

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”  
Faculdade de Engenharia

CAMILA MARA NARDELLO MAZAL

**Funções penalidade para variáveis discretas e o  
problema de fluxo de potência ótimo reativo**

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”  
Faculdade de Engenharia

CAMILA MARA NARDELLO MAZAL

**Funções penalidade para variáveis discretas e o problema de  
fluxo de potência ótimo reativo**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Faculdade de Engenharia de Bauru, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- Campus de Bauru, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dra. Edméa Cássia Baptista

Coorientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Bauru - SP

Novembro - 2019

Mazal, Camila Mara Nardello.

Funções penalidade para variáveis discretas e o problema de fluxo de potência ótimo / Camila Mara Nardello Mazal, 2019

106 f.; il.

Orientadora: Edméa Cássia Baptista

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2019

1. Fluxo de potência ótimo reativo. 2. Método primal-dual barreira logaritmica. 3. Variáveis discretas. 4. Função penalidade. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

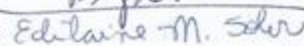
**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado DE CAMILA MARA NARDELLO MAZAL, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 07 dias do mês de novembro do ano de 2019, às 09:00 horas, no(a) Sala de Reuniões do Departamento de Engenharia Elétrica, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. EDMEA CASSIA BAPTISTA - Orientador(a) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. EDILAINE MARTINS SOLER do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof. Dr. DIEGO NUNES DA SILVA do(a) Departamento de Matemática / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE Mestrado de CAMILA MARA NARDELLO MAZAL, intitulada **FUNÇÕES PENALIDADES PARA VARIÁVEIS DISCRETAS E O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO REATIVO**. Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: ARROJADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

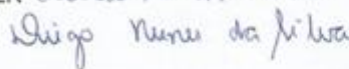
Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. EDMEA CASSIA BAPTISTA



Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. EDILAINE MARTINS SOLER



Prof. Dr. DIEGO NUNES DA SILVA



## **AGRADECIMENTOS**

Acima de tudo a Deus, pois sem Ele nada seria.

Aos meus pais Maria e Luiz pelo amor incondicional e por me incentivar sempre a estudar e ir em busca dos meus objetivos.

Ao meu esposo, Thiago, pelo amor, carinho, compreensão e paciência. Por estar ao meu lado nos meus momentos de dificuldades me dando forças.

À professora Edméa Cássia Baptista, pela excelente orientação e ensinamentos transmitidos. Por acreditar e depositar sua confiança em mim para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço pela amizade, dedicação, paciência e pelas palavras de incentivo.

Ao meu coorientador Leonardo Nepomuceno pelos ensinamentos e colaboração transmitidos.

Ao Diego Nunes da Silva pela ajuda essencial.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão de bolsa de mestrado.

À UNESP pela oportunidade de realização do curso de mestrado.

Aos funcionários da Seção Técnica de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Bauru, pelas informações e presteza.

*“Porque ao homem que é bom diante dele, dá  
Deus sabedoria, e conhecimento, e alegria.”  
(Eclesiastes 2:26)*

## RESUMO

NARDELLO, C. M. **FUNÇÕES PENALIDADE PARA VARIÁVEIS DISCRETAS E O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO REATIVO.** 2019. Faculdade de Engenharia de Bauru, UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru.

O problema de fluxo de potência ótimo reativo é representado matematicamente por um problema de otimização não linear, restrito, não convexo, de grande porte e com variáveis de controle contínuas e discretas. A representação dos *taps* dos transformadores em fase e das susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores/reatores do sistema como variáveis discretas, torna o problema mais próximo da realidade. Entretanto, problemas de otimização não linear com variáveis discretas apresentam dificuldades em sua resolução, as quais são impostas pelas variáveis discretas. Uma das técnicas para sua resolução consiste em utilizar funções penalidades para tratar as variáveis discretas. Desta forma, transforma-se o problema discreto em uma sequência de problemas contínuos, e o método primal-dual barreira logarítmica pode ser utilizado para resolver esses problemas. Neste trabalho o objetivo é analisar a convergência do método de penalidade para variáveis discretas aplicado ao problema de fluxo de potência ótimo reativo, ao se utilizar diferentes funções penalidade e a combinação delas. Testes computacionais foram realizados com um exemplo numérico e com os sistemas elétricos IEEE 14, 30 e 118 barras, utilizando o pacote de otimização KNITRO em interface com o *software* GAMS. Os resultados demonstram que a combinação de diferentes funções penalidade para o tratamento das variáveis discretas é promissora.

**Palavras-chave:** Fluxo de potência ótimo reativo; Método primal-dual barreira logarítmica; Variáveis discretas; Função penalidade.





## ABSTRACT

NARDELLO, C. M. **PENALTY FUNCTIONS FOR DISCRETE VARIABLES AND REACTIVE OPTIMAL POWER FLOW PROBLEM.** 2019. Faculdade de Engenharia de Bauru, UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru.

The reactive optimal power flow problem is mathematically represented by a nonlinear, constrained, nonconvex, large scale optimization problem with continuous and discrete control variables. The representation of the in-phase transformers taps and/or the shunt susceptances of capacitor/reactor Banks of the system, as discrete variables, make the problem closer to reality. Nonlinear optimization problems with discrete variables are difficult to solve, due to the discrete variables. One of the solution techniques consist in using penalty functions to treat the discrete variables. Thus, the discrete problem is transformed in a sequence of continuous problems, and the primal dual logarithmic barrier method can be used to solve these problems. In this work the objective is to analyze the convergence of the penalty method for discrete variables applied to the reactive optimal power flow problem, by using different penalty functions and the mixture of them. Computational tests have been carried out with a numerical example and with the IEEE 14, 30 and 118 buses electrical systems, using the KNITRO optimization package in interface with the GAMS software. The results show that a mixture of different penalty functions for treatment of discrete variable is advantageous.

**Keywords:** Reactive optimum power flow; Primal-dual logarithmic barrier method; Discrete variables; Penalty function.



## Lista de siglas e abreviaturas

AG:	Algoritmo Genético
B&B:	<i>Branch-and-Bound</i>
DE:	Despacho Econômico
FORTTRAN:	<i>FORmula TRANslation System</i>
FP:	Fluxo Potência
FPO:	Fluxo de Potência Ótimo;
FPOR:	Fluxo de Potência Ótimo Reativo;
FPS:	Função Penalidade Senoidal
FPVI:	Função Penalidade via Interpolação
FPVIFP:	Função Penalidade via Fatores de Primeiro Grau
FPG:	Função Penalidade Generalizada
GAMS:	<i>General Algebraic Modeling System</i>
GB:	<i>Gigabyte</i>
GHz:	Gigahertz
IEEE:	<i>Institute of Electric and Electronic Engineers</i>
IPOPT:	<i>Interior Point OPTimizer</i>
KKT:	Karush-Kuhn-Tucker;
OLTC:	<i>On-Load Tap Changer</i>
MATPOWER:	<i>MATrix LABoratory Power System Simulation Package</i>
MVA <sub>r</sub> :	Mega-volt-ampère-reactivo
MW:	Megawatt
OA:	<i>Outer Approximation</i>
OLIM:	Otimização linear inteira mista
PONL:	Problema de otimização não linear
PONLD:	Problema de otimização não linear discreto
POL:	Problema de otimização Linear
<i>pu</i> :	Por unidade
RAM:	<i>Random Access Memory</i>
s:	Segundo
SEP:	Sistema Elétrico de Potência

TCM: Teoria dos campos médios



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>Histórico do problema de fluxo de potência ótimo .....</b>	<b>17</b>
<b>3</b>	<b>Revisão de métodos de otimização .....</b>	<b>26</b>
<b>3.1</b>	<b>Método primal dual barreira logarítmica (PDBL).....</b>	<b>26</b>
3.1.1	Tamanho do passo .....	30
3.1.2	O parâmetro de barreira.....	31
3.1.3	Inicialização das variáveis .....	32
3.1.4	Algoritmo primal-dual barreira logarítmica.....	33
<b>3.2</b>	<b>Tratamento das variáveis inteiras.....</b>	<b>33</b>
3.2.1	Método da função penalidade para variáveis discretas.....	33
3.2.1.1	Algoritmo da função penalidade para variáveis discretas .....	36
3.2.2	Função penalidade senoidal .....	36
3.2.2.1	Sensibilidade da função penalidade senoidal em relação à $\gamma$ e $\beta$ .....	37
3.2.3	Função penalidade polinomial via interpolação.....	39
3.2.4	Função penalidade polinomial via fatores de primeiro grau.....	41
3.2.5	Função penalidade generalizada .....	42
<b>4</b>	<b>O problema de fluxo de potência ótimo reativo.....</b>	<b>45</b>
<b>4.1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>45</b>
<b>4.2</b>	<b>Sistemas elétricos de potência.....</b>	<b>46</b>
4.2.1	Linhas de transmissão .....	47
4.2.2	Cálculo das correntes.....	48
4.2.3	Cálculo dos fluxos de potência .....	49
4.2.4	Transformadores.....	50
4.2.5	Cálculo das correntes.....	52
4.2.6	Cálculo dos fluxos de potência .....	53
4.2.7	Expressões gerais para os fluxos de potência .....	54
<b>4.3</b>	<b>O problema de FPOR.....</b>	<b>55</b>

4.3.1	Notação.....	55
4.3.2	Formulação matemática do problema de FPOR .....	56
4.3.3	Função objetivo do FPOR .....	57
4.3.4	Restrições físicas do sistema elétrico .....	57
4.3.5	Restrições operacionais do sistema elétrico .....	58
<b>5</b>	<b>Resultados.....</b>	<b>60</b>
5.1	Exemplo numérico .....	60
5.2	Sistema elétrico de 14 barras .....	63
5.2.1	Primeira etapa de testes.....	64
5.2.2	Segunda etapa de testes .....	66
5.2.3	Comparação .....	70
5.3	Sistema elétrico de 30 barras .....	70
5.3.1	Primeira etapa de testes.....	72
5.3.2	Segunda etapa de testes .....	74
5.3.3	Comparação .....	78
5.4	Sistema elétrico de 118 barras .....	79
5.4.1	Testes.....	81
<b>6</b>	<b>Conclusão.....</b>	<b>86</b>
<b>7</b>	<b>Trabalhos publicados .....</b>	<b>87</b>
	<b>Referências .....</b>	<b>88</b>
	<b>Apêndice A - Banco de dados dos sistemas elétricos utilizados.....</b>	<b>91</b>
A.1	Sistema IEEE de 14 barras .....	91
A.2	Sistema IEEE de 30 barras .....	92
A.3	Sistema IEEE de 118 barras .....	94

## Lista de figuras

Figura 3.2.2.1 - FPS considerando o conjunto discreto da figura .....	37
Figura 3.2.1.1.1 – Efeito do parâmetro $\beta$ na função penalidade senoidal .....	38
Figura 3.2.1.1.2 – Efeito do parâmetro $\gamma$ na função penalidade senoidal .....	38
Figura 3.2.3.1 – FPVI considerando o conjunto discreto da figura .....	40
Figura 3.2.4.1 – FPVFP considerando o conjunto discreto da figura.....	41
Figura 3.2.5.1 – FPG representada graficamente .....	42
Figura 3.2.5.2 – Efeito do parâmetro $\beta$ na função penalidade generalizada.....	43
Figura 3.2.5.3 – Efeito do parâmetro $\gamma$ na função penalidade generalizada.....	44
Figura 4.1.1 – Sistema elétrico de potência típico .....	46
Figura 4.2.1.1 – Modelo $\pi$ de uma linha de transmissão.....	47
Figura 4.2.4.1 – Modelo de um transformador genérico.....	51
Figura 4.2.4.2 – Modelo de um transformador em-fase .....	52
Figura 5.2.1 – Sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	64
Figura 5.3.1 – Sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	71
Figura 5.4.1 – Sistema elétrico IEEE de 118 barras .....	81



## Lista de Tabelas

Tabela 5.1.1 – Solução obtida para a variável discreta para o problema (5.1.2) através da abordagem FPS .....	62
Tabela 5.1.2 – Solução obtida para a variável discreta para o problema (5.1.2) através da abordagem FPVI .....	62
Tabela 5.1.3 – Solução obtida para a variável discreta para o problema (5.1.2) através da abordagem FPVIFP .....	62
Tabela 5.1.4 – Solução obtida para a variável discreta para o problema (5.1.2) através da abordagem FPG .....	63
Tabela 5.2.1.1 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVI aplicada ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	65
Tabela 5.2.1.2 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVIFP aplicado ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	65
Tabela 5.2.1.3 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPG aplicado ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	66
Tabela 5.2.2.1 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPS e FPVI aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	67
Tabela 5.2.2.2 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPS e FPVIFP aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	68
Tabela 5.2.2.3 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPS e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	68
Tabela 5.2.2.4 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVI e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	69
Tabela 5.2.2.5 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVFP e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	69
Tabela 5.2.3.1 – Comparação entre as funções penalidade aplicadas ao sistema elétrico IEEE de 14 barras .....	70
Tabela 5.3.1.1 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVI aplicada ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	72
Tabela 5.3.1.2 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVIFP aplicado ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	73

Tabela 5.3.1.3 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPG aplicado ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	74
Tabela 5.3.2.1 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPS e FPVI aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	75
Tabela 5.3.2.2 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPS e FPVIFP aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	76
Tabela 5.3.2.3 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPS e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	76
Tabela 5.3.2.4 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVI e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	77
Tabela 5.3.2.5 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVFP e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	78
Tabela 5.3.3.1 – Comparação entre as funções penalidade aplicadas ao sistema elétrico IEEE de 30 barras .....	79
Tabela 5.4.1.1 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVI e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 118 barras .....	83
Tabela 5.4.1.2 – Solução obtida para as variáveis discretas pela abordagem FPVFP e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 118 barras .....	85
Tabela A.1.1 - Dados das linhas de transmissão do sistema IEEE de 14 barras .....	91
Tabela A.1.2 - Dados das barras do sistema IEEE de 14 barras.....	92
Tabela A.2.1 - Dados das linhas de transmissão do sistema IEEE de 30 barras .....	92
Tabela A.2.2 - Dados das barras do sistema IEEE de 30 barras.....	93
Tabela A.3.1 - Dados das linhas de transmissão do sistema IEEE de 118 barras .....	94
Tabela A.3.2 - Dados das barras do sistema IEEE de 118 barras.....	99

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

O problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é modelado matematicamente como um problema de otimização não linear, restrito, não convexo, de grande porte com variáveis de controle contínuas e discretas. Ele visa determinar o melhor ponto de operação de um sistema elétrico de potência que satisfaça as restrições operativas do sistema. A formulação de problemas reais como problemas de otimização não linear, como é o caso do FPO, é encontrada em várias áreas do conhecimento tais como, engenharia, matemática, agronomia, economia, entre outras. Um problema de otimização não linear (PONL), é de difícil resolução devido as funções não lineares envolvidas. O FPO foi proposto por Carpentier (1962), ao incorporar no problema de Despacho Econômico (DE) as equações do Fluxo de Potência (FP) como restrições do problema. Em particular, o problema de FPO tem sido uma ferramenta importante para a determinação do estado de operação otimizado do SEP.

Um caso particular do problema de FPO é o Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR), em que as variáveis relacionadas à potência ativa são fixadas e a otimização considera somente as variáveis relacionadas à potência reativa, o qual será abordado neste trabalho. Neste trabalho, a função objetivo abordada será a de minimização das perdas de potência ativa nos ramos. Nos modelos clássicos de FPOR, a natureza discreta dos *taps* de transformadores e das susceptâncias *shunt* das barras é inicialmente desprezada (por meio da relaxação destas restrições), e as soluções contínuas obtidas são aproximadas para o valor discreto mais próximo. Entretanto, recentemente, a natureza discreta destas variáveis tem sido considerada diretamente no modelo, melhorando assim a solução do problema, pois o arredondamento pode levar à infactibilidade.

Uma das técnicas para sua resolução consiste em utilizar funções penalidades para tratar as variáveis discretas do problema. Desta forma transforma-se o problema discreto em uma sequência de problemas contínuos, e o método primal-dual barreira logarítmica pode ser utilizado para resolver esses problemas. Neste trabalho, objetiva-se analisar a convergência do método de penalidade para o problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR), utilizando diferentes funções penalidades e a mistura delas. Testes numéricos foram realizados com um exemplo numérico e com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30 e 118 barras, utilizando o pacote de otimização KNITRO em interface com o software GAMS. Uma análise dos resultados é apresentada.

Os resultados mostram que a combinação de funções penalidade pode ser promissora na resolução do problema de FPOR, ao tratar as variáveis discretas.

Este trabalho encontra-se dividido em 6 capítulos: no capítulo 2, com o objetivo de posicionar o trabalho cronologicamente, apresenta-se um histórico do problema de fluxo de potência ótimo; no capítulo 3, apresenta-se uma revisão dos métodos de otimização: primal-dual barreira logarítmica e função penalidade com objetivo de fornecer um suporte teórico para a análise a ser realizada; no capítulo 4, apresenta-se a formulação do problema de FPOR, propõe-se uma mistura das funções penalidade e aplica-se ao problema de FPOR; no capítulo 5, apresentam-se os resultados numéricos para um exemplo numérico e para os sistemas elétricos IEEE de 14, 30 e 118 barras; no capítulo 6, apresentam-se as conclusões do trabalho e no capítulo 7 são apresentados os trabalhos publicados durante a realização desta pesquisa.

## CAPÍTULO 2

### HISTÓRICO

Ao estudarmos o problema de FPO, observa-se que grande parte dos trabalhos encontrados na literatura não considera a natureza discreta de algumas variáveis do problema, tratando-o como contínuo. Neste capítulo apresenta-se um histórico dos trabalhos na área de FPO desde a sua formulação, em 1962, até os trabalhos mais atuais, dando destaque, a partir de 1992 aos trabalhos que abordaram a natureza discreta do problema.

Trabalhos que abordam o problema de FPO começaram a ser publicados no início da década de 60, quando Carpentier (1962) propôs uma nova formulação do problema de Despacho Econômico, ao adicionar ao modelo as restrições do fluxo de potência. A partir disto, o problema de despacho econômico tornou-se um caso particular do problema de FPO. Desta maneira, surge então, a primeira formulação rigorosa do problema de FPO como um modelo de otimização não linear, não convexo, restrito e de grande porte. O objetivo deste problema é encontrar o ponto ótimo de operação de um sistema elétrico sujeito às restrições de igualdade, representadas pelas equações de fluxo de potência, determinadas a partir das Leis de Kirchoff e as de desigualdade, pelas restrições funcionais e de limites das variáveis.

Carpentier em seu trabalho propôs resolver o problema de FPO utilizando a função lagrangiana clássica, a qual transforma o problema restrito em irrestrito. Desta maneira, aplicando-se as condições necessárias de primeira ordem, obtém-se um sistema não linear. A resolução deste sistema é feita a partir do método de Gauss-Seidel, onde a solução encontrada para o sistema é equivalente a solução do problema de FPO.

Em 1968, Dommel e Tinney desenvolveram o método do gradiente reduzido para resolver o problema de FPO, que por sua vez busca a solução ótima mediante um algoritmo de passos descendentes. No método proposto, os parâmetros de penalidade são utilizados para tratar as restrições de desigualdade e os multiplicadores de Lagrange são utilizados para adicionar à função objetivo as equações de fluxo de potência. Algumas das dificuldades apresentadas por este método são: o cálculo do tamanho do passo das variáveis de controle; a sensibilidade quanto ao tamanho do passo do gradiente reduzido; a convergência lenta, a qual fica “zigzagueando” próxima à solução ótima e a baixa eficiência computacional do método de otimização de primeira ordem. Testes numéricos foram realizados com o sistema elétrico 3 barras.

Sasson, Vilorio e Aboytes (1973) utilizaram a matriz hessiana da função lagrangiana para resolver o problema de FPO. O problema estudado foi resolvido através do método da função penalidade. Este método transforma o problema restrito em irrestrito, penalizando as restrições, tanto de igualdade como de desigualdade, que forem violadas. Os valores do parâmetro de penalidade crescem gradativamente a cada iteração, e é calculada a matriz hessiana da função penalizada aumentada. O processo iterativo termina quando todas as restrições do problema são satisfeitas e o ponto ótimo é encontrado. Simulações foram realizadas com os sistemas IEEE 14 e 30 barras.

Para resolver problemas de FPO associados aos sistemas elétricos de grande porte, em Sun *et al.* (1984), os autores apresentaram o método de Newton com penalidade. Neste método o problema estudado é dividido em dois subproblemas separando-se a parte da potência ativa e reativa do mesmo. Seguindo esta ideia, as restrições do problema são divididas em dois grupos: o grupo das restrições penalizadas e o grupo das restrições consideradas ativas na solução. Multiplicadores de Lagrange e fatores de penalidade são utilizados para tratar as restrições do problema. O método termina quando são satisfeitas as condições necessárias de primeira ordem de *Karush-Kuhn-Tucker (KKT)* e a tolerância estabelecida é atingida.

No ano de 1988, os autores Tinney *et al.* fizeram uma busca nos trabalhos publicados na literatura até aquele momento, e indicaram as falhas existentes nos métodos de resolução dos problemas de FPO, que necessitavam ser sanadas. Detectaram que os resultados obtidos por estes métodos, não forneciam de maneira efetiva as precisões reais. Entre as falhas encontradas podemos citar o uso de: problemas semelhantes; métodos utilizados para ajustar as variáveis discretas, que não fornecem soluções ótimas, número de ações de controle aplicadas na resolução do problema, que é muito grande para ser executado em um sistema real.

Para resolver o problema de FPO com variáveis discretas, em Liu *et al.* (1992), os autores propuseram um algoritmo de discretização. Este foi o primeiro método de otimização desenvolvido para a resolução deste problema. As variáveis discretas do problema de FPO (bancos de capacitores e reatores *shunt*) são ajustadas por meio de uma função penalidade, a qual é uma aproximação linear da penalidade quadrática. Neste método, o objetivo é tratar todas as variáveis do problema como contínuas, e considerar somente as restrições de igualdade do problema. A eficiência do método foi testada com os sistemas elétricos IEEE 100 e 1700 barras.

O método de pontos interiores, denominado método Primal-Dual Barreira Logarítmica foi utilizado pela primeira vez por Granville em 1994, para resolver o problema de FPOR. Neste método as restrições de igualdade são inseridas à função lagrangiana através dos multiplicadores de Lagrange e as restrições de desigualdade são transformadas em igualdade por meio das variáveis de folga ou de excesso. Uma das exigências do método é que a estimativa inicial das variáveis de folga e os multiplicadores de Lagrange, sejam factíveis e o parâmetro de barreira seja escolhido de forma criteriosa, pois caso contrário o método pode divergir. A solução do problema é encontrada, quando todas as restrições são satisfeitas e o parâmetro de barreira tende a zero. Testes foram realizados com o sistema sul/sudeste brasileiro de 1832 barras e o sistema norte-americano de 3467 barras.

