

Leticia Maria Miquelin

**Modelo Matemático para Minimização dos
Custos com Energia Elétrica na Operação
de Bombas Hidráulicas**

Bauru - SP

Mai de 2019

Leticia Maria Miquelin

**Modelo Matemático para Minimização dos Custos
com Energia Elétrica na Operação de Bombas
Hidráulicas**

Dissertação de Mestrado

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

Faculdade de Engenharia de Bauru

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof^a. Dr^a. Edilaine Martins Soler

Coorientador: Prof^a. Dr^a. Maristela Oliveira dos Santos

Bauru - SP

Maio de 2019

M669m	<p>Miquelin, Letícia Maria</p> <p>Modelo matemático para minimização dos custos com energia elétrica na operação de bombas hidráulicas / Letícia Maria Miquelin. -- Bauru, 2019</p> <p>148 f. : il., tabs.</p> <p>Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru</p> <p>Orientadora: Edilaine Martins Soler</p> <p>Coorientadora: Maristela Oliveira dos Santos</p> <p>1. Modelos matemáticos. 2. Otimização matemática. 3. Abastecimento de água. 4. Energia elétrica. 5. Bombas hidráulicas. I. Título.</p>
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE LETÍCIA MARIA MIQUELIN, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 31 dias do mês de maio do ano de 2019, às 09:00 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-graduação da FEB, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof^a. Dr^a. EDILAINE MARTINS SOLER - Orientador(a) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof^a. Dr^a. ANDREA CARLA GONCALVES VIANNA do(a) Departamento de Computação / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof. Dr. MARCOS MANSANO FURLAN do(a) Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas / Universidade Federal da Grande Dourados, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de LETÍCIA MARIA MIQUELIN, intitulada **MODELO MATEMÁTICO PARA MINIMIZAÇÃO DOS CUSTOS COM ENERGIA ELÉTRICA NA OPERAÇÃO DE BOMBAS HIDRAÚLICAS**. Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.



Prof^a. Dr^a. EDILAINE MARTINS SOLER



Prof^a. Dr^a. ANDREA CARLA GONCALVES VIANNA



Prof. Dr. MARCOS MANSANO FURLAN

*Ao melhor amigo que eu poderia ter tido.
E que mesmo não estando presente até o fim, deixou muitos pelos neste trabalho.
Ao meu menino, meu Barão.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Eliamar e José, por todo apoio e pelo amor incondicional. Obrigada por sempre acreditarem em mim.

À minha orientadora, professora Edilaine Martins Soler, por ter me concedido a primeira oportunidade anos atrás e ser, não só provedora de conhecimento, mas também inspiração para minha vida profissional.

À minha coorientadora, professora Maristela Oliveira dos Santos, por todo conhecimento compartilhado.

Ao meu namorado Esaú, por todo companheirismo e paciência, principalmente nos momentos difíceis.

Aos amigos e colegas da pós-graduação, em especial ao grupo apelidado de "coxinhas do mestrado", pelos aprendizados, dificuldades, risadas e comidas compartilhadas; e a Gabriela, pela ajuda essencial.

Aos amigos de fora da universidade, que sempre estiveram na torcida por mim.

À Faculdade de Engenharia de Bauru, com seus professores, técnicos e demais funcionários, que me permitiram concluir essa importante etapa.

À CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro concedido.

RESUMO

Os sistemas de abastecimento de água são de fundamental importância pois são responsáveis por levar água de qualidade a população. No Brasil, para as empresas de saneamento, o custo da energia elétrica é cobrado de acordo com a hora do dia, sendo o horário compreendido entre as 18h e as 21h chamado de horário de pico, onde a energia elétrica é mais cara. Grande parte dos gastos com energia elétrica nos sistemas de abastecimento de água são atribuídos as bombas hidráulicas, que, no geral, são acionadas quando os níveis dos tanques chegam ao mínimo, permanecendo ligadas até que se atinjam seus níveis máximos, sem levar em consideração o horário em que esta operação é feita. Diante disto, este trabalho propõe um modelo matemático para a otimização energética mais próximo da realidade dos sistemas de abastecimento de água. Testes numéricos foram realizados através da implementação do modelo no *software* GAMS e resolvido pelo pacote de otimização CPLEX para diferentes instâncias, afim de validar o modelo proposto e a comprovar a eficiência do planejamento da operação das bombas hidráulicas em relação a operação feita na prática nos sistemas de abastecimento de água.

Palavras-chave: Energia Elétrica, Sistemas de Abastecimento de Água, Bombas Hidráulicas, Otimização.

ABSTRACT

Water supply systems are of fundamental importance once they are responsible for providing quality water to the population. In Brazil, for sanitation companies, the cost of electricity is charged according to the period of the day, with the period between 6 and 9 p.m. known as the peak hours, during which electricity is more expensive. The majority of costs with electricity in the water supply systems are due to the hydraulic pumps, which are, usually, activated when tank levels reach the minimum level and then they remain on until their maximum levels are reached, without taking into account the period during which this operation is performed. With this in mind, this study proposes a mathematical model for the electricity usage optimization closer to the reality in water supply systems. Numerical tests were performed through the implementation of the GAMS software model and solved by the CPLEX optimization package for different instances, in order to validate the proposed model and to prove the efficiency of the planning of the operation of hydraulic pumps about the operation made in practice in water supply systems.

Keywords: Electricity, Water Supply Systems, Hydraulic Pumps, Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 3.1 – Rede fictícia. Fonte: Zyl, Savic e Walters (2004).	29
Figura 3.2 – Sistema de distribuição de água de Richmond. Fonte: Zyl, Savic e Walters (2004).	30
Figura 3.3 – Esquema simplificado do sistema de abastecimento de Campina Grande. Fonte: Albuquerque, Firmino e Curi (2004).	31
Figura 3.4 – Sistema de distribuição de água. Fonte: Toledo et al. (2008).	44
Figura 3.5 – Sistema de abastecimento. Fonte: Kurek e Ostfeld (2013).	50
Figura 3.6 – Rede de distribuição de água. Fonte: Sousa e Soares (2014) adaptado de Walski et al. (1987).	60
Figura 3.7 – Rede de distribuição de água IND1. Fonte: Ghaddar et al. (2015).	68
Figura 3.8 – Rede de distribuição de água Poormond. Fonte: Ghaddar et al. (2015).	68
Figura 3.9 – Rede de distribuição de água C–TOWN. Fonte: Naoum-Sawaya et al. (2015).	73
Figura 3.10–Rede FRD. Fonte: Bonvin et al. (2017).	83
Figura 4.1 – Relação entre as faixas de demanda e o volume mínimo do tanque.	90
Figura 5.1 – Sistema de abastecimento. Fonte: Baseado em Toledo et al. (2008).	93
Figura 5.2 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.	98
Figura 5.3 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.	98
Figura 5.4 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.	98
Figura 5.5 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.	99
Figura 5.6 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.	99
Figura 5.7 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.	99
Figura 5.8 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.	100
Figura 5.9 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.	100
Figura 5.10–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.	100

Figura 5.11–Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe B - 0% de perdas.	105
Figura 5.12–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 0% de perdas.	105
Figura 5.13–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 0% de perdas.	105
Figura 5.14–Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe B - 5% de perdas	106
Figura 5.15–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 5% de perdas.	106
Figura 5.16–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 5% de perdas.	106
Figura 5.17–Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe B - 10% de perdas	107
Figura 5.18–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 10% de perdas.	107
Figura 5.19–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 10% de perdas.	107
Figura 5.20–Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.	112
Figura 5.21–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.	112
Figura 5.22–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.	112
Figura 5.23–Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.	113
Figura 5.24–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.	113
Figura 5.25–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.	113
Figura 5.26–Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.	114
Figura 5.27–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.	114
Figura 5.28–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.	114
Figura 5.29–Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 1h - 0% de perdas.	117

Figura 5.30–Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 15min - 0% de perdas.	117
Figura 5.31–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 1h - 0% de perdas.	117
Figura 5.32–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 15min - 0% de perdas.	117
Figura 5.33–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 1h - 0% de perdas.	117
Figura 5.34–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 15min - 0% de perdas.	117
Figura 5.35–Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 1h - 5% de perdas.	118
Figura 5.36–Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 15min - 5% de perdas.	118
Figura 5.37–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 1h - 5% de perdas.	118
Figura 5.38–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 15min - 5% de perdas.	118
Figura 5.39–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 1h - 5% de perdas.	118
Figura 5.40–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 15min - 5% de perdas.	118
Figura 5.41–Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 1h - 10% de perdas.	119
Figura 5.42–Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 15min - 10% de perdas.	119
Figura 5.43–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 1h - 10% de perdas.	119
Figura 5.44–Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 15min - 10% de perdas.	119
Figura 5.45–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 1h - 10% de perdas.	119
Figura 5.46–Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 15min - 10% de perdas.	119
Figura 5.47–Volume do tanque 1 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	126
Figura 5.48–Períodos em que a bomba de captação do tanque 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	126

Figura 5.49–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 1 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	126
Figura 5.50–Volume do tanque 2 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	127
Figura 5.51–Períodos em que a bomba de captação do tanque 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	127
Figura 5.52–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 2 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	127
Figura 5.53–Volume do tanque 3 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	128
Figura 5.54–Períodos em que a bomba de captação do tanque 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	128
Figura 5.55–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 3 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	128
Figura 5.56–Períodos em que a bomba de transferência do tanque 1 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	129
Figura 5.57–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	129
Figura 5.58–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	130
Figura 5.59–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 3 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	130
Figura 5.60–Volume do tanque 1 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	132
Figura 5.61–Períodos em que a bomba de captação do tanque 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	132
Figura 5.62–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 1 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	132
Figura 5.63–Volume do tanque 2 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	133
Figura 5.64–Períodos em que a bomba de captação do tanque 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	133
Figura 5.65–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 2 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	133
Figura 5.66–Volume do tanque 3 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	134
Figura 5.67–Períodos em que a bomba de captação do tanque 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	134

Figura 5.68–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 3 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	134
Figura 5.69–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 1 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	135
Figura 5.70–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	135
Figura 5.71–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	136
Figura 5.72–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 3 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	136
Figura 5.73–Volume do tanque 1 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	138
Figura 5.74–Períodos em que a bomba de captação do tanque 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	138
Figura 5.75–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 1 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	138
Figura 5.76–Volume do tanque 2 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	139
Figura 5.77–Períodos em que a bomba de captação do tanque 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	139
Figura 5.78–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 2 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	139
Figura 5.79–Volume do tanque 3 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	140
Figura 5.80–Períodos em que a bomba de captação do tanque 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	140
Figura 5.81–Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 3 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	140
Figura 5.82–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 1 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	141
Figura 5.83–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	141
Figura 5.84–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	142
Figura 5.85–Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 3 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	142
Figura 5.86–Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - Modelo Proposto - Instância 3 - 0% de perdas.	144

Figura 5.87–Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	144
Figura 5.88–Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - Modelo Proposto - Instância 3 - 5% de perdas.	144
Figura 5.89–Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	144
Figura 5.90–Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - Modelo Proposto - Instância 3 - 10% de perdas.	144
Figura 5.91–Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	144
Figura 5.92–Volume total de água estocada pelos três tanques ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.	146
Figura 5.93–Volume total de água estocada pelos três tanques ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.	146
Figura 5.94–Volume total de água estocada pelos três tanques ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.	146

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Demandas de acordo com as horas do dia.	94
Tabela 5.2 – Valor da função objetivo (em u.m.) - Instâncias geradas conforme classe A.	95
Tabela 5.3 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 0% de perdas.	96
Tabela 5.4 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 5% de perdas.	96
Tabela 5.5 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 10% de perdas.	96
Tabela 5.6 – Valor da função objetivo (em u.m.) - Instâncias geradas conforme classe B.	101
Tabela 5.7 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe B - 0% de perdas.	103
Tabela 5.8 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe B - 5% de perdas.	103
Tabela 5.9 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe B - 10% de perdas.	103
Tabela 5.10–Valor da função objetivo (em u.m.) - Instâncias geradas conforme classe A.	109
Tabela 5.11–Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 0% de perdas.	110
Tabela 5.12–Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 5% de perdas.	110
Tabela 5.13–Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 10% de perdas.	110
Tabela 5.14–Comparação entre os valores das funções objetivo (em u.m.) - 0%, 5% e 10% de perda.	115
Tabela 5.15–Comparação entre os tempos de execução - 0%, 5% e 10% de perda.	116
Tabela 5.16–Custo com energia elétrica (em u.m.): Modelo Proposto x SOP - 0% de perda.	124
Tabela 5.17–Custo com energia elétrica (em u.m.): Modelo Proposto x SOP - 5% de perda.	124
Tabela 5.18–Custo com energia elétrica (em u.m.): Modelo Proposto x SOP - 10% de perda.	125

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANELL	Agência Nacional de Energia Elétrica
ETA	Estação de Tratamento de Água
CNSGA	<i>Controlled Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm</i>
ILDS	<i>Improved Limited Discrepancy Search</i>
MOGA	<i>Multiple Objective Genetic Algorithm</i>
NPGA	<i>Niched Pareto Genetic Algorithm</i>
NSGA	<i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm</i>
NSGA2	<i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm 2</i>
SAAE	Sistema de Abastecimento de Água e Esgoto
SOP	Simulação da Operação Prática
SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA	25
2.1	Tarifas de energia elétrica	25
2.2	Operação dos sistemas de abastecimento de água	25
2.3	Componentes e termos técnicos relacionados aos sistemas de abastecimento de água	26
3	MODELOS E MÉTODOS PARA OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE ABASTECIMENTO	28
3.1	O trabalho de Zyl, Savic e Walters (2004)	28
3.2	O trabalho de Albuquerque, Firmino e Curi (2004)	30
3.3	O trabalho de Barán, Lücker e Sotelo (2005)	33
3.4	O trabalho de Perroni e Wendland (2006)	37
3.5	O trabalho de Dias e Gomes (2007)	38
3.6	O trabalho de López-Ibáñez, Prasad e Paechter (2008)	41
3.7	O trabalho de Toledo et al. (2008)	44
3.8	O trabalho de Kurek e Ostfeld (2013)	46
3.9	O trabalho de Bagirov et al. (2013)	50
3.10	O trabalho de Gebrim (2014)	55
3.11	O trabalho de Sousa e Soares (2014)	59
3.12	O trabalho de Ghaddar et al. (2015)	63
3.13	O trabalho de Naoum-Sawaya et al. (2015)	68
3.14	O trabalho de Vega e Alem (2015)	73
3.15	O trabalho de Soler et al. (2016)	77
3.16	O trabalho de Bonvin et al. (2017)	83
4	MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO ENERGÉTICA EM SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA	87
4.1	Modelagem Matemática	88
5	TESTES NUMÉRICOS	93
5.1	Primeira etapa de testes - Períodos de 1h	95
5.2	Segunda etapa de testes - Períodos de 15 minutos	108
5.3	Comparação - Períodos de 1 hora vs. períodos de 15 minutos	115
5.4	Análise dos resultados - Modelo proposto vs. operação prática	120

6	CONCLUSÕES	148
7	TRABALHOS PUBLICADOS	150
	REFERÊNCIAS	151

1 INTRODUÇÃO

As empresas de distribuição de água do país estão sendo cada vez mais cobradas por eficiência na prestação de seus serviços. Sua função principal é fornecer água de qualidade e em quantidade suficiente para a população, porém, tais empresas são questionadas pelo valor que cobram de seus serviços, que estão diretamente relacionados aos gastos que têm.

Vega e Alem (2015) estimam que, no Brasil, o setor industrial seja responsável por 48% do total de energia elétrica consumida no país, onde, desse total, 7% são consumidos pelos sistemas de distribuição de água. Além disso, de acordo com Filho e Alcalde (2004), o Brasil é o segundo país com tarifas de energia elétrica mais caras, e o sétimo se não forem incluídos os impostos.

Segundo Tsutiya (2001), cerca de 95% do consumo de energia elétrica nas empresas de distribuição de água é ocasionada pelos sistemas de bombeamento. Desse modo é de grande importância que as empresas de saneamento possam diminuir seus gastos com energia elétrica, sem que haja prejuízo no abastecimento.

Além disso, a água trata-se de um recurso natural não renovável facilmente, pois sua renovação depende de um conjunto de fatores como o grau de contaminação hídrica, condições do relevo, mudanças climáticas, entre outros descritos em Pacheco (2009), portanto, perdas de água no sistema devem ser evitadas, afim de manter sua preservação e diminuir a planilha de gastos. Em 2011, a cidade de Houston, nos Estados Unidos, informou que perdeu cerca de 18 bilhões de galões de água por conta de vazamentos na rede, contabilizando um prejuízo de mais de 10 milhões de dólares (HORSWELL, 2011).

No Brasil e em muitos países, as tarifas de energia elétrica possuem preços diferenciados de acordo com as horas do dia, assim, um planejamento adequado do funcionamento das bombas faz-se necessário. Devido a dimensão dos sistemas de abastecimento e ao grande número de tanques, bombas e nós de demanda envolvidos, este planejamento é complexo. Dentre os trabalhos na literatura que propõem modelos de otimização para o planejamento operacional das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento, como em Zyl, Savic e Walters (2004), que propõe um método de otimização híbrido para o problema, além de serem autores de uma rede fictícia muito utilizada em testes por outros autores em trabalhos posteriores; Barán, Lüken e Sotelo (2005) testaram seis algoritmos evolucionários combinados com uma heurística na intenção de observar qual deles funcionaria melhor para o problema da operação das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento; Toledo et al. (2008) propõem um modelo matemático para o problema da operação das bombas hidráulicas considerando a interdependência entre os tanques; Kurek e Ostfeld (2013) propõem um modelo multiobjetivo para o problema levando em

consideração não só a operação das bombas, mas também a qualidade da água fornecida aos consumidores e o dimensionamento de tanques a serem instalados; entre outros.

Em alguns modelos existentes na literatura constatamos características dos sistemas de abastecimento de água que não foram consideradas, como a pressão nos tanques, necessária para o atendimento da demanda por gravidade (TOLEDO et al., 2008), ou a utilização de apenas um parâmetro de medição, como o rendimento da bomba para avaliar seu consumo de energia (PERRONI; WENDLAND, 2006); entre outros, que fazem com que os modelos não fiquem tão próximos da realidade dos sistemas de abastecimento.

Assim, visando obter um modelo mais próximo da realidade dos sistemas de abastecimento e de fácil aplicação em sistemas reais, este trabalho propõe um modelo matemático para a otimização energética em sistemas de distribuição de água com objetivo minimizar os gastos com energia elétrica nos sistemas de distribuição de água sem prejudicar o abastecimento da população ou necessitar de mudanças na rede. Para isso foram realizadas revisões da literatura afim de preencher algumas lacunas nos trabalhos já existentes, obtendo-se, assim, um modelo matemático mais próximo da realidade dos sistemas de distribuição de água. O modelo proposto foi desenvolvido a partir do modelo de Toledo et al. (2008), diferindo deste através da incorporação de três grupos de restrições. O primeiro visa exigir pressão suficiente para que a água chegue aos centros consumidores considerando os estoques do tanques e suas respectivas demandas. O segundo estipula um número mínimo de períodos que uma bomba deve permanecer ligada após ser acionada, afim de evitar um grande número de liga/desliga das bombas. Por fim, o terceiro obriga o estoque de água do tanque ao final do horizonte de planejamento a ter seu volume próximo ao estoque no início do horizonte de planejamento, afim de facilitar a continuidade da operação.

O modelo proposto foi implementado no *software* GAMS e resolvido através do pacote de otimização CPLEX. Testes numéricos foram realizados afim de averiguar a versatilidade e a eficiência do modelo desenvolvido. Também foram realizados testes numéricos que comparam a eficiência do modelo proposto em relação a um modelo que simula a operação do liga/desliga das bombas hidráulicas realizada na prática nos sistemas de abastecimento de água.

Portanto, buscando atingir os objetivos descritos, este trabalho é apresentado em oito capítulos. O primeiro capítulo é o introdutório. No Capítulo 2 é apresentado o funcionamento de um sistema de abastecimento de água, assim como dados e componentes relativos a ele. No Capítulo 3 apresenta-se a revisão bibliográfica de trabalhos que abordam a operação em sistemas de abastecimento de água. No Capítulo 4 é descrito o modelo matemático para a otimização energética em sistemas de abastecimento de água proposto. O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos. No Capítulo 6 são apresentadas as considerações finais e no Capítulo 7 são apresentados os trabalhos oriundos dessa dissertação.

2 SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA

Neste capítulo é apresentado como funciona a cobrança tarifária da energia elétrica nos sistemas de abastecimento de água brasileiros, assim como a operação nos sistemas de abastecimento de água e o significado dos principais componentes e termos relacionados a ele que são mencionados ao longo deste trabalho.

2.1 Tarifas de energia elétrica

As tarifas de energia elétrica no Brasil são definidas pela ANELL (Agência Nacional de Energia Elétrica), que também estabelece os critérios de classificação dos consumidores e as formas de cobrança de energia elétrica. Uma unidade consumidora é classificada pela atividade exercida e, para o faturamento, os consumidores são classificados em dois grupos: Grupo A (alta tensão) e Grupo B (baixa tensão). As empresas de saneamento básico são classificadas como consumidores do Grupo A (ANELL, 2010).

Para as empresas de saneamento a estrutura tarifária utilizada é a horo-sazonal, que pode ser definida como azul ou verde. Ambas estruturas tarifárias são caracterizadas pela aplicação de tarifas diferenciadas para o consumo de energia elétrica de acordo com a hora do dia e com o período do ano, onde as tarifas no horário de ponta, que compreende os períodos críticos, são mais elevadas que nos demais horários e as tarifas aplicadas no período seco são mais elevadas que as no período úmido.

O horário de ponta compreende um período de três horas contínuas, entre 17h e 22h, dependendo do estado, de segunda-feira à sexta-feira. No Estado de São Paulo, este intervalo é das 18h às 21h, no horário convencional, e das 19h às 22h, no horário de verão.

Como as tarifas de energia elétrica variam ao longo do dia para os consumidores que utilizam a tarifa horo-sazonal, torna-se necessário, em um sistema de abastecimento de água, o planejamento do horário de funcionamento das bombas hidráulicas, de modo a minimizar os gastos com energia elétrica.

2.2 Operação dos sistemas de abastecimento de água

Nos sistemas de abastecimento de água, grande parte do consumo de energia elétrica fica por conta dos sistemas de bombeamento, de modo que otimizar o uso dessas bombas pode gerar diminuição dos gastos pela empresa. O bombeamento é parte muito importante

no processo, pois está presente desde a captação de água em reservatórios, rios ou poços, até o abastecimento das residências.

Para compreender o funcionamento de um sistema de abastecimento de água, normalmente, o reservatório (rio, manancial, poço, represa) fica em um nível abaixo da estação de tratamento de água (ETA) e dos tanques encarregados da distribuição de água para população, sendo assim é imprescindível o uso de um sistema de bombeamento. Os tanques mencionados podem ficar em um nível mais alto, onde a água é distribuída por gravidade aos consumidores, mas, em alguns casos, a instalação do tanque na parte elevada não é possível, e então a distribuição tem que ser realizada através de bombeamento.

De acordo com [Likeman \(1994\)](#) e [Brdys \(1994\)](#), o objetivo da otimização da operação em sistemas de abastecimento de água é fornecer um nível aceitável de serviço aos clientes, atendendo as restrições do sistema e legislação vigente, minimizando os custos operacionais.

Segundo [Barbosa, Costa e Santos \(1999\)](#), os problemas relacionados aos sistemas de abastecimento de água podem ser descritos de maneira a atingir objetivos técnicos, relacionados ao desempenho hidráulico, como garantia de pressões mínimas e máximas no sistema, água suficiente para proteção contra incêndios e atendimento de demanda, confiabilidade operacional, etc; e objetivos econômicos, relacionados à minimização dos custos associados aos componentes dos sistemas e aos custos operacionais. Neste trabalho lidamos com os dois tipos de objetivos descritos, em que nos preocupamos em minimizar os custos operacionais do sistema mas sem deixar de atender os requisitos técnicos, como garantia de pressão mínima no sistema e água suficiente para atendimento da demanda e incidentes.

2.3 Componentes e termos técnicos relacionados aos sistemas de abastecimento de água

De modo a entender melhor o funcionamento de um sistema de abastecimento de água, nesta seção são apresentados os principais componentes de um sistema de abastecimento de água, bem como os termos técnicos relacionados à este, citados neste trabalho:

- **Altura manométrica:** Segundo [Souza \(2014\)](#), a altura manométrica é a energia da bomba que o sistema precisa para que esta consiga bombear um fluido de um ponto a outro a uma determinada vazão;
- **Bombas hidráulicas:** Estas são indispensáveis nos sistemas de abastecimento de água. Elas são responsáveis pelo deslocamento de água pelo sistema, onde captam água dos reservatórios e enviam para os tanques, podem fazer a transferência de água

entre os tanques, quando necessário; e ainda serem responsáveis pelo envio de água dos tanques até os centros consumidores, quando estes não podem ser atendidos por gravidade. Elas funcionam através da energia elétrica, o que gera grandes gastos para as empresas de saneamento;

- Centro consumidor: É um bairro ou um aglomerado de bairros, onde a água deve chegar, de modo a atender a população deste local;
- Demanda: Diz respeito a quantidade de água que um centro consumidor necessita;
- *Head*: Segundo Souza (2014), *head* pode ser definida como a energia por unidade de peso que a bomba fornece ao fluido, também chamada de carga da bomba. O autor também sugere uma analogia da carga da bomba com altura da coluna de líquido que a bomba consegue gerar. Desse modo, *head pump* é a altura para a qual a bomba pode elevar a água (Holland Applied Technologies, 2014);
- Nós: O sistema de abastecimento de água pode ser visto como uma grafo, no qual os nós podem representar reservatório, tanques, bombas ou centros consumidores, de acordo com sua nomeação;
- Pressão: No caso do sistema de abastecimento de água, pressão é a força exercida pela água de modo que esta consiga chegar ao seu local de destino;
- Rendimento da bomba: É a relação entre a energia fornecida pelo seu motor e a energia absorvida pela bomba, já que a bomba necessita de uma potência maior do que consome devido as perdas na parte interna;
- Reservatório: Neste trabalho, reservatório é um fonte de água ilimitada, como rios e mananciais, de onde a água é captada através de bombas e levada até os tanques ou ETA. Em alguns trabalhos o termo é utilizado para se referir ao local onde a água fica armazenada antes de atender a população;
- Tanque: Local onde a água fica armazenada para atender a população. É comum a instalação desses tanques em partes elevadas das cidades, de modo a facilitar a distribuição de água a partir deles através de gravidade;
- Tubo/Tubulação: O sistema de tubulação faz a ligação entre reservatórios, tanques e centros consumidores, a qual é responsável pelo deslocamento da água;
- Vazão: Volume de fluido (água) que passa por uma seção (tubulação) por unidade de tempo.

No próximo capítulo é apresentada a revisão da literatura realizada para o problema do planejamento da operação de bombas hidráulicas nos sistemas de abastecimento.

3 MODELOS E MÉTODOS PARA OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE ABASTECIMENTO

Neste capítulo são apresentados em detalhes trabalhos que tratam da otimização energética em sistemas de abastecimento de água encontrados na literatura, bem como seus resultados.

3.1 O trabalho de Zyl, Savic e Walters (2004)

Em Zyl, Savic e Walters (2004) é proposto um modelo que visa determinar ações de controle em um sistema de abastecimento para reduzir os custos com energia elétrica e um método de solução híbrido para este que combina o Algoritmo Genético com a estratégia de busca Hooke-Jeeves (SCHWEFEL, 1981). Essa combinação se deu, segundo os autores, por conta do Algoritmo Genético encontrar a região da solução ótima do problema com eficiência, mas não o ponto ótimo, que é melhor encontrado através de métodos de busca direta, que exploram a vizinhança de uma solução para melhorá-la.

As variáveis do modelo são definidas em termos de controle dos níveis dos tanques, o que desencadeia ações de controle no sistema de distribuição. Além disso, as restrições utilizadas são que o nível da água nos tanques ao final do horizonte de planejamento não deve ser menor do que o nível no início da simulação, e o número de acionamentos das bombas é limitado. Ambas as restrições são adicionadas a função objetivo por meio de penalização. A penalidade associada ao nível do tanque é calculada com base no *déficit* total do volume de água no tanque i ao final do horizonte de planejamento, dado por:

$$D_i : \begin{cases} A_i * (H_{Si} - H_{Ei}), & H_{Ei} < H_{Si}; \\ 0, & H_{Ei} \geq H_{Si} \end{cases} \quad (3.1)$$

Em que:

D_i : *déficit* de volume no tanque i ;

H_{Si} , H_{Ei} : *heads* do tanque i , no começo e no final do horizonte de planejamento, respectivamente;

A_i : área da secção transversal do tanque i .

O custo da penalidade relacionada aos nível dos tanques (C_{RP}) é calculado como a soma do *déficit* do volume de todos os tanques do sistema vezes uma unidade de custo

de penalidade. O custo da penalidade associada ao acionamento das bombas (C_{PP}) é calculado sendo o número de acionamentos da bomba vezes o valor da unidade de custo de penalidade.

Desse modo, a função objetivo é dada por:

$$\min C_O = C_E + C_{PP} + C_{RP} \quad (3.2)$$

Em que:

C_O : valor da função objetivo;

C_E : custo da energia elétrica.

Durante o trabalho, os autores perceberam que o Algoritmo Genético, em alguns casos, priorizava reduzir o custo da penalidade da bomba ao invés do custo da penalidade dos tanques, o que não pode acontecer, pois o equilíbrio do volume do tanque é mais importante do que a limitação dos acionamentos. Para evitar esse comportamento do algoritmo foi adicionado um novo termo de penalidade à função objetivo: $\sqrt{C_{PP} * C_{RP}}$. Esse novo termo sugere que, como o número de acionamento das bombas normalmente não é zero, aumenta-se a pressão sobre o Algoritmo Genético para reduzir a penalidade referente ao nível do tanque à zero.

O método foi, primeiramente, testado para uma rede fictícia criada pelos autores (Figura 3.1). Para a comparação dos resultados, dados dessa rede foram utilizados para testes com o método de otimização híbrido proposto, com o Algoritmo Genético puro e com o método Hooke-Jeeves puro. O método proposto apresentou resultado 2,8% melhor do que o Algoritmo Genético, com um número menor de avaliações. O algoritmo Hooke-Jeeves convergiu de forma similar ao Algoritmo Genético, porém não sustentou a convergência até o fim da execução do algoritmo, resultando em soluções inferiores.

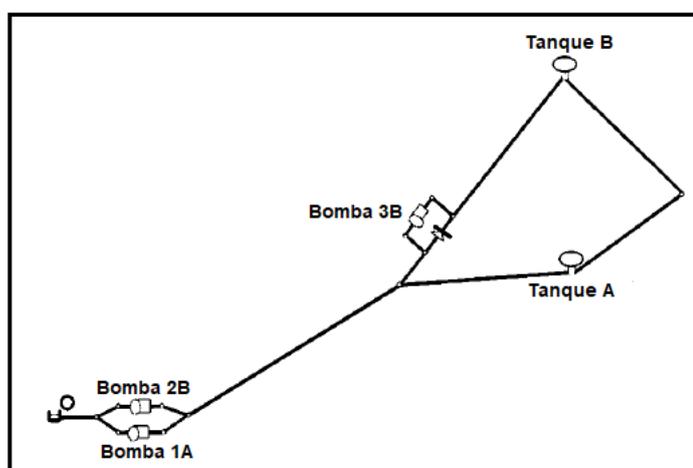


Figura 3.1 – Rede fictícia. Fonte: Zyl, Savic e Walters (2004).

Posteriormente foram realizados testes com uma rede real, de Richmond (Figura

3.2), na Inglaterra. Os resultados foram comparados com os de [Atkinson et al. \(2000\)](#), que resolveu o problema através do Algoritmo Genético, obtendo uma redução do custo operacional de 20%, porém com tempo computacional de 69h. Com a aplicação do método híbrido na rede, [Zyl, Savic e Walters \(2004\)](#) realizaram dez execuções, das quais 3 obtiveram resultados melhores do que o de [Atkinson et al. \(2000\)](#) e os outros 7 sofreram uma variação de 1% em relação a ele, para mais e menos. A grande diferença está no tempo computacional, o qual o método híbrido resolveu o problema em 1,1h.

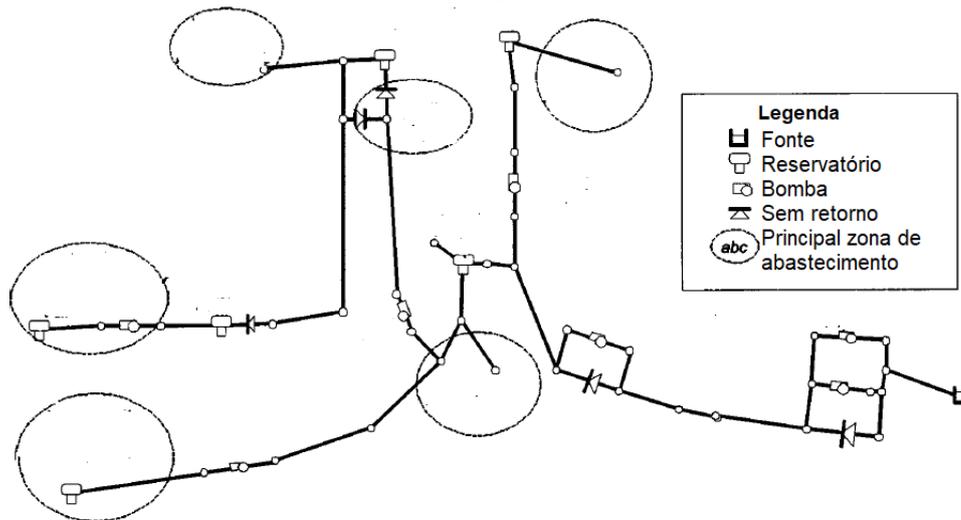


Figura 3.2 – Sistema de distribuição de água de Richmond. Fonte: [Zyl, Savic e Walters \(2004\)](#).

3.2 O trabalho de [Albuquerque, Firmino e Curi \(2004\)](#)

[Albuquerque, Firmino e Curi \(2004\)](#) utilizaram um modelo de programação não-linear para otimizar o funcionamento dos conjuntos motores-bomba do principal sistema de abastecimento de água da cidade de Campina Grande/PB (Figura 3.3), responsável pelo abastecimento de 29 tanques de distribuição. A não-linearidade do sistema é resultado das vazões horárias nas adutoras, que são caracterizadas pelo funcionamento em paralelo dos conjuntos motores-bombas.

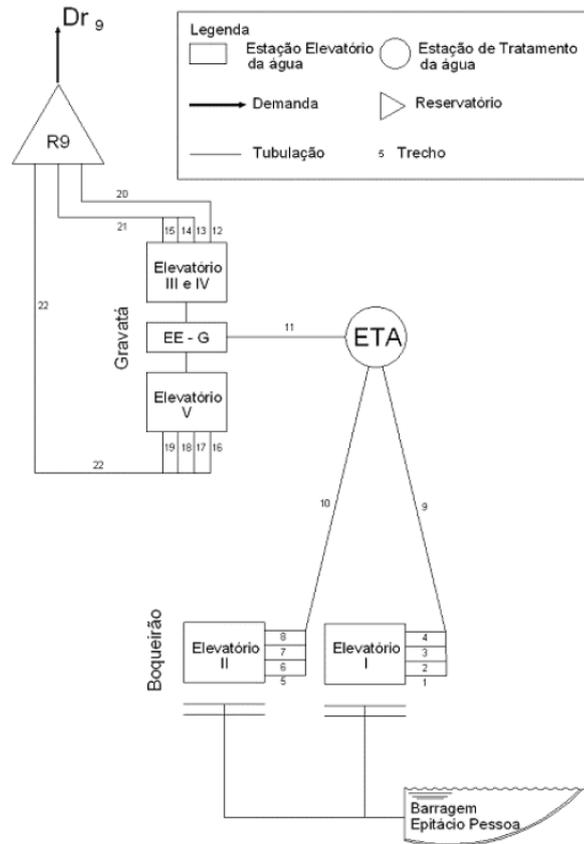


Figura 3.3 – Esquema simplificado do sistema de abastecimento de Campina Grande.
Fonte: Albuquerque, Firmino e Curi (2004).

Para os testes foram adotados o volume máximo dos reservatórios como sendo 95% da sua capacidade total, e o volume mínimo como um terço da capacidade, pois, segundo Tsutiya (2001), esta é regra imposta pela legislação brasileira para que haja sempre uma reserva de água, de modo a atender emergências, como incêndios.

Desse modo, segundo Albuquerque, Firmino e Curi (2004), o custo diário com energia elétrica de um conjunto motor-bomba é dado por:

$$C = E_P * T_P + E_{FP} * T_{FP} \quad (3.3)$$

Em que:

C : custo diário de energia de cada conjunto motor-bomba;

E_P : energia consumida (em kWh) no horário de ponta;

E_{FP} : energia consumida (em kWh) no horário fora de ponta;

T_P : tarifa de consumo ($R\$/kWh$) no horário de ponta;

T_{FP} : tarifa de consumo ($R\$/kWh$) no horário fora de ponta.

Com E_P e E_{FP} calculados por:

$$E_P = \sum_{i=1}^m P(i) * \Delta p(i)$$

$$E_{FP} = \sum_{i=1}^m P(i) * \Delta fp(i)$$

Em que:

$P(i)$: potência (em kW) do conjunto motor-bomba i ;

$\Delta p(i)$: tempo total (em horas) de funcionamento no horário de ponta do conjunto motor-bomba i ;

$\Delta fp(i)$: tempo total (em horas) de funcionamento no horário fora de ponta do conjunto motor-bomba i ;

m : número de conjuntos motores-bomba do sistema.

A potência $P(i)$ e os tempos de funcionamento $\Delta p(i)$ e $\Delta fp(i)$ são calculados por:

$$P(i) = \frac{9,81}{\eta} * Qc(i) * H(i)$$

$$\Delta p(i) = \sum_{j=18}^{20} t(j, i)$$

$$\Delta fp(i) = \sum_{j=1}^{17} t(j, i) + \sum_{j=21}^{24} t(j, i)$$

Em que:

η : rendimento do conjunto motor-bomba;

$Qc(i)$: vazão do conjunto motor-bomba i (em m^3/s);

$H(i)$: altura manométrica (em m);

$t(j, i)$: fração da hora j em que o conjunto motor-bomba i estará ligado.

A definição de vazões nos trechos $Q(k, j)$, segundo os autores, em função da fração do tempo de funcionamento é dada por:

$$Q(k, j) = Qc(i) * t(j, i) \quad (3.4)$$

Em que:

$Q(k, j)$: vazão de funcionamento do trecho k na hora j .

O cálculo das vazões horárias nas adutoras, responsáveis pelo comportamento não-linear do problema, é feito por um algoritmo proposto pelos autores.

Com isso, o modelo proposto é composto pelas seguintes restrições:

$$0 \leq t(i, j) \leq 1 \quad (3.5)$$

$$Cmin(k) \leq V(k, j) \leq Cmax(k) \quad (3.6)$$

$$Vi = V(k, 24) \quad (3.7)$$

Em que:

$V(k, j)$: volume do tanque k no tempo j ;

$C_{min}(k)$: capacidade mínima do tanque k ;

$C_{max}(k)$: capacidade máxima do tanque k ;

V_i : volume no início do horizonte de planejamento;

$V(k, 24)$: volume do tanque k no final do horizonte de planejamento.

Com $V(k, j)$ calculado por:

$$V(k, j) = V(k, j - 1) + \sum Q_{entra}(i, j) - \sum Q_{sai}(i, j) - D(k)$$

Em que:

$V(k, j - 1)$: volume do tanque k no tempo $j-1$;

$Q_{entra}(i, j)$: vazão dos trechos i que chegam ao tanque na hora j ;

$Q_{sai}(i, j)$: vazão dos trechos i que deixam o tanque na hora j ;

$D(k)$: demanda média do tanque k .

As restrições (3.5) dizem respeito ao intervalo de funcionamento de cada conjunto motor-bomba. As restrições (3.6) correspondem as capacidades mínimas e máximas dos tanques. As restrições (3.7) fazem com que o volumes dos tanques sejam o mesmo no início e no fim do horizonte de planejamento.

De acordo com os dados fornecidos pela empresa de abastecimento de água da cidade de Campina Grande, Albuquerque, Firmino e Curi (2004) constataram que, no dia 1 de julho de 2004, o custo médio com energia da empresa foi de R\$597,34 no horário de ponta e R\$6221,96 fora do horário de ponta, totalizando um gasto diário de R\$6819,30 com energia elétrica. O modelo proposto foi implementado no *software* Matlab, e testes realizados com informações referentes a este mesmo dia. Os resultados obtidos mostraram uma redução no consumo de energia elétrica de cerca de 22,5% no horário de ponta e de 19% no horário fora de ponta.

3.3 O trabalho de Barán, Lücken e Sotelo (2005)

Barán, Lücken e Sotelo (2005) propõem um modelo multiobjetivo para o problema da operação ótima das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água que foi resolvido através de seis algoritmos evolucionários multiobjetivos diferentes combinados com uma heurística que lida com as restrições hidráulicas para o problema de programação ótima das bombas em sistemas de abastecimento de água. Cada bomba do modelo é representada por um vetor binário, onde existem n bits necessários para representar todas as combinações das bombas em um determinado intervalo de tempo, onde n é o número de bombas do sistema.

O modelo proposto foi formulado para o sistema de abastecimento baseado em Savic, Walters e Schwab (1997), e diz respeito a principal estação de bombeamento de água da cidade de Assunção, no Paraguai. Além disso, o modelo é composto por quatro

objetivos, descritos a seguir.

O primeiro objetivo (3.8) está relacionado ao custo com a energia elétrica, dado por:

$$f_1 = E_C = C_L * \sum_{i=1}^{17} c(p_i) + C_H * \sum_{i=18}^{22} c(p_i) + C_L * \sum_{i=23}^{24} c(p_i) \quad (3.8)$$

Em que:

E_C : custo total com a energia elétrica em todo o horizonte de planejamento;

C_L : custo da energia elétrica nos intervalos fora de ponta (neste, das 0h as 17h e das 22h as 24h);

C_H : custo da energia elétrica nos intervalos de ponta (neste, das 18h as 22h);

i : intervalos de tempos;

p_i : combinação do estado da bomba no intervalo i , $p_i \in B^n$, $B \in \{0, 1\}$;

$c(p_i)$: energia consumida pela combinação da bomba p_i no intervalo i .

