UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Faculdade de Ciências

Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência

ROSELI REGINA FERNANDES SANTANA

UM ESTUDO SOBRE AS RELAÇÕES ENTRE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO, AS CRENÇAS DE AUTOEFICÁCIA, AS ATITUDES E O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE PROFESSORES *PRE-SERVICE* E *IN-SERVICE*

BAURU
2019

ROSELI REGINA FERNANDES SANTANA

UM ESTUDO SOBRE AS RELAÇÕES ENTRE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO, AS CRENÇAS DE AUTOEFICÁCIA, AS ATITUDES E O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DE PROFESSORES *PRE-SERVICE* E *IN-SERVICE*

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências - Universidade Estadual Paulista - Campus de Bauru, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência.
Linha 03 – Fundamentos e Modelos Psicopedagógicos no Ensino de Ciências e Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola.

BAURU

2019

Santana, Roseli Regina Fernandes.
Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores *pre-service* e *in-service*/Roseli Regina Fernandes Santana, 2019.
321 f.: il.

Orientador: Nelson Antonio Pirola

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2019

1.Pensamento algébrico. 2. Anos iniciais. 3. Crenças de Autoeficácia. 4. Atitudes em relação à Matemática. 5. Conhecimento especializado do professor para o ensino. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE ROSELI REGINA FERNANDES SANTANA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA , DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 29 dias do mês de julho do ano de 2019, às 09:00 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-Graduação da Faculdade de Ciências - Unesp/Bauru-SP, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA - Orientador(a) do(a) Departamento de Educação / UNESP/ Bauru, Prof. Dr. DOUGLAS DA SILVA TINTI do(a) Departamento de Educação Matemática / Universidade Federal de Ouro Preto-MG, Profa, Dra. LUCIANE DE CASTRO QUINTILIANO do(a) Departamento de Matemática / Campus de Três Corações / Instituto Federal do Sul de Minas Gerais, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de ROSELI REGINA FERNANDES SANTANA, intitulada **Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores *pre-service* e *in-service***. Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA

Prof. Dr. DOUGLAS DA SILVA TINTI

Profa, Dra. LUCIANE DE CASTRO QUINTILIANO Castro

"Se nada ficar destas páginas, algo, pelo menos, esperamos que permaneça; nossa confiança no povo, nossa fé nos homens e na criação de um mundo em que seja menos difícil amar".

(PAULO FREIRE)

DEDICATÓRIA

*Aos **MEUS PAIS**, minha base, meu bem mais precioso, razão de toda a minha existência!!!*

AGRADECIMENTOS

As palavras só têm sentido se nos ajudam a ver o mundo melhor. Aprendemos palavras para melhorar os olhos.

(RUBEM ALVES)

Palavras, eis que elas me fogem nesse momento ... Palavras que possam expressar tamanha alegria, realização e gratidão por tudo até aqui.

Foram tantos os colaboradores na realização deste sonho, pessoas às quais sou imensamente grata, que sonharam junto comigo, diretamente ou indiretamente estiveram ao meu lado com uma palavra de apoio, de fé, de orientação, de cooperação, de enriquecimento, de reflexão, de cuidado, de carinho, de confiança, de perseverança, de resiliência, de compreensão, de humanização, de empoderamento, de conhecimento, de aprendizagens, de incentivo, de experiências vividas, me impulsionaram para que esse sonho pudesse se tornar uma realidade. Não foi fácil, mas foi infinitamente significativo. Eis aqui a recompensa!

Agradeço, em primeiro lugar, a **DEUS**, pai de toda misericórdia e sabedoria, que tem me capacitado a cada dia para ser um ser humano melhor, uma profissional competente e responsável, que está comigo sempre e mesmo nos momentos mais difíceis, nestes dois anos, me carregou em seu colo, foi luz para meus pés, me guiou, me confortou e não me deixou desistir.

Aos meus amados **PAIS**, **Pedro Antonio Fernandes e Inis Domingos Fernandes**, meu alicerce, meu bem maior. Agradeço por zelarem da minha vida, de todo cuidado a mim dedicado todos esses anos. É singelo, mas forte, imensurável, mas só cabe entre nós o infinito amor e o orgulho que tenho por vocês. Compartilho esse sonho, sonhado junto com vocês, de me tornar MESTRE, mas meus maiores mestres são VOCÊS. Obrigada por nunca terem poupado esforços para a minha formação e educação. Obrigada por sempre acreditarem em mim e me mostrarem o quanto sou capaz e importante para vocês. AMO-O MEU PAI. AMO-A MINHA MÃE.

Ao meu querido **ESPOSO, Aguinaldo Alves Santana,** por toda paciência e compreensão pelas minhas ausências para eu pudesse me dedicar aos estudos e à pesquisa. Por estarmos um ao lado do outro sempre, mesmo nos momentos mais difíceis, cuidando um *do outro, sonhando juntos, renovando nossas alianças diariamente e buscando viver na palavra de Deus.*

Ao meu ilustríssimo ***ORIENTADOR e AMIGO, Professor Dr. Nelson Antonio Pirola****, agradeço pelo acolhimento, pelas orientações e conversas, pela paciência, pela confiança em mim e no meu trabalho, pelo exemplo de profissionalismo e ser humano, por todas as contribuições significativas durante as etapas de realização desta pesquisa. Obrigada pelo momento que mais precisei da sua compreensão e afeto.*

Aos professores convidados para a banca examinadora, ***Profª. Drª. Luciane Quintiliano de Castro (IFSULDEMINAS – MG)*** *e o* ***Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti (UFOP – MG)****, pelas significativas contribuições ao meu trabalho de pesquisa durante o exame de qualificação e defesa.*

Aos meus ***IRMÃOS JOSÉ CARLOS, MARTA E RAQUEL****, aos meus sobrinhos e cunhados por todo apoio e incentivo para essa conquista acadêmica. Minha* ***FAMÍILIA*** *é o meu maior tesouro, meu porto seguro, quem cuida, quem ama, quem me levanta e dá força para seguir, quem mostra o caminho e caminha junto.*

Aos amigos e parceiros que a vida me oportunizou conhecer e àqueles que o Mestrado pelo Programa de Pós-Graduação Educação para Ciência, da UNESP de Bauru, me deu de presente, minha eterna gratidão, vocês foram preciosos nessa caminhada: ***Marcela Lopes Santana, Zionice de Martos Rodrigues e Anderson Cangane Pinheiro (#somosGCEMC)****,* ***Sandra Virgínia de Jesus, Jackelyne Medrado e Fabiana Chiericci Lima****. Amigos para a vida toda. Obrigada pelas colaborações, compartilhamento de aprendizagens, pelos esclarecimentos de dúvidas, pelo companheirismo, apoio e incentivo, pelos desafios propostos, por motivar-me a superação, por se preocuparem comigo, por sempre estarem vigiando por mim.*

Aos amigos do ***Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (GPPEM)****, da UNESP de Bauru, Aline, Bruna, Evandro, Giovana, Gilmara, Milena, Richael, Wellington, Valéria pelas inúmeras reflexões, aprendizagens, apoio, cooperação e companheirismo. Somos NOMIMAX!!!*

À ***Vanessa Ruffino (Análise Estatística), Caroline Vedovoto e Carla Camargo (Transcrições), Diogo Carlos Cânovas Bottazzo e Edy Carlos Leite da Silva (Revisão), Isabele Laluce (Abstract)****, minha gratidão e reconhecimento pela ajuda imprescindível de cada um. Vocês me estenderam as mãos quando eu precisei e ajudaram-me a realizar essa conquista. Obrigada pelo exemplo de profissionalismo e de seres humanos que são.*

Às minhas diretoras ***Célia Regina Costa Andrioli*** *e* ***Priscila de Lourdes Barrionuevo*** *por entenderem meu esforço, às vezes minhas ausências para a realização de um sonho, do sonho de poder contribuir para uma educação pública de qualidade. Minha admiração pelas profissionais exemplares, competentes e apaixonadas pelo que fazem.*

Aos **professores do Programa de Pós-Graduação Educação para Ciência**, *pelas aprendizagens durante as disciplinas e por oportunizar novas leituras, novos olhares para a educação. Nossas aulas e discussões foram valiosíssimas para o aprimoramento deste estudo.*

Aos **secretários de educação, supervisores e professores** *dos anos iniciais da rede municipal de ensino de duas cidades do noroeste paulista pela parceria na realização desta pesquisa.*

Aos diretores, professores e estudantes do curso de Pedagogia *das instituições de ensino superior destes mesmos municípios em participarem voluntariamente desta pesquisa, que apesar de não poder revelar os seus nomes, fica aqui registrado o meu muito obrigada, a participação de vocês foi imprescindível para a concretização desta investigação e sonho pessoal.*

Enfim, o meu muito obrigada a todos vocês e há tantos outros que caminharam comigo e me ajudaram a chegar até aqui. Foram muitas as contribuições e apoio oferecido, não há palavras que descrevam minha ***ETERNA GRATIDÃO.***

RESUMO

Esta pesquisa se desenvolveu na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática e buscou investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico face às crenças de autoeficácia, as atitudes em relação à Matemática e ao conhecimento matemático especializado para o seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Buscou, também, analisar possíveis relações e influências de aspectos afetivos na solução de problemas algébricos, com foco na capacidade de generalização, cerne do desenvolvimento do pensamento algébrico. A investigação foi ancorada numa abordagem mista, quanti-qualitativa, fundamentada nos estudos de Creswell e Park (2013). Os participantes da pesquisa foram 128 estudantes do curso de Pedagogia (*pre-service*) de instituições privadas e 119 professores (*in-service*) dos anos iniciais, da rede pública de ensino. Para tanto, os instrumentos utilizados para essa investigação contaram em sua primeira etapa com um questionário para caracterização dos participantes, sendo um para os *pre-service* e outro para os *in-service;* uma Escala de Atitudes traduzida e validada por Brito (1996); um questionário estruturado em duas subescalas do tipo *likert*, uma sobre as crenças de autoeficácia dos participantes em relação ao conhecimento especializado para o desenvolvimento do pensamento algébrico e a outra para o ensino desse pensamento matemático nos anos iniciais. Na segunda etapa da pesquisa, foram selecionados três *pre-service* e três *in-service* considerando suas pontuações nas escalas (abaixo, mediano e acima do ponto central) para uma entrevista semiestruturada e solução de problemas algébricos formulados de acordo com algumas habilidades requeridas para a unidade temática Álgebra nos anos iniciais, propostos na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e da Série X, de Krutetskii (1976), contemplando a generalização e a composição de equações usando os termos de um problema. A análise das transcrições de gravações de áudio foi realizada pelo método "*Pensar em voz alta*", de Brito (2002). Os participantes foram convidados a relatar o que pensavam enquanto resolviam os problemas algébricos, a fim de analisarmos a influência das atitudes e crenças de autoeficácia no julgamento de suas capacidades na persistência, empenho, conhecimento especializado e predisposição para o ensino. A análise dos dados, em suas diferentes etapas, evidenciou que: 1) os *pre-service* apresentaram ter atitudes negativas em relação à Matemática, enquanto os *in-service*, positivas; 2) quanto às crenças de autoeficácia para o conhecimento especializado e ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico mostraram-se positivas nos dois grupos, apesar dos *in-service* serem crenças mais positivas; 3) os participantes se sentiram menos seguros para o ensino do pensamento algébrico do que quanto ao conhecimento de conteúdo curricular, embora revelassem conhecer pouco a respeito de elementos conceituais e pedagógicos, bem como os caracterizadores desse pensamento matemático. Além disso, alguns fatores identificados influenciaram tais atitudes e crenças, tais como: idade, tempo de magistério, reprovação, julgamento do seu desempenho nas aulas de Matemática, formação inicial, possuir pós-graduação, entre outros que destacamos no estudo. Esperamos que essa pesquisa de mestrado contribua para a desconstrução de práticas da formação inicial e continuada de professores e futuros professores dos anos iniciais, ressignificando o ensino para o desenvolvimento do pensamento matemático, em especial o algébrico, sob o viés de aspectos cognitivos e afetivos inerentes ao professor e alunos, dando voz e vez à Matemática que se deseja ser ensinada para todos nas escolas públicas do país e assim caminharmos para o ensino de Matemática significativo e consciente, garantindo de fato os direitos de aprendizagens dos estudantes.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Anos Iniciais. Crenças de Autoeficácia. Atitudes em relação à Matemática. Conhecimento matemático especializado do professor para o ensino.

ABSTRACT

This research developed from the perspective of the Mathematics Education psychology and sought to investigate the algebraic thinking development in relation to the self-efficacy beliefs, attitudes towards Mathematics and specialized mathematical knowledge for its teaching in the early years of Elementary School. It also sought to analyze possible relationships and influences of affective aspects in solving algebraic problems, focusing on the generalization capacity, the core of the algebraic thinking development. The research was anchored in a mixed, quanti-qualitative approach based on the studies of Creswell and Park (2013). The participants of the study were 128 students from the pre-service pedagogy course, from private institutions and 119 teachers (in-service) from the early years of the public school system. To do so, the instruments used for this research had in their first stage a questionnaire to characterize the participants, one for pre-service and the other for in-service; a Scale of Attitudes translated and validated by Brito (1996); a questionnaire structured in two likert type subscales, one on the participants' self-efficacy beliefs regarding the specialized knowledge for the algebraic thought development and the other for the teaching of this mathematical thought in the early years. In the second stage of the research, three pre-service and three in-service were selected considering their scores on the scales (below, median and above the central point) for a semistructured interview and solution of algebraic problems formulated according to some skills required for thematic unit Algebra in the early years, proposed in the National Curricular Common Base (BRAZIL, 2017) and the X Series, of Krutetskii (1976), contemplating the generalization and composition of equations using the terms of a problem. The analysis of the áudio transcriptions recordings was performed by the "Thinking in a loud voice" method, by Brito (2002). Participants were invited to report their thoughts while solving algebraic problems in order to analyze the influence of attitudes and beliefs of self-efficacy in judging their abilities in persistence, commitment, specialized knowledge and predisposition to teaching. The analysis of the data, in its different stages, showed that: 1) pre-services present negative attitudes towards Mathematics, while in-service, positive; 2) as to the self-efficacy beliefs for the specialized knowledge and teaching of the algebraic thought development were positive in both groups, although in-service beliefs were more positive; 3) the participants feel less secure in the teaching of algebraic thinking than in the knowledge of curricular content, although they know little about conceptual and pedagogical elements, as well as the characterizers of this mathematical thought. In addition, some identified factors influence such attitudes and beliefs, such as: age, teaching time, reproof, judgment of their performance in Mathematics classes, initial formation, post graduation, among others we highlighted in the study. We hope this master's research contributes to the deconstruction of the initial and continuing teachers and future ones of the early years' practices, resignifying the teaching for the mathematical thinking development, especially the algebraic one, under the bias of inherent cognitive and affective aspects to the teacher and students, giving voice to Mathematics that one wishes to be taught to all in the public schools of the country and thus to move towards meaningful and concious Mathematics teaching , ensuring indeed the rights of students' learning.

Keywords: Algebraic Thinking. Early Years. Beliefs of Self-efficacy. Attitudes towards Mathematics. Teacher's specialized mathematical knowledge for teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

ANPEPP	Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Tese e dissertações
CCK	Common Content Knowledge
CEE	Conselho Estadual de Educação
CENP	Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
EPEM	Encontro Paulista de Educação Matemática
EMAI	Educação Matemática nos Anos Iniciais
FE/Unicamp	Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas
GPPEM	Grupo de Pesquisa de Psicologia da Educação Matemática
HCK	Horizon Content Knowledge
ICME	Congresso Internacional de Educação Matemática
KCC	Knowledge of Content and Curriculum
KCS	Knowledge of Content and Students
KCT	Knowledge of Content and Teaching
KFLM	Knowledge of Features of Learning Mathematics
KMLS	Knowledge of Mathematics Learning Standards
KMT	Knowledge of Mathematics Teaching
KoT	Knowledge of Topics
KPM	Knowledge of Practice of Mathematics
KQ	Knowledge Quartet
KSM	Knowledge of the Struture of Mathematics
LDB	Lei de Diretrizes e Base da Educação
MTSK	Mathematics Teacher's Specialized Knowledge
MEC	Ministério da Educação
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PCK	Pedagogical Content Knowledge
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática
PEM	Psicologia da Educação Matemática

PME	Psychology of Mathematics Education
PNAIC	Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa
PISA	Programme for International Student Assessment
PSIEM	Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática
PUC-Camp	Pontifícia Universidade Católica de Campinas
SARESP	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SCK	Specialized Content Knowledge
SCIELO	Scientific Eletronic Library Online
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
SPPEM	Seminário de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática
SMK	Subject Matter Knowledge
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos
UNESP	Universidade Estadual Paulista
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

UMA BREVE APRESENTAÇÃO

Esta pesquisa de mestrado está inserida no âmbito das investigações realizadas pelo Grupo de Pesquisa de Psicologia da Educação Matemática (GPPEM), vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP de Bauru, e, sobretudo, da trajetória e experiência profissional e pessoal da pesquisadora e orientador enquanto professores e formadores de alunos e pedagogos, nas observações, inquietações sobre as dificuldades acentuadas dos alunos em pensar algebricamente, sobre questionamentos na transição da Aritmética à Álgebra formal nos diferentes níveis de ensino, na apropriação desse conhecimento matemático, que permeia tanto a Aritmética como a Geometria.

Essa inquietação se deu principalmente durante as aulas em turmas de 6ªsérie/7º anos do Ensino Fundamental (momento em que ocorre a introdução das equações) como professores da Educação Básica e durante formações com pedagogos, na apresentação de conteúdos e discussões relacionados à Álgebra e ao observar a falta de familiaridade e conceitos prévios interiorizados no que tange esse campo da Matemática. As falas dos alunos e professores soavam ideias que revelavam experiências ruins que vivenciaram com a Álgebra nos bancos escolares ou que ainda pudessem vir a ter, tais como: "Professora, quando vamos aprender aquelas coisas que usam letras junto com números, minha irmã falou que é muito difícil?"; "Eu tenho medo. Deve ser muito difícil."; "Nunca consegui aprender esse negócio de x, não entendia nada do que a professora falava"; "Ah, é aquilo que passa x para um lado e os números para o outro?"; "A professora mandava achar o x, de vez em quando ela usava y também".

Nas falas identificamos referências à Álgebra no sentido do seu simbolismo formal (uso de letras, isto é, variáveis e incógnitas), da dificuldade em lidar com letra e números sem um contexto de sentido e significado, dada generalização. Esse caráter essencialmente simbólico, abstrato associado à Álgebra ao longo da própria história da Matemática tem acarretado impactos desastrosos nas aprendizagens dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais[1] e, consequentemente, dos alunos, provocando uma aversão e fracasso cada vez maiores na construção conhecimento matemático, como é evidenciado nos estudos de Freire (2011), Mestre (2014), Kieran (2004), Loos (1998, 2003, 2007).

Durante a formação inicial de pedagogos, os conteúdos matemáticos são poucos contemplados na matriz curricular, priorizam mais a metodologia de ensino do que

[1] Esclarecemos ao leitor que quando mencionamos "anos iniciais", referimo-nos aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e, "anos finais" corresponde aos Anos Finais do Ensino Fundamental.

propriamente a questão conceitual, desconsideram aspectos cognitivos e afetivos inerentes aos futuros professores, como mostram os trabalhos de Curi (2004, 2005), daí a necessidade de se repensar os currículos e incluir já na formação inicial os estudos sobre o pensamento algébrico e da própria Psicologia da Educação Matemática, para o prosseguimento na formação continuada e de fato garantir subsídios ao educador para a construção do seu conhecimento especializado e que se conscientize que a aprendizagem do aluno está intimamente correlacionada ao seu saber.

Ao considerar os estudos já realizados sobre a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais (CANAVARRO, 2007; KAPUT, 1995, 2008; BLANTON, KAPUT, 2005; KIERAN, 1996, 2004; MESTRE, 2014), a síntese de resultados educacionais a partir das avaliações de larga escala, justifica-se a necessidade de estudos e pesquisas mais aprofundados relacionando o ensino e a aprendizagem de Álgebra nesta etapa de escolaridade. Entendemos que os aspectos cognitivos são indissociáveis dos aspectos afetivos e motivacionais nesse processo complexo que envolve professores e alunos, afetividade, cognição e Matemática escolar.

Outro aspecto relevante para a realização desta pesquisa é a escassez de trabalhos nacionais acerca do assunto, uma vez que a grande parte desse tipo de investigação centra-se em alunos e não em professores como o realizado nesta pesquisa. Além disso, encontramos trabalhos sobre educação algébrica, mas são trabalhos cujo foco, em sua maioria, se concentra em aspectos cognitivos e não sobre aspectos afetivos; centram-se em sua maioria em alunos como participantes e não em professores, como é o caso desta investigação. Portanto, trata-se aqui de uma pesquisa inédita envolvendo atitudes em relação à Matemática, crenças de autoeficácia, conhecimento matemático especializado e solução de problemas algébricos, com estudantes de Pedagogia (*pre-service*) e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (*in-service*).

Buscamos, neste trabalho, uma análise comparativa de aspectos cognitivos e afetivos relacionados ao ensino de Álgebra, com licenciandos em Pedagogia e professores dos anos iniciais, especificamente, correlacionando suas atitudes em relação ao ensino de Matemática, crenças de autoeficácia de professores para o desenvolvimento do pensamento algébrico (conhecimento e ensino). Tais concepções de Álgebra, pensamento algébrico, atitudes e crenças de autoeficácia, conhecimento matemático especializado são apresentados *a posteriori* neste estudo.

Ao considerar os objetivos desta pesquisa de mestrado, buscamos investigar o seguinte problema de pesquisa: "*De que maneira se apresentam e se relacionam as crenças* *de autoeficácia, as atitudes em relação à Matemática e o conhecimento especializado de professores in-service e pre-service para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental?”.*

Além disso, buscamos responder outros questionamentos secundários, tais como:

- Quais saberes conceituais e concepções os professores *pre-service* e *in-service* apresentam ter sobre o pensamento algébrico e o ensino da Álgebra nos Anos Iniciais?
- O professor se percebe capaz para planejar e ensinar tarefas matemáticas que promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico com alunos dos anos iniciais?
- Durante a solução de problemas, os participantes vislumbram características do pensamento algébrico e habilidades algébricas contidas no problema?
- Fatores como tempo de magistério, idade, formação inicial, atitudes influenciam na autoeficácia do conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais?

Esta dissertação está estruturada da seguinte maneira: apresentamos no primeiro capítulo os pressupostos teóricos sobre o ensino da Álgebra nos anos iniciais e a caracterização do desenvolvimento do pensamento algébrico, as concepções e contribuições de estudos internacionais e naionais para a “algebrização do currículo”, as relações entre a Álgebra, a Aritmética e a Geometria, bem como o papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico.

No segundo capítulo apresentamos a fundamentação teórica desta pesquisa e a revisão de literatura, ressaltando o que dizem as pesquisas dos últimos sete anos, ou seja, entre os anos de 2012 e 2018 e, também aquelas de grande relevância, fora deste período estipulado sobre as atitudes em relação ao ensino da Matemática, a solução de problemas e a Álgebra, as crenças de autoeficácia pessoal e docente e, sobre o conhecimento especializado do professor que ensina Matemática nos anos iniciais, além da síntese e principais considerações acerca dessas pesquisas. Optamos em amalgamar o referencial e a revisão de literatura, por encontramos poucos trabalhos a respeito das temáticas no período determinado e também, no desejo de romper com a rigidez acadêmica e dar um dinamismo à leitura.

O terceiro capítulo trouxe as importantes contribuições da Psicologia da Educação Matemática no que se referem os aspectos cognitivos e afetivos das aprendizagens matemáticas, especialmente no que tange a afetividade, a cognição e a Matemática Escolar.

A descrição da metodologia é realizada no quarto capítulo, com a fundamentação dos métodos mistos como abordagem de investigação, a apresentação do problema e contexto da pesquisa pretendida, os objetivos pretendidos, a caracterização dos participantes envolvidos, os instrumentos necessários para levantamento de dados, os procedimentos utilizados e a forma em que os dados foram tratados em sua análise.

Os resultados, a análise e discussão dos dados, apresentamos no quinto capítulo. Nele também discutimos o problema de pesquisa a partir das entrevistas cedidas pelas estudantes de Pedagogia e as professoras dos anos iniciais e do "Pensar em voz alta" enquanto solucionam problemas algébricos. Nesse capítulo ainda, apresentamos sete problemas algébricos contemplando habilidades requeridas na unidade temática Álgebra da BNCC (BRASIL, 2017) possíveis de serem desenvolvidas com crianças dos anos iniciais e que foram propostas aos três estudantes de Pedagogia e professores dos anos iniciais selecionados para a segunda etapa da pesquisa, analisadas por meio das transcrições do "Pensar em voz alta".

Finalizamos pontuando as considerações e implicações desta pesquisa de mestrado para o contexto educacional, bem como as suas contribuições para a Educação Matemática.

Esperamos que essa pesquisa rompa com paradigmas e contribua para a necessidade urgente e gradual da integração do ensino da Álgebra nas atividades matemáticas realizadas em sala de aula a partir dos primeiros anos de escolaridade, ressaltando a importância do conhecimento matemático especializado dos professores e futuros professores na assimilação e compreensão dos conceitos algébricos, repensando-se para, além disso, as políticas educacionais, o currículo, a formação docente inicial e continuada.

Desejamos que seja uma leitura agradável, esclarecedora e que traga significativa contribuição no âmbito da Educação Matemática e Psicologia da Educação Matemática, que professores e futuros professores dos anos iniciais tenham acesso e busquem por esse estudo para (re)conhecerem velhos/novos (dependendo dos olhos que veja) conceitos que permeiam o processo de ensino e aprendizagem, que ressignifiquem o ensino da Matemática, em especial, para o desenvolvimento do pensamento algébrico, que corrobore para o aperfeiçoamento do conhecimento especializado desses profissionais.

CAPÍTULO 1
ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS E O ENSINO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Neste capítulo, apresentamos a fundamentação teórica e a revisão de literatura no que se refere ao ensino de Álgebra nos anos iniciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para a abordagem da fundamentação teórica embasamo-nos em importantes pesquisas portuguesas e norte-americanas por serem estudos pioneiros a respeito da temática. Pretendemos também, por meio desses trabalhos, discutir a importância do ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais, trazendo ao leitor algumas concepções de Álgebra, caracterizando o pensamento algébrico, clarificando conceitos e elementos relevantes deste conhecimento matemático especializado o qual o professor pedagogo deve ter para o ensino da Álgebra nos anos iniciais.

Na revisão de literatura, definimos o período para a busca de pesquisas relacionadas, de 2012 a 2018, por considerarmos que a Portaria nº 867, de 4 de julho de 2012, que instituiu o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), suas ações e diretrizes, poderiam fortalecer pesquisas voltadas para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, uma vez que o documento o enfatiza como um dos eixos estruturantes no ensino de Matemática, chamando a atenção de pesquisadores brasileiros sobre a temática por levantar novas perspectivas e desafios educacionais e curriculares, em especial para os anos iniciais, hipótese essa que não é comprovada em razão da escassez de trabalhos encontrados. Tomamos como banco de dados a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) que integra as produções brasileiras e artigos de revistas bem avaliadas na área da Educação Matemática como Zetetiké, Bolema, Quadrante, Educação e Pesquisa, Ciência & Educação e de congressos na da mesma área (ENEM, EPEM, SIPEM, entre outros), pela carência de publicações acerca da temática, como explicaremos detalhadamente no Capítulo 2 deste estudo.

O processo de ensino e a aprendizagem da Álgebra para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos da Educação Básica face às crenças de autoeficácia, atitudes e conhecimento matemático especializado de professores *in-service* (professores que atuam) e *pre-service* (estudantes do curso de Pedagogia) avoca particular relevância nesta investigação, haja vista as mudanças curriculares atuais. Desenvolvemos, neste capítulo, aspectos essenciais que circundam o ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

1.1 Educação Algébrica: do contexto pessoal ao contexto nacional curricular

A realização desta investigação acerca dos aspectos cognitivos e afetivos, em especial, aqueles relacionados às atitudes e às crenças de autoeficácia na solução de problemas algébricos foi desencadeada pelas inúmeras situações vivenciadas em sala de aula, na experiência dos autores como professores, formadores e pesquisadores. No desempenho dessas atividades docentes, formativas e de pesquisa são alarmantes as reações emocionais de alunos e professores ao empenharem-se ou não na execução de atividades matemáticas, consequentemente evidenciando o sucesso ou fracasso na tarefa proposta e da própria aprendizagem, da relação intrínseca observável entre afetividade e cognição.

Durante a escolaridade da autora principal, seja na Educação Básica ou graduação, o apreço pela Álgebra sempre foi notório. Gostava de buscar diferentes caminhos e estratégias para resolver problemas, generalizar e conjecturar sobre diferentes problemas, mesmo sem conhecer todas as terminologias corretas. Isso, com certeza, influenciou seus interesses pela sala de aula na condição de educadora, bem como reflexões sobre alguns aspectos relevantes do processo de ensino e aprendizagem da Álgebra e das suas relações com os outros campos dos saberes matemáticos, como a Aritmética e a Geometria.

A aproximação com a Álgebra ocorre, na maioria das vezes, de forma brusca e mecanizada. Como alunos, ouvíamos falas de que agora não seriam apenas os números, a Matemática passava a se apossar das letras, que com alguns procedimentos técnicos assumiriam valores que tornariam sentenças ora iguais, ora desiguais, ora maiores, ora menores, ora equivalentes. E a quantos ainda hoje são apresentados dessa forma à Álgebra? Que Álgebra é ensinada nas escolas de hoje? Como é ensinada? As dificuldades acentuadas apresentadas pelos alunos em suas aprendizagens algébricas estão correlacionadas ao conhecimento matemático do professor, à metodologia utilizada para ensinar, às suas crenças e atitudes? É preciso obedecer à uma hierarquia de conteúdos e habilidades até que os alunos estejam prontos, cognitivamente para aprendê-los? O que os alunos entendem por Álgebra? Qual é o sentido/significado dado à Álgebra no currículo?

Muitas questões e tantas outras que enfatizam a relevância e o lugar de destaque da Álgebra no ensino de Matemática (HOUSE, 1995) e que ainda é encarado apenas como uma transição da Aritmética para um novo campo do saber matemático, desenvolvendo noções superficiais de sua amplitude como área de conhecimento. Este cenário, indiscutivelmente, obriga-nos a reavaliar e reexaminar como vem acontecendo esse processo nas escolas, de que maneira tem sido ensinada, como alunos, professores e futuros professores veem as questões de ensino e aprendizagem associadas ao ensino da Álgebra, em especial, quando se relacionam com as primeiras experiências educacionais.

Peço licença ao leitor e dou-me ao direito, na condição de autoria desta pesquisa de enfatizar que a minha experiência ao longo desses dezessete anos de magistério em que estive na função de professora dos anos iniciais e, concomitantemente, como professora de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio e depois, na coordenação dos anos iniciais, me impulsionaram a buscar compreender e contribuir para a ressignificação do ensino da Álgebra desde as primeiras etapas da escolaridade, de maneira sólida, contextualizada, sistematizada e consideravelmente significativa. As observações da sala de aula com os alunos e no acompanhamento e realização de formações continuadas com professores evidenciavam o cenário desastroso na qual foram submetidos e da maneira como os alunos continuam a ser ensinados de modo a armazenarem informações e procedimentos para o desenvolvimento de competências e habilidades algébricas.

Pensar mudanças nesse panorama educacional em meio a todas essas questões e percursos, a longo e em curto prazo, realçam e reforçam o papel crucial da Álgebra e que requer olhar para a complexidade de aspectos tanto cognitivos como afetivos (BRITO, 1996; UTSUMI, 2000; LIMA, 2001; GONÇALEZ, 1995, 2000; PIROLA, 1995, 2000) das aprendizagens matemáticas de alunos e professores, no caso, de estudantes do curso de Pedagogia e pedagogos, que atuarão diretamente nos primeiros anos de escolaridade, seja na Educação Infantil ou Anos Iniciais, como tratados nesta investigação, em que não só farão a mediação quanto à apropriação de conceitos, da construção do conhecimento matemático, mas podem deixar transparecer suas experiências, percepções e julgamentos positivos ou negativos em relação à Matemática.

Assim, para além do encantamento singular e complexo do simbolismo formal da álgebra presentes em teoremas, axiomas e postulados, conhecer a forma de estruturação do pensamento matemático quanto à capacidade do indivíduo de fazer generalizações, na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática, considerando os aspectos cognitivos e os afetivos, despertou-nos o desejo de enveredar-nos por novos caminhos e olhares no propósito de compreender e investigar o conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais e as possíveis correlações e influências das e entre as atitudes e crenças de autoeficácia de professores (*in-service*) e estudantes (*pre-service*) do curso de Pedagogia que ensinam e ensinarão, respectivamente, Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nessa mesma perspectiva, acreditamos que esses aspectos cognitivos e afetivos exerçam fortes impactos nas aprendizagens de alunos, professores e futuros professores e que, ainda sim, não nos prostramos ao conformismo e buscamos por meio desta pesquisa caminhos e reflexões pelos quais possamos superar tais desafios educacionais e novas demandas curriculares de caráter pedagógico e formativo.

Outro fator que nos chama a atenção para a pesquisa realizada além das constatações observadas como aluno, professor e formador no que se refere ao ensino de Álgebra na Educação Básica, é o índice apresentado em avaliações de larga escala, como Prova Brasil, SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) e PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), quanto ao baixo desempenho dos alunos nas questões que exigem articular o pensamento algébrico em sua resolução.

Esses índices das avaliações de larga escala (interna e externa) em questões voltadas para o ensino de Álgebra sinalizam para uma espécie de “prestação de contas” do desempenho dos alunos nesse campo da Matemática ao longo da Educação Básica e, ao mesmo tempo, a necessidade de se atingir números cada vez mais elevados, dentro de um padrão estabelecido de níveis mais ou menos adequados. Contudo, acreditamos que apesar de serem importantes, as avaliações de larga escala devem repensar urgentemente novos instrumentos de aferição desse conhecimento de modo a revelarem os níveis de raciocínio e a capacidade de solucionar problemas, superando a política educacional, infelizmente latente, de preparar alunos e alunas para as provas, treinando mecanicamente questões e habilidades requeridas exercendo o papel de currículo dentro das escolas.

Quando estendemos essa discussão para o contexto curricular nacional realizando a análise de documentos oficiais curriculares nacionais para os anos iniciais (BRASIL, 1997, 2012, 2017), constatamos que apenas em documentos da última década há estudos voltados para o desenvolvimento do pensamento algébrico, o que evidencia um processo em construção quanto ao ensino da Álgebra nos anos iniciais em âmbito nacional. Estudos e pesquisas de países como França, Portugal, Estados Unidos apresentam uma extensa literatura acerca da temática, com significativas contribuições para a educação algébrica e, consequentemente, para o ensino da Matemática na Educação Básica brasileira.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) não abordam explicitamente o ensino da Álgebra nos anos iniciais, usa o termo “pré-álgebra”, o que sugere que ela pode ser trabalhada nos anos iniciais, mas com enfoque maior e mais aprofundado nos anos finais do Ensino Fundamental, explorando nesse último, de fato, as diferentes dimensões da Álgebra (aritmética generalizada, funcional, equações, estrutura), bem como as variadas formas de uso das letras (generalizações, variável, incógnita e símbolo abstrato).

Uma interpretação equivocada disso pode ter sido um entrave, ao longo das últimas duas décadas, para o ensino da Álgebra nos anos iniciais, o fato de o professor pensar que o desenvolvimento do pensamento algébrico só pode ocorrer mediante pré-requisitos cognitivos ou de maturidade, que o aluno só apresentará nos anos finais do Ensino Fundamental, além da ideia arraigada de que, para o desenvolvimento do pensamento algébrico, parte-se da esfera aritmética para a algébrica como condição *sine qua non* para que o aluno possa estabelecer relações em diferentes contextos, fazer generalizações, reconhecer regularidades, padrões, construir sequências numéricas ou geométricas. Para Prestes (2014), isso pode instigar retrações do professor dos anos iniciais no que se refere ao planejamento de atividades que potencializam o pensar algebricamente, além do mais, exige do educador conhecimento matemático especializado sobre o assunto, que deveria ser colmatado na sua formação inicial ou continuada, de forma a sustentar sua prática pedagógica.

A “pré-algebra” não teve a devida difusão no contexto educacional dos anos iniciais, tanto em questões conceituais como metodológicas. Dizemos isso porque, mesmo depois de duas décadas orientado pelos PCN, a educação algébrica nos anos iniciais parece algo novo, inusitado, desconhecido, propriamente dizendo.

Além disso, pensamos que o termo “pré-álgebra” soa como algo empobrecedor diante da complexidade que é o ensino para o desenvolvimento algébrico com crianças dos anos iniciais. Sugere como algo meramente preparatório para o prosseguimento de estudos nos anos finais do Ensino Fundamental, quando na verdade, é para além disso: é o rompimento de fronteiras do desenvolvimento cognitivo e enquadramento da natureza de certos conteúdos matemáticos a um específico nível de ensino, é a subversão do controle sobre a aprendizagem do que a criança deve aprender e do jeito como deve aprender.

Ao analisarmos mais recentemente a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), documento norteador e de caráter normativo, vemos que a mesma traz consigo fortes traços da internacionalização do currículo. O documento, resultante de três versões, reforçou o compromisso com o letramento matemático e fixou a Álgebra em uma única unidade temática, sendo as demais: “Números”, “Geometria”, “Grandezas e Medidas” e “Probabilidade e Estatística”. Homologada em 20 de dezembro de 2017, a BNCC (BRASIL, 2017), defende que:

> [A]lgumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação (BRASIL, 2017, p. 268)

A BNCC propõe a distribuição da unidade temática Álgebra ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro1 - Síntese das habilidades requeridas para unidade temática "Álgebra" para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, presentes na BNCC.

TURMA	Objetos de Conhecimento	Habilidades
1º ano	• Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências; • Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	**(EF01MA09)** Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida. **(EF01MA10)** Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2º ano	• Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas; • Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	**(EF02MA09)** Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida. **(EF02MA10)** Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º ano	• Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas; • Relação de igualdade.	**(EF03MA10)** Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes. **(EF03MA11)** Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

4º ano	• Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural; • Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero; • Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão; • Propriedades da igualdade	**(EF04MA11)** Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural. **(EF04MA12)** Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades. **(EF04MA13)** Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas. **(EF04MA14)** Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. **(EF04MA15)** Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
5º ano	• Propriedades da igualdade e noção de equivalência; • Grandezas diretamente proporcionais; • Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais;	**(EF05MA10)** Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. **(EF05MA11)** Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. **(EF05MA12)** Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Fonte: Elaborado e adaptado pelos autores (BRASIL, 2017, p. 277-293)

Neste quadro sintetizamos, a partir de Brasil (2017), as habilidades requeridas para unidade temática “Álgebra” nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, cujos objetos de conhecimento e habilidades são distribuídos ao longo dos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental e aprofundados nos anos posteriores de escolaridade. Entendemos que essa proposta, embora caminhe para níveis mais complexos, formais e abstratos de técnicas e resultados do ensino da Álgebra, seja no Ensino Fundamental Anos Finais ou Ensino Médio, há uma necessidade inerente a esse processo que é a compreensão sólida dos conceitos algébricos para o desenvolvimento da capacidade de generalização, cerne do pensamento algébrico (SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2006) em situações diversas e inusitadas.

Ao comparar a BNCC com as orientações curriculares de outros países, especialmente, Portugal e Estados Unidos, pelas pesquisas de excelência realizadas deparamo-nos com um trabalho que é proposto desde a fase pré-escolar às crianças, diferentemente do que ocorre no currículo brasileiro, que começa a caminhar a respeito. Não podemos dizer que isso está ocorrendo tardiamente, haja vista que os contextos históricos, culturais e sociais de cada lugar estão indissociavelmente interligados aos processos de evolução, no caso, da educação de uma nação.

O *Nacional Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), instituição referenciada mundialmente no que se refere às tendências em Educação Matemática, reconheceu a significância da Álgebra como um tema transversal com os demais eixos da Matemática, considerando-a como um fio condutor ao longo da escolaridade. Ao estruturar as normas para a Álgebra, o documento clarifica que do ensino pré-escolar ao décimo segundo ano os alunos deverão ser capazes de “compreender padrões, relações e funções; representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; analisar a variação em diversos contextos” (NCTM, 2007, p.39). Pode-se dizer que esse documento norteou a produção de vários outros trabalhos na literatura nacional e internacional voltada para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A ideia defendida no documento em relação aos primeiros anos de escolaridade, quanto ao percurso da Álgebra, é de que as crianças possam experienciar e desenvolver suas capacidades nos diferentes níveis de ensino de sua vida escolar e, gradativamente, irem se apropriando das representações e linguagem simbólica, tanto ao que tange a Aritmética Generalizada como do Pensamento Funcional, não se reduzindo ao simbolismo formal e a resolução de problemas. O NCTM (2007), em complementariedade ao primeiro, datado no ano de 2000, traz os princípios e normas agrupados da fase pré-escolar ao 2º ano e do 3º ao 5º ano, nos quais, nos quais apresentamos resumidamente no Quadro 2.

Quadro 2: Normas e princípios para o ensino da Álgebra, conforme NCTM (2007)

Normas e Princípios	Pré-escola ao 2º ano	3º ao 5º ano
Compreender padrões, relações e funções.	• Agrupar, classificar e ordenar objetos por tamanho, número e outras propriedades; • Reconhecer, descrever e ampliar padrões, tais como sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples e interpretá-los em diversas representações; • Analisar a forma como são gerados tanto os padrões de repetição como de crescimento.	• Descrever, ampliar e fazer generalizações acerca de padrões geométricos e numéricos; • Representar e analisar padrões e funções, usando palavras, tabelas e gráficos.
Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos Algébricos.	• Ilustrar os princípios e as propriedades gerais das operações, como a comutatividade, através da utilização de números específicos; • Usar representações concretas, pictóricas e verbais, para desenvolver uma compreensão das notações simbólicas inventadas e convencionais.	• Identificar propriedades, como a comutatividade, a associatividade e a distributividade, e aplicá-las ao cálculo com números inteiros; • Representar a noção de variável, enquanto quantidade desconhecida, através de uma letra ou símbolo; • Expressar relações matemáticas através de equações.
Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas.	• Modelar situações que envolvam a adição e subtração de números inteiros, através da utilização de objetos, figuras e símbolos.	• Modelar situações problemáticas, usando objectos, e recorrer a representações como gráficos, tabelas e equações para tirar conclusões.
Analisar a variação em diversos contextos.	• Descrever variações qualitativas, como o facto de um aluno ter crescido; • Descrever variações quantitativas, como o facto de um aluno ter crescido 5 cm ao longo de um ano.	• Investigar a forma como a variação de uma variável se relaciona com a variação de uma segunda variável; • Identificar e descrever situações com taxas de variação constantes ou variáveis e compará-las.

Fonte: Adaptado (CANAVARRO, 2007, p. 93-94)

Programas de formação de professores dos anos iniciais, como o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), em escala federal e Educação Matemática nos Anos Iniciais (EMAI), realizado pela rede estadual paulista de ensino, trazem uma abordagem e tratamento sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

O PNAIC, lançado pelo Ministério da Educação, em 2012, mobilizou recursos e apoio pedagógico aos educadores e escolas para implantação de sistemas adequados de avaliação, gestão e monitoramento no processo de ensino e aprendizagem, contando com o apoio de universidades públicas na formação de professores no que diz respeito à alfabetização e letramento, em Língua Portuguesa e Matemática, para alunos do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental (Ciclo de Alfabetização), em defesa, especialmente, dos direitos e objetivos de aprendizagem das crianças como ferramenta para a mudança social.

O material de formação do PNAIC para o ensino de Matemática, elaborado em 2014, foi organizado em onze cadernos: Apresentação; Organização do trabalho pedagógico; Quantificação, registros e agrupamentos; Construção do sistema de numeração decimal; Operações na resolução de problemas; Geometria; Grandezas e medidas; Educação Estatística, Saberes matemáticos e outros campos do saber; Educação Inclusiva e Educação Matemática do campo, propondo a organização dos conteúdos matemáticos em cinco eixos estruturantes: Números e operações, Espaço e forma/Geometria, Grandezas e medidas e, pioneiramente, Pensamento algébrico. Para os quatro primeiros eixos, há um caderno de formação, enquanto para o eixo "pensamento algébrico", o documento de apresentação justifica que:

> Este eixo diz respeito a uma série de habilidades que, de alguma forma, já constam nos outros eixos, seja no reconhecimento de padrões numéricos e na realização de determinados tipos de problemas, dentro do eixo números e operações, seja no reconhecimento de padrões geométricos e da classificação, presentes no eixo geometria. Destaca-se como objetivo geral "compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos", ou seja, possibilitar à criança: estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos; reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples; produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples. (BRASIL, 2014, p. 50)

Entendemos, pelo trecho citado acima, que mais uma vez os conceitos e características pertinentes ao pensamento algébrico não são clarificados aos professores como deveria acontecer, dá-nos a ligeira impressão que as habilidades algébricas estão "naturalmente" interpostas no campo da Aritmética e da Geometria. Quando não se explicita devidamente tais aspectos, corre-se o risco do professor trabalhar com atividades algébricas sem a devida intencionalidade, deixando assim de potencializar o ensino da Álgebra nos anos iniciais.

Outro programa que analisamos, mas no contexto curricular paulista, foi o EMAI. Instituído em 2013, pelo governo do Estado de São Paulo, obrigatório pelas escolas estaduais dos anos iniciais e facultativo aos municípios, objetivou articular três pontos principais: currículo, formação de professores e avaliação. Desenvolveu-se a partir de uma proposta de estudos, reflexões, análise e discussões, em grupos colaborativos, de diferentes atividades sugeridas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. Tal programa não deixou transparecer no material formativo do professor e no caderno de atividades do aluno, aspectos conceituais referentes ao pensamento algébrico, essenciais à construção do conhecimento pelo professor, cuja implicação se dá nas aprendizagens dos alunos.

Pretendemos dizer que, apesar do material proposto ao aluno e ao professor tangenciar elementos pertinentes ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais (propriedades e operações com os números, sequências, padrões, entre outros), isso não é claro para o professor, cuja tendência é explorar tais atividades sem intencionalidade, ou seja, sem o devido conhecimento acerca das características, relação habilidade/tarefa pertinente a este tipo de pensamento matemático, deixando de potencializar discussões e argumentações que promoveriam o conhecimento algébrico, fato esse que também identificamos no PNAIC, com a análise do material formativo.

Na análise que fizemos dos documentos curriculares nacionais (BRASIL, 1997, 2017) e dos materiais dos programas de formação de professores dos anos iniciais, da última década, observamos que nenhum deles teve o aprofundamento devido e necessário às concepções e caracterizações do pensamento algébrico, condições que consideramos fundamentais para a compreensão e inserção na prática docente, imprescindíveis ao conhecimento do professor. Além disso, trazem uma valorização de aspectos metodológicos em detrimento dos aspectos conceituais. Mesmo com o PNAIC apresentando o pensamento algébrico como eixo estruturante, não se pode pensar que é o suficiente para garantir a aprendizagem dos alunos, sem considerar a apropriação deste conhecimento pelo professor, uma vez que sabemos que “[...] a qualidade do conhecimento da matéria pelo professor afecta directamente a aprendizagem dos alunos” (MA, 2009, p. 246).

Por outro lado, não podemos deixar de ressaltar que o fato de termos, em esfera federal, tanto no PNAIC como na BNCC, um eixo estruturante e uma unidade temática, respectivamente, relacionadas ao pensamento algébrico e ao ensino da Álgebra nos anos iniciais, mesmo nas condições mencionadas, são indícios contundentes da importância e a necessidade real e urgente desse trabalho em sala de aulas desde os primeiros anos de escolaridade, diríamos até desde a própria Educação Infantil.

Assim, enfatizamos a necessidade de voltarmos os olhares para a sala de aula, tanto do ângulo da aprendizagem da criança dos anos iniciais, como da formação desse professor (*in-service* ou *pre-service*), da desconstrução de crenças que afetam o ensino e a aprendizagem destes protagonistas, haja vista que muitos estudos apontam a Álgebra como o ponto crucial na continuidade ou descontinuidades dos estudos em Matemática, interferindo nas escolhas futuras como a profissão, bem como daqueles professores que julgam ter crenças negativas em relação à Matemática e que provavelmente não se sentirão seguros ou confiantes para empreenderem mudanças curriculares necessárias no sistema vigente e fracassado. Claro que, concordamos que a solução dos problemas educacionais esteja fora do alcance de nossas mãos, mesmo pensando de uma perspectiva da Psicologia da Educação Matemática ou de políticas públicas inovadoras em curto prazo, porém que fique evidente que não podemos deixar de pensar e discutir essas questões.

1.2 Álgebra: um pouco da sua história, concepções e desafios atuais

Buscamos na História da Matemática elementos orientadores para a compreensão do surgimento da Álgebra e *a posteori*, do pensamento algébrico também, uma vez que as concepções, definições e entendimentos que circundam tais temáticas estão intimamente associados aos contextos históricos e educacionais.

A Matemática babilônica e egípcia, berço da matemática primitiva, surgiu como uma ciência prática voltada para atividades associadas à agricultura e engenharia, atividades essas que exigiam a criação de diferentes métodos e sistemas de peso e medidas aplicáveis à colheita, armazenamento, distribuição da produção, assim como a arrecadação de taxas. Enfatizamos, segundo Eves (2004), que há inúmeras dificuldades nas descobertas feitas no Oriente Antigo, como isolamento de certas áreas e os materiais de escrita (tábulas de argila cozidas, pedra e papiros), assim,

> Como vimos, a ênfase inicial da matemática ocorreu na aritmética e na mensuração prática. Uma arte começou a tomar corpo para o cultivo, aplicação e ensino dessa ciência prática. Nesse contexto, todavia, desenvolvem-se tendências no sentido da abstração e, até certo ponto, passou-se então a estudar a ciência por si mesma. Foi dessa maneira que álgebra evolveu ao fim da aritmética e a geometria teórica originou-se da mensuração. (EVES, 2004, p.57)

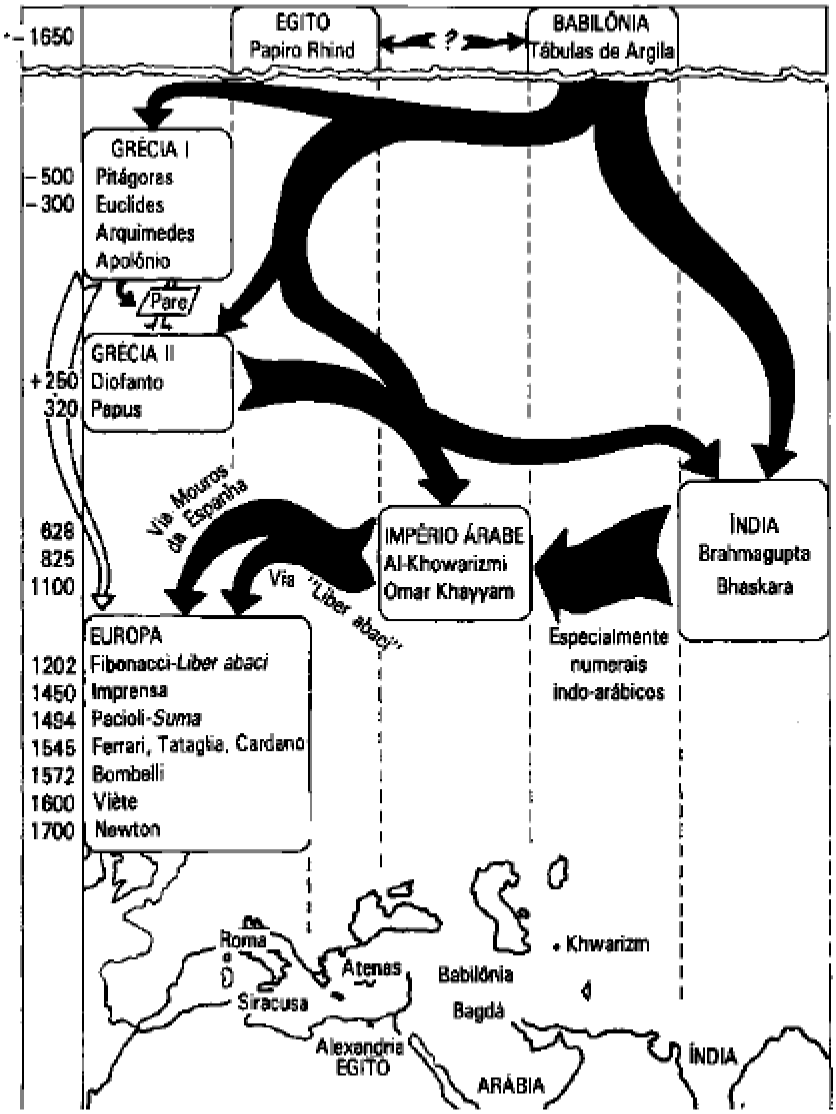
Mas afinal, qual é a origem da palavra “Álgebra”? A origem da palavra “álgebra”, segundo Baumgart (1992), não se explica pela sua etimologia, como ocorre em outras palavras, a se observar, por exemplo, no caso da palavra “aritmética”, originária do grego *arithmos*, que significa “número”. De acordo com o autor, a palavra “álgebra” é uma variante latina da palavra árabe *al-jabr*, termo esse usado no livro *Hisab al-jabr w´al-muqabalah*, de autoria do árabe Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi, escrito por volta de 825 D.C. Dentre algumas tentativas de traduções para o título deste livro, a considerada melhor entre elas é a que se leia como “ciência das equações”, o que nos parece sugerir que a palavra álgebra, neste período, referia-se ao estudo das equações e a busca por métodos de resolução, o que hoje está associado a um significado muito mais complexo e amplo dentro da Matemática, como veremos mais a frente deste estudo.

Para Baumgart (1992), é muito provável que a Álgebra tenha se originado na Babilônia e deve ser entendida considerando suas duas principais fases, de ordem cronológica e conceitual: a Álgebra antiga (1700 a.C a 1700 d.C) e a Álgebra moderna. A primeira aplica-se a ideia das equações e métodos para resolvê-las e a segunda, de caráter mais abstrato, voltada para o estudo das estruturas matemáticas. A notação algébrica desenvolveu-se ao longo de três estágios, nos quais apresentamos a seguir:

- ***Estágio retórico:*** associado ao estilo sofisticado dos babilônios, essa região apresentava uma capacidade invejável para a resolução de uma variedade de tipos de equações. Neste período o conhecimento era totalmente verbal, apresentando pelos babilônios um raciocínio dedutivo não formalizado e não se utilizavam símbolos ou abreviações para expressar o pensar algebricamente. Os egípcios (menos sofisticados que os babilônios) e gregos (álgebra geométrica) também tiveram suas contribuições neste estágio.
- ***Estágio sincopado:*** caracterizado pelo uso de abreviações de palavras para escrever equações, foi uma fase impulsionada por Diofanto, que introduziu o uso símbolos por meio da abreviação de palavras para uma incógnita (equações diofantinas) e ampliada por outros matemáticos, dando início à simbolização.
- ***Estágio simbólico:*** período da Álgebra moderna, com forte consistência no simbolismo, evidenciado pelo gradual aperfeiçoamento e a padronização da notação algébrica. Dentre as inúmeras contribuições neste estágio, destacamos a do francês François Viète, pioneiro ao introduzir letras como coeficientes genéricos (positivos) e a dar sugestões ao simbolismo que mais tarde findou-se e inovou-se com Newton, um divisor de águas quando se fala em pensamento algébrico. Além disso, em sua obra *De aequationum recognitione et emendatione* , de 1615, apresentou propriedades teóricas das equações, possibilitando avanços significativos referentes as raízes de uma equação, as relações entre as suas raízes e coeficientes e da transformação de polinômios.

Em síntese, Baumgart (1992) apresenta as principais correntes no fluxo da Álgebra ao longo da História da Matemática, como podemos ver na Figura 1, evidenciando as influências egípcias e babilônicas, do período antigo, bem como os principais estudiosos a frente desse processo de descobertas e criações.

Figura 1: Principais correntes no fluxo da Álgebra ao longo da História da Matemática



Fonte: Extraída de Baumgart (1992, p.2)

Portanto, pode-se dizer que a Álgebra é uma ciência tão antiga quanto à história da humanidade, ao levarmos em consideração a descoberta da escrita. A história do desenvolvimento da Álgebra se deu juntamente com a evolução das diferentes áreas da cultura humana, contando com a contribuição de distintas civilizações até chegar aos dias atuais, objetivando aperfeiçoar as notações e registros, possibilitando tornar o trabalho com as operações (e equações) cada vez mais simples, ágil, eficaz e o mais geral possível, além de introduzir novos conjuntos numéricos, compreendendo sua natureza e sua adequada formalização.

Esse caráter essencialmente simbólico e abstrato atribuído à Álgebra moderna ao longo dos tempos tem agregado impactos desastrosos nas aprendizagens dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais e, consequentemente, dos alunos durante sua escolaridade, distanciando-os cada vez mais da Matemática e do ensino da Álgebra. Para tanto, precisamos conhecer algumas importantes concepções no que tange a Álgebra, a fim de contribuir para a extinção de práticas retrógradas que fortalecem o ensino de uma Álgebra tradicional, descontextualizada e sem sentido para quem aprende e para quem ensina.

Sabemos que não é fácil definir o que é Álgebra, bem como identificar um denominador comum sobre o que se entende por Álgebra e o seu ensino, delimitando com precisão esse campo do saber matemático. Apresentamos a seguir diferentes concepções acerca da Álgebra, ressaltando, quando possível, alguns pontos de divergências e convergências entre os autores e seus pensamentos sobre o assunto. Essa análise pautou-se nos estudos e perspectivas que se manifestaram ao longo das últimas décadas com os trabalhos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993); Usiskin (1995); Kieran (1996, 2004, 2007); Lins e Gimenez (1997); Kaput (1995, 2008) e Brasil (1997, 2017).

Uma das produções clássicas a respeito das concepções de Álgebra historicamente falando são atribuídas a Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Neste artigo, os autores apresentam o desenvolvimento histórico da Álgebra e propõem quatro distintas concepções para o entendimento desse campo da Matemática, que são as concepções *processológica, linguístico-estilística, linguística-sintático-semântica e linguístico-postulacional*.

- ***Processológica:*** refere-se à Álgebra como um conjunto de procedimentos e técnicas algorítmicas específicos de alguns tipos de problemas, cujo percurso para solucioná-los depende de uma série de passo a passo, numa sequência padronizada deles. Não é retórica, pois não necessita da subordinação de um pensamento algébrico à necessidade específica de uma linguagem que o expresse.
- ***Linguístico-Estilística:*** trata a Álgebra como uma forma de linguagem específica, distinguindo-se da concepção anterior em sua rigorosidade na forma de pensamento e sua expressão, rompendo fronteiras sempre que necessário realizar adequações na busca por uma nova linguagem.
- ***Linguística-Sintático-Semântica:*** entende a Álgebra como uma linguagem específica e sucinta, em que a criação dessa linguagem e instrumentalização foge de seu domínio estilístico e alcança sua esfera sintático-semântica, o que significa desenvolver sua capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas estritamente simbólicas,

considerada mais rigorosa que a concepção anterior, uma vez que de acordo com a concepção linguística-sintático-semântica "a condição necessária à existência de uma linguagem específica de um pensamento algébrico autônomo é não apenas a consciência da necessidade de existência de uma linguagem especifica a essa forma de pensamento" (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 83), mas, sobretudo, a consciência dessa linguagem para alcançar a dimensão operatória e chegar a uma linguagem de fato simbólica.

- ***Linguístico-Postulacional:*** concebe a Álgebra como uma linguagem simbólica, em que ao signo linguístico lhe é associado não apenas uma quantidade geral, discreta ou contínua, como também entidades matemáticas, compartilhando um grau de abstração e generalidade muito superior ao das concepções anteriores.

Quanto à Educação Algébrica, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentaram outras três importantes concepções para a compreensão do que se entende por Educação Algébrica: a *linguístico-pragmático*, a *fundamentalista-estrutural* e a *fundamentalista-analógica*. Na primeira prevalece a crença que para que o aluno desenvolva a capacidade de resolver problemas, ainda que, artificiais, basta dominar, mesmo que mecanicamente, as técnicas do "*transformismo algébrico*". A segunda caracterizada pelas propriedades estruturais das operações como meio para justificar o passo a passo do "*transformismo algébrico*", o que possibilitaria o aluno, como se pensava, identificar e aplicar tais estruturas em diferentes situações. A terceira e última concepção é entendida como uma síntese das duas primeiras, ou seja, recupera o valor instrumental da Álgebra e mantém seu caráter fundamentalista, justificando as passagens em recursos analógicos geométricos. Os autores enfatizaram que, do ponto de vista crítico, a Álgebra transcende esse papel de técnicas e formalizações no que se refere a proposta de resolver problemas, ela dá sentido e significado no processo de ensino da Matemática.

Para Usiskin (1995), a Álgebra é mais que um veículo para a solução de problemas. Segundo o autor,

> Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo. (USISKIN, 1995, p. 21)

Álgebra é vista como uma parte da Matemática que envolve a solução de problemas por meio de equações, especialmente, no Ensino Fundamental dos anos finais, que se utiliza de símbolos e letras para traduzir valores desconhecidos. Um olhar muito restrito, fragmentado e descontextualizado de um campo do saber da Matemática que historicamente está atrelado ao desenvolvimento da Aritmética e da Geometria e, que juntamente com a Álgebra constituem-se a base da Matemática Escolar. De acordo com Usiskin (1995, p. 13, *grifo do autor*), "**As finalidades da álgebra** *são determinadas por, ou relacionam-se com,* **concepções** *diferentes* **da álgebra** *que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos* **usos das variáveis**". Assim, Usiskin (1995) apresenta quatro concepções de Álgebra:

- ***A Álgebra como aritmética generalizada*****:** a base dessa concepção para o aluno é traduzir e generalizar as operações, propriedades das operações ou valores aritméticos. As variáveis são usadas como generalizações de modelos tanto algébricos como aritméticos, ou seja, parte de casos particulares para a generalização de uma ideia. Nesse caso, não generalizam com foco em incógnitas, mas nas relações conhecidas entre números.
- ***A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*****:** a instrução-chave para o aluno é simplificar e resolver. As variáveis são incógnitas ou constantes, ideia usada com frequência para escrever sentenças equivalentes.
- ***A Álgebra como estudo de relações entre grandezas*****:** nesse caso, as variáveis assumem diferentes valores e sofrem variância conforme as relações entre as grandezas envolvidas, ou seja, é um argumento ou parâmetro (fala-se em variável dependente e independente), diferença fundamental com a concepção anterior. A base desta concepção de Álgebra é relacionar e construir gráficos, aspectos em que os alunos apresentam acentuadas dificuldades em entender o uso das variáveis.
- ***A Álgebra como estudo das estruturas*****:** aplicável em estruturas como grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais, cujas palavras-chaves são manipular e justificar. A variável é tida como um objeto arbitrário de uma estrutura definidas por algumas propriedades. Para Usiskin (1995, p. 18), "não se trata de nenhuma função ou relação; a variável não é um argumento. Não há equação alguma a

ser resolvida, de modo que a variável não atua como uma incógnita. Também não há nenhum modelo aritmético a ser generalizado."

Ao discutir a reforma da Álgebra, nos Estados Unidos, Kaput (1995) salienta que não existe uma só Álgebra, pelo fato que ela pode ser entendida como artefato cultural compartilhado, especialmente quando pensamos na "aprendizagem de frações, polinômios, fatoração, teoria dos anéis, álgebra linear etc." (p. 6) ou quanto formas de pensamento, tais como "generalização, especialização, abstração, computação, analogização, justificação etc." (Ibid., p. 6) e que descrever a Álgebra exige uma mistura de ambas as acepções.

> Os atos de generalização e formalização gradual da generalidade construída devem preceder o trabalho com formalismos – do contrário os formalismos não têm origem na experiência do estudante. A total falência atual da álgebra escolar tem mostrado a inadequação das tentativas de vincular os formalismos à experiência do aluno, depois que eles foram introduzidos. Parece que "uma vez sem significado, sempre sem significado". (KAPUT, 1995, p. 6-7)

Segundo o autor, é preciso atribuir sentido, interligar a rede de estruturas e processos que constituem a Matemática, haja vista que há inúmeras possibilidades a se considerar quando se fala em Álgebra considerando diferentes núcleos: o raciocínio algébrico, os conteúdos matemáticos e a rede de linguagens. Kaput (1995) defende a Álgebra como instrumento para matematizar e compreender os diferentes fenômenos estudados pelas diversas ciências. Alguns aspectos relevantes da concepção de Álgebra para o autor:

- ***Álgebra como generalização e formalização de padrões e restrições*:** base da aritmética generalizada e do raciocínio quantitativo generalizado.
- ***Álgebra como manipulação sintética de formalismos*:** fonte para o avanços das ciências e da tecnologia.
- ***Álgebra como estudo de estruturas abstratas*:** decorre das generalizações e abstrações, possibilitando um aprimoramento das estruturas e elevando os níveis de abstração e formalização.
- ***Álgebra como um estudo de funções, relações e variações contínuas*:** a importância das funções no que diz respeito as ciências em geral.
- ***Álgebra como um sistema de linguagem para a modelagem e representação de fenômenos*:** a Álgebra como ferramenta para compreender diferentes fenômenos.

Kaput (2008), anos depois, reafirma que o pensar algebricamente é uma atividade humana e que a Álgebra é realmente um artefato cultural, a qual é caracterizada por dois aspectos centrais: a Álgebra como generalização simbólica de regularidades e a Álgebra como raciocínio sintaticamente orientado e ações em generalizações expressas no sistema de símbolos convencionais.

Kieran (1996), importante pesquisadora na área do ensino e aprendizagem da Álgebra, afirma que este campo da Matemática tem sido associado com símbolos literais e com as operações que podem ser realizadas ao manipularmos tais símbolos. É dela a proposta de agrupar as atividades algébricas em: geracional (formação de equações e expressões), transformacional (atividades baseadas em regras) e global (a álgebra é usada como ferramenta).

Contudo, segundo a autora, a Álgebra não se resume meramente em atribuir significados para tais símbolos, evidenciando então a existência de representações que estão além da definição tradicional de Álgebra, e que conduzem para um nível mais complexo de pensamento. Neste sentido, a autora afirma que alguns processos cognitivos envolvidos na aprendizagem dos conceitos algébricos tem sua origem no desenvolvimento histórico da Álgebra como um sistema simbólico.

Na tentativa de uma definição plausível e possível para a Álgebra, Kieran (2007), potencializa a complexidade do desenvolvimento do pensamento e raciocínio por meio da atividade de generalização proporcionada com as atividades algébricas, em especial.

> Álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na actividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. Mason, 2005). Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas. (Kieran, 2007, p. 5)

Para Lins e Gimenez (1997), a Álgebra constitui um conjunto “de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade. Nesse sentido, o pensamento algébrico é um modo, entre outros, de produzir significado para a Álgebra” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 150), o que significa dizer que pensar algebricamente não é estritamente associado ao uso de uma linguagem algébrica simbólica, é atribuir significados a objetos, processos ou linguagem, a partir de três características essenciais do pensamento algébrico: o aritmeticismo (relacionado a números, operações aritméticas, e (des)igualdades), internalismo (capacidade de usar números e operações e transformá-los em objetos, ferramentas, conforme suas propriedades) e a analiticidade (capacidade de realizar operações com números desconhecidos, tratando-os como definidos).

Outras dimensões foram propostas para o ensino da Álgebra encontradas em Brasil (1998), neste caso, voltadas para o Ensino Fundamental:

- ***a dimensão Aritmética Generalizada*:** utilização das letras como generalização do modelo aritmético, com prioridade nas propriedades das operações;
- ***a dimensão Funcional*:** uso de letras como variáveis, expressadas por meio de relações e funções;
- ***a dimensão Equação*:** as letras como incógnitas para a resolução de equações;
- ***a dimensão Estrutural*:** letras como símbolos abstratos, empregadas nos cálculos algébricos e expressões.

Nesse sentido, notamos que há inúmeras concepções e perspectivas para a Álgebra, que evidenciam diferentes entendimentos sobre tal conhecimento matemático. Apresentamos, a seguir, um comparativo entre algumas dessas concepções destacadas nesta fundamentação, na qual organizamos de forma sintetizada no Quadro 3:

Quadro 3: Comparativo entre as concepções de Álgebra

	Concepção de Álgebra	**Foco da concepção**
Fiorentini, Miorim e Miguel (1993)	- Processológica - Linguístico-Estilística - Linguística – Sintático – Semântica - Linguístico-Postulacional	Uso da linguagem
Usiskin (1995)	- Aritmética Generalizada - Procedimentos para resolver certos problemas - Estudo de relações entre grandezas - Estudo das estruturas	Uso das variáveis
Kaput (1995, 2008)	- Álgebra como generalização e formalização de padrões e restrições; - Álgebra como manipulação sintética de formalismos; - Álgebra como estudo de estruturas abstratas; - Álgebra como um estudo de funções, relações e variações contínuas; - Álgebra como um sistema de linguagem para a modelagem e representação de fenômenos.	Formas de pensamento Uso da linguagem Álgebra como campo de conhecimento

Kieran (1996, 2007)	- categorização das atividades algébricas: geracional, transformacional e global.	Pensamento, representação
Lins e Gimenez (1997)	- atividade algébrica como processo de produção de significados para a Álgebra; - linguagem algébrica como manifestação do pensamento algébrico.	Desenvolvimento conjunto da Álgebra e da Geometria. Desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico.

Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

A concepçõe de Álgebra na perspectiva de Kaput (1995, 2008) converge para a ideia que temos ao falar sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos inciais. Trata-se de uma concepção que ultrapassa o conceito limítrofe da Álgebra apenas para solucionar problemas, associando-a com fórmulas e procedimentos de cálculos, supersimplificando o seu poder e valor na articulação entre áreas da Matemática, a Aritmética e a Geometria. É vista como entendemo-la, um campo do conhecimento matemático, constituindo-se em formas de pensamento que propiciam ao indivíduo generalizar, relacionar, modelar, conjecturar, compreender as diferentes estruturas matemáticas, uma lingugem capaz de traduzir argumentos e justificativas até situações abstratas, como as funções, por exemplo.

Tais concepções nos levam a acreditar que estejam intimamente associadas às dificuldades que os alunos apresentam em Álgebra, uma vez que estão vinculadas as experiências vividas e oportunizadas a eles, desafio esse que o ensino da Álgebra enfrenta há décadas. Booth (1995, p. 24-25) discute exatamente essa questão, as dificuldades das crianças quando iniciam no ensino de Álgebra, ao considerar a natureza dos tipos de erros mais comuns que os alunos cometem. Constatou em sua pesquisa que os erros eram semelhantes em diferentes turmas/séries, tais como:

a) o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas;

b) o uso da notação e da convenção em álgebra;

c) o significado das letras e das variáveis; e

d) os tipos de relações e métodos usados em aritmética.

O autor concluiu, enfatizando a busca permanente que deve ter o professor por novos tópicos da Matemática, buscando compreender a origem dos erros dos alunos como meio para auxiliá-los a avançarem em suas aprendizagens matemáticas. Nesse sentido, entendemos que não é possível pensar no ensino da Álgebra como uma área de ensino isolada, desarticulada dos demais campos do saber matemático, a Aritmética e a Geometria. Em seguida, discorremos sobre essa ideia.

1.3 A relação da Álgebra com a Aritmética e a Geometria

Como já dito anteriormente, a Álgebra, juntamente com a Aritmética e a Geometria, constituem-se a base da Matemática Escolar (LINS, GIMENEZ, 1997, p.13). Nossas experiências de sala de aula, sejam na condição de professores ou formadores, trazem fortes indícios de como a Aritmética é trabalhada com maior ênfase junto das crianças do que as demais áreas do conhecimento matemático. Na Educação Infantil, por exemplo, equivocadamente, ainda há aqueles que pensam que a criança aprender Matemática nessa etapa significa contar números, reconhecer números, associar quantidade a numeral e daí por diante. Quando na verdade, dentro dos campos de experiências para este nível de ensino, há uma magnitude de possibilidades nas quais as crianças podem vivenciar e observar, comparar, investigar, explorar e descobrir por meio das experiências de aprendizagem em Matemática.

Esse contexto não é diferente, quando pensamos no Ensino Fundamental e Médio, embora já exista uma desmistificação hoje em dia desse caráter do ensino de números e operações em detrimento dos conhecimentos algébricos e geométricos. Talvez isso explique as tentativas de reorganização dos currículos, seja a nível estadual seja federal, o acompanhamento do desenvolvimento dos conteúdos e desempenho dos alunos por meio de avaliações internas e externas.

Outras justificativas são dadas para a "proposta de uma ordem" para o ensino de determinados conteúdos, como por exemplo, o surgimento histórico da Álgebra após a Aritmética. Carraher et al. (2006), explicam que,

> O fato da álgebra ter emergido historicamente depois da Aritmética e como uma generalização da Aritmética, sugere para muitas pessoas que a álgebra deve seguir da aritmética no currículo. No entanto, por mais óbvia que esta afirmação possa parecer, acreditamos que há boas razões para pensar o contrário, uma vez que a aritmética e a álgebra são tópicos distintos (CARRAHER et al., 2006, p. 89, *tradução nossa*).

Por outro lado, argumentando haver uma fundamentação nos estudos de Piaget para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo, segundo os autores, é como se fosse proposto uma hierarquização dos conteúdos a serem apresentados aos alunos, onde a Aritmética precede o ensino da Álgebra, além disso, é como se houvesse um consenso de que isso ocorre dessa maneira porque o aluno ainda não está “preparado” para sair de um contexto concreto para um contexto que exija o pensamento abstrato.

Lins e Gimenez (1997) enfatizam que, não necessariamente, a Aritmética deva preceder a Álgebra, desde que o desenvolvimento de ambas esteja mutuamente ancorado: “É preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 10)

Ademais, os autores defendem que a Álgebra se caracteriza por um conjunto de ações pelas quais é possível produzir significativamente em relação a números e operações. Todavia, destacam que a exploração algébrica acontece de maneira descontextualizada, meramente mecânica restringindo-se a manipulação de símbolos, o que impossibilita pensar a educação aritmética e algébrica de forma única.

Já na relação entre a Álgebra e a Geometria, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p. 39) já se perguntavam “O que é mais importante no de ensino de Matemática, a Álgebra ou a Geometria? O que é mais fundamental na formação do cidadão, o pensamento algébrico ou o pensamento geométrico? [...]”. Essas questões propositalmente lançadas ao leitor travam uma discussão necessária que envolve esses dois campos do saber matemático. Os autores explicitam a introdução da Álgebra no início do século XIX, na escola secundária, quando a da junção dela, em 1931, com a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria, conceberia o termo conhecido, a Matemática.

Os autores enfatizam dentre as inúmeras reformas curriculares que o “abandono” não aconteceu apenas com a Geometria, mas com a Álgebra também, o próprio número ínfimo de pesquisas produzidas no país envolvendo essas áreas, no período de 1972 a 1990, evidenciava essa informação, complementaram afirmando que a forma como a Álgebra é trabalhada, “- de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e logica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões – tal como ocorria há várias décadas, mostra que o seu ensino não tem recebido a devida atenção” (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p. 40).

Na década de 60, com o movimento da Matemática Moderna, um dos objetivos era tentar a unificação das três grandes áreas da Matemática, uma fusão que literalmente não ocorreu, mas que por meio de elementos unificadores (introdução de determinados conteúdos), por sua vez, desequilibrou de fato a relação entre elas.

A partir de 1970, segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), o “pêndulo” se desloca para a Geometria, embora, em certos momentos históricos, “A introdução do espírito da Álgebra moderna nos diversos campos da Matemática contribuiria para que o ensino da Geometria sofresse um processo de descaracterização, levando-o ao seu quase abandono na sala de aula.”. Essas oscilações destacadas pelos autores, entre a Álgebra e a Geometria, como se pode notar na citação, sempre apresentaram os pros e os contras na história da Matemática Escolar.

> Mas se, por um lado, na proposta da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas) a Geometria passa a dar sustentação à metodologia do ensino da Aritmética e da Álgebra, por outro lado, o próprio ensino de Álgebra não apenas perde aquelas características que a Matemática moderna lhe havia atribuído como também parece retomar – sem, é claro, aquelas regras e aqueles excessos injustificáveis do algebrismo - o papel que ele desempenhava no currículo tradicional, qual seja o de um estudo introdutório – descontextualizado e estático – necessário à resolução de problemas e equações (MIGUEL; FIORENTINI; MIRIOM, 1992, p. 51).

Assim, defendemos que, a Álgebra, a Aritmética e a Geometria não podem e nem devem ser vistas de maneiras isoladas, fragmentadas. Os laços de interdependência tendem a garantir uma aprendizagem integradora e facilitadora para a compreensão do aluno, bem como a percepção e assimilação de certos conceitos. Mais do que isso, “[...] devemos buscar é a coexistência da educação algébrica com a aritmética, de modo que uma esteja implicada na outra” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 159).

Entendemos que a ausência de conexão entre essas grandes áreas ou a introdução tardia de uma delas não contribuem para o avanço das aprendizagens dos alunos, pelo contrário, reforçam negativamente atitudes e crenças de que não são capazes de aprender, fortalecem a resistência e o sentimento de insucesso, em que as dificuldades se acentuam cada vez mais em relação à Matemática. Concluímos dizendo que é preciso um diálogo entre a Álgebra, a Aritmética e a Geometria e somente professores bem formados e preparados serão e se sentirão capazes e competentes para tal articulação. Outrossim, quanto ao ensino da Álgebra, acreditamos que quanto mais cedo as crianças tiverem contato, menores serão os impactos de desafetos e maiores serão os sucesso em suas aprendizagens.

1.4 Por que discutir o ensino da Álgebra nos anos iniciais?

Queremos levantar aqui algumas indagações, fatores e desafios que nos conduzem a um questionamento central a respeito do ensino Álgebra: “Por que discutir o ensino de Álgebra nos anos iniciais?”. Entre as possíveis respostas podemos falar no fracasso e dificuldades acentuadas dos alunos quando se deparam com a Álgebra formal no Ensino

Fundamental Anos Finais (LINS e GIMENEZ, 2001; KIERAN, 2004); da oportunidade de desenvolver a capacidade dos alunos em pensar algebricamente desde os primeiros anos de escolaridade (FALCÃO, 2003; CANAVARRO, 2007; BLANTON e KAPUT, 2005); pela inclusão do pensamento algébrico no currículo "não só o seu carácter preparatório para a Álgebra dos anos posteriores, mas também o seu contributo para o aprofundamento da compreensão da Matemática e do poder desta área do saber" (CANAVARRO, 2007, p. 92). Isso tudo talvez justifique e concordamos com Canavarro (2007) ao citar trecho de Kaput (1999) sobre o porquê de falarmos em uma nova Álgebra desde tão cedo na Educação Básica.

> A investigação tem vindo, pois, a recomendar uma "algebrização do currículo", significando com isso uma abordagem ao pensamento algébrico desde o início da escolaridade, integrando-o com outros temas matemáticos, incluindo diferentes vertentes, tendo por base as capacidades cognitivas e linguísticas dos alunos, e encorajando uma aprendizagem activa que valorize a construção de significados e a compreensão (Kaput, 1999). Assim, como argumento para defender a inclusão do pensamento algébrico no currículo de Matemática dos primeiros anos pode evocar-se, não só o seu carácter preparatório para a Álgebra dos anos posteriores, mas também o seu contributo para o aprofundamento da compreensão da Matemática e do poder desta área do saber. (CANAVARRO, 2007, p. 92)

Ribeiro (2015) também destaca a importância de se aproximar os alunos da Álgebra e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais:

> [...] a Álgebra trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, pode ser o fio condutor do currículo escolar e o desenvolvimento do pensamento algébrico pode permitir que sejam realizadas generalizações que estão na base dos processos de modelagem matemática da vida real. (RIBEIRO, 2015, p. 11)

A intencionalidade neste estudo comparativo entre professores pedagogos em formação (*pre service*) e aqueles em exercício (*in service*) se deve pela singularidade desses profissionais polivalentes quanto ao domínio de conteúdos específicos, a saber, e a ensinar que deveriam ser garantidos em seus percursos formativos, conforme legislação, Lei de Diretrizes e Bases 9394/96, por meio de estudos específicos para tal. Curi (2005) trata dessa discussão em relação à Matemática assinalando o cenário complexo para se pensar a necessidade de aprofundamento em pesquisas quanto à formação para ensinar Matemática para crianças.

> A definição de competências específicas para a Educação Matemática dos futuros professores deve ter a finalidade de orientar os objetivos da formação para o ensino de Matemática, a seleção e escolha de conteúdos, a organização de modalidades pedagógicas, dos tempos e espaços da formação, a abordagem metodológica, a avaliação. (CURI, 2005, p. 3)

Paralelamente a formação específica do pedagogo para a docência nas diferentes disciplinas e conteúdos inerentes a estas, discutimos a implicação dos aspectos afetivos na construção do conhecimento matemático do professor e posteriormente, para o seu ensino, seja na Educação Infantil ou Anos Inicial do Ensino Fundamental.

Nessa trajetória escolar e formativa, os professores ou futuros professores trazem consigo experiências de diversas fontes, nas quais exercem influências sobre suas ações, julgamentos sobre suas capacidades e predisposições para realizar algo. Assim, não são apenas conceitos e conhecimentos matemáticos deficitários dos professores, frutos de uma formação fragmentada e superficial que podem comprometer as aprendizagens matemáticas dos alunos, mas atitudes e crenças desfavoráveis ao ensino da Matemática, que implicam muitas vezes em práticas pedagógicas reprodutoras de técnicas e mecanismos pelos quais estes profissionais foram submetidos em sua vida escolar. Entre a insegurança e o medo do novo e a confiança nas velhas experiências, deparamo-nos com professores repetindo aquilo do jeito e como lhe foi ensinado, explorando e hierarquizando conteúdos de maneira tradicional e descontextualizada.

> Se os alunos mais jovens fossem capazes de trabalhar com álgebra, os alunos mais velhos poderiam potencialmente também. É mais provável que o tipo de instrução a que os alunos estão expostos tenham impacto sobre seu desempenho em álgebra. Se os alunos fossem expostos a um currículo de matemática algebrizado desde o início de sua educação, é provável que, quando forem adolescentes, sejam capazes de lidar com uma matemática muito mais complexa (BRIZUELA e SCHLIEMANN, 2004, p. 39, *tradução nossa*).

Buscamos, até aqui, situar o leitor sobre as diferentes concepções de Álgebra ao longo da história e evolução da Matemática, as reflexões e discussões levantadas em importantes estudos nacionais e internacionais que corroboram para mudanças curriculares e formativas, bem como contextualizar e justificar a importância de se falar no ensino da Álgebra nos anos iniciais. Passamos a seguir a discutir como vem se apresentando o ensino da Álgebra nos anos iniciais para o desenvolvimento de um tipo de pensamento matemático específico, *o pensamento algébrico*. Para tanto, investigamos na literatura trabalhos relevantes que exploram tais ideias e concepções.

1.5 Pensamento algébrico: concepções, caracterização e pesquisas

As concepções de Álgebra apresentadas ratificam a ideia que essa área da Matemática não se restringe meramente a atividades relacionadas ao simbolismo formal, mas contrariamente dizendo, “aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Resumir a actividade algébrica à manipulação simbólica, equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas a uma das suas facetas”. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

Em razão disso, não há dúvidas de que a Álgebra, juntamente com a Aritmética e a Geometria, compõem a base da Matemática Escolar. Todavia, nem sempre o seu lugar de importância no currículo foi dado igualmente como nas demais áreas. Nas últimas décadas, sentimos um notório movimento em prol a uma inserção mais consolidada e significativa do desenvolvimento do conhecimento algébrico ao longo da Educação Básica, inclusive aproximando os estudantes deste campo do saber desde os primeiros anos de escolaridade. Eis que tratemos então, no contexto da Educação Matemática, o que chamamos de *Pensamento algébrico*, esse novo olhar sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra.

A origem histórica do pensamento algébrico se deu por meados da década de 80 e 90, do século XIX, quando surgiu uma nova interpretação para a Álgebra, um desejo de delimitação daquilo que se dedica o estudo desta área, modificando a visão tradicional da Matemática antiga do Oriente Próximo, cuja influência da Matemática grega e análise filosófica, possibilitaram revisitar métodos e conceitos trazendo à tona novas questões. Dessas discussões e olhares destacamos o percurso do pensamento aritmético para o *pensamento algébrico*, um tipo específico de pensamento matemático na qual despertou em muitos o interesse pela sua caracterização, bem como a sua relação com o simbolismo (resolução de problemas “não-práticos[2]”) e o papel da linguagem (significado social da Álgebra) (RADFORD, 2011).

> [...] Certamente, linguagem e símbolos desempenham um importante papel no modo como transmitimos experiências científicas. Contudo, seus usos são sustentados em práticas socioculturais que vão além do escopo do domínio restrito da Matemática. Uma abordagem mais adequada no estudo das relações entre símbolos e linguagem, por um lado, e o desenvolvimento do raciocínio[3] algébrico, de outro, seria analisar a linguagem e o simbolismo em seus próprios contextos semióticos históricos e socioculturais. (RADFORD, 2011, p. 140)

A construção histórica do pensamento algébrico se deu desde as influências das antigas civilizações e tendências mais primitivas desse conhecimento matemático acerca das ideias algébricas, até tempos mais recentes que relacionavam a álgebra a um reducionismo do

---

[2] Problemas não-práticos são problemas formulados a partir de uma experiência semiótica concreta do cotidiano, mas que não apresentam diretamente uma necessidade prática para sua existência (RADFORD, 2011, p. 119).

[3] Aqui o termo raciocínio algébrico é tratado por o que entendemos e empregamos na pesquisa por pensamento algébrico.

seu campo de abrangência, desvalorizando aspectos importantes inerentes a essa área da Matemática.

> O significado epistemológico da álgebra, isto é, o do conhecimento matemático desenvolvido em torno das atividades orientadas para a resolução de problemas pode trazer alguns "*insights*" acerca do modo de introduzir e estruturar a álgebra na escola; e isto nos leva a repensar, dentro de uma nova perspectiva, o papel dos *problemas* no ensino da álgebra. (RADFORD, 2011, p. 140)

Nessa nova perspectiva, retoma-se o valor da Álgebra instrumental sem diminuí-la meramente a resolução de problemas por meio de equação, mas oportunizar e enfatizar a compreensão dos símbolos de modo que possibilite ao aluno *pensar algebricamente, genericamente e funcionalmente*, ou seja, desenvolver capacidades que permita ao aluno perceber regularidades e sequências (pictóricas ou numéricas), generalizar padrões, estabelecer relações de equivalência, desigualdades e proporcionalidade, fazendo o uso com sentido da linguagem informal ou simbólica na representação do pensamento.

Esses vestígios e mudanças na Álgebra elementar contribuíram significativamente para a compreensão dos significados cognitivos e socioculturais do que hoje entendemos como pensamento algébrico, proporcionando uma sensível aproximação do ensino da Álgebra com a sala de aula, uma vez que sabemos de todos os problemas e desafios formativo-didático-pedagógicos ao desenvolver esse pensamento nos estudantes, rompendo correntes de uma visão letrista e estruturalista e construindo um cenário onde o aluno é convidado a desenvolver um espírito investigativo e exploratório em diferentes situações matemáticas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Alguns estudos pioneiros a respeito da caracterização do pensamento algébrico e o seu ensino no contexto escolar foram realizados nos Estados Unidos, Nova Zelândia, Portugal, Espanha e França. Dentre os autores de trabalhos de referência destacamos Kaput (1999, 2008); Blanton e Kaput (2005); Canavarro (2007); Kieran (2004, 2007); Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005); Schliemann, Carraher e Brizuela (2006), Ponte, Branco e Matos (2009), Bandarra (2011), Cyrino e Oliveira (2011); Carraher e Schliemann (2016); Mestre (2014), entre outros.

Para Kaput (1999), o pensamento algébrico é algo manifestado por meio de argumentos e conjecturas, que estabelecem generalizações a partir de dados e relações matemáticas, expressadas por uma linguagem, gradualmente formal, embasados na Aritmética e na Geometria, em diferentes situações, inclusive com aproximações já nos anos iniciais.

Em Blanton e Kaput (2005), deparamo-nos com uma concepção de pensamento algébrico que julgamos ser a mais completa em termos de definição, amplitude, relevância e potencialidade desse pensamento matemático multifacetado, concepção essa que adotamos nessa investigação, nela os autores afirmam que o pensamento algébrico "*é um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade*" (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, *tradução e grifo nosso*), trazendo para o currículo uma orientação transversal para uma nova Álgebra, aquela que se embasa em hábitos de pensamento e de representação, cujo cerne é a generalização, o tratamento dos números e as operações algebricamente e o estudo de padrões e regularidades, desde os primeiros anos da vida escolar.

O pensamento algébrico passou a ser categorizado por Blanton e Kaput (2005) em quatro formas de pensamento, diferente de 1999, em que o propôs em cinco vertentes:

I. ***Aritmética Generalizada:*** evidencia a capacidade de generalização e formalização a partir dos números e operações (Aritmética).
II. ***Pensamento Funcional*:** demonstra a capacidade de generalização de padrões numéricos para delinear relações funcionais.
III. ***Modelação*:** contempla a generalização de regularidades com origem em fenômenos matemáticos.
IV. ***Generalização*:** menos usual no âmbito escolar, refere-se a generalização com base em objetos e sistemas abstratos dos cálculos e relações da Matemática.