Sharif e Taylor (1997) apresentaram um algoritmo aproximação externa /relaxamento de igualdade (AE/RE), para resolver o problema FPOR. Neste problema as variáveis, *shunt* e *taps* dos transformadores são tratadas como variáveis discretas. Na formulação proposta pelos autores, as variáveis discretas, *shunt* e *tap*, são modeladas através de variáveis binárias. Os testes foram realizados com um sistema elétrico de 6 barras.

Os autores em Chen, Suzuki e Katou (1997) apresentaram um método baseado na teoria dos campos médios (*Mean Field Theory*) para tratar a otimização não linear inteira mista, especialmente com problemas de fluxo de potência ótimo envolvendo variáveis contínuas e discretas, de forma mais exata. A fim de explorar as características do FPO, este trabalho adota o modelo *Potts Spin* em vez do modelo *Ising Spin* para melhorar a eficiência do método TCM. O método foi testado com o sistema elétrico de 4 barras e com o IEEE 30 barras.

Em 2002, Bakirtzis *et al.* (2002) desenvolveram um Algoritmo Genético (AG) modificado para resolver o problema de FPO com variáveis contínuas e discretas. A abordagem proposta tem por objetivo gerar aleatoriamente soluções candidatas, chamada de população inicial. Neste passo, tanto as variáveis contínuas, como as discretas devem seguir algumas especificações, onde, as variáveis contínuas devem estar dentro dos limites mínimos e máximos pré estabelecidos e as variáveis discretas devem assumir valores discretos. Os testes foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 30 e 76 barras e IEEE RTS96.

Para resolver o problema de FPOR com variáveis contínuas e discretas, Liu, Tso e Cheng (2002) propuseram uma combinação do método primal-dual de pontos interiores modificado com uma função penalidade quadrática. A função penalidade quadrática é utilizada para tratar as variáveis discretas do problema, a qual penaliza estas variáveis quando

elas assumem valores que não sejam discretos. A função objetivo do problema chamada de função lagrangiana aumentada é composta pela função lagrangiana acrescida da função penalidade. Simulações foram feitas com os sistemas elétricos IEEE 14, 30, 68 e 118 barras e com um sistema elétrico chinês de 538 barras.

Em 2003, Adibi *et al.* propuseram um método composto por uma combinação entre os métodos da lagrangiana aumentada e da barreira modificada. Neste método as restrições de igualdade são tratadas pelo método da função lagrangiana aumentada de Hestenes (1969), Powell (1969) e as restrições de desigualdade pelo método da função barreira modificada de Polyak (1992). O sistema elétrico de 160 barras, foi utilizado para analisar a eficiência do método.

No trabalho de Lin, Ho e Lin (2004), o problema de FPO com variáveis contínuas e discretas, foi resolvido utilizando um algoritmo baseado em teoria de otimização ordinal (do inglês, *ordinal optimization theory-based algorithm*), e a abordagem proposta tem por objetivo minimizar o custo na geração de energia. O algoritmo divide-se em três fases. Na primeira fase escolhe-se um amplo conjunto de soluções candidatas, através de uma heurística. Na segunda fase, um modelo simplificado do problema de FPO é resolvido com o intuito de encontrar um conjunto reduzido de soluções candidatas e promissoras. E por fim, na terceira fase, as soluções candidatas do subconjunto reduzido são avaliadas, utilizando o modelo completo do problema de FPO e, desta maneira, obtém-se uma solução para o problema de FPO com variáveis discretas e contínuas. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 118 e 244 barras.

Ding, Wang e Song (2004) propuseram uma combinação do método de planos de corte com pontos interiores para resolver o problema de FPO com variáveis discretas, sendo estas, os *taps* dos transformadores. O método proposto faz uma sequência de linearizações do problema de FPO. Os métodos de plano de corte resolvem os problemas lineares através do método simplex, mas os autores propõem em seu algoritmo resolvê-lo por um método de pontos interiores. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos 14, 57, 118 e 300 barras.

No ano de 2005, os autores Zhao, Guo e Cao (2005) resolveram o problema de FPO com variáveis contínuas e discretas através do algoritmo do enxame de partículas. Este algoritmo é uma técnica de computação evolucionária com base em sistemas multi-agentes. Neste método, o problema de FPO é tratado como um problema de otimização combinatória, o qual contém funções não lineares que apresentam vários mínimos locais e restrições



descontínuas. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 30 e 118 barras.

Em 2006, em Yan *et al.* (2006), para resolver o problema de FPOR com variáveis contínuas e discretas, os autores propuseram um método inovador o qual faz uma combinação entre o algoritmo genético (AG) e o método de pontos interiores. A abordagem proposta utiliza as melhores vantagens que os dois métodos possuem. Este método é dividido em duas etapas. Na primeira etapa o problema de FPOR é resolvido através da relaxação das variáveis discretas. E na segunda etapa divide-se o problema de FPOR original em dois subproblemas, sendo eles um de otimização contínua e o outro de otimização discreta. O subproblema discreto é resolvido através do AG, e o subproblema contínuo por meio do método de pontos interiores. Testes foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 30 e 118 barras e o sistema elétrico Chongqing 161 barras.

Um algoritmo de otimização por enxame de partículas híbrido foi apresentado em AlRashidi e El-Hawary (2007) para resolver o problema de FPO com variáveis contínuas e discretas. A proposta dos autores é realizar novas formulações no problema de FPO e a partir daí aplicar o método. O algoritmo híbrido faz uma combinação entre a otimização por enxame de partículas e o algoritmo de Newton-Raphson. No método proposto, o problema de FPO é dividido em três fases. Na primeira fase, o algoritmo discreto proposto é utilizado para tratar as variáveis contínuas e discretas. Na segunda fase, a partir do método Newton-Raphson tratam-se as restrições de igualdade. E por fim, na terceira fase, o mecanismo híbrido proposto é utilizado para tratar as restrições de desigualdade. Testes numéricos foram feitos com o sistema elétrico de 30 barras com 6 unidades geradoras.

Subbaraj e Rajnarayanan (2009) propuseram um algoritmo genético com codificação real auto-adaptável (do inglês, *self-adaptive real coded genetic algorithm*) para resolver o problema de FPOR com variáveis contínuas, discretas e binárias. Neste problema as variáveis contínuas são representadas pelos reguladores automáticos de tensão, as variáveis discretas pelos *taps* dos transformadores e as variáveis binárias pelos bancos de capacitores e reatores *shunt*. O método proposto consiste em uma técnica de busca que é determinada por princípios darwinianos de evolução natural. Um fenômeno que torna a busca de algoritmos evolutivos flexível e mais perto da evolução natural é a autoadaptação. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 14 e 30 barras.

Para resolver o problema de FPO com variáveis discretas (os *taps* dos transformadores e os bancos de capacitores e reatores *shunt*), Liu *et al.* (2009) utilizaram uma combinação dos métodos de planos de corte e o de pontos interiores “melhorado”. Na abordagem proposta, os

autores apresentaram um método que combina as melhores vantagens que cada método possui. Este método considera inicialmente todas as variáveis do problema como contínuas. Faz a linearização sucessiva e utiliza o método de planos de corte de Gomory para resolver os problemas de OLIM. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 5, 14, 24, 30, 57, 118 e 300 barras.

O autores Macfie *et al.* (2010) desenvolveram métodos embasados em abordagens de limites adaptativos e probabilísticos (do inglês, *probabilistic and adaptive threshold approaches*) para resolver o problema de FPOR. O método proposto dividi-se em duas etapas. Na primeira etapa, detalha-se o método probabilístico. Este método faz a correção de um subconjunto de variáveis ao seu valor discreto mais próximo em cada iteração, com uma probabilidade determinada a um valor discreto mais próximo da variável *shunt*. Na segunda etapa, detalha-se um método adaptativo limitado. Neste método define-se um valor discreto mais próximo para a variável *shunt*. Testes numéricos foram realizados com um sistema elétrico de grande porte da Grã-Bretanha, um sistema teste de 6 barras de Ward Hale e com o sistema IEEE até 118 barras.

Para tratar as variáveis discretas do problema de FPO, Capitanescu e Wehenkel (2010) apresentaram três abordagens, as quais utilizam técnicas de sensibilidade e heurísticas. Na primeira abordagem, utiliza-se um método de pontos interiores para resolver a relaxação contínua do problema de FPO, em seguida o problema com variáveis contínuas e discretas é resolvido pelo método *branch-and-cut*, nesta fase, encontram-se os valores das variáveis discretas do problema. Na segunda abordagem os autores utilizam o método da função mérito e seguem as mesmas etapas da primeira abordagem. E na terceira abordagem utilizam-se os multiplicadores de Lagrange associados às variáveis discretas. Os testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos de 60, 618 e 1203 barras e com o sistema IEEE 300 barras.

Um método primal-dual barreira logarítmica aumentada foi desenvolvido por Soler, Sousa e Costa em 2012 para resolver o problema de FPO com variáveis contínuas e discretas. O método proposto trata as variáveis discretas por meio de uma função penalidade transformando o problema que possui variáveis contínuas e discretas em uma sequencia de problemas com apenas variáveis contínuas. A solução do problema com somente variáveis contínuas é equivalente à do problema de otimização com variáveis contínuas e discretas. Teste numéricos foram realizados com os sistemas IEEE de 14, 30, 118 e 300 barras.

Um algoritmo embasado em *Branch-and-Bound* (B&B) com o auxílio da computação paralela foi proposto pelos autores Moreira *et al.* (2013) em 2013, para a resolução do

problema de FPO com variáveis discretas. Neste método é utilizada uma técnica similar a do B&B utilizada para resolver PONLIM. É realizado um processo de enumeração que utiliza uma árvore binária da qual os nós estão relacionados aos subproblemas restritos à variáveis contínuas. A abordagem proposta permite o controle dos subproblemas inviáveis de forma robusta e uma implementação paralela, que permite acelerar a busca ao executar vários problemas de FPO com todas as variáveis simultaneamente contínuas em vários processos centrais. Simulações foram feitas com os sistemas elétricos IEEE de 118 e 300 barras e um sistema elétrico real espanhol.

Ainda em 2013, os autores Soler, Asada e Costa apresentaram uma abordagem que utiliza o método da função penalidade e o método de pontos interiores, para tratar as variáveis discretas do problema de FPOR. Neste problema, as variáveis discretas são representadas pelos *taps* dos transformadores e os bancos de capacitores e de reatores *shunt*. O método consiste na penalização das variáveis discretas através dos parâmetros de penalidade, os quais são atualizados a cada iteração e crescem gradativamente até que estas se anulem quando as variáveis discretas do problema assumem valores discretos. Testes numéricos foram realizados com os sistemas IEEE de 14, 30, 118 e 300 barras.

Um algoritmo híbrido para resolver o problema de FPOR com variáveis contínuas e discretas foi proposto pelos autores Ghasemi *et al.* (2014), no ano de 2014. Em seu trabalho os autores apresentaram um algoritmo híbrido embasado no algoritmo competitivo imperialista modificado e a otimização de ervas invasoras (do inglês, *algorithm based on hybrid modified imperialist competitive algorithm and invasive weed optimization*). O método proposto tem o intuito de melhorar a busca pelo ótimo global, combinando o que a otimização de ervas invasoras e o algoritmo competitivo imperialista têm de melhor. Os testes foram realizados com os sistemas IEEE de 30, 57 e 118 barras.

No ano de 2015, para resolver o problema de FPO com variáveis contínuas e discretas Phan (2015) pesquisou um problema de dualidade lagrangiana. Na abordagem proposta pelo autor, para resolver o problema de otimização em que a dualidade forte não se sustenta, propõe-se duas classes de algoritmos B&B, onde a região viável é subdividida aplicando o B&B bisseção elipsoidal ou o B&B retangular. Os testes numéricos foram realizados com sistemas IEEE de 14,30,118 e 300 barras.

Um método de otimização embasado em ensino aprendizagem (do inglês, *teaching-learning-based optimization algorithm*), foi por Ghasemi *et al.*(2015). Neste trabalho, os autores resolveram o problema de FPOR através do algoritmo de Gauss com o intuito de minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão. O objetivo do método

proposto é melhorar a busca por uma solução ótima global, e para aumentar a taxa de convergência do algoritmo, propõe-se algumas modificações, para atingir uma melhor solução. Testes foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras, com o sistema elétrico peruano de 464 barras e o Sul/Sudeste brasileiro de 2236 barras.

Um modelo do problema de FPOR quadrático com variáveis de controle discretas em coordenadas retangulares foi apresentado em Nie *et al.* (2015), no ano de 2015. Na resolução do problema, as variáveis discretas são tratadas pela função penalidade quadrática, e o método de pontos interiores primal-dual previsor-corretor é aplicado. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 14 a 118 barras.

Um algoritmo híbrido foi proposto por Huang (2015). Denominado algoritmo híbrido de inteligência artificial imunológico e de recozimento simulado (do inglês, *hybrid artificial intelligence algorithm – hybrid immune and simulated annealing algorithm*), foi proposto para resolver a injeção de corrente equivalente para o problema de FPO. O método consiste em minimizar o custo ao pesquisar na vizinhança o mínimo local e global, fazendo ajustes nos *taps* dos transformadores e nos capacitores *shunt*. Simulações foram realizadas com sistema IEEE de 30 barras.

Mazzini e Asada (2015) apresentaram uma função penalidade polinomial para resolver o problema de FPOR. Em seu trabalho as variáveis de controle discretas do problema são tratadas como variáveis contínuas e resolve-se o problema com o auxílio de uma função penalidade polinomial. A solução encontrada para o problema transformado através da função penalidade polinomial é equivalente à solução do problema original. O método foi testado com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras.

Em 2016, para resolver o problema de FPOR com variáveis discretas, Silva *et al.* (2016), propuseram duas diferentes funções penalidade. Nas abordagens propostas são utilizadas funções penalidade associadas a um método de pontos interiores. As funções desenvolvidas pelos autores são duas funções penalidade polinomiais. Uma delas é obtida via interpolação de Lagrange, a qual é aplicada ao problema em conjunto com a penalidade senoidal de Soler (2011), e a outra obtida via fatores de primeiro grau. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 118 e 300 barras.

Em seu trabalho, no ano de 2018, Tófoli *et. al* (2018) desenvolveram um método denominado método de pontos interiores e exteriores com estratégia de correção de inércia, para tratar as variáveis discretas do problema de FPOR. O método proposto, utiliza métodos de pontos interiores e exteriores, em conjunto com o método da função penalidade para o

tratamento das variáveis discretas. A função penalidade utilizada é a senoidal de Soler (2011). Um método de ponto exterior é aplicado para resolver os problemas penalizados. Para garantir que apenas os mínimos locais sejam obtidos para os problemas penalizados, uma estratégia de correção de inércia é proposta. Também são investigadas novas direções de busca que combinam as direções dos passos predictor e corretor. Simulações foram realizadas com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras.

Em Zhao *et. al* (2019), os autores propuseram um método para resolver o problema de FPOR, baseado na decomposição heterogênea (HDG) para redes globais de transmissão e distribuição. Os autores consideram as características da estrutura mestre-escravo, a qual se designa por transmissão e distribuição do FPOR global. Esse problema pode ser decomposto em subproblemas mestre (redes de transmissão), em subproblemas escravo (redes de distribuição) e no subproblema de coordenação de consistência limite. Qualquer um desses algoritmos de otimização baseados na teoria de dualidade e gradiente pode ser adotado para resolver os subproblemas mestre ou escravo do FPOR. Testes foram realizados nos sistemas IEEE 30 barras (redes de transmissão) e modificado IEEE de 33 barras (redes de distribuição) contendo múltiplos geradores distribuídos.

Alguns trabalhos para a resolução do problema de FPOR levam em consideração a natureza discreta das variáveis. De modo geral, são utilizados métodos de *Branch-and-Bound*, *Branch-and-Cut*, algoritmo genético, método de penalidade, entre outros. Encontrar um método eficiente para tratar o problema de FPOR com variáveis discretas e resolvê-lo em tempo real é um desafio para os pesquisadores. E é neste sentido que o presente trabalho será desenvolvido.

No capítulo 3 é apresentada uma breve revisão dos métodos de otimização que serão utilizados neste trabalho.

## CAPÍTULO 3

### REVISÃO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo apresentamos uma revisão de métodos de otimização, os quais são utilizados na resolução do problema de FPOR com variáveis contínuas e discretas, neste trabalho. Os métodos apresentados são: o método primal dual barreira logarítmica (PDBL) e o método da função penalidade.

#### 3.1. Método Primal Dual Barreira Logarítmica (PDBL)

O método primal dual barreira logarítmica (PDBL) foi aplicado na resolução do problema de FPO por Granville (1994), Souza (1998) e Delgado (2016), entre outros e tem como característica a robustez e a eficiência, se comparado aos demais métodos de pontos interiores. Este método foi desenvolvido a partir da junção dos métodos de Newton, dual-lagrangiano e método de barreira (Fiacco e McCormick (1968)). A finalidade destes métodos são as seguintes: o método de Newton foi proposto para resolver o sistema de equações não lineares do problema; o dual-lagrangiano para tratar as restrições de igualdade; e o método de barreira para tratar as restrições de desigualdade.

O problema de fluxo de potência ótimo (FPO) apresentado por Carpentier (1962) pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } F(x) \\ & \text{sujeito a : } \begin{cases} g_i(x) = 0, & i = 1, 2, \dots, m < n \\ h_j(x) \leq 0, & j = 1, 2, \dots, p \\ x_{min} \leq x \leq x_{max} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

em que:

- $F(x)$ : função objetivo;
- $g(x)$ : é o vetor que corresponde às restrições de igualdade;
- $h(x)$ : é o vetor que corresponde às restrições de desigualdade;

- $x_{min}$  e  $x_{max}$ : são os vetores dos limites inferiores e superiores para as variáveis respectivamente;
- $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ,  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$  e pertencem a classe de funções  $C^2$ .
- $m$ : representa o número de restrições de igualdade;
- $p$ : representa o número de restrições de desigualdade.

Para a aplicação do método PDBL ao problema de FPO transformam-se as restrições de desigualdade do problema em igualdade, utilizando variáveis de folga não-negativas. Neste caso o problema (3.1.1) modificado fica:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } F(x) \\ & \text{sujeito a: } \begin{cases} g_i(x) = 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_j(x) + s_{1,j} = 0, & j = 1, 2, \dots, p \\ x + s_2 = x_{max} \\ x - s_3 = x_{min} \\ s_1, s_2, s_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

em que:

- $s_1 \in \mathbb{R}^p$ ,  $s_2 \in \mathbb{R}^n$  e  $s_3 \in \mathbb{R}^n$ : são os vetores das variáveis de folga ou de excesso.

Estas variáveis de folga ou de excesso serão acrescentadas à função objetivo, por meio da função barreira logarítmica para garantir a não negatividade destas variáveis. Esta função foi proposta inicialmente por Frisch (1955) e, desta forma, obtém-se o problema de barreira:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } F(x) - \mu \sum_{j=1}^p \ln(s_{1j}) + \mu \sum_{i=1}^n [\ln(s_{2i}) + \ln(s_{3i})] \\ & \text{sujeito a: } \begin{cases} g_i(x) = 0, & i = 1, 2, \dots, m \\ h_j(x) + s_{1,j} = 0, & j = 1, 2, \dots, p \\ x + s_2 = x_{max} \\ x - s_3 = x_{min} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

em que:

- $\mu$  ( $\mu > 0$ ): representa o parâmetro de barreira, o qual tende a zero durante o processo de otimização, isto é,  $\mu_0 > \mu_1 > \dots > \mu_k \rightarrow 0$ .

Com o objetivo de tornar o problema restrito (3.1.3) em um problema irrestrito modificado, constrói-se a função lagrangiana aumentada associada ao mesmo, a qual é dada por:

$$L(x, s, \lambda, \pi) = F(x) - \mu \sum_{j=1}^p \ln(s_{1j}) - \mu \sum_{i=1}^n [\ln(s_{2i}) + \ln(s_{3i})] + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum_{j=1}^p \pi_{1j} [h_j(x) + s_{1j}] + \sum_{i=1}^n [\pi_{2i} (x_i + s_{2i} - x_{max}) + \pi_{3i} (-x_i + s_{3i} + x_{min})] \quad (3.1.4)$$

sendo:

- $\lambda \in \mathbb{R}^m$ ,  $\pi_1 \in \mathbb{R}^p$  e  $\pi_2 \in \mathbb{R}^n$ ,  $\pi_3 \in \mathbb{R}^n$ : os vetores dos multiplicadores de Lagrange, ou seja, as variáveis duais do problema.

Pode-se observar que a função lagrangiana aumentada é construída, acrescentando-se à função objetivo todas as restrições de igualdade do problema por meio dos multiplicadores de Lagrange.

Aplicando as condições necessárias de primeira ordem a (3.1.4), obtém-se o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\nabla_{(x, \lambda, \pi, s)} L = 0$$

ou seja:

$$\nabla_x F(x) + \sum_{i=1}^m \nabla_x g_i(x) \lambda_i + \sum_{j=1}^p \nabla_x h_j(x) \pi_{1j} + \pi_2 - \pi_3 = 0 \quad (3.1.5)$$

$$g_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.1.6)$$

$$h_j(x) + s_{1j} = 0, \quad j = 1, \dots, p \quad (3.1.7)$$

$$x_i + s_{2i} - x_{max,i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1.8)$$

$$-x_i + s_{3i} + x_{min,i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1.9)$$

$$-\mu s_{1j}^{-1} e + \pi_{1j} = 0, \quad j = 1, \dots, p \quad (3.1.10)$$

$$-\mu s_{2i}^{-1} e + \pi_{2i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1.11)$$



$$-\mu s_{3i}^{-1} e - \pi_{3i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1.12)$$

em que:

- $e^T = (1, 1, \dots, 1)$ ;
- $S_1, S_2, S_3$ : são matrizes diagonais, cujos elementos são  $s_{1j}, s_{2i}, s_{3i}$  respectivamente,  $i = 1, \dots, n$  e  $j = 1, \dots, p$ .

Para a resolução do sistema de equações (3.1.5) – (3.1.12), é utilizado o método de Newton, o qual faz uso de expansão em série de Taylor até a primeira ordem das equações, gerando assim as direções de busca  $(\Delta x, \Delta \lambda, \Delta \pi_{1j}, \Delta \pi_{2i}, \Delta \pi_{3i}, \Delta s_{1j}, \Delta s_{2i}, \Delta s_{3i})^T$ , que serão utilizadas para a atualização das variáveis do sistema. Sendo as equações de Newton para a obtenção das direções, representadas matricialmente como segue (3.1.13):

$$W \Delta d = -\nabla L \quad (3.1.13)$$

$$\begin{pmatrix} H(x, \lambda, \pi_{1j}) & J(x)^T & \nabla_x h(x)^T & I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & S_1^{-1} \pi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & S_2^{-1} \pi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & S_3^{-1} \pi_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_{1j} \\ \Delta \pi_{2i} \\ \Delta \pi_{3i} \\ \Delta s_{1j} \\ \Delta s_{2i} \\ \Delta s_{3i} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \\ \nabla_{\pi_{1j}} L \\ \nabla_{\pi_{2i}} L \\ \nabla_{\pi_{3i}} L \\ \nabla_{s_{1j}} L \\ \nabla_{s_{2i}} L \\ \nabla_{s_{3i}} L \end{pmatrix} \quad (3.1.14)$$

em que:

- $H = \nabla_{xx}^2 F(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla_{xx}^2 g_i(x) + \sum_{j=1}^p \pi_{1j} \nabla_{xx}^2 h_j(x)$ ;
- $J(x)$ : é a matriz jacobiana da função  $g(x)$ , apresentada em (3.1.14);
- $I$  é a matriz identidade.

