



Universidade Estadual Paulista

“Júlio de Mesquita Filho”

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Mestrado

Engenharia Elétrica: Concentração em Mecatrônica

CLÁUDIO JOSÉ RIBEIRO DA SILVA

ESTUDO DE SISTEMA DE LEVITAÇÃO ACÚSTICA

Bauru

2019

CLÁUDIO JOSÉ RIBEIRO DA SILVA

ESTUDO DE SISTEMA DE LEVITAÇÃO ACÚSTICA

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Átila Madureira Bueno

Bauru
2019

S586e

Silva, Cláudio José Ribeiro da

Estudo de sistema de levitação acústica / Cláudio José Ribeiro da
Silva. -- , 2020

98 p. : il., tabs., fotos

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Engenharia, Bauru

Orientador: Átila Madureira Bueno

1. Levitação Acústica. 2. Dinâmica Não Linear. 3. Modelo
Matemático. 4. Análise de Equilíbrio. 5. Bifurcações. I. Título.

Câmpus de Bauru**ATA DE DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE CLÁUDIO JOSÉ RIBEIRO DA SILVA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 05 dias do mês de novembro do ano de 2019, às 14:00 horas, no(a) ICT – Sorocaba, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. ÁTILA MADUREIRA BUENO – Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia de Controle e Automação / Instituto de Ciência e Tecnologia – UNESP – Câmpus de Sorocaba, Prof. Dr. DIEGO PAOLO FERRUZZO CORREA do(a) Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas / Universidade Federal do ABC, Prof^a. Dr^a. MARIA GLÓRIA CAÑO DE ANDRADE do(a) Departamento de Engenharia de Controle e Automação / Instituto de Ciência e Tecnologia – UNESP – Câmpus de Sorocaba, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE CLÁUDIO JOSÉ RIBEIRO DA SILVA, intitulada **ESTUDO DE SISTEMA DE LEVITAÇÃO ACÚSTICA**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: Aprovado. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. ÁTILA MADUREIRA BUENO



Prof. Dr. DIEGO FERRUZZO CORREA

Prof^a. Dr^a. MARIA GLÓRIA CAÑO DE ANDRADE


Dedico este trabalho à minha esposa Iracema, aos meus filhos Pedro e Paulo, e amigos, que sempre me apoiaram desde o início até o término do Mestrado. Dedico também este trabalho a todos os Professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, pelo incentivo, dedicação e profissionalismo.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho não seria possível sem a ajuda do ETERNO DEUS, por ser a base de minhas conquistas.

Ao meu Orientador Prof. Dr. Átila Madureira Bueno pela oportunidade em me aceitar como seu orientado, confiança, paciência, atenção para que este trabalho se concretizasse, pelas orientações prestadas, pelos conhecimentos transmitidos, me incentivando e colaborando no desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos Prof. Dr. Marco Aurélio Brizzotti Andrade, Matheus Nunes dos Santos, Lucas Gabriel de Lima Silva, Ronaldo Raszl (ETEC Rubens de Faria e Souza), Gilmar Brenga, Marli Cristiane Stockler de Lima e Gabriel Leite Lopes (Faculdade de Engenharia de Sorocaba – FACENS), que me acompanharam até a conclusão do Mestrado.

Aos Professores, que em todo tempo me apoiaram e motivaram para a minha formação.

À Universidade Estadual Paulista – UNESP, em especial à Faculdade de Engenharia de Bauru – FEB e ao Instituto de Ciência e Tecnologia – ICTS de Sorocaba, que proporcionaram os meios necessários para a realização e término do Mestrado.

Agradeço a todos que de alguma forma colaboraram para a elaboração, execução e conclusão deste Mestrado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

“Levante-se e cumpra sua obrigação, pois estamos com você; toma coragem e faça isso!” (Ezrah 10.4).

RESUMO

O som é uma onda mecânica e como tal transporta energia que age sobre partículas devido às forças de radiação acústica. O princípio para suspender corpos é aplicar uma força de tal forma a equilibrar seu peso. Na técnica de levitação acústica (AcLev) uma pequena esfera pode ser suspensa pela força de radiação acústica gerada por uma onda estacionária, sendo que o ponto de levitação está localizado na região em que o potencial acústico é mínimo, que é condição necessária para levitar uma esfera com raio muito menor que o comprimento de onda. Levitação acústica (AcLev) é uma ferramenta importante para manusear objetos sem contêineres. Nos anos recentes muitos dispositivos foram desenvolvidos com sucesso devido ao comportamento estável dos dispositivos AcLev. Como resultado, a maioria dos trabalhos sobre Aclev se concentram sobre simulações numéricas ou testes experimentais para estudar a geometria e arranjos dos emissores acústicos, ou a influência de vários tipos de perturbações, e a maioria desses modelos matemáticos considera somente o potencial acústico. Neste trabalho, a equação não linear de movimento para uma partícula levitada imersa em campo acústico de eixo único foi desenvolvida, considerando também forças dissipativas. O espaço parâmetro foi examinado buscando a existência de bifurcações, e faixas de projeto para os ganhos do dispositivo AcLev foram determinadas a partir da condição de existência de pontos de equilíbrio. Em adição, o comportamento dinâmico do dispositivo AcLev concernente aos ganhos foi estudado, considerando também a situação de microgravidade. Simulações numéricas corroboraram os resultados analíticos.

Palavras-chave: Levitação Acústica (AcLev), Dinâmica Não Linear, Modelo Matemático, Análise de Equilíbrio, Bifurcações.

ABSTRACT

Sound is a mechanical wave and aims to carry energy that acts on particles due to acoustic radiation forces, while the principle to suspend bodies is to apply a force in such a way as to balance their weight. In the acoustic levitation technique (Aclev) a small sphere can be suspended by the acoustic radiation force generated by a stationary wave and the levitation point is located in the region where the acoustic potential is minimal, which is a necessary condition for levitating a sphere with radius much smaller than the wavelength. AcLev is an important tool for handling objects without the use of containers. In recent years many devices have been successfully developed due to the stable behavior of AcLev. As a result, most works on Aclev focuses on numerical simulations and experimental tests to study the geometry and arrangement of acoustic emitters, or the influence of various kinds of perturbations, and most mathematical models consider only acoustic potential. In this work, the nonlinear equation of motion for a levitated particle immersed in an acoustic field with single axis was developed considering also dissipative forces. The parameter space was searched for the existence of bifurcations and the design range for AcLev device gains were determined from the condition of equilibrium points. In addition, the dynamic behavior of the AcLev device regarding gains has been studied, also considering the microgravity situation. Numerical simulations corroborated the analytical results.

Keywords: Acoustic levitation (AcLev), Nonlinear dynamics, Mathematical model, Equilibrium Analysis, Bifurcations.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama explicativo da representação do levitador acústico de campo distante.....	29
Figura 2. Diagrama explicativo da representação de levitador acústico.....	30
Figura 3. Diagrama explicativo de levitador ultrassônico para levitação de gelo.....	31
Figura 4. Diagrama explicativo do sistema de levitação acústica.....	32
Figura 5. Diagrama explicativo do conjunto experimental.	33
Figura 6. Levitador com espectrômetro Raman para monitoração sistemática ambiental.....	34
Figura 7. Levitação acústica de pequenos animais vivos em ar.....	34
Figura 8. Situação alvo: é desejado algum tipo de realimentação tátil quando um usuário toca com suas mãos um objeto virtual flutuante.	35
Figura 9. Um vibrador de flexão e um refletor para manipulação sem contato de pequenas partículas.	36
Figura 10. Levitador acústico com Transdutor de Langevin.....	37
Figura 11. Instalação do levitador acústico.	37
Figura 12. Diagrama de bloco das partes eletrônicas do protótipo do levitador ultrassônico.	38
Figura 13. Diagrama explicativo do levitador multigotas sem contato e seu mecanismo de excitação.....	39
Figura 14. Transporte por levitação acústica de esfera de aço em ar.	40
Figura 15. Diagrama explicativo do experimento.	40
Figura 16. Forças e torques de interação acústica exercidos sobre 3 gotas de azeite de oliva.....	41
Figura 17. Diagrama explicativo do experimento.	42
Figura 18. Diagrama explicativo do experimento.	42
Figura 19. Fotos de levitação unilateral em ar.	43
Figura 20. Diagrama explicativo do vibrador tipo anel retangular e um refletor.....	44
Figura 21. Diagrama explicativo do levitador ultrassônico contido em câmara ambiental de fluxo.	44
Figura 22. Diagrama explicativo focando um arranjo de fases em um ponto alvo. ...	45

Figura 23. Diagrama explicativo da representação das formas de onda do sistema de levitação acústica (AcLev).	48
Figura 24. Relação entre a pressão acústica, velocidade das partículas, potencial da força de radiação acústica e a força de radiação acústica em um levitador acústico.	49
Figura 25. Potencial acústico e força de radiação acústica.	53
Figura 26. Circuito do levitador acústico TinyLev da MakerFabs.....	57
Figura 27. Levitador acústico TinyLev.	58
Figura 28. Osciloscópio com leitura das ondas quadradas, enviadas aos arranjos de transdutores no levitador acústico.	59
Figura 29. Leitura da onda sonora emitida por cada transdutor nos arranjos de transdutores, no osciloscópio.	59
Figura 30. Levitador acústico com suportes de madeira improvisados, levitando cinco partículas de isopor.	60
Figura 31. Primeira vista geral do levitador acústico com pés de nylon e esquadros para estabilidade.	61
Figura 32. Esfera de isopor levitando com estabilidade.....	62
Figura 33. Projeto da placa de circuito impresso para o levitador acústico, no software Protheus.	63
Figura 34. Lado superior e inferior da placa de circuito impresso nacionalizada do levitador, com alguns componentes instalados.	63
Figura 35. Levitador acústico com tubo de acrílico e interface do levitador.....	64
Figura 36. Placa de circuito impresso fabricada na JLCPCB (China), com alguns componentes montados.....	65
Figura 37. Diagrama de bifurcação para $g = 9,8 \text{ m/s}^2$	78
Figura 38. Diagrama de bifurcação para ambiente de microgravidade $g = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$	79
Figura 39. Faixas de projeto do levitador acústico.....	84
Figura 40. Resposta do tempo para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 1,1 \text{ g}$	85
Figura 41. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 1,1 \text{ g}$	85
Figura 42. Resposta do tempo para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 5 \text{ g}$	86
Figura 43. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 5 \text{ g}$	86
Figura 44. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 50 \text{ g}$	87
Figura 45. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 50 \text{ g}$	87

Figura 46. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 500 \text{ g}$	88
Figura 47. Espaço de estados para a $\mu_0 \mu_B \mu_w = 500 \text{ g}$	88
Figura 48. Resposta do tempo para $g = 0$	89
Figura 49. Espaço de estados para a resposta do tempo na figura 48.	89
Figura 50. Faixas de projeto para levitador acústico para $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, para as simulações nas figuras 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 e 47.	90

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Densidade conforme materiais utilizados nos testes.....	61
Tabela 2 - Resultados encontrados para levitação abaixo do foco central do levitador.	74

LISTA DE SÍMBOLOS

$\frac{A}{2}$	= Amplitude de pressão de onda.
A_t	= Saída acústica para cada transdutor.
B	= Coeficiente de amortecimento viscoso.
c	= Velocidade de propagação da onda.
dt	= Diferencial de t .
E	= Energia total.
f	= Frequência.
\mathbf{J}	= Matriz Jacobiana.
k	= Número de onda.
L	= Comprimento de tubo.
\mathcal{L}	= Função Lagrangeana.
P	= Pressão acústica.
q_i	= Coordenadas generalizadas.
Q_i	= Forças não-conservativas.
\mathbb{R}	= Conjunto dos números reais.
t	= Tempo.
T	= Energia Cinética.
U	= Energia potencial.
v	= Velocidade das partículas.
ω	= Frequência angular de onda.
ω_d	= Frequência natural amortecida.
ω_n	= Frequência natural não amortecida.
x	= Posição.
x^*	= Ponto de equilíbrio.
z	= Posição axial no eixo principal do levitador.
\mathbb{Z}	= Conjunto dos números inteiros.
ε	= Pequeno número real.
λ	= Comprimento de onda.
λ_R	= Raiz do polinômio característico.
μ_B	= Volume específico.
μ_2	= Coeficiente de amortecimento.

μ_w = Coeficiente do levitador acústico.

ξ = Razão de amortecimento.

ρ = Densidade do ar.

ρ_{esf} = Densidade das esferas.

SUMÁRIO

RESUMO.	13
ABSTRACT.	15
ÍNDICE DE FIGURAS.	17
ÍNDICE DE TABELAS.	21
LISTA DE SÍMBOLOS.	23
1 INTRODUÇÃO.	27
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.	29
3 O SISTEMA DE LEVITAÇÃO ACÚSTICA DE CAMPO DISTANTE.	47
3.1 Teoria de Gor'kov.	52
3.2 Equação de Lagrange.	54
4 DESCRIÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA DE LEVITAÇÃO ACÚSTICA.	57
4.1 Eletrônica de acionamento.	57
5 CONDIÇÕES PARTICULARES E ANÁLISE DE FORÇAS PARA LEVITAÇÃO DE CORPOS.	67
6 MODELO MATEMÁTICO DE UM LEVITADOR ACÚSTICO DE EIXO ÚNICO, ANÁLISE DE EQUILÍBRIO, BIFURCAÇÕES E COMPORTAMENTO DINÂMICO	75
6.1 Modelo matemático de um levitador acústico.	75
6.2 Análise dos pontos de equilíbrio.	77
6.2.1 Pontos de equilíbrio e a linearização Jacobiana.	77
6.2.2 Estabilidade e comportamento dinâmico para $\mu_0 \mu_B \mu_w > 0$	80
6.2.2.1 Caso 1: $\mu_0 \mu_B \mu_w \gg g$	81
6.2.2.2 Caso 2: $\mu_0 \mu_B \mu_w \rightarrow g$, com $\mu_0 \mu_B \mu_w > g$	81
6.2.2.3 Caso 3: $\mu_0 \mu_B \mu_w = g$	82

6.2.3	Pontos de equilíbrio não isolados, $\mu_B \mu_w = 0$	83
6.3	Faixas de projeto para levitador acústico.	83
6.4	Resultados de Simulações Numéricas.	84
7	CONCLUSÃO.	91
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	93

1 INTRODUÇÃO

A história mostra que o ser humano sempre sonhou em levitar objetos (os mágicos que o digam), mas foi a ciência que descobriu como isso é possível. Levitação é o efeito de fazer flutuar no ar um ou mais objetos de densidade maior que a do ar. Existem vários tipos de levitação: Acústica, Aerodinâmica, Diamagnética, Eletrostática, Magnética e Ótica (Brandt, 2001).

Vivemos em sociedade e nela temos muitos problemas ainda passíveis de resolução. Através da ciência procuramos resolver a muitos desses problemas. Quando um novo princípio científico atinge um alto grau tecnológico, ele está apto a ser aproveitado pela indústria. Assim qual a importância de estudar a levitação acústica?

A princípio pelo avanço do conhecimento, pois a partir de King (1934), passando por Gor'kov (1962), até nossos dias, a levitação acústica (AcLev) tem sido aperfeiçoada e conseqüentemente utilizada em um amplo espectro de tecnologias.

Em segundo lugar, pelo avanço no bem-estar humano/social, pois o número de doenças que afetam a humanidade é imenso, e existem enfermidades para as quais ainda não existem remédios, sendo assim, a pesquisa para criar novos medicamentos é muito importante e dispendiosa. A partir da nanotecnologia, com a utilização de levitação acústica, a indústria farmacêutica tem avançado no desenvolvimento de remédios com aplicações altamente eficientes (Santesson e Nilsson, 2004; Puskar et al., 2007; Benmore e Weber, 2011 e Marzo, 2015).

Finalmente, pelo avanço na indústria, para levitar objetos em linha de produção e manipular objetos sem contêineres dentre infinitas possibilidades de aplicação dessa técnica.

A levitação acústica (AcLev) é classificada de duas formas em campo próximo e campo distante. Na levitação de campo próximo a distância entre o transdutor e o refletor é muito pequena. Na levitação de campo distante o corpo levitado fica distante do transdutor.

Assim, este estudo teve como motivação as aplicações, praticamente infinitas, da levitação acústica (AcLev) nos mais diversos ramos da ciência como: biologia, engenharia, química, farmácia, entre outras.

Dado o exposto, este trabalho teve como objetivo o estudo da levitação acústica de campo distante, devido a tensões elétricas mais baixas e custos menores, e

encontrar uma equação não linear de movimento para uma partícula imersa em um campo acústico em um dispositivo AcLev de eixo único.

O texto neste trabalho foi dividido em sete capítulos: Introdução; Revisão Bibliográfica; O Sistema de Levitação Acústica de Campo Distante; Descrição da Implementação do Sistema de Levitação Acústica; Condições Particulares e Análise de Forças para Levitação de Corpos; Modelo Matemático de um Levitador Acústico de Eixo Único; Análise de Equilíbrio, Bifurcações e Comportamento Dinâmico e Conclusão.

No Capítulo 2, Revisão Bibliográfica, é apresentado um histórico de pesquisas acadêmicas e aplicações na indústria, desde Whymark (1975), até os nossos dias. São considerados também os princípios físicos da levitação acústica de campo distante. Como destaque foi introduzido o Método de Lagrange.

No Capítulo 3, O Sistema de Levitação Acústica de Campo Distante, a partir do Princípio de Hamilton, utilizando a função Lagrangeana, é desenvolvida uma equação diferencial de movimento que descreve a levitação de um objeto em um levitador acústico de eixo único com dois arranjos opostos de transdutores, que geram uma onda estacionária.

No Capítulo 4, Descrição da Implementação do Sistema de Levitação Acústica, é mostrada a montagem de um levitador acústico de eixo único, o TinyLev, e as modificações feitas para aprimorar sua segurança, além de estabilidade.

No Capítulo 5, Condições Particulares e Análise de Forças para Levitação de Corpos, são apresentadas análises particulares relativas à possibilidade de levitação de alguns corpos, dadas as características do levitador acústico. Apresentou-se também, a análise do comportamento dinâmico do sistema de levitação.

O Capítulo 6, Modelo Matemático de um Levitador Acústico de Eixo Único, Análise de Equilíbrio, Bifurcações e Comportamento Dinâmico, consiste de: Introdução à Modelagem; Modelo Matemático de Levitador Acústico; Análise de Pontos de Equilíbrio; Faixas de Projeto de Levitador Acústico e Resultados de Simulações Numéricas.

No capítulo 7, é relatada a Conclusão deste trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apresenta-se aqui o “Estado de arte”: a breve descrição da história do desenvolvimento do estudo da levitação acústica (AcLev), projetos, até os mais recentes desenvolvimentos tecnológicos.

Whymark (1975) realizou experimentos em levitação de campo próximo e levitação de campo distante. Esferas, tiras e discos de alumínio, vidro e plásticos foram fundidos, solidificados e modelados.

Um diagrama explicativo da representação do levitador utilizado pelo pesquisador acima citado é mostrada na figura 1.

Nesse aparato a fonte sonora consistiu em um pistão circular plano a uma distância de $n\lambda/2$, onde λ é comprimento de onda do som na atmosfera do levitador e n é qualquer número inteiro. Uma onda estacionária é estabelecida entre a fonte sonora e o refletor. Os corpos introduzidos no campo sonoro se moverão em direção a planos de energia potencial mínima.

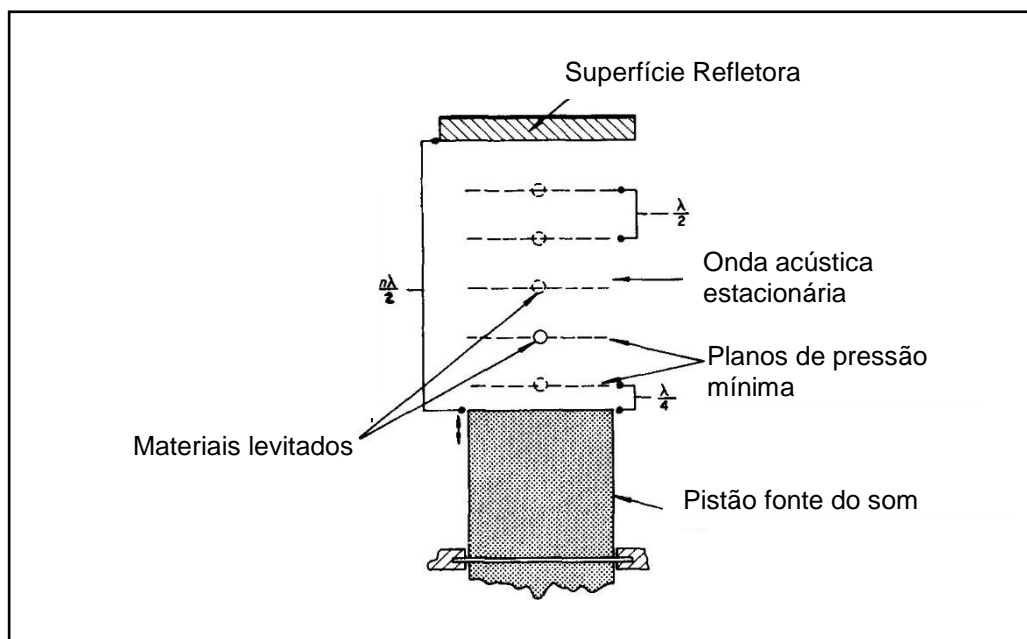


Figura 1. Diagrama explicativo da representação do levitador acústico de campo distante. Fonte: Adaptado de Acoustic field positioning for containerless processing, Whymark, 1975.

Tian et al. (1995) levitaram pequenas gotas de líquidos para determinar suas tensões superficiais e utilizaram no experimento um transdutor de Langevin.

O aparelho utilizado pelos pesquisadores era composto de dois elementos: um sistema acústico similar aos usados na maioria das pesquisas; e um sistema observacional (microscópio), conforme apresenta a figura 2.