Dessas quatro categorias, a *Aritmética Generalizada* e o *Pensamento Funcional*, são, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as mais encontradas entre as tarefas trabalhadas em sala de aula. Nelas as crianças podem (Quadro 4), segundo Blanton e Kaput (2005):

Quadro 4: Possibilidades de exploração da Aritmética Generalizada e do Pensamento Funcional nos anos iniciais.

Aritmética Generalizada	Pensamento Funcional
• **Explorar propriedades e relações de números inteiros** (generalizar sobre adição e multiplicação de números pares e ímpares; generalizar propriedades como o resultado da subtração de um número de si mesmo, formalizado como *a – a = 0*; decompor números inteiros em possíveis adições e examinar a estrutura dessas adições; ...)	• **Simbolizar quantidades e operar com as expressões simbólicas** (usar símbolos para modelar problemas; usar símbolos para operar com expressões simbólicas, por exemplo, no contexto de mensagens secretas que são códigos simbólicos para fazer conversões de unidades: 3*ft* 5 *in* corresponde a 3(12) + 5, pois a mensagem secreta para conversão de pés (*feets*) em polegadas (*inchers*) é F(12) + I, onde F

• **Explorar propriedades das operações com números inteiros** (explorar relações entre operações, como a comutatividade da adição ou da multiplicação, ou a propriedade distributiva da adição sobre a multiplicação; procurar generalidades nas operações, como adicionar e subtrair a mesma quantidade; ...) • **Explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades** (explorar o papel algébrico do sinal de "=" usando a ideia de balança ou expressões numéricas do tipo 8 + 6 = …… + 5; tratar equações como objetos que expressam relações quantitativas como *(3 × n) + 2 = 14*; ...) • **Tratar o número algebricamente** (tratar o número como número generalizado, enfatizando a estrutura do número e não o seu valor. Por exemplo, por que 5 + 7 é par? E se fosse 45678 + 85631? Estas perguntas exigem respostas baseadas na estrutura do número e não no resultado da adição; ...) • **Resolver expressões numéricas com número desconhecido em falta (sentido de incógnita)** (resolver equações simples com uma incógnita; resolver equações com incógnitas múltiplas ou repetidas, por exemplo, se V + V = 4, quanto é V + V + 6?; propor equações no contexto do uso da reta numérica; completar puzzles numéricos onde faltam números, por exemplo, no triângulo de Zolan).	representa o número de pés e I o número de polegadas, funcionando, assim, a mensagem secreta como função e F como variável). • **Representar dados graficamente (**fazer um gráfico de pares ordenados para expressão de uma relação funcional e apoiar nesse gráfico a análise da variação da função). • **Descobrir relações funcionais (**explorar correspondência entre quantidades; explorar relações recursivas; desenvolver uma regra para descrever as relações, usar tabelas de *IN/OUT*, simbolizar as regras descobertas). • **Prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos (**formular conjecturas acerca do que não se sabe a partir do que se sabe sem repetir todo o processo anterior; por exemplo, no problema dos telefonemas, colocar a situação: "E se fossem 12 amigos?"). • **Identificar e descrever padrões numéricos e geométricos (**identificar regularidades numéricas, por vezes geradas geometricamente, por exemplo, 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 a partir do diagrama do problema dos apertos de mão; identificar padrões em sequências de figuras geométricas; identificar padrões em conjuntos de expressões numéricas).

Fonte: Adaptado pelos os autores (BLANTON; KAPUT, 2005 apud CANAVARRO, 2007, p. 89)

Posteriormente, Kaput (2008), em dois de seus artigos escritos antes de sua morte e que foram publicados nesse ano, com o propósito de recuperar as ideias entorno da caracterização do pensamento algébrico, sintetizou-o em dois aspectos fundamentais: a generalização, com gradual uso dos sistemas de símbolos convencionais e o outro aspecto, que é o raciocínio e a ação sintática guiada pelas generalizações dos sistemas de símbolos organizados, dentre esses reduzindo as quatro vertentes possíveis de serem assumidos pela Álgebra em três (Kaput, 2008, p.11):

I. Álgebra como estudo das estruturas e sistemas abstraídos a partir do resultado de operações e estabelecimento de relações, incluindo os que surgem na Aritmética (Álgebra como Aritmética generalizada) ou no raciocínio quantitativo.
II. Álgebra como o estudo das funções, relações e (co)variação.
III. Álgebra como a aplicação de um conjunto de linguagens de modelação, tanto no domínio da Matemática, como no seu exterior.

Um entendimento que se assemelha ao de Blanton e Kaput (2005) ao definir o pensamento Algébrico é o de Cyrino e Oliveira (2011), os autores o compreendem “como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da Álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto de generalização destes objetos” (p. 103).

Com base na análise das três concepções de educação algébrica[4] definidas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), *a linguístico-pragmática*, a *fundamentalista-estrutural* e a *fundamentalista-analógica* e com o objetivo de investigar as potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas na mobilização e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico, quando os alunos iniciam os estudos sobre em Álgebra, Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) repensaram o ensino da Álgebra, sob o viés da teoria vygotskiana, passando a focar na relação interdependente entre pensamento e linguagem.

Essa nova visão, contrária ao ensino tradicional da Álgebra, em que se acredita que “o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve a partir do cálculo literal ou através da manipulação da linguagem simbólica da álgebra” (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTÓVÃO, 2005, p. 4), passa a assumir o entendimento de que o ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico deva ocorrer desde as primeiras etapas de escolaridade, por meio de atividades exploratório-investigativas planejadas intencionalmente, uma vez que esses autores afirmam que “o pensamento algébrico pode ser desenvolvido gradativamente antes mesmo da existência de uma linguagem algébrica simbólica” (p. 5). Por outro lado é relevante salientar, de acordo com os autores, que ao mesmo tempo a precocidade a linguagem simbólica pode causar bloqueios no desenvolvimento algébrico, à falta ou julgamento de irrelevância ao simbolismo formal pode ser um empecilho para a evolução gradativa das capacidades algébricas do indivíduo.

Segundo Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005, p. 5) alguns aspectos podem ser caracterizadores do pensamento algébrico, tais como, quando a criança:

- Estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
- Percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema;
- Produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema;
- Produz vários significados para uma mesma expressão numérica;

[4] Ler Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

- Interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;
- Transforma uma expressão aritmética em outra mais simples;
- Desenvolve algum tipo de processo de generalização;
- Percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias;
- Desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente

Ao considerar o pensamento algébrico uma capacidade de raciocinar mediante determinado desafio matemático, como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Carolyn Kieran, em 2004, investigando as semelhanças do ensino da Álgebra nos currículos de alguns países, concluiu que:

> O pensamento algébrico nas séries iniciais envolve o desenvolvimento de formas de pensar dentro de atividades para as quais a letra-símbolo pode ser usada como uma ferramenta, mas que não são exclusivos de Álgebra, tais como, analisando as relações entre quantidades, percebendo as estruturas, estudando as mudanças, generalizando, resolvendo problemas, a modelagem, justificando, provando, e prevendo (KIERAN, 2004, p. 149).

Para Ponte, Branco e Matos (2009, p.11), o pensamento algébrico envolve a capacidade de resolver "expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui [...] a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios." Os autores complementam enfatizando que este tipo de pensamento também engloba a capacidade de manipulação de símbolos, interpretando-os e usando-os de maneira criativa, seja na descrição de situações seja na resolução de problemas.

Apresentamos no Quadro 5, as três vertentes propostas por Ponte, Branco e Matos (2009) que evidenciam que o papel da Álgebra vai além do seu simbolismo e manipulações algébricas, aspectos esses muitas vezes valorizados no contexto escolar.

Quadro 5: Vertentes principais do Pensamento Algébrico

Vertentes	**Capacidades**
Representar	• Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; • Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; • Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.

Raciocinar	• Relacionar (em particular, analisar propriedades); • Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; • Deduzir.
Resolver Problemas	• Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: adaptado de Ponte, Branco e Matos (2009, p.11)

Outro importante trabalho, de referência nos estudos e investigações sobre o pensamento algébrico é o da portuguesa Ana Paula Canavarro. Em 2007, produziu um artigo trazendo discussões fundamentais a respeito do pensamento algébrico no currículo de Matemática para os primeiros anos, apresentou ainda, elementos caracterizadores desse pensamento, algumas tarefas algébricas que corroboram como os trabalhos atuais em sala de aula. Fundamentou suas discussões em trabalhos como os de Kaput (2008); Blanton e Kaput (2005); Kieran (2007); Carraher e Schliemann (2007); NCTM (2000, 2007); entre outros.

Com base ainda nos estudos de Canavarro (2007), podemos concluir que ao falarmos em desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade do aluno, estamos não só garantindo seus direitos de aprendizagens, como também assegurando oportunidades significativas para construção e compreensão dos conceitos matemáticos, bem como proporcionando experiências favoráveis para o desenvolvimento de crenças positivas em relação à Matemática e, por consequente, à Álgebra.

> A introdução do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade representa um passo em frente muito significativo pela possibilidade que inspira de uma abordagem à Matemática mais integrada e interessante, na qual os alunos desenvolvam as suas capacidades matemáticas motivados por uma actividade rica e com sentido, que lhes possibilita a construção de conhecimento relevante, com compreensão, ampliando o seu património quer ao nível dos processos, quer dos produtos matemáticos (conhecimentos que podem usar posteriormente). Em consequência, os alunos poderão desenvolver uma atitude favorável em relação à Matemática, reconhecendo a sua unidade, o seu valor e o seu poder, e poderão igualmente conseguir melhorar a preparação para as aprendizagens posteriores, nomeadamente no domínio da Álgebra. (CANAVARRO, 2007, p. 113)

Ao debruçarmos sobre os estudos de Carraher e Schliemann (2016), encontramos uma conceituação do pensamento algébrico como uma amálgama entre operação e incógnitas, pensamento e variáveis com suas respectivas relações e, por fim, com as estruturas algébricas. Semelhante a Lins e Gimenez (1997), também acreditam que o pensar algebricamente pelos alunos não está intrinsecamente ligado ao uso da notação algébrica simbólica.

A seguir, por julgarmos de extrema relevância para a compreensão de professores e futuros professores com o foco no ensino, apresentamos alguns elementos fundamentais do pensamento algébrico, como: o sinal de igualdade e seus diferentes significados; as relações entre os números, operações e suas propriedades; as sequências, padrões e regularidades e um dos aspectos centrais, a generalização.

1.5.1 O sinal de igualdade e seus diferentes significados

Comumente o sinal de igual é tratado na sala de aula apenas com o sentido de lugar em que se coloca o resultado de operações, cuja ideia acaba sendo fortalecidas diante das atividades oferecidas aos alunos, como evidenciado algumas pesquisas (LESSA, 1996; BRANCO, 2008; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; BANDARRA, 2011; TRIVILIN, 2013). As crianças incorporam a ideia de que posterior ao sinal de igual vem a resposta da operação dada.

Branco (2008, p.18) baseado nos estudos de (KIERAN, 1981, 1992) afirma que o sinal de igual pode ter ou não o significado de equivalência, destaca que é o símbolo surgiu na Aritmética como um sinal de operação, sinalizando a necessidade de fazer algo. Sua aplicação em equações algébricas, por exemplo, é interpretada no sentido de equivalência entre os membros ou lados da equação.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), fundamentados por Kieran (1981), a transição do pensamento aritmético para o algébrico é estabelecida ao se compreender o significado do sinal de igual, assim é possível diferenciá-los a partir de dois ângulos a respeito do sinal de igualdade: o *modo processual* (resultado de uma operação em contextos aritméticos) e *o modo estrutural* (relação de equivalência entre expressões de dois membros). Essa noção de igualdade, segundo os autores, deve ser desenvolvida ao longo da Educação Básica.

> O sentido do sinal de igual como resultado de uma operação é largamente usado nos primeiros anos. No entanto, é fundamental que não se perca o sentido mais geral deste sinal como estabelecendo uma equivalência entre duas expressões numéricas. Os alunos devem, por isso, ser capazes de começar por reconhecer igualdades muito simples. Contudo, o professor deve ter em conta que estas igualdades não devem surgir apenas do modo que é mais habitual, ou seja, na forma $a + b = c$, mas também como $c = a + b$. Os alunos podem, assim, começar por reconhecer diferentes formas de representar 7 através de igualdades numéricas: 7 = 1+ 6 , 7 = 2 + 5, 7 = 3 + 4 , 7 = 4 + 3, 7 = 5 + 2 , 7 = 6 +1 (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 20)

Podemos dizer, segundo os autores supracitados, que a noção de igualdade, em Matemática, é mais similar a ideia de equivalência do que identidade (quando dois objetos são idênticos). A equivalência sempre está associada a propriedade, assim, uma relação de igualdade é uma relação de equivalência. “Isso quer dizer que é simétrica (se $a = b$ então $b = a$, para quaisquer elementos a e b), é reflexiva ($a = a$, para todo o elemento a) e é transitiva (se $a = b$ e $b = c$, então $a = c$ para quaisquer elementos a, b e c). Aos poucos os alunos devem conseguir reconhecer e usar estas propriedades” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.19).

Já Bandarra (2011) sugere apenas dois significados, o sinal de igual com o sentido operacional (representação da resposta da operação) e o sentido relacional (noção de equivalência na representação de igualdade de expressões). Neste artigo a autora descreveu uma investigação realizada com alunos de 2º, 5º e 8º anos, em que buscou identificar como alunos de diferentes níveis de ensino compreendem o sinal de igualdade e qual significado atribuem a ele mediante determinadas tarefas. A pesquisadora concluiu que cada grupo analisado encara o sinal de igual de uma maneira diferente. Os alunos do 2º ano apresentaram uma tendência para o significado relacional do sinal de igualdade, os do 5º ano evidenciaram as duas vertentes, ou seja, tanto o sentido relacional como operacional e, os alunos do 8º ano mostraram ter uma visão operacional do significado do sinal de igual.

Figura 2: Tarefa com o significado relacional do sinal de igualdade

Tarefa 1:

Complete os seguintes espaços em branco:

$12 - 4 = 13 - \square$ $\quad\quad$ $\square\ 6 = 15 - 7$ $\quad\quad$ $14 - 9 = \square - 10$

$9 - 4 = \square - 3$ $\quad\quad$ $17 - \square = 18 - 8$

Fonte: adaptado de Bandarra (2011, p. 310)

Trivilin e Ribeiro (2015) apresentam o recorte da pesquisa de mestrado de Trivilin (2013) que objetivou compreender quais os conhecimentos matemáticos que professores dos anos iniciais possuíam acerca dos diferentes significados do sinal de igualdades. Por meio das respostas dos alunos do 4º ano a questão “Qual é o significado do sinal de igualdade nas três atividades que você acabou de resolver?” e da resolução de algumas tarefas, os pesquisadores dirigiram a mesma questão e tarefas aos professores e constataram que essa interação coletiva proposta despertou nos professores o olhar sobre a importância das crianças aprenderem sobre os diferentes significados do sinal de igualdade, uma vez que sinalizaram dificuldades para identificar os significados apresentados nas tarefas dadas, o que poderia estar associado a fragilidades no seu conhecimento específico do conteúdo (SHULMAN, 1986). Em suas conclusões, os autores destacam as lacunas deixadas na formação inicial desses professores para e o ensino da Matemática e a relevância da formação continuada para suprir essas defasagens formativas, que implicam diretamente nas aprendizagens dos alunos.

Figura 3: Tarefa apresentada aos alunos do 4º ano com o significado operacional do sinal de igualdade

Resolva as operações:	$3 + 4 =$	$8 - 5 =$
	$15 : 3 =$	$2 \times 8 =$

Fonte: Extraída de Trivilin e Ribeiro (2015, p. 45)

E como esses diferentes significados do sinal de igualdade citados nas pesquisas e exemplificados nas Figuras 2 e 3 se relacionam ao ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico? Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam que a exploração das relações entre os números, operações e propriedades compreendendo os diferentes significados do sinal de igual desde os anos iniciais podem corroborar significativamente para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Assim, "[E]sta primeira abordagem à identificação de relações e à sua representação contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, preparando-os para a compreensão da linguagem algébrica" (p. 19)".

Nesse sentido, Cruz (2016) investigou o desenvolvimento do pensamento algébrico e os significados do sinal de igualdade, buscando compreender como a comunicação oral e as narrativas nas aulas de Matemática podem dar indícios de como alunos do 7º ano compreendem o sinal de igualdade com sentido equivalência, evidenciando como esse elemento de caracterização do pensamento algébrico precisa ser repensado nas práticas pedagógicas e formativas. Na análise dos resultados, constatou que a maioria dos participantes encarou o sinal de igual como operador (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009), ou seja, o resultado seguido do sinal de igualdade, sendo estes que apresentaram mais dificuldades para realizar as tarefas propostas. Contudo a pesquisadora observou que a comunicação na aula contribuiu para a superação de dificuldades encontradas pelos alunos, assumindo um papel de ferramenta facilitadora para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

1.5.2 Relações: números, operações e suas propriedades

Como bem sabemos o desenvolvimento do sentido de número pode ocorrer assente das relações possíveis de serem estabelecidas entre os números (inversa, compensação, composição, decomposição, por exemplo), inclusive na identificação de regularidades e formulação de generalizações, aspecto central do pensamento algébrico. Para que isso ocorra, conforme Ponte, Branco e Matos (2009), é preciso que o professor no exercício de suas funções provoquem os alunos a justificarem as relações que percebem, indagando-os da legitimidade das relações encontradas para outros números quaisquer, ofereça exemplos e contraexemplos nos quais o aluno possa inferir diferentes percepções e conclusões.

A perspectiva de exploração das relações dos números e suas propriedades no contexto do pensamento relacional (capacidade de analisar expressões e equações como um todo ao invés de um processo realizado por etapas) deve ser uma prática iniciada desde os primeiros anos de escola com as crianças, onde o questionar do professor exerce um papel crucial no desenvolvimento desse pensamento. Ao perguntar como o aluno chegou a aquele resultado, como pensou ou descobriu, a ênfase não precisa ser em nomenclaturas (como, por exemplo, nomes de propriedades), mas essencialmente em que circunstâncias podem ser empregadas e reconhecidas para determinar certas expressões, desenvolvendo, assim, a capacidade de generalizar (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Alguns exemplos de tarefas que contemplam a ideia de generalização como ponto de partida das relações de números e propriedades podem ser encontrados na pesquisa de Mestre (2014). São quarenta e duas tarefas desenvolvidas com crianças dos anos iniciais que corroboram para experiências exitosas as quais podem promover o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Figura 4: Tarefas com exploração das relações de números, operações e suas propriedades

Tarefa 19

"Verdadeiro ou falso"[16]

Observa as seguintes igualdades e assinala-as como verdadeiras ou falsas colocando uma × na opção V ou F, prospectivamente. Justifica as tuas opções.

Igualdade	V	F	Justificação
$7 \times 8 = 6 \times 8 + 8$			
$14 \text{ x } 5 + 3 \text{ x } 9 + 5 = 9 \text{ x } 10$			
$7 \times 7 + 7 \times 1 = 7 \times 8$			
$6 \times 9 = 7 \times 9 - 1 \times 9$			
$3 \times 8 + 7 \times 8 = 21 \times 8$			
$9 \times 8 - 8 \times 4 = 5 \text{ x } 8$			
$12 \text{ x } 7 = 7 \text{ x } 10 \text{ x } 2$			

Tarefa 20

"Descobrir o valor do símbolo"

Descobre o valor de cada símbolo de modo a se verificar a igualdade. Mostra como pensaste.

(5 × 13) + (9 × 13) = ▲ × 13

(83 × 56) - (83 × 6) = 83 × ❀

32 × 11 = (32 × 10) + ♣

23 × 17 = 23 × (10 + ✪)

Fonte: Extraído de Mestre (2014, p. 361)

Ferreira (2017), ao investigar o conhecimento matemático de professores dos anos iniciais acerca para o ensino do pensamento algébrico, em curso de formação continuada, centrou-se a discutir o trabalho no contexto da Aritmética Generalizada e do Pensamento Funcional sobre as propriedades dos números e das operações, o sinal de igualdade como equivalência e as sequências e padrões. As atividades propostas aos alunos, similares as de Mestre (2014), ilustradas acima, foram fornecidas ao grupo de professores participantes para fizessem a análise e a discussão do pensamento algébrico e lançado a eles questões do tipo: "Quais conteúdos, conceitos matemáticos estão presentes nas questões respondidas pelos alunos? Qual a coerência da justificativa dos alunos, tendo por base os conceitos matemáticos envolvidos? Para cada resposta dos alunos, que intervenções você faria de forma a propiciar uma reflexão mais aprofundada da questão? (p.121)". A pesquisadora constatou que as discussões sinalizaram para um conhecimento matemático do professor limitado ao saber fazer e identificar os erros dos alunos do que um nível de conhecimento que ressaltasse os porquês matemáticos. A autora conclui, afirmando que,

> Nesse sentido, ganha corpo a necessidade de maiores (em termos de amplitude) e mais aprofundados estudos, a fim de ampliar o entendimento do conhecimento matemático para ensinar do professor e possibilitar a integração entre a Aritmética ensinada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a Álgebra ainda apresentada e explorada somente a partir dos Anos Finais. Nesse processo de integração e de desenvolvimento do Pensamento Algébrico, não consideramos a necessidade de um acréscimo de conteúdos ao currículo, mas, sim, uma reformulação, em termos de foco e de objetivos associados às práticas – o que implica, necessariamente, uma reformulação na própria formação inicial e continuada (FERREIRA, 2017, p. 127).

1.5.3 Sequências, padrões e regularidades

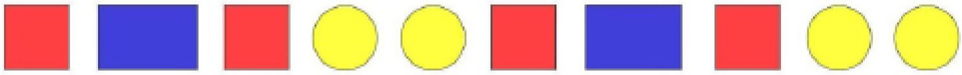
Elementos do pensamento algébrico como as sequências, padrões e regularidades devem percorrer, ao longo da Educação Básica, os diferentes anos de escolaridade e níveis de ensino, contribuindo para o desenvolvimento gradual da capacidade de generalização e, por conseguinte, desse tipo de pensamento matemático. A título de exemplo, no Ensino Fundamental Anos Iniciais, as crianças podem explorar as regularidades em sequências numéricas ou pictóricas, identificando leis de formação, termos desconhecidos, expressando-se e justificando seu pensamento por meio de palavras.

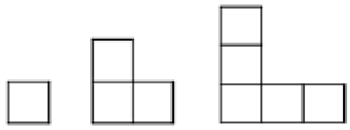
Nos Anos finais, já é possível explorar a linguagem simbólica para representar generalizações a partir de sequências recursivas ou não, para que então, no Ensino Médio, os alunos apresentem um nível mais elevado de abstração e compreensão da linguagem algébrica (BRASIL, 2017). Portanto, buscamos, à luz da literatura, apresentar os conceitos fundamentais que dizem respeito às sequências, padrões e regularidades.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), as *sequências* podem ser numéricas ou pictóricas. Por meio delas os alunos podem identificar regularidades e estabelecer generalizações, que mesmo sendo representadas de maneiras informais, exigem do aluno uma complexa capacidade de abstração.

Dentre esses dois tipos de sequências, há uma subdivisão classificando-as em *repetitivas* (o período de elementos se repetem ciclicamente) e *crescentes* (aquelas que são formadas por diferentes termos, na qual o elemento depende do termo anterior e da posição ocupada), nas quais os alunos podem utilizar-se de diferentes estratégias reconhecer os seus padrões.

Figura 5: Modelos de sequências repetitivas e crescentes

Sequência Repetitiva

(o conjunto que se repete é formado por cinco elementos: quadrado vermelho, rectângulo não quadrado azul, quadrado vermelho, círculo amarelo, círculo amarelo)

Sequência Numérica Crescente	**Sequência Pictórica Crescente**
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ... (sequência dos números ímpares)	

Fonte: Adaptado e extraído de Ponte, Branco e Matos (2009, p. 43-44)

Borralho et al. (2007, p. 1) apresenta uma das definições de padrão dentre sua multiplicidade de sentidos, como sendo “uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades”. A Figura 6 ilustra uma tarefa de exploração de padrões envolvendo os números geométricos oferecidos a uma turma de 2º ano, do ensino básico, de Portugal.

Figura 6: Modelo de exploração de padrões

Números geométricos

Observe as sequências de figuras e para cada uma…

1. Desenhe o termo seguinte;
2. Determine quantas pintas ele tem;
3. Determine o número de pintas do 10.º termo;
4. Como determinar o número de pintas de qualquer termo?

Fonte: extraída de Canavarro (2007, p. 103)

Os padrões pertencem a vertente do pensamento funcional, uma forte ferramenta em prol ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ao citar os trabalhos de Smith (2003), Carraher e Schliemann (2007) e, Warren e Cooper (2007), Canavarro (2007, p. 106) faz um alerta ao fato de que oferecer esse tipo de atividade por si só ao aluno, não garante o desenvolvimento do pensamento funcional, vertente importante do pensamento algébrico nos anos iniciais. É preciso articular relações entre os padrões, o ensino de Álgebra e a ideia de função, com intervenções meticulosamente pensadas a fim de clarificar na sequência o que varia ou não, isto é, a identificação das variáveis é uma ação necessária. Eis que o ponto de mobilização do pensamento funcional.

Além disso, segundo Branco (2008) ao fazer referência ao NCTM (1991) elenca as contribuições do trabalho com padrões para o desenvolvimento das aprendizagens em Álgebra: "(i) Resolver problemas; (ii) Compreender conceitos e relações importantes; (iii) Investigar relações entre quantidades (variáveis) num padrão; (iv) Generalizar padrões através do uso de palavras ou variáveis; (v) Continuar e relacionar padrões, e (vi) Compreender o conceito de função" (p. 10). A autora também destaca que podemos encontrar diferentes tipos de *padrões* como: *repetitivos* (aqueles em que existe um elemento que se repete de forma cíclica); *lineares* (aqueles em que o elemento de ordem n pode ser expresso na forma *na + b*); *padrões numéricos*; *padrões geométricos* e os *padrões em procedimentos computacionais*.

Na revisão de literatura, encontramos dez pesquisas nacionais relacionadas às sequências, padrões e regularidades que, realizadas no Ensino Fundamental Anos Finais ou Médio, dentre elas Brum (2012), Rosa (2016), Lima (2018). Há uma constatação nítida da escassez de trabalho na área em discussão voltada para os anos iniciais.

1.5.4 Generalização

Considerada como um dos elementos centrais do pensamento algébrico, a generalização abarca uma série de formas de raciocínios ou de comunicação que expressam a observância de casos ou situações no que há em comunalidade (procedimentos, padrões, sequências, estruturas, relações), elevando essas formas a um novo patamar, um novo nível de entendimento e apropriação progressiva de suas representações (KAPUT, 1999, p. 6).

Schliemann, Carraher e Brizuela (2007, p. 12, *grifo nosso*) afirmam que "*a generalização está no coração do Pensamento Algébrico*", isso significa que a capacidade de generalizar ideias matemáticas se dá a partir de um conjunto de casos particulares, em concordância com Blanton e Kaput (2005).

Ponte, Branco e Matos (2009) ratificam essa ideia entorno da relação do pensamento algébrico com a capacidade de generalização, quando afirmam:

> Um elemento igualmente central ao pensamento algébrico é a ideia de generalização: descobrir e comprovar propriedades que se verificam em toda uma classe de objectos. Ou seja, no *pensamento algébrico* dá-se atenção não só aos objectos mas principalmente às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de regularidades num dado conjunto de objectos (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10, *grifo dos autores*).

Quando propomos tarefas algébricas às crianças dos anos iniciais, experiências essas vividas como professores ou formadores nota-se que elas por si criam estratégias e formas simbólicas próprias de registro, seja por meio de desenhos ou manipulação de objetos e, quanto mais são sujeitas a pensar sobre essas questões em que precisam generalizar o pensamento do caso particular para um contexto geral, por exemplo, mais vão aprimorando suas capacidades. Assim, concordamos com Brizuela e Schliemann (2004) quando explicitam a notação algébrica como uma ferramenta a favor da generalização.

> [...] os estudantes mais jovens aprendem a utilizar a notação algébrica simbólica significativamente para expressar generalizações enquanto exploram problemas em aberto em contextos ricos. Nós descobrimos que crianças podem usar notações matemáticas não apenas para registrar o que elas compreendem, mas também para estruturar e promover o seu pensamento, permitindo a elas fazer inferências que poderiam não ter sido feitas. Nós também mostramos que a notação algébrica pode constituir uma ferramenta para generalizações, para entendimento de funções lineares e para resolução de problemas (BRIZUELA e SCHLIEMANN, 2004, p. 34, *tradução nossa*).

Podemos entender a generalização como um importante processo do raciocínio matemático em que se parte uma conjectura específica para uma conclusão geral. Nesse sentido, Mata-Pereira e Ponte (2013) enfatizam que “os alunos podem testar casos específicos formulando uma conjetura apenas posteriormente ou formular conjeturas específicas ou gerais sem formularem explicitamente questões” (p. 242). Além disso, os autores propõem um modelo conceitual (Figura 7) a respeito do raciocínio matemático em que a generalização é definida por meio da elaboração de conjecturas gerais doravante as específicas, em a significação e as representações constituem a base para o desenvolvimento do raciocínio matemático e, consequentemente, do pensamento algébrico.

Figura 7: Modelo conceitual da relação do raciocínio matemático com a capacidade de generalização.

Fonte: Extraído de Mata-Pereira e Ponte (2013, p. 242)

Radford (2010) destaca outro entendimento importante a respeito da generalização, ressaltando que nem todas elas apresentam caráter algébrico, podendo ser generalizações aritméticas, em que se faz uso do raciocínio recursivo. Assim, para o pesquisador, pensar algebricamente vai além do pensar a partir do geral e que a capacidade de generalização algébrica pode apresentar diferentes níveis de compreensão.

Das poucas investigações encontradas no período[5] de 2012 a 2018, mais precisamente vinte e uma produções, entre teses e dissertações brasileiras que exploram ideias relacionadas ao desenvolvimento algébrico e a generalização, apenas duas associadas aos anos iniciais, a Boni (2014), Ferreira (2017) e Lima (2018) Pinheiro (2018), levando em consideração que nas três últimas o assunto (generalização) foi tratado, mas não de forma relacionada como objetivo principal da pesquisa, como na primeira pesquisa. O estudo de Pinheiro (2018), apresentamos mais detalhadamente no Capítulo 2, por ter como objetivo central as crenças de autoeficácia no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Na investigação de Boni (2014), participaram alunos do 5º ano do Ensino Fundamental na realização de tarefas não-rotineiras em manifestações de invariantes operatórios e a generalidade, articulando as ideias entorno do pensamento aritmético e algébrico, com a teoria dos campos conceituais. A análise dos resultados constatou a falta de contato das crianças com tarefas de potenciais algébricos (não-rotineira), mas que ainda sim, foram capazes de se envolverem nas atividades e obterem respostas corretas, com

[5] Período esse estabelecido por razões já explicitadas no início deste capítulo.

características operatórias, evidenciado estarem num período de transição entre generalidade aritmética para generalidade algébrica.

Ferreira (2017) desenvolveu sua pesquisa em formato *multipaper*, num total de quatro artigos, que foram respectivamente: "Álgebra Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental: Primeiras Reflexões À Luz De Uma Revisão De Literatura", de Ferreira, Ribeiro, Ribeiro (2016); "Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma Análise dos Documentos Curriculares Nacionais", de Ferreira (2017); "Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de Professores acerca do Pensamento Algébrico", de Ferreira, Ribeiro, Ribeiro (2018) e por fim, "Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental", de Ferreira, Ribeiro, Ribeiro (2017) para responder "O que se entende por conhecimento matemático para o ensino do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental?".

A pesquisa de Ferreira (2017) teve como objetivo identificar como os professores compreendem o pensamento algébrico e suas características constitutivas, a partir do trabalho desenvolvido com números, operações e suas propriedades, em curso de formação oferecido a eles. Esse trabalho contribuiu significativamente para nossa investigação, pois parte das mesmas hipóteses que temos sobre os nossos resultados: o Pensamento Algébrico pouco é evidenciado nos documentos curriculares nacionais, os professores consequentemente apresentam pouca ou nenhuma familiaridade com o trabalho que envolve Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais, em que o conhecimento profissional centra-se mais para o saber fazer do que sobre o conhecimento específico matemático do conteúdo a ser ensinado.

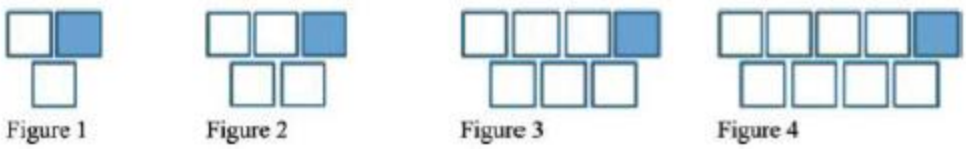
Lima (2018) realizou um estudo comparativo de abordagem qualitativo na análise de como documentos curriculares (BNCC e as Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais) abordam os elementos caracterizadores do pensamento algébrico. As análises documentais evidenciaram, a partir das categorias estabelecidas (estrutura, indícios de abordagem e conceitual), que na BNCC há uma aproximação com a ideia do pensamento algébrico desde os anos iniciais, enquanto as Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais trata de forma muito superficial esse pensamento matemático, enfatizando a necessidade o aprofundamento de estudos nessa área.

Destacamos também uma produção portuguesa, Mestre (2014), pelo teor de profundidade a respeito da temática a partir de uma investigação do pensamento algébrico e a capacidade de generalização com crianças do 4º ano do ensino básico. A pesquisa de Mestre (2014) buscou compreender como se deu e progrediu o desenvolvimento da capacidade de generalizar das crianças dessa faixa etária, com ênfase nos pensamentos relacional e funcional e a representação da generalização e, consequentemente, entender como isso pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, considerando desse modo, a generalização e a representação como peças chaves para a evolução desses pensamentos.

Para mais, a experiência de Mestre (2014) oportunizou, num contexto dialógico, a construção do conhecimento por meio de um ensino exploratório, embasado por discussão coletiva, em que os alunos justificam suas decisões e formas de pensar. Para analisar as respostas coletadas, Mestre (2014) categorizou os níveis de generalização e representação apresentados pelos alunos mediante as tarefas dadas. A pesquisadora pode averiguar que a capacidade de generalização dos alunos apresentou uma progressão significativa, por deixar de demandar, conforme a tarefa dada, a necessidade permanente de verificar os casos particulares para alcançar os casos gerais, ou seja, passaram, paulatinamente, do contexto específico dos casos para a apropriação da representação simbólica, evidenciando a íntima interdependência entre os pensamentos relacional e funcional, numa perspectiva relacional da aritmética.

Para exemplificar a generalização como aspecto central do pensamento algébrico, Mestre (2014, p. 32) cita a pesquisa de Radford (2011), ao apresentar a seus alunos de 2º ano do ensino básico uma tarefa envolvendo a generalização de padrões. A proposta era para que os alunos, em grupos, desenhassem as figuras n.º 5 e n.º 6 e, em seguida, descobrissem e encontrassem uma regra que lhes permitissem determinar o número de quadrados de algumas figuras maiores, como por exemplo, o da figura n.º 25.

Figura 8: Sequência de padrões para generalização



Fonte: extraída de Radford (2011, p. 305 apud MESTRE, 2014, p. 32).

A autora explica que, nesse caso, era preciso que os alunos identificassem a comunalidade presente entre as figuras dadas e generalizassem para as próximas posições da sequência. Embora cada aluno tenha descoberto à sua maneira os termos, justificando e argumentando como estavam pensando, conjecturando, Radford (2011), citado por Mestre (2014, p. 34), afirma que “A capacidade de reconhecerem a comunalidade, mesmo numa sequência complexa como esta, e a sua extensão a alguns termos consecutivos não significa que estes alunos estejam a pensar algebricamente". A autora destaca que nesse episódio relatado por Radford (2011) é importante considerar dois aspectos relevantes:

> 1) o facto de na extensão da sequência, os alunos recorrerem à coordenação das estruturas espacial e numérica e que a mesma, apesar de ser complexa, não mobilizou conceitos algébricos; 2) a colocação de questões para figuras mais distantes, como a n.º 25 ou n.º 50, ou seja, figuras para além do campo percetual, permitiu que os alunos fizessem uma generalização algébrica, por tratarem analiticamente as quantidades indeterminadas. (MESTRE, 2014, p. 39)

Concordamos, portanto, que os alunos precisam ser motivados e superarem crenças de insucesso, incentivados a observarem regularidades e generalizar por meios próprios e, posteriormente encorajados a fazer uso de formas convencionais, que entre elas destacamos como uma dessas formas significativas o uso da notação algébrica, gráficos, tabelas e a linguagem natural, pois segundo Kaput (2008), tal prática fortalece e impulsiona o desenvolvimento do raciocínio algébrico.

Para tanto, concluímos que os estudos e conceitos apresentados constituem elementos consistentes e corroboram para o desenvolvimento do pensamento algébrico no que se refere à capacidade de generalização, possível de ser desenvolvida em sala de aula por meio de diferentes tarefas matemáticas, ressaltando a importância de que as atividades de generalização de padrões, por exemplo, estejam presentes em todas as etapas da educação básica.

1.6 O papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico

Os professores dos anos iniciais e aqueles que ainda se encontram na formação inicial, apresentam uma experiência ainda embrionária, como apontam e reforçam alguns estudos (CANAVARRO, 2007; MESTRE, 2014; Cruz, 2016; FERREIRA, 2017; SANTANA et al., 2018; PINHEIRO, 2018) a respeito do ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Se pensarmos que aprender Álgebra representa ser capaz de pensar algebricamente (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009), precisamos entender que isso não se aplica somente para o aluno, essa imersão deve ocorrer primeiramente com o professor.

> A aposta por parte do professor no pensamento algébrico implica, talvez sobretudo, uma aposta no raciocínio dos alunos e um acreditar na possibilidade destes construírem conhecimento matemático — atividade na qual o professor precisa também de se envolver. A necessidade do desenvolvimento de "hábitos da mente" não pode incidir apenas nos alunos — eles devem necessariamente instalar-se e transbordar dos professores. (CANAVARRO, 2007, p. 113)

Um aspecto que envolve o papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico está relacionado com a seleção das atividades matemáticas propostas em sala de aula para as crianças. Os materiais utilizados, como os livros didáticos, nem sempre oferecem e se apresentam como bons recursos para tal. O professor precisa então sair da condição de consumidor de materiais, para transformador e criador ativo dessas tarefas algébricas. Segundo Canavarro (2007), quando se discute este desafio dentro da escola a de se reavaliar a "[...] necessária "algebrização das tarefas" a usar na sala de aula, de modo a promover a generalização em várias vertentes e a sua expressão, requer um trabalho cuidado e continuado por parte do professor" (p. 113).

Pontuamos ainda outro aspecto associado ao papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico, que se centra na relevância dada a esse pensamento matemático e na dinâmica da sala de aula, a forma de apresentação e interação professor-conteúdo-aluno, um desafio cultural a ser superado. Essa relação é, na grande maioria, dirigida e direcionada na figura do professor, que explica, aplica alguns exercícios para treino, avalia e retoma com os mesmos tipos de exercícios. Entendemos, em consonância com Canavarro (2007), Kieran (2007), Blanton e Kaput (2005), que este não é um ambiente e nem práticas que favoreçam ao desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que um dos princípios para tal converge para práticas que promovam o confronto de ideias, estimulem o discurso argumentativo, desenvolva no aluno a capacidade de justificar suas escolhas e maneiras de pensar e isso, com certeza, exigem muito mais do que preparo, planejamento e condições didáticas por parte do professor para conduzir sua aula.

> A Álgebra escolar tem tradicionalmente sido ensinada e aprendida como um conjunto de procedimentos desligados dos outros conteúdos matemáticos, como do mundo real dos alunos (KAPUT, 1999, p. 2, *tradução nossa*).

Enfatizamos, diante do exposto, que o investimento na formação inicial de professores que ensinarão Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, seja em nível de políticas públicas como na grade curricular dos cursos de Pedagogia, como na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, faz-se necessário serem repensadas urgentemente face às novas demandas curriculares. Acreditamos também que os contextos e grupos colaborativos de aprendizagem têm muito a contribuir para o aprimoramento prático-teórico-pedagógico dos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra e da Matemática em si.

No próximo capítulo, apresentaremos o referencial teórico e a revisão de literatura acerca de dois aspectos afetivos que consideramos na pesquisa, as atitudes em relação à Matemática e as crenças de autoeficácia, associadas a outros dois aspectos cognitivos, a solução de problemas e o conhecimento especializado do professor ou futuro professor dos anos iniciais para o ensino da Álgebra nos anos iniciais e desenvolvimento do pensamento algébrico.

CAPÍTULO 2
DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA ÀS PRODUÇÕES BRASILEIRAS (2012-2018)

Neste capítulo buscamos evidenciar a base teórica desta investigação e apresentar pesquisas e estudos dos últimos sete anos acerca do conhecimento especializado do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental e estudantes de Pedagogia para o ensino da Álgebra nos anos iniciais e desenvolvimento do pensamento algébrico, as influências das atitudes e crenças de autoeficácia e a solução de problemas algébricos.

Para tal, como já enunciado na pesquisa, selecionamos a base de pesquisas da Biblioteca Digital Brasileira de Tese e dissertações (BDTD), concebida e mantida pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), por ser uma das maiores iniciativas para o acesso e visibilidade de pesquisas. Optamos também pela base de artigos da *Scielo* (*Scientific Electronic Library Online*), revistas referenciadas e de congressos de referência na Educação Matemática, como ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática) e outros, EPEM (Encontro Paulista de Educação Matemática), no período de 2012 a 2018[6].

Delimitamos que as palavras de busca nas diferentes fontes de pesquisa seriam "Pensamento Algébrico", adicionando as demais palavras "Anos Iniciais", "Crenças de Autoeficácia", "Atitudes", "Conhecimento Especializado do Professor" até o ponto de se cruzarem todas elas no resultado final. Foram necessários alguns desdobramentos e variações das palavras para uma busca mais avançada. Por exemplo, "pensamento algébrico" variou em "pré-álgebra", "álgebra nos anos iniciais", "álgebra séries iniciais", "álgebra", entre outras.

Na intersecção de todos os termos não foram encontradas pesquisas, o que legitima a originalidade deste trabalho. Na busca separadamente pelos termos destacados realizada na BDTD, em síntese, encontramos entre as produções brasileiras, quanto:

- *Pensamento Algébrico/Anos Iniciais:* cinco pesquisas de Mestrado (TRIVILIN, 2013; BONI, 2014; FERREIRA, 2017; LIMA, 2018; PINHEIRO, 2018).
- *Crenças de autoeficácia/Professores dos anos Iniciais/Estudantes de Pedagogia:* um artigo (pós doutoramento) e duas dissertações (SOUZA, 2015; CIRÍACO e PIROLA, 2018; PINHEIRO, 2018).

[6] Ler justificativa na página 27 para a determinação do período de pesquisas produzidas.

- *Atitudes em relação à Matemática/ Professores dos anos Iniciais/Estudantes de Pedagogia:* um artigo (pós doutoramento) e três dissertações (SANDER, 2014; VIEIRA, 2014; SILVA, 2017; CIRÍACO e PIROLA, 2018).
- *Conhecimento Especializado de professores dos anos iniciais:* sete dissertações (CARNEIRO, 2012; TRIVILIN, 2013; SEVERINO, 2016; FERREIRA, 2017; SILVA, 2017; LIMA, 2018; NEVES, 2018)

É importante ressaltarmos que, após o levantamento bibliográfico, com prévia seleção pelo título, analisamos as palavras-chave e resumos para uma leitura mais aprofundada a fim de compor a fundamentação teórica primeiramente e, por seguinte, a revisão de literatura desta investigação, destacando o que dizem essas pesquisas entre as quais contemplam aspectos relevantes para nosso estudo.

Em razão da carência de trabalhos mais recentes envolvendo todos os aspectos investigados nesta pesquisa, outros estudos de esfera internacional e nacional, que mesmo não pertencendo ao período determinado (2012-2018), foram mencionados nesta investigação por se tratarem de referências teóricas importantíssimas para as análises e discussões pretendidas. Exemplo desses referenciais são as pesquisas de Brito (1996, 2002, 2006, 2011), Fiorentini (1995), Usiskin (1995), Shulman (1986), Kieran (1996, 2004, 2007), Lins e Gimenez (1997), Utsumi (2000), Curi (2004, 2005), Ardiles (2007), Canavarro (2007), Ponte, Branco e Matos (2009), Kaput (1999, 2008), Blanton e Kaput (2005), Bandura (1986, 1997) entre outros.

2.1. Crenças de Autoeficácia

> *[...] o ensino de Matemática prestará sua contribuição, à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 2000, p. 31).*

Ao longo da escolaridade, o indivíduo vivencia experiências favoráveis ou desfavoráveis às suas aprendizagens, interage com o meio em que vive e que permitem ou não o desenvolvimento de crenças influenciando o modo de avançar ou retroceder frente a determinadas situações, principalmente àquelas que lhes exigem esforço próprio e que culminarão ao sucesso ou ao fracasso. Aqui tratamos das crenças do contexto escolar no que se refere ao ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos.

As dificuldades de aprendizagem ou o insucesso escolar muitas vezes são associados pela equipe docente ao fato de o aluno apresentar alguma necessidade educacional, especial relativa à cognição, impossibilitando seus avanços pela falta de interesse, pela indisciplina, pela falta de esforço próprio, pela falta de vontade de querer fazer algo. Esse discurso sob uma perspectiva popular, nenhum pouco científico, reforçam a ideia de pensar na aprendizagem apenas na esfera cognitiva, desconsiderando as influências dos aspectos afetivos que acompanham o indivíduo, sentimentos e julgamentos que se desenvolvem e se modificam ao longo da vida mediante as oportunidades vivenciadas de interações com o ambiente. Tratar os aspectos cognitivos e afetivos de maneira isolada e fragmentada não nos permite compreendê-los em sua profundidade, logo é pensar em elementos facilitadores ou inibidores ao desenvolvimento humano.

Essa dimensão inserida no contexto da Psicologia da Educação Matemática toma uma abrangência maior e mais significativa no estudo dos cenários educacionais, especialmente por meio da Teoria Social Cognitiva, desenvolvida por Albert Bandura (1977), que, entre suas teorias, encontram-se as de crenças de autoeficácia. Com base nessa teoria buscamos compreender os comportamentos dos participantes desta pesquisa quanto ao julgamento de suas capacidades, motivação, perseverança e segurança em seu conhecimento matemático e para o ensino de Álgebra nos anos iniciais. Investigamos, também, as possíveis influências das crenças de autoeficácia dos docentes e dos estudantes na solução de problemas algébricos associados às variáveis como tempo de magistério, idade, e outras, correlacionando-as as atitudes dos participantes em relação à Matemática.

Bandura (1977, 1986, 1997) denomina as crenças de autoeficácia como os julgamentos que o indivíduo tem de suas capacidades para organizar e realizar percursos de ações para alcançar certas metas e objetivos, determinando a motivação, a quantidade de esforços, empenho e tempo para realizar tais tarefas, desenvolvendo comportamentos proativos ou autorreguladores no controle sobre o pensamento, os sentimentos e ações, implicando, portanto, fala em mudanças cognitivas, afetivas e comportamentais para que de fato a aprendizagem ocorra.

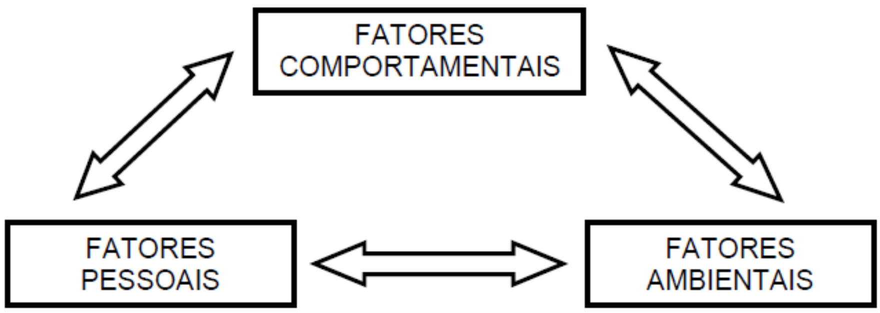
Para o psicólogo canadense, “a autoeficácia é definida como uma crença na própria capacidade de organizar e executar cursos de ações requeridas para produzir determinadas realizações” (BANDURA, 1997, p. 3). Isso quer dizer que os indivíduos não são simplesmente influenciados pelo ambiente no qual estão inseridos, mas os indivíduos são capazes de agir, planejar e operar em seus percursos de vida, no exercício de controle e agência humana. Assim, Inglez de Souza e Brito (2008) sintetizam a concepção de autoeficácia como

> [U]m julgamento pessoal de capacidade relativa a um determinado domínio, e não se refere especificamente à capacidade de um indivíduo, mas sim ao que o mesmo acredita ser capaz de realizar, em uma variedade de circunstâncias. (INGLEZ DE SOUZA; BRITO, 2008, p. 195)

Bandura (1986, 1997) propõe o modelo da causalidade de reciprocidade triádica, que se baseia na bidirecionalidade de fatores pessoais, comportamento e ambiente. Tais fatores são considerados fundamentais para a compreensão do comportamento humano, segundo o psicólogo. Para ele esses fatores se referem a:

- ***Fatores pessoais:*** cognição, o afeto e eventos biológicos;
- ***Comportamento:*** as ações do indivíduo;
- ***Ambiente:*** meio no qual a pessoa está inserida.

Figura 9: Relações entre as três classes de determinantes na causalidade de reciprocidade triádica



Fonte: Traduzido de Bandura (1986, p. 24)

A relação intrínseca entre esses fatores evidenciam uma interação de influências bidirecional de um fator sobre o outro (BANDURA, 1986, p. 24). O ser humano é um sujeito ativo, em constantes mudanças e não apenas passível das forças do ambiente e impulsos internos, portanto seu desempenho compreende capacidades e habilidades comportamentais, bem como processos motivacionais, cognitivos, afetivos e de seleção, explicam Azzi et al. (2014) sobre relações entre as classes de determinantes na causalidade de reciprocidade triádica propostas por Bandura (1986, 1997), que regulam o desempenho das ações humanas e os seus percursos traçados.

As crenças nos *processos cognitivos* podem alterar os padrões de pensamento potencializando-os ou inibindo-os, nos *processos motivacionais* implicam na escolha dos cursos de ação e a quantidade de esforço despendido na realização da tarefa proposta, nos *processos afetivos* as crenças interferem no nível de estresse, agitação, ansiedade e quadro depressivo vivenciados e experienciados pelo sujeito em certas situações, que podem passar a evitar ou não tais experiências, caracterizando os *processos de seleção*.

Na perspectiva Teoria Social Cognitiva, o ser humano é "um agente de sua história, ou seja, ele avalia as consequências de suas ações e essa avaliação o coloca em uma posição de agente" Azzi et al. (2014, p. 19), por isso a base dessa teoria é a Agência Humana. Segundo Bandura (1997, p. 3), a agência humana aponta que as "pessoas podem exercer influência sobre o que elas fazem" (BANDURA, 1997, p. 3). Nela, considera-se que as capacidades humanas (intencionalidade, pensamento antecipatório, autorreatividade e autorreflexão) modelam o funcionamento humano em diferentes situações, seja nas intenções desejadas, ao planejar percursos de ações, antecipar e prever resultados (BANDURA, 2008). Para o entendimento do autor, o futuro não exerce influências sobre tais capacidades e comportamentos, mas o contrário sim, a motivação e a direção de ações podem ser guiadas por pensamentos e representações cognitivas do presente.

Mas de onde e como surgem ou desenvolvem as crenças de autoeficácia nos indivíduos? Somente o desempenho é o suficiente para "medir" a capacidade de alguém? As crenças de autoeficácia, segundo Bandura (1997), têm origem em quatro diferentes fontes de informações sob a influência da avaliação cognitiva e reflexiva, positiva ou negativa do próprio indivíduo, fortalecendo ou enfraquecendo seus julgamentos e ações. As fontes de informações são:

- ***Experiências diretas:*** consideradas umas das mais importantes fontes quando falamos em crenças de autoeficácia, por estarem estreitamente relacionadas aos próprios julgamentos e da interpretação de ações anteriores pelo sujeito.
- ***Experiências vicárias:*** quando as crenças são desencadeadas por meio da observação do indivíduo enquanto outras pessoas estão a realizar alguma atividade. No caso, esse indivíduo serve de modelo. O grau de similaridade entre o observador e o observado pode reduzir ou fortalecer as experiências vicárias.
- ***Persuasão verbal:*** vinculada às informações obtidas a partir de julgamentos verbais acerca do desempenho e capacidades do indivíduo por outras pessoas. Aqui, a credibilidade, o conhecimento e a experiência de quem persuadem positiva ou negativamente, desencadearão diferentes impactos sobre o sujeito persuadido.

- ***Estados fisiológicos e afetivos:*** por se tratar de uma fonte situacional, estão atrelados a fatores de estresse, ansiedade, tensão, fadiga, excitação, medo, estados de humor e que podem estar associados a outras fontes. De acordo com o estado somático e emocional da pessoa, suas capacidades e desempenho em determinadas tarefas podem ser avaliadas satisfatoriamente ou não.

Nas experiências diretas, por exemplo, inúmeras experiências exitosas contribuem para uma autoeficácia positiva, em contrapartida, as experiências de fracasso corroboram para o desenvolvimento de autoeficácia negativa, como também insistir por várias tentativas de enfrentamento a um determinado desafio e não alcançar o esperado, o impacto é direto na capacidade de execução da atividade proposta. Esta fonte encontra-se muito presente quando discutimos a autoeficácia docente, principalmente no domínio do ensino, como veremos adiante. Já as experiências vicárias, segundo Bandura (1997), estão mais suscetíveis às pessoas que ainda são inexperientes ou que se julgam incapazes para executarem determinadas atividades e que se apropriam de modelos por meio da observação e comparação para realizá-las. Uma ilustração desta fonte é a relação presente nos estágios entre estudantes (*pre-service*) e professores (*in-service*) durante a formação inicial.

Na persuasão social destaca-se a facilidade e disponibilidade em diferentes cenários dos meios verbais em que ela pode ocorrer como exemplifica Inglez de Souza e Brito (2008, p. 196), "no contexto educacional, os alunos recebem uma grande quantidade de informações comparativas sobre suas capacidades, além de receberem notas e avaliações de professores sobre seu desempenho". E por fim, os estados fisiológicos e afetivos podem ser ativados e observados por diferentes comportamentos (suor excessivo, tremores, gagueira, "tiques" etc), que podem trazer benefícios ou prejuízos para o percurso de uma ação, constituindo uma autoeficácia positiva ou negativa, dependendo da autorreatividade do sujeito e por consequência, promovendo a mobilização de esforço ou a desistência daquilo que se pretende fazer. As lembranças, memórias de experiências vividas exercem forte influência nesses casos.

Assim, ao delinearmos o processo complexo e dinâmico os quais caracterizam e envolvem as fontes de influências das crenças de autoeficácia, bem como os contextos em que se desenvolvem, destacamos que apenas o desempenho do sujeito é insuficiente para atribuir juízo de valor às suas capacidades, uma vez que

> A capacidade de discernir, pesar e integrar fontes de autoeficácia consideradas relevantes pode ser aprimorada com o desenvolvimento de habilidades cognitivas para o processamento de informação, mecanismo central e responsável por avaliar e operacionalizar as informações vindas das diferentes situações e fontes de autoeficácia. (BANDURA, 1997, p. 114)

Essas quatro fontes de informações apresentadas compreendem a formação das crenças de autoeficácia, cujo fio condutor está muito mais associado ao modo como o sujeito interpreta os resultados de suas ações e para planejar e avaliar os percursos das ações do que a quantidade de esforço dedicado para se realizar determinada tarefa. Conforme Bandura (1997, p. 36-37), "eficácia é uma aptidão gerada na qual subdestrezas cognitivas, sociais, emocionais e comportamentais são organizadas e efetivamente orquestradas para servir a inúmeros propósitos".

Portanto, são considerações de grande relevância para nosso entendimento quando pensamos nessas fontes de informações no contexto educacional, especialmente na prática docente para o ensino e conhecimento dos conteúdos matemáticos, pois tanto as crenças positivas como negativas influenciam os aspectos das vidas humanas, se positivamente, elas influenciam de forma produtiva e otimista; se negativamente, influenciam de forma pessimista e debilitante. (AZZI et al., 2014)

Ao longo das últimas décadas, a partir das influências da Teoria Social Cognitiva, de Bandura (1977), outros pesquisadores aprofundaram os estudos relacionados às crenças de autoeficácia na esfera educacional. Dentre eles temos: Tschannen-Moran, Woolfolk Hoy & Hoy, (1998); Oliveira & Wechsler (2002); Vila e Callejo (2006); Azzi e Polydoro (2006); Ardiles (2007); Dobarro (2007); Inglez de Souza (2007), Iaochite (2007); Pajares e Olaz (2008); Brito-Nascimento (2008); Paula (2008); Ferreira (2009); Dobarro e Brito (2010).

Vila e Callejo (2006) entendem que,

> As crenças são uma forma de conhecimento pessoal e subjetivo, que está mais profunda e fortemente arraigado que uma opinião; constroem-se por meio de experiências, informações, percepções, etc. e delas se desprendem algumas práticas. As crenças gozam de uma certa estabilidade, mas são dinâmicas, já que a experiência ou contraste com outras podem modificá-las; estão, pois, submetidas à evolução e à mudança. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 44)

Pajares e Olaz (2008) em consonância com Azzi e Polydoro (2006) destacam que as crenças de autoeficácia exercem influências nos diferentes contextos e atividades da vida humana, seja na esfera educacional, saúde, trabalho, social, cultural, enfim, atuando de forma direta ou indireta nos julgamentos que cada um faz de si frente às situações e desafios do dia a dia, como se apropriam dessas aprendizagens e experiências, como são afetadas as motivações no contexto escolar, por exemplo. (AZZI; POLYDORO, 2006).

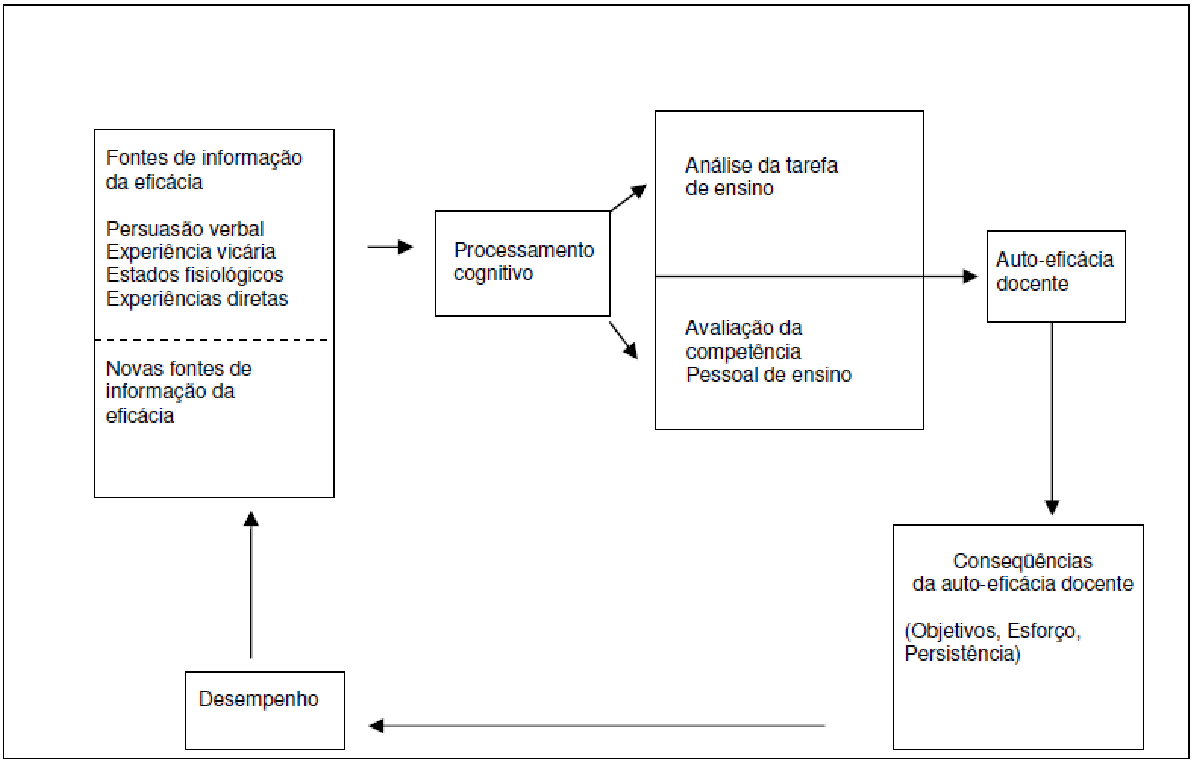
Ao considerar as concepções, as crenças e as atitudes docentes como fatores fundamentais para a elaboração e realização de tarefas, alguns estudos confirmam que

> [O] modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, ensino, de matemática e de educação. O modo de ensinar sofre influência também dos valores e finalidades que o professor atribui ao ensino de matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem (FIORENTINI, 1995, p. 4).

De mesmo modo, “cada professor constrói idiossincratamente seu ideário pedagógico a partir de pressupostos teóricos e de sua reflexão sobre a prática.” (FIORENTINI, 1995, p. 3). Fundamentada nessas ideias, Ardiles (2007) investigou com professores dos anos iniciais (antiga 1ª a 4ª série) as crenças, concepções e atitudes em relação ao ensino e conhecimento matemático, uma vez que também defende que estes construtos podem influenciar a prática docente. Por meio de sua pesquisa verificou que os professores apresentam uma forte contradição entre suas crenças e concepções em relação à sua prática no ensino de Matemática, o discurso não condiz com a prática, mesmo quando apresentam atitudes positivas em relação à Matemática.

Iaochite (2007), apesar de desenvolver sua investigação com um grupo de professores de Educação Física, diferente deste tema que investigamos que parte de um grupo de docentes que ensinam e ensinarão Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (*in-service e pre-service*), destaca grandes contribuições no que se referem à autoeficácia docente que, segundo ele, “diz respeito a um julgamento que o professor faz acerca das próprias capacidades para atingir, no domínio do ensino, determinados resultados de aprendizagem e engajamento dos alunos” (IAOCHITE, 2007, p. iii). Nesse contexto, a interpretação cognitiva das informações se origina a partir das quatro fontes de informações já apresentadas aqui: experiências diretas, experiências vicárias, persuasão social e estados fisiológicos e afetivos (BANDURA, 1986). Além disso, objetivou em seu estudo fazer o levantamento das características associadas ao contexto e atividade docente, analisando o nível de autoeficácia apresentado pelos participantes e suas fontes de constituição, correlacionando-as.

Figura 10 : Modelo que retrata a natureza cíclica da crença de eficácia docente, segundo Tschannen-Moran, Woolfolk Hoy & Hoy (1998).

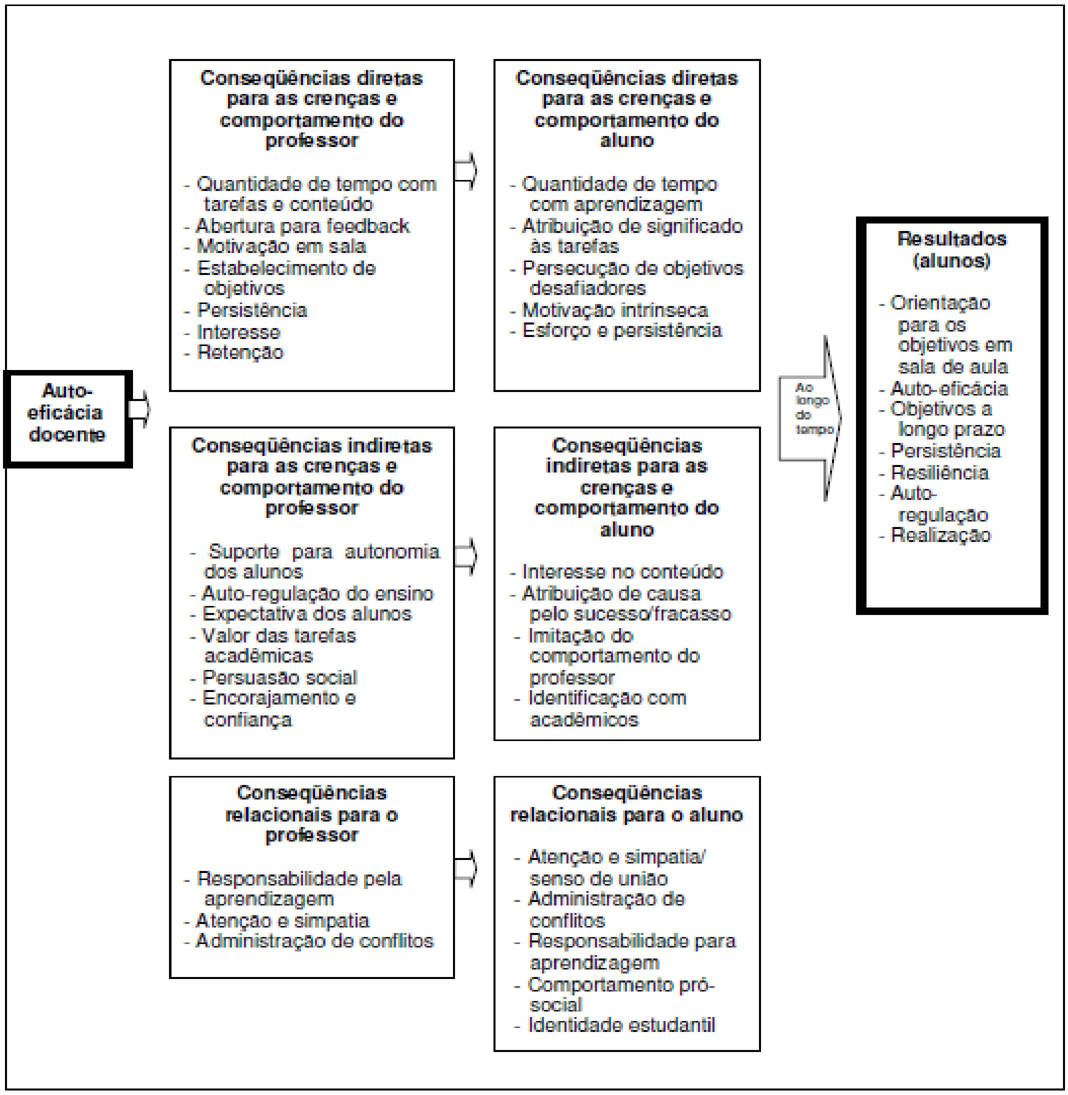


Fonte: extraído de Iaochite (2007, p. 22)

Por meio de o esquema a seguir, Iaochite (2007) representou a natureza cíclica da crença de autoeficácia docente e suas fontes, evidenciando o papel das crenças e o impacto na motivação e desempenho dos alunos, no próprio comportamento do professor, acarretando consequências positivas ou negativas na escola como um todo.

Esse modelo baseado nos estudos Tschannen-Moran, Woolfolk Hoy & Hoy (1998), como referenciado em Iaochite (2007), evidenciam as correlações entre a autoeficácia docente desencadeada pela ação do educador e os possíveis comportamentos produzidos a partir de diferentes fontes de informação, que por meio do processamento cognitivos são avaliadas para a situação de ensino como da competência pessoal de ensino, ou também pelo próprio sentimento de capacidade do professor. Isso significa, portanto, que a “autoeficácia docente por consequência, afeta o estabelecimento de objetivos, o nível de esforço e a persistência do professor frente às ações pedagógicas que desempenha.” (IAOCHITE, 2007, p. 21). Outro modelo apresentado em seu estudo, nos chama a atenção.

Figura 11:Consequências diretas e indiretas para professores e alunos com relação às crenças de autoeficácia.



Fonte: Traduzido e adaptado de Woolfolk Hoy e Davis (2006) apud Iaochite (2007, p. 19).

O esquema acima apresenta a compreensão das influências e consequências diretas e indiretas para professores e alunos com relação às crenças de autoeficácia e a relevância de pesquisas deste contexto para a melhoria da qualidade do ensino, da valorização dos aspectos cognitivos e afetivos para as aprendizagens como um todo. Em “As crenças de eficácia docente e suas origens”, Iaochite (2014) contempla as fontes de constituição da autoeficácia docente embasado na Teoria Banduriana, reafirmando ideias discutidas em seu estudo.

Dobarro (2007), em sua tese de doutorado, também constatou a influência das atitudes e das crenças de autoeficácia (construtos afetivos), no desempenho escolar de alunos do ensino médio em alguns componentes das habilidades matemáticas, por meio da solução de problemas, ao investigar variáveis cognitivas e afetivas durante a realização de atividades matemáticas, evidenciando os impactos na relação professor-aluno-conhecimento. Trata-se de uma pesquisa de caráter exploratório, com uso de métodos estatísticos. Dobarro e Brito (2010), no recorte da tese de Dobarro (2007) e, de acordo com a Teoria Social Cognitiva (Bandura, 1986), afirmam que

> [N]ão basta apenas possuir conhecimentos e habilidades se a crença de autoeficácia percebida pelo sujeito é negativa. A crença de autoeficácia influencia a solução de problemas de matemática em todos os níveis de habilidades (...) porque a crença de autoeficácia influencia os padrões de pensamento e comportamento das pessoas. (DOBARRO; BRITO, 2010, p. 200)

Os estudos de Inglez de Souza (2007) também são parte integrante do rol de pesquisas desenvolvidas pela UNICAMP, no contexto da Psicologia da Educação Matemática, que trazem contribuições significativas para o entendimento das aprendizagens e ensino de Matemática por professores e estudantes numa perspectiva tanto cognitiva, como também afetiva. A pesquisadora investigou junto a alunos do Ensino Fundamental (4ª, 6ª e 8ª séries) a existência de relações entre as crenças de autoeficácia matemática, a percepção de utilidade da Matemática e o uso de estratégias de aprendizagem. Conforme Inglez de Souza (2007),

> [N]a perspectiva sócio-cognitivista, deve-se considerar que um bom desempenho não está somente relacionado à posse de capacidades. Não se nega a importância disto, mas considera-se que o uso efetivo destas capacidades está vinculado às crenças de auto-eficácia, ou percepções do aluno quanto à própria capacidade. (INGLEZ de SOUZA, 2007, p. 21).

Os resultados de sua pesquisa revelaram que estão presentes as relações entre autoeficácia, estratégias de aprendizagem e desempenho na disciplina de Matemática, em contrapartida, não fora possível constatar o mesmo entre a percepção e as estratégias. Além disso, a pesquisadora destacou que no transcorrer das séries participantes da pesquisa, notou-se uma queda no nível de autoeficácia e uso de estratégias. Para Inglez de Souza (2007, p. 22), "no contexto escolar, entende-se que a auto-eficácia pode afetar a motivação dos alunos para realizar as tarefas ou evitá-las, as reações dos estudantes diante de suas realizações e até mesmo as suas escolhas profissionais".

Para a pesquisadora, é preciso conhecer e entender o conceito de autoeficácia. Segundo a autora, a autoeficácia "compreende um julgamento pessoal de capacidade relativa a um determinado domínio, sendo que esta não se refere especificamente à capacidade de um indivíduo, mas sim ao que o mesmo acredita ser capaz de realizar, em uma variedade de circunstâncias" (INGLEZ DE SOUZA, 2007, p. 22). Ao citar Zimmerman (1997), a autora clarifica a respeito dos aspectos de variações possíveis da autoeficácia em diferentes contextos.

> Em termos de funcionamento acadêmico, o nível de auto-eficácia se refere à variação em torno das diferentes tarefas, como problemas matemáticos de dificuldade crescente; a generalidade se refere à transferência das crenças de auto-eficácia a diferentes atividades, como diferentes disciplinas escolares; a força da eficácia percebida se mede por graus de certeza com que uma pessoa pode executar as tarefas determinadas. (ZIMMERMAN, 1997, p.178 apud INGLEZ DE SOUZA, 2007, p. 22, *grifos do segundo autor*).

Desenvolvida com a participação de estudantes do curso de Matemática de uma universidade pública paulista, Brito-Nascimento (2008) desenvolveu sua pesquisa numa abordagem quanti-qualitativa, a fim de investigar as relações entre atitudes, confiança e conhecimentos geométricos, considerando variáveis como gênero e desempenho na prova. Os participantes mostram atitudes positivas em relação à Geometria, e em especial, correlações significativas entre o desempenho nas provas e a confiança, ou seja, um bom desempenho esteve associado a um índice de confiança também alto e um baixo desempenho a uma confiança também baixa, muitas vezes relacionado à falta de domínio do conteúdo em questão. Destacamos ainda, na análise deste estudo, que as atitudes, confiança e conhecimentos, quando comparadas no aspecto gênero, os homens apresentaram resultados superiores, ratificando outras pesquisas existentes, como de Utsumi (2000) e Gonçalez (2000).

Outro estudo que investiga crenças de autoeficácia e atitudes é o de Paula (2008). Nesta pesquisa a autora buscou compreender como as influências das atitudes em relação à Matemática por parte da família e as crenças de autoeficácia de alunos do Ensino Fundamental (5º ano) podem interferir no seu desempenho matemático em avaliações de larga escala, no caso do SARESP. Paula (2008) destaca a importância que as crenças dos estudantes e da motivação no desempenho dos alunos, daí a necessidade do professor encorajar seus alunos por meio de retornos positivos contribuindo para o aumento da autoeficácia dos estudantes.

Quando o próprio aluno reconhece o seu sucesso no percurso da ação, desenvolve em si uma crença positiva e consequentemente, isso o motiva a persistir e confiar em suas capacidades. Apesar de tais considerações e as pesquisas que compõem a literatura acerca do assunto, a análise dos dados de Paula (2008) não constatou correlações entre as crenças de autoeficácia e o desempenho dos alunos e, mesmo com relação às atitudes essa correlação foi baixa. Em contrapartida, de forma significativa, identificaram-se as influências das atitudes dos pais e a crença de autoeficácia dos filhos.

Ferreira (2009) realizou um estudo de abordagem qualitativa para identificar as compreensões e concepções de professores sobre a Álgebra. Para tanto, se valeu de entrevistas com professores e alunos, observações de aulas e análises de materiais didáticos para relacionar os discursos dos participantes com o que realmente pensam sobre a Álgebra, delineando suas crenças e concepções. Sua investigação sobre como as crenças dos professores influenciam as aprendizagens dos alunos no ensino da álgebra fundamenta-se principalmente em Callejo e Vila (2006), que propõem três maneiras diferentes das crenças serem compreendidas (descritiva, inferências e informativas) e Gómez Chacón (2002) para a compreensão das crenças na perspectiva da Educação Matemática, em quatro eixos (crenças sobre matemática, sobre si mesmo, sobre a aprendizagem de matemática e sobre o contexto social ao qual pertencem os alunos).

Entendemos que tais investigações ao longo das últimas décadas constituíram-se em subsídios para tantas outras pesquisas, instigando novos questionamentos e cenários de produção acadêmica sobre as ideias acerca das crenças de autoeficácia, com diferentes participantes e contextos.

Dentre as produções brasileiras mais recentes, no período estipulado para esta revisão de literatura, de 2012 a 2018, sobre as crenças de autoeficácia desenvolvida com estudantes da Educação Básica, temos: Serpa (2012); Machado (2014); Masotti (2014); Vignoli (2014); Brito e Souza (2015); Souza (2015); Morais (2015); Oliveira (2015) e Rodrigues (2015). Já Andrade (2013); Ferreira (2014); Schmid (2015); Alliprandini, Souza (2016); Vieira (2016); Leonardo (2017); Neves (2017) e Santana et al. (2018). Esses pesquisadores desenvolveram seus estudos com diferentes sujeitos (professores do Ensino Fundamental, Médio ou Superior, estudantes, professores coordenadores, gestores) em distintos contextos e fatores (tecnologias digitais, educação inclusiva, desempenho escolar) envolvendo as crenças de autoeficácia.

Os estudos de Serpa (2012) acerca da autoeficácia, do autoconceito e da ansiedade com alunos concluintes de ciclos (5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio) em avaliações de larga escala, no estado de Minas Gerais, buscou investigar o quão essas dimensões psicológicas impactam no desempenho desses alunos, aferindo as relações entre tais construtos que, em conformidade como em outras pesquisas em seus resultados, evidenciaram a influência dos aspectos emocionais e motivacionais no sucesso ou fracasso escolar aplicados no contexto das avaliações.

Masotti (2014) investigou como as crenças de autoeficácia e autorregulação acadêmicas afetam na evasão escolar em conjunto com outras variáveis (fatores econômicos, sociais e culturais). Vignoli (2014) procurou compreender como as autocrenças (autoeficácia, autoconceito e percepção) e a ansiedade exercem influências no desempenho dos estudantes em avaliações de larga escala associadas a variáveis como níveis dos alunos, da turma e da escola, concluindo que tais construtos preditores interferem, com índices muito mais significativos e superiores no desempenho do que propriamente fatores socioeconômicos ou de lacunas de aprendizagem.

Ao explorar questões de Matemática do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), numa abordagem quali-quantitativa, com alunos da 3ª série do Ensino Médio, da rede pública e particular, Machado (2014) investigou as relações que envolvem as crenças de autoeficácia e atitudes em relação ao ensino da Matemática e variáveis como gênero e desempenho. De acordo com a autora também foi constatado as relações existentes entre atitudes, autoeficácia e autoconceito, bem como seus impactos no desempenho dos alunos. Fundamentada em Bandura (1997), a autora afirma que "as crenças de autoeficácia afetam fortemente as escolhas que as pessoas fazem, os esforços que despendem nas tarefas, a persistência diante das dificuldades encontradas e o sentimento ao realizar tal tarefa" (MACHADO, 2014, p. 62).

Na pesquisa desenvolvida por Morais (2015), envolvendo desempenho e nível escolar e crenças de autoeficácia e autoeficácia matemática, com alunos concluintes dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio, por meio de teste matemático (Geometria e Aritmética), questionário (autoeficácia matemática) e escala (crença de autoeficácia), a pesquisadora demonstrou que os alunos que apresentaram crenças de autoeficácia mais elevadas além de se dedicarem mais nos estudos, inclusive fazendo uso da pesquisa como fonte de conhecimento, demonstrou melhor desempenho nos testes matemáticos, bem como na resolução de problemas.

Rodrigues (2015) realizou uma pesquisa envolvendo a Educação de Jovens e Adultos sob o viés das crenças de autoeficácia produzidas por experiências escolares já vividas em anos escolares anteriores ou atualmente por estes estudantes e que renasceram durante a realização de tarefas matemáticas e que foram analisadas quanto ao empenho, motivação e persistência desprendidos ou estados emocionais apresentados e que poderiam impulsionar o sujeito a insistir ou desistir da tarefa dada. Seus resultados apontaram que as experiências do indivíduo estão intrinsicamente associados a suas crenças, isso quer dizer que experiências positivas e de sucesso reforçam crenças de confiança em si e, consequentemente, maior envolvimento no que lhe é proposto, enquanto experiências negativas e de fracasso enfraquecem essas crenças.

Andrade (2013), ao considerar as lembranças e escolares e partindo dos pressupostos bandurianos sobre as crenças de autoeficácia docente de que estas se originam de diferentes fontes de informações (experiências diretas, pela observação, persuasão e estados psicofisiológicos), desenvolveu um estudo documental para a construção do memorial de formação docente, que se constituem a partir das influências da família durante a escolaridade, modelos de professores e experiências profissionais de ensino, como encontrados nos relatos dos participantes.

De abordagem mista, a investigação de Sander (2018) contou como participantes, 407 alunos de 3º anos, de 29 turmas de 12 escolas sorteadas do município de Bauru. A autora, no contexto teórico de sua tese traz importantes aportes nacionais e internacionais sobre a Teoria Social Cognitiva (as crenças de autoeficácia, autoeficácia coletiva, as fontes de eficácia, as crenças de eficácia escolar e as crenças de autoeficácia em matemática). Apresenta importantes estudos realizados por Pajares e Miler (1994), Zarch e Kadivar (2006) e Azar et al. (2010), Delgado (2012) e Getachew e Birhane (2016). Associado às crenças de autoeficácia a pesquisadora atrelou a ideia de sentido de número a fim de compreender o comportamento, percepção, modos de pensar e desempenho dessas crianças na execução de tarefas numéricas e posteriormente, tais análises poderem ser generalizadas a outros conteúdos matemáticos.

Foi possível averiguar que “os dados evidenciaram uma correlação fraca, positiva e significativa entre o sentido de número do aluno e sua crença de autoeficácia em tarefas numéricas, independentemente se foi analisada de forma geral, ou especificando os componentes de sentido de número” (SANDER, 2018, p. 280). A autora explica que essa correlação fraca a que se refere ocorre pela distância que há entre o “que se acredita” e “o que se sabe”. Outros fatores explicativos para esse cenário é a possibilidade dessas crianças já terem um contato rotineiro com a realização de atividades numéricas no formato das que foram aplicadas, além de que se tratando de meninos e meninas de um 3º ano do Ensino Fundamental, vivenciaram poucas experiências não exitosas ou de insucesso em sua escolaridade, o que conforme Bandura (1977) exerce fortes influências nas crenças dos indivíduos.

A pesquisa de Tobio-Gutiérrez, Mogollón-Rodríguez e Pirola (2018) descreveu a experiência e crenças de autoeficácia de alunos colombianos do Ensino Fundamental, porém dos anos finais, na resolução de atividades envolvendo sequências numéricas e geométricas.

Por meio da análise estatística descritiva e probabilística, os autores não identificaram correlações entre nível educativo, gênero e idade com as crenças de autoeficácia dos participantes, além disso, o percentual diferencial entre as crenças positivas e negativas deles foram próximos.

Um aspecto que nos chama a atenção nesta investigação quanto ao ensino da álgebra, por se tratar de tarefas relacionadas a sequências numéricas e geométricas, foi a porcentagem de alunos (cerca de 50%) que apresentou crenças de autoeficácia negativas, isso evidencia a falta de familiaridade e apropriação de habilidades relacionadas ao pensamento algébrico ao longo da escolaridade desses estudantes, situação comum encontrada e enfatizada em outros estudos sobre o tema, daí a necessidade de que desde os anos iniciais tais tarefas sejam ofertadas aos alunos. (CANAVARRO, 2007; RIBEIRO, 2015; FERREIRA, 2017)

As percepções de autoeficácia acadêmica como fator de fortalecimento do desempenho no contexto escolar está presente no estudo de Azzi, Guerreiro-Casanova e Dantas (2015), uma pesquisa realizada entre 2010 e 2013 com estudantes do Ensino Médio, que considerou variáveis como idade, escolaridade dos pais, gênero, retenção em algum ano escolar e a pretensão de prosseguimento dos estudos no Ensino Superior, analisada a partir da aplicação de um questionário e de uma escala de autoeficácia acadêmica. Os autores, com base em Bandura (1997), definem a autoeficácia acadêmica "como as crenças de um estudante em sua capacidade para organizar e executar cursos de ações requeridos para produzir certas realizações referentes aos aspectos intelectuais e de aprendizagem" (GUERREIRO-CASANOVA et al., 2015, p. 74). Nesse estudo, gênero (no caso feminino) e a pretensão de prosseguimento dos estudos no Ensino Superior foram variáveis mais fortes constatadas nas influências da autoeficácia acadêmica.

> As crenças de autoeficácia acadêmica têm sido associadas aos comportamentos que proporcionam maior possibilidade de aprender e de demonstrar o aprendido, pois tais crenças atuam como mediadoras dos processos motivacionais, cognitivos, afetivos e seletivos, contribuindo para que estudantes que se percebam mais capazes de aprender se engajem no processo de aprendizagem, elaborem, por meio de pensamento antecipatório, um cenário no qual a aprendizagem ocorrerá com sucesso, controlem a ansiedade relativa à *performance* escolar e escolham participar de atividades desafiadoras que eles se julguem capazes de realizar com êxito (BANDURA, 1993 apud GUERREIRO-CASANOVA; DANTAS; AZZI, 2015, p. 74).

Entendemos, como Guerreiro et al. (2015) que a variável "intenção de prosseguimento dos estudos no Ensino Superior", é uma forte influência da autoeficácia acadêmica e nos evidenciam que estudantes com este perfil poderão delinear melhor o planejamento de seu futuro profissional, como também apresentarem julgamentos mais positivo no enfrentamento de desafios, o que não significa que tenham mais clareza e segurança na escolha de suas carreiras, conforme destacado pelos próprios autores. Para os jovens estudantes, a escola contribui para a busca de um futuro profissional, mas ao mesmo tempo não os orientam para tal percurso. Assim acreditamos que, estudantes que cheguem ao ensino superior com autoeficácia acadêmica positiva, terão chances maiores de êxito na escolha de seus cursos e, consequentemente, mais motivados aos desafios profissionais.

Vieira (2016) e Santana et al. (2018) são uma das poucas pesquisas encontradas nessa revisão nas quais contemplam as crenças de autoeficácia cujos participantes são coordenadores pedagógicos. No formato *multipaper*, Vieira (2016) primeiramente evidencia as produções da literatura já existente sobre a identidade desse profissional, suas incumbências, seu papel na formação continuada relacionando a fatores afetivos e relacionais. Posteriormente traz a fundamentação teórica embasada nos estudos de Bandura e, por fim, apresenta sua investigação sobre as crenças de autoeficácia do coordenador pedagógico e suas percepções quanto a sua atuação na formação continuada dos professores. Nos seus resultados, a persuasão social é evidenciada como principal fonte de informação para elevar e fortalecer as crenças de autoeficácia pessoais como coletivas dos coordenadores.

No formato de painel, composto por três artigos e apresentado no XIX ENDIPE[7], Santana et al. (2018) buscaram questionar os desafios, o papel e o conhecimento do coordenador pedagógico no que se refere a formação continuada para o ensino de Matemática na Educação Infantil e Ensino Fundamental Anos Iniciais face às novas demandas educacionais, no caso, a BNCC. Seu terceiro artigo, em especial, intitulado: “As crenças de autoeficácia do coordenador pedagógico para a formação continuada sobre o pensamento algébrico com professores dos anos iniciais nas escolas públicas paulistas” investigou, por meio dos métodos mistos, a percepção desses profissionais mostrando que apesar deles confiarem em suas capacidades para tal formação, os coordenadores não apresentaram de forma clara conhecer sobre o assunto (concepções e conceitos de pensamento algébrico/ ensino de álgebra e conhecimento para elaboração de tarefas), evidenciando a necessidade de pensar não só a formação continuada, mas principalmente a inicial dos pedagogos, professores polivalentes que precisam dispor de conhecimentos específicos para o ensino de diferentes conteúdos e disciplinas nos anos iniciais, por exemplo.

[7] SANTANA, Roseli Regina Fernandes; NOVAES, Joana Inês; SANTANA, Marcela Lopes; DIAS, Ana Lúcia Braz; PERALTA, Deise Aparecida; GONCALVES, Harryson Júnio Lessa. Os desafios do coordenador pedagógico na formação continuada de professores que ensinam matemática: uma discussão sobre os (des)caminhos da BNCC. In: XIX ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 2018, Salvador. **Anais...** Salvador: UFBA, 2018. v. 1. Disponível em: < http://www.xixendipe.ufba.br/ >. Acesso em: 30 dez. 2018.

> A análise dos dados quantitativos revelam que os coordenadores dos anos iniciais se sentem confiantes para realizarem formações que envolvam o desenvolvimento do pensamento algébrico, mas as inferências possíveis numa análise qualitativa demonstram, em linhas gerais que não têm propriedade na caracterização e conhecimento do conteúdo, tampouco recebem formações sobre a temática ou têm clareza de tarefas que o desenvolvam. (SANTANA et al., 2018, p. 36)

Souza (2015) e Pinheiro e Pirola (2017) investigaram a autoeficácia docente quanto ao uso de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem. O primeiro autor contou com a participação de educadores da Educação Infantil ao Ensino Superior das Unidades de Ensino do Departamento de Ciência e Tecnologia da Aeronáutica, enquanto o estudo dos segundos autores desenlveu-se com professores do Ensino Fundamental ao Médio da rede municipal e estadual do interior paulista. Tratam-se de pesquisas quantitativa-descrita e qualitativa, respectivamente. Nas duas pesquisas, os autores constataram que as crenças de autoeficácia docente estão relacionadas a variáveis como tempo de magistério/experiência, e domínio das TIC[8]. Os índices apresentados dessas crenças apesar de favoráveis, não evidenciaram níveis elevados dos educadores em acreditarem em suas capacidades de lidar com o uso das tecnologias e ambientes virtuais no desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes nos diferentes segmentos educacionais analisados.

Schmid (2015) também se propôs a investigar a temática, mas comparando seus resultados iniciais aos pós-formação, com um grupo experimental. Nesse caso, não houve alteração significativa quanto às crenças de autoeficácia dos participantes ao considerar os índices iniciais com os encontrados após a formação realizada. Os resultados também apontaram que tais professores não depositam no uso das tecnologias em sala de aula uma forma essencial para motivar os alunos para a aprendizagem, bem como a necessidade de dedicar tempo e esforço por parte dos docentes para que tais práticas aconteçam no âmbito escolar.

