

JORGE CAMARENA BERROSPÍ

ESTUDO E PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE *FUZZY*
TAKAGI-SUGENO EM PLANTAS DE PROCESSOS INDUSTRIAIS

Ilha solteira
2021

JORGE CAMARENA BERROSPI

**ESTUDO E PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE *FUZZY*
TAKAGI-SUGENO EM PLANTAS DE PROCESSOS INDUSTRIAIS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista – UNESP – Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação

Prof. Dr. Rodrigo Cardim

Orientador

Ilha solteira

2021



FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C172e Camarena Berrospi, Jorge.
Estudo e projeto de sistemas de controle fuzzy Takagi-Sugeno em plantas de processos industriais / Jorge Camarena Berrospi. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2021
94 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2021

Orientador: Rodrigo Cardim
Inclui bibliografia

1. Processos industriais. 2. Modelos fuzzy Takagi-Sugeno. 3. Controle com rastreamento. 4. Observador de estado. 5. Saturação dos atuadores.
6. Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs).


Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Estudo e Projeto de Sistemas de Controle Fuzzy Takagi-Sugeno em Plantas de Processos Industriais

AUTOR: JORGE CAMARENA BERROSPI

ORIENTADOR: RODRIGO CARDIM

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. RODRIGO CARDIM (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. DIOGO RAMALHO DE OLIVEIRA (Participação Virtual)
Departamento de Eletroeletrônica / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul - IFMS

Ilha Solteira, 24 de setembro de 2021

Dedico este trabalho aos meus pais, Alberto e Faustina, que sempre cuidam de mim;

A minha madrinha Norma e seu esposo Pedro;

Aos meus irmãos Isidro, José Luis, Juana, Rosa, Lizeth e Pilar.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos a familiares, amigos, colegas, professores e funcionários da FEIS – UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Em especial, dedico meus agradecimentos:

- A Deus por me guiar, iluminar, me dar saúde e pela força espiritual para que este trabalho seja concluído.
- Aos meus pais que sempre os tenho presente.
- Ao minha madrinha, padrinho e irmãos por seu apoio incondicional.
- Ao meu orientador, Professor Rodrigo Cardim, pela amizade, pelo apoio e orientação com personalidade e humildade.
- Aos professores do Laboratório de Pesquisa em Controle, Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, Jean Marcos de Souza Ribeiro e Edvaldo Assunção pelo apoio teórico, pela paciência, incentivo e sugestões.
- Aos amigos e colegas do Laboratório de Pesquisa em Controle, Jhon Brajhan Benites Quispe, Marco Antonio Travassos, Rafael Máximo da Silva, pela amizade e contribuições de forma direta ou indiretamente me ajudaram.
- O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

“Quando você não pode voltar, você só
precisa encontrar o melhor caminho a
seguir”.

Paulo Coelho

RESUMO

A grande maioria das malhas de controle em plantas de produção industrial é com o clássico controle Proporcional Integral Derivativo (PID) que não necessariamente pode garantir um comportamento adequado devido à complexidade dos modelos que governam estes processos. O grande uso do controle PID é principalmente por sua facilidade de implementação. Neste trabalho, é proposto uma metodologia para abordar modelos de plantas de processos industriais com o controle *Fuzzy* Takagi-Sugeno (TS). Para conseguir um erro zero nas variáveis de saídas em regime permanente, um novo estado é adicionado ao sistema por meio de uma ação integral. No modelo do sistema também é considerado a saturação dos atuadores. Para acelerar a resposta do sistema é considerado uma atribuição de taxas de decaimento específico para cada variável de estado. Para resolver o problema de que em aplicações práticas, algumas ou todas as variáveis de estado não podem ser mensuráveis, um observador de estados *Fuzzy* TS é considerado. O projeto dos ganhos do controlador e observador foram obtidas aplicando o princípio de separação e baseado na teoria de Lyapunov utilizando Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs). A metodologia proposta é aplicada a uma planta térmica de vapor para geração elétrica e na simulação verifica-se que os requerimentos de desenho são conseguidos para uma ampla faixa de operação.

Palavras-chave: processos industriais; planta térmica; modelos *Fuzzy* Takagi-Sugeno. controle com rastreamento; observador de estado; saturação dos atuadores; Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs).

ABSTRACT

The vast majority of control loops in industrial production plants use the classic Proportional Integral Derivative (PID) control, which cannot necessarily guarantee an adequate behavior due to the complexity of the models that govern these processes. The great use of PID control is mainly for its ease of implementation. In this work, a methodology is proposed to approach industrial process plant models with the Fuzzy Takagi-Sugeno (TS) control. To achieve zero error in steady state output variables, a new state is added to the system through an integral action. In the system model, the saturation of the actuators is also considered. To speed up the system response an assignment of specific decay rates for each state variable is considered. To solve the problem that in practical applications, some or all of the state variables cannot be measurable, a *Fuzzy* TS state observer is considered. The design of the controller and observer gains were obtained applying the separation principle and based on Lyapunov's theory using Linear Matrix Inequalities (LMIs). The proposed methodology is applied to a thermal steam plant for electrical generation and in the simulation, it is verified that the design requirements are met for a wide range of operation.

Keywords: industrial processes; thermal plant; Takagi-Sugeno *fuzzy* models; control with tracking; state observer; actuator saturation; Linear Matrix Inequalities (LMIs).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Processos em hidrocarbonetos.	20
Figura 2 – Processos em geração elétrica.	21
Figura 3 – Principais operações de um processo de mineração.	22
Figura 4 – Processo de benzeno a partir de hidrodalquilação de tolueno.	24
Figura 5 – Superfície P-V-T de uma substância pura.	28
Figura 6 – Diagramas de propriedades de uma substância pura.	28
Figura 7 – Partes principais de uma usina térmica de vapor.	31
Figura 8 – Ciclo rankine simples ideal.	33
Figura 9 – Ciclo rankine simples ideal com reaquecimento.	34
Figura 10 – Ciclo rankine regenerativo com reaquecimento.	35
Figura 11 – Controle com realimentação de estados e saídas.	44
Figura 12 – Sinal de controle saturado de cada elemento de $u(t)$	51
Figura 13 – Representação de possíveis trajetórias dos estados $x(t)$ e das regiões \mathcal{X} , $\mathcal{E}(P, \rho)$ em (46), $\mathcal{L}(H_j)$ em (44) e \mathcal{X} em (4) no plano $x_1(t) \times x_2(t)$	53
Figura 14 – Diagrama de processo do sistema planta térmica de vapor.	68
Figura 15 – Sinais dos estados observados.	78
Figura 16 – Saídas controladas com o Teorema 3.	81
Figura 17 – Amplitude e velocidade de mudança dos sinais de controle com o Teorema 3.	81
Figura 18 – Sinal de estado $x_3(t)$ com o Teorema 3.	82
Figura 19 – Saídas controladas com o Teorema 5.	84
Figura 20 – Amplitude e Velocidade de Mudança dos sinais de controle com o Teorema 5.	85
Figura 21 – Sinal de estado $x_3(t)$ com o Teorema 5.	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Nome dos elementos de uma usina térmica de vapor.....	31
Tabela 2 – Pontos de operação do sistema planta térmica de vapor.....	68

LISTA DE ABREVIACÕES E ACRONIMOS

AAA	Aquecedor de água de Alimentaco
CLP	Controlador Lógico Programável
CPU	<i>Central Processing Unit</i>
DCS	<i>Distributed Control System</i>
ERP	<i>Enterprise Resource Planning</i>
E/S	Entradas e Saídas
GLP	Gs Liquefeito de Petróleo
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i>
LMIs	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
MatLab®	MATrix LABoratory
MPC	<i>Model-based Predictive Control</i>
MW	MegaWatt
PDC	<i>Parallel Distributed Compensation</i>
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
P-V-T	Pressão Volume Temperatura
SAG	Semi-AutoGeno
SeDuMi	<i>Self-Dual Minimization Inequalities</i>
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
TS	Takagi-Sugeno
T-s	Temperatura e Entropia

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathfrak{R}	Conjunto de números reais.
$\mathfrak{R}^{n \times m}$	Conjunto de matrizes reais de dimensão $n \times m$.
M^T	Transposta da matriz real M .
I	Matriz identidade de dimensão apropriada.
$\ x\ $	Norma euclidiana do vetor $x \in \mathfrak{R}_x^n$; $\ x\ = \sqrt{x^T x}$.
$\lim_{t \rightarrow \infty}$	Limite quando t tende ao infinito
\in	Pertence.
\subset	Conteúdo.
\prod	Produtório entre elementos.
\sum	Somatória entre elementos.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	DESCRIÇÃO DOS PROCESSOS INDUSTRIAIS E REVISÃO DO PROCESSO EM UMA PLANTA TÉRMICA DE VAPOR	18
2.1	PROCESSOS DE PRODUÇÃO INDUSTRIAL.....	18
2.1.1	Processos em hidrocarbonetos	19
2.1.2	Processos em geração de energia elétrica	20
2.1.1	Processos em mineração	22
2.1.2	Processos químicos	23
2.2	CARACTERÍSTICAS DAS PLANTAS E EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NOS PROCESSOS INDUSTRIAIS	24
2.3	CONCEITOS TERMODINÂMICOS FUNDAMENTAIS NAS PLANTAS TÉRMICAS DE VAPOR	26
2.3.1	Substância Pura, Fases e Mudança de Fase	27
2.3.2	Diagramas e Tabelas de Propriedades para Processos de Mudança de Fases	27
2.3.3	Primeira e Segunda Lei da Termodinâmica.....	29
2.4	PARTES PRINCIPAIS DE UMA PLANTA TÉRMICA DE VAPOR	29
2.5	PRINCÍPIO DE OPERAÇÃO DE UMA PLANTA TÉRMICA DE VAPOR.....	32
2.5.1	Ciclo Rankine Ideal	32
2.5.2	Ciclo Rankine Regenerativo + Reaquecedor	33
2.6	SISTEMAS DE CONTROLE MAIS APLICADOS ATUALMENTE NOS PROCESSOS INDUSTRIAIS	35
2.7	CONCLUSÕES PARCIAIS	37
3	CONTROLE <i>FUZZY TS</i> PARA SISTEMAS NÃO LINEARES	38
3.1	SISTEMAS NÃO LINEARES DESCRITOS POR MODELOS <i>FUZZY TS</i>	38
3.2	CONDIÇÕES DE ESTABILIDADE PARA REGULADORES <i>FUZZY TS</i> , TAXA DE DECAIMENTO E LIMITAÇÃO DA LEI DE CONTROLE	40

3.3	CONTROLE COM RASTREAMENTO BASEADO EM MODELAGEM <i>FUZZY TS</i>	43
3.4	MODELAGEM DO OBSERVADOR DE ESTADO <i>FUZZY TS</i>	48
3.5	SISTEMAS NÃO LINEARES DESCRITOS POR MODELOS <i>FUZZY TS</i> SUJEITO À SATURAÇÃO DOS ATUADORES	50
3.6	CONTROLE <i>FUZZY TS</i> DE SISTEMAS NÃO LINEARES SUJEITO À SATURAÇÃO DOS ATUADORES E OBSERVADOR DE ESTADOS	55
3.6.1	Projeto de Controle para Sistemas não Lineares Descrito por Modelos <i>Fuzzy TS</i> Sujeito à Saturação dos Atuadores	56
3.6.2	Projeto de Observador de Estado <i>Fuzzy TS</i>	62
3.7	CONCLUSÕES PARCIAIS	64
4	PROJETO DE CONTROLE <i>FUZZY TS</i> MULTIVARIÁVEL PARA UMA PLANTA TÉRMICA DE VAPOR	65
4.1	MODELO MATEMÁTICO PARA UMA PLANTA TÉRMICA	65
4.2	MODELAGEM <i>FUZZY TS</i> DO SISTEMA COM RASTREAMENTO	69
4.3	CONTROLE <i>FUZZY TS</i> CONSIDERANDO SATURAÇÃO DOS ATUADORES E OBSERVADOR DE ESTADO	75
4.4	CONCLUSÕES PARCIAIS	86
5	CONCLUSÕES	87
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	87
	REFERÊNCIAS	88

1 INTRODUÇÃO

A aplicação dos sistemas de controle modernos em plantas de processos industriais pode melhorar notavelmente a eficiência do processo e contribuir com o aumento da produtividade. Nas últimas décadas, os avanços em desenvolvimento de novas técnicas de controle e análises de estabilidade tiveram muitas contribuições, as quais permitem abordar com sucesso sistemas muito complexos que com as técnicas de controle clássicos, os resultados poderiam não ser favoráveis do ponto de vista de produtividade e em muitos casos do ponto de vista de operação. Um dos responsáveis que permitiu esses grandes avanços na teoria de controle foi o avanço da computação. Atualmente existem sistemas de computação muito avançados que podem processar muitos cálculos por segundo.

Neste trabalho, todos os conceitos e características dos processos industriais estão orientadas aos processos de produção em lotes, em massa e contínuo. Atualmente, para que uma indústria de produção sobreviva no mercado é necessário que seus processos sejam automatizados, o que permite às empresas gerar produtos de melhor qualidade e reduzir custos de produção para poder competir (CORRIOU, 2018). Existem processos industriais que são muito complexos como os processos em mineração, petroquímica, energia, refinaria, química e outros, nos quais é necessário utilizar algoritmos de controle que permitam que o processo seja executado de forma eficiente.

Até o século passado, quase a totalidade dos sistemas de controle implementados nos processos industriais no mundo, foi principalmente o controle Proporcional Integral Derivativo (PID) (ASTROM; HAGGLUND, 1995) e nas últimas duas décadas, somente uma pequena quantidade das indústrias passou a utilizar o controle preditivo em alguns de seus subprocessos.

Os modelos das plantas dos processos industriais têm algumas particularidades devido aos fenômenos que governam o processo, que são principalmente devido ao comportamento dos fluidos em diferentes fases como sólido, líquido ou gás. Nesse contexto, ocorrem os fenômenos como mudanças de fases, reações químicas, mistura e separação de matérias, etc (SKORMIN, 2016).

A tecnologia também passou por um grande avanço nos últimos anos, tanto que agora vive-se no momento da Indústria 4.0, que é considerada a quarta revolução industrial, onde muitas das atividades são realizadas através de equipamentos inteligentes e de forma digital (CHAKRABARTI; ARORA, 2020). Os equipamentos utilizados para o controle industrial atualmente possuem diversos recursos como alta velocidade de processamento, alta robustez

em *hardware*, capacidade de processamento de algoritmos complexos, capacidade de ter comunicação com todos os subprocessos da planta, etc (AROCKIARAJAN; DURAISELVAM; RAJU, 2020). Tudo isso facilita muito a produção e permite o monitoramento e controle de todo o processo a partir de uma plataforma definida.

Apesar dos grandes avanços na engenharia de controle e na tecnologia, a maioria das plantas de produção não consegue implementar algoritmos de controle avançados que poderiam melhorar sua produtividade. Muitos deles até possuem equipamentos de tecnologia avançada, que não são usados para aproveitar suas grandes capacidades e estão apenas executando algoritmos que funcionam bem na prática, mas não necessariamente é o ótimo para a produção. Quando há a necessidade de construir uma nova planta de processo ou estender uma existente com novos subprocessos, normalmente, eles optam por algoritmos de controle clássicos pela facilidade de implementação, como é o caso do amplamente utilizado controle PID. O maior número de indústrias de produção utiliza este algoritmo em seus processos, e que normalmente seus parâmetros não são projetados adequadamente seguindo os procedimentos de fazer a modelagem do sistema. Normalmente, na indústria, são feitos os ajustes dos ganhos de controle por meio de tentativa e erro, ou no melhor dos casos, é ajustado utilizando técnicas de sintonização (CHIDAMBARAM; SAXENA, 2018). É por isso que este trabalho tem interesse em motivar o uso dos algoritmos de controle mais modernos e atuais, em particular o controle *Fuzzy Takagi-Sugeno (TS)* para as plantas dos processos industriais.

Uma ampla classe de sistemas não lineares pode ser descrita por modelos *Fuzzy TS* segundo Takagi e Sugeno (1985), sendo representados por uma combinação de modelos locais em uma região de operação dada, sendo ponderados por funções de pertinências. De acordo com Taniguchi *et al.* (2001), a representação dos sistemas não lineares em uma região no espaço de estados permite projetar o controlador por meio de sua descrição exata de modelos *Fuzzy TS*, com a condição do sistema permanecer na região do espaço de estados na qual o modelo foi obtido. A técnica de controle clássica para sistemas não lineares descritos por modelos *Fuzzy TS* é a Compensação Distribuída Paralela (do inglês *Parallel Distributed Compensation - PDC*) (TANAKA; IKEDA; WANG, 1996; TANAKA; WANG, 2001) na qual as funções de pertinência que descrevem o sistema devem ser conhecidas. Uma classe de sistemas não lineares podem ser representadas por modelos *Fuzzy TS* considerando uma região de operação (KLUG; CASTELAN; COUTINHO, 2015). Este tipo de representação permite o projeto de controladores considerando uma abordagem linear, pois são considerados modelos locais lineares para o projeto dos controladores. Para estabelecer as condições de estabilidade podem

ser utilizadas Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês *Linear Matrix Inequalities* - LMIs) (BOYD *et al.*, 1994).

Uma das estratégias utilizadas para projetar sistemas de controle *Fuzzy* TS é a realimentação dos estados, no entanto, em muitos casos não é possível ter acesso a todos os estados. Para sistemas lineares, o vetor de estados observados pode ser determinado utilizando as mesmas matrizes do sistema original mais um termo que corresponde ao produto do ganho e subtração dos sinais de saída real e observada (OGATA, 2010). Em Tanaka, Ikeda e Wang (1998) é apresentada condições para estimar os estados mediante uma modelagem *Fuzzy* TS.

Outros parâmetros de projeto podem ser considerados ao projeto do controle *Fuzzy* TS como por exemplo a saturação dos atuadores (HU; LIN, 2001), assim também, taxas de decaimento para acelerar a velocidade de resposta (BOYD *et al.*, 1994).

Um sistema não linear pode ter pontos de equilíbrio diferentes da origem em determinados instantes. Neste contexto, uma técnica de projeto para controle com objetivo de atingir valores diferentes da origem é a inserção de um integrador ao sistema e aumentando assim a dimensão (OGATA, 2010; TEIXEIRA *et al.*, 2006). Em Teixeira *et al.* (2006) é apresentado uma abordagem para modelagem *Fuzzy* TS que aumenta a ordem do sistema adicionando uma nova variável de estado à planta para suprimir a diferença no rastreamento do sinal de referência no sistema controlado.

Em um sistema controlado é possível acelerar sua resposta considerando uma taxa de decaimento geral para todos os estados (BOYD *et al.*, 1994). Em Lian, Liou e Huang (2006) é apresentada uma estratégia que permite melhorar o comportamento do sistema atribuindo taxas de decaimento específico para cada estado, este é feita mediante a escolha de valores dos elementos diagonais de uma matriz diagonal definida positiva.

Neste trabalho são utilizadas estratégias de controle necessárias para o controle de uma planta industrial, ilustrada por uma planta térmica de vapor para geração de energia elétrica. Os princípios de operação e requerimentos de projeto do sistema de controle para a planta térmica também são descritos. Para o projeto de controle *Fuzzy* TS da planta térmica é considerado o rastreamento do sinal de referência dado por o erro entre o valor desejado e valor medido das saídas, adicionando um novo estado ao sistema (TEIXEIRA *et al.*, 2006) e conseguindo chegar ao valor de referência em regime permanente. Também é utilizado um observador de estado *Fuzzy* TS (TANAKA; IKEDA; WANG, 1998) para estimar alguns estados que não podem ser mensuráveis considerando o caso em que os termos não lineares não contem aos estados que

serão estimados. O projeto do controlador será feito considerando a realimentação dos estados que são medíveis e estimados. Na dinâmica da modelagem *Fuzzy* TS é considerada também a saturação dos atuadores (HU; LIN, 2001; HU; LIN; CHEN, 2002a; HU; LIN; CHEN, 2002b; CAO; LIN, 2003) e a atribuição de taxas de decaimento específicas para cada estado (LIAN; LIOU; HUANG, 2006). O projeto do controlador é realizado através de LMIs baseados na teoria de Lyapunov considerando o princípio de separação, e que com uso do *solver* SEDUMI, utilizada no *software* MatLab®, pode ser otimizado para encontrar os ganhos adequados para o sistema.

Por conveniência, define-se o conjunto $\mathbb{I}_{n_r} = \{1, 2, \dots, n_r\}$ com $n_r \in \mathbb{Z}^+$ no qual n_r representa o número de regras SE-ENTÃO do sistema *Fuzzy* TS. Assim também são definidos outros conjuntos de números limitados pelo número de variáveis de estados n_x , de entradas n_u , de saídas n_y , de elementos do vetor ϕ por n_h , de termos não lineares do sistema n_p e de vetores de estados conhecidos n_s . Define-se também os conjuntos $\mathbb{I}_{n_r-1} = \{1, 2, \dots, n_r - 1\}$ e $\mathbb{I}_{i n_r} = \{i + 1, i + 2, \dots, n_r\}$.

Este trabalho foi organizado da seguinte forma:

- No Capítulo 2, são apresentados conceitos e características dos processos industriais e, em particular, de uma planta térmica de vapor, assim também, dados dos sistemas de controle mais aplicados atualmente na indústria.
- No Capítulo 3, serão apresentados conceitos fundamentais, definições matemáticas e teoremas correspondentes à modelagem *Fuzzy* TS com rastreamento, observador de estado e análises de estabilidade considerando saturação dos atuadores.
- No Capítulo 4, é feita a abordagem das estratégias desenvolvidas no Capítulo 3 para uma planta térmica de vapor. Os resultados do projeto de controle *Fuzzy* TS são simulados para diversos pontos de referência.

2 DESCRIÇÃO DOS PROCESSOS INDUSTRIAIS E REVISÃO DO PROCESSO EM UMA PLANTA TÉRMICA DE VAPOR

Neste capítulo serão apresentados alguns conceitos relacionados aos processos industriais e em especial atenção ao processo em uma planta térmica de vapor. O objetivo é contextualizar o leitor sobre as características dos processos industriais e os sistemas de controle mais utilizados.

Inicialmente serão apresentadas algumas características dos processos, filosofias de operação e equipamentos utilizados. Em seguida, serão descritos alguns detalhes do processo de uma planta térmica como propriedades termodinâmicas, suas partes principais que o compõem e o princípio de operação. Por último serão comentados os sistemas de controle mais utilizadas atualmente nos processos industriais.

2.1 PROCESSOS DE PRODUÇÃO INDUSTRIAL

Um processo industrial é um conjunto de atividades e procedimentos que são realizados para transformar a matéria prima ou insumos em um produto final. Para alcançar esse propósito é necessário utilizar diferentes métodos e o resultado do produto final poderia ser materiais, ferramentas, alguma substância química, produtos orgânicos, entre outros (GARCIA, 2017). Do ponto de vista econômico, pode ser de dois tipos: primário (ou extrativo) e secundário (ou de fabricação). O primário consiste em identificar a fonte do recurso natural para depois fazer o procedimento de extração, e o secundário consiste em processos que precisam ser abastecidos de insumos ou matérias primas para depois ser levados ao processo de produção para ser convertidos em produtos finais (NIEBEL e FREIVALDS, 2009). É importante destacar que no processo de produção é necessário que os recursos sejam utilizados de forma eficiente e racional, com o propósito de que os custos de produção sejam baixos e ao mesmo tempo obtendo produtos com preços competitivos no mercado, portanto, uma empresa que pretende extrair ou transformar matérias primas, para maximizar os benefícios, diminuir os custos de produção e gerar produtos de qualidade, uma das ações importantes que tem que fazer é investimentos em equipamentos, tecnologia e implementação de algoritmos que permitam otimizar os recursos.

Os diversos produtos que se utiliza no dia a dia, são transformados com procedimentos complexos em centros de produção industrial; estes são feitos seguindo processos que estão compostos por diferentes subprocessos, onde em cada um deles, um objetivo é alcançado. Cada subprocesso transforma a matéria que recebe, e na sua saída haverá um produto que alimenta

ao próximo subprocesso até a obtenção de um produto final. Neste contexto, cada um deles opera com uma filosofia estabelecida, de acordo com os dados de entrada e geração de dados de saídas.

Para conseguir uma maior eficiência e produtividade do processo, pode-se projetar e implementar técnicas de controle aos diferentes subprocessos ou aos mais críticos do sistema; para isso, cada subprocesso pode ser modelado matematicamente fazendo uso das leis físicas e químicas em conjunto com os métodos de identificação de sistemas, conseguindo assim as equações diferenciais que simulam o comportamento do sistema. Estas equações devem ser simples o suficiente para serem usadas nos algoritmos de controle, mas não tão simples que o modelo não represente o sistema a ser controlado. Como em qualquer sistema de controle, para fazer a modelagem e aplicar um algoritmo de controle, é necessário conhecer a filosofia de operação do processo ou subprocesso a ser tratado. Nas seguintes seções serão descritas a filosofia de operação de alguns processos industriais conhecidos.

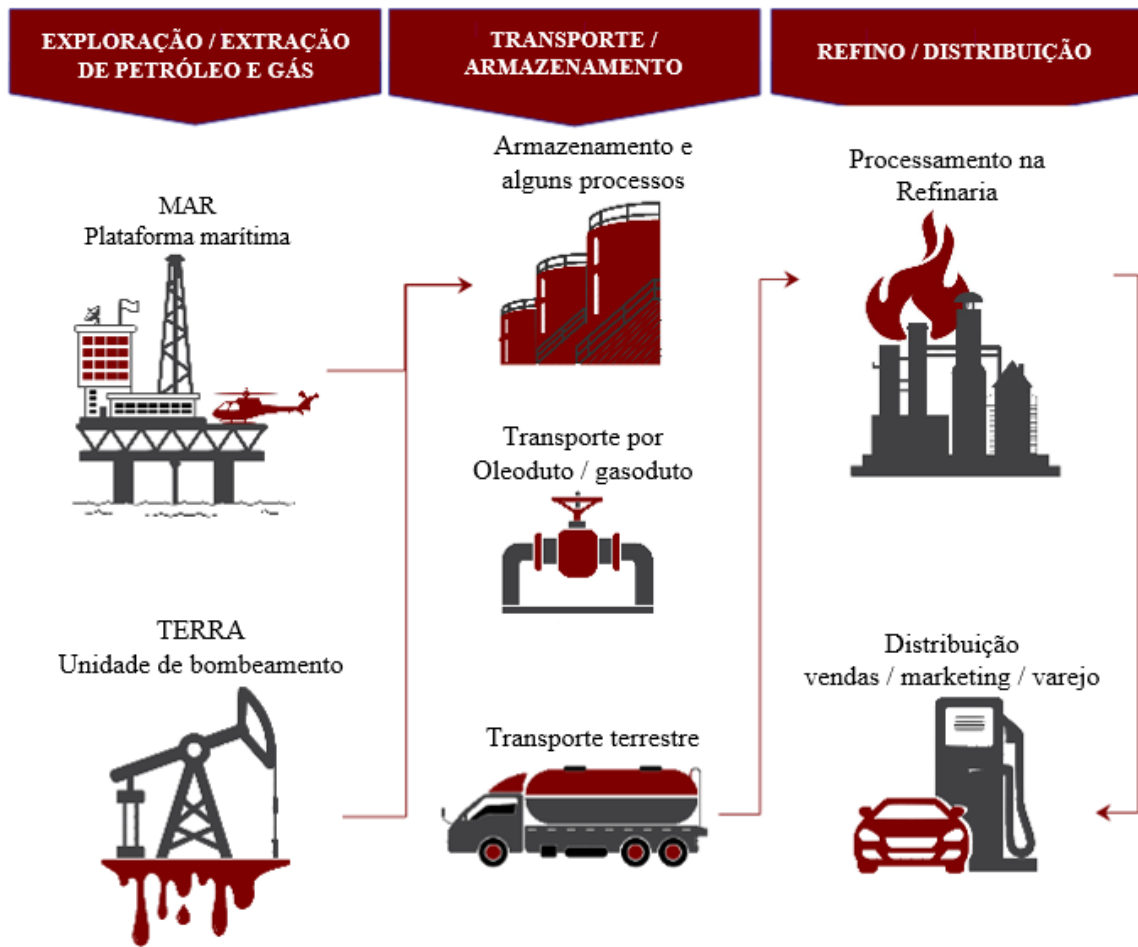
2.1.1 Processos em hidrocarbonetos

O processo de hidrocarbonetos consiste na obtenção de gases e derivados de petróleo. Este é iniciado com a exploração e confirmação da matéria-prima, para logo realizar quatro grandes etapas continuamente até o esgotamento dessa matéria-prima. Essas etapas são extração, transporte, refino e distribuição.