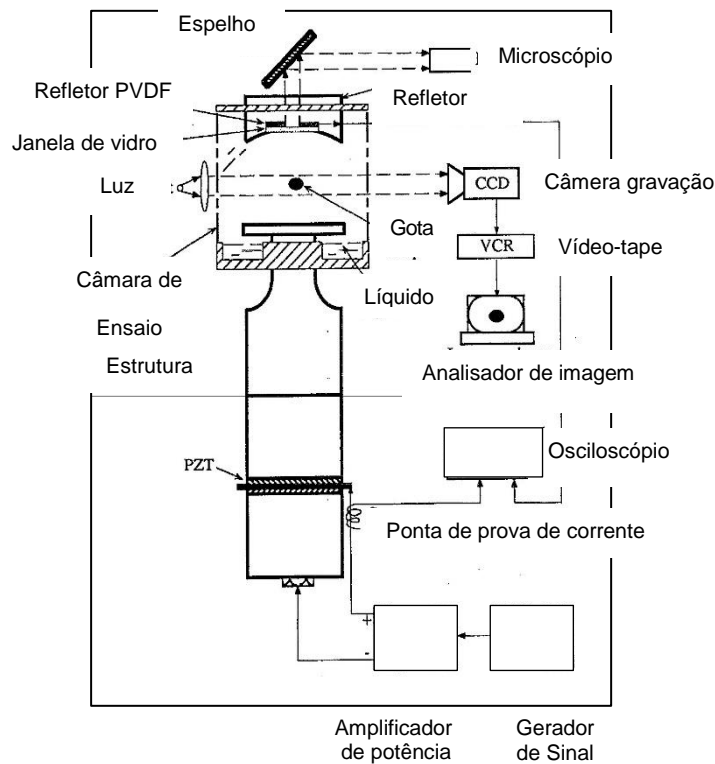


Figura 2. Diagrama explicativo da representação de levitador acústico. Fonte: Adaptado de A new method for measuring liquid surface tension with acoustic levitation, Tian et al., 1995.

Yarin et al. (1997) efetuaram medidas de velocidade detalhadas com utilização de um anemômetro Doppler a laser e um transdutor de Langevin e levitaram aerodinamicamente pequenas gotas de n-hexadecano em um jato laminar axial.

Essa pesquisa buscou medir a transferência de calor e massa, em amostras levitadas acusticamente, no momento em que uma corrente de gás colide com as mesmas.

Bauerecker e Neidehart (1998) também usando um transdutor de Langevin, observaram o aprisionamento e o processo de geração utilizado em Física Atmosférica para o estudo de agregação de partículas, formação de precipitação, e fenômenos de transporte de água e radiação.

Para essa experiência foi utilizado um levitador ultrassônico para levitação de gelo, conforme figura 3, como pode ser vista, em uma configuração de eixo único.

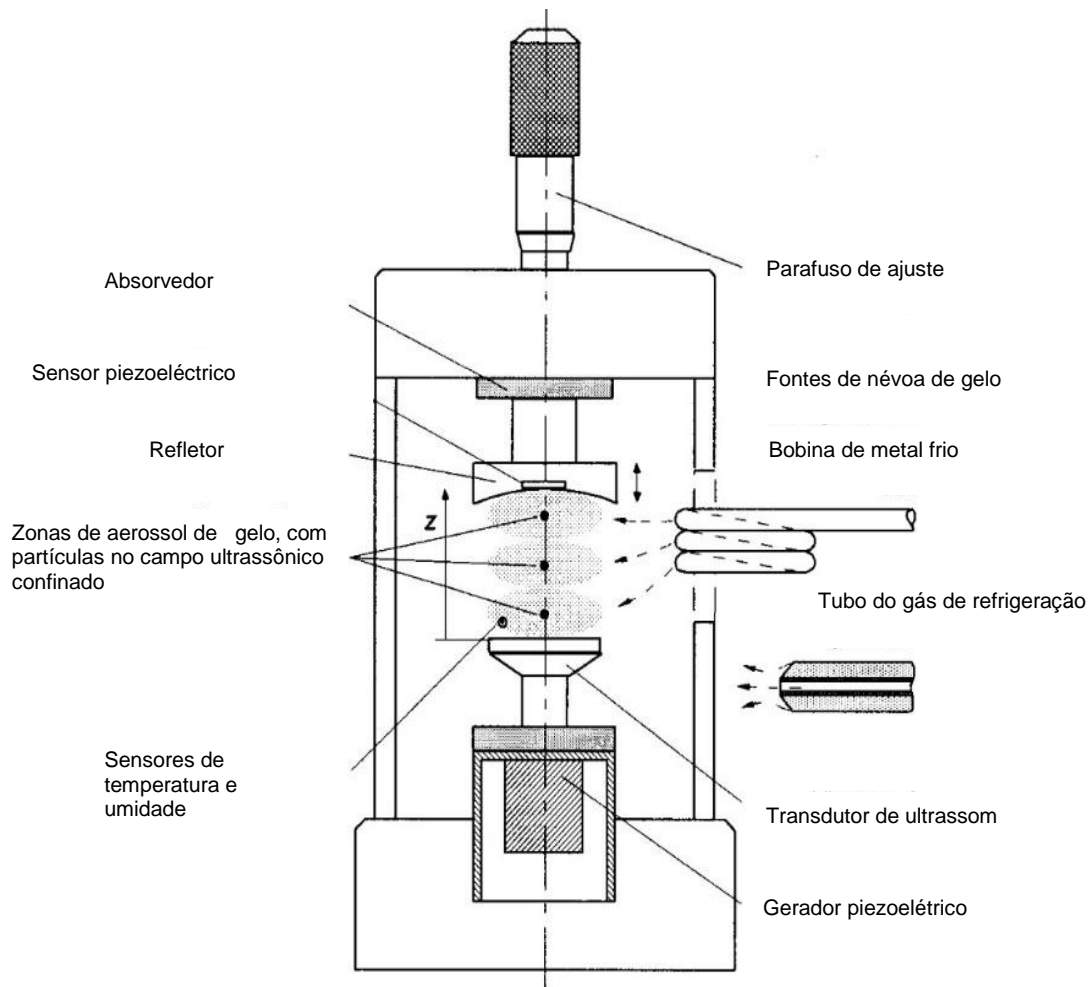


Figura 3. Diagrama explicativo de levitador ultrassônico para levitação de gelo. Fonte: Adaptado de Formation and growth of ice particles in stationary ultrasonic fields, Bauerecker e Neidehart, 1998.

Em 2002, Xie et al., com um levitador acústico de único eixo envolvido por bobinas de aquecimento, levitaram amostras de liga de componentes sólidos chumbo-estanho, que fundidas sem recipiente, foram então solidificadas em atmosfera de argônio e tiveram boa nucleação microestrutural.

A figura 4 mostra esquematicamente as principais partes do sistema de levitação acústica de único eixo, utilizadas para realizar aquecimento e resfriamento das amostras levitadas.

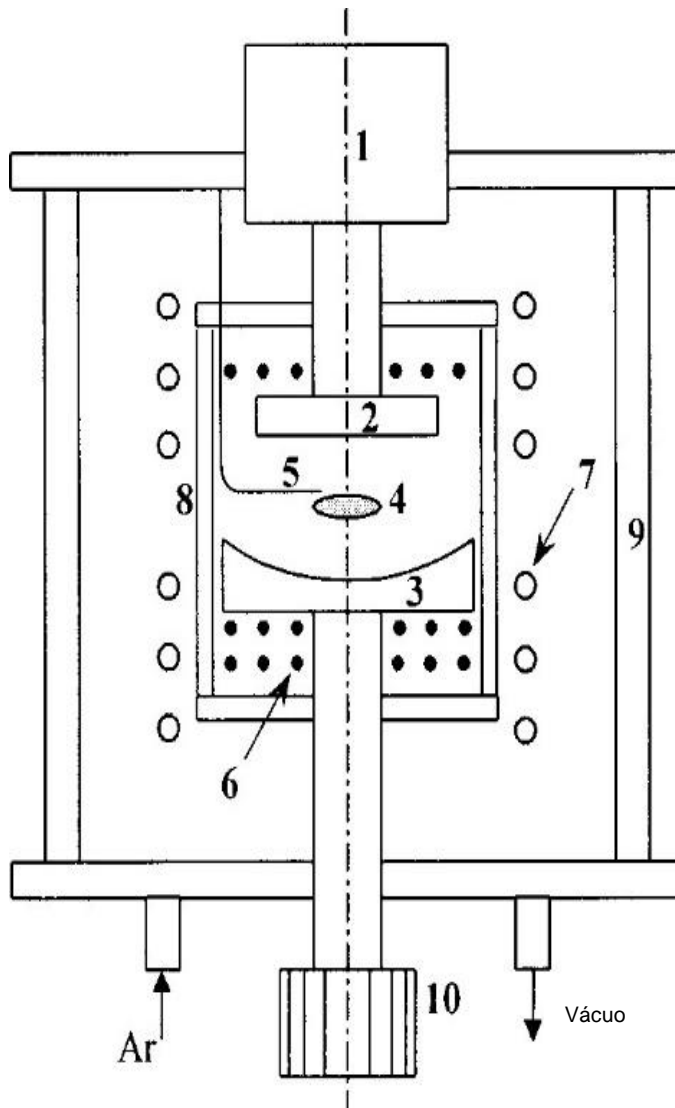


Figura 4. Diagrama explicativo do sistema de levitação acústica: 1 transdutor; 2 emissor; 3 refletor; 4 amostra; 5 termopar; 6 bobinas de resistência; 7 tubo de resfriamento; 8 tubo de vidro; 9 câmara de vácuo; 10 parafusos de ajuste. Fonte: Adaptado de Eutectic growth under acoustic levitation conditions, Xie et al., 2002.

Yarin et al. (2002) utilizando um transdutor de Langevin, formularam um método de secamento de misturas líquidas e soluções sólidas de grande interesse em muitas aplicações industriais, como misturas de combustíveis de interesse para motores, como também pós para processos de secamento por atomizadores.

Para esses experimentos, o levitador ultrassônico juntamente com um sistema de análise de imagem, já utilizado pelos autores em experiências anteriores, foi empregado para determinar o formato das gotas e, portanto, o volume das gotas em função do tempo. Todo o conjunto experimental é esboçado na figura 5.

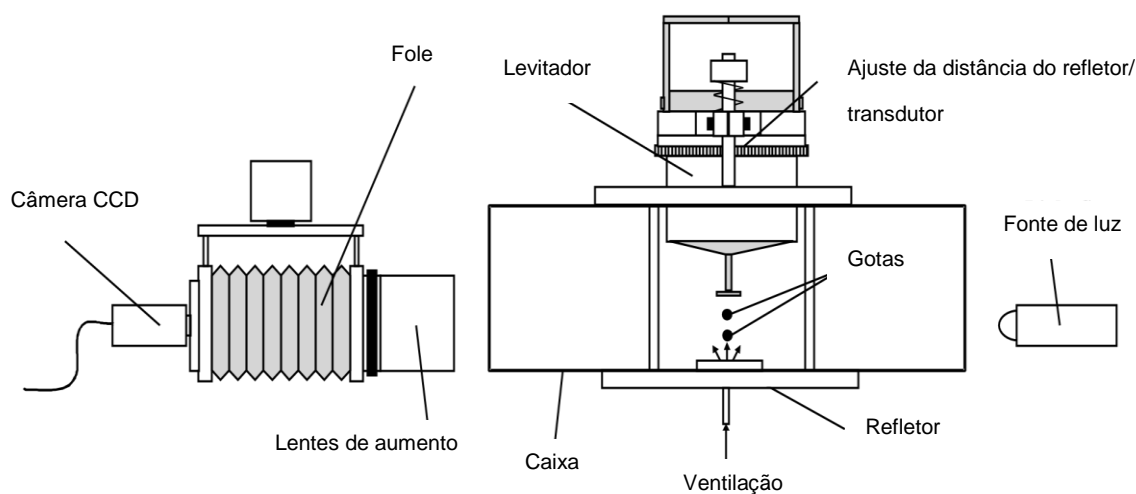


Figura 5. Diagrama explicativo do conjunto experimental. Fonte: Adaptado de *Evaporation of acoustically levitated droplets of binary liquid mixtures*, Yarin et al., 2002.

Santesson e Nilsson (2004) utilizaram gotas levitadas em um transdutor de Langevin, com sistemas de detecção remota de imagem de fluorescência, dispersão de luz em ângulo reto, espectroscopia Raman e difração de raio X.

As aplicações incluem extrações líquido/líquido, troca de solvente, análise de única célula, estudo de comunicação célula-célula, entelamento de precipitação de proteínas para estabelecer condições de nucleamento, e cristalização de proteínas e fármacos.

O objetivo principal desse experimento foi desenvolver um método capaz de detectar respostas unicelulares de células adiposas e outros tipos de células, envolvidas no metabolismo das gorduras, possibilitando, assim, a busca de diferenças entre as células individuais e as respostas celulares, a fim de auxiliar no entendimento do diabetes e doenças relacionadas a ele.

Wood et al. (2005) mostraram o potencial de um dispositivo de levitação acústica com transdutor de Langevin e um espectrômetro Raman portátil como ferramenta de monitoração sistemática ambiental com aplicação direta para estudos de campo em ambientes remotos. A finalidade foi determinar os efeitos potencialmente danosos de camadas de algas verde-azuladas em águas continentais e vermelhas (maré vermelha) em sistemas marinhos, por modos rápidos de determinar status de nutrientes e possíveis mudanças nas populações de microalgas, apresentado na figura 6.



Figura 6. Levitador com espectrômetro Raman para monitoração sistemática ambiental. Fonte: Adaptado de A portable Raman acoustic levitation spectroscopic system for the identification and environmental monitoring of algal cells, Wood et al., 2005.

Xie et al. (2006) utilizaram um transdutor de Langevin para levitar pequenos animais vivos tais como formigas, joaninhas e peixes, mostrando o efeito de espalhamento do campo acústico incidente, a energia acústica refletida sobre suas superfícies, desempenhando uma compressão sobre a região central deles e uma sucção na região periférica, conforme apresentado na figura 7.

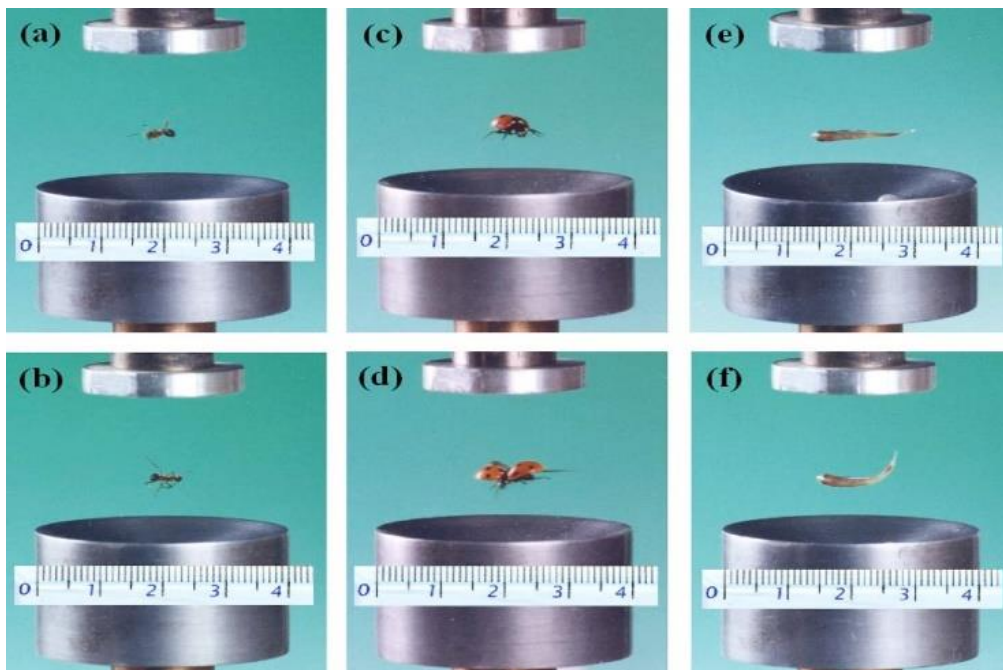


Figura 7. Levitação acústica de pequenos animais vivos em ar. Fonte: Adaptado de Acoustic method for levitation of small living animals, Xie et al., 2006.

Puskar et al. (2007) utilizaram a espectroscopia de levitação acústica Raman (RALS) para monitorar a dinâmica de pigmentos ferruginosos da hemoglobina de uma suspensão de células vermelhas do sangue e detectar hemozina em células infectadas com malária. A vantagem é o diagnóstico de malária em ambientes remotos.

O sistema Raman foi utilizado devido ao seu alto grau de eficiência nas análises de diagnósticos de células de animais vivos.

Westphall et al. (2008) empregaram um transdutor de Langevin com a técnica de Dessorção/Ionização (CALDI) para obter espectros de massa de gotas contendo peptídeos e uma matriz iônica. O progresso nas ciências biológicas, médicas e farmacêuticas colocam demandas sempre crescentes sobre tecnologias para manuseio e análise de volumes de amostras cada vez menores.

Hoshi et al. (2010) descreveram um console palpável com 18 x 18 transdutores, o qual forneceu ampla realimentação tátil em ar sem nenhum contato mecânico. O sistema de interação capacitou usuários verem, sentirem e tocarem objetos virtuais (figura 8).

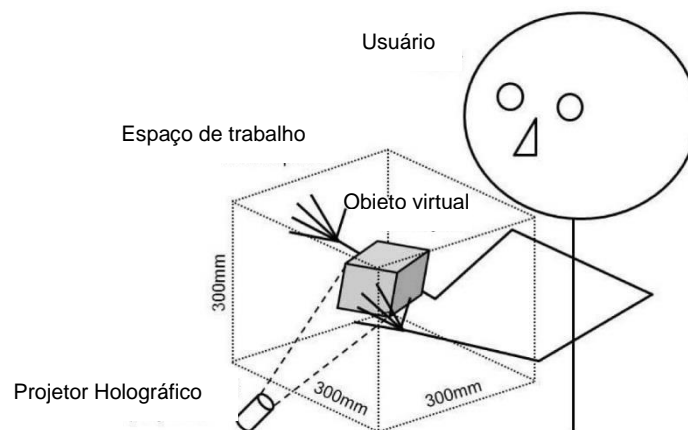


Figura 8. Situação alvo: é desejado algum tipo de realimentação tátil quando um usuário toca com suas mãos um objeto virtual flutuante. Fonte: Adaptado de Noncontact tactile display based on radiation pressure of airborne ultrasound, Hoshi et al., 2010.

Koyama e Nakamura (2010) utilizaram dois transdutores paralelos de Langevin, com uma chapa vibradora flexora sobre eles, e um refletor acima da chapa em uma distância de 17 mm, e assim, produziram um campo próximo e realizaram o transporte de partículas entre a chapa e o refletor, apresentados na figura 9.

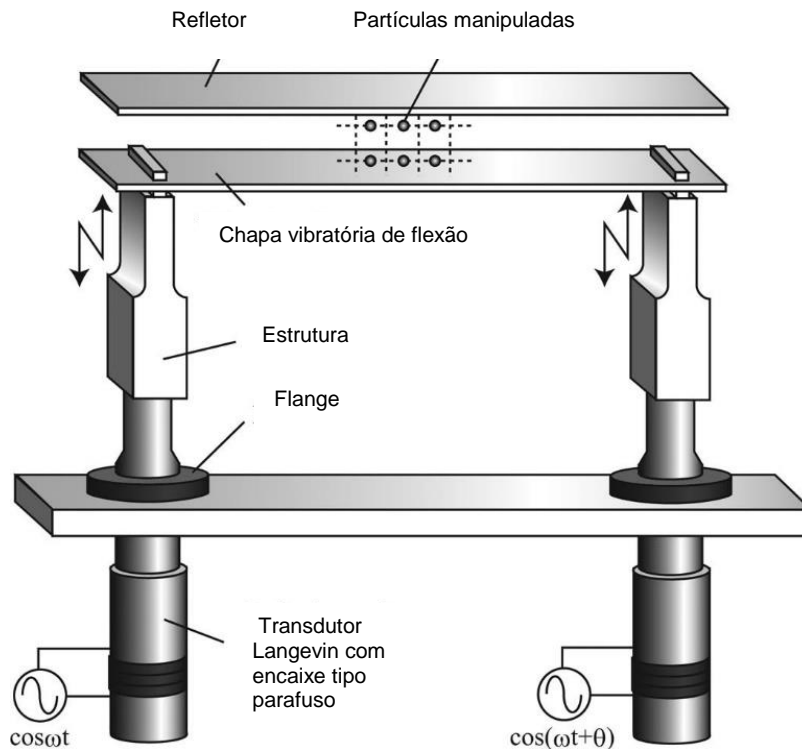


Figura 9. Um vibrador de flexão e um refletor para manipulação sem contato de pequenas partículas. Fonte: Adaptado de Noncontact ultrasonic transportation of small objects over long distances in air using a bending vibrator and a reflector, Koyama e Nakamura, 2010.

Medrano e Ruiz (2010) construíram um levitador acústico de campo próximo para transporte sem contato. Concluíram que a diminuição de volume e o aumento de densidade são propícios para a levitação, e amostras com formas irregulares são mais estáveis devido às variações de energia sobre suas superfícies.

Benmore e Weber (2011) utilizaram um transdutor de Langevin para demonstrar que levitação acústica (AcLev) é capaz de produzir formas não cristalizadas de uma variedade de compostos moleculares orgânicos com diferentes habilidades de formação vítrea, conduzindo a uma aprimorada solubilidade para aplicações farmacêuticas.

O aparelho apresentado na figura 10, levitou várias amostras simultaneamente (apontadas como esferas brancas), com um espaçamento de 14 mm. As ilustrações, tanto no lado esquerdo quanto no lado direito do levitador, mostram os dois métodos de formação de drogas farmacêuticas com formas amorfas.

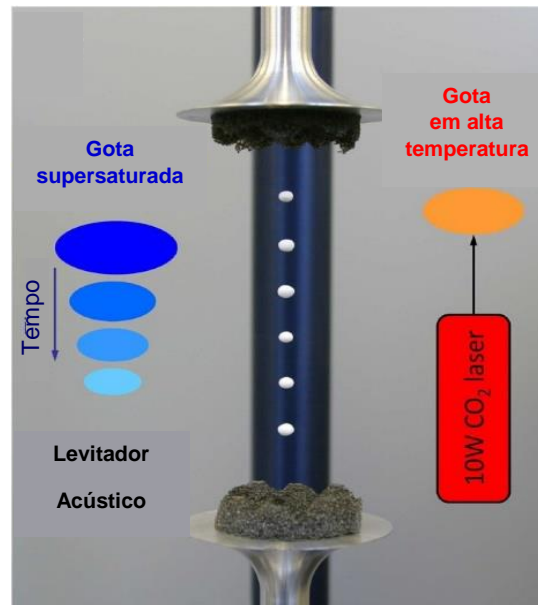


Figura 10. Levitador acústico com Transdutor de Langevin. Fonte: Adaptado de Amorphization of molecular liquids of pharmaceutical drugs by acoustic levitation, Benmore e Weber, 2011.

Weber et al. (2011) também utilizaram um dispositivo contendo um transdutor de Langevin em ambientes de amostras sem recipiente para estudo de nucleação, superresfriamento e vitrificação, e para desenvolvimento de novos materiais, frequentemente com estruturas de não equilíbrio, principalmente novas formas de fármacos.