Encontramos ainda neste trabalho um quadro de Fives (2003) que evidencia o desenvolvimento do construto da autoeficácia docente a partir de Rotter (1966) e Bandura (1977, 1986), diferenciando as duas correntes teóricas e a contribuição de Tchannem-Moran, Hoy e Hoy (1998) para o desenvolvimento do conceito de autoeficácia docente, definida pelas autoras como "a crença do professor na sua capacidade de executar cursos de ação necessários para cumprir com sucesso uma tarefa pedagógica em determinado contexto." (p. 223), relacionada à percepção e avaliação do docente quanto a sua competência pessoal e tarefa docente.

[8] TIC - Tecnologias da Informação e Comunicação

Figura 12: Comparação das vertentes teóricas de Rotter (1966) e Bandura (1977)

Desenvolvimento do construto autoeficácia docente		
ROTTER		BANDURA
	Marco teórico	
Lócus de controle o grau que as pessoas têm que as causas que produzem um resultado estão sob seu controle (Rotter, 1966)		Autoeficácia: confiança na própria capacidade de realizar com sucesso determinados comportamentos que levam a alcançar os resultados esperados (Bandura, 1977, p.3)
	Conceito de auto-eficácia docente	
Crenças dos professores em sua capacidade para controlar determinadas variáveis e chegar aos resultados esperados.		Crença do professor em sua capacidade para realizar as ações necessárias para alcançar determinados resultados com os alunos. (Tshcannen-Moran, Woolfolk y Hoy, 1998)

Fonte: Fives (2003) apud Schmid (2015, p. 47).

Guerreiro-Casanova (2013, 2014) relaciona o desempenho escolar de onze escolas estaduais paulistas por meio de seus índices do IDESP (Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo) e IPVS (Índice Paulista de Vulnerabilidade Social) às crenças de eficácia pessoal e coletiva de docentes e gestores, discutindo como variáveis pessoais de caracterização, variáveis relativas à atividade docente e variáveis contextuais podem influenciar no êxito dessas unidades escolares. Conforme a autora “condutas individuais e coletivas estabelecem modos de agir e existir repletos de valores e crenças que não podem ser desconsiderados quando se busca ampliar a compreensão sobre o contexto escolar.” (GUERREIRO-CASANOVA, 2014, p. 61). Além disso, professores e gestores, se sentem confiantes e capazes por diferentes condições, ações e contextos.

Nos trabalhos de Ferreira (2014), Alliprandini, Souza (2016) e Neves (2017), intitulados, respectivamente, por: “Crenças de Autoeficácia Docente, Satisfação com o Trabalho e Adoecimento”; “A Crença de Autoeficácia dos Formandos de um Curso de Pedagogia em Relação ao Exercício Profissional” e “Relações entre Autoeficácia Docente e Otimismo Acadêmico: estudos com professores do IF Sertão-PE”, voltamos nossos olhos para as influências das crenças para escolha, exercício e reconhecimento da carreira profissional pela comunidade escolar e acadêmica, de educadores e futuros educadores, o otimismo, satisfações e sentimentos de responsabilidade no ato complexo que é o de ensinar. Os trabalhos concordam, em síntese, que quanto maior as crenças de autoeficácia desses sujeitos, melhores serão o desempenho escolar dos alunos, enfatizando a necessidade do desenvolvimento de crenças positivas para a melhora significativa do exercício profissional.

Mas das pesquisas e artigos nacionais encontrados, os que tratam especificamente da autoeficácia docente em relação ao ensino ou aprendizagem da Matemática ou de determinadas unidades temáticas dessa disciplina, são: Oliveira (2015); Pinheiro (2018) e Ciríaco, Pirola (2018). As produções elencadas do ano de 2018 fazem parte das pesquisas desenvolvidas pelo GPPEM, da UNESP/Bauru, grupo de pesquisa já caracterizado no início deste trabalho. De forma geral, as investigações acerca das crenças de autoeficácia docente para o ensino de Matemática, concordam que "muitos professores estão atentos ao desempenho de seus alunos, mas nem sempre têm claro conhecimento dos diversos fatores que o influenciam" (INGLEZ DE SOUZA; BRITO, 2008, p. 194). Nesse sentido, é importante ressaltarmos também que,

> A eficácia de uma pessoa não tem relação somente com as suas capacidades presentes, mas também com aquilo que ela acredita que pode fazer com as suas capacidades para a realização de uma tarefa. Nesse sentido, as crenças de autoeficácia fornecem condições para prever comportamentos mediante determinadas tarefas ou objetivos a serem alcançados [...], (PINHEIRO, 2018, p. 59-60)

A pesquisa realizada por Pinheiro (2018) dedicou-se ao estudo das crenças de autoeficácia docente voltadas para o desenvolvimento de um tipo específico de pensamento matemático, o pensamento algébrico, com professores do Ensino Fundamental anos iniciais e finais da rede pública de quatro municípios paulistas, bem como essas influenciam os comportamentos e julgamentos desses profissionais sobre sua prática. Os resultados analisados na perspectiva da metodologia mista foram constituídos a partir da aplicação de duas escalas pensadas para este estudo e validadas. O autor, assim como Sander (2018), também encontrou crenças de autoeficácia positivas, mas não fortes entre seus participantes. Com os professores dos anos finais, as crenças apresentaram-se mais elevadas que os dos anos iniciais. A seu ver, uma das possíveis justificativas para esses resultados não serem considerados fortes, se deve as influências de variáveis como idade, o que os professores sabem e pensam sobre a álgebra, persuasão social, autoconceito, já o tempo de magistério não se relacionou com crenças de autoeficácia. Outra informação relevante encontrada neste trabalho se refere ao sentimento de segurança demonstrado pelos professores, o grupo dos professores dos anos iniciais mostrou-se mais seguro quanto à prática de ensino do que ao desenvolvimento de conceitos, relação contrária encontrada entre os professores dos anos finais.

"A Matemática, Ela Assusta Um Pouco: Crença de Autoeficácia e Mudança de Atitudes de Estudantes de Pedagogia a partir da Pesquisa na Formação Inicial", de Ciríaco e Pirola (2018), trata de um artigo referente a uma pesquisa qualitativa de pós-doutoramento, cujo objetivo é investigar, como o próprio título diz, a mudança de atitudes e crenças de autoeficácia em relação à Matemática de estudantes do curso de Pedagogia na realização do trabalho de conclusão de curso no contexto da Educação Matemática. Este estudo parte da perspectiva de que "[...] o professor que ensina Matemática deveria auxiliar os seus alunos a terem boas experiências com a Matemática escolar, o que desenvolveria atitudes positivas em relação a essa disciplina." (PIROLA, *et. al.* 2015, p. 50), uma vez que as lembranças escolares de futuros professores podem influenciar na sua prática docente. (MORAES e PIROLA, 2015). Os autores reforçam a necessidade de aproximação entre o aluno (futuro professor) com o objeto de estudo (Matemática) como meio articulador e motivacional no enfrentamento de bloqueios, sentimentos de incapacidade e medo, uma postura investigativa para a superação e desenvolvimento de atitudes e crenças positivas para o exercício profissional. O estudo ainda destaca o quanto

> [A]s emoções ocupam um lugar de destaque na aprendizagem matemática de futuras professoras, o que abre uma agenda de pesquisa para próximas investigações no âmbito da Psicologia da Educação Matemática inter-relacionada com a formação docente, haja vista a necessidade de compreender em que medida as experiências negativas, da Educação Básica, quando rememoradas no contexto da formação inicial podem ou não influenciar processos de predisposição à aprendizagem do adulto e/ou gerar bloqueios [...]. (CIRÍACO; PIROLA, 2018, p. 159)

O que observamos nesta revisão de literatura com as produções brasileiras é a escassez de pesquisas que investigam as crenças de autoeficácia docente quanto o ensino e conhecimento em relação à Matemática e, mais especificamente, o do ensino da Álgebra. Um fator relevante que potencializa o estudo aqui realizado. Grande parte delas dedica-se a estudos voltados para a autoeficácia de estudantes nos diferentes níveis da Educação Básica ou Ensino Superior e não à docência, mas em sua maioria, fundamentalmente ancoradas na Teoria Social Cognitiva, de Albert Bandura (1977, 1986, 1997) e *a posteriori*, por pesquisas significativas como as de Pajares e Olaz (2008), Inglez de Souza (2008) e, Azzi e Polydoro (2006, 2008, 2014).

Outro aspecto notável na literatura visitada quando comparamos os diversos resultados encontrados nas pesquisas realizadas são as divergências entre seus resultados. Essas divergências em relação às crenças de autoeficácia e desempenho podem ocorrer por questões relacionadas ao tipo de instrumento utilizado na coleta de dados (tarefas matemáticas, escalas tipo *Likert*, por exemplo), aos conteúdos matemáticos contemplados, ao público que caracteriza os participantes, bem como o nível da Educação Básica ou Ensino Superior a que pertencem os sujeitos da pesquisa.

2.2. Atitudes em relação à Matemática

Pensar no processo de ensino e aprendizagem à luz de aspectos cognitivos e afetivos é fortalecer a escola como espaço de humanização, de lugar privilegiado de se constituir o conhecimento científico e sistematizado a partir das inúmeras relações e inter-relações que são estabelecidas entre os protagonistas dessa construção, potencializando as singularidades e diversidades, sentimentos e reações que permeiam o ato de ensinar e o de aprender, entre o que e como fazer, entre o saber e o fazer.

Destacamos que as predisposições positivas ou negativas são inerentes ao indivíduo e se originam a partir de suas experiências vividas e sentidas. Ao considerar o contexto educacional, trataremos aqui sobre essa predisposição positiva ou negativa em relação ao ensino de Matemática, um construto mental, na perspectiva de Klausmeier (1977), a qual chamamos de Atitudes.

As atitudes em relação ao ensino de Matemática ou a conteúdos específicos da Matemática associados a diferentes variáveis, como gênero, desempenho, resolução de problemas, influências familiares, memória, concepções, habilidades, crenças de autoeficácia com a participação de distintos sujeitos, como alunos da Educação Básica ou do Ensino Superior, professores da rede pública de ensino, foram objetos de estudos de pesquisas importantes no cenário acadêmico nacional (BRITO, 1996; GONÇALEZ, 1995, 2000; MORON, 1998; UTSUMI, 2000; LOOS, 2003; CURI, 2004; VIANA, 2005; ARDILES, 2007; DOBARRO, 2007; PAULA, 2008; JUSTULIN, 2009) e internacional (ROSS STAGNER, 1937; GUILFORD, 1954; BLOOM, 1974; KLAUSMEIER, 1977). Essas, por sua vez, são aportes teóricos da maioria das pesquisas mais recentes (2012-2018) sobre as atitudes em relação à Matemática, como as de Tortora, Sander e Pirola (2013), Sander (2014), Machado (2014), Moraes e Pirola (2015), Silva (2016), Silva (2017), Lima (2018), Ciríaco e Pirola (2018) e a nossa também. Algumas, inclusive, já citadas aqui por tratar concomitantemente sobre as crenças de autoeficácia.

Dentre esses pesquisadores evidenciamos em nossa fundamentação teórica, o estudo pioneiro da pesquisadora Brito (1996), que define o termo atitude, definição esta que utilizaremos em nossa pesquisa. De acordo com essa pesquisadora a atitude é

> Uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo. Além disso, apresenta componentes [...] dos domínios cognitivos (conhecimento sobre o objeto da atitude), afetivo (sentimento em relação ao objeto de atitude) e conativo (predisposição para agir de uma certa maneira em relação ao objeto de atitude). (BRITO, 1996, p. 11-12)

De acordo com a autora todos os professores que ensinam Matemática deveriam conhecer essa definição, pois as atitudes interferem diretamente no processo de ensino e aprendizagem, no sucesso ou fracasso escolar, no desempenho geral dos seus futuros ou atuais alunos.

A pesquisa de Livre Docência de Brito (1996) desenvolveu-se a partir da contribuição de 2007 estudantes de quatro escolas públicas do município de Campinas, sendo eles de 3ª e 8ª séries, do 1º grau (atualmente 4º ao 9º ano do Ensino Fundamental) e demais séries do 2º grau (hoje Ensino Médio), na qual buscava investigar as atitudes positivas ou desses estudantes em relação à Matemática, bem como fatores como idade, gênero, escola, hábitos de estudo, série, grau, reprovação e compreensão de conteúdos matemáticos podem influenciar em tais atitudes. Na primeira etapa desse estudo, ela adaptou e validou uma Escala de Atitudes em relação à Matemática, elaborada na forma original por Aiken (1961) e revisada por Aiken e Dreger (1963). Essa escala já foi aplicada e adaptada por vários trabalhos acadêmicos, inclusive nesse que aqui apresentamos.

Entre os resultados encontrados pela autora, a 3ª série (4º ano) é a etapa escolar na qual os estudantes apresentaram as atitudes mais positivas e, progressivamente, reduzindo ao longo das demais séries e, posteriormente tornando-se mais positivas no segundo grau. Outro resultado que nos chama muita atenção e contribui para a discussão do nosso trabalho é o fato dos alunos da 6ª e 7ª séries do primeiro grau terem apresentado as atitudes mais negativas em relação à Matemática. Brito (1996) associa o evento por serem exatamente as séries nas quais ocorre a iniciação ao ensino da Álgebra formal e simbólica, momento que para muitos representa um divisor de águas nas aprendizagens matemáticas, por se trabalhar com conceitos abstratos demais, o que para muitos significa certa distância para suas compreensões. Nesse sentido, defendemos que a aproximação dos estudantes desde os anos iniciais com o desenvolvimento do pensamento algébrico poderia minimizar esses impactos traumáticos.

No percurso para definir o conceito de atitude em sua pesquisa, Brito (1996) destaca que “vários autores trataram da evolução do termo atitude e é interessante notar como o emprego do termo foi gradativamente sendo alterado. De uma concepção mais ligada ao somático, o conceito evolui para uma concepção mais ligada aos aspectos cognitivos e afetivos". (BRITO, 1996, p. 4). Essa transição não foi tão simples assim, pelo fato das inúmeras formas e empregos do termo, uma dificuldade a ser superada para se pensar em atitude não como uma ação do corpo, mas sim uma ação cognitiva, o que só aconteceu de fato, em 1918, entendida sob um viés psicológico, por W. Thomas e F. Znaniecki, na publicação de um livro que fazia a descrição a respeito da aculturação de um camponês polonês, na área urbana da América.

A autora ainda enfatiza, em sua tese, que as atitudes não são sinônimas de comportamento, tampouco pode ser compreendida como motivação, por isso, ela apresenta algumas concepções acerca das atitudes, caracterizando a visão de diferentes autores e épocas. Uma das definições apresentadas por Brito (1996) é de McGraw, em que atitude se aproxima da ideia de comportamento e motivação, quando o "estado atitudinal" interfere para o sentido e intensidade da "ação somática".

Bloom (1974) também é citado por Brito (1996, p. 5), e "define atitude como uma disposição geral do indivíduo para "olhar" alguma coisa de uma maneira positiva ou negativa". No contexto escolar, para Bloom (1974), as experiências de fracasso ou sucesso desencadeiam as atitudes positivas ou negativas, uma ideia que pode ser confundida com interesse do indivíduo, por se tratar de um olhar mais específico sobre o objeto, uma vez que a atitude possui um caráter de generalidade.

Outra definição apontada pela autora, ao tratar das atitudes em relação ao ensino da Matemática, é citando Mcleod (1990). Para esse autor, as atitudes, na perspectiva do processamento de informação, desenvolvem-se por meio da automatização ou por transferência. Por meio da automatização o indivíduo, após uma reação emocional repentina incorpora uma atitude positiva ou negativa, que aos poucos acaba, conforme o efeito, menos notório e sendo automatizada. Já o desenvolvimento de atitudes em relação à Matemática por transferência se dá quando, como o próprio nome diz, é transferido para outro semelhante à atitude desenvolvida em relação a um dado objeto, evento, pessoa ou coisa qualquer.

Brito (1996) traz também a definição de Guilford (1954) para o termo atitude. Para ele, "a atitude seria uma disposição pessoal, presente em todos os indivíduos, podendo apresentar vários graus." (p. 10). Para ele, o sujeito pode ter reações favoráveis ou desfavoráveis frente a objetos, eventos, pessoas, sendo associada a traços da personalidade do indivíduo, uma vez que podem mudar ao longo da vida da pessoa, mas ainda sim são estáveis e duradouras. Além disso, para Guilford (1954), destaca Brito (1996), as atitudes relacionam-se à motivação, como um *continuum*, aprendidas por meio da discriminação e generalização em relação a objetos e coisas.

Posteriormente, Brito (1996) apresenta a definição de Ross Stagner (1937) para o termo atitude, que por sinal julga ser básica para o desenvolvimento de sua pesquisa. Para esse autor

> A atitude é sempre caracterizada por 1) um objeto, 2) uma direção e 3) intensidade. O objeto pode ser considerado o aspecto cognitivo ou intelectual da experiência; a direção é dada pelo grau predominante de sentimento de prazer ou desprazer em relação a esse objeto, entendido cognitivamente. A intensidade pode ser pensado em relação à tensão ou grau de atividade que vai ser liberada por situações que envolvem as atitudes. (STAGNER, 1937 apud BRITO, 1996, p. 10)

A palavra "atitude", segundo Klausmeier e Goodwin (1977), refere-se a "disposições emocionais matizadas de indivíduos, como também entidades públicas identificáveis, que são usadas para comunicar significados entre indivíduos que falam a mesma língua. Assim, consideramos a atitude como tendo um referente individual e um público." (KLAUSMEIER, 1977, p. 413). Isso significa que as atitudes, são aprendidas de forma intencional ou inconsciente, de acordo com o nível maturacional, independente da língua e a partir das experiências de aprendizagem do indivíduo, que são de caráter único. Assim, "as atitudes que as pessoas aprendem por quaisquer meios influenciam seus comportamentos de aproximação-evitamento em direção a pessoas, objetos, eventos e idéias, e também seu pensamento sobre o mundo físico e social." (KLAUSMEIER, 1977, p. 414). No sentido de entidade pública, o autor ressalta que as atitudes são associadas a significados de palavras, que comunicam padrões de comportamentos entre indivíduos de mesma língua.

Klausmeier e Goodwin (1977), ainda, propõem cinco atributos definidores das atitudes e suas características, considerando que as atitudes interferem diretamente no comportamento dos sujeitos. Os cinco atributos são: aprendibilidade, estabilidade, significado pessoal-societário, conteúdo afetivo-cognitivo e orientação aproximação-evitamento. Apresentamo-los a seguir:

- ***Aprendibilidade:*** as atitudes são passíveis de serem aprendidas de algum modo. Esse modo de aprendê-las ao qual nos referimos pode ser intencional ou não, assim o comportamento do sujeito pode se evidenciar de maneira favorável ou desfavorável a um objeto, pessoa, situação ou ideia. Quando essa aprendizagem se dá de maneira não intencional, o sujeito acaba não tendo consciência e reconhecendo essas bases emocionais ou informacionais de suas atitudes. A aprendizagem de atitudes positivas será mais efetiva quando os indivíduos reconhecerem que estão aprendendo, isso fará com que se sintam intimamente melhores em relação a si mesmo ou que poderão contribuir com algo ou alguém.

- ***Estabilidade:*** as atitudes não são estáveis, mas podem ao longo da vida do indivíduo se firmar, como modificarem e, até mesmo desaparecerem. Brito (1996) diz que há etapas de nossas vidas em que somos mais instáveis, a autora se referia especificamente ao período da adolescência, enquanto na vida adulta as atitudes são mais estabilizadas, mas passíveis de mudanças. A autora cita este construto de Klausmeier (1977) quando o autor diferenciou atitudes de gosto e valores. Para ele, o gosto se refere a algo mais específico, os valores são mais gerais e as atitudes se encontram de forma intermediária entre esses dois.
- ***Significado pessoal-societário:*** as relações interpessoais ou de pessoas entre objetos quaisquer estão sujeitas as predisposições dos próprios indivíduos e isso tem impacto sobre a maneira como esse se vê e se sente. Logo predisposições amigáveis resultarão em entusiasmo na relação, casos contrários, tenderão ao isolamento e à rejeição.
- ***Conteúdo afetivo-cognitivo:*** apesar da relação intrínseca entre esses dois componentes, o componente afetivo está relacionado às emoções que a pessoa tem com o objeto da atitude, resultando em relações apreciadas ou rejeitadas. O componente cognitivo diz respeito ao conteúdo informacional (ideia, a concepção que o indivíduo tem sobre o objeto da atitude).
- ***Orientação aproximação-evitamento:*** a orientação de aproximação se dá por meio de atitudes favoráveis que o sujeito apresente em relação ao objeto de atitude, por outro lado, quando as atitudes são desfavoráveis ou negativas, o sujeito apresentará reação de fuga, evitando a aproximação com o objeto de atitude.

Em síntese, sobre os atributos definidores das atitudes, temos:

Figura 13: Os cinco atributos definidores das atitudes.

Atitudes

sem consciência ←	aprendibilidade	→ intencionalidade
temporário ←	estabilidade	→ permanente
baixo ←	significado pessoal-societário	→ alto
afetivo alto ←	conteúdo afetivo-cognitivo	→ cognitivo alto
aproximação alta ←	orientação aproximação-evitamento	→ evitamento alto

Fonte: Extraído de Klausmeier (1977, p. 414).

Esses atributos podem facilmente serem detectados e associados nos mais diversos contextos os quais os indivíduos estão inseridos. Quando falamos no desenvolvimento de atitudes positivas ou negativas em relação à Matemática, também consideramos diversos contextos e influências de inúmeros fatores, por isso elencamo-nos nesta investigação. Do contexto familiar, à luz das experiências pouco exitosas dos progenitores, as atitudes dos pais podem influenciar às dos filhos (GONÇALEZ, 2000); das próprias experiências ou recordações escolares dos alunos em situações desfavoráveis às aprendizagens matemáticas (BRITO, 1996), seja na relação professor-aluno, medo ou insegurança seja na realização de uma determinada tarefa em dada situação. No contexto escolar, os alunos podem ainda sofrer influências de seus professores que, quando positivas contribuirão para o desenvolvimento de crenças favoráveis ao processo de aprender; mas, se negativas, poderão acarretar sérios impactos e obstáculos em suas aprendizagens.

De acordo com o levantamento feito para a revisão de literatura e para a base teórica da nossa pesquisa, destacamos entre os estudos encontrados os de Gonçalez (1995), Moron (1998), Curi (2004), Faria (2006, 2015), Ardiles (2007), Kochlann (2007), Tortora, Sander e Pirola (2013), Sander (2014), Silva (2016), Silva (2017), Ciríaco e Pirola (2018), que contemplam investigações sobre como se apresenta as atitudes em relação à Matemática de professores pedagogos ou de futuros pedagogos investigando as influências das atitudes em suas concepções, na escolha profissional, nas habilidades matemáticas e domínios específicos nessa área de conhecimento, o papel da formação continuada na mudança de atitudes, bem como variáveis como tempo de magistério, idade, crenças de autoeficácia, solução de problemas e outros, que podem afetar as atitudes e desempenho desses sujeitos. São estudos de extrema relevância para a discussão de nossa pesquisa, haja vista que contamos com a participação de estudantes de Pedagogia e professores polivalentes (anos iniciais), na abordagem de um conhecimento matemático específico, o pensamento algébrico, atrelados às crenças de autoeficácia e solução de problemas algébricos.

Já os trabalhos de Loos (2003) e Paula (2008) dedicaram-se aos estudos das atitudes em relação à Matemática, as crenças autorreferenciadas e de autoeficácia, respectivamente, no desempenho de alunos a partir das influências familiares. E as investigações de Araújo (1999), Viana (2005), Dobarro (2007), Justulin (2009) e Machado (2014) debruçaram seus esforços para compreender as atitudes em relação à Matemática correlacionando-as às habilidades matemáticas, solução de problemas e tipos de mente, gênero, desempenho e crenças de autoeficácia, cujos participantes dessas pesquisas se tratavam de alunos do Ensino Médio.

Concordamos, diante dos resultados encontrados por essas pesquisas que "boas experiências com a Matemática logo no início da alfabetização poderão ser importantes para que os alunos desenvolvam a confiança e o prazer em aprender Matemática" (MORAES; PIROLA, 2015, p. 62), afinal, as crianças de hoje poderão ser futuros educadores e assim, compartilhar também de experiências positivas com seus alunos. Logo, esse estudo, busca entender como se apresenta e se correlaciona o conhecimento especializado do professor e de estudantes de Pedagogia face às suas atitudes em relação à Matemática para o ensino da Álgebra nos anos iniciais, comparando seu desempenho a partir da aplicação da Escala de Atitudes, adaptada e validada por Brito (1996), correlacionando os resultados a outros aspectos cognitivos e afetivos, tais como as crenças e a solução de problemas algébricos.

Para que as crianças desde os primeiros anos de escolaridade tenham experiências positivas com a Matemática, se faz necessário que o professor tenha conhecimento sobre o assunto e também oportunize boas experiências, fortalecendo as atitudes de seus alunos em relação à Matemática, afinal as atitudes são comportamentos passíveis de aprendizagem (BRITO, 2006), além disso, "possibilita a análise de aspectos relacionados ao processo de ensino-aprendizagem, bem como uma melhoria no desempenho e nas atividades relacionadas à Matemática". (SANDER, 2014, p. 23)

Há de se considerar que o professor também tem suas percepções e atitudes oriundas de suas vivências escolares. Gonçalez (1995) afirma em seus estudos que o professor traz consigo experiências vividas em sua escolarização, essas por sua vez desencadeiam atitudes positivas ou negativas que podem ser transferidas aos seus alunos. Isso significa dizer que o professor reflete em seus alunos suas atitudes, constrói ou destrói, aproxima ou o distancia, ainda mais do ensino da Matemática. Daí a necessidade de se promover mudanças de atitudes em relação à Matemática ainda nos cursos de formação inicial, pois segundo a autora,

> Os professores com atitudes positivas dão oportunidade aos alunos de persistirem em seus próprios esforços, sendo, portanto, fundamental que as escolas desenvolvam programas que ajudem não apenas aos alunos, no desenvolvimento de atitudes positivas com relação à Matemática, mas também aos professores (GONÇALEZ, 1995, p. 13).

Em contrapartida, esta questão das atitudes sequer é abordada durante a formação inicial ou continuada e, quando são, trazem pouca ou nenhuma contribuição no desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática. Se as atitudes não são inatas e podem ser ensinadas, elas deveriam ser componentes curriculares, seria uma ferramenta nas mãos dos educadores no trabalho com as atitudes e perseverança dos alunos na exploração dos conceitos matemáticos (BRITO, 1996; CURI, 2004).

Gonçalez (1995) buscou investigar como se apresentam o tipo, a estabilidade e a ocorrência das atitudes de professores (1ª à 4ª séries, hoje Ensino Fundamental Anos Iniciais) e estudantes do magistério, como o motivo da escolha profissional. Os resultados apontaram que as atitudes em relação à Matemática de professores são positivas, enquanto de futuros professores tendem a ser negativas e os motivos pela escolha profissional na carreira do magistério não se deram por não gostarem de Matemática, mas pelo desejo em trabalhar com crianças. Aponta ainda, em sua pesquisa algumas variáveis afetivas que associadas às experiências do indivíduo como as vivências dos que o cercam, são responsáveis pela formação das atitudes, sejam elas negativas ou positivas (Mcleod e Adams, 1989; Fenemma e Sherman, 1976; Reyes, 1984; Ernest, 1989; Aiken, 1970, 1976). São elas: confiança, ansiedade, atribuições de sucesso ou fracasso e utilidade.

A confiança, além de estar associada aos interesses pessoais e consequentemente, às escolhas profissionais, é uma importante variável afetiva para compreender a autoestima, autoconfiança, bem como suas correlações com desempenho e autoconceito. A ansiedade, mais presente entre mulheres do que homens, segundo pesquisas, surgem a partir dos sentimentos e percepções de incapacidade frente à determinada tarefa matemática, cuja consequência é o desinteresse por acreditar em que não é capaz de aprender Matemática.

Já as atribuições de sucesso ou fracasso evidenciam a necessidade do *feedback* do professor às práticas e ações desenvolvidas pelos estudantes num contexto de aprendizagem, enfatizando o erro como elemento crucial na construção do conhecimento. A percepção do professor, nesse sentido, é de extrema relevância esclarecendo o real objetivo da tarefa, para que o aluno tenha clareza do seu percurso e se sinta seguro e motivado a realizá-la. E por fim, a utilidade, uma variável afetiva associada às aplicações da Matemática no cotidiano, influenciando o modo de ver e agir do aluno sobre o objeto de estudo, aproximando-o ou afastando de vez, isso porque, segundo Gonçalez (1995), a atitude pode ser entendida como uma imitação do outro e que, no contexto social, molda comportamentos, o que nesse sentido nos revela as significativas influências que os professores podem exercer em seus alunos ao apaixonarem-se ou odiarem a Matemática, assim como promover mudanças dessas atitudes.

Os processos cognitivos e metacognitivos do educador, segundo Ardiles (2007), devem ser considerados no percurso do ensinar, pois esse processo não está blindado às emoções e sentimentos do professor em relação à disciplina e aos conteúdos, suas experiências escolares, suas concepções e suas atitudes estão intimamente ligadas ao exercício de sua função.

Desenvolvida com professores da Educação Infantil, a pesquisa de Moron (1998) investigou as atitudes desses profissionais em relação à Matemática e se as concepções sobre o ensino dessa disciplina é diferente entre aqueles que apresentam atitudes positivas ou negativas. As concepções de ensino e aprendizagem que se referem ao modo de ver e conceber a Matemática estão agrupados em seis tendências: formalista clássica, empírico-ativista, formalista moderna, tecnicista, construtivista e sociocultural. São tendências que estiveram e estão presentes até os dias atuais, encontradas nas práticas docentes daqueles que ensinam Matemática nos diferentes níveis de ensino da Educação Básica.

> Possivelmente isso se deve ao fato de as concepções dos professores serem formadas através das experiências desses enquanto alunos. Sendo estas as mesmas tendências que estão presentes na disciplina matemática nos cursos de magistério, elas podem estar influenciando a forma como o professor concebe o ensino e a aprendizagem da matemática. (MORON, 1998, p. 29)

Os resultados encontrados nos estudos de Moron (1998) apontam que o grupo de professores analisados apresentaram atitudes positivas em relação à Matemática e que mesmo sendo encontradas atitudes positivas ou negativas, elas não foram variáveis determinantes para conceber as diferentes concepções desses professores sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Ainda que os professores repitam práticas de ensino nas quais foram submetidos durante sua escolarização, hoje, duas décadas após esta pesquisa (MORON, 1998), já é possível enxergar cursos superiores cujas influências de tendências relativas à Educação Matemática começam a mudar este cenário tecnicista, imutável e da exatidão atribuído ao ensino da Matemática por tantos anos. Não só as experiências da vida escolar exercem tais influências sobre os aspectos pessoais e profissionais. Algumas intervenções oportunizadas por meio da formação continuada têm contribuído para a mudança de atitudes e de práticas educativas também, como encontramos no estudo realizado por Ciríaco e Pirola (2018), por exemplo, já explanado aqui. Outro estudo recente que corrobora com a pesquisa de Moron (1998) é o de Tortora, Sander e Pirola (2013).

> Ao estudarmos a crença de que alunos do curso de Pedagogia apresentam sentimentos negativos em relação à Matemática e que isso pode influenciar diretamente na escolha deste curso, constatamos por meio da análise dos protocolos que gostar ou não gostar de Matemática não foi o fator determinante para a maioria

> dos alunos na escolha do curso, sendo que os alunos apresentam outros fatores que consideraram mais relevantes [...] (TORTORA; SANDER; PIROLA, 2013, p. 11)

De acordo com os estudos de Tortora, Sander e Pirola (2013), ainda, ao final do curso de Pedagogia, com duração de quatro anos, os estudantes apresentaram atitudes mais positivas que aqueles que frequentavam os anos iniciais do curso. Por meio dos instrumentos utilizados (escala de atitudes e um questionário), constatou-se que os estudantes da licenciatura de Pedagogia escolheram tal curso por desejarem trabalhar na área da educação, sem se quer pensar no fato de ministrarem aulas de Matemática, mesmo porque sinalizam que para ensinar a Matemática para essa faixa etária (Educação Infantil e Ensino Fundamental Anos Iniciais) não haveria grandes dificuldades. Essa afirmativa encontrada na fala de futuros professores polivalentes, nos causa, sem dúvida, muitas preocupações de como estes futuros professores estão sendo preparados, haja vista que a comunidade matemática, em especial, os que atuam na perspectiva da Educação Matemática, tentam romper com estereótipos, valorizar a importância dos conceitos em contextos de problematizações significativas e a rigidez matemática propagada até os dias de hoje e encontradas em nossas escolas.

Fundamentada nos estudos de Shulman (1992) e de Gómez-Chacón (2002), a respeito das especificidades que cada área de conhecimento requer, enfatizando a necessidade de se aprofundar nos estudos sobre o conhecimento do professor e o processo de ensino, no que tange as influências das crenças e atitudes constituídas por esses profissionais ao longo da vida escolar, respectivamente, Curi (2004) propõe em sua tese de doutorado uma investigação a respeito dos conhecimentos necessários para se ensinar Matemática, cujos participantes, professores polivalentes, evidenciaram por meio da análise documental e de pesquisa de campo as reais influências da formação inicial, de suas crenças e atitudes em relação ao ensino de Matemática, bem como nos oportunizando um olhar abrangente dos cursos de Pedagogia oferecidos no contexto nacional.

> As crenças influem nos conhecimento dos estudantes para professor. Eles asseveram que crenças e atitudes relacionadas à Matemática funcionam como obstáculos quando professores se deparam com novas propostas curriculares.[...] a experiência escolar dos estudantes dos cursos de magistério gera atitudes de predisposição (favorável ou desfavorável) perante a atividade matemática e que as expressam em atos e opiniões. (BLANCO; CONTRERAS, 2002 apud CURI, 2004, p. 112-115).

Chama-nos a atenção os estudos de Curi (2004), quando a autora afirma que a formação de professores polivalentes para o ensino de Matemática estrutura-se numa formação generalista, alicerçada nos Fundamentos da Educação, o que parece apontar que não é preciso que o professor aproprie-se de conhecimentos sobre a Matemática para ensiná-la, o que ela considera um detrimento do “saber Matemática” em prol ao “saber como ensinar Matemática”. Outro aspecto que destacamos de sua obra refere-se à valorização dos saberes experienciais para a construção dos saberes matemáticos associados aos fatores cognitivos, éticos e afetivos, com práticas menos burocratizadas e mais reflexivas, inerentes ao conhecimento do professor e do conhecimento sobre a disciplina.

Ao citar Tardif (2002), Curi destaca que “as crenças e representações que os alunos em formação possuem a respeito do ensino têm um estatuto epistemológico. Para ele, crenças e representações agem como conhecimentos prévios que calibram as experiências de formação e orientam seus resultados.” (CURI, 2004, p. 182), em concordância com Ponte (1994) e Serrazina (1999). Apesar do reconhecimento da relevância das atitudes e crenças na formação inicial de estudantes de Pedagogia, no caso do estudo feito, ainda sim, enfatiza que o conhecimento acadêmico produzido nas universidades não produz impactos ou não chega aos interessados, seja na formação inicial, ou seja, em serviço como deveriam, em especial as pesquisas relacionadas à Educação Matemática.

Kochlann (2007) apresentou em sua dissertação os resultados encontrados a partir das contribuições de um programa de formação continuada desenvolvido com professores dos anos iniciais, investigando em que medida tal projeto poderia impactar no desenvolvimento de conceitos, procedimentos e atitudes em relação à Geometria. Para o levantamento dos dados aplicou um pré-teste e pós-teste ao período de formação, em três momentos distintos. Concluiu que após o projeto de formação pautado em práticas teórico-metodológicas reflexivas, os participantes demonstraram significativas melhoras. O que se constatou a princípio entre os sujeitos era que, além da insegurança apresentada por eles para o ensino de Geometria, evidenciaram falta de conhecimento de conceitos básicos matemáticos. A compreensão do próprio processo de desenvolvimento profissional foi uma das primeiras mudanças notadas, evidenciando que a formação continuada é uma possibilidade viável e plausível para atender às necessidades deficitárias deixadas e encontradas na formação inicial no que se refere ao ensino de Matemática e seus diferentes campos de saberes por professores e futuros professores dos anos iniciais.

Outro importante e recente estudo envolvendo a formação continuada com professores dos anos iniciais e atitude em relação à Matemática é o de Sander (2014). Nesta pesquisa, a autora investigou as possíveis mudanças de atitudes em relação à Matemática e buscou compreender se essas atitudes influenciavam nas práticas pedagógicas por meio da solução de problemas para o ensino de Matemática. Desenvolvida com 458 participantes, a investigação se deu numa abordagem qualitativa apoiada em dados quantitativos com a aplicação de um questionário e uma escala de atitudes em relação à Matemática na primeira etapa e, ainda, realizou o acompanhamento e fez gravações de aulas de quatro professores cursistas, além de análise documental dos relatórios de tutores do curso de formação continuada, na segunda etapa.

A pesquisadora constatou que a solução de problemas não era uma prática frequente utilizadas nas aulas de Matemática das professoras participantes. Dentre as que utilizavam com maior frequência resolução de problemas, seja como ponto de partida para um determinado conteúdo, seja durante o seu desenvolvimento ou fechamento, revelaram atitudes mais positivas em relação à Matemática. Além disso, a autora destaca que entre os sujeitos que apresentaram atitudes mais positivas em relação à Matemática são exatamente as professores que propõem em suas aulas uma tipologia maior de problemas e recursos materiais para sua resolução e não meramente os considerados problemas-padrão identificados entre as professoras com atitudes mais negativas em relação à Matemática.

No grupo analisado por Sander (2014), 56,11% dos professores demonstraram atitudes negativas em relação à Matemática, enquanto 43,89% a atitudes positivas. Mesmo os dados evidenciando a tendência dos participantes pelas atitudes negativas em relação à Matemática, bem como a influência disso em suas práticas relacionadas à resolução de problemas, a autora discute em suas considerações finais, que apesar deste cenário envolvendo os professores dos anos iniciais em relação à Matemática e o seu ensino, esse profissional tem a incumbência de ministrar aulas de diferentes conteúdos disciplinares, o que lhe requer estudos e busca constante de aperfeiçoamento e aprimoramento do currículo escolar.

Nesse sentido, a formação continuada vem subsidiar essas lacunas que a formação inicial não dá conta de oferecer. A fim de desmistificar a ideia de que "há uma crença na área da Educação Matemática de que o pedagogo não gosta de Matemática, podendo apresentar atitudes negativas em relação à disciplina" (SANDER, 2014, p. 174), a pesquisadora ressalta que mesmo aquelas professoras que apresentaram atitudes negativas em relação à Matemática, ainda sim se interessam em realizar um curso envolvendo tal disciplina, mesmo contando todas as tarefas da formação e afazeres do dia a dia. Comumente, tais sujeitos evitariam tais circunstâncias, manteriam afastamento/distanciamento, fato que não ocorreu. O desejo em suprir e aprofundar o repertório em relação aos conceitos matemáticos, metodologias e recursos para a sala de aula, fez com que esses professores buscassem a superação de medos e repúdios. Isso traz fortes evidências "quanto às contribuições de um curso de formação continuada para o desenvolvimento de atitudes mais positivas em relação à Matemática" (SANDER, 2014, p. 176).

Um curso de formação continuada voltado para o ensino de Matemática, de acordo com Sander (2014), pode potencializar práticas de sala de aula, reflexões sobre conteúdo, atitudes, procedimentos, conceitos e o ensino da disciplina, no próprio desempenho profissional e, consequentemente, contribuir para mudanças (ainda que não imediatas, mas em longo prazo) cognitivas e afetivas em relação à Matemática, como destacamos no trecho seguinte:

> O estudo desses conteúdos gera reflexões sobre os temas abordados que, pensando também nas práticas dos professores em sala de aula, contribui com o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à Matemática. Isso porque essas aprendizagens estão relacionadas ao domínio cognitivo, ou seja, sobre o conhecimento que o professor tem sobre o objeto de atitude, o ensino da Matemática. O estudo sobre os conteúdos matemáticos pode contribuir com o desenvolvimento da confiança que o professor vai ter quando for ensinar essa disciplina, pois ele terá maior domínio sobre os conceitos envolvidos e metodologias para ensiná-los aos seus alunos. . (SANDER, 2014, p. 176)

Silva (2016) apresentou no XX EBRAPEM (Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática), um estudo em andamento, de abordagem qualitativa, sobre o ensino da Matemática na Educação Infantil, relacionando as atitudes aos saberes decorrentes de um curso de Pedagogia e suas contribuições à atuação docente de pedagogos e futuros pedagogos. A pesquisadora destaca a importância de se oportunizar aos estudantes de Pedagogia, na fase inicial ou final do curso, a construção de conhecimentos matemáticos e de atitudes positivas em relação a esta disciplina, uma vez que na atuação docente serão multiplicadores do desenvolvimento de atitudes positivas nas crianças, principalmente por se tratar da primeira etapa de ensino da Educação Básica, a Educação Infantil, em que os pequenos terão as primeiras experiências escolares.

A autora, pautada em sua experiência como professora universitária do curso de Pedagogia, da própria observação do estágio curricular supervisionado e autores que discutem tal temática, destaca o distanciamento entre os saberes acadêmicos e os da prática docente, as condições precárias em que se desenvolvem a construção do conhecimento, em especial o matemático, por meio de práticas cristalizadas que são reproduzidas ano após ano, que privilegiam a memorização em detrimento da reflexão, da valorização do cognitivo e irrelevância do afetivo. Evidente que, em meio ao caos, segundo Silva (2016), contando de suas experiências, deparamos com profissionais que buscam um ensino de qualidade, embasado numa aprendizagem significativa, mas são poucos os casos.

Em virtude disso, Silva (2016) buscou investigar a formação que se tem sido oferecido nas instituições de ensino superior e a maneira que o conhecimento produzido e discutido na academia tem influenciado a atuação docente do pedagogo na Educação Infantil, da própria necessidade de conteúdos e disciplinas contemplarem aspectos afetivos e emocionais, enfatizando que “[...] os cursos de formação de professores, neste caso o de Pedagogia, deveriam propiciar aos alunos experiências que os levassem ao desenvolvimento da confiança e de atitudes positivas em relação à Matemática, mostrando diferentes possibilidades de se fazer Matemática em sala de aula [...]”.

Dentre as pesquisas que se dedicaram ao desenvolvimento das atitudes em relação à Geometria, envolvendo alunos e professores do 3º ano do Ensino Fundamental, destacamos a de Silva (2017). Trata-se de uma pesquisa de metodologia mista, que correlacionou o desempenho dos alunos na solução de problemas geométricos com suas atitudes, bem como de seus professores. O estudo revelou que tanto professores como alunos do 3º ano apresentaram atitudes positivas em relação à Geometria, assim como o desempenho das crianças demonstrou forte correlação com as suas atitudes em relação a este campo do saber matemático. A pesquisadora não constatou relação entre as atitudes dos professores e alunos.

A pesquisadora questionou e sugeriu, a partir de seus resultados, a necessidade de pesquisas futuras descobrirem o porquê as atitudes em relação à geometria, ao longo dos anos de escolaridade, vão se tornando negativas, se no início da Educação Básica se apresentam positivas, como mostra seu estudo, o que de fato se torna um obstáculo na transição do concreto para o caráter mais abstrato, das reais dificuldades dos alunos nesse campo do saber matemático e reflexões acerca do saber e fazer docente.

Os estudos apresentados em nossa revisão de literatura concordam que o fato do sujeito apresentar atitudes positivas, assim como autoeficácia também positivas, não significa ter domínio de determinado conteúdo ou clareza de um conceito, ainda que se julgue ser capaz de realizar determinada tarefa. Esses fatores podem impulsionar a aprendizagem, motivar o indivíduo ao empenho e persistência. Daí a necessidade dos professores promoverem situações significativas para o desenvolvimento desses construtos, de modo que os alunos se sintam confiantes e mobilizem diferentes domínios (afetivo, cognitivo e conativo) a favor de suas aprendizagens.

Por isso, refletir sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, como o fizemos, à luz de aspectos cognitivos e afetivos, de professores e futuros professores dos anos iniciais, durante uma tarefa de resolução de problema, pode clarificar evidências e marcas profundas da trajetória educacional, suas dificuldades, medos, ansiedade, concepções pessoais, bem como experiências exitosas e transformadoras no processo de ensino aprendizagem. Compreender como se relacionam e se desenvolvem os processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos, sempre foi uma busca incansável dos pesquisadores, em especial, na perspectiva da Educação Matemática.

Se as experiências positivas podem ser oportunizadas e as negativas nem sempre evitadas, pretendemos em nossa pesquisa compreender como estas atitudes (aspecto afetivo) em relação à Matemática se correlacionam a outros aspectos cognitivos e afetivos no contexto do ensino da Álgebra nos anos iniciais. Para tanto comparamos o desempenho de educadores *in service* e *pre service* dos anos iniciais do Ensino Fundamental na solução de problemas algébricos, face as suas atitudes e crenças de autoeficácia considerando o seu conhecimento do conteúdo e o conhecimento para o ensino desse conteúdo.

2.3 A Solução de Problemas e o Ensino da Álgebra

> *A solução de problemas se refere a qualquer atividade em que tanto a representação cognitiva da experiência passada como os componentes de uma situação problemática atual são reorganizados para atingir um objetivo designado (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980 apud PIROLA, 2000, p. 31)*

Esta pesquisa contempla em sua investigação um aspecto cognitivo relevante no processo de ensino e aprendizagem da Matemática Escolar, em especial no ensino da Álgebra nos anos iniciais, a prática docente envolvendo a solução de problemas. Há algumas décadas a solução de problemas vem se apresentando nas salas de aulas e nas pesquisas sob diferentes perspectivas e tendências impactando o ensino da Matemática, a apropriação de conceitos e contribuindo para o enfrentamento do fracasso escolar.

A resolução de problemas sempre esteve presente na sala de aula, seja para ensinar sobre resolução de problemas, seja para ensinar problemas ou ensinar Matemática através da resolução de problemas, como propõe Schroeder & Lester (1989, p. 31-34 apud ONUCHIC, 1999, p. 206). Ensinar resolver problemas no início do século XX propunha desenvolver no aluno a capacidade técnica de resolução, por repetição, memorização e treino a partir de longas listas de problemas similares, prática essa arraigada que persistiu e ainda resiste às mudanças ocorridas ao longo dos anos, meros exercícios que pouco instigam a compreensão e o pensar matemático, propostos ainda hoje pelo professor por apresentar uma formação deficitária que tenta ser suprida nas formações continuadas.

Contudo as pesquisas evidenciam que os professores ainda trabalham com problemas sem saber ao certo o que é um problema, suas diferentes concepções para o ensino da

Matemática, seus diversos tipos e que se faz necessário adotar novas atitudes e posturas. Não há dúvida que quanto mais o professor se sentir seguro ao selecionar, elaborar e aplicar uma situação de aprendizagem envolvendo problemas, maiores serão o potencial de suas intervenções e questionamentos para reflexão junto de seus alunos, desenvolvendo no aluno sua confiança e superando crenças, ressignificando suas compreensões na construção de seus saberes matemáticos, num trabalho cooperativo e colaborativo.

Assim, entendemos que ao tratar dos aspectos cognitivos e afetivos das aprendizagens e “ensinagens” matemáticas de maneira isolada e fragmentada não nos permite compreendê-los em sua profundidade, logo é pensar em elementos facilitadores ou inibidores ao seu desenvolvimento ao longo da escolaridade do indivíduo. Na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática, a solução ou resolução de problemas, como preferem alguns autores, trata-se mais que uma metodologia de ensino, mas de um processo cognitivo na qual o indivíduo mobiliza estruturas mentais e empenha esforços para alcançar uma finalidade, um determinado objetivo. Consideramos um elemento articulador para o ensino da Álgebra desde os anos iniciais, principalmente por ser um meio facilitador da apropriação da linguagem algébrica, ainda que não de maneira formal e simbólica como exigida em etapas escolares posteriores.

A solução de problemas é um assunto de relevância entre os educadores matemáticos, bem como no campo das pesquisas acadêmicas. As pesquisas nessa área nos possibilitam fazer o levantamento das diferentes definições do que é um problema, as etapas sugeridas para sua solução, os processos cognitivos envolvidos nesta ação humana enquanto se representa um problema, os diversos tipos de problemas que encontramos dentro e fora da escola, de compreender como os problemas podem ser ferramentas favoráveis no desenvolvimento das aprendizagens matemáticas.

Nesse sentido, nosso trabalho investiga como se apresentam e as possíveis influências das crenças de autoeficácia e atitudes em relação à Matemática na solução de problemas algébricos de professores e futuros professores que ensina(m/rão) Álgebra dos anos iniciais. Acompanhamos por meio da técnica do “Pensar em voz alta”, na segunda etapa da pesquisa, o que os participantes pensam enquanto solucionam problemas desse campo do saber, como se apresentam as capacidades de generalização, eixo central quando falamos em desenvolvimento do pensamento algébrico. Esse método, segundo Krutetskii (1976), em seus estudos evidenciava a natureza das habilidades matemáticas incutidas nos participantes. Para o autor “[...] quando os problemas são resolvidos, aquelas características da atividade mental, que são específicas da atividade matemática, deveriam ser manifestadas [...]" (KRUTETSKII, 1976, p. 91).

Portanto iniciamos essa discusão apresentando o aporte teórico de nossa pesquisa no que se refere à solução de problemas e a sua conexão com a Álgebra, conceitos, importância e aspectos cognitivos envolvidos neste cenário e, em seguida, percorrendo as principais investigações e estudos que se destacam nesse campo ao longo das últimas décadas e mais especificamente no período que compreende os anos entre 2012 a 2018.

Para Brito (2006), a solução de problemas, terminologia assim adotada pela autora e em nossa pesquisa, é uma complexa combinação de mecanismos cognitivos que são mobilizados a partir do instante em que o indivíduo necessita solucionar algo para atingir certo objetivo, "uma atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios" (p. 18) e que

> Pode ser definida como um processo cognitivo que visa transformar uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método óbvio de solução não está disponível para o solucionador, apresentando quatro características básicas: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo. (BRITO, 2006, p. 18)

Explicamos, conforme Brito (2006), que as discussões acerca de se usar os termos "solução" ou "resolução" de problemas levantam indagações que dizem respeito à natureza de caráter de resultado final de uma dada situação ou exercício, respectivamente, como evidenciado pela autora ao citar Proulx (1999). Nesse sentido a resolução de problemas seria entendida como se o sujeito estivesse revisitando, solucionando de novo um problema, que na verdade passaria a ser um exercício então, na aplicação e reprodução de uma situação conhecida visando sua consolidação, sendo nesses casos uma disponibilidade imediata de mecanismos que levam à solução não se configurando como um problema.

Apesar das controvérsias entre os termos "solução" ou "resolução" de problemas entre os pesquisadores, optamos em utilizar neste trabalho o termo "solução", por dirige-se para um resultado, cujo processo cognitivo que visa transformar uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método óbvio de solução não está disponível para o solucionador, apresentando quatro características básicas: cognitiva, processo, pessoal e dirigida a um objetivo. Tanto solução como a resolução de problemas não perdem ou são desmerecidas do sentido de seus significados e relevância para o ensino da Matemática. Nossa opção se deve evidentemente, pelas fortes influências das leituras e contribuições de Brito em seus diferentes estudos, seja na área Psicologia Cognitiva ou Educacional, na qual tinha maior interesse e grande familiaridade.

Na obra intitulada “Solução de Problemas e Matemática Escolar”, organizada por Brito (2006), ela ainda apresenta as diferenças de solução de problemas e exercícios, na perspectiva de Echeverría e Pozo (1998) e Sternberg (2000), talvez conceitos ainda não tão claros no contexto do ensino da Matemática, uma vez que são tratados na sala de aula, em sua maioria, como conceitos sinônimos ou um quando querem se referir ao outro. Para Echeverría e Pozo (1998), o âmbito dessa diferenciação se encontra no fato de que no exercício “existe uma disponibilidade imediata de mecanismos que levam a solução” e Sternberg (2010) concorda dizendo que quando “a resposta pode ser rapidamente recuperada da memória, a tarefa não se configura como um problema” (BRITO, 2006, p. 17).

Com isso entendemos que o que pode ser um problema para um sujeito pode se reduzir a um mero exercício para o outro. Nessas circunstâncias o desinteresse pela realização ou a utilização de procedimentos automáticos e imediatos para a busca da solução são fortes indícios de que para aquela pessoa o problema não existe, limitando-se a aplicação de uma técnica já conhecida para executar a tarefa proposta. Assim, concordam a maioria dos pesquisadores da área que,

> [U]ma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16).

Ao analisarmos a BNCC (BRASIL, 2017), documento norteador e de caráter normativo para o território nacional, também encontramos, mesmo que implicitamente, a preocupação em distinguir os conceitos de problemas e exercícios escolares na prática educacional, da própria relevância da solução de problemas como uma ferramenta eficaz de promoção das aprendizagens matemáticas, a efetiva compreensão do conhecimento matemático escolar, de modo que crianças e adolescentes, ao longo de suas escolaridades, tivessem oportunidade e fossem motivados a pensar, refletir, conjecturar, levantar hipóteses, criar estratégias para solucionar problemas em um contexto de aprendizagem significativa. Isso nos desperta uma sensível esperança de mudanças quanto ao ensino da Matemática por meios de situações reais de problemas, mesmo em longo prazo, talvez nas próximas duas décadas.

> Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem. Assim, algumas das habilidades formuladas começam por: "resolver e elaborar problemas envolvendo...". Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos. (BRASIL, 2017, p. 275)

Mas enfim, ao retomarmos o conceito de um problema, Chi e Glaser (1992, p. 52) o definem como "uma situação na qual você está tentando alcançar algum objetivo e deve encontrar um meio para chegar lá". O autor destaca que qualquer problema apresenta um estado inicial e um objetivo. Assim o indivíduo age sobre esse estado inicial para alcançar tal objetivo. Conforme os autores, ainda, a solução de problemas é uma das habilidades cognitivas mais complexas das capacidades humanas nas quais somos convidados a realizar desde a mais tenra idade, problemas dos mais diversos tipos e contextos que nos defrontamos no mundo, estruturas cognitivas que vamos armazenando em nossas memórias, que entrelaçadas aos nossos conhecimentos, modelos mentais, crenças e atitudes influenciam na maneira como dialogam com nossas experiências a forma de solucionar problemas de diferentes esferas da vida cotidiana. Para os autores,

> Um problema é uma situação na qual você está tentando alcançar um objetivo e deve encontrar um meio de chegar lá. [...] Todos têm algum *estado inicial*, [...] e todos eles têm algum *objetivo*. Para solucionar o problema, você deve realizar algumas *operações* sobre o estado inicial para atingir aquele objetivo. (CHI; GLASER, 1992, p. 252)

Herbert Klausmeier (1977) discute entre tantos assuntos da Psicologia Educacional, a natureza da solução de problemas associadas ao desenvolvimento da criatividade. Para o pesquisador, "os indivíduos deparam-se com um problema quando se encontram numa situação que devem solucionar um problema e não possuem informações, conceitos, princípios ou métodos específicos disponíveis para chegar à solução" (p. 347). Novamente esse conceito nos remete a ideia do ineditismo de situações nas quais as pessoas são desafiadas a solucionar um problema, nesse momento o pensamento fica convertido num ato de procura por meios e estratégias para saciar a inquietação lançada.

Contudo, assevera Brito (2006) que

> Embora exista discordância entre os diferentes autores a respeito da definição de 'solução de problemas', existe concordância sobre um problema ser uma situação

> inicial quase sempre desconhecida que é o ponto de partida. É o contato do sujeito com essa situação inicial desconhecida que permite a ele disponibilizar, na estrutura cognitiva, os elementos necessários à solução. (BRITO, 2006, p. 17).

Logo, em consenso com os diversos autores, definimos que os problemas partem de três ideias centrais:

- Apresenta-se um estado inicial;
- Exige-se a necessidade de transformação deste estado inicial;
- Requerem-se possibilidades de realização da mudança para a inclusão de novos elementos em sua estrutura cognitiva.

É importante ressaltarmos que, ao falar em pensamento e solução de problemas não centralizemos as ideias apenas em tarefas nas quais o pensamento é motivado a atingir um determinado objetivo, mas também em tarefas que permitam ao indivíduo buscar soluções originais a partir de problemas relacionados a situações do dia a dia (ERICSSON; SIMON, 1993).

Assim, segundo Polya (2003), "resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema." (POLYA, 2003, p. 1-2). Mas como os indivíduos buscam as possibilidades de solução? Quais as etapas pelas quais passa o pensamento na busca por essas soluções? Quais são estes mecanismos cognitivos de representação que são mobilizados durante tal processo? Como os diferentes campos dos saberes matemáticos, Álgebra, Aritmética e Geometria se desenvolvem a partir do contexto da solução de problemas? Quais os fatores que interferem no desenvolvimento de habilidades necessárias para a solução de problemas?

Autores como John Dewey (1910), Graham Wallas (1926), Krutetskii (1976), Polya (1978), Gagné (1983), Sternberg (1986), Mayer (1992) e Brito (2006) concordam que os estudantes vão construindo modos eficazes, na grande maioria comuns entre si, pelos quais solucionam problemas a fim de alcançarem certos objetivos. Essas etapas foram observadas por obedecerem comumente às mesmas fases e descritas por eles, com o objetivo de detalhar as passagens que o pensamento humano realiza enquanto soluciona um problema, destacando a relevância não só dos procedimentos linguísticos, mas de conceitos e princípios inerentes para a representação dos problemas e solução deles. Brito (2006) explicita tais etapas definidas por cada um desses autores ao referenciar seus trabalhos.

No livro publicado por John Dewey (1910) – “*How we think*”, que significa “Como nós pensamos”, ele propõe cinco etapas da solução de problemas, que em síntese são:

I. ***Reconhecimento*** de um problema;
II. ***Análise*** das principais características do problema;
III. ***Hipótese*** (possíveis alternativas de solução);
IV. ***Dedução*** (raciocinar sobre as soluções mais prováveis)
V. ***Testagem*** das possibilidades de solução.

Já Graham Wallas (1926) propôs quatro estágios semelhantes ao de Dewey:

I. ***Preparação:*** reunir as informações relevantes do problema;
II. ***Incubação:*** período de pensar sobre as possibilidades de ideias para solução;
III. ***Iluminação:*** também chamada de *insight*, ou seja, a própria concepção da solução;
IV. ***Verificação:*** a comprovação da validade da solução.

Cinco décadas depois, Krutetskii (1976), a partir de sua pesquisa longitudinal sobre as habilidades, estabeleceu três estágios básicos associados à atividade mental no momento da solução de problemas em Matemática. Esses estágios se relacionam aos componentes da habilidade matemática, definida pelo psicólogo russo como qualidades internas do sujeito que o possibilita executar uma dada atividade, ou seja, um “conjunto de características psicológicas individuais que respondem aos requisitos da atividade matemática escolar e que influencia, mantendo-se todas as outras condições iguais, o sucesso no domínio criativo da Matemática como uma disciplina escolar.” (p. 75). Enfatiza que embora necessária, apenas a habilidade isoladamente não é capaz para a realização de uma tarefa, pois ela se desenvolve a partir do domínio e articulação dos três elementos diferenciados dela e das próprias atitudes positivas do sujeito em relação a tal tarefa. Para Krutetskii (1976), esses três estágios estavam assim organizados:

I. ***Obtenção da informação matemática:*** tipos de enunciados podendo conter informações incompletas e supérfluas;
II. ***Processamento matemático da informação:*** compreende problemas que abordam a generalização, a percepção, flexibilidade do pensamento, reversibilidade dos processos mentais, encurtamento de raciocínio, compreensão, raciocínio e lógica, memória matemática e tipo de habilidade matemática.

III. ***Retenção da informação matemática:*** contempla problemas relacionados à memória matemática;

Krutetskii (1976) ao estabelecer tais categorias em suas investigações, dividiu os vários tipos de problemas usados em suas séries em problemas aritméticos (22 testes), problemas algébricos (17 testes), problemas geométricos (25 testes) e outros (15 testes), sendo estes divididos em 26 séries de problemas, em um total de 79 testes. Entre alguns estudos que se estruturam a partir das séries propostas por Krutetskii (1976) na exploração dos componentes da habilidade matemática está o de Utsumi (2000), sua pesquisa foi desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental relacionando gênero, série e desempenho face às atitudes em relação à Matemática e dentre os melhores desempenhos investigou-se tais habilidades na solução de problemas algébricos.

Lima (2001) investigou a relação entre a flexibilidade de pensamento e criatividade evidenciada na solução de problemas dos campos da Matemática (álgebra, aritmética e geometria). Os resultados de sua pesquisa revelaram que embora seus participantes (alunos de sexta, sétima e oitava séries de escolas públicas) tenham se demonstrado ser criativos, não foi fator decisivo para que solucionassem os problemas propostos.

Pirola (2000) não abordou todas as categorias citadas, os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram baseados nas séries II e III dos trabalhos de Krutetskii (1976), referentes à categoria de obtenção da informação matemática. O presente trabalho se utiliza da série X (composição de equações usando os termos de um problema), como parte integrante do instrumento de coleta de dados, na segunda etapa da nossa investigação, cujo foco está no processamento matemático da informação quanto à generalização, cerne do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Além de Krutetskii (1976), outros estudiosos contribuíram com a elaboração de uma representação das etapas do processo de solução de problemas. Polya (1978) referenciado por Brito (2006, p. 23) resumia a solução de problemas em quatro etapas:

I. ***Compreensão o problema:*** identificar palavras, linguagem ou símbolo que contribuíssem na solução do problema;

II. ***Conceber um plano:*** definir os procedimentos a serem utilizados na obtenção da solução;

III. ***Executar de um plano:*** aplicar o procedimento mais útil para a solução do problema;

IV. ***Verificar da solução***

Echeverría e Pozo (1998) elencaram as etapas da solução de problemas semelhante às de Polya (1945). Para eles estas etapas são:

I. ***Compreensão da tarefa;***
II. ***Concepção de um plano;***
III. ***Execução desse plano;***
IV. ***Análise.***

Ao percorrer tais etapas de solução de problemas, algumas questões, segundo Polya, podem orientar esses passos para solucionar um problema. Echeverría e Pozo (1998, p. 23) apresentam-nos no quadro abaixo:

Quadro 6 – Polya: passos necessários para resolver um problema.

I. Compreender o problema
- Qual é a incógnita?
- Quais são os dados?
- Qual é a condição?
- A condição é suficiente para determinar a incógnita?
II. Conceber um plano
- Já encontrou um problema semelhante?
- Conhece algum problema relacionado com este?
- Conhece algum teorema que lhe possa ser útil?
- Considera que seria necessário introduzir algum elemento auxiliar para poder utilizá-lo?
- Poderia enunciar o problema de outra forma?
- Poderia imaginar algum problema análogo um pouco mais acessível?
- Pode pensar em outros dados para determinar a incógnita?
- Empregou todos os dados?
- Considerou todas as noções essenciais concernentes ao problema?
III. Execução do plano
- É possível comprovar cada um dos passos?
- Pode ver claramente que o passo é correto?

- Pode demonstrá-lo?

IV. Visão retrospectiva

- Pode verificar o resultado?
- Pode verificar o raciocínio?
- Pode obter o resultado de forma diferente?
- Você pode empregar o resultado ou o método em algum outro problema?

Fonte: Adaptado de Echeverría e Pozo (1998, p. 23)

Para Gagné (1983) a solução de problemas se dá em três fases:

I. ***Tradução*** de uma preposição verbal para uma expressão matemática

II. ***Execução de uma operação*** que modifique a expressão

III. ***Validação da solução.***

Em consonância, Mayer (1992) elencou a existência de quatro tipos de conhecimentos necessários para se solucionar um problema:

a) ***Fatores linguísticos*** (compreender o enunciado)

b) ***Conhecimento de esquema*** (conhecer a relação entre problemas-tipo)

c) ***Conhecimento algorítmico*** (procedimentos de cálculos)

d) ***Conhecimento estratégico*** (como se enfocam os problemas)

Segundo Pirola (2000, p. 34) os fatores linguísticos referem-se "à compreensão da língua materna, tal como a análise de uma sentença em partes da fala, ou sobre o significado das palavras. Este tipo de conhecimento é fundamental para a análise de um determinado problema." Já os conhecimentos de esquema dizem respeito, segundo o autor, "ao conhecimento dos tipos de problemas, tais como a diferença entre problemas de áreas e problemas de perímetros." (p. 36). O conhecimento de algorítmico, de acordo com Pirola (2000), "referem-se aos algoritmos utilizados em uma operação planejada." (p. 41).

> O conhecimento lingüístico e factual é necessário para a tradução do problema; o conhecimento sobre esquemas é necessário para a integração do problema; o conhecimento de estratégias é necessário para o planejamento da solução, e o conhecimento algorítmico é necessário para a execução da solução (MAYER, 1992, p. 149 apud PIROLA, 2000, p. 34-43).

Pirola (2000) cita Krutetskii (1976) ao destacar a definição do psicólogo russo para um algoritmo. Esses conhecimentos conceituais, segundo o autor, são de extrema relevância para a solução de problemas.

> [U]ma indicação precisa e delimitada sobre quais operações realizar e em qual sequência resolver qualquer problema de um determinado tipo. Um algoritmo é uma generalização desde que seja aplicável a todos os problemas de um determinado tipo." E por fim, o conhecimento estratégico que contempla "sobre como desenvolver e monitorar um plano de solução (KRUTETSKII, 1976, p.87 apud PIROLA, 2000, p. 37).

Tais conhecimentos norteiam nossa análise de dados na segunda etapa da nossa pesquisa, onde evidenciamos as dificuldades e potencialidades que professores e estudantes do curso de Pedagogia apresentam na solução de problemas algébricos.

Também, com base neles, Mayer (1992) organiza as três etapas da solução de problemas:

1. ***Ler e compreender*** o problema;

2. ***Formular um plano*** de ação traduzindo o enunciado para a linguagem matemática;

3. ***Comprovar o resultado*** realizando a releitura do enunciado do problema em adequação da resposta buscada.

Sternberg (2010) ressalta que o indivíduo só se empenha "na resolução de problemas quando precisamos suplantar obstáculos para responder a uma pergunta ou atingir uma meta. Se pudermos obter rapidamente a resposta de memória, não temos um problema"(p. 383). O autor sugere um Ciclo de Resolução de Problemas, o qual contempla em seus passos:

1. ***Identificação do problema:*** caracteriza pelo reconhecimento e a existência de um problema.

2. ***Definição e representação do problema:*** contribui para que o sujeito compreenda como resolver o problema, uma etapa crucial, pois uma vez realizada de forma imprecisa, reduz a possibilidade e a capacidade de solução do problema.

3. ***Elaboração de uma estratégia para a solução do problema:*** definido o problema, a próxima etapa é o planejamento de uma estratégia para alcançar a sua solução. As estratégias sugeridas podem decorrer da análise e da síntese ou do pensamento divergente ou convergente. A análise se caracteriza pelo desdobramento da totalidade do problema em elementos mais simplificados com o objetivo de facilitar a compreensão do todo. A síntese compreende o agrupamento de diferentes elementos de forma organizada para encontrar outras informações úteis sobre o problema. A ideia de pensamento divergente como estratégia relaciona-se a capacidade do indivíduo elaborar inúmeras soluções alternativas para o problema e, *a posteriori*, o pensamento convergente para filtrar essas possibilidades e julgar aquela que fato atenderá e será a melhor e única solução.

4. ***Organização das informações sobre um problema:*** esta etapa de organização das informações disponíveis para executar a estratégia de resolução escolhida. Nesta fase o autor destaca que as pessoas se frustram na solução de um problema pelo fato de não compreenderem as informações que possuem ou de como elas se encontram reunidas. Ao se tornar capaz de fazer isso, o processo de organização e reorganização dessas informações ocorre não só nesta etapa, mas em todo o ciclo.

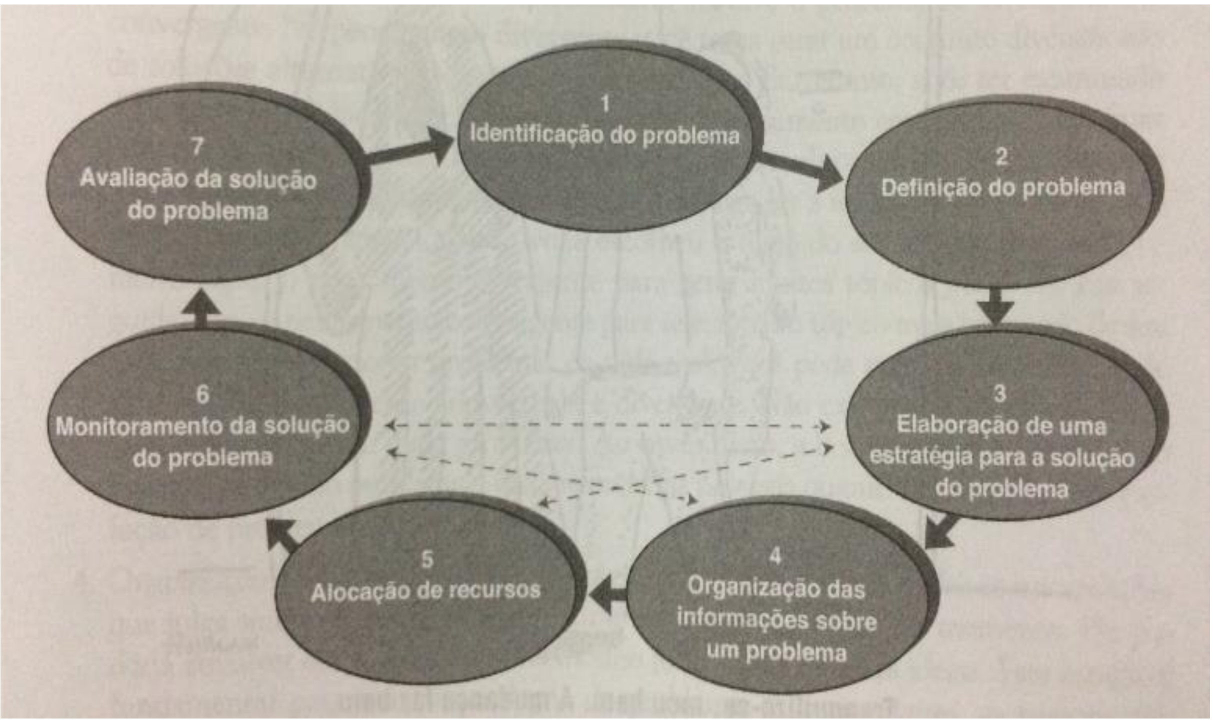
5. ***Alocação de recursos:*** de acordo com o problema apresentado, o sujeito precisará alocar mais recursos ou não, de mais tempo despendido ou não para a atividade, sendo necessário um ajuste no momento pertinente. Bons solucionadores de problemas despendem mais tempo na fase inicial da solução de um problema do que resolvendo na verdade, assim reduzem os riscos de cometerem inícios errados ou certos tipos de erros.

6. ***Monitoramento da solução do problema:*** o monitoramento do processo de resolução de problema deve ser constante e presente em todas as etapas, os sujeitos devem testar suas escolhas e decisões ao longo de todo o processo, reavaliando trajetos ou vislumbrando outra possiblidade mais eficaz na solução.

7. Avaliação da solução do problema: ao término do processo de resolução do problema, é preciso avaliá-lo. Essa avaliação pode ser imediata ou em outros momentos oportunos, essa revisitação pode trazer a tona novos problemas, havendo a necessidade de se redefinir o problema, incluindo inclusive, novas estratégias ou recursos e recomeçar o ciclo de resolução de problemas.

Essas sete etapas foram sintetizadas por Sternberg (2010), como se mostra na figura abaixo:

Figura 14: Ciclo de Resolução de problemas, segundo Sternberg (2010).



Fonte: Extraída de Sternberg (2010, p. 385)

Conhecer a etapas de solução de problemas é importante, porém não é uma condição prioritária. Conhecê-las é um elemento facilitador, mas não é decisivo para o processo. Atualmente, conforme Brito (2006), a terminologia utilizada para elencar e sintetizar todas as demais fases da solução de problemas apresentadas por autores estudados pela autora e seu grupo de pesquisa, resumem-se em:

- ***I. Representação***
- ***II. Planejamento***
- ***III. Execução***
- ***IV. Monitoramento***

Ao conhecermos as diferentes proposições para as etapas da solução de problemas, na perspectiva de diferentes pesquisadores, buscamos compreender quais fatores influenciam na solução de problemas e ainda, identificarmos os diferentes tipos de problemas, escolares ou cotidianos. Frequentemente os alunos apresentam dificuldades para solucionar problemas, para organizar os dados pertinentes da situação dada e excluir outros, ao selecionar a operação adequada para descobrir a incógnita ou ainda, para utilizar uma forma de registro que auxilie na busca da solução e ainda, não diferenciam as relações que se estabelecem entre parte-todo da situação dada, centram-se nos dados numéricos do problema e não nas transformações implícitas na situação enunciada, como também repetem parte do enunciado, como procedimento de solução e de cálculo, ao invés de operar com os dados lógico-matemáticos do problema. Por que todas essas coisas acontecem enquanto solucionam problemas?

Quando pensamos no contexto escolar e no desenvolvimento das habilidades requeridas para a solução de problemas matemáticos, parece haver uma relação à questão de fatores que podem interferir nesse processo, uma vez vários estudos e a nossa própria experiência profissional comprovam as dificuldades apresentadas por alunos e professores em solucionar problemas. Dentre estes fatores, Brito (2006) destaca as habilidades matemática e verbal. A solução de problemas está intimamente relacionada a estas duas habilidades.

Quando nos propomos a solucionar um problema o ponto de partida é a compreensão verbal do enunciado, ou seja, a capacidade de ler a proposição e entender o problema, para então compreender sua natureza matemática. Essa compreensão necessária associa-se aos procedimentos aplicáveis, aos elementos essenciais do problema, aos conceitos envolvidos, à ponderação de respostas inadequadas, mas as dificuldades de solucionar problemas centram-se mais frequentemente nos dois últimos fatores contribuintes.

> Somente após a compreensão do enunciado (daquilo que é solicitado pelo problema), o estudante consegue perceber a estrutura matemática que está subjacente ao envoltório. Assim, a habilidade verbal é essencial para a compreensão do envoltório do problema, enquanto a habilidade matemática é necessária para a percepção do espaço do problema, quais algoritmos são exigidos e quais os resultados são admitidos. (BRITO, 2006, p. 34)

Outro fator apontado por Brito (2006) como inibidor no desenvolvimento das habilidades requeridas para a solução de problemas matemáticos é o fato das escolas em geral não valorizarem práticas significativas de aprendizagem de conceitos (informação ordenada sobre as propriedades de uma ou mais coisas – objetos, eventos ou processos – que torna qualquer coisa ou classe de coisas capaz de ser diferenciada ou relacionada com outras coisas ou classes de coisas (KLAUSMEIER, 1977) e de princípios (relação entre dois ou mais conceitos), de conhecimento declarativo e de procedimento relacionados à solução de problemas, ou seja, supervalorizam fórmulas em detrimento da solução de problemas por procedimentos distintos e não convencionais, aspecto este essencial no desenvolvimento do pensamento matemático.

Clarificando sobre o conhecimento declarativo e de procedimento, Quintiliano (2005) ao citar Sternberg (2000) e Anderson (1990), apresenta-nos a definição desses dois tipos de conhecimento: o conhecimento declarativo como sendo um "[...] corpo organizado de informações factuais, ou seja, a informação real que os participantes conhecem sobre objetos, ideias e eventos, no ambiente. [E]ste conhecimento pode ser expresso em palavras e na forma de símbolos, ou seja, “saber o que”[...]” (p. 18) e o conhecimento de procedimentos “que é o conhecimento sobre como seguir vários passos de procedimento para desempenhar as ações, ou seja, “saber com[o]”. Tudo isso depende da representação mental que temos do conhecimento de procedimento e, que interage com o declarativ[o]”(QUINTILIANO, 2005, p. 20).

Segundo Pirola (2000), as dificuldades de solução de problemas centradas na falta de compreensão do enunciado podem influenciar não apenas a própria solução, mas também as atitudes dos estudantes.

> [...] a causa de os alunos não serem “bons solucionadores de problemas” pode ser devida ao não entendimento do problema, o que pode gerar, nos estudantes, atitudes negativas em relação à solução de problemas e à própria Matemática. (PIROLA, 2000, p. 33)

Há de se considerar que a solução de problemas como cerne do ensino nas últimas décadas é uma conquista da Matemática escolar. Mas quais os tipos de problemas que estão sendo ofertados? Os problemas escolarizados caracterizam-se por serem rotineiros, centrados nos algoritmos e pouco oportunizam os alunos a traçarem maneiras criativas e não-padronizadas de soluções, as estratégias e explorações das respostas utilizadas são pouco socializadas e exploradas.

Oportunizar ao aluno que conheça diferentes tipos de problemas contribui para a compreensão da linguagem e das formas de estratégias para encontrar soluções. Dante (1998) classifica alguns problemas como:

- ***Problemas-padrão:*** a solução está no enunciado, a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática;
- ***Problemas-processo ou heurísticos:*** a solução envolve as operações que não estão contidas no enunciado, exige pensar e arquitetar um plano de ação;
- ***Problemas de aplicação:*** são aqueles que retratam situações do dia-a-dia;
- ***Problemas de quebra-cabeça:*** a sua solução depende de sorte ou da facilidade em perceber algum truque. São desafios.

Smole e Diniz (2001) enfatizam que os problemas são fontes importantes para o aprendizado em de sala, principalmente os não-convencionais. As autoras descrevem três tipos deles:

- ***Problemas com mais de uma solução:*** contribuem para o rompimento de problemas com respostas e únicas, cujo percurso de solução sugere ser sempre o mesmo e único.
- ***Problemas com excesso de dados:*** são problemas que contemplam dados ou informações dispensáveis, supérfluas, em que não serão utilizados na solução e podem ser descartados.
- ***Problemas com falta de dados:*** são aqueles problemas que rompem paradigmas de que todo problema tem sempre uma resposta, um valor numérico que expressa sua solução, estimulando o pensamento crítico do aluno e aprimorando a capacidade de duvidar e refletir sobre o enunciado do problema.

Sternberg (2010) ao pensar sobre a nitidez dos percursos para uma solução, fala em:

- ***Problemas bem estruturados ou bem definidos:*** possuem caminhos claros para solução, o que não significa serem fáceis.
- ***Problemas mal estruturados ou mal definidos:*** não apresentam caminhos claros para solução.

Além disso, a atenção dada à linguagem no contexto dos problemas também deixa a desejar no chão da sala de aula. É preciso transformar a prática de solução de problemas em uma prática desafiadora, relacionando conhecimento escolar à matemática que se encontra dentro e fora da escola. Faz-se necessário a valorização do pensar, do fazer e do compartilhar no processo de solução de problemas em prol ao desenvolvimento do conhecimento matemático.

> O contexto escolar, ao tratar da alfabetização, deve evocar não apenas a alfabetização da língua materna, mas também da alfabetização matemática, combinando esse conhecimento, de modo a possibilitar aos estudantes que se apropriem dos mesmos e se tornem aptos a trabalhar tanto com o conhecimento declarativo como com o conhecimento de procedimentos. Através das diferentes linguagens, a criança adquire e comunica suas experiências; em contato com o cotidiano, realiza novas aprendizagens, ampliando cada vez mais a capacidade de agir no mundo e modifica-lo. (BRITO, 2006, p. 36)

Buscamos por meio das teorias apresentadas a respeito da solução de problemas clarificar e embasar nossa discussão no que tange o nosso problema de pesquisa, compreender como aspectos afetivos podem influenciar no desempenho dos participantes na solução de problemas algébricos, considerando o domínio sobre a linguagem, as estratégias, as experiências vivenciadas pelo professor com as diferentes tipologias e etapas.

Ao destacar a questão da linguagem como fator relevante na falta de compreensão para a solução de problemas em sua maioria, em contextos aritméticos, questionamo-nos quanto aos complicantes envolvidos na solução dos problemas algébricos. Por isso, propusemos até aqui uma gama de informações referentes à solução de problemas, a fim de compreendê-la no contexto do ensino da Álgebra. Como a solução de problema, aspecto cognitivo inerente à atividade humana, relaciona-se com este campo do saber matemático? Como aspectos afetivos podem influenciar no desempenho dos participantes na solução de problemas algébricos?

Nesse sentido investigamos as produções brasileiras acerca do assunto e asseveramos que não foram encontrados trabalhos no período dos últimos sete anos que contemplassem a solução/resolução de problemas algébricos com professores dos anos iniciais e estudantes do curso de Pedagogia, correlacionando tal aspecto cognitivo aos das crenças de autoeficácia e atitudes em relação à Matemática, em prol ao desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade, comprovando o ineditismo deste trabalho de pesquisa e a relevância dele para a comunidade da Educação Matemática, educadores matemáticos, professores e alunos da Educação Básica e Ensino Superior.

Por outro lado, nos desperta grande preocupação por lembrarmos que, de acordo com BRASIL (2017), se instituiu uma unidade temática no ensino de Matemática para os anos inicias do Ensino Fundamental denominada Álgebra, ao qual professores pedagogos desenvolvem em suas aulas desde então e, muitas das vezes sem a menor intencionalidade.

No levantamento para a revisão de literatura nos deparamos com estudos voltados para a resolução de problemas algébricos geralmente com alunos do Ensino Fundamental Anos Finais, como os trabalhos de Queiroz (2015), Sperafico (2013), Silva (2014), Reis (2017), Kucinskas (2018). Encontramos ainda, outras quatro pesquisas envolvendo professores de Matemática ou licenciandos de Matemática e Pedagogia, são eles: Justulin (2014), Laier (2014), Bezerra (2017) e Soares (2018).

Sperafico (2013) desenvolveu sua pesquisa por meio da metodologia mista com alunos de 8º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de identificar a relação existente entre competência cognitiva, estratégias metacognitivas e a compreensão do erro na resolução de problemas matemáticos envolvendo equações do 1º grau. Seus resultados evidenciaram correlações entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com a compreensão do erro pelo aluno. A pesquisadora ainda constatou que os estudantes com níveis mais altos de competência cognitiva apresentaram um repertório mais amplo de estratégias do que aqueles que se encontra em níveis mais baixos. No desenvolvimento do seu estudo, a autora discutiu os aspectos gerais da solução de problemas matemáticos, em especial algébricos, as dificuldades para tal tarefa e as concepções acerca da competência cognitiva e a compreensão do erro.

Queiroz (2015) propôs no seu mestrado profissional uma sequência didática composta por seis atividades para serem aplicadas em turmas de 7º anos do Ensino Fundamental envolvendo a resolução de problemas a fim de contribuir para o desenvolvimento de práticas de ensino que oportunizem a superação das falhas existentes na transição da Aritmética para a Álgebra, uma vez que tais dificuldades comprometem a motivação dos alunos em aprender conteúdos de Álgebra. O pesquisador também discorre em seu trabalho sobre o ensino da Álgebra, o porquê aprender Álgebra e como se processa seu ensino embasado na prática da resolução de problemas, bem como o papel do professor no uso desta metodologia de ensino.

Assim como Queiroz (2014), Reis (2017) e Kucinskas (2018) também desenvolveram uma sequência didática envolvendo a resolução de problemas algébricos. Reis (2017) usou a resolução de problemas atrelada à História da Álgebra como veículo de desenvolvimento para a linguagem algébrica voltada para as turmas de 7º ano, especialmente no que se refere à abstração e à generalização dos conceitos matemáticos, enfatizando as possibilidades de práticas que promovam a transição da linguagem verbal para a algébrica. Já Kucinskas (2018) propõe três etapas para a sua sequência didática a partir de estudos sobre padrões e regularidades, para então solicitar aos alunos a se dedicarem aos problemas de generalização de padrões e a representação por meio de expressões algébricas. As etapas que foram apresentadas, respectivamente, são: pensamento algébrico, expressões algébricas e equações de primeiro grau. De acordo com a análise dos dados, os participantes apresentaram noções conceituais intuitivas a respeito dos problemas oferecidos, ainda sim o autor reforça que a resolução de problemas vislumbrou-se como uma eficiente metodologia de ensino quando pensamos na promoção de uma aprendizagem matemática significativa.

Justulin (2014) realizou uma pesquisa com sete professores de Matemática da rede pública estadual e seis futuros professores de Matemática de universidade pública, objetivando investigar as aprendizagens profissionais dos participantes. Por meio de questionários, entrevista e observação do participante, elencaram-se os principais conteúdos que o grupo indicou ter apresentado dificuldades em sua escolarização, entre eles a Álgebra. O trabalho, apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, no contexto de um grupo de estudo, possibilitou a mobilização do conhecimento matemático dos participantes, assim como evidenciaram os saberes das aprendizagens profissionais docentes quanto aos aspectos teóricos, didáticos e metodológicos dos conteúdos matemáticos.

A pesquisa de Laier (2014) teve como objetivo investigar as manifestações de licenciandos do curso de Ciências, com habilitação em Matemática em relação à Álgebra, por meio da resolução de problemas. Tomando como ponto de partida as produções dos participantes na resolução de problemas algébricos, a análise dos dados buscou compreender aspectos do pensamento algébrico ou elementos que revelassem o percurso realizado até determinarem a resposta, bem como as concepções de Álgebra e resolução de problemas apresentadas pelos sujeitos. Os resultados revelaram que os participantes não contaram, ao longo de sua escolaridade, com experiências exitosas e significativas que mobilizassem o trabalho com a resolução de problemas, assim como a aprendizagem matemática através dela. Quanto aos aspectos relativos ao pensamento algébrico, destacou-se a concepção da aritmética generalizada.

Com o propósito de identificar e analisar as estratégias utilizadas por alunos de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, na resolução de problemas algébricos disponíveis em livro didático da rede de ensino de Aracaju/SE, Silva (2014), fundamentou sua pesquisa em Polya (1978), para compreensão dos diversos aspectos relacionados à resolução de problemas matemáticos, algébricos, os tipos, enunciados e estratégias. Constatou que para resolver problemas algébricos, os alunos se apoiam em estratégias aritméticas e que grande parte das dificuldades apresentadas foi decorrente na falha de interpretação dos enunciados.

De caráter qualitativo, a investigação de Soares (2018) fundamenta-se nos estudos de Kaput, Kieran, Blanton, Fiorentini e outros pesquisadores para discutir as características do pensamento algébrico. Além disso, evidencia como o ensino da Álgebra nos anos iniciais se apresenta em orientações curriculares nacionais e internacionais (BRASIL, 1997, 2017; NCTM, 2000). A pesquisa contou com a participação de quatro professores a fim de identificar quais das características associadas ao pensamento algébrico são reconhecidas pelos docentes em exercício quando realizam atividades do gênero, sendo elas três problemas e algumas questões. A análise das produções escritas e entrevistas permitiram a pesquisadora identificar alguns dos aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, como equivalência de expressões algébricas e numéricas, uso da linguagem algébrica, compreensão de cálculo.

A autora destaca que nenhum dos participantes cogitou dentre as atividades oferecidas à questão da generalização, mesmo porque era esperado que os professores elencassem mais características desse pensamento matemático. A pesquisa traz grandes contribuições para a ampliação de esse olhar, no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico e suas características, condição necessária para que seja oferecido um ensino com qualidade e intencionalidade na sala de aula.

Por fim, apresentamos os estudos de Bezerra (2017), única pesquisa encontrada quando buscamos na base de dados da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) por "resolução de problemas algébricos anos iniciais". O autor foca na formação inicial de estudantes do curso de Pedagogia e se utiliza da abordagem qualitativa para compreender e analisar as estratégias matemáticas utilizadas por seus participantes no desenvolvimento do pensamento matemático por meio de problemas que requerem raciocínio concreto, gráfico, aritmético e algébrico embasado na classificação de Johnnat (1947). O pesquisador nos chama a atenção para a análise de seus dados quando relata que

> Ao analisar as respostas dos pedagogos, percebemos que em todas as escritas uma facilidade em representar as questões tanto do tipo quaternárias como ternárias (campo multiplicativo) através dos raciocínios gráficos e aritméticos. Porém, seja para as questões tipificadas como de dificuldade fácil, médio e difícil (tabela 1), o uso do raciocínio algébrico é visivelmente escasso diante dos demais raciocínios. Isto revela de forma bem explicita a dificuldade que o pedagogo possui em representar seus raciocínios de forma algébrica. (BEZERRA, 2017, p. 94)

Bezerra (2017) continua dizendo das suas observações a partir da análise de seus resultados que existem problemas nos quais oferecem uma visibilidade melhor pelo raciocínio aritmético ou gráfico e que o algébrico exige do pedagogo escolher a forma mais eficaz para entender e refletir sobre o problema. Assevera que o "raciocínio algébrico, por ser a maneira mais formal, abstrata e de grande generalização, é muito comum de ser usado pelo aluno a partir da memorização frente a outras questões semelhantes e não como produto de suas intuições, deduções e generalizações." (BEZERRA, 2017, p. 95)

No levantamento das pesquisas e trabalhos realizados nos últimos sete anos, bem como o embasamento teórico sobre este tópico (Solução de problemas e o ensino da Álgebra), do estudo aqui realizado faz com que concordamos que o trabalho pedagógico evidenciado nas práticas de ensino por meio da solução de problemas é espaço de promoção para uma aprendizagem matemática significativa e reflexiva.

