unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

JOSIANE MENEGATE CUSTÓDIO

Bingo das funções: uma proposta para o ensino de função

Guaratinguetá - SP
2021

Josiane Menegate Custódio

Bingo das funções: uma proposta para o ensino de função

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Antonio Carlos de Souza

Guaratinguetá - SP
2021

	Custódio, Josiane Menegate
C987b	Bingo das funções: uma proposta para o ensino de função / JosianeMenegate Custódio – Guaratinguetá, 2021. 70 f. : il. Bibliografia: f. 52-55 Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2021. Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza 1. Jogos em educação matemática. 2. Funções (Matemática). 3. Matemática – Estudo e ensino. I. Título. CDU 51

Luciana Máximo

Bibliotecária CRB-8/3595

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

JOSIANE MENEGATE CUSTÓDIO

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇAO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "**GRADUADA EM LICENCIATURA EM MATEMATICA**"

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMATICA

Profª. Drª. Silvia Maria Giuliatti
WinterCoordenadora

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza
Orientador/UNESP-FEG

Prof. Me. Anderson Luis Pereira
SME - Guaratinguetá

Reginaldo Fernando Carneiro

Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro
UFJF

Fevereiro, 2021

Dedico este trabalho, de modo especial, à minha família e ao meu noivo

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos;

Ao meu orientador, *Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza* que jamais deixou de me incentivar. Obrigada por todo ensinamento, conselhos e paciência que contribuíram positivamente em minha formação acadêmica. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível;

Aos meus pais Luiz Carlos Custódio e Rosangela Menegate, que sempre me apoiaram em todas as escolhas de minha vida, sem o apoio deles eu jamais concluiria esta graduação. Sou imensamente grata por acreditarem que sou capaz de conquistar os meus objetivos, e por todo amor e carinho.

Ao meu noivo *Matheus Custódio* que sempre esteve ao meu lado e que jamais deixou de me incentivar. Obrigada por ter enfrentado, juntamente comigo, todos os obstáculos durante a minha graduação, e por me fazer acreditar que é possível.

A todos os meus professores que contribuíram significativamente na minha formação acadêmica.

“Só sabemos com exatidão quando sabemos pouco; à medida que vamos adquirindo conhecimento, instala-se a dúvida.”

Goethe

RESUMO

O presente trabalho, de cunho qualitativo, tem por objetivo apresentar uma proposta de ensino para o conteúdo de função a alunos do 1° ano do Ensino Médio e que busca responder a seguinte pergunta: Quais as potencialidades do jogo Bingo das Funções para o ensino de função polinomial de primeiro grau? A finalidade da proposta é reforçar os conceitos básicos de funções, como a relação do conjunto domínio e imagem da função e a relação de dependência de uma variável, e visa mostrar uma possibilidade de desenvolver o tema de função polinomial de primeiro grau nas aulas de Matemática através da utilização do jogo intitulado *Bingo das Funções*. O jogo é uma adaptação do tradicional jogo de bingo para uma versão que proporciona a abordagem de um conteúdo matemático. Tal proposta se mostrou importante, pois dá abertura a questionamentos com os alunos sobre o incremento de jogos nas aulas de Matemática e sua aprendizagem através dele.

PALAVRAS-CHAVE: Educação matemática. Jogo. Função. Ensino médio.

ABSTRACT

The current research, of qualitative nature, aims to introduce a proposal for the content of function to the students of the 1st year of High School and looking for a answer the question: What is the potencial of the game Bingo of Functions for teaching polynomial function of first degree? The goal is to reinforce the basic concepts of functions, as the relation of the domain and image set of the function, and the dependence relation of a variable, and aims to show a possibility to develop the theme of polynomial function of first degree in Mathematics classes through the use of a game called *Bingo of Functions*. The game is an adaptation of the traditional game of bingo for a version that provides the approach of a mathematical content. The proposal proved to be important because opens the way for questions with the students about increment of games in the math class and their learning through it.

KEYWORDS: Mathematical education. Game. Function. High school.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A disciplina de Matemática nas escolas, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), está subdivida em 5 unidades de conhecimento, que são elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. A partir disso, em minha experiência enquanto aluna de Graduação de Estágio Supervisionado e Práticas de Ensino, proposto pela universidade, observei que os alunos do 1° ano do Ensino Médio apresentavam grandes dificuldades no campo da Álgebra. Como estava acompanhando o primeiro semestre escolar deles, o conteúdo que estava sendo apresentado e desenvolvido em sala era o de Função.

Comecei a pensar em como poderia ajudá-los a sanar ou até mesmo amenizar as dificuldades que os alunos apresentavam com o conteúdo em si, já que havia uma grande defasagem em noções básicas de matemática elementar, como por exemplo, operações que envolve multiplicação e divisão.

Desde o começo de minha formação acadêmica, soube que, como educadora, gostaria de proporcionar aulas que utilizassem materiais manipulativos e tecnológicos para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Sendo assim, com essas ideias iniciais que desenvolvi esta proposta, o Jogo Bingo das Funções. Em um primeiro momento, foi elaborado para um Projeto de Ensino da disciplina de Estágio Supervisionado cursada durante a graduação. Esse projeto foi desenvolvido na escola em que realizei o estágio e, posteriormente, foi apresentado em um seminário para os meus colegas do curso de graduação. Foi com o incentivo deles que a proposta se tornou o tema deste trabalho.

A proposta inicial era de apresentar o jogo e desenvolve-lo com a participação de uma turma de alunos do primeiro ano do Ensino Médio de alguma escola. Porém, devido a pandemia instalada pela COVID 19 no ano de 2020, logo entendemos que o mais viável para a presente situação seria apresentar a proposta e justificá-la diante de suas potencialidades para o ensino de função nas escolas.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) aponta que as decisões pedagógicas precisam estar inclinadas para o desenvolvimento de competências, através da determinação clara que os alunos têm que "saber" e têm que "saber fazer". Sendo assim, com o avanço das competências que implicam raciocinar, os alunos sejam capazes de, por meio da interação com seus professores e colegas de turma, analisar, explicar e justificar, através da argumentação matemática, as explicações apresentadas para os problemas.

Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), diz que no Ensino Médio a Matemática tem por finalidade fazer com que o aluno adquira conhecimento com novas informações e ferramentas necessárias que auxiliam na continuidade da aprendizagem.

Pensando nisso, este estudo se justifica por apresentar uma proposta para a abordagem e ensino de função no 1° ano do Ensino Médio. Trata-se de pesquisa de cunho qualitativo.

Desta forma, a questão norteadora do trabalho se configura como: Quais as potencialidades do jogo Bingo das Funções para o ensino de função polinomial de primeiro grau?

Com base nisso, o presente trabalho apresenta uma proposta que é o desenvolvimento do jogo "Bingo das Funções", com o intuito de apresentar uma maneira de desenvolver o conteúdo de funções nas aulas de Matemática no Ensino Médio e que, além disso, permite a interação entre os alunos e a aprendizagem com os seus erros e acertos com mais autonomia. Com isso, o objetivo da proposta é reforçar os conceitos básicos de funções aprendidos anteriormente.

A pesquisa não buscou aplicação imediata, mas sim viabilizar uma abordagem metodológica diferente de ensino que contribua para o entendimento da temática abordada no presente trabalho.

Em relação aos capítulos do presente texto, tem-se a introdução, o capítulo de metodologia que aborda a pesquisa qualitativa em seu contexto histórico e sua aplicabilidade na Educação como meio de analisar investigações. O terceiro capítulo, apresenta um estudo sobre os Jogos, desde sua origem até a sua utilização como metodologia de ensino para conteúdos de matemática. O quarto capítulo traz um estudo acerca do conteúdo de função, apresentando um recorte do contexto histórico e algumas contribuições de grandes matemáticos para a definição e uma apresentação do conceito de função no Ensino Médio.

Já o quinto capitulo apresenta a proposta deste trabalho, como a sua finalidade, o funcionamento do Jogo e como seria seu desenvolvimento com alunos do 1° ano do Ensino Médio. Logo em seguida, o sexto capítulo aborda algumas observações que o professor pode desenvolver com os alunos após o Jogo na aula de Matemática. Finalizando por ora este estudo apresentamos as considerações finais e referências bibliográficas.

2 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo será abordado um breve estudo sobre pesquisa qualitativa, envolvendo parte de seu contexto histórico e sua adoção na Educação Matemática, expondo algumas definições e finalidades na qual é empregada.

2.1 PESQUISA QUALITATIVA

A pesquisa qualitativa segundo Gerhardt e Silveira (2009), está relacionada com questões que envolvem perspectivas da realidade em que não há possibilidade de serem quantificadas. Busca questionar, resolver um problema ou responder uma pergunta, que necessita de um levantamento detalhado com relação ao estudo escolhido.

Para buscar as perguntas ou as respostas que precisamos, a pesquisa qualitativa faz uso de meios ou processos investigativos, que Prestes (1989) cita, como exemplo deste processo, a entrevista e a observação participante. Tais procedimentos auxiliam na obtenção das informações necessárias para que o pesquisador compreenda aquilo que pergunta.

É importante ressaltar que ao procurar uma resposta para os questionamentos feitos na pesquisa, Bicudo (1993) afirma que muitas vezes a resposta encontrada pode não ser apontada como uma verdade absoluta e única. Sendo assim, a cada descoberta ou novos dados a serem analisados, há um leque de novas perspectivas que podem agregar ao estudo realizado ou que ainda será proposto.

Os estudos de Denzin e Lincoln (2006) apresentam a pesquisa qualitativa como um conjunto de ações interpretativas, na qual não se dispõe de um modelo ou uma hipótese única.

Já Garnica (2004, *apud* BORBA, 2004) caracteriza a pesquisa qualitativa como:

> a)a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p. 86 *apud* BORBA, 2004, p. 1).

No entanto, de acordo com Borba (2004) a pesquisa não se limita a somente estas características. Ela permite escolher entre as diversas abordagens metodológicas presentes na pesquisa qualitativa, que possibilitam um estudo mais amplo do tema que será desenvolvido e a forma que serão coletados os dados para serem analisados na pesquisa.

Além disso, é importante lembrar que nem sempre uma única abordagem metodológica será capaz de ser desenvolvida durante toda a pesquisa, muitas vezes se faz necessário conduzir mais que uma abordagem para a análise, para que assim, a pesquisa seja completa e apresente os dados necessários.

2.2 CONTEXTO HISTÓRICO DA PESQUISA QUALITATIVA

Nessa seção, apresentaremos a pesquisa qualitativa em seu contexto histórico com base no trabalho de Denzin e Lincoln (2006) e em algumas convicções de Roratto (2010), que apontam sete momentos de transição ocorridos na América do Norte

A primeira fase, podemos assim dizer, transcorreu de 1900 a 1950 e ficou denominado como *tradicional*, que é relacionado ao momento de transição da era positivista e fundacionalista. Já o segundo momento, titulado como o *modernista* ou da *era dourada* que aconteceu entre 1950 a 1970, que auxiliou na estruturação de uma linguagem própria e sua formalização, proporcionados pela queda do positivismo outrora latente. O terceiro período ocorreu entre 1970 a 1986, e ficou conhecido pelos *gêneros (estilos) obscuros*, assim como na fase anterior, foi marcado com o surgimento de argumentos pós-positivistas, além disso, considerou-se diversas interpretações da realidade e estruturalismo para utilizar em suas pesquisas, ampliando os métodos estratégicos. O quarto momento foi identificado em 1986 a 1990 por meio da *crise de representação*, gerada pela a fase antecedente. As pesquisas que se destacaram cujo os temas eram sobre gênero, classe e raça humana. (DENZIN; LINCOLN, 2006)

A pesquisa passa a ter ênfase com a possibilidades de mudanças na sociedade, que se caracteriza como o quinto período, denominado como o *pós-moderno*, nos anos de 1990 a 1995. É neste momento que os pesquisadores deram sequência no processo de afastamento dos critérios fundacionalistas. A partir de 1995 a 2000 a *investigação pós-experimental*, titulada como o sexto momento, foi apontada como a virada da narrativa e com novas possibilidades de investigação qualitativa.

