



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS
CAMPUS DE MARÍLIA**

JOSÉ FÁBIO XAVIER

**ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE
GEOGEBRA NA PERSPECTIVA DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL:
TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS.**

MARÍLIA - SP

2022

JOSÉ FÁBIO XAVIER

**ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE
GEOGEBRA NA PERSPECTIVA DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL:
TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS.**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Campus de Marília, como requisito necessário para a obtenção do título de Doutor em Educação.

Linha de Pesquisa: Teorias e práticas educativas

Orientadora: Prof. Dr. José Carlos Miguel

MARÍLIA - SP

2022

FICHA CATALOGRÁFICA

X3e	<p>XAVIER, JOSÉ FÁBIO</p> <p>ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NA PERSPECTIVA DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL : TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS / JOSÉ FÁBIO XAVIER. -- Marília, 2022</p> <p>126 p.</p> <p>Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília</p> <p>Orientador: JOSÉ CARLOS MIGUEL</p> <p>1. Teoria Histórico-Cultural. 2. Educação Matemática. 3. Transformações Expansivas. 4. Funções Quadráticas. I. Título.</p>
-----	---

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Marília

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NA PERSPECTIVA DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL: TRANSFORMAÇÕES EXPANSIVAS

AUTOR: JOSE FABIO XAVIER

ORIENTADOR: JOSÉ CARLOS MIGUEL

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em EDUCAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof(a). Dr(a). JOSÉ CARLOS MIGUEL (Participação Virtual)
Departamento de Didática / Unesp, Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília

Profa. Dra. ELIANA MARQUES ZANATA (Participação Virtual)
Departamento de Educação / Faculdade de Ciências de Bauru

Prof. Dr. FABIO FERNANDES VILLELA (Participação Virtual)
Educação / Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - UNESP - Campus de São José do Rio Preto

Prof(a). Dr(a). GUSTAVO CUNHA DE ARAÚJO (Participação Virtual)
Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação / Universidade Federal do Tocantins

Prof(a). Dr(a). ALBERTO LUIZ PEREIRA DA COSTA (Participação Virtual)
Departamento de Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias / Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Marília, 07 de março de 2022

Prof(a.) Dr.(a) Eliane Giachetto Saravali
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação

DEDICATÓRIA

*Neibe, Luana, Ítalo, Daniel e Eduardo,
não são somente nomes. Sem vocês este
texto não teria nenhum motivo para ser
escrito. Amo demais vocês.*

EPÍGRAFE

*“Todos nascemos para sermos super-heróis.
Mas muita gente ainda insiste em ficar com a
criptonita no bolso. Meus pais, meus super-heróis
favoritos, me ensinaram o que era a criptonita e
como lidar com ela, não deixando-a tão perto
a ponto de roubar energia e nem tão longe
a ponto de eu esquecê-la”.*

Leila Navarro

AGRADECIMENTOS

“*Imo je gege bi ogba:bi ko ba rubo ko le gbe*”. (O conhecimento é como um jardim: se não for cultivado não pode ser colhido). A cultura iorubana permeia minha vida e todas as minhas relações são baseadas nesta cultura. Dela pude retirar meu alento espiritual e conhecer-me cada vez mais. Agradeço a Oludumaré o dom da vida, a possibilidade de poder viver nesta terra (*aiè*) e poder estabelecer meus ritos de fé. Tantas forem as vezes que estiver diante do criador meu pedido será o mesmo: “*Deixe eu ser de Osún de novo*”. Agradeço a minha Yá Ori, minha mãe *Osún*, por alcançar lugares que nunca imaginei pisar.

Agradeço a *Sangò*, orixá da justiça, sua presença forte em minha vida e a certeza que não estou só nunca. Posso dormir tranquilo, pois quem me protege não dorme jamais, obrigado meu pai Tiriri Lonan e Dona Maria do Cruzeiro por guardarem meu sono e serem tão fiéis em minha vida.

Esta tese foi escrita num período de tristeza mundial, causada pela pandemia do Coronavírus, que até a data desta escrita, tinha levado a vida de mais de 600 mil brasileiros. Desde março de 2020 as escolas estão tristes, pois encontram-se vazias sem a presença do motivo maior de sua existência, nossos alunos. A atual conjuntura política presenciada no país, vem contribuindo para o desmonte da ciência e impactado diretamente na vida da classe trabalhadora, pela pandemia, ainda em curso, pelos elevados índices de desemprego, pela elevação da inflação que impacta diretamente na vida do povo, diante às incertezas do amanhã, o povo tenta se agarrar em todas as possibilidades de mudanças possíveis. Agradeço aos profissionais da saúde que formaram uma frente de batalha contra o Vírus.

Existem as pessoas que merecem ser lembradas, pois é por elas, também, que fazemos essa caminhada.

À minha amada mãe, Maria Neibe, digo sem medos, a senhora é minha super-heroína favorita, tenho muito orgulho de ser seu filho e de ver a mulher honrada e trabalhadora que sempre foi. Luana, minha maninha, você é a mulher com mais garra que conheço. Muitas não têm a coragem, persistência e resistência para aguentar metade do que você suportou. Te admiro muito e sou muito grato por trazer ao mundo as razões de minha felicidade: Ítalo Henrique e Daniel Tavares.

Ao meu amado esposo, companheiro, amigo, confidente Eduardo, minha vida se encheu de alegria quando você entrou dentro dela. Poucos tem a oportunidade de ter em seu esposo o

melhor amigo, com você isso foi possível. Você suportou muito para que eu chegasse ao final desta tese. Te amo um tantão.

Aos meus filhos do *Kwè Hundangbenà Opará Dahomè*, vocês fazem a semana do pai valer a pena. Meus ogãs, minhas ekedes, meus Yawôs e meus abiãs, obrigado pela fidelidade.

Ao Reitor do IFRO, Prof. Dr. Uberlando Tiburtino Leite, que busca diversas maneiras para fazer com que a vida dos servidores esteja entre suas prioridades.

À Pró-Reitoria de Pesquisa, Inovação e Pós-Graduação (PROPESP), representada pelo Professor Gilmar Alves Lima Júnior, pelo esforço para firmar parcerias e possibilitar, além de sonhos, que o doutorado em educação se tornasse realidade.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Carlos Miguel, por ter acreditado em minha proposta de pesquisa, por todo o auxílio neste processo do doutoramento, pela prontidão, atenção e carinho, por ser alguém tão calmo e carinhoso, que sabe respeitar nosso tempo e que sempre está disposto para ajudar, meu muito obrigado.

Ao Coordenador Interno do Doutorado Interinstitucional (DINTER) UNESP/Marília, Prof. Dr. Rodrigo Pelloso Gelamo, por todo o esforço, atenção e esclarecimentos dedicados ao doutoramento.

Aos Professores e Professoras da UNESP, *Campus* de Marília, que deixaram seus lares de algum lugar de São Paulo para compartilhar seus conhecimentos conosco, em Porto Velho (RO): Prof. Dr. Dagoberto Buim Arena, Prof. Dr. Eduardo José Manzini, Prof. Dr. José Carlos Miguel, Prof. Dr. Júlio Cesar Torres, Prof^a. Dr^a. Neusa Maria Dal Ri e Prof^a. Dr^a. Suely Amaral Mello.

Aos companheiros e companheiras da I Turma do Doutorado em Educação, feita em parceria entre IFRO e UNESP, com os quais tive o privilégio de partilhar momentos inesquecíveis: Andréia, Cláudia, Cledenice, Dionéia, Greissi, José Fábio, Márcia Barbosa, Márcia Mendes, Marcelo, Mauro, Moisés, Mônica, Neusa, Raimundo, Silvane, Sirley, Sônia e Vanessa. Nossas comilanças, incluindo uma gostosa canjica as sextas feiras, nossos socorros, nossas angústias e torcidas uns pelos outros me deram energia para chegar até aqui! Meus agradecimentos!

Ao Diretor-Geral do *Campus* Ariquemes, Prof. Dr. Ênio Gomes, por seu apoio e esforço para a formação dos servidores. Grato!

Aos companheiros de luta e da vida, Anésio e Sued, por me apoiarem em todas as fases da minha carreira e me incentivarem a sempre querer mais e mais. A Julia, por ser uma filha sempre presente e disposta a ajudar.

Aos sujeitos da pesquisa, os 8 alunos que dispenderem de seu tempo para auxiliar-me a entender o processo desta pesquisa. Expresso-lhes minha gratidão!

Sem o apoio financeiro do IFRO não seria possível concluir tal estudo, o meu muito obrigado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Esta tese busca compreender, em um mundo dialético, como se processa a aquisição de conceitos matemáticos necessários à compreensão das funções quadráticas para alunos dos primeiros anos do ensino médio do Instituto Federal de Rondônia, no campus Ariquemes, RO. Para entender o que ocorre no processo formativo foi utilizada a Teoria Histórico Cultural, iniciando por Vygotsky, e passando por Leontiev, Davidov, Zankov, Engestron. Buscamos entender também as relações entre tecnologia e sociedade, nos apoiaremos em Pierre Levy, Tikhomirov, entre outros para estabelecer tais relações. Esta tese tem como objetivo analisar como o software GeoGebra pode contribuir na apreensão e respectiva compreensão dos conceitos de função quadrática à luz da teoria da atividade, a partir de experimento formativo aplicado e desenvolvido com jovens educandos do primeiro ano do ensino médio do campus Ariquemes do Instituto Federal de Rondônia. A pergunta norteadora e, conseqüentemente, constituinte da problemática de pesquisa: se as novas tecnologias, especialmente as digitais, em alguma medida proporcionam reflexão crítica enquanto mediadoras dos processos de ensino-aprendizagem, de quais formas a ferramenta tecnológica GeoGebra facilita os processos de ensino-aprendizagem da matemática para jovens educandos do Ensino Médio, de modo a proporcionar transformações expansivas e respectivo desenvolvimento integral? Ao abordar diversos temas em ciências exatas as aplicações se tornam bem amplas, um dos assuntos que é possível verificar que o uso do GeoGebra enriquece muito as explicações é a aprendizagem de funções elementares, e no caso desta tese, com foco no ensino de funções quadrática. Pesquisa se caracteriza como Qualitativa com o uso de Triangulação, naturalística e com observação participante. Neste caso, esta pesquisa, foi realizada no Instituto Federal de Rondônia, Campus Ariquemes, nas turmas dos primeiros anos do ensino médio, na disciplina de matemática. Os alunos selecionados para realizarmos o experimento são oito. De modo geral, os educandos apresentaram sentimento de estarem sendo desafiados para o desenvolvimento de novas técnicas na utilização da ferramenta, em um processo de realização de autocríticas e, na dialética do consciente e inconsciente, se propuseram a romper com padrões de produção Matemática já tradicionalmente orientado pelo uso do lápis e papel, passando a buscar soluções para os problemas na utilização do software GeoGebra. Uma das conclusões a que se propõe esta tese é que os alunos utilizam consistentemente abstração e generalização para deduzir, sempre com a ajuda do professor, outros níveis de abstrações mais particulares e uni-las aos conceitos científicos, base das aprendizagens escolares, mas também as correlacionar com a realidade vivida. A tese que ao qual chegamos é que a abordagem da aprendizagem expansiva tem potencialidade de romper com o modelo tradicional escola uma vez da propositura de contínua e gradual ampliação do objeto e do contexto de aprendizagem que atendam as demandas dos educandos.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural. Educação Matemática. Transformações Expansivas. Funções Quadráticas.

ABSTRACT

This thesis seeks to understand, in a dialectical world, how the acquisition of mathematical concepts necessary for the understanding of quadratic functions for students in the first years of high school at the Federal Institute of Rondônia, Ariquemes campus, RO, is processed. In order to understand what occurs in the formative process, the Cultural Historical Theory was used, starting with Vygotsky, and going through Leontiev, Davidov, Zankov, and Engestron. We also seek to understand the relationships between technology and society, we will rely on Pierre Levy, Tikhomirov, among others to establish such relationships. This thesis aims to analyze how the GeoGebra software can contribute to the apprehension and respective understanding of the quadratic function concepts in the light of the activity theory, from a formative experiment applied and developed with young students of the first year of high school at the Ariquemes campus of the Federal Institute of Rondônia. The guiding question and, consequently, constituting the research problematic: if the new technologies, especially the digital ones, in some measure provide critical reflection as mediators of the teaching-learning processes, in what ways the technological tool GeoGebra facilitates the teaching-learning processes of mathematics for young students in high school, in order to provide expansive transformations and their respective integral development? One of the subjects that can be verified that the use of GeoGebra greatly enriches the explanations is the learning of elementary functions, and in the case of this thesis, focusing on the teaching of quadratic functions. Research is characterized as Qualitative with the use of Triangulation, naturalistic and with participant observation. In this case, this research was carried out at the Federal Institute of Rondônia, Ariquemes Campus, in the first year high school classes, in the subject of mathematics. The students selected for the experiment were eight. In general, the students presented a feeling of being challenged to develop new techniques in the use of the tool, in a process of self-criticism and, in the dialectic of conscious and unconscious, they proposed to break with patterns of mathematical production already traditionally guided by the use of pencil and paper, starting to look for solutions to problems in the use of GeoGebra software. One of the conclusions of this thesis is that students consistently use abstraction and generalization to deduce, always with the help of the teacher, other levels of more particular abstractions and link them to scientific concepts, the basis of school learning, but also to correlate them with lived reality. The thesis we have reached is that the expansive learning approach has the potential to break with the traditional school model since it proposes a continuous and gradual expansion of the learning object and context that meets the demands of the students.

Keywords: Cultural-Historical Theory. Mathematics Education. Expansive Transformations. Quadratic Functions.

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO	12
2 INTRODUÇÃO	16
3 REFERENCIAL TEÓRICO	22
3.1 A Teoria Histórico-Cultural	25
3.1.1 Fundamentos básicos do materialismo Histórico-Dialético de Marx e Engels	25
3.1.2 Zona de Desenvolvimento Proximal	28
3.1.3 Teoria da Atividade	33
3.1.3.1 1ª Geração da Teoria da Atividade - Leontiev	35
3.1.3.2 2ª Geração da Teoria da Atividade - Elkonin /Davidov	41
3.1.3.3 3ª Geração da Teoria da Atividade - Yrjo Engestrom	47
3.2 Experimento Formativo	53
3.3 Ambientes Virtuais de Aprendizagem	57
3.3.1 Ambientes Virtuais de Aprendizagem de Matemática	57
3.3.2 A Plataforma Moodle	60
3.4 GeoGebra	61
3.5 Funções Quadráticas	64
3.5.1 Definição Formal de Função Quadrática	67
4 PERCURSO METODOLÓGICO	71
4.1 Ambiente natural da Pesquisa	73
4.2 O Experimento acerca de Funções Quadráticas	76
5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	87
5.1 Caracterização socioeconômicas dos sujeitos da pesquisa	89
5.2 Desenvolvimento do Experimento	96
5.3 Resultados e Discussões	112
CONSIDERAÇÕES FINAIS	117
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	122

1 APRESENTAÇÃO

Minha iniciação à docência se dá na Escola Estadual José Ermírio de Morais, no município de Três Marias, no interior de Minas Gerais, como aluno do curso Normal - magistério com habilitação de 1ª à 4ª séries (atual 1º ao 5º ano). Nesta época em que fazia o Curso Normal, a Secretaria Estadual de Educação realizou uma série de capacitações para os professores daquela rede estadual, e muitos destes ficavam até três meses realizando tais capacitações na capital, Belo Horizonte, com isso a direção da escola convidou os alunos do Curso Normal para assumirem as aulas que estavam descobertas pelos professores. Minha primeira experiência como docente, se dá aos 16 anos de idade, assumindo turmas de Matemática de alunos de 8ª série (atual 9º ano). Fato curioso: eu havia cursado a 8ª série a apenas dois anos. Quando entrei em sala nenhum dos alunos acreditavam que eu estava ali para ser o professor naquele momento. Mas aquele momento foi transformador, naquela sala de aula, olhando fixamente para aqueles 32 alunos da 8ª B eu descobri que não gostaria de fazer outra coisa durante toda a minha vida, o encanto com a docência foi avassalador, e dura até hoje.

Naquele tempo, o estágio tinha duração de seis meses em regência de classe e por ter auxiliado nos momentos em que a escola tinha precisado estava dispensado de cursá-lo, mas mesmo assim optei por fazê-lo com o intuito de passar mais tempo com os alunos. No ano seguinte ao de minha conclusão nesse curso, assumi minha primeira turma, uma terceira série (que hoje equivale ao quarto ano) do ensino fundamental em uma escola da rede pública municipal na cidade de Três Marias, por meio de contrato temporário que era renovado anualmente.

Após dois anos atuando nesta escola, mudei para a cidade de Cristalina, em Goiás. A realidade educacional era muito distinta e a carência de professores era enorme e fui convidado para assumir aulas no ensino médio. Inicialmente fiquei com muito receio, pois achava que não iria conseguir ministrar tais aulas, mas novamente foi muito gratificante.

Em 1999 fui aprovado no vestibular e comecei meu primeiro curso superior, Licenciatura Plena em Física, pelo Centro Universitário La Salle, em Canoas, Rio Grande do Sul, durante todo o curso atuei como monitor no Colégio Salesiano de Canoas, ao terminar meu Curso em 2001, mudo-me para a cidade de Paracatu, Minas Gerais.

Fui contratado pelo Colégio Dom Elizeu Wan der Weijer, mantido pela Congregação das Irmãs Carmelitas Missionárias do Menino Jesus, onde atuei por 8 anos e considero que foi

onde realmente “me formei” professor. Foi um período muito gratificante, onde pude aprender, na prática, as realidades da sala de aula.

Em 2004, enquanto atuava na referida escola, tive a oportunidade de ingressar na Universidade Estadual de Goiás em um curso de Licenciatura Plena em Matemática, esse curso fazia parte de um programa criado pelo Governo de Goiás, chamado Licenciatura Plena Parcelada, onde as aulas eram realizadas nas sextas-feiras à noite, sábados e durante as férias de Janeiro e Julho. Conclui o curso em 2007 juntamente com minha primeira pós-graduação *Lato Sensu* em Matemática.

Na cidade de Paracatu, em 2008, fui convidado para lecionar na Faculdade Atenas, e assim se dá meu primeiro contato lecionando na graduação. Assumi as disciplinas de Lógica e Álgebra Linear no curso de Sistemas de Informações e Matemática Financeira no curso de Administração de Empresas. Neste mesmo ano dou início ao meu primeiro curso de mestrado: Mestrado Profissional em Administração pelas Faculdades Pedro Leopoldo no município de Pedro Leopoldo, Minas Gerais, onde fui orientado pelo saudoso professor Mauro Calixta (*in memoriam*). Conclui em 2010 com a dissertação que versava sobre Bolsa de Valores e Governança Corporativa.

Em 2011 começo a lecionar também nas Faculdades Integradas do Noroeste de Minas (FINOM), onde lecionei Cálculo, Geometria Analítica, Cálculo Numérico, Eletromagnetismo, Álgebra Linear, Engenharia Econômica, nos cursos de Engenharia e Mercado de Capitais e Administração Financeira no curso de Administração. Foram 6 anos nesta instituição, onde tive a oportunidade de lecionar diversas disciplinas em seus cursos de Pós-graduação *lato sensu*.

Em 2013, fui aprovado em concurso público para Professor de Matemática da rede Estadual de Educação de Minas Gerais e assumi meu cargo em uma escola em fase de implementação, a Escola Estadual Neusa Pimentel Barbosa, fiquei apenas dois meses como professor e fui convidado para assumir a Direção da Escola. Novos desafios me foram propostos, dirigir a escola demandava de mim habilidades que até então eu não sabia possuir. Gerenciar as contentas, atribuir aulas, cuidar da parte burocrática, realizar prestação de contas entre outras tarefas.

Os anos de 2014, 2015 e 2016 foram sem sobra de dúvidas os anos que mais trabalhei. Era diretor da escola durante o dia, e lecionava na graduação durante a noite. As coisas até iam bem, até que fui aprovado no Mestrado em Matemática da Universidade Federal de Goiás, Campus Catalão. Aquele sempre havia sido meu sonho, e eu não estava disposto a abandoná-lo. Então além da Direção, da Docência, ainda assumi o papel de discente. Realizei meu

Mestrado em Matemática sob orientação do professor Paulo Roberto Bergamacshi, onde realizei um trabalho de análise de funções quadráticas via GeoGebra, e defendi o mestrado em 2016.

Buscando melhorias na minha carreira, prestei novo concurso público, sendo aprovado para Professor da Educação Básica, Técnica e Tecnológica (EBTT) no Instituto Federal de Rondônia e tomei posse em 10 de janeiro de 2017 no campus Ariquemes. Ao tomar posse assumi aulas de ensino médio e superior e também fui aproveitado em cargos de gestão, no mesmo ano de meu ingresso na rede federal e participei do processo seletivo para ingresso no Doutorado em Educação pela UNESP, Campus Marília, sob orientação do professor José Carlos Miguel, dentro da linha de pesquisa Teoria e Prática. Ainda na UNESP tive a oportunidade de entrar em grupos de pesquisa, que forma muito importante para o meu desenvolvimento como pesquisador.

Cabe aqui também relatar o momento histórico em que esta tese foi elaborada. Com a chegada da Pandemia mundial causada pelo Coronavírus as escolas não pararam sequer por um minuto. A crise sanitária mundial, agravada no Brasil por ter encontrado um governante negacionista, movimentou as escolas como nunca antes. Nunca antes, tínhamos visto as escolas tão vazias e por um período tão grande? As escolas se movimentaram por dentro, no que precisam fazer de mais essencial: entregar educação formal. No entanto, essa movimentação não foi ampla, democrática, uniforme e efetiva. Em muitos casos, quem via as escolas por dentro observou um enorme estresse e mudanças radicais nos modos de oferecer aulas e vários outros tipos de contato (afeto, escuta, entretenimento, apoio etc., e não sem desgaste). Muitas instituições conseguiram erigir, com rapidez, uma estrutura capaz de transferir seus serviços para o ambiente virtual, criando verdadeiros avatares, second life, um ambiente que seria ocupado então, de outro modo, por professores, professoras, estudantes, gestores, gestoras e todos os protagonistas do universo diverso, entre papéis e funções, que faz de uma escola o que ela é (ou consegue ser).

Outras tantas escolas, em muito maior número do que essas primeiras, demoraram a se reerguer. Embora o corpo docente estivesse ansioso, ávido por soluções, insone e exausto, depois de muita busca e muito esforço, inclusive investimento financeiro, sem qualquer apoio infraestrutural notável do Estado, um conjunto de escolas conseguiu erigir aquela tal estrutura capaz de trazer a comunidade de volta a um ambiente de referência para as aulas, que também foram redefinidas e redesenhadas, conforme a circunstância exigia.

A meu ver, é falsa a “polêmica” sobre se ensino remoto é bom ou ruim, se ensina melhor ou pior, se devia ou não ter existido. Um discurso nessa chave é contraproducente e excessivamente seletivo, ignorante do que foi a falta de opção de muitos e o esforço descomunal de outros, mesmo sem precedentes e sem saber direito o que fazer, mas fazendo. Nesse frame, ficamos com a falsa impressão de que havia outro jeito. Não havia. E o contato digital nunca foi substituto fiel do encontro físico. Mas também sabíamos que os efeitos terríveis da saudade podem ser amenizados e a distância pode ficar mais suportável quando nos valemos de algumas tecnologias.

Certamente, a maioria de nós pensou que seria um “lapso” de quinze dias, um mês, e que poderíamos remarcar os trabalhos e as avaliações para logo. Estávamos errados. E foi nessa reconstrução radical que tivemos de trabalhar por todo este tempo, que, aliás, dura até o momento em que escrevia esta tese, ou seja, fevereiro de 2022.

2 INTRODUÇÃO

O mundo muda o tempo inteiro, vivemos rodeados e imersos em um mar de mutações temporais, casuais, históricas e sociais, o mundo é dialético. O mundo se transforma. Assim, a partir das inter-interações pessoais e com o meio, transformamos a realidade vivida - desenvolvermos tecnologias – de modo a atender as demandas da dinâmica social própria do momento histórico e, em um movimento dialético e recíproco, também nos transformamos. Esses movimentos, segundo Vygotsky¹, “permitem compreender o princípio fundamental do desenvolvimento humano que se estabelece por meio das trocas recíprocas que ocorrem durante toda a vida entre indivíduos e meio, cada aspecto influenciando sobre o outro” (REGO, 2009, p. 135).

Nessa esteira, contextualizando o que será tratado nesta pesquisa, pode-se dizer que a sociedade global contemporânea é em sua integralidade permeada por tecnologias digitais, o que remete a processos de transformações contínuos e acelerados. Segundo Souto (2018, p. 28) “A sociedade atual protagoniza reconfigurações do saber advindas das novas formas de se pensar e de se produzir conhecimento”, as quais se apresentam como fator quase que determinante para os diferentes processos de transformação da organização social e nas reconfigurações das relações e interações, ou como diria Vygotsky, inter-relações, entre os sujeitos. Essa nova conjuntura, como não poderia deixar de ser, impõe também demandas para a educação, exigindo que a comunidade escolar em suas diferentes perspectivas, crie ou transforme as possíveis tecnologias de ensino-aprendizagem, de modo que se coloquem na realidade vivida enquanto significativas no desenvolvimento dos educandos.

Buscando desde já o estreitamento do diálogo com a psicologia histórico-cultural desenvolvida pelo grupo de pesquisa liderado por Lev Semionovich Vygotsky, quando se fala aqui nas possibilidades transformações e reconfigurações da dinâmica escolar em contexto contemporâneo de tecnologias digitais, está, por um lado, intencionando evidenciar as potencialidades destas novas tecnologias enquanto artefatos positivos e significativos para as aprendizagens, próprias de um momento histórico específico e, por outro lado, busca-se evidenciar que estas novas tecnologias são significativas justamente por representar de forma mais exata a cultura desses jovens estudantes, e assim, em um diálogo mais horizontalizado

¹ Levando-se em consideração as diferentes formas de escrita do nome do estudioso russo Lev Semionovich Vygotsky (1896-1934) - Vygotsky, Vigotsky, Vygotski, Vygotskii, Vigotski, entre outras -, a forma usual neste trabalho será Vygotsky, exceto as referências, as quais serão escritas conforme a grafia do texto original.

com a cultura juvenil, para além do cognitivo, ativa também aspectos emocionais, circunstância esta que, segundo a teoria na qual nos orientamos aqui, a histórico-cultural, é fundamental para qualquer tipo de aprendizagem e respectivo desenvolvimento. As internalizações das funções sociais em funções psíquicas, processo de constituição das funções psíquicas superiores, demandam esforço cognitivo, mas, do mesmo modo, necessitam de mobilizações emocionais e afetivas (VYGOTSKY, 2001). É assim que, de acordo com Davídov (1999, p. 1), “as mudanças positivas no sistema da educação moderna vão depender em muito de se os pedagogos saberão dar uma nova organização a todo o processo de ensino-educacional na escola”. Ao defender essa premissa, o autor esclarece que, ao ingressar na escola, as crianças necessitam desempenhar, de forma plena, a atividade de estudo. Isso implica que haja entre outros, o princípio criativo ou transformador.

Nesta tese buscamos compreender, em um mundo dialético, como se processa a aquisição de conceitos matemáticos necessários à compreensão das funções quadráticas para alunos dos primeiros anos do ensino médio do Instituto Federal de Rondônia, no campus Ariquemes, RO. Para isso um longo percurso foi percorrido, e sobre essa dicotomia, o constructo das relações “entre desenvolvimento e aprendizagem traz consequências para a organização dos programas de ensino e para a forma metodológica de difusão do conhecimento matemático” (MIGUEL, 2018, p. 375).

Para entender o que ocorre no processo formativo utilizamos a Teoria Histórico Cultural, iniciando por Vygotsky, e passando por Leontiev, Davidov, Zankov, Engeström. Buscamos entender também as relações entre tecnologia e sociedade, nos apoiaremos em Pierre Levy, Tikhomirov, entre outros para estabelecer tais relações. Ainda que o número de pesquisa que partem de uma abordagem histórico-cultural de análise ser historicamente grande, pode-se admitir com certa segurança que algumas lacunas ainda ficam por serem preenchidas. Isso porque, no Brasil, alguns temas são mais enfatizados que outros, como a noção de desenvolvimento global da criança a partir de aspectos emocionais em confluência com o cognitivo, em detrimento de outros temas igualmente importantes, como por exemplo, as funções diretivas, muito importante na teoria de Vygotsky, mas que, de modo geral, é desconsiderada nas análises. Além do que, as próprias transformações históricas e as particularidades das diferentes localidades e as singularidades dos sujeitos, proporcionam imensuráveis novas reflexões para muitos pesquisadores, áreas e campos de pesquisa, nos mais diversos contextos educacionais e neste caso específico para a aprendizagem de matemática.

O aprofundamento na pesquisa sobre as novas tecnologias por si só já se apresenta como um tema que proporciona diferentes abordagens, quando aplicadas à educação e aos processos de ensino-aprendizagem, se constitui em um desafio da maior monta, justamente porque, as novas tecnologias na educação desempenham funções diferentes daquelas em contextos como empresariais produtivistas. Enquanto que, digamos, em meio corporativo as tecnologias são direcionadas essencialmente para produzir um produto, na educação, a função elementar é a mediação das aprendizagens, de modo a mobilizar esforços intelectuais-cognitivos e emocionais-afetivos dos jovens estudantes. Esse aspecto deve ser considerado como essencial quando da aplicação ou desenvolvimento de softwares em ambientes educacionais com objetivos de aprendizagens (SOUTO; BORBA, 2013, p. 126). É justamente nessa dimensão que se avalia aqui ser importante a indagação de quais formas essas transformações podem ser importantes para a educação? Em qual medida as transformações internas de uma sala de aula por meio das tecnologias, especialmente as digitais, pode influenciar nas aprendizagens e no respectivo desenvolvimento dos estudantes? Se por uma parte as transformações causam estranhamentos e possíveis resistências em um primeiro momento, por outra, são esses estados de estranhamento, ou mais corretamente caracterizado de conflito reflexivo, ou de desequilíbrio e posterior equilíbrio, que impulsiona o movimentar-se da História. Se as possibilidades de utilização das tecnologias na educação são gigantescas, certamente o fator reflexivo proporcionado por essas tecnologias na condição de mediadora das aprendizagens é um dos seus principais expoentes.

Nestes termos, a tese que se defende nessa pesquisa, fundamentando-se em experiências vivenciadas anteriormente, permeadas por conflitos internos, inquietações, certezas e incertezas, nos levando a formular algumas hipóteses, cuja ideia central está sumarizada no seguinte objetivo: analisar como o software GeoGebra pode contribuir na apreensão e respectiva compreensão dos conceitos de função quadrática à luz da teoria da atividade, a partir de experimento formativo aplicado e desenvolvido com jovens educandos do primeiro ano do ensino médio do campus Ariquemes do Instituto Federal de Rondônia. E na mesma direção, complementarmente, se são geradas transformações expansivas e significativas, ou dito de forma mais exata, se é possível reconhecer desenvolvimento cognitivos, psíquicos e emocionais expressivos durante esse processo.

O termo "transformações expansivas" deve ser compreendido aqui como elemento chave no objetivo desta tese. Circunstância essa que exige que se torne claro o que elas significam e os motivos da escolha desse tipo específico de transformação. E se é necessário

evidenciar de forma clara as noções do conceito “transformações expansivas”, deve-se partir da explanação sobre a teoria da atividade. Para Engeström (1987, p. 91) a Teoria da Atividade nos permite um conjunto, com os demais princípios que formam a base atual dessa teoria, um olhar amplo sobre a produção e as transformações do conhecimento reveladas em mudanças qualitativas, que podem ocorrer durante o curso, analisado como um sistema de atividade.

Pelo seu caráter elementar dinâmico, que, em sua fluidez, é permeado por princípios de outras teorias, sempre em um horizonte relacional com outros arcabouços teóricos, pode gerar alguma confusão e se tornar difícil definir o que são transformações expansivas. Sendo assim, ainda na seara de se estabelecer uma problemática de pesquisa norteadora das argumentações, podemos perguntar: o que pode ser considerado ou entendido como transformações expansivas? Engeström (1987, p. 103) nos fornece diferentes pistas acerca das possíveis explicações: Segundo nosso autor, as transformações expansivas podem ser entendidas como reconceitualizações dos elementos da atividade, particularmente do objeto. Ainda, podem também ser definidas como reorquestração da multivocalidade do sistema de atividade.

Buscando esmiuçar ainda mais estas definições, de maneira que se tornem inteligíveis, existe a possibilidade de serem entendidas como movimentos contínuos de construções coletivas, que tem por intencionalidade ou por objetivo superar dificuldades, solucionar conflitos e resolver contradições internas (tensões) em um conjunto, envolvendo objeto, artefatos e os motivos dos participantes envolvidos.

Mantendo a coerência com os elementos que constituem o objetivo, intenciona-se com esta pesquisa analisar e interpretar, orientando-se pelo arcabouço teórico-metodológico, pode-se, finalmente, definir a pergunta norteadora e, conseqüentemente, constituinte da problemática de pesquisa: se as novas tecnologias, especialmente as digitais, em alguma medida proporcionam reflexão crítica enquanto mediadoras dos processos de ensino-aprendizagem, de quais formas a ferramenta tecnológica GeoGebra facilita os processos de ensino-aprendizagem da matemática para jovens educandos do Ensino Médio, de modo a proporcionar transformações expansivas e respectivo desenvolvimento integral?

Chega-se a essa pergunta justamente porque as transformações expansivas, quaisquer que sejam, não são rígidas e a sua imagem, enquanto parte de um conjunto de princípios, é naturalmente modificada.

Como dito anteriormente, nesse tipo de transformação, com os demais princípios que compõem a base atual da teoria da atividade, é possível se chegar a uma visão mais expandida acerca dos movimentos e mecanismos de produção de conhecimento, assim como, de

concepções transformadas e inovadoras sobre o próprio conhecimento. Nessa perspectiva é possível afirmar que o raciocínio Matemático de quem interage com uma determinada mídia, sofre sutis processos de reorganização a partir dos "retornos" fornecidos por essa mídia específica. Em outras palavras, a mídia tem potencial de proporcionar transformações no sujeito, mas, reciprocamente, a partir dos diferentes entendimentos e conhecimentos produzidos, também transforma essa mídia na medida em que a utilizam. O conhecimento é, portanto, coincidindo com o que defende a psicologia histórico-cultural, produto de um pensamento coletivo que reúne agentes sociais em inter- interação em um ambiente, em que ambiente não deve ser entendido apenas como o espaço físico, mas também seus elementos simbólicos (PINO, 200; 2005).

Deste modo, no transcurso das investigações, a busca por ocorrência de transformações expansivas será, marcadamente, especificada a partir de processo de produção Matemática, mas tendo muito evidente que as produções de conhecimentos não acontecem de forma isolada por disciplinas escolares, o que significa que o nosso foco é os processos de transformações expansivas por meio da produção matemática, mas de modo algum, se restringindo apenas a essa área de conhecimento. O que está sendo dito, portanto, é que se admite aqui que as ocorrências de transformações expansivas acontecem de forma transversal e transdisciplinar, ainda que foco seja a matemática. Por conseguinte, pode-se inferir que as produções Matemática presente nesta pesquisa são entendidas enquanto processo de construção de soluções, fundamentadas em discussões e argumentações decorrentes de princípios matemáticos, as quais, desta forma, resultam em novas formas de expressão de um pensamento coletivo que foi reorganizado em colaboração, a partir de recursos tecnológicos. Seu significado, nesse caso, não deve ser compreendido como uma produção inédita, e sim, como outras possibilidades, outros caminhos para a exposição do raciocínio Matemático.

Deste modo, a função quadrática apresentada aos jovens educandos colaboradores na pesquisa, por meio da utilização da ferramenta Geogebra, teve por intenção a possibilidade de identificar se tais circunstâncias é capaz de motivá-los no processo de aprendizagem e contribuir na empreitada de se buscar encontrar ou construir novas soluções para os problemas Matemáticos, ou seja, ao fim e ao cabo, se a elaboração de tal circunstância e ambiente de ensino-aprendizagem é capaz de promover a busca por "fazer" Matemática de forma colaborativa a partir da utilização das tecnologias digitais.

Finalmente, pode-se definir que os desdobramentos da presente pesquisa foram organizados em seis capítulos, como explanado a seguir, cada um apresentando uma especificidade acerca da temática analisada.

O primeiro capítulo é marcado pela apresentação deste pesquisador e como a minha trajetória como docente fez com que eu chegasse até esta tese caracterizo ainda o momento histórico em que a tese foi elaborada.

O segundo capítulo corresponde a esta parte introdutória, em que apresento, em linhas gerais, a pesquisa e sua relevância. Apresento os objetivos, minha pergunta norteadora e justifico a importância deste tema aqui tratado.

O terceiro capítulo compreende o referencial teórico, onde apresento os diversos pesquisadores que contribuíram para a formação das ideias aqui apresentadas, focando na psicologia histórico-cultural, teoria da atividade e experimento formativo. Há a explanação concernente à teoria da atividade, a partir de um viés histórico e suas bases, ressaltando as contribuições de seus representantes considerados mais importantes. Seguindo no encadeamento, coloca-se em relevo as contribuições dos trabalhos de Tikhomirov (1981, p. 79) e Lévy (1993, p. 121), tanto acerca das transformações expansivas, quanto das potencialidades das novas tecnologias na educação. Por fim, busca-se reaproximações entre os diferentes fundamentos teóricos das duas perspectivas, fortalecendo as convergências e, ao mesmo tempo discutindo o seu relacionamento dialético.

A caracterização da pesquisa no que concerne ao arcabouço teórico-metodológico estão organizadas no quarto capítulo, em que se justifica a escolha metodológica, sua coerência com os procedimentos adotados, assim como com a abordagem de análise dos dados. Apresenta-se ainda, detalhadamente, a análise de dados, incluindo a seleção dos sujeitos colaboradores da pesquisa, perfil dos participantes, o ambiente educativo, a amostra, categorização e o instrumento de pesquisa. Avaliou-se ainda ser importante uma descrição, ainda que geral, do software GeoGebra. No mesmo sentido, tão importante quanto a descrição do software é a descrição das atividades propostas e desenvolvidas no curso das investigações em campo, as quais foram essenciais para a legitimação dessa pesquisa. Optamos por deixar os aspectos metodológicos para o quarto capítulo pela proximidade com a análise e discussão dos resultados com o fim de facilitar a leitura, uma vez que estes textos estarão mais próximos, portanto mais fáceis de serem acessados pelo leitor.

