

Lucas Perroni Chaim

Detecção e Classificação de Falhas Estruturais  
de um Sistema Mecânico Por Meio de uma  
Rede Neural Artificial

Ilha Solteira

2019



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**MECÂNICA**

**LUCAS PERRONI CHAIM**

**DETECÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DE FALHAS ESTRUTURAIS DE  
UM SISTEMA MECÂNICO POR MEIO DE UMA REDE NEURAL  
ARTIFICIAL**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Engenharia Mecânica.

**Prof. Dr. Fábio Roberto Chavarette**  
Orientador

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Mara Lúcia Martins Lopes**  
Coorientadora

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C434d Chaim, Lucas Perroni.  
Detecção e classificação de falhas estruturais de um sistema mecânico por meio de uma rede neural artificial / Lucas Perroni Chaim. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2019  
41 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2019

Orientador: Fábio Roberto Chavarette  
Coorientador: Mara Lúcia Martins Lopes  
Inclui bibliografia

1. Monitoramento de saúde estrutural. 2. Detecção e classificação de falhas.  
3. Redes neurais artificiais.

  
Raiane da Silva Santos

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Detecção e Classificação de Falhas Estruturais de um Sistema Mecânico por meio de uma Rede Neural Artificial

AUTOR: LUCAS PERRONI CHAIM

ORIENTADOR: FABIO ROBERTO CHAVARETTE

COORIENTADORA: MARA LUCIA MARTINS LOPES

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECANICA, área: Mecânica dos Sólidos pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. FABIO ROBERTO CHAVARETTE  
Departamento de Matemática / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU  
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Profa. Dra. SIMONE SILVA FRUTUOSO DE SOUZA  
Departamento de Engenharia / Universidade do Estado do Mato Grosso (UNEMAT)

Ilha Solteira, 31 de maio de 2019

# Resumo

Redes Neurais Artificiais (RNAs) são algoritmos de aprendizado, geralmente estruturados em torno de categorização de dados de entrada e/ou seu agrupamento por similaridade. Tendo em vista características desejáveis como aprendizado rápido e estabilidade frente a vetores de entrada altamente mutáveis, adotou-se uma RNA do tipo *Fuzzy* ARTMAP como mecanismo central de um método de monitoramento de saúde estrutural para detectar e categorizar falhas em dados experimentais provenientes de um sistema mecânico similar a um pequeno prédio de dois andares. Mais especificamente, com o objetivo de detectar alterações das frequências naturais da estrutura, fenômeno ligado à deterioração da mesma, e determinar qual(is) andar(es) está(ão) ligado(s) ao comportamento anômalo, se detectado. A acurácia da rede foi avaliada, sendo realizado um estudo da quantidade de dados necessárias para o desempenho satisfatório da rede. Observou-se desempenho satisfatório, a acurácia do método tendendo a aproximadamente 94% a partir de certas quantidades de dados.

**Palavras-chave:** Monitoramento de saúde estrutural. Detecção e classificação de falhas. Redes neurais artificiais.

# Abstract

Artificial Neural Networks (ANNs) are learning algorithms, largely revolving around categorizing data sets based on measures of similarity between its members. Due to desirable characteristics such as fast learning and stability when dealing with highly mutable input vectors, a *Fuzzy* ARTMAP ANN was selected as the core mechanism of a structural health monitoring method. Its goal was to detect and categorize faults in experimental data collected from a mechanical system akin to a small two-story building. More specifically, to detect disturbances on the structure's natural frequencies, phenomenon linked to its deterioration, and to determine which story or stories are linked to anomalous behavior, if any. The accuracy of the method was evaluated, and the amount of data needed for optimal operation was determined. Satisfactory performance was observed; the method's accuracy tended towards 94% with enough training samples.

**Keywords:** Structural health monitoring. Fault detection and classification. Artificial neural networks.

# Lista de Figuras

Figura 1	Elemento de massa . . . . .	12
Figura 2	Elemento de rigidez . . . . .	12
Figura 3	Elemento de amortecimento . . . . .	13
Figura 4	Representação esquemática do sistema . . . . .	14
Figura 5	Representação esquemática do sistema . . . . .	15
Figura 6	Rede ART- <i>Fuzzy</i> . . . . .	23
Figura 7	Fluxograma da rede ARTMAP- <i>Fuzzy</i> . . . . .	27
Figura 8	Bancada experimental . . . . .	29
Figura 9	Acelerações medidas . . . . .	30
Figura 10	Densidades espectrais calculadas . . . . .	31
Figura 11	Formato final do vetor . . . . .	31
Figura 12	Representação de um ciclo do método de validação . . . . .	33
Figura 13	Representação do processo de treinamento . . . . .	34
Figura 14	Representação do processo de diagnóstico . . . . .	35
Figura 15	Acurácia da rede em relação ao tamanho do conjunto de treinamento	37

# Lista de Tabelas

Tabela 1	Estados possíveis do sistema . . . . .	32
Tabela 2	Parâmetros utilizados no treinamento da rede . . . . .	34
Tabela 3	Parâmetros utilizados no diagnóstico da rede . . . . .	35
Tabela 4	Matrizes de confusão para $m = 30$ . . . . .	37



# Lista de Símbolos

$\alpha$	Parâmetro de escolha
$\rho$	Parâmetro de vigilância
$\beta$	Taxa de treinamento
$w$	Matriz de pesos
$\rho_{ab}$	Parâmetro de vigilância do módulo Inter-ART
$\rho_a$	Parâmetro de vigilância do módulo ART <sub>a</sub>
$\rho_b$	Parâmetro de vigilância do módulo ART <sub>b</sub>
$\epsilon$	Fator de incrementação
$w_{ab}$	Matriz de pesos do módulo Inter-ART
$w_a$	Matriz de pesos do módulo ART <sub>a</sub>
$w_b$	Matriz de pesos do módulo ART <sub>b</sub>

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>10</b>
1.1	Objetivos . . . . .	11
1.2	Contribuições Atingidas . . . . .	11
1.3	Organização do Trabalho . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Sistemas Vibracionais</b>	<b>12</b>
2.1	Coordenadas Generalizadas e Graus de Liberdade . . . . .	13
2.2	Frequências Naturais . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Monitoramento de Integridade Estrutural</b>	<b>16</b>
3.1	Indicadores de Dano . . . . .	16
3.2	Níveis de Monitoramento . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Redes Neurais Artificiais</b>	<b>18</b>
4.1	Família ART . . . . .	18
4.1.1	Teoria da Ressonância Adaptativa (ART, de <i>Adaptive Resonance Theory</i> ) .	18
4.1.2	Filtragem seletiva de informações, <i>CLEARs</i> e estados de ressonância . . .	19
4.1.3	Lógica Nebulosa e a rede ART- <i>Fuzzy</i> . . . . .	19
4.1.4	Estrutura e Funcionamento de uma Rede <i>Fuzzy</i> ARTMAP . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Metodologia</b>	<b>28</b>
5.1	Aparato Experimental . . . . .	28
5.1.1	Ciclo de aquisição . . . . .	28
5.1.2	Critério de integridade . . . . .	30

5.1.3	Criação da família de sinais para treinamento . . . . .	32
5.2	Validação do método . . . . .	33
5.2.1	Treinamento . . . . .	33
5.2.2	Diagnóstico . . . . .	34
<b>6</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>36</b>
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>38</b>
7.1	Estudos Futuros . . . . .	39
	<b>Referências</b>	<b>40</b>

# 1 Introdução

O mundo moderno apresenta uma miríade de estruturas de grande porte cujas falhas podem apresentar consequências catastróficas tanto da perspectiva financeira quanto do ponto de vista de saúde e bem-estar humanos. Tais estruturas apresentam formas variadas e potencialmente complexas, compreendendo desde máquinas como guindastes de carga até construções como edifícios.

Com isto em mente, é importante que existam métodos viáveis de acompanhamento do estado de tais estruturas para a prevenção e minimização de potenciais danos. O campo de *Monitoramento de Saúde Estrutural*, ou *SHM*, do inglês *Structural Health Monitoring*, almeja precisamente satisfazer tais necessidades, tendo como objetivo fornecer durante toda a vida de uma estrutura um diagnóstico do estado de seus componentes e da montagem como um todo através de sistemas integrados de monitoramento. (BALAGEAS *et al.*, 2010)

Tais sistemas apresentam a necessidade de possuírem em seu cerne um mecanismo que faça com que sejam capazes de identificar possíveis anomalias nos sistemas a que estão associados. Sendo as redes neurais artificiais de forma geral inerentemente adequadas a situações de reconhecimento de padrões, é natural que uma delas seja usada para tal propósito. A rede neural chamada *ARTMAP-Fuzzy* é uma escolha natural tendo em vista o cenário proposto, pois é capaz de minimizar seus erros de julgamento ao longo de sua operação, além de apresentar aprendizado rápido e estável (não deteriora informações passadas conforme aprende). (CARPENTER *et al.*, 1992)

O método apresentado neste trabalho implementa a rede supracitada como núcleo de um mecanismo de monitoramento de saúde estrutural em um sistema mecânico, assim como uma ferramenta de diagnóstico e classificação de falhas a partir de dados extraídos de leituras de vibrações no mesmo.

