *Facebook* para comparar com o resultado dos seus colegas, conforme alguns exemplos na Figura 25. Nesses casos, os alunos ainda se preocupavam mais com as observações destacadas por eles nas caixas de papel produzidas e nos cálculos do volume de tais caixas.

Figura 25 - Postagem de alguns alunos no *Facebook* durante a aula presencial



Fonte: grupo no *Facebook*

Percebo com esses dois exemplos de grupos de alunos que a atividade abordada em um ambiente híbrido, especificamente no caso da sala de aula invertida, propiciou a diversidade de explorações entre alunos que estavam engajados na resolução da mesma atividade. Especialmente devido ao uso do *Facebook* como plataforma de aprendizagem, os alunos tiveram maior liberdade de investigar juntamente com outros estudantes, inclusive com aqueles que não faziam parte de seu grupo naquela aula, além de registrar suas reflexões sobre o assunto estudado anteriormente a aula presencial, de forma que nessa aula eles pudessem se recordar de tais discussões. Nesse sentido, vejo indícios de uma reconstituição sobre práticas dos estudantes em trabalhos colaborativos e investigativos.

Estação 2: representação algébrica

Nesse vídeo da Figura 26, Daniela recebe orientações para confeccionar caixas de papelão, descobrir a área da base e do volume dessa caixa quando a altura é 10 cm e quando consideramos x como altura. Entretanto, nesse caso, a folha de papelão é quadrada e não retangular como no caso das folhas que eles receberam para realizar o experimento. Com esse vídeo, os alunos poderiam compreender como chegar a uma representação algébrica do volume da caixa quando a altura é considerada x .

Figura 26 - Vídeo: Embalagem



Fonte: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1094>.

Sinopse

Quadro 35 - Sinopse

Daniela, que inicia o trabalho numa empresa de embalagens para velas, quer orientação para recortar folhas de papelão para montar caixas de embalagem.

1) Qual a representação algébrica da Função do volume das caixas confeccionadas por vocês?

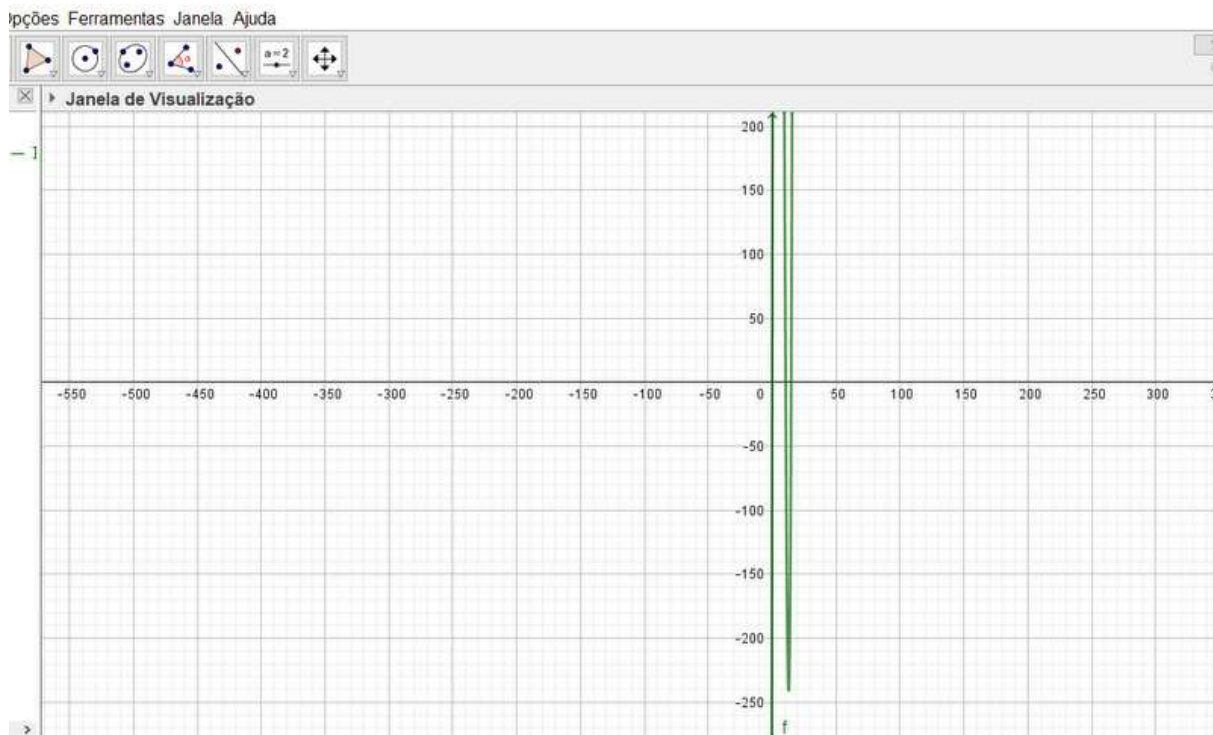
2) Quais as duas grandezas envolvidas nessa relação que é uma Função? Quais as grandezas dependente e independente?

Fonte: Elaborado pela autora.

Estação 3: construção geométrica

Nessa estação os alunos deveriam construir no GeoGebra a Função volume da caixa encontrada. Para isso, também era preciso determinar o domínio da Função para que a representação geométrica fosse correta para a situação prática aplicada. Caso contrário a representação ficaria como na Figura 27:

Figura 27 - Representação geométrica³⁵ da Função $f(x) = 623,7x - 101,4x^2 + 4x^3$ no software GeoGebra



Fonte: software GeoGebra

- Construa no GeoGebra a representação geométrica da Função do volume das caixas confeccionadas no experimento.
- Qual o valor de x para a caixa com maior volume possível?

Notei que estavam com dificuldades, sobretudo pelo fato de que quando eles nos chamavam para tirar dúvidas sobre essas atividades, em geral as perguntas eram bem diretas: “como faz a representação algébrica?” “tem a fórmula?” “o que eu digito aqui para fazer o gráfico” [estação 3]. Mas, a professora Vânia e eu instruíamos que eles deveriam assistir ao vídeo, porque lá encontrariam explicações sobre como encontrar a representação algébrica, o que os ajudaria na representação geométrica da Função e nós os abordávamos fazendo algumas indagações na tentativa de ajudá-los a interpretar o vídeo.

Tudo isso aconteceu na primeira aula presencial. E, como existia uma auto-organização e uma adaptação de todos os fenômenos que emergiam, em certa altura da aula avaliei o seguinte:

Ana Paula: [...] Em um determinado momento da aula, eu senti a necessidade de pedir que eles deixassem a estação 3 por último, não que não pudessem fazer diferente. Nessa aula específica, percebi um bom engajamento dos alunos na resolução das atividades, mas

³⁵ Esse gráfico não está considerando o domínio da função volume da caixa.

que precisavam manter o ânimo, eu temia que eles desanimassem devido às dificuldades que estavam se deparando. Na hora eu mudei a ordem porque percebi isso. Senti também de fazer uma reflexão em conjunto sobre todas as estações. Eu e a professora Vânia combinamos no final da aula de tentar fazer algo assim na próxima aula. Percebi que eles estão no caminho correto, pois o caminho é mais importante que a resposta final, mas também acho importante dar a eles um feedback para ajudá-los [NE-12-08-2015-B].

Vânia: [...] percebi também que o trabalho em grupo precisa ser melhor amadurecido, porque eles ainda solicitam o professor esperando as respostas e não é essa a finalidade do projeto. Teremos trabalho para que eles compreendam isso [...] [NE-12-08-2015-B].

As considerações, descritas por mim e pela professora Vânia nas nossas respectivas narrativas daquela aula, refletem as avaliações que já aconteciam sobre a participação dos alunos, no sentido em que discuto no capítulo cinco dessa tese. Essas avaliações implicaram nos próximos passos, por isso decidimos na próxima aula iniciar com uma abordagem diferente, auxiliando-os nas reflexões sobre as estações, já que consoante ao que afirmam Davis e Simmt (2014), a sala de aula poderia ser considerada uma comunidade que aninha coletivos de aprendizagens, como ilustrado na Figura 28:

Figura 28 - Coletivos de aprendizagem aninhados



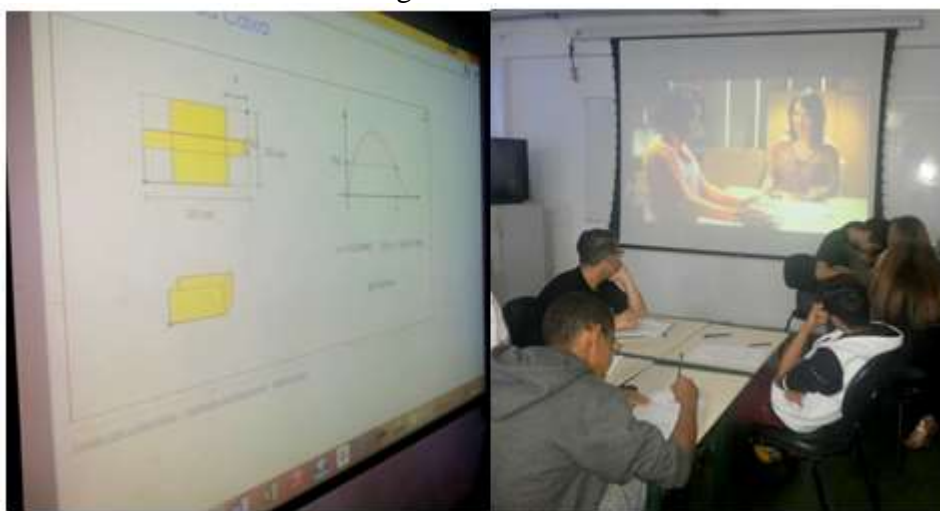
Fonte: produção da autora

6.3.2 Reflexão coletiva

No sentido em que, como professora, eu era membro daquela comunidade sala de aula, um sistema de aprendizagem, que conforme a Figura 28 aninhava outros sistemas que emergiam, entendo que a abordagem da aula seguinte contribuiu para que como um coletivo

de aprendizagem, todos os membros refletissem juntos sobre o conteúdo que estava sendo estudado. Realço que a interação da diversidade de ideias, que alimentava a complexidade daquele coletivo, permitia que eu e a professora Vânia também compartilhássemos nossas ideias, uma vez que como os membros mais experientes, tomei o cuidado para que, apesar do ambiente expositivo, a descentralização de controle pudesse ser mantida. Para tanto, conforme podemos observar na Figura 29, utilizei o projetor para facilitar a discussão coletiva, mas os alunos continuaram com suas folhas de questões e sentaram em grupo para a continuidade das discussões.

Figura 29 - Aula no auditório



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2015)

Nesse sentido, aquela abordagem contribuiu para a (re)constituição da prática de trabalhar em grupo, visto que conforme a professora Vânia destacou na narrativa do dia 12/05, existia uma tensão sobre essa nova maneira de trabalhar em grupo, o que vejo como indício de uma nova aprendizagem sobre esse tipo de prática, uma (re)constituição cultural. E, a nossa impressão no final da aula foi [DC-13-08-2015-B]:

Vânia: *Acho que estava precisando dessa aula.*

Ana Paula: *Foi bom para eles ficarem animados.*

Vânia: *Você vê, eles entenderam bem, né?*

Ana Paula: *Na verdade acho que eles perceberam hoje que estão aprendendo. Acho importante o fechamento em atividades investigativas para eles perceberem isso.*

Vânia: *Acho que agora estou gostando mais do clima do projeto. Acho que a minha maior dificuldade é também o que está acontecendo com os alunos. Preciso participar mais. Por exemplo, ontem fiquei na escola até 10h da noite, muitas ocorrências... [trabalho de coordenação]*

Ana Paula: *O que você tem achado das aulas?*

Vânia: *No começo achei que eles estavam meio perdidos por conta de nós sempre trabalharmos na forma tradicional. Quando a gente começou a usar a tecnologia para eles enxergarem, por exemplo, a relação da caixa com o gráfico, eles levaram um choque né, porque antes a gente seguia mais a linha do tradicional mesmo.*

Ana Paula: *A tecnologia mostrou mais a prática...*

Vânia: *A prática... isso!*

[...]

Ainda que os alunos já tenham trabalhado em grupo, o contexto da aula era mais tradicional. Assim, nesse ambiente híbrido, a abordagem da professora com auxílio da tecnologia provocava uma mudança na prática do estudo dos alunos. Realmente a aula no auditório fez a diferença, pois os alunos puderam esclarecer suas dúvidas, compartilhar suas dúvidas e interagir com outros grupos de alunos, em seus processos de aprendizagem. Enquanto que, a professora Vânia também aprendia acerca das contribuições da tecnologia para o estudo do conceito de Função. Nesse sentido, percebo o rendimento da aula seguinte.

6.3.3 Fusão da sala de aula invertida, rotação de estação e rotação de laboratório

As aulas foram embasadas na fusão dos modelos sala de aula invertida, rotação de estação e rotação de laboratório, por essa razão já estávamos trabalhando com as estações 1,2 e 3 no laboratório e de forma complementar tivemos a aula anterior no auditório e na sala de aula (Figura 30).