A matriz lagrangiana do sistema, (3.1.14), tem como característica a esparsidade, isto é, muitos de seus elementos são nulos, e isto deve ser explorado no processo de solução do sistema.

### 3.1.1 Tamanho do passo

Com as direções de busca já determinadas em (3.1.14), a próxima etapa é calcular os passos primais e duais,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ , respectivamente, os quais serão utilizados na atualização das variáveis primais e duais. Estes passos são calculados de tal forma que cada componente das variáveis de folga primais ( $s_i, i=1, 2, 3\dots$ ) permaneçam estritamente positivas, e que os elementos do vetor dos multiplicadores de Lagrange ( $\pi_i, i=1, 2, 3\dots$ ) permaneçam com os respectivos sinais, ou seja,  $\pi_{1j} > 0; \pi_{2i} > 0; \pi_{3i} > 0, i=1, \dots, n$  e  $j=1, \dots, p$ , conforme (3.1.10), (3.1.11) e (3.1.12), respectivamente.

Este cálculo é feito encontrando o menor elemento entre o tamanho de passo mínimo, de todos os componentes dos vetores, este menor elemento é então multiplicado por um fator menor que 1 (para garantir que o próximo ponto irá satisfazer as condições de positividade), e comparado com 1, o menor entre eles é então escolhido, como propõe Granville (1994), Quintana *et. al.*, (1995) e Irisarri *et. al.*, (1997), como segue:

$$\alpha_p = \min \left\{ \sigma \left( \frac{\min s_{1j}}{|\Delta s_{1j}|}, \sigma \left( \frac{\min s_{2i}}{|\Delta s_{2i}|}, \sigma \left( \frac{\min s_{3i}}{|\Delta s_{3i}|}, 1 \right) \right) \right) \right\} \quad (3.1.15)$$

$$\alpha_d = \min \left\{ \sigma \left( \frac{\min \pi_{1j}}{|\Delta \pi_{1j}|}, \sigma \left( \frac{\min \pi_{2i}}{|\Delta \pi_{2i}|}, \sigma \left( \frac{\min \pi_{3i}}{|\Delta \pi_{3i}|}, 1 \right) \right) \right) \right\} \quad (3.1.16)$$

em que:

- $\sigma = 0,9995$ , conforme proposto em Granville (1994), Quintana *et. al.*, (1995) e Irisarri *et. al.*, (1997).

Conhecendo as direções por meio da solução de (3.1.14) e os passos primais e duais (3.1.15) e (3.1.16) respectivamente, todas as variáveis do problema podem ser atualizadas por:

$$\begin{aligned}
x_i^{k+1} &= x_i^k + \alpha_p \Delta x_i^k, & i=1, \dots, n \\
s_{1j}^{k+1} &= s_{1j}^k + \alpha_p \Delta s_{1j}^k, & j=1, \dots, p \\
s_{2i}^{k+1} &= s_{2i}^k + \alpha_p \Delta s_{2i}^k, & i=1, \dots, n \\
s_{3i}^{k+1} &= s_{3i}^k + \alpha_p \Delta s_{3i}^k, & i=1, \dots, n \\
\lambda_i^{k+1} &= \lambda_i^k + \alpha_d \Delta \lambda_i^k, & i=1, \dots, n \\
\pi_{1j}^{k+1} &= \pi_{1j}^k + \alpha_d \Delta \pi_{1j}^k, & j=1, \dots, p \\
\pi_{2i}^{k+1} &= \pi_{2i}^k + \alpha_d \Delta \pi_{2i}^k, & i=1, \dots, n \\
\pi_{3i}^{k+1} &= \pi_{3i}^k + \alpha_d \Delta \pi_{3i}^k, & i=1, \dots, n
\end{aligned} \tag{3.1.17}$$

Após a atualização das variáveis, deve-se atualizar o parâmetro de barreira. Este é o ponto crítico do algoritmo primal dual barreira logarítmica (PDBL).

### 3.1.2 O parâmetro de barreira

O parâmetro de barreira  $\mu$  deve ser cuidadosamente escolhido, pois é uma etapa muito importante no método PDBL. Segundo Granville (1994) o valor de  $\mu$  pode ser calculado, proporcional ao *gap* de dualidade, considerado a cada ponto. O *gap* de dualidade é dado pela diferença entre os valores da função objetivo do problema primal e a função objetivo do problema dual. O cálculo do parâmetro  $\mu$  é realizado a cada iteração, de forma que o seu valor atual seja sempre menor que o valor anterior. A atualização do parâmetro de barreira é realizada conforme a equação (3.1.18), em que o numerador corresponde ao *gap* de dualidade:

$$\mu = \frac{(s_{1j}\pi_{1j} + s_{2i}\pi_{2i}) + (s_{3i}\pi_{3i})}{(2n + p)\beta} \tag{3.1.18}$$

em que:

- $\beta > 1$  é especificado pelo usuário;
- $n$  é o número de barras do sistema;
- $p$  é o número de restrições de desigualdade.

O parâmetro  $\mu$  é reduzido a cada iteração como em (3.1.18). Uma escolha inadequada do parâmetro  $\beta$  poderá comprometer a convergência do método. Outra opção para a atualização de  $\mu$  é reduzi-lo por um fator  $\beta$  especificado pelo usuário, a cada iteração, dado em (3.1.19):

$$\mu^{(k+1)} = \frac{\mu^{(k)}}{\beta}, \beta > 1 \quad (3.1.19)$$

O método termina quando as condições de KKT são satisfeitas. As condições  $s > 0$  e  $\pi > 0$  devem ser satisfeitas em todos os pontos.

### 3.1.3 Inicialização das variáveis

Ao inicializar o método, exige-se apenas que as variáveis relacionadas ao sistema elétrico (tensão,  $tap$  e injeção de reativo), estejam dentro dos limites máximos e mínimos predeterminados. As restrições de desigualdade não necessitam satisfazer a inicialização. As variáveis de folga e de excesso, utilizadas na transformação das restrições de desigualdade em igualdade, devem ser estritamente positivas e são inicializadas a partir das equações (3.1.7), (3.1.8), (3.1.9) respectivamente. Ainda que haja alguma componente do vetor das variáveis citadas anteriormente, nula ou negativa, assume-se o valor de 0,02, conforme Quintana *et al.* (1995). Os vetores dos multiplicadores de Lagrange  $\pi_i$  são inicializados utilizando (3.1.10), (3.1.11), (3.1.12) respectivamente. O parâmetro de barreira inicial e o multiplicador  $\beta$  para a atualização de  $\mu$  são determinados pelo usuário, como mencionado anteriormente.

### 3.1.4 Algoritmo primal-dual barreira logarítmica

---

**Algoritmo 1:** Primal-dual barreira logarítmica

---

**Dados:** Dado o problema (3.1.3), construa a função lagrangiana barreira logarítmica (3.1.4)

Faça  $k=0$ , obtenha uma estimativa inicial para  $(d^0)^T = \left( (x^0)^T, (\lambda^0)^T, (\pi^0)^T, (s^0)^T \right)$  e  $\mu^0$ ,

- 1 **ENQUANTO**  $KKT > \xi$  faça:
  - 2 Resolva o sistema (3.1.13);
  - 3 Calcule os passos  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ , utilizando (3.1.15) e (3.1.16);
  - 4 Atualize as variáveis por (3.1.17);
  - 5 Atualize o parâmetro de barreira por (3.1.19);  
Faça  $k=k+1$
  - 6 **FIM**
  - 7  $x^k$  é a solução para o problema (3.1.3)
- 

## 3.2 Tratamento das variáveis inteiras

Em um problema de otimização não linear inteiro misto (ONLIM), apresentam-se dificuldades de resolução as quais são impostas pelas variáveis discretas/inteiras e pelas funções não lineares envolvidas. Algumas técnicas para a resolução destes problemas podem ser encontradas na literatura, dentre elas: algoritmos de planos de corte, *Branch-and-Bound*, decomposição de Benders, função penalidade, *Outer-Approximation*, entre outros (Rao, 2009). Neste trabalho destaca-se o método da função penalidade para variáveis discretas.

### 3.2.1 Método da função penalidade para variáveis discretas

Em problemas de FPO, uma das maneiras utilizadas para tratar as variáveis discretas é o método da função penalidade. Esse método trata as variáveis discretas como contínuas, e penaliza a função objetivo quando estas variáveis assumem valores não discretos. De acordo Luenberger e Ye (2008), os métodos da função penalidade têm como estratégia de solução a

transformação de um problema discreto (3.2.1.1) em um problema contínuo (3.2.1.3), através da inclusão das variáveis discretas penalizadas, à função objetivo do problema. Seja o problema de ONLIM dado por:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } F(x, y) \\ & \text{sujeito a : } \begin{cases} g_i(x, y) = 0, & i = 1, 2, \dots, m < n \\ h_j(x, y) \leq 0, & j = 1, 2, \dots, p \\ x_{min} \leq x \leq x_{max} \\ y_k \in D_{y_k}, & k = 1, 2, \dots, n_y \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2.1.1)$$

em que:

- $x \in X \subset \mathbb{R}^n$ ;  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  e  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ , com  $m < n$  e as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  de classe  $C^2$ .
- $x, y$ : são variáveis de decisão;
- $D_{y_k}$ : é o conjunto dos valores discretos para a variável  $y_k$ , para  $k = 1, 2, \dots, n_y$ ;
- $F(x, y)$ : função objetivo;
- $g(x, y)$ : é o vetor que corresponde às restrições de igualdade;
- $h(x, y)$ : é o vetor que corresponde às restrições de desigualdade;
- $x_{min}$  e  $x_{max}$ : são os vetores dos limites inferiores e superiores das variáveis do vetor  $x$  respectivamente.

Neste método as variáveis discretas do problema são adicionadas à função objetivo através de funções penalidade, e multiplicadas por um parâmetro de penalidade, de modo a penalizar qualquer violação das variáveis discretas, isto é, penaliza quando essas variáveis assumem valores não discretos e as condições de discretização são relaxadas. Gera-se uma sequência de soluções contínuas inactíveis para (3.2.1.1) até estas convergirem para uma solução factível. A função resultante da soma da função penalidade à função objetivo é denominada função objetivo aumentada.

A função objetivo aumentada tem a forma de  $F(x, y) + \gamma\phi(y)$ , sendo  $\gamma$  o parâmetro de penalidade e  $\phi(y)$  a função penalidade, em que:

$$\phi(y) = \begin{cases} 0, & \text{se } y_i \in D_{y_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n_y \\ \phi(y) > 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.2.1.2)$$

isto é,  $\phi(y)$  assume valores positivos se, e somente se,  $y$  não assumir valores discretos.

Assim, a função objetivo do problema (3.2.1.1) é inserida a função penalidade (3.2.1.2), ficando o problema modificado, o qual agora é contínuo, escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } F(x, y) + \gamma\phi(y) \\ & \text{sujeito a : } \begin{cases} g(x, y) = 0 \\ h(x, y) \geq 0 \\ x_{min} \leq x \leq x_{max} \\ y_{min} \leq y \leq y_{max} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2.1.3)$$

em que:

- $\gamma > 0$ : é o fator de ajuste que determina a amplitude da função  $\phi$ ;
- $y_{min}$  e  $y_{max}$ : são os vetores dos limites inferiores e superiores das variáveis do vetor  $y$  respectivamente.

Desta forma, determinar a solução ótima para o problema (3.2.1.1) é equivalente a resolver uma seqüência de problemas modificados (3.2.1.3), os quais contêm apenas variáveis contínuas. O parâmetro de penalidade  $\gamma > 0$  é atualizado no decorrer das iterações conforme (3.2.1.4).

$$\gamma^{k+1} = c\gamma^k \quad (3.2.1.4)$$

### 3.2.1.1 Algoritmo da função penalidade para variáveis discretas

---

**Algoritmo 2:** Função Penalidade para variáveis discretas

---

**Dados:** Dado o problema (3.2.1.1), construa a função penalidade (3.2.1.2)

Faça  $k=0$ ; Dê o valor inicial para  $x^0$  e  $y^0$  para o parâmetro de penalidade  $\gamma^0 > 0$ ;

Especifique o valor de  $c > 1$  e uma tolerância  $\xi > 0$ ;

- 1 **ENQUANTO**  $y^k$  não assume valores discretos faça;
  - 2 Resolva o problema penalizado (3.2.1.3);
  - 3 Admita  $x^{k+1}$  e  $y^{k+1}$  como uma solução e vá para o passo 4;
  - 4 Atualize o parâmetro de penalidade por  $\gamma^{k+1} = c\gamma^k$ ;  
Faça  $k=k+1$  e volte para o passo 1.
  - 5 **FIM**
  - 6  $(x^k, y^k)$  é uma solução para o problema (3.2.1.1)
- 

Destaca-se que várias funções penalidade podem ser utilizadas para resolver o problema (3.2.1.1). Nas seções 3.2.2 – 3.2.5 são apresentadas algumas delas.

### 3.2.2 Função penalidade senoidal

Considere o problema de ONLIM, formulado como em (3.2.1.1).

Seja  $\phi(y)$  a função penalidade senoidal (FPS) proposta por Soler (2011) dada por:

$$\phi(y) = \sum_{i=1}^{n_y} \left[ \text{sen} \left( \frac{y_i}{s_i^{sup} - s_i^{inf}} \pi + \alpha \right) \right]^{2\beta} \quad (3.2.2.1)$$

em que:

- $\beta$ : é um número inteiro positivo;
- $s_i^{inf}$  e  $s_i^{sup}$ : são os valores discretos mais próximos inferiormente e superiormente de  $y_i$  respectivamente;

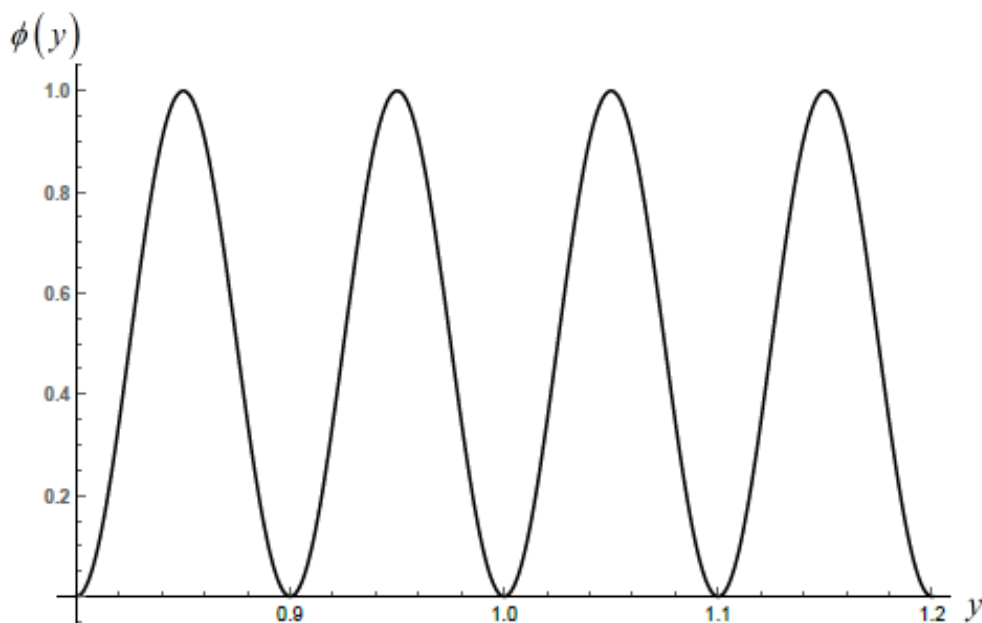


- $\alpha$ : é uma constante tal que  $0 < \alpha < \pi$  determinada de forma que a função  $\phi(y)$  se anule apenas nos valores discretos que  $y$  pode assumir.

A função apresentada em (3.2.2.1), proposta por Soler (2011), é denominada função penalidade senoidal e satisfaz (3.2.1.2).

Na Figura 3.2.2.1 apresenta-se graficamente a função  $\phi(y)$  plotada para o intervalo  $[0,8;1,2]$ .

Figura 3.2.2.1 - Função Penalidade Senoidal considerando o conjunto discreto da figura.



Fonte: Autoria própria.

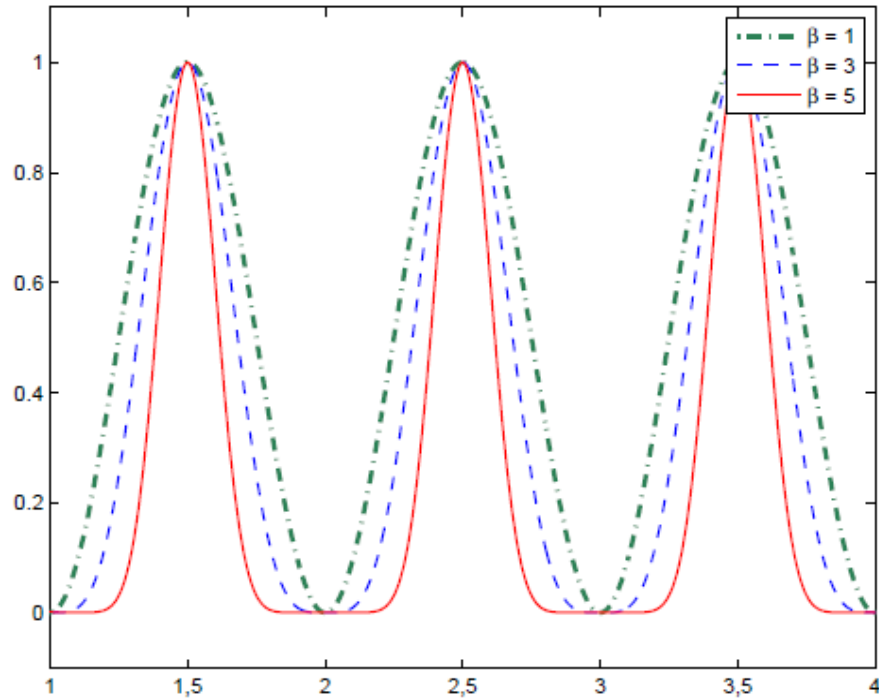
Esta função penalidade é contínua e diferenciável, logo o problema modificado (3.2.1.3) pode ser resolvido por métodos de otimização que envolvam o cálculo de derivadas.

### 3.2.2.1 Sensibilidade da função penalidade senoidal em relação à $\gamma$ e $\beta$

Segundo Soler (2011) a forma e amplitude da função  $\phi(y)$  dada em (3.2.2.1), está relacionada aos valores de  $\gamma$  e  $\beta$  respectivamente. A função penalidade  $\phi(y)$  para o caso unidimensional para diferentes valores de  $\gamma$  e  $\beta$ , está ilustrada nas Figuras 3.2.2.1.1 e 3.2.2.1.2.

Na Figura 3.2.2.1.1 apresenta-se graficamente os efeitos do parâmetro  $\beta$  para a função  $\phi(y)$ .

Figura 3.2.2.1.1 - Efeito do parâmetro  $\beta$  na função penalidade senoidal, com  $\gamma=1$ .

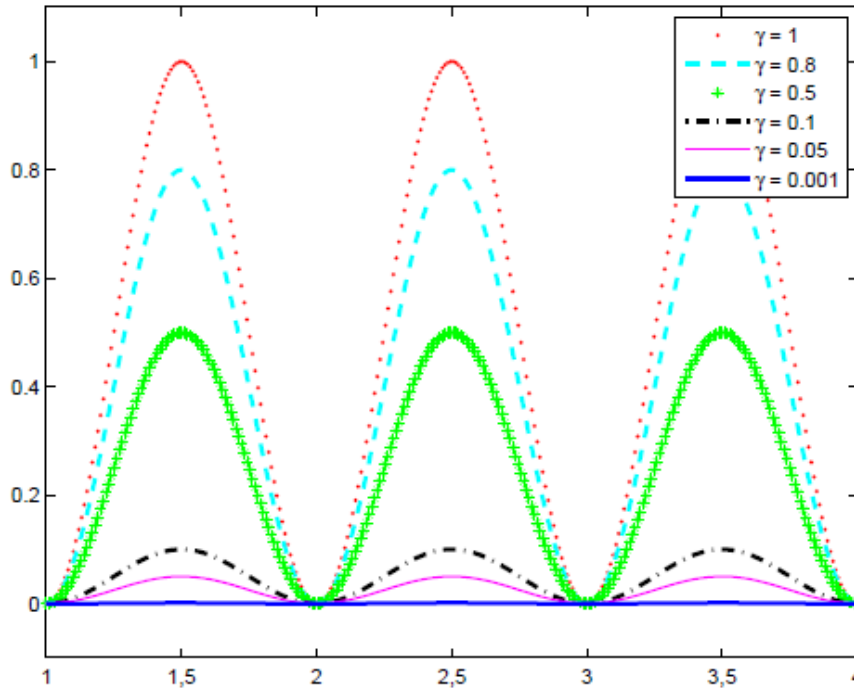


Fonte: Mazzini (2016).

Na Figura 3.2.2.1.1 pode-se observar que, conforme aumentamos o valor do parâmetro  $\beta$ , menor é a penalização das regiões vizinhas aos valores discretos definidos no conjunto.

Na Figura 3.2.2.1.2 apresenta-se graficamente os efeitos do parâmetro  $\gamma$  para a função  $\phi(y)$ .

Figura 3.2.2.1.2 - Efeito do parâmetro  $\gamma$  na função penalidade senoidal, com  $\beta=1$ .



Fonte: Mazzini (2016).

A solução ótima do problema (3.2.2.1) é equivalente a solução do problema (3.2.1.1), a partir da determinação correta do valor de  $\gamma$ . Isso ocorre por meio da resolução de sucessivos problemas (3.2.2.3) para diferentes valores de  $\gamma$ , com  $\gamma$  sendo atualizado por  $\gamma^{k+1} = c\gamma^k$ , em que  $c$  é uma constante definida por  $1 < c < 2$ .