Além disso, observamos que a comunidade matemática, na perspectiva da Educação Matemática e da Psicologia da Educação Matemática, afirmam a necessidade de estudos que aprofundem a compreensão dos aspectos cognitivos e afetivos que afetam os processos de solução de problemas. Além disso, desperta nosso olhar para a formação do pedagogo, profissional polivalente que atua nas etapas iniciais da Educação Básica, Educação Infantil e

Ensino Fundamental Anos Iniciais e que nem sempre se sente preparado para o ensino da Matemática.

2.4 O conhecimento especializado do professor que ensina Matemática nos anos iniciais

O desejo de compreender a práxis educativa no que se refere ao conhecimento profissional do futuro professor e do professor que ensina Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mais especificamente sobre o conhecimento do conteúdo matemático para o ensino da Álgebra nos anos iniciais, é ter a convicção de uma necessidade cada vez mais eminente da oferta de uma formação inicial de qualidade e garantir um processo de constante mudança e ressignificação na formação continuada desses profissionais. Acreditamos que a condição necessária para um ensino de qualidade se pauta em professores que têm a clareza da sua prática, sobre "o que", "como" e o "porquê" estão ensinando algo. Ao considerar a relação aprendizagem dos alunos e o exercício da docência, destacamos o que diz Ribeiro (2011) a esse respeito.

> Os professores são a principal fonte de conhecimento para os alunos (pelo menos em termos escolares – e isto, claro está, em termos teóricos) [...] uma lacuna em alguma delas poderá comprometer os alcances da atuação do professor. Uma carência no conhecimento comum ou especializado do conteúdo – com mais ênfase no primeiro – leva a que os professores não estejam em condições de explorar devidamente os conteúdos; e todas as explorações que possam fazer tornam-se deficitárias, pois partem de pressupostos menos corretos. (RIBEIRO, 2011, p. 91)

Falar em conhecimento do conteúdo matemático sinaliza a necessidade de se pensar para além de aspectos metodológicos, uma vez que várias pesquisas apontam que há uma predominância nos cursos de formação inicial em Pedagogia a valorização dos aspectos metodológicos para o ensino da Matemática em agravo dos aspectos conceituais, como corroboram os estudos de Curi (2004) e Nacarato, Mengali e Passos (2009). Assim, pretendemos enfatizar a relevância de conhecimentos específicos do conteúdo (características e conceitos) para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais tais, nas quais apenas saber maneiras de ensiná-lo não é o suficiente para potencializar o seu ensino, asseverando as influências de crenças e atitudes sobre os aspectos cognitivos do conhecimento docente.

> A prática letiva é potenciada e condicionada por um conjunto de dimensões, entre as quais se encontram as cognições do professor (objetivos, crenças e conhecimentos). Todas elas interferem diretamente no processo de ensino, porém, quando lecionamos matemática, os conhecimentos do professor, relativos aos conteúdos, à sua natureza

> e à forma como os pode tornar perceptíveis para os alunos assumem um papel de relevo, pois, se o professor não possuir **um sólido e consistente *mathematical knowledge for teaching***, as possíveis lacunas que possua transparecem nas oportunidades de aprender que efetiva aos seus alunos. (RIBEIRO, 2011, p. 71, *grifos nosso*)

Portanto, pretendemos neste tópico fundamentar nossa pesquisa no que se refere ao conhecimento do conteúdo matemático na atuação docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como apresentar pesquisas recentes acerca da temática, buscando compreender sua constituição e significado, quando num contexto escolar, esse profissional polivalente ministra disciplinas específicas, com conteúdos específicos até o quinto ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais.

Antes de teorizar acerca do conhecimento matemático para o ensino de professores, consideramos de relevância evidenciar como se apresenta a formação do professor que ensina Matemática nos anos iniciais na perspectiva de alguns estudos realizados nas últimas décadas, cujos problemas recorrentes aos discursos acadêmicos centram-se nas dificuldades para o ensino e aprendizagem da Matemática, da desarticulação entre teoria e prática, da dicotomia entre conhecimentos específicos e pedagógicos. Não pretendemos atribuir ao professor a responsabilidade dos baixos desempenhos, por exemplo, em avaliações de larga escala que são divulgados anualmente, mas refletir acerca da sua formação, dos conhecimentos necessários ao ofício da profissão docente, bem como da ênfase na formação de conceitos e não apenas em aspectos metodológicos para o ensino.

As pesquisas que endossam tais assertivas são várias (CURI, 2004, 2005; RIBEIRO, 2011; FREIRE, 2011). Em geral, essas pesquisas ressaltam que é preciso ao professor para o desenvolvimento de sua ação docente um sólido conhecimento pedagógico-didático amalgamado ao conhecimento específico do conteúdo a ser ensinado. Por outro lado, bem se sabe que os cursos de magistério ou licenciaturas em Pedagogia, em sua maioria, não oferecem disciplinas que discutam profundamente conteúdos específicos de matérias nas quais este profissional ministrará aulas futuramente, ou seja, acabam não conhecendo conceitos peculiares a determinados conteúdos específicos de dessas disciplinas e isso interfere diretamente na maneira do que esses profissionais ensinarão e como ensinarão seus alunos.

> Nesse sentido é necessário repensar os cursos de magistério para professores polivalentes1, no que se refere à formação para ensinar Matemática aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. As especificidades próprias do

> ensino/aprendizagem de Matemática pelas crianças e as características dos professores polivalentes devem ser consideradas nos projetos de formação. O atendimento a essas especificidades demanda nova organização dos cursos e indica a necessidade de subsídios para essas mudanças. (CURI, 2005, p. 1)

Ao pensarmos historicamente, a trajetória brasileira da formação docente desde o início do século XIX, com a construção das Escolas Normais aos dias atuais com as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), disposta na Lei 12796/2013, foram inúmeras as mudanças, algumas positivas, outras nem tanto, para não dizer prejudiciais à educação. Hoje, conforme o artigo segundo das DCN, os cursos de Pedagogia devem ser oferecidos com uma carga horária mínima de 3200 horas de trabalho acadêmico, constando: 2.800 horas voltadas às atividades de formação diversas, 300 horas para estágio supervisionado e 100 horas de atividades de pesquisa e extensão, cujos profissionais poderão atuar na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, orientação, supervisão e administração escolar.

A carga horária oferecida nestes cursos é insuficiente para uma formação de qualidade que garanta uma qualificação do currículo na formação inicial, em especial, no que se refere à Matemática. Segundo dados de Curi (2005), o percentual correspondente à carga horária para Matemática nesses cursos chega a quatro por cento. Branco e Ponte (2011), ao discutirem a qualidade da formação inicial para o ensino da Matemática, concluem que

> Esta formação deve promover a capacidade de integrar o conhecimento dos conteúdos e processos matemáticos, a especificidade dos alunos a ensinar, de acordo com a sua escolaridade, e as orientações curriculares. [...] Esta perspectiva assenta nas orientações para a formação inicial (CBMS, 2001) que apontam para o desenvolvimento do conhecimento matemático e o contacto com diversas opções pedagógicas. As tarefas a realizar ao longo da formação inicial devem proporcionar experiências que reflictam boas práticas de Didáctica da Matemática e a sua vivência permite desenvolver o conhecimento matemático e didáctico dos formandos [...]. (BRANCO; PONTE, 2011, p. 4)

Nas últimas décadas, essa questão do conhecimento profissional para o ensino vem sendo investigada com base em diferentes perspectivas teórico-metodológicas. Adotamos para nossa fundamentação acerca do conhecimento especializado docente para o exercício de sua função as contribuições de Shulman (1986, 1987) e estudos decorrentes de sua pesquisa como as de Ball; Thames, Phelps (2008), Ribeiro (2011) e Carrilo et al. (2013).

Shulman (1986) apontou uma lacuna nas pesquisas desenvolvidas sobre o ensino em sala de aula, tais pesquisas ainda não tinham olhado para um fator de extrema relevância no processo de ensino e aprendizagem. Esse aspecto a qual se referia Schulman tratava-se do conteúdo de ensino de determinadas disciplinas ministradas pelos professores, o que o autor denominou de “paradigma perdido”. Para Shulman “[...] o conteúdo específico de uma área de conhecimento era transformado a partir do conhecimento que o professor tinha sobre esse conhecimento de ensino” (Shulman, 1986, p. 6).

Consequentemente, evidenciou-se que o comportamento do professor poderia se relacionar diretamente ao desempenho apresentado pelos alunos na escola. Nesse sentido, Shulman (1986) desenvolveu um estudo entorno do conhecimento docente, buscando investigar e identificar o que o professor necessita saber para poder ensinar com qualidade e eficiência no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos, esse estudo constituiu o *knowledge base*. Mizukami (2004), em seu artigo sobre a aprendizagem na docência, fundamentada nas contribuições de Shulman, ressalta, ao citar o autor que para ele

> [A] base conhecimento se refere a um repertório profissional que contém categorias de conhecimento que subjazem à compreensão que o professor necessita para promover aprendizagens dos alunos. Trata-se de um modelo que foi desenvolvido considerando o conceito de ensino como profissão, envolvendo delimitação de campo de conhecimento que pode ser sistematizado e partilhado com outros: os profissionais do ensino necessitam de um corpo de conhecimento profissional codificado e codificável que os guie em suas decisões quanto ao conteúdo e à forma de trata-lo em seus cursos e que abranja conhecimento pedagógico quanto conhecimento da matéria. (MIZUKAMI, 2004, p. 38)

Portanto, para Shulman (1986), os professores necessitam de ter diferentes tipos de conhecimentos para o ensino, conhecimento do conteúdo, da esfera pedagógica, dos seus alunos e características deles, do contexto e valores educacionais ou do currículo. Assim, com ênfase no conhecimento profissional do professor o autor categorizou e agrupou essa base de conhecimento em:

a*) Subject Matter Content Knowledge:* o Conhecimento do Conteúdo da Disciplina compreende os conteúdos específicos na qual o docente ministrará em suas aulas, seus fatos, conceitos, processos, procedimentos metodológico, por exemplo, que caracterizam uma área específica de conhecimento. É mais que saber sobre a disciplina/matéria, mas saber sobre a organização da estrutura na qual se desenvolve o conteúdo.

b) Pedagogical Content Knowledge: o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo é um tipo de conhecimento novo em construção constante pelo professor, no qual podemos considerá-lo como um elo entre o conhecimento de conteúdo e a prática pedagógica para o ensino, uma vez que, além de saber o conteúdo, faz-se necessário ao professor saber como ensiná-lo também. Nesse sentido, trata-se do conhecimento do conteúdo e a compreensão das técnicas, recursos, princípios e formas para fazer com que o aluno assimile o objeto de ensino. Essa categoria foi subdividida em *Common Content Knowledge* (CCK), *Specialized Content Knowledge* (SCK) e *Horizon Content Knowledge* (HCK) que, respectivamente, significa Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo e Conhecimento do Conteúdo no Horizonte.

c) Curricular Knowledge: o Conhecimento Curricular amálgama o conhecimento do professor sobre o currículo, programas educacionais para o ensino de uma determinada disciplina a considerar seu nível de escolaridade e modalidade de ensino com os materiais que podem ser disponibilizados e ofertados para uma prática de ensino. Essa categoria também se subdivide em duas outras: o conhecimento lateral do currículo e o conhecimento vertical do currículo.

Tal base de conhecimento proposta por Shulman (1986) tem contribuído significativamente para compreendermos o que o professor pensa e o como aprende a ser professor na constituição da sua profissão. Um estudo que tem inspirado e instigado outros pesquisadores a buscarem respostas para inúmeras perguntas que circundam o conhecimento do professor, tanto no que tange ao conteúdo como em suas "ensinagens".

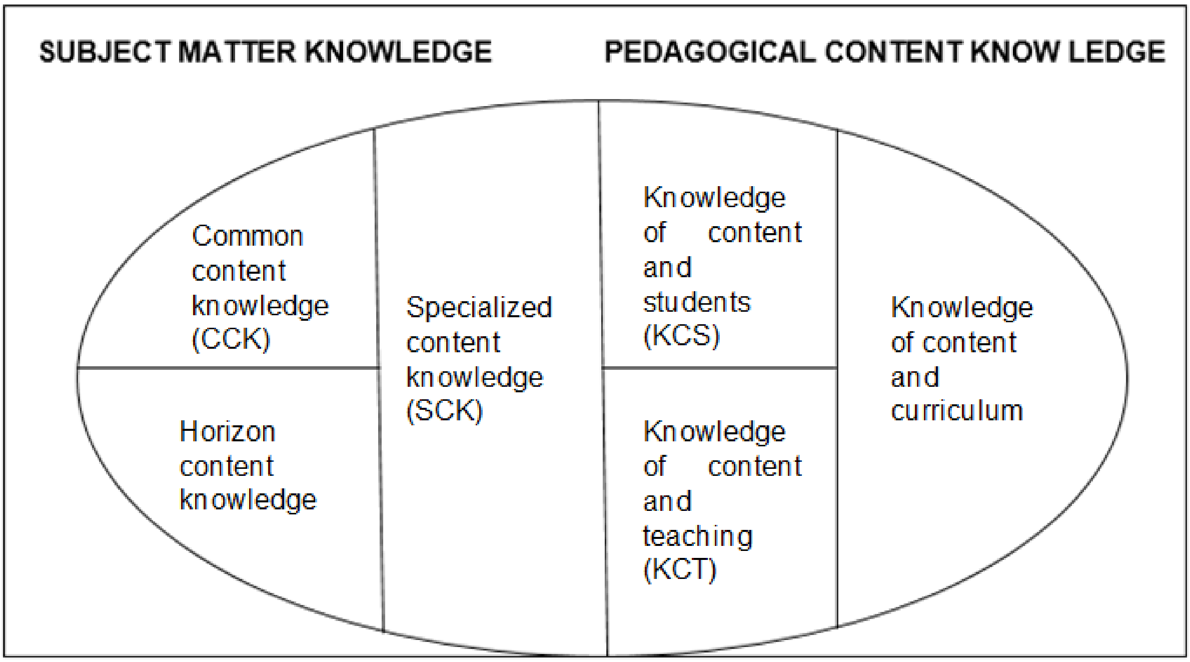
> Nosso trabalho não pretende denegrir a importância da compreensão pedagógica ou habilidade no desenvolvimento do professor ou no aumento da eficácia da instrução. É provável que o mero conhecimento de conteúdo seja tão inútil pedagogicamente quanto à habilidade livre de conteúdo. Mas, para mesclar adequadamente os dois aspectos da capacidade de um professor, precisamos prestar tanta atenção aos aspectos de conteúdo do ensino, como recentemente dedicamos aos elementos do processo de ensino. (SHULMAN, 1986, p. 8, *tradução nossa*)

O conhecimento profissional pode ser visto sob diferentes perspectivas, em especial, por constituir-se distinto de outras funções, pela minuciosa e específica forma de apropriação e desenvolvimento na formação e construção de saberes para o ensino. Nesse sentido destacamos os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008) que, a partir da proposta de Shulman, propuseram um modelo de conceptualização do conhecimento com a introdução da noção de *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), o qual significa o conhecimento matemático para o ensino, aprofundando a discussão sobre o que futuros professores e professores precisam quanto conhecimento específico para ensinar.

Os autores enfatizam que ao tratar sobre o conhecimento específico do professor para o ensino de Matemática, a representação desejada vai além do conhecimento para responder certas tarefas matemáticas, mas da relação complexa entre a ação de ensinar com o conhecimento de conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo. Para tanto, Ball, Thames e Phelps (2008) consideram a existência de dois domínios do conhecimento profissional, *Subject Matter Knowledge* (SMK*)* e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), dividida em outros três subdomínios, cada um deles.

Pela figura 15, notamos que o Conhecimento do Conteúdo subdivide-se em *Horizon Content Knowledge* (HCK), *Common Content Knowledge* (CCK) e *Specialized Content Knowledge* (SCK) e, que o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo em *Knowledge of Content and Students* (KCS), *Knowledge of Content and Teaching* (KCT) *e Knowledge of Content and Curriculum* (KCC). Aqui traduzido, respectivamente, como Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, Conhecimento do Conteúdo e do Currículo. Tal subdivisão não se aplica ao exercício da função docente em sala de aula, com aplicabilidade fragmentada, como ilustrado, mas para os pesquisadores ajudam a compreender melhor a prática de ensino e dos conteúdos no planejamento de atividades e na própria formação docente.

Figura 15: Domains *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT)



Fonte: Extraído de Ball; Thames; Phelps (2008, p. 403)

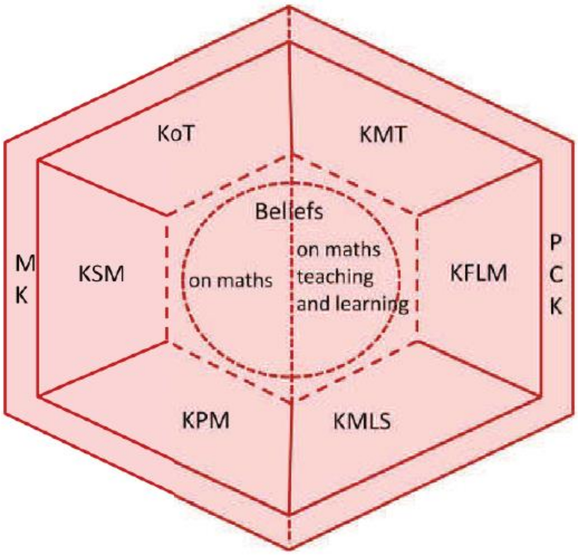
Os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008) corroboram com nosso trabalho no sentido de entendemos no domínio do *Subject Matter Knowledge* (SMK*)* que cabe ao professor conscientemente e intencionalmente conhecerem as relações que há entre os diferentes conteúdos matemáticos e como eles se apresentam ao longo da escolaridade dos alunos, aqui referindo-nos ao *Horizon Content Knowledge*. Além disso, a docência exige do educador um conhecimento que lhe permita perceber a aplicabilidades de determinado conteúdo em diferentes contextos do dia a dia, muito além do chão da sala de aula - *Common Content Knowledge.* Assim como ter o domínio do conteúdo não satisfaz a complexidade do ato de ensinar, é preciso que o professor possibilite que o conteúdo seja compreensível e assimilável cognitivamente falando ao aluno, tanto nos aspectos procedimentais como conceituais. Para desenvolver tais habilidades e domínios requer-se o *Specialized Content Knowledge* do professor.

No domínio *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), Ball, Thames e Phelps (2008) referem-se *Knowledge of Content and Students* (KCS), ao fato do professor precisar conhecer a origem dos erros dos alunos, compreendê-los de modo que sejam indícios para o redirecionamento de práticas, recursos, exemplos, analogias, antecipação de possíveis dificuldades ou potencialidades para a promoção das aprendizagens dos alunos. Ao iniciar um determinado conteúdo é preciso pensar e planejar o melhor caminho, as melhores estratégias, recursos e metodologias, nesse sentido o *Knowledge of Content and Teaching* (KCT) é requerido do professor para definir esse percurso na prática letiva.

Ao pensar nos desafios e demandas curriculares para o professor e futuro professor dos anos iniciais em deparar-se com uma unidade temática, na disciplina de Matemática intitulada “Álgebra”, o *Knowledge of Content and Curriculum* (KCC) se faz imprescindível, ou seja, essa visão panorâmica do que ensinar nos diferentes níveis de ensino ou especificamente de um desses níveis, assim como materiais que sejam instrumentos facilitadores para introduzir tais tópicos.

Outro modelo importante foi desenvolvido por Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalan (2013), o Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (*Mathematics Teacher´s Specialised Knowledge* - MTSK). Os autores buscam por meio de esse modelo “transcender a diferença entre conhecimento comum e conhecimento especializado, e superar as dificuldades de limitação entre os subdomínios do conhecimento especializado, do horizonte matemático e do conhecimento do conteúdo e dos estudantes (CARRILLO, 2014, p. 117, *tradução nossa*)”. Conforme ilustrado na figura abaixo, Carrillo et al. (2013) propõem os seguintes subdomínios do conhecimento matemático do professor para o ensino.

Figura 16: *Mathematics Teacher´s Specialised Knowledge* - MTSK



Fonte: Carrillo; Climent; Contreras; Muñoz-Catalan (2013, p. 2989)

Os subdomínios do Conhecimento Matemático (*Mathematical Knowledge* - MK) pensados em função das necessidades do professor indicados na figura acima representam o:

***a) Knowledge of topics* (KoT):** o Conhecimento dos temas contempla os conhecimentos acerca de fatores fenomenológicos, os significados, definições, ilustrações, exemplificações de um dado tema relacionado ao conteúdo matemático.
b) *Knowledge of the structure of Mathematics* (KSM): o Conhecimento da Estrutura Matemática corresponde a um sistema de conexões integradas na qual permita ao professor compreender e desenvolver os conceitos numa dimensão mais avançada.
c) *Knowledge of the practice of Mathematics* (KPM): o Conhecimento da Prática Matemática refere-se ao conhecimento de formulários, de aspectos da comunicação matemática, raciocínio e prova.

Paralelamente, temos os subdomínios do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge* – PCK) no que se refere ao ensino e aprendizagem da Matemática, temos o:

***a) Knowledge of Mathematics* (KMT):** o Conhecimento do Ensino da Matemática inclui conhecer as estratégias que possibilitam ao professor a estimular o desenvolvimento das capacidades matemáticas processuais e conceitual.

b) ***Knowledge of features of learning Mathematics*** **(KFLM):** o Conhecimento das Características de Aprendizagem da Matemática inclui o conhecimento das características que estão relacionadas em como o aluno compreende os conteúdos abordados, seus erros, dificuldades, a própria linguagem dos conceitos.
c) ***Knowledge of Mathematics learning standards*** **(KMLS**): o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem em Matemática refere-se ao conhecimento que o professor deve ter a respeito do que o aluno deve e consegue aprender ao longo de um ano letivo, desde o que consta no currículo a conhecimentos que os professores julgam pertinentes.

Carrillo et al. (2013) analisam que o modelo desenvolvido por Ball e colaboradores não descortinam aspectos fundamentais do conhecimento do professor, referindo-se a importância dos estudos sobre as crenças dos professores e futuros professores que ensinam Matemática. Em sua avaliação, a "descrição sobre o conhecimento dos professores é parcial, omitindo outras dimensões igualmente importantes, como as crenças e conhecimentos dos professores que não estão especificamente relacionados a questões matemáticas, como a gestão de classes" (CARRILLO et al.., 2013, p. 2985-2986, *tradução nossa*).

Na figura 16, os dois domínios: o *Mathematical Knowledge* (MK) e o *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) são atravessados pelas *beliefs*, (crenças e concepções dos professores) em todos os subdomínios que compõem o modelo MTSK, na qual, segundo os autores também se entrelaçam com o conhecimento especializado do professor, pois tais aspectos afetam/impactam o processo de ensino e aprendizagem de professores e alunos.

> É incorporado no MTSK o estudo das crenças do professor sobre Matemática e seus ensino e aprendizagem. Tudo isso significa considerar a especialização do conhecimento professor no modelo como um todo, sem restringi-lo ao domínio matemático. O futuro professor é um especialista em conteúdo matemático, mas o conhecimento que ele possui em relação ao ensino da matemática, tem um caráter especializado. (CARRILLO, 2014, p. 117, *tradução nossa*)

Por tratar dos aspectos cognitivos e afetivos das aprendizagens para a construção do conhecimento, adotamos a base teórica de Carrillo et al. (2013) ao propor sobre o conhecimento especializado do professor e futuro professor para o ensino de Matemática, mais especificamente no nosso estudo, arguimos para o ensino da Álgebra nos anos iniciais e desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ribeiro (2011) assevera ao dizer que não bastando à necessidade do domínio do conhecimento matemático para o ensino, "As crenças dos professores desempenham um papel fundamental no seu processo de ensino (Ernest, 1989) e, quanto mais se souber sobre o seu impacto, melhor se poderá compreendê-lo. (RIBEIRO, 2011, p. 74)", tal como propomos a investigação de nossa pesquisa ao pensar em aspectos cognitivos e afetivos das aprendizagens e "ensinagens" matemáticas e suas influências no conhecimento matemático do professor e futuros professores para o ensino da Álgebra nos anos iniciais e desenvolvimento do pensamento algébrico.

Na busca por pesquisas, no período de 2012 a 2018, que investigassem o a variação de "conhecimento especializado" por "conhecimento matemático do professor para o ensino nos anos iniciais", encontramos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) 165 trabalhos. Em sua maioria abordando questões relacionada à formação deficitária e aligeirada do pedagogo para o ensino da Matemática, a relevância dos aspectos conceituais em igual importância em relação aos aspectos metodológicos, o conhecimento matemático desse profissional para o ensino, o ensino específico de determinados conteúdos matemáticos ou campo de saber (Aritmética, Geometria, Álgebra) e o papel e saberes do professor, análises de matrizes curriculares da disciplina de Matemática em cursos de Pedagogia, entre outros entraves e questionamentos.

Dentre tais pesquisas, apresentamos algumas que julgamos mais pertinentes para a discussão aqui pretendida sobre o conhecimento matemático do professor para o ensino nos anos iniciais. Destacamos o de Serrazina (2012); Carneiro (2012); Trivilin (2013); Silva (2014); Tanaka (2015); Ciríaco (2016); Severino (2016); Silva (2017); Ferreira (2017); Pazuck e Ribeiro (2017); Lima (2018); Neves (2018).

Em Serrazina (2012), a autora portuguesa discute o conhecimento matemático do professor dos anos iniciais para o ensino a partir da perspectiva da planificação-ação- reflexão na consolidação do conhecimento profissional, enfatizando que não é suficiente o professor apenas saber o que ensinar, mas também como ensina e avalia essas aprendizagens dos e nos alunos. Mais que isso, ela concorda com outros estudos e estudiosos que sustentam que só vivenciando oportunidades de experiências matemáticas o professor terá condições de oferecer estas aos seus alunos, "pois só assim poderá cumprir uma das suas funções como professor de Matemática, a de fazer com que os seus alunos aprendam e apreciem a Matemática". (SERRAZINA, 2012, p. 267)

Ao citar Ball e Bass (2003), Serrazina (2012) elenca um conjunto de saberes que se espera que o professor que ensina Matemática disponha a favor das aprendizagens de seus alunos, tais como: utilizar definições e explicações matemáticas adequadas e compreensíveis; explorar as ideias matemáticas de diferentes formas, apresentar explicações coerentes e acessíveis à compreensão do aluno; interpretar as respostas dos alunos do ângulo matemático e didático; esclarecer as dúvidas e curiosidades matemáticas dos alunos, instigando-os sempre mais e ouvindo o que eles têm a dizer, o que pensam; avaliar as aprendizagens matemáticas e sempre que necessário, redirecionar o percurso do ensino; fazer conexões entre os vários domínios matemáticos, na disposição desses conteúdos no currículo.

Assim, na sua concepção de planejamento, considerada pela a autora como uma das tarefas mais complexas para o professor, Serrazina (2012) sintetiza afirmando que

> o professor ao trabalhar na sua preparação do ensino da Matemática, deve: (i) ter presente o currículo de Matemática que tem de ensinar; (ii) identificar a matemática essencial e pertinente para trabalhar com os seus alunos naquele momento; e (iii) exigir rigor matemático, no quê e no como. Como consequência, o professor tem de selecionar/adaptar tarefas com critério, ter uma visão crítica sobre os recursos, nomeadamente os manuais escolares, pensar estratégias da aula tais como materiais a utilizar, mas também, por exemplo, formas de representação a promover, exigir rigor nessas representações, não esquecendo o nível etário dos alunos com quem está a trabalhar. (SERRAZINA, 2012, p. 273)

Carneiro (2012) discute os conceitos de desenvolvimento profissional, a base de conhecimento para o ensino, a autonomia docente e a colaboração para investigar os processos formativos em Matemática envolvendo alunas-professoras (assim chamadas por serem alunas do curso de Pedagogia à distância e já atuarem na sala de aula), por meio de questionário e entrevistas semiestruturadas. Seus resultados evidenciam que os participantes apresentaram mudanças, ainda que pouco significativas, a respeito dos sentimentos e crenças em relação à Matemática, bem como sobre suas práticas de ensino. Por outro lado, os processos formativos contribuíram para a (re)construção e ressignificação dos conteúdos matemáticos que foram estudados nas aprendizagens da docência.

Trivilin (2013) e Ferreira (2017) debruçaram a investigar o conhecimento matemático para o ensino da Álgebra nos anos iniciais, fundamentadas na teoria de Shulman (1986) e Ball et al. (2008). A primeira pesquisadora dedicou-se a compreender os conhecimentos que os professores dos anos iniciais apresentam e revelam ter acerca dos diferentes significados do sinal de igualdade (conhecimento específico do conteúdo) e como se apresentam no currículo oficial (aliás, não se apresentam). A análise dos dados produzidos evidenciou que as fragilidades dos professores para tal conhecimento, assim como seus impactos para o desenvolvimento do currículo e ao longo da escolaridade do aluno, descortinando novamente uma necessidade real na formação dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais.

Silva (2014) e Silva (2017) desenvolveram suas pesquisas a partir do interesse em investigar o conhecimento matemático do professor para o ensino de Geometria nos anos iniciais. Silva (2014) destaca que a prática de sala de aula dos professores participantes observada em oficinas com dobraduras de papel indicaram a falta de intencionalidade e consciência no complexo desenvolvimento dos conceitos geométricos (figuras planas, espaciais, suas relações, simetria, localização e movimentação de objetos no espaço). As dificuldades dos professores se revelaram também por meio das respostas dadas no questionário sobre os conhecimentos matemáticos básicos para o ensino de Geometria nos anos iniciais. Ao citar Fiorentini (2012), sobre seu questionamento a respeito do porquê os professores não ensinam geometria, enfatiza que a resposta está no cerne da vivência desses professores em não terem tido oportunidades de experienciá-las em sua escolaridade também, tampouco na formação inicial. O autor defende a formação continuada como meio de suprir as lacunas na formação dos professores, como espaço de aquisição de conhecimentos e reflexão de sua prática para o ensino de conteúdos matemáticos.

Os estudos se corroboram com os resultados encontrados por Silva (2017) quanto à formação inicial deficitária e a defasagem no conhecimento especializado, mas em outros aspectos se diverge. A pesquisadora analisou os conhecimentos matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais a partir de um jogo com figuras geométricas como recurso didático e o modelo do conhecimento matemático para o ensino desenvolvido por Ball, Thames e Phelps (2008) sobre o conhecimento matemático. Em seus resultados diagnosticou que os participantes apresentaram indício do conhecimento do conteúdo comum, mas não identificou o conhecimento do conteúdo especializado, enquanto o conhecimento do conteúdo e do ensino foi significativo (escolha dos procedimentos, estratégias didáticas, recursos e materiais levantamento dos conhecimentos geométricos prévios dos estudantes), o que confirma os estudos de Curi (2004), ao explicitar que nos cursos de Pedagogia há uma supremacia dos aspectos metodológicos em detrimentos dos aspectos conceituais.

Tanaka (2015) e Ciríaco (2016) investigaram o conhecimento profissional de professores e futuros professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, cujas aprendizagens ocorreram e foram oportunizadas por meio da participação em grupos colaborativos. Os autores defendem que as experiências vivenciadas e compartilhadas nos grupos colaborativos proporcionam a ressignificação da prática docente e do conhecimento matemático para o ensino, além de contribuir para o fortalecimento da escolha, aprendizagem para a docência, desenvolvimento profissional e permanência na profissão.

Lima (2018) pesquisou sobre o conhecimento especializado do professor dos anos iniciais para o ensino da multiplicação, realizando uma metassíntese das teses produzidas entre 2001 e 2012, considerando os diferentes contextos formativos. Seu estudo destaca a multiplicação como um dos conteúdos presentes no currículo desde os primeiros anos de escolaridade e que, apesar de ser considerado como uma das operações fundamentais e muito propagada no dia a dia da sala de aula, requer do professor um conhecimento específico envolvendo aspectos matemáticos e didático-pedagógicos para seu ensino.

Para o desenvolvimento desta modalidade de pesquisa bibliográfica, Lima (2018) fundamentou suas discussões e análises no modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) de Deborah Ball e seus colaboradores, fazendo o levantamento de teses e dissertações que desenvolveram investigações sobre o professor que ensina Matemática, entre os anos 2001 a 2012. Evidenciou as principais tendências da Educação Matemática e suas temáticas, restringindo para aquelas que abordavam sobre o conhecimento especializado desse profissional. Por fim, produziu três sínteses interpretativas e uma integrativa, nas quais evidenciaram a complexa relação entre um consistente conhecimento especializado do professor com a sua prática de ensino.

Por fim, dos trabalhos selecionados para fundamentar a nossa pesquisa, produzidos nos últimos sete anos sobre conhecimento matemático/conhecimento especializado do professor para ensino de Matemática nos anos iniciais concordam a respeito da necessidade emergencial de uma formação inicial cujos aspectos conceituais, didático-metodológicos e afetivos caminhem lado a lado, com igual importância no processo de ensinar a aprender e aprender para ensinar.

2.5 Sínteses das contribuições e conclusões a partir das leituras

A seguir apresentamos um quadro contendo o referencial teórico da nossa pesquisa e as principais contribuições e conclusões a partir das leituras realizadas na revisão de literatura do nosso trabalho.

Quadro 7: Referencial Teórico da nossa pesquisa e suas contribuições

	Referencial Teórico	**Contribuição para produção escrita e análise dos dados coletados**
Crenças de Autoeficácia Pessoal e Docente	**Bandura (1997)**	Bandura (1997) denomina as crenças de autoeficácia como os julgamentos que o indivíduo tem de suas capacidades para organizar e realizar percursos de ações para alcançar certas metas e objetivos, determinando a motivação, a quantidade de esforços, empenho e tempo para realizar tais tarefas, desenvolvendo comportamentos proativos ou autorreguladores no controle sobre o pensamento, os sentimentos e ações, implicando, portanto, em mudanças cognitivas, afetivas e comportamentais para que de fato a aprendizagem ocorra.
	Azzi e Polydoro (2006)	Azzi e Polydoro (2006) destacam que as crenças de autoeficácia exercem influências nos diferentes contextos e nos trazem considerações de grande relevância para nosso entendimento quando as pensamos no contexto educacional, especialmente na prática docente para o ensino e conhecimento dos conteúdos matemáticos, pois tanto as crenças positivas como negativas influenciam os aspectos das vidas humanas, "quando as crenças são positivas, elas influenciam de forma produtiva e otimista. Quando são negativas, influenciam de forma pessimista e debilitante. (AZZI et al., 2014)
	Brito e Souza (2008)	Souza e Brito (2008) sintetizam a concepção de autoeficácia como "um julgamento pessoal de capacidade relativa a um determinado domínio, e não se refere especificamente à capacidade de um indivíduo, mas sim ao que o mesmo acredita ser capaz de realizar, em uma variedade de circunstâncias" (p. 195).
Atitudes em relação à Matemática	**Brito (1996)**	Brito (1996) definiu o termo atitude utilizado em nossa pesquisa, "uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo" (p. 11). Traduziu, aplicou e validou a escala de atitudes usada em nosso instrumento. De acordo com a autora todos os professores que ensinam Matemática deveriam conhecer essa definição, pois as atitudes interferem diretamente no processo de ensino e aprendizagem.. Afirma que no início da escolaridade as crianças apresentam atitudes positivas em relação à Matemática e isso vai se transformando ao longo da vida escolar.

Solução de Problemas e o Ensino de Álgebra	**Brito (2006)**	Para Brito (2006), a solução de problemas, terminologia assim adotada pela autora e em nossa pesquisa, é uma complexa combinação de mecanismos cognitivos que são mobilizados a partir do instante em que o indivíduo necessita solucionar algo para atingir certo objetivoe ainda, é uma atividade "é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo"(p.18).
	Sternberg (2010)	Sternberg (2010) sugere um Ciclo de Resolução de Problemas, na qual contempla em sete passos: a identificação do problema, a definição e representação do problema, a elaboração de uma estratégia para a solução do problema, a organização das informações sobre um problema, a alocação de recursos, o monitoramento da solução do problema e por fim avaliação da solução do problema.
Conhecimento Especializado do Professor	**Shulman (1986,)**	Shulman (1986) desenvolveu um estudo entorno do conhecimento docente, buscando investigar e identificar o que o professor necessita saber para poder ensinar com qualidade e eficiência no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos, esse estudo constituiu o *knowledge base*.
	Ball; Thames, Phelps (2008)	Ball, Thames e Phelps (2008) a partir da proposta de Shulman propuseram um modelo de conceptualização do conhecimento do professor com a introdução da noção de *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), que significa o conhecimento matemático para o ensino, aprofundando a discussão sobre o que futuros professores e professores precisam quanto conhecimento matemático específico para ensinar.
	Carrilo et al. (2013).	Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalan (2013), propuseram o Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (*Mathematics Teacher´s Specialised Knowledge* - MTSK). Os autores analisaram que o modelo desenvolvido por Ball e colaboradores não descortinam aspectos fundamentais do conhecimento do professor, referindo-se a importância dos estudos sobre as crenças dos professores e futuros professores que ensinam ou ensinarão Matemática.

Fonte: Elaborado pelos autores

As leituras escolhidas trazem à tona minhas inquietações quanto educadora matemática sobre a forma que se ensina e que se aprende matemática, da necessidade do professor desenvolver o seu conhecimento especializado, estar preparado para trabalhar com resolução de problemas, de promover o desenvolvimento de crenças e atitudes positivas em relação ao ensino de Matemática e, consequentemente, articular ações no enfrentamento de paradigmas que perpassam décadas como a superficialidade e fragmentação do currículo que atrelado ao trabalho do professor não é capaz de oferecer ao aluno experiências significativas e favoráveis ao desenvolvimento integral de suas potencialidades no percurso da Educação Básica e tampouco no Ensino Superior.

Contudo, os avanços não têm sido tão significativos, como revelam as pesquisas, mas ainda há muito que avançarmos tanto no que se refere aos saberes matemáticos como pedagógicos do professor, de aprendizagens dos alunos voltadas para a compreensão de conceitos e conteúdos, do que para a memorização e treino, da reformulação do próprio currículo na valorização das oportunidades de experiências oferecidas aos alunos.

Acreditamos que seja necessária uma contínua reflexão e busca ao aprimoramento e aperfeiçoamento da prática pedagógica. A formação inicial não tem qualificado o professor o suficiente oferecendo-lhe condições satisfatórias à docência, em toda sua complexidade, especialmente, no ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas e que cada vez mais precisamos das pesquisas e pesquisadores para proposições, descobertas e contribuições para a sala de aula, ainda escassas, conforme o levantamento de estudos já realizados. Assim, é importante pensar sobre algumas questões relevantes sobre a temática apresentada nas produções dos últimos sete anos.

A seguir sintetizaremos as principais ideias e descobertas que circundam as investigações mais atuais em Educação Matemática e Psicologia da Educação Matemática acerca das crenças de autoeficácia pessoal e docente, das atitudes em relação à Matemática, da solução de problemas e o ensino da Á lgebra e do conhecimento especializado do professor que ensina Matemática nos anos iniciais, em especial, para o desenvolviemnto do pensamento algébrico. O quadro pode auxiliar-nos a ter uma visão geral do que se tem produzido, academicamente falando, na última década sobre tais temáticas.

Quadro 8: Síntese das Conclusões das Pesquisas Categorizadas na Revisão de Literatura

O que dizem as pesquisas brasileiras produzidas entre os anos de 2012 a 2018	
Crenças de Autoeficácia Pessoal e Docente	• Tanto as crenças positivas como negativas influenciam os aspectos das vidas humanas. • Professores apresentam uma forte contradição entre suas crenças e concepções em relação à sua prática no ensino de Matemática. • Crenças podem impactar na motivação e desempenho dos alunos, no próprio comportamento do professor, acarretando consequências positivas ou negativas na escola como um todo. • Pesquisas divergem quanto à existência de correlações entre as crenças de autoeficácia e o desempenho dos alunos. • As influências das atitudes dos pais podem impactar na crença de autoeficácia dos filhos. • A compreensão das crenças pode ser categorizada em quatro eixos: crenças sobre matemática, sobre si mesmo, sobre a aprendizagem de matemática e sobre o contexto social ao qual pertencem os alunos. • As crenças de autoeficácia e autorregulação acadêmicas afetam na evasão escolar em conjunto com outras variáveis, como: fatores econômicos, sociais e culturais. • O professor, ao encorajar seus alunos por meio de retornos positivos, contribui para o aumento da autoeficácia dos estudantes. • Os alunos que apresentaram crenças de autoeficácia mais elevadas, se dedicam mais nos estudos, demonstram melhor desempenho nos testes matemáticos e na resolução de problemas. • Estudantes que chegam no ensino superior com autoeficácia acadêmica positiva tem chances maiores de êxito na escolha de seus cursos e são mais motivados aos desafios profissionais. • As crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico são positivas em grupos dos professores dos anos iniciais mostram-se mais seguro quanto à prática de ensino do que no desenvolvimento de conceitos. • A aproximação entre o aluno (futuro professor) com o objeto de estudo (Matemática) contribui no enfrentamento de bloqueios, sentimentos de incapacidade e medo.
Atitudes em relação à Matemática	• Boas experiências com a Matemática logo no início da alfabetização podem contribuir para que os alunos desenvolvam a confiança e o prazer em aprender Matemática. • As atitudes são comportamentos passíveis de aprendizagem • O professor traz consigo experiências vividas em sua escolarização, essas por sua vez desencadeiam atitudes positivas ou negativas que podem ser transferidas aos seus alunos. • As atitudes em relação à Matemática de professores são positivas, enquanto de futuros professores tendem a ser negativas e os motivos pela escolha profissional na carreira do magistério não se deram por não gostarem de Matemática. • A formação continuada tem contribuído para a mudança de atitudes e de práticas educativas. • Professores com atitudes mais positivas em relação à Matemática propõem em suas aulas uma tipologia maior de problemas e recursos materiais para sua resolução e não meramente os considerados problemas-padrão identificados entre as professoras com atitudes mais negativas em relação à Matemática. • As emoções e sentimentos do professor em relação à Matemática e aos conteúdos, suas experiências escolares, suas concepções e suas atitudes estão intimamente ligadas ao exercício de sua função. • Além da influência das atitudes dos professores na construção do conhecimento, constatou-se entre aqueles dos anos iniciais a falta de conhecimento de conceitos básicos matemáticos.
Solução de Problemas e o Ensino de Álgebra	• A falta de compreensão do enunciado pode influenciar não apenas a própria solução, mas também as atitudes dos estudantes. • Os problemas escolarizados caracterizam-se por serem rotineiros, centrados nos algoritmos e pouco oportunizam os alunos a traçarem maneiras criativas e não-padronizadas de soluções. • as estratégias e explorações das respostas dados pelos os alunos são pouco socializadas e exploradas pelos professores. • A resolução de problemas é uma eficiente metodologia de ensino quando pensamos na promoção de uma aprendizagem matemática significativa.

Conhecimento Especializado do	• Os professores necessitam de conhecimentos para o ensino, do conteúdo, da esfera pedagógica, dos seus alunos e características deles, do contexto e valores educacionais ou do currículo. • A formação continuada é um meio de suprir as lacunas da formação inicial dos professores, em especial, para o ensino de conteúdos específicos de Matemática. • Nos cursos de Pedagogia há uma supremacia dos aspectos metodológicos em detrimentos dos aspectos conceituais. • Grupos colaborativos proporcionam a ressignificação da prática docente e do conhecimento matemático para o ensino, além de contribuir para o fortalecimento da escolha, aprendizagem para a docência, desenvolvimento profissional e permanência na profissão.

Fonte: Elaborado pelos autores

No próximo capítulo explanaremos sobre as importantes contribuições da Psicologia e da Psicologia da Educação Matemática nas e para as aprendizagens matemáticas de alunos e professores, especialmente no que tange os aspectos afetivos e cognitivos, ou seja, clarificamos sobre conceitos e abordagens sobre a afetividade, a cognição e a Matemática Escolar, cujo objetivo é o de justificar ao leitor e situá-lo em qual perspectiva discutimos essa pesquisa, fundamentando-nos na teoria de Wallon e evidenciando a relevância de compreender o ensino da Matemática e de seus conteúdos específicos sob esse viés, tanto no percurso da Educação Básica como no Ensino Superior.

CAPÍTULO 3
AFINAL, POR QUE FALARMOS EM ASPECTOS COGNITIVOS E AFETIVOS PARA E NAS APRENDIZAGENS MATEMÁTICAS?

Entender como pessoas, professores e alunos aprendem e ensinam a Matemática, compreendem e retém conceitos matemáticos, processam e transferem esses conhecimentos dentro e fora dos muros escolares, não foi e nem nunca será um processo tão simples assim.

O entendimento para a complexidade deste cenário converge para as vertentes da Psicologia Educacional e da Educação Matemática, cujo entrelaçamento de seus fundamentos, conhecimentos e concepções acerca do assunto trazem grandes contribuições para as compreensões sobre o desenvolvimento do pensamento, das aprendizagens matemáticas e para seu ensino, considerando os diferentes sentimentos, percepções, predisposições e influências de determinados componentes afetivos e cognitivos dos indivíduos no processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina no currículo escolar.

Dessa forma, “a psicologia da educação matemática trata, basicamente, da aplicação da psicologia educacional à matemática, prioritariamente à matemática escolar” (BRITO, 2011, p. 33). Segundo Resnick e Ford (1981) citado por Pirola (2000),

> Para uma verdadeira Psicologia da Matemática, precisamos tanto da Psicologia como do conteúdo matemático. Os matemáticos estabelecem o conteúdo, mas o psicólogo traz à tona o conhecimento sobre como o indivíduo pensa e, mais importante, como estudar o como as pessoas pensam. É esse duplo conhecimento - conhecimento da estrutura Matemática e conhecimento sobre como as pessoas pensam, raciocinam e usam suas capacidades intelectuais - que fornece os ingredientes para a Psicologia da Matemática (RESNICK; FORD, 1981, p. 4 *apud* PIROLA, 2000, p. 12)

No campo das ciências tentamos delimitar o espaço de cada uma delas (Psicologia, Educação e Matemática), suas fronteiras, mas como bem exemplifica Nunes, Carraher e Schliemann (2011), na prática isso não é possível, uma vez que enquanto o indivíduo produz conhecimento matemático age concomitantemente com seu pensamento, que por vezes ou não pode fazer parte da matemática escolar. Uma dicotomia que se instaura entre a matemática de dentro da escola e que existe fora dela.

> Quando uma criança resolve um problema com números na rua, usando seus próprios métodos, mas que não são métodos compartilhados por outras crianças e adultos, estamos diante de um fenômeno que envolve matemática, devido o conteúdo do problema, psicologia, porque a criança certamente raciocinou, e

> educação, porque queremos saber como ela aprendeu a resolver problemas desse jeito. (NUNES; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2011, p. 27)

Na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática, aprendizagem e ensino transcendem aspectos meramente cognitivos, contemplam questões afetivas, como as crenças de autoeficácia, atitudes, criatividade, motivação, ansiedade, entre outros. Além disso, o conhecimento de conteúdo e pedagógico do professor é indissociável dos aspectos afetivos, dos alunos e professores, em suas aprendizagens matemáticas.

Ao considerar a relevância dos conhecimentos prévios dos alunos, sejam eles, afetivos, cognitivos ou comportamentais, para as futuras aprendizagens escolares, não se pode deixar de ressaltar a mesma importância à formação inicial de professores que ensinarão Matemática, apoderando-se desses conhecimentos e literatura para compreensão dos diferentes tipos de pensamentos dos alunos, a fim de propiciar formas adequadas de ensino para a construção do conhecimento.

> Por estas colocações fica evidenciado que a Psicologia e a Matemática se constituem em duas áreas indissociáveis, pois de um lado estão os conteúdos que são desenvolvidos pelos matemáticos e, do outro, os estudos da Psicologia sobre como as pessoas processam e adquirem conceitos, retêm estes conceitos na estrutura cognitiva e conseguem transferi-los para outras situações. (PIROLA, 2000, p. 12)

Para uma compreensão do contexto e campos de atuação, apresentamos o percurso histórico da Psicologia da Educação Matemática, grupos de pesquisas de universidades públicas que atuam na área e suas contribuições nas últimas décadas para a Educação Matemática, com o objetivo de fortalecer a área de pesquisa adotada nesta investigação e dos estudos na área, cujo objeto de interesse é a Matemática, sob um viés cognitivo e afetivo.

3.1 A Psicologia e a/da Educação Matemática

A Psicologia da Educação Matemática é um campo da Psicologia de reconhecimento internacional já há algumas décadas e que conta com a colaboração de psicólogos, matemáticos e educadores matemáticos em suas produções científicas. Apresenta um caráter interdisciplinar, que discute questões de dentro e fora da escola, correlacionando aspectos cognitivos e afetivos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

> Nesse contexto de ideias, a psicologia da educação matemática, doravante referida pela sigla PEM, oferece novas abordagens para a conceptualização, para a

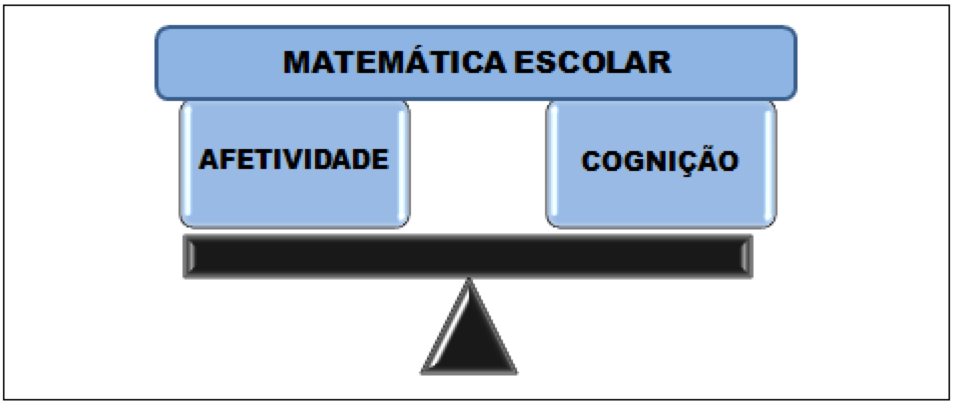
> aprendizagem voltada para conteúdos específicos (ou seja, matemáticos), bem como para a consideração de aspectos psicológicos no contexto de ensino e aprendizagem de conceitos em tal domínio. (FALCÃO, 2002, p. 208-209)

Historicamente, em 1976, durante o III Congresso Internacional de Educação Matemática (III ICME) realizado em Karlshure, na Alemanha, surgiu o Grupo Internacional da Psicologia da Educação Matemática (Psychology of Mathematics Education - PME), muito embora a Psicologia da Educação Matemática (PEM) já apresentasse seus primeiros traços na psicologia da aprendizagem e do desenvolvimento, da psicologia educacional e da didática da matemática já existentes em décadas anteriores.

> A aprendizagem é um processo de descoberta, de construção pessoal e de significados compartilhados, que são obtidos a partir da informação e da experiência, filtrados pelas percepções, sentimentos e pensamentos, bem como da negociação com os outros. (BRITO, 2011, p. 34)

Na perspectiva da PEM, o processo de aprender articula tanto esferas cognitivas quanto afetivas, sendo que as segundas exercem fortes influências sobre as primeiras e ao mesmo tempo são indissociáveis. A compreensão dessas relações potencializa o processo de ensino aprendizagem.

Figura 17: Esquema representativo dos aspectos cognitivos e afetivos na Matemática Escolar



Fonte: Elaborada pelos autores

No Brasil, as pesquisas e publicações na área da Psicologia da PEM tomaram força a partir da 19ª Reunião Anual do Grupo PME na Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia (ANPEPP), em 1996, e com as contribuições do grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM), ambos liderados pela professora doutora Márcia Regina Ferreira de Brito, da UNICAMP, considerada uma das pioneiras no desenvolvimento das pesquisas em PEM no Brasil.

Outros grupos de pesquisas alavancaram a PEM pelo país afora, na perspectiva da psicologia cognitiva. Em 2004, o Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (GPPEM), vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, da UNESP de Bauru, liderado pelo professor doutor Nelson Antonio Pirola, cujas principais articulações investigativas se dão a respeito das atitudes em relação ao ensino de Matemática, resolução de problemas, formação de professores, crenças de autoeficácia, criatividade quanto ao componente de flexibilidade do pensamento, habilidades matemáticas, pensamento algébrico e geométrico, mobilizando suas ações com os outros grupos, como o Grupo de Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso. Destacam-se ainda outros grupos de pesquisa, de outras universidades brasileiras, como os da UFPE, USP, UFRJ, PUC, UFRS, entre outras.

Segundo o levantamento bibliográfico de Barbosa e Ferreira (2007) das pesquisas realizadas no Brasil, entre os anos de 1975 e 2003, envolvendo elementos da Psicologia e da Educação Matemática, foram encontradas cerca de 60 pesquisas (teses e dissertações), sendo treze delas desenvolvidas pela UNICAMP, cujos autores são integrantes do grupo de pesquisa PSIEM e, também treze delas pela UFPE.

Muitas das pesquisas produzidas pelos membros do PSIEM, sob a orientação da Profª Drª Márcia Regina Ferreira de Brito, fundamentaram estudos posteriores e atuais no campo da PEM. Entre alguns temos: Pirola (1995, 2000), Gonçalez (2000), Lima (2001), Quintiliano (2005, 2011), Utsumi (2000), Inglez de Souza (2007), Dobarro (2007). É inegável o legado deixado por esta educadora.

Nos últimos catorze anos (2004-2018) o GPPEM, grupo de pesquisa da UNESP/Bauru, conforme informações cedidas nos anais da XV Reunião Técnica do Programa de Pós Graduação Educação para Ciência, produziu cerca de vinte dissertações, oito teses e três pós-doutoramentos envolvendo aspectos relevantes da Psicologia da Educação Matemática. Dentre essas pesquisas, orientadas pelo professor Nelson Pirola, destacam: Proença (2008), Justulin (2009), Sander (2014, 2018), Tortora (2014), Morais (2016), Lima (2017), Caetano (2009, 2018), Pinheiro (2018), Silva (2018) entre outros, cujos trabalhos exploram questões voltadas paras as atitudes em relação à Matemática, crenças de autoeficácia, fracasso escolar, pensamento algébrico, aritmético e geométrico, formação de conceito e formação de professores, contribuindo para os avanços das pesquisas em PEM no Brasil.

Ainda, o referido grupo organizou o I Seminário de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (I SPPEM), em novembro de 2017, em conjunto com o SIPEM

(UNICAMP), com o objetivo de homenagear a professora Márcia Brito por todo empenho e dedicação para a PEM e reunir as importantes pesquisas nesse campo, avaliando seus avanços e retrocessos nas últimas décadas.

Aprofundamos nossa discussão à luz da teoria walloriana no que diz respeito à afetividade e cognição para melhor entendimento da relevância dessas áreas para o contexto escolar, no que tange o processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, apresentamos a seguir as ideias do psicólogo francês Henri Wallon acerca do desenvolvimento psíquico humano, evidenciando suas três dimensões constitutivas: a motora, a afetiva e a cognitiva.

3.2 Os pressupostos da Teoria de Henri Wallon sobre a afetividade

No ensino da Matemática ocidental, aquela da exatidão, do engessamento hierárquico de conteúdos e ensino de técnicas para a resolução de listas gigantescas de exercícios, da necessidade de prova real, há espaço para as emoções, sentimentos, sensações e percepções? Como se estabelecem as fronteiras entre a sensibilidade e a razão, o corpo e a mente, o conhecimento e o afeto no processo de ensino e aprendizagem?

Por essas e outras questões, julgamos pertinente delinear um pouco melhor essa conversa sobre a afetividade, a fim de esclarecer sobre o que estamos falando e de onde estamos falando, considerando principalmente o fato de ser um fenômeno com poucas pesquisas e relativamente recente, fundamentados especificamente pela teoria de Henri Wallon, no que se refere ao desenvolvimento humano.

Impossível de se negar o quão os vínculos afetivos constituídos entre professores e alunos interferem na maneira de ensinar e aprender uns dos outros. Mas isso é sabido, acreditado e valorizado por educadores, por estudantes? É preciso levar essa discussão para dentro da escola, para a sala de aula, reconhecendo os sujeitos escolares em sua plenitude de ser e estar, da complexidade humana, de suas potencialidades e fragilidades. Mais que ensinar conteúdos, a escola deve ser lugar para se ensinar a pensar, pensar sobre as coisas do mundo, como afirma Brito (2011),

> [...] o objetivo principal da escola é o de formar bons pensadores. Assim, os professores, além de dominar o conteúdo específico que ensinam e os recursos metodológicos também devem conhecer e ensinar processos de pensamento, apoiados na crença de que levar os estudantes a desenvolver plenamente o potencial de pensamento é um dos objetivos mais importantes da educação. (BRITO, 2011, p. 34-35)

Mas, afinal, afeto, afetivo e afetividade, do que estamos falando? Se buscarmos no dicionário seus significados, com o objetivo de conceber os sentidos agregados a esses termos, encontramos no dicionário MiniAurélio (FERREIRA, 2008): “Afeto: substantivo masculino. 1. Afeição, amizade, amor. 2. Objeto de afeição”; “Afetivo: adjetivo. 1. Relativo a afeto. 2. Que tem ou em que há afeto; afetuoso.”; “Afetividade: substantivo feminino. Qualidade ou caráter de afetivo”. Em pesquisa no *Google*, temos que afetividade é: “conjunto de fenômenos psíquicos que são experimentados e vivenciados na forma de emoções e de sentimentos”. Tais verbetes, sinalizam para a complexidade temática, que pretendemos desvelar, trazer à tona uma discussão necessária e importante quando falamos na compreensão da construção do conhecimento, enfatizando que os aspectos relacionados à afetividade se antecipam e associam nesse processo aos biológicos, psicomotores, sociais, culturais e históricos.

A afetividade tem raízes biológicas e concomitantemente sociais. Não podemos confundir os sentidos de afetividade com a ideia de amor e carinho, afeição e amizade. Quando falamos em afetividade estamos falando de coisas que nos afetam, sejam elementos externos ou internos. Entendamos a afetividade como a capacidade de sermos afetados de maneira positiva ou negativa por eventos externos ou internos, cujo contexto dessa interação social e emocional é que se dá o desenvolvimento cognitivo do indivíduo.

Na Pedagogia, ciência que estuda a educação, com Paulo Freire, na psicologia, com Jean Piaget (1896-1980), Lev Vygotsky (1896-1934), o termo afetividade já representava um elemento de extrema relevância quando se falava em desenvolvimento humano, mas foi com o francês Henri Wallon (1879-1962) que essa terminologia ganhou uma discussão mais profunda nas investigações científicas, ao considerar que o desenvolvimento psíquico do indivíduo se dá em três dimensões: motora, afetiva e cognitiva, além disso, esse processo evolutivo está intrinsecamente relacionado a aspectos biológicos e ambientais inerentes aos sujeitos.

Wallon, médico, filósofo e psicólogo francês, dedicou-se ao estudo da criança por acreditar que seria o melhor caminho para a compreensão da origem dos processos psicológicos. Ao estudar o desenvolvimento infantil, Wallon explorou tanto a dimensão cognitiva, como a afetiva e a motora, evidenciando sua perspectiva de integração, uma vez que não admitia o reducionismo de desenvolvimento humano a apenas umas dessas dimensões.

Outro aspecto relevante dos trabalhos de Wallon se refere à concepção quanto ao papel da escola. Acreditava que a escola deveria oferecer a formação integral ao estudante, ou seja, a formação afetiva, a intelectual e a social. Sua teoria, sem dúvida, representou um marco importante no pensamento pedagógico, uma vez que a afetividade, até então era um fator pouco valorizado e por vezes desconsiderado no processo educativo.

Com base na Psicologia Genética e da Psicologia do desenvolvimento, o pesquisador francês buscava entender as origens dos processos psíquicos/psicológicos do indivíduo. Segundo Wallon (1995), essas origens são orgânicas (biológicas), mas que só são melhores compreendidas quando consideramos as maneiras pelas quais elas interagem com as influências socioambientais nesses processos. Assim, seu método de estudo considera tanto as condições orgânicas quanto as exigências sociais que influenciam no desenvolvimento psíquico. Nós nos desenvolvemos na interdependência de fatores biológicos e sociais, as condições humanas e do mundo externo são as grandes mantenedoras da existência e do desenvolvimento humano.

O pensamento infantil, conforme Wallon (1995), não se desenvolve de forma contínua, ele é marcado por descontinuidades, ou seja, crises e conflitos resultantes do amadurecimento do sistema nervoso que passa a oferecer novas possibilidades orgânicas para o exercício do pensamento e de mudanças no meio social que desencadeiam situações também novas com diferentes estímulos. Do conflito dessas duas condições é que emergem o pensamento e a inteligência humana.

A inteligência se desenvolve depois da afetividade na teoria walloriana, contrariando outras teorias psicológicas. A inteligência surge de dentro da afetividade e estabelece com ela uma estreita relação de conflito, o que talvez justifique o fato de nos interessarmos mais em aprender as coisas que gostamos do que aquelas que não se conectam com os nossos afetos.

Para alimentar a inteligência se faz preciso mobilizar os afetos, que se apresentam desde os dois primeiros anos de idade do indivíduo, fase que temos a absoluta dependência do outro, a razão pela qual nos tornamos afetivos. Um exemplo é a emotividade do bebê revelada no seu choro para expressar suas necessidades. Essa expressão emocional é uma linguagem cuja função é fundamentalmente social.

Wallon (1995), ainda, destaca a importância das atividades motoras como atividades expressivas observáveis desde o nascimento da criança. Na medida em que a função simbólica se desenvolve, quer dizer, quando a criança se torna capaz de pensar sobre as coisas que não estão presentes, materializadas em sua frente, tais capacidades cognitivas permitem a internalização dos atos motores e passam a utilizar outros recursos para se comunicar, como por exemplo, a fala e o maior controle sobre o ato motor.

Para Wallon (1995), a afetividade se revela por meio da emoção (ativação orgânica, a razão não tem controle sobre ela, expressão maior da afetividade), do sentimento (caráter cognitivo, representação da sensação) e da paixão (autocontrole sobre uma meta), um conjunto de fenômenos e manifestações psíquicas e emocionais que acompanham o indivíduo ao longo de sua vida. Assim, "o gosto que a criança toma pelas coisas pode avaliar-se pelo desejo e pelo poder que tem de as manejar, de as modificar, de as transformar". (WALLON, 1995, p. 215)

Tassoni (2008) discute a afetividade nos processos de ensino-aprendizagem a partir de pesquisas envolvendo a observação e experiências vividas em sala de aula por alunos e professores, de como estes sentimentos e emoções afetam o ensinar e o aprender, fundamentados na perspectiva walloniana, em que gradativamente as formas de representação da afetividade se transformam ao longo do próprio desenvolvimento humano. Essas influências da afetividade foram constatadas principalmente em momentos relacionados às maneiras do professor ajudar e falar com os alunos, nas atividades propostas, nas aprendizagens não apenas de conteúdos; nas correções e avaliações, na relação aluno-objeto de conhecimento e do professor com o objeto de conhecimento, nos sentimentos e percepções do aluno em relação ao professor.

> As ações do professor, que constituem sua prática pedagógica, afetam a aprendizagem dos alunos e a relação que estes estabelecem com o conhecimento. Os alunos interpretam as (re)ações dos professores e conferem um sentido afetivo à própria aprendizagem, ao conhecimento que circula e à sua imagem enquanto pessoa e estudante. (TASSONI; LEITE, 2013, p. 262)

Mahoney e Almeida (2005) destacam a importância para a compreensão da dimensão afetiva e sua relação com o processo de ensino e aprendizagem. As autoras definem a afetividade como "a capacidade, a disposição do ser humano de ser afetado pelo mundo externo/interno por sensações ligadas a tonalidades agradáveis ou desagradáveis" (p.19) e, elencam as principais contribuições e concepções de Henri Wallon, discutindo a questão da afetividade, seus componentes e as características dos estágios propostos pelo psicólogo, subsidiando os entendimentos pertinentes da relação professor-aluno.

> A teoria de desenvolvimento de Henri Wallon é um instrumento que pode ampliar a compreensão do professor sobre as possibilidades do aluno no processo ensino-aprendizagem e fornecer elementos para uma reflexão de como o ensino pode criar intencionalmente condições para favorecer esse processo, proporcionando a aprendizagem de novos comportamentos, novas idéias, novos valores. Na medida em que a teoria do desenvolvimento descreve características de cada estágio, está também oferecendo elementos para uma reflexão para tornar o processo de ensino-

> aprendizagem mais produtivo, propiciando ao professor pontos de referência para orientar e testar atividades adequadas aos alunos concretos que tem em sua sala de aula. (MAHONEY; ALMEIDA, 2005, p. 15)

À luz da teoria de Henri Wallon no processo de desenvolvimento, os princípios reguladores das aprendizagens não se alteram entre crianças e adultos, mas ocorrem em diferentes tempos e aberturas, conforme explicitam as autoras Mahoney e Almeida (2005). As pesquisadoras propõem algumas reflexões a partir desses princípios: do sincretismo para a diferenciação; imitação; acolhimento; desenvolvimento dos conjuntos funcionais; situações conflitivas; ensino-aprendizagem, faces de uma mesma moeda; processo ensino-aprendizagem; uma teoria é um recurso para o professor.

Ao longo desse estudo as autoras evidenciam a importância dos aspectos afetivos nos processos de ensino e aprendizagem, da relação professor-aluno, dos componentes da afetividade e, ainda, apresentam, de maneira sintetizada, porém não superficial, os estágios propostos na teoria walloriana enfatizando algumas de suas características e afirmando que a idade do sujeito, no caso, não é o principal aspecto considerado para determinar seu estágio [...] cada estágio é um sistema completo em si; as características de cada estágio se expressam através de conteúdos determinados culturalmente; o desenvolvimento pressupõe um processo constante de transformações, durante toda a vida (MAHONEY; ALMEIDA, 2005, p. 26).

Quadro 9: Apresentação da Teoria Psicogenética de Henri Wallon

Estágio	Predominância do conjunto funcional e da direção	Indicadores	Principais aprendizagens	Principais recursos de aprendizagem
Impulsivo (nascimento a 3 meses) e Emocional (3 meses a 1 ano)	- motor afetivo - centrípeta (para o conhecimento de si)	- impulsivo: respostas às sensibilidades intero e propioceptivas → atividade generalizada do organismo, movimentos reflexos e impulsivos; - simbiose fisiológica, afetiva e cognitiva (em prolongamento à simbiose fetal); - respostas à sensibilidade exteroceptiva → pela resposta do outro, atividades descoordenadas vão se transformando em sinalizações cada vez mais precisas para expressar bem-estar e mal-estar: medo, alegria, raiva, etc; - movimentos descoordenados → movimentos expressivos – atividades circulares; - consciência corporal.	- "o que sou?" - recorte corporal	- fusão com o outro
Sensório-motor (12 a 18 meses) e Projetivo (18 a 3 anos)	- cognitivo - centrífuga (para o conhecimento do mundo exterior)	- marcha e fala; - movimentos instrumentais (praxias), comunicação simbólica; - exploração sistemática do real: pegar, montar, desmontar, numerar, identificar, localizar; - atividade circular mais elaborada: coordenação mútua dos campos sensoriais e motores (ajustamento do gesto aos seus efeitos); ato motor completa o ato mental, dando mais expressividade a ele; - movimentos projetivos: mimetismo, imitação e simulacro (prenúncios da representação).	- "eu sou diferente dos objetos"	- contato com diferentes espaços, situações e pessoas; - respostas ´`as perguntas
Personalismo (3 a 6 anos)	- afetivo - centrípeta	- progresso das respostas à sensibilidade exteroceptiva; - três características marcantes nas relações interpessoais; • Oposição ao outro (relações negativistas): recusa a reivindicação • Sedução ou idade da graça (relações sedutoras); • Imitação (relações imitativas para usar o outro, que antes negou, como modelo para ampliar as competências). - inércia mental (totalmente absorvida por suas ocupações do momento, sem ter controle sobre mudanças ou fixação sobre elas) pode levar a: • Atividade de instabilidade (reage indiscriminadamente aos estímulos exteriores); • Atividade de perseveração (permanece na atividade, alheia aos estímulos exteriores); - aparecimento de ciúmes e paixão.	- "eu sou diferente dos outros" - consciência de si.	- oportunidades variadas de convivência com ouras pessoas (crianças ou adultos) -negação
Categorial (6 a 11 anos)	- cognitivo - centrífuga	- disciplina mental de concentração, atenção (maturação dos centros nervosos de discriminação e inibição); - no plano motor: gestos mais precisos, elaborados mentalmente com previsão de etapas e consequências; - superação lenta do sincretismo – 2 etapas; • pensamento pré-categorial (até cerca de 9 anos), ainda marcado pelo sincretismo. O par é a unidade menos de pensamento (um par interage com outros pares, por vezes em	- "o que é o mundo?" - descoberta de semelhanças e diferenças entre objetos, ideias, representações.	- variedade de atividades; - ligação com o que já sabe; - imperícia como parte do processo.

		sequências extravagantes, podendo ocorrer encadeamento fabulatório); • pensamento categorial (a partir dos 9 anos): formação de categorias intelectuais. Tarefas essenciais de conhecimento: definir e explicar (um objeto se define quando se recorta e diferencia dos demais, só se explica quando as relações estão claras). Tarefa árdua, tanto da definição, como da explicação.		
Puberdade e Adolescência (acima de 11 anos)	- afetivo - centrípeta	- última e movimentada etapa que separa a criança do adulto; - fortalecimento do pensamento categorial; - apreensão da noção de tempo futuro completa e consciência de si; - alteração do esquema corporal; - ambivalência de sentimentos; - questionamentos de valores.	- “quem sou eu? Quais são meus valores? Quem serei no futuro?” - consciência temporal.	- oposição aos outros e às ideias; - vivência de valores. - convivência com pares
Adulto	- equilíbrio entre afetivo e cognitivo	- definição de valores; - comportamentos de acordo com os valores assumidos; - responsabilidade pelas consequências de seus valores e atos; - controle cortical sobre as situações que envolvem cognitivo-afetivo-motor.	- “eu sei que sou e o que esperam de mim”.	- convivência com o outro; - experiências próprias se transformam em preceitos e princípios.
✓ As idades apresentadas são as indicadas pela teoria. ✓ A partir do primeiro estágio, a teoria se ateve ao jogo da predominância afetivo *versus* cognitivo.				

Fonte: Adaptado e extraído de Mahoney e Almeida (2005, p. 27-28).

Os estágios são categorizados em impulsivo, sensório-motor, personalismo, categorial, puberdade e adolescência e, adulto. Para cada um deles, as autoras destacam a predominância do conjunto funcional e da direção, bem como seus principais indicadores e aprendizagens. São apresentados também recursos que favorecem tais aprendizagens.

Ferreira e Acioly-Régnier (2010) também elencam as contribuições da teoria walloniana no âmbito da cognição e afetividade na educação, conjuntos funcionais interdependentes, ressaltando a visão dialética e humanista da ideia de “pessoa” integral, de Wallon e, “circularidade fundamental”, de Francisco Varela, para tratar da relação homem e mundo.

> Assim, podemos entender, a partir da “circularidade fundamental” de Varela, Thompson e Rosch, que o ato educativo não trata de aprender a representar um mundo preconcebido por uma mente preconcebida, mas, ao contrário, fala da atuação incorporada de um mundo e de uma mente com base em uma história de diversidade de ações desempenhadas por um ser no mundo. Na visão walloniana, os progressos da educação visam à mudança da sociedade e a formação de um sujeito engajado nessa proposta de mudança. (FERREIRA; ACIOLY-RÉGNIER, 2010, p. 34)

Ainda, os autores não deixam de versar sobre os desafios educacionais do século XXI: "multietnicidade, da convivência plural e democrática e da unidade na diversidade" (FERREIRA; ACIOLY-RÉGNIER, 2010, p. 22), do caráter opressor instaurado no espaço escolar para manutenção da ordem e disciplina e da necessidade de desenvolver o espírito de resistência a estas imposições neoliberais, de modelos econômicos dominantes, dando condições para a formação de um indivíduo engajado. Assim, afirmam que

> A escola como o lugar privilegiado para formação exclusiva da cognição tem encontrado desafios antes não imaginados, pois em que pesem as tentativas de impedir o surgimento dos afetos no ato educativo, a sua presença aparece nas atividades propostas, nas relações que são estabelecidas, nos ditos e não ditos que povoam o imaginário escolar, convidando-nos a continuarmos refletindo e repensando o seu lugar nos processos formativos (FERREIRA; ACIOLY-RÉGNIER, 2010, p. 24).

Para os autores são grandes as contribuições de Wallon, principalmente "[...] em dispor de uma conceituação diferencial sobre emoção, sentimentos e paixão, incluindo todas essas manifestações como um desdobramento de um domínio funcional mais abrangente: a afetividade, sem, contudo, reduzí-los uns aos outros [...]" (FERREIRA; ACIOLY-RÉGNIER, 2010, p. 26). Os mesmos autores definem a afetividade "como o domínio funcional que apresenta diferentes manifestações que irão se complexificando ao longo do desenvolvimento e que emergem de uma base eminentemente orgânica até alcançarem relações dinâmicas com a cognição, como pode ser visto nos sentimentos." (FERREIRA; ACIOLY-RÉGNIER, 2010, p. 26).

Ao definirmos o conceito de afetividade e a sua conexão com o desenvolvimento humano no viés da teoria walloriana, apresentamos um panorama das pesquisas em afetividade e a Matemática Escolar para discutir a temática na formação inicial de pedagogos e consequentemente, sua relevância para a construção do pensamento matemático de estudantes e professores.

3.3 Afetividade, Cognição e a Matemática Escolar

A afetividade se faz presente em todas as etapas da vida, evidenciadas das mais diversas formas e circunstâncias, das mais simples às mais complexas de nossas ações, nas diferentes esferas, sejam elas motoras, afetivas ou cognitivas. O sentimento de aproximação ou afastamento, de rejeição ou afeto, de retraimento ou envolvimento, circunda durante todo desenvolvimento humano, trazendo à tona sensações e memórias boas ou ruins.

No contexto escolar, este cenário não é diferente, as sensações e percepções não são deixadas em casa, dentro de uma caixinha, tão pouco imunes das influências de práticas e falas docentes. A escola, a sala de aula, as inter-relações pessoais que se estabelecem neste ambiente entre os sujeitos escolares provocam nos alunos afeto ou repulsa e estão intimamente relacionadas com o desempenho nas aprendizagens dos alunos e ensino dos professores na apropriação de conteúdos curriculares das diferentes disciplinas (BRITO, 1996).

Ainda como um assunto escasso no meio das pesquisas acadêmicas, a questão da afetividade e a Matemática escolar vem se transformando e, paulatinamente, ressignificando o olhar de docentes e futuros docentes para a relevância que essa temática tem para o processo de ensino e aprendizagem, rompendo com a superioridade dos aspectos cognitivos sobre os afetivos na construção do conhecimento do indivíduo.

As investigações no campo da Educação Matemática relacionadas à afetividade se deram mais fortemente a partir da década dos anos 90, com importantes trabalhos, como os de Gómez Chacón (2002), Brito (1996), Falcão (1996), Goldin (2002) e outros.

Na perspectiva de Gómez Chacón (2002), há três descritores básicos do domínio afetivo: as emoções, as atitudes e as crenças. Seus trabalhos discorrem sobre os bloqueios afetivos na solução de problemas e na atividade matemática. A autora defende que é imprescindível compreender alguns aspectos teóricos e metodológicos para o entendimento das questões afetivas no ensino e aprendizagem de Matemática, das influências afetivas neste conhecimento específico, tanto que se refere aos alunos como professores. A pesquisadora define a "Alfabetização emocional como um processo educacional, contínuo e permanente, que visa promover o desenvolvimento emocional enquanto desenvolvimento cognitivo, como elementos-chave no desenvolvimento integral da pessoa" (GOMÉZ CHACÓN, 2002, p. 4, tradução nossa). E ainda que,

> As crenças fazem parte do conhecimento no âmbito do domínio cognitivo, mas são compostas por elementos afetivos e sociais. Ela afirma que as crenças interferem nos conhecimentos dos professores. As características do contexto social têm influência forte sobre as crenças, na medida em que muitas se adquirem por meio de um processo de transmissão social. Segundo a autora as crenças dos estudantes no âmbito da Educação Matemática se categorizam em termos de objetos de crença: crenças sobre a Matemática (o objeto), sobre ele mesmo e sobre o ensino de Matemática e ainda crenças sobre o contexto no qual a Educação Matemática acontece (contexto social) (GÓMEZ-CHACON, 2002 citada em CURI, 2004, p. 111-112)

Para tanto a autora apresenta dez cenários emocionais presentes em estudantes, discutindo os processos afetivos e cognitivos, suas consequências e causas na interação com a aprendizagem, e que foram por nós sintetizados e traduzidos:

Quadro 10: Os cenários emocionais, de Goméz Chacón (2002)

Cenários Emocionais	Descritores básicos
1. Atitude de autoconfiança e execução de um problema.	Reduzir a ansiedade e potencializar a autorregulação dos alunos, por meio da interação entre os pares, melhora-se a competência individual na resolução de problemas.
2. Atitudes e mudanças de atitude na atividade matemática	A magnitude de alguns bloqueios pode impedir o indivíduo a adquirir novos conhecimentos matemáticos, já que as atitudes podem surgir desde os primeiros anos de vida. Nesse caso, consideram-se as atitudes como uma predisposição evolutiva, que se manifesta na esfera cognitiva, afetiva e intencional.
3. Conhecimento informal	"Crenças que são geradas por não levar adequadamente em conta a matemática informal das crianças são: contar nos dedos é infantil e bobo; compreender a matemática é algo que está disponível apenas para gênios; Matemática não precisa fazer sentido. Isso faz com que muitos dos alunos se sintam alienados pela matemática escolar, porque perderam o controle sobre isso. Relacionar a matemática escolar com a matemática informal tornará essa disciplina menos estranha, menos ameaçadora e esmagadora, e poderá incentivar os alunos a se sentirem mais responsáveis por seu aprendizado." (p. 10, tradução nossa)
4. O desejo de fazer bem	Nos estudos de Lester e Garofalo (1989) constatou-se que muitos estudantes resolvem problemas a partir de palavras-chaves oferecidas nos enunciados pelos professores, o que induz a operação ou procedimento matemático a se realizar para alcançar o resultado, configurando crenças limitativas (são modos de pensar que interferem no uso de recursos, habilidades e controles necessários para a resolução de uma atividade matemática), pois os problemas são descontextualizados, que não estimulam o conhecimento informal e condiciona os alunos a resolver certos tipos de problemas: "mais", "menos", "vezes" e "dividir".
5. A imagem que os alunos têm da matemática.	Os alunos acreditam que só se podem resolver problemas por meio da aplicação de operações, regras, fórmulas e procedimentos, o que cerceiam os aspectos conceituais e suas conexões entre diferentes atividades matemáticas. Desse contexto emergem algumas imagens que os alunos têm da Matemática: o aluno não pode questionar os enunciados propostos pelos professores; só a Matemática que cai em exames é importante, entre outros exemplos.
6. Meta-afeto e regulação de afeto-cognição.	Engloba a autoconsciência, a autorregulação cognitiva e emocional e as interações sociais na aula e o contexto sociocultural. Muitas dificuldades de aprendizagens estão correlacionadas com a limitação da capacidade de generalização ou transferência na planificação do conhecimento, traçar um plano de ações, possibilitando de forma flexível a uma prática coerente e autônoma (metacognição). A este autocontrole e gestão das emoções, a autora chama de meta-afeto.
7. Diversos estilos de	Trata dos estilos matemáticos de aprendizagens. Estilo de aprendizagem

aprendizagem	é como a "mente processa a informação ou como ela é influenciada pelas percepções de cada indivíduo (ALONSO, GALLEGO e HONEY, 1994 apud GOMÉZ CHACÓN, 2002, p.21). Assim, a partir das observações dos alunos em resolução de problemas, constatou-se cinco áreas de situações de aprendizagem: as estratégias utilizadas nos conteúdos dos processos, as que elas usam para regular, os processos afetivos que ocorrem e ao modelo mental de aprendizagem e para o que orienta isso.
8. Motivação e influências sociais	"Garantir diferentes experiências em uma educação intercultural de modo que corroborar com a construção da identidade social e cultural, são meios pelos quais se alcançam os vínculos culturais, consequentemente impacta dimensões maiores, como a integração de conteúdos, a construção do conhecimento e redução de prejuízos" (p. 21, *tradução nossa*).
9. Representação social do conhecimento matemático em escolas multiculturais	"O modelo da teoria das Representações Sociais assume que, em todas as pessoas, as representações, as complexas imagens mentais de diferentes indivíduos, que são espontâneas, não são o reflexo científico de uma formação geral, do conjunto estruturado da representação do mundo, elas podem facilitar ou dificultar a aprendizagem. [...] A representação social, sendo por definição um conjunto de crenças e atitudes que une explicações, classificações, intenções de comportamento e emoções, tem uma grande carga afetiva" (p. 23, *tradução nossa*).
10. Valores e crenças associados a diferentes formas de conhecimento matemático	As emoções contribuem para a existência, manutenção e reconstrução da mesma estrutura social, particularmente da estrutura social da sala de aula. Em consonância, o estudante como ator social configurará sua própria estrutura afetiva, seu modo de sentir e vivenciar a realidade, assim como o modo de se vivenciar. (p. 25, *tradução nossa*)

Fonte: Goméz Chacón (2002, p. 6-27) – Adaptado e com tradução nossa

Além disso, a autora sugere algumas estratégias que contribuem para uma prática pedagógica que valorize tanto a afetividade como a cognição na construção do conhecimento matemático e conclui o capítulo dizendo que,

> [...] especificamente nos cenários emocionais descritos, queremos observar que na prática educacional o desenvolvimento da dimensão emocional não deve ser feito como "desejos sensacionalistas e slogans" ou "modas predominantes", mas deve ser baseado em uma pesquisa sólida e em uma articulação de programas a partir de paradigmas holísticos e de uma perspectiva caleidoscópica, especificando conteúdos concretos e de algumas habilidades e competências específicas. (GÓMEZ-CHACÓN, 2002, p. 31, *tradução nossa*)

Os estudos de Goméz Chacón (2002), como Brito (1996), Falcão (1996), Goldin (2002) elencam inúmeros fatores e variáveis no sucesso ou fracasso escolar, em especial, o que se refere às aprendizagens matemáticas e às questões de dimensão afetiva. O caráter afetivo não é apenas uma complementaridade do cognitivo, mas de acordo com estes autores, representa um ponto crucial na aprendizagem, principalmente quando se pensa em todo o mito em torno do ensino e da aprendizagem de Matemática: uma atividade intelectual para poucos, uma disciplina seletiva que causa repúdio pela maioria e aquela responsável pelo fracasso escolar, entre outras falas.

Alves (2014) investigou o papel da afetividade nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática sob o viés das percepções de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e professores. Uma pesquisa qualitativa, com base na teoria walloriana, cujos resultados evidenciaram que as ações docentes durante sua prática pedagógica afetam a aprendizagem discente, bem como sua relação com o objeto de conhecimento (conceitos matemáticos). Na percepção dos estudantes, há uma aproximação maior com o objeto de estudo por parte deles, quando o professor se apresenta mais afetivo na relação professor-aluno, quanto aos professores, o estudo apontou que não reconhecem o papel da afetividade no processo de ensino e aprendizagem. Seus resultados possibilitaram que a pesquisadora concluísse que as atitudes, crenças e emoções exercem fortes influências no processo de aprendizagem.

> Deste modo, sublinhamos que atitudes, crenças e emoções são determinantes para a aprendizagem: a afetividade impulsiona a aprendizagem: dedicamo-nos mais e temos mais empenho quando gostamos do objeto desejado. Contrariamente, se temos aversão a certas disciplinas, a aprendizagem é dificultada. (ALVES, 2014, p. 50)

Conforme Vila e Callejo (2006), uma intervenção educativa adequada contempla identificar as crenças e oportunizar experiências que transformem velhas crenças não apropriadas em favoráveis. Isso contribui para que gradativamente vá se realizando os ajustes necessários, como em um sistema regulador, para que as intervenções apropriadas corroborem para os avanços individuais ou em grupo. Para tanto, se faz preciso que o professor tenha clareza do seu papel e de suas próprias atitudes e crenças, bem como as influências que estas podem provocar na vida escolar de uma criança e, identificá-las é o primeiro passo para contribuir nesse processo de mudanças de comportamentos na construção do conhecimento matemático, compreender como os estudantes se relacionam com a matemática e enfrentam diferentes desafios quanto à resolução de problemas.

Se considerarmos que as aprendizagens dos alunos sofrem influências favoráveis ou desfavoráveis, positivas ou negativas em sua apropriação, o cenário não é diferente para os professores, que acabam transferindo para seus alunos experiências de ensino de sua vida escolar, trata-se, portanto, de um círculo de afetos, ensino e aprendizagem (VILA; CALLEJO, 2006; CHACÓN, 2003).

Lima (2014) demonstrou em seus estudos que a relação, de natureza afetiva, entre aluno e conhecimento, ou seja, sujeito e objeto se dão por meio da mediação do professor. A autora observou a prática pedagógica de um professor do Ensino Médio, realizou entrevistas, categorizou as informações em núcleos temáticos, numa perspectiva de ordem afetiva e, seus resultados evidenciaram influências positivas e negativas nos sujeitos, afastando ou aproximando o aluno e o conteúdo da disciplina de Matemática. Assim, seus estudos concordam com Leite (2012), que afirma que,

> [...] o tipo de relação afetiva que vai se estabelecer entre o aluno e determinado conteúdo escolar (...) vai depender, em grande medida, da concretude das práticas de mediação pedagógica planejadas e desenvolvidas em sala de aula. (LEITE, 2012, p. 362)

A importância das inúmeras situações em que se estabelecem as relações de afeto nas atividades matemáticas são também evidenciadas no trabalho de Amado, Carreira e Ferreira (2016). Entre os anos de 2011 e 2014, o Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve (Portugal) realizou campeonatos *online* de resolução de problemas, envolvendo pais e filhos, com turmas de estudantes de 10 a 14 anos, cujos eixos de pesquisa aprofundaram-se nas questões do pensamento e de estratégias utilizadas na resolução de problemas, bem como os afetos em relação à Matemática, a criatividade apresentada e a utilização de tecnologias digitais.

> As competições matemáticas SUB12 e SUB14 decorrem num ambiente para além da sala de aula, sendo que a participação dos jovens ocorre em casa, onde a utilização do computador e o acesso à internet estão disponíveis. Sempre que submetem uma resposta a um problema, os participantes recebem um *feedback* sobre as suas produções. Podem ainda dispor de um período de tempo para trabalhar de novo nos problemas e voltar a submeter as suas respostas as vezes que forem necessárias no prazo definido para cada problema. Assim o envolvimento dos pais, é uma realidade devido ao modo de funcionamento das próprias competições, bem como ao nível etário dos participantes (10-14 anos) e ao caráter extraescolar e voluntário dessas atividades (AMADO; CARREIRA; FERREIRA, 2016, p. 17)

Este cenário inclusivo contribuiu para o encorajamento da capacidade de sucesso desses estudantes no enfrentamento de desafios matemáticos, além obviamente do envolvimento parental que promoveu reflexões e influências na resolução de problemas, possibilitando a aprendizagem matemática e o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática. Os próprios pais admitiram que “os adultos complicam os problemas e que os filhos mais novos apresentam maior flexibilidade e simplicidade nas resoluções que produzem” (AMADO; CARREIRA; FERREIRA, 2016, p. 18).

Amado, Carreira e Ferreira (2016) contemplam a investigação no que se refere aos afetos em cinco dimensões: concepções, atitudes, emoções, valores e sentimentos; numa perspectiva mais ampla daquela proposta por McLeod (1992), explica as autoras, mas centrando-se especificamente na análise das três primeiras dimensões, de conexões evidentes e de difícil distinção.

Os resultados desse estudo indicam, sobretudo, como os campeonatos na internet podem ser uma forma motivacional, divertida, prazerosa e desafiadora de aproximar as pessoas da Matemática, usando a solução de problemas desafiantes. Faz-nos repensar algumas concepções da literatura em relação ao ensino da matemática em torná-la mais popular e mais "acessível", provocar diferentes emoções em seus participantes, incentivá-los e motivá-los a persistir frente aos obstáculos (papel desempenhado pelo *feedback* e pistas dadas) e nas publicações das resoluções.

Nessa proposta, "pedir ajuda foi sempre encarado como legítimo, acessível e uma ferramenta a ser usada efetivamente para conseguir dar uma resposta aos desafios lançados. É isso que faz da fase de apuramento dessas competições um percurso de aprendizagem" (AMADO; CARREIRA; FERREIRA, 2016, p. 86).

Portanto, percebemos que tais pesquisas ratificam a relevância de se considerar os aspectos cognitivos e afetivos no processo de ensino e aprendizagem, em especial, no que se refere ao ensino e construção do conhecimento matemático de alunos que estão no início de sua escolaridade, que vivenciarão suas primeiras experiências matemáticas escolares. Professores e futuros professores mais bem preparados e formados, terão mais condições e recurso estratégicos para oferecer e oportunizar vivências positivas e favoráveis às aprendizagens matemáticas.

Apresentaremos no capítulo a seguir a metodologia utilizada nesta investigação, em que definimos a abordagem dos métodos mistos na perspectiva de Creswell e Clark Park (2013). Ainda, apresentaremos o problema e contexto da pesquisa desenvolvida, os objetivos, a caracterização dos participantes envolvidos, os instrumentos necessários para levantamento de dados, os procedimentos utilizados e a forma em que os dados foram tratados em sua análise.