Figura 30 - Sala de aula

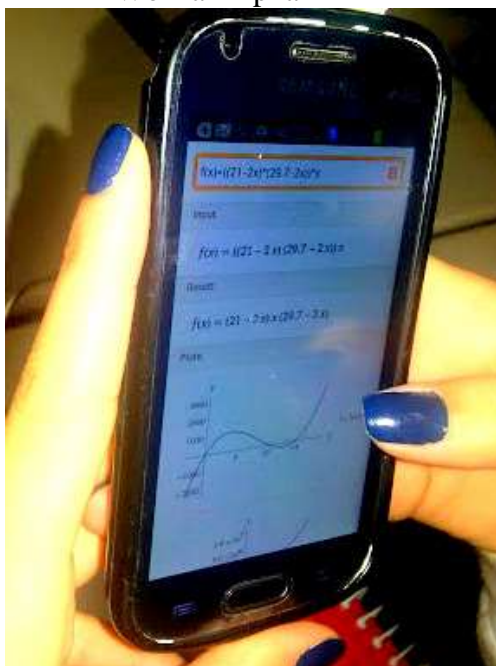


Fonte: arquivo pessoal da autora (2015)

Vânia: [...] a aula acabou sendo mais produtiva e a participação funcionou com mais propriedade [...] [14-NE-14-08-2015-B].

Após a reflexão coletiva, a professora Vânia e eu observamos claramente um maior engajamento dos alunos nas estações. Em grupos, os alunos buscaram compreender as estações fazendo uso dos dispositivos móveis, discutindo com os colegas e consultando as discussões sobre os experimentos no *Facebook*. Nessa aula, os grupos de alunos se reorganizavam naturalmente de acordo com a estação, uma vez que houve mais liberdade para que se envolvessem com a estação de suas escolhas. Por exemplo, enquanto alguns alunos discutiam sobre área da base de uma caixa cuja altura fosse x para deduzir a representação algébrica da Função volume dessa caixa (Figura 30), outros grupos estavam explorando o GeoGebra ou o *software* WolframAlpha na tentativa de encontrar a representação geométrica dessa Função, conforme a Figura 31:

Figura 31 - Representação geométrica da Função $f(x) = 623,7x - 101,4x^2 + 4x^3$ no WolframAlpha

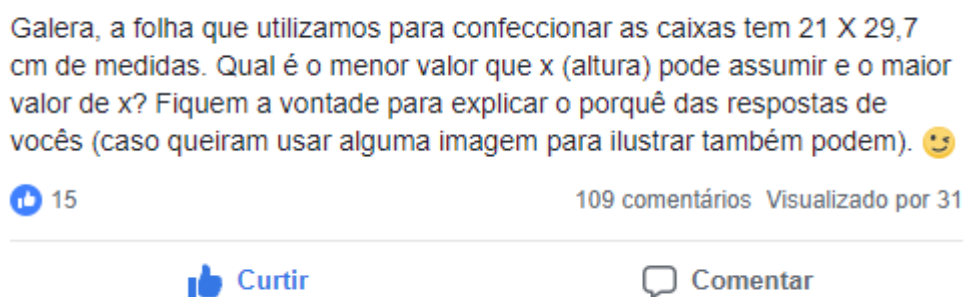


Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Entretanto, o *software* gerou um gráfico diferente daquele do aplicativo do GeoGebra (Figura 23) e para aqueles que utilizaram o *software* GeoGebra essa diferença também foi perceptível (Figura 27), então os alunos começaram a indagar onde estava o erro. Assim, conforme eles nos procuravam para solicitar ajuda, nós intervíamos com questionamentos que chamavam a atenção deles para o domínio da Função.

Em nossa prática docente na Educação Básica, percebemos que é comum nas aulas de Matemática e inclusive em alguns materiais didáticos, os diferentes tipos de representação de uma Função serem estudados em momentos separados e com isso os alunos terem dificuldade para relacioná-lo. É comum em práticas mais tradicionais, o domínio da Função ser abordado no início do estudo do conceito de Função. Como a professora Vânia esclareceu [DC-13-08-2015-B], os alunos estavam habituados a abordagens mais tradicionais e o uso da tecnologia tornou algumas dúvidas mais evidentes, além de facilitar para que os alunos relacionassem o conteúdo com a prática. Sendo assim, o ambiente híbrido no estudo do conceito de Função estava favorecendo uma (re)constituição da prática de aprender, quando os alunos deveriam relacionar as diferentes representações da Função volume da caixa e ver sentido no que já haviam estudado ou estavam estudando na busca de interpretar a representação geométrica dadas pelo GeoGebra e pelo WolframAlpha. Ou seja, nessa abordagem os estudantes não gastavam tempo construindo os gráficos e sim buscando interpretá-los. Nesse sentido, dei continuidade às discussões no *Facebook*.

Figura 32 - Discussão no *Facebook*



Fonte: *Facebook*

Observe que nessa discussão houve 109 comentários, ou seja, mais alunos já estavam utilizando o *Facebook* para aprender Matemática, o que já era bastante satisfatório. Destaco na interação dos discentes nessa discussão, algumas características que identifiquei naquele coletivo de aprendizagem. Surgiram dúvidas além do conteúdo de Função:

Quadro 36 - Trecho de discussão no *Facebook*: dúvidas sobre intervalos no conjunto dos \mathbb{R}

[...]

Sara: se caso fosse maior ou igual a 0, o 0 faria parte. Mas já que o x é maior que zero contamos a partir do 1. Certo?

Wagner: Não poderia ser 0,5?

Sara: Não sei...

Sara: Mas em 0,5 o 0 vem primeiro. Então não deixa de ser 0.

Tito: Mas será que o intervalo é só o $x > 0$ u conta todos os números?

Sara: Sendo assim, não podemos contar.

Wagner: Certo, mas 0,5 é maior que 0.

Graziela: Concordo com o Wagner.

[...]

Fonte: *Facebook*.

Notamos claramente nesse trecho dúvidas relacionadas à compreensão do conjunto dos reais, assunto que não era o foco no estudo sobre o conceito de Função, entretanto, o grupo virtual contribuiu para que as dúvidas não fossem ignoradas por outros membros daquele coletivo e a interação das reflexões compartilhadas sobre tais dúvidas contribuíssem para todo o sistema. A discussão continuou nesse sentido e em certa altura comentei:

Quadro 37 - Trecho de discussão no *Facebook*: questionamento da professora

[...]

Ana Paula: Mas, entre 0 e 1 não existe nenhum número? Alguém pode pesquisar aí rapidinho qual é o conjunto dos reais? Ou alguém lembra e pode nos falar?

[...]

Fonte: *Facebook*.

Em discussões como essa, a *internet* assume um papel de potencializar a emergência de sistemas de aprendizagem, o que elucida a constituição de novas práticas de ensino e de aprendizagem. Por compreender essa potencialidade do ambiente híbrido, a qual Christensen, Horn e Staker (2013) destacam como um ambiente que dá aos alunos a liberdade maior para interagir no lugar, tempo, caminho e ritmo deles naquele grupo *online*, incentivei que os estudantes pesquisassem na *internet* sobre as dúvidas que estavam surgindo. A prática de pesquisar pode ser potencializada com atitudes docentes que fomentem a descentralização de controle e permitam que os alunos assumam diferentes papéis com a finalidade de contribuir com o coletivo, como quando Sara assumiu o papel de tutora e postou em um determinado momento da discussão:

Quadro 38 - Trecho de discussão no *Facebook*: dúvidas sobre intervalos no conjunto dos \mathbb{R}

[...]

Sara: O conjunto dos números reais é a junção de todos os outros conjuntos, ou seja, abrange fração, números inteiros, decimais, entre outros.

Tito: Sim, existe 0,01; 0,001

Sara: $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$

Graziela: Agora entendi!!!

Tito: estou certo?

Sara: pode ser que eles sejam infinitos??

Sara: pelo fato de ser: 0,1; 0,01;0,001;0,0001....

[...]

Fonte: *Facebook*.

Observe que no trecho acima, embora alguns alunos compartilhem respostas que provavelmente pesquisaram em outros espaços da *internet*, eles buscam naquele coletivo, sentido para as próprias respostas. Apesar do assunto não ter sido programado inicialmente para ser discutido na aula presencial, na aula seguinte iniciei refletindo com todos os alunos da sala sobre o conjunto dos números reais, trazendo questionamentos sobre intervalos e o infinito.

E assim prosseguiu o diálogo entre os estudantes e muitos disseram ter compreendido, até que voltaram a discutir a respeito da indagação inicial:

Quadro 39 - Trecho de discussão no *Facebook*: altura da caixa

[...]

Diana: Se $x > 0$ a altura se trona infinita, pois depois do zero vem o 0,1... Como a Sara, Tito e Graziela falou lá em cima! Mais a largura da folha sulfite é 21 cm segundo o vídeo embalagem o maior falou para x seria 10,5! Mais ao passar do $x = 7$ a caixa não conseguiu ser construída! Podemos então concluir q x é maior q 0 menor q 8!

Graziela: Não, pois o meu grupo fez uma de $x = 8$

Diana: Então, $x = 10,5$.

Diana: No vídeo embalagem ela fala q a metade da largura é o maior número da altura!

Wagner: $0 < x < 8$?

Wagner: Mas a área do vídeo é maior que o da folha nossa

[...]

Fonte: *Facebook*.

Podemos notar que nesse momento há uma interação das observações levantadas pelos estudantes sobre os experimentos, o vídeo ‘embalagem’ e os conceitos de intervalo e domínio. No sentido que Simmt (2015) afirma, nessas discussões observo marcas da aprendizagem coletiva, que são cumulativas e transformativas, ou seja, há contribuição de todos que estão participando do diálogo, os quais são transformados com a contribuição dos outros. Com isso, se evidencia uma (re)constituição de uma prática de trabalho coletivo que faz uso da *internet* e define o coletivo.

Por essa razão, saliento que naquele novo contexto de estudo sobre o conceito de Função, emergiam novas práticas culturais sobre o trabalhado colaborativo de forma que a *internet* contribuísse para que os estudantes não ficassem limitados à interação somente com pares de um grupo fixo ou que compartilhassem da mesma compreensão sobre o assunto. Como Davis e Simmt (2014), eu compreendo que não podemos dizer que o foco desses diálogos no *Facebook* tenha sido individual ou coletivo, mas sim a produção emergente das ações e interações entre eles. Enfim, algumas conclusões sobre a questão inicial foram compartilhadas:

Quadro 40 - Trecho de discussão no *Facebook*: altura da caixa

[...]

Ana Paula: Isso Marcio e Kálitta! Então, devemos considerar a metade do menor lado. Devido ao motivo que o Marcio falou, não seria possível encontrar essa altura de 14, 85 cm no lado de 21 cm, pois, ultrapassaria a metade de 21 cm.

Marcio: sim

Marcio: e se ultrapassar n seria possível montar a caixa porque ficaria aberto o lado.

Ana Paula: Sim, mas a resposta da pergunta inicial deve ser dada em um intervalo, ou seja, x pertence a um intervalo. Vocês sabem me dizer qual?

Marcio: $0 < x < 10,5$, seria isso?

Betina: consegui, obrigado.

[...]

Fonte: *Facebook*.

Sendo assim, quando um grupo de estudantes chega a certa conclusão no *Facebook*, outros estudantes que não temos conhecimento podem aprender com aqueles que

compartilharam suas conclusões. Nesse sentido, destaco as repostas de dois estudantes ao questionário do Quadro 41:

Quadro 41 - Questionário: estudantes

Aluno 6: *Com a ajuda das professoras e a ajuda do nosso grupo consegui compreender mais sobre a matéria, no começo estava meia confusa pois matemática não é meu forte, mas com os amigos tirei minhas dúvidas e eles estão me ajudando até o momento, os vídeos explicativos, o aplicativo geogebra e as discussões ajudam bastante para que eu possa compreender a matéria, não costumo participar muito nas discussões pois tenho certo receio de que minha resposta esteja errada mas tento sempre participar.*

Aluno 7: *Através dessa forma de aprender, tivemos que buscar novas formas de raciocínio, pois estávamos acostumados a lousa, livro e prova, e agora nos deparamos com aplicativos que nos dá gráficos, funções, cálculos prontos, o que nos resta é interpretar. E através das discussões vimos os pontos de vista de cada um e as várias formas de interpretar em exercício, e através das discussões no Facebook foram tiradas muitas dúvidas pois durante aula tinha vergonha de falar que não compreendia.*

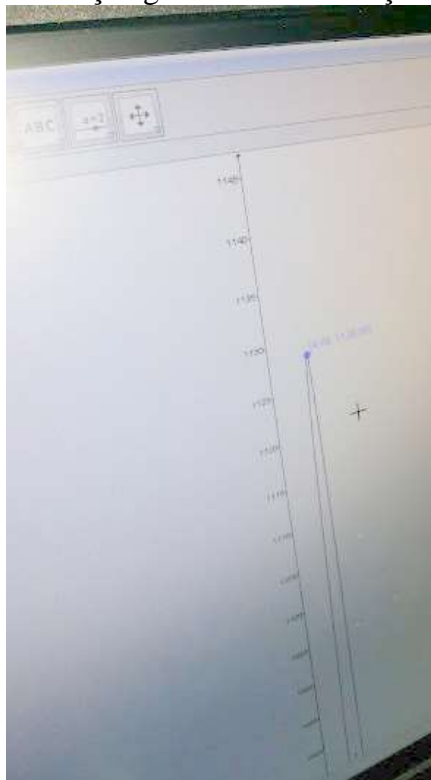
Fonte: Arquivo pessoal da autora a partir do *Google forms*.