O sétimo momento, denominado de *futuro*, marcado de 2000 em diante, que nada mais é do que o período atual. As possibilidades são expandidas com a presença das tecnologias da informação, de modo que a comunicação se tornará mais fácil em relação ao tempo e espaço. Posto isso, Roratto (2010) diz que a pesquisa qualitativa "continuará a se opor à visão tradicional da ciência objetiva, ao abandonar a velha metáfora visual de reinvestigar, substituindo-a pela metáfora do representar proposto pelas inovações, que irão proporcionar novo dinamismo no esforço da pesquisa" (RORATTO, 2010, p. 184).

Portanto, estes conjuntos de momentos transcenderam a estrutura da pesquisa qualitativa e é empregada em estudos que relacionam o homem e a sociedade, pois proporciona detalhamento de fatos e acontecimentos que não seria provável ser detalhado numericamente. Isso é apontado por Borba (2004), quando diz que a pesquisa qualitativa,

> prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida. O que é considerado 'verdadeiro', dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado (BORBA, 2004, p. 2).

Sendo assim, a pesquisa qualitativa não necessariamente determina tudo como verdade absoluta, podendo assim ser necessário modificação da interpretação feita anteriormente.

A seguir será apresentado a pesquisa qualitativa com o enfoque na Educação e Educação Matemática e como elas podem agregar nos estudos e determinar os caminhos a serem seguidos.

2.3 PESQUISA QUALITATIVA NA EDUCAÇÃO E NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A pesquisa qualitativa é muito utilizada atualmente no campo da educação, como meio de analisar as investigações abordadas. Porém esta abordagem manifestou-se a partir das objeções feitas à abordagem quantitativa, pois esta apresenta uma análise a partir de métodos estatísticos e que muitas vezes não davam conta da complexidade das questões educacionais. De modo que surge uma nova perspectiva de pesquisa, sendo a pesquisa qualitativa, que traz uma análise minuciosa e precisa do estudo através de novos meios investigativos.

Com enfoque na Educação, as abordagens das pesquisas qualitativas, surgiram no Brasil em meados da década de 70, por conta das "concepções epistemológicas interpretarem a realidade de forma distorcida nas suas metodologias"(ZANETTE, 2017, p. 154).

Estas abordagens, segundo Zanette (2017) apresentam um papel importante nas pesquisas qualitativas auxiliando na compreensão e interpretação dos problemas e temas envolvidos no ambiente educacional. Sejam elas, estudo de caso, análise de discurso, análise de narrativas, pesquisa-ação, história oral, história de vida e entre outros. Em uma única pesquisa, pode ocorrer de utilizar-se mais de uma das abordagens existentes, e não necessariamente adotar somente uma delas como base de todo o trabalho. Além disso, cada abordagem oferece meios que podem ser utilizados para obtenção de dados, como entrevistas, textos transcritos, vídeos, fotografias, áudios e entre outros meios.

Ao desenvolver pesquisas utilizando esta metodologia na área da Educação é possível afirmar que ela "pode contribuir enormemente para a pesquisa educacional, ao traçar uma oportunidade para que se produza uma interação social mais positiva e um atuar dos participantes mais comprometido com o problema em estudo" (PRESTES, 1989, p. 103). Sendo assim, o foco é compreender o sujeito e descobrir as razões que o levam a determinados pontos de vista.

Além disso, a pesquisa qualitativa em Educação é "um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente" (BICUDO, 2012, p. 17). Isso nos leva a pensar que o sujeito participante deve ser inserido no contexto, que esteja participando de modo ativo, de maneira que se sinta investigador do problema, apresentando uma concepção crítica sobre o assunto.

De acordo com Garnica (2001) é importante que na Educação Matemática os pesquisadores deste campo encaminhem suas pesquisas de modo que fique clara, comprometida, pública, pertencente a prática e bem construída. Além disso, é essencial que os docentes matemáticos, demarquem seus limites de ação prática e de pesquisa e que aprimorem os princípios reguladores do pesquisar.

Dando continuidade às ponderações da comunidade em Educação Matemática, Baldino (1991, *apud* GARNICA, 2001) aponta que é primordial aprimorar os parâmetros de modo que sejam capazes de avaliar as investigações com base em critérios claros e públicos.

Uma das particularidades da pesquisa em Educação Matemática é que além de desenvolver as questões pedagógicas e cognitivas necessárias, ela também apresenta conceitos matemáticos. Sendo assim, é possível por meio de interações de investigador e investigado presentes nas instituições escolares como educadores e alunos, uma exploração da matemática de como a compreendê-la, desenvolvê-la e estudá-la. Por essa razão, essa área de pesquisa, está sempre em intercâmbio entre as ciências humanas e ciências exatas, pois são complementos uma da outra para uma pesquisa em Educação. Sem o conjunto das duas, a pesquisa em Educação Matemática não alcança seu objetivo e tem o seu valor reduzido no meio pedagógico.

Como vimos anteriormente, a abordagem na pesquisa qualitativa é fundamental para analisar, investigar e compreender as questões envolvidas sobre o assunto que está sendo tratado e o sujeito investigado. Por isso, a escolha da abordagem deve ser criteriosa e estar condicente a pesquisa proposta.

3 JOGOS

Neste capítulo será abordado o uso de jogos em aulas de matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem. Traremos desde a origem da palavra jogo até a sua utilização na Educação e na Educação Matemática, destacando as vantagens de seu incremento nas aulas.

3.1 ORIGEM

De acordo com Grando (1995) a palavra *jogo* procede do latim *locu*, que quer dizer gracejo, zombaria e que foi aplicada no lugar de *ludu*, que significa brinquedo, jogo, divertimento. Porém em muitos povos, esta palavra apresenta outros significados. De modo semelhante, nos diversos idiomas como, por exemplo, no espanhol é a palavra *juego*, já em francês é *jeu*, com a definição de jogo e brincadeira, ou até mesmo em inglês que é *game* e *play.* "O que oferece dificuldade para o conceito de jogo é o emprego de vários termos com sinônimos. Jogo, brinquedo e brincadeira têm sido utilizados com o mesmo significado" (KISHIMOTO, 1994 *apud* MOTA, 2009, p. 19). Estas palavras podem gerar equívocos quando não se leva em conta as diversidades entre elas.