O segundo objetivo (3.9) se refere a manutenção das bombas, onde seu desgaste é medido pela quantidade de acionamentos.

$$f_2 = N_S = \sum_{i=2}^{24} \|\max\{0; (p_i - p_{i-1})\}\| + \frac{\|\max\{0; (p_1 - p_{24})\}\|}{2} \quad (3.9)$$

Em que:

N_S : quantidade de acionamentos da bomba.

O terceiro objetivo (3.10) diz respeito a variação dos níveis de água no tanque, considerando apenas a variação do nível de água entre o início e o final do horizonte de planejamento.

$$f_3 = \Delta h = \sum_{i=1}^{24} \frac{[D(p_i) - d_i]}{S} \quad (3.10)$$

Em que:

Δh : variação do nível do tanque entre o início e o final do horizonte de planejamento;

$D(p_i)$: quantidade de água bombeada no intervalo i utilizando a combinação de bomba p_i ;

d_i : demanda no intervalo i ;

S : superfície do tanque (constante).

Garantias de níveis mínimos e máximos no tanque são dados pela restrição (3.11).

$$h_i = h_{i-1} + \frac{[D(p_i) - d_i]}{S} \quad (3.11)$$

Em que:

h_i : nível do tanque ao final de cada intervalo i , com $h_{min} \leq h_i \leq h_{max}$, em que h_{min} e h_{max} representam os níveis mínimo e máximo do tanque, respectivamente.

O quarto objetivo (3.12) diz respeito ao pico máximo de potência, calculado a partir da potência máxima atingida durante o tempo considerado para fins de faturamento, já que as empresas de energia elétrica cobram custos adicionais, ou aplicam uma penalidade, quando o gasto com energia elétrica ultrapassa o que foi contratado.

$$f_4 = P_{max} = \max[P(p_i)] \quad (3.12)$$

Em que:

P_{max} : pico de energia diário proposto;

$P(p_i)$: potência no intervalo i usando a combinação para a bomba p_i .

Desse modo, o modelo multiobjetivo proposto por Barán, Lübben e Sotelo (2005) é dado por:

$$\min \quad y = f(x) = (f_1, f_2, f_3, f_4) \quad (3.13)$$

s.a

$$h_i = h(x_i) \leq h_{max} \quad (3.14)$$

$$h_i = h(x_i) \geq h_{min} \quad (3.15)$$

Com:

$x \in X \subseteq B^{120}$, $B \in \{0, 1\}$;

$y = (y_1, y_2, y_3, y_4) \in Y \subset \mathbb{R}$, vetor objetivo.

Os algoritmos evolucionários implementados na linguagem de programação C para os testes computacionais com o modelo foram: *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA), *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA), *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm 2* (NSGA2), *Controlled Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* (CNSGA), *Niched Pareto Genetic Algorithm* (NPGA) e *Multiple Objective Genetic Algorithm* (MOGA).

Muitas soluções encontradas pelos algoritmos evolucionários não atendem as restrições hidráulicas do problema. Para resolver isso, os autores combinaram os algoritmos evolucionários a uma heurística, para transformar a solução geral em uma solução viável.

Desse modo, a heurística é dada por:

Algoritmo: Heurística

COMEÇAR

Ler entrada de parâmetros e restrições hidráulicas: h_{min} , h_{max}

PARA toda solução em P

Verificar as restrições hidráulicas

SE $h_i < h_{min}$ em algum intervalo i

ENQUANTO $h_i < h_{min}$

Mudar para ligada uma bomba selecionada aleatoriamente
no intervalo $[1, (i - 1)]$

SE mudar a bomba para ligada não gerar $h_i > h_{max}$ em
intervalos anteriores

Mudança aceita

Fim SE

Fim ENQUANTO

SENÃO, $h_i > h_{max}$ em algum intervalo de tempo (1-24)

ENQUANTO $h_i > h_{max}$

Mudar para desligada uma bomba selecionada aleatoriamente
no intervalo $[1, (i - 1)]$

SE mudar a bomba para ligada não gerar $h_i < h_{min}$ em
intervalos anteriores

Mudança aceita

Fim SE

Fim ENQUANTO

Fim SE

Fim PARA

Apresentar resultados

FIM

Para avaliar e comparar os resultados obtidos pelo algoritmos evolucionários os autores implementaram um conjunto de métricas no *software* Matlab. Várias métricas são necessárias pois apenas uma não poderia expressar o desempenho total, a eficiência e a eficácia dos algoritmos evolutivos, já que é necessário considerar vários fatores. As métricas usam a relação entre o PF_{true} , obtido com a união de todas as soluções não-dominadas encontradas e cada conjunto de soluções em todos os algoritmos evolucionários; e o $PF_{computed}$, obtido a partir do conjunto final de soluções de cada algoritmo evolucionário.

Assim, os resultados obtidos pelos autores indicam que, para a maioria dos testes,

o algoritmo SPEA apresentou melhor desempenho global para o problema da operação de bombas em sistemas de abastecimento de água, fornecendo um maior número de soluções ideias. O algoritmo NSGA2 ficou em segundo lugar, sendo uma alternativa para o problema. Já os outros algoritmos evolutivos testados apresentaram resultados inferiores, inviabilizando seu uso para esse tipo de problema.

3.4 O trabalho de Perroni e Wendland (2006)

Em Perroni e Wendland (2006) o objetivo do trabalho foi desenvolver e testar uma metodologia para avaliar o consumo de energia elétrica para captar água de poços profundos em sistemas de abastecimento de água públicos, baseado em dados históricos operacionais e de monitoramento. A avaliação do rendimento dos sistemas de bombeamento foi feita com base em dados de medidas de vazão, pressão e consumo de energia do ano de 2003 do SAAE (Sistema de Abastecimento de Água e Esgoto) da cidade de São Carlos/SP.

Os autores desenvolveram uma equação para o cálculo do rendimento do sistema de bombeamento dada por:

$$\eta = \frac{9,8 * Q * AMT}{P_c * 3600} \quad (3.16)$$

Em que:

η : rendimento do sistema de bombeamento;

P_c : potência consumida (em kW);

Q : vazão (em m^3/h);

AMT : altura manométrica total (em m).

O cálculo do rendimento do sistema de bombeamento (3.16) é feito a partir da potência consumida e é equivalente ao rendimento hidráulico-eleto-mecânico, que é o produto dos rendimentos da bomba, do motor, da transmissão mecânica, da transmissão elétrica e do sistema de acionamento.

O cálculo do rendimento do sistema de bombeamento foi realizado por dois métodos, η_1 e η_2 , para comparação da eficácia de ambos.

η_1 foi calculado a partir de (3.16). Sua potência consumida é dada pela equação:

$$P_c = \sqrt{3} * I * V * \cos\phi$$

Em que:

I : corrente elétrica (em A);

V : tensão elétrica (em V);

$\cos\phi$: fator de potência dos motores (adotado como 0,87).

Neste, Q é dado pela vazão média mensal dos dados de 2003 e AMT é a soma

das alturas manométricas abaixo e acima da superfície, também com base no valor médio mensal dos dados de 2003, somado as perdas de carga por atrito na tubulação.

Já para o cálculo de η_2 usou-se também como base a equação (3.16), onde a AMT foi a mesma de η_1 . Já a potência consumida P_c e a vazão Q foram calculadas através mensal média dos dados de 2003.

Com os dados históricos os autores puderam deduzir que, em 2003, foram captadas e produzidas 9,3 milhões de m^3 de água no sistema de abastecimento público da cidade de São Carlos/SP, que consumiu 10 mil MW/h de energia elétrica, custando R\$1,6 milhões. Com isso, o custo unitário médio de água subterrânea foi de R\$0,17/ m^3 .

A partir dos testes realizados com o cálculo do sistema de bombeamento proposto, os autores obtiveram resultados de que alguns poços apresentavam custo unitário acima da média, onde quatro deles estavam acima de R\$0,30/ m^3 . Segundo eles, geralmente, isto é resultado da baixa produção destes poços, pelo consumo excessivo de energia por conta do baixo rendimento do sistema de bombeamento e pela sua operação não planejada. Além disso, os autores propõem a substituição dos conjuntos motores-bomba por equipamentos de alto rendimento, que podem gerar uma redução média de 15% no consumo de energia elétrica, o que representaria uma economia de R\$900 mil ao final de cinco anos, que é mais da metade do valor dos investimentos necessários estimados pelos mesmos.

3.5 O trabalho de Dias e Gomes (2007)

Dias e Gomes (2007) propuseram uma adaptação do algoritmo descrito em Hansen, Madsen e Nielsen (1991) para a implantação de redes de distribuição de água com estações de bombeamento, onde os objetivos são de determinar os diâmetros dos tubos e a carga bombeada pelas bombas de modo a minimizar os custos de implantação da rede e das bombas. A formulação proposta trata de um problema não-linear inteiro que é aproximado a cada iteração por um problema de programação linear.

Para a formulação do problema sem considerar o uso de bombas, apenas com o objetivo de determinar os diâmetros dos tubos da rede, temos a seguinte função objetivo:

$$\min_{d \in D} F(d) = \sum_{i=1}^m l_i * c(d_i) \quad (3.17)$$

Em que:

d_i : diâmetro dos tubos disponíveis no mercado, $i = 1, \dots, m$;

D : conjunto dos diâmetros tabelados;

$c(d_i)$: custo por unidade de comprimento associado ao diâmetros comercial d_i ;

l_i : comprimento do tubo i .

As restrições do modelo são dadas por:

$$\sum_{x \in A_j} s_x * q_x = Q_j; \quad j = 1, \dots, n \quad (3.18)$$

$$h_i - h_j = R_x * l_x * d_x^{-4,87} * q_x * |q_x|^{0,852} \quad (3.19)$$

$$h_j \geq h_j^{min}, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.20)$$

Em que:

A_j : conjunto dos tubos conectados ao nó j ;

x : tubo que conecta os nós i e j ;

q_x : vazão em cada tubo $x \in A_j$;

Q_j : vazão externa, de suprimento ou consumo, do nó j ;

s_x : $\begin{cases} 1, & \text{se a água chega ao nó } j \text{ pelo cano } x; \\ -1, & \text{se a água sai do nó } j \text{ pelo cano } x; \end{cases}$

h_i, h_j : cargas nos nós i e j , respectivamente;

R_x : constante que depende do material que é feito o tubo;

h_j^{min} : carga mínima admissível no nó i .

As restrições (3.18) dizem respeito a continuidade da vazão nos nós da rede. As restrições (3.19) é a fórmula de Hazen-Williams, que descreve a perda de carga nos tubos. As pressões mínimas nos nós são descritas pelas restrições (3.20).

Nas restrições (3.18) e (3.19), h e q dependem dos diâmetros adotados. Com isso, os autores propõem que suas componentes sejam tratadas como variáveis auxiliares. Desse modo, o sistemas de equações descritos por essas duas restrições possui $n + m$ incógnitas e $n + m$ equações, porém apenas $n - 1$ das n equações de continuidade são linearmente independentes. Por isso é preciso supor conhecida a carga de um dos nós, para que o sistema $n + m - 1$ tenha solução única.

Em alguns casos é preciso adicionar bombas à rede para atender a pressão dos nós. Segundo *Dias e Gomes (2007)* cada bomba é responsável por um arco de comprimento nulo que liga dois nós fictícios, com demandas iguais a zero. Neste arco não existe perda de carga entre os nós i e j , apenas um ganho fornecido pela bomba. Desse modo tem-se a seguinte restrição:

$$h_i - h_j = -h_{e_y} \quad (3.21)$$

Em que:

h_{e_y} : ganho de carga fornecido pela bomba.

As restrições (3.21) representam a variação de carga para o arco y , onde tem a bomba. O sinal negativo após a igualdade indica que a carga aumenta de i para j .

Temos ainda, nesse modelo, a classificação dos nós como sendo:

- 1 a n_c : nós consumidores;
- $n_c + 1$ a n : nós fornecedores;
- $n + 1$ a $n + 2n_e$: nós fictícios (onde existe a bomba);
- n_e : número de bombas do sistema.

Também temos que:

- $m + 1$ a $m + n_e$: tubos artificiais associados as bombas.

Para a restrição que diz respeito continuidade da vazão dos nós da rede que tem bomba a demanda externa é nula, dada pelas restrições (3.22):

$$\sum_{x \in A_j} s_x * q_x = 0; \quad j = n + 1, \dots, n + 2n_e \quad (3.22)$$

Os nós fictícios, relacionados as bombas, devem satisfazer restrições de carga mínima (3.23) e carga máxima (3.24), onde h está relacionado aos nós e h_e ao arcos:

$$h_j \geq h_j^{min}, \quad j = 1, \dots, n + 2n_e \quad (3.23)$$

$$h_{e_i} \leq h_{e_i}^{max}, \quad j = 1, \dots, n_e \quad (3.24)$$

Desse modo, a função objetivo para o problema onde há a necessidade de instalar bombas na rede é dada por:

$$\min_{d \in D, h_e} F(d, h_e) = \sum_{i=1}^m l_i * c(d_i) + \sum_{i=1}^{n_e} (c_{p_i} * q_i^\gamma * h_{e_i}^{-\delta} + c_{hp_i} * q_i * h_{e_i}) \quad (3.25)$$

Em que:

- c_{p_i} : constante associada ao custo de aquisição da bomba i ;
- c_{hp_i} : constante associada ao custo da operação da bomba i ao longo do horizonte de planejamento;
- γ, δ : parâmetros determinados empiricamente de acordo com as características das bombas utilizadas.

A função objetivo (3.25) se refere aos custos relacionados aos diâmetros dos tubos e aos custos de aquisição e operação das bombas.

Desse modo, o problema de implantação da rede de distribuição de água considerando os diâmetros dos tubos e as bombas é dado por:

$$(3.25)$$

s.a (3.18), (3.22), (3.19), (3.21), (3.23), (3.24)

Testes computacionais foram realizados através da implementação do modelo no *software* Matlab e seus resultados comparados com a resolução através do Algoritmo Genético. As soluções encontradas pelo método proposto se aproximaram dos resultados encontrados através do Algoritmo Genético, porém, em tempo computacional menor. As soluções aproximadas tem relação direta com o fato de que o resultado depende do ponto inicial escolhido, no caso o nó de demanda conhecida.

3.6 O trabalho de López-Ibáñez, Prasad e Paechter (2008)

No trabalho de López-Ibáñez, Prasad e Paechter (2008) é proposto um modelo matemático resolvido através da meta-heurística Colônia de Formigas para a otimização da operação em redes de distribuição de água. O modelo aborda uma incorporação de restrições que limitam a quantidade de liga/desliga das bombas, o que permite um espaço de busca reduzido, diminuindo o tempo computacional do algoritmo.

Desse modo, para o problema de programação das bombas, temos que o custo total de energia (3.26) é calculado por:

$$C_E(S) = \sum_{n=1}^{N_p} [R_d(n) * E_d(n) + \sum_{i=1}^{N_T} R_e(i) * E_c(n, i) * S(n, i)] \quad (3.26)$$

Em que:

N_p : número de bombas da rede;

T : horizonte de planejamento;

S : bombas que operam durante cada intervalo de tempo;

N_T : número de intervalos de tempo do horizonte de planejamento T ;

$R_d(n)$: carga máxima demandada pela bomba n (em $\$/kWh$);

$E_d(n)$: energia máxima consumida pela bomba n (em kW);

$R_e(i)$: tarifa da energia elétrica no intervalo i (em $\$/kWh$);

$E_c(n, i)$: energia consumida pela bomba n no intervalo i (em kW);

$S(n, i)$: tempo que a bomba n está operando no intervalo i (em horas).

O consumo de energia da bomba depende do fluxo através dela. Portanto:

$$E_c(n, i) = \frac{0,01019 * Q(n, i) * h(n, i)}{e(n, i)}$$

Onde:

$Q(n, i)$: taxa do fluxo através da bomba n no intervalo i (em L/s);

$h(n, i)$: dinâmica total da cabeça fornecida pela bomba n no intervalo i (em m);

$e(n, i)$: eficiência da bomba n no intervalo i .

O consumo máximo da bomba é calculado por:

$$E_d(n) = \frac{0,0098 * Q^{max}(n) * h(n)}{e(n)}$$

Em que:

$Q^{max}(n)$: taxa do fluxo máximo através da bomba n (em L/s);

$h(n)$: *dinamic head* total fornecida pela bomba n (em m);

$e(n)$: eficiência da bomba n .

Para as restrições do problema temos:

$$\Delta V = \sum_{k=1}^{N_T} \Delta V_k = 0 \quad (3.27)$$

Em que:

ΔV_k : déficit de volume no tanque k , que é a diferença percentual do volume inicial $V_{k,S}$ e do volume final $V_{k,E}$.

Onde:

$$\Delta V_k : \begin{cases} \frac{V_{k,S} - V_{k,E}}{V_{k,S}} * 100, & \text{se } V_{k,S} > V_{k,E}; \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad k = 1, \dots, N_t$$

Em que:

N_t : número de tanques da rede.

As restrições (3.27) representam o déficit de volume de água nos tanques. Para a realização dos cálculos os autores consideram apenas os déficit positivos, que representam a falta de água nos tanques.

Tem-se também as restrições relacionadas a pressão nos nós de demanda, dadas por:

$$H_{j,i} > H_j^{min}, \quad j = 1, \dots, N_d \quad (3.28)$$

Em que:

N_d : números de nós de demanda;

$H_{j,i}$: *head* fornecida no nó de demanda j no instante i ;

H_j^{min} : *head* mínima exigida no nó de demanda j .

Portanto as restrições (3.28) se referem a pressão mínima exigida em cada nó de demanda da rede.

Como o modelo propõe a limitação dos liga/desliga das bombas, temos as restrições:

$$N_S = N_p * SW \quad (3.29)$$

$$N_S \leq N_p * SW \quad (3.30)$$

Em que:

SW : número máximo de liga/desliga permitidos por bomba durante o horizonte de planejamento.

As restrições (3.29) e (3.30) limitam o número de liga/desliga das bombas. A diferença entre elas é que as restrições (3.29) dizem que o número de liga/desliga das bombas tem de ser exatamente igual a constante pré-definida. Já as restrições (3.30) dizem que esse número pode ser, no máximo, igual a constante, podendo ser menor.

Os testes computacionais usando a meta-heurística Colônia de Formigas foram realizados para duas redes distintas, ambas com horizonte de planejamento de 24 horas, divididos em 24 instantes de uma hora cada. A primeira rede é composta por 3 bombas e 2 tanques, e se trata da rede fictícia de *Zyl, Savic e Walters (2004)*. Já a segunda contém 7 bombas, 6 tanques e 1 reservatório, e se trata de parte da rede de Richmond, no Reino Unido.

Os autores resolveram o problema através do Algoritmo Genético para comparação das soluções. Além disso, duas variações do modelo em relação as restrições que limitam o liga/desliga das bombas foram usadas.

Primeiro modelo:

$$\begin{aligned} & \min (3.26) \\ \text{s.a } & (3.27), (3.28) \text{ e } (3.29) \end{aligned}$$

Segundo modelo:

$$\begin{aligned} & \min (3.26) \\ \text{s.a } & (3.27), (3.28) \text{ e } (3.30) \end{aligned}$$

Para a primeira rede os autores obtiveram melhores resultados através da meta-heurística Colônia de Formigas. Além disso, comprovaram que a limitação no número de liga/desliga das bombas reduz os custos com energia elétrica. Com isso concluíram que, para uma rede pequena, esta supera o Algoritmo Genético.

Para a segunda rede ambos os modelos obtiveram melhores resultados quando resolvidos através da meta-heurística, porém o segundo precisou explorar um espaço de busca maior. Portanto, para redes maiores, obteve melhores custos do que o Algoritmo Genético, além de resolver os modelos em tempo computacional menor.

3.7 O trabalho de Toledo et al. (2008)

Toledo et al. (2008) propuseram um modelo matemático para o problema da operação de bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água considerando a interdependência entre os tanques, no qual o objetivo é minimizar o custo com energia elétrica. O problema proposto consiste em decidir, em cada período do horizonte de planejamento, as operações de liga/desliga das bombas de captação e de transferência de água.

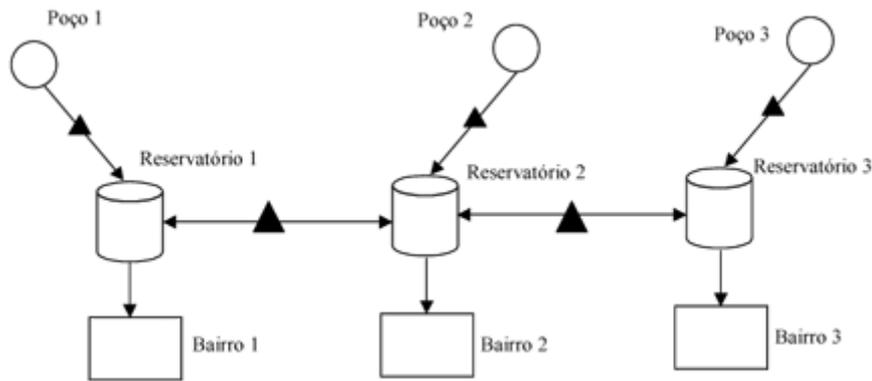


Figura 3.4 – Sistema de distribuição de água. Fonte: Toledo et al. (2008).

Índices:

j : 1 ... R ; tanques;

k : 1 ... B ; centros consumidores;

t : 1 ... T ; períodos (horizonte de planejamento);

Dados:

d_{kt} : demanda (em m^3) do centro consumidor k no período t ;

c_{jt} : custo de manter ligada a bomba j durante todo o período t ;

sc_{jt} : custo de partida da bomba j no período t ;

v_{jt} : vazão (em m^3) da bombas j no período t ;

w_{jlt} : vazão (em m^3) da bomba para transportar água do tanque j para o tanque l no período t ;

h_j^{min} : volume (em m^3) mínimo do tanque j ;

h_j^{max} : volume (em m^3) máximo do tanque j ;

h_j^0 : volume (em m^3) do tanque j no início do planejamento ($t = 0$);

S_j : $\{k$, tal que o centro consumidor k é abastecido pelo tanque $j\}$;

R_j : $\{l$, tal que l é um tanque que pode receber água do tanque $j\}$;

P_j : $\{l$, tal que l é um tanque que envia água para o tanque $j\}$;

γ_{jlt} : custo de transferência de água do tanque j para o tanque l no período t ;

$\theta_{j,t}$: perda de água;

Variáveis de decisão:

I_{jt} : volume (em m^3) do tanque j no final do período t ;

x_{jt} : fração do período t em que a bomba j é acionada;

$y_{jt} : \begin{cases} 1, & \text{se } x_{jt} > 0 \text{ (i.e., há captação de água no período } t\text{);} \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

$\alpha_{jt} : \begin{cases} 1, & \text{se a bomba } j \text{ é acionada no período } t\text{;} \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

z_{jlt} : fração do período t na qual existe transporte de água do tanque j para o tanque l .

Desse modo, o modelo matemático proposto por Toledo et al. (2008) é dado por:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R (c_{jt} * x_{jt} + sc_{jt} * \alpha_{jt}) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R \sum_{l \in R_j} (\gamma_{jlt} * z_{jlt}) \quad (3.31)$$

s.a

$$I_{jt} = (1 - \theta_{j,t-1}) * I_{j,t-1} + v_{jt} * x_{jt} + \sum_{l \in P_j} (w_{ljt} * z_{ljt}) - \sum_{l \in R_j} (w_{jlt} * z_{jlt}) - \sum_{k \in S_j} d_{kt}, \quad j \in R, t \in T; \quad (3.32)$$

$$x_{jt} \leq y_{jt}, \quad j \in R, t \in T; \quad (3.33)$$

$$\alpha_{jt} \geq y_{jt} - x_{j,t-1}, \quad j \in R, t \in T; \quad (3.34)$$

$$h_j^{\min} \leq I_{jt} \leq h_j^{\max}, \quad j \in R, t \in T; \quad (3.35)$$

$$0 \leq z_{ljt} \leq 1, \quad l, j \in R, t \in T; \quad (3.36)$$

$$0 \leq x_{jt} \leq 1, \quad j \in R, t \in T; \quad (3.37)$$

$$x_{j0} = 0, \quad I_{j0} = h_j^0, \quad j \in R; \quad (3.38)$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\}, \quad \alpha_{jt} \in \{0, 1\}, \quad j \in R, t \in T \quad (3.39)$$

A função objetivo (3.31) representa os custos com energia elétrica relacionados ao funcionamento e ao acionamento das bombas de captação e de transferência do sistema. As restrições (3.32) representam o balanceamento de estoque de água para cada um dos

tanques em cada período. As restrições (3.33) garantem que se $x_{jt} > 0$ então $y_{jt} = 1$. As restrições (3.34) asseguram que se a bomba j for ligada durante todo o período $t-1$, ela poderá ser utilizada no período t sem o custo de acionamento. As restrições (3.35) garantem os volumes mínimos e máximos dos tanques. As restrições (3.36) e (3.37) garantem que as bombas de transferência e o acionamento das bombas podem ocorrer durante todo o período ou em parte dele. As restrições (3.38) indicam o estado inicial das bombas e o volume de água inicial nos tanques. As restrições (3.39) definem as variáveis como binárias.

Os autores realizaram testes numéricos usando o pacote CPLEX em três etapas diferentes: a influência do tamanho do horizonte de planejamento na resolução do problema, a política de acionamentos para o modelo inteiro misto, e, por fim, o impacto de vazamentos existentes na rede.

Na primeira etapa foram analisados horizontes de planejamento com 2, 7 e 180 dias, onde observou-se que, nos períodos que antecedem o horário de ponta, é armazenado um grande volume de água, suficiente para atender a demanda durante o horário de ponta. Na segunda etapa, as bombas são ligadas uma quantidade menor de vezes, facilitando a operação do sistema. E na terceira, observou-se que, quanto maior for a perda de água, o sistema tende a manter os tanque com os volumes mínimos permitidos, mesmo durante os períodos que antecedem o período crítico, concluindo que as perdas de água aumentam de maneira significativa o custo total da operação do sistema, sendo possível utilizar o modelo para avaliar o custo/benefício de investimentos em melhorias nas redes de distribuição e em bombas hidráulicas mais eficientes.

3.8 O trabalho de Kurek e Ostfeld (2013)

No trabalho de Kurek e Ostfeld (2013) foi proposto um modelo matemático multiobjetivo para o problema da operação ótima das bombas, da qualidade da água do sistema e o dimensionamento de novos tanques de armazenamento dos sistemas de distribuição de água. O modelo foi resolvido através do algoritmo evolucionário *Strength Pareto* com simulações no *software* Epanet.

Para a formulação proposta por Kurek e Ostfeld (2013) temos:

Variáveis de decisão:

v_i : velocidade da bomba i , com $v_i \in \{v_{min}; v_{max}\}$;

u_i : concentração de desinfetante da estação de tratamento i , com $u_i \in \{u_{min}; u_{max}\}$;

td_i : diâmetro do tanque i , com $td_i \in \{td_i^1; td_i^2; \dots; td_i^n\}$;

H_p : horizonte de planejamento.

Os problemas considerados são:

$$V = [\{v_i(1); \dots; v_i(H_p)\}, \quad i \in P]; \quad (3.40)$$

$$U = [\{u_i(1); \dots; U_i(H_p)\}, \quad i \in R]; \quad (3.41)$$

$$Td = [td_i, \quad i \in T] \quad (3.42)$$

O vetor V (3.40) está associado a programação da velocidade das bombas para cada bomba que pertence a P e para cada período do horizonte de planejamento H_p . O vetor U (3.41) corresponde ao padrão de concentração de desinfetante para os tanques que pertencem ao conjunto R , em cada período do horizonte de planejamento H_p . E o vetor Td (3.42) se refere ao diâmetro dos tanques para cada tanque do conjunto T .

Na modelagem são considerados três objetivos: o primeiro está relacionado ao custo operacional, o segundo a qualidade da água e o terceiro ao custo dos tanques.

Para o primeiro objetivo, relacionado ao custo operacional, temos:

$$J_1(v, td) = \sum_{k=1}^{H_p} \sum_{i \in P} \eta_i(k) * E_i(k) \quad (3.43)$$

Com:

$\eta_i(k)$: custo da energia da bomba i no instante k ;

$E_i(k)$: energia consumida pela bomba i no instante k .

O objetivo (3.43) visa minimizar a quantidade de bombeamentos do sistema durante os horários de pico, onde a energia elétrica é mais cara; e utiliza o armazenamento de água para reduzir o custo com energia.

O segundo objetivo, relacionado a qualidade de água, é dado de duas formas:

$$J_2^1(v, u, td) = \sum_{k=1}^{H_p} \sum_{j \in J} F_q(c_j(k)) \quad (3.44)$$

Com:

J : subconjunto dos nós monitorados;

$F_q(\cdot)$: função de avaliação da qualidade da água;

$c_j(k)$: concentração do desinfetante no nó j no instante k .

$$J_2^2(v, td) = \frac{\sum_{k=1}^{H_p} \sum_{i \in J} s_i(k) * d_i(k) * a_i(k)}{\sum_{k=1}^{H_p} \sum_{i \in J} d_i(k)} \quad (3.45)$$

Com:

$d_i(k)$: demanda do nó i no instante k ;

$a_i(k)$: tempo que a água se encontra no nó i até o instante k ;

$$s_i(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } a_i(k) \leq a_{th} \\ 0, & \text{se } a_i(k) \geq a_{th}; \end{cases}$$

Com a_{th} : limite de tempo que a água pode permanecer no nó.

O objetivo (3.44) visa melhorar a qualidade da água a partir da concentração de desinfetante (no caso, cloro) presente no tanque. Já o objetivo (3.45) também visa melhorar a qualidade da água, mas neste o parâmetro de medida é a quantidade de tempo que a água fica parada no nós com demandas diferentes de zero.

O terceiro e último objetivo diz respeito ao custo dos tanques, dado por:

$$J_3(td) = \sum_{i \in T} f_{t,i}(td) \quad (3.46)$$

Com:

T : subconjunto dos tanques do sistema;

$f_{t,i}(\cdot)$: função dos custos dos taques;

$$f_{t,i}(td) = \beta_i * td^2 * \gamma_i$$

Onde:

β_i : coeficiente do tamanho do tanque i ;

γ_i : coeficiente da localização do tanque i .

O objetivo (3.46) se refere ao custo da montagem dos tanques nos locais desejados.

Para as restrições, os autores também apontam três tipos diferentes. O primeiro tipo de restrições se dá pela parte estrutural da rede, onde as variáveis devem atender os fluxos, pressões e continuidade. Para isso a rede é avaliada através do *software* Epanet. Cada passo dado na simulação no Epanet retorna um código indicando se esta foi bem sucedida ou não. Esse código é usado para determinar se a solução que está sendo avaliada é viável ou não através das restrições (3.47).

$$\sum_{k=1}^{H_p} w(k) = 0 \quad (3.47)$$

Onde:

$w(k)$: código retornado do *software* Epanet.

As restrições (3.47) implicam em pressão positiva em todos os nós.

O segundo tipo de restrições (3.48) impõem a operação periódica da rede para que esta seja confiável.

$$\max\{0; |p_t(H_p) - p_t(1) - \alpha * p_t(1)\} = 0, \quad \forall t \in T \quad (3.48)$$

Onde:

$p_t(k)$: head do tanque t no instante k ;

λ : coeficiente que relaxa a restrição terminal, introduzindo tolerância ao limite;

T : conjunto de tanques da rede.

O terceiro e último tipo de restrições (3.49) dizem respeito à limitação de armazenamento de água, para garantir que sempre haja quantidade suficiente de água em todos os instantes de tempo.

$$\sum_{l \in T} \left[\left(\frac{td_l}{2} \right)^2 * \pi * p_l(k) \right] - \sum_{m=k+1}^{k+D} \left[\sum_{j \in J} d_j(k) \right] \leq 0; \quad k = 1 : H_p \quad (3.49)$$

Em que:

td_l : diâmetro do tanque l ;

$p_l(k)$: pressão no tanque l no instante k ;

$d_j(k)$: demanda no nó j no instante k .

Com isso, Kurek e Ostfeld (2013) propõe dois modelos multi-objetivos, um em que a qualidade da água é medida através da quantidade de desinfetante presente no tanque e outro em que se considera o tempo que a água permanece nos nós.

O primeiro modelo é dado por:

$$\min \{J_1; J_2^1; J_3\} \quad (3.50)$$

s.a (3.47), (3.48), (3.49)

O segundo modelo é dado, alterando a função objetivo, por:

$$\min \{J_1; J_2^2; J_3\} \quad (3.51)$$

s.a (3.47), (3.48), (3.49)

Para os testes os autores aplicaram os modelos (3.50)+(3.47)-(3.49) e (3.51)+(3.47)-(3.49) em um sistema de abastecimento contendo 2 reservatórios (um lago e um rio), 3 tanques elevados, 120 trechos de tubulações, 94 nós e 2 estações de bombeamento (Figura 3.5).

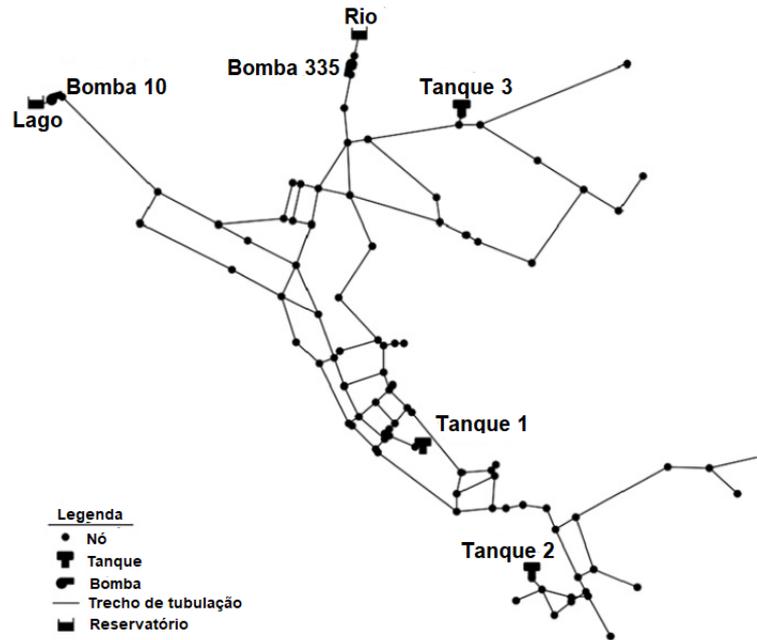


Figura 3.5 – Sistema de abastecimento. Fonte: Kurek e Ostfeld (2013).

Para o modelo (3.50)+(3.47)-(3.49) a aproximação da curva de Pareto ficou uniformemente espaçada, indicando um funcionamento bem sucedido do algoritmo. Houve um maior armazenamento de água, implicando no aumento dos custos com energia elétrica e com os tanques. Para o teste com horizonte de planejamento de 8h as restrições referentes ao armazenamento produziram velocidades mais altas de bombeamento, porém, isso ocorre nos períodos onde a energia elétrica é mais barata. Os níveis dos tanques permaneceram mais altos durante a noite devido ao mesmo tipo de restrição e ao alto consumo da demanda durante a tarde e a noite.

Em todos os casos de testes (4h, 6h e 8h) a solução equilibrada da curva de Pareto tenta minimizar o volume de água armazenada no sistema, pois o armazenamento em excesso prejudica a qualidade da água e aumenta o custo de bombeamento.

Já para o modelo (3.51)+(3.47)-(3.49), a solução que tem o menor custo com energia elétrica é a que determinou velocidades mais lentas para as bombas. A operação dos tanques se diferencia do modelo (3.50)+(3.47)-(3.49), pois nesse o algoritmo tenta manter os tanques cheios, por atribuir a qualidade da água ao tempo que esta permanece nos tanques, que considera apenas os nós com demanda. Com isso, na maioria dos nós, o tempo que a água permanece parada é inferior ao limite pré-estabelecido.

3.9 O trabalho de Bagirov et al. (2013)

Bagirov et al. (2013) propõem uma nova abordagem para modelar a programação explícita das bombas. Os autores consideram os tempos de liga/desliga do funcionamento

das bombas como variáveis contínuas, o que permite aplicar um método de busca por grade simples para gerar um conjunto de soluções viáveis, onde é aplicado o algoritmo baseado no método de procura de Hooke-Jeeves. Seu desempenho é avaliado através da simulação hidráulica feita no *software* Epanet.

Parâmetros:

$[T_1, T_2], [T_3, T_4]$: intervalos de tempo fora do horário de pico, considerando o horizonte de planejamento de um dia;

$[T_2, T_3]$: intervalo de tempo no horário de pico, considerando o horizonte de planejamento de um dia;

N_{SW} : número máximo de liga/desliga das bombas durante um dia;

N_p : número de bombas;

N_s : número de tanques de armazenamento;

N_d : número de nós de demanda;

R_1, R_2 : tarifas de energia nos períodos fora de pico e de pico, respectivamente (em $\$/kWh$);

E_{mi} : taxa de consumo de energia da bomba m no intervalo i (em kWh/h), $m = 1, \dots, N_p$, $i = 1, \dots, N_{SW}-1$;

H_{ji} : *head pump* no nó de demanda j no período i , $i = 1, \dots, N_{SW}-1$, $j = 1, \dots, N_d$;

H_j^{min} : *head pump* mínima necessária no nó de demanda j , $j = 1, \dots, N_d$;

H_j^{max} : *head pump* máxima necessária no nó de demanda j , $j = 1, \dots, N_d$;

Q_{mi} : taxa de fluxo através da bomba m no intervalo i (em m^3/s), $m = 1, \dots, N_p$, $i = 1, \dots, N_{SW}-1$;

h_{mi} : dinâmica total *head* fornecida pela bomba m no intervalo i (em m), $m = 1, \dots, N_p$, $i = 1, \dots, N_{SW}-1$;

e_m : eficiência da bomba m , $m = 1, \dots, N_p$;

$H_S^{j,min}$: nível mínimo de armazenamento no tanque j , $j = 1, \dots, N_s$;

$H_S^{j,max}$: nível máximo de armazenamento no tanque j , $j = 1, \dots, N_s$.

Variáveis de decisão:

t_{mi} : tempo que a bomba m fica ligada ou desligada, $t_{mi} \in [0, 24]$, $i = 1, \dots, N_{SW}$. Seja $\tau_m = (t_{m1}, \dots, t_{m,N_{SW}})$ o vetor da quantidade de liga/desliga da bomba m ;

$X_m : \begin{cases} 1, & \text{quando a bomba } m \text{ está ligada no intervalo inicial } [t_{m1}, t_{m2}]; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Segundo os autores, os intervalos de liga/desliga da bomba podem ser divididos em duas partes: a primeira contém os intervalos em que o status da bomba é igual ao status dela no intervalo inicial; e a segunda parte contém os outros intervalos. Assim, a função que relaciona os custos para o período fora de pico é escrita para o dia todo e adiciona-se a diferença entre os períodos de pico e fora de pico à ela.

Desse modo, a função custo para a bomba m é dada por:

$$F(X_m, \tau_m) = F_1(X_m, \tau_m) + \bar{F}_1(X_m, \tau_m) + F_2(X_m, \tau_m) + \bar{F}_2(X_m, \tau_m) \quad (3.52)$$

Onde:

$$F_1(X_m, \tau_m) = R_1 * X_m * \sum_{i=1}^{\bar{N}} E_{m,2i-1} * (t_{m,2i} - t_{m,2i-1}); \quad (3.53)$$

$$\bar{F}_1(X_m, \tau_m) = R_1 * (1 - X_m) * \sum_{i=1}^{N_{SW} - \bar{N} - 1} E_{m,2i} * (t_{m,2i+1} - t_{m,2i}); \quad (3.54)$$

$$F_2(X_m, \tau_m) = (R_2 - R_1) * X_m * \sum_{i=1}^{\bar{N}} E_{m,2i-1} * \max\{0, w_{m,2i} - u_{m,2i-1}\}; \quad (3.55)$$

$$\bar{F}_2(X_m, \tau_m) = (R_2 - R_1) * (1 - X_m) * \sum_{i=1}^{N_{SW} - \bar{N} - 1} E_{m,2i} * \max\{0, w_{m,2i+1} - u_{m,2i}\} \quad (3.56)$$

Em que:

$$E_{mi} = \frac{K * Q_{mi} * h_{mi}}{e_m}, \text{ onde } K = 0,01019;$$

$$\bar{N} = \left\lfloor \frac{N_{SW}}{2} \right\rfloor;$$

$u_{mi} = \max\{T_2, t_{mi}\}$, $v_{mi} = \min\{T_3, t_{mi}\}$, $i = 1, \dots, N_{SW}$, encontram intersecções entre os intervalos $[t_{mi}, t_{m,i+1}]$ e o período de pico $[T_2, T_3]$.

A função (3.53) diz respeito ao custo com energia elétrica para os intervalos que o estado da bomba m é igual ao seu estado no intervalo inicial $[t_{m1}, t_{m2}]$. A função (3.54) diz respeito ao custo com energia elétrica para todos os outros intervalos da bomba m . Logo, se a bomba m está desligada no intervalo inicial então (3.53) é zero, senão, (3.54) que é zero.

A função (3.55) é a diferença entre as taxas dos custos nos horários de pico e fora de pico para os intervalos em que o estado da bomba m é o mesmo que seu estado no intervalo inicial $[t_{m1}, t_{m2}]$. A função (3.56) é a diferença entre as taxas dos custos nos horários de pico e fora de pico para a bomba m em todos os outros intervalos.

As funções (3.53) e (3.54) são não convexas, e as funções (3.55) e (3.56) são não convexas e não suaves, caracterizando a não-linearidade do modelo.

Com isso, a função objetivo para o modelo proposto por *Bagirov et al. (2013)* é dada por:

$$f(X, \tau) = \sum_{m=1}^{N_p} F(X_m, \tau_m) \quad (3.57)$$

Para as restrições do modelo temos:

$$H_S^{j,min} \leq H_S^j \leq H_S^{j,max}, \quad j = 1, \dots, N_S \quad (3.58)$$

Em que:

H_S^j : água armazenada no tanque j .

As restrições (3.58) se referem aos volumes mínimos e máximos de água para cada tanque de armazenamento.

$$-D \leq \frac{V_I - V_E}{V_I} * 100 \leq D \quad (3.59)$$

Em que:

D : razão entre a diferença permitida no volume de água em todos os tanques de armazenamento (em %).