Naquele contexto híbrido, com a presença da *internet*, emergia o envolvimento de alguns estudantes com o compartilhamento de suas reflexões, observações e ideias, como um coletivo de aprendizagem que envolvia inclusive aqueles que não postaram suas reflexões por timidez ou outra razão. Além disso, esse contexto propiciou uma nova forma de interpretação, já que a tecnologia permitiu ao aluno o acesso à construção do gráfico, quando em uma abordagem tradicional o trabalho dos alunos despenderia mais tempo em construí-lo e não em interpretá-lo.

A interação dos coletivos de aprendizagem naquele sistema complexo, a sala de aula, não poderia ser sempre assistida por nós professoras, pois os alunos poderiam assistir a um vídeo e não registrar nenhum comentário e também poderiam tirar suas dúvidas com a explicação de algum colega no grupo do *Facebook*, dentre outras possibilidades. Realço que a abordagem de ensino daquele ambiente híbrido, fomentou, no sentido que Davis e Simmt (2003) discutem, as condições de complexidade existentes naquele sistema que era complexo.

Devido a diversidade interna de ideias matemáticas que estava analisada no grupo do *Facebook*, em outro momento presencial a professora Vânia e eu abordamos a aula de forma que fosse priorizada outra reflexão coletiva, para que aqueles estudantes que tivessem dúvidas, ainda que básicas, dispusessem de mais oportunidade para esclarecê-las e dar continuidade aos estudos. Enfim, nas aulas presenciais os estudantes foram capazes de construir a representação geométrica da Função volume da caixa, considerando o domínio correto e, por consequência, interpretando-a fazendo sentido para o conceito de Função naquela aplicação.

Figura 33 - Representação geométrica da Função volume da caixa



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

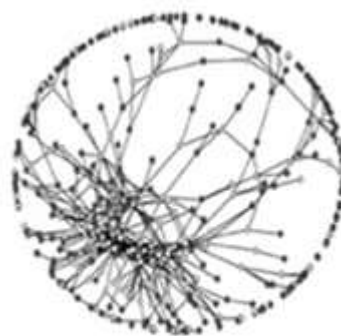
Finalmente, observei como professora que os grupos de alunos nas aulas presenciais, cada um em seu ritmo, ao longo das aulas e das interações no *Facebook* envolveram elementos do conceito de Função em suas discussões. Dessa maneira a atividade propiciou discussões sobre quando uma relação é considerada uma Função, sobre o comportamento de um gráfico que representa uma Função polinomial do 2º [função área da base: $g(x) = (21 - 2x)(29,7 - 2x)$] e do 3º grau [função volume da caixa: $f(x) = (21 - 2x)(29,7 - 2x)x$], a dedução e o sentido da representação algébrica de uma Função [função volume: $f(x) = 623,7x^3 - 101,4x^2 + 623,7x$], da imagem e domínio de uma Função [na aplicação o $D(f) =]0; 10,5[$] e o sentido das coordenadas do vértice [caixa com maior volume possível] e o sentido da relação entre o volume e a altura da caixa [na análise do experimento e na representação algébrica e geométrica].

6.4 Práticas de estudo da Matemática (re)constituídas: investigação e participação em atividades coletivas

A atividade exposta anteriormente foi a primeira desenvolvida naquela turma, depois disso continuamos o estudo com outras aplicações, mais especificamente da Função exponencial e modular. Apesar de, no decorrer dos estudos, os discentes demonstrarem mais apropriação ao tipo de atividade investigativa com uso da tecnologia na produção do conhecimento e do uso do *Facebook* como ambiente de aprendizagem Matemática, não faço uma explanação das aulas seguintes, uma vez que meu objetivo nesse capítulo foi narrar e discutir as aprendizagens que refletem as práticas culturais (re)constituídas pelos estudantes no processo de aprendizagem sobre o conceito de Função.

Nesse sentido, enquanto os alunos se engajavam nas atividades propostas em um ambiente híbrido no estudo do conceito de Função, a sala de aula, um sistema de aprendizagem mantido pela sua capacidade de se adaptar e auto-organizar de forma orgânica, produzia e inter-relacionava sistemas de aprendizagens que alimentavam a sua inteligência. Em acordo com Johnson (2001), percebo a inteligência como a capacidade de um sistema responder a emergência de coletivos de aprendizagens e a interação entre eles. E, em acordo com Davis e Simmt (2014), interpreto que tal interação, potencializada pela presença da *internet*, passa a ser melhor representadas por redes descentralizadas dos sistemas de aprendizagem emergentes (Figura 34) e não somente como um aninhamento deles (Figura 28).

Figura 34 - Rede descentralizada dos sistemas de aprendizagem



Redes descentralizadas

Fonte: Davis e Simmt (2014).

Nesse contexto de redes descentralizadas, foi possível destacar nesse capítulo a (re)constituição de práticas de estudos coletivos dos alunos, os quais demonstraram algumas tensões ao saírem da zona de conforto de um estudo mais tradicional, no sentido em que Colb (1995) diz priorizar a aprendizagem individual para um estudo mais colaborativo e investigativo. Nesse novo contexto, emergiram coletivos em que a aprendizagem era

cumulativa e transformativa (SIMMT, 2015) e era expressa pelos membros daqueles coletivos por meio de pesquisas, questionamentos, autoavaliações, colaborações e participações. Por fim, no decorrer das aulas houve indícios de que práticas de participação dos estudantes em atividades coletivas estavam sendo (re)constituídas com abordagem em um ambiente híbrido com livre acesso à *internet*. Consequentemente, uma (re)constituição no sentido do próprio uso da tecnologia, quando essa traz visibilidade ao que ainda não foi compreendido ou a resoluções que em outra abordagem os alunos precisariam construir antes de interpretá-las, exigindo consequentemente uma nova forma de interpretar e uma ressignificação sobre o assunto investigado.

7. (RE)CONSTITUIÇÃO DA CULTURA ESCOLAR

O título desta tese ecoa práticas culturalmente constituídas e reconstituídas em uma comunidade escolar. Mais especificamente, neste estudo busquei no contexto da sala de aula identificar quais aprendizagens emergem nas aulas de Matemática mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido. A razão para isso é que tais aprendizagens são compreendidas em termos adaptativos de fenômenos que surgem na sala de aula, enquanto essa é concebida segundo Davis e Simmt (2003), como um sistema complexo. Assim, esse sistema aprende, ou seja, se adapta e se auto-organiza como resultado da emergência de fenômenos, e por isso é um sistema de aprendizagem. Essas aprendizagens, tais como práticas que fazem parte dos processos de ensinar e aprender em aulas de Matemática, são culturalmente constituídas e reconstituídas nesse sistema, que também é entendido na pesquisa a partir de Lave e Wenger (2002) como uma comunidade de prática. Saliento que as práticas de ensinar e aprender reverberam também culturas trazidas de outras comunidades de prática das quais os membros desse sistema fazem parte.

É comum na prática docente que a *internet* e conseqüentemente modelos de ensino que fazem uso dessa rede, sejam inseridos no contexto escolar sem que a complexidade dessa comunidade seja considerada nas ações pedagógicas, assim as práticas culturalmente constituídas nessa comunidade tendem a permanecer as mesmas, ou seja, tradicionais. Apesar da complexidade ser uma característica da sala de aula, é importante o olhar para esse sistema a partir dessa complexidade, de forma que as ações pedagógicas potencializem as condições para que a complexidade já existente nesse sistema o mantenha se adaptando e se organizando numa dinâmica natural. Assim, as medidas a serem tomadas podem abarcar a diversidade de culturas que se reverberam nas práticas da sala de aula.

Nesse sentido, a prática de um trabalho colaborativo contribuiu para que o objetivo da pesquisa fosse investigado no contexto mais real possível da sala de aula, garantindo então que a dinâmica orgânica desse sistema fosse mantida pela sua auto-organização. Conforme Almeida (2012) se refere ao complexo, a sala de aula se mantém pela sua auto-organização. Nesse contexto, a presente pesquisa considerou duas salas de aulas de escolas públicas do estado de São Paulo, numa abordagem metodológica de investigação de um trabalho colaborativo entre pesquisadora e professoras. E, as características do trabalho colaborativo facilitaram para que o olhar e as ações docentes ocorressem de forma a manter a complexidade das salas.

Consoante ao que Davis e Simmt (2014) afirmam sobre as ações em um sistema, ao considerarmos a sala de aula, se faz fundamental salientar que as ações necessárias para a sua manutenção são ditas por esse próprio sistema. Assim, não podemos determinar regras, metodologias de ensino ou qualquer outro tipo de ação fora desse sistema. Nesse sentido, apesar dessa investigação considerar o ambiente híbrido e, por conseguinte, os modelos híbridos para abordagens pedagógicas trazidos pela literatura, os resultados elucidam que as aulas não poderiam ser engendradas por tais modelos, uma vez que esses precisaram ser adaptados o tempo todo aos fenômenos complexos das salas de aula.

Em virtude do aprimoramento da *internet*, a dinâmica de diversas comunidades de práticas das quais somos participantes tem sido impactada. Nessa perspectiva, essa pesquisa amplia a discussão apresentada no Capítulo 1 sobre a *internet* movimentar a sala de aula, sobretudo, pelo fato dessa investigação, sob a perspectiva da Ciência da Complexidade, nos dar indícios de (re)constituição de práticas culturais dos membros dessa comunidade, quando envolvidos no estudo sobre o conceito de Função.

As salas de aulas são alimentadas por diversas práticas dos seus membros, as quais com a ausência da *internet* em um ambiente híbrido impactariam o sistema como um todo com características diferentes das apontadas nesta pesquisa. Isto é, a *internet* e o ambiente híbrido não são concebidos neste estudo de maneira isolada ou disjunta, pois são agentes de um sistema complexo, os quais se inter-relacionam com outros agentes, bem como os membros desse sistema, os objetivos das aulas, o conceito estudado, as regras internas e externas que refletem nas tomadas de decisões dos seus membros, dentre outros. Portanto, não faz sentido analisarmos modelos de ensino que fazem uso da *internet* como algo pronto e acabado para definirmos tomadas de decisões no âmbito pedagógico, pois assim essas não considerariam inter-relações de agentes em uma sala de aula ou outra comunidade escolar e, então, os desafios pedagógicos poderiam não ser contemplados.

Realço que o planejamento das aulas, de forma geral, foi uma prática constituída no início da pesquisa, quando, sobretudo, devido minha participação periférica na sala de aula naquele período, e, por conseguinte as características da comunidade acadêmica na qual eu era atuante embasavam algumas das minhas tomadas de decisões. Entretanto, sublinho que ainda assim, a dinâmica da preparação das aulas foi colaborativa, visto que o planejamento acontecia a partir de algumas escolhas e impressões compartilhadas pelas professoras em suas narrativas, e em nossas constantes conversas.

Nesse sentido, no Capítulo 5 pudemos observar que o planejamento foi revisitado durante o desenvolvimento das aulas, conforme as necessidades emergentes naquele período.

Tais necessidades puderam ser observadas nas dinâmicas das aulas presenciais, nos registros do *Facebook*, pelos meus registros no diário de campo que incluíam minhas narrativas gravadas após cada aula e, sobretudo, pelas narrativas escritas produzidas aula a aula pela professora da escola A. A partir dessas observações a professora e eu sempre discutíamos nossas impressões e tomávamos decisões sobre as alterações necessárias sobre o planejamento, a fim de darmos o maior suporte possível para as necessidades que os alunos demonstravam ter. Conforme descrito no capítulo 5, nesse processo já ocorriam as avaliações, mesmo que não da maneira formal e planejada por mim e pela professora no início do ano.

Assim, a avaliação contínua e formativa passou a fazer mais sentido, pois a dinâmica das aulas evidenciou que o processo era mais importante que o resultado final. Entretanto, tal processo também não pôde ser totalmente assistido por nós professoras, uma vez que o ambiente híbrido permitiu que os alunos tivessem mais liberdade no processo de aprendizagem, tendo então, mais controle sobre o lugar, tempo, ritmo e caminho em seus estudos, o que endossou as mudanças das nossas perspectivas sobre o avaliar.