Ratificando o que fora apresentado brevemente no capítulo anterior, no quinto capítulo apresenta-se de forma mais criteriosa e minuciosa a análise dos dados. Do mesmo modo que se

caracterizam os colaboradores da pesquisa, discorrendo sobre o experimento formativo com base nos resultados do GeoGebra e analisamos as transformações expansivas identificadas a partir deste processo.

Destarte, nas considerações finais, tece-se uma síntese das ideias e dos resultados e retoma-se algumas inquietações que, eventualmente, não foram possíveis serem respondidas em suas integralidades. Do mesmo modo, nesse encerramento das argumentações, enuncia-se algumas questões que avaliamos não terem sido suficientemente trabalhadas, justamente por não pertencerem ao foco da pesquisa, mas que são importantes para a continuidade das investigações em pesquisas posteriores.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Uma necessidade primeira em qualquer que seja a pesquisa a ser feita é responder internamente quais são os paradigmas que estão presentes e fazem sentido para o pesquisador. Antes de mais nada o pesquisador deve ter afinidade com o aporte teórico no qual pretende traçar durante a realização de seus estudos. Não foi o caso deste pesquisador. Tive que mergulhar em muitas leituras, às vezes exaustivas, para começar a dar os primeiros passos rumo ao entendimento e conhecimentos iniciais acerca da Teoria Histórico-Cultural (THC).

O primeiro contato com o arcabouço teórico, ainda de maneira superficial, se dá na graduação em matemática. Grosso modo, pode-se dizer que os conceitos trabalhados ainda não eram estudados de forma suficientemente aprofundada para o entendimento integral da teoria, o que, toda via, foi circunstância para o interesse mais detido sobre a teoria.

Durante meu segundo mestrado, em Matemática Básica, estava mergulhado no estudo de matemática, sem muito contato com as discussões da Teoria Histórico Cultural. Desta forma, a dissertação versava exclusivamente a respeito de aspectos abstratos e conceituais acerca da função quadrática. No entanto, o estudo corroborou para melhor entender a importância da utilização de experimentos didáticos com o auxílio de ferramentas tecnológicas. Esta análise levou este pesquisador a construir alguns experimentos didáticos no GeoGebra para confirmar suas hipóteses. Foram elencados durante a pesquisa padrões até então não analisados acerca do tema em estudo. Muitas perguntas e inquietações foram respondidas naquela ocasião, contudo as dúvidas restantes e não solucionadas naquela ocasião se tornaram, para este pesquisador, uma constante inquietação. Naquela fase de estudos, não foi possível situar um entendimento

sobre qual corrente educacional este pesquisador se encaixava. Os aspectos teóricos e suas interações não foram abordados durante o mestrado. Em todo o texto da dissertação não é possível identificar uma corrente de pensamento (..), porém o estudo criou possibilidades de entendimento do ambiente tecnológico e sua aplicação na formação dos estudantes.

Em relação à matemática, Ribnikov (1987, p. 12) "o conhecimento matemático é adquirido nos estágios iniciais de seu desenvolvimento sob a influência das atividades produtivas mais imperfeitas". Assim, à medida que a atividade se desenrolava, ela mudava de caráter e aumentava uma série de fatores que influenciaram o desenvolvimento da matemática. Nesse sentido, Kalmykova (1991, p. 12) afirma que "a base psicológica necessária para a correta formação dos conceitos é uma assimilação que permite a criação de condições entre componentes abstratos e concretos do pensamento, entre palavras e conceitos e imagem". Portanto, nas atividades educativas, os professores devem contar com materiais visuais como base para a formação de conceitos, caso contrário, esses conceitos serão assimilados de forma puramente formal. Além disso, o uso excessivo de materiais visuais deve ser evitado, mesmo que materiais físicos táteis possibilitem o aprendizado preliminar da matemática (KALMYKOVA, 1991).

No Doutorado em Educação pela Unesp, em parceria com o Instituto Federal de Rondônia (IFRO), logo na primeira disciplina, ministrada pela professora Doutora Suely Amaral surge um deslumbramento inicial pelo tema. Daquele momento em diante é como se, a cada leitura, tudo se descortinasse, as impressões foram ficando mais densas e por fim, este pesquisador imerge totalmente por esse caminho.

A THC surge do pensamento marxista, da dialética e o materialismo histórico, tendo como seu grande precursor o russo Lev Vygotsky. Destes estudos propostos, esta tese se apoia na teoria da Atividade. Com base nos estudos de Vygotsky, surgem diversas correntes para, ora compreender, ora ampliar seus estudos. A Teoria da Atividade, desenvolvida por Leontiev, como consequência direta das inquietações não apenas de Vygotsky, mas de todo o grupo no qual os dois faziam parte, defende que o desenvolvimento do humano se dá pela inter-relação com o ambiente no qual está imerso. A noção de desenvolvimento humano a partir das interações interpessoais e com o ambiente acontecem, segundo essa abordagem, em decorrência das necessidades sociais que vão se apresentando, e justamente por isso, é um desenvolvimento historicamente situado, definindo, de certo modo, um movimento recíproco e equivalente, o qual se caracteriza pelo desenvolvimento humano a partir das demandas sócio-histórica, ao mesmo tempo em que a dinâmica sócio-histórica também se transformam a partir das novas

características do desenvolvimento humano. Daí que, na esteira de Marx, Vygotsky considerava que, conforme o sujeito transforma a natureza, também é transformado por ela. Essa noção apresentada ainda muito preliminarmente é a base da teoria da formação e desenvolvimento das funções psíquicas superiores, a partir das internalizações das funções sociais, em que o termo social aqui deve ser entendido tanto quanto a dinâmica mais global, quanto as dinâmicas de funcionamento dos nichos locais.

Tendo como referencial teórico os estudos de Leontiev, foi possível a ratificação de correntes de pesquisas que desenvolveram a Teoria da Atividade, entre eles, Galperin, Bozhovich, Elkonin, Zaporoyetz e Levina. Daniil B. Elkonin (1904-1984), foi figura marcante na influência sobre os estudos posteriores de Davidov. Tanto a psicologia histórico-cultural, quanto para as correntes que se dedicam à teoria da atividade, o elemento central a ser considerado como fator de desenvolvimento são os processos de aprendizagens. O que se deve perceber aqui que não se trata apenas da efetivação das aprendizagens por si só, mas dos processos e da própria aprendizagem. Isso significa que as aprendizagens proporcionam desenvolvimento, mas o processo adequado proporciona desenvolvimento potencializado.

Tão importante quanto Davidov, foi Yrjo Engestrom, o qual reconhece no trabalho de Elkonin originalidade no aprofundamento acerca da teoria da atividade de aprendizagem e explicita seu próprio entendimento da teoria histórico-cultural a partir de consideração sobre a teoria da atividade.

Seguindo esse entendimento, Engestrom, buscando aperfeiçoar a Teoria da Atividade e apontar suas especificidades em suas fases de desenvolvimento, estabelece três gerações. A primeira geração pode ser caracterizada pela concentrada nos trabalhos do grupo de estudos de Vygotsky, a segunda toma por base a formulação de Leontiev, a terceira, proposta pelo próprio Engestrom a partir dos anos de 1970, parte do modelo triangular de Vygotsky, mas expandindo o conceito para um modelo do sistema da atividade coletiva.

Dentro deste contexto, desde a origem da ciência moderna, um de seus principais objetivos, ao se estudar Matemática, tem sido o de modelar matematicamente os fenômenos naturais e sociais, destes, os naturais têm padrões muito mais fáceis de determinar, possibilitando o uso de equações com muita precisão. No processo de digitalização dessas ferramentas matemáticas, a facilidade torna-se ainda mais evidente, uma vez que a própria estrutura dos programas segue os mesmos princípios de modelagem, por isso, as simulações de fenômenos naturais já são parte do senso comum. Para esta tese, uma busca presente será analisar como chegar a esse processo de modelagem, partindo da Teoria da Atividade.

3.1 A Teoria Histórico-Cultural

Inicialmente, cabe ressaltar nesta sessão que teoria histórico-cultural é a denominação dada à corrente psicológica que explica o desenvolvimento da mente humana com base nos princípios do materialismo histórico dialético, cujo fundador é L.S. Vygotsky. Com base nos pressupostos filosóficos e nas concepções histórico-sociológicas de Marx e Engels, Vygotsky defendia que a realidade não só deveria ser compreendida dialeticamente com base em dimensões materiais e históricas, mas também seria construção humana, produzida na dialética entre as condições objetivas e subjetivas da existência. Na concepção Vygotskyana, o desenvolvimento humano é uma construção histórica e social derivado de processos interacionais e de condições objetivas de vida; e a consciência é constituída com base nas experiências vividas. Por conseguinte, a realidade e a subjetividade são compreendidas de maneira dialética, pois os elementos que as constitui são causa e efeito uns dos outros, estando em constante relação e transformação.

Nessa concepção, o psicólogo russo especifica a ideia de que a condição para que o indivíduo se torne sujeito é a sua imersão na cultura, isto é, em um mundo constituído de significações que o oriente sobre a funcionalidade dos objetos, sobre o modo de ser, de agir e de interagir com outros que compartilham as mesmas referências culturais. Segundo Vygotsky (1988, p. 149), “tais processos de comunicação e as funções psíquicas superiores neles envolvidas se efetivam primeiramente na atividade externa (interpessoal) que, posteriormente, é internalizada pela atividade individual, regulada pela consciência.”

No próximo tópico mostraremos os fundamentos básicos do materialismo histórico-dialético de Marx e Engels como fundamento filosófico basilar da pesquisa e as leis fundamentais que a permeiam.

3.1.1 Fundamentos básicos do materialismo Histórico-Dialético de Marx e Engels

O Materialismo histórico-dialético, desenvolvido por Karl Marx e Friedrich Engels, grosso modo, pode ser definido enquanto um sistema teórico no qual são abarcadas concepções filosóficas que caracteriza as relações sociais-humanas a partir de considerações acerca das formas materiais de existência. É dialético porque aborda os fenômenos sociais a partir do entendimento de serem dialéticos. Quando aplicado à realidade vivida a partir de suas

respectivas características, diz ser histórico. Essa é uma definição muito elementar acerca do materialismo histórico-dialético, mas é possível notar a oposição não apenas ao idealismo, mas a todo o materialismo anterior em que se concebia a filosofia como uma “ciência” acima das demais ciências e, assim, que orientava a vida prática. Assim define Engels: “Isso não é mais filosofia em geral, mas simplesmente uma visão de mundo, que deve encontrar confirmação não em alguma ciência especial das ciências, mas nas ciências reais” (MARX; ENGELS, 1976 p. 142). Ao mesmo tempo, Engels enfatiza o caráter positivo e dialético dessa rejeição de toda filosofia anterior. “A filosofia é, portanto, 'removida' aqui, isto é, “Simultaneamente superado e preservado”, superado na forma, preservado em seu conteúdo atual”. (MARX, ENGELS, 1976 p. 146).

Materialismo é a concepção filosófica que admite a matéria como o caminho para se explicar o conhecido, assim como, o praticado. Nestes termos, para os materialistas, a realidade e sua respectiva explicação tem sua origem e fundamento na matéria em movimento. Este é um posicionamento que se contrapõe ao idealismo, cuja fundamentação primordial é a ideia, o pensamento ou o espírito. Os princípios fundamentais do materialismo dialético segundo Alves (2010, p. 1), são quatro:

(1) a história da filosofia, que aparece como uma sucessão de doutrinas filosóficas contraditórias, dissimula um processo em que se enfrentam o princípio idealista e o princípio materialista; (2) o ser determina a consciência e não inversamente; (3) toda a matéria é essencialmente dialética, e o contrário da dialética é a metafísica, que entende a matéria como estática e ahistórica; (4) a dialética é o estudo da contradição na essência mesma das coisas.

Com o desenvolvimento das noções do materialismo histórico-dialético, portanto, o sujeito, ou o homem, como diria Marx em seu tempo, não é apenas um produto do acaso histórico, mas se coloca enquanto agente transformador da realidade e da natureza, e por ela também transformado, sendo a forma por ele chamada de práxis; a confluência da teoria e da prática aplicada na realidade concreta vivida.

O caráter dialético da filosofia marxista tem a sua origem diretamente relacionada, por uma parte, na ideia de retrabalho materialista da dialética idealista de Hegel e, por outra parte, com a noção de retrabalho dialético do antigo materialismo metafísico. Marx escreveu:

A mistificação que a dialética sofreu nas mãos de Hegel não impediu de forma alguma o fato de que foi Hegel o primeiro a dar uma descrição abrangente e consciente de suas formas universais de movimento. Para Hegel, a dialética

está de ponta-cabeça. É preciso colocá-lo de pé para revelar o cerne racional sob a casca mística” (MARX, 2001, p. 22).

Deste modo, nas análises acerca da dialética materialista, Marx considerou não especificamente filosófica, mas importante enquanto método científico geral de pesquisa, considerações as quais já se apresentavam timidamente nos escritos do “jovem Marx” e que se tornará a tônica em "O Capital", a obra inacabada que representa o pensamento mais bem delineado do materialismo histórico-dialético, definido por Engels como o caminho mais seguro para os cientistas naturais que intencionam resolver seus problemas científicos de forma fundamentada e correspondente com a realidade e superar delírios idealistas e metafísicos.

Segundo Alves (2010, p. 3) “Marx parte da ideia de que em toda a história o homem não é uma imanência única: na idade antiga ou ele era escravo ou cidadão [...], ou seja, ou ele detém os meios de produção ou vende sua força de trabalho”. Na mesma esteira, corrobora para o entendimento das significações filosóficas da “concepção materialista da história” de Marx, o apresentado por Bottomore (1988, p. 254), reproduzido a seguir:

1) a negação da autonomia e, portanto, do primado das idéias na vida social; 2) o compromisso metodológico com a pesquisa historiográfica concreta, em oposição à reflexão filosófica abstrata; 3) a concepção da centralidade da práxis humana na produção e a reprodução da vida social, em consequência (sic) disso; 4) a ênfase na significação do trabalho enquanto transformação da natureza e mediação das relações sociais, na história humana; 5) a ênfase na significação da natureza para o homem, que evolui de uma concepção presente nas obras iniciais de Marx que concebe o homem como essencialmente unido à natureza para uma concepção de homem essencialmente oposto à natureza, e dominando-a; 6) a preferência pelo simples realismo cotidiano e o compromisso, que se desenvolve gradativamente, com o realismo científico, através do qual Marx vê a relação homem-natureza como internamente assimétrica, em que o homem é essencialmente dependente da natureza enquanto esta, no essencial, independe do homem.

Esta breve fundamentação teórica nos remete aos temas epistemológicos centrais das ideias de Marx, que são a ênfase na objetividade e as determinações decorrentes do trabalho, ou dito de forma marxiana mais precisa, da correlação do trabalho humano com os modos de produção do momento histórico. Na mesma direção, conforme Alves (2010, p. 4), “o primeiro tema articula-se com a modificação prática da natureza e a constituição social; o segundo tema é compreendido por Marx como dependente da mediação e agenciamento humano intencional, ou práxis”. Marx assim, buscava uma revolução no campo das ideias a partir do empírico sobre o concreto.

Buscando ainda tornar mais inteligível as noções concernentes às leis fundamentais do materialismo dialético, de acordo com Engels (1979, p. 36) em *A Dialética da Natureza*, tem-se:

1) a lei da transformação da quantidade em qualidade, segundo a qual as mudanças quantitativas dão origem a mudanças qualitativas revolucionárias; 2) a lei da unidade e interpenetração dos contrários, que sustenta que a unidade da realidade concreta é uma unidade dos contrários ou contradições; 3) lei da negação da negação, que pretende que, no conflito dos contrários, um contrário nega o outro e é, por sua vez, negado por um nível superior de desenvolvimento histórico que preserva alguma coisa de ambos os termos negados (processo por vezes representado no esquema triádico de tese, antítese e síntese).

Isso significa, portanto, que a reformulação dialética do materialismo anterior tem por primeira empreitada a superação de suas limitações historicamente condicionadas. Por conseguinte, significa a superação das interpretações mecanicistas dos fenômenos naturais, assim como a negação da universalidade do desenvolvimento e da compreensão idealista da vida social.

Concordando com o antigo materialismo no reconhecimento da primazia da realidade material vivida sobre as elocubrações idealistas, mas não na concepção de criação e indestrutibilidade da matéria e, também na concepção de que a consciência é uma propriedade da matéria organizada de maneira específica, a filosofia marxiana considera o espiritual – o que chamaríamos hoje de subjetividade ou personalidade situada em uma realidade histórica - como um produto da matéria em transformação ou transformada e, mais que disso, não na perspectiva de um movimento naturalizado com um respectivo produto natural, mas sim, um produto social decorrente de um fenômeno com dinâmicas sociais próprias, enquanto consciência social, o que expressa o ser social das pessoas.

3.1.2 Zona de Desenvolvimento Proximal

A zona de desenvolvimento proximal, segundo as formulações de Vygotsky, como sendo o intervalo entre aquilo que a criança já é capaz de fazer ou aprender sozinha e aquilo que está para além de suas capacidades atreladas ao seu desenvolvimento psíquico. Dito de outra forma, é um intervalo do desenvolvimento em que é possível fazer algo, mas a partir da interação com uma pessoa mais experiente. De certa forma, pode-se afirmar é uma expectativa de vir a ser, mas que não se manifesta ao nível do individual, demandando interação social.

A noção de "zona de desenvolvimento proximal" foi constituído no léxico teórico de Vygotsky, por um lado, para enfatizar a característica fundamental do desenvolvimento da personalidade nos estágios iniciais da ontogênese, quando a criança assimila e se apropria do social acumulado e da experiência, principalmente por meio da atividade do parceiro e interação social com um adulto, e por outro, a fim de diluir qualitativamente o nível real de desenvolvimento da criança, que se manifesta por ela na atividade individual e no nível superior de desenvolvimento que é realizado por a personalidade em desenvolvimento, especificamente no âmbito da atividade conjunta com um adulto, agindo como "a área de processos imaturos, mas em maturação" (VYGOTSKY, 2014, p. 97).

O conceito de "zona de desenvolvimento proximal" é tradicionalmente considerado um dos mais importantes na psicologia do desenvolvimento e na psicologia educacional. Definindo-se enquanto uma perspectiva teórico-metodológica de análise dos processos de desenvolvimento da personalidade de uma criança, em que se torna possível construir um diagnóstico significativo e profundo do nível de desenvolvimento de uma personalidade emergente. Os estudos tradicionais acerca do desenvolvimento psíquico de uma criança têm orientação pela determinação do nível atual de desenvolvimento. Mas a previsão feita com base em tais métodos não é confiável o suficiente. A noção de zona de desenvolvimento proximal, contrariamente à perspectiva tradicional, sugere justamente que para identificar de forma adequada os níveis de desenvolvimento da criança, faz-se necessário considerar as suas potencialidades, que é exatamente o que a criança é capaz de aprender por meio da mediação-interação social.

Nos últimos anos, além da psicologia do desenvolvimento e da psicologia educacional, o conceito de "zona de desenvolvimento proximal" é frequentemente usado no âmbito das ciências sociais e psicológicas. É claro que, neste caso, a carga semântica usual deste termo adquire uma certa originalidade. De fato, a ideia central da teoria da zona de desenvolvimento proximal visa a avaliação mais adequada das perspectivas de desenvolvimento da criança e de suas habilidades para a escolarização.

Para avaliar o potencial de desenvolvimento, é necessário avaliar a "lacuna" entre os resultados da atividade independente da criança e aquilo que ele pode conseguir com a ajuda de adultos. Vygotsky ilustrou essa ideia com os resultados de um experimento no qual dois meninos foram solicitados a realizar um teste de inteligência padrão para crianças de 8 anos (que correspondia à sua idade real). Depois que cada um deles completou a tarefa com sucesso, eles foram solicitados a resolver problemas mais complexos com a ajuda do experimentador.

Nesta fase, um dos sujeitos apresentou resultado correspondente ao nível de desenvolvimento de uma criança de 9 anos, enquanto o outro - 12 anos. De acordo com Vygotsky, tal identificação foi determinada pelos resultados da realização de tarefas sob a orientação de um adulto ou em cooperação com pares mais experientes. Justamente a definição teórica de zona de desenvolvimento proximal.

Vygotsky também citou os resultados de alguns estudos estrangeiros como uma confirmação empírica da teoria da zona de desenvolvimento proximal. Por exemplo, em seu trabalho "O desenvolvimento mental das crianças no processo de aprendizagem", ele escreve: "A pesquisadora americana McCarthy mostrou em relação à idade pré-escolar que se uma criança de 3 a 5 anos for submetida à pesquisa, ela terá um grupo de funções que a criança já possui, mas há outro grupo de funções que a criança não possui de forma independente, mas possui sob a orientação, em equipe, em cooperação. Acontece que esse segundo grupo de funções na idade de 5 a 7 anos está principalmente no nível de desenvolvimento real. Este estudo mostrou que o que uma criança é capaz de fazer aos 3-5 anos apenas sob a orientação, em cooperação e coletivamente, a mesma criança de 5 a 7 anos sabe fazer sozinha [...]" (VIGOTSKY, 2014, p. 120).

Segundo Vygotsky (2014, p. 122), o nível de pensamento de uma criança se torna mais complexo no decorrer da internalização e desenvolvimento de conceitos científicos (por exemplo, o conceito de política ou exploração econômica) do que em relação ao restrito conhecimento de conceitos espontâneos (cotidianos) (por exemplo, o conceito de "irmão"). Ele acredita que os experimentos de Schiff geralmente confirmaram essa suposição.

Deve-se notar que, tendo apresentado uma ideia geralmente fundamentada e indubitavelmente promissora da zona de desenvolvimento proximal de uma criança, Vygotsky a considerou, de fato, exclusivamente no contexto do desenvolvimento cognitivo de uma personalidade.

Segundo Vygotsky (2001, p. 88), da própria experiência de vida da criança, ou seja, a princípio fora da aprendizagem, fora da zona de desenvolvimento proximal e, portanto, não são puramente sociais, não pertencem a funções mentais superiores. É verdade que ele não as chama diretamente de funções psicológicas naturais (isto é, inferiores), mas as compara com os conceitos científicos como as inferiores com as superiores.

A zona de desenvolvimento proximal, portanto, tem por definição o processo de guiar o desenvolvimento mental após a aprendizagem em direção de outras aprendizagens, supostamente, mais complexas. Esta zona é determinada pelo conteúdo de tais tarefas que a

criança pode resolver apenas com a ajuda de um adulto, mas depois de ganhar experiência de atividade conjunta, ela se torna capaz de resolver problemas semelhantes de forma independente.

Partindo do interesse pela explicação do conhecimento atrelada ao biológico, mas tendo também como pressupostos que o conhecimento só é possível enquanto tal a partir da assimilação de dados externos às estruturas biológicas, ou seja, as interações sociais e, ainda, que a lógica tem origem, mas não se restringe a ela, em uma espécie de organização espontânea das ações, Piaget tem por objetivo a elaboração de uma epistemologia científica que desse conta das leis envolvidas no processo de conhecimento. Importante notar que Piaget, ainda que interacionista, tem por prerrogativa a maior importância das determinações internas sobre as externas, ou seja, nessa perspectiva, as interações sociais podem ser entendidas como mecanismos de ativação dos elementos de desenvolvimento inatos ao sujeito.

Diferentemente do animal, cujo comportamento tem apenas duas fontes – 1) os programas hereditários de comportamento, subjacentes no genótipo e 2) os resultados da experiência individual-, a atividade consciente do homem possui ainda uma terceira fonte: a grande maioria dos conhecimentos e habilidades do homem se forma por meio da assimilação da experiência de toda a humanidade, acumulada no processo da história social e transmissível no processo de aprendizagem. (...) A grande maioria de conhecimentos, habilidades e procedimentos do comportamento de que dispõem o homem não são o resultado de sua experiência própria, mas adquiridos pela assimilação da experiência histórico social de gerações. Este traço diferencia radicalmente a atividade consciente do homem do comportamento animal. (LURIA, APUD DUARTE, 1998, p. 12).

Já o interesse de Vygotsky era resolver a crise da psicologia, que se dava entre as posições behaviorista e idealista, entre o empirismo e o teórico e, ainda mais especificamente, entre o subjetivo e o objetivo, o que remete, impreterivelmente, ao entendimento da consciência, que em termos Vygotskyanos, é nominado de funções psíquicas superiores. Seus pressupostos eram que a “consciência envolvia a estrutura do comportamento, sendo de importância capital para sua formação a atividade do trabalho e mais especificamente a fala, o que lhe dava uma dimensão social” (VYGOSTSKY, 1989, p. 23).

Destacando aquilo de mais relevante em cada uma dessas posições, quanto ao ponto de partida, o que acaba por definir o arcabouço teórico da abordagem, parece ser o seguinte: maior interesse em aspectos biológicos do conhecimento nas explicações de Piaget, enquanto que em Vygotsky, o cerne da teoria é desenvolver explicações que deem conta para a compreensão das especificidades humanas em uma correspondência, de certo modo, equivalentes, entre o

biológico e o social. É isto que irá diferenciar o enfoque dado por cada uma das diferentes abordagens, repercutindo, por conseguinte, no próprio método a ser utilizado.

Em Piaget, o método deve envolver verificações experimentais atrelados à psicologia, de modo a possibilitar a descrição dos diferentes tipos de ações em seus diferentes níveis de desenvolvimento. A lógica envolvida nesse processo de formalização das ações que determinará seu nível de validade. Já para Vygotsky, o método deve envolver a adoção de uma psicologia científica de modo a “determinar” o fenômeno, mas não-reducionista, por meio da noção de mediação simbólica para formação e desenvolvimento das funções superiores, rejeitando, deste modo, a causalidade mecânica da psicologia fisiológica e a não-determinação da psicologia intencional.

A posição de Vygotsky deve ser apreendida a partir de suas fases, em que num primeiro momento de sua produção, dava-se ênfase nos aspectos cognitivos, o que o caracterizava como cognitivista, mas em um segundo momento, com grande ênfase nos elementos emocionais e afetivos, o que remete diretamente a referências às inter-relações sociais. Isso significa dizer que para a psicologia histórico-cultural há uma equivalência na constituição do sujeito, no que concerne à sua subjetividade, entre aquilo que é inato e aquilo que é social. Vygotsky não nega que existem processos de maturação biológica, como por exemplo a zona de desenvolvimento proximal, mas que estes não são suficientes para o desenvolvimento humano, demandando as inter-interações. É desta formulação que se chegou à definição das funções psíquicas superiores como sendo internalização de funções sociais em funções mentais.

Percebe-se, portanto, que apesar do processo basilar de construção do conhecimento seja de associação, as leis que regem tal movimento do comportamento humano não podem ser entendidas enquanto leis naturais, devendo ser definidas enquanto leis de interação entre o biológico e o social, no caso da psicologia histórico-cultural de Vygotsky, o externo tendo prevalência sobre o interno. Nesse sentido, o desenvolvimento tem forte determinação a partir da mediação semiótica da linguagem, especificamente a modificações da função da fala, que de apenas comunicativa, passa a ser também reguladora do comportamento, o chamado controle do corpo, modificação especificamente de origem social. Como enunciado anteriormente, isso acontece inicialmente a nível externo e depois internaliza-se. A criança passa a usar em relação a si mesma, formas de ação que outros usaram com relação a ela e que ela usou com relação aos outros. A partir das mudanças das funções das linguagens, se efetiva também mudanças estruturais do psiquismo, envolvendo diferentes funções mentais, constituindo o desenvolvimento.

Esses conceitos propostos por Vygotsky fazem surgir uma nova visão acerca da apropriação do conhecimento e após leituras diversas surge a necessidade de melhor explicação de alguns fenômenos antes não estudados, entre eles a Teoria da atividade que será o foco do próximo tópico.

3.1.3 Teoria da Atividade

Dos fundamentos constituintes do arcabouço teórico da teoria histórico-cultural, nos apoiaremos na Teoria da Atividade. Para a psicologia soviética a aprendizagem e respectivo desenvolvimento decorrem da mediação das ações comunicativas. Os teóricos daquele momento histórico falavam em mediação da linguagem, atribuindo forte importância à linguagem falada, à língua, propriamente dita. A linguagem na teoria histórico-cultural desempenha função central nas aprendizagens no que concerne à inter-interação com o ambiente, mas, do mesmo modo, a teoria não descarta a necessidade dos processos biológicos de amadurecimento inatos, que ao mesmo tempo é uma condição necessária para a apreensão e respectiva internalização das funções sociais, como também se desenvolve a partir dessas internalizações. Rubinstein (1967, p. 187) nos afirma que: “A atividade psíquica constitui uma função do cérebro e um reflexo do mundo exterior, porque a própria atividade cerebral é uma atividade reflexa condicionada pela ação deste mundo”.

Tomando como base a psicologia soviética, em virtude de seu caráter construtivista, sociocultural, histórica e interacionista, a atividade do indivíduo será o motor para seu desenvolvimento. Leontiev (1973, p. 108), afirma que:

A escola soviética considera que toda experiência ocorre num mundo humanizado, com características que sustentam uma real intencionalidade sócio-histórica subjacente às manifestações e ordenações dos elementos com que a criança ingenuamente experimenta. Dentro deste mundo objetivo mediatizado, condicionado e humanizado pelo homem inicia-se o desenvolvimento mental psíquico da criança.

A sociedade proposta por Vygotsky, em *Formação Social da Mente*, baseia-se na premissa de que o mundo sofre constante mudanças e estas mudanças são as causadoras e as causas do processo dialético proposto pelo materialismo. A dialética tem as suas raízes fundadas na epistemologia e fuga ao senso comum. A proposta básica do materialismo refere-se à natureza da realidade um diferentemente da existência da humanidade. Constata que a matéria

existe em primeira análise. Primeiramente, temos matérias incapaz de pensar, a partir da qual se desenvolveu a matéria pensante: o homem.

E o que é a atividade de ensino hoje? Da perspectiva da Atividade Pedagógica, ela é a ação que possibilita a reconstituição da significação por meio da contextualização histórica, como já enunciado, por meio de mediações de signos da comunicação, resultando na síntese das atividades humanas as quais se apresentaram enquanto significativas nos processos interativos de transformação da natureza em busca de atendimento de suas demandas e de soluções de problemas advindos do convívio entre os homens. Significação deve ser aqui entendida como processo de representação das experiências vivenciadas cristalizadas nas funções psíquicas dada sua importância contextual para o sujeito e, conseqüentemente, fundamental para a formação da consciência humana, como afirma Leontiev (1978, p.101): “A significação é, portanto, a forma sob a qual um homem assimila a experiência generalizada e refletida”. A apropriação das funções sociais na qualidade de conhecimento teórico-prático, se configura como ferramenta simbólica, como uma ação psíquica de desenvolvimento, condição necessária para a continuidade da produção do conhecimento.

Os conhecimentos, fixados por meio da relação complementar entre conceitos espontâneos e conceitos científicos, são produzidos em atividades interrelacionais para a satisfação das demandas humanas historicamente situadas, conhecimentos os quais, progressivamente, vão sendo generalizadas e se transformando em formas genéricas constitutivas do humano. Esse processo de significação dos conceitos transmutado para o ambiente escolar, para que se realize de forma efetiva, exige que os sujeitos envolvidos (professor ou estudante) se reconheçam enquanto agentes na dimensão de seu movimento histórico, aqui entendido nas suas duas dimensões: a gênese – condições que permitiram determinado conhecimento ser produzido e o desenvolvimento do próprio conhecimento – seu movimento histórico chegando ao contexto “atual”, um sistema de conceitos composto pelas suas formas mais simples e as mais desenvolvidas.

A recuperação da gênese do conceito matemático (por exemplo, os conceitos de “fração”, “números racionais”, ou mesmo de “número”) na perspectiva da psicologia histórico-cultural, não podem ser confundidos com um “recurso didático”, em que o professor elabora uma “narrativa” sobre a história desse conceito. A intencionalidade ao recuperar as gêneses de um conceito deve ser de proporcionar ao professor criar situações significativas de ensino-aprendizagem, situadas em uma realidade vivida específica que materializem os produtos e processos da atividade humana que possibilitaram a elaboração de tal conceito. Por essa razão,

podemos considerar que os conceitos matemáticos sintetizam determinadas necessidades fundamentais surgidas na prática social para lidar com a relação “qualidade-quantidade”, bem como os meios que foram sendo criados para atender àquelas necessidades.

O que se defende com tal perspectiva é que nessa correlação entre o teórico e o prático, assumidas nos processos de ensino-aprendizagem em seus aspectos essenciais e fundamentais para apreensão da realidade, podem se manifestar para os sujeitos da Atividade Pedagógica como problemas autênticos de suas práticas relacionais de ensino e de aprendizagem, o que fornece as bases para que o aprendizado de um determinado conceito seja percebido pelos agentes como uma situação concreta de existência, ou seja, um recurso para resolver um determinado problema com base na compreensão da relação dialética “qualidade-quantidade”. Assim, situações de ensino criadas tendo por base a “gênese do conceito matemático” buscam concretizar na Atividade Pedagógica a premissa de que para se apropriar de um conhecimento “[...] a criança tem de efetuar a seu respeito uma atividade prática ou cognitiva que responda de maneira adequada (o que não quer dizer de maneira forçosamente idêntica) à atividade humana que eles [conceitos] encarnam” (LEONTIEV, 1978, p. 167).

A seguir, serão apresentados os principais teóricos da Teoria da Atividade, a saber: 1ª geração cabeçada por Leontiev, Davidov/ Elkoïn na segunda geração e encerrando Yrgo Engestron como a terceira geração desta teoria.

3.1.3.1 1ª Geração da Teoria da Atividade – Leontiev

Leontiev (2001, p. 105) define que “por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar essa atividade, isto é, o motivo”. Uma atividade é um sistema de várias formas de perceber a relação do sujeito com o mundo dos objetos. Foi assim que o conceito de “atividade” foi definido pelo criador de uma das variantes da abordagem da atividade em psicologia, Alexei Nikolaevich Leontiev (1903 - 1979).

Esta estrutura de atividade está aberta para cima e para baixo. De cima, pode ser complementado por um sistema de atividades de vários tipos, hierarquicamente organizado; abaixo - funções psicofisiológicas que garantem a execução das atividades.

Na escola de Leontiev, duas outras formas de atividade do sujeito são distinguidas (pela natureza de sua abertura à observação): externa e interna, conforme o quadro a seguir.

Quadro 1 – Atividades externas e internas

Atividades externas	Atividades internas
Várias formas de atividade prática sobre objetos (por exemplo, martelar um prego com um martelo, trabalhar em uma máquina, manipular brinquedos em crianças pequenas, etc.), onde o sujeito interage com um objeto claramente apresentado para observação externa	Esta é a atividade de um sujeito com imagens de objetos ocultos da observação direta (por exemplo, a atividade teórica de um cientista na resolução de um problema matemático, o trabalho de um ator em um papel, que ocorre na forma de reflexos internos e experiências, etc.)

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na escola de Leontiev, uma atividade separada e concreta foi isolada do sistema de atividades de acordo com o critério de motivo. O motivo é geralmente definido em psicologia como o que "impulsiona" uma atividade, aquilo para o qual essa atividade é realizada. O motivo (no sentido restrito de Leontiev) é como objeto de necessidade, ou seja, para caracterizar o motivo, é necessário referir-se à categoria de "necessidade".

Leontiev (1978, p. 102) definiu a necessidade de duas maneiras a primeira é uma "Necessidade virtual", a necessidade de "si mesmo", "estado de necessidade", apenas "necessidade" que leva como "condição interna", como um dos pré-requisitos obrigatórios para a atividade, que, no entanto, não é capaz de causar atividade dirigida, mas causa - como "necessidade" - apenas uma atividade de pesquisa-orientação que visa encontrar um objeto que pode aliviar o sujeito de um estado de necessidade, e uma segunda "Necessidade urgente" (necessidade de algo específico) como algo que dirige e regula a atividade específica do sujeito no ambiente objetivo após seu encontro com o sujeito.

Assim, a necessidade no primeiro estágio de seu desenvolvimento ainda não é uma necessidade, mas a necessidade do corpo de algo que está fora dele, embora se reflita no nível mental.

A atividade, definida por um motivo, é realizada por uma pessoa na forma de ações destinadas a atingir um objetivo específico. Objetivo (de acordo com Leontiev) - como resultado desejado de uma atividade, planejado conscientemente por uma pessoa, ou seja, um motivo é algo pelo qual uma determinada atividade é realizada, uma meta é o que é planejado para ser feito a esse respeito para perceber o motivo.

Via de regra, na atividade humana, o motivo e a meta não coincidem. Se o sujeito está sempre atento ao objetivo (sempre pode estar atento ao que vai fazer: apresentar documentos ao instituto, fazer vestibular em tal e tal dia, etc.), então o motivo, via de regra, está inconsciente para ele (uma pessoa pode não estar ciente do verdadeiro motivo para entrar neste instituto particular: ele garantirá que está muito interessado, por exemplo, em ciências técnicas, quando na verdade ele é encorajado a entrar lá pelo desejo de estar perto de sua pessoa amada).

O motivo e a meta podem passar um para o outro: a meta, quando adquire uma força de incentivo especial, pode se tornar um motivo, este mecanismo de transformar uma meta em um motivo é chamado na escola de Leontiev, "uma mudança de motivo para objetivo ", ou seja, o motivo torna-se objetivo.

O sujeito surge no processo de realização de uma ou outra atividade como um organismo com características psicofisiológicas próprias, e também contribuem para as especificidades da atividade desempenhada pelo sujeito. Do ponto de vista da escola de Leontiev, o conhecimento das propriedades e da estrutura da atividade humana é necessário para a compreensão do psiquismo humano.

No processo de atividade, a pessoa aprende o mundo ao seu redor, cria produtos espirituais, muda a realidade circundante. A atividade humana o forma e muda. Em suma, atividade é a atividade de uma pessoa destinada a atingir metas estabelecidas de forma consciente, relacionadas ao atendimento de suas necessidades e interesses, de atendimento às exigências da sociedade e do Estado para ele.