Onde:

$$V_I = \sum_{j=1}^{N_S} V_{jI};$$

$$V_E = \sum_{j=1}^{N_S} V_{jE}.$$

Em que:

V_{jI} : volume de água no início do horizonte de planejamento, $j = 1, \dots, N_S$;

V_{jE} : volume de água no final do horizonte de planejamento, $j = 1, \dots, N_S$.

As restrições (3.59) dizem respeito ao volume de água ao final do horizonte de planejamento.

$$H_j^{min} \leq H_{ji} \leq H_j^{max}, \quad j = 1, \dots, N_d \quad (3.60)$$

As restrições (3.60) são de pressão nos nós de demanda.

$$0 = t_{m1} < t_{m2} \leq \dots \leq t_{m,N_{SW}-1} \leq t_{m,N_{SW}} = 24 \quad (3.61)$$

O liga/desliga das bombas devem satisfazer as restrições (3.61).

Assim, o modelo proposto por *Bagirov et al. (2013)* é dado por:

$$\min \quad (3.57) \tag{3.62}$$

s.a

$$X_m \in \{0, 1\}, \quad m = 1, \dots, N_p \tag{3.63}$$

$$(3.58), (3.59), (3.60), (3.61)$$

As restrições (3.58) são satisfeitas pelo *software* Epanet, por isso não é incorporada a função objetivo final. Já as restrições (3.59) e (3.60) são mantidas.

Para as restrições (3.61) usa-se a função penalidade:

$$P(\tau) = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^{N_{SW}-1} \max\{0, t_{mi} - t_{m,i+1}\}$$

Desse modo, o modelo descrito por (3.62)-(3.9) é reescrito por:

min

$$G(X, \tau) \equiv f(X, \tau) + \gamma * P(\tau) \tag{3.64}$$

s.a

$$X_m \in \{0, 1\}, \quad m = 1, \dots, N_p \tag{3.65}$$

$$H_S^{j,min} \leq H_S^j \leq H_S^{j,max}, \quad j = 1, \dots, N_S \tag{3.66}$$

$$-D \leq \frac{V_I - V_E}{V_I} * 100 \leq D \tag{3.67}$$

$$H_j^{min} \leq H_{ji} \leq H_j^{max}, \quad j = 1, \dots, N_d \tag{3.68}$$

Em que:

$\gamma > 0$: coeficiente de penalidade.

Para a resolução do modelo (3.64)-(3.68), os autores usaram um algoritmo baseado na combinação entre otimização e simulação hidráulica. O método de otimização de Hooke-Jeeves foi aplicado a (3.64)-(3.65), o qual foi implementado na linguagem de programação C, e o *software* Epanet foi aplicado a (3.66)-(3.68).

Para os testes foram usados dois problemas: um problema-teste existente no *software* Epanet e uma adaptação da rede de Zyl, Savic e Walters (2004); ambos com horizonte de planejamento de 24h. Para o problema-teste o valor mais baixo encontrado para a função objetivo foi de \$347,66; com um déficit de 4,1% de água na rede. Para a rede baseada em

Zyl, Savic e Walters (2004), o valor da função objetivo foi de \$253,87, com um déficit de 3,58% no volume de água.

3.10 O trabalho de Gebrim (2014)

No trabalho de Gebrim (2014) foi desenvolvido um modelo matemático resolvido utilizando Algoritmo Genético para o sistema de abastecimento do Rio Descoberto, no Distrito Federal, com o objetivo de minimizar o consumo de energia elétrica considerando um horizonte de planejamento de um dia. Também foram realizadas simulações do modelo hidráulico utilizando o *software* Epanet.

A entrada dos dados no código computacional foi feita de duas maneiras: a primeira foi um arquivo do *software* Epanet, com o número de nós, trechos, tanques e valores das variáveis do sistema; o segundo foi um arquivo de texto com os parâmetros do Algoritmo Genético, coeficientes de penalidade, números de variáveis, tempo e níveis iniciais dos tanques.

Assim, o modelo proposto por Gebrim (2014) é dado por:

$$\min FO(X, Y) \quad (3.69)$$

s.a

$$R_r(X, Y, N, P) \geq 0, r = 1, \dots, n_r \quad (3.70)$$

Em que:

FO : função objetivo;

X : matriz das bombas que são variáveis do problema;

Y : matriz das válvulas que são variáveis do problema;

R_r : restrições do problema;

N : vetor de níveis dos tanques;

P : vetor das pressões nos nós de consumo;

r : índice que representa cada restrição;

n_r : número de restrições.

Através da aplicação do Método de Penalidades obtém-se a função aptidão (3.71) do Algoritmo Genético, que tem como objetivo avaliar a qualidade de cada solução encontrada.

$$\min \text{ apt}F(X, Y, R_r) = FO(X, Y) + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 \quad (3.71)$$

Em que:

$FO(X, Y)$: função objetivo original;

P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 : função penalidade aplicada a cada restrição do problema.

Onde $FO(X, Y)$ é dada por:

$$FO(X, Y) = C_b = \sum_{b=1}^B \sum_{t=1}^T CC_{(b,t)} + \sum_{u=1}^U \frac{CD_{(u)}}{30}$$

Em que:

C_b : custo total de energia gasto com bombeamento;

$CC(b, t)$: custo de consumo de energia da bomba b no período t ;

u : índice da unidade consumidora u ;

U : total das unidades consumidoras elevatórias;

$CD_{(u)}$: custo total de demanda de energia elétrica da unidade u no período t .

Onde:

$$CC_{(b,t)} = \frac{\gamma * Q_{(b,t)} * H_{(b,t)}}{\eta_{(b,t)}} * \Delta t * TC_{(b,t)} * x_{(b,t)}$$

$$CD_{(u)} = \sum_{d=1}^D demanda_{(u,d)} * TD_{(u,d)}$$

$$demanda_{(u,d)} = \max \left(\frac{\gamma * Q_{(b,1)} * H_{(b,1)}}{\eta_{(b,1)}} * x_{(b,1)}; \dots; \frac{\gamma * Q_{(b,t)} * H_{(b,t)}}{\eta_{(b,t)}} * x_{(b,t)} \right)$$

Em que:

γ : peso específico da água;

$Q_{(b,t)}$: vazão bombeada pela bomba b no instante t ;

$H_{(b,t)}$: altura manométrica de bombeamento da bomba b no instante t ;

$\eta_{(b,t)}$: rendimento da bomba b no instante t

Δt : intervalo de tempo entre $t - 1$ e t (em horas);

$TC_{(b,t)}$: tarifa de consumo de energia da bomba b no período $t - 1$ até t ;

d : índice que indica o período tarifário do dia (ponta ou fora de ponta);

$demanda_{(u,t)}$: demanda de energia da unidade consumidora u no períodos tarifário d ;

$TD_{(u,d)}$: tarifa de demanda de energia da unidade consumidora u no período tarifário d .

Cada restrição do problema diz respeito a uma limitação. O autor não apresenta as restrições originais, apenas especifica qual sua finalidade e as apresenta na forma de penalidade.

Penalidade 1 - Essa penalidade tem a função de eliminar soluções que provoquem desabastecimento no sistema.

$$P_1 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^G (D_{(i,t)} * \lambda_1 * C1_{(i,t)}) \quad (3.72)$$

$$\begin{cases} C1_{(i,t)} = 0, & \text{se } P_{(i,t)} > 0; \\ C1_{(i,t)} = 1, & \text{se } P_{(i,t)} \leq 0. \end{cases}$$

Em que:

t : instante em análise;

T : período total de análise;

i : índice do nó de consumo em análise;

G : número total de nós de consumo em análise;

$D_{(i,t)}$: demanda do nó i no instante t ;

λ_1 : coeficiente da penalidade 1;

$C1_{(i,t)}$: condição para a aplicação da penalidade 1 no nó i no instante t ;

$P_{(i,t)}$: pressão do nó i no instante t .

Penalidade 2 - Esta penalidade impede que os níveis dos tanques fiquem abaixo de um limite mínimo pré-estabelecido.

$$P_2 = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R (\lambda_2 * C2_{(j,t)}) \quad (3.73)$$

$$\begin{cases} C2_{(j,t)} = 0, & \text{se } N_{(j,t)} \geq 0,1 * N_{jmax}; \\ C2_{(j,t)} = 1, & \text{se } N_{(j,t)} < 0,1 * N_{jmax}. \end{cases}$$

Em que:

t : instante em análise;

T : período total de análise;

j : índice do tanque;

R : número total de tanques;

λ_2 : coeficiente da penalidade 2;

$C2_{(j,t)}$: condição para a aplicação da penalidade 2 no tanque j no instante t ;

$N_{(j,t)}$: nível do tanque j no instante t ;

N_{jmax} : nível máximo do tanque j .

Penalidade 3 - Esta penalidade impede que os níveis dos tanques fiquem acima de um limite máximo pré-estabelecido.

$$P_3 = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R (\lambda_3 * C3_{(j,t)}) \quad (3.74)$$

$$\begin{cases} C3_{(j,t)} = 0, & \text{se } N_{(j,t)} \geq 0,1 * N_{jmax}; \\ C3_{(j,t)} = 1, & \text{se } N_{(j,t)} < 0,1 * N_{jmax}. \end{cases}$$

Em que:

t : instante em análise;

T : período total de análise;

j : índice do tanque;

R : número total de tanques;

λ_3 : coeficiente da penalidade 3;

$C3_{(j,t)}$: condição para a aplicação da penalidade 3 no tanque j no instante t ;

$N_{(j,t)}$: nível do tanque j no instante t ;

$N_{j_{max}}$: nível máximo do tanque j .

Penalidade 4 - Nesta, evita-se o excesso de acionamentos das bombas e das válvulas.

$$P_4 = \sum_{b=1}^B \sum_{t=1}^T (1,5 * CC_{(b,t-1)} * A_{(b,t)} + \lambda_{4-g_n} * C4_{(b)}) + \sum_{v=1}^V \lambda_{4-g_v} * C4_v \quad (3.75)$$

Para as bombas:

$$A_{(b,t)} = 1, \quad \text{se } x_{(b,t)} = 0 \text{ e } x_{(b,t-1)} = 1;$$

$$A_{(b,t)} = 0, \quad \text{se } \begin{cases} x_{(b,t)} = 1 & \text{ou;} \\ x_{(b,t)} = 0 & \text{e } x_{(b,t-1)} = 0; \end{cases}$$

$$NA_b = \sum_{t=1}^T A_{(b,t)}$$

$$\begin{cases} C4_b = 0, & \text{se } NA_b > NA_{b_{lim}}; \\ C4_b = 1, & \text{se } NA_b \geq NA_{b_{lim}}. \end{cases}$$

Para as válvulas:

$$A_{(v,t)} = 1, \quad \text{se } y_{(v,t)} = 0 \text{ e } y_{(v,t-1)} = 1;$$

$$A_{(v,t)} = 0, \quad \text{se } \begin{cases} y_{(v,t)} = 1 & \text{ou;} \\ y_{(v,t)} = 0 & \text{e } y_{(v,t-1)} = 0; \end{cases}$$

$$NA_v = \sum_{t=1}^T A_{(v,t)}$$

$$\begin{cases} C4_v = 0, & \text{se } NA_v > NA_{v_{lim}}; \\ C4_v = 1, & \text{se } NA_v \geq NA_{v_{lim}}. \end{cases}$$

Em que:

b : cada bomba do sistema;

B : número total de bombas;

v : cada válvula do sistema;

V : número total de válvulas;

t : instante da análise;

T : período total de análise;

$CC_{(b,t)}$: custo de consumo de energia da bomba b no período $t - 1$ até t ;

λ_{4-g_n} : coeficiente da penalidade 4 referente ao grupo do equipamento n ;

n : grupo do equipamento;

$C4_b$: condição para a aplicação da penalidade λ_{4-g_n} a cada bomba b ;

$C4_v$: condição para a aplicação da penalidade λ_{4-g_n} a cada válvula v ;

$A_{(b,t)}$: verificação da ocorrência de acionamento da bomba b no período t ;

$A_{(v,t)}$: verificação da ocorrência de acionamento da válvula v no período t ;

NA_b : quantidade total de acionamento da bomba b ;
 NA_v : quantidade total de acionamento da válvula v ;
 $NA_{b_{lim}}$: limite de acionamentos tolerado para a bomba b ;
 $NA_{v_{lim}}$: limite de acionamentos tolerado para a válvula v .

Penalidade 5 - A última penalidade elimina soluções que, ao final do período de simulação, apresentem os níveis dos tanques mais baixos que um limite pré-estabelecido.

$$P_5 = \sum_{j=1}^R (N_{j_{final}} - N_{j_{inicial}} * \lambda_5 * C4_j) \quad (3.76)$$

$$\begin{cases} C5_j = 0, & \text{se } N_{j_{inicial}} - N_{j_{final}} \geq 0,05 * N_{j_{max}}; \\ C5_j = 1, & \text{se } N_{j_{inicial}} - N_{j_{final}} > 0,05 * N_{j_{max}}; \end{cases}$$

Onde:

j : índice do tanque;
 R : número total de tanques;
 $N_{j_{final}}$: nível do tanque j no final da simulação;
 $N_{j_{inicial}}$: nível do tanque j no início da simulação;
 λ_5 : coeficiente da penalidade 5;
 $C5_j$: condição para a aplicação da penalidade λ_5 .

O modelo foi capaz de uma redução de cerca de 2,7% na energia elétrica diária. Porém, houve um número elevado na quantidade de liga/desliga das bombas e válvulas, e o tempo computacional alto inviabilizou o uso do modelo com aplicação em tempo real. Segundo o autor, o tempo elevado foi consequência a lentidão nas primeiras soluções, obtidas no *software* Epanet.

3.11 O trabalho de Sousa e Soares (2014)

Em Sousa e Soares (2014) é apresentado um modelo matemático multiobjetivo contendo três objetivos distintos para o problema da operação em sistemas de abastecimento de água que integra o algoritmo evolucionário multiobjetivo SPEA e o simulador hidráulico através do *software* Epanet, ambos codificados na linguagem C++.

O modelo multiobjetivo de Sousa e Soares (2014) foi elaborado para a Rede de distribuição de água denominada *Anytown* (Figura 3.6), apresentado em Walski et al. (1987), com a finalidade de obter as regras operacionais adequadas para o funcionamento das bombas existentes no sistema.

Onde:

$$f_1 = \sum_{t=1}^{24} \sum_i^n q_{n(t)} \quad (3.78)$$

Com:

$$q_n = CE * H^\alpha$$

Em que:

t : tempo (em horas);

n : número de nós do sistemas;

q_n : vazamento no nós n (em L/s);

CE : coeficiente emissor;

H : carga de pressão (em mca);

α : expoente de vazamento.

A função objetivo (3.77) se refere a minimização dos vazamentos em todos os nós durante todo o horizonte de planejamento, onde as equações q_n representam os vazamentos em cada nó da rede, a qual é calculada através do *software* Epanet (ROSSMAN et al., 2000).

Para o segundo objetivo tem-se:

$$FO_2 = \min[f_2] \quad (3.79)$$

Onde:

$$f_2 = C_{FE} \quad (3.80)$$

Com:

$$C_{FE} = \sum_{t=1}^{24} (\sum_{b=1}^{nb} \frac{\gamma * Q_b * H_b}{\eta_b} * TC_t + \frac{TD * DC}{30} + TU_t * (D_{max} - DC))$$

Em que:

C_{FE} : custo total do fornecimento de energia elétrica (em $R\$$);

Q_b : vazão bombeada (em m^3/s);

H_b : carga hidráulica de bombeamento (em mca);

η_b : eficiência do conjunto motor-bomba;

γ : peso específico da água (em N/m^3);

nb : número de bombas funcionando na estação elevatória;

TC_t : tarifa unitária de consumo de energia no período de uma hora (em $R\$/kWh$);

TD : tarifa de demanda de potencia contratada (em $R\$/kWh$);

DC : demanda máxima de potência contratada (em kW);

TU : tarifa de ultrapassagem da demanda de potência contratada (em $R\$/kW$);

D_{max} : demanda máxima de potência consumida (em kW).

A função (3.79) tem como objetivo minimizar o consumo e os custos de fornecimento de energia elétrica. A equação C_{FE} diz respeito ao custo da energia elétrica, que é calculada em função da demanda de potência contratada e do consumo ao longo do dia.

Segundo Todini (2000), a confiabilidade da rede é medida através da capacidade do sistema em atender as demandas dos consumidores. Desse modo, o terceiro objetivo do modelo proposto por Sousa e Soares (2014) é dado por:

$$FO_3 = \max[f_3] \quad (3.81)$$

Onde:

$$f_3 = \sum_{t=1}^{24} R_t$$

Com:

$$R_t = \frac{\sum_{i=1}^{nn} Q_i * (H_i - H_{des})}{\sum_{k=1}^{nt} Q_k * H_k - \sum_{i=1}^{nn} Q_i * H_{des}}$$

Em que:

t : tempo (em horas);

R_t : índice de confiabilidade para a hora t ;

nn : número total de nós;

Q_i : demanda abastecida no nó i (em L/s);

H_i : carga de pressão fornecida ao nó i (em mca);

H_{des} : carga de pressão desejada para que a demanda seja totalmente atendida (em mca);

nt : número de tanques;

Q_k : vazão abastecida pelo tanque k (em L/s);

H_k : carga de pressão fornecida pelo tanque k (em mca).

A função (3.81) busca garantir o atendimento das demandas de acordo com as pressões requeridas nos nós de consumo por meio da maximização da confiabilidade. As equações R_t dizem respeito a formulação da confiabilidade do sistema por meio da resiliência, de acordo com Cheung (2004).

Para os testes foi usada a rede hipotética *Anytown*, mas, para aproximar a rede da realidade brasileira, os autores adicionaram um tanque que atua por gravidade. Também utilizaram a perda de água por vazamentos no sistema como sendo de 10%.

Após simulações com o modelo proposto, os autores constataram que houve uma redução de 5% nos vazamentos da rede e 23,2% nos custos com energia elétrica, além de um aumento de 12% na confiabilidade do sistema.

3.12 O trabalho de Ghaddar et al. (2015)

Ghaddar et al. (2015) usam a decomposição lagrangeana para resolver um modelo de programação não-linear inteiro misto da operação das bombas em sistemas de abastecimento de água. A decomposição lagrangeana é usada pois o modelo original não pode ser resolvido em tempo computacional razoável usando um *software* de otimização padrão. Como a decomposição lagrangeana é um relaxamento que pode fornecer soluções inviáveis para o problema original, para resolver esta questão, os autores utilizam uma busca na vizinhança baseada no método *Improved Limited Discrepancy Search* (ILDS), de Korf (1996). As soluções obtidas no ILDS são testadas no *software* Epanet para verificar sua viabilidade.

Desse modo, o modelo proposto por Ghaddar et al. (2015) é composto por:

Conjuntos:

N : número de tubos;

P : número de tubos que contém bombas;

R : número de reservatórios;

K : número de tanques;

J : número de junções;

T : número de períodos de tempo.

Parâmetros:

C_t : custo da energia elétrica no período t ;

γ : peso específico da água;

η_{ij} : eficiência da bomba instalada no tubo (i, j) ;

Q_{ij}^U : taxa máxima de fluxo no tubo (i, j) ;

$D_{j,t}$: demanda na junção j no período t ;

E_i : elevação do nó i ;

P_j^L : nível mínimo do tanque j ;

P_j^U : nível máximo do tanque j ;

A_j : área da superfície do tanque j ;

Δ_T : tamanho de cada período.

Variáveis de decisão:

$q_{ij,t}$: taxa de fluxo do tubo (i, j) no período t ;

$h_{ij,t}$: perda de carga no tubo (i, j) no período t ;

$p_{i,t}$: pressão no nó i no período t ;

$$s_{ij,t} : \begin{cases} 1, & \text{se a bomba do tubo } (i, j) \text{ está ligada no período } t; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Desse modo, o problema de programação não-linear inteiro misto é dado por:

[OP]:

$$\min \sum_t^T \sum_{(ij) \in P} \frac{\gamma * C_t * \Delta_T}{\eta_{ij}} * h_{ij,t} * q_{ij,t} \quad (3.82)$$

s.a

$$q_{ij,t} \leq Q_{ij}^U, \quad \forall (i, j) \in N/P, \quad t \in T \quad (3.83)$$

$$q_{ij,t} \leq s_{ij,t} * Q_{ij}^U, \quad \forall (i, j) \in P, \quad t \in T \quad (3.84)$$

$$\sum_i q_{ij,t} - \sum_k q_{jk,t} = D_{j,t}, \quad \forall j \in J \quad (3.85)$$

$$q_{ij,t} * [(p_{i,t} + E_i) - (p_{j,t} + E_j) - h_{ij,t}] \geq 0, \quad \forall (i, j) \in N/P, \quad \forall t \in T \quad (3.86)$$

$$(p_{i,t} + E_i) - (p_{j,t} + E_j) - h_{ij,t} \leq 0, \quad \forall (i, j) \in P, \quad \forall t \in T \quad (3.87)$$

$$s_{ij,t} * [(p_{i,t} + E_i) - (p_{j,t} + E_j) - h_{ij,t}] = 0, \quad \forall (i, j) \in P, \quad \forall t \in T \quad (3.88)$$

$$h_{ij,t} = a_{ij} * q_{ij,t}^2 + b_{ij} * q_{ij,t} + c_{ij}, \quad \forall (i, j) \in N, \quad \forall t \in T \quad (3.89)$$

$$P_{j,t}^L \leq p_{j,t} \leq P_{j,t}^U, \quad \forall j \in K, \quad \forall t \in T \quad (3.90)$$

$$p_{j,t} = p_{j,t-1} + \frac{\sum_i q_{ij,t-1} - \sum_k q_{jk,t-1}}{\Delta_T * A_j}, \quad \forall j \in K, \quad \forall t \in T \quad (3.91)$$

$$q_{ij,t} \geq 0; \quad s_{ij,t} \in \{0, 1\} \quad (3.92)$$

A função objetivo (3.82) minimiza o consumo de energia. As restrições (3.83) impõe um limite superior para a taxa de fluxo nos tubos. As restrições (3.84) asseguram que a bomba deve estar ligada para a água passar pelo tubo correspondente. As restrições (3.85) dizem respeito a conservação do fluxo para o atendimento da demanda. As restrições (3.86)-(3.89) se referem a conservação energética com base nas propriedades hidráulicas. As restrições (3.90) mantêm os níveis mínimos e máximos dos tanques. As restrições (3.91) dizem respeito ao equilíbrio de massa no tanques. As restrições (3.92) definem condições das variáveis.

O problema [OP] (3.82)-(3.92) é um problema de programação não-linear inteira mista não convexo, computacionalmente caro e lento de ser resolvido, onde não há garantia de encontrar o ótimo global. Por isso os autores usam a relaxação de Lagrange nas restrições (3.91), decompondo o problema em problemas menores, que podem ser resolvidos individualmente.

Aplicando a relaxação de Lagrange nas restrições (3.91), com μ multiplicador de Lagrange, tem-se o problema:

[FSP]:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_t \sum_{(ij) \in P} \frac{\gamma * C_t * \Delta_T}{\eta_{ij}} * h_{ij,t} * q_{ij,t} + \\ & \sum_j^K \sum_t^T \mu_{jt} * (p_{j,t} - p_{j,t-1} - \frac{\sum_i q_{ij,t-1} - \sum_k q_{jk,t-1}}{\Delta_T * A_j}) \end{aligned} \quad (3.93)$$

s.a

$$(3.83)-(3.90), (3.92)$$

Que se decompõe em T subproblemas da forma:

[SP]_t:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{(ij) \in P} \frac{\gamma * C_t * \Delta_T}{\eta_{ij}} * h_{ij,t} * q_{ij,t} + \\ & \sum_j^K (\mu_{jt} * p_{j,t} - \mu_{j,t+1} * p_{j,t-1} - \mu_{j,t+1} * \frac{\sum_i q_{ij,t-1} - \sum_k q_{jk,t}}{\Delta_T * A_j}) \end{aligned} \quad (3.94)$$

s.a

$$q_{ij,t} \leq Q_{ij}^U, \quad \forall (i, j) \in N/P \quad (3.95)$$

$$q_{ij,t} \leq s_{ij,t} * Q_{ij}^U, \quad \forall (i, j) \in P \quad (3.96)$$

$$\sum_i q_{ij,t} - \sum_k q_{jk,t} = D_{j,t}, \quad \forall j \in J \quad (3.97)$$

$$q_{ij,t} * [(p_{i,t} + E_i) - (p_{j,t} + E_j) - h_{ij,t}] \geq 0, \quad \forall (i, j) \in N/P \quad (3.98)$$

$$(p_{i,t} + E_i) - (p_{j,t} + E_j) - h_{ij,t} \leq 0, \quad \forall (i, j) \in P \quad (3.99)$$

$$s_{ij,t} * [(p_{i,t} + E_i) - (p_{j,t} + E_j) - h_{ij,t}] = 0, \quad \forall (i, j) \in P \quad (3.100)$$

$$h_{ij,t} = a_{ij} * q_{ij,t}^2 + b_{ij} * q_{ij,t} + c_{ij}, \quad \forall (i, j) \in N \quad (3.101)$$

$$P_{j,t}^L \leq p_{j,t} \leq P_{j,t}^U, \quad \forall j \in K \quad (3.102)$$

$$q_{ij,t} \geq 0; \quad s_{ij,t} \in \{0, 1\} \quad (3.103)$$

Cada subproblema $[SP]_t$ (3.94)-(3.103) retorna uma solução na forma do vetor $[q_t^\sigma, p_t^\sigma, h_t^\sigma, s_t^\sigma]_{\sigma=1, \dots, \bar{H}_t}$ que minimiza o custo e satisfaz suas restrições, onde \bar{H}_t é o conjunto dos índices de soluções viáveis de $[SP]_t$, que pode ser escrito por:

$Z_{[SP]_t}$:

$$\begin{aligned} \min_{\sigma=1, \dots, \bar{H}_t} & \left[\sum_{(ij) \in P} \frac{\gamma * C_t * \Delta_T}{\eta_{ij}} * h_{ij,t}^\sigma * q_{ij,t}^\sigma + \right. \\ & \left. \sum_j^K (\mu_{jt} * p_{j,t}^\sigma - \mu_{j,t+1} * p_{j,t}^\sigma - \mu_{j,t+1} * \frac{\sum_i q_{ij,t}^\sigma - \sum_k q_{jk,t}^\sigma}{\Delta_T * A_j}) \right] \end{aligned} \quad (3.104)$$

Onde $\sum_{t \in T} Z_{[SP]_t}$ retorna um limite inferior para a função objetivo ótima (3.82) de $[OP]$, para um determinado valor de μ .

O problema com a relaxação de Lagrange é não diferenciável, e pode ser resolvido por um método de plano de cortes, onde o problema mestre de Lagrange é:

FMP:

$$\max \sum_{t \in T} \theta_t \quad (3.105)$$

s.a

$$\theta_t \leq \sum_{(ij) \in P} \frac{\gamma * C_t * \Delta_T}{\eta_{ij}} * h_{ij,t}^\sigma * q_{ij,t}^\sigma + \sum_j^K (\mu_{jt} * p_{j,t}^\sigma - \mu_{j,t+1} * p_{j,t}^\sigma - \mu_{j,t+1} * \frac{\sum_i q_{ij,t}^\sigma - \sum_k q_{jk,t}^\sigma}{\Delta_T * A_j}) \quad (3.106)$$

Onde:

$$\theta_t := \left[\sum_{(ij) \in P} \frac{\gamma * C_t * \Delta_T}{\eta_{ij}} * h_{ij,t}^\sigma * q_{ij,t}^\sigma + \sum_j^K (\mu_{jt} * p_{j,t}^\sigma - \mu_{j,t+1} * p_{j,t}^\sigma - \mu_{j,t+1} * \frac{\sum_i q_{ij,t}^\sigma - \sum_k q_{jk,t}^\sigma}{\Delta_T * A_j}) \right]$$

O problema $[FMP]$ (3.105)-(3.106) é resolvido de forma iterativa, começando com um relaxamento que ignora os cortes desconhecidos (3.106). A cada iteração o relaxamento é resolvido e os valores resultantes dos multiplicadores de Lagrange são usados para resolver os subproblemas $[SP]_t$, levando a novas desigualdades da forma (3.106), que apertam o

relaxamento $[FMP]$. Por conta do relaxamento, a solução ótima de $[SP]_t$ fornecem limites inferiores. Assim, a cada iteração r o limite inferior é o melhor encontrado. Além disso, o limite superior é dado, a cada iteração r , pela solução do relaxamento de $[FMP]$. Quando os limites inferior e superior estão dentro do intervalo desejado o algoritmo para e as soluções são testadas computacionalmente.

Além disso, o problema $[OP]$ não contém restrições operacionais adicionais do sistema, dadas por:

$$-s_{ij,t-1} + s_{ij,t} - y_{ij,t} \leq 0, \quad \forall (i, j) \in P, \quad \forall t > 0, \quad \forall t \in T \quad (3.107)$$

$$-s_{ij,t'} + y_{ij,t} \leq 0, \quad \forall (i, j) \in P, \quad \forall t \in T, \quad \forall t' \in T : t \leq t' \leq t + \tau_1 \quad (3.108)$$

$$s_{ij,t-1} - s_{ij,t} - z_{ij,t} \leq 0, \quad \forall (i, j) \in P, \quad \forall t > 0, \quad \forall t \in T \quad (3.109)$$

$$s_{ij,t'} + z_{ij,t} \leq 1, \quad \forall (i, j) \in P, \quad \forall t \in T, \quad \forall t' \in T : t \leq t' \leq t + \tau_2 \quad (3.110)$$

$$\sum_t y_{ij,t} \leq \text{max_starts}, \quad \forall (i, j) \in P \quad (3.111)$$

Com as variáveis:

$$y_{ij,t} : \begin{cases} 1, & \text{se a bomba do tubo } (i, j) \text{ é ligada no período } t; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$z_{ij,t} : \begin{cases} 1, & \text{se a bomba do tubo } (i, j) \text{ é desligada no período } t; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

As restrições (3.107) força $y_{ij,t}$ a ser 1 se a bomba (i, j) é ligada no período t . As restrições (3.108) forçam a bomba a permanecer ligada por pelo menos τ_1 períodos de tempo. As restrições (3.109) força $z_{ij,t}$ a ser 1 se a bomba (i, j) é desligada no período t . As restrições (3.110) forçam a bomba a permanecer desligada por pelo menos τ_2 períodos de tempo. A restrição (3.111) define o número máximo de acionamentos da bomba.

Para levar a solução da relaxação lagrangeana para uma solução viável para o problema, englobando as restrições (3.107)-(3.111), usa-se o ILDS, que começa com uma solução da relaxação lagrangeana, encontra um ponto viável em sua vizinhança e faz uma pequena modificação nele para torná-lo viável ao problema (3.82)-(3.92) mais (3.107)-(3.111). Para avaliar o desempenho da resolução proposta, os autores usaram a linearização por partes no problema, tornando-o um problema de programação linear inteiro

misto, resolvendo-o através do *software* Cplex, com o intuito de avaliar o desempenho computacional da resolução proposta no trabalho.

Testes numéricos foram realizados em duas redes: uma menor e fictícia, chamada IND1 (Figura 3.7); e a rede Poormond (Figura 3.8), baseada no sistema de abastecimento de água do Reino Unido, adaptada da rede de Richmond (GIACOMELLO; KAPELAN; NICOLINI, 2012). A decomposição de Lagrange foi capaz de encontrar soluções melhores e em menos tempo computacional que o CPLEX, o qual encontra uma solução viável para IND1, mas não para Poormond dentro do limite de tempo estabelecido de 5h horas.

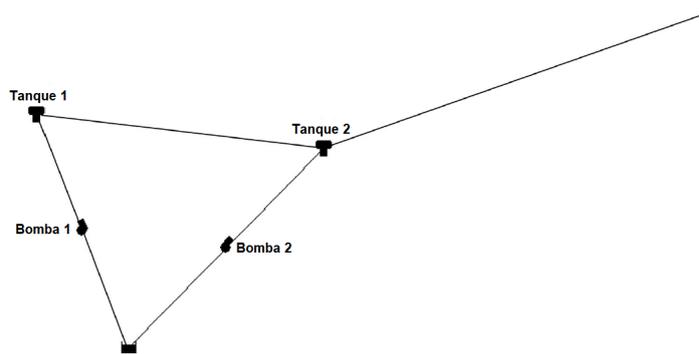


Figura 3.7 – Rede de distribuição de água IND1. Fonte: Ghaddar et al. (2015).

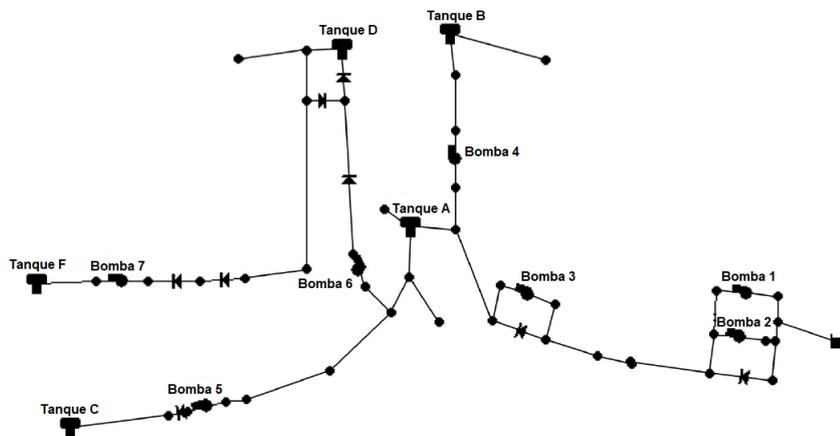


Figura 3.8 – Rede de distribuição de água Poormond. Fonte: Ghaddar et al. (2015).

3.13 O trabalho de Naoum-Sawaya et al. (2015)

Naoum-Sawaya et al. (2015) apresentam um modelo de simulação-otimização que aborda o problema da programação das bombas através de uma técnica de decomposição, e utilizam uma heurística com base no problema da mochila para o problema da substituição dos tubos em sistemas de abastecimento de água.

Os autores propõem a utilização da otimização exata para a programação das bombas, no qual o modelo usado é o mesmo proposto por Ghaddar et al. (2015), [OP], dado por

(3.82)-(3.92), aqui chamado de [PS0]; além da utilização das restrições operacionais (3.107)-(3.111), todos já descrito neste capítulo.

Para encontrar um horário viável para (3.107)-(3.111) os autores resolvem o seguinte problema linear inteiro misto:

[PS1]:

$$\min 0 \quad (3.112)$$

s.a

$$(3.107)-(3.111)$$

$$s_{ij,t} \in \{0, 1\}, \quad y_{ij,t} \in \{0, 1\}, \quad z_{ij,t} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in P, \quad \forall t \in T \quad (3.113)$$

O problema [PS1] (3.112), (3.107)-(3.111), (3.113) é resolvido pelo *software* Cplex, que tem a solução verificada pelo *software* Epanet. Se a solução for inviável é eliminada pela adição do seguinte corte:

$$\sum_{(ij,t):\bar{s}_{ij,t}=0} s_{ij,t} + \sum_{(ij,t):\bar{s}_{ij,t}=1} (1 - s_{ij,t}) \geq 1 \quad (3.114)$$

A inequação (3.114) indica que pelo menos uma das bombas da solução atual \bar{s} deve alterar seu estado para que a solução se torne viável.

O *software* Epanet relata o período \bar{T} que a simulação se torna inviável. Então, a inequação (3.114) pode ser reforçada, de modo a forçar uma das bombas a alterar seu estado no período anterior à $\bar{T} + 1$, tendo assim o corte (3.115) adicionado a [PS1]:

$$\sum_{(ij,t \leq \bar{T}):\bar{s}_{ij,t}=0} s_{ij,t} + \sum_{(ij,t \leq \bar{T}):\bar{s}_{ij,t}=1} (1 - s_{ij,t}) \geq 1 \quad (3.115)$$

Segundo os autores, a inviabilidade de uma solução muitas vezes se dá por conta dos tanques operando fora dos níveis mínimo ou máximo permitidos. No caso em que um tanque estiver abaixo do nível mínimo no período \bar{T} , a bomba deve ser ligada antes do período $\bar{T} + 1$, descrito na inequação (3.116); já no caso em que um tanque estiver acima do nível máximo no período \bar{T} , a bomba deve ser desligada antes do período $\bar{T} + 1$, como na inequação (3.117):

$$\sum_{(ij,t \leq \bar{T}):\bar{s}_{ij,t}=0} s_{ij,t} \geq 1 \quad (3.116)$$

$$\sum_{(ij,t \leq \bar{T}): \bar{s}_{ij,t}=1} (1 - s_{ij,t}) \geq 1 \quad (3.117)$$

Sendo uma solução de [PS1] viável no *software* Epanet, o custo da energia elétrica é dado pelo simulador, sendo esse um limite superior para o custo mínimo ótimo. Em seguida um corte da forma (3.114) é adicionado à [PS1], de modo a forçar o problema a encontrar uma solução no qual o custo com energia seja menor do que a solução atual. Além disso, conforme as iterações, o *software* Epanet retorna um erro que indica a violação do custo no período \bar{T} sempre que o custo exceder o melhor custo encontrado até o momento. Esta abordagem iterativa baseada na simulação evita a carga computacional de [PS0].

As bombas consideradas no problema [PS0] tem velocidade fixa. No caso em que essas bombas não possuam velocidade fixa, seu estado não é mais uma variável binária. Neste caso, ao invés de definir a função objetivo de [PS1] como sendo zero, os autores utilizam funções objetivos alternativas para buscas de soluções viáveis. Dois tipos de função objetivo são usadas:

$$\min \sum_{ij,t} |s_{ij,t} - \bar{s}_{ij,t}| \quad (3.118)$$

$$\min \sum_{ij,t} p_t * s_{ij,t} \quad (3.119)$$

Em que:

p_t : tarifa da energia elétrica no período t .

A função objetivo (3.118) minimiza a distância até a melhor solução viável até o momento. A função objetivo (3.119) minimiza os custos com energia elétrica relacionados a solução viável, favorecendo a busca de uma melhor solução. No caso de não haver solução viável até o momento, usa-se a função objetivo como sendo 0.

Para o problema da substituição dos tubos, o objetivo é minimizar os vazamentos de água na rede mas com um orçamento limitado para isso. Desse modo, os autores utilizam uma heurística para decidir qual tudo deve ser substituído.

Dados:

C^W : custo da água;

β_{ij} : coeficiente de vazamento do tubo que liga os nós i e j ;

β_{ij}^n : coeficiente de vazamento do novo tubo que liga os nós i e j ;

W_{ij} : custo de substituir o tubo (i, j) ;

B : orçamento máximo disponível para a substituição da tubulação;

$p_{i,t}, p_{j,t}$: pressões nos nós i e j no período t , respectivamente.

α_{ij} : expoente de vazamento;

$l_{ij,t}$: vazamento no tubo (i, j) no período t ;
 $y_{ij} : \begin{cases} 1, & \text{se o tubo } (i, j) \text{ é substituído por um novo tubo;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Desse modo, o modelo proposto por Naoum-Sawaya et al. (2015) é dado por:

[PR0]:

$$\min \sum_t^T \sum_{(ij) \in N/P} C^W * l_{ij,t} \quad (3.120)$$

s.a

$$(3.83), (3.84), (3.86)-(3.91)$$

$$\sum_i q_{ij,t} - \sum_k q_{jk,t} = D_{j,t} + \sum_{i|(ij) \in N/P} l_{ij,t}, \quad \forall j \in J, \quad t \in T \quad (3.121)$$

$$l_{ij,t} = [\beta_{ij}^n * y_{ij} + \beta_{ij} * (1 - y_{ij})] * L_{ij} * (\max\{\frac{p_{i,t} + p_{j,t}}{2}, 0\})^{\alpha_{ij}}, \quad \forall (i, j) \in N/P, \quad \forall t \in T \quad (3.122)$$

$$\sum_{(ij) \in N/P} W_{ij} * y_{ij} \leq B \quad (3.123)$$

$$l_{ij,t}, q_{ij,t} \leq 0; \quad y_{ij}, s_{ij,t} \in \{0, 1\} \quad (3.124)$$

A função objetivo (3.120) minimiza o custo com o vazamento de água. As restrições (3.83), (3.84), (3.86)-(3.91) são restrições do modelo para a programação da bombas proposto em Ghaddar et al. (2015) e usado por Naoum-Sawaya et al. (2015), e se referem a dinâmica do fluxo de água. A restrição (3.121) modela a conservação do fluxo da água considerando os vazamentos. As restrições (3.122) definem os vazamentos na rede. As restrições (3.123) limitam o orçamento disponível para as substituições das tubulações. E as restrições (3.124) dizem respeito ao domínio das variáveis.

Mesmo quando o problema de programação das bombas é resolvido de forma independente, fazendo assim com que os horários das bombas fiquem fixos no problema de substituição da tubulação, este continua sendo difícil computacionalmente devido a não-linearidade das equações relacionadas aos vazamentos e hidráulicas do fluxo. Uma alternativa proposta pelos autores é o uso de uma heurística que assume inicialmente os horários das bombas fixos de modo que o problema da substituição da tubulação minimize os vazamentos. Para isso, o problema é dado por:

$$[PR1]: \quad \min \text{ Vazamento de água} \quad (3.125)$$

s.a

$$\text{Custo total da substituição dos tubos} \leq B \quad (3.126)$$

A função objetivo (3.125) minimiza o vazamento total de água. A restrição (3.126) limita a quantidade de investimentos para a substituição dos tubos.

[PR1] (3.125)-(3.126) se assemelha ao problema da mochila, onde a função objetivo é avaliada através do simulador Epanet. Desse modo, a heurística utilizada escolha dos tubos a serem substituídos é dada por:

Algoritmo 1: Algoritmo de substituição dos tubos

Inicializa

Simula a rede e calcula o vazamento para cada tubo e o vazamento total;

Deixa *current_best_leakage* ser o vazamento atual e inicializa *remaining_budget* para *B*;

Calcula a relação lucro-custo para cada tudo e ordena de forma decrescente;

Dada a lista ordenada de tubos;

ENQUANTO não terminar a lista FAÇA

SE o custo do tubo selecionado não for maior que *remaining_budget* ENTÃO

Substitua o tudo selecionado por um mais novo;

Simula a nova rede;

SE o vazamento da rede simulada é inferior a *current_best_leakage* ENTÃO

Atualiza *current_best_leakage*;

Atualiza *remaining_budget*;

SENÃO

Manter tubulação antiga

Fim SE

Fim ENQUANTO

Para os testes numéricos o modelo foi implementado em C, e o [PS1] resolvido através do CPLEX, além da simulação hidráulica feita no *software* Epanet. Os autores testaram duas redes, onde a primeira é a Poormond (GIACOMELLO; KAPELAN; NICOLINI, 2012), a mesma usada em Ghaddar et al. (2015), as quais os resultados são comparados; e a segunda é uma rede maior, chamada C-TOWN (Figura 3.9, adaptada de Giustolisi et al. (2014)).