Com isso, pudemos constatar tensões quando as práticas tradicionais de planejar e avaliar passaram a não fazer mais sentido enquanto os alunos deveriam ser avaliados em suas participações no *Facebook* ou nas aulas presenciais que complementavam as discussões iniciadas nesse ambiente virtual. Saliento que o trabalho colaborativo nos permitiu olhar enquanto professoras para o que estava acontecendo naquelas aulas sem ignorar as condições de complexidade existentes nela e , durante a própria produção dos dados, tivemos a ideia de que o planejamento das aulas e as avaliações não poderiam ser praticadas pela maneira que estávamos habituadas a exercer em nossas práticas docentes, posteriormente foi possível constatar na análise dos dados, a partir da Ciência da Complexidade, a (re)constituição de tais práticas docentes.

Ao mesmo tempo, eu, enquanto pesquisadora, em decorrência da minha participação nas salas de aula passar a ser menos periférica (WENGER, 2014), me desprendia de práticas culturalmente constituídas na comunidade acadêmica no contexto da pesquisa. Assim, a adoção dos modelos *blended learning* de ensino para a pesquisa também teve outro sentido. Reconstitui-se minha prática de pesquisar a qual deixou de seguir literalmente o que foi planejado sobre a metodologia de ensino adotada para a condução das aulas que foram investigadas, pois, já não fazia sentido a escolha de um ou de outro modelo híbrido para o estudo de Função e conseqüentemente para a investigação. Então, os elementos do ambiente híbrido foram considerados, mas não aplicados de forma engessada a cada modelo descrito na

literatura, o que passei a chamar na tese de uma fusão dos modelos para embasar a condução das aulas.

Também considerei alterações nos modelos híbridos a partir das perspectivas constituídas culturalmente nas minhas práticas docentes em outras comunidades de ensino. Por exemplo, fez-se mais sentido utilizarmos o *Facebook*, uma rede social, como plataforma de aprendizagem, uma vez que é comum que os estudantes do Ensino Médio da rede pública do estado de São Paulo não tenham tanta afinidade com plataformas de aprendizagem como o *Moodle*. Também, para a sala de aula invertida não foi apresentado primeiramente ao aluno o conteúdo via a plataforma *online* de aprendizagem, reservando assim às aulas presenciais experimentos práticos sobre aquele conteúdo. Foi considerado o processo inverso, as atividades práticas como a realização dos experimentos foram exploradas anteriormente as aulas presenciais e compartilhadas *online*, para que as discussões mais sistematizadas sobre os conteúdos envolvidos ocorressem nas aulas presenciais. Tais discussões foram realizadas conforme as necessidades observadas no *Facebook*, por isso em algumas aulas foi adotada a rotação de estação, em outras a rotação de laboratório, e em outras nenhum desses pressupostos, porém em todas as aulas presenciais as discussões coletivas fizeram sentido.

Nessa pesquisa, são trazidos alguns exemplos de condições que devem ser adaptadas na implementação de um ambiente híbrido, tais como as técnicas que envolvem não somente a disponibilidade de *internet* para todos os alunos, como também a facilidade para que eles tenham acesso à *internet* em seus dispositivos móveis, uma vez que diante do avanço exponencial da portabilidade desses dispositivos, há sentido em também disponibilizar *internet* aos alunos, além de aprimorar os laboratórios de informática. Nessa direção, nessa tese é possível notar que em ambas as escolas ocorreram problemas técnicos relacionados ao acesso à *internet* ou à funcionalidade dos laboratórios de informática, o que interferiu diretamente nos planejamentos das aulas.

A investigação também realçou que o uso da *internet* permite mais caminhos para que as aulas se tornem investigativas, principalmente pelo fato do uso de tecnologias ressaltar dúvidas que não necessariamente seriam concebidas pelos estudantes sem o uso delas. Vários episódios descritos no Capítulo 6, em que os estudantes se sentiram desafiados a investigar sobre dúvidas ressaltadas pela dinamicidade dos gráficos e com isso fizeram sentido a conteúdos como o domínio de uma Função. A característica investigativa fomentada pelo ambiente híbrido das aulas também levou os alunos a questionarem o fato de não oferecermos a eles respostas prontas em nossas intervenções, principalmente pelo fato de estarem acostumados com abordagens de ensino tradicional, conforme a professora da escola B

caracterizou suas aulas anteriormente à pesquisa. Indicava-se uma nova prática de estudo com a *internet*, a qual estava se constituindo naquele ambiente.

Podemos observar também, no Capítulo 6, questionamentos advindos do que a tecnologia permitia os estudantes enxergarem, os quais foram evidenciados e propagados devido ao uso do *Facebook* como uma plataforma de aprender Matemática. No estudo sobre a otimização do volume da caixa surgiram dúvidas relacionadas a outros conteúdos por parte dos alunos, por exemplo, algumas relacionadas à infinitude do conjunto dos números reais, as quais foram contempladas pelos membros daquele coletivo que aprendia no *Facebook*. Assim os estudantes foram atraídos a investigar tanto assuntos previsíveis no planejamento das aulas quanto imprevisíveis e, naturalmente, assumiam papéis de professores para auxiliarem seus colegas, implicando na (re)constituição das práticas de estudo da Matemática, sobretudo quando essa acontecia no contexto colaborativo dos coletivos de aprendizagem.

É possível observar nas análises tanto da escola A, quanto na escola B, que a postura dos alunos no engajamento das atividades refletia práticas que tendiam inicialmente a apresentar medo de compartilhar suas respostas no *Facebook* e de se apropriarem das respostas dos demais colegas na construção dos seus conhecimentos. Especialmente na discussão relacionada à escola B, no capítulo seis, sublinho uma reorganização natural dos alunos em seus trabalhos de grupo, quando no final da pesquisa, o processo de aprendizagem já não contava somente com o compartilhamento de ideias dos estudantes participantes do mesmo grupo que realizou o experimento, mas de diversos coletivos de aprendizagem que emergiram com a facilidade provocada pelo uso da *internet* nas aulas e se inter-relacionavam como redes.

Quando pensamos na (re)constituição de culturas escolares, não podemos nos esquecer da cultura de se fazer a Matemática, a qual se identifica muito mais com questionamentos, investigações e contradições na história da Matemática, ações que ocasionaram diversas descobertas e demonstrações de teoremas, as quais temos hoje acesso às versões mais formalizadas e cristalizadas. Por razão desse tipo de acesso à Matemática, é comum que estudantes não sintam segurança em suas aprendizagens quando nesse processo se elucidam questionamentos e dúvidas. Nessa direção, acredito que hoje os ambientes híbridos de estudo da Matemática podem fomentar a produção da Matemática no contexto que aparentemente é mais “desorganizado”, mas que nos permite aprender em meio à interação de questionamentos, curiosidades e contradições, de modo que, nesse novo contexto, o educador também deve repensar seus questionamentos, uma vez que muitas respostas têm sido

encontradas facilmente no universo *online*. É uma (re)constituição dos caminhos de aprendizagem e ensino da Matemática.

A despeito de nesta pesquisa o conceito de Função ter sido escolhido para os estudos em ambas as escolas, tal conceito serviu como pano de fundo na investigação, uma vez que as aprendizagens sobre práticas culturalmente constituídas na sala de aula vão além das aulas de Matemática. Nessa perspectiva, também podemos notar no capítulo 6 que as tensões elucidadas pelos estudantes durante suas práticas de investigação em coletivos de aprendizagem foram evidenciadas sobretudo devido à prática culturalmente mais tradicional de se estudar em grupo, a qual provavelmente é mais comum devido ao fato de ser reproduzida em outras disciplinas também.

A presente pesquisa apresenta indícios de que práticas docentes como a de planejar e avaliar foram (re)constituídas e de que práticas de estudos da Matemática, sobretudo quando os alunos estavam engajados na participação de trabalhos coletivos também foram (re)constituídas no ambiente híbrido. Nos capítulos 5 e 6 foram apresentadas discussões aprofundadas sob a ótica da complexidade e por meio de narrativas. Embora em ambos os capítulos eu tenha ponderado acerca da diversidade interna, da redundância, do controle descentralizado, da aleatoriedade organizada e da interação entre vizinhos, ou seja, das condições de complexidade discutidas por Davis e Simmt (2003), sabemos que essas condições estão presentes em comunidades de prática que vão além da sala de aula e que também são complexas e estão se auto-organizando o tempo todo devido ao avanço da *internet*.

7.1 Para além da sala de aula

Vamos considerar a rede social *Facebook*, comunidade em que ocorrem inúmeras aprendizagens no sentido do que Wenger (2013) apresenta e que nessa pesquisa foi utilizada como uma plataforma para aprender Matemática. Nessa comunidade virtual, que possui inúmeros participantes e que reúne práticas de inúmeras comunidades, as quais seus integrantes são partícipes, (re)constitui-se práticas de participação dos seus membros a todo o tempo. Para melhor ilustrar essa (re)constituição, podemos observar como essa plataforma digital assumiu um papel importante e talvez decisivo na eleição que ocorreu no ano de 2018. A grande novidade nesse período eleitoral foi o aparecimento das famosas *Fake News*, ou seja, notícias falsas, que embasaram discursos rasos e propagados rapidamente sobre assuntos

importantes e que deveriam ser analisados e discutidos mais profundamente pelos eleitores para uma tomada de decisão.

Diante desse exemplo, é indiscutível a importância de analisar as práticas culturais da nossa atuação nas diversas comunidades em que participamos, pois somos constituídos por elas também. Não se trata de julgarmos uma prática como certa ou errada, mas de compreendermos que elas reverberam nossas crenças e reforçam nossos hábitos em diferentes comunidades, sendo que essas também são constituídas por tais práticas.

Dada a complexidade dessas comunidades, se faz preciso repensar nossas ações nesses sistemas considerando o potencial de alcance das nossas práticas, tendo a convicção de que elas estão alimentando a organização de todas as comunidades das quais somos pertencentes. Bem como vimos na referida eleição, a qual foi cenário para que a comunidade *Facebook* fosse adaptada e auto-organizada para debates profundos e rasos sobre assuntos polêmicos, propostas e debates eleitorais, manifestações de eleitores com amplo e com leve conhecimento político, para circulação de notícias verdadeiras e falsas, dentre outros. As inter-relações dessas ideias compartilhadas alimentaram não somente a auto-organização do *Facebook*, mas também de outras comunidades virtuais como o *Whatsapp*, as famílias, os grupos de trabalho, entre outras em que os membros do *Facebook* também eram participantes. Assim concebo a importância de observarmos que nossas práticas são culturalmente constituídas onde estamos inseridos e que podem contribuir com ações para manter a dinâmica dessas comunidades, e a refletir sobre alguns objetivos específicos de atuação que existem em tais comunidades.

Nessa linha, a *internet* assume um grande papel na sociedade. Quando olhamos para a forma com que a sociedade tem se auto-organizado com a presença da *internet* em todos os setores, temos ideia de práticas que têm sido (re)constituídas culturalmente nas comunidades das quais nossos alunos também são membros participantes e atuantes e então, podemos repensar o sentido das práticas de ensino que temos exercido nas escolas no estudo de conhecimentos específicos. Por exemplo, atualmente o *YouTube* tem sido um canal de aprendizagem para adolescentes e jovens:

Figura 35 - Tendências de *youtubers*

Fonte: jornais *online*³⁶.

Tendo a Figura 35 como ilustração, notamos como as crianças têm sido consumidoras desse tipo de conteúdo na *internet*. Jovens veem nessa área um nicho de oportunidade profissional. Assuntos como inclusão deixam de ser conhecidos somente por aqueles que têm condições de fazer um curso especializado nessa área ou ainda para aqueles que têm a possibilidade de vivenciar em suas famílias essa situação, e passam a serem compartilhados para qualquer cidadão com acesso à *internet*, de maneira que possam também experienciar mais sobre o outro, quando este tem condições de vida diferentes da sua.

São inúmeros exemplos de aprendizagens que ocorrem nos canais do *YouTube*, não só aquelas relacionadas aos seus conteúdos propriamente ditos, mas também aquelas ligadas à própria prática de produzir/consumir conteúdos no/do *YouTube*, de modo que esses internautas se tornem mais protagonistas, assumindo papéis de tutores nesses canais, como também se apropriando da liberdade que esses canais fomentam nos processos de escolhas e de aprendizagem dos consumidores desses conteúdos. Assim podemos, enquanto professores,

36 <<https://revistagalileu.globo.com/Sociedade/noticia/2017/11/12-canais-do-youtube-que-mostram-vida-de-pessoas-com-deficiencia.html>>; <https://brasil.elpais.com/brasil/2015/05/09/politica/1431125088_588323.html>; <<https://www.gazetadopovo.com.br/ideias/quem-sao-os-youtubers-que-fazem-a-cabeca-do-seu-filho-3rp9f713mcs35pqvfruuzwzim/>> Acesso em: 04 de ago. de 2018

questionar as nossas práticas de ensino na sala de aula à luz das práticas culturais dos nossos alunos, como a de ensinar criativamente diversos assuntos interessantes pelo *YouTube*.