### 3.2.3 Função penalidade polinomial via interpolação

A Função Penalidade Polinomial via Interpolação (FPVI) foi proposta por Silva (2016). Essa função é obtida via interpolação de Lagrange. A interpolação é feita utilizando os pontos equivalentes aos *taps* dos transformadores e dos bancos de capacitores e de reatores *shunt*, os quais são valores discretos, resultando na função penalidade (3.2.3.1). Estes pontos são escolhidos de modo que sejam raízes do polinômio interpolador. Além disso, é inserido um valor que não seja raiz da função, ou seja, com imagem não nula, para que a função obtida não seja uma reta coincidente com o eixo das abscissas, o que aconteceria se não tivéssemos este ponto. Seja  $P_n(y_i)$  dado por:

$$P_n(y_i) = F(y_0)L_0(y_i) + F(y_1)L_1(y_i) + \dots + F(y_n)L_n(y_i) \quad (3.2.3.1)$$

em que:  $L_k(y) = \frac{(y-y_0)(y-y_1)\dots(y-y_{k-1})(y-y_{k+1})\dots(y-y_n)}{(y_k-y_0)(y_k-y_1)\dots(y_k-y_{k-1})(y_k-y_{k+1})\dots(y_k-y_n)}$ , são polinômios

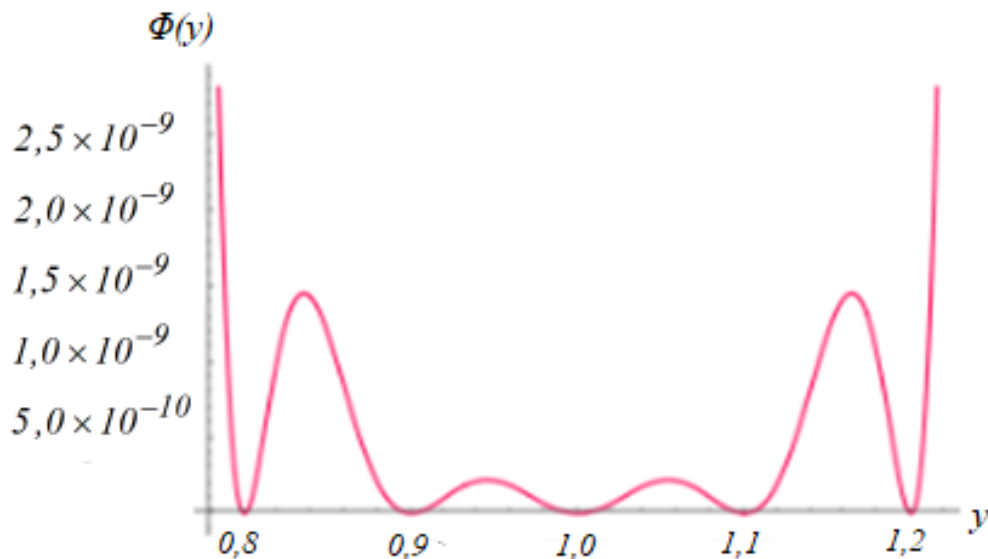
de grau  $n$  e  $f(y_i)$  é o valor da função nos pontos  $y_i$ , do conjunto discreto mais um ponto auxiliar. Para que as raízes de  $P_n(y_i)$  sejam pontos de mínimo, eleva-se  $P_n(y_i)$  ao quadrado. A função  $\phi(y_i)$  obtida, é dada em (3.2.3.2):

$$\phi(y_i) = [P_n(y_i)]^2 \quad (3.2.3.2)$$

em que  $\phi(y_i)$  é a função penalidade polinomial,  $P_n(y_i)$  é o polinômio obtido via interpolação e  $\phi(y_i)$  satisfaz (3.2.1.2).

Na Figura 3.2.3.1 apresenta-se graficamente a função  $\phi(y)$  plotada para o intervalo  $[0,8;1,2]$ .

Figura 3.2.3.1- Função Penalidade Polinomial via Interpolação considerando o conjunto discreto da figura.



Fonte: Autoria própria.

### 3.2.4 Função penalidade polinomial via fatores de primeiro grau

A função penalidade (3.2.4.1) denominada Função Penalidade Polinomial via Fatores de Primeiro Grau (FPVFP) foi proposta por Silva (2016). Essa função é obtida a partir de um polinômio de grau  $n$  escrito em função de  $n$  fatores de primeiro grau. O polinômio  $P_n(y_i)$  é dado por:

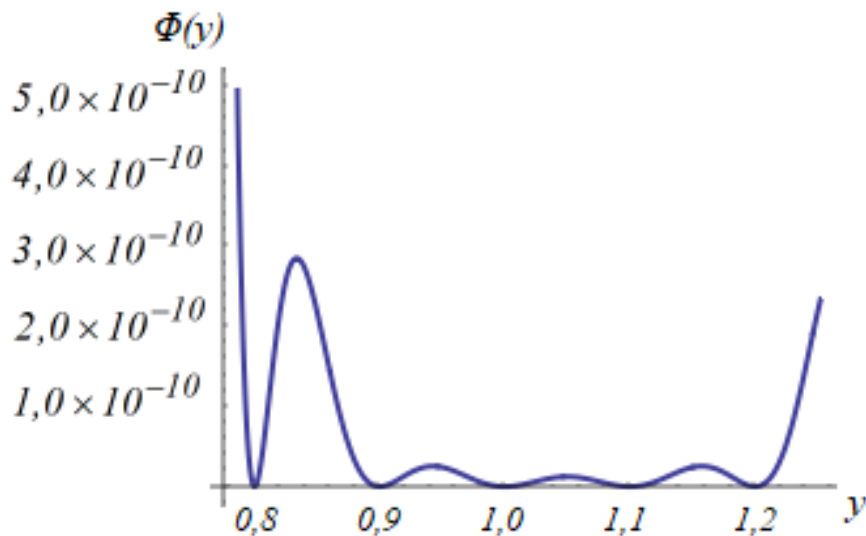
$$P_n(y_i) = (y_i - d_1)(y_i - d_2)(y_i - d_3) \dots (y_i - d_n) \quad (3.2.4.1)$$

em que:  $d_1, d_2, \dots, d_n$  são os valores discretos permitidos para as variáveis discretas.

Observa-se que  $d_1, d_2, \dots, d_n$  são raízes de  $P_n(y_i)$ . Desta forma, para que essas raízes do polinômio  $P_n(y_i)$  sejam pontos de mínimo da função  $\phi(y_i)$ , este é elevado ao quadrado. A função penalidade obtida é dada em (3.2.4.2):

$$\phi(y_i) = [P_n(y_i)]^2 \quad (3.2.4.2)$$

Figura 3.2.4.1 - Função Penalidade Polinomial via Fatores de Primeiro Grau considerando o conjunto discreto da figura.



Fonte: Autoria própria.

### 3.2.5 Função penalidade generalizada

A função penalidade generalizada proposta por Gisvold e Moe (1972), é dada em (3.2.5.1).

$$\phi(y_i) = \sum_{i=1}^{n_y} \left\{ 4 \left( \frac{y_i - s^{inf}}{s^{sup} - s^{inf}} \right) \left( 1 - \frac{y_i - s^{inf}}{s^{sup} - s^{inf}} \right) \right\}^{\beta} \quad (3.2.5.1)$$

em que:

- $s^{inf}$  : é o valor discreto mais próximo inferiormente de  $y_i$ ;
- $s^{sup}$  : é o valor discreto mais próximo superiormente de  $y_i$ ;
- $\beta \geq 1$  : é uma constante.

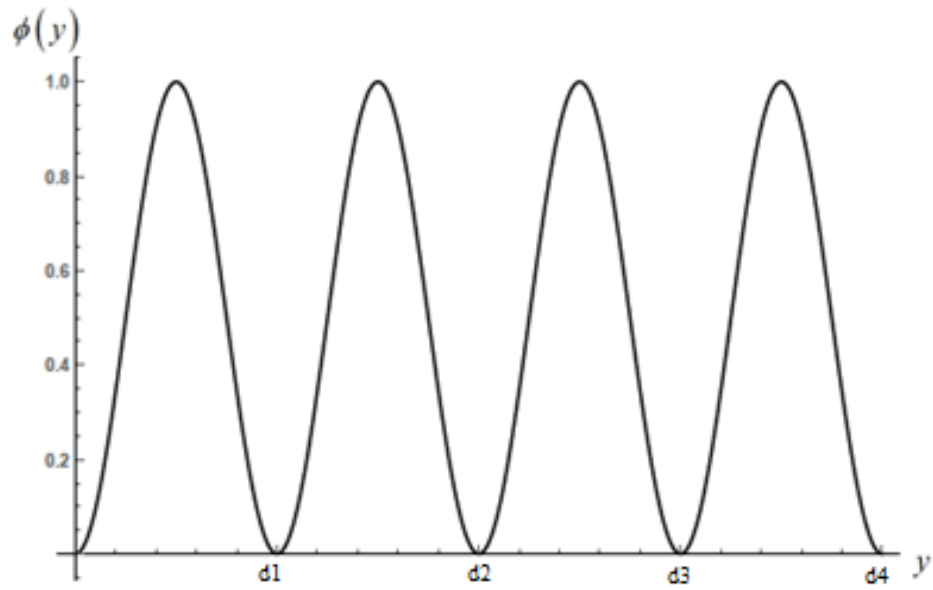
Observa-se que a função  $\phi(y_i)$  apresentada por Gisvold e Moe (1972) satisfaz (3.2.1.2).

Dada a função penalidade (3.2.5.1) a qual é denominada função penalidade generalizada (FPG), é possível alterar sua amplitude e sua forma. Alteramos a amplitude ao variarmos os valores de  $\gamma$  e a forma ao variarmos  $\beta$ .

Como  $\beta$  altera apenas a forma de  $\phi(y_i)$ , este é mantido constante no decorrer das iterações e  $\gamma$  é atualizado por  $\gamma^{k+1} = c\gamma^k$ , em que  $c$  é uma constante definida por  $0 < c < 2$ .

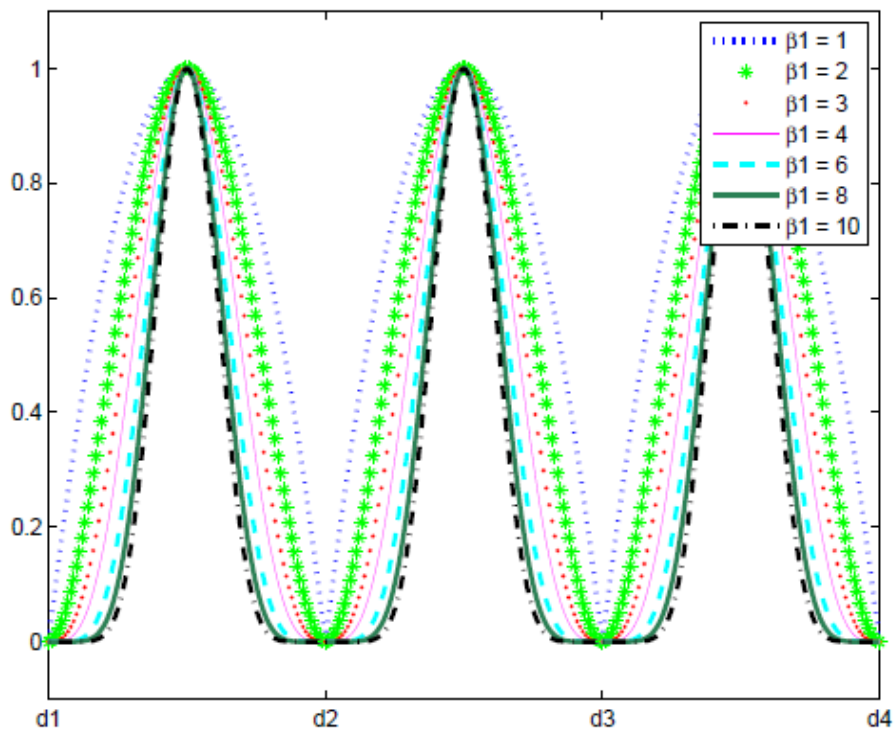
As Figuras 3.2.5.1, 3.2.5.2 e 3.2.5.3, respectivamente mostram o comportamento dessa função.

Figura 3.2.5.1 - Função Penalidade Generalizada representada graficamente.



Fonte: Autoria própria.

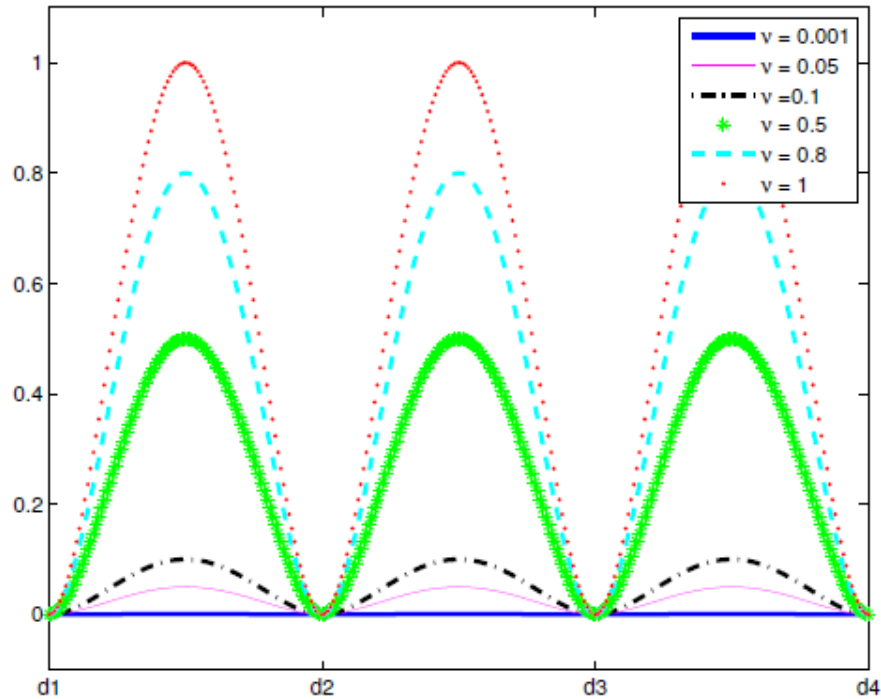
Figura 3.2.5.2 - Efeito do parâmetro  $\beta$  na função penalidade generalizada.



Fonte: Mazzini (2016)

Na função (3.2.5.1), a vizinhança de um valor discreto não assume valores nulos. Porém, assume valores bem pequenos para que, dependendo da tolerância de discretização assumida, possam ser considerados válidos.

Figura 3.2.5.3 - Efeito do parâmetro  $\gamma$  na função penalidade generalizada.



Fonte: Mazzini (2016)

No próximo capítulo apresentamos o problema de FPOR e sua formulação matemática.



## CAPÍTULO 4

### O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Neste capítulo é apresentado o problema de FPO. As expressões matemáticas associadas a esse problema são deduzidas pelas expressões das correntes e dos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos (linhas de transmissão e transformadores). A formulação matemática do problema de FPOR, o qual foi utilizado neste trabalho é apresentada.

#### 4.1 Introdução

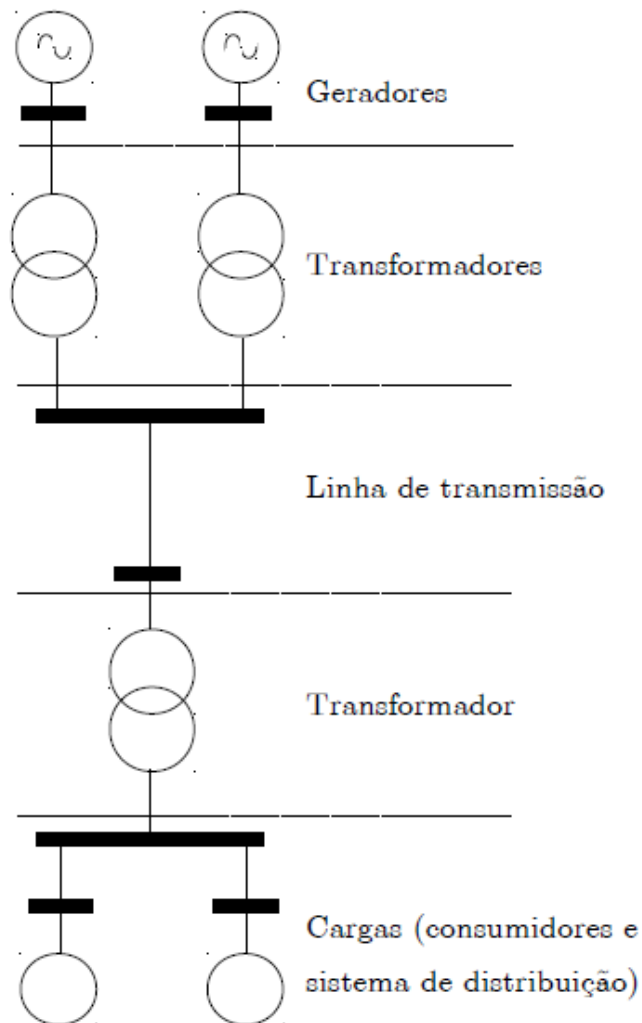
Os sistemas elétricos de potência (SEP) são destinados à geração, transmissão e distribuição da energia elétrica, levando essa energia desde as usinas produtoras até as unidades consumidoras (residencial, comercial ou industrial) de forma segura, confiável e econômica. Segundo Abari *et al.* (2010), um SEP típico é dividido em três subsistemas, são eles: sistema de geração, sistema de transmissão e sistema de distribuição. Esses sistemas são descritos a seguir:

- Sistema de geração: tem a função de transformar alguma forma de energia (hidráulica, térmica, solar, eólica, etc) em energia elétrica;
- Sistema de transmissão: tem a função de transmitir a energia dos centros de produção aos centros de consumo. Esse sistema é formado principalmente pelas linhas de transmissão e transformadores;
- Sistema de distribuição: tem a função de distribuir a energia elétrica recebida do sistema de transmissão aos consumidores.

O diagrama unifilar de um SEP típico é representado pela Figura 4.1.1.

Os elementos de ramo do sistema são representados pelas linhas de transmissão e pelos transformadores. Bem como os elementos de barra (nós) do sistema são representados pelos geradores e cargas.

Figura 4.1.1 – Sistema elétrico de potência típico.



Fonte: Grainger e Stevenson (1994).

A seguir são apresentados os modelos de linhas de transmissão e transformadores para a definição das expressões das correntes e fluxos de potência ativa e reativa. Estas expressões são a base para a formulação dos problemas de FPO.

## 4.2 Sistemas elétricos de potência

Em um SEP, o cálculo do FP, consiste basicamente na determinação do estado do sistema, representado pelas tensões fasoriais nas barras do sistema, da distribuição dos fluxos e das perdas nas linhas de transmissão de energia elétrica Gómez-Expósito (2011); Conejo (2011); Cañizares (2011); Abari *et al.* (2010). O cálculo de FP é, em geral, realizado através de métodos computacionais desenvolvidos especificamente para a resolução do sistema de equações e inequações algébricas que compõem o modelo do sistema. Entretanto, antes do

equacionamento do problema de FP é necessário descrever o modelo dos elementos que constituem o SEP, por meio de suas equações de corrente e potência (SILVA, 2016).

#### 4.2.1 Linhas de transmissão

A Figura 6 representa as linhas de transmissão por meio do modelo equivalente  $\pi$ :

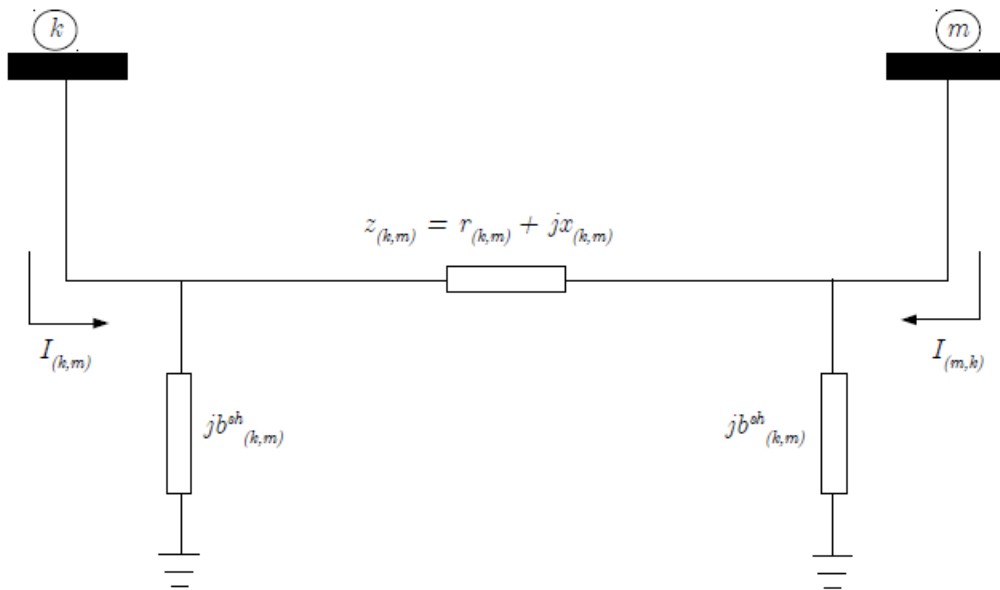


Figura 4.2.1.1 – Modelo  $\pi$  de uma linha de transmissão.

Fonte: Grainger e Stevenson (1994).

Este modelo é formado por três parâmetros indicados a seguir: uma resistência série  $r_{(k,m)}$ , uma reatância série  $x_{(k,m)}$  e uma susceptância *shunt*  $b_{km}^{sh}$ .

A impedância do elemento série é dada em (4.2.1.1):

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (4.2.1.1)$$

em que:  $r_{km}$  é a resistência da linha de transmissão e  $x_{km}$  é a reatância da linha de transmissão.

A admitância do elemento série é dada em (4.2.1.2):

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = z_{km}^{-1} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} + j \frac{(-x_{km})}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (4.2.1.2)$$

em que:  $g_{km}$ : é a condutância série e  $b_{km}$ : é a susceptância série.

O cálculo de  $g_{km}$  e  $b_{km}$ , os quais representam a condutância série e a susceptância série respectivamente, é dado conforme (4.2.1.3) e (4.2.1.4), nessa ordem:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (4.2.1.3)$$

e

$$b_{km} = \frac{-x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (4.2.1.4)$$

#### 4.2.2 Cálculo das correntes

O cálculo da corrente é feito a partir das tensões terminais e dos parâmetros do modelo  $\pi$  conforme (4.2.1.1), em que a corrente  $I_{km}$  é representada pelas duas componentes: série ( $I_{km}^s$ ) e *shunt* ( $I_{km}^{sh}$ ).

$$\begin{aligned} I_{km} &= I_{km}^s + I_{km}^{sh} \\ I_{km} &= y_{km} (E_k - E_m) + jb_{km}^{sh} E_k \end{aligned} \quad (4.2.2.1)$$

Em (4.2.2.2) e (4.2.2.3) são dadas as tensões terminais nas barras  $k$  e  $m$  respectivamente.

$$E_k = V_k e^{j\theta_k} \quad (4.2.2.2)$$

e

$$E_m = V_m e^{j\theta_m} \quad (4.2.2.3)$$

em que:

- $V_k$  e  $V_m$  representam as magnitudes da tensão nas barras  $k$  e  $m$  respectivamente;
- $\theta_k$  e  $\theta_m$  representam os ângulos da tensão nas barras  $k$  e  $m$ .