Deste modo, ao determinar a diferença das palavras jogo e brincadeira, deve-se levar em conta que brincar é uma atividade livre por si só, já o termo jogar é o ato com o que se brinca, no presente (GRANDO, 1995; BOUSQUET, 1991).

Outra definição para a diferenciação destas palavras seria:

> prazer e alegria não se dissociam jamais. O "brincar" é incontestavelmente uma fonte inesgotável desses dois elementos. O jogo, o brinquedo e a brincadeira sempre estiveram presentes na vida do homem, dos mais remotos tempos até os dias de hoje, nas mais variadas manifestações (bélicas, filosóficas, educacionais). O jogo pressupõe uma regra, o brinquedo é o objeto manipulável e a brincadeira, nada mais é que o ato de brincar com o brinquedo ou mesmo com o jogo. Jogar também é brincar com o jogo. O jogo pode existir por meio do brinquedo, se os elementos envolvidos lhe impuserem regras. Percebe-se, pois, que jogo, brinquedo e brincadeira têm conceitos distintos, todavia estão implicados; e o lúdico abarca todos eles (MIRANDA, 2001 *apud* MOTA, 2009, p. 19).

Embora a palavra jogo seja comumente associada à brincadeira e ao divertimento, ela também apresenta algumas características importantes, como por exemplo:

> o jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de

> um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da vida quotidiana (HUIZINGA, 2008, p. 33 *apud* MASSA, 2015, p. 118).

Além disso, Huizinga (2000) destaca em seu livro que as características dos jogos se baseiam em:

> [...] uma atividade livre, conscientemente tomada como 'não-séria' e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro de limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras. Promove a formação de grupos sociais com tendência a rodearem-se de segredo e a sublinharem sua diferença em relação ao resto do mundo por meio de disfarces ou outros meios semelhantes (HUIZINGA, 2000, p. 13).

Portanto, os jogos estão presentes na cultura do homem desde o início de sua existência, de modo que faz parte de sua experiência social e cultural. Logo, "o processo de endoculturação é o jogo, em que são apreendidos regra, conceitos e princípios da sociedade através da dimensão intermental e interacional dos indivíduos" (QUIRINO, 2010, p. 60). Embora determinemos jogos como uma experiência lúdica e divertida, eles fazem parte de outras dimensões do ser humano na qual agrega para o seu interior, sendo algo natural. "Não há um objeto tabuleiro ou um jogo de cartas para estas dimensões, o que ocorre é um envolvimento, uma pertença do ser humano nessas dimensões" (QUIRINO, 2010, p. 60).

Estas definições formam o embasamento para o que será discutido a seguir, sobre o aproveitamento e as contribuições de jogos para o ensino.

3.2 JOGOS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Neste momento, apresentaremos autores que referenciam a utilização de jogos como uma ferramenta que pode contribuir para o ensino e a aprendizagem dos educandos em sua fase escolar. Devemos lembrar que o jogo por si só não garante resultados positivos, é necessário estar de acordo com o contexto e bem desenvolvido com o conteúdo e os objetivos propostos para a aprendizagem.

Desde o início, é cultural vermos nas famílias que as crianças só podem brincar depois que terminarem suas tarefas escolares, isto é, "a brincadeira representa um prêmio e não uma necessidade da criança" (GRANDO, 1995, p. 61). No entanto, a exigência parece não surtir efeito e as crianças acabam não se empenhando nas tarefas escolares, fazendo-as com pouca atenção por se tratar de um impedimento para brincar.

Logo, os educadores tem o papel de desmitificar que há diferenças entre brincadeira/jogo e aulas/atividades escolares, e por que não unir os dois? Pois "qualquer jogo empregado pela escola aparece sempre como um recurso para a realização das finalidades educativas e, ao mesmo tempo, um elemento indispensável ao desenvolvimento infantil" (KISHIMOTO, 1994, p. 22 *apud* GRANDO, 1995, p. 61).

Os jogos podem apresentar diversos aspectos importantes para o desenvolvimento do indivíduo. Segundo Vidigal (2017), o jogo ultrapassa a concepção de método, porque é importante ao todo e não somente em relação ao conhecimento e determina uma junção de experiência e de compreensão com o jogo. Ao jogar, o indivíduo pensa, interpreta, interage, se expressa, discuti e produz um saber filosófico sobre si mesmo e sobre o convívio social.

Além disso, quando uma criança está jogando, "percebe-se o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes soluções, repensar situações, avaliar suas atitudes, encontrar e reestruturar novas relações, ou seja, resolver problemas" (GRANDO, 1995, p. 62). Com base nisso, porque não levar os jogos para a sala de aula e desenvolver maneiras que auxiliem na aprendizagem e favoreçam aulas mais atrativas e dinâmicas sem perder o foco do conteúdo proposto no referente ano escolar?

Silva e Kodama (2004) destacam a participação ativa do sujeito (aluno) nos jogos na qual é reconhecida por pelo menos dois aspectos,

> um deles deve-se ao fato de oferecer uma oportunidade para os estudantes estabelecerem uma relação positiva com a aquisição de conhecimento, pois conhecer passa a ser percebido como real possibilidade. Alunos com dificuldades de aprendizagem vão gradativamente modificando a imagem negativa (seja porque é assustadora, aborrecida ou frustrante) do ato de conhecer, tendo uma experiência em que aprender é uma atividade interessante e desafiadora. Por meio de atividades com jogos, os alunos vão adquirindo autoconfiança, são incentivados a questionar e corrigir suas ações, analisar e comparar pontos de vista, organizar e cuidar dos materiais utilizados. Outro motivo que justifica valorizar a participação do sujeito na construção do seu próprio saber é a possibilidade de desenvolver seu raciocínio. Os jogos são instrumentos para exercitar e estimular um agir-pensar com lógica e critério, condições para jogar bem e ter um bom desempenho escolar (SILVA; KODAMA, 2004, p. 3).