A figura 11 mostra fotografia da instalação do levitador, com destaque à direita da imagem de três gotas de água levitando, com aproximadamente 3 mm de diâmetro que são levemente achatadas pelas forças acústicas.

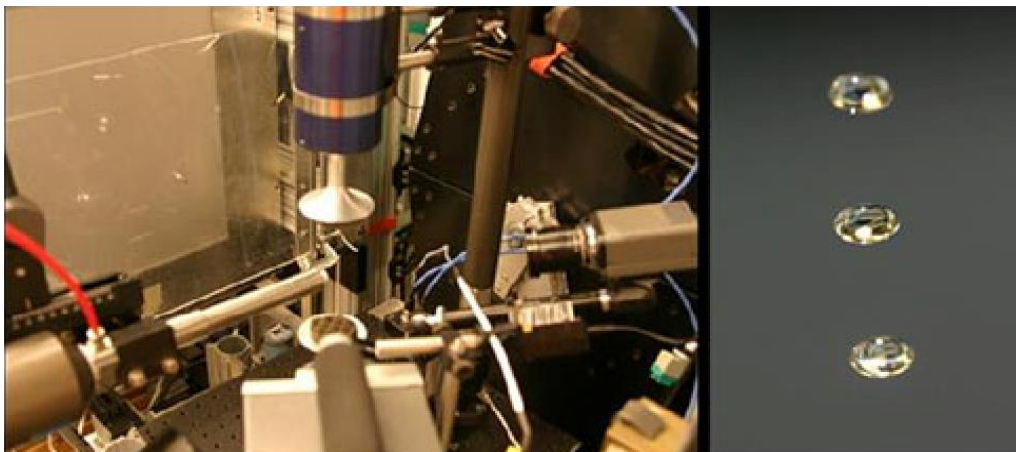


Figura 11. Instalação do levitador acústico. Fonte: Adaptado de Acoustic levitation: recent developments and emerging opportunities in biomaterial research, Weber et al., 2011.

Cao et al. (2012) utilizando um transdutor de Langevin indicaram resultados em que levitação acústica (AcLev) sem recipiente desempenharam um papel fundamental que melhorou a cristalização de sais inorgânicos e proteínas, com taxas de crescimento maiores, tamanhos maiores e formatos melhores.

O sistema de levitação acústica de eixo único era constituído por quatro partes principais: uma unidade de levitação, uma unidade de entrega de amostras, uma unidade controlada de temperatura e uma unidade de observação.

Segundo pesquisa de Schenck et al. (2012), com utilização de um transdutor de Langevin, espectroscopia visível de ultravioleta e espalhamento Raman realçador de superfície, formaram e agregaram nanopartículas de metal.

A configuração do espectroscópio (para análise local on-line das reações na gota) consistiu em um levitador ultrassônico, utilizado como microreator; um espectrômetro Raman UV/ Vis; um sistema medição de tamanho e uma unidade de distribuição para a investigação e manipulação do volume da gota.

Boullosa et al. (2013) construíram um levitador de Langevin e com ajuda de um amplificador externo de alta tensão, levitaram esferas de aço conforme mostrado na figura 12.

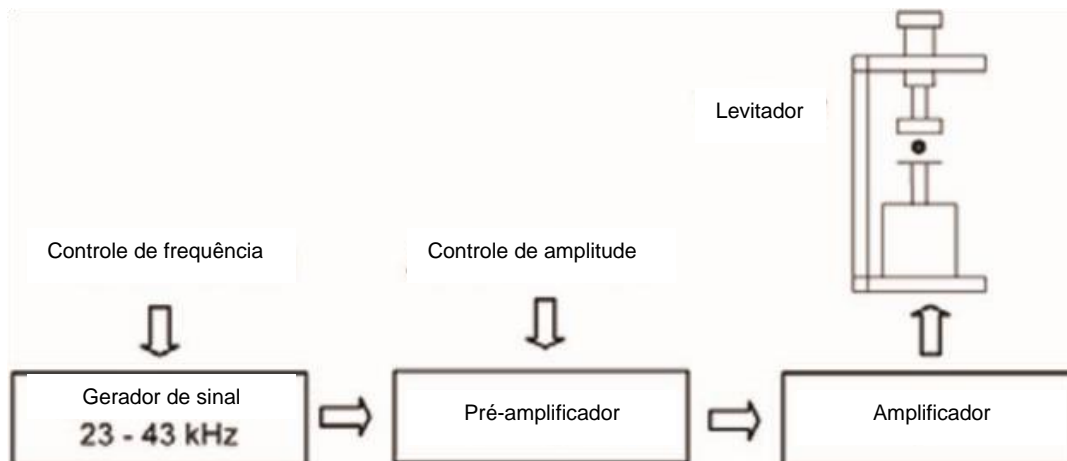


Figura 12. Diagrama de bloco das partes eletrônicas do protótipo do levitador ultrassônico. Fonte: Adaptado de An ultrasonic levitator, Boullosa et al., 2013.

Foresti, Nabavi et. al. (2013) com 8 transdutores de Langevin, paralelos (2 – 1 – 5) ilustraram uma grande variedade de experimentos de aplicações como formação de gota sem recipiente, encapsulamento líquido-sólido, absorção, dissolução e introdução de DNA modificado em células, estendidos a amostras perigosas, químicas ou radioativas.

De acordo com a figura 13, as gotas são introduzidas no sistema em três locais (entradas 1, 2 e 3) em um levitador de cinco-um-dois LPTs (Transdutor piezoelétrico de Langevin). Seus números correspondem ao número de LPTs em uma determinada linha. Todas as linhas estão no mesmo plano, paralelas ao plano refletor. As gotas se movem e se misturam, e a amostra final é entregue na saída. A introdução de gotas no sistema pode ser realizada manualmente com uma micropipeta ou com uma bomba de seringa automatizada e um capilar de vidro. A altura H até o refletor é ajustada com um estágio de micrômetro linear.

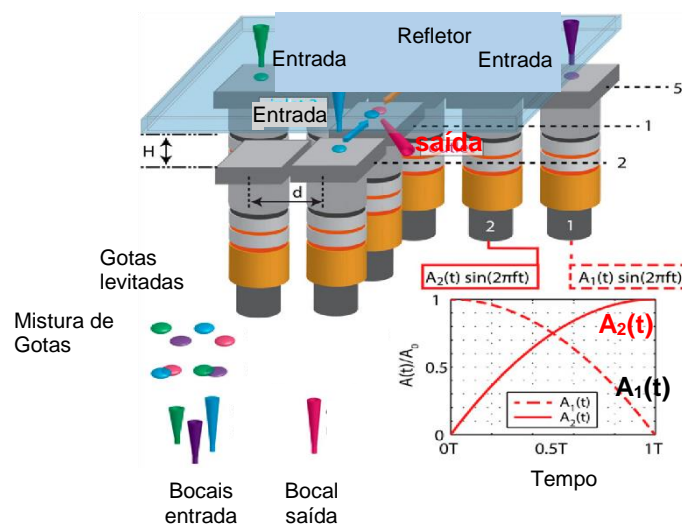


Figura 13. Diagrama explicativo do levitador multigotas sem contato e seu mecanismo de excitação. Fonte: Adaptado de Acoustophoretic contactless transport and handling of matter in air; Foresti, Nabavi et al., 2013.

Em outra pesquisa Foresti, Sambatakakis et al. (2013) utilizando transdutores de Langevin em série, com refletor deformável e diminuindo/aumentando alternadamente a tensão de transdutores adjacentes, conseguiram transportar em linha reta esferas de aço (material de densidade ultraalta).

A figura 14, apresenta o transporte acústico-forético de matéria pesada no ar. A configuração e a função acústico-forética são apontadas nos itens: (a) em que transdutores piezoelétricos Langevin (LPTs) são usados como fontes acústicas. A tensão de acionamento varia no tempo t entre dois LPT adjacentes (A_1 e A_2) com um valor máximo de A_0 (120 Volts). Essa modulação permite o movimento suave do nó acústico durante um período T , tempo necessário para mover o nó acústico entre dois emissores adjacentes. (b) Transporte sem contato de uma esfera de aço. A esfera de aço tem 5 mm de diâmetro e é transportada entre dois emissores vizinhos.

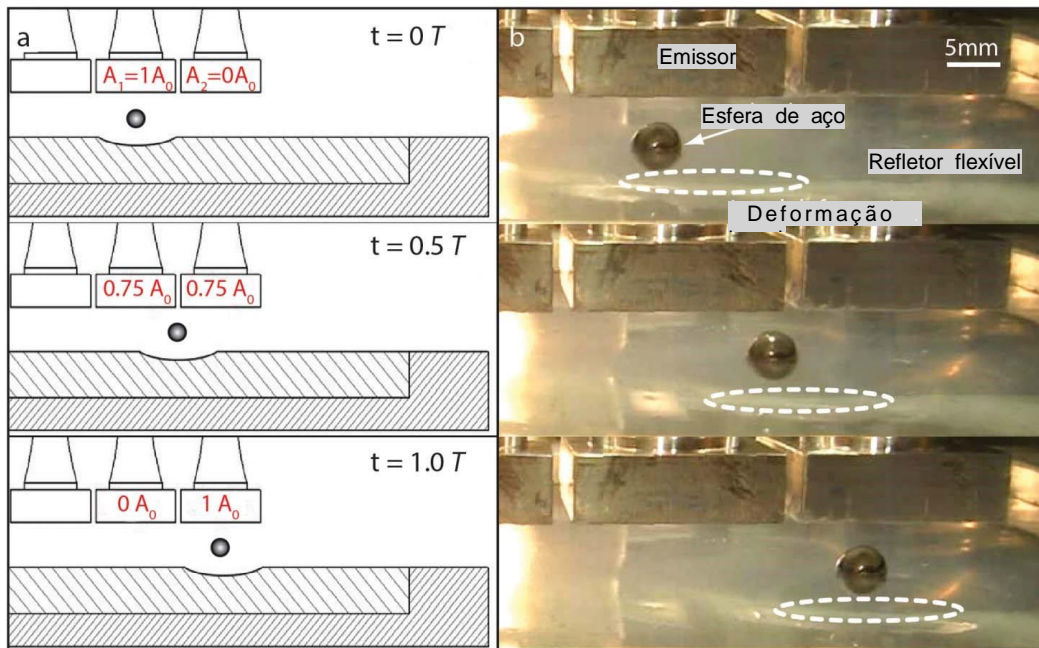


Figura 14. Transporte por levitação acústica de esfera de aço em ar. . Fonte: Adaptado de Morphing surfaces enable acoustophoretic contactless transport of ultrahigh-density matter in air; Foresti, Sambatakakis et al., 2013.

Stindt et al. (2013) utilizaram um conjunto com laser de CO₂, lentes de seleniato de zinco, levitador de Langevin e um espectrômetro de massa infravermelho MALDI. A técnica é útil no campo de vaporização de microfluidos. O confinamento sem contêiner é um ambiente ideal conforme a figura 15.

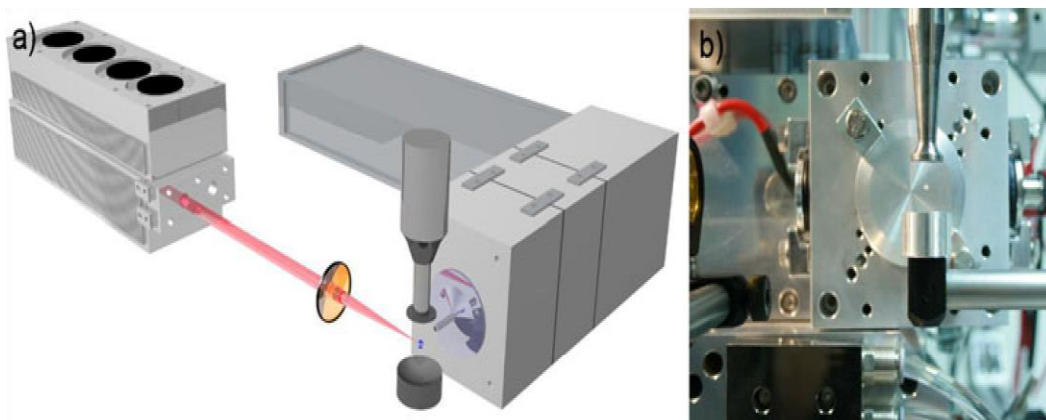


Figura 15. Diagrama explicativo do experimento: a) laser de CO₂, lentes de ZnSe, o levitador acústico com gota e o espectrômetro de massa. b) Fotografia da gota levitada em frente à entrada do espectrômetro de massa. Fonte: Adaptado de CO₂ laser ionization of acoustically levitated droplets; Stindt, et al., 2013.

Andrade, J.H.A.L. (2014) estudou a força de radiação acústica e o torque em corpos suspensos em um fluido não viscoso. Os resultados obtidos mostram que o torque de interação acústica cresce sobre gotas devido à quebra de simetria das ondas incidentes efetivas sobre as gotas. O torque de interação pode induzir à rotação horária ou antihorária sobre as gotas, dependendo da distância entre as gotas (figura 16). As aplicações podem ser feitas para objetos de materiais rígidos, ôcos, fluidos compressíveis, sólidos elásticos, viscoelásticos e materiais em camadas.

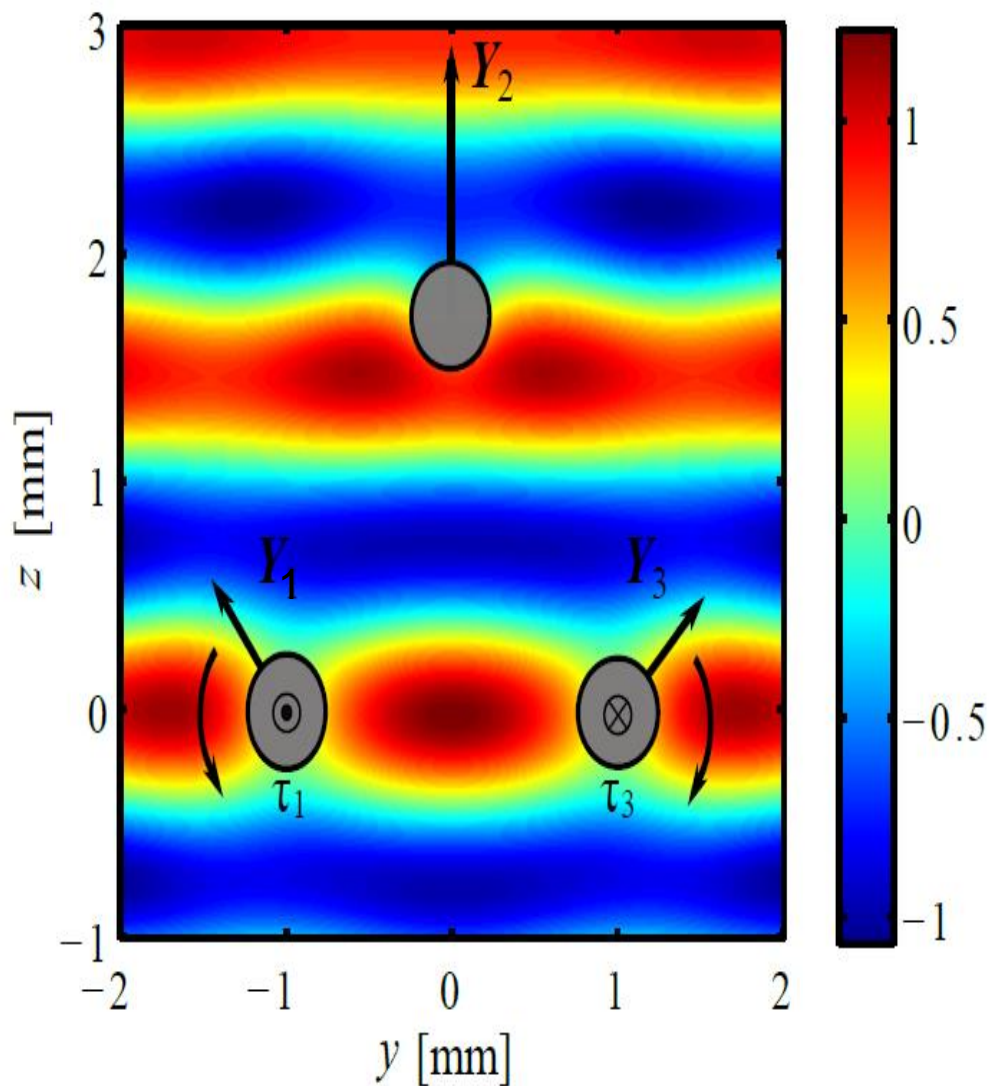


Figura 16. Forças e torques de interação acústica exercidos sobre 3 gotas de azeite de oliva. Fonte: Adaptado de Acoustic radiation force and torque on suspended objects in an inviscid fluid; Andrade, J.H.A.L., 2014.

Li e Zangh (2014) utilizando um transdutor de Langevin, estudaram o modelamento de campo próximo entre uma superfície de radiação de som e um disco, sendo que entre eles existiu um filme de gás comprimido; as aplicações são no transporte de objetos sem contato (sem fricção), conforme figura 17.

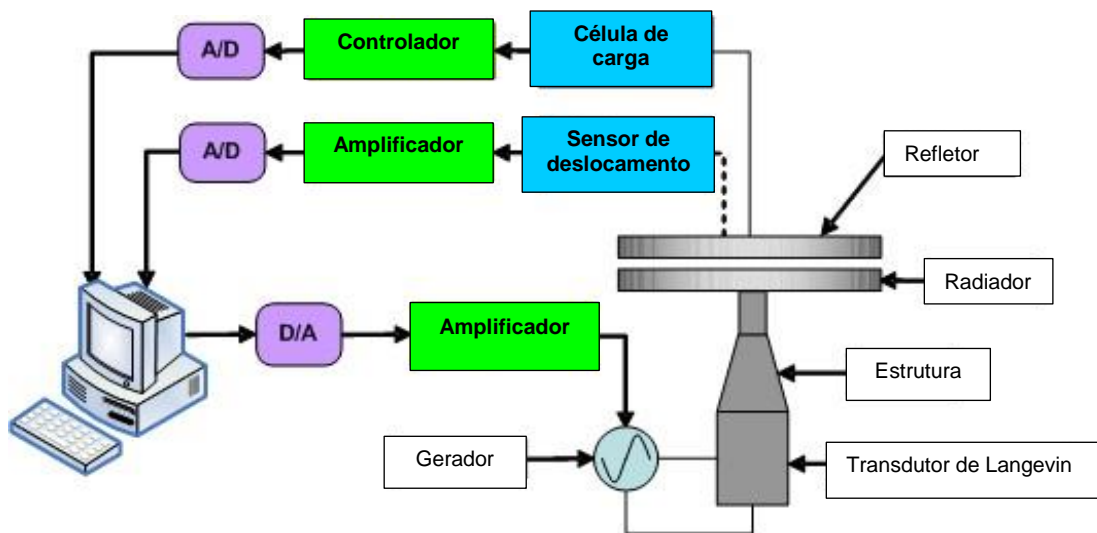


Figura 17. Diagrama explicativo do experimento. Fonte: Adaptado de Modeling near field acoustic levitation by flexural mode including gas inertia; Li e Zangh, 2014.

Ochiai et al. (2014) com quatro conjuntos de transdutores (opostos 2 a 2), utilizando grade, movimento em alta velocidade, e combinações com captura de movimento, manipularam e deformaram em 3D o campo de potencial acústico, gerando gráficos 3D, conforme apresentado na figura 18.

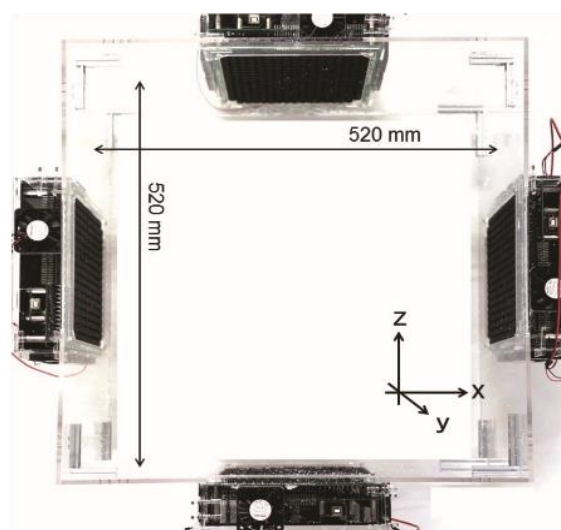


Figura 18. Diagrama explicativo do experimento. Fonte: Adaptado de Pixie dust: graphics generated by levitated and animated objects in computational acoustic-potential field; Ochiai et al., 2014.

Seah et al. (2014) utilizaram um arranjo circular horizontal com 8 transdutores (opostos 2 a 2) e manusearam esferas no plano vertical sem recipiente e com precisão, com aplicações em alinhamento em variados sistemas de medições.

Marzo, Seah et al. (2015) empregaram levitação acústica para translacionar, rotacionar e manipular partículas com a utilização de um emissor lateral, que fornecia uma ponte entre levitações ótica e acústica. As aplicações são dentro do corpo humano ou animal, com cápsulas de drogas, movimentação de pedras de rins e instrumentos microcirúrgicos.

A figura 19 apresenta imagens de partículas de isopor, variando de 0,6 a 3,1 mm de diâmetro, levitadas acima de arranjos unilaterais. Os transdutores acústicos (10 mm de diâmetro) são acionados a 16 Vpp e 40 kHz. Para os itens de (a – c) as partículas podem ser transportadas ao longo de caminhos 3D em até $25 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$, utilizando diferentes arranjos e sem mover o arranjo. Para os arranjos de (c – e) os aprisionamentos são fortes o suficiente para segurar as esferas e neutralizar o peso desde qualquer direção. No item (f) objetos assimétricos, como partículas elipsoidais, podem ser girados de forma controlada em até 128 r.p.m. A escala representa 2 mm para a partícula no item (a), e 20 mm para o restante dos itens.