A etapa de refino é a mais importante e complexa do processo, que é composta por diversos subprocessos. No caso do petróleo, este chega com resíduos, água e gases, para os quais são usados separadores para isolar petróleo cru, água, resíduos e gases. Em seguida, o petróleo cru é aquecido e levado para a torre de destilação na qual os componentes do petróleo serão separados por evaporação de acordo com sua temperatura de ebulição, e permanecendo nos pratos colocados um sobre o outro ao serem resfriados. Esses produtos separados são os derivados do petróleo. Na parte inferior da torre de destilação depositam-se os resíduos que ainda podem ser aproveitados, mas é necessário conduzi-los a processos químicos, visto que possuem uma forte ligação a nível molecular (HSU; ROBINSON, 2019).

Após o refino, esses produtos estão prontos para serem distribuídos aos diversos centros de abastecimento para os usuários finais. Na Figura 1 são mostradas as etapas que um processo de hidrocarboneto segue.

Figura 1 – Processos em hidrocarbonetos.



Fonte: Modificado (DAVCHEVA, 2019).

Neste processo pode-se encontrar vários subprocessos que precisam implementar algum algoritmo de controle para ter um funcionamento adequado; alguns exigirão técnicas de controle mais avançadas e robustas do que outros. Os subprocessos mais críticos estão na refinaria, os quais podem ser considerados como subprocessos a coluna de destilação, reatores, fornos, trocadores de calor, caldeiras, torres de resfriamento, etc.

2.1.2 Processos em geração de energia elétrica

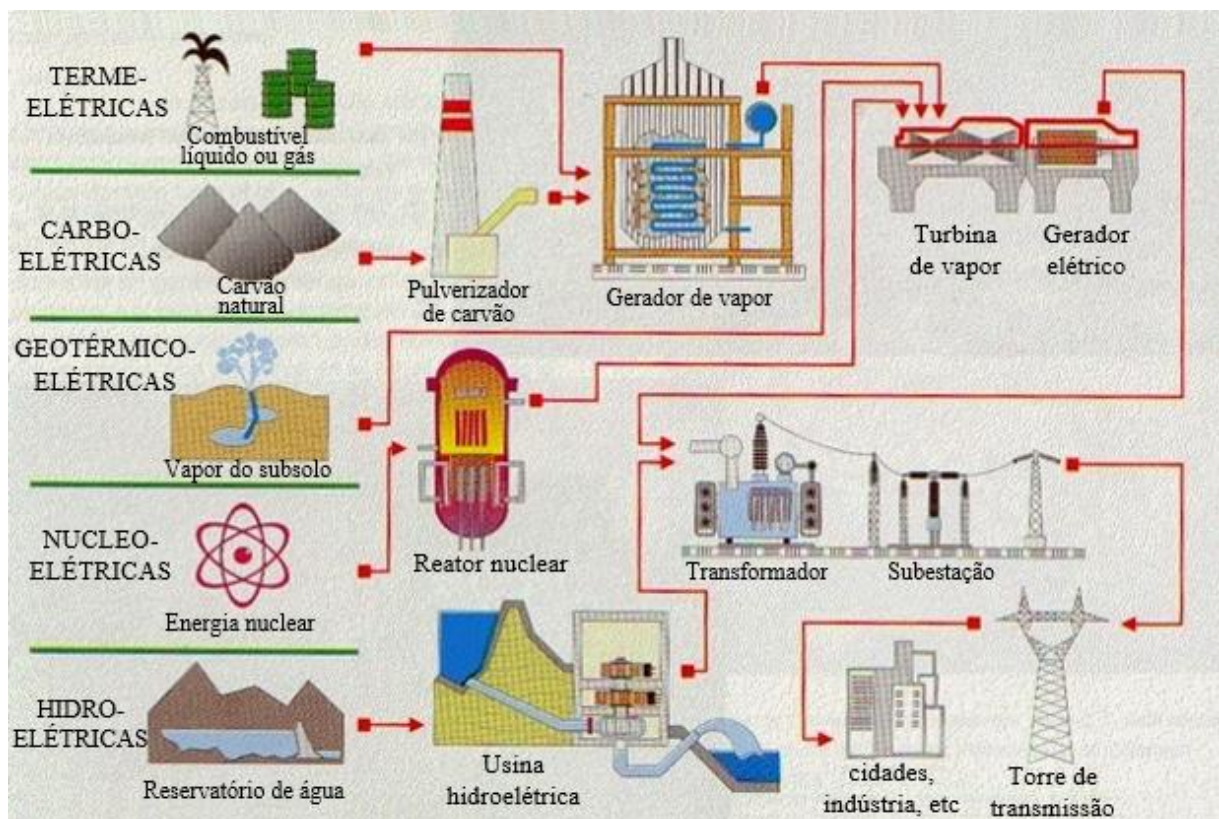
A filosofia de operação dos processos de geração de energia elétrica é muito variada e depende da fonte de energia; esta pode ser gerada a partir de fontes renováveis, como hidráulica, eólica, fotovoltaica, geotérmica, maremotriz, etc, e de fontes não renováveis, como fontes nucleares, através da fissão nuclear, e térmicas pela queima de combustíveis fósseis. Todos esses processos são realizados em usinas compostas por subprocessos. Muitos dos subprocessos são melhorados em produção e operação por meio da aplicação de tecnologias e algoritmos de

controle que podem melhorar o comportamento do sistema. Por exemplo, em usinas térmicas a caldeira, turbinas de alta e baixa pressão e o gerador elétrico são usados juntos; estes podem ser modelados e controlados como um sistema multivariável que permite melhorar significativamente o seu comportamento. Em seções mais adiantes será visto, com mais detalhe, a filosofia do processo de geração de eletricidade a partir do carvão.

No caso das usinas nucleares, o processo consiste na utilização de um reator nuclear, para realizar a fissão do urânio, liberando energia em forma de calor, que é utilizada para aquecer água a mais de 300°C em estado líquido, devido à alta pressão em que este se encontra. Esta aquece outro ciclo de água através de um trocador de calor transformando água em vapor que movimenta uma turbina conectada a um gerador elétrico. Neste caso também existem subprocessos que podem ser melhorados em eficiência e operação ao fazer a modelagem, e projetar alguma técnica de controle adequada.

Na Figura 2 são mostrados diferentes processos de geração de energia elétrica, nos quais diferentes sistemas podem ser encontrados e ser modelados como sistemas multivariáveis.

Figura 2 – Processos em geração elétrica.



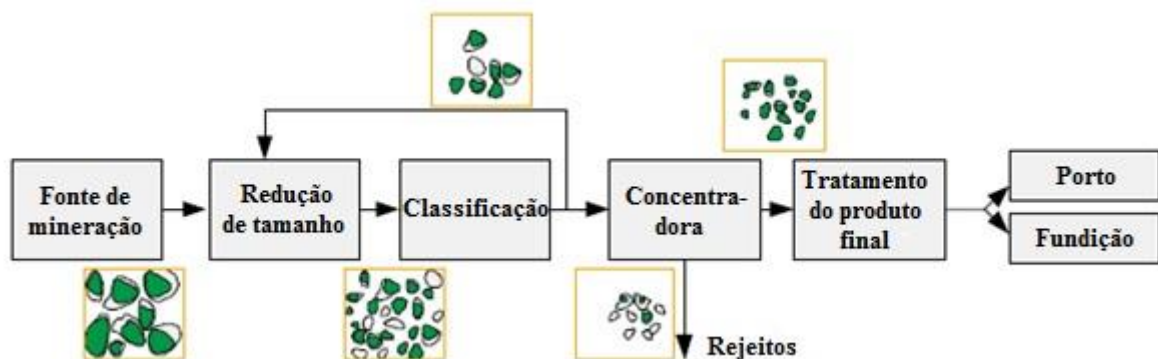
Fonte: Modificado (VASCONCELOS, 2013).

2.1.1 Processos em mineração

Os processos de mineração são muito complexos e críticos. São compostos por vários subprocessos que, para seu correto funcionamento, requerem restrições muito severas devido aos danos humanos e ambientais que podem causar, por isso, normalmente os requisitos de segurança e normas ambientais são muito exigentes. Existem diferentes tipos de processos de mineração dependendo do mineral que vai ser extraído e processado. No caso dos minerais metálicos, todos eles têm uma sequência de processo semelhante. Estes são encontrados no subsolo misturados com outros minerais e, dependendo da profundidade em que é encontrado, a fonte de mineração pode ser a céu aberto, se estiver localizada em áreas próximas à superfície, ou subterrânea, se estiver localizada em grande profundidade.

Em ambos casos, o mineral da fonte de mineração será levado para a área de britagem primária, onde o tamanho das rochas será reduzido bastante. O subprocesso de britagem é feito em seco (sem água). Em seguida, uma esteira transportadora levará o mineral até a zona de moagem para reduzir ainda mais o tamanho; aqui o mineral é misturado com água, passando por um moinho de bolas (atualmente o mais utilizado é o moinho Semi-AutoGeno - SAG), depois da saída deste moinho passa por uma tela que filtra a mistura de minério de tamanho adequado, e aqueles que são muito grandes são devolvidos ao moinho SAG por meio do uso de ciclones ou classificadores mecânicos. Em seguida, o mineral segue para a planta concentradora, na qual será submetido a diversos processos químicos para, finalmente, obter o mineral desejado com alta pureza (SBÁRBARO; DEL VILLAR, 2010). Na Figura 3 mostra-se a sequência geral do processo de mineração.

Figura 3 – Principais operações de um processo de mineração.



Fonte: Modificado (SBÁRBARO; DEL VILLAR, 2010).

Um dos processos de mineração mais realizado mundialmente é o processo de obtenção de cobre e este pode seguir dois caminhos de processo dependendo do tipo de fonte de

mineração: se o mineral está a céu aberto, o processo é chamado Sulfurado e se for subterrâneo, é chamado de Oxidado. O mineral sulfurado segue a sequência geral descrita anteriormente, passando por britagem, moagem e separação. Na planta concentradora é realizado a etapa de separação e obtenção do produto final mediante os subprocessos de flotação, fundição, conversão, refino e fundição, nesta última são obtidos os ânodos de cobre; estes passam pelo subprocesso de eletro-refino para, finalmente, obter cátodos de cobre na forma de placas com uma pureza de 99,99%.

O processo de oxidado passa apenas pela etapa de britagem sem que seja necessária a etapa de moagem, depois passa para uma zona de aglomeração para realizar a etapa de lixiviação, na qual é tratado com ácido sulfúrico para redução de impurezas, depois é levado a etapa de extração por solvente, em que o cobre é extraído da solução com reagentes orgânicos, seguindo para a etapa de eletroextração, na qual, finalmente, serão obtidos cátodos de cobre com pureza de 99,99% (BUSTILLO, 2018). Os subprocessos correspondentes aos moinhos, células e colunas de flotação, são sistemas multivariáveis que requerem uma atenção especial em termos de lógica de controle, podendo melhorar seu desempenho na operação e produção fazendo a modelagem com aplicação de uma técnica de controle adequado.

2.1.2 Processos químicos

Os processos químicos baseiam-se principalmente no uso das leis físicas e químicas como a cinética química da matéria, conservação da massa, energia, momento, fenômenos de transporte e equações de estado. Esses processos são orientados principalmente para a geração de novos produtos ou para separação de compostos ou elementos químicos, todas baseadas principalmente em reações químicas.

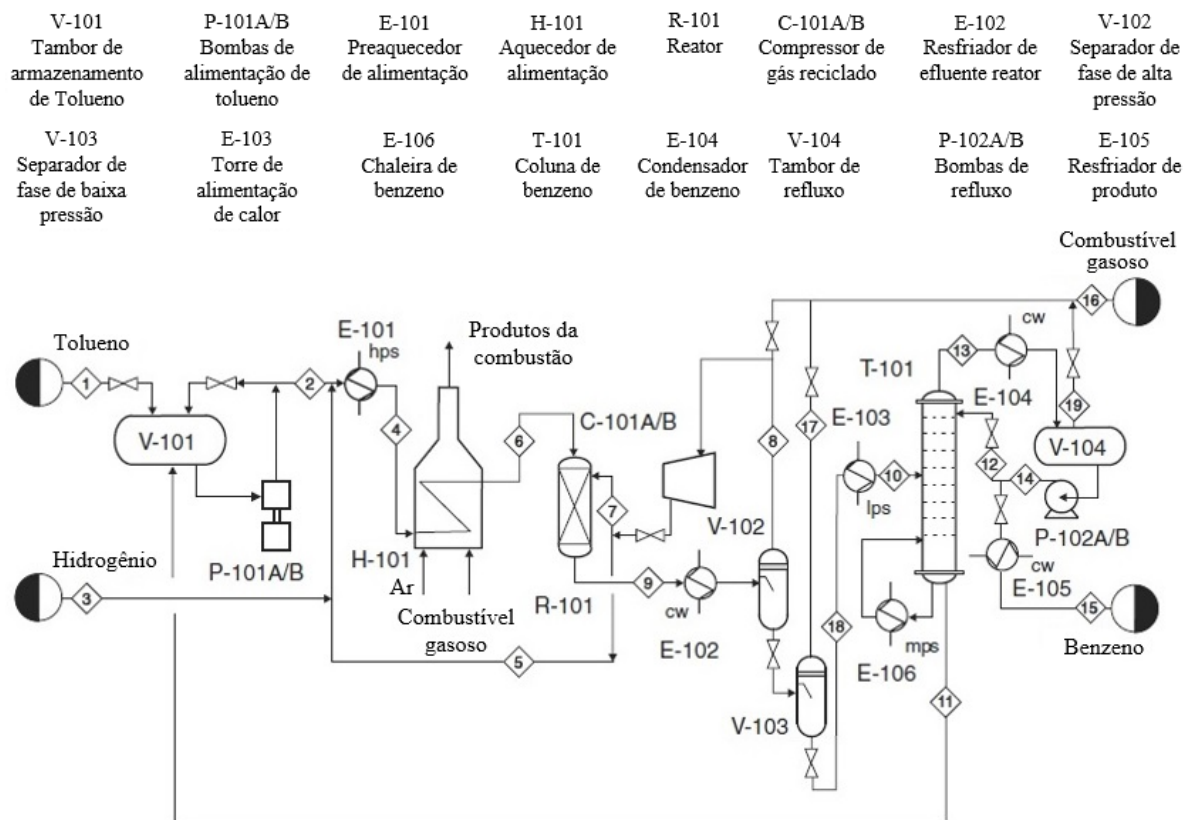
Os processos químicos são muito diversos dependendo do tipo de indústria onde é desenvolvido, como por exemplo a produção de amônia, produtos farmacêuticos, obtenção de metais, etc. Muitos destes processos são feitos no reator químico que, é o elemento principal utilizado para fazer reações químicas controladas, dependendo dos dados de entrada como fluxos, concentrações, temperaturas, etc., e na saída produzem novos componentes de acordo com o processo.

Os processos químicos citados anteriormente, estão compostos de diversos subprocessos onde os elementos, tais como, o reator nuclear, colunas de flotação em processos de mineração, colunas de destilação para separação de hidrocarbonetos, queimadores industriais, etc, podem

ser modelados para projetar técnicas de controle adequados que permita melhorar a eficiência do processo.

Na Figura 4 é mostrado um exemplo de processo químico, no qual é obtido Benzeno a partir da hidrodalquilação de tolueno. Neste o reator é o responsável por fazer a reação química para gerar benzeno, mas no processo é utilizado outros componentes que contribuem com o processo geral.

Figura 4 – Processo de benzeno a partir de hidrodalquilação de tolueno.



Fonte: Modificado (TURTON *et al.*, 2012).

2.2 CARACTERÍSTICAS DAS PLANTAS E EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NOS PROCESSOS INDUSTRIAIS

Um processo industrial é composto de diferentes subprocessos. Cada subprocesso viabiliza um objetivo específico e contribui para o cumprimento do processo geral. Um subprocesso está inter-relacionado de forma lógica com outro subprocesso, este recebe dados de entradas e, com funções estabelecidas, gera dados de saída.

Deste ponto de vista operativo, um subprocesso pode ser considerado como uma planta que tem um comportamento de acordo com os dados de entrada gerando assim dados de saída.

Este comportamento pode ser estabelecido com um modelo matemático que, de acordo com suas características, pode-se aplicar alguma técnica de controle para ter um melhor funcionamento operativo e maior eficiência no processo de produção.

Os modelos de plantas dos diferentes subprocessos industriais tem algumas características específicas que é importante ter em conta para projetar um sistema de controle adequado, estas características podem ser:

- Normalmente tem mais de uma entrada e uma saída, ou seja, são sistemas multivariáveis.
- A grande maioria são sistemas altamente não lineares.
- Tem funções de transferência que geram acoplamento entre os estados.
- Estão expostos a fortes ruídos elétricos, magnéticos, mecânicos e ambientais.
- Existem vários modelos em que um controle ON/OFF é suficiente.
- Algumas variáveis não podem ser medidas devido à complexidade do processo.
- Alguns podem ser aproximados com combinações de modelos de primeira e segunda ordem com atrasos.
- Os métodos de identificação são muito úteis pela complexidade do processo.

Os equipamentos utilizados para o controle dos processos industriais são diversos, isso vai depender do tipo de processo. Em forma geral, os instrumentos de medição e atuadores são aqueles que interagem com o processo (CREUS, 2010). As redes de comunicação são de grande importância porque estas permitem a troca de informação entre os dispositivos de medição, atuadores, controladores e programas de supervisão (GUERRERO; YUSTE; MARTINEZ, 2010). Os dispositivos de controle precisam ter alta robustez para que o processo não seja interrompido pelas fortes perturbações que são originadas tais como elétricas, magnéticas, vibrações, ambientais, etc (LAMB, 2013). A maior porcentagem das plantas de processo industrial no mundo usa os dispositivos chamados Controladores Lógicos Programáveis (CLPs), estes são altamente robustos para operar em ambientes hostis e são usados principalmente em plantas de produção de pequeno e médio porte, e muito pouco em algumas plantas grandes. Uma arquitetura de controle com CLPs é normalmente orientada para controle de subprocessos centralizados.

As grandes plantas de produção como petroquímica, refinarias, mineração, termoelétricas e outras utilizam o Sistema de Controle Distribuído (do inglês Distributed Control System - DCS) devido à complexidade do processo, grande número de subprocessos, volume de

informação e grandes malhas de controle. O DCS possui uma grande vantagem operacional em relação ao CLP, pois opera como um sistema que integra todo o processo produtivo, além de possuir características superiores com relação a *software* e *hardware*. As características mais destacadas do DCS em relação ao CLP são (ROCKWELL AUTOMATION, 2019):

- Alta confiabilidade na operação do processo.
- Trabalha com velocidades superiores.
- Possui uma estação de engenharia, estação de operação, unidades de controle, dispositivos inteligentes de campo com comunicação distribuída em todo o processo.
- Pode executar um grande número de malhas de controle, pois é um sistema multitarefa.
- Possui redundância em todos os níveis do sistema como CPUs, redes de comunicação, fontes de alimentação e módulos de E/S.
- Permite fazer alterações nos algoritmos de controle e configuração de *software* e *hardware* em quente, ou seja, sem gerar parada de processo.
- Está preparado para conexão com os sistemas de gestão como ERP, logístico e corporativo da empresa.
- Permite a integração de diferentes redes de comunicação em todos os níveis do processo.
- Possui um único relógio de sincronização que permite sincronizar todos os dispositivos, controladores e programas de supervisão.
- Os bancos de dados são integrados no mesmo sistema.
- Permite fazer diagnósticos da instrumentação.

2.3 CONCEITOS TERMODINÂMICOS FUNDAMENTAIS NAS PLANTAS TÉRMICAS DE VAPOR

A termodinâmica contém conceitos e leis que permitem explicar e quantificar o comportamento de diversos fenômenos relacionados aos fluidos térmicos. Nesta seção são apresentados algumas definições, propriedades e leis da termodinâmica para um melhor entendimento do processo que acontece em uma planta térmica. Em uma usina térmica, a água é o fluido principal do processo, que permite levar a energia para depois ser transmitido aos equipamentos encarregados de fazer a conversão a outro tipo de energia.

2.3.1 Substância Pura, Fases e Mudança de Fase

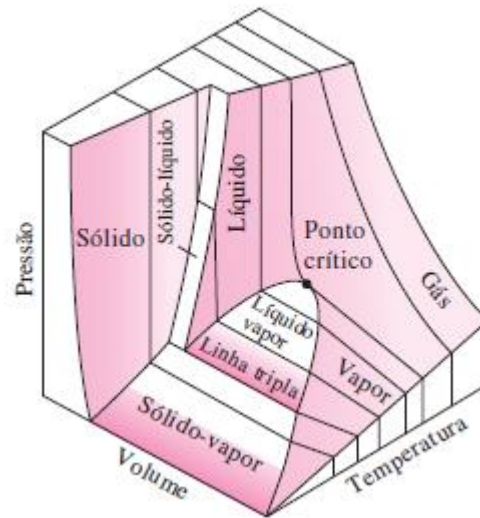
Substância pura é qualquer substância que tem uma composição fixa em qualquer parte que fora tomado uma mostra, pode estar conformado por um ou vários elementos ou compostos químicos (ÇENGEL; BOLES, 2013). Uma mescla também pode ser considerada uma substância pura sempre e quando a mescla seja homogênea. Por exemplo a água, nitrogênio, dióxido de carbono, aire são substâncias puras. Uma mescla de duas ou mais fases de uma mesma substância também é considerado substância pura sempre que a composição química das fases seja a mesma, por exemplo a mescla da água líquida e vapor continua sendo uma substância pura (ÇENGEL; BOLES, 2013).

Uma substância pode ter várias fases, que depende principalmente de suas condições de temperatura e pressão e a mudança de fase é feita a condições constantes (MORAN; SHAPIRO, 2004). Por exemplo, no caso da água que pode estar em estado líquido, e com adição de calor irá aumentando sua temperatura até a ebulição a pressão constante, começando assim a mudança de fase de líquido a vapor até finalmente ter 100% de vapor. Se a água continua recebendo calor, a temperatura e pressão vai continuar aumentando.

2.3.2 Diagramas e Tabelas de Propriedades para Processos de Mudança de Fases

O comportamento de mudança de fase das substâncias puras pode ser representado mediante gráficos em três dimensões com variáveis de pressão, volume e temperatura, conhecido como digrama P-V-T e dados numéricos das propriedades que são mostrados nas tabelas termodinâmicas de substâncias puras (CENGEL; BOLES; KANOGLU, 2019). Com o gráfico e dados nas tabelas, são descritas o comportamento da substância para diferentes condições e, também, é de grande utilidade para fazer cálculos de processo. Na Figura 5 é apresentado um gráfico geral para os estados de uma substância pura.

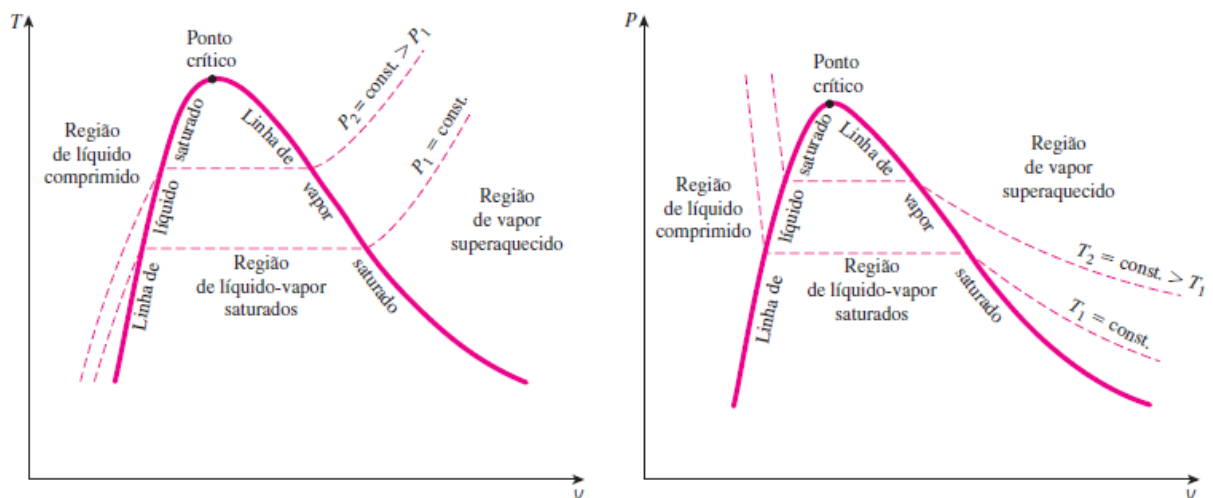
Figura 5 – Superfície P-V-T de uma substância pura.



Fonte: (ÇENGEL; BOLES, 2013).

Para o caso do processo em uma planta térmica, a substância pura utilizada é a água, este processo é feito de forma cíclica com mudanças de fases de líquido a vapor e vice-versa. Portanto, para análises de processo somente é necessário utilizar a parte de que contém líquido, mistura líquido mais vapor, e vapor. Também por facilidade é suficiente utilizar gráficos em duas dimensões como por exemplo P-V ou T-V dependendo da necessidade. Na Figura 6 é mostrado as curvas mencionadas com os estados de processo para a água.

Figura 6 – Diagramas de propriedades de uma substância pura.



Fonte: (ÇENGEL; BOLES, 2013).

2.3.3 Primeira e Segunda Lei da Termodinâmica

No processo de planta térmica, a água em estado de vapor pode transportar uma grande quantidade de energia em forma de temperatura e pressão, este é o responsável para transportar energia aos equipamentos do processo. Ao longo de sua trajetória, a energia da água tem mudanças, em algumas partes ela recebe energia e em outras partes entrega essa energia, esta energia é principalmente descrita pela primeira e segunda lei da termodinâmica.

A primeira lei da termodinâmica é também conhecida como o princípio de conservação da energia, esta permite estudar as relações entre as diversas formas de energia. Esta lei estabelece que:

“A energia não pode ser criada nem destruída durante um processo, ela pode apenas mudar de forma” (ÇENGEL; BOLES, 2013, p. 70).

A segunda lei da termodinâmica complementa a primeira lei, também é conhecida como lei da entropia ou lei das máquinas térmicas. Esta descreve a direção em que a energia deve fluir. Além disso, estabelece que a entropia de um sistema deve aumentar ou permanecer constante, também indica que uma máquina térmica não pode ter uma eficiência de 100% (SMITH; VAN NESS; ABBOTT, 2007). Existem diversas formulações da segunda lei, mas todas elas fazem referência à variação da entropia ou à eficiência das máquinas térmicas.