É possível observar que o trabalho com jogos no ensino, apresenta aspectos relevantes como destacado acima, pois além de ser uma atividade diferente ao que normalmente os alunos estão acostumados nas escolas, com o ensino tradicional, é uma metodologia de ensino com potencialidade para envolver os alunos e que, muitas vezes remete ao cotidiano do aluno. Eles podem propiciar outras maneiras de o aluno pensar, raciocinar e aprender o conteúdo sem que ele se torne maçante e cansativo, o que muitas vezes é o que os professores escutam em suas aulas. Mota (2009) diz que o incremento de jogos no meio educacional, mostra-se relevante para o processo do conhecimento, por envolver características lúdicas, prazerosas, ações ativas e motivadoras, que permitem o acesso da criança a diversos tipos de conhecimento e habilidades.

Moura (1991) entende que, ao incrementar os jogos como uma ferramenta para o ensino, eles podem ser divididos em dois grupos: o jogo desencadeador de aprendizagem e o jogo de aplicação. O que os distinguem é a maneira em que pode ser desenvolvido nas aulas. "É a postura do professor, a dinâmica criada e o objetivo estabelecido para determinado jogo que vão colocá-los numa ou noutra classificação" (MOURA, 1991, p. 49). Portanto, é o educador que escolherá o jogo mais propício para seus alunos, com base no que ele pretende alcançar com a atividade e quais conteúdos deseja trabalhar com a sua turma.

Embora os jogos apresentem características e objetivos positivos para o ambiente educacional, o educador que pretende utilizá-lo como uma estratégia de ensino deve ter "como propósito o ensino de um conteúdo ou de uma habilidade" (MOURA, 1991, p. 47) de modo que, "o jogo escolhido deverá permitir o cumprimento deste objetivo" (MOURA, 1991, p. 47).

> O jogo como objeto, como ferramenta do ensino, da mesma forma que o conteúdo, carece de uma intencionalidade. Ele, tal qual o conteúdo, é parte do projeto pedagógico do professor. Ao utilizar o jogo como objeto pedagógico, o professor já tem eleita (ou deveria ter) uma concepção de como se dá o conhecimento. Esta concepção tem como elementos principais o papel reservado à interação como fator de desenvolvimento e as ideias de que o conhecimento evolui, de que o ensino deve ser lúdico e de que o objetivo final é o conceito científico (MOURA, 1991, p. 47-48).

Contudo, o educador que deseja implementar jogos em suas aulas, deve buscar desenvolver os conteúdos educativos e que auxiliam na construção do aprendizado dos seus alunos, de modo que perceba as prováveis contribuições, mas também atentar-se aos obstáculos que podem ocorrer se os jogos escolhidos não estiverem adequados para aquele determinado contexto.

E nesse sentido que Grando (2000) indica as vantagens e as desvantagens ao escolher atividades metodológicas como os jogos na educação, como pode-se observar no Quadro 1:

Quadro 1 – Vantagens e Desvantagens ao optar por jogos na educação

VANTAGENS	DESVANTAGENS
• fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; • introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão; • desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); • aprender a tomar decisões e saber avaliá-las; • significação para conceitos aparentemente incompreensíveis; • propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade); • o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; • o jogo favorece a socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho em equipe; • a utilização dos jogos é um fator de motivação para os alunos; • dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, de senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender; • as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; • as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos.	• quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber por que jogam; • o tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; • as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; • a perda da "ludicidade" do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; • a coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo; • a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: Grando (2000).

Sendo assim, é importante levar em conta os pontos apresentados no Quadro 1 e defendidos por Grando (2000), quando se diz respeito de jogos e sua utilização como um meio metodológico para o ensino e aprendizagem. Os educadores devem estar preparados para descobrirem e determinarem quando é o melhor momento e quais tipos de jogos pedagógicos são viáveis para determinadas disciplinas e conteúdos. Lembrando que cada ambiente escolar ou turmas de alunos apresentam características únicas e específicas. Logo, o professor deve se atentar a estes comportamentos e incrementar as atividades lúdicas conforme as necessidades apresentadas em determinada situação.

Dessa forma, acreditamos que as atividades com jogos apresentam potencialidades para auxiliar nos processos educacionais, desde as crianças até os jovens.

3.3 JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

É comum nos depararmos com educadores dos diversos níveis de ensino que se queixam a respeito de seus alunos, por apresentarem falta de motivação, desinteresse e desempenho negativo nas aulas de matemática. Em contrapartida, os alunos reclamam de as aulas de matemática serem metódicas e de difícil compreensão. É pensando nisso, que apresentaremos alguns apontamentos de pesquisadores que acreditam e defendem, com base em seus estudos, na utilização de jogos na educação básica como uma estratégia metodológica e satisfatória quando desenvolvida no contexto e momento certo.

Embora muitos alunos digam sentir "medo" ou achar a disciplina de Matemática "chata" e "sem sentido", é possível reverter estas situações, pois

> a introdução de jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (BORIN, 1996, p. 9 *apud* BEZERRA; SANTOS; CUNHA, 2012, p. 4).

Já para Melo e Sardinha (2009), os jogos empregados como recurso metodológico na disciplina de Matemática superam a barreira de uma metodologia tradicional com base somente em aulas expositivas, de modo que sai da rotina e torne as aulas mais atrativas para o educando. Além disso, as autoras ainda destacam que, o uso de jogos colabora na "formação de atitudes sociais como respeito mútuo, cooperação, obediência às regras, senso de responsabilidade e justiça, iniciativa, seja pessoal ou grupal" (MELO; SARDINHA, 2009, p. 9).

Moura (1994 *apud* MOTA 2009) acredita que

> O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que pouco a pouco será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e o estudo de novos conteúdos. (MOURA, 1994, p. 24 *apud* MOTA, 2009, p. 44).

A utilização de jogos como uma metodologia de aprendizado na disciplina de Matemática proporciona ao aluno um conhecimento que não é totalmente mecânico, com base somente em resolução de exercícios sem nenhum envolvimento com o contexto deles. Dessa forma, Fiorentini e Miorim (1990) destacam que com os jogos é possível obter um aprendizado significativo, de modo que o aluno esteja ativo, raciocinando, compreendendo, reelaborando o conhecimento já desenvolvido anteriormente e superando sua interpretação segmentada da realidade.