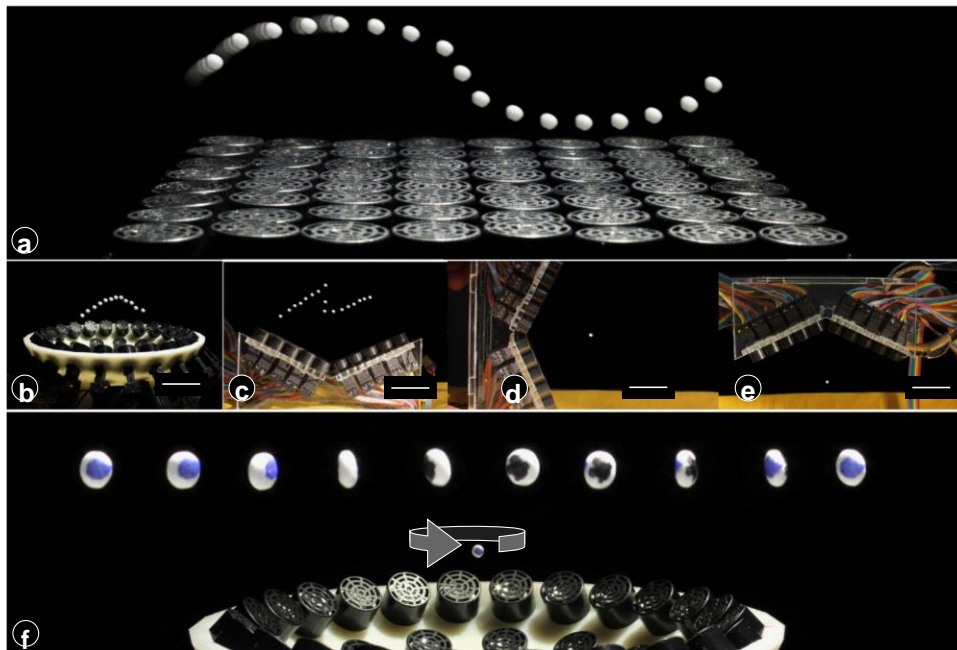


Figura 19. Fotos de levitação unilateral em ar. Fonte: Adaptado de Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects; Marzo, Seah et al., 2015.

Thomas et al. (2015) estudaram o transporte horizontal de longa distância de partículas entre um vibrador tipo anel de formato retangular e um refletor; o anel era suportado por dois transdutores de Langevin; as vibrações harmônicas eram forçadas na direção vertical conforme figura 28.

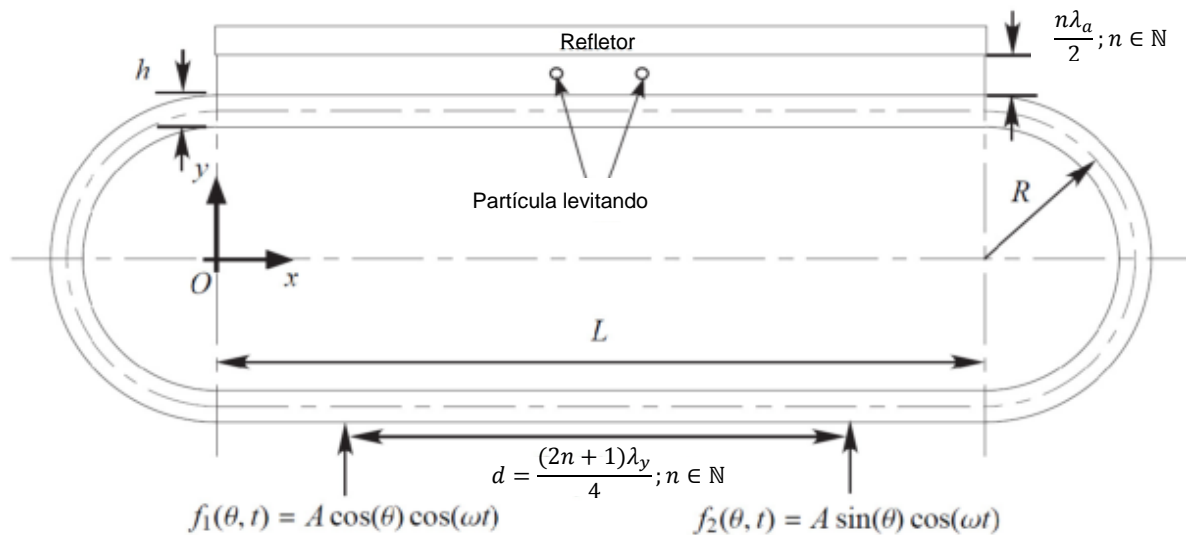


Figura 20. Diagrama explicativo do vibrador tipo anel retangular e um refletor. Fonte: Adaptado de Acoustic levitation of small objects using a ring-type vibrator; Thomas et al., 2015.

Seddon et al. (2016) utilizando um transdutor de Langevin combinado com um emissor de raios-X e um controlador de umidade, aprisionaram e manipularam gotas. Na escala microscópica, as dimensões e orientações das partículas foram modeladas pelo campo ultrassônico, enquanto a nanoestrutura foi controlada variando a umidade da atmosfera em volta da gota. As aplicações são na pesquisa ambiental, biológica e química, conforme a figura 21.

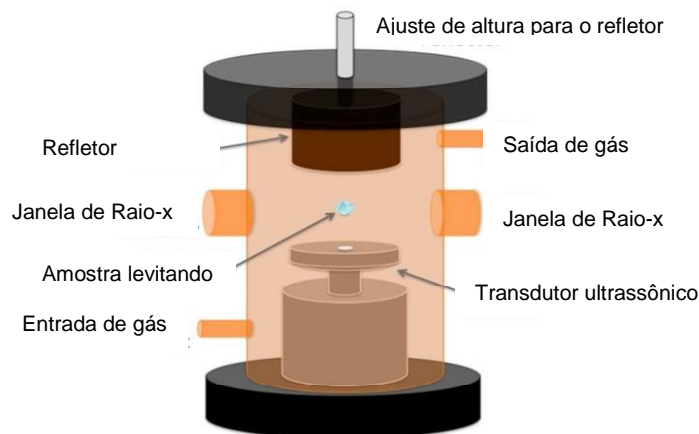


Figura 21. Diagrama explicativo do levitador ultrassônico contido em câmara ambiental de fluxo. Fonte: Adaptado de Control of nanomaterial self-assembly in ultrasonically levitated droplets; Seddon et al., 2016.

Marzo, Ghobrial et al. (2017) construíram quatro dispositivos diferentes com arranjos de transdutores. Com raios tratores compactos e utilização de linhas de retardamento acústico, mostraram uma solução muito difundida em manipulação sem contato e biofísica.

A figura 22 apresenta um arranjo de fases no ponto alvo por: a) atrasos eletrônicos; b) tubos retos; c) superfície esculpida; d) bobinas. Importante observar que a linha vermelha tem o mesmo comprimento para todos os instantes.

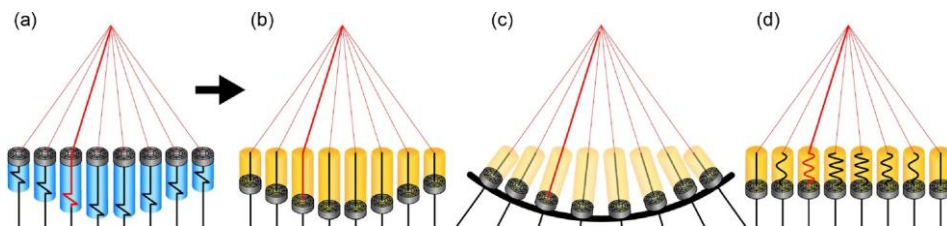


Figura 22. Diagrama explicativo focando um arranjo de fases em um ponto alvo. Fonte: Adaptado de Realization of compact tractor beams using acoustic delay-lines; Marzo, Ghobrial et al., 2017.

3 O SISTEMA DE LEVITAÇÃO ACÚSTICA DE CAMPO DISTANTE

O som é uma onda mecânica e como tal transporta energia que pode agir sobre partículas devido às forças de radiação acústica (Marzo, Barnes et al., 2017); um autofalante é um elemento elétrico projetado para operar na faixa de frequência audível: entre 20 Hz e 20 kHz (Andrade et al., 2015); já um transdutor é um elemento elétrico que converte um tipo de energia em outro: o mais comum é o axissimétrico (Ramos, 2017) e, é projetado para operar em frequências superiores a 20 kHz (Andrade et al., 2015).

A ideia básica para suspender corpos é aplicar algum tipo de força de tal forma a contrabalancear a força gravitacional e para explicar o princípio de funcionamento de um levitador acústico são utilizados conceitos básicos de física (Andrade et al., 2015). Em uma onda longitudinal as partículas do ar se deslocam na direção de propagação da onda e em um tubo ressonante a onda é do tipo longitudinal, sendo que o comportamento da onda longitudinal pode ser descrito pelas mesmas equações que descrevem uma onda estacionária num tubo com ambas as extremidades fechadas (Andrade, 2010).

Através da superposição de duas ondas progressivas de mesma frequência, mesma amplitude, mesmo comprimento de onda, porém propagando-se em sentidos opostos, obtém-se uma onda estacionária (Andrade et al, 2015; Ramos, 2017). Na técnica de levitação acústica (AcLev) uma pequena esfera pode ser suspensa no ar pela força de radiação acústica gerada para uma onda estacionária (Andrade et al., 2015).

Quando uma esfera cai no ar, a esfera faz com que o ar se movimente. Na esfera as forças que atuam são: força de gravidade, força de empuxo, força viscosa e força que a onda progressiva exerce na esfera (Andrade, 2010).

O princípio da levitação acústica é utilizar as forças acústicas de radiação sobre objetos, para neutralizar o peso, e com isso mantê-los suspensos no ar, ou até movimentá-los de maneira controlada, girar e deslocar objetos em três dimensões.

A Figura 23 ilustra o diagrama explicativo da representação das formas de onda do sistema de levitação acústica (AcLev).

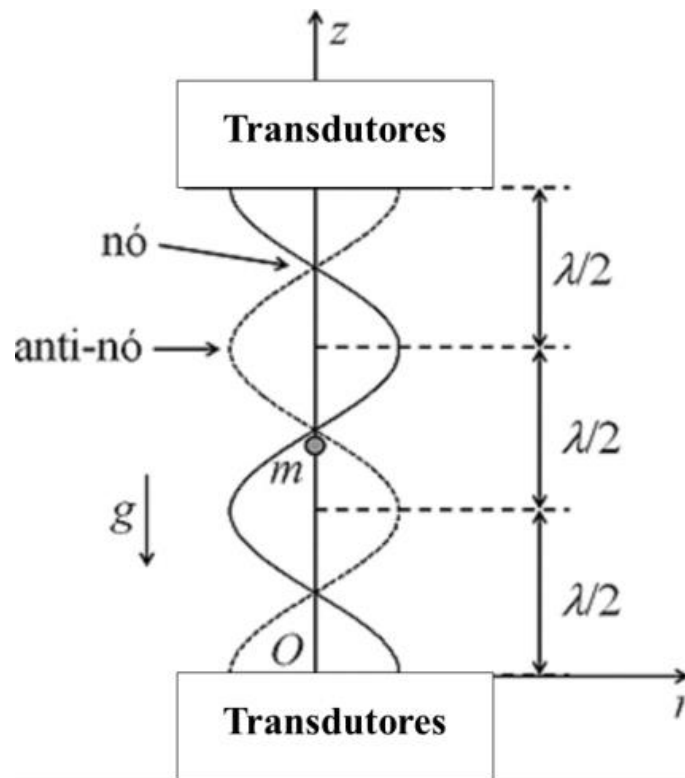


Figura 23. Diagrama explicativo da representação das formas de onda do sistema de levitação acústica (AcLev). Fonte: Adaptado de Levitação Acústica, Andrade et al. (2015).

Segundo Andrade et al. (2015) e Ramos (2017), para levitar uma esfera utilizando ondas estacionárias, é necessário que a força de radiação acústica que atua na esfera seja suficientemente elevada para compensar a força gravitacional. Sabe-se que o ponto de levitação é onde o potencial acústico (energia gerada pelo campo acústico) é mínimo (equilíbrio estável), que é condição necessária para levitar uma esfera com raio muito menor que o comprimento de onda.

A figura 24 mostra a relação entre a pressão acústica, velocidade das partículas, potencial da força de radiação acústica e a força de radiação acústica em um levitador acústico.

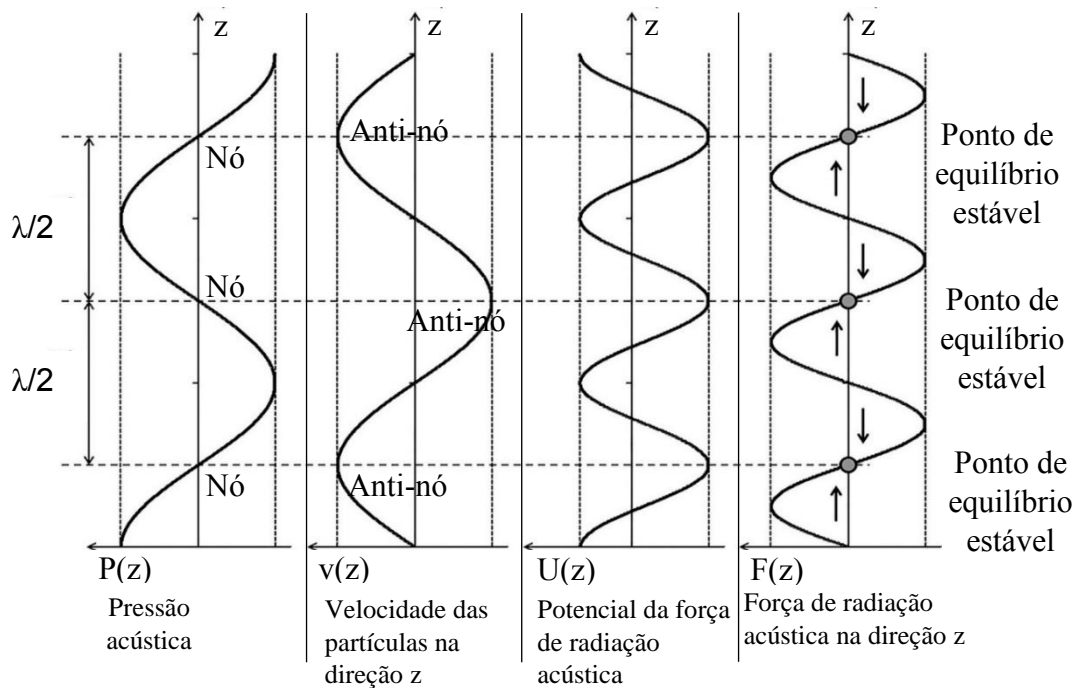


Figura 24. Relação entre a pressão acústica, velocidade das partículas, potencial da força de radiação acústica e a força de radiação acústica em um levitador acústico. Fonte: Adaptado de Levitação Acústica, Andrade et al. (2015).

A força de radiação acústica produzida por uma onda estacionária empurra a esfera para as regiões de mínimo potencial e de acordo com o Princípio de Bernoulli a onda empurra a esfera para as posições de mínima amplitude de pressão acústica e para as posições de máxima amplitude de velocidade (Andrade et al., 2015).

Quando uma esfera é colocada na cavidade acústica entre os dois arranjos contendo transdutores, ela é empurrada para um nó de pressão, sendo que os mínimos de potencial acústico ocorrem na linha de centro dos dois arranjos contendo transdutores.

O potencial de radiação acústica, a pressão de radiação acústica e a força de radiação acústica sofrem forte influência da geometria do sistema acústico. Nas extremidades do tubo a amplitude de pressão é máxima e a velocidade das esferas é zero (Andrade et al., 2015).

Se uma perturbação externa altera a posição de equilíbrio de uma esfera, a força de radiação acústica aumenta e empurra a esfera novamente para a posição original (Andrade, 2010; Andrade et al., 2015), e na temperatura de regime de trabalho (25°C) existe pouca variação da amplitude de deslocamento da face do transdutor.

Todos os experimentos foram realizados em condições semelhantes para obter a repetitividade coerente do sistema acústico.

Quando uma onda quadrada é aplicada ao transdutor (que funciona como um filtro de entalhe), sua face vibra praticamente de forma senoidal, empurrando as moléculas de ar para frente e para trás (Marzo, Barnes et al., 2017). Este movimento faz com que seja produzida uma onda acústica, que se propaga no ar em uma velocidade de propagação.

Para levitar uma esfera é necessário que a amplitude de pressão da onda estacionária seja suficientemente elevada. A amplitude de pressão é independente do raio da esfera (Andrade et al., 2015). A esfera posiciona-se em levitação entre duas regiões de alta amplitude de pressão (Ramos, 2017).

A teoria de Gor'kov é válida quando a densidade da esfera é muito maior do que a do ar ao redor da esfera, e também considerando que a compressibilidade da esfera é muito menor do que a do ar (King, 1934; Gor'kov, 1962). Para o caso da esfera em ar, estas duas condições são satisfeitas.

Os mínimos de potencial ocorrem nas mesmas posições que os nós de pressão da onda estacionária e dos anti-nós de velocidade (Andrade et al., 2015). Os arranjos de transdutores são utilizados para gerar as múltiplas reflexões de ondas emitidas pelos transdutores.

Uma das formas de realizar a manipulação de esferas é produzir ondas estacionárias a partir da superposição de ondas progressivas emitidas por arranjos opostos contendo transdutores. Ao alterar a diferença de fase entre as ondas emitidas e os arranjos de transdutores, os nós de pressão das ondas são deslocados, e fazem com que as esferas aprisionadas nos nós sejam manipuladas.

A força de radiação acústica possui maior intensidade no eixo vertical, eixo de propagação da onda acústica, que nos eixos horizontais.

A geometria das esferas idênticas produz o mesmo espalhamento sobre o campo da força de radiação acústica incidente sobre os arranjos de transdutores, independente do material utilizado. A pressão de radiação acústica gerada por uma onda estacionária é devida à interferência entre as ondas incidentes e espalhadas pela esfera.

Portanto, uma onda sonora incidente sobre a superfície de uma esfera pode ser refletida parcialmente ou completamente pela face da esfera, o que irá configurar um modo de espalhamento.

Dependendo da concentração de esferas, cada esfera que cai afeta a distribuição de velocidades do ar ao redor dela, e faz com que a trajetória das esferas vizinhas também seja afetada (Andrade, 2010).

Uma forma de alterar a geometria da cavidade acústica é alterar os diâmetros ou os arranjos de transdutores, os quais são os emissores de ondas acústicas através das faces que vibram harmonicamente em uma determinada frequência, e assim pode-se construir um levitador maior e mais potente. Os parâmetros dos transdutores são expressos por: o comprimento de onda emitido pelos transdutores é λ ; a distância entre dois nós consecutivos e entre dois anti-nós (ou ventres) é $\frac{\lambda}{2}$; a distância entre um nó e um anti-nó (ou ventre) é $\frac{\lambda}{4}$ (Ramos, 2017); os nós ocorrem em $z = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$; os anti-nós ocorrem em $z = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$ (Andrade, 2010).

Para que ocorra uma onda estacionária no interior de um tubo fechado é necessário que o comprimento do tubo seja múltiplo de $\frac{1}{2}$ comprimento de onda como na equação 3.1:

$$L = \frac{n\lambda}{2} = \frac{nc}{2f} : \quad (3.1)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ (número inteiro); λ = comprimento de onda; c = velocidade de propagação da onda; f = frequência.

Considerada a hipótese de onda plana, a onda estacionária pode ser descrita pela pressão acústica, dada pela equação 3.2:

$$P(z, t) = \frac{A}{2} \cos(\omega t) \cos(kz), \quad (3.2)$$

$A/2$ = amplitude de pressão de onda; frequência angular de onda: $\omega = 2\pi f$; número de onda: $k = \frac{\omega}{c}$.

Devido à hipótese de onda plana, a pressão acústica depende somente da posição axial z e do tempo t .

A velocidade das partículas v na direção z do TinyLev é conforme a equação 3.3:

$$v(z, t) = \frac{A}{2\rho c} \text{sen}(\omega t) \text{sen}(kz) \quad (3.3)$$

3.1 Teoria de Gor'kov

O potencial da força de radiação acústica, segundo Gor'kov é conforme a equação 3.4:

$$U_G = \frac{\pi R^3}{\rho c^2} \left(\frac{A}{2}\right)^2 \left[\frac{1}{3} \cos^2(kz) - \frac{1}{2} \text{sen}^2(kz) \right], \quad (3.4)$$

onde $A/2$ é a amplitude de pressão da onda estacionária, ρ é a densidade do ar, c é a velocidade de propagação da onda do som, R é o raio da esfera, k é o número de onda e z é a posição no eixo axial.

A força de radiação acústica que atua em uma esfera de raio R é conforme a equação 3.5:

$$F_G = -\frac{\partial U_G}{\partial z} = \frac{5\pi R^3 A^2 k}{24\rho c^2} \text{sen}(2kz) . \quad (3.5)$$

Na figura 25 o potencial acústico e a força de radiação acústica estão mostrados. Pode ser visto que a força de radiação acústica muda os sinais na proximidade do potencial acústico mínimo, estabilizando as partículas próximas daquele ponto. Entretanto, o ponto de potencial acústico mínimo não é um ponto de equilíbrio desde que muitas outras forças tais como gravidade, empuxo, fricção e outras movimentam-se em sistemas AcLev.

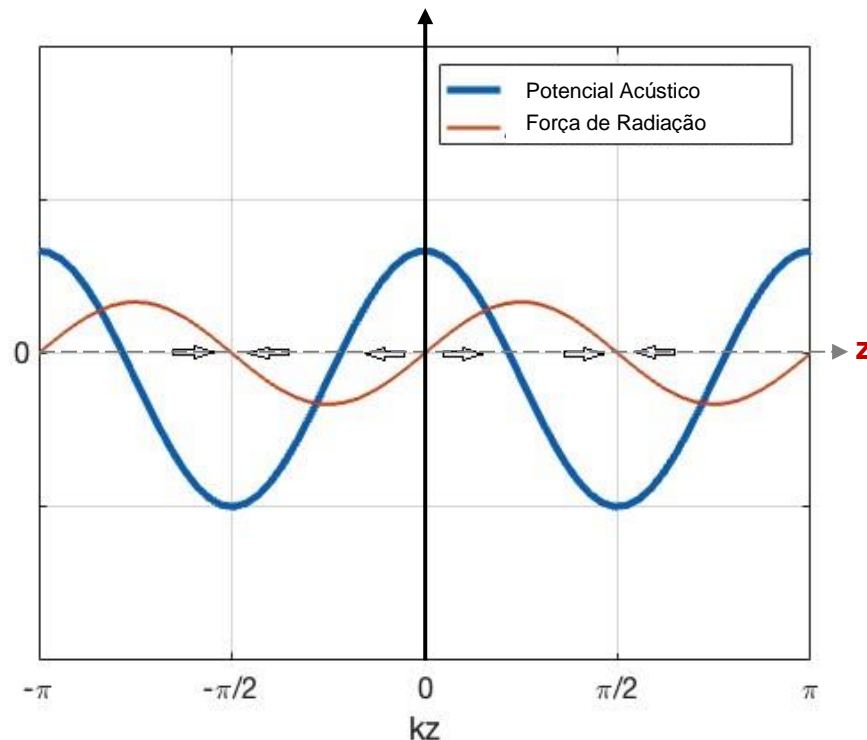


Figura 25. Potencial acústico e força de radiação acústica. Fonte: Autoria própria.