A corrente  $I_{mk}$ , é dada de forma análoga, conforme (4.2.2.4):

$$I_{mk} = I_{mk}^s + I_{mk}^{sh}$$

$$I_{mk} = y_{km} (E_m - E_k) + j b_{km}^{sh} E_m \quad (4.2.2.4)$$

### 4.2.3 Cálculo dos fluxos de potência

Na Figura 6, as potências complexas (aparentes)  $S_{km}^*$  e  $S_{mk}^*$  que fluem por uma linha  $km$  são representadas respectivamente por (4.2.3.1) e (4.2.3.2):

$$S_{km}^* = P_{km} - jQ_{km} = E_k^* I_{km} =$$

$$= y_{km} V_k e^{-j\theta_k} (V_k e^{j\theta_k} - V_m e^{j\theta_m}) + j b_{km}^{sh} V_k^2 \quad (4.2.3.1)$$

$$S_{mk}^* = P_{mk} - jQ_{mk} = E_m^* I_{mk} =$$

$$= y_{km} V_m e^{-j\theta_m} (V_m e^{j\theta_m} - V_k e^{j\theta_k}) + j b_{km}^{sh} V_m^2 \quad (4.2.3.2)$$

Fazendo a substituição da corrente  $I_{km}$  dada em (4.2.2.1) na expressão (4.2.3.1), e separando as partes, real (potência ativa) e imaginária (potência reativa), obtêm-se as expressões para os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão,  $P_{km}$  e  $Q_{km}$ , representadas por (4.2.3.3) e (4.2.3.4), respectivamente:

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.3.3)$$

$$Q_{km} = -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) - g_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.3.4)$$

em que:  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$

Da mesma maneira, substituindo-se a corrente  $I_{mk}$  dada em (4.2.2.4) na expressão (4.2.3.2), e separando as partes, real (potência ativa) e imaginária (potência reativa), obtêm-se

as expressões para os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão,  $P_{mk}$  e  $Q_{mk}$ , representadas por (4.2.3.5) e (4.2.3.6), respectivamente:

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m \left[ g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km}) \right] \quad (4.2.3.5)$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m \left[ b_{km} \cos(\theta_{km}) + g_{km} \sin(\theta_{km}) \right] \quad (4.2.3.6)$$

Note que as expressões (4.2.3.5) e (4.2.3.6) podem ser obtidas a partir das expressões (4.2.3.3) e (4.2.3.4), respectivamente, se trocarmos os índices  $k$  e  $m$ . Deste modo, para os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão, as expressões (4.2.3.3) e (4.2.3.4) ou (4.2.3.5) e (4.2.3.6) são expressões genéricas.

Em (4.2.3.7) e (4.2.3.8) estão representadas as perdas de potência ativa e reativa em uma linha de transmissão, as quais obtidas somando-se os fluxos de potência ativa dados em (4.2.3.3) e (4.2.3.5), e os fluxos de potência reativa, dados em (4.2.3.4) e (4.2.3.6), respectivamente.

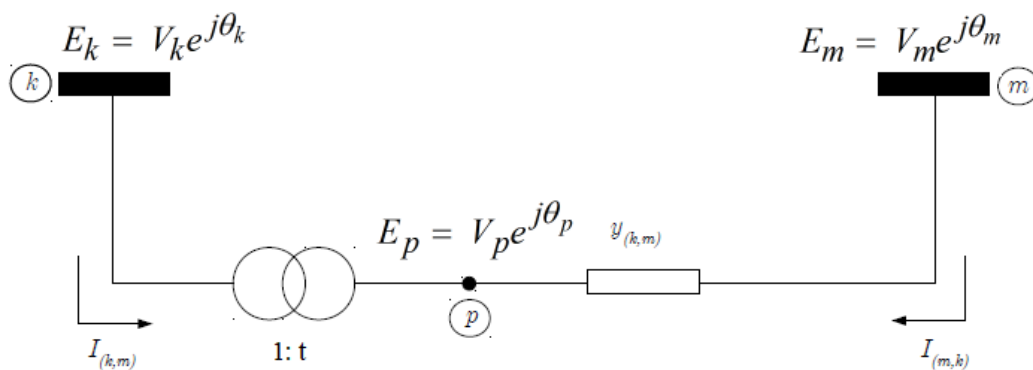
$$P_{LOSS}^{km} = P_{km} + P_{mk} = g_{km} \left[ V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos(\theta_{km}) \right] \quad (4.2.3.7)$$

$$Q_{LOSS}^{km} = Q_{km} + Q_{mk} = -b_{km}^{sh} (V_k^2 + V_m^2) + b_{km} \left[ V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos(\theta_{km}) \right] \quad (4.2.3.8)$$

#### 4.2.4 Transformadores

Um transformador pode ser ilustrado genericamente (em-fase, defasador ou defasador puro) como na Figura 4.2.4.1. A representação destes transformadores é dada por duas componentes: uma admitância série e uma relação de transformação  $1:a$ . Para transformadores em-fase  $t$  é um número real onde  $t=a$ . Para transformadores defasadores  $t$  é um número complexo onde  $t = ae^{j\varphi_{km}}$ . E para transformadores defasadores puro, temos  $t = e^{j\varphi_{km}}$ .

Figura 4.2.4.1 - Modelo de um transformador genérico.



Fonte: Adaptado de Monticelli (1983).

Na Figura 4.2.4.2 é mostrado um transformador em-fase, no qual é indicado a tensão do nó intermediário  $p$ . A relação de transformação para este tipo de transformador é dada por:

$$\frac{E_p}{E_k} = a_{km} \quad (4.2.4.1)$$

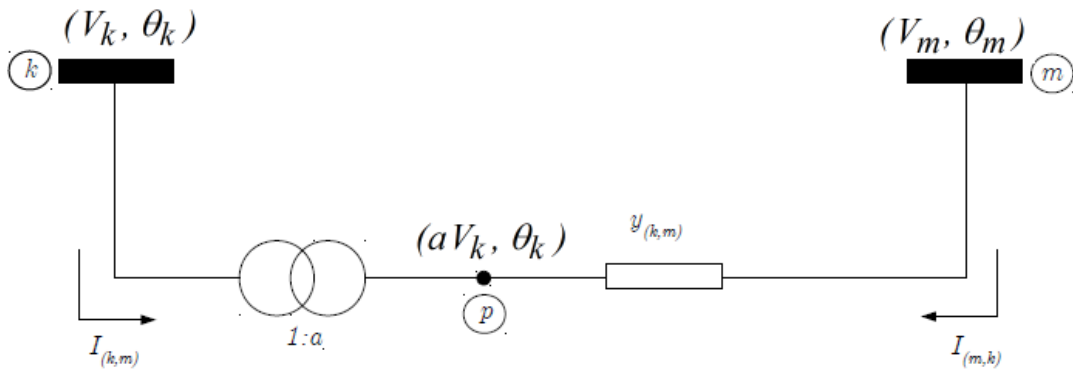
Em (4.2.4.2) esta relação de transformação é representada pelas tensões complexas,  $E_p$  e  $E_k$  em que  $\theta_k = \theta_p$ .

$$\frac{E_p}{E_k} = \frac{V_p e^{j\theta_p}}{V_k e^{j\theta_k}} \quad (4.2.4.2)$$

Reescrevendo (4.2.4.2) temos:

$$E_p = \frac{V_p e^{j\theta_p}}{V_k e^{j\theta_k}} E_k \quad (4.2.4.3)$$

Figura 4.2.4.2 – Transformador em-fase.



Fonte: Adaptado de Grainger e Stevenson (1994).

#### 4.2.5 Cálculo das correntes

Levando em consideração que o transformador  $k - p$  mostrado na Figura 4.2.4.2 é um transformador ideal, em (4.2.5.1) é apresentada a equação das potências complexas, as quais, na entrada e na saída são iguais. Isto ocorre porque não existe dissipação de potência ativa ou reativa entre os nós  $k$  e  $p$  do sistema.

$$E_k I_{km}^* + E_p I_{mk}^* = 0 \quad (4.2.5.1)$$

em que:

$I_{km}^*$  e  $I_{mk}^*$  corresponde ao conjugado complexo dessas grandezas fasoriais.

A partir da substituição de (4.2.4.2) em (4.2.5.1), obtém-se a relação entre as correntes na alta e baixa do transformador, dado em (4.2.5.2):

$$\frac{I_{km}}{I_{mk}} = -\frac{|I_{km}|}{|I_{mk}|} = -a_{km} \quad (4.2.5.2)$$

Aplicando-se a lei das tensões de Kirchhoff aos nós  $m$  e  $p$  do circuito da Figura 4.2.4.2, a corrente  $I_{mk}$  é dada conforme (4.2.5.3):

$$I_{mk} = y_{km} (E_m - E_p)$$



(4.2.5.3)

$$I_{mk} = (-a_{km}y_{km})E_k + y_{km}E_m$$

E a corrente  $I_{km}$  é dada conforme (4.2.5.5):

$$I_{km} = -a_{km}y_{km}(E_m - a_{km}E_p)$$

(4.2.5.5)

$$I_{km} = a_{km}^2 y_{km} E_k + (-a_{km} y_{km}) E_m$$

Os fluxos de potência no transformador podem ser calculados de maneira análoga aos das linhas de transmissão. Baseando-se nas correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$ . Na próxima seção serão apresentados esses cálculos.

#### 4.2.6 Cálculo dos fluxos de potência

Conforme Monticelli (1983), as potências complexas que fluem no ramo  $k-m$  como mostrado na figura 4.2.4.2 as quais suas componentes são representadas por  $P_{km}$ ,  $Q_{km}$  e  $P_{mk}$ ,  $Q_{mk}$  são dadas em 4.2.6.1 e 4.2.6.2. As potências ativas nos ramos correspondem à parte real do sistema e são dadas por  $P_{km}$  e  $P_{mk}$  e as potências reativas correspondem à parte imaginária e são dadas por  $Q_{km}$  e  $Q_{mk}$ .

$$S_{km}^* = P_{km} - jQ_{km} = E_k^* I_{km} =$$

(4.2.6.1)

$$= y_{km} a_{km} V_k e^{-j\theta_k} (a_{km} V_k e^{j\theta_k} - V_m e^{j\theta_m})$$

$$S_{mk}^* = P_{mk} - jQ_{mk} = E_m^* I_{mk} =$$

(4.2.6.2)

$$= y_{mk} a_{mk} V_m e^{-j\theta_m} (a_{mk} V_m e^{j\theta_m} - V_k e^{j\theta_k})$$

As equações para os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos com transformadores são obtidas substituindo-se a corrente  $I_{km}$  dada em (4.2.5.5) na expressão (4.2.6.1), e

separando-se as partes, real e imaginária, conforme (4.2.6.3) e (4.2.6.4). Analogamente, substituindo (4.2.5.3) em (4.2.6.2), obtêm-se (4.2.6.5) e (4.2.6.6).

$$P_{km} = g_{km}(t_{km}V_k)^2 - t_{km}V_kV_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.6.3)$$

$$Q_{km} = -(t_{km}V_k)^2 b_{km} + t_{km}V_kV_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) - g_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.6.4)$$

$$P_{mk} = g_{km}V_m^2 - t_{km}V_kV_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.6.5)$$

$$Q_{mk} = -b_{km}V_m^2 + t_{km}V_kV_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) + g_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.6.6)$$

#### 4.2.7 Expressões Gerais dos fluxos de potência ativa e reativa

Neste trabalho adota-se o transformador em-fase. A seguir são apresentadas as expressões gerais dos fluxos de potência ativa e reativa para as linhas de transmissão e transformadores. Considera-se nessas expressões que para as linhas de transmissão  $a_{km}=1$  e para os transformadores  $b_{km}^{sh} = 0$ .

- Se  $k$  é nó inicial temos:

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - (t_{km}V_k)V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.7.1)$$

$$Q_{km} = -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh} t_{km}^2) + (t_{km}V_k)V_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) - g_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.7.2)$$

- Se  $k$  é nó final temos:

$$P_{km} = (t_{km}V_k)^2 g_{km} - (t_{km}V_k)V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.7.3)$$

$$Q_{km} = -(t_{km}V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + (t_{km}V_k)V_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) - g_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \quad (4.2.7.4)$$

### 4.3 O problema de FPOR

O problema de FPO tem por objetivo otimizar uma função objetivo, a qual pode ser representada por: custo na geração e distribuição de energia, perdas de potência ativa na transmissão, ajuste de perfil de tensões, entre outras. Este problema está sujeito a restrições de igualdade e desigualdade. As restrições de igualdade representam as equações não-lineares dos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos e as de desigualdade os limites de geração de potência ativa e reativa, magnitude das tensões nas barras, *tap* dos transformadores, entre outras.

Um caso particular do FPO é o problema de FPOR, o qual é detalhado em 4.3.2.

#### 4.3.1 Notação

##### Conjuntos

- $B$  é o conjunto de barras do sistema elétrico;
- $B'$  é o conjunto de barras de carga e de barras de controle de reativo, ou seja, expressa o número de barras do sistema, excluindo a barra *slack*;
- $B_L$  é o conjunto de barras de carga;
- $B_{CR}$  é o conjunto de barras com controle de reativo;
- $T$  é o conjunto dos ramos que são transformadores em-fase com *tap* variável;
- $B_{SH}$  é o conjunto de barras com susceptância *shunt* variável, associada aos bancos de capacitores e reatores;
- $D_{t_{km}}$  é o conjunto de valores discretos que o *tap* do transformador no ramo  $k$ - $m$  pode assumir, tal que  $D_{t_{km}} = \{t_{km}, t_{km} + p, t_{km} + 2p, \dots, t_{km} + np\}$ , em que  $p$  representa o tamanho do passo discreto, com  $km \in T$ ;
- $D_{b_k^{sh}}$  é o conjunto de valores discretos que a susceptância *shunt* equivalente do banco de capacitores ou reatores na barra  $k$  pode assumir,  $\forall k \in B_{SH}$ ;
- $\Omega$  ramos do sistema;
- $\Omega_k$  barras conectadas à barra  $k$ ,  $\forall k \in B_L$ .

## Parâmetros

- $Q_k^{min}$  e  $Q_k^{max}$  são os limites mínimo e máximo de geração de potência reativa na barra  $k$ , respectivamente;
- $V_k^{min}$  e  $V_k^{max}$  são os limites mínimo e máximo da magnitude de tensão na barra  $k$ , respectivamente;
- $g_{km}$  é a condutância série do ramo  $km$ ;
- $b_{km}$  é a susceptância série do ramo  $km$ ;
- $b_{km}^{sh}$  é a susceptância *shunt* do ramo  $km$ ;
- $P_k^G$ ,  $P_k^C$  são as potências ativa gerada e consumida na barra  $k$ , respectivamente;
- $Q_k^G$ ,  $Q_k^C$  são as potências reativas geradas e consumidas na barra  $k$ , respectivamente.

## Variáveis

- $\theta_k$  corresponde ao ângulo de tensão da barra  $k$ ;
- $V_k$  corresponde à magnitude de tensão da barra  $k$ ;
- $t_{km}$  corresponde ao *tap* do transformador do ramo  $km$ ;
- $b_k^{sh}$  corresponde à susceptância equivalente dos bancos de capacitores e de reatores *shunt* da barra  $k$ .

### 4.3.2 Formulação matemática do problema de FPOR

O problema investigado neste trabalho é o problema de FPOR, no qual as variáveis de controle relacionadas à potência ativa são fixadas (despacho de potência ativa) e a otimização considera apenas as variáveis de controle relacionadas à potência reativa como: as magnitudes da tensão nas barras do SEP e os *taps* dos transformadores. Sua formulação é dada conforme (4.3.2.1):

Minimizar  $F(V, \theta)$

$$\text{sujeito a : } \begin{cases} \Delta P_k(V, \theta, t) = 0, \quad \forall k \in B' \\ \Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, \quad \forall k \in B_L \\ Q_k^{min} \leq Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) \leq Q_k^{max}, \quad \forall k \in B_{CR} \\ V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max}, \quad \forall k \in B \\ t_{km} \in D_{t_{km}}, \quad \forall km \in T \\ b_k^{sh} \in D_{b_k^{sh}}, \quad \forall k \in B_{sh} \end{cases} \quad (4.3.2.1)$$

em que:  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$

### 4.3.3 Função Objetivo do FPOR

Neste trabalho a função objetivo escolhida, é a de perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, a qual é apresentada em (4.3.3.1) da seguinte forma:

$$F(V, \theta) = \sum_{km \in \Omega} g_{km} [V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos(\theta_{km})] \quad (4.3.3.1)$$

### 4.3.4 Restrições Físicas do Sistema Elétrico

Com base nas leis de Kirchhoff, as equações de fluxo de potência ativa e reativa do sistema elétrico são dadas por (4.3.4.1) - (4.3.4.4), respectivamente.

**Balanco de potência ativa:**

$$\Delta P_k(V, \theta, t) = 0, \quad \forall k \in B' \quad (4.3.4.1)$$

$$\Delta P_k(V, \theta, t) = P_k^G - P_k^C - \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V, \theta, t) \quad (4.3.4.2)$$

em que:

$$P_{km} = (t_{km} V_k)^2 g_{km} - t_{km} V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \text{sen}(\theta_{km})]$$

**Balanco de potência reativa:**

$$\Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, \quad \forall k \in B_L \quad (4.3.4.3)$$

$$\Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = Q_k^G - Q_k^C + b_k^{sh} V_k^2 - \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V, \theta, t) \quad (4.3.4.4)$$

em que:

$$Q_{km} = -(t_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + t_{km} V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_{km}) - g_{km} \sin(\theta_{km})]$$

**Potência reativa injetada:**

$$Q_k^{min} \leq Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) \leq Q_k^{max}, \quad \forall k \in B_{CR} \quad (4.3.4.5)$$

em que:

$$Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = Q_k^C - b_k^{sh} V_k^2 + \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V, \theta, t) \quad (4.3.4.6)$$

### 4.3.5 Restrições Operacionais do Sistema Elétrico

As restrições operacionais do sistema elétrico são representadas pelos limites de tensão nas barras, pelo conjunto discreto que os *taps* dos transformadores podem assumir e pelo conjunto discreto que as susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt* podem assumir. Tais restrições são apresentadas em (4.3.5.1) – (4.3.5.3).

**Canalização das magnitudes de tensão nas barras:**

$$V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max}, \quad \forall k \in B \quad (4.3.5.1)$$

**Taps dos transformadores:**

$$t_{km} \in D_{t_{km}} \quad (4.3.5.2)$$

em que:

$$D_{t_{km}} = \{t_{km}, t_{km} + p, t_{km} + 2p, \dots, t_{km} + np\}, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \forall km \in T$$

### **Bancos de capacitores e de reatores *shunt*:**

$$b_k^{sh} \in D_{b_k^{sh}}, \forall k \in B_{SH} \quad (4.3.5.3)$$

O modelo matemático apresentado em (4.3.2.1) é de difícil resolução, devido às variáveis de controle discretas e as equações e inequações não lineares e não-convexas. De acordo com Monticelli e Liu (1992) a função objetivo de perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, (4.3.3.1), tem por característica a não linearidade, não separabilidade, e não permite simplificações, tornando ainda mais difícil a resolução do problema de FPOR.

Nesta formulação, as variáveis relacionadas aos *taps* dos transformadores e aos bancos de capacitores e de reatores *shunt* são formuladas como variáveis discretas. As variáveis *taps* dos transformadores devem ser ajustadas por valores discretos e com passos constantes, e pode possuir um número grande de elementos. Já as variáveis, bancos de capacitores e de reatores *shunt*, podem assumir valores discretos com passos distintos, e o conjunto discreto de valores é pequeno.

No próximo capítulo apresentamos a aplicação de diferentes funções penalidade e suas misturas aplicadas na resolução do problema de FPOR.

## CAPÍTULO 5

### RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos os resultados numéricos que utilizam as diferentes funções penalidade apresentadas na seção 3.2, as quais são aplicadas a um exemplo numérico apresentado por Soler (2011) e ao problema de FPOR associado aos sistemas elétricos IEEE de 14, 30 e 118 barras. Os dados destes sistemas elétricos foram retirados da página [www.ee.washington.edu/research/pstca](http://www.ee.washington.edu/research/pstca) e são apresentados no Apêndice A.

Para resolver o problema contínuo resultante da relaxação das variáveis discretas (3.2.1.3), foi utilizado o pacote de otimização KNITRO, no qual está implementado o método PDBL, com interface do *software* GAMS - *General Algebraic Modeling System* ([www.gams.com](http://www.gams.com)). Esse *solver* utiliza um método de pontos interiores e resolve problemas de otimização não linear cujas funções podem ser não convexas, mas, essas funções precisam ser diferenciáveis de ordem dois. O método de pontos interiores tem rápida convergência e variantes desses métodos tem sido amplamente aplicadas na resolução do FPOR contínuo, tendo sua eficiência comprovada para esse problema (QUINTANA *et al.* (1995), BAPTISTA *et al.* (2006), SOLER (2011), SILVA (2016), entre outros), por isso a escolha do método PDBL.

Para todos os testes, foi considerada as magnitudes de tensão nas barras com limites inferiores e superiores de 0,95 e 1,05 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,88; 0,89; 0,90; 0,91; 0,92; 0,93; 0,94; 0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1,00; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05; 1,06; 1,07; 1,08; 1,09; 1,10; 1,11; 1,12} *pu*.

Na realização dos testes numéricos fizemos uso de um computador Acer que possui processador Intel Core i5-6200 de 2,3 GHz e 8 GB de RAM.

As características dos modelos matemáticos e dos sistemas elétricos utilizados nos testes são descritas a seguir.

#### 5.1 Exemplo numérico

Seja o Problema (5.1.1) apresentado por Soler (2011) e seu respectivo problema penalizado e relaxado, dado por (5.1.2):



$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2 \\ & \text{sujeito a: } \begin{cases} x_1^2 - x_2 = 0 \\ x_1 \in \{0,8; 0,9; 1; 1,1; 1,2\} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2 + \gamma\phi(x_1) \\ & \text{sujeito a: } \begin{cases} x_1^2 - x_2 = 0 \\ 0,8 \leq x_1 \leq 1,2 \end{cases} \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

em que:  $\phi(x_1)$  é uma função penalidade.

As funções penalidade apresentadas em **(5.1.3)**-**(5.1.6)** são as respectivas funções **(3.2.2.1)**, **(3.2.3.2)**, **(3.2.4.2)** e **(3.2.5.1)** já aplicadas ao exemplo numérico.

$$\phi(x_1) = \left[ \text{sen} \left( \frac{x_1}{0,1} \pi \right) \right]^2 \quad (5.1.3)$$

$$\phi(x_1) = \left[ -1,05219x_1^5 + 5,26094x_1^4 - 10,4693x_1^3 + 10,3641x_1^2 - 5,10354x_1 + 1 \right]^2 \quad (5.1.4)$$

$$\phi(x_1) = [x_1^5 - 5x_1^4 + 9,95x_1^3 - 9,85x_1^2 + 4,8504x_1 - 0,9504]^2 \quad (5.1.5)$$

$$\phi(x_1) = \left[ 4 \left( \frac{x_1 - s^{inf}}{0,1} \right) \left( 1 - \frac{x_1 - s^{inf}}{0,1} \right) \right]^2 \quad (5.1.6)$$

A seguir são apresentados os resultados obtidos a partir da abordagem das funções penalidade **(5.1.3)**, **(5.1.4)**, **(5.1.5)** e **(5.1.6)**, na resolução do problema **(5.1.2)**, denominadas por funções penalidade senoidal, penalidade polinomial via interpolação, penalidade polinomial via fatores de primeiro grau e penalidade generalizada, respectivamente. Para estas funções utilizamos diferentes valores para o parâmetro de penalidade inicial e para sua atualização consideramos para as FP **(5.1.3)**, **(5.1.4)** e **(5.1.5)**,  $c=1,9$  e para **(5.1.6)**  $c=0,9$ . Nas tabelas 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3 e 5.1.4 são apresentadas as soluções do problema **(5.1.2)** quando aplicadas as diferentes funções penalidade, com diferentes parâmetros de penalidade iniciais.