2.4 PARTES PRINCIPAIS DE UMA PLANTA TÉRMICA DE VAPOR

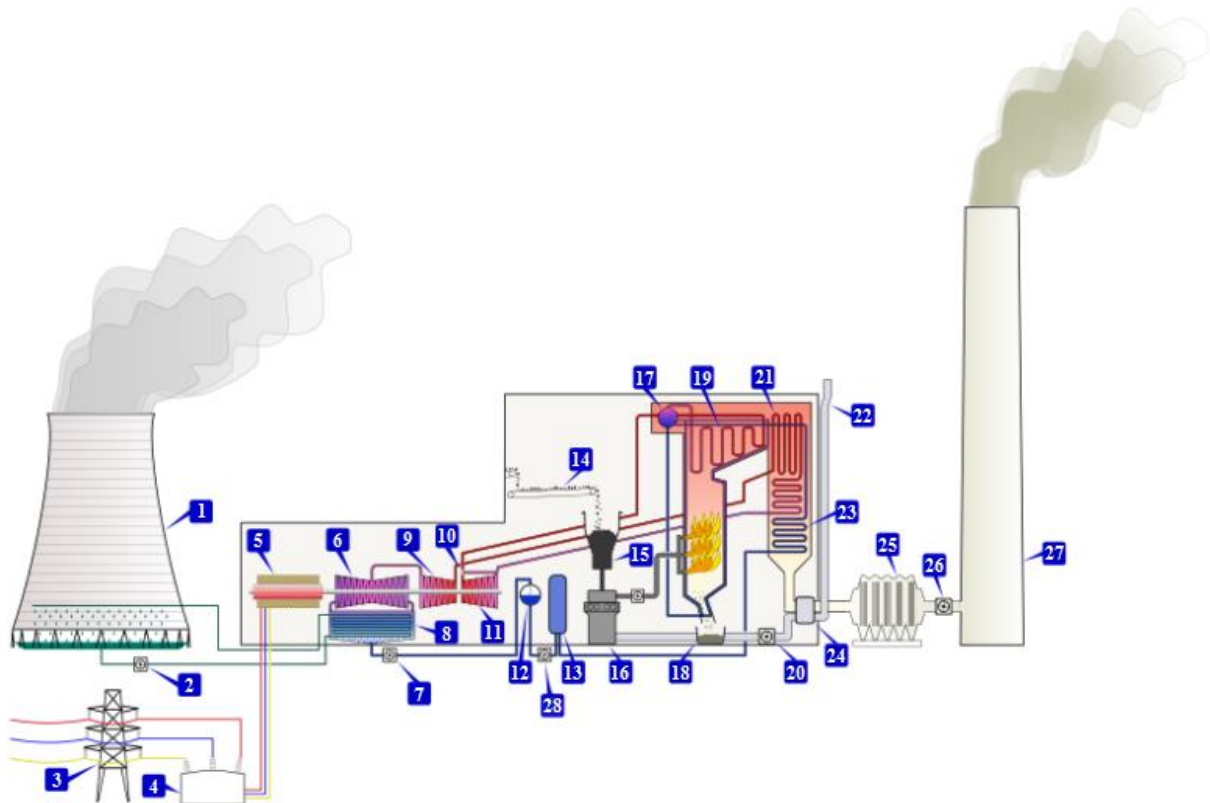
Uma planta térmica está composta de muitos equipamentos e todos eles são muito importantes para realizar o processo de geração de energia elétrica. O processo de geração de eletricidade por meio de uma planta térmica de vapor consiste no aproveitamento da mudança de fase da água. Assim, toda usina térmica tem equipamentos similares e a maior diferença está no processo de uso da fonte de energia. A fonte de energia é a queima de combustível, este pode ser combustível sólido como o carvão, combustível líquido como diesel, combustível gasoso como GLP ou gás natural, também tem outras fontes de combustível alternativos como, por exemplo, biomassa, mas devido ao poder calorífico e eficiência na combustão a maior quantidade de usinas térmicas utilizam combustível gasoso e diesel. As usinas com combustível a carvão são as menos utilizadas atualmente, devido ao impacto ambiental que elas podem causar, mas atualmente existem modernos equipamentos que permitem filtrar os resíduos contaminantes do meio ambiente.

Os principais equipamentos na usina térmica de vapor para o funcionamento do processo de geração de eletricidade são:

- Gerador de vapor: contém o queimador de combustível, gerando gases a altas temperaturas e com este transforma água líquida em vapor a pressão e temperatura suficiente.
- Turbina de vapor: transforma a energia térmica, e pressão do fluxo de vapor, em energia mecânica do eixo; normalmente está composto pelas turbinas de alta, média e baixa pressão, para aproveitar ao máximo a energia do vapor.
- Gerador elétrico: transforma a energia mecânica do eixo em energia elétrica.
- Condensador: é um trocador de calor que permite ao vapor da saída da turbina de baixa pressão, condensar a água, ou seja, mudar para a fase líquida para novamente ser enviado ao gerador de vapor.
- Bombas de água: permite o movimento da água líquida em diversas partes do processo, por exemplo, envia a água da saída do condensador para o gerador de vapor para repetir o ciclo; também é utilizado para movimento da água da torre de refrigeração ao condensador.
- Superaquecedor: é o encarregado de aquecer ainda mais ao vapor da saída da caldeira. Este recebe o vapor saturado e, mediante troca de calor com os gases da combustão, eleva a temperatura de vapor transformando-o em vapor superaquecido.
- Economizador: é um trocador de calor que permite aquecer a água de alimentação do gerador de vapor por meio dos gases de escape da combustão.
- Ventilador de rascunho forçado: permite que os gases da combustão sejam expulsados mediante aspiração, é resistente a altas temperaturas e resíduos da combustão, leva os gases da combustão para a chaminé.

Na Figura 7 é mostrada uma usina térmica de vapor com os elementos necessários para geração de energia elétrica, onde a fonte de combustível é o carvão.

Figura 7 – Partes principais de uma usina térmica de vapor.



Fonte: Modificado (BRIGHT HUB PM, 2020).

Na Tabela 1 é mostrado os nomes dos elementos que compõem a usina térmica de vapor de acordo a numeração indicado na Figura 7.

Tabela 1 – Nome dos elementos de uma usina térmica de vapor.

Nº	Equipamento	Nº	Equipamento
1	Torre de refrigeração	15	Tremonha de carvão
2	Bomba de água de refrigeração	16	Pulverizador de carvão
3	Torre de transmissão elétrica	17	Domo de vapor
4	Transformador	18	Tremonha de cinzas
5	Gerador elétrico	19	Superaquecedor
6	Turbina de baixa pressão	20	Ventilador de rascunho forçado
7	Bomba de condensação	21	Re-aquecedor
8	Condensador	22	Entrada de ar de combustão
9	Turbina de pressão intermédia	23	Economizador
10	Válvula de controle de vapor	24	Pré-aquecedor de ar
11	Turbina de alta pressão	25	Precipitador eletrostático
12	Desaerador (degaseificador)	26	Ventilador de tiragem induzida
13	Aquecedor de água de alimentação	27	Chaminé de emissão de gases de escape
14	Correia transportadora de carvão	28	Bomba de alimentação de água de caldeira

Fonte: Modificado (BRIGHT HUB PM, 2020).

2.5 PRINCÍPIO DE OPERAÇÃO DE UMA PLANTA TÉRMICA DE VAPOR

A produção de eletricidade a partir da energia térmica de vapor é gerada na usina térmica e neste cenário é aproveitado a propriedade da água para mudar de fase. A água para mudar de fase precisa de uma grande quantidade de calor; ela pode transportar energia mediante uma alta pressão e temperatura.

A fonte principal de energia é a queima de um combustível que pode ser sólido, líquido ou gasoso, este entrega calor a água e essa energia é utilizada para mudar de fase e para acrescentar sua pressão e temperatura. A água realiza ciclos repetitivos mudando de fase de líquido a vapor, no gerador de vapor, para depois dar movimento às turbinas de vapor, cujo eixo está acoplado ao eixo do gerador elétrico, obtendo assim energia elétrica. A saída da água é condensada e levada novamente a líquido para depois voltar ao gerador de vapor e repetir o processo.

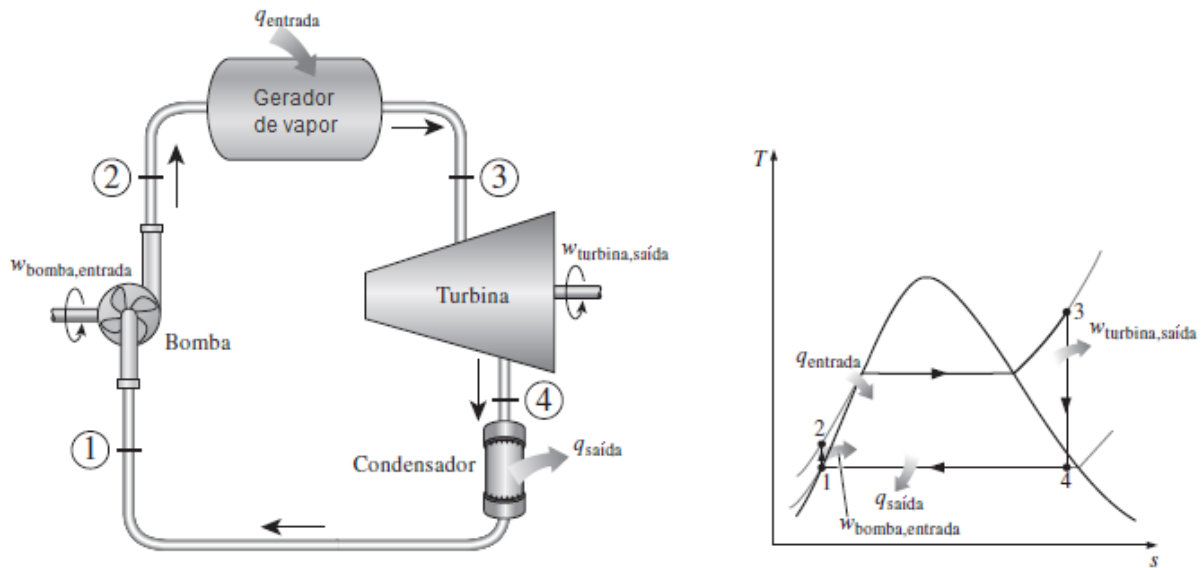
Os gases, produto da combustão, são passados por equipamentos que filtram os resíduos tóxicos para depois serem expelidos para o exterior por meio da chaminé. Uma usina térmica opera seguindo processos termodinâmicos de substâncias puras, neste caso o processo do ciclo Rankine e suas variantes, onde é utilizado a água como fluido. Na continuação descreve-se detalhes e características do ciclo Rankine, que é utilizado em geração elétrica.

2.5.1 Ciclo Rankine Ideal

O processo básico do ciclo Rankine é um processo ideal. Aqui a perda de energia não é considerada, resulta com baixa eficiência de geração elétrica, mas é um processo simples que serve de base para a compreensão de outras variantes do ciclo Rankine.

O ciclo Rankine ideal consiste na obtenção de vapor a alta pressão e temperatura, devido à queima de combustível no gerador de vapor. A saída deste vapor está em um estado de vapor sobreaquecido; o vapor se expande na turbina diminuindo sua pressão e temperatura até ficar como uma mistura de água líquida e vapor, que é esfriado no condensador obtendo finalmente água completamente líquida, para depois ser levada ao gerador de vapor por meio da bomba. Na Figura 8 é mostrado o processo do ciclo Rankine ideal e a curva termodinâmica que segue a água.

Figura 8 – Ciclo rankine simples ideal.



Fonte: Modificado (CENGEL e BOLES, 2012).

Os estados da água nos pontos de processo termodinâmico são (MORAN e SHAPIRO, 2004):

- 1: líquido saturado
- 2: líquido comprimido
- 3: vapor sobreaquecido
- 4: mistura de vapor e água líquida

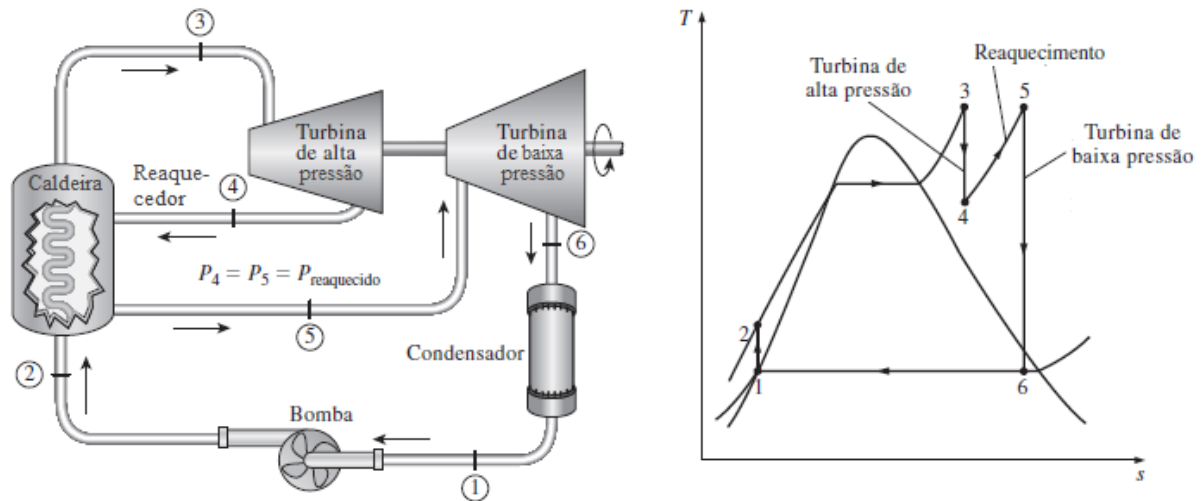
2.5.2 Ciclo Rankine Regenerativo + Reaquecedor

O ciclo Rankine simples não é utilizado devido à baixa eficiência na produção de eletricidade. Para aumentar a eficiência do ciclo Rankine as usinas de vapor modernas utilizam o processo de reaquecimento, este consiste em expandir o vapor das turbinas em dois estágios, e reaquece-lo entre eles, ou seja, a saída do vapor da turbina de alta pressão é levado novamente ao gerador de vapor, e passa pelo reaquecedor que permite ao vapor aumentar sua temperatura a pressão constante conseguindo, assim, a mesma temperatura que tinha na entrada da primeira turbina, depois o vapor é expandido nas turbinas de pressão intermédia e baixa pressão até conseguir a pressão do condensador.

Portanto, a incorporação do reaquecedor aumenta notavelmente a eficiência na produção de energia elétrica em uma planta térmica pelo aumento da temperatura média, na qual o calor

é transferido para o vapor (CENGEL; BOLES; KANOGLU, 2019). Na Figura 9 é mostrado um processo de ciclo Rankine com reaquecimento.

Figura 9 – Ciclo rankine simples ideal com reaquecimento.



Fonte: Modificado (CENGEL; BOLES, 2012).

De acordo com o ciclo Rankine ideal, o calor é transferido a uma temperatura relativamente baixa, este reduz a temperatura média do processo do fornecimento de calor e, portanto, a eficiência do ciclo. Para minimizar este problema é necessário que a água, que entra no gerador de vapor, tenha uma temperatura mais elevada (MORAN; SHAPIRO, 2004).

As usinas modernas de geração elétrica por meio de vapor utilizam o processo de regeneração, este consiste na extração de vapor da turbina em diversos pontos; esse vapor que poderia estar produzindo trabalho nas turbinas é utilizado para aquecer a água de alimentação. O equipamento no qual a água de alimentação é aquecida é chamado regenerador ou aquecedor de água de alimentação (AAA). O uso do processo com regeneração tem muitas vantagens como melhorar a eficiência do ciclo, purgar o ar da água de alimentação para evitar corrosão da caldeira, também ajuda a reduzir a grande vazão volumétrica de vapor nos últimos estágios, da turbina devido aos altos volumes específicos a baixas pressões (CENGEL; BOLES, 2013). Praticamente, em um aquecedor acontece a transferência de calor do vapor para a água líquida de alimentação da caldeira, seja com a mistura destas duas correntes de fluidos ou sem mistura. Os tipos de aquecedores de água de alimentação para regeneração são as seguintes:

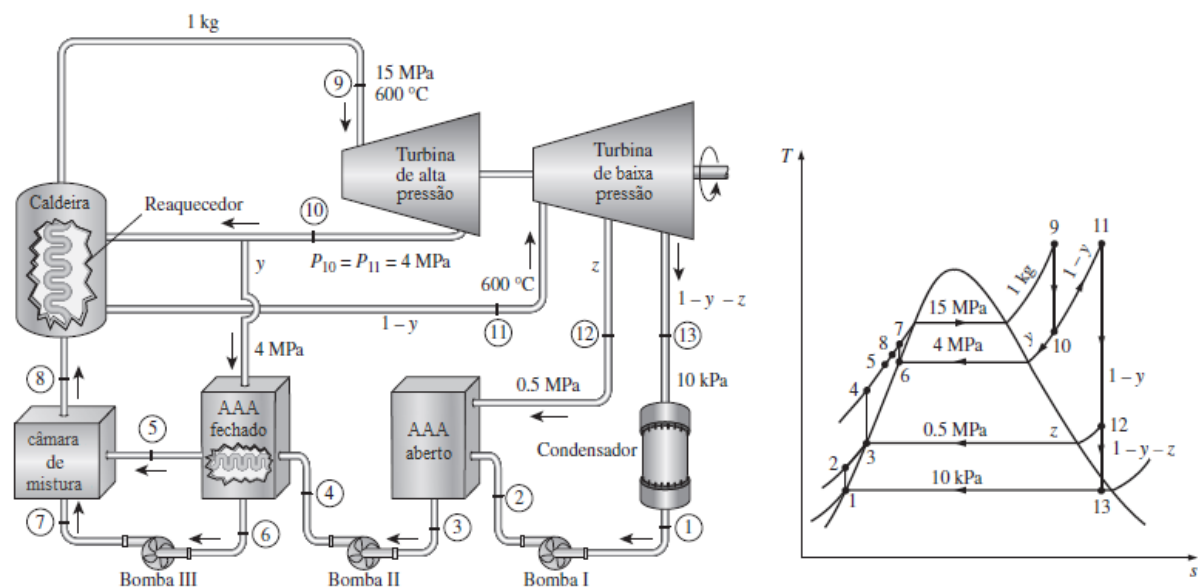
- Aquecedores de água de alimentação abertos, também chamado de contato direto, é basicamente uma câmara de mistura, onde o vapor extraído da turbina é misturado com a água de alimentação proveniente do condensador por meio das bombas.

Teoricamente, a mistura que sai do aquecedor tem o estado de líquido saturado à pressão do aquecedor.

- Aquecedores de água de alimentação fechados, não existe mistura do vapor e água líquida de alimentação, o calor é transferido do vapor para a água proveniente do condensador por meio de contato com as tubulações e os fluidos. As duas correntes têm pressões diferentes e continuam até chegar a uma câmara de mistura ou aquecedor aberto. Teoricamente, o vapor que entra ao aquecedor sai dela como líquido saturado.

O ciclo Rankine regenerativo com reaquecedor é o processo mais utilizado nas usinas de geração de energia elétrica, estes em conjunto com os superaquecedores e economizadores aumentam notavelmente a eficiência da produção de energia elétrica, mas a análise do processo torna-se mais complexo (CENGEL; BOLES; KANOGLU, 2019). Na Figura 10 é mostrado um exemplo de processo de ciclo Rankine regenerativo com reaquecedor, neste caso a água de alimentação é aquecida por meio de aquecedores abertos e fechados. No diagrama Temperatura-Entropia (T-s) é mostrado o processo termodinâmico do ciclo.

Figura 10 – Ciclo rankine regenerativo com reaquecimento.



Fonte: Modificado (CENGEL; BOLES, 2012).

2.6 SISTEMAS DE CONTROLE MAIS APLICADOS ATUALMENTE NOS PROCESSOS INDUSTRIAIS

Atualmente, na prática, muitos dos processos industriais são controlados por lógicas ON/OFF, mas também uma grande parte são por técnicas de controle contínuos que não

necessariamente são projetados fazendo uma modelagem matemática. De acordo com Astrom e Hagglund (1995), até o ano 1995, mais de 90% das malhas de controle nas indústrias de produção utilizavam o controle PID. É assim que atualmente a maior quantidade das plantas de processos industriais ainda utilizam esta técnica de controle, e as plantas térmicas de geração de eletricidade não são a exceção.

Um dos motivos poderia ser devido principalmente ao fato de que durante o século passado o controle PID foi amplamente utilizado e gerou comportamentos aceitáveis do sistema do ponto de vista operacional, já que naquela época o essencial de um sistema de controle era apenas ter um comportamento estável, no entanto, isso não é necessariamente ideal para a produtividade. Outra causa que atualmente motiva sua aplicação é a facilidade de implementação, visto que é possível utilizar os métodos de ajuste de ganho sem a necessidade de realizar estudos da modelagem e projeto, ou no caso mais simples, é que um operador com experiência no processo poderia ajustar os parâmetros de controle PID manualmente apenas com tentativa até que um comportamento aceitável seja alcançado.

No caso das plantas térmicas de geração de eletricidade, a grande maioria tem muitas malhas de controle independentes, ou seja, cada variável do processo tem dedicado um controlador PID para cada um deles, tendo normalmente como ganhos de controle valores que foram encontrados apenas mediante tentativa e ajustes manuais. O problema deste tipo de implementação é que não considera os efeitos de acoplamentos entre as variáveis e os ganhos de controle não são necessariamente os corretos.

Em Cutler e Ramaker (1979), é apresentado o primeiro algoritmo de Controle Preditivo baseado em Modelo (MPC) aplicado à indústria petroquímica, substituindo o controle PID e cobrindo assim várias de suas deficiências que beneficiam à produtividade. Desde então teve outras variantes como o caso do Controle Preditivo Generalizado (GPC). Devido ao avanço da tecnologia e da capacidade de processamento de dados em equipamentos de controle, no final do século passado várias indústrias, incluindo as usinas termoelétricas, já haviam implementado o controle preditivo em seus processos. É assim que, atualmente, o segundo algoritmo de controle mais utilizado em processos industriais, em especial nas usinas termoelétricas é o controle preditivo; estes também são encontrados em processos complexos como os executados em mineração, petroquímica, refinaria, entre outros. A desvantagem do controle preditivo em relação ao PID é a complexidade do algoritmo, e que requer um alto custo computacional, porém com o avanço da tecnologia em controladores industriais como o DCS, este está cada vez mais sendo implementado em diversas plantas.

O controle *Fuzzy* é uma das técnicas de controle mais atuais. Este não é muito utilizado nos processos industriais devido à complexidade do projeto, apesar dos grandes avanços feitos pela comunidade científica. No entanto, existem dispositivos de controle industrial como os DCS que contêm bibliotecas que facilitam a implementação do algoritmo.

2.7 CONCLUSÕES PARCIAIS

Nos processos industriais existem muitos subprocessos nos quais poderiam ser modelados e aplicadas técnicas de controle adequadas, que permitiriam melhorar a operação do sistema e aumentar a eficiência e produtividade do processo. Entender os conceitos, filosofias de operação, leis fundamentais da termodinâmica e transferência de calor é muito importante para a abordagem de uma planta térmica de vapor para produção de energia elétrica, com objetivos de implementar algoritmos de controle, principalmente quando é feita uma implementação prática.

O controle PID independente para cada variável é predominante na prática nas indústrias, mas não necessariamente é o adequado, por isso, projetar leis de controle que tem um melhor comportamento e desempenho poderia melhorar o funcionamento do sistema.

A aplicação de controle com modelagem *Fuzzy* TS em plantas de processos industriais poderia gerar bons resultados ao aproveitar suas capacidades e os grandes avanços na teoria de controle.

3 CONTROLE FUZZY TS PARA SISTEMAS NÃO LINEARES

Neste capítulo serão apresentados conceitos e cálculos que permitirão abordar modelos que representam o comportamento de um processo industrial, com a finalidade de orientar o leitor para uma melhor compreensão.

Inicialmente será apresentada a modelagem de sistemas não lineares descritos por modelos *Fuzzy TS*. Também serão descritos os detalhes matemáticos que permitem desenvolver o algoritmo de controle *Fuzzy TS* com rastreamento, incluindo observador de estado, saturação dos atuadores e atribuição de taxas de decaimento específico para cada estado. Por último serão feitos os cálculos para obter os ganhos de controle e observador de estado.

3.1 SISTEMAS NÃO LINEARES DESCRITOS POR MODELOS FUZZY TS

Os modelos *Fuzzy TS* (TAKAGI; SUGENO, 1985) são descritos por regras SE-ENTÃO. Estes modelos relacionam localmente as entradas e saídas do sistema não linear.

Regra i :

$$\begin{aligned} &\text{SE } z_1(t) \text{ é } M_1^i \text{ e } \dots \text{ e } z_{n_p}(t) \text{ é } M_{n_p}^i, \\ &\text{ENTÃO } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t), \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

onde $i \in \mathbb{I}_{n_r}$, $j \in \mathbb{I}_{n_p}$, M_j^i o conjunto *Fuzzy* j da regra i ; $x(t) \in \mathfrak{R}^{n_x}$ é o vetor de estado, $u(t) \in \mathfrak{R}^{n_u}$ é o vetor de entradas, $y(t) \in \mathfrak{R}^{n_y}$ é o vetor de saídas; $A_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_x}$, $B_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_u}$, $C_i \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_x}$ e $D_i \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_u}$ são as matrizes locais lineares; $z_1(t), \dots, z_{n_p}(t)$ são as variáveis premissas que podem ser funções das variáveis de estado e parâmetros incertos do sistema, distúrbios externos e/ou tempo. Será usado $z(t)$ para denotar ao vetor que contém todos os elementos individuais $z_1(t), \dots, z_{n_p}(t)$. Cada uma das equações lineares representadas por $A_i x(t) + B_i u(t)$ é chamada modelo local ou subsistema.

A modelagem *Fuzzy TS* consiste na combinação dos modelos locais lineares através das funções de pertinência. Dado o par $(x(t), u(t))$, a modelagem *Fuzzy TS* é inferido da seguinte forma (TANIGUCHI *et al.*, 2001):

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)], \\ y = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [C_i x(t) + D_i u(t)], \end{cases} \quad (2)$$

em que para todo t :

$$\begin{aligned} z(t) &= [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_{n_p}(t)], \\ w_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^{n_p} M_{ij}(z(t)), \\ h_i(z(t)) &= \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t))} \end{aligned} \quad (3)$$

O termo $M_{ij}^i(z(t))$ é o grau de pertinência do conjunto *Fuzzy* em relação à variável premissa $z_j(t)$. A função de pertinência $h_i(z(t))$ é o peso normalizado de cada modelo local.

Estes cumprem o seguinte:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t)) > 0, \\ w_i(z(t)) \geq 0, \\ \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) = 1, \\ h_i(z(t)) \geq 0. \end{cases}$$

Para garantir que o sistema descrito por modelos *Fuzzy* TS dada em (2) com condição inicial dada em uma região adequada pertencente a uma região de operação, $x(t)$ deve permanecer dentro da região operativa para todo $t \geq 0$. Em Klug, Castelan e Coutinho (2015) é considerado a região de operação no espaço de estados dada por

$$\mathcal{X} = \{x(t) \in \mathfrak{R}^{n_x} : |N_h x(t)| \leq \phi_h, \ h \in \mathbb{I}_{n_h}\}, \quad (4)$$

onde $N = [N_1^T \ N_2^T \ \dots \ N_{n_h}^T]^T \in \mathfrak{R}^{n_h \times n_x}$ e $\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_{n_h}]^T \in \mathfrak{R}^{n_h}$ são conhecidos. Se as condições iniciais pertencentes à região de atração $\mathcal{E}(P, \rho)$ estão contidas na região \mathcal{X} , ou seja, $\mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{X}$, então será garantido que para todo $x(0) \in \mathcal{E}(P, \rho)$, o vetor de estados $x(t)$ do sistema (2) permanecerá na região de operação \mathcal{X} (ALVES *et al.*, 2016).

3.2 CONDIÇÕES DE ESTABILIDADE PARA REGULADORES FUZZY TS, TAXA DE DECAIMENTO E LIMITAÇÃO DA LEI DE CONTROLE

De acordo com Tanaka, Ikeda e Wang (1996), na PDC, cada regra de controle é projetada desde a correspondente regra do modelo *Fuzzy* TS. O projeto do controlador *Fuzzy* TS, comparte os mesmos conjuntos *Fuzzy* com o modelo *Fuzzy* nas partes premissas. O modelo dado em (1), para uma regra i , tem-se a seguinte lei de controle com realimentação de estado $x(t)$ (TANAKA; IKEDA; WANG, 1996):

Regra i :

$$\begin{aligned} \text{SE } z_1(t) \text{ é } M_1^i \text{ e } \dots \text{ e } z_{n_p}(t) \text{ é } M_{n_p}^i, \\ \text{ENTÃO } u(t) = -K_i x(t), \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, \end{aligned}$$

portanto, a lei de controle *Fuzzy* TS global será

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t))K_i x(t), \quad (5)$$

onde K_i representa os ganhos de realimentação de estado.

