UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Natalia Cristina Milanez

A COLEÇÃO *MATEMÁTICA, METODOLOGIA E COMPLEMENTOS PARA PROFESSORES PRIMÁRIOS*, DE RUY MADSEN BARBOSA: UM ESTUDO

Rio Claro
2020

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

A COLEÇÃO *MATEMÁTICA, METODOLOGIA E COMPLEMENTOS PARA PROFESSORES PRIMÁRIOS*, DE RUY MADSEN BARBOSA: UM ESTUDO

Natalia Cristina Milanez

Orientador: Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica

Co-orientadora: Profª. Drª. Heloisa da Silva

Apoio: CNPq

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, área de concentração: Ensino e Aprendizagem e seus fundamentos filosóficos e científicos, para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro/SP

2020

M637c

Milanez, Natalia

A coleção Matemática, metodologia e complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: um estudo / Natalia Milanez. -- Rio Claro, 2020

218 f. : fotos

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro

Orientador: Antonio Vicente Marafioti Garnica

1. Hermenêutica de Profundidade. 2. História da Educação Matemática Brasileira. 3. Década de 1960. 4. Análise de Livros. 5. Movimento Matemática Moderna e o GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

Natalia Cristina Milanez

A Coleção ***Matemática, metodologia e complementos para professores primários*****, de Ruy Madsen Barbosa:** Um estudo

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica
UNESP/Bauru (SP) – Orientador

Profa. Dra. Maria Ednéia Martins Salandim
UNESP/Bauru (SP)

Profa. Dra. Maria Célia Lema da Silva
UNIFESP/Diadema (SP)

Resultado: Aprovada

Rio Claro – SP, 02 de março de 2020.

Dedico este trabalho a cada um que cruzou meu caminho, de passagem ou de morada. Sinto que não estou mais sozinha, vocês fazem parte de mim, são a minha parte boa.

AGRADEÇO...

Meus pais, Elisabete e Norberto, os primeiros a me apoiar, me ofereceram colo e são o meu suporte,

Meus sobrinhos, Bruno e Helena, que sempre me receberam com abraços, beijos e sorrisos, clareando os dias,

Meu marido, Fabio, compreensivo e altruísta, cuidou de mim e ofereceu o seu amor. Um presente que a vida me deu.

Ariene e Elaine, amigas de longa data, parte da minha família. Não importa o que aconteça, sei que estarão ao meu lado.

Aos amigos que a graduação e a pós-gráduação me deram:

Raul (Rei) – gentil, honesto, querido irmão. Posso fazer milhões de elogios a você e ainda não serão suficientes,

Renata (Gambs) – caminhamos entre choros e/ou risos, irmã que escolhi, maravilhosa sempre,

Marco e Deborah – além de amizade me deram abrigo.

Danilo, que me ajudou a enfrentar meus monstros, me mostrou possíveis caminhos, uma das pessoas mais generosas que conheço,

Kaoma e Liara, que alegraram meus dias e me ofereceram suas amizades,

À família GHOEM, que me acolheu, me inspirou e me encheu de dúvidas. Em especial aos integrantes de Rio Claro e à Marinéia, amiga e incentivadora,

Irmãos de orientação, companheiros dessa jornada: Alex, Leoni e Lidiane,

Elisa e Inajara, que cuidaram de mim enquanto unespiana, amizades que guardo com muito carinho,

Professor Roger, meu primeiro contato na pós-graduação, inspiração a todos que o têm por perto,

Professor Marcelo, por seu contato humanizado, por oferecer o seu abraço e acolher a todos,

Professoras da banca, Maria Célia e Maria Ednéia, pelas preciosas palavras que contribuíram imensamente com este trabalho,

Minha co-orientadora, Heloisa, que me ajudou enquanto pibidiana e depois mestranda, responsável por me fazer querer ser do GHOEM, uma pessoa querida e admirável,

Meu querido orientador, Vicente, agradeço pela paciência, generosidade, amizade e carinho. Melhorei como estudante, como profissional e como pessoa, você me faz querer ser sempre melhor, não tenho como demonstrar o tamanho da minha gratidão e admiração por você.

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq.

A todos um abraço apertado e meu MUITO OBRIGADA!

RESUMO

Essa pesquisa tem como objetivo analisar a coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, utilizando o referencial teórico metodológico da Hermenêutica de Profundidade proposta por Thompson, em conjunto com a ideia de Paratextos Editoriais, de Genette. A coleção é composta por 3 volumes, e foi escrita por Ruy Madsen Barbosa na década de 1960, uma das pouquíssimas obras desse autor voltada para o ensino primário. A análise é constituída de comentários sobre a obra, sua circulação, seu contexto e seu autor, criando como que um cenário para essa produção didática, apontando tanto elementos que, nela, nos pareceram inovadores do ponto de vista didático e pedagógico, quanto o modo como, nela, aparentemente, seu autor defende valores próprios à prática científica da Matemática.

Palavras-chaves: Hermenêutica de Profundidade, Análise de Livros, Movimento Matemática Moderna, História da Educação Matemática Brasileira, Década de 1960, GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática.

ABSTRACT

This text has as its main goal to perform an hermeneutic exam of a set of books entitled *Mathematics, Methodology and Complements for elementary school teachers*. Such analysis was developed according to Thompson´s Hermeneutics of the Deph and the idea of paratexts as proposed by Genette. The set has three volumes and was published in 1960´s by Ruy Madsen Barbosa. It was one among the few textbooks of this author dedicated to elementar schools. Such hermeneutic exam is composed putting together some remarks on the content and treatment, in the texts, to the mathematical concepts and heuristics, the producing process and circulation of the books, their context and author, focusing some points that can be considered innovations from a didactical and pedagogical point of view, but also elements more conservatives more conservatives, like those in which author seems to defend some values related to the scientific practice of professional Mathematics.

Keywords: Hermeneutics of the Depth, Textbook analysis, New Math Movement, History of Mathematics Education in Brazil, 1960´s, GEEM – Math Teaching Study Group.

Sumário

Lista de abreviações e siglas

CADES – Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário
CEN – Companhia Editora Nacional
COLTED – Comissão do Livro Técnico e Livro Didático
CTA – Centro Técnico da Aeronáutica
CRAEM – Centro Regional de Aperfeiçoamento em Ensino de Matemática
EPEM – Encontro Paulista de Educação Matemática
FFCL – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras
FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
GRUEMA – Grupo de Ensino de Matemática Atualizada
IBECC – Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura
INEP – Instituto Nacional de Ensinos Pedagógicos
ISBN – International Standard Book Number
LDB – Lei de Diretrizes e Bases
MEC-USAID – Ministério da Educação e Cultura-United States Agency Internacional Development
MMM – Movimento Matemática Moderna
NSF – National Science Foundation
PUC-CAMP – Pontífica Universidade Católica de Campinas
SEV – Serviço do Ensino Vocacional
SMSG – School Mathematics Study Group
SNHMAT – Seminário Nacional de História da Matemática
UCC – Universidade Católica de Campinas
UNESP – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
USP – Universidade de São Paulo

Lista de Figuras

PARTE I

Todo início tem sua história

O desejo de uma Pós-Graduação surgiu ainda enquanto eu cursava a minha graduação (Matemática na Unesp, campus Rio Claro), mas como as ideias no campo de pesquisa não se enquadravam nas minhas expectativas, tornar essa vontade real estava distante de acontecer. Isso só mudou quando encontrei o Grupo de História Oral e Educação Matemática, GHOEM.

Essa pesquisa sofreu grandes metamorfoses até se tornar o que o leitor tem em mãos, e sofreria muitas outras se o tempo destinado a um Mestrado permitisse.

A possibilidade dessa pesquisa ocorreu a partir da doação de uma parte do acervo de livros do Ruy Madsen Barbosa ao GHOEM, por sua família, após o seu falecimento. Tão logo os livros chegaram à sala do Grupo, meu orientador me convidou para visitar o GHOEM em Bauru, onde se encontra o acervo geral, incluídos os livros doados. Após passar uma tarde com os materiais do professor Ruy, revirando, folheando, lendo e separando, entre os materiais encontrei o título *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* que me pareceu destoar dos demais, todos voltados a níveis mais avançados de ensino. Percebendo a escassez de outros títulos voltados ao ensino primário, essa coleção de três volumes despertou meu interesse.

Quando iniciei a pesquisa, minhas considerações a respeito dos assuntos aqui tratados eram, quando muito, superficiais. Eu nada sabia da época em que a coleção foi publicada, menos ainda sobre a educação dessa época e o ensino de Matemática, não conhecia o autor dos livros, o professor Ruy Madsen Barbosa, nem o referencial teórico metodológico que meu orientador propunha utilizar, a Hermenêutica de Profundidade (HP) de Thompson, e a ideia de Paratextos Editoriais, de Genette. Assim, para que eu pudesse me organizar para iniciar a análise proposta, primeiramente buscamos leituras para entender o funcionamento e as possibilidades da HP e dos Paratextos Editoriais para, posteriormente, compreender o objeto central do estudo, a Coleção.

A HP foi proposta pelo sociólogo inglês John B. Thompson, em seu livro *Ideologia e Cultura Moderna*, de 1995, e refere-se à interpretação do que o autor chama de Formas Simbólicas, ou seja, construções humanas intencionais que são interpretadas pelas pessoas que, de alguma forma, se defrontam com essas Formas. Então, para eu poder mobilizar a HP, preciso argumentar sobre por que a coleção de livros *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* é uma Forma Simbólica. Mas além de possuir as características[1] de uma forma simbólica, segundo a proposta de Thompson, essa coleção de livros interferiu nas tramas do ensino de Matemática de uma época, o que implica a possibilidade de interpretá-la no domínio da Educação Matemática e no contexto em que essa obra foi produzida e circulou inicialmente. Essas considerações mais gerais acerca da metodologia dessa pesquisa – focando mais especificamente a Hermenêutica de Profundidade – constituem a primeira parte desse texto.

Após tecermos essas considerações, iniciamos os três movimentos analíticos que constituem o que chamamos de Hermenêutica de Profundidade: o formal ou discursivo, o sócio-histórico e o de interpretação/reinterpretação.

Para a análise formal ou discursiva, como a HP é flexível para operar e articular-se a outras técnicas de investigação e posto que, nesse movimento da análise estamos interessados em nos debruçar sobre a Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, criando um discurso, de modo que o leitor compreenda a leitura que fizemos da Coleção, optamos por também operar com a ideia de Paratextos Editoriais de Gérard Genette (2009), percorrendo os peritextos (paratextos internos) e os epitextos (paratextos externos) da Coleção.

Para a análise discursiva ser construída com um olhar minucioso, é necessário olhar e tentar atribuir significado ao corpo dos três volumes que compõem a Coleção. Para essa análise, usamos a quarta edição (de 1968) do Volume I[2], e dos volumes II e III a análise foi feita a partir da primeira edição, de 1966. Pelo modo como os temas estão dispostos e são tratados, percebemos claramente a interferência do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no texto dos três volumes, pois tudo é feito segundo uma abordagem que parte da

[1] (i) intencional, (ii) convencional, (iii) estrutural, (iv) referencial e (v) contextual. Detalhadas ainda neste capítulo.

[2] Só após a qualificação tivemos acesso à segunda edição da obra, de 1967, e a um outro livro, sem capa, mas que pelas suas características – apresentadas posteriormente nesta dissertação, quando descrevemos detalhadamente o volume I – acreditamos ser uma primeira edição.

ideia de conjuntos (mais explorada no primeiro volume), e há tópicos que atualmente só são desenvolvidos no ensino superior, em cursos de Álgebra Moderna, como, por exemplo, a discussão sobre Isomorfismos. Ao mesmo tempo em que os três volumes possuem características semelhantes, como a de ser um guia para o professor, eles também se mostram bem distintos. Segundo o prefácio do volume I, a coleção é constituída por três partes: "Primeira parte: Aritmética teórico-pratica", onde são tratados os conteúdos matemáticos (de um ponto de vista formal), a "Segunda parte: Metodologia", onde é apresentada uma discussão sobre a metodologia que o professor deve usar em sala de aula, e a "Terceira parte: Complementos", como o próprio título aponta, um complemento para os dois anteriores.

A fase da análise que se denomina formal ou discursiva, segundo as determinações de Thompson, não serve apenas para descrever a forma simbólica, mas volta-se à tentativa de compreender os seus "modos de ser", seu "lugar" e seu "contexto", ou seja, como ela se mostra para esse leitor que tenta analisá-la de modo a formar um discurso inicial a seu respeito, inclusive direcionando os apontamentos que comporão a análise sócio-histórica, ou seja, o estudo sobre as "cercanias da coleção", quando o entorno da forma é mais detidamente investigado. Essa outra análise (a sócio-histórica) diz respeito à época em que os livros foram elaborados e a materiais que podem nos ajudar a compreender as concepções e intenções do autor ao elaborá-los.

Ao estudar o processo de circulação da Coleção, pudemos perceber que ela foi distribuída e usada em vários estados brasileiros, tendo boa aceitação, visto que em apenas dois anos houve, no mínimo, quatro edições publicadas. O público-leitor, segundo o próprio autor, são professores primários, futuros professores primários, professores primários em aperfeiçoamento, professores de Matemática, professores de Prática de Ensino ou Metodologia e futuros professores de Pedagogia, ou seja, abrange professores com ou sem nenhuma formação específica em Matemática e futuros professores. Sentimos também a necessidade de entender quem era o professor Ruy Madsen Barbosa naquele período, e buscamos essas informações em suas publicações e em entrevistas que concedeu a outros pesquisadores, já que, tendo ele falecido antes do início dessa pesquisa, não nos foi possível entrevistá-lo. Como sabemos, qualquer esforço biográfico que tenha a intenção de dizer quem alguém realmente foi, como viveu etc, é tão ingênuo quanto impossível. O que se pode fazer, na tentativa de se aproximar de um biografado, é buscar resíduos, indicativos, pistas do que ele/ela fez, de como se apresentava, com quem convivia, a que se dedicava etc, conversando com ele/ela próprio(a), com pessoas que com ele/ela conviveram, acessando suas produções. Esse conjunto de esforços nos permite criar uma versão plausível de alguém, nos permite costurar um sentido para o que esse alguém fez e/ou foi, numa pluralidade de perspectivas pois ninguém é um e uno ao longo de toda uma vida, mas um conjunto de desejos, práticas, realizações, sonhos e circunstâncias.

O professor Ruy foi um dos idealizadores do curso de Matemática criado na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara (UNESP) em 1966, mesmo ano da publicação dos livros que aqui estudamos. Também na década de 1960, ele foi um dos criadores e membro da primeira diretoria do GEEM (Grupo de Estudo do Ensino da Matemática) e do CRAEM (Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática), grupos de estudos que tiveram forte influência para que o Movimento Matemática Moderna circulasse no Brasil.

Como esses grupos estão diretamente relacionados com o MMM e os livros são – como pudemos perceber – um *folder* desse movimento, fomos levados a conhecer e entender melhor esse Movimento. Sabemos também que o professor Ruy ministrou cursos para professores e foi ele próprio professor do curso de Pedagogia na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara. Essa teia de fazeres profissionais em que se enredou o professor Ruy será explorada nas próximas partes desse texto.

Em síntese, dessa sequência de assuntos brevemente apresentada nessa Introdução segue, na continuidade dessa dissertação, um desmembramento em três partes: a primeira delas discute aspectos gerais da pesquisa, incluindo a metodologia mobilizada; na segunda e na terceira partes, o leitor perceberá fragmentos das análises discursiva ou formal, sócio-histórica e de Interpretação/Reinterpretação dos três Volumes da Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*. Foi a trajetória desse trabalho – e não uma opção prévia – que nos impediu de separar cada uma dessas partes. Como último item da dissertação segue a lista de referências bibliográficas mobilizadas. Esperamos que os textos seguintes também cumpram a função de apresentar e/ou esclarecer termos e expressões que evocamos neste texto introdutório.

Como decidimos contar essa história

A Hermenêutica de Profundidade (HP) se apresentou como um método potente para a exploração da Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*. Além disso, também ela é a opção central de uma das linhas de pesquisa mobilizadas pelo GHOEM, que já possui alguns trabalhos mobilizando a HP, como a tese de Doutorado de Emerson Rolkouski, a dissertação de Mestrado de Fábio Donizete Oliveira, e a tese de Doutorado Mirian Maria Andrade, dentre outros.

Defendida no ano de 2006 na UNESP, campus de Rio Claro - SP, a tese de Rolkouski, intitulada *Vida de professores de Matemática – (im)possibilidades de leitura,* apresenta cinco textualizações de entrevistas com professores de Matemática com o objetivo de compreender como um indivíduo vai se constituindo professor de Matemática em sua trajetória de vida. Ele entrevistou cinco professores, modificando o questionário após cada interlocução. Isso foi possível porque a análise de dados (entrevistas), só foi pensada após o seu término. Rolkouski (2006) se constituiu como leitor de vidas em sua pesquisa, considerando as vidas dos depoentes como textos, utilizando seus recortes, o que possibilitou um diferencial, a utilização da HP em sua análise.

Já Fábio Donizeti de Oliveira, em sua dissertação de mestrado, defendida em 2008 na UNESP, campus de Rio Claro – SP, propôs a HP como uma metodologia potente na análise de textos didáticos. O pesquisador faz uma revisão bibliográfica de trabalhos do campo da História da Educação Matemática cujos focos se voltaram para a análise de textos didáticos, buscando discutir a respeito de suas metodologias e, a partir disso, faz um estudo detalhado do referencial teórico-metodológico da HP, afirmando que um livro necessariamente é uma forma simbólica. Sua proposta é, com isso, trazer a HP como uma potente metodologia para esse tipo de análise. Apesar de não realizar uma HP, o autor apresenta uma maneira de efetuar esse estudo, debruçando-se sobre a proposta da HP e interligando seus três momentos analíticos.

Também na UNESP, campus de Rio Claro – SP, Mirian Maria Andrade defendeu sua tese de doutorado em 2012, intitulada *Ensaios sobre o ensino em geral e o de Matemática em particular, de Lacroix: análise de uma Forma Simbólica à luz do referencial metodológico da Hermenêutica de Profundidade*. Como o próprio nome já diz, Andrade mobiliza a HP em sua pesquisa para analisar a obra *Essais sur l'enseignement em general, et sur celui des mathématiques en particulier*, de Silvestre François Lacroix, matemático francês que produziu entre os séculos XVIII e XIX. O trabalho de Andrade (2012) se diferencia dos outros por utilizar a HP em conjunto com a ideia de Paratextos editoriais[3] de Gérard Genette em sua análise, sendo esse o primeiro trabalho com tal aproximação ao qual tive acesso. Andrade considera a obra como um livro que aborda o ensino de matemática e não um livro didático, tomando-a como Forma Simbólica central em sua pesquisa. A hermenêutica foi utilizada também na tradução do texto, já que não existia uma versão em português. Ainda que nem mesmo a pesquisadora tivesse fluência na língua francesa, sua pesquisa foi possível devido a ajuda de colegas de grupo que realizaram uma tradução técnica, que posteriormente foi refeita por uma tradutora profissional, em parceria com o GHOEM, para ser publicada na íntegra. Além dos movimentos analíticos (análises formal, sócio-histórica e reinterpretação – sobre os quais abordaremos a seguir neste texto), a autora apresenta uma discussão final sobre as potencialidades da HP para a análise da obra. Nela, aponta vários aspectos relevantes do trabalho do hermeneuta que mobiliza a HP. Dentre eles destacamos aquele que tem se mostrado um dos mais difíceis nesta pesquisa:

> O trabalho com a HP dá ao leitor a possibilidade de não estranhar a mentalidade do autor, de tentar aproximar-se dela e entendê-la como parte de um contexto histórico específico, influenciada por e influenciando esse contexto. Além disso, pela HP é possível efetivar um exercício imaginativo que nos aproxima de uma época, das concepções então vigentes, das organizações sociais, culturais, políticas e econômicas de um determinado tempo e espaço que não necessariamente é o nosso. Dada a distância temporal entre nós e o tempo-espaço em que o *Essais*... foi produzido e inicialmente divulgado, essa característica da HP foi extremamente relevante. Não teria sido possível apresentar uma análise consistente dessa obra se tivéssemos nos restringido aos aspectos formais do livro, sem

[3] Esse assunto será abordado mais adiante.

> cuidar de tantos outros elementos que influenciaram sua criação e circulação (ANDRADE, 2012, p. 270).

Carlos Souza Pardim, por sua vez, defendeu sua dissertação de Mestrado no ano de 2013, em Campo Grande – MS, na Universidade Federal de Mato Grasso do Sul (UFMS). Esse trabalho, intitulado *Orientações pedagógicas nas escolas normais de Campo Grande: um olhar sobre o manual Metodologia do Ensino Primário, de Theobaldo Miranda Santos*, mobiliza a HP e a ideia de paratextos de Gérard Genette na análise do manual *Metodologia do Ensino Pimário*, material utilizado pelos professores da *Escola Normal Joaquim Murtinho*, para receber as orientações sobre metodologia de ensino, na década de 1950, daquela cidade. Pardim demonstra que os manuais podem ser considerados como forma simbólica e busca, através da análise, compreender as diretrizes da formação de professores, à época, segundo a proposta a eles dirigida pelo livro.

Ainda sobre pesquisas que utilizam materiais didáticos, a dissertação de mestrado intitulada *Os movimentos da matemática moderna: compreensões e perspectivas a partir da análise da obra Matemática – curso Ginasal do SMSG*, de Tatiane Taís Pereira da Silva, merece destaque entre as leituras. Silva (2013) mobiliza a HP na análise dessa coleção de livros didáticos de Matemática da década de 1960, elaborada segundo o ideário do Movimento da Matemática Moderna – uma década, um assunto e um referencial teórico-metodológico, portanto, também familiares à minha pesquisa - e cita o professor Ruy Madsen Barbosa, autor dos livros que analiso nesta dissertação. Assim como em meu trabalho, Silva utiliza entrevistas concedidas a outros pesquisadores.

Danilo Pires de Azevedo, em sua dissertação de Mestrado defendida no ano de 2017 e intitulada *Uma análise de livros didáticos de Matemática da coleção EJA – Mundo do Trabalho*, analisou o material didático de matemática *EJA – Mundo do Trabalho*, e da troca de e-mails com o prof. Dr. Antonio José Lopes, o Bigode, mobilizou a HP e a ideia de paratextos de Gérard Genette, para construir um cenário de como a Matemática é trabalhada na coleção, tecendo um panorama da educação para adultos no estado de São Paulo.

Já Kátia Guerchi Gonzales em sua tese de Doutorado defendida em 2017 e intitulada *Formar professores que ensinam Matemática: uma história do movimento das licenciaturas parceladas no Mato Grosso do Sul*, propôs uma aproximação entre a HP e a História Oral, diferente da realizada por Rolkouski. A pesquisa trata dos anos de 1970 e 1990, mobilizando História Oral a partir de entrevistas com alguns envolvidos nas licenciaturas parceladas do Mato Grosso do Sul, e a HP é mobilizada na análise das narrativas produzidas nessas interlocuções. Isso foi possível pois a autora atrela a ideia de hermenêutica às fontes, e considera as fontes como leituras. Seu trabalho discute a respeito das particularidades que influenciaram a educação na região de Mato Grosso do Sul, incluindo a sua transformação como Estado. As Licenciaturas Parceladas são modalidades de formação emergencial de professores e vigoram na região estudada por Gonzales, em dois períodos distintos, com características também distintas. É importante ressaltar que esse trabalho, particularmente, apresenta um diferencial em relação aos demais. Até então, apenas o doutorado de Roulkoski havia mobilizado a HP para analisar não textos escritos (como os demais o fizeram e como tornou-se mais usual nos trabalhos do GHOEM), mas “vidas”, o que Gonzales leva à frente, usando também a HP para analisar narrativas criadas a partir da metodologia da História Oral. Trata-se, portanto, de um exercício que, além de estudar uma modalidade específica de formação de professores que ensinam/ensinaram Matemática, propõe vincular duas abordagens metodológicas importantes no Grupo de Pesquisa.

Esses são exemplos de alguns dos trabalhos com os quais tomamos contato para uma familiarização não só com os exercícios já realizados no GHOEM usando a HP, mas para também conhecer as possibilidades desse referencial metodológico para essa dissertação.

Além de desenvolver sua investigação, em um mestrado o pesquisador tem outras obrigações, como a conclusão de disciplinas, os seminários, as reuniões, eventos, jornadas, entre outras atividades discentes, mas era necessário me aprofundar no entendimento da metodologia desta pesquisa. Além de muitas leituras e releituras, das conversas com o meu orientador e com minha co-orientadora, professora Heloisa da Silva, tive ajuda dos meus colegas do GHOEM e comecei a estudar esse referencial teórico metodológico proposto pelo sociólogo inglês John B. Thompson para ter diretrizes mais seguras para as interpretações que eu pretendia desenvolver (pois interpretação é o que, sem síntese, a palavra hermenêutica significa). Mas mobilizar a HP implica em trabalhar com Formas Simbólicas, como já foi dito anteriormente. Então, só é concebível utilizar a Hermenêutica de Profundidade em estruturas consideradas como Formas Simbólicas.

Formas Simbólicas são construções humanas intencionais, que estabelecem, criam ou subvertem relações de poder, ou seja, foram criadas por uma pessoa e podem ser interpretadas por outras. Logo, “[...] as formas simbólicas são construções carregadas de registros de significados produzidos em condições espaço-psíquico-temporais específicas – impossíveis de serem identicamente reproduzidas - de um autor" (OLIVEIRA, 2008, p. 37).

As formas simbólicas, segundo Thompson (1995, p. 182), podem ser caracterizadas por cinco aspectos: o (i) intencional, pois elas são criadas com algum propósito (no caso dos livros, eles foram elaborados com alguma intenção do autor); o (ii) convencional, pois toda forma segue alguma convenção, sendo esse o aspecto que possibilita uma comunicação entre a forma simbólica e o hermeneuta (no caso dos livros, há padrões que podem ser encontrados e interpretados, como por exemplo a sequência de suposições, a clareza e a correção da linguagem, a simbologia própria da área da qual o livro trata etc.); o (iii) estrutural que, no caso dos livros, se mostra na organização da forma simbólica, na maneira como os conteúdos internos do(s) volume(s) são estruturados e estão relacionados; o (iv) referencial: uma forma simbólica sempre faz alusão a algo, se dirige a algo ou alguém. No caso dos livros que estudamos, eles são voltados para o ensino, para a discussão de alguns conteúdos visando um leitor, uma escola, uma disciplina, etc.; o (v) aspecto contextual, já que toda forma simbólica é produzida e circula em um determinado contexto. No caso de um livro didático, é importante entender a cultura escolar e as políticas educacionais da época em que ele foi produzido e circulou.

Como a coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* se enquadra nos cinco aspectos que caracterizam uma forma simbólica, tendo sido criada com a intenção de dizer e, dizendo, segundo a leitura dos que dela se apropriam ou apropriaram, interferiu nas tramas do ensino de Matemática de uma época, possibilitando interpretações a seu respeito, posso concluir que essa coleção do professor Ruy Madsen Barbosa é uma Forma Simbólica e por isso, podemos analisá-la a partir da Hermenêutica de Profundidade. Em outras palavras, poderíamos dizer que a HP vai nos ajudar a compreender mais profundamente como a forma simbólica se mostra, como suas características se manifestam e interagem. Em Martins-Salandim (2018, p. 136) temos que

> [...] não há leitura plausível de uma forma simbólica quando se desconsidera o contexto no qual ela foi produzida e/ou apropriada. Assim, a HP é um modo de analisar/interpretar/compreender formas simbólicas que envolve, num processo de retroalimentações, uma hermenêutica do texto e do contexto.

Após declarar os livros como uma forma simbólica, para organizar e movimentar a pesquisa segundo essa proposta de análise, separei os enfoques em três movimentos analíticos: a análise formal ou discursiva, a sócio-histórica e a de interpretação/reinterpretação, seguindo o que o próprio Thompson indica em seu livro *Ideologia e Cultura Moderna*, de 1995.

Os três movimentos da Hermenêutica de Profundidade

Segundo Thompson (1995, p.365),

> HP é um referencial metodológico amplo que compreende três fases ou procedimentos principais. Essas fases devem ser vistas não tanto como estágios separados de um método sequencial, mas antes como dimensões analiticamente distintas de um processo interpretativo complexo.

As três fases que compõem o enfoque da HP são: a sócio-histórica, a formal ou discursiva e a de interpretação/reinterpretação. Confesso que, ao efetivar a análise que o leitor conhecerá na sequência dessa minha dissertação, não fui linear, o movimento analítico foi sendo moldado como que numa mistura das fases, já que, para compreender os livros e seu contexto de produção e circulação, fui reunindo elaborações e informações e não consegui separar as fases para uma apresentação escrita. O que segue aqui, portanto, é o registro de uma trajetória, um registro que expressa as necessidades da pesquisadora, sem que houvesse um planejamento prévio do que fazer em qual momento. Se eu iniciava por um ponto que julgava seguro, logo estava imersa em questões que me levavam a outros pontos ainda não planejados. Fui me deixando guiar pelas inquietações e curiosidades, pelo que ia se tornando prioridade entender para continuar, pois acredito ser importante que o pesquisador vá caminhando nas suas incertezas e produzindo através delas, tanto quanto isso for possível, conforme elas surgem.

Ao contrário do que foi desenvolvido no movimento de análises que configuram essa HP, optamos, aqui, por separar a explicação acerca de cada uma das fases – a sócio-histórica, a formal ou discursiva e a de interpretação/reinterpretação – que configuram esse movimento.

1 Análise Sócio-Histórica

Segundo Thompson (1995, p. 366), "Formas simbólicas não subsistem num vácuo, elas são produzidas, transmitidas e recebidas em condições sociais e históricas específicas ".

Assim, tão importante quanto conhecer aspectos de sua produção, é conhecer aspectos de sua circulação, seu recebimento, o determinado público-leitor, as pessoas envolvidas nesse movimento, os locais e situações específicas (contexto histórico e social), que fazem parte desse processo de produção e apropriação, os vários porquês da sua criação e as marcas das relações de poder intrínsecas nas formas simbólicas. Por esse motivo, é importante realizar uma pesquisa que possibilite compreender as condições e os contextos sócio-históricos de produção, circulação e recepção da coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, sendo esse um dos focos dessa fase da HP.

Como estamos falando de livros, diante da importância e necessidade de olhar as "cercanias da coleção", a pesquisa se amplia para os espaços que as obras percorreram, o público ao qual se dirigiam, sua editora, o mercado livreiro do período, os contextos culturais, sociais e históricos específicos da época em que essa coleção foi escrita, as influências na sua produção e mobilização, bem como deve dirigir seu foco também ao autor, indo além dos textos escritos por ele e sobre ele, mobilizando entrevistas que o professor Ruy cedeu a outros pesquisadores[4], por exemplo, inclusive buscando elaborar uma breve biografia

[4] Sabemos de outros pesquisadores que entrevistaram o professor Ruy Madsen Barbosa: Elisabete Zardo Búrigo – cuja dissertação de Mestrado foi defendida em 1989 e tem como título "Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de Educadores Matemáticos nos anos 60" –, Marco Antônio Geraldo de Oliveira – cuja dissertação de Mestrado foi defendida em 1997 e tem como título "O ensino da Álgebra Elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vem fazendo sua história" –, Zionice Garbelini Martos Rodrigues – cuja tese de Doutorado foi defendida em 2010 e tem

desse autor. Tenho consciência de que as entrevistas foram elaboradas com o propósito de cada pesquisador e de que esse propósito, de um modo ou de outro, está nos textos por eles produzidos, com suas impressões e interpretações, mas reinterpretações e aproveitamentos são possíveis, já que há, por exemplo, nessas entrevistas disponíveis, perguntas relacionadas à década de 1960, às atividades desenvolvidas pelo autor, suas crenças, seu trabalho como autor e professor etc. Já nos referimos a isso, mas convém reiterar: cada uma dessas entrevistas nos permite criar um Ruy Madsen Barbosa autor, e elas, junto a outros materiais que conseguimos juntar e organizar, nos permitiram criar o Ruy Madsen autor com o qual dialogamos aqui. Trata-se, portanto, de um autor criado em perspectiva, a partir dos diferentes autores que cada uma das perspectivas já registradas nos permite compor.

2 Análise Formal ou Discursiva

Como as formas simbólicas apresentam uma estrutura articulada e foram produzidas com alguma finalidade, o foco dessa "segunda" fase é descrever e compreender os aspectos próprios à forma simbólica, de modo a criar um discurso sobre ela e com ela. No caso dos livros, trata-se de explicitar os conteúdos, a ordenação do texto, a materialidade dos mesmos**.** Essa análise está interessada primariamente na organização interna da coleção, suas características, padrões e relações.

Para Thompson (1995, p. 356),

> Não existe um método único, simples, talhado especialmente para a análise da cultura, ideologia e comunicação de massa. Esses fenômenos são extremamente complexos, apresentam muitos aspectos diferentes, e podem ser enfocados de diferentes maneiras.

Logo, essa metodologia é flexível para operar e articular-se a outras técnicas de investigação. O próprio autor sinaliza para o uso de alguns autores.

---

como título "O Movimento da Matemática Moderna na região de Ribeirão Preto: uma paisagem" –, Flainer Rosa de Lima (cuja dissertação de Mestrado foi defendida em 2006 e tem como título "GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a formação de professores durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil" –, Maria Edneia Martins-Salandim – cuja tese de Doutorado foi defendida em 2012 e tem como título "A interiorização dos cursos de Matemática no estado de São Paulo: um exame da década de 1960" –, e Luciana Schreiner de Oliveira Zanardi, cuja tese de Doutorado foi defendida em 2012 e tem como título " O trânsito de professores durante o processo de criação da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP): a questão dos ressentimentos".

Aqui, usaremos Gérard Genette (2009) e sua ideia de Paratextos Editoriais na tentativa de aprofundar a análise discursiva. Vale ressaltar, aqui, a contribuição significativa – do nosso ponto de vista – que esse autor dá à perspectiva de Thompson (e vice-versa), quando a forma simbólica em análise é um texto escrito.

Gérard Genette (2009, p.9) define paratexto como "[...] aquilo por meio de que um texto se torna livro e se propõe como tal a seus leitores, e de maneira mais geral ao público". Já se percebe, aqui, que Genette trata especificamente de textos escritos, enquanto a proposta de Thompson é mais ampla, estando voltada a Formas Simbólicas. Sabendo que um texto escrito é uma Forma Simbólica (o que o desenvolvimento da HP mostrará ainda mais claramente no correr das análises, evidenciando a forma simbólica, ainda que ela já tenha sido tomada como tal) a aproximação entre Genette e Thompson é, aqui, possível.

Em uma análise que se vale dos paratextos, o foco se volta tanto para os conteúdos "internos" das obras quanto para outras estratégias e elementos "próximos" a essas obras, ou seja, os conteúdos "externos". São paratextos e, portanto, estão no horizonte de nossa atenção, por exemplo, o corpo do livro, o modo como os temas estão dispostos e são tratados, assim como as cores, as formas, os títulos, os subtítulos, os prefácios, dedicatórias, ilustrações, anexos etc., ou seja, busca-se fazer uma descrição detalhada e criteriosa de cada um dos três volumes analisados. Deve-se considerar também os materiais próximos à obra, como listas da editora que fazem referência ao livro, matérias em jornais e revistas sobre a obra, folderes, propagandas, textos críticos, referencias utilizadas e registradas pelo autor. Esses elementos são também, segundo Genette, paratextos, pois fazem com que a obra seja aquela obra, voltada para um (e atingindo um) público específico, defendendo concepções específicas, sendo discutida e apresentada publicamente de modos específicos por seu autor, seu editor, seu leitor, e não uma outra obra qualquer.

Para esse movimento de investigar os paratextos, digamos, "internos" aos livros, tive a necessidade de ler completamente mais de três vezes a coleção, e cada uma agregava uma visão nova, algum detalhe ou algo que gritava em minha frente e antes eu havia deixado passar. Se fosse possível - digo isso pelo tempo de dois anos dado ao Mestrado -, eu faria mais leituras dos livros, mas a Pós-Graduação, muitas vezes, lembra um relógio em contagem regressiva.

3 O movimento de Interpretação/Reinterpretação

Esse “terceiro”[5] movimento é dedicado a tecer uma ligação entrelaçando as duas análises “anteriores”, detectando as aproximações e divergências entre seus elementos, de forma a interpretar e construir criativamente possíveis significados, ou seja, “uma explicação interpretativa do que está representado ou do que é dito” (THOMPSON, 1995, p.375).

Ao mesmo tempo que os leitores analisam um livro, um texto, ou mesmo esta dissertação, estão tecendo interpretações e reinterpretações a seu respeito, pois o significado não está no texto, ele não é estático, mas sim, é atribuído pelo leitor.

Utilizo essa abordagem teórico-metodológica atribuída a Thompson como uma caixa de ferramentas para interpretar as informações que fomos organizando no processo de análise. “A hermenêutica pressupõe um texto ou uma expressão que tenha algo a dizer e que pode ser interpretado ou re-dito de outra maneira” (GARNICA, 1993, p.46) e, assim, é um movimento de pensamento em que o hermeneuta deve ultrapassar as informações apresentadas a ele como produtos estáticos, no caso dos livros didáticos, na tentativa de evidenciar o seu ponto de vista, as intenções manifestadas pelo autor e o modo como, segundo as compreensões do hermeneuta, essas intenções chegam a um determinado público. “As formas simbólicas representam algo, elas dizem alguma coisa sobre algo, e é esse caráter transcendente que deve ser compreendido pelo processo de interpretação.” (THOMPSON, 1995, p. 376).

Dessa forma, tenta-se compreender as relações entre a produção, a circulação e a interferência do contexto sociopolítico nesse movimento. A fase de interpretação/reinterpretação, do ponto de vista do texto que apresenta a hermenêutica realizada, pode ser vista como um arremate do processo interpretativo.

---

[5] As aspas que usamos quando nos referimos à ordenação das fases (“primeira”, “segunda” e “ terceira”) são necessárias, já que não há uma sequência prévia a ser seguida no processo de análise.

Em resumo[6], a Hermenêutica de Profundidade pode ser apresentada como um referencial teórico-metodológico proposto por John Thompson como sendo radicado em dois territórios – a Sociologia e a Filosofia –, visando à interpretação de formas simbólicas. Se à Filosofia cumpre nutrir o referencial com considerações acerca dos limites e potencialidades das interpretações (ou leituras), à Sociologia cabe direcionar essa hermenêutica à compreensão da ideologia que cerca/constitui as formas simbólicas. Toda forma simbólica opera, segundo esse referencial, para criar (ou manter) uma determinada relação de poder de um grupo sobre outro. Vivemos num mundo de poderes e contrapoderes, num universo que é, forçosa e irremediavelmente, ideologizado, e a manutenção ou imposição de uma determinada relação de poder caracteriza as instituições[7]. Segundo a discussão proposta por John Thompson em seu livro *Ideologia e Cultura Moderna*, estudar ideologia implica estudar as maneiras como o sentido serve para estabelecer e sustentar relações de dominação. Particularmente, Thompson expõe alguns dos modos pelos quais a ideologia opera. Ela opera por *legitimação* (já que relações de dominação são sempre vistas como legítimas, ou seja, como justas e dignas de apoio); por *universalização* (já que acordos institucionais globais – tidos como os melhores para todos – são decorrência de interesses de alguns grupos ou indivíduos); por *dissimulação* (relações de poder são sempre ocultadas, obscurecidas, representadas de modo a desviar nossa atenção, visando a nos fazer desconsiderar relações e processos existentes); por *fragmentação* (segmentando grupos e pessoas de modo a evitar ideias que podem se tornar um problema para os grupos dominantes); e por *reificação* (ao ser forjada uma tradição artificial para que se acredite ser permanente e natural uma situação que é transitória e histórica).

Assim, afirmar que se pretende mobilizar a Hermenêutica de Profundidade para analisar determinada forma simbólica (seja um livro, uma

---

[6] A sistematização que segue foi elaborada por mim e por meu orientador tentando responder a um questionamento da banca de qualificação – que também foi feito por outros pesquisadores em alguns eventos dos quais participamos – sobre a questão diretriz de uma pesquisa que tem a HP como guia teórico metodológico.

[7] Uma instituição é, sinteticamente, composta por um conjunto de indivíduos que opera a partir de um conjunto de normas definidas, gerenciadas, validadas e avaliadas nesse e por esse coletivo. Isso implica podemos considerar um Grupo de Pesquisa, por exemplo, como uma instituição do mesmo modo como o são a Igreja, a família, o Estado, os Tribunais, a escola etc.

pintura, uma prática, um hábito, uma apresentação oral, uma legislação, uma coreografia, um poema etc) traz embutida a questão geradora essencial a esse referencial, ou seja: “Qual ideologia essa forma simbólica cria ou ajuda a manter?”, ou, traduzindo, implica perguntar “Como essa forma simbólica estabelece e sustenta determinadas relações de dominação e quais relações de dominação são essas?”. É essa a intenção de uma análise desenvolvida segundo a HP e que, aqui, em última instância, pretendemos efetivar.

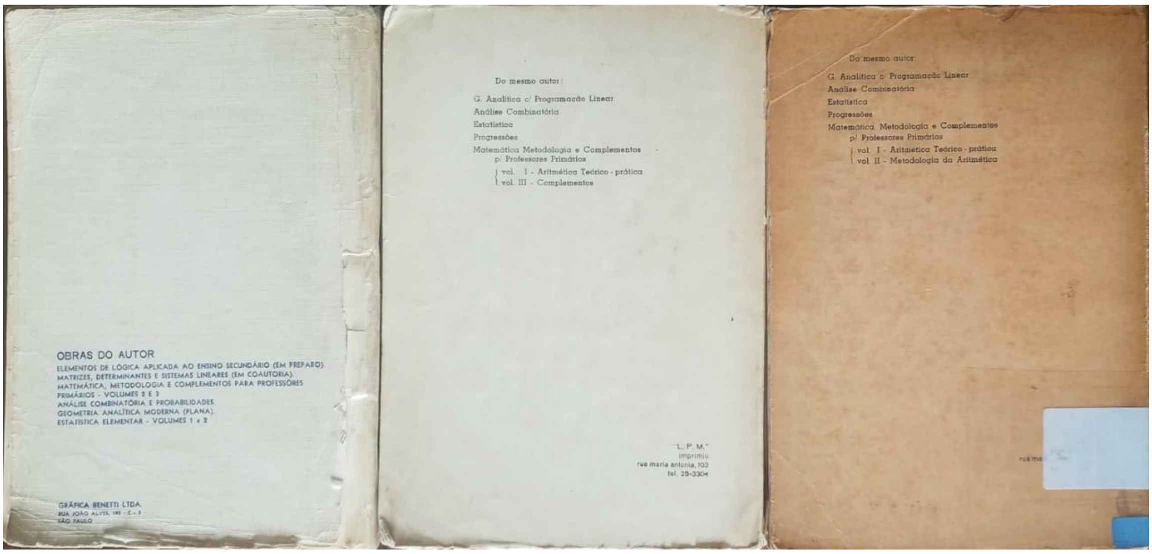
PARTE II

O que temos em mãos?[8]

A coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* é composta por três volumes, todos com as mesmas medidas, 22,8 cm por 16 cm, mas distinto número de páginas por volume.

Figura 1 - Capa e contracapa

[8] Já foi dito que as fases que configuram a HP foram desenvolvidas simultaneamente, mas pensamos ser prudente alertar o leitor que o texto a seguir tem um viés mais direcionado pela análise formal ou discursiva do que os outros textos na continuidade dessa dissertação. Nessa continuidade, mostrar-se-á mais claramente como a discussão se dá numa mescla entre distintas fases.



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966; 1968.

A: Um ponto de vista sobre o Volume I

O volume I teve sua primeira edição publicada em 1966, e essa nossa análise teve como base um volume da quarta edição, do ano de 1968, o que pode ser um indicativo de uma boa aceitação dos livros no mercado livreiro da época. Isso pode ter ocorrido pelo fato da coleção inscrever-se como parte dos esforços para a divulgação do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, que ocorreu naquele período e foi colocado em ação, principalmente, pela intensa produção de livros didáticos.

Durante o exame de qualificação deste trabalho, a professora Maria Ednéia Martins Salandim, membro da banca e atual responsável pelo acervo do GHOEM, levou outras duas edições do Volume I, que usei para incorporar elementos de discussão a este texto. As edições trazidas pela professora Ednéia são a segunda edição, de 1967, e uma edição que não possui capa nem folha de rosto, o que tornou impossível confirmar o ano de publicação e a edição. Um cotejamento entre edições, entretanto, nos permite afirmar que essa é uma primeira edição, publicada em 1966.

A capa da quarta edição é verde, e de um papel de gramatura maior que as folhas internas, ambas – capa e páginas – maleáveis e fáceis de manipular. As informações que constam da capa são: (a) o título do livro, “MATEMÁTICA, METODOLOGIA E COMPLEMENTOS PARA PROFESSORES

PRIMÁRIOS”, ao qual segue (b) o nome do autor, “RUY MADSEN BARBOSA”, (c) a editora – “LIVRARIA NOBEL S.A. SÃO PAULO”, que encima todas as informações disponíveis na capa. Logo abaixo do título há a indicação (d) “PARA PROFESSORES PRIMÁRIOS”, e, em cor diferenciada e bastante visível, a sentença “1 ARITMÉTICA TEORICO-PRÁTICA” que estabelece o número do volume e o campo de estudos a ser abordado. A disposição dessas informações pode ser conferida na figura anterior.

A elaboração gráfica da capa é bastante simples: além das informações em letras de diferentes tamanhos, dependendo do que, aparentemente o autor/editor quer realçar, a única informação gráfica é um conjunto de círculos dispostos matricialmente em oito colunas e quatro linhas, sendo que os círculos centrais trazem, em seu interior, alguns símbolos, a maioria deles corriqueiros na Matemática elementar, mas especificamente aqueles vinculados às operações usuais.

Já a capa da segunda edição, de 1967, pode facilmente ser confundida com as dos volumes II e III, com algumas ressalvas: (a) no canto superior e em letras maiúsculas está o nome do autor, “RUY MADSEN BARBOSA” ao qual segue (b) o título da coleção com uma letra maior do que as outras, sendo uma parte escrita em letras maiúsculas e outra em minúsculas (únicos dizeres em letras minúsculas desta página) “MATEMÁTICA, METODOLOGIA E COMPLEMENTOS para Professôres Primários”, e, logo abaixo, (c) o volume “VOL. I”, sequenciado pelo (d) título do mesmo, “ARITMÉTICA TEÓRICO-PRÁTICA”. No canto inferior, ao invés de L.P.M., lemos (e) “LIVRARIA NOVEL S. A. SÃO PAULO”. Acreditamos ser importante essa descrição para registrar a semelhança das capas dos três volumes da coleção, que são mais sóbrias nas primeiras edições, sem elementos gráficos além das letras que formam as sentenças que identificam cada volume. Destoando das demais, na capa da quarta edição foram inseridos símbolos bastante comuns do campo da Aritmética, tema do volume.

Anteriores a essa coleção, há dois livros escritos pelo professor Ruy Madsen Barbosa, *Um curso moderno elementar de análise combinatória*, de 1963; e *combinatória e probabilidades*, de 1964, cuja configuração gráfica é muito parecida com a primeira edição dos volumes II e III, e com a segunda edição do volume I dessa Coleção, o que nos possibilita afirmar que, do ponto de vista estético, a composição gráfica utilizada para as obras do autor era bastante simples.

O primeiro volume traz duas folhas de rosto: do canto superior da primeira consta o nome do autor, seguido de uma descrição rápida que inclui sua formação, área e local de trabalho e grupo de pesquisa que pertencia[9], o GEEM, um dos principais difusores do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, com grande destaque naquele momento. Aliar ao nome do autor o nome do GEEM – e essa é uma afirmação nossa – certamente agrega um elemento muito positivo para a circulação da Coleção, dado que o Grupo era, então, tomado como referência quanto à qualidade e compromisso de suas produções e intervenções[10]. No centro dessa mesma folha também podemos ler, mais uma vez, em destaque, o título do livro, o número do volume e da edição e o ano, nessa sequência. No canto inferior da página há o nome da livraria e seu endereço. No verso dessa primeira folha a informação, usual em materiais impressos, de que "É vedada a reprodução total ou parcial deste trabalho, sob as penas da lei". A única diferença das edições, é quando se trata do ano de publicação impresso nas folhas, 1967 e 1968.

A segunda folha de rosto contém, também emoldurada por um retângulo, um agradecimento do autor aos pais, à sua esposa e seus filhos, o que o autor chama de "Oferecimento". No verso, a frase, também emoldurada: "PROFESSOR sou há anos, MESTRE pretendo ser! ", o que o autor, no sumário, chama de "Pensamento", indicando o estreitamento do autor com a ideia de uma formação contínua, necessária com vistas a tornar mais qualificada a ação didático-pedagógica. Essa frase, aliada a algumas outras afirmações do prof. Ruy, disponíveis nas entrevistas por ele concedidas a outros pesquisadores, implica que a transformação do professor em mestre exige o abandono das práticas de memorização e de mera reprodução que promoviam

[9] "RUY MADSEN BARBOSA
(Doutor em Ciências Matemáticas, Livre Docente de Cálculo Numérico e Observações da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara, Membro Diretor do G.E.E.M. de São Paulo) ".

[10] São muitos os textos que discutem a importância do GEEM no cenário do ensino de Matemática da época (entre eles, por exemplo, SILVA (2006), RODRIGUES (2010) e OLIVEIRA; SILVA; VALENTE (2011)), afirmando sobre suas produções, sejam elas as publicadas ou as intervenções realizadas em escolas e eventos.

um ensino mecanizado (ver, por exemplo, entrevista do prof. Ruy Madsen em Oliveira (1997)).

A introdução a este primeiro volume é a mesma na segunda e quarta edições, ocupando apenas um dos lados da folha. Nesse texto breve, registra-se que o livro é destinado a atuais e futuros professores de escola primária, mas que pode ser utilizado para diferentes níveis de estudo. Podemos entender níveis – aos quais o autor se refere – de duas maneiras: ele estaria, por um lado, fazendo referência ao nível da escolarização (grau) e, por outro lado, estaria de referindo a um nível de conhecimento (pressupondo, portanto, a necessidade de conhecimentos prévios), já que a coleção não é destinada apenas a professores especializados, mas também a mestres com única ou nenhuma formação, a futuros professores, e aos que buscavam aprimoramento junto a outras estratégias (cursos, revistas e outros livros didáticos da época). Esclarece, ainda, o que foi modificado nesta quarta edição em relação às edições anteriores[11], e finalmente, há um agradecimento a todos que contribuíram para a transformação do livro[12], da primeira para a quarta edição, sem informar ao leitor, sinteticamente, o que comporá cada capítulo.

Na versão do volume I em que faltam páginas iniciais, e que julgamos ser uma primeira edição, a introdução aparece como “prefácio”, sendo a primeira frase uma explicação acerca da elaboração da Coleção

> Entrego aos prezados leitores êste trabalho de Matemática, não “porque a nossa literatura correlata não possua outros trabalhos”, não “porque não existam grandes obras dos diversos gêneros aqui desenvolvidos”, ““chavões” tão fáceis de serem empregados; mas, pura, categórica e simplesmente, por julgar os livros em nossa língua insuficientes aos fins que a êste destino[13].

[11] “Procuramos aumentar as explicações do texto, insistindo em pontos importantes ou mais difíceis. Reorganizamos a disposição dos capítulos, ampliando as suas sequências de exercícios, fornecendo ao final de cada um, uma lista de respostas. /.../ Atenuamos a sua parte teórica indicando os tópicos teóricos que poderão ficar para um segundo estudo” (p. 5).

[12] “Aproveitamos para agradecer a todos quantos enviaram sugestões, quer professôres primários, quer professores de matemática. De maneira especial agradecemos aos professôres de prática de ensino e metodologia da aritmética que nos enviaram palavras de aplausos e estímulos à nossa ideia da coleção julgando-a necessária ao estudo relacionado da teoria e metodologia, até então, em geral, divorciados” (p. 5).

[13] As páginas deste prefácio não estão numeradas.

Na continuação do prefácio há uma indicação da divisão da Coleção em volumes[14] e, na sequência, uma afirmação do autor de que, ao ver as falhas de conceitos ou de processos, inclusive didáticos, no ensino primário, passou a analisar suas causas, não sendo difícil concluir que "raramente o culpado é o professor, mas em geral o mal está na sua formação, ou melhor, na pseudo-formação do professor primário". Já quando se refere à Aritmética, afirma que, nesse campo, "o mal se agrava", julgando insuficientes os cursos normais de preparação, os cursos com disciplinas[15] e os próprios programas[16].

O autor continua, afirmando que durante alguns anos estudou as necessidades e observou as deficiências dos candidatos a exames de admissão, entrou em contato com professores primários, com professores de Matemática do ginasial e normal, professores de prática, com os quais foi "discutindo, colhendo material, sugerindo e acompanhando experimentações", além de realizar pesquisas bibliográficas. A julgar essas afirmações, percebe-se que a Coleção de livros aqui estudada não foi elaborada de um momento para outro, mas foi resultado de um projeto do autor, julgado necessário para aprimorar o ensino de Matemática e interferir na formação docente. Além disso, os projetos de obras e as ações pautadas em experimentações em escolas e/ou grupos específicos era uma prática usual defendida, à época, pelo ideário da Matemática Moderna.

Ainda no prefácio, o professor Ruy dá detalhes sobre esse "movimento de modernização da Matemática", ao qual afirma aderir, fazendo parte de um "grupo de estudo e trabalho renovador, cujos contatos e reuniões, aliados aos meus estudos isolados" o gabaritaram para um tratamento melhor e moderno da Aritmética, utilizando "noções da teoria dos conjuntos, procurando dar destaque às estruturas operatórias; que permitem um elo seguro entre a vida comum e a Aritmética". Ele continua dizendo que oferece "uma linguagem mais comum ao educando, e mais uniforme e correta sob o ponto de vista matemático".

---

[14] "Primeira parte: ARITMÉTICA TEÓRICO-PRÁTICA, Segunda parte: METODOLOGIA, Terceira parte: COMPLEMENTOS" (sem número de página).

[15] "cujas finalidades e frutos são ótimos, mas em detrimento exagerado, em relação às necessidades mais próximas e específicas do trabalho prático, da labuta diária do educador" (sem número de página).

[16] "se não são inadequados, permitem um tratamento inadequado, distanciando bastante as teorias e técnicas, mesmo pedagógicas, das verdadeiras necessidades do professor com os educandos" (sem número de página).

Assim, na apresentação da Coleção, o autor afirma seus méritos e esforços e deixa claro o atravessamento, em sua obra, do grupo de estudos do qual ele era membro, o GEEM.

Disso tudo, fica claro que a Coleção, apresentada neste primeiro volume, pode ser lida como um *folder* do Movimento Matemática Moderna. Estranha-se, entretanto, que essa defesa apaixonada do ideário do GEEM não se repita de modo tão veemente nas outras edições da obra. Não tivemos acesso à documentação que nos permitisse explorar essa perspectiva, infelizmente.

No prefácio o autor ainda defende como "outro ponto importante" a formação dos alunos como "sujeitos complexos", o que em alguns casos é desprezado nos livros em circulação: "em geral esquece-se que êle possui um potencial enorme para a aprendizagem, [não se deve] abaixar o nível, descer até o aluno, mas trazê-lo, suas capacidades são em geral desprezadas". Esse, entretanto, "não é problema só nosso, mas [ocorre também na] da própria terra de Dewey".

Na continuação, o autor indica seu público-alvo, explicitando cada um dos que compõem esse grupo e como cada um deles deve enfrentar as disposições da obra: "I. Professôres Primários[17]"; "II. Futuros Professôres Primários[18]"; "III. Professor Primário em Aperfeiçoamento[19]"; "IV. Professor de Matemática[20]"; "V. Professor de Prática de Ensino ou Metodologia[21]" e "VI. Futuros Professôres de Pedagogia[22]".

---

[17] "Como livro de consulta", sendo os volumes II e III guias nas aulas e o volume I com a parte da "conceituação, propriedades e regras da aritmética", julgando desnecessário o professor dedicar-se a entender as demonstrações e justificações.

[18] "a) Como livro-texto", como poderão seguir para a disciplina de matemática, ele julga importante se aprofundar no volume I, bem como nos "ensinamentos e sugestões metodológicas e cuidados psico-socio-biológicos"; ou como "b) Como livro-texto ou de consulta" para a disciplina de pratica de ensino ou metodologia de cálculo, realizando apenas consultas na primeira parte, aconselhando o professor a pensar nos processos de aprendizagem, e não apenas na transmissão de informação ou regra.

[19] "Como livro de consulta", consultando a primeira parte, mas efetivamente utilizando a segunda e a terceira, "estudando, discutindo em seminários, fazendo experimentações, ou comparando com suas próprias experiências".

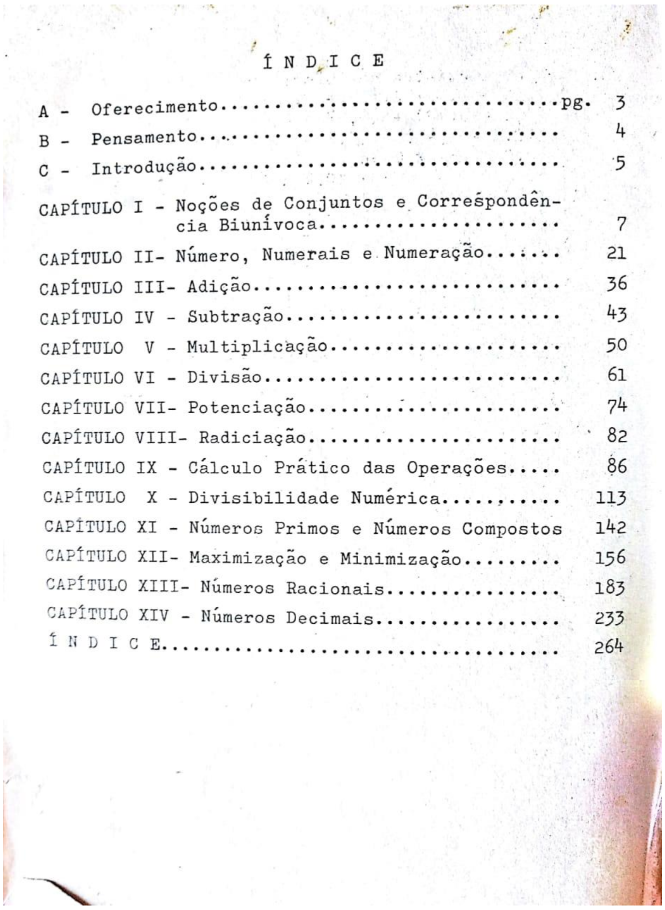
[20] "a) Como livro-texto" focando na primeira parte, buscando também a terceira e realizando leituras da segunda parte; "b) Como livro de consulta" utilizado nos cursos de matemática ao ginasial.

[21] "Como livro de consulta" ou "livro-texto" tendo a segunda e terceira parte como fontes.

[22] "Como livro de consulta" servindo como fonte para a atuação profissional, seminários e pesquisas pedagógicas. Útil também aos cursos de didática especial de matemática e inspetores escolares do ensino primário.

Por fim, o autor faz agradecimentos[23] e diz estar "confiante na importância dos objetivos postos e suas finalidades", na esperança de ter contribuído para a "infância escolar". Esse prefácio vem nominalmente assinado pelo autor.

Figura 2 - Volume I: Índice



ÍNDICE

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

A quarta edição desse primeiro volume possui 263 páginas, divididas em 14 capítulos, sem que haja um equilíbrio entre a quantidade de páginas por capítulo (o menor deles possui 4 páginas e o maior 50). Já a primeira edição possui 299 páginas e 8 capítulos[24]. O livro foi dividido em blocos e cada bloco se

---

[23] "Não podia deixar de agradecer a todos quantos tenha colaborado na confecção do trabalho; mas pelo tempo decorrido desde o princípio da coleta de dados, pelo grande número de professôres que contribuíram, seria humanamente impossível relacioná-los para um agradecimento nominal"// "em particular, agradecer as professoras, que após a redação, fizeram experimentações da parte de aritmética teórico-prática"// "A minha querida esposa, Maria do Carmo, também professora primária"// "aos meus próprios filhos"// "Agradecemos ao leitor que me honra com sua leitura e também com sua crítica amiga".

[24] No índice há dois capítulos com o algarismo VI, mas no interior do livro a numeração está correta, sendo o capítulo I: número e numeração; capítulo II: as operações aritméticas; capítulo III: cálculo prático das

une aos demais, formando o volume, por uma costura simples. As folhas, devido ao tempo, estão amareladas, mas o texto é legível em sua impressão em preto-e-branco, não havendo nenhuma figura colorida ou reprodução fotográfica. O tipo de letra usado em todo texto é similar àquele das antigas máquinas de escrever, o que mostra uma certa simplicidade gráfica do volume, posto que à época eram usuais materiais didáticos impressos mais refinados do ponto de vista gráfico (VILLELA, 2009).

CAPÍTULO I

O primeiro capítulo tem como título "NOÇÕES DE CONJUNTOS E CORRESPONDÊNCIA BIÚNIVOCA[25]" e é formado por 2 tópicos ou seções (A e B), ocupando, ao todo, 14 páginas.

A. Conjuntos – contém 8 subdivisões e ocupa 8 páginas, apresentando os seguintes subtítulos: A.1. Noção – Representação – Pertinência; A.2. Conjunto Unitário; A.3. Conjunto Vazio; A.4. Subconjunto; A.5. Igualdade; A.6. Conjuntos Disjuntos; A.7. Conjuntos Cruzados; A.8. Exercícios – Sequência I.
B. Correspondência Biunívoca – contém 4 subdivisões e ocupa 6 páginas: B.1. Noções; B.2. Relação de Equivalência; B.3. Prevalência e Supervalência; B.1[26] Exercícios – Sequência II.

Para apresentar a ideia de conjuntos é utilizada uma linguagem simples – seja no que diz respeito à linguagem conceitual, acadêmica, seja no que diz respeito à língua portuguesa –, mas com tom professoral[27], e há exemplos detalhados após as explicações e muitos conselhos de uso. Entretanto, a presença de exemplos descomplicados[28], uma opção do autor, mostra a

operações; capítulo IV: divisibilidade numérica; capítulo V: números primos e números compostos; capítulo VI: maximização e minimização; capítulo VII: números racionais e capítulo VIII: números decimais.