CAPÍTULO 4
METODOLOGIA

Como outrora discutido a respeito dessa investigação sobre as relações das crenças de autoeficácia, atitudes e o conhecimento especializado de professores *in-service* e *pre-service* para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, apresentamos e justificamos nesse capítulo a dimensão metodológica da pesquisa[9], a saber, baseada na metodologia mista (quali-quanti/quanti-quali), assim como o problema de pesquisa e outras questões norteadoras, o contexto da pesquisa, a caracterização dos participantes, os instrumentos e procedimentos de coleta de dados.

4.1 O Problema de Pesquisa

No contexto das produções em Educação Matemática, mais especificamente, na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática, essa investigação objetivou responder o seguinte problema de pesquisa: "*De que maneira se apresentam e se relacionam as crenças de autoeficácia, as atitudes em relação à Matemática e o conhecimento especializado de professores in-service e pre-service para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental?".*

A partir dessa questão central o objetivo geral da pesquisa, foi *analisar a maneira que professores dos anos iniciais e estudantes de Pedagogia se apresentam quanto suas as atitudes em relação à Matemática e crenças de autoeficácia para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais e como isso afeta ou não o seu conhecimento especializado, possibilitando estabelecer relações entre esses aspectos cognitivos e afetivos*.

Ao considerarmos o problema de pesquisa e os seus participantes, buscamos ainda, responder a outras questões secundárias, nos quais julgamos fundamentais para a compreensão mais aprofundada desta investigação e que nos possibilitou estabelecer relações

---

[9] Ressaltamos que essa pesquisa foi submetida ao Comitê de Etica em Pesquisa por meio da Plataforma Brasil, em 05/06/2018 e, aprovado em 12/07/2018, sob o CAEE: 91474418.8.00005398.
Todos os protocolos de pesquisa envolvendo seres humanos devem ser submetidos ao Sistema CEP/CONEP, de forma on-line, por meio da Plataforma Brasil, que é uma base nacional e unificada de registros de pesquisas envolvendo seres humanos para todo o sistema CEP/CONEP, que permite ainda, a apresentação de documentos também em meio digital e à sociedade o acesso aos dados públicos de todas as pesquisas aprovadas.

de convergência e divergência relevantes entre os aspectos afetivos e cognitivos propostos para este estudo. Tais questões norteadoras são:

- *Quais saberes conceituais e concepções os professores pre-service e in-service apresentam ter sobre o pensamento algébrico e o ensino da Álgebra nos Anos Iniciais?*
- *O professor se percebe capaz para planejar e ensinar tarefas matemáticas que promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico com alunos dos anos iniciais?*
- *Durante a solução de problemas, os participantes vislumbram características do pensamento algébrico e habilidades algébricas contidas no problema?*
- *Fatores como tempo de magistério, idade, formação inicial, reprovação e desempenho nas aulas de Matemática, entre outros influenciam nas atitudes e na autoeficácia do conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais?*

Assim, ao delimitarmos o foco da investigação da pesquisa mais detalhamente, tais questões secundárias nos norteou para um olhar mais específico e nos permitiu:

a) Validar a *Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais*, aplicável em outras pesquisas que envolvam professores *in-service* e *pre-service* dos anos iniciais a respeito da temática;
b) Avaliar as crenças de autoeficácia de professores *in-service* e *pre-service* para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico;
c) Identificar o conceito e as concepções que os participantes têm a respeito do pensamento algébrico e o ensino da Álgebra nos Anos Iniciais;
d) Diagnosticar, por meio da solução de problemas algébricos, se os participantes reconheciam os elementos caracterizadores do pensamento algébrico ou habilidades algébricas propostas em documentos curriculares;
e) Analisar possíveis fatores que podem influenciar na autoeficácia do conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

f) Comparar professores *in-service* e *pre-service* dos anos iniciais quanto às relações de suas crenças de autoeficácia, atitudes e conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para discutir o problema de pesquisa, a avaliação das atitudes foi pautada nos parâmetros utilizados por Brito (1996) em sua escala tipo *Likert* (método somativo), traduzida e validada pela a pesquisadora de Aiken e Dreger (1961) e Aiken (1963), em que se afirma que é um dos métodos mais populares e eficientes, inclusive podendo ser encontradas tanto em relação à Matemática, como foi o caso utilizado por ela e por esta pesquisa, quanto em relação a conteúdos específicos da Matemática.

Segundo Brito (1996, p. 36), "a escala de atitude mede um fenômeno unidimensional, porque gostar ou não gostar de matemática são dois pólos de uma mesma dimensão", ou seja, os itens que compõem essa escala aferem "a segurança com relação à Matemática, a apreciação da Matemática e o valor da Matemática" (BRITO, 1996, p.33) não avaliando questões associadas à atuação do professor, das atividades matemáticas oferecidas, por exemplo.

> Qualquer atitude enquanto um fenômeno humano, um construto psicológico próprio do sujeito humano, é composto por dimensões afetivas e cognitivas e se expressa através do comportamento. Entretanto, é unidimensional no sentido de que o afeto caminha apenas em uma direção, sendo incompatível, dois elementos ocuparem a mesma posição, no mesmo instante. Isso significa que as atitudes podem ser modificadas e alteradas durante a vida do indivíduo, mas elas não podem ser antagônicas em um dado momento (BRITO, 1996, p. 35).

Na escala de atitudes em relação à Matemática (BRITO, 1996), as proposições são mais gerais e não específicas, assim é possível medir o sentimento do indivíduo em relação à Matemática de forma generalizada. Nesse sentido, Brito (1996, p. 37) afirma que "se o número de experiências negativas for maior e mais intenso que o número de experiências positivas, essas experiências serão, então, as determinantes das atitudes" do indivíduo em relação à Matemática.

Quanto à avaliação das crenças de autoeficácia dos participante, foi elaborada e validada uma *Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais*, distribuída em duas subescalas: a Subescala 1 (composta por 17 itens) refere-se as crenças de autoeficácia do participante sobre seus conhecimentos algébricos; a Subescala 2 (formada por 29 itens) estende-se as crenças de autoeficácia do participante sobre o ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Conforme Souza e Brito (2008), a concepção de autoeficácia pode ser definida como "um julgamento pessoal de capacidade relativa a um determinado domínio, e não se refere especificamente à capacidade de um indivíduo, mas sim ao que o mesmo acredita ser capaz de realizar, em uma variedade de circunstâncias" (p. 195). No contexto educacional, vários estudos afirmam o quanto as crenças de autoeficácia afetam no desempenho e motivação dos alunos em Matemática, como o trabalho de Inglez de Souza (2007). Nesse estudo encontramos aspectos das variações possíveis da autoeficácia, em referência ao trabalho de Zimmerman, (1997), que são: em *nível* (complexidade das tarefas propostas), *generalidade* (transferência das crenças para diferentes atividades) e *força* (grau de segurança ao executar determinada tarefa).

Por fim, para avaliarmos o conhecimento especializado dos professores *in-service* e *pre-service,* tomamos por referência o trabalho de Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalan (2013) por reconhecerem o quanto as crenças e concepções afetam o conhecimento especializado do professor no processo de ensino e aprendizagem. Nessa pesquisa, buscamos a resposta para o problema central nesse aspecto, propondo ao participante a solução de sete problemas algébricos elaborados a partir de habilidades algébricas requerida nas BNCC para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Portanto, ao considerarmos a complexidade das dinâmicas do contexto educacional, delimitar o problema de pesquisa e os meios de estudo e investigação exige do pesquisador cuidado, empenho, zelo e esforço, pois a imparcialidade é necessária no tratamento das questões relacionadas à problemática. Concordamos com Fazenda (2010, p. 10) ao afirmar que "apesar de árduo e solitário, o processo de pesquisar é também um desafio, pois a paixão pelo desconhecido, pelo novo, pelo inusitado acaba por invadir o espaço do educador, trazendo-lhe alegrias inesperadas".

4.2 O contexto da pesquisa

Inicialmente, aos traçarmos os primeiros passos da pesquisa, nos defrontamos com o desafio de definirmos a escolha dos participantes e possíveis lugares onde se poderia desenvolver essa investigação. Um processo delicado, pois nem sempre nos deparamos com instituições e responsáveis por elas dispostos a corroborar com as pesquisas acadêmicas. Realizamos uma busca por quatro secretarias municipais de educação, as quais duas demonstraram interesse e empenho em participar. Hoje, de acordo com a legislação vigente, as escolas que atendem alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental são de responsabilidade dos municípios, embora ainda haja, em uma pequena minoria, aquelas que pertencem à rede estadual pública, o que justifica a realização da pesquisa com professores dos anos iniciais da rede municipal de ensino.

Assim, a pesquisa foi desenvolvida com a participação de professores *in-service* de dois municípios do noroeste paulista[10], amostra escolhida por conveniência e adesão. Um dos municípios, com cerca de 50.000 habitantes (conforme dados do IBGE) conta com dezessete escolas municipais, nas quais dez atendem crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O outro município, com aproximadamente 120.000 habitantes (mesma fonte), possui 29 escolas municipais, de modo que 16 delas referem-se ao atendimento a alunos dos anos iniciais.

A segunda parte da busca consistiu na seleção de instituições que oferecessem o curso de Pedagogia na modalidade presencial. Encontramos certa dificuldade nisso, pois atualmente há uma grande oferta de cursos de Pedagogia à distância. Dentre as instituições procuradas, três aderiram à pesquisa e propiciaram o desenvolvimento da pesquisa com seus estudantes.

À vista disso, participaram ainda, dessa investigação, professores *pre-service*, ou seja, estudantes do curso presencial de Pedagogia de instituições de ensino superior particulares, originárias desses mesmos dois municípios caracterizados anteriormente, sendo uma instituição do município com menor número de habitantes e duas instituições referentes ao outro município. Nas três instituições participantes, o curso de Pedagogia era oferecido em período noturno.

Ambos os municípios e instituições demonstraram empenho e prontidão por parte dos Secretários de Educação e Diretores de Escola ou Instituições de Ensino Superior, para que alcançássemos o maior número possível de participantes na pesquisa, corroborando assim para os resultados da investigação e, consequentemente, uma importante contribuição para a melhoria da qualidade no ensino de Matemática, especialmente, no que tange o Ensino Fundamental Anos Iniciais em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

[10] Esclarecemos que, conforme explicitado no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, assinado pelos participantes da pesquisa (municípios, Secretarias de Educação, instituições de Ensino Superior, professores e estudantes de Pedagogia), a identificação destes será sigilosa, afim de evitar qualquer tipo de exposição ou constrangimento.

4.3 Caracterização dos Participantes da Pesquisa

A investigação foi desenvolvida com a participação de professores *in-service* e *pre-service.* A decisão por esse público participante se justifica pela discussão realizada entorno do ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma temática atual face às novas demandas curriculares (BRASIL, 2017), mas uma antiga discussão, desde meados da década de 80 e do início do século XXI, como vimos nos referenciais deste estudo, que defendem o desenvolvimento desse pensamento matemático desde os primeiros anos de escolaridade. Logo, analisamos uma importante fonte de investigação junto a esses participantes ao fazer um levantamento das suas percepções e concepções, vinculando aos aspectos cognitivos (conhecimento especializado) e afetivos (crenças e atitudes), no que referem ao conhecimento algébrico e o sentimento em relação à Matemática e, mais especificamente, a Álgebra.

Ao definirmos os municípios e as instituições de ensino superior, com a devida autorização e consentimento de seus responsáveis, realizamos inúmeras visitas nas escolas em horário de trabalho coletivo (no caso dos professores) e em horário de aula (no caso dos estudantes) para explanar sobre a relevância da pesquisa e a importância da contribuição deles como participantes, divulgar o site[11] para responderem o questionário *online* e esclarecer possíveis dúvidas para o preenchimento (prazos para responderes e endereço eletrônico para tal). Nessa conversa com os futuros participantes elucidamos sobre os procedimentos metodológicos da pesquisa a serem realizado, as etapas da pesquisa das quais participariam e os objetivos dessa investigação.

Na ocasião, informamos também aos participantes, por meio do termo de consentimento livre e esclarecido, que os seus nomes não seriam utilizados em qualquer fase da pesquisa, o que garantiria o anonimato e a divulgação dos resultados. Atentamos, também, que o trabalh seria feito de forma a não identificar os voluntários, para tanto seriam atribuídos nomes fictícios aos participantes da pesquisa e, ainda, que os instrumentos utilizados seriam de uso exclusivamente acadêmicos. Não seria cobrado nada e não haveria gastos decorrentes de sua participação. Deixamos claro que a participação seria voluntária, que não haveria riscos aparentes relacionados com sua participação na pesquisa, mas considerando que toda pesquisa oferece algum tipo de risco, o participante poderia sentir desconfortos provenientes de suas lembranças escolares ou insegurança para resolver alguns problemas propostos.

[11] O questionário *online* da pesquisa encontra-se disponível, mas sem mais recebimento de respostas, em: https://roselifernandes.wixsite.com/pesquisademestrado.

Para atender ao perfil como participante da pesquisa, esclarecemos que deveria ser professor atuante nos anos iniciais, uma vez que em algumas das escolas municipais selecionadas atendiam dois segmentos, Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para os estudantes, o critério era que frequentasse o curso de Pedagogia de uma instituição de ensino com modalidade presencial e, preferencialmente, nos últimos anos do curso.

Na primeira etapa da pesquisa, contamos com a participação de 128 estudantes do curso de Pedagogia *(pre-service)* de instituições particulares e 119 professores *(in-service)* dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas municipais. Essa escolha partiu da necessidade de compreensão sobre o pensamento algébrico na formação inicial e continuada, as concepções e percepções daqueles que atuam e atuarão nos anos iniciais e das possíveis relações entre as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Na segunda etapa da pesquisa, foram selecionados seis participantes, sendo três professores dos anos iniciais e três licenciandos do curso de Pedagogia, identificados respectivamente, como P1, P2, P3 e L1, L2, L3, para uma entrevista semiestruturada e solução de alguns problemas algébricos.

Em um dos municípios pesquisados, de acordo com a fonte[12] consultada - o IDEB 2017, nos anos iniciais da rede municipal atingiu a meta estabelecida no ano anterior, havendo um crescimento e obtenção da nota 7,8. No outro município, que contamos com um número maior de escolas de anos iniciais, o IDEB desse mesmo ano das escolas, em sua maioria, atingiu a meta estabelecida e o município alcançou nota 7,3. Nos dois casos, os municípios superaram a nota ficando acima da meta projetada, que era 6,0. Dois índices altos comparados aos de outros municípios paulistas e ainda mais discrepantes em comparação com outras regiões do país. Quanto às instituições de ensino superior, a saber, uma apresentou, em 2016, duas do mesmo município apresentaram nota 3,0 e a terceira nota 2,0 publicadas nos sites do CEE[13] ou ENADE[14].

[12] O cálculo do IDEB é feito com base no aprendizado dos alunos em Português e Matemática (Prova Brasil) e no fluxo escolar (taxa de aprovação). Os dados divulgados estão disponibilizados no site https://www.qedu.org.br/cidade/2481-nomedacidade/ideb.

[13] CEE – Conselho Estadual de Educação

[14] O ENADE (Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes) avalia o rendimento dos alunos nos cursos de graduação. Outras informações disponíveis em: http://inep.gov.br/enade.

4.4 Os instrumentos da Pesquisa

Os dados foram exultantes da aplicação de quatro instrumentos utilizados para a investigação dessa pesquisa. Desses, os três primeiros disponibilizados *online* para todos os participantes da primeira etapa e o quarto realizado pessoalmente na segunda etapa, em entrevista, pelo método do "Pensar em voz alta", com base nos estudos de Brito (2002), somente com seis participantes selecionados para tal.

Buscamos na primeira fase diagnosticar o quão os futuros pedagogos e pedagogos já conheciam sobre a relevância no ensino da Matemática quanto o desenvolvimento do pensamento algébrico e se na formação lhes foram ofertados condições para atuar junto ao aluno na promoção de tal conhecimento. Além disso, pretendíamos relacionar o desempenho de estudantes de Pedagogia e professores dos anos iniciais em função de suas atitudes e crenças na solução de problemas algébricos. Na segunda etapa, objetivávamos, por meio do "Pensar em voz alta", compreender o que pensam e como pensam os participantes enquanto tentavam resolver problemas algébricos, bem como suas crenças e atitudes afetam ou não seu desempenho em situações que exigem colocar em jogo seu conhecimento matemático especializado no que se refere ao conhecimento de conteúdo como curricular. Estes instrumentos e procedimentos da segunda etapa foram aplicados pelo próprio pesquisador durante o período escolar em lugar escolhido pelo entrevistado. Todos os seis participantes optaram pela residência do pesquisador.

A primeira etapa da pesquisa foi realizada nos meses de agosto e setembro de 2018, enquanto a segunda etapa aconteceu entre os meses de dezembro de 2018 e janeiro, de 2019, pois necessitava do tratamento estatístico dos dados da primeira etapa para a seleção prévia dos seis participantes para essa fase.

Em seguida, caracterizamos melhor cada um dos instrumentos utilizados no estudo:

I. Questionário online para caracterização dos participantes - (Apêndice A e B)

Elaboramos um questionário composto por trinta e dois itens para os *pre-service*, contemplando questões relacionadas a gênero, idade, se já reprovou ou não em alguma série/ano, o porquê da escolha pelo curso de Pedagogia, preferências de disciplina escolares, de conteúdo de matemática, do nível de ensino para atuar, se possui formação inicial em outra área, se tem pós-graduação, os tipos de atividades matemáticas mais experienciadas em sua escolaridade e, outro questionário com o mesmo número de itens para os *in-service*, sendo a maioria das questões em comum entre os dois questionários, mas retirando umas e acrescentando outras do tipo tempo de magistério, formação continuada, turma em que atuavam, temas abordados em horário de formação em serviço, na tentativa de verificarmos se esses fatores influenciariam nas crenças de autoeficácia, atitudes ou no próprio conhecimento especializado a respeito do pensamento algébrico.

Os itens 26 e 27 do questionário dos professores *pre-service* buscaram identificar junto aos participantes o quanto se sentem seguros em ensinar Matemática nos anos iniciais por meio de aulas exitosas[15] com base em sua formação inicial. Já os itens de 28 a 32 referiram-se, especificadamente, ao desenvolvimento do pensamento algébrico para diagnosticar o grau de aproximação que os participantes possuíam em seus cursos com a temática e se acreditavam no possível trabalho com a Álgebra nos anos iniciais, um fator que evidenciaria o próprio conhecimento em relação ao documento curricular vigente.

No questionário proposto aos professores *in-service*, nos itens 28 e 29, perguntamos se "Você acredita que a carga horária do seu curso foi suficiente para a sua formação e para a sua atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental?" e se "Você acredita que é capaz de ministrar aulas exitosas de Matemática nos anos iniciais?", respectivamente, de modo que poderiam responder "discordo totalmente", "discordo", "concordo" ou "concordo totalmente". O objetivo dessas duas questões era de avaliar a autoeficácia docente quanto o ensino da Matemática Escolar para os anos iniciais, bem como o próprio julgamento sobre sua prática educativa. As perguntas 30, 31 e 32 são correspondentes aos objetivos propostos nos itens 28 a 32 dos professores *pre-service*, já explicitado anteriormente.

Esse formulário, para caracterização dos participantes nos permitiu estabelecer alguns comparativos iniciais entre os professores *in-service* e *pre-service*, não só quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico, mas também as atitudes em relação à Matemática, as crenças de autoeficácia e ao conhecimento especializado do pedagogo para o ensino da Matemática nos anos iniciais.

II. Escala de Atitudes em relação à Matemática (BRITO 1996) online – (Anexo A)

A Escala de Atitudes foi desenvolvida por Aiken (1961), revisada por Aiken e Dreger (1963) e traduzida e testada por Brito (1996). A escolha de sua aplicação como sendo um dos instrumentos dessa pesquisa se deu por oferecer condições eficazes de avaliar as

---

[15] Para efeito de esclarecimento ao leitor, chamamos de "aulas exitosas" experiências de aprendizagens propostas pelos professores capazes de promover a reflexão e a investigação sobre o objeto de ensino com foco em uma aprendizagem signifivativa, com base na perspectiva de Ausubel.

atitudes dos participantes em relação à Matemática sem a influência de fatores secundários, ademais como a própria Brito (1996) afirma em relação à sua escala:

> 1) é um instrumento que tem se revelado altamente eficiente e confiável na verificação das atitudes com relação à Matemática e às Ciências; 2) trata-se de uma escala que mede a atitude com relação à Matemática *per se* outros objetos ou fenômenos relacionados; 3) apresenta um número adequado de questões que, somadas às do questionário inicial, não produzem fadiga nos sujeitos e; 4) é um instrumento que tem se revelado adequado a sujeitos de várias idade (BRITO, 1996, p. 186)

A escala apresenta vinte e um itens, sendo dez afirmações positivas e onze afirmações negativas, nos quais não existem respostas certas ou erradas, uma vez que expressam os sentimentos dos participantes em relação às afirmativas dadas. Abaixo, no Quadro 11, classificamos as vinte e uma afirmativas em positivas ou negativas.

Quadro 11: Classificação das afirmações positivas e negativas da Escala de Atitudes

Afirmações Positivas	**Afirmações Negativas**
03- Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática. 04- A Matemática é fascinante e divertida. 05- A Matemática me faz sentir seguro (a) e é, ao mesmo tempo, estimulante. 09- O sentimento que tenho com relação à Matemática é bom. 11- A Matemática é algo que eu aprecio grandemente. 14- Eu gosto realmente da Matemática . 15- A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola. 18- Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria. 19- Eu me sinto tranquilo (a) em Matemática e gosto muito dessa matéria. 20- Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria.	01- Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de Matemática. 02- Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria. 06- "Dá um branco" na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática. 07- Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em Matemática. 08- A Matemática me deixa inquieto (a), descontente, irritado (a) e impaciente. 10- A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido (a) em uma selva de números e sem encontrar a saída. 12- Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão. 13- Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática. 16- Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso (a). 17- Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que me dá mais medo. 21- Não tenho um bom desempenho em Matemática.

Fonte: Adaptado e extraído de Brito (1996)

Para as respostas às afirmações positivas, os participantes deveriam se valer das opções com as seguintes pontuações intrínsecas: 1 - discordo totalmente; 2 - discordo; 3 - concordo e; 4 - concordo totalmente. Em contrapartida, nas respostas às afirmações negativas essa pontuação se invertia: 4 - discordo totalmente; 3 - discordo; 2 - concordo e; 1 - concordo totalmente. Portanto, na Escala de Atitudes em relação à Matemática, o sujeito que se apresentou com atitudes mais negativas, atingiu a pontuação mínima de 21 pontos, enquanto o participante que se evidenciou com atitudes mais positivas obteve 84 pontos (BRITO, 1996). Essas referências nos serviram para comparar o desempenho dos grupos nos itens analisados e, por conseguinte, suas influências a outros fatores no que se refere ao ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

III. Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais (online) – Apêndice C

Para validarmos a Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais**,** organizamos um questionário estruturado em duas subescalas do tipo *likert*, sobre as crenças de autoeficácia dos participantes a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico quanto ao conhecimento e para o ensino dele nos anos iniciais.

Nas escalas tipo *likert*, do grupo das “escalas somativas”, comumente o participante possui cinco opções de escolha como resposta, sendo elas: discordo totalmente; discordo; concordo; concordo totalmente e indeciso, por exemplo. Nesse estudo, optamos em dispor apenas das quatro primeiras opções, de modo que tivéssemos um posicionamento de quem estivesse respondendo as afirmações.

A Escala elaborada e validada nessa pesquisa passou por várias versões, revisões e aplicações-teste até chegar a sua versão final para aplicação aos professores *in-service* e *pre-service*. Inicialmente foi pensada pelos autores, depois discutida e reformulada dentro do Grupo de Pesquisa de Psicologia em Educação Matemática (GPPEM, UNESP – *Campus* Bauru), contando com as contribuições de pedagogos e educadores matemáticos graduados e pós-graduados e, posteriormente aplicada para alguns estudantes de Pedagogia e professores dos anos iniciais para verificar a clareza das afirmativas, duplicidade de sentidos ou substituições de termos que ainda fossem necessários.

Estruturamos a Escala em duas subescalas, aplicáveis sem modificações nos dois grupos participantes. A primeira referente às crenças de auoeficácia em relação ao conhecimento especializado (CARRILLO et al., 2013) algébrico, contento dezessete afirmações baseadas em habilidades requeridas na BNCC (BRASIL, 2017). A segunda subescala pertinente às crenças de autoeficácia dos participantes para o ensino em prol ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, composta por vinte e nove afirmações, dentre as quais se relacionam com as habilidades curriculares vigentes e, também ao julgamento sobre as capacidades individuais para avaliar os conhecimentos prévios e algébricos dos alunos, articular os três campos do saber matemático e, ensinar e planejar atividades que envolvam o pensamento algébrico.

Em geral, a Escala de Crenças de Autoeficácia produzida para essa investigação contempla situações associadas ao conhecimento especializado do professor para o ensino baseado nos elementos caracterizadores do pensamento algébrico, ou ainda que não diretamente façam essa alusão, mas que se referendam a conhecimentos necessários ao professor para que se desenvolva todo o potencial algébrico desde os anos iniciais com as crianças.

Para uma melhor compreensão desses aspectos mencionados a respeito das afirmações da Escala e a identificação desses elementos caracterizadores ou conhecimento especializados em sua abordagem, elaboramos o Quadro 12, referente às afirmações da Subescala 1 para observarmos tais caracterizações do pensamento algébrico inseridas nas habilidades dispostas em Brasil (2017) para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Quadro 12: Elementos caracterizadores do pensamento algébrico e as afirmações da Subescala 1

Ordem	Afirmações	Elementos Caracterizadores
01	Eu acredito que eu saiba classificar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.	Classificação, ordenação e seriação de acordo com diferentes critérios.
02	Eu acredito que eu saiba descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras, como o tipo apresentado a seguir:	Sequências, padrões e regularidades.
03	Eu acredito que eu consiga construir sequências de números reais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.	Sequências numéricas crescentes ou decrescentes.
04	Eu acredito que eu saiba descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.	Generalização.
05	Eu acredito que eu consiga descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.	Sequências numéricas e sequências pictóricas.
	Eu acredito que eu saiba identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da	

06	realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.	Regularidades numéricas.
07	Eu acredito que eu sou capaz de compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtração de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.	O sinal de igualdade com significado operacional.
08	Eu acredito que eu saiba identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.	Sequências e regularidades
09	Eu acredito que eu saiba reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.	Generalização.
10	Eu acredito que eu saiba reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.	Números, operações e suas propriedades.
11	Eu acredito que eu saiba reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.	O sinal de igualdade com significado de equivalência.
12	Eu acredito que eu saiba determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.	Conceito de variável e incógnita em igualdades.
13	Eu acredito que eu consiga concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.	O sinal de igualdade com significado de equivalência.
14	Eu acredito que eu consiga resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.	Conceito de variável e incógnita em igualdades.
15	Eu acredito que eu consiga resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.	Noção de proporcionalidade direta entre duas grandezas.
16	Eu acredito que eu consiga resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.	Noção de razão entre as parte e o todo.
17	Definitivamente acredito que eu possua um conhecimento algébrico adequado à minha escolaridade e formação acadêmica.	Nesta afirmação o participante explicita o seu julgamento sobre a suas capacidades algébricas na condição de professor.

Fonte: Elaborado pelos autores

Como se pode observar, as afirmações relacionam aos elementos caracterizadores do pensamento algébrico, com exceção da décima sétima. Por meio dessas afirmações foi possível avaliar as crenças de autoeficácia dos participantes quanto ao seu julgamento para com o próprio conhecimento algébrico, o quanto ele se sente seguro e capaz de realizar tais tarefas tendo em vista seu repertório escolar e formativo, as experiências vivenciadas, enfim, seu conhecimento em Álgebra. Assim, conforme os estudos a respeito das crenças no Capítulo 2, podemos entender tais crenças na perspectiva das experiências diretas, uma fonte de informação das crenças de autoeficácia.

Na Subescala 2, as dezessete primeiras afirmações referentes ao ensino desses elementos caracterizadores nas mesmas habilidades requeridas, ou seja, com base no julgamento feito inicialmente do seu próprio conhecimento algébrico, o quão esse professor ou futuro professor dos anos iniciais se sente seguro e capaz ao conhecimento de conteúdo. A partir da décima oitava, conforme inferimos no Quadro 13, referem-se a afirmações centradas no julgamento das capacidades para o ensino do desenvolvimento algébrico nos anos iniciais.

Quadro 13: Inferências a partir das afirmações da Subescala 2

Ordem do item	Afirmação	Inferências possíveis
Da 01 a 17	Associações das crenças para o ensino das habilidades elencadas nos mesmos itens da Subescala 1.	Chamamos a atenção do participante para a diferenciação entre saber para si e saber para ensinar. Duas percepções diferentes de si que podem ter diferentes julgamentos de suas capacidades.
18	Eu acredito que eu saiba ensinar por meio de diferentes atividades pedagógicas conceitos algébricos às crianças.	O repertório metodológico de um professor é essencial para o processo de ensino, uma vez que determinadas propostas de atividades exigem metodologias adequadas para a assimilação dos alunos.
19	Eu acredito que eu saiba desenvolver nas crianças a capacidade de resolver problemas algébricos de diferentes contextos.	Como evidenciamos em nosso referencial teórico, a Álgebra é uma importante ferramenta para solucionar problemas, logo se espera que o professor se reconheça capaz e seguro para desenvolver tal capacidade em seu aluno também.
20	Eu acredito que eu saiba utilizar materiais manipuláveis para a aprendizagem de conceitos algébricos pelas	O grau de segurança manifestado pelo participante sinaliza a compreensão e a prática pedagógica que este possui a

	crianças.	respeito dos recursos manipuláveis como elemento facilitador da aprendizagem.
21	Eu acredito que eu saiba utilizar recursos tecnológicos para a aprendizagem de conceitos algébricos pelas crianças.	Por mais que hoje o contato com as TICs seja mais “acessível”, ainda no âmbito escolar existe uma larga resistência por parte dos professores na inserção delas em suas aulas por inúmeros motivos.
22	Eu acredito que eu saiba desenvolver nas crianças a compreensão dos diferentes sentidos do sinal de igual (=) como, por exemplo, o sentido de equivalência de expressões numéricas.	Sinaliza a necessidade de o professor conhecer os diferentes significados do sinal de igual, condição para que se sinta seguro ao seu ensino.
23	Eu acredito que eu saiba desenvolver nas crianças a noção intuitiva de função por meio da solução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?”	O reconhecimento da noção de proporcionalidade entre duas grandezas se aplica em diversos contextos do dia a dia. Compreender essa variação é fundamental para o desenvolvimento da generalização.
24	Eu acredito que sou capaz de avaliar meus alunos quanto aos conceitos algébricos propostos para os anos iniciais.	Para avaliar o outro é preciso mais que conhecer as partes, é necessário conhecer o todo. Ter clareza do que os alunos já sabem e avançar daquele ponto em diante é fundamental para o processo de ensino e aprendizagem.
25	Eu acredito que sou capaz de articular, por meio de diferentes situações problemas, conhecimentos referentes ao ensino da geometria, da aritmética e álgebra com as crianças dos anos iniciais.	Desenvolver os objetos de conhecimento e habilidades de forma desarticulada entre as áreas da Matemática contribuem para um ensino tradicional e fragmentado, consequentemente, revela as possíveis experiências diretas do participante em sua vida escolar e que podem passar a ser reproduzidas em sala de aula.
26	Eu acredito que eu sou capaz de identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conceitos algébricos, por meio de diferentes atividades diagnósticas.	Ao se explanar sobre os julgamentos do indivíduo sobre suas capacidades para o ensino do pensamento algébrico, não bastar discutir o planejamento e a execução das atividades, o diagnóstico dos saberes dos alunos é fundamental.
27	Eu acredito que consiga ensinar a Álgebra conforme as orientações Base Nacional Comum Curricular como unidade temática para os anos iniciais do Ensino Fundamental.	Ao longo dos anos iniciais, o grau de complexidade das habilidades algébricas vão se ampliando gradualmente, como sugere Blanton e Kaput (2005). Logo conhecer o documento orientador vigente relaciona-se a todas as etapas de ensino, desde o

		planejamento à avaliação desse conhecimento matemático.
28	Eu acredito que eu seja capaz ensinar e planejar atividades que contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças dos anos iniciais, conforme as orientações curriculares.	Essa afirmação avalia o juízo que o participante tem acerca da sua capacidade de selecionar, planejar, e ensinar atividades que promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico, um exercício docente fundamental.
29	Definitivamente eu acredito que eu posso ensinar conceitos algébricos no ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	A afirmativa retoma com ênfase a avaliação de juízo que o participante tem sobre suas capacidades do conhecimento algébrico e para o ensino nos anos iniciais.

Fonte: Elaborado pelos os autores

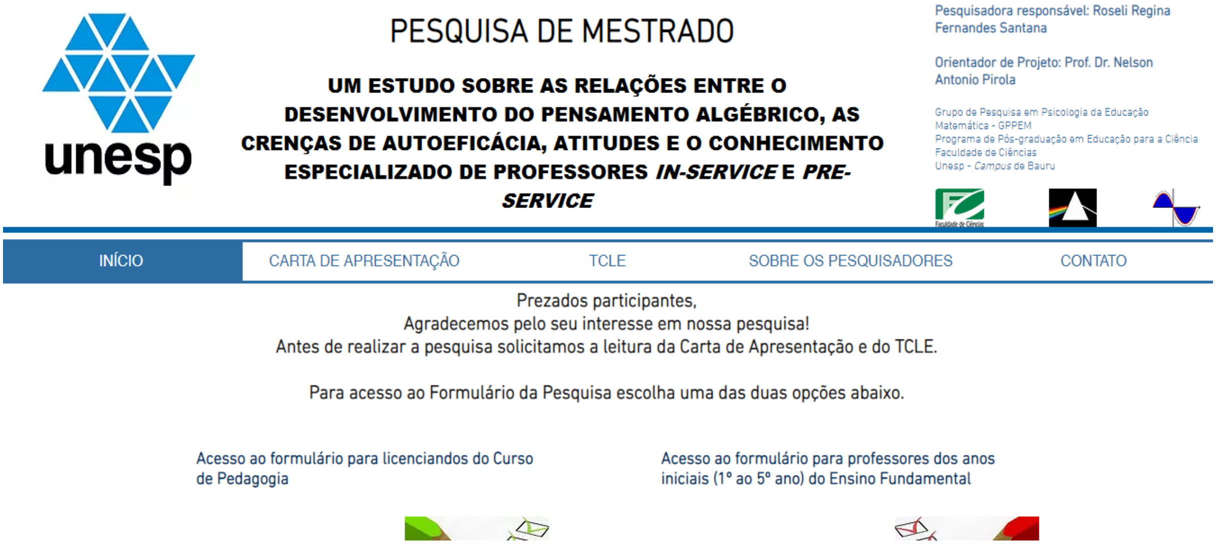
Logo, por meio das inferências pensadas em cada afirmação das Subescalas 1 e 2, foi possível compor em sua totalidade a Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, com foco no conhecimento especializado para tal e para o ensino nos anos iniciais por professores *in-service* e *pre-service,* ou seja, o julgamento de suas capacidades individuais a respeito do Conhecimento Matemático e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CARRILLO et al., 2013).

Esses três instrumentos explanados até aqui, puderam ser respondidos via celular ou computador pelos participantes. Eles ficaram disponíveis em um site contendo o link para os formulários de cada grupo participante, a carta de apresentação da pesquisa, o termo de consentimento livre e esclarecido, informações a respeito dos pesquisadores e o contato do pesquisador para qualquer dúvida que emergisse ao responder tais questionários.

A experiência em utilizar um formulário *on-line* foi bastante assertiva para a pesquisa. Apesar de ser uma ferramenta ainda pouco usada entre os pesquisadores, apresentam algumas vantagens e claro, algumas adequações necessárias. Numa avaliação mais detalhada podemos elencar entre os benefícios a possibilidade de alcançar um número maior de participantes, em diversas localidades, ao mesmo tempo e, podendo ser acessado por meio de computadores e aparelhos celulares, facilitando a disponibilidade de tempo para responder a pesquisa. A ferramenta também permite ao pesquisador determinar a obrigatoriedade de responder a certa questão para que avance nas demais, assim não se corre o risco de esquecer ou pular alguma questão ou afirmativa. Além disso, possibilita ao participante ter acesso a importantes informações a respeito da pesquisa e dos pesquisadores, do termo de consentimento livre e esclarecido, tirar dúvidas enquanto responde aos questionários.

No momento da coleta dos dados e organização deles em tabelas pelo pesquisador, há de se atentar se os participantes, como em nossa pesquisa, responderam aos respectivos questionários adequadamente. No caso dessa pesquisa, alguns licenciandos de Pedagogia, por um lapso, acessaram os questionários dos professores e vice-versa, havendo a necessidade de identificar esses casos e coloca-los em seus respectivos grupos para as análises futuras. Apresentamos a seguir, na Figura 18, o *layout* do site produzido especificamente para a pesquisa, sem qualquer outro fim.

Figura 18: Estruturação do site para os formulários *online* da pesquisa



Fonte: *Print* da tela do site elaborado pelos autores, disponível em: https://roselifernandes.wixsite.com/pesquisademestrado

Após período de encerramento do recebimento de respostas dadas por professores *in-service* e *pre-service*, alteramos as configurações do site para que não recebesse mais nenhum formulário e definíssemos a amostra da pesquisa. Na análise da coleta foi preciso averiguar as respostas e perfis dos participantes, pois por mais que tenha sido orientado e enfatizado no próprio site, alguns professores responderam como estudantes e vice-versa, sendo necessário agrupá-los nos devidos grupos para o tratamento estatístico.

IV. Dois testes matemáticos com problemas algébricos (Pensar em voz alta) – (Apêndice D e E)

A partir da análise dos dados e das correlações entre as variáveis contidas nos formulários da primeira etapa desta pesquisa, foram selecionados 03 (três) participantes de cada grupo (*pre-servive e in-service*) que apresentaram pontuações abaixo, mediano e acima do ponto central das escalas. Com estes 06 (seis) participantes, foram realizadas entrevistas (Apêndice D) no modelo “Pensar em voz alta”, cujo roteiro se norteou pelas próprias respostas dadas na etapa inicial, justificando-as ou complementando-as no que o participante julgasse necessário. Além disso, foi aplicado um rol de problemas algébricos (contemplando habilidades algébricas definidas na BNCC para os anos iniciais elaborado pelos autores – Apêndice E) e a Série X (Anexo B), de Krutetskii (1976), para análise da crença de autoeficácia para resolver problemas por meio de equações, envolvendo aspectos relacionados à generalização do método de raciocínio, lógica, encurtamento do raciocínio e percepção dos dados, em que pudéssemos analisar se os participantes conseguiriam montar uma equação que traduzisse o problema da língua materna para a linguagem algébrica, se apresentavam dificuldades para resolver a equação montada e se verificavam a validade da resposta encontrada.

Para a solução dos problemas algébricos propostos na Série X (Anexo B), de Krutetskii (1976), o participante deveria ler o problema minuciosamente e, em seguida, indicar um valor numérico na escala do tipo *Thurstone*, que representasse suas crenças de autoeficácia diante do grau de dificuldade exigido para solucionar tal problema, no seu ponto de vista. A escala do tipo *Thurstone* empregada varia entre 1 e 5, sendo que os problemas apontados como 1 representam Muito Fácil, 2. Fácil, 3. Mediano, 4. Difícil e 5. Muito Difícil.

Nessa etapa, com os licenciandos em Pedagogia e os professores dos anos iniciais selecionados pelo nível apresentado na escala de atitudes e escalas de crenças de autoeficácia, realizamos uma entrevista semiestruturada (Apêndice D) em que foram usadas análises de transcrições de gravações de áudio pelo método “Pensar em voz alta”, de Brito (2002). Os participantes foram convidados a relatar o que eles pensam enquanto solucionavam problemas algébricos, além disso, estudos como de Brito (2002), indicam um potencial significativo dessa técnica para a coleta de dados cognitivos na investigação de diferentes situações de desempenho.

Por meio de tais instrumentos buscamos subsídios para as análises dessa investigação e que para além de aspectos quantitativos e qualitativos de um estudo, seus resultados possam contribuir para a ressignificação e desconstrução de práticas e ideias na formação inicial e continuada de pedagogos e futuros pedagogos em relação ao ensino de Matemática, especialmente para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico.

4.5 Métodos Mistos

Ao retomarmos a questão central desta pesquisa, buscamos, por meio da metodologia de abordagem mista, traçar os caminhos que percorremos não apenas no sentido procedimental, mas no tratamento de dados quantitativos em um viés qualitativo de análise, em suas complementaridades, aprofundando e aprimorando discussões e correlações, expandindo entendimentos a partir de diferentes fontes de dados, na tentativa obter respostas às indagações a investigação realizada, cujos aspectos quantitativos são utilizados no tratamento estatístico das escalas e os qualitativos na aplicação da técnica do “Pensar em voz alta” (Brito, 2002).

O uso de métodos mistos de pesquisa ainda é pouco utilizado no país. Para Creswell (2007), embora seja uma tendência crescente em investigações por se tratar de uma possibilidade metodológica eficaz na compreensão de problemas complexos, representa um grande desafio ao pesquisador, por ter que tratar de uma considerável gama de dados numéricos e textuais, o que exige, além disso, certa familiaridade tanto com a pesquisa qualitativa como quantitativa, principalmente no momento da integração dessas informações.

Encontramos nos métodos mistos a metodologia adequada para o percurso investigativo deste estudo, que é “como os achados qualitativos proporcionam um entendimento dos resultados quantitativos para explorar as desigualdades” (Creswell e Plano Clark, 2013, p.153). A metodologia mista é uma

> [T]écnica que emprega estratégias de investigação que envolvem coleta de dados simultânea ou seqüencial para melhor entender os problemas de pesquisa. A coleta de dados também envolve a obtenção tanto de informações numéricas (por exemplo, em instrumentos) como de informações de texto (por exemplo, em entrevistas), de forma que o banco de dados final represente tanto informações quantitativas como qualitativas. (CRESWELL, 2007, p. 35).

Figura 19: Representação esquemática dos Métodos Mistos

Fonte: Elaborado pelos autores

Historicamente,

> O conceito de reunir diferentes métodos provavelmente teve origem em 1959, quando Campbell e Fishe usaram métodos múltiplos para estudar a validade das características psicológicas. Eles encorajaram outros a empregar seu “modelo multimétodo” para examinar técnicas múltiplas de coleta de dados em um estudo. Isso gerou outros métodos mistos, e logo técnicas associadas a métodos de campo, como observações e entrevistas (dados qualitativos), foram combinados com estudos tradicionais (dados quantitativos) (CRESWELL, 2007, p.32).

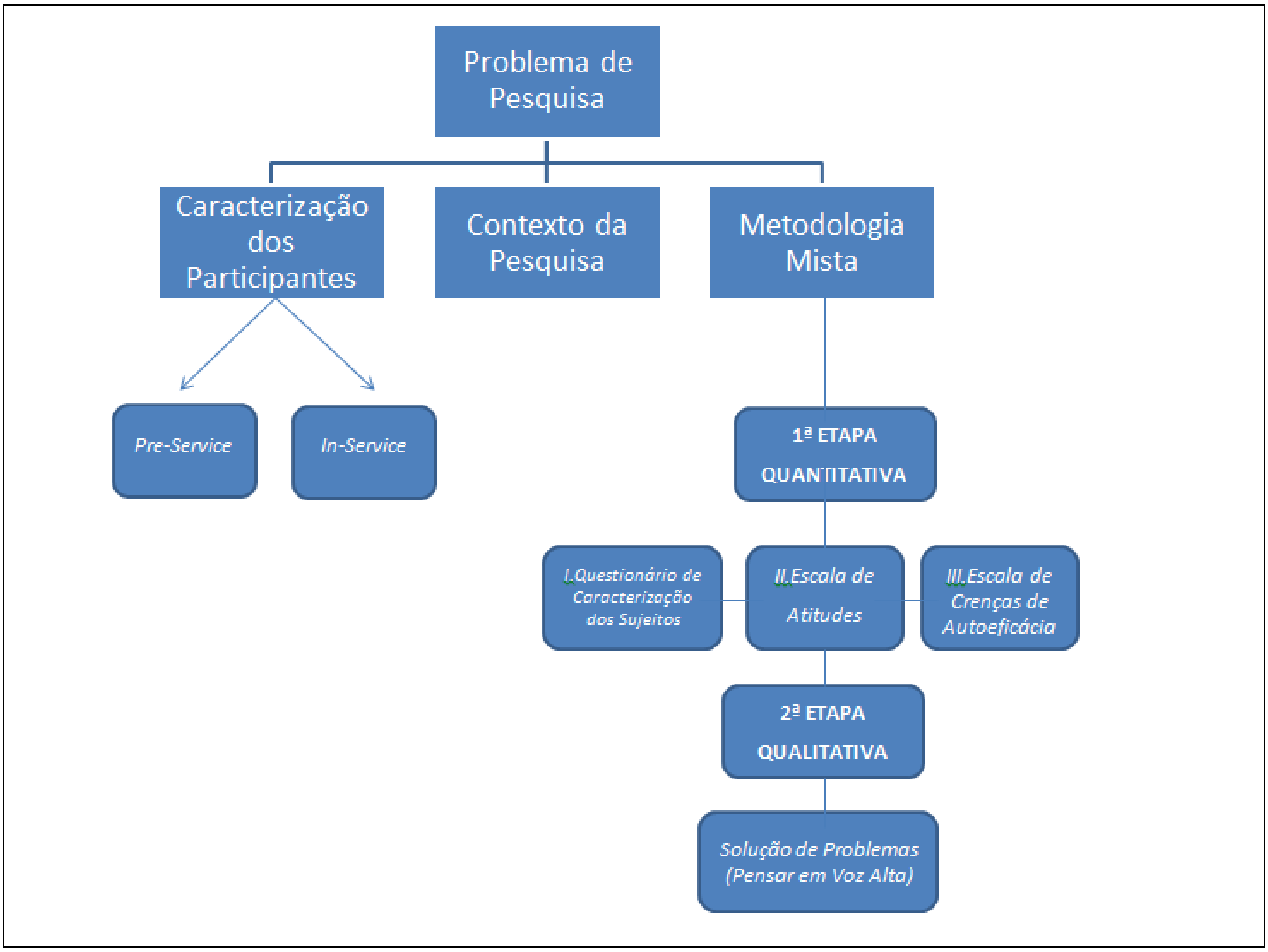
Posteriormente, com a triangulação das fontes de dados na convergência entre métodos de Jick (1979), consolidou-se ainda mais essa técnica com o objetivo de aprofundar as análises e entendimentos em diferentes níveis. Nas últimas décadas, dentre os autores que se destacaram com os métodos mistos elencamos os de Creswell (1994, 2007, 2010, 2013).

Nesse sentido, complementando os dados quantitativos sob uma análise qualitativa, usamos a técnica do “Pensar em voz alta” como aproximação da argumentação, da linguagem escrita e oral a fim de articular melhor a compreensão do pensamento do indivíduo. Para Brito (2002), esta técnica potencializa a análise na solução de problemas e ainda, proporciona

> [A]o pesquisador coletar dados de caráter mais qualitativo que, somados aos aspectos quantitativos, possibilitam a elaboração de protocolos bastante completos e, em conseqüência, uma melhor compreensão dos procedimentos de solução. (BRITO, 2002, p. 21)

Finalizamos o capítulo, apresentando a síntese do percurso metodológico da pesquisa, esquematizado na Figura 20.

Figura 20: Esquema do percurso metodológico adotado na pesquisa



Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Acreditamos que com a metodologia proposta, tivemos ricas possibilidades de potencializar a investigação desta pesquisa e contribuir para importantes discussões acerca do desenvolvimento do pensamento matemático, em especial o algébrico, na formação inicial de futuros pedagogos e na formação continuada de professores dos anos iniciais, sob o viés dos aspectos cognitivos e afetivos inerentes ao professor e dando voz e vez a Matemática que se deseja ser ensinada para todos. Essas análises e discussões as quais referimo-nos serão apresentadas no próximo capítulo.

CAPÍTULO 5
APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS, ANÁLISE E DISCUSSÃO

Ao retomar o problema de pesquisa: "*De que maneira se apresentam e se relacionam as crenças de autoeficácia, as atitudes em relação à Matemática e ao conhecimento especializado de professores in-service e pre-service para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental?" e* seu objetivo geral em *analisar a maneira que professores dos anos iniciais e estudantes de Pedagogia se apresentam quanto as suas atitudes em relação à Matemática e crenças de autoeficácia para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais e como isso afeta ou não o seu conhecimento especializado, estabelecendo relações entre esses aspectos cognitivos e afetivos*, foram aplicados quatro instrumentos que nos permitiram responder a essa investigação.

Para tal, realizamos uma análise estatística a partir dos dados coletados na primeira etapa por meio da aplicação de um questionário para caracterização das informações gerais do participante e ainda, a aplicação da Escala de Atitudes (Brito, 1996) e a Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais, subdividida em duas Subescalas de Autoeficácia, sendo a Subescala 1 referente às crenças de autoeficácia dos participantes sobre seus conhecimentos algébricos e a Subescala 2 às crença de autoeficácia dos participantes sobre o ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. Na segunda etapa, com a seleção criteriosa de 06 (seis) participantes, por meio do "Pensar em voz alta", propomos a resolução de alguns problemas algébricos elaborados a partir das habilidades na BNCC para os anos iniciais, na unidade temática "Álgebra" e também da Série X, de Krutetskii (1976).

A análise estatística teve como objetivo básico sumarizar os valores, organizando e descrevendo os dados de duas maneiras: por meio de tabelas com medidas descritivas e da construção de gráficos. As variáveis contínuas foram expressas em termos de estatística descritivas básicas (média, mediana, desvio padrão, entre outras), já as variáveis categóricas estão expressas em termos de frequência e percentual.

Além disso, pretendíamos, na primeira etapa, validar os questionários das subescalas de crenças de autoeficácia e verificar quais variáveis influenciam no escore total das escalas de crenças de autoeficácia. Para atingir os objetivos propostos utilizamos:

a) Validação da Escala de Crenças de **Autoeficácia do conhecimento especializado e para o ensino do desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais**

O coeficiente alfa de Cronbach (CRONBACH, 1951) mede a confiabilidade de um questionário por meio da correlação de seus itens. Encontra-se na literatura que valores acima de 0,7 são considerados aceitáveis para um questionário confiável (BISQUERRA, 2004).

A correlação item-total, que mede a correlação entre o escore de cada um dos itens a serem analisados e a soma dos demais itens do instrumento (SPECTOR, 1992). Geralmente itens com correlações item-total superiores a 0,3 são considerados adequados para o questionário (DE VARGAS, 2011).

A análise fatorial é uma técnica estatística multivariada que, a partir de uma estrutura de dependência existente entre as variáveis de interesse (em geral representada pelas correlações ou covariâncias entre essas variáveis) permite identificar um conjunto menor de variáveis que explicam aspectos comuns ao conjunto original de variáveis. Além disso, é possível saber quanto cada fator está associado a cada variável e o quanto o conjunto de fatores explica a variabilidade geral dos dados originais.

No estudo foram observados dois grupos de participantes, um composto por 128 estudantes e outro com 119 professores que lecionam ou lecionarão Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para o cálculo do escore total das crenças de autoeficácia dos participantes na Subescala 1 e Subescala 2, foram atribuídos os seguintes valores para as categorias: 1 - discordo totalmente; 2 - discordo; 3 - concordo e; 4 - concordo totalmente.

No questionário que trata da Escala de Atitudes em relação à Matemática, como discutido em Brito (1996), os itens 1, 2, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 16 e 17 expressam atitudes negativas e nesses casos as categorias receberam valores: 4 - discordo totalmente; 3 - discordo; 2 - concordo e; 1 - concordo totalmente. Para os itens restantes, os valores atribuídos são análogos as Subescala 1 e 2. Já para realizar as comparações dentre os grupos e intra-grupos, em algumas variáveis, as categorias de respostas foram reagrupadas de modo que cada categoria tivesse um número representativo de respondentes.

Classificamos na Escala de Atitudes os indivíduos com atitudes positivas em relação à Matemática aqueles que estavam acima do ponto central, ou seja, 52,5. Contemplamos a Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao Conhecimento Especializado para o Ensino da Álgebra nos anos iniciais e Desenvolvimento do Pensamento Algébrico, dividida em duas subescalas e validadas neste estudo, como apresentaremos posteriormente. A Subescala 1 desta parte como já dito, trata sobre a crença de autoeficácia dos participantes sobre seus conhecimentos algébricos. Consideramos como ponto central o valor de 42,5 na Subescala 1 e de 72,5, na Subescala 2, que refere-se à crença de autoeficácia dos participantes sobre o julgamento de suas capacidades quanto ao seu conhecimento especializado e no ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, respectivamente. Portanto, abaixo desses valores classificamos como crenças negativas.

Para a realização da análise fatorial, primeiramente calculamos o teste de Bartlett para verificar se o conjunto das correlações na matriz é diferente de zero para, assim, poder realizar a análise de componentes principais. Neste teste obtivemos um p-valor de <0.00001 para ambos os questionários, Subescala 1 e Subescala 2, tanto para estudantes quanto para professores, sendo assim inferior ao nível de significância de 0,05, evidenciando que existe correlações entre as variáveis.

Adicionalmente, obtivemos um valor para a medida de adequabilidade KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) de 0,8621687 para o questionário Subescala 1 e de 0,8690761 para o questionário Subescala 2 para estudantes e de 0,9239256 para o questionário Subescala 1 e de 0.9329376 para o questionário Subescala 2 para Professores. Esse procedimento compara as correlações simples com correlações parciais. Segundo Pereira (1999), para valores acima de 0,6 é possível realizar a análise fatorial.

Pela análise fatorial adotamos o critério de decisão de Guttman-Kaiser, em que os fatores são definidos pelos autovalores maiores do que 1. Para obter uma estrutura simples de interpretação utilizamos a rotação varimax, que maximiza as saturações mais elevadas e minimizam as mais baixas. As cargas fatoriais mais distantes de zero representam a maior contribuição de cada variável para a formação do fator. Em algumas tabelas encontram-se também a comunalidade que é a proporção da variação de cada variável explicada pelos fatores.

b) Comparações:

Para verificar se há diferença na média de duas categorias de respostas foi utilizado o teste t de Student. A análise de variância (ANOVA) (MONTGOMERY, 2000) foi usada para comparar se há diferença entre as médias de mais de duas categorias de respostas. Esta metodologia baseia-se em particionar a variância total de uma determinada resposta (variável dependente) em duas partes: a primeira devida ao modelo de regressão (no caso, entre categorias) e a segunda devida aos resíduos (erros) (dentro dos grupos). Quanto maior for a primeira em relação à segunda, maior é a evidência da diferença entre as médias das categorias.

O teste de Tuckey foi utilizado para identificar quais pares de grupos têm diferença significativa entre suas médias nos casos em que a ANOVA evidencia que existe pelo menos um grupo com média significativamente diferente das demais.

A correlação de Pearson foi utilizada para verificar se há correlação entre duas variáveis contínuas. Quanto mais próximo de -1 esse valor estiver, maior é a correlação negativa entre as variáveis enquanto que, quanto mais próximo de 1, maior a correlação positiva. Valores próximos de zero indicam variáveis não correlacionadas.

Esclarecido os critérios e recursos da análise estatística dos dados coletados, apresentamos os resultados e a discussão com base no referencial teórico da pesquisa.

5.1 Análise descritiva dos dados dos participantes

Tabela 1: Frequência e porcentagem do sexo por grupo (licenciandos e professores)

Grupo	**Sexo**				**Total**
	Feminino		**Masculino**		
	Frequência	**Porcentagem**	**Frequência**	**Porcentagem**	
Licenciandos	125	97,66	3	2,34	128
Professores	116	97,48	3	2,52	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Conforme apresentado na Tabela 1, entre os participantes, sejam professores *in-service* ou *pre-service*, há uma predominância do gênero feminino nos cursos de Pedagogia, o universo masculino nessa amostra se faz representado com menos de 3% do número de participantes total, mais precisamente, 2,43%.

Tabela 2: Medidas de resumo da idade por grupo

Grupo	**Idade**					
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio Padrão**
Licenciandos	128	18	21	26,1328	55	9,604
Professores	119	22	37	37,2605	56	7,664

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

A tabela 2 evidencia que a idade dos participantes varia entre 18 a 56 anos e que, a média das idades entre os licenciandos é de aproximadamente 26 anos, enquanto dos professores dos anos iniciais, 37 anos.

Tabela 3: Frequência e porcentagem do tempo de duração, em anos, do curso em que estuda os licenciandos

Duração do cuso (em anos)	3.5 anos		4 anos		Total
	Frequência	**Porcentagem**	**Frequência**	**Porcentagem**	
	92	71,87	36	28,13	128

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Em relação ao tempo de duração do curso de Pedagogia que os *pre-service* estão realizando (tabela 3), prevalece os com duração de três anos e meio, com o percentual de 71,87% e, os com a duração de quatro anos, representam 28,13% da mostra desse grupo.

Esclarecemos que o recredenciamento e credenciamento de cursos de graduação, seja pelo MEC ou pelo CEE, possuem regras e critérios específicos. As instituições de ensino superior participantes dessa pesquisa respondem a esses órgãos, portanto explica-se tal variação de tempo dos cursos de Pedagogia.

Tabela 4: Medidas de resumo do tempo de atuação no magistério, em anos, dos professores

Tempo de atuação no magistério	n	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio Padrão
	119	0,25	10	11,1049	30	7,8226

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Quanto ao tempo de magistério dos professores *in-service*, nota-se na tabela 4 uma variação de três meses a trinta anos no grupo de amostra. A maioria dos participantes desse grupo possui, em média, onze anos na função do magistério, percorrendo diferentes turmas anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na tabela 5, ilustramos essa distribuição dos professores *in-service* nas turmas que atuavam no período da coleta de dados. Pontuamos que dezoito participantes desse grupo deixaram de responder essa questão, reduzindo a frequência para cento e um sujeitos no total nesse momento.

Tabela 5: Frequência e porcentagem da turma que atuam os professores nos anos iniciais

Turma que atua	1º ano		2º ano		3º ano		4º ano		5º ano	
	F	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**
	25	24,75	21	20,79	20	19,80	21	20,79	14	13,86

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Ao perguntamos aos participantes sobre a razão pela qual escolheram o curso de Pedagogia, oferecemos algumas opções de respostas, tais como: “Por amor à profissão”; “Por falta de opção”; “Por influência de outras pessoas”, “Por gostar de lecionar”, “Por ser um curso essencial para seguir outras carreiras"; "Por ser um curso fácil e barato" e "Outros". Dentre essas opções, conforme tabela 6, entre os licenciandos destaca-se a opção "Por amor à profissão", com 51,56%, já entre os professores atuantes, a maioria, 43,70% escolheu o curso de Pedagogia "Por gostar de lecionar", sendo a segunda opção escolhida, com 42,02%, "Por amor à profissão", como os licenciandos.

Tabela 6: Porcentagem da razão pela escolha do curso de Pedagogia por grupo

Grupos	Razão pela escolha do curso de Pedagogia												
	Fiz apenas Magistério	**Participar do desenvolvimento**	**Influência da minha mãe**	**Influência de familiares**	**Letras**	**Pela escola de música**	**Por amor à profissão**	**Por falta de opção**	**Por gostar de lecionar**	**Por influência de outras pessoas**	**Por ser um curso essencial para seguir outras carreiras**	**Por ser um curso fácil e barato**	**Por vontade de fazer a diferença na vida de outras pessoas**
Lic.	0,00	0,00	0,78	0,78	0,00	0,00	51,56	0,78	14,06	11,72	17,19	2,34	0,78
Prof.	0,84	0,84	0,00	0,00	0,84	0,84	42,02	0,00	43,70	6,72	3,36	0,84	0,00

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

De acordo com a Tabela 7, mais da metade dos futuros professores, 55,47%, ao concluírem o curso de Pedagogia, pretendem atuar no Ensino da Educação Infantil, outros 14,84% sinalizaram querer atual na Educação Especial e 10,16% tem intenção de trabalhar com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Não adentramos à especificidade de investigar o porquê dessas pretensões dos participantes com a conclusão do curso de Pedagogia, propondo uma questão complementar a essa.

Tabela 7: Porcentagem da atividade que pretende atuar como pedagogo entre os licenciandos

Atividade que pretende atuar como pedagogo	**Administração escolar**	**Coordenação pedagógica**	**Educação especial**	**Educação Musical**	**Ensino na Educação Infantil**	**Ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental**	**Orientação educacional**	**Pedagogia empresarial**	**Pedagogia hospitalar**	**PsicoPedagogia**	**Supervisão educacional**
	0,78	7,03	14,84	0,78	55,47	10,16	2,34	1,56	4,69	0,78	1,56

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Entre os professores *in-service*, como percebemos na tabela 8, a maioria, 68% aproximadamente, fez a primeira graduação foi em Pedagogia ou o antigo Magistério, quase 10% em Matemática ou o curso de Letras e, 20,91% em outros cursos não especificados.

Tabela 8: Frequência e porcentagem da formação inicial dos professores em outras áreas

Formação inicial	**Educação Física**		**Fisioterapia**		**Letras**		**Magistério**		**Matemática**		**Outros**		**Pedagogia**		**Total**
	F	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	
	1	0,91	1	0,91	5	4,55	16	14,55	5	4,55	23	20,91	59	53,64	110

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

No que se refere aos grupos participantes em possuírem cursos de pós-graduação, constatamos na tabela 9 que quase 90% dos professores possuem algum tipo de pós-graduação. Em questão complementar a essa no formulário, identificamos que se refere, na maioria dos casos, à alguma especialização na área educacional. Em relação aos licenciandos, como havia de se esperar, por se tratar a maioria da primeira graduação, apenas 5,47%, apresentam alguma pós. Além disso, ao perguntamos se estavam realizando algum curso de formação, 32,67% dos licenciandos e 67,33% dos professores responderam que sim.

Tabela 9: Frequência e porcentagem quanto ter Pós – Graduação, por grupo

Grupo	**Possui Pós - Graduação**				**Total**
	Não		**Sim**		
	Frequência	**Porcentagem**	**Frequência**	**Porcentagem**	
Licenciandos	121	94,53	7	5,47	128
Professores	14	11,76	105	88,24	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Ao questionarmos a respeito das experiências escolares dos participantes, verificamos na tabela 10 que, 12,5% dos *pre-service* e, 5, 88% dos *in-service* já reprovaram em alguma disciplina ou série/turma.

Tabela 10: Frequência e porcentagem se já reprovou em alguma disciplina, por grupo

Grupo	**Reprovou em alguma disciplina**				**Total**
	Não		**Sim**		
	Frequência	**Porcentagem**	**Frequência**	**Porcentagem**	
Licenciandos	112	87,50	16	12,50	128
Professores	112	94,12	7	5,88	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Observamos na tabela 11 que, a maioria dos professores *in-service* e *pre-service* consideram a Língua Portuguesa a sua disciplina preferida, uma frequência de 134 participantes do total de 247 colaboradores e em segundo lugar aparece a Matemática, com uma frequência de 47 preferências, um percentual correspondente de aproximadamente 20%. Essa informação pode nos sinalizar indícios da relação dos participantes com a Matemática Escolar.

Tabela 11: Frequência da disciplina preferida, por grupo

Grupo	**Disciplina preferida**														**Total**
	Artes	**Biologia**	**Ciências**	**Educação física**	**Filosofia**	**Geografia**	**Todas**	**História**	**Inglês**	**Libras**	**Língua Portuguesa**	**Matemática**	**Química**	**Sociologia**	
Licenciandos	10	7	11	3	1	2	0	6	3	1	59	21	1	3	128
Professores	0	1	8	0	0	1	2	6	0	0	75	26	0	0	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

As informações da tabela 11 são reforçadas na tabela 12, uma vez que quando questionamos a respeito da disciplina que os participantes menos gostavam durante a Educação Básica, 45,34% dos participantes (112 de 247) apontaram a Matemática como escolhida em primeiro lugar. Um percentual significativo que pode conter nas entrelinhas experiências desfavoráveis ao desenvolvimento de atitudes e crenças positivas em relação à Matemática.

Tabela 12: Frequência da disciplina que menos gostavam, por grupo

Grupo	**Disciplina que menos gostava**														**Total**
	Artes	**Biologia**	**Ciências**	**Educação Física**	**Filosofia**	**Física**	**Geografia**	**História**	**Inglês**	**Língua Portuguesa**	**Matemática**	**Nenhuma**	**Química**	**Sociologia**	
Licenciandos	0	1	2	3	2	7	10	15	0	9	68	1	10	0	128
Professores	6	1	8	1	0	9	11	16	5	4	44	6	6	1	118

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Os resultados da tabela 13 evidenciaram que para 32,03% dos estudantes de Pedagogia a aula de Matemática representava "resolver problemas" e para outros 25%, "o pior pesadelo da sua vida". Em contrapartida, 27,73% dos professores achavam que era "uma aula comum como qualquer outra”, 25,21% julgaram como a hora de “resolver problemas”, 20,17%, a aula de “fazer contas”.

Investigar o sentimento dos participantes em relação à Matemática por meio da avaliação dos seus julgamentos sobre o que representava o momento da aula dessa disciplina corrobora com as impressões negativas expressas na questão anterior pelos licenciandos na tabela 12. A intenção dos pesquisadores foi aprofundar a análise comparativa entre os grupos ao propor tal questão relacionada aos sentimentos associados à aula de Matemática.

Tabela 13: Frequência e porcentagem sobre o que a aula de matemática representava, por grupo

Grupo	**A aula de matemática representava a hora de:**												**Total**
	A melhor hora do dia		**Decorar a tabuada**		**Fazer contas**		**O pior pesadelo da sua vida**		**Resolver problemas**		**Uma aula comum como qualquer outra.**		
	F	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	
Licenciandos	11	8,59	10	7,81	17	13,28	32	25,00	41	32,03	17	13,28	128
Professores	12	10,08	6	5,04	24	20,17	14	11,76	30	25,21	33	27,73	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Quando estreitamos as preferências, para quem as tem quanto às unidades temáticas desenvolvidas nas aulas de Matemática, os resultados corroboram com os de Brito (1996), ao explicitar a aversão dos estudantes em relação à Álgebra. Observemos na tabela 14 que do total dos participantes, 51,01% preferiram “Números e operações”; 14,97% escolheram “Tratamento da informação”; 9,71% indicaram “Grandezas e medidas”; 4,45% optou por “Geometria e apenas 4,04% (10 de 247) preferiram “Álgebra”. Evidência extremamente importante para a investigação realizada.

Tabela 14: Frequência das unidades temáticas preferidas na aula de Matemática, por grupo

Grupo	**Unidades temáticas preferidas nas aulas de matemática**											
	Álgebra		**Geometria**		**Grandezas e Medidas**		**Nenhuma Das Opções**		**Números e Operações**		**Tratamento Da Informação**	
	F	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**
Lic.	6	4,69	4	3,13	15	11,72	31	24,22	64	50,00	8	6,25
Prof.	4	3,36	7	5,88	9	7,56	8	6,72	62	52,10	29	24,37
Total	10	4,04	11	4,45	24	9,71	39	15,78	126	51,01	37	14,97

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

A questão representada na tabela 15 refere-se ao julgamento do participante quanto ao seu desempenho nas aulas de Matemática. As respostas dos professores aparentam ser mais positivas que a dos licenciandos: 6,25% dos *pre-service* julgaram ter um desempenho, insatisfatório; 43,75%, regular; 44,53%, bom; 5,47%, excelente e enquanto nenhum *in-service* teve uma percepção de insatisfatório em seu desempenho; 21,85% optaram por regular; 56,30%, bom e; 21,85%, por um desempenho excelente.

Tabela 15: Frequência e porcentagem do desempenho na aula de Matemática

Grupo	**Bom**		**Excelente**		**Insatisfatório**		**Regular**		
	F	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	
Licenciandos	57	44,53	7	5,47	8	6,25	56	43,75	128
Professores	67	56,30	26	21,85	0	0,00	26	21,85	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Ainda a respeito das experiências com a Matemática durante a sua escolaridade, os participantes responderam sobre quais os tipos de atividades era mais frequentes nas aulas de Matemática e obtivemos os seguintes resultados, como mostrado na tabela 16, entre os grupos analisados:

Tabela 16: Frequência das atividades mais frequentes na aula de Matemática, por grupo

Grupo	**Atividades mais frequentes nas aulas de matemática**											
	Exercícios de algoritmos		**Exercícios de reconhecimento**		**Problemas de aplicação**		**Problemas de quebra-cabeça**		**Problemas – padrão**		**Problemas-processo ou heurísticos**	
	Freq	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**
Lic.	26	20,31	21	16,41	17	13,28	4	3,13	42	32,81	18	14,06
Prof.	37	31,09	24	20,17	10	8,40	0	0,00	35	29,41	13	10,92

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Categorizamos essas respostas conforme a nomenclatura de Dante (1999) para os tipos de problemas. Em relação às atividades propostas mais frequentemente nas aulas de Matemática, para os *pre-service* entre os três primeiros citados aparecem os problemas padrões, com 32,817%, em seguida 20,31% os exercícios de algoritmos e finalmente, com 16,41% para os exercícios de reconhecimento. Para os *in-service*, a classificação encontrada foi: 32,09% os exercícios de algoritmos; 29,41% os problemas-padrão e com 20,17% os exercícios de reconhecimento. Embora com diferentes percentuais, nota-se que as atividades apontadas entre os grupos são as mesmas, isso muito quer dizer a respeito da Matemática que é ensinada na maioria das escolas.

Outro indício das práticas pedagógicas vivenciadas pela a amostra da pesquisa em relação ao ensino da Matemática é revelado na seguinte pergunta realizada a eles: “Nas aulas de Matemática, durante sua escolaridade, as atividades corrigidas na lousa pela professora eram resolvidas como sendo a única maneira e a mais correta?”. As respostas foram apresentadas na tabela 17:

Tabela 17: Frequência e porcentagem se as atividades de matemática corrigidas na lousa pela professora eram resolvidas como sendo a única maneira e a mais correta, por grupo.

Grupo	**Às vezes**		**Muitas vezes**		**Nunca**		**Raramente**		**Sempre**		
	Freq	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	
Licenciandos	38	29,69	32	25,00	4	3,13	20	15,63	34	26,56	128
Professores	33	27,73	43	36,13	2	1,68	5	4,20	36	30,25	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

A frequência e o percentual atingido para os itens “Sempre” e “Muitas vezes” revelaram que a sala de aula não tem se caracterizado com um espaço de discurso de argumentação, onde os alunos possam justificar os caminhos que percorreram ou como e o que pensaram enquanto solucionam as tarefas propostas, de socializarem diferentes estratégias e raciocínio. Um contexto contrário ao que é proposto por Blanton e Kaput (2005) no ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico. O papel do professor, segundo Canavarro (2007), em consonância com os dois autores anteriores, é o de realizar intervenções e questionamentos que mobilizem o aluno a explicar “Como descobriu isso?”, “Como pensou para chegar neste resultado”, “Pode explicar como fez isso?”, dar voz ao pensamento matemático do estudante.

Embora ao serem questionados sobre suas práticas para o rompimento da rigidez do pensamento matemático a favor do desenvolvimento da criatividade, os professores, incisivamente afirmaram pelos percentuais apresentados que compactuam com tal perspectiva de ensino, como vemos na tabela 18:

Tabela 18: Frequência e porcentagem dos professores, dos anos iniciais, que fortalecem práticas de ensino que rompem com a rigidez do pensamento matemático.

Às Vezes		**Muitas Vezes**		**Raramente**		**Sempre**		**Total**
Freq	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	
7	6,93	29	28,71	1	0,99	64	63,37	101

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Na tabela 19, sintetizamos os resultados apontados pelos os participantes ao serem questionados sobre a satisfação com carga horária oferecida pelo seu curso de Pedagogia na formação para o ensino da Matemática nos anos iniciais. E para espanto e surpresa, praticamente mais da metade dos participantes julgam suficientes para a sua formação e atuação nos anos iniciais.

Tabela 19: Frequência e porcentagem daqueles que acreditam que a carga horária do seu curso é suficiente para a formação e atuação nos anos iniciais, por grupo.

Grupo	**Concordo**		**Concordo Totalmente**		**Discordo**		**Discordo Totalmente**		
	Freq	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	
Licenciandos	64	50,39	10	7,87	42	33,07	12	8,66	128
Professores	61	51,26	11	9,24	41	34,45	6	5,04	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Ao levar em consideração a formação inicial e continuada, o tempo de magistério e outros fatores inerentes ao exercício do magistério possivelmente, 73,27% dos professores concordam que são capazes de ministrar aulas exitosas de Matemática nos anos iniciais.

Tabela 20: Frequência e porcentagem dos professores, dos anos iniciais, que acreditam serem capaz de ministrar aulas exitosas de Matemática.

Concordo		**Concordo totalmente**		**Discordo**		**Discordo totalmente**	
F	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**
74	73,27	14	13,86	12	11,88	1	0,99

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Os resultados das próximas tabelas referem-se a questionamentos relacionados ao ensino da Álgebra nos anos iniciais sob o viés do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade.

Tabela 21: Frequência e porcentagem daqueles que já realizaram algum curso ou minicurso relacionado ao ensino de álgebra nos anos iniciais ou pensamento algébrico, por grupo.

Grupo	**Não**		**Sim**		
	Frequência	**Porcentagem**	**Frequência**	**Porcentagem**	
Licenciandos	124	96,88	4	3,13	128
Professores	79	78,22	22	21,78	101

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

A tabela 21 nos mostra que 96,88% dos *pre-service* até momento da coleta de dados dessa pesquisa não haviam realizado nenhum curso ou minicurso relacionado ao ensino da Álgebra para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. O percentual significativo não é diferente entre o grupo de professores, aproximadamente 80% deles alegaram também não terem tido essa aproximação com a temática.

Em outra questão direcionada somente aos professores a respeito dos temas abordados e estudados no horário de trabalho pedagógico coletivo, as respostas se concentram em programas de formação como o PNAIC, Ler e Escrever, orientações curriculares como a BNCC e outros temas de caráter formativo com ênfase em alfabetização e letramento, especialmente. Destacamos tais resultados na tabela 22.

Tabela 22: Frequência e porcentagem dos temas abordados e estudados no horário de trabalho pedagógico coletivo dos professores

Curso de formação continuada	**BNCC**		**Formação**		**Ler e Escrever**		**Outros**		**PNAIC**	
	F	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**	**F**	**P**
	11	17,46	7	11,11	8	12,70	14	22,22	23	36,51

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Perguntamos aos participantes se eles acreditavam que as crianças dos anos iniciais deveriam aprender conceitos algébricos nesta etapa de sua escolaridade e, conforme tabela 23, 32,81% dos estudantes de Pedagogia discordaram ou 5,47% discordaram totalmente, 56,25% concordaram ou 5,47% concordaram totalmente. No grupo dos professores, apenas 7,56% discordaram, ademais concordaram ou concordaram totalmente.

Tabela 23**:** Frequência e porcentagem daqueles que acreditam que crianças dos anos iniciais devem aprender conceitos algébricos nesta etapa de sua escolaridade, por grupo.

Grupo	**Concordo**		**Concordo Totalmente**		**Discordo**		**Discordo Totalmente**		
	Freq	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	**Freq**	**Porc**	
Licenciandos	72	56,25	7	5,47	42	32,81	7	5,47	128
Professores	87	73,11	23	19,33	9	7,56	0	0,00	119

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

A análise descritiva da coleta de dados dos participantes, nessa fase inicial, nos permitiu caracterizar estatisticamente a amostra da pesquisa, bem como estabelecer comparações entre os grupos analisados, evidenciando informações relevantes para inferências qualitativas na discussão dos resultados com foco no problema de pesquisa. Entre elas temos que a escolha pelo curso de Pedagogia se dá em razão dos sujeitos, em sua maioria, por amor à profissão ou por gostar de lecionar, contradizendo o mito de que é uma fuga das aulas de Matemática. Demonstrarm ainda, com 55,47%, pretensão de atuação na Educação

Infantil. Aqui talvez, tenhamos um aspecto a ser mais bem investigado futuramente, a fim de esclarecer o porquê dessa escolha.

Outro dado que chamou-nos a atenção foi o alto percentual de professores com algum tipo de pós-graduação. Entender como esse fator relaciona-se com os aspectos afetivos em estudo, destacaremos *a posteriori*. Evidenciamos, ainda, que a Álgebra e a Geometria continuam sendo vistas como as grandes vilãs da Matemática, na tabela 14 sobre as unidades tematicas preferidas, elas aparecem em últimos lugares, com 4,04% e 4,45%, respectivamente. Ficamos intrigados com os resultados da tabela 15 sobre o julgamento dos participantes a respeito do seu desempenho nas aulas de Matemática, a percepção positiva prevaleceu entre os grupos. Como esse fator se relacionará com as atitides e crenças de autoeficácia? E como já esperávamos 96,88% dos *pre-service* e 78,22% dos *in-service* nunca realizaram curso ou mincursos sobre o ensino da Álgebra nos anos iniciais. Uma informação impactante ao pensarmos que hoje trata-se de uma unidade temática inserida na BNCC (BRASIL, 2017)

A seguir, apresentamos a análise dos dados obtidos a partir da aplicação da Escala de Atitudes (BRITO, 1996) para investigar relações e correlações possíveis entre os dados coletados.

5.2 Análise comparativa da Escala de Atitudes entre os *pre-service* e *in-service*

Para a análise dos dados obtidos na aplicação da Escala de Atitudes em relação à Matemática e determinação das pontuações de cada participante foram atribuídos pontos para cada uma das vinte e uma afirmações, variando de 1 a 4 pontos, tendo como base se as afirmações apresentavam atitudes positivas ou negativas em relação à Matemática. Explicamos que, apesar da questão 21, “Não tenho um bom desempenho em Matemática”, estar relacionada à auto percepção do participante quanto ao próprio desempenho em relação à Matemática, computamos sua pontuação incluindo as demais questões.

Os pontos atribuídos às questões referentes a sentimentos positivos (3, 4, 5, 9, 11, 14, 15, 18 e 20) estavam distribuídos na seguinte ordem: 1 (discordo totalmente); 2 (discordo); 3 (concordo); 4 (concordo totalmente); as demais, questões associadas a sentimentos negativos, foram atribuídos esses pontos de modo inverso. Posteriormente, realizamos a soma dos pontos obtidos e de modo geral, o resultado final do participante na escala poderia variar entre no mínimo 21 e, no máximo, 84 pontos.

Participaram da pesquisa 128 professores *pre-service* e 119 professores *in-service*, sendo que todos estes responderam aos questionários *on-line*. Com base nas respostas dos participantes, tanto para a Escala de Atitudes, foi calculada a média, valor de referência para definir aqueles que tendem a ter atitudes positivas ou negativas. Os participantes que obtiveram uma pontuação acima do ponto central foram caracterizados como participantes com tendências a ter atitudes positivas em relação à Matemática e os participantes que pontuaram abaixo da média, classificamos com tendências a atitudes negativas em relação à Matemática.

A média encontrada entre os licenciandos (professores *pre-service*) foi de 48,63, sendo a pontuação mínima de 24 pontos e máxima de 77[16], enquanto a média dos professores dos anos iniciais (*in-service*) foi de 62,57, com mínima de 40 pontos e máxima de 82 pontos. Assim sendo, identificamos 65 de 128 (50,78%) licenciandos estão abaixo da média e 70 de 119 (58,82%) professores também estão abaixo da média de seu grupo, mas não do valor central. Logo, inferimos que mais da metade dos professores *pre-service* sinalizaram ter atitudes negativas em relação à Matemática quando analisados dentro dos seus grupos e médias. No entanto, notamos que a média dos professores foi de aproximadamente 14 pontos acima da dos licenciandos e a diferença entre as notas mínimas e máximas dos grupos foram de 16 e 5 pontos, respectivamente.

A tabela 24 apresenta essa distribuição das pontuações dos participantes na escala de atitudes, em medidas de resumo do escore total e p-valor do teste.

Tabela 24: Medidas de resumo do escore total do questionário da Escala de Atitudes e p-valor do teste t, por grupo

Grupo	**Escore total Escala de Atitudes**							
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**Diferença**	**p.valor**
Licenciandos	128	24	48	48,6328	77	10,9248	-13,9470	<0,0001
Professores	119	40	62	62,5798	82	9,8510		

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

No Gráfico 1, organizamos as pontuações dos professores *pre-service* em intervalos a partir pontos máximos e mínimos que poderiam ser obtidos (de 21 a 84) ao responder a Escala de Atitudes e determinamos as respectivas frequências dessas pontuações nos intervalos.

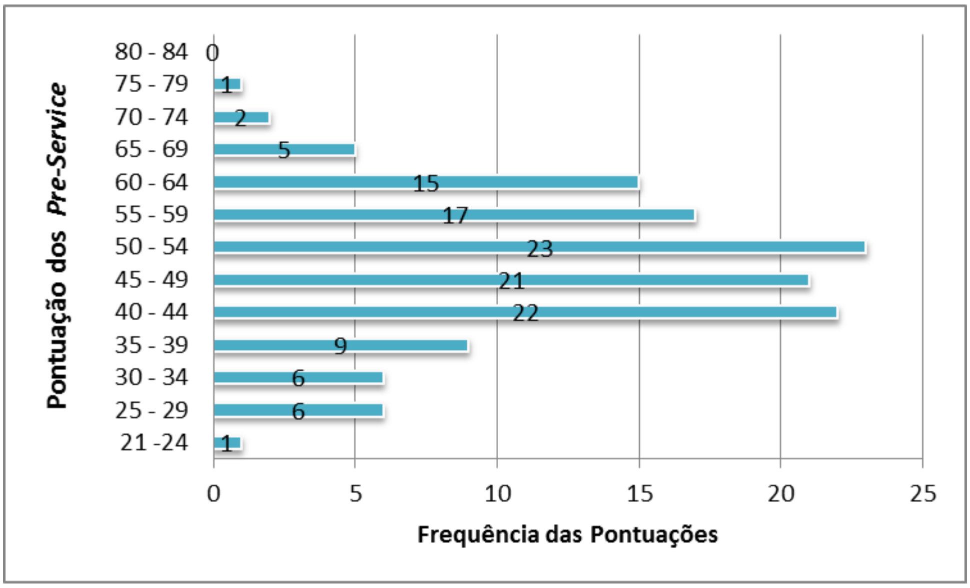
[16] Isso significa dizer que, dentre os participantes a menor pontuação encontrada foi de 24 pontos e a máxima foi de 77 pontos, podendo dentro da Escala de Atitudes sofrer uma variância de 21 a 84 pontos, considerando os valores atribuídos para as alternativas das afirmativas de 1 a 4, como explicitado no início da seção.

Observamos nesse gráfico que, um pouco mais da metade dos licenciandos tenderam a atitudes negativas em relação à Matemática, mas um fator considerável a se pontuar nessa análise foi as pontuações muito baixas apresentadas nesse grupo, haja vista que de um intervalo de 21 a 84 que poderiam obter, atingiram de 24 a 77, somente aumentando essa frequência a partir do intervalo de 40 a 44, permanecendo 22 licenciandos (17,18%) abaixo disso, ou seja, próximo ao extremo da escala, onde evidenciar-se-ia as atitudes mais negativas em relação à Matemática e ainda que, no grupo, nenhum participante pontuou dentro do outro extremo do intervalo de 80 a 84 pontos, local onde demonstrariam as atitudes mais positivas em relação à Matemática.

Notamos ainda que, no intervalo onde se encontra a média do grupo, intervalo de 45 a 49, temos cerca de 16,40% dos *pre-service* e que, ainda que não represente a maior barra na frequência das pontuações, esse intervalo teoricamente, é onde estariam as menores atitudes positivas e negativas em relação à Matemática.

É importante lembrar, como já dito, que classificamos na Escala de Atitudes os indivíduos com atitudes positivas em relação à Matemática aqueles que estavam acima do ponto central (intervalo de 21 a 84 pontos), ou seja, 52,5, consequentemente valores abaixo, caracterizam atitudes negativas em relação à Matemática.

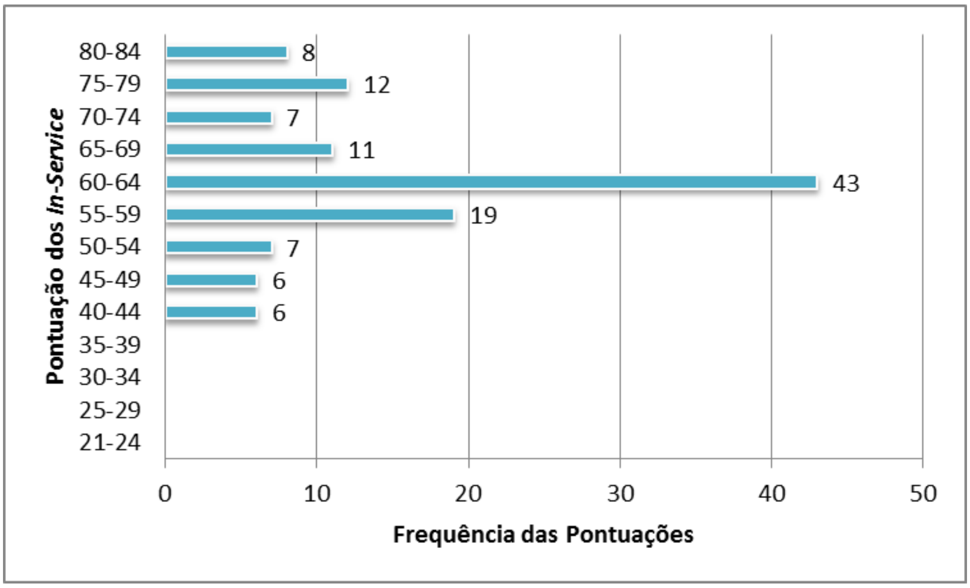
Gráfico 1: Distribuição da frequência das pontuações apresentadas pelos professores *pre-service*



Fonte:Elaborado pelos autores (Julho/2019).

De forma análoga, no Gráfico 2, organizamos as pontuações dos professores *in-service*, considerando os mesmos intervalos, mas de acordo com a respostas dadas pelo grupo. Nele observamos mais claramente, o ponto mínimo das pontuações e que nesse caso, o intervalo onde se concentram as menores atitudes positivas e negativas em relação à Matemática, corresponde a maior barra, com 36,13% dos professores. No extremo, intervalo de 80 a 84 e o mais próximo, de 75 a 79 pontos, temos um total de 16,80% dos *in-service*.

Gráfico 2: Distribuição da frequência das pontuações apresentadas pelos professores *in-service*



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Ao considerarmos, portanto, o ponto central definido para a Escala de Atitudes de 52,5; obtivemos 64,06% (82 estudantes) abaixo desse valor comparado a 12,60% (15 professores) nessa mesma condição, o que nos leva a concluir que os *in-service* apresentaram atitudes mais positivas do que *pre-service*, ou melhor, dizendo, os pre-service apresentaram atitudes mais negativas em relação à Matemática quando equiparados a professores que atuam no magistério.

Tabela 25: Porcentagem da classificação na Escala de Atitudes, por grupo.

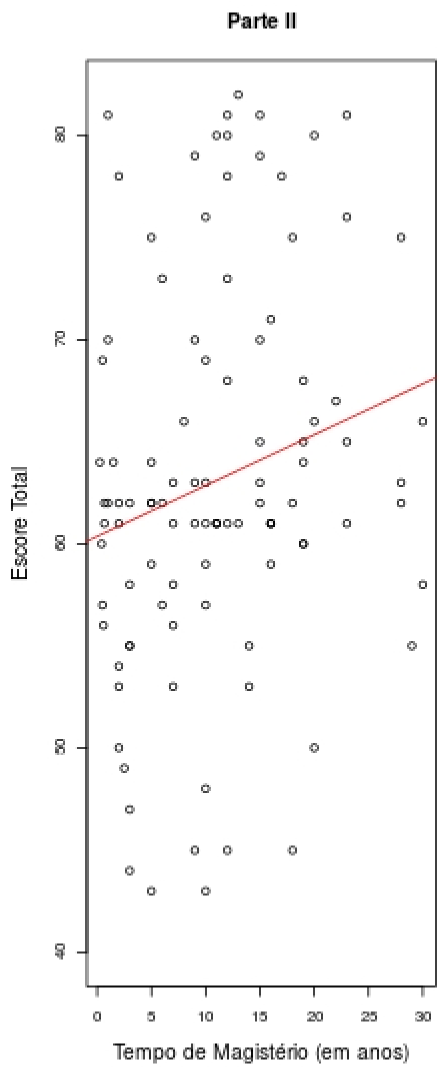
Grupos	**Escala de Atitudes**	
	Negativa	**Positiva**
Pre-service	64,06	35,94
In-service	12,61	87,39

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Entendemos que alguns fatores, a se discutir oportunamente, podem ao longo da carreira do magistério, favorecer o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática, uma vez que, enquanto na graduação, essas atitudes mostram-se, em sua maioria, entre os estudantes, de maneira mais negativa, por, de repente, não contarem com a experiência ainda da carreira, que podem afetar positivamente a relação com a Matemática.