A atividade humana é fundamentalmente diferente do comportamento dos animais, mesmo que esse comportamento seja bastante complexo. Em primeiro lugar, a atividade humana é de natureza consciente - a pessoa está ciente do objetivo e das formas de alcançá-lo e prevê o resultado. Em segundo lugar, a atividade humana está associada à fabricação, uso e armazenamento de ferramentas. Em terceiro lugar, a atividade humana é de natureza social, é realizada, via de regra, em equipe e para uma equipe. No processo de atividade, uma pessoa entra em relacionamentos complexos com outras pessoas.

A atividade é determinada por condições sociais e históricas. Uma pessoa não pode separar sua atividade da vida ao seu redor, as exigências da sociedade em que vive. E suas atividades assumem um caráter diferente, dependendo das necessidades da sociedade.

As condições necessárias para a atividade humana são os processos mentais. Por um lado, são uma característica obrigatória de qualquer atividade humana. Por outro lado, todos os

processos mentais prosseguem, são formados e regulados em atividade. É assim que se dá a relação entre os processos mentais e a atividade humana.

A atividade é uma característica universal das coisas vivas na sociedade humana, tem uma manifestação peculiar e é chamada de atividade. A consciência é formada e manifestada em atividade. Qualquer tipo de atividade está associada ao movimento. O sistema de movimentos dirigido a um objeto com o objetivo de atribuí-lo ou modificá-lo é denominado ação.

A pesquisa de Vygotsky e Leontiev mostrou que as ações mentais são formadas inicialmente como externas e gradualmente transferidas para o plano interno, tradução da ação externa em interna: plano - interiorização. A realização da ação mental externa na forma de ações com um objeto é exteriorização.

A atividade é uma condição necessária para a formação da personalidade e ao mesmo tempo depende do nível de desenvolvimento da personalidade, atuando como sujeito desta atividade. Em termos gerais, atividade é entendida como a atividade de um organismo vivo, voltada para a satisfação de necessidades e regular um objetivo consciente. No processo de atividade, uma interação próxima de uma pessoa com o meio ambiente é estabelecida. O resultado final da atividade é a meta, que pode ser um objeto real criado por uma pessoa, certos conhecimentos, habilidades, habilidades e um resultado criativo. O motivo atua como um incentivo para a atividade. É o motivo que confere à atividade uma certa especificidade em relação à escolha dos meios e métodos de atingir o objetivo. Os motivos podem ser uma variedade de necessidades, interesses, atitudes, hábitos, estados emocionais. A variedade de atividades humanas dá origem a uma variedade de motivos. Dependendo dos motivos, as pessoas têm atitudes diferentes em relação às suas atividades. O objetivo de uma atividade não é equivalente ao seu motivo, embora às vezes o motivo e a meta coincidam.

A atividade é iniciada ou impulsionada pela necessidade do sujeito e, as ações pelas quais é conduzida, são estimuladas e dirigidas à satisfação da necessidade, mas para que se concretize, é preciso um objetivo que lhe seja correspondente. Isso significa que “a necessidade como força interior pode realizar-se somente dentro da atividade”, o que, para o autor, se configura como um processo extremamente complexo (LEONTIEV, 1983, p. 112, tradução nossa). Nas suas palavras:

A coisa é absolutamente diferente nas condições da produção social pelos homens dos objetos que são um meio de satisfazer as suas necessidades. A produção, diz Marx, não proporciona apenas um material para a necessidade, proporciona igualmente uma

necessidade para um material. [...] Psicologicamente isso significa que os objetos – meios de satisfazer as necessidades – devem aparecer à consciência na qualidade de motivos, ou seja, devem manifestar-se na consciência como imagem interior, como necessidade, como estimulação e como fim (LEONTIEV, 1978, p. 108).

Com essa citação, explicitamos que a necessidade, ao encontrar no objeto um meio de satisfazê-la, este se torna o motivo da atividade, aquilo que o estimula. Somente dessa maneira é que tal relação é suscetível de conferir significado à ação e ter sentido para quem a realiza. Lembrando que o significado de uma ação diz respeito ao seu conteúdo, ou seja, o que é feito. No caso de seu sentido, “diz respeito às razões, aos motivos pelos quais o indivíduo age” (DUARTE, 2002, p. 286).

Na estrutura proposta por Leontiev (1978, p. 148), ao identificar os elementos que compõem uma atividade – objeto, necessidade e motivo; ações, operações e objetivos – as ações, por meio das quais se realiza esta atividade, é constituída por esses elementos fundamentais. É nessa dimensão que se evidencia a importância das ações organizadas e realizadas de modo colaborativo, uma vez que o processo de significação da atividade de ensino-aprendizagem apresenta grande potencial de ser desencadeado durante tal atividade. O coletivo sendo o contexto de realização da atividade pedagógica torna-se o lugar do processo de significação dessa atividade e desse modo, ao mesmo tempo em que forma o coletivo, em um movimento recíproco, também é constituído por ele.

Moura (2011, p. 88) explica que a constituição da atividade está na articulação entre motivos, ações e modos de ação em prol da satisfação de uma necessidade. É preciso mobilização entre os sujeitos com necessidades comuns. É este aspecto que torna a formação continuada essencial na constituição de ser professor.

O homem se constitui pelo trabalho, entendendo este como uma atividade humana adequada a um fim e orientada por objetivos, então o professor constitui-se professor pelo seu trabalho – a atividade de ensino – ou seja, o professor constitui-se professor na atividade de ensino. Em particular, ao objetivar a sua necessidade de ensinar e, conseqüentemente, de organizar o ensino para favorecer a aprendizagem (MORETTI, 2007, p. 101).

A partir deste pressuposto, considera-se que ao organizar seu ensino, o professor gerará no aluno um motivo para aprender, possibilitando que o estudante também se encontre em atividade. Moura (2010, p. 90) diz que “a atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante. Ele deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade”.

A atividade humana consciente é fundamentalmente diferente do comportamento dos animais. Essas diferenças dizem respeito ao seguinte: não necessariamente associadas a motivos biológicos, não determinadas apenas por impressões visuais, formadas por meio da assimilação da experiência social.

Uma atividade geralmente é vista em termos de sua estrutura. Em primeiro lugar, existem objetivos e motivos de atividade. Qualquer atividade humana é determinada pelos objetivos, tarefas que ele define para si mesmo. Se não houver objetivo, não há atividade. A atividade é causada por certos motivos, razões que levaram uma pessoa a definir uma meta específica e organizar atividades para alcançá-la. O objetivo é o que uma pessoa age; o motivo é por que uma pessoa age.

Normalmente, a atividade humana é determinada não por um único motivo e objetivo, mas por todo um sistema de objetivos e motivos - os mais próximos e cada vez mais gerais e distantes. A atividade também é avaliada pelo nível de motivação, se os motivos são de natureza pública ou uma estreiteza pronunciada. Idealmente, quando os motivos sociais adquirem um significado pessoal, eles também se tornam seu assunto pessoal.

Uma parte constituinte, ou, em outras palavras, um ato separado de uma atividade é chamado de ação. As ações humanas também são comprometidas por um motivo ou outro e visam atingir determinados objetivos. As ações de uma pessoa são sempre conscientes, mas o grau de percepção das ações pode ser diferente. As ações são bastante conscientes quando a meta é definida e consciente, a ordem e a sequência dos movimentos são delineadas e certos resultados da ação são assumidos. As ações não são totalmente conscientes quando o objetivo, a sequência de movimentos e o controle não são totalmente compreendidos. Essas ações inconscientes, produzidas sob a influência de fortes sentimentos, fortes estímulos, muitas vezes inesperados, são chamadas de impulsivas.

Em qualquer atividade, os seguintes componentes podem ser distinguidos (componentes, links, etapas): a etapa de definição de uma meta (consciência clara de uma tarefa específica); a etapa de planejamento do trabalho, a escolha da forma mais racional de atuação; estágio de implantação, implantação das atividades, acompanhada do controle atual e reestruturação das atividades, se necessário; Segue-se a verificação dos resultados, corrigindo os erros, se houver, comparando os resultados com os planejados, somando os resultados do trabalho e avaliando-os.

3.1.3.2 2ª Geração da Teoria da Atividade - Elkonin /Davidov

Segundo Davidov (1978, p. 13) “o conceito de atividade está internamente ligado ao conceito de ideal. O ideal e o vir-a-ser do objeto, que se torna real pela atividade do sujeito”. Com isso, Davidov (1978, p. 14) tenta mostrar que o grande objetivo seria empurrar a escola para dentro do mundo, de forma que ela se torne dinâmica e com base teórica aprofundada para o enfrentamento de problemas práticos que podem ser resolvidos no contexto educacional assim. A aprendizagem, enquanto processo de desenvolvimento, pode ter sua análise enquanto parte constitutiva da prática social, ou seja, para que as aprendizagens se efetivem de forma significativa, deve haver correspondência horizontalizada entre atividades de ensino-aprendizagem com a prática social.

Em cada etapa da educação, este objetivo geral da educação desenvolvimentista se concretiza, atuando como uma tarefa pedagógica especial, de acordo com a qual se modificam todas as características principais do processo educativo, ou seja, seu conteúdo, formas de atuação educativa dos alunos, métodos e formas de sua organização, a natureza da interação entre os participantes do processo educacional, características de sua comunicação.

O objetivo principal da etapa inicial da educação desenvolvimentista é a formação de mecanismos psicológicos da atividade educativa, ou seja, mecanismos que permitam aos alunos definirem qual a próxima tarefa educacional e encontrarem meios e maneiras de resolvê-la. A condição mais importante para atingir esse objetivo é a inclusão de um conceito nas atividades dos alunos, ou seja, aquela forma especial de conhecimento em que se fixa o método geral de construção de uma determinada classe de ações com o objeto em estudo. (DAVIDOV, 1982, p. 16)

A tarefa da educação escolar na adolescência é organizar os mais diversos tipos de comunicação entre os adolescentes. Na comunicação, os adolescentes são educados. A comunicação em diferentes grupos, em diferentes tipos de atividade (educacional - coletivo educacional, esportivo - coletivo esportivo, artístico - coletivo artístico) promove a consciência prática e o pensamento prático nos adolescentes.

O objetivo principal no ensino médio é a formação de um estilo de pensamento científico, que, sendo uma personalidade estável, atua como um componente importante da visão de mundo, como uma condição necessária para a autoeducação, desenvolvimento da necessidade de autoaperfeiçoamento, e a capacidade de adquirir conhecimento de forma independente.

Os autores do conceito de educação em desenvolvimento desenvolveram uma ideia de atividade educativa de referência como cognitiva, construída sobre um tipo teórico. Organização da formação, construída sobre um tipo teórico, segundo V.V. Davidov e seus

seguidores, é o mais favorável para o desenvolvimento mental da criança, portanto, os autores chamam tal treinamento de desenvolvimento. “Conforme demonstrado por observações e pesquisas psicológicas e pedagógicas, - escreveu V.V. Davidov, - em princípio, qualquer educação, em um grau ou outro, contribui para o desenvolvimento dos processos cognitivos e da personalidade das crianças (por exemplo, o ensino tradicional desenvolve o pensamento empírico nos alunos mais jovens). Nós, continua ele, não descrevemos a aprendizagem desenvolvimental "em geral", mas apenas esse tipo de aprendizagem que se correlaciona com a idade escolar e visa o desenvolvimento do pensamento teórico e da criatividade em crianças em idade escolar como base da personalidade ”(DAVIDOV, 1996, p. 250).

No sistema de D.B. Elkonin-V.V. Davidov, o treinamento é construído de acordo com três princípios.

- O assunto da assimilação são os métodos gerais de ação - métodos de resolução de uma classe de problemas. O domínio do assunto começa com eles. No futuro, o método geral de ação é especificado em relação a casos especiais. O programa é organizado de forma que, em cada seção subsequente, o método de ação já dominado seja concretizado e desenvolvido.
- O domínio do método geral de forma alguma pode ser sua mensagem - informação sobre ele. Deve ser estruturada como uma atividade educativa, partindo de uma ação prática orientada para a matéria. A ação objetiva real é ainda mais reduzida a um conceito-modelo. No modelo, o modo geral de ação é fixado em uma “forma pura”.
- O trabalho do aluno é estruturado como uma busca e experimentação de meios para resolver um problema. Portanto, o julgamento de um aluno, que difere do geralmente aceito, não é considerado um erro, mas uma prova de pensamento.

Seguir esses princípios permite que você atinja o objetivo principal da educação - a formação de um sistema de conceitos científicos, bem como a independência educacional e a iniciativa. Sua realização é possível, pois os conhecimentos (modelos) atuam não como informações sobre os objetos, mas como meio de encontrá-los, derivá-los ou construí-los. O aluno aprende a determinar as possibilidades e limitações de suas ações e a buscar recursos para sua implementação.

Segundo Davidov (1988, p. 93), foi a partir da proposição de Vygotsky, de que o desenvolvimento mental do homem se realiza quando este se apropria de modelos sociais por meio do processo de educação e de ensino, que ocorreu uma mudança na história da Psicologia.

Nesta direção, o EDF foi inserido na investigação psicológica como um método de estudo das relações entre modos de educação e de ensino e a natureza do desenvolvimento mental (DAVIDOV, 1988, p. 125). Assim sendo,

o método do experimento formativo tem como características a intervenção ativa do pesquisador nos processos mentais que ele estuda. [...]. A realização do experimento formativo pressupõe a projeção e modelação do conteúdo de novas formações mentais a serem constituídas, dos meios psicológicos e pedagógicos e das vias de sua formação.

Nesse sentido, a principal tarefa do professor é garantir a implantação desse tipo de atividade. Para fazer isso, ele precisa apresentar ao aluno as informações educacionais a serem assimiladas (ou seja, reproduzidas) de uma forma acessível, organizar a análise necessária para sua percepção completa e controlar a correção de capturar e reproduzir uma determinada amostra. Os conhecimentos assim adquiridos tornam-se o ponto de partida na formação das competências e aptidões correspondentes, para as quais o professor deverá organizar um sistema de exercícios. Não é difícil de entender que todas essas ações de um professor podem ser estritamente regulamentadas para condições típicas de aprendizagem e claramente formalizadas, o que permite criar tecnologias pedagógicas bastante eficazes e, em grande medida, padronizar o trabalho de um professor. Isso se reflete em inúmeras tentativas de substituir os professores por uma máquina de ensino, que estão se tornando especialmente intensas em conexão com o surgimento da moderna tecnologia da informática e sua penetração no processo de educação escolar.

Um papel completamente diferente é desempenhado pelo professor no sistema de ensino, que se baseia na atividade educacional do tipo busca-e-pesquisa, ou seja, para atividades educacionais. É claro que é fundamentalmente impossível estabelecer um padrão para tal atividade: qualquer pesquisa perde o sentido assim que um padrão de busca e seu resultado são estabelecidos. Um professor pode organizar a atividade de aprendizagem dos alunos (pelo menos nas fases iniciais da sua formação) apenas através da realização de pesquisas em conjunto com eles. Assim, o processo de aprendizagem, pela primeira vez, adquire o caráter de uma atividade conjunta do professor e do aluno, ou seja, sua cooperação real. Uma vez que o aluno participa dessa atividade como um de seus sujeitos iguais, suas ações não podem ser reguladas externamente (por exemplo, por um determinado padrão, regra, etc.). Respectivamente, não se prestam à regulação e às ações do professor. Assim, a atividade do professor assume o caráter de criatividade, que não se presta à formalização, e o próprio

professor passa a ser o mesmo sujeito irremovível de aprendizagem do aluno. Segundo Davidov (1988, p. 51):

As possibilidades reais da criança em assimilar qualquer conceito depende do tipo e nível de estruturas intelectuais operatórias formadas anteriormente. Assim, por exemplo, na metodologia usada no ensino de muitas matérias escolares, os professores se esforçam em “colocar” em um ou outro conceito a maior quantidade possível de dados sensoriais e de resultados de observações. Piaget mostra que não é possível obter de modo direto um conceito a partir dos dados da percepção, pois o conteúdo de um conceito nada mais é que o que é descoberto pelo próprio sujeito, quando realiza ações específicas de transformações do objeto e não simplesmente durante a observação desse objeto. Estas ações devem ser interiorizadas e se tornam suficientemente reversíveis e sistematizadas quando transformadas em estruturas operatórias. A criança pode assimilar verdadeiros conceitos somente na presença destas estruturas; se elas faltam, a assimilação dos conceitos é apenas ilusória.

Esse tipo de atividade pedagógica não é algo fundamentalmente novo na história da educação. Esteve sempre presente onde a escola destacou as tarefas de desenvolvimento dos seus alunos, e não apenas de os equipar com alguns conhecimentos e competências. Assim acontecia, por exemplo, na escola antiga ou nas escolas de elite da era moderna (basta lembrar o Liceu Czarskoe Selo da época de Pushkin).

O pensamento teórico se desenvolve no aluno quando ele resolve problemas educacionais. O indicador mais importante do pensamento teórico-racional é a capacidade da criança de examinar os fundamentos de suas ações mentais objetivas. Considerar os motivos de suas ações é reflexão. Quando uma criança, tendo tomado uma decisão errada, para de repente e argumenta (e de preferência em voz alta a pedido do professor) por que ela fez isso errado, isso já é o início da reflexão. Ou quando o professor percebe que mesmo que o problema seja resolvido corretamente (esta é a melhor jogada), o aluno está procurando outra forma de resolver o problema, embora o método encontrado seja justo. Para procurar outra maneira de resolver o problema, é necessário ter micro-reflexo. E assim, traçando a complexidade da reflexão em um aluno, pode-se ver de aula em aula como o pensamento do aluno se desenvolve.

O segundo indicador é como as crianças planejam suas ações? Isso também pode ser visto na reflexão. O professor pode observar o quão difícil os problemas podem ser resolvidos pelos alunos. Algumas crianças em idade escolar podem ver suas ações em duas, três etapas, outras em dez etapas. Aqui é melhor identificar (se os alunos sabem jogar xadrez) com que antecedência eles podem visualizar a situação de resolução do problema.

Existe também a ação da análise mental: o que é importante, o que não é importante. Assim, a partir do nível de desenvolvimento da reflexão, planejamento e análise, pode-se julgar o desenvolvimento do pensamento teórico nos escolares.

A base do processo de ensino e de educação é a assimilação, pelos alunos, do conteúdo das matérias. Cada matéria escolar, ou conceito científico nos termos da psicologia histórico-cultural, representa a peculiar projeção de uma forma “superior” da consciência social (da ciência, da arte, da moral, do direito) no plano da assimilação. Esta projeção tem suas próprias leis, determinadas pelas finalidades da educação, pelas particularidades do processo mesmo de assimilação, pela natureza e possibilidades da atividade psíquica dos escolares e por outros fatores.

Outro aspecto da obra de Davíдов que mostra a relação do seu pensamento educacional com a nossa contemporaneidade é a preocupação com o melhoramento radical com a educação laboral das crianças sobre uma base politécnica ao se referir ao programa científico de aperfeiçoamento didático-educativo em longo prazo para se atingir o desenvolvimento omnilateral.

o programa prevê um melhoramento radical da educação laboral das crianças sobre uma base politécnica, tomando em consideração o princípio de unir o ensino dos escolares com o trabalho produtivo, o que permitirá formar e desenvolver neles a necessidade vital de realizar um trabalho socialmente útil (DAVIDOV, 1988, p. 9).

A atividade é, nessa perspectiva teórica, “a substância da consciência humana”, como o afirma o próprio Davidov (1988, p. 27). É, portanto, um modo de constituição do homem no mundo. Em oposição ao idealismo e ao materialismo mecanicista, a psicologia marxista se preocupa com a natureza histórico-social da atividade, da consciência e da personalidade do homem. Inicia-se na prática histórico-social e revela a universalidade do sujeito humano. Para Davidov (1988, p. 27), “A categoria filosófica de atividade é a abstração teórica de toda a prática humana universal, que tem um caráter histórico-social. [...] Na atividade se põe à mostra a universalidade do sujeito humano”. Essa conceituação define a dimensão dessa categoria como um dos principais fundamentos para a THC. Considerada como categoria filosófica, constitui-se, portanto, numa abstração teórica, gerada a partir da prática sensorial e que dá origem à prática histórico-social.

O conceito de atividade não pode ser separado do conceito de consciência, uma vez que, por meio da percepção da realidade, a consciência se constitui a partir da atividade, mas também a mediatiza. Daí a distinção entre a atividade humana da mera ação dos animais, uma vez que a “consciência é a forma superior da psique e é própria só do homem” (DAVIDOV, 1988, p. 33). O homem sabe o que busca e sabe o porquê. O processo de busca envolve contradição, porque se busca o que não existe, porém é possível e dado ao sujeito como finalidade, embora não ainda como realidade. “O caráter paradoxal da busca consiste em que combina em si o

possível e o real” (Ibidem, 2005, p. 33). Assim, a previsão é a visão da possibilidade. A finalidade é a imagem do futuro, a imagem do que deve ser, e determina o presente, porque define a ação do sujeito em busca de realizar a finalidade.

A atividade tem sempre, nessa perspectiva teórica, um caráter objetual. Importante pontuar que o objeto na perspectiva da teoria da atividade, não é compreendido como algo que tem sua existência independente. Mas sim, só é objeto a partir do momento em que se dirige o ato, o que significa que a existência de um objeto depende da relação com o sujeito. É justamente por essa relação de dependência que a atividade está sempre ligada a uma necessidade, podendo ser expressa enquanto carência de algo, experimentada pelo sujeito. A necessidade demanda a busca e se objetiva, convertendo-se, por conseguinte, no motivo concreto da atividade. O motivo, portanto, é o motor que estimula o sujeito na realização de uma tarefa, ou seja, a colocar de manifesto uma finalidade que, estando assentada em determinadas condições, requer o cumprimento da ação direcionada a criar ou obter o objeto que responde aos motivos e satisfaz a necessidade. Chega-se assim, que os procedimentos de efetivação da ação são orientados pelas finalidades, enquanto suas condições determinam as operações concretas, segundo Davidov (1988, p. 160).

Davidov considera que a atividade de estudo é a atividade principal das crianças em idade escolar e é ela a base do seu desenvolvimento. Assim, ele afirma que:

Em primeiro lugar, toda atividade de estudo plena, sendo a atividade principal de crianças em idade escolar, pode constituir a base de seu desenvolvimento omnilateral. Em segundo lugar, as habilidades e hábitos perfeitos de leitura compreensiva e expressiva, de escritura e cálculo corretos, são formados nas crianças que possuem determinados conhecimentos teóricos. Em terceiro lugar, uma atitude consciente das crianças em relação ao estudo se apoia em sua necessidade, desejo e capacidade de estudar, os quais surgem no processo de realização real da atividade de estudo (DAVIDOV, 1988, p. 163, grifos nossos).

Ao sintetizar as formulações de Vygotsky e de Leontiev concernentes ao desenvolvimento psíquico, Davidov enfatiza os processos de apropriação e reprodução das capacidades adquiridas ou internalizadas socialmente enquanto finalidades da educação e do ensino e afirma que esses processos não são independentes em relação ao desenvolvimento psíquico humano:

Em primeiro lugar, a educação e a aprendizagem do homem, no sentido amplo, não é outra coisa que a ‘apropriação’, a ‘reprodução’ por ele das capacidades dadas históricas e socialmente. Em segundo lugar, a educação e a aprendizagem (‘apropriação’) são formas universais do desenvolvimento psíquico do homem. Em terceiro lugar, a ‘apropriação’ e o desenvolvimento não podem atuar como dois

processos independentes, porque se correlacionam como a forma e o conteúdo do processo único de desenvolvimento psíquico humano (DAVIDOV, 1988, p. 57).

Apoiando-se em Engels, Davidov afirma que a base do pensamento não é a natureza em si mesma, mas a “modificação da natureza pelo homem” (IBIDEM, 2005, p. 294). Ele esclarece, afirmando que

Os objetos e a realidade foram fornecidos ao homem social não através da contemplação passiva, mas apenas nas formas de sua atividade prática, objetiva e sensorial. Nisto reside a fonte da faceta ativa do trabalho como ‘teórico-sensorial’ e como as formas superiores do conhecimento científico teórico (DAVIDOV, 1988, p. 292).

Torna-se evidente, portanto, que, na perspectiva da dialética materialista que se caracteriza em sua argumentação, a atividade do sujeito entendido enquanto trabalho, e não a contemplação sensorial passiva, é o recurso necessário para a apreensão e respectiva internalização da realidade. A atividade de percepção encontra-se atrelada à prática, e as representações dela decorrentes, tornam-se objeto da atividade do homem, sem relação direta com as próprias coisas. Assim, surge a capacidade reflexiva que modifica as imagens ideais das coisas, isto é, dá-se origem ao pensamento.

3.1.3.3 3ª Geração da Teoria da Atividade - Yrjo Engestrom

A teoria psicológica da atividade, tendo se originado na Rússia, se espalhou muito além de suas fronteiras. Conceitos básicos são usados por autores modernos para resolver vários problemas. A versão finlandesa da compreensão da teoria da atividade (e do trabalho de, Yrjo Engestrom), curiosamente, é praticamente desconhecida na Rússia.

Engeström nasceu em 1948 em Lahti (Finlândia). Em 1987, ele defendeu sua tese de doutorado em psicologia educacional na Universidade de Helsinque. Na mesma universidade há muitos anos leciona o curso "Educação de Adultos". Engeström é o diretor do Centro de Teoria da Atividade e Pesquisa das Operações das Organizações da Universidade de Helsinque, Professor Honorário da Faculdade de Educação da Universidade de Birmingham (Grã-Bretanha). Na Universidade da Califórnia (San Diego, EUA) I. Engeström também realiza extensa pesquisa e trabalho docente, ministra o curso "Comunicação".

A atividade científica de Engeström está intimamente ligada à teoria da atividade cultural. Durante o século XX o interesse pela teoria da atividade cultural na Escandinávia aumentou significativamente, o que o próprio Engeström explica por processos políticos e

ideológicos no campo do ensino médio e superior. Nos estudos realizados à luz da reforma do ensino médio no início dos anos 70, as ideias de L.S. Vygotsky, P. Ya. Galperin, A.N. Leontiev e nos anos 80 uma nova onda de interesse surgiu em pedagogia e psicologia educacional sob a influência das obras de V.V. Davidov. Em 1981, uma conferência conjunta finlandesa-soviética sobre pesquisa em educação foi realizada, na qual V.V. Davidov, sua equipe, alunos e colegas (E.A. Faraponova, A.K. Markova, A.M. Zakharova, etc.). Em 1982, pesquisadores finlandeses organizaram o Simpósio Internacional "Fundamentos Científicos de Ensino e Aprendizagem", construído amplamente em torno das ideias de V.V. Davidov.

Segundo Engeström (2001, p. 170), uma das características distintivas dos pesquisadores finlandeses foi o início da cooperação internacional no campo da pesquisa cultural e de atividades, que, por sua vez, foi explicada pela posição geopolítica e linguística específica da Finlândia. Por um lado, a Finlândia tinha uma relação bastante estreita com a União Soviética, o que lhe permitia atuar como intermediária entre as comunidades científicas do Oriente e do Ocidente. Por outro lado, a língua finlandesa é fundamentalmente diferente de outras línguas escandinavas, portanto, surgem certas barreiras linguísticas que impedem a interação dos cientistas finlandeses com o mundo exterior. “Estar entre dois mundos significa ser uma periferia intelectual, incapaz de fazer qualquer contribuição significativa à ciência que seja interessante para o resto do mundo”, escreve Engeström.

Engeström (2001, p. 139) descreve seus próprios interesses científicos da seguinte forma: “Estou interessado na teoria da atividade cultural e no estudo do desenvolvimento em geral. Atualmente, estou pesquisando a co-configuração como um novo método de organização de atividades, bem como a aprendizagem expansiva em um ambiente de múltiplas atividades. Estudo as transformações nas organizações e as mudanças que surgem no decorrer do trabalho, combinando a análise em nível micro dos discursos e interações com a análise histórica e a modelagem das organizações como sistemas de atividades que enfrentam várias contradições no curso de seu desenvolvimento.

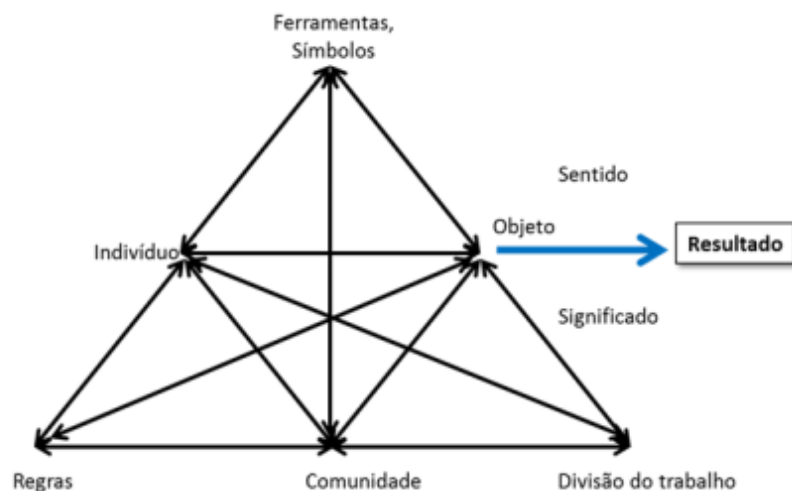
Inspirado por L.S. Vygotsky, em nosso trabalho utilizamos ferramentas de intervenção (como o Laboratório de Mudança) para analisar a reestruturação dos sistemas de atividades realizada pelos participantes. Atualmente estou pesquisando organizações de saúde, um banco e uma empresa de telecomunicações”

Na verdade, desde os anos 80 e até hoje na Finlândia, de acordo com Engeström, a aplicação da abordagem baseada em atividades ao trabalho das organizações está se desenvolvendo de forma mais ativa e sistemática (o que, é claro, é em grande parte devido a

ele). Especialistas de diferentes perfis estão envolvidos na pesquisa: psicólogos, professores, sociólogos, engenheiros, etc. Durante este tempo, uma base metodológica e metodológica bastante completa foi desenvolvida para estudar o trabalho (uma organização inteira, um funcionário específico, departamento, etc.) como uma atividade. Entre as premissas teóricas iniciais Engeström nomeia a teoria da atividade de Leontiev e as obras de Davidov sobre pensamento teórico e atividades educacionais. O ponto de partida da pesquisa foi a insatisfação com as visões tradicionais do trabalho como fenômeno dicotômico, quando uma pessoa é percebida como um polo (variável dependente) e as condições externas (tecnologia, organização, etc.) como outro polo definidor (variável independente). Essa abordagem não permite o estudo das condições objetivas como algo que é continuamente criado e recriado pelos próprios trabalhadores.

No quadro da abordagem baseada na atividade do trabalho das organizações, as qualificações dos trabalhadores e as condições objetivas de trabalho não estão separadas, mas integradas num sistema integral - a atividade laboral em constante mutação. Além disso, a atividade laboral não é apenas uma sequência de atividades desempenhadas por um trabalhador (ações laborais), mas é um processo social e coletivo em que a divisão do trabalho cria uma lacuna entre o objeto / motivo de todo o processo e os objetivos do indivíduo ações. Para a análise da atividade laboral, foi utilizado o esquema geral de atividade (fig. 1). Como método metodológico de pesquisa e design, um procedimento sistemático para detectar e estimular o desenvolvimento de uma atividade de trabalho específica, baseado, entre outras coisas, no conceito de uma zona de desenvolvimento proximal (VYGOTSKY, 2000, p. 140).

FIG. 1. Representação esquemática do modelo geral de atividade



Talvez este triângulo (ver Fig. 1) possa ser chamado de "cartão de visita" de Engeström, e é fácil ver que este esquema é, em certa medida, uma versão estendida do "triângulo de mediação" proposto no âmbito da abordagem da atividade (vamos comparar esses "triângulos" com o esquema de Vygotsky - um diagrama da relação entre os processos instrumentais e naturais (ENGESTRÖM, 2001, p. 104) O principal objetivo do esquema de Engeström é mostrar a natureza social e social da atividade humana, incluindo a problemática esfera da comunicação, muitas vezes separada e oposta aos aspectos instrumentais e objetivos da atividade.

Engeström, por um lado, é frequentemente acusado de simplificar e reduzir tudo a esquemas, mas, por outro lado, esses esquemas são ativamente usados por não psicólogos para analisar e projetar atividades nos níveis macro e micro.

Por exemplo, em seu livro "Trabalho como plataforma de teste para a teoria da atividade" Engeström (2000, p. 964) dá uma análise de amostra das atividades de um serviço médico (hospital). O serviço emprega um grande número de médicos de vários perfis para pacientes com distúrbios de saúde complexos. Os pacientes, dependendo de seu estado de saúde e problemas, visitam vários médicos especializados. A análise mostra que, no decorrer da interação entre pacientes e médicos, surgem contradições, cuja causa, na maioria das vezes, é a falta de entendimento mútuo entre eles. É assim que as verdadeiras "lacunas" entre o médico atual e o paciente são reveladas. A análise histórica mostra que as "pausas" são inerentes a este tipo de atividade. E sua análise serve como um pré-requisito integral para encontrar contradições internas centrais e, conseqüentemente, e as áreas mais sensíveis ao desenvolvimento da atividade estudada. Superando essas "lacunas", melhora-se o entendimento mútuo entre médicos e pacientes, aumenta-se a coordenação de suas ações e aumenta-se a qualidade do resultado obtido. Em geral, a pesquisa e o subsequente aprimoramento do trabalho das organizações são realizados na forma de um projeto de longo prazo, no qual os desenvolvimentos práticos desempenham um papel fundamental.

Engeström, na década de 1980, estudou também as atividades dos psicólogos envolvidos no aconselhamento profissional, o trabalho dos especialistas com sistemas flexíveis de produção (sistemas flexíveis de manufatura) e até mesmo o trabalho dos limpadores. Uma vez que o estudo de qualquer atividade profissional deve ser abrangente e cobrir todo o processo de desenvolvimento, transformação de uma forma de atividade em outra e ver suas diferenças qualitativas, um sistema bastante complexo de vários métodos é usado (incluindo análise de

protocolos e erros, discurso análise, etc.). Engeström usa métodos desenvolvidos no âmbito da ergonomia, psicologia cognitiva e indústrias relacionadas. A complexidade relativa do próprio projeto impõe certos requisitos à apresentação dos resultados obtidos.

Vygotsky, Luria, Leontiev (2001, p. 105) defendem a tese segundo a qual “o desenvolvimento e aprendizagem sobrepõem-se constantemente, como duas figuras geométricas perfeitamente iguais”. Afirmam ainda que o fracasso da teoria da disciplina formal foi demonstrado por diversas pesquisas que revelaram aprendizagem em determinado campo uma influência mínima sobre o desenvolvimento geral. Em sua teoria aprendizagem e desenvolvimento estão ligados entre si desde a primeira infância, e não quando entram em contato pela primeira vez na idade escolar.

De acordo com o Souto (2013, p. 34), “[...] a gênese dessa teoria é obscurecida, principalmente, por problemas de tradução e o desenvolvimento é ramificado. No entanto, Vygotsky, Leontiev e Engeström são apontados como alguns dos principais teóricos que contribuíram e/ou contribuem para o seu desenvolvimento”.

Davidov (1978, p. 128) tem como núcleo de sua teoria que a estratégia de ascender do abstrato para o concreto leva a um novo tipo de conceitos teóricos, raciocínio teórico e consciência teórica.

Em Souto (2013) tem-se que:

A proposta de Engeström se estruturou a partir dos estudos de Leontiev. Contudo, há uma diferença fundamental entre as perspectivas desses teóricos, não apenas em relação à forma de representação triangular de uma atividade (ou sistema de atividade), mas, principalmente, no que tange à concepção de objeto que cada um apresenta. Para Leontiev, o objeto da atividade é e único e corresponde ao seu verdadeiro motivo. Enquanto para Engeström, a atividade é coletiva e o objeto, em geral, é compartilhado por todos os sujeitos, e refere-se à matéria-prima ou espaço problema para o qual a atividade é dirigida. Esse elemento é moldado e transformado em resultado, e não se devem descartar as necessidades humanas em sua constituição. Além disso, essa nova ótica permite a análise de atividades polimotivacionais, ou seja, que possuem mais de um motivo (SOUTO, 2013, p. 56-57).

Souto ainda menciona que Engeström apresenta um quinto princípio, que discute a “possibilidade de transformações expansivas em sistemas de atividade”. E continua: “Engeström define enfatizando um caráter muito mais relacional do que determinístico para sua compreensão”. Nestes termos, para Engeström citado por Souto “as transformações expansivas são movimentos contínuos de construção e resolução de tensões em um sistema que envolve objeto, artefatos e os motivos dos participantes envolvidos”.

Como mencionado anteriormente, as formulações de Engeström partiram ou se orientaram a partir dos estudos de Leontiev. Contudo, há uma diferença fundamental entre as

duas perspectivas, não apenas em relação à forma de representação triangular de uma atividade (ou sistema de atividade), mas, principalmente, no que tange à concepção de objeto que cada um apresenta. Na concepção de Leontiev, o objeto da atividade é único e corresponde ao seu verdadeiro motivo. Enquanto para Engeström, a atividade é coletiva e o objeto, em geral, é compartilhado por todos os sujeitos, constituindo-se na matéria-prima ou espaço problema para o qual a atividade é dirigida. O que está sendo dito é que o elemento é moldado e transformado em resultado, em que deve ser considerado como fator relevante as necessidades humanas em sua constituição. Ademais, essa nova ótica permite a análise de atividades polimotivacionais, ou seja, que possuem mais de um motivo.

Destarte, a Teoria do Sistema de Atividade pode ser resumida em cinco princípios, segundo Daniels (2003, p. 123-125).

No primeiro princípio assume-se que a unidade primária de análise é todo um sistema de atividade coletivo, mediado por artefato e orientado a objeto, visto em suas relações de rede com outros sistemas de atividade. É preciso compreender que ações individuais ou grupais voltadas para um objetivo compõem unidades independentes, mas subordinadas ao analisar-se a rede, o sistema de atividade inteiro. O segundo princípio invoca a multivocalidade. As múltiplas vozes em uma comunidade com divisão de trabalhos distintos criam posições/pontos de vista/interesses diferentes, exigindo ações de tradução e negociação entre seus participantes.