A equação de Gor'kov é válida quando o raio da esfera é muito menor do que o comprimento de onda (Andrade, 2010). Com a equação de Gor'kov é possível determinar as posições (nós) de levitação, região em que o potencial acústico é mínimo e estável para levitar uma esfera (Ramos, 2017).

Quando uma esfera pequena é colocada na região de potencial acústico ela é empurrada para as regiões de mínimo potencial acústico. Isso significa que a esfera é empurrada para as regiões de alta velocidade do ar e repelida das regiões de alta pressão (Andrade, 2010). No entanto, para as posições onde a pressão acústica é máxima, a velocidade do ar é zero. Para as posições onde a velocidade do ar é máxima, a pressão é zero (Andrade et al., 2015).

De acordo com Ramos (2017), nas regiões onde ocorre a levitação de uma esfera a posição de equilíbrio é estável, direção para onde a força restauradora empurra a esfera. Aqui a força restauradora consegue contrabalancear a força gravitacional. Complementando, Andrade (2010) afirma que existe uma máxima potência elétrica para levitar as esferas.

Grandes amplitudes podem causar a distorção da forma de onda, acarretando alterações nas propriedades do ar, formando ondas de choque (Ramos, 2017).

As esferas ficam separadas por uma distância de aproximadamente $\frac{1}{2}$ comprimento de onda e estão localizadas próximas aos nós de pressão da onda estacionária e podem ser levitadas esferas com tamanho de até cerca de $\frac{1}{4}$ de comprimento de onda, o que limita o tamanho máximo das esferas a serem levitadas.

Andrade et al. (2015) afirmam que devido à gravidade, a levitação da esfera ocorre numa posição ligeiramente abaixo do nó de pressão da onda estacionária. Segundo Ramos (2017), a densidade da esfera interfere na levitação e no comportamento oscilatório das esferas na cavidade acústica. O ponto inicial de levitação de cada tipo de esfera é diferente devido à densidade específica das esferas, uma vez que quanto maior a densidade, maior é a intensidade da força de radiação acústica. Para as esferas menos densas as oscilações possuem mudanças bruscas de posição para posição. Quanto maior a densidade da esfera, menor a frequência de oscilação da esfera.

Os valores de velocidade têm pouca influência na trajetória da esfera (Andrade, 2010).

3.2 Equação de Lagrange

A equação de Lagrange pode ser deduzida a partir do Princípio de Willian Rowan Hamilton (1805-1865), “Dado um sistema de coordenadas generalizadas que descrevem um sistema físico:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_i, \quad (3.6)$$

onde Q_i indica as forças não conservativas.

A função \mathcal{L} é chamada a Lagrangeana de um sistema. Temos a equação 3.7:

$$\mathcal{L} = T - U, \quad (3.7)$$

onde:

Energia Cinética $T = T(q_1, q_2, \dots, q_N, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N, t)$ e

Energia Potencial $U = U(q_1, q_2, \dots, q_N, t)$, e q_i são as coordenadas generalizadas”.
(Meirovitch, 1970).

4 DESCRIÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA DE LEVITAÇÃO ACÚSTICA

O levitador acústico TinyLev foi desenvolvido em 2017 por Marzo e outros na Universidade de Bristol. Uma versão é comercializado pela Makerfabs-USA.

A figura 26 mostra o circuito para montagem.

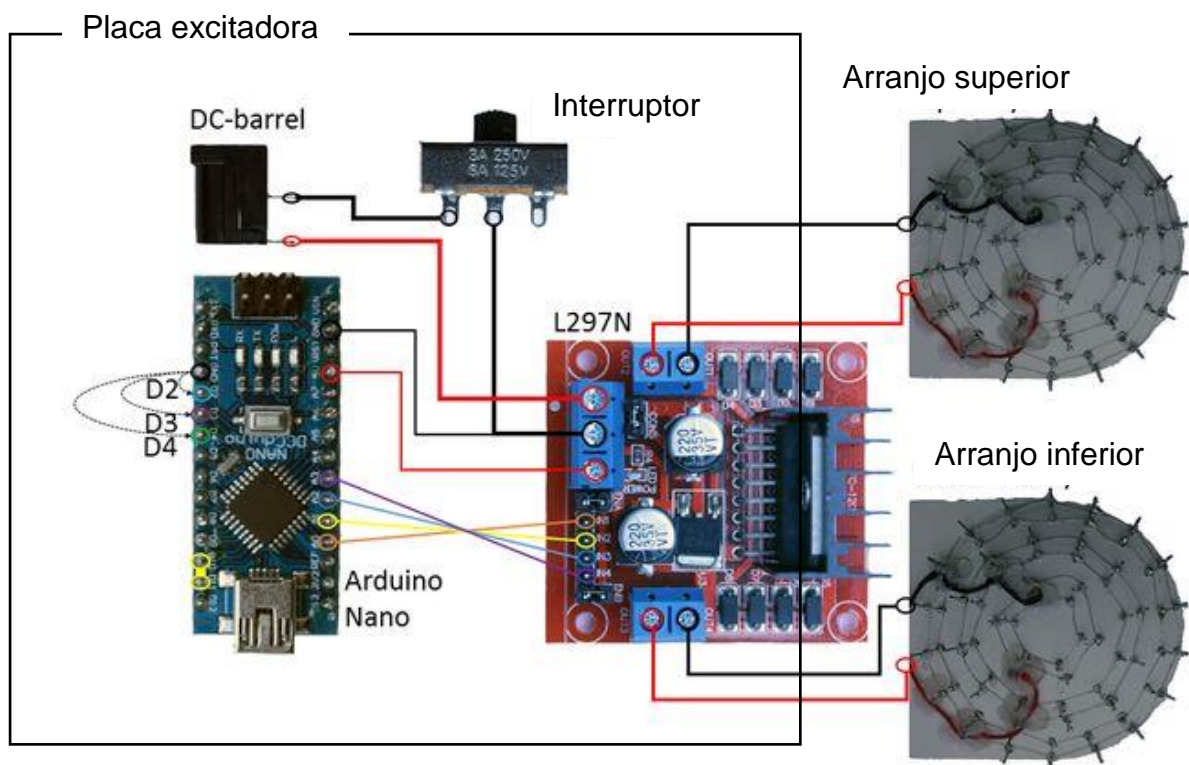


Figura 26. Circuito do levitador acústico TinyLev da MakerFabs (Marzo et al., 2017).

4.1 Eletrônica de acionamento

O levitador consome um total de 10 W de potência de entrada.

Os transdutores têm um comportamento ressonante, agem como filtros de entalhe e a saída deles é praticamente senoidal.

Os componentes principais do circuito acionador eram um Arduino Nano e um driver L297N.

O Arduino Nano gera os sinais de onda quadrada para o sinal de excitação.

O driver L297N amplifica os sinais.

Uma configuração balanceada fazia com que a tensão pico a pico que os transdutores recebiam fosse o dobro da tensão de entrada (9V).

A eletrônica aciona os dois canais em até $70 V_{pp}$ e uma resolução de fase $\pi/12$.

Um canal é mantido em fase constante, enquanto o outro canal é acionado para movimentar corpos para cima e para baixo.

São gerados dois sinais acionadores e a fase relativa deles é controlada conectando-se terra para D2 ou D3 no Arduino Nano (D4 reajustava para a posição inicial).

Após montagem dos componentes o levitador acústico TinyLev ficou conforme a figura 27

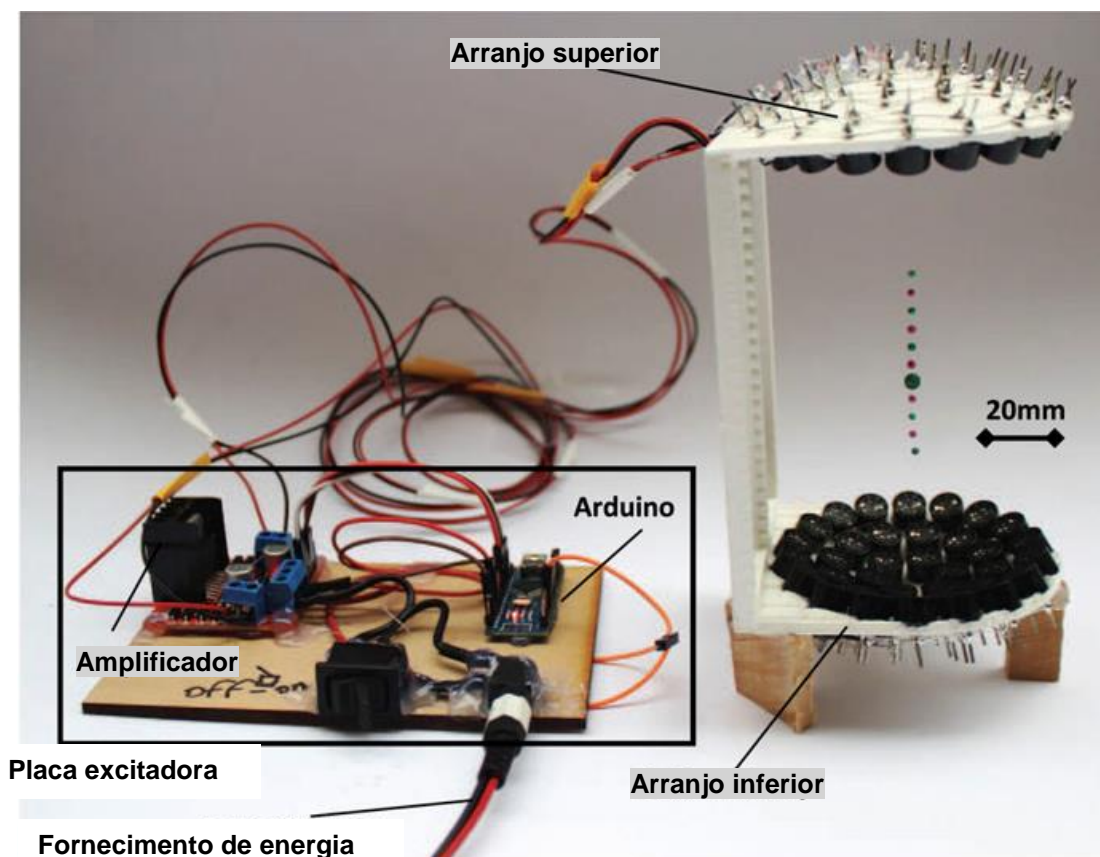


Figura 27. Levitador acústico TinyLev.

No osciloscópio Tektronik TPS 2024B e Pontas de Prova Tektronik P2220-200 MHz-1X/10X (ICTS UNESP) foram testadas as ondas enviadas aos arranjos de transdutores, que se apresentaram quadradas, conforme figura 28.

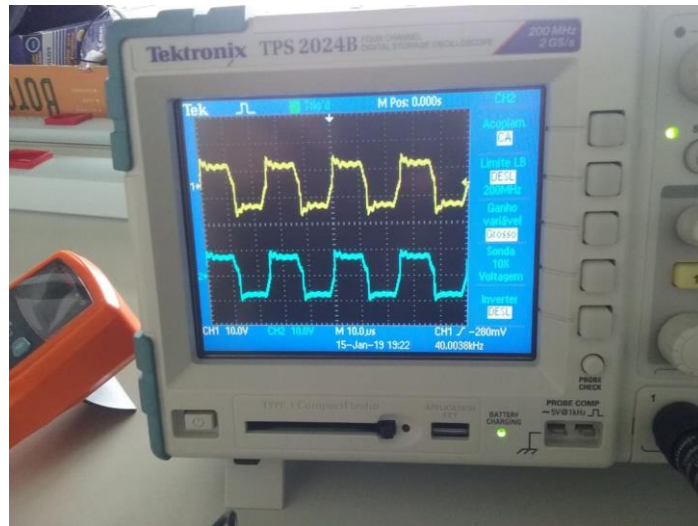


Figura 28. Osciloscópio com leitura das ondas quadradas, enviadas aos arranjos de transdutores no levitador acústico.

A figura 29 mostra a onda senoidal emitida por cada transdutor utilizado nos arranjos superior e inferior, quando colocada uma ponta de prova na face de um transdutor.

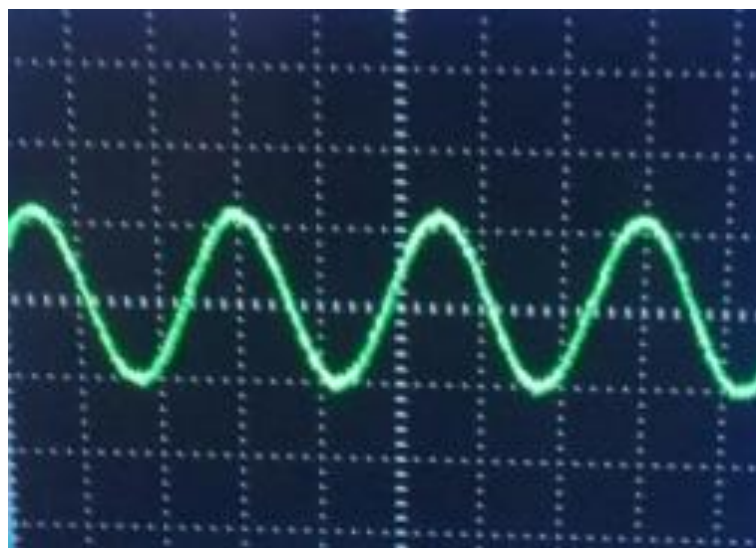


Figura 29. Leitura da onda sonora emitida por cada transdutor nos arranjos de transdutores, no osciloscópio.

Na figura 30 pode-se ver o TinyLev quando utilizado pela primeira vez, com suportes provisórios de madeira, e levitando cinco esferas de isopor.



Figura 30. Levitador acústico com suportes de madeira improvisados, levitando cinco partículas de isopor.

Esferas de vários materiais com diâmetro de 3; 3,125 e 4 mm foram utilizadas nas experiências.

Para conferir o diâmetro das esferas foi utilizado o Micrômetro Digital DIGIMESS IP65 = Faixa 0- 25 mm = Precisão 0,001 mm.

Para medição da massa das esferas foi utilizada a Balança Analítica Shimadzu AW 220 – Precisão: 0,0001 g cedida pelo Laboratório de Química – ICTS – UNESP (Letícia).

A Tabela 1 mostra as densidades calculadas a partir das medições das esferas.

Tabela 1 – Densidade conforme materiais utilizados nos testes.

Material	kg/m ³
Polipropileno	$9,339 \times 10^2$
Isopor	$1,05 \times 10^3$
Teflon	$2,308 \times 10^3$
Vidro	$2,560 \times 10^3$
Alumínio	$2,7446 \times 10^3$

Fonte: Autoria própria.

Na figura 31 são vistos suportes usinados de nylon e esquadros utilizados para maior estabilidade do levitador, porque os arranjos superior e inferior estavam se flexionando.

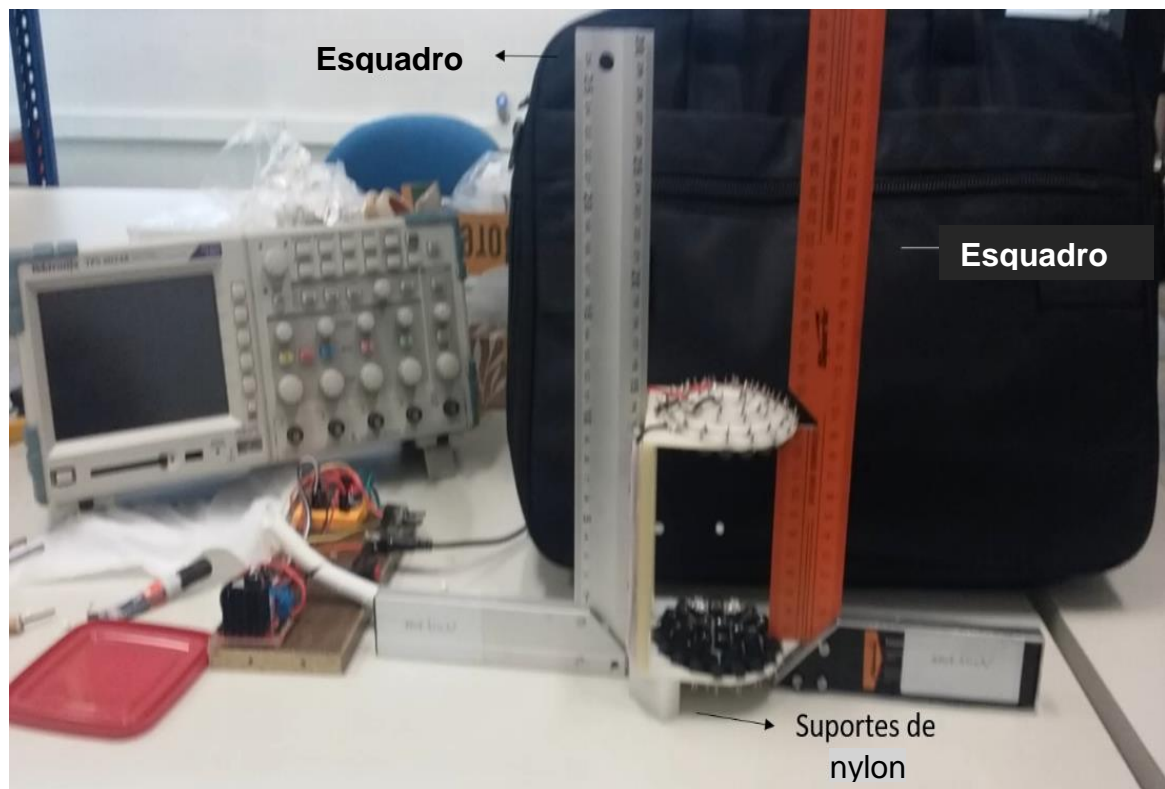


Figura 31. Primeira vista geral do levitador acústico com pés de nylon e esquadros para estabilidade.

A figura 32 apresenta uma esfera de isopor levitando sem oscilações, após pés usinados de nylon e esquadros para estabilidade dos arranjos dos transdutores.



Figura 32. Esfera de isopor levitando com estabilidade.

Na figura 33 pode ser visto o projeto da placa de circuito impresso desenvolvido no software Protheus 8.1 (Escola Técnica “Rubens de Farias e Souza”).

Nesta placa o Arduíno Nano foi substituído por um microcontrolador integrado ATmega 328 e o driver L297N foi trocado pelo circuito integrado L298N. Foram adicionados componentes como capacitores eletrolíticos e cerâmicos, resistores, diodo emissor de luz e um cristal oscilador para garantir o funcionamento adequado do circuito.

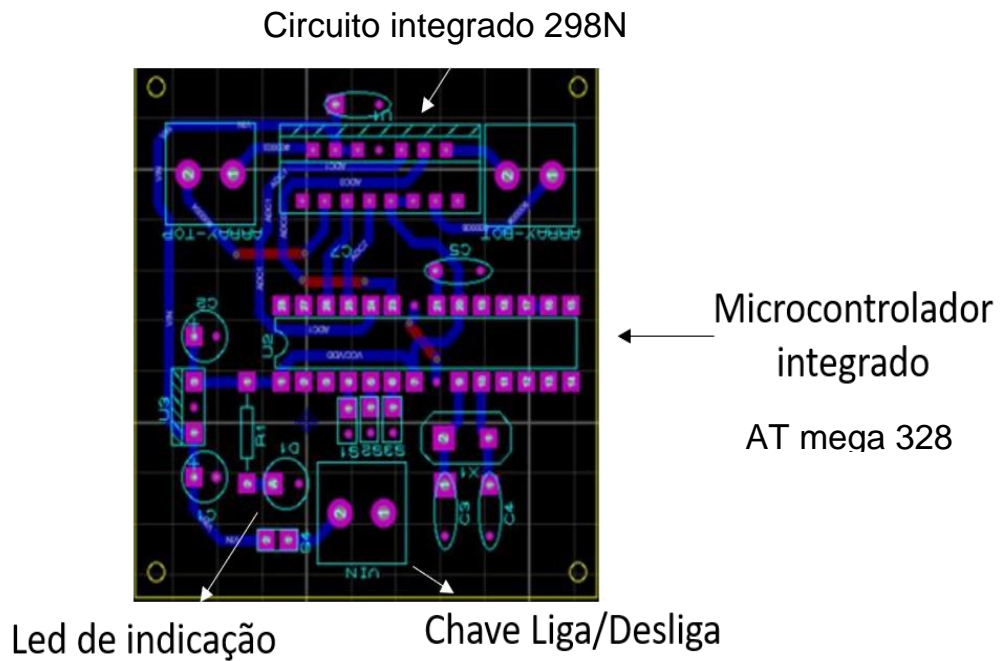


Figura 33. Projeto da placa de circuito impresso para o levitador acústico, no software Protheus.

A Figura 34 mostra a placa fabricada na Fresadora CNC Roland MDX-40A (FACENS –Sorocaba).

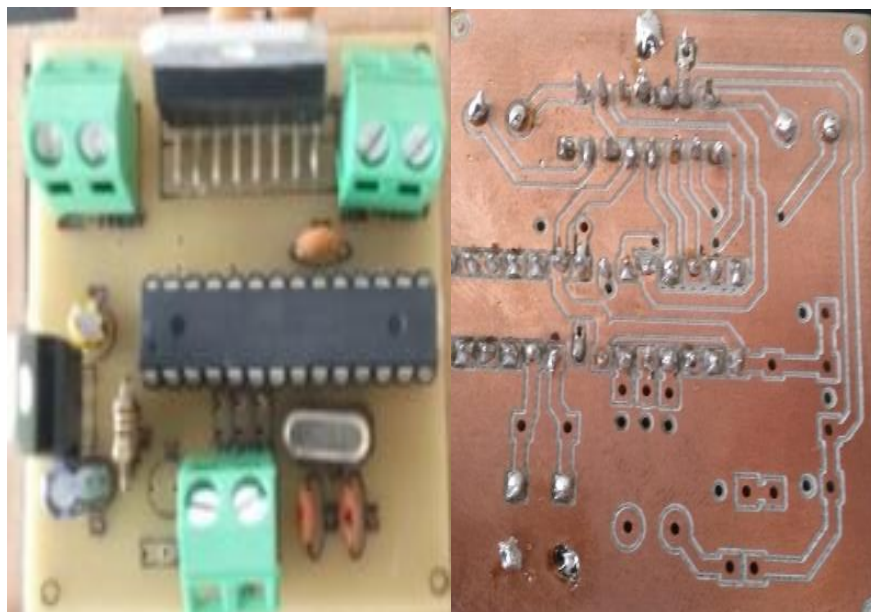


Figura 34. Lado superior e inferior da placa de circuito impresso nacionalizada do levitador, com alguns componentes instalados.

Uma interface foi projetada no software Autocad (ICTS – UNESP) e foi fabricada na Cortadora Laser G-Weike LC1390 (FACENS – Sorocaba).