Esse resultado se confirma ainda mais quando realizamos a análise da correlação entre a variável tempo de magistério (em anos) dos professores dos anos iniciais e a Escala de Atitudes (BRITO, 1996). O teste de Bartlett verifica se o conjunto das correlações na matriz são diferentes de zero para, assim, poder realizar a análise de componentes principais. Neste teste obtivemos um p-valor de <0.00001, sendo assim inferior ao nível de significância de 0,05, evidenciando que existe correlações entre as variáveis. No caso do estudo foi encontrado o p-valor de 0,04239105, considerado uma correlação significativa. Para melhor ilustrarmos tal correlação, apresentamos graficamente a análise de correlação entre a variável tempo de magistério dos professores em relação à Escala de Atitudes, no Gráfico 3:

Gráfico 3: Análise da correlação entre a variável tempo de magistério (em anos) dos professores dos anos iniciais e a Escala de Atitudes (BRITO, 1996)



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

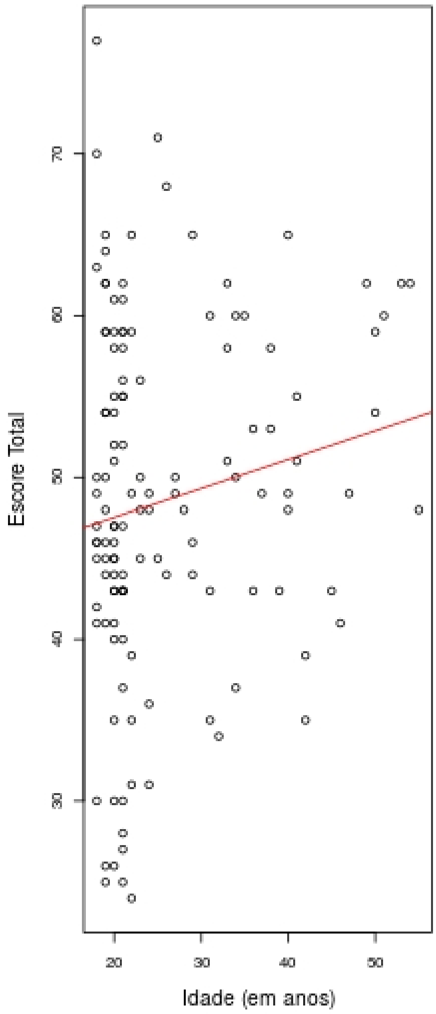
Em contrapartida, ao fazermos a análise da correlação Pearson e p-valor para idade e escore total entre a variável idade (em anos) dos professores dos anos iniciais e a Escala de Atitudes (BRITO, 1996), encontramos o p-valor de 0,45271314, apontando não haver um correlação entre as variáveis estudadas, comprovadamente evidenciadas na tabela 25 e no Gráfico 4.

Tabela 26: Correlação de Pearson e p-valor para idade e escore total (professores)

Questionário	Correlação	p-valor
Escala de Atitudes	0,069485023	0,45271314

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019)

Gráfico 4: Análise da correlação entre a variável idade (em anos) dos professores dos anos iniciais e a Escala de Atitudes (BRITO, 1996)



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Realizamos essa mesma análise no grupo dos estudantes de Pedagogia para verificarmos a existência de correlação entre a variável idade (em anos) dos estudantes e a

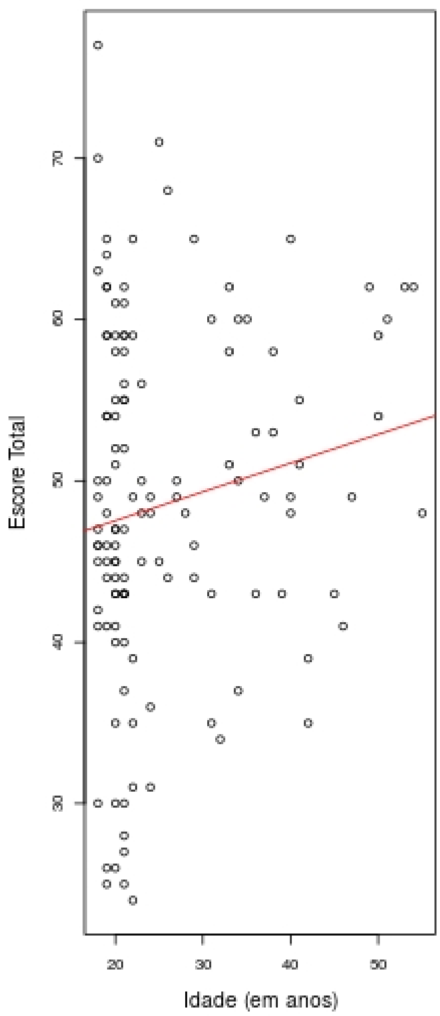
Escala de Atitudes (BRITO, 1996). Como verificamos na tabela 27 e Gráfico 5, não foi possível estabelecer essa correlação.

Tabela 27: Correlação de Pearson e p-valor para idade e escore total (estudantes)

Questionário	Correlação	p-valor
Escala de Atitudes	0,1566	0,0776

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Gráfico 5: Análise da correlação entre a variável idade (em anos) dos estudantes de Pedagogia e a Escala de Atitudes (BRITO, 1996)



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

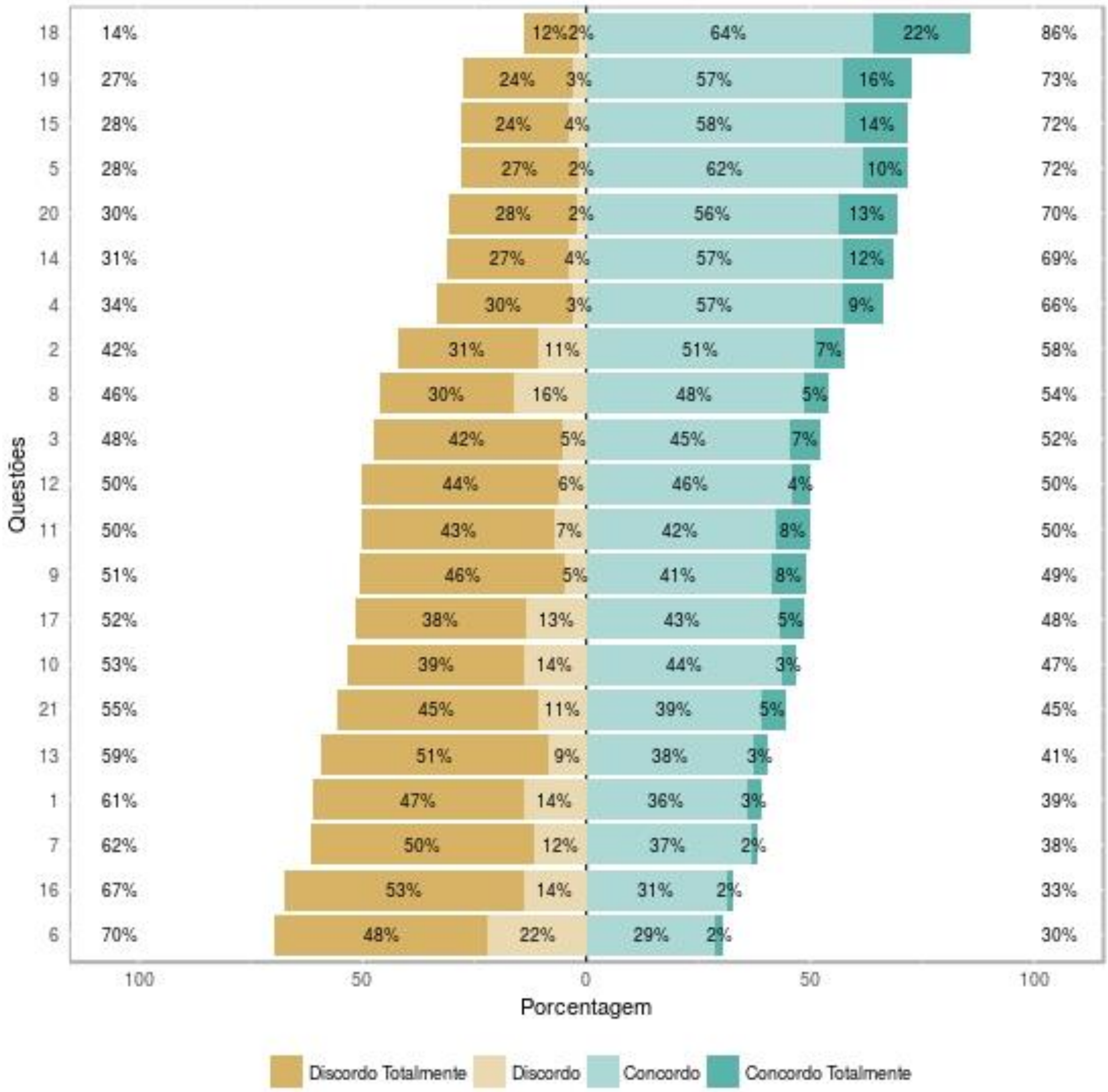
Embora os resultados apresentados já tenham nos evidenciado de que maneira se apresentam as atitudes de professores *in-service* e *pre-service* com relação à Matemática, tomamos essa informação não como um dado estático e imutável entre os participantes, pois acreditamos que as atitudes são passíveis de serem aprendidas e estão em constantes mudanças, conforme já visto nos atributos definidores das atitudes sobre a aprendibilidade e a estabilidade (KLAUSMEIER, 1977; BRITO, 1996).

Quando identificamos o dado estatístico de que aproximadamente 65% dos estudantes de Pedagogia tendem a atitudes negativas, temos que tomar a cautela de não generalizar e vislumbrar outras evidências que amenizem essa informação de modo a não alarmar um caos ao que se refere à formação inicial de pedagogos em relação ao ensino da Matemática nos anos iniciais e das próprias experiências durante a Educação Básica.

Para uma análise mais detalhada dos dados contidos na Escala de Atitudes, olhamos para dentro das respostas dos participantes em relação às afirmativas positivas e, posteriormente, às negativas, comparando-as entre os grupos analisados, a fim de identificarmos elementos comuns e divergentes entre os resultados.

No Gráfico 6, apresentamos a distribuição das respostas dos estudantes de Pedagogia em relação às afirmações positivas e negativas contidas na Escala de Atitudes (BRITO, 1996).

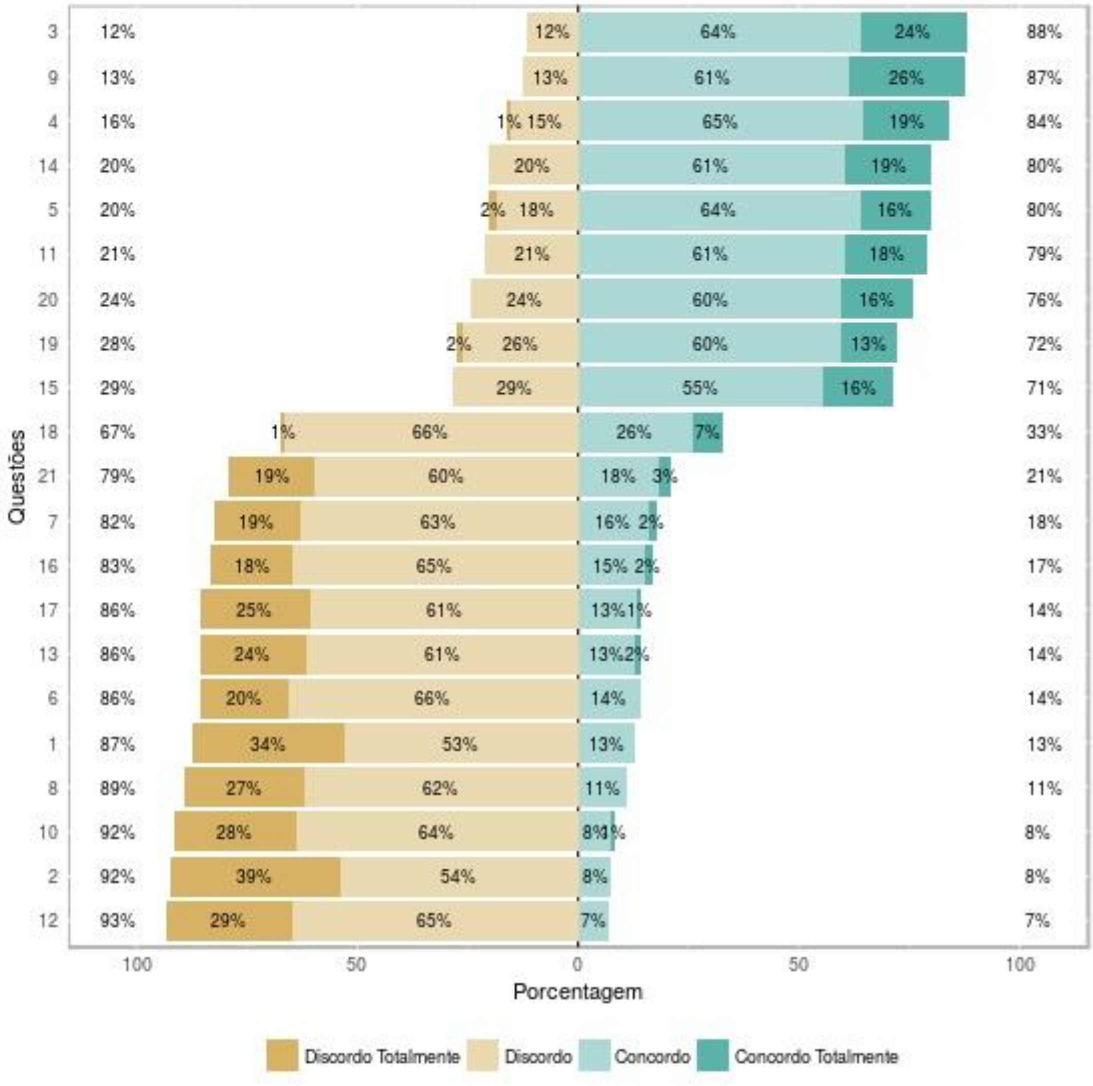
Gráfico 6: Distribuição das respostas dos estudantes de Pedagogia em relação às afirmações contidas na Escala de Atitudes (BRITO, 1996)



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Observemos algumas afirmações positivas que apresentam percentuais altos. Ao responderem a afirmação 18 (positiva) da escala, “Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.”, 86% dos estudantes concordaram totalmente ou concordaram. O mesmo ocorre na afirmação 19: “Eu me sinto tranquilo (a) em Matemática e gosto muito dessa matéria.”, 73% dos estudantes concordaram totalmente ou concordaram. Nas afirmações 5 e 15, “A Matemática me faz sentir seguro (a) e é, ao mesmo tempo, estimulante.”, “A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.”, respectivamente, apenas 28% discordaram ou discordaram totalmente; na 20, “Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria.", 30% dos *pre-service* discordaram ou discordaram totalmente. E assim, estruturamos da mesma forma, no Gráfico 7, a distribuição das respostas dos professores em relação às afirmações positivas e negativas contidas na Escala de Atitudes (BRITO, 1996).

Gráfico 7: Distribuição das respostas dos professores em relação às afirmações contidas na Escala de Atitudes (BRITO, 1996)



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Graficamente fica muito evidenciado a diferenciação das respostas dos professores *in-service* às afirmações positivas (3 a 18) das afirmações negativas (21 a 12). A afirmação 18, "Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.", talvez tenha sido o ponto de inversão do gráfico, pois apenas 33% concordaram ou concordaram totalmente. Note também que ao responderem a afirmação 21 (Não tenho um bom desempenho em Matemática) a respeito da sua auto percepção em relação à Matemática, 79%

deles discordaram totalmente ou discordaram, evidenciando um julgamento, uma crença positiva em relação à Matemática.

Em síntese, na tabela 28, comparamos as respostas dos professores *in-service* e *pre-service* em relação às afirmações positivas contidas na Escala de Atitudes (BRITO, 1996) agrupando-as em “Concordo Totalmente/Concordo” e “Discordo Totalmente/Discordo”.

Tabela 28: Comparação das respostas dos professores *in-service* e *pre-service* em relação às afirmações positivas da Escala de Atitudes

Afirmações Positivas	***Pre-Service***		***In-service***	
	Concordo Totalmente/ Concordo (%)	**Discordo Totalmente/ Discordo (%)**	**Concordo Totalmente/ Concordo (%)**	**Discordo Totalmente/ Discordo (%)**
03- Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.	52	48	88	12
04- A Matemática é fascinante e divertida.	66	34	84	16
05- A Matemática me faz sentir seguro (a) e é, ao mesmo tempo, estimulante.	72	28	80	20
09- O sentimento que tenho com relação à Matemática é bom.	49	51	87	13
11- A Matemática é algo que eu aprecio grandemente	50	50	79	21
14- Eu gosto realmente da Matemática.	69	31	80	20
15- A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.	72	28	71	29
18- Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.	86	14	33	67
19- Eu me sinto tranquilo (a) em Matemática e gosto muito dessa matéria.	73	27	72	28
20- Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria.	70	30	76	24

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Podemos observar nessa tabela comparativa alguns dados relevantes que contribuem para o resultado encontrado pela aplicação da Escala de Atitudes, por exemplo, na afirmação 9, “O sentimento que tenho com relação à Matemática é bom.”, enquanto 87% dos *in-service* concordaram ou concordaram totalmente, 51% dos *pre-service* discordaram ou discordaram totalmente. A afirmação 11, “A Matemática é algo que eu aprecio grandemente.”, divide literalmente as opiniões entre os *pre-service*, por outro lado, 79% dos *in-service* concordaram ou concordaram totalmente. A afirmação 18, “Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria”, também nos chama atenção, 86% dos estudantes concordaram ou concordaram totalmente para com apenas 33% por parte dos professores, sendo um dos percentuais mais baixos desse grupo em relação a uma afirmação positiva da escala.

Na tabela 29, comparamos as respostas dos professores *in-service* e *pre-service* em relação às afirmações negativas da Escala de Atitudes (BRITO, 1996) agrupando-as em “Concordo Totalmente/Concordo” e “Discordo Totalmente/Discordo”.

Tabela 29: Comparação das respostas de *in-service* e *pre-service* em relação às afirmações positivas da Escala de Atitudes

Afirmações Positivas	***Pre-Service***		***In-service***	
	Concordo Totalmente/ Concordo (%)	**Discordo Totalmente/ Discordo (%)**	**Concordo Totalmente/ Concordo (%)**	**Discordo Totalmente/ Discordo (%)**
01- Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de Matemática.	39	61	13	87
02- Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria.	58	42	2	98
06- "Dá um branco" na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática.	30	70	14	86
07- Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em Matemática.	38	62	18	82
08- A Matemática me deixa inquieto (a), descontente, irritado (a) e impaciente.	54	46	11	89
10- A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido (a) em uma selva de números e sem encontrar a saída.	47	53	8	92
12- Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão.	50	50	7	93
13- Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática.	41	59	14	86
16- Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso (a).	33	67	17	83
17- Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que me dá mais medo	48	52	14	86
21- Não tenho um bom desempenho em Matemática.	45	55	21	79

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Nesse exercício em olhar para as respostas dos participantes às afirmações negativas, encontramos informações complementares à tabela 28. Observemos, por exemplo, a afirmação 2, 58% dos estudantes concordam ou concordam totalmente que não gostam da Matemática, porque é uma matéria que assusta e de forma divergente, diríamos até oposta, 98% dos professores discordaram ou discordaram totalmente com essa afirmação. Entre as afirmações negativas, no grupo dos *in-service*, de modo geral, prevaleceram as respostas "discordam ou discordam totalmente".

As afirmações 8, 12 e 17 dividiram as opiniões entre os *pre-service*, os percentuais mostraram-se bastante equilibrados, evidenciando de fato as atitudes mais negativas do grupo em relação à Matemática. Essas porcentagens destacadas na análise evidenciam pontos que contribuíram significativamente para os resultados encontrados em relação às atitudes dos participantes com a Matemática, diferenciando os grupos analisados nesse aspecto.

Assim, ao retomarmos a revisão de literatura sobre as Atitudes em relação à Matemática, os resultados dessa pesquisa corroboram com o de outros estudos já realizados, como os de Gonçalez (1995); Moron (1998); Ardiles (2007); Tortora, Sander e Pirola (2013); Sander (2014) e Ciríaco e Pirola (2018), que também desenvolveram seus trabalhos cujos participantes eram pedagogos ou futuros pedagogos. Gonçalez (1995) investigou professores dos anos iniciais e estudantes do magistério sobre a relação das suas atitudes com a escolha profissional. Os resultados apontaram que os professores apresentaram as atitudes positivas em relação à Matemática, enquanto as dos futuros professores tenderam a ser negativas, mas que os motivos da escolha profissional na carreira do magistério não estavam associados ao fato de não gostarem de Matemática, mas querer trabalhar com crianças. Nesse estudo, os *pre-service* declararam que escolheram o curso de Pedagogia "Por amor à profissão", enquanto os *in-service* disseram que foi "Por gostar de lecionar", não cogitaram qualquer hipótese associada à aversão a Matemática.

A pesquisa de Moron (1998) investigou as atitudes de professores da Educação Infantil em relação à Matemática e as suas concepções sobre o ensino dessa disciplina. Os seus resultados apontaram que o grupo de professores analisados apresentou atitudes positivas em relação à Matemática e que mesmo sendo encontradas também, atitudes negativas, por elas sinalizarem não gostar da disciplina, essas não foram variáveis determinantes para definir as diferentes concepções desses professores sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Já o estudo de Ardiles (2007) denotou que os professores dos anos iniciais aparentam tendências a atitudes mais positivas em comparação com os professores que tem atitudes negativas em relação à Matemática, enfatizando a necessidade de cursos de formação incluir os aspectos afetivos, como um alerta para se atentarem as atitudes negativas dos futuros professores, uma vez que podem ser repassados a seus futuros alunos. Ao citar Klausmeier (1977), a autora ratifica dizendo que “os cursos de formação docente e até mesmo os próprios professores, tendem a apenas priorizar os aspectos cognitivos em detrimento dos afetivos, no entanto, estes últimos são os que fazem a diferença e determinam o sucesso escolar” (ARDILES, 2007, p. 191).

Com o objetivo de investigar as atitudes em relação à Matemática dos pedagogos em formação e de que maneira essas atitudes poderiam interferir na escolha do curso, Tortora, Sander e Pirola (2013), por meio da aplicação da Escala de Atitudes (BRITO, 1996) e de um questionário, identificaram que os estudantes do curso de Pedagogia, dos 3º e 4º anos, revelaram ter atitudes mais positivas que alunos do 1º e 2º anos, porém não foi fator determinante para a escolha do curso, a justificativa dada foi o desejo de trabalhar na área da Educação e que não veem na Matemática um empecilho, pois julgam que a Matemática ensinada na Educação Infantil ou no Ensino Fundamental Anos Iniciais contempla conteúdos básicos.

Outro estudo que testifica tais resultados é o de Sander (2014). Seus resultados apontaram que 56,11% dos professores dos anos iniciais demonstraram atitudes negativas em relação à Matemática, enquanto 43,89% a atitudes positivas e que mesmo estes, com atitudes negativas, essas não foram tão negativas assim, ou seja, não estavam próximos do extremo de pontuação mínima, 21 pontos. A pesquisadora também reforça “quanto às contribuições de um curso de formação continuada para o desenvolvimento de atitudes mais positivas em relação à Matemática” (SANDER, 2014, p. 176), uma vez que a formação inicial não consegue suprir todas as necessidades formativas.

Ciríaco e Pirola (2018) buscaram em sua pesquisa compreender a mudança de atitude e crenças em relação à Matemática durante o processo de formação inicial de pedagogos, ao aproximar, por meio do trabalho de conclusão de curso, tais participantes da Educação Matemática. Nas entrevistas, evidenciaram-se as mudanças de atitudes para positivas, bem como a contribuição para o desenvolvimento da autoeficácia, ratificando novamente a ideia desses aspectos afetivos serem aprendidos, desde que lhes sejam oferecidos experiências favoráveis para isso, para além da superação de lembranças escolares ruins e traumáticas, mas a própria transformação da prática pedagógica.

Portanto, reiteramos que, mesmo os professores *pre-service* terem apresentado atitudes negativas em relação à Matemática nessa pesquisa, comparados aos professores *in-service* que demonstraram ser positivas, ainda assim mostramos, por meio de vários estudos e referenciais, que as atitudes podem ser modificadas, aprendidas, daí a importância em falarmos em aspectos afetivos e cognitivos nas e para as aprendizagens matemáticas, na Educação Básica e Ensino Superior.

5.3 Análise e Validação da Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o ensino do pensamento algébrico

Para analisarmos as crenças de autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico, com professores *in-service* e *pre-service*, propomos uma divisão da escala em duas subescalas. A Subescala 1, como já dito, trata sobre a crença de autoeficácia dos participantes sobre seus conhecimentos algébricos e possui 17 afirmações. A Subescala 2, por sua vez, relaciona-se as crenças de autooeficácia para o ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais e apresenta 29 afirmações.

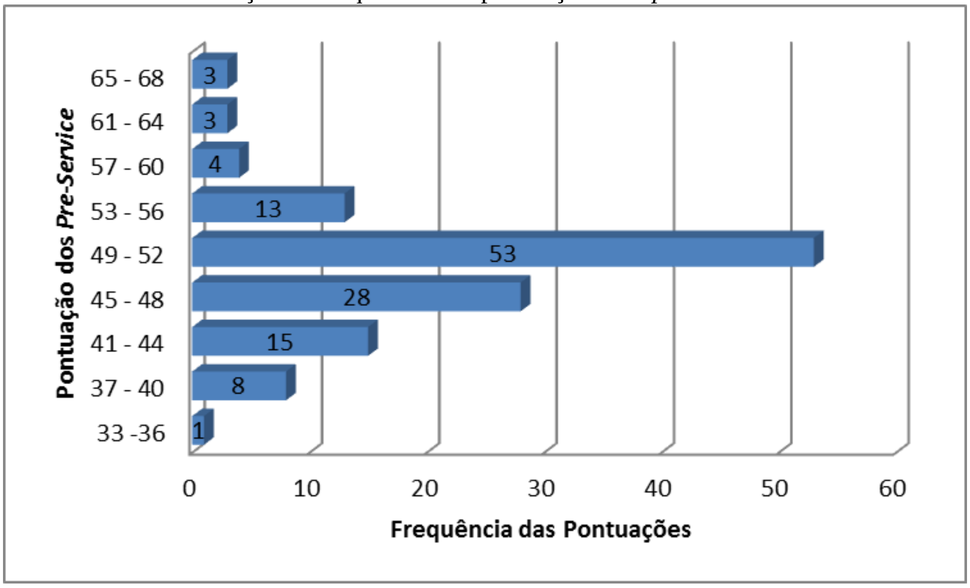
Para o cálculo do escore total das crenças de autoeficácia dos participantes na tanto na Subescala 1 como Subescala 2, foram atribuídos os seguintes valores para as categorias de respostas: 1 (discordo totalmente); 2 (discordo); 3 (concordo) e; 4 (concordo totalmente).

Portanto, na Subescala 1, a pontuação do participante poderia variar no intervalo de 17 a 68 pontos, enquanto da Subescala 2, essa variação seria de 29 a 116 pontos. Para tanto, consideramos como ponto central o valor de 42,5 para a Subescala 1 e, de 72,5 para a Subescala 2, ao passo que, pontuações abaixo desses valores, as classificamos como crenças negativas em relação ao conhecimento especializado para o ensino no desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Apresentamos a seguir os resultados da escala de crenças de autoeficácia, por meio de uma análise comparativa entre os resultados encontrados no grupo dos professores *in-service* e do grupo dos professores *pre-service.*

A princípio ordenamos as pontuações dos grupos em relação às respectivas subescalas, estabelecemos intervalos para tais pontuações e posteriormente, representamo-las em gráficos de barras, melhor forma que julgamos para organizar os resultados encontrados.

Gráfico 8: Distribuição da frequência das pontuações dos *pre-service* na Subescala 1



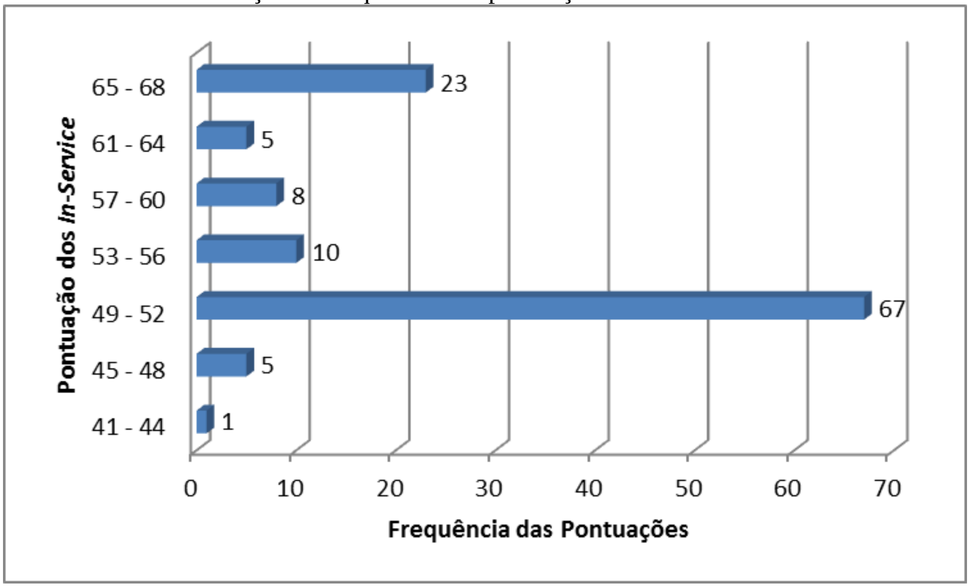
Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Observamos no Gráfico 8 que a pontuação mínima apresentada pelos professores *pre-service* encontra-se no intervalo de 33 a 36 pontos e a pontuação máxima obtida, situa-se no intervalo de 65 a 68 pontos, haja vista que o intervalo onde se concentram a maior frequência de pontuações é no intervalo de 49 a 52 pontos, período esse considerado para os participantes com crenças de autoeficácia positivas.

Abaixo do ponto central de 42,5 pontos, localizado no intervalo de 41 a 44 pontos identificamos 14 estudantes (10,94%) do total do grupo que apresentaram crenças de autoeficácia negativas, isto é, não se sentiram seguros ou não acreditaram na própria capacidade de organizar e executar ações referentes à Álgebra. (BANDURA, 1997). No entanto, apesar desse percentual, inferimos que os *pre-service*, de modo geral, apresentaram crenças de autoeficácia positivas em relação ao conhecimento matemático de conteúdo (CARRILLO et al., 2013), no caso, os conhecimentos algébricos analisados na Subescala 1.

Já no Gráfico 9, apresentamos a distribuição da frequência das pontuações dos professores *in-service* na Subescala 1. Notamos que a pontuação mínima apresentada pelos por esses participantes encontra-se no período de 41 a 44 pontos, acima dos *pre-service* e a pontuação máxima obtida, situa-se no intervalo de 65 a 68 pontos (com um número significativo de participantes comparado ao outro grupo). O intervalo onde se concentram a maior frequência de pontuações é no intervalo de 49 a 52 pontos, com 56,30%, intervalo esse, como já mencionado, considerado para os participantes com crenças de autoeficácia positivas. Assim, constatamos que, em geral 100% dos professores *in-service* apresentaram crenças positivas em relação ao conhecimento especializado quanto ao pensamento algébrico, evidentemente, que dentro desse percentual, alguns possuem crenças mais positivas e outros menos, considerando a proximidade com o ponto central, onde as crenças não são nem negativas e nem positivas.

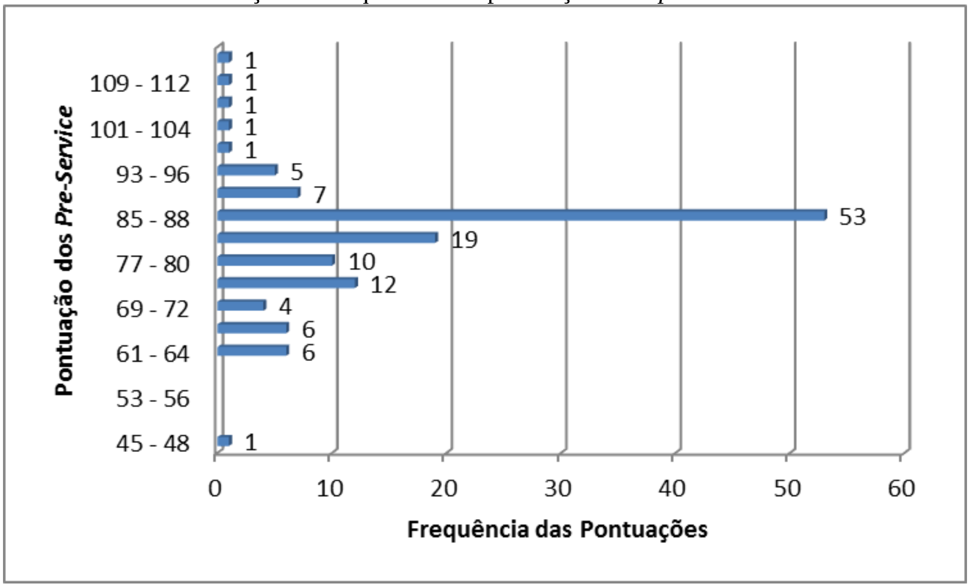
Gráfico 9: Distribuição da frequência das pontuações dos *in-service* na Subescala 1



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Em seguida, no Gráfico 10, explicitamos os resultados encontrados nas respostas dos participantes à Subescala 2, referente às crenças de autoeficácia no ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico, em intervalos.

Gráfico 10: Distribuição da frequência das pontuações dos *pre-service* na Subescala 2

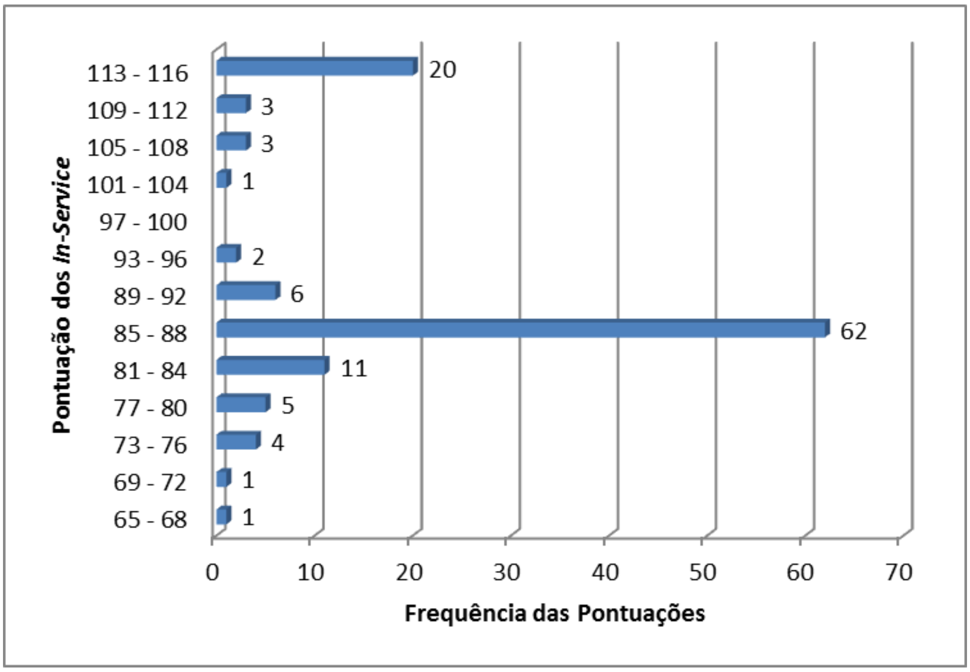


Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Constatamos no Gráfico 10 que 86,72% dos estudantes ficaram acima do ponto central (72,5), o que corresponde a 111 dos 128 *pre-service* que responderam a Subescala 2, evidenciando que esse percentual apresentou crenças positivas para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, o que significa que se sentem seguros para ensinar as crianças de modo que desenvolvam esse tipo de pensamento matemático. Observa-se ainda, que o intervalo onde se concentra a maior frequência de resposta é o que vai de 85 a 88 pontos, e apenas um estudante obteve pontuação no intervalo máximo, de 113 a 116.

Acima desse percentual, encontra-se dos professores *in-service* (Gráfico 11), que ao responderem a Subescala 2, apresentaram crenças mais positivas que os *pre-service*, 117 participantes dos 119 obtiveram pontuação acima do ponto central, o que corresponde a 98,32% do grupo com crenças de autoeficácia positivas para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. No intervalo de pontuação máxima, de 113 a 116 pontos, encontramos 16,80% dos participantes desse grupo e no intervalo de 85 a 88 pontos, cerca de 52% dos professores *in-service* participantes.

Gráfico 11: Distribuição da frequência das pontuações dos *in-service* na Subescala 2



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Ao analisarmos os resultados encontrados em relação às crenças comparados com os dados referentes às atitudes dos participantes, nos dois grupos em estudo, podemos perceber, na tabela 30, que mesmo os estudantes de Pedagogia terem apresentado, em sua maioria, atitudes negativas em relação à Matemática, no que tange às suas crenças de autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico, são consideradas significativamente positivas.

Tabela 30: Porcentagem da classificação das atitudes e crenças, por grupo

Grupo	Escala de Atitudes		Subescala 1		Subescala 2	
	Negativa	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa	Positiva
Licenciandos	64,06	35,94	10,94	89,06	13,28	86,72
Professores	12,61	87,39	0,00	100,00	1,68	98,32

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Além disso, por meio das medidas de resumo do escore total do questionário das subescalas 1 e 2 e o p-valor do teste t, em seus respectivos grupos, evidenciamos a pontuação máxima e mínima dos participantes e, pela média, como vemos na tabela 31 e 32 os *in-service* apresentaram em ambas as subescalas pontuações maiores que os *pre-service*, consequentemente evidenciando crenças de autoeficácia mais positivas em relação ao grupo comparado.

Tabela 31: Medidas de resumo do escore total do questionário Subescala 1 e p-valor do teste t, por grupo

Grupo	Escore total subescala 1							
	n	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio padrão	Diferença	p.valor
Licenciandos	128	36	49	49,0859	67	5,7095	-6,0569	<0,0001
Professores	119	44	51	55,1429	68	7,0402		

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 32: Medidas de resumo do escore total do questionário Subescala 2 e p-valor do teste t, por grupo

Grupo	Escore total subescala 2							
	n	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio padrão	Diferença	p.valor
Licenciandos	128	47	86	82,6719	116	9,5876	-9,1012	<0,0001
Professores	119	68	87	91,7731	116	12,5032		

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Para a realização dessa análise fatorial, primeiro calculamos o teste de Bartlett para verificar se o conjunto das correlações na matriz é diferente de zero para, assim, poder realizar a análise de componentes principais. Neste teste obtivemos um p-valor de <0.00001 para ambos os questionários, Subescala 1 e Subescala 2, nos dois grupos analisados, sendo assim inferior ao nível de significância de 0,05, o que evidencia que existe correlações entre as variáveis.

Desse modo, buscamos estabelecer algumas correlações dos resultados encontrados com certos fatores, como por exemplo, a reprovação do participante em determinada série/ano. Na tabela 33, identificamos que há correlação desse fator com a Subescala 1. Observamos que entre os professores *in-service*, a média da pontuação, embora ainda indique uma crença positiva, fica abaixo daqueles que nunca reprovaram em nenhuma disciplina ou série/ano.

Tabela 33: Medidas de resumo do escore total do questionário Subescala 1 e p-valor do teste t por Reprovação

Reprovou	**Escore total Subescala 1**							
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**Diferença**	**p.valor**
Não	112	44	51	55,4107143	68	7,170451845	4,55357143	<0.0001
Sim	7	49	51	50,8571429	52	0,899735411		

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

O mesmo ocorre para a Subescala 2.Como vemos na tabela 34, os professores que já foram retidos em alguma série/ano ou disciplina apresentaram médias inferiores a aqueles que nunca tiveram uma reprovação. Lembrando que, ainda sim, as pontuações sinalizaram para crenças de autoeficácia positiva em relação ao conhecimento especializado para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

Tabela 34: Medidas de resumo do escore total do questionário Subescala 2 e p-valor do teste t por Reprovação

Reprovou	**Escore total Subescala 2**							
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**Diferença**	**p.valor**
Não	112	68	87	92,2410714	116	12,65782921	7,95535714	0,0157364
Sim	7	72	86	84,2857143	92	6,395683068		

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

A mesma correlação não se aplica ao grupo dos professores *pre-service*. Como vemos nas tabelas 35 e 36, tanto na Subescala 1 como na Subescala 2, não encontramos correlação de p-valor inferior a 0,05.

Tabela 35: Medidas de resumo do escore total do questionário Subescala 1 e p-valor do teste t por reprovação na escolaridade

Reprovou	**Escore total Subescala 1**							
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**Diferença**	**P-valor**
Não	111	36	49	49,3153153	67	5,433870179	1,72708002	0,35970275
Sim	17	38	49	47,5882353	67	7,280614874		

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 36: Medidas de resumo do escore total do questionário Subescala 2 e p-valor do teste t por reprovação na escolaridade

Reprovou	Escore total Subescala 2							
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**Diferença**	**P-valor**
Não	111	47	86	82,7297297	110	9,262775891	0,43561208	0,88597113
Sim	17	63	83	82,2941176	116	11,81505769		

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Destacamos ainda outras variáveis pertencentes ao questionário de caracterização dos professores dos anos iniciais (*in-service*), que se relacionaram com as crenças de autoeficácia para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico contidas na Subescala 1 e Subescala 2, ou seja, a relação das medidas de resumo do escore total do questionário e p-valor da ANOVA (para se obter tal relação significativa é preciso p-valor inferior a 0,05). Entre elas temos a relação da formação inicial com a Subescala 2 (p-valor = 0,037522), o fato de possuir pós-graduação e a Subescala 1 (p-valor = 0,03528601). O professor com pós-graduação apresentou uma pontuação média superior a aquele que não possui.

Tanto a Subescala 1 como a Subescala 2 apresentaram relação com a preferência das unidades temáticas em Matemática. Na primeira um p-valor de 0,00887237 e na segunda, um p-valor de 0,03325269. Na Subescala 1, quem optou por Álgebra obteve uma pontuação média de 69,75 pontos, enquanto na Subescala 2, a opção Geometria teve uma pontuação média de 102 pontos. A alternativa “nenhuma das opções” foi considerada a média menor nas duas subescalas.

A variável “desempenho nas aulas de Matemática” estabeleceu uma relação com a Subescala 1, com p-valor igual a 0,023113997. Essa é uma importante relação, pois trata-se do julgamento do sujeito sobre como ele avalia sua capacidade quanto ao seu conhecimento algébrico (conhecimento matemático do conteúdo). O participante que julgou como “excelente” obteve uma pontuação média de 57,5, enquanto os que indicaram “bom” ou “regular” fizeram a média de 51 pontos (acima do ponto central para a Subescala 1).

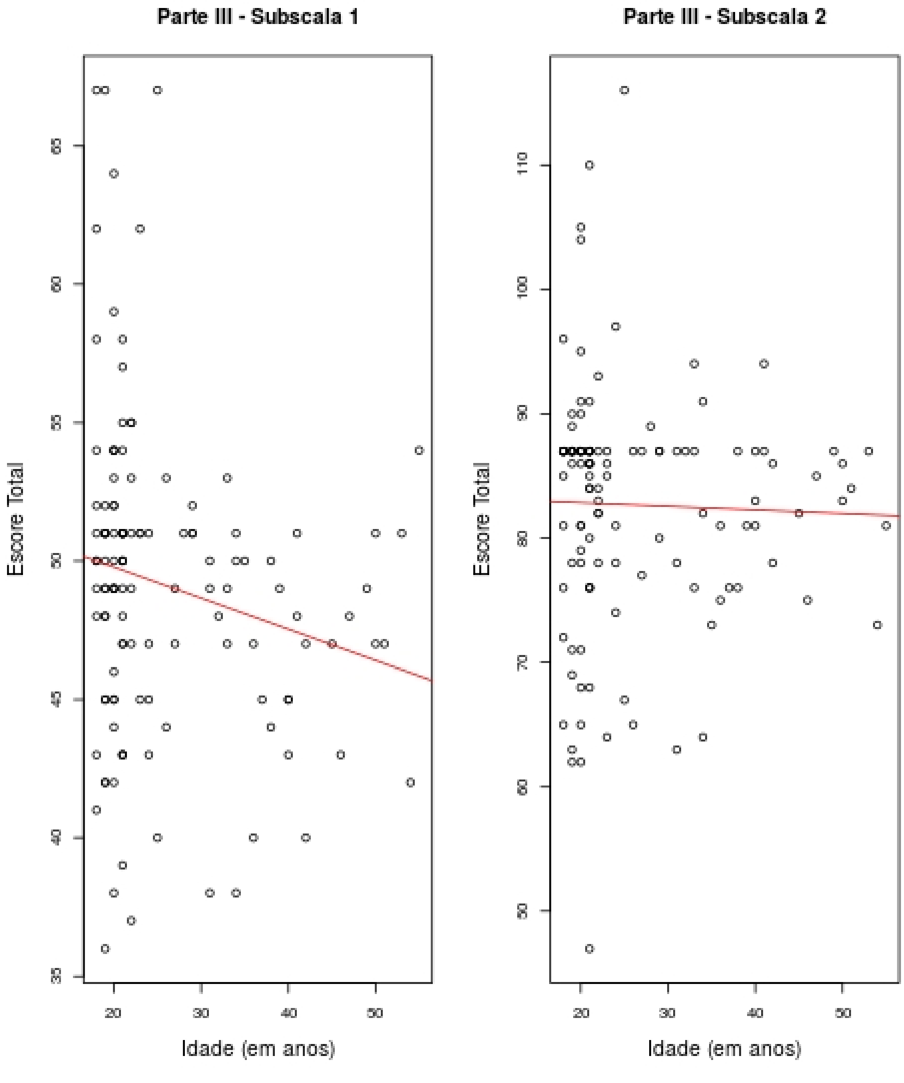
Nas medidas de resumo do escore total do questionário da Subescala 1 e da Subescala 2 com p-valor da ANOVA de 0,00121819 e 0,00019899[17], respectivamente, a variável “acreditar que a carga horária suficiente do curso é suficiente na formação e atuação nos anos iniciais”, encontramos uma significativa relação entre as variáveis. Ao julgar “concordo totalmente”, tais participantes pontuaram médias altas (67 e 115 pontos),

[17]Lembramos que p-valor da análise de variância (ANOVA) inferior ao nível de significância de 0,05, o que evidencia que existe correlações entre as variáveis.

evidenciando uma crença bastante positiva em relação a capacidade de ensinar. O mesmo fato ocorreu com a variável "acredito ser capaz de ministrar aulas exitosas".

Outra correlação investigada foi a da variável idade (em anos) dos professores dos anos iniciais e as Subescalas de Autoeficácia 1 e 2. Observamos pelo Gráfico de dispersão, de número 12, e numericamente representado na tabela 37, que tais variáveis não apresentaram correlações entre si.

Gráfico 12: Análise da correlação entre a variável idade (em anos) dos *in-service* e as Subescalas 1 e 2



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

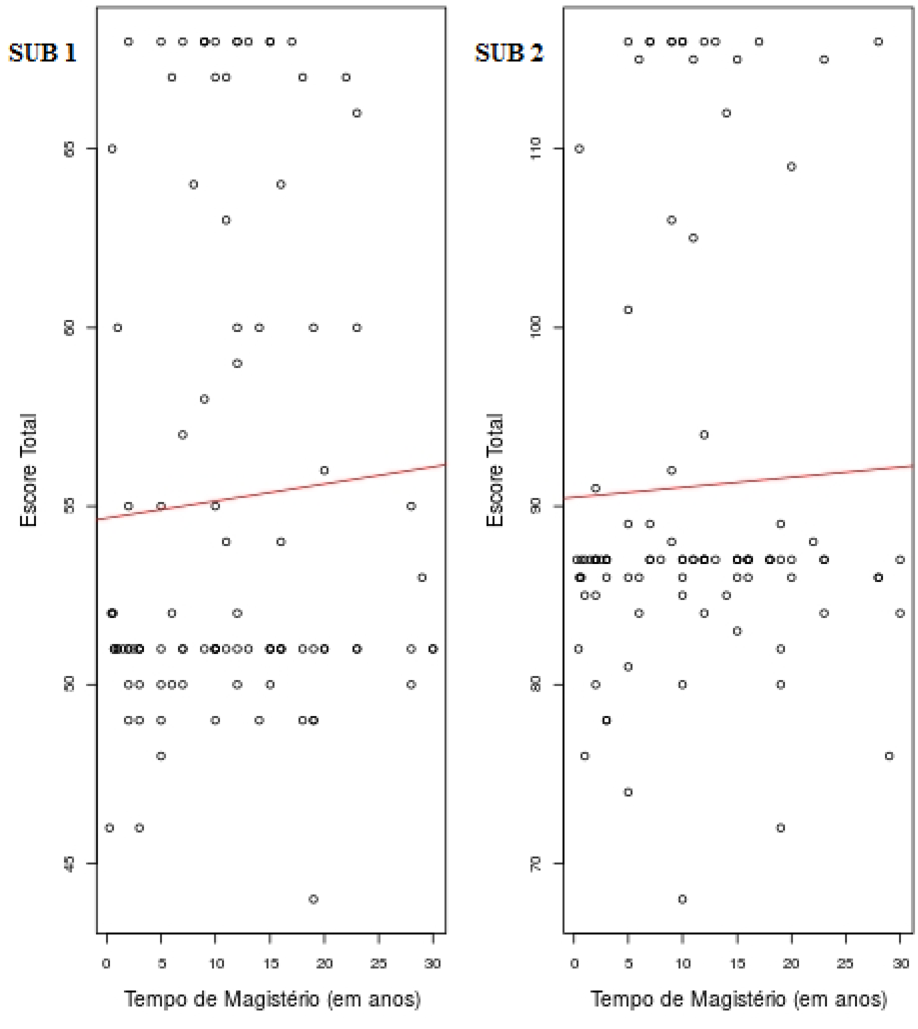
Tabela 37: Correlação de Pearson e p-valor para idade e escore total entre os professores

Questionário	Correlação	p-valor
Escala de Atitudes	0,069485023	0,45271314
Subescala 1	-0,054254751	0,55785254
Subescala 2	0,066332102	0,47352841

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tentamos então, analisar a correlação entre a variável tempo de magistério (em anos) dos professores *in-service* com as Subescalas 1 e 2. E como podemos verificar, no Gráfico 13 pela inclinação da reta e os dados contidos na tabela 38, não foram possíveis estabelecer correlações entre as variáveis escolhidas. A correlação entre tais variáveis, como já explicitadas, só foi encontrada em relação às atitudes para com a Matemática.

Gráfico 13: Análise da correlação entre a variável tempo de magistério (em anos) dos *in-service* e as Subescalas 1 e 2



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

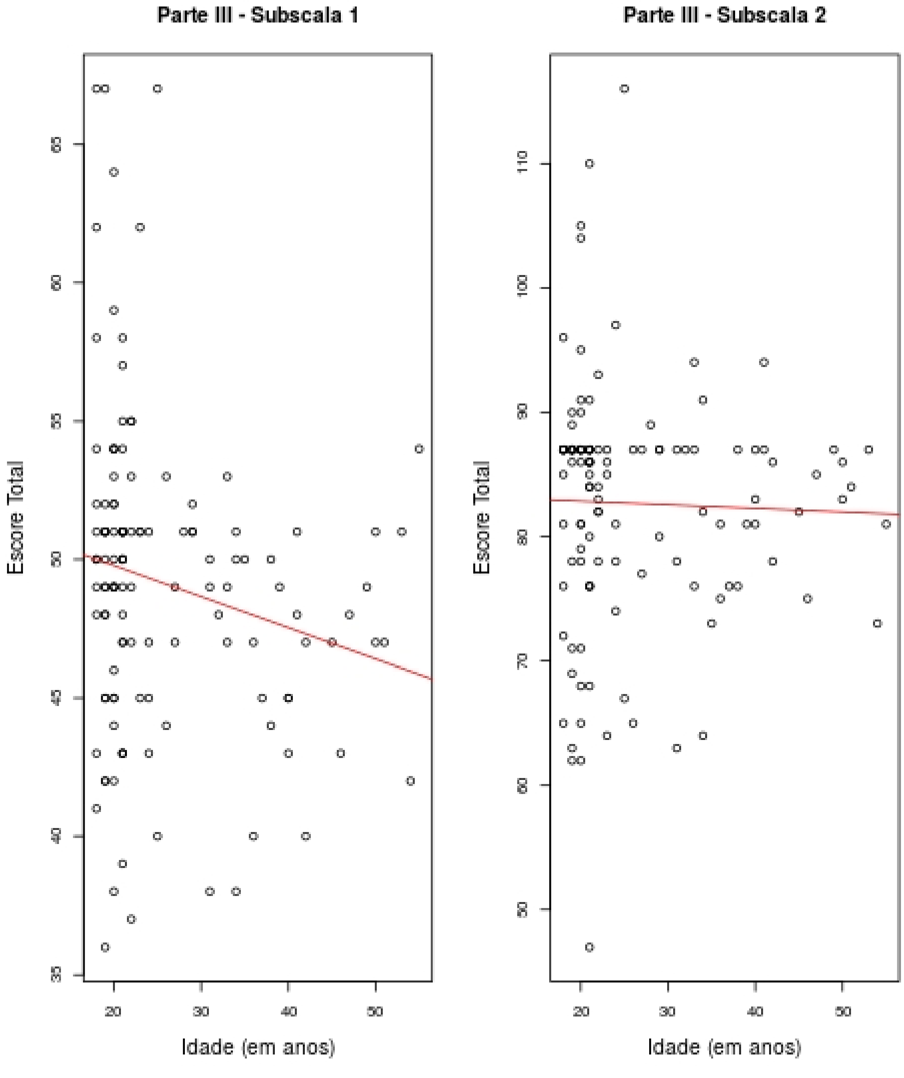
Tabela 38: Correlação de Pearson e p-valor para Tempo de magistério (em anos) e escore total

Questionário	Correlação	p-valor
Escala de Atitudes	0,2023829	**0,04239105**
Subescala 1	0,053049056	0,5982828
Subescala 2	0,036399289	0,71781929

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Em relação ao grupo dos professores *pre-service*, analisamos sobre a existência da correlação entre a variável idade (em anos) dos estudantes de Pedagogia e as Subescalas 1 e 2. No Gráfico 14 e na tabela 39, verificamos que essa correlação só foi significativa em relação à Subescala 1. Na Subescala 2, o p-valor foi superior a 0,05, sendo assim não estabelecemos correlação.

Gráfico 14: Análise da correlação entre a variável idade (em anos) dos *pre-service* e as Subescalas 1 e 2



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Tabela 39: Correlação de Pearson e p-valor para idade e escore total entre os estudantes de Pedagogia

Questionário	Correlação	p-valor
Subescala 1	-0,1889	**0,0327**
Subescala 2	-0,0290	0,7450

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Na amostra analisada (*pre-service*), obtivemos algumas relações significativas[18] entre as crenças de autoeficácia dos participantes em questão e certos aspectos analisados nos questionários e afirmativas. A saber, na tabela 40, encontramos na Subescala 1, com a referência sobre o que os estudantes de Pedagogia julgam pensar sobre o seu desempenho nas aulas de Matemática (P-valor = 0,00035068 < 0,05). O outro aspecto observado foi na relação apontada na Subescala 2 o fato de acreditarem em serem capazes de ministrar aulas exitosas de Matemática nos anos iniciais. Conforme apresentado na tabela 41, o P-valor foi de 0,00025746 (< 0,05).

Tabela 40: Medidas de resumo do escore total do questionário Subescala 1 e p-valor da ANOVA por desempenho nas aulas de matemática dos licenciandos.

Desempenho nas aulas de matemaica	Escore total Subescala 1						
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**P-valor**
bom	57	38	51	50,0701754	67	4,659321108	**0,00035068**
excelente	7	44	53	55,4285714	67	8,599557021	
insatisfatório	8	37	45,5	44,625	55	6,300510183	
regular	56	36	48	47,9285714	64	5,446791025	

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 41: Medidas de resumo do escore total do questionário Subescala 2 e p-valor do teste t por acreditam ser capaz de ministrar aulas exitosas de Matemática nos anos iniciais

Ministrar aulas exitosas	Escore total Subescala 2							
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**Diferença**	**P-valor**
Não	53	47	82	79	95	9,527288742	-6,2666667	**0,00025746**
Sim	75	62	87	85,2666667	116	8,803152588		

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Foram encontradas ainda, entre os licenciandos, relações não tão significativas como as duas anteriores, mas com P-valores inferiores a 0,05.

Entre essas relações das crenças de autoeficácia, temos da Subescala 2 com a percepção dos participantes quanto aos seus desempenhos nas aulas de Matemática (tabela 42). Os *pre-service* que apontaram ter um excelente desempenho em Matemática apresentaram a maior média, enquanto os que disseram ter um desempenho insatisfatório tiveram a menor média entre as pontuações.

[18] Consideramos uma relação significativa aquela na qual estatisticamente, temos um p-valor inferior a 0,05.

Tabela 42: Medidas de resumo do escore total do questionário subescala 2 e p-valor da ANOVA por desempenho nas aulas de matemática *(pre-service)*

Desempenho nas aulas de matemaica	**Escore total Subescala 2**						
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**P-valor**
bom	57	62	87	84,3333333	110	8,192621535	**0,02252339**
excelente	7	65	87	88,4285714	116	15,03171251	
insatisfatório	8	47	80	76	87	13,85640646	
regular	56	62	83	81,2142857	104	8,894767176	

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Outra relação encontrada foi na Subescala 2 e a disciplina preferida, com P-valor = 0,02618574. Quem optou por Matemática, atingiu a maior média, do grupo. A opção “outros” representou a menor das médias.

A Subescala 1 e o fato de acreditarem em serem capazes de ministrar aulas exitosas de Matemática nos anos iniciais, apresentou uma relação de P-valor de 0,01465087. A percepção positiva contribuiu para uma crença de autoeficácia também positiva, com a média superior entre o grupo dos estudantes, para quem respondeu “sim”.

Nas medidas de resumo do escore total do questionário da Subescala 1 e p-valor da ANOVA por acreditar que a carga horária do seu curso é suficiente para a formação e atuação nos anos inicias, entre os *pre-service*, apresentou uma relação de P-valor de 0,0156506. Na opção “discordo totalmente”, a média foi de 52, 45 (a maior) entre as alternativas dadas para as respostas. Outro resultado semelhante foi em relação à Subescala 2 e a questão de julgar a carga horária do seu curso suficiente para a formação e atuação nos anos inicias. Identificamos um P-valor de 0,04517159 < 0,05, em que os participantes (*pre-service*) que responderam “discordo totalmente” obtiveram uma média de 85,45 pontos.

Ressaltamos que para as demais variáveis não encontramos, quantitativamente, uma relação significativa por meio dos testes de associação, ou seja, o p-valor superior a 0,05, o que não quer dizer que não existam outras variáveis que se relacionam com as crenças de autoeficácia, nas quais possamos qualitativamente associá-las às crenças pela proximidade com o p-valor adequado. Exemplo disso são algumas variáveis presentes no questionário de caracterização do participante em relação às Subescalas 1 e 2, do tipo possuir pós-graduação, realizar formações continuadas a respeito da Álgebra nos anos iniciais, gostar mais de exatas do que outras áreas do conhecimento. Em todos esses exemplos, a relação de p-valor ficou próximo do adequado, que é ser menor que 0,05 e que, na verdade, bem sabemos que são aspectos que fazem toda a diferença na formação do professor para um ensino de qualidade e aprendizagem significativa.

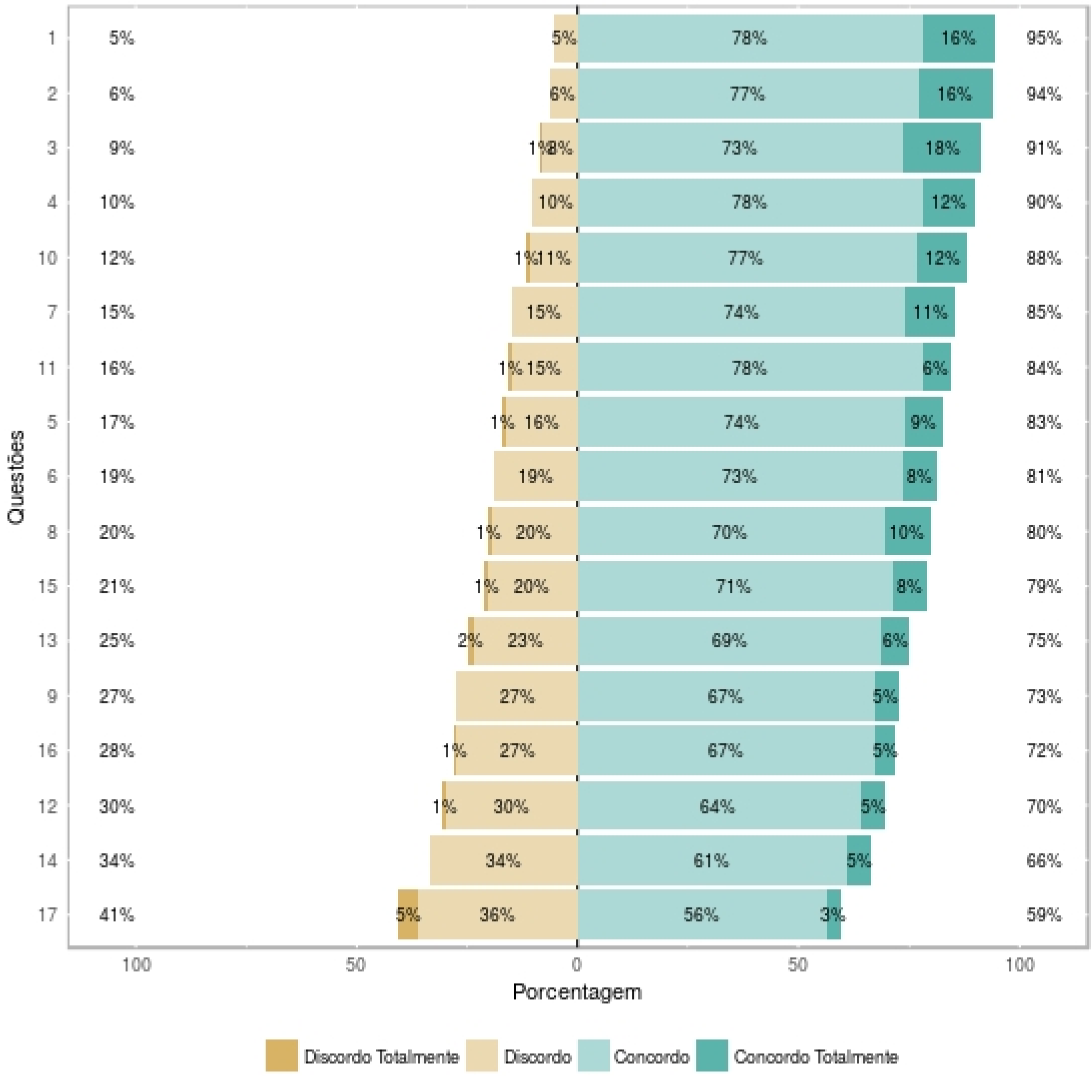
Embora tenhamos apresentada a maioria dos resultados obtidos a partir das relações entre as variáveis, propomos analisar as afirmações contidas na Escala de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o ensino no desenvolvimento do pensamento algébrico, entre os grupos participantes**.**

Analisamos a princípio as respostas dos estudantes de Pedagogia em relação às afirmações contidas na Subescala 1, do gráfico 15, acerca das crenças de autoeficácia sobre o conhecimento algébrico. Das afirmações 1 a 16, deparamo-nos com situações que remetem às habilidades propostas na BNCC (BRASIL, 2017) para os anos iniciais, evoluindo gradativamente pelo grau de complexidade, o que também parece evoluir junto com as respostas. A afirmação 17, "definitivamente acredito que eu possua um conhecimento algébrico adequado à minha escolaridade e formação acadêmica" teve o intuito de confirmar, de forma geral, a variação da crença de autoeficácia (grau, nível e generalidade) dos participantes em relação a esse conhecimento matemático e, como se pode notar, a maior parte das respostas que se concentrou em "concordo". Nessa afirmação, os percentuais se equilibraram. 59% concordaram ou concordaram totalmente e 41%, discordaram ou discordaram totalmente.

Nas respostas aos itens 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, além da 17, da Subescala 1 apresentaram um percentual de 20% ou mais entre os *pre-service* que demonstraram menor segurança em suas competências para desenvolver certas capacidades em relação ao pensamento algébrico. Essas correspondem, respectivamente as seguintes afirmações: 8. Eu acredito que eu saiba identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural; 9. Eu acredito que eu saiba reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades; 12. Eu acredito que eu saiba determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais; 13. Eu acredito que eu consiga concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência; 14. Eu acredito que eu consiga resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido; 15. Eu acredito que eu consiga resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros e; 16. Eu acredito que eu consiga resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Como se vê, essa menor segurança dos *pre-service* se evidenciou em itens que descreveram habilidades relacionadas aos objetos de ensino destinados a turmas de 4º e 5º anos, conforme BNCC (BRASIL, 2017). Tais capacidades em que sentiram menos segurança referem-se ao ensino para desenvolvimento de sequências e regularidade com múltiplos, aos conceitos de variável e incógnita em uma igualdade, ao significado do sinal de igual com a ideia de equivalência, a noção de proporcionalidade direta entre duas grandezas, a compreensão da ideia de razão e o conceito de generalização. Importantes caracterizadores do pensamento algébrico.

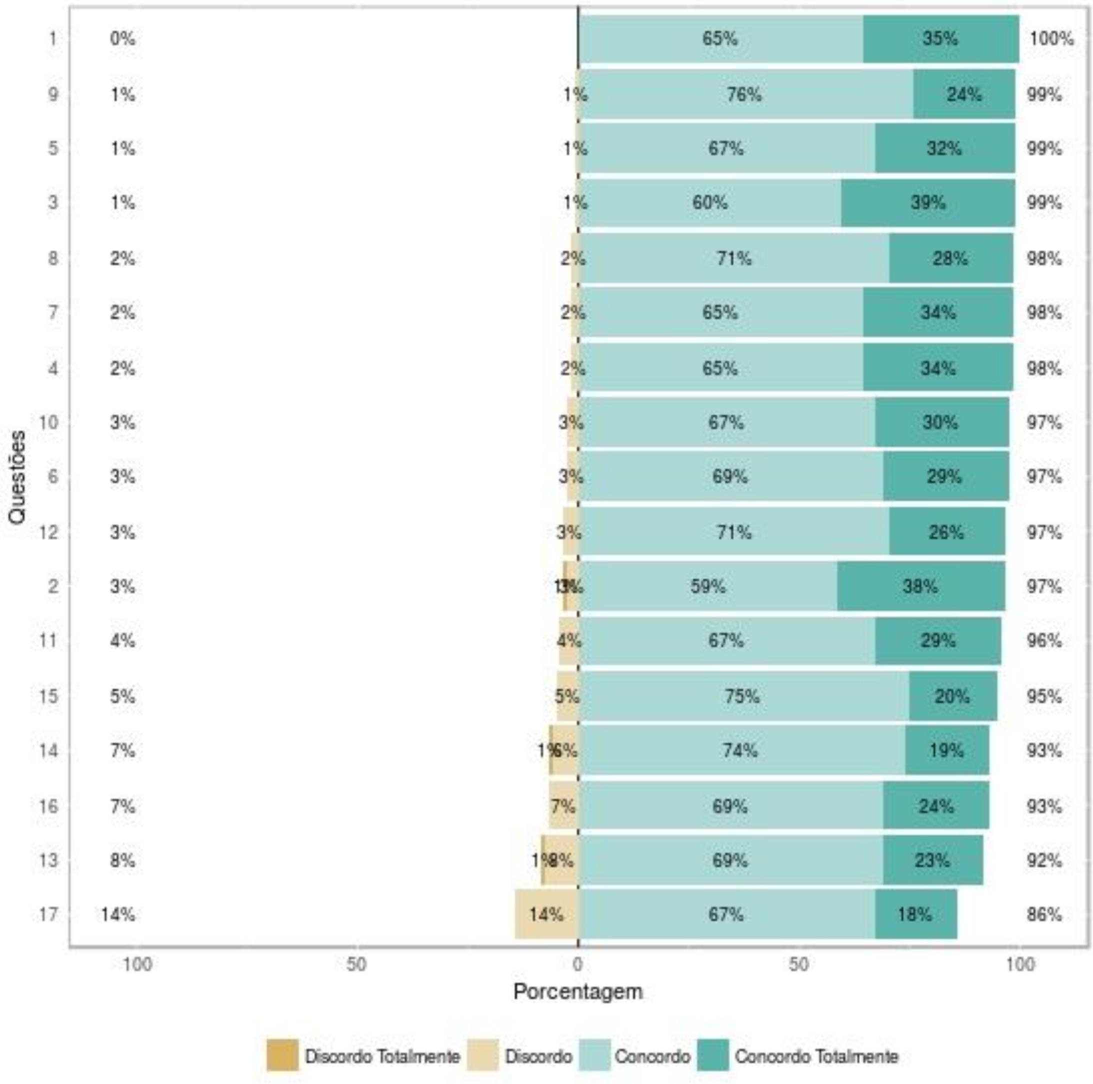
Gráfico 15: Respostas dos estudantes de Pedagogia em relação às afirmações contidas na Subescala 1



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Entre os professores *in-service*, observamos na distribuição das respostas da Subescala 1, do Gráfico 16, que todas as dezesseis primeiras afirmações, as respostas concentram-se em percentuais acima de 90%, adicionando os que indicaram “concordo” ou “concordo totalmente”, evidenciando de fato, como já sabemos, uma crença de autoeficácia positiva forte em relação ao seu conhecimento algébrico, uma vez que já destacamos anteriormente a que se refere cada afirmação em termos de habilidades algébricas e elementos caracterizadores do pensamento algébrico (Quadro 12). Apenas a afirmação 17 fica abaixo dos 90%, sinalizando que 14% dos professores dos anos iniciais discordam que possuem um conhecimento algébrico adequado à sua escolaridade e formação acadêmica. Em geral, a maioria dos professores revelou uma alta percepção de suas capacidades em relação ao seu próprio conhecimento algébrico.

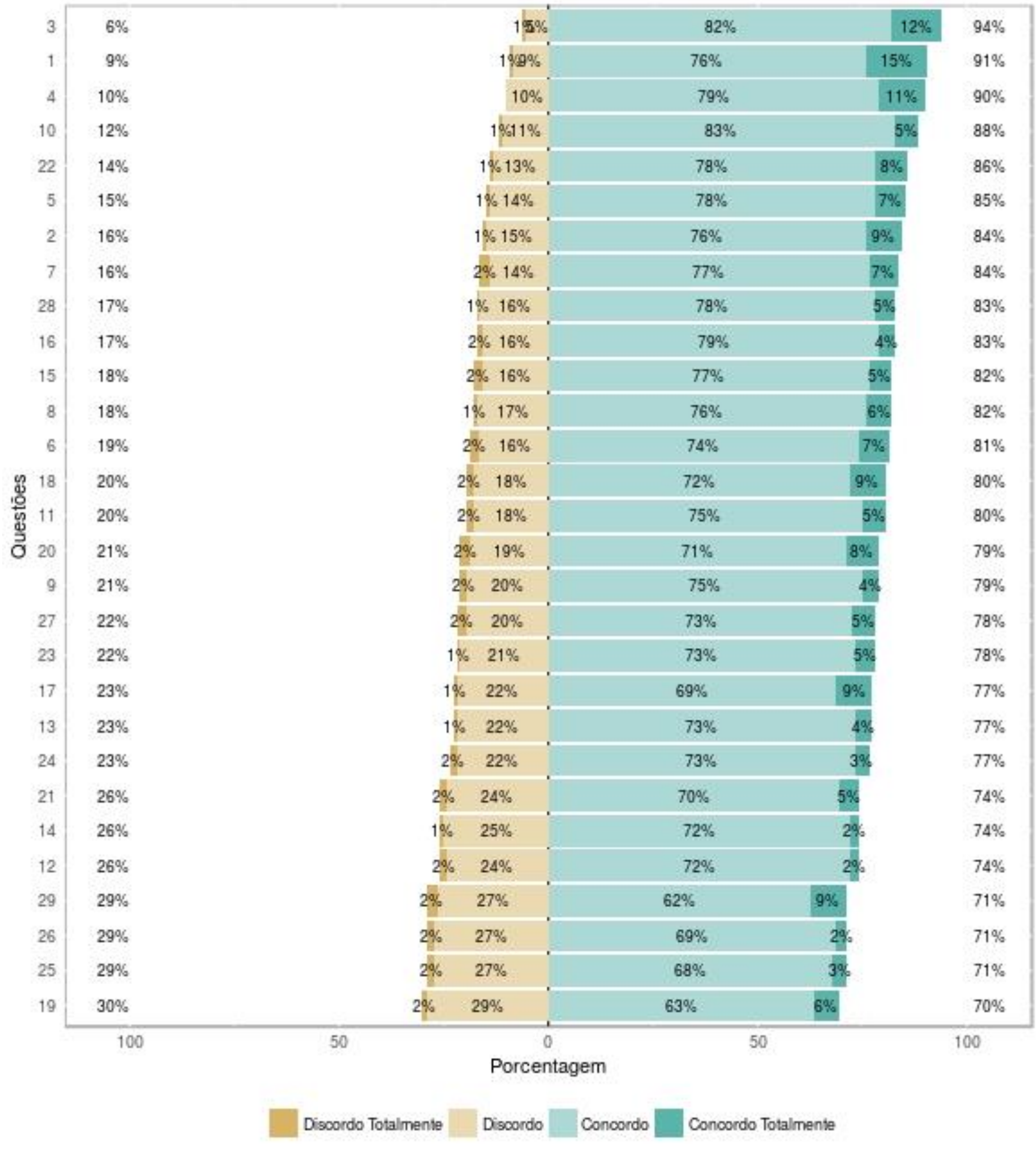
Gráfico 16: Respostas dos professores em relação às afirmações contidas na Subescala 1



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Quanto à distribuição das respostas dos participantes à Subescala 2, destacamos, no Quadro 17, as respostas referentes aos *pre-service* para as afirmações a respeito das crenças de autoeficácia para o ensino do pensamento algébrico anos iniciais. Os itens 19, 25 26 e 29 foram afirmações nas quais esses participantes demonstraram menor segurança, eles tratam de situações, respectivamente, relacionadas à resolução de problemas algébricos, a articulação entre as diferentes áreas do conhecimento matemático, o diagnóstico dos conhecimentos dos alunos em relação aos conceitos algébricos e, por fim, ao julgamento do indivíduo sobre a capacidade de ensinar para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

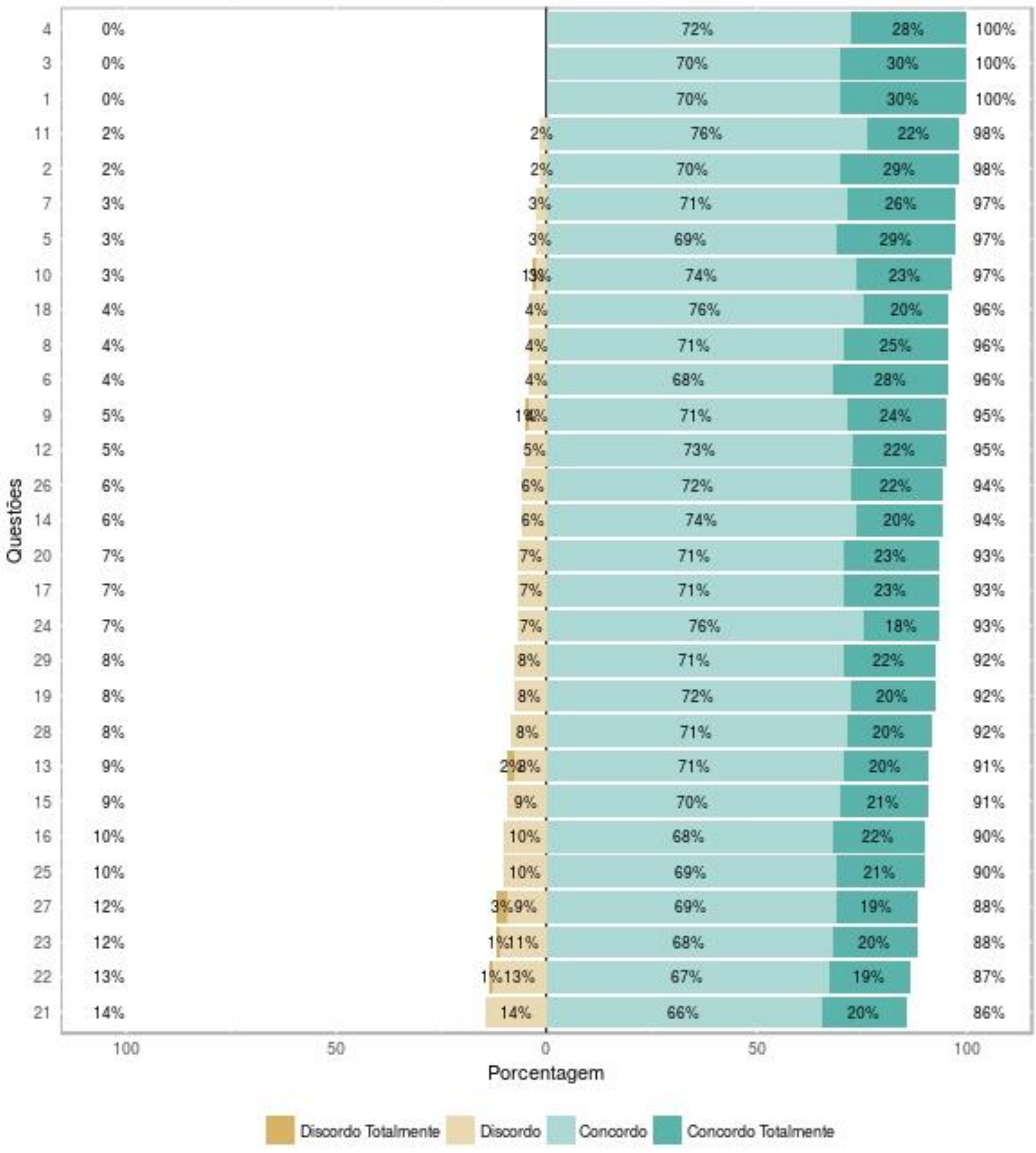
Gráfico 17: Respostas dos estudantes de Pedagogia em relação às afirmações contidas na Subescala 2



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Notamos ainda, no Gráfico 17, que os itens 12, 14 e 21 reaparecem entre as fragilidades ou sentimento de menos segurança dos *pre-service* para com suas capacidades ao ensino para o pensamento algébrico, são afirmações relacionadas ao conceito de variável e incógnita em uma igualdade e ao uso de recursos tecnológicos para o ensino de conceitos algébricos. De forma análoga, realizamos a análise da Subescala 2 com a amostra dos professores *in-service* (Gráfico 18). Nos itens 1, 3 e 4, a percepção de segurança é altíssima, de forma unânime, nenhum participante assinalou que “discorda” ou “discorda totalmente”.

Gráfico 18: Respostas dos professores em relação às afirmações contidas na Subescala 2



Fonte: Elaborado pelos autores (Julho/2019).

Entre as afirmações que os professores demonstraram menor segurança, apesar de se evidenciarem, em geral, com crenças positivas, foi a 21 (Eu acredito que eu saiba utilizar recursos tecnológicos para a aprendizagem de conceitos algébricos pelas crianças), com 14% de pessoas que discordaram dessa afirmação que também aparece no grupo dos *pre-service*. Outros itens acima dos 10% indicam que os professores demonstraram certa insegurança para o ensino, pois assinalaram “discordo” ou “discordo totalmente”, são os que se encontram nas afirmações 22, 23 e 27, que se relacionam aos conhecimentos dos diferentes significados do sinal de igual, a noção de proporcionalidade entre duas grandezas e desenvolver a unidade Álgebra conforme orientações curriculares.

Ratificamos que a análise do teor das respostas dos participantes contidas nas afirmações das subescalas, tanto em relação ao conhecimento especializado como em relação ao sentimento de segurança em suas capacidades para o ensino, contribuíram para a compreensão de fatores e aspectos que podem exercer influências nas crenças de autoeficácia dos professores ou futuros professores dos anos iniciais. Ainda que, em ambos os grupos, as crenças de autoeficácia apresentaram-se positivas, os participantes demonstraram-se mais inseguros para o ensino do que quanto ao conhecimento de conteúdo (como vimos na tabela 30). Os professores ainda sim, apresentaram uma crença de autoeficácia mais forte do que os estudantes de Pedagogia em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. Conhecer esses sentimentos expressados em cada subescala nos ajudou a responder o objetivo central dessa pesquisa e, também, entre algumas ações, a determinar informações relevantes para o delineamento de formações com esse público.

Constatamos nessa análise que as variáveis que apresentaram relação significativa com as crenças de autoeficácia dos participantes, seja por meio das afirmações contidas nas Subescala 1 ou 2, de forma geral na escala validada nesse estudo, foram: o índice de reprovação (ano/série/disciplina), idade, sentimento em relação ao desempenho nas aulas de Matemática, o sentimento de segurança em ministrar aulas exitosas de Matemática nos anos iniciais, acreditar que a carga horária do curso é suficiente para a sua formação e atuação nos anos iniciais, a escolha da formação inicial e possuir pós-graduação. Pelas diferenças encontradas nos dois grupos analisados, na análise dessas variáveis, inferimos que há uma relação forte das crenças de autoeficácia dos professores *pre-service* e *in-service* com as experiências diretas (Bandura, 1997), o conhecimento algébrico e seu ensino.

Nessa investigação foi evidenciada a influência das experiências diretas na relação com as crenças de autoeficácia dos professores e futuros professores, mas como apresentado no referencial teórico dessa pesquisa, podem existir outras fontes de informação, as experiências vicárias, persuasão verbal ou social e os estados físicos e emocionais e que, como as atitudes, não são estáticas, podem se transformar ao serem afetadas por outras fontes e assim, modificarem-se.

Bandura (1986, 1997), ao propor o modelo da causalidade de reciprocidade triádica, afirma que fatores pessoais, comportamento e ambiente são considerados fundamentais para a compreensão do comportamento humano e suas capacidades (intencionalidade, pensamento antecipatório, autorreatividade e autorreflexão) e que esses afetam o funcionamento humano em diferentes situações, seja nas intenções desejadas ou no planejamento dos percursos de ações. A concepção de Inglez de Souza e Brito (2008) a respeito das crenças autoeficácia nos ajudam a compreender e a inferir o que os resultados obtidos a partir da escala aplicada conseguem medir, ou seja, o “julgamento pessoal de capacidade relativa a um determinado domínio, e não se refere especificamente à capacidade de um indivíduo, mas sim ao que o mesmo acredita ser capaz de realizar, em uma variedade de circunstâncias” (INGLEZ DE SOUZA; BRITO, 2008 p. 195).

Assim, entendemos no contexto dessa pesquisa, que professores *in-service* e *pre-service*, ao longo das suas escolaridades vivenciam experiências das diferentes fontes de informações, especialmente as experiências diretas; na formação inicial, as experiências vicárias exercem grandes influências e tudo isso vai constituindo o professor em sua profissionalidade, que exige entre inúmeros esforços, a busca constante em sua formação. Por isso, ao conhecermos os fatores que influenciam as crenças de autoeficácia docente, podemos inibir as influências que podem torná-las negativas ou fortalecer aquelas que contribuem para que sejam cada vez mais fortes e positivas.

Nesse sentido, na revisão de literatura, os trabalhos de Pinheiro (2018) e Santana et al. (2018), apesar de não terem sido desenvolvidos com estudantes de Pedagogia, mas com professores dos anos iniciais e finais e; coordenadores pedagógicos dos anos iniciais, respectivamente, corroboram com a metodologia e as análises realizadas. Em ambos os estudos foram constatadas crenças positivas nos grupos analisados em relação desenvolvimento do pensamento algébrico, mas sendo umas mais fortes e outras nem tanto. Aos professores dos anos finais, as crenças apresentaram-se mais elevadas que os dos anos iniciais, os pedagogos se mostraram mais seguros quanto à prática de ensino do que quanto ao desenvolvimento de conceitos. No outro estudo, os participantes também apresentaram crenças positivas, demonstraram-se confiantes em suas capacidades para realizarem formações acerca da temática, mas não apresentaram domínio do conhecimento matemático especializado (concepções e conceitos de pensamento algébrico/ ensino de álgebra e conhecimento para elaboração de tarefas), evidenciando a necessidade de se pensar não a formação continuada e inicial, fortalecendo os aspectos metodológicos, conceituais e afetivos que transversalizam o processo de ensino e aprendizagem.

Da validação e a confiabilidade da Escala aplicada

Por se tratar de uma escala originalmente formulada para essa investigação e podendo após sua validação ser aplicada por terceiros em outros contextos similares, faz-se preciso uma avaliação do grau de confiabilidade e validade dela para verificar a consistência dos resultados e a amplitude daquilo que se pretende analisar.

Para tanto utilizamos o coeficiente alfa de Cronbach (CRONBACH, 1951) para medir a confiabilidade dos questionários das subescalas por meio da correlação de seus itens. Pela literatura, valores acima de 0,7 são considerados aceitáveis para um questionário confiável (BISQUERRA, 2004). Para a realização da análise fatorial, primeiramente calculamos o teste de Bartlett para verificar se o conjunto das correlações na matriz é diferente de zero para, assim, poder realizar a análise de componentes principais. Neste teste obtivemos um p-valor, para tanto na Subescala 1 como na Subescala 2, inferior ao nível de significância de 0,05, em que é possível estabelecer correlações entre as variáveis.

Assim, adicionalmente, obtivemos um valor para a medida de adequabilidade KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) de 0,8621687 para o questionário Subescala 1 e de 0,8690761 para o questionário Subescala 2 para estudantes e de 0,9239256 para o questionário Subescala 1 e de 0.9329376 para o questionário Subescala 2 para Professores. Esse procedimento compara as correlações simples com correlações parciais. Segundo Pereira (1999), para valores acima de 0,6 é possível realizar a análise fatorial.

As medidas de resumo e valor do Alpha de Cronbach do escore total tanto da Subescala 1 como da Subescala 2, nos dois grupos analisados, 128 estudantes de Pedagogia e 119 professores dos anos iniciais, consolidam a validação da Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o ensino desenvolvimento do pensamento algébrico, estruturada nas Subescala 1 e Subescala 2. Os resultados são apresentados nas tabelas 43 e 48, ratificando a confiabilidade da escala.

Tabela 43: Medidas de resumo e valor do Alpha de Cronbach do escore total da Subescala 1

Grupo	Escore total subescala 1						
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**Alpha de Cronbach**
Lic.	128	36	49	49,0859	67	5,7095	0,9073
Prof.	119	44	51	55,1429	68	7,0402	0,9676

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 44: Medidas de resumo e valor do alpha de Cronbach do escore total da Subescala 2

Grupo	Escore total subescala 2						
	n	**Mínimo**	**Mediana**	**Média**	**Máximo**	**Desvio padrão**	**Alpha de Cronbach**
Lic.	128	47	86	82,6719	116	9,5876	0,9461
Prof.	119	68	87	91,7731	116	12,5032	0,984

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 45: Medidas de resumo do escore total da Subescala 1 dos **licenciandos**, correlação item total e Alpha de Cronbach sem o item.

Questão	**Discordo Totalmente**	**Discordo**	**Concordo**	**Concordo Totalmente**	**Média**	**Desvio Padrão**	**Correlação Item total**	**Alpha de Cronbach sem item**
1	0	7	100	21	3,11	0,46	0,5456	0,903
2	0	8	99	21	3,1	0,47	0,4816	0,9047
3	1	10	94	23	3,09	0,53	0,6024	0,9012
4	0	13	100	15	3,02	0,47	0,5681	0,9024
5	1	21	95	11	2,91	0,52	0,6247	0,9006
6	0	24	94	10	2,89	0,51	0,6367	0,9003
7	0	19	95	14	2,96	0,51	0,6362	0,9003
8	1	25	89	13	2,89	0,56	0,6824	0,8986
9	0	35	86	7	2,78	0,53	0,6672	0,8992
10	1	14	98	15	2,99	0,51	0,5571	0,9026
11	1	19	100	8	2,9	0,48	0,6455	0,9002
12	1	38	82	7	2,74	0,56	0,653	0,8996
13	2	30	88	8	2,8	0,57	0,5358	0,9034
14	0	43	78	7	2,72	0,56	0,4369	0,9065
15	1	26	91	10	2,86	0,54	0,5118	0,9041
16	1	35	86	6	2,76	0,54	0,56	0,9026
17	6	46	72	4	2,58	0,64	0,4757	0,9061

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 46: Medidas de resumo do escore total da Subescala 1 dos **professores**, correlação item total e Alpha de Cronbach sem o item.