Tabela 5.1.1 – Solução obtida para o problema (5.1.2) através da abordagem FPS.

$\gamma^0$	Número de iterações	F.O	$x_1$	$x_2$
$10^{-4}$	17	19,8224	0,900	0,811
$10^{-3}$	13	19,8218	0,900	0,811
$10^{-2}$	09	19,8209	0,900	0,811

Tabela 5.1.2 – Solução obtida para o problema (5.1.2) através da abordagem FPVI.

$\gamma^0$	Número de iterações	F.O	$x_1$	$x_2$
$10^2$	29	19,8225	0,900	0,811
$10^3$	25	19,8218	0,900	0,811
$10^5$	18	19,8221	0,900	0,811

Tabela 5.1.3 – Solução obtida para o problema (5.1.2) através da abordagem FPVFP.

$\gamma^0$	Número de iterações	F.O	$x_1$	$x_2$
$10^3$	25	19,8214	0,900	0,811
$10^4$	22	19,8225	0,900	0,811
$10^6$	15	19,8228	0,900	0,810

Tabela 5.1.4 – Solução obtida para o problema (5.1.2) através da abordagem FPG.

$\gamma^0$	Número de iterações	F.O	$x_1$	$x_2$
0,9	16	20,6067	0,900	0,811
1,9	23	20,6143	0,900	0,810
2,9	27	20,6154	0,900	0,810

Observamos que para os testes realizados com o problema (5.1.1) houve uma pequena variação no valor da função objetivo, que a variável  $x_1$  sempre assumiu valores discretos e que o número de iterações está diretamente ligado ao fator de penalidade inicial.

Destaca-se que a função que realizou o menor número de iterações foi a função penalidade senoidal com 9 iterações e  $\gamma^0 = 10^{-2}$ .

## 5.2 Sistema elétrico de 14 barras

As características do sistema elétrico IEEE de 14 barras cujo diagrama unifilar é apresentado na Figura 5.2.1, são descritas a seguir:

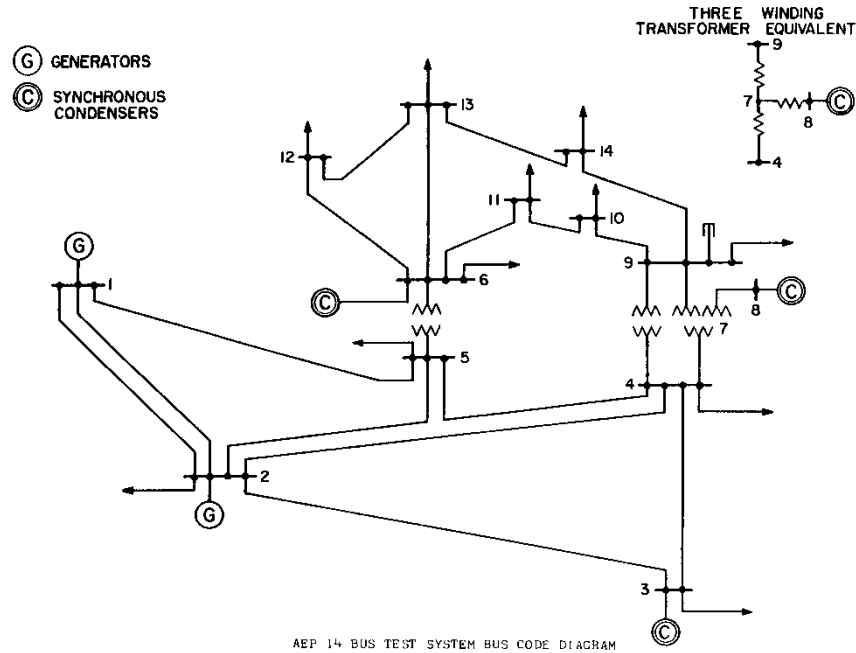
- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 4 barras de controle de reativo;
- 9 barras de carga;
- 20 linhas de transmissão;
- 3 transformadores com *tap* variável;
- 1 banco de capacitor e de reator *shunt* variável.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE de 14 barras, possui:

- 22 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 36 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das magnitudes de tensão nas barras;
- 27 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;

- 4 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores dos ramos (4-7), (4-9) e (5-6) e um banco de capacitor e de reator *shunt* na barra 9.

Figura 5.2.1 – Sistema elétrico IEEE de 14 barras.



Fonte: Washigton (2019)

Considerou-se que os valores discretos que a susceptância *shunt* associada aos bancos de capacitores e reatores pode assumir, pertencem ao conjunto discreto  $B_9^{sh} = \{0; 0, 05; 0, 15; 0, 19; 0, 2; 0, 24; 0, 34; 0, 39\}pu$ .

### 5.2.1 Primeira etapa de testes

A seguir são apresentadas as soluções obtidas utilizando as funções penalidade (3.2.2.1), (3.2.3.2), (3.2.4.2) e (3.2.5.1), as quais são aplicadas individualmente na resolução do problema de FPOR para o sistema IEEE 14 barras.

Nas tabelas 5.2.1.1 – 5.2.1.3 são apresentados os valores assumidos pelos *taps* dos transformadores e pelas susceptância dos bancos de capacitores e de reatores *shunt* na solução obtida através das FP apresentadas nas seções 3.3.2 – 3.2.5. Os fatores de penalidade utilizados foram  $c_{tap} = 1,3$ , e  $c_{B_9^{sh}} = 1,2$  para as funções penalidade: via interpolação e via fatores de primeiro grau. Já para a função penalidade generalizada os valores desse fator foi

$c_{tap} = 0,9$ , e  $c_{B_9^{sh}} = 0,9$ . Os parâmetros de penalidade são atualizados a cada iteração. O valor inicial para os parâmetros de penalidade foram obtidos a partir de experimentos computacionais.

Tabela 5.2.1.1 – Solução obtida pela abordagem FPVI aplicada ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,7)}$	1,000
$tap_{(4,9)}$	1,000
$tap_{(5,6)}$	1,000
$B_9^{sh}$	0,190

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap} = 10$ , e  $\gamma_{B_9^{sh}} = 10^{22}$ .

A solução discreta foi obtida na 1ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,016 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema na solução obtida foram de 15,6399 MW.

Tabela 5.2.1.2 – Solução obtida pela abordagem FPVFP aplicado ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,7)}$	1,000
$tap_{(4,9)}$	1,000
$tap_{(5,6)}$	1,000
$B_9^{sh}$	0,190

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap} = 10^6$ , e  $\gamma_{B_9^{sh}} = 10^{32}$ .

A solução discreta foi obtida na 1ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,011 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema na solução obtida foram de 15,4464 MW.

Tabela 5.2.1.3 – Solução obtida pela abordagem FPG aplicado ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,7)}$	1,020
$tap_{(4,9)}$	1,020
$tap_{(5,6)}$	1,000
$B_9^{sh}$	0,390

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap} = 10^{-3}$ , e  $\gamma_{B_9^{sh}} = 10^{-4}$ .

A solução discreta foi obtida na 2ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,013 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema na solução obtida foram de 14,5276 MW.

## 5.2.2 Segunda etapa de testes

A seguir são apresentadas as soluções obtidas a partir da combinação das funções penalidade apresentadas na seção 3.2, na resolução do problema de FPOR associado ao sistema IEEE 14 barras. Estas combinações foram feitas da seguinte maneira, a FPS foi utilizada para tratar os *taps* dos transformadores e as demais funções FPVI, FPVFP e FPG para tratar as susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt*. Fizemos ainda duas novas combinações, as quais não foram encontradas na literatura em que, as funções FPVI e FPVFP são utilizadas para tratar o *taps* dos transformadores, e a FPG é utilizada para tratar as susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt*.

Nas tabelas 5.2.2.1 – 5.2.2.5 são apresentados os valores assumidos pelas variáveis discretas associadas aos *taps* dos transformadores e às susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt* na solução obtida através das FP estudadas nas seções 3.3.2 – 3.2.5. Os fatores de penalidade utilizados foram  $c_{tap} = 1,3$ , e  $c_{B_9^{sh}} = 1,2$  para as misturas das

funções penalidade: senoidal e via interpolação, senoidal e via fatores de primeiro grau. Para a mistura das funções penalidade senoidal e generalizada os valores desse fator foi  $c_{tap} = 1,3$ , e  $c_{B_9^{sh}} = 0,9$ . E para as combinações das funções penalidade: via interpolação e generalizada e via fatores de primeiro grau e generalizada os valores desse fator foram  $c_{tap} = 1,5$  e  $c_{B_9^{sh}} = 0,5$ . Os parâmetros de penalidade são atualizados a cada iteração. O valor inicial adotado para estes parâmetros são dados a cada teste, e foram obtidos a partir de testes computacionais.

Tabela 5.2.2.1 – Solução obtida pela abordagem FPS e FPVI aplicado ao sistema elétrico IEEE 14 de barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,7)}$	0,990
$tap_{(4,9)}$	0,990
$tap_{(5,6)}$	1,010
$B_9^{sh}$	0,190

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap} = 10^{-1}$ , e  $\gamma_{B_9^{sh}} = 10^{-2}$ .

A solução discreta foi obtida na 2ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,011 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema IEEE de 14 barras na solução obtida foi de 13,5085 MW.

Tabela 5.2.2.2 – Solução obtida pela abordagem FPS e FPVFP aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,7)}$	0,980
$tap_{(4,9)}$	0,970
$tap_{(5,6)}$	0,930
$B_9^{sh}$	0,200

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^4$ , e  $\gamma_{B_9^{sh}}=10^8$ .

A solução discreta foi obtida na 5ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,013 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema IEEE de 14 barras na solução obtida foi de 13,5075 MW.

Tabela 5.2.2.3 – Solução obtida pela abordagem FPS e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,7)}$	0,970
$tap_{(4,9)}$	1,010
$tap_{(5,6)}$	0,920
$B_9^{sh}$	0,390

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^{-6}$ , e  $\gamma_{B_9^{sh}}=10^{-7}$ .

A solução discreta foi obtida na 1ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,014 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema IEEE de 14 barras na solução obtida foi de 13,5092 MW.

Tabela 5.2.2.4 – Solução obtida pela abordagem FPVI e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,7)}$	0,880
$tap_{(4,9)}$	0,880
$tap_{(5,6)}$	0,880
$B_9^{sh}$	0,390



Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^{10}$ , e  $\gamma_{B_9^{sh}}=10^5$ .

A solução discreta foi obtida na 3ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,089 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema IEEE de 14 barras na solução obtida foi de 14,7281 MW.

Tabela 5.2.2.5 – Solução obtida pela abordagem FPVFP e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 14 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,7)}$	0,880
$tap_{(4,9)}$	0,880
$tap_{(5,6)}$	0,880
$B_9^{sh}$	0,390

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^{-4}$ , e  $\gamma_{B_9^{sh}}=10^{-5}$ .

A solução discreta foi obtida na 3ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,060 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema IEEE de 14 barras na solução obtida foi de 13,5076 MW.

### 5.2.3 Comparação

Na tabela 5.2.3.1 é apresentada uma comparação entre as abordagens tratadas neste trabalho em relação ao valor da função objetivo. Esta comparação é feita levando em conta o número de iterações que cada mistura de métodos leva para convergir.

Tabela 5.2.3.1 – Comparação entre as funções penalidade apresentadas em (3.2), aplicada ao sistema elétrico IEEE de 14 barras.

<b>IEEE de 14 barras</b>			
	<b>Perdas (Mw)</b>	<b>Número de iterações</b>	<b>Tempo de resolução</b>
<b>FPVI</b>	15,6399	1	0,016
<b>FPVFP</b>	15,4464	1	0,011
<b>FPG</b>	14,5276	2	0,013
<b>FPS e FPVI</b>	13,5085	2	0,011
<b>FPS e FPVFP</b>	13,5075	5	0,013
<b>FPS e FPG</b>	13,5092	1	0,014
<b>FPVI e FPG</b>	14,7281	3	0,089
<b>FPVFP e FPG</b>	13,5076	3	0,060

Observa-se que, dentre os testes realizados, o que obteve melhor valor para a função objetivo foi a mistura das funções FPS e FPVFP, em que o resultado foi de 13,5075MW.

### 5.3 Sistema elétrico de 30 barras

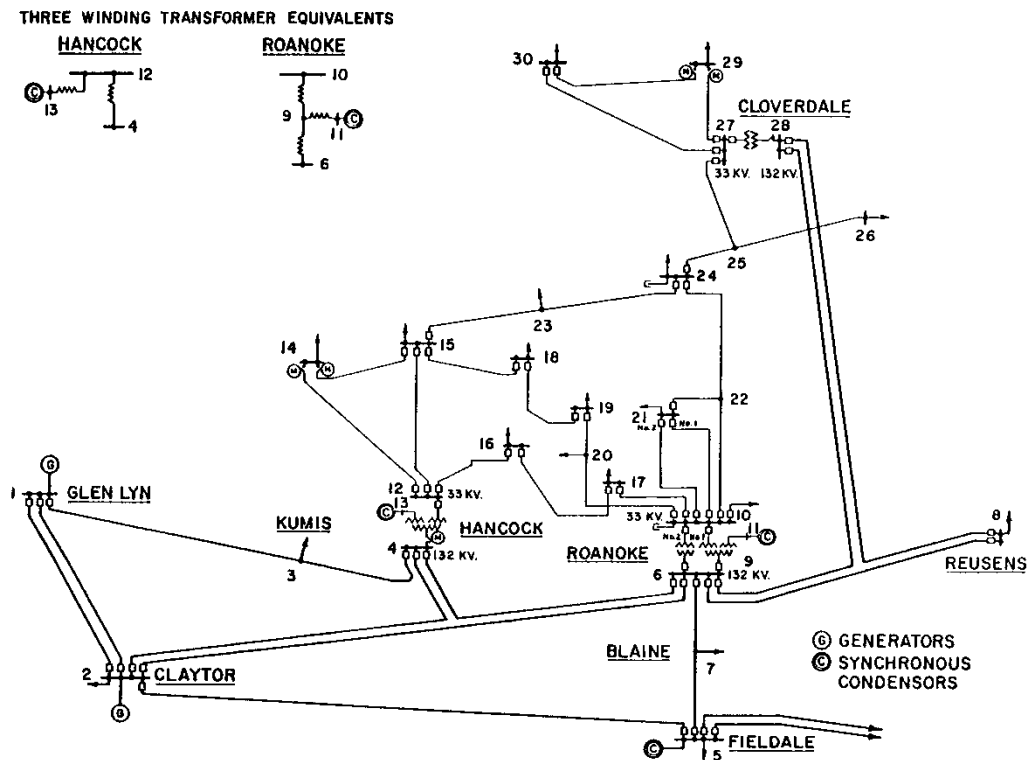
As características do sistema elétrico IEEE de 30 barras cujo diagrama esquemático é apresentado na Figura 5.3.1, são descritas a seguir:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 5 barras de controle de reativo;
- 24 barras de carga;
- 37 linhas de transmissão;
- 4 transformadores com *tap* variável;
- 2 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variável.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE de 30 barras possui:

- 53 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 70 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 59 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 6 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores nos ramos (4-12), (6-9), (6-10) e (28-27) e dois bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 10 e 24.

Figura 5.3.1 – Sistema elétrico IEEE de 30 barras.



Fonte: Washigton (2019)

Considerou-se que os valores discretos que as susceptâncias *shunt* associadas aos bancos de capacitores e reatores podem assumir, pertencem aos conjuntos discretos  $B_{10}^{sh} = \{0; 0, 05; 0, 15; 0, 19; 0, 2; 0, 24; 0, 34; 0, 39\}$  e  $B_{24}^{sh} = \{0; 0, 04; 0, 05; 0, 09\}$ .

### 5.3.1 Primeira etapa de testes

A seguir são apresentadas as soluções obtidas utilizando as funções penalidade (3.2.2.1), (3.2.3.2), (3.2.4.2) e (3.2.5.1), as quais são abordadas individualmente na resolução do problema de FPO para o sistema IEEE de 30 barras.

Nas tabelas 5.3.1.1 – 5.3.1.3 são apresentados os valores assumidos pelos *taps* dos transformadores e pelas susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt* na solução obtida através das FP estudadas nas seções 3.3.2 – 3.2.5. Os fatores de penalidade utilizados foram  $c_{tap}=1,3$ ,  $c_{B_k^{sh}}=1,2$  para as funções penalidade: via interpolação e via fatores de primeiro grau. Já para a função penalidade generalizada os valores desse fator foram  $c_{tap}=0,8$  e  $c_{B_k^{sh}}=0,9$ . Os parâmetros de penalidade são atualizados a cada iteração. O valor inicial para os parâmetros de penalidade foram obtidos a partir de experimentos computacionais.

Tabela 5.3.1.1 – Solução obtida pela abordagem FPVI aplicada ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,12)}$	1,000
$tap_{(6,9)}$	1,000
$tap_{(6,10)}$	1,000
$tap_{(28,27)}$	1,000
$B_{10}^{sh}$	0,190
$B_{24}^{sh}$	0,040

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}}=10^{24}$  e  $\gamma_{B_{24}^{sh}}=10^{24}$ .

A solução discreta foi obtida na 1ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,047 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema na solução obtida foram de 20,3629 MW.

Tabela 5.3.1.2 – Solução obtida pela abordagem FPVFP aplicado ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,12)}$	1,000
$tap_{(6,9)}$	1,000
$tap_{(6,10)}$	1,000
$tap_{(28,27)}$	1,000
$B_{10}^{sh}$	0,190
$B_{24}^{sh}$	0,040

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap} = 10$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}} = 10^{24}$  e  $\gamma_{B_{24}^{sh}} = 10^{25}$ .

A solução discreta foi obtida na 1ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,025 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema na solução obtida foram de 20,2739 MW.

Tabela 5.3.1.3 – Solução obtida pela abordagem FPG aplicado ao FPOR associado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,12)}$	0,900
$tap_{(6,9)}$	1,020
$tap_{(6,10)}$	1,020
$tap_{(28,27)}$	1,120
$B_{10}^{sh}$	0,390
$B_{24}^{sh}$	0,090

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap} = 10^{-4}$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}} = 10^{-5}$  e  $\gamma_{B_{24}^{sh}} = 10^{-5}$ .

A solução discreta foi obtida na 5ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,167 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema na solução obtida foram de 17,4807 MW.

### 5.3.2 Segunda etapa de testes

A seguir são apresentadas as soluções obtidas a partir da combinação das funções penalidade apresentadas na seção 3.2, na resolução do problema de FPOR associado ao sistema IEEE 14 barras. Estas combinações foram feitas da seguinte maneira: a FPS foi utilizada para tratar o *taps* dos transformadores e as demais funções FPVI, FPVFP e FPG para tratar as susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt*. Fizemos ainda duas novas combinações, as quais não foram encontradas na literatura e é dada da seguinte maneira: as funções FPVI e FPVFP são utilizadas para tratar o *taps* dos transformadores, e a FPG é utilizada para tratar as susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt*.

Nas tabelas 5.3.2.1 – 5.3.2.5 são apresentados os valores assumidos pelos *taps* dos transformadores e pelas susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt* na solução obtida através das FP estudadas nas seções 3.3.2 – 3.2.5. Os fatores de penalidade utilizados foram  $c_{tap} = 1,3$ , e  $c_{B_9^{sh}} = 1,2$  para as combinações das funções penalidade: senoidal e via interpolação, senoidal e via fatores de primeiro grau. Para a mistura das funções penalidade senoidal e generalizada os valores desse fator foi  $c_{tap} = 1,3$ , e  $c_{B_9^{sh}} = 0,9$ . E para as combinações das funções penalidade: via interpolação e generalizada e via fatores de primeiro grau e generalizada os valores desse fator foi  $c_{tap} = 1,5$  e  $c_{B_9^{sh}} = 0,5$ . Os parâmetros de penalidade são atualizados a cada iteração. O valor inicial adotado para estes parâmetros são dados a cada teste, e foram obtidos a partir de testes computacionais.

Tabela 5.3.2.1 – Solução obtida pela abordagem FPS e FPVI aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,12)}$	0,960
$tap_{(6,9)}$	0,990
$tap_{(6,10)}$	0,940
$tap_{(28,27)}$	0,990
$B_{10}^{sh}$	0,190
$B_{24}^{sh}$	0,040

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^{-4}$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}}=10^{-3}$  e  $\gamma_{B_{24}^{sh}}=10^{-3}$ .

A solução discreta foi obtida na 9ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,039 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema na solução obtida foi de 17,4862 MW.

Tabela 5.3.2.2 – Solução obtida pela abordagem FPS e FPVFP aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,12)}$	0,930
$tap_{(6,9)}$	0,980
$tap_{(6,10)}$	0,970
$tap_{(28,27)}$	0,970
$B_{10}^{sh}$	0,190
$B_{24}^{sh}$	0,050

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^5$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}} = 10^6$  e  $\gamma_{B_{24}^{sh}}=10^6$ .

A solução discreta foi obtida na 9ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,063 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema na solução obtida foi de 17,4851 MW.

Tabela 5.3.2.3 – Solução obtida pela abordagem FPS e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,12)}$	0,930
$tap_{(6,9)}$	0,960
$tap_{(6,10)}$	1,050
$tap_{(28,27)}$	1,120
$B_{10}^{sh}$	0,390
$B_{24}^{sh}$	0,090

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^5$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}} = 10^8$  e  $\gamma_{B_{24}^{sh}}=10^8$ .

A solução discreta foi obtida na 1ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,036 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema solução obtida foi de 17,4821 MW.



Tabela 5.3.2.4 – Solução obtida pela abordagem FPVI e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,12)}$	0,880
$tap_{(6,9)}$	1,010
$tap_{(6,10)}$	1,000
$tap_{(28,27)}$	1,120
$B_{10}^{sh}$	0,190
$B_{24}^{sh}$	0,050

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^5$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}}=10^{-10}$  e  $\gamma_{B_{24}^{sh}}=10^{-10}$ .

A solução discreta foi obtida na 8ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,031 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema solução obtida foi de 17,4801 MW.

Tabela 5.3.2.5 – Solução obtida pela abordagem FPVFP e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(4,12)}$	0,880
$tap_{(6,9)}$	1,020
$tap_{(6,10)}$	0,990
$tap_{(28,27)}$	1,120
$B_{10}^{sh}$	0,190
$B_{24}^{sh}$	0,050

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^{-4}$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}} = 10^{-9}$  e  $\gamma_{B_{24}^{sh}}=10^{-9}$ .