Dois botões permitem alterar a fase emissora de cada transdutor (Graus), que fazem com que nas ondas geradas as esferas que levitam possam se deslocar no eixo de levitação; o terceiro botão “restaura” a fase.

Foi utilizado um termômetro digital (ICTS – UNESP).

Na Figura 35 pode-se ver o levitador dentro de um tubo de acrílico, sendo que este último aliviou correntes de convecção de ar no laboratório devido ao ar condicionado e eventuais aberturas da porta do laboratório. Vê-se também a interface projetada.

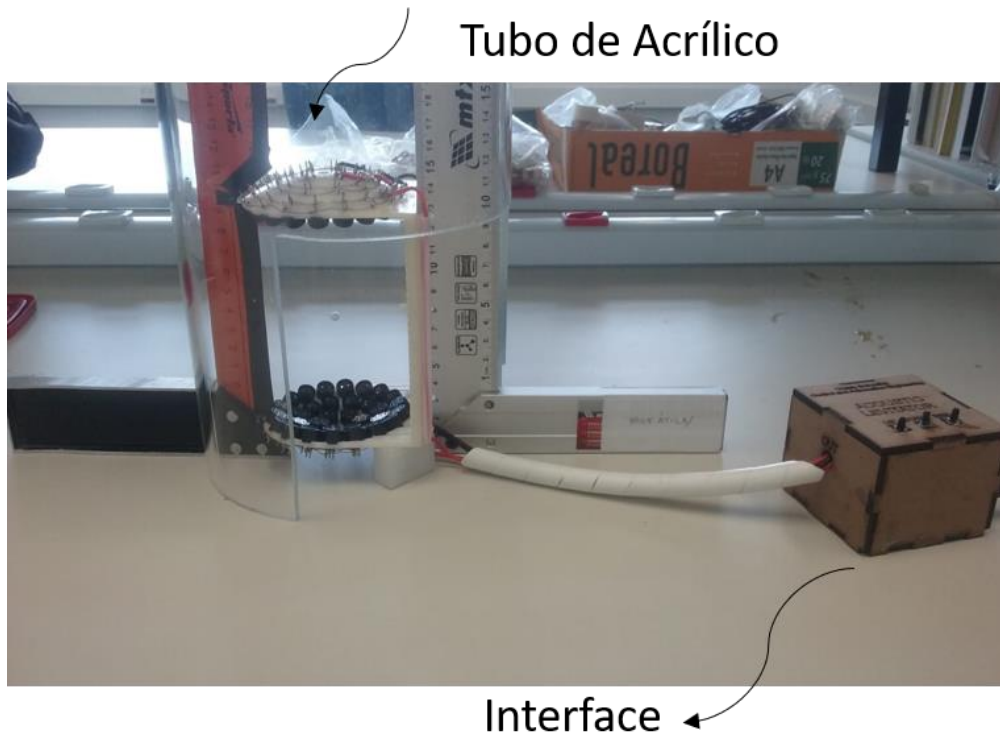


Figura 35. Levitador acústico com tubo de acrílico e interface do levitador

A Figura 36 aponta a face superior de uma das 5 placas de circuito impresso contra corrosão, com espaço para mais dissipadores de calor e com alguns componentes montados. Essa placa foi fabricada pela JLCPCB (China) (ICTS – UNESP).

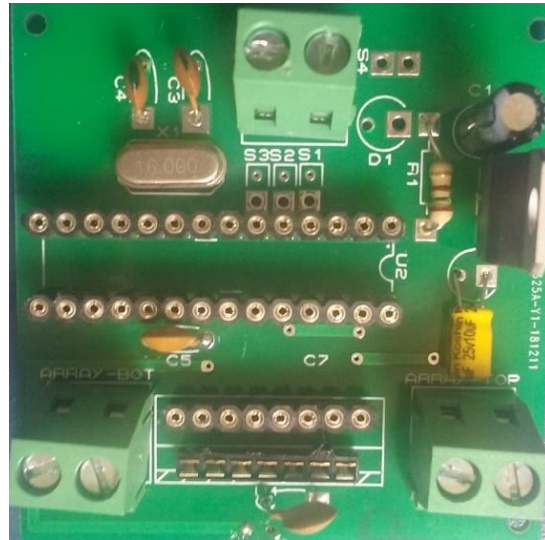


Figura 36. Placa de circuito impresso fabricada na JLCPCB (China), com alguns componentes montados.

5 CONDIÇÕES PARTICULARES E ANÁLISE DE FORÇAS PARA LEVITAÇÃO DE CORPOS

Os dados técnicos do TinyLev utilizados neste capítulo são do fabricante Makerfabs.

A frequência dos transdutores é $f = 40 \text{ kHz} = 40000 \text{ Hz}$.

O sistema de levitação acústica pode aprisionar esferas: com densidade até $2,2 \text{ g/cm}^3$ e $16 V_{pp}$ com aproximadamente 4 mm no diâmetro (meio comprimento de onda). Após $16 V_{pp}$ cada transdutor perde a resposta linear.

Os transdutores são excitados com uma onda quadrada de $18 V_{pp}$, que após os transdutores se torna praticamente senoidal, devido ao efeito de filtro de entalhe dos mesmos, gerando uma onda estacionária entre seus arranjos de transdutores.

O sistema de levitação acústica tem 72 transdutores ultrassônicos cujo comprimento de onda em ar a 25° C é: $\lambda = 8,65 \text{ mm} = 8,65 \times 10^{-3} \text{ m}$; o diâmetro de cada transdutor é de: $10 \text{ mm} = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$; o raio do pistão de cada transdutor é de: $4,5 \text{ mm} = 4,5 \times 10^{-3} \text{ m}$ e a distância entre as bases de 2 transdutores opostos obtida pelo programa Autocad é 122 mm .

Cada transdutor Murata MA40S4S, diâmetro 10 mm , tem altura de $7,1 \text{ mm}$. A distância de propagação no espaço livre entre as faces de 2 transdutores opostos medida pelo software Autocad é: $122 - (2 \times 7,1) = 122 - 14,2 = 107,8 \text{ mm}$ e a distância entre a face de cada transdutor e o ponto central do sistema é: $\frac{107,8 \text{ mm}}{2} = 53,9 \text{ mm} = 0,0539 \text{ m}$.

A saída acústica para cada transdutor é: $0,17 \left(\frac{\text{Pa}}{\text{m}}\right) \cdot V = A_t$ (Marzo et al., 2017).

Temos então:

$$A_t = \frac{0,17 \text{ Pa}}{0,0539} \cdot 16.$$

$$A_t = 50,46 \text{ Pa}.$$

Para 72 transdutores (36 transdutores em cada arranjo):

$$A = 72 \cdot A_t = 72 \times 50,46 \text{ Pa}.$$

$$A = 3633 \text{ Pa}.$$

O desvio padrão de fase de cada transdutor é $3,8^\circ$.

A frequência angular das ondas emitidas é: $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 40000 = 251327 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. A densidade do ar a 25°C é: $\rho = 1,18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. A velocidade do som no ar a 25°C é: $c = 346 \text{ m/s}$.

No sistema de levitação acústica um trem de pulsos de 4 ciclos é gerado no arranjo superior: ele desce, sobe, desce novamente, sobe de novo: a amplitude medida decresce para 86% (4 repetições).

O raio da superfície dos arranjos para minimizar reflexão indesejada, inclinação dos arranjos, e para obter aprisionamentos mais funcionais é de 6 cm.

A eletrônica pode acionar dois canais com até $70 V_{pp}$ e uma resolução de fase $\pi/12$ (15°).

Um canal é mantido em uma fase constante enquanto a fase do outro canal pode ser deslocada para mover as esferas para cima e para baixo.

Os componentes principais são um microcontrolador AT mega 328 e o circuito integrado L298N.

Ele pode gerar dois sinais acionadores e a fase relativa deles é controlada conectando Terra aos terminais D2 ou D3 (D4 reajusta para a posição inicial).

A medida principal de performance do levitador é a máxima densidade das esferas que ele pode levantar.

Se as esferas estão no regime de Rayleigh (isto é, menores que metade do comprimento de onda), então a força de aprisionamento é proporcional ao volume tal que somente a densidade limita as esferas que podem ser levitadas.

O número de onda é:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{8,65 \times 10^{-3} \text{m}} = \frac{726}{\text{m}}.$$

A aceleração da gravidade na superfície média da Terra é $g = 9,83 \text{ m/s}^2$ (Halliday et al., 2010).

A massa de uma esfera é de acordo com a equação 5.1 (Halliday et al., 2010):

$$m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{esf}. \quad (5.1)$$

A energia cinética de uma esfera no levitador utilizado é conforme a equação 5.2:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{z}^2 \quad (5.2)$$

Agora a função Lagrangeana fica conforme a equação 5.3:

$$\mathcal{L} = T - U_G \quad (5.3)$$

A energia potencial total é a equação 5.4:

$$U = mgz + U_G, \quad (5.4)$$

onde g é a aceleração devido à gravidade (Halliday et al., 2010) e m é a massa do corpo levitado.

Com a equação 3.4 obtém-se a equação 5.5:

$$U = mgz + \frac{\pi R^3 A^2}{4\rho c^2} \left[\frac{\cos^2(kz)}{3} - \frac{\sin^2(kz)}{2} \right], \quad (5.5)$$

Para forças conservativas nulas temos a equação de Lagrange 5.6:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 0 \quad (5.6)$$

A partir da equação 5.6 e substituindo a energia potencial total 5.4, obtemos a equação 5.7:

$$m\ddot{z} + mg - \frac{5}{24} \frac{\pi R^3}{\rho} \left(\frac{A}{c} \right)^2 k \sin(2kz) = 0 \quad (5.7)$$

Para determinar os pontos de equilíbrio, na equação 5.7 devemos fazer todas as derivadas nulas.

Com isso a equação 5.7 torna-se a equação:

$$\frac{5}{24} \frac{\pi R^3}{\rho} \left(\frac{A}{c}\right)^2 k \text{sen}(2kz) = mg ,$$

de onde se obtém a equação 5.8:

$$\text{sen}(2k.z) = mg \frac{24}{5} \frac{\rho}{\pi.R^3} \left(\frac{c}{A}\right)^2 \frac{1}{k} \quad (5.8)$$

Considerando 5.1 em 5.8:

$$\text{sen}(2kz) = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{esf} g \frac{24}{5} \frac{\rho}{\pi R^3} \left(\frac{c}{A}\right)^2 \frac{1}{k}$$

Colocando convenientemente tem-se a equação 5.9:

$$\text{sen}(2kz) = \frac{32}{5} \rho_{esf} \rho g \left(\frac{c}{A}\right)^2 \frac{1}{k} , \quad (5.9)$$

que existirá conforme expressão 5.10:

$$\left| \frac{32}{5} \rho_{esf} \rho g \left(\frac{c}{A}\right)^2 \frac{1}{k} \right| \leq 1. \quad (5.10)$$

Se a expressão em 5.10 for satisfeita, a posição z de equilíbrio, ou seja, a posição onde a esfera vai ficar parada, é determinada pela equação 5.9.

Reescrevendo a expressão 5.10, tem-se a expressão 5.11:

$$\left| \frac{32}{5} \rho_{aR} g \frac{1}{k} \left(\frac{c_{aR}}{A} \right)^2 \rho_{esf} \right| \leq 1 \quad (5.11)$$

Substituindo na expressão 5.11 os valores das grandezas físicas do levitador:

$$\left| \frac{32}{5} 1,18 \times 9,83 \frac{1}{726} \left(\frac{346}{3633} \right)^2 \rho_{esf} \right| \leq 1$$

Obtém-se expressão 5.12:

$$\left| 9,27470874 \times 10^{-4} \rho_{esf} \right| \leq 1 \quad (5.12)$$

Colocando convenientemente a equação 5.9 obtemos a equação 5.13:

$$\text{sen}(2kz) = \frac{32}{5} \rho_{aR} g \frac{1}{k} \left(\frac{c_{aR}}{A} \right)^2 \rho_{esf} \quad (5.13)$$

Substituindo na equação 5.13 os valores das grandezas físicas do levitador temos:

$$\text{sen}(2 \times 726z) = \frac{32}{5} 1,18 \times 9,83 \frac{1}{726} \left(\frac{346}{3633} \right)^2 \rho_{esf} .$$

Obtém-se a equação 5.14:

$$\text{sen}(1452z) = 9,27470874 \times 10^{-4} \rho_{esf} \quad (5.14)$$

sendo que a densidade das esferas é ρ_{esf} .

a) Polipropileno: $\rho_{esf} = 9,339 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$

Substituindo na expressão 5.12 o valor da densidade da esfera de polipropileno:

$$|9,27470874 \times 10^{-4} \times 9,339 \times 10^2| \leq 1 ?$$

$$0,8661650492 \leq 1 \Rightarrow \text{Expressão 5.12 satisfeita!}$$

Substituindo na equação 5.14 o valor da densidade da esfera do polipropileno:

$$\text{sen}(1452z) = 9,27470874 \times 10^{-4} \times 9,339 \times 10^2$$

Posição de equilíbrio, onde a esfera vai ficar parada, abaixo do nó central:

$$z = 0,721 \text{ mm}$$

b) Isopor: $\rho_{\text{esf}} = 1,05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

Substituindo na expressão 5.12 o valor da densidade da esfera de isopor:

$$|9,27470874 \times 10^{-4} \times 1,05 \times 10^3| \leq 1 ?$$

$$0,9738444177 \leq 1 \Rightarrow \text{Expressão 5.12 satisfeita!}$$

Substituindo na equação 5.14 o valor da densidade da esfera de isopor:

$$\text{sen}(1452z) = 9,27470874 \times 10^{-4} \times 1,05 \times 10^3$$

Posição de equilíbrio, onde a esfera vai ficar parada, abaixo do nó central:

$$z = 0,924 \text{ mm}$$

c) Teflon: $\rho_{\text{esf}} = 2,308 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

Substituindo na expressão 5.12 o valor da densidade da esfera de teflon:

$$|9,27470874 \times 10^{-4} \times 2,308 \times 10^3| \leq 1 ?$$

$$2,140602777 > 1 \Rightarrow \text{Expressão 5.12 não é satisfeita!}$$

A esfera de teflon não levita.

d) Vidro: $\rho_{\text{esf}} = 2,560 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

Substituindo na expressão 5.12 o valor da densidade da esfera de vidro:

$$|9,27470874 \times 10^{-4} \times 2,560 \times 10^3| \leq 1 ?$$

$$2,3743254377 > 1 \Rightarrow \text{Expressão 5.12 não é satisfeita!}$$

A esfera de vidro não levita.

e) Alumínio: $\rho_{\text{esf}} = 2,7446 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

Substituindo na expressão 5.12 o valor da densidade da esfera de alumínio:

$$|9,27470874 \times 10^{-4} \times 2,7446 \times 10^3| \leq 1 ?$$

$$2,545536561 > 1 \Rightarrow \text{Expressão 5.12 não é satisfeita!}$$

A esfera de alumínio não levita.

Tabela 2 - Resultados encontrados para levitação abaixo do foco central do levitador.

Material	Distância (mm)
Polipropileno	$z = 0,721$
Isopor	$z = 0,924$
Teflon	Não levita
Vidro	Não levita
Alumínio	Não levita

Fonte: Autoria própria.

6 MODELO MATEMÁTICO DE UM LEVITADOR ACÚSTICO DE EIXO ÚNICO, ANÁLISE DE EQUILÍBRIO, BIFURCAÇÕES E COMPORTAMENTO DINÂMICO

A introdução teve como base Gor'kov (1962), Zhao and Wallascheck (2011), Andrade et al. (2015) e Marzo et al. (2017).

6.1 Modelo matemático de um levitador acústico

A equação de movimento pode ser obtida aplicando-se a equação de Lagrange 6.1:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = Q, \quad (6.1)$$

onde Q indica as forças não conservativas.

Considerando-se que a partícula levitada neste trabalho está sujeita somente à fricção viscosa, a força não conservativa é dada pela equação 6.2:

$$Q = -b\dot{z}, \quad (6.2)$$

com as derivadas próprias da equação de Lagrange e a equação 5.7, o modelo matemático do levitador acústico é dado pela equação 6.3:

$$\ddot{z} + \mu_2 \dot{z} - \mu_0 \mu_B \mu_W \text{sen}(\mu_1 z) = -g \quad (6.3)$$

onde os coeficientes estão definidos pelas equações 6.4 a 6.8:

$$\mu_o = \frac{5\pi}{6} , \quad (6.4)$$

$$\mu_1 = 2 k , \quad (6.5)$$

$$\mu_2 = \frac{b}{m} , \quad (6.6)$$

$$\mu_B = \frac{R^3}{m} , \quad (6.7)$$

$$\mu_w = \frac{k}{\rho} \left(\frac{A}{2c} \right)^2 . \quad (6.8)$$

Definindo o vetor de estados conforme equação 6.9:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad (6.9)$$

o modelo matemático pode ser escrito na forma de espaço de estados pelas equações 6.10:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \mu_o \mu_B \mu_w \operatorname{sen}(\mu_1 x_1) - \mu_2 x_2 - g \end{cases} \quad (6.10)$$

A análise seguinte é realizada considerando que o diâmetro da partícula é muito menor do que o comprimento de onda para que possa ser efetivamente levitada (Marzo et al., 2017; Zhao and Wallascheck, 2011).

6.2 Análise dos pontos de equilíbrio

A fim de investigar o comportamento dinâmico e estabilidade das soluções, o caminho é primeiro achar os pontos de equilíbrio e determinar a linearização Jacobiana acerca daqueles pontos. Se os autovalores da matriz Jacobiana são hiperbólicos, isto é, têm partes reais diferentes de zero, os teoremas de Hartman-Grobman e Stable mencionam que as soluções locais do sistema linearizado preservam a estrutura topológica do espaço de estados não linear original (Guckenheime and Holmes, 1983; Strogatz, 1996 e Lichtenberg and Lieberman, 1992). No que se segue os pontos de equilíbrio e a linearização Jacobiana são determinados.

6.2.1 Pontos de equilíbrio e a linearização Jacobiana

Para $\mu_0, \mu_B, \mu_w > 0$ e para $n \in \mathbb{Z}$ um inteiro, os pontos de equilíbrio x^* da equação 6.10 são dados pela equação 6.11:

$$x^* = \begin{bmatrix} x_1^{*,n} \\ x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_1} [n\pi - \theta] \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6.11)$$

onde pela equação 6.12:

$$\theta = \text{sen}^{-1} \left(\frac{g}{\mu_0 \mu_B \mu_w} \right). \quad (6.12)$$

Considerando-se que g, μ_0, μ_B e μ_w são todos números reais positivos então $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, e os pontos de equilíbrio existem se , e somente se, conforme equação 6.13:

$$|g| \leq |\mu_0 \mu_B \mu_w|. \quad (6.13)$$

Um outro conjunto de pontos de equilíbrio existe para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 0$, isto é, $\mu_w = 0$ ou $\mu_B = 0$. Neste caso os pontos de equilíbrio da equação 6.10 são não isolados, e dados pela equação 6.14:

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}, x \in \mathbb{R} \quad (6.14)$$

Os pontos de equilíbrio estão mostrados nos diagramas de bifurcação das figuras 37 e 38, que estão representados graficamente considerando a aceleração $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ devido à gravidade ao nível do mar (Halliday et al., 2010) e em um ambiente de microgravidade, isto é, $g = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$.

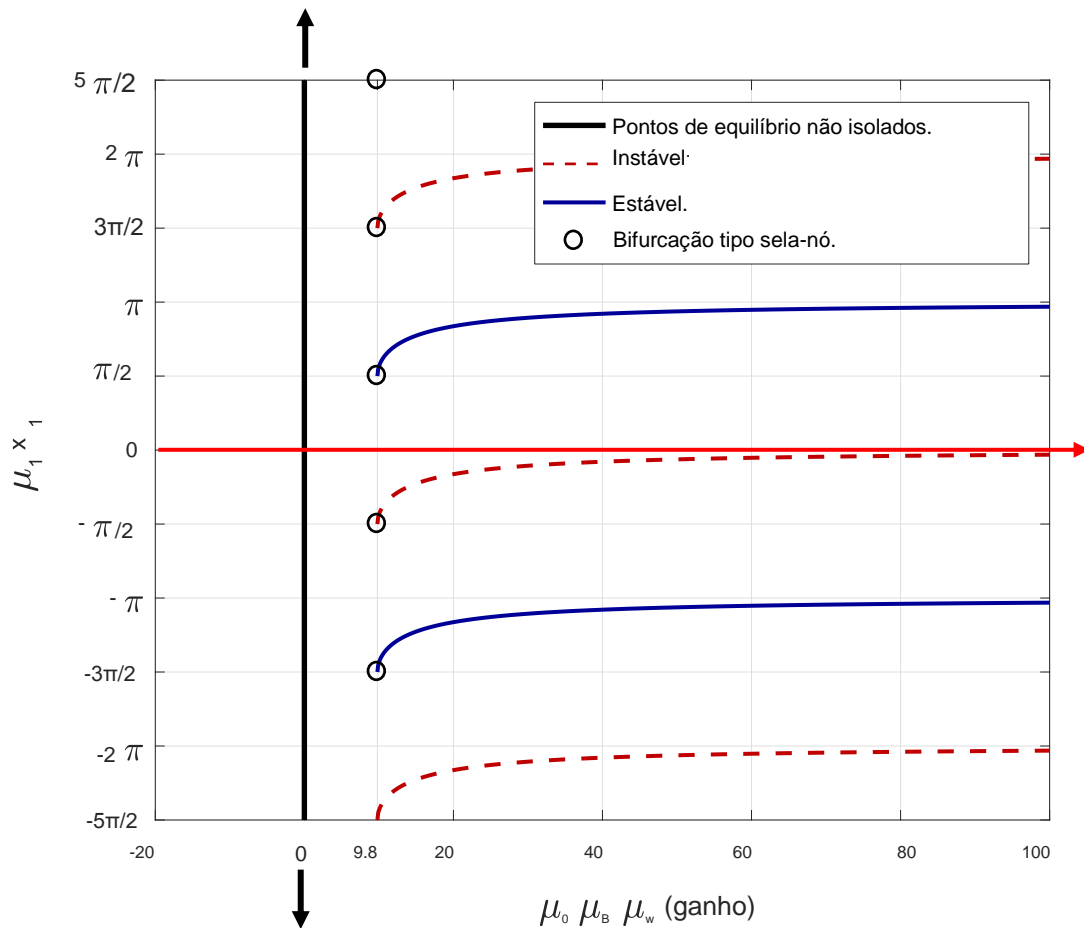


Figura 37. Diagrama de bifurcação para $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

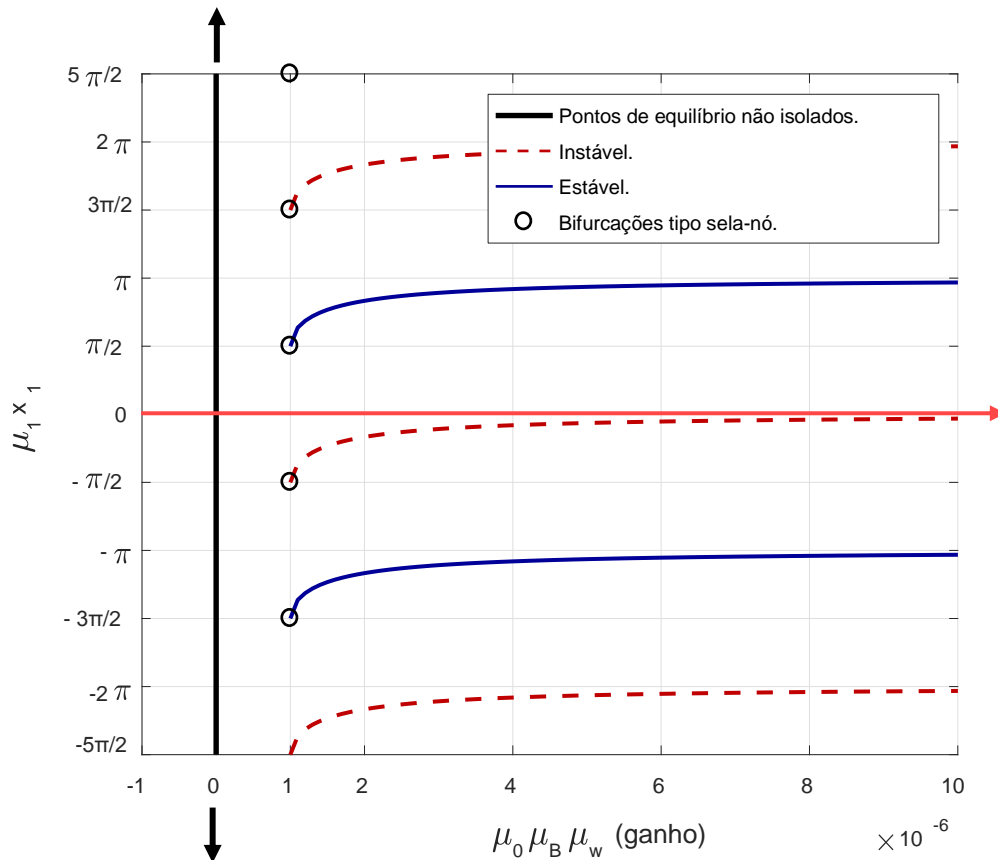


Figura 38. Diagrama de bifurcação para ambiente de microgravidade $g = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$.