[25] O termo "biunívoca" está assim, incorretamente acentuado, em vários momentos do livro.

[26] Trata-se de um erro de digitação, já que o sub tópico, aqui, deveria estar indicado por B.4.

[27] Trata-se, na linguagem usual, de um modo de falar/escrever próprio, explicativo, como de quem fala/escreve com a intenção de ensinar.

[28] "Quando conhecemos os elementos constituintes de um conjunto, usa-se suas representações numa lista, e as colocamos entre os sinais de chaves { }, como nos exemplos seguintes: a) {Eloisa, Eliana, Eliete}; b) {a, b, c, d, e}; c) {□, Δ, *}" (p.7).

necessidade de introduzir cautelosamente um conteúdo e uma linguagem que até então não frequentava as salas de aula: trata-se dos conceitos e tratamentos indicados pelo Movimento da Matemática Moderna, o que já se explicita no primeiro tópico do livro – Conjuntos –, conceito que, no senso comum e para boa parte dos professores, é o conteúdo-base emblemático defendido por esse ideário que o autor, sem dúvida, abraça.

A insistência na ideia de conjunto já se inicia pelas maiúsculas na frase em que ela aparece pela primeira vez – “Estamos familiarizados com a palavra CONJUNTO; pois, na vida diária, o homem constantemente encontra-se em situações com: - conjunto de livros, - conjunto dos habitantes de uma cidade, etc” (p. 7) – sendo repetida não menos que nove vezes apenas nessa primeira página da obra. Alguns sinônimos[29] também são destacados, tanto para evitar dúvidas ou mal-entendidos quanto para reforçar um conceito que, como veremos, é fundamental à concepção do livro.

Pelos exemplos – utilizando nomes próprios de pessoas ou países, balas – é perceptível a intenção de associar o que se vai estudar ao cotidiano das pessoas, pelo menos nesse início do livro, o que confirma a disposição do autor – afirmada em várias entrevistas – de ultrapassar seu próprio estilo de ensino que, antes da Matemática Moderna, era muito formal, apelando demasiadamente para o abstrato, o que o incomodava.

Os conteúdos são tratados com cautela, seus exemplos e diagramas são simples, de modo que o professor pode facilmente transcrevê-los ou adaptá-los em sua lousa, na sala de aula.

Os subtópicos A.4, A.5, A.6 e A.7 o autor inicia com definições que, para terem destaque, são emolduradas por retângulos. Em A.4 o autor insere a notação matemática $A \subset B$ (A é subconjunto de B, ou A está contido em B), para começar a familiarização do leitor com a formalização da linguagem matemática. Em nota, o autor afirma que o conjunto vazio Ø não possui elementos e está contido em qualquer conjunto. O mesmo ocorre em A.5, para igualdade, onde $A = B$, lê-se: “Conjuntos que possuem os mesmos elementos são iguais. Dados os conjuntos iguais A e B, qualquer um é subconjunto do outro. Indicamos A=B” (p. 11). Nota-se, novamente aqui, a opção pela formalização (que hoje teríamos

[29] “Na linguagem comum, conjunto, coleção, classe, grupo, etc. são sinônimos” (p. 7).

como precoce e desnecessária, posto ser a igualdade de conjuntos uma ideia tão intuitiva quanto a de conjunto), expressa em linguagem rebuscada para um público pouco habituado a esses então "novos" conceitos.

Em alguns momentos, o autor parece querer conversar com o professor, como quando, à página 11, ele indica o que o aluno irá (ou deverá) observar, naquele tópico, "[...] que na representação de um conjunto não interessa a ordem que são indicados os elementos, e sim os elementos pertencentes [...]", ao que segue uma exposição do que, segundo ele, é a melhor maneira de agir para atingir a aprendizagem desse conceito. Ainda assim, quando aparentemente o autor parece querer aproximar-se do professor-leitor, não há espaço para uma linguagem mais intuitiva, cotidiana ou menos formal. Isso se justifica face ao que o autor afirmava na Introdução, ou seja, que apesar do livro tentar se aproximar dos estudantes usando aspectos da vida cotidiana, jogos e outras possíveis motivações, para ele, autor, a abstração e a formalização Matemática é que desenvolverão, de fato, suas capacidades. Explica-se, de modo formal, um conceito que já é formal. Em A.6 e A.7 (conjuntos disjuntos[30] e cruzados[31], respectivamente), os assuntos são tratados a partir de suas definições – que aparecem emolduradas em retângulos –, seguindo as notações ou "indicações" (como o autor se refere a elas) e exemplos com letras, nomes, figuras e algumas ilustrações.

Os exercícios, apresentados no tópico A.8, ainda que façam referência a outras áreas do conhecimento – como a História, a Geografia e a Biologia – são usuais[32].

No item B.1, as noções de correspondência biunívoca são expostas a partir de exemplos "históricos", um deles, sobre os guardas de antigamente que faziam os presos passarem por uma porta ao se recolherem, colocando para cada preso uma pedra na sacola, retirando-as de manhã, para verificar se nenhum havia fugido. Também fala dos pastores, que utilizavam esse mesmo

---

[30] "Conjuntos A e B que não possuem qualquer elemento em comum, são denominados conjuntos disjuntos ou conjuntos separados" (p. 11).

[31] "Conjuntos A e B que possuem algum elemento em comum e cada um possui elemento não comum, são chamados conjuntos cruzados ou que se cruzam" (p. 12).

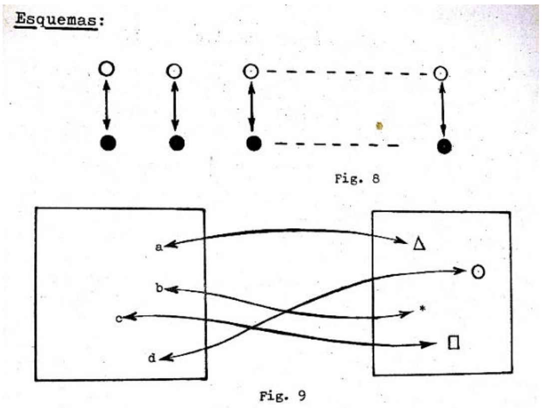
[32] "1. Dê quatro exemplos de conjuntos; 4. Complete a lista dos elementos dos conjuntos: b) conjunto dos estados da região do Nordeste: {Pernambuco, ...; 5. Complete com ∈ ou ∉. b) Santos Conjunto das capitais brasileiras; c) Tomé de Souza Conjunto dos imperadores do Brasil " (p. 13).

recurso para verificar se todas as suas ovelhas continuavam ali. De maneira a sistematizar as exemplificações, ele afirma:

> Em todos estes exemplos, e em muitos outros que o leitor facilmente encontrará, o que se faz é, inteligentemente, colocar os elementos de um conjunto, em correspondência com os elementos de outro conjunto (p. 15).

Essa relação de correspondência biunívoca é explicada, pois não há a necessidade de saber contar para entender o seu funcionamento, basta que cada item tenha uma relação com outro, que haja uma correspondência, estendendo as explicações a dois esquemas:

Figura 3 - Volume I: Correspondência biunívoca

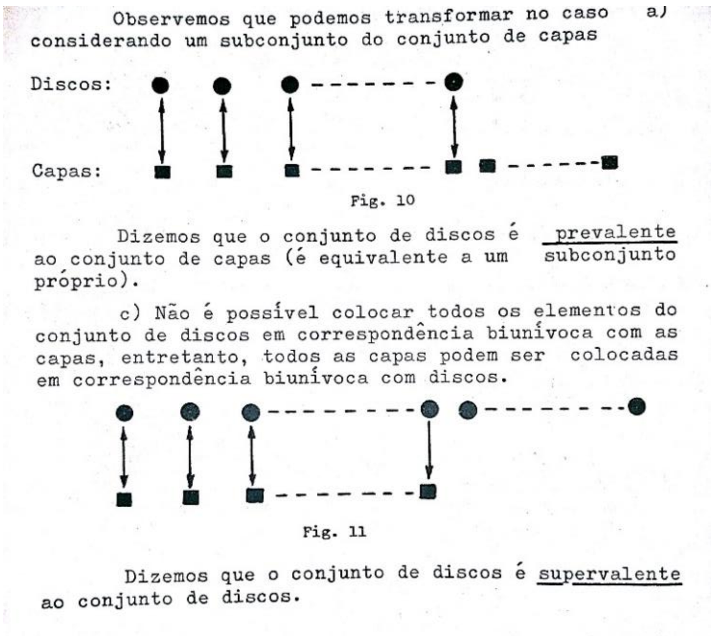


Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Já em B.2, nas relações de equivalência, as explicações não nos pareceram suficientes, considerada a formação dos professores à época e a introdução recente desses conteúdos matemáticos nas escolas. Sabe-se, por exemplo, pelos trabalhos de Baraldi (2003) que a formação de professores para atender as escolas secundárias da época era ainda muito deficitária, posto não haver, ainda, rede significativa de instituições formadoras de nível superior. Os cursos da CADES que tentavam minimizar essa carência ainda estavam, pode-se dizer, em seu início – já que atingiram seu ápice nos anos de 1960 –, atendendo a professores de todo país, ao mesmo tempo em que surgia o movimento de renovação conhecido por Matemática Moderna, com abordagens e conteúdos que não eram tratados nos cursos de formação de professores para o primário em que haviam se graduado, na grande maioria, os professores sujeitos à formação cadesiana. É afirmação intensamente divulgada que a dificuldade dos professores – de todos os níveis de ensino – à época foi um os grande problemas enfrentados para o funcionamento do Movimento Matemática Moderna no país e sua efetiva e adequada efetivação nas salas de aula. Assim, justifica-se afirmar a dificuldade quanto aos novos conteúdos, abordagens e técnicas relativas ao MMM dos professores secundários, haja vista a literatura disponível em Educação Matemática, e estender essa justificativa aos professores primários – público alvo da Coleção de Ruy Madsen – visto serem esses ou formados por aqueles – em cursos Normais, por exemplo – ou sem formação “formal” específica, mas atuando no ensino das primeiras letras.

Na página 17, por exemplo, o tópico é explicado utilizando as propriedades da Lei Reflexiva, Lei Simétrica e Lei Transitiva. Porém, a explicação da Lei Transitiva, por exemplo, se limita a afirmar que “Se $A \sim B$, e $B \sim C$, então $A \sim C$”. Ainda nessa mesma página, inserem-se as ideias de prevalência e supervalência, através de uma explicação com figuras simples e um exemplo de discos e suas respectivas capas. Desta maneira, o professor, que está sendo apresentado a essa linguagem, percebe que se houver mais capas do que discos, os discos são prevalentes ao conjunto de capas e se o número de discos for maior do que o de capas, então ele será supervalente ao conjunto de capas.

Figura 4 - Volume I: Correspondência Biunívoca


Observemos que podemos transformar no caso a) considerando um subconjunto do conjunto de capas

Discos:

Capas:

Fig. 10

Dizemos que o conjunto de discos é <u>prevalente</u> ao conjunto de capas (é equivalente a um subconjunto próprio).

c) Não é possível colocar todos os elementos do conjunto de discos em correspondência biunívoca com as capas, entretanto, todos as capas podem ser colocadas em correspondência biunívoca com discos.

Fig. 11

Dizemos que o conjunto de discos é <u>supervalente</u> ao conjunto de discos.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

No final desse mesmo tópico B vêm os exercícios que seguem o padrão dos exercícios anteriores, mobilizando elementos do dia a dia de uma sala de aula, e outros com termos abstratos[33]. Na última página do capítulo encontramos as respostas dos exercícios das partes A e B, mas não as resoluções.

O autor expõe os conteúdos como que numa conversa descomplicada com outro professor, sendo esse exemplo de uma das passagens do livro em que o autor tenta "naturalizar" a Matemática. Fala-se de conjuntos para, em seguida, introduzir os conteúdos tradicionalmente tratados no ensino primário (adição, subtração, multiplicação, divisão, números decimais, etc.). Essa introdução é fundamentalmente necessária, pois tudo o que virá em seguida é abordado a partir da ideia de conjuntos.

CAPÍTULO II

O segundo capítulo tem como título "NÚMEROS, NUMERAIS E NUMERAÇÃO"[34]. Ele é formado por 3 tópicos ou seções (A, B e C), ocupando, ao todo, 15 páginas.

A. O tópico A – Número – contém 4 subdivisões e ocupa 3 páginas e ½, apresentando os seguintes subtítulos: A.1. O que é número?; A.2. Leis da igualdade para números; A.3. Número inteiro; A.4. Desigualdade.
B. Numeral – contém 4 subdivisões e ocupa 3 páginas e ½: B.1. O que é numeral?; B.2. Alguns numerais; B.3. Contagem – número cardinal e número ordinal; B.4. Exercícios – Sequência III.
C. Numeração – contém 3 subdivisões e ocupa 8 páginas: C.1. O que é um sistema de numeração; C.2. Sistema de numeração decimal; C.3. Exercícios – sequência IV.

Em A.1, o autor explica que apesar dos números serem algo natural, pois todas as crianças passam pela fase de contagem, explicar o que é um número

[33] "1. Como são os conjuntos a) de estudantes e a de carteiras (nessa e na outra ordem) // 3. Estabelecer todas as correspondências biunívocas possíveis entre os conjuntos a) {a, b, c} e {m, n, p} " (p. 19).
[34] O título, ao contrário do que ocorre nos outros capítulos, não é sublinhado. Isso, que pode parecer um preciosismo nosso, indica – junto a outros elementos que apontaremos no decorrer da análise – que o texto não passou por uma revisão cuidadosa.

não é uma tarefa tão fácil. Porém, se pensarmos no capítulo anterior, no qual o autor trabalhou com a noção de correspondência, a explicação fica mais fluida (segundo o autor) pois "este caráter comum aos conjuntos A e B, nos dá a ideia de número, mais precisamente de número natural" (p. 21).

Na página 22 o autor tece uma crítica ao ensino de números pela contagem, o que ele afirma ser usual à época, mas que, segundo ele:

> Procurar definir um número por contagem, como por exemplo, número é o resultado da contagem, leva a círculo vicioso. A operação de contar utiliza a correspondência biunívoca, do conjunto que está sendo contado com o conjunto {um, dois, quatro...} mas numa ordem pré-fixada: {um, dois, três...}, portanto utiliza dois conceitos: correspondência biunívoca e ordenação. É em resumo, a contagem uma operação logicamente mais difícil (p.22)[35].

O tópico A.2 utiliza menos da metade de uma página, servindo apenas para definir as propriedades dos conjuntos equivalentes, conteúdo visto no capítulo anterior, mas que agora é retomado na discussão do tópico seguinte, o número inteiro (A.3). Logo, o autor assenta o tratamento e a explicação do que é o número e de algumas propriedades e leis relativas aos números na ideia de conjunto, antes de iniciar propriamente o assunto.

Em A.3 surge, bastante objetivamente, uma definição de número inteiro:

> Estendemos a noção de números a conjunto vazio, e dizemos que o número de elementos do conjunto vazio é zero. O conjunto dos números naturais e, do número zero, constitui o conjunto dos números inteiros, ou simplesmente, conjunto dos inteiros (p.23).

Após esse parágrafo, insere-se o tópico A.4 – desigualdade, surgindo então outras definições que vão se aliando às anteriores, como as de equivalência, a prevalência e a supervalência, utilizadas para tratar da relação entre números (maior, menor e igual), inserindo na sequência a Lei da

---

[35] Note-se, além dos problemas de elaboração da frase - principalmente no uso incorreto das vírgulas -, uma disposição do autor em fazer considerações de natureza pedagógica aos seus leitores, ainda que essas considerações sejam tão formais quanto o desenvolvimento dos tópicos nos quais o foco é o desenvolvimento de conteúdos matemáticos específicos (com ou sem a preocupação de incluir, a todo momento, discussões sobre didática ou pedagogia).

Tricotomia[36] que, por sua vez, liga-se a outras três leis: a Irreflexiva, a Assimétrica e a Transitiva.

Entende-se, portanto, que é intenção do autor apoiar-se num tratamento formal da Matemática – à Aritmética, mais especificamente, no caso deste primeiro volume –, ainda que esse tratamento esteja voltado a professores primários e que, consequentemente, seria levado às salas de aula da escolarização inicial.

À página 24 é iniciado o item B – Numeral, mais uma vez apoiando-se em temas discutidos anteriormente. Entre outras coisas, afirma que "o nome de um número é um numeral, é uma designação", e mais, "os sinais são chamados de algarismos, de onde a conclusão imediata: os algarismos são numerais", que servem tanto como exemplificação para o significado dos termos quanto como uma tentativa para explicar conceitos.

Em B.2, o autor preocupa-se com a introdução da ideia de numerais no ensino, aconselhando o professor a inseri-lo a partir da Lei da Tricotomia, já explicada anteriormente. Em sua enunciação, podemos perceber um erro de digitação: "Pela lei da tricotomia, sabemos que dados os números a e b desiguais, ou a < b ou b > a" (p.25), posto que o correto seria a < b ou a > b. Na mesma página há a primeira menção ao que é chamado de algarismos arábicos.

Após esses estudos, o autor começa a tratar do tema "Contagem", no item B.3. A partir das ideias de elementos de um conjunto e de correspondência biunívoca, o autor vai inserindo a contagem como uma "ordem natural", construindo o conjunto ordenado e descrevendo sentidos para os números cardinal e ordinal.

Já o item C, sobre numeração, merece destaque pois ocupa o mesmo espaço dos itens A e B juntos, 7 páginas. Assim como nos tópicos anteriores, a primeira subdivisão é destinada a entender o significado do título, no caso, sistema de numeração. Os sistemas de numeração são úteis e facilitam a vida, segundo o autor, sendo deles um exemplo o sistema de numeração decimal, muito conhecido e empregado em quase todas as nações. O tópico C.2 vai tratar especificamente desse sistema de numeração decimal, discutindo o conceito de

---

[36] "Lei da Tricotomia: Dados os números inteiros "a" e "b" sempre existe uma e uma só das relações: $a = b,\ a < b,\ a > b$" (p.23).

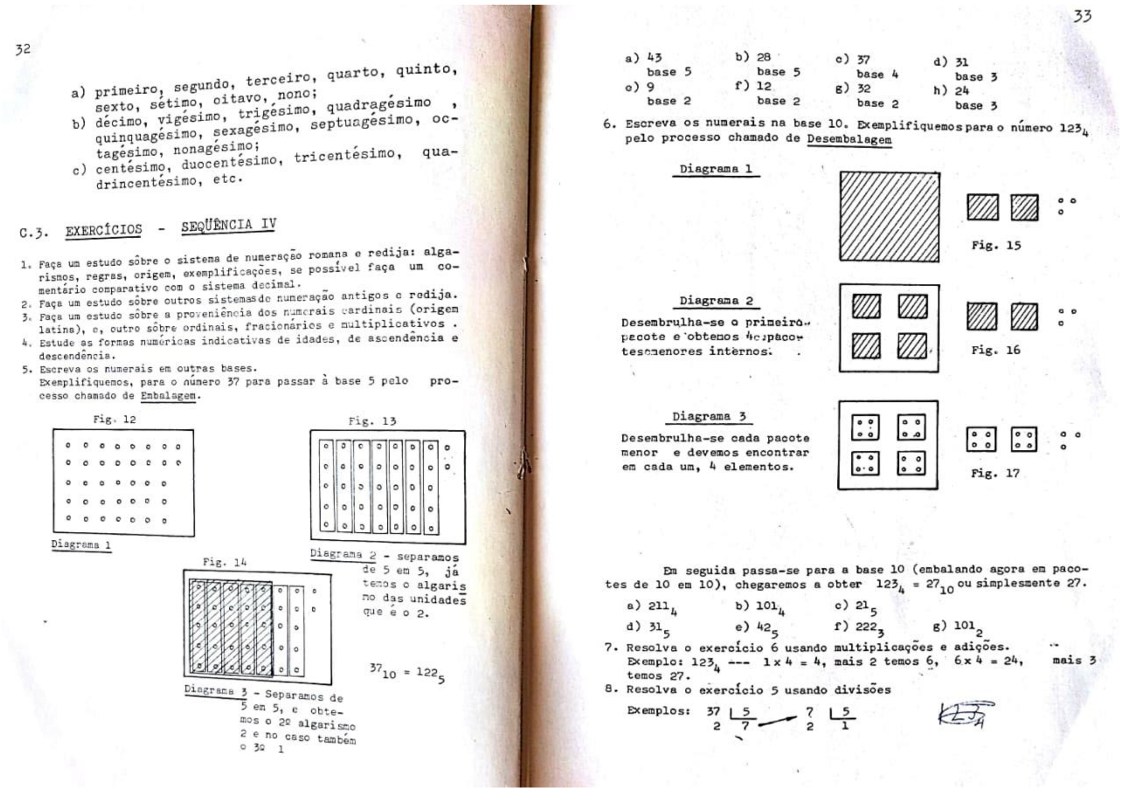
dezena, centena, milhar etc. e suas respectivas ordens (a afirmação de sempre haver um número entre dois números decimais também é estudada).

Nesse mesmo item C, na página 31, o autor afirma:

> Pela Portaria nº 36/65 e nº 13/67 do Instituto Nacional de Pesos e Medidas, a parte inteira deverá ser separada em classes de 3 algarismos da direita para a esquerda com um ponto intercalado; com exceção: indicativos de ano, telefones, placas, identificações de fabricação, quadros e tabelas (p. 31).

Em C.3., o autor traz exercícios com diagramas, exercícios de divisão, contagem, entre outras coisas. Na última página estão algumas respostas dos exercícios da sequência III e IV, mas não todas.

Figura 5 - Volume I: Exercícios com figuras



32

a) primeiro, segundo, terceiro, quarto, quinto, sexto, sétimo, oitavo, nono;
b) décimo, vigésimo, trigésimo, quadragésimo, quinquagésimo, sexagésimo, septuagésimo, octagésimo, nonagésimo;
c) centésimo, duocentésimo, tricentésimo, quadrincentésimo, etc.

C.3. EXERCÍCIOS - SEQÜÊNCIA IV

1. Faça um estudo sôbre o sistema de numeração romana e redija: algarismos, regras, origem, exemplificações, se possível faça um comentário comparativo com o sistema decimal.
2. Faça um estudo sôbre outros sistemas de numeração antigos e redija.
3. Faça um estudo sôbre a proveniência dos numerais cardinais (origem latina), e, outro sôbre ordinais, fracionários e multiplicativos.
4. Estude as formas numéricas indicativas de idades, de ascendência e descendência.
5. Escreva os numerais em outras bases.
Exemplifiquemos, para o número 37 para passar à base 5 pelo processo chamado de Embalagem.

Fig. 12

Diagrama 1

Fig. 13

Diagrama 2 - separamos de 5 em 5, já temos o algarismo das unidades que é o 2.

Fig. 14

Diagrama 3 - Separamos de 5 em 5, e obtemos o 2º algarismo 2 e no caso também o 3º 1

$37_{10} = 122_5$

33

a) 43 base 5 b) 28 base 5 c) 37 base 4 d) 31 base 3
e) 9 base 2 f) 12 base 2 g) 32 base 2 h) 24 base 3

6. Escreva os numerais na base 10. Exemplifiquemos para o número 123_4 pelo processo chamado de Desembalagem

Diagrama 1

Fig. 15

Diagrama 2
Desembrulha-se o primeiro pacote e obtemos 4 pacotes menores internos.

Fig. 16

Diagrama 3
Desembrulha-se cada pacote menor e devemos encontrar em cada um, 4 elementos.

Fig. 17

Em seguida passa-se para a base 10 (embalando agora em pacotes de 10 em 10), chegaremos a obter $123_4 = 27_{10}$ ou simplesmente 27.

a) 211_4 b) 101_4 c) 21_5
d) 31_5 e) 42_5 f) 222_3 g) 101_2

7. Resolva o exercício 6 usando multiplicações e adições.
Exemplo: 123_4 --- $1 \times 4 = 4$, mais 2 temos 6, $6 \times 4 = 24$, mais 3 temos 27.
8. Resolva o exercício 5 usando divisões

Exemplos: $37 \underline{|5}$, resto 2, quociente 7; $7 \underline{|5}$, resto 2, quociente 1

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

CAPÍTULO III

Tendo como tema a "ADIÇÃO", este terceiro capítulo é dividido em 4 tópicos ou seções (A, B, C e D), ocupando, ao todo, 7 páginas com temas assim distribuídos:

A. A operação – não contém subdivisões e ocupa 2 páginas.
B. Propriedades – contém 3 subdivisões, inserido em ¾ de uma página: B.1. Propriedade comutativa; B.2. Propriedade associativa; B.3. Existência do elemento neutro.
C. Tábua da adição. Contém 3 subdivisões em 2 páginas: C.1. Uma parcela é nula; C.2. Uma parcela é um; C.3. Uma parcela é dois.
D. O último tópico deste capítulo é destinado aos exercícios, D – Exercícios – Sequência V. Não contém subdivisões.

A adição é abordada a partir da ideia de união de conjuntos disjuntos, valendo-se o autor de diagramas. Ela é caracterizada, pelo autor, como uma "união de conjuntos muito simples, qualquer criança costuma fazer" (pag. 37).

Figura 6 - Volume I: União de conjuntos

Consideremos dois conjuntos A = {a,b,c,d,e} e B = {m,n,o,p} , disjuntos, representados na fig. 19,

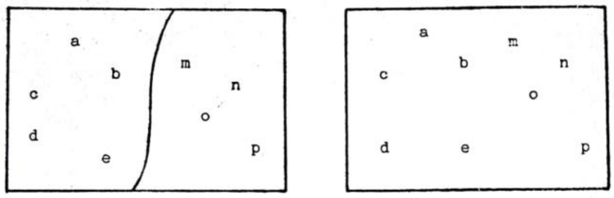


Fig. 19 Fig. 20

aos quais correspondem os inteiros 5 e 4, respectivamente.

Podemos agora considerar o conjunto C = {a,b,c, d,e,m,n,o,p} constituido dos elementos que são de A ou de B (fig. 20) ao qual corresponde o número 9.

Ao conjunto C chamamos união dos conjuntos A e B, e representa-se por A ∪ B.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Nessa seção, o autor parte da notação de união de conjuntos, A ∪ B. É perceptível novamente a presença da formalização da linguagem matemática, assim como a utilização de conceitos aprendidos nos capítulos anteriores. A definição de soma vem apresentada com destaque, emoldurada por um retângulo, e sucede a premissa de que havendo dois elementos a e b, contidos nos conjuntos A e B, disjuntos: "Chamamos soma dos inteiros "a e b" a um número inteiro "c", número de elementos do conjunto C, união dos conjuntos A e B" (p. 37). Também inserida em um retângulo, a definição de adição: "A operação que ao par (a,b) faz corresponder o inteiro c igual a sua soma é denominada adição" (p. 37). Há algumas coisas a observar nesse modo de apresentar a operação de adição: inicialmente, deve-se ressaltar a diferenciação entre soma e adição, implícita (mas não detalhada) se considerarmos as duas definições anteriores. Esses dois aspectos, por certo, são um refinamento teórico, talvez até desnecessário, mas que devem ser apontados dado o esforço do autor, no corpo de seu texto, em apostar claramente em uma abordagem formal à Matemática para os professores (ou futuros professores). Notar-se-á, também, que o uso do par ordenado (a, b) é precoce, posto que o tema Produto Cartesiano só será apresentado e discutido no capítulo voltado à multiplicação.

No tópico B, o autor enuncia primeiro as três propriedades[37] (B.1, B.2 e B.3) para, *a posteriori*, trazer uma breve explicação sobre cada uma. Ele aconselha, quanto à Propriedade Comutativa, a mudar a ordem das parcelas na soma, evidenciando a obtenção de um mesmo resultado, sendo essa uma consequência da união conjuntos ser comutativa. Como resultado da associatividade da união, podemos adicionar as parcelas agrupando como convém, ou seja, sem a necessidade de utilizar parênteses. Na parte em que trata do elemento neutro, afirma-se apenas que ela "é consequência da união de um conjunto com o conjunto vazio ser o próprio conjunto " (p. 38).

Neste mesmo capítulo, como a definição de adição já foi dada, ela é retomada sob a perspectiva da tábua da adição, item C. O autor afirma que "para achar a soma de dois inteiros reúne-se num só conjunto os elementos e contam-se os elementos" (p. 38).

De forma rápida, o item intitulado "Uma parcela é nula" (C.1), "mostra", exemplificando, que o zero é o elemento neutro pois temos 0+1=1+0=1 e 0+2=2+0=2. Da mesma forma, no item "Uma parcela é igual a um" (tópico C.2), é apresentada a definição de sucessivo (somando um). Em C.3, "Uma parcela é dois", levando em consideração os itens anteriores, o que se faz é, basicamente, tomar 2 como sendo o sucessor de 1[38].

[37] Propriedade comutativa, associativa e existência do elemento neutro.

[38] "2 + 2 = (dois é sucessivo de 1)
2 + (1 + 1) = (propriedade associativa)
(2+1) + 1 = (3 é sucessivo de 2)
3 + 1 = (4 é sucessivo de 3)
4 = 2 + 2 (lei transitiva da igualdade) " (p.39).

Feito isso, o autor recomenda a construção da tábua da adição, de modo que o resultado de uma operação se localiza no cruzamento entre a linha e a coluna em que se dispõem as parcelas.

No item destinado aos exercícios, D, pela primeira vez encontramos exercícios de múltipla-escolha[39], de completamento (Complete...) e de verdadeiro-falso. Dos 15 exercícios propostos, o último está indicado como "exercícios teóricos (para um segundo estudo) " (p. 41), e seus subitens iniciam-se por "prove que". Percebe-se assim, que, para o autor, o professor deve ter um conhecimento mais amplo a respeito da Matemática do que aquele relativo aos conteúdos que deverá ensinar. Por outro lado, na primeira edição do volume, o autor deixa claro que esse tipo de exercício – os teóricos – tem um público específico, como, por exemplo, os professores de Matemática (ou seja, os professores com formação superior em cursos de Matemática). Esse exercício chama a atenção também pois, até esse momento, nenhuma demonstração foi realizada. Na próxima página encontramos as respostas de alguns exercícios propostos, mas nenhuma resolução.

CAPÍTULO IV

O tema "SUBTRAÇÃO" é tratado em 5 tópicos ou seções (A, B, C, D e E), ocupando 7 páginas.

A. A operação. Não contém subdivisão;
B. Propriedades. Contém 3 subdivisões em ½ página: B.1. Propriedade não-comutativa; B.2. Propriedade não-associativa; B.3. Elemento neutro.
C. Tábua de subtração, não contém subdivisão.
D. Operação inversa, também não contem subdivisão.
E. Exercícios – sequência VI.

Assim como no capítulo anterior que tratava da adição, a subtração também é introduzida a partir da noção de conjuntos, apresentando diagrama

[39] Exercícios que apresentam alternativas e apenas uma é a correta. "Testes de múltipla-escolha: (indique a resposta certa); a) Se $a < b$ então $a + 3 < b + 3$; b) Se $a + x = b$ então $a = b$; c) Se $a + m = p$ então $a < r$; d) Se $a = b$, $b < c$ então $a = c$" (p. 41).

para apoiar a explicação. No caso, a ideia central é a de complementação, havendo primeiro uma formalização matemática para, a posteriori, apresentar a ideia de diferença.

Figura 7 - Volume I: Notação

Ao subconjunto B corresponde um outro subconjunto C de A: C= $\{a, b, c, d, g, h\}$, denominado complementar de B em relação a A, formado pelos elementos do conjunto A que não pertencem ao conjunto B. Indicamos:

$$\complement_A B \quad \text{ou} \quad Comp_A B$$

e lemos: Complemento de B em relação a A.

Ao número 6, de elementos de C, chamamos diferença dos inteiros 9 e 3, nessa ordem, e indicamos:

$$9 - 3 = 6 \ .$$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

A explicação sobre a diferença vem da ideia de complementar. No exemplo, há três conjuntos (A e B, com B $\subset$ A e um conjunto C, que complementa os elementos de A que não estão em B). Assim como ocorreu quando discutindo a adição, o autor sinaliza para a “simplicidade, ao nível de criança, em trabalhar a subtração, visto que elas já fazem seu uso nos seus brinquedos” (p. 44). Isso pode ser um indicativo de inserção da Matemática em nossas vidas desde pequenos, como algo natural, podendo assim, o professor, segundo o autor, fazer uso do cotidiano dos estudantes em suas explicações.

Há duas definições para a diferença, uma ligada à ideia exposta acima[40] e outra a partir da definição de soma[41]. Além dessas, há uma terceira, em que a definição da subtração[42] ocorre a partir da noção de par ordenado (a;b). Todas essas definições são emolduradas por retângulos, visando a destacá-las. Os termos “menos”, “diminuendo”, “diminuidor”, “diferença”, são inseridos após essas explicações, em um parágrafo específico no qual se indicam seus significados.

---

[40] “Chamamos diferença dos inteiros “a e b”, $(a \geq b)$, nessa ordem, ao número “c” de elementos do conjunto c, complementar de B em A” (p. 44).

[41] “Chamamos diferença dos inteiros “a e b”, $(a \geq b)$, nessa ordem, ao número “c”, que adicionado ao segundo número, fornece o primeiro” (p. 44). Ou, c + b = a.

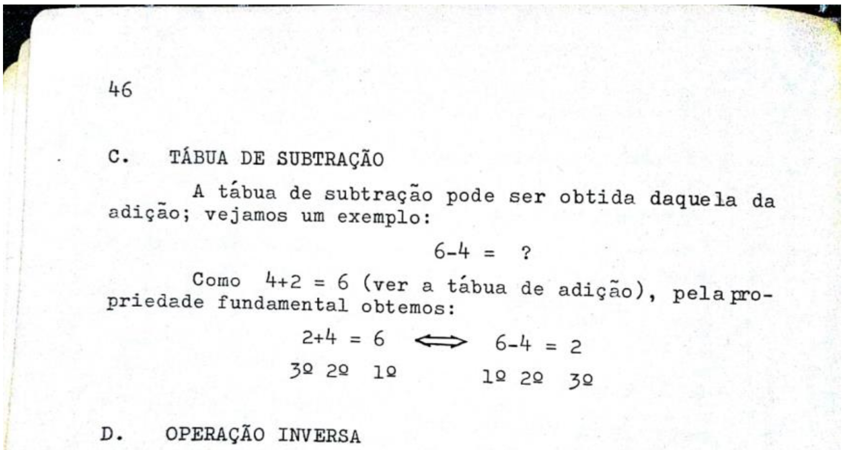
[42] “A operação que ao par (a, b) faz corresponder o inteiro c, igual à diferença de a e b, é denominada subtração ou diminuição” (p.44).

No item B, sobre as propriedades, como os números negativos ainda não foram discutidos (devemos lembrar, aqui, que o conjunto dos números inteiros, a partir da definição dada pelo autor, é a união do conjunto dos números naturais com o conjunto unitário que contém o zero), para mostrar que a subtração não satisfaz a propriedade comutativa, o autor afirma que “$5 - 2 = 3$, mas $2 - 5 = ?$ não tem significado” (p. 45). Logo, a comparação entre a adição e a subtração leva à afirmação de que a subtração não é comutativa.

Um contraexemplo também é apresentado no item B.2 para mostrar que a subtração também não satisfaz a associatividade: “$(9 - 4) - 1 = 5 - 1 = 4$; mas $9 - (4 - 1) = 9 - 3 = 6$” (p. 45). O autor lembra que a operação também não é anti-associativa. O elemento neutro é trabalhado de maneira mais sucinta (as três propriedades estão em uma mesma página). Diz apenas que a – 0 = a, mas que 0 – a, em geral, não faz sentido, por isso só existe elemento neutro, o zero, à direita.

A tábua de subtração, item C, é apresentada a partir de um exemplo, fazendo uso da tábua da adição, mas a mesma não é construída neste capítulo, sendo esse um exercício proposto.

Figura 8 - Volume I: Tábua da subtração



46

C. TÁBUA DE SUBTRAÇÃO

A tábua de subtração pode ser obtida daquela da adição; vejamos um exemplo:

6-4 = ?

Como 4+2 = 6 (ver a tábua de adição), pela propriedade fundamental obtemos:

$$\underset{3º\ 2º\ 1º}{2+4 = 6} \iff \underset{1º\ 2º\ 3º}{6-4 = 2}$$

D. OPERAÇÃO INVERSA

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Em D, operação inversa, o autor faz uso das letras x e y para significar incógnitas, que até agora havia ocorrido apenas em exercícios sugeridos, ou utilizados no corpo do texto como as letras a, b. As novas incógnitas parecem sem que, entretanto, haja uma explicação ou algum comentário sobre isso.

Pode-se supor, portanto, que o autor entende que esse uso é de conhecimento dos professores aos quais se dirige o livro, ou apenas tomando como uma incógnita a mais entre as que estão presentes, diluídas, no corpo do texto.

Neste item, a ênfase é mostrar que a operação de subtração é inversa da adição, e que a busca pelo diminuendo ou diminuidor pode ser realizada por qualquer uma das duas.

Deve-se ressaltar, por fim, que esse capítulo, no qual a subtração é apresentada como a operação inversa da adição, é pleno de exemplos e contraexemplos. Talvez as tábuas fossem melhores aproveitadas se seu uso fosse simultâneo, possibilitando que o leitor percebesse as operações como inversas.

Os exercícios deste item sugerem trabalhar com conjuntos, números e incógnitas. Também há os de múltipla escolha e os de verdadeiro-falso, bem os como aqueles para completar e testes teóricos para um segundo estudo, de acordo com o próprio autor. Dos 14 exercícios propostos, o oitavo chama a atenção. Nele, solicita-se mostrar que se $x – 4 = 0$, então $x = 4$ e, em um item b, que $x – 3 = [(x – 1) – 1] – 1$. Essa forma de operar parece ser um modo de evitar a resolução de equações de modo técnico (a do “passa para o outro lado”), ainda que nada sobre isso seja dito no material.

CAPÍTULO V

Tendo como título “MULTIPLICAÇÃO”, este capítulo é dividido em 5 tópicos ou seções que ocupam 11 páginas, a saber:

A. A operação, contém 4 subdivisões em 4 páginas: A.1. Produto cartesiano de conjuntos; A.2. Produto aritmético; A.3. Relação da multiplicação com a adição; A.4. Elementos de uma multiplicação.
B. Propriedades, contém 3 subdivisões em 1 página e ½: B.1. Propriedade comutativa; B.2. Propriedade associativa; B.3. Existência do elemento neutro.
C. Tábua da multiplicação, contém 3 subdivisões em 1 página e ½: C.1. Um fator é nulo; C.2. Um fator é a unidade (um); C.3. Um fator é 2.

D. Outras propriedades. Contém 3 subdivisões em 1 página e ½: D.1. Lei do Corte; D.2. Distributiva em relação a adição; D.3. Distributiva em relação à subtração.
E. Exercícios.

Assim como nos temas anteriores, a multiplicação também é introduzida a partir da ideia de conjunto, estando as definições destacadas em molduras retangulares.

Para introduzir esse conceito, o autor opta por iniciar falando sobre o produto cartesiano (em A.1). Considerando dois conjuntos, um numérico e outro com letras, afirma que para formar pares ordenados é necessário juntar os dois conjuntos (indicados entre parênteses e separados por ponto e vírgula), obtendo um elemento de cada conjunto em seu interior.

O produto aritmético (item A.2.), também se dá a partir de um exemplo: "Numa sala estão 2 rapazes: R1 e R2; e 3 moças: M1, M2, M3, pergunta-se quais e quantos casais diferentes podemos formar? " (p. 50 e 51). A resposta para esse problema é apresentada da forma tradicional, no sentido da heteronormatividade[43], formados por um R e um M, sem possibilidade de haver outra resposta correta senão 6: {(R1;M1), (R1;M2), (R1;M3), (R2;M1), (R2;M2), (R2;M3)}. Há dois pontos a ressaltar aqui. Um deles, relacionado à Matemática – a definição de Produto Cartesiano é apresentada neste capítulo, mas já no capítulo relativo à adição mobilizou-se o conceito de par ordenado e, além disso, não há discussão relativa à possibilidade de pares MR e RM e o que isso significaria; o outro ponto a ressaltar é relativo ao que poderíamos chamar de sinais dos tempos. Nos atuais livros didáticos essa configuração de casais compostos apenas por um rapaz e uma moça (nessa ordem, inclusive) seria questionada, posto que se excluem os pares do tipo MM e RR.

Apenas após esses dois exemplos é que o autor faz uma ligação com produto aritmético, podendo efetuar (ou indicar) a operação das seguintes maneiras "2 . 3 = 6 ou 2 x 3 = 6" (p. 51).

No livro encontramos duas definições para produto, uma delas afirma que

[43] Ainda que seja importante essa consideração, deve-se ponderar que não se pode usar esse fator para avaliar a qualidade de um material produzido à década de 1960, quando discussões dessa natureza ou inexistiam ou não tinham a menor relevância.

> Dados dois números inteiros a e b, a eles podemos associar dois conjuntos A e B, que tenham a e b elementos respectivamente, portanto: Produto de dois inteiros "a e b" é um inteiro "c", número de elementos do conjunto C, produto cartesiano dos conjuntos A e B (p.51).

Assim, a operação que faz corresponder o par (a, b) a um inteiro c, igual ao seu produto, é a multiplicação. Em nota, o autor explica para o caso de multiplicar dois termos iguais a zero.

A Definição II encontra-se no item A.3, que se refere à relação entre multiplicação e adição. Novamente o exemplo entre rapazes e moças é trazido à cena e trabalhado da mesma forma que anteriormente, incluindo, porém, agora, a ideia de adição, surgindo assim a segunda definição: "Chama-se produto de dois inteiros "a e b", à soma de "a" parcelas iguais a "b" " (p. 52). No entanto, o autor toma o cuidado de avisar que esta definição não é interessante se elegermos "a" como sendo um ou zero.

Somente em A.4 o autor trabalha os elementos de uma multiplicação, no sentido de explicar que quando vamos determinar um produto, estamos multiplicando, podendo utilizar dois símbolos operatórios ("xis" e ponto) e explicando a nomenclatura de cada elemento de uma multiplicação. Ele termina este tópico destacando também que "4 vezes o 3 entendemos como 3 + 3 + 3 + 3" (p. 53).

Iniciando o item B, sobre as propriedades (comutativa, associativa e elemento neutro), o autor relaciona todas as operações com as suas propriedades, independente da sua validade. Ele inicia cada uma, com suas respectivas generalizações, em retângulos, seguidos de exemplos e considerações sobre a importância e veracidade de cada afirmação. Por exemplo, na propriedade comutativa, em que a x b = b x a, o exemplo 3 x 4 = 12 = 4 x 3. Ela é chamada de "importantíssima" pelo fato de nos permitir utilizar uma "denominação comum aos termos de uma multiplicação: fatores, pois, qualquer um pode ser atuante, de onde a conhecida regra 'a ordem dos fatores não altera o produto' " (p. 54).

Na sequência, em C, encontramos o tópico relacionado à tábua da multiplicação, mas o autor apenas apresenta, de modo objetivo, ao leitor, como montá-la. Esta "receita" está dividida em três partes, quando (a) um fator é nulo, (b) um fator é a unidade (um), e (c) quando um fator é dois. O autor aproveita esses três tópicos para discutir a validade da definição II relativa ao produto, dita como “falha” para zero e um.

O autor mobiliza ainda, neste capítulo, o que ele chama de “Lei do corte” (item D.1), que é, nos dias atuais, mais conhecida nos livros de Álgebra Moderna como “Lei do Cancelamento” e vale para a estrutura algébrica de Grupo. No caso, sem se referir às Estruturas Algébricas, o autor parece pretender diferenciar propriedades que, se valem para uma determinada operação (no caso, a adição) não valem para outra (no caso, a multiplicação):

> Numa multiplicação, se tivermos a x b = a x c não podemos, como na adição, sempre afirmarmos que b=c, se a x b = a x c = 0, essa igualdade não implica b = c, como nos mostra o contra-exemplo: 0 x 2 = 0 x 4 (p.57).

Uma nota no item D.2 (que trata da distributividade da multiplicação em relação à adição), que o autor inclui à página 57 – e que reproduzimos abaixo – nos pareceu interessante pois, ao mesmo tempo em que o texto tenta pautar-se por uma formalização bastante singular, aqui o uso de parênteses dá lugar ao “modo de dizer” uma sentença matemática formada por uma sequência de operações, sem que a prioridade da multiplicação em relação, por exemplo, à adição, seja efetivamente explicada, o que seria desnecessário se a necessidade de uso dos parênteses fosse enfatizada:

Figura 9 - Volume I: Nota

NOTA: Quando num cálculo temos adições e multiplicações é costume fazer-se primeiro a multiplicação: 3+4x2=3+8=11, que corresponde a 3+(4x2), mas poderá ser 3+4x2=7x2=14, correspondendo a (3+4) x 2 .

Nada diz que o primeiro procedimento é o correto, invocando que a multiplicação é uma operação mais "avançada" (!) do que a adição; ou para o segundo, argumentando que se deve fazer os cálculos na ordem indicada. Parece-nos que é de maior uso o primeiro, mas julgamos de todo conveniente empregar-se uma escrita ou fala adequada ao cálculo utilizado, deixando a multiplicação indicada com os elementos mais próximos, e na leitura, fazendo a pausa conveniente. (que corresponde à colocação de uma vírgula)

3 + 4x2 = 3 + 8 = 11

ou: três mais, quatro vêzes dois .

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

No tópico que antecede os exercícios, o autor discute a distributividade em relação à subtração (D.3), fornecendo apenas a fórmula geral e um exemplo.

Os exercícios seguem todos no último tópico e são do tipo: determine o produto cartesiano, escreva a adição na forma de subtração, dê exemplos numéricos das propriedades, utilizando as propriedades mostre que..., teste, complete. Entre os 19 exercícios, o último é para um segundo estudo (inclui-se, portanto, na lista dos exercícios teóricos). Chama a atenção o exercício de número 12: "Rápido, quais os valores dos seguintes cálculos: a) 6 x 4 x 0 x 7 x 1 x 3; c) 6 x 1 + 5 x 0; d) 1 x 8 – 0 x 2 + 0 x 0" (p.59), no qual o comando "rápido" implica a necessidade de não apenas operar ou pensar adequadamente, mas também de modo ágil. Recomendações nesse mesmo sentido (que apostam na agilidade e rapidez das respostas, ao mesmo tempo em que ressaltam a necessidade de correção) são comuns em livros bem mais antigos (ver, p.e. SOUZA, 2017). Aparentemente, visa-se ao cálculo rápido talvez como um estímulo para o cálculo mental.

CAPÍTULO VI

Tendo como tema "DIVISÃO", o sexto capítulo traz 10 tópicos ou seções (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J), que foram divididas em 13 páginas:

A. Múltiplos, não possui subdivisões e ocupa 1 página.
B. Operação inversa da multiplicação – divisão exata. Não há subdivisão em seu interior, ocupando um pouco menos que 2 páginas.
C. Operações inversas da divisão, está contido em 1 página e não há subdivisão.
D. Propriedades, contém 2 subdivisões e ocupa ¾ de uma página: D.1. Propriedade não-comutativa; D.2. Propriedade não-associativa.
E. Elemento neutro, ocupa menos do que ½ página. Sem subdivisões.
F. Divisões particulares. Não há subdivisões, e ocupa 1 página.
G. Tábua de divisão. Não há subdivisões, ocupa 1 página.
H. Exercícios – sequência VIII. Não há subdivisões e é discutido em 1 página e ½.

I. Divisão geral. Contém 3 subdivisões em 2 páginas e ½: I.1. Introdução; I.2. Definição; I.3. Propriedades.
J. Exercícios – sequência IX. Não há subdivisões, 2 páginas.

O tema da divisão é introduzido a partir da noção de múltiplos (item A). Assim, o autor retoma o assunto anterior, a multiplicação, trabalhando agora com um conjunto de números naturais. São definidos os múltiplos e, posteriormente, os números pares e ímpares para, depois, explicitar os submúltiplos e os múltiplos, sempre utilizando suas definições, seguido de exemplos como "8 é múltiplo de 2 porque 4 x 2 = 8. Logo, 2 é sub-múltiplo de 8" (p. 61).

Assim como na subtração, trabalha-se também a ideia de operação inversa, explicitada no item B: "Operação inversa da multiplicação – divisão exata" (p. 61). Num produto qualquer (a = b x c, b e c inteiros), se conhecermos um dos fatores (b ou c) a determinação do outro se dá através de operação inversa. Como de costume, no livro, segue um exemplo numérico[44].

Há 2 definições contidas em retângulos, uma seguida da outra (não há nada entre elas). Uma delas define quociente e a outra nos leva a pensar em divisão[45]. Antes das definições, o autor afirma que o resultado da operação da divisão é denominado quociente. Depois disso, as nomenclaturas são inseridas (dividendo, divisor, dividindo, quociente) surgindo, na sequência, uma nota sobre o fato do quociente não ser definido para qualquer par de números inteiros, pois como estamos trabalhando com divisão exata, *a* deve ser múltiplo de *b*, "a rigor, não existe a operação para os outros casos" (p. 62).

[44] "6 por 2 é 3 porque 2 x 3 = 6" (p. 62).

[45] "Chamamos quociente de dois inteiros *a* e *b*, nessa ordem *a* múltiplo de *b*, a um inteiro *c*, que multiplicado por *b* fornece o produto *a* " e "A operação que ao par de inteiros (a;b), faz corresponder o inteiro *c* igual ao seu quociente é denominada divisão" (p.62).

Figura 10 - Volume I: Equivalência fundamental da divisão

63

Da definição resulta a equivalência fundamental da divisão:

$$\boxed{a : b = c \Leftrightarrow b \times c = a \Leftrightarrow \underbrace{b+b+\dots+b}_{c \text{ parcelas}} = a}$$

Desta equivalência segue dois aspectos para divisão:

1) obtenção do número de vêzes que deve ser adicionado o divisor para se obter o dividendo.

2) Obtenção do número de vêzes que se pode subtrair o divisor do dividendo.

De fato: $$a : b = c \Leftrightarrow \underbrace{(b+b+\dots+b) + b}_{c \text{ parcelas}} = a$$

ou

$$a : b = c \Leftrightarrow \underbrace{(b+b+\dots+b)}_{c - 1 \text{ parcelas}} + b = a - b$$

ou

$$a : b = c \Leftrightarrow \underbrace{(b+b+\dots+b)}_{c - 2 \text{ parcelas}} + b = (a-b) - b$$

e, sucessivamente:

$$a : b = c \Leftrightarrow \underbrace{(a - b) - b - \dots - b}_{c \text{ subtrações de diminuidor } b.}$$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968. Setas incluídas por mim.

Nesse capítulo também encontramos uma descrição do que, nos termos das estruturas algébricas, seriam axiomas (existência de elemento neutro, existência de inverso etc). Devemos notar que, embora – como já indicamos – o autor não use o conceito de estruturas algébricas, é nessas estruturas (que nada mais são do que conjuntos não vazios munidos com uma ou mais operações que verificam alguns axiomas) que está radicada toda a sequência de tópicos relativos às operações aritméticas, tema deste primeiro volume.

Ainda que a opção do autor seja por um tratamento mais formalizado que intuitivo, deve-se notar que essa formalização se dá pelos conceitos e pela linguagem que o texto promove e não tanto pelas demonstrações formais que, embora apareçam em abundância em outros livros da época (p.e., ver dissertação de mestrado de IMENES, 1989), nessa Coleção – ao mesmo nesse primeiro volume da Coleção – não são tão frequentes.

No item C, operações inversas da divisão, o autor sinaliza que se "x : b = c" pela equivalência fundamental da divisão "x : b = c ⇔ b x c = x". Indicando que "a operação inversa à esquerda da divisão é a multiplicação" (p.64).

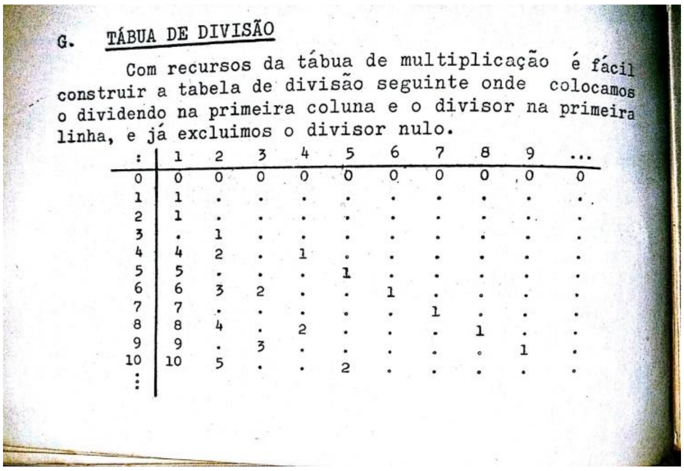
Em D, as propriedades são novamente trabalhadas, valendo a não-comutatividade, a não-associatividade e o elemento neutro, o que o autor mostra em um breve texto seguido de um contraexemplo. Apesar da linguagem formalizada, todos os itens foram anteriormente explicados.

Em nota, o autor traz o número 1 como divisor universal e o zero como múltiplo universal. Notem que ele parece estar cuidando para que os detalhes não escapem, inclusive os que podem parecer triviais para um leitor, mas extremamente necessários para outro.

Em contrapartida, no tópico F, apresenta-se (sem discussão) uma divisão em que o zero é o dividendo[46], além de um segundo caso, em que o zero aparece como divisor. Também pela equivalência o autor mostra que a divisão por zero é impossível e que apesar de $0 \times c = 0$ ser uma verdade, como o resultado não depende do valor de c, quando o dividendo e o divisor são nulos, a divisão é indeterminada.

A tábua de divisão é construída no tópico G, utilizando a da multiplicação como recurso. O autor diz que a sua visualização é fácil e destaca que se o leitor tiver dificuldade em sua visualização, basta dividi-la em tabelas.

Figura 11 - Volume I: Tábua da divisão



G. TÁBUA DE DIVISÃO

Com recursos da tábua de multiplicação é fácil construir a tabela de divisão seguinte onde colocamos o dividendo na primeira coluna e o divisor na primeira linha, e já excluimos o divisor nulo.

:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
4	4	2	.	1	.	.	.	.	.	.
5	5	.	.	.	1	.	.	.	.	.
6	6	3	2	.	.	1	.	.	.	.
7	7	.	.	.	.	.	1	.	.	.
8	8	4	.	2	.	.	.	1	.	.
9	9	.	3	.	.	.	.	.	1	.
10	10	5	.	.	2	.	.	.	.	.
⋮										

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

[46] O livro traz apenas que: "Pela equivalência $0 \times b = 0 \Leftrightarrow 0 \div b = 0$" (p. 65).

Em H o autor propõe alguns exercícios, o que não é algo usual neste livro, visto que normalmente eles aparecem sempre ao final dos capítulos. Isso pode ocorrer devido à necessidade do próprio tema: as questões são inseridas quando o autor julga necessário, devido ao grau de dificuldade ou complexidade do assunto.

No item I, a ideia de divisão não exata, ou com resto, é introduzida e tratada. Um breve texto introdutório apresenta a divisão de 38 objetos para 7 pessoas. Como 38 não é múltiplo de 7, pensa-se em 38 como 35+3, do que se pode dividir exatamente 35 por 7 seguindo a definição formal da divisão e sua fórmula geral. A parte que define a divisão geral[47] está toda sublinhada, o que demonstra a intenção do autor em colocar ênfase nesse assunto, explicitando assim sua importância. Após essa parte teórica, o autor traz exemplos. Ele utiliza a fórmula geral "*a = b x q + r*" nas resoluções, mas a "montagem" do algoritmo não é introduzida neste capítulo. Essa mesma observação vale para as operações anteriores (subtração, adição e multiplicação): todas as "construções" ou "esquemas" algoritmos são encontrados apenas no capítulo XI, intitulado "Cálculo prático das operações", à página 87. O cálculo de quociente aproximado é tratado em um texto introdutório simples, de dois parágrafos, seguido de um exemplo descomplicado. O texto é formal, mas compreensível – do meu ponto de vista – já que, caso o leitor tenha alguma dúvida, o exemplo por si só é suficiente para elucidar a questão[48].

As propriedades são apresentadas e discutidas em um único tópico (I.3. Propriedades), em que se explica ao leitor que, como a divisão exata não é associativa e nem comutativa, a divisão aproximada também não o é, mas pode-se enunciar um resultado: "Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um inteiro, o quociente é o mesmo, mas o resto fica multiplicado pelo inteiro" (p.71), cuja validade é demonstrada de maneira bem sucinta, utilizando menos

---

[47] "Dados dois inteiros a e b (b≠0), chamamos quociente dos inteiros, nessa ordem o inteiro q, tal que: a = b x q + r com $0 \leq r < b$. A operação, que ao par (a;b) faz corresponder o inteiro q, igual ao seu quociente, é denominada Divisão Geral. O inteiro r é chamado resto" (p. 69).

[48] "Seja a determinação do quociente de 27 por 6, temos:
6 x 1 = 6
6 x 2 = 12
6 x 3 = 18
6 x 4 = 24
6 x 5 = 30 (ultrapassou)
Logo, 4 é o quociente aproximado, e, o resto é 27 – 24 = 3" (p.71).

de meia página. A seguir, há 14 exercícios (item J), todos eles se referindo ao conceito de resto. Não há “exercícios para um segundo estudo”, como nos capítulos anteriores.

CAPÍTULO VII

Com o título “POTENCIAÇÃO”, este capítulo é composto por 3 tópicos que ocupam 8 páginas.

A. A operação, contém 3 subdivisões ocupando pouco mais de 2 páginas: A.1. Preliminares; A.2. Definição; A.3. Extensões.
B. Propriedades. Contém 6 subdivisões em pouco mais de 3 páginas: B1. Propriedade não-comutativa; B.2. Propriedade não-associativa; B.3. Elemento neutro; B.4. Propriedade distributiva; B.5. Operações com potências da mesma base; B.6. Justificativas das extensões.
C. Exercícios – sequência X, não contém subdivisões.

O capítulo é iniciado pelas preliminares (item A.1.), lembrando o significado de multiplicação, agora com fatores iguais e definindo potenciação, na tentativa de aproximar os dois assuntos. A retomada de conteúdos já discutidos para inserção de um novo é uma característica bastante marcante – e explícita – de toda essa Coleção.

O tópico A.2 inicia-se com duas definições[49] consecutivas, ambas inseridas em retângulos, uma para números inteiros, a potência, e outra a partir da ideia de par ordenado, a potenciação.

A nomenclatura de cada elemento de uma potência também é apresentada (base, expoente e potência), ao passo que a equivalência fundamental da potenciação é apenas enunciada ($a^b = c \Leftrightarrow a$ x a x a x ... x a = *c (b* fatores de *a*)).

A página 75 merece destaque, pois nela encontramos as duas primeiras notas de rodapé do livro, ambas inseridas em exemplos. Uma delas indica que

[49] “Dados dois números inteiros *a* e *b* (com *b*>1), chamamos potência *b* de *a*, o produto *c* de *b* fatores iguais *a*” (p. 74) e “A operação que ao par de inteiros (*a;b*) faz corresponder o inteiro *c*, igual à sua potência é denominada potenciação” (p. 75).

quando o expoente de um número é 2, lemos sempre “ao quadrado”, enquanto a outra nota refere-se à leitura de “ao cubo”. A preocupação do autor com a linguagem Matemática é visível, seus cuidados para que os detalhes não passem despercebidos também.

Em A.3, intitulado “Extensões”, o autor afirma que $a^1=a$, e que $a^0=1$, é um tema a ser tratado mais adiante.

Figura 12 - Volume I: Extensão da potenciação

A.3. EXTENSÕES

Como não tem sentido multiplicação com um só fator, e também multiplicação sem fatôres, os símbolos:

a^1 e a^0 são desprovidos de sentido.

Entretanto, por razões que ainda justificaremos, extende-se a definição tomando:

$$\boxed{\begin{array}{l} a^1 = a \\ a^0 = 1, \quad \text{com} \quad a \neq 0 \end{array}}$$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Na sequência (item B, p.76) são apresentadas as propriedades das potências (não-comutativa, não associativa, elemento neutro, distributiva), além das definições de potências da mesma base e justificativas das extensões – todos esses assuntos inseridos no tópico das propriedades, com a discussão de sua validade usando exemplos e contraexemplos. Assim, na propriedade não-comutativa, por exemplo, é apresentado que, em geral, a^b é $diferente\ de\ b^a$, dada a exceção de quando $a = b$, e como contraexemplo o autor traz $2^3\ e\ 3^2$. No que se refere à propriedade do elemento neutro, o autor apenas elucida que ele só existe à direita e é o número um, seu exemplo é $5^1 = 5$. Aparentemente o autor acredita que esses assuntos são simples para o leitor, posto que a enunciação em linguagem matemática segue de 1 exemplo (ou 1 contraexemplo).

Para a discussão da propriedade distributiva o autor traz 5 casos distintos: a) não-distributiva em relação à adição ou subtração, b) distributiva pela direita em relação à multiplicação, c) não-distributiva pela esquerda em relação a multiplicação, d) distributiva pela direita em relação à divisão, e) não-distributividade pela esquerda. Segue-se a generalização a partir de exemplo[50] ou contraexemplo (apenas um para cada), como também ocorre na discussão das demais propriedades.

No tópico sobre as operações com potências da mesma base, B.5, o que o autor coloca como regra[51] vem apresentado entre aspas.

Neste capítulo não há menção explícita à ideia de conjunto, ainda que ela esteja implícita posto que todo ele é desenvolvido a partir da ideia de multiplicação que, por sua vez, foi assentada na ideia de conjuntos.

Em B.6, o autor retoma o item A.3, sem especificar, entretanto, que está tratando do que já havia sido tratado. Essa extensão é realizada somente no final do trabalho, quando discutindo as potências de mesma base.

Figura 13 - Volume I: Justificativa

B.6. JUSTIFICATIVAS DAS EXTENSÕES

a) Consideremos o quociente:

$$a^b : a^b$$

pela definição de divisão $a^b : a^b = 1$, admitindo que a regra B.5.2 possa ser aplicada também neste caso teremos:

$$a^b : a^b = a^{b-b} = a^o$$

o que justifica a extensão $a^o = 1$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Na sequência há 11 exercícios, e entre eles há alguns teóricos, como são tipificados pelo próprio autor, e indicações para “um segundo estudo”. São exercícios para o leitor provar a validade de algumas sentenças (havendo sugestões de resolução), testes de múltipla escolha e “verdadeiro ou falso”.