## 1.1 Objetivos

Avaliar a eficácia de um método de monitoramento de integridade estrutural focado na detecção e classificação de falhas estruturais baseado em uma rede neural artificial *Fuzzy ARTMAP* através da análise de dados experimentais obtidos de um sistema mecânico similar a um pequeno edifício de dois andares com excitação pela base.

## 1.2 Contribuições Atingidas

- Desenvolvimento de uma estratégia que possibilitou o treinamento da rede com quantidade drasticamente menor de medidas experimentais do que os grandes volumes que se mostraram necessários para este caso;
- Criação de um conjunto de treinamento representativo consideravelmente maior do que o original;
- Estabelecida a relação entre o tamanho do conjunto de treinamento e a acurácia média do método.

## 1.3 Organização do Trabalho

- **Capítulo 1: Introdução**

Introduz a situação, desafios e a solução proposta.

- **Capítulos 2 a 4: Sistemas Vibracionais**

Apresentam, respectivamente, os conceitos teóricos de sistemas vibracionais, monitoramento de integridade estrutural e redes neurais artificiais nos quais o trabalho foi baseado.

- **Capítulo 5: Metodologia**

Delineia os procedimentos realizados para a obtenção dos resultados desejados.

- **Capítulo 6: Resultados e Discussões**

Apresenta e discute os resultados obtidos.

- **Capítulo 7: Conclusões**

Discorre sobre as implicações dos resultados e discute possíveis próximos passos.

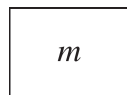
## 2 Sistemas Vibracionais

Vibrações ou oscilações são definidas como qualquer tipo de movimento que se repita ao longo do tempo (RAO, 2017). Um sistema vibratório envolve, de modo geral, três categorias distintas de elementos fundamentais: elementos de massa, capazes de armazenar energia cinética, elementos de rigidez, capazes de armazenar energia potencial, e elementos de amortecimento, através dos quais energia é removida do sistema (RAO, 2017). O estudo de sistemas vibratórios é essencialmente a análise de como tais elementos interagem e se comportam ao longo do tempo (RAO, 2017). Uma breve descrição de cada elemento é apresentada a seguir.

### Elemento de massa:

É modelado como corpo rígido, ou seja, incapaz de sofrer deformação. Sua energia cinética

Figura 1 – Elemento de massa



Fonte: Adaptado de Balachandran (2008).

muda conforme sua velocidade é alterada. O produto de sua massa e aceleração atual fornece o valor da força resultante aplicada ao elemento de massa naquele instante, de acordo com a equação  $F = m * a$  (RAO, 2017).

### Elemento de rigidez ou de mola:

Dispositivo de interligação mecânica, sua massa e fatores de amortecimento são usu-

Figura 2 – Elemento de rigidez



Fonte: Adaptado de Balachandran (2008).

almente considerados desprezíveis. Embora seja normalmente representado como uma típica mola helicoidal, pode representar qualquer corpo deformável, tais como eixos ou vigas. Associado a um fator de amortecimento  $k[\frac{N}{m}]$ , que representa a energia armazenada relativa a sua deformação (RAO, 2017).

### Elemento de amortecimento:

Representam elementos que dissipam energia do sistema em forma de calor ou som. São

Figura 3 – Elemento de amortecimento



Fonte: Adaptado de Balachandran (2008).

modelados com massa e rigidez nulas. A forma mais comum de modelagem é denominada amortecimento viscoso, devido à perda de energia depender, entre outros fatores, da viscosidade do meio fluido (gás, água, óleo) em que o corpo em movimento está imerso. Associado a um fator de amortecimento  $c[\frac{N \cdot s}{m}]$ , que representa a energia armazenada em relação à velocidade relativa entre seus extremos (RAO, 2017).

## 2.1 Coordenadas Generalizadas e Graus de Liberdade

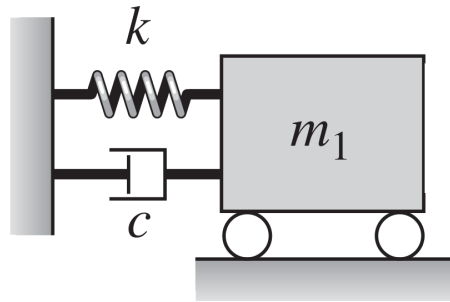
As variáveis escolhidas para descrever o movimento de um sistema são chamadas de coordenadas generalizadas e usualmente representadas por  $q_n$ . O número mínimo de coordenadas generalizadas necessário para descrever o movimento de um sistema como um todo é designado como o número de graus de liberdade do mesmo (BALACHANDRAN, 2008). Na maioria de modelos mais simples, incluindo os descritos neste trabalho, o número de graus de liberdade é igual à quantidade total de elementos de massa.

## 2.2 Frequências Naturais

A determinação das frequências naturais é um passo vital na caracterização de sistemas vibratórios. Elas dependem da geometria e rigidezes do sistema como um todo e são dadas pelo conjunto de frequências que o sistema apresentaria em vibração livre, ou seja, seu estado vibrando por conta própria após receber uma excitação externa (RAO, 2017). Um sistema sujeito a uma força externa com frequência próxima de uma de suas frequências naturais responde com amplitudes extremamente altas, um fenômeno conhecido como

ressonância (RAO, 2017). Naturalmente, no projeto de máquinas e equipamentos sujeitos a esforços rotativos, por exemplo, deve-se ter cautela para evitar operação em tais regiões. A frequência natural de um sistema massa-mola de um grau de liberdade, como esquematizado na Figura 4, é dada pela Equação 1 (RAO, 2017). Note que normalmente considera-se que os elementos de amortecimento não afetam as frequências naturais, comportamento que se estende a sistemas de múltiplos graus de liberdade.

Figura 4 – Representação esquemática do sistema



Fonte: Adaptado de Balachandran (2008).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

Para sistemas de dois graus de liberdade, como o apresentado na Figura 5, o equacionamento é mais complexo. Deve-se resolver um problema na forma apresentada na Equação 2.  $[K]$  e  $[M]$  são as matrizes de massa e rigidez do sistema, respectivamente, e sua estrutura é apresentada nas Equações 3 e 4.

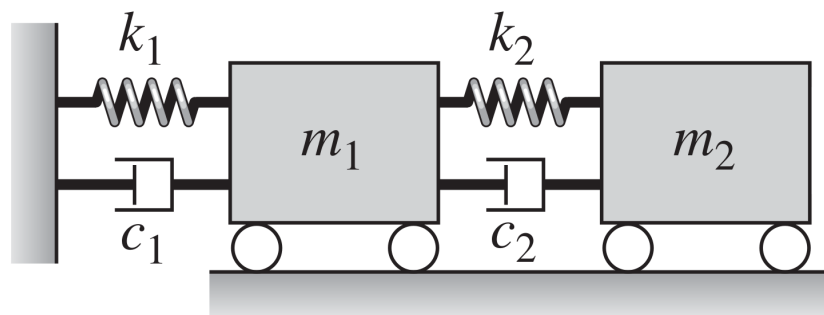
$$\det [[K] - \omega^2 [M]] = 0 \quad (2)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$



Figura 5 – Representação esquemática do sistema



Fonte: Adaptado de Balachandran (2008).

## 3 Monitoramento de Integridade Estrutural

Em essência, pode-se resumir sistemas de Monitoramento de Integridade Estrutural ou SHM<sup>1</sup> como sistemas integrados de diagnóstico de integridade, englobando desde a coleta de dados por sensores embutidos ou incluídos em um sistema mecânico até seu tratamento e processamento posterior (BALAGEAS *et al.*, 2010). O objetivo é fornecer continuamente um diagnóstico do estado de um sistema como um todo, assim como as partes que o constituem (BALAGEAS *et al.*, 2010), de modo a garantir que seu estado se encaixe em padrões predeterminados. Pode também trabalhar no sentido prognóstico, em cenários como estimativa de vida útil ou monitoramento de evolução de dano (BALAGEAS *et al.*, 2010).

### 3.1 Indicadores de Dano

Indicadores de dano ou DIs<sup>2</sup> são fatores quantitativos que podem ser usados para identificar a existência de danos em uma estrutura (RYTTER, 1993). Podem ser valores singulares ou funções calculadas tendo como base o estado da estrutura (RYTTER, 1993). Os DIs mais comumente utilizados são provenientes de alterações nas frequências naturais da estrutura analisada, tendo em vista a relativa facilidade de medição aliada à alta precisão e sensibilidade à danos tanto locais quanto globais (RYTTER, 1993). As frequências naturais de sistemas mecânicos reais tendem a apresentar valores menores a medida que ocorre desgaste ao longo do tempo, devido principalmente à diminuição das rigidezes do sistema. Fatores externos como a temperatura ambiente afetam estes valores, mas as mesmas não foram consideradas neste trabalho devido à operação em ambiente interno climatizado. Este tipo de desgaste pode ser simulado artificialmente de maneira

---

<sup>1</sup>Do inglês *Structural Health Monitoring*

<sup>2</sup>Do inglês *Damage Indicators*

direta, como afrouxando-se os elementos de fixação de determinado elemento, ou de maneira indireta. Como demonstrado na Equação 1, massa e rigidez apresentam uma relação inversa. Esta relação simples não se aplica diretamente a sistemas de múltiplos graus de liberdade pois existe uma interdependência entre os mesmos, mas a proporcionalidade se mantém até certo ponto, de modo que o aumento de uma das massas afetará uma ou mais frequências naturais do sistema.