Figura 3.9 – Rede de distribuição de água C-TOWN. Fonte: Naoum-Sawaya et al. (2015).

Para o problema de programação das bombas foi considerado um horizonte de planejamento de 24h, divididas em intervalos de 15 minutos, totalizando 96 períodos. Esta escolha se deu por conta dos autores mencionarem que o preço da energia para os sistemas de abastecimento de água na Europa variarem a cada 15 minutos. Para a rede Poormond, a primeira solução viável foi encontrada em 0,89 segundos, e a melhor solução em 12,96 segundos. Para a rede C-TOWN, a primeira solução viável foi encontrada em 696,15 segundos, e a melhor em 2821,31 segundos. Além disso, os resultados encontrados pelo modelo proposto para a rede Poormond foram melhores do que os encontrados em Ghaddar et al. (2015).

Para o problema da substituição da tubulação foram feitos testes considerando diferentes orçamentos disponíveis. Para um orçamento no valor de 40% da rede, o modelo reduziu 50% dos vazamentos existentes. Para um orçamento de 90% da rede, os vazamentos foram reduzidos em 76%.

3.14 O trabalho de Vega e Alem (2015)

Vega e Alem (2015) trabalharam num modelo matemático de programação estocástica para o problema da operação de bombas em sistemas de abastecimento de água,

extensão do modelo apresentado em [Toledo et al. \(2008\)](#). Neste, os autores lidam com a aleatoriedade da demanda de forma explícita, usando a programação estocástica de dois estágios, e tentam suavizar o risco relacionado ao não-atendimento desta, além de determinar cenários onde podem haver excesso ou falta de água na rede. O método de geração de cenários é baseado na amostragem por simulação Monte-Carlo para gerar possíveis situações de demanda. Para isso tem-se:

Índices e conjuntos:

$(j, l) \in R$: tanques e bombas;

$k \in K$: centros de consumo;

$t \in T$: períodos;

$\omega \in W$: cenários;

K_j : k , tal que k é um centro de consumo que pode ser suprido pelo tanque j ;

R_j : l , tal que l é um tanque que pode receber água do tanque j ;

R_j^* : l , tal que l é um tanque que pode enviar água para o tanque j .

Parâmetros:

$d_{kt}(\omega)$: demanda por água do centro k no período t no cenário ω ;

$\pi(\omega)$: probabilidade de ocorrência do cenário ω ;

α_{jt} : custo de manter a bomba j em operação no período t ;

δ_{jlt} : custo de transferir água do tanque j para o l no período t ;

q_{jt} : vazão da bomba j no período t ;

v_{jlt} : vazão da bomba para transportar água entre o tanque j para o l no período t ;

h_j^{min} : volume mínimo do tanque j ;

h_j^{max} : volume máximo do tanque j ;

h_j^0 : volume do tanque j no início do horizonte de planejamento;

θ_{jt} : fração da água perdida por vazamento no tanque j no período t ;

ρ_{jt}^+ , ρ_{jt}^- : penalidade por excesso/escassez de água no tanque j no período t .

Variáveis de decisão de primeiro estágio:

X_{jt} : fração do período t em que a bomba j permanece em operação.

Variáveis de decisão de segundo estágio:

$I_{jt}(\omega)$: volume de água do tanque j ao final do período t no cenário ω ;

$V_{jlt}(\omega)$: fração do período t no qual existe transferência do tanque j para o l no cenário ω .

Variáveis auxiliares de segundo estágio:

$E_{jt}^+(\omega)$: excesso de água no tanque j no período t no cenário ω ;

$E_{jt}^-(\omega)$: escassez de água no tanque j no período t no cenário ω .

Para formular o modelo de programação estocástica os autores definem que $\chi = \{X_{jt}, \forall j \in R, \forall t \in T\}$.

Dese modo, o modelo apresentado por [Vega e Alem \(2015\)](#) é dado por:

Problema de primeiro estágio:

$$\min \sum_{j \in R} \sum_{t \in T} (\alpha_{jt} * X_{jt}) + \sum_{\omega \in W} (\pi_{\omega} * Q[\chi, \epsilon(\omega)]) \quad (3.127)$$

s.a

$$0 \leq X_{jt} \leq 1, \quad \forall j, t \quad (3.128)$$

Em que $Q[\chi, \epsilon(\omega)]$ é o valor ótimo do problema de segundo estágio.

Para o segundo estágio tem-se:

$$\min \sum_{j \in R} \sum_{t \in T} \sum_{l \in R_j} (\delta_{jlt} * V_{jlt}(\omega)) + \gamma * \sum_{j \in R} \sum_{t \in T} (\rho_{jt}^+ * E_{jt}^+(\omega) + \rho_{jt}^- * E_{jt}^-(\omega)) \quad (3.129)$$

s.a

$$I_{jt}(\omega) - (1 - \theta_{jt}) * I_{j,t-1}(\omega) - q_{jt} * X_{jt} - \sum_{l \in R_j^+} v_{ljt} * V_{ljt}(\omega) + \sum_{l \in R_j^-} v_{jlt} * V_{jlt}(\omega) + \sum_{k \in K_j} d_{kt}(\omega) = E_{jt}^+(\omega) - E_{jt}^-(\omega), \quad \forall j, t; \quad (3.130)$$

$$h_j^{\min} \leq I_{jt}(\omega) \leq h_j^{\max}, \quad \forall j, t; \quad (3.131)$$

$$0 \leq V_{jlt}(\omega) \leq 1, \quad \forall j, t; \quad (3.132)$$

$$I_{jt}(\omega) = h_j^0, \quad \forall j, t; \quad (3.133)$$

$$E_{jt}^+(\omega) \geq 0; \quad E_{jt}^-(\omega) \geq 0; \quad \forall j, t. \quad (3.134)$$

No modelo proposto, a função objetivo de primeiro estágio (3.127) representa os custos associados a captação de água e o valor esperado do custo do segundo estágio. As restrições (3.128) dizem respeito ao tempo em que as bombas de captação podem permanecer ligadas.

A função objetivo do segundo estágio (3.129) refere-se aos custos associados a transferência entre os tanques e as penalidades por excesso ou escassez de água nos tanques. As restrições (3.130) referem-se ao balanço de água nos tanques. As restrições (3.131)

garantem que os volumes mínimos e máximos dos tanques sejam respeitados para todos os cenários. As restrições (3.132) dizem respeito ao tempo em que as bombas de transferência podem permanecer ligadas. As restrições (3.133) falam sobre o volume inicial dos tanques. E as restrições (3.134) são o domínio das variáveis auxiliares.

O modelo de programação estocástico apresentado em (3.127) - (3.134) está preocupado em determinar soluções quase factíveis. Para melhorar a qualidade das soluções podemos reescrever o modelo de acordo com o que os autores chamam de satisfação robusta, controlada por γ , que determina valores plausíveis de modo a obter um bom compromisso entre factibilidade de solução e o custo total; e, para conseguir estabilidade nos resultados relacionados a transferências de água entre os tanques, nas equações de segundo estágio é utilizada uma medida de aversão ao risco, que penaliza a função objetivo, reduzindo a variabilidade das decisões.

Com isso, o problema de segundo estágio com restrições de satisfação robusta e aversão de risco de acordo com Vega e Alem (2015) é dado por:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j \in R} \sum_{t \in T} \sum_{l \in R_j} (\delta_{jlt} * V_{jlt}(\omega)) + \gamma * \sum_{j \in R} \sum_{t \in T} (\rho_{jt}^+ * E_{jt}^+(\omega) + \rho_{jt}^- * E_{jt}^-(\omega)) + \\ & \lambda(\Delta^+(\omega) + \Delta^-(\omega)) \end{aligned} \quad (3.135)$$

s.a

$$(3.130), \quad (3.131), \quad (3.132), \quad (3.133), \quad (3.134)$$

$$\sum_{j \in R} \sum_{l \in R_j} \sum_{t \in T} (\delta_{jlt} * V_{jlt}(\omega)) - \sum_{j \in R} \sum_{l \in R_j} \sum_{t \in T} \sum_{\omega \in W} (\pi_{\omega} * \delta_{jlt} * V_{jlt}(\omega)) = \Delta^+(\omega) - \Delta^-(\omega) \quad (3.136)$$

$$\Delta^+(\omega) \geq 0; \quad \Delta^-(\omega) \geq 0 \quad (3.137)$$

A função objetivo de segundo estágio com restrições de satisfação robusta e aversão ao risco (3.135) diz respeito aos custos de transferência entre os tanques, as penalizações sobre os excessos e escassez de água nos tanques e ao risco. As restrições (3.136) se referem ao risco, definido como a diferença entre o custo de transferência entre os tanques e a esperança matemática desse custo baseado em todos os cenários. As restrições (3.137) dizem respeito ao domínio dos desvios, que são minimizados na função objetivo (3.135) e ponderados por λ , que controla o conflito entre o custo total esperado e o risco, ou seja, quanto mais contrário ao risco é o decisor, maior é o valor que ele deverá atribuir a λ .

Os testes computacionais com o modelo proposto foram realizados com dados de parte da rede de distribuição de água da cidade de São Carlos/SP, baseados em Toledo et

al. (2008), implementados no *software* GAMS com o *solver* CPLEX. O método de geração de cenários foi implementado no *software* Matlab. Para os testes foram considerados 2, 7 e 30 dias (correspondendo a 48, 168 e 720 períodos de 1 hora cada); árvores de cenários com 27, 64 e 125 cenários, e considerados 0%, 10% e 20% de vazamentos na rede.

Os resultados obtidos com os testes mostraram que, em quase todos os cenários, no período em que a energia elétrica é mais cara quase não há captação de água pelos tanques 1 e 2; ou seja, as bombas ficam ligadas apenas uma pequena fração do período. Já em relação a transferência de água entre os tanques, temos que o tanque 1, por conta de ser o maior, transfere água para o tanque 2. Este usa parte dessa água para atender a demanda, e uma parte bem baixa é transferida para o tanque 3, pois é mais barato atender a demanda do tanque 3 a partir da captação do que pela transferência. Em geral, os tanques armazenaram um volume maior de água nos períodos que antecedem o período de ponta.

Em relação ao excessos e escassez de água, para os testes onde a demanda é baixa, o volume de água atende 100% da demanda, porém há um excesso de água nos tanques. Para média demanda há uma perda no atendimento de 6,5% a 22,6%, havendo escassez de água. Já para os cenários com alta demanda a perda no atendimento é ainda maior, variando de 66% a 78,7%, causando uma escassez ainda maior nos tanques. Além disso, o tempo computacional aumenta para obter a otimalidade conforme o aumento do número de cenários e do horizonte de planejamento. Quando consideramos os vazamento, o tempo aumenta ainda mais.

3.15 O trabalho de Soler et al. (2016)

Soler et al. (2016) apresenta uma heurística construtiva para preencher o trabalho de Toledo et al. (2008), com o intuito de englobar vários tanques e suas interdependências, e gerar uma solução de boa qualidade em baixo tempo computacional. A heurística consiste em verificar, para cada período do horizonte de planejamento, se este é classificado como período crítico, pré-crítico ou não crítico, onde, para cada classificação, é aplicada uma regra operacional de modo a minimizar os gastos operacionais com energia elétrica.

Como o trabalho de Soler et al. (2016) é baseado no de Toledo et al. (2008), tem-se que as descrições dos conjuntos, parâmetros e variáveis são os mesmos, já apresentados neste capítulo.

Desse modo, temos:

Algoritmo 1: Heurística construtiva.

Classificar períodos ()

Para $t=1,\dots,T$ faça

Para $j=1,\dots,R$ faça

$$I_{jt} = (1 - \theta_{jt}) * I_{j,t-1} - \sum_{k \in S_j} (d_{kt});$$

Se $t \in \{\text{Períodos pré-críticos}\}$

Operação Pré-Crítico (l_{jt});

Se $t \in \{\text{Períodos não críticos}\}$

Operação Não Crítico (l_{jt});

Se $t \in \{\text{Períodos críticos}\}$

Operação Crítico (l_{jt});

Fim Para

Fim Para

Um período crítico é aquele que se encontra inserido no horário de ponta, onde a demanda é maior e a energia é mais cara. Já um período pré-crítico é aquele que antecede o período crítico. Neste é conveniente bombear e armazenar água para usá-la durante os períodos críticos. Porém, a definição de período pré-crítico está diretamente relacionada as perdas de água no sistema e ao preço da energia elétrica durante os períodos de ponta e fora de ponta.

Temos então que t é classificado como um período pré-crítico se:

$$\frac{pfp}{pp} < (1 - \theta_{jt}) * (1 - \theta_{j,t+1}) * \dots * (1 - \theta_{j,t_p-1}) \quad (3.138)$$

Em que:

pfp : preço de bombear 1 m^3 de água fora do horário de ponta;

pp : preço de bombear 1 m^3 de água durante o horário de ponta;

t_p : período em que se inicia o horário de ponta.

Considerando:

t_{fp} : período em que se encerra o horário de ponta;

t_1, t_2, \dots, t_R : indicam o início do horário pré-crítico nos reservatórios 1, 2, ..., R , e são calculados pelo algoritmo.

Temos então o Algoritmo 2, que classifica os períodos em críticos, pré-críticos e não críticos.

Algoritmo 2: Classificar períodos

Entrada: $t_p, t_{fp}, pp, pfp, \theta_{jt}$

Para $j=1,\dots,R$ faça

$$t_j = t_p - 1;$$

Enquanto a equação (3.138) faça
 $t_j = t_j - 1;$
 Fim Enquanto
 $t_j = t_p + 1;$
 Fim Para
 Para $j=1, \dots, R$ faça
 Para $t=1, \dots, T$ faça
 Se $t < t_j$ ou $t > t_{fp}$ então
 $t \in \{\text{Períodos não críticos}\}$
 Se $t_j \leq t \leq t_p$ então
 $t \in \{\text{Períodos pré-críticos}\}$
 Se $t_p \leq t \leq t_{fp}$ então
 $t \in \{\text{Períodos críticos}\}$
 Fim Para
 Fim Para

O planejamento dos estoques durante os períodos não críticos se faz de modo a manter a bomba associada à cada tanque desligada se este tiver água suficiente para atender a demanda do período em questão, sem desprezar o nível mínimo do tanque. Caso o estoque não seja suficiente tem-se duas estratégias, de modo que a escolha é feita por aquela de menor custo.

A estratégia A consiste em acionar a bomba associada ao reservatório j durante o tempo necessário para atender a demanda e manter o nível mínimo do reservatório, calculado por:

$$v_{jt} * x_{jt} = \sum_{k \in S_j} d_{kt} - (1 - \theta_{jt}) * I_{j,t-1} + h_j^{min} \quad (3.139)$$

Neste, o custo de acionar a bomba é dado por:

$$custo_t = c_{jt} * x_{jt} + sc_{jt} \quad (3.140)$$

Já a estratégia B consiste em reservar água dos períodos anteriores, onde a bomba já estava ligada, de modo a suprir a demanda do período atual.

Temos que:

t_0 : período que antecede o período t ;

\bar{x}_{jt_0} : fração do período t_0 em que a bomba deve ser mantida ligada para satisfazer a demanda em t .

Aqui temos duas situações. A primeira é aquela onde a demanda do período t pode ser totalmente suprida durante t_0 , no qual a bomba j já estava ligada. Para isso temos:

$$\bar{x}_{jt_0} * v_{jt_0} = \frac{\sum_{k \in S_j} d_{kt}}{(1 - \theta_{j,t_0+1}) * (1 - \theta_{j,t_0+2}) * \dots * (1 - \theta_{j,t})} \quad (3.141)$$

Além disso, o custo associado as perdas de água é dado por:

$$custo_t_0 = \bar{x}_{jt_0} * c_{jt_0} \quad (3.142)$$

O outro caso é onde a demanda do período t não pode ser totalmente suprida pela bomba ligada no período t_0 . Com isso, a bomba deve continuar ligada durante o período $t_0 + 1$. Temos então:

$$\bar{x}_{jt_0} = 1 - x_{jt_0} \quad (3.143)$$

$$x_{jt_0+1} * v_{jt_0+1} = \frac{\sum_{k \in S_j} d_{kt} - da_{t_0}}{(1 - \theta_{j,t_0+2}) * (1 - \theta_{j,t_0+3}) * \dots * (1 - \theta_{j,t})} \quad (3.144)$$

Onde:

$$da_{t_0} = \frac{\bar{x}_{jt_0} * v_{jt_0}}{(1 - \theta_{j,t_0+1}) * (1 - \theta_{j,t_0+2}) * \dots * (1 - \theta_{j,t})}$$

Neste caso, o custo associado as perdas de água é dado por:

$$custo_t_0 = \bar{x}_{jt_0} * c_{jt_0} + x_{jt_0+1} * c_{jt_0+1} \quad (3.145)$$

Desse modo, temos que o algoritmo para a operação feita para períodos não críticos é dado por:

Algoritmo 3: Operação Não Crítico (l_{jt})

Entrada: t_0 , $custo_t$, $custo_t_0$

Se $custo_t_0 < custo_t$ então

 Calcular \bar{x}_{jt_0} pela Equação (3.141)

 Se $(x_{jt_0} + \bar{x}_{jt_0}) > 1$ então

$$\bar{x}_{jt_0} = 1 - x_{jt_0}$$

 Calcular x_{jt_0+1} pela Equação (3.144)

 Fim Se

$$x_{jt_0} = x_{jt_0} + \bar{x}_{jt_0}$$

$I_{jt_0}, I_{jt_0+1}, \dots, I_{jt-1}$ são atualizados pela Equação (3.32) de Toledo et al. (2008)

Senão

Calcular x_{jt} pela Equação (3.139)

Fim Se

Atualizar l_{jt} pela Equação (3.32) de *Toledo et al. (2008)*

Para a operação das bombas nos períodos pré-críticos, se a capacidade do tanque permitir, a bomba de captação associada a ele é mantida ligada para armazenar água para os períodos críticos. Essa operação é dada pelo Algoritmo 4, onde a expressão na linha 4 é deduzida da equação (3.32) de *Toledo et al. (2008)* e representa o volume de água no tanque j no final do período l quando a bomba de captação fica ligada durante todo o período.

Algoritmo 4: Operação Pré-Crítico (l_{jt})

Entrada: $ihp \leftarrow$ período em que se inicia o horário de ponta;

$$I_{j,t-1}^{aux} = I_{j,t-1}$$

Para $l = t, t+1, \dots, ihp-1$ faça

$$I_{jl}^{aux} = (1 - \theta_{jl}) * I_{j,l-1} + v_{jl} - \sum_{k \in S_j} d_{kl}$$

Fim Para

Se $I_{jt}^{aux} \leq h_j^{max}, I_{j,t+1}^{aux} \leq h_j^{max}, \dots, I_{j,ihp-1}^{aux} \leq h_j^{max}$ então

Para $k = t, t+1, \dots, ihp-1$ faça

$$x_{jk} = 1$$

Fim Para

Senão

Operação Não Crítico (l_{jt})

Fim Se

Para os períodos críticos, verifica-se, em cada tanque, se o estoque de água é suficiente para atender a demanda durante todo o período. Se o estoque não for suficiente a primeira estratégia é atender a demanda por meio da transferência de água de outros tanques que possuam estoque em excesso, escolhendo aquele que tenha o menor custo de transferência por meio do algoritmo *Floyd-Warshall*. Caso a transferência não seja possível, a bomba associado ao tanque é acionada apenas pelo tempo necessário para atender a demanda durante o período. Este processo é representado pelo Algoritmo 5.

Algoritmo 5: Operação Crítico (l_{jt})

Se $t = t_p$

$$D = (D_{mn}) - \text{Algoritmo de } \textit{Floyd-Warshall}$$

Fim Se

Se $l_{jt} < h_j^{min}$ então

$$D_{lk} = \min \{D_{ij}, i = 1, \dots, R\};$$

$$Q_precisa = h_j^{min} - l_{jt}$$

Enquanto $Q_precisa > 0$ e $D_{lj} < \infty$ faça

$Q_transfere$ = quantidade de água que o tanque l pode transferir

Se $Q_transfere > 0$ então

Atualizar $z_{l,i1,t}, z_{i1,i2,t}, \dots, z_{in,j,t}$

Se Tanque l envia toda água em excesso então

$$D_{lk} = \infty \text{ para } k \neq 1;$$

Fim Se

Atualizar $l_t, l_{jt}, Q_precisa$

Fim Se

$$D_{lj} = \min \{D_{ij}, i = 1, \dots, R\}$$

Fim Enquanto

Se $Q_precisa > 0$

$$x_{jt} = \frac{Q_precisa}{v_{jt}}$$

Fim Se

Fim Se

Em que:

$D = (D_{mn})$: matriz que representa os menores custos de transferência entre os pares de tanques.

Um gerador de exemplares foi implementado na linguagem C para um horizonte de planejamento de 2 dias, para englobar dois horários de ponta. Para as primeira e segunda classes de exemplares foram usados os dados contidos no trabalho de [Toledo et al. \(2008\)](#), a diferença é que, na segunda, o valor de manter as bombas ligadas durante os períodos críticos foram dobrados. Para a terceira classe de exemplares foi usado um exemplo contendo 30 tanques, onde foi possível avaliar a eficiência da heurística para sistemas com um número grande de tanques. As quarta, quinta e sexta classe de exemplares são de dados da cidade de São Carlos/SP, englobando 4, 8 e 9 tanques, respectivamente.

Foram feitos dez experimentos, os quais as soluções obtidas pela heurística proposta foram comparadas com as do CPLEX. Apesar das soluções obtidas pelo CPLEX serem melhores, a heurística se mostrou eficiente, obtendo soluções de boa qualidade e em baixo tempo computacional, já que uma desvantagem do CPLEX é o grande esforço computacional.

3.16 O trabalho de Bonvin et al. (2017)

Bonvin et al. (2017) propõe um modelo para o problema da operação de bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água, que trata-se de um problema de programação não-linear inteira mista não convexa, no qual propõem-se um relaxamento de modo a transformar o problema em convexo. O modelo é baseado na rede FRD (Figura 3.10), uma sistema de distribuição de água de tamanho médio da zona rural da França.

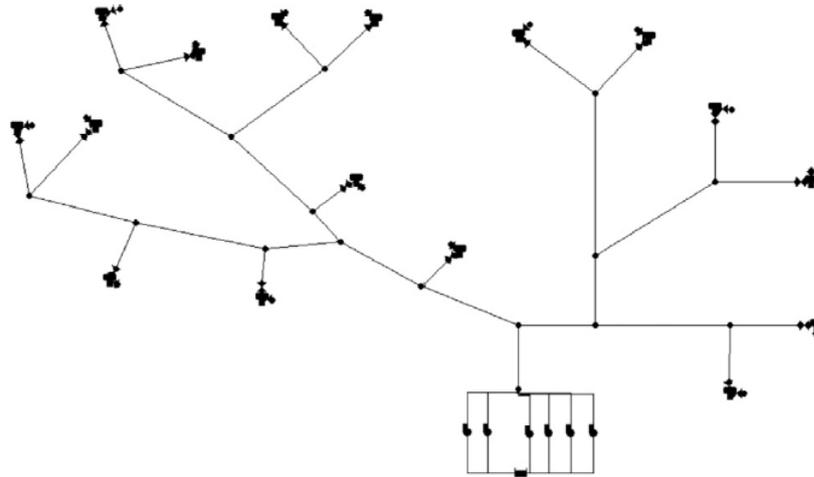


Figura 3.10 – Rede FRD. Fonte: Bonvin et al. (2017).

Dados:

T : horizonte de planeamento;

J : conjuntos dos nós do sistema;

L : conjunto dos arcos do sistema;

K : conjunto das bombas do sistema;

r : reservatório do sistema;

$s \in J$: nós referente a estação de saída;

$J_T \subset J$: nós referentes aos tanques;

$J_J \subset J$: nós internos;

$L_P \subset L$: tubos;

$L_V \subset L$: válvulas;

$t \in [1, T]$: períodos;

C_t : tarifa da energia elétrica no período t (em $\$/kWh$);

S_j : secção transversal no tanque j (em m^2);

D_{jt} : demanda no nó j no período t (em m^3);

$x_{kt} \in \{0, 1\}$: estado da bomba $k \in K$ no período $t \in T$;

$q_{lt} \geq 0$: taxa fluxo através de $l \in L \cup K$ no período $t \in T$ (em m^3) (também representa o volume (em m^3) através do arco l no período t);

$h_{jt} \geq 0$: carga hidráulica no nó $j \in J$ no período $t \in T$;

$\phi_{ij}(q)$: função da perda de pressão ao longo do tubo $ij \in L_P$;

$\Psi_k(q)$: função da descarga de pressão.

Desse modo, o modelo proposto por [Bonvin et al. \(2017\)](#) é dado por:

$$z = \min \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} C_t * \Gamma_k(x_{kt}, q_{kt}) \quad (3.146)$$

s.a

$$\sum_{ij \in L \cup K} q_{ijt} = \sum_{ji \in L} q_{ijt}, \quad \forall t, j \in \{s\} \cup J_J \quad (3.147)$$

$$\sum_{ij \in L} q_{ijt} = S_j * (h_{jt} - h_{j(t-1)}) + D_{jt}, \quad \forall t, j \in J_T \quad (3.148)$$

$$h_{j0} = H_j^0, \quad \forall j \in J_T \quad (3.149)$$

$$H_j^{min} \leq h_{jt} \leq H_j^{max}, \quad \forall t, j \in J_T \quad (3.150)$$

$$h_{it} - h_{jt} \geq 0, \quad \forall t, ij \in L_V \quad (3.151)$$

$$Q_k^{min} * x_{kt} \leq q_{kt} \leq Q_k^{max} * x_{kt}, \quad \forall t, k \in K \quad (3.152)$$

$$(h_{st} - h_{rt} - \Psi_k(q_{kt})) * x_{kt} = 0, \quad \forall t, k \in K \quad (3.153)$$

$$h_{it} - h_{jt} = \Phi_{ij}(q_{ijt}), \quad \forall t, ij \in L_P \quad (3.154)$$

Em que:

$$\Gamma_k(x, q) = P_k^0 x + P_k q \quad (3.155)$$

A função (3.155) expressa o consumo de energia através de uma aproximação linear ao invés de ser em função da pressão, do fluxo e da eficiência.

$$\Psi_k(q) = A_k - B_k q^2 \quad (3.156)$$

$$\phi_{ij}(q) = A_{ij}(q) + B_{ij}(q) \quad (3.157)$$

As equações (3.156) representam a descarga de pressão, que são aproximadas por uma quadrática. As equações (3.157) descrevem a perda de pressão ao longo do tubo $ij \in L_P$ segundo a lei de Darcy-Weisbach, aproximada pela quadrática de *Eck e Mevissen (2012)*.

A função objetivo (3.146) minimiza o custo total de energia elétrica usada no bombeamento. A restrição (3.147) refere-se a conservação do fluxo no nó de estação s em cada junção $j \in J_J$. A restrição (3.148) diz respeito a conservação do fluxo no tanque $j \in J_T$. As restrições (3.149) e (3.150) dizem respeito ao volume nos tanques no primeiro período e nos demais, respectivamente. As restrições (3.151), (3.153) e (3.154) falam sobre a diferença de potencial das válvulas, bombas e tubos, respectivamente. As restrições (3.152) diz respeito ao fluxo nulo quando a bomba está desligada em algum intervalo positivo $[Q_k^{min}, Q_k^{max}]$.

Segundo os autores, o modelo (3.146)-(3.154) é de difícil resolução por causa de sua não-convexidade. Por isso os autores propõe transformá-lo num problema convexo através das seguintes modificações:

- 1) Considerar um sentido de fluxo para os tubos e as válvulas.

Para modelar os fluxos nos tubos temos q_{ijt} como a variável do fluxo nos tubos. Duplicando elas tem-se $q_{ijt} \geq 0$ e $q_{jit} \geq 0$. E adicionamos variáveis binárias com $x_{ijt} + x_{jit} \leq 1$. Para as válvulas usa-se o mesmo procedimento.

- 2) Dividir as bombas em classes.

No sistema existem bombas com características diferentes, que podem ser divididas em classes $C(K)$. Ordena-se as bombas em uma classe e faz com que elas respeitem a restrição de simetria:

$$x_{(k+1)t} \leq x_{kt}, \quad \forall t, C \subset C(K), \quad k, k+1 \in C \quad (3.158)$$

Esta modificação reduz o espaço de busca do problema, e o decompõe em duas etapas: o problema de programação não-linear inteiro misto determina quantas bombas por classe devem ser ativadas enquanto os operadores da estação determinam quais selecionar.

- 3) Restrição de fluxo potencial convexos acoplados.

Se o tubo $ij \in L_P$ e a válvula de redução de pressão $l \in L_V$ estão conectados com consumo zero na junção $j \in J$, a perda de pressão (representada por (3.154)) no tubo pode ser relaxada para o limite inferior da forma:

$$h_{it} - h_{jt} \geq \phi_{ij}(q_{ijt}), \quad \forall t, ij \in L_P \quad (3.159)$$

Do mesmo modo pode ser relaxada a restrição (3.153), referente ao fluxo potencial

para as bombas:

$$(h_{st} - h_{rt} - \Psi_k(q_{kt})) * x_{kt} \leq 0, \quad \forall t, k \in K \quad (3.160)$$

As restrições (3.160) ainda podem ser reformuladas de acordo com desigualdades quadráticas com o uso de valores M grandes.

$$h_{st} - h_{rt} \leq \Psi_k(q_{kt}) * M * (1 - x_{kt}), \quad \forall t, k \in K \quad (3.161)$$

Desse modo tem-se o modelo de programação não-linear inteiro misto não convexo (3.146)-(3.154), o problema relaxado (3.146)-(3.152), (3.160), (3.159), e o problema de programação convexa inteiro misto quadrática (3.146)-(3.152), (3.161), (3.159), (3.158).

Para verificar se as soluções obtidas computacionalmente eram viáveis fisicamente, as restrições (3.151) foram substituídas por (3.162) para testes no *software* Epanet, pois estas forçam os reservatórios a aumentar os fluxos quando a demanda exceder.

$$h_{it} - h_{jt} \geq \frac{Q_{ij}^{max}}{S_j}, \quad \forall t, ij \in L_V \quad (3.162)$$

Em que:

Q_{ij}^{max} : limite superior nos nós de fluxo.

O estudo de caso foi realizado com a rede FRD, da zona rural da França, utilizando os dados de 365 dias, que era operada por uma solução heurística. O modelo proposto atingiu uma economia de 16,9% nos gastos com energia elétrica em relação a heurística empregada, além de ser capaz de calcular soluções viáveis em menos de 1 minuto.

Através dos modelos e métodos vistos neste capítulo é possível observar a importância de otimizar a operação das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água, de modo a atender diversos objetivos, como minimizar os gastos com energia elétrica, diminuir os vazamentos de água na rede e melhorar a qualidade da água que chega aos consumidores.

No próximo capítulo é apresentado o modelo para o problema da operação de bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento proposto neste trabalho.

4 MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO ENERGÉTICA EM SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático proposto neste trabalho para otimização energética em sistemas de distribuição de água. O modelo proposto é baseado em [Toledo et al. \(2008\)](#). Alterações neste modelo foram realizadas e novas restrições foram incluídas afim de obter-se um modelo mais próximo da realidade dos sistemas de abastecimento.

A escolha pelo modelo proposto em [Toledo et al. \(2008\)](#) se justifica por tratar-se de um modelo de programação inteira mista e pela viabilidade de se obter, na prática, os parâmetros necessários para a execução do modelo para instâncias reais.

Propomos utilizar as variáveis relativas à operação das bombas como binárias e não contínuas, como em [Toledo et al. \(2008\)](#). Segundo [Naoum-Sawaya et al. \(2015\)](#), na Europa os valores da energia elétrica para empresas de saneamento mudam a cada 15 minutos, assim, como neste caso os períodos são curtos, afim de deixar o modelo mais abrangente, consideramos que cada bomba pode estar ligada ou desligada em todo o período, não considerando a possibilidade do liga/desliga em parte do período como [Toledo et al. \(2008\)](#).

Uma nova restrição foi acrescentada ao modelo de [Toledo et al. \(2008\)](#) que diz respeito ao número mínimo de períodos que uma bomba deve permanecer ligada após ser acionada. Esta restrição é baseada em [Ghaddar et al. \(2015\)](#), e tem como objetivo evitar o excesso de liga/desliga das bombas, minimizando os custos operacionais e o desgaste das bombas.

Restrições que visam exigir pressão suficiente para que a água chegue aos centros consumidores são adicionadas ao modelo, considerando os estoques dos tanques e suas demandas. Para que um tanque atenda a uma certa demanda não basta apenas que seu estoque de água seja maior ou igual a demanda, é preciso que haja uma pressão mínima para que essa água chegue aos consumidores. Para garantir tal pressão relacionamos o estoque de água ao final de cada período para cada tanque com a demanda correspondente, onde o estoque deve ser maior que um valor mínimo relacionado à demanda, de modo a atendê-la.

Pensando na continuidade do horizonte de planejamento, baseado em [Bagirov et al.](#)

(2013), foram adicionadas restrições que obrigam o estoque de água do tanque ao final do horizonte de planejamento a ter seu volume próximo do seu estoque no começo do horizonte de planejamento.

Além disso, cada tanque tem uma bomba de captação associada a ele, de modo que o número de tanques é o mesmo que o número de bombas de captação; e existe apenas uma bomba de transferência em cada trecho onde pode haver transferência de água entre os tanques.

Desse modo, propomos um modelo que se aproxima mais da realidade dos sistemas de abastecimento de água, que será apresentado na seção seguinte em detalhes.

4.1 Modelagem Matemática

Consideramos os seguintes índices, parâmetros e variáveis para o modelo proposto.

Índices:

- j : 1, ..., R ; referem-se aos tanques;
- k : 1, ..., B ; referem-se aos centros consumidores;
- t : 1, ..., T ; referem-se aos períodos (horizonte de planejamento);
- i : 1, ..., F ; referem-se as faixas de demanda;

Parâmetros:

- d_{kt} : demanda (em m^3) do centro consumidor k no período t ;
- c_{jt} : custo de manter ligada a bomba j durante o período t ;
- sc_{jt} : custo de partida da bomba j no período t ;
- v_{jt} : vazão (em m^3) da bombas j no período t ;
- w_{jlt} : vazão (em m^3) da bomba para transportar água do tanque j para l no período t ;
- h_j^{max} : volume (em m^3) máximo permitido para o tanque j ;
- h_j^{min} : volume (em m^3) mínimo permitido para o tanque j ;
- h_j^0 : volume (em m^3) inicial do tanque j ;
- S_j : $\{k$, tal que o centro consumidor k é abastecido pelo tanque $j\}$;
- R_j : $\{l$, tal que l é um tanque que pode receber água do tanque $j\}$;
- P_j : $\{l$, tal que l é um tanque que envia água para o tanque $j\}$;
- γ_{jlt} : custo de transferência de água do tanque j para o tanque l no período t ;
- θ_{jt} : perda de água no tanque j no período t (em %);
- τ : número mínimo de períodos que a bomba deve permanecer ligada após ser acionada;
- \bar{d}_{i-1} , \bar{d}_i : limites inferior e superior, respectivamente, da faixa de demanda i ;
- vol_{ji} : volume mínimo que o tanque j precisa ter para atender a demanda na faixa $[\bar{d}_{i-1}; \bar{d}_i]$;
- β : diferença (em %) permitida entre o volume inicial e ao final do horizonte de planejamento em cada tanque;

Variáveis de decisão:

$$\begin{aligned}
 I_{jt}: & \text{ volume de água (em } m^3 \text{) no tanque } j \text{ no final do período } t; \\
 x_{jt} : & \begin{cases} 1, & \text{se a bomba } j \text{ esta ligada no período } t; \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \\
 \alpha_{jt} : & \begin{cases} 1, & \text{se a bomba } j \text{ é acionada no período } t; \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \\
 z_{jlt} : & \begin{cases} 1, & \text{se há transferência de água do tanque } l \text{ para } j \text{ no período } t; \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \\
 y_{ikt} : & \begin{cases} 1, & \text{se } \bar{d}_{i-1} \leq d_{kt} \leq \bar{d}_i; \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}
 \end{aligned}$$

A seguir descrevemos as funções envolvidas na modelagem matemática.

A função objetivo (4.1) do modelo representa os custos com energia elétrica relacionados ao funcionamento e ao acionamento das bombas hidráulicas de captação e de transferência do sistema de abastecimento de água.

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R (c_{jt} * x_{jt} + sc_{jt} * \alpha_{jt}) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R \sum_{l \in R_j} (\gamma_{jlt} * z_{jlt}) \quad (4.1)$$

As restrições do modelo são apresentadas a seguir.

As restrições (4.2) representam o balanceamento do volume (estoque) de água em cada um dos períodos, para cada um dos tanques. Estas são calculadas através do estoque de água restante no tanque no período anterior, a água que entra no tanque através de captação e transferência, e a água que sai do tanque por transferência e para atender a demanda.

$$I_{jt} = (1 - \theta_{j,t-1}) * I_{j,t-1} + v_{jt} * x_{jt} + \sum_{l \in P_j} (w_{ljt} * z_{ljt}) - \sum_{l \in R_j} (w_{jlt} * z_{jlt}) - \sum_{k \in S_j} d_{kt}, \quad j \in R, t \in T; \quad (4.2)$$

As restrições (4.3) asseguram que, caso a bomba j seja ligada durante o período $t-1$, ela poderá ser utilizada no período t sem o custo de acioná-la.

$$\alpha_{jt} \geq x_{jt} - x_{j,t-1}, \quad j \in R, t \in T; \quad (4.3)$$

As restrições (4.4) garantem que os volumes mínimos e máximos de água em cada um dos tanques e cada período sejam respeitados.

$$h_j^{min} \leq I_{jt} \leq h_j^{max}, \quad j \in R, t \in T; \quad (4.4)$$

Baseado em Ghaddar et al. (2015), propomos as restrições (4.5), que garantem que se uma bomba de captação for acionada esta ficará ligada por pelo menos τ períodos.

$$\alpha_{jt} \leq x_{jt'}, \quad t \leq t' \leq t + \tau, \quad j \in R, t \in T; \quad (4.5)$$

Tais restrições foram adicionadas ao modelo de modo a diminuir o número de liga/desliga das bombas com o intuito de obter soluções mais simples de serem implementadas na prática e diminuir o desgaste das bombas.

As restrições (4.6)-(4.8) propostas neste trabalho asseguram que no abastecimento feito por força da gravidade haverá pressão suficiente assegurada pelo nível destes para que a água demandada seja transportada até os nós de demanda que o tanque deve atender. Para ilustrar essa relação vamos considerar a Figura 4.1.

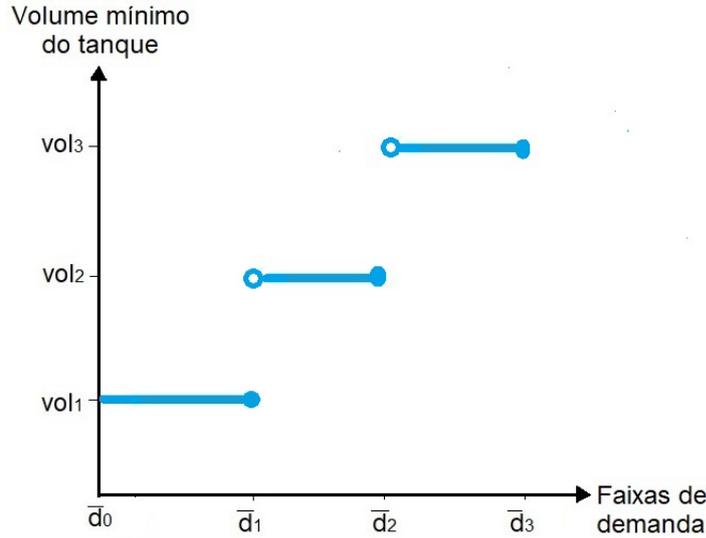


Figura 4.1 – Relação entre as faixas de demanda e o volume mínimo do tanque.

Para que a pressão mínima seja mantida de modo que a população seja atendida, é preciso que haja um estoque mínimo de água no tanque de acordo com a faixa em que a demanda está inserida. Pela Figura 4.1 se $d_{kt} \in [\bar{d}_0; \bar{d}_1]$ então o volume no tanque deve ser maior que vol_1 , se $d_{kt} \in]\bar{d}_1; \bar{d}_2]$ então o volume no tanque deve ser maior que vol_2 e de modo análogo para demandas pertencentes aos demais intervalos.

As restrições (4.6) e (4.7) indicam que a demanda (d_{kt}) deve pertencer a apenas um intervalo (faixa) de demanda.

$$\sum_{i=0}^F \bar{d}_i * y_{i+1,kt} < d_{kt} \leq \sum_{i=1}^F \bar{d}_i * y_{ikt}, \quad k \in B, t \in T; \quad (4.6)$$

$$\sum_{i=1}^F y_{ikt} \leq 1, \quad k \in B, t \in T; \quad (4.7)$$

Para uma melhor compreensão das restrições (4.6), considere o caso onde tem-se três faixas de demanda, ou seja, as restrições (4.6) são dadas por:

$$\bar{d}_0 * y_{1kt} + \bar{d}_1 * y_{2kt} + \bar{d}_2 * y_{3kt} \leq d_{kt} \leq \bar{d}_1 * y_{1kt} + \bar{d}_2 * y_{2kt} + \bar{d}_3 * y_{3kt}$$

Seja a demanda d_{kt} pertencente a segunda faixa, ou seja $d_{kt} \in]\bar{d}_1; \bar{d}_2]$. Neste caso temos $y_{2kt} = 1$ e $y_{1kt} = y_{3kt} = 0$. Com isso as restrições (4.6) indicam a faixa a qual a demanda pertence.