É importante reparar que na equação 6.11 o parâmetro μ_1 , que é proporcional ao número de onda k , expande ou contrai o espaço de estados e, conseqüentemente, o diagrama de bifurcação. Nas figuras 37 e 38, a fim de evitar problemas de visualização com as escalas do eixo, a variável de estado x_1 está multiplicada por μ_1 .

Embora as figuras 37 e 38 sejam semelhantes, elas estão representadas graficamente em separado a fim de enfatizar a diferença das escalas do eixo horizontal, e as distancias relativas dos pontos de bifurcação do tipo sela-nó indicados pelos símbolos circulares-desde a linha de pontos de equilíbrio não isolados.

A Matriz Jacobiana da equação 6.10 é dada pela equação 6.15:

$$\mathbf{J}_{\mathbf{x}^*} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \mu_0 \mu_1 \mu_B \mu_w \cos(\mu_1 x_1) & -\mu_2 \end{bmatrix} \Big|_{x=x^*}, \quad (6.15)$$

e o polinômio característico é dado pela equação 6.16:

$$P(\lambda_R) = \lambda_R^2 + \mu_2 \lambda_R - \mu_0 \mu_1 \mu_B \mu_w \cos(\mu_1 x_1^*). \quad (6.16)$$

A estabilidade e o comportamento dinâmico relacionados aos pontos de equilíbrio são analisados nas seções 6.2.2 e 6.2.3.

6.2.2 Estabilidade e comportamento dinâmico para $\mu_0 \mu_B \mu_w > 0$

Considerando-se as equações 6.11, 6.12 e 6.16 o polinômio característico torna-se a equação 6.17:

$$P(\lambda_R) = \lambda_R^2 + \mu_2 \lambda_R - \mu_0 \mu_1 \mu_B \mu_w \cos(n\pi - \theta). \quad (6.17)$$

Para valores pares de n , tanto quanto para $n = 0$, e considerando-se o critério de Routh-Hurwitz (Ogata, 2002), os pontos de equilíbrio são instáveis para qualquer combinação de valores dos parâmetros (ver figuras 37 e 38).

Por outro lado, para valores ímpares de n , o polinômio característico pode ser considerado conforme na equação 6.18:

$$P_{n_{\text{ímpares}}}(\lambda_R) = \lambda_R^2 + \mu_2 \lambda_R + \mu_0 \mu_1 \mu_B \mu_w \cos(\theta), \quad (6.18)$$

e o comportamento dinâmico próximo dos pontos de equilíbrio podem ser determinados pelas raízes da equação 6.18, que são dadas, pela equação 6.19:

$$\lambda_{R_{1,2}} = -\frac{\mu_2}{2} \pm \frac{\sqrt{\mu_2^2 - 4\mu_0\mu_1\mu_B\mu_w \cos(\theta)}}{2}. \quad (6.19)$$

A seguir três casos são analisados.

6.2.2.1 Caso 1: $\mu_0 \mu_B \mu_w \gg g$

Neste caso $\cos(\theta) \rightarrow 1$, e as raízes do polinômio característico são dadas pela equação 6.20:

$$\lambda_{R1,2} = -\frac{\mu_2}{2} \pm \frac{\sqrt{\mu_2^2 - 4 \mu_0 \mu_1 \mu_B \mu_w}}{2}. \quad (6.20)$$

Em adição, desde a equação 6.20, a razão de amortecimento ξ e a frequência natural não amortecida ω_n podem ser determinadas, e são expressas pelas equações 6.21 e 6.22:

$$\xi = \frac{\mu_2}{2\sqrt{\mu_0 \mu_1 \mu_B \mu_w}}, \quad (6.21)$$

$$\omega_n = \sqrt{\mu_0 \mu_1 \mu_B \mu_w}. \quad (6.22)$$

Se $\xi < 1$, sob perturbações o ponto de equilíbrio apresentará um comportamento subamortecido, com os corpos levitados oscilando com a frequência natural amortecida ω_d , dada pela equação 6.23:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}. \quad (6.23)$$

Por outro lado, para $\xi > 1$ na equação 6.21, os pontos de equilíbrio apresentarão comportamento superamortecido, e os corpos levitados não oscilarão.

6.2.2.2 Caso 2: $\mu_0 \mu_B \mu_w \rightarrow g$, com $\mu_0 \mu_B \mu_w > g$

Para $\mu_0 \mu_B \mu_w \rightarrow g^+$ resulta desde a equação 6.12 a equação 6.24 (a identidade desta equação 6.24 pode ser facilmente provada considerando-se as funções trigonométricas sobre o círculo unitário):

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \varepsilon, \quad (6.24)$$

onde $\varepsilon > 0$ é um número real pequeno.

Adicionalmente, desde que $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right) = \text{sen } \varepsilon$, as raízes do polinômio característico na equação 6.19, podem ser determinadas pela equação 6.25:

$$\lambda_{R_{1,2}} = -\frac{\mu_2}{2} \pm \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\mu_2^2 - \mu_0 \mu_1 \mu_B \mu_w \text{sen}(\varepsilon)}}{2}, \quad (6.25)$$

resultando que $\lambda_{R_1} \rightarrow 0^-$ e $\lambda_{R_2} \rightarrow -\mu_2^+$.

O resultado acima mostra que as raízes são ambas reais e negativas, e conseqüentemente, mesmo sob perturbações, a partícula levitada não apresentará comportamento oscilatório.

Entretanto, λ_{R_1} está associada com constantes de tempo muito maiores do que λ_{R_2} , resultando que a resposta transiente para perturbações é dominada por λ_{R_1} .

6.2.2.3 Caso 3: $\mu_0 \mu_B \mu_w = g$

Desde o Caso 2 (seção 6.2.2.2), pode ser facilmente visto que $\theta = \frac{\pi}{2}$ e as raízes do polinômio característico são dadas pela equação 6.26:

$$\lambda_{R_{1,2}} = -\frac{\mu_2}{2} \pm \frac{\mu_2}{2}, \quad (6.26)$$

resultando que $\lambda_{R_1} = 0$ e $\lambda_{R_2} = -\mu_2$. Conseqüentemente, \mathbf{x}^* é um ponto não hiperbólico, e desde que os pontos de equilíbrio são criados desde esse ponto, ele é um ponto de bifurcação do tipo sela-nó (Guckenheimer and Holmes, 1983; Strogatz, 1996) (ver figuras 37 e 38).

6.2.3 Pontos de equilíbrio não isolados, $\mu_B \mu_w = 0$

Considerando-se $\mu_B \mu_w = 0$, e desde o polinômio característico da equação 6.16, os autovalores são $\lambda_{R_1} = 0$ e $\lambda_{R_2} = -\mu_2$, onde λ_{R_1} está associado com x_1 e λ_{R_2} está associado com x_2 .

Consequentemente, os pontos sobre a linha $x_1^* = x, x \in \mathbb{R}$, são não hiperbólicos (ver figuras 37 e 38). A variável de estado x_1 está associada com uma variedade central, e x_2 está associada com uma variedade estável (Guckenheimer and Holmes, 1983). Portanto, qualquer movimento devido a uma perturbação eventualmente será amortecido, com a partícula levitada repousando sobre algum ponto da linha x_1^* .

Esta é uma situação muito particular que não pode ocorrer na prática, exceto, entretanto, em um ambiente de microgravidade, tal como em uma nave espacial orbitando a Terra ou em um experimento especialmente projetado para reproduzir o ambiente de microgravidade, onde os ganhos podem ser projetados para serem muito baixos (ver figura 38). Na situação de microgravidade o comportamento de soluções próximas dos pontos de equilíbrio podem se aproximar de pontos de equilíbrio não isolados, devido à distância relativa pequena entre o equilíbrio estável e os pontos de equilíbrio não isolados.

6.3 Faixas de projeto para levitador acústico

Considerando que todos os parâmetros da condição de existência de pontos de equilíbrio 6.13 são números reais positivos, a relação seguinte 6.27 é obtida:

$$\ln(\mu_w) \geq -\ln(\mu_B) + \ln\left(\frac{g}{\mu_0}\right). \quad (6.27)$$

O lado direito da expressão 6.27 está representado graficamente na figura 39.

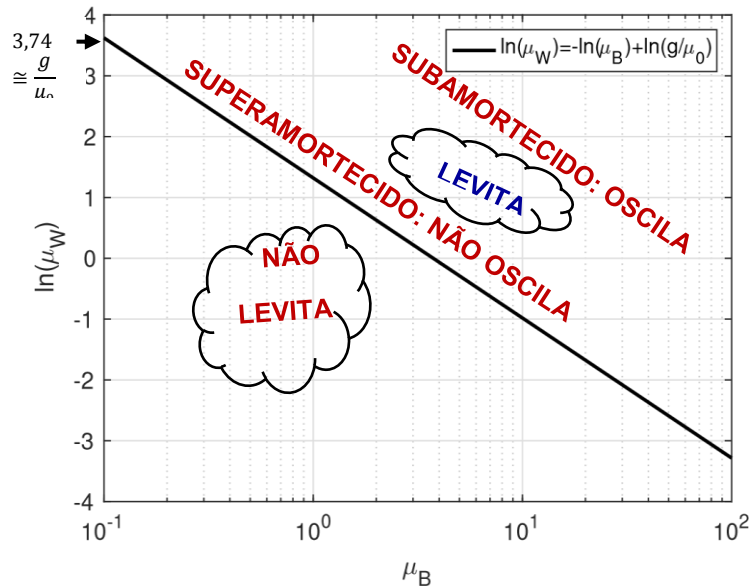


Figura 39. Faixas de projeto do levitador acústico.

Pode ser visto que uma partícula dada com volume específico μ_B pode ser levitada por um levitador acústico se o lado esquerdo da expressão 6.27 encontra-se acima da linha reta da figura 39.

A linha reta da figura 39 está realmente relacionada aos pontos de bifurcação tipo sela-nó das figuras 37 e 38, e, conseqüentemente, um par (μ_B, μ_w) encontrando-se sobre a linha reta significa que o ponto de equilíbrio encontra-se na bifurcação tipo sela-nó.

Similarmente à análise realizada na seção 6.2, um par (μ_B, μ_w) próximo à linha reta da figura 39 apresenta comportamento superamortecido, e, por outro lado, um par longe da linha reta apresenta comportamento subamortecido.

Na próxima seção simulações numéricas corroborando os resultados analíticos anteriores estão mostradas.

6.4 Resultados de Simulações Numéricas

As simulações numéricas seguintes do modelo matemático (equação 6.10) são realizadas considerando $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 10$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (figuras 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 e 47). Para todos os casos simulados o ganho $\mu_B \mu_w \geq g/\mu_0$, significando que nenhum dos pares simulados (μ_B, μ_w) repousam sob a linha reta contínua da figura 50 e, portanto, satisfazendo o intervalo de estabilidade.

Nas figuras 40 e 41 a simulação é realizada considerando o polinômio característico $\lambda_R^2 + \mu_2 \lambda_R - 1,1g \cos\left(n\pi - \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{1,1}\right)\right) = 0$, (ver equação 6.17), resultando que, para valores ímpares de n , os autovalores são ambos reais e negativos. O par (μ_B, μ_w) está próximo à linha contínua reta na figura 50, em uma situação similar ao Caso 2. Em adição, os pontos de equilíbrio (pontos grossos escuros na figura 41) estão localizados à esquerda dos pontos $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$ e $(\pi, 0)$ conforme determinado pelas equações 6.11 e 6.12.

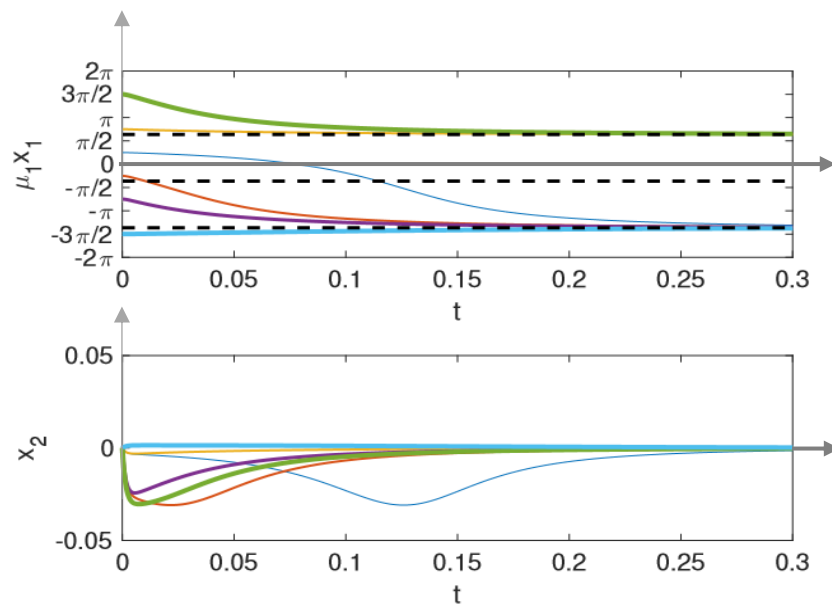


Figura 40. Resposta do tempo para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 1,1 \text{ g}$.

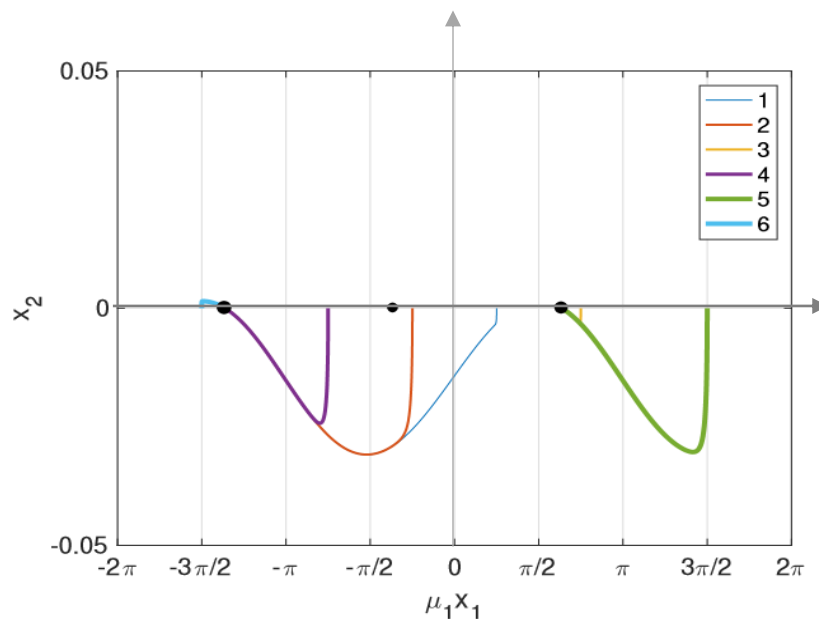


Figura 41. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 1,1 \text{ g}$.

Nas figuras 42 e 43 a simulação é realizada considerando o polinômio característico $\lambda_R^2 + \mu_2 \lambda_R - 5g \cos\left(n\pi - \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)\right) = 0$, (ver equação 6.17), resultando que, para valores ímpares de n, os autovalores são ambos reais e negativos. O par (μ_B, μ_w) está próximo à linha contínua reta na figura 50, em uma situação similar ao Caso 2. Em adição, os pontos de equilíbrio (pontos grossos escuros na figura 43 estão localizados à esquerda dos pontos $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$ e $(\pi, 0)$ conforme determinado pelas equações 6.11 e 6.12.

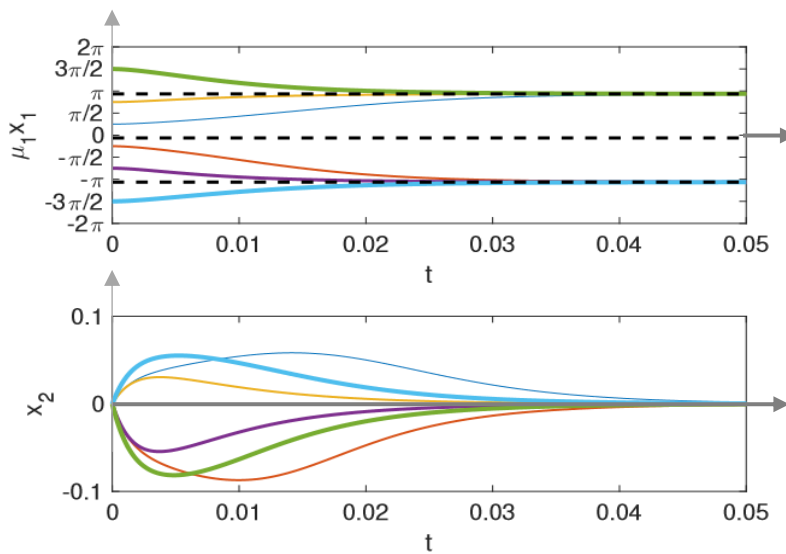


Figura 42. Resposta do tempo para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 5$ g.

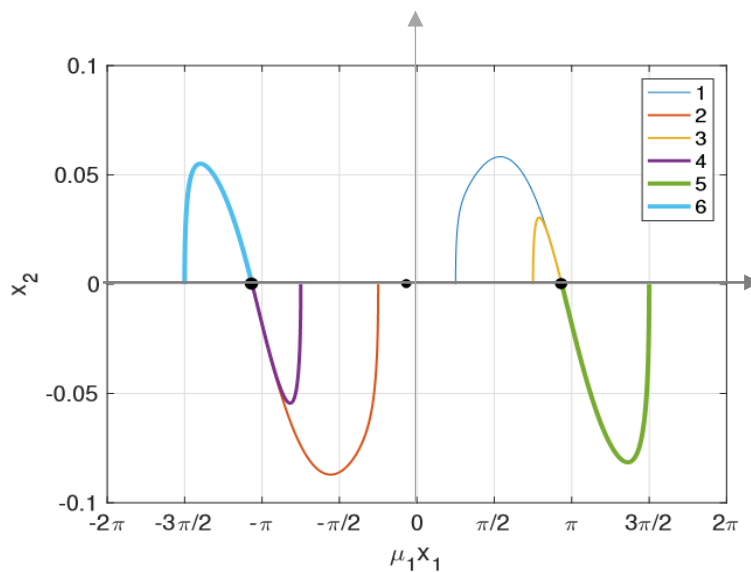


Figura 43. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 5$ g.

Por outro lado nas figuras 44 e 45, a simulação considerou o polinômio característico $\lambda_R^2 + \mu_2 \lambda_R - 50g \cos\left(n\pi - \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{50}\right)\right) = 0$. Neste caso, para valores ímpares de n , os autovalores são um par complexo conjugado com partes reais negativas. O par (μ_B, μ_w) está longe da linha contínua reta na figura 50, em uma situação similar ao Caso 1.

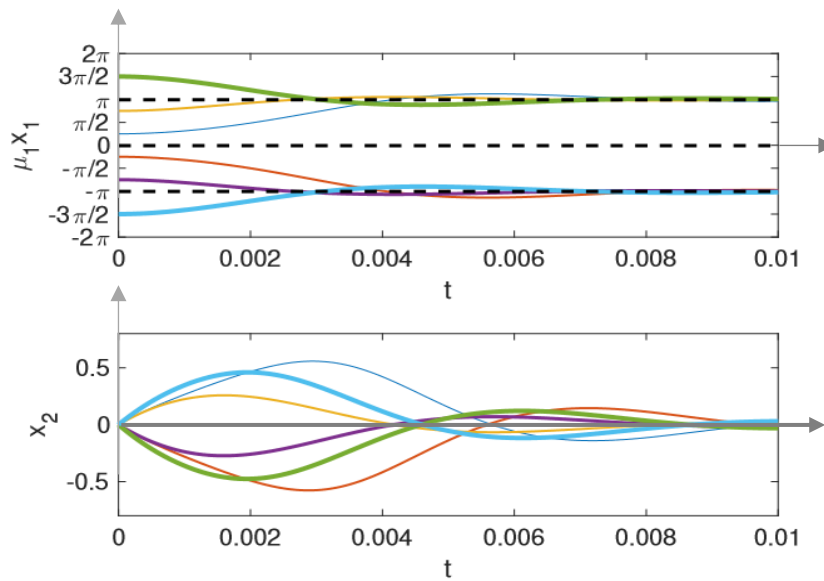


Figura 44. Resposta do tempo para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 50$ g.