De acordo com Bezerra, Santos e Cunha (2012)

> os jogos podem ser utilizados para introduzir, fixar, amadurecer conteúdos e preparar o aluno para aprofundar os itens já trabalhados, sempre tentando alcançar os objetivos propostos no planejamento da atividade. E não como instrumentos recreativos na aprendizagem, mas como facilitadores, colaborando para trabalhar os bloqueios que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos (BEZERRA; SANTOS; CUNHA, 2012, p. 6).

A partir disso, o "professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só" (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 4-5). Sendo assim, para se obter resultados positivos e satisfatórios com o uso de jogos nas aulas de Matemática, o professor deve se atentar para a maneira em que será proposto a atividade, pois se não for desenvolvida adequadamente ou se for empregada no contexto incorreto, a atividade pode se tornar maçante, assim como uma lista de exercícios comum, pois perde a ludicidade.

As autoras Smole, Diniz, Milani (2007) ressaltam que:

> "o trabalho com jogos nas aulas de Matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estreitamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 9).

Com base nisso, a aplicabilidade do jogo como método educativo, transcende a visão de somente um auxiliador no repasse de conteúdo, pois resulta uma transformação significativa nos processos de ensino-aprendizagem, que contribui no desenvolvimento das diferentes competências do aluno.

Ao pensar nos processos de ensino-aprendizagem com relação aos conteúdos de matemática, Grando (2000) diz que o jogo como atividade possui formas específicas e características únicas que proporciona a percepção e assimilação das diversas estruturas existentes e algumas de difícil compreensão.

> A linguagem matemática, de difícil acesso e compreensão do aluno, pode ser simplificada através da ação no jogo. A construção, pelo aluno, de uma linguagem auxiliar, coerente com a situação de jogo, propicia estabelecer uma "ponte" para a compreensão da linguagem matemática, enquanto forma de expressão de um conceito, e não como algo abstrato, distante e incompreensível, que se possa manipular independentemente da compreensão dos conceitos envolvidos nesta exploração. O registro no jogo, gerado por uma necessidade, pode representar um dos caminhos à construção desta linguagem matemática (GRANDO, 2000, p. 37)

Dessa maneira, as atividades educativas que se baseiam na utilização de jogos criados seja pedagogicamente ou de jogos já existentes, auxilia como um meio de se "chegar" à compreensão do conteúdo matemático que está por "trás" do método do jogo ou uma introdução do conteúdo que será abordado inicialmente. De modo que o aluno aprenda ou fixe os conteúdos matemáticos que estão presentes no jogo e sejam protagonistas do próprio conhecimento. O professor deve direcionar o caminho para que seus alunos ao se depararem com obstáculos, possam ultrapassá-los por si mesmo, e não, o professor determinar o que tem que ser feito.

A partir do que foi citado anteriormente, o jogo apresenta potencialidades de ensino para a Educação Matemática, pois permite o desenvolvimento de criatividade, raciocínio lógico, estratégias, reflexões sobre o tema, a socialização e, além disso, a aprendizagem com os "erros e acertos".

No ambiente escolar, é costumeiro se valorizar somente os acertos, ignorando os erros, sem considerar o caminho que levou o aluno a determinado "erro" e o porquê não encontrou a resposta correta. Isso é ainda mais frequente na disciplina de matemática, por apresentar muitas vezes respostas que exigem a exatidão. Portanto, o educador, ao propor metodologias que envolvem o incremento de jogos nas atividades, deve estar atento a não determinar os erros como fatos ruins, e sim, valorizar o processo de aprendizado e reflexão do aluno e optar por ações e estratégias que o façam ganhar o jogo, de modo a resolver o problema. "Quando se considera o processo, ignorar o erro é supor que se pode acertar sempre na 'primeira vez'; é elimina-lo como parte, às vezes inevitável, da construção de um conhecimento, seja de crianças, seja de adultos. Em outras palavras, como processo, 'errar' é construtivo" (MACEDO et al, 1997, p. 29 *apud* GRANDO, 2000, p. 41).

Smole, Diniz e Milani (2007) ressaltam que por estar relacionada a uma atividade lúdica, o jogo diminui a consequência de erros e frustrações do jogador, se opondo a perspectiva de algo definitivo e irreparável, já que estimula a iniciativa, autoconfiança e autonomia do educando para conseguir superar as dificuldades.

É com esse pensar que as atividades educativas que envolvem jogos tornam-se possível o aluno aprender com os próprios erros, permitindo que ele administre e corrija os mesmos e consequentemente aprenda com eles, de modo que tome consciência do seu próprio aprendizado.

Sendo assim, com tudo o que foi discutido, podemos destacar que "há três aspectos que justificam a implantação dos jogos nas aulas, o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais" (BEZERRA; SANTOS; CUNHA, 2012, p. 5). Em outras palavras, seu aproveitamento em sala desenvolve a criatividade, aprimoramento da capacidade de pensar e compreender e além do mais, o indivíduo estabelece conexões e interage com outros integrantes. É com base nisso, que os autores destacam que:

> ensinar matemática é desenvolver o raciocínio lógico, a memória, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Nós como professores de Matemática, devemos procurar alternativas, meios e recursos para aumentar a motivação na aprendizagem. [...] Os desafios impostos pelos jogos vão muito além do fator cognitivo, pois a criança depara-se com regras, hipóteses, envolvem-se em conflitos, interagem, socializa e conquista autonomia (BEZERRA; SANTOS; CUNHA, 2012 p. 5).