Iniciativas como as dos membros do GPIMEM têm propagado alguns exemplos sobre a produção de vídeos nas aulas de Matemática na Educação Básica e Superior. Desde 2017 os membros desse grupo têm desenvolvido o Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática (DOMINGUES; BORBA, 2018). Tais iniciativas, bem como a presente pesquisa, podem contribuir para ações docentes que valorizam práticas que foram culturalmente concebidas por nossos alunos em nossa sociedade, mas que muitas vezes são sufocadas por práticas docentes que ignoram essas habilidades e impõem aos estudantes o uso “clandestino” da *internet* em nossas aulas.

Sim, “clandestino”! Pois, a *internet* já está presente em nossas aulas, então a questão não deve ser mais: usar ou não usar a *internet* nas nossas aulas; mas, sim: como aproveitá-la da melhor maneira para o ensino? Pois as práticas dos membros da sala de aula ecoam práticas constituídas em outras comunidades. Por exemplo, a prática do uso “clandestino” da *internet*, a qual muitas vezes custa até a vida dos nossos jovens, como no jogo baleia azul³⁷. É claro que existe um leque de discussões sobre esse assunto que podemos desenvolver ou investigar, mas o que quero ressaltar aqui é que a prática do uso da *internet*, independentemente do objetivo, já não pode ser barrada, inclusive nas nossas aulas.

Muitas vezes não se trata do aluno utilizar um dispositivo móvel em nossas aulas e explorá-lo, mas a contribuição desse universo *online* já estar presente nas opiniões compartilhadas em nossas aulas. A prática de se fazer pesquisas rápidas nesse universo *online* empodera os membros da sala de aula para fazer questionamentos relacionados ao conteúdo disciplinar ou às práticas docentes adotadas, por exemplo. Ou seja, em sala de aula se (re)constituem o tempo todo práticas advindas do crescente uso da *internet* em outras comunidades, as quais implicam na reorganização das nossas aulas e, por conseguinte, da nossa comunidade escolar.

7.1.1 A escola a partir desta pesquisa

A partir da identificação de aprendizagens emergentes nas aulas de Matemática mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido, a investigação nos dá indícios de (re)constituição de práticas comuns nos processos de ensinar e aprender Matemática, tais

³⁷ O termo **jogo da Baleia Azul** refere-se a um suposto fenômeno surgido em uma rede social russa, ligado ao aumento de suicídios de adolescentes. Acredita-se que o jogo esteja relacionado com mais de cem casos de suicídio pelo mundo, havendo fotos de feridas auto-infligidas compartilhadas em redes sociais, juntamente com as hashtags do jogo. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Baleia_Azul_\(jogo\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Baleia_Azul_(jogo))>

como: planejar, avaliar, estudar Matemática e participar colaborativamente em coletivos de aprendizagens facilitados pela *internet*. Dados tais indícios, os quais foram amplamente discutidos nesta tese, somos levados a refletir em como os envolvidos nessa investigação continuarão desenvolvendo suas atividades escolares dadas tais aprendizagens. Compartilho algumas impressões da professora da escola A após sete meses da investigação, para nossa reflexão:

Professora Salgado: “*Eu vi que dá para fazer muita coisa, né! Dá para fazer! E na verdade é assim, eu posso preparar uma aula e posso aplicar essa aula de n maneiras, eu não preciso trabalhar com ela fechada, eu posso explorar outras coisas com aquela aula. Então, eu vou separar um vídeo que de repente eu possa estar usando de outras maneiras*” [EA-07 dez. 2015].

Professora Salgado: “*Então eu resgatava dali [Facebook] e levava para sala de aula. Então foi um complemento. O difícil foi na hora de avaliar, porque eu não podia também punir aqueles alunos que por algum motivo justo não estavam fazendo uso daquela plataforma*” [EA-07 dez. 2015].

Professora Salgado: “*É que talvez um dos motivos também que não me deixou usar o Datashow e a plataforma [Facebook] mais vezes ainda foi exatamente pela quantidade de alunos que a gente recebeu [a turma que era composta por 38 alunos passou a ter 66 alunos, pois a escola recebeu 28 alunos de outra escola no decorrer do ano letivo], porque daí eles não tinham visto Função e a gente tinha começado o ano com Função*” [EA-07 dez. 2015].

Nessas considerações da professora, observamos tanto algumas apropriações de práticas da pesquisa, como alguns desafios pedagógicos advindos da política escolar que permitiu que sua turma recebesse novos alunos, totalizando 66. Será que as políticas que regem as instituições escolares contribuem para que esses tipos de práticas que fazem sentido em um ambiente híbrido sejam mantidas? E permitem tomadas de decisão que alimentem a complexidade das salas de aula atendendo as necessidades emergentes nesse sistema?

Isto posto surgem mais indagações a partir da investigação descrita nessa tese, como: qual o sentido das estruturas de organização das escolas diante dessas práticas que têm sido (re)constituídas com a presença da *internet* em um ambiente híbrido nas aulas de Matemática?; Que tipo de estrutura escolar mais contribuiria para que as práticas de trabalhar em um ambiente coletivo de investigação, fazendo uso de recursos *online* como o *Facebook* ou alguma plataforma virtual de aprendizagem, fossem mantidas em todas as disciplinas?; Seria possível atender um currículo nacional e ao mesmo tempo as condições de

complexidade de cada sala de aula? Quais as mudanças necessárias para que isso aconteça? Como um ambiente híbrido contribuiria para que tais mudanças acontecessem? dentre outras.

Também podemos ser conduzidos a novas investigações, quando pensamos a Matemática para além das respostas prontas que são favorecidas pela *internet* e quando pensamos na constituição de práticas de ensinar e aprender além do contexto sala de aula, ou seja, em contextos maiores de comunidades que aninham outras comunidades e são auto-organizadas pelas aprendizagens que se inter-relacionam como fenômenos complexos e são facilitadas pela *internet*. Sendo assim, é necessário que novas pesquisas reconsiderem os modelos de escolas tradicionais diante dos impactos refletidos nas salas de aula pela *internet*.

Nessa direção, escolas que se inspiram no Projeto Âncora ou na Escola da Ponte, as quais explico no capítulo um, como aquelas que valorizam o desenvolvimento de projetos que podem ser aprimorados no contexto híbrido e alimentar as condições de complexidade nessas comunidades passam a fazer mais sentido. Enfim, se faz necessário avançar com as pesquisas que considerem novas características de escolas quando a *internet* está presente e fomenta a liberdade dos estudantes em seus caminhos, ritmos, tempo e lugar quando engajados nos seus processos de aprendizagem. Também é preciso analisar possibilidades e contribuições de ambientes híbridos mais disruptivos (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013).

Além disso, acentuo a importância de que as pesquisas que investigam as escolas tenham um olhar teórico que valorize a manutenção da complexidade desses sistemas. Segundo Davis e Simmt (2014), da perspectiva da complexidade é útil focar em como as teorias se complementam, assim, um olhar teórico que valorize a complexidade também pode ser a partir de pressupostos como a bricolagem, a qual acrescenta uma visão ampliadora às pesquisas valorizando a complexidade existente nelas (PERES, 2016), dentre outros que possuem essa essência da Ciência da Complexidade. Tal como as investigações que primam o trabalho colaborativo entre o pesquisador e o professor da sala de aula (FIORENTINI, 2004), bem como podemos observar na presente pesquisa.

As características do trabalho colaborativo permitem a relação entre as comunidades de prática nas quais o professor e o pesquisador são envolvidos, de forma que este último não atue somente como participante periférico na sala de aula e assim, suas ações tornem-se mais coerentes às propostas de um trabalho em que o pesquisador deseja investigar com o professor e não o professor. Apesar de um trabalho colaborativo ser sempre limitado pela realidade de cada participante, este tipo de investigação amplia as possibilidades para que o olhar docente para a sala de aula seja a partir da sua complexidade.

“Todos os setores importantes da vida pública e muitos setores da vida privada estão sendo afetados de maneira que exigem um reexame completo do sistema de educação” (PAPERT, 2001, p. 01). Compreendo que o não considerar a complexidade desse sistema implica negativamente quando a *internet* tenta ser inserida no sistema educacional, pois apesar das tensões latentes nas mudanças do tradicional modo de envolver o ensino para uma nova abordagem, os esforços por parte dos profissionais que fazem parte do sistema continuam mantendo as práticas antigas de ensino, mesmo numa abordagem nova.

Nessa direção, concordo e preocupo-me com o que Papert (2001) salienta sobre as escolas estarem longe tanto de mobilizar o potencial de aprendizagem dos alunos, quanto de mobilizar o potencial global do mundo. O autor argumenta que apesar da explosão de mudanças em vários setores do mundo, a instituição escolar permanece da mesma forma em todos os países e, com isso, bilhões são desperdiçados com a inserção da *internet* nessa instituição. Entendo que o fato é que não se deve pensar somente na potencialidade da *internet* quando ela é adotada em nossas escolas e ignorar as condições complexas desses sistemas. Quando isso acontece, vemos modelos de ensino como os híbridos serem inclusive adotados por sistemas que visam, por exemplo, fins lucrativos em iniciativas privadas ou públicas, ao passo que tais instituições não procuram dar condições para que tais metodologias sejam adaptadas pelos professores quando emergem fenômenos peculiares a realidade dessas escolas e salas de aulas, contribuindo então para o processo de aprendizagem dos alunos.

Nesse sentido, também é importante a produção de mais pesquisas acadêmicas em ambientes escolares, bem como seus resultados serem considerados em tomadas de decisões institucionais como para a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a fim de que as realidades peculiares das culturas produzidas e reverberadas nas escolas não sejam ignoradas, e para que a inserção de tecnologias, facilitadas pela *internet*, não sejam engessadas. Acentuo então, que as escolas a partir dessa pesquisa têm o desafio de mudar a perspectiva do suposto viajante do século XX exemplificado por Papert (1994), o qual afirma que o viajante reconheceria a sala de aula com a presença de computadores um século depois, pois suas características tradicionais permaneceriam apesar do avanço tecnológico.

Finalmente saliento que essa investigação apresenta em suas análises as minhas aprendizagens enquanto membro que se tornou participante e atuante das salas de aula A e B (Figura 36), sistemas complexos que foram produzidos a partir de suas aprendizagens e que produziram aprendizagens em seus membros.

Figura 36 - Perspectiva da minha participação nas comunidades no final da pesquisa



Fonte: Elaboração da autora (2018).

Apesar de que tais aprendizagens não podem ser vistas isoladas, pois ecoam a inter-relação de diversas aprendizagens as quais foram evidenciadas também nas narrativas produzidas por mim e pelas professoras de cada escola, prefiro finalizar esta tese repercutindo as vozes das professoras que se adaptaram ao contexto do trabalho colaborativo que ocorreu em suas aulas, segundo D’Ambrosio e Lopes (2015) ousando na ação docente.

‘[...] Trabalhar ao lado da Ana me permitiu refletir sobre minhas aulas. A cada relatório [narrativa] diário que fazia sobre a aula daquele dia era um olhar para a minha própria pessoa, ou para os meus alunos ou ainda para a situação como um todo, etc [...]’.
Professora Salgado

“[...] Graças a esses inconvenientes [imprevistos] eu aprendi a utilizar o Datashow[...]” “[...] descobri a existência do Geogebra Tube, lá tem muitos aplicativos que posso selecionar de acordo com o conteúdo e levar para sala de aula [...]”
“[...] Quando descobri esse aplicativo, busquei um que fosse compatível para discutir função trigonométrica em outra sala, pois era o assunto que estávamos trabalhando [...]” Professora Salgado.

“[...] No início senti um pouco de dificuldade de passar essa “nova ferramenta” de ensino para eles, pois conhecia o aplicativo Geogebra, mas não tinha usado efetivamente [...]” Professora Vânia

“[...] Um fato importante que aconteceu durante a pesquisa, é que mais uma vez tive o prazer de repensar minhas avaliações [...]” Professora Salgado

“[...]Um ponto positivo é que à medida que o projeto foi se desenvolvendo, percebi que os alunos demonstraram maior interesse e compartilharam mais informações com o uso do aplicativo Geogebra e das redes sociais [...]” Professora Vânia

“[...]Falar sobre sala de aula... o que eu senti lá com os alunos foi o relacionamento, foi o medo de participar, o medo de falar alguma coisa errada e foi muito bom. Não houve esse medo, tanto é que depois que terminou a pesquisa, eu já introduzi lá [Facebook] outros questionamentos para a gente ter um bate-papo e eles respondem mesmo [...]” “[...] Então assim, essa ligação, esse relacionamento, esse bate-papo, acho que foi bom, foi legal[...]” Professora Salgado

“[...]E aliás nós deixamos nosso aluno ser protagonista, porque quando a gente trabalhou com o aluno e ele queria falar... quando ele fazia as descobertas dele, ele estava sendo protagonista ali e a gente junto com ele, aprendendo junto.[...]” Professora Salgado

“[...] O problema maior não foi usar um aplicativo, mas depender da internet, nossa escola tem problemas sérios de conexão e isso dificultou o trabalho as vezes, pois muitos problemas de internet aconteceram durante a aula e atrapalharam um pouco o desenvolvimento[...]” Professora Vânia

“[...] Em virtude de toda esta didática diferenciada, o projeto foi muito produtivo e a recepção dos alunos em aceitar o desafio foi muito significativa” Professora Vânia

Acredito que as discussões sobre os indícios de práticas culturais de ensinar e aprender (re)constituídas em aulas de Matemática mediadas pela *internet* em um ambiente híbrido, analisadas nessa pesquisa, não respondam todas as indagações que podem emergir a partir da leitura desta tese, mas tragam sentido para a existência da maioria delas, principalmente pelo potencial que elas têm de nos levar a ações investigativas. Os questionamentos sobre a sala de aula, a escola e a sociedade não devem cessar, mas podem nos motivar a enxergar pela ótica do complexo as questões sobre esses sistemas.