As restrições (4.8) dizem que o estoque do tanque deve ser maior ou igual ao volume mínimo exigido pela faixa em que a demanda se encontra.

$$I_{jt} \geq \sum_{i=1}^F (y_{ikt} * vol_{ji}), \quad j \in R, k \in B, t \in T; \quad (4.8)$$

Para que o volume dos tanques fiquem próximos no início e ao final do horizonte de planejamento, afim de facilitar o planejamento futuro, definimos as restrições (4.9), baseadas em Bagirov et al. (2013), as quais o volume do tanque ao final do horizonte de planejamento (I_{jT}) podem ter uma diferença em porcentagem (β) em relação ao volume do mesmo tanque no início do horizonte de planejamento.

$$(1 - \beta) * I_{j0} \leq I_{jT} \leq (1 + \beta) * I_{j0}, \quad j \in R; \quad (4.9)$$

Nas restrições (4.10) os estados das bombas são ajustados para o desligado no início do horizonte de planejamento. As restrições (4.11) definem o volume inicial dos tanques. Por fim, as restrições (4.12) definem as variáveis como binárias.

$$x_{j0} = 0, \quad j \in R; \quad (4.10)$$

$$I_{j0} = h_j^0, \quad j \in R; \quad (4.11)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\}, \alpha_{jt} \in \{0, 1\}, z_{ljt} \in \{0, 1\}, y_{ikt} \in \{0, 1\}, \quad j \in R, l \in R_j, t \in T, i \in F \quad (4.12)$$

Desse modo, o modelo matemático proposto é dado por:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R (c_{jt} * x_{jt} + sc_{jt} * \alpha_{jt}) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R \sum_{l \in R_j} (\gamma_{jlt} * z_{jlt}) \quad (4.13)$$

s.a

$$I_{jt} = (1 - \theta_{j,t-1}) * I_{j,t-1} + v_{jt} * x_{jt} + \sum_{l \in P_j} (w_{ljt} * z_{ljt}) - \sum_{l \in R_j} (w_{jlt} * z_{jlt}) - \sum_{k \in S_j} d_{kt}, \quad j \in R, t \in T; \quad (4.14)$$

$$\alpha_{jt} \geq x_{jt} - x_{j,t-1}, \quad j \in R, t \in T; \quad (4.15)$$

$$h_j^{min} \leq I_{jt} \leq h_j^{max}, \quad j \in R, t \in T; \quad (4.16)$$

$$\alpha_{jt} \leq x_{jt'}, \quad t \leq t' \leq t + \tau, \quad j \in R, t \in T; \quad (4.17)$$

$$\sum_{i=0}^F \bar{d}_i * y_{i+1,kt} < d_{kt} \leq \sum_{i=1}^F \bar{d}_i * y_{ikt}, \quad k \in B, t \in T; \quad (4.18)$$

$$\sum_{i=1}^F y_{ikt} \leq 1, \quad k \in B, t \in T; \quad (4.19)$$

$$I_{jt} \geq \sum_{i=1}^F (y_{ikt} * vol_{ji}), \quad j \in R, k \in B, t \in T; \quad (4.20)$$

$$(1 - \beta) * I_{j0} \leq I_{jT} \leq (1 + \beta) * I_{j0}, \quad j \in R; \quad (4.21)$$

$$x_{j0} = 0, \quad j \in R; \quad (4.22)$$

$$I_{j0} = h_j^0, \quad j \in R; \quad (4.23)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\}, \alpha_{jt} \in \{0, 1\}, z_{ljt} \in \{0, 1\}, y_{ikt} \in \{0, 1\}, \quad j \in R, l \in R_j, t \in T, i \in F \quad (4.24)$$

O capítulo seguinte apresenta os testes numéricos realizados com o modelo proposto neste trabalho.

5 TESTES NUMÉRICOS

O modelo proposto em (4.13)-(4.24) foi implementado no *software* GAMS, versão 24.5.6, com a configuração padrão; e resolvido através do pacote de otimização CPLEX 12.6. Todos os testes foram realizados em um computador de mesa com processador Intel Core i7, com 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10 Pro.

As instâncias testadas foram geradas com base nos dados descritos em Toledo et al. (2008). Foi considerado um sistema de abastecimento composto por três reservatórios, três tanques de armazenamento e três centros consumidores. Cada reservatório é responsável pelo abastecimento de um tanque através de bombeamento, e cada tanque é responsável por atender a demanda de um centro consumidor por gravidade (sem bombeamento). Além disso, pode haver transferência de água através de bombeamento entre os tanques 1 e 2, e entre os tanques 2 e 3, conforme a Figura 5.1.

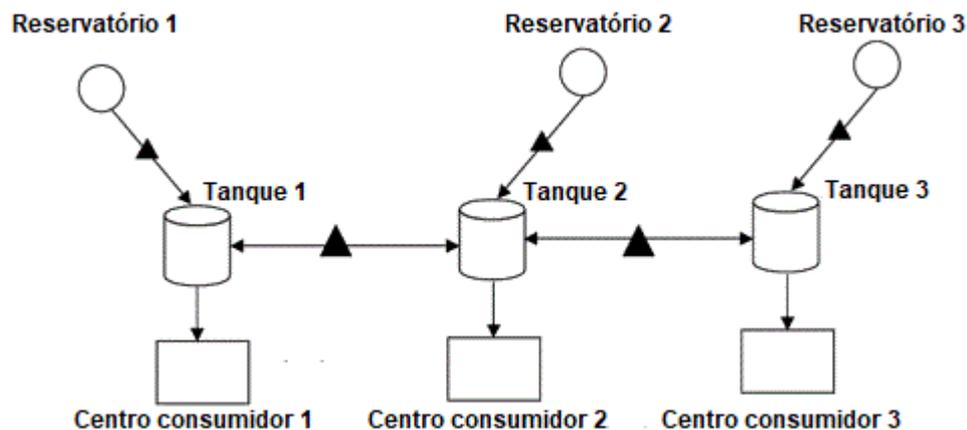


Figura 5.1 – Sistema de abastecimento. Fonte: Baseado em Toledo et al. (2008).

O horizonte de planejamento considerado foi de um dia (24h), onde foram realizadas duas variações em relação ao tamanho dos períodos. Para a primeira etapa de testes o horizonte de planejamento foi dividido em 24 períodos de uma hora cada, onde os críticos são os 18, 19 e 20, compreendidos entre as 18h e as 21h. Para a segunda etapa de testes, o horizonte de planejamento foi dividido em 96 períodos de 15 minutos cada, onde os críticos são os compreendidos de 73 a 84, também entre as 18h e as 21h.

Consideramos que, para ambos os casos, o custo para manter uma bomba de captação ligada durante uma hora é igual a 30 unidades monetárias (u.m.), exceto nas horas pertencentes ao período crítico, quando o custo é de 60 u.m.. O custo de partida e de transferência de uma bomba foram considerados iguais a 1 u.m. cada em todas as horas. Além disso, a vazão de uma bomba de captação foi considerada 300 m^3 por hora, e

da bomba de transferência foram consideradas 50 m^3 por hora. Também consideramos que uma bomba deve permanecer ligada por pelo menos duas horas a partir do momento que é acionada, ou seja, para os testes considerando períodos de 1 hora, $\tau = 2$; e para os com períodos de 15 minutos, $\tau = 8$.

O volume mínimo de água permitido para os três tanques é igual a 270 m^3 , que também é o valor de seus volumes iniciais, e o volume máximo é de 2000 m^3 para o primeiro tanque e 1000 m^3 para os demais tanques. Além disso, foram realizados testes variando a quantidade de perda de água no sistema, onde consideramos 0%, 5% e 10% de perda a cada hora.

As demandas também foram baseados em Toledo et al. (2008). Para os testes utilizamos duas classes de demanda: classe A e classe B. A classe A tem a demanda dos três tanques gerada aleatoriamente de acordo com os valores mínimos e máximos descritos na Tabela 5.1. Esses valores são descritos em Toledo et al. (2008) como sendo as demandas mínimas e máximas dentro do intervalo $[0; 270]$ levando em consideração as horas do dia onde há maior ou menor utilização de água pelos centros consumidores. A classe B considera as demandas para os tanques 2 e 3 são dentro do intervalo $[0; 270]$, levando em consideração os períodos onde há maior ou menor utilização de água pelos centros consumidores, conforme Tabela 5.1, mas a demanda do tanque 1 é aleatória dentro do intervalo $[0; 270]$, sem considerar as horas do dia, fazendo com que existam demandas altas em horários inesperados. As demandas foram consideradas desta maneira, neste caso, para mostrar a versatilidade e a eficiência do modelo ao lidar com demandas imprevistas.

Tabela 5.1 – Demandas de acordo com as horas do dia.

Hora	Min	Max
0-6	10	30
6-7	90	110
7-8	105	125
8-9	121	141
9-10	190	210
10-11	152	172
11-12	167	187
12-13	183	203
13-14	198	218
14-15	214	234
15-16	229	249
16-17	245	265
17-19	260	270
19-20	198	218
20-21	135	155
21-22	73	93
22-23	10	30
23-24	5	20

5.1 Primeira etapa de testes - Períodos de 1h

Na primeira etapa de testes consideramos o horizonte de planejamento de 24h dividido em 24 períodos com 1h cada, da mesma forma que Toledo et al. (2008). Os testes foram realizados com demandas geradas conforme as classes A e B. Foram testadas 10 instâncias para cada classe de demanda, as quais considerou-se diferentes cenários: baixa, alta, média e extrapolação da demanda máxima registrada, de modo a testar o comportamento do modelo proposto para diferentes cenários de demanda. Também realizamos testes consideramos 0%, 5% e 10% de perda de água a cada hora.

Para a classe A de demanda utilizamos a porcentagem aceita na diferença entre o estoque inicial e final do horizonte de planejamento como sendo de 25%. Para a classe B utilizamos a porcentagem como sendo de 40% a 80%, na sua maioria ficando em 60%. O número elevado foi necessário pois, por se tratar de uma demanda aleatória, onde no último período tem-se valores altos, é preciso que o estoque do reservatório se mantenha acima de um nível adequado para o atendimento desta, para satisfazer a pressão necessária.

A Tabela 5.2 apresenta os valores obtidos para a função objetivo nos testes realizados com as instâncias geradas de acordo com a classe A de demanda para diferentes perdas de água.

Tabela 5.2 – Valor da função objetivo (em u.m) - Instâncias geradas conforme classe A.

Instância	0% de perda	5% de perda	10% de perda
1	919	1192	1519
2	1107	1382	1698
3	1018	1256	1524
4	1048	1286	1553
5	1044	1252	1520
6	1012	1316	1577
7	1043	1324	1610
8	1015	1345	1643
9	1048	1318	1610
10	1082	1313	1581

Através da Tabela 5.2 é possível observar que, quanto maior a quantidade de perda de água no sistema, maior o valor da função objetivo. Em relação aos testes realizados onde não são consideradas perdas de água no sistema, nota-se um aumento no valor da função objetivo entre 19,9% e 32,2% quando temos 5% de perda, e entre 45,5% e 65,5% quando temos 10% de perda. Isso significa que investimentos em infra-estrutura são benéficos para minimizar os gastos com energia elétrica nos sistemas de abastecimento de água; além do benefícios ambientais, diminuindo o desperdício de água potável.

As Tabelas 5.3, 5.4 e 5.5 contém resultados referentes ao valor da função objetivo, ao tempo de execução do modelo (em segundos) e ao *gap* registrado na configuração

padrão, calculado a partir da distância entre a melhor solução encontrada e a solução ótima, para os testes considerando 0%, 5% e 10% de perda de água, respectivamente.

Tabela 5.3 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 0% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	919	0,233	0,010862
2	1107	0,362	0,039302
3	1018	0,344	0,048359
4	1048	0,201	0,098638
5	1044	0,437	0,082107
6	1012	0,389	0,054019
7	1043	0,377	0,038144
8	1015	0,369	0,009449
9	1048	0,240	0,035421
10	1082	0,356	0,053518

Tabela 5.4 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 5% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	1192	0,364	0,021110
2	1382	0,428	0,036767
3	1256	0,216	0,024873
4	1286	0,394	0,049257
5	1252	0,388	0,029118
6	1316	0,403	0,068592
7	1324	0,259	0,035846
8	1345	0,215	0,053057
9	1318	0,269	0,034711
10	1313	0,199	0,060616

Tabela 5.5 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 10% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	1519	0,349	0,089360
2	1698	0,233	0,073202
3	1524	0,216	0,053874
4	1553	0,221	0,055869
5	1520	0,242	0,051500
6	1577	0,222	0,073946
7	1610	0,209	0,059900
8	1643	0,402	0,074079
9	1610	0,207	0,059898
10	1581	0,209	0,062026

As Tabelas 5.3, 5.4 e 5.5 é possível observar que o tempo computacional em todos os casos permanece abaixo de 0,5 segundos, o que mostra a viabilidade computacional do modelo proposto. Além disso, os registros de *gap* estão abaixo de 0,1%, mostrando a confiabilidade das soluções obtidas.

As Figuras 5.2, 5.5 e 5.8 ilustram as soluções obtidas para a instância 3, escolhida aleatoriamente, considerando 0%, 5% e 10% de perdas de água, respectivamente. Nestas figuras estão os estoques de água no final de cada período para cada um dos tanques.

A Figuras 5.3, 5.6 e 5.9 mostram os períodos onde há captação de água e as Figuras 5.4, 5.7 e 5.10 mostram os períodos onde há transferência de água entre os tanques; ambas considerando 0%, 5% e 10% de perdas de água. Nota-se nestas figuras que, a tendência do sistema é manter as bombas acionadas nos períodos que antecedem os períodos críticos de modo a acumular água nos tanques de maneira que estes possam atender ao máximo as demandas dos períodos críticos, evitando o acionamento das bombas nestes, pois nestes a energia elétrica é mais cara.

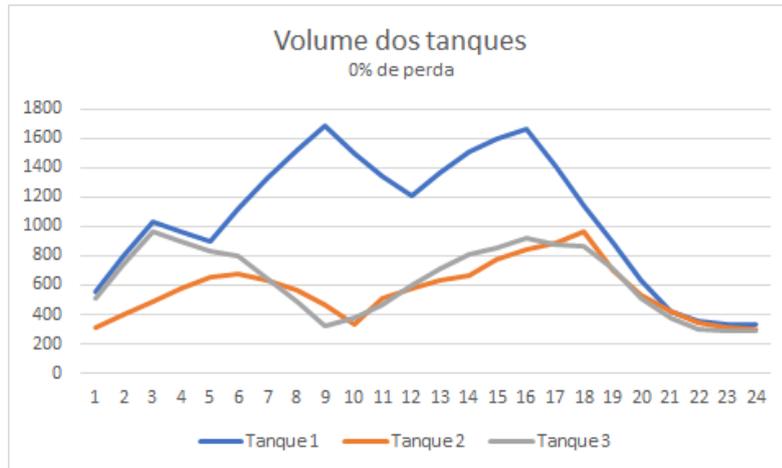


Figura 5.2 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.

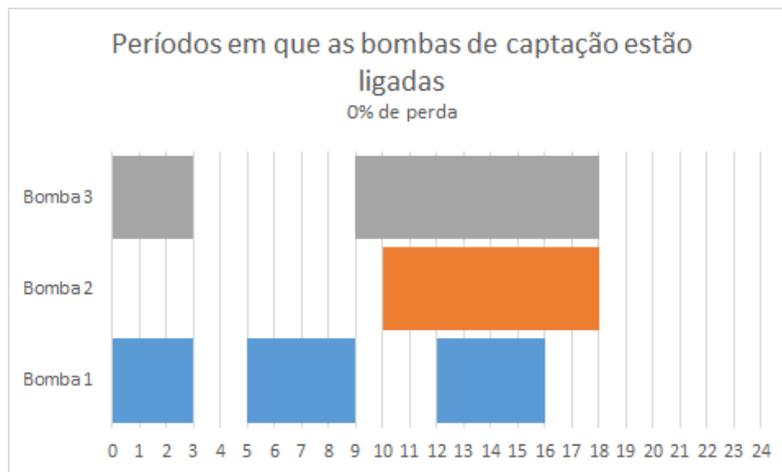


Figura 5.3 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.

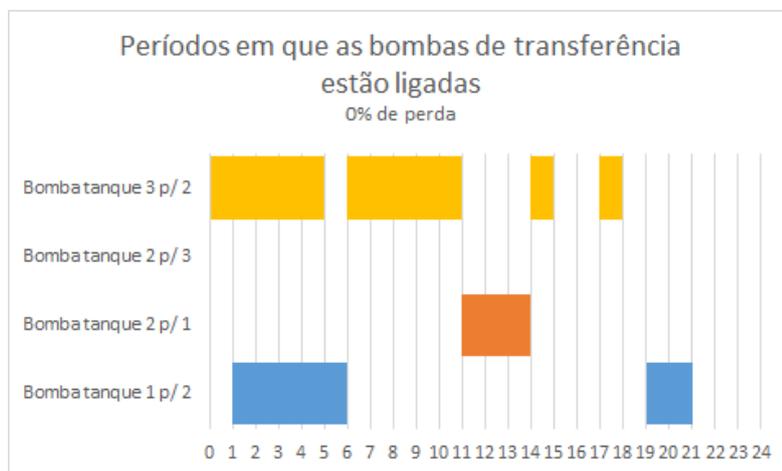


Figura 5.4 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.

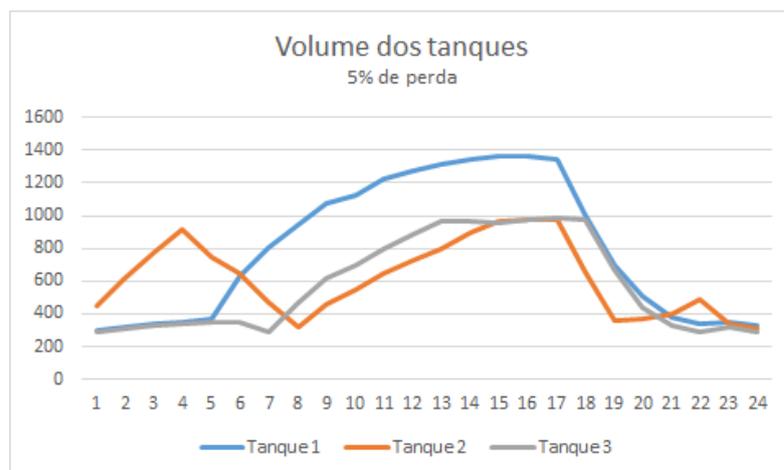


Figura 5.5 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.

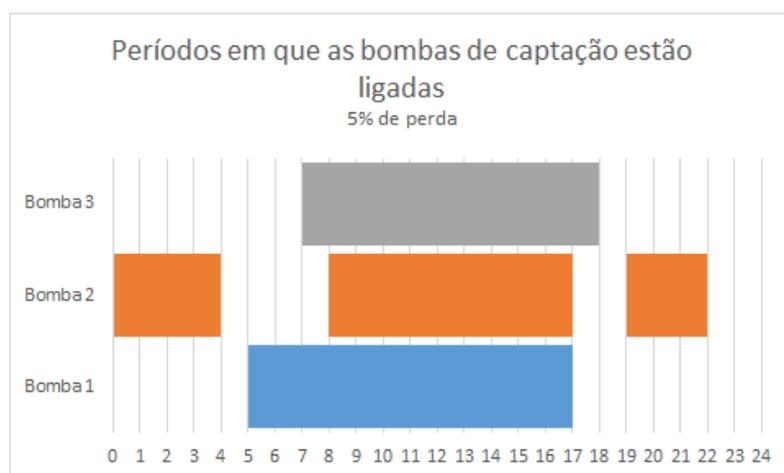


Figura 5.6 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.

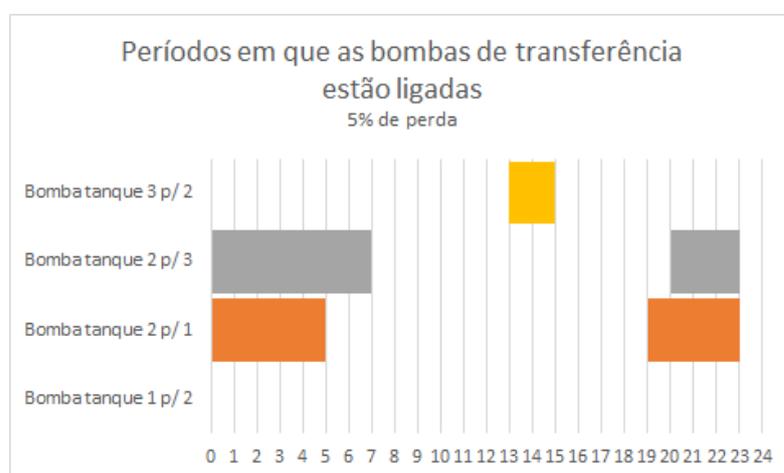


Figura 5.7 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.

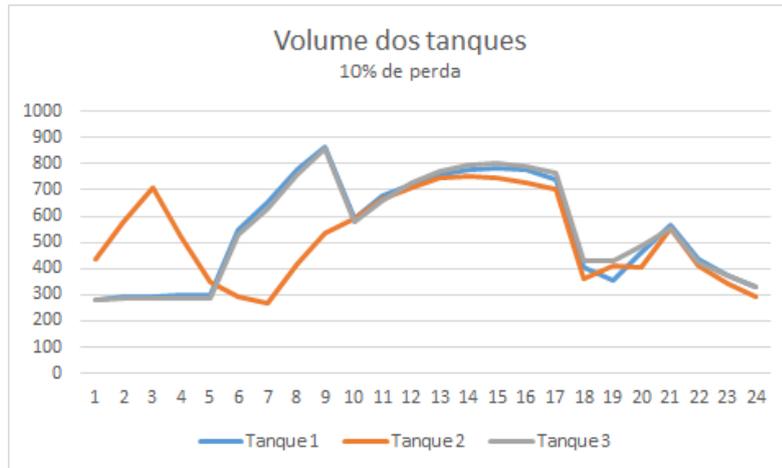


Figura 5.8 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.

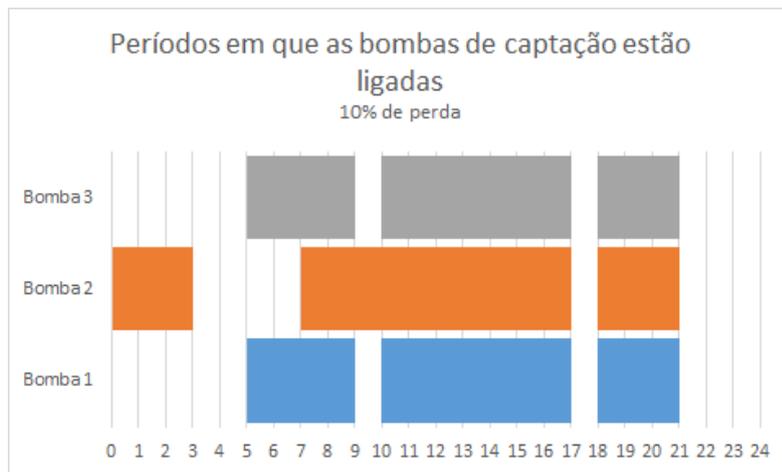


Figura 5.9 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.

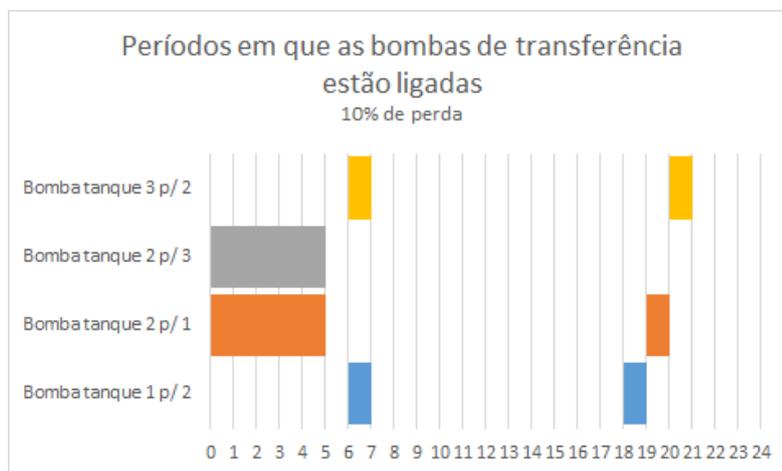


Figura 5.10 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.

Outra característica observada é em relação a quantidade de água que os tanques armazenam. Na Figura 5.2, onde não há perda de água no sistema, o volume máximo atingido pelos tanques é maior do que o volume máximo atingido quando se tem 5% de perda de água (Figura 5.5), que é maior do que quando consideramos 10% de perda de água (Figura 5.8). Isto ocorre porque, na prática, quanto maior o volume de água no tanque, maior a pressão que essa exerce no sistema e, conseqüentemente, maior a quantidade de vazamentos existentes. Com isso, o modelo tende a manter os níveis de estoque mais baixos de modo a minimizar as perdas, que acarretam custos ao sistema. Nota-se que quando há perdas de água, não houve armazenamento de água afim de atender todos os períodos críticos, mesmo sendo possível pelas capacidades dos tanques. Além disso, podemos observar que o estoque de água ao final do horizonte de planejamento permanece próximo ao estoque inicial. Esta característica favorece o uso do modelo de forma contínua, de forma que o estoque final do último período do horizonte de planejamento fornece a quantidade de água estocada no início do novo horizonte de planejamento.

Para as instâncias com demandas geradas conforme a classe B os testes também foram realizados variando a quantidade de perda de água no sistema e analisando a influência desta no valor da função objetivo, como descritos na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Valor da função objetivo (em u.m.) - Instâncias geradas conforme classe B.

Instância	0% de perda	5% de perda	10% de perda
1	1074	1231	1524
2	1364	1622	1800
3	1138	1386	1640
4	1096	1288	1550
5	1129	1318	1580
6	1166	1408	1695
7	1261	1508	1753
8	1304	1466	1757
9	1174	1377	1615
10	1383	1559	1851

Através da Tabela 5.6 é possível observar que, novamente, quanto maior a quantidade de perda de água no sistema, maior o valor da função objetivo. Em relação aos testes realizados onde não são consideradas perdas de água no sistema, nota-se um aumento no valor da função objetivo entre 12,4% e 21,8% quando temos 5% de perda, e entre 32,0% e 45,4% quando temos 10% de perda, ou seja, investimentos em infraestrutura diminuí, não só a perda de água potável, mas também os gastos com energia elétrica nos sistemas de abastecimento de água.

As Tabelas 5.7, 5.8 e 5.9 contém resultados referentes ao valor da função objetivo, ao tempo de execução do modelo (em segundos) e ao *gap* para os testes considerando 0%, 5% e 10% de perda de água, respectivamente. Nestas é possível observar que o tempo

de execução, em todos os casos, também se encontram abaixo de 0,5 segundos, o que significa que, mesmo contendo um tanque com demandas imprevistas, o modelo é viável computacionalmente, podendo ser utilizado no planejamento da operação das bombas em tempo real. Além disso, podemos concluir que o modelo lida bem com demandas imprevistas, pois os valores de *gap* registrados nos testes se encontram abaixo de 0,1%, mostrando a confiabilidade dos resultados obtidos.

Tabela 5.7 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe B - 0% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	1074	0,393	0,079793
2	1364	0,249	0,095195
3	1138	0,340	0,033835
4	1096	0,405	0,043537
5	1129	0,371	0,083167
6	1166	0,259	0,030798
7	1261	0,245	0,068878
8	1304	0,355	0,099437
9	1174	0,374	0,077539
10	1383	0,364	0,095638

Tabela 5.8 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe B - 5% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	1231	0,257	0,023630
2	1622	0,428	0,098605
3	1386	0,397	0,047117
4	1288	0,221	0,025991
5	1318	0,328	0,044773
6	1408	0,231	0,041621
7	1508	0,404	0,068323
8	1466	0,392	0,041163
9	1377	0,408	0,041977
10	1559	0,275	0,033792

Tabela 5.9 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe B - 10% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	1524	0,202	0,088258
2	1800	0,366	0,063101
3	1640	0,217	0,063127
4	1550	0,209	0,058956
5	1580	0,208	0,085534
6	1695	0,209	0,083494
7	1753	0,214	0,077605
8	1757	0,206	0,076236
9	1615	0,240	0,065935
10	1851	0,372	0,061327

As Figuras 5.11, 5.14 e 5.17 ilustram os estoques de água no final de cada período para cada um dos tanques para a instância 3, escolhida aleatoriamente, considerando 0%,

5% e 10% de perdas, respectivamente.

A Figuras 5.12, 5.15 e 5.18 mostram os períodos onde há captação de água e as Figuras 5.13, 5.16 e 5.19 mostram os períodos onde há transferência de água entre os tanques; ambas considerando 0%, 5% e 10% de perdas de água. Nota-se novamente que, a tendência do sistema é ligar as bombas nos períodos que antecedem os períodos críticos de modo a acumular água nos tanques de maneira que estes possam atender ao máximo as demandas, evitando o acionamento das bombas nestes, pois a energia elétrica é mais cara.

Neste caso também tem-se que, quanto maior a perda do sistema menos água é armazenada nos tanques. Este fato ocorre pois a pressão exercida pela água dentro do tanque influencia nas perdas, de modo que o sistema tende a não armazenar água afim de atender todo o período crítico nos casos em que há perdas.

Ao final do horizonte de planejamento podemos observar que, mesmo trabalhando com uma demanda completamente aleatória em um tanque onde existem demandas altas nos últimos períodos, foi possível manter os níveis de estoques bem próximos aos volumes iniciais.

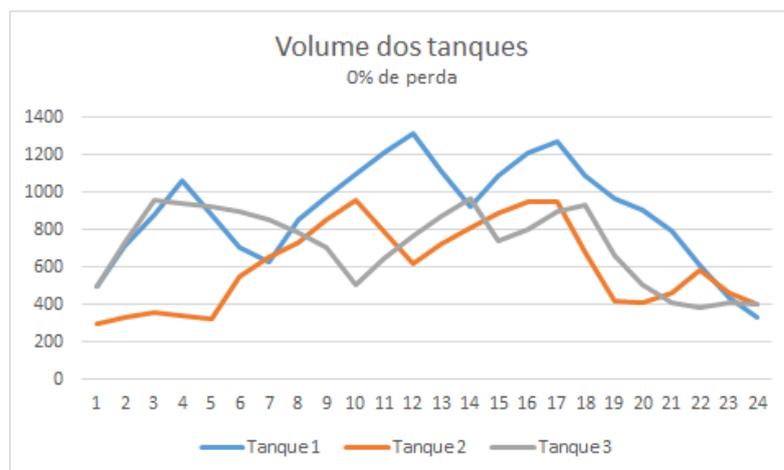


Figura 5.11 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe B - 0% de perdas.

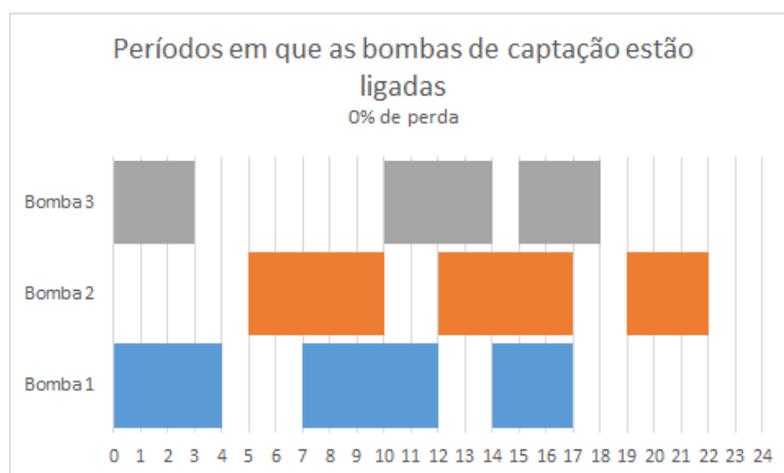


Figura 5.12 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 0% de perdas.

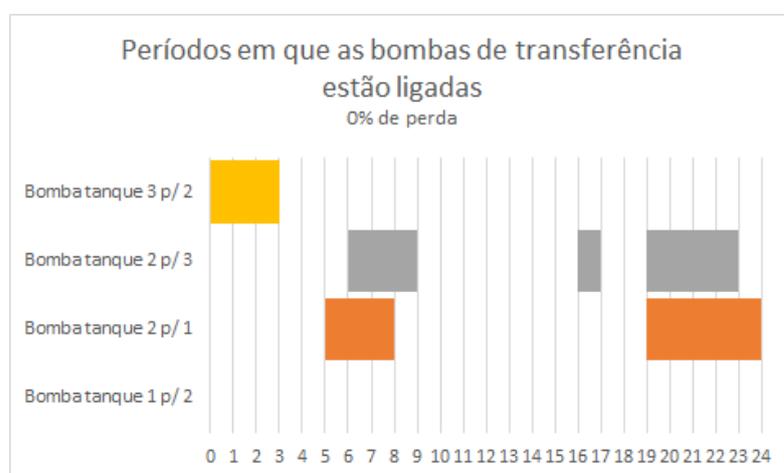


Figura 5.13 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 0% de perdas.

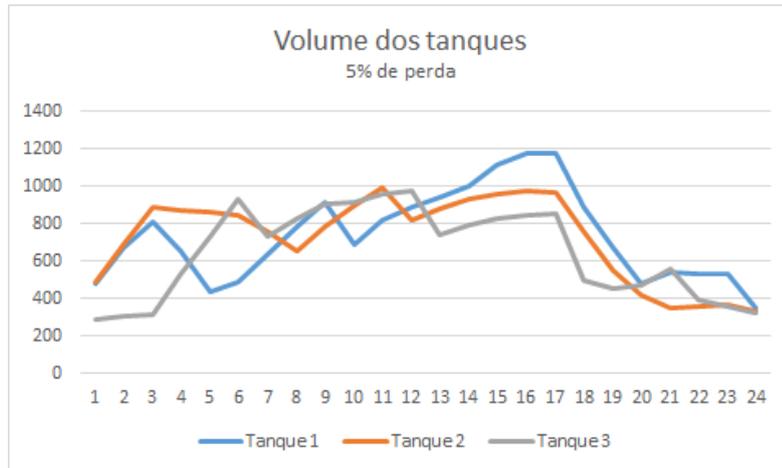


Figura 5.14 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe B - 5% de perdas

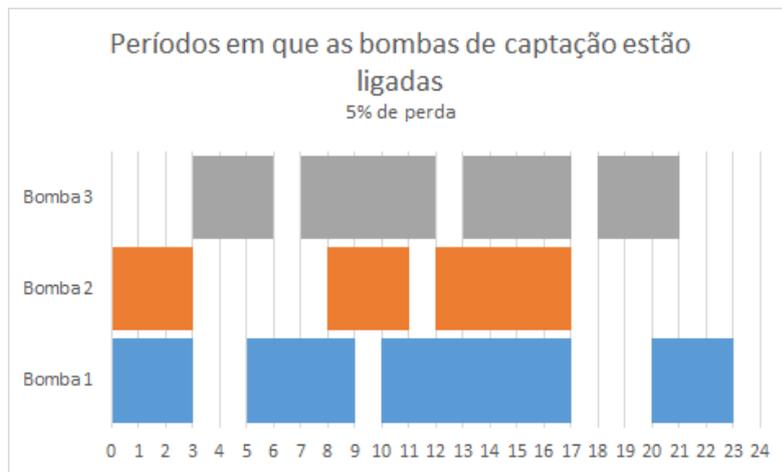


Figura 5.15 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 5% de perdas.

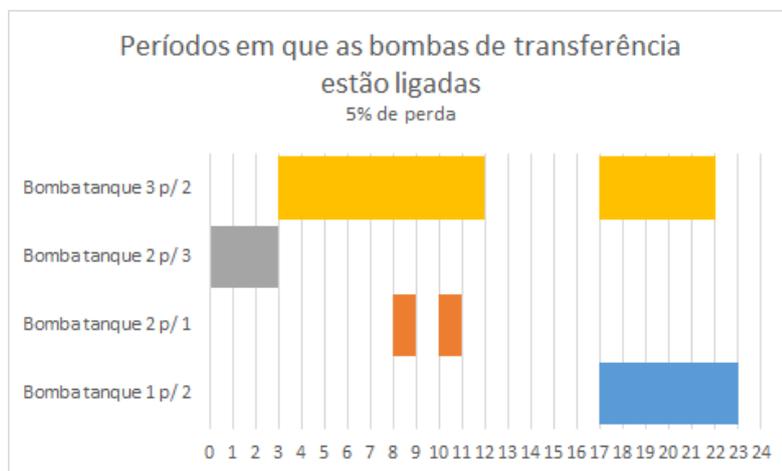


Figura 5.16 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 5% de perdas.

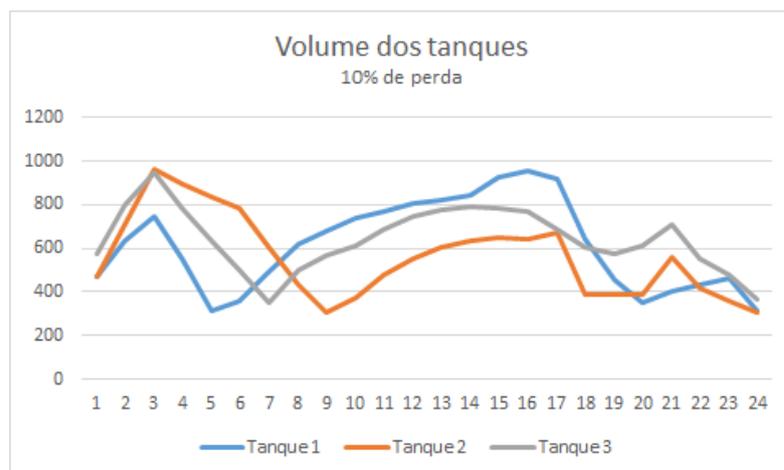


Figura 5.17 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe B - 10% de perdas

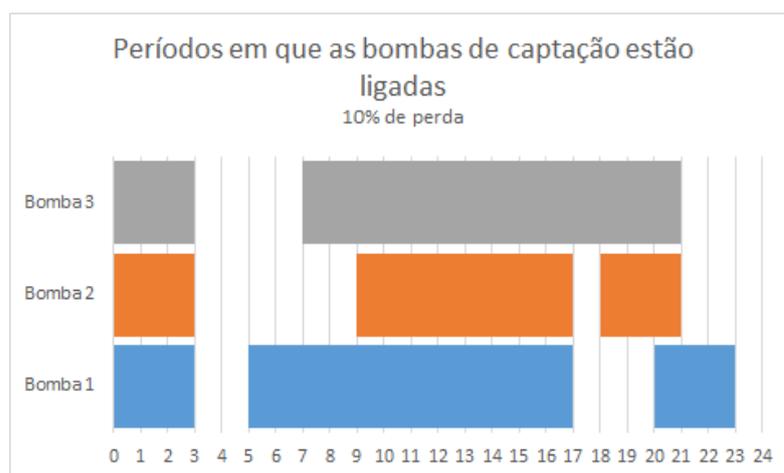


Figura 5.18 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 10% de perdas.

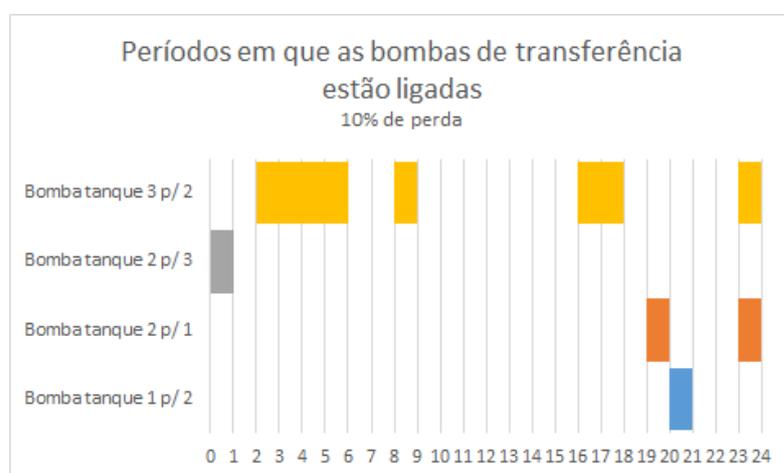


Figura 5.19 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe B - 10% de perdas.

De uma maneira geral é possível observar que o modelo proposto mostrou-se eficiente, tanto quando lidamos com demandas próximas as previstas normalmente, tanto quando adotamos demandas aleatórias, com valores diferentes dos previstos para os períodos em questão, o que significa que o modelo é adequado, também, para lidar com situações onde podem haver imprevistos, como incêndios ou uma grande demanda por conta do aumento de temperatura.

5.2 Segunda etapa de testes - Períodos de 15 minutos

Na segunda etapa de testes consideramos o horizonte de planejamento de 24h divididos em 96 períodos com 15 minutos cada. Isto se deu pois, segundo [Naoum-Sawaya et al. \(2015\)](#), o preço cobrado pela energia elétrica nos sistemas de distribuição de água na Europa se altera a cada 15 minutos.

Os testes foram realizados de acordo com os dados de [Toledo et al. \(2008\)](#), porem proporcionais ao tamanho dos períodos, ou seja, todo os dados são referentes a 1 hora, então separamos estes de modo que 4 períodos de 15 minutos, juntos, corresponderem aos dados utilizados. Além disso, as demandas foram geradas conforme a classe A. Foram testadas 10 instâncias, nas quais considerou-se diferentes cenários: baixa, alta, média e extrapolação da demanda máxima registrada, de modo a testar o comportamento do modelo proposto para diferentes cenários de demanda.

Também foram realizados testes variando a quantidade de perda de água no sistema, onde consideramos 0%, 5% e 10% de perda a cada hora, onde o cálculo da perda por período é o inverso do cálculo do juros compostos. Por exemplo, considerando um capital igual 100 e um horizonte de planejamento com 4 períodos, para obtermos um montante de 105, referente a um aumento de 5% ao final do horizonte de planejamento, temos que, para cada um dos períodos, a taxa de juros deve ser de 1,2272234%. Para o caso onde queremos um montante de 110, a taxa de juros para cada período deve ser de 2,4113689%. Portanto, quando consideramos uma perda de 5% em 1 hora, para cada período de 15 minutos a perda é de 1,2272234%; e quando consideramos a perda de 10% em 1 hora, para cada período de 15 minutos é de 2,4113689%.