## 3.2 Níveis de Monitoramento

Em 1993 foram propostos por Rytter (1993) quatro níveis de SHM. Existem variações posteriores com níveis adicionais, mas para fins deste trabalho estas não serão discutidas. Cada nível expressa um objetivo e introduz um novo aspecto à caracterização, fazendo com que a complexidade do problema aumente significativamente de um para o próximo. O método proposto neste projeto é de nível 2, pois se propõe a classificar danos além de identificá-los.

### **Nível 1: Identificação de danos**

Capaz de indicar se a estrutura apresenta ou não dano.

### **Nível 2: Localização de danos**

Capaz também de classificar ou localizar fisicamente onde o dano ocorreu.

### **Nível 3: Severidade de danos**

Adiciona a possibilidade também de quantificar a severidade do dano.

### **Nível 4: Previsão da vida útil remanescente da estrutura**

Acrescenta a habilidade de estimar o tempo que a estrutura conseguirá operar sem o aparecimento de danos.

## 4 Redes Neurais Artificiais

Redes Neurais Artificiais (RNAs) são essencialmente algoritmos que implementam mecanismos observados nos sistemas nervosos biológicos. Mais especificamente, neurônios são simulados em variadas configurações de maneira que o sistema resultante seja capaz de lidar com dados para um fim específico (Silva, I. N. et al., 2010). Tal objetivo muitas vezes envolve reconhecimento e classificação de padrões, havendo registros de uso das mesmas em aplicações que vão desde o reconhecimento óptico de caracteres (GABORSKI *et al.*, 1991) até a classificação das expressões faciais humanas (MATSUGU *et al.*, 2003).

### 4.1 Família ART

As próximas seções introduzirão a família ART de redes neurais artificiais, de sua concepção até a criação da rede ARTMAP-*Fuzzy*.

#### 4.1.1 Teoria da Ressonância Adaptativa (ART, de *Adaptive Resonance Theory*)

*Dilema estabilidade-plasticidade* foi um termo estabelecido por Stephen Grossberg em 1982 para se referir às características únicas do mecanismo de aprendizado do cérebro, mais especificamente à maneira como o mesmo é capaz de seletivamente agregar novas informações de maneira estável sem prejudicar o aprendizado já existente. (GROSSBERG, 1982)

Para racionalizar tal processo foi desenvolvida por Grossberg e Gail Carpenter a *Teoria da Ressonância Adaptativa*, que basicamente oferece fundamentos teóricos para a modelagem de sistemas de aprendizado mais próximos dos biológicos. Desenvolveu-se a partir da mesma a família ART de redes neurais artificiais, capazes de operar tanto com plasticidade (capacidade de adquirir novas informações) quanto com estabilidade (preservação de informações preexistentes). As RNAs pertencentes à esta família são ART 1, *Fuzzy ART* e ARTMAP. (CARPENTER; GROSSBERG, 1995)

### 4.1.2 Filtragem seletiva de informações, *CLEARs* e estados de ressonância

A sigla *CLEARs* vem do inglês *Consciousness, Learning, Expectation, Attention, Resonance, and Synchrony*, que pode ser traduzido como *Consciência, Aprendizado, Expectativa, Atenção, Ressonância e Sincronia*. (Carpenter, G. A.; Grossberg, S., 2011)

Em um ambiente que fornece uma grande quantidade de estímulos altamente mutáveis, a ressonância representa um estímulo positivo retroativo devido à porções dos dados de entrada que apresentarem dados desejados pelo observador. Por exemplo, pedir a uma pessoa que conte os carros vermelhos que passarem por certa avenida faria com que suas expectativas fossem ajustadas para este subconjunto de veículos. Já que os dados associados com os carros vermelhos coincidiriam com o foco da sua atenção, os mesmos estimulariam seus sentidos mais facilmente. Em outras palavras, conjuntos de dados de entrada sob atenção ressoariam com as expectativas do observador. (Carpenter, G. A.; Grossberg, S., 2011)

### 4.1.3 Lógica Nebulosa e a rede *ART-Fuzzy*

Uma rede *ART-Fuzzy* ou *Fuzzy ART* é uma forma alterada da rede *ART 1*, que podia apenas manipular vetores binários por ser formulada a partir de lógica *booleana*, para ser capaz de lidar com vetores de números reais através do uso de lógica nebulosa, também chamada de lógica difusa ou *fuzzy*. As redes *ART-Fuzzy* são componentes fundamentais da arquitetura *ARTMAP-Fuzzy*, que será detalhada mais adiante. (CARPENTER *et al.*, 1991)

A lógica nebulosa pode ser visualizada como uma extensão da lógica *booleana* para todo o intervalo real  $[0, 1]$  ao invés de lidar apenas com as extremidades do mesmo. Para esta aplicação e similares, representa os graus de relevância para cada sinal recebido pelos neurônios e auxilia no modelamento da subjetividade nos processos de tomada de decisão. Na lógica nebulosa, por exemplo, a intersecção de dois números  $a$  e  $b$ , onde  $a, b \in [0, 1]$ , é dada por

$$a \wedge b = \min(a, b)$$

em contraste com a operação booleana similar (*AND*), em que

$$a \& b = \begin{cases} 1, & \text{se } a = b = 1 \\ 0, & \text{se } a = 0 \text{ ou } b = 0 \end{cases}$$

Similarmente, a operação de união é definida na lógica nebulosa como sendo

$$a \vee b = \max(a, b)$$

enquanto que a equivalente booleana (*OR*) é definida por

$$a | b = \begin{cases} 1, & \text{se } a = 1 \text{ ou } b = 1 \\ 0, & \text{se } a = b = 0 \end{cases}$$

Os passos a seguir demonstram o funcionamento de uma Rede *ART-Fuzzy*: (CARPENTER *et al.*, 1991)

1. Determinação de constantes associadas aos vetores de entrada

Fixar um número inteiro  $m$  como dimensão dos vetores de entrada e outro  $n$  como sua quantidade.

2. Definição dos parâmetros internos

Definir os valores dos seguintes parâmetros:

- Parâmetro de escolha ( $\alpha$ , onde  $\alpha > 0$ ): Está ligado à conservação dos pesos internos e escolha de categorias, geralmente são usados valores bastante reduzidos, como  $10^{-1}$  ou  $10^{-2}$ .
- Parâmetro de vigilância ( $\rho$ , onde  $0 \leq \rho \leq 1$ ): Relacionado à rigurosidade de seleção de categorias da rede. Quanto mais próximo de 1, mais sensível a mesma será na diferenciação dos vetores de entrada e, conseqüentemente, mais categorias serão criadas.
- Taxa de treinamento ( $\beta$ , onde  $0 \leq \beta \leq 1$ ): Define a velocidade de aprendizado da rede, que será maior quanto mais perto o parâmetro estiver de 1. Quando  $\beta = 1$  diz-se que a rede está sob treinamento rápido.

### 3. Inicialização da matriz de pesos

A matriz de pesos  $W$  é a representação dos valores de peso sináptico dos neurônios envolvidos na rede. O processo de aprendizagem é basicamente o ajuste da matriz de pesos de acordo com os dados do treinamento. A matriz é inicializada como uma matriz de dimensões  $(n, 2m)$ .

### 4. Obtenção do primeiro vetor de entrada

$I$  recebe o valor do primeiro vetor de entrada.

### 5. Pré-processamento do vetor de entrada

O vetor de entrada  $I$  é normalizado (salvo se for binário) e concatenado a seu complemento, conforme demonstram as equações abaixo.

$$\begin{aligned} I' &= \frac{I}{|I|} \\ I'' &= [I' \quad (1 - I')] \end{aligned}$$

onde  $|I|$  representa a norma do vetor  $I$ .

Entenda-se daqui para a frente  $I$  como representando o vetor já processado, ou seja,  $I = I''$

### 6. Escolha de categoria

O vetor  $T$  é populado da seguinte forma:

$$T_i = \frac{|I \wedge w_i|}{\alpha + |w_i|}$$

onde  $i$  percorre  $n$ .

A categoria escolhida  $J$  recebe então o valor do índice de  $T$  que contém o maior valor. No caso da existência de vários valores máximos, será escolhido o menor índice.

### 7. Teste de vigilância

É realizada a seguinte operação:

$$R = \frac{|I \wedge w_J|}{|I|}$$

Se  $R \geq \rho$  houve ressonância, prosseguir para o próximo passo. Caso contrário, fazer  $T_J = 0$  e retornar ao passo 6 para escolha de nova categoria.

### 8. Atualização da matriz de pesos

A matriz de pesos é atualizada da seguinte forma:

$$w'_J = \beta(I \wedge w_J) + (1 - \beta)w_J$$

onde  $w'$  representa o novo valor da matriz de pesos, a ser utilizado no próximo ciclo.