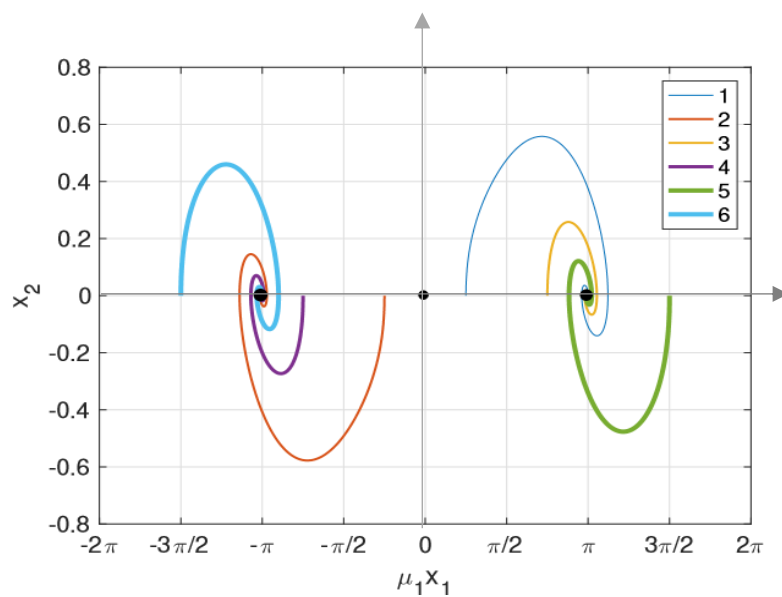


Figura 45. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 50$ g.

Nas figuras 46 e 47, a simulação considerou o polinômio característico $\lambda_R^2 + \mu_2 \lambda_R - 500g \cos\left(n\pi - \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{500}\right)\right) = 0$. Neste caso, para valores ímpares de n , os autovalores são um par complexo conjugado com partes reais negativas. O par (μ_B, μ_w) está longe da linha contínua reta na figura 50, em uma situação similar ao Caso 1.

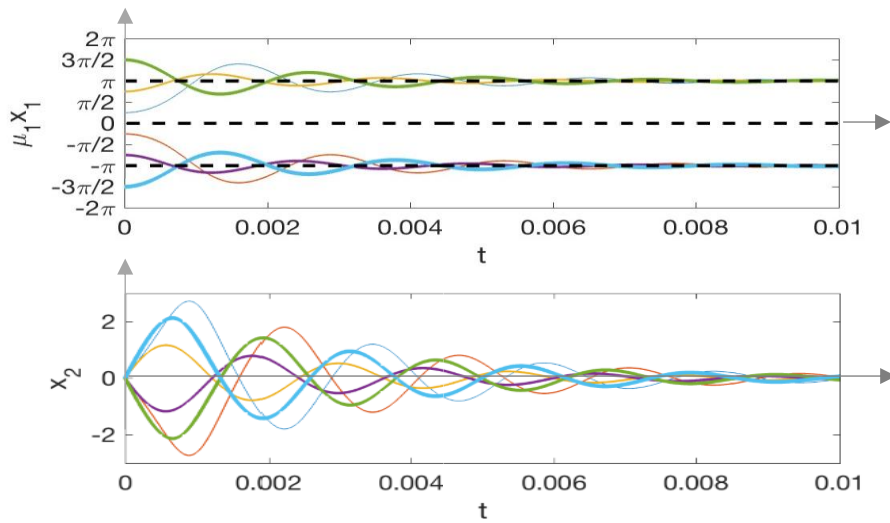


Figura 46. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 500 \text{ g}$.

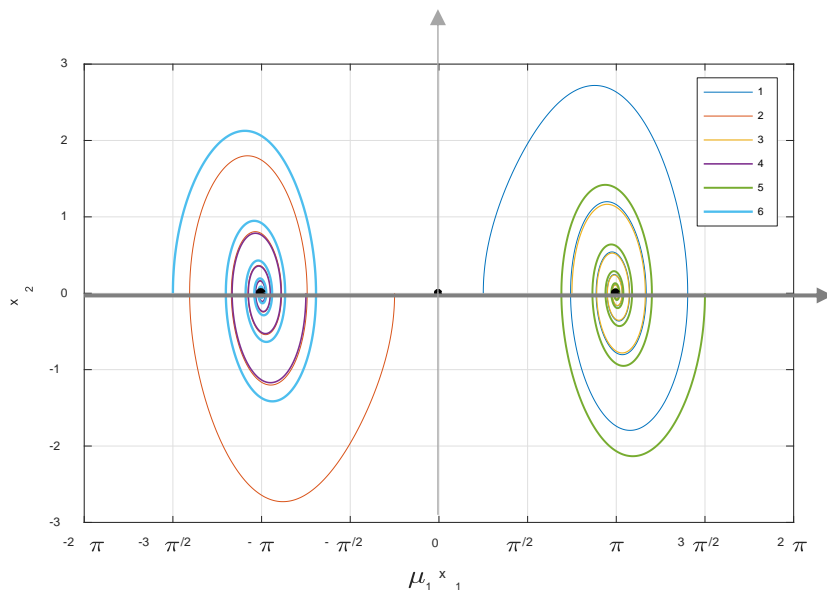


Figura 47. Espaço de estados para $\mu_0 \mu_B \mu_w = 500 \text{ g}$.

As simulações mostradas nas figuras 48 e 49 consideraram o polinômio característico $\lambda_R(\lambda_{R+\mu_2}) = 0$. Esta é a situação do Caso 3, o ponto de equilíbrio é não hiperbólico, correspondendo às bifurcações tipo sela nó nas figuras 37 e 38 e à linha contínua reta na figura 50. Como pode ser visto nas figuras 48 e 49 os pontos de equilíbrio para valores ímpares de n são estáveis.

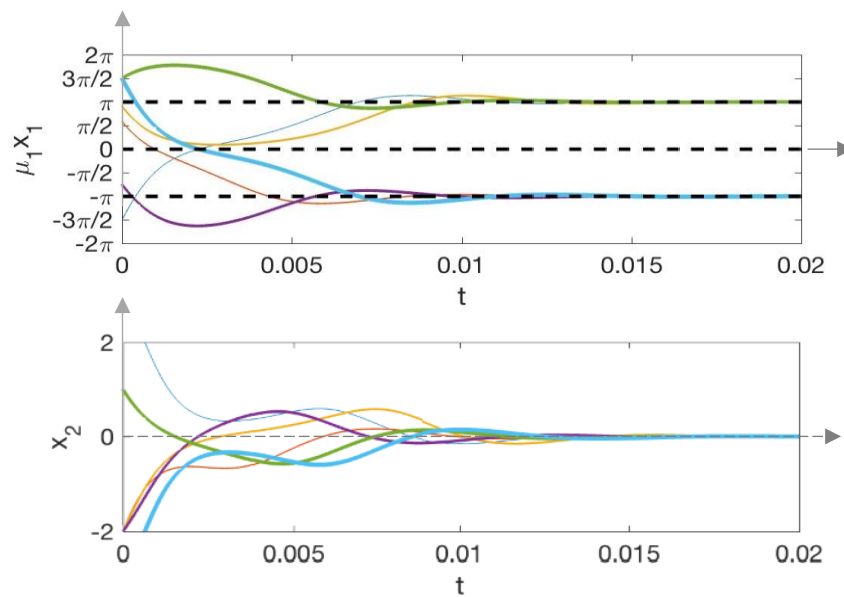


Figura 48. Resposta do tempo para $g = 0$.

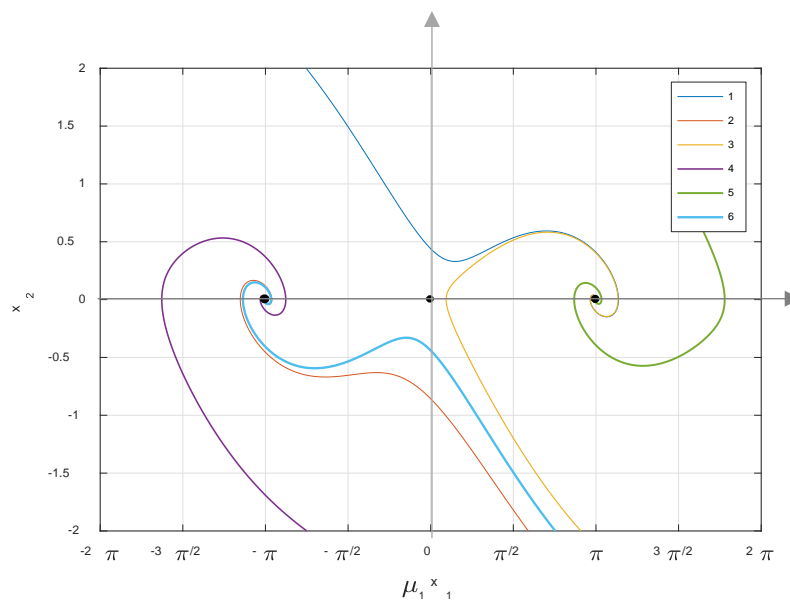


Figura 49. Espaço de estados para a resposta do tempo na figura 48.

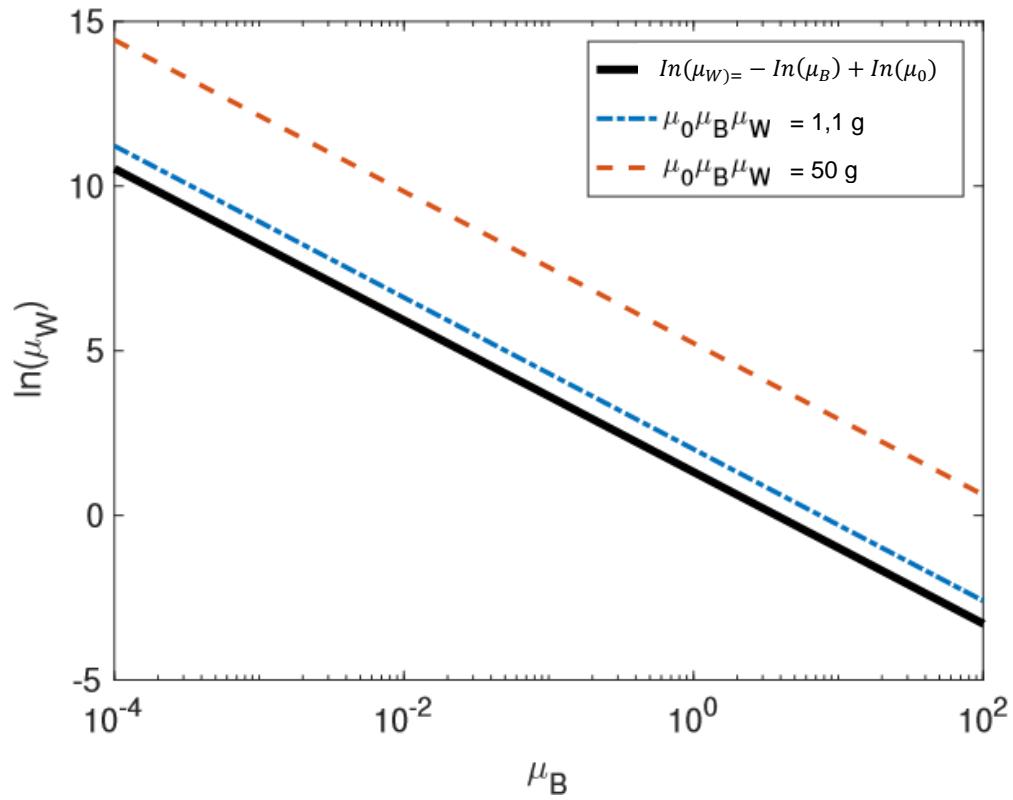


Figura 50. Faixas de projeto para levitador acústico para $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, para as simulações nas figuras 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 e 47.

7 Conclusão

A motivação de realizar esse estudo foram as aplicações praticamente infinitas da levitação acústica nas mais diversas áreas da ciência.

Como objetivo buscou-se compreender os fundamentos físicos envolvidos nos processos de levitação acústica e, assim, desenvolver modelos matemáticos. Como delimitação este trabalho se fixou na levitação acústica de campo distante devido a tensões elétricas baixas e menores custos.

Após ser montado um levitador acústico TinyLev da Makerfabs, foram realizados testes que levaram a modificações no levitador, que incluiu uma placa de circuito impresso a fim de melhorar a segurança. Estas modificações acarretaram em um novo modelo de levitador acústico que foi denominado AcLev. A equação não linear de movimento para uma partícula imersa em um campo acústico em um dispositivo Aclev de eixo único foi desenvolvida.

Com o AcLev foram feitas experiências para levitação de corpos, através de esferas de polipropileno, isopor, teflon, vidro e alumínio. Como resultado para levitação acústica de esferas, foram encontrados resultados para as esferas que se encontravam abaixo do foco central do levitador, devido à força de radiação acústica na direção z .

O espaço parâmetro foi procurado para a existência de bifurcações, mostrando a existência de bifurcações tipo sela-nó periodicamente espaçadas no espaço de estados, alternando pontos de equilíbrio estáveis e instáveis. Foi também mostrada a existência de pontos de equilíbrio não isolados.

A estabilidade sobre os pontos de bifurcação tipo sela-nó foi estudada desde o ponto de vista de simulações numéricas, e o comportamento dinâmico dos pontos de equilíbrio considerando os ganhos do dispositivo AcLev μ_B e μ_w foram determinados, mostrando que o AcLev pode apresentar comportamento subamortecido ou superamortecido dependendo dos ganhos do sistema.

Em adição, faixas de projeto foram determinadas, ajudando o projetista para assegurar comportamento estável, e a sintonia possível para a resposta transitória, incluindo a situação de microgravidade. Simulações numéricas foram realizadas para todas as situações estudadas, suportando os resultados analíticos.

Como continuação a este trabalho, deve-se considerar no modelo matemático as equações dos transdutores.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Andrade, J.H.A.L. **Acoustic radiation force and torque on suspended objects in an inviscid fluid**. Instituto de Física. Universidade Federal de Alagoas. 2014

Andrade, M.A.B. **Estudo da força de radiação acústica em partículas produzida por ondas progressivas e estacionárias**. Tese de Doutorado. EPUSP. São Paulo. 2010.

Andrade, M.A.B.; Pérez, N. and Adamowski, J.C. **Analysis of a non-resonant ultrasonic levitation device**. International Congress on Ultrasonics. Metz. 2015.

Andrade, M.A.B.; Pérez, N. and Adamowski, J.C. **Levitação acústica (Acoustic Levitation)**. Revista Brasileira de Ensino de Física. Vol. 37. 2015.

Andrade, M.A.B.; Pérez, N. and Adamowski, J.C. **Simulação de um sistema de levitação acústica para manipulação de partículas em ar**. COMSOL. Curitiba. 2015.

Bauerecker, S. and Neidhart, B. **Formation and growth of ice particles in stationary ultrasonic fields**. The Journal of Chemical Physics 109(10). 3709-3712. 1998.

Benmore, C. J. and Weber, J. K. R. **Amorphization of molecular liquids of pharmaceutical drugs by acoustic levitation**. Physical Review X 1(1). 011004. 2011.

Boullosa, R. R.; López A.P. and Escamilha, R.D. **An ultrasonic levitator**. Universidad Autónoma de México. 2013.

Brandt, E.H. Levitation in Physics. Nature. 2001.

Cao, H.L.; Yin, D.C.; Guo, Y.Z.; Ma, X.L.; He, J.; Guo, W.H.; Xie, X.Z. and Zhou, B.R. **Rapid crystallization from acoustically levitated droplets**. The Journal of the Acoustical Society of America 131(4). 3164-3172. 2012.

Foresti, D.; Nabavi, M.; Klingauf, M.; Ferrari, A. and Poulikakos, D. **Acoustophoretic contactless transport and handling of matter in air**. Proceedings of the National Academy of Sciences U.S.A 110 (31). 12549-12554. 2013.

Foresti, D.; Sambatakakis, G.; Bottan, S. and Poulikakos, D. **Morphing surfaces enable acoustophoretic contactless transport of ultrahigh-density matter in air**. Scientific Reports 3. 3176. 2013.

Gor'kov, L.P. **On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid**. Soviet Physics Doklady. Volume 6. Number 9. 1962.

Guckenheimer, J. and Holmes, P. **Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields**. Applied Mathematical Sciences. Springer. 1983.

Halliday, D.; Resnick, R. and Walker, J. **Fundamentals of Physics**. John Wiley & Sons. 2010.

Hoshi, T.; Takahashi, M.; Iwamoto, T. and Shinoda, H. **Noncontact tactile display based on radiation pressure of airborne ultrasound**. IEEE Transactions on Haptics 3(3). 155-165. 2010.

King, L.V. **On the acoustic radiation pressure on spheres**. McGill University. Montreal. 1934.

Koyama, D. and Nakamura, K. **Noncontact ultrasonic transportation of small objects over long distances in air using a bending vibrator and a reflector**. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control. Vol 57. N. 5. 2010.

Lichtenberg, A. and Lieberman, M. **Regular and chaotic dynamics**. Applied Mathematical Sciences. Springer-Verlag. 1992.

Li, J. and Zhang, W. **Modeling near field acoustic levitation by Flexural mode including gas inertia**. The 21st International Congress on Sound and Vibration. Beijing. 2014.

Marzo, A.; Barnes, A. and Drinkwater, B.W. **TinyLev: A multi-emitter single-axis acoustic levitator**. Review of Scientific Instruments. 2017.

Marzo, A.; Ghobrial, A.; Cox, L.; Caleap, M.; Croxford, A. and Drinkwater, B. W. **Realization of compact tractor beams using acoustic delay-lines**. Applied Physics Letters 110(1). 014102. 2017.

Marzo, A.; Seah, S.A.; Drinkwater, B.W.; Sahoo, D.R.; Long, B. and Subramanian, S. **Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects**. Nature Communications 6. 8661. 2015.

Medrano, D.O. and Ruiz, D.F. **Diseño y construcción de un levitador acústico, mediante el principio de onda estacionaria, aplicado a transporte sin contacto**. Facultad de Ingeniería. Universidad de San Buenaventura. Bogotá. 2010.

Meirovitch, L. Methods of analytical dynamics. Courier Corporation. 1970.

Ochiai, Y.; Hoshi, T. and Rekimoto, J. **Pixie dust: graphics generated by levitated and animated objects in computational acoustic-potential field**. ACM Transactions on Graphics (TOG) 33(4). 85. 2014.

Ogata, K. **Modern Control Engineering**. Prentice Hall. 2002.

Puskar, L.; Tuckermann, R.; Frosch, T.; Popp, J.; Ly, V.; McNaughton, D. and Wood, B. R. **Raman acoustic levitation spectroscopy of red blood cells and Plasmodium falciparum trophozoites.** Lab on a Chip 7(9). 1125-1131. 2007.

Ramos, T.S. **Força de radiação acústica produzida por ondas estacionárias de ultrassom.** Tese de Doutorado. EPUSP. São Paulo. 2017.

Santesson, S. and Nilsson, S. **Airborne chemistry: acoustic levitation in chemical analysis.** Analytical and Bioanalytical Chemistry 378 (7). 1704–1709. 2004.

Schenk, J.; Tröbs, L.; Emmerling, F.; Kneipp, J.; Panne, U. and Albrecht, M. **Simultaneous UV/Vis spectroscopy and surface enhanced Raman scattering of nanoparticle formation and aggregation in levitated droplets.** Analytical Methods 4(5). 1252-1258. 2012.

Seah, A.; Drinkwater, B.W.; Carter, T.; Malkin, R. and Subramanian, S. **Correspondence: Dexterous ultrasonic levitation of millimeter-sized objects in air.** IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control 61(7). 1233-1236. 2014.

Seddon, A.M.; Richardson, S.J.; Rastogi, K.; Plivelic, T.S.; Squires, A.M. and Pfrang, C. **Control of nanomaterial self-assembly in ultrasonically levitated droplets.** The Journal of Physical Chemistry Letters 7(7). 1341-1345. 2016.

Stindt, A.; Albrecht, M.; Panne, U. and Riede, J. **CO₂ laser ionization of acoustically levitated droplets.** Analytical and Bioanalytical Chemistry 405(22). 7005–7010. 2013.

Strogatz, S.H. **Nonlinear dynamics and chaos: with applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering.** Studies in Nonlinearity. Addison-Wesley Publishing Company. 1996.

Thomas, G.P.L.; Andrade, M.A.B.; Adamowski, J.C. and Silva, E.C.N. **Acoustic levitation of small objects using a ring-type vibrator**. International Congress on Ultrasonics. Metz. 2015.

Tian, Y.; Holt, R. G. and Apfel, R. E. **A new method for measuring liquid surface tension with acoustic levitation**. Review of Scientific Instruments 66 (5). 3349-3354. 1995.

Weber, R.J.; Benmore, C.J.; Tumber, S.K.; Taylor, A.N.; Rey, C.A.; Taylor, L.S. and Byrn, S.R. **Acoustic levitation: recent developments and emerging opportunities in biomaterial research**. European Biophysics Journal 41(4). 397–403. 2011.

Westphall, M. S.; Jorabchi, K. and Smith, L. M. **Mass spectrometry of acoustically levitated droplets**. Analytical Chemistry 80 (15). 5847-5853. 2008.

Whymark, R. R. **Acoustic field positioning for containerless processing**. Ultrasonics 13(6). 251-261. 1975.

Wood, B. R.; Heraud, P.; Stojkovic, S.; Morrison, D.; Beardall, J. and McNaughton, D. **A portable Raman acoustic levitation spectroscopic system for the identification and environmental monitoring of algal cells**. Analytical Chemistry 77 (15). 4955-4961. 2005.

Xie, W. J.; Cao, C. D.; Lü, Y. and Wei, B. **Eutectic growth under acoustic levitation conditions**. Physics Rev. E 66(6). 061601. 2002.

Xie, W. J.; Cao, C.D.; Lü, Y. J.; Hong, Z. Y. and Wei, B. **Acoustic method for levitation of small living animals**. Applied Physics Letters 89(21). 214102. 2006.

Yarin, A. L.; Brenn, G. and Rensink, D. **Evaporation of acoustically levitated droplets of binary liquid mixtures**. The International Journal of Heat and Fluid Flow 23(4). 471-486. 2002.

Yarin, A. L.; Brenn, G.; Keller, J.; Pfaffenlehner, M.; Rysse, E. and Tropea, C. **Flowfield characteristics of an aerodynamic acoustic levitator.** Physics of Fluids 9(11). 3300-3314. 1997.

Zhao, S. and Wallaschek, J. **A standing wave acoustic levitation system for large planar objects.** Archive of Applied Mechanics. 2011.