A Tabela [5.10](#) apresenta os valores obtidos para a função objetivo nos testes realizados com as instâncias geradas conforme a classe A para diferentes perdas de água.

Tabela 5.10 – Valor da função objetivo (em u.m.) - Instâncias geradas conforme classe A.

Instância	0% de perda	5% de perda	10% de perda
1	680,00	840,00	1031,250
2	788,00	975,50	1179,250
3	732,25	910,00	1088,250
4	748,75	911,50	1105,500
5	731,75	933,25	1094,000
6	732,25	903,75	1063,000
7	723,25	889,00	1086,250
8	711,00	893,00	1096,755
9	706,50	873,00	1062,250
10	776,75	972,75	1185,500

Através da Tabela 5.10 é possível observar que, da mesma maneira que na primeira fase de testes, quanto maior a quantidade de perda de água no sistema, maior o valor da função objetivo, o que também significa que investimentos em infraestrutura são benéficos para minimizar os gastos com energia elétrica nos sistemas de abastecimento de água; além do benefícios ambientais, diminuindo o desperdício de água potável. Em relação aos testes realizados onde não são consideradas perdas de água no sistema, nota-se um aumento no valor da função objetivo entre 21,7% e 27,7% quando temos 5% de perda, e entre 45,2% e 54,3% quando consideramos 10% de perda.

As Tabelas 5.11, 5.12 e 5.13 contém resultados referentes ao valor da função objetivo, ao tempo de execução do modelo (em segundos) e ao *gap* registrado na configuração padrão para os testes considerando 0%, 5% e 10% de perda de água, respectivamente. Nestas é possível observar que o tempo de execução do modelo varia de 0,6 segundos a pouco mais de 2 segundos na maioria dos casos. O tempo de execução é um pouco mais alto por conta da dimensão do modelo, já que por conta da diminuição do tamanho dos períodos de 1 hora para 15 minutos, a quantidade destes aumentou 4 vezes. Porém o modelo continua sendo viável computacionalmente, podendo ser utilizado no planejamento da operação das bombas em tempo real.

Tabela 5.11 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 0% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	680,00	0,840	0,036945
2	788,00	0,945	0,037717
3	732,25	0,849	0,038484
4	748,75	0,891	0,059569
5	731,75	0,738	0,034049
6	732,25	0,806	0,036637
7	723,25	0,981	0,025609
8	711,00	0,612	0,014425
9	706,50	0,600	0,019835
10	776,75	0,986	0,019766

Tabela 5.12 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 5% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	840,00	2,024	0,048189
2	975,50	1,297	0,050481
3	910,00	1,194	0,056812
4	911,50	1,310	0,055091
5	933,25	1,247	0,074131
6	903,75	1,495	0,048435
7	889,00	1,120	0,034490
8	893,00	1,518	0,043737
9	873,00	6,293	0,031549
10	972,75	1,371	0,045337

Tabela 5.13 – Valor da função objetivo, tempo de execução e gap - Instâncias geradas conforme classe A - 10% de perdas.

Instância	F.O.(u.m.)	Tempo(s)	Gap(%)
1	1031,25	1,409	0,070192
2	1179,25	0,687	0,070271
3	1088,25	0,864	0,071205
4	1105,50	0,848	0,084650
5	1094,00	0,748	0,071395
6	1063,00	1,038	0,047385
7	1086,25	0,730	0,051422
8	1096,75	1,234	0,082064
9	1062,25	1,160	0,063111
10	1185,50	0,783	0,068424

As Figuras 5.20, 5.23 e 5.26 ilustram as soluções obtidas para a instância 3, escolhida aleatoriamente, considerando 0%, 5% e 10% de perdas, respectivamente. Nestas figuras

estão os estoques de água no final de cada período para cada um dos tanques.

A Figuras 5.21, 5.24 e 5.27 mostram os períodos onde há captação de água e as Figuras 5.22, 5.25 e 5.28 mostram os períodos onde há transferência de água entre os tanques; ambas considerando 0%, 5% e 10% de perdas de água. Nota-se que, nestas figuras, diferentemente da etapa de testes anteriores, existe um grande número de acionamento das bombas, apesar do modelo evitar estes durante os períodos críticos, pois nestes a energia elétrica é mais cara.

Neste caso também tem-se que, quanto maior a perda do sistema menos água é armazenada nos tanques, pelo fato que a pressão exercida por esta dentro do tanque influencia nas perdas, não armazenando água afim de atender todos os períodos críticos.

Ao final do horizonte de planejamento podemos observar que o modelo tende a minimizar a diferença entre níveis dos estoques iniciais e finais de água dos tanques, de forma a facilitar o planejamento da operação futura.

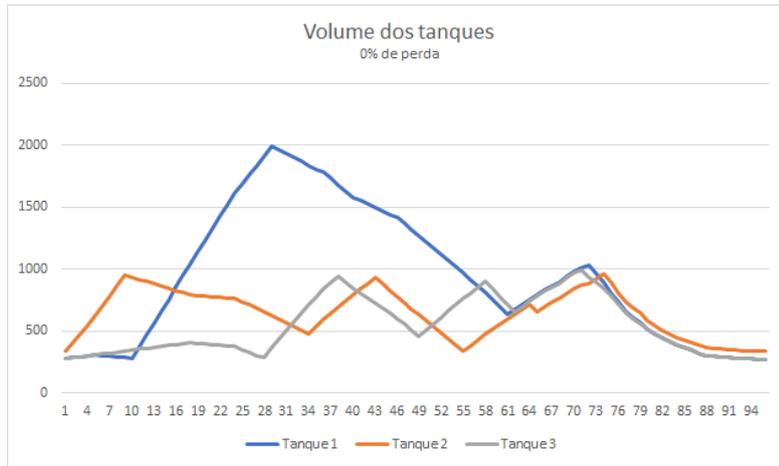


Figura 5.20 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.

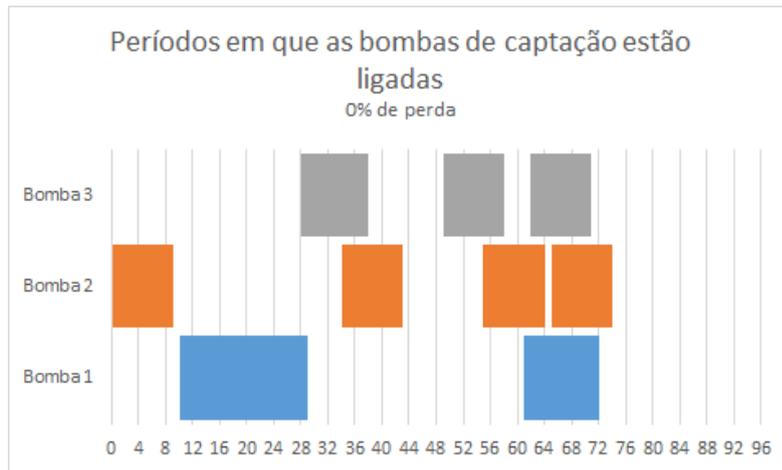


Figura 5.21 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.

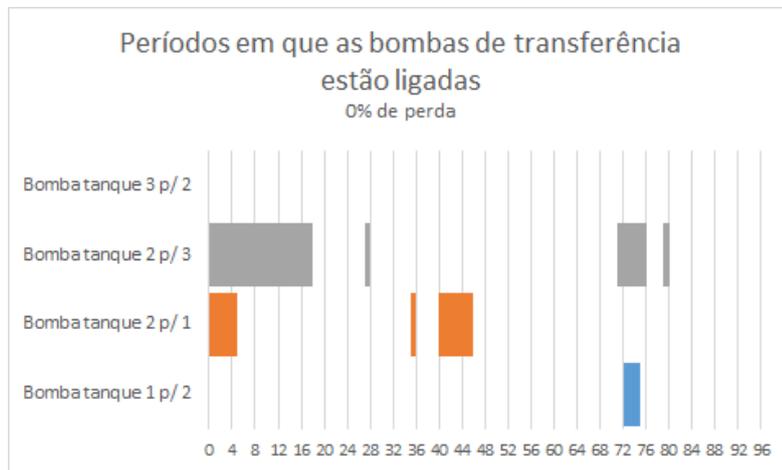


Figura 5.22 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 0% de perdas.

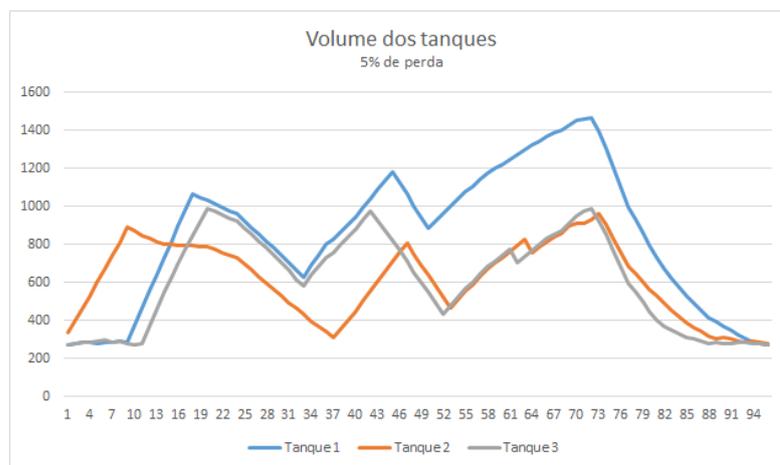


Figura 5.23 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.

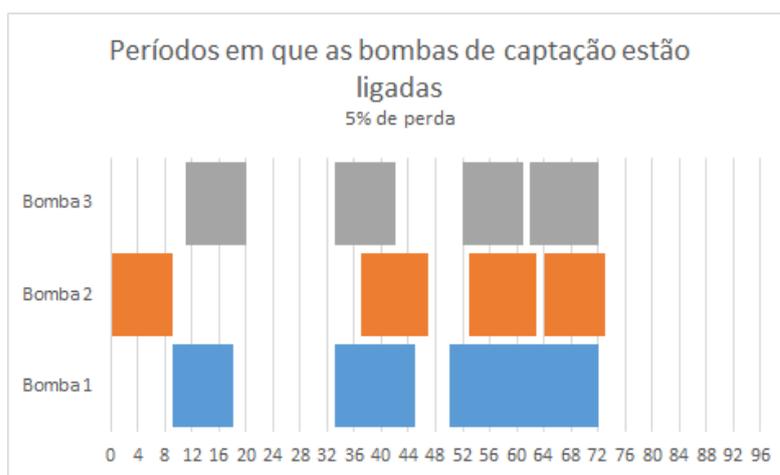


Figura 5.24 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.

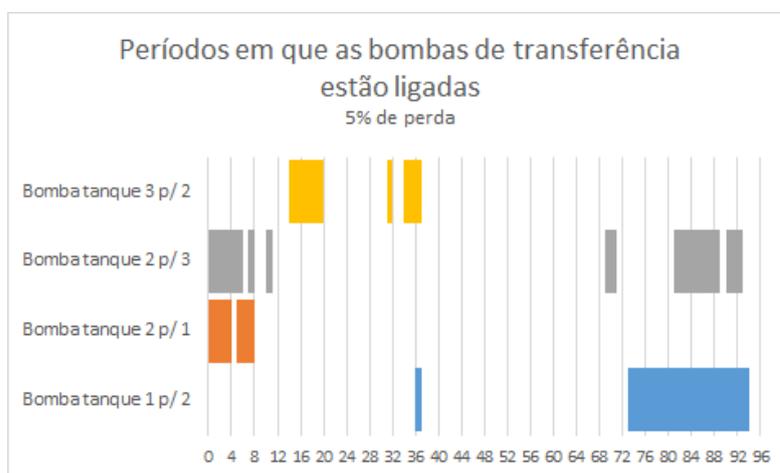


Figura 5.25 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 5% de perdas.

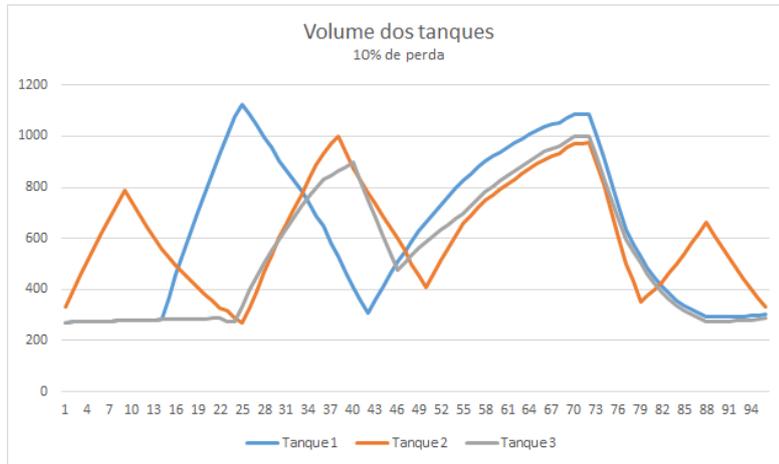


Figura 5.26 – Volume dos tanques ao final de cada período - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.

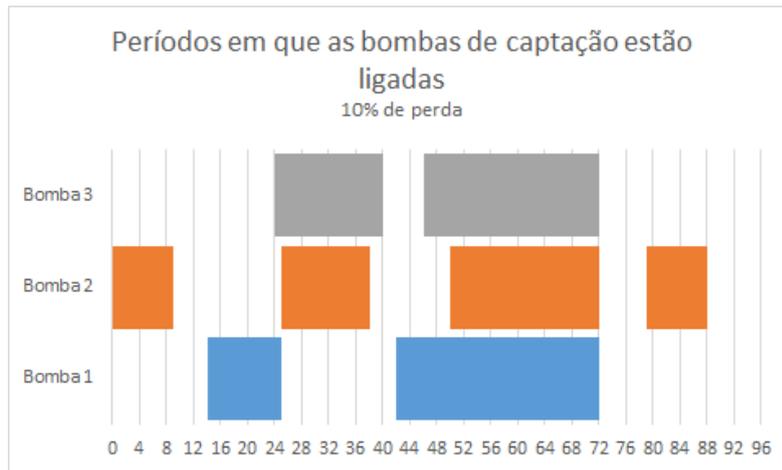


Figura 5.27 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.

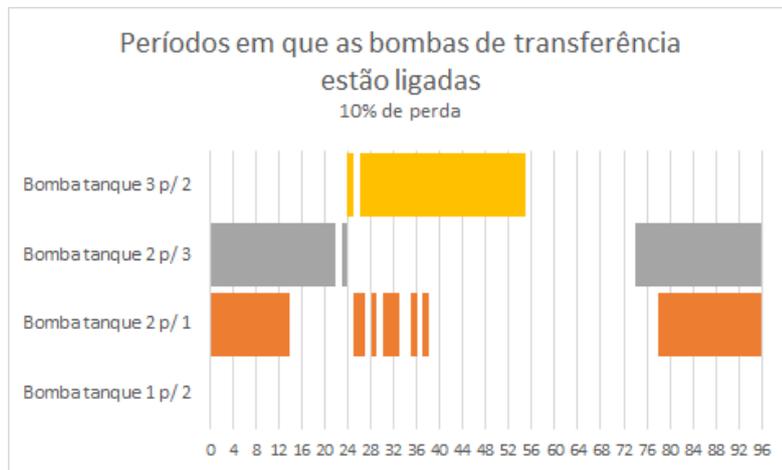


Figura 5.28 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Instância 3 gerada conforme classe A - 10% de perdas.

O modelo proposto mostrou-se viável computacionalmente quando utilizamos uma quantidade de períodos maiores, porém com tamanho reduzido, para os exemplos testados.

5.3 Comparação - Períodos de 1 hora vs. períodos de 15 minutos

Nesta seção apresentaremos a comparação de resultados obtidos com o modelo utilizando uma instância com 24 períodos de 1 hora cada e uma instância com 96 períodos de 15 minutos cada, ambos para o horizonte de planejamento de 1 dia (24h). Os dois testes também foram realizados com base nos dados de Toledo et al. (2008) e as demandas foram geradas conforme a classe A.

Para que esta comparação pudesse ser realizada de forma adequada, o valor da demanda a cada 1 hora é a mesma em ambos os casos. Por exemplo: para a instância que utiliza períodos com 1 hora, o tanque 1, na primeira hora, que corresponde ao primeiro período, tem sua demanda igual a $10 m^3$. Para esse mesmo tanque, na instância que utiliza períodos com 15 minutos, a primeira hora corresponde aos 4 primeiros períodos, nos quais as demandas são iguais a $1 m^3$, $3 m^3$, $2 m^3$ e $4 m^3$, respectivamente, que juntas somam $10 m^3$.

A Tabela 5.14 apresenta os valores obtidos para a função objetivo nos testes realizados utilizando períodos de 1h cada e 15min cada, e para variação de 0%, 5% e 10% de perdas de água.

Tabela 5.14 – Comparação entre os valores das funções objetivo (em u.m.) - 0%, 5% e 10% de perda.

% de perda	F.O.(u.m.) - Períodos de 1h	F.O.(u.m.) - Períodos de 15min
0%	1046	712
5%	1253,00	897,25
10%	1525,0	1093,5

É possível observar que, em todos os casos, a instância utilizando períodos de 15min é a que apresenta menor custo com energia elétrica. Isto se dá pela maior liberdade de escolha do acionamentos das bombas do modelo que utiliza períodos de 15min.

A Tabela 5.15 apresenta os valores obtidos para o tempo de execução dos testes (em segundos) realizados utilizando períodos de 1h cada e 15 min cada, e para variação de 0%, 5% e 10% de perdas de água. Nestas é possível observar que o tempo de execução do modelo que utiliza períodos de 15min é maior do que o que utiliza períodos de 1h. Isso acontece por conta da dimensão da instância ser maior, pois o número de períodos gera maior quantidade de restrições. Mesmo assim, os tempos permanecem abaixo de 2

segundos, sendo viável computacionalmente e podendo ser utilizado para a programação das bombas hidráulicas em tempo real.

Tabela 5.15 – Comparação entre os tempos de execução - 0%, 5% e 10% de perda.

% de perda	Tempo(s) - Períodos de 1h	Tempo(s) - Períodos de 15min
0%	0,540	0,837
5%	0,207	1,034
10%	0,230	0,638

As Figuras 5.29, 5.35 e 5.41 ilustram as soluções obtidas nos testes considerando períodos de 1h cada para 0%, 5% e 10% de perdas, respectivamente; e as Figuras 5.30, 5.36 e 5.42 ilustram as soluções obtidas nos testes considerando períodos de 15min cada para 0%, 5% e 10% de perdas, respectivamente, onde, em ambas, estão os estoques de água no final de cada período para cada um dos tanques.

As Figuras 5.31, 5.37 e 5.43 mostram os períodos onde há captação de água e as Figuras 5.33, 5.39 e 5.45 mostram os períodos onde há transferência de água entre os tanques; ambas considerando 0%, 5% e 10% de perdas de água nos testes considerando períodos de 1h cada. As Figuras 5.32, 5.38 e 5.44 mostram os períodos onde há captação de água e as Figuras 5.34, 5.40 e 5.46 mostram os períodos onde há transferência de água entre os tanques; ambas considerando 0%, 5% e 10% de perdas de água nos testes considerando períodos de 15min cada.

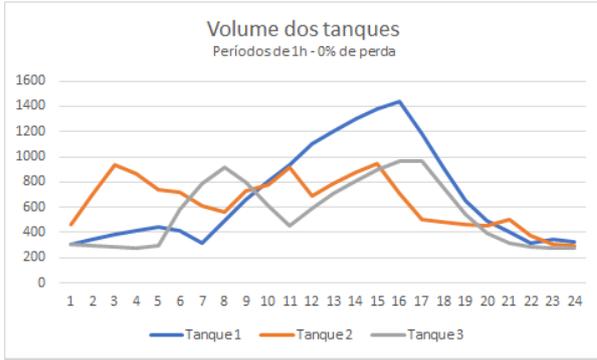


Figura 5.29 – Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 1h - 0% de perdas.

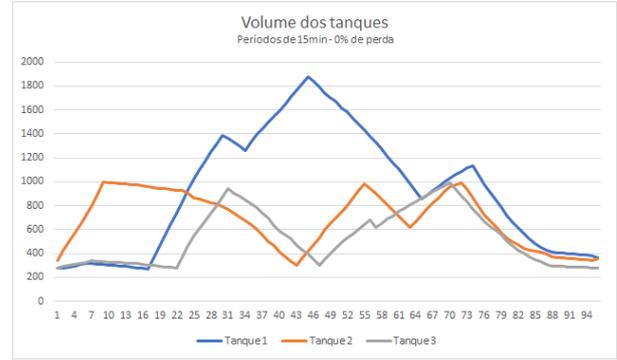


Figura 5.30 – Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 15min - 0% de perdas.

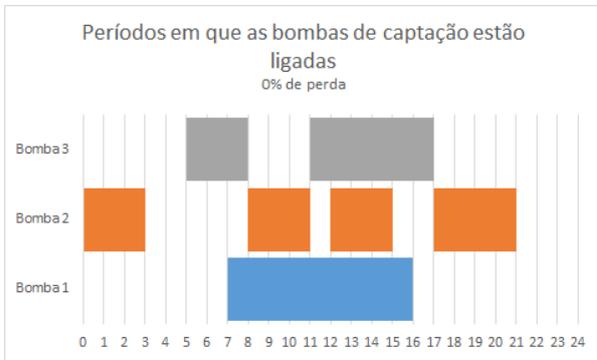


Figura 5.31 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 1h - 0% de perdas.

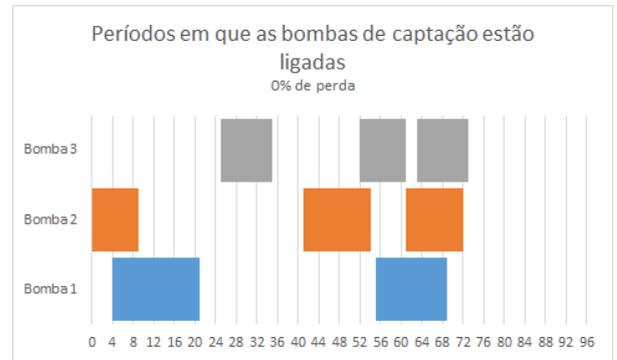


Figura 5.32 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 15min - 0% de perdas.

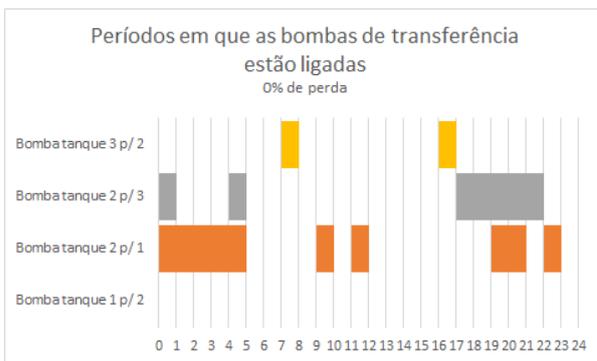


Figura 5.33 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 1h - 0% de perdas.

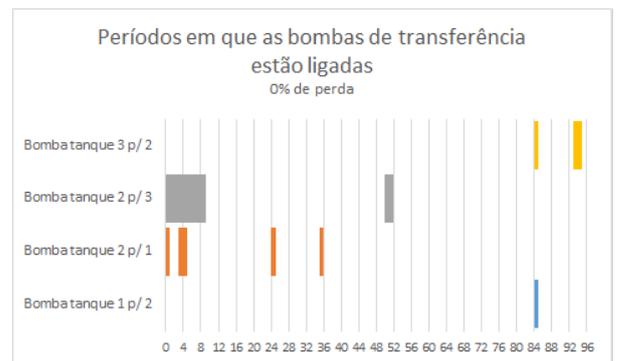


Figura 5.34 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 15min - 0% de perdas.

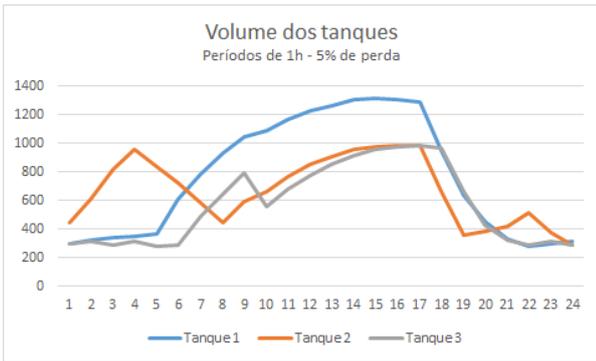


Figura 5.35 – Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 1h - 5% de perdas.

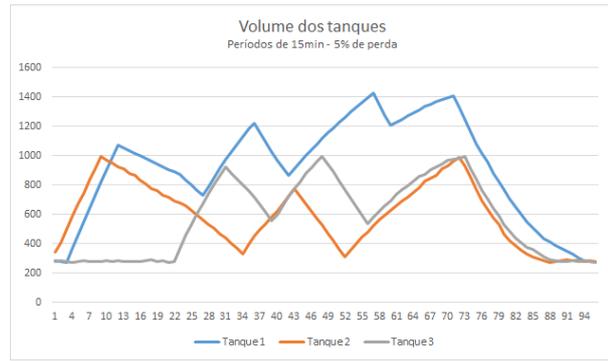


Figura 5.36 – Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 15min - 5% de perdas.

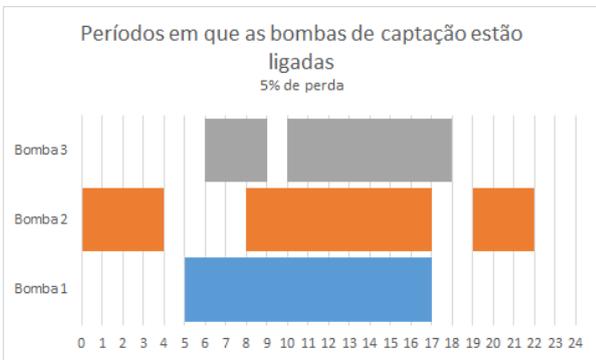


Figura 5.37 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 1h - 5% de perdas.

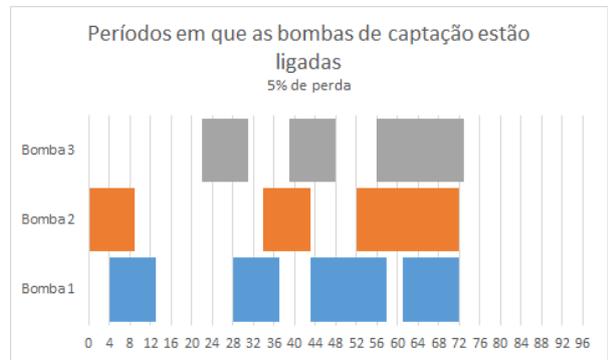


Figura 5.38 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 15min - 5% de perdas.

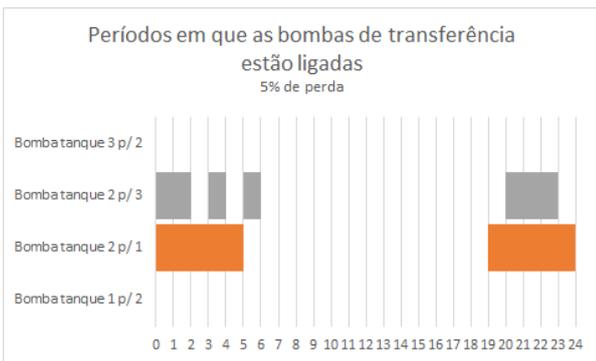


Figura 5.39 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 1h - 5% de perdas.

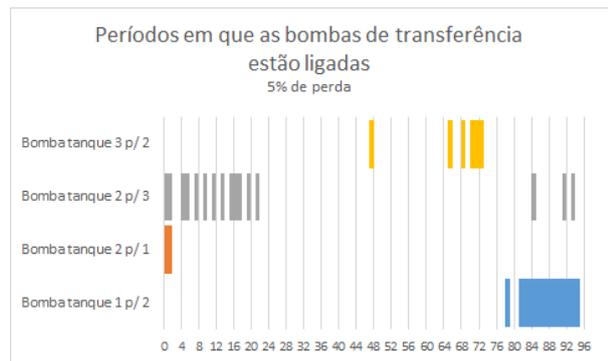


Figura 5.40 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 15min - 5% de perdas.

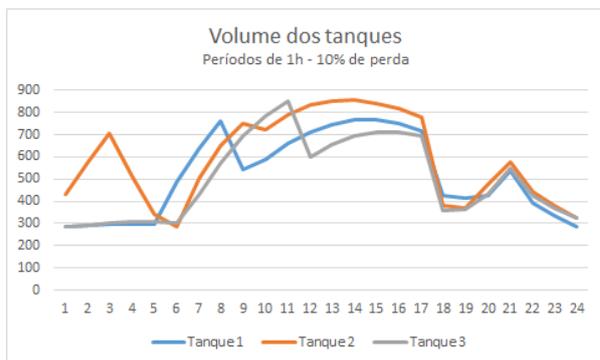


Figura 5.41 – Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 1h - 10% de perdas.

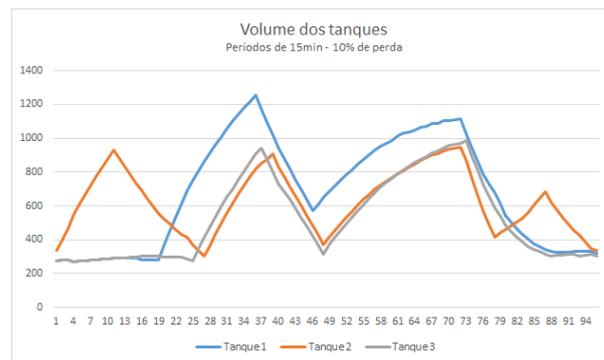


Figura 5.42 – Volume dos tanques ao final de cada período - Períodos de 15min - 10% de perdas.

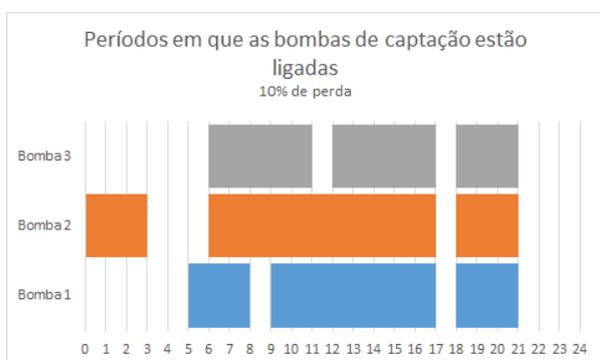


Figura 5.43 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 1h - 10% de perdas.

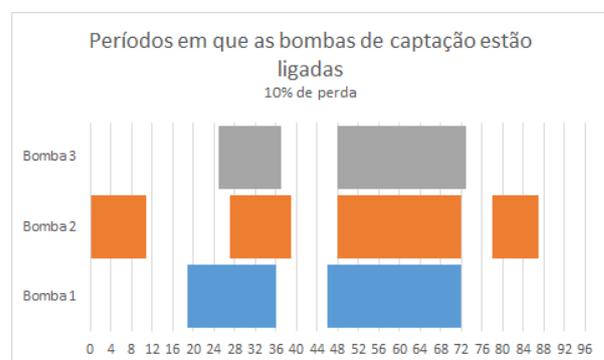


Figura 5.44 – Períodos em que as bombas de captação estão ligadas - Períodos de 15min - 10% de perdas.

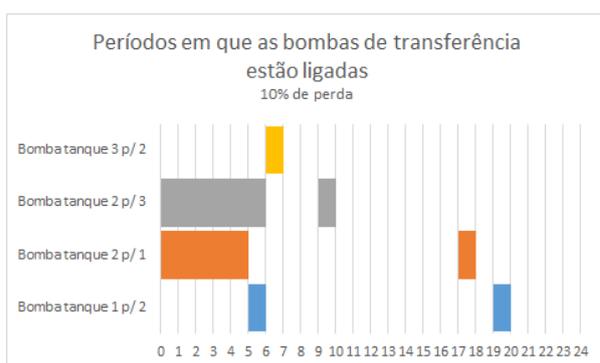


Figura 5.45 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 1h - 10% de perdas.

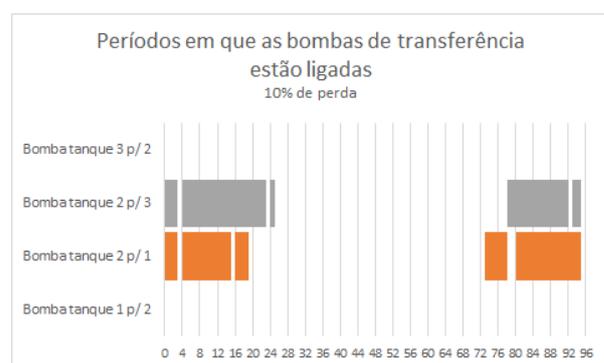


Figura 5.46 – Períodos em que as bombas de transferência estão ligadas - Períodos de 15min - 10% de perdas.

Nota-se que, da mesma maneira que nos testes anteriores, quanto maior a perda de água, o sistema tende a armazenar menos água nos tanques, de modo a diminuir a pressão nestes e a perdas.

Comparando os testes utilizando períodos de tamanhos diferentes nota-se que, na política de acionamento das bombas hidráulicas, a instância que utiliza períodos de 1h tem um número menor de acionamentos das bombas de captação do que a que utiliza períodos de 15min, porém, o tempo que as bombas permanecem ligadas após serem acionadas é maior quando utilizamos períodos de 1h, justificando os maiores valores de função objetivo nesses casos. Em média, a instância que utiliza períodos de 1h permanece com as bombas ligadas durante 4,4h seguidas quando não são consideradas perdas no sistema, enquanto a instância que utiliza períodos de 15min permanece ligada uma média de 2,9h. Quando consideramos 5% de perdas de água no sistema, a instância que utiliza períodos de 1h permanece com as bombas ligadas uma média de 6,5h, e a instância que utiliza períodos de 15min teve uma média de 2,9h. Para perdas de 10% no sistema, os testes para períodos de 1h permaneceram com as bombas ligadas uma média de 4,9h, e os períodos de 15min por 4,3h.

Concluimos que ambos os casos, utilizando períodos de 1 hora e períodos de 15 minutos, o modelo proposto se mostrou eficiente e acarretou bons resultados financeiros e computacionais, onde os testes utilizando períodos de 15min gera menor custo com energia elétrica. Com isso, a escolha do tamanho dos períodos pode ser feita pelo operador ou de acordo com a região onde o sistema de abastecimento de água se encontra.

5.4 Análise dos resultados - Modelo proposto vs. operação prática

Na prática, a operação do liga/desliga das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água é feita considerando os níveis dos tanques. Usualmente, liga-se as bombas quando o nível de água no tanque está próximo do nível mínimo, desligando-as quando o nível do tanque está próximo do nível máximo, e, se possível, desliga-se as bombas no início do horário de ponta. Nesta seção os resultados obtidos com o modelo proposto neste trabalho serão comparados com os resultados obtidos via Simulação da Operação Prática (SOP).

Para a SOP foi desenvolvido um modelo de programação inteira mista a partir do modelo (4.13)-(4.24) proposto neste trabalho, que visa representar as ações usuais do liga/desliga das bombas em sistemas de abastecimento. Para isso, no modelo proposto foram desconsideradas as restrições relacionadas ao tempo mínimo que uma bomba deve permanecer ligada após ser acionada (4.17), as restrições relacionadas à pressão através do volume dos tanques (4.18-4.20), e as restrições de balanceamento dos estoques inicial e final dos tanques (4.21) e foram adicionados os seguintes parâmetros, variáveis e as restrições (5.1)-(5.5) para a formulação do modelo para SOP.

Parâmetros:

m : valor positivo suficientemente pequeno;

ω : porcentagem aceita na diferença entre o estoque de água no período e o volume mínimo permitido no tanque, e entre o estoque de água no período e o volume máximo permitido no tanque;

Δh_j : diferença entre o volume máximo e o volume mínimo permitidos no tanque j , ou seja, $\Delta h_j = h_j^{max} - h_j^{min}$.

Variáveis de decisão:
 $\psi_{jt} : \begin{cases} 1, & \text{se a bomba } j \text{ é desligada no período } t; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Foram adicionadas as seguintes restrições:

$$\alpha_{jt} + \psi_{jt} \leq 1, \quad j \in R, t \in T; \quad (5.1)$$

$$\alpha_{jt} - \psi_{jt} = x_{j,t} - x_{j,t-1}, \quad j \in R, t \in T; \quad (5.2)$$

$$-\alpha_{jt} * \Delta h_j \leq I_{j,t-1} - (1 + \omega) * h_j^{min} \leq (1 - \alpha_{jt}) * \Delta h_j - m * \alpha_{jt}; \quad j \in R, t \in T \quad (5.3)$$

$$m - \psi_{jt} * \Delta h_j \leq (1 - \omega) * h_j^{max} - I_{j,t-1} \leq (1 - \psi_{jt}) * \Delta h_j; \quad j \in R, t \in T \quad (5.4)$$

$$\psi_{jt} \in \{0, 1\}, \quad j \in R, t \in T \quad (5.5)$$

As restrições (5.1) e (5.2) dizem respeito ao liga/desliga das bombas, ou seja, uma bomba só pode ser ligada ou desligada no período t , não podendo haver as duas operações no mesmo período. Além disso, uma bomba só pode ser desligada no período t se estava ligada no período $t-1$.

As restrições (5.3) fazem com que, quando o estoque de água no tanque no período $t-1$ for menor do que $1+\omega$ do estoque mínimo, a bomba é acionada. Nestas restrições o termo $-m * \alpha_{jt}$ garante que a bomba j não seja acionada quando $I_{j,t-1} = (1 + \omega) * h_j^{min}$, assim a bomba é acionada apenas quando $I_{j,t-1} < (1 + \omega) * h_j^{min}$.

Para exemplificar as restrições (5.3), temos que o termo $I_{j,t-1} - (1 + \omega) * h_j^{min}$ pode ser 0, positivo ou negativo. Como Δh é sempre um positivo, quando $I_{j,t-1} - (1 + \omega) * h_j^{min} = 0$, ou seja, $I_{j,t-1} = (1 + \omega) * h_j^{min}$, o termo $-m * \alpha_{jt}$ obriga α_{jt} a ser 0, fazendo assim com que não haja o acionamento da bomba quando o estoque é igual a $1 + \omega$ do volume mínimo do tanque. Quando $I_{j,t-1} - (1 + \omega) * h_j^{min} = \text{número positivo}$, ou seja, $I_{j,t-1} > (1 + \omega) * h_j^{min}$,

o termo $(1 - \alpha_{jt}) * \Delta h_j$ obriga α_{jt} a ser 0, não havendo o acionamento da bomba quando o estoque está acima de $1 + \omega$ do volume mínimo. E quando $I_{j,t-1} - (1 + \omega) * h_j^{min} =$ número negativo, ou seja, $I_{j,t-1} < (1 + \omega) * h_j^{min}$, o termo $-\alpha_{jt} * \Delta h_j$ obriga α_{jt} a ser 1, havendo o acionamento da bomba apenas quando o estoque de água no tanque estiver abaixo de $1 + \omega$ do volume mínimo.

As restrições (5.4) fazem com que, quando o estoque de água no tanque no período $t-1$ for maior ou igual do que $1-\omega$ do estoque máximo, a bomba é desligada.

Para exemplificar as restrições (5.4), temos que o termo $(1-\omega) * h_j^{max} - I_{j,t-1}$ pode ser 0, positivo ou negativo. Como Δh é sempre um positivo, quando $(1-\omega) * h_j^{max} - I_{j,t-1} = 0$, ou seja, $(1-\omega) * h_j^{max} = I_{j,t-1}$, os termos $m - \psi_{jt} * \Delta h_j$ obrigam α_{jt} a ser 1, fazendo assim com que haja o desligamento da bomba quando o estoque é igual a $1-\omega$ do volume máximo do tanque. Quando $(1-\omega) * h_j^{max} - I_{j,t-1} =$ número positivo, ou seja, $(1-\omega) * h_j^{max} > I_{j,t-1}$, o termo $(1 - \psi_{jt}) * \Delta h_j$ obriga α_{jt} a ser 0, não havendo o desligamento da bomba apenas quando o estoque está abaixo de $1 - \omega$ do volume máximo. E quando $(1-\omega) * h_j^{max} - I_{j,t-1} =$ número negativo, ou seja, $(1-\omega) * h_j^{max} < I_{j,t-1}$, os termos $m - \psi_{jt} * \Delta h_j$ obrigam α_{jt} a ser 1, havendo o desligamento da bomba quando o estoque de água no tanque estiver acima de $1 - \omega$ do volume máximo.

As restrições (5.5) definem as variáveis como binárias.

Deste modo, o modelo para SOP é dado por:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R (c_{jt} * x_{jt} + sc_{jt} * \alpha_{jt}) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R \sum_{l \in R_j} (\gamma_{jlt} * z_{jlt}) \quad (5.6)$$

s.a

$$I_{jt} = (1 - \theta_{j,t-1}) * I_{j,t-1} + v_{jt} * x_{jt} + \sum_{l \in P_j} (w_{ljt} * z_{ljt}) - \sum_{l \in R_j} (w_{jlt} * z_{jlt}) - \sum_{k \in S_j} d_{kt}, \quad j \in R, t \in T; \quad (5.7)$$

$$\alpha_{jt} \geq x_{jt} - x_{j,t-1}, \quad j \in R, t \in T; \quad (5.8)$$

$$h_j^{min} \leq I_{jt} \leq h_j^{max}, \quad j \in R, t \in T; \quad (5.9)$$

$$\alpha_{jt} + \psi_{jt} \leq 1, \quad j \in R, t \in T; \quad (5.10)$$

$$\alpha_{jt} - \psi_{jt} = x_{j,t} - x_{j,t-1}, \quad j \in R, t \in T; \quad (5.11)$$

$$-\alpha_{jt} * \Delta h_j \leq I_{j,t-1} - (1 + \omega) * h_j^{min} \leq (1 - \alpha_{jt}) * \Delta h_j - m * \alpha_{jt}; \quad j \in R, t \in T \quad (5.12)$$

$$m - \psi_{jt} * \Delta h_j \leq (1 - \omega) * h_j^{max} - I_{j,t-1} \leq (1 - \psi_{jt}) * \Delta h_j; \quad j \in R, t \in T \quad (5.13)$$

$$x_{j0} = 0, \quad j \in R; \quad (5.14)$$

$$I_{j0} = h_j^0, \quad j \in R; \quad (5.15)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\}, \alpha_{jt} \in \{0, 1\}, z_{ljt} \in \{0, 1\}, \psi_{jt} \in \{0, 1\} \quad j \in R, l \in R_j, t \in T \quad (5.16)$$

Deste modo, temos o modelo para SOP (5.6)-(5.16). Nas soluções para este modelo quando o estoque de água no tanque está abaixo de uma porcentagem em relação ao estoque mínimo a bomba é ligada, e esta só é desligada quando o estoque é igual ou ultrapassa uma porcentagem em relação ao estoque máximo do tanque referente, visando atender a demanda e, se possível, evitar ligar as bombas durante os períodos críticos, devido à função objetivo. Esse modelo representa a operação usual nos sistemas de abastecimento que, embora seja operado sem planejamento, desligando as bombas quando possível, não tem a preocupação com os períodos críticos.