#### 9. Atualização do vetor de atividade

O vetor de atividade representa os valores de saída dos neurônios na camada de saída. É atualizado como se segue:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se } i = J \\ 0, & \text{se } i \neq J \end{cases}$$

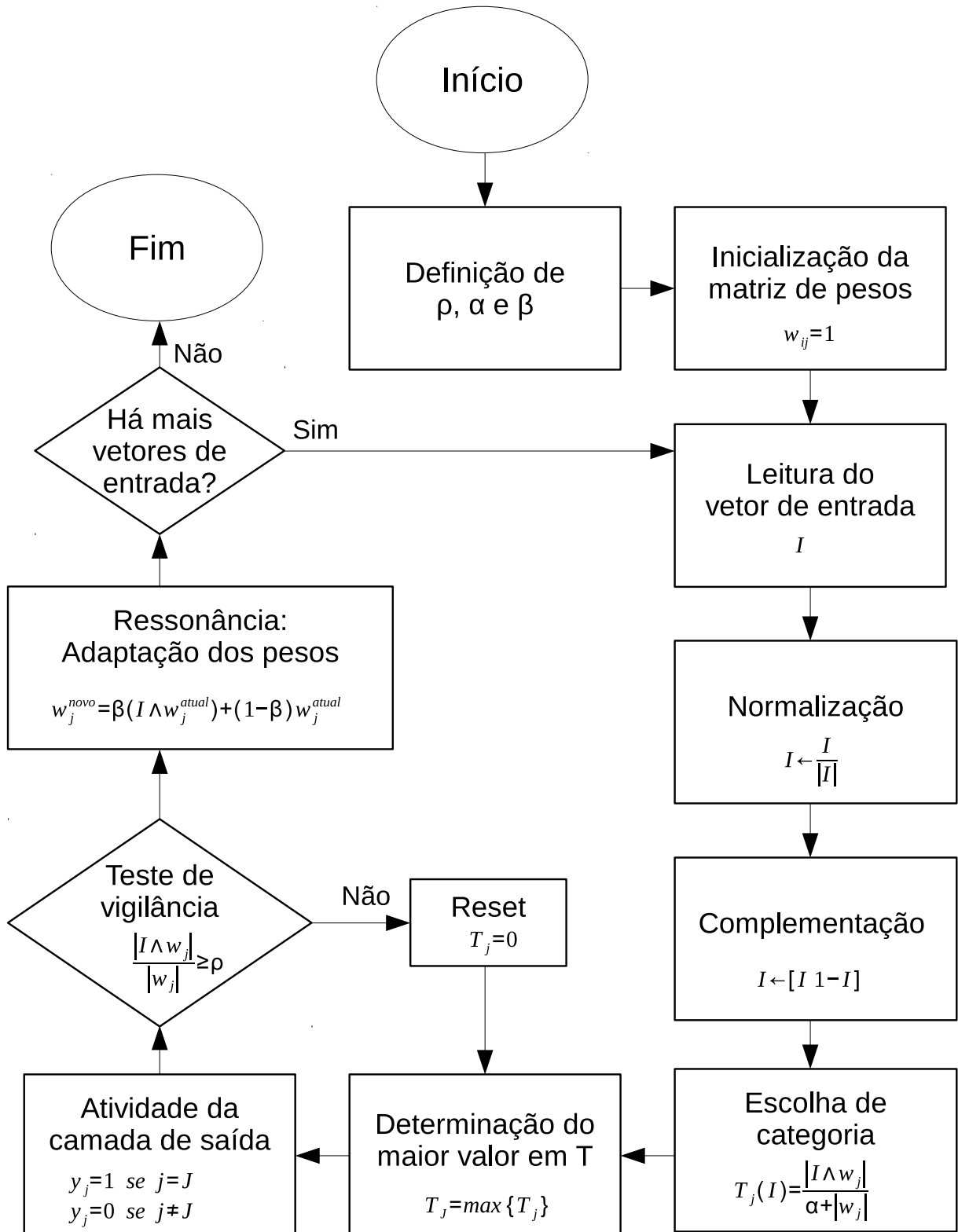
#### 10. Próximo vetor de entrada

Se houver ainda vetores de entrada a serem processados,  $I$  recebe o valor do próximo e a execução retorna ao passo 5. Caso contrário, encerra-se a execução.

Um fluxograma representando o processo é apresentado na Figura 6.



Figura 6 – Rede ART-Fuzzy



Fonte: Adaptado de Lopes (2005).

#### 4.1.4 Estrutura e Funcionamento de uma Rede *Fuzzy* ARTMAP

Este tipo de rede é composto por três módulos: Dois módulos *ART-Fuzzy*, chamados de  $ART_a$  e  $ART_b$  e responsáveis, respectivamente, pelos vetores de entrada e pelos vetores alvo, e um módulo mediador chamado *Inter-ART*. Este último desempenha um papel essencial na arquitetura da rede, sendo responsável pelo mapeamento das entradas com os vetores alvo no treinamento e pelo mecanismo de minimização de erros da mesma. (CARPENTER *et al.*, 1992)

Esta rede neural apresenta treinamento supervisionado, ou seja, possui a habilidade de ser treinada a partir de pares entrada e alvo, classificando vetores em categorias preestabelecidas ao invés de apenas distribuí-los em categorias como é o caso em redes com treinamento não supervisionado. Após o treinamento da rede, detalhado adiante, a matriz de pesos  $w_{ab}$  pode ser usada para prever o valor de vetores similares aos do conjunto de treinamento. (CARPENTER *et al.*, 1992)

O funcionamento da rede pode ser descrito nos passos a seguir:

##### 1. Determinação de constantes associadas aos vetores de entrada

Deve-se fixar um número inteiro  $m_{in}$  como dimensão dos vetores de entrada e outro  $n$  como sua quantidade. O arquivo de saídas esperadas, deve ter a mesma quantidade de vetores do arquivo de entrada, mas seus vetores podem ter dimensão  $m_{exp}$  diferente.

##### 2. Definição dos parâmetros internos

Os seguintes parâmetros devem ter seus valores definidos:

- Parâmetro de escolha ( $\alpha$ , onde  $\alpha > 0$ ): Está ligado à conservação dos pesos internos e escolha de categorias. Geralmente são usados valores bastante reduzidos, como  $10^{-1}$  ou  $10^{-2}$ .
- Parâmetros de vigilância do módulo *Inter-ART*, do módulo  $ART_a$  e do módulo  $ART_b$  ( $\rho_{ab}$ ,  $\rho_a$  e  $\rho_b$  respectivamente), onde  $0 \leq \rho_{ab} \leq 1$ ,  $0 \leq \rho_a \leq 1$  e  $0 \leq \rho_b \leq 1$ ): Nesta arquitetura, cada módulo tem seu próprio parâmetro de vigilância.
- Taxa de treinamento ( $\beta$ , onde  $0 \leq \beta \leq 1$ ): Define a velocidade de aprendizado da rede, que será maior quanto mais perto o parâmetro estiver de 1.
- Fator de incrementação ( $\epsilon$ ): Passo para incrementar o parâmetro de vigilância da rede  $ART_a$  caso não ocorra ressonância. Neste trabalho,  $\epsilon = 10^{-3}$ .

### 3. Inicialização das matrizes de pesos

As matrizes de pesos referentes ao módulo *Inter-ART* ( $w_{ab}$ ), ao módulo  $ART_a$  ( $w_a$ ) e ao módulo  $ART_b$  ( $w_b$ ) serão inicializadas com o valor 1 em todas as suas posições. As dimensões das mesmas são dadas por  $(n, n)$ ,  $(n, 2m_{in})$  e  $(n, 2m_{exp})$ , respectivamente.

### 4. Captação dos vetores de entrada e saídas esperadas

Um par entrada ( $I_a$ , composto pelos vetores de deslocamento  $q_1$  transformados para cada situação de massa) e saída esperada ( $I_b$ , composto por vetores unidimensionais com valor 0 para a situação base e 0 para as demais) correspondente foi escolhido aleatoriamente do conjunto de treinamento (em torno de 70% do total de vetores).

### 5. Preprocessamento dos vetores

Os vetores  $I_a$  e  $I_b$  passam pelos processos de normalização e concatenação com seu respectivo complemento, como demonstram as equações abaixo.

$$\begin{aligned} I'_a &= \frac{I_a}{|I_a|} \\ I''_a &= [I'_a \quad (1 - I'_a)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I'_b &= \frac{I_b}{|I_b|} \\ I''_b &= [I'_b \quad (1 - I'_b)] \end{aligned}$$

sendo a forma  $|I|$  representativa da norma do vetor  $I$ .

Entenda-se daqui para a frente  $I_a$  e  $I_b$  como representando os vetores já processados, ou seja,  $I_a = I''_a$  e  $I_b = I''_b$ .

### 6. Obtenção do vetor de ativação $y_b$

A função *ART-Fuzzy* é executada representando o módulo  $ART_b$ , com os argumentos  $I_b$ ,  $W_b$ ,  $\rho_b$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e retorna o vetor de ativação  $y_b$ .

### 7. Obtenção do vetor de ativação $y_a$

Analogamente, executa-se o módulo  $ART_a$  com os argumentos  $I_a$ ,  $W_a$ ,  $\rho_a$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e obtém-se seu vetor de ativação,  $y_a$ .

### 8. Escolha de categoria

A categoria escolhida  $J$  recebe o valor do menor índice do vetor  $y_a$  que contém valor unitário.

### 9. *Match Tracking*

Realiza-se então o processo de *Match Tracking*, no qual é realizada a operação

$$R = \frac{|y_b \wedge w_{ab,J}|}{|y_b|}$$

onde  $w_{ab,J}$  representa a linha  $J$  da matriz de pesos  $w_{ab}$ .

Se  $R \geq \rho_{ab}$ , ocorreu o processo de ressonância. Tomar um novo par entrada e saída esperada aleatoriamente do conjunto de treinamento e retornar ao passo 5 (Se não houver mais pares restantes, seguir para o passo 12). Caso contrário, prosseguir para o próximo passo.