É preciso enxergar o complexo e por meio dele, não para acabar com ele, mas sim para mantê-lo e garantir a auto-organização da sociedade. Assim evoluímos como educadores, pesquisadores e pessoas, descobrindo novas práticas, novos caminhos e novas motivações. O complexo nos reserva a beleza e o desafio do novo, ou seja, do que quase sempre nos encanta e nos motiva a continuar investigando.

Por esta razão, finalizo esta tese com um trecho do Livro que mais sustenta a complexidade da minha vida, me transformando e trazendo sentido para tudo aquilo que apesar de eu não entender, me mantém na Esperança de que devo continuar por um propósito maior:

“Nem olhos viram, nem ouvidos ouviram, nem jamais penetrou o coração humano, o que Deus tem preparado para aqueles que O amam” Coríntios 2:9

REFERÊNCIAS

- ABBAD, G.S.; ZERBINI, T.; SOUZA, D. B. L. Panorama das pesquisas em educação a distância no Brasil. **Estudos de Psicologia**, Natal, v. 15, n. 3, p. 291-298, set./dez. 2010.
- ACQUISTI, A.; GROSS, R. Imagined communities: awareness, information sharing, and privacy on the facebook. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PRIVACY ENHANCING TECHNOLOGIES, 6., 2006, Berlim. **Proceedings...** Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006, p. 36-58.
- ALMEIDA, M. C. de. Cenários de reorganização do conhecimento In: ALMEIDA, M. C. de. **Complexidade, saberes científicos, saberes da tradição**. São Paulo: Livraria da Física, 2010. p. 14-42.
- ALMEIDA, M. C. Mapa Inacabado da Complexidade: voo incerto da borboleta In: **Ciências da Complexidade e Educação: Razão apaixonada e politização do pensamento**. Natal: EDUFERN, 2012.
- ALVES-MAZZOTTI, A. O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A.J.; GEWAMDSZADJER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1998. p.107-188.
- AMBRÓSIO, T. Formação: Inscrever na sociedade os caminhos da auto-organização. In: MORIN, E.; MOIGNE, J. L. **Inteligência da Complexidade: epistemologia e pragmática**. ed. Instituto Piaget. Lisboa, 2007. p. 485-491
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. rev. amp. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- ÁVILA, G. S. S. **Análise Matemática para Licenciatura**. 1. ed. São Paulo: Edgar Blücher Ltda, 2001.
- BACICH, L.; TANZI, A. Neto; TREVISAN, F.M. **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.
- BARCELOS, G. T. **Tecnologias na prática docente de professores de Matemática: formação continuada com apoio de uma rede social na internet**. 2011. 332 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.
- BARROS, A. P. R. M. **Contribuições de um micromundo composto por recursos do GeoGebra e da coleção M³ para a aprendizagem do conceito de volume de pirâmide**. 2013. 162 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.
- BARROS, A. P. R. M.; AMARAL, R. B. Constituição e Análise Teórica de um Micromundo para o Estudo de Pirâmides. In: Maurício Rosa, Marcelo Bairral Almeida, Rúbia Barcelos Amaral. **Educação Matemática, tecnologias digitais e Educação a Distância: pesquisas contemporâneas**. São Paulo: Livraria da Física, 2015, v. 1, p. 131-161.

BARROS, A.P.R.M.; SIMMT, E.; MALTEMPI, M.V. Understanding a Brazilian High School Blended Learning Environment from the Perspective of Complex Systems. *In Journal of Online Learning Research*, Waynesville, NC USA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE), v. 3, n. 1, 2017, p. 73-101. Disponível em <<https://www.learntechlib.org/p/173329/>>. Acesso em: 07 de abril de 2017

BERGMANN, J. The Flipped Classroom: Flipped Learning Founders Set the Record Straight. [jun. 2012]. Stephen Noonoo. T.H.E Journal Editorial Board. **The journal transforming education through tech**. Disponível em: <<http://thejournal.com/articles/2012/06/20/flipped-learning-founders-q-and-a.aspx>>. Acesso em 04 abr. 2014.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. **Revista Pro-posições**. Campinas, v. 4, n. 1, p. 18-23, 1993.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 99-112

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 1994.

BOLIVAR, A.; DOMINGO, J.; FÉRNANDEZ, M. **La investigación biográfica narrativa em educación**: enfoque y metodología. Serie Materiales Auxiliares de Clase /Investigación. num. 2. Madrid: La muralla. [e-book]. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Antonio_Bolivar/publication/286623877_La_investigacion_biografico-narrativa_Guia_para_indagar_en_el_campo/links/568de47108aeaa1481ae7f4d/La-investigacion-biografico-narrativa-Guia-para-indagar-en-el-campo.pdf.

BORBA, M. C. *et al.* Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. **ZDM**, v. 48, p. 589–610, 2016.

BORBA, M. C.; LINHARES, S. OnlineOnline mathematics teacher education: overview of an emergent field of research. **ZDM: Mathematics Education**, v. 44, n. 6, p. 697-704, 2012.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. **Educação a Distância onlineonline**. 3. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2011.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 104 p. (Coleção tendências em educação matemática).

BRASIL. Secretaria da Educação. **Programa educação inclusiva**: direito à diversidade – A fundamentação filosófica. Coordenação geral da secretaria de Educação Especial/ Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2004. Disponível em: <

<http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/fundamentacaofilosofica.pdf>>. Acesso em: 05 abr. 2014.

BUSTAMANTE, J. E. G. **Modelagem Matemática na modalidade online: análise segundo a teoria da atividade**. 2016. 213 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2016.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951. p. 182.

CARDOSO, Valdinei Cezar et al. **Ensino e aprendizagem de álgebra linear: uma discussão acerca de aulas tradicionais, reversas e de vídeos digitais**. 2014.

CARVALHO, D. L.; FIORENTINI, D. Refletir e investigar a própria prática de ensinar aprender Matemática na escola. In: CARVALHO, D. L.; CRUZ LONGO, C. A.; FIORENTINI, D. (Orgs). **Análises narrativas de aula de Matemática**, 2013, p.11-23

CHRISTENSEN, C. M.; HORN M. B.; STAKER, H. **Is K-12 Blended Learning Disruptive?: An introduction of the theory of hybrids**. [S.l.]: Clayton Christensen Institute, 2013, 47 p. Disponível em: < <http://www.christenseninstitute.org/wp-content/uploads/2014/06/Is-K-12-blended-learning-disruptive.pdf>>. Acesso em: 17 out. 2013.

CLARKE, A.; COLLINS, S. Complexity science and student teacher supervision. **Teaching and Teacher Education**, v. 23, n. 2, p. 160-172, 2007. Disponível em: < <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0742051X06001569>> Acesso em: 09 de dez. de 2015

CLAYTON C. **Blended learning**, 2012. Disponível em: <http://www.christenseninstitute.org/blended-learning-3/>. Acesso 17 out. 2013.

COLE, M. **Cultural psychology**. A once and future discipline. Cambridge, Harvard University Press, 1996.

COSTA, G. L. M.; FIORENTINI, D. Mudança da cultura docente em um contexto de trabalho colaborativo de introdução das tecnologias de informação e comunicação na prática escolar. **Boletim de Educação Matemática**, v. 20, n. 27, p. 1-22, 2007.

CRECCI, V. M. **Desenvolvimento profissional de educadores matemáticos participantes de uma comunidade fronteira entre escola e universidade**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2016.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. Reverberações da aprendizagem de professores de matemática em uma comunidade fronteira entre universidade-escola. In. **Educar em Revista**, v.34, n.70, 2018. Disponível em: < <https://revistas.ufpr.br/educar/article/view/57781>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2019.

D'AMBROSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, 2005.

DALLA VECCHIA, R. **A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético**. 2012. 275 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. O Construcionismo como pano de fundo para modelagem matemática na realidade do mundo cibernético. In. **Revista Acta Scientiae**, v. 17, p. 175, 2015.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V.; BORBA, M. C. The Construction of Electronic Games as an Environment for Mathematics Education. In: **Digital Games and Mathematics Learning**. Hidelberg: Springer Netherlands, 2015. p. 55-69.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático/ Creative Insubordination: an invitation to reinvent the mathematics educator. **Bolema**, v. 29, n. 51, p. 1, 2015.

DANIELS, H. **Vygotsky e a Pedagogia**. São Paulo, Brasil: Loyola, 2003.

DAVIS, B.; RENERT, M. **The math teachers know: profound understanding of emergent mathematics**. New York: Routledge, 2014

DAVIS, B.; SIMMT, E. Perspectives on complex systems in mathematics learning. In: L. English and David Kirshner (Eds.) **Handbook of International Research in Mathematics Education**. Berlin: Springer-Verlag, 2014.

DAVIS, B.; SIMMT, E. Understanding learning systems: Mathematics education and complexity science. **Journal for research in mathematics education**, v. 34, n. 2, p. 137-167, 2003.

DAVIS, B.; SUMARA, D.; LUCE-KAPLER, R. **Engaging Minds: Learning and Teaching in a Complex World**. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2000.

DAVIS, B.; SUMMARA, D. J. **Complexity and education: Inquiries into learning, teaching, and research**. East Sussex: Psychology, 2006.

DAVYDOV, V.V. **Types of Generalization in Instruction: Logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricula**. Reston: Soviet Studies in Mathematics Education/ National Council of Teachers of Mathematics, 1990. v.2,

DECUYPERE, M.; BRUNEEL, S. Social Learning Sites? In: MOYLE, Kathryn; Wijngaards, Guus. **Student Reactions to Learning with Technologies: Perceptions and Outcomes: Perceptions and Outcomes**. Hershey: IGI Global, 2012. p. 249-268.

FARIAS, C.A.; MENDES, I. A. As culturas são as marcas das sociedades humanas. In. MENDES, I. A.; FARIAS, C. A. (orgs). **Práticas socioculturais e educação matemática**, 2014, p. 15-48. FARIA, R. W. S. C. **Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o geogebra**. 2016.

FERREIRA, J. L.; CORRÊA, B. R. P. G.; TORRES, P. L. O uso pedagógico da rede social Facebook. **Colabor@: A Revista Digital da CVA-RICESU**, v. 7, n. 28, out. 2012. Disponível em: <<http://pEaD.ucpel.tche.br/revistas/index.php/colabora/article/view/199>>. Acesso em: 17 out. 2013.

FERREIRA, J. L.; MACHADO, M. F. R. C.; ROMANOWSKI, J. P. A rede social Facebook na formação continuada de professores: uma possibilidade concreta. **Atos de Pesquisa em Educação**, v. 8, n. 2, p. 727-744, 2013.

FIORENTINI, D. Aprendizagem profissional e participação em comunidades investigativas. In: **XI Encontro Nacional de Educação Matemática** – Educação matemática: retrospectivas e perspectivas. Curitiba, PR. Sociedade Brasileira de educação Matemática, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/palestras.html>. Acesso em 22 ago. 2017.

FIORENTINI, D. Desenvolvimento Profissional e Comunidades Investigativas. In: DALBEN, A.; DINIZ, J.; LEAL, LEIVA, L. SANTOS, L. (Org.). (Org.). *Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente: Educação Ambiental; Educação em Ciências; Educação em Espaços não-escolares; Educação Matemática*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010, v. 1, p. 570-590.

FIORENTINI, D. Learning and professional development of the mathematics teacher in research communities. **Sisyphus**, v. 1. 2013. Disponível em: <<https://revistas.rcaap.pt/sisyphus/article/view/3710>> Acesso em: Acesso em: 05 de fev. de 2015.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 47-76.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar. In: **Pro-posições**. v.4. 1993.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006. 226 p.

FREIRE, P. *Educação como prática da liberdade*. 38. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2014.

GAMA, R. P.; FIORENTINI, D. Formação continuada em grupos colaborativos: professores de matemática iniciantes e as aprendizagens da prática profissional. *Educação Matemática Pesquisa*. **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**. v. 11, n. 3, 2010.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar** - Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 2011.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; LOPES, C. E.; Narrativa de aula de uma professora sobre a investigação estatística. **Educação e Qualidade**. 2014 Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362014000400003>. Acesso em: 05 de fev. de 2017

HEALY, L.; KYNIGOS, C. Charting the microworld territory over time: design and construction in mathematics education. **ZDM: Mathematics Education**, New York, v. 42, n. 1, p. 63-76, 2009.