Questão	**Discordo Totalmente**	**Discordo**	**Concordo**	**Concordo Totalmente**	**Média**	**Desvio Padrão**	**Correlação Item total**	**Alpha de Cronbach sem item**
1	0	0	77	42	3,35	0,48	0,7289	0,9665
2	1	3	70	45	3,34	0,57	0,7447	0,9664
3	0	1	71	47	3,39	0,51	0,8203	0,9652
4	0	2	77	40	3,32	0,5	0,8426	0,9649
5	0	1	80	38	3,31	0,48	0,8569	0,9647

6	0	3	82	34	3,26	0,5	0,8698	0,9645
7	0	2	77	40	3,32	0,5	0,8508	0,9647
8	0	2	84	33	3,26	0,48	0,8728	0,9645
9	0	1	90	28	3,23	0,44	0,8685	0,9648
10	0	3	80	36	3,28	0,5	0,8721	0,9644
11	0	5	80	34	3,24	0,52	0,8183	0,9652
12	0	4	84	31	3,23	0,49	0,8282	0,9651
13	1	9	82	27	3,13	0,57	0,7447	0,9664
14	1	7	88	23	3,12	0,52	0,6247	0,9681
15	0	6	89	24	3,15	0,48	0,7035	0,9668
16	0	8	82	29	3,18	0,53	0,7881	0,9657
17	0	17	80	22	3,04	0,57	0,5983	0,9688

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 47: Medidas de resumo do escore total da subescala 2 dos **licenciandos**, correlação item total e Alpha de Cronbach sem o item.

Questão	**Discordo Totalmente**	**Discordo**	**Concordo**	**Concordo Totalmente**	**Média**	**Desvio Padrão**	**Correlação Item total**	**Alpha de Cronbach sem item**
1	1	11	97	19	3,05	0,52	0,4367	0,9459
2	1	19	97	11	2,92	0,51	0,5831	0,9444
3	1	7	105	15	3,05	0,45	0,4102	0,9459
4	0	13	101	14	3,01	0,46	0,6009	0,9443
5	1	18	100	9	2,91	0,49	0,5535	0,9447
6	3	21	95	9	2,86	0,56	0,4946	0,9454
7	3	18	98	9	2,88	0,54	0,5789	0,9445
8	1	22	97	8	2,88	0,5	0,6523	0,9437
9	2	25	96	5	2,81	0,51	0,6014	0,9442
10	1	14	106	7	2,93	0,44	0,5419	0,9448
11	2	23	96	7	2,84	0,52	0,738	0,9428
12	2	31	92	3	2,75	0,52	0,6597	0,9436
13	1	28	94	5	2,8	0,5	0,6195	0,9441
14	1	32	92	3	2,76	0,5	0,6532	0,9437
15	3	20	98	7	2,85	0,53	0,5083	0,9452
16	2	20	101	5	2,85	0,49	0,5563	0,9447
17	1	28	88	11	2,85	0,56	0,6198	0,944
18	2	23	92	11	2,88	0,56	0,6151	0,9441
19	2	37	81	8	2,74	0,59	0,6357	0,9439
20	3	24	91	10	2,84	0,58	0,675	0,9434
21	2	31	89	6	2,77	0,55	0,5559	0,9447
22	1	17	100	10	2,93	0,49	0,5246	0,945
23	1	27	94	6	2,82	0,51	0,3737	0,9464
24	2	28	94	4	2,78	0,52	0,7511	0,9427
25	2	35	87	4	2,73	0,54	0,6788	0,9434
26	2	35	88	3	2,72	0,53	0,667	0,9435
27	3	25	93	7	2,81	0,56	0,7129	0,943
28	1	21	100	6	2,87	0,48	0,6308	0,944
29	3	34	80	11	2,77	0,63	0,676	0,9434

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 48: Medidas de resumo do escore total da Subescala 2 dos **professores**, correlação item total e Alpha de Cronbach sem o item.

Questão	Discordo Totalmente	Discordo	Concordo	Concordo Totalmente	Média	Desvio Padrão	Correlação Item total	Alpha de Cronbach sem item
1	0	0	83	36	3,3	0,46	0,7794	0,9836
2	0	2	83	34	3,27	0,48	0,8253	0,9834
3	0	0	83	36	3,3	0,46	0,8231	0,9835
4	0	0	86	33	3,28	0,45	0,8407	0,9834
5	0	3	82	34	3,26	0,5	0,7787	0,9836
6	0	5	81	33	3,24	0,52	0,7639	0,9837
7	0	3	85	31	3,24	0,48	0,8236	0,9835
8	0	5	84	30	3,21	0,5	0,831	0,9834
9	1	5	85	28	3,18	0,53	0,8069	0,9835
10	1	3	88	27	3,18	0,5	0,7985	0,9835
11	0	2	91	26	3,2	0,44	0,9145	0,9831
12	0	6	87	26	3,17	0,49	0,8927	0,9832
13	2	9	84	24	3,09	0,58	0,7615	0,9838
14	0	7	88	24	3,14	0,49	0,8884	0,9832
15	0	11	83	25	3,12	0,54	0,8597	0,9833
16	0	12	81	26	3,12	0,56	0,8714	0,9832
17	0	8	84	27	3,16	0,52	0,8807	0,9832
18	0	5	90	24	3,16	0,47	0,8607	0,9833
19	0	9	86	24	3,13	0,51	0,8387	0,9834
20	0	8	84	27	3,16	0,52	0,794	0,9836
21	0	17	78	24	3,06	0,59	0,7552	0,9838
22	1	15	80	23	3,05	0,59	0,741	0,9839
23	1	13	81	24	3,08	0,58	0,7698	0,9837
24	0	8	90	21	3,11	0,48	0,8218	0,9835
25	0	12	82	25	3,11	0,55	0,8442	0,9833
26	0	7	86	26	3,16	0,5	0,8272	0,9834
27	3	11	82	23	3,05	0,62	0,7725	0,9838
28	0	10	85	24	3,12	0,52	0,8398	0,9834
29	0	9	84	26	3,14	0,53	0,8613	0,9833

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

As tabelas de resumo do escore total, tanto da Subescala 1 como da Subescala 2, de licenciandos e professores, na correlação item total e valor do Alpha de Cronbach sem item, agrupam os itens da escala em fatores, apontando autovalores e percentuais de variância.

Pela análise fatorial adotamos o critério de decisão de Guttman-Kaiser, em que os fatores são definidos pelos autovalores maiores do que 1. Para obter uma estrutura simples de interpretação utilizamos a rotação varimax, que maximiza as saturações mais elevadas e minimizam as mais baixas. As cargas fatoriais mais distantes de zero representam a maior contribuição de cada variável para a formação do fator. Em algumas tabelas encontram-se também a comunalidade que é a proporção da variação de cada variável explicada pelos fatores.

Apresentamos na tabela 49 e 50 as cargas fatoriais para a composição de fatores e a comunalidade encontradas na Subescala 1. Observe na tabela 49 que o Fator 1 se correlaciona com as variáveis presentes nas afirmações 6, 8, 10, 11 e 12 (regularidades em sequências numéricas e operações entre os números e suas propriedades). O Fator 2 se correlaciona às afirmações 7, 9, 13, 14, 15, 16 e 17 pelo fato desses itens envolverem capacidades relacionadas aos diferentes significados do sinal de igualdade, a noção de proporcionalidade e razão. O Fator 3 agrupa os cinco primeiros itens da Subescala 1, que caracterizam ideias entorno de sequências, padrões e regularidades.

Tabela 49: Cargas fatoriais para composição dos fatores da subescala 1, dos licenciandos

Afirmação	Fator 1	Fator 2	Fator 3	Comunalidade
1	0,0833	-0,2283	**-0,7504**	0,6221
2	0,4007	0,0752	**-0,6326**	0,5665
3	0,1485	-0,2946	**-0,7188**	0,6255
4	0,3906	-0,0189	**-0,6885**	0,6270
5	0,3032	-0,2755	**-0,6122**	0,5426
6	**0,4514**	-0,3257	-0,4372	0,5010
7	0,2499	**-0,5143**	-0,4480	0,5277
8	**0,6928**	-0,2562	-0,3320	0,6558
9	0,4063	**-0,7280**	-0,0952	0,7041
10	**0,6728**	-0,0009	-0,4033	0,6153
11	**0,7396**	-0,2532	-0,2182	0,6588
12	**0,6976**	-0,3406	-0,1823	0,6359
13	0,3981	**-0,5602**	-0,0651	0,4766
14	0,1006	**-0,7415**	-0,0102	0,5601
15	0,0234	**-0,7148**	-0,2427	0,5705
16	0,3906	**-0,4649**	-0,2103	0,4129
17	0,0983	**-0,6434**	-0,1853	0,4580
Autovalor	6,9915	1,7641	1,0048	
Variância (%)	18,6000	19,8000	0,1900	
Variância Acumulada (%)	18,6000	38,4000	57,4000	

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Na tabela 50, apresentamos as cargas fatoriais dos dois fatores e a comunalidade expressas pelos professores na Subescala 1, nos quais o Fator 1 correlaciona as onze primeiras afirmações que apresentam variáveis associadas a sequências, padrões, regularidades, operações e o sinal de igualdade.

Tabela 50: Cargas fatoriais para composição dos fatores da Subescala 1, dos professores

Questão	Fator 1	Fator 2	Comunalidade
1	**0,7968**	0,2293	0,6874
2	**0,8005**	0,2471	0,7018
3	**0,8905**	0,2473	0,8541
4	**0,9043**	0,2653	0,8882
5	**0,8421**	0,3588	0,8378
6	**0,7614**	0,4758	0,8062
7	**0,8427**	0,355	0,8361
8	**0,7074**	0,5511	0,8042
9	**0,6471**	0,6138	0,7955
10	**0,7778**	0,4611	0,8176
11	**0,6678**	0,5201	0,7165
12	0,5324	**0,6896**	0,759
13	0,3644	**0,7681**	0,7227
14	0,1606	**0,843**	0,7364
15	0,2953	**0,7942**	0,7179
16	0,4593	**0,727**	0,7396
17	0,2029	**0,7492**	0,6025
Autovalor	11,4420	1,5814	
Variância (%)	44,9000	31,7000	
Variância Acumulada (%)	44,9000	76,6000	

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

As tabelas 51 e 52 apresentam as cargas fatoriais para composição dos fatores e a comunalidade da Subescala 2. Nessa análise encontramos cinco fatores, no grupo de respostas dos licenciandos e três fatores, no grupo de professores. Na tabela 52, por exemplo, ao observarmos os autovalores e os percentuais de variância, é possível dizer que os itens da Subescala 2 (crenças para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico), nos professores, agrupados em três fatores, traduzem cerca de 81,7 da escala.

Tabela 51: Cargas fatoriais para composição dos fatores da Subescala 2, dos licenciandos

Questão	Fator 1	Fator 2	Fator 3	Fator 4	Fator 5	Comunalidade
1	0,1325	**-0,8620**	0,0014	0,1292	-0,0384	0,7787
2	0,0435	**-0,7305**	-0,4040	0,1715	-0,0639	0,7323
3	-0,0013	**-0,7900**	-0,1417	0,0406	-0,2009	0,6861
4	0,2680	**-0,6674**	-0,1150	0,3372	-0,0908	0,6525
5	0,2738	-0,5176	0,0481	**0,6199**	-0,2200	0,7299
6	0,0708	-0,1875	-0,2467	**0,7734**	0,1392	0,7185
7	-0,0796	-0,3840	-0,4223	**0,5782**	-0,2032	0,7078
8	0,3397	-0,3220	-0,0419	**0,7289**	-0,1951	0,7901
9	0,2346	-0,0278	-0,2447	**0,6391**	-0,4451	0,7223

10	0,0647	**-0,4500**	-0,3599	0,1977	-0,4203	0,5520
11	0,2499	-0,3239	**-0,4536**	0,4146	-0,3812	0,6903
12	0,2037	-0,2130	**-0,6358**	0,2560	-0,2069	0,5995
13	0,4138	0,0818	-0,4230	**0,4315**	-0,1747	0,5735
14	0,3351	0,0287	**-0,6334**	0,3186	-0,1153	0,6290
15	0,0401	-0,1405	**-0,6723**	-0,0029	-0,4706	0,6948
16	0,1414	0,0423	**-0,6690**	0,3668	-0,0556	0,6070
17	**0,8203**	-0,0835	-0,1532	0,1578	0,0241	0,7288
18	**0,8051**	-0,0219	-0,2307	0,0775	-0,0737	0,7133
19	**0,7258**	-0,1087	-0,3286	0,0491	-0,0313	0,6500
20	**0,7611**	-0,1535	-0,1781	0,0961	-0,2984	0,7328
21	**0,7376**	-0,1596	-0,1146	0,0000	-0,1727	0,6125
22	**0,6080**	-0,0303	-0,0709	0,3022	-0,1560	0,4912
23	0,1855	-0,2184	-0,4300	**0,9100**	-0,7209	0,6119
24	0,4857	-0,3466	**-0,6047**	0,0747	0,0028	0,7274
25	0,3664	-0,1925	**-0,7503**	0,0759	0,0928	0,7487
26	0,3680	-0,1678	**-0,7202**	0,0778	0,0352	0,6896
27	0,4872	-0,3155	**-0,6524**	-0,0915	-0,0829	0,7778
28	**0,6512**	0,0231	-0,3974	0,1852	-0,0128	0,6169
29	**0,6651**	-0,1645	-0,2589	0,3859	0,1804	0,7179
Autovalor	11,7620	3,0384	2,0029	1,7086	1,1710	
Variância (%)	19,8000	12,8000	17,4000	12,0000	5,9000	
Variância Acumulada (%)	19,8000	32,6000	50,0000	62,0000	67,9000	

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Tabela 52: Cargas fatoriais para composição dos fatores da Subescala 2 dos professores

Questão	Fator 1	Fator 2	Fator 3	Comunalidade
1	0,3432	**-0,8372**	-0,1706	0,8478
2	0,4246	**-0,8038**	-0,1860	0,8610
3	0,3695	**-0,8504**	-0,2052	0,9018
4	0,3695	**-0,8485**	-0,2456	0,9169
5	0,3134	**-0,8036**	-0,2560	0,8095
6	0,1915	**-0,8230**	-0,3915	0,8672
7	0,2640	**-0,7977**	-0,4404	0,8999
8	0,2658	**-0,7463**	-0,5211	0,8991
9	0,3446	-0,4503	**-0,7380**	0,8662
10	0,3548	-0,4551	**-0,6967**	0,8183
11	0,5233	**-0,6064**	-0,4822	0,8741
12	0,5191	-0,5328	**-0,5382**	0,8430
13	0,4706	-0,3081	**-0,6273**	0,7099
14	**0,6365**	-0,4246	-0,4867	0,8223
15	**0,6123**	-0,3257	-0,5953	0,8355
16	**0,6330**	-0,3080	-0,6128	0,8711
17	**0,6707**	-0,4794	-0,3491	0,8015
18	**0,7203**	-0,4551	-0,2572	0,7920
19	**0,7908**	-0,3212	-0,2789	0,8064

20	**0,6367**	-0,5409	-0,1331	0,7157
21	**0,7152**	-0,4110	-0,0985	0,6902
22	**0,7573**	-0,1981	-0,2810	0,6917
23	**0,7124**	-0,2043	-0,4103	0,7176
24	**0,7815**	-0,3206	-0,2536	0,7778
25	**0,7877**	-0,3910	-0,2017	0,8140
26	**0,7875**	-0,3512	-0,2165	0,7904
27	**0,8488**	-0,1448	-0,2835	0,8218
28	**0,8025**	-0,2723	-0,3236	0,8229
29	**0,7672**	-0,3529	-0,3211	0,8163
Autovalor	20,3333	2,3386	1,0301	
Variância (%)	36,0000	29,4000	16,4000	
Variância Acumulada (%)	36,0000	65,4000	81,7000	

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Concluímos, portanto, que os resultados apresentados consolidam a confiabilidade e validade da escala aplicada em suas duas subdivisões nessa pesquisa. A amostra de participantes, 128 *pre-service* e 119 *in-service*, constitui-se adequada para a análise realizada e seus valores representam um fator significativo, o que consequentemente atribui um grau de confiabilidade e validade também significativo, oferecendo resultados consistentes para aplicação em outros contextos similares.

5.4 Análise dos problemas algébricos e o "Pensar em voz alta"

Nessa etapa da pesquisa, a partir da análise dos resultados obtidos da primeira etapa, foram selecionados três participantes de cada grupo (*pre-servive e in-service*), que apresentaram pontuações classificadas abaixo, mediano e acima do ponto central das escalas.

A pretensão nessa etapa, foi analisar o que pensavam os participantes enquanto solucionavam os problemas e compreender se os aspectos afetivos (atitudes e crenças) afetariam seus desempenhos positivamente ou negativamente. O método do Pensar em voz alta, segundo estudos de Brito (2002), apresenta um potencial significativo para a coleta de dados cognitivos na investigação de diferentes situações de desempenho.

Com estes seis participantes, identificados no grupo dos *pre-service*, como L1, L2 e L3 e; entre os *in-service*, como P1, P2 e P3, foram realizadas entrevistas usando o método do "Pensar em voz alta" (BRITO, 2002), com a proposta da solução de problemas algébricos. Essa seleção também contou com a questão da adesão voluntária do participante, após o contato por telefone ou *e-mail*. Encontramos participantes com resultados mais extremos, tanto nas atitudes como nas crenças, mais positivas ou negativas, porém decidiram não participar dessa etapa da pesquisa. Esse grupo da amostra geral foi adequado à análise feita, como mostra a tabela 53:.

Tabela 53: Classificação dos participantes para a segunda etapa

Escalas	**Pontuação dos Participantes**					
	L1	L2	L3	P1	P2	P3
Atitudes	Negativa	Negativa	Positiva	Negativa	Mediano	Positiva
Crenças de Autoeficácia	Negativa	Mediano	Positiva	Negativa	Mediano	Positiva

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

As entrevistas foram realizadas em dias distintos para cada participante. Em todas, realizamos os mesmos procedimentos: iniciamos uma conversa inicial para esclarecer o que seria proposto e tirar as dúvidas que houvesse, posteriormente, por meio de um roteiro começamos a entrevista. Depois, apresentamos os problemas da Série X, de Krutetskii (1976) para análise da crença de autoeficácia para resolver problemas por meio de equações, envolvendo aspectos relacionados à generalização do método de raciocínio, lógica, encurtamento do raciocínio e percepção dos dados, na qual pudéssemos analisar três categorias de resposta (montar uma equação que traduzisse o problema da língua materna para a linguagem algébrica, dificuldades para resolver a equação montada e verificação da validade da resposta encontrada) e, por fim, propomos a solução sete problemas algébricos que contemplavam habilidades algébricas definidas na BNCC para os anos iniciais, elaborado pelos autores. As transcrições das entrevistas renderam mais de vinte horas de gravação, portanto para essa discussão foram selecionados trechos com potencial investigativo e que constituíram-se como protocolos de pesquisa (Julho/2019).

A seguir, analisamos cada um desses procedimentos, ilustrando e validando com a transcrição de trechos da entrevista com os participantes.

a) As Memórias

Não há dúvidas de que a afetividade está intimamente relacionada às aprendizagens matemáticas (BRITO, 1996; FALCÃO, 2002), daí a necessidade de se compreender até que ponto experiências negativas ou desfavoráveis, durante a Educação Básica, quando relembradas no contexto de formação ou atuação podem afetar predisposições às aprendizagens matemáticas.

Na entrevista com as professoras e futuras professoras, as emoções por algumas vezes saltaram-lhes dos olhos ao relatarem algumas memórias, lembranças de suas escolaridades, experiências vividas que, para algumas, resultaram em bloqueios e, para outras modelos a não serem seguidos, instigando um espírito de superação.

A conversa com cada uma delas foi iniciada, exatamente fazendo esse exercício de rememorar as experiências escolares matemáticas, em especial, com a Álgebra. Alguns trechos nos evidenciam marcas dessas experiências, às vezes positivas, outrora extremamente desastrosas, como as que destacamos de L1, que estabeleceu com a Matemática uma relação de medo, angústia, incapacidade e ansiedade.

L1: *Sempre tive muita vontade de cursar Pedagogia, porque sempre gostei dessa área da educação, eu sinto que tenho jeito com as crianças, gosto de ensinar, não ligo de explicar novamente quando alguém tem alguma dificuldade. Na área da educação eu consegui me identificar mais com o infantil, eu gostei muito da pré-escola, 1º ano e maternal, mas a pré-escola e 1º ano mexeram mais comigo, acho até que pela minha dificuldade com a matemática, eu não me sinto preparada para lecionar em uma sala onde é mais avançado, a partir do 2º ano pra frente. Sei que na área mais infantil, talvez o que sei, eu consiga trabalhar melhor. Eu sinto que a Matemática me trouxe um medo e, quando eu entrei no curso e tinha terminado o 2º termo e vi na grade que mais pra frente iria ter metodologia da Matemática, eu quase desisti, aí me falaram, "não calma, que aqui na faculdade você vai estudar Matemática de outra forma". Eu nem sei se no curso tem que resolver contas ou se é só a forma de ensinar, eu continuei ficando, mas no fundo eu tenho medo.*
Pesquisador: *Em relação à Álgebra, como foram suas experiências?*
L1: *Estar assim, muitas vezes eu escutava a explicação da professora, mas eu não conseguia compreender o porquê daquela explicação. Quando cheguei no 5º ano pra frente, onde escutávamos X=Y, misturou letras e números, virou uma confusão geral na minha cabeça. Toda vez que eu tinha que levar o caderno na mesa para o professor ver, só tinham as correções feitas com a caneta vermelha, aqueles riscos, bilhetes pra pai e mãe, mas nunca o você errou, mas porque você errou, porque você fez isso.*
Pesquisador: *E quando você escolheu esse curso de Pedagogia, também teve para você esse peso da matemática?*
L1: *Sim, eu percebi que em todas as áreas da minha vida onde vai incluir a Matemática, por exemplo. Como eu contei pra você, eu toco na igreja e quando eu fui estudar música, o meu pai me colocou em uma escola em que a professora, a primeira coisa que falou pra ele foi, que para aprender partitura o aluno tinha que ser bom em Matemática. Ele é bom pra partitura. Aí pronto, eu ouvia em casa, olha você vai ter que aprender partitura, você vai ter que lidar com a Matemática e eu não conseguia aprender partitura. Eu tive que aprender por cifra, porque eu não conseguia contar o tempo, dividir o tempo da música, mas eu não desisti de aprender música.*
Pesquisador: *Você teve que procurar outros caminhos?*
L1: *Foi por outro método, passei por vários professores até conseguir achar alguém que me entendeu e o teclado é um estudo que nunca termina, não é igual piano que tem onze, doze anos, ele nunca termina, porque sempre vai aparecendo notas novas. Eu estudei alguns anos e depois engravidei, nasceram meus filho e o que eu sei consegui aprender bem para tocar na igreja e ajudar.*
Pesquisador: *Você desenvolveu um bloqueio em relação à Matemática?*

L1: *Você consegue perceber que isso não só me afetou lá no período da escola? Isso me trouxe uma carga em todas as áreas e não é que você não queira, por exemplo, aparece um trabalho você tem que fazer um caixa de mercado, algo que você vai ter que lidar com dinheiro, saber fazer a conta muito certa para não ter um prejuízo no seu trabalho, isso já gera medo, gera ansiedade.*

Para L2, o contato com a Álgebra lhe pareceu algo assustador e também sem sentido, um ensino baseado em treinos, baterias de exercícios, não entendia para quê e o porquê de encontrar o tal “X”.

Pesquisador: *Conte-me um pouquinho, durante a sua Educação Básica, como foi seu contato com a álgebra?*
L2: *Na Educação Básica, entra equação, Fundamental II, né? No Ensino Fundamental eu não me lembro de nada nesse sentido e sempre foi a professora explicando a fórmula e depois o exercício, algo bem objetivo, sem problema. O que eu mais me lembro mesmo era da lista, uma folha de exercícios de equações para a gente resolver.*
Pesquisador: *Você me disse que quando fala em álgebra, logo vem o X na sua cabeça. Como foi essa percepção, esse sentimento seu, na introdução das letras junto com a Matemática nesse período?*
L2: *Foi de susto. Lembro que quando a gente via na lousa a professora escrevendo C, Y, B ficava uma dúvida de como seria resolvido, porque era uma coisa assustadora a princípio. Depois conforme a professora ia explicando a gente via que tinha uma maneira de dar um valor a essa letra, mas a princípio era um pouco impactante.*

Nos relatos de P1, apesar de ter apresentado crenças e atitudes negativas, mostra em seu diálogo um sentimento de superação, que mesmo tendo consciência de suas dificuldades e esforço, que sempre necessitou desprender para aprender Matemática, não desenvolveu nenhuma aversão à disciplina.

Pesquisador: *E nas aulas de matemática qual sentimento que você tinha?*
P1: *Não tinha nenhum sentimento!*
Pesquisador: *Nenhum?*
P1: *Nenhum, nem que sim, nem que não, nem positivo, nem negativo, eu simplesmente estava na sala de aula com o professor.*
Pesquisador: *Eles não te davam a atenção necessária para que você pudesse aprender?*
P1: *Não.*
Pesquisador: *Você sentia isso e ficava de canto?*
P1: *Sim! Quando eu aprendia, aprendia por mim mesmo.*
Pesquisador: *Mas não porque você tivesse uma aversão à disciplina ou ao professor?*
P1: *Não, porque eu sempre fui muito estudiosa, sempre gostei muito de estudar.*
Pesquisador: *E hoje como professora, qual disciplina você se sente mais segura em desenvolver para ensinar seus alunos?*
P1: *Contraditório o que vou te dizer, extremamente contraditório, mas a Matemática.*

A *pre-service* L3, demonstrou ter uma boa relação tanto com a Matemática como com a Álgebra. Associou suas aprendizagens na relação com os professores, o domínio de conteúdo e a metodologia que apresentavam para ensinar seus alunos.

Pesquisador: *Na sua escolarização, qual era a sua relação com a Matemática?*
L3: *Assim, a minha relação com a Matemática... Quando eu tinha um professor que realmente explicava de um jeito que eu conseguia entender, era a matéria que eu mais me destacava, eu sempre tive boas notas, mas quando eu não entendia, eu perdia o interesse, aí era a matéria que eu não conseguia ir bem mesmo, mas quando eu conseguia entender desde o começo, eu sempre tirava notas boas. Então variava muito do professor, porque tinha professor que fazia a aula ser diferente.*
Pesquisador: *Mas você gostava da Matemática?*
L3: *Gostava, sempre gostei quando conseguia entender.*
Pesquisador: *Você se recorda quais eram as principais atividades que eram propostas para você na disciplina de Matemática?*
L3: *Olha, eu gostava muito da resolução de problemas, eu sempre amei resolver problemas e as contas de vezes e divisão, são minhas contas favoritas. Eu sempre gostei muito de resolver essas contas e depois as equações que eu gostava.*

Na conversa com P2, a professora demonstrou, além de evidenciar uma ótima relação com a Matemática, já ter tido contato com tarefas que potencializam o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

Pesquisador: *Na sua percepção, qual o seu sentimento em relação à Matemática?*
P2: *Particularmente eu gosto bastante, não que eu saiba tudo, mas gosto e acho algo interessante.*
Pesquisador: *Quais foram os principais temas matemáticos estudados durante a sua formação inicial, no caso da Pedagogia?*
P2: *No caso da faculdade, o que mais foi abordado foi a questão de jogos matemáticos e mais parte teórica, nada mais aprofundado na Matemática em si. Mas no geral, o que é a Matemática para a criança, jogos, basicamente foi isso na faculdade.*
Pesquisador: *E na formação continuada?*
P2: *Nós tivemos algumas formações envolvendo a Álgebra, questão do pensamento algébrico, já tive o contato com algumas opções de atividade, o que poderia ser feito, coisas práticas, atividade com sequências, padrões e regularidades.*

Na entrevista com P3, a professora revelou o amor à profissão, que apesar da formação para trabalhar com alunos do Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio, tem a preferência em atuar com as crianças. Relatou ainda que a relação com a Matemática até o sexto ano era prazerosa, depois desse período, essa relação foi enfraquecendo devido à rotatividade de professores, foi se desinteressando e passou a apresentar dificuldades na disciplina. Quando foi questionada sobre qual conteúdo desse período que começou a lhe parecer difícil, prontamente respondeu “A-S E-Q-U-A-Ç-Õ-E-S”, com um sorriso de canto no rosto, como se dissesse, assim como a maioria das pessoas devem relatar. Complementou, dizendo: *“O momento que começou a misturar letra e número, professor faltar, eu fiquei perdida e a partir dali eu senti que ficou um bloqueio, não consigo resolver equações, falou que é uma conta que tem letras, para mim não dá”.* Por outro lado, reforçou que a Matemática que se aprende até o sexto ano domina e gosta muito. A professora enfatizou que o conteúdo matemático desenvolvido na faculdade fica distante daquilo que é realizado na sala de aula junto das crianças. Reconheceu ainda, a importância da Matemática e o seu ensino baseado em aprendizagens significativas.

Durante a entrevista, solicitamos que dissessem cinco palavras que estivessem relacionadas ao ensino da Álgebra nos anos iniciais. Algumas respostas foram do tipo: *“Quando se fala em álgebra, na minha cabeça vem sempre o “x”. Então tem algo relacionado à equações, funções, gráficos, um pouco de área, perímetro, Baskara, as incógnitas, variáveis”; “Os cálculos as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão e as equações”; “Não sei! ... Nunca foi usado nomenclaturas assim pra mim... Nunca ninguém me ensinou e eu também nunca ensinei meus alunos”; “Eram equações!... Fórmulas, muitas fórmulas, que tínhamos pra decorar, o descobrir o valor de “x”, lembro disso”; “Padrões, sequências, equivalências e letras que envolvem as expressões”.* Observemos que nenhuma delas falou em generalização, coração do pensamento algébrico (SCHLIEMANN, CARRAHER E BRIZUELA, 2007) e nem em outros importantes caracterizadores para o desenvolvimento desse tipo de pensamento matemático, como explicitados nesse estudo. Uma citou padrões, sequências e equivalências, mas em si, demonstraram não conhecer sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos iniciais, bem como tarefas que potencializem tal pensamento.

Na superação das fragilidades deixadas pela formação inicial, há um consenso entre as participantes que os cursos de formação continuada, a busca em diferentes fontes formativas (livros, internet, vídeos, leituras), a troca entre os pares, o contexto colaborativo, contribuem muito para o aprimoramento da prática pedagógica, especialmente, no que se refere ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Contudo, afirmamos que a relação que o indivíduo estabelece como o objeto de conhecimento ou de ensino, está sujeito às influências de uma série de fatores, os aspectos cognitivos e afetivos, em igual relevância na constituição das experiências e saberes. Isso significa dizer que não basta apenas saber o conteúdo para ensinar e fazer o outro aprender, nessa relação entre o ensinar/aprender existe uma linha tênue, que poucos a enxergam e conseguem chegar até a ela. É fazer do espaço da sala de aula um lugar onde se estabeleçam uma relação de confiança e afeto, onde o professor seja capaz de mobilizar seu aluno a entender que ele pode e consegue aprender, propicie ambientes e condições favoráveis ao desenvolvimento de atitudes e crenças positivas, não só em relação à Matemática, mas em tudo que se deseja navegar pelo novo.

b) Problemas algébricos propostos na Série X, de Krutetskii (1976)

Para a análise dos problemas algébricos propostos na Série X, de Krutetskii (1976), o participante deveria ler o problema minuciosamente e, em seguida, indicar um valor numérico na escala do tipo *Thurstone*, que representasse suas crenças de autoeficácia diante do grau de dificuldade exigido para solucionar tal problema, ou seja, o quanto sentia capaz de resolver aquele problema. Nesse momento, o objetivo não era solucionar o problema. A escala do tipo *Thurstone* empregada, variava entre 1 e 5, e os problemas poderiam ser classificados conforme legenda da figura 21:

Figura 21: Escala *Thurstone* para análise dos problemas da Série X

1	2	3	4	5
Muito fácil	**Fácil**	**Mediano**	**Difícil**	**Muito difícil**

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

A seguir na tabela 54, apresentamos como foi a classificação de cada participante de acordo com o seu sentimento de capacidade em relação aos dez problemas da série clássica de Krutetskii (1976).

Tabela 54: Classificação dos problemas da Série X, em nível de dificuldade

PROBLEMAS	L1	L2	L3	P1	P2	P3
1)Um professor manda os alunos adicionarem 12 a dado número e dividirem o resultado por 13; mas, um aluno desatento subtraiu 13 do número dado e dividiu o resultado por 12. Ele estava com sorte e obteve o resultado certo. Qual foi o número dado?	2	5	4	5	2	4
2)Adicionei 36 a certo número e obtive o mesmo que se multiplicasse esse número desconhecido por 4. Qual é o número?	3	4	2	3	1	4
3)Pensei em um número. A soma da metade com um terço desse número é sete unidades maior que um quarto desse número. Qual é o número?	4	4	2	5	2	4
4)Um bloco de anotações é 4 vezes mais caro que uma caneta; a caneta é R$ 0,30 mais barata que o bloco. Quanto custa a caneta e o bloco	5	5	3	5	3	3

separadamente?						
5)Em três prateleiras de um varejão há um número igual de laranjas. Quando tiverem sido vendidas 600 laranjas de cada prateleira, então todas as prateleiras juntas terão a mesma quantidade que tinham cada uma inicialmente. Quantas laranjas havia inicialmente em cada prateleira?	5	4	2	5	4	3
6) A soma de dois números é 20. Se um destes números é aumentado cinco vezes e o outro quatro vezes, a soma obtida será 92. Encontre os números.	2	1	3	4	2	3
7)Uma escola adquiriu livros para a biblioteca. Se tivesse pagado esses livros com notas de R$ 3,00 reais teria usado 8 notas a mais do que se tivesse pago com notas de R$ 5,00. Qual foi o peço dos livros?	3	5	4	5	4	3
8)Imagine dois barris que contenham quantidades diferentes de água. Se retirarmos um litro de água do primeiro barril e colocarmos no segundo barril, os dois barris ficarão com a mesma quantidade de água. Se retirarmos 20 litros de água do segundo barril e colocarmos no primeiro barril, o primeiro barril ficará com o triplo de água do segundo barril. Quantos litros de água têm em cada barril?	4	5	3	4	3	3
9)Divida o número 100 em quatro partes diferentes, de maneira que se você subtrais 4 da primeira , somar 4 na segunda parte, multiplicar por 4 a terceira e dividir por 4 a quarta parte, você obterá o mesmo número. Quanto vale cada uma das quatro partes?	5	3	2	3	4	4
10)Eu agora tenho o triplo da idade que eu tinha quando meu irmão tinha a minha idade. Quando eu tiver a idade que meu irmão tem agora, juntos nós teremos 96 anos de idade. Qual é nossa idade hoje?	5	5	3	3	5	3

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Ao somarmos as pontuações dos participantes, definimos a média de cada um deles e o sentimento quanto ao grau de dificuldade em relação ao rol de problemas apresentados, de forma geral: P1 = 4,2; L2 = 4,1; L1 = 3,8; P3 = 3,4; P2 = 3 e L3 = 2,8. Ao que nos transpareceu, os participantes com atitudes e crenças mais negativas assinalaram que a maior parte dos problemas era difícil enquanto, os participantes com atitudes e crenças mais positivas julgaram que se tratava de problemas medianos em grau de dificuldades, talvez pela depositarem maior confiança e segurança para resolvê-los.

Após a classificação dos problemas pelo participante, perguntamos se ele se encorajava a resolver algum deles. A *pre-service* L1 não se arriscou a resolver nenhum deles, L2 resolveu cinco deles e tentou outros quatro, mas sem alcançar a resposta. L3 solucionou quatro deles e tentou os demais, mas não encontrou o resultado esperado. Nesse grupo, L2 se destacou entre os *pre-service*. Entre os professores, P1 tentou solucionou quatro problemas, mas sem êxito; P2, três problemas, tentando por diferentes estratégias os demais e; P3 solucionou três problemas. A maior parte das soluções necessitou do auxílio da pesquisadora, principalmente na construção da equação correspondente, em alguns casos mesmo com ajuda e intervenção, o participante desistiu de concluir a solução do problema.

Vejamos as respostas obtidas, de modo geral, em quatro categorias, na tabela 55:

Tabela 55: Categoria de análise na solução da Série X

Categorias de análise	**L1**	**L2**	**L3**	**P1**	**P2**	**P3**
Escreveu a equação correspondente.		X	X		X	X
Apresentou dificuldades para resolver a equação montada.				X		X
Verificou a validade da resposta encontrada.						
Utilizou outras estratégias para resolver (desenho, por tentativas)			**X**	**X**	**X**	**X**
Não se arriscou a resolver nenhum dos problemas.	**X**					

Fonte: Elaborada pelos autores (Julho/2019).

Durante a solução dos problemas, notamos que nenhum deles ao final da solução retomou a equação para verificar a validade da resposta encontrada. A dificuldade na transposição da linguagem materna para a linguagem algébrica também foi evidenciada em vários momentos, principalmente em casos de generalização. O uso de desenhos (formas pictóricas) e a realização de inúmeras tentativas numéricas (tentativa e erro) para determinar o resultado também foi um recurso utilizado pela maioria das participantes.

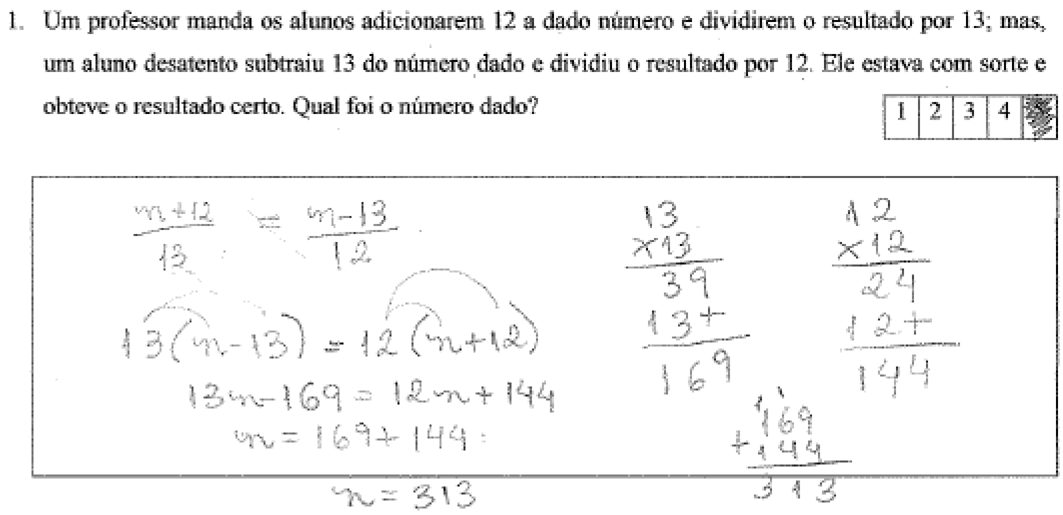
Colaborando com esse resultado sobre o uso frequente da estratégia de tentativa e erro para a solução de problemas, temos na literatura, os estudos de Quintiliano (2005, 2011) acerca do conhecimento declarativo e de procedimento evidenciam que a prática de solução de problemas ou tarefas com base em tentativa e erro pode evidenciar a falta de conhecimento declarativo do indivíduo, ou seja, o procedimento aritmético ainda é muito utilizado em detrimento do algébrico e, considerando o perfil dos participantes isso implica numa fragilidade algébrica apresentada pelos estudantes e professores ao longo de sua escolaridade e ratifica a necessidade do que defendemos que é a exploração de tarefas algébricas desde os primeiros anos escolares.

Lembramos que essa questão acerca da estratégia de tentativa e erro também está associada a questões afetivas das aprendizagens, tanto as crenças como as atitudes, os sujeitos que apresentam o domínio dos conceitos matemáticos (conhecimento declarativo) demonstram mais segurança e autoeficácia para realizar uma determinada tarefa, em contrapartida, aqueles que desconhecem os aspectos conceituais estão mais suscetíveis ao uso da estratégia de tentativa e erro, o desempenho acaba sendo baixo, as chances de erro são maiores, pois apresentam menos habilidades, menos conhecimento, sem uma organização clara dos procedimentos, o que acaba motivando o indivíduo a desistir ou abandonar uma determinada ação. Essa situação foi constatada, como veremos, por diversas vezes, durante o "Pensar em voz alta", durante a realização das tarefas algébricas com base nas habilidades algébricas propostas na BNCC para os anos iniciais.

Nesses casos, ressaltamos que, como esclarecido, o fato de apresentarem atitudes ou crenças mais positivas ou menos positivas, não determina a capacidade de solução, porém o fato de acreditar que são capazes de solucionar lhes dá um impulso, tem maior persistência e despendem um grande empenho para chegar ao resultado, sentem-se desafiados e querem provar, para si mesmos, que são capazes.

Observe na figura 22, mesmo L2 tendo assinalado na escala o item 5, acreditando ser muito difícil o problema, conseguiu solucioná-lo, além disso, demonstrou facilidade para transpor da língua materna para a linguagem algébrico, no entanto, não se recordava dos procedimentos de solução de uma equação, o que nos fez inferir que a repetição e treinos de exercícios não garantem a aprendizagem, pois foi exatamente essa participante que relatou em suas memórias as listas gigantes de equações que eram dadas para serem resolvidas.

Figura 22: Solução do problema 1, da Série X, por L2



1. Um professor manda os alunos adicionarem 12 a dado número e dividirem o resultado por 13; mas, um aluno desatento subtraiu 13 do número dado e dividiu o resultado por 12. Ele estava com sorte e obteve o resultado certo. Qual foi o número dado?

1	2	3	4	5

$\frac{n+12}{13} = \frac{n-13}{12}$

$13(n-13) = 12(n+12)$

$13n-169 = 12n+144$

$n = 169+144$

$n = 313$

$13 \times 13 = 39 + 13 = 169$; $12 \times 12 = 24 + 12 = 144$; $169 + 144 = 313$

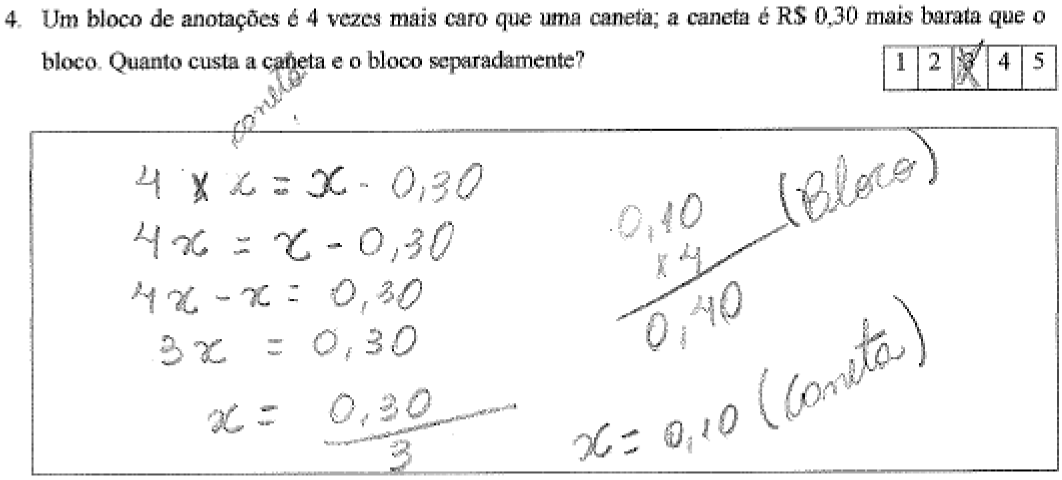
Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

Pesquisador: *O que você achou do problema? Você já se deparou alguma vez com um tipo de problema desse?*
L2: *Que eu me lembre não.*
Pesquisador: *Se fosse para você resolver, você pensaria em que caminho para tentar?*
L2: *Talvez... o n mais o 12 e dividir o resultado por 13 igual a n menos 13 dividido por 12.*
Pesquisador: *Isso. Você julgou esse problema muito difícil. No entanto você montou a equação dele com muita facilidade. Então você colocou que n mais 12 sobre 13 é igual a n menos 13 sobre 12. Então isso que você acabou de ler no problema, é exatamente o que você montou utilizando uma equação.*
L2: *Sim.*
Pesquisador: *Por onde você começaria resolvendo essa equação?*
L2: *Não tenho ideia.*
Pesquisador: *Não tem ideia para resolver? Então vamos lembrar como se resolve. Vou te mostrar um modelo e vê se você se recorda e consegue aplicar aqui [...]*

L2: *Então 13, abre parênteses n menos 13, fecha, que é igual a 12 vezes isso. O 13 multiplica o n, o 13 multiplica o 13. O 12 multiplica o n.*
L2: *Fica 13n, 13 vezes 13, 169. Igual a 12n mais 12 vezes 12, 144.*
Pesquisador: *Isso e agora?*
L2: *Agora 12n, os n de um lado e o número de outro.*
Pesquisador: *Então vai lá!*
L2: *13n menos 12n igual mais 169, continua desse lado positivo o 144. 169 mais 144, n igual a 313.*
Pesquisador: *Encontramos então que número é esse. Nesse caso percebe que para a gente fazer por tentativa seria mais difícil do que a maneira que nós acabamos de fazer, mas nada te impede de fazer por tentativas, levaria mais tempo, mas é possível fazer das duas maneiras.*

Ao questionar L3, dentre os problemas da série X, de Krutetskii (1976), quais deles ela se sentia segurança para solucionar, ela tornou a examinar os dez problemas, observou os que estavam assinalados, na escala *Thurstone,* o item 3 e escolheu o quarto problema. Observe que associa o "x" com o sentido de incógnita, para representar um valor desconhecido, demonstrando apresentar que possui capacidades algébricas esperadas para sua formação acadêmica. Em todas as intervenções, conseguiu se autorregular e ajustar o raciocínio matemático, resolvendo com formalização a equação. Na sua fala, fica nítido que o "x" ainda é visto e ensinado, por muitos, como única forma de se representar o desconhecido, como se fosse uma regra da Álgebra e, quando pensamos em utilizar outra letra para essa representação, parece que se deixa de saber como é feito ou fica mais difícil. Vejamos a figura 23 e trecho da entrevista.

Figura 23: Solução do problema 4, da Série X, por L3



Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

L3: *Um bloco de anotações é quatro vezes mais caro que uma caneta. A caneta é trinta centavos mais baratos que o bloco. Quanto custa a caneta e o bloco separadamente?*

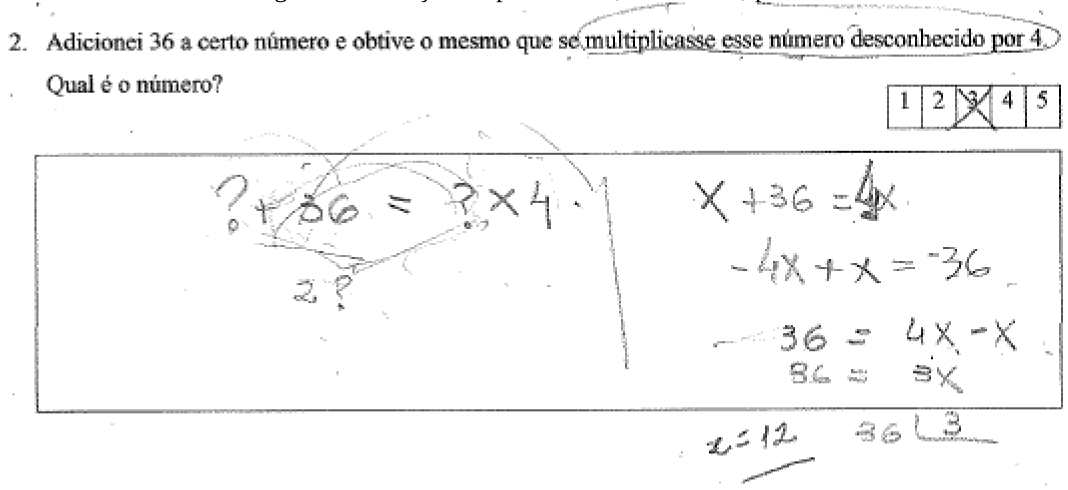
Pesquisador: *Sim, então pode avaliar o grau de dificuldade que você teria pra solucioná-lo?*
L3: *Eu vou colocar mediano esse!*
Pesquisador: *Vamos lá então.*
L3: *Um bloco de anotações é quatro vezes mais caro que uma caneta. Eu coloquei quatro vezes.*
Pesquisador: *O x está representando o que para você?*
L3: *A caneta, porque eu não sei o valor dela, que é igual... a caneta é 0,30 centavos mais barato. Então eu coloquei a caneta como x menos.*
Pesquisador: *Quer puxar uma flechinha aqui e escrever que é caneta, pode ser? Continua...*
L3: *E o bloco eu coloquei x menos.*
Pesquisador: *O x ele pode ser a caneta e o bloco ao mesmo tempo?*
L3: *Não.*
Pesquisador: *Então você chamou o x de caneta?*
L3: *Eu vou mudar o x, então eu vou colocar... vou deixar assim mesmo.*
Pesquisador: *Como preferir.*
L3: *Assim, eu coloquei 4x = x - 0,30.*
Pesquisador: *Isso, agora resolve!*
L3: *4x = x - 0,30,então 4x menos x é igual trinta centavos, x é igual a trinta centavos dividido por 3.*
Pesquisador: *Então x é igual a quantos?*
L3: *x é igual a dez centavos.*
Pesquisador: *Que é o preço do quem?*
L3: *Caneta!*
Pesquisador: *Caneta! Mas você não descobriu o valor do bloco, quanto vale o bloco? Qual informação você tem a respeito do bloco?*
L3: *4 vezes mais caro que uma caneta, se a caneta é dez centavos, ele é 4 vezes mais caro, ele custa quarenta centavos.*

A solução de P1, no problema 2, da série X, nos chama atenção. A participante lê o problema com os olhos por algumas vezes. Insistimos para que ela nos dissesse o que ela pensando, então ela começa a ler o problema novamente, em voz alta: “*Adicionei 36 a certo número, o obtive o mesmo que se multiplicasse esse número desconhecido por 4, qual é o número?* Releu mais uma vez. *“Vou fazer aqui, vou por tentativa, porque a Matemática pra mim é muito de tentativa, não é um campo...”.* Então sugerimos que ela fizesse o mesmo exercício que faz com seus alunos, retirar as informações por etapa, fazendo uma leitura do todo primeiro e depois retomar por partes, assim poderia compreender melhor o enunciado do problema.

E continuou: “*Adicionei 36 a certo número, então ele vai ser maior que 36, e obtive o mesmo que se multiplicasse esse número desconhecido por 4, então tem que ser um múltiplo de 4, porque aqui ele vai multiplicar por 4, múltiplo de 4, 36 então podemos ver numa estratégia colocar 9x4=36, mas aí não seria um número, porque se eu adicionar 9 ao 36, vai dar mais, mas se fizer 36+9=45”.* No papel ela vai registrando essas informações da seguinte forma: “? + 36 = ? x 4”. Não cogita a ideia de escrever uma equação para solucionar, pelo contrário, realiza inúmeras tentativas para definir o valor desconhecido. Com a intervenção do pesquisador, escrevemos uma equação, mas o sentimento de incapacidade, das crenças e atitudes negativas em relação à Matemática foi percebido muito forte, especialmente no trecho:

P1: *Eu não vou conseguir!*
Pesquisador: *Porque você acredita que não vai conseguir?*
P1: *Porque, adicionei 36 a um certo número, mais 36 e obtive o mesmo que se multiplicasse esse número desconhecido por 4.*
Pesquisador: *Você fez a leitura perfeita do problema.*
P1: *Que número mais 36 é igual ao número vezes 4? 10?*
Pesquisador: *Verifique.*
P1: *Calma, eu tenho que pensar melhor.*
Pesquisador: *Verifique se a igualdade é verdadeira usando o 10 no valor desconhecido.*
P1: *Não, ainda vou pensar.*
Pesquisador: *36+10 = 46, 4x10 = 40, como você concluiu isso?*
P1: *Não está certo!*
Pesquisador: *Mas está próximo.*
P1: *Está próximo?Não vai bater, vou fazer igual, me deixa ver se consigo lembrar o que eu fazia na escola. Aqui vai ficar 2 desse, mas aqui ele passa para o lado de cá, eu lembro que tinha um negócio de igual que passava para o lado de cá e ele mudava e aqui também, se é positivo, vai ficar negativo.*
Pesquisador: *Você lembra o nome disso?*
P1: *Equação!*
Pesquisador: *Equação. Você representou uma equação aqui, só que você utilizou um símbolo. Se a gente transformasse em uma letra, vamos pensar, que letra você quer usar?*
P1: *x.*
Pesquisador: *Então como fica sua equação?*
P1: *x+36=4x.*

Figura 24: Solução do problema 2, da Série X, por P1



Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

Inferimos que ainda, que a participante não realiza a representação de maneira formal, as informações obtidas no problema, embora tenha interpretado corretamente os dados do problema por símbolos, fato também encontrado na solução de outras participantes que usaram desenhos como estrela, quadrado, coração para indicar um valor desconhecido. Passo a passo relembramos a solução de uma equação e P2 descobriu o valor desconhecido.

Como dito, sobre o bloqueio em resolver equações, P3 precisou de poucos auxílios para escrever as equações e resolvê-las, fê-las com rapidez e agilidade nos cálculos matemáticos. Apresentou organização nos registros, contradizendo a sua fala inicial.

Portanto, verificamos que os participantes que apresentaram atitudes ou crenças mais negativas por meio das escalas aplicadas avaliaram os problemas algébricos da Série X, de Krutetskii (1976), em sua maioria, como "difícil" ou "muito difícil", se sentiram com menos segurança, menor encorajamento e pouca persistência para solucioná-los.

c) Solução de problemas algébricos para os anos iniciais (BRASIL, 2017)

Os problemas algébricos foram elaborados ou adaptados a partir da seleção de algumas habilidades propostas na BNCC (BRASIL, 2017) para a unidade temática Álgebra, direcionada aos anos iniciais. Durante a entrevista, nesse momento, solicitamos às participantes que falassem, caso conseguissem e reconhecessem possibilidades para identificar no problema a habilidade que se pretendia desenvolver, tendo em vista os caracterizadores do pensamento algébrico.

Nessa proposta buscamos analisar não só o Conhecimento do Conteúdo, como também o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CARRILLO et al., 2013), que são atravessados pelas *beliefs*, (crenças e concepções dos professores) em todos os subdomínios que compõem o modelo MTSK.

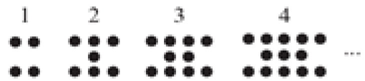
Os subdomínios do Conhecimento Matemático (MK) propõem diferentes conhecimentos necessários ao exercício da função docente, no caso, do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, entre eles o Conhecimento dos temas, dos significados, exemplificações de um determinado conteúdo matemático, o Conhecimento da Estrutura Matemática (compreender e desenvolver os conceito e conexões da Matemática com outras áreas) e o Conhecimento da Prática Matemática, que se refere ao conhecimento de aspectos da comunicação matemática (raciocínio e prova).

Nos subdomínios do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), o professor deve desenvolver o Conhecimento do Ensino da Matemática (estratégias para o desenvolvimento das capacidades matemáticas processuais e conceitual), além disso, o Conhecimento das Características de Aprendizagem da Matemática são de extrema relevância, pois permitem o professor compreender, por exemplo, os erros, as dificuldades dos alunos, para ajudá-los a avançar em suas aprendizagens. E, por fim, o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem em Matemática, ou seja, saber o que o aluno deve e consegue aprender, ter a visão do todo.

O primeiro problema, figura 25, tinha como habilidade "*(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras*" (BRASIL, 2017, p. 277). Uma habilidade como esta, pode ter diversas variações e graus de dificuldades, dependendo o público a qual é dirigida, planejada e pensada.

Figura 25: Problema algébrico envolvendo sequências e regularidades.

1. Observe a sequência figurativa abaixo e as informações a seguir:



Fonte: domínio público

- Os números representam a posição da figura;
- Cada figura apresenta um número de bolinhas;
- A quantidade de bolinhas pode ser associada à posição da figura.

a) Qual é número de bolinhas na posição 6? Como você descobriu?
b) Qual o número de bolinhas na posição 7? Como você descobriu?
c) Qual o número de bolinhas na posição 100? Como você descobriu?
d) Existe uma regra geral para determinar o número de bolinhas para qualquer posição?
e) Usando uma letra ou um símbolo para representar qualquer posição das figuras, seria possível escrever uma expressão que relacionasse essa letra ou símbolo com o total de bolinhas? Como seria essa expressão?

Fonte: Protocolos de Pesquisa (Julho/2019).

Na sequência pictórica do primeiro problema, L2, observou a sequência, contou o número de bolinhas de cada posição e rapidamente identificou que a sequência apresentava razão 3, ou seja, de um termo para o outro acrescentavam-se três unidades, estabelecendo uma relação superficial entre o número de bolinhas e a posição da figura, numa linguagem natural.

Pesquisador: *O que você percebeu na sequência?*
L2: *Vai aumentando de 3 em 3. 4 mais 3 é 7. 7 mais 3, é 10.*
Pesquisador: *A quinta figura então teria quantas bolinhas?*
L2: *16.*
Pesquisador: *Qual é o número de bolinhas na sexta posição?*
L2: *Na sexta posição 19.*
Pesquisador: *Pode colocar. Como você descobriu isso?*

L2: *Eu vi que entre as bolinhas da posição 1 e 2, a diferença era 3, entre a posição 2 e 3 continuava a mesma quantidade.*

Continuamos com alguns outros questionamentos, a fim de ela fosse avançando dentro das questões do problema proposto, partindo de casos específicos para que expressasse a generalização da sequência pictórica dada. A princípio não vislumbrou que relação a mais poderia encontrar, a não ser a contagem de três em três. Foram necessárias algumas intervenções, sozinha L2 não conseguiu escrever uma expressão que determinasse o número de bolinhas de uma posição qualquer da sequência.

Pesquisador: *Então vamos olhar aqui para a sequência. Aumenta de 3 em 3. Se eu pegar 3 bolinhas da primeira posição, eu pego um bloquinho de 3 e sobra uma unidade. Na segunda posição eu consigo pegar dois bloquinhos de 3 e sobra uma unidade. Na terceira posição eu consigo pegar 3 bloquinhos de 3 e sobra 1 e assim, sucessivamente. Essa informação te ajuda?*
L2: *Ajuda.*
Pesquisador: *Então vamos pensar para a centésima posição da sequência.*
L2: *100 grupinhos de 3 e vai sobrar 1. Deu para entender mais ou menos o que eu pensei.*
Pesquisador: *Sim, coloca no papel. A posição 100 você disse que terá 100 grupos de 3. 100 grupos de 3 dá quantos?*
L2: *300.*
Pesquisador: *E vai sobrar?*
L2: *1.*
Pesquisador: *Então quantas bolinhas são no total?*
L2: *301.*

Para responder o último item do problema 1, P2 recorre inicialmente a observação das posições iniciais e o números de bolinhas e percebe as características da sequência pictórica crescente. Em seguida, decompõe os termos relacionando as partes às suas ordens, para expressar a generalização algebricamente. Nota-se que nomeia a indeterminação de forma global, não se apoiando na descrição do contexto da situação, apenas define uma regra geral, não considerando as relações entre as variáveis (pensamento relacional).

P2: *Então qual o número de bolinhas na posição 100? 301. Como você descobriu? Então se na posição 100 vai ter 100 grupos de 100, fiz 100 vezes 3, deu 300 mais um. Analisando esses números menores aqui a gente percebeu isso, que a posição 1 tem 1 grupo de três e sobra uma bolinha, a posição 2 tem 2 grupos de três e sobra uma bolinha, a posição 3 tem 3 grupos de três e sobra uma bolinha. Então na centésima posição seria a mesma coisa.*
Pesquisador: *Exatamente. E agora vem a questão e).*
P2: *Usando uma letra ou um símbolo para representar qualquer posição da figura, seria possível uma expressão que relacionasse essa letra ou símbolo com o total de bolinhas? Como seria essa expressão? Seria por exemplo, "x" vezes 3 mais 1...*

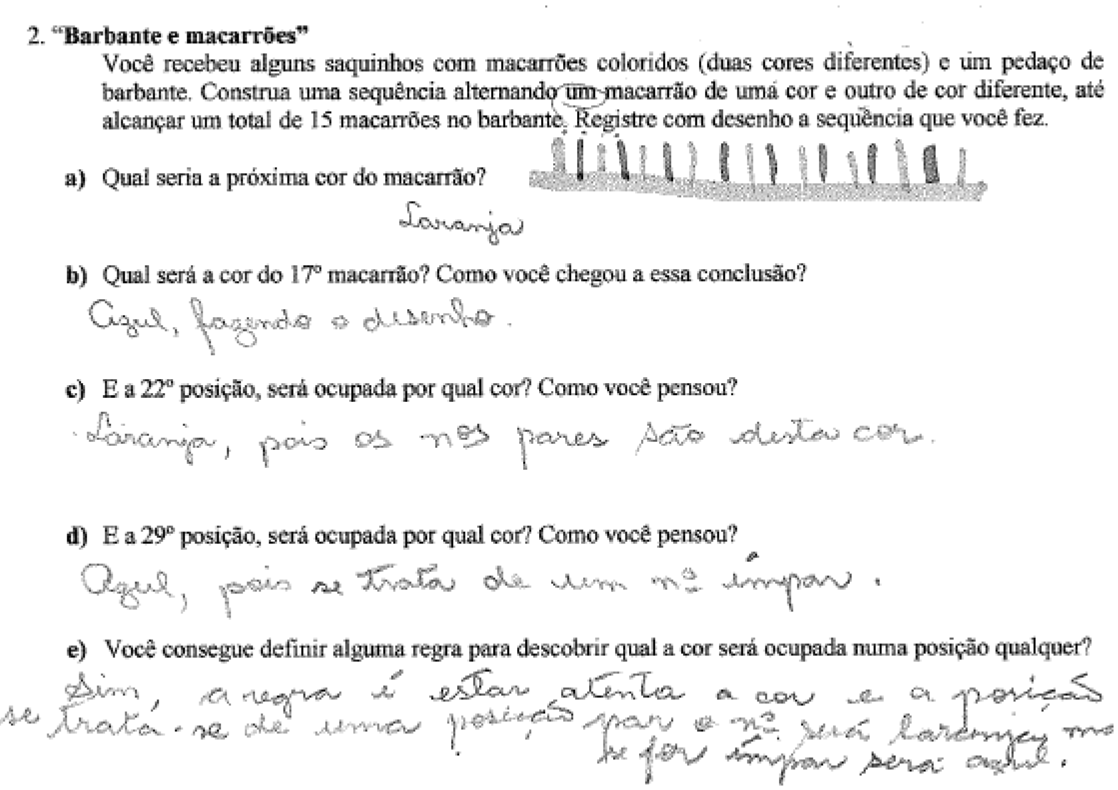
As sequências representam tarefas com grande potencial algébrico, a observância de suas regularidades permitem diferentes percursos para expressar simbolicamente a generalização. Destacamos que nos anos iniciais, “os alunos podem não usar a linguagem algébrica, mas, ainda assim, faz sentido trabalharem estas questões para determinarem termos próximos e distantes, pois descrevem relações em situações contextualizadas” (PONTE; BRANCO, 2013, p.149).

O segundo problema, figura 26, propunha como habilidade *“(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos”* (BRASIL, 2017, p. 281).

Nesse problema, P1, por julgá-lo fácil, parece não confiar no que está fazendo para solucioná-lo, necessitando da afirmação do pesquisador com frequência, mesmo lendo e explicando exatamente o que é para ser feito com compreensão. Outro aspecto que observamos de suas experiências escolares é que tudo na Matemática parece ter uma fórmula para resolver e isso, muitas vezes impede que se sinta segura em fazer como está pensando, por achar que existe um padrão a seguir.

P1: *É que está tão fácil que chego a desconfiar.*
Pesquisador: *É um azul, um laranja, um azul, um laranja, você vai fazendo isso até chegar na 15ª posição, certo?*
P1: *Eu entendi, mas sabe quando você vê um negócio que está tão simples de fazer que você até desconfia.*
Pesquisador: *Você começa sua sequência, por azul, depois laranja, azul, laranja, azul, então a 17ª você disse que é azul, como você pensou nisso?*
P1: *Fazendo desenho.*
Pesquisador: *Ok e a 22ª?*
P1: *1,2 acho que vai ser laranja!*
Pesquisador: *Por quê?*
P1: *Porque os pares são laranja e os ímpares azuis.*
Pesquisador: *Você consegue definir uma regra para descobrir, qual será a cor de uma posição qualquer?*
P1: *Estou em dúvida se eu uso o 1 ou 2.*
Pesquisador: *Em que sentido?*
P1: *No sentido de contagem mesmo aqui com a regra.*
Pesquisador: *Mas você não disse pra mim aqui atrás que os pares são laranja e os ímpares azuis?*
P1: *Achei que tinha que fazer uma fórmula. A regra é estar atenta a cor e a posição.*
Pesquisador: *Explica melhor isso?*
P1: *Trata-se de uma posição par o número laranja, mas se for ímpar será azul.*

Figura 26: Problema 2, solucionado por P1



2. **"Barbante e macarrões"**
Você recebeu alguns saquinhos com macarrões coloridos (duas cores diferentes) e um pedaço de barbante. Construa uma sequência alternando um macarrão de uma cor e outro de cor diferente, até alcançar um total de 15 macarrões no barbante. Registre com desenho a sequência que você fez.

a) Qual seria a próxima cor do macarrão?
Laranja

b) Qual será a cor do 17º macarrão? Como você chegou a essa conclusão?
Azul, fazendo o desenho.

c) E a 22º posição, será ocupada por qual cor? Como você pensou?
Laranja, pois os nºs pares são desta cor.

d) E a 29º posição, será ocupada por qual cor? Como você pensou?
Azul, pois se trata de um nº ímpar.

e) Você consegue definir alguma regra para descobrir qual a cor será ocupada numa posição qualquer?
Sim, a regra é estar atenta a cor e a posição se trata-se de uma posição par o nº será laranja, mas se for ímpar será azul.

Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

O terceiro problema tinha como habilidade *"(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença"* (BRASIL, 2017, p. 285), além disso, que conhecessem a relação entre as quantidades desconhecidas A e D, evidenciando como se apresenta o nível de pensamento relacional dos participantes.

Dos participantes analisados, todos conseguiram identificar a relação e concluir a generalização, ainda que aritmeticamente, partindo dos exemplos particulares para outros em comum, construindo a regra geral. Por meio dessas aplicações, "a relação de compensação aritmética na igualdade e a forma como os valores desconhecidos de A e B se relacionavam, ou seja, a relação entre as duas variáveis" (MESTRE, 2014, p. 196).

3. (Adaptado de Mestre, 2014) "O Álbum de figurinhas"
Ana Júlia e Davi estão colecionando figurinhas para seus álbuns. Os pais foram na banca de revista e compraram a mesma quantidade de figurinhas para cada um deles. Cada um deles colara certo número de figurinhas: Ana Júlia colou 24 e guardou o restante no envelope A, letra do seu nome. Davi colou 30 e também guardou o que sobrou, mas no envelope D. Como as crianças possuem a mesma quantidade de figurinhas,, podemos representar essa igualdade assim:

24 + A = 30 + D

a) Quantas figurinhas estão no envelope A de Ana Júlia e quantas figurinhas estão no envelope D de Davi?

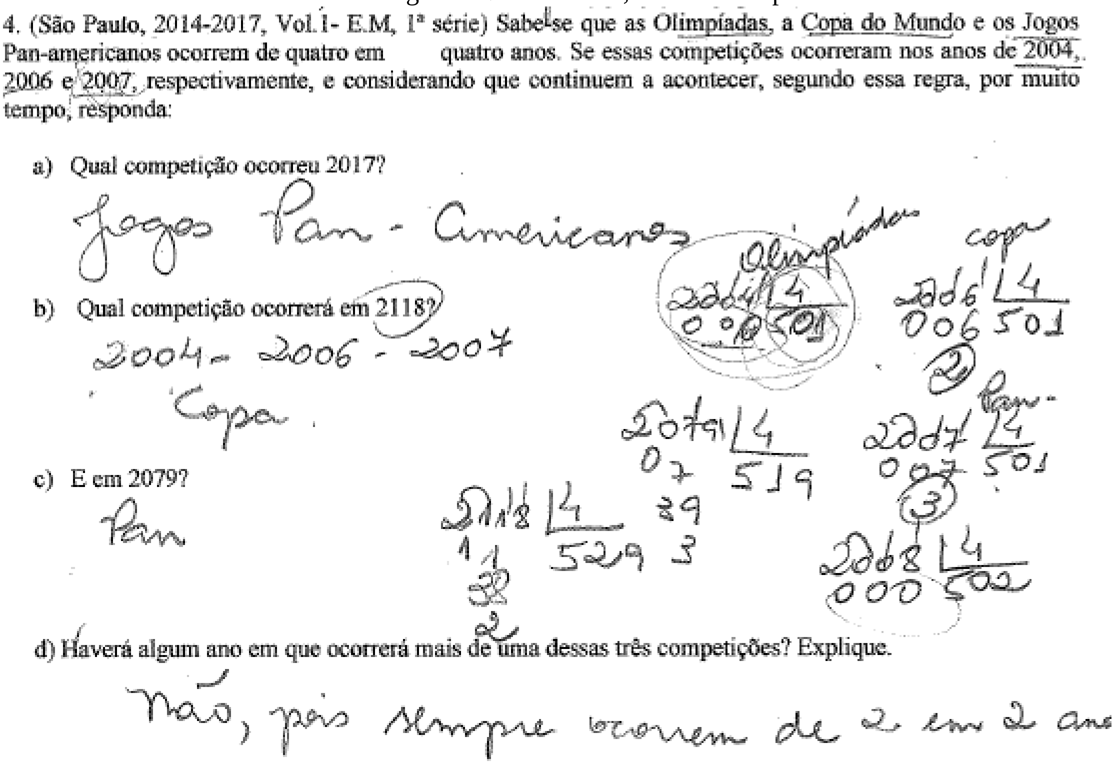
b) Existem outros valores para A e D, de modo que a quantidade de figurinhas permaneça entre as crianças? c) Que relação existe entre os valores que usou para A e D? d) Se modificarmos a igualdade, que relação poderá existir entre os números dos envelopes A e D?

Pesquisador: *24 mais A é igual a 30 mais D. Quantas poderiam estar guardadas? Quantas poderiam estar no envelope A e quantas no envelope D? Quantas figurinhas você acha?*
L2: *Aqui teria que resolver essa expressão.*
Pesquisador: *Vamos pensar. Quanto poderia ser o A nesse caso aqui?*
L2: *5.*
Pesquisador: *Então coloca 5. Agora veja, você disse que eles têm a mesma quantidade, não é?*
L2: *Sim.*
Pesquisador: *24 mais 5 dá quanto?*
L2: *29.*
Pesquisador: *Poderia então ser 5?*
L2: *Não.*
Pesquisador: *Por quê?*
L2: *Porque seria menos do que o 30 que ele já colou.*
Pesquisador: *Exatamente. Então não pode ser esse 5. Poderia ser quanto?*
L2: *Poderia ser 7.*
Pesquisador: *E por que não 6?*
L2: *Porque ele ainda guardou.*
Pesquisador: *Exatamente. Se eu somar 24 mais 6 já dá os 30 que ele colou.*
L2: *Sim.*
Pesquisador: *Mas eu sei que sobrou. Então tenta com 7. 24 mais 7 é igual a 30 mais 1. Então nesse caso aqui pode terminar a igualdade. 31 é igual a 31. Pode colocar os valores.*

O fato é que, por ainda não conhecerem, no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico os conceitos pertinentes, o pensamento relacional ou mesmo funcional, o professor fica limitado para compreender o que o aluno já sabe, em como intervir em seus erros, compreendendo a natureza deles. (CARRILLO et al., 2013). Problema como esse, potencializam as discussões acerca da relação entre as quantidades presentes na igualdade.

O quarto problema, figura 27, pretendia desenvolver a habilidade de *"(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades"* (BRASIL, 2017, p. 289).

Figura 27: Problema 4, solucionado por P3



4. (São Paulo, 2014-2017, Vol.1- E.M, 1ª série) Sabe-se que as Olimpíadas, a Copa do Mundo e os Jogos Pan-americanos ocorrem de quatro em quatro anos. Se essas competições ocorreram nos anos de 2004, 2006 e 2007, respectivamente, e considerando que continuem a acontecer, segundo essa regra, por muito tempo, responda:

a) Qual competição ocorreu 2017?

Jogos Pan - Americanos

b) Qual competição ocorrerá em 2118?

2004 - 2006 - 2007

Copa

c) E em 2079?

Pan

d) Haverá algum ano em que ocorrerá mais de uma dessas três competições? Explique.

Não, pois sempre ocorrem de 2 em 2 ano

Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

Ao propormos esse problema, um aspecto que fortalece a informação de que as participantes desconhecem elementos conceituais e caracterizadores do pensamento algébrico, bem como o potencial de algumas atividades para o desenvolvimento desse pensamento é a falta de familiaridade com as tarefas algébricas, como se lê no trecho dito por P3.

Pesquisador: *Você já se deparou com alguma situação problema desse tipo?*
P1: *Não, para eu resolver não.*
Pesquisador: *E como você pensa que pode solucionar isso?*
P1: *Porque o número é ímpar igual 2007, 2006 se acontece de 4 em 4 anos, tem que acontecer em 2010, 2014 e 2018. E a de 2004 ela vai ter que acontecer em 2008, 2012, 2016.*
Pesquisador: *Então você está indo por tentativas?*
P1: *Que é ímpar. Qual competição ocorreu em 2017? Aqui a última são os jogos pan-americanos. E depois, 2018, Copa do mundo.*
Pesquisador: *E 2118? Nessa situação a gente percebe que a tentativa até chegar ao número não é a melhor estratégia.*
P1: *Não.*

Nesse problema buscamos mostrar que o padrão e as regularidades podem ser encontrados também nos restos das divisões de um número natural por outro, bem como retomar algumas noções básicas que envolvem as divisões, tais como: o resto é zero quando o dividendo é múltiplo do divisor, mas o resto será um número entre 1 e o valor do divisor menos uma unidade, quando não for múltiplo e que, o resto nunca poderá ser igual ou maior que o divisor, pois se isso acontecer, ainda seria possível continuar a divisão. Logo, concluímos que o resto sempre é menor que o divisor.

Pesquisador: *Você consegue ver alguma relação nas divisões por 4 que você realizou? Em que elas te auxiliaram? Observa algo em comum entre elas?*
P1: *O resto.*
Pesquisador: *O resto. E que conclusão a gente pode tirar observando os restos dessas divisões?*
P1: Todas as divisões por 4 que são exatas, serão anos de Olimpíadas. Todos os anos que sobrar resto 2, serão anos de Copa e todos os anos que sobrarem resto 3, serão anos de Pan-americanos.
Pesquisador: *Nós falamos em resto 0, resto 2 e resto 3. Se eu pensar, por exemplo, em 2005, vai dar 501 e vai sobrar resto 1, então em 2005 o que a gente conclui?*
P1: *Que não ocorrerá nenhum dos eventos.*
Pesquisador: *Exatamente. É uma questão que dá pra potencializar ainda mais a sequência dada com a criança*

O quinto problema, figura 28, pretendia desenvolver a habilidade de *“(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais”* (BRASIL, 2017, p. 289). A tarefa proposta promove a reflexão sobre a abordagem de ensino pelo professor ao incentivar de diferentes estratégias de solução e registro usadas pelos alunos, o uso da letra e do seu significado em determinados casos e turmas. Após a leitura inicial, surgem inúmeras interpretações. Socializar em sala de aula essas ideias, por exemplo, ajuda a aprimorar o percurso para a solução e redirecionar ações. Segundo Branco e Ponte (2011, p.11), “a análise de diferentes resoluções e representações contribui para que os formandos melhorem a sua capacidade de interpretar situações que envolvem quantidades desconhecidas e a sua capacidade de procurar regularidades e relações entre as quantidades desconhecidas”.

No contexto da entrevista, todas tiveram dificuldades em iniciar a solução, relatando não saber por onde começar. Com algumas orientações foram capazes de determinar o peso das três galinhas juntas e o peso de cada uma delas, como objetiva o problema. Das seis participantes, encontramos num único registro que revelasse a capacidade de generalização, usando e dando sentido à linguagem algébrica; as demais se basearam apenas em cálculos aritméticos.

Figura 28: Problema 5 envolvendo a ideia incógnita (valor desconhecido)

5. (BRANCO, PONTES, 2011 – Adaptado) Observe as cenas nas figuras e determine quanto pesa cada galinha e qual o peso total das três galinhas juntas.

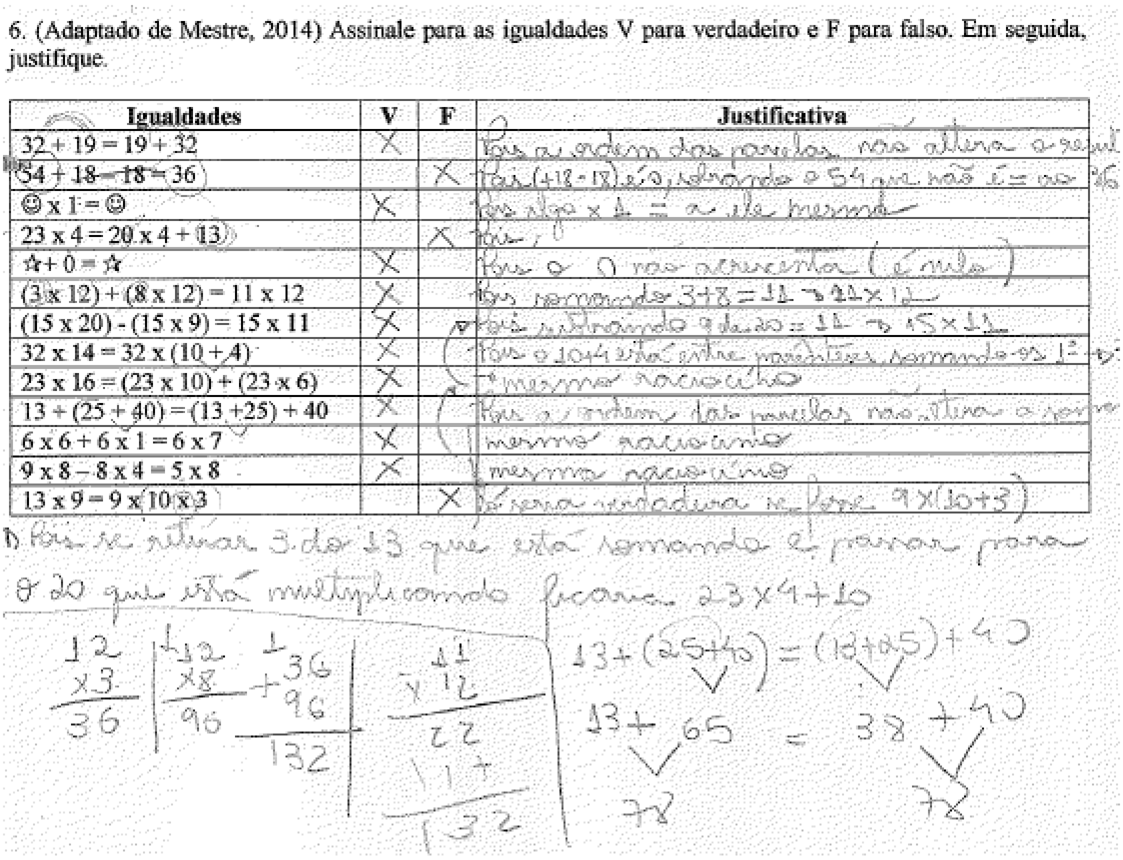
Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

L2: *Eu não sei como que eu faço.*
Pesquisador: *Olha o desenho primeiro?*
L2: *Cada galinha aparece duas vezes.*
Pesquisador: *Duas vezes, correto. Então se eu somar todos os pesos delas como está aqui eu encontraria o peso real ou não?*
L2: *É seria o peso de todas juntas.*
Pesquisador: *Mas cada uma delas não está repetindo duas vezes?*
L2: *Sim.*
Pesquisador: *Então esse peso total que eu encontraria seria quem?*
L2: *O peso delas vezes 2.*
Pesquisador: *Perfeito. Então esse aqui é o peso total dobrado. Para saber o valor das três, então o que nós temos que fazer?*
L2: *Dividir por 2.*
Pesquisador: *Ok, então vamos dividir por 2.*
L2: *Nós já descobrimos uma das respostas, 12,6 Kg, o peso de todas juntas.*

Percebemos que as perguntas do pesquisador parecem dar segurança para os passos pensados e então prosseguirem para o próximo. Aquele sentimento de incapacidade vai se desconfigurando. Destacamos ainda, conforme Branco e Ponte (2011, p. 11), problemas que relacionam valores desconhecido contribuem para a aproximação com a linguagem algébrica, pois “dão ênfase à explicitação do raciocínio dos alunos e promovem a utilização e análise de diferentes tipos de representação matemática, potenciado o desenvolvimento da sua capacidade de generalização e de usar e dar significado à linguagem algébrica”.

O sexto problema, figura 29, pretendia desenvolver a habilidade de *"(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência"* (BRASIL, 2017, p. 293). Além de ter o potencial para a discussão dos diferentes significados do sinal de igual, a tarefa avalia também o reconhecimento de um importante elemento caracterizador do pensamento algébrico, as relações entre os números, operações e suas propriedades, fazendo referência à Aritmética Generalizada.

Figura 29: Problema 6, solucionado por P2



6. (Adaptado de Mestre, 2014) Assinale para as igualdades V para verdadeiro e F para falso. Em seguida, justifique.

Igualdades	V	F	Justificativa
32 + 19 = 19 + 32	X		Pois a ordem das parcelas não altera o resul
54 + 18 − 18 = 36		X	Pois (+18 − 18) é 0, sobrando o 54 que não é = ao 36
☺ x 1 = ☺	X		Pois algo x 1 = a ele mesmo
23 x 4 = 20 x 4 + 13		X	Pois,
☆ + 0 = ☆	X		Pois o 0 não acrescenta (é nulo)
(3 x 12) + (8 x 12) = 11 x 12	X		Pois somando 3+8 = 11 → 11 x 12
(15 x 20) - (15 x 9) = 15 x 11	X		Pois subtraindo 9 de 20 = 11 → 15 x 11
32 x 14 = 32 x (10 + 4)	X		Pois o 10+4 estão entre parênteses somando os 1º
23 x 16 = (23 x 10) + (23 x 6)	X		mesmo raciocínio
13 + (25 + 40) = (13 + 25) + 40	X		Pois a ordem das parcelas não altera a soma
6 x 6 + 6 x 1 = 6 x 7	X		mesmo raciocínio
9 x 8 – 8 x 4 = 5 x 8	X		mesmo raciocínio
13 x 9 = 9 x 10 x 3		X	Só seria verdadeira se fosse 9 x (10+3)

Pois se retirar 3 do 13 que está somando e passar para o 20 que está multiplicando ficaria 23 x 4 + 10

$13 + (25+40) = (13+25) + 40$
$13 + 65 = 38 + 40$
$78 \quad 78$

Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

Nas respostas analisadas, nenhuma das participantes fez uso das nomenclaturas corretas das propriedades das operações, como elemento neutro da adição e multiplicação, associativa, comutativa ou distributiva. E ainda que não mencionassem os termos, esperávamos que realizassem as devidas inferências e usos para que não fosse necessário, na maior parte das afirmações, recorrer aos cálculos aritméticos para comprovar a validade da igualdade dada. Mesmos nos casos, em que propositalmente as sentenças foram formuladas, o participante poderia recorrer por se tratar de igualdades similares, essa percepção só ocorreu com a intervenção do pesquisador. Destacamos alguns trechos da solução de P2 que ilustram tais observações.

P2: *Igualdades: 32 mais 19 é igual a 19 mais 32. Verdadeiro, porque a ordem aqui não altera o resultado, o valor.*
Pesquisador: *A ordem de quê?*
P2: *Das parcelas. Mesmo sendo diferente é a mesma coisa.*
Pesquisador: *Escreva a justificativa.*
P2: *54 mais 18 menos 18 é igual a 36. É falso, porque mais 18 e menos 18 é 0. Então 54 não é igual a 36.*
Pesquisador: *Escreva a justificativa.*
P2: *Como vou justificar isso aqui? Pois mais 18 e menos 18 é 0, sobrando o 54, que não é igual a 36.*
P2: *Rostinho feliz vezes 1 é igual a rostinho feliz. Verdadeiro, qualquer coisa vezes 1 é igual a ele mesmo.*
Pesquisador: *Nós temos aqui qual operação?*
P2: *Multiplicação?*
Pesquisador: *O que ele é?*
P2: *Não sei te falar a palavra...*

Constatamos, também, essas observações nas soluções de P1. Consideramos que apenas assinalar verdadeiro ou falso não constitui subsídios para discutir o entendimento do conteúdo (MKT) pelo o professor dos anos iniciais, por isso solicitamos as justificativas como meio para compreender este conhecimento do professor.

Em algumas justificativas, por ter que apresentar o domínio do conhecimento necessário da Aritmética Generalizada, os professores justificaram que a igualdade era verdadeira, porque ao realizar o cálculo (como vemos no próximo trecho de P1), encontraram resultados iguais, “assumir o sinal de igual como um elemento operacional (e a não significação do sinal de igualdade na perspectiva de equivalência) configura-se como um dos elementos que conduzem a dificuldades na posterior aprendizagem de aspetos algébricos” (FERREIRA, 2017, p. 122), uma vez que o sentido de equivalência é a base para a compreensão das equações e funções, nos estudos subsequentes.

Pesquisador: *Um vezes rostinho feliz é igual rostinho feliz.*
P1: *Aqui é vezes então?Verdadeiro.*
Pesquisador: *Isso, verdadeiro, por quê?*
P1: *Porque todo número vezes 1 é ele mesmo.*
Pesquisador: *E por quê?*
P1: *Porque todo número vezes 1 é ele mesmo?*
Pesquisador: *É. Eu estou aqui pra perguntar o porquê, instigar você a pensar.*

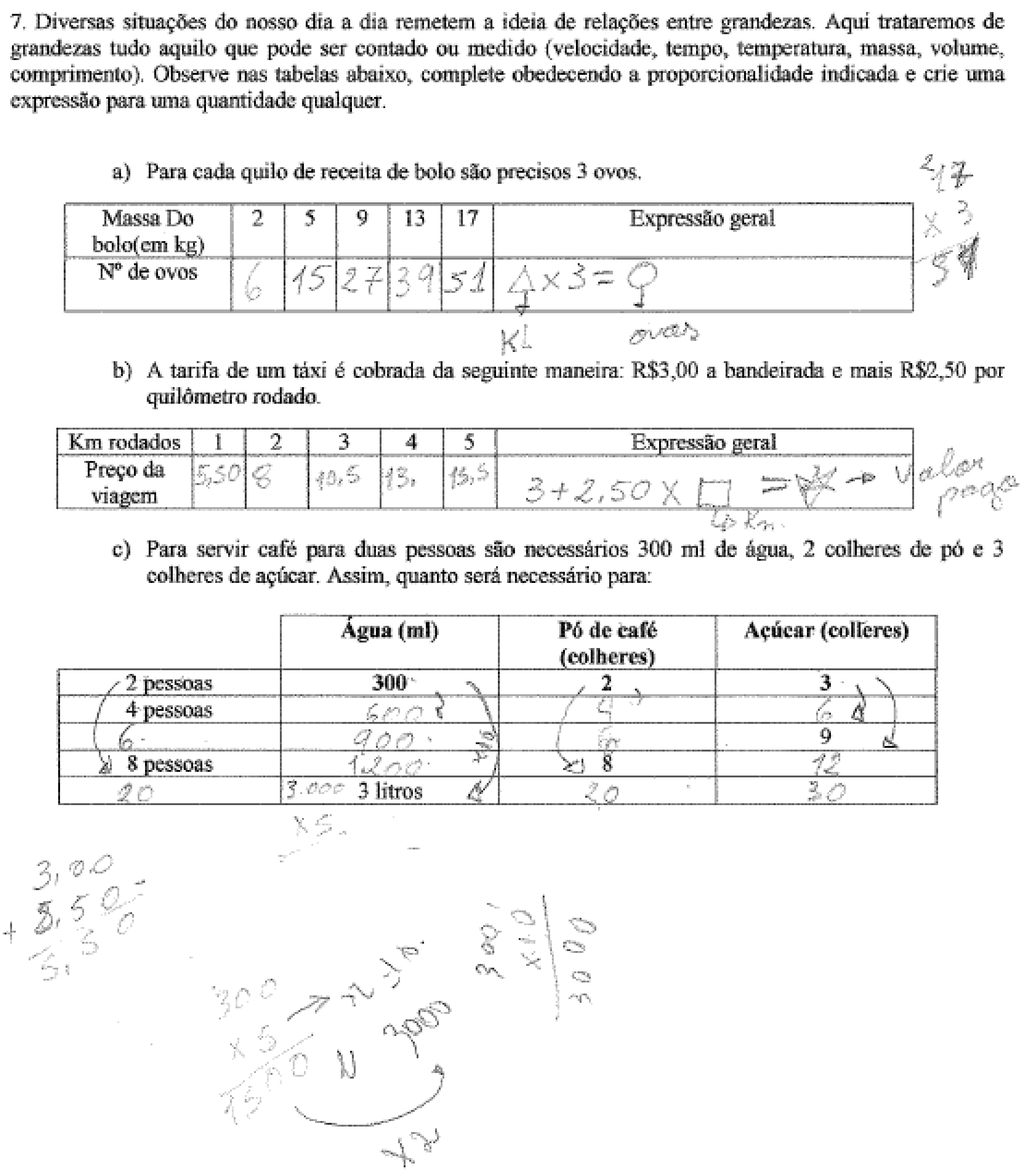
P1: *Porque sim!(risos).*
[...]
Pesquisador: *Na igualdade, estrela mais zero é igual a estrela.*
P1: *Verdadeiro, o zero nesta situação não representa valor algum.*
Pesquisador: *Vamos para o próximo, (3x12) + (8x12) = 11x12.*
P1: *Deixa eu fazer as contas. Olhando assim não dá para saber. 12x8, 8x2=16, dá 96, 96+36=132. Agora eu vou fazer 11x12... 11x12 dá 132, então é verdadeiro.*
Pesquisador: *Como justificará isso?*
P1: *No cálculo deu o resultado 132.*

O sétimo problema, figura 30, propunha a habilidade de *"(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros"* (BRASIL, 2017, p. 293). Para exemplificarmos tal habilidade e avaliarmos o conhecimento matemático especializado a respeito da noção de proporcionalidade entre duas grandezas (pensamento funcional), oferecemos três situações do cotidiano, expressas em tabelas. No enunciado do problema, explicitamos a definição de grandeza. Os participantes precisariam observar a informação inicial, determinar as quantidades solicitadas de cada situação e por fim, generalizar usando uma expressão geral (pensamento funcional).