Testes numéricos com o modelo para SOP foram realizados através do *solver* CPLEX em interface com o *software* Gams. Seus resultados foram comparados com os obtidos pelo modelo proposto neste trabalho, os quais serão apresentados a seguir.

Para os testes consideramos o horizonte de planejamento de 24h dividido em 24 períodos com 1h cada. Os testes foram realizados com as 10 instâncias utilizadas na Seção 5.1, com demandas geradas conforme a classes A. Também realizamos testes variando a quantidade de perda de água no sistema, onde consideramos 0%, 5% e 10% de perda a cada hora. O valor de ω adotado se refere à uma porcentagem aceita entre 10% e 20%, e o valor de m utilizado foi de 0,000001.

As Tabelas 5.16, 5.17 e 5.18 apresentam os valores obtidos para a função objetivo (custo com a energia elétrica) nos testes realizados com o modelo proposto e o modelo para SOP, considerando 0%, 5% e 10% de perda de água, respectivamente.

Tabela 5.16 – Custo com energia elétrica (em u.m.): Modelo Proposto x SOP - 0% de perda.

Instância	F.O.(u.m.)		Redução do custo com energia elétrica
	SOP	Modelo Proposto	
1	1204	919	23,67%
2	1417	1107	21,88%
3	1296	1018	21,45%
4	1385	1048	24,33%
5	1202	1044	13,14%
6	1197	1012	15,46%
7	1291	1043	19,21%
8	1290	1015	21,32%
9	1290	1048	18,76%
10	1310	1082	17,40%
Média			19,66%

Tabela 5.17 – Custo com energia elétrica (em u.m.): Modelo Proposto x SOP - 5% de perda.

Instância	F.O.(u.m.)		Redução do custo com energia elétrica
	SOP	Modelo Proposto	
1	1520	1192	21,58%
2	1581	1382	12,59%
3	1433	1256	12,35%
4	1442	1286	10,82%
5	1523	1252	17,80%
6	1490	1316	11,68%
7	1504	1324	11,97%
8	1551	1345	13,28%
9	1566	1318	15,84%
10	1468	1313	10,56%
Média			13,85%

Tabela 5.18 – Custo com energia elétrica (em u.m.): Modelo Proposto x SOP - 10% de perda.

Instância	F.O.(u.m.)		Redução do custo com energia elétrica
	SOP	Modelo Proposto	
1	1709	1519	11,18%
2	1837	1698	07,57%
3	1855	1524	17,84%
4	1800	1553	13,72%
5	1802	1520	15,65%
6	1857	1577	15,08%
7	1980	1610	18,69%
8	1887	1643	12,93%
9	1856	1610	13,25%
10	1798	1581	12,07%
Média			13,80%

É possível observar na Tabelas 5.16, 5.17 e 5.18 que, em todos os casos, o modelo proposto apresenta menor custo com energia elétrica quando comparado à SOP, indicando que o planejamento da operação das bombas hidráulicas implica numa redução dos custos em sistemas de abastecimento de água. Para os testes onde não são consideradas perdas de água no sistema, observamos uma redução média de 19,66% nos gastos com energia elétrica quando utilizamos o modelo proposto. Para os casos onde são consideradas 5% de perda, temos uma redução média de 13,85% dos gastos. Nos casos onde consideramos 10% de perda de água no sistema, o modelo proposto mostra uma redução média de 13,80% nos gastos com energia elétrica. Estas reduções ocorrem por conta do modelo proposto evitar o acionamento das bombas durante os períodos críticos, enquanto a SOP opera apenas em relação a quantidade de água no estoque para ligar ou desligar as bombas, havendo o funcionamento destas durante os períodos onde a energia elétrica é mais cara. Além disso, da mesma maneira que no modelo proposto, quanto maior a perda de água no sistema, maior o valor da função objetivo para a solução via SOP.

A seguir apresentamos as soluções obtidas pelo modelo e pela SOP, para a instância 3, afim de analisar as diferenças entre elas. As Figuras 5.47, 5.50, 5.53 apresentam o volume de água ao final de cada período nos tanques 1, 2 e 3, respectivamente, para a instância 3, considerando 0% de perda de água no sistema. Além disso, como a solução obtida via SOP não considera as restrições relacionadas a pressão, não há garantias do volume necessário nos tanques para garantir a pressão necessária para que a água chegue ao centro consumidor por gravidade, havendo períodos em que a demanda não é atendida mesmo havendo água no tanque, ilustrados nas figuras 5.49, 5.52, 5.55.

As Figuras 5.48, 5.51 e 5.54 ilustram os períodos em que suas respectivas bombas de captação estão acionadas; e as Figuras 5.56, 5.57, 5.58 e 5.59 ilustram os períodos onde ocorrem transferência de água entre os tanques.

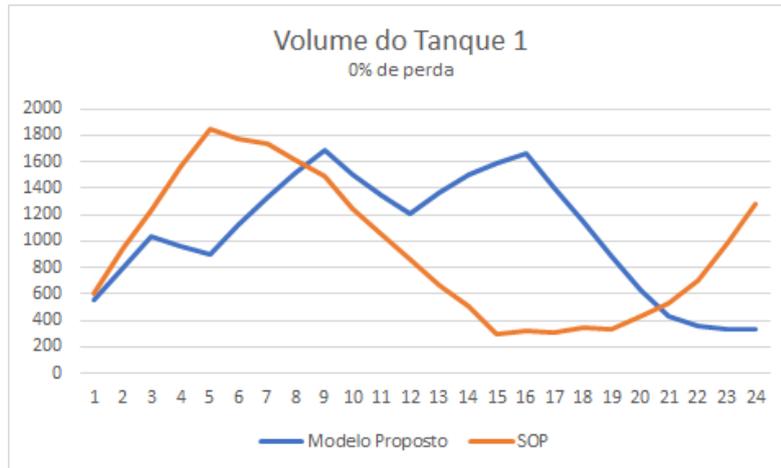


Figura 5.47 – Volume do tanque 1 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

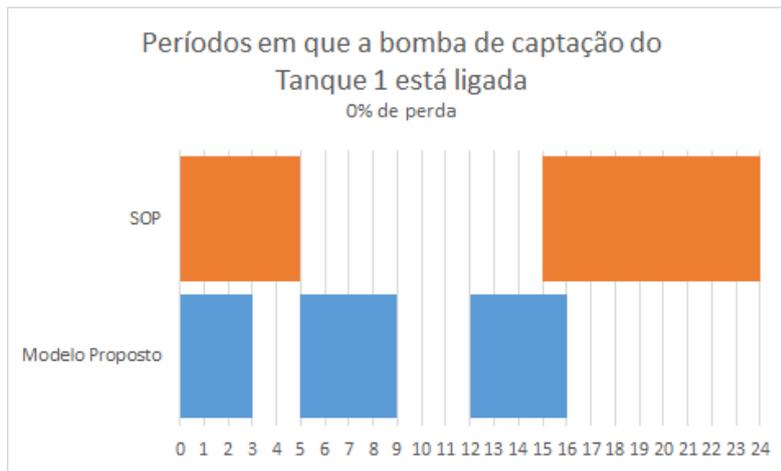


Figura 5.48 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

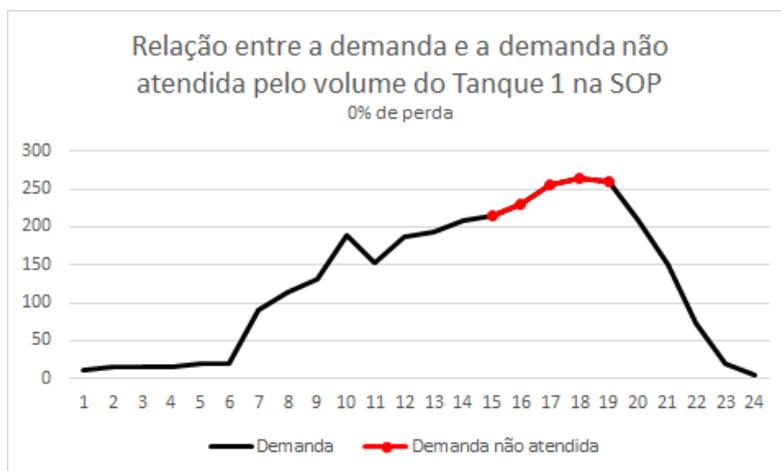


Figura 5.49 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 1 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

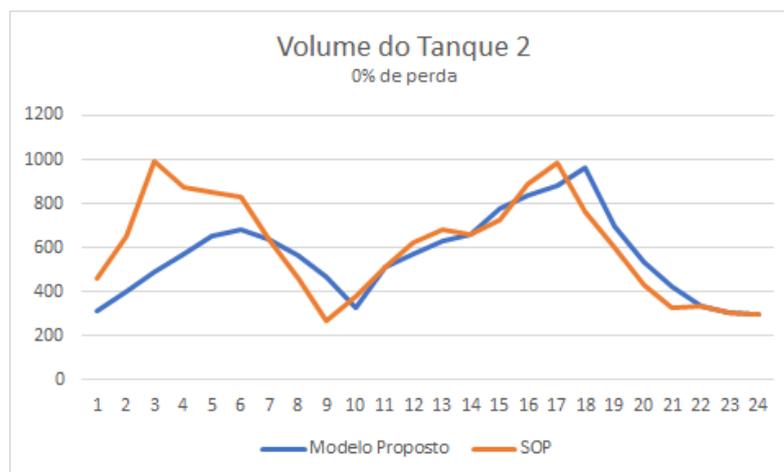


Figura 5.50 – Volume do tanque 2 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

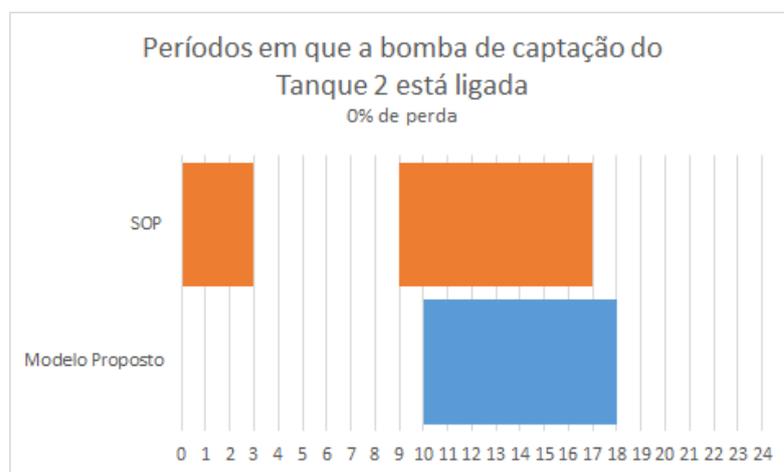


Figura 5.51 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

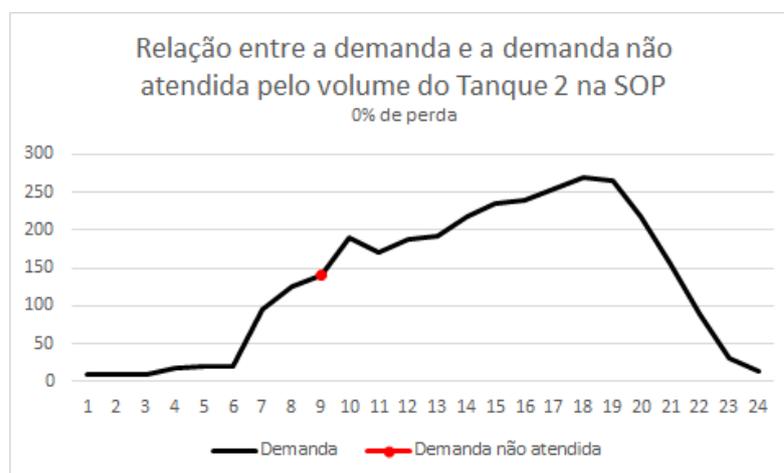


Figura 5.52 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 2 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

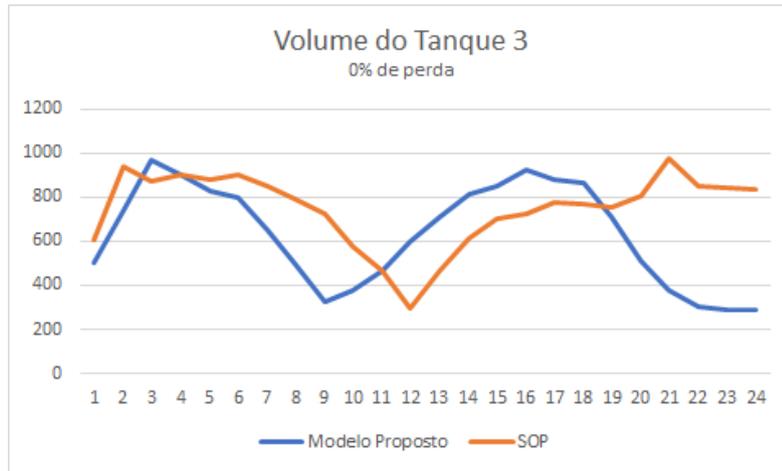


Figura 5.53 – Volume do tanque 3 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

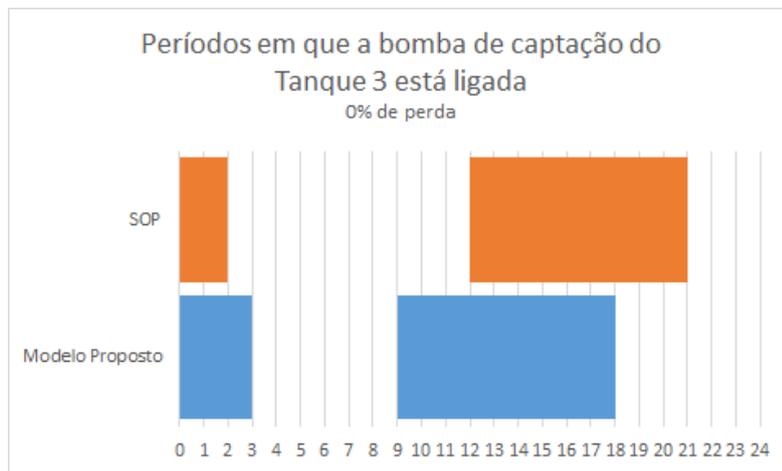


Figura 5.54 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

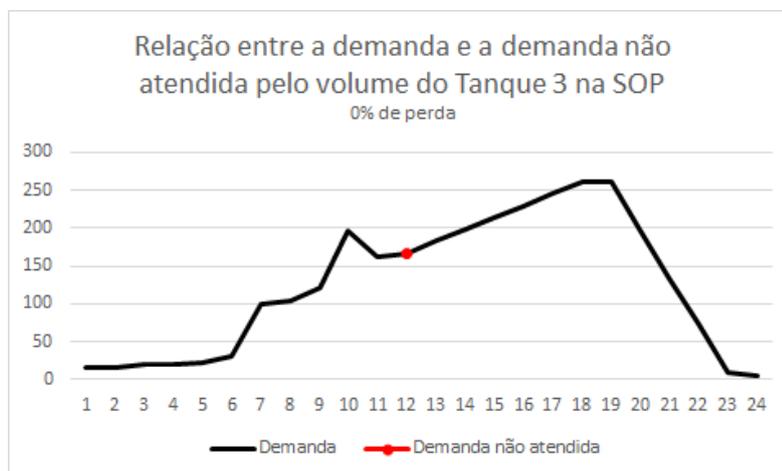


Figura 5.55 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 3 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

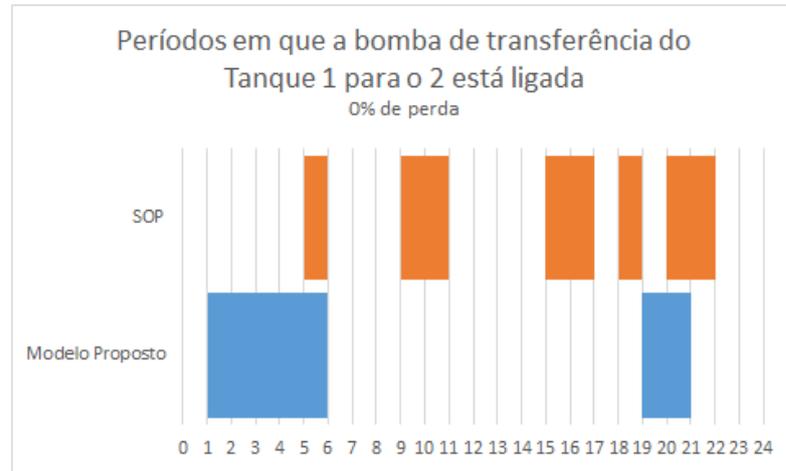


Figura 5.56 – Períodos em que a bomba de transferência do tanque 1 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

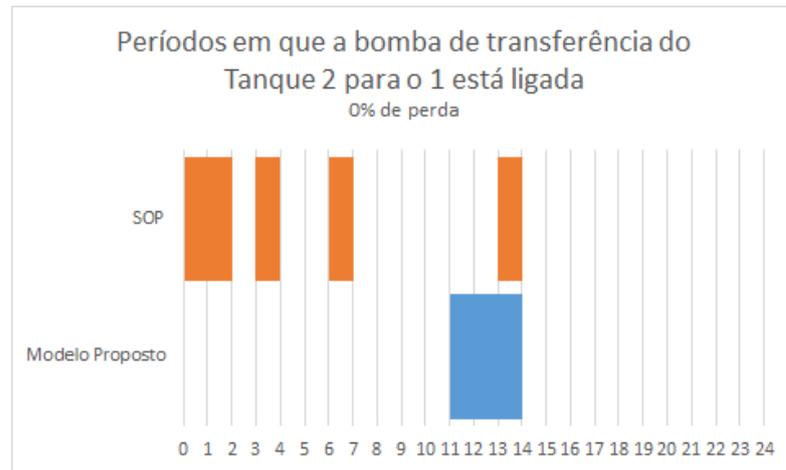


Figura 5.57 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

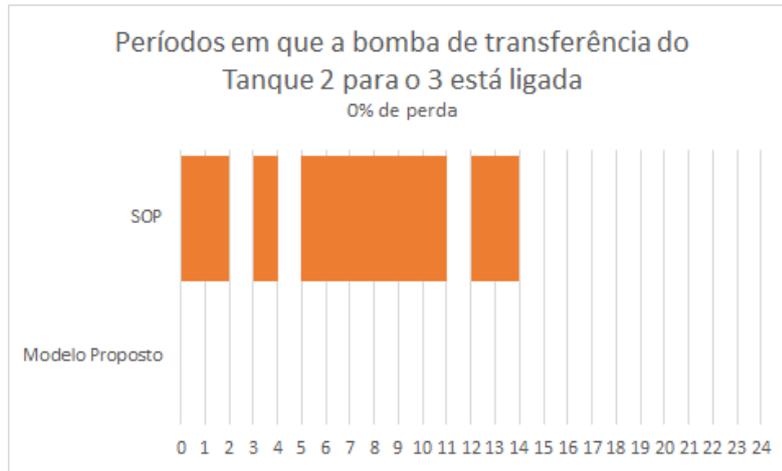


Figura 5.58 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

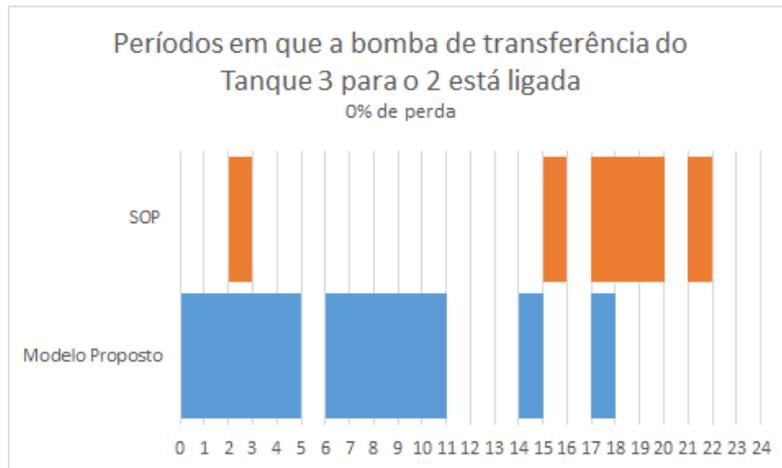


Figura 5.59 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 3 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

Como a característica da operação prática realizada nos sistemas de abastecimento de água é ligar as bombas de captação quando o nível do tanque está próximo do mínimo e desligá-las apenas quando estes atingem estão próximos do máximo, nota-se, nas Figuras 5.48, 5.51 e 5.54, a diferença da política de acionamento das bombas entre a solução pelo modelo proposto e a solução via SOP. Enquanto na solução obtida pelo modelo proposto evita a utilização das bombas de captação durante os períodos críticos, na solução da SOP as bombas de captação dos tanques 1 e 3 se mantiveram ligadas durante todo o período crítico.

Nas figuras 5.49, 5.52, 5.55 observa-se que o volume gerado pela solução via SOP para o Tanque 1 é insuficiente para garantir a pressão necessária para atender a demanda em 5 de 24 períodos, o que na prática representaria um centro consumidor sem suas demandas atendidas durante 5h por dia (das 15h as 19h), e para os Tanques 2 e 3 um

período fica sem ser atendido. Neste caso, temos uma demanda total de 1531 m^3 não atendida na solução via SOP, que representa cerca de 16,6% da demanda total, enquanto que na solução obtida pelo modelo proposto todas as demanda são atendidas.

Em relação as bombas de transferência, estas também tem seu acionamento evitado durante os períodos críticos na solução obtida pelo modelo proposto. Podemos observar na Figura 5.58 que a bomba de transferência que envia água do Tanque 2 para o 3 não foi acionada na solução obtida pelo modelo proposto, mas na solução obtida via SOP permaneceu ligada por quase metade dos períodos, acarretando custos à sua função objetivo.

A seguir apresentamos as soluções obtidas pelo modelo proposto e pela SOP para a instância 3 nos testes com 5% de perdas. As Figuras 5.60, 5.63, 5.66 apresentam o volume de água ao final de cada período nos tanques 1, 2 e 3, respectivamente. Novamente, como a solução obtida via SOP não considera as restrições relacionadas a pressão, não há garantias do volume necessário nos tanques para garantir a pressão necessária para que a água chegue ao centro consumidor por gravidade, havendo períodos em que a demanda não é atendida mesmo havendo água no tanque, ilustrados nas figuras 5.62, 5.65, 5.68.

As Figuras 5.61, 5.64 e 5.67 ilustram os períodos em que suas respectivas bombas de captação estão ligadas e as Figuras 5.69, 5.70, 5.71 e 5.72 ilustram os períodos onde ocorrem transferência de água entre os tanques.

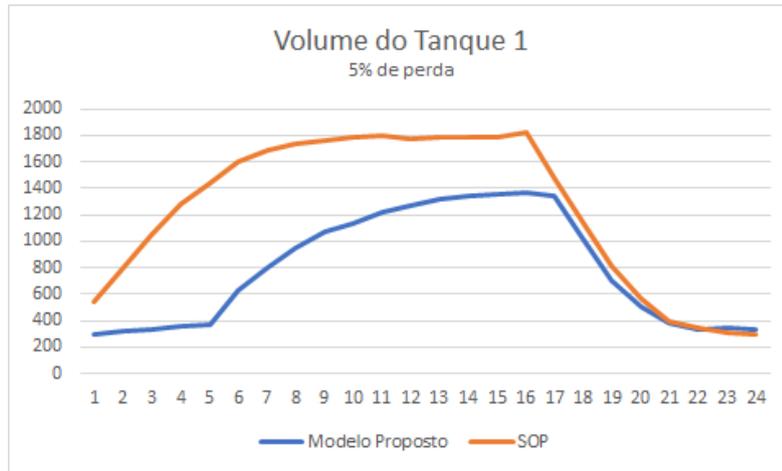


Figura 5.60 – Volume do tanque 1 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

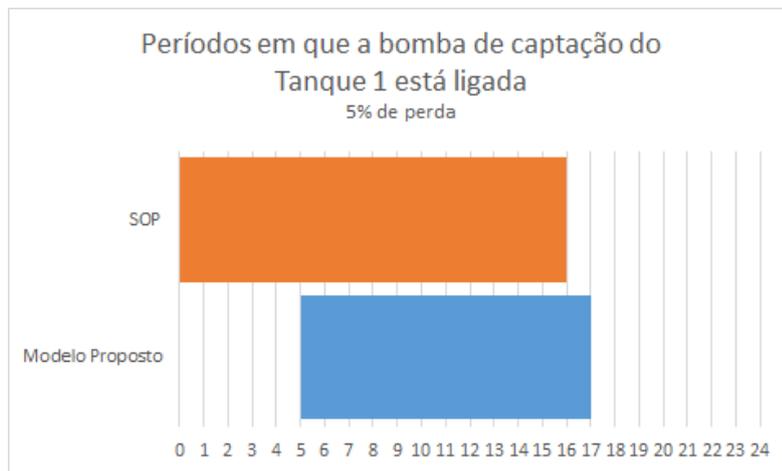


Figura 5.61 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

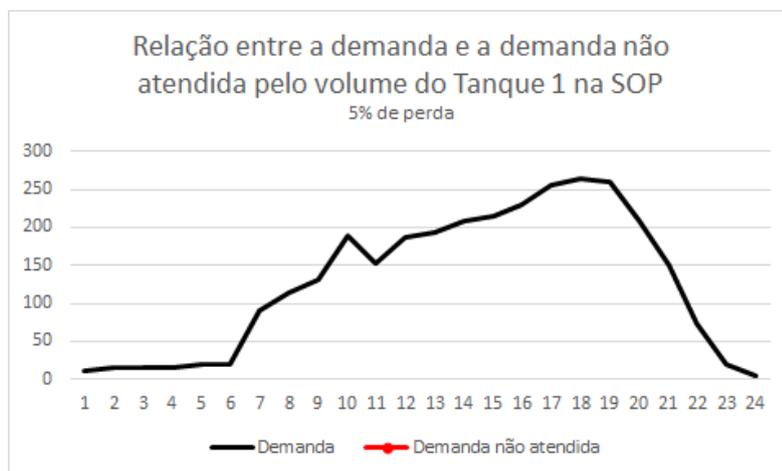


Figura 5.62 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 1 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

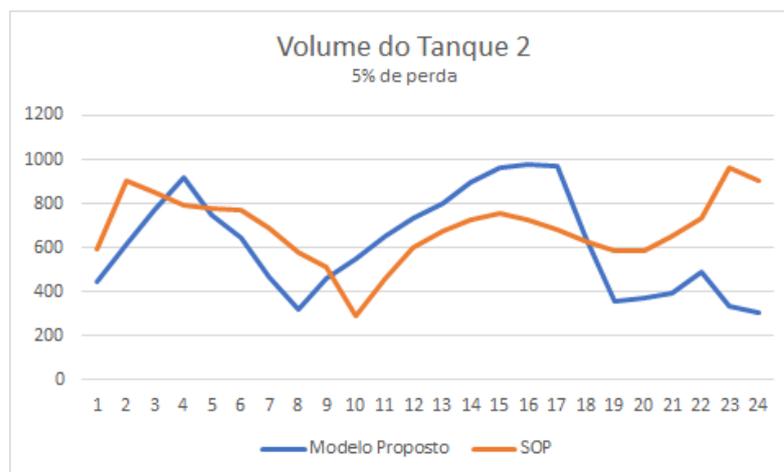


Figura 5.63 – Volume do tanque 2 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

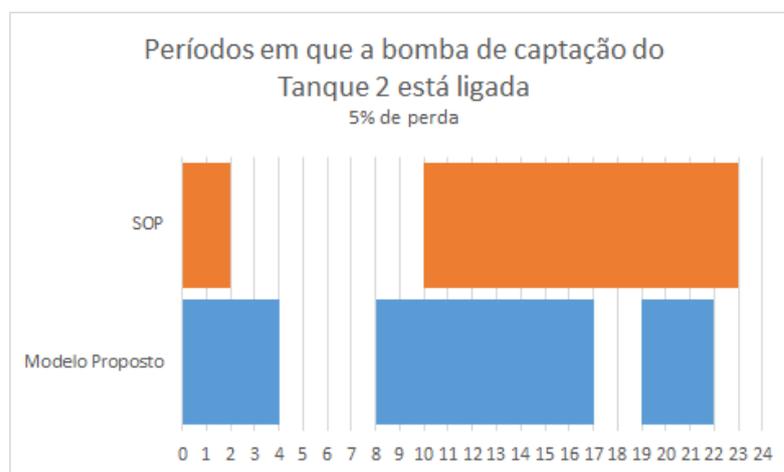


Figura 5.64 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

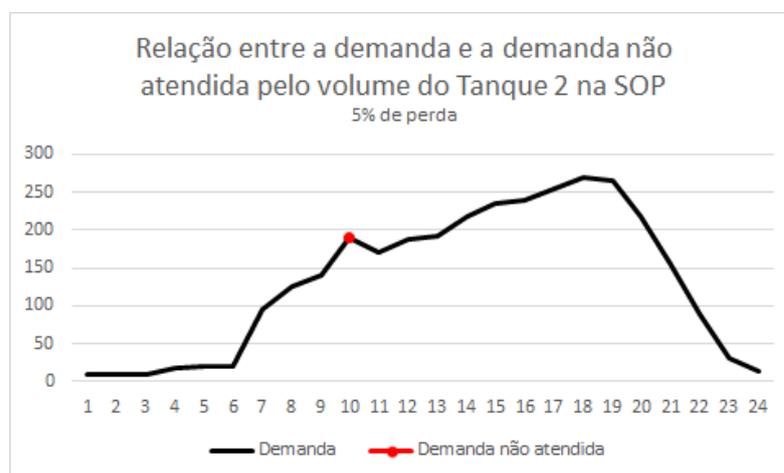


Figura 5.65 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 2 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

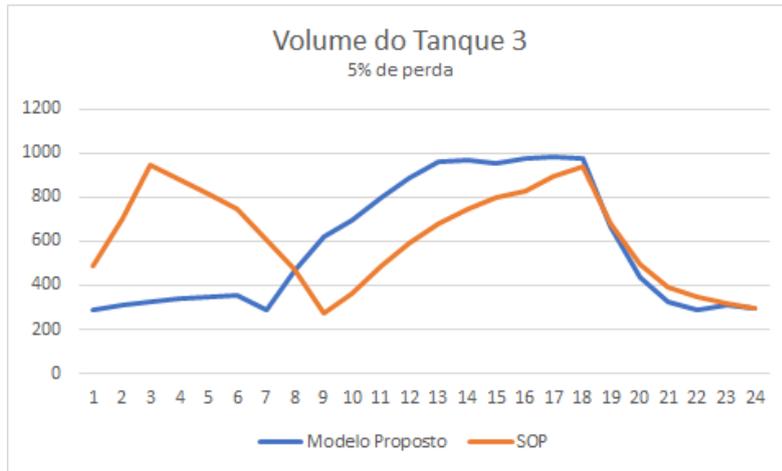


Figura 5.66 – Volume do tanque 3 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

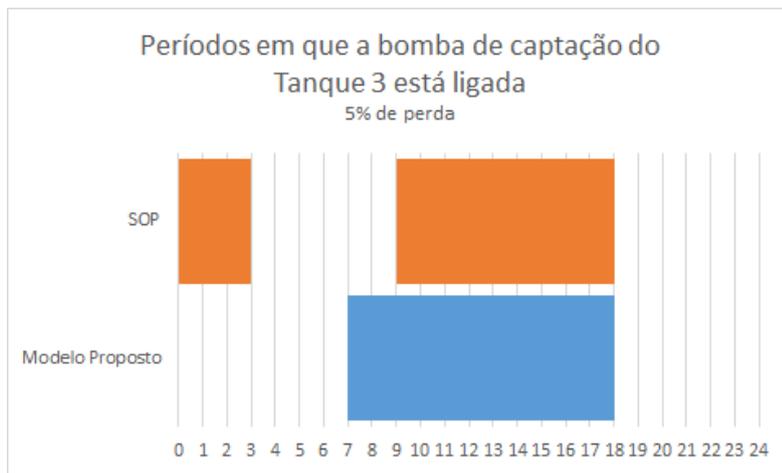


Figura 5.67 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

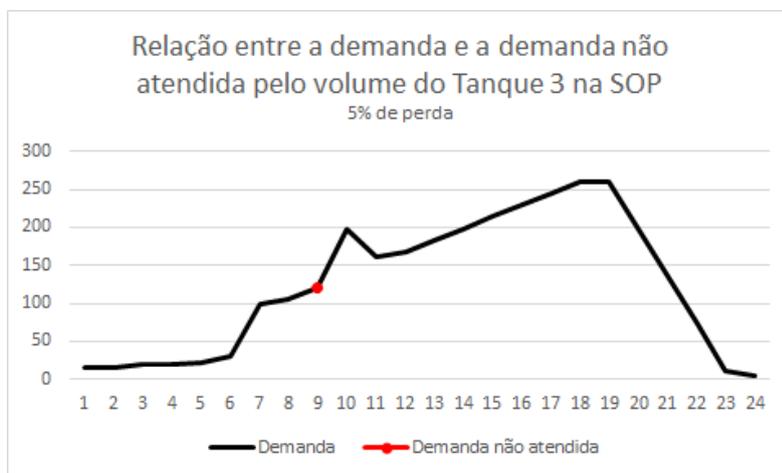


Figura 5.68 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 3 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

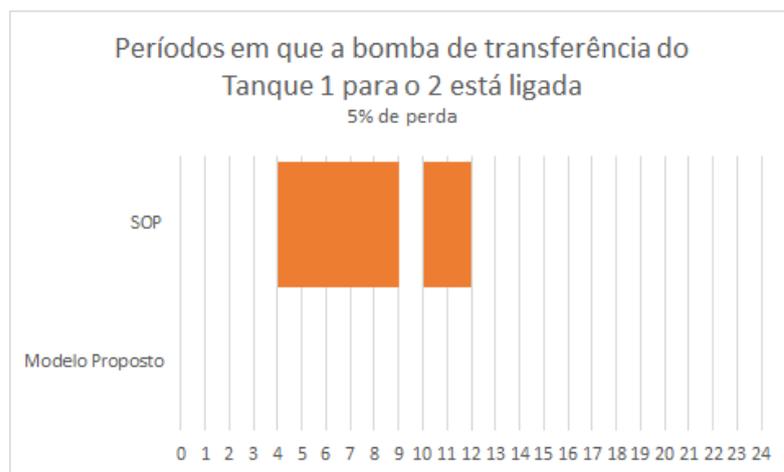


Figura 5.69 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 1 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

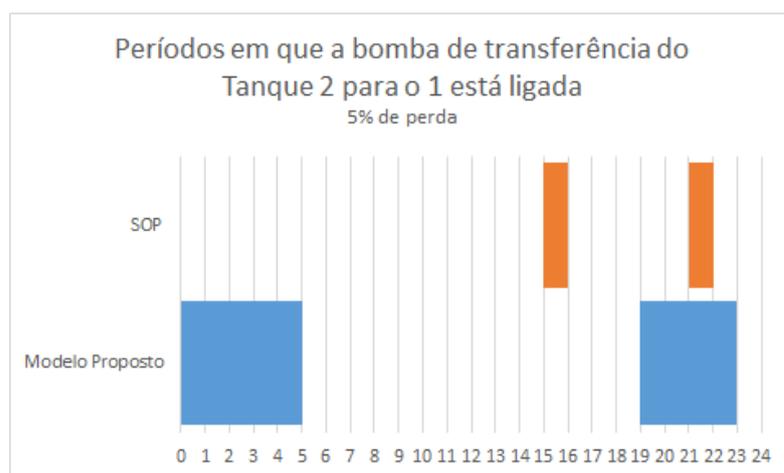


Figura 5.70 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

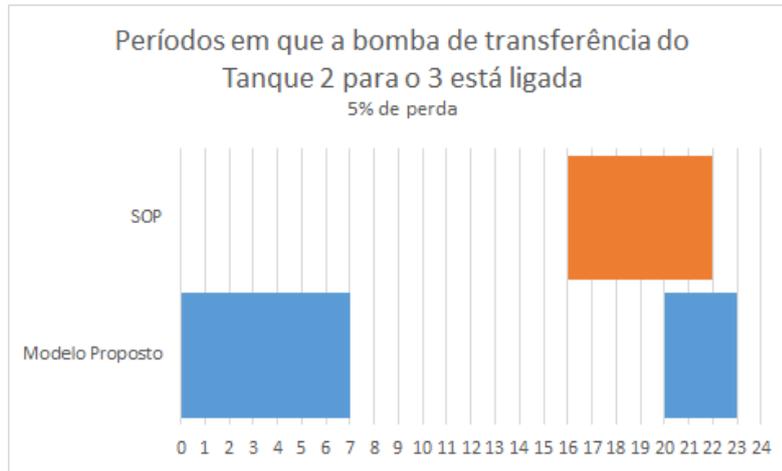


Figura 5.71 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

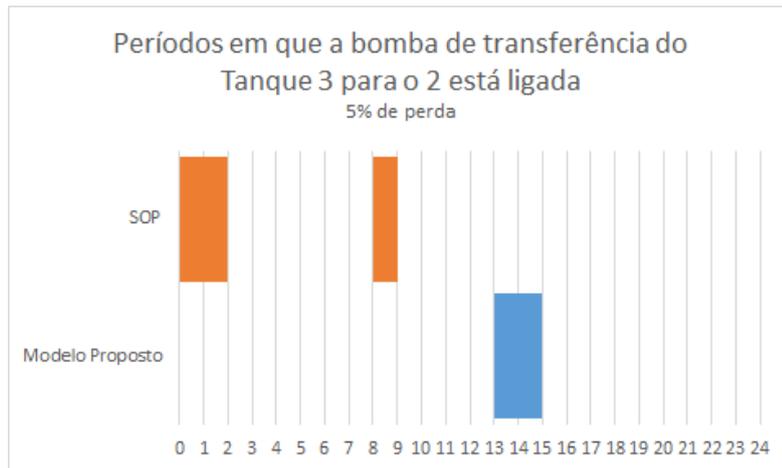


Figura 5.72 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 3 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

Na Figura 5.60 observamos que, na solução obtida via SOP, o volume do Tanque 1 permanece estável, próximo ao volume máximo permitido, entre os períodos 8 e 17, e, segundo a Figura 5.61, a bomba de captação permanece ligada nestes mesmos períodos. Isto ocorre pois, de acordo com a Figura 5.62, há um aumento de demanda entre esses períodos, mas também, através da Figura 5.69, observa-se que o Tanque 1 está utilizando o estoque para transferir água para o Tanque 2. Logo, há captação contínua pois, apesar do estoque estar próximo ao volume máximo, a água captada está sendo usada para abastecer o centro consumidor correspondente e o Tanque 2.

Nas Figuras 5.61, 5.64 e 5.67 é possível observar que as bombas de captação na solução obtida via SOP permanecem ligadas por mais tempo do que no modelo proposto. Isto ocorre pelo fato de que nas soluções obtidas pelo modelo proposto há uma tendência em diminuir os estoques de água quando as perdas no sistema aumentam, e a SOP só

considera o acionamento afim de alcançar o volume máximo dos tanques, acarretando maior volume de perdas de água e também de custos na função objetivo. Além disso, para o Tanque 2, as bombas de captação da solução via SOP permaneceram ligadas durante todo o período crítico, enquanto as bombas na solução obtida pelo modelo proposto evitaram alguns deles.

Nas figuras 5.62, 5.65, 5.68 observa-se que o volume gerado pela solução via SOP para os Tanque 2 e 3 é insuficiente para garantir a pressão necessária para atender a demanda em um período. Neste caso, temos uma demanda total de $311 m^3$ não atendida na solução via SOP, que representa cerca de 3,4% da demanda total, enquanto que na solução obtida pelo modelo proposto todas as demanda são atendidas.

A seguir apresentamos as soluções obtidas pelo modelo proposto e pela SOP para a instância 3 nos testes com 10% de perdas. As Figuras 5.73, 5.76, 5.79 mostram o volume de água ao final de cada período nos tanques 1, 2 e 3, respectivamente. Novamente, como a solução obtida via SOP não considera as restrições relacionadas a pressão, não existem garantias do volume necessário nos tanques quem exijam pressão suficiente para que a água chegue ao centro consumidor por gravidade, havendo períodos em que a demanda não é atendida mesmo havendo água no tanque, ilustrados nas figuras 5.75, 5.78, 5.81.

As Figuras 5.74, 5.77 e 5.80 ilustram os períodos em que suas respectivas bombas de captação estão ligadas e as Figuras 5.82, 5.83, 5.84 e 5.85 ilustram os períodos onde ocorrem transferência de água entre os tanques.