A historicidade é o terceiro princípio: longos períodos de tempo mudam e transformam o sistema de atividade inicialmente analisado, que só pode ser compreendido com base em sua própria história, no local da atividade e de seus objetos; e também como história de ideias teóricas e ferramentas que moldaram a atividade. As contradições como fontes de mudança e desenvolvimento compõe o quarto princípio. As tensões e perturbações ocorrem quando um sistema de atividade adota, por exemplo, um novo elemento de fora (uma nova tecnologia, um novo objeto), causando contradições em que algum elemento antigo (por exemplo as regras ou a divisão do trabalho) colide com o novo.

O quinto princípio proclama a possibilidade de transformações expansivas nos sistemas de atividade.

Corroborar na mesma direção Engeström (1999, p. 128)

Uma transformação expansiva é realizada quando o objeto e o motivo da atividade são reconceituados para abraçar um horizonte mais amplo de possibilidades [...] Um ciclo total de transformação expansiva pode ser compreendido como uma jornada coletiva pela zona de desenvolvimento proximal.

Na concepção de Engeström (1999, p. 33) considera-se o ciclo de desenvolvimento de processo com os movimentos de internalização e externalização nos SA. Engeström (1999, p. 34) define o processo de interiorização-exteriorização em todos os diferentes níveis da atividade, atribuindo a “interiorização à reprodução da cultura e a exteriorização à criação de artefatos que podem ser usados para transformar a cultura” (DANIELS, 1999, p. 62).

3.2 Experimento Formativo

Zankov (1984, p. 55), afirma que seu principal objetivo é "alcançar o desenvolvimento geral ideal de cada criança", e isso vai diretamente ao encontro do proposto por Vygotsky, que inclui a ideia de que a aprendizagem conduz o desenvolvimento e deve ser realizada não no nível do desenvolvimento real, mas na zona de desenvolvimento proximal do aluno.

Com base nos conhecimentos sobre a criança obtidos por especialistas da área de psicologia, fisiologia, defectologia, pedagogia, Leonid Vladimirovich Zankov e seus colaboradores comprovaram na prática a proposição de que “o desenvolvimento ocorre como um processo complexo de interação entre os externos (ambiente, educação, formação) e fatores internos (qualidades individuais da criança) que acompanham o aprendizado”. Esta compreensão da relação entre aprendizagem e desenvolvimento corresponde a um tipo de educação especial, que se caracteriza por uma atenção excepcional ao conteúdo e à organização do processo pedagógico, refletindo a experiência sociocultural, a ordem social, por um lado, e igualmente excepcional atenção ao mundo interior da criança: suas características individuais e de idade, necessidades e interesses de seus filhos - por outro lado.

A conceituação de Zankov acerca do desenvolvimento, entende-o como um movimento integral da psique, “quando cada neoplasia surge como resultado da interação do intelecto, vontade, sentimentos, ideias morais da criança”. O paradigma de atividade proposta por Zankov (1984, p. 137) requer o posicionamento do professor e do aluno inerente ao sistema de aprendizagem desenvolvimental: “a assimilação e apropriação da experiência social acumulada pela criança é alcançada no curso de atividade independente ativa em parceria com um adulto e um par”.

Assim, considerando o modelo de educação ao qual se refere, as definições mais importantes que caracterizam o sistema de Zankov (1984, p. 26) são:

[...] o objetivo da educação é o desenvolvimento pessoal; compreender a necessidade de desenvolvimento geral, e não apenas intelectual, de crianças com diferentes oportunidades de aprendizagem; compreender a maneira de atingir a meta por meio da organização de atividades individuais e conjuntas independentes.

O conceito que apresenta maior relevância e se constitui enquanto principal pressuposto para o sistema de desenvolvimento da educação Zankov é o conceito de integridade. Guardadas as especificidades históricas, a integridade para essa concepção é alcançada quando existem

condições adequadas para que as disciplinas sejam desenvolvidas com base em princípios didáticos uniformes e propriedades típicas comuns do sistema metodológico assumido, o que pressupõe a garantia de aquisição de níveis exigidos para que se tenha o adequado domínio do conteúdo educacional. O sistema pedagógico holístico apresentado, supostamente, visa garantir que se alcance resultados especificados por meio de seleção e estruturação especial do conteúdo das disciplinas acadêmicas, o que se revelaria enquanto condições para a implementação de uma abordagem sistema-atividade e individualização da formação.

Como mencionado acima, a posição de Vygotsky é que a aprendizagem deve ser realizada na zona de desenvolvimento proximal, isso porque, aprendizagens realizadas apenas em níveis reais já alcançados pela criança, significa estagnação do desenvolvimento, haja vista que aprendizagens realizadas apenas no nível real já alcançado não proporciona novas aprendizagens desconhecidas pela criança. Por outra parte, não se é possível aprendizagens para além das capacidades proporcionadas pelo amadurecimento biológico.

Ao se apropriar dessa noção, a implementação desta disposição no sistema de Zankov se apresenta da seguinte forma: O conteúdo da disciplina deve selecionado e estruturado com base no princípio didático do protagonismo do conhecimento teórico, criando condições para que os alunos explorem a interdependência dos fenômenos, suas conexões internas essenciais. Ou seja, os conteúdos de conhecimento não devem ser trabalhados de forma isolada ou individualizada, mas antes, os conteúdos, conhecimento e fenômenos devem ser concebidos a partir de um cenário de interdependência, assim como, a partir de elementos que cumprem a função de transversalidade entre os conhecimentos.

A criança supera a dificuldade surgida com a implementação do princípio didático da conscientização do processo de aprendizagem: "Por que não deu certo?", "Que conhecimento falta?" Nestes termos, a atividade educacional e de pesquisa da criança, de forma autônoma, é motivada, durante a qual qualidades pessoais são ativadas, em que a principal realização é a constituição subjetiva em termos qualitativos.

Em circunstâncias específicas, existe diferentes possibilidades de orientação-mediação: de insinuação, indicativa a direta. Iniciativas educativas de ensino-aprendizagem a partir de conexões, em grande medida, proporciona sistematizações em multinível do conhecimento, sua generalização intermediária e final, conferindo ritmo acelerado de aprendizagem: "Enriquecimento contínuo da mente do aluno com conteúdo versátil", escreve Zankov (1984, p. 34).

Assim, o sistema psicológico e pedagógico de Zankov pode servir como um componente tecnológico da educação, que determina as formas e meios de alcançar o nível socialmente desejado (resultado) de desenvolvimento dos alunos: espiritual e moral, crescimento pessoal, a formação de meta-sujeitos e ações objetivas.

Com uma abordagem integrada de estruturação do conteúdo de um novo tema educacional, todos os temas afins já estudados são atualizados, o que possibilita a formulação de tarefas multidimensionais. Em tais tarefas, que combinam diferentes níveis de generalização, material teórico e prático de diferentes seções da disciplina acadêmica, o conhecimento também é apresentado em diferentes níveis: reprodutivo, lógico, problemático, criativo e criativo. Com um campo de oportunidades tão amplo, todas as crianças, inclusive as superdotadas e as que precisam de apoio pedagógico, vão encontrar um nicho de desenvolvimento.

A disponibilidade de conteúdo e conhecimento variado também é entendido nessa perspectiva enquanto motivador de diferentes tipos de pensamento - visual-efetivo, visual-figurativo, verbal-figurativo, verbal-lógico (teórico); diferentes tipos de percepção e processamento da informação - auditiva, visual e cinestésica e, em geral, são dotados de potencial criativo dos pré-requisitos para a individualização da aprendizagem e a força da assimilação do conhecimento. Um mesmo objeto (fenômeno) é visto de tantos lados quanto possível, o conhecimento sobre ele é naturalmente fixado na mente da criança devido à sua inclusão em um número crescente de inter-relações tanto com outros materiais educacionais quanto com a experiência pessoal do aluno. O conhecimento torna-se valioso, adquire significado pessoal e significado prático. Isso dá a cada aluno a oportunidade de mostrar seus pontos fortes e desenvolver os sub-formados. Além destes pressupostos, os caminhos de aquisição de conhecimento são variáveis, em que os métodos se reconfiguram a partir objetividade-subjetividade de cada criança, em articulação com as circunstâncias e situações de aprendizagem: no nível reprodutivo, problemático, criativo; individualmente, em pares, em grupo, com turma, com professor; por escrito ou oralmente; por meio de uma palavra, uma imagem, um diagrama, etc.

O conhecimento interpretado, a busca de uma forma de resolver o problema educacional dá origem a uma experiência emocional, que também preenche o processo de cognição com significados pessoais, abre oportunidades para a formação da esfera emocional e volitiva, das ideias morais e do nível de aspirações.

Zankov (1984, p. 46) busca mostrar que “o papel das influencias externas se limitam ao ponto que estas podem acelerar ou frear o ritmo interior” para que somente neste ponto possa

ser desenvolvido a aprendizagem para a criança. Zankov (1984, p. 39) então se põe a analisar uma questão central na teoria de Vygotsky, “os ciclos de desenvolvimento precedem sempre a ciclos de aprendizagem, [...]. a aprendizagem segue ao desenvolvimento, sem que o mude essencialmente”.

Na mesma direção, Zankov direciona a sua análise para o conceito de atividade principal proposto por Leontiev (1979, p. 46):

A atividade principal é aquela cuja forma aparece e no interior da qual se formam ou se reestruturam os processos psíquicos parciais da qual dependem as mudanças psicológicas fundamentais da personalidade da criança que se observam no período de desenvolvimento.

Isto posto, a medida que se foi desenvolvendo a ciência psicológica, a pedagogia obteve uma possibilidade cada vez maior de apoiar-se em seus dados. Infere-se, portanto, que os estudos de Zankov teve por objetivo central mostrar a correspondência entre aprendizagem e desenvolvimento.

Para a escrita desta tese, as ideias de Zankov servem de base para o que ele propõe com Experimento Didático Formativo (EDF), que segundo ele “na aprendizagem experimental desempenha um papel ativo a correlação entre o todo e as partes”. Para Zankov (1984, p. 90), as ideias multifacetadas, serão direcionadas nas partes e estas por sua vez, comporão a noção de todo. Para o método de investigação do problema na aprendizagem e o desenvolvimento “tem uma importância determinante no princípio da investigação multifacetada que se desprende da doutrina didática sobre a relação global dos fenômenos”. Pois o método de investigação deve abarcar o estudo de todas as facetas do sistema de aprendizagem sobre o qual atua o processo de desenvolvimento de todos os estudantes.

A aplicação do experimento, ou a prática empírica sobre o concreto, na investigação científica, no caso do tema aqui abordado, proporciona estudar as relações de determinadas facetas do processo, com a intencionalidade de encontrar possíveis causas que condicionam a o fenômeno estudado. Desde modo, afirma Zankov (1984, p. 63) “o experimento permite evidenciar as leis da esfera da realidade, que por sua vez, é o objeto do estudo”. E segue ainda evidenciando que “o experimento pedagógico passa por etapas de acordo com o problema em que se estuda e que, com frequência, demandam um período considerável”.

3.3 Ambientes Virtuais de Aprendizagem

As novas tecnologias da informação têm sido utilizadas como ferramentas importantes nos projetos de educação a distância, e nestes períodos com pandemia tornaram-se extremamente importantes para o prosseguimento das atividades docentes, nomeadas neste momento como atividades remotas. Uma categoria das novas tecnologias emergentes é a de tecnologias de colaboração mediada por computador. O principal desafio nesse processo é o conhecimento necessário para utilizar diferentes ferramentas que permitam efetivo aprendizado de conteúdos matemáticos.

Neste tópico será apresentado propostas para atividades baseadas em resolução de problemas em que os alunos podem participar tanto estando reunidos presencialmente como distribuídos remotamente, e tanto de modo síncrono, como assíncrono.

3.3.1 Ambientes Virtuais de Aprendizagem de Matemática

Ambientes virtuais de aprendizagem (também chamado sistema de gerenciamento de cursos, ou sistema de gerenciamento de aprendizagem) quaisquer ambientes virtuais que permitam a criação e gerenciamento de sítios de aprendizagem disponíveis na internet, com acesso aberto ou restrito (isto é, mediante apresentação de senha), em que são oferecidas atividades didáticas mediadas por tecnologia computacional. Atualmente, o Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment) é o ambiente virtual de aprendizagem mais utilizada no Brasil e no mundo.

Um bom ambiente virtual de aprendizagem, além de viabilizar a comunicação entre todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem virtual, deve permitir o armazenamento de conteúdos e atividades didáticas, a realização de fóruns de discussão, a entrega de trabalhos e tarefas diversas, a avaliação de atividades com registro e divulgação de notas, e a publicação de mensagens e de notícias. Os ambientes virtuais de aprendizagem geralmente possuem uma estrutura básica de usuários que inclui os perfis de administrador, de professor e de aluno:

O administrador é o responsável pela instalação, configuração e gerenciamento da plataforma. Ele pode criar ambientes, cadastrar e excluir usuários, criar novos perfis de usuários e designar funções, além de várias outras atividades de suporte. O professor é o responsável por um ambiente específico da plataforma. Nesse ambiente, ele gerencia parâmetros como inserção de alunos, escolha de

formatos e aparências, composição das atividades, acompanhamento e rastreamento de usuários através de relatórios gráficos e estatísticos, publicação de notas e configuração dos critérios de avaliação. O aluno participa de um ambiente da plataforma, acessando as atividades programadas, realizando as tarefas propostas, enviando arquivos e interagindo com o professor e demais alunos via fóruns e chats do ambiente. (GIRALDO, CAETANO E MATTOS, 2013, p. 313)

Dentre os diversos recursos de um ambiente virtual de aprendizagem, destacaremos os fóruns, as lições, as tarefas e os questionários. Essas atividades podem ser elaboradas pelo professor para realização nas modalidades síncrona ou assíncrona. Por exemplo, possível restringir a realização de uma atividade durante uma hora de um determinado dia, obrigando todos os alunos a realizarem a atividade simultaneamente. Também possível liberar a realização de uma atividade durante uma semana de um determinado mês, permitindo a cada aluno fazer e refazer a atividade a seu tempo, enquanto ela estiver disponível.

O fórum de discussões possivelmente o recurso mais importante para a interação entre todos os personagens envolvidos em um ambiente virtual de aprendizagem. As discussões em um fórum virtual sempre começam a partir de um convite ou provocação inicial do professor, instigando os alunos a publicarem novos tópicos de discussão ou a responderem aos tópicos já publicados. O sucesso do fórum depende muito dessa provocação inicial: é preciso riscar o fósforo para que o fogo se alastre. As discussões podem ser tanto síncronas quanto assíncronas, de qualquer lugar onde haja um computador conectado à internet.

Todas as postagens ficam registradas em ordem cronológica no histórico do fórum, e acessíveis a todos os usuários do ambiente a qualquer tempo. Algumas pesquisas mostram que alunos com maiores dificuldades de expressão em público, tendem a se comunicar muito melhor em fóruns virtuais. (GIRALDO, CAETANO E MATTOS, 2013, p. 321)

Por exemplo, o professor pode criar um fórum desafio, propondo um desafio matemático como provocação e convidando seus alunos a postarem ideias ou sugestões que encaminhem a resolução. Um outro tipo de fórum muito interessante é fórum de dúvidas. Nele o professor pode convidar seus alunos a postarem livremente dúvidas sobre alguma questão específica ou algum conteúdo em novos tópicos de discussão, permitindo que todos respondam aos tópicos postados. As dúvidas são socializadas desta forma e qualquer aluno pode responder a dúvida de um colega, cabendo ao professor monitorar as respostas e intervir quando necessário. Assim, as contribuições múltiplas do grupo em um fórum de discussões podem ajudar cada aluno a desenvolver suas reflexões, relacionando-as com as dos demais colegas.

A lição virtual é um tipo de recurso de estudo dirigido em que o aluno passa por uma sequência encadeada de páginas com conteúdo específicos, devendo ao final de cada página realizar certa ação programada pelo professor para passar para a página seguinte. Este tipo de estudo se caracteriza como dirigido porque o resultado da ação do aluno em cada página determina a página seguinte. Por exemplo, se a ação solicitada é escolher uma dentre quatro alternativas, então possível direcionar o aluno para quatro páginas diferentes ou para a própria página em questão, dependendo da escolha realizada. Por outro lado, se a ação solicitada é digitar um número, então possível direcionar o aluno para a próxima página somente se o número digitado for coerente com o estipulado na configuração da página em questão pelo professor.

A ação para se passar de uma página para outra em uma lição é definida e configurada pelo professor. Essa ação pode ser simplesmente clicar em um botão do tipo continuar, ou responder a questões de diversos tipos: múltipla-escolha, numéricas, calculadas via uma fórmula, associativas, verdadeiro ou falso, dissertativas. O resultado da ação do aluno comparado com um gabarito também definido e configurado anteriormente pelo professor. (GIRALDO, CAETANO E MATTOS, 2013, p. 332)

Esse resultado pode determinar uma nota obtida pelo aluno em cada página, bem como para que página ele será direcionado a seguir. O aluno poderá inclusive ser redirecionado para a mesma página, caso o resultado seja considerado insatisfatório. Neste caso, o professor deve definir na configuração da lição quantas vezes o aluno pode repetir a ação em uma mesma página, bem como um desconto na nota pela repetição da ação.

Uma lição virtual fica disponível para os alunos no ambiente dentro de um período definido pelo professor. Além disso, sua liberação para um determinado aluno pode depender também de seu resultado em uma lição anterior. Por exemplo, possível restringir uma lição para um aluno que não tenha alcançado determinada nota, com um certo tempo de dedicação em uma lição anterior.

Uma tarefa virtual é um recurso em que os alunos geralmente produzem arquivos digitais, que podem ser dos mais diversos tipos e mídias, sobre temas e conteúdo definidos pelo professor, a serem postado no ambiente virtual dentro de um prazo estipulado. É possível permitir o atraso na postagem, com ou sem descontos na nota da tarefa, ou permitir o atraso na postagem. A data e a hora das postagens ficam registradas no ambiente e o professor publica a nota com ou sem comentários sobre a tarefa enviada.

A forma mais simples de tarefa virtual consiste em propor uma questão e pedir que os alunos enviem suas soluções digitadas em arquivos, ou mesmo escritas de próprio punho e

escaneadas ou fotografadas, dentro do prazo estipulado. Também possível propor tarefas virtuais em grupo, e solicitar aos alunos que enviem vídeos rápidos gravados em uma câmera digital ou celular, explicando a participação de cada um no trabalho. Outro tipo interessante de tarefa virtual é proposição de um desafio matemático, premiando o aluno que postar primeiro a resposta correta de acordo com as datas e horas das postagens.

Um questionário virtual um tipo de recurso em que os alunos respondem a uma lista de exercícios escolhidos convenientemente de um banco de questões previamente construído pelo professor no Ambiente. Como nas lições virtuais, as questões que compõem esse banco podem ser de vários tipos: múltipla-escolha, numéricas (com margem de erro), calculadas via uma fórmula, associativas, verdadeiro ou falso, dissertativas.

O professor insere suas questões no ambiente, bem como as configurações de gabarito para a correção automática (excluindo-se, claro, o caso de questões dissertativas). As questões são arquivadas por categorias e podem ser disponibilizadas de forma colaborativa, para serem usadas por qualquer professor em qualquer ambiente da plataforma. (GIRALDO, CAETANO E MATTOS, 2013, p. 330)

A partir do banco de questões, a configuração de um questionário virtual compreende, dentre outras coisas: a escolha das questões; o período de disponibilidade; a forma de apresentação de comentários e feedbacks; o sistema de avaliação com o peso de cada questão e a possibilidade de novas tentativas; com ou sem aplicação de descontos nas notas. Cada questão pode ser escolhida de forma específica ou de forma aleatória, dentro de uma categoria do banco de questões. Também possível estabelecer um número máximo de tentativas de resolução do questionário, bem como um limite de tempo para cada tentativa. Ao concluir uma tentativa de resolução de uma questão, o aluno recebe automaticamente a nota alcançada. A nota final do questionário pode ser configurada para ser a maior, a menor ou a média das notas de todas as tentativas efetuadas pelo aluno dentro do prazo estipulado.

3.3.2 A Plataforma Moodle

O Moodle é atualmente o ambiente virtual de aprendizagem mais utilizado no Brasil e no mundo. Seu projeto é concebido para apoiar uma filosofia construcionista social de educação, e possibilita a criação de cursos, disciplinas, grupos de trabalho e comunidades virtuais de aprendizagem. O Moodle apresenta estrutura dinâmica, modular e orientada a objetos, e é de desenvolvimento aberto e contínuo, em uma comunidade mundial

(www.moodle.org) que congrega mais de 32 milhões de usuários, em cerca de 205 países, falando mais de 80 idiomas.

Na linguagem do Moodle, cada um dos sítios específicos de aprendizagem, chamado um curso virtual. Nesta seção, faremos uma descrição geral dos procedimentos básicos para usar o ambiente Moodle no ensino: cadastrar usuários, criar e gerenciar cursos virtuais e implementar as atividades virtuais descritas na seção anterior. Esses procedimentos serão descritos com base no site de demonstração do Moodle, disponível na página sobre o Moodle do portal de sua comunidade mundial, ou no endereço eletrônico demo.moodle.net. Entretanto, é importante observar que todas as ações que podem ser feitas no site de demonstração do Moodle reproduzem aquelas que podem ser feitas em uma instalação local. Isto é, o site de demonstração pode ser encarado como um treinamento para criação e gerenciamento de cursos virtuais e atividades em uma instalação em uma instalação local.

A exploração do site de demonstração do Moodle pode ser feita com os perfis de administrador, professor ou aluno. Cada um desses perfis possui privilégios específicos na plataforma. Por exemplo, as permissões no ambiente são mínimas para o aluno e máximas para o administrador. (GIRALDO, CAETANO E MATTOS, 2013, p. 340)

O perfil de professor permite ativar e desativar a edição do curso, acionando o botão que aparece no canto superior direito da página do curso. Com a edição ativada, o professor pode escolher uma série de recursos ou atividades para serem inseridos na programação do curso ou em um de seus tópicos específicos. Além disso, a edição do curso habilita uma lista de ícones ao lado de cada recurso ou atividade, que permitem movimentar, editar, duplicar, excluir, ocultar/exibir para os alunos, definir grupos ou designar funções específicas para o recurso ou para a atividade em questão.

3.4 GeoGebra

GeoGebra é um software disponibilizado de forma gratuita, criado por Markus Hohenwarter durante seu mestrado em Educação Matemática na Universidade de Salzburg, o projeto teve seu início no ano de 2001 e foi idealizado com o intuito de ser uma ferramenta educacional que auxilia, de forma dinâmica, no ensino da Matemática através de recursos que envolvem o uso de cálculo, geometria, tabelas, álgebra, estatística, dentre outras. (GEOGEBRA, 2013, p. 126).

Foi desenvolvido para auxiliar tanto o aluno quanto o professor, nas aulas de Matemática da educação básica, com aplicações, também, no nível superior (OLIVEIRA et al., 2010, p. 85).

Silva (2017, p. 20) discorrendo sobre o Geogebra afirma que:

O software GeoGebra oferece muitas possibilidades no ensino da matemática e em especial da geometria pois cria um ambiente rico em imagens, movimentos e animações, proporcionando ao educando um ensino dinâmico onde ele pode construir, visualizar e experimentar, fornecendo assim condições para formar conceitos e compreender propriedades que muitas vezes pelo método tradicional de ensino ficam distantes da compreensão do aluno.

Conforme Baldini e Cirino (2012, p. 45), “o GeoGebra possui uma interface de fácil acesso que não requer conhecimentos prévios de informática”, o software é pensado para ser bem objetivo e sua utilização é bem intuitiva pois os seus comandos são de fácil usabilidade, fazendo com que as atividades propostas sejam sempre úteis ao usuário. Qualquer que seja a área da matemática a ser estudada, geometria, recursos de álgebra, cálculo, estatística, gráficos e tabelas, probabilidade, estão disponíveis no mesmo ambiente e apresenta representações distintas do mesmo assunto matemático, e esta é a característica de maior destaque de aplicação do geogebra.

Fazer com que um mesmo objeto matemático interaja com diferentes representações faz do GeoGebra um recurso único, essencial para discorrer sobre assuntos que com lápis e papel seria impossível de ser realizado. Pode ser usado com LaTeX, Word ou no Open Office, foi programado em JAVA e tem uma versão em língua portuguesa. É considerado uma multiplataforma e, em com isso, pode ser instalado em computadores com Linux ,Windows, ou Mac OS (SILVA, 2014, p. 73).

Tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. O GeoGebra possui aspectos didáticos e é uma excelente ferramenta para criar condições profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Escrito em JAVA e disponível em português.

Segundo Nascimento (2012, p. 5):

o programa é constituído de ferramentas que são indispensáveis para sua utilização conforme demonstrado abaixo: Menu: através do menu do programa, podem ser encontradas funções como Arquivo, que disponibiliza carregamento de um projeto criado, salvamento das construções, compartilhamento das construções criadas para o site do programa e visualização do trabalho. Editar: permite refazer ou desfazer uma ação realizada com o programa, além de copiar, colar e inserir imagem. Exibir: tem a função de exibição de janelas e planilhas de construção. Exibe todas as ações utilizadas na realização da construção. Opções: permite realizar modificações necessárias durante a utilização do programa. Ferramentas: permite configurar a barra de ferramenta e acrescentar novas ferramentas ao programa. Janela: permite abrir uma nova janela de trabalho no programa – também pode ser adicionada com a função Ctrl + número Ajuda: oferece ajuda e suporte ao usuário do programa.

Ao abordar diversos temas em engenharias e ciências exatas em geral as aplicações se tornam bem amplas, um dos assuntos que é possível verificar que o uso do GeoGebra enriquece muito as explicações é a aprendizagem de funções elementares, e no caso desta tese, com foco no ensino de funções quadrática. Valente (2016, p. 154) discorre que em razão da complexidade apontada maioria dos estudantes, é necessário buscar estratégias que viabilizem sua compreensão de assuntos matemáticos e aponta o uso do GeoGebra como um facilitador nesse processo.

Qualquer que seja a tecnologia que esteja sendo usada para alcançar aprendizagem, faz diferença ao ambiente escolar e no caso específico dos softwares, sua introdução para realização de atividades práticas tem o objetivo de potencializar a aprendizagem dos alunos (STEINMACHER, et al., 2016, p. 147). Ao usar o GeoGebra, ou outros softwares, de maneira assertiva, isso irá certamente proporcionar ao aluno conhecimentos que extrapolam um conteúdo específico a ser trabalhado usando apenas lápis e papel.

Conforme Zulatto (2002, p. 49) as atividades propostas no GeoGebra permitem que o aluno analise os resultados obtidos através de outra óptica, ele irá realizar inicialmente demonstração visual e com isso poderá questionar o processo inverso e assim concluindo se o resultado por ele alcançado é verdadeiro. A questão da presença de diversos recursos e áreas distintas da matemática presentes no Geogebra é o principal trunfo do software, ensinar as funções elementares e poder ao mesmo tempo criar gráficos, tabelas, recursos geométricos, algébricos e de cálculo eleva a experiência de aprender a outro patamar possível.

O GeoGebra permite que seus usuários estudem os processos que compõem os conceitos matemáticos por meio de experimentos proporcionados pelo contato direto com a ferramenta. No processo, suas propriedades podem ser compreendidas e expandidas a fim de mantê-las durante a operação. Dessa forma, além de proporcionar pesquisas teóricas de forma prática por meio de demonstrações, o software proporciona aos alunos interatividade com a ferramenta de forma investigativa.

Segundo Brandt e Montorfano (2007), o uso do software GeoGebra pode ser mais importante para o aluno, por exemplo, ele constrói uma linha no plano cartesiano, marca dois pontos quaisquer e usa o comando de reflexão para apontar de um para o outro. Neste ponto, o aluno vê outro ponto aparecer na linha oposta ao ponto marcado anteriormente. Pode-se determinar que as distâncias entre os pontos são as mesmas. Na lousa, o professor pode no

máximo desenhar um ponto oposto ao primeiro, equidistante do segundo, esperando que os alunos entendam e acreditem nisso.

Segundo Farias (2014), o GeoGebra é um software que combina álgebra, geometria, diferenciação e integração. O autor acredita que este programa se diferencia por possuir um sistema de geometria dinâmica que permite ao usuário realizar a construção e inserir equações e coordenadas, que podem ser diretamente interligadas e modificadas se necessário. Pode-se perceber que o software apresentado traz uma contribuição significativa para a melhoria da prática docente, pois permite que as atividades propostas sejam realizadas com a agilidade necessária e facilita o processo de planejamento de um curso cujo conteúdo foca na função de ensino de funções quadráticas.

3.5 Funções Quadráticas

O trabalho com funções quadráticas e com a análise de problemas utilizando técnicas associadas a essas funções é parte de um conjunto de habilidades necessárias para permitir aos estudantes modelar situações em diversos contextos, como os das Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática Financeira. No entanto, quando comparadas às funções afins, as funções quadráticas apresentam maior complexidade no comportamento dos gráficos e em outras características. Por isso, o estudo das funções quadráticas necessita passar por outras construções teóricas de maior complexidade, como a identificação de pontos de máximo e mínimo e de intervalos nos quais a função é crescente ou decrescente.

Ao mesmo tempo, essa maior complexidade amplia os contextos que os estudantes podem modelar com os próprios conhecimentos matemáticos. Portanto, o estudo das funções quadráticas se justifica nesse aumento de repertório, favorecendo que o estudante tenha mais recursos para analisar a realidade ao seu redor e tomar decisões conscientes.

É necessário ter em mente que a matemática sempre permeou a história do homem, sempre se fez presente, mesmo que de maneira tão intuitiva que em nada se parecia com a atual apresentação que conhecemos. O desenvolvimento de seus conceitos surgia a necessidade em que o ser humano precisava dela. Dito isso é possível afirmar que a matemática é uma construção humana e desenvolvida durante o percurso do homem pela história, não sendo um conhecimento que está finalizado, pois a medida que o homem caminha pela história novos conhecimentos matemáticos são necessários para resolver novos problemas. Para cada momento da história uma abordagem matemática se fazia necessária para a compreensão dos

fenômenos que precisavam de explicações e respostas. Segundo Bosquilha, Corrêa e Viveiro, (2003, p. 106), nesse processo de evolução surgiu o interesse pelas equações de segundo grau provavelmente cerca de 2000 a.C.

Boyer (2003, p. 124) afirma que inicialmente as soluções das equações do segundo grau eram tratadas apenas como problemas da soma e do produto, "a solução de uma equação quadrática com três termos (...) tinha sido tratada eficientemente pelos babilônios em alguns dos mais antigos textos e problemas, que remontam ao segundo milênio a.C" (BOYER, 2003, p.124). Boyer (2003, p. 126) explica que até pouco tempo não era possível esolver uma equação de segundo grau na sua forma completa, ou seja, na forma, $x^2 + px + q = 0$, $p, q > 0$, pois isso poderia implicar na existência de raízes negativas, o que até aquele momento era algo inimaginável. Na obra de Boyer, observa-se a utilização das letras p e q, contudo neste trabalho sempre que se for falar de coeficientes para uma equação, ou função quadrática serão utilizadas as letras *a*, *b* e *c* para os coeficientes.

Os indianos usavam a técnica de completar quadrados para resolver as equações de segundo grau. No século IX o matemático árabe AlKhowarizmi apresenta essa forma de resolução, em que as raízes negativas eram eliminadas por não serem consideradas adequadas, entretanto já se aceitava a existência de raízes irracionais (MELO e SILVA, 2011, p. 46).

O método fan-fan foi introduzido por Zhu Shijie, no século XIII na China, para a resolução das equações de segundo grau. Esse método foi redescoberto no século XIX, pelos ingleses William George Horner e Theophilus Holdred e o italiano Paolo Ruffini. O método fan-fan foi renomeado na Europa como método de Horner, mas já havia sido antecipado por Isaac Newton em 1669 (MELO e SILVA, 2011, p. 79).

Cabe ressaltar que foi o matemático hindu Bhaskara (1114 - 1185 d.C.) que relacionando apenas aos coeficientes da equação do 2º grau encontrou a resolução da, não recorrendo a figuras geométricas ou reduções de termos. A apresentação da formula de Bhaskara como é conhecida nos dias atuais, só foi nos apresentada quando o matemático François Viète começou a usar letras simbolizando coeficientes e incógnitas, (MELO e SILVA, 2011, p. 48).

A formação de um conceito por um indivíduo não é um processo pontual ou imediato. Já a definição de um conceito é uma maneira de usar palavras para especificar o conceito em questão. Pode ser aprendido por um aluno somente por memorização mecânica ou de maneira significativa, relacionando-se em maior ou menor grau com o conceito como um todo.

Ao conceituar função, temos também uma proposta de conceituação, baseada no trabalho de Mortimer (1994, p. 84) e elaborada por Machado (1998, p. 73). Esse autor, em sua

dissertação de mestrado, fez um estudo sobre evolução histórica do conceito de função, uma análise de um livro didático usado no ensino de Matemática e uma aplicação de testes sobre funções a alunos do ensino médio. A partir dos dados coletados, elaborou as seguintes zonas de perfil conceitual de função:

- 1) Relação de ordem: a ideia de ordenar, que está na origem da contagem e da correspondência biunívoca, é um conceito primitivo, encontrado desde a pré-história, estando limitada a conjuntos discretos;
- 2) Instinto de funcionalidade: esta zona está relacionada ao conceito de proporcionalidade e à ideia de relação entre grandezas;
- 3) Variação funcional: relaciona-se ao estudo da variação, com descrição do comportamento de uma variável, mas se limita a funções “bem comportadas”, cujo gráfico é representado por uma curva suave, sem saltos nem interrupções, ou seja, a funções contínuas;
- 4) Lei algébrica: essa zona caracteriza-se pela algebrização do conceito de função, pela necessidade de encontrar uma lei para representá-la;
- 5) Conceito formal: nesse caso, a zona perfil conceitual reporta-se à definição formal de função, conforme foi estabelecida, por exemplo, por Bourbaki, em 1939.

Mas o que hoje se aceita como função foi, efetivamente, criado por Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), que desenvolveram, independentemente, o cálculo diferencial e integral. Foi Leibniz que usou, pela primeira vez, o termo “função”, em 1673, para designar em termos gerais “a dependência de quantidades geométricas tais como subtangentes e subnormais no desenho de uma curva” (PONTE, 1992, p. 2), introduzindo, também, os termos “constante”, “variável” e “parâmetro”.

O grupo Bourbaki, em 1939, estabeleceu a definição que hoje é aceita pela comunidade matemática:

Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita relação funcional em y se, qualquer que seja x e E , existe um elemento y de F e um só, que esteja na relação considerada com x . Dá-se o nome de função à operação que associa, assim, a todo elemento x e E o elemento y e F que se encontra na relação dada com x ; diz-se que y é o valor da função para o elemento x e que a função é determinada pela relação funcional considerada (BOURBAKI, 1970, E.R.5,§2, grifos do original).

Ponte (1992, p. 54) considera que o conceito de função é um dos mais importantes em toda a Matemática e as funções são excelentes ferramentas para o estudo de problemas de

variações e para aplicações da Matemática que pressupõem a noção de modelo, constituído por variáveis, relações entre elas e suas respectivas taxas de variação.

3.5.1 Definição Formal de Função Quadrática

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é chamada de função quadrática, ou polinomial de segundo grau, quando existem três números reais a, b, c com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Pode-se então definir: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f: x \mapsto ax^2 + bx + c$

Lembre-se de que podemos facilitar a escrita de $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ escrevendo que a função F é dada pela lei $f(x) = ax^2 + bx + c$. Mas sempre atentos para não confundir a função $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ com o número real $f(x)$ que é o valor assumido pela função no ponto x . Os números reais a, b e c são chamados de coeficientes da função.

Começemos observando que os coeficientes a, b e c da função quadrática f ficam inteiramente determinados pelos valores que essa função assume. Noutras palavras, se $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ para todo $x \in \mathbb{R}$, então $a = a'$, $b = b'$ e $c = c'$. Com efeito, seja $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Tomando $x = 0$, obtemos $c = c'$. Daí tem-se $ax^2 + bx = a'x^2 + b'x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Em particular, esta igualdade vale para todo $x \neq 0$. Neste caso, cancelando x , obtemos $ax + b = a'x + b'$ para todo $x \neq 0$. Fazendo primeiro $x = 1$ e depois $x = -1$, vem $a + b = a' + b'$ e $-a + b = -a' + b'$, donde concluímos $a = a'$ e $b = b'$.

A função quadrática é definida por uma lei envolvendo um trinômio de segundo grau. Por isso, também é conhecida como função polinomial de segundo grau. Em alguns problemas é importante o cálculo do valor da função quadrática num ponto; assim como, dada a imagem da função quadrática, calcular os elementos do domínio correspondentes. Isto é: dado $x_0 \in \mathbb{R}$, calcular $f(x_0)$ ou dada a equação $y_0 = f(x_0)$, calcular x_0 .

Surge da resolução da equação do segundo grau o interesse e a necessidade de se estudar funções quadráticas. Diversos problemas encontrados em vários achados históricos estão relacionados a resolução da equação do segundo grau. A questão de achar dois números, dados sua soma s e seu produto p são encontrados em textos cuneiformes, escritos pelos babilônios há quase quatro mil anos. Em termos geométricos, este problema pede que se determinem os lados de um retângulo conhecendo o semi-perímetro s e a área p . Os números procurados são

as raízes da equação do segundo grau $x^2 - sx + p = 0$. Com efeito, se um dos números é x , o outro é $s - x$ e seu produto é $p = x(s - x) = sx - x^2$, logo $x^2 - sx + p = 0$.

Neste trabalho optou-se por usar a forma canônica da função quadrática, usando de uma generalização pode-se concluir que, sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, podemos colocar esse coeficiente a em evidência, o que seria equivalente a:

$$f(x) = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = a \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \frac{c}{a} \right)$$

Assim basta usar a técnica de completar quadrados:

$$\begin{aligned} f(x) &= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) \\ &\Leftrightarrow f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \\ &\Rightarrow f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} \end{aligned}$$

Com isso pode-se, convenientemente, chamar $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$, chegando assim à relação $f(x) = a(x - m)^2 + k$, chamada de forma canônica de $f(x)$.