Para analisarmos a maneira como os participantes pensaram e representaram, utilizamos três categorias de respostas em relação ao pensamento funcional, proposta no estudo de Mestre (2014), sendo elas: não relacional (não reconhece uma relação entre as variáveis); relação recursiva (reconhece recursivamente uma relação entre as variáveis) e relação funcional (reconhece a relação direta entre a variável dependente e a variável independente).

Como observamos, na figura 30, L1 ainda não reconhece uma relação entre as variáveis, se utiliza de símbolos para representar a expressão geral e requeriu o auxílio da pesquisadora.

Figura 30: Problema 7, solucionado por L1



7. Diversas situações do nosso dia a dia remetem a ideia de relações entre grandezas. Aqui trataremos de grandezas tudo aquilo que pode ser contado ou medido (velocidade, tempo, temperatura, massa, volume, comprimento). Observe nas tabelas abaixo, complete obedecendo a proporcionalidade indicada e crie uma expressão para uma quantidade qualquer.

a) Para cada quilo de receita de bolo são precisos 3 ovos.

Massa Do bolo(em kg)	2	5	9	13	17	Expressão geral
Nº de ovos	6	15	27	39	51	△ x 3 = ○

b) A tarifa de um táxi é cobrada da seguinte maneira: R$3,00 a bandeirada e mais R$2,50 por quilômetro rodado.

Km rodados	1	2	3	4	5	Expressão geral
Preço da viagem	5,50	8	10,5	13,	15,5	3+2,50 X □ => ☆ -> Valor pago

c) Para servir café para duas pessoas são necessários 300 ml de água, 2 colheres de pó e 3 colheres de açúcar. Assim, quanto será necessário para:

	Água (ml)	Pó de café (colheres)	Açúcar (collleres)
2 pessoas	300	2	3
4 pessoas	600	4	6
6	900	6	9
8 pessoas	1200	8	12
20	3.000 3 litros	20	30

Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

Como se observa, em nenhumas das situações dadas L1 não admite o uso de letras para generalizar a ideia da proporcionalidade direta entre as grandezas. Em seu discurso, não tem a percepção sobre a ideia de variável e muito menos da interdependência entre elas. Nas situações dadas, sozinha, não conseguiu generalizar.

Pesquisador: *E para uma quantidade de bolo qualquer, montaremos uma expressão.*
L1: *Você fala colocar uma letra, um símbolo?*
Pesquisador: *Uma letra ou símbolo.*

L1: *Triângulo. Como eu faço?*
Pesquisador: *O que nós estávamos fazendo pra calcular as quantidades de ovos em diferentes quantidades de quilos de bolos?*
L1: *Pegava o número de quilos que eu queria de bolo e multiplicava por 3. Então vai ficar o que, triângulo vezes 3? Quem que é triângulo para mim? Quantidade de ovos?*
Pesquisador*: Quilo de bolo.*
L1: *Quilo de bolo.*
Pesquisador: *Ao multiplicar o número de quilo de bolo por 3, o que encontramos.*
L1: *Quantidade de ovos.*
Pesquisador: *Que eu vou chamar do que?*
L1: *Círculo?*
Pesquisador: *Como fica a expressão então?*
L1: *A quantidade de ovos...*

Na análise das respostas desse problema, 83,3% das participantes demonstraram apresentar um nível funcional da relação entre as variáveis, percebendo a interdependência entre as grandezas, representando-as na perspectiva de uma linguagem algébrica adequada.

Figura 31: Recorte do problema 7, solucionado por P1

7. Diversas situações do nosso dia a dia remetem a ideia de relações entre grandezas. Aqui trataremos de grandezas tudo aquilo que pode ser contado ou medido (velocidade, tempo, temperatura, massa, volume, comprimento). Observe nas tabelas abaixo, complete obedecendo a proporcionalidade indicada e crie uma expressão para uma quantidade qualquer.

13 × 3 = 39 27 | 3 = 9 3.

a) Para cada quilo de receita de bolo são precisos 3 ovos.

Massa Do bolo(em kg)	2	5	9	13	17	Expressão geral
Nº de ovos	6	15	27	39	51	3X = P → ovos usados ↳ Quant. do quilos do bolo

b) A tarifa de um táxi é cobrada da seguinte maneira: R$3,00 a bandeirada e mais R$2,50 por quilômetro rodado.

Km rodados	1	2	3	4	5	Expressão geral
Preço da viagem	5,50	8	10,50	13	15,50	2,50X + 3 = Y → Preço da viag ↳ Quilometros

Fonte: Protocolos de pesquisa (Julho/2019).

Mais do que o fato de constatarmos que os professores dos anos iniciais como os futuros professores acreditam em suas capacidades para o ensino do desenvolvimento algébrico e em seus próprios conhecimentos algébricos, a análise dos protocolos, por meio do "Pensar em voz alta" permitiu-nos inferir importantes informações que complementam as análises estatísticas apresentadas seja na descrição dos participantes, como na Escala de Atitudes, Escala de Crenças de Autoefiácia ou ao conhecimento especializado no ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico a respeito do que sentem, o pensam e o que sabem a respeito da temática.

Verificamos que os participantes da amostra da segunda etapa da pesquisa, que apresentaram atitudes ou crenças mais negativas, avaliaram os problemas algébricos da Série X, de Krutetskii (1976), em sua maioria, como “difícil” ou “muito difícil”, se sentiram com menos segurança, encorajamento e persistência para solucioná-los e, ainda, quanto aos problemas algébricos elaborados a partir das habilidades da BNCC (BRASIL, 2017), necessitaram de mais auxílio e intervenção da pesquisadora para determinar a solução deles. A Matemática para eles soa como algo inatingível, desperta medo, assusta, acentuando o sentimento de incapacidade para aprendê-la.

Além disso, quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico, constatamos a falta de familiaridade dos participantes com tarefas ou problemas que potencializam o ensino desse pensamento matemático, demonstraram desconhecer aspectos conceituais e elementos pertinentes a sua caracterização, bem como habilidades presentes nos problemas propostos. Logo, concluímos que lhes faltam domínio para com os caracterizadores do pensamento algébrico, noções da Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional, de modo que lhes permitam, como base nos conhecimentos matemáticos de um professor (CARRILLO et al., 2013), consigam identificar os saberes dos alunos, identificar os tipos de erros, intervir em discussões sobre estratégias utilizadas pelo aluno numa solução, reconhecer o ensino de conteúdos necessários para a compreensão de conceitos algébricos.

Contudo, vemos que as aprendizagens matemáticas, como também de outras disciplinas, caracterizam-se como um processo complexo, muito mais que meramente cognitivo. Como salientamos ao longo desse estudo, as atitudes e as crenças dos indivíduos afetam diretamente esse processo. No âmbito escolar, as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem ser ainda mais acentuadas, quando afetadas pelo sentimento de evitamento, predisposições negativas e sentimento de insegurança em suas capacidades para aprender Matemática (baixas crenças de autoeficácia).

No contexto da formação inicial e continuada de professores, vimos na revisão de literatura trabalhos como os de Carneiro (2012), Tanaka (2015), Ciríaco (2016) que o conhecimento profissional, atitudes e crenças de autoeficácia de professores e futuros professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, podem ser modificados por meio da participação e experiências em grupos colaborativos, além de contribuir para o fortalecimento de crenças positivas, aprendizagem para a docência, desenvolvimento profissional e permanência na profissão.

Na literatura não encontramos trabalhos que corroboram ou contradizem os resultados constatados nessa pesquisa na perspectiva de contemplar, concomitantemente, todos os aspectos abordados e discutidos por ela, as crenças de autoeficácia, atitudes e o conhecimento especializado de professores *pre-service* e *in-service* quanto ao ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Além disso, a análise de problemas algébricos, possíveis de serem trabalhados nos anos iniciais, por meio do "Pensar em voz alta", potencializaram as discussões dos resultados.

Logo, em termos de fundamentação teórica, metodologia e análise das partes constituintes dessa investigação, nos deparamos com produções brasileiras, principalmente envolvendo as atitudes em relação à Matemática (BRITO, 1996; MORON, 1998; UTSUMI, 2000; ARDILES, 2007; MACHADO, 2014; SANDER, 2014; e as crenças de autoeficácia (PINHEIRO, 2018; SANDER, 2018); conhecimento especializado do professor para o ensino (CARNEIRO, 2012; TRIVILIN, 2013; FERREIRA, 2017; LIMA, 2018) e, produções portuguesas e norte-americanas, especialmente para o que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007, PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; BRANCO, 2013; MESTRE; OLIVEIRA, 2011; MESTRE, 2014), que trouxeram contribuições a essa pesquisa ou dialogam com os resultados especifícos encontrados nessa investigação.

Acreditamos que a pesquisa realizada trará grandes contribuições para estudos posteriores, fomentando novas investigações e contribuindo para a apropriação de conceitos e ideias acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando para tal, aspectos cognitivos e afetivos das aprendizagens desse pensamento matemático, por alunos e professores (*in-service e pre-service*). Diante do exposto, apresentamos as considerações finais e as principais implicações dessa investigação para a formação inicial e continuada de professores, bem com para a Educação Básica e para os campos da Educação Matemática e Psicologia da Educação Matemática.

CONSIDERAÇÕES E IMPLICAÇÕES DA PESQUISA

Essa investigação, na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática, objetivou responder ao problema de pesquisa: "*De que maneira se apresentam e se relacionam as crenças de autoeficácia, as atitudes em relação à Matemática e ao conhecimento especializado de professores in-service e pre-service para o ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental?*", possibilitando estabelecer relações de relevância e interdependência entre aspectos cognitivos e afetivos nas aprendizagens matemáticas.

Ancorados numa metodologia mista (CRESWELL; PARK, 2013), os dados da pesquisa foram coletados a partir da colaboração de 128 estudantes do curso de Pedagogia (*pre-service*) de instituições privadas e 119 professores (*in-service*) dos anos iniciais, da rede municipal de ensino, de dois municípios do noroeste paulista. Os instrumentos utilizados para essa coleta, na primeira etapa do trabalho, foi um questionário para caracterização dos participantes, sendo um para os *pre-service* e outro para os *in-service;* uma Escala de Atitudes (BRITO, 1996); uma Escala de Crenças de Autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais, do tipo *likert*. Na segunda etapa da pesquisa, selecionamos seis participantes, três de cada grupo, de acordo com suas pontuações nas escalas, para uma entrevista semiestruturada e solução de problemas algébricos, baseado no método "*Pensar em voz alta*", de Brito (2002).

À medida que a pesquisa foi desenvolvendo-se, tanto em termos de fundamentação teórica como revisão de literatura, a base teórica do trabalho revelou-se, intencionalmente, cada vez mais consistente e aprofundada, de modo a constituir-se como um referencial para estudos futuros, como também para aqueles que buscam compreender sobre tais temáticas no âmbito educacional. Além disso, a proposta de trazer à tona elementos e concepções do pensamento algébrico, bem como tarefas com potenciais para o seu desenvolvimento, teve como objetivo principal exemplificar por meio da prática, habilidades algébricas em contextos de problemas e discutir a caracterização do pensamento no que se refere à Aritmética Generalizada e ao Pensamento Funcional, base para o desenvolvimento da capacidade de generalização, uma vez que "[n]a utilização da aritmética enquanto ferramenta para o desenvolvimento da capacidade de generalização poder-se-á aprofundar a própria aprendizagem da aritmética" (MESTRE; OLIVEIRA, 2011. p. 18).

Constatamos na análise dos resultados que os participantes *pre-service* apresentaram ter atitudes negativas em relação à Matemática, enquanto os *in-service*, positivas; quanto às crenças de autoeficácia para o conhecimento especializado no ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico mostraram-se positivas nos dois grupos, apesar dos *in-service* serem crenças mais positivas; igualmente, se sentem menos seguros para o ensino do pensamento algébrico do que quanto ao conhecimento de conteúdo curricular, embora tenham revelado conhecer pouco a respeito de elementos conceituais e pedagógicos, bem como os caracterizadores desse pensamento matemático.

Essa descoberta implica na necessidade de avançarmos para mudanças curriculares e didático-pedagógicas emergenciais, de políticas e de práticas, tanto no que se refere à formação inicial como na continuada de nossos professores e futuros professores acerca do ensino da Álgebra, seja nos anos iniciais ou nas etapas posteriores da Educação Básica. Como defendido por Usiskin (1995), a Álgebra é uma área-chave da Matemática, um campo do saber que fornece subsídios para se desenvolverem e se analisarem as mais diversas relações, imprescindível para a compreensão de outras estruturas matemáticas. E mais, em defesa de um ensino em que os aspectos cognitivos tenham o mesmo grau de relevância que os aspectos afetivos, pois lidamos no âmbito escolar não só com conhecimento, mas com emoções e sentimentos, em que experiências favoráveis no ensino da Matemática, poderão modificar e transformar e atitudes e crenças, uma vez que são passíveis de serem aprendidas.

Identificamos alguns fatores que influenciaram nas atitudes em relação à Matemática e crenças de autoeficácia em relação ao conhecimento especializado para o ensino do pensamento algébrico: idade, tempo de magistério, reprovação, julgamento do seu desempenho nas aulas de Matemática, formação inicial, possuir pós-graduação, entre outros que destacamos no estudo. Verificamos, ainda que, os participantes da amostra da segunda etapa da pesquisa, que apresentaram atitudes ou crenças mais negativas, avaliaram os problemas algébricos da Série X, de Krutetskii (1976), em sua maioria, como “difícil” ou “muito difícil”, se sentiram com menos segurança, menor encorajamento e pouca persistência para solucioná-los e ainda, quanto aos problemas algébricos elaborados a partir das habilidades da BNCC (BRASIL, 2017), necessitaram de mais auxílio e intervenção da pesquisadora para determinar a solução deles. A Matemática para eles soa como algo inatingível, para poucos, desperta medo, assusta, acentuando o sentimento de incapacidade para aprendê-la.

Além disso, na análise da solução de problemas algébricos observamos a falta de familiaridade dos participantes com tarefas que potencializam o ensino do pensamento algébrico, demonstraram desconhecer aspectos conceituais e elementos pertinentes a sua caracterização (detrimento do conhecimento declarativo em função do procedimento), bem como habilidades presentes nos problemas propostos. Logo, concluímos que lhes faltam domínio para com os caracterizadores do pensamento algébrico, noções da Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional, de modo que lhes permitam, como base nos conhecimentos matemáticos de um professor (CARRILLO et al., 2013), de modo que no exercício da docência o professor possa contribuir para a compreensão de conceitos algébricos de seus alunos de forma significativa, como também a compreensão da natureza dos erros dos alunos.

Durante o exercício do “Pensar em voz alta” com as licenciandas e professoras dos anos iniciais, percebemos que apesar daquelas que apresentaram manifestações e julgamentos (atitudes e crenças de autoeficácia) positivos, descortinaram em suas memórias escolares experiências desfavoráveis para a aprendizagem e ensino da Matemática. Os relatos se agravaram quando os participantes foram questionados sobre o conhecimento matemático para e sobre a Álgebra. As respostas corroboraram com os estudos de Brito (1996), que afirma que estudantes de 3ª série (4º ano dos anos iniciais) apresentam as atitudes mais positivas e, progressivamente, vai reduzindo ao longo das demais séries, principalmente alunos da 6ª e 7ª séries do primeiro grau (7º e 8º anos), onde ocorre a iniciação ao ensino da Álgebra formal e simbólica, momento de pânico e medo, como relatado por algumas das participantes dessa nossa investigação, momento em que se distanciaram ainda mais da Matemática.

Na comparação entre professores dos anos iniciais e estudantes de Pedagogia (intergrupos) e intragrupos, por meio da análise descritiva dos dados quantitativos, destacamos que do total de participantes, 76,51% acreditaram que as crianças dos anos iniciais devem aprender conceitos algébricos nesta etapa de sua escolaridade. Do total de participantes, 88,64% nunca realizaram nenhum curso relacionado ao ensino da Álgebra nos anos iniciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Percebemos durante as entrevistas que as professores e estudantes sentiam dificuldades para associar as tarefas apresentadas aos conceitos ligados à Álgebra e ouviam com espanto ao dizermos que a pesquisa tratava sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. Quando indagadas, no caso dos *in-service,* se em sala ofereciam atividades que contribuíam para o ensino desse pensamento matemático, diziam que até deveriam oferecer, mas não sabiam que se tratava de Álgebra.

Vejamos um trecho da entrevista com P2, que ilustra muito bem isso: “*Até poderia ter oferecido, porém não sabia que aquilo era a álgebra. Até então, não tinha noção da subdivisão que entra na parte de aritmética. Eu não sabia, por exemplo, que eu falar para o meu aluno que 2+3 = 4+1 entrava numa discussão de álgebra, então eu não sabia”.* Ao mesmo tempo, como professores, formadores e pesquisadores, sentimos uma sensação de satisfação em poder aproximar esse grupo de discussões tão importantes no âmbito da Educação Matemática para os anos iniciais, de poder ter contribuído na construção de concepções, conhecimentos e conceitos em relação ao ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Contudo, acreditamos que a metodologia utilizada na pesquisa foi capaz e suficiente para dar subsídios às respostas que buscávamos tanto no que se refere ao problema de pesquisa, como às questões norteadoras, ampliando a compreensão do contexto formativo para o ensino da Álgebra nos anos iniciais e aprofundando a discussão acerca das atitudes, crenças de autoeficácia e conhecimento matemático especializado do professor para o ensino face ao exercício da docência.

Investigar a respeito das crenças e conhecimentos matemáticos dos professores que atuam nos anos iniciais nos ajuda a compreender a natureza das dificuldades e desafios enfrentados por eles em sala de aula para o ensino da Matemática, a contribuir na formação docente (detrimento dos aspectos conceituais em razão dos metodológicos, grade curricular dos cursos, discrepância entre o que ensino nas graduações e o que se desenvolve na sala de aula, entre outros), a desmistificar conceitos e minimizar os problemas enfrentados nas aprendizagens e "ensinagens". Professores mais bem formados e informados, conscientes do seu papel no desenvolvimento de aspectos afetivos e cognitivos das e nas aprendizagens dos alunos, poderão oportunizar, ainda que em longo prazo, resultados e desempenho cada vez melhores na esfera educacional do país, frutos de um ensino de qualidade e de uma aprendizagem significativa.

Desse modo, concordamos com Brito (1996) ao citar Collison (1992), que mudanças são necessárias e se devem ocorrer, que seja começando pelo abandono de práticas tradicionais e a incorporação de experiências positivas em relação ao ensino e aprendizagem em Matemática. De acordo com os autores, isso significa dizer que ensinar Matemática não centra-se apenas no conteúdo propriamente dito, mas no ato de incentivar a coragem intelectual e as disposições pessoais associadas às diferentes capacidades e habilidades dos alunos. Contudo, a nosso ver se faz necessário repensar tantos aspectos relacionados ao ensino como na avaliação.

Na perspectiva da Teoria Social Cognitiva, Albert Bandura (1977, 1986, 1997), as crenças de autoeficácia são os julgamentos que o indivíduo tem de suas capacidades para organizar e realizar percursos de ações para alcançar certas metas e objetivos, determinando a motivação, a quantidade de esforços, empenho e tempo para realizar tais tarefas, o que segundo Azzi e Polydoro (2006) exercem influências nos diferentes contextos, especialmente o educacional e nos trazem entendiemntos importantes na prática docente para o ensino e conhecimento dos conteúdos matemáticos, por exemplo. A complementar, Souza e Brito (2008), explicam que tais crenças "não se refere especificamente à capacidade de um indivíduo, mas sim ao que o mesmo acredita ser capaz de realizar, em uma variedade de circunstâncias" (p. 195).

Na análise da maneira como se apresentam as crenças de autoeficácia dos professores dos anos iniciais em relação ao conhecimento especializado para o ensino do pensamento algébrico, nossos resultados convergem com os dados encontrados por Pinheiro (2018) no sentido de serem crenças positivas, apesar de serem respostas de escalas validadas específicas em cada estudo. Por outro lado, os resultados são divergentes quando o pesquisador destaca que os professores dos anos iniciais mostram-se mais seguro quanto à prática de ensino do que no desenvolvimento de conceitos, uma vez que nessa investigação constatamos que tanto *pre-service* como *in-service*, se sentiram menos seguros para o ensino do pensamento algébrico do que quanto ao conhecimento de conteúdo, ainda que tenham evidenciado conhecer pouco a respeito da caracterização e conceptualização do pensamento algébrico.

Destacamos ainda na literatura visitada importantes considerações acerca das crenças de autoeficácia no contexto educacional. As pesquisas sinalizaram que professores apresentam uma forte contradição entre suas crenças e concepções em relação à sua prática no ensino de Matemática, cujo meio do professor contribuir para mudanças nas crenças negativas dos alunos é encorajando-os na prática de retornos positivos, uma vez que alunos que apresentaram crenças de autoeficácia mais elevadas, dedicam-se mais nos estudos, demonstram melhor desempenho nos testes matemáticos e na resolução de problemas. Na formação inicial, a aproximação entre o aluno (futuro professor) com o objeto de estudo (Matemática) contribui no enfrentamento de bloqueios, sentimentos de incapacidade e medo, bem como em áreas mais específicas da disciplina, como a Álgebra.

Assim, é preciso olhar para o conhecimento matemático dos professores dos anos iniciais considerando a relevância de aspectos afetivos, como as crenças e as atitudes, cognitivos e formativos, haja vista que "[s]eria ingênuo esperar que a formação inicial desse conta de toda a dinâmica do processo ensino-aprendizagem, todavia é coerente buscar, nesse processo, uma sólida formação teórico-prática alicerçada em saberes peculiares ao processo de ensinar/aprender [...]" (BRITO, 2006, p. 44). Quando salientamos sobre a importância do papel do professor no ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pretendemos chamar a atenção para uma formação inicial que almeja desenvolver um professor com um caráter investigativo, problematizador, mediador e, que promova o exercício do discurso argumentativo, a fim de traçar percursos cognitivos que ajudem a compreender os erros e estratégias pensadas e utilizadas ao realizar uma determinada tarefa matemática pelos alunos.

As necessidades de superação das fragilidades formativas de professores apontadas nesse trabalho contribuirão para a garantia dos direitos de aprendizagens dos alunos dos anos iniciais, ademais defendemos a prática pedagógica voltada para o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; PONTE et al., 2009), diríamos, até mesmo, na Educação Infantil, com as noções de sequências, padrões e regularidades, por exemplo, experiência essa, já vivenciada pela autora principal desse estudo.

Para Branco e Ponte (2011, p. 4), "[n]o âmbito da formação inicial em Álgebra é necessário, tal como noutros temas matemáticos, proporcionar aos formandos um conjunto diversificado de experiências de aprendizagem sobre esse tema, promovendo o conhecimento para o ensinar". Nesse sentido, os autores afirmam que ao iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade exige que o professor compreenda os aspectos e conceitos envolvidos no ensino da Álgebra, como ela se faz presente no dia a dia, da sua transversalidade com outros campos de saberes matemáticos, entrelaçando os diferentes conhecimentos, a fim de promover significativamento o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos por meio de investigatições exploratórias, em que o aluno seja instigado a aprender.

Pesquisar características do trabalho com este campo, com professores *pre-service* e *in-service*, nos oportunizou identificar limitações da docência no ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico, conhecer de que maneira se apresentam suas atitudes e crenças em relação à Matemática e estabelecer relações significativas com o seu conhecimento especializado para o ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais, buscar por modos de superação as fragilidades apresentadas na formação inicial e continuada de pedagogos, além de asseverar a necessidade de aprimoramento da percepção das relações afetivas do professor que ensina Matemática para com seus alunos, ainda na Educação Básica.

Não há dúvidas de que a experiência deste estudo pioneiro evidencia a necessidade de articular a pesquisa sobre o ensino da Álgebra no contexto da formação docente, trazendo novas inquietações para investigações futuras no âmbito do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva de aspectos afetivos e cognitivos.

Ao implantar práticas pedagógicas favoráveis no desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos inicias e diríamos inclusive, na própria Educação Infantil, com base em experiências bem sucedidas já realizadas pela autora principal desse estudo com as crianças desse nível de ensino envolvendo sequências e padrões, caminharemos para um importante passo na (des)construção de uma Matemática tradicional para uma Matemática integradora, baseada em uma aprendizagem que tenha sentido e significado para nossos alunos, pautada na compreensão de conhecimentos e não na repetição de regras e fórmulas, que permita ainda, o desenvolvimento de crenças e atitudes positivas em relação à Matemática, em seus diferentes campos, mas em especial, à Álgebra. As atitudes positivas são frutos de experiências positivas vivenciadas por cada um de nós, nos mais variados contextos de aprendizagem.

Nesse sentido acreditamos que o aprimoramento do conhecimento especializado do professor que ensina Matemática nos anos iniciais, fundamentado em aspectos cognitivos/conceituais e afetivos dar-se-á por meio da busca pela formação continuada ou em grupos colaborativos para apropriação de conteúdos específicos e metodologias, de modo que os professores estejam engajados para a superação de suas próprias fragilidades, sejam elas de conteúdo ou afetivamente falando na transformação de suas crenças e atitudes em relação à Matemática e mais, especificamente, em relação ao ensino da Álgebra para as crianças.

Apesar do ineditismo dessa pesquisa, os resultados e discussões contemplaram e corroboraram como apontado, ao longo do estudo, com as poucas investigações nacionais e clássicas pesquisas internacionais, enfatizando o descaso e o fracasso acerca do ensino da Álgebra no Brasil, assim como o da Geometria, também evidenciado em nossos resultados. Os aspectos cognitivos exercem interferências nas crenças de autoeficácia e atitudes em relação à Matemática. Se o conhecimento conceitual é bem estruturado (conhecimento declarativo), as crenças e atitudes tendem a serem mais positivas, os indivíduos acreditam que são capazes de executar determinada tarefa, são mais persistentes e confiantes em si. Numa condição contrária, o sujeito sem uma organização estratégica de percurso na solução de uma tarefa, acaba desistindo em razão de tentativas frustradas, remtendo ao erro e fortalecendo crenças e atitudes negativas. Durante as entrevistas, na segunda etapa da pesquisa, por diversas vezes deparamo-nos com situações como essa.

A pesquisa realizada revelou ainda, em sua constituição como um todo, um grande potencial investigativo para possíveis desdobramentos na continuidade de estudos futuros a partir dela. Ainda destacamos que, a quantidade de dados coletados e protocolos produzidos, seja por meio dos questionários e entrevistas pelo “Pensar em voz alta” são capazes de proporcionarem inúmeras discussões e aprofundamentos sobre a temática em um futuro doutorado da própria autora principal dessa pesquisa ou de outros pesquisadores que se sintam provocados a investigar o assunto a partir desse estudo e seus dados, sob uma nova abordagem, interpretação, correlacionando a novos aspectos que não tenham sido investigados a fundo por questões relacionadas ao tempo do curso de mestrado, por exemplo.

A pesquisa fomentou-nos a querer compreender a relação e os impactos das fontes de informação das crenças de autoeficácia, em especial, as experiências vicárias e diretas, entre professores e licenciandos durante os estágios curriculares supervisionados, em que os licenciandos se deparam com contraexemplos em sua formação (excessivo uso do livro didático na aula, a falta de professores nas escolas, professores desmotivados em virtude da crescente desvalorização profissional, entre outros) e por vezes mostram-se mais criativos e flexíveis às inovações.

O grande desafio dessa pesquisa “ao seu término” é pensarmos como alcançarmos significativamente a formação inicial e continuada com o maior número possível de professores e futuros professores que ensinam e ensinrão Matemática nos primeiros anos de escolaridade, especialmente no ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico, podendo ser pela publicação de um livro, parcerias com secretarias municipais de educação para cursos, publicação de artigos com recortes da pesquisa, palestras, divulgação e participação em congressos e encontros, cujo público alvo envolva pedagogos. São algumas ações que podem viabilizar e multiplicar com mais rapidez o acesso a essa pesquisa que julgamos de extrema relevância para o contexto educacional, principalmente para professores da Educação Básica.

Ao finalizarmos esse trabalho, esperamos que de fato essa pesquisa ultrapasse os muros acadêmicos, que a experiência profissional evidenciada em alguns momentos e falas ressaltem a importância, ao mesmo tempo contextualize e justifique a escolha do tema. Além disso, que esse estudo possa contribuir para novos olhares na formação inicial e continuada, que as relações afetivas sejam fortalecidas, assim como os aspectos conceituais e metodológicos das aprendizagens, base para a compreensão da Matemática Escolar. Almejamos ainda, que o ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais não passe a ser apenas um conteúdo matemático a mais no currículo, mas que professores e futuros professores dos anos iniciais invistam em contextos exploratórios por meio das tarefas algébricas, oportunizando um espaço de encorajamento onde seus alunos desenvolvam discursos argumentativos e que compreendam e reconheçam a Matemática em sua unidade, seu valor e poder.

REFERÊNCIAS

ALLIPRANDINI, Paula Mariza Zedu; SOUZA, Diana Aparecida de. A crença de autoeficácia dos formandos de um curso de Pedagogia em relação ao exercício profissional. **Educação em Análise**, v.2, n.1, p.215-235, jul./dez. 2016.

ALVES, Jamile de Andrade Aguiar. **A contribuição da afetividade no ensino aprendizagem de matemática.** 2014. 107 f. Dissertação – Universidade Federal de Sergipe, Aracaju, SE, 2014.

AMADO, Nélia; CARREIRA, Suzana.; FERREIRA, Rosa Tomás. **Afeto em competições matemáticas inclusivas: a relação dos jovens e suas famílias com a resolução de problemas.** 1 ed, Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

ANDRADE, Naiá Fernandes de. **Autoeficácia de professores do Ensino Fundamental: um estudo a partir dos memoriais de formação**. 2013. 41 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências, Rio Claro, 2013.

ARAÚJO, Elizabeth Adorno. **Influências das habilidades e das atitudes em relação à Matemática e a escolha profissional.** 1999. 261 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1999.

ARDILES, Rosilene Nascimento de. **Um estudo sobre concepções, crenças e atitudes dos professores em relação à Matemática.** 2007. 251 f. Dissertação - Campinas, SP, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2007.

AZZI, Roberta Gurgel; POLYDORO, Soely Aparecida Jorge. Auto-eficácia Proposta por Albert Bandura: Algumas discussões. In: AZZI, Roberta Gurgel; POLYDORO, Soely Aparecida Jorge. (Org.). **Auto-Eficácia em diferentes contextos.** Campinas: Editora Alínea, 2006, p. 9-23.

AZZI, Roberta Gurgel et al.. Crenças de eficácia pessoal e coletiva. In: AZZI, Roberta Gurgel.; VIEIRA, Diana A. (Org.). **Crenças de eficácia em contexto coletivo.** São Paulo: Casa do Psicólogo, 2014. cap. 1, p. 15-40.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Educacion**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008. Disponível em: <http://jte.sagepub.com/content/59/5/389>. Acesso em: 14 de fev. 2018.

BANDARRA, Laura. O sinal de igual: um estudo vertical. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2011, Póvoa de Varzim/Portugal. **Anais...** Póvoa de Varzim/Portugal, 2011. p. 305-322. Disponível em: <http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/algebra/eiem2011.pdf> Acesso em: 14 maio. 2019

BANDURA, Albert. Self-efficac**y:** toward a unifying theory of behavioral change. **Psychological Review**, 1977.

BANDURA, Albert. Social foundations of thought and action: a social cognitive theory, 1986.

BANDURA, Albert. **Selfy-Efficacy:** the exercise of control. New York: W. H. Freeman and Company, 1997.

BANDURA, Albert. O exercício da agência humana pela eficácia coletiva. In BANDURA, Albert; AZZI, Roberta Gurgel; POLYDORO, Soely. (ed.). **Teoria social cognitiva:** Conceitos básicos. Porto Alegre: Artmed, 2008, p. 115-122.

BARBOSA, Cirleia Pereira; FERREIRA, Ana Cristina. Psicologia e educação matemática: um olhar sobre as pesquisas produzidas no Brasil. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte, MG. **Anais eletrônicos...** Belo Horizonte: SBEM, 2007.
Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html>. Acesso em: 13 dez. 2017.

BAUMGART, John K. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula: Álgebra**. Atual Editora, 1992.

BEZERRA, Antonio Marcelo Araújo. **A formação matemática do pedagogo:** a relação entre o raciocínio matemático e as estratégias na resolução de problemas matemáticos. 2017. 95 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Fortaleza, 2017.

BISQUERRA, Rafael; SARRIERA, Jorge Castellá; MARTINEZ, Francesc. **Introdução à Estatística:** Enfoque Informático com Pacote Estatístico SPSS. Porto Alegre: Artmed; 2004.

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for research in mathematics education**, p. 412-446, 2005.

BONI, Keila Tatiana. **Invariantes operatórios e níveis de generalidade manifestados por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental em tarefas não-rotineiras.** 2014. 143 f. Dissertação (Mestrado) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). **As idéias da Álgebra.** Tradução de Hygino H.Domingues. São Paulo: Atual, 1995, p. 23-27.

BORRALHO, Antonio; CABRITA, Isabel; PALHARES, Pedro; VALE, Isabel (2007). Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), **Números e Álgebra** (pp. 193-211). Lisboa: SEM-SPCE.

BRANCO, Neusa. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2008. 251 f. Dissertação (Mestrado). Lisboa: DEFCUL, 2008.

BRANCO, Neusa; PONTE, João Pedro da. **Situações de modelação na formação inicial de professores.** In: MARTINHO, M. H.; TOMÁS FERREIRA, R. A.; VALE, I.; PONTE, J. P.

(Orgs.). Ensino e aprendizagem da Álgebra: Actas do EIEM 2011. Póvoa do Varzim: APM, 2011. p. 383-403. Disponível em: <http: cmup.fc.up.pt/cmup/eiem/grupos/documents/22.Branco-Ponte.pdf>. Acesso em: 02 dez 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL (País). Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio – Matemática.** Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3ºanos) do Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Apresentação. Brasília: MEC, 2014.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em: 27 de março de 2018.

BRITO, A. E. Formar professores: rediscutindo o trabalho e os saberes docentes. In: MENDES SOBRINHO, J. A. de C; CARVALHO, M. A. de. (Org.) **Formação de professores: olhares contemporâneos.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 41-53.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de**. Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º graus.** 1996. 383 f. Tese (Livre Docência) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de. O “pensar em voz alta” como uma técnica de pesquisa em psicologia da educação matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2002, Brasil. **Anais...** Brasil, 2002, p. 15-35.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: ______. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006. p. 13-53.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de. Psicologia da educação matemática: um ponto de vista. **Educ. rev.**, Curitiba, n.se1, p. 29-45, 2011. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-40602011000400003>. Acesso em: 27 de maio 2018.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de; SOUZA, Liliane Ferreira Neves Inglez de. Autoeficácia na solução de problemas matemáticos e variáveis relacionadas. **Temas em Psicologia**, v. 23, n. 1, p. 29-47, 2015.

BRITO-NASCIMENTO, Andreia Aparecida da Silva. **Relações entre os conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de licenciatura em matemática na resolução de problemas geométricos.** 2008. 202 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campinas, 2008.

BRIZUELA, Bárbara M.; SCHLIEMANN, Analúcia Dias. Ten-year-old Students Solving Linear Equations. **For the Learning Mathematics**, v.24, n.2, 2004.

BRUM, Maria Gorete Nascimento. **Atividades investigativas para o ensino de matemática para alunos de 5º série do Ensino Fundamental.** Dissertação - Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2012.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Lisboa-PT, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

CARRAHER, David William, SCHLIEMANN, Analúcia Dias, BRIZUELA, Bárbara M.; EARNEST, Darrell. Arithmetic and algebra in early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, *2*(37), 87-115, 2006

CARRAHER, David William; Schliemann, Analúcia Dias. Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing,. p. 669-705, 2007.

CARRAHER, David William; SCHILIEMANN, Analúcia Dias. O lugar da álgebra no Ensino Fundamental. In: MARTINS, E.; LAUTERT, S. **Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: Contribuições da Psicologia da Educação Matemática.** Rio de Janeiro: Autografia. 1ª edição. p.34 -73, 2016.

CARRILLO, José; CLIMENT, Nuria; CONTRERAS, Luiz C.; MUÑOZ-CATALÁN, M. Cinta. **Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching**. In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8) (8. ed., pp. 2985-2994). Antalya, Turkey: Middle East Technical University, Ankara, 2013.

CARNEIRO, Reginaldo Fernando. **Processos formativos em matemática de alunas-professoras dos anos iniciais em um curso a distância de Pedagogia.** 2013. 309 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), São Carlos, 2013.

CHACÓN, Inês Maria Gómez. **Matemática Emocional:** Os afetos na aprendizagem Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CHI, Michelene T. H.; GLASER, Robert. Capacidade para a Solução de Problemas. In: **Sternberg, R.J. As Capacidades Intelectuais Humanas:** Uma Abordagem em Processamento de Informações. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

CÍRIACO, Klinger Teodoro. **Professores iniciantes e o aprender a ensinar matemática em um grupo colaborativo.** 2016. 334 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente/SP, 2016.

CIRÍACO, Klinger Teodoro; PIROLA, Nelson Antonio. "A matemática, ela assusta um pouco": crença de autoeficácia e mudança de atitudes de estudantes de Pedagogia a partir da pesquisa na formação inicial. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 147-162, nov. 2018. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n1p147>. Acesso em: 28 jan. 2019.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia Margarida de. Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, São Paulo, v. 24, n. 38, p. 97-126, abril 2011.

CRESWELL, John W. **Procedimentos de Métodos Mistos: Projeto de pesquisa, métodos qualitativos, quantitativos e mistos.** 2. ed. Porto Alegre: Artmed, p. 211-229, 2007.

CRESWELL, John W.; PLANO CLARK, Vicki L. **Pesquisa de Métodos Mistos.** 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

CRONBACH, Lee J. Coefficient alpha and the internal structure of tests. **Psychometrika**, 16(3), p. 297–334,1951.

CRUZ, Patrícia de Souza Ferreira da. **Pensamento Algébrico e os Significados do Sinal de Igualdade: O Uso da Oralidade e da Narrativa nas Aulas de Matemática.** 2016. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2016.

CURI, Edda. **Formação de professores polivalentes:** uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

CURI, Edda. A formação matemática de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de Educación.** v. 37, n. 5, p. 1-10, 2005. Disponível em: < http://www.rieoei.org/deloslectores/1117Curi.pdf>. Acesso em: 04 jul. 2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

DE VARGAS, Divane de. Versão reduzida da escala de atitudes frente ao álcool, alcoolismo e ao alcoolista: resultados preliminares. **Revista da Escola de Enfermagem da USP**, São Paulo, 45(4), p. 918–925, 2011.

DOBARRO, Viviane Rezi. **Solução de problemas e tipos de mente matemática:** relações com as atitudes e crenças de auto-eficácia. 2007. 229 f. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

DOBARRO, Viviane Rezi; BRITO, Márcia Regina Ferreira. Atitude e crença de autoeficácia: Relação com o desempenho. **Educação Matemática em Revista** (São Paulo), 12, 2010, p.199-220.

ECHEVERRÍA, María del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, Juan Ignacio. (Org.). **Solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.

ERICSSON, K. Anders. SIMON, Herbert A. **Protocol analysis:** Verbal reports as data, Revised Edition. Cambridge: MIT Press, 1993.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática** / Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. Psicologia e Educação Matemática. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n.36, p.205-221, dez. 2002.

FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. Alfabetização Algébrica nas Séries Iniciais. Como Começar?. **Boletim GEPEM**, n.42, Fev./Jul., p.27-36, 2003.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Metodologia da Pesquisa Educacional**. 12 ed. São Paulo: Editora Cortez, 2010

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Miniaurélio**: o dicionário da língua portuguesa. 7.ed. Curitiba: Positivo, 2008.

FERREIRA, Aurino Lima; ACIOLY-REGNIER, Nadja Maria.Contribuições de Henri Wallon à relação cognição e afetividade na educação. **Educar em Revista.** [online]. 2010, n.36, pp.21-38. ISSN 0104-4060. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/S0104-40602010000100003. Acesso em: 30 mai 2018.

FERREIRA, Luiza Cristina Mauad. Crenças de autoeficácia docente, satisfação com o trabalho e adoecimento. **Psicologia: Ensino & Formação**, 5(2), p. 19-37, 2014.

FERREIRA, Magno Luiz. **Álgebra: como as crenças dos professores influenciam na aprendizagem dos alunos.** 2009. 151f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

FERREIRA, Mirian Criez Nóbrega. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos documentos Curriculares Nacionais. **REnCIMa**, v.8, n.5, p.16-34, 2017.

FERREIRA, Mirian Criez Nóbrega. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico.** 147 fls. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do ABC, Programa de Pós-Graduação em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática, Santo André, 2017.

FERREIRA, Mirian Criez Nóbrega; RIBEIRO, Alessandro Jacques; RIBEIRO, Miguel. Conhecimento Matemático do Professor dos Anos Iniciais com Foco no Pensamento Algébrico: contribuições a partir de um curso de extensão. In: CIRÍACO, Klinger Teodoro.; RODRIGUES, Zionice Garbelini Martos (Org). **Práticas de colaboração em contextos de formação com professores que ensinam matemática**. Curitiba: CRV, 2016.

FERREIRA, Mirian Criez Nóbrega; RIBEIRO, Miguel; RIBEIRO, Alessandro Jacques Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Campinas, v.25, n.3, p.496-514, set./dez. 2017.

FERREIRA, Mirian Criez Nóbrega; RIBEIRO, Alessandro Jacques; RIBEIRO, Miguel. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática** (INMA/UFMS), v. 11, n. 25, p.53-73, 2018.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conhecer o ensino da Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, Campinas, ano 3, n. 4, p.1-38, nov. 1995.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO, 2005, Portugal. **Anais.** Disponível em:https://scholar.google.com.br/citations?view_op=view_citation&hl=ptBR&user=W86cFn 4 AAAAJ&citation_for_view=W86cFn4AAAAJ:Se3iqnhoufwC Acesso em: 26 mai 2018.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pró-posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FREIRE, Raquel Santiago. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2011. 181 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

GOLDIN, Gerald. Affect and meta-affect, and mathematical belief structures. In: LEDER, G.; PEHKONEN, E.; TÖRNER, G. (ed.). **Beliefs:** A Hidden Variable in Mathematics Education?, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, 2002. p. 59-72.

GÓMEZ CHACÓN, Inês María. Cuestiones afectivas en la enseñanza de las matemáticas: una perspectiva para el profesor. In: CONTRERAS L. C.; BLANCO L. J**. Aprotaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas:** una mirada a la práctica docente. Cáceres: Universidad de Extremadura., 2002.

GONÇALEZ, Maria Helena Carvalho de Castro. **Atitudes (des) favoráveis com relação à Matemática**. 1995. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

GONÇALEZ, Maria Helena Carvalho de Castro. **Relações entre a família, o gênero, o desempenho, a confiança e as atitudes em relação à matemática.** 2000. 191 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas (SP), 2000.

GUERREIRO-CASANOVA, Daniela Couto. Eficácia coletiva escolar: contribuições das crenças de eficácia de docentes e gestores escolares. **Psicologia: Ensino & Formação**, 5(2): p. 60-80, 2014.

GUERREIRO-CASANOVA, Daniela Couto. **Crenças de Eficácia de gestores escolares e de docentes no ensino médio paulista.** 2013. Tese (Doutorado), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

GUERREIRO-CASANOVA, Daniela Couto; DANTAS, Marilda Aparecida; AZZI, Roberta Gurgel. Aspectos pessoais e escolares associados à autoeficácia acadêmica no Ensino Médio. **Psicol. Ensino & Form.**, Brasília , v. 6, n. 1, p. 72-94, 2015 . Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2177-20612015000100006&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 06 jan. 2019

HOUSE, Peggy. A. Álgebra: ideias e questões. In:Coxford Arthur F. & Shulte Albert P. (Org.)**As ideias da álgebra** (Chap. 1, pp. 1-8). São Paulo, Brasil: Atual, 1995.

IAOCHITE, Roberto Tadeu. **Auto-eficácia de docentes de educação física.** 2007. 175f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2007.

IAOCHITE, Roberto Tadeu. Crenças de eficácia docente e suas origens. **Psicologia Ensino & Formação**, v. 5, p. 81-102, 2014.

INGLEZ DE SOUZA, Liliane Ferreira Neves**. Auto-regulação da aprendizagem e a Matemática escolar.** 2007. 202 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

INGLEZ DE SOUZA, Lliliane Ferreira Neves; BRITO, Márcia Regina Ferreira. Crenças de auto-eficácia, autoconceito e desempenho em matemática. **Estudos de Psicologia,** Campinas, 25(2), p. 193-201, 2008. DOI:10.1590/S0103-166X2008000200004.

JUSTULIN, Andresa Maria. **Um estudo sobre as relações entre atitudes, gênero e desempenho de alunos do ensino médio em atividades envolvendo frações.** 2009. 250 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2009.

JUSTULIN, Andresa Maria. **A formação de professores de matemática no contexto da resolução de problemas.** 2014. 309 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2014.

KAPUT, James Jim. A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform?, 1995. Disponível em <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED389539.pdf>. Acesso em: 30 de jan. de 2018.

KAPUT, James. Teaching and learning a new Algebra with understanding, 1999.

Kaput, James. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), **Algebra in the Early Grades** (pp. 5–17). New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

KIERAN, Carolyn. The chancing face of school algebra. *8º Congresso Internacional de Ed. Mat*. .**Seleção Conferências**..Sevilla.Julho, p.271-285, 1996.

KIERAN, Carolyn. Algebraic thinking in the early grades: What is it. The Mathematics Educator, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

KIERAN, Carolyn. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, 16, v. 1, p. 5-26, 2007.

KLAUSMEIER, Herbert John.; GOODWIN, William. **Manual de psicologia educacional:** aprendizagem e capacidades humanas. Trad. de Maria Célia T. A. de Abreu. São Paulo: Harper & Row, 1977.

KOCHHANN, Maria Elizabete Rambo**. Gestar: formação de professores em serviço e a abordagem da geometria.** 2007. 272 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, Bauru, 2007.

KRUTETSKII, Vadim. A. **The psychology of mathematical abilities in school children.** Chicago: The University of Chicago Press, 1976.

KUCINSKAS, Ricardo. **Introdução ao ensino de Álgebra para alunos do Ensino Fundamental.** 2018. 161 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, São Carlos, 2018.

LAIER, Simone Simionato dos Santos. Álgebra e Aspectos do Pensamento Algébrico: um estudo com resolução de problemas na Licenciatura em Ciências Naturais em Matemática. **UFMT/Sinop**, 2014, p.158.

LEITE, Sérgio Antônio da Silva. Afetividade nas práticas pedagógicas. **Temas em Psicologia**, v. 20, n. 2, p. 355 – 368, 2012.

LEONARDO, Fátima Cristina Luiz. **Associações entre crença de autoeficácia e estratégias inclusivas adotadas pelos professores universitários.** 2017. 69 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, SP, 2017.

LESSA, Mônica Maria Lins. **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à Álgebra: um estudo comparativo.** 1996. 236f, Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife-PE, 1996.

LIMA, Rosana Catarina Rodrigues de. **Conhecimento especializado do professor dos anos iniciais no âmbito da multiplicação: uma metassíntese de teses produzidas entre 2001 e 2012 em diferentes contextos formativos.** 2018. 202 f.Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Faculdade de Educação, Campinas, 2018.

LIMA, Valéria de Araújo. **Afetividade e o ensino de matemática.** 2014. 245 f. Trabalho de conclusão de curso (graduação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, – Campinas, SP: 2014.

LIMA, Valéria Scomparim de. **Solução de problemas: habilidades matemáticas, flexibilidade de pensamento e criatividade.** 2001. 215 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2001.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP, Papirus Editora, 1997.

LOOS, Helga. **Estudo exploratório acerca do papel da ansiedade na aprendizagem da matemática, quando da introdução à álgebra elementar.** 1998. 293 f. Dissertação (Mestrado), Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1998.

LOOS, Helga. **Atitude e desempenho em matemática, crenças autorreferenciadas e família: uma pathanalysis.** 2003. 306 f. Tese (Doutorado em Psicologia, Desenvolvimento

Humano e Educação), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

LOOS, Helga. Cognições e afetos no aprendizado da matemática escolar: sobre o papel das crenças e da emocionalidade na determinação das atitudes. **Contrapontos**, Itajaí, v. 7, n. 2, p. 235-253, 2007.

MA, Liping. **Saber e ensinar:** Matemática elementar. Lisboa: Gradiva, 2009.

MACHADO, Milene Carneiro. **Gênero e desempenho em itens da prova de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): relações com as atitudes e crenças de autoeficácia matemática.** 2014. 224 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2014.

MAHONEY, Abigail Alvarenga; ALMEIDA, Laurinda Ramalho de. Afetividade e processo ensino-aprendizagem: contribuições de Henri Wallon. **Psicologia da educação**, São Paulo , n. 20, p. 11-30, jun. 2005 . Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1414-69752005000100002&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em 06 jan. 2019.

MASOTTI, Demerval Rogério. Autoeficácia e autorregulação acadêmica contribuindo para a previsão da evasão escolar. **Tear: Revista de Educação Ciência e Tecnologia**, Canoas, v.3, n.2, 2014.

MATA-PEREIRA, Joana; PONTE, João Pedro. Processos de raciocínio matemático em alunos do 9.º ano: generalização em números reais e inequações. In L. Santos (Ed.), **Raciocínio matemático** (pp. 235-253). Covilhã: SPIEM, 2013.

MESTRE, Célia Maria Martins Vitorino; OLIVEIRA, Hélia Margarida Pintão de. O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico. In: GUIMARÃES, Célia Maria; REIS, Pedro Guilherme Rocha dos. (Org.) **Professores e infâncias:** estudos e experiências. São Paulo: Junqueira & Marin, p. 201-223, 2011.

MESTRE, Célia Maria Martins Vitorino. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4º ano de escolaridade:** uma experiência de ensino**.** 2014. 379 f. Tese (Doutorado) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

MIGUEL, Antonio, FIORENTINI, Dario. MIORIM, Ângela. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. **Revista Educação**, Santa Maria, v.29, n.2, p.1-11, 2004. Disponível em: https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/3838. Acesso em: 17 mar. 2019.

MONTGOMERY, D. C., **Design and Analysis of Experiments,** 5. ed. Nova York: John Wiley & Sons, Inc., 2000.

MORAIS, Juliana Aparecida Rodrigues dos Santos. C**renças de autoeficácia matemática:** um estudo com alunos do Ensino Fundamental e médio. 2015. 124 f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2015.

MORAES, Mara Simões; PIROLA, Nelson Antonio. Atitudes positivas em relação à Matemática. In: **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Caderno 7. Brasília: SEB/MEC, 2015.

MORON, Cláudia Fonseca. **Um estudo exploratório sobre as concepções e as atitudes dos professores de Educação Infantil em relação à Matemática.** 1998. 148 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion. **A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NCTM. 2000. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. 1.ed. Tradução Portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics. Lisboa: APM, 2000.

NCTM. 2007. NATIONAL COUNCIL FO TEACHER OF MATHEMATICS. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** Trabalho original publicado em 2000. Tradução da Associação de Professores de Matemática (APM). Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de lnovação Educacional, 2007.

NEVES, Jackson Manuel. **Relações entre autoeficácia docente e otimismo acadêmico:** Estudos com professores do IF Sertão-PE. 2017. 95 f Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia, Escola de Administração, Salvador, 2017.

NEVES, Ilmaçara Pereira. **A mobilização dos saberes de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** 2018.127 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Amazonas, Humaitá/AM, 2018.

NUNES, Terezinha; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia. **Na vida dez, na escola zero**. 16 ed. São Paulo: Cortez, 2011.

OLIVEIRA, Rafael Sales Lisbôa. **Crenças de professores de Ciências da Natureza e Matemática sobre motivação dos alunos.** 2015. 171 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação, Florianópolis, 2015.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-218.

PAJARES, Frank; OLAZ, Fabián. A teoria social cognitiva na perspectiva da agência. In: BANDURA, Abert; AZZI, Roberta Gurgel; POLYDORO, Soely (Org.). **Teoria Social Cognitiva: Conceitos Básicos**. Porto Alegre: Artmed, 2008, p. 97-114.

PAULA, Kelly Christinne Maia de. **A família, o desenvolvimento das atitudes em relação a matemática e a crença de auto-eficácia.** 2008. 186 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2008.

PAZUCH, Vinícius; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função: uma revisão de literatura Professional knowledge of mathematics teachers and the concept of function: a literature review. **Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [S.l.], v. 19, n. 1, abr. 2017. ISSN 1983-3156. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/31496>. Acesso em: 06 abr. 2019.

PEREIRA, Júlio César Rodrigues. **Análise de dados qualitativos:** estratégias metodológicas para as ciências da saúde, humanas e sociais. São Paulo: EDUSP, 1999.

PINHEIRO, Anderson Cangane.; PIROLA, Nelson Antonio. O uso das TIC no ensino de Matemática: uma investigação sobre as crenças de autoeficácia de professores do município de Birigui - SP. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2017, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2017, v. 1.

PINHEIRO, Anderson Cangane. **O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico.** 2018. 144 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, Bauru, 2018.

PIROLA, Nelson Antonio. **Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulos e paralelogramos em alunos de primeiro grau.** 1995. 180 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

PIROLA, Nelson Antonio. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas. 2000**. 245 f. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

POLYA, George. **Como resolver problemas** (Tradução do original inglês de 1945). Lisboa: Gradiva, 2003.

PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

PRESTES, Diego Barboza; GERMANO, Mara Aparecida Pedrini; FERREIRA, Márcia Praisler Pereira. **Tarefas da *early algebra* realizadas por estudantes do Ensino Fundamental.** Londrina: Universidade Estadual de Londrina. 2014.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

QUEIROZ, Jonas Marques dos Santos. **Resolução de problemas da pré-álgebra e álgebra para fundamental II do ensino básico com auxílio do modelo de barras.** 144 f. São Carlos: UFSCAR, 2015.

QUINTILIANO, Luciane de Castro. **Estratégias de solução, conhecimento declarativo e de procedimentos na solução de problemas algébricos.** 2005. 182 f. Dissertação (Mestrado) - Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2005.

QUINTILIANO, Luciane de Castro. **Relação entre os estilos cognitivos, as estratégias de solução e o desempenho dos estudantes na solução de problemas aritméticos e algébricos.** 2011. 222 f. Tese (Doutorado) - Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2011.

RADFORD, Luis. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research in Mathematics Education**, v. 12, n. 1, p. 1-19, 2010.

RADFORD, Luis. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

REIS, Aline Souza. **A colaboração da Álgebra para análise e compreensão de problemas matemáticos:** Uma proposta para o ensino de equação polinomial do primeiro grau. 2017, 45 f. Dissertação – UFJF, 2017.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. **Álgebra para a formação do professor:** explorando os conceitos de função e equação. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

RIBEIRO, Carlos Miguel. A importância do conhecimento do conteúdo matemático na prática letiva de uma professora: discutindo um modelo de análise. **Zetetikê**, Campinas, v. 19, n. 35, p.71-102, 2011.

RODRIGUES, Carolina Soares. **Crenças de autoeficácia matemática na Educação de Jovens e Adultos (manuscrito):** um estudo com alunos de Ensino Médio de Divinópolis (MG). 2015. 264 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Ouro Preto, 2015.

ROSA, Carine Pedroso da. **Investigação matemática:** contribuições para o ensino de sequências e padrões para alunos do ensino fundamental . 2016. 139 f. Dissertação (Mestre em Ensino de Matemática) – Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática – Centro Universitário Franciscano – Santa Maria, 2016.

SANDER, Giovana Pereira. **Pró-letramento:** um estudo sobre a solução de problemas e as atitudes em relação à Matemática apresentadas por professores do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. 2014. 214 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2014.

SANDER, Giovana Pereira. **Um estudo sobre a relação entre a crença de autoeficácia na resolução de tarefas numéricas e o sentido de número de alunos do Ciclo de Alfabetização.** 2018. 345 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2018.

SANTANA, Roseli Regina Fernandes; NOVAES, Joana Inês; SANTANA, Marcela Lopes; DIAS, Ana Lúcia Braz; PERALTA, Deise Aparecida; GONCALVES, Harryson Júnio Lessa. Os desafios do coordenador pedagógico na formação continuada de professores que ensinam matemática: uma discussão sobre os (des)caminhos da BNCC. In: XIX ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 2018, Salvador. **Anais...** Salvador: UFBA, 2018. v. 1. Disponível em: < http://www.xixendipe.ufba.br/>. Acesso em: 30 dez. 2018.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **EMAI:** educação matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental; organização dos trabalhos em sala de aula, material do professor. Centro de Ensino Fundamental dos Anos Iniciais. São Paulo: SE, 2013.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. Preface: Rethinking Early Mathematics Education. In: **Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic.** SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M (orgs). New Jersey: Routedlege, 2006.

SCHMID, Mônica Bossa dos Santos. **Autoeficácia de professores:** análise de um modelo de intervenção para o uso das tecnologias digitais da informação e da comunicação. 2015. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Educação Comunicação e Artes, Londrina, 2015.

SERPA, Alexandre Luiz De Oliveira. **Autoeficácia, autoconceito e ansiedade em uma avaliação em larga escala e sua relação com o desempenho escolar.** 2012. 80 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

SERRAZINA, Maria de Lurdes Marquês. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, UFSCar, v. 6, n. 1, p.266-283, 2012.

SEVERINO, Augusta Teresa Barbosa. **O projeto EMAI:** uma análise sobre seus pressupostos políticos, filosóficos e pedagógicos e a questão da autonomia. 2016. 131 f. Dissertação (Mestrado)– Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2016

SHULMAN, Lee S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**. v.15, n.2. p. 4-14, fev. 1986.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, US, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SILVA, Antonia Givaldete da. **O professor dos anos iniciais e o conhecimento da Geometria.** 2014. 112 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Alagoas, Centro de Educação, Maceió, 2014.

SILVA, Bruna Albieri Cruz. **Geometria no ciclo de alfabetização:** um estudo sobre as atitudes dos alunos do ciclo de alfabetização diante da Geometria e suas relações com a aprendizagem. 2017. 201 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2017.

SILVA, Daniele Peres; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. Manifestações do Pensamento Algébrico em Resoluções de Tarefas por Estudantes do Ensino Fundamental I. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.3, n.5, p.139-156, 2014.

SILVA, Dilene Kátia Costa da. O ensino de Matemática na Educação Infantil: um estudo sobre atitudes e os saberes decorrentes do Curso de Pedagogia contributivos à atuação docente. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20., 2016, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2016.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Inez. **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SPECTOR, P. E. **Summated rating scale construction:** An introduction. Number 82. Sage, 1992.

SPERAFICO, Yasmini Laís Spindler. **Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas e na compreensão do erro:** um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano. 2013. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Porto Alegre, 2013.

SOARES, Renata Mendes. **Pensamento Algébrico:** Quais elementos são identificados por professores de Matemática em atividades com este foco?. 2018. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

SOUZA, Sandra Lúcia Pacheco de Almeida Costa. **Autoeficácia no trabalho docente:** o uso da tecnologia digital e virtual no processo de ensino e aprendizagem. 2015. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Taubaté, Departamento de Economia, Contabilidade e Administração, Taubaté, 2015.

SOUZA, Liliane Ferreira Neves Inglez de; BRITO, Márcia Regina Ferreira de. Crenças de auto-eficácia, autoconceito e desempenho em matemática. **Estud. psicol. (Campinas)**, Campinas , v. 25, n. 2, p. 193-201, June 2008 . Available from <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-166X2008000200004&lng=en&nrm=iso>. access on 16 July 2018.

STERNBERG, Robert. **As Capacidades Intelectuais Humanas.** Traduzido por Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

STERNBERG, Robert. **Psicologia cognitiva**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

TANAKA, Ana Lúcia Freire. **Professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental:** aprendizagens da docência em um grupo colaborativo. 2015. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

TASSONI, Elvira Cristina Martins. **A dinâmica interativa na sala de aula:** as manifestações afetivas no processo de escolarização. 2008. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2008.
TASSONI, Elvira Cristina Martins; LEITE, Sérgio Antônio da Silva Leite. Afetividade no processo de ensino-aprendizagem: as contribuições da teoria walloniana. **Educação** (Porto Alegre, impresso), v. 36, n. 2, p. 262-271, maio/ago. 2013.

TOBIO-GUTIÉRREZ, Katerine Edith; MOGOLLÓN-RODRÍGUEZ, Martha. PIROLA, Nelson Antonio. Um estudo sobre as crenças de autoeficácia na resolução de tarefas matemáticas. Búsqueda, 5(21):182-193. DOI: https://doi.org/10.21892/01239813.420, 2018.

TORTORA, Evandro ; SANDER, Giovana Pereira ; PIROLA, Nelson Antonio. Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática com alunos do curso de Pedagogia. (PARFOR).In: **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Curitiba/PR, SBEM, 2013.

TRIVILIN, L. R. **Conhecimentos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para o ensino dos diferentes significados do sinal de igualdade.** 2013. 127 f. Dissertação. (Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática) – Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André, SP. 2013.

TRIVILIN, Linéia Ruiz; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento Matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, n. 51, p. 38-59, 2015.

UTSUMI, Mirian Cardoso. **Atitudes e habilidades envolvidas na solução de problemas algébricos:** Um estudo sobre o gênero, a estabilidade das atitudes e alguns componentes da habilidade matemática. 2000. 246 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: Shulte, Alberto P.(Org.). **As ideias da álgebra.** Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, p. 9-22, 1995.

VIANA, Odaleia Aparecida. **O componente da habilidade matemática de alunos do ensino médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria.** 2005. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP, Campinas, 2005.

VIEIRA, Andréia Maria de Souza**. Crenças de autoeficácia do coordenador pedagógico:** relevância para a formação continuada. 2016. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, SP, 2016.

VIEIRA, Márcia Lopes. **Atitudes e concepções de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao ensino de Estatística em escolas públicas e privadas em Uberlândia (MG).** 2014. 124 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2014.

VIGNOLI, Daniel Araújo. **Ansiedade Face ao Teste e as autocrenças acadêmicas:** seu impacto no desempenho em avaliações em larga escala. 2014. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, Juiz de Fora, 2014.

VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. **Matemática para aprender e pensar:** o papel das crenças na resolução de problemas. Porto alegre: Artmed, 2006.

WALLON, Henri. **A evolução psicológica da criança**. Lisboa: Edições 70, 1995.

- APÊNDICES –

APÊNDICE A

1ª ETAPA (online) - PARTE I
QUESTIONÁRIO ONLINE DAS INFORMAÇÕES GERAIS DO PARTICIPANTE
(estudantes de Pedagogia – *pre-service*)

Responda com sinceridade a todas as questões, as respostas são totalmente confidenciais e anônimas. As veracidades das informações conduzirão o rumo da pesquisa, por isso reforço que devam ser respondidas de acordo com seus conhecimentos, percepções e vivências.

1. Nome do participante: ____

2. Gênero Feminino ( ) Masculino ( ) Outra opção:______________

3. Idade: ____

4. E-mail:____

5. Telefone:____

6. Nome da instituição que estuda:_____________________________________

7. Turma em que estuda:____

8. Tempo de duração do curso que realiza:_______________________________

9. Município que estuda: ____

10.Assinale a melhor opção que revela a razão pela qual escolheu o curso de Pedagogia.

( ) por amor à profissão

( ) por falta de opção

( ) por influência de outras pessoas

( ) por gostar de lecionar

( ) por ser um curso essencial para seguir outras carreiras

( ) por ser um curso fácil e barato

( ) outros ____

11. Em que atividade pretende atuar como pedagogo?

( ) Administração escolar (gerenciar os recursos humanos, materiais e financeiros dos estabelecimentos de ensino).

( ) Ensino na Educação Infantil

( ) Ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental

( ) Coordenação pedagógica (acompanhar, orientar e avaliar os professores, a rotina da escola e o processo de aprendizagem dos alunos)

( ) Educação especial (elaborar material didático e ministrar aulas para crianças e adultos com necessidades educacionais especiais)

( ) Orientação educacional (dar assistência pedagógica aos estudantes com o uso de métodos pedagógicos e psicológicos)

( ) Pedagogia empresarial (elaborar e implantar projetos educacionais para empresas, ONGs e outras instituições)

( ) Pedagogia hospitalar (atuar com processos educativos de crianças e jovens internados)

( ) Supervisão educacional (orientar professores, diretores e avaliar seu trabalho)

12. Possui uma formação inicial em outra área?

( ) Sim ( ) Não

13. Em caso positivo na questão anterior, qual seria essa área?______________________

14. Possui Pós-Graduação?

( ) Sim ( ) Não

15. Em caso positivo na questão anterior, trata-se de:

( )Especialização ( ) Mestrado ( ) Doutorado ( ) outros

16. Em sua escolaridade, reprovou alguma vez de série/ano?

( ) Sim ( ) Não

17. Em caso positivo na questão anterior, que série/ano ou disciplina reprovou?________

18. Durante a educação básica, qual era a sua disciplina preferida?__________________

19. E a disciplina que menos gostava? ____

20. A aula de Matemática, em sua escolaridade, representava a hora de:

( ) fazer contas

( ) resolver problemas

( ) decorar a tabuada

( ) a melhor hora do dia

( ) o pior pesadelo da sua vida

( ) uma aula comum como qualquer outra.

21. A opção que melhor indica sua preferência nas atividades propostas nas aulas de Matemática são aquelas que envolvem:

( ) números e operações

( ) geometria

( ) grandezas e medidas

( ) álgebra

( ) tratamento da informação

( ) nenhuma das opções

22. Seu desempenho nas aulas de Matemática costumava ser:

( ) excelente

( ) bom

( ) regular

( ) insatisfatório

23. Quais os tipos de atividades mais frequentes eram propostos para você nas aulas de Matemática? Assinale uma opção.

( ) Exercícios de reconhecimento (reconhecer, identificar ou lembrar um conceito);

( ) Exercícios de algoritmos (treinar a habilidade em executar um algoritmo);

( ) Problemas – padrão (solução está no enunciado, a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática);

( ) Problemas-processo ou heurísticos (solução envolve as operações que não estão contidas no enunciado, exige pensar e arquitetar um plano de ação);

( ) Problemas de aplicação (aqueles que retratam situações do dia-a-dia);

( ) Problemas de quebra-cabeça (sua solução depende de sorte ou da facilidade em perceber algum truque).

24. Nas aulas de Matemática, durante sua escolaridade, lhe era proposto resolver uma mesma atividade de diferentes maneiras, reforçando positivamente seu poder criativo?
( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) muitas vezes ( ) sempre

25. Nas aulas de Matemática, durante sua escolaridade, as atividades corrigidas na lousa pela professora eram resolvidas como sendo a única maneira e a mais correta?
( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) muitas vezes ( ) sempre

26. Você acredita que a carga horária do seu curso é suficiente para a sua formação e para a sua atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental?
( ) Sim ( ) Não

27. Você acredita que é capaz de ministrar aulas exitosas de Matemática nos anos iniciais?
( ) Sim ( ) Não

28. Já realizou algum curso ou minicurso relacionado ao ensino de álgebra ou pensamento algébrico?
( ) Sim ( ) Não

29. Em caso positivo na questão anterior, quais os temas abordados? ________________

30. Até o momento o seu curso tratou sobre o ensino da álgebra (pré-álgebra) nos anos iniciais do Ensino Fundamental?
( ) Sim ( ) Não

31. Em caso positivo na questão anterior, o que foi tratado?_______________________

32. Você acredita que a criança dos anos iniciais deve aprender conceitos algébricos nesta etapa de sua escolaridade?
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

APÊNDICE B

1ªETAPA - PARTE I

QUESTIONÁRIO ONLINE DE INFORMAÇÕES GERAIS DO PARTICIPANTE

(Professor dos anos iniciais - *in service*)

Responda com sinceridade a todas as questões, as respostas são totalmente confidenciais e anônimas. As veracidades das informações conduzirão o rumo da pesquisa, por isso reforço que devam ser respondidas de acordo com seus conhecimentos, percepções e vivências.

1. Nome do participante: ____

2. Gênero Feminino ( ) Masculino ( ) Outra opção:_______________

3. Idade: ____

4. E-mail:____

5. Telefone:____

6. Nome da instituição que trabalha:____

7. Município em que trabalha:____

8. Tempo de atuação no magistério:_______________________________________

9. Em que turma dos anos iniciais você atua?
( ) 1º ano ( ) 2º ano ( ) 3º ano ( ) 4º ano ( ) 5º ano

10. 10.Assinale a melhor opção que revela a razão pela qual escolheu o curso de Pedagogia.

( ) por amor à profissão

( ) por falta de opção

( ) por influência de outras pessoas

( ) por gostar de lecionar

( ) por ser um curso essencial para seguir outras carreiras

( ) por ser um curso fácil e barato

( ) outros ____

11. Formação inicial:
( ) Pedagogia
( ) Matemática
( ) Outras____

12. Possui Pós-Graduação?
( ) Sim ( ) Não ( )

13. Em caso positivo na questão anterior, trata-se de:

( )Especialização ( ) Mestrado ( ) Doutorado ( ) outros

14. Formação continuada: Você está realizando algum curso no momento?
( ) Sim ( ) Não ( )

15. Em caso positivo na questão anterior, do que se trata o curso?___________________

16. Quais temas são abordados e estudados com mais frequência no horário de trabalho pedagógico coletivo? Assinale três opções:
( ) alfabetização e letramento
( ) o ensino da Matemática
( ) distúrbios de aprendizagem
( ) avaliação
( ) projetos
( ) programas de formação (PNAIC, EMAI, LER e ESCREVER)
( ) documentos curriculares, resoluções, projeto político pedagógico
( ) as necessidades dos alunos e professores
( ) outros

17. Em sua escolaridade, reprovou alguma vez de série/ano?

( ) Sim

( ) Não

18. Em caso positivo na questão anterior, que série/ano ou disciplina reprovou?________

19. Durante a educação básica, qual era a sua disciplina preferida?_________________

20. E a disciplina que menos gostava?____

21. A aula de Matemática, em sua escolaridade, representava a hora de:

( ) fazer contas

( ) resolver problemas

( ) decorar a tabuada

( ) a melhor hora do dia

( ) o pior pesadelo da sua vida

( ) uma aula comum como qualquer outra.

22. Nas aulas de Matemática, gostava mais de atividades que envolviam:

( ) números e operações

( ) geometria

( ) grandezas e medidas

( ) álgebra

( ) tratamento da informação

( ) nenhuma das opções

23. Seu desempenho nas aulas de Matemática sempre foi:

(   ) excelente

(   ) bom

(   ) regular

(   ) insatisfatório

24. Quais os tipos de atividades mais frequentes eram propostos para você nas aulas de Matemática? Assinale uma opção.

( ) Exercícios de reconhecimento (reconhecer, identificar ou lembrar um conceito);

( ) Exercícios de algoritmos (treinar a habilidade em executar um algoritmo);

( ) Problemas – padrão (solução está no enunciado, a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática);

( ) Problemas-processo ou heurísticos (solução envolve as operações que não estão contidas no enunciado, exige pensar e arquitetar um plano de ação);

( ) Problemas de aplicação (aqueles que retratam situações do dia-a-dia);

( ) Problemas de quebra-cabeça (sua solução depende de sorte ou da facilidade em perceber algum truque).

25. . Nas aulas de Matemática, durante sua escolaridade, lhe era proposto resolver uma mesma atividade de diferentes maneiras, reforçando positivamente seu poder criativo?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) muitas vezes ( ) sempre

26. Nas aulas de Matemática, durante sua escolaridade, as atividades corrigidas na lousa pela professora eram resolvidas como sendo a única maneira e a mais correta?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) muitas vezes ( ) sempre

27. Hoje, nas suas aulas de Matemática, em turmas dos anos iniciais, você fortalece práticas de ensino que rompam com a rigidez do pensamento matemático e promovam o desenvolvimento da criatividade?

( ) nunca ( ) raramente ( ) às vezes ( ) muitas vezes ( ) sempre

28. Você acredita que a carga horária do seu curso foi suficiente para a sua formação e para a sua atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental?

( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

29. Você acredita que é capaz de ministrar aulas exitosas de Matemática nos anos iniciais?

( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

30. Já realizou algum curso ou minicurso relacionado ao ensino de álgebra nos anos iniciais ou pensamento algébrico?

( ) Sim

( ) Não

31. Em caso positivo na questão anterior, o que foi tratado? ________________________

32. Você acredita que a criança dos anos iniciais deve aprender conceitos algébricos nesta etapa de sua escolaridade?

( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

APÊNDICE C

1ª ETAPA (online) - PARTE III

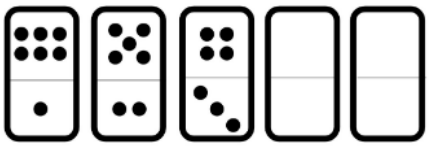
ESCALA DE CRENÇAS DE AUTOEFICÁCIA EM RELAÇÃO AO CONHECIMENTO ESPECIALIZADO PARA O ENSINO DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS E DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

As questões deverão ser respondidas de acordo com seus conhecimentos, percepções, sentimentos e práticas relacionadas ao ensino e conhecimento sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais. Usaremos como referência os objetivos de aprendizagem propostos na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017).

Subescala 1:
A crença de Autoeficácia dos participantes sobre seus conhecimentos algébricos.

1.Eu acredito que eu saiba classificar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

2. Eu acredito que eu saiba descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras, como o tipo apresentado a seguir:



( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

3. Eu acredito que eu consiga construir sequências de números reais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

4. Eu acredito que eu saiba descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

5. Eu acredito que eu consiga descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

6. Eu acredito que eu saiba identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo

número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

7. Eu acredito que eu sou capaz de compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtração de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

8. Eu acredito que eu saiba identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

9. Eu acredito que eu saiba reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

10. Eu acredito que eu saiba reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

11. Eu acredito que eu saiba reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

12. Eu acredito que eu saiba determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

13. Eu acredito que eu consiga concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

14. Eu acredito que eu consiga resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

15. Eu acredito que eu consiga resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

16. Eu acredito que eu consiga resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

17. Definitivamente acredito que eu possua um conhecimento algébrico adequado à minha escolaridade e formação acadêmica.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

Subescala 2:

A crença de autoeficácia dos participantes sobre o ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico

1. Eu acredito que eu posso ensinar as crianças dos anos iniciais sobre a organização e ordenação de objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

2. Eu acredito que eu posso ensinar as crianças dos anos iniciais a descrição, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

3. Eu acredito que eu posso ensinar as crianças dos anos iniciais a construção de sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

4. Eu acredito que eu posso ensinar as crianças dos anos iniciais a descrição de um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

5. Eu acredito que eu consiga ensinar as crianças dos anos iniciais a descrição dos elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

6. Eu acredito que eu consiga ensinar as crianças dos anos iniciais a identificação de regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

7. Eu acredito que eu consiga ensinar às crianças dos anos iniciais a compreensão da ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

8. Eu acredito que eu sou capaz de desenvolver nas crianças dos anos iniciais as habilidades necessárias para a identificação de regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

9. Eu acredito que eu sou capaz de ensinar as crianças dos anos iniciais o reconhecimento, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

10. Eu acredito que eu sou capaz de ensinar as crianças dos anos iniciais o reconhecimento, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

11. Eu acredito que eu sou capaz de ensinar as crianças dos anos iniciais o reconhecimento e situações exemplares, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

12. Eu acredito que eu sou capaz de ensinar as crianças dos anos iniciais a habilidade para a determinação de um número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

13. Eu acredito que eu sou capaz de desenvolver nas crianças dos anos iniciais a habilidade para que consigam concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

14. Eu acredito que eu sou capaz de desenvolver nas crianças dos anos iniciais a habilidade necessária para resolução e elaboração de problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

15. Eu acredito que eu sou capaz de ensinar às crianças dos anos iniciais a habilidade necessária para resolução problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

16. Eu acredito eu consiga desenvolver nas crianças dos anos iniciais a habilidade necessária para resolução problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

17. Eu acredito que sou capaz de planejar atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelas crianças.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

18. Eu acredito que eu saiba ensinar por meio de diferentes atividades pedagógicas conceitos algébricos às crianças.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

19. Eu acredito que eu saiba desenvolver nas crianças a capacidade de resolver problemas algébricos de diferentes contextos.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

20. Eu acredito que eu saiba utilizar materiais manipuláveis para a aprendizagem de conceitos algébricos pelas crianças.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

21. Eu acredito que eu saiba utilizar recursos tecnológicos para a aprendizagem de conceitos algébricos pelas crianças.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

22. Eu acredito que eu saiba desenvolver nas crianças a compreensão dos diferentes sentidos do sinal de igual (=) como, por exemplo, o sentido de equivalência de expressões numéricas.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

23. Eu acredito que eu saiba desenvolver nas crianças a noção intuitiva de função por meio da solução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: "Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?"
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

24. Eu acredito que sou capaz de avaliar meus alunos quanto aos conceitos algébricos propostos para os anos iniciais.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

25. Eu acredito que sou capaz de articular, por meio de diferentes situações problemas, conhecimentos referentes ao ensino da geometria, da aritmética e álgebra com as crianças dos anos iniciais.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

26. Eu acredito que eu sou capaz de identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conceitos algébricos, por meio de diferentes atividades diagnósticas.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

27. Eu acredito que consiga ensinar a Álgebra conforme as orientações Base Nacional Comum Curricular como unidade temática para os anos iniciais do Ensino Fundamental.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

28. Eu acredito que eu seja capaz ensinar e planejar atividades que contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças dos anos iniciais, conforme as orientações curriculares.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

29. Definitivamente eu acredito que eu posso ensinar conceitos algébricos no ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
( ) discordo totalmente ( ) discordo ( ) concordo ( ) concordo totalmente

APÊNDICE D

2ª ETAPA ("PENSAR EM VOZ ALTA") – PARTE I

ROTEIRO DA ENTREVISTA

Informações sobre os saberes conceituais e concepções em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico do professor/estudante do curso de Pedagogia.

- Quais os principais temas matemáticos abordados e estudados durante a sua formação inicial e/ou continuada?
- Qual a sua principal fonte formativa em relação ao conhecimento matemático?
- Qual conteúdo matemático se sente mais seguro e motivado para aprender? E ensinar?
- Considerando os diferentes campos de saberes matemáticos, aritmética, geometria e álgebra, me fale cinco palavras que estejam associadas ao ensino e aprendizagem de Álgebra.
- Qual o contato que você já teve em relação ao ensino e aprendizagem de Álgebra?
- É possível explorar atividades que possibilitem o desenvolvimento do pensamento algébrico com alunos dos anos iniciais? Ou, quando isso é possível?
- Quais atividades promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico?
- Essas tarefas estão presentes na sua prática pedagógica docente de sua escola? Se positivo, relate uma.

APÊNDICE E

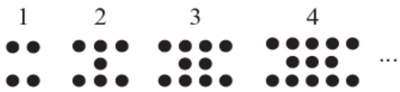
2ª ETAPA – PARTE II

TESTE MATEMÁTICO PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS

Habilidades requeridas na BNCC (BRASIL, 2017)

(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

1.Observe a sequência figurativa abaixo e as informações a seguir:



Fonte: domínio público

- Os números representam a posição da figura;
- Cada figura apresenta um número de bolinhas;
    - A quantidade de bolinhas pode ser associada à posição da figura.

a) Qual é número de bolinhas na posição 6? Como você descobriu?

b) Qual o número de bolinhas na posição 7? Como você descobriu?

c) Qual o número de bolinhas na posição 100? Como você descobriu?

d) Existe uma regra geral para determinar o número de bolinhas para qualquer posição?

e) Usando uma letra ou um símbolo para representar qualquer posição das figuras, seria possível escrever uma expressão que relacionasse essa letra ou símbolo com o total de bolinhas? Como seria essa expressão?

(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.

2. “**Barbante e macarrões”**

Você recebeu alguns saquinhos com macarrões coloridos (duas cores diferentes) e um pedaço de barbante. Construa uma sequência alternando um macarrão de uma cor e outro de cor diferente, até alcançar um total de 15 macarrões no barbante. Registre com desenho a sequência que você fez.

a) Qual seria a próxima cor do macarrão?

b) Qual será a cor do 17º macarrão? Como você chegou a essa conclusão?

c) E a 22º posição, será ocupada por qual cor? Como você pensou?

d) E a 29º posição, será ocupada por qual cor? Como você pensou?

e) Você consegue definir alguma regra para descobrir qual a cor será ocupada numa posição qualquer?

(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

3. (Adaptado de Mestre, 2014) “O Álbum de figurinhas”

Ana Júlia e Davi estão colecionando figurinhas para seus álbuns. Os pais foram na banca de revista e compraram a mesma quantidade de figurinhas para cada um deles. Cada um deles colara certo número de figurinhas: Ana Júlia colou 24 e guardou o restante no envelope A, letra do seu nome. Davi colou 30 e também guardou o que sobrou, mas no envelope D. Como as crianças possuem a mesma quantidade de figurinhas,, podemos representar essa igualdade assim:

24 + A = 30 + D

a) Quantas figurinhas estão no envelope A de Ana Júlia e quantas figurinhas estão no envelope D de Davi?

b) Existem outros valores para A e D, de modo que a quantidade de figurinhas permaneça entre as crianças?

c) Que relação existe entre os valores que usou para A e D?

d) Se modificarmos a igualdade, que relação poderá existir entre os números dos envelopes A e D?

(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

4. (São Paulo, 2014-2017, Vol.1- E.M, 1ª série) Sabe-se que as Olimpíadas, a Copa do Mundo e os Jogos Pan-americanos ocorrem de quatro em quatro anos. Se essas competições ocorreram nos anos de 2004, 2006 e 2007, respectivamente, e considerando que continuem a acontecer, segundo essa regra, por muito tempo, responda:

a) Qual competição ocorreu 2017?

b) Qual competição ocorrerá em 2118?

c) E em 2079?

d) Haverá algum ano em que ocorrerá mais de uma dessas três competições? Explique.

(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.

5. (BRANCO, PONTES, 2011 – Adaptado) Observe as cenas nas figuras e determine quanto pesa cada galinha e qual o peso total das três galinhas juntas.

(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.

6. (Adaptado de Mestre, 2014) Assinale para as igualdades V para verdadeiro e F para falso. Em seguida, justifique.

Igualdades	V	F	Justificativa
32 + 19 = 19 + 32			
54 + 18 – 18 = 36			
☺ x 1 = ☺			
23 x 4 = 20 x 4 + 13			
✰+ 0 = ✰			
(3 x 12) + (8 x 12) = 11 x 12			
(15 x 20) - (15 x 9) = 15 x 11			
32 x 14 = 32 x (10 + 4)			
23 x 16 = (23 x 10) + (23 x 6)			
13 + (25 + 40) = (13 +25) + 40			
6 x 6 + 6 x 1 = 6 x 7			
9 x 8 – 8 x 4 = 5 x 8			
13 x 9 = 9 x 10 x 3			

(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

7. Diversas situações do nosso dia a dia remetem a ideia de relações entre grandezas. Aqui trataremos de grandezas tudo aquilo que pode ser contado ou medido (velocidade, tempo, temperatura, massa, volume, comprimento). Observe nas tabelas abaixo, complete obedecendo a proporcionalidade indicada e crie uma expressão para uma quantidade qualquer.

a) Para cada quilo de receita de bolo são precisos 3 ovos.

Massa Do bolo(em kg)	2	5	9	13	17	Expressão geral
Nº de ovos						

b) A tarifa de um táxi é cobrada da seguinte maneira: R$3,00 a bandeirada e mais R$2,50 por quilômetro rodado.

Km rodados	1	2	3	4	5	Expressão geral
Preço da viagem						

c) Para servir café para duas pessoas são necessários 300 ml de água, 2 colheres de pó e 3 colheres de açúcar. Assim, quanto será necessário para:

	Água (ml)	**Pó de café (colheres)**	**Açúcar (colheres)**
2 pessoas	**300**	**2**	**3**
4 pessoas			
			9
8 pessoas		8	
	3 litros		

- ANEXOS –

ANEXO A

1ª ETAPA (online) - PARTE II

ESCALA DE ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA (Anexo A)

(AIKEN E DREGER, 1961; AIKEN, 1963)

Adaptada e validada por BRITO (1996)

INSTRUÇÃO: Cada uma das frases abaixo expressa o sentimento que pessoas apresentam com relação à Matemática. Você deve comparar o seu sentimento pessoal com aquele expresso em cada frase, assinalando um dentre os quatros pontos colocados abaixo de cada uma delas, de modo a indicar com a maior exatidão possível, o sentimento que você experimenta com relação à Matemática.

01- Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de Matemática.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

02- Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

03- Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

04- A Matemática é fascinante e divertida.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

05- A Matemática me faz sentir seguro (a) e é, ao mesmo tempo, estimulante.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

06- "Dá um branco" na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

07- Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em Matemática.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

08- A Matemática me deixa inquieto (a), descontente, irritado (a) e impaciente.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

09- O sentimento que tenho com relação à Matemática é bom.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

10- A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido (a) em uma selva de números e sem encontrar a saída.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

11- A Matemática é algo que eu aprecio grandemente.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

12- Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

13- Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

14- Eu gosto realmente da Matemática.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

15- A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

16- Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso (a).
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

17- Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que me dá mais medo.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

18- Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente
19- Eu me sinto tranquilo (a) em Matemática e gosto muito dessa matéria.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

20- Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

21- Não tenho um bom desempenho em Matemática.
( )Discordo Totalmente ( )Discordo ( )Concordo ( )Concordo Totalmente

ANEXO B

2ª ETAPA – PARTE III

APLICAÇÃO DA SÉRIE X, DE KRUTESTKII (1976)

Composição de Equações usando os termos de um problema

Objetivos da série: generalização do método do raciocínio, lógica, encurtamento do raciocínio e percepção dos dados; **flexibilidade de pensamento.**

A seguir você encontrará uma relação de dez problemas algébricos. Esses problemas compõem a Série X, de Krutestkii (1976). Você deverá ler o problema minuciosamente e em seguida, indicar um valor numérico na escala do tipo Thurstone, que represente suas crenças de autoeficácia diante do grau de dificuldade exigido para solucionar tal problema no seu ponto de vista. Você poderá assinalar um número entre 1 e 5, sendo que:

1	**2**	**3**	**4**	**5**
Muito fácil	**Fácil**	**Mediano**	**Difícil**	**Muito difícil**

1. Um professor manda os alunos adicionarem 12 a dado número e dividirem o resultado por 13; mas, um aluno desatento subtraiu 13 do número dado e dividiu o resultado por 12. Ele estava com sorte e obteve o resultado certo. Qual foi o número dado?

1	2	3	4	5

2. Adicionei 36 a certo número e obtive o mesmo que se multiplicasse esse número desconhecido por 4. Qual é o número?

1	2	3	4	5

3. Pensei em um número. A soma da metade com um terço desse número é sete unidades maior que um quarto desse número. Qual é o número?

1	2	3	4	5

4. Um bloco de anotações é 4 vezes mais caro que uma caneta; a caneta é R$ 0,30 mais barata que o bloco. Quanto custa a caneta e o bloco separadamente?

1	2	3	4	5

5. Em três prateleiras de um varejão há um número igual de laranjas. Quando tiverem sido vendidas 600 laranjas de cada prateleira, então todas as prateleiras juntas terão a mesma quantidade que tinham cada uma inicialmente. Quantas laranjas havia inicialmente em cada prateleira?

1	2	3	4	5

6. A soma de dois números é 20. Se um destes números é aumentado cinco vezes e o outro quatro vezes, a soma obtida será 92. Encontre os números.

1	2	3	4	5

7. Uma escola adquiriu livros para a biblioteca. Se tivesse pagado esses livros com notas de R$ 3,00 reais teria usado 8 notas a mais do que se tivesse pago com notas de R$ 5,00. Qual foi o peço dos livros?

1	2	3	4	5

8. Imagine dois barris que contenham quantidades diferentes de água. Se retirarmos um litro de água do primeiro barril e colocarmos no segundo barril, os dois barris ficarão com a mesma quantidade de água. Se retirarmos 20 litros de água do segundo barril e colocarmos no primeiro barril, o primeiro barril ficará com o triplo de água do segundo barril. Quantos litros de água têm em cada barril?

1	2	3	4	5

9. Divida o número 100 em quatro partes diferentes, de maneira que se você subtrais 4 da primeira , somar 4 na segunda parte, multiplicar por 4 a terceira e dividir por 4 a quarta parte, você obterá o mesmo número. Quanto vale cada uma das quatro partes?

1	2	3	4	5

10. Eu agora tenho o triplo da idade que eu tinha quando meu irmão tinha a minha idade. Quando eu tiver a idade que meu irmão tem agora, juntos nós teremos 96 anos de idade. Qual é nossa idade hoje?

1	2	3	4	5