10. Estabelecimento de um parâmetro de vigilância temporário

Fazer  $\rho'_a = R$ .

11. Determinação de nova categoria para a rede  $ART_a$

Incrementar  $\rho'_a$  em  $\epsilon$ , desde que o novo valor de  $\rho'_a$  não exceda o valor de  $\rho_a$ . Executar a função *ART-Fuzzy* com os argumentos  $I_a$ ,  $W_a$ ,  $\rho'_a$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e obter o valor de  $y_a$  que a mesma retorna. Obter do mesmo modo que no passo 8 o valor de  $J$ . Realizar então novo processo de *Match Tracking*, fazendo

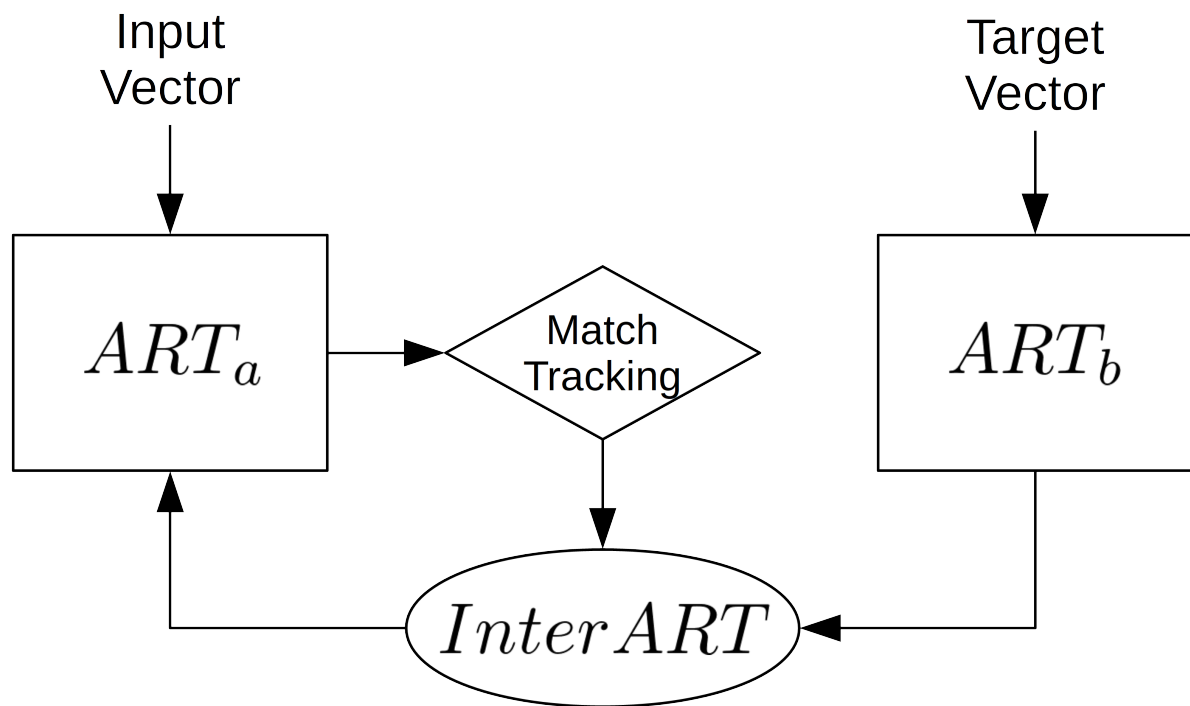
$$R = \frac{|y_a \wedge w_{ab,J}|}{|y_a|}$$

Se  $R \geq 1$ , houve ressonância. Tomar um novo par entrada e saída esperada aleatoriamente do conjunto de treinamento e retornar ao passo 5 (Se não houver mais pares restantes, continuar para o passo 12). Caso contrário, repetir o passo atual.

12. Armazenamento das matrizes de pesos

Salvar as matrizes de pesos  $w_a$ ,  $w_b$  e  $w_{ab}$  em arquivo para uso futuro e finalizar a execução.

Um fluxograma representando o funcionamento da rede é apresentado na figura

Figura 7 – Fluxograma da rede ARTMAP-*Fuzzy*

Fonte: Adaptado de Lopes (2005).

## 5 Metodologia

### 5.1 Aparato Experimental

O aparato utilizado nos testes preliminares é apresentado na Figura 8. Consiste de uma estrutura similar a um pequeno prédio de dois andares, com um acelerômetro montado em cada medindo o valor da aceleração local na direção horizontal. A estrutura é excitada lateralmente pela base e se encontra afixada a uma mesa inercial. Um sistema de aquisição de dados e controle se conecta a um computador rodando o programa *MATLAB*® em conjunto com o módulo *Simulink* para interfaceamento e lida tanto com a excitação quanto com a coleta de dados da estrutura. O sistema de aquisição e a estrutura são ambos equipamentos fabricados pela *Quanser*®.

#### 5.1.1 Ciclo de aquisição

Em cada um dos ciclos de aquisição de dados, foram realizados em ordem os passos apresentados a seguir.

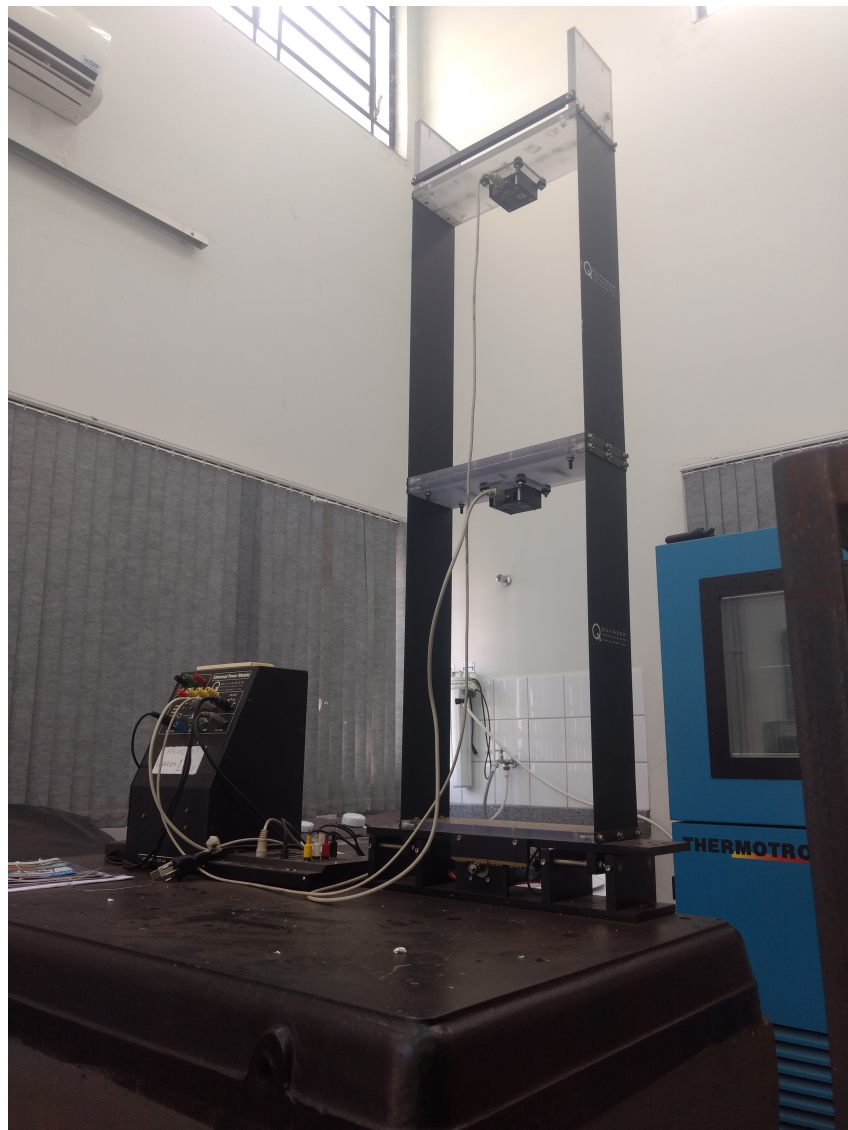
##### Características da excitação

Foi gerado um vetor de aceleração de valores aleatórios com distribuição normal, duração de cinco segundos e subdivisão de tempo de  $10^{-3}$  segundos. O vetor resultante foi fornecido então ao sistema de aquisição e controle e usado para excitar a estrutura.