A função quadrática quando apresentada na sua forma canônica parece ao aluno, de maneira inicial, algo inútil e muito complicada. Contudo, se faz importante relatar que nessa forma, a canônica, a possibilidade de ser introduzido os conceitos de máximos (no caso de $a < 0$) e mínimos (no caso de $a > 0$) da função quadrática se torna algo que intuitivo. De fato, supondo, sem perda de generalidade, $a > 0$, como o termo entre parênteses está elevado ao quadrado, ele será mínimo quando o binômio for igual a zero, ou seja:

$$x - m = 0 \Leftrightarrow x = m = -\frac{b}{2a}.$$

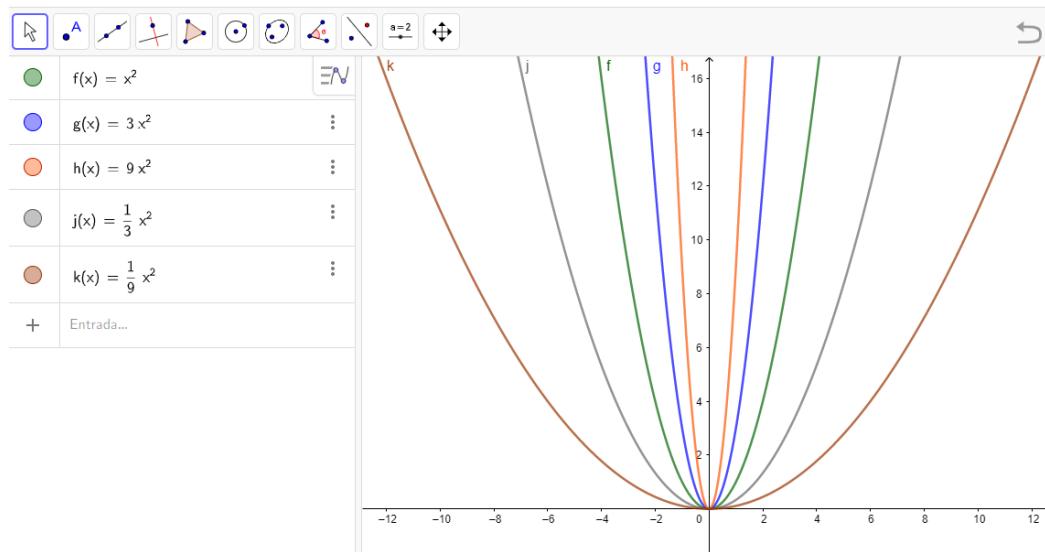
Consequentemente, o valor mínimo da função, que aparece explicitado na expressão canônica de $f(x)$, é $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$. Com isso, é possível generalizar e concluir que o valor máximo, ou mínimo, da função quadrática $f(x)$ é o maior, ou menor, valor possível que pode assumir $f(x)$ quando x percorrer o conjunto dos reais.

A forma canônica de $f(x)$ aponta mais um fato nada intuitivo: todas as parábolas são semelhantes. De fato, como todas têm a mesma forma, a partir da mais simples dela, $f(x) = x^2$, é possível fazer três considerações, na primeira, sendo $m \in \mathbb{R}^*$, o gráfico de $f(x)$ translada-se para a direita, caso $m > 0$ ou para a esquerda, caso contrário; segunda, sendo $k \in \mathbb{R}^*$, o gráfico de $f(x)$ translada-se para cima, caso $k > 0$ ou para baixo, caso contrário; na

terceira consideração, o coeficiente a traz a ideia de zoom: quanto maior o valor de a mais "afastado" parecemos ver a parábola, ou mais "próximo" caso contrário. Ainda, se $a < 0$, isso apenas nos diz que a parábola rotacionou em torno do eixo x .

É possível ainda verificar que, quanto maior o valor do coeficiente a de uma função quadrática, menor será a abertura da parábola obtida dela. Como pode ser visto abaixo.

Fig. 2: Gráfico de várias funções quadráticas juntas



Fonte: elaborado pelo autor

Através da forma canônica da função quadrática é possível calcular suas raízes a partir somente dos valores de seus coeficientes a , b e c . De fato, igualando $f(x)$ a zero, tem-se:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = 0$$

Isolando o x , é possível ver que:

$$a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \therefore x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

O que finalmente leva a;

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

que é a tão conhecida fórmula geral, ou fórmula de Bhaskara, para a resolução de equações do segundo grau.

O termo dentro do radicando recebe uma denominação especial. Representado pela letra grega Δ , tal termo chama-se discriminante: $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac}$. Este nome naturalmente não é

dado à toa. Dependendo da natureza do discriminante, é possível concluir se uma equação de segundo grau possui ou não raízes reais. E, possuindo, é possível saber se são duas raízes distintas ou não. De fato, há três casos possíveis:

- $\Delta < 0$: Neste caso a equação não irá possuir raízes reais, logo $\nexists x \mid f(x) = 0$
- $\Delta = 0$: Neste caso, o discriminante se anula, a equação possui apenas um raiz real (ou duas raízes iguais), que são:

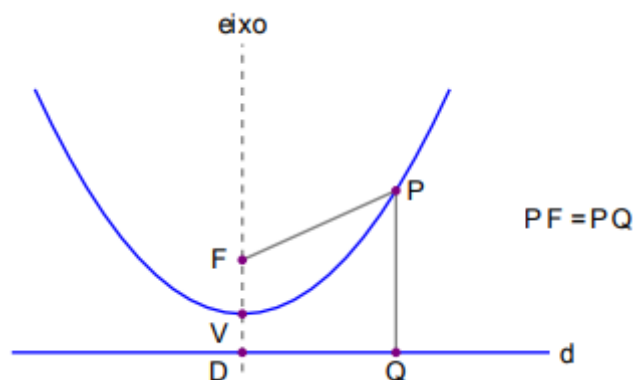
$$\Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

- $\Delta > 0$: Por fim, tem-se o caso em que, sendo Δ positivo tem-se duas raízes reais distintas:

$$\Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \therefore x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

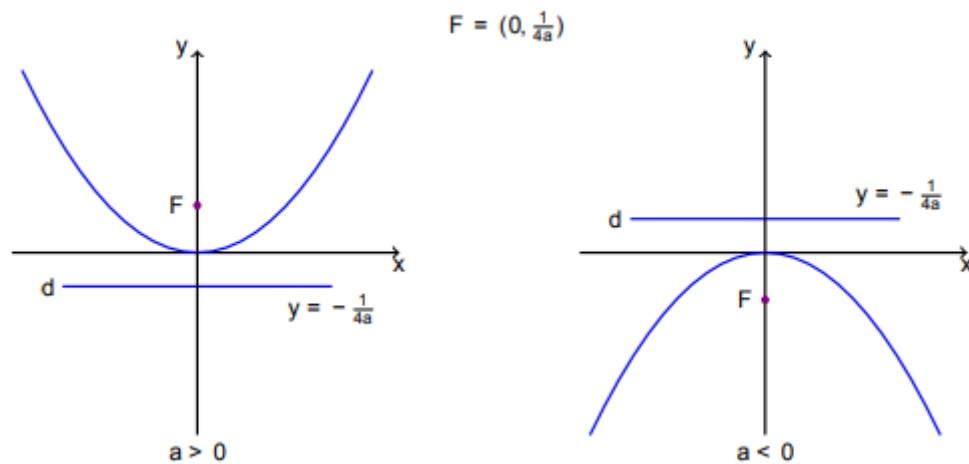
O gráfico de uma função quadrática é uma parábola. Dados um ponto F e uma reta d que não o contém, a parábola de foco F e diretriz d é o conjunto dos pontos do plano que equidistam de F e de d . A reta perpendicular à diretriz, baixada a partir do foco, chama-se o eixo da parábola. O ponto da parábola mais próximo da diretriz chama-se o vértice dessa parábola. Ele é o ponto médio do segmento cujas extremidades são o foco e a interseção do eixo com a diretriz. Convém lembrar que a distância de um ponto a uma reta é o comprimento do segmento perpendicular baixado do ponto sobre a reta.

Fig. 3: Párabola



Fonte: elaborado pelo autor

Conforme seja $a > 0$ ou $a < 0$, a parábola $y = ax^2$ tem sua concavidade voltada para cima ou para baixo.

Fig. 4 : Parábolas $a > 0$ e $a < 0$ 

Fonte: elaborado pelo autor

Cabe aqui deixar o registro que o GeoGebra permitiria estudar uma série de outros elementos da função quadrática, que por opção metodológica deste autor, não serão abordados neste texto. Suas aplicações para estudos do vértice, de máximos e mínimos, problemas de maximização e minimização, análise de curvas de oferta, demanda e procura entre outras coisas são infinitas e certamente não se esgotam e por isso foi feito este recorte, optando por demonstrar apenas os elementos que serão usados diretamente no estudo desta tese.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Pesquisar configura-se como buscar contribuições e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada. Configura-se, também, como buscar explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita. Essas configurações delineiam seus contornos conforme perspectivas assumidas pelo pesquisador (BICUDO, 1993, p. 18).

Toda pesquisa deve surgir das inquietações constantes na prática do pesquisador, considerando sempre a realidade em que o mesmo está inserido, como seu contexto social, histórico e político. Para que isso forme o corpo de uma pesquisa robusta, o pesquisador deve definir qual o será paradigma de pesquisa. Esta pesquisa se propõe a ser do tipo Qualitativa.

Segundo Denzin e Lincoln (2006, p. 15) “a pesquisa qualitativa é, em si mesma, um campo de investigação. Ela atravessa disciplinas, campos e temas”, e por isso esse é o enfoque que a produção proposta por este projeto deseja alcançar. A pesquisa qualitativa hoje envolve maior atenção à natureza interpretativa da investigação, situando e estudo dentro do contexto político, social, histórico e cultural dos pesquisadores e mostra sua presença nos relatos que

apresentam. E ainda é necessário observar que “a pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo”. (DENZIN E LINCOLN, 2006, p. 18).

Conforme disse Cresswell (2014, p. 49) “conduzimos pesquisa qualitativa quando desejamos dar poder aos indivíduos para compartilharem suas histórias, ouvir suas vozes e minimizar as relações de poder que frequentemente existem entre um pesquisador e os participantes de um estudo”, nesta visão, a proposta desta pesquisa é dar “voz” ao aluno, e “ouvi-lo” para com isso, conseguir alcançar os resultados esperados.

Para Lincoln e Guba (1985, p. 74), a credibilidade na pesquisa qualitativa deve mostrar a veracidade dos resultados da pesquisa e envolve o quão bem o pesquisador estabeleceu a confiança nos resultados baseado no delineamento do estudo, nos participantes e no contexto. A credibilidade estabelece ou não se os resultados da pesquisa representam informações críveis extraídas dos dados originais e se é uma interpretação correta do ponto de vista dos participantes. E essa credibilidade será alcançada tendo um compromisso rigoroso em todos os passos da pesquisa, detalhando todas as etapas e escolhas para análise de dados.

Outra situação em que é garantido a credibilidade da pesquisa é quando usa-se uma boa fonte de dados e para isso uma técnica excelente é a triangulação. O conceito de triangulação entendido como uma combinação de pontos de vista, métodos e materiais empíricos diversificados susceptíveis de “constituírem uma estratégia capaz de acrescentar rigor, amplitude e profundidade à investigação” (DENZIN E LINCOLN, 2006, p. 5).

A triangulação consiste em combinar dois ou mais pontos de vista, fontes de dados, abordagens teóricas ou métodos de recolha de dados numa mesma pesquisa por forma a que possamos obter como resultado final um retrato mais fidedigno da realidade ou uma compreensão mais completa do fenómeno a analisar. Neste ponto a pesquisa se propõe a colocar os mais diversos autores para ‘dialogarem’ sobre o tema proposto e a partir deste confronto de ideias definir os rumos a serem adotados como mais críveis ao tema proposto.

É necessário também localizar o ambiente natural onde será realizado a pesquisa conforme Lincoln e Guba (1985, p. 25) “pontuam que realizar uma pesquisa em um ambiente natural sugere que a realidade como um todo não pode ser entendida a partir de fragmentos isolados de seus contextos”. Souto (2011, p. 108) complementa que “além disso, o próprio ato de observar do pesquisador influencia no que é visto, dessa forma a interação do pesquisador com sua pesquisa deverá ser realizada em um contexto mais amplo”.

4.1 Ambiente natural da Pesquisa

Neste caso, esta pesquisa, foi realizada no Instituto Federal de Rondônia, Campus Ariquemes, nas turmas dos primeiros anos do ensino médio, na disciplina de matemática.

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia (IFRO), autarquia federal vinculada ao Ministério da Educação (MEC), foi criado por meio da Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008, que reorganizou a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica composta pelas escolas técnicas, agrotécnicas e centros federais de educação tecnológica (CEFET), transformando-os em 38 Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia distribuídos em todo o território nacional.

A Instituição faz parte de uma Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, centenária, com origem no Decreto 7.566, de 23 de setembro de 1909, assinado pelo Presidente Nilo Peçanha. Pelo ato, foram criadas 19 Escolas de Aprendizes Artífices, uma em cada capital federativa, para atender especialmente a filhos de trabalhadores de baixa renda. O IFRO surgiu como resultado da integração da Escola Técnica Federal de Rondônia, à época com previsão de implantação de unidades em Porto Velho, Ji-Paraná, Ariquemes e Vilhena, e a Escola Agrotécnica Federal de Colorado do Oeste.

O IFRO é detentor de autonomia administrativa, patrimonial, financeira, didático pedagógica e disciplinar, equiparado às Universidades Federais. É uma instituição de educação superior, básica e profissional, pluricurricular e multicampi. Especializada na oferta de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino para os diversos setores da economia, na realização de pesquisa e no desenvolvimento de novos produtos e serviços, com estreita articulação com os setores produtivos e com a sociedade, dispondo mecanismos para educação continuada

O Campus Ariquemes foi criado em 2009, mediante a transferência, ao IFRO, da Escola Média de Agropecuária (EMARC), subsidiada pela Comissão Executiva de Planejamento da Lavoura Cacaueira (CEPLAC). A área possui 300 hectares e algumas instalações físicas herdadas da instituição anterior, dentre as quais, algumas necessitaram de reforma ou substituição, para atender às demandas da nova configuração da unidade educativa. O ambiente é apropriado à produção agropecuária e à instalação do agronegócio, haja vista a qualidade do solo, os índices de precipitação pluviométrica, as reservas naturais existentes e os arranjos produtivos locais.

As atividades do campus foram iniciadas em janeiro de 2010. O início do ano letivo foi iniciado em março de 2010, com os Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio (Agropecuária, Alimentos e Informática), sendo os dois primeiros em turno integral. No segundo semestre do mesmo ano, as aulas do Curso Técnico em Aquicultura Subsequente ao Ensino Médio começaram a ser ofertadas. A partir do segundo semestre de 2011, implantou-se o Curso de Licenciatura em Biologia e cursos técnicos subsequentes à distância, realizados em parceria com o Instituto Federal do Paraná, pelo sistema E-Tec Brasil.

Em 2013 foi implantado o primeiro curso de pós-graduação Lato sensu em Informática na Educação, com duração de 18 meses. O curso teve sua segunda turma formada em 2017. No primeiro semestre de 2014 teve início o Curso Técnico Integrado em Suporte e Manutenção em Informática. Em 2015 foi implantado o curso de pós-graduação Lato sensu em Educação de Jovens e Adultos na Diversidade e Inclusão Social. Para atender os avanços da inovação tecnológica e a divulgação de suas pesquisas científicas foi criado o periódico “Revista de Educação Tecnológica e Científica - EDUTECH”, com International Standard Serial Number (ISSN) obtido em janeiro de 2016. O campus está em fase de expansão de sua infraestrutura, de modo a atender a uma demanda crescente de alunos e a uma maior diversificação de seus cursos.

O tema proposto para ser trabalhado como conteúdo específico nesta pesquisa é o de Funções Quadráticas, sendo que nos planos de cursos constantes no Campus Ariquemes este assunto encontra-se no primeiro ano do ensino médio, portanto esta foi a turma escolhida para a realização da pesquisa.

No ano de 2021 a instituição contava com 4 turmas de primeiro ano do curso de Técnico em Agropecuária com um total de 120 alunos, 2 turmas de primeiro ano do Curso Técnico em Alimentos perfazendo um total de 73 alunos e duas turmas de primeiro ano do curso Técnico em Informática com um total de 79 alunos.

O tema da pesquisa tem relação ao uso de mídias e tecnologias, no caso o software GeoGebra, por isso este pesquisador optou por realizar a pesquisa nas turmas de informática. Dentre os 79 alunos das turmas citadas 8 alunos haviam sido reprovados no ano anterior e estes foram os escolhidos para serem os sujeitos da pesquisa.

O trabalho foi aprovado no Conselho de Ética do Instituto Federal de Rondônia e para a preservação das suas identidades eles foram nomeados como: Alfa, Beta, Gama, Delta, Épsilon, Ômega, Sigma e Lâmbda. Estes nomes foram sorteados entre os alunos.

A proposta inicial era que a pesquisa fosse realizada presencialmente, em sala de aula, porém em março de 2020 todas as unidades do IFRO, mudaram a metodologia das aulas por causa da crise sanitária que abarcou o mundo inteiro. As aulas migraram do formato presencial para o ensino em forma remota.

No IFRO, essas aulas remotas foram ministradas em um ambiente virtual chamado de AVA – Moodle. Neste ambiente, existem muitas funcionalidades e estas foram discutidas no capítulo anterior desta tese, onde foi apresentado tanto o Software usado quanto o ambiente virtual.

Utilizou-se também, para a pesquisa a observação participante. Segundo Denzin (1978, p.88) citado por Ludkë e André (1986, p. 142) a observação participante é "uma estratégia de campo que combina simultaneamente a análise documental, a entrevista de respondentes e informantes, a participação e a observação direta e a introspecção", com isso o pesquisador se insere no grupo, na condição de observador, e a partir daí colhe as informações que serão necessárias para a formulação das respostas aos problemas proposto na pesquisa.

Os dados colhidos desta observação participante serão analisados sob a luz da Teoria da Atividade. Souto (2013, p. 45) afirma que:

A teoria da atividade (T.A.) se fundamenta nos princípios da escola Histórico-Cultural da psicologia soviética, a qual tem como um de seus principais representantes Vygotsky, e tem raízes filosóficas nos trabalhos de Karl Marx e Friedrich Engels. Ela foi desenvolvida nas primeiras décadas do século XX, a partir das contribuições de Vygostyky e seus colaboradores Leontiev e Luria, e considera a atividade humana como a unidade básica do desenvolvimento humano. Essa teoria tem como eixo central as transformações que ocorrem nas interações que se estabelecem entre o ser humano e o ambiente no desenvolvimento de atividades mediadas por artefatos.

Também serão analisados as evoluções propostas por esta teoria, quem passam por Leontiev até chegar a Engeström. Souto (2013, p. 129), ainda afirma que “a partir das ideias de Leontiev, Engeström (1987, p. 119) propõe uma estrutura sistêmica [...] que representa uma ampliação da estrutura inicial [...] na qual estão inseridos, de modo formal, elementos que fazem parte de atividade humana e que, até então, não estavam representados, quais sejam: comunidade, regras de estruturação e formas de distribuição continuamente negociada de tarefas.”

4.2 O Experimento acerca de Funções Quadráticas

O estudo das funções quadráticas é o primeiro momento em que o estudante vai entrar em contato com outro tipo de relação. É o primeiro passo para perceber que existem outras possibilidades. A taxa de variação deixa de ser constante. A função não será mais simplesmente crescente ou decrescente, será importante distinguir como ela se comporta em cada maneira.

O experimento é dividido em três partes, nas quais tem-se a preocupação de conduzir atividades investigativas sobre a função quadrática em diferentes contextos, em uma perspectiva interdisciplinar. Na primeira parte, o estudante deve desenvolver um estudo sobre a ideia de função quadrática, trabalhando com a lei dessa função e seus coeficientes. Na segunda parte, são apresentados aos estudantes os zeros da função quadrática, por meio de fórmulas ou pelo método de completar quadrado, explorando também as construções gráficas por meio do software livre GeoGebra. Por fim, na terceira parte, é proposta a análise algébrica e gráfica da função quadrática, explorando as raízes, concavidade, termo independente e ponto de máximo e de mínimo. É importante que não fiquemos aqui restritos às demonstrações dedutivas, mas, sim, que exploremos as atividades empíricas, relacionando-as com as competências e habilidades.

A primeira parte, denominada de Aula 1, foi aplicada em 12/05/2021, tendo início às 14:00h e finalizando as 16:00h, durante as 2 horas da aula foram discutidos assuntos relacionados as raízes de funções quadráticas. Essa aula foi realizada pela ferramenta Google Meet, gravada com autorização dos alunos, para análise dos dados obtidos. Durante a aula os estudantes foram orientados a deixar suas câmeras abertas, para que esse pesquisador pudesse, entre outras coisas, analisar suas reações faciais sobre os assuntos propostos na aula.

Neste tópico, foi desenvolvido um estudo exploratório, em diferentes contextos, sobre os zeros da função quadrática, que estão relacionados às raízes da equação quadrática correspondente. Tal estudo foi realizado utilizando métodos algébricos com ou sem apoio das tecnologias, sendo esses métodos a fórmula do discriminante e o completamento de quadrados. Na situação 1, os estudantes foram incentivados a investigar a medida de área de um terreno retangular em função das medidas de comprimento das dimensões dele. O objetivo dessa situação consiste na construção de uma função que represente a medida de área desse terreno em termos de um valor genérico de medida de comprimento de lado x , e na sequência, a determinação desse valor x para que o terreno apresente uma medida de área igual a $288 m^2$.

Em seguida, os estudantes foram conduzidos em um estudo sobre o cálculo das raízes de uma equação de segundo grau, utilizando como ferramenta digital o software livre GeoGebra. Esse software é uma ferramenta digital gratuita, cuja operação dá-se de maneira eficaz em computadores e smartphones. Os alunos foram orientados previamente a fazer o download do referido software. A atividade proposta foi realizada em três passos, os quais foram seguidos para melhor compreensão da investigação proposta. O primeiro passo consistiu em uma familiarização do estudante com as ferramentas disponíveis no GeoGebra, assim, foi sugerido que fosse apresentado, destacando a janela “Calculadora CAS” em “Apps”. No segundo passo, o estudante devia, por meio de um comando computacional, inserir a equação a ser analisada. No terceiro passo, por meio do comando Soluções(eq1), o software apresentou as duas soluções possíveis, que geralmente são chamadas de x' e x'' ou de x_1 e x_2 .

Em seguida foram propostas 3 perguntas para que os alunos discorressem sobre os temas trabalhados na aula, os alunos foram orientados ainda a discutirem entre si e usar o software para comprovar as conjecturas que foram por eles abordados.

A primeira questão, possui dois itens, a e b, e visam a generalização do conceito de função. O objetivo proposto no item a era que o aluno compreendesse que o valor de a na função quadrática deve ser diferente de zero, pois senão a função tornar-se-ia de primeiro grau. O segundo item, b, era uma tentativa para que o aluno observasse que quando estamos lidando com o corpo dos Reais (\mathbb{R}) o valor de uma raiz quadrada deve ser maior ou igual a 0.

A segunda pergunta era uma aplicação direta para extração das raízes reais de uma função quadrática, como é uma função de coeficientes bem simples, foi um momento para discutir com os alunos sobre a relação entre cálculo via GeoGebra x lápis-e-papel.

A terceira pergunta era uma tentativa de fortalecer os conhecimentos obtidos no item b da pergunta 1, uma aplicação direta para comprovar as informações obtidas.

Abaixo, é possível verificar a aula que foi aplicada aos estudantes.

AULA 1

Professor: José Fábio Xavier

Cálculo das raízes de uma equação de 2º grau no GeoGebra

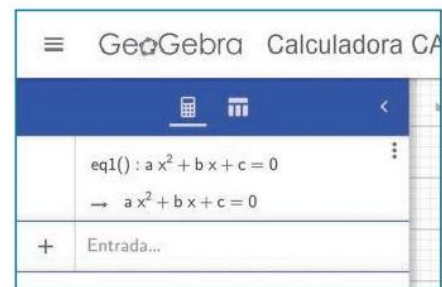
Vamos utilizar o GeoGebra Calculadora CAS para analisar a fórmula que calcula as raízes de uma equação de 2º grau, que pode ser associada a uma função quadrática. Você pode usar a versão *on-line*, disponível em <https://www.geogebra.org/?lang=pt>. Acesso em: 5 maio 2021.

Vamos resolver a equação de 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$. Para isso, siga os passos abaixo.

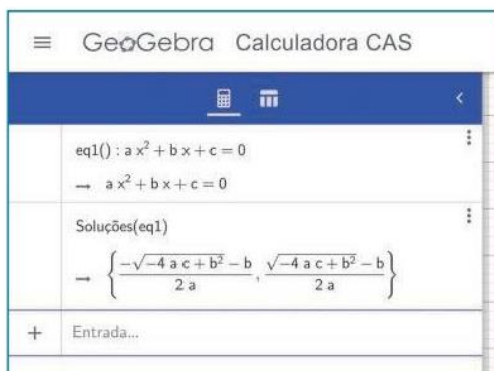
1º passo: Na tela inicial da versão *on-line*, na lista "Powerful Math Apps", clique em "Calculadora CAS". Deve abrir uma nova janela.

2º passo: Na primeira linha do campo Entrada, escreva a equação de 2º grau na forma geral. Para isso, digite **eq1: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$** e teclé "Enter". Observe que "^" indica a operação de potenciação e "*" indica a operação de multiplicação.

3º passo: Na segunda linha do campo Entrada, digite **Soluções(eq1)** e teclé "Enter". Dessa maneira, o GeoGebra apresenta duas raízes possíveis, que geralmente chamamos de x' e x'' ou de x_1 e x_2 .



Detalhe da tela do GeoGebra após o 2º passo.



Detalhe da tela do GeoGebra após o 3º passo.

- Responda às perguntas a seguir, considerando a equação $ax^2 + bx + c = 0$.
 - O valor do coeficiente a em uma equação de 2º grau pode ser igual a zero? Por quê?
 - Observe o termo dentro da raiz quadrada nas raízes da equação apresentadas pelo GeoGebra. A equação tem raízes reais para quaisquer valores de a , b e c ? Justifique.
- Salve sua construção, abra um novo documento, repita os passos no GeoGebra e indique no caderno quais são as raízes da equação $x^2 - 5x + 4 = 0$.
- Quais são as raízes apresentadas pelo GeoGebra para a equação $x^2 + 1 = 0$? Justifique esse resultado de acordo com sua resposta ao item b da questão 1.

A segunda parte, denominada de Aula 2, foi ministrada em 19/05/2021, tendo início às 14:00h e finalizando as 16:00h, durante as 2 horas da aula foram discutidos assuntos relacionados a influência dos coeficientes para as raízes de funções quadráticas. Essa aula foi realizada pela ferramenta Google Meet, gravada com autorização dos alunos, para análise dos dados obtidos. Durante a aula os estudantes foram orientados a deixar suas câmeras abertas, para que esse pesquisador pudesse, entre outras coisas, analisar suas reações faciais sobre os assuntos propostos na aula.

Nesta segunda aula, novamente os estudantes trabalharam em uma abordagem utilizando-se do GeoGebra, desta vez, analisando o papel dos coeficientes de uma equação de segundo grau. A atividade foi desenvolvida em três passos. No primeiro passo, os estudantes precisavam utilizar-se da ferramenta controle deslizante, que permite variar o coeficiente a da equação de segundo grau. O mesmo procedimento foi realizado com os coeficientes b e c . No segundo passo, na opção Álgebra, os estudantes deviam entrar com os termos associados às raízes de uma equação quadrática. Essas fórmulas apresentam as raízes da equação de acordo com os coeficientes a, b e c . Por fim, no terceiro passo, com valores estabelecidos para os controles deslizantes, os estudantes manipularam as raízes da equação.

Logo após os alunos foram orientados a responder quatro questões para que pudessem registrar o que era observado ao seguir os apontamentos propostos pela aula. Na primeira pergunta o aluno é conduzido no sentido de observar que não serão obtidos valores para raízes reais para a função com os valores propostos, espera-se que o mesmo conclua que isso ocorre quando o discriminante delta seja menor que zero.

Na segunda pergunta os estudantes são levados a fixar os coeficientes a e b e verificar o comportamento do coeficiente c , e ao observar esse comportamento inferir em que ponto o discriminante delta se tornará negativo. O objetivo desta questão é que o aluno entenda que em algum momento a parábola não intersectaria o eixo x .

A terceira pergunta tem por objetivo fazer com que o aluno consiga visualizar a situação que quando o valor de a é fixo, num valor diferente de zero, e o coeficiente c é zero, uma das raízes é exatamente zero.

A quarta pergunta é uma questão para que os alunos explorem a ferramenta, manipulando bastante os coeficientes e buscando situações em que o discriminante delta tenha como valor zero. A proposta realizada para a aula encontra-se abaixo.

AULA 2

Professor: José Fábio Xavier

Analisando os coeficientes de uma equação de 2º grau

Vamos utilizar agora a Calculadora Gráfica para analisar os coeficientes de uma equação de 2º grau na determinação das raízes dessa equação. Você pode usar a versão *on-line*, disponível em: www.geogebra.org (acesso em: 12 maio 2021).

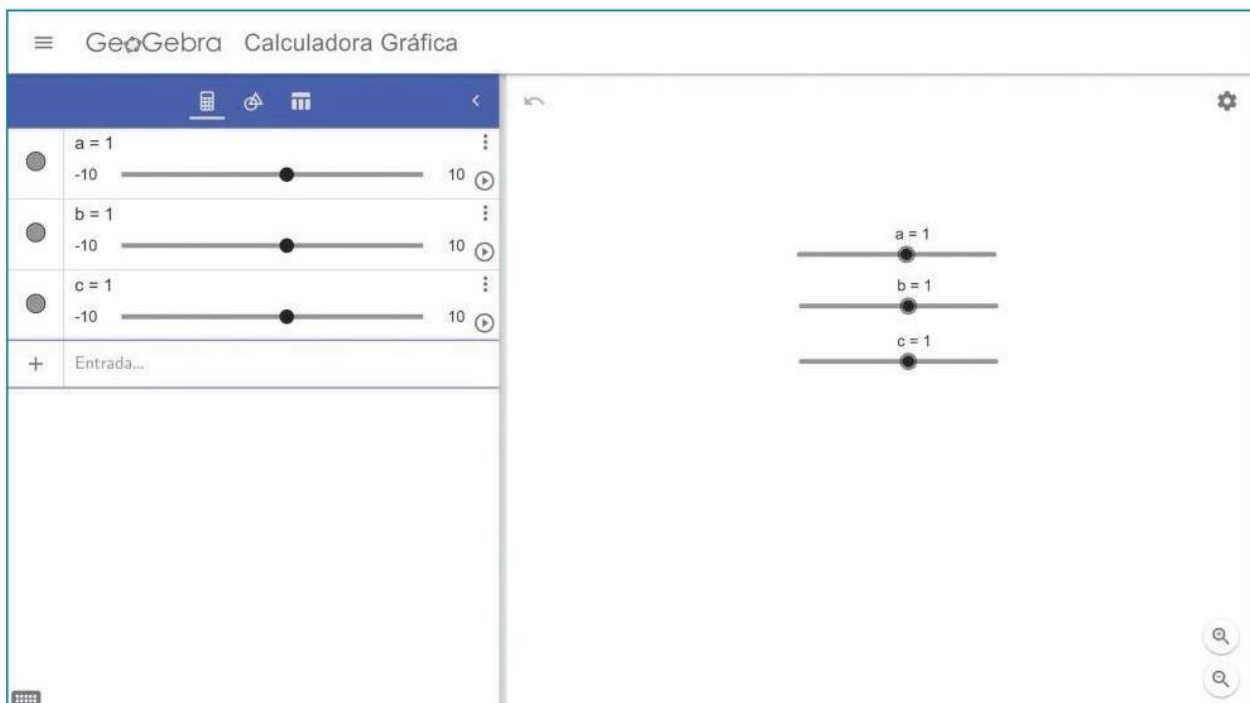
Abra um novo documento e acesse as configurações de exibição (na parte superior direita da tela) e tire as opções de exibir os eixos e de exibir a malha principal.

1ª passo: Clique na opção Ferramentas (com ícone de circunferência e triângulo) acima do campo Entrada. Clique na opção de controle deslizante, em seguida, clique no plano cartesiano. Na tela que abrir, digite o nome $a=1$ e defina o intervalo do controle para -10 e 10, o incremento igual a 1 e clique OK. Dessa maneira você vai criar o controle deslizante a , com incremento igual a 1 e intervalo de -10 a 10.

Fique atento

O incremento indica de quanto em quanto você pode mover o controle deslizante.

Repita o procedimento para criar os controles deslizantes b e c .



Tela do GeoGebra após o 1ª passo.

2ª passo: Clique na opção Álgebra (com ícone de calculadora) acima do campo Entrada. No campo Entrada digite: $D=b^2-4*a*c$ e tecla "Enter". Em seguida, digite: $x_1=(-b+\sqrt{D})/(2*a)$ e tecla "Enter". Depois digite no próximo campo Entrada $x_2=(-b-\sqrt{D})/(2*a)$ e tecla "Enter".

Fique atento

Note que $\sqrt{}$ é a abreviação para *square root*, que significa "raiz quadrada" em inglês.

Aula 2

Essas fórmulas representam os valores do discriminante (D) e da fórmula para resolver a equação de 2º grau e obter as raízes da equação de acordo com os coeficientes a , b e c . Dessa maneira, ao teclar “Enter” após a digitação de cada fórmula, o *software* calcula e apresenta o valor numérico correspondente aos coeficientes.

The screenshot shows the GeoGebra Graphing Calculator interface. On the left, there are three sliders for coefficients a , b , and c , all set to 1. Below the sliders, the discriminant $D = b^2 - 4ac$ is calculated as -3 . The roots $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ and $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ are both shown as 'indefinido' (undefined). On the right, there is a visual representation of the sliders for a , b , and c .

Tela do GeoGebra após o 2º passo.

3º passo: Mantenha o controle deslizante $a = 1$ e mova os outros controles deslizantes para $b = -5$ e $c = 4$. Dessa maneira, o *software* vai calcular o discriminante e as raízes da equação $x^2 - 5x + 4 = 0$.

The screenshot shows the GeoGebra Graphing Calculator interface. On the left, there are three sliders for coefficients a , b , and c . a is set to 1, b is set to -5, and c is set to 4. Below the sliders, the discriminant $D = b^2 - 4ac$ is calculated as 9 . The roots $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ and $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ are calculated as 4 and 1 respectively. On the right, there is a visual representation of the sliders for a , b , and c .

Tela do GeoGebra após o 3º passo.

Basta mover os controles deslizantes para obter as soluções de novas equações de 2º grau.

1. Ao final do 2º passo, por que os valores de x_1 e x_2 são indefinidos?
2. Mantendo $a = 1$ e $b = -5$, qual é o menor valor inteiro de c que torna o discriminante negativo?
3. Com a fixado em qualquer valor diferente de zero e $c = 0$, o que podemos observar em relação às soluções obtidas?
4. Movendo livremente qualquer controle deslizante, encontre 3 combinações em que o discriminante é igual a zero.

A terceira parte, denominada de Aula 3, foi ministrada em 26/05/2021, tendo início às 14:00h e finalizando as 17:00h, durante as 3 horas da aula foram discutidos assuntos relacionados aos gráficos das funções quadráticas. Essa aula foi realizada pela ferramenta Google Meet, gravada com autorização dos alunos, para análise dos dados obtidos. Durante a aula os estudantes foram orientados a deixar suas câmeras abertas, para que esse pesquisador pudesse, entre outras coisas, analisar suas reações faciais sobre os assuntos propostos na aula.

Nesta aula, os estudantes foram conduzidos em uma atividade investigativa com uso de tecnologias digitais a respeito da construção de gráficos de funções quadráticas no plano cartesiano. Para isso, os estudantes deviam utilizar novamente o software livre GeoGebra. A realização desta atividade foi dividida em cinco passos, que deveriam ser seguidos pelos estudantes.

No primeiro passo foi realizado uma conversa com eles sobre a notação utilizada no GeoGebra para inserir expressões algébricas, como o uso do caractere “^” para indicar potências. No segundo passo, o estudante deveria acessar as configurações de exibição (na parte superior direita da tela) e selecionar as opções de exibir os eixos e de exibir a malha principal, para melhor visualização. No terceiro passo, foram determinadas as raízes da função, por meio do comando $raiz[f]$. No quarto passo, seria determinado o ponto em que o gráfico intersecta o eixo das ordenadas. Para isso, os estudantes deveriam digitar o comando na interseção $[f, x = 0]$. Nesse passo, foi realizado uma conversa com eles e solicitado que tentassem inferir por que é inserido o termo $x = 0$ nesse comando. Era esperado que eles deduzissem que o comando encontra as intersecções entre o gráfico da função f no plano cartesiano e da reta dada pela equação $x = 0$, reta essa que corresponde ao eixo das ordenadas. Por fim, no quinto passo, foi determinado com os estudantes o extremo dessa função, que corresponde ao vértice da parábola, ponto esse onde o gráfico muda de sentido.

Depois de seguir esses passos, os estudantes poderiam repetir esses procedimentos na atividade 3 desta seção. Na segunda parte desta aula, o GeoGebra foi utilizado em uma atividade investigativa a respeito da influência dos coeficientes da função quadrática do discriminante Δ no gráfico da função. Esse procedimento foi desenvolvido em seis passos, que serão comentados a seguir.

No primeiro passo, os estudantes deviam repetir os procedimentos anteriores para que os eixos e a malha apareçam na tela. Com o comando $a = 1$, deveria aparecer na tela um controle deslizante com valores entre -5 e 5 , que permitia ajustar os valores do coeficiente a . O mesmo deveria ser realizado para os coeficientes b e c . No segundo passo, os estudantes

deveriam inserir a lei da função. O terceiro passo consiste em uma adequação da parábola para melhor visualização. No quarto passo, por meio da variação dos coeficientes a, b e c , os estudantes deveriam observar as modificações que ocorrem no gráfico da função quadrática no plano cartesiano. Destaca-se aqui a relação entre a concavidade da parábola e o coeficiente a : quando $a > 0$, a concavidade fica para cima; quando $a < 0$ a concavidade fica para baixo. Essa relação entre concavidade do gráfico da função quadrática e o coeficiente a é fundamental na modelagem de problemas utilizando a função quadrática. Também foi destacado a relação entre o coeficiente b e a intersecção do gráfico da função quadrática: o valor desse coeficiente está relacionado à localização do ponto de intersecção do gráfico com o eixo x . Já o coeficiente c é o valor da ordenada do ponto da parábola que intersecta o eixo y .