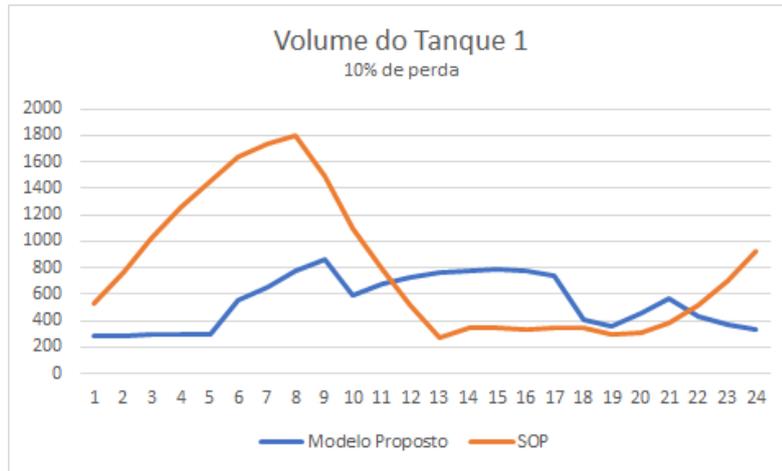


Figura 5.73 – Volume do tanque 1 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

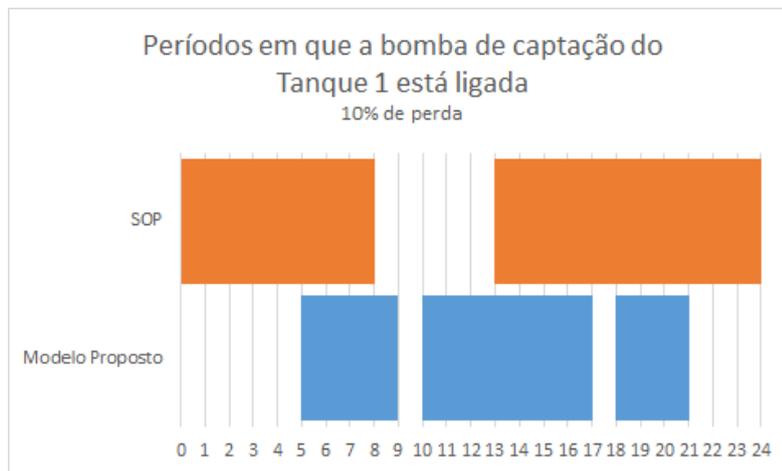


Figura 5.74 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

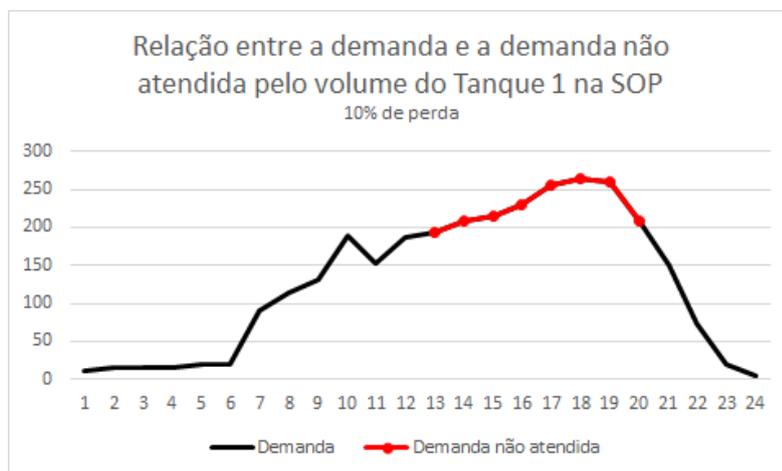


Figura 5.75 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 1 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

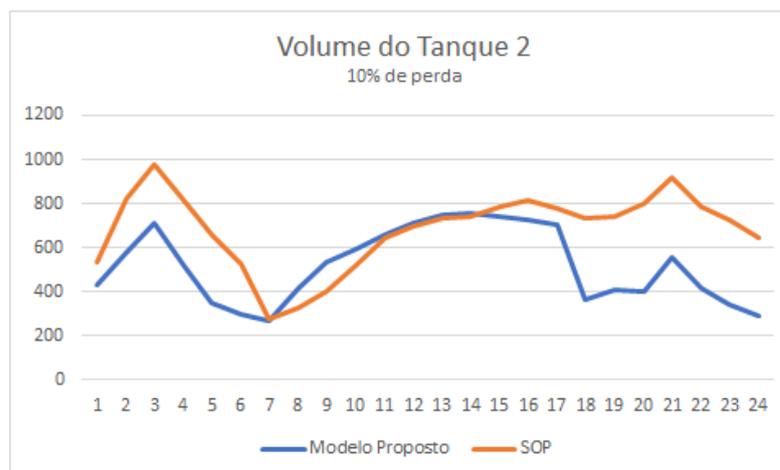


Figura 5.76 – Volume do tanque 2 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

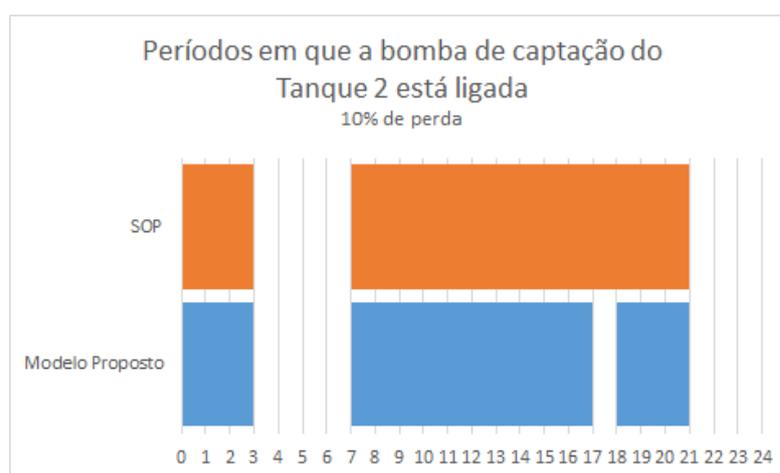


Figura 5.77 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

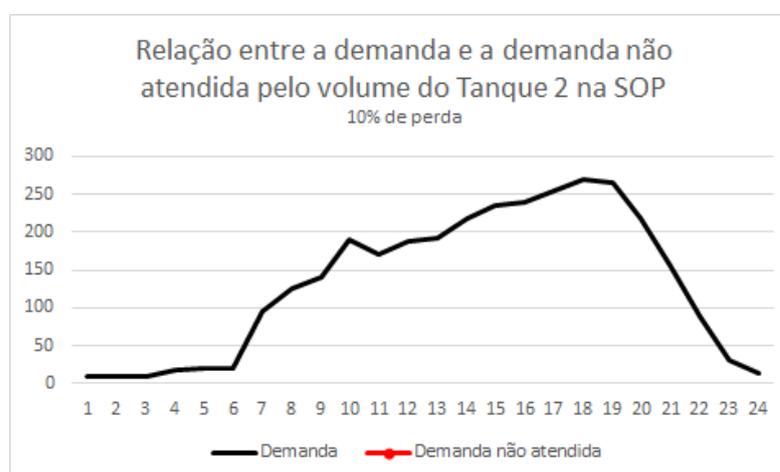


Figura 5.78 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 2 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

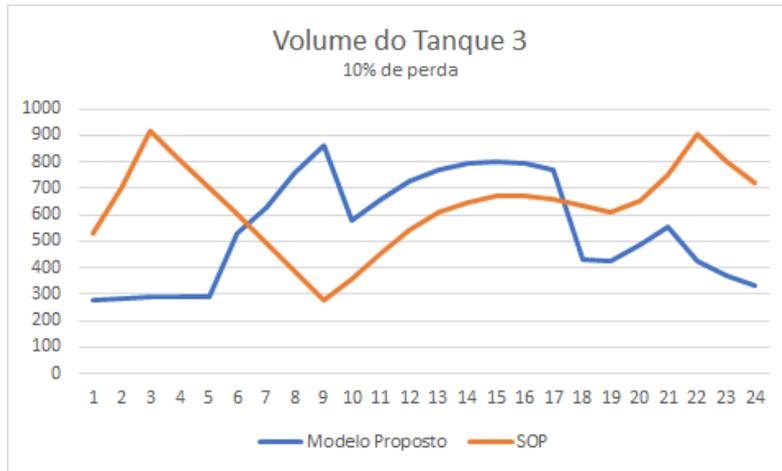


Figura 5.79 – Volume do tanque 3 ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

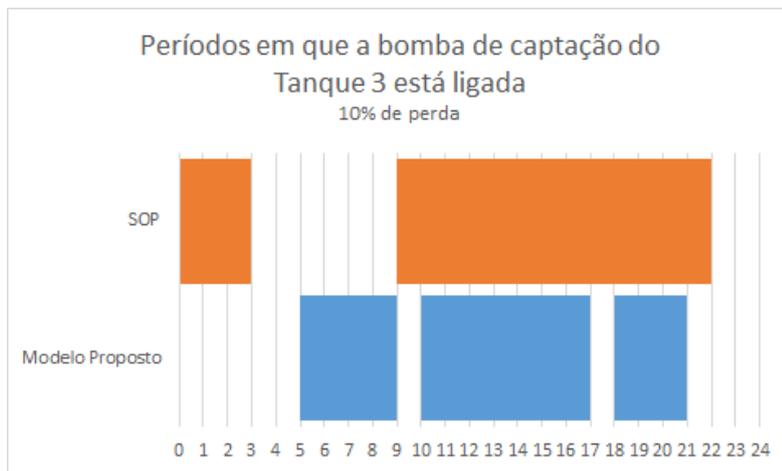


Figura 5.80 – Períodos em que a bomba de captação do tanque 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

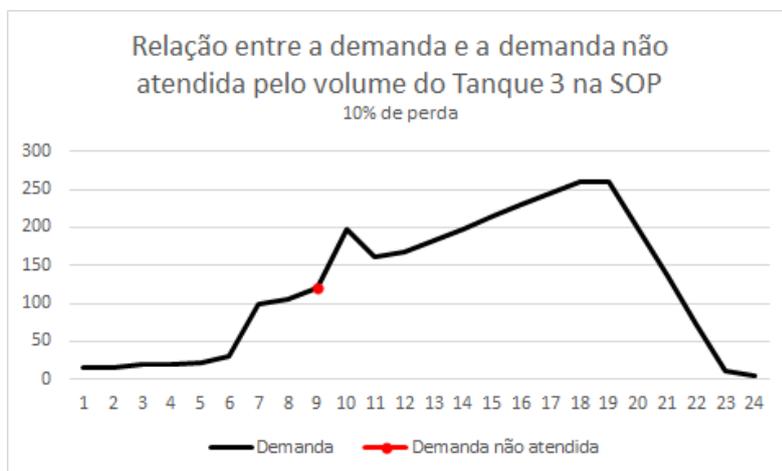


Figura 5.81 – Demanda e demanda não atendida pelo volume do tanque 3 ao final de cada período na SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

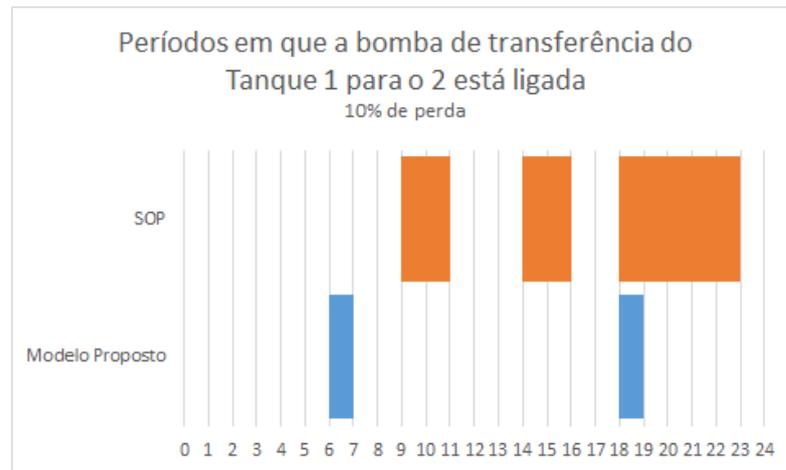


Figura 5.82 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 1 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

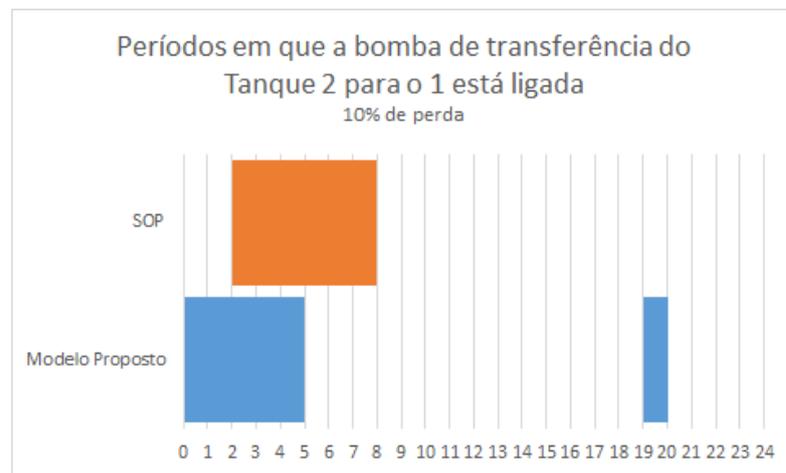


Figura 5.83 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 1 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

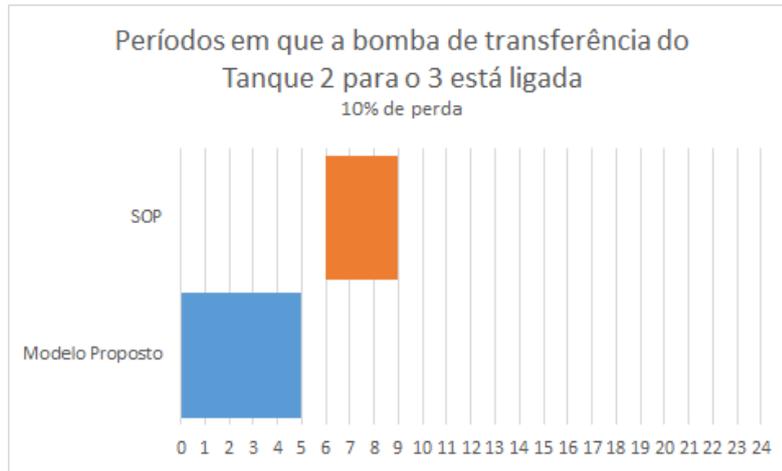


Figura 5.84 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 2 para o 3 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

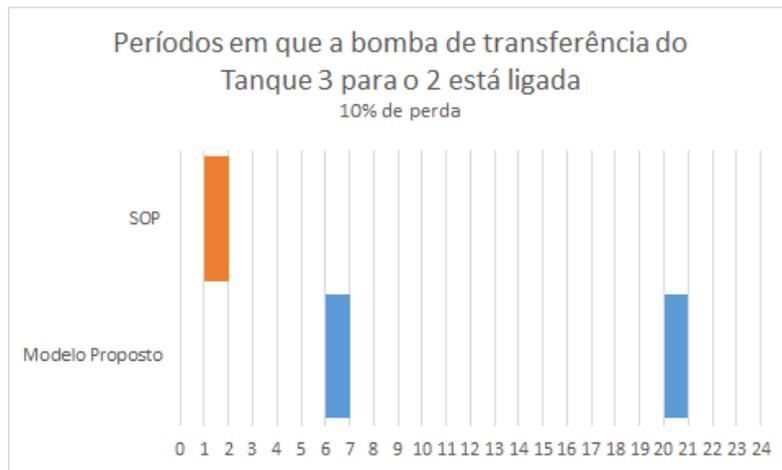


Figura 5.85 – Períodos em que a bomba de transferência do Tanque 3 para o 2 está ligada: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

Nas Figuras 5.74, 5.77 e 5.80 observamos um aumento ainda mais significativo na quantidade de períodos em que as bombas de captação estão acionadas na solução via SOP em relação a solução do modelo proposto, principalmente os acionamentos da bomba relacionada ao Tanque 1 (Figura 5.74), por se tratar do tanque que possui a maior capacidade, onerando a função objetivo da solução via SOP.

Também é possível observar que, a solução obtida do modelo proposto captou água durante boa parte do período crítico. Por outro lado, a solução via SOP teve suas bombas de captação ligadas durante todo o período crítico. O funcionamento das bombas na solução obtida pelo modelo proposto, neste caso, se dá por conta da grande quantidade de perdas de água.

Nas figuras 5.75, 5.78, 5.81 observa-se que o volume gerado pela solução via SOP para o Tanque 1 é insuficiente para garantir a pressão necessária em 8 de 24 períodos, o que

na prática representaria um centro consumidor sem suas demandas atendidas durante 8h por dia (das 13h as 20h), e o Tanque 3 não atende a demanda em um período. Neste caso, temos uma demanda total de $1953 m^3$ não atendida na solução via SOP, que representa cerca de 21,2% da demanda total, enquanto que na solução obtida pelo modelo proposto todas as demandas são atendidas.

Para todos os casos, em relação aos níveis iniciais e finais do estoque de cada tanque, a solução do modelo proposto mantém estes dentro de uma margem, o que facilita o planejamento da operação futura. Já a solução via SOP não possui esta característica, pois, quando a bomba de captação associada ao tanque é acionada, esta permanece ligada até que se atinja seu volume máximo, fazendo assim com que, ao final do horizonte de planejamento, seja comum observar um grande volume de água estocada.

Também podemos observar que, diferentemente das soluções obtidas pelo modelo proposto, onde quanto maior a perda de água no sistema este tende a manter os níveis dos tanques mais baixos, as soluções via SOP elevam os níveis dos tanques até que se aproximem de seus níveis máximos, independente das perdas de água do sistema. Esta característica também eleva os custos com energia elétrica do sistema, já que, quanto maior a quantidade de água estocada, maior a perda em relação à ela e, portanto, mais água precisa ser captada.

As Figuras 5.86, 5.88 e 5.90 apresentam a quantidade total de água captada no sistema considerado, nas soluções obtidas pelo modelo proposto; e as Figuras 5.87, 5.89 e 5.91 apresentam a quantidade total de água captada via SOP, ambos para a instância 3, considerando 0%, 5% e 10% de perda de água, respectivamente. Notamos nestas figuras que nas soluções obtidas via SOP há captação de água em todos os períodos críticos, enquanto nas soluções obtidas pelo modelo proposto evita-se esta captação em alguns períodos.

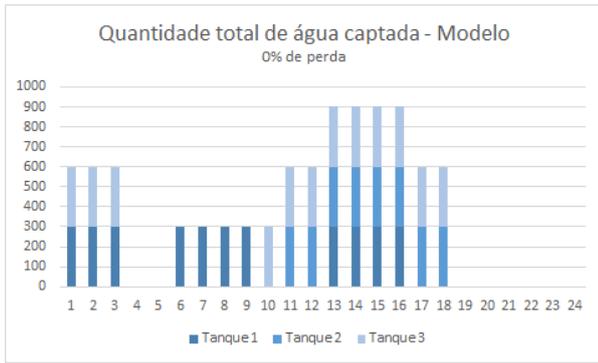


Figura 5.86 – Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - Modelo Proposto - Instância 3 - 0% de perdas.

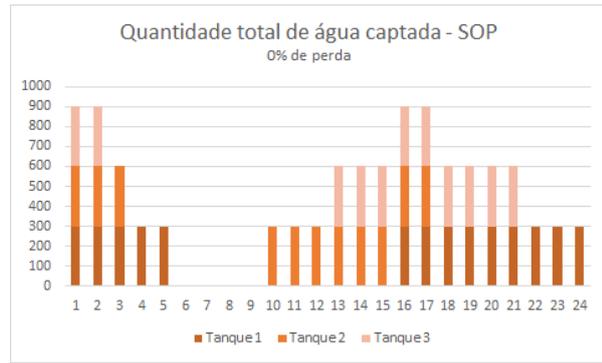


Figura 5.87 – Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

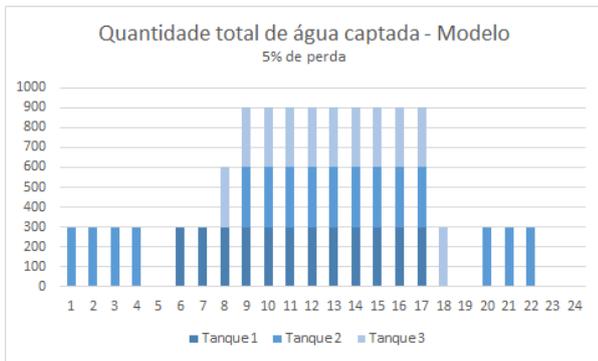


Figura 5.88 – Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - Modelo Proposto - Instância 3 - 5% de perdas.

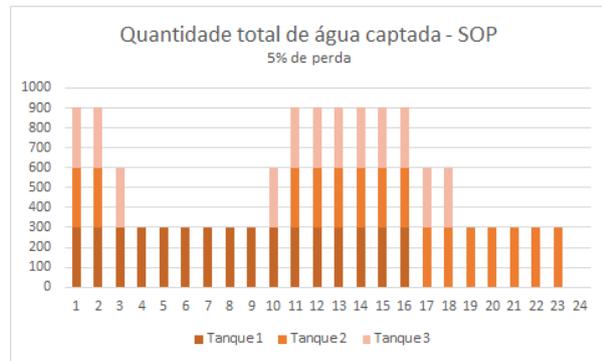


Figura 5.89 – Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

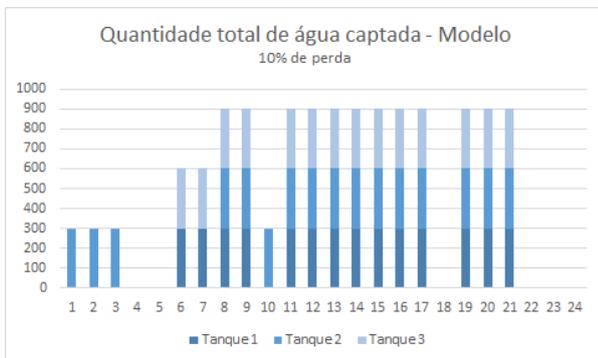


Figura 5.90 – Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - Modelo Proposto - Instância 3 - 10% de perdas.

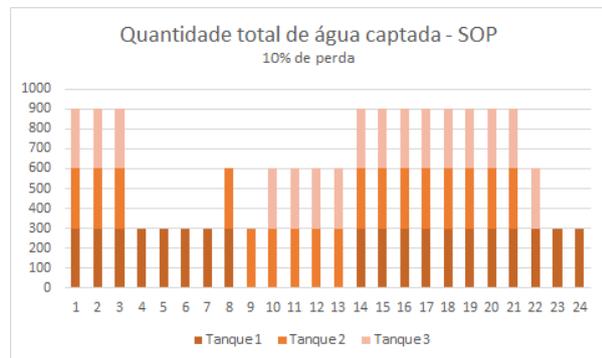


Figura 5.91 – Quantidade total de água captada dos reservatórios ao final de cada período - SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

Nas Figuras 5.86, 5.88, 5.90 5.87, 5.89 e 5.91, além de observar um maior número de períodos onde as bombas de captação estão ligadas na solução via SOP, acarretando um aumento dos custos com energia elétrica, temos também que a quantidade de água captada por esta é consideravelmente maior do que a da solução obtida pelo modelo proposto, ocasionando um uso desnecessário de água potável. Nos testes considerando 0% de perda de água no sistema, a solução do modelo proposto captou, durante todo o horizonte de planejamento, um total de $9300 m^3$ de água, e a solução via SOP captou $10800 m^3$ de água. Quando consideramos 5% de perda de água, o modelo captou $11700 m^3$ de água e a SOP, $12900 m^3$. Para 10% de perda, temos uma captação total de $13200 m^3$ para o modelo proposto, e $15600 m^3$ para a SOP.

As Figuras 5.92, 5.93 e 5.94 ilustram o volume de água estocada ao final de cada período em relação à capacidade total do sistema, para as soluções obtidas pelo modelo proposto e para as soluções via SOP, considerando 0%, 5% e 10% de perda de água, respectivamente, para a instância 3. Nestes, o volume mínimo permitido de estocagem somando os três tanques é de $810 m^3$ de água, e o volume máximo que pode ser estocado é de $4000 m^3$ de água.

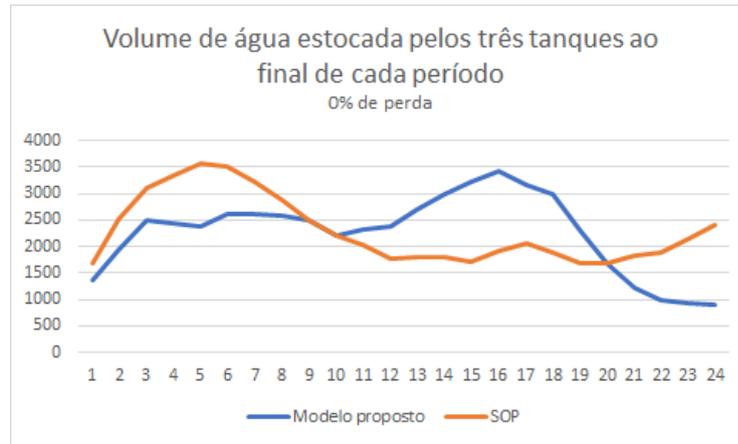


Figura 5.92 – Volume total de água estocada pelos três tanques ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 0% de perdas.

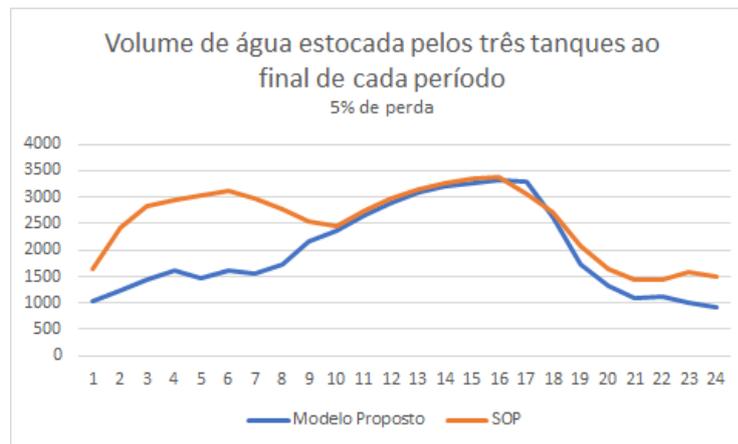


Figura 5.93 – Volume total de água estocada pelos três tanques ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 5% de perdas.

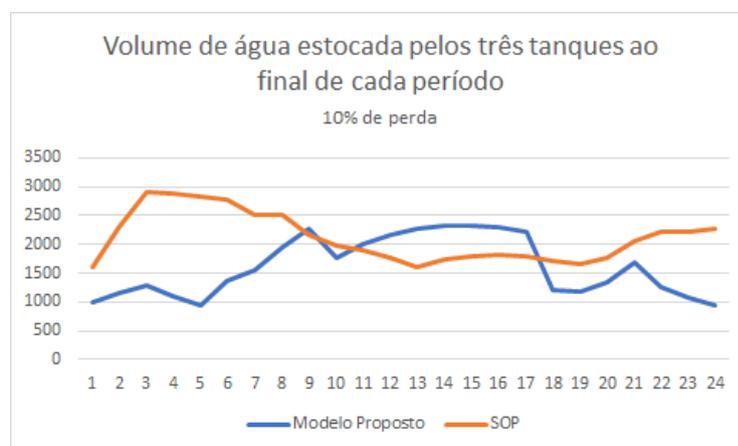


Figura 5.94 – Volume total de água estocada pelos três tanques ao final de cada período: Modelo Proposto x SOP - Instância 3 - 10% de perdas.

De acordo com as Figuras 5.92, 5.93 e 5.94, é possível observar que, nas soluções obtidas pelo modelo proposto, a quantidade de água estocada diminui conforme a quantidade de perda no sistema aumenta. Porém, como as condições da SOP implicam em bombas ligadas até próximo ao volume máximo dos tanques, mesmo quando aumentam-se as perdas do sistema, os tanques tendem a estocar grandes volumes de água. Além disso, é possível observar que a solução do modelo proposto tende a utilizar uma maior capacidade de seu estoque nos períodos que antecedem os períodos críticos, de forma a armazenar água para estes, onde o consumo é maior, evitando a utilização das bombas de captação.

Nos testes considerando 0% de perda de água no sistema (Figura 5.92), a solução obtida pelo modelo proposto estocou, durante todo o horizonte de planejamento, um total de 54313 m^3 de água, e a solução obtida via SOP estocou 55113 m^3 de água, aproximadamente 1,47% a mais do que o modelo proposto. Quando consideramos 5% de perda de água (Figura 5.93), a solução obtida pelo modelo estocou $47790,173 \text{ m}^3$ de água e a solução via SOP, $61041,143 \text{ m}^3$, cerca de 27,73% a mais que no modelo proposto. Para 10% de perda (Figura 5.94) temos um estoque total de $38713,045 \text{ m}^3$ para a solução obtida pelo modelo proposto, e $50756,366 \text{ m}^3$ para a solução via SOP, que representa 31,11% a mais de água estoca em relação ao modelo proposto. Com isso temos que, quando consideramos perdas de água no sistema, maior é a diferença da água estocada entre a solução do modelo proposto e a solução via SOP. Isto também ocorre pelo fato de que o modelo proposto tende a diminuir seus estoques conforme as perdas no sistema aumentam, como forma de minimizar os custos.

Desta forma, concluímos que o planejamento da operação das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água se faz necessário, tanto para que haja uma diminuição dos gastos com energia elétrica, quanto a diminuição de perdas no sistema; além de reduzir o risco do não atendimento da população.

No próximo capítulo serão apresentadas as considerações finais deste trabalho.

6 CONCLUSÕES

Otimizar a operação das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água vem sendo objeto de estudo de pesquisadores e de interesse das empresas de saneamento básico. Com o alto valor da energia elétrica no Brasil, planejar o liga/desliga das bombas acarreta na diminuição dos gastos por parte das empresas, como visto em [Albuquerque, Firmino e Curi \(2004\)](#), [Toledo et al. \(2008\)](#), [Gebrim \(2014\)](#), entre outros; além da possibilidade de planejamento de investimentos que reduzem os gastos energéticos das empresas, como visto em [Perroni e Wendland \(2006\)](#).

Neste trabalho foi proposto um modelo matemático para a otimização energética em sistemas de distribuição de água baseado em [Toledo et al. \(2008\)](#), que considera a pressão do sistema relacionada ao volume de água dos tanques, o tempo que as bombas devem permanecer ligadas após serem acionadas e os níveis de água do estoque dos tanques no início e no final do horizonte de planejamento. Deste modo, obtivemos um modelo mais próximo da realidade dos sistemas de distribuição de água.

Testes numéricos realizados com o modelo proposto mostraram sua eficiência para os exemplos em questão, lidando bem com demandas previstas e imprevistas, minimizando os gastos com energia elétrica. Testes também demonstraram que investimentos afim de reduzir os vazamentos de água na rede fornecem uma economia significativa nos gastos com energia elétrica. Além disso, o modelo exige que os estoques iniciais e finais de água dos tanques mantenham-se dentro de limites pré-estabelecidos, o que ajuda o operador a planejar a operação futura.

Em relação ao tamanho dos períodos considerados nos testes, os testes numéricos mostraram que o *solver* CPLEX mostrou-se eficiente em ambos os casos, o que possibilita o uso do modelo proposto e sua resolução pelo CPLEX quando se tem diferentes modalidades de cobranças de energia elétrica, como na Europa, por exemplo. Além disso, a utilização de períodos com tamanhos diferentes mostrou a eficiência do modelo para lidar com um número de períodos maiores, sem deixar que o tempo computacional continuasse viável.

Testes numéricos comparando as soluções obtidas pelo o modelo proposto e as soluções via SOP, que simula a operação real do liga/desliga das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água, mostraram a importância do planejamento desta operação, de modo a minimizar os gastos com energia elétrica e extinguir os riscos de não atendimento da demanda, principal função dos sistemas de abastecimento de água.

Trabalhos futuros podem ser realizados através do aperfeiçoamento do modelo proposto, como a utilização de mais de uma bomba hidráulica de captação e de transferência de água por trecho. Além disso, o ponto de vista hidráulico pode ser explorado, incorporando

restrições que dizem respeito as características da tubulação, como diâmetro, comprimento e rugosidade; e a utilização do *software* Epanet como aliado ao modelo matemático, muito citado nos trabalhos que dizem respeito a minimização dos custos com energia elétrica em sistemas de abastecimento de água.

7 TRABALHOS PUBLICADOS

MIQUELIN, L. M.; SOLER, E. M.; SANTOS, M. O.. *Otimização da operação de bombas hidráulicas para minimização dos custos com energia elétrica*. VIII Seminário da Pós-graduação em Engenharia Elétrica, trabalho premiado como melhor apresentação oral, Bauru-SP, 2018.

PARRAS, I. G.; MIQUELIN, L. M.; SANTOS, M. O.; SOLER, E. M.. *Modelo matemático de otimização linear inteira mista para o planejamento da operação de bombas hidráulicas*. V ERMAC - Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional, Bauru-SP, 2018.

MIQUELIN, L. M.; SOLER, E. M.; SANTOS, M. O.. *Otimização da operação de bombas em sistemas de abastecimento de água para redução dos custos*. III ERPO - Encontro Regional de Pesquisa Operacional do Sudeste, Limeira-SP, 2018.

MIQUELIN, L. M.; SOLER, E. M.; SANTOS, M. O.. *Modelo matemático para minimização dos custos com energia elétrica na operação de sistemas de abastecimento de água*. VII Seminário da Pós-graduação em Engenharia Elétrica, trabalho premiado como melhor poster apresentado, Bauru-SP, 2017.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, A. A. de; FIRMINO, M. B. M.; CURI, W. F. Uso racional de energia no bombeamento de água em sistemas de abastecimento, via programação não-linear. 2004. Citado 6 vezes nas páginas 11, 21, 30, 31, 33 e 148.

ANELL. *Resolução Normativa n. 414*. [S.l.], 2010. Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br/cedoc/bren2010414.pdf>>. Acesso em: 17 Ago. 2017. Citado na página 25.

ATKINSON, R. et al. Genetic algorithm optimisation of level-controlled pumping station operation. *Water network modelling for optimal design and management*, Centre for Water Systems Exeter, UK, p. 79–90, 2000. Citado na página 30.

BAGIROV, A. M. et al. An algorithm for minimization of pumping costs in water distribution systems using a novel approach to pump scheduling. *Mathematical and Computer Modelling*, Elsevier, v. 57, n. 3-4, p. 873–886, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 21, 50, 51, 53, 88 e 91.

BARÁN, B.; LÜCKEN, C. V.; SOTELO, A. Multi-objective pump scheduling optimisation using evolutionary strategies. *Advances in Engineering Software*, Elsevier, v. 36, n. 1, p. 39–47, 2005. Citado 4 vezes nas páginas 21, 23, 33 e 35.

BARBOSA, P.; COSTA, A.; SANTOS, J. Um algoritmo de programação linear para análise de redes hidráulicas. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 4, n. 4, p. 75–84, 1999. Citado na página 26.

BONVIN, G. et al. A convex mathematical program for pump scheduling in a class of branched water networks. *Applied Energy*, Elsevier, v. 185, p. 1702–1711, 2017. Citado 5 vezes nas páginas 11, 21, 83, 84 e 85.

BRDYS, M. A. *Operational control of water systems: structures, algorithms, and applications*. [S.l.]: Prentice Hall, 1994. Citado na página 26.

CHEUNG, P. B. *Análise de reabilitação de redes de distribuição de água para abastecimento via algoritmos genéticos multiobjetivo*. Tese (Doutorado) — Tese (Doutorado)-USP, Sao Carlos, 2004. Citado na página 62.

DIAS, C.; GOMES, F. Otimização de redes de distribuição de água com estações de bombeamento. *Trends in Applied and Computational Mathematics*, v. 8, n. 3, p. 391–400, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 21, 38 e 39.

ECK, B. J.; MEVISSSEN, M. Valve placement in water networks: Mixed-integer non-linear optimization with quadratic pipe friction. *Report No RC25307 (IRE1209-014)*, IBM Research (September), 2012. Citado na página 85.

FILHO, G. S.; ALCALDE, J. L. Análise de qualidade de energia e eficiência energética em sistemas de água e saneamento. *Anais do IV SEREA–Seminário Hispano Brasileiro sobre Sistemas de Abastecimento Urbano de Água, João Pessoa-Brasil, CD-ROM*, 2004. Citado na página 23.

- GEBRIM, D. V. d. B. Otimização operacional de sistemas de abastecimento de água com objetivo de redução de custo de energia elétrica. 2014. Citado 4 vezes nas páginas 21, 55, 57 e 148.
- GHADDAR, B. et al. A lagrangian decomposition approach for the pump scheduling problem in water networks. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 241, n. 2, p. 490–501, 2015. Citado 11 vezes nas páginas 11, 21, 63, 65, 67, 68, 71, 72, 73, 87 e 90.
- GIACOMELLO, C.; KAPELAN, Z.; NICOLINI, M. Fast hybrid optimization method for effective pump scheduling. *Journal of Water Resources Planning and Management*, American Society of Civil Engineers, v. 139, n. 2, p. 175–183, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 72.
- GIUSTOLISI, O. et al. Battle of background leakage assessment for water networks (bblawn) at wdsa conference 2014. *Procedia Engineering*, Elsevier, v. 89, p. 4–12, 2014. Citado na página 72.
- HANSEN, C. T.; MADSEN, K.; NIELSEN, H. B. Optimization of pipe networks. *Mathematical Programming*, Springer, v. 52, n. 1-3, p. 45–58, 1991. Citado na página 38.
- Holland Applied Technologies. *What is Pump Head? How is it Different than Pressure?* 2014. Access date: 1 dez. 2018. Disponível em: <<https://hollandaptblog.com/2014/02/07/what-is-pump-head-how-is-it-different-than-pressure/>>. Citado na página 27.
- HORSWELL, C. *Houston lost millions of dollars to water leaks*. 2011. Access date: 05 set. 2018. Disponível em: <<https://www.chron.com/default/article/Houston-lost-millions-of-dollars-to-water-leaks-2431785.php>>. Citado na página 23.
- KORF, R. E. Improved limited discrepancy search. In: *AAAI/IAAI, Vol. 1*. [S.l.: s.n.], 1996. p. 286–291. Citado na página 63.
- KUREK, W.; OSTFELD, A. Multi-objective optimization of water quality, pumps operation, and storage sizing of water distribution systems. *Journal of environmental management*, Elsevier, v. 115, p. 189–197, 2013. Citado 7 vezes nas páginas 11, 21, 23, 46, 47, 49 e 50.
- LIKEMAN, M. Constraint satisfaction methods in water supply scheduling. In: JOHN WILEY & SONS, INC. *Integrated computer applications in water supply (vol. 1)*. [S.l.], 1994. p. 213–225. Citado na página 26.
- LÓPEZ-IBÁÑEZ, M.; PRASAD, T. D.; PAECHTER, B. Ant colony optimization for optimal control of pumps in water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, American Society of Civil Engineers, v. 134, n. 4, p. 337–346, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 21, 41 e 43.
- NAOUM-SAWAYA, J. et al. Simulation-optimization approaches for water pump scheduling and pipe replacement problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 246, n. 1, p. 293–306, 2015. Citado 8 vezes nas páginas 11, 21, 68, 69, 71, 73, 87 e 108.
- PACHECO, C. *Água, recurso renovável ou não?* 2009. Access date: 23 jan. 2019. Disponível em: <http://scienceblogs.com.br/geofagos/2009/05/agua_recurso_renovavel_ou_nao/>. Citado na página 23.

- PERRONI, J. C. A.; WENDLAND, E. Avaliação da eficiência energética em poços profundos utilizados para abastecimento público. *RBRH: Revista Brasileira de Recursos Hídricos, Porto Alegre*, v. 11, n. 3, p. 123–134, 2006. Citado 4 vezes nas páginas [21](#), [24](#), [37](#) e [148](#).
- ROSSMAN, L. A. et al. Epanet 2: users manual. US Environmental Protection Agency. Office of Research and Development. National Risk Management Research Laboratory, 2000. Citado na página [61](#).
- SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A.; SCHWAB, M. Multiobjective genetic algorithms for pump scheduling in water supply. In: SPRINGER. *AISB international workshop on evolutionary computing*. [S.l.], 1997. p. 227–235. Citado na página [33](#).
- SCHWEFEL, H.-P. *Numerical optimization of computer models*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1981. Citado na página [28](#).
- SOLER, E. M. et al. Otimização dos custos de energia elétrica na programação da captação, armazenamento e distribuição de água. *Production, SciELO Brasil*, v. 26, n. 2, p. 385–401, 2016. Citado 4 vezes nas páginas [21](#), [77](#), [79](#) e [81](#).
- SOUSA, A. C. d.; SOARES, A. K. Modelo para otimização da operação de sistemas de distribuição de água utilizando o algoritmo genético multiobjetivo spea. *Exacta*, v. 12, n. 3, p. 313–324, 2014. Citado 6 vezes nas páginas [11](#), [21](#), [59](#), [60](#), [61](#) e [62](#).
- SOUZA, P. H. A. I. de. Apresentação dos cálculos para seleção de bomba para sistema de reaproveitamento de água de poços artesianos. *UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO-Departamento de Engenharia Mecânica. Rio de Janeiro, RJ-Brasil*, 2014. Citado 2 vezes nas páginas [26](#) e [27](#).
- TODINI, E. Looped water distribution networks design using a resilience index based heuristic approach. *Urban water*, Elsevier, v. 2, n. 2, p. 115–122, 2000. Citado na página [62](#).
- TOLEDO, F. et al. Logística de distribuição de água em redes urbanas: racionalização energética. *Pesquisa Operacional, SciELO Brasil*, v. 28, n. 1, p. 75–91, 2008. Citado 18 vezes nas páginas [11](#), [21](#), [23](#), [24](#), [44](#), [45](#), [74](#), [77](#), [80](#), [81](#), [82](#), [87](#), [93](#), [94](#), [95](#), [108](#), [115](#) e [148](#).
- TSUTIYA, M. T. *Redução do custo de energia elétrica em sistemas de abastecimento de água*. [S.l.]: ABES, 2001. Citado 2 vezes nas páginas [23](#) e [31](#).
- VEGA, J. D. L.; ALEM, D. Energy rationalization in water supply networks via stochastic programming. *IEEE Latin America Transactions, IEEE*, v. 13, n. 8, p. 2742–2756, 2015. Citado 6 vezes nas páginas [21](#), [23](#), [73](#), [74](#), [75](#) e [76](#).
- WALSKI, T. M. et al. Battle of the network models: Epilogue. *Journal of Water Resources Planning and Management, American Society of Civil Engineers*, v. 113, n. 2, p. 191–203, 1987. Citado 3 vezes nas páginas [11](#), [59](#) e [60](#).
- ZYL, J. E. V.; SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A. Operational optimization of water distribution systems using a hybrid genetic algorithm. *Journal of water resources planning and management, American Society of Civil Engineers*, v. 130, n. 2, p. 160–170, 2004. Citado 9 vezes nas páginas [11](#), [21](#), [23](#), [28](#), [29](#), [30](#), [43](#), [54](#) e [55](#).