A solução discreta foi obtida na 14ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,190 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema solução obtida foi de 17,4800 MW.

### 5.3.3 Comparação

Na tabela 5.3.3.1 é apresentada uma comparação entre as abordagens tratadas neste trabalho em relação ao valor da função objetivo. Esta comparação é feita levando em conta o número de iterações que cada mistura de métodos leva para convergir.

Tabela 5.3.3.1 – Comparação entre as funções penalidade apresentadas em (3.2), aplicada ao sistema elétrico IEEE de 30 barras.

<b>IEEE de 30 barras</b>			
	<b>Perdas (Mw)</b>	<b>Número de iterações</b>	<b>Tempo de resolução</b>
<b>FPVI</b>	20,3629	1	0,047
<b>FPVFP</b>	20,2739	1	0,025
<b>FPG</b>	17,4807	5	0,167
<b>FPS e FPVI</b>	17,4862	9	0,039
<b>FPS e FPVFP</b>	17,4850	9	0,063
<b>FPS e FPG</b>	17,4820	1	0,036
<b>FPVI e FPG</b>	17,4801	8	0,031
<b>FPVFP e FPG</b>	17,4800	14	0,190

Observa-se que dentre os testes realizados o que obteve melhor valor para a função objetivo foi o 17,48.

#### 5.4 Sistema elétrico de 118 barras

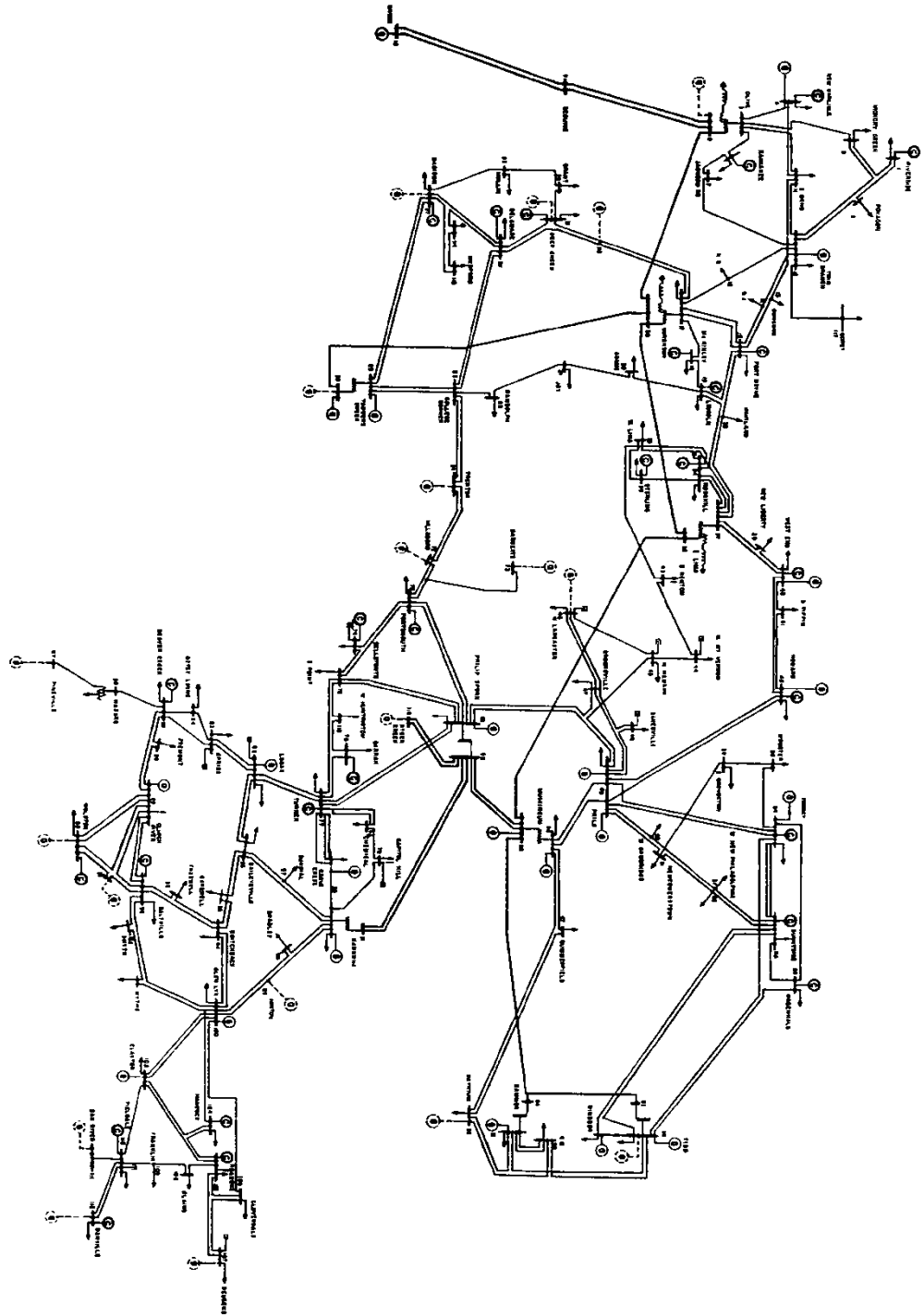
As características do sistema elétrico IEEE de 30 barras cujo diagrama esquemático é apresentado na Figura 5.4.1, são descritas a seguir:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 53 barras de controle de reativo;
- 64 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores com *tap* variável;
- 14 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variável.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE de 118 barras possui:

- 181 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 360 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das magnitudes de tensão nas barras;
- 235 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 23 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores nos ramos (8-5), (26-25), (30-17), (38-37), (63-59), (64-61), (65-66), (68-69) e (81-80) e quatorze bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 5, 34, 37, 44, 45, 46, 48, 74, 79, 82, 83, 105, 107 e 110.

Figura 5.4.1 – Sistema elétrico IEEE de 118 barras.



Fonte: Washigton (2019).

Considerou-se que os valores discretos que as susceptâncias *shunt* associadas aos bancos de capacitores e reatores podem assumir, pertencem aos conjuntos discretos

$$B_S^{sh} \in \{-0,40; 0\}pu$$

$$B_{34}^{sh} \in \{0; 0,06; 0,07; 0,13; 0,14; 0,2\}pu.$$

$$B_{37}^{sh} \in \{-0,25; 0\}pu.$$

$$B_{44}^{sh} \in \{0; 0,1\}pu.$$

$$B_{45}^{sh} \in \{0; 0,1\}pu.$$

$$B_{46}^{sh} \in \{0; 0,1\}pu.$$

$$B_{48}^{sh} \in \{0; 0,15\}pu.$$

$$B_{74}^{sh} \in \{0; 0,08; 0,12; 0,2\}pu.$$

$$B_{79}^{sh} \in \{0; 0,1; 0,2\}pu.$$

$$B_{82}^{sh} \in \{0; 0,1; 0,2\}pu.$$

$$B_{83}^{sh} \in \{0; 0,1; 0,2\}pu.$$

$$B_{105}^{sh} \in \{0; 0,1; 0,2\}pu.$$

$$B_{107}^{sh} \in \{0; 0,06; 0,07; 0,13; 0,14; 0,2\}pu.$$

$$B_{110}^{sh} \in \{0; 0,06; 0,07; 0,13; 0,14; 0,2\}pu.$$

#### 5.4.1 Testes

Nesta seção são apresentadas as soluções obtidas utilizando a combinação das funções penalidade apresentadas na seção 3.2, na resolução do problema de FPOR associado ao sistema IEEE de 118 barras. Para este sistema, foram feitas somente as combinações propostas neste trabalho, visto que apresentam um bom comportamento e menor tempo computacional. Estas combinações foram feitas da seguinte maneira, as FPVI e FPVFP foram utilizadas para tratar os *taps* dos transformadores e a FPG para tratar as susceptância dos bancos de capacitores e de reatores *shunt*.

Nas tabelas 5.4.1.1 e 5.4.1.2 são apresentados os valores assumidos pelos *taps* dos transformadores e pelas susceptâncias dos bancos de capacitores e de reatores *shunt* na solução obtida através das FP estudadas nas seções 3.3.2 – 3.2.5. Os fatores de penalidade utilizados foram  $c_{tap} = 1,5$  e  $c_{B_g^{sh}} = 0,5$  para as combinações das funções penalidade: via interpolação e generalizada e via fatores de primeiro grau e generalizada. Os parâmetros de penalidade são atualizados a cada iteração. O valor inicial para os parâmetros de penalidade foram obtidos a partir de experimentos computacionais.

Tabela 5.4.1.1 – Solução obtida pela abordagem FPVI e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 118 barras.

Variável discreta	Valor ( <i>pu</i> )
$tap_{(8,5)}$	1,090
$tap_{(26,25)}$	1,110
$tap_{(30,17)}$	0,880
$tap_{(38,37)}$	0,880
$tap_{(63,59)}$	0,880
$tap_{(64,61)}$	1,070
$tap_{(65,66)}$	0,910
$tap_{(68,69)}$	0,880
$tap_{(81,80)}$	0,950
$B_5^{sh}$	0
$B_{34}^{sh}$	0,070
$B_{37}^{sh}$	0
$B_{44}^{sh}$	0,100
$B_{45}^{sh}$	0,100
$B_{46}^{sh}$	0,100
$B_{48}^{sh}$	0,150
$B_{74}^{sh}$	0,080
$B_{79}^{sh}$	0
$B_{82}^{sh}$	0,100
$B_{83}^{sh}$	0,100
$B_{105}^{sh}$	0,100
$B_{107}^{sh}$	0,060
$B_{110}^{sh}$	0,060

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^2$ ,  $\gamma_{B_k^{sh}} = 10^4$ .

A solução discreta foi obtida na 11<sup>a</sup> iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,094 segundos.

As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema solução obtida foi de 119,4321 MW.

Tabela 5.4.1.2 – Solução obtida pela abordagem FPVFP e FPG aplicado ao sistema elétrico IEEE de 118 barras.

Variável discreta	Valor (pu)
$tap_{(8,5)}$	1,080
$tap_{(26,25)}$	1,110
$tap_{(30,17)}$	0,880
$tap_{(38,37)}$	0,880
$tap_{(63,59)}$	0,880
$tap_{(64,61)}$	1,050
$tap_{(65,66)}$	0,920
$tap_{(68,69)}$	0,880
$tap_{(81,80)}$	0,960
$B_5^{sh}$	0
$B_{34}^{sh}$	0,060
$B_{37}^{sh}$	0
$B_{44}^{sh}$	0,100
$B_{45}^{sh}$	0,100
$B_{46}^{sh}$	0,100
$B_{48}^{sh}$	0,150
$B_{74}^{sh}$	0,080
$B_{79}^{sh}$	0
$B_{82}^{sh}$	0,100
$B_{83}^{sh}$	0,100
$B_{105}^{sh}$	0,100
$B_{107}^{sh}$	0,060
$B_{110}^{sh}$	0,060

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_{tap}=10^{-2}$ ,  $\gamma_{B_{10}^{sh}}=10^6$ .

A solução discreta foi obtida na 17ª iteração. O tempo computacional de resolução foi de 0,107 segundos.



As perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema solução obtida foi de 119,5304 MW.

Podemos observar que os valores obtidos pelas duas misturas foram relativamente próximos.

Na próxima seção apresentamos as conclusões do trabalho.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES

Neste trabalho abordou-se a resolução do problema de FPOR com variáveis contínuas e discretas através da utilização de algumas funções penalidade e suas misturas.

Inicialmente aplicou-se as funções penalidade a um problema matemático teste para verificar seu comportamento. Em seguida, aplicou-se ao problema de FPOR associado aos sistemas elétricos IEEE de 14, 30 e 118 barras.

Com o problema de FPOR, efetua-se duas etapas de testes. Na primeira, os *taps* e as susceptâncias *shunt* são tratados por uma única função penalidade, e em uma segunda etapa, as combinações são feitas de duas formas: na primeira delas os *taps* sempre são tratados pela FPS e as susceptâncias *shunt* são tratadas pelas outras três funções; na outra combinação, a qual é proposta neste trabalho os *taps* são tratados pelas funções FPVI e FPVFP e as susceptâncias *shunt* são tratadas pela FPG.

Observou-se a viabilidade da aplicação de tais funções, sejam elas aplicadas ao problema de maneira individual ou combinadas. Além disso as misturas propostas apresentam resultados promissores.

Para trabalhos futuros propomos:

- Trabalhar com sistemas maiores;
- Testar novas funções penalidade;
- Estratégias para a inicialização das penalidades.

## **CAPÍTULO 7**

### **TRABALHOS PUBLICADOS**

NARDELLO, C. M.; BAPTISTA, E. C.; NEPOMUCENO, L. Aplicação de uma Função Penalidade Polinomial Trigonométrica na resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo. VIII Seminário da Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2018.

NARDELLO, C. M.; BAPTISTA, E. C.; NEPOMUCENO, L.; SOLER, E. M. Uma comparação entre diferentes funções penalidades para o tratamento de variáveis discretas em problemas de otimização não linear. II Workshop de Otimização, 2018.

NARDELLO, C. M.; BAPTISTA, E. C.; NEPOMUCENO, L.; SOLER, E. M. Funções penalidade para o tratamento das variáveis discretas na resolução do fluxo de potência ótimo reativo. IX Seminário da Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2019.

## REFERÊNCIAS

- ADIBI, M. *et al.* **Optimal transformer tap selection using modified barrier-augmented lagrangian method.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 18, n. 1, p. 251–257, 2003.
- ALRASHIDI, M.; EL-HAWARY, M. **Hybrid particle swarm optimization approach for solving the discrete opf problem considering the valve loading effects.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 22, n. 4, p. 2030–2038, 2007.
- BAKIRTZIS, A. G. *et al.* **Optimal power flow by enhanced genetic algorithm.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 17, n. 2, p. 229–236, 2002.
- CAPITANESCU, F.; WEHENKEL, L. **Sensitivity-based approaches for handling discrete variables in optimal power flow computations.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 25, n. 4, p. 1780–1789, 2010.
- CARPENTIER, J. **Contribution a l'étude du dispatching économique.** *Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens*, v. 3, n. 1, p. 431–447, 1962.
- DING, X.; WANG, X.; SONG, Y. **Interior point cutting plane method for optimal power flow.** *IMA Journal of management mathematics*, IMA, v. 15, n. 4, p. 355–368, 2004.
- DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F. **Optimal power flow solutions.** *Power apparatus and systems, IEEE transactions on*, IEEE, n. 10, p. 1866–1876, 1968.
- FERREIRA, C. E; **Uma investigação da influência do parâmetro de barreira na solução do problema de fluxo de potência ótimo** *Dissertação de mestrado*, FEB, UNESP, Bauru-SP, 2013.
- GHASEMI, M. *et al.* **A new hybrid algorithm for optimal reactive power dispatch problem with discrete and continuous control variables.** *Applied soft computing*, Elsevier, v. 22, p. 126–140, 2014.
- GHASEMI, M. *et al.* **Solving optimal reactive power dispatch problem using a novel teaching-learning-based optimization algorithm.** *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Elsevier, v. 39, p. 100–108, 2015.
- GISVOLD, K. M.; MOE, J. **A method for nonlinear mixed-integer programming and its application to design problems.** *Journal of Engineering for Industry*, p.353-364, 1972.
- GRANVILLE, S. **Optimal reactive dispatch through interior point methods.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 9, n. 1, p. 136–146, 1994.
- HESTENES, M. R. **Multiplier and gradient methods.** *Journal of optimization theory and applications*, Springer, v. 4, n. 5, p. 303–320, 1969.
- HUANG, C.-H. **A hybrid artificial intelligence algorithm for discrete optimal power flow.** *Appl. Math*, v. 9, n. 1L, p. 197–204, 2015.

LAGE, G. G. **O fluxo de potência ótimo reativo com variáveis de controle discretas e restrições de atuação de dispositivos de controle de tensão.** Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, 2013.

LUENBERGER, D. G. e YE, Y. **Linear and Nonlinear Programming.** New York, NY: Springer, 3rd edition edition, 2008.

LIN, S.-Y.; HO, Y.-C.; LIN, C.-H. **An ordinal optimization theory-based algorithm for solving the optimal power flow problem with discrete control variables.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 19, n. 1, p. 276–286, 2004.

LIU, W.-H. E.; PAPALEXOPOULOS, A. *et al.* **Discrete shunt controls in a newton optimal power flow.** *IEEE Transactions on Power Systems (Institute of Electrical and Electronics Engineers);(United States)*, v. 7, n. 4, 1992.

LIU, M.; TSO, S.; CHENG, Y. **An extended nonlinear primal-dual interior-point algorithm for reactive-power optimization of large-scale power systems with discrete control variables.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 17, n. 4, p. 982–991, 2002.

LIU, L. *et al.* **A robust approach to optimal power flow with discrete variables.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 24, n. 3, p. 1182–1190, 2009.

MACFIE, P. J. *et al.* **Proposed shunt rounding technique for large-scale security constrained loss minimization.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 25, n. 3, p. 1478–1485, 2010.

MAZZINI, A. P; ASADA, E. N. **A penalty function for reactive power optimization with discrete variables.** *IEEE Xplore Digital Library*, 2015.

MONTICELLI, A.; LIU, W. H. E. **Adaptive movement penalty method for the newton optimal power flow.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, 7(1), 334-342, 1992.

MOREIRA, J. *et al.* **A parallel branch and bound approach to optimal power flow with discrete variables.** *Przeglad Elektrotechniczny*, v. 89, n. 3a, p. 47–52, 2013.

NIE, Y. *et al.* **Pcpdipm based optimal reactive power flow model with discrete variables.** *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 69, p. 116–122, 2015.

PHAN, D. **Lagrangian duality and branch-and-bound algorithms for optimal power flow.** *Operations Research*, INFORMS, v. 60, n. 2, p. 275–285, 2015.

POLYAK, R. **Modified barrier functions (theory and methods).** *Mathematical programming*, Springer, v. 54, n. 1-3, p. 177–222, 1992.

POWELL, M. J. **A method for non-linear constraints in minimization problems.** In: Fletcher, R., Ed., *Optimization*, Academic Press, New York, NY, 283-298. 1969.

QUINTANA, V. H.; GOMEZ, A.; MARTINEZ, J. L. **Nonlinear Optimal Power Flows by Logarithmic Barrier Primal-Dual Algorithm.** *IEEE Naps Meeting*. 1995.

SASSON, A.; VILORIA, F.; ABOYTES, F. **Optimal load flow solution using the hessian matrix.** *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 1, p. 31–41, 1973.

SILVA, D.P. **Funções penalidade para o tratamento das variáveis discretas do problema de fluxo de potência ótimo reativo.** *Dissertação de mestrado*, FEB, UNESP, Bauru-SP, 2016.

SOLER, E. M.; SOUSA, V. A. de; COSTA, G. R. da. **A modified primal–dual logarithmic-barrier method for solving the optimal power flow problem with discrete and continuous control variables.** *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 222, n. 3, p. 616–622, 2012.

SOLER, E. M.; ASADA, E. N.; COSTA, G. R. da. **Penalty-based nonlinear solver for optimal reactive power dispatch with discrete controls.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 28, n. 3, p. 2174–2182, 2013.

SUN, D. *et al.* **Optimal power flow by newton approach.** *Power apparatus and systems, IEEE transactions on*, IEEE, n. 10, p. 2864–2880, 1984.

SUBBARAJ, P.; RAJNARAYANAN, P. **Optimal reactive power dispatch using self-adaptive real coded genetic algorithm.** *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 79, n. 2, p. 374–381, 2009.

TINNEY, W. *et al.* **Some deficiencies in optimal power flow.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 3, n. 2, p. 676–683, 1988.

TÓFOLI, M. F. *et al.* **Interior/exterior-point methods with inertia correction strategy for solving optimal reactive power flow problems with discrete variables.** *Annals of Operations Research*, v.1, p. 1 – 21, 2018.

TORRES, G. L.; QUINTANA, V. H. **An interior-point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 13, n. 4, p. 1211–1218, 1998.

YAN, W. *et al.* **A hybrid genetic algorithm-interior point method for optimal reactive power flow.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 21, n. 3, p. 1163–1169, 2006.

ZHAO, B.; GUO, C.; CAO, Y. **A multiagent-based particle swarm optimization approach for optimal reactive power dispatch.** *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 20, n. 2, p. 1070 – 1078, 2005.

ZHAO, J. *et al.* **A distributed optimal reactive power flow for global transmission and distribution network.** *Electrical Power and Energy System*. Elsevier, v.104, n. 1, p. 524 – 536, 2019.

## APÊNDICE A – Banco de dados dos sistemas elétricos utilizados

Apresenta-se neste apêndice os dados dos sistemas elétricos utilizados neste trabalho. Com exceção dos ângulos das tensões nas barras,  $\Theta$ , em que os dados são apresentados em radianos, todos os outros dados são apresentados em *pu*. Nas tabelas dados das barras do sistema, encontram-se as barras diferenciadas por tipo. As barras do tipo 3 são as barras de geração (barra *slack*), as barras do tipo 2 são as barras de controle de reativos, e as barras do tipo 0 são as barras de carga.

### A.1 Sistema IEEE de 14 Barras

Tabela A.1.1 - Dados das linhas de transmissão do sistema de 14 barras.

<i>Linhas</i>	<i>r</i>	<i>x</i>	<i>b<sup>sh</sup></i>	<i>tap</i>
1 2	0,01938	0,05917	0,0528	0,0
1 5	0,05403	0,22304	0,0492	0,0
2 3	0,04699	0,19797	0,0438	0,0
2 4	0,05811	0,17632	0,0340	0,0
2 5	0,05695	0,17388	0,0346	0,0
3 4	0,06701	0,17103	0,0128	0,0
4 5	0,01335	0,04211	0,0	0,0
4 7	0,0	0,20912	0,0	0,978
4 9	0,0	0,55618	0,0	0,969
5 6	0,0	0,25202	0,0	0,932
6 11	0,09498	0,19890	0,0	0,0
6 12	0,12291	0,25581	0,0	0,0
6 13	0,06615	0,13027	0,0	0,0
7 8	0,0	0,17615	0,0	0,0
7 9	0,0	0,11001	0,0	0,0
9 10	0,03181	0,08450	0,0	0,0
9 14	0,12711	0,27038	0,0	0,0
10 11	0,08205	0,19207	0,0	0,0
12 13	0,22092	0,19988	0,0	0,0
13 14	0,17093	0,34802	0,0	0,0

Tabela A.1.2 - Dados das barras do sistema de 14 barras.