O professor de matemática encontra inúmeros obstáculos na sala de aula, seja, por falta de interesse dos alunos, falta de compreensão do conteúdo, falta de motivação, falta de diálogo entre eles e outros. Porém, o professor deve encontrar caminhos que ultrapassem essas dificuldades e com base no que foi apresentado anteriormente, a utilização de jogos no ensino de matemática pode ser uma dessas soluções possíveis. O uso dos jogos é rico em possibilidades e pode direcionar o professor a dar significado a conteúdos, que passa do concreto ao lúdico, auxiliando os alunos em temas mais relevantes que serão trabalhados nos conteúdos da matemática. Esta metodologia ao ser adotada tem que estar bem definida, com os propostos que se quer alcançar e levar em consideração o tipo de turma e quais as barreiras será necessária quebrar.

Sendo assim, como o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de ensino com a utilização do jogo Bingo das Funções nas aulas de matemática no Ensino Médio, no próximo capítulo será apresentado um estudo que fizemos acerca do conceito de função, que nos auxiliou na construção desta proposta.

4 FUNÇÃO

Neste capítulo será apresentado brevemente, com base nos autores que serão citados, o contexto histórico de função de acordo com a sua evolução através dos séculos, passando pelas contribuições de alguns matemáticos em seu desenvolvimento. Além disso, como este conteúdo é desenvolvido nas escolas de ensino regular, mais precisamente no Ensino Médio, apontaremos o conceito de função para o determinado módulo de aprendizagem.

4.1 CONTEXTO HISTÓRICO DE FUNÇÃO

De acordo com Youschkevitch (1976 *apud* ZUFFI, 2016) o desenvolvimento da concepção de função ocorreu em três momentos, sendo eles: a Antiguidade, Idade Média e Período Moderno.

Na fase da Antiguidade ou Idade Antiga, destacou se por ser o período de verificação do estudo de casos de dependência entre duas quantidades, sem realçar a noção de variáveis e funções. (DARRONQUI; TRIVIZOLI, 2014).

Ainda neste período, segundo Eves (2004 *apud* BUENO; VIALI, 2009) em torno de 2000 a.C., os babilônios já apresentavam uma matemática avançada, voltada para a álgebra, na qual utilizavam cálculos com tabelas, números e variáveis para resolver problemas, o que apresentava uma ideia de função de "cálculos babilônicos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas, podendo ser tomadas como 'funções tabuladas', destinadas a um fim prático" (ZUFFI, 2016, p. 2). Estas funções tabuladas, futuramente tornaram-se a base para a continuação do desenvolvimento da astronomia.

Já os gregos, também contribuíram no desenvolvimento do conceito de função, "tentativas, atribuídas aos pitagóricos, de estabelecer leis acústicas indicam a busca por relações de interdependência entre quantidades" (BUENO; VIALI, 2009, p. 38). Ainda na Grécia, porém já como parte do Império Romano, as funções eram destinadas a estudo de problemas matemáticos e astronômicos, sendo que, as "funções eram tabuladas por meio do uso de interpolação linear e, em alguns casos simples, até mesmo por meio de limites de proporções de duas quantidades infinitamente pequenas" (BUENO; VIALI, 2009, p. 38).

Caminhando para a Idade Média, embora seja vista por muitos estudiosos como a "Idade das Trevas" temos Alvarenga, Barbosa e Ferreira (2014) que apontam o período Medieval como uma fase em que o conceito de função é desenvolvido por meio de conceitos funcionais representados pela forma geométrica, mecânica e física, sendo que as noções verbais e gráficas ainda eram tidas como concretas.

Esse momento não ficou marcado por apresentar grandes respostas, mas sim, a maneira como foram impostos questionamentos aos fenômenos naturais que observavam. De modo que:

> (...) ao invés de perguntar por que uma pedra cai quando solta no ar, perguntaram como esta pedra cai, a que velocidade. Esta alteração e o surgimento da ciência experimental permitiram uma aproximação entre a matemática e as ciências da natureza, que sera a base para o avanço da ciência a partir do século XIV (AZCÁRATE; DEULOFEU, 1996, p. 44 *apud* GONÇALVES, 2015, p. 81).

Como mencionado acima, a partir do século XIV, ocorreu o começo da noção de função de modo mais generalizada e abstrata nas escolas de Filosofia Natural de Oxford e Paris. De acordo com Bueno e Viali (2009), esta época ficou marcada pelo grande significado para o progresso das ciências exatas, sendo nos campos do pensamento matemático e da física voltada para a cinemática, com a velocidade instantânea, aceleração, quantidade variável, estimada como um fluxo de qualidade.

Outra grande contribuição para o conceito de função neste período foi a do matemático francês Nicole Oresme (1323-1382), que desenvolveu a teoria das latitudes e longitudes para retratar os diversos "graus de intensidade das variáveis velocidade e tempo relacionados durante o movimento de um corpo que se desloca com aceleração constante" (BOYER, 1974, p. 193 *apud* MAGARINUS, 2013, p.16). Ele apresentou uma grande contribuição, com o que foi dito anteriormente, para o conceito de função por meio da representação gráfica, que se aproximava da atual geometria analítica.

Entre os séculos XV e XVI, a teoria da latitude das formas obteve grande destaque na Inglaterra, França, Itália e Espanha. Entretanto, "o estudo das funções em Matemática como um conceito e objeto individualizado ainda não havia sido alcançado" (BUENO; VIALI, 2009, p. 40).

É através da abordagem geométrica empregada no estudo de Oresme, os autores Azcárate e Deulofeu (1996 *apud* GONÇALVES, 2015) acreditam que é possível pensar que o caminho estava orientado para futuramente aos matemáticos Galileu, Descartes ou até mesmo Newton e Leibniz, aprimorarem o estudo do conceito de função. Porém os autores afirmam que estes indícios não são exatos.

Além disso, os autores complementam que a noção de função, no término do período medieval, não obteve um melhor aprofundamento, por falta de equilíbrio entre "o nível de abstração das teorias abordadas e a falta de um aparato matemático mais consistente para seu desenvolvimento" (GONÇALVES, 2015, p. 83).

E por fim, o período Moderno, ficou conhecido por ser representado a partir do século XVII, e por apresentar grandes contribuições de matemáticos no desenvolvimento do conceito de função, até propor a que utilizamos atualmente.

Como foram diversos matemáticos que colaboraram nos estudos para se obter a formalização do conceito de função, apresentaremos com mais detalhes as contribuições desenvolvidas por eles, a seguir, próximo tópico deste trabalho.