Substituindo a lei de controle (5) em a dinâmica de (2)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i (-\sum_{j=1}^{n_r} h_j(z(t))K_j x(t))], \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t)) [A_i - B_i K_j] x(t), \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t))G_{ij} x(t), \end{aligned} \quad (6)$$

onde o sistema realimentado (6) pode ser reescrito por:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i^2(z(t))G_{ii} x(t) + 2 \sum_{i < j}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t)) \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) x(t), \quad (7)$$

em que $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ para $i, j \in \mathbb{I}_{n_r}$.

A condição de estabilidade suficiente para o sistema controlado (7) pode ser definido pelo Teorema 1.

Teorema 1. (TANAKA; IKEDA; WANG, 1996) O ponto de equilíbrio $x=0$ do Sistema de controle *Fuzzy* contínuo descrito por (7) com $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ é globalmente assintoticamente estável se existe uma matriz simétrica P definida positiva comum tal que as seguintes desigualdades sejam factíveis:

$$P > 0, \quad (8)$$

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, \quad (9)$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0, \quad (10)$$

$$i \in \mathbb{I}_{n_r-1} \text{ e } j \in \mathbb{I}_{i n_r}.$$

No projeto de controle, muitas vezes não é suficiente considerar apenas estabilidade, outros índices de desempenho podem melhorar notavelmente o comportamento do sistema controlado, tais como a velocidade de resposta, restrições da entrada e saída. A velocidade de resposta está relacionada com a taxa de decaimento definido por um número real $\beta > 0$ (BOYD *et al.*, 1994), tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\beta t} \|x(t)\| = 0, \quad (11)$$

para todas as trajetórias de $x(t)$. Pode-se usar uma função quadrática de Lyapunov $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$ para estabelecer o limitante inferior para a taxa de decaimento do sistema em malha fechada (BOYD *et al.*, 1994). Se a condição conforme (12)

$$\dot{V}(x(t)) \leq -2\beta V(x(t)), \quad (12)$$

for satisfeita para todas as trajetórias de $x(t)$, então $V(x(t)) \leq V(x(0))e^{-2\beta t}$ e consequentemente $\|x(t)\| \leq \mu(P)^{1/2} \|x(0)\| e^{-\beta t}$ com $\mu(P) = \lambda_{\max}(P) / \lambda_{\min}(P)$, sendo $\lambda_{\max}(P)$ e $\lambda_{\min}(P)$ autovalores máximo e mínimo da matriz P , portanto a taxa de decaimento é maior ou igual a β (SLOTINE e LI, 1991; BOYD *et al.*, 1994). De acordo com o Teorema 1 e considerando a condição da taxa de decaimento, as novas condições de estabilidade são dadas no Teorema 2 (TANAKA, IKEDA e WANG, 1997).

Teorema 2. (TANAKA; IKEDA; WANG, 1997) O ponto de equilíbrio $x=0$ do Sistema de controle *Fuzzy* contínuo descrito por (7) com $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ e taxa de decaimento β é

globalmente assintoticamente estável se existe uma matriz simétrica P definida positiva comum tal que as seguintes desigualdades sejam factíveis:

$$P > 0, \quad (13)$$

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + 2\beta P < 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, \quad (14)$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) + 2\beta P \leq 0, \quad (15)$$

$$i \in \mathbb{I}_{n_r-1} \text{ e } j \in \mathbb{I}_{i n_r}.$$

As condições de estabilidade do Teorema 2 atribuem a mesma taxa de decaimento para cada elemento do vetor de estados. Em Lian, Liou e Huang (2006) é proposta uma modificação ao Teorema 2 que tem a flexibilidade de atribuir taxas de decaimento específico para cada estado ao escolher adequadamente os elementos diagonais da matriz D_t conforme o Teorema 3, nos quais um melhor comportamento transitório poderia ser alcançado.

Teorema 3. (LIAN; LIOU; HUANG, 2006) Seja D_t uma matriz diagonal definida positiva, o ponto de equilíbrio $x=0$ do sistema de controle *Fuzzy* TS contínuo descrito por (6) $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ pode ser estabilizado exponencialmente através da lei de controle (5) se existe uma matriz simétrica P definida positiva comum tal que as seguintes desigualdades sejam factíveis:

$$P > 0, \quad (16)$$

$$G_{ij}^T P + P G_{ij} + D_t P D_t < 0, \quad i, j \in \mathbb{I}_{n_r}. \quad (17)$$

Prova: Escolhendo a função quadrática de Lyapunov $V(x(t)) = x^T(t) P x(t) > 0$, onde P é uma matriz simétrica definida positiva. Aplicando a derivada com relação ao tempo e utilizando a dinâmica em (6), é obtida conforme (18):

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}^T(t) P x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t),$$

$$\dot{V}(x(t)) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) x^T(t) (G_{ij}^T P + P G_{ij}) x(t). \quad (18)$$

Da desigualdade (17), pré-multiplicando por $x(t)^T$ e pós-multiplicando por $x(t)$, é obtida (19):

$$G_{ij}^T P + P G_{ij} < -D_i P D_i,$$

$$x^T(t)(G_{ij}^T P + P G_{ij})x(t) < -x^T(t)(D_i P D_i)x(t). \quad (19)$$

De (18) e (19), é obtida a desigualdade (21):

$$\dot{V}(x(t)) \leq -x^T(t) D_i P D_i x(t) \quad (20)$$

$$\dot{V}(x(t)) \leq -\beta V(x(t)), \quad (21)$$

onde a taxa de convergência é dada por $\beta = (\lambda_{\min}(D_i P D_i) / \lambda_{\max}(P))$ (SLOTINE; LI, 1991), no qual tem uma estrutura similar conforme (12). Logo, é obtido $V(x(t)) \leq V(0)e^{-\beta t}$ e consequentemente $\|\bar{x}(t)\|^2 \leq (V(0) / \lambda_{\min}(P))e^{-\beta t}$, com isso a prova está concluída.

Um outro índice de desempenho é a limitação na norma da lei de controle que pode ajudar a limitar os valores dos ganhos para uma adequada implementação prática. Assumindo que a condição inicial $x(0)$ é conhecida, a restrição $\|u(t)\|_2 \leq \theta$ é imposta para todo $t \geq 0$ se as LMIs a seguir são satisfeitas (BOYD *et al.*, 1994; TANAKA; IKEDA; WANG, 1998):

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} Q & Y_i^T \\ Y_i & \theta^2 I \end{bmatrix} \geq 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}. \quad (23)$$

sendo $Q = P^{-1}$ e $Y_i = K_i Q$.

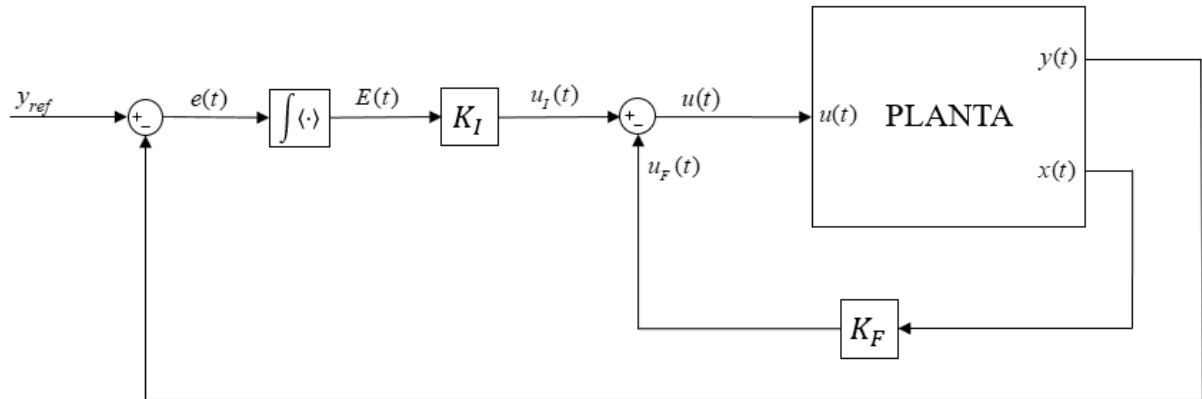
3.3 CONTROLE COM RASTREAMENTO BASEADO EM MODELAGEM FUZZY TS

O objetivo de controle de plantas de processos industriais é obter o erro das variáveis de saídas em estado estacionário igual ao valor zero, por isso é necessário utilizar uma estrutura de controle que permita realimentar a dinâmica dos estados, e fazer um rastreamento dos sinais de saídas. Isso pode ser resolvido adicionando uma ação integral ao sistema por meio de uma nova variável de estado.

Em Teixeira *et al.* (2006) é apresentada uma forma de abordagem para controle com a adição de um novo estado, representado pela integral do erro entre o valor desejado e o valor medido da saída.

Na Figura 11 é mostrada uma estrutura de controle com malhas de realimentação de estados e saídas.

Figura 11 – Controle com realimentação de estados e saídas.



Fonte: Próprio autor.

Considerando um sistema não linear dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, u), \\ y(t) &= g(x, u). \end{aligned} \quad (24)$$

Onde $x(t) \in \mathfrak{R}^{n_x}$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathfrak{R}^{n_u}$ é o vetor de entradas, $y(t) \in \mathfrak{R}^{n_y}$ é o vetor de saídas.

Seja y_{ref} o valor desejado para as saídas, o objetivo de controle com rastreamento pode ser alcançado tal que em estado estacionário

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [y_{ref} - y(t)] = 0.$$

Definindo o novo estado para o erro e substituindo $y(t)$ de (24)

$$\begin{aligned} E(t) &= \int_0^t e(t) dt = \int_0^t [y_{ref} - y(t)] dt, \\ \dot{E}(t) &= y_{ref} - g(x, u). \end{aligned} \quad (25)$$

Combinando (24) e (25), o sistema dinâmico aumentado é

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u), \\ \dot{E}(t) = y_{ref} - g(x, u), \\ y(t) = g(x, u). \end{cases} \quad (26)$$

Do sistema (26), assumindo que o par $(x, u) = (x_s, u_s)$ são pontos de equilíbrio de estado x e entrada de controle u , respectivamente. Portanto, a dinâmica do sistema fica da seguinte forma

$$\begin{aligned} f(x_s, u_s) &= 0, \\ y_{ref} - g(x_s, u_s) &= 0, \end{aligned} \quad (27)$$

onde, por conveniência assumimos que as equações de (27) tem uma única solução.

O sistema (26) pode ser descrito por modelos *Fuzzy* TS e para uma regra i , é obtido o seguinte

Regra i :

$$\begin{aligned} &\text{SE } z_1(t) \text{ é } M_1^i \text{ e } \dots \text{ e } z_{n_p}(t) \text{ é } M_{n_p}^i, \\ &\text{ENTÃO } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ \dot{E}(t) = y_{ref} - C_i x(t) - D_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t). \end{cases} \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}. \end{aligned} \quad (28)$$

De (28), o sistema aumentado global descrito por modelos *Fuzzy* TS é da seguinte forma

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [\bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i u(t)] + H, \\ y(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [C_i x(t) + D_i u(t)]. \end{cases} \quad (29)$$

sendo $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix}$, $\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ -D_i \end{bmatrix}$, $H = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}$, $\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) = 1$ e $h_i(z(t)) \geq 0$

para todo $i \in \mathbb{I}_{n_r}$.

A lei de controle global para o modelo *Fuzzy* TS aumentado (29) pode ser expressada da mesma forma que na Seção 3.2, com realimentação do vetor de estado $\bar{x}(t)$, onde é considerado o novo estado $E(t)$. Portanto, a lei de controle para o sistema aumentado é dada em (30).

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \bar{K}_i \bar{x}(t), \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, \quad (30)$$

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \begin{bmatrix} K_{Fi} & K_{Li} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix}, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r},$$

$$u(t) = u_F(t) + u_I(t),$$

em que $u_F(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t))K_{Fi}x(t)$, $u_I(t) = -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t))K_{Ii}E(t)$, $\bar{K}_i = \begin{bmatrix} K_{Fi} & K_{Ii} \end{bmatrix}$ e

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix}.$$

Substituindo (30) na dinâmica de (29) é obtido

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t))[\bar{A}_i\bar{x}(t) + \bar{B}_i(-\sum_{j=1}^{n_r} h_j(z(t))\bar{K}_j\bar{x}(t))] + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t))[\bar{A}_i - \bar{B}_i\bar{K}_j]\bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t))\bar{G}_{ij}\bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i^2(z(t))\bar{G}_{ii}\bar{x}(t) + 2\sum_{i<j}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t))\left(\frac{\bar{G}_{ij} + \bar{G}_{ji}}{2}\right)\bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i^2(z(t))\bar{G}_{ii}\bar{x}(t) + 2\sum_{i<j}^{n_r} h_i(z(t))h_j(z(t))\left(\frac{\bar{G}_{ij} + \bar{G}_{ji}}{2}\right)\bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (31)$$

em que $\bar{G}_{ij} = \bar{A}_i - \bar{B}_i\bar{K}_j$ para tudo $i, j \in \mathbb{I}_{n_r}$.

Para o caso em que $y_{ref} = 0$, a estabilidade do sistema (31) pode ser analisado utilizando as condições de estabilidade dos Teorema 1, 2 ou 3 para o ponto de equilíbrio $(x, E) = (0, 0)$.

Para o caso em que $y_{ref} \neq 0$ pode-se obter uma dinâmica equivalente para o sistema (31) para analisar sua estabilidade de forma similar como é desenvolvido em Teixeira *et al.* (2006). Assim, seja $\bar{x}_e = (x_s, E_s)$ e $u_e = u_s$ o ponto de equilíbrio da dinâmica do sistema aumentado (29). Definindo novas variáveis para levar o sistema à origem como é mostrado em (32):

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \bar{x}(t) - \bar{x}_e \Rightarrow \bar{x}(t) = \tilde{x}(t) + \bar{x}_e, \\ \tilde{u}(t) &= u(t) - u_e \Rightarrow u(t) = \tilde{u}(t) + u_e. \end{aligned} \quad (32)$$

Substituindo (32) na dinâmica do sistema (29), é obtida

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t))[\bar{A}_i(\tilde{x}(t) + \bar{x}_e) + \bar{B}_i(\tilde{u}(t) + u_s)] + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix},$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \left[\bar{A}_i \tilde{x}(t) + \bar{B}_i \tilde{u}(t) + \underbrace{\bar{A}_i \bar{x}_e + \bar{B}_i u_s}_{\varphi} + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix} \right] \quad (33)$$

De (33), fazendo operações para φ e ordenando termos

$$\begin{aligned} \varphi &= \bar{A}_i \bar{x}_e + \bar{B}_i u_s + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \varphi &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ E_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ -D_i \end{bmatrix} u_s + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}, \\ \varphi &= \begin{bmatrix} A_i x_s + B_i u_s \\ y_{ref} - C_i x_s - D_i u_s \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Considerando o par $(x, u) = (x_s, u_s)$ para (28) e utilizando (27), o valor de φ é

$$\varphi = \begin{bmatrix} f(x_s, u_s) \\ y_{ref} - g(x_s, u_s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Então, a dinâmica (33) fica da seguinte forma

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \left[\bar{A}_i \tilde{x}(t) + \bar{B}_i \tilde{u}(t) \right] \quad (34)$$

No modelo *Fuzzy* TS aumentado (34), para uma regra i , o sistema tem a seguinte lei de controle com realimentação do vetor de estado $\tilde{x}(t)$, considerando o novo estado $E(t)$ (TEIXEIRA *et al.*, 2006):

Regra i :

SE $z_1(t)$ é M_1^i e ... e $z_{n_p}(t)$ é $M_{n_p}^i$,

ENTÃO $\tilde{u}(t) = -[K_{Fi} \quad K_{Ii}] \tilde{x}(t)$, $i \in \mathbb{I}_{n_r}$.

portanto, a lei de controle *Fuzzy* TS global será

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \bar{K}_i \tilde{x}(t), \\ \bar{K}_i &= [K_{Fi} \quad K_{Ii}], \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}. \end{aligned} \quad (35)$$

onde K_{Fi} representa os ganhos de realimentação de estado e K_{Ii} representa os ganhos da ação integral do erro entre o valor desejado e o valor medido para as saídas. Substituindo a lei de controle (35) em (34)

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [\bar{A}_i \tilde{x}(t) + \bar{B}_i (-\sum_{j=1}^{n_r} h_j(z(t)) \bar{K}_j \tilde{x}(t))], \\ \dot{\tilde{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) [\bar{A}_i - \bar{B}_i \bar{K}_j] \tilde{x}(t), \\ \dot{\tilde{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \bar{G}_{ij} \tilde{x}(t),\end{aligned}\tag{36}$$

em que:

$$\bar{G}_{ij} = \bar{A}_i - \bar{B}_i \bar{K}_j, \quad i, j \in \mathbb{I}_{n_r}.\tag{37}$$

Portanto, a lei de controle (35) é equivalente a lei de controle (30) e a dinâmica de (36) é equivalente à dinâmica de (29). Então, a estabilidade da dinâmica dado em (34) pode ser analisada utilizando o Teorema 1, 2 ou 3 para o ponto de equilíbrio $\tilde{x} = 0$.

3.4 MODELAGEM DO OBSERVADOR DE ESTADO FUZZY TS

Em aplicações práticas, algumas variáveis de estado podem não ser mensuráveis, ou os instrumentos de medição podem ser muito caros. Nos sistemas lineares, o uso de observadores de estado permite resolver este problema, fornecendo uma estimativa dos estados, desde que o sistema seja observável. Da mesma forma pode ser construído um observador de estado *Fuzzy TS*. Como em todo projeto de observador, este deve garantir o seguinte

$$x(t) - \hat{x}(t) \rightarrow 0, \text{ quando } t \rightarrow \infty.$$

Como o caso do projeto de controlador, o conceito da PDC pode ser aplicado para obter o observador *Fuzzy TS*.

Em Tanaka, Ikeda e Wang (1998) é desenvolvida uma abordagem para o observador *Fuzzy TS* de ordem completa; que fornece todas as variáveis de estado estimadas do sistema. Para uma regra i tem-se o seguinte:

Regra de observador i :

$$\begin{aligned} & \text{SE } z_1(t) \text{ é } M_1^i \text{ e } \dots \text{ e } z_{n_p}(t) \text{ é } M_{n_p}^i, \\ & \text{ENTÃO } \begin{cases} \hat{\dot{x}}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) = C_i \hat{x}(t) + D u(t). \end{cases} \end{aligned} \quad (38)$$

Sendo que $\hat{x}(t) \in \mathfrak{R}^{n_x}$ é o vetor de estados observados e $\hat{\dot{x}}(t) \in \mathfrak{R}^{n_x}$ é sua derivada; $u(t) \in \mathfrak{R}^{n_u}$ é o vetor de entrada; $y(t) \in \mathfrak{R}^{n_y}$ e $\hat{y}(t) \in \mathfrak{R}^{n_y}$ são o vetor de saída da planta original e vetor de saída observado; $L_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_y}$ é a matriz de ganhos do observador; $A_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_x}$, $B_i \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_u}$, $C_i \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_x}$ e $D_i \in \mathfrak{R}^{n_y \times n_u}$ são as matrizes locais lineares do sistema original; $z_1(t), \dots, z_{n_p}(t)$ são as variáveis premissas também do sistema original, para todo $i \in \mathbb{I}_{n_r}$.

O projeto de observador *Fuzzy* TS utiliza o mesmo peso $w_i(z(t))$ e a mesma função de pertinência, como a i -ésima regra no caso do modelo *Fuzzy* TS. Para o caso em que as variáveis premissas do vetor de termos não lineares $z(t)$ não dependem das variáveis dos estados que irão ser estimados (TANAKA; IKEDA; WANG, 1998; TANAKA; WANG, 2001), o observador *Fuzzy* TS global é representado por

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t)) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))]}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t))}, \\ \hat{\dot{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))], \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t)) [C_i \hat{x}(t) + D u(t)]}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t))}, \\ \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [C_i \hat{x}(t) + D u(t)]. \end{aligned} \quad (40)$$

Portanto, para o sistema aumentado com seguimento integral baseado em modelagem *Fuzzy* TS, como é mostrada em (29) e fazendo a analogia com (35), a lei de controle *Fuzzy* TS com PDC e com estados observados, poderia ser expressada da seguinte forma

$$\begin{aligned}
u(t) &= -\frac{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t)) [K_{Fi} \quad K_{Li}] \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ E(t) \end{bmatrix}}{\sum_{i=1}^{n_r} w_i(z(t))}, \\
u(t) &= -\sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [K_{Fi} \quad K_{Li}] \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ E(t) \end{bmatrix}, \\
\bar{K}_i &= [K_{Fi} \quad K_{Li}], \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}.
\end{aligned} \tag{41}$$

Na seção 3.6.2 será desenvolvida o projeto dos ganhos do observador de estados *Fuzzy* TS via LMIs a partir do Teorema 1.

3.5 SISTEMAS NÃO LINEARES DESCRITOS POR MODELOS *FUZZY* TS SUJEITO À SATURAÇÃO DOS ATUADORES

Quando o atuador de um sistema fica saturado, o rendimento do sistema em malha fechada sem considerar a saturação dos atuadores pode-se tornar seriamente prejudicado, no pior caso o sistema pode cair em instabilidade. Por isso é importante considerar no modelo do sistema as limitações do atuador. Uma estratégia utilizada para abordar estes tipos de problemas consiste principalmente em estimar uma região de atração para um ponto de equilíbrio (HU e LIN, 2001).

Considere um sistema não linear descrito por modelos *Fuzzy* TS sujeito à saturação dos atuadores

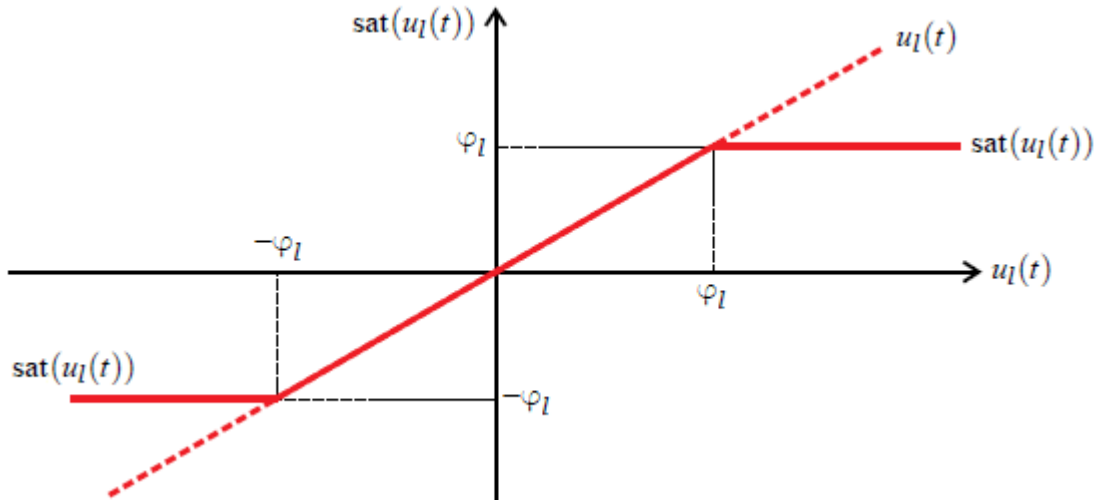
$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i \text{sat}(u(t))], \tag{42}$$

sendo que a função $\text{sat} : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ é utilizada para denotar a função de saturação. Os elementos do vetor de sinal de controle $u(t)$ estão limitados por valores simétricos $-\varphi_l \leq u_l(t) \leq \varphi_l$ para todo $l \in \mathbb{I}_{n_u}$ e $\varphi_l > 0$ (ALVES *et al.*, 2016). As características do sinal de controle com saturação são dadas conforme (43).

$$\text{sat}(u(t)) = \begin{bmatrix} \text{sat}(u_1(t)) \\ \text{sat}(u_2(t)) \\ \vdots \\ \text{sat}(u_{n_u}(t)) \end{bmatrix}, \quad \text{sat}(u_l(t)) = \begin{cases} -\varphi_l, & \text{se } u_l(t) < -\varphi_l, \\ u_l(t), & \text{se } |u_l(t)| \leq \varphi_l, \\ \varphi_l, & \text{se } u_l(t) > \varphi_l, \end{cases} \tag{43}$$

A saturação do sinal de controle dada em (43) é representada na Figura 12.

Figura 12 – Sinal de controle saturado de cada elemento de $u(t)$.



Fonte: Modificado de (ALVES, 2017).

Considere a matriz $H_j = [h_{j1} \ h_{j2} \ \dots \ h_{jn_u}]^T \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_x}$, em que $j \in \mathbb{I}_{n_r}$; h_{jl} é sua l -ésima linha com $l \in \mathbb{I}_{n_u}$ e o vetor conhecido $\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_{n_u}]^T \in \mathfrak{R}^{n_u}$, tal que define-se o conjunto $\mathcal{L}(H_j)$ conforme (44) (HU; LIN, 2001; ALVES *et al.*, 2016).

$$\mathcal{L}(H_j) = \left\{ x(t) \in \mathfrak{R}^{n_x} : |h_{jl}x(t)| \leq \varphi_l, \ l \in \mathbb{I}_{n_u}, \ j \in \mathbb{I}_{n_r} \right\}, \quad (44)$$

Se H_j é uma matriz de realimentação, então $\mathcal{L}(H_j)$ é a região onde o controle de realimentação $u(t) = \text{sat}(H_j x(t))$ é linear em $x(t)$ e é conhecida como a região linear de saturação (HU e LIN, 2001).

Para a condição inicial $x(0) = x_0 \in \mathfrak{R}^{n_x}$, seja $\psi(t, x_0)$ a trajetória de estados do sistema (42). Se x_e é um ponto de equilíbrio (um caso particular é o ponto de equilíbrio $x_e = 0$) assintoticamente estável, então sua região de atração real é dada pelo conjunto de valores iniciais conforme (45) (HU; LIN, 2001).

$$\mathcal{S} = \left\{ x_0 \in \mathfrak{R}^{n_x} : \lim_{x \rightarrow \infty} \psi(t, x_0) = 0 \right\}. \quad (45)$$

Um conjunto é chamado de invariante se todas as trajetórias de estado que iniciam dentro dele são mantidos dentro dele. Claramente, o conjunto \mathcal{S} do (45) é um conjunto invariante, ou seja, a região de atração de um ponto de equilíbrio x_e é um conjunto invariante (SLOTINE e LI, 1991; HU e LIN, 2001).