##### Aquisição dos dados

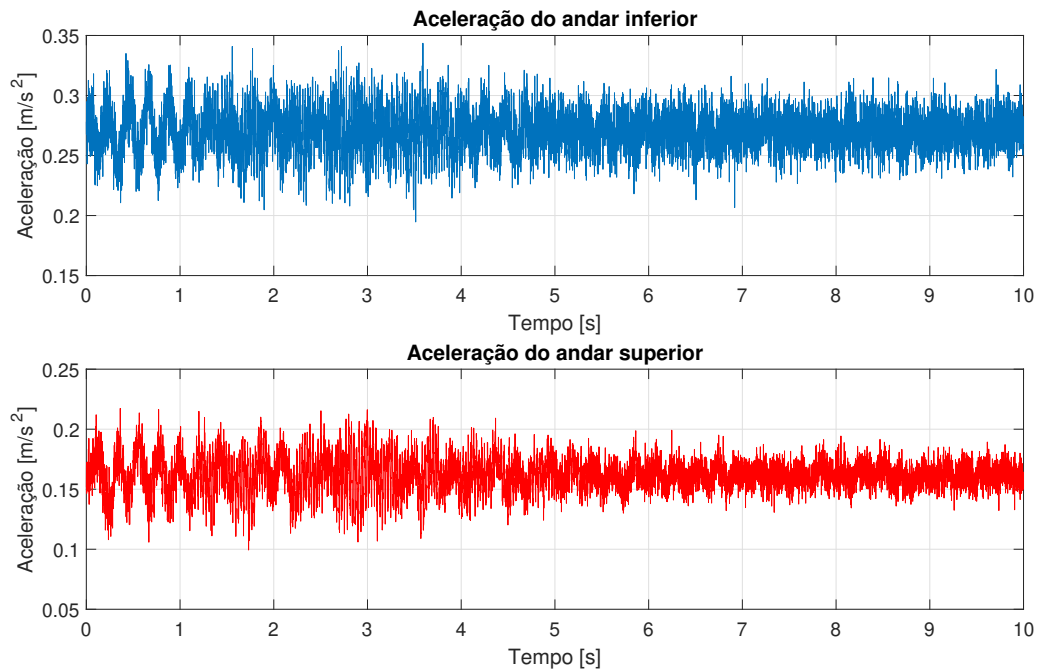
Capturou-se os dados dos dois acelerômetros durante a excitação e mais quinze segundos adicionais após findada a mesma. A frequência de captura do equipamento foi configurada em  $1kHz$  e assim se manteve durante sua duração. Um exemplo do conjunto capturado é demonstrado na Figura 9.

Figura 8 – Bancada experimental



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 9 – Acelerações medidas



Fonte: Elaborado pelo autor.

## Pós-processamento

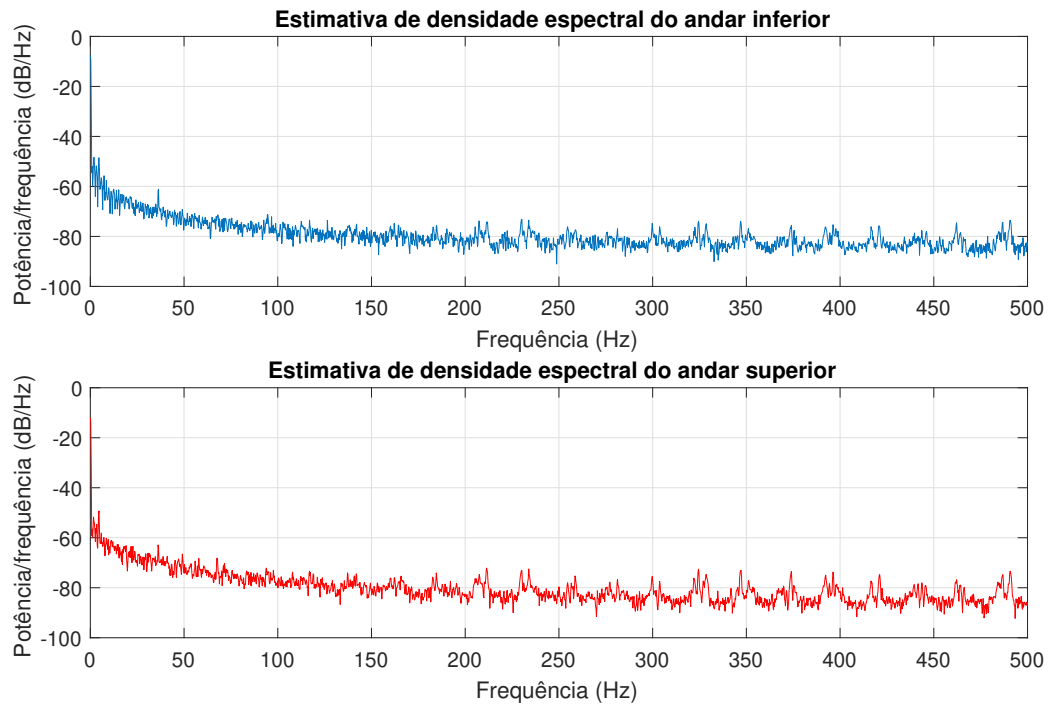
Os indicadores de dano da estrutura serão compostos por porções do espectro de frequência da resposta livre do sistema estimados a partir dos dois acelerômetros disponíveis. Este indicador foi selecionado por conter informações sobre as frequências naturais da estrutura. Os parágrafos seguintes descreverão o processo em mais detalhes. Foram estimadas através do programa *MATLAB*® as densidades espectrais de ambas as acelerações utilizando o método de *Welch*, com o objetivo de obter um esboço da distribuição de potência ao longo do espectro de frequências dos sinais. Um exemplo das quais pode ser observado na Figura 10. O vetor de treinamento da rede é composto pela concatenação dos trechos de 0 a  $50\text{Hz}$  de ambas as estimativas; tal intervalo foi escolhido por exame visual, já que contém os picos de frequência de interesse. Uma representação do formato final do vetor é apresentada na Figura 11.

### 5.1.2 Critério de integridade

Tendo em vista ambos os corpos, os estados do sistema como um todo foram compostos como demonstrado através das configurações de massa exibidas na Tabela 1. Escolheu-se um vetor de identificação binário para cada estado possível, que será usado futuramente no processo de treinamento e diagnóstico com a rede neural. Mais detalhes quanto ao

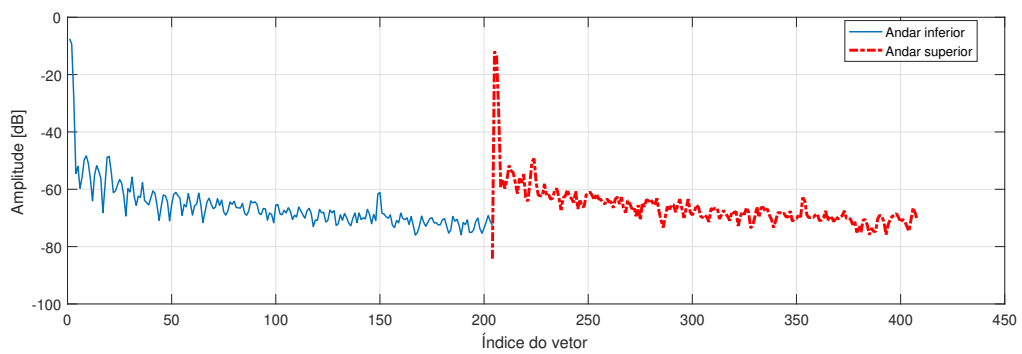


Figura 10 – Densidades espectrais calculadas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 11 – Formato final do vetor



Fonte: Elaborado pelo autor.

vetor de identificação serão fornecidos na seção 5.2. Falhas estruturais neste estudo são definidas como uma alteração considerável nas frequências naturais do sistema devido a alterações na geometria de um ou mais andar. De maneira direta, a rede foi projetada para ser capaz de identificar quais andares apresentam geometria alterada, representada por adição de massa. Indiretamente, adições de massa simulam alterações nas rigidezes do sistema, o que normalmente está associado ao desgaste natural de estruturas ao longo do tempo. Embora as frequências naturais também sejam afetadas por fatores externos como temperatura, isto não será levado em conta neste trabalho devido aos experimentos terem sido realizados em ambiente interno climatizado e ao espaço de poucos dias sem significativa alteração climática.

Tabela 1 – Estados possíveis do sistema

Estado	$m_1[kg]$	$m_2[kg]$	Vetor de identificação
Estado de referência	1.16	1.38	$\{1\ 0\ 0\ 0\}$
Falha relacionada ao andar 1	1.29	1.38	$\{0\ 1\ 0\ 0\}$
Falha relacionada ao andar 2	1.16	1.48	$\{0\ 0\ 1\ 0\}$
Falha relacionada a ambos os andares 1 e 2	1.29	1.48	$\{0\ 0\ 0\ 1\}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 5.1.3 Criação da família de sinais para treinamento