JAVARONI, S. L.; ZAMPIERI, M. T. O Uso das TIC nas Práticas dos Professores de Matemática da Rede Básica de Ensino: o projeto Mapeamento e seus desdobramentos. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, n.29, v. 53, 2015, p. 998-1022. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2015000300998&script=sci_abstract&tlng=pt> Acesso em: 17 de jul. de 2016.

JOHNSON, S. **Emergence: the connected lives of brains, cities and software**. New York: Scribner, 2001.

LAVE, J. A prática da aprendizagem. In **Teorias contemporâneas da aprendizagem**, ILLERIS, K. (org), Porto Alegre: Penso, 2013, p. 235-245.

LAVE, J.; WENGER, E. Prática, pessoa, mundo social. In **Uma introdução a Vygotsky**,

DANIELS, H. (org), São Paulo: Edições Loyola, 2002, p.165-174

LEBERT-SERENI, F; AMBRÓSIO, T; GÉRARD, C.; SÁ-CHAVES, I.; In: MORIN, E.; MOIGNE, J.L. **Inteligência da Complexidade: epistemologia e pragmática**. ed. Instituto Piaget. Lisboa, 2007. p. 479- 484.

LEGOINHA, P.; PAIS, J.; FERNANDES, J. **O Moodle e as comunidades virtuais de aprendizagem**, 2006, Portugal: VII Congresso Nacional de Geologia 2006. Sociedade Geológica de Portugal. Disponível em: < <http://hdl.handle.net/10362/1646>> Acesso em: 27 jun. 2013.

LI, K.; LOU, S.; TSENG, K.; HUANG, H. A Preliminary Study on the Facebook-Based Learning Platform Integrated with Blended Learning Model and Flip Learning for Online and Classroom Learning. In: **Advances in Web-Based Learning–ICWL 2013**. Springer Berlin Heidelberg, 2013. p. 172-183

LIMA, E. C. S; OLIVEIRA, V. L. C.; GONZAGA, M. Z. A inclusão digital como forma alternativa de ensino aprendizagem mais efetivas para todos. In. **II Congresso Nacional da Educação**, 2015. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV045_MD1_SA14_ID5161_08092015111803.pdf> Acesso em: 07 de ago. de 2016.

LINCOLN, Y.S.; GUBA, E.G. **Naturalistic Inquiry**. Sage Publications, 1985.

MALTEMPI, M. V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 264-282.

MALTEMPI, M. V. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 59-67, 2008.

MALTEMPI, M. V.; MALHEIROS, A. P. S. Online distance mathematics education in Brazil: research, practice and policy. **ZDM: Mathematics Education**, v. 42, p. 291-303, 2010.

MALTEMPI; M.V.; MENDES, R.O. Tecnologias Digitais na Sala de Aula: por que não? Atas do **IV Congresso Internacional TIC na Educação** (TICEduca). Lisboa, Portugal, 2016.

MARTINHO, D.; JORGE, I. B-learning no ensino superior: as percepções dos estudantes sobre o ambiente de aprendizagem onlineonline. **Revista Científica De Educação a Distância**, Santos, v. 3, n. 6, 2013. Disponível em <http://recil.grupolusofona.pt/bitstream/handle/10437/3388/Artigo1_Paideia.pdf?sequence=1>. Acesso em 10 set. 2013.

MATUSOV, E. When solo activity is not privileged: Participation and internalization models of development. **Human development**, v. 41, n. 5-6, 1998. p. 326-349..

MIZUKAMI, M. D. G. N. **Ensino**: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

MOREIRA, H. A motivação e o comprometimento do professor na perspectiva do trabalhador docente. In. **Série-Estudos** – Periódico do Mestrado em Educação da UCDB. Campo Grande – MS, n. 19, 2005, p. 209-232.

PAPERT, S. **Logo**: computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1985. 253 p.

PAPERT, S. **Máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: ArtMed, 1994. 210 p.

PÉREZ GÓMEZ, A. **A cultura escolar na sociedade neoliberal**. Porto Alegre:Artmed, 2001.

PONTE, T. P. O conceito de função no currículo de Matemática. **Revista Educação e Matemática**, n. 15, p. 3-9, 1990.

POSADA BALVIN, F. A. **Práticas algébricas no contexto da modelagem compreendida como proposta pedagógica**. 2015, 212 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/posada_balvin_fa_dr_rcla.pdf>. Acesso em: 12 out. 2016.

PRECIADO BABB, A. P., METZ, M., & MARCOTTE, C. Awareness as an enactivist framework for the mathematical learning of teachers, mentors and institutions. 2015. **ZDM**. 47 (2), 257-268.

PYTASH, K. E.; O'BYRNE, W. I. Research on literacy instruction and learning in virtual, blended and hybrid environments. In: **Handbook of research on K-12 onlineonline and blended learning**. Pittsburgh: ETC, p. 170-200. 2014.

RODRIGUES, L. A. Uma nova proposta para o conceito de blended learning. **Interfaces da Educação**, Paranaíba, v. 1, n. 3, p. 5-22, 2010. Disponível em:

<<http://alfabetizarvirtualtextos.files.wordpress.com/2011/08/uma-nova-proposta-para-o-conceito-de-blended-learning-lucilo-antonio-rodrigues2.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2013.

ROMANELLO, L. A. **Potencialidades do uso do Celular na Sala de Aula: Atividades Investigativas para o Ensino de Função**. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016. Disponível em: <http://igce.rc.unesp.br/Home/Pesquisa58/gpimem-pesqeminformaticaoutrasmediaseeducacaomatematica/romanello_ta_me-rcla.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2017.

ROSA, M. **Role playing game eletrônico: uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar Matemática**. 2004. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2004. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissetacoes/rosa_m_me_rcla.pdf>. Acesso em: 04 jul. 2018.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Secretaria da Educação, 2011. Disponível em: <<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf>>. Acesso em: 20 mar. 2014.

SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. Performance matemática: tecnologias digitais e artes na escola pública de ensino fundamental. In: BORBA, M.; CHIARI, A. **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. São Paulo, Brasil: Editora Livraria da Física, p. 325 – 363, 2013.

SILVA, R. A.; CAMARGO, A. L. A cultura escolar na era digital: o impacto da aceleração tecnológica na relação professor-aluno, no currículo e na organização escolar. In: BACICH, L.; NETO, A.T.; TREVISANI, F.M.(orgs.). **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015, p. 169-190.

SIMMT, E. Observing Mathematics Collective Learning. In Bartell, T. G., Bieda, K. N., Putnam, R. T., Bradfield, K., & Dominguez, H. (Eds.), **Proceedings of the 37th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. East Lansing: Michigan State University, 2015, p. 1318-1321.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva logico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental**. 2004. 285 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação – UNICAMP, 2004.

STAKER, H. **The rise of K–12 blended learning: Profiles of emerging models**. 2011, p.1-2. Disponível em:<<http://www.christenseninstitute.org/wp-content/uploads/2013/04/The-rise-of-K-12-blended-learning-emerging-models.pdf>>. Acesso em: 15 out. 2013.

STAKER, H.; HORN, M. B. **Classifying K-12 Blended Learning**. [S.l.]: Innosight Institute, 2012. Disponível em: <<http://www.christenseninstitute.org/wp-content/uploads/2013/04/Classifying-K-12-blended-learning.pdf>>. Acesso em: 15 out. 2014.

STEWART, J. Cálculo, Volume I. São Paulo: Cengage Learning, 2011

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. São Paulo: Vozes, 2012.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. **Educar em Revista**, p. 79-97, 2014.

VALENTE, J. A. **Espiral da espiral de aprendizagem**: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. 2005. 238 p. Tese (Livredocência) – Instituto de Artes, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

VALENTE, J. A. O ensino híbrido veio para ficar. In. In. BACICH, L.; NETO, A.T.; TREVISANI, F.M.(orgs.). **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015, p. 13-17

VARELA, F. A cognitive view of the immune system. **World Futures**, v. 42, 2014. p. 31-49.

WARD, J.; LABRANCHE, Gary A. Blended learning: The convergence of e-learning and meetings. **Franchising World**, v. 35, n. 4, 2003. p. 22-24.

WENGER, E. Communities of practice and social learning systems: the career of a concept. In: **Social learning systems and communities of practice**. Springer London, 2010. p. 179-198.

WENGER, E. Situated learning: Legitimate Peripheral Participation. **American Ethnologist**. March, 2014.

WENGER, E. **Comunidades de práctica**: aprendizaje, significado e identidade. Barcelona: Paidós, 2001.

WENGER, E. Uma teoria social de aprendizagem. In Illeris, K. (org.), **Teorias contemporâneas da aprendizagem**. Porto Alegre: Penso, 2013, p. 246 -257.

APÊNDICE A – Experimentos 1, 2 e 3**EXPERIMENTO DA AREIA³⁸ (1)**

Para realizar este experimento vocês precisarão dos seguintes materiais:

2 garrafas Pet;

Qualquer quantidade de areia;

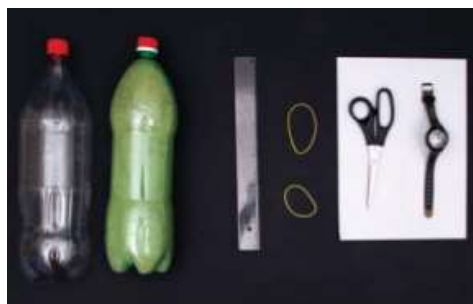
Tesoura

Régua

3 Folhas de papel A4 ;

1 elástico;

Relógio ou cronômetro (pode ser do celular);



Dica: A areia pode ser armazenada em uma das garrafas Pet e é importante que seja uma quantidade suficiente para a realização do experimento.

- (I) Recortar da folha de papel um quadrado com pelo menos 10cm de lado.
- (II) Fazer um buraco de formato circular no papel.



³⁸ Adaptação da coleção M3, disponível em: <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1011>>

- (III) Cortar uma das garradas de modo a obter um funil.
- (IV) Usar um elástico para prender o quadrado na boca do funil.
- (V) Separar uma quantidade Q de areia em um recipiente.
- (VI) Usar o funil para despejar a quantidade Q de areia na outra parte da garrafa.
- (VII) Marcar o tempo gasto para o escoamento de toda a quantidade Q de areia.



- (VIII) Na outra folha faça um buraco de formato circular no papel, mas agora a área do círculo deve ser maior que a primeira.
- (IX) Repita todo o procedimento com a mesma quantidade Q de areia e não esqueça de marcar o tempo.
- (X) Mais uma vez faça um buraco de tamanho diferente dos dois anteriores na terceira folha (desta vez a área do círculo deve ser maior que a segunda).
- (XI) Repita todo o procedimento com a mesma quantidade X de areia e não esqueça de marcar o tempo.

OBS: O mesmo procedimento será repetido três vezes, ao finalizar cada etapa é preciso deixar claro na gravação do vídeo qual foi o tempo gasto. Também, no início de cada procedimento é preciso destacar a área do buraco, comparando com a área do buraco anterior.

FACEBOOK

O objetivo desta atividade é que os alunos percebam a relação entre a área do bocal e o tempo de escoamento da areia, pois, quanto maior a área do bocal, menor é o tempo de escoamento. Portanto, a questão para debate no grupo do *Facebook* será a seguinte:

O escoamento da areia nos três funis ocorreu no mesmo tempo? Por quê?

Espera-se que a partir desta questão se inicie uma discussão em torno da relação da área do funil e do tempo, mesmo que neste momento os termos matemáticos não sejam formalizados. Mas, conforme os comentários, outras questões complementares podem surgir, como:

Vocês acham que a área do bocal depende do tempo ou o tempo depende da área do bocal?

Qual a relação entre a área do bocal e tempo para o escoamento?

EXPERIMENTO DA AREIA (2)

Para realizar este experimento vocês precisarão dos seguintes materiais:

2 garrafas Pet;

Qualquer quantidade de areia;

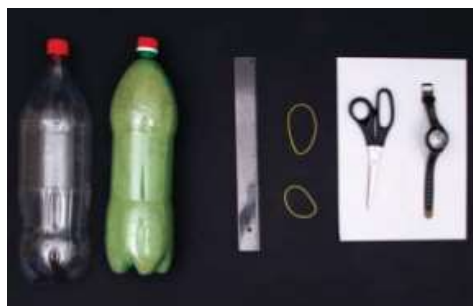
Tesoura

Régua

3 Folhas de papel A4 ;

1 elástico;

Relógio ou cronômetro (pode ser do celular);



Dica: A areia pode ser armazenada em uma das garrafas Pet e é importante que seja uma quantidade suficiente para a realização do experimento.

- (I) Recortar da folha de papel um quadrado com pelo menos 10cm de lado.
- (II) Fazer um buraco de formato circular no papel



- (III) Cortar uma das garradas de modo a obter um funil.
- (IV) Usar um elástico para prender o quadrado na boca do funil.
- (V) Separar uma quantidade Q_1 de areia em um recipiente.
- (VI) Usar o funil para despejar essa quantidade Q_1 de areia na outra parte da garrafa.
- (VII) Marcar o tempo gasto para o escoamento de toda a quantidade Q_1 de areia.