É muito complicado ou às vezes impossível poder encontrar a região de atração real. Uma alternativa para abordar o problema de encontrar a região de atração para o ponto de equilíbrio x_e é fazer uma estimação desta região baseado na função de Lyapunov. Considere uma matriz simétrica definida positiva $P \in \mathfrak{R}^{n_x \times n_x}$, uma constante $\rho > 0$ e seja a função de Lyapunov $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$ para o sistema (42), tal que define-se o conjunto $\mathcal{E}(P, \rho)$ conforme (46) como a região de atração estimada para o ponto de equilíbrio x_e do sistema (42), se $\dot{V}(x(t)) = 2x(t)^T P \dot{x}(t) < 0$ para todo $x(t) \in \mathcal{E}(P, \rho) \setminus \{0\}$, então $\mathcal{E}(P, \rho)$ é um conjunto positivamente invariante, portanto $\mathcal{E}(P, \rho)$ encontra-se dentro da região de atração real (BLANCHINI, 1999; HU e LIN, 2001; HU, LIN e CHEN, 2002b). Além disso, para garantir que o sinal de controle saturado possa ser expressado como uma combinação convexa entre os limites de saturação e o sinal de controle não saturado, a relação (47) deve ser satisfeita (HU e LIN, 2001; CAO e LIN, 2003; ALVES, 2017).

$$\mathcal{E}(P, \rho) = \left\{ x(t) \in \mathfrak{R}^{n_x} : x(t)^T P x(t) \leq \rho \right\}, \quad (46)$$

$$\mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{L}(H_j). \quad (47)$$

Seja o conjunto de matrizes $\mathcal{V} \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_u}$ definido em (48) onde os elementos são as matrizes E_k com $k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}$. Os elementos da diagonal de cada matriz E_k são $e_{ii} = 0$ ou 1 e os elementos fora da diagonal são $e_{ij} = 0$, seja também $E_k^- = I - E_k$, no qual pode-se notar que E_k^- também é um elemento de \mathcal{V} se $E_k \in \mathcal{V}$ (HU e LIN, 2001; CAO e LIN, 2003). Existem 2^{n_u} elementos em \mathcal{V} .

$$\mathcal{V} = \left\{ E_k \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_u} : e_{ii} = 0 \text{ ou } 1 \text{ e } e_{ij} = 0 \text{ para } i \neq j \right\}. \quad (48)$$

A descrição da saturação do sinal de controle como uma combinação convexa pode ser feita utilizando os conjuntos definidos em (44) e (48). O sinal de controle saturado $sat(u(t))$ dada em (43), pode ser colocada dentro da envolvente convexa de um grupo de realimentações lineares para assumir valores entre $u_i(t)$ e $h_{ji}x(t)$ para todo $x(t) \in \mathcal{L}(H_j)$ (HU e LIN, 2001; ALVES, 2017). Em Hu e Lin (2001), Hu, Lin e Chen (2002a) e Cao e Lin (2003) é apresentada a descrição da saturação utilizando uma matriz constante $H_j = H$ conforme (49).

$$sat(u(t)) \in co \left\{ E_k(u(t)) + E_k^-(Hx(t)) : k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}} \right\},$$

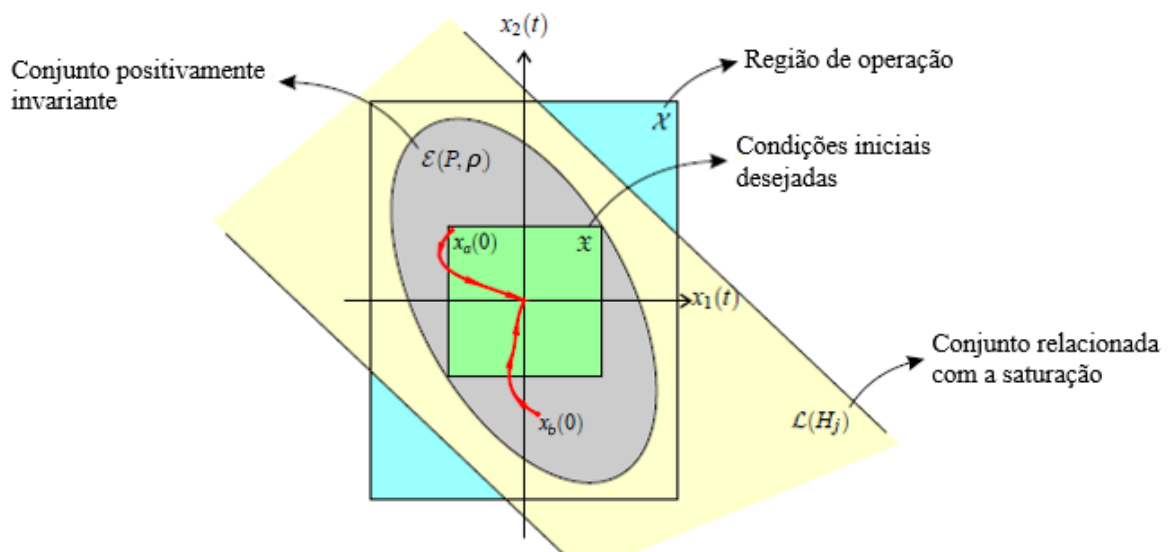
$$\text{sat}(u(t)) = \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \eta_k \left[E_k(u(t)) + E_k^-(Hx(t)) \right], \quad k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \quad (49)$$

onde $0 \leq \eta_k \leq 1$ e $\sum_{k=1}^{2^{n_u}} \eta_k = 1$. Considerando o sinal de controle saturado com realimentação de estados e ganho constante $u(t) = -Kx(t)$ é obtido (50) (HU e LIN, 2001; CAO e LIN, 2003).

$$\text{sat}(-Kx(t)) = \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \eta_k \left[E_k(-Kx(t)) + E_k^-(Hx(t)) \right]. \quad (50)$$

Na Figura 13 é apresentada duas trajetórias de estados, $x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T \in \mathfrak{R}^2$, para um sistema em malha fechada com a relação de inclusão dos conjuntos descritos acima. Seja também \mathfrak{X} um conjunto que contém condições iniciais desejadas para o sistema. Note que $\mathfrak{X} \subset \mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{X}$, ou seja, o conjunto de condições iniciais \mathfrak{X} de interesse está contido na região de atração $\mathcal{E}(P, \rho)$ estimada, que por sua vez é um subconjunto da região de operação \mathcal{X} do sistema. Notar também que $\mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{L}(H_j)$, portanto $x(t) \in \mathcal{L}(H_j)$ e a função de saturação (43) pode ser descrita como uma combinação convexa do próprio sinal de controle e dos limites de saturação. Então para toda trajetória com condição inicial $x_a(0) \in \mathfrak{X}$, ou mesmo $x_b(0) \in \mathcal{E}(P, \rho) \setminus \mathfrak{X}$, tem-se que a trajetória de estados é assintoticamente estável.

Figura 13 – Representação de possíveis trajetórias dos estados $x(t)$ e das regiões \mathfrak{X} , $\mathcal{E}(P, \rho)$ em (46), $\mathcal{L}(H_j)$ em (44) e \mathcal{X} em (4) no plano $x_1(t) \times x_2(t)$.



Fonte: (ALVES, 2017).

Para o sistema *Fuzzy* TS dada em (42) com lei de controle $u(t) = -Kx(t)$ que satisfaz a condição de invariância é apresentada no Teorema 4.

Teorema 4. (HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003) Para um sistema *Fuzzy* TS dada em (42) e uma matriz de controle com realimentação de estados K , o conjunto elipsoidal $\mathcal{E}(P, \rho)$ é um conjunto positivamente invariante do sistema em malha fechada com lei de controle $u(t) = -Kx(t)$ se existe uma matriz $H \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_x}$, tal que a seguinte desigualdade é satisfeita:

$$(A_i + B_i(-E_k K + E_k^- H))^T P + P(A_i + B_i(-E_k K + E_k^- H)) < 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, \quad k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \quad (51)$$

e $\mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{L}(H)$. O sistema em malha fechada é assintoticamente estável para a origem com $\mathcal{E}(P, \rho)$ contida na região de atração.

A prova do Teorema 4 pode ser feita rapidamente escolhendo a função quadrática de Lyapunov $V(x(t)) = x^T(t)P x(t) > 0$ e substituindo a dinâmica (42) e a equação (50) em $\dot{V}(x(t)) < 0$. Para um sistema de controle em malha fechada, na LMI (51) também poderia ser considerada uma taxa de decaimento geral como no Teorema 2 para acelerar a resposta dos estados.

Para estimar a região de atração $\mathcal{E}(P, \rho)$ com menor conservadorismo pode-se escolher aquele de maior tamanho que atende com a condição de invariância. Para isso, é necessário definir um conjunto de referência de forma desejada e fazer a medição das amplitudes dos conjuntos elipsoidais com respeito a este conjunto (HU e LIN, 2001). Seja $\mathcal{X}_R \subset \mathfrak{R}^{n_x}$ um conjunto convexo limitado que contém à origem, seja também um conjunto $\mathcal{M} \subset \mathfrak{R}^{n_x}$ que também contém à origem, então define-se o maior tamanho do conjunto \mathcal{M} com respeito a \mathcal{X}_R conforme (52) (HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003).

$$\alpha_R(\mathcal{M}) = \sup\{\alpha > 0 : \alpha \mathcal{X}_R \subset \mathcal{M}\}. \quad (52)$$

Se $\alpha_R(\mathcal{M}) \geq 1$, então $\mathcal{X}_R \subset \mathcal{M}$. Normalmente são utilizadas 2 típicos tipos de conjuntos de referência de forma \mathcal{X}_R , a primeira é um conjunto elipsoidal como definido em (53) e o segundo é um poliedro conforme (54) que é construído por uma envolvente convexa de um conjunto de vetores conhecidos do sistema (HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003). Um caso particular é quando o conjunto de vetores dado em (54) são vetores de condições iniciais do sistema, neste caso $\mathcal{X}_R = \mathfrak{X}$.

$$\mathcal{X}_R = \left\{ x(t) \in \mathfrak{R}^{n_s} : x(t)^T R x(t) \leq 1 \right\}, \quad R > 0. \quad (53)$$

$$\mathcal{X}_R = \text{co} \left\{ x_0^1, x_0^2, \dots, x_0^{n_s} \right\}. \quad (54)$$

Com os conjuntos de referência comentados, pode-se escolher um $\mathcal{E}(P, \rho)$ de todos aqueles que satisfazem as condições descritas anteriormente, tal que a quantidade $\alpha_R(\mathcal{E}(P, \rho))$ seja maximizada (HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003). Portanto, o problema de estimação da região de atração considerando a saturação dos atuadores e matriz constante $H_j = H$ torna-se em um problema de otimização dada por (HU e LIN, 2001):

$$\begin{aligned} & \text{Sup } \alpha & (55) \\ & P > 0, \rho, H \\ \text{s.a. } & \text{a) } \alpha \mathcal{X}_R \subset \mathcal{E}(P, \rho) \\ & \text{b) Desigualdade (51)} \\ & \text{c) } \mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{L}(H) \end{aligned}$$

3.6 CONTROLE FUZZY TS DE SISTEMAS NÃO LINEARES SUJEITO À SATURAÇÃO DOS ATUADORES E OBSERVADOR DE ESTADOS

Como foi mostrado na Seção 3.3, um sistema de controle com rastreamento precisa da realimentação do vetor de estados, no entanto, como foi indicado na Seção 3.4 alguns ou todos os estados do sistema podem não ser acessíveis, portanto, uma alternativa proposta foi estimar os estados com um observador de estado *Fuzzy* TS. Em Ma, Sun e He (1998) é provado que o princípio de separação para a modelagem *Fuzzy* TS pode ser utilizado para o projeto do controlador e observador de estado de ordem completa em forma independente sem comprometer a estabilidade do sistema. Para o projeto dos ganhos do observador *Fuzzy* TS, é importante ter em conta que o princípio de separação só pode ser aplicado se as variáveis premissas não dependem dos estados que precisam ser estimados (TANAKA e WANG, 2001), caso contrário pode-se utilizar o sistema aumentado entre os estados originais do sistema e o erro de observador para depois aplicar critérios de estabilidade.

Na continuação são desenvolvidas as restrições LMIs para o projeto do controlador considerando a saturação dos atuadores de acordo com o problema de otimização dada em (55), assim também, são obtidas as restrições LMIs para o projeto dos ganhos do observador de estado, considerando o princípio de separação.

3.6.1 Projeto de Controle para Sistemas não Lineares Descrito por Modelos *Fuzzy* TS Sujeito à Saturação dos Atuadores

Para a restrição a) vai depender do conjunto de referência \mathcal{X}_R escolhida de acordo com as opções dadas em (53) se fora um conjunto elipsoidal e (54) se fora um poliedro de vetores conhecidos. Para o caso em que \mathcal{X}_R é um conjunto elipsoidal, (53) é equivalente à desigualdade conforme (56) (HU e LIN, 2001; CAO e LIN, 2003).

$$\alpha^2 P \leq \rho R. \quad (56)$$

Sejam as igualdades seguintes:

$$\gamma = \frac{1}{\alpha^2}, \quad Q = \left(\frac{P}{\rho} \right)^{-1}, \quad Y = QK \text{ e } Z = HQ. \quad (57)$$

De (56), fazendo operações, aplicando o complemento de Schur e fazendo a mudança de variáveis dadas em (57) é obtida a LMI (58).

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho} &\leq \frac{1}{\alpha^2} R, \\ \frac{1}{\alpha^2} R - I \left(\left(\frac{P}{\rho} \right)^{-1} \right)^{-1} I^T &\geq 0, \\ \begin{bmatrix} \gamma R & I \\ I & Q \end{bmatrix} &\geq 0. \end{aligned} \quad (58)$$

Para o caso em que \mathcal{X}_R é um poliedro de vetores conhecidos, (54) é equivalente à desigualdade conforme (59) (HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003). Logo, fazendo operações, aplicando o complemento de Schur e as mudanças de variáveis (57) é obtida a LMI (60).

$$\alpha^2 (x_0^p)^T P x_0^p \leq \rho, \quad p \in \mathbb{I}_{n_s}, \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha^2} I - (x_0^p)^T \left(\left(\frac{P}{\rho} \right)^{-1} \right)^{-1} x_0^p &\geq 0, \quad p \in \mathbb{I}_{n_s}, \\ \begin{bmatrix} \gamma & (x_0^p)^T \\ x_0^p & Q \end{bmatrix} &\geq 0, \quad p \in \mathbb{I}_{n_s}. \end{aligned} \quad (60)$$

A restrição c) de (55) é equivalente à desigualdade conforme (56) (HU e LIN, 2001; CAO e LIN, 2003).

$$\min \{x(t)^T P x(t) : h_l x(t) = \varphi_l\} \geq \rho, \quad l \in \mathbb{I}_{n_u}. \quad (61)$$

Para entender a equivalência dada em (61), deve-se ter em conta que $\mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{L}(H)$ se e somente se todos os hiperplanos $h_l x(t) = \pm \varphi_l$ com $l \in \mathbb{I}_{n_u}$, encontram-se fora do conjunto elipsoidal $\mathcal{E}(P, \rho)$ definida em (46), ou seja, em cada ponto $x(t)$ dos hiperplanos $h_l x(t) = \pm \varphi_l$ é obtida $x(t)^T P x(t) \geq \rho$ (HU e LIN, 2001). O lado esquerdo de (61) é um problema de otimização convexa e tem um único mínimo, este pode ser resolvido utilizando os multiplicadores de Lagrange e sendo obtida conforme (62) (HINDI; BOYD, 1998; HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003).

$$\min \{x(t)^T P x(t) : h_l x(t) = \varphi_l\} = \varphi_l^2 (h_l P^{-1} h_l^T)^{-1}. \quad (62)$$

Portanto, substituindo (62) em (61), utilizando as igualdades de (57) e aplicando o complemento de Schur, a restrição c) de (55) é equivalente à LMI (63), onde $z_l = h_l Q$ é a l -ésima linha da matriz Z .

$$\begin{aligned} \varphi_l^2 (h_l P^{-1} h_l^T)^{-1} &\geq \rho, \\ h_l Q h_l^T &\leq \varphi_l^2, \\ \varphi_l^2 - (h_l Q) Q^{-1} (h_l Q)^T &\geq 0, \\ \begin{bmatrix} \varphi_l^2 & z_l \\ z_l^T & Q \end{bmatrix} &\geq 0, \quad l \in \mathbb{I}_{n_u}. \end{aligned} \quad (63)$$

A restrição b) de (55) é pré e pós-multiplicada por P^{-1} , sendo obtida a LMI (64).

$$(A_i Q + B_i (-E_k Y + E_k^- Z))^T + (A_i Q + B_i (-E_k Y + E_k^- Z)) < 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, \quad k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}. \quad (64)$$

Com os cálculos feitos acima, o problema de otimização (55) torna-se em um problema de minimização (65), onde o ganho único pode ser recuperado com $K = Y Q^{-1}$ (CAO e LIN, 2003).

$$\begin{aligned}
& \min \gamma & (65) \\
& Q = Q^T > 0, Y, Z \\
\text{s.a. } & \text{a) LMI (58) ou (60)} \\
& \text{b) LMI (64)} \\
& \text{c) LMI (63)}
\end{aligned}$$

Neste trabalho é apresentado uma modificação ao problema de otimização (65), considerando uma lei de controle *Fuzzy* TS dada em (5) e atribuindo taxas de decaimento específico para cada estado mediante os elementos diagonais da matriz D_t apresentada no Teorema 3. Este é formulado mediante o Teorema 5, na qual a restrição a) é o mesmo do que (65) e pode-se escolher o conjunto de referência de forma dada em (58) ou (60), neste caso será utilizada a LMI (60).

Teorema 5. Considere um sistema não linear sujeito à saturação dos atuadores descrito por modelos *Fuzzy* TS (42) em uma região de operação \mathcal{X} (4). Sejam conhecidos $\varphi \in \mathfrak{R}^{n_u}$, $\phi \in \mathfrak{R}^{n_h}$, $N \in \mathfrak{R}^{n_h \times n_x}$, um conjunto de vetores de estados $\{x_0^1, x_0^2, \dots, x_0^{n_s}\}$ e D_t uma matriz definida positiva diagonal. Suponha a existência de uma matriz simétrica $Q > 0$, matrizes $Z_j = [z_{j1} \quad z_{j2} \quad \dots \quad z_{jn_u}]^T$ e $Y_j \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_x}$ com z_{jl} elementos linha e um escalar γ tais que as seguintes LMIs

$$\begin{aligned}
& \min \gamma & (66) \\
& Q, Y_j, Z_j \\
\text{s.a. } & \text{a) } \begin{bmatrix} \gamma & (x_0^p)^T \\ x_0^p & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad p \in \mathbb{I}_{n_s}, \\
& \text{b) } \begin{bmatrix} \Theta(T_{iik}) & QD_t \\ D_t Q & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \\
& \text{c) } \begin{bmatrix} \Theta(T_{ijk}) + \Theta(T_{jik}) & 2QD_t \\ 2D_t Q & -2Q \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{matrix} i \in \mathbb{I}_{n_r-1}, k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \\ j \in \mathbb{I}_{i_{n_r}}, \end{matrix} \\
& \text{d) } \begin{bmatrix} \varphi_l^2 & z_{jl} \\ z_{jl}^T & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad j \in \mathbb{I}_{n_r}, l \in \mathbb{I}_{n_u}, \\
& \text{e) } \begin{bmatrix} \phi_h^2 & N_h Q \\ Q N_h^T & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad h \in \mathbb{I}_{n_h}.
\end{aligned}$$

onde é definido $\Theta(T) = T^T + T$ e $T_{ijk} = A_i Q - B_i E_k Y_j + B_i E_k^- Z_j$, sejam factíveis com $E_k \in \mathcal{V}$ e $E_k^- = I - E_k$. Então a lei de controle *Fuzzy* TS (5) aplicado ao sistema (42) torna a origem um ponto de equilíbrio assintoticamente estável atribuindo taxas de decaimento específicas para cada estado mediante os elementos diagonais da matriz D_t para todo $x(0) \in \mathcal{E}(P, \rho)$ em (46) e os ganhos dos controladores podem ser recuperados com $K_j = Y_j Q^{-1}$ para todo $j \in \mathbb{I}_{n_r}$. Então todas as trajetórias de $x(t)$ permaneceram dentro da região de atração $\mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{X}$ para todo $t > 0$.

Prova: Por facilidade é utilizada a notação h_i para representar a $h_i(z(t))$. Para as duas matrizes

de realimentação $K = \sum_{j=1}^{n_r} h_j(z(t)) K_j$ e $H = \sum_{j=1}^{n_r} h_j(z(t)) H_j \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_x}$, substituindo com a lei de controle *Fuzzy* TS (5) em (49) é obtida (67).

$$\begin{aligned} sat(u(t)) &= \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \eta_k \left[E_k \left(- \sum_{j=1}^{n_r} h_j K_j \cdot x(t) \right) + E_k^- \left(\sum_{j=1}^{n_r} h_j H_j x(t) \right) \right], \\ sat(u(t)) &= \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{j=1}^{n_r} \eta_k h_j \left[-E_k K_j + E_k^- H_j \right] x(t). \end{aligned} \quad (67)$$

Substituindo (67) em a dinâmica (42) tem-se

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^{n_r} h_i(z(t)) \left[A_i x(t) + B_i \left(\sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{j=1}^{n_r} \eta_k h_j \left[-E_k K_j + E_k^- H_j \right] x(t) \right) \right], \\ \dot{x} &= \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} \eta_k h_i h_j \left[A_i + B_i \left(-E_k K_j + E_k^- H_j \right) \right] x(t), \\ \dot{x} &= \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} \eta_k h_i h_j G_{ijk} x(t), \end{aligned} \quad (68)$$

em que $G_{ijk} = A_i + B_i \left(-E_k K_j + E_k^- H_j \right)$. A dinâmica (68) pode ser reescrita com a mesma estrutura de (7) e sendo obtida conforme (69).

$$\dot{x}(t) = \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{i=1}^{n_r} \eta_k h_i^2 G_{iik} x(t) + 2 \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{i < j}^{n_r} \eta_k h_i h_j \left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right) x(t). \quad (69)$$

Assumindo uma função quadrática de Lyapunov $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$ e utilizando (69) é obtida $\dot{V}(x(t))$

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) = x(t)^T & \left\{ \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{i=1}^{n_r} \eta_k h_i^2 (G_{iik}^T P + P G_{iik}) + \right. \\ & \left. + 2 \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{i < j}^{n_r} \eta_k h_i h_j \left[\left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right) \right] \right\} x(t). \end{aligned} \quad (70)$$

De acordo com o Teorema 3, taxas de decaimento específicas para cada estado podem ser atribuídas mediante os elementos diagonais da matriz D_t . Lembrando a desigualdade (17) do Teorema 3 é obtida (71)

$$\begin{aligned} G_{ijk}^T P + P G_{ijk} + D_t P D_t < 0, \quad i, j \in \mathbb{I}_{n_r}; k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \\ \dot{V}(x(t)) \leq -x^T(t) D_t P D_t x(t). \end{aligned} \quad (71)$$

Tendo em conta que $\sum_{k=1}^{2^{n_u}} \eta_k \sum_{i=1}^{n_r} h_i \sum_{j=1}^{n_r} h_j = \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \eta_k \left[\sum_{i=1}^{n_r} h_i^2 + 2 \sum_{i < j}^{n_r} h_i h_j \right] = 1$, o lado direito de (71)

pode ser expressado como $-x^T(t) D_t P D_t x(t) = -\sum_{k=1}^{2^{n_u}} \eta_k \left\{ \sum_{i=1}^{n_r} h_i^2 + 2 \sum_{i < j}^{n_r} h_i h_j \right\} x^T(t) D_t P D_t x(t)$ e

substituindo a sua vez (70), a desigualdade (71) fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x(t)^T & \left\{ \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{i=1}^{n_r} \eta_k h_i^2 (G_{iik}^T P + P G_{iik} + D_t P D_t) + \right. \\ & \left. + 2 \sum_{k=1}^{2^{n_u}} \sum_{i < j}^{n_r} \eta_k h_i h_j \left[\left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right) + D_t P D_t \right] \right\} x(t) \leq 0. \end{aligned} \quad (72)$$

Como no caso do Teorema 1, para garantir a estabilidade assintótica na origem e sendo $G_{ijk} = A_i + B_i(-E_k K_j + E_k^- H_j)$, deve-se cumprir o seguinte:

$$P > 0, \quad P = P^T, \quad (73)$$

$$G_{iik}^T P + P G_{iik} + D_t P D_t < 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \quad (74)$$

$$\left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right) + D_t P D_t \leq 0, \quad \begin{array}{l} i \in \mathbb{I}_{n_r-1}, k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \\ j \in \mathbb{I}_{n_r}. \end{array} \quad (75)$$

Pré e pós-multiplicando por P^{-1} às desigualdades (74) e (75), dividindo ambas desigualdades por ρ^{-1} com $\rho > 0$, aplicando o complemento de Schur e fazendo a mudança de variável $Q = \left(\frac{P}{\rho}\right)^{-1}$, tem-se as seguintes desigualdades:

$$\begin{bmatrix} QG_{iik}^T + G_{iik}Q & QD_t \\ D_tQ & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, \quad k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \quad (76)$$

$$\begin{bmatrix} Q \left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right)^T + \left(\frac{G_{ijk} + G_{jik}}{2} \right) Q & QD_t \\ D_tQ & -Q \end{bmatrix} \leq 0, \quad \begin{matrix} i \in \mathbb{I}_{n_r-1}, \quad k \in \mathbb{I}_{2^{n_u}}, \\ j \in \mathbb{I}_{n_r}. \end{matrix} \quad (77)$$

Seja $T_{ijk} = G_{ijk}Q$. Substituindo $G_{ijk} = A_i + B_i(-E_kK_j + E_k^-H_j)$ e considerando a mudança de variáveis $Y_j = K_jQ$ e $Z_j = H_jQ$ é obtida $T_{ijk} = A_iQ - B_iE_kY_j + B_iE_k^-Z_j$. Agora definindo a expressão $\Theta(T) = T^T + T$ e aplicando às LMIs (76) e (77) com T_{ijk} é obtida às LMIs (66b) e (66c), nos quais garantem que $\mathcal{E}(P, \rho)$ seja um conjunto positivamente invariante para o sistema (42) em malha fechada.

A restrição (66a) é a mesma LMI dada em (60). A restrição (66d) é a mesma LMI dada em (63) considerando agora a matriz $Z_j = \begin{bmatrix} z_{j1} & z_{j2} & \dots & z_{jn_u} \end{bmatrix}^T$ sendo z_{jl} sua l -ésima linha.

Então, minimizando $\gamma = \frac{1}{\alpha^2}$ é obtida a maior região de atração $\mathcal{E}(P, \rho)$ para o conjunto de referência de forma \mathcal{X}_R dada por a envolvente convexa de vetores conhecidos $\{x_0^1, x_0^2, \dots, x_0^{n_s}\}$ para o sistema em malha fechada (42) com lei de controle (5) e tornando a origem um ponto de equilíbrio assintoticamente estável para toda condição inicial $x(0) \in \mathcal{E}(P, \rho)$ (HU; LIN, 2001; HU; LIN; CHEN, 2002a; CAO; LIN, 2003). Seguindo passos análogos à prova de 66d), a restrição de 66e) garante que $\mathcal{E}(P, \rho) \subset \mathcal{X}$ a partir de (4). Portanto a prova está concluída.

No projeto de controle os ganhos dos controladores K_j poderiam resultar com valores muito elevados que em implementações práticas podem ser inviabilizadas. Tendo em vista essa problemática, os valores elevados para os ganhos podem ser evitados considerando a limitação $u_l = |K_{jl}x(t)| \leq \varphi_l$ através da região $\mathcal{L}(K_j)$ em (44) na qual a saturação não ocorre. Note que $\mathcal{L}(K_j)$ é similar $\mathcal{L}(H_j)$, então considerando a mesma região de atração $\mathcal{E}(P, \rho)$ é dada a restrição (78) similar como foi apresentada em (61) (HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003):

$$\min \left\{ x(t)^T P x(t) : K_{jl} x(t) = \varphi_l \right\} \geq \rho, \quad j \in \mathbb{I}_{n_r}; l \in \mathbb{I}_{n_u}. \quad (78)$$

Da mesma forma como foi obtida (62), o lado esquerdo de (78) é equivalente conforme (79) (HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003).

$$\min \left\{ x(t)^T P x(t) : K_{jl} x(t) = \varphi_l \right\} = \varphi_l^2 \left(K_{jl} P^{-1} K_{jl}^T \right)^{-1}. \quad (79)$$

Portanto, substituindo (79) em (78), considerando a mudança de variável $Q = \left(\frac{P}{\rho} \right)^{-1}$ e aplicando o complemento de Schur, é obtida a LMI (80), onde $y_{jl} = K_{jl} Q$ é a l -ésima linha da matriz Y_j (HU; LIN, 2001; CAO; LIN, 2003).

$$\begin{aligned} \varphi_l^2 \left(K_{jl} P^{-1} K_{jl}^T \right)^{-1} &\geq \rho, \\ K_{jl} Q K_{jl}^T &\leq \varphi_l^2, \\ \varphi_l^2 - (K_{jl} Q) Q^{-1} (K_{jl} Q)^T &\geq 0, \\ \begin{bmatrix} \varphi_l^2 & y_{jl} \\ y_{jl}^T & Q \end{bmatrix} &\geq 0, \quad j \in \mathbb{I}_{n_r}; l \in \mathbb{I}_{n_u}. \end{aligned} \quad (80)$$

3.6.2 Projeto de Observador de Estado *Fuzzy* TS

Na continuação são feitos os cálculos para obter as LMIs que permitirão calcular os ganhos do observador de estado. O erro de observador e sua derivada são dados conforme (81) e (82).