No quinto passo, por meio do comando *intersecção*[$f, y = 0$], devem aparecer na tela dois pontos, A e B ; esses são os pontos de intersecção da função f com o eixo x . O valor da abscissa deles indica os zeros dessa função. Por fim, no sexto passo, será determinado o valor do discriminante Δ . Após a realização dos passos, os estudantes deveriam responder às perguntas apresentadas.

AULA 3

Professor: José Fábio Xavier

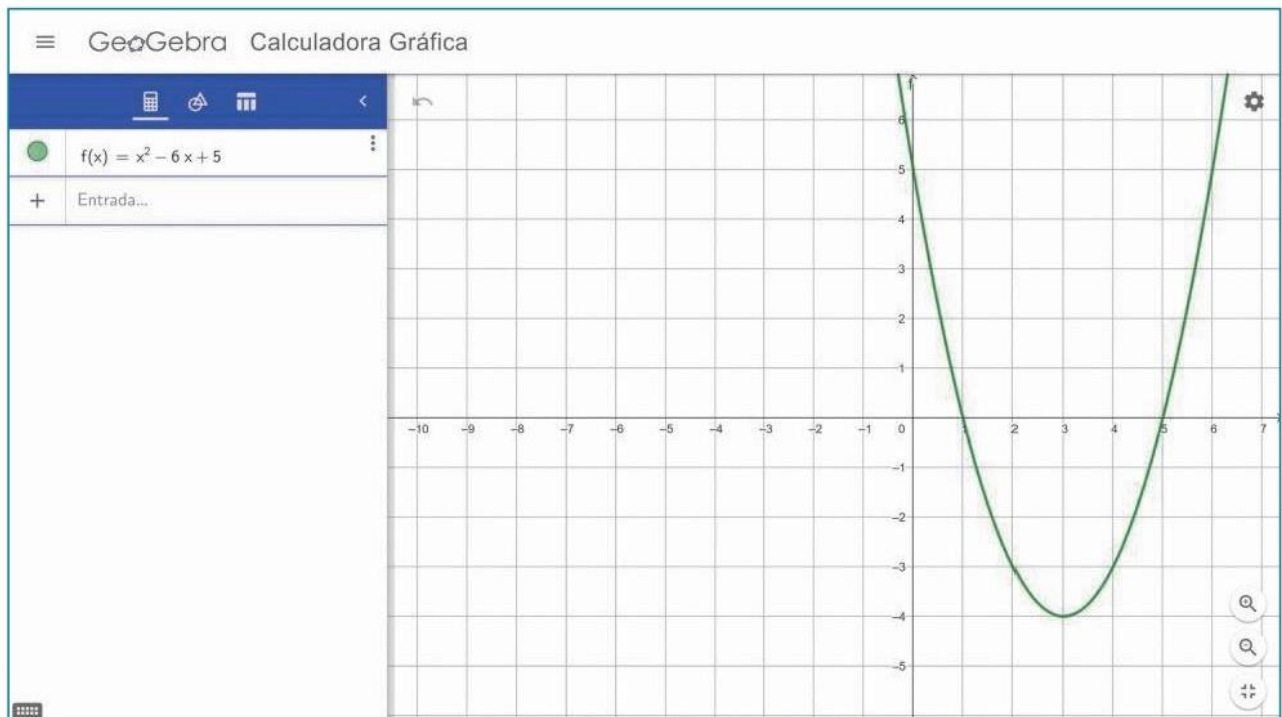
Construção do gráfico de uma função quadrática

Como você viu, em um plano cartesiano, o gráfico de uma função quadrática $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada pela lei $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$ e $x \in \mathbb{R}$, é uma parábola. A representação desse gráfico no plano cartesiano pode ser feita com o auxílio de diversos *softwares*. Vamos utilizar o GeoGebra Calculadora Gráfica. Você pode usar a versão *on-line* disponível em www.geogebra.org/ (acesso em: 12 maio 2021).

Vamos construir inicialmente o gráfico da função quadrática $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $x^2 - 6x + 5 = 0$ e destacar alguns pontos importantes. Para isso, siga os passos a seguir.

1ª passo: No campo Entrada de comando digite a lei da função $f(x) = x^2 - 6x + 5$ e teclle “Enter”.

2ª passo: Acesse as configurações de exibição (na parte superior direita da tela) e selecione as opções de exibir os eixos e de exibir a malha principal. Você deverá ter uma imagem como a apresentada abaixo.



Tela do GeoGebra após o 1ª passo.

Analise com atenção o gráfico (a curva em verde na imagem), observe o comportamento dele e como os valores da função estão dispostos.

3ª passo: Agora vamos determinar os zeros da função F . Para isso, digite na segunda linha do campo Entrada $\text{raiz}[f]$ e teclle “Enter”. Veja que foram criados os pontos $A(1, 0)$ e $B(5, 0)$.

1. Observe a localização dos pontos A e B . O que você pode perceber em relação a eles e ao eixo x ?

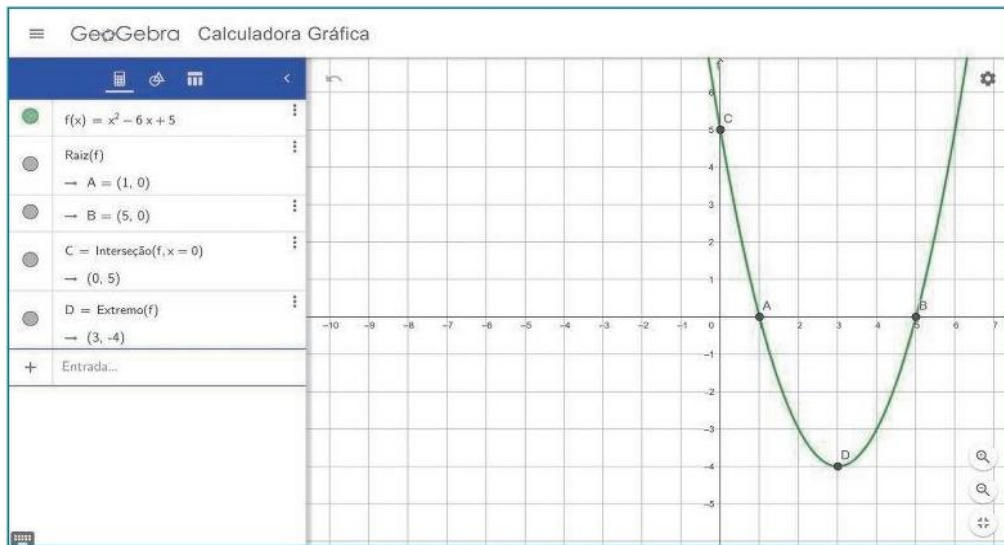
Fique atento

Lembre-se de que você pode mover a imagem no GeoGebra clicando em algum ponto da tela e arrastando.

Aula 3

4º passo: Vamos determinar o ponto em que o gráfico intersecta o eixo das ordenadas (eixo y). Para isso, digite na quarta linha do campo Entrada **interseção[f, x=0]** e tecla “Enter”. Observe que o ponto de intersecção com eixo y , ponto $C(0, 5)$, tem como ordenada o valor do termo independente c da equação relacionada à função quadrática F .

5º passo: Na quinta linha do campo Entrada, digite **extremo[f]** e tecla “Enter”. Veja que foi criado o ponto $D(3, -4)$, que corresponde ao ponto em que o gráfico muda de sentido. Esse ponto é chamado de **vértice da parábola**.



Tela do-GeoGebra após o 5º passo.

Ao observarmos o gráfico, podemos perceber que o **valor mínimo** dessa função é 24 (a ordenada do vértice). Valor mínimo é o menor valor que uma função pode assumir em todo o domínio dela. Se a concavidade da parábola fosse para baixo, então a ordenada do vértice corresponderia ao valor mínimo que a função pode assumir no domínio.

2. Observe o gráfico da função f no ponto em que $x = 3$.

- A função f cresce ou decresce quando x é menor do que 3?
- E para x maior que 3, a função f cresce ou decresce?

3. Depois de salvar sua construção no GeoGebra, abra um novo documento, repita os passos anteriores e construa o gráfico de cada função quadrática dada.

- $f(x) = 5x^2$
- $g(x) = x^2 + 2$
- $g(x) = 2x^2 - 3$
- $j(x) = 5x^2 + 2x - 8$

Influência dos coeficientes a, b e c e do discriminante Δ em funções do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$

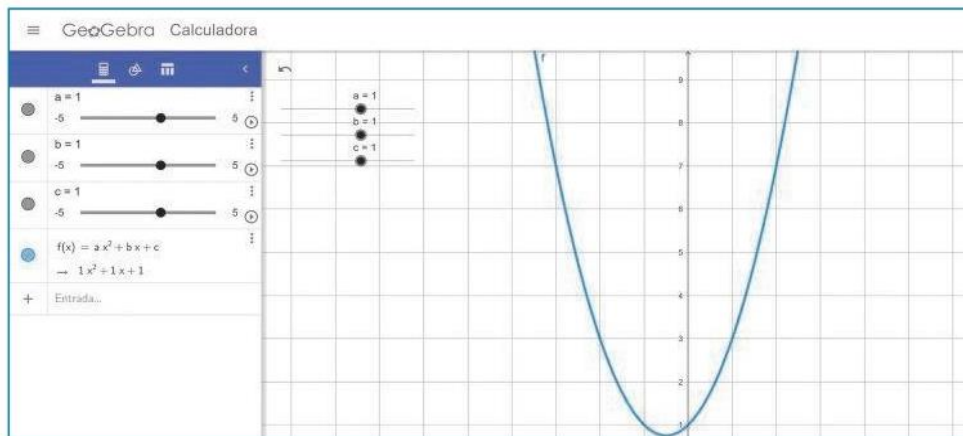
Abra um novo documento no GeoGebra, siga os passos dados e observe a influência dos coeficientes a, b e c e do discriminante Δ no gráfico da função quadrática.

1º passo: Repita os procedimentos anteriores para que os eixos e a malha apareçam na tela. No campo Entrada de comando, digite $a=1$ e tecla “Enter”. Deve aparecer na tela um controle deslizante com valores entre - 5 e 5. Caso não apareça, clique na bolinha abaixo do campo Entrada e ao lado da indicação do controle.

No campo Entrada, digite os controles deslizantes dos coeficientes $b=1$ e $c=1$ (a cada controle inserido tecla “Enter”).

2º passo: Na quarta linha do campo Entrada de comando, insira a lei da função $f(x)=a*x^2+b*x+c$ e tecla “Enter”.

3º passo: Para melhorar a visualização, clique com o botão direito do *mouse* na parábola. Na aba que será apresentada, clique em Configurações. Clique na aba Cor e escolha uma nova cor para o gráfico. Em seguida, clique na aba Estilo e coloque a espessura da linha igual a 7. Feche a janela e observe que o gráfico ficou destacado.



Tela do GeoGebra após o 3º passo.

4º passo: Agora vamos observar significados importantes para os coeficientes a , b e c .

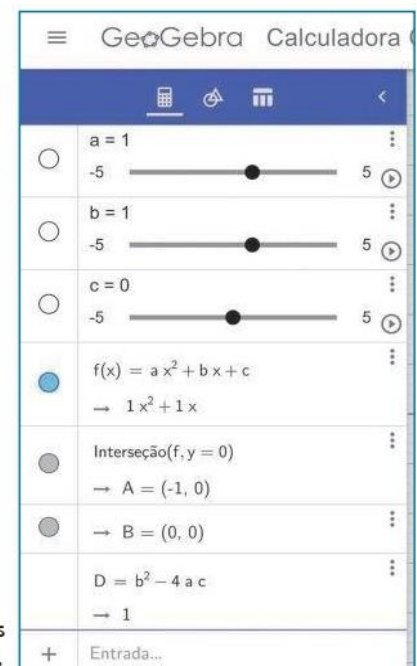
4. Altere lentamente apenas o valor do coeficiente a (para isso, basta clicar na bolinha do controle deslizante na tela e arrastar para um dos lados), mantendo os demais coeficientes iguais a 1. Observe o que acontece com o gráfico da função e escreva sua conclusão no caderno.
5. Ajuste novamente o coeficiente $a = 1$, altere lentamente apenas o valor do coeficiente b e observe o que acontece com o gráfico da função.
6. Agora altere lentamente os valores do coeficiente c , mantendo o coeficiente $b=1$, e observe o que acontece com o gráfico da função.

5º passo: Agora vamos observar significados importantes para o discriminante D . Ajuste os coeficientes $a = 1$, $b = 1$ e $c = 0$. Em seguida, no campo Entrada, digite Interseção $[f, y=0]$ e teclae “Enter”. Vão aparecer na tela 2 pontos, A e B , que são os pontos de intersecção da função F com o eixo x . A abscissa deles indica os zeros dessa função.

6º passo: No campo Entrada digite $D=b^2-4*a*c$ e teclae “Enter”.

O valor indicado por D é o valor do discriminante Δ da equação relacionada à $f(x) = ax^2 + bx + c$

7. Ajuste os coeficientes $a = 2$, $b = 2$ e $c = 1$. Observe o que acontece com o gráfico da função e com o valor de Δ .
8. Altere lentamente os coeficientes a , b e c e procure outras combinações em que $\Delta = 0$.
9. Altere lentamente o valor dos coeficientes a , b e c , um de cada vez, e observe o que acontece com o gráfico e com o valor do discriminante D . Depois, analise suas respostas das atividades anteriores e tente estabelecer uma relação entre a quantidade de pontos de intersecção do gráfico com o eixo x e o valor do discriminante D da equação correspondente à função.



Detalhe da tela do GeoGebra após o 6º passo.

5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A escolha dos alunos que participariam como sujeitos da aprendizagem na pesquisa demandou um processo extenso e cuidadoso, onde foi necessária uma análise minuciosa para que esta escolha pudesse realmente atender ao que o experimento se destinava. O experimento foi desenvolvido com alunos do 1º ano do ensino médio, e no ano de 2021 o Campus Ariquemes contava com 10 turmas de primeiros anos. Eram 6 turmas de Técnico em Agropecuária, 2 turmas de técnico em Alimentos e duas turmas de Técnico em Informática, totalizando 340 alunos. Esse número é muito grande para o desenvolvimento do experimento.

Neste período todas as turmas estavam realizando as atividades de forma remota, por causa da pandemia do Corona vírus, contudo os alunos que cursam Agropecuária e Alimentos tinham uma dinâmica um pouco distinta, nestes cursos a carga horária prática prevista nos Projetos Pedagógicos do Cursos é bem alta, o que inviabilizava a escolha destas turmas como elegíveis para o experimento.

Ficamos então com as turmas de Técnico em Informática, mas mesmo assim o número de alunos era alto: 80 alunos. Foi então, que após conversa com a direção de ensino, foi observado que 8 alunos dentre estes 80 eram repetentes. Resolvemos então que estes seriam os alunos que iríamos usar como sujeitos de nossa pesquisa.

E porque escolher os alunos repetentes? Os efeitos da reprovação sobre o aluno são, em sua maioria, negativos. As consequências estão no agravamento do desinteresse e a baixa na auto estima, fazendo com que se sintam incapazes, perdedores, fracassados, levando-os a deixar a escola. Segundo Novakoski (2008) o impacto da reprovação não se refere somente na disciplina, mas na sociedade, na família, no grupo de amigos.

O aluno reprovado, na sua grande maioria, acredita que a sua reprovação ocorreu devido a uma “injustiça”, o professor o reprovou porquê quis. O aluno não se apercebe no primeiro momento que o insucesso em grande parte é da sua responsabilidade. Sendo assim é necessário desenvolver no aluno a autocrítica, a fim de identificar quais foram os motivos que levaram a repetição, para que a mesma não aconteça novamente. Quando bem conduzido, o aluno aceita a repetência com muito mais naturalidade, e para isso é preciso que ele reflita e reavalie onde aconteceram as falhas. A reprovação não é uma experiência agradável, porém não é um motivo para desacreditar o estudante, mas sim servir para que ele aprenda o valor do estudo e desenvolva métodos mais eficientes no próximo período. Para que isto aconteça o aluno deve ser levado a mudar a sua atitude no processo de ensino-aprendizagem.

Algumas atitudes podem ser tomadas com o intuito de fazer com que o aluno saia desse ciclo de repetência:

- Estimular o aluno a desenvolver as suas habilidades dentro do tempo previsto pela disciplina.
- Fazer com que o aluno se aperceba que ele é responsável pela sua aprendizagem, o que faz ele aceitar a reprovação e sentir-se inserido no processo de ensino-aprendizagem. No início do semestre é ministrada uma palestra aos alunos sobre o processo de ensino-aprendizagem.
- Despertar no aluno a percepção da evolução do domínio dos conteúdos comparados as suas experiências anteriores. Isto faz com que o aluno se aperceba que aprendeu com as dificuldades passadas, e o que parecia de difícil resolução ele consegue resolver sem grandes dificuldades.
- Inserir-lo em uma monitoria, onde ele passa a ser um disseminador do conhecimento.
- Confrontá-lo com novos desafios práticos.
- Estimular o aluno a “adotar um colega calouro”. Esta atitude tem como objetivo ajudar na inclusão do aluno repetente na nova turma, para que este não seja estigmatizado como “não inteligente”, como alguém que não sabe nada, resgatando a sua auto-estima.
- Apoio pedagógico - os alunos que apresentaram durante o período letivo problemas de relacionamento, social, familiar, de orientação profissional são encaminhados a coordenação pedagógica, que busca conhecer a realidade do aluno e ajudá-los naquilo que lhes é preciso, melhorando em muitos casos o seu aproveitamento escolar.

Em conversa com estes alunos agendamos encontros para a discussão das ideias propostas e saímos com uma agenda de 7 encontros que foram assim distribuídos:

- Encontro 1, dia 07/05/2021, com duração de três horas, com o objetivo de apresentar o experimento, realizar uma roda de conversa onde cada um irá se apresentar e o pesquisador também irá usar um roteiro para “colher” as informações socioeconômicas dos sujeitos da pesquisa. Ainda serão discutidos os aspectos teóricos sobre os assuntos a serem tratados, e nesse encontro específico, as raízes das funções quadráticas;

- Encontro 2, dia 12/05/2021, com duração de 2 horas, foi aplicado o que chamamos de Aula 1, utilizando o GeoGebra,
- Encontro 3, dia 04/05/2021, com duração de duas horas, com o objetivo de apresentar resgatar os assuntos tratados na Aula 1 e discutirmos os aspectos teóricos em como os coeficientes interferem nas raízes das funções quadráticas;
- Encontro 4, dia 19/05/2021, com duração de 2 horas, foi aplicado o que chamamos de Aula 2, utilizando o GeoGebra,
- Encontro 5, dia 21/05/2021, com duração de duas horas, com o objetivo de apresentar resgatar os assuntos tratados na Aula 2 e discutirmos os aspectos teóricos acerca de gráficos das funções quadráticas;
- Encontro 6, dia 26/05/2021, com duração de 3 horas, foi aplicado o que chamamos de Aula 3, utilizando o GeoGebra;
- Encontro 7, dia 28/05/2021, com duração de duas horas, com o objetivo de apresentar resgatar os assuntos tratados na Aula 3 e realizar os apontamentos finais do experimento.

5.1 Caracterização socioeconômicas dos sujeitos da pesquisa

Os alunos selecionados para realizarmos o experimento são oito, e conforme já dito anteriormente, com a intenção de manter o anonimato e construir um aspecto mais sigiloso, foi decidido que esses alunos seriam nominados por letras do alfabeto grego, e esse fato deu-se por escolha dos mesmos, a saber: Alfa, Beta, Gama, Delta, Épsilon, Ômega, Sigma e Lâmbda. Na atualidade, o alfabeto grego é composto por 24 letras, e estima-se que o sistema deles tenha sido instituído por volta de 750 a.C., e vem sendo usado há 2750 anos, aproximadamente. Ainda hoje o alfabeto grego é de suma importância, não apenas por ser a escrita de uma das mais importantes culturas da humanidade, mas também por ter sido difundida entre diversas regiões e servido como base para a criação de diversos outros alfabetos, como o cirílico, que é usado no registro da língua russa, e o georgiano, usado para a língua georgiana, entre outros. Além disso, as letras gregas são usadas ainda para a astronomia, matemática, química, entre outros elementos distintos da linguagem em si. Os gregos ainda faziam uso dos símbolos para representação de numerais, sendo as letras iota, delta, gama, eta, nu e mu usadas em várias combinações no sistema acrofônico. Em seguida, este sistema foi trocado por um mais simples,

onde as letras viriam acompanhadas de uma apóstrofe objetivando indicar seu emprego como valor numérico. As nove primeiras letras eram as unidades, e as nove seguintes as dezenas, enquanto as nove restantes simbolizavam as centenas, compondo, este sistema, ainda, as letras arcaicas.

Neste ponto irei discorrer sobre cada um dos sujeitos das pesquisas, para que estes sejam contextualizados como sujeitos históricos-sociais, e não apenas meros participantes do experimento. Apresentá-los é como dar voz a cada um deles e com isso fazer com que cada um dos sujeitos desta pesquisa seja certamente sujeitos do mundo.

O aluno Alfa, é do sexo feminino, possui 16 anos, é filho de pais divorciados e repetente no primeiro ano do ensino médio pela primeira vez. Estudou até o nono ano do ensino fundamental em uma escola particular do município. Se declara branca e a renda familiar é superior a 10 salários mínimos. É filha única. Possui seu próprio notebook e é por ele que participa das aulas remotas. Seus pais possuem ensino superior completo, seu pai é Bacharel em Economia e trabalha em um banco estatal e sua mãe é Licenciada em História e é professora da rede municipal de ensino. Já viajou para o exterior, para os estados Unidos, onde fez intercâmbio por 6 meses com o objetivo de se aprofundar na língua inglesa. Atribui a sua reprovação a esse intercâmbio.

Durante seis meses estudei em uma escola americana e os temas tratados nas aulas é muito diferente do que estudamos aqui no Brasil. Quando voltei para a sala de aula aqui, não consegui acompanhar as aulas, principalmente de matemática e física, por isso reprovei nessas duas matérias. Tenho certeza que esse ano vou conseguir ser aprovada. (ALFA, fala colhida da roda de conversa).

O aluno Alfa é bem articulado, fala com muita segurança quando perguntado sobre qualquer assunto, não se mostra tímido é pró ativo. Durante toda a roda de conversa se mostrou atento também à fala dos outros sujeitos. Mora em um bairro bem localizado da cidade, mais precisamente em um condomínio, não possui nenhuma das bolsas de ajuda oferecidas pelo Campus. Relata que é de orientação evangélica, Assembleia de Deus e atribui esse aspecto religioso a sua família. O aluno Alfa relata que seu hobby preferido é usar as redes sociais e que tem vontade de ser “blogueira”, afirma em sua fala que possui mais de 10.000 seguidores em uma página de uma de suas redes sociais.

Quando inquirido sobre o que acha que irá ocorrer no experimento, Alfa diz está “aberta” a aprender e afirma que gosta da disciplina de matemática, quando informada que usaremos um software para auxílio se mostra muito animada e pergunta qual o programa,

quando informo que será o GeoGebra o aluno alfa se recorda de já ter usado o software em anos anteriores.

O aluno Beta, também é do sexo feminino e possui 17 anos, mora junto com seus pais e é repetente pela primeira vez no primeiro ano. Sempre estudou em escola pública e informa que a renda familiar é de um salário mínimo e meio e que provem unicamente do pai, o único a trabalhar na casa. Se declara parda e possui mais 3 irmãos, todos menores que Beta. Não possui computador em casa, contudo o Campus ofereceu uma máquina como empréstimo e é por este computador que Beta acompanha as aulas remotas. Seu pai não concluiu o ensino médio e trabalha no açougue de uma grande rede de supermercado da cidade enquanto sua mãe possui ensino médio completo e não trabalha fora. Beta possui um bebê de 1 ano e 3 meses e atribui a gravidez indesejada o motivo de sua reprovação.

No final do ano retrasado acabei engravidando, não era o que eu queria, chorei muito quando soube que estava grávida, sabia que não estava preparada para ser mãe. Quando contei para minha mãe ela falou que não era mais para ir a escola, fiquei um mês sem ir. Mas depois que a escola ligou eu tive que voltar. Nunca fui boa aluna, não gosto de matemática e grávida e com a cabeça voando acabei desistindo da matemática naquele ano. (BETA, fala colhida da roda de conversa).

Beta é bem articulada, fala bem e atribui falar bem ao fato de ler muito e diz que esse é seu hobby preferido, afirma que lê mais de dois livros por meses, às vezes três ou quatro, diz que isso a faz se sentir fora de sua realidade. Não se mostra tímido e participou de toda a roda de conversa com seu bebê no colo. Mora com os pais em uma casa de madeira, localizado em um bairro afastado do centro da cidade e faz uso de duas bolsas oferecidas como ajuda de custo para os alunos e relata que essas bolsas são usadas principalmente para comprar coisas para seu bebê. Professa religião evangélica, por tradição familiar, Presbiteriana.

Beta afirma não gostar muito de matemática, mas quando fica sabendo que o experimento será feito com o uso de um software fica bem animada e afirma “agora é certeza que vou aprender isso, gosto muito de usar o computador” (BETA, fala colhida da roda de conversa).

O aluno Gama, é do sexo masculino, possui 16 anos, é mora com seus pais e repetente no primeiro ano do ensino médio pela primeira vez. Estudou toda a sua vida em escola pública. Se declara branco e a renda familiar é entre dois e quatro salários mínimos. É o caçula de três irmãos. Na sua casa, possui um computador de mesa que é dividido com um dos seus irmãos para acompanhamento das aulas remotas. Seu pai possui ensino superior completo, é Bacharel em Administração, mas não trabalha na área, é balconista de uma Farmácia e sua mãe está cursando a graduação em Enfermagem e é técnica em enfermagem em um posto de saúde do bairro em

que vive. Gama diz que no ano passado ficou quase o ano todo “viciado” (palavras de Gama) num jogo em rede e atribui a isso sua reprovação:

Já tem uns dois anos que fiquei viciado em jogar Free Fire. Jogava o dia todo e anoite toda também, já cheguei a ficar três dias sem sair do quarto jogando. Quando eu jogo eu sinto que estou saindo do mundo real eu pareço que prefiro o mundo virtual, minha mãe contou para o meu pai ele tomou meu celular, mas já era tarde demais já tinha reprovado em tudo. (GAMA, fala colhida da roda de conversa).

O aluno Gama é bem retraído e não costuma encarar a câmera, ao conversar com ele sempre fica olhando para lugares aleatórios e tem que ser estimulado a falar. Mora em um bairro bem localizado da cidade, não possui nenhuma das bolsas de ajuda oferecidas pelo Campus. Relata que é de orientação católica, mas que nem ele nem sua família costumam ir à missa O aluno Gama relata que seu hobby preferido é jogar on-line e que após ter recuperado o acesso ao seu celular continua jogando, mas agora tem horários mais definidos para isso.

Gama informa que não conhece o software que será usado no experimento, mas que acha de desenvolver o tema de funções quadráticas dessa maneira pode ser melhor para conseguir aprender.

O aluno Delta, é do sexo masculino, possui 15 anos, e mora com seus pais é repetente no primeiro ano do ensino médio pela primeira vez. Estudou toda a sua vida em escola pública. Se declara negro e a renda familiar é entre dois e quatro salários mínimos. Possui apenas uma irmã. Quando entrou para estudar no Instituto Federal seus pais lhe deram um notebook e é com esse notebook que Delta acompanha as aulas remotas. Seu pai possui ensino fundamental e trabalha como pedreiro autônomo e sua mãe é licenciada em Geografia e é professora em uma escola estadual da zona rural. Delta relata com o início da Pandemia teve que ajudar o seu pai no trabalho e atribui a isso sua reprovação:

Assim que as aulas presenciais foram suspensas começou a ter muita construção para fazer, meu pai me falou que eu teria que ajudar ele nas construções. Não paramos até o fim do ano, no começo eu até tentava fazer as tarefas, mas com o passar do dias chegava muito cansado e ficava desanimado e acabei desistindo, reprovei em quase tudo, estou tendo que repetir o primeiro ano todo. (DELTA, fala colhida da roda de conversa).

O aluno Delta é bem articulado e relata que como as aulas não estão presenciais ainda ajuda o pai nas obras em que o mesmo pega por empreito, mas que como reprovou sua mão só permite que o mesmo ajude seu pai meio período o que propicia tempo para que Delta realize suas atividades remotas. Mora em um bairro bem localizado da cidade, e é beneficiado com duas bolsas de ajuda de custo oferecidos pelo Campus. Relata que é de orientação católica, e que seu pai é ministro da Eucaristia e por isso vai a igreja com bastante frequência e até

participa de um grupo de jovens. O aluno Delta relata que seu hobby preferido é jogar futebol e que faz isso com frequência em um campinho que possui em uma rua próxima da sua casa.

Delta relata que também se recorda de usar o software GeoGebra em anos anteriores e diz que quando usou achou mais fácil para aprender o conteúdo, relata ainda que acha que não terá dificuldades de realizar as atividades propostas.

O aluno Épsilon, é do sexo masculino, possui 16 anos, e mora com sua tia é repetente no primeiro ano do ensino médio pela primeira vez. Estudou toda a sua vida em escola pública. Se declara pardo e a renda familiar é entre um salário mínimo. Épsilon é órfão e não possui irmão, nunca conheceu seu pai e sua mãe faleceu no ano passado após contrair COVID, após a morte da mãe ele ficou sobre os cuidados de sua tia, irmã de sua mãe. Não possui computador e usa para realizar as aulas remotas um computador emprestado pelo Campus. Sua mãe era analfabeta, assim como sua tia. Épsilon relata que sempre foi um bom aluno e que nunca tinha perdido nota alguma em sua trajetória escolar, contudo a morte da mãe o abalou profundamente o que fez com que Épsilon perdesse o controle sobre os estudos e foi reprovado em todas as matérias:

Em maio minha mãe, que era empregada doméstica, contraiu COVID e em menos de 15 dias morreu, não teve nem velório, nem vi o corpo dela. Quando ela morreu fiquei sem ter pra onde ir, minha mãe morreu e nunca contou quem era meu pai. Fui morar na casa da minha tia, irmã da minha mãe, minha tia é doméstica também. Ela gosta muito de mim e pediu para eu voltar a estudar que ela ia me ajudar, está sendo uma mãe pra mim, ela disse que Deus nunca deu filhos para ela por que estava sendo preparada para cuidar de mim. (ÉPSILON, fala colhida da roda de conversa).

O aluno Épsilon é bem articulado e apesar de parecer “distante” em alguns momentos da roda de conversa tem posicionamento bem firme. Mora em um bairro periférico em uma casa de madeira e é beneficiado com duas bolsas de ajuda de custo oferecidos pelo Campus. Relata que não pratica nenhuma religião, mas acredita em Deus e que nunca gostou de ir à igreja. O aluno Delta relata que seu hobby preferido é desenhar e que gosta especificamente de desenhar personagens de quadrinhos e super-heróis.

Épsilon relata que adora desenhar gráficos e que sempre fez com muito capricho durante as aulas de matemática, relata já ter usado o GeoGebra mas que gosta de ao fim da aula desenhar novamente os gráficos gerados pelo software no caderno.

O aluno Ômega, é do sexo masculino, possui 17 anos, e mora seus pais é repetente no primeiro ano do ensino médio pela segunda vez. Estudou toda a sua vida em escola pública. Se declara branco e a renda familiar é entre superior a 10 salários mínimos. Épsilon tem dois irmãos que são mais velhos que ele. Possui computador pessoal, mas prefere acompanhar as

aulas através de um tablet que também possui. Seus pais possuem ensino superior completo, são Bacharéis em Direito e ambos atuam como Advogados. Épsilon relata que possui um laudo médico que o classifica com TDAH (Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade) e que por mais que tente tem hora que não consegue aprender, Ômega atribui a isso suas reprovações:

Eu sempre gostei de ir para escola, mas nunca gostei de matemática, matemática é difícil, na primeira vez faltou pouco para eu passar, só 8 pontos, ano passado foi tudo ruim, não gosto de aula em computador, minha mãe me deu um tablet, melhorou, mas mesmo assim é ruim. Tem hora que eu tento muito, muito mesmo, mas parece que as matérias não querem entrar em minha cabeça. (ÔMEGA, fala colhida da roda de conversa).

O aluno Ômega possui dificuldade para falar e durante toda a roda de conversa tenta participar durante a fala dos demais participante. Mora em uma casa de luxo num condomínio da cidade. Relata que não pratica nenhuma religião, mas que seus pais são Kardecistas e quando eles pedem ele vai com eles para o Centro para tomar passe. Ômega não possui bolsas de ajuda de custo oferecido pelo Campus. O aluno Ômega relata que seu hobby preferido ouvir música e que gosta de escutar rock nacional e internacional.

Ômega não se recorda se já usou o GeoGebra durante as aulas e perguntou se o software pode ser usado no tablet, relata ainda que está ansioso para começar o experimento para ver se com esses métodos ele irá conseguir aprender.

O aluno Sigma, é do sexo masculino, possui 18 anos, e mora com sozinho na cidade é repetente no primeiro ano do ensino médio pela primeira vez. Estudou toda a sua vida em escola pública. Se declara pardo e a renda familiar é um salário mínimo. Sigma possui 6 irmãos que moram com os pais em uma pequena propriedade rural bem afastado da zona urbana. Não possui computador e usa para realizar as aulas remotas um computador emprestado pelo Campus. Seus pais são analfabetos e vivem exclusivamente do que produzem em sua propriedade que é basicamente de agricultura de subsistência. Sigma relata que sempre foi um bom aluno e que saber que seria pai foi um “baque” muito grande para ele. Sigma é pai do bebê de Beta, e ele também atribui a isso o fato de sua reprovação:

Quando Beta me disse que estava grávida senti muita pressão sobre minha cabeça. Sempre falei para que quero ajudar meu filho, mas não tenho condição. Quando contei para meu pai que ia ser pai ele disse que a partir daquele momento eu era responsável por mim mesmo e que ele não ia me ajudar em mais nada. Sai da escola para trabalhar, mas não deu muito certo. Só falta essa matéria para eu poder pegar meu diploma, quero conseguir para ajudar a criar meu filho. (SIGMA, fala colhida da roda de conversa).

O aluno Sigma é bem articulado e fala com muita propriedade sobre o que se propõe. Mora em um pequeno apartamento no centro da cidade e não é beneficiado com bolsas de ajuda

de custo oferecidos pelo Campus. É evangélico, Presbiteriano. O aluno Sigma relata que seu hobby preferido mexer com programação de computadores e que esta também é sua área de atuação.

Sigma menciona que conhece o Software GeoGebra e que acredita que vai se sair bem nas atividades, visto que gosta de matemática e gosta de usar computador.

O aluno Lambda, é do sexo feminino, possui 16 anos, mora com seus pais e é repetente no primeiro ano do ensino médio pela primeira vez. Estudou até o nono ano do ensino fundamental em uma escola na aldeia indígena em que vive. Se declara indígena e a renda familiar de dois salários mínimos. Possui 3 irmãos e também uma filha de 2 anos de idade. Possui seu próprio notebook e é por ele que participa das aulas remotas. Seu pai não teve instrução formal e é o Cacique da aldeia em que vivem sua mãe cursou Licenciatura em Educação Básica Intercultural e é professora na escola da aldeia. Durante todo o ensino fundamental estudou na aldeia e a maioria das aulas eram ministradas em Wari, idioma falado em sua aldeia, atribui a isso sua reprovação:

A matéria dada aqui é muito diferente. Tem hora que eu não entendo o que o professor fala. Eles fala que eu já devia ter visto antes certos assuntos, mas eu não vi, eu gosto de matemática. Sofro mais nas aulas de português. Reprovei nas duas. Eu quero muito aprender. (LAMBDA, fala colhida da roda de conversa).

O aluno Lambda é bem articulado, mas não tem domínio completo da língua portuguesa, mas quando damos um tempo consegue mostrar todo o seu raciocínio. Durante toda a roda de conversa se mostrou atento também à fala dos outros sujeitos. Mora em uma aldeia localizada a 22 km da cidade e possui três bolsas de ajuda oferecidas pelo Campus. Relata que sua religião é a natureza e segue o que o Pagé de sua aldeia dita como preceito religioso. O aluno Lambda relata que seu hobby preferido é pescar e fazer cestas e que não pretende sair da aldeia.

Quando inquirido sobre o que acha que irá ocorrer no experimento, Lambda diz quer muito aprender a usar o computador para sanar as suas dúvidas em matemática e que está ansiosa para começar as aulas.

Apresento a seguir um quadro resumo acerca dos participantes da pesquisa para que seja mais fácil para recordar-se deles quando da leitura desta tese.

Quadro 2: Quadro síntese dos aspectos socioeconômicos dos participantes

Nome	Sexo	Idade	Cor	Características	Acesso a Internet
Alfa	Feminino	16	Branco	Fez intercambio, se interessa por blogs	Sim, com computador
Beta	Feminino	17	Pardo	Já é mãe, se interessa em livros	Não, sem computador
Gama	Masculino	16	Branco	Jogos on-line	Sim, com computador
Delta	Masculino	15	Negro	Ajuda o pai na construção civil, futebol	Não, com computador
Épsilon	Masculino	16	Pardo	Mãe faleceu COVID, gosta de desenhar	Não, sem computador
Ômega	Masculino	17	Branco	TDAH, gosta de rock	Sim, com computador
Sigma	Masculino	18	Pardo	Pai do bebê de Beta, gosta de programação	Não, sem computador
Lambda	Feminino	16	Indígena	Mora em aldeia, fala em Wari, já é mãe	Não, sem computador

Fonte: Elaborado pelo autor

5.2 Desenvolvimento do Experimento

O primeiro encontro foi dia 07/05/2021 e durante 2 horas conversamos e através do roteiro proposto pude caracterizar cada um dos sujeitos da pesquisa, e o que foi gerado nessas duas primeiras horas é o que está relatado sobre cada um dos alunos acima.

A segunda parte do primeiro encontro serviu para discutir sobre as raízes da equação de segundo grau. Começamos relembrando com os alunos que na expressão algébrica as letras são denominadas variáveis e nas equações, incógnitas.

Sigma percebeu que “enquanto nas expressões algébricas, as letras podem assumir diferentes valores com os quais se determina o valor numérico daquela expressão, isto não acontece com as incógnitas” (SIGMA) aproveitei o momento para esclarecer que são valores já estabelecidos que, de maneira geral, pretendemos determinar na equação.