CAPÍTULO VIII

[50] “b) $(a \times c)^b = a^b \times c^b$. Exemplo: $(4 \times 3)^2 = 4^2 \times 3^2 = 16 \times 9 = 144$, esta propriedade é verdadeira para multiplicação de vários fatores” (p. 77); “c) $a^{b\times c} \neq a^b \times a^c$. Contra-exemplo: $3^{2\times 3} = 3^6 = 729,\ mas\ 3^2 \times 3^3 = 9 \times 27 = 243$” (p. 77).

[51] Potenciação, “REGRA: Para se elevar uma potência a outra potência, multiplica-se os expoentes e conserva-se a base” (p.78).

A "RADICIAÇÃO" é o tema do oitavo capítulo, composto por 5 tópicos que ocupam, no total, 4 páginas. Nenhum dos tópicos contém subdivisão.

A. A operação, ocupa pouco mais que 1 página.
B. Elementos, é trabalhado em ½ página.
C. Raízes quadradas e cúbicas principais, possui ¼ de uma página.
D. Radiciação geral. Contém 1 página.
E. Exercícios – sequencia XI. Ocupa 1 página.

Este é o capítulo mais breve do primeiro volume da Coleção: há 3 páginas de explicação e uma de exercícios, totalizando apenas 2 folhas. Sua primeira frase é: "Consideremos a potenciação $3^2 = 9$" (p.82), do que se nota que o assunto do capítulo anterior é mencionado, agora, para tratar da radiciação. Seguem uma generalização e duas definições – uma delas a respeito da raiz[52] de um índice e a outra relativa à ideia de par[53], ou seja, a ideia de conjunto também está presente nesse capítulo, ainda que a palavra não apareça evidenciada.

Uma nota, à página, afirma que "A potenciação possui outra operação inversa, que é aquela da busca do expoente, chama-se logaritmação, mais complicada" (p. 82). Interessante adjetivar como "complicado" um determinado conteúdo matemático, já que isso pode implicar uma certa pré-disposição negativa em relação a algo que será abordado em momento posterior da escolaridade. De qualquer maneira o assunto logaritmo não faz parte dos estudos iniciais, do nível primário, o que implica que não seriam mesmo o objeto desta Coleção.

A seguir, a noção de Raiz Exata é trabalhada nos exemplos, mas apenas dizendo que $\sqrt[2]{16} = 4$ porque $4^2 = 16$. Em "Elementos", tópico B, vemos novamente uma preocupação do autor com a linguagem matemática, nomeando cada elemento presente na radiciação (raiz, índice da raiz, radical e radicando), com seus respectivos "símbolos". Explica-se também que o índice 2, por se tratar de raiz quadrada, é dispensável.

---

[52] "Raiz de índice *n* de um número *a*, é um número *b*, tal que a potência de *b* de grau *n* é o número *a*" (p.83).
[53] "À operação que ao par *(a;m)*, verificadas as condições de potência, faz corresponder a raiz, é a radiciação" (p.83).

Em C, o autor afirma que

> É interessante conhecer-se algumas raízes quadradas e cúbicas, as quadradas dos números menores que 100 e as cúbicas dos menores que 1 000. Tal conhecimento corresponde em verdade em saber os quadrados e os cubos dos números de 1 a 10 (p.83).

Figura 14 - Volume I: Tabela de raiz quadrada e cúbica

nº	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Raiz quadrada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

nº	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
Raiz cúbica	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

É interessante também notar que o autor trata, ainda que rapidamente, no tópico D e em apenas uma página, de raízes não exatas, com aproximações, seja por falta ou por excesso. Ele explica que poderíamos dizer que a raiz quadrada de 27 é 4, mas ela não é tão próxima quanto seria se assumíssemos como resultado o 5. Para que esse engano não ocorra, ele define raiz geral ou não exata: "Dados números a e n (não nulo) dizemos que b é a raiz de índice n de a caso b é o maior inteiro tal que $b^n \leq a$" (p.84), com o que se exclui a possibilidade do 4 ser a raiz de 27. Há também um indicativo de como a raiz quadrada interage com a potenciação e como, utilizando essa informação, se pode encontrar o resto (a diferença entre o resultado e sua aproximação).

Figura 15 - Volume I: Raiz inexata

Indicamos: $b = \sqrt[n]{a} \iff b^n = a$

$b \simeq \sqrt[n]{a} \iff b^n < a$

Sendo $b^n \leq a$, podemos escrever $r = a - b^n$, denominado resto, e teremos:

$$a = b^n + r$$

isto é, numa radiciação geral o radicando é igual à potência n da raiz mais o resto.

Exemplo: $\sqrt{27} \simeq 5$ e $27 = 5^2 + 2$

Quando $r \neq 0$ a raiz é inexata ou aproximada, e quando $r = 0$, a raiz é exata.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

No final do capítulo há uma nota adiantando temas a serem estudados posteriormente:

> Em outro capítulo aprenderemos a extrair a raiz quadrada de números maiores que 100, e depois que estudarmos a decomposição de um número em fatores primos, teremos mais um recurso auxiliar para raízes quadradas, cúbicas e outras (p. 84).

Na parte dos exercícios, 3 são do tipo "calcule", 2 para construir tabelas, 3 tratando de notação, inversa e raiz exata.

CAPÍTULO IX

O capítulo tem como título "CÁLCULO PRÁTICO DAS OPERAÇÕES", e está dividido em 7 tópicos ou seções que ocupam 27 páginas. Subdivisões aparecem apenas nos tópicos D, E e F.

A. Outra forma dos números, ocupa 1 página e ½.
B. Adição, ocupa 3 páginas e ½.
C. Subtração, ocupa um pouco mais de 2 páginas.
D. Multiplicação. Contém 2 subdivisões em pouco mais de 4 páginas: D.1. Caso I, D.2. Caso II.
E. Divisão. Contém 4 subdivisões em 6 páginas: E.1. Caso I, E.2. Caso II, E.3. Algoritmo da divisão, E.4. Prova.
F. Radiciação – Raiz quadrada. Contém 2 subdivisões em 6 páginas: F.1. Sucessão de ímpares, F.2. Extração da raiz quadrada.
G. Exercícios – sequência XI, ocupa pouco mais de 2 páginas.

Este capítulo não é o mais longo do livro, porém destoa dos anteriores que possuíam, em média, 9 páginas. O tópico "A. Outra forma dos números" inicia-se explicando o valor de posição de alguns números, de forma a obter sua decomposição, afirmando ser o sistema de numeração um "sistema posicional multiplicativo e aditivo por justaposição à direita" (p.86). Inserindo outros exemplos, agora com incógnitas, o autor ressalva que a base 10 do sistema pode facilitar, sobre o que ele inclui a terceira nota de rodapé do volume, à página

87[54]. É importante ressaltar que o leitor, sem nenhum aviso prévio, já está sendo apresentado às equações do segundo grau, e talvez nem o autor tenha se dado conta disso, já que uma característica marcante no livro é o cuidado com as definições e a exposição rigidamente sequenciada dos conteúdos.

A temática da adição (tópico B) é apresentada a partir de uma ideia que acredito não seja natural a uma criança, que, em última instância, é o púbico alvo, já que o livro é escrito para professores. Há uma mistura de incógnitas, por exemplo, em sentenças que ao mesmo tempo usam "*a*" " *a'*" (a e a linha), o que parece ser um complicador significativo para a compreensão dos pequenos.

Figura 16 - Volume I: Adição de N com N'

$$N = abcd$$
$$N' = a'b'c'd'$$

escritos na nova forma teremos:

$$N = a \times 10^3 + b \times 10^2 + c \times 10 + d$$
$$N' = a' \times 10^3 + b' \times 10^2 + c' \times 10 + d'$$

Adicionando:

$$N+N' = (a x 10^3 + b x 10^2 + c x 10 + d) + (a' x 10^3 + b' x 10^2 + c' x 10 + d')$$

Aplicando a propriedade comutativa e associativa várias vêzes, conseguiremos reunir as parcelas do seguinte modo:

$$N+N' = (a x 10^3 + a' x 10^3) + (b x 10^2 + b' x 10^2) + (c x 10 + c' x 10) + (d+d')$$

Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição podemos escrever:

$$N+N' = (a+a') x 10^3 + (b+b') x 10^2 + (c+c') x 10 + (d+d')$$

De onde se conclui que devemos adicionar separadamente:

os algarismos das unidades:	$d + d'$
os algarismos das dezenas :	$c + c'$
os algarismos das centenas:	$b + b'$
os algarismos das unidades de milhar:	$a + a'$, etc.

para obtermos, respectivamente: o algarismo das unidades, o das dezenas (coeficiente de dez), o das centenas (coeficiente de dez ao quadrado), o das unidades de milhar (coeficiente de dez ao cubo).

Entretanto, pode acontecer que em alguma destas adições parciais, a soma supere ou iguale a base (no caso base 10).

Seja por exemplo:

$$b + b' = 10 + m \text{ (m pode ser 0)}$$

Teremos:

$$N+N' = (a+a') x 10^3 + (10+m) x 10^2 + (c+c') x 10 + (d+d')$$

ou pela distributividade e pela regra de multiplicação de potências da mesma base:

$$N+N' = (a+a') x 10^3 + 10^3 + m x 10^2 + (c+c') x 10 + (d+d')$$

ou, ainda pela distributividade, considerando $10^3 = 1 x 10^3$

$$N+N' = (a+a'+1) x 10^3 + m x 10^2 + (c+c') x 10 + (d+d')$$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

[54] "O leitor deverá observar que esta forma é válida para qualquer base y" (p. 87).

A sequência de apresentação aparentemente foi pensada para que o leitor perceba que podemos adicionar os algarismos de mesma ordem e finalmente obter o resultado[55]. A isso ele chama de "modo prático", e é essa a primeira vez que a operação é apresentada via os algoritmos usualmente ensinados na escola.

Há uma ressalva de que para adicionar várias parcelas o procedimento, a montagem (em colunas) é a mesma. Já para realizar a verificação dos cálculos, quando se expõem as justificativas de por que os cálculos estão corretos, há quatro possibilidades, segundo o autor: pode-se usar a propriedade comutativa, a propriedade associativa, a prova dos nove, ou a prova de Cauchy. Os dois primeiros modos são tratados de forma bastante breve e pontual. Ao tratar da prova dos nove, o autor não explica seu funcionamento e a única nota a esse respeito afirma que essa regra será tratada em capítulos posteriores. Já a prova de Cauchy[56] – que está sublinhada, vem seguida de um exemplo já que, por não ser muito conhecida, precisa de uma explicação mais detalhada.

No tópico C, que trata da subtração, assim como na adição (figuras 16 e 17), o autor traz os conjuntos N e N' e expõe três regras.

> Regra I: Quando o valor do algarismo do diminuendo, de dada ordem, é maior ou igual ao valor do algarismo do diminuidor de ordem correspondente, subtrai-se os valores dos algarismos de mesma ordem da diferença (p. 92).

A regra II tem o mesmo tipo de enunciado,

> Quando o valor do algarismo do diminuendo, de dada ordem, é menor que o valor do algarismo do diminuidor da ordem correspondente, adiciona-se dez unidades ao diminuendo para efetuar a subtração (p.92).

---

[55] Basta colocar os números em colunas, somando os algarismos de mesma ordem.

[56] Prova de Cauchy: "A soma de todos os valores dos algarismos das parcelas e dos algarismos transportados é igual à soma dos valores dos algarismos da soma, mais o produto por 10 da soma dos valores dos algarismos transportados" (p. 90), ou seja, se somarmos 235 + 358 + 169 em colunas teremos 762 como resultado e os algarismos transportados serão 2 e 1 (2 dezenas e 1 centena), somados 2 + 1 = 3. Somando os algarismos da soma com dez vezes os algarismos transportados, 7 + 6 + 2 = 15 + 10 x 3 = 45. Agora, voltando aos algarismos da soma e adicionando-os 2 + 3 + 5 + 3 + 5 + 8 + 1 + 6 + 9 = 42, mais os transportados, 42 + 3 = 45. Como ambas as contas resultaram em 45, o cálculo está correto. O autor sinaliza para a realização desse último cálculo mentalmente.

Figura 17 - Volume I: a – b = c

A igualdade:

$$b = (b'+b'') + 1 = (b'+1) + b''$$

fornece também pela equivalência:

	$b = (b'+b'') + 1$	$b - 1 = b' + b''$
e,	$b - 1 = b' + b''$	$(b-1) - b' = b''$
ou,	$b = (b'+1) + b''$	$b-(b'+1) = b''$

Igualdades que fornecem as regras (alternati - vas) complementares à REGRA II:

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

A terceira regra é uma regra complementar, e trata do algoritmo usual da subtração, ou seja, colocando um número embaixo do outro – conforme a ordem dos seus algarismos – e subtraindo o de cima pelo de baixo, um a um.

A discussão da multiplicação, no tópico D, divide-se em dois casos. No primeiro caso, multiplicam-se elementos de N por elementos de N’, uma justificativa formal e altamente abstrata, conforme mostra a figura a seguir.

Figura 18 - Volume I: Multiplicação, caso I

Pela definição de multiplicação devemos tomar:

$$N \times N' = \underbrace{N + N + N + \dots \dots + N}_{N' \text{ parcelas}}$$

$$\text{ou} = \underbrace{N + N + N + \dots \dots + N}_{u \text{ parcelas}}$$

Entretanto, para adicionar, já vimos que se deve adicionar os valores dos algarismos de cada ordem, para se obter o algarismo da mesma ordem da soma, logo:

$$NxN' = (a+a+\dots+a)x10^3 + (b+b+\dots+b)x10^2 + (c+c+\dots+c)x10 + (d+d+\dots+d)$$

como

$$\begin{cases} d + c + \dots + d = d \times u \\ c + c + \dots + c = c \times u \\ b + b + \dots + b = b \times u \\ a + a + \dots + a = a \times u \end{cases}$$

temos: $\boxed{NxN' = (axu)x10^3 + (bxu)x10^2 + (cxu)x10 + (dxu)}$

resultado ao qual podemos chegar de outra maneira:

$NxN' = (ax10^3 + bx10^2 + cx10 + d)xu$

$NxN' = (ax10^3)xu + (bx10^2)xu + (cx10)xu + dxu$ (pela Prop. distributiva)

$NxN' = (ax(10^3xu) + bx(10^2xu) + cx(10xu) + dxu$ (pela Prop. associativa)

$NxN' = ax(ux10^3) + bx(ux10^2) + cx(ux10) + dxu$ (pela Prop. comutativa)

$NxN' = (axu)x10^3 + (bxu)x10^2 + (cxu)x10 + dxu$ (pela Prop. associativa)

de onde concluimos a regra operacional seguinte:

REGRA I:

Para se multiplicar um número de vários algarismos por um número de um só algarismo, multiplica-se o valor de cada algarismo para se obter o valor do algarismo da mesma ordem do produto.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Enunciam-se, na sequência, mais duas regras: a primeira sobre multiplicar um número de vários algarismos por outro que tem a unidade como um de seus algarismos. A segunda regra vem exposta no quadro a seguir:

Figura 19 - Volume I: Regra II

REGRA II

> Quando se multiplica o valor de um algarismo de dada ordem pelo valor de um algarismo e resultar um número de dois algarismos, escreve-se o algarismo das unidades para aquela ordem, e transporta-se o valor do algarismo das dezenas para a ordem imediatamente superior.

Exemplo numérico: 283 x 3

$$
\begin{aligned}
283 \times 3 &= (2 \times 3) \times 10^2 + (8 \times 3) \times 10 + (3 \times 3) \\
&= 6 \times 10^2 + 24 \times 10 + 9 \\
&= 6 \times 10^2 + (2 \times 10 + 4) \times 10 + 9 \\
&= 6 \times 10^2 + 2 \times 10^2 + 4 \times 10 + 9 \\
&= (6 + 2) \times 10^2 + 4 \times 10 + 9 \\
&= 8 \times 10^2 + 4 \times 10 + 9 = 849
\end{aligned}
$$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Logo, o autor utiliza as ideias de centena, dezena e unidade, explicitando-as em função de múltiplos de 10 (isto é, 234, por exemplo, é 200+30+4, ou $2\text{x}10^2+3\text{x}10^1+4\text{x}10^0$) e usando a propriedade distributiva da adição em relação à multiplicação. Feito isso, também a maneira tradicional (a montagem da conta em colunas) é apresentada, sendo essa chamada pelo autor de "modo prático" (p. 96), o que implica estar a praticidade ancorada não no que poderia ser um procedimento mais simples, mas um modo mais conhecido e usual de operar.

A discussão da Divisão (tópico E) também vem dividida em dois casos. Tudo é feito a partir de regras das quais se descreve apenas o uso. São enunciadas, por exemplo, a Regra da Cota[57] e a Regra do Tenteio[58]. Tenteio, no caso, significa Tentativa.

[57] "REGRA DA COTA: Dividindo-se o número constituído pelo primeiro algarismo do dividendo (ou pelos dois primeiros algarismos se o dividendo possui um a mais que o divisor) pelo número constituído pelo primeiro algarismo do divisor, obtém-se uma cota superior do algarismo do quociente" (p.99).

[58] "REGRA DO TENTEIO: Na prática, utiliza-se a regra da cota e tenteio: determinada a cota, experimenta-se multiplicando-se a cota pelo divisor, se o produto é igual ou inferior ao dividendo, a cota é o próprio quociente, se o produto é superior abaixa-se uma unidade e multiplica-se novamente, e, assim sucessivamente" (p. 99).

Na página 100 o livro traz o "modo prático", que é a montagem da operação que realizamos normalmente – e ainda hoje – para as divisões. Ele denomina essa prática de "divisão com chave". Em nota de rodapé (a quarta do livro) o autor diz que "na parte metodológica (vol II) tratar-se-á novamente desta questão com o cuidado que a operação requer" (p. 100).

Na sequência, o tópico E.3. trata do algoritmo da divisão, que vem explicada em oito passos ou regras, enunciadas com frases curtas e objetivas, que, apoiadas em modos de proceder anteriormente mobilizados, conduzem o leitor ao modo usual de proceder para fazer divisões. Essa parte possui apenas um exemplo (o que talvez reforce nossa perspectiva de que essa é a maneira tradicionalmente usada pelos professores), seguida da prova do cálculo (ou prova dos nove).

O próximo e último assunto tratado nesse capítulo é a Radiciação, introduzida a partir da ideia de sucessão[59] de números ímpares, já que a soma dos dois primeiros ímpares é o resultado de dois ao quadrado, a soma dos três primeiros impares é o resultado de três ao quadrado e assim sucessivamente, ou seja, a soma de seis números ímpares deve ser seis ao quadrado, que é trinta e seis, o que desencadeia a propriedade de que "a soma dos ímpares é igual ao quadrado do número de ímpares considerados" (p.105), exposta no interior de um retângulo. Ele precisará dessa ideia no próximo tópico, quando tratando da extração da raiz quadrada.

Tendo tratado a radiciação exata, passa-se a estudar a raiz de números em que o resultado não é exato. A primeira pergunta deste segundo tópico é "qual a raiz quadrada de 27? " (p. 106), seguida de "Quantos ímpares podemos escrever sem que a soma ultrapasse 27? " (p. 106). Para elucidar essa questão, é apresentada uma tabela com as informações anteriores, o número ímpar de um lado e seus quadrados do outro, do que segue a resposta aproximada e o "resto" (o que falta para que o quadrado alcance 27).

[59] "$1 + 3 = 4 = 2^2$
$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$" (p.105).

Figura 20 - Volume I: Números primos

Podemos portanto responder a primeira pergunta resolvendo a segunda.

ímpares	1	3	5	7	9		11 . . .
quadrado ou soma	1	4	9	16	25	↓ 27	36 . . .

Respostas: 1) Podemos escrever 5 ímpares, e sobram 2 unidades.
2) A raiz de 27 é 5, e o resto é 2.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Na sequência, há uma explicação que demanda um pouco mais de atenção do leitor: para obter a raiz de um número alto (no exemplo do livro,$\sqrt{5\,263}$), sugere o autor que o estudante faça um risco em coluna, separando-o, para, depois, encontrar um número que ao quadrado não ultrapasse 5.263 (o autor sugere 70). Então, do lado direito da coluna escreve-se 70 e embaixo do 5.263 o 4.900 (resultado de 70 ao quadrado), subtraindo um do outro, temos 363 como resultado. Depois, do lado direito da coluna, multiplica-se o 70 por 2, somando 1 ao resultado (141). Do lado esquerdo da coluna, subtraem-se 141 de 363 (141 é considerado nosso primeiro ímpar à esquerda). O resultado é 222 (soma-se 2 a 141 = 143), subtrai-se 143 de 222 (143 é o segundo ímpar), o resultado é 79. O próximo ímpar seria 143 + 2 = 145, mas ultrapassa 79, por isso devemos parar no segundo ímpar. Novamente na coluna, à direita, como utilizamos apenas dois ímpares, soma-se esse 2 a 70 = 72. Assim, $\sqrt{5263} = 72, com\ resto\ 79$. Trata-se de mais um processo prático – regras – sem que sejam justificadas as passagens. O autor esclarece que "O processo que o Autor expos foi imaginado por seu irmão Newton e recebeu contribuições de vários professores" (p.110).

Os exercícios estão divididos em 5 subsequências, ou temas, respeitando as divisões e subdivisões do texto.

Nesse capítulo, aparentemente, a intenção do autor é retomar os capítulos anteriores acrescentando a cada tema, ainda que de modo bastante breve, algum elemento novo, mais precisamente, as contas práticas (como as conhecemos e utilizamos atualmente).

Este é um capítulo elaborado para ensinar a montar as contas e verificá-las, de maneira mais prática. Os capítulos anteriores a esse parecem operar como uma teorização da qual esse capítulo decorreria.

CAPÍTULO X

"DIVISIBILIDADE NUMÉRICA" é o tema tratado aqui, em 10 tópicos ou seções que ocupam, no total, 29 páginas.

A. Múltiplos e divisores. Contém 4 subdivisões em 2 páginas e ½: A.1. Preliminares, A.2. Definições, A.3. Propriedades, A.4. Divisores próprios, primeiro e último divisor.
B. Diagramas de divisores. Não contém subdivisões, e ocupa 1 página e ½.
C. Equimúltiplos e equidivisores. Não contém subdivisões e ocupa menos de ½ página.
D. Propriedades operacionais da divisibilidade. Não contém subdivisões, e ocupa menos de ½ página.
E. Não há título[60], contém 6 subdivisões em 4 páginas e ½: E.1. Em relação à adição, E.2. Complementar em relação à adição, E.3. Em relação à multiplicação, E.4. Complementar em relação à multiplicação, E.5. Em relação à subtração, E.6. Em relação à divisão.
F. Números côngruos ou congruentes. Não contém subdivisões e ocupa pouco mais de ½ página.
G. Critérios de divisibilidade. Contém 9 subdivisões em 9 páginas: G.1. Preliminares, G.2. Forma geral reduzida congruente, G.3. Divisibilidade por 10, G.4. Divisibilidade por 2 (ou por 5), G.5. Divisibilidade por 4, G.6. Divisibilidade por 6, G.7. Divisibilidade por 9 (ou 3), G.8. Divisibilidade por 7, G.9. Divisibilidade por 11.
H. Outros critérios. Contém 5 subdivisões em pouco mais de 4 páginas e ½: H.1. Outro critério por 4 (ou 25), H.2. Outro critério por

[60] Ao contrário dos demais tópicos do livro, este não traz título. Talvez por ser continuidade do tópico anterior (o que é mais provável), talvez por algum erro de composição gráfica.

6, H.3. Outro critério por 7, H.4. Outro critério por 8, H.5. Critérios vários.

I. Aplicação da divisibilidade numérica à verificação de cálculos. Contém 5 subdivisões em 3 páginas: I.I. Preliminares, I.2. Adição, I.3. Subtração, I.4. Multiplicação, I.5. Divisão.

J. Exercícios – sequência XIII. Não contém subdivisões. Ocupa 2 páginas e ½.

Tendo dedicado os capítulos de I a VIII à apresentação dos temas básicos da Aritmética, em descrições e exemplificações bastante breves (o que pode ser comprovado se considerarmos a quantidade de páginas que cada um desses textos ocupa), aparentemente, a partir do capítulo anterior, em que começam a ser destacadas o que poderíamos chamar de "aplicações", o autor parece mobilizar aqueles temas inicialmente desenvolvidos no livro, reservando textos maiores, mas nem por isso mais detalhados.

No primeiro dos 10 tópicos, é anunciado que a partir de agora pode-se introduzir o conceito de divisor, intimamente ligado ao de múltiplo, inserindo sua definição[61] e nomeando cada item. Vale ressaltar uma nota que, logo na primeira página, afirma: "Da definição, é claro que o zero é divisor somente do zero; e, que é múltiplo de qualquer número" (p. 113). A equivalência fundamental da divisibilidade[62] é enunciada e exemplificada, seguida das propriedades já presentes em capítulos anteriores. Elas (a reflexiva e a transitiva) são enunciadas, seguidas cada uma de um exemplo breve. Em um texto um pouco mais elaborado (de uma página), o autor esclarece que o número um é divisor universal e o zero é o múltiplo universal.

No tópico B, intitulado "Diagramas de divisores", o autor nomeia os divisores intermediários (entre dois números), o divisor imediato e o múltiplo imediato, retornando, após isso, ao tema conjuntos, pois "as definições anteriores são restringidas também a um conjunto de inteiros" (p.115), isso é feito para possibilitar a construção de diagramas de um determinado grupo.

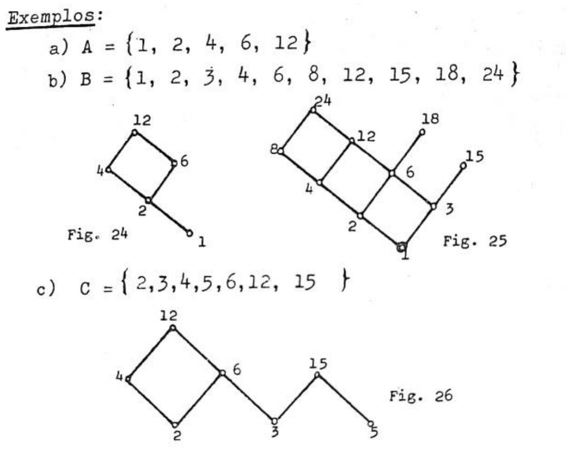
---

[61] Definição: "Dizemos que um número *a* é divisor de um inteiro *b* se existe um inteiro *y* tal que *a* x *y* = *b*. O número *b* é denominado múltiplo de *a*" (p.113).

[62] $a \text{ divide } b \Leftrightarrow \text{existe um inteiro } y, \text{tal que}: a \times y = b.$

Nos exemplos da página seguinte há duas representações gráficas de um conjunto dos inteiros, ou diagramas de Hasse[63], nos quais o livro se apoia para que a visualização auxilie a compreensão das ideias discutidas e que devem, segundo o autor, ser trabalhadas em sala de aula.

Figura 21 - Volume I: Diagrama de HASSE I



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Os itens C, D e E.1 ocupam uma mesma página, ou seja, são tratados de maneira bem sucinta. O primeiro refere-se a equimúltiplos[64] e equidivisores[65], e há apenas as definições de ambos os termos. Em D – propriedades operacionais da divisibilidade –, o autor afirma: “Cuidaremos em seguida, de propriedades de divisibilidade, que nos serão duplamente necessárias: para a determinação dos critérios e para as provas das operações” (p.117). Na sequência, o item E.1 – Em relação à adição –, encontramos a afirmação de que “todo número que é divisor das parcelas é divisor da soma, ou a soma de múltiplos de um número é ainda múltiplo do mesmo número” (p. 117). Dessa definição, segue a 1ª demonstração (ou pelo menos assim enunciada pelo livro), porém, registra o autor que ela deve ser, de modo mais aprofundado, discutida e estudada

[63] Com três regras a serem seguidas: “1. Cada inteiro do conjunto é representado por um ponto, denominado fixo ou imagem do inteiro; 2. Os afixos de dois inteiros do conjunto são ligados por um segmento somente quando um é divisor imediato do outro no conjunto; 3. Faz-se o diagrama construindo o afixo do múltiplo imediato de um inteiro acima do afixo desse inteiro” (p. 116).

[64] “Dois ou mais números são equimúltiplos de outro número quando são iguais aos produtos destes números por um mesmo inteiro” (p. 117).

[65] “Dois ou mais números são equidivisores de outros números, quando são iguais aos quocientes exatos desses números por um mesmo inteiro” (p.117).

posteriormente, nas palavras do próprio autor, “para um 2° estudo”, mostrando que elas não devem ou não precisam ser entendidas por todos os leitores deste volume. Anterior a este capítulo, as demonstrações só estavam inseridas em exercícios do tipo “prove que”, as definições não tinham outro tratamento se não o objetivo – talvez por serem tomadas, até aqui, pelo autor, como simples ou já familiares – e por isso, apresentadas anteriormente de modo breve.

Na página seguinte, o livro apresenta uma discussão complementar relativa à divisão de uma soma, em duas formas[66] (A e B). Em A, há um erro de digitação. Se não, vejamos. O autor afirma que “Seja a soma $S = b + c$, a divisor de b e não divisor de c, temos:

$a)\ a \nmid b \Leftrightarrow\ existe\ um\ inteiro\ y, a\ \times y = b$

$b)\ a \nmid c \Leftrightarrow a \times z + r = c, com\, r < a$” (p.118).

As demonstrações - dos itens A e B - são realizadas sequencialmente, mas novamente segue o conselho de que elas devem ser deixadas para um segundo estudo.

Em relação à multiplicação (tópico E.3), é apresentada a regra segundo a qual se um número é divisor de um dos fatores da multiplicação, então ele é divisor do produto. Ambas as demonstrações são recomendadas para um segundo estudo, e assim como todas as incluídas no livro (anteriores e posteriores), elas também estão registradas com uma letra menor do que a usual.

Figura 22 - Volume I: Demonstração

Demonstração (para um 2º estudo)

De fato: Seja uma multiplicação de dois fatôres

$P = b \times c$

Pela hipótese feita, seja "a" o divisor de um fator, por exemplo de "b":

$a \mid b \Longleftrightarrow$ existe um inteiro $y,\ a \times y = b$

será $P = (a \times y) \times c$

e, pela associativa: $P = a \times (y \times c)$

$P = a \times t \Longrightarrow a \mid P$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

[66] “Forma A: Todo número que é divisor de uma parcela e não é divisor da outra, não é divisor da soma, e, o resto da divisão da soma por este número é o mesmo resto da divisão da parcela não divisível. Forma B: Dividindo-se uma soma por um inteiro o resto é igual ao resto da divisão da soma dos restos de cada parcela pelo mesmo número” (p. 118).

No tópico complementar, há uma definição[67], mas esta (a única de E), está incluída em um retângulo e é seguida de sua demonstração, que mais uma vez, segundo o autor, deve ser deixada para um segundo estudo. Este mesmo esquema segue para os tópicos: "Em relação à subtração" e "Em relação à divisão" (E.5 e E.6 respectivamente). As generalizações enunciadas estão seguidas por exemplos específicos.

Ainda neste mesmo capítulo, lembrando que ele possui um número maior de páginas que os anteriores, encontramos um tópico relacionado a números côngruos ou congruentes[68].

> Não desenvolveremos este tópico, pela extensão e complexidade que fugiriam ao nível deste trabalho; mas, aconselhamos aos interessados consultarem a bibliografia, pois, o conhecimento da teoria das congruências facilitaria muitíssimo a determinação dos critérios de divisibilidade (p. 122).

É interessante pensar em como o autor seleciona quais são os temas a serem abordados e quais não devem ser abordados, mas podem ser buscados pelo professor – leitor ao qual o livro se dirige. Além disso, considerando a precariedade da formação docente e a novidade do tratamento teórico que o autor dessa coleção pretende ajudar a disseminar, é também interessante pensar no que, segundo ele, seria a "complexidade" à qual se refere, posto que ele parece acreditar que, embora o tema seja complexo, os professores têm condições de estudá-lo e compreendê-lo por si mesmos, buscando outras referências. Por fim, é importante ressaltar que, nessa frase, percebe-se o que já havíamos apontado ao longo da análise desse volume: a brevidade do tratamento é uma das preocupações do autor, o que justificaria a apresentação, discussão e exemplificação de muitos temas em alguns breves parágrafos. Neste mesmo tópico há a referência ao conceito de "módulo", que até então não havia aparecido no livro nem é tratado neste momento. Isso é surpreendente, dado o esforço do autor em cuidar do significado de cada conceito matemático e da sequenciação linear dos conteúdos.

---

[67] "Dividindo-se o produto por um número, o resto é igual da divisão do produto dos restos de cada fator pelo mesmo número" (p.120).

[68] Definição do livro: "Dois números são denominados côngruos em relação a um inteiro (ou segundo inteiro), quando divididos por esse inteiro fornecem o mesmo resto" (p.122).

Preliminar ao tópico G.2, é inserida a observação de que o texto tratará de “regras práticas”, expressão usada próprio autor, para efetuar divisão com e sem resto, sem a necessidade de realizar propriamente a divisão. O primeiro raciocínio é dado de forma generalizada, com letras (com *N* = *mcdu*, com divisor *a,* tomando a forma polinômica[69] como base, e *r’* resto da divisão de 10 por *a, r”* de 10^2 por *a* e *r’”* de 10^3 por *a*) e utilizando a propriedade distributiva, as formas de divisibilidade da adição e a regra complementar da divisibilidade. O resultado será $N = m \times r''' + c \times r'' + d \times r' + u$, sendo *N* a forma geral reduzida congruente, que também é chamada de *R*. Com esse raciocínio são apresentados os critérios de divisibilidade e critério-resto por alguns números (10, 2 ou 5, 4, 6, 9 ou 3, 7 e 11, nesta ordem). Vejamos, por exemplo, como a divisibilidade por 10 é tratada:

> Sendo $10 \div 10 = 1$, e o resto *r’*= 0
> Sendo $10^2 \div 10 = 1$, e o resto r” = 0
> Sendo $10^3 \div 10 = 10^2$, e o resto r’” = 0
> E assim sucessivamente, substituindo na Forma Geral Reduzida Congruente obtemos: R = 0 + 0 + 0 + u. Ou R = u, isto é: N≡u, de onde deriva o critério-resto por 10: O resto da divisão de um número por 10 é igual ao valor do algarismo das unidades.
> Com consequência resulta que um número é divisível por 10 se o último algarismo é 0. Exemplos:
> a) 3 450 é divisível por 10
> b) 8 434 é divisível por 10 e o resto é 4” (p. 124 e 125).

Esses critérios – ainda que apresentados de modo bastante técnico – são justificáveis, visto que o livro também recorre ao cálculo rápido, sem a necessidade de uma calculadora, mesmo que o leitor precise lembrar-se das regras anteriormente apresentadas.

---

[69] $N = m \times 10^3 + c \times 10^2 + d \times 10 + u$.

Figura 23 - Volume I: Critérios de divisibilidade I

H.3. OUTRO CRITÉRIO POR 7

Seja $N = D\,u = 10 \times D + u$

Multipliquemos por 5:

$$5 \times N = 50 \times D + 5 \times u$$
$$= 7 \times 7 \times D + (D + 5 \times u)$$

Como 5 não é divisível por 7 e a parcela $7 \times 7 \times D$ é múltiplo de 7, segue que:

$$5 \times N \equiv D + 5 \times u \quad (7)$$

de onde o critério:

CRITERIO POR 7:

Um número é divisível por 7 quando o número de suas dezenas mais o quíntuplo do valor do algarismo das unidades é divisível por 7.

Na prática usa-se o critério sucessivamente:

Seja N = 4 825

$$\begin{array}{rrrrrr} & 482 & & 50 & & 8 \\ 5x5 = & \underline{25} & 5x7 = & \underline{35} & 5x5 = & \underline{25} \\ & 507 & & 85 & & 33 \end{array}$$

3
3 x 5 = 15
18
7

portanto, o número não é divisível por 7, pois 33 dividido por 7 dá resto 5, é claro que já poderíamos ter dividido o número 85.

NOTA: Como 5 = 7-2, pode-se em lugar de multiplicar por 5 e adicionar, multiplicar por 2 e subtrair.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Figura 24 - Volume I: Critérios de divisibilidade II

4. POR 7 (CRITÉRIO-RESTO DE Ibn al-Banna): Multiplica-se o valor do primeiro algarismo (da esquerda) por 3, adiciona-se com o valor do segundo, multiplica-se por 3, adiciona-se com o terceiro; e, assim sucessivamente; caso o último resultado é divisível por 7 o número também é divisível.

Na prática, após cada cálculo usa-se a regra do "setes fora".

Exemplo: N = 23 428 659

2 x 3 + 3 = 9 (setes fora) 2,
2 x 3 + 4 =10, setes fora 3,
3 x 3 + 2 =11, setes fora 4,
4 x 3 + 8 =20, setes fora 6,
6 x 3 + 6 =24, setes fora 3,
3 x 3 + 5= 14, setes fora 0,
0 x 3 + 9 = 9, setes fora 2, logo o número N = 23 428 659 não é divisível por 7, e o resto também é 2.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Por fim, há exercícios, sendo 10 propostos e outros 12 deixados para um segundo estudo. Desses últimos, todos começam com a palavra “prove”.

CAPÍTULO XI

Este capítulo tem como título “NÚMEROS PRIMOS E NÚMEROS COMPOSTOS”, e está dividido em 8 tópicos ou seções que ocupam, ao todo, 14 páginas. Apenas os tópicos E e F contém subdivisões.

A. Definição, ocupa pouco mais de 1 página.
B. Teorema da decomposição, ocupa 1 página.
C. Forma geral de decomposição, ocupa menos que 1 página.
D. Teorema da ilimitação, ocupa quase 1 página.
E. Obtenção de números primos, contém 2 subdivisões em 3 páginas: E.1. Crivo de Erastóstenes, E.2. Verificação se um número é ou não primo.
F. Divisores de um número composto. Contém 3 subdivisões em pouco mais que 3 páginas: F.1. Propriedade dos expoentes, F.2. Dispositivo prático, F.3. Representação gráfica.
G. Cálculo do número de divisores de um número, ocupa 1 página.
H. Cálculo da soma dos divisores de um número, ocupa ½ página.
I. Exercícios – sequência XIV, ocupa 2 páginas e ½.

Primeiramente o autor apresenta a definição de número primo[70], composto[71] e primos entre si[72], nesta ordem, implicando diretamente das definições a classificação dos números inteiros como: “1 – primeiro divisor ou divisor universal, p – primos (divisores: 1 e p), c – compostos (divisores: 1, c e outros), 0 – último divisor, ou múltiplo universal” (p. 142). Essa sequência tenta levar o leitor a perceber as diferenças entre eles, do que segue, depois das duas últimas definições, um exemplo. Por mais que essas relações, exemplos e

[70] “Um número inteiro, diferente da unidade, é primo se, e somente se, possui por únicos divisores os divisores impróprios” (p. 142).
[71] “Um número inteiro diferente de zero e da unidade, é composto se, e somente se, possui pelo menos um divisor próprio” (p. 142).
[72] “Dois ou mais inteiros são chamados primos entre si caso admitam como único divisor comum a unidade” (p. 143).

definições possam parecer desnecessárias, é importante lembrar que o livro também foi escrito para um professor sem formação, com formação lacunar, ou com formação realizada em momento anterior àquele no qual o Movimento Matemática Moderna começa a circular nos livros e, consequentemente, nas escolas, e que pode estar vendo alguns assuntos aqui expostos pela primeira vez.

É importante ressaltar que, antes desse tópico B, a palavra teorema não havia sido mencionada. Logo, o primeiro enunciado no livro é o Teorema da Decomposição[73]. Após defini-lo, segue um exemplo utilizando o número 120, que pode ser composto de diversas maneiras, mostrando que não há apenas uma resposta correta. Pode-se então generalizar para $N = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \ldots \times p_n$ (este em moldura retangular, como forma de ênfase), com todos os fatores primos. O livro apenas apresenta a fórmula, sem anexar sua demonstração ou alguma justificativa. Na sequência, no item "C. Forma geral de decomposição", afirma-se que, como alguns dos fatores primos podem ser iguais, em geral, aplica-se outra fórmula, $N = p_1^a \times p_2^b \times p_3^c \times \ldots \times p_m^m$, com *p* primo e *a, b, c, ..., m* números inteiros. Segue um exemplo, também sem demonstração.

O segundo teorema encontrado no livro vem na sequência, no tópico D. Trata-se do "Teorema da Ilimitação: A sucessão dos números primos é ilimitada" (p. 145), que parece ter maior destaque que o anterior por estar inserido em um retângulo e ter a sua demonstração anexada, ainda que aconselhada para um segundo estudo.

Ainda na página 145, o autor apresenta o Crivo de Erastóstenes (a nota de rodapé inserida no título diz: "Ver nota histórica no vol. III da coleção"), estratégia conhecida para detectar, numa sequência de inteiros, os inteiros primos, eliminando os números compostos. No caso, a tabela apresentada contém até o número 100. Assim, não apenas um capítulo é construído tendo como apoio os temas discutidos em capítulos anteriores, mas há também a intenção do autor de fomentar um "diálogo" entre os volumes da coleção. Atualmente, o Crivo de Erastóstenes é conteúdo reservado ao sexto ano. No livro em questão, o autor aponta o que seria uma falha na estratégia do Crivo, qual seja: "O crivo de Erastóstenes apresenta defeito, pois, para se obter um

[73] "Todo número composto é igual a um produto de fatores primos" (p. 143).

primo é necessário trabalhar com muitos números da tabela; ou então, iniciar no meio desta, começando o cancelamento com o primeiro quadrado de primo possível [...]" (p. 146). Logo, o livro afirma que é mais viável efetuar-se divisões sucessivas por primos: 3, 5, 7, 11, ... Há uma outra nota de rodapé, agora afirmando que "Por 2 é fácil, basta observar o último algarismo" (p. 147), já que o número 2 não participa da lista de primos dada anteriormente.

Esse critério de divisão baseia-se na propriedade de que "um número é primo quando não é divisível por nenhum primo cujo quadrado não o exceda" (p. 147). Esta propriedade segue demonstrada e, como nos casos anteriores, é aconselhada para um segundo estudo.

Em F – Divisores de um número composto –, o tema é inserido com a seguinte frase: "Do teorema da decomposição de um número num produto de primos, resultam algumas aplicações que vermos a seguir (*) " (p. 148), o asterismo indica a nota de rodapé: "Serão feitas aplicações também ao cálculo do máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, por exemplo " (p. 148). Lembremos que esses dois conteúdos ainda não foram tratados neste livro.

Com toda a bagagem trabalhada, e utilizando a mesma notação da forma geral da decomposição, o livro apresenta as propriedades dos expoentes e, a partir do exemplo $N = 360$, trabalha com multiplicação, potência e divisores. Ainda com o mesmo exemplo, ele insere o dispositivo prático[74] mas alerta que "primeiramente determina-se a forma geral de decomposição" (p.149)

A representação gráfica pelos diagramas de Hasse, já trabalhada no capítulo X, é um dos conteúdos que retornam nesse capítulo, pois, segundo o autor, "fornece uma interessante representação do conjunto de divisores de um número" (p. 150). A figura que no capítulo X era linearizada, agora dá espaço a um paralelogramo em R^3, um paralelogramo plano, em R^2, e uma reta.

[74] "Escreve-se os fatores primos numa coluna. Os divisores são obtidos multiplicando-se os primos colocados à esquerda, pelos números que estejam à direita e colocados acima deles próprios; escrevendo-se os produtos em frente, na sua linha horizontal. Para início, escreve-se a unidade, visto que é divisor universal. Os produtos repetidos não se escrevem" (p.149, 150).

Figura 25 - Volume I: Diagrama de HASSE II

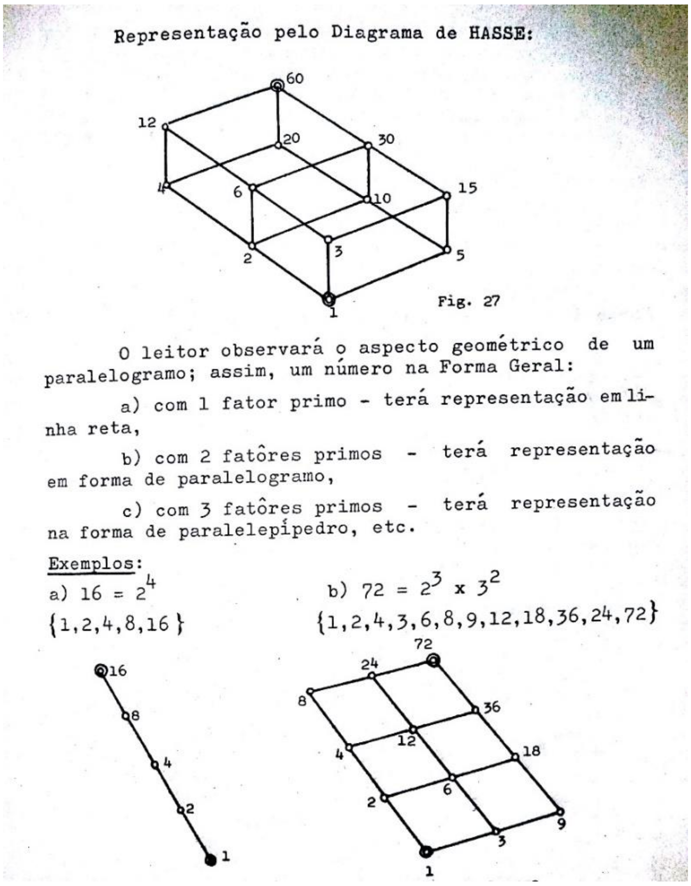

Representação pelo Diagrama de HASSE:

Fig. 27

O leitor observará o aspecto geométrico de um paralelogramo; assim, um número na Forma Geral:

a) com 1 fator primo - terá representação em linha reta,

b) com 2 fatôres primos - terá representação em forma de paralelogramo,

c) com 3 fatôres primos - terá representação na forma de paralelepípedo, etc.

Exemplos:

a) $16 = 2^4$

{1,2,4,8,16}

b) $72 = 2^3 \times 3^2$

{1,2,4,3,6,8,9,12,18,36,24,72}

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

Logo em seguida, o autor registra:

> Com habilidade e prática o Diagrama de HASSE pode ser empregado como dispositivo para obtenção de todos os divisores de um número (SUGESTÃO da matemática francêsa LUCIÈNNE FELIX – curso ministrado para o G.E.E.M. – São Paulo – 1962)[75] (p. 152).

No tópico G – Cálculo de um número de divisores de um número –, é trabalhada a fórmula geral da decomposição para se obter a fórmula do número *D*[76] de divisores (inserida aqui uma nota de rodapé – que agora se tornaram um recurso comum –: “sugere-se consultar nosso livro: Combinatória e Probabilidades” (p. 152), para aprofundar-se nesse tema (esse livro é também de autoria do Ruy Madsen Barbosa, publicado em 1964).

[75] Esse curso foi divulgado pelo jornal *O Estado de São Paulo* no dia 15 de agosto de 1962 (nota nossa).
[76] $D = (a + 1) \times (b + 1) \times \ldots \times (m + 1)$.

No penúltimo tópico deste capítulo, H – Cálculo da soma dos divisores de um número – de maneira sucinta e não elucidada, o livro apresenta a fórmula geral da decomposição e diz que “a soma dos divisores é dada pela fórmula ...” (p.153), apresentando a fórmula e um exemplo, na sequência. Referente a essa demonstração, o autor apresenta uma outra nota de rodapé que mostra ter havido alterações de uma edição a outra: “A demonstração foi retirada nesta nova edição, em vista de não ser ao nível do livro; fornecemô-la aos interessados” (p. 153).

Figura 26 - Volume I: Soma dos divisores de um número

H. CÁLCULO DA SOMA DOS DIVISORES DE UM NÚMERO

Sendo:

$$N = p_1^a \times p_2^b \times \ldots \times p_m^m$$

a soma dos divisores é dada pela fórmula(*)

$$\boxed{S = \frac{p_1^{a+1} - 1}{p_1 - 1} \times \frac{p_2^{b+1} - 1}{p_2 - 1} \times \ldots \frac{p_m^{m+1} - 1}{p_m - 1}}$$

Exemplo:

$$N = 72 = 2^3 \times 3^2$$

temos:

$$S = \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^3 - 1}{3 - 1} = \frac{15}{1} \cdot \frac{26}{2} = 15 \times 13$$

ou:

$$S = 195$$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

A respeito dos exercícios, são 19 propostos e mais 7 “especiais” (para um segundo estudo). Há exercícios para se montar o crivo de Erastóstenes, exercícios a respeito do crivo, sobre determinar a raiz quadrada, sobre o diagrama de HASSE. Enfim, os exercícios são bem variados, envolvendo todos os assuntos deste capítulo, mas todos eles extremamente formais e técnicos, no sentido de serem do tipo “calcule”, “determine”, “verifique”...

CAPÍTULO XII

Para tratar o tema “MAXIMIZAÇÃO E MINIMIZAÇÃO” o autor vale-se de 10 tópicos ou seções, distribuídos em 27 páginas.

A. Preliminares. Não contém subdivisões, e ocupa menos que ½ página.

B. Divisores e múltiplos comuns. Contém 2 subdivisões em 1 página e ½: B.1. Divisores comuns, B.2. Múltiplos comuns.
C. Operação de maximização do divisor comum. Não contém subdivisões, e ocupa ½ página.
D. Operação de minimização do múltiplo comum. Não contém subdivisões e ocupa pouco mais que ½ página.
E. Propriedade particular. Contém 2 subdivisões em 1 página: E.1. Da maximização, E.2. Da minimização.
F. Determinação do máximo divisor comum e do mínimo múltiplo comum. Contém 3 subdivisões em 9 páginas: F.1. Pelo processo espontâneo, F.2. Algoritmo de Euclides para o máximo divisor comum, F.3. Processo da decomposição em fatores primos.
G. Propriedades gerais. Contém 5 subdivisões em pouco mais de 5 páginas: G.1. Do divisor do máximo divisor comum, G.2. Dos múltiplos do mínimo múltiplo comum, G.3. Dos números primos entre si, G.4. Dos quocientes primos entre si, G.5. Do produto dos números.
H. Propriedades estruturais da maximização e da minimização. Contém 3 subdivisões em quase 3 páginas: H.1. Propriedade comutativa, H.2. Propriedade associativa, H.3. Elemento neutro.
I. Notas complementares. Não contém subdivisões e ocupa 2 páginas e ½.
J. Exercícios – sequência XV. Não contém subdivisões, ocupando 4 páginas.

Nesse capítulo o autor trata dos temas minimização e maximização de forma simultânea, pois, segundo ele, essas são “duas operações bastante semelhantes” (p.156). Ele alerta para a apresentação aqui escolhida como um modo de tratamento “não usual nos livros de Aritmética até então, isto é, cuidando das <u>operações</u> que conduzem a determinar o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum” (p. 156). Esse é visto como adequado, segundo informações do próprio livro, pelo fato da “uniformização dos conceitos” (p. 156).

A ideia de divisores e múltiplos é retomada, seguindo a linha de conjuntos: por exemplo, o livro apresenta os números 18 e 12 e determina o conjunto dos seus divisores. Isso é apenas apresentado, pois trata-se de um assunto já estudado anteriormente. Mais um símbolo matemático é apresentado: a ideia de união de conjuntos é formada a partir dos elementos que os dois conjuntos (intitulados por A e B) possuem em comum, ou seja, a intersecção[77], ainda que essa ideia de interseção já tenha, implicitamente, aparecido no livro, sem referência alguma (quando, por exemplo, o autor define a adição a partir da união de conjuntos que, no caso, devem ser conjuntos disjuntos, isto é, com <u>interseção</u> vazia).

Para tecer uma ligação com o capítulo anterior, a ideia de números primos entre si também é explorada, mostrando que o conjunto dos divisores de 15 e do 28 só possuem o 1 como elemento comum.

Para tratar dos múltiplos comuns (tópico B.2), a abordagem é análoga, inclusive utilizando os mesmos exemplos anteriores, os números 18 e 12, tomando alguns cuidados: "<u>determinemos os seus conjuntos de múltiplos, com exclusão do zero</u> (*), por exemplo, multiplicando números dados pela sucessão de naturais: 1, 2, 3, 4, ... (**) " (p. 157). O conjunto dos múltiplos é a intersecção de ambos, agora terminado em reticências, lembrando de não adicionar o zero, que é dito múltiplo universal, mas não deve ser adicionado aqui.

Figura 27 - Volume I: Múltiplos comuns

B.2. <u>MÚLTIPLOS COMUNS</u>:

Consideremos agora, os mesmos números 18 e 12; mas, determinemos os seus <u>conjuntos de múltiplos, com exclusão do zero</u>(*), por exemplo, multiplicando os números dados pela sucessão de naturais: 1,2,3,4,...(**)

A' = {18,36,54,72,90,108,........}

B' = {12,24,36,48,60,72,84,96,108,120,....}

Da mesma forma anterior, procuremos o conjunto-intersecção (também conjunto-infinito):

C' = A' ∩ B' = {36, 72, 108, ...}

O conjunto-intersecção C' encontrado é o <u>conjunto dos múltiplos comuns</u>, de 18 e 12; isto é, o conjunto dos números que gozam da propriedade de serem divisíveis pelos números dados 18 e 12.

(*) zero é múltiplo universal.
(**) a sucessão é ilimitada portanto o conjunto é infinito.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

[77] $C = A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$.

No tópico C – Operação de maximização do divisor comum –, explica-se primeiro que precisamos atentar para o conjunto dos divisores comuns e encontrar o maior de todos, utilizando o exemplo anterior. Indica-se em linguagem matemática 18 D 12 = 6, do que seguem duas definições[78].

Para o tópico D – Operação de minimização do múltiplo comum –, a metodologia é a mesma: explica-se primeiro que é necessário atentar para o conjunto dos múltiplos, e tomar o menor termo, que no caso de 18 e 12 é indicado por 18 M 12 = 36.

Nas propriedades particulares, no que diz respeito às discussões sobre maximização, se temos dois números e um deles divide o outro, então o divisor é o máximo divisor comum. Em minimização, se os números são múltiplos, quer dizer que o mínimo múltiplo comum é o maior deles. Ambas as sentenças são provadas (mas aconselhadas para um segundo estudo). Elas baseiam-se na propriedade reflexiva (lembrando que as propriedades são recorrentes nesse livro).

À página 159 são apresentadas estratégias que o autor nomeia como "processo espontâneo", similar ao modo como até hoje esses conteúdos ocorrem nas salas de aula, ou seja, calculando o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e o Máximo Divisor Comum (MDC). Há uma "receita" com três passos para cada uma, e vale ressaltar que a palavra fatoração está inserida no "passo a passo" ("determina-se os conjuntos de divisores de cada número, por fatoração em primos" (p.160)), mas não é explicada.

No tópico F.2 – Algoritmo de Euclides para o máximo divisor comum –, é apresentado o algoritmo que consiste em um processo de divisões sucessivas para a determinação do máximo divisor comum, baseada na propriedade da Divisão Geral[79]. Podemos perceber uma tentativa de cuidado com o leitor, visto que essa definição já havia sido dada no capítulo VI. A demonstração da sua validade está inserida, mas aconselhada para um segundo estudo. Apesar de

---

[78] "Definição a): Dados dois inteiros "a e b" (não simultaneamente nulos), ao número "c", que seja o maior número do conjunto de divisores comuns, denominamos máximo divisor comum.
Indicamos: a D b = c ou max (a;b) = c ou m.d.c. (a;b) = c.
Definição b): A operação, que ao par (a;b) faz corresponder o inteiro "c" igual ao seu máximo divisor comum, é chamado maximização ou maximação do divisor comum" (p. 157, 158).

[79] "O máximo divisor comum de dois números é igual ao máximo divisor comum do menor e do resto da divisão do maior pelo menor" (p. 161).

ser direcionada a um segundo estudo, sua explicação está bem detalhada, sendo trabalhada a partir da expressão da Divisão Geral: $a = b \times q + r$.

Figura 28 - Volume I: Dispositivo prático

DISPOSITIVO PRÁTICO

	q	q'	q"	
a	b	r	r'	....
bxq	rxq'	r'xq"	...	....
r	r'	r"	....	

Exemplo: a = 400, b = 280

	1	2	3
400	280	120	40
280	240	120	
120	40	0	

CONCLUSÃO: 400 D 280 = 40

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

É usual a aproximação do tema em discussão com os conteúdos já estudados neste livro, como já o dissemos. Assim, no tópico F.3 – Processo da decomposição em fatores primos – o autor afirma:

> Recordemos que um número é divisor de outro, se possui os seus fatores primos, também fatores primos do outro; e, afetados de expoentes menores ou iguais aos expoentes correspondentes (p.164).

Para trabalhar com o processo de maximização, é utilizada a Forma Geral da Decomposição, seguido de um divisor comum de dois números, *a* e *b*. Por exemplo, 48 e 180 $\begin{cases} 48 = 2^4 \times 3 \\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{cases}$

Os divisores comuns são da forma $N = 2^x \times 3^y$, com x ≤ 2 e y ≤ 1. Logo, $N = 2^2 \times 3^1 = 4 \times 3 = 12$. Então, 48 D 180 = 12.

O livro expõe que é a partir deste processo que “O máximo divisor comum de dois números, é igual ao produto dos seus fatores primos comuns, tomados com os menores expoentes que estão nas suas formas gerais de decomposição” (p.166). O raciocínio da minimização é exposto de modo análogo, chegando na declaração de que “O mínimo múltiplo comum de dois números, é igual ao produto dos seus fatores primos, tomados com os maiores expoentes que estão nas suas formas gerais de decomposição” (p.167).

Os tópicos G, H, I e J trazem algumas afirmações que sustentam as operacionalizações sobre máximos e mínimos. Algumas das sentenças dos sub tópicos de G (G.1, G.2, G.3, G.4 e G.5), por exemplo, são as que afirmam que "todo divisor comum de dois números é divisor do máximo divisor comum" (p. 169), "todo múltiplo comum de dois números é múltiplo do mínimo múltiplo comum" (p. 169), "o máximo divisor comum de dois números primos entre si é a unidade" (p.170), "dividindo-se dois números pelo seu máximo divisor comum os quocientes são primos entre si" (p. 171) e "multiplicando-se o máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum de dois números, obtém-se o produto dos dois números" (p.173) . Após cada declaração, as demonstrações são apresentadas (com exceção de G.3), todas elas aconselhadas para serem tratadas num segundo estudo, e todas seguidas de exemplos.

Em H – Propriedades estruturais da maximização e da minimização –, trabalham-se as propriedades comutativa, associativa e elemento neutro. Na primeira propriedade, trabalha-se, com exemplos, a ideia de a intersecção de conjuntos ser comutativa (com $A = a\ D\ b = b\ D\ a$ e $B = a\ M\ b = b\ M\ a$. Logo, $A \cap B = B \cap A$). Em H.2, a associatividade é demonstrada, mas aconselhada para ser deixada para um segundo estudo, sendo $(a\ D\ b) D\ c = a\ D(b\ D\ c)$ e $(a\ M\ b) M\ c = a\ M(b\ M\ c)$, apresentando também um exemplo. A respeito do elemento neutro, toma-se o zero como elemento neutro da maximização (pois a D 0 = 0 D a = 0) e o um como o elemento neutro da minimização (pois *a* M 1 = 1 M *a* = *a*), sem a necessidade de inserir exemplo.

Na página 177, as notas complementares sugerem ao leitor observar que a definição de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum têm a mesma definição e, "portanto, o processo espontâneo é aplicável, bem como os outros processos", sendo assim, "o calculista deverá fazer bom uso das propriedades gerais e estruturais para diminuir o número de operações", atentando à necessidade de reflexão sobre o que foi estudado. Mais alguns exemplos são inseridos antes dos exercícios.

No tópico J há 21 exercícios do tipo: calcule, qual o m.m.c, o m.d.c, aplique as propriedades, além de 8 exercícios que, pela primeira vez, aparecem intitulados como “Problemas”[80].

CAPÍTULO XIII

Este capítulo, cujo título é “NÚMEROS RACIONAIS”, tem 8 tópicos distribuídos em 50 páginas. É o maior capítulo desse primeiro volume da Coleção.

A. Preliminares. Não contém subdivisões e ocupa pouco mais de 1 página e ½.
B. Números racionais. Contém 4 subdivisões em pouco mais de 11 páginas: B.1. Introdução, B.2. Definição 1, B.3. Igualdade e equivalência, B.4. Equivalência de frações.
C. Operações com números fracionários. Contém 6 subdivisões ocupando pouco mais que 12 páginas e ½: C.1. Adição, C.2. Multiplicação, C.4.[81] Subtração, C.5. Divisão, C.6. Potenciação, C.7. Radiação.
D. Equivalências e igualdades. Não contém subdivisões e ocupa pouco mais que ½ página.
E. Isomorfismo. Não contém subdivisões, e ocupa 5 páginas.
F. Desigualdade. Contém 8 subdivisões em 9 páginas e ½: F.1. Introdução, F.2. Estabilidade da desigualdade, F.3. Consequência I, F.4. Consequência II: transformação ao mesmo denominador, F.5. Consequência III. Transformação ao mesmo denominador, F.6. Consequência IV. Comparação de números fracionários e inteiros, F.7. Desigualdade do conjunto dos fracionários, F.8. Relação de ordem.
G. Exercícios – sequência XVI. Não contém subdivisões e ocupa 4 páginas e ½.

---

[80] Por exemplo, “7. Uma escada dá certo, subindo de 6 em 6 degraus e de 4 em 4; qual é o menor número de degraus que a escada pode possuir? ” (p.181). Note-se, aqui – como em todo livro – a informalidade da linguagem usual em contraponto ao zelo pela linguagem matemática: uma escada “dá certo”.

[81] Aqui há um problema de impressão, pois não há a subdivisão C.3.