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t), \quad (81)$$

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (82)$$

Substituindo em (82) a dinâmica do vetor de estados do modelo *Fuzzy* TS (2), a dinâmica do vetor de estados observados (39), vetor de saídas do modelo (2), vetor de saídas observadas (40) e o erro de observador (81). Fazendo operações é obtido o seguinte:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) [A_i - L_i C_j] e(t),$$

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \cdot G_{e_{ij}} e(t), \quad (83)$$

em que

$$G_{e_{ij}} = A_i - L_i C_j, \quad i, j \in \mathbb{I}_{n_r}. \quad (84)$$

De acordo com o Teorema 1, as LMIs dados em (8), (9) e (10) são suficientes para garantir a estabilidade assintótica global do sistema (83), sendo P uma matriz simétrica positiva definida comum, tal que

$$P > 0. \quad (85)$$

Substituindo (84) em (9) com índice i , e fazendo a mudança de variável $M_i = PL_i$

$$\begin{aligned} (A_i - L_i C_i)^T P + P(A_i - L_i C_i) &< 0, \\ A_i^T P - C_i^T L_i^T P + PA_i - PL_i C_i &< 0, \\ A_i^T P - C_i^T M_i^T + PA_i - M_i C_i &< 0. \end{aligned} \quad (86)$$

Substituindo (84) em (10), e fazendo a mudança de variável $M_i = PL_i$

$$\begin{aligned} (A_i - L_j C_i + A_j - L_i C_j)^T P + P(A_i - L_j C_i + A_j - L_i C_j) &\leq 0, \\ A_i^T P - C_i^T L_j^T P + A_j^T P - C_j^T L_i^T P + PA_i - PL_j C_i + PA_j - PL_i C_j &\leq 0, \\ A_i^T P - C_i^T M_j^T + A_j^T P - C_j^T M_i^T + PA_i - M_j C_i + PA_j - M_i C_j &\leq 0. \end{aligned} \quad (87)$$

Portanto (85), (86) e (87) são às LMIs que permitirão projetar o observador de estado *Fuzzy* TS. Estes são dadas no seguinte:

$$P > 0, \quad (88)$$

$$A_i^T P - C_i^T M_i^T + PA_i - M_i C_i < 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r}, \quad (89)$$

$$A_i^T P - C_i^T M_j^T + A_j^T P - C_j^T M_i^T + PA_i - M_j C_i + PA_j - M_i C_j \leq 0, \quad i \in \mathbb{I}_{n_r-1}, j \in \mathbb{I}_{n_r}. \quad (90)$$

Os ganhos do observador de estados *Fuzzy* TS podem ser recuperados pela equação $L_i = P^{-1} M_i$ para todo $i \in \mathbb{I}_{n_r}$.

3.7 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, foram apresentadas técnicas para projeto de controle com rastreamento e observador de estado para sistemas não lineares descritos por modelos *Fuzzy* TS. No desenho de controle também é considerado a saturação dos atuadores. As abordagens destas técnicas foram orientadas principalmente para tratar com modelos de plantas de processos industriais que normalmente são sistemas multivariáveis.

O uso de observador de estado permite estimar alguns ou todos os estados para realimentar a dinâmica do sistema em vista que em uma implementação real de um sistema de controle em um processo industrial, normalmente existem variáveis que não podem ser medidas.

O projeto do controlador e observador de estado *Fuzzy* TS pode ser feito em forma independente com o princípio de separação, sempre que as variáveis premissas não dependem dos estados que irão ser estimados. No Teorema 5 é proposta as condições para estabilizar exponencialmente um sistema não linear sujeito a saturação dos atuadores atribuindo taxas de decaimento específico para cada estado mediante os elementos diagonais da matriz D , sendo que este permitirá melhorar o comportamento do sistema.

4 PROJETO DE CONTROLE *FUZZY* TS MULTIVARIÁVEL PARA UMA PLANTA TÉRMICA DE VAPOR

A aplicação em um modelo de processo industrial das estratégias e abordagem apresentadas anteriormente é um dos principais objetivos deste trabalho, neste caso será aplicado a um sistema de planta térmica de vapor para geração elétrica. Para isso, neste capítulo é feita uma análise de um modelo dinâmico de uma planta real, depois o modelo será condicionado para utilizar as estratégias e abordagem do capítulo anterior. Por último, é feita a modelagem e projeto do controlador sujeito à saturação dos atuadores e observador de estado *Fuzzy* TS com a finalidade de estabilizar o sistema em pontos de operação diferentes da origem.

Os requisitos principais de um problema de controle para uma planta térmica de vapor, composta principalmente por um sistema de caldeira, turbina e gerador elétrico são:

- A potência gerada deve satisfazer a demanda de carga.
- A pressão no domo deve-se manter dentro das tolerâncias a pesar das variações de carga.
- O nível da água no domo superior deve-se manter no nível desejado para evitar sobreaquecimentos ou inundações.
- A temperatura de vapor deve-se manter no nível desejado para evitar sobreaquecimento ou vazamento de vapor úmido às turbinas.
- Limitações nos atuadores.

Normalmente, a temperatura de vapor e nível da água no domo são mantidos em níveis desejados fixos em toda a faixa de operação. A variável mais crítica e complexa para modelagem e controle é o nível da água no domo da caldeira, este está matematicamente relacionado com a conversão da água líquida em vapor e, portanto, relacionado com a eficiência termodinâmica do processo. Também, um bom controle do nível da água pode garantir proteção ao sistema, se o nível da água estiver muito baixo, o superaquecimento dos materiais da caldeira pode causar acidentes graves e danos que são caros e demorados para consertar. Por outro lado, se o nível estiver muito alto, o excesso de água na caldeira pode causar danos ao superaquecedor ou à turbina devido à qualidade de vapor e pequenas gotas da água.

4.1 MODELO MATEMÁTICO PARA UMA PLANTA TÉRMICA

O modelo utilizado neste trabalho corresponde a uma usina térmica real localizada em Malmo-Suécia. Esta usina pode gerar até uma potência de 160MW e o combustível utilizado é o carvão. Esta planta segue um ciclo Rankine regenerativo com reaquecedor e pode fornecer

um fluxo de até 140 kg/s de vapor a uma pressão máxima de 140 kg/cm², para mover duas turbinas, uma de alta pressão que pode gerar até 45MW e outra de baixa pressão que pode gerar até 115MW, cada uma delas está acoplada independentemente a um gerador elétrico. A temperatura da água de alimentação ao gerador de vapor está em torno de 300 °C (EKLUND, 1971).

O modelo matemático final desta usina, que é utilizado neste trabalho é o resultado de várias pesquisas feitas por diversos autores e cada um deles foi dando o aporte para conseguir o modelo dinâmico mais simples e ao mesmo tempo que contém a complexidade necessária para descrever adequadamente o comportamento do sistema. Em todos eles a modelagem do sistema foi feita fazendo uso das leis termodinâmicas e métodos de identificação de sistemas. A maior complexidade na modelagem de uma planta térmica de vapor é a análise da caldeira, pois este é um sistema altamente não linear que pode ter muitas variáveis para ser controladas, no entanto, a maioria das variáveis podem operar só com controle on/off e alguns que são mais críticos precisam de um controle contínuo. Em Åström e Eklund (1972) é apresentada um modelo não linear do sistema caldeira-turbina onde as variáveis de entrada são o fluxo de combustível, posição da válvula de controle de vapor e fluxo da água de alimentação e as variáveis de saídas são a pressão de vapor e a potência no eixo da turbina. Em Åström e Eklund (1975) é apresentada um modelo melhorado ao trabalho desenvolvido em Åström e Eklund (1972), neste é corrigido principalmente a equação de cálculo de fluxo de vapor dando assim uma melhor interpretação física ao modelo. Em Morton e Price (1977) é desenvolvido um modelo linear de segundo ordem que permite estimar a pressão de vapor e o nível da água, no entanto, se os parâmetros em suas equações são expressados como funções das condições de operação, então o modelo obtido é um modelo não linear. Em Bell e Åström (1979) é apresentada um modelo que permite estimar a pressão de vapor, a potência de saída na turbina e o nível da água no domo, este é um modelo que tem alta precisão, mas o inconveniente é que é um modelo de ordem 7. Em Åström e Bell (1987a) é apresentado um modelo simples de ordem 3 que estima a pressão de vapor, a potência de saída na turbina e o nível da água no domo com boa precisão, no entanto, tem a limitação na predição do nível da água quando acontece que a taxa de evaporação é constante, resultando em uma transferência de massa de água que se encontra nos tubos ascendentes para o domo superior, ocasionando assim uma diminuição do nível da água. Em Åström e Bell (1987b) é obtido um novo modelo que foi baseado principalmente nos trabalhos de Åström e Eklund (1972), Åström e Eklund (1975) e Morton e Price (1977) e é um modelo de ordem 3 que permite estimar a pressão de vapor, a

potência de saída na turbina e o nível da água no domo, este modelo descreve adequadamente o comportamento do sistema, um resultado que só foi possível com um modelo de ordem 7 em estudos anteriores. Este último modelo é dado em (91).

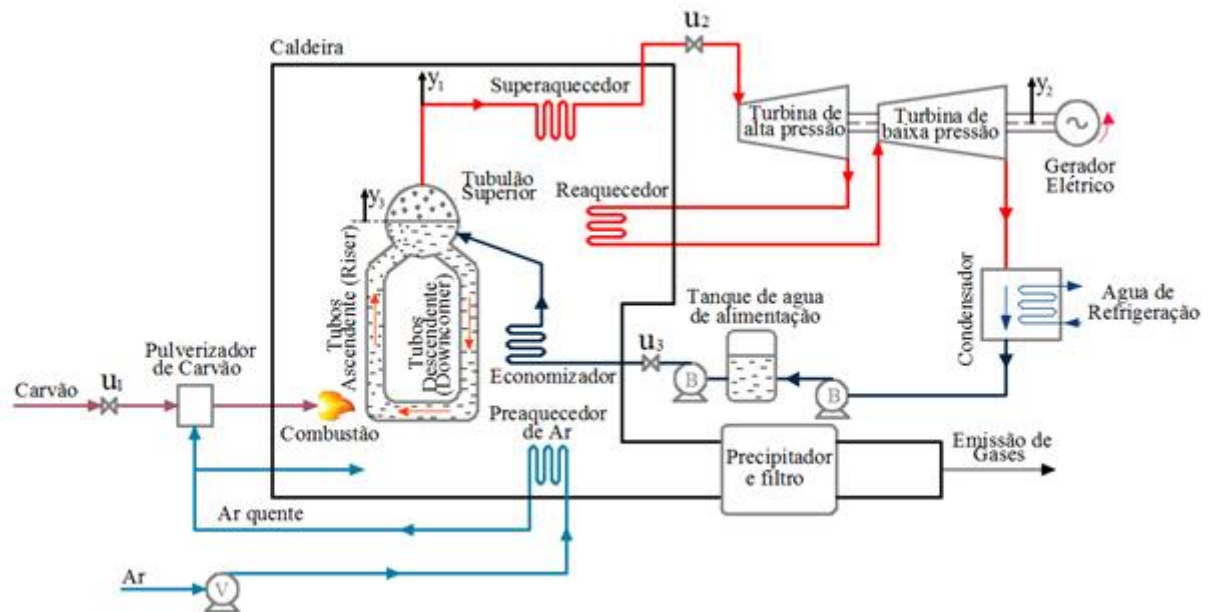
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -0,0018u_2(t)x_1^{9/8}(t) + 0,9u_1(t) - 0,15u_3(t), \\ \dot{x}_2(t) = (0,073u_2(t) - 0,016)x_1^{9/8}(t) - 0,1x_2(t), \\ \dot{x}_3(t) = [141u_3(t) - (1,1u_2(t) - 0,19)x_1(t)] / 85, \\ y_1(t) = x_1(t), \\ y_2(t) = x_2(t), \\ y_3(t) = 0,05(0,13073x_3(t) + 100a_{cs}(t) + \frac{q_e(t)}{9} - 67,975), \\ a_{cs}(t) = \frac{(1 - 0,001538x_3(t))(0,8x_1(t) - 25,6)}{x_3(t)(1,0394 - 0,00123404x_1(t))}, \\ q_e(t) = (0,854u_2(t) - 0,147)x_1(t) + 45,59u_1(t) - 2,514u_3(t) - 2,096. \end{cases} \quad (91)$$

As variáveis de estado $x_1(t)$, $x_2(t)$ e $x_3(t)$ são a pressão no domo (kg/cm^2), potência de saída na turbina (MW) e densidade da mescla líquido-vapor (kg/m^3) no gerador de vapor, respectivamente. As entradas $u_1(t)$, $u_2(t)$ e $u_3(t)$ são sinais padrão para posição das válvulas de fluxo de combustível, fluxo de vapor e fluxo da água de alimentação, respectivamente. A saída $y_3(t)$ é o desvio do nível da água com relação ao centro do domo superior do gerador de vapor (m). $a_{cs}(t)$ e $q_e(t)$ são a qualidade de vapor no sistema e o fluxo de evaporação no domo, respectivamente. Na Figura 14 é mostrado o diagrama de processo do sistema com as variáveis de entradas e saídas. Os sinais de entrada estão sujeitos às restrições

$$\begin{aligned} 0 &\leq u_i(t) \leq 1, & \forall i = 1, 2, 3. \\ -0,007 &\leq \dot{u}_1(t) \leq 0,007, \\ -2 &\leq \dot{u}_2(t) \leq 0,02, \\ -0,05 &\leq \dot{u}_3(t) \leq 0,05. \end{aligned} \quad (92)$$

Observação 1: O atuador para o controle de fluxo de carvão, é uma válvula de tipo guilhotina e é colocado entre a tremonha e o pulverizador de carvão. Esta é uma válvula especialmente para controle de fluxo de sólidos.

Figura 14 – Diagrama de processo do sistema planta térmica de vapor.



Fonte: Próprio autor.

O sistema possui sete pontos de operação que são pontos de equilíbrio. O ponto de operação principal é o ponto número 4. Na Tabela 2 são mostrados estes valores.

Tabela 2 – Pontos de operação do sistema planta térmica de vapor.

	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7
$y_1^0 = x_1^0$	75,6	86,40	97,20	108	118,8	129,6	140,4
$y_2^0 = x_2^0$	15,27	36,65	50,52	66,65	85,06	105,8	128,9
x_3^0	299,6	342,4	385,2	428	470,8	513,6	556,4
u_1^0	0,156	0,209	0,271	0,34	0,418	0,505	0,6
u_2^0	0,483	0,552	0,621	0,69	0,759	0,828	0,897
u_3^0	0,183	0,256	0,340	0,433	0,543	0,663	0,793
y_3^0	-0,97	-0,65	-0,32	0	0,32	0,64	0,98

Fonte: (ÅSTRÖM; BELL, 1987b).

Nas seções seguintes será abordado o sistema dado em (91) com as estratégias de controle apresentadas no Capítulo 3 para cumprir com os requisitos de projeto, sendo considerado para a análise da estabilidade o ponto de equilíbrio #4 da Tabela 2.

4.2 MODELAGEM FUZZY TS DO SISTEMA COM RASTREAMENTO

Como foi comentado anteriormente, de acordo com a Tabela 2, o ponto de equilíbrio principal é o ponto 4. Para utilizar as técnicas e abordagem desenvolvidas no Capítulo 3, o sistema precisa ser trasladado ao ponto de equilíbrio de interesse. Neste ponto as variáveis do sistema têm os seguintes valores:

$$x_e = [108 \quad 66,65 \quad 428]^T; u_e = [0,34 \quad 0,69 \quad 0,433]^T; y_e = [108 \quad 66,65 \quad 0]^T \quad (93)$$

No sistema dado em (91), pode-se notar que os estados $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são acessíveis por meio das saídas $y_1(t)$ e $y_2(t)$; o estado $x_3(t)$ não é acessível e para utilizar um sistema de controle com rastreamento como mostrado na Figura 11 é necessário contar com todos os estados para ser realimentados, este tem sentido porque em uma situação real a densidade da mescla líquido-vapor não pode ser mensurável com algum instrumento de medição ou sensor porque este depende de outros parâmetros termodinâmicos que ao mesmo tempo precisam ser medidos. A densidade da mescla líquido-vapor normalmente poderia ser interpolado mediante dados das tabelas ou gráficos termodinâmicos conhecendo outros parâmetros necessários. É por isso que não é comercial sensores de densidade com condições que mudam constantemente como para o caso da caldeira. Com todo o comentado anteriormente, é necessário estimar o estado $x_3(t)$ para ter disponíveis todos os estados.

Com a finalidade de projetar o controlador e observador de estados em forma independente, é necessário considerar o princípio de separação, tendo em conta que isso só é possível quando as variáveis que precisam ser estimadas não formam parte das variáveis premissas, como foi indicado na Seção 3.6. No modelo dado em (91) pode-se notar que $a_{cs}(t)$ gera uma não linearidade e em ela se encontra $x_3(t)$, portanto, não poderia ser utilizado o princípio de separação. Uma alternativa é linearizar $a_{cs}(t)$ quando o sistema seja levado ao ponto de equilíbrio de interesse.

Expressando o sistema (91) em forma matricial é obtida os seguintes:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0,016x_1^{1/8}(t) & -0,1 & 0 \\ \frac{0,19}{85} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,9 & -0,0018x_1^{9/8}(t) & -0,15 \\ 0 & 0,073x_1^{9/8}(t) & 0 \\ 0 & -\frac{1,1}{85}x_1(t) & \frac{141}{85} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix}, \quad (94)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix} = 0,05 \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{0,147}{9} & 0 & 0,13073 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 45,59 & 0,854x_1(t) & -2,514 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} + \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100a_{cs}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{613,871}{9} \end{bmatrix} \right\}. \end{aligned} \quad (95)$$

De (94) e (95), quando $a_{cs}(t)$ for linearizado, o sistema levado ao ponto de equilíbrio ficaria com três termos não lineares $x_1^{1/8}(t)$, $x_1^{9/8}(t)$ e $x_1(t)$ que podem gerar oito modelos locais na modelagem *Fuzzy TS*. Uma opção para diminuir os termos não lineares seria fazer a mudança de variável $\bar{u}_2(t) = u_2(t)x_1(t)$, pois este permitiria que o novo sistema só tivesse um termo não linear dado por $x_1^{1/8}(t)$, sendo $\bar{u}_2(t)$ bem definido porque para o sistema em operação sempre é cumprido $x_1(t) > 0$. No entanto, neste trabalho são considerados os três termos não lineares com a finalidade que ao utilizar o controle considerando a saturação dos atuadores, as faixas de operação de todos os sinais de controle $u_i(t) \in [0,1]$, para $i = 1, 2, 3$.

O sistema dado por (94) e (95), na mesma ordem de seus termos podem ser representados conforme (96) e (97), onde pode-se notar que C e b são matrizes constantes.

$$\dot{x}(t) = A_{(x)}x(t) + B_{(x)}u(t), \quad (96)$$

$$y(t) = Cx(t) + D_{(x)}u(t) + a_{(x)} + b. \quad (97)$$

Como foi desenvolvido na Seção 3.3, para abordar o sistema com rastreamento é definido um novo estado para a dinâmica do erro das variáveis de saída desejada e medida dado por

$$\dot{E}(t) = y_{ref} - y(t). \quad (98)$$

Substituindo (97) em (98) e considerando a dinâmica (96) é obtido o sistema aumentado dado por o seguinte:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{E}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{(x)} & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{(x)} \\ -D_{(x)} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -a_{(x)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix}, \quad (99)$$

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_{(x)}\bar{x}(t) + \bar{B}_{(x)}u(t) + R + \bar{A}_{cs(x)} + T, \quad (100)$$

em que $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ E(t) \end{bmatrix}$, $\bar{A}_{(x)} = \begin{bmatrix} A_{(x)} & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{B}_{(x)} = \begin{bmatrix} B_{(x)} \\ -D_{(x)} \end{bmatrix}$, $R = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ref} \end{bmatrix}$, $\bar{A}_{cs(x)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -a_{(x)} \end{bmatrix}$ e

$$T = \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix}.$$

Seja o par (\bar{x}_e, u_e) o ponto de equilíbrio da dinâmica (100), então no ponto de equilíbrio:

$$0 = \bar{A}_{(x_e)}\bar{x}_e + \bar{B}_{(x_e)}u_e + R + \bar{A}_{cs(x_e)} + T. \quad (101)$$

Definindo novas variáveis para levar o sistema ao ponto de equilíbrio, tem-se o seguinte

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \bar{x}(t) - \bar{x}_e \Rightarrow \bar{x}(t) = \tilde{x}(t) + \bar{x}_e, \\ \tilde{u}(t) &= u(t) - u_e \Rightarrow u(t) = \tilde{u}(t) + u_e. \end{aligned} \quad (102)$$

Substituindo (102) em (100) e fazendo operações é obtida

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \bar{A}_{(x)}\tilde{x}(t) + \bar{B}_{(x)}\tilde{u}(t) + \bar{A}_{(x)}\bar{x}_e + \bar{B}_{(x)}u_e + R + \bar{A}_{cs(x)} + T. \quad (103)$$

Onde os termos $\bar{A}_{(x)}\bar{x}_e(t)$, $\bar{B}_{(x)}u_e(t)$ e $\bar{A}_{cs(x)}$ podem ser ajustados ao ponto de equilíbrio x_e utilizando a série de Taylor até a primeira ordem, estes são dados por

$$\begin{aligned} \bar{A}_{(x)} &= \bar{A}_{(x_e)} + \left. \frac{\partial \bar{A}_{(x)}}{\partial x} \right|_{x_e} \cdot \tilde{x} = \bar{A}_{(x_e)} + \bar{A}'_{(x_e)} \cdot \tilde{x}(t), \\ \bar{B}_{(x)} &= \bar{B}_{(x_e)} + \left. \frac{\partial \bar{B}_{(x)}}{\partial x} \right|_{x_e} \cdot \tilde{x} = \bar{B}_{(x_e)} + \bar{B}'_{(x_e)} \cdot \tilde{x}(t), \\ \bar{A}_{cs(x)} &= \bar{A}_{cs(x_e)} + \left. \frac{\partial \bar{A}_{cs(x)}}{\partial x} \right|_{x_e} \cdot \tilde{x} = \bar{A}_{cs(x_e)} + \bar{A}'_{cs(x_e)} \cdot \tilde{x}(t). \end{aligned} \quad (104)$$

Substituindo (104) em (103), fazendo operações e considerando (101) é obtido o modelo em (105).

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (\bar{A}_{(x)} + \bar{A}'_{(x_e)}\bar{x}_e + \bar{B}'_{(x_e)}u_e + \bar{A}'_{cs(x_e)})\tilde{x}(t) + \bar{B}_{(x)}\tilde{u}(t) + \underbrace{\bar{A}_{(x_e)}\bar{x}_e + \bar{B}_{(x_e)}u_e + R + \bar{A}_{cs(x_e)} + T}_{=0},$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (\bar{A}_{(x)} + \bar{A}'_{(x_e)}\bar{x}_e + \bar{B}'_{(x_e)}u_e + \bar{A}'_{cs(x_e)})\tilde{x}(t) + \bar{B}_{(x)}\tilde{u}(t),$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}_{(x)}\tilde{x}(t) + \tilde{B}_{(x)}\tilde{u}(t), \quad (105)$$

em que $\tilde{A}_{(x)} = \bar{A}_{(x)} + \bar{A}'_{(xe)}\bar{x}_e + \bar{B}'_{(xe)}u_e + \bar{A}'_{cs(xe)}$ e $\tilde{B}_{(x)} = \bar{B}_{(x)}$. Ter em conta que alguns termos de $\tilde{A}_{(x)}$, como por exemplo $\bar{A}'_{(xe)}\bar{x}_e$ podem ficar com dimensões incorretas, podendo ser corrigido com adição de zeros.

Para obter o vetor de saídas levado ao ponto de equilíbrio, primeiro, (97) no ponto de equilíbrio (x_e, u_e) é dado por

$$y_e = Cx_e + D_{(xe)}u_e + a_{(xe)} + b. \quad (106)$$

Definindo novas variáveis para o equilíbrio, tem-se que

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= y(t) - y_e \Rightarrow y(t) = \hat{y}(t) + y_e, \\ \hat{x}(t) &= x(t) - x_e \Rightarrow x(t) = \hat{x}(t) + x_e, \\ \tilde{u}(t) &= u(t) - u_e \Rightarrow u(t) = \tilde{u}(t) + u_e. \end{aligned} \quad (107)$$

De forma similar ao procedimento feito acima, o vetor de saídas levado ao ponto de equilíbrio x_e é dado em (108).

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= (C + D'_{(xe)}u_e + a'_{(xe)})\hat{x}(t) + D_{(x)}\tilde{u}(t), \\ \hat{y}(t) &= \hat{C}\hat{x}(t) + D_{(x)}\tilde{u}(t). \end{aligned} \quad (108)$$

em que $\hat{C} = C + D'_{(xe)}u_e + a'_{(xe)}$ resulta uma matriz constante e $D_{(x)}$ é a mesma da matriz original.