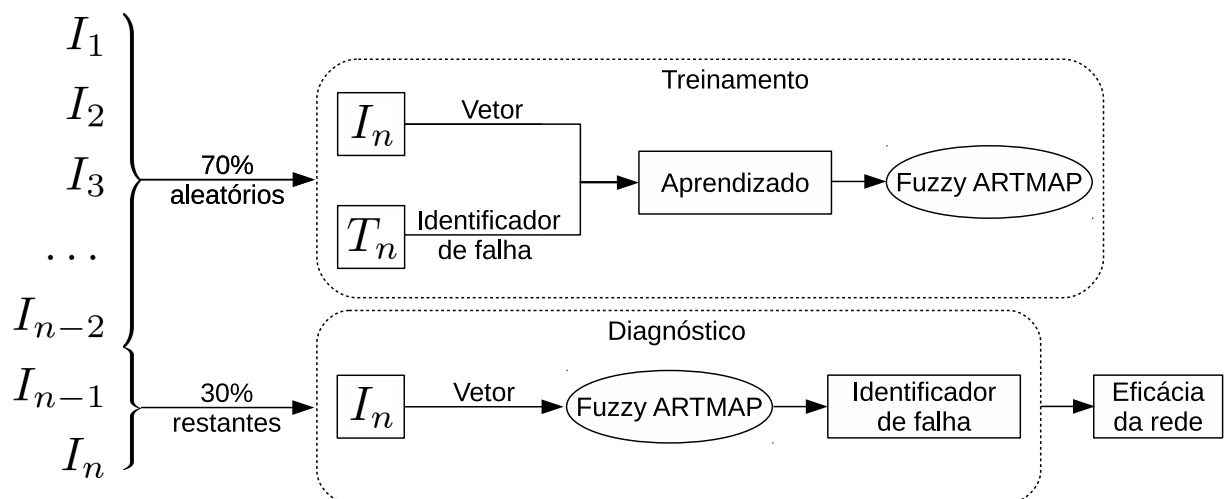
Tendo em vista tanto a agilidade do processo de coleta de dados quanto a grande quantidade de sinais requeridos para o treinamento com bom desempenho de uma rede neural artificial do tipo *Fuzzy* ARTMAP, desenvolveu-se um método de treinamento e diagnóstico baseado na criação de múltiplos vetores derivados a partir dos já existentes. Adotou-se como alvo um número entre 800 e 1000 vetores de treinamento. dispunha-se de 31 vetores ao final das medições, sendo 13 destes representativos do estado de referência e 6 representativos de cada um dos três estados de falha analisados. Com o número alvo em mente, estabeleceu-se então um multiplicador de valor  $m = 30$  para análise, o que significa que o conjunto final conterá 30 vezes a quantidade de vetores do que a quantidade medida inicial. Assim, 31 vetores medidos se tornarão um conjunto de 930 vetores de treinamento. Posteriormente, analisou-se o impacto do tamanho do conjunto de treinamento na acurácia do método. Para tal fim, era somado a cada vetor uma pequena quantidade de ruído branco gaussiano quantas vezes fosse necessário de modo que ao final se tivesse a quantidade desejada. Com o multiplicador  $m = 30$ , por

exemplo, 29 vetores eram gerados a partir de cada vetor experimental, todos com ruídos individualmente aleatórios e, portanto, distintos entre si. O ruído foi projetado com potência de 5% do sinal original, método comumente utilizado para adição de ruído a sinais gerados computacionalmente. O intuito foi simular pequenas variações que poderiam estar presentes no próprio processo de medição caso fossem realizadas outras aferições, mas ainda mantendo a característica do sinal.

## 5.2 Validação do método

A rede neural *Fuzzy ARTMAP* foi validada através de múltiplos ciclos treinamento/diagnóstico, uma iteração do qual é esquematizada na Figura 12. Nos trechos seguintes o processo será descrito mais detalhadamente.

Figura 12 – Representação de um ciclo do método de validação



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 5.2.1 Treinamento

Para cada ciclo do processo de treinamento, 70% dos vetores do conjunto de dados foram escolhidos de maneira aleatória e dispostos em ordem também aleatória. Um a um, alimentava-se os vetores de aceleração processados à rede neural associados a um vetor identificador binário que correspondia ao estado de saúde da estrutura, seguindo os critérios exibidos na Tabela 1. Cada vetor apresentado contribui para o aprendizado da rede, calibrando suas matrizes internas a fim de que ao final da fase de treinamento seja possível fazer uso das informações adquiridas nas etapas a seguir.

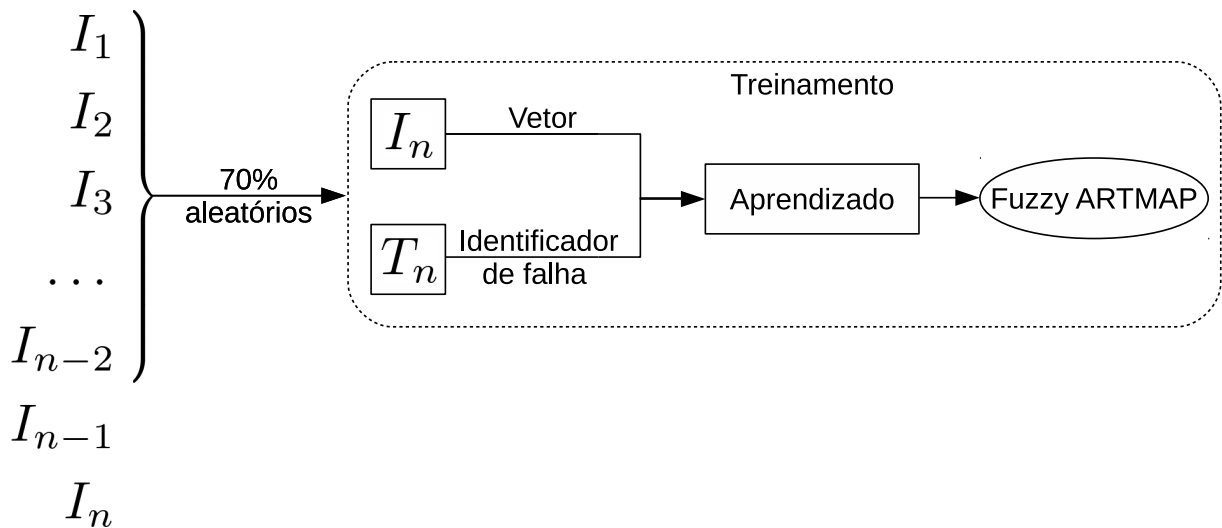
Os parâmetros apresentados na Tabela 2 foram utilizados no treinamento da rede. Os valores apresentados foram refinados ao longo do tempo através de experimentação.

Tabela 2 – Parâmetros utilizados no treinamento da rede

$\rho_a$	$\rho_b$	$\rho_{ab}$	$\alpha$	$\beta$
0,9	1	0,95	0,1	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 13 – Representação do processo de treinamento



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 5.2.2 Diagnóstico

Realizado o treinamento, a rede é capaz de estimar o estado da estrutura a partir da estimativa de um vetor de identificação no mesmo formato apresentado na Tabela 1. Alimentou-se os vetores presentes nos 30% restantes da fase de treinamento e para cada um foi obtida uma estimativa de estado. Baseado nos critérios descritos na seção 5.1.2 era possível determinar qual é o estado esperado a partir dos valores de massa associados a cada estado e, assim, compará-los às estimativas da rede. A razão entre os acertos e o número total de estimativas forneceu um valor percentual de acurácia.

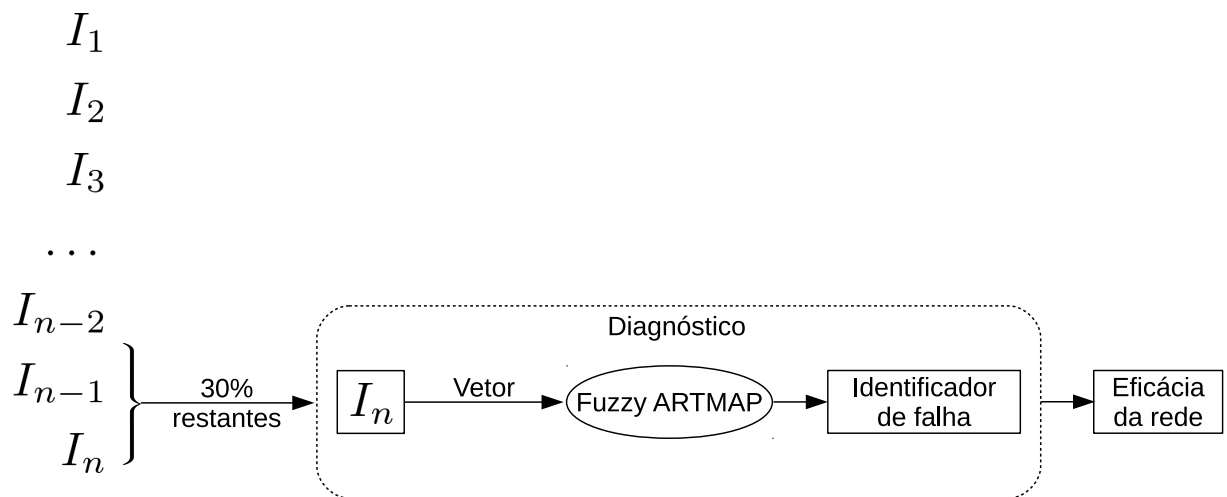
Os parâmetros apresentados na Tabela 3 foram utilizados no diagnóstico da rede. Seus valores foram refinados ao longo do tempo através de experimentação.

Tabela 3 – Parâmetros utilizados no diagnóstico da rede

$\rho$	$\alpha$	$\beta$
0,65	0,1	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 – Representação do processo de diagnóstico



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 6 Resultados e Discussões

Foram realizados 100 ciclos de treinamento-diagnóstico para a obtenção da eficácia média do método com o multiplicador  $m = 30$  e, portanto, 930 vetores disponíveis para o processo. Calculou-se tal valor como 93,98%. Apresenta-se na Tabela 4 exemplos de matrizes de confusão de alguns dos ciclos como exemplo, relacionando as classes reais com as previsões do algoritmo. As linhas representam as classes reais e as colunas, as previstas. Em um algoritmo perfeito, com 100% de acurácia, haveria elementos apenas na diagonal principal da matriz, indicando que todos os elementos foram previstos corretamente; logo, elementos fora da diagonal principal indicam as classificações errôneas do algoritmo. *Ref*,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_{12}$  representam os estados de referência, falha no andar inferior, falha no andar superior e falha em ambos os andares, respectivamente.