H. Problemas. Contém 2 subdivisões em 4 páginas e ½: H.1. Problemas com sugestões, H.2. Problemas sem sugestão.

Este capítulo apresenta uma novidade em relação aos anteriores: é o primeiro capítulo[82] que é iniciado utilizando história da antiguidade, afirmando que os egípcios já utilizavam números fracionários entre 1500 e 2000 A.C. (atestado pelo Papiro Rhind), devido à necessidade de exprimir a medida de algumas grandezas.

O autor afirma que

> A aprendizagem inicial das frações se faz por forma intuitiva, baseando-se principalmente em considerações geométricas da medição, do confronto de uma grandeza em várias grandezas iguais que são tomadas como unidades fracionárias (p. 183).

Na introdução deste capítulo o autor também alerta que o desenvolvimento teórico dar-se-á estudando a relação de igualdade, a adição, a unicidade, comutatividade, associatividade, relações de suprevalência e prevalência, grandezas múltiplas e submúltiplas, sendo importante

> "Aceitar" que para qualquer grandeza A e para qualquer número natural n existe uma outra grandeza B, tal que seja: $n.B = A$, só depois desse aparato se poderá definir as grandezas do tipo B como sub-múltiplas de A, ou como enésimas parte (sic.) de A, [e] se adotará a notação simbólica: $B = \frac{1}{n}A$ (p.183).

Podemos perceber que são utilizados muitos conceitos já trabalhados em capítulos anteriores, sendo adicionados elementos novos e ainda não explicados. Ainda na introdução, o autor traz o valor de B para *n*=1 (na fórmula acima), sendo essa a unidade inteira. Adota-se então, como símbolo geral de fração $\frac{m}{n}$, definindo $\frac{m}{n}A = m(\frac{1}{n}A)$. Mas se isso ocorre, $m\left(\frac{1}{n}A\right) = \frac{1}{n}(m\,A)$. Após enunciar essas formas, o autor explica por que não as desenvolver:

> Pelas dificuldades inerentes a este desenvolvimento teórico, que recorre ao <u>método sintético</u>, julgamos preferível e muito mais formador desenvolvermos a teoria das frações pelo <u>método analítico</u>, para cujas definições lançaremos mão dos dados intuitivos dos leitores, em particular dos normalistas, futuros professores primários (p. 184).

[82]Houve uma outra tentativa no capítulo I, tópico B, mas não foi na introdução do capítulo.

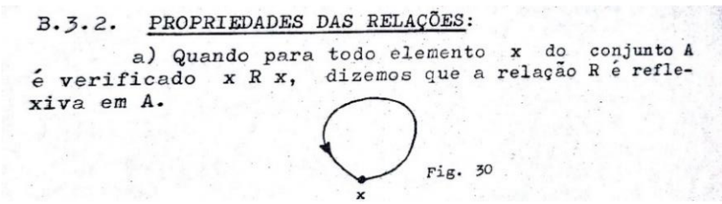
Para introduzir os números racionais (tópico B), o autor ressalta a importância de se perceber, em $\frac{a}{b}$, *b* como divisor de *a*. Podemos ver, nos exemplos, uma tentativa do autor de aproximar-se à vida prática como um motivador importante para a aprendizagem e para o ensino. Ainda assim, o livro insiste em exemplos usuais como os de dividir 9 balas para 3 meninos, obtendo a equação $3x = 9$ e para a sua resolução, $x = 9 \div 3$ ou $x = 3$.

Em B.2, o autor insere 2 definições para número racional[83], a segunda delas fazendo referência a um número fracionário de um par ordenado de inteiros (sendo um o produto e outro o multiplicador), com o segundo não nulo, podendo-se adotar as seguintes notações: (*a,b*) ou *a/b* ou $\frac{a}{b}$.

Em B.3 – Igualdade e equivalência –, para trabalhar com a ideia de relação e equivalência, são retomados os conceitos de produto cartesiano de dois conjuntos, já visto no capítulo I. Ainda nesta revisão, à página 188, o autor apresenta o conjunto: " {Segismundo, João, Luiz}, admitindo que Segismundo seja gordo, ou baixo, ou rico, etc [...] Seja o conjunto dos pares para os quais é válida a relação: é mais gordo que, ou é mais baixo que". Enunciados dessa natureza não fariam sentido segundo as atuais diretrizes para os livros didáticos, posto que afirmam preconceitos, ao invés de combatê-los.

Esses exemplos são mobilizados para discutir produto cartesiano e o conceito de subconjunto: dada uma relação *R* e um par (*x;y*), indica-se: xRy para $(x; y) \in R$, ou o contrário ($x\bar{R}y$). Ao apresentar as propriedades das relações, o autor vale-se de representações gráficas.

Figura 29 - Volume I: Propriedades das relações


B.3.2. PROPRIEDADES DAS RELAÇÕES:

a) Quando para todo elemento x do conjunto A é verificado x R x, dizemos que a relação R é reflexiva em A.

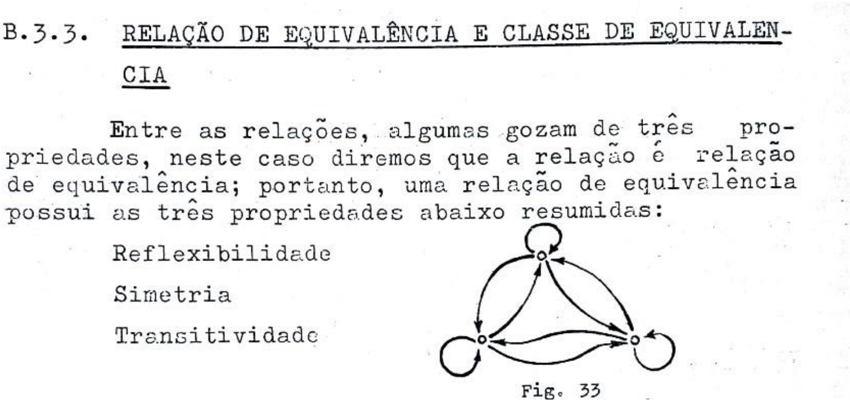
Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

[83] "Definição 1: Número racional, ou número fracionário x, é o número que satisfaz a equação $bx = a$, onde "a e b" são inteiros, e b $\neq$0" (p. 185).
"Definição 1°: Número racional (ou número fracionário) é um número representado por um par ordenado de números inteiros, com a segunda componente não nula, satisfazendo determinadas condições" (p. 186).

As propriedades reflexiva, simétrica e transitiva são apresentadas cada uma com uma figura[84], uma breve explicação[85] e um exemplo[86]. Diferente dos exemplos anteriores, esses são teóricos e não fazem menção a elementos do cotidiano.

Após inseridas as três propriedades, quando todas são satisfeitas, a relação recebe o nome de relação de equivalência, do que pode seguir a definição de classe de equivalência.

Figura 30 - Volume I: Relação de equivalência


B.3.3. RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA E CLASSE DE EQUIVALENCIA

Entre as relações, algumas gozam de três propriedades, neste caso diremos que a relação é relação de equivalência; portanto, uma relação de equivalência possui as três propriedades abaixo resumidas:

Reflexibilidade

Simetria

Transitividade

Fig. 33

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1968.

A relação de igualdade é tida como "o exemplo mais simples e importante" (p.190) de relação de equivalência. A relação de congruência[87] também é um exemplo de relação de equivalência. Já as classes de equivalência, "de uma maneira geral, se um conjunto é separado em subconjuntos por meio de uma relação de equivalência, então cada subconjunto é denominado Classe de Equivalência" (p.191), valendo de um exemplo (sobre separar homens em suas profissões).

Disso, o autor encaminha o texto para o tema equivalência de frações (B.4), quando, "intuitivamente" (palavra utilizada pelo autor), verifica-se que

[84] Não há a explicação do porque ela ser assim ou de como foi montada.
[85] Como na figura 29, a única explicação para a propriedade reflexiva é :"a) Quando para todo elemento x do conjunto A é verificado x R x, dizemos que a relação R é reflexiva" (p. 189).
[86] O exemplo da propriedade reflexiva, a mesma da figura 29, é: "A relação de divisibilidade definida sobre o conjunto de inteiros goza da propriedade reflexiva, pois todo número é divisor dele mesmo: $x \mid x$, mas a relação "maior que" é irreflexiva" (p.189).
[87] "O leitor deve estar lembrado que dois números "*a*" e "*b*" são côngruos segundo um determinado número *d*, quando a divisão por esse número deixa o mesmo resto" (p.190).

9/12 equivale a 6/8 (dividindo um inteiro em 12 partes e tomando 9, novamente dividindo um inteiro, agora em 8 partes e tomando 6, ou pelas equações 12*x*=9 e 8*x*=6, que possuem mesma solução). Logo, elas se equivalem ou representam o mesmo número racional. Seguindo assim para a definição 2: "Definimos para as frações a relação ´~´ por: (a,b) ~ (c,d) ou $\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d}$ se e somente se: a x d = b x c, com b≠0, d≠0". (p.192). Após essa declaração, a validade das três propriedades é mostrada através de exemplos numéricos. A noção de Classe de Equivalência[88] é apresentada a partir da ideia de conjunto e subconjunto.

Na sequência encontra-se enunciado o Teorema 2[89], seguido de 2 exemplos e uma observação: "este simples teorema permite de maneira fácil passar de uma fração a uma fração equivalente" (p. 195).

O tópico C – operações com os números fracionários –, é iniciado pela adição, tomando de forma intuitiva – segundo o próprio autor – a adição de frações com mesmo divisor, apresentando alguns exemplos e suas representações – as usuais barras retangulares divididas pela quantidade expressa pelo denominador, das quais se tomam tantas subdivisões quanto for o número indicado no numerador. O tratamento das operações entre frações não foge do que usualmente encontramos em outras obras. Depois de discutidas as operações entre frações de mesmo denominador, por exemplo, trabalha-se com frações de denominadores diferentes, chamando à cena, no caso da adição, a multiplicação dos denominadores, o que fica explícito na definição 3[90].

A estabilidade da definição de adição é tratada a partir da relação de equivalência, seguindo de alguns exemplos para afirmar que "A operação de adição está bem definida" (p. 198), (Teorema 3).

A definição 4, na página 201, é a introdução ao tema multiplicação: "Dados dois números fracionários pelas frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, definimos produto a um terceiro número fracionário, dado pela fração: $\frac{a \times c}{b \times d}$". Essa abordagem também é habitual

---

[88] No final da explicação há uma nota ao leitor: "O leitor observa que a rigor frações iguais possuem os seus elementos iguais e na mesma ordem, isto é, a fração $\frac{2}{3}$ é igual a fração $\frac{2}{3}$. Vários exemplos banais elucidarão o leitor, mesmo intuitivamente" (p.194).

[89] "Multiplicando-se (ou dividindo-se) o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número, obtém-se uma fração equivalente. $\frac{a}{b} \sim \frac{k \times a}{k \times b}$" (p. 195).

[90] "Dados dois números fracionários representado pelas frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, definimos soma dos dois números fracionários a um terceiro número fracionário dado pela fração: $\frac{a \times d + b \times c}{d \times b}$" (p. 197).

no ensino, mas o autor adiciona elementos algébricos (como já havia feito quando tratando da adição) para garantir que tudo está adequadamente definido.

A introdução do item "Subtração" ocorre com a enunciação da definição 5: "Dados dois números fracionários pelas frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, com a x d ≥ b x c, definimos diferença, nessa ordem, a um terceiro número fracionário dado pela fração: $\frac{a\times d-b\times c}{b\times d}$" (p. 203). De forma análoga à anterior, a estabilidade desta operação é mostrada a partir da relação de equivalência e de exemplos, levando o leitor a fazer reduções no denominador.

O tópico que trata da divisão também se inicia com uma definição[91], seguido de um exemplo e um teorema, brevemente apresentados. O autor afirma que deixa a cargo do leitor escolher as frações equivalentes, fazer o cálculo e verificar os resultados.

O próximo conteúdo é a potenciação que, diferente do que ocorre com as anteriores, não se inicia com uma definição. A partir da definição dos inteiros, consegue-se desmembrar uma fração $((\frac{a}{b})^n)$ em *n* frações. Em um rápido desenvolvimento, chega-se à regra (segue um exemplo: $\left((\frac{3}{5})^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}\right)$. O tema "Radiciação" surge com o enunciado de uma propriedade, do que se retoma o caso da radiciação de números inteiros ($\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$).

Na página 208, no tópico D – Equivalências e igualdade – o autor chama a atenção para o fato de que frações equivalentes não são geralmente frações iguais, elas apenas representam o mesmo número.

O tópico E é destinado ao estudo dos isomorfismos. Não há subdivisões e todo texto relativo a esse assunto ocupa 5 páginas, indicando um certo aprofundamento em relação aos temas anteriores, tratados muito mais rapidamente. Sua apresentação é realizada tomando como exemplo o conjunto A como o dos números fracionários cujos denominadores são a unidade[92]. Logo, o conjunto A[93] é a união dos seus subconjuntos. Munindo esse conjunto com a

[91] "Dados dois números fracionários pelas frações a/b e c/d, o segundo não nulo, definimos o quociente, nessa ordem, a um terceiro número fracionário dado pela fração $\frac{a\times d}{b\times c}$" (p. 205).

[92] (o/1) = $\left\{\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}, \dots\right\}$; (1/1) = $\left\{\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \dots\right\}$, (2/1) = $\left\{\frac{2}{1}, \frac{4}{2}, \frac{6}{3}, \dots\right\}$, ...

[93] A = $\left\{\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots\right\}$.

adição e a multiplicação[94] (em nota de rodapé o autor aponta que: "Subtração e divisão não são necessárias pois são operações inversas" (p.210)) e verificando as propriedades, pode-se intuitivamente tomar o conjunto A como o conjunto dos inteiros (em nota de rodapé: "O leitor que tem conhecimento de Aplicações, verifica que existe uma Aplicação Bijetora do conjunto A no conjunto dos inteiros que conserva as operações elementares" (p. 210)). Nota-se, entretanto, que essa é a primeira vez que a palavra bijetora aparece no texto (mesmo que em uma nota de rodapé).

Observando que há uma correspondência entre A e os Inteiros, "do ponto de vista abstrato, possuem a mesma estrutura" (p. 211), existindo um isomorfismo entre os dois, podendo concluir que $(\frac{a}{1}) = a$. Logo, $\frac{3}{1} = 3\,, \frac{0}{1} = 0, \frac{12}{3} = 4$. Por decorrência, o conjunto dos números inteiros pode ser considerado um subconjunto dos números fracionários.

O item F é destinado a discutir a desigualdade de frações, e para isso o autor usa as noções já estudadas de prevalência e supervalência.

No tópico destinado aos exercícios, há 37 exercícios propostos, 13 problemas com sugestão de resolução e outros 13 problemas sem sugestão. Assim, este é o capítulo com o maior número de exercícios, 63 no total.

CAPÍTULO XIV

"NÚMEROS DECIMAIS" é o título desse capítulo que, dividido em 6 tópicos ou seções, ocupa 31 páginas. É o último capítulo do livro e apenas o tópico D possui subdivisões.

A. Preliminares, ocupa 1 página.
B. Números fracionários decimais. Ocupa 4 páginas.
C. Números decimais. Ocupa 8 páginas e ½.
D. Não possui título, essa seção é iniciada no item D.2.[95] e tem 7 páginas: D.2. Multiplicação, D.3. Divisão.
E. Geratrizes e dízimas periódicas, ocupa 6 páginas e ½.

---

[94] Adição: $\frac{a}{1} + \frac{b}{1} = \frac{a+b}{1}$; multiplicação: $\frac{a}{1} \times \frac{b}{1} = \frac{a \times b}{1}$.

[95] Problemas dessa natureza já foram citados anteriormente. Isso mostra que há um descuido bastante visível do autor e/ou da Editora no que diz respeito à composição gráfica da obra e à sua revisão.

F. Exercícios – sequencia XVII. Não contém subdivisões. Ocupa 4 páginas.

Assim como o capítulo anterior, esse também é iniciado por considerações relacionadas à História da Matemática, mas, ao contrário do que ocorre no capítulo anterior, aqui essas considerações são bastante breves, são um registro de curiosidades que o autor incluiu para introduzir o conteúdo de que o capítulo tratará.

O tópico B é destinado a explicar quando um número fracionário é decimal[96], ou seja, quando seu denominador é uma potência de 10. Seguem exemplos numéricos e o modo como esses números devem ser lidos por extenso.

Apesar de tudo ser sequenciado, aparentemente o desenvolvimento dos tópicos, até aqui, não dá suporte ao Teorema que é enunciado: "A condição necessária e suficiente para que uma fração seja basimal, é que, depois de reduzida aos menores termos possíveis, o seu denominador só tenha fatores 2 ou 5" (p. 235). A sua demonstração deve ser deixada para um segundo estudo, mesmo estando bem detalhada. Seguem 9 exemplos[97], sem que tenha sido explorada a noção de redução de frações, necessário para o que se propõe ao leitor.

O tópico C possui como título o mesmo nome do capítulo: Números Decimais, e vale-se da ideia de um número fracionário decimal $\frac{a}{b}$, com $b = 10^k$ e os algarismos de $a = a_r, a_{r-1}, \ldots, a_1 e\ a_0$.

Mais uma vez surge a discussão sobre "aproximação", e o autor afirma que é importante mostrar aos estudantes que contas não exatas existem.

No tópico E – Geratrizes e dizimas periódicas – há as definições básicas para esses conceitos: uma geratriz de dízima periódica simples "é uma fração que tem para numerador o período e para denominador um número formado

---

[96] Definição contida no livro: "A fração representante de um número fracionário decimal é denominada fração decimal" (p. 234).

[97] $\frac{3}{12}$ é $basimal, pois$: $\frac{3}{12} \sim \frac{1}{4}$ $e\ 4 = 2^2$; $\frac{12}{40}$ é $basimal, pois$: $\frac{12}{40} \sim \frac{3}{10}$ e $\frac{3}{10}$ já é $basimal$;
$\frac{16}{70}$ $n$ão é $basimal, pois$: $\frac{16}{70} \sim \frac{8}{35}$ $e\ 35 = 5 \times 7$.

por tantos nove quantos forem os algarismos do período”[98] (p.257), e uma dizima periódica composta,

> é uma fração que tem para numerador o número constituído de não-periódicos, seguido do período, menos o não-período; e, para denominador, um número formado de tantos noves quanto são os algarismos do não-período[99] (p.258).

Em uma última nota é fornecida a fórmula básica para obter geratrizes. Seguem três exemplos e 25 exercícios.

Conclusão:

O volume foi pautado pela sequência linear dos conteúdos. Não há muitas figuras, mas as que foram inseridas possuem formas simples, de modo que podem ser reproduzidos facilmente pelo professor na lousa.

A geometria não aparece como suporte em nenhum momento, e os conteúdos são tratados de forma essencialmente algébrica. Um exemplo disso são as propriedades, trabalhadas enfaticamente. Em todo o livro é utilizada, muito fortemente, a ideia de conjuntos, que dá suporte – implícita ou explicitamente – a todas as discussões, e na Álgebra Moderna está o pano de fundo para todos os conceitos desenvolvidos no volume.

O rigor matemático é uma marca indiscutível, bem como o cuidado com a linguagem matemática e o claro descuido com a língua materna, com a diagramação e a revisão gráfica e textual.

Ainda que a justificativa dos conceitos seja tratada em demonstrações – sempre deixadas para um “segundo estudo” – não há discussões mais aprofundadas sobre os temas, e que se vê mais frequentemente são as regras e os “modos de fazer”, dados a partir de exemplos.

A brevidade é outro elemento que caracteriza o volume: todos os capítulos e seus tópicos são bastante curtos, o que permite supor que o autor tinha como seu leitor preferencial um professor familiarizado com os conceitos e as

[98] Por exemplo: $\frac{4}{9}, \frac{17}{99}, \frac{111}{999}$, perceba que a quantidade de noves do denominador, depende da quantidade de números que há no numerador.

[99] Por exemplo: "$2{,}4\overline{3} = 2 + 0{,}4\overline{3} = 2 + \frac{43-4}{90} = 2 + \frac{39}{90} = 2\frac{39}{90} = \frac{219}{90}$"(p. 258), em uma nota de rodapé inclusa neste exemplo: “utilize também o processo de multiplicar por 10 diretamente o número 2,43” (p.258).

operacionalizações nele apresentados. Inexistem discussões de natureza pedagógica aliadas ao tratamento matemático que é bastante formal.

Nos tópicos destinados aos exercícios, há exercícios que devem ser deixados para um segundo estudo. Poucos capítulos incluem o que o autor chama de problemas, e sua maioria é composta por questões bem diretivas do tipo: calcule, determine, verifique, represente. Algumas respostas são apresentadas, mas sem maiores elaborações.

B: Um ponto de vista sobre o Volume II

O Volume II possui 242 páginas, divididas em 11 capítulos. O menor deles possui 7 páginas e o maior 36. Assim como no volume I, as folhas do exemplar que tivemos à mão estão amareladas, mas não é possível identificar se essa é a coloração original ou se foi causada pela ação do tempo. A qualidade do papel é boa, o que evita que os textos de frente e verso se confundam. Há, porém, algumas falhas na impressão (exagero de tinta, borrões, partes falhas). A tipologia dos caracteres utilizados pelo autor se mantem a mesma da usada no volume I – trata-se dos caracteres comuns às antigas máquinas de datilografia –, assim como a ausência de outras cores que não o preto. O tipo de imagem continua o mesmo: são desenhos ou esquemas simples, que o professor pode, inclusive, reproduzir em sua lousa durante as aulas.

A capa é de papel um pouco mais firme que as demais folhas, e sua coloração é amarelo claro, com escritos em cor preta. As informações presentes na capa são: (a) o nome do autor, “Ruy Madsen Barbosa”, centralizado na parte superior, ao qual segue (b) o título do livro, centralizado, tem tamanho de letra bem maior que o restante das informações, realçando o nome “MATEMÁTICA, METODOLOGIA e COMPLEMENTOS para Professôres Primários”. Abaixo vem (c) o número do volume, “VOLUME II”, e por último, no canto inferior da página, (d) o selo da editora “L.P.M. editôra”. Essa nossa análise tem como base a primeira edição, publicada em 1966, cuja imagem pode ser conferida na figura 1.

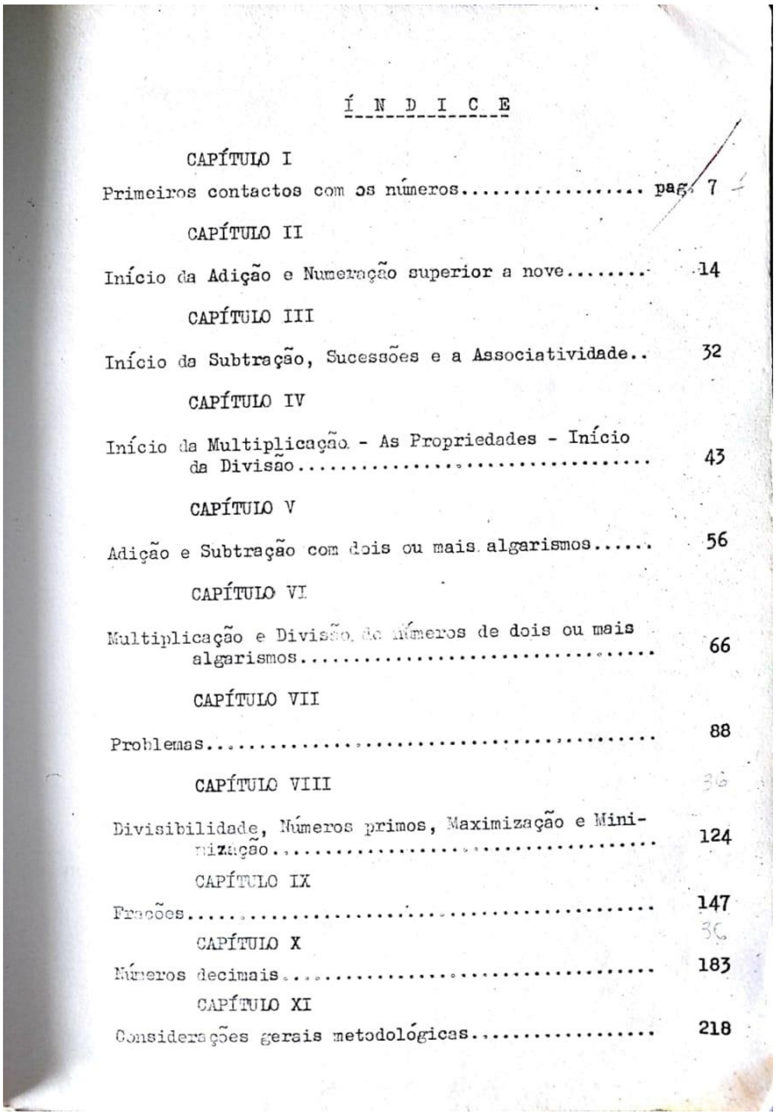
Esse segundo volume traz duas folhas de rosto: no canto inferior da primeira há apenas um carimbo: "DISTRIBUIÇÃO DA LIV. NOBEL S. A., R. DA CONSOLAÇÃO, 49, TEL. 34.5618 – SÃO PAULO –"; e no canto superior da segunda folha de rosto consta o nome do autor. No centro desta mesma folha, com espaçamento considerável, podemos ler três informações: o título do livro (agora com as palavras "para" e "professores" abreviados), o nome do volume: "Metodologia da Aritmética", e o número do volume (agora em algarismo arábico): "Volume 2". No canto inferior, a informação sobre o ano "1966". Todas as informações estão centralizadas.

Na próxima página há o índice, com a numeração dos capítulos em algarismos romanos. Virando a folha, o corpo do livro se inicia.

Na parte de cima da contracapa do livro há informações sobre os outros títulos do Ruy Madsen Barbosa, e embaixo lê-se: "L.P.M. imprimiu, rua maria antonia, 103, tel. 35-3304"

Neste volume não há todas as informações do volume I (como a introdução, por exemplo), e alguns dados não possuem a mesma disposição (como o índice, que no volume I foi anexado na última página).

Figura 31 - Volume II: Índice



Í N D I C E

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

CAPÍTULO I

O primeiro capítulo tem como título "PRIMEIROS CONTACTOS COM OS NÚMEROS" e é formado por 5 tópicos ou seções (A, B, C, D e E), ocupando, ao todo, 7 páginas.

A. Números – ocupa 3 páginas.
B. Número cardinal, vocabulário e número ordinal – ocupa 1 página.
C. O número zero – contém ½ página.
D. Algarismos – ocupa um pouco mais de 1 página.
E. O número dez – contém ½ página.

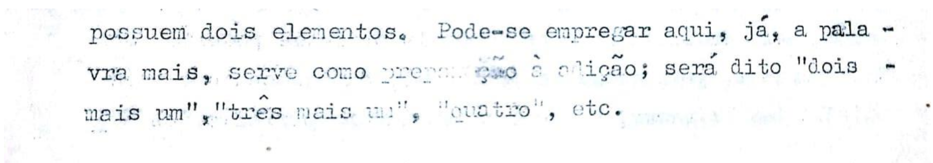
Não há subdivisões nesse capítulo. Ele é iniciado apresentando os conceitos numéricos que as crianças podem ter adquirido antes de iniciar a escolaridade formal, apontando para o que podem ser possíveis dificuldades. A responsabilidade dos professores na condução da melhor forma de aprendizagem também é citada nesta introdução, assim como a melhor maneira de se fazer isso, iniciando pela "correspondência um a um", comparação de conjuntos e quantidades, repetindo a contagem muitas vezes, e também diversificando os objetos. Podemos perceber a ideia de conjunto também presente neste volume já nessas informações iniciais[100].

Conselhos pedagógicos também são encontrados nessa introdução, como não ter pressa, ou por exemplo, o da página 9:

> Dê oportunidade a todos, não só atendendo às diferenças individuais, mas também, em atenção ao fato de que o manuseio, o desenho, a própria experiência, a audição repetida, a visão repetida, são fatores que contribuem em menor ou maior intensidade, quer para a integração quer para a fixação (p. 9).

Ainda na mesma página, sugere-se que a criança também deve ter um momento sozinha para o descobrimento e desenvolvimento das ideias. Há falhas na impressão desta página.

Figura 32 - Volume II: Falha de impressão


possuem dois elementos. Pode-se empregar aqui, já, a pala -
vra mais, serve como [illegible] à [illegible]ição; será dito "dois -
mais um", "três mais [illegible]", "quatro", etc.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

No item B, é o momento de introduzir às crianças a ideia de que não importa a ordem dos elementos de um conjunto, pois o número de elementos

---

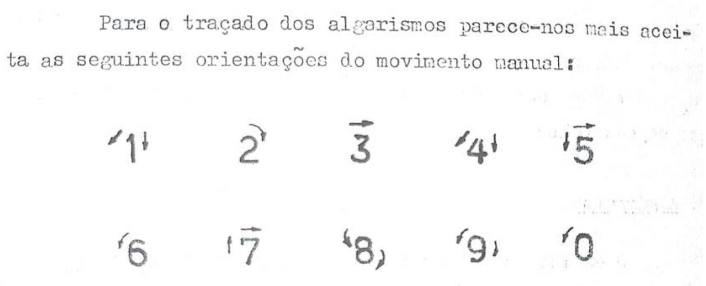
[100] "Colocar os elementos de um conjunto qualquer em correspondência com os elementos do conjunto dos naturais, já ordenados, é um pequeno passo" (p. 07); "Cabe ao mestre conduzir a aprendizagem pela correspondência um a um; quer com o conjunto da sucessão natural, ou mesmo, o que é muito importante, comparar conjuntos, colocando os seus elementos em correspondência, realçando o conceito de quantidade, levando os alunos a responderem perguntas como as seguintes: - Qual conjunto tem mais? " (p. 08); "Solicite aos alunos que contem, então, os seus elementos, quer de uma coleção, quer da outra. Determinando o número, insista no fato de que o número é, no caso, uma característica comum aos dois conjuntos, que é uma característica abstrata, uma ideia, alguma cousa comum aqueles particulares e a muitos outros" (p. 08).

será sempre o mesmo. Nota-se, inclusive, que o vocabulário para essa aprendizagem é tratado no capítulo (com exemplos de palavras que devem ser utilizadas pelo professor[101]).

A discussão sobre o número zero, no item C, é tratada de maneira sucinta: o autor aconselha o professor a apresentar esse número a partir da ideia de conjunto vazio, de um vidro vazio..., dizendo também que se trata de um número como qualquer outro, podendo, inclusive, ser empregado na correspondência biunívoca.

Neste mesmo capítulo, na parte reservada aos algarismos, a importância da escrita dos números aparece, e o autor mostra como se deve orientar os estudantes para o traçado dos números, havendo ainda um esquema explicativo.

Figura 33 - Volume II: Orientação de traçado



Para o traçado dos algarismos parece-nos mais aceita as seguintes orientações do movimento manual:

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

O número dez é discutido em apenas um parágrafo, julgando que na apresentação numérica o professor deve chegar até ele, o que se justifica, segundo o autor, pela presença constante desse número na vida dos estudantes, visto que possuímos dez dedos nos pés e nas mãos. Em Oliveira, Silva e Valente (2011, p. 121), destaca-se que a partir de um relatório de 1961, decorrente do Seminário de Royaumont, há sugestões para que o professor trabalhe a Teoria dos Conjuntos em sala de aula, e que utilize, para exemplificação, partes do corpo, como os dedos das mãos.

O término do capítulo é indicado através de um asterisco, assim como ocorre em todos os outros capítulos deste volume.

[101] Alto, baixo, maior, grande, abaixo, no meio, acima, do lado esquerdo, entre, em frente, além, antes, depois, longe, próximo, distante, ao redor etc.

CAPÍTULO II

Este capítulo trata sobre o "INÍCIO DA ADIÇÃO E NUMERAÇÃO SUPERIOR A NOVE". Ele ocupa 18 páginas e é formado por 5 tópicos:

A. Adição – ocupa 4 páginas e possui 2 subdivisões: A.1 Introdução da operação, A.3[102]. Notas complementares.
B. Numeração superior a nove – ocupa 6 páginas e possui 2 subdivisões: B.1 Uniformização, B.2 Sugestões para o ensino da numeração.
C. Composição dos números – ocupa 3 páginas e não contém subdivisões.
D. Adição sem concretização – ocupa um pouco mais de 1 página e não possui subdivisões.
E. Observações didáticas para a formação do professor primário – ocupa 2 páginas e não contém subdivisões.

Nesse capítulo encontramos a discussão sobre o modo como o professor deve introduzir a soma aos estudantes – "de maneira suave na contagem" – e continua dizendo que a frase-chave é "reunir em apenas uma coleção"[103] e aconselhando o professor para que aproveite esse momento e insira os sinais.

O uso de desenhos, em esquemas, é indicado. Há apontamentos sobre erros na metodologia de outros livros, como, por exemplo, quando usam incorretamente as representações gráficas, confundindo a união de conjuntos com a operação de adicionar. Nas páginas 15 e 16 (Ver figuras a seguir), entretanto, o texto registra a frase "exemplos errados" em ambas para, em seguida, apresentar uma série de desenhos com bolas, flores, caminhões, utensílios de jardinagem e casas, todas em preto e branco. Depreende-se que deveria haver um texto (apresentando ou comentando o motivo de os exemplos estarem errados[104]) antes dos itens apresentados, que não foi incluído por erro

[102] Não possui A.2.

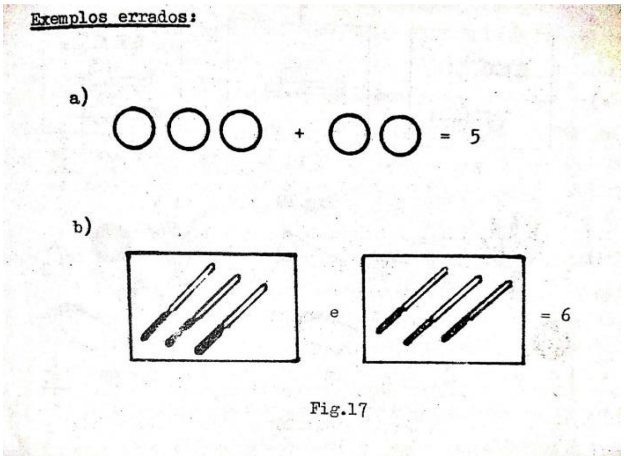
[103] Aqui, novamente, a ideia de conjunto está presente, bem como nas frases "conjunto-união de pauzinhos, tampinhas, lápis, meninos", também usada pelo autor.

[104] Pode-se, por exemplo, questionar, do ponto de vista formal, que a soma, ao ser explicada a partir da ideia de conjuntos, deve pressupor conjuntos disjuntos e deve-se operar a partir da ordem (número de elementos) de um conjunto (de tal modo que a ordem de um conjunto A somada à ordem de um conjunto B seja a ordem da união de A e B). Segundo essas considerações, haveria impertinências na maioria dos

ou ausência de revisão gráfica do manual antes da publicação. Há apenas uma indicação no corpo do texto, aconselhando o professor a não utilizar, ao mesmo tempo, a ideia de união de conjuntos e a de soma numérica, pois,

> Não deve o professor confundir-se e nem confundir os alunos com as operações: reunir conjuntos é uma operação sobre conjuntos, adicionar é uma operação sobre números: numa se determina o conjunto-união, a reunião das coleções, portanto uma coleção com todos os elementos dos conjuntos componentes; em outra se determina um número, o número de elementos dessa coleção (p. 15).

Figura 34 - Volume II: Exemplos errados da página 15

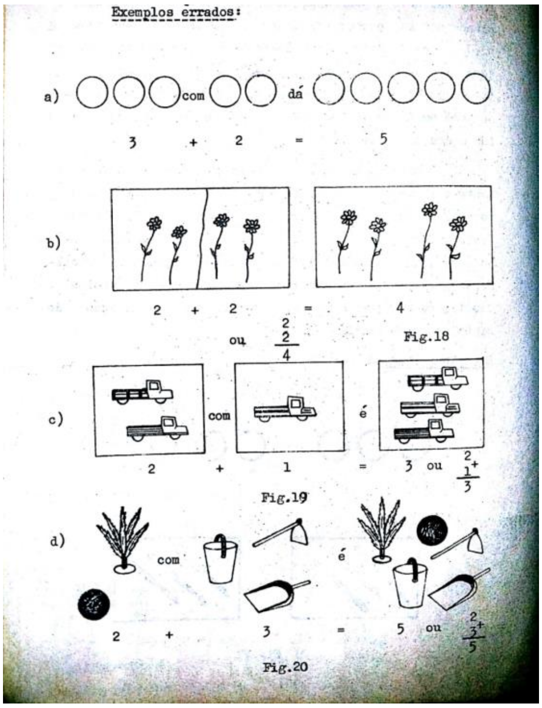


Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Por isso, acredita-se que o enunciado apresentado como “exemplos errados” na página 16, possui um mero erro gráfico, pois as operações são apresentadas separadamente (sendo esta, segundo o texto, a maneira correta).

exemplos apresentados. Nota-se, entretanto, que essas exceções (relativas ao tratamento da soma a partir da ideia de união de conjuntos) não foram consideradas nem mesmo no volume anterior da Coleção.

Figura 35 - Volume II: Exemplos da página 16



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Nas notas complementares, item A.3, indica-se que o professor deve apresentar as duas formas de adição, a horizontal e a vertical, e que disponibilize representações gráficas aos alunos, feitas com um duplicador ou mimeógrafo. Fala-se também da importância de inserir o número zero nas operações, "reunindo caixa com alguns palitos com caixa com zero palitos (vazia) " (p. 17).

Tudo isso deve ser feito sem ultrapassar o número 10. As somas superiores a 10 só deverão ser introduzidas posteriormente. O livro apresenta uma sugestão de "uniformização", que segue a linha de raciocínio da decomposição numérica[105], já utilizada no volume I da Coleção, indicando ainda que "nos numerais escritos com algarismos, a formação aditiva é a mesma e, nos outros numerais, há quebra completa da forma aditiva uniforme anterior, ainda que existem vestígios da aditividade. (*)". Este asterisco nos encaminha à primeira nota de rodapé – na página 19 – na qual se sugere "Ver 3ª parte, proveniência latina". Consultando o volume III, percebemos que se trata de mostrar a origem latina de determinados termos: "Masc.: um ← ũu ← unu. Fem.: uma ← ũa ← uma... // ... dezenove ← dece et novem" (vol. III. p. 14, 15),

[105] "Vinte e um - 21 ou 2x10+1 ou 20+1" (p.18).

para introduzir o que no primeiro volume o autor chama de “dezecinco (dez e cinco)”, o que, segundo ele, “reconstituiria a uniformidade e facilitaria a aprendizagem grandemente” (p. 19).

Entre as sugestões para o ensino da numeração, B.2, está a utilização de uma caixa que pode ser dividida internamente em duas partes: do lado direito deve-se fazer marquinhas para cada item nela presente, e a cada dez anotações trocar por uma marca do lado esquerdo da caixinha (por exemplo, se tiver uma marca do lado esquerdo e seis do direito, lê-se dez e seis ou dezesseis). Em nota de rodapé, aconselha-se o professor a utilizar mais separações na caixinha para a aprendizagem além de 100. Nas sugestões relacionadas ao ensino da numeração ficam claras as intenções do autor sobre ser o livro voltado a professores, já que ele – autor – indica claramente o que o leitor – professor – deve fazer em suas salas de aula:

> Combine com os alunos que para cada objeto (especifique um tipo, por exemplo, alunos menores da classe, número de bolinhas de um vidro, etc., de preferência uma coleção entre dez e vinte) será colocado numa parte da caixinha uma ficha (feijão, palito, tampinha, etc.), o que poderá ser feito por um aluno (p. 21).

Também há simulações do que as crianças poderiam dizer e as possíveis respostas que o professor deve dar. Este volume é bastante descritivo, e tem a intenção didática/pedagógica como marca, no que ele se diferencia muito do volume anterior, que era marcado pela aridez do tratamento matemático e por uma linguagem intensamente formalizada.

Ainda no trabalho com o algarismo zero, é sugerido que “O professor precisa incluir um exemplo que dê exatamente dez, o qual deverá orientar a sua leitura e escrita: - dez e... e nada, só dez. – um, algarismo 1, e nada, então algarismo 0, portanto 10” (p. 22).

Nas páginas de 22 a 24 há desenhos de bolas, palitos e de sacos, todos em preto e branco, ilustrando e descrevendo como o professor deve discutir os conceitos de unidade e dezena na sala de aula: são três páginas só para aconselhar o uso de representações gráficas e o do “eficiente ábaco ou contador de bolinhas” (p. 24).

A composição é tema do terceiro tópico, no qual o autor trata da partição numérica, ou seja, “2+4 é uma partição do número 6” (p. 24). Em nota de rodapé afirma-se que essa separação recebe o nome de partição do conjunto ou policotomia, e em dois subconjuntos o nome é dicotomia. A propriedade comutativa[106] da adição também é inserida, logo, é importante que leitor conheça o volume I desta coleção.

São apresentados os benefícios de exercitar com os alunos a composição, decomposição e superposição (ou justaposição), posto que isso é interessante e importante para o seu desenvolvimento.

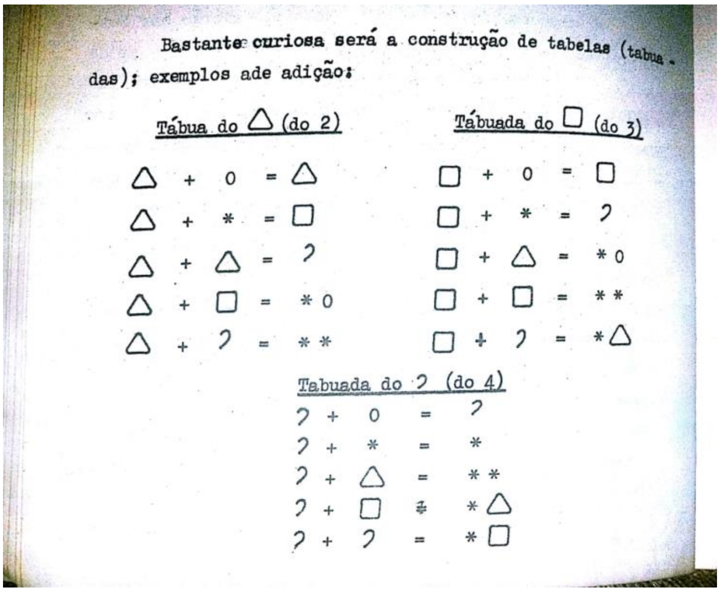
Sobre o material de blocos de C. Stern[107], há um esquema ilustrativo e uma breve instrução de como se dá seu funcionamento, porém, "Cabe ao professor, com seus elementos pessoais e imaginação, tornar essa aprendizagem agradável, orientando, estimulando, permitindo a apresentação ou leitura dos resultados, etc..." (p. 26).

Ao invés de propor exercícios, o autor traz conselhos sobre como devem ser os questionamentos: deve-se tratar de conjunto-união, trabalhar com coleções e novamente com a propriedade comutativa que "deverá" ser inserida e enfatizada nesta fase. Segundo o livro, a adição deve ser conduzida de forma que os alunos façam uma associação entre um número, um conjunto e uma união. Tudo é discutido descritivamente, sem linguagem matemática, formalizações ou símbolos. Há, ainda, um tópico só com observações didáticas gerais, salientando-se, por exemplo, que "a formação do professor primário implica não só na transmissão pelos professores do curso normal" (p. 29), além da recomendação de que esse professor deve "exercitar-se em técnicas que utilizará no seu futuro magistério" (p. 29). Atividades lúdicas também são sugeridas, como aquelas relativas à construção de tábuas, por exemplo.

[106] A ordem das parcelas não altera a soma.

[107] Há uma chamada, em nota de rodapé, para que o leitor confira a bibliografia apresentada apenas no terceiro Volume dessa Coleção. Trata-se de "STERN, Catherine – Aritmética – tradução – Porto Alegre – Edição da Livraria do Globo – 1.936 –". Esse material é citado mais de uma vez na coleção, ele antecede a Matemática Moderna.

Figura 36 - Volume II: Tábuas


Bastante curiosa será a construção de tabelas (tabuadas); exemplos ade adição:

Tábua do △ (do 2)

△ + 0 = △
△ + * = □
△ + △ = ?
△ + □ = *0
△ + ? = **

Tábuada do □ (do 3)

□ + 0 = □
□ + * = ?
□ + △ = *0
□ + □ = **
□ + ? = *△

Tabuada do ? (do 4)

? + 0 = ?
? + * = *
? + △ = **
? + □ = *△
? + ? = *□

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

As ilustrações e imagens são simples (envolvem triângulos, asteriscos, xis, bolas, palitos, etc). Logo, o professor pode reproduzi-las no quadro em suas explicações. A palavra "guiar" é muito presente no texto, mostrando que o professor deve guiar os estudantes nos assuntos de forma que eles descubram o que se pretende. Este volume não parece ser uma continuação do anterior, mas uma complementação: assim, o volume I traz a formalização matemática, necessária – segundo a introdução do volume I – a alguns professores, enquanto o segundo volume trata dos modos de ensinar aqueles conteúdos formalmente apresentados no livro anterior, numa abordagem, agora, didática.

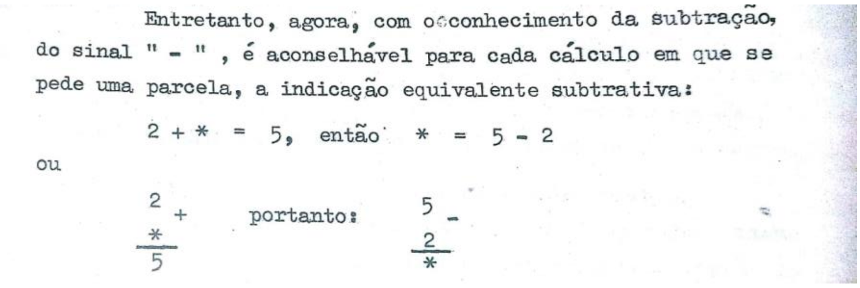
CAPÍTULO III

O tema "INÍCIO DA SUBTRAÇÃO, SUCESSÕES E A ASSOCIATIVIDADE" é tratado em 3 tópicos ou seções, inseridos em 11 páginas.

A. Início da subtração – contém quase 5 páginas.
B. Sucessões – contém 4 páginas e ½.
C. Associatividade – contém 2 páginas.

O capítulo III não possui subdivisões. Ele é iniciado sugerindo ao professor que não faça a introdução da subtração como um assunto separado (apesar do livro assim proceder), mas que a integre ao aprendizado da adição, lembrando as 3 questões fundamentais que o professor deve ter em mente, “Tipo a: quanto fica? Tipo b: quanto é mais que? Tipo c: Quanto é preciso para? ” (p. 32). Posteriormente, o autor inclui exemplos de perguntas que julga apropriadas, e aconselha como cada uma deve ser usada, e as prováveis dificuldades das crianças em cada tópico. Ele também trata da importância de deixar claro ao estudante que a subtração é a operação inversa da adição, o que pode ser compreendido por eles ao se propor exercícios nos quais se deve preencher lacunas de modo a verificar uma determinada igualdade (veja figura abaixo).

Figura 37 - Volume II: Subtração e adição



Entretanto, agora, com o conhecimento da subtração, do sinal " - " , é aconselhável para cada cálculo em que se pede uma parcela, a indicação equivalente subtrativa:

$2 + * = 5$, então $* = 5 - 2$

ou

$$\begin{array}{r} 2 + \\ * \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{portanto:} \quad \begin{array}{r} 5 - \\ 2 \\ \hline * \end{array}$$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

No tópico B, intitulado “Sucessões”, afirma-se a importância do cálculo mental e da repetição, visando a criar hábitos:

> Cabe ao professor conduzir os alunos à obtenção de sucessões com procedimento puramente mental, no qual não se pronuncia a parcela ou subtraendo constante”, “O importante é que o professor oriente os alunos no cálculo mental correspondente [...] // Nos primeiros anos o conhecimento intuitivo da associatividade na adição possui a vantagem de preparar a criança para o cálculo mental, pois com a comutatividade, permitirá ao aluno efetuar uma soma em coluna conforme lhe convenha, claro // numeração é costume (p. 36 e 37).

Segundo o livro, como os jogos são atrativos para as crianças, o autor aconselha inseri-los para facilitar a aprendizagem, cabendo ao professor graduá-los por dificuldade. O professor deve tentar conduzir o aluno considerando situações reais, como por exemplo a contagem de cinco em cinco, como a que se faz no relógio. É preciso deixar que eles descubram, deixar os estudantes observarem e raciocinarem. “Conhecimento intuitivo” e “cálculo mental” também são sempre mencionados, no texto, como fatores importantes e positivos.

A propriedade associativa ganha um tópico específico, colocando em evidência a operação de adição, trabalhada a partir da ideia de conjuntos, com esquemas de figuras na forma de retângulos (conjuntos) com círculos (elementos) em seus interiores, todos em preto e branco.

CAPÍTULO IV

Este capítulo trata do “INÍCIO DA MULTIPLICAÇÃO – AS PROPRIEDADES – INÍCIO DA DIVISÃO”. Possui 13 páginas e 7 tópicos ou seções.

A. Início da multiplicação. Não contém subdivisões, 2 páginas e ¾.
B. Propriedades. Contém 2 subdivisões em 2 páginas e ¼: B.1. Propriedade comutativa, B.2. O elemento neutro.
C. Notas sobre a tabuada. Não contém subdivisões, 2 páginas e ½.
D. Fator nulo e novos numerais. Não contém subdivisões, ½ página.
E. Preparação para divisão. Não contém subdivisões, ¾ de uma página.
F. Observações complementares. Não contém subdivisões, ½ página.
G. Início da divisão. Não contém subdivisões, 3 páginas e ½.

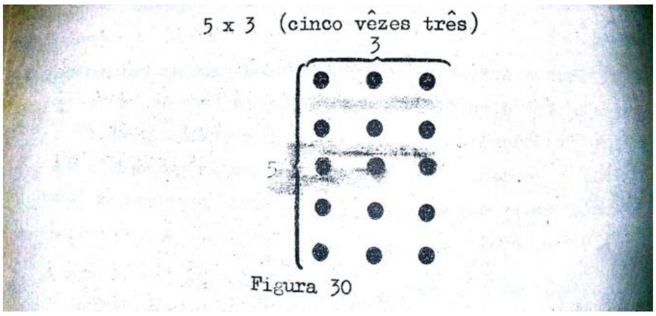
Apenas o item B contém subdivisões. O capítulo é iniciado com um alerta ao professor sobre não ser suficiente resumir a ideia de multiplicação a uma adição de parcelas iguais, como se ela fosse um caso particular da adição, cabendo a ele apenas a introdução de um novo símbolo para isso, o X. Situações reais são tomadas como motivadoras, mas não há exemplos do que elas seriam e como seriam.

Deve-se inicialmente despertar o interesse da criança sobre como “escrever a adição”, enfatizando que nela há a presença de três números: “o número de cada parcela, o número de parcelas e o número da soma (resultado) " (p. 43), assim, a aprendizagem deve ser feita de modo a orientá-los para que eles próprios cheguem à descoberta.

O autor também alerta que, para "evitar o desajuste entre a interpretação aditiva e a leitura, adotar-se uma só leitura, pelo menos nessa fase, tomando-se como multiplicador o primeiro número" (p. 44), mas ainda assim é importante discutir a comutatividade. A impressão gráfica desta página está ruim, com muitas falhas e borrões.

A preocupação de como o professor deve tratar o assunto, como um guia, fica muito evidente, sendo proposto o estudante como um explorador e o professor como um orientador. Na página 45, aconselha-se que o professor, ao tratar da propriedade comutativa, deve seguir com "vagar e perseverança", organizando tabelas, "conduzindo os alunos à descoberta" desta propriedade. Na página 46 há um esquema de bolinhas, mostrando como a multiplicação pode ser visualizada a partir de uma disposição de linhas e colunas.

Figura 38 - Volume II: Esquema de multiplicação



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Como fazer, o que falar, o que observar, o que explicar, o que deixar os estudantes descobrirem, tudo isso é tratado no texto[108]. No item C, as "Notas sobre a tabuada" não são apresentadas do ponto de vista formal, mas incluídas em uma discussão sobre a exclusão da tabuada no ensino escolar, por ser vista apenas como uma estratégia de fixação, relacionada à verificação de resultados. Ensinar a multiplicação utilizando a tabuada é algo que o autor condena, pois

[108] Alguns exemplos: "...o professor levará o aluno...// ...levando-os a observar...// ...a unidade matemática será ressaltada não só com a escrita, como também falada, mostrando a ordem da escrita...// ...a simples descoberta ou aceitação... // ...o professor deverá... // ...o professor incluirá...".

“Não se usa mais o processo de ensino de tabuadas, contadas ou rítmicas”. E continua: “Condenamos também o triângulo de Condorcet e similares [...]” (p. 49). Estratégias assim devem estar presentes no ensino, mas não para introduzir os conceitos. A tabuada, por exemplo, pode ser exposta em lugar bem visível da sala de aula, já que é um auxiliar precioso para a memorização, mas isso deve ocorrer apenas por um certo período de tempo. Nesse capítulo, mais uma vez o autor exalta a importância de não ignorar o número zero e trabalhar com ele também na multiplicação.

Ainda neste capítulo sobre multiplicação, o livro indica que se deve preparar os estudantes para a divisão de forma a relacionar as duas operações – multiplicação e divisão – como inversas, afirmando que há vantagens em trabalhar com métodos de preparação para a divisão. Uma das marcas da importância que o autor dá a esse assunto está na quantidade de laudas usadas para a discussão: são mais de três páginas em que se explicam os tipos de trabalhos e exercícios que podem ser feitos. Usam-se as terminologias dividendo, divisor, quociente, resto, sem explicar seus significados, pois subentende-se que o volume I, onde estão essas informações, foi estudado. O zero mais uma vez merece uma referência, quando o autor afirma que o estudante deve perceber que a divisão de qualquer número pelo zero é impossível.

No que diz respeito à impressão gráfica, nesse capítulo há borrões e há muitas passagens ilegíveis.

CAPÍTULO V

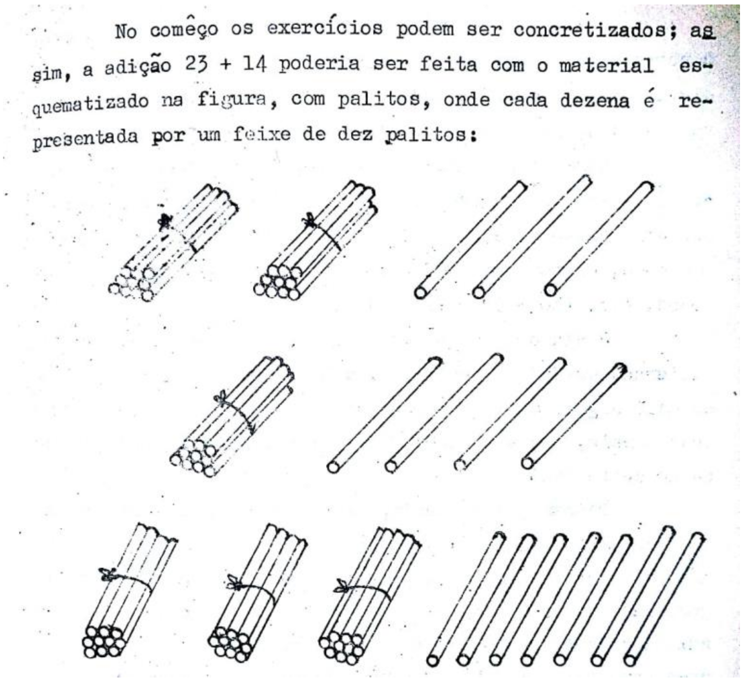
Após tratar da adição e da subtração (capítulos II e III respectivamente), este capítulo aborda “ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM DOIS OU MAIS ALGARISMOS”, em 10 páginas e 3 tópicos.

A. Numeração – Não contém subdivisão, e possui quase 1 página.
B. Adição – contém 2 subdivisões em quase 4 páginas: B.1. Adição de números de dois ou mais algarismos, sem transporte, B.2. Adição com transporte.
C. Subtração - não contém subdivisões, e ocupa 5 páginas e ½.

Este capítulo inicia-se com os conhecimentos prévios tidos como necessários para o bom entendimento da adição e da subtração com dois ou mais algarismos. Além de recordar, o autor pretende que os professores possam ampliar sua compreensão sobre os conceitos.

O livro aconselha tipos de exercícios que os professores devem apresentar aos estudantes, afirmando que, para uma melhor visualização, o ideal seria a manipulação de objetos, sem a ideia de "transporte[109] de algarismos".

Figura 39 - Volume II: Adição com palitinhos



No começo os exercícios podem ser concretizados; assim, a adição 23 + 14 poderia ser feita com o material esquematizado na figura, com palitos, onde cada dezena é representada por um feixe de dez palitos:

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Em seguida, afirma-se ser também preciso passar para uma fase de "semi-abstração", deixando de lado as ilustrações e retomando o conceito de ordem numérica. Para operar 23 + 14, em colunas são colocados os números de acordo com a sua ordem, ou seja, "$\begin{array}{rcr} 2\,dezenas & + & 3\,unidades \\ \underline{1\,dezena} & \underline{+} & \underline{4\,unidades} \\ 3\,dezenas & + & 7\,unidades \end{array}$, ou 37", para somente depois utilizar a "abstração total: $\begin{array}{r} 23 \\ \underline{14} \\ 37 \end{array}$".

[109] A palavra transporte é utilizada pelo autor para explicar a soma de algarismos que ultrapassam a dezena. Na soma 23 + 35 não há transporte, ao contrário do que ocorre na soma 23+39, posto que 3+9=12, implicando a necessidade de "transportar" 1 (equivalendo a dez) para a casa das dezenas, 1+2+3=6. Trata-se de termo equivalente à expressão "vai um".

A “adição com transporte de algarismos” ganha um sub tópico particular, em que há conselhos ao professor sobre como começar – além da utilização de materiais como o ábaco –, o que deve ser dito e como deve ser dito. O autor deixa claro que não é contrário ao uso do transporte e ao registro do numeral transportado, porém deve-se tomar cuidado com a maneira irregular desse registro: é necessário seguir uma ordem.

Existem dois trabalhos a realizar com a subtração – a forma aditiva[110] e a forma subtrativa[111] –, assim como há dois processos – por decomposição e por compensação. Os exemplos são seguidos de textos explicativos, com uma linguagem do “dia a dia”, utilizando, por exemplo, expressões do tipo: “vem um”, “é menor que”.

Figura 40 - Volume II: Exemplo

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 84 \\ -\ \underline{36} \\ 48 \end{array}$$

Por decomposição:

84 decompõe-se em 7 dezenas + 14 unidades
36 decompõe-se em 3 dezenas + 6 unidades.

A criança será levada a pensar:

4 é menor que 6, fazemos 14 menos 6 é 8, o 8 fica 7; 7 menos 3 é 4.

Por compensação:

84 passa a ser: 8 dezenas + 14 unidades
36 passa a ser: 4 dezenas + 6 unidades.

A criança será levada a pensar:

4 é menor que 6, fazemos 14 menos 6 é 8, o 3 fica 4; 8 menos 4 é 4.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Apresentam-se, por fim, possibilidades de resolução e de prováveis questionamentos e modos de agir que podem ocorrer às crianças, incluindo dicas e cuidados que os professores devem tomar. Em nota de rodapé, o autor

110 “três para sete, quatro (porque 4+3=7)” (p. 61).
111 “sete tirando três, quatro; ou três de sete, quatro (sobra quatro)” (p. 61).

indica que o professor deve ser cauteloso para escolher as formas verbais quando tratando do tema com os estudantes.

CAPÍTULO VI

Este capítulo tem como título “MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS DE DOIS OU MAIS ALGARISMOS”. Ele possui 22 páginas e apenas 2 tópicos ou seções.

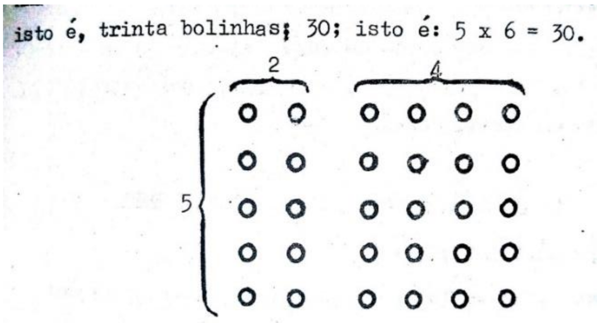
A. Multiplicação. Contém 4 subdivisões em 10 páginas: A.1. Propriedade distributiva; A.2. Multiplicação com fator de um só algarismo; A.3. Multiplicação por 10, por 100, etc.; A.4. Multiplicações gerais.
B. Divisão. Contém 4 subdivisões em 12 páginas: B.1. Preliminares; B.2. Divisor de um só algarismo; B.3. Quociente de um só algarismo; B.4. Divisão qualquer.

Assim como nos capítulos anteriores, o autor inicia o texto dando sugestões de como apresentar o conteúdo aos estudantes (iniciando com exercícios simples de multiplicação e adição), sempre sugerindo caminhos que poderiam levar as crianças à descoberta, ao invés de o professor responder a tudo. Deve-se registrar que o autor também comenta o que não deve ser feito[112].

Como um exemplo ilustrativo, o autor usa a operação 5 x 6, desenvolvendo-a de diversas maneiras[113], uma delas usando a figura abaixo, com bolinhas em linhas e colunas, mostrando, em três passos, que o resultado de 5 x 6 é 30.

[112] “Não prescindir do conhecimento da distributividade” (p. 66).
[113] “5 x (2 + 4) = 5 x 6 = 30 e 5 x 2 + 5 x 4 = 10 + 20 = 30” (p. 66).

Figura 41 - Volume II: 5 x 6 = 30

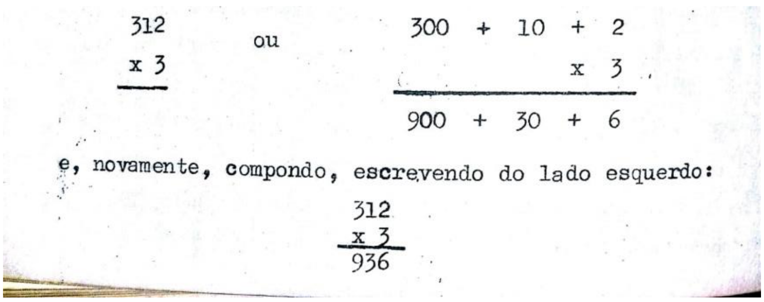


Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Segundo nosso ponto de vista, deve ser destacada a opção do autor em não adicionar qualquer estratégia de trabalho com a comutatividade e nem exemplos, mas apenas aconselhar seu uso pela direita e pela esquerda, o que ele faz em três linhas.