De (92), as novas faixas dos sinais de controle levado ao ponto de equilíbrio considerando os valores em (93), são dados por (109).

$$\begin{aligned} -0,34 &\leq \tilde{u}_1(t) \leq 0,66, \\ -0,69 &\leq \tilde{u}_2(t) \leq 0,31, \\ -0,433 &\leq \tilde{u}_3(t) \leq 0,567. \end{aligned} \quad (109)$$

Como foi comentado acima, o sistema no ponto de equilíbrio dado por (105) e (108) tem três termos não lineares $x_1^{1/8}(t)$, $x_1^{9/8}(t)$ e $x_1(t)$, gerando $r = 8$ número de regras e modelos locais. Na continuação, de acordo com os valores mínimos e máximos da planta descritos acima, uma faixa de operação para $x_1(t) \in [50;150]$ é assumida, então serão obtidas as funções de pertinência e os modelos locais para a modelagem *Fuzzy* TS. Sejam as três não linearidades dadas por

$$z_1(t) = x_1^{1/8}(t), \quad z_2(t) = x_1^{9/8}(t), \quad z_3(t) = x_1(t), \quad x_1(t) \in [50;150],$$

onde os valores máximos e mínimos são

$$a_{11} = \max(z_1(t)) = 150^{1/8} \quad \wedge \quad a_{12} = \min(z_1(t)) = 50^{1/8},$$

$$a_{21} = \max(z_2(t)) = 150^{9/8} \quad \wedge \quad a_{22} = \min(z_2(t)) = 50^{9/8},$$

$$a_{31} = \max(z_3(t)) = 150 \quad \wedge \quad a_{32} = \min(z_3(t)) = 50.$$

Para obter os modelos locais, os termos não lineares devem ser descritos como uma combinação convexa por meio dos graus de pertinência e dos valores máximos e mínimos como é mostrada na continuação

$$\begin{aligned} z_1(t) &= M_{11}(z_1(t)) \cdot a_{11} + M_{12}(z_1(t)) \cdot a_{12}, \\ M_{11}(z_1(t)) &\geq 0, \quad M_{12}(z_1(t)) \geq 0, \\ M_{11}(z_1(t)) + M_{12}(z_1(t)) &= 1, \end{aligned} \tag{110}$$

$$\begin{aligned} z_2(t) &= M_{21}(z_2(t)) \cdot a_{21} + M_{22}(z_2(t)) \cdot a_{22}, \\ M_{21}(z_2(t)) &\geq 0, \quad M_{22}(z_2(t)) \geq 0, \\ M_{21}(z_2(t)) + M_{22}(z_2(t)) &= 1, \end{aligned} \tag{111}$$

$$\begin{aligned} z_3(t) &= M_{31}(z_3(t)) \cdot a_{31} + M_{32}(z_3(t)) \cdot a_{32}, \\ M_{31}(z_3(t)) &\geq 0, \quad M_{32}(z_3(t)) \geq 0, \\ M_{31}(z_3(t)) + M_{32}(z_3(t)) &= 1, \end{aligned} \tag{112}$$

então, desenvolvendo (110), (111) e (112) de acordo com (3), os graus e funções de pertinência são obtidas com base em $z_1(t)$, $z_2(t)$ e $z_3(t)$.

$$M_{11}(z_1(t)) = \frac{z_1(t) - a_{12}}{a_{11} - a_{12}} \quad \wedge \quad M_{12}(z_1(t)) = \frac{a_{11} - z_1(t)}{a_{11} - a_{12}},$$

$$M_{21}(z_2(t)) = \frac{z_2(t) - a_{22}}{a_{21} - a_{22}} \quad \wedge \quad M_{22}(z_2(t)) = \frac{a_{21} - z_2(t)}{a_{21} - a_{22}},$$

$$M_{31}(z_3(t)) = \frac{z_3(t) - a_{32}}{a_{31} - a_{32}} \quad \wedge \quad M_{32}(z_3(t)) = \frac{a_{31} - z_3(t)}{a_{31} - a_{32}},$$

$$h_1(z(t)) = M_{11}(z_1(t))M_{21}(z_2(t))M_{31}(z_3(t)) \quad \wedge \quad h_2(z(t)) = M_{11}(z_1(t))M_{21}(z_2(t))M_{32}(z_3(t)),$$

$$h_3(z(t)) = M_{11}(z_1(t))M_{22}(z_2(t))M_{31}(z_3(t)) \quad \wedge \quad h_4(z(t)) = M_{11}(z_1(t))M_{22}(z_2(t))M_{32}(z_3(t)),$$

$$h_5(z(t)) = M_{12}(z_1(t))M_{21}(z_2(t))M_{31}(z_3(t)) \quad \wedge \quad h_6(z(t)) = M_{12}(z_1(t))M_{21}(z_2(t))M_{32}(z_3(t)),$$

$$h_7(z(t)) = M_{12}(z_1(t))M_{22}(z_2(t))M_{31}(z_3(t)) \quad \wedge \quad h_8(z(t)) = M_{12}(z_1(t))M_{22}(z_2(t))M_{32}(z_3(t)),$$

portanto, a dinâmica do sistema aumentado e sinais de saídas não linear dado por (105) e (108) pode ser representado por modelos *Fuzzy* TS, onde o sistema global fica da seguinte forma

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}(t) &= \sum_{i=1}^8 h_i(z(t)) [\tilde{A}_i \tilde{x}(t) + \tilde{B}_i \tilde{u}(t)], \\ \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^8 h_i(z(t)) [\tilde{C}_i \tilde{x}(t) + D_i \tilde{u}(t)],\end{aligned}\tag{113}$$

e as matrizes dos modelos locais depois de fazer operações para (105) e (108) tem a forma de

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \hat{A}_i & 0 \\ -\hat{C} & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \tilde{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ -D_i \end{bmatrix} \text{ para o sistema aumentado e para o vetor de saídas, os valores}$$

numéricos de cada matriz que compõem o modelo são dados por

$$\begin{aligned}\hat{A}_1 &= \begin{bmatrix} -0,0025 & 0 & 0 \\ 0,0683 & -0,1 & 0 \\ -0,0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_1 &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,5051 & -0,15 \\ 0 & 20,4845 & 0 \\ 0 & -1,9412 & 1,6588 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_2 &= \begin{bmatrix} -0,0025 & 0 & 0 \\ 0,0683 & -0,1 & 0 \\ -0,0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_2 &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,5051 & -0,15 \\ 0 & 20,4845 & 0 \\ 0 & -0,6471 & 1,6588 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_3 &= \begin{bmatrix} -0,0025 & 0 & 0 \\ 0,0683 & -0,1 & 0 \\ -0,0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_3 &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,1468 & -0,15 \\ 0 & 5,9520 & 0 \\ 0 & -1,9412 & 1,6588 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_4 &= \begin{bmatrix} -0,0025 & 0 & 0 \\ 0,0683 & -0,1 & 0 \\ -0,0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_4 &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,1468 & -0,15 \\ 0 & 5,9520 & 0 \\ 0 & -0,6471 & 1,6588 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_5 &= \begin{bmatrix} -0,0025 & 0 & 0 \\ 0,0721 & -0,1 & 0 \\ -0,0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_5 &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,5051 & -0,15 \\ 0 & 20,4845 & 0 \\ 0 & -1,9412 & 1,6588 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_6 &= \begin{bmatrix} -0,0025 & 0 & 0 \\ 0,0721 & -0,1 & 0 \\ -0,0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_6 &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,5051 & -0,15 \\ 0 & 20,4845 & 0 \\ 0 & -0,6471 & 1,6588 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_7 &= \begin{bmatrix} -0,0025 & 0 & 0 \\ 0,0721 & -0,1 & 0 \\ -0,0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_7 &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,1468 & -0,15 \\ 0 & 5,9520 & 0 \\ 0 & -1,9412 & 1,6588 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_8 &= \begin{bmatrix} -0,0025 & 0 & 0 \\ 0,0721 & -0,1 & 0 \\ -0,0067 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_8 &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,1468 & -0,15 \\ 0 & 5,9520 & 0 \\ 0 & -0,6471 & 1,6588 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 = \widehat{C}_3 = \widehat{C}_4 = \widehat{C}_5 = \widehat{C}_6 = \widehat{C}_7 = \widehat{C}_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,0063 & 0 & 0,0047 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = D_3 = D_5 = D_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,253 & 0,7110 & -0,014 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = D_4 = D_6 = D_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,253 & 0,2370 & -0,014 \end{bmatrix}.$$

4.3 CONTROLE FUZZY TS CONSIDERANDO SATURAÇÃO DOS ATUADORES E OBSERVADOR DE ESTADO

Para aplicar o controle *Fuzzy* TS considerando a saturação dos atuadores, o sistema (113), agora é dado conforme (114).

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \sum_{i=1}^8 h_i(z(t)) \left[\tilde{A}_i \tilde{x}(t) + \tilde{B}_i \text{sat}(\tilde{u}(t)) \right], \\ \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^8 h_i(z(t)) \left[\tilde{C}_i \tilde{x}(t) + D_i \text{sat}(\tilde{u}(t)) \right]. \end{aligned} \quad (114)$$

Primeiro é necessário definir um conjunto de referência de forma \mathcal{X}_R , este pode ser escolhido de acordo com (53) ou (54). Para a planta térmica abordada é escolhida o poliedro definido em (54) que é dado por uma envolvente convexa de vetores de estados conhecidos, neste caso assume-se os vetores de estados dos pontos de equilíbrio dados na Tabela 2. Então, o conjunto de referência para o sistema (114) é dado por (115).

$$\mathcal{X}_R = \text{co} \left\{ \begin{bmatrix} x_0^1 - x_e \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_0^2 - x_e \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_0^3 - x_e \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_0^5 - x_e \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_0^6 - x_e \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_0^7 - x_e \\ 0 \end{bmatrix} \right\}. \quad (115)$$

Também são definidas as matrizes E_k e E_k^- de acordo com (48) para todo $k \in \mathbb{I}_{2^3}$ por ter três sinais de entrada. E_k é definido conforme (116) e $E_k^- = I - E_k$.

$$E_k = \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right\}. \quad (116)$$

A teoria descrita na Seção 3.5 e 3.6 é considerando uma saturação de controle simétrica, no entanto, a faixa dos sinais de controle da planta térmica abordada é assimétrica que para o sistema levado ao ponto de equilíbrio é dado por (109). Uma alternativa para acondicionar esta questão é considerar $\varphi_l = \min\{|u_{\text{inf}}|_l, |u_{\text{sup}}|_l\}$, sendo $|u_{\text{inf}}|_l$ e $|u_{\text{sup}}|_l$ o limitante inferior e limitante superior do sinal de controle u_l .

Uma questão importante para aclarar é a escolha da matriz D_l que permite atribuir taxas de decaimento específico para cada estado. Em Lian, Liou e Huang (2006) não é indicado um procedimento para encontrar a matriz D_l mais adequada, mas, uma sugestão por parte deste trabalho e baseada na experiência é comentada para o caso dos sistemas com rastreamento. Para um modelo dinâmico geral que tem uma forma similar a (36), primeiramente deve-se escolher valores aleatórios para os elementos diagonais correspondentes aos estados originais do sistema, por exemplo, pode-se atribuir um valor de 1,0 a todos eles para depois aumentar ou diminuir cada um deles, procurando sinais de saídas estáveis. Aqui pode resultar que os valores dos sinais de controle fiquem fora da faixa de trabalho. Logo, atribuir valores aleatórios aos elementos diagonais correspondentes aos novos estados. Estes têm um grande efeito na amplitude dos sinais de controle, podendo aumentar grandemente com mudanças repentinas em pequenos instantes e podendo ficar fora da faixa desejada. Por isso, deve-se aumentar ou diminuir estes valores procurando que seja mantida ou melhorada a estabilidade do sistema e que os sinais de controle fiquem na faixa de valores permitidos.

Ter em conta que os limites de operação dos estados e saídas são definidos por:

$$\begin{aligned} 0 < y_1(t) &\leq 140, \\ 0 < y_2(t) &\leq 160, \\ -1 &\leq y_3(t) \leq 1. \end{aligned}$$

As matrizes correspondentes para garantir que os estados conhecidos fiquem dentro da região de operação \mathcal{X} (4) do sistema aumentado são:

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \phi = [150 \quad 160].$$

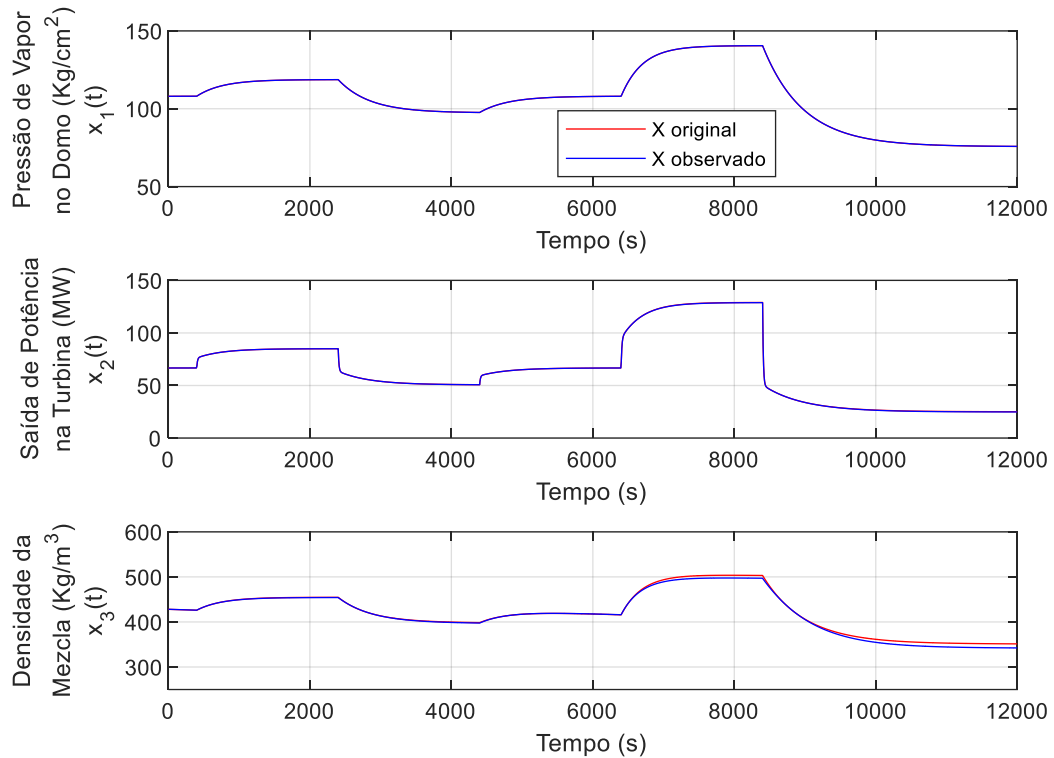
Com tudo desenvolvido e as considerações feitas anteriormente, pode-se aplicar os Teoremas descritos no Capítulo 3 para projetar os ganhos do controlador e observador de estados. Lembrar que, de acordo com a Tabela 2, o ponto de operação e ponto de equilíbrio principal é o ponto #4, no qual, neste trabalho foi utilizado. A lei de controle com realimentação dos estados agora será com estados observados. Na continuação é apresentada uma série de resultados e simulações que permitirão obter conclusões à teoria descrita. Todas as simulações foram feitas utilizando o *software* Simulink do MatLab®.

Como o observador de estado *Fuzzy* TS foi projetado considerando o princípio de separação, então os resultados dos ganhos obtidos de forma independente ao projeto do controlador foram calculadas mediante (88), (89) e (90) nos quais são dadas por:

$$\begin{aligned} L_1 &= \begin{bmatrix} 0,3843 & 0,0341 & -0,5183 \\ 0,0341 & 0,2835 & 0 \\ -0,5183 & 0 & 81,5966 \end{bmatrix}, & L_2 &= \begin{bmatrix} 0,3878 & 0,0341 & -0,4436 \\ 0,0341 & 0,2275 & 0 \\ -0,4436 & 0 & 69,6848 \end{bmatrix}, \\ L_3 &= \begin{bmatrix} 0,3333 & 0,0341 & -0,4508 \\ 0,0341 & 0,2329 & 0 \\ -0,4508 & 0 & 70,8343 \end{bmatrix}, & L_4 &= \begin{bmatrix} 0,3342 & 0,0341 & -0,4521 \\ 0,0341 & 0,2339 & 0 \\ -0,4521 & 0 & 71,0406 \end{bmatrix}, \\ L_5 &= \begin{bmatrix} 0,3342 & 0,0361 & -0,4521 \\ 0,0361 & 0,2339 & 0 \\ -0,4521 & 0 & 71,0406 \end{bmatrix}, & L_6 &= \begin{bmatrix} 0,3333 & 0,0361 & -0,4508 \\ 0,0361 & 0,2329 & 0 \\ -0,4508 & 0 & 70,8343 \end{bmatrix}, \\ L_7 &= \begin{bmatrix} 0,3278 & 0,0361 & -0,4436 \\ 0,0361 & 0,2275 & 0 \\ -0,4436 & 0 & 69,6848 \end{bmatrix}, & L_8 &= \begin{bmatrix} 0,3843 & 0,0361 & -0,5183 \\ 0,0361 & 0,2835 & 0 \\ -0,5183 & 0 & 81,5966 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Em que as respostas dos estados estimados em malha aberta para pontos próximos e distantes ao ponto de equilíbrio são dadas na Figura 15, o estado inicial da simulação é $x(0) = [108 \quad 66,65 \quad 428]^T$ que corresponde ao ponto de equilíbrio #4 de acordo à Tabela 2.

Figura 15 – Sinais dos estados observados.



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 15 pode-se notar que os estados estimados tem uma boa aproximação, no entanto, para o caso do estado $x_3(t)$, para valores distantes ao ponto de equilíbrio e pertos a seus limites de operação inferior e superior, existe um ligeiro desvio que tal vez poderia gerar inconvenientes ao sistema em malha fechada, isto será verificado nas próximas simulações. A estimação dos estados será colocada nas simulações do sistema em malha fechada junto com o controlador *Fuzzy TS*. Nas próximas simulações será apresentada só a resposta do estado $x_3(t)$ estimado porque os estados $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são conhecidas por meio das saídas $y_1(t)$ e $y_2(t)$.

As simulações para o sistema em malha fechada serão feitas para duas contextos com um tempo total de $t = 4000$ segundos, sendo o valor desejado inicial $y_{(0)}^{ref} = [108 \ 66,65 \ 0]^T$ que corresponde às saídas do ponto de equilíbrio principal, para depois fazer mudanças próximas e distantes respeito a este ponto. Logo, são feitas 5 mudanças de referências para cada componente do vetor de saídas dadas por:

$$\begin{aligned}
y_1^{ref} &= 118,8(t-400) + 97,20(t-1000) + 108(t-1800) + 129,6(t-2500) + \\
&\quad + 75,6(t-3200), \\
y_2^{ref} &= 85,06(t-400) + 50,52(t-1000) + 66,65(t-1800) + 105,8(t-2500) + \\
&\quad + 15,27(t-3200), \\
y_3^{ref} &= 0.
\end{aligned} \tag{117}$$

Notar que, o nível da água sempre deve-se manter no ponto médio do domo de acordo com os requisitos de controle da caldeira. Notar também que, para y_1^{ref} e y_2^{ref} , os dois primeiros termos são as mudanças para valores desejados próximos ao ponto de equilíbrio, o terceiro termo volta para o valor inicial e os dois últimos termos correspondem para valores distantes do ponto de equilíbrio, perto aos limites inferior e superior de operação do sistema.

O controle do sistema (113) em malha fechada sem considerar saturação dos atuadores no modelo é feita mediante a análises da estabilidade com o Teorema 3, na qual é atribuído taxas de decaimento específico para cada estado mediante a escolha da matriz D_t dada por:

$$D_t = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,09 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,08 \end{bmatrix},$$

neste, a limitação dos sinais de controle não está assegurada, alcançando grandes sobressinais ante mudanças de referência. Uma alternativa bastante utilizada na indústria em implementações práticas é fazer uma limitação direta aos sinais de controle, no entanto, normalmente isso só pode trabalhar bem em malhas de controle independente para cada variável, ou seja, para sistemas de controle SISO ou não acoplado. Para o caso de sistemas multivariáveis e acopladas, a estratégia de limitação direta pode tornar o sistema em instabilidade, ainda pior se o sistema fora altamente não linear. Este foi verificado com o modelo da planta térmica e o sistema torna-se instável. Uma solução alternativa nas aplicações práticas na indústria, é utilizar um compensador antiwindup com descarga da ação integral, este adiciona uma malha do erro da lei de controle ao integrador de rastreamento. A realimentação é com estados observados. Ao resolver o problema são obtidas a matriz P e os ganhos de realimentação dados por:

$$P = \begin{bmatrix} 10,7256 & 2,6949 & -0,1465 & -0,5387 & 0,2865 & 32,6550 \\ 2,6949 & 154,5289 & -0,0258 & 0,2687 & -2,6689 & 9,0145 \\ -0,1465 & -0,0258 & 0,3318 & 0,0018 & -0,0068 & -0,5312 \\ -0,5387 & 0,2687 & 0,0018 & 1,4355 & -0,0613 & -0,1602 \\ 0,2865 & -2,6689 & -0,0068 & -0,0613 & 23,5456 & 0,9564 \\ 32,6550 & 9,0145 & -0,5312 & -0,1602 & 0,9564 & 116,3072 \end{bmatrix},$$

$$K_{F1} = \begin{bmatrix} -9,1268 & 61,4225 & 4,2985 \\ 0,3267 & 3,4767 & -0,1341 \\ -4,4543 & 752,2786 & -0,0342 \end{bmatrix}, \quad K_{I1} = \begin{bmatrix} -0,6007 & -1,3810 & -30,1236 \\ -0,0045 & -0,0508 & 1,0469 \\ 4,7833 & -13,3692 & 19,8486 \end{bmatrix},$$

$$K_{F2} = \begin{bmatrix} -1,6600 & 131,5453 & 0,3624 \\ 0,9102 & 3,9605 & -0,3731 \\ 26,6577 & 2087,1 & -0,2154 \end{bmatrix}, \quad K_{I2} = \begin{bmatrix} -1,0159 & -2,2705 & 2,7549 \\ -0,0305 & -0,0392 & 2,8837 \\ 4,1277 & -36,3500 & 92,1144 \end{bmatrix},$$

$$K_{F3} = \begin{bmatrix} -0,5061 & 54,3164 & 0,3922 \\ 0,1225 & 12,8447 & -0,1222 \\ -3,2490 & 217,0203 & 0,0599 \end{bmatrix}, \quad K_{I3} = \begin{bmatrix} -1,1503 & -0,9652 & -4,7343 \\ 0,0356 & -0,2242 & 0,4783 \\ 0,7455 & -3,9680 & -8,7345 \end{bmatrix},$$

$$K_{F4} = \begin{bmatrix} -0,3469 & 54,5545 & 0,3786 \\ 0,9342 & 11,5764 & -0,3762 \\ 3,3919 & 614,5925 & -0,0025 \end{bmatrix}, \quad K_{I4} = \begin{bmatrix} -1,1583 & -0,9404 & -1,7290 \\ -0,0118 & -0,1742 & 2,9973 \\ 1,4444 & -10,8435 & 13,5603 \end{bmatrix},$$

$$K_{F5} = \begin{bmatrix} 0,4391 & 59,0253 & 0,3776 \\ 0,3051 & 2,9951 & -0,1254 \\ 4,8024 & 703,7368 & -0,0154 \end{bmatrix}, \quad K_{I5} = \begin{bmatrix} -1,1497 & -1,0171 & -1,4141 \\ -0,0049 & -0,0429 & 0,9763 \\ 1,6080 & -12,3877 & 18,3234 \end{bmatrix},$$

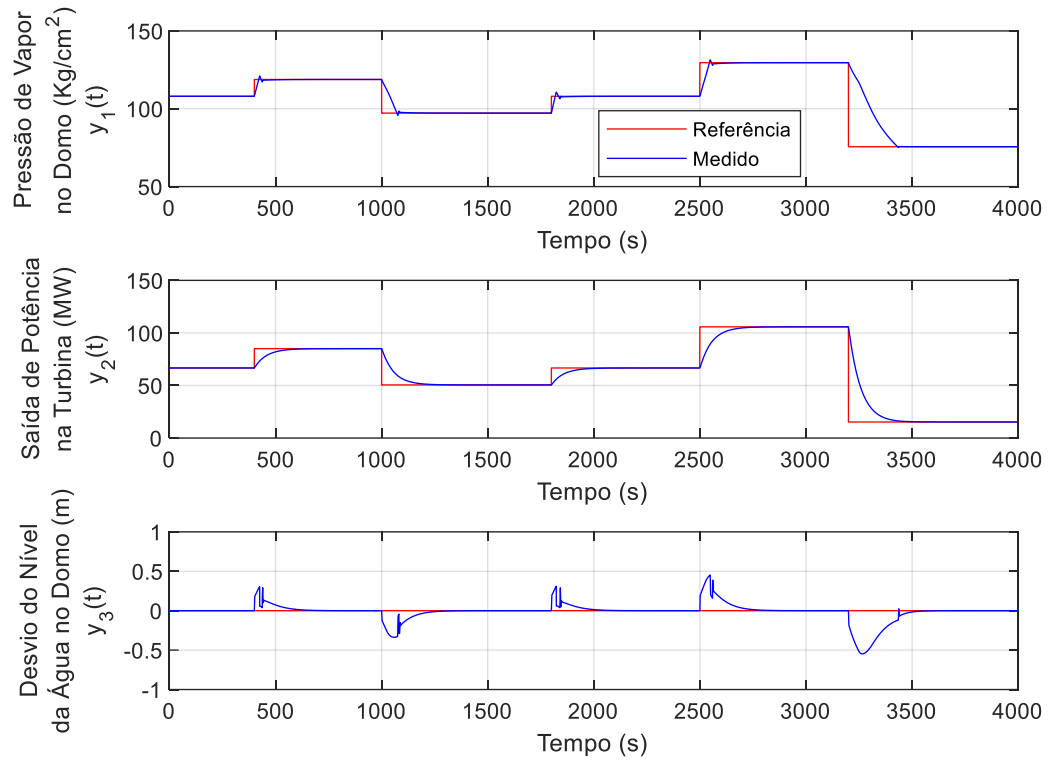
$$K_{F6} = \begin{bmatrix} 1,4867 & 99,1820 & 0,2686 \\ 0,6619 & 3,9243 & -0,2665 \\ 18,9543 & 1490,9 & -0,1111 \end{bmatrix}, \quad K_{I6} = \begin{bmatrix} -1,0935 & -1,6988 & 2,0461 \\ -0,0195 & -0,0472 & 2,1011 \\ 2,9533 & -25,9696 & 65,5223 \end{bmatrix},$$

$$K_{F7} = \begin{bmatrix} -0,5005 & 54,8051 & 0,3885 \\ 0,1190 & 12,8723 & -0,1210 \\ -3,2206 & 215,1367 & 0,0594 \end{bmatrix}, \quad K_{I7} = \begin{bmatrix} -1,1462 & -0,9734 & -4,6801 \\ -0,0363 & -0,2248 & 0,4680 \\ 0,7397 & -3,9335 & -8,6575 \end{bmatrix},$$

$$K_{F8} = \begin{bmatrix} -11,7346 & 56,3757 & 5,3209 \\ 1,0119 & 13,5510 & -0,4026 \\ -8,4749 & 656,7615 & -0,0251 \end{bmatrix}, \quad K_{I8} = \begin{bmatrix} -0,4619 & -1,3780 & -37,9240 \\ -0,0104 & -0,2068 & 3,2504 \\ 5,4117 & -11,7478 & 14,8316 \end{bmatrix}.$$

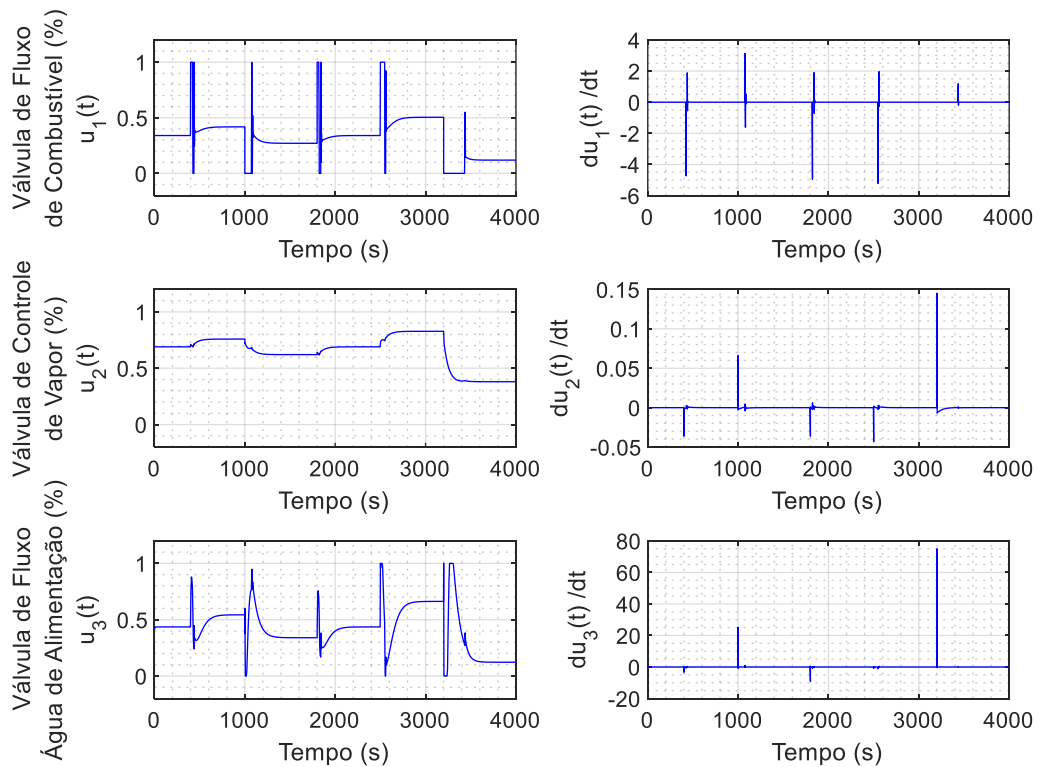
Nas Figuras 16, 17, 18 são mostradas as respostas dos sinais controladas, sinais de controle, velocidade de mudança dos sinais de controle e estado observado $x_3(t)$.