Relembrei, por meio de um problema, a resolução de equações do primeiro grau e, em seguida, apresentamos a ideia de grau de uma equação. Solicitei aos alunos que realizassem a verificação da solução encontrada para a equação e que se certifique de que essa solução é adequada ao problema.

Ao desenvolver a resolução de equações do 2º grau, o aluno deve perceber que pode haver duas, uma, ou nenhuma solução no conjunto dos números reais. Depois da resolução de algumas equações incompletas, apresentei a forma geral de uma equação do 2º grau, preparando, assim, a resolução das equações completas.

Ao abordar as raízes da equação do 2º grau com uma incógnita, expliquei aos alunos que, para um número ser raiz de uma equação, ao substituí-lo na incógnita, temos de obter uma igualdade verdadeira. Enfatizei que o coeficiente a é sempre diferente de zero. Neste ponto da aula perguntei ao aluno Delta o que aconteceria caso o coeficiente fosse zero, ao que o mesmo respondeu:

Professor, acho que vou ter que multiplicar o zero do a pelo valor da raiz, e eu acho que se eu fizer isso a igualdade que o senhor falou que aconteceria como verdadeira iria deixar de acontecer, é isso? (DELTA, transcrição da aula)

Ômega disse “*se o a for zero a equação vai deixar de ter grau dois e ter grau 1*” e Lambda perguntou o que era grau da equação, sendo respondida por Ômega que disse a ela que era o “*maior número que fica sobre o x* ”. Aproveitei o momento para falar sobre grau de uma equação. Recordei com eles a representação geométrica de um trinômio quadrado perfeito para propor a resolução de equações do 2º grau pela fatoração desse trinômio. O trabalho com fatoração do trinômio quadrado perfeito permitiu que os alunos compreendessem mais facilmente como se chega à fórmula geral da resolução das equações do 2º grau.

Sugeri que a obtenção da fórmula fosse feita passo a passo, com a participação dos alunos e deduzimos o a forma geral de obtenção das raízes da equação do segundo grau. No momento em que resolvemos realizar tal dedução um diálogo me chamou a atenção:

Sigma: Parece que algumas coisas aparecem do nada no meio da conta!

Gama: Verdade, parece que é forçado!!!

Sigma: Nem lembrava mais do que era trinômio.

Beta: Do nada manda multiplicar por dois.

Delta: E do nada somem alguns termos.

Neste ponto é possível verificar que os alunos estão falando das regras de fatoração e fica claro que a aula deve ser interrompida para que tratemos um pouco sobre técnicas de fatoração. Falamos então em fator comum em evidência, diferença de quadrados, quadrado da soma, quadrado da diferença e damos enfoque ao trinômio quadrado perfeito. Pode-se verificar que a resolução e dedução da fórmula para conhecimento das raízes de uma função de segundo grau com termos completos fica mais fácil de ser compreendida pelos alunos.

Certamente a sala de aula é um ambiente complexo e altamente dialético, as mudanças impostas ao plano de aula original só nos mostram os quão preparados devemos estar e neste contexto é possível verificar as ideias de Davidov (1985) ao abordar a questão do abstrato e do concreto. Na visão deste autor o processo de aquisição de conhecimentos matemáticos deve seguir este padrão do abstrato para o concreto, e é isto que está sendo proposto neste ponto da aula.

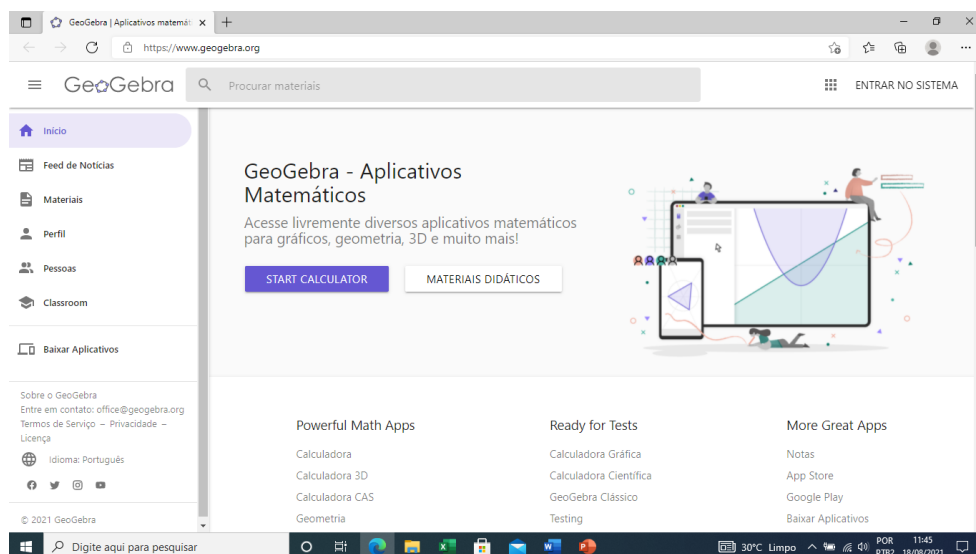
É sugerido então aos alunos que realizem a resolução de uma equação do segundo grau, mas não usando a fórmula geral obtida na demonstração, mas sim que refaçam todos os passos da demonstração, Lambda então diz: “*Não acho que irei conseguir, mas vou tentar*”, curiosamente foi o primeiro a concluir corretamente a atividade.

Encerramos o primeiro encontro, no qual além das apresentações iniciais e apresentação do roteiro deduzimos a fórmula geral para obtenção das raízes da equação do segundo grau. O grupo participou muito bem desta aula. Encaminhei o link com o Software GeoGebra para que os alunos pudessem ter acesso e explorassem um pouco por conta própria.

O segundo encontro foi realizado no dia 12/05/2021, com duração de 2 horas, aplicamos a Aula 1 que foi proposta e o roteiro desta aula encontra-se na parte Experimento desta tese.

A Aula 1 teve início apresentando para os alunos a interface do software GeoGebra. O software foi apresentado como um ferramenta dinâmica e multiuso, ele foi criado para mesclar geometria plana com álgebra usando geometria analítica e foi bem inovador para aquele momento, seus desenvolvedores vendo que estavam diante de uma ferramenta com bastante potencial começaram a introduzir vários outros recursos dentro dele. É importante salientar que o GeoGebra é um software livre e gratuito para que todos possam usar, possui versões par desktop, para usar no navegador online e para usar no celular. Aqui nesta pesquisa, usaremos a versão online, para que todos tenham a mesma visão de tela e tem a facilidade de assim que acessar o site já é possível começar a usar e todos esses recursos já podem ser usados quando acessados pelo endereço www.GeoGebra.org.

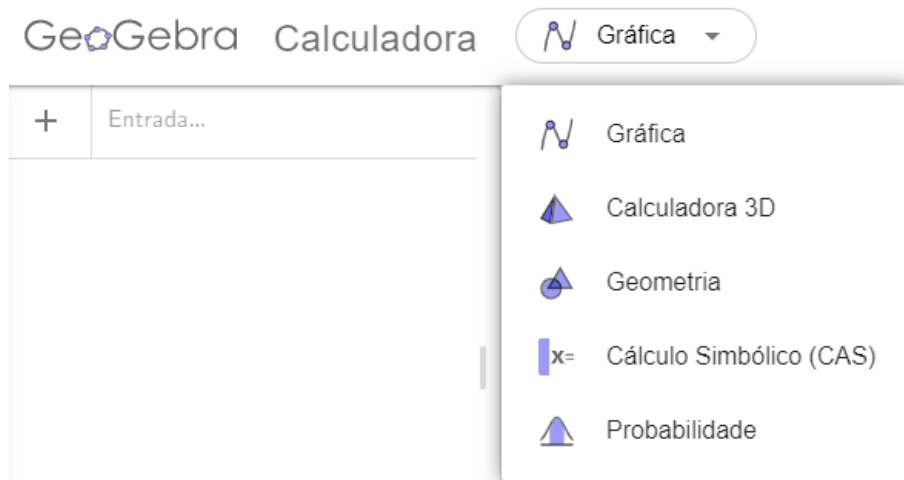
Fig. 5: Tela de apresentação do GeoGebra



Fonte: elaborado pelo autor

Neste ponto da aula foram apresentadas algumas funcionalidades do software com o objetivo de familiarização dos alunos com o programa. Foi solicitado que clicassem em [START CALCULATOR](#) para que fosse retornado a tela de abertura. Delta faz então a seguinte pergunta: “ao abriremos ele abre como se fosse uma calculadora?” (DELTA). Explico que sim e começo a mostrar os principais recursos.

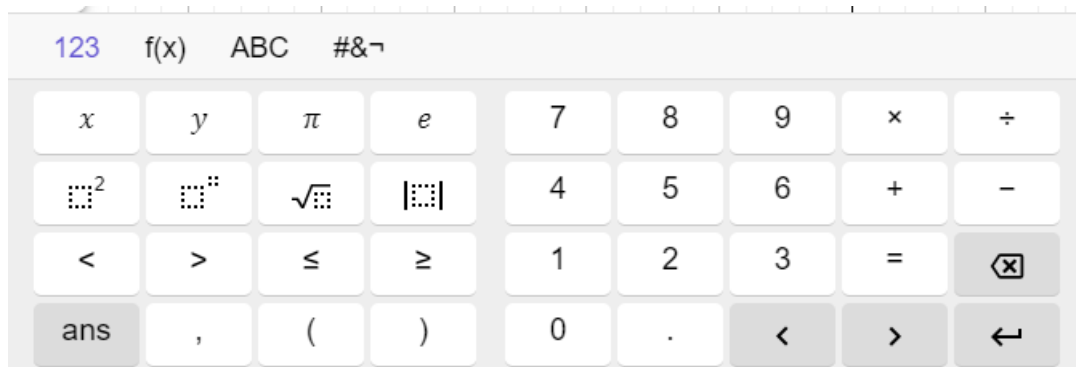
Fig. 6: Principais Funcionalidades do Software Online



Fonte: elaborado pelo autor

Para digitar e inserir funções pode ser feito na função entrada digitando com o teclado ou com a ajuda da função teclado virtual, que está abaixo:

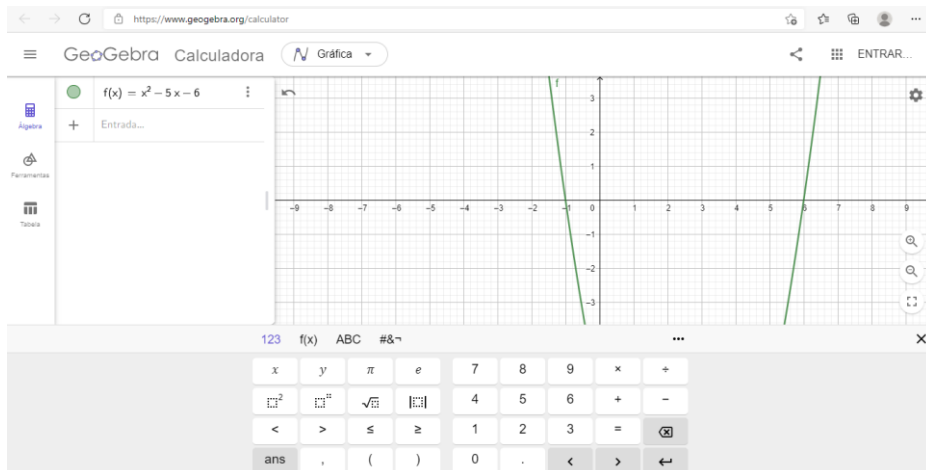
Fig.7: Teclado virtual



Fonte: elaborado pelo autor

Foi solicitado que os alunos digitassem a função $f(x) = x^2 - 5x - 6$, para que pudessem ter a primeira visualização do gráfico da função. O que foi gerado:

Fig.8: Gráfico gerado pela função $f(x) = x^2 - 5x - 6$ sem ajustes



Fonte: elaborado pelo autor

Formou-se o seguinte diálogo logo após a apresentação do gráfico:

Épsilon: Não conseguir entender nada deste gráfico.

Ômega: Tem uma maneira de ficar melhor?

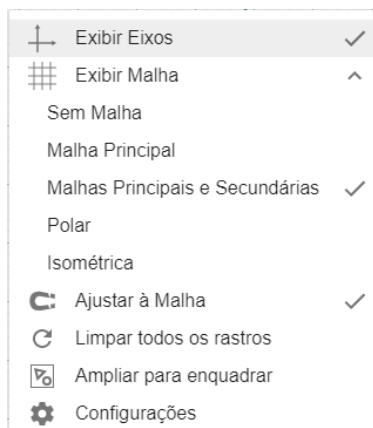
Beta: Eu cliquei nesta lupa que aparece desenhada e o gráfico aumenta ou diminui.

Alfa: Se clicar dentro também fica melhor, pois some o teclado virtual.

Ômega: Mas esse tanto de linha atrapalha muito ainda.

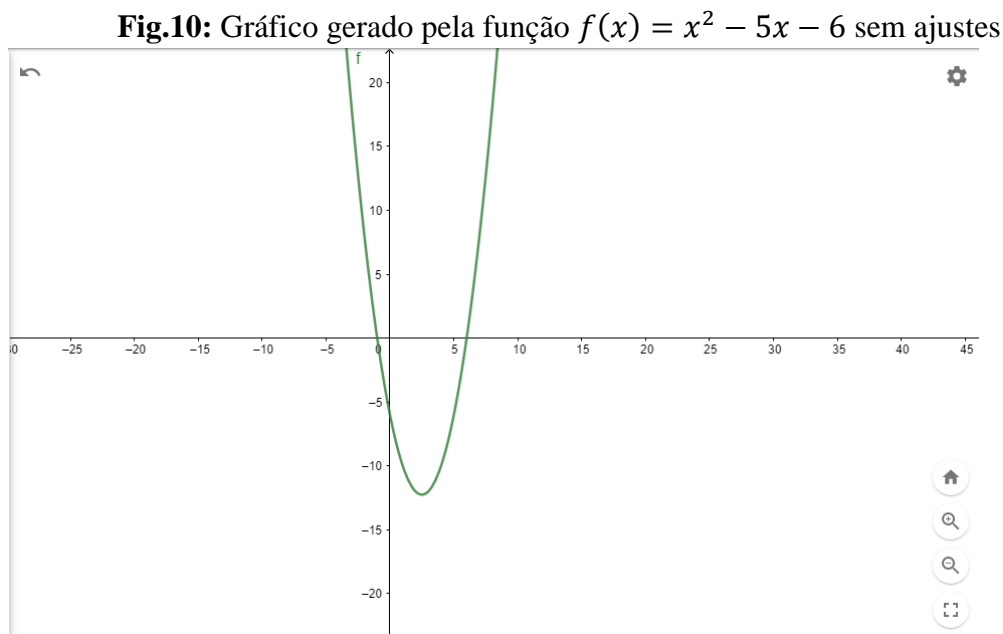
Verifiquei que os mesmos estavam investigando por conta própria o software e deixei que os mesmos tentassem se resolver até que Ômega reclama das grades, foi solicitado que clicassem com o botão direito do mouse, clicassem em Exibir malha e usassem a função Sem Malha.

Fig.9: Opções apresentação



Fonte: elaborado pelo autor

Após os ajustes sugeridos o gráfico ficou a seguinte aparência:

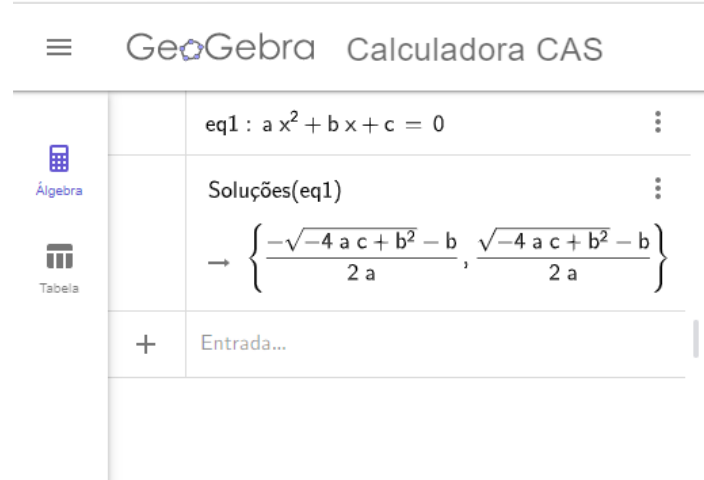


Fonte: Elaborado pelo autor

Logo em seguida foi explorado a função “*Calculadora CAS*”, foi indicado que estava localizada na lista “*Powerful Maths Apps*”. Os alunos abriram tais funções e após algum tempo explorando a aplicação iniciamos o protocolo da aula 1, seguindo todos os passos que foram propostos para aquele momento, a saber:

- 1º passo: Na tela inicial da versão *on-line*, na lista “*Powerful Math Apps*”, clique em “*Calculadora CAS*”. Deve abrir uma nova janela.
- 2º passo: Na primeira linha do campo Entrada, escreva a equação de 2º grau na forma geral. Para isso, digite **eq1: $a * x^2 + b * x + c = 0$** e tecla “*Enter*”. Observe que “ \wedge ” indica a operação de potenciação e “ $*$ ” indica a operação de multiplicação.
- 3º passo: Na segunda linha do campo Entrada, digite *Soluções(eq1)* e tecla “*Enter*”. Dessa maneira, o GeoGebra apresenta duas raízes possíveis, que geralmente chamamos de x' e x'' ou de x_1 e x_2 .

Se seguidos corretamente os passos a tela que se apresenta terá o seguinte aspecto:

Fig. 11: Soluções da equação no CAS do GeoGebra

Fonte: Elaborado pelo autor

Cinco alunos conseguiram seguir os passos corretamente, contudo três deles: Alfa, Ômega e Sigma não conseguiram:

Alfa: Teve um erro aqui no meu, não apareceu igual está no material, será o que eu fiz de errado.

Ômega: O meu também não está aparecendo aqui acho que errei também.

Após pequenos ajustes nas funções do software a totalidade dos alunos conseguiu usar a ferramenta da maneira correta e com condições de dar seguimento na estrutura da Pesquisa. Esse primeiro momento mostrou-se muito importante, pois foi necessário que esse contato fosse realizado no sentido de que usar a ferramenta seria muito necessário para verificar se as transformações expansivas procuradas estavam ocorrendo, e se realmente estavam ocorrendo pelo uso do Software.

Para não fugir muito a proposta desta tese não irei transcrever para este texto todas as falas obtidas durante todas as aulas e o foco será direcionado aos assuntos que são necessários para a construção dos elementos de formação e apropriação de conceitos formados durante o experimento.

Considerando as atividades propostas para a primeira aula é possível observar que os alunos conseguiram realizar as atividades, sendo Lâmbda a última a finalizar a tarefa, quando fui questionar o porquê de não estar conseguindo finalizar a tarefa, Lâmbda relata que o acesso à internet não estava bom naquele dia. Lâmbda mora em uma aldeia, distante 22 km da cidade.

Neste ponto é necessário fazer uma reflexão que os acessos aos meios de comunicação não são iguais para todos e o problema relatado por esse aluno é presente na

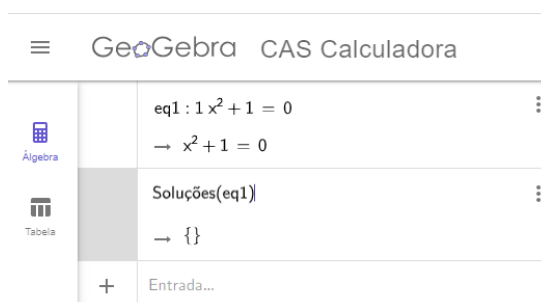
realidade de outros sujeitos desta pesquisa e o fato é ampliado pelos rincões do Brasil, não só no interior, mas também nos grandes centros. Especificamente em Rondônia, a internet não é das melhores e o acesso a uma internet de qualidade mediana fica cara. O Instituto Federal de Rondônia realizou um levantamento para verificar a existência e qualidade do acesso à internet para os seus alunos e o resultado foi assustador, sendo que uma grande parcela não possuía nem acesso e nem qualidade quanto a esse acesso.

Foram adquiridos 125 aparelhos de celular com acesso à internet para serem disponibilizados aos alunos que precisavam deste recurso e oferecidos 160 bolsas de R\$ 65,00 reais para pagamento de planos de internet para os alunos, mas mesmo assim nem todos os que necessitavam foram atendidos. Nesse grupo selecionado para pesquisa, Lâmbda e Epsilon receberam celular e bolsa para acesso à internet enquanto Delta, Beta e Sigma não conseguiram o celular, mas conseguiram a bolsa para contratar a internet. Mas o realizado nesse instituto está longe de ser o que ocorre em todo o Brasil, o que realmente podemos observar é que o ensino remoto forçado pela pandemia escancara o que todos já sabiam: nosso país é extremamente desigual. Vivemos em tempos obscuros e altamente cercados pelo negacionismo e uma tentativa de revisionismo histórico.

Após alguns ajustes nas ações realizadas na primeira atividade todos os alunos conseguiram finalizar a atividades que formam propostas. Como destaque posemos citar ainda, que mesmo de maneira remota, houve uma interação excelente entre todos os alunos. Apesar de ter que intervir em alguns momentos da aula para voltar em alguns tópicos, creio que os alunos conseguiram comunicar entre si e tirar dúvidas uns dos outros.

Gama, relata que até aquele momento não entendia o que significava de fato a questão do discriminante delta ter valor negativo. Neste ponto, foi importante realizar uma atividade junto ao software GeoGebra em que a situação fosse representada e Alfa sugeriu a equação $x^2 + 1 = 0$. Ao ser inserida no Software gerou a seguinte situação:

Fig. 12: Soluções para a equação $x^2 + 1 = 0$ no CAS



Fonte: Elaborado pelo autor

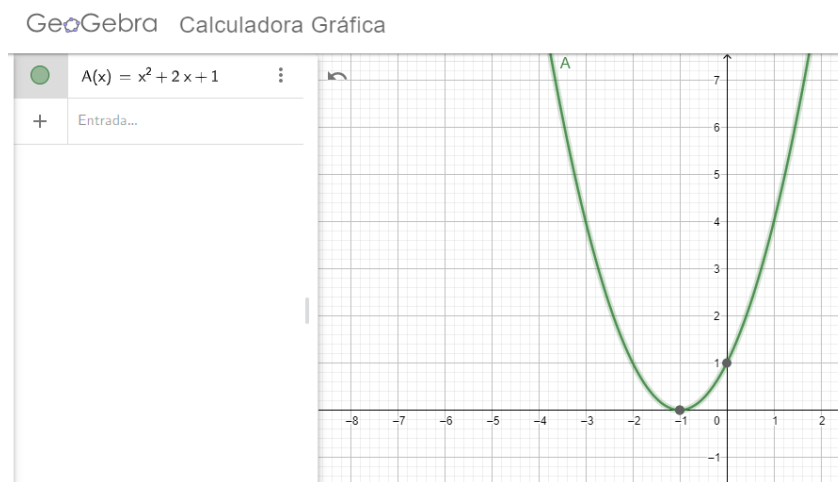
Neste momento da aula, foi possível descrever sobre a questão de existência ou não de raízes reais e Gama pode então entender o que isso significava.

As aulas 2 e 3 transcorreram sem mais problemas e foi possível analisar juntos com os alunos aspectos relacionados aos coeficientes das funções quadráticas e ao mesmo tempo analisar o gráfico da função quadrática, inicialmente foram propostos três gráficos para que os alunos investigassem suas principais características das funções quadráticas e explorar um pouco essa função.

Realizamos a análise dos coeficientes de uma equação e de uma função do segundo grau. Delta observou que “são os coeficientes que determinam os valores das raízes da função”. O que ficou muito genérico e onde Ômega se sentiu perdido. Épsilon perguntou se escolhêssemos um ponto fixo para análise seria mais fácil de entender.

Apresentei então o conceito de função quadrática e expliquei sobre o seu gráfico. Sigma sugeriu alguns valores para os coeficientes, a saber: para $a = 1$, $b = 2$ e $c = 1$ e passamos a construir seu gráfico.

Fig. 13: Gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x + 1$



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao construir o gráfico Sigma perguntou o que o ponto $(-1, 0)$ representava e prontamente foi respondido por Alfa, afirmando ser o “vértice da parábola”. Nesse ponto perguntei o que era “vértice da Parábola”. Sucedeu-se o seguinte diálogo:

Ômega: O vértice é o ponto final da parábola.

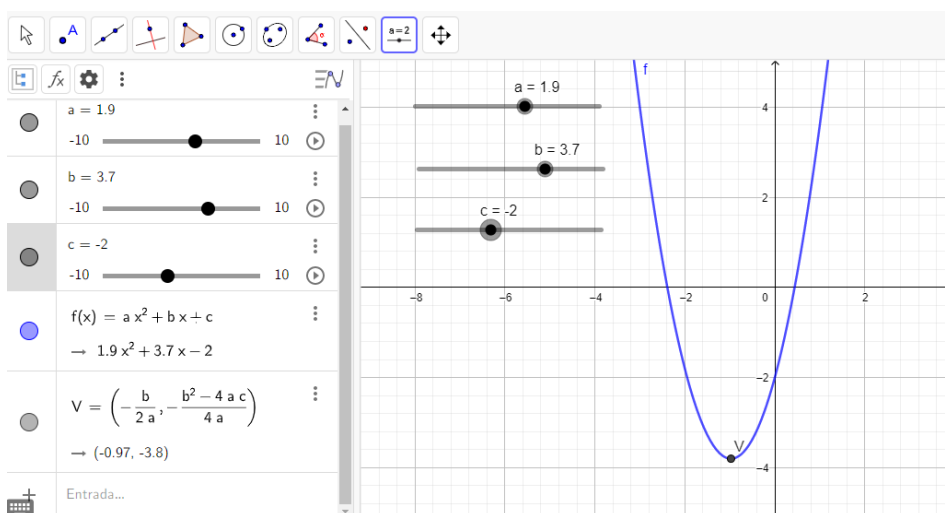
Sigma: Não acho que seja isso, pois parece que ela continua.

Épsilon: É o lugar onde a parábola muda, estava diminuindo e começa a crescer no vértice.

Delta: Então vértice é o lugar onde a parábola muda seu comportamento.

Após esse diálogo apresentei aos alunos o seguinte conceito: O vértice de uma parábola é o ponto exato que a função muda seu comportamento, deixando de ser crescente e passando a ser decrescente ou deixando de ser decrescente e passando a ser crescente. Gama pergunta então se tem como “definir esse ponto” e mostro que esse ponto é definido por: $V = (x_v, y_v) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$.

Fig. 14: Inserção de controles deslizantes



Fonte: Elaborado pelo autor

Após a geração do gráfico acima foi fornecido um tempo para que os alunos discutissem os resultados encontrados e visualizados no GeoGebra, as principais colaborações alcançadas foram que:

Épsilon: Todo gráfico de uma função do segundo grau é uma parábola.

Sigma: A função quadrática encosta o eixo das ordenadas exatamente no ponto $C = (0, f(0))$.

Beta: Quando a é maior que zero a parábola tem a concavidade voltada para cima; quando a for menos que zero a concavidade será voltada para baixo.

Aproveito a fala de Beta para complementar que se a concavidade for voltada para cima, tem-se um ponto mínimo absoluto exatamente no vértice; se a concavidade for voltada para baixo, temos um máximo absoluto no vértice.

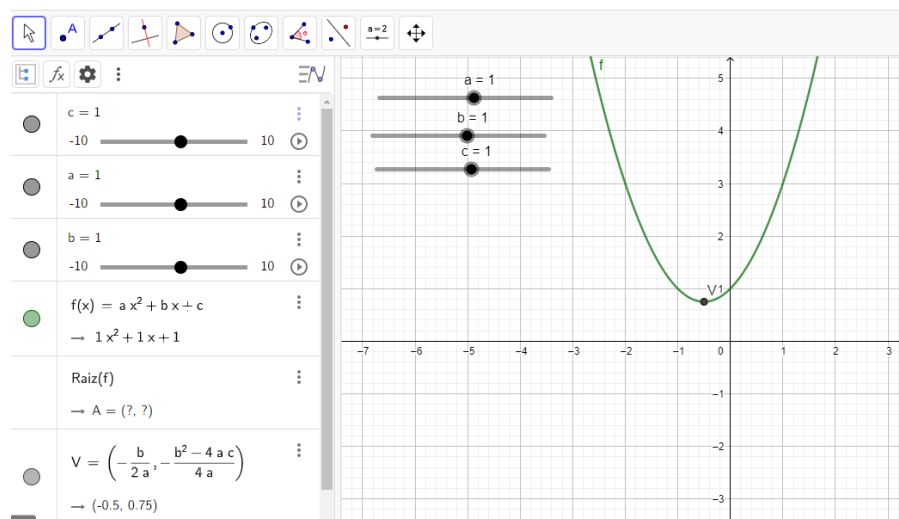
O terceiro experimento proposto teve um foco maior no comportamento dos coeficientes da função quadrática. Depois de um pouco de discussões, determinamos que o vértice da função seria nosso ponto de referência para analisar o comportamento dos coeficientes da função quadrática. Ou seja, verificou-se como o vértice da parábola se deslocava conforme a variação de cada um de seus coeficientes.

Os alunos inicialmente foram orientados para seguir os seguintes passos no GeoGebra:

- Construir o gráfico de uma função polinomial do segundo grau $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.
- Aplicar os controles deslizantes a , b e c e fixar seus parâmetros entre -10 e 10
- Destacar o vértice da parábola, inserindo no campo de entrada o comando $V = (X_v, Y_v) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$
- Habilitar o rastro do vértice.

Após realizados os passos acima o gráfico gerado será:

Fig. 15: Habilitando rastro do vértice



Fonte: Elaborado pelo autor

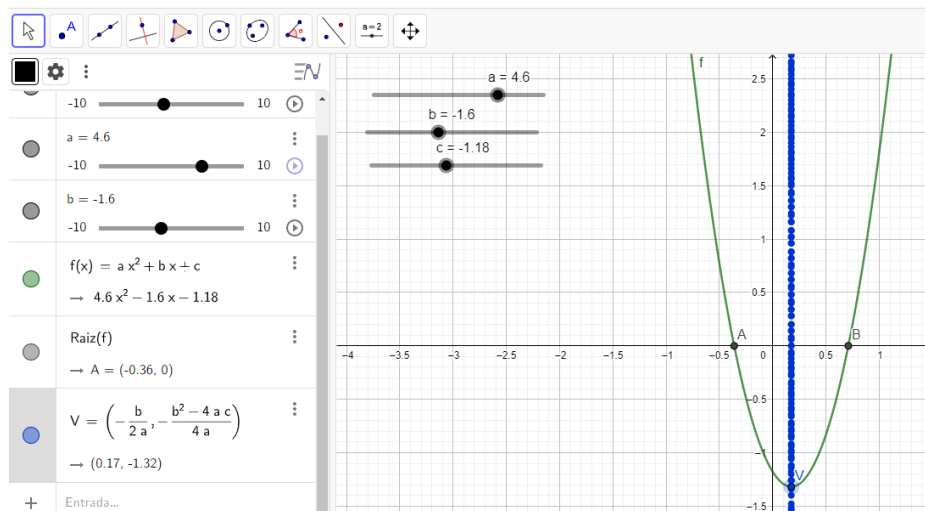
Para verificar o que ocorreu com o vértice (consequentemente ao seu gráfico), dividimos em três partes I, II, III. Em cada parte, fixamos dois dos coeficientes, variamos o outro e verificamos os resultados. Fizemos então um estudo algébrico e um estudo gráfico usando o GeoGebra sobre o deslocamento de alguns pontos específicos.

Parte I - Variação do coeficiente c

Inicialmente os coeficientes a e b foram fixados e o coeficiente c sofreu variações. Após realizada variações com o coeficiente c , discutimos a análise em duas vertentes distintas, na primeira um estudo gráfico e em seguida uma análise analítica da situação.

Ômega sugeriu os valores fixos de a e b , sendo $a = 4,6$ e $b = -1,6$, gerando o gráfico:

Fig. 16: Variação do coeficiente c



Fonte: Elaborado pelo autor

A figura acima, mostra como se deslocou o vértice da função do tipo $f(x) = 4,6x^2 - 1,6x + c$ à medida que o coeficiente c variou. Épsilon disse que o “vértice subiu e desceu reto”, aproveitei e perguntei a eles como este rastro deixado pelo vértice se parece e Sigma disse que parecia uma reta quando foi completado por Gama que observou que “esta reta era paralela ao eixo y ”.

Iniciamos a análise analítica e as conclusões podem ser expressas por:

Sejam a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ e $k \in \mathbf{R}$. Então, se variar o coeficiente c em k unidades tem-se, $f_1(x) = ax^2 + bx + c_1$ com $c_1 = c + k$. Sabe-se que a função f tem vértice no ponto $V = (x_v, y_v) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$. Logo pode-se observar que f_1 tem a mesma abscissa x_{v1} do vértice V , pois ela não do coeficiente c . Porém, sua ordenada é:

$$y_{v1} = \frac{-b^2 + 4ac_1}{4a} = \frac{-b^2 + 4a(c + k)}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} + \frac{4ak}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} + k.$$

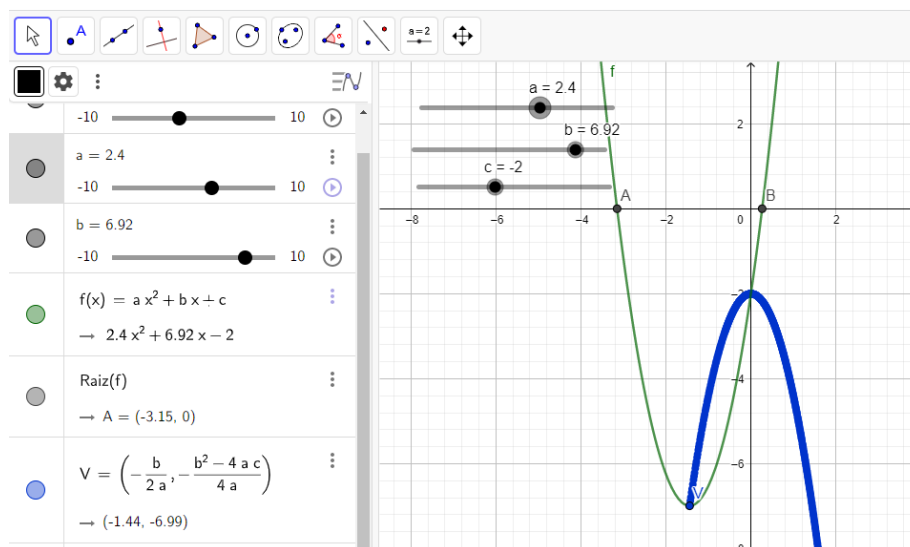
Logo, $y_{v1} = y_v + k$. Deste modo observa-se que o vértice V da função f sofre um deslocamento de $|k|$ unidades na direção vertical, pois $V_1(x_v, y_v + k)$. Observando também que a parábola sofre um movimento vertical quando o coeficiente c é variado, este movimento pode ser para cima ou para baixo, ou seja, se $k > 0$ a parábola se desloca para cima, e se $k < 0$ se deslocará para baixo. O deslocamento do vértice se dará ao longo da reta $x = \frac{-b}{2a}$, e todas as demais características da parábola se mantêm.

Parte II - Variação do coeficiente b

Nesta parte, os coeficientes a e c foram fixados e o coeficiente b sofrerá variações. E a sugestão dos valores fixos para a e c foram sugeridos por Alfa, sendo $a = 2,4$ e $c = -2$

Gerando a figura abaixo:

Fig. 17: Variação do coeficiente b



Fonte: Elaborado pelo autor

Após a geração do gráfico os alunos tentaram entender o que estava acontecendo:

Delta: é uma parábola virada para baixo?

Beta: Com certeza, olha o gráfico.

Delta: Como é o nome quando ela está assim???

Sigma: Concavidade voltada para baixo, certo professor?

Expliquei que o gráfico, representa a variação da posição do vértice V em que se considerou a função $y = 2,4x^2 + 6,92x + c$. Pode-se observar geometricamente, que o vértice se desloca sobre uma função auxiliar de equação $g(x) = -0,8x^2 + 1,6$, como é

apresentado no gráfico. Sigma então conclui: “Variando o coeficiente b e mantendo a e c fixos em uma função quadrática, o vértice desta função se desloca sobre uma função parecida com a função original, porém com a concavidade invertida”. No GeoGebra, tal função foi denominada $g(x)$ e é do tipo $g(x) = -ax^2 + c$.

O estudo analítico conclui que: sejam a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ e $k \in \mathbf{R}$. Ao variar o coeficiente b em k unidades tem-se $f_1(x) = ax^2 + b_1x + c$, com $b_1 = b + k$.