A multiplicação é trabalhada a partir da estratégia da decomposição numérica (dividida em dois tipos: (a) sem transporte[114] e (b) com transporte[115]), mas o professor que "procurar dar explicações com auxílio de conjuntos de feixes de palitos ou similares", segundo o autor, deve ser cuidadoso quanto ao seu uso, pois "seria um retrocesso na aprendizagem querer objetivar concretizando centenas, dezenas, nessa fase". Entretanto, "se usado, deve restringir-se ao mínimo" (p. 70).

Figura 42 - Volume II: Compondo uma multiplicação



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

[114] 312 x 3 (cada multiplicação necessária para a operação solicitada resulta em um número menor que dez – 3x2=6; 3x1=3; 3x3=9).

[115] O exemplo, no caso, é 2523 x 4 já que as multiplicações 4x3 e 4x5 resultarão em números maiores que dez, daí a necessidade de "transportar" o 1 relativo a uma dezena.

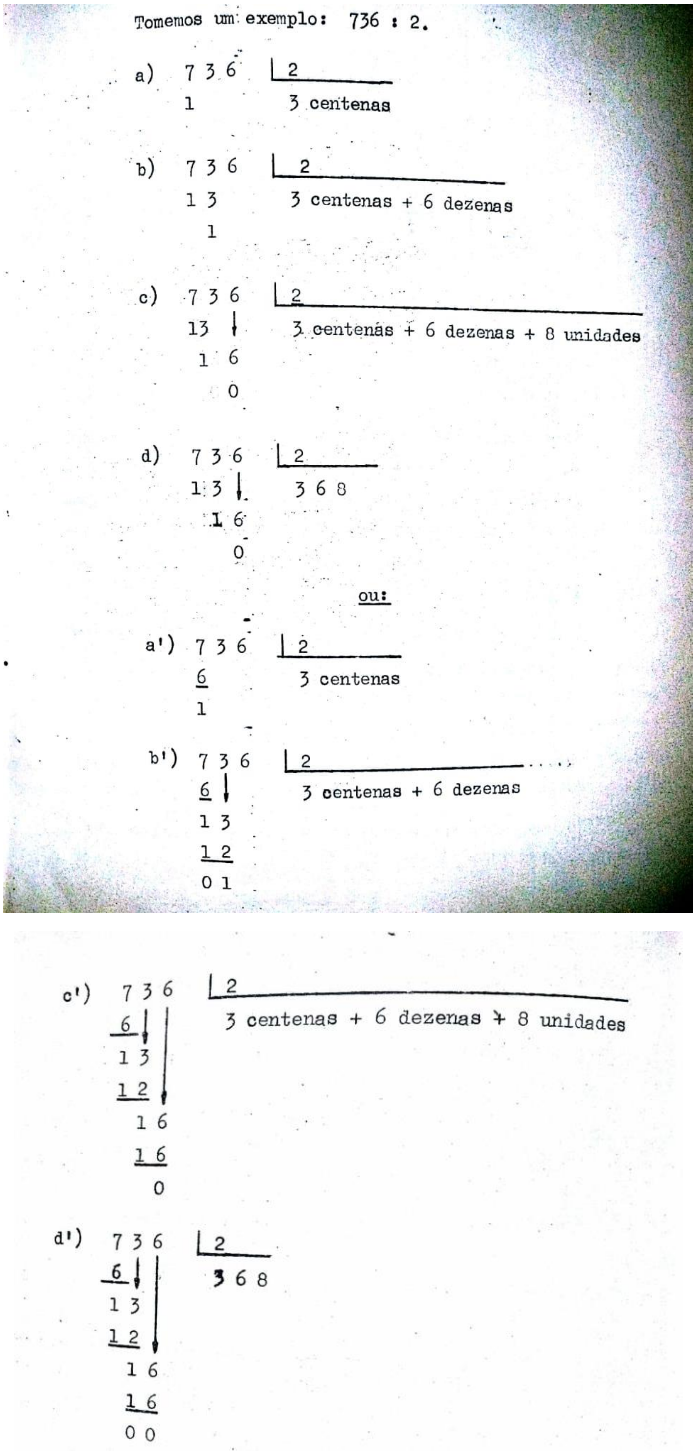
Um tópico específico é destinado à "Multiplicação por 10, por 100, etc." (p. 71), e nele o autor apresenta recursos, que segundo ele, visam "facilitar as explicações". Reitera-se constantemente que se deve guiar os alunos para que eles cheguem às conclusões desejadas. É bastante perceptível o discurso do autor: o professor é um guia para que o estudante seja um explorador em relação às descobertas matemáticas. A partir de alguns exemplos e observações, o autor espera que o aluno se sinta motivado a continuar: "Com estes resultados o aluno pode já ser levado a induzir a regra da justaposição de zeros à direita" (p. 71).

Somente após essas discussões, no tópico voltado às "Multiplicações gerais" (p. 73), apresenta-se a multiplicação entre dois números compostos por mais de um algarismo (por exemplo 352 x 436). Além da montagem da operação, inclui-se o passo a passo de como o algoritmo é usado, o porquê do recuo à esquerda depois do trabalho com as unidades, o que deve ser reforçado, a ordem de cada explicação, etc.

Já na parte relativa à divisão (tópico B), o autor afirma que existem dois procedimentos fundamentais – o indutivo e o dedutivo[116] –, "entretanto, acredito que o melhor procedimento no caso é o ecletismo" (p. 76), ou seja, uma mistura dos dois. Inicia-se o ensino da divisão com "divisor de um só algarismo, com dividendo que forneça em todas as ordens restos parciais" (p. 76), no tópico B.2. Neste caso, é dado um exemplo com duas resoluções distintas.

[116] "Num, ensina-se a divisão com divisor de um algarismo, depois, com dois algarismos, com três, etc.; no outro, ensina-se a divisão com quociente de um algarismo, aplica-se a divisão geral com qualquer número de algarismos no dividendo ou no divisor, e, então, passa-se a fazer exercícios quaisquer, três dois – ou um algarismo" (p. 76).

Figura 43 - Volume II: Exemplo de divisão



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

A importância do cálculo mental é discutida à página 78, “determinando mentalmente a decomposição de 736”, mas afirma-se que o professor deve lançar mão desse recurso apenas se julgar conveniente, pois esse poderia ser um obstáculo e não uma facilitação para o aprendizado.

No item sobre a divisão de um número com apenas um algarismo, afirma-se que a multiplicação, nesse caso, pode auxiliar significativamente, e assim como foi feito no Volume I, ressurge a regra do tenteio[117], mais uma vez explicada e exemplificada. A regra da cota[118] também é citada, mas para ela não há exemplos.

A "Divisão qualquer" (p. 85) ganha um tópico específico, iniciado com um exemplo (9836 dividido por 236), ao qual se segue uma discussão sobre como deve ser o comportamento do professor quando introduzindo esse assunto em sala de aula.

Apesar de não explicar termos como dividendo, divisor, quociente, etc, a linguagem parece acessível e adequada a um professor primário, ainda mais se considerarmos que a nomenclatura já foi tema estudado no volume anterior da Coleção e pode ser consultada pelo leitor.

Algumas páginas têm pequenos borrões e falhas de impressão.

CAPÍTULO VII

Com o título "PROBLEMAS", esse capítulo é composto de 5 tópicos ou seções, distribuídos em 36 páginas.

A. Preliminares. Contém 4 páginas.
B. Requisitos para um problema. Contém 1 página e ¾.
C. Tipos de problemas. Contém 5 páginas e ½.
D. Alguns problemas. Contém 23 páginas e ¼.
E. Observações complementares para a formação do professor primário. Contém 1 página.

---

[117] "Lembra-se ao aluno que o algarismo do quociente precisa ser tal, que, multiplicando-se a maior ordem do divisor devemos obter o mesmo ou menos que a ordem correspondente do dividendo. Logo, inversamente, como a divisão é operação inversa da multiplicação, para se achar o valor do algarismo, dividimos o valor do primeiro algarismo pelo valor do primeiro algarismo do divisor. Pode acontecer do transporte da outra ordem fazer ultrapassar, então diminuímos de uma unidade o valor do algarismo. Tira-se então uma regra prática para se achar aproximadamente o algarismo, chamada regra do tenteio" (p. 82, 83).

[118] "Quando o dividendo e o divisor possuem a mesma quantidade de algarismos (ou um a mais), para se achar a cota divide-se o valor do primeiro algarismo (ou dos dois principais) do dividendo, pelo valor do primeiro algarismo do divisor" (p. 85).

Não há subdivisões nesse capítulo, e ele é extenso – apenas o capítulo 9 terá a mesma quantidade de páginas.

Sua introdução traz a discussão sobre o que é um problema:

> Consideramos inicialmente o significado de problema; dificuldade; a criança levada à situação de resolvê-lo, procurará encontrar quais operações aritméticas adequadas que necessita usar para obter o resultado solicitado (p. 88).

Enfatizam-se também duas estratégias de aprendizagem relativas a problemas, ambas tendo como elemento central a necessidade de levar o aluno a refletir. Na primeira, o estudante participa, sozinho ou com o auxílio do professor, ativamente da reflexão resolutiva: "não se ensina problemas, errado é este proceder; guia-se o raciocínio, confronta-se ideias, dá-se normas gerais para resoluções" (p. 89), mas essa forma de agir, segundo o autor, não pode ser confundida com abandonar o aluno. A segunda estratégia sugere que o aluno deve "participa(r) reflexivamente procurando soluções anteriores, a uma situação equivalente ou análoga" (p. 90).

Em "Requisitos para um problema", tópico B, página 92, o autor argumenta que o estudante deve se interessar pelo assunto, ou seja, deve-se levar em consideração sua realidade quando da elaboração, além de ser importante trazer à cena situações de outras disciplinas. Motivação, linguagem adequada, grau de dificuldade e histórias não muito longas também são aconselhadas. Na sequência, são apresentados 5 tipos de problemas (que o livro julgou serem os principais): "problema-historieta[119]", "problema em série[120]", "problemas para vestir[121]", "problemas ilustrados" e "problemas de logicidade".

Quanto aos "problemas ilustrados", o autor indica que no primeiro ano primário é importante empregar problemas ilustrativos, seja pela deficiência do aluno quanto à linguagem, seja como recurso motivador aos pequenos. Já os "problemas de logicidade" são testes de raciocínio apresentados em pequenos

---

[119] Trata-se de problemas apresentados como uma história, mas com dados reais. Ex: "Maria rose ganhou da titia 8 ovos. Sua mãe tinha uma galinha choca e colocou os ovos para chocar. Depois de muitos dias nasceram 6 pintinhos amarelinhos. Quantos ovos goraram (se perderam)? " (p. 94).

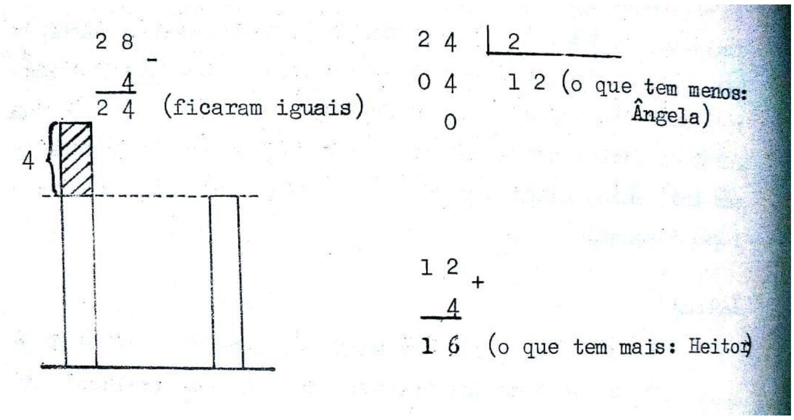
[120] São problemas com mais de uma pergunta. Ex: "1 – a. Maria Reni possui 2 bonecas, Lúcia possui 1 boneca, quantas bonecas possuem juntas? b. Maria Regina foi brincar com as coleguinhas, ela levou 4 bonecas. Com quantas bonecas ficaram? c. Maria Rose, que é irmã da Maria Reni, quebrou 3 bonecas, com quantas ficaram? " (p. 94, 95).

[121] Trata-se de situações em que os estudantes organizam problemas, utilizando um tipo de resolução dada pelo professor, buscando enfatizar a imaginação e o raciocínio.

textos, como, por exemplo: “3. Iam várias pessoas pela rua, dois na frente de um, dois atrás de um, e um no meio de dois. Quantas eram as pessoas? (3)” ou “4. Numa árvore estavam 6 passarinhos. O caçador deu um tiro e matou um. Quantos ficaram? (um ou nenhum)” ou “Acendi três velas, cada vela fica acesa durante 5 horas. Quantas horas ficarão acendidas? (5)”.

Esses não são os únicos problemas deste capítulo. Outros 10 tipos estão inseridos no tópico D – Alguns problemas –, um pouco diferentes dos anteriores. Por exemplo, aconselha-se o professor a trabalhar (no Tipo I[122]) com redução ao menor e redução ao maior, ou seja, saber o valor numérico dos itens envolvidos nos enunciados, sendo dada a soma dos dois itens e a quantidade de itens, a mais ou a menos. Explica-se que o intuito do livro é “auxiliar a formação do professor primário, ou mesmo com o objetivo de que este livro sirva de consulta” (p. 99). O autor insere exemplos de aplicação de problemas, esquemas ilustrativos, enumera tipos de raciocínio e sugere a melhor resolução.

Figura 44 - Volume II: Esquema ilustrativo



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Figuras circulares, retangulares, quadradas, asteriscos, esquemas gráficos, flores etc. são usados, todas as imagens em preto e branco, sem muito detalhamento.

CAPÍTULO VIII

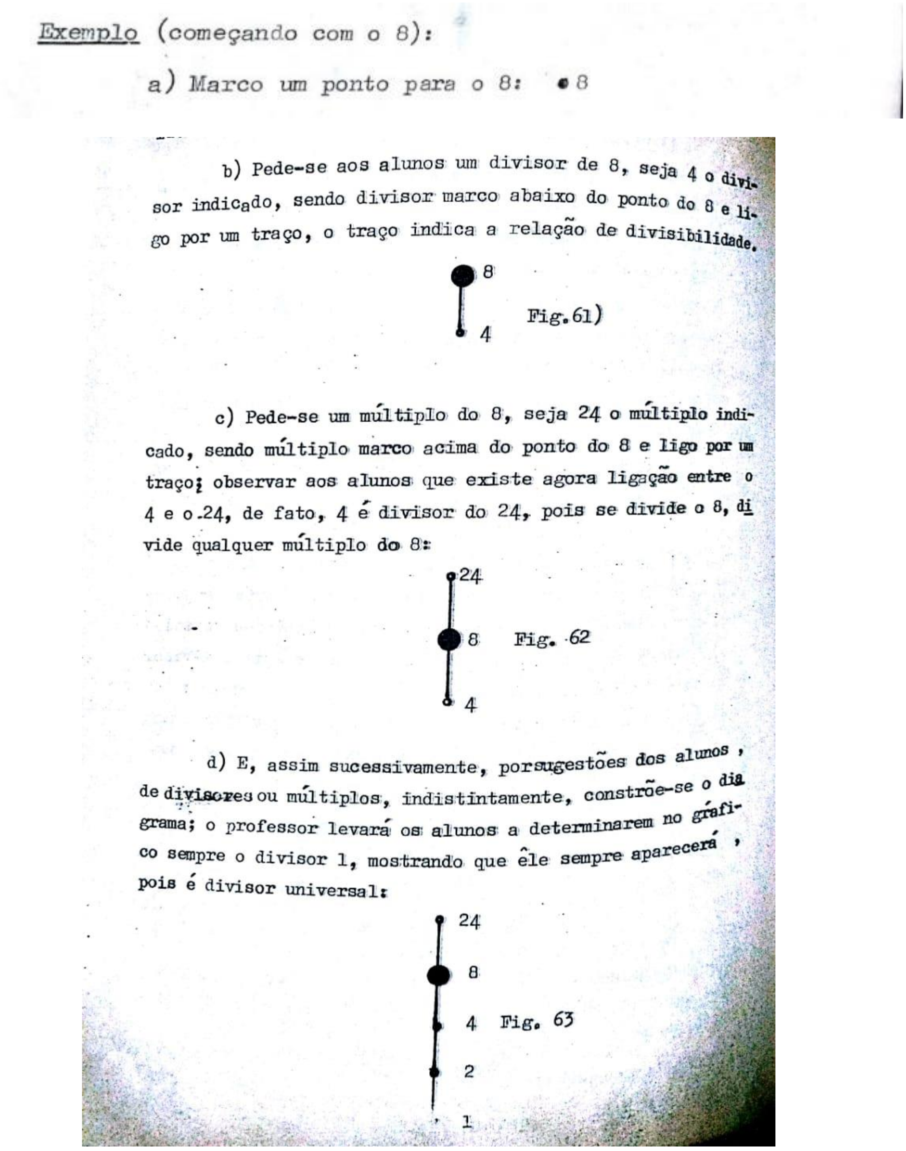
[122] Por exemplo: “É conhecida a soma de dois números: *S*, o maior é *d* mais que o menor. Pede-se os números (relação de aditividade). ” (p. 99).

O oitavo capítulo tem como título: “DIVISIBILIDADE, NÚMEROS PRIMOS, MAXIMIZAÇÃO E MINIMIZAÇÃO”. Seus conteúdos são tratados em 23 páginas divididas em 3 tópicos.

A. Divisibilidade numérica. Contém 2 subdivisões em 9 páginas: A.1. Considerações metodológicas sobre conceituação; A.2. Critérios da divisibilidade – verificações de cálculo.
B. Decomposição de um número composto e aplicação. Contém 2 subdivisões em 4 páginas e ½: B.1. Decomposição; B.2. Aplicação.
C. Maximização e minimização. Contém 4 subdivisões em 10 páginas: C.1. Conceitos; C.2. Cálculo; (o livro pula do C.2 para o C.5.) C.5 Propriedades; (depois ele volta para o C.4.) C.4. Sobre o algoritmo de Euclides.

O autor inicia dizendo que apesar de não haver dificuldade na aprendizagem de divisor e múltiplo, é importante reforçar o vínculo entre a divisão e a multiplicação. O que dizer, como dizer, como considerar e motivar a intuição dos estudantes (já que, até agora, se discutiu muita coisa a respeito da multiplicação e da divisão), que tipos de exemplos usar, como ter em consideração a bagagem dos estudantes (por exemplo, lembrando-os que as operações de divisão e multiplicação são inversas) são tônicas desse início de capítulo. Enfim, além de procedimentos didáticos, importam ao autor o comportamento do professor, a quem ele dá conselhos e indica como proceder, o que falar, lembrando da individualidade de cada um. Enfatiza-se, inclusive, o fato de que o professor deve conduzir os alunos a descobrir o que considera importante – “Na aprendizagem inicial os exemplos devem ser conduzidos de tal forma que a criança descubra alguns resultados importantes” (p. 125). Nessa parte, ainda, o livro faz mais do que apenas aconselhar: apresenta, em quatro passos, como o professor deve agir para alcançar seus objetivos, de modo a introduzir esquemas gráficos, como o “diagrama de Hasse - ver cap. IV – primeira parte” (p. 125). No volume I, o autor acredita haver explicado o que a Matemática é, como ela funciona. Neste segundo volume ele apresenta um passo a passo e depois traz possíveis exercícios para os estudantes.

Figura 45 - Volume II: Diagrama de Hasse



Exemplo (começando com o 8):

a) Marco um ponto para o 8: • 8

b) Pede-se aos alunos um divisor de 8, seja 4 o divisor indicado, sendo divisor marco abaixo do ponto do 8 e ligo por um traço, o traço indica a relação de divisibilidade.

c) Pede-se um múltiplo do 8, seja 24 o múltiplo indicado, sendo múltiplo marco acima do ponto do 8 e ligo por um traço; observar aos alunos que existe agora ligação entre o 4 e o 24, de fato, 4 é divisor do 24, pois se divide o 8, divide qualquer múltiplo do 8:

d) E, assim sucessivamente, por sugestões dos alunos, de divisores ou múltiplos, indistintamente, constrõe-se o diagrama; o professor levará os alunos a determinarem no gráfico sempre o divisor 1, mostrando que êle sempre aparecerá, pois é divisor universal:

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

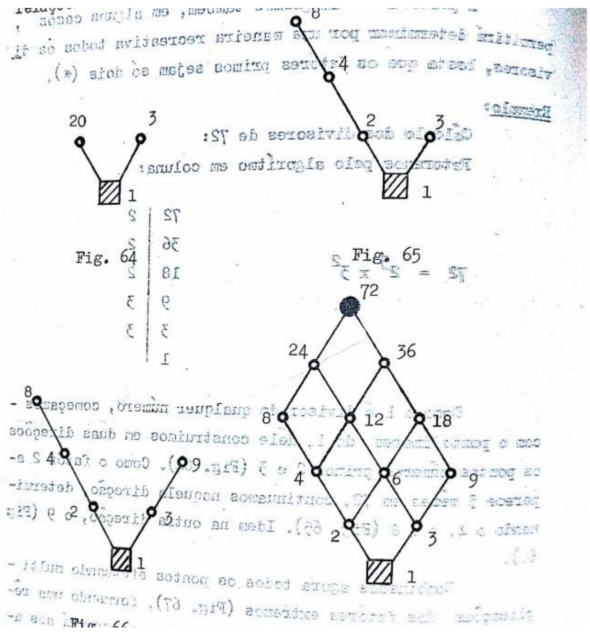
Além disso, há outras sugestões referentes às observações que o professor deve fazer em sua aula e o que os exemplos induzirão. O texto apresenta ainda dois modos de ensinar a divisibilidade, fornecendo ou explicando as regras, mas “apesar de nem todas as regras serem entendíveis na escola primária, também não excluímos a hipótese de que algumas possam ser bem entendidas ou redescobertas” (p. 128). Logo, a idade do aluno da escola primária é levada em consideração, ou seja, o professor deve filtrar os conteúdos. São fornecidos dois exemplos de como isso pode ser feito com os critérios de divisibilidade (há muitos outros deles no volume I da Coleção).

O tópico B vai tratar da decomposição de um número composto e suas aplicações, dando ênfase à facilidade de aprendizagem quando a criança percebe a diferença entre “decomposição em fatores (fatores quaisquer) e a decomposição em fatores primos” (p. 133). Há um exemplo mostrando o passo a passo de como o professor deve conduzir os estudantes na aprendizagem.

Para as aplicações, além de todo aconselhamento pedagógico, o trabalho é feito a partir da fatoração do número em coluna. Há um texto explicativo do passo a passo para que um professor que não tenha formação específica em Matemática ou que tenha defasagem em alguma parte, para que consiga compreender o que está sendo feito. Ressalta-se também que há muitas vantagens em fazer a divisibilidade por diagrama, primeiro porque “as crianças gostam”, segundo, pela possibilidade de “visualizar toda estrutura interna do conjunto de divisores e suas relações de divisibilidade entre si” (p. 136).

A impressão do verso desta página, assim como a de várias outras páginas, prejudica a leitura da frente da mesma, como pode ser visto na figura 46.

Figura 46 - Volume II: Estrutura interna



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Segundo o autor, "A grande vantagem didática dos diagramas de divisibilidade é a de permitir (*) explicar e justificação da regra para o cálculo do número de divisores"[123] (p.137).

Tendo ressaltado (ver nota de rodapé 123) que suas sugestões estão baseadas em experiências reais desenvolvidas em escolas, fica registrada, aqui, uma das principais estratégias do Movimento Matemática Moderna, ou seja, nesse caso específico, a aplicação/testagem dos diagramas no grupo GEEM, que realizava experiências em 17 estabelecimentos de ensino.

A maximização e a minimização merecem destaque, pois o tópico em que são discutidas (tópico C) ocupa 10 páginas. No texto, são criticados os autores que deixam esse assunto em segundo plano nos livros. Pode-se aventar que a experiência do autor em cursos de Pedagogia e palestras é o que permite esse julgamento. Em muitas de suas entrevistas, ele faz uma crítica pontual a vários autores e livros que começaram a circular nesta época, julgando-os sem embasamento, do que resultou um enfraquecimento do Movimento da Matemática Moderna no Brasil.

Em sequência, em três passos descreve-se a "pesquisa do máximo divisor comum" (p. 138): reforçar, conduzir e orientar. Há exemplos em um texto detalhado, indicando o que foi feito em cada passagem. Propriedades ligadas ao m.m.c. e o m.d.c. vêm como um anexo deste tópico, mas em breve texto, no item "Sobre o algoritmo de Euclides" (p. 143).

Esse capítulo tem muitas falhas de impressão. As páginas 124, 130, 131 e 144 estão "falhadas", sem, entretanto, comprometer a leitura, embora a estética fique comprometida, pois a cor está desuniforme. Nas páginas 125 e 136 pode-se ler o verso, e o último parágrafo da 129 está ilegível.

CAPÍTULO IX

Tendo como título "FRAÇÕES", o capítulo está dividido em 6 tópicos ou seções, ocupando 36 páginas.

A. Preliminares. Não contém subdivisão, 1 página e ¼.

---

[123] O asterisco indica a existência de uma nota de rodapé: " (*) experiências por nós realizadas com sucesso absoluto" (p. 137).

B. Diferentes aspectos das frações. Contém 4 subdivisões em 1 página: B.1. Como parte de um todo; B.2. Como parte de um grupo; B.3. Como uma relação; B.4. Como uma divisão indicada.

C. Ensino intuitivo do conceito de fração. Não contém subdivisões, 1 página e ¾.

D. Frações equivalentes. Não contém subdivisões, 2 páginas e ½.

E. Frações impróprias, aparentes e números mistos. Não contém subdivisões, 3 páginas.

F. Operações elementares com números fracionários. Contém 4 subdivisões em 25 páginas: F.1. Adição e subtração; F.2. Multiplicações; F.3. Divisão; F.4. Operações combinadas.

Esse capítulo, junto com o capítulo VII, possuem o mesmo número de páginas e são os mais extensos do volume, o que talvez marque a importância que o autor dá a eles. Talvez o número de páginas se justifique também porque o assunto frações – segundo o livro – traz grandes dúvidas para as crianças e “parece até ser uma das fontes de ojeriza para adultos”. As possíveis causas[124] desses problemas em relação às frações também estão descritas, assim como as orientações para o entendimento das “malfadadas regrinhas” (p. 140).

Os diferentes aspectos que dão sentido às frações são: concebê-las como parte de um todo[125], ou como parte de um grupo[126] ou como uma relação[127]. No tópico seguinte (C) – Ensino Intuitivo do Conceito de Fração – exalta-se o ensino intuitivo, e o autor aponta o que, segundo ele, é o melhor caminho para que isso ocorra, afirmando que o cálculo mental também é algo a ser trabalhado com os estudantes. Entre as sugestões do autor, a proposta de que se deve variar as práticas de ensino é a que mais chamou nossa atenção.

[124] “Necessidade de dois números inteiros para expressar somente um número fracionário; influências dos dois inteiros em sentidos inversos para comparações; obrigatoriedade da troca do par de números por novo par, em várias situações; com os dois números, não analogamente [...]” (p. 147).

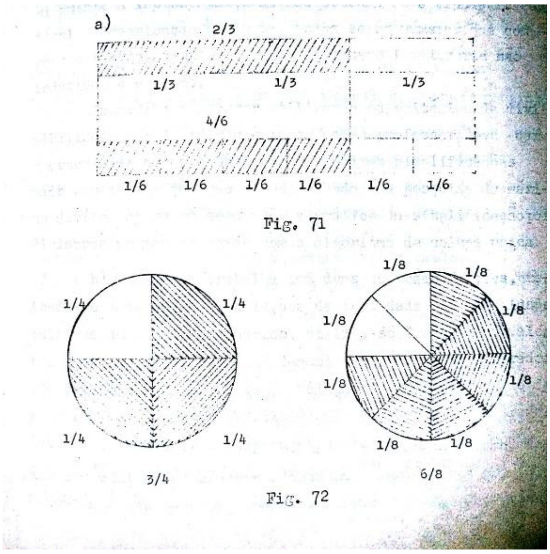
[125] “Entendemos este todo como um bloco, intacto; exemplo: um bloco, um chocolate, uma maça, uma fita de papel, etc... Deste aspecto é que tem derivado a denominação antiga quebrado” (p. 148).

[126] “Onde entendemos grupo como um todo constituído de vários elementos separados; exemplo: algumas meninas, alguns livros, uma dúzia de ovos, balas, etc.” (p. 148).

[127] “Quando a fração surge de comparações, como uma razão. Aspecto que permitirá dar o notável ensinamento para a vida prática: a procentagem” (sic.) (p. 148).

O trabalho com as frações equivalentes, segundo o autor, implica o uso de cálculos e de figuras. Exercícios de cálculo mental e a explicação de como proceder também são dados.

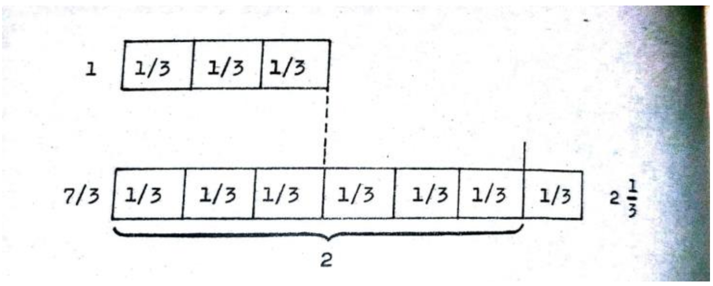
Figura 47 - Volume II: Frações equivalentes



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Também de maneira intuitiva, segundo o autor, é aconselhável inserir as frações impróprias. Além do passo a passo e da discussão sobre as vantagens de sua sugestão, o autor apresenta exemplos.

Figura 48 - Volume II: Fração imprópria



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

No tópico F inicia-se o trabalho das operações elementares com frações. A adição e a subtração estão no mesmo item (F.1.), a multiplicação vem na sequência (F.2) e a divisão por último (F.3). Faz sentido a adição e a subtração estarem no mesmo tópico, pois possuem métodos similares.

Em alguns momentos o autor se refere aos estudantes como “o menino”: “Os esquemas gráficos auxiliam o menino a determinar a resposta” (p. 157).

É aconselhável, segundo o texto, relembrar o significado de denominador e numerador (trata-se de um tema tratado apenas no Volume I), e usar a analogia com a união de conjuntos, principalmente para conduzir a criança no aprendizado da adição e da subtração de frações com denominadores iguais (que ele chama de homogêneas), “Mas, nunca, como infelizmente se faz, tentando justificar a regra com a absurda escrita: $\frac{3}{lápis}+\frac{5}{lápis}=\frac{8}{lápis}$ e com outras expressões semelhantes” (p. 158).

Para trabalhar com frações de denominadores diferentes são sugeridos dois passos: o primeiro por raciocínio e o segundo por esquema gráfico. Em relação ao segundo caso são apresentados desenhos e exemplos, e na discussão de ambos os casos há uma descrição detalhada para o professor seguir, já que, com essa estratégia “os alunos descobrem transformações convenientes, o que é, aliás, o desejado” (p. 162). A ideia de conjuntos também é trabalhada quando se lança mão do conjunto dos múltiplos de um número.

Para trabalhar com números mistos (fração e inteiro), além da parte teórica, nas páginas 166 e 167, são utilizados “alguns esquemas” com bolas e quadrados cheios ou vazios, e para a apresentação dessas formações, indica-se “- Poderão ser realizados no flanelógrafo” (p. 166)[128].

A explicação da multiplicação de frações pode ser, segundo o texto, baseada na adição[129] ou na “ideia simples das formas verbais[130]” (p. 168). A linguagem é vista como fundamental, devendo o professor cuidar para adequá-la às crianças, lançando mão de desenhos.

---

[128] Um flanelógrafo é um quadro forrado com flanela ou feltro no qual são fixadas figuras em papel. Usualmente as figuras ficam presas ao quadro por terem colados, em seus versos, pedaços de palha de aço ou Bombril.

[129] $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$ e $\frac{2}{3}\times 4=\frac{2\times 4}{3}=\frac{8}{3}$.

[130] “como 2 livros multiplicado por 4, ou 4 vezes 2 livros, é igual a 8 livros, então 2 terços multiplicado por 4, ou 4 vezes 2 terços, deve ser igual a 8 terços, isto é: $\frac{8}{3}$” (p. 168).

Figura 49 - Volume II: Esquema para a multiplicação

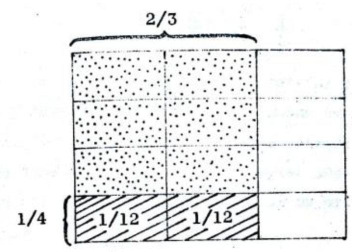


Fig. 83

Temos $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$ igual a 2 retângulos pequenos, - mas cada, como o retângulo todo, possui 12 retângulos pequenos, cada retângulo pequeno é 1/12 do todo, logo 1/4 de 2/3 é igual a 2/12; de onde a regra:

$$\frac{1}{4} \text{ de } \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{4 \times 3}$$

Outro processo, ou para refôrço, seria com a utilização das formas verbais; seja

$$\frac{1}{4} \text{ de } \frac{8}{9} .$$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Além de figuras serem usuais neste volume, o passo a passo descritivo de como o professor deve trabalhar as situações também o é. No tópico relativo à divisão, o autor aconselha a firmar o conceito de fração inversa aos estudantes e, posteriormente, reinserir o conceito de operações inversas (multiplicação e divisão). Assim como na multiplicação, tudo está detalhado e escrito em um texto claro. Talvez esse último tópico seja mais minucioso do que os anteriores, pelo fato de o próprio autor alertar para que, apesar de "o processo oferecer um ótimo caminho", não se ter "notícia de alguém que já o tenha percebido ou usado, talvez por ser bastante diferente do tradicional processo de divisão da segunda fração" (p. 176). Segue-se uma segunda apresentação de divisão, para professores que preferem seguir o método tradicional da época (fundado na ideia de "quanto um cabe dentro do outro").

Há um conselho interessante para não "afugentar ou amedrontar" as crianças: "Essa prática não deve ser levada ao exagero, fornecendo às crianças expressões muito extensas ou complicadas" (p. 179). Afirma-se ainda que não se deve incluir esse tema da divisão de frações nas provas de admissão aos cursos ginasiais.

Para justificar a ordem de trabalho em expressões numéricas (primeiro a multiplicação e a divisão e depois a soma e a subtração) a justificativa dada –

que nos pareceu insuficiente e pouco esclarecedora – é: “ Por que? Porque é de uso, simplesmente de uso, considerar a multiplicação e a divisão como operações mais importantes, primordiais, em relação à adição e subtração, de onde seu primeiro cálculo” (p. 180).

A impressão desse capítulo, como a dos demais, possui falhas e borrões.

CAPÍTULO X

Em 6 tópicos ou seções que ocupam 35 páginas, são discutidos os “NÚMEROS DECIMAIS”.

A. Preliminares. Não contém subdivisões, ½ página.
B. Introdução da nova notação. Não contém subdivisões, 5 páginas e ¼.
C. Transformação. Não contém subdivisões, 3 páginas.
D. Propriedades. Não contém subdivisões, 2 páginas e ¼.
E. Operações. Contém 4 subdivisões em 16 páginas e ¼: E.1. Adição e subtração; E.2. Multiplicação; E.3. Divisão; E.4. As provas.
F. Dízimas periódicas. Contém 3 subdivisões em 7 páginas e ¼: F.1. (Sem título); F.2. Geratriz de dízima periódica simples; F.3. Geratriz de dízima periódica composta.

Na introdução são mencionadas algumas das dificuldades que, segundo o autor, podem ser encontradas no aprendizado dos números decimais: o aparecimento das dizimas periódicas, das geratrizes e a necessidade de trabalhar com vírgulas.

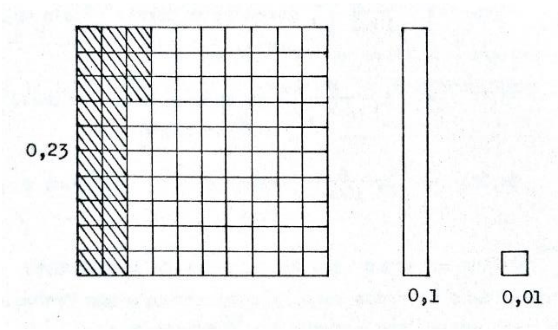
Segundo o livro, a apresentação desse assunto às crianças deve ser realizada a partir da “decomposição de várias frações decimais em adições de inteiros com frações de denominador 10, 100” (p. 184), seguindo-se a transformação de uma fração em um número decimal[131]. Há exemplos desses momentos e a descrição de como deve ser o trabalho do professor em sala de aula, inclusive com a fixação da leitura dos decimais e a discussão de sua relação com as frações, item indispensável no ensino. É também necessário

[131] $\frac{32}{100}=\frac{30}{100}+\frac{2}{100}=\frac{3}{10}+\frac{2}{100}=0{,}32$ e vice-versa.

> Ensinar às crianças que quando não se tem a parte inteira usamos o algarismo 0 antes da virgula, podendo inclusive dizer, como curiosidade, que em alguns países não se coloca o algarismo 0, e que não se usa vírgula e sim um pequeno ponto (p. 185).

Novamente a leitura é orientada, agora sugerindo-se a necessidade de vincular um decimal a um todo. O ábaco e esquemas ilustrativos também são estratégias interessantes, segundo o autor.

Figura 50 - Volume II: Esquema para os decimais



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Sobre as transformações – Tópico C – é "interessante a exercitação com frações cordinárias[132] transformáveis em decimais, preparando o aprendizado para as dízimas periódicas" (p. 188). Os exemplos e a utilização de conteúdos anteriores, como por exemplo das frações equivalentes, decomposição em fatores primos, e até mesmo a divisão, segundo o autor, são necessários e proveitosos, levando à percepção de que "alguns números fracionários não podem ser números decimais" (p. 190). O texto insiste que o professor deve levar o estudante a descobrir.

Alguns exemplos são apresentados, alguns deles relacionados à divisão com resto ou inexata, "confirmando o resultado pelo fato do denominador não ter só fatores primos 2 ou 5, caminhando simplesmente a ideia de aproximação" (p. 191).

As propriedades já anteriormente trabalhadas intensamente no volume I ganham um tópico (D) específico neste segundo volume da Coleção. Apresentam-se duas delas, sem que haja um sub tópico específico. A primeira

[132] Que podem ser transformadas em um número decimal (nota nossa).

delas mostra que ao adicionar zeros à direita da parte decimal seu valor fracionário não é alterado. A segunda, é relativa à mudança da vírgula em um número decimal, do que se tem a "regra do descolamento de vírgula (à direita e à esquerda) ", por exemplo, o que pode ser um recurso para a aprendizagem do sistema métrico.

Somente após todo esse entendimento o professor poderá começar o trabalho de adição e subtração (página 194), que agora, segundo o autor, podem ser realizadas quase sem dificuldades, pois "consiste em estender os processos de cálculos dos números inteiros aos números decimais" (p. 194), trabalhando sempre de maneira análoga aos outros conteúdos (usando exemplos, explicando com um texto descritivo o passo a passo, sugerindo o que deve ser revisto, ressaltado etc). O autor também aconselha a "utilização da caixa de numeração, ou do ábaco, ou semelhantes materiais de concretização" (p. 195), mostrando sempre grande interesse em despertar na criança o gosto pela Matemática, ou enfatizando a necessidade de fixar o conteúdo de maneira prazerosa. O completamento com o algarismo 0 pode ou não ser realizada, pois, segundo o livro, não influencia o aprendizado. Já a transformação entre frações e decimais é indispensável.

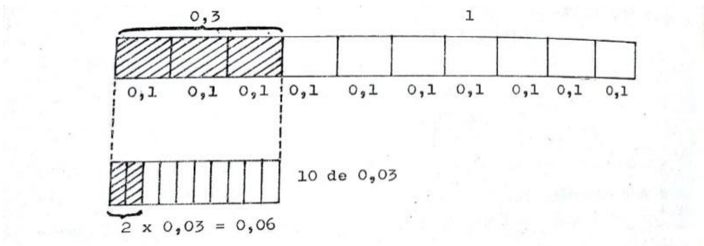
Na página 196 inicia-se o tratamento da multiplicação, propondo-se a "descoberta da regra para a colocação da vírgula", utilizando as frações para auxiliar o estudante a descobrir a "regra da contagem das casas decimais", tanto para números maiores que a unidade, aumentando seu valor, quanto para números menores, para os quais o resultado é "menor ainda". Ou seja, deve-se incentivar as crianças a produzirem algo, a descobrirem a Matemática e suas regras, sendo o caminho proposto pelo livro detalhado e com exemplos. Vários outros assuntos são tratados com relação à multiplicação, como a ordem numérica e a estimativa[133].

Um resultado importante – qual seja, que para a multiplicação de números menores que a unidade o resultado é um valor menor do que cada fator – pode ser mostrado com uma ilustração, segundo o autor.

---

[133] Exemplo: em $6{,}42 \times 5{,}2$ basta calcular como inteiros $642 \times 52 = 33384$ (a montagem da conta está no livro). Como pela contagem das casas decimais dos fatores envolvidos na multiplicação temos 3 casas, o resultado é 33,384. Pela estimativa, pode-se pensar que 6 x 5 = 30, então 6,42 x 5,2 tem um pouco a mais do que 30, logo, 33,384.

Figura 51 - Volume II: Números menores que a unidade



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Já o tópico que trata da divisão apresenta três tipos[134] de processos para dividir, uma conclusão e um texto sobre as provas matemáticas. O primeiro processo, dito como "facilmente entendido pelas crianças" (p. 200), consiste em contar as casas decimais: na multiplicação somamos as casas dos números, enquanto na divisão subtraímos o número de casas do dividendo pelo divisor. O caso em que o número de casas do divisor é maior do que do dividendo também é explicado.

No segundo processo trata-se de igualar as casas do dividendo e do divisor, anexando zeros, o que ajuda os pequenos. Depois, multiplica-se por 10, por 100, etc., até sumir a vírgula para, então, dividir os números como inteiros.

O terceiro e último processo apresentado no livro é aquele que se vale do "sistema de posição aditivo por justaposição à direita" (p. 205) apenas até obter o divisor como um inteiro[135]. As justificativas para utilizar cada um também estão indicadas nos processos.

Na conclusão, há um arremate dos três processos, indicando que

> Todos são explicáveis e entendíveis as suas razões, todos possuem vantagens e desvantagens; nós, particularmente, nos inclinamos um pouco pelo terceiro, pois, além de encaminhar a sequência do cálculo para futuras aproximações, possibilita ao professor avivar o algoritmo da divisão (p. 209).

No item que trata das provas, o autor afirma que é aconselhável empregar as "provas reais para as inversas, provas por propriedades para a adição e multiplicação, prova dos nove" (p. 210), mas elas não estão inseridas nesse

---

[134] "1. Por determinação prévia do número de algarismos da parte decimal do quociente; 2. Por igualação das casas decimais do dividendo e divisor; 3. Por transformação do divisor em número inteiro" (p. 200).
[135] Exemplo: 32,652 dividido por 4,7, neste método, a multiplicação é adicionada de 10 em 10, até o divisor se transformar em um número inteiro, ou seja, 326,52 dividido por 47.

segundo volume, sendo novamente necessário recorrer à leitura do primeiro livro desta Coleção.

Podemos perceber que, segundo o autor, se as operações estão bem fixadas, assim como o conteúdo fração, o professor não terá problemas em inserir os números decimais com a metodologia proposta pelo livro.

Desta forma, o assunto continua, agora tratando das dízimas periódicas, na página 210, resgatando o tema das frações não transformáveis em decimais, ou decimais não exatos. As “repetições sistemáticas”[136] (p.210) estão escritas como um “fato curioso” sendo “interessante mostrar” que nunca teremos um resultado exato. Em nota de rodapé, há a descrição de como deve ser realizada a formalização na escrita: “Repetindo-se três vezes e colocando-se as reticências; ou colocando um traço horizontal sobre o período, ou circundando-o com sinais de reunião” (p. 211).

Um exemplo[137], utilizado para despertar o interesse pela fração geratriz, é o mote para iniciar esse assunto.

CAPÍTULO XI

O capítulo que tem como título “CONSIDERAÇÕES GERAIS METODOLÓGICAS” tem 6 tópicos ou seções, distribuídos em 25 páginas.

A. Sobre as diferenças individuais. Contém 1 página e ½.
B. Sobre a motivação. Contém 1 página.
C. Sobre os materiais didáticos. Contém 3 páginas e ½.
D. Sobre os jogos. Contém 13 páginas.
E. Sobre os dados históricos e curiosidades. Contém 4 páginas e ½.
F. Sobre os cálculos rápidos. Contém 1 página e ½.

Esse capítulo não possui subdivisões, e nele o autor trata de metodologias gerais, que podem ser utilizadas independente do conteúdo a ser aplicado. Na

---

[136] Trata-se da repetição de um ou vários algarismos em uma divisão não exata, ou o que conhecemos por dízima periódica. Ex: 3,65656565...; 0,22222...

[137] “Seja a dízima periódica 0,666... proveniente de 2/3; admitamos agora que se pretenda multiplicar por 9: usando-se uma casa decimal, teremos: $0{,}6 \times 9 = 5{,}4$. Usando-se duas casas decimais: $0{,}66 \times 9 = 5{,}94$. No entanto, como: $9 \times 0{,}666\ldots = 9 \times \frac{2}{3}$ o resultado é: $\frac{9 \times 2}{3} = \frac{18}{3} = 6$” (p. 211).

primeira frase do capítulo, podemos identificar o seu propósito: "Neste capítulo reuniremos alguns elementos e informações metodológicas gerais, procurando desta maneira, ainda que resumidamente, fornecer mais alguns subsídios ao professor para suas aulas" (p. 218).

Assim, há um texto que discute as diferenças individuais dos estudantes que, segundo o livro, variam de acordo com a "idade, inteligência e sexo" (p. 218), do que resulta a importância de não promover um só tipo de explicação, e também de não limitar a correção com certo ou errado, tendo em mente "que a sua solução nem sempre é a única ou melhor" (p. 219).

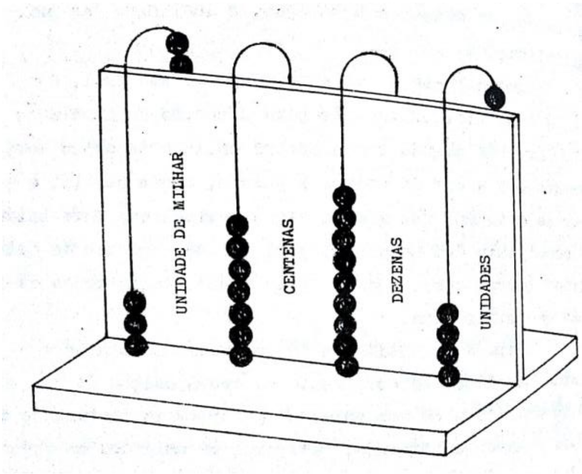
A motivação é discutida em um tópico específico. Segundo o livro, os alunos têm interesse em aprender aritmética, e o professor pode aproveitar esse interesse ou destruí-lo. Várias são as fontes e os recursos para manter a motivação na

> Aritmética, cumpre-nos destacar: a correlação com o real, as aplicações práticas, a participação ativa dos alunos, o desenho, concretizações, materiais didáticos, curiosidades, cálculo mental e rápido, informações históricas, jogos, o professor e seus requisitos pessoais (p. 220).

A motivação auxilia muito na aprendizagem, mas não exclui as explicações indutivas, que conduzem os estudantes ao raciocínio. Por isso, o tópico C trata dos materiais didáticos: "Devemos 'descer' até as crianças e não 'subí-las' até nós, mas esta é uma frase, a seguinte e mais importante é a volta, 'descer' e 'trazer'" (p. 221).

O livro afirma que ábacos e contadores são ótimos auxiliares. O autor explica como funcionam esses recursos, o que são e como podem ser construídos, trazendo um esquema que pode ajudar o professor. É importante ressaltar que os materiais devem ser manuseados pelos estudantes.

Figura 52 - Volume II: Ábaco



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

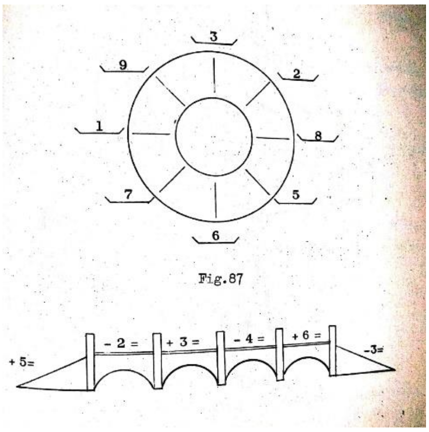
O livro também apresenta “outros materiais que merecem especial atenção” (p. 223), como o “notável flanelógrafo”, um conjunto de palitos coloridos, os blocos de Catherine Stern (entre parênteses, o livro aconselha, pela segunda vez, que o leitor recorra à bibliografia para conhecer essa obra) e o material Cuisenaire ou “números em cores”. Em nota, o autor complementa: “Georges Cuisenaire, de Thuin, Bélgica” (p. 223). Sabe-se que discussões sobre esse material para o ensino primário e experimentações com ele foram realizadas em Portugal a partir de 1960/61 (OLIVEIRA, SILVA, VALENTE, 2011, p. 126). Além desse, outros materiais são mencionados como sendo sugeridos/aprovados/propostos pelo Movimento Matemática Moderna, como o geoplano, cartões, tabelas, blocos lógicos, blocos multibase e jogos de lógica (OLIVEIRA, SILVA, VALENTE, 2011, p. 131).

Sobre os jogos, na Coleção de Ruy Madsen há um tópico destinado somente a eles, demonstrando a importância que o autor atribui à sua inclusão no ensino.

> O jogo, corresponde às necessidades psíquicas, biológicas e também sociais da criança, preparando-a para o trabalho de equipe, em colaboração, para as atividades coletivas, para as competições. As aprendizagens obtidas por atividades lúcidas permanecem por mais tempo e mais facilmente gravadas (p.224).

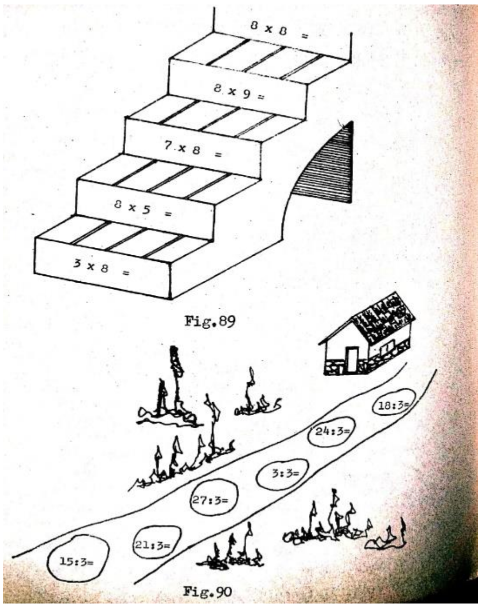
Alguns dos jogos apresentados são acompanhados de imagem ilustrativa (além da descrição e aconselhamento de uso em todos). Ao todo, foram adicionados 10 jogos.

Figura 53 - Volume II: Jogo I



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Figura 54 - Volume II: Jogo II



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Na sequência, surge um tópico intitulado "Sobre os dados históricos e curiosidades" (p. 237). Podemos perceber que, para o autor, há um vínculo entre os temas história e curiosidades.

Os cálculos rápidos são discutidos no último tópico do capítulo e, consequentemente, do livro. Além dele, o cálculo mental não pode ser deixado de lado, pois (segundo o livro) serão de grande serventia na vida prática. Em um dos exemplos, estranhamente, está o cálculo de porcentagem[138], assunto que não foi discutido nem no primeiro nem no segundo volume.

Conclusão

Como o próprio título do volume II aponta, esse livro da Coleção tem como foco o estudo da metodologia para o ensino de aritmética, visando a instruir o professor acerca do que ele deve fazer em sua prática cotidiana para tratar os conteúdos apresentados no primeiro volume. É, portanto, um texto mais descritivo, com muitos exemplos de recursos didáticos, que um texto teórico voltado aos conteúdos matemáticos.

Ainda que a ideia de conjunto esteja bastante presente, são mais perceptíveis nesse volume os esforços do autor em apresentar questões e procedimentos práticos do que propriamente enfatizar a linguagem formal que caracterizou o primeiro volume da Coleção, claramente ancorado no Movimento Matemática Moderna. Ainda que seja um equívoco reduzir o MMM a uma ênfase ao uso formal da linguagem, é certo que, seja como diretriz dada, seja como essa diretriz foi praticada e entendida, o cuidado com a linguagem matemática é um dos elementos que se tornaram característicos do ideário (IMENES, 1989). Desse Movimento, fica também o registro do próprio autor quanto a ter testado suas sugestões em salas de aula reais, ainda que não fique claro, no texto, se essas testagens foram formalizadas – seguindo o ideário – ou se são apenas lastreadas em experiências pessoais do autor, que teve longa carreira como professor.

O texto parece ser mais uma conversa entre o autor e os professores, sempre tentando contextualizar os alunos, suas dificuldades, e os procedimentos tidos como os mais adequados para o ensino. É uma marca significativa do discurso do autor, nesse volume, o cuidado com a individualidade do professor, suas circunstâncias, e a variedade e particularidade dos alunos do início da

[138] "Em cálculos de porcentagem, por exemplo no caso de pagamentos com descontos, não se faz o cálculo direto do desconto; assim, para o pagamento da quantia $ 3800,00 com desconto de 30%, não se faz 30% de $ 3800,00 igual a $ 1140,00 para depois subtrair de $ 3800,00, obtendo-se $ 2660,00; mas sim, fazendo-se mentalmente 100-30=70, e portanto já se multiplica $ 3800,00 por 70 (a rigor multiplica-se só por 7 e estima-se a resposta) " (p.242).

escolarização, bem como a ênfase na estratégia das práticas com materiais didáticos, curiosidades, jogos e problemas.

Ainda que em diversos momentos haja críticas explícitas do autor em relação a outros autores e suas obras – algumas, inclusive, responsáveis por desvirtuar o ideário da Matemática Moderna no país, segundo ele – e uma crítica à memorização e ao tratamento mecânico das operações, as regras – muitas delas apenas enunciadas, mas insuficientemente justificadas – há algumas indicações dessa natureza neste volume da Coleção. Impera a ideia de metodologia como uma sequência articulada de passos – a presença de descrições passo-a-passo, as caracterizações de conceitos em itens e subitens, o uso de (e a ênfase em) nomenclaturas específicas, o tratamento exaustivo de casos, por exemplo, reforçam essa nossa impressão.

O tratamento gráfico do volume é bastante elementar. Nota-se isso desde a ausência de cores, passando pela simplicidade de esquemas e desenhos, até chegarmos aos problemas de impressão gráfica, com muitos borrões e falhas. A linguagem usada pelo autor, embora próxima do professor, não é das mais corretas do ponto de vista gramatical, e o uso de alguns termos e expressões aproximam as discussões de natureza metodológica mais da experiência aparentemente vivida pelo autor e do senso comum do que de obras e autores específicos no assunto, que teriam abordagens mais delicadas e bem trabalhadas do ponto de vista teórico-educacional. Em alguns casos, as justificativas para as sugestões do autor aos professores parecem estar radicadas mais em seu conhecimento acerca do que a Matemática é, de sua *expertise* acerca dos conteúdos e métodos matemáticos, do que, propriamente, num conhecimento didático e pedagógico bem fundamentado. De todo modo, a composição final do volume, no que diz respeito à sua materialidade, é descuidada, tanto do ponto de vista gráfico quanto do ponto de vista da revisão textual.

A sugestão – frequente e enfática – de que o professor deve usar diversos recursos didáticos (como jogos, narrativas, desenhos, diagramas etc.) dá um tom diferenciado ao texto, marcando-o sobremaneira. Além disso, ainda que não faça concessões que muitas vezes nos pareceriam necessárias, o autor explicita saber que seu texto será usado por professores com formação deficitária e por professores que mantém certo “distanciamento” da Matemática que deveriam ensinar.

C: Um ponto de vista sobre o Volume III

O Volume III possui 153 páginas, divididas em 7 capítulos enumerados com algarismos romanos. O menor desses capítulos possui 7 páginas e o maior 36. Assim como nos volumes I e II, as folhas são amareladas, a qualidade do papel é boa e o tipo dos caracteres usados pelo autor são aqueles das máquinas de escrever antigas, o que já denota – como nos outros Volumes – uma certa provisoriedade do material.

A capa é idêntica às primeiras edições dos volumes anteriores, alterando-se apenas a numeração do volume para III. Ela é feita de um papel mais firme que o das páginas do livro, e sua coloração é de um amarelado mais forte, com os escritos em preto. As informações presentes na capa são: (a) o nome do autor, “Ruy Madsen Barbosa” centralizado na parte superior, ao qual segue (b) o título do livro, com um tamanho de letra bem maior que o do resto das informações escritas, está centralizado e realçado: “MATEMÁTICA, METODOLOGIA e COMPLEMENTOS para Professôres Primários”. Logo abaixo seguem (c) o número do volume, “VOLUME III”, e (d) o selo da editora impresso na folha “L.P.M. editôra” no canto inferior da página. Essa nossa análise tem como base a primeira edição, publicada em 1966.

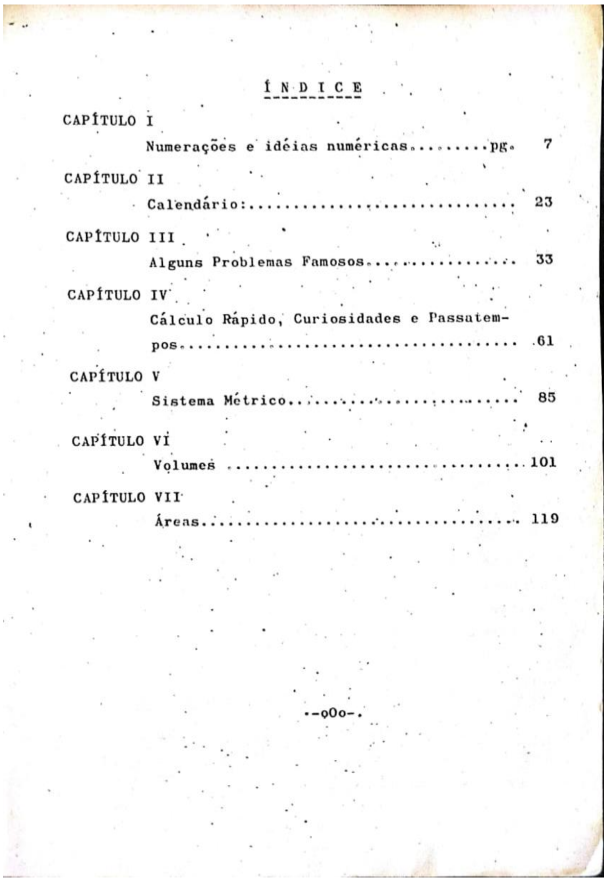
Há 2 folhas de rosto. A primeira está em branco e a segunda possui a seguinte disposição: No canto superior encontra-se (a) o nome do autor, no centro da página, (b) o nome da coleção com palavras abreviadas “MATEMÁTICA, METODOLOGIA E COMPLEMENTOS PARA PROF. PRIMÁRIOS”, seguido de um asterisco; logo abaixo, (c) o título específico desse terceiro volume, tracejado e com letras grandes e garrafais e tracejado embaixo: “COMPLEMENTOS”, seguido do (d) número do volume (“volume 3”) e, (e) no canto inferior, a data “1966”. Este livro foi obtido por empréstimo da biblioteca da Unesp e possui o carimbo “RETOMBADO 19357”, e outras duas diferentes anotações com a mesma informação: “Faculdade de filosofia, ciências e Letras de Araraquara”.

Na página seguinte está o índice, com a numeração dos capítulos em algarismos romanos. Já no verso dessa página o corpo do texto se inicia.

As três últimas páginas do livro trazem a bibliografia[139], comentada nos volumes anteriores sem que houvesse, em nenhum desses volumes, indicação de que essa listagem estaria anexada apenas no último volume da coleção. São listados 88 textos, havendo uma nota relativa à opção do autor por não registrar todos os trabalhos utilizados na composição da Coleção: "Nota: Deixemos de relacionar, por ser muito extensa, a série integral de trabalhos constantes destes Anais" (p. 153). Em seguida, há um asterisco indicando o seu término.

Na parte superior da contracapa do livro estão impressos os outros títulos do mesmo autor e, abaixo, indica-se: "L.P.M. imprimiu, rua maria antonia, 103, tel. 35-3304".

Figura 55 - Volume III: Índice



ÍNDICE

--oOo--

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

[139] Optamos por inserir a listagem integral desses livros, a bibliografia da Coleção, ao final da análise do volume III.

CAPÍTULO I

Sob o título “NUMERAÇÕES E IDEIAS NUMÉRICAS”, este capítulo traz 4 tópicos ou seções, ocupando 16 páginas.

A. Numerações. Contém 6 subdivisões em 7 páginas: A.1. Preliminares; A.2. Sobre a numeração Romana; A.3. Sobre a numeração Grega; A.4. Sobre o sistema babilônico; A.5. Sobre o sistema binário; A.6. Outras numerações.
B. Numerais. Contém 5 subdivisões em 7 páginas: B.1. Preliminares; B.2. Numerais cardinais; B.3. Numerais Ordinais; B.4. Numerais fracionários; B.5 Numerais multiplicativos (**).
C. Indicação de idades. Não contém subdivisão, 1 página.
D. Outras formas numéricas. Não contém subdivisão, 1 página.