Pode ser notado que o método previu como referência vários vetores das classes de falha, assim como ocorreu também a situação inversa, previsão das falhas como referência; o comportamento indica que o método apresentou certa dificuldade em diferenciar o estado de referência o suficiente dos estados de falha nestes casos. Um ponto importante é que apesar desta deficiência, raramente houve classificação errônea entre as categorias de falha, ou seja, apesar de a distinção entre a classe de referência e as classes de falha ter deixado a desejar, a distinção entre as três classes de falha foi muito boa.

Tendo isso em mente, os resultados sugerem que uma proposta interessante para trabalhos futuros seria o desenvolvimento de um método híbrido: o uso de um método alternativo mais adequado para a execução do SHM de nível 1 (puramente detecção), deixando a rede responsável exclusivamente pelo SHM de nível 2, ou seja, pela diferenciação entre as falhas. Esta ideia foi discutida no desenvolvimento do trabalho mas não chegou a ser explorada; ideias preliminares que vieram à tona incluem algoritmos de separação baseados em redes neurais auto-associativas (análise não linear de componentes principais) e o uso de sistemas imunológicos artificiais.

É apresentada no Figura 15 a relação entre o multiplicador usado para aumentar a quantidade de vetores de treinamento disponíveis e a acurácia média da rede. Para cada

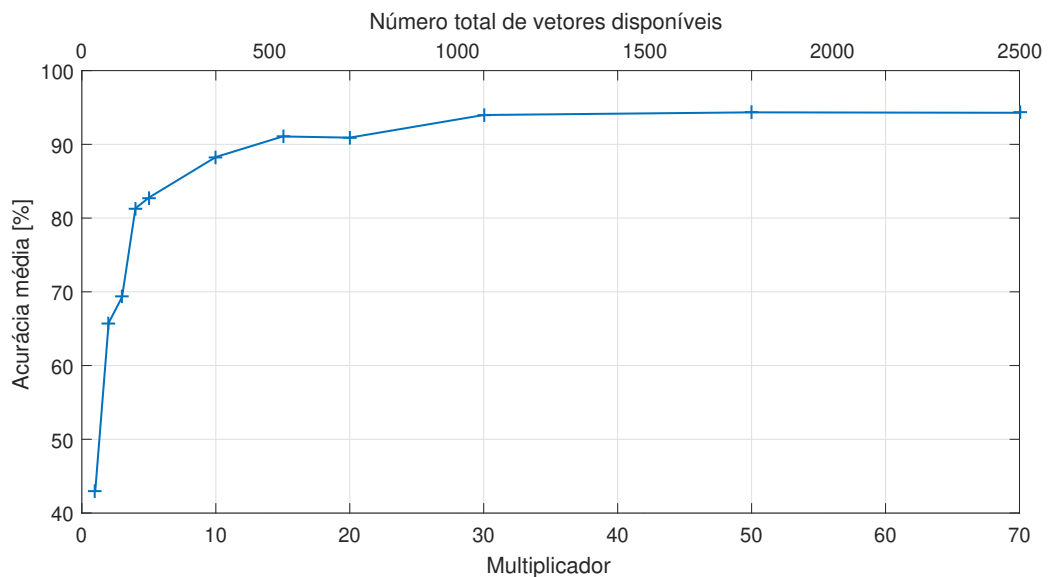
Tabela 4 – Matrizes de confusão para  $m = 30$ 

(a) Exemplo 1						(b) Exemplo 2							
n = 279		Previsto					n = 279		Previsto				
		Ref	$F_1$	$F_2$	$F_{12}$				Ref	$F_1$	$F_2$	$F_{12}$	
Real	Ref	119	2	1	6	128	Real	Ref	117	3	1	4	125
	$F_1$	4	39	0	2	45		$F_1$	5	47	0	1	53
	$F_2$	1	0	53	1	55		$F_2$	5	0	47	1	53
	$F_{12}$	0	0	0	51	51		$F_{12}$	1	0	0	47	48
		124	41	54	60				128	50	48	53	

Fonte: Elaborado pelo autor.

ponto, usou-se o valor médio de 50 ciclos. Pode ser notado que a estipulação inicial do multiplicador como  $m = 30$  foi pertinente para este estudo. A partir deste valor, existe uma saturação; a acurácia de aproximadamente 94% não se modifica significativamente. Tendo em vista o custo computacional envolvido quanto maior o conjunto de treinamento, é importante selecionar um valor de  $m$  que seja alto o suficiente para satisfazer as necessidades de acurácia do projeto mas baixo o suficiente sem que seu custo computacional impacte a eficiência de tempo e/ou custo da aplicação. Um projeto crítico, cuja falha envolvesse risco à integridade física de operadores, por exemplo, poderia adotar  $n = 30$ . Por outro lado, um projeto menos crítico e que necessitasse operar em tempo real em um microcontrolador ou computador menos robusto poderia adotar um multiplicador menor, sacrificando acurácia mas tornando o método viável para a aplicação.

Figura 15 – Acurácia da rede em relação ao tamanho do conjunto de treinamento



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 7 Conclusões

O método desenvolvido foi capaz de detectar e categorizar falhas com acurácia média de aproximadamente 94% em condições ideais. Os fatores mais críticos para seu desempenho são a quantidade de vetores disponíveis para treinamento, se aproximando este de 1000, e a escolha das regiões de frequência a serem incluídas nos mesmos, que devem incluir a maior quantidade de picos de frequência relevantes à identificação sem conter muita informação além disso. No caso estudado foi relativamente simples identificar visualmente a região a ser incluída, mas a identificação da mesma em sistemas de maior porte e complexidade pode ser um desafio; em tais casos, deve ser feito um estudo mais cuidadoso em torno das principais frequências naturais que são sensíveis aos danos sendo analisados e que podem ser medidas por acelerômetros nas posições escolhidas para os mesmos.

O maior contribuinte para a diminuição de acurácia da rede foi uma certa deficiência na diferenciação entre o estado de referência e os diferentes estados de falha. O excelente desempenho da rede em diferenciar as falhas entre si sugere que a rede por si só pode não ser a ferramenta mais adequada para esta aplicação. Métodos híbridos usando algoritmos alternativos para o processo de identificação de falha aliados ao método atual atuando exclusivamente como classificador das mesmas poderia resultar em resultados melhores.

Tendo em vista o método de expansão de conjunto de treinamento desenvolvido inerentemente incluir ruídos típicos de medição em sua formulação, pode ser verificado que o mesmo apresentou bom desempenho frente a sinais ruidosos no caso analisado. Foi possível expandir o conjunto disponível drasticamente sem deturpar os sinais originais, criando representações que mantêm suas características para os fins analisados. Isso pode ser usado para economizar tempo na coleta inicial de dados para treinamento, ou para melhorar a acurácia do método com sinais já existentes.



## 7.1 Estudos Futuros

- Investigação de métodos híbridos com algoritmos alternativos de detecção;
- Implementação de SHM de nível 3.

# Referências

- BALACHANDRAN, E. B. M. B. **Vibrations**. 2. ed. CL-Engineering, 2008.
- BALAGEAS, D.; FRITZEN, C.-P.; GÜEMES, A. **Structural health monitoring**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010.
- CARPENTER, G. A.; GROSSBERG, S. **Adaptive resonance theory: Self-organizing networks for stable learning, recognition, and prediction**. [S.l.]: Springer, 1995.
- CARPENTER, G. A.; GROSSBERG, S. **Adaptive resonance theory**. [S.l.]: Springer, 2011.
- CARPENTER, G. A. et al. Fuzzy artmap: A neural network architecture for incremental supervised learning of analog multidimensional maps. **IEEE Transactions on Neural Networks**, Piscataway, v.3, n.5, p. 698-713, 1992.
- CARPENTER, G. A.; GROSSBERG, S.; ROSEN, D. B. Fuzzy art: An adaptive resonance algorithm for rapid, stable classification of analog patterns. In: **IEEE. Neural Networks, 1991., IJCNN-91-Seattle International Joint Conference on Neural Networks**. [S.l.], 1991. v.2, p. 411-416
- GABORSKI, R. S. et al. **Optical character recognition neural network system for machine-printed characters**. [S.l.]: Google Patents, set. 10 1991. US Patent 5,048,097.
- GROSSBERG, S. How does a brain build a cognitive code? In: GROSSBERG, S., **Studies of mind and brain**. [S.l.]: Springer, 1982. p. 152.
- LOPES, M. L. M. **Desenvolvimento de redes neurais para previsão de cargas elétricas de sistemas de energia elétrica**. 2005. xviii, 149 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2005.
- MATSUGU, M. et al. Subject independent facial expression recognition with robust face detection using a convolutional neural network. **Neural Networks**, Kidlington, v.16, n. 5-6, p. 555-559, 2003.
- RAO, S. S. **Mechanical Vibrations in SI Units, Global Edition**. 6th. ed. London:Pearson, 2017. ISBN 1292178604, 9781292178608.
- RYTTER, A. **Vibrational Based Inspection of Civil Engineering Structures**. Aalborg: Aalborg University, 1993. (Fracture & dynamics paper).

SILVA, I. N. et al. **Redes neurais artificiais para engenharia e ciências aplicadas - curso prático.** [S.l.]: São Paulo: Artliber, 2010.