A verificação da não variação do coeficiente c , confirmou-se que as duas funções $f(x)$ e $f_1(x)$, interceptam o eixo das ordenadas no ponto $B(0, c)$. Sabe-se que a função f tem vértice no ponto $V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$. Determinando a abscissa x_{v_1} do vértice v_1 de $f_1(x)$, tem-se:

$$x_{v_1} = \frac{-b_1}{2a} = \frac{-b-k}{2a} = \frac{-b}{2a} - \frac{k}{2a} = x_v - \frac{k}{2a}$$

A ordenada de V_1 é:

$$y_{v_1} = \frac{-b_1^2 + 4ac}{4a} = \frac{-(b+k)^2 + 4ac}{4a} = \frac{-b^2 - 2bk - k^2 + 4ac}{4a}$$

Ou seja,

$$y_{v_1} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} + \frac{-2bk - k^2}{4a} = y_v - \frac{k^2 + 2bk}{4a}$$

Assim tem-se o vértice $V_1 = \left(x_v - \frac{k}{2a}, y_v - \frac{k^2 + 2bk}{4a}\right)$ para $f_1(x)$. Pode-se observar que tanto a abscissa quanto a ordenada depende do valor de k . Considerando a e c constantes e k como uma variação de b , k é um parâmetro para x_{v_1} e y_{v_1} , ou seja, estão em função de k .

$$\begin{cases} (i) & x_{v_1} = x_v - \frac{k}{2a} \\ (ii) & y_{v_1} = y_v - \frac{k^2 + 2bk}{4a} \end{cases}$$

Eliminando o parâmetro k obtém-se y_{v_1} em função de x_{v_1} . (Então, isolando k na equação i) tem-se:

$$2ax_{v_1} = 2ax_v - k \Rightarrow k = 2ax_v - 2ax_{v_1} = 2a\frac{-b}{2a} - 2ax_{v_1}$$

Substituindo o valor k na equação ii), obtém-se:

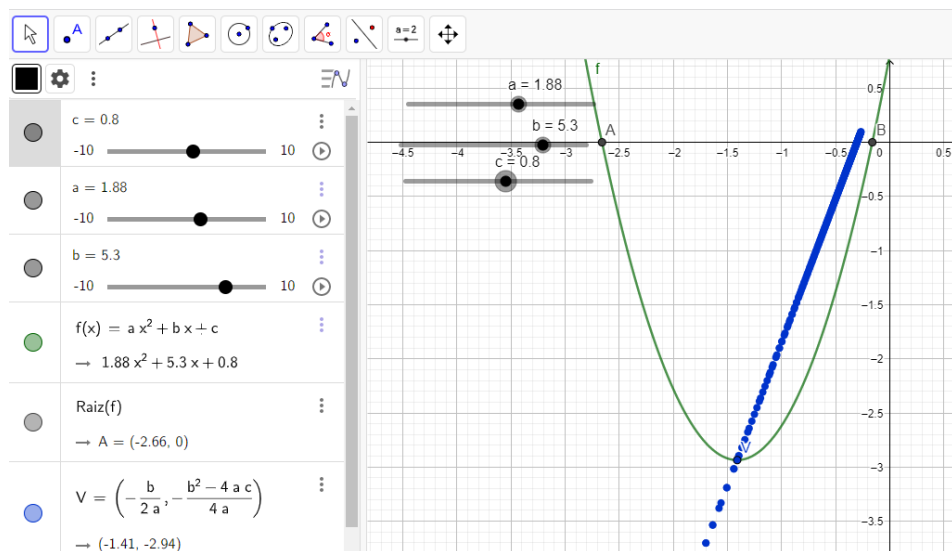
$$\begin{aligned}
 y_{v1} &= \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} - \frac{[(-b - 2ax_{v1})^2 + 2b(-b - 2ax_{v1})]}{4a} \\
 &= \frac{-b^2 - 4ac - b^2 - 4abx_{v1} - 4a^2x_{v1}^2 + 2b^2 + 4abx_{v1}}{4a} \\
 &= \frac{4ac - 4a^2x_{v1}^2}{4a} = -ax_{v1}^2 + c
 \end{aligned}$$

Portanto, a função auxiliar que descreve o movimento do vértice da parábola, quando variado o coeficiente b é fixado os coeficientes a e c será $f_v(x) = -ax_{v1}^2 + c$.

Parte III. Variação do coeficiente a e mantendo b e c fixos

Utilizando o GeoGebra, construiu-se os rastros do vértice V , obtidos com a variação da coeficiente a na função tipo $y = ax^2 + 5,3x + 8$; à medida que variou-se o coeficiente a . O Gráfico abaixo representa o deslocamento obtido da posição do vértice V .

Fig. 18: Variação do coeficiente a



Fonte: Elaborado pelo autor

Verificou-se via análise gráfica, que o vértice se deslocou sobre uma reta auxiliar. Podemos então concluir que variando o coeficiente a e mantendo b e c fixos em uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, o vértice da parábola descrita por esta função desloca-se

sobre uma reta, de equação $g(x) = \frac{bx}{2} + c$. Pois sejam a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ e $k \in \mathbf{R} - \{a\}$. Ao variar o coeficiente a em k unidades tem-se $f_1(x) = a_1x^2 + bx + c$, com $a_1 = a + k$.

Sabe-se que a função f tem vértice no ponto $V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$. Determinando a abscissa x_{v_1} do vértice v_1 de $f_1(x)$, tem-se:

$$x_{v_1} = \frac{-b}{2a_1} = \frac{-b}{2(a+k)} = \frac{-b}{2a+2k}$$

A ordenada de v_1 é:

$$y_{v_1} = \frac{-(b^2 - 4a_1c)}{4a_1} = \frac{-b^2 + 4(a+k)c}{4(a+k)} = \frac{-b^2 + 4ac + 4kc}{4a + 4k}$$

Assim tem-se o vértice $V_1 = \left(\frac{-b}{2a+2k}, \frac{-b^2+4ac+4kc}{4a+4k}\right)$ para $f_1(x)$.

Pode-se observar que tanto a abscissa quanto a ordenada depende do valor de k . Considerando a , b e c constantes e k como uma variação de b , k é um parâmetro para x_{v_1} e y_{v_1} , ou seja, estão em função de k .

$$\begin{cases} i) & x_{v_1} = \frac{-b}{2a+2k} \\ ii) & y_{v_1} = \frac{-b^2+4ac+4kc}{4a+4k} \end{cases}$$

Eliminando o parâmetro k obtém-se y_{v_1} em função de x_{v_1} . Isolando k na equação i), tem-se:

$$2ax_{v_1} + 2kx_{v_1} = -b \Rightarrow k = \frac{-b - 2ax_{v_1}}{2x_{v_1}}$$

Substituindo na equação ii), obtém-se:

$$\begin{aligned} y_{v_1} &= \frac{-b^2 + 4ac + 4\left(\frac{-b-2ax_{v_1}}{2x_{v_1}}\right)c}{4a + 4\left(\frac{-b-2ax_{v_1}}{2x_{v_1}}\right)} = \frac{-b^2 + 4ac + \left(\frac{-4b-8ax_{v_1}}{2x_{v_1}}\right)c}{4a + \left(\frac{-4b-8ax_{v_1}}{2x_{v_1}}\right)} \\ &= \frac{\frac{-2b^2x_{v_1} + 8acx_{v_1} - 4bc - 8acx_{v_1}}{2x_{v_1}}}{\frac{8ax_{v_1} - 4b - 8ax_{v_1}}{2x_{v_1}}} = \frac{-2b^2x_{v_1} - 4bc}{-4b} = \frac{bx_{v_1}}{2} + c \end{aligned}$$

Portanto,

$$f_v(x) = \frac{bx_{v1}}{2} + c$$

Pode-se observar que $f_v(x)$ é uma função polinomial do primeiro grau, cujo gráfico é uma reta que intersecta o eixo Oy no ponto $(0, c)$. Logo, ao variar o coeficiente da função $f(x)$ em k unidades, o vértice se desloca sobre uma reta.

5.3 Análise das transformações expansivas

Nesse ponto, é preciso compreender, discutir e apresentar de forma direta o que está acontecendo no sistema de atividades do experimento, focando no que o pesquisador idealiza. Engeström (p.123, 1999) usa a metáfora de um "mosaico" para descrever a dinâmica de composição e transformação de objetos e motivações ao longo do desenvolvimento de um sistema ativo, o que me parece suficiente para buscar esse tipo de trabalho de forma mais ou menos linear. A partir do exercício de escrita, oportunizou-se a aproximação da pergunta que norteia esta tese: "As ferramentas tecnológicas, entre elas o software GeoGebra, facilitam no processo de ensino e aprendizagem da Matemática para alunos do ensino médio"? Isso porque, entender os momentos de transições de expansão que ocorrem em diferentes sistemas, de forma similar a fragmentos de um mosaico que são justapostos ao longo do tempo, sugerindo que os processos envolvidos em sua construção são dinâmicos e que seus fragmentos podem, às vezes, abrir espaço ou se sobrepor parcialmente a outros.

Portanto, o enredo formulado nesta seção, para descrever a construção deste mosaico, não deve ser entendido apenas enquanto narrativa de como suas diferentes partes são dispostas, mas antes, como esse movimento direcionado pela busca de triangular os resultados nesses diferentes sistemas. Minha intenção é apontar que, seja qual for a investigação, ela deve revelar e discutir não apenas o que "funciona", mas também padrões que não estão acontecendo como esperado. A princípio pensei que não conseguiria fazer com que todos entendessem o conceito de funções quadráticas e não pedia aos alunos todas as respostas positivas, mas o que aconteceu foi muito maior do que eu pensava, e muitas vezes o fato do aluno provar que a interação com o software é uma maneira clara de ensinar funções quadráticas e outras, bem como outros elementos da matemática.

Durante a apresentação dos conceitos nos experimentos, houve muitos momentos de tensão, principalmente pelo medo da mudança, ou pela demonstração de conhecimentos diferentes entre os alunos. O medo da mudança ficou evidente ao utilizar o software GeoGebra para calcular as raízes de equações quadráticas, e os alunos envolvidos no estudo ainda insistiam em saber como era feito o processo com lápis e papel, o que pode ser visto como uma visão positiva e negativa. Demonstra também a existência de conhecimentos divergentes entre eles sobre a familiaridade de utilização dos recursos computacionais, o que para alguns é quase natural para outros, requer mediação no processo é muito necessária. No entanto, esses não são os únicos fatores que sugerem que as transições inflacionárias não estão ocorrendo.

A partir da sistematização dos dados e respectiva análise das informações, foi possível inferir que havia, de forma geral, consistente discordância ou dificuldade da organização consensual das formas de trabalho a partir das regras pré-estabelecidas, o que acabou originando tensões que se transformaram em conflitos. Ademais, Engeström e Sannino (p. 96, 2010), ao longo de sua obra, chamam a atenção para o fato de que é de se esperar que algumas transformações nos sistemas de atividade não necessariamente sejam predominantemente expansivas. Entretanto, mesmo na ausência de atividades expansivas, isso não significa que não tenha se efetivado aprendizagem significativas ou que o pensamento não tenha sido fruto de uma construção coletiva.

Um dos motivos que compunha o objeto do curso era: possibilitar que alunos se tornem capazes de entender as funções quadráticas com tecnologias em um através do GeoGebra. Nesta proposta nossa grande função era seguir os roteiros pré-estabelecidos para verificar se aconteceriam as ditas transformações expansivas, mas como toda e qualquer aula, de repente novos rumos e caminhos são tomados e é preciso sempre estar atento a mudar seus planos no sentido da real aprendizagem dos alunos. Neste roteiro inicial, a proposta é de exploração do caráter dinâmico do software através da experimentação. Um dos focos era a análise dos do comportamento dos coeficientes da função quadrática durante o arrastar das construções geométricas.

O intuito com a aplicação do experimento é de propor a reflexão dos educandos sobre o tema e motivação do ímpeto pela investigação. O cerne da intencionalidade, complementarmente, é verificar se havia algum tipo de conflito conceitual acerca das concepções que estes educandos já possuíam previamente, em relação aos que possivelmente reconstruiriam a partir da utilização do GeoGebra. Almejava, portanto, identificar se haveria

alguma transformação que pudesse ser considerada qualitativamente diferenciada quando o aplicativo passasse a fazer parte do sistema de atividade.

De modo geral, os educandos apresentaram sentimento de estarem sendo desafiados para o desenvolvimento de novas técnicas na utilização da ferramenta, em um processo de realização de autocríticas e, na dialética do consciente e inconsciente, se propuseram a romper com padrões de produção Matemática já tradicionalmente orientado pelo uso do lápis e papel, passando a buscar soluções para os problemas na utilização do software GeoGebra.

Nesse instante, o motivo dos sistemas de atividade, passou a ser a exploração do software. Essa mudança influenciou no objeto que também ganhou uma nova forma: estudar funções quadráticas com o GeoGebra. Pode-se dizer que, a partir dessas primeiras transformações, em que objeto e motivo dos sistemas de atividade dos grupos mudaram, tendendo ao objeto idealizado, as transformações expansivas começaram a se efetivar.

Nestes termos, o ambiente virtual de aprendizagem se tornou um espaço de construção coletiva, colaborativa e dialógica, aproximando-se do modelo pedagógico que tínhamos como perspectiva inicial, denominado por Valente (p. 12, 2003) "estar junto virtual". Da mesma forma, a organização dos trabalhos pelos próprios educandos participantes durante o estudo das funções quadráticas, seguiu as regras propostas organizadores de forma consideravelmente satisfatória. Assim, tanto o software, quanto a abordagem, trouxeram significativos movimentos aos sistemas, gerando tensões e, ao mesmo tempo, contribuindo para alavancar transformações expansivas.

No entanto, não foi apenas essa transformação que teve a participação do software. O desenvolvimento expansivo a partir da tensão gerada decorrentes da dificuldade de articular entre as representações algébricas e geométricas, apresentou-se enquanto contribuição importante dessa mídia, tendo como destaque o potencial exploratório do recurso arrastar. Quando o GeoGebra passou a fazer parte do sistema, provocou algumas (re)organizações, desestabilizando-o e provocando uma tensão: como estabelecer relações entre os coeficientes e a função quadrática? Essa tensão teve o auxílio do próprio software para transformar-se expansivamente.

Em se tratando das contribuições da internet nesses processos expansivos verificou-se que ela desempenhou o papel de artefato enquanto ambiente virtual e seus diferentes espaços comunicativos influenciaram nas interações condicionando, com isso, o processo de mediação entre sujeitos e objeto da atividade. Porém, houve uma transformação desse papel, especificamente quando ela é utilizada como um mecanismo de busca de informações como

uma espécie de "ajuda" para a compreensão de conceitos matemáticos. Nesse momento, ela passou a exercer a função de comunidade.

Antes de colocar aquela que considero a "última" peça desse mosaico, quero destacar que na análise dos dados dessa tese foi possível verificar transformações "no" e "do" sistema de atividade. No primeiro caso me refiro àquelas que se relacionam à expansão dos motivos, objeto e da produção Matemática sobre funções quadráticas. O segundo caso contempla o duplo papel das mídias: GeoGebra - artefato ou objeto; internet - artefato ou comunidade. Existe uma relação recíproca entre esses dois tipos de transformações expansivas e, por isso, não devem ser vistas de forma isolada.

A transformação expansiva que ocorreu na produção Matemática sobre funções quadráticas, por exemplo, teve influência das transformações que ocorreram quando as mídias passaram a desempenhar mais de um papel no sistema de atividade. Por outro lado, as mudanças de papéis das mídias ocorreram no próprio movimento de busca dos alunos por outras possibilidades de se entender o assunto que estava sendo abordado.

Nesta tese foi possível verificar que o sujeito pode agir como de forma individual ou de maneira coletiva, e estes determinam o que será selecionado como ponto de análise. Objeto corresponde a material objetivo e também como um espaço de problema, em que a atividade é direcionada. Objeto foi formado nos resultados das atividades se deu na aplicação direta do uso do software GeoGebra. A comunidade foi formada pelos alunos que participaram efetivamente na pesquisa. A divisão do trabalho fica clara quando vemos que as tarefas são separadas pela comunidade, bem como a divisão de poder e status. As regras foram bem aceitas e ficaram implícitas pelos recursos que limitam as interações em dentro do sistema de atividades.

A ação mediada é expressa como tríade sujeito, objeto e arte mediadora do fato. Ao criar um estímulo, uma pessoa muda as condições da situação e sai da contradição. O estímulo é "criado" pelo próprio sujeito, moldando a situação de dentro, permitindo que a gerência comportamento por meio de estímulos adicionais. O estímulo permite que uma pessoa crie condições para a gestão comportamento. Ao mesmo tempo, de forma contraditória, esse estímulo é um sinal da necessidade de caminhar para fazer uma escolha.

Então o princípio subindo do abstrato para o concreto quer estudar o processo de transformação do coletivo nenhuma atividade no indivíduo. Dentro dessa visão do desenvolvimento temos um novo tipo historicamente estabelecido de aprendizagem, aprendizagem expansiva. Diferente aprendizagem tradicional, a transformações expansiva é descrita como transformações históricas, contradições internas de produção e organização a

redução do trabalho e, em cada caso, pressupõe domínio de novos tipos de atividade. Neste ponto de vista, quando necessário, precisamos mudar todo o sistema de atividade, todo o processo de trabalho e organização do trabalho.

Para esta tese, com base nos conhecimentos discutidos e nos autores pesquisados, temos algumas conclusões que se seguem:

- a) A transformações expansiva é como um movimento de ações individuais para uma ação holística de valor.
- b) Conceito orientado individualmente como "zonas de desenvolvimento proximal" (ZPD), introduzidas por Vygotsky, revisadas para aplicação no desenvolvimento e envolvimentos dos alunos durante a realização das atividades propostas no software GeoGebra.
- c) A teoria das transformações expansivas deve ser desenvolvida como uma aplicação prática da teoria histórico cultural, portanto, um papel importante é dado ao conceito de aprender.
- d) A teoria das transformações expansivas considera as contradições como tensões historicamente desenvolvíveis que podem ser usadas para rastrear e superar em um sistema real de valor.
- e) Dentro dessa visão do desenvolvimento de Engeström a transformações expansiva é diferente aprendizagem tradicional, transformações expansivas é descrita como transformações históricas, contradições internas de produção e organização e redução do trabalho e, em cada caso, pressupõe domínio de novos tipos de atividade. Neste ponto de vista, quando necessário precisamos mudar todo o sistema de atividade.

Resumindo, deve-se notar que o conceito de transformações expansiva e de desenvolvimento de Engeström visa pesquisar e modelagem de atividades no aspecto aplicado para resolver problemas práticos de vários tipos organizações e comunidades profissionais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa se propôs a analisar as transformações expansivas ocorridas quando realizamos o software GeoGebra para ensinar funções quadráticas para ensinar alunos reprovados no primeiro ano do ensino médio. As transformações aqui mencionadas envolvem a produção e/ou transformação do conhecimento em transformações qualitativas, ou seja, em termos da psicologia histórico-cultural, significativas, o que se defende aqui, têm maior potencial quando acontecem em sistemas de atividade que tem natureza coletiva. Baseou-se ainda na teoria da atividade cujo núcleo é o método de ascender do abstrato para o concreto. Isso significa que quando o conhecimento se move rumo a aquisição de qualquer assunto, os alunos, com a mediação do professor, devem ser analisados os conteúdos e identificar a relação geral nele e realizar as pontes necessárias para a criação e aquisição real do saber.

Quando os recursos tecnológicos são bem explorados, contribuem efetivamente para a melhoria do ensino, despertam a curiosidade e estimulam a criatividade, permitindo, ao aluno, a apropriação de diferentes formas de comunicação, a percepção de si e do outro, a formulação de hipóteses. Além disso, desenvolvem a coordenação motora, a capacidade de concentração, o raciocínio lógico, a construção de conceitos matemáticos, a discriminação de cores e formas, e a formulação de conceitos.

Uma das conclusões a que se propõe esta tese é que os alunos utilizam consistentemente abstração e generalização para deduzir, sempre com a ajuda do professor, outros níveis de abstrações mais particulares e uni-las aos conceitos científicos, base das aprendizagens escolares, mas também as correlacionar com a realidade vivida. Grosso modo, quando os alunos alcançam esse estágio de a fazer uso da abstração e da generalização como meio de deduzir e unificar outras abstrações, eles transformam a formação mental num conceito que registra o “germe” do assunto a ser discutido.

Os dados analisados foram produzidos ao serem analisados 7 encontros que realizei com os alunos na plataforma MEET. As aulas foram realizadas de maneira síncrona e a justificativa pela qual os dados foram obtidos dessa maneira se deu por conta da pandemia mundial causada pelo Corona vírus. No caso da instituição de coleta de dados as aulas presenciais forma suspensas por decisão dos órgãos superiores em 12 de março de 2020. Isto posto, intencionou-se a elaboração de um modelo pedagógico próximo do que Valente (2003) caracteriza como "estar junto virtual", que no âmbito da Educação Matemática, revela-se de imensurável relevância dado o grau elevado de interações entre professor-aluno e aluno-aluno.

A teoria da atividade e o conceito de transformações expansivas, no horizonte da psicologia histórico-cultural, proporcionaram sustentação teórico-metodológica, em que o aspecto ressaltado é a importância das inter-relações na produção de conhecimento, mas sobretudo, na constituição das subjetividades e no desenvolvimento das funções psíquicas superiores, com foco nas transformações expansivas reveladas durante o "fazer" Matemática. Sendo assim, a teoria da atividade foi utilizada como base de análise que possibilitou, além da compreensão das transformações expansivas, a sistematização dos dados, movimento que enfatiza por si só, os princípios da teoria para além de noções generalistas, mas enquanto princípios autônomos, mas também compostos de múltiplas vozes e diferentes concepções que foram entendidas do ponto de vista histórico.

Muitas vezes os conhecimentos dos alunos parecem estar envoltos em uma capsula que precisa ser rompida e sendo assim, a encapsulação pode ser rompida organizando-se um processo de aprendizagem que leve a um tipo de conceito radicalmente diferente daqueles produzidos em formas anteriores de escolarização. Ao fim e ao cabo, a solução formulada por Davidov para a encapsulação da aprendizagem escolar é conceber a escola situada em uma realidade concreta e, por conseguinte, própria de um momento histórico específico, tornando-a dinâmica e teoricamente poderosa no enfrentamento de problemas práticos. Nessa dimensão, a base social das aprendizagens escolares são transformadas radicalmente, justamente porque agora, o seu funcionamento está atrelado e cumpre uma função social concreta. E se realmente cumpre essa função social concreta, a partir da motivação dos educandos, a própria sociedade estará em efetivo estado de transformação.

O objetivo da atividade é agora o contexto de aplicação prática, em outras palavras, de uso social contemporâneo significativo e de formação de conhecimento acerca do fenômeno a ser dominado.

Em suma, a abordagem da participação legítima parece propor resolver o problema da encapsulação da aprendizagem escolar empurrando comunidades de prática do mundo exterior para dentro da escola.

A tese que ao qual chegamos é que a abordagem da aprendizagem expansiva tem potencialidade de romper com o modelo tradicional escola uma vez da propositura de contínua e gradual ampliação do objeto e do contexto de aprendizagem que atendam as demandas dos educandos. Esse tipo de transição expansiva é em si mesma um processo de aprendizagem por meio do qual a auto-organização se efetiva de baixo para cima. A auto-organização se manifesta, portanto, na criação de redes de aprendizagens que avançam as fronteiras

institucionais da educação escolarizada e transformam a escola em uma verdadeira Instituição Social de representação coletiva.

Em alguma medida, foi possível nas investigações desenvolvidas, marcadamente na aplicação do experimento, que o software GeoGebra protagonizou articulações que, de alguma forma, fomentaram em transformações no sistema de atividade. Pode-se afirmar com certa segurança que se efetivaram aprendizagens significativas nos educandos, confirmadas pela identificação destas aprendizagens por meio do experimento, que se mostrou relevante não apenas para a compreensão dos processos específicos destas aprendizagens, mas também, de outras expansões que ocorreram no sistema de atividade.

Houve uma expansão da aquisição do saber, alavancada pelo uso do software e isso contribuiu para que os alunos participantes questionassem, criticassem e buscassem outras possibilidades para o processo de produção Matemática acerca de funções quadráticas.

Se retomarmos as conceituações teóricas tratadas até aqui, percebe-se que a expansão só foi possível em decorrência de uma nova ferramenta que cumpria uma nova função na construção dos conhecimentos, o GeoGebra, o qual permitiu que as visualizações dos gráficos das funções quadráticas fossem arrastadas pela janela de visualização e, com isso, pudessem ser analisadas em diferentes posições e, ao mesmo tempo, possibilitou a verificação dos padrões algébricos relacionados à construção em movimento. A visualização envolveu tanto um esquema mental que representou a informação visual e também uma noção espacial. Este processo de formação de imagens tornou possível a entrada em cena da representação visual da função quadrática para que os alunos pensassem matematicamente. A visualização dos gráficos ofereceu meios de conexões entre representações e aprendizagem matemática.

As transformações expansivas que ocorreram durante o experimento não se relacionam apenas ao contexto específico da utilização de uma ferramenta de tecnologia digital, mas também proporciona reconfigurações na dimensão do discurso, e modifica a forma de raciocínio matemático expresso por meio da escrita, como alguns dos estudos apresentados na revisão de literatura. Essas mudanças explicam exatamente o que fora falado anteriormente acerca das tecnologias digitais na educação, não enquanto ferramentas de produção de um produto, mas de mediação dos processos crítico-reflexivos na resolução de problemas, abrangendo também, dimensões mais amplas do papel da mídia na produção matemática. Além disso, revelam tensões que historicamente foram construídas e construídas na forma como aprendemos e ensinamos matemática. Então eu sei que o olhar desta pesquisa traz novas perspectivas para discutir as formas como ocorrem as transformações na produção matemática

utilizando softwares e outras tecnologias relacionadas. Essas reflexões me trouxeram de volta à necessidade que apontei no início do trabalho, sugerindo que um deslocamento em busca de expansão exige ao mesmo tempo uma reinterpretação do conceito. Por outro lado, os dados também sugerem que esse tipo de transição expansiva está inter-relacionado com outra transição que pode ser pensada como igualmente expansiva: é a maneira pela qual determinado elemento de um sistema ativo se move e passa a desempenhar um papel diferente. Com isso, uma das contribuições desta tese pode ser indicada: apontar um caminho para entender a transformação qualitativa causada pelo software GeoGebra na aquisição de conhecimentos relacionados a funções quadráticas.

Essa é uma oportunidade em que os professores podem empregar estratégias para potencializar ou estimular situações que possam levar os alunos a vivenciar transformações expansivas, como por exemplo, a utilização de diferentes recursos na solução de um mesmo problema. Outra é incentivar pelo menos duas soluções com representações diferentes; outra para complementar essas é estimular os alunos a construir uma única representação, combinar múltiplas representações, e nunca esquecer de estimular o desenvolvimento intelectual, é importante apresentar argumentos do ponto de vista matemático.

Os objetivos da aula também devem ser lembrados para que, ao fazer perguntas, haja, por exemplo, alinhamento entre a unidade coletiva que a desenvolverá e o que se deseja alcançar, uma vez que diferentes softwares podem seguir variados caminhos no encontro de uma solução para um determinado problema, mobilizando, assim, diferentes tipos de conhecimento, mesmo quando se trata de problemas com soluções únicas. Nessas observações, o que se torna relevante são as considerações sobre as relações escolares enquanto espaço-tempo de produção coletiva, colaborativa e dialogada, que o conhecimento trazido pelos alunos deve ser valorizado, que a crítica, o questionamento e o debate são elementos próprios da produção de conhecimento científico.

Ressalta-se ainda a necessidade de reforçar que essas observações não se tratam de receitas a serem seguidas de forma literal. Todo e qualquer processo educativo de ensino-aprendizagem pode apresentar suas peculiaridades. Antes, estas observações são apenas indicações de caminhos que podem ser seguidos, pois os encaminhamentos e as transformações expansivas que podem ocorrer em uma interação de ensino-aprendizagem são dependentes de uma série de outros fatores e, sendo assim, é a experiência do professor que indicará qual o melhor caminho a seguir.

Além disso, há um novo elemento: a proposta de estudo, a qual ainda precisa ter seu papel mais bem estudado. A realização de testes, experimentações e simulações de conjecturas se intensificam, indicando que transformações expansivas podem estar em movimento, até que argumentos são elaborados para justificar a solução construída, o que pode indicar que a aprendizagem se aproxima. A finalização pode ser observada no instante em que for possível verificar se o processo, como um todo, resultou em mudanças qualitativas no conhecimento dos alunos.

Considerando que não é desejável que a produção científica seja estática, os principais pontos que devem ser revistos em possíveis continuidades e aprofundamentos investigativos, estão relacionados a forma como o experimento se deu, de maneira remota e em meio a uma pandemia mundial.

Quando nem todo planejamento de aula é alcançado na prática, tendemos a tentar encontrar os culpados ou as vítimas expiatórias; frequentemente os alunos são os responsabilizados pelo seu próprio fracasso escolar. Afinal, planejamos e colocamos em prática “boas” aulas, usamos tecnologias digitais etc. Por outro lado, é preciso esclarecer que não se trata de escolhermos apenas uma, nem mesmo de classificarmos a “melhor” ou “pior”.

Diante dessas indagações que podem abrir novas perspectivas para trabalhos futuros considero apropriado pontuar que, embora o contexto de desenvolvimento desse estudo tenha sido um ambiente online, acredito que a proposta de estudo desenvolvida também pode ser exequível em uma sala de aula presencial respeitando, é claro, as especificidades de cada contexto. Por fim, espero que a presente pesquisa possa estimular outras, seja no contexto online ou não, e que as reflexões realizadas aqui sejam o início de outras transformações expansivas

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BALDINO, R. R., & Cabral, T. C. B. . (1997). Os quatro discursos de Lacan e a Educação Matemática. *Quadrante*, 6(2), 1–24.
- BICUDO, M.A.V. Pesquisa em Educação Matemática. *Pró-posições*, v.13, n.1,p.18-23, 1993
- BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática na Educação. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Mônica Ester. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization.** v. 39, New York: Springer, 2005.
- CRESWELL, John W. Cinco abordagens qualitativas de investigação. In: CRESWELL, John W. Investigação qualitativa e projeto de pesquisa. Porto Alegre: Penso, 2014.
- DAVÍDOV, V. V.; MÁRKOVA, A. La concepción de la actividad de estudio de los escolares. *Cuestiones de psicología*, 1981, n. 6, p. 13-26.
- DAVIDOV, V. V.; MÁRKOVA, A. O conceito de atividade de estudo dos estudantes. (1981). In: PUENTES, R. V.; CARDOSO, C G. C.; AMORIM, P. A. P. (Org.). Teoria da atividade de estudo: contradições de D. B. Elkoni, V. V. Davidov e V. V. Repkin – Livro 1. Curitiba, PR: CRV, 2019 – Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU. (Série Ensino Desenvolvimental, v. 10).
- DAVÝDOV, V. V. Tipos de generalización en la enseñanza. Habana: Pueblo y Educación, 1978.
- DAVIDOV, V. V. Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Trad. de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. Textos publicados na Revista Soviet Education, August/VOL XXX, N° 8, sob o título “Problems of Developmental Teaching. The Experience of Theoretical and Experimental Psychological Research – Excerpts”, de V.V. Davidov, 1982.
- DAVIDOV, V. V. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicología teórica e experimental. Moscú, Editoria Progreso, 1988.
- DAVIDOV, V. V. O problema da generalização e do conceito na teoria de Vygotsky. Tradução do italiano por José Carlos Libâneo do texto “Il problema della generalizzazione e del concetto nella teoria di Vygotsky”. *Studi di Psicologia dell’Educazione*”, vol. 1,2,3. Armando, Roma, 1997. Colaboração na revisão da tradução de Lélis Dias Parreira.
- _____. Uma nova abordagem para a interpretação da estrutura e do conteúdo da atividade. Este capítulo é a palestra que o Professor Davidov preparou para o IV Congresso da Sociedade Internacional de Pesquisa Cultural e Teoria da Atividade.. Tradução de José Carlos Libâneo a partir do texto: “A new approach to the interpretation of activity structure an content”. In: Hedegard, Mariane e Jensen Uffe Juul. Activity theory and social practice: cultural-historical approaches. Aarhus (Dinamarca), Aarhus University Press, 1999.

DAVIDOV, V. V. Atividade de estudo: situação atual e problemas de pesquisa. (1991) In: PUENTES, R. V.; CARDOSO, C G. C.; AMORIM, P. A. P. (Org.). Teoria da atividade de estudo: contradições de D. B. Elkoni, V. V. Davidov e V. V. Repkin – Livro 1. Curitiba, PR: CRV, 2019 – Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU. (Série Ensino Desenvolvidor, v. 10).

DAVIDOV, V. V. Atividade de estudo e aprendizagem desenvolvimental (1996). In: PUENTES, R. V.; CARDOSO, C G. C.; AMORIM, P. A. P. (Org.). Teoria da atividade de estudo: contradições de D. B. Elkoni, V. V. Davidov e V. V. Repkin – Livro 1. Curitiba, PR: CRV, 2019 – Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU. (Série Ensino Desenvolvidor, v. 10).

DENZIN, Norman; LINCOLN, Yonna. *A disciplina e a prática da pesquisa qualitativa*. IN: _____ e col. **O Planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: ArtMed, 2006

DUARTE, Newton. **Educação escolar, teoria do cotidiano e a escola de Vygotsky**. 3. ed. Campinas: Autores associados, 2001.

ENGESTRÖM, Y. Expansive learning at work: Toward an activity-theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, v. 14, n. 1, p. 133-156, 2001. <http://dx.doi.org/10.1080/13639080020028747>

ENGESTRÖM, Y. Learning by expanding. An activitytheoretical approach to developmental research. Helsinki: Orienta-Konsultit Oy, 1987.

ENGESTRÖM, Y. Activity theory as a framework for analyzing and redesigning work. *Ergonomics*, v. 43, n. 7, p. 960-974, 2000. PMID:10929830. <http://dx.doi.org/10.1080/001401300409143>

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, v. 5, n. 1, p. 1-24, 2010. <http://dx.doi.org/10.1016/j.edurev.2009.12.002>

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Whatever happened to process theories of learning? *Learning, Culture and Social Interaction*, v. 1, n. 1, p. 45-56, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.lcsi.2012.03.002>

GIMÉNES, C. A; MACHÍN, M. C. Sobre la investigación em didáctica de Análisis Matemático. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, v. X, n. 2, 2003

HEGEL, G. W. F. *A Razão na história: uma introdução geral à filosofia da história*. São Paulo: Centauro, 2001

IVIC, I. *Lev Semionovich Vygotsky*. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, editora Massangana, 2010. (Coleção Educadores)

LEONTIEV, A. N. As necessidades e os motivos da atividade. In: LONGAREZI, A.M.; PUENTES, R.V. (orgs) *Ensino desenvolvimental: antologia Livro I*. Tradutores Ademir Damazio et al. Uberlândia, MG: EDUFU, 1961/ 2017) p.39-57. DOI:

<https://doi.org/10.14393/edufu-978-85-7078-433-9>

LEONTIEV, A. N. Necessidades, motivos e emoções. 1971. Disponível em:
http://bookap.info/klasik/leontev_potrebnosti_motivy_i_emotsii/gl1.shtm.

LEONTIEV, A. N. La importancia del concepto de actividad objetal para la psicología. In: ROJAS, L. Q.; SOLOVIEVA, Y. Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño. México: Trillas, 1972/2009, p. 54-63.

LEONTIEV, A. N. Lektsiya 47: Funktsiya chuvstv i motivov [Aula 47: Função formadora do sentido e do motivo]. In: Leontiev, A. N. Zanyatiya po obshchey psikhologii [Aulas de psicologia geral]. Moscou: Smissa, 1973-1975/2000, p. 449-460. Disponível em:
<http://bookap.info/klasik/leontyev/>.

LEONTIEV, A. N. O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Horizonte, 1978a, 350f.

LEONTIEV, A. N. Actividad, consciencia y personalidad. Buenos Aires: Ciencia del hombre, 1978b, 249f.

LEONTIEV, A. N. Artículo de introducción sobre la labor creadora de L. S. Vygotsky, por A. N. Leontiev. In: VYGOTSKY, L. S. Obras Escogidas, Tomo I 2. ed. Madri: Visor/MEC, 1979/1997, p. 419-450.

LEONTIEV, A. N. Actividad e consciência. In: MAGALHÃES-VILHENA, V. (org.) Práxis: a categoria materialista de prática social. Volume II. Lisboa: Livros Horizonte, 1980, p. 49-77.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VYGOTSKYI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. Tradução Maria da Pena Villalobos. 11. ed. São Paulo: Ícone, 1988, p. 59-84.

LEONTIEV, A. N. A imagem do mundo. In: GOLDER, M. (org.) Leontiev e a psicologia histórico-cultural: um homem em seu tempo. São Paulo: Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica/Xamã, 2004a, p. 48-64.

LEONTIEV, A. N. Ninguém nasce personalidade. In: GOLDER, M. (org.) Leontiev e a psicologia histórico-cultural: um homem em seu tempo. São Paulo: Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica/Xamã, 2004b, p.115-132.

LÉVY, P. As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática. Tradução Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 1993

LINCOLN, Yvonna; GUBA, Egon. *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills: Sage, 1985

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARX, K.; ENGELS, F.. Obras escolhidas. Vol. 3. São Paulo : Editora Alfa Omega,

Matyushkina, AA Tvorcheskoe myshlenie kak predmet issledovaniya v otechestvennoy psikhologii: nauchnye shkoly OK Tikhomirova, AM Matyushkina, Ya.A. Ponomareva [Pensamento criativo como objeto de estudo em psicologia russa: escolas científicas de OK Tikhomirov, AM Matyushkin, Ya.A. Ponomarev]. Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 14. Psikhologiya [Moscow University Psychology Bulletin], 2008.

PINO, Angel. O social e o cultural na obra de Vygotsky. **Educação & Sociedade**, 21 (71), 45-78, 2000.

_____. As marcas do humano: às origens da constituição cultural e a criança na perspectiva de Lev. S. Vygotsky. **Psicologia em Revista**, Belo Horizonte, v. 22, n. 3, p. 814-831, dez. 2016

RUBINSTEIN, Sergei Leonidovich. (1967). **Principios de psicología general**. Habana: Edición Revolucionaria VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento

SOUTO, Daise Lago Pereira. **Formação continuada online de professores de matemática: aspectos relativos ao design emergente de uma pesquisa**. Anais XV EBRAPEM... Campina Grande: Realize Editora, 2011. Disponível em: <<https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/942>>. Acesso em: 11/05/2021 12:47

SOUTO, D. P. L. **Transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a distância online**. 2013. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKY, L. S. et al. *Psicologia e Pedagogia I: bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento*. 2. ed. Lisboa: Estampa, 1991.

_____. Manuscrito de 1929. *Educação & Sociedade*, São Paulo, n. 71, p.21-44, 2000.

_____. *Pensamento e linguagem*. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

VYGOTSKY, L. S. *A Formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

_____. *Obras escogidas*. Madrid: Visor; MEC, 1995. v.3, p.11-340. *História del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*.

_____. *Obras escogidas*. Madrid: Visor; MEC, 1993. v. 2, p.11-348. *Pensamiento y lenguaje*.

VIGOTSKYI, Lev. Semyonovich.; LURIA, Alexander Romanovich.; LEONTIEV, Alexis. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 9. ed. São Paulo: Ícone, 2001.

TIKHOMIROV, Oleg Konstantinovich. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, James V. (Ed.) *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M. E. Sharpe, p. 256-278, 1981.

Zinchenko, Yu. P. Oleg Konstantinovich Tikhomirov - professor fakul'teta psikhologii Moskovskogo universiteta [Oleg K. Tikhomirov - Professor do Departamento de Psicologia da Universidade de Moscou]. Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 14. Psikhologiya [Moscow University Psychology Bulletin], 2008