4.2 MATEMÁTICOS IMPORTANTES E SUAS CONTRIBUIÇÕES

Como dito anteriormente, diversos matemáticos da fase denominada como a Modernidade apresentaram estudos importantes para a formalização do conceito de função. Apresentaremos alguns deles e suas contribuições.

O matemático e filósofo Galileu Galilei viveu entre os séculos XVI e XVII, mais precisamente entre 1564 a 1642. De acordo com Alvarenga, Barbosa e Ferreira (2014) sua principal área de estudo era a mecânica, e o que destacou em seus trabalhos foi o princípio da quantificação, ao retratar as realidades observadas, que podiam ser representa por quantidades de medidas, com a finalidade de constituir relações matemáticas.

Segundo Boyer (1996, *apud* DARRONQUI; TRIVIZOLI, 2014), Galileu se interessava em não somente desvendar os fenômenos dos corpos, mas descrevê-los através de símbolos da álgebra, para que assim fosse possível antecipar o comportamento de determinados acontecimentos por meio das equações. Sua contribuição para o conceito de função foi ao utilizar as "grandezas físicas que se inter-relacionavam para modelar funções, de modo que uma variável dependesse da outra" (DARRONQUI; TRIVIZOLI, 2014, p. 6)

Já Rene Descartes (1596-1650) desenvolveu a linguagem algébrica para a geometria, contribuindo na análise de equações da geometria analítica, de modo que, sua colaboração, se deve a representação de função com o surgimento de equações de variáveis x e y e sua relação de dependência entre as quantidades variáveis, proporcionando o cálculo de seus valores entre si.

Outro matemático importante para a teoria da geometria analítica foi Fermat (1601-1665). Conforme Boyer (1996 *apud* ALVARENGA; BARBOSA; FERREIRA, 2014), a utilização de coordenadas nos trabalhos de Fermat, manifestou-se da aplicação dos símbolos algébricos da Renascença através dos problemas geométricos do período da Antiguidade.

Embora os matemáticos citados acima tenham sido de suma importância para o surgimento das primeiras concepções da noção de função, foi nos trabalhos de Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Leibniz (1626-1716) que pode se perceber o início das contribuições efetivas e significativas para o conceito de função. Para Newton, a relação entre variáveis estava "bastante ligadas à noção de curva e às taxas de mudança de quantidades variando continuamente" (ZUFFI, 2016, p. 3), de modo que, o termo utilizado por ele, para retratar estas ideias de função foi *fluentes*. Já a palavra *função,* apareceu titulada por Leibniz em 1673 em seu manuscrito *O método inverso das tangentes, ou sobre funções*, na qual era empregada em seus estudos para representar "qualquer parte de uma linha reta, ou seja, segmentos obtidos pela construção de infinitas linhas retas correspondentes a um ponto fixo e a pontos de uma determinada curva" (BUENO; VIALI, 2009, p. 41).

Contudo, foi no século XVIII, os primeiros estudos que apresentavam o conceito de função, sem estar estritamente relacionado com a geometria, mas sim, por meio de uma expressão analítica, que se deu nos trabalhos de Johann Bernoulli (1667-1748) e Leonhard Euler (1707-1783). Em 1718 Bernoulli, que publicou um trabalho no qual apresentava o conceito de função como uma expressão analítica, que chegou à seguinte conclusão: “(...) função duma grandeza variável a uma quantidade composta de qualquer maneira dessa grandeza variável e de constantes” (SILVA; REZENDE, 1999, p. 30). Além disso, em sua definição, ele indicava o símbolo grego ϕ, como a notação de uma função, na qual x era a variável, logo ficou ϕx, sem o incremento dos parentes, que atualmente é utiliza para a representação de função.

Já Euler, por meio da definição de Bernoulli, utilizou-a como uma premissa para estabelecer seu conceito de função, no qual, em 1748, definiu uma função de uma determinada quantidade de variável como sendo “qualquer expressão analítica formada daquela quantidade variável e de números e quantidades constantes" (SILVA; REZENDE, 1999, p. 30). Sua grande contribuição para a linguagem simbólica para o conceito de função, ele empregou o uso de parentes para a representação de função, como sendo $f(x)$, utilizado atualmente.

Segundo Magarinus (2013), Euler teve um grande papel para a definição de função continua e função descontinua, muito diferente da que temos conhecimento no momento atual. Ele acreditava que uma função contínua, com base em seu domínio, deveria ser representada somente por uma expressão analítica. No entanto, depois de alguns anos, foi

Augustin Louis Cauchy (1789-1857) que propôs novas teorias para a definição de funções contínuas e descontínuas.

Um pouco antes, observou-se outra definição de função, na qual, o francês Jean Louis Lagrange (1736-1813) discutia a possibilidade de termos diversas variáveis,

> chama-se função de uma, ou várias quantidades, toda expressão de cálculo na qual estas quantidades entram de uma maneira qualquer, misturadas ou não com outras quantidades, que se veem como valores dados e invariáveis, de modo que as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis. Assim, nas funções considera-se somente as quantidades que se consideram variáveis, sem consideração às constantes que podem estar aí misturadas. (SIERPINSKA, 1992, p. 45 *apud* ZUFFI, 2016, p. 4).

Outra contribuição considerável, foi no início do século XIX, na qual o matemático Cauchy, já citado acima pela sua definição de funções continuas e descontinuas, definiu função a partir de uma ou mais quantidade de variáveis de acordo com a quantidade, como sendo "resultados de operações feitas sobre uma ou várias outras quantidades constantes ou variáveis" (SIERPINSKA, 1992, p.45 *apud* ZUFFI, 2016, p. 5).

Ainda convém lembrar que Jeseph Fourier (1768-1830) ficou conhecido também por apresentar grandes contribuições para o desenvolvimento do conceito de função. Segundo Ramos (2013), em 1822, Fourier publicou um de seus trabalhos chamado a *Théorie Analytique de la Chaleur*, que por meio das series trigonométricas, desenvolveu um estudo sobre os problemas da propagação de calor.

Dentre os conceitos e definições discutidos neste período, a que mais se