Figura 16 – Saídas controladas com o Teorema 3.



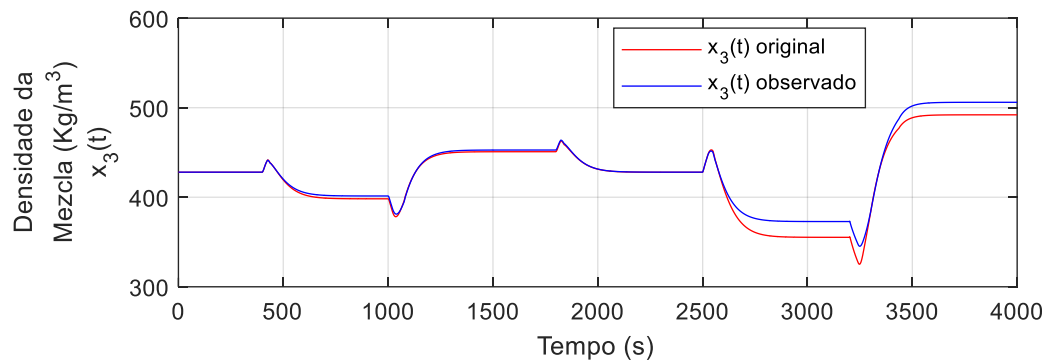
Fonte: Próprio autor.

Figura 17 – Amplitude e velocidade de mudança dos sinais de controle com o Teorema 3.



Fonte: Próprio autor.

Figura 18 – Sinal de estado $x_3(t)$ com o Teorema 3.



Fonte: Próprio autor.

Das Figuras 16, 17 e 18 pode-se notar que os sinais de saídas alcançam a referência em tempos aceitáveis tanto para valores próximos e distantes do ponto de equilíbrio, além disso, o estado observado $x_3(t)$ tem adequada estimativa para valores pertos ao equilíbrio, para valores mais distantes e pertos aos limites inferior e superior da faixa de operação tem um ligeiro desvio, mas, este não está comprometendo a estabilidade do sistema. Um grande inconveniente de utilizar este método pode-se notar na Figura 17 com a taxa de variação da amplitude do sinais de controle encontrando-se fora da faixa de operação (92), em cada mudança de referência, os sinais de controle são mudados de valor em forma repentina, podendo assim diminuir a vida útil dos atuadores e até provocar fenômenos físicos como o golpe de aríete nas tubulações.

O controle do sistema (114) em malha fechada, considerando agora à saturação dos atuadores no modelo é desenvolvida mediante à aplicação do Teorema 5, na qual consiste em um problema de minimização do valor de $\gamma = \frac{1}{\alpha^2}$ com a finalidade de obter o maior tamanho da região de atração $\mathcal{E}(P, \rho)$ para o ponto de equilíbrio. Neste também é atribuído taxas de decaimento específico para cada estado mediante a escolha da matriz D_i dada por:

$$D_i = \begin{bmatrix} 0,185 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,03 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,13 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,13 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,13 \end{bmatrix},$$

junto com as considerações e dados comentadas acima é resolvida com o Teorema 5 incluindo também a LMI (80) para limitar a norma dos ganhos. Os estados observados são utilizados para

a realimentação. Ao resolver o problema de otimização com o Teorema 5 são obtidos α , P e os ganhos dados por:

$$\alpha = 0,3165$$

$$P = \begin{bmatrix} 0,0155 & 0,0002 & -0,0005 & -0,0001 & 0,0000 & 0,0023 \\ 0,0002 & 0,0001 & -0,0001 & 0,0000 & -0,0000 & 0,0008 \\ -0,0005 & -0,0001 & 0,0005 & 0,0000 & 0,0000 & -0,0015 \\ -0,0001 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & -0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & -0,0000 & 0,0000 & -0,0000 & 0,0000 & -0,0001 \\ 0,0023 & 0,0008 & -0,0015 & 0,0000 & -0,0001 & 0,0109 \end{bmatrix},$$

$$K_{F1} = \begin{bmatrix} -0,0377 & -0,0008 & -0,0011 \\ 0,0148 & -0,0061 & 0,0049 \\ 0,0253 & 0,0009 & -0,0079 \end{bmatrix}, \quad K_{I1} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0001 & 0,0012 \\ -0,0006 & 0,0007 & -0,0338 \\ -0,0001 & -0,0001 & 0,0305 \end{bmatrix},$$

$$K_{F2} = \begin{bmatrix} -0,0380 & -0,0008 & -0,0011 \\ 0,0105 & -0,0043 & 0,0034 \\ 0,0255 & 0,0009 & -0,0078 \end{bmatrix}, \quad K_{I2} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0001 & 0,0010 \\ -0,0004 & 0,0005 & -0,0236 \\ -0,0001 & -0,0001 & 0,0309 \end{bmatrix},$$

$$K_{F3} = \begin{bmatrix} -0,0381 & -0,0002 & -0,0015 \\ 0,0106 & -0,0037 & 0,0031 \\ 0,0234 & 0,0015 & -0,0083 \end{bmatrix}, \quad K_{I3} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0000 & 0,0050 \\ -0,0004 & 0,0004 & -0,0180 \\ -0,0001 & -0,0002 & 0,0344 \end{bmatrix},$$

$$K_{F4} = \begin{bmatrix} -0,0383 & -0,0003 & -0,0015 \\ 0,0188 & -0,0060 & 0,0051 \\ 0,0252 & 0,0010 & -0,0080 \end{bmatrix}, \quad K_{I4} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0000 & 0,0034 \\ -0,0006 & 0,0006 & -0,0264 \\ -0,0001 & -0,0001 & 0,0310 \end{bmatrix},$$

$$K_{F5} = \begin{bmatrix} -0,0378 & -0,0008 & -0,0011 \\ 0,0148 & -0,0062 & 0,0050 \\ 0,0255 & 0,0009 & -0,0079 \end{bmatrix}, \quad K_{I5} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0001 & 0,0014 \\ -0,0006 & 0,0007 & -0,0344 \\ -0,0001 & -0,0001 & 0,0306 \end{bmatrix},$$

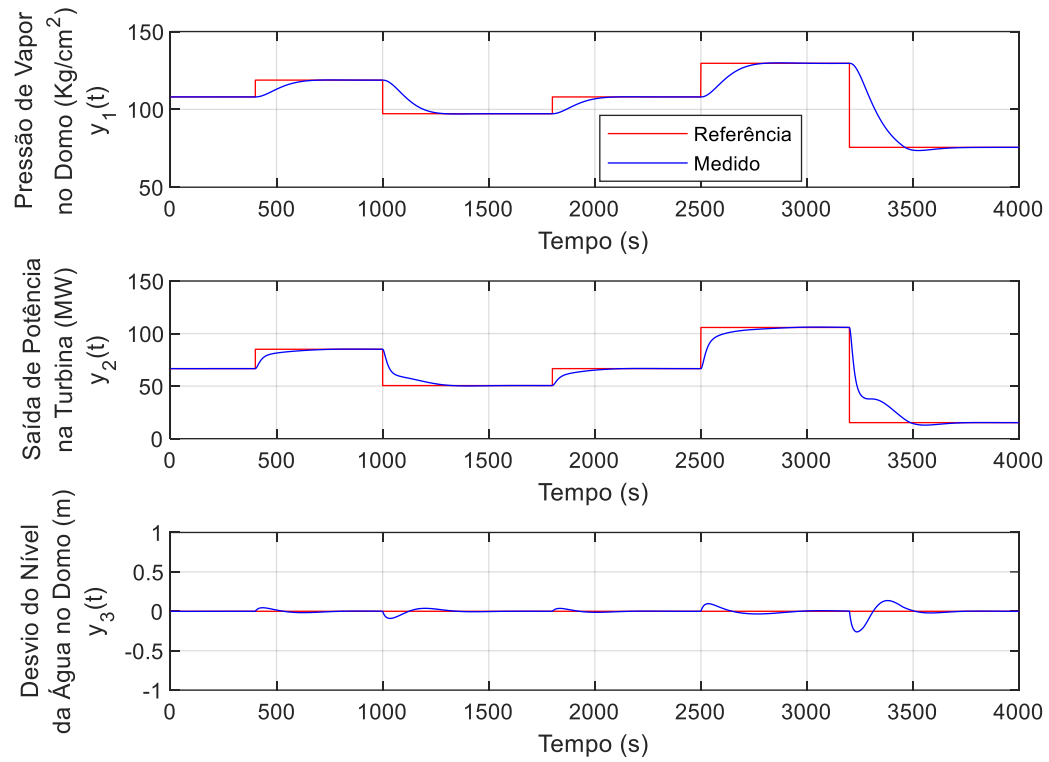
$$K_{F6} = \begin{bmatrix} -0,0380 & -0,0008 & -0,0011 \\ 0,0100 & -0,0042 & 0,0034 \\ 0,0257 & 0,0009 & -0,0078 \end{bmatrix}, \quad K_{I6} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0001 & 0,0010 \\ -0,0004 & 0,0004 & -0,0230 \\ -0,0001 & -0,0001 & 0,0310 \end{bmatrix},$$

$$K_{F7} = \begin{bmatrix} -0,0381 & -0,0003 & -0,0015 \\ 0,0105 & -0,0037 & 0,0031 \\ 0,0236 & 0,0016 & -0,0083 \end{bmatrix}, \quad K_{I7} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0000 & 0,0049 \\ -0,0004 & 0,0004 & -0,0183 \\ -0,0001 & -0,0002 & 0,0345 \end{bmatrix},$$

$$K_{F8} = \begin{bmatrix} -0,0383 & -0,0003 & -0,0015 \\ 0,0188 & -0,0057 & 0,0050 \\ 0,0253 & 0,0010 & -0,0080 \end{bmatrix}, \quad K_{I8} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0000 & 0,0035 \\ -0,0006 & 0,0006 & -0,0234 \\ -0,0001 & -0,0001 & 0,0313 \end{bmatrix}.$$

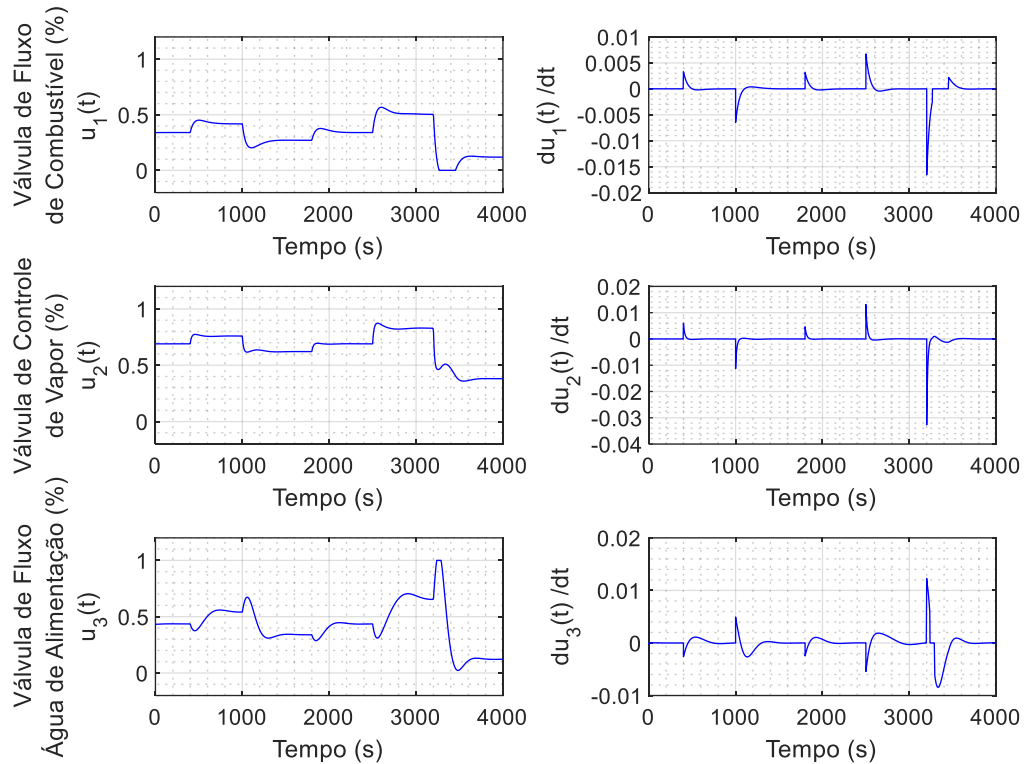
Nas Figuras 19, 20 e 21 são mostradas as respostas dos sinais controladas, sinais de controle, velocidade de mudança dos sinais de controle e estado observado $x_3(t)$.

Figura 19 – Saídas controladas com o Teorema 5.



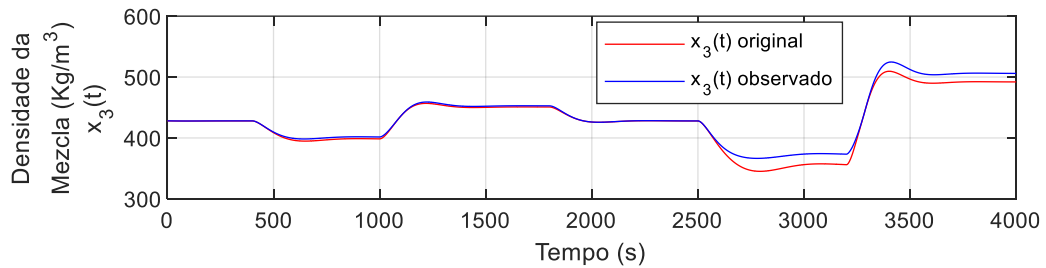
Fonte: Próprio autor.

Figura 20 – Amplitude e Velocidade de Mudança dos sinais de controle com o Teorema 5.



Fonte: Próprio autor.

Figura 21 – Sinal de estado $x_3(t)$ com o Teorema 5.



Fonte: Próprio autor.

Das Figuras 19, 20 e 21 pode-se notar que os sinais de saídas alcançam a referência satisfatoriamente, tanto para valores próximos e distantes do ponto de equilíbrio. Para valores distantes toma-se um pouco mais tempo, porém, é uma resposta aceitável para o processo. Os sinais de controle têm um comportamento adequado para toda a faixa de operação provada, pois eles têm um comportamento suave sem mudanças abruptas como no caso anterior, observe que quase não resultam ficar saturados. Da Figura 21, note-se que o estado observado $x_3(t)$ tem adequada estimativa para valores pertos ao equilíbrio; para valores mais distantes e pertos a seus limites inferior e superior tem ligeiro desvio que de acordo ao comportamento das saídas

e amplitude dos sinais de controle, este não tem um efeito que poderia comprometer o rendimento do sistema. Da Figura 20, pode-se observar que, as taxas de amplitude dos sinais de controle podem ficar dentro da faixa de operação (92) se as mudanças de referências foram pertos um respeito de outro sem importar se estiveram próximos ou distantes ao ponto de equilíbrio, quer dizer que, por exemplo para um caso extremo como mostrado nos últimos 1500 segundos da Figura 20 onde a mudança de referência é um valor distante um respeito de outro, o mais adequado seria mudar de referência de forma escalonada para chegar à referencias desejada. Esta última questão de mudanças de referências longas um respeito de outro, na prática não acontece porque na operação de uma usina, os requerimentos de carga por parte dos clientes são de forma paulatina. Portanto, pode-se concluir que todos os requisitos para controle da planta térmica comentados ao início do capítulo são satisfeitos.

4.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

O uso da estratégia de modelagem com rastreamento, representado pela inserção de uma nova variável de estado $E(t)$ ao sistema, melhora significativamente o comportamento das saídas eliminando o erro em regime permanente.

Em uma implementação prática do controle para a planta térmica trabalhada, a realimentação de todos os estados não poderia ser possível já que o estado $x_3(t)$ que representa a densidade da mistura líquido-vapor na caldeira não pode ser medida. Isso é resolvido com o uso do observador de estado entregando uma boa predição para pontos pertos ao ponto de equilíbrio, para pontos distantes perto aos limites superior e inferior dos estados, o valor estimado de $x_3(t)$ tem um ligeiro desvio, mas, o efeito de isso não alterou a condição de estabilidade do sistema em malha fechada apresentadas acima.

A consideração da saturação dos atuadores no modelo, permitiu resolver o problema de controle para a planta térmica mediante o Teorema 5, cumprindo assim os requisitos de projeto. A escolha da matriz adequada D_i que permite atribuir taxas de decaimento específicas a cada estado foi muito importante porque oferece melhor resposta respeito ao caso quando é considerado uma taxa de decaimento geral. O procedimento comentado neste trabalho para encontrar os valores adequados da matriz D_i , resultou adequado para o projeto do controle.

A estratégia de controle utilizando compensador antiwindup pode garantir a estabilidade do sistema, no entanto, a taxa de variação da amplitude dos controladores pode ser seriamente prejudicada, podendo assim causar danos ou diminuir a vida útil dos atuadores.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram abordadas estratégias que permitirão projetar sistemas de controle *Fuzzy* TS e orientá-los para abordar plantas de processos industriais. Tais estratégias são o controle com rastreamento, observador de estados, a saturação dos atuadores e a atribuição de taxas de decaimento específico para cada estado. Todos esses detalhes são discutidos e desenvolvidos no trabalho. Também são discutidos alguns conceitos e filosofias de operação necessários relacionados aos processos industriais que permitem um melhor entendimento dos processos, e em particular o processo de uma planta térmica de vapor para geração elétrica.

Em muitos processos industriais, existem algumas variáveis que não podem ser medidas e que são necessárias para a implementação prática de um sistema de controle, isso pode ser resolvido utilizando o observador de estado com a finalidade de estimar os estados necessários para sua realimentação em malha fechada. Também, o uso da estratégia com rastreamento do erro entre o valor desejado e valor medido da saída, permite eliminar o erro em regime permanente. A atribuição de taxas de decaimento específico para cada estado por meio dos elementos diagonais da matriz D_i pode-se obter uma melhor resposta que no caso quando é utilizado uma taxa de decaimento geral, sendo este incorporado no problema de controle com saturação dos atuadores mediante o Teorema 5. Para projetar os ganhos do controlador e observador de estados de forma independente um respeito de outro, pode-se utilizar o princípio de separação sempre que os estados que precisam ser estimados não formam parte das variáveis premissas. Estas estratégias foram aplicadas ao sistema planta térmica e os resultados obtidos cumprem com os requerimentos de operação do sistema.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Alguns trabalhos futuros relacionados com este poderiam ser:

- Projetar o controlador *Fuzzy* TS considerando a saturação dos atuadores para um conjunto de pontos de equilíbrio.
- Projetar o controlador *Fuzzy* TS para um sistema sujeito a distúrbio considerando taxas de decaimento específicas para cada estado.
- Determinar novas condições que permitam considerar a taxa de variação da amplitude das leis de controle, além de considerar a saturação em amplitude.
- Determinar novas condições que permitam considerar a saturação assimétrica nos atuadores.

REFERÊNCIAS

- ALVES, U. N. L. T. **Controle Chaveado e Chaveado Suave de Sistemas Não Lineares Incertos Via Modelos Fuzzy T-S**. 2017. 107 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista - UNESP. Ilha Solteira, 2017.
- ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. et al. Smoothing Switched Control Laws for Uncertain Nonlinear Systems Subject to Actuator Saturation. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, Hoboken, v. 30, n. 8-10, p. 1408-1433, 2016.
- AROCKIARAJAN, A.; DURAISELVAM, M.; RAJU, R. **Advances in Industrial Automation and Smart Manufacturing**. East: Springer Nature Singapore, 2020.
- ÅSTRÖM, K. J.; BELL, R. **Simplified Models of Boiler-Turbine Units**. Lund: Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1987a.
- ÅSTRÖM, K. J.; BELL, R. **Dynamic Models for Boiler-Turbine Alternator Units: Data Logs and Parameter Estimation for a 160 MW Unit**. Lund: Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1987b.
- ÅSTRÖM, K. J.; EKLUND, K. A Simplified Nonlinear Model of a Drum Boiler-Turbine Unit. **International Journal of Control**, London, v. 16, n. 1, p. 145-169, 1972.
- ÅSTRÖM, K. J.; EKLUND, K. A simple non-linear drum boiler model. **International Journal of Control**, London, v. 22, n. 5, p. 739-740, 1975.
- ASTROM, K.; HAGGLUND, T. **PID Controllers: theory, design and tuning**. 2. ed. Research Triangle Park: Instrument Society of America, 1995.
- BELL, R. D.; ÅSTRÖM, K. J. **A Low Order Nonlinear Dynamic Model for Drum Boiler-Turbine-Alternator Units**. Lund: Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1979.
- BLANCHINI, F. Set Invariance in Control. **Automatica**, Oxford, v. 35, n. 11, p. 1747-1767, 1999.
- BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. Philadelphia: SIAM, 1994.
- BRIGHT HUB PM. Analysis of Vapor Power Cycles Used in Steam Power Plant - Rankine Cycle, Carnot Cycle, Regenerative Cycle, and Reheat Cycle. **Bright Hub Engineering**, 2020. Disponível em: <https://www.brighthubengineering.com/hvac/68322-vapor-power-cycles-used-in-steam-power-plants/>. Acesso em: 07 Janeiro 2020.
- BUSTILLO, M. **Mineral Resources**. Madrid: Springer International Publishing, 2018.
- CAO, Y.-Y.; LIN, Z. Robust Stability Analysis and Fuzzy-Scheduling Control for Nonlinear Systems Subject to Actuator Saturation. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 57-67, 2003.

- CENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. **Termodinámica**. 7. ed. Ciudad de México: McGraw-Hill, 2012.
- ÇENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. **Termodinâmica**. 7. ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2013.
- CENGEL, Y. A.; BOLES, M. A.; KANOGLU, M. **Thermodynamics: an engineering approach**. 9. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2019.
- CHAKRABARTI, A.; ARORA, M. **Industry 4.0 and Advanced Manufacturing**. East: Springer Nature Singapore, 2020.
- CHIDAMBARAM, M.; SAXENA, N. **Relay tuning of PID Controllers: for unstable MIMO processes**. East: Springer Nature Singapore, 2018.
- CORRIOU, J. P. **Process Control: Theory and Applications**. 2. ed. Cham: Springer International Publishing AG, 2018.
- CREUS, A. **Instrumentación industrial**. 8. ed. Ciudad de México: Alfaomega, 2010.
- CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. **Dynamic matrix control: a computer control algorithm**. AICHe 86th national meeting. Houston: IEEE Transactions on Automatic Control. 1979. p. 17-72.
- DAVCHEVA, M. Oil and Gas Industry Overview. **ScheduleReader**, 2019. Disponível em: <https://www.schedulereader.com/blog/oil-and-gas-industry-overview>. Acesso em: 10 mar. 2021.
- EKLUND, K. **Linear mathematical model of the drum-downcomer-riser loop of a drum boiler**. Lund Institute of Technology. Malmö, Suécia, p. 57. 1968.
- EKLUND, K. **Linear Drum Boiler-Turbine Models**. Lund Institute of Technology. Malmö, Suécia, p. 225. 1971.
- GARCIA, C. **Controle de processos industriais**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, v. I, 2017.
- GUERRERO, V.; YUSTE, R.; MARTINEZ, L. **Comunicaciones industriales**. Buenos Aires: Alfaomega, 2010.
- HINDI, H.; BOYD, S. Analysis of Linear Systems with Saturation Using Convex Optimization. **Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control**, Tampa, v. 1, p. 903-908, 1998.
- HSU, C. S.; ROBINSON, P. **Petroleum Science and Technology**. Tallahassee, USA: Springer Nature Switzerland AG, 2019.
- HU, T.; LIN, Z. **Control Systems with Actuator Saturation: Analysis and Design**. 1. ed. New York: Springer Science+Business Media, 2001.
- HU, T.; LIN, Z.; CHEN, B. M. An Analysis and Design Method for Linear Systems Subject to Actuator Saturation and Disturbance. **Automatica**, Oxford, v. 38, n. 2, p. 351-359, 2002a.

HU, T.; LIN, Z.; CHEN, B. M. Analysis and Design for Discrete-Time Linear Systems Subject to Actuator Saturation. **Systems & Control Letters**, Kidlington, v. 45, n. 2, p. 97-112, 2002b.

KLUG, M.; CASTELAN, E. B.; COUTINHO, D. A T-S Fuzzy Approach to the Local Stabilization of Nonlinear Discrete-Time Systems Subject to Energy-Bounded Disturbances. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, New York, v. 26, n. 3, p. 191-200, 2015.

LAMB, F. **Industrial Automation Hands-On**. Nueva York: McGraw-Hill Education, 2013.

LIAN, K. Y.; LIOU, J. J.; HUANG, C. Y. LMI-Based Integral Fuzzy Control of DC-DC Converters. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, New York, v. 14, n. 1, p. 71-80, FEBRUARY 2006.

MA, X. J.; SUN, Z. Q.; HE, Y. Y. Analysis and Design of Fuzzy Controller and Fuzzy Observer. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, New York, v. 6, n. 1, p. 41-51, 1998.

MORAN, M. J.; SHAPIRO, H. N. **Fundamentos de termodinámica técnica**. 2. ed. Barcelona: Editorial Reverté SA, 2004.

MORTON, A. J.; PRICE, P. H. The Controllability of Steam Output, Pressure and Water Level in Drum Boilers. **Proceedings of the institution of mechanical engineers**, [s. l.], p. 75-84, 1977.

NIEBEL, B. W.; FREIVALDS, A. **Ingeniería industrial: metodos, estandares y diseño del trabajo**. 12. ed. Ciudad de México: McGraw-Hill Educación, 2009.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.

ROCKWELL AUTOMATION. PlantPAx Distributed Control System. **Rockwell Automation**, 2019. Disponível em: <https://literature.rockwellautomation.com/idc/groups/literature/documents/rm/proces-rm001_-en-p.pdf>. Acesso em: 27 Dezembro 2020.

SBÁRBARO, D.; DEL VILLAR, R. **Advanced control and supervision of mineral processing plants**. London: Springer-Verlag, 2010.

SKORMIN, V. A. **Introduction to Process Control: Analysis, Mathematical Modeling, Control and Optimization**. Cham: Springer International Publishing, 2016.

SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. **Applied nonlinear control**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991.

SMITH, J. M.; VAN NESS, H. C.; ABBOTT, M. M. **Introdução à termodinâmica da engenharia química**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. , 2007.

TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control. **IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics**, Piscataway, v. 15, n. 1, p. 116-132, Jan/Feb 1985

TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. Design of Fuzzy Control Systems Based on Relaxed LMI Stability Conditions. **Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control**, Kobe, v. 1, p. 598-603, 1996.

TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. O. Fuzzy Control System Design via LMIs. **Proceedings of the 1997 American Control Conference**, New Mexico, v. 5, p. 2873-2877, 1997.

TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. O. Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI-Based Designs. **IEEE Transactions on fuzzy systems**, Piscataway, v. 6, n. 2, p. 250-265, Maio 1998.

TANAKA, K.; WANG, H. O. **Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach**. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2001.

TANIGUCHI, T.; TANAKA, K.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. Model Construction, Rule Reduction, and Robust Compensation for Generalized Form of Takagi–Sugeno Fuzzy Systems. **IEEE Transactions on fuzzy systems**, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 525-538, AUGUST 2001.

TEIXEIRA, M. C. M.; SILVA, N. A. P.; ASSUNÇÃO, E.; MACHADO, E. R. **Design of Fuzzy regulators with optimal initial conditions compensation**. IEEE International Conference on Fuzzy Systems. Vancouver: Piscataway IEEE. 2006. p. 84-91.

TURTON, R.; BAILIE, R. C.; WHITING, W. B.; SHAEIWITZ, J. A.; BHATTACHARYYA, D. **Analysis, synthesis, and design of chemical processes**. 4. ed. Michigan: Pearson Education, 2012.

VASCONCELOS, J. Central Termoelectrica Salamanca. **dcejosevasconcelos.blogspot**, 2013. Disponível em: <http://dcejosevasconcelos.blogspot.com/2013/10/central-termoelectrica-salamanca.html>. Acesso em: 23 dez. 2020.