- (VIII) Repetir todo o procedimento com outra quantidade Q_2 de areia. Não esquecer de marcar o tempo.
- (IX) Repetir todo o procedimento com outra quantidade Q_3 de areia. Não esquecer de marcar o tempo.

OBS: O mesmo procedimento será repetido três vezes, ao finalizar cada etapa é preciso deixar claro na gravação do vídeo, o tempo gasto e quantidade de areia utilizada (por exemplo, compare com a quantidade anterior).

FACEBOOK

O objetivo desta experiência é que os alunos compreendam a relação entre a quantidade de areia e o tempo, pois quanto maior a quantidade de areia maior é o tempo de escoamento. Portanto, a questão para debate no grupo do *Facebook* será a seguinte:

O que ocorre quando a quantidade de areia é alterada? Por quê?

Perguntas complementares:

Você vê alguma relação de dependência entre a quantidade de areia e o tempo? Por quê?

Qual relação existe entre a quantidade de areia e o tempo?

EXPERIMENTO DA AREIA (3)

Para realizar este experimento vocês precisarão dos seguintes materiais:

4 garrafas Pet;

Qualquer quantidade de areia;

Tesoura

Régua

3 Folhas de papel A4 ;

2 elásticos;

Relógio ou cronômetro (pode ser do celular);

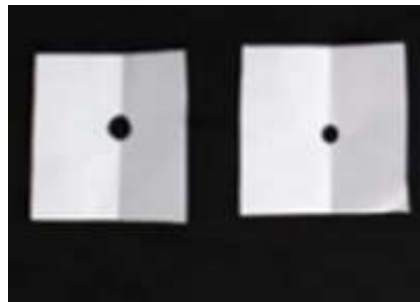


Dica: A areia pode ser armazenada em uma das garrafas Pet e é importante que seja uma quantidade suficiente para a realização do experimento.

(I) Cortar duas garrafas de modo a obter dois funis.



- (II) Recortar dois quadrados com pelo menos 10 cm de lado cada.
- (III) Em cada um deles, devem ser feito um buraco de formato circular . Os buracos circulares devem ter diferentes raios. Para tanto, o raio do segundo deve ser o dobro do primeiro.



- (IV) Usar os elásticos para prender os quadrados na boca do funil, formando diferentes bocais.



- (V) Dividir a quantidade Q de areia em duas garrafas e despejá-la **simultaneamente** em dois funis diferentes, de forma que:
- Vocês registrem quais devem ser as quantidades Q_1 e Q_2 a serem distribuídas em dois funis de raio R_1 e R_2 , respectivamente, e o tempo total de escoamento dos dois funis.*
- (tente mais de uma vez se for preciso e registre todas as tentativas; registre as quantidades Q_1 e Q_2 de areia)

IMPORTANTE: Marcar o tempo. O escoamento nos dois funis devem começar e terminar ao mesmo tempo. Para isso veja a dica:



Provavelmente a areia terminará de escoar mais rapidamente em um dos funis. Como o desafio é fazer com que ambos funis gastem o mesmo tempo para concluir o escoamento, distribuam a quantidade Q de areia nos dois funis conforme a necessidade, ou seja, se a areia de um funil estiver acabando, jogue neste funil um pouco da areia do outro, o objetivo é que o escoamento da areia termine **simultaneamente**.



- (VI) Ao finalizar cada procedimento, é preciso marcar o tempo e observar (registrar) a quantidade de areia Q_1 que caiu na primeira garrafa e a Q_2 que caiu na segunda garrafa.

OBS: Antes de iniciar cada procedimento mostre na filmagem o tamanho do raio escolhido (denominar os raios como R_1 e R_2). No caso do R_2 , não se esqueçam de ressaltar que o seu tamanho é o dobro do R_1 .

FACEBOOK

Inicialmente os alunos podem imaginar que a quantidade de areia que escoar pelo funil é proporcional ao seu raio, quando, na verdade, será proporcional à área do buraco. Portanto, algumas perguntas que irão direcionar essa discussão no *Facebook* são:

Quais fatores influenciam o escoamento da areia? De que forma eles influenciam?

Qual a relação entre a quantidade de areia e o raio do bocal?

Ao dobrar o tamanho do raio, a quantidade de areia que passa pelo furo em um determinado tempo também dobra?

Esta atividade será o ponto de partida para as discussões que ocorrerão na sala de aula, onde o conteúdo que já foi refletido pelos alunos por meio desses experimentos, será formalizado.

APÊNDICE B – Avaliação extraclasse**Avaliação Extraclasse- compartilhada 23/02****Profa. Aparecida Salgado****Participação:**

- Interesse em desenvolver as atividades de maneira colaborativa, ou seja, colaborar com os colegas do seu grupo de trabalho. O trabalho deverá ser realizado realmente em GRUPO!
- Interação entre os grupos. Cada grupo deverá participar comentando e respondendo possíveis questões sobre os trabalhos desenvolvidos por outros grupos de trabalho.
- Participação nas discussões levantadas pelas professoras Salgado e Ana Paula.

Realização das atividades:

- Desenvolvimento das atividades que serão propostas, como: Assistir aos vídeos, elaborar vídeos, pesquisar na internet, responder questões do fórum, entre outras.
- Criatividade na elaboração dos vídeos que serão propostos.
- Demonstração da compreensão da Matemática envolvida em todas as atividades desenvolvidas no grupo do *Facebook*.

APÊNDICE C - Planejamento da aula do dia 20/03

ATIVIDADES DO FACEBOOK

O objetivo é que os alunos interajam com os aplicativos feitos no GeoGebra e estudem o comportamento da representação gráfica de uma Função. Os dois aplicativos são compostos por dois gráficos. Ao modificarem os valores de x , os alunos poderão perceber uma relação entre os valores dos conjuntos domínio e imagem. Também, ao modificar os coeficientes das Funções, eles poderão notar como o gráfico é alterado.

Os valores do domínio da Função estão representados por meio de um seletor x e os coeficientes pelos seletores a e b , e no caso da Função do 2º grau, pelos seletores a , b e c .

ATIVIDADES PARA A AULA

Após os alunos terem interagido com os aplicativos, espera-se que eles tenham refletido e discutido sobre a relação entre as grandezas de uma Função representada por um gráfico. Também, observado a partir de uma representação algébrica geral de uma Função, o comportamento da representação gráfica dessa Função.

Sendo assim, partindo do que já foi discutido e observado pelos alunos, o objetivo da aula é caminhar para casos mais específicos. Para tanto, a classe será separada em grupos.

1º Momento:

Cada grupo receberá as duas situações seguintes e terá que identificar quais dos dois gráficos (A ou C) representam cada situação:

Situação I: A trajetória da bola, num chute a gol.

Situação II: O perímetro de um quadrado.

2º Momento:

Após a discussão em cada grupo, as respostas devem ser socializadas e argumentadas para toda a classe.

3º Momento:

Agora o desafio é que os alunos interajam com os gráficos B e C, deixando estes gráficos de forma que representem as seguintes situações:

Situação III: Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R\$ 4,00 mais um custo variável de R\$0,50 por unidade produzida.

Situação IV: A área de um quadrado.

4º Momento:

Compartilhar com toda a classe as conclusões que os grupos chegaram.

As professoras estarão transitando pela sala e auxiliando todos os alunos.

APÊNDICE D – Experimentos 4 e 5**EXPERIMENTO 4****Material:**

- ✓ No mínimo sete livros
- ✓ Uma prancheta de madeira
- ✓ Um carrinho

**Procedimentos:**

- ✓ Construir uma rampa utilizando apenas 1 livro e solte o carrinho na rampa.
- ✓ Repetir esse procedimento, mas agora com 2 livros.
- ✓ Da mesma forma, repetir o procedimento até que todos os livros sejam utilizados para a construção da rampa.

Dicas:

- ✓ Utilizar algum objeto na superfície plana para segurar o carrinho após ele ter deslizado na rampa. Por exemplo, um estojo escolar.
- ✓ Antes de iniciar a gravação, organizar todo o material que a ser utilizado em uma mesa. Assim, iniciar a gravação apresentando esse material.
- ✓ Filmar cada procedimento de forma detalhada, para que todos possam perceber o que muda de um procedimento para o outro. Procurar o melhor ângulo.
- ✓ Não é preciso utilizar cronômetro para contar o tempo.
- ✓ A conclusão deve ser feita por todos os alunos no nosso grupo do *Facebook*, portanto, **não** é necessário gravar a conclusão.
- ✓ Finalizar o vídeo com alguma frase de fechamento, por exemplo: Analisaram o movimento do carrinho? Agora fiquem atentos as perguntas que serão feitas no nosso grupo do *Facebook*!

EXPERIMENTO 5**Material:**

- ✓ Jogo de dominó
- ✓ Régua



Procedimentos:

- ✓ Empilhar quatro peças de dominó.
- ✓ Medir a altura desta pilha de dominó.
- ✓ Acrescentar mais peças de dominó até atingir certa altura (mais de 8 peças pelo menos). Desta vez, não meça a altura.

Dicas:

- ✓ Antes de iniciar a gravação, é preciso organizar todo o material que será utilizado em uma mesa. Assim, a gravação deve ser iniciada com a apresentação do material.
- ✓ Filmar o procedimento de forma detalhada, para que todos possam perceber o que acontece.
- ✓ A conclusão deve ser feita por todos os alunos no nosso grupo do *Facebook*, portanto, **não** é necessário gravar a conclusão.
- ✓ Finalizar o vídeo com alguma frase de fechamento, por exemplo: Prestaram atenção no que aconteceu? Agora fiquem atentos as perguntas que serão feitas no nosso grupo do *Facebook*!

APÊNDICE E - Atividade de Matemática**ATIVIDADE DE MATEMÁTICA - 27/03/2015**

Nome (integrantes do grupo): _____

1) Observe os gráficos A e C (GeoGebra) e discuta com o seu grupo qual deles pode representar cada situação abaixo:

Situação I: A trajetória da bola, num chute a gol.

Situação II: O perímetro de um quadrado.

2) Após ter escolhido os gráficos³⁹ para as respectivas situações I e II, responda:

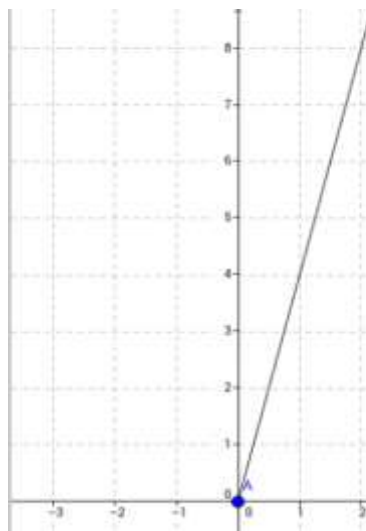


Gráfico A

- a) Situação _____ (I ou II do exercício anterior).
- b) Quais grandezas estão envolvidas nesta relação?

- c) O eixo x e o eixo y representam quais grandezas?

- d) Explique o gráfico com suas palavras:

- e) As duas grandezas envolvidas são diretamente proporcionais? Por quê?

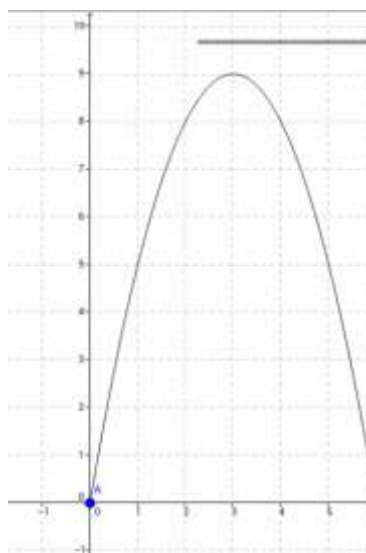


Gráfico C

- a) Situação _____ (I ou II do exercício anterior).
- b) Quais grandezas estão envolvidas nesta relação?

- c) O eixo x e o eixo y representam quais grandezas?

- d) Explique o gráfico com suas palavras:

- e) As duas grandezas envolvidas são diretamente proporcionais? Por quê?

³⁹ Os alunos tiveram acesso ao link do GeoGebraTube onde esses gráficos foram disponibilizados e assim eles puderam explorá-los de forma dinâmica.

3) Responda as questões abaixo relacionadas ao:

- Experimento da rampa.

a) Observe as grandezas envolvidas no movimento do carrinho e identifique três relações.

b) Em cada relação identificada, destaque qual a grandeza dependente e qual a grandeza independente.

- Experimento da pilha de dominós.

a) Explique com suas palavras qual a relação entre o número de dominós e a altura da pilha.

b) Preencha a tabela referente ao experimento da pilha:

Número de dominós	Altura da pilha
4	
8	
12	
16	
20	
24	

4) Considere a relação entre o número de peças de dominós e a altura da pilha, e a relação entre o número de livros e a altura da rampa. Qual a diferença entre essas duas relações?

5) Observe o gráfico abaixo e indique qual das duas relações citadas no exercício 4 pode ser representada por ele. Explique sua resposta.