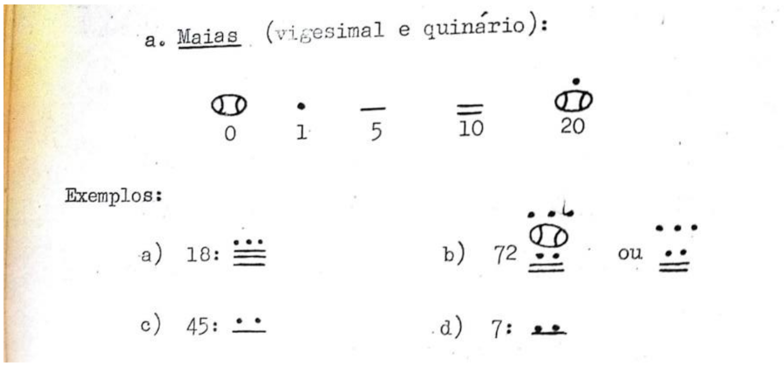
A primeira frase do livro faz referência aos volumes anteriores:

> Na parte teórica e prática da aritmética temos cuidado do sistema de numeração decimal e dos algarismos hindu-arábicos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Entretanto, é do conhecimento dos leitores, e nós temos inclusive usado na indicação dos capítulos, o sistema de numeração romana (p. 7).

Em nota de rodapé, o autor sugere ao leitor que consulte a bibliografia do livro para conhecer mais apropriadamente outros tipos de sistemas de numeração. Para o ensino do sistema decimal de base 10, do “quinário”[140] e do “vigesimal”[141], o livro sugere o auxílio dos dedos. Ele apresenta também curiosidades acerca de numerações antigas como, por exemplo, dos sinais dos etruscos[142]. Acompanhando a discussão sobre alguns dos sistemas de numeração, o livro traz, além das curiosidades, algumas ilustrações.

[140] Sistema decimal de base 5.
[141] Sistema decimal de base 20.
[142] Assim como na figura 56 desta dissertação, o autor apresenta símbolos usados pelos etruscos para alguns números. Vários povos são citados pelo autor: os gregos, os babilônios, os maias, os “egypcios”, os chineses.

Figura 56 - Volume III: Maias



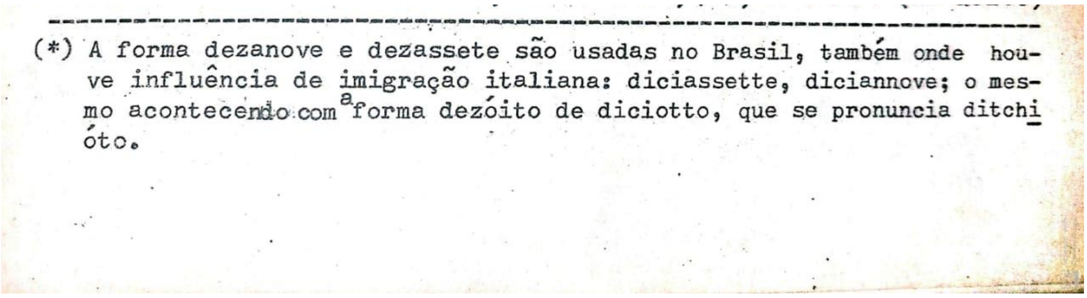
Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Em entrevista à Lima (2006), o professor Ruy diz que muitos professores passaram a inserir comentários sobre numerações antigas na primeira série, “como algo importante e não como algo interessante”, exigindo que os alunos soubessem e usassem a numeração dos babilônios, dos egípcios, dos romanos, em atividades intraclasse e extraclasse, como exercícios para casa. Quando questionado sobre a melhor maneira de introduzir esse assunto, ele diz que se deve mostrar a sua importância como conhecimento e informação, e que mesmo sobre os “Indo Arábicos há muito mais coisa para dizer”.

Para um melhor entendimento dos numerais, no tópico B, compara-se a classe dos numerais com a nomenclatura gramatical brasileira, já que em ambas se pode perceber a ideia de classes. No item B.2, às páginas 14 e 15, o autor traduz algumas palavras do latim para o português[143], por “fornecer ao leitor a origem na nossa língua e outros dados que julgamos úteis”. Assim como no volume II, quando o autor solicita ao leitor consultar essa parte do volume III, afirma-se ser uma “vantagem metodológica e de uniformização matemática introduzir as denominações: dezeum, dezedois, dezetrês” (p.15). Em nota de rodapé, o autor afirma: “A forma dezanove e dezassete são usadas no Brasil, também onde houve influência de imigração italiana: diciassette, diciannove; o mesmo acontecendo com a forma dezoito de diciotto, que se pronuncia ditchioto”. (p.15). Na página seguinte, essa mesma informação é repetida.

[143] “masc.: um ← ~uu ← unu”; Fem.: uma ← ~ua ← uma”; “nove ← noven” (p. 14 e 15).

Figura 57 - Volume III: Nota de rodapé duplicada


(*) A forma dezanove e dezassete são usadas no Brasil, também onde houve influência de imigração italiana: diciassette, diciannove; o mesmo acontecendo com a forma dezóito de diciotto, que se pronuncia ditchióto.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

O autor inicia o tratamento dos ordinais comentando sobre sua origem, aproveitando para apresentar a procedência da adjetivação “primos”, tecendo comentários breves sobre seu significado.

Na página 18 há 4 notas de rodapé, mas como uma delas está repetida, são cinco as indicações: a primeira explica a origem da palavra terço; a segunda trata da pronúncia do *s* com som de *z*. Antes das três últimas, presentes na mesma frase, o autor apresenta as formas corretas de apresentação dos ordinais[144], e em seguida, as que “não devemos reavivar” (p.18). A terceira – a nota que se repete – diz respeito às palavras novena e trezena, “Não confundir com os substantivos que significam rezar nove (ou treze) dias, em geral seguidos”; e a quarta e última, inserida no termo “etc.”, “Como substantivos representam grupos de 9, de 10, etc.” (p. 18).

A discussão dos números fracionários também segue em referência aos volumes anteriores (“Como explicamos no capítulo referente às frações” (p. 19)). Como esse volume é um adendo aos anteriores, o autor não se dedica a desenvolver nem a parte teórica nem a metodológica, deixando apenas observações que os professores podem ou não levar em consideração. Por exemplo: 2/1000, quando falado, não deve ser lido como dois mil avos.

Na página 20 há 4 notas de rodapé relativas aos numerais multiplicativos. O complemento sugerido nessa parte diz respeito também à linguagem, já que, segundo o autor, estamos acostumados com palavras que trazem a ideia de multiplicação de modo implícito, como é o caso de duplo, triplo...

Esse primeiro capítulo parece pautar-se numa certa motivação aos alunos, tentando ligar a matemática escolar a situações com as quais eles se

[144] “Primário, secundário, terciário, ou tercionário, quaternário [...]” (p. 18).

veem envolvidos fora da escola. Uma indicação clara disso são os tópicos C e D, nos quais são apresentadas, ainda que de forma breve, várias denominações e expressões, sobre, por exemplo, o nome dado aos familiares à luz do grau de parentesco – bisavô, bisneto – e substantivos como milhar, dúzia, casal...

CAPÍTULO II

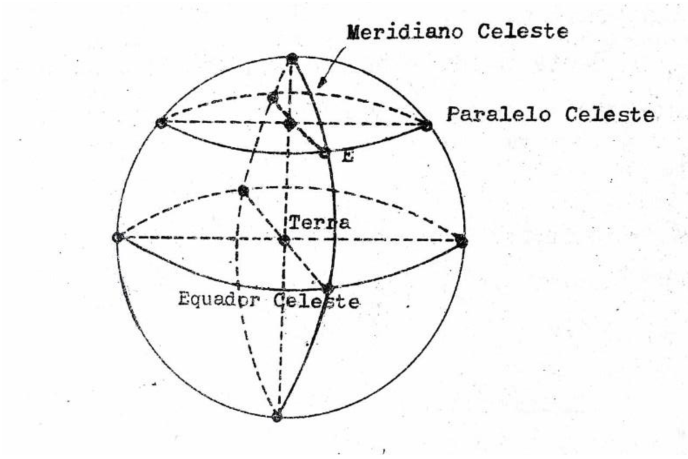
O capítulo intitulado “CALENDÁRIO” tem 2 tópicos ou seções, distribuídos em 10 páginas.

A. Medida do tempo. Não contém subdivisões, e ocupa 3 páginas e ½.
B. Calendário. Contém 6 subdivisões em 6 páginas e ½: B.1. Calendário; B.2. Ano civil; B.3. Um pouco de história; B.4. Sobre os meses; B.5. Sobre os dias da semana; B.6. Outras unidades de tempo.

Esse capítulo trata da medida do tempo, logo, ele é iniciado com transformações entre segundos, minutos e horas. Segundo o livro, é necessário ter cuidado com esse assunto, pois “acreditamos que esta definição não seja facilmente entendida” (p. 23). Quando discutindo o tema do movimento da Terra o autor vale-se de terminologia de outras áreas, como “esfera celeste”, “arcos aparecendo no horizonte (nascimento) ”, “eixo do mundo” etc. Outros conceitos matemáticos são necessários para pautar essas discussões, bem como para “descrever circunferências paralelamente ao horizonte” (p. 23).

Na página 24, novamente vêm à cena conceitos que não foram apresentados nos livros anteriores (como em “passando perpendicularmente ao eixo do mundo” – a noção de perpendicular não foi discutida ou mencionada).

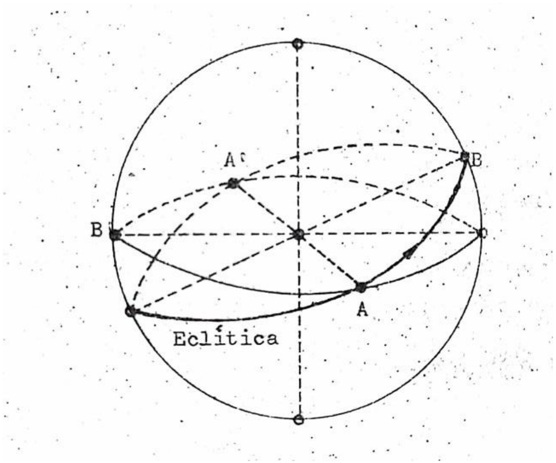
Figura 58 - Volume III: Rotação da Terra



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

As explicações do autor abordam também os planetas, dos quais, muito rapidamente, ele apresenta os nomes, chegando a abordar, ao tratar do movimento dos planetas, conceitos como o de equinócios, solstício e dia solar (do que se origina a contagem dos anos).

Figura 59 - Volume III: Eclitica



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

As regras para a elaboração do calendário também são tematizadas nesse capítulo, no qual são tratados temas como as datas de aniversário, o ano civil e bissexto, os meses, as semanas, os dias, as estações e eras, principalmente usando o conceito de transformação. No item intitulado "Um pouco de história" (um apêndice do tópico B), o livro trata do surgimento do calendário e das alterações que ocorreram no modo de medir e registrar o tempo, afirmando que a Matemática está relacionada a outras disciplinas, como a História, explicando inclusive as duas possibilidades para o nome “feira” que acompanha a nomenclatura dos dias da semana.

CAPÍTULO III

“ALGUNS PROBLEMAS FAMOSOS” é o título deste capítulo dividido em 8 tópicos distribuídos em 28 páginas.

A. Preliminares. Contém 1 página.
B. Problema dos trens. Contém 6 páginas.
C. Problema das torneiras (ou do tanque). Contém 5 páginas e ½.
D. Problema do relógio. Contém 2 páginas.
E. Problema do cão e da lebre. Contém 3 páginas.
F. Problema das velas. Contém 1 página e ½.
G. Problema dos herdeiros. Contém 4 páginas.
H. Problema de médias. Contém 5 páginas.

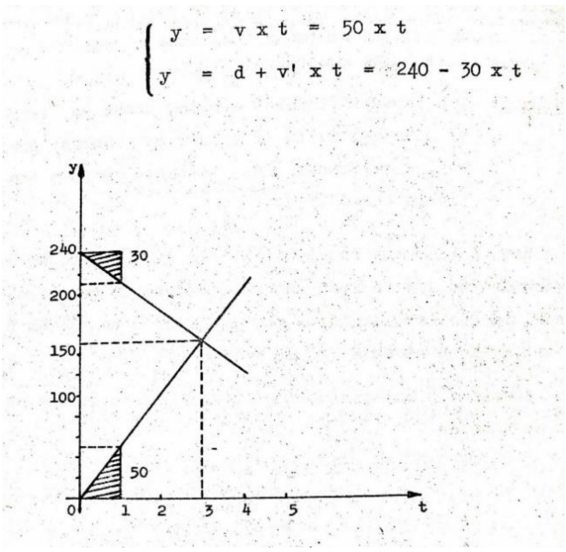
Os tópicos não contêm subdivisões: cada um trabalha um tipo de problema e suas possibilidades. Logo no início do capítulo, mais precisamente na primeira frase, o autor faz um alerta e dá uma sugestão ao professor/leitor: “Entre os problemas de aritmética, alguns são bastante conhecidos, infelizmente, pela <u>ojeriza</u> que despertaram; entre estes podemos citar o problema das torneiras e o problema do cão e da lebre” (p. 33).

O texto, nessa sequência de tópicos, tem um tom peculiar, no qual o autor se mostra, mais nitidamente do que fez nos demais volumes da coleção, como responsável por tomar as decisões acerca do que indicar ao professor leitor, inclusive, sobre o que ele, professor, não se deve fazer: “no meu entender” (p. 33), diz ele, esses problemas “deveriam ser abolidos do ensino primário, e apelo aos ilustres mestres do ensino secundário que os excluam dos exames de admissão” (p. 33). Afirma, ainda, que o conhecimento do professor deve ser “superior” àquele que irá ensinar, e um dos motivos para essa nota é cuidar para que os leitores estudem previamente os conteúdos para conhecerem as resoluções dos exercícios e estarem aptos para sanar dúvidas.

Não há indicação de fonte especifica da qual podem ter vindo os problemas que o autor chama de “famosos” e que discutirá nesse tópico.

O primeiro problema apresentado é o “problema dos trens” (p. 34), apresentado como sendo de dois tipos: (a) quando ambos os trens se movem num mesmo sentido, e cuja questão é saber quando e em qual local o de maior velocidade alcançará o de menor velocidade; (b) quando os trens de movem em sentidos opostos, do que surge a mesma pergunta sobre quando em qual lugar se encontrarão. Além de alertar para os cuidados que o professor deve ter ao discutir esse(s) problema(s), são apresentadas algumas resoluções com estratégias distintas, utilizando a lógica, a álgebra, a resolução gráfica e a cartesiana.

Figura 60 - Volume III: Resolução cartesiana



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Na sequência o autor apresenta o problema das torneiras, também com duas possibilidades de enunciado: (a) duas torneiras enchendo um tanque (ou um tanque sendo esvaziado) e (b) uma torneira enchendo um tanque que é drenado por uma outra torneira. Há três exemplos[145] e uma resolução lógica para

[145] “Problema 1: Uma torneira, quando aberta, enche um tanque em 3 horas; outra esvazia-o em 8 horas. Abrindo-se simultaneamente, em quanto tempo o tanque ficará cheio? ” (p. 40); “Problema 2:Duas torneiras, quando abertas sozinhas, enchem (ou esvaziam) um reservatório em 4 e 5 horas, respectivamente. Abertas simultaneamente, em quanto tempo ficará cheio (ou vazio)? ” (p. 42); “Problema 3: Uma torneira joga num tanque 40 litros por hora, outra retira 10 litros por hora; tendo o reservatório capacidade para 90 litros, abrindo-se simultaneamente as torneiras, quanto tempo demorará para se encher o tanque? ” (p. 44).

cada um deles. Após esse problema há uma observação interessante, que indica um posicionamento muito claro do autor:

> Para confirmar as minhas declarações, me permitam, os leitores, transcrever a seguir o enunciado de um SUPER PROBLEMA DE TORNEIRAS de um livro atual de admissão, o qual deve ter sido inserido porque alguns professores secundários de matemática insistem em coloca-los em suas provas, pasmem os leitores (p. 45).

Após a apresentação do problema[146], ele continua:

> Tenho testemunhos de alguns professores, que já abandonaram o hábito de incluir em exames de admissão problemas de torneiras ou parecidos, entre as causas: "--- ... no momento em que coloquei o enunciado no quadro, um candidato, satisfeito, exclamou: este eu sei, minha professora ensinou hoje pela manhã como se faz..." (p. 45).

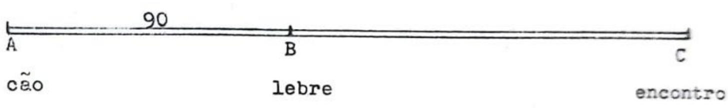
É claro o tom jocoso do autor ao grifar e escrever em caixa alta a expressão "super problema de torneiras".

Em seguida, é apresentado o problema do relógio[147] como semelhante aos anteriores, e a solução dada usa a lógica e também a cinemática (ao trazer à cena o conceito de velocidade angular).

O problema seguinte é o do cão e da lebre[148] que, segundo o autor, "No meu julgamento este é um problema que deveria ser abolido até mesmo das primeiras series ginasiais, ou quando muito dado como curiosidade" (p. 47), já que "críticas podem ser feitas até mesmo ao fato do cão saltar, será que ele não prefere correr? " (p. 47). Mesmo assim, ele apresenta a resolução lógica, a algébrica e a cinemática, incluindo uma figura na qual se esquematiza a movimentação.

[146] "Uma torneira enche ¼ de um tanque em 5 horas e outra enche 2/5 do resto em 12 horas. Em quanto tempo as torneiras, abertas juntas, poderão encher o tanque? " (p.45).
[147] Trata-se de um modelo de problema no qual é fixada uma hora qualquer e solicitado ao aluno que determine a posição específica dos dois ponteiros de um relógio.
[148] Os animais pulam vencendo distâncias distintas: quantos pulos cada um deve dar para que ambos assumam a mesma posição?

Figura 61 - Volume III: O cão e a lebre



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Na sequência, encontramos o problema das velas[149], também apresentado como similar aos anteriores e também seguido de resoluções lógica e gráfica. Na mesma página é apresentado o problema dos herdeiros[150], o único que o autor afirma que a resolução pode "assumir um aspecto misterioso e atraente" (p. 51).

Finalmente, apresenta-se o problema de médias[151], com 3 enunciados diferentes.

CAPÍTULO IV

Intitulado "CÁLCULO RÁPIDO, CURIOSIDADES E PASSATEMPOS", o quarto capítulo tem 3 tópicos distribuídos em 24 páginas.

A. Cálculo rápido. Contém 3 subdivisões em 13 páginas: A.1. Sobre a subtração; A.2. Sobre a multiplicação; A.3. Sobre a divisão.
B. Curiosidades aritméticas. Contém 4 subdivisões em 6 páginas: B.1. Produtos cujos resultados possuem só algarismos iguais; B.2. Resultados constituídos só de algarismos iguais; B.3. A soma antecipada; B.4. Adivinhação de um número pensado.
C. Passatempos aritmético. Não contém subdivisões e ocupa 5 páginas.

O livro dá grande importância ao cálculo rápido, ao cálculo mental e aos jogos, pois esses são os temas centrais desse capítulo, já tendo ocorrido em capítulos anteriores. Ao discutir os "processos que possibilitam o cálculo ultra-

---

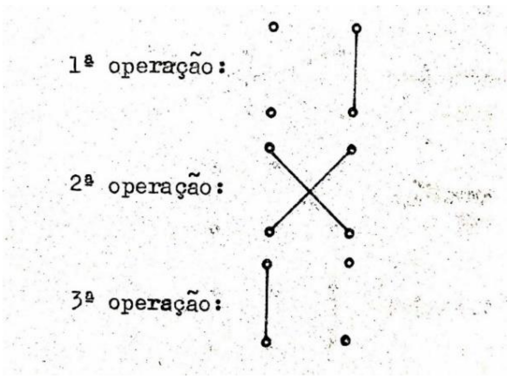
[149] Dá-se o tempo de queima de cada uma de duas velas, a espessura e o comprimento respectivos, a pergunta é sobre o momento em que ambas terão o mesmo comprimento.
[150] Trata-se do problema em que há dezessete camelos a serem divididos, como herança, a três filhos.
[151] Problemas com média harmônica e não aritmética. Em nota de rodapé, o livro aconselha a leitura de *Iniciação à Estatística*, do mesmo autor.

rápido" (p. 61), o autor explicita muitas regras que, se memorizadas, possibilitam, segundo ele, uma agilidade sensível nos cálculos.

O primeiro tipo de cálculo, surpreendentemente, não envolve a adição (na verdade, a adição nem é trabalhada nesse tópico), mas a subtração. Trabalha-se primeiro com subtração mental de "números invertidos"[152] de dois e três algarismos, chamada pelo livro de "fácil" (p. 61), ao que seguem exemplos. Um outro tipo de subtração é aquele em que minuendo e subtraendo estão invertidos, sendo possível realizar a conta de "cima para baixo" (p. 63). Assim como nos outros volumes, não há nada a respeito dos números negativos.

A multiplicação vem na sequência, e sua discussão segue em seis casos: "Multiplicação de número só de algarismos 9 por número de um algarismo"[153] (p. 64); "Multiplicação de um número só de algarismos 9 por número de algarismos iguais"[154] (p. 65); "multiplicação de número de 2 algarismos e terminados em 5"[155] (p.67); "multiplicação por quadriculado" (p. 68); "Multiplicação por cruzes com esquema para 2 algarismos" (p. 69) e "Multiplicação por cruzes com esquema para 3 algarismos" (p. 70). A discussão é dividida em 2 blocos, o primeiro tratando de números específicos e o outro com esquemas multiplicativos, sempre tendo como base as regras e imagens ilustrativas.

Figura 62 - Volume III: Para 2 algarismos



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

[152] Exemplo: 85-58.
[153] Exemplo: 999 x 8.
[154] Exemplo: 999 x 66.666.
[155] Exemplo: 25 x 65.

Na página 71 inicia-se a discussão da divisão, e o cálculo mental, nesse caso, é realizado a partir da ideia de multiplicação. Para, por exemplo, calcular $3764 \div 5$, é preciso saber que "Dividir por 5 é multiplicar por 2 e mudar a vírgula uma ordem para a esquerda, pois 1/5 = 2/10" (p. 71). Assim, multiplica-se por 2 da direita para a esquerda, o que resulta em 7528, e contando casa (vírgula) teremos 752,8. O segundo caso é similar, mas o divisor é o número 25[156], e o terceiro e último caso é o da divisão por 125[157]. A divisão por com algarismo(s) 9 tem um tratamento diferente, mas também regrado.

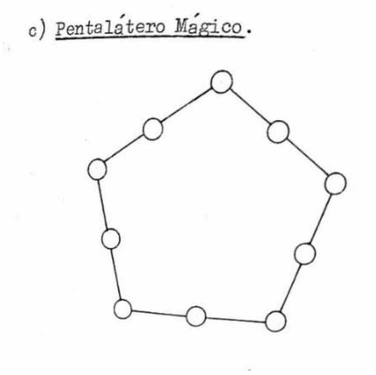
O tópico B tem como título "Curiosidades Aritméticas" (p. 73), e nele são apresentados quatro tipos de exemplos ("como o assunto é bastante extenso me limitarei a dar alguns exemplos" (p.74)). No primeiro deles, o professor pede ao aluno que escolha um algarismo e multiplique mentalmente por 9 e, depois, que multiplique o resultado obtido por 123456789. O resultado será formado por um número em que todos os algarismos são iguais ao que o estudante escolheu. A segunda curiosidade baseia-se em perguntar ao estudante quantos algarismos 1 ele quer na resposta: "mande multiplicar por 9 o número formado pela sucessão natural até o anterior"[158] (p. 75), ao resultado, some o número (que representa a quantidade) escolhido por ele. O terceiro e o quarto exemplos são vêm sob os títulos "A soma antecipada" (p.76) e "Adivinhação de um número pensado" (p. 77), respectivamente.

O tópico C trata de passatempos aritméticos, "muito comuns em livros, revistas e almanaques, e facilmente colecionáveis pelo prezado leitor" (p. 79). Esses itens têm um tratamento bem sucinto, discutindo apenas alguns casos que o autor julga serem de "grande valia na recreação da aprendizagem" (p. 80), começando pelos poliedros e quadrados mágicos. Além do passo-a-passo, há também uma explicação das vantagens de inseri-los como estratégia de aprendizagem, sugerindo-se, inclusive, que tarefas para casa, desta natureza, podem ser realizadas em família.

[156] Multiplica-se por 4 e desloca-se a vírgula 2 casas à esquerda.
[157] Multiplica-se por 8 e desloca-se a vírgula 3 casas à esquerda.
[158] Por exemplo: se o estudante escolher 5 (*n*), multiplica-se 9 por 1234 (número composto pelos 4 (ou seja, *n*-1) primeiros algarismos, em ordem).

Seguem passatempos relacionados a “Triláteros mágicos” (p. 82), “Quadriláteros mágicos” (p. 84) e “Pentalátero mágico” (p.84), tratados a partir de figuras ilustrativas e um exemplo, de maneira muito breve.

Figura 63 - Volume III: Pentalátero Mágico



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Este capítulo é, notadamente, voltado a curiosidades que exigem a memorização de muitas regras e de passatempos que até podem ser interessantes, mas são dados sem justificativas apropriadas do ponto de vista matemático. Os exemplos e sugestões estão claramente relacionados ao que se tem chamado “Matemática Divertida” (em associação ao título de um dos livros de Malba Tahan) ou Matemática Recreativa, um tema muito caro ao autor.

CAPÍTULO V

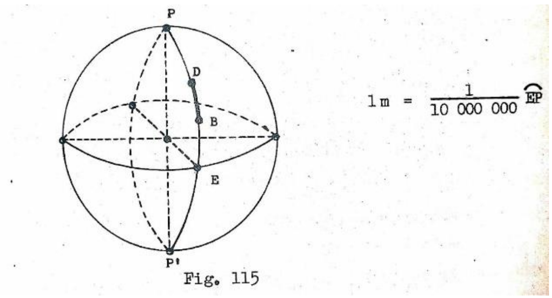
O capítulo relativo ao “SISTEMA MÉTRICO” tem 5 seções distribuídas em 16 páginas.

A. Unidades antigas. Não contém subdivisões, 2 páginas.
B. Padrões. Não contém subdivisões, 1 página.
C. O metro. Não contém subdivisões, 5 páginas.
D. Outras unidades. Não contém subdivisões, 2 páginas e ½.
E. Quadros das unidades. Contém 4 subdivisões em 4 páginas: E.1. Comprimento (*); E.2. Superfície; E.3. Volume; E.4. Massa.

Este capítulo é iniciado com uma narrativa acerca de como era feita a medição antigamente, com a unidade de medida sendo o antebraço, o côncavo, o palmo, o pé, o dedo e até mesmo o nariz do rei Henrique I da Inglaterra, entre outras curiosidades trazidas pelo autor. Terminando por justificar a necessidade de fixar unidades de medida, o autor encontra o mote para iniciar o tópico B.

Com a “necessidade de satisfazer, entre outras condições, as duas seguintes: a) Constância – invariabilidade; b) Possibilidade de serem reproduzidos com precisão” (p. 87), o metro é apresentado com sua história, que inclui imagens ilustrativas ao aprofundar a discussão sobre a necessidade da padronização das medidas.

Figura 64 - Volume III: O metro como parte do quadrante terrestre



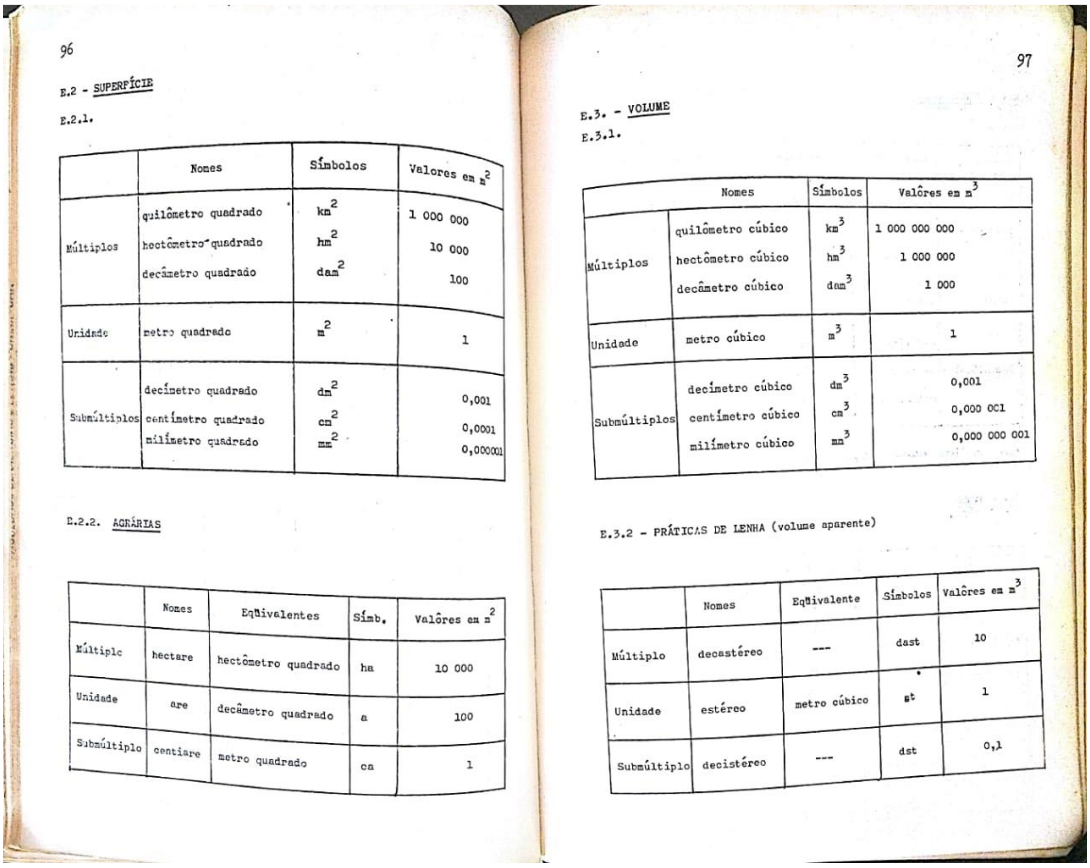
Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Na página 92 segue a definição que, no ano de 1872, acompanhou o uso do metro no Brasil:

> O metro é igual a distância 0 (graus) centígrados dos eixos dos dois traços médios, gravados sobre a barra de platina iridiada, depositada na Repartição Internacional de Pesos e Medidas, e considerada como protótipo do metro pela Convenção Geral de Pesos e Medidas, à pressão normal e suportada por dois roos com um diâmetro mínimo de um centímetro, situados simetricamente num mesmo plano horizontal a 571 milímetros um do outro (p. 92).

A partir da página 93 são apresentadas tabelas com unidades e medidas ou antigas ou usadas apenas em determinadas regiões. No tópico E, “Quadro das unidades”, os tais quadros trazem informações acerca das unidades de comprimento, superfície, medições agrárias, volume, práticas de lenha (volume aparente), capacidade e massa.

Figura 65 - Volume III: Quadro das unidades



96

E.2 - SUPERFÍCIE

E.2.1.

	Nomes	Símbolos	Valores em m^2
Múltiplos	quilômetro quadrado hectômetro quadrado decâmetro quadrado	km^2 hm^2 dam^2	1 000 000 10 000 100
Unidade	metro quadrado	m^2	1
Submúltiplos	decímetro quadrado centímetro quadrado milímetro quadrado	dm^2 cm^2 mm^2	0,001 0,0001 0,000001

E.2.2. AGRÁRIAS

	Nomes	Eqüivalentes	Símb.	Valôres em m^2
Múltiplo	hectare	hectômetro quadrado	ha	10 000
Unidade	are	decâmetro quadrado	a	100
Submúltiplo	centiare	metro quadrado	ca	1

97

E.3. - VOLUME

E.3.1.

	Nomes	Símbolos	Valôres em m^3
Múltiplos	quilômetro cúbico hectômetro cúbico decâmetro cúbico	km^3 hm^3 dam^3	1 000 000 000 1 000 000 1 000
Unidade	metro cúbico	m^3	1
Submúltiplos	decímetro cúbico centímetro cúbico milímetro cúbico	dm^3 cm^3 mm^3	0,001 0,000 001 0,000 000 001

E.3.2 - PRÁTICAS DE LENHA (volume aparente)

	Nomes	Eqüivalente	Símbolos	Valôres em m^3
Múltiplo	decastéreo	---	dast	10
Unidade	estéreo	metro cúbico	st	1
Submúltiplo	decistéreo	---	dst	0,1

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

CAPÍTULO VI

Com o título "VOLUMES", o sexto capítulo é dividido em 3 tópicos que ocupam 18 páginas.

A. Formulário para os principais formulários geométricos. Contém 12 subdivisões em 4 páginas: A.1. Paralelepípedo reto de base retangular; A.2. Cubo; (não tem A.3.) A.4. Pirâmide; A.5. Tronco de pirâmide, de bases paralelas; A.6. Tronco de prisma triangular reto; A.7. Cunha; A.8. Obelisco; (repete o A.8) A.8. Tetraedro regular; A.9. Volume do cilindro; A.10. Cône; A.11. Tronco de cône; A.12. Esfera.
B. Metodologia dos volumes. Contém 3 subdivisões em 8 páginas: B.1. Sobre o conceito; B.2. Volume do paralelepípedo; B.3. Prisma reto de base paralelogramo.

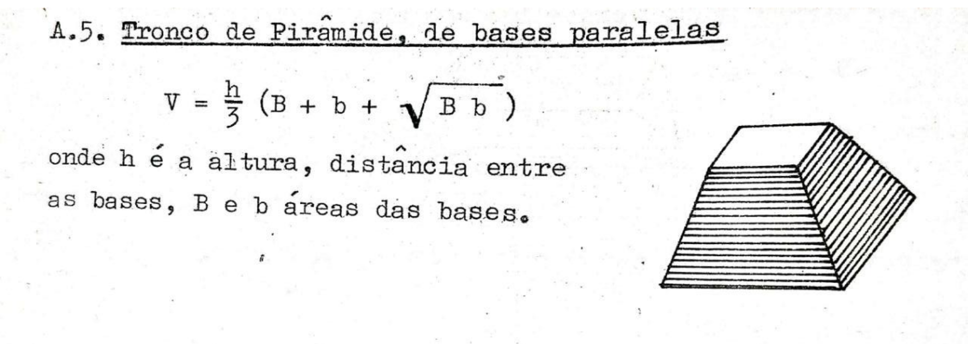
C. Planificações. Contém 10 subdivisões em 6 páginas: C.1. Cubo; C.2. Paralelepípedo reto quadrangular; C.3. Prisma reto triangular; C.4. Prisma reto hexagonal; C.5. Prisma reto de base paralelogramo; C.6. Paralelepípedo oblíquo de base quadrada; C.7. Pirâmide reta quadrangular; C.8. Cilindro; C.9. Pirâmide oblíqua quadrangular; C.10. Cone.

Há uma introdução explorando, de modo breve e vago, o significado de volume:

> Entendemos <u>volume</u> como a medida de um corpo em relação a uma unidade. A unidade escolhida é o volume de um cubo que possua por aresta a unidade de comprimento; assim no sistema métrico decimal é o metro cúbico (m^3), isto é, o volume de um cubo de um metro de aresta, usando-se também os seus múltiplos e sub-múltiplos (ver cap. V) (p. 101).

Este sexto capítulo contém um grande número de imagens. Em todas as páginas encontramos, no mínimo, uma figura, havendo páginas só de ilustrações, todas geométricas, planas e espaciais, em preto e branco. No item A, “Formulário para os principais corpos geométricos”, são apresentadas as figuras em forma de paralelepípedo reto de base retangular, cubo, pirâmides, cunha, obelisco, tetraedro regular, cilindro, cone e esfera, hachuradas/sombreadas, provavelmente para apoiar a visualização da tridimensionalidade. Todas as figuras são sempre seguidas de suas fórmulas e uma legenda (sem exemplos).

Figura 66 - Volume III: Volume



A.5. <u>Tronco de Pirâmide, de bases paralelas</u>

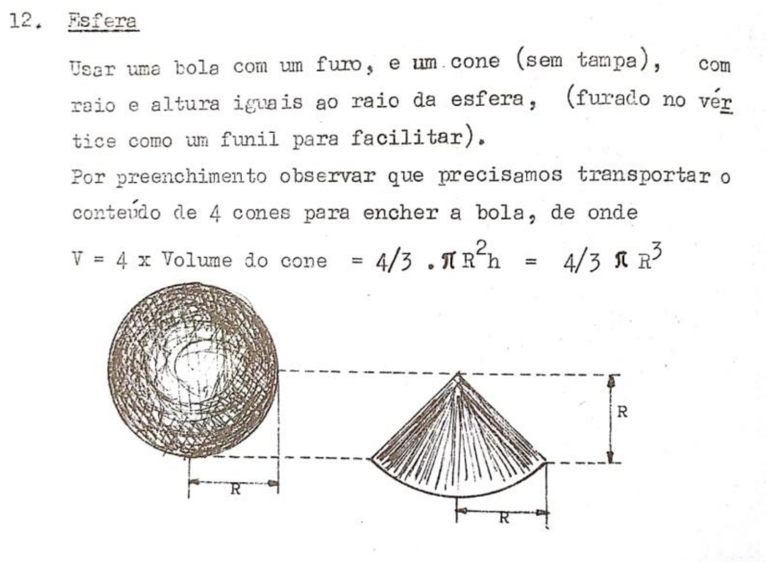
$$V = \frac{h}{3}\left(B + b + \sqrt{B\,b}\right)$$

onde h é a altura, distância entre as bases, B e b áreas das bases.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

No tópico B o livro apresenta a "Metodologia dos volumes" indicada para tratar alguns corpos geométricos[159], mais precisamente em relação a como conduzir o estudante ao que se quer ensinar, alertando que "a aprendizagem [dos volumes] é análoga à das áreas" (p. 105), ainda que o capítulo referente às áreas seja posterior (Capítulo VII). Trata-se de textos bastante sucintos, dicas para ajudar o professor a ensinar o estudante a encontrar a regra desejada para o volume de cada sólido. Em todos há um ou mais esquemas gráficos e/ou observações do que seria mais interessante mostrar ao estudante, assim como experiências que podem ser realizadas com eles.

Figura 67 - Volume III: Esfera


12. Esfera

Usar uma bola com um furo, e um cone (sem tampa), com raio e altura iguais ao raio da esfera, (furado no vértice como um funil para facilitar).
Por preenchimento observar que precisamos transportar o conteúdo de 4 cones para encher a bola, de onde

$V = 4 \times \text{Volume do cone} = 4/3 . \pi R^2 h = 4/3 \pi R^3$

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

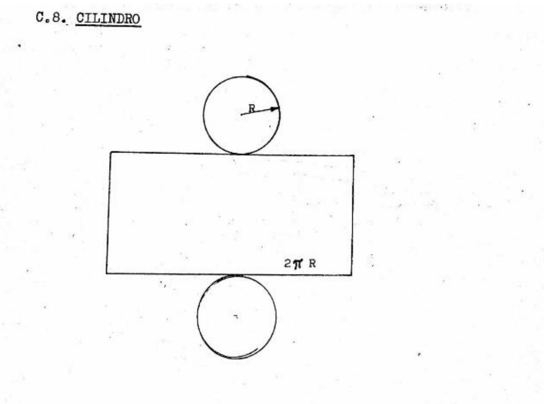
Em "Planificações", item C, o autor apresenta o que julga ser os "principais sólidos" [160] (p. 113), mas alguns são diferentes dos já apresentados anteriormente, nos itens A e B como, por exemplo, o prisma reto hexagonal. Excepcionalmente ao discutir a pirâmide oblíqua quadrangular e o cone, há uma explicação, também sucinta, mas inserida mais propriamente com a intenção de apresentar a forma do volume desses sólidos aos professores. Outras figuras

[159] Paralelepípedo, prisma reto de base paralelogramo, prisma reto triangular, prisma reto de base qualquer, pirâmide, cilindro, cone e esfera.

[160] Cubo, paralelepípedo reto quadrangular, prisma reto triangular, "prisma reto exagonal" (sic), prisma reto de base paralelogramo, paralelepípedo oblíquo de base quadrada, pirâmide reta quadrangular, cilindro, pirâmide oblíqua quadrangular e cone.

são apresentadas tendo vinculadas a elas apenas seus nomes com um esquema para suas planificações.

Figura 68 - Volume III: Planificação



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

A última página desse capítulo está em branco.

CAPÍTULO VII

Com o título "ÁREAS", este capítulo tem 5 tópicos distribuídos em 30 páginas.

A. Congruência, equicomposição e área. Contém 3 subdivisões em 2 páginas e ½: A.1. Congruência; A.2. Equicomposição; A.3. Área.
B. Formulário para as principais figuras planas. Contém 10 subdivisões em 3 páginas e ½: B.1. Retângulo; B.2. Quadrado; B.3. Paralelogramo; B.4. Losango; B.5. Triângulo; B.6. Trapézio; B.7. Polígono regular; B.8. Círculo; (repetiu o B.8.) B.8. Corôa circular; (pulou o B.9) B.10 Sector circular.
C. Metodologia das áreas. Contém 3 subdivisões em 14 páginas: C.1. Sobre o conceito; C.2. A área do retângulo e quadrado; C.3. As outras figuras.
D. Recreações de áreas com poliminós. Não contém subdivisões, 4 páginas e ¾.
E. Alguns casos especiais. Contém 3 subdivisões em 5 páginas: E.1. Sobre o triângulo; E.2. Sobre o quadrângulo; E.3. Sem título.

Novamente temos, nesse capítulo, uma introdução apenas com seu título, Áreas, na qual se apresenta sucintamente o conteúdo a ser visto na sequência,

> Procuraremos lembrar aos professores primários ou futuros professores alguns conceitos e fórmulas importantes e daremos depois o que nos afigura conveniente, o aspecto metodológico, com os dados complementares aos fins propostos, que serão também úteis para o curso ginasial (p. 119).

O tópico A tratará de congruência, equicomposição e área, nesta sequência, trazendo textos breves sobre cada um desses temas acompanhados de um desenho em que há 4 figuras, sendo a primeira visualmente congruente à segunda, e a terceira visualmente congruente à quarta. No que diz respeito à equicomposição, há um item a mais, pois o autor faz referência ao volume I para afirmar que a "relação de equicomposição é uma relação de equivalência" (p. 120, 121), do que seguem brevemente as apresentações das três propriedades[161].

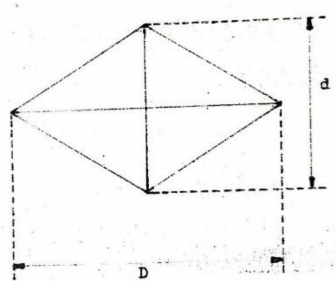
Assim como no capítulo anterior, onde os corpos geométricos são nomeados, aqui também – no tópico B – as figuras são apresentadas com as fórmulas de suas áreas e uma legenda. Há 10 figuras ilustrativas que ocupam um pouco mais de três páginas: retângulo, quadrado, paralelogramo, losango, triângulo, trapézio, polígono regular, círculo, coroa circular e sector circular.

Figura 69 - Volume III: Área

B.4. LOSANGO

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

Onde D e d são as medidas das diagonais.



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

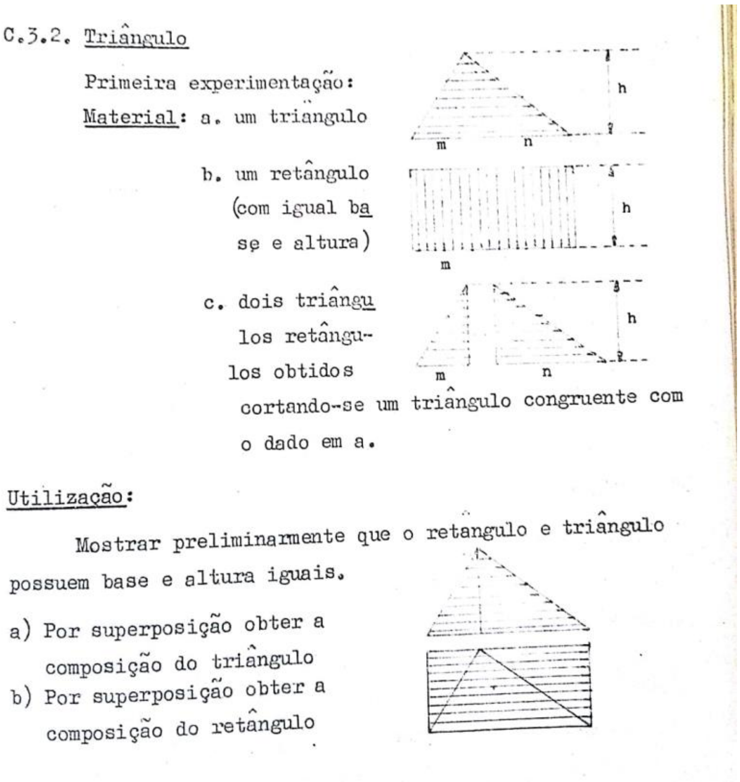
Em "Metodologia das áreas", tópico C, as situações reais são mais uma vez mencionadas como grandes aliadas do professor no ensino e para a aprendizagem. Sugere-se, em decorrência, que o professor pode inserir a

[161] Reflexiva, simétrica e transitiva.

discussão sobre o conteúdo “área” usando exercícios práticos (por exemplo o de cobrir cartões com outros cartões, comparando suas áreas) para, em seguida, explicar as vantagens de padronizar as unidades de medida. O autor apresenta um retângulo dividido em quadrados (cuja unidade é chamada de “u”) e sugere quais ideias devem ser priorizadas nos exercícios (ainda que o livro não traga exercício algum).

Em seguida, são apresentadas algumas figuras[162] para que o autor possa discorrer sobre o modo (“a metodologia”) como cada uma delas deve ser abordada, como pode ser utilizada e com quais materiais pode ser construída, sempre com a intenção de que o aluno perceba os conceitos sem que o professor precise apresentá-los. Mais uma vez, o professor é tido como um orientador para o conhecimento, cujas ações seriam mais significativas se ele se apoiasse em jogos, como os quebra-cabeças.

Figura 70 - Volume III: Área de um triângulo


C.3.2. Triângulo

Primeira experimentação:

Material: a. um triangulo

b. um retângulo (com igual base e altura)

c. dois triângulos retângulos obtidos cortando-se um triângulo congruente com o dado em a.

Utilização:

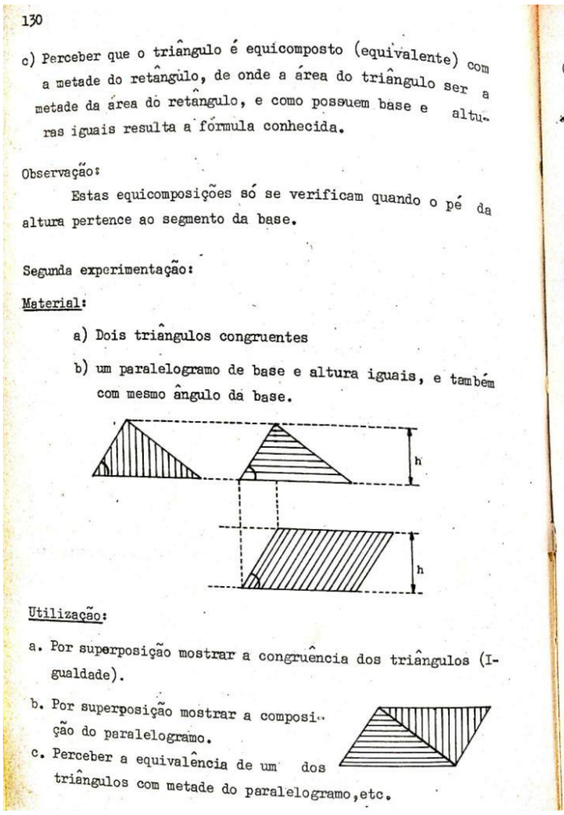
Mostrar preliminarmente que o retângulo e triângulo possuem base e altura iguais.

a) Por superposição obter a composição do triângulo

b) Por superposição obter a composição do retângulo

---

162 Paralelogramo, triângulo, trapézio, losango, polígono regular e círculo.



130

c) Perceber que o triângulo é equicomposto (equivalente) com a metade do retângulo, de onde a área do triângulo ser a metade da área do retângulo, e como possuem base e alturas iguais resulta a fórmula conhecida.

Observação:

Estas equicomposições só se verificam quando o pé da altura pertence ao segmento da base.

Segunda experimentação:

Material:

a) Dois triângulos congruentes

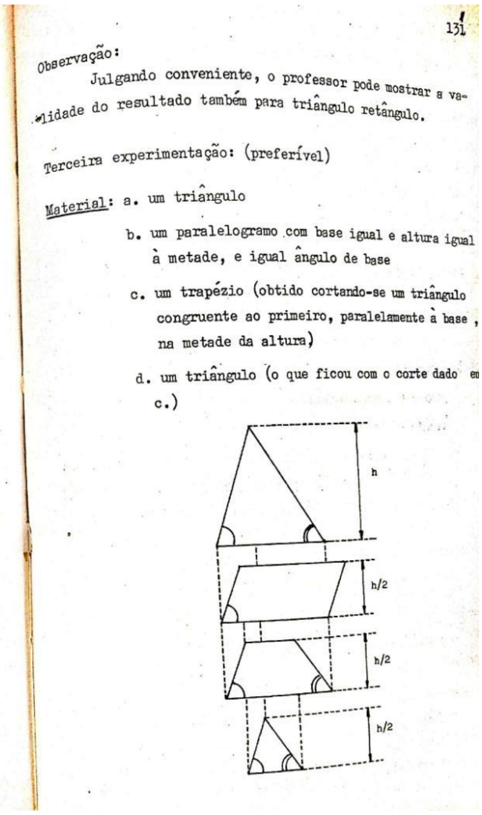
b) um paralelogramo de base e altura iguais, e também com mesmo ângulo da base.

Utilização:

a. Por superposição mostrar a congruência dos triângulos (Igualdade).

b. Por superposição mostrar a composição do paralelogramo.

c. Perceber a equivalência de um dos triângulos com metade do paralelogramo, etc.



131

Observação:

Julgando conveniente, o professor pode mostrar a validade do resultado também para triângulo retângulo.

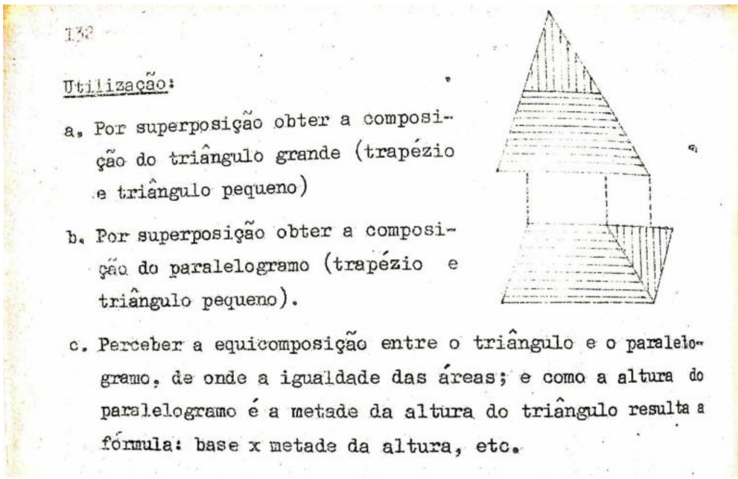
Terceira experimentação: (preferível)

Material: a. um triângulo

b. um paralelogramo com base igual e altura igual à metade, e igual ângulo de base

c. um trapézio (obtido cortando-se um triângulo congruente ao primeiro, paralelamente à base, na metade da altura)

d. um triângulo (o que ficou com o corte dado em c.)



132

Utilização:

a. Por superposição obter a composição do triângulo grande (trapézio e triângulo pequeno)

b. Por superposição obter a composição do paralelogramo (trapézio e triângulo pequeno).

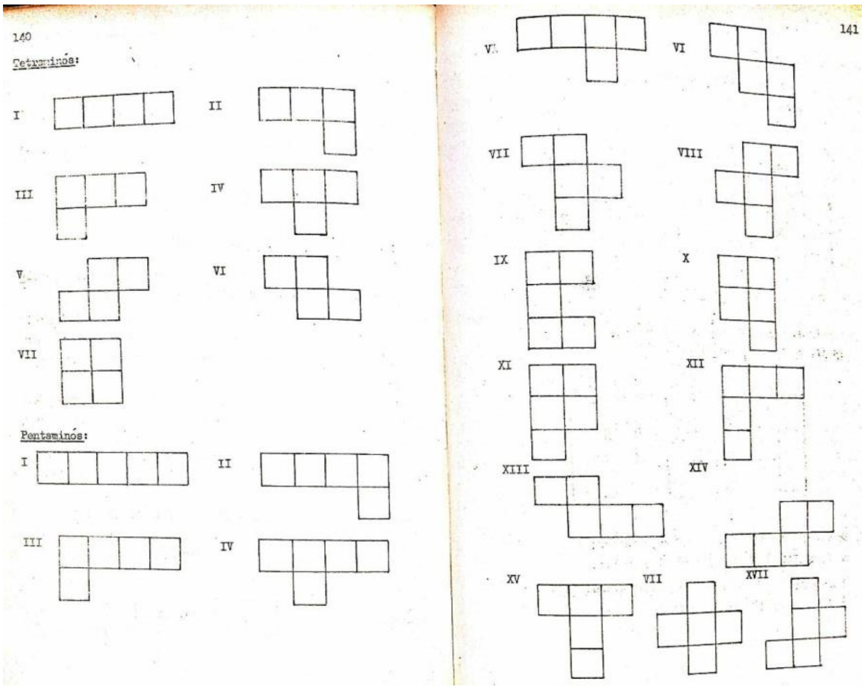
c. Perceber a equicomposição entre o triângulo e o paralelogramo, de onde a igualdade das áreas; e como a altura do paralelogramo é a metade da altura do triângulo resulta a fórmula: base x metade da altura, etc.

Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Na página 139 inicia-se o tópico D, "Recreações de áreas com poliminós"[163]. Na introdução o autor apresenta o material desejável para que o professor tenha à mão quando realizando as atividades propostas, sugerindo que a investigação seja deixada para os estudantes. Várias figuras são apresentadas e, posteriormente, são dados três exemplos.

[163] Um poliminó é uma figura geométrica plana, formada por quadrados iguais, conectados entre si por, no mínimo, um lado.

Figura 71 - Volume III: Poliminós



Fonte: Matemática, metodologia e complementos para professores primários, 1966.

Na página 143 há dez exercícios propostos, todos sobre a composição de tabuleiros com peças dadas[164].

O item E é iniciado após os exercícios, e trata de "Alguns casos especiais" (p. 144) relativos ao cálculo de áreas, iniciando com o exemplo de um triângulo escaleno[165], visto que "professoras primárias de escolas rurais já defrontaram-se com situações, em que sitiantes ou chacareiros recorrem a elas para calcular a área de um terreno triangular" (p. 144). A esse segue-se outro exemplo, também relacionado ao cálculo de área de um terreno que, nesse caso, é quadrangular, cujos lados têm medidas diferentes. Além desses há exemplos com outras figuras irregulares, mistas de curvas e retas, que servem para apresentar a fórmula de Simpson[166] e a de Poncelet[167].

[164] Exercícios: "1. Compor um tabuleiro 4x4 usando só tetraminós do tipo I", "5. Compor um 4x4, usando um tetraminó do tipo I, um II, um III e um VII"; "9. Compor um 5x5 com pentaminós, sem repetir" (p. 143).
[165] O tipo de triângulo não é dito. O que se tem é um triângulo cujas medidas dos lados são diferentes.
[166] "Divide-se a superfície em várias faixas com ordenadas equidistantes e aplica-se a Fórmula Aproximada de Simpson: $A \cong h/3(E + 2I + 4P)$, onde: *h* = frente: *n*. de faixas" (p.146).
[167] $A \cong h(2P + \frac{E-EC}{4})$.

Bibliografia da Coleção

"1. ABDON, Célia Côrtes – Primeiros Passos na Matemática – Vol. I, II, III e IV – Rio de Janeiro – Conquista – 1960.

2. AGUAYO, A. M. – Didática da Escola Nova – tradução – S. Paulo – C. Editôra Nacional |1.956|.

3. AGUAYO, A. M. – Pedagogia Científica – tradução – São Paulo. C. Editôra Nacional – |1.951|.

4. AMARAL, Persides Pires do – Ensine com Êxito – 1°, 2°, 3° e 4° Ano São Paulo – Livraria Francisco Alves – 1.963.

5. AVELINE, Suelly – Meu Caderno de Matemática – 1°, 2°, 3°, 4° e 5° Ano Primário – Porto Alegre – Ed. Globo – |1.956|.

6. AZANHA, José M.P., F. Brotero e L. Siniscalco – O rendimento na solução de problemas aritméticos na escola primária (um estudo experimental) – In: Pesquisa e Planejamento – São Paulo – Boletim do Centro Regional de Pesquisas Educacionais – Ano IV – Vol. 4 – 1.960.

7. BABÁ, Elza – Introdução do Conceito de Número e Numeral de um Número – In: Matemática Moderna para o Ensino Secundário – São Paulo – G.E.E.M. – |s.d.|.

8. BACKHEUSER, Everaldo – Como Se Ensina A Aritmética (Fundamentos Psicopedagógicos) – Rio de Janeiro – Edição da Livraria Globo – 1.946.

9. BANKS, J. Houston – Elements of Mathematics – Boston – Akkyn and Bacon, Inc. 1.961.

10. BECHARA, Lucília: Alguns dados sôbre o desenvolvimento de um moderno planejamento de Matemática iniciado em 1.912. In: Matemática Moderna para o Ensino Secundário – S. Paulo – G.E.E.M. – |s.d.|.

11. BERRA, Alberto E. Sagastume – Lecciones de Álgebra Moderna – La Plata – Universidad Nacional de La Plata – 1.961.

12. BEZERRA, Manoel Jairo – Didática Especial de Matemática – M.E.C. – 1.962.
13. BEZERRA, Manoel Jairo – O material didático no ensino da matemática – Rio de Janeiro – M.E.C. |1.962|.
14. BOLL, Mancel – Les étapes des Mathématiques – "Que Sais-je" – Paris – Presses Universitaires de France – 1.948.
15. BORTOLOTTI, Ettore e D. Gigli – Aritmética Prática – In: Enc. delle Matematiche Elementari – Vol. I., P. I – Ed. Hoepli – 1.950.
16. BUSSELL, A. H. – Rapids Calculations – London – Cassell & Co. Ltd. – 1.961.
17. CAMPOS, Ismael França – Metodologia do Cálculo – In: Anais do 3° Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática – Ministério da Educação e Cultura – 1.959.
18. CAMPOS, Maria dos Reis e outros – Matemática na Escola Elementar – Rio de Janeiro – Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos – 1.955.
19. CARAÇA, Bento de Jesus – Lições de Álgebra e Análise – Vol. I – Lisboa – |s.e.| – 1.959.
20. CARVALHO, Thales Mello – Matemática – 1° ano – São Paulo – C. Editôra Nacional – |s.d.|
21. CASTRO, Luiz G.C. e outros – Programa para o ensino primário fundamental – 1°, 2°, 3° e 4° Ano – S. Paulo – Livraria Francisco Alves – 1.949.
22. CASTRUCCI, Dr. Benedito e Dr. G. S. Lima Filho – Matemática para a primeira série ginasial – S. Paulo – L. Francisco Alves – 1.960.
23. CIPOLLA, Michelle – La Matematica Elementare (Conferenze) – Firenze – Dott. Luigi Macri – 1.950.
24. CIPOLLA, Michelle – Matematica Recreativa – In: Enc. delle Matematiche Elementari – Vol. III, P. II – Milano – Ed. Hoepli – |1.950|.
25. CIPOLLA, Michelle e Vicenzo Amato – Elementi di Aritmetica Razionele – Torino – Società Editrice Internazionale |1.955|.

26.COMBERROUSSE, Charles de – Cours de Mathématiques – Tome Premier: Aritmétique – Paris – Gauthier – Villars – 1.876.

27. COUTINHO, Ismael de Lima – Pontos de Gramática Histórica Biblioteca Brasileira de Filosofia – Rio de Janeiro – Livraria Acadêmica – 1.962.

28. DANTZIG, Tobias – Número – A Linguagem da Ciência – Tradução – Lisboa – Editorial Aster – |s.d.|

29. D'AVILA, Antônio – Práticas Escolares – São Paulo – Edição Saraiva – 1.949.

30. DAVIS, David R. – The Teaching of Mathematics – London – Addison-Wesley – 1.960.

31. DEANS, Edwina – Elementary School Mathematics (New Directions) – Washington – U.S. Department of Health, Education, and Welfare – Bulletin 13 – 1.963.

32. DINIZ, Souza – Curso de Português – Gramática Moderna – Rio de Janeiro – Livraria Francisco Alves – |s.d.|

33. DUTTON, Wilbur H.andL.J.Adms-Arithmetic for Teachers – Englewood Cliffs, N.J. – Prentice Hall, In. 1.961.

34. FARIA, Ernesto – Gramática Superior da Língua Latina – Biblioteca Brasileira de Filologia – Rio de Janeiro – Livraria Acadêmica – 1.958.

35. FOUCHÉ, André – A pedagogia da matemáticas – tradução – São Paulo – C. Editôra Nacional. |1.957|

36. GALANTE, Carlos – Matemática – 1° Série – São Paulo – Ed. Do Brasil S/A – 1.961.

37. GARDINER, Martin – Divertimentos Matemáticos – Tradução – São Paulo – Instituição Brasileira de Difusão Cultural S/A. 1962.

38. GATEÑO, Dr. C. – Aritmética con números em color – Livro 1, 2, 3, 4 – Tradução – Madrid – Editado por Cuisinaire de España – 1.962.

39. GHERSI, Italo – Matemática Dilettevole e Curiosa – Milano – Ed. – Hoepli – 1.951.

40. GIGLI, Duilio – Aritmética Generale – In: Enciclopedia delle Matematiche Elementari. – V.I, P.I – Milano – Ed. Hoepli – 1950.
41. GLENN, William H. and Donovan A. Johnson – Fun with Mathematics – St. Louis – Webster Publishing Company – 1.960.
42. GLEEN, William H. and Donovan A. Johnson – Numbers Patterns – St. Louis – Webster Publishing Company – 1.960.
43. GOES, Carlos e H. Palhana – Gramática da Língua Portuguêsa para o Ensino Médio – Rio de Janeiro – Livraria Francisco Alves – |1.961|.
44. GRÉCO, Pierre, Grize, Papert et Piaget – Problemas de ça Construction du Nombre – Paris – PresesUniversitaires de France – 1.960.
45. JOHNSON, Richard E. – First Couse in Abstract Algebra – Englewood Cliffs, N.J. – Prentice Hall, Inc. – |1.960|
46. KARLSON, Paul – A magia dos números – tradução – Pôrto Alegre – Ed. Globo – |1.961|
47. LACAZ NETO, Francisco A. – Matemática (destinado para a 1° Série) – São Paulo – L. Francisco Alves – 1.959.
48. LAYTON, K.I. – College Aritmetic – New York – John Wiley & Sons – |1.959|
49. LENTIN, A. et. J. Rivaud – Eléments d'Algèbre Moderne – Paris – Librairie Vuibut – 1.961.
50. LOOES, Helena, M.A. Passos e R. S. Ferreira – Aritmética – Programa de Emergência do Ministério de Educação e Cultura – 1.962.
51. LUCAS, Edoward – Récréations Mathematiques – Paris – Gauthier Villars – 1.891.
52. MALANE, Birkhoff – A survey of modern algebra – New York – The Macmillan Company – 1.941.
53. MARKS, John, C. RichardPurdy and L.B. Kinney – Teaching Arithmetic for Understanding – New York – McGraw Hill Book – 1.958.
54. MELLO E SOUZA – Diabruras da Matemática – Rio de Janeiro – Ed. Getúlio Costa – |1.944|.

55. MELLO E SOUZA – Folclore da Matemática – Rio de Janeiro – Conquista – 1.954.

56. MENDES DE ALMEIDA, Napoleão – Gramática Metódica da LínguaPortuguesa – S. Paulo – Ed. Saraiva – 1.964.

57. MONTEIRO, A. Aniceto e J. da Silva Paulo – Aritmética Racional – Lisboa – Livraria Avelar Machado – 1.945.

58. MONTEIRO, L. H. Jacy – Álgebra Moderna – Vol. I – São Paulo – Impressora “L.P.M.” – 1.963.

59. MOREIRA, J. Roberto – Teoria e prática da escola elementar (introdução ao estudo social do ensino primário) – Rio de Janeiro – Centro Brasileiro de Pesquisas educacionais – 1960

60. NORTHROP, E.P. – Fantasies et Paradoxes Mathématiques – tradução – Paris – Dunod – 1.956.

61. PELEGRINO, Mário Romeu – Metodologia da Aritmética – Limeira – Edições “Lêtras da Província” – 1.961.

62. PENTEADO JÚNIOR, Onofre de Arruda – O ensino do Cálculo – (vários artigos) – In: Revista de Pedagogia n° 5, 8, 9, 10, e 13 – São Paulo.

63. PEREIRA, Waldecyr C. de Araújo – Os números em côres e o ensino da aritmética – In: Anais do 3° Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática – M.E.C. – 1.959.

64. PIAGET, Jean – Introduction à l’épistémologie génétique – Tome I: La pensée mathématique – Paris – Presses Universitaires de France – 1.950.

65. PIAGET, Jean – Psicologia da Inteligência – tradução – Rio de Janeiro – Ed. Fundo de Cultura S/A – |1.958|.

66. PIAGET, Jean et Alina Szeminska – La Genèse du nombre chez l’enfant – Neuchatel – Delachaux & Niestlé S.A. – |1.941|.

67. PINHEIRO, Lúcia Marques e outros colaboradores – Ensinando Matemática a Crianças – 1° volume – Rio de Janeiro – Centro Brasileiro de Pesquisas Educacionais – 1.960.

68. QUEIRÓS, Brisolva de Brito e outros – Didática do Ensino Primário – Rio de Janeiro – Conquista – 1.960.

69. PÔRTO, Rizza Araújo – Ver, sentir, descobrir a Aritmética – (Belo Horizonte) – PABAEE – 1.961.
70. QUEYSANNE, M. e A. Delachet – A Álgebra Moderna – tradução – São Paulo – Difusão Européia do Livro – |1.956|
71. REED, H.B. – Psicologia de las Materias de Enseñanza Primaria – tradução – México – UTEHA – |1.949|
72. REICHMANN – The Fascination of Numbers – London – University Papervacks – Methuen – 1.963.
73. RUDE, Adolf – La Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales – Tomo Cuarto de El Tesoro del Maestro – tradução – Barcelona – Editorial Labor S/A – |s.d.|.
74. RUTZ, Santiago Hernandes – Metodologia de la Aritmetica en la Escuela Primaria – México – Editorial Atlante S/A – 1.950.
75. RUSSELL, Bertrand – Introdução à Filosofia Matemática – tradução – Rio de Janeiro – Zahar Editôres – |1.963|
76. SAID ALI, M. – Gramática Histórica da Língua Portuguêsa – S. Paulo – C. Melhoramentos de S. Paulo – |1.931|
77. SANGIORGI, Osvaldo – Matemática I; Curso Moderno para Cursos Ginasiais – São Paulo – C. Editôra Nacional – |1.964|
78. SAWYER, W. W. – Mathematician's Delight – Penquin Books – Harmondsworth – |1.950|.
79. SEDGWICK, Wit & H. W. Tyler – História da Ciência – Rio de Janeiro – Ed. Globo – |1.952|
80. SILVA, Caio de Figueiredo – Metodologia do Cálculo na Escola Primária – Pontos mimeografados – S. Carlos.
81. SILVEIRA BUENO, Francisco – Gramática Normativa da Língua Portuguêsa – S. Paulo – Ed. Saraiva – 1.963.
82. SILVEIRA, Souza da – Lições de Português – Coleção Brasileira de Filosofia Portuguêsa – Rio de Janeiro – Livros de Portugal – 1.960.
83. STERN, Catherine – Children Discover Aritmetic – London – George G. Harrap e Co. Ltd. – |1.953|

84. THORNDIKE, Edward Lee – A nova metodologia da Aritmética – tradução – Pôrto Alegre – Edição da Livraria do Globo – 1.936. –

85. TRENCH, Claedmar – Raciocine com a Criança – 1°, 2°, 3° e 4° grau – S. Paulo – |s.e.| – 1.961.

86. VASCONCELOS, Dr. J. Leite de – Lições de Filosofia Portuguêsa – Coleção Brasileira de Filosofia Protuguêsa – Rio de Janeiro – Livros de Portugal – 1.959.

87. WENTWORTH, Jorge y D. E. Smith – Aritmética Moderna – Livro I e II – tradução – Boston – Ginn Y Compañia – |1.944|

88. XAVIER, Odila Barros – Sugestões para Programas em Curso de Aperfeiçoamento de Professôres Primários – In: Anais do II Congresso Nacional de Ensino de Matemática – Pôrto Alegre – Faculdade de Filosofia da Universidade do Rio Grande do Sul – 1.957.

Nota[168]: Deixemos de relacionar, por ser muito extensa, a série integral de trabalhos constantes destes Anais.

*”

Conclusão

Tendo chegado ao terceiro volume, é interessante notar como a Coleção foi pensada para dar conta de justificar seu título. O primeiro volume trata mais propriamente do que poderíamos chamar de parte teórica da Matemática e, como o próprio autor afirma, tem a função de levar o professor a aprender, já que ele deve “saber mais” do que tem que ensinar aos estudantes. O primeiro volume, portanto, segundo o autor, contém muito mais informações além daquelas que o professor usará para ensinar na escola primária. Aposta-se na linguagem Matemática formal, nas definições e nomenclaturas específicas, pois esse é o livro de um professor para professores.

---

[168] Reiterando: trata-se de uma nota do autor da Coleção, apresentada ao final da bibliografia.

Já o volume II tem a intenção de tratar da metodologia (parte prática) do ensino, do que é recomendável para o ensino de cada um dos conteúdos. Trata-se de um volume de “orientações pedagógicas”, composto por textos dedicados aos professores, incentivando-os a guiar os estudantes. Segundo Oliveira, Silva, Valente (2011, p. 134), durante o MMM no Brasil, o professor do ensino primário deveria “assumir o papel de orientador das descobertas, primeiramente intuitivas, que seriam sistematizadas e formalizadas gradativamente e tratadas sem grandes preocupações com a simbologia”. Dessas recomendações, resta claro que a Coleção segue rigidamente aquela relativa a orientar descobertas, e embora nela haja indicações, do autor aos professores, sobre apostar na intuição, fica claro que o conjunto dos livros não abre mão da simbologia, da notação e da nomenclatura formais.

Este último volume, por sua vez, traz os complementos dos quais o título fala: ele contém um pouco de cada um dos conteúdos já apresentados nos volumes anteriores mas traz itens novos, e é voltado, aparentemente, a apoiar o professor para uma aula mais plural e, em alguns casos, até mesmo divertida (segundo as pretensões do autor).

Eles não são livros para serem adotados em salas de aula, já que não têm nos estudantes o seu público alvo: trata-se de um conjunto de três manuais que pode servir para ajudar os professores em seus cotidianos escolares, o que se poderia chamar de para-didático, ou seja, uma série de textos de apoio didático-pedagógico. Uma afirmação do autor, no volume II, à página 99, onde claramente afirma a sua intenção nessa Coleção: “/.../ auxiliar a formação do professor primário, ou /.../ que este livro sirva de consulta”.

Os temas relativos à Geometria são bastante negligenciados, ocorrendo apenas no terceiro volume, como “complemento”, portanto. É importante lembrar, que, segundo o prefácio da 1ª edição do Volume I, esse 3° volume deveria servir apenas como livro de consulta aos professores primários e de Pedagogia, como recurso auxiliar ao professor de Matemática e como livro de consulta ou livro-texto aos professores de Prática de Ensino e Metodologia.

No caso da Geometria deve-se ressaltar que, sequencialmente, o tratamento ao conceito de volume antecede o do conceito de área. Em entrevista à Lima (2006), o autor Ruy Madsen contou que o tratamento dado a volumes dos corpos, basicamente “eram teoremas de Geometria no Espaço, que /.../ [eram]

um bocado pesado para o nível dos nossos alunos daquela época", e que a ideia de trabalhar com o princípio de Cavalieri surgiu no grupo GEEM. Deve-se considerar que, na Coleção, o conteúdo relativo aos volumes de corpos é apresentado de maneira sucinta, o que também ocorre com o tratamento relativo às áreas, e um não é exigido como pré-requisito do outro, o que talvez indique ser uma casualidade a sequência escolhida para apresenta-los no livro.

Além disso, segundo Oliveira, Silva e Valente (2011, p. 163),

> Longe de ser abandonado pelos autores, o ensino de geometria é apresentado como uma nova proposta, na qual se identificam as duas tendências marcantes. Uma que incorpora as transformações geométricas, na abordagem defendida por Félix Klein; a segunda, hegemônica, que reforça a geometria euclidiana com uma abordagem diferenciada, seja na incorporação de novos axiomas, assim como na inclusão da geometria experimental (OLIVEIRA, SILVA, VALENTE, 2011, p. 163).

A Coleção aqui estudada não segue essas características no que diz respeito à Geometria.

Nos volumes II e III é usual encontrarmos texto similares a conversas entre autor e professor/leitor, e entre leitor/professor e estudantes. O autor sugere encaminhamentos, possibilidades e até mesmo antecipa as dúvidas dos alunos às quais terá que responder e os comentários dos estudantes que deverá considerar. Seu tom, entretanto, é o tom da autoridade, da prescrição, sendo usuais também as frases iniciadas com "O Professor deverá...", ainda que em outros momentos ele tente tecer discursos, digamos, mais leves, que parecem ter a intenção de aproximar-se dos leitores.

Em toda a coleção é fácil perceber que a maioria dos conhecimentos aprendidos nos capítulos anteriores são reutilizados, continuados, complementados e exemplificados, na tentativa de construir uma ponte entre os temas que foram, os que estão sendo e os que serão discutidos. A forma sequencial e lógica na elaboração dos Volumes da Coleção são ditadas pelo autor que certamente deve seguir as legislações e conteúdos programáticos em vigor à época. Mas o discurso autoral é carregado de uma autoridade que o autor tem – e não deixa de invocar – por sua atuação prévia como matemático e como professor de Matemática.

A ideia de conjuntos é algo muito forte, ainda que se dilua um pouco com o decorrer dos volumes. Principalmente no volume I – em que são discutidos os conceitos matemáticos e dadas algumas demonstrações – essa ideia-base central ao Movimento Matemática Moderna – bem como as ideias de formalização e estruturação – é nitidamente marcada.

O cálculo mental ou aproximado é aconselhado em todas os volumes da coleção, assim como o trabalho com jogos e a abordagem escolar que considera as situações reais e cotidianas como motivações relevantes. Paralelamente, pode-se notar que embora haja uma crítica quanto à memorização e às regras “dadas” pelo professor, os três volumes da Coleção com frequência valem-se desses recursos que o autor critica. Isso é bastante claro em todos os volumes, mas especificamente marcante no terceiro, em que abundam, sem justificativa aprofundada, as fórmulas de volumes e áreas. É no terceiro volume que mais fica nítida uma abordagem que sabemos ser cara ao autor, a Matemática Recreativa, que ele explorará em outros livros, posteriores a essa Coleção, e em dissertações e teses por ele orientadas.

Há figuras em todos os volumes, sempre de elaboração singela e em preto e branco, sem aprimoramentos gráficos. Por abordar elementos de geometria, a presença de figuras é ainda mais notada no terceiro e último volume da Coleção, onde é apresentada a única listagem bibliográfica relativa a toda obra.

PARTE III

A Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*: compreensões possíveis

Ruy Madsen Barbosa faleceu em 06 de julho de 2017. Alguns meses depois, num contato intermediado pelo professor Antonio José Lopes, o Bigode, sua família doou parte de seus livros para o acervo do GHOEM, localizado na cidade de Bauru – SP. Como resido na cidade de Rio Claro – SP, programei uma viagem para conhecer a doação e o acervo, mas como os trâmites tinham sido finalizados há pouco tempo, a maioria dos materiais ainda estavam fechados em caixas. Dentre os materiais doados havia livros e jogos. Dos livros, uma Coleção nos interessou. Intitulada *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, em um primeiro momento, localizamos apenas os volumes I e II. O primeiro deles, uma quarta edição, foi publicado em 1968, o segundo é de 1966, primeira edição. Após uma breve busca, o terceiro e último volume nos foi emprestado pela biblioteca da UNESP de Araraquara, sendo também uma primeira edição, publicada em 1966. Após realizadas as análises – durante a qualificação desta dissertação – tivemos acesso a outras duas edições do volume I: um dos livros não possui capa e folhas de rosto, por isso, não há registro sobre a data de sua publicação e a sua edição; o outro, é de 1967, segunda edição.

A Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* foi, até onde pudemos perceber[169], uma das primeiras coleções a serem publicadas pelo professor Ruy Madsen Barbosa e um dos únicos trabalhos do autor destinado ao ensino primário. Anteriores a ela, tivemos acesso a apenas dois livros impressos, que possuem volumes únicos: Um curso moderno elementar de análise combinatória, de 1963, e Combinatória e probabilidades, de 1964, ambos explicitamente vinculados ao Movimento

[169] Devemos ressaltar que a doação dos livros da biblioteca do prof. Ruy ao GHOEM deu início a uma série de trabalhos relacionados a esses livros e ao seu autor, orientados principalmente pela prof. Maria Ednéia Martins Salandim e desenvolvidos por estudantes do campus da UNESP de Bauru. Sendo assim, esse nosso levantamento sobre as obras deve ser visto como inicial e provisório, pois realizado num momento em que a organização desse acervo ainda estava em curso, bem como eram muito recentes os estudos a ele referentes.

Matemática Moderna no Brasil. Ruy Madsen publicou um total de 16 títulos[170], 13 deles com volumes únicos, 2 em dois volumes (publicados em 1975 e 1984) e a Coleção aqui estudada.

Nascido em Campinas no ano de 1931, o professor Ruy iniciou o curso de graduação em Matemática em 1951, formando-se bacharel em três anos e licenciando-se com um ano complementar (o conhecido esquema 3+1). Já no seu segundo ano de graduação começou a ministrar aulas em escolas particulares de Campinas e foi convidado pelo reitor da Universidade Católica de Campinas (UCC, atual PUC-CAMP) para ser professor de Desenho do Curso de Formação de Professores de Trabalhos Manuais, sendo então aluno e professor na mesma instituição. Sua experiência prévia – ele havia estudado, em escola noturna, dois anos de Desenho Mecânico e outros dois de Desenho Arquitetônico, obedecendo ao seu pai – e uma graduação voltada à Matemática o gabaritavam para o cargo. Além disso, havia sido aprovado em Matemática e em Desenho no Exame de Suficiência[171] da Universidade de São Paulo (USP), recebendo um registro da CADES[172] por isso. Em entrevista à pesquisadora Luciana Schreiner de Oliveira Zanardi, para sua tese, defendida em 2012, o professor Ruy contou que nunca precisou de métodos para conseguir emprego, "... recebi convites. Porque eu sempre ganhei. Nunca participei de um concurso sem ser o primeiro colocado ou único aprovado, e acho que foi bom para mim" (ZANARDI, 2012, p. 167, depoente Ruy Madsen Barbosa). Segundo seu

[170] Esses são os livros que foram inseridos no currículo on-line do professor Ruy, sabemos que há outros, principalmente mais recentes: *Descobrindo padrões pitagóricos* (1993); *Descobrindo padrões em mosaicos* (1993); *Matemática magistério* (1984); *Combinatória e grafos* (1975); *Fundamentos de matemática elementar* (1974); *Programação linear* (1973); *Métodos numéricos em sistemas lineares* (1973); *Cálculos aproximados* (1972); *Interpolação polinomial* (1972); *Cálculo de diferenças finitas* (1970); *Estatística elementar* (1968); *Geometria analítica moderna plana* (1967); *Elementos de lógica aplicada ao ensino secundário* (1967); *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* (1966); *Combinatória e probabilidades* (1964); *Um curso moderno elementar de análise combinatória* (1963).

[171] "Êstes exames foram instituídos em 1946 pelo Decreto-Lei n.o 8777, de 22 de janeiro que estabeleceu, pela primeira vez no Brasil, as condições para o registro definitivo dos professôres de ensino secundário. /.../ o Decreto-lei concedia registro àqueles que se submetessem a provas de suficiência e se destinassem ao exercício do magistério em regiões onde não houvesse, a juízo da administração, professôres diplomados por faculdade de filosofia ou não os houvesse em número suficiente, devendo os candidatos indicar o estabelecimento que desejasse contratá-los" (DOCUMENTA, 1963, p. 34-35). Essa legislação funcionou até 1955, quando uma nova lei entrou em vigor.

[172] Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário, foi desenvolvida no Brasil no período de 1953 a 1971 visando a formar, emergencialmente, professores para o Ensino Secundário.

depoimento, Armando Foá[173] foi um dos profissionais que mais o marcaram em trajetória.

O doutorado de Ruy Madsen foi desenvolvido entre os anos de 1958 e 1961, não sendo sequência de um mestrado – como é usual atualmente – pois trata-se de uma época em que ainda inexistia um sistema de pós-graduação no Brasil. Em 1965 obteve o título de Livre-docente, depois de Professor Adjunto e posteriormente de Professor Titular. Dedicou grande parte da sua vida ao ensino da Matemática, incluindo produções que acompanharam os movimentos de ensino da época.

O professor Ruy foi um dos idealizadores do curso de Matemática criado em 1966 na então Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara (hoje, UNESP) e foi também foi um dos criadores e membro da primeira diretoria GEEM (Grupo de Estudo do Ensino da Matemática) e, posteriormente, do CRAEM (Centro Regional de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática). Em entrevista à Martins-Salandim (2012, p. 90), o professor Ruy afirma que, com seus livros, foi o responsável pela introdução do estudo de matrizes no curso secundário brasileiro:

> Fui eu quem introduziu matrizes no curso secundário, no Brasil /.../ não se dava matrizes no ensino colegial, ficava se dando teoremas, teoremas de determinantes, porque só dos determinantes, a quantidade de teoremas é muito grande /.../ as matrizes eram mais apropriadas, elas são mais férteis como fontes para muitos tópicos de matemática aplicada (LIMA, 2006, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Em outra entrevista do professor Ruy, ele contou a Lima (2006) mais detalhes sobre isso: “primeiro fiz o texto, levei para o GEEM, apresentei, foi discutido e só depois de ter sido discutido em São Paulo e aprovado, é que ainda fizemos as experiências com professores lá do Ensino Secundário de Araraquara, em vários níveis”. O professor José Gaspar Ruas Filho[174], por sua vez, afirma:

---

[173] Professor Dr. Armando Foá, nascido na cidade de Nápoles, na Itália, em 1912, cursou Engenharia Civil com doutoramento pela Faculdade de Engenharia da Universidade de Nápoles e trabalhou como assistente em alguns cursos dessa mesma universidade. Antes de vir para o Brasil, foi também docente do Instituto Superior Naval de Nápoles.

[174] José Gaspar Ruas Filho foi aluno da primeira turma do curso de Matemática da FFCL de Araraquara, fez mestrado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP) e doutorado em Ph D em Matemática Aplicada pela Brown University.

> /.../ o Ruy foi um dos que introduziu o estudo de matrizes no Brasil. O Ruy deu cálculo numérico também, cálculo operacional, e esta disciplina nós estudamos num livro em inglês também, não me lembro quem deu aquele curso, acho que foi o... Talvez mudaram o nome de alguma disciplina para o modo como ela aparece no meu histórico... (MARTINS-SALANDIM, 2012, p. 105, depoente José Gaspar Ruas Filho).

Uma leitura da Coleção que estudamos, bem como momentos da história do professor Ruy registrados em suas declarações, entrevistas e artigos, o vinculam indelevelmente ao Movimento Matemática Moderna no Brasil.

Um dos nossos pontos de partida para a análise da Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* foi buscar informações acerca da editora da obra, a L.P.M.. Acreditávamos que seria fácil encontrar informações e mesmo a localização da editora, e que minhas inquietações a esse respeito seriam respondidas com um simples e-mail ou ligação telefônica. Não foi assim.

Uma tentativa de pesquisa na internet nos levava insistentemente à editora L&PM, criada em 1974. Havia a possibilidade de esta data estar ligada à sutil alteração de nome, de L.P.M. para L&PM, o que me levou a entrar em contato com a L&PM. Fui informada que precisaria solicitar as informações por e-mail, mas como resposta recebi apenas a página do mesmo site que eu já havia consultado, informando sobre a fundação em 1974. Cheguei ao International Standard Book Number (ISBN[175]) como possível fonte de referência ao pesquisar sobre registros de livros, mas a página eletrônica relativa a esse cadastro dava acesso apenas aos livros mais recentes. O site, entretanto, fornecia um número de telefone para buscas a livros mais antigos. Em contato telefônico com a instituição responsável pelo ISBN, a atendente informou que existiam outros livros dessa mesma editora que eu procurava, a L.P.M., mas nenhum registro dela ou sobre ela, e que isso talvez se devesse a um extravio de documentos – já que se tratava de livros "muito antigos". De qualquer maneira, além dessa informação, a agência responsável pelo ISBN não tinha como ajudar. Entramos então em contato com a Nobel, pois há referência desta

[175] O ISBN – International Standard Book Number – é um sistema numérico que identifica os livros através de seus autores, títulos, editoras e países. Esse sistema foi criado em 1967, mas sua oficialização ocorreu apenas em 1972. Ele é controlado pela Agência Internacional do ISBN e sua sede está localizada na cidade do Rio de Janeiro. Informações http://www.isbn.bn.br/website/.

livraria/editora nos livros da Coleção, que num determinado momento foram publicados por ela. O endereço de ambas (livraria Nobel e L.P.M.) era o mesmo. Entrando em contato com a Nobel, nos informaram não possuírem registro algum sobre a informação que eu procurava. Aparentemente, o GEEM parece ter adotado como editora (ou como uma das principais editoras dos livros do Grupo e de seus membros) a L.P.M., o que se pode comprovar pela grande quantidade de livros do GEEM por ela publicados dentre os quais um exemplo é o *Matemática Moderna para o Ensino Secundário*, publicado pelo GEEM em 1965.

Essa longa descrição acerca da busca a informações sobre essas editoras, ainda que possa ser tida como enfadonha, é essencial para os que se voltam a estudar livros didáticos, pois mostram dificuldades enfrentadas que exemplificam e comprovam a pouca organização de um mercado editorial e o descuido/descaso histórico desses agentes culturais paradoxalmente responsáveis pela produção e circulação de conhecimento escolar.

Não sabendo mais onde procurar, nos pareceu necessário mudar a direção da procura, deslocar o olhar e fazer outros movimentos, pois ainda havia muitas outras linhas que constituíam as “cercanias” da coleção que pretendíamos estudar. O que foi o Movimento Matemática Moderna no Brasil? Qual a relação entre esse Movimento e a Coleção a ser analisada? Os grupos dos quais o autor participava têm influência no *design* da Coleção? Como? O golpe militar de 1964 modificou/influenciou a Coleção e/ou seu autor? Era ainda importante conhecer o professor Ruy Madsen Barbosa dos anos de 1960: quem ele era? Quais suas relações? Qual seu público preferencial, aquele a quem ele se dirige nos livros? O que dizer do quadro político e econômico da época em que a Coleção foi criada e circulou inicialmente?

Muitas perguntas começaram a nos inquietar e foi necessário buscar apoio em diferentes fontes. Dentre essas fontes estão 6 trabalhos acadêmicos (teses e dissertações) nos quais há entrevistas cedidas pelo professor Ruy Madsen Barbosa. Em todas elas, mesmo que o foco não seja a década de 1960, inevitavelmente esse período vem à cena. Há também trabalhos em que o professor Ruy, implicitamente, aparece na interlocução entre outros pesquisadores e entrevistados, quando há referências ao CRAEM, ao GEEM e ao Movimento Matemática Moderna no Brasil. Leituras assim nós já havíamos realizado logo no início do Mestrado, mas agora, com outras leituras, pensávamos ter um olhar mais amadurecido para voltar a entrevistas, de modo a serem percebidas outras linhas e informações que no início do mestrado não nos era possível vislumbrar.

Voltamo-nos, então, a estudar essa série de entrevistas, buscando entender os direcionamentos de cada pesquisador/entrevistador e qual Ruy Madsen Barbosa emergia de cada uma delas.

A primeira informação que localizamos, nesse sentido, foi sobre uma entrevista concedida pelo professor Ruy Madsen, em 14 de abril de 1988, para a dissertação de Mestrado de Elisabete Zardo Búrigo, defendida um ano depois, em 1989. Orientada pelo professor Tomaz Tadeu da Silva na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), a pesquisa traz entrevistas com alguns dos protagonistas do Movimento Matemática Moderna no Brasil, buscando compreender suas ações, discursos e pensamentos, além de analisar alguns documentos produzidos à época. Para isso, a pesquisadora abrange em sua pesquisa a política, a economia e a realidade da educação brasileira naquele período. Apesar de não trazer a íntegra nem partes da entrevista do professor Ruy, a pesquisa permite encontrarmos esse autor em algumas entrelinhas. Em contato com a pesquisadora, fomos informados que o tempo havia deteriorado a gravação das entrevistas e que, por isso, não poderíamos ter acesso à íntegra do material. Gentilmente, a pesquisadora nos enviou 2 páginas de notas que ela havia feito durante a entrevista com Ruy Madsen.

Quase dez anos depois da elaboração desse trabalho de Búrigo, em 1997 o pesquisador Marco Antônio Geraldo de Oliveira defendeu sua dissertação de Mestrado intitulada por “O ensino da Álgebra Elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história”, orientado pelo Prof. Dr. Dario Fiorentini, na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Neste trabalho o autor pretende identificar práticas educativas de professores de Álgebra Elementar a partir de entrevistas. O trabalho não traz a íntegra da entrevista, nem se dedica a estudar cada uma delas em separado, mas há trechos das falas dos entrevistados, sem que haja informações mais detalhadas sobre as entrevistas (as datas, as condições de realização e os guias de análise, por exemplo).

Nos trechos recortados das falas do professor Ruy, apresentados no texto, há relatos sobre seu passado como aluno e professor, não tratando apenas do ensino da Álgebra Elementar (tema da dissertação de Oliveira), mas incluindo, de modo geral, aspectos de sua vinculação ao Movimento Matemática Moderna no Brasil. Oliveira (1997, p. 133), ao final do trabalho, insere uma nota afirmando que "As transcrições das entrevistas se encontram à disposição dos interessados junto aos arquivos do CEMPEM – Subgrupo – Práticas Pedagógicas em Matemática". Enviamos mensagens ao professor Dario Fiorentini, orientador do trabalho de Oliveira e atualmente responsável pelo CEMPEM, solicitando acesso à íntegra da entrevista. Embora o professor Dario tenha nos respondido, ele mesmo não sabia onde estava armazenada a mídia com a gravação e, portanto, não nos foi possível conhecê-la.

É importante registrar que ambos os trabalhos aos quais fizemos referência até aqui, o de Búrigo e o de Oliveira, foram defendidos respectivamente em 1988 e 1997, em momento anterior, portanto, àquele em que as narrativas e a História Oral não estavam ainda claramente demarcadas como estratégias de pesquisa em Educação Matemática. Ainda que as entrevistas sempre tenham sido consideradas fontes privilegiadas, do ponto de vista metodológico, para os estudos em nossa área, não havia, antes da década de 2000, um maior cuidado quanto à preservação e divulgação integral dessas fontes. Esse cenário se alterará de modo drástico posteriormente, talvez devido ao grande número de estudos que têm as fontes narrativas como suportes de investigação e talvez também devido à clara consolidação do campo de pesquisa em História da Educação Matemática, que alertou para a necessidade de cuidar de arquivos e formar acervos documentais que até então, via de regra, ficavam sob a responsabilidade individual de cada pesquisador e não de grupos ou instituições.

Na sequência, tivemos acesso à dissertação da pesquisadora Flainer Rosa de Lima, intitulada "GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a Formação de professores durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil". Orientada por Laurizete Ferragut Passos, essa dissertação foi defendida em 2006, e traz uma costura entre trabalhos anteriores, entrevistas com alguns dos envolvidos nos cursos oferecidos pelo GEEM (professores e alunos) e documentos do arquivo pessoal de Osvaldo Sangiorgi para tratar seu objetivo, que é estudar os cursos oferecidos pelo grupo para professores do Ensino Secundário. A pesquisadora observou que a principal proposta dos cursos era ajudar o professor a elaborar exercícios, sendo, portanto, uma intenção mais técnica do que didática e/ou metodológica. A pesquisadora optou por não anexar as transcrições das entrevistas em sua dissertação. Enquanto escrevia seu texto ela “chamava” os depoentes para a conversa e assim, aos poucos, ficamos sabendo do teor de cada entrevista feita. Em um contato com essa pesquisadora, ela gentil e prontamente nos enviou as 21 páginas com registros da entrevista feita em 17 de outubro de 2005 com o professor Ruy Madsen Barbosa, bem como se prontificou a ajudar com outros materiais caso fosse necessário.

Já em 2010, nesse panorama em que se anunciava claramente a necessidade de cuidado, tratamento e armazenamento de fontes orais, a pesquisadora Zionice Garbelini Martos Rodrigues defendeu sua tese de Doutorado intitulada por “O Movimento da Matemática Moderna na região de Ribeirão Preto: uma paisagem”, orientada por Maria Ângela Miorim. Martos realizou entrevistas com dez professores com o intuito de entender como eles percebem o vínculo entre o Movimento Matemática Moderna no ensino de Matemática da região de Ribeirão Preto – SP, nas décadas de 1960 a 1980. Ruy Madsen Barbosa concedeu duas entrevistas para essa pesquisa, com um intervalo de um ano entre elas: a primeira ocorreu em 27 de maio de 2005 e a segunda em 23 de maio de 2006. Valendo-se de ambas, Martos traça um perfil do professor Ruy Madsen em 14 páginas, ainda que não nos seja possível saber qual o roteiro usado para as entrevistas.

Em 12 de abril de 2010, Ruy Madsen Barbosa foi entrevistado por Maria Edneia Martins-Salandim, para sua tese de doutorado defendida dois anos depois, em 2012, sob a orientação de Antonio Vicente M. Garnica, na UNESP – campus de Rio Claro. Para elaborar o trabalho intitulado “A interiorização dos cursos de Matemática no estado de São Paulo: um exame da década de 1960”, a pesquisadora utilizou documentos e entrevistas com professores envolvidos na criação dos cursos de Matemática, nos anos 60, no interior do estado de São Paulo, para entender a teia de acontecimentos que levou à criação de inúmeros cursos de formação de professores de Matemática, que aumentou significativamente, em território paulista, na década sob estudo. A textualização da entrevista do professor Ruy – apresentada na íntegra no texto da tese – tem 10 páginas, e pode-se perceber que seu discurso se mantém convergente com relação a outra entrevista dada para a pesquisa de doutorado de Luciana

Schereiner de Oliveira Zanardi. Essa sincronia – que é inequívoca, pois até as mesmas histórias são repetidas – pode ter ocorrido tanto pela proximidade das datas das entrevistas (as interlocuções ocorreram no mesmo ano, em 2010, tendo Zanardi realizado sua entrevista com Ruy Madsen em 28 de outubro), e/ou devido à proximidade temática, já que para estudar "O trânsito de professores durante o processo de criação da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP): a questão dos ressentimentos", Zanardi faz referência ao curso de Matemática de Araraquara. Defendida em 2012, também na UNESP de Rio Claro, a tese de Zanardi foi orientada pelo Prof. Dr. Antonio Carlos Carrera de Souza, sendo essa a última entrevista[176] do professor Ruy que encontramos.

Além dessas entrevistas, temos disponível o texto "Histórias de professores de matemática: mudanças e permanência", de autoria do professor Ruy Madsen Barbosa, apresentado por ele no grupo de discussão temática durante o VII EPEM, Encontro Paulista de Educação Matemática, que ocorreu em 2004, na Faculdade de Educação da USP, em São Paulo. Nele, Ruy Madsen narra algumas de suas vivências como aluno, como professor, como avaliador de professores e participante do Movimento Matemática Moderna. Este texto, no entanto, não se encontra no currículo Lattes do professor Ruy – não há textos sobre Educação Matemática escritos por ele em seu currículo. Foi a partir das suas falas nas entrevistas a que tive acesso, quando ele contava sobre sua participação em alguns eventos, que cheguei aos Anais do VII EPEM – Encontro Paulista de Educação Matemática –, o único evento em que encontrei um texto escrito por ele.

Além dessas referências tivemos acesso a uma textualização elaborada por Antonio Vicente Marafioti Garnica, publicada no ano de 2008, na Revista *Zetetiké*, sob o título *Resgatando oralidades para a história da Matemática e da Educação Matemática brasileiras: o Movimento Matemática Moderna*. Neste trabalho, registra-se a apresentação, ocorrida em mesa redonda durante o *V Seminário Nacional de História da Matemática*[177], de cinco profissionais que atuaram ativamente no Movimento Matemática Moderna no Brasil[178], dentre

[176] A textualização da entrevista integral de Ruy Madsen à Zanardi ocupa oito páginas da tese.
[177] O V SNHMat foi realizado no ano de 2003, em Rio Claro.
[178] Lourdes de la Rosa Onuchic, Martha Maria de Souza Dantas, Lafayette de Moraes, Scipione de Pierro Neto e Ruy Madsen Barbosa.

eles, Ruy Madsen Barbosa. O artigo de Garnica é parte de uma série de três artigos cuja intenção foi “recuperar fontes dispersas, fixadas em suportes menos duráveis” (GARNICA, 2008), ou seja, disponibilizar, como fonte historiográfica, registros de oralidades cujo acesso era difícil. No caso, a mesa redonda tinha como tema os livros didáticos de Matemática. Sendo todos os participantes autores às décadas de 1960 e 1970, a discussão enveredou naturalmente para uma discussão sobre a Matemática Moderna, tema que dominou – mais que o dos livros didáticos – o encontro.

Consultadas essas fontes, o que se pode dizer, a partir delas, sobre o professor Ruy Madsen, sua atuação como autor de livros didáticos e o contexto do qual, como professor e autor, ele foi participante ativo? O que as entrevistas nos ajudam perceber para a análise da Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*?

No texto apresentado no VII EPEM, o professor Ruy Madsen conta que, quando fez o ensino primário, teve professoras “esforçadas e dedicadas”. Em especial recorda-se de “Dona Elvira, do quarto ano, austera e severa, não se falava e nem se brincava em suas aulas, nada de ´joguinhos´ motivadores”. À época, ela ensinou “a extrair a raiz quadrada... creio que não aprendemos o algoritmo” (BARBOSA, 2004, p. 1). No ginásio, ele foi aluno do Colégio Culto à Ciência – hoje a escola pública mais antiga do estado de São Paulo, ainda ativa[179] – até a década de 1950. O professor Ruy relatou ao pesquisador Marco de Oliveira que passou, em sua experiência como estudante, um ensino marcadamente mecânico, em que o aprendizado era visto como decorrente de repetições de exercícios, o que, já àquela época, o incomodava.

> Como aluno do Colégio Culto à Ciência, me lembro que o professor de Álgebra da ocasião dava o assunto com introdução usual, sem detalhes, sem auxílio de ilustrações, por exemplo, ilustrações do ponto de vista geométrico. Era um conjunto de regras que ia-se fornecendo ao aluno e, o aluno memorizando através de repetição de exercícios (OLIVEIRA, 1997, p. 36, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Apesar de estar em uma escola bem conhecida à época,

> Pobre matemática... desculpem-me, pobre professor de matemática. Era confuso, tentava ensinar, ele próprio não raramente errava, apagava e começava de novo; aprendíamos

[179] Atualmente chamada “Escola Estadual Culto à Ciência”.

> porque era necessário, exigia-se saber para passar (o ensino e aprendizagem caminhavam paralelamente, dificilmente encontravam-se) (BARBOSA, 2004, p. 1).

Ao falar sobre suas lembranças, crê ter se diferenciado, em relação ao estudo da Matemática, durante o curso colegial. Simultaneamente ao seu ingresso como aluno de graduação da Universidade Católica de Campinas (UCC, atual PUC-CAMP), em 1951, Ruy Madsen começou a lecionar Matemática em escolas de Campinas, mas, segundo ele, devido às suas experiências como aluno, não se acomodava no padrão de ensino da época. Apesar de se considerar um professor muito exigente, preocupava-se com o entendimento dos estudantes, procurando fazer com que descobrissem as regras matemáticas e não apenas as aceitassem.

Durante o VII EPEM, O professor Ruy falou um pouco mais sobre suas preocupações como professor e de sua relação com os livros didáticos que utilizava:

> Esforçava-me para ser bom professor, não só do ponto de vista do conteúdo de matemática, mas também quanto ao aspecto didático; construímos, como outros colegas de outros estabelecimentos de ensino público, uma razoável quantidade de materiais pedagógicos que serviam de bons recursos auxiliares, tanto no ginásio, como no colegial ou no normal. (BARBOSA, 2004, p. 4).

Em entrevista a Oliveira (1997, p. 32), o professor Ruy falou do seu incômodo em relação aos livros didáticos quando era professor: “Na verdade”, ele disse, “eu nunca segui exatamente o livro didático, mas era ponto de referência, ainda que às vezes adotava-o e completava com outras ilustrações ou assuntos”. Nossa impressão ao analisar a Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários* foi a de que o texto atendia exatamente essa perspectiva do autor quando ele era professor: Ruy Madsen parece ter elaborado sua coleção para que outros professores a usassem como guia, como base ou apoio em aula, sem ser seguida linearmente ou passo-a-passo. Desse ponto de vista, o leitor preferencial do autor Ruy Madsen para essa Coleção é bastante próximo ao professor Ruy Madsen do início de carreira.

Em sua Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professor primário*, ao tratar das frações, ele afirma que “nunca, como infelizmente se faz, [se deve] justificar a regra com a absurda escrita: $\frac{3}{lápis} +$

$\frac{5}{lápis} = \frac{8}{lápis}$ e com expressões semelhantes" (BARBOSA, 1966, v. 2, p. 158). Curiosamente, em sua apresentação no VII EPEM, ele conta sobre alguns "conselhos pedagógicos" – "jóias raras", como ele se refere ironicamente a esses conselhos – que recebeu à época em que era professor[180]: para o caso da adição de frações homogêneas, os alunos acharão a regra. "Ser-lhes-ão feitas perguntas como estas: 3 lápis com 5 lápis quantos lápis são? – Resposta: 8 lápis. Escrevam assim: $\frac{3}{lápis} + \frac{5}{lápis} = \frac{8}{lápis}$" (BARBOSA, 2004, p. 5). Em outro momento do evento, o professor Ruy Madsen deixou evidente que se preocupava com o ensino de Matemática e, consequentemente, com seus alunos, e procurava estratégias para ajudá-los, nem sempre acertando:

> Minhas preocupações com a aprendizagem de matemática aumentavam, daí imaginarmos um outro recurso auxiliar, a hipnose. Estudamos hipnotismo, chegamos a organizar algumas sessões públicas com a finalidade de que os alunos acreditassem e ficassem influenciados pelo nosso "mágico poder". Realizamos experiências com alunos, os que desejavam estudar me procuravam antes da saída, os hipnotizava, procurando inserir em suas mentes de que não conseguiriam dormir se não tivessem estudado matemática. Na aula seguinte narravam o ocorrido: *De fato não conseguiam dormir antes de estudar!* Ótimo! Estavam dando certo as experiências "educacionais"; mas, num certo dia "caíram minhas fichas de pesquisador", percebi que estava errado, desde que quem me procurava é porque já queria estudar matemática, etc., etc.... Que fracasso! Nada mudou (BARBOSA, 2004, p. 6).

Outro tema que vem à cena nas entrevistas de Ruy Madsen é o Movimento Matemática Moderna (MMM). Esse Movimento, como sabemos, não teve seu início no Brasil, mas em nosso país vários esforços concentrados foram realizados para renovar o ensino de Matemática a partir dos preceitos ditados pelo MMM. O Movimento, segundo a farta literatura disponível sobre ele, surgiu, em boa medida, da corrida tecnológica entre Estados Unidos e União Soviética. A Rússia havia lançado ao espaço o primeiro satélite artificial no que ficou conhecido como a Missão Sputnik, e na sequência enviou o primeiro ser vivo ao espaço (a cadela Laika), colocando-se à frente dos outros países na corrida espacial. Devido à II Grande Guerra, até então os Estados Unidos lideravam essa corrida. Abalados com o sucesso da Missão Sputnik, os americanos

[180] No caso, trata-se de uma sugestão específica, divulgada nas documentações do INEP (Instituto Nacional de Ensinos Pedagógicos) no ano de 1955 (Cf. Barbosa, 2004).

decidiram investir na pesquisa Matemática (mais particularmente no desenvolvimento de estudos relacionados às equações diferenciais, como nos explica Onuchic na mesa redonda do SNHMat à qual já fizemos referência). Em decorrência, era necessário alterar os programas escolares como estratégia para aprimorar o nível científico dos jovens e, por consequência, do país. Ancorados em estudos e propostas que já estavam em discussão na Europa, os Estados Unidos foram constituindo grupos de pesquisa voltados ao ensino de Matemática que se tornaram emblemáticos, como o SMSG (School Mathematics Study Group) que vieram a formar professores de vários países (Sangiorgi foi um dos brasileiros vinculados a esse Grupo) de modo a difundir, no mundo, a renovação pretendida para o ensino de Matemática.

Como parte dessa estratégia de difusão do MMM, nos anos de 1955, 1957 e 1959 foram realizados os I, II e III Congressos Nacionais de Ensino da Matemática[181], que tiveram como um de seus principais idealizadores a professora Martha Dantas[182]. Esses eventos foram importantes momentos para a apresentação e consolidação do Movimento Matemática Moderna (MMM) no Brasil, que rapidamente foi difundido, tendo como um dos principais vetores dessa difusão o professor Osvaldo Sangiorgi[183] e os livros didáticos do qual ele era autor. Ruy Madsen relata, em suas entrevistas, sua participação nesses eventos e no Movimento.

Mesmo antes do advento dos Congressos Nacionais de Ensino da Matemática, Ruy Madsen Barbosa já participava dos poucos congressos e eventos existentes na época, mas foi também assíduo participante desses

---

[181] O I Congresso Nacional de Ensino de Matemática no Brasil ocorreu em Salvador – BA, em 1955, e contou com a presença de 115 professores. Nesse evento foi elaborado um Programa de Matemática para o ensino secundário. O segundo Congresso ocorreu em 1957, em Porto Alegre – RS, e estiveram presentes 240 pessoas. Nessa segundo edição iniciam-se as discussões sobre a Matemática Moderna, além de ter sido, ali, retificado o programa aprovado anteriormente. O terceiro Congresso foi no Rio de Janeiro, com 500 participantes, para avaliar as experiências no ensino de Matemática da época (Valente, 2008).

[182] Formada em 1948, Martha Maria de Souza Dantas foi uma das fundadoras do Instituto de Matemática e Física da Universidade Federal da Bahia (UFBA), onde começou a lecionar em 1952, solicitando afastamento em 1953 para observar o ensino de Matemática e sua organização em outros países – viajou para a Bélgica, Inglaterra e França. Ao retornar ao Brasil, organizou o 1° Congresso Nacional de Ensino de Matemática, em 1955. Além de muito influente no campo do Ensino de Matemática no Brasil, foi autora de livros didáticos de Matemática e uma das percussoras do MMM no país.

[183] Nascido em 1921, Osvaldo Sangiorgi cursou licenciatura na USP, mestrado na Universidade de Kansas (EUA) e doutorado em Matemática pela USP.

Congressos Nacionais. Em Baraldi (2003), o professor Rubens Zapater foi depoente e afirmou que:

> Participei, em 1959, no Rio de Janeiro, do 3º Congresso do Ensino de Matemática, onde conheci Ruy Madsen Barbosa e outros professores de renome, tais como Luiz Mauro Rocha, Osvaldo Sangiorgi e Renate Watanabe, um pessoal muito bom (BARALDI, 2003, p. 47, depoente Rubens Zapater).

Foi durante esses eventos que o ensino de Matemática começou a ser discutido mais sistematicamente em um fórum ampliado. A partir dos anais do II Congresso, de 1957, apesar de neles não haver menção específica ao professor Ruy Madsen, percebe-se que o ensino primário foi muito discutido. Muitos professores palestraram ou ministraram cursos sobre métodos de ensino e exercícios recomendáveis às crianças.

Isso pode ter ocorrido, pois, segundo França (2012), nessa época apenas o ensino primário era obrigatório e gratuito – garantido pela Constituição de 1934[184]. Além disso, as migrações em direção a São Paulo e o grande crescimento econômico desse estado aumentaram bruscamente a demanda social para a educação, agravando uma crise já existente no sistema educacional brasileiro,

> A expansão do número de vagas oferecidas pelo governo entre 1945 e 1960 ainda não contemplava as necessidades da população paulista [e] a busca de soluções que viabilizassem um rápido atendimento às necessidades das crianças por vagas em escolas públicas não dava conta do grande crescimento demográfico do Estado (FRANÇA, 2012, p. 246).

Em meio a toda essa agitação relacionada ao ensino de Matemática no Brasil dos anos 50, em 1957 criou-se, como Instituto Isolado Superior do Estado de São Paulo, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara (FFCL, atual UNESP), que começou a funcionar efetivamente em 1959 (SANCHES, J. R. *Sobre a Faculdade de Ciências e Letras*. Disponível em: https://www.fclar.unesp.br/#!/instituicao/ . Acesso em: 04 de março de 2019). Ruy Madsen Barbosa ingressou como professor dessa universidade um ano depois, em 1960, por indicação do professor Osvaldo Sangiorgi ao Diretor

[184] Para o Ensino Secundário estava em vigor o Decreto-Lei n° 4.244/42 (Reforma Capanema), estabelecendo a divisão do ensino secundário em 7 anos: 4 anos para o ginasial e mais 3 anos para o clássico ou científico. Essa Lei vigorou até 1961.

Fundador da instituição, o professor Paulo G. Fonseca (ZANARDI, 2012, p. 21). Ao que tudo indica, a relação entre Ruy Madsen e Sangiorgi era de proximidade. Sabe-se, por exemplo, pelo jornal *O estado de São Paulo* do dia 16 de agosto de 1959, que ambos proferiram palestras na *Semana da Matemática* na UCC, e sabendo que a comunidade de professores e pesquisadores paulistas, comprometidos com a difusão do MMM, não era grande, nos parece natural essa proximidade (pelo menos no que diz respeito às relações profissionais).

No ano em que o Professor Ruy ingressou como professor da FFCL ainda não havia, ali, curso de Matemática. Ele ministraria aulas para o curso de Química (em processo de criação) mas, devido aos atrasos na instalação desse novo curso, lecionou Matemática para o curso de Pedagogia durante alguns anos e posteriormente para o de Ciências Sociais. Essas atividades são parte das experiências de Ruy Madsen com o ensino primário, já que nada consta sobre ele próprio ter sido professor desse nível de ensino. Por outro lado, participavam dos grupos difusores do MMM vários professores – notadamente professoras[185] – que elaborariam livros de Matemática para o ensino primário, segundo os parâmetros do Movimento, hoje tomados como referência. Certamente Ruy Madsen teve contato com essas professoras, o que contribuiu para sua experiência relativa à Matemática nesse nível de ensino.

Sabemos que o professor Ruy também teve contato com professoras do ensino primário através (a) de cursos ministrados pelo GEEM e pelo CRAEM, grupos dos quais ele fazia parte, (b) das aulas que ministrava no curso de Pedagogia, e (c) também por projetos da própria faculdade em que era professor. Em entrevista à Martins-Salandim (2012, p. 95), Ruy Madsen cita alguns nomes de professoras (alunas na época) que participaram de projetos, "a Iniciação Científica. Isso sim.... Tinha vários alunos. Bom, o próprio casal, Gasparzinho e Cidinha"[186]. O professor Ruy relembra de vários outros nomes de professoras que foram suas alunas durante a graduação:

---

[185] Entre as professoras com que Ruy Madsen Barbosa teve contato estão Elza Babá Akama, Esther Pillar Grossi (do GEEMPA, de Porto Alegre), Inayá Bittencourt e Silva (professora da faculdade de Araraquara), Lucília Bechara Sanches; Manhucia Perelberg Liberman (conhecidas pela publicação de livros didáticos para o primário, segundo o ideário da Matemática Moderna); Martha Blauth Menezes (uma das organizadoras do II Congresso Nacional de Ensino de Matemática, de 1957) e Renate Gompertz Watanabe.

[186] José Gaspar Ruas Filho e Maria Aparecida Soares.

> Mas muitos professores que se formaram em Araraquara foram atuar na Educação Básica, por exemplo, a Zulmira[187], a Clóris Bentley[188]. É isso mesmo.... Seguindo aquela lista dos formandos na primeira turma eu posso dizer se foram ou não foram ser professores da Educação Básica: Alice Keiko Yueisaú ficou no Magistério, chegou a trabalhar na cidade de Rio Claro; Ana Maria Castelli Brandão também ficou no Magistério; Elizabeth Barêa, não sei... Maria Amélia de Moura Ramos ... Vera Lúcia Bambozzi, da região de Matão, foi para a Educação Básica (MARTINS-SALANDIM, 2012, p. 95, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Em mais de uma entrevista, o professor Ruy afirma que até o início da década de 1960, o mercado livreiro (no caso que nos interessa mais diretamente, o mercado de livros didáticos de Matemática) era dominado por autores do estado do Rio de Janeiro, que até 1960 era a capital federal. Isso é provável devido aos autores cariocas estarem privilegiadamente próximos ao poder central da República, e por isso, terem acesso às Propostas Curriculares do Ministério da Educação e Cultura de modo que tão logo se publicava uma nova proposta, uma série de livros didáticos – respondendo a essa nova proposta – também era por eles publicada. Esse fato foi explicitado por Ruy Madsen em depoimento à Oliveira (1997) e posteriormente relembrado no texto apresentado durante o VII EPEM (2004),

> ...no começo os livros didáticos eram, na maioria, de autores do Rio de Janeiro e, exporadicamente[189], o livro do Algacyr[190] que era de Curitiba. Porque na verdade, ou eles tinham acesso ou eles mesmos eram os autores da Proposta Curricular do Ministério. Então quando saia o Programa Mínimo do Ministério[191], saia também o livro didático. Portanto, naquela

[187] Zulmira Merussi Neiva (nota nossa).
[188] Cloris Maria Bentley de Castro.
[189] [sic.] (nota nossa).
[190] Algacyr Munhoz Maeder (1903 – 1975) foi professor de Física, autor de livros de Matemática e prefeito de Curitiba em 1945 (nota nossa).
[191] Em 1930, foi criado um programa de ensino de matemática (Programa Mínimo) a partir das ações de Lourenço Filho, que tinha como estratégia deixar que cada professor estabelecesse seu programa de ensino, de acordo com suas necessidades, o que não funcionou. Com a saída de Lourenço Filho da Diretoria Geral do Ensino Paulista, em 1931, três anos depois a Constituição atribuiu à União a responsabilidade de traçar diretrizes da educação nacional e fixar um Plano Nacional de Educação, que deveria ser elaborado pelo Ministério da Educação. Foi neste mesmo ano, 1934, que o então diretor Francisco Azzi começa a publicar no jornal *Diário Oficial do Estado de São Paulo*, em várias datas, o "Projeto de Programa Mínimo para o Curso Primário", que só foi oficializado pelo Diretor de Ensino Luiz Mota Mercier alguns meses depois. Segundo Valente (2016) "o programa mínimo representou uma apropriação dos processos experimentais que deveriam ditar o que e como ensinar matemática nos primeiros anos escolares, em busca de uma organização psicológica desses ensinos". <disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982016000200187&lng=pt&tlng=pt . Acesso em 13 de agosto de 2019) (nota nossa).

> época, seguir o livro didático era seguir a proposta curricular. Inclusive, a própria sucessão dos capítulos dos livros era a mesma sequência do programa mínimo fixado pelo Ministério, esse fato só mudou por volta da década de 1960, quando a influência de São Paulo, que havia iniciado com alguns autores da época, por exemplo, Carlos Galante, Castrucci, Geraldo Santos Lima, o livro antigo do Sangiorgi ou a coleção, por exemplo, do Colégio dos Professores de Filosofia da USP da Rua Maria Antônia. Na década de 60, coincidentemente com o Movimento da Matemática Moderna, principalmente do GEEM, que foi o iniciador, é que tiveram maior aceitação, principalmente a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e outras Secretarias de outros estados através dos grupos. Então, acabou aquela influência e praticamente fez também com que os livros didáticos do Rio perdessem essa grande influência (OLIVEIRA, 1997, p. 46, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Além do descontentamento generalizado em relação à Matemática tradicional, a mudança da capital para o interior de Goiás, como parte das políticas do Governo Kubitschek foi um divisor de águas no que diz respeito ao mercado editorial dos livros didáticos.

Em meio a essa situação de descontentamento com o ensino por parte dos professores de Matemática e de novas políticas para o país, o professor Sangiorgi retorna dos Estados Unidos[192] – onde havia atuado junto ao SMSG[193] – e organiza um curso de aperfeiçoamento para professores de Matemática para o qual convidou – por telefone – Ruy Madsen Barbosa, que já lecionava na faculdade de Araraquara.

Através de um acordo com a National Science Foundation[194] (NSF) e com parceria da Secretaria de Educação, das faculdades Mackenzie (local em que

---

[192] "Os professores Lafayette de Moraes e Osvaldo Sangiorgi foram enviados aos Estados Unidos para um estágio, no período de junho a agosto de 1960, sendo que Osvaldo Sangiorgi foi ao Kansas e Lafayette de Moraes a Nova York (OLIVEIRA FILHO, 2009, p. 43; apud OLIVEIRA, SILVA, VALENTE, 2011, p. 23).

[193] "No início da década de 50, uma Comissão Internacional constituída principalmente dos matemáticos André Lichnerowics, Gustave Choquet , Jean Dieudonné, do lógico-matemático Ewart Beth, do pedagogo-matemático Caleb Gattegno e do psicólogo Jean Piaget, se reunia, em vários países europeus, com o objetivo de modernização da matemática na escola secundária e estabelecer planos para sua execução. Em 1955 é publicado o livro "*L'enseignment dês Mathematiques*" com sugestões da introdução na escola secundária do que chamavam Matemática Moderna. Nos Estados Unidos da América do Norte, principalmente, a partir de 1956 formaram-se grupos de estudo, ligados a universidades, que após pesquisas no campo, com recursos de grandes e poderosas fontes financeiras, forneciam cursos e livros (do mestre e do aluno) " (Barbosa, 2004). O SMSG, sigla para Grupo de Estudos de Matemática Escolar, em português, foi um desses grupos. Criado em 1958, seu foco foi a reforma do ensino de matemática da época.

[194] A NSF, sigla para Fundação Nacional da Ciência, em português, foi criada em 1950, vinculada ao Governo dos Estados Unidos, com o objetivo de promover a pesquisa e a educação nos campos da ciência e da engenharia.

ocorreram as reuniões) e da USP, foi realizado o curso *Especialização em Matemática para Professores Secundários*, em 8 semanas intensivas, para apresentação e exploração do ideário renovador proposto pelo MMM (Cf. p.e., RODRIGUES, 2010). Apesar de terem sido oferecidas 50 vagas, o professor Ruy contou à Lima (2006) que não chegou a dez o número de inscritos (o número de participantes era maior, mas nem todos estavam inscritos).

Figura 72 - Participantes do curso

"Participantes do Curso Mackenzie (28/9/1961). Esq. para a dir., de pé: a 2a, Sueko Yassuda, ao lado de Lucília Bechara; a 6a, Manhucia Liberman, ao lado de Renate Watanabe. O professor de pé, na extrema direita, é Alesio de Caroli. Agachados: Rui Madsen (de terno escuro, nota nossa) e, o último à direita, Alcides Boscoli " (Fonte: FRANÇA, 2012, p. 77).

O início da Especialização deu-se no primeiro dia de agosto e sua finalização no último dia do mês de setembro do ano de 1961, num contexto em que também a Educação nacional passava por alterações radicais a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/4024, de 1961)[195],

[195] O Ministério da Educação foi criado em 1931 – ano que se iniciou a obrigatoriedade e gratuidade do ensino primário. Em 29 de outubro de 1948, o projeto de Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional foi encaminhado à Câmara Federal, mas somente em 20 de dezembro de 1961 é que foi promulgada, por João Goulart, a primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira, Lei n°. 4024, descentralizando e criando Sistemas Estaduais. Essa lei revogou a Reforma Capanema (Decreto-Lei n° 4.244/42). O ensino ginasial passou a ser obrigatório somente em 1971, a partir da Lei n°. 5692/71, já com a nomenclatura de primeiro grau. (Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 30 de julho de 2019).

> esta foi a primeira legislação a tratar de todos os níveis da Educação, válida para todo o território nacional, e que deu passos importantes para a unificação dos sistemas de ensino na descentralização e flexibilização curriculares (FRANÇA, 2012, p. 71).

O curso de Especialização organizado por Sangiorgi foi ministrado pelo professor George Springer, do Departamento de Matemática da Universidade de Kansas (EUA), que lecionou *Lógica Matemática* auxiliado por outros três professores de São Paulo: Alésio João de Caroli[196], que ministrava *Teoria dos Conjuntos*, Jacy Monteiro[197], com *Estruturas Algébricas*, e o próprio Sangiorgi, com *Práticas de Matemática Moderna* (NAKAMURA, 2017, p. 515). O principal material utilizado foi o livro texto de John G. Kemeny, Hazleton Mirkil, J. Laurie Snell e Gerald L. Thompson, intitulado *Finite Mathematical Structures,* publicado pela Prentice Hall. Esse curso foi divulgado pelo jornal *Folha de São Paulo* em julho de 1961 e, ao que tudo indica, foi uma das atividades precursoras mais importantes do início do Movimento Matemática Moderna no Brasil.

O MMM, já fortemente presente nos Estados Unidos e na Europa, tinha como uma de suas principais pautas a atualização dos professores, vista como essencial para o sucesso na implantação do ideário. Seu discurso era carregado da necessidade de uma Matemática atual, mais próxima dos desenvolvimentos científicos, então atuais, da área. No caso, a opção foi ter como referência os estudos do Grupo Bourbaki, centrados na ideia de uma estruturação formal rígida, fundada na Teoria dos Conjuntos e das Estruturas Algébricas, privilegiando conceitos topológicos como o de transformação que apoiaria, por exemplo, uma modernização no ensino de Geometria. Ao mesmo tempo, o ensino dessa Matemática fundada na ideia das estruturas seria parametrizado pelas teorias piagetianas, prometendo um ensino mais eficiente, que fizesse sentido para os alunos e se adequasse à realidade da sociedade, visando a tornar prazerosa a aprendizagem (Cf., p.e., BURIGO, 1989 e SILVA, 2006).

No Curso de Especialização ministrado por Springer essas ideias foram certamente centrais, e foi também certamente decisivo o apoio dado a ele pelos professores que atuaram como seus auxiliares: os três bastante reconhecidos

---

[196] Caroli, membro do GEEM, foi atuante no MMM no Brasil e autor de livros didáticos de Matemática. É professor aposentado da USP e da PUC.

[197] Luiz Henrique Jacy Monteiro (1921 – 1975).

pela excelência da produção matemática, sendo dois deles, em especial – os professores Jacy Monteiro e Alésio – já reconhecidos pelo seu envolvimento com a Matemática profissional e ambos autores de livros didáticos de referência para o ensino superior. Acreditamos que Ruy Madsen, como aluno dessa experiência, possa ter aproveitado essas informações e as divulgado em sua Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, nosso tema nesta dissertação.

Com o término do curso de Especialização, o professor Sangiorgi, em conjunto com alguns participantes (inscritos e não inscritos) do grupo continuaram a se encontrar e decidiram pela criação e gerenciamento de um grupo de estudos voltado à Matemática Moderna. Foi, assim, fundado o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática[198] (GEEM), com uma diretoria e várias comissões, em outubro de 1961, no mesmo ano em que Ruy Madsen defendia seu doutorado. Em entrevista a Lima (2006), o professor Ruy lembrou que

> em 1961, foi quando eu fiz o meu doutorado, o próprio Springer veio assistir o meu exame, porque eu mexia naquela época com probabilidades e diferenças finitas também. Eu tive satisfação que ele viesse, ele e um grupo, como eu falei, havia muita amizade entre todos. O espírito era para formar um grupo de estudo, de trabalho, é claro que alguns não puderam participar por questões de distância ou de bagagem pessoal, mas criamos vários níveis, entre os participantes, haviam aqueles que estavam simplesmente assistindo, outros que não tinham bagagem própria para isso. Então formou-se o grupo GEEM nesse período, com sua primeira direção constituída por alguns desses que não fizeram o curso, mas participavam dele (LIMA, 2006, depoente Ruy Madsen Barbosa).

O GEEM tornou-se um marco na divulgação e consolidação do MMM no Brasil, tendo como inspiração o grupo americano School Mathematics Study Group (SMSG). Os integrantes do GEEM se reuniam para estudar, discutir e relatar experiências. Os participantes publicaram vários livros e textos, e a partir de 1962 começaram a oferecer cursos com o apoio integral da Secretaria de Educação. Segundo Búrigo (1989, p. 108), nessa época foi publicado o primeiro

[198] No art. I (Estatutos) constava: "O GEEM tem por finalidades, a – incentivar, coordenar, divulgar e atualizar a Matemática, bem como o seu ensino, nos cursos primário, secundário e normal, principalmente nos estabelecimentos do Estado de São Paulo, através da cooperação direta com a Secretaria dos Negócios Educação de São Paulo; b – promover intercâmbio com entidades congêneres e Centros Universitários, nacionais e estrangeiros, a fim de que se introduza no ensino brasileiro, na medida dos recursos pedagógicos, os fundamentos da Matemática contemporânea" (Barbosa, 2004, p. 7).

livro do GEEM, *Matemática Moderna para o Ensino Secundário*, patrocinado pelo Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura – IBECC, pela USP e pelo Programa de Emergência para o Ensino Primário e Médio. O professor Sangiorgi contou que "era um entusiasmo muito grande (...) Sempre havia aqueles que diziam o que estavam fazendo, o que estavam aplicando. Isso era ótimo. Era um movimento, e a gente sentia isso." (BÚRIGO, 1989, p.114, depoente Osvaldo Sangiorgi). Segundo o que o professor Ruy contou à Lima (2006), o GEEM recebia professores de várias partes do país, relatando que os cursos oferecidos chegaram a ter 500 professores participantes.

As experiências realizadas pelo GEEM estavam concentradas em 17 estabelecimentos de ensino, entre eles o Colégio Santa Cruz (BÚRIGO, 1989, p. 109), o Grupo Escolar Experimental da Lapa (BÚRIGO, 1989, p. 113), o Colégio de Aplicação da USP[199] e o Ginásio Vocacional do *Brooklin*, sendo estes dois últimos os de maior foco, principalmente os vocacionais, pois fazia parte de um grande projeto de ensino alternativo. Segundo Búrigo,

> Entre essas experiências, é importante destacar a do Colégio de Aplicação e principalmente a do Ginásio Vocacional, porque através delas o movimento da matemática moderna se articulava com um movimento de inovação pedagógica mais amplo (BÚRIGO, 1989, p. 138).

Em depoimento a Rodrigues (2010, p. 91), o professor Roberto Siena Tofeti[200] também evidenciou a presença da Matemática Moderna nos Ginásios Vocacionais, "O que me levou a trabalhar com a Matemática Moderna foi ter me candidatado a professor do Vocacional, onde era exigido que se trabalhasse com a Matemática Moderna". Em Nakamura (2017), a professora Esméria Rovai[201], ao ser questionada sobre como eram as propostas relativas à Matemáticas para os vocacionais, respondeu "Para começar, a matemática era a Matemática

---

[199] Através de um convênio entre a Secretaria da Educação e a Faculdade de Filosofia da USP, além de realizar experiências no ensino, a Escola de Aplicação ficou conhecida devido as propostas pedagógicas diferenciadas. "As origens da Escola de Aplicação encontram-se na criação de uma classe experimental de 1° ano primário associada ao Centro Regional de Pesquisas Educacionais de São Paulo Professor Queiroz Filho (CRPE – SP). A partir dessa classe foi constituída, em agosto de 1958, a Escola Experimental com o objetivo de realizar ensaios de técnicas de ensino, bem como oferecer cursos de aperfeiçoamento para professores". (Disponível em: <http://www2.ea.fe.usp.br/escola-de-aplicacao>. Acesso em: 29 de julho de 2019).

[200] Roberto Siena Tofeti (1940 – 2018). Cursou Matemática na USP, mesmo local de sua Pós-Graduação, fez parte do primeiro grupo de professores do Ginásio Vocacional de Batatais.

[201] Nascida em 14 de setembro de 1938, foi professora de Recursos Audiovisuais no Ginásio Vocacional de Batatais e de São Paulo, sua experiência teve início em 1965 durando até a extinção do colégio.

Moderna" (NAKAMURA, 2017, p. 133). O MMM é citado em vários outros depoimentos, confirmando sua circulação nos Ginásios Vocacionais.

Primeiro Ginásio Vocacional foi inaugurado em 1962 e em 2 anos foram criados outros 5 (totalizando 6): o Ginásio Vocacional *Osvaldo Aranha* em São Paulo, conhecido também como *Brooklin*, o Ginásio Vocacional *João XXIII* em Americana, o Ginásio Vocacional *Cândido Portinari* em Batatais, o Ginásio Vocacional *Embaixador Macedo Soares* em Barretos, o Ginásio Vocacional *Vila de Santa Maria* em São Caetano do Sul, e o Ginásio Vocacional *Chanceler Raul Fernandes* em Rio Claro (essa a única escola cujo prédio foi construído especificamente para abrigar um Vocacional – os demais foram instalados em prédios adaptados) (NAKAMURA, 2017). No total, o GEEM se envolveu com 17 estabelecimentos de ensino, com experiências mais concentradas em seis deles, os vocacionais.

Os Ginásios Vocacionais baseavam a educação escolar na *Teoria de Mounier*[202], e a Matemática tinha como agenda o MMM. Cada ginásio possuía a sua proposta, já que, contrária à padronização, o ensino Vocacional era centrado no contato do aluno com a realidade – em especial, a realidade próxima –, concebendo cada estudante como indivíduo inserido em um tempo e em uma história, oferendo estímulos para que buscassem recursos necessários em seus contextos, estimulando seu pensamento e sua busca por conhecimento. As experiências do GEEM nos Vocacionais também incluíram cursos ministrados para os professores e pais dos estudantes (NAKAMURA, 2017).

Em 27 de junho de 1961 foi criado o Serviço do Ensino Vocacional – SEV, pelo Decreto Estadual n° 38.643, art. 302, com a função de coordenar as unidades de Ginásios Vocacionais e estando subordinado ao Gabinete do Secretário Estadual da Educação. A atuação do SEV foi encerrada em 1969 (disponível em: <http://www4.pucsp.br/cedic/fundos/servico_de_ensino.html>. Acesso em: 3 de dezembro de 2019). Segundo França (2012), durante o seu funcionamento, o SEV foi responsável por 9 treinamentos, com duração de 5 meses cada, que ocorreram simultaneamente aos cursos do GEEM.

A experimentação em salas de aula reais era uma das características do MMM, proposta por seus idealizadores do SMSG. No Brasil não foi diferente. Na

[202] Emmanuel Mounier, filósofo francês.

Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, Ruy Madsen afirma, em um dos volumes, que as atividades propostas haviam sido, com sucesso, aplicadas a salas de aula reais. Nessa época o professor Ruy não ministrava mais aulas no ensino primário e/ou secundário, e, segundo contou a Lima (2006), escrevia textos, apresentava e discutia no grupo, e depois pedia para que alguns professores aplicassem em suas aulas. “Vários fizeram isso, inclusive eu fiz”. No seu caso específico, Ruy Madsen realizava

> essas experiências em escola pública, em escola particular e também na escola particular noturna, para que se tivesse bastante resposta ao sucesso do texto, se é que era bom (LIMA, 2006, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Simultaneamente ao MMM, no Brasil, o Programa Mínimo do Ministério, começou a perder seu domínio. Aliada essa situação à mudança de capital do país já mencionada, os livros dos autores cariocas deixaram de ter influência decisiva, iniciando-se um processo em que mais autores competiam, em igualdade de condições, pelo mercado editorial dos livros didáticos. Assim, o grupo GEEM, além ministrar cursos e apoiar eventos, também começou a ter suas publicações aceitas pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e, em consequência, por várias Secretarias de outros estados. Segundo o professor Ruy, o fato de os integrantes do GEEM escreverem, apresentarem e experimentarem seus textos foi um dos fatores que

> levou autores a escreverem os seus livrinhos, reformularem seus livrinhos, mas como eles não tinham bagagem suficiente, o que aconteceu? Surgiram livros até do ensino primário, de autoras consagradas naquela época, a esse nível. Encheram suas páginas com conjuntos, mas obviamente cheios de erros (LIMA, 2006, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Nessa época, o GEEM ficou conhecido também pelas obras impressas de autoria de seus membros, e entre as muitas publicações estava a Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, que veio a público na segunda metade dos anos de 1960. A influência do e no GEEM era tamanha que, pela Lei Estadual n. 2663/63 de 1963 ele foi declarado órgão de utilidade pública.

Em entrevista a Rodrigues (2010, p. 24), o professor Afonso Celso Maurino Guimarães[203] conta que entre os participantes do grupo houve a formação de um trio, composto pelo professor Ruy Madsen e os professores Antônio Espada Filho e Douglas Peres Bellomo, que se autointitulou “os três mosqueteiros”. Esses três autores ministravam cursos e escreviam livros em parceria. O professor Ruy havia orientado Espada Filho e Bellomo no doutorado que defenderam, respectivamente, em 1968 e 1974.

Ruy Madsen Barbosa chegou a ser questionado sobre a autoria de suas obras à época do GEEM, e em entrevista a Oliveira (1997) falou sobre sua insatisfação com os livros didáticos existentes, o que contribuiu para que ele se constituísse como autor.

> ...inclusive, coincidentemente quem está falando foi um autor de livros, sendo que a coleção de colégio[204] foi feita junto com o Scipione e o Luis Mauro Rocha e, a do ginásio[205] foi feita junto com o Luis Mauro Rocha, o qual nós utilizávamos alguns elementos da proposta do GEEM com outras inovações, um pouco fortes para a época, com propostas inclusas de estudos dirigidos, trabalhos em grupos, trabalhos experimentais. Foi um livro razoavelmente aceito (OLIVEIRA, 1997, p. 48, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Em 1962 ocorreu o *IV Congresso Nacional de Ensino da Matemática no Curso Secundário*, sendo Ruy Madsen Barbosa um dos envolvidos na organização do evento, que ocorreu na cidade de Belém – PA, mais precisamente no interior do navio *Tamandaré*. Este congresso teve uma forte representação estrangeira, afirmando a origem da influência da Matemática Moderna no Brasil e a sincronia do que era realizado aqui e em outras partes do mundo. Alguns dos estrangeiros mais conhecidos que visitaram o país como parte das estratégias de divulgação do Movimento foram o professor americano Marshall Harvey Stone[206], a professora francesa Luciene Felix[207] e o professor belga Georges Papy[208]. O jornal Correio da Manhã de 30 de junho de 1962 informa que o congresso contou com 9 temários: a formação dos professores de

---

[203] Bacharel em Matemática Pura pela FFCL de Araraquara, licenciado pela USP de São Carlos-SP, o professor Afonso também participou do CRAEM.
[204] “Matemática: curso colegial moderno” (nota nossa).
[205] “Matemática: curso ginasial moderno” (nota nossa).
[206] Marshall Harvey Stone (1903 – 1989), matemático americano formado pela Universidade de Harvard.
[207] Luciene Felix (1901 – 1994), pedagoga francesa, professora do ensino secundário (na França), veio para o Brasil a convite do GEEM. Ela foi autora de livros didáticos e assistente do matemático Henri Lebesgue.
[208] Georges Papy (1920 – 2011), belga.

Matemática e as Faculdades de Filosofia; o aperfeiçoamento do professor de Matemática; correlação entre o ensino na escola e o currículo das Faculdades de Filosofia; introdução da Matemática moderna na Escola Secundária; experiências realizadas em cursos regulares ou experimentais; reestruturação do ensino da Matemática em face da Lei de Diretrizes e Bases; didática da Matemática na escola secundária; verificação da aprendizagem; liberdade de ensino.

Valente (2008) apresenta as tabelas das quais constam tanto os assuntos mínimos, ou seja, o que seria necessário ensinar nos ginásios e nos colégios, quanto algumas sugestões para o professor, resultantes das discussões ocorridas nesse evento – o *IV Congresso Nacional de Ensino da Matemática no Curso Secundário – de 1962.* Do mesmo modo, Búrigo (1989, p. 106) refere-se aos "Assuntos mínimos para um moderno programa de matemática para o ginásio". Em nenhum dos trabalhos há menção sobre o programa ou os conteúdos para o ensino primário. Só anos mais tarde foram elaborados guias destinados aos anos iniciais. É possível que a Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, tenha sua criação inspirada nessas tabelas, principalmente na do ginásio, devido à sequência escolar, pois, dependendo dos assuntos vistos no primário, não seria possível seguir com as propostas mínimas para o ginasial e, posteriormente, para o colegial, sem considerar as do ensino primário. Ou seja, inexistindo indicações objetivas, pode-se aventar a possibilidade de o conjunto de temas ter sido fixado, pelo menos em parte, como um rol de pré-requisitos, estando apoiada essa iniciativa, portanto, numa concepção sequencial para o ensino de Matemática.

Entre os assuntos mínimos para o ginasial, segundo a tabela em Valente (2008) estão: 1- Números inteiros; operações fundamentais; propriedades. Sistemas de numeração; 2- Divisibilidade; múltiplos e divisores; números primos; (...); 19- Número irracional e número real; operações fundamentais; cálculo de radicais; (...); 24- Áreas dos polígonos; medida da circunferência e área do círculo.

Na textualização realizada por Garnica (2008) podemos perceber um pouco da personalidade do professor Ruy – extrovertido, mas um tanto quanto vaidoso de suas potencialidades e produção – em sua própria fala. Há também uma crítica pontual à utilização dos livros didáticos para cópia na lousa. Críticas dessa natureza ocorrem em outros momentos dessa e de outras entrevistas, e estão inclusive nos livros da Coleção que é aqui nosso tema central:

> Só para vocês terem uma ideia eu lhes conto uma passagem que aconteceu num Congresso de Belém, no Pará. O professor Callioli[209] foi apresentar como resolver sistemas lineares sem usar determinantes. E um matemático local, que tinha feito seus estudos no IMPA, coincidentemente meu xará, desafiou, em público, que houvesse alguém que fosse capaz de resolver sistemas lineares sem usar os determinantes. Eu – como em geral sou um pouco metido –, eu me ofereci, então, que eu faria isso. E qualquer dos meus alunos. E no dia seguinte os jornais notificaram como manchete "Rui contra Rui"... E felizmente eu não precisei mostrar porque ele foi lendo e viu que era possível, e tudo que ele fez, com uma pilha de livros, foi demonstrar que, de fato, era possível... recuou... Eu me lembro, então, das palavras da colega Lourdes, que também se referiam ao que se estava preparando com os trabalhos de Polya e que, na verdade, aqui no Brasil, tem se resumido atualmente, ainda na Educação Matemática, a ficar no livrinho (GARNICA, 2008, p. 202-3, transcrição Ruy Madsen Barbosa).

No dia primeiro de abril de 1964 os militares tomaram o poder no Brasil, encerrando o governo do presidente João Goulart, que havia sido eleito democraticamente no país. Esse acontecimento ficou conhecido como golpe militar, e implicou uma grande intervenção norte-americana na educação brasileira. Nesse período de ditadura foi implantado o plano *MEC-USAID* (Ministério da Educação e Cultura-United States Agency Internacional Development), firmando vários acordos relativos à educação[210]. Entre eles, em 1965, o poder público começa a elaboração de um Plano Estadual de Educação buscando meios de responder à intensificação da demanda social em relação à escola primária. Nesse mesmo ano, 1965, no dia vinte e três de junho, foram firmadas as parcerias relacionadas ao ensino superior, divulgadas apenas em 1966, mesmo ano da criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (COLTED)[211], e também do lançamento da Coleção *Matemática, metodologia e*

---

[209] Carlos Alberto Garcia Callioli (nota nossa).

[210] "No Brasil, foram assinados doze acordos MEC-USAID, entre 1964 e 1968 – período inicial da ditadura militar –, exigindo racionalização e eficácia na aplicação de recursos. Os técnicos agiam segundo uma lógica empresarial, marcando toda a política educacional da época, caracterizada pelo desenvolvimentismo, produtividade, eficiência, controle e repressão. Os acordos enfocavam a integração das etapas do ensino, isto é, estavam vinculados a uma reorganização da escola fundamental. O governo precisava colocar todos na escola para formar mão de obra com alguma educação e treinamento, e, ao mesmo tempo, muito produtiva e barata. " (FRANÇA, 2012, p. 245).

[211] Em 1937 é criado o Instituto Nacional do Livro (INL – atual Programa Nacional do Livro Didático, PNLD), através do Decreto-Lei n° 93. Um ano depois, é instituída a Comissão Nacional do Livro Didático – CNLD,

complementos para professores primários. Como este não foi um acordo aceito pelo meio acadêmico, em 1967 firmou-se novo convênio com a finalidade de planejar um trabalho em conjunto com a Diretoria do Ensino Superior, procurando atender às necessidades brasileiras. Dessa nova parceria surgiu o relatório publicado em 1968, mesmo ano da Reforma Universitária[212] e da promulgação do AI-5[213].

A partir de 1968 houve um aumento no oferecimento de ensino superior devido às novas propostas educacionais da época que, de modo geral, visavam à preparação de mão de obra especializada para o mercado de trabalho, dada a grande expansão de indústrias. Em novembro deste mesmo ano foi criada a versão preliminar do programa do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE – cuja finalidade era angariar recursos e aplicá-los em financiamento de projetos de ensino. Sua versão final foi publicada um ano depois, em 1969 (FRANÇA, 2012).

O contexto do golpe militar era propício ao desenvolvimento das propostas da Matemática Moderna, visto a predominância da matriz americana que se aliava às intervenções propostas pelos planos MEC-USAID. Uma situação de euforia dava-se em relação ao mercado que se abria (dada a grande expansão do sistema privado de ensino superior, bem como do sistema editorial), gerando disputas acirradas. Segundo o professor Lafayette de

---

Decreto-Lei n° 1.006. Em 1.945 cria-se a legislação acerca da produção, importação do livro didático (Decreto-Lei 8.460). Em 1.966, é criada a COLTED, para coordenar ações de produção, edição e distribuição do livro didático (disponível em: <http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/518-hist%C3%B3rico>. Acesso em: 09 de dezembro de 2019).

[212] O governo militar iniciou diversas mudanças na organização do ensino superior, aprovando-as por meio da Lei n. 5540/68 (https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-5540-28-novembro-1968-359201-publicacaooriginal-1-pl.html. Acesso em 07 de agosto de 2019), entre as medidas, temos a desintegração dos institutos isolados, mais especificamente das FFCL (fato que ocorreu em 1976), unindo-as no que se transformou na UNESP. Também abriu condições para o ensino privado comercial, ou seja, "estruturado nos moldes de empresas educacionais voltadas para a obtenção de lucro econômico e para o rápido atendimento de demandas do mercado educacional" (disponível em http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73302009000100002. Acesso em 07 de agosto de 2019).

[213] O AI 5, ou Ato Institucional n. 5, "autorizava o presidente da República, em caráter excepcional e, portanto, sem apreciação judicial, a: decretar o recesso do Congresso Nacional; intervir nos estados e municípios; cassar mandatos parlamentares; suspender, por dez anos, os direitos políticos de qualquer cidadão; decretar o confisco de bens considerados ilícitos; e suspender a garantia do habeas-corpus" (disponível em: https://cpdoc.fgv.br/producao/dossies/FatosImagens/AI5. Acesso em 07 de gosto de 2019 e http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/AIT/ait-05-68.htm. Acesso em 07 de agosto de 2019). Logo, impossibilitava educadores de se posicionarem em relação às leis e decretos sobre a Educação.

Moraes[214], na textualização apresentada em Garnica (2008), os materiais do grupo SMSG que estava sendo traduzida e adaptada para o Brasil, parou de ser realizada para deixar o campo aberto à chegada de livros comerciais.

> Em 64 todo mundo sabe o que houve aqui – uns chamam de revolução, outros chamam de golpe – mas o fato é que com isso todos os planos educacionais da FUNBEC[215] (cujo diretor, naquele tempo, era o Isaias Raw, que logo depois foi caçado) foram por terra e houve então uma mudança grande. A coleção do SMSG que, em sua fase inicial, tinha programado uns vinte volumes, parou mais ou menos no décimo quinto, e surgiram então os livros comerciais... (GARNICA, 2008, p. 172, transcrição Lafayette de Moraes).

O jornal *O estado de São Paulo* continuava noticiando cursos e publicações relativas ao MMM. Em 1965, por exemplo, o nome do professor Ruy Madsen Barbosa apareceu pelo menos duas vezes na mídia: numa delas como responsável por um curso para professores, intitulado *Matemática moderna aplicada*, e outra como autor de artigo sobre aplicações combinatórias nas decisões por voto.

Nessa mesma época, a proposta dos Vocacionais, pautadas na reflexão crítica sobre a realidade, foram consideradas ameaçadoras pelos militares, e em 1968 as experiências do GEEM nos Ginásios Vocacionais cessaram. As atividades dos próprios Vocacionais foram encerradas um ano depois, em 1969 (NAKAMURA, 2017). As reuniões do GEEM, porém, continuaram. Uma nova direção do grupo foi anunciada (tendo Ruy Madsen como um dos membros) e algumas palestras foram anunciadas pela mídia, mas, com o tempo, as reuniões foram escaseando devido aos cortes de verbas.

Em entrevista a Zanardi, 2012, o professor Dr. Jorge Nagle[216], conta como foi o período da ditadura para os professores da Unesp,

> Durante a ditadura, as universidades sofreram muito, todas. Incluindo a UNESP. Incluindo Araraquara, que é o meu caso. Talvez a que mais tenha sofrido tenha sido Rio Preto. No caso de Araraquara, parte da própria cidade se revoltou contra a gente. A cidade e o padre também, contra nós, da Filosofia. E a

---

[214] O professor Lafayette é graduado em Física pela USP e em Matemática pela Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil, possui especialização em Filosofia e mestrado em Filosofia (Lógica) pela USP, doutorado pela Pontifica Universidade Católica de São Paulo e Pós-doutorado pela Universidade de Munique. Com Sangiorgi foi aos Estados Unidos para conhecer os trabalhos do SMSG.

[215] Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências (nota nossa).

[216] Professor aposentado da UNESP de Araraquara, o professor Jorge Nagle trabalhou com o professor Ruy Madsen. Jorge Nagle foi também reitor da UNESP.

> coisa era pesada. O padre fazia sermão todo dia às seis horas contra a gente. Mas fomos suportando a pressão. O pessoal mais atrasado, mais conservador da cidade era contra a gente também. De um modo geral, diziam que nós estávamos pondo a perder os filhos deles. Foi pesado, mas acabamos vencendo (ZANARDI, 2012, p. 174, depoente Jorge Nagle).

No ano de 1966, o GEEM organizou e coordenou o *V Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática*[217], que aconteceu no *Centro Técnico da Aeronáutica* (CTA) da cidade de São José dos Campos. Segundo o jornal *O estado de São Paulo*, em artigo cuja chamada foi *Congresso de Matemática encerrado ontem no CTA*, publicado no dia 16 de janeiro, a temática do congresso foi "Matemática Moderna na Escola Secundária: articulações com o Ensino Primário e com o Ensino Universitário" (*O estado de São Paulo*, 1601/1966). O professor Ruy Madsen foi citado na matéria como tendo ministrado um "curso modelo para professores de ginásio em que se procura realçar o desenvolvimento da ciência atual quando se ensina matemática a uma criança", o curso também propõe que as noções matemáticas sejam aplicadas à vida real dos estudantes. Assuntos como "o atual cinema nacional e o problema da cultura brasileira", também fizeram parte da programação do evento. Tendo ocorrido no mesmo ano da publicação da Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, não se estranha que, mesmo voltado aos professores do Ginásio, o curso tenha divulgado o discurso e os valores que permeiam os volumes da Coleção, como foi possível perceber claramente ao estudar cada um dos volumes.

Neste mesmo ano de 1966, um dos cursos de aperfeiçoamento oferecidos a professores de Matemática do ensino médio foi divulgado no jornal *O Estado de São Paulo* em 19 de maio de 1966. Com o título de *Bolsas de estudo para professores*, anunciava-se o oferecimento de bolsas de estudo pelo Departamento de Matemática e Estatística da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara, em convênio com a Direção de Ensino e Cultura, "exigindo como condição mínima que o candidato tenha a licenciatura ou bacharelado em qualquer curso da Faculdade de Filosofia ou registro de

---

[217] Segundo o professor Ruy, "O V Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, realizado no Centro Tecnológico da Aeronáutica, em São José dos Campos, parece-nos, foi o do apogeu da Matemática Moderna no Brasil, com muitos trabalhos relacionados, conferencistas de renome, comunicações pertinentes, e aulas-demonstração" (BARBOSA, 2004, p. 8).

matemática no Ministério da Educação” (O estado de São Paulo, 19 de maio de 1966). Esse curso, segundo as informações dessa matéria do *Estado de São Paulo*, foi coordenado por três professores: Ruy Madsen Barbosa, Osvaldo Sangiorgi e Clara Betanho.

A criação do curso de Matemática em duas modalidades – Licenciatura e Aplicada –, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara (atual UNESP), tendo o professor Ruy como um dos seus idealizadores, deu-se nesse mesmo ano de 1966. Em entrevista a Martins-Salandim (2012), Ruy Madsen falou sobre o interesse na criação do curso,

> Por que nós criamos o curso? Questão difícil. Nós já pesquisávamos, produzíamos, e tínhamos vários trabalhos publicados. Tínhamos um Departamento de Matemática bem organizado, o que influiu para que tivéssemos o Curso de Matemática. Mas criamos o curso de Matemática porque na região faltavam professores que tivessem esse gabarito (MARTINS-SALANDIM, 2012, p. 94, depoente Ruy Madsen Barbosa).

> Devido à nossa produção em Araraquara, com trabalhos, nós conseguimos a instalação do Curso de Matemática, diurno. Naquele tempo o Conselho Estadual era um Conselho que apenas fazia uma verificação do que estava sendo realizado (MARTINS-SALANDIM, 2012, p. 91, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Eram várias, portanto, as atividades do prof. Ruy Madsen à época: além de membro do GEEM, fazia parte da direção do Grupo, ministrava cursos e palestras, atuava em curso de pós-graduação, participava de eventos e produzia materiais didáticos – dentre os quais a Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*. É, portanto, nesse contexto de produção variada que a Coleção foi pensada, elaborada e divulgada. Uma das preocupações do autor, em todas essas atividades, estava relacionada à formação do professor, que ele julgava insuficiente, resultando numa formação lacunar, que colocava em sala de aula professores despreparados. Note-se que, aparentemente, o adjetivo “despreparados” não diz respeito apenas à lacunaridade na formação matemática, mas também qualifica aqueles professores que não aderiram ao MMM. Isso, por sua vez, pode tanto causar estranheza – Ruy Madsen conhecia o contexto de formação de professores e sabia dos problemas que eles tinham em relação à Matemática, o que certamente implicaria dificuldades para que esses professores usassem a Coleção – quanto justificar a ênfase no formalismo que costura toda a Coleção – não era suficiente discutir Matemática com os professores: era também necessário exigir que ele se aproximasse e aceitasse um ideário específico, aquele do MMM.

No mesmo período da criação do curso de Matemática de Araraquara, foi fundado o *Centro Regional de Aperfeiçoamento em Ensino de Matemática* – CRAEM, na cidade de Araraquara, mais precisamente anexado à sala do professor Ruy no interior da faculdade. Esse grupo foi criado já com a pretensão de oferecer cursos, palestras e seminários para professores da região de Araraquara e, de um modo geral, aos professores paulistas. A ideia firmou-se durante o *IV Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática*, já citado. Em uma carta enviada à Rodrigues (2010, p. 183), Inayá Bittencourt e Silva[218] conta que o CRAEM "representou um verdadeiro movimento de reciclagem e de atualização dos professores, nem todos com formação acadêmica completa ainda". Inayá diz ainda do nítido interesse de todos os participantes em conhecer os conceitos trazidos pela Matemática Moderna. Esse grupo foi considerado por muitos como um braço do GEEM. Durante o período em que funcionaram, o professor Ruy participou de ambos os grupos (GEEM e CRAEM).

Uma outra tarefa do GEEM foi a organização da I Olimpíada de Matemática do estado de São Paulo, em 1967, em parceria com a Academia de Ciências do estado de São Paulo. Participaram estudantes dos primeiros e segundos anos do ensino secundário inferior, totalizando cerca de 100.000 crianças. Dois anos depois, em 1969, o GEEM organizou a II Olimpíada de Matemática do estado de São Paulo, abrangendo a participação dos terceiros e quartos anos do ensino secundário inferior (Cf. D´AMBROSIO, 1987 e VILLELA, 2009).

Um outro grupo da época que também merece destaque, apesar de o professor Ruy não ter feito parte dele, é o GRUEMA – Grupo de Ensino de Matemática Atualizada –, destinado exclusivamente ao ensino primário nas décadas de 1960 e 1970, e composto por professoras licenciadas em Matemática integrantes no GEEM.

---

[218] A professora Inayá atualmente é professora titular do Centro Universitário de Araraquara.

Para falarmos da criação do GRUEMA é importante, antes, partirmos da parceria firmada entre José Bento Monteiro Lobato e Octalles Marcondes Ferreira, em 1925, que fez surgir a Companhia Editora Nacional – CEN. Anos depois, em 29 de dezembro de 1966, Manhucia Perelberg Liberman, Lucília Bechara Sanches e Anna Franchi, formam uma equipe e assinam um contrato com a CEN para escrever uma coleção livros destinados ao ensino primário, *Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares* (1ª a 4ª série), publicados entre 1967 e 1974 (VILLELA, 2009). Com a chegada de Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb à equipe, ao invés de assinarem seus nomes, as autoras decidiram nomear o grupo por GRUEMA, e lançaram uma segunda coleção, publicada entre 1972 e 1980, destinada às oito séries iniciais da escolaridade, intitulada *Curso Moderno de Matemática para as Escolas de 1° Grau* (5ª a 8ª série). Além desse título, merece destaque o trabalho das professoras Lucília e Manhucia, *Grueminha Ensina Você a Pensar*, destinado à pré-escola. Com a saída de Anna Franchi do grupo, o GRUEMA passou a ser formado pelas professoras Anna Averbuch, Franca Cohen Gottlieb, Lucília Bechara Sanchez e Manhúcia Perelberg Liberman (VILLELA, 2009).

Villela (2009, p. 203), em seu conhecido trabalho sobre o GRUEMA, nos conta que durante suas entrevistas com essas autoras, nenhuma sabia a quantidade de volumes da coleção que haviam sido vendidos e, segundo ela, “todas se surpreenderam diante dos dados numéricos que apresentei”. A professora Manhucia, após saber essa informação, “em tom de brincadeira, afirmava: ‘Se vendemos mais de quatro milhões de livros e eu tivesse ganho pelo menos R$1,00 em cada livro, cadê os meus quase um milhão de reais?!!´ ”. As informações sobre a quantidade de exemplares vendidos foram obtidas por Villela, em visita ao Acervo Histórico da CEN, quando ele ainda aberto ao público.

Concomitantemente a essas publicações, algumas dessas professoras de Matemática fizeram parte de uma equipe coordenada por Manhucia Liberman para a elaboração do Programa de Matemática do Estado de São Paulo, destinado à escola primária. Desse Programa foi publicada uma versão preliminar, em 1968, com níveis I (1° e 2° anos) e II (3° e 4° anos), e sua versão final surgiu em 1969, tendo circulado pelo Brasil. Segundo Oliveira, Silva, Valente (2011, p. 43), “foi o primeiro documento produzido por professores de

Matemática; até então os programas para o primário eram elaborados pelos próprios professores primários".

Em 11 de agosto de 1971 foi aprovada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, n°. 5.692/71, "que extingue o ensino primário e o ginasial e institui o ensino de primeiro grau obrigatório, de oito anos, marcando uma nova fase" (OLIVEIRA, SILVA, VALENTE, 2011, p. 40). A partir dessa lei, que unificou o primário e o ginasial como primeiro grau, a obrigatoriedade de ensino deixou de ser somente relativa ao primário, passando para todo o ciclo do primeiro grau. Em 1975 foram implantados Guias Curriculares para o Ensino de 1° Grau – inclusive o Guia Curricular de Matemática, de autoria da mesma equipe de professoras (FRANÇA, 2012).

Nessa década de 1970, em cujo início surgiu a lei 5692, Ruy Madsen foi responsável pela construção do primeiro prédio a abrigar o curso de Matemática, de acordo com seu relato à Zanardi (2012, p. 165). Segundo ele, o curso de Matemática foi muito bem planejado, "nós não pedimos um curso de Matemática no sentido de mais um curso; mostramos serviço antes de termos o curso". A construção do prédio concretizou-se, pois, a família Lupo – tradicional família de empresários de Araraquara – estava em vias de fazer uma doação à instituição e com isso alguns professores iam a São Paulo na tentativa de convencer os empresários a apoiar a iniciativa que cada um deles apresentava. "Muito bem, todos fracassaram", afirmou Ruy Madsen. "Ele (o diretor) me disse: Olha, já falharam dois grupos aí. Você está disposto a ir lá? Você vai ser bombardeado. Eu respondi: Está bom. E fui". Foram onze viagens a São Paulo, e o professor Ruy conta que seu sucesso se deu devido aos objetivos bem delineados propostos para o novo curso. Sem a preocupação do prédio próprio, a necessidade passou a ser a contratação de professores. Querendo fugir da tradicional ideia de trazer somente professores indicados, decidiram por uma ampla divulgação do concurso, sem proteção ou predileções, o que, segundo o professor Ruy, não levou a bons resultados:

> Aparentemente isso daí é certo, mas houve um erro: entraram pessoas que ocasionaram um grande desastre lá. E que, por sua vez, em termos de votações internas, conseguiram trazer outros amigos. Quero dizer, aquilo que nós não queríamos que acontecesse, aconteceu. Aí houve brigas internas muito feias... //... então eu tirei dois anos de afastamento e fiquei ministrando cursos e proferindo conferências em várias faculdades do

> estado (ZANARDI, 2012, p. 227, depoente Ruy Madsen Barbosa).

O Prof. Dr. Afonso Celso Maurino Guimarães, que lecionava na universidade junto com o professor Ruy, relata a Rodrigues (2010, p. 26) que essas divergências, na verdade, ocorreram entre os professores Ruy Madsen Barbosa e Rivadávia Marques Junior, que não concordavam a respeito da grade curricular da Matemática e da Física Matemática. Além disso, enquanto Ruy defendia a formação de professores como foco do curso, Rivadávia defendia a formação de pesquisadores. Segundo Jorge Nagle, o início do conflito deu-se devido às posições defendidas por Ruy Madsen Barbosa, e a violência dos professores de Física chegou ao extremo após a morte do professor Rivadávia[219], levando ao pedido de demissão de Ruy.

> Esse pessoal era muito agressivo, muito agressivo. Penso que eles queriam dominar. Acho que eles eram meio contra o Ruy Madsen Barbosa, que acabou também ficando numa situação que, para mim, não foi muito clara. Eles ameaçavam os professores, eles ficavam esperando professor chegar de ônibus para ameaçar, telefonavam ameaçando família de professor. Eu nunca entendi uma coisa dessa... //... seria somente uma briga interna pelo poder e, de certa forma, uma briga acadêmica, se os ânimos não tivessem ficado exaltados e o grupo dos físicos não tivesse se tornado agressivo, truculento e até violento. Os integrantes do grupo de físicos foram afastados e acabaram por se transferir para o nordeste, provavelmente para o Ceará. (ZANARDI, 2012, p.227, depoente Jorge Nagle).

Devido a esses conflitos e à saída de Ruy Madsen como professor em Araraquara, as atividades do CRAEM se encerraram.

Em 1976, a Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP incorporou a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Araraquara, mesmo ano da decisão do fechamento do curso, onde o professor Ruy se manteve até 1978. Com o fechamento definitivo do departamento, as desavenças internas se intensificaram[220], ele pediu transferência para a unidade

---

[219] O professor Rivadávia foi atingido com um tiro no tórax durante um assalto a um posto de gasolina no qual ele se encontrava, e faleceu antes de ser medicado.

[220] Em depoimento à pesquisadora Zanardi (2012, p. 163), Ruy Madsen conta que "Aí houve brigas internas muito feias. Houve perseguição do grupo novo contra um professor local, me permito não citar o nome. Coisas bem ruins, até ameaças. Eu saí em licença, em contrário entraria em brigas. Eu tinha esse período possível, então eu tirei dois anos de afastamento e fiquei ministrando cursos e proferindo conferências em várias faculdades do estado. Esses cursos, em geral, eram os chamados de especialização. Muito bem. Acabou havendo um processo e foram demitidos professores do grupo; se não estou enganado, sete pessoas".

de São José do Rio Preto (também um Instituto Isolado até então, mas recém incorporado à UNESP como havia ocorrido com a unidade de Araraquara e outras unidades). Nessa época decidiu-se pelo fechamento do curso de Matemática de Araraquara, o que se efetivou quando da fusão dos Institutos Isolados para a criação da UNESP. O argumento para o fechamento do curso de exatas foi de que o campus abrigava predominantemente cursos da área de Ciências Humanas, e o foco da unidade seria tornar-se referência de excelência nessa área. Além disso, havia cursos de Matemática em campus muito próximos, nas cidades de Rio Claro e São José do Rio Preto (ambos da UNESP) e em São Carlos (USP).

Ruy Madsen Barbosa permaneceu na Unesp de São José do Rio Preto até a sua aposentadoria, quando, a convite do então diretor, Irineu Bicudo, ele passou a atuar na UNESP de Rio Claro.

Em meio a esses conflitos e mudanças de local de trabalho na carreira acadêmica de Ruy Madsen, também se esgotava o movimento que teve alcance mundial, o Movimento Matemática Moderna, que foi duramente criticado e começou a se desintegrar na década de 1970, consequentemente enfraquecendo o GEEM que, apesar de disposto a se atualizar, tinha sua imagem muito ligada ao Movimento e não conseguiu desvencilhar-se dessa marca, tendo finalizado suas atividades em 1976, embora tenha sido formalmente extinto apenas 1978. Na mesma época iniciou-se nos Estados Unidos – chegando ao Brasil – o movimento “Back to Basic”[221].

Segundo Búrigo (1989, p. 7), deve-se descartar qualquer hipótese que relacione a Matemática Moderna a interesses imperialistas de agências financiadoras ou a interesses individuais do mercado editorial de livros didáticos. Quanto ao declínio do movimento, há inúmeros pontos de vista. Lafayette de Moraes, por exemplo, em Garnica (2008), afirma que um dos motivos para o fracasso foi o despreparo dos professores:

> Então a gente dava estruturas. E para isso, então, como todo mundo sabe, é preciso ter toda uma noção de conjunto. E os professores, naquele tempo, praticamente ninguém tinha contato com essas noções, a definição de função por meio de

[221] Traduzido no Brasil como “De volta ao básico”, esse movimento ficou mais conhecido como “Volta ao Fundamental”, pois procurou trazer de volta a Matemática tradicional, retomando os métodos e conteúdos vigentes antes do MMM.

> conjuntos. Tinham que ser treinados (GARNICA, 2008, p. 169, textualização de apresentação de Lafayette de Moraes).

E continua afirmando haver, à época, certas imposições aos professores que nem todos estavam dispostos a seguir:

> Bom, a primeira reação... evidentemente, toda vez que há uma mudança radical, algumas reações ocorrem: – “Por que a gente vai mudar esse negócio se aqui está funcionando mais ou menos? ” Motivar, então, aquele pessoal para ter outra visão da matemática não era tarefa muito simples. E, principalmente, vamos dizer, a bibliografia era muito escassa (GARNICA, p. 170, textualização de apresentação de Lafayette de Moraes).

Já o professor Ruy Madsen, na entrevista dada a Rodrigues (2010, p. 107), declara que, segundo ele, dois motivos merecem destaque para justificar o fracasso do MMM. O primeiro, segundo ele, foram os cursos de madureza[222] nos quais, num período de cerca de um ano, os estudantes obtinham o diploma do ginásio e colegial. Em entrevista a Martins-Salandim, o professor Ruy criticou esses cursos dizendo que o aluno que fazia esse exame

> ... não sabia nada, vamos falar a verdade, porque os exames eram testes de três escolhas, uma delas horrorosa (que ninguém assinalava) ... sobravam só duas alternativas, era verdadeiro ou falso. Então a maior parte dos candidatos passava, em um ano e pouco, vamos dizer assim, muitas pessoas que não tinham o Ginásio tiravam diploma até do Colegial, eles passavam, era fácil (MARTINS-SALANDIM, 2012, p. 79, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Segundo o professor Ruy, devido as provas serem “demasiadamente fáceis”, “milhares obtiveram em menos de dois anos o diploma ginasial e também o colegial”, e entre os cursos aos quais as pessoas acorriam estava o da Matemática, o que acarretou a formação de “professores pouco preparados, e não poucas vezes por docentes em situações análogas”. Isso, segundo ele,

[222] Estes exames foram instituídos através da Reforma Benjamin Constant, já no final do século XIX, para os estudantes que tivessem realizados provas finais das disciplinas cursadas e que desejassem ingressar no ensino superior federal. Diversas mudanças na legislação e na aplicação dos exames de Madureza ocorreram – destacamos aquela promovida pela LDB de 1961 que permitia a obtenção de certificados de conclusão de curso ginasial aos maiores de 16 anos e de curso colegial aos maiores de 19 anos, por meio da realização de exames de madureza, por pessoas que não necessariamente passaram pelas séries escolares. Atualmente o MEC mantém, similar aos Madureza, o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja), com o objetivo avaliar habilidades e competências básicas de jovens e adultos que não tiveram acesso à escolaridade, sendo que o participante se submete a uma prova e, alcançando o mínimo de pontos exigidos, obtém a certificação de conclusão daquela etapa. Esse exame é aplicado anualmente e as redes de ensino optam por sua participação dele ou não (BRASIL, 2000).

atingiu negativamente o ensino, pois houve uma diminuição do rigor e da precisão e, entre outras consequências, temas matemáticos foram secundarizados ou esquecidos por esses novos professores (BARBOSA, 2004, p. 9).

O outro motivo, segundo ele, foi que os autores de livros didáticos começaram a "deixar de lado" o rigor Matemático, como se estivessem em uma corrida para redigir materiais escolares: "Os livros estavam, de certa forma, desatualizados e, em nosso entender, surgiram coisas que prejudicaram o movimento de modernização da Matemática" (RODRIGUES, 2010, p. 105), e continua:

> Surgiram textos [elaborados] por gente não preparada. Livros, por exemplo, para a escola primária, com gravíssimos erros. Naquela ânsia de se fazer talvez uma coisa nova, a própria teoria dos conjuntos foi empregada em várias séries, desde o primário até o colegial. Alguns se desculpavam por ter feito isso porque eles precisavam dessa linguagem subjacente que eram os conjuntos, ou de lógica (RODRIGUES, 2010, p. 105, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Na textualização divulgada por Garnica (2008), publicada na revista *Zetetiké*, esta questão já havia surgido:

> Entre os defeitos que surgiram na época, eu me lembro daquela ânsia que tomou posse de autores, inclusive de autores que não eram de Matemática e, sim, autores de Matemática para a escola primária. Eu me lembro que, em menos de dois anos, começaram a surgir publicações de gente – se me permitem dizer – incapaz... Tanto o livro da primeira, segunda, terceira, quarta séries; essas autoras (foram várias assim), se também tivessem livros para o ensino da quinta à oitava, teriam também posto, em todos eles, conjuntos. Então nós encontramos conjuntos tratados em todas as séries e isto, é claro, foi demais de prejudicial (GARNICA, 2008, p. 202, transcrição Ruy Madsen Barbosa).

Sua crítica se estende, por exemplo, ao fato de alguns professores colocarem tabelas verdade[223] nos livros para as crianças e acharem que "Pronto, tem lógica", influenciando professores a ficarem meses nisso, "como se as tabelas verdades fossem a coisa mais importante da Matemática". Segundo ele,

---

[223] A tabela verdade é utilizada em lógica matemática para determinar a verdade ou falsidade de uma sentença composta – uma sequência de sentenças simples unidas por conectivos lógicos – a partir dos valores verdade das sentenças simples que a compõem.

as tabelas foram "levadas para o ensino, sem que eles [os professores] soubessem aproveitar essas conexões lógicas, mostrar os padrões, sem deixar a descoberta para os estudantes. O importante é como trabalhar com as conexões lógicas" (LIMA, 2006, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Essas posições defendidas por Ruy Madsen parecem deixar clara a importância dada por ele à formação matemática, e se manifestam também claramente na Coleção aqui analisada. É importante que os autores não sejam meros autores de livros de matemática para o ensino primário: o que garantirá a qualidade do texto é a formação matemática do autor – eles devem ser "da Matemática". Ocorre, porém, que Ruy Madsen – como a grande maioria dos autores dessa época – estão voltados a atender um público que precisa atualizar-se segundo um ideário muito específico – o da Matemática Moderna – para o qual os professores não estão preparados seja por não terem estudado esses temas em seus cursos de formação seja por sequer terem formação de nível superior, posto que a rede de cursos de Matemática era, à época, extremamente deficitária (mesmo no Estado de São Paulo, que tem uma posição de destaque em relação a outros cantos do país), as escolas superiores para formação de professores de Matemática começou a ser implantada de modo mais nítido e vigoroso à época de 1960-1970 (MARTINS-SALANDIM, 2012). Ainda que essa seja uma situação relativa mais particularmente aos professores que atuarão no ensino secundário – à época em expansão vertiginosa, a ponto de podemos afirmar, junto à bibliografia, que estava na verdade se constituindo no país um sistema de ensino secundário – dela podemos inferir a situação dos professores primários, posto serem esses formados, quando o eram, em escolas secundárias. Mesmo sabendo da existência de esforços sistemáticos, à época, para levar o MMM às escola primárias – os trabalhos do GRUEMA são exemplos emblemáticos dessa iniciativa – também sabemos, pela literatura específica, que a formação acelerada e apoucada de novos conteúdos, segundo numa nova abordagem, foi um dos elementos substanciais para o fracasso do Movimento no Brasil.

Assim, há um descompasso nessa crença de que a Matemática é o pano de fundo necessário para a prática pedagógica e para os livros didáticos que, de algum modo, apoiam essa prática. Mas, ao mesmo tempo, não se percebe descompasso algum entre o discurso do professor Ruy Madsen e sua Coleção

Matemática, metodologia e complementos para professores primários já que, nela, é claramente explorada essa formação do autor “da Matemática” que visa a assessorar professores em atuação a partir de um ponto de vista fundado no formalismo e no rigor, como defendiam tanto o seu autor quanto o Movimento Matemática Moderna. Tem-se, portanto, nesse jogo entre compasso e descompasso, apontado a partir desse nosso exame da Coleção, um exemplo do que poderia ser um dos elementos a conspirarem contra o MMM, levando ao seu fracasso e, consequentemente, à sua extinção. É curioso notar, por fim, que, segundo o autor, são outros os fatores – e não seu modo de pensar e elaborar materiais didáticos – que levaram à falência do MMM, sendo que, dentre eles, estariam as crenças de alguns autores – dentre os quais ele não se inclui, certamente – que, não sendo “da Matemática”, flexibilizavam o ideário a ponto de cometerem equívocos e impropriedades em seus livros.

Ao mesmo tempo, deve-se registrar que a visão formalista é divulgada, na Coleção, de um modo que poderíamos dizer “atenuado”, desde que consideremos as várias ênfases do autor quanto à necessidade do professor aproveitar o contexto do aluno, usar situações-problemas familiares, evitar a memorização e discutir os assuntos de modo a encaminhar seus alunos à descoberta de conceitos, propriedades e aplicações.

Outro elemento nesse contexto de análise da Coleção é a crítica que o autor faz a algumas editoras:

> eu me lembro que fui procurado por uma editora de São Paulo, FA (Francisco Alves). Eles queriam que eu escrevesse um livro, um livro não, os quatro livros do ginásio, em uns seis meses, isso era por causa do ano seguinte. Conversei com o Alcides Boscolo, se ele podia ajudar, fomos na editora e pedimos para mudar o papel que eles usavam, pois era de jornal, além de outros pedidos de melhora, e eles disseram que não podiam melhorar, que não podiam dar, eles só queriam ganhar dinheiro. Por isso, não aceitamos e eu acabei entrando numa editora de livro didático, a IBEP. Depois também aconteceram alguns fatos e um autor resolveu criar uma editora particular com o nome dele, o Scipione (LIMA, 2006, depoente Ruy Madsen Barbosa).

Sintetizando para finalizar

Uma análise hermenêutica, como a que tentamos desenvolver, não se encerra, já que a expressão “análise hermenêutica” deve ser tomada como sinônimo de “leitura”. Não se trata de qualquer leitura, mas de uma leitura que visa a atribuir significados plausíveis, ancorados no objeto que se analisa e na história desse objeto e de seu contexto, na história do modo como ele, uma forma simbólica, circula no mundo. Uma análise assim, portanto, pode sempre ser refeita, complementada, acrescentada ou reduzida, dependendo de quem analisa e dos materiais que se tem à mão sobre o que é analisado.

Em nosso caso, pretendemos apresentar uma leitura da obra *Matemática, metodologia e complementos para professores primários,* de Ruy Madsen Barbosa, uma coleção em três volumes produzida à década de 1960. Percebemos a vinculação e a aproximação desses livros – que nos pareceram claras – com o ideário da Matemática Moderna, o que nos levou a buscar elementos para entender esse Movimento ao mesmo tempo em que buscávamos atribuir significado à Coleção, posto que o objeto que se analisa (no caso, a Coleção) sempre alimenta buscas a materiais complementares que nos ajudem a compreendê-lo, ao mesmo tempo em que a compreensão que vem desses tantos materiais alimenta leituras possíveis do que está sendo analisado. Essa constatação é próxima do que se tem chamado “círculo hermenêutico”, um processo, um movimento contínuo: interpreta-se para compreender e, compreendendo, interpreta-se. Toda leitura, portanto, ocorre nesse círculo, que sempre pode ser reiniciado, refeito, revisto, retomado, complementado.

Nossa leitura foi feita juntando ao que pensamos ser uma descrição e interpretação detalhada e cuidadosa dos três volumes que compõem a Coleção, elementos da vida e da produção do seu autor, bem como aspectos educacionais do período em que a obra foi produzida. Mesclando uma análise do texto “em si”, ou seja, dos livros, a uma análise do contexto (a época da produção, seu espaço de circulação, seu autor, seus vínculos a alguns ideários etc), como propõe Thompson, e norteados ainda pelos paratextos da obra – como propõe Genette –, pensamos ter apresentado uma leitura da Coleção que ressalta tanto aspectos que podem ser vistos como inovações didáticas e pedagógicas – pautadas seja na história do autor dos livros, seja no momento histórico em que ele os produziu – quanto aspectos mais conservadores, como a defesa de valores e concepções próprios à prática da Matemática, como, por exemplo, a prioridade do conteúdo vinculada à necessidade de um tratamento formal às vezes um tanto quanto precoce e desconectado das necessidades da escola e da formação de professores da época. A opção pela ênfase na resolução de problemas por heurísticas variadas, o recurso à Matemática Recreativa, o cuidado com aspectos psicológicos das crianças, o uso de materiais instrucionais específicos, a defesa da necessidade de recusar abordagens de treinamento, memorização e repetição etc estão entre os aspectos que, à época, respondiam a um movimento maciço de renovação do ensino de Matemática.

Para essa nossa análise, usamos entrevistas que o autor da Coleção concedeu a vários pesquisadores, bem como várias edições de cada um dos volumes e, é claro, materiais complementares – basicamente livros, artigos, trabalhos acadêmicos e recortes de revistas e jornais. De todo esse material, tendo como foco a Coleção *Matemática, metodologia e complementos para professores primários*, de Ruy Madsen Barbosa, resultou este nosso trabalho de mestrado. Há, ainda, aspectos a serem nele mais aprofundados. Alguns desses aspectos foram discutidos no exame de defesa desse material e, por isso, não puderam ser aqui incluídos. Trata-se, por exemplo, da possibilidade de investigar o trânsito dessa Coleção do professor Ruy Madsen no seio do GEEM, grupo no qual parece ter sido mais influente e significativo, no que diz respeito ao ensino primário, a abordagem do GRUEMA. Mais distanciados desses valores defendidos por Ruy Madsen – que defendemos estarem ancorados nas práticas e valores promovidos no campo da Matemática profissional – e optando por uma elaboração mais próxima à formação do professor de primeiras letras, os trabalhos publicados pelo GRUEMA tiveram uma circulação e uma permanência – no que diz respeito à História da Educação Matemática brasileira – muito mais nítida e significativa. Se considerarmos, por exemplo, a quantidade de edições e as características editoriais e gráficas da Coleção de Ruy Madsen por nós estudada, veremos que elas estão muito distantes daquelas dos livros elaborados pelo GRUEMA, por exemplo. Essas observações, embora iniciais, podem ser pontos de início para uma complementação a essa nossa hermenêutica. Do mesmo modo, pensamos que poderia ser feito um estudo mais detalhado sobre as referências bibliográficas usadas por Ruy Madsen Barbosa como suporte para elaborar sua Coleção: é lacunar a lista de autores e obras citadas por ele no que diz respeito a livros e pesquisadores considerados viscerais para o MMM, e é perceptível não haver referência aos autores estrangeiros (que inclusive passaram pelo Brasil, em eventos dos quais também

Ruy Madsen participou) que, em entrevistas, ele afirma terem sido importantes para sua imersão no Movimento. Na listagem das referências do autor, são mais nítidos, a uma primeira visada, os ecos da Escola Nova... Esses são dois dos vários temas que ainda podem ser explorados para a complementação dessa nossa leitura sobre a Coleção Matemática, Metodologia e Complementos para professores Primários.

Devemos, por fim, registrar que compusemos essa dissertação pensando na possibilidade de levá-la não só ao ambiente de pesquisa, mas também às salas de aula de cursos de Licenciatura em Matemática, esperando poder contribuir para novas leituras – dessa mesma e de outras obras – e, em última instância, com a formação de professores que ensinam Matemática e com a História da Educação Matemática Brasileira.

BIBLIOGRAFIA

ANDRADE, M. M. *Ensaios sobre o Ensino em Geral e o de Matemática em Particular, de Lacroix:* análise de uma forma simbólica à luz do Referencial Metodológico da Hermenêutica de Profundidade. 2012. 281f. Doutorado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro. 2012.

AZEVEDO, D. P. *Uma análise de livros didáticos de Matemática da coleção "EJA- Mundo do Trabalho"*. 2017. 112f. Mestrado em Educação para a Ciência – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru. 2017.

BARALDI, I. M. *Retraços da Educação Matemática na Região de Bauru (SP): Uma História em construção*. 2003. 240 f. Doutorado em Educação Matemática – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2003.

BARBOSA, R. M. *Matemática, metodologia e complementos para professores primários:* aritmética teórico-prática. v. 1, 4. ed. São Paulo: Nobel, 1968.

BARBOSA, R. M. *Matemática, metodologia e complementos para professores primários:* metodologia da aritmética. v. 2, São Paulo: L.P.M., 1966.

BARBOSA, R. M. *Matemática, metodologia e complementos para professores primários:* complementos. v. 3, São Paulo: L.P.M., 1966.

BARBOSA, R.M. História de professores, mudança e permanência. In: VII ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VII, 2004, São Paulo. **Anais....** Disponível em: <https://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/gt.html>. Acesso em: 5 de agosto de 2019.

BRASIL. Ato Institucional n°. 5, de 13 de dezembro de 1968. *Presidência da República*, 1968. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/AIT/ait-05-68.htm>. Acesso em: 07 de agosto de 2019.

BRASIL. Decreto-Lei n° 8.777, de 22 de janeiro de. *Câmara dos deputados.* 1946. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-8777-22-janeiro-1946-416416-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 17 de julho de 2019.

BRASIL. Lei n°. 4.024, de 20 de dezembro de 1961. *Câmara dos deputados*. 1961. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 30 de julho de 2019.

BRASIL. Lei n°. 5.540, de 28 de novembro de 1968. *Câmara dos deputados*. 1968. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-5540-28-novembro-1968-359201-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 07 de agosto de 2019.

BÚRIGO, E. Z. *Movimento da Matemática Moderna no Brasil*: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. 152f. Mestrado em Educação – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 1989.

CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, II, 1957, Porto Alegre. Anais... Porto Alegre, 1957.

D'AMBROSIO, B. S. *The dynamics and consequences of the Modern Mathematics Reform Movement for brazilian mathematics education*. 1987. 258f. Doutorado em Psicologia – School of Education, Indiana University. 1987.

D`ARAUJO, M. C. O AI-5. *Fundação Getulio Vargas*. Disponível em: < https://cpdoc.fgv.br/producao/dossies/FatosImagens/AI5>. Acesso em: 07 de agosto de 2019.

ESCOLA DE APLICAÇÃO. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2014. Disponível em: <http://www2.ea.fe.usp.br/escola-de-aplicacao>. Acesso em: 29 de julho de 2019.

FRANÇA, D. M. A. *Do primário ao primeiro grau*: as transformações da Matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961 – 1979). 2012. 294f. Doutorado em Educação - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2012.

GARNICA, A. V. M. Considerações sobre a Fenomenologia Hermenêutica de Paul Ricoeur. *Trans/Form/Ação,* São Paulo, v. 16, p. 43-52, 1993.

GARNICA, A.V.M. Resgatando oralidades para a história da Matemática e da Educação Matemática brasileiras: o Movimento Matemática Moderna. *Zetiké*: UNICAMP, v. 16, n. 30, p. 163-217, jul./dez. 2008.

GENETTE, G. *Paratextos Editoriais*. 7 ed. São Paulo: Ateliê Editorial, 2009.

GONZALES, K. G. *Formar professores que ensinam matemática:* uma história do movimento das licenciaturas parceladas no Mato Grosso do Sul. 2017. 534f. Doutorado em Educação para a Ciência – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru. 2017.

IMENES, L.M.P. Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática. 1989. 326f. Mestrado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro. 1989.

LIMA, F. R. *GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a formação de professores durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil*. 2006. 131f. Mestrado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2006.

MARTINS, C. B. A reforma universitária de 1968 e a abertura para o ensino superior privado no Brasil. *Educação e Sociedade*, Campinas, v. 30, n.106, 2009. Versão online. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73302009000100002>. Acesso em: 07 de agosto de 2019.

MARTINS-SALANDIM, M. E. *A interiorização dos cursos de matemática no estado de São Paulo:* um exame da década de 1960. 2012. 374f. Doutorado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro. 2012.

MARTINS-SALANDIM, M. E. Grupo de pesquisa História Oral e Educação Matemática: dos estudos sobre Hermenêutica de Profundidade. *Histemat*. Ano 4, N. 3, p. 133 – 146. 2018.

NAKAMURA, N. E. F. P. *Ginásios Vocacionais:* estudo narrativo sobre uma proposta educacional da década de 1960. 2017. 629f. Doutorado em Educação Matemática - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro. 2017.

NAKASHIMA, M.N. *O papel da imprensa no Movimento da Matemática Moderna*. 2007. 164f. Mestrado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2007.

OLIVEIRA, F. D. *Análise de textos didáticos*: três estudos. 2008. 224f. Mestrado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro. 2008.

OLIVEIRA, M. A. G. *O ensino da Álgebra Elementar*: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história. 1997. 133f. Mestrado em Educação Matemática - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 1997.

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. *O Movimento da Matemática Moderna:* história de uma revolução curricular. 1 ed. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2011.

PARDIM, C. S. *Orientações Pedagógicas nas escolas normais de Campo Grande*: um olhar sobre o manual Metodologia do ensino primário, de Theobaldo Miranda Santos. 2013. 124f. Mestrado em Educação Matemática – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande. 2013.

RODRIGUES, Z. G. M. *O Movimento da Matemática Moderna na região de Ribeirão Preto*: uma paisagem. 2010. 208f. Doutorado em Educação – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2010.

ROLKOUSKI, E. *Vida de Professores de Matemática*: (im)possibilidades de leitura. 2006. 298f. Doutorado em Educação Matemática - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro. 2006.

SANCHES, J.R. Sobre a Faculdade de Ciências e Letras. *UNESP*. Disponível em: <https://www.fclar.unesp.br/#!/instituicao/>. Acesso em: 04 de março de 2019.

SILVA, H. *Centro de Educação Matemática (CEM):* Fragmentos de identidade. 2006. 480f. Doutorado em Educação Matemática - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro. 2006.

SILVA, T. T. P. *Os movimentos da matemática moderna:* compreensões e perspectivas a partir da análise da obra “Matemática – curso ginasial” do SMSG. 2013. 171f. Mestrado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro. 2013.

SOUZA, L. J. *A aritmética elementar de Charles Sanders Peirce:* tradução e notas para uma hermenêutica. 2017. 276f. Mestrado em Educação para a Ciência – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru. 2017.

THOMPSON, J. B. *Ideologia e cultura moderna:* teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. Petrópolis: Vozes, 1995.

VALENTE, W. R. Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. *Rev. Diálogo Educ*.: Curitiba, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

VALENTE, W.R. Que Matemática ensinar às crianças? O programa mínimo em tempos das pedagogias não diretivas. *Educação em Revista*: Belo Horizonte, v. 32, n. 2, abr./jun. 2016. Versão online. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982016000200187&lng=pt&tlng=pt>. Acesso em 13 de agosto de 2019.

VILLELA, L. M. A. *GRUEMA*: uma contribuição para a História da Educação Matemática no Brasil. 2009. 230f. Doutorado em Educação Matemática – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

ZANARDI, L. S. O. *O trânsito de professores durante o processo de criação da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP):* a questão dos ressentimentos. 2012. 256f. Doutorado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2012.