<i>Barra</i>	<i>Tipo</i>	<i>V</i>	$\theta$	<i>P<sup>C</sup></i>	<i>Q<sup>C</sup></i>	<i>P<sup>G</sup></i>	<i>Q<sup>G</sup></i>	$\bar{Q}$	$\underline{Q}$	<i>B<sup>sh</sup></i>
1	3	1,060	0,0	0,0	0,0	232,4	-16,9	0,0	0,0	0,0
2	2	1,045	-4,98	21,7	12,7	40,0	42,4	50,0	-40,0	0,0
3	2	1,010	-12,72	94,2	19,0	0,0	23,4	40,0	0,0	0,0
4	0	1,019	-10,33	47,8	-3,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	0	1,020	-8,78	7,6	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6	2	1,070	-14,22	11,2	7,5	0,0	12,2	24,0	-6,0	0,0
7	0	1,062	-13,37	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	2	1,090	-13,36	0,0	0,0	0,0	17,4	24,0	-6,0	0,0
9	0	1,056	-14,94	29,5	16,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,19
10	0	1,051	-15,10	9,0	5,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
11	0	1,057	-14,79	3,5	1,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	0	1,055	-15,07	6,1	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
13	0	1,050	-15,16	13,5	5,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14	0	1036	-16,04	14,9	5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

## A.2 Sistema IEEE de 30 Barras

Tabela A.2.1 - Dados das linhas de transmissão do sistema de 30 barras.

<i>Linhas</i>	<i>r</i>	<i>x</i>	<i>b<sup>sh</sup></i>	<i>tap</i>	
1	2	0,0192	0,0575	0,0528	0,0
1	3	0,0452	0,1652	0,0408	0,0
2	4	0,0570	0,1737	0,0368	0,0
3	4	0,0132	0,0379	0,0084	0,0
2	5	0,0472	0,1983	0,0418	0,0
2	6	0,0581	0,1763	0,0374	0,0
4	6	0,0119	0,0414	0,0090	0,0
5	7	0,0460	0,1160	0,0204	0,0
6	7	0,0267	0,0820	0,0170	0,0
6	8	0,0120	0,0420	0,0090	0,0
6	9	0,0	0,2080	0,0	0,978
6	10	0,0	0,5560	0,0	0,969
9	11	0,0	0,2080	0,0	0,0
9	10	0,0	0,1100	0,0	0,0
4	12	0,0	0,2560	0,0	0,932
12	13	0,0	0,1400	0,0	0,0
12	14	0,1231	0,2559	0,0	0,0



12	15	0,0662	0,1304	0,0	0,0
12	16	0,0945	0,1987	0,0	0,0
14	15	0,2210	0,1997	0,0	0,0
16	17	0,0524	0,1923	0,0	0,0
15	18	0,1073	0,2185	0,0	0,0
18	19	0,0639	0,1292	0,0	0,0
19	20	0,0340	0,0680	0,0	0,0
10	20	0,0936	0,2090	0,0	0,0
10	17	0,0324	0,0845	0,0	0,0
10	21	0,0348	0,0749	0,0	0,0
10	22	0,0727	0,1499	0,0	0,0
21	22	0,0116	0,0236	0,0	0,0
15	23	0,1000	0,2020	0,0	0,0
22	24	0,1150	0,1790	0,0	0,0
23	24	0,1320	0,2700	0,0	0,0
24	25	0,1885	0,3292	0,0	0,0
25	26	0,2544	0,3800	0,0	0,0
25	27	0,1093	0,2087	0,0	0,0
28	27	0,0	0,3960	0,0	0,968
27	29	0,2198	0,4153	0,0	0,0
27	30	0,3202	0,6027	0,0	0,0
29	30	0,2399	0,4533	0,0	0,0
8	28	0,0636	0,2000	0,0428	0,0
6	28	0,0169	0,0599	0,0130	0,0

Tabela A.2.2 - Dados das barras do sistema de 30 barras.

<i>Barra</i>	<i>Tipo</i>	<i>V</i>	$\theta$	<i>P<sup>C</sup></i>	<i>Q<sup>C</sup></i>	<i>P<sup>G</sup></i>	<i>Q<sup>G</sup></i>	$\bar{Q}$	$\underline{Q}$	<i>B<sup>sh</sup></i>
1	3	1,060	0,0	0,0	0,0	260,2	-16,1	0,0	0,0	260,2
2	2	1,043	-5,48	21,7	12,7	40,0	50,0	50,0	-40,0	40,0
3	0	1,021	-7,96	2,4	1,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	0	1,012	-9,62	7,6	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	2	1,010	-14,37	94,2	19,0	0,0	37,0	40,0	-40,0	0,0
6	0	1,010	-11,34	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	0	1,002	-13,12	22,8	10,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	2	1,010	-12,10	30,0	30,0	0,0	37,3	40,0	-10,0	0,0
9	0	1,051	-14,38	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	0	1,045	-15,97	5,8	2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,19
11	2	1,082	-14,39	0,0	0,0	0,0	16,2	24,0	-6,0	0,0

12	0	1,057	-15,24	11,2	7,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
13	2	1,071	-15,24	0,0	0,0	0,0	10,6	24,0	-6,0	0,0
14	0	1,042	-16,13	6,2	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
15	0	1,038	-16,22	8,2	2,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
16	0	1,045	-15,83	3,5	1,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
17	0	1,040	-16,14	9,0	5,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
18	0	1,028	-16,82	3,2	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
19	0	1,026	-17,00	9,5	3,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20	0	1,030	-16,80	2,2	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
21	0	1,033	-16,42	17,5	11,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22	0	1,033	-16,41	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	0	1,027	-16,61	3,2	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
24	0	1,021	-16,78	8,7	6,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,043
25	0	1,017	-16,35	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
26	0	1,000	-16,77	3,5	2,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
27	0	1,023	-15,82	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
28	0	1,007	-11,97	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
29	0	1,003	-17,06	2,4	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30	0	0,992	-17,94	10,6	1,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

### A.3 Sistema IEEE de 118 Barras

Tabela A.3.1 - Dados das linhas de transmissão do sistema de 118 barras.

<i>Linhas</i>		<i>r</i>	<i>x</i>	<i>b<sup>sh</sup></i>	<i>tap</i>
1	2	0,0	0,0	0,0	0,0
1	3	0,0	0,0	0,0	0,0
4	5	0,0	0,0	0,0	0,0
3	5	0,0	0,0	0,0	0,0
5	6	0,0	0,0	0,0	0,0
6	7	0,0	0,0	0,0	0,0
8	9	0,0	0,0	0,0	0,0
8	5	0,0	0,0	0,0	0,985
9	10	0,0	0,0	0,0	0,0
4	11	0,0	0,0	0,0	0,0
5	11	0,0	0,0	0,0	0,0
11	12	0,0	0,0	0,0	0,0
2	12	0,0	0,0	0,0	0,0
3	12	0,0	0,0	0,0	0,0

7	12	0,0	0,0	0,0	0,0
11	13	0,0	0,0	0,0	0,0
12	14	0,0	0,0	0,0	0,0
13	15	0,0	0,0	0,0	0,0
14	15	0,0	0,0	0,0	0,0
12	16	0,0	0,0	0,0	0,0
15	17	0,0	0,0	0,0	0,0
16	17	0,0	0,0	0,0	0,0
17	18	0,0	0,0	0,0	0,0
18	19	0,0	0,0	0,0	0,0
19	20	0,0	0,0	0,0	0,0
15	19	0,0	0,0	0,0	0,0
20	21	0,0	0,0	0,0	0,0
21	22	0,0	0,0	0,0	0,0
22	23	0,0	0,0	0,0	0,0
23	24	0,0	0,0	0,0	0,0
23	25	0,0	0,0	0,0	0,0
26	25	0,0	0,0	0,0	0,960
25	27	0,0	0,0	0,0	0,0
27	28	0,0	0,0	0,0	0,0
28	29	0,0	0,0	0,0	0,0
30	17	0,0	0,0	0,0	0,960
8	30	0,0	0,0	0,0	0,0
26	30	0,0	0,0	0,0	0,0
17	31	0,0	0,0	0,0	0,0
29	31	0,0	0,0	0,0	0,0
23	32	0,0	0,0	0,0	0,0
31	32	0,0	0,0	0,0	0,0
27	32	0,0	0,0	0,0	0,0
15	33	0,0	0,0	0,0	0,0
19	34	0,0	0,0	0,0	0,0
35	36	0,0	0,0	0,0	0,0
35	37	0,0	0,0	0,0	0,0
33	37	0,0	0,0	0,0	0,0
34	36	0,0	0,0	0,0	0,0
34	37	0,0	0,0	0,0	0,0
38	37	0,0	0,0	0,0	0,935
37	39	0,0	0,0	0,0	0,0
37	40	0,0	0,0	0,0	0,0

30	38	0,0	0,0	0,0	0,0
39	40	0,0	0,0	0,0	0,0
40	41	0,0	0,0	0,0	0,0
40	42	0,0	0,0	0,0	0,0
41	42	0,0	0,0	0,0	0,0
43	44	0,0	0,0	0,0	0,0
34	43	0,0	0,0	0,0	0,0
44	45	0,0	0,0	0,0	0,0
45	46	0,0	0,0	0,0	0,0
46	47	0,0	0,0	0,0	0,0
46	48	0,0	0,0	0,0	0,0
47	49	0,0	0,0	0,0	0,0
42	49	0,0	0,0	0,0	0,0
42	49	0,0	0,0	0,0	0,0
45	49	0,0	0,0	0,0	0,0
48	49	0,0	0,0	0,0	0,0
49	50	0,0	0,0	0,0	0,0
49	51	0,0	0,0	0,0	0,0
51	52	0,0	0,0	0,0	0,0
52	53	0,0	0,0	0,0	0,0
53	54	0,0	0,0	0,0	0,0
49	54	0,0	0,0	0,0	0,0
49	54	0,0	0,0	0,0	0,0
54	55	0,0	0,0	0,0	0,0
54	56	0,0	0,0	0,0	0,0
55	56	0,0	0,0	0,0	0,0
56	57	0,0	0,0	0,0	0,0
50	57	0,0	0,0	0,0	0,0
56	58	0,0	0,0	0,0	0,0
51	58	0,0	0,0	0,0	0,0
54	59	0,0	0,0	0,0	0,0
56	59	0,0	0,0	0,0	0,0
56	59	0,0	0,0	0,0	0,0
55	59	0,0	0,0	0,0	0,0
59	60	0,0	0,0	0,0	0,0
59	61	0,0	0,0	0,0	0,0
60	61	0,0	0,0	0,0	0,0
60	62	0,0	0,0	0,0	0,0
61	62	0,0	0,0	0,0	0,0

63	59	0,0	0,0	0,0	0,960
63	64	0,0	0,0	0,0	0,0
64	61	0,0	0,0	0,0	0,985
38	65	0,0	0,0	0,0	0,0
64	65	0,0	0,0	0,0	0,0
49	66	0,0	0,0	0,0	0,0
49	66	0,0	0,0	0,0	0,0
62	66	0,0	0,0	0,0	0,0
62	67	0,0	0,0	0,0	0,0
65	66	0,0	0,0	0,0	0,935
66	67	0,0	0,0	0,0	0,0
65	68	0,0	0,0	0,0	0,0
47	69	0,0	0,0	0,0	0,0
49	69	0,0	0,0	0,0	0,0
68	69	0,0	0,0	0,0	0,935
69	70	0,0	0,0	0,0	0,0
24	70	0,0	0,0	0,0	0,0
70	71	0,0	0,0	0,0	0,0
24	72	0,0	0,0	0,0	0,0
71	72	0,0	0,0	0,0	0,0
71	73	0,0	0,0	0,0	0,0
70	74	0,0	0,0	0,0	0,0
70	75	0,0	0,0	0,0	0,0
69	75	0,0	0,0	0,0	0,0
74	75	0,0	0,0	0,0	0,0
76	77	0,0	0,0	0,0	0,0
69	77	0,0	0,0	0,0	0,0
75	77	0,0	0,0	0,0	0,0
77	78	0,0	0,0	0,0	0,0
78	79	0,0	0,0	0,0	0,0
77	80	0,0	0,0	0,0	0,0
77	80	0,0	0,0	0,0	0,0
79	80	0,0	0,0	0,0	0,0
68	81	0,0	0,0	0,0	0,0
81	80	0,0	0,0	0,0	0,935
77	82	0,0	0,0	0,0	0,0
82	83	0,0	0,0	0,0	0,0
83	84	0,0	0,0	0,0	0,0
83	85	0,0	0,0	0,0	0,0

84	85	0,0	0,0	0,0	0,0
85	86	0,0	0,0	0,0	0,0
86	87	0,0	0,0	0,0	0,0
85	88	0,0	0,0	0,0	0,0
85	89	0,0	0,0	0,0	0,0
88	89	0,0	0,0	0,0	0,0
89	90	0,0	0,0	0,0	0,0
89	90	0,0	0,0	0,0	0,0
90	91	0,0	0,0	0,0	0,0
89	92	0,0	0,0	0,0	0,0
89	92	0,0	0,0	0,0	0,0
91	92	0,0	0,0	0,0	0,0
92	93	0,0	0,0	0,0	0,0
92	94	0,0	0,0	0,0	0,0
93	94	0,0	0,0	0,0	0,0
94	95	0,0	0,0	0,0	0,0
80	96	0,0	0,0	0,0	0,0
82	96	0,0	0,0	0,0	0,0
94	96	0,0	0,0	0,0	0,0
80	97	0,0	0,0	0,0	0,0
80	98	0,0	0,0	0,0	0,0
80	99	0,0	0,0	0,0	0,0
92	100	0,0	0,0	0,0	0,0
94	100	0,0	0,0	0,0	0,0
95	96	0,0	0,0	0,0	0,0
96	97	0,0	0,0	0,0	0,0
98	100	0,0	0,0	0,0	0,0
99	100	0,0	0,0	0,0	0,0
100	101	0,0	0,0	0,0	0,0
92	102	0,0	0,0	0,0	0,0
101	102	0,0	0,0	0,0	0,0
100	103	0,0	0,0	0,0	0,0
100	104	0,0	0,0	0,0	0,0
103	104	0,0	0,0	0,0	0,0
103	105	0,0	0,0	0,0	0,0
100	106	0,0	0,0	0,0	0,0
104	105	0,0	0,0	0,0	0,0
105	106	0,0	0,0	0,0	0,0
105	107	0,0	0,0	0,0	0,0

105	108	0,0	0,0	0,0	0,0
106	107	0,0	0,0	0,0	0,0
108	109	0,0	0,0	0,0	0,0
103	110	0,0	0,0	0,0	0,0
19	110	0,0	0,0	0,0	0,0
110	111	0,0	0,0	0,0	0,0
110	112	0,0	0,0	0,0	0,0
17	113	0,0	0,0	0,0	0,0
32	113	0,0	0,0	0,0	0,0
32	114	0,0	0,0	0,0	0,0
27	115	0,0	0,0	0,0	0,0
114	115	0,0	0,0	0,0	0,0
68	116	0,0	0,0	0,0	0,0
12	117	0,0	0,0	0,0	0,0
75	118	0,0	0,0	0,0	0,0
76	118	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabela A.3.2 - Dados das barras do sistema de 118 barras.

<i>Barra</i>	<i>Tipo</i>	<i>V</i>	$\theta$	<i>P<sup>C</sup></i>	<i>Q<sup>C</sup></i>	<i>P<sup>G</sup></i>	<i>Q<sup>G</sup></i>	$\bar{Q}$	$\underline{Q}$	<i>B<sup>sh</sup></i>
1	2	0,955	10,67	51,0	27,0	0,0	0,0	15,0	-5,0	0,0
2	0	0,971	11,22	20,0	9,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3	0	0,968	11,56	39,0	10,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	2	0,998	15,28	30,0	12,0	-9,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
5	0	1,002	15,73	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,40
6	2	0,990	13,00	52,0	22,0	0,0	0,0	50,0	-13,0	0,0
7	0	0,989	12,56	19,0	2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	2	1,015	20,77	0,0	0,0	-28,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
9	0	1,043	28,02	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	2	1,050	35,61	0,0	0,0	450,0	0,0	200,0	-147,0	0,0
11	0	0,985	12,72	70,0	23,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	2	0,990	12,20	47,0	10,0	85,0	0,0	120,0	-35,0	0,0
13	0	0,968	11,35	34,0	16,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14	0	0,984	11,50	14,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
15	2	0,970	11,23	90,0	30,0	0,0	0,0	30,0	-10,0	0,0
16	0	0,984	11,91	25,0	10,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
17	0	0,995	13,74	11,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
18	2	0,973	11,53	60,0	34,0	0,0	0,0	50,0	-16,0	0,0
19	2	0,963	11,05	45,0	25,0	0,0	0,0	24,0	-8,0	0,0
20	0	0,958	11,93	18,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

21	0	0,959	13,52	14,0	8,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22	0	0,970	16,08	10,0	5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	0	1,000	21,00	7,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
24	2	0,992	20,89	0,0	0,0	-13,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
25	2	1,050	27,93	0,0	0,0	220,0	0,0	140,0	-47,0	0,0
26	2	1,015	29,71	0,0	0,0	314,0	0,0	1000,0	-1000,0	0,0
27	2	0,968	15,35	62,0	13,0	-9,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
28	0	0,962	13,62	17,0	7,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
29	0	0,963	12,63	24,0	4,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30	0	0,968	18,79	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
31	2	0,967	12,75	43,0	27,0	7,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
32	2	0,964	14,80	59,0	23,0	0,0	0,0	42,0	-14,0	0,0
33	0	0,972	10,63	23,0	9,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
34	2	0,986	11,30	59,0	26,0	0,0	0,0	24,0	-8,0	0,14
35	0	0,981	10,87	33,0	9,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
36	2	0,980	10,87	31,0	17,0	0,0	0,0	24,0	-8,0	0,0
37	0	0,992	11,77	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,25
38	0	0,962	16,91	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
39	0	0,970	8,41	27,0	11,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40	2	0,970	7,35	20,0	23,0	-46,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
41	0	0,967	6,92	37,0	10,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
42	2	0,985	8,53	37,0	23,0	-59,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
43	0	0,978	11,28	18,0	7,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
44	0	0,985	13,82	16,0	8,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,10
45	0	0,987	15,67	53,0	22,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,10
46	2	1,005	18,49	28,0	10,0	19,0	0,0	100,0	-100,0	0,10
47	0	1,017	20,73	34,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
48	0	1,021	19,93	20,0	11,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,15
49	2	1,025	20,94	87,0	30,0	204,0	0,0	210,0	-85,0	0,0
50	0	1,001	18,90	17,0	4,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
51	0	0,967	16,28	17,0	8,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
52	0	0,957	15,32	18,0	5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
53	0	0,946	14,35	23,0	11,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
54	2	0,955	15,26	113,0	32,0	48,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
55	2	0,952	14,97	63,0	22,0	0,0	0,0	23,0	-8,0	0,0
56	2	0,954	15,16	84,0	18,0	0,0	0,0	15,0	-8,0	0,0
57	0	0,971	16,36	12,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
58	0	0,959	15,51	12,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
59	2	0,985	19,37	277,0	113,0	155,0	0,0	180,0	-60,0	0,0



60	0	0,993	23,15	78,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
61	2	0,995	24,04	0,0	0,0	160,0	0,0	300,0	-100,0	0,0
62	2	0,998	23,43	77,0	14,0	0,0	0,0	20,0	-20,0	0,0
63	0	0,969	22,75	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
64	0	0,984	24,52	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
65	2	1,005	27,65	0,0	0,0	391,0	0,0	200,0	-67,0	0,0
66	2	1,050	27,48	39,0	18,0	392,0	0,0	200,0	-67,0	0,0
67	0	1,020	24,84	28,0	7,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
68	0	1,003	27,55	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
69	3	1,035	30,00	0,0	0,0	516,4	0,0	300,0	-300,0	0,0
70	2	0,984	22,58	66,0	20,0	0,0	0,0	32,0	-10,0	0,0
71	0	0,987	22,15	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
72	2	0,980	20,98	0,0	0,0	-12,0	0,0	100,0	-100,0	0,0
73	2	0,991	21,94	0,0	0,0	-6,0	0,0	100,0	-100,0	0,0
74	2	0,958	21,64	68,0	27,0	0,0	0,0	9,0	-6,0	0,12
75	0	0,967	22,91	47,0	11,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
76	2	0,943	21,77	68,0	36,0	0,0	0,0	23,0	-8,0	0,0
77	2	1,006	26,72	61,0	28,0	0,0	0,0	70,0	-20,0	0,0
78	0	1,003	26,42	71,0	26,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
79	0	1,009	26,72	39,0	32,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,20
80	2	1,040	28,96	130,0	26,0	477,0	0,0	280,0	-165,0	0,0
81	0	0,997	28,10	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
82	0	0,989	27,24	54,0	27,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,20
83	0	0,985	28,42	20,0	10,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,10
84	0	0,980	30,95	11,0	7,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
85	2	0,985	32,51	24,0	15,0	0,0	0,0	23,0	-8,0	0,0
86	0	0,987	31,14	21,0	10,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
87	2	1,015	31,40	0,0	0,0	4,0	0,0	1000,0	-100,0	0,0
88	0	0,987	35,64	48,0	10,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
89	2	1,005	39,69	0,0	0,0	607,0	0,0	300,0	-210,0	0,0
90	2	0,985	33,29	78,0	42,0	-85,0	0,0	300,0	-300,0	0,0
91	2	0,980	33,31	0,0	0,0	-10,0	0,0	100,0	-100,0	0,0
92	2	0,993	33,80	65,0	10,0	0,0	0,0	9,0	-3,0	0,0
93	0	0,987	30,79	12,0	7,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
94	0	0,991	28,64	30,0	16,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
95	0	0,981	27,67	42,0	31,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
96	0	0,993	27,51	38,0	15,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
97	0	1,011	27,88	15,0	9,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
98	0	1,024	27,40	34,0	8,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

99	2	1,010	27,04	0,0	0,0	-42,0	0,0	100,0	-100,0	0,0
100	2	1,017	28,03	37,0	18,0	252,0	0,0	155,0	-50,0	0,0
101	0	0,993	29,61	22,0	15,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
102	0	0,991	32,30	5,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
103	2	1,001	24,44	23,0	16,0	40,0	0,0	40,0	-15,0	0,0
104	2	0,971	21,69	38,0	25,0	0,0	0,0	23,0	-8,0	0,0
105	2	0,965	20,57	31,0	26,0	0,0	0,0	23,0	-8,0	0,20
106	0	0,962	20,32	43,0	16,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
107	2	0,952	17,53	28,0	12,0	-22,0	0,0	200,0	-200,0	0,06
108	0	0,967	19,38	2,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
109	0	0,967	18,93	8,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
110	2	0,973	18,09	39,0	30,0	0,0	0,0	23,0	-8,0	0,06
111	2	0,980	19,74	0,0	0,0	36,0	0,0	1000,0	-100,0	0,0
112	2	0,975	14,99	25,0	13,0	-43,0	0,0	1000,0	-100,0	0,0
113	2	0,993	13,74	0,0	0,0	-6,0	0,0	200,0	-100,0	0,0
114	0	0,960	14,46	8,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
115	0	0,960	14,46	22,0	7,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
116	2	1,005	27,12	0,0	0,0	-184,0	0,0	1000,0	-1000,0	0,0
117	0	0,974	10,67	20,0	8,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
118	0	0,949	21,92	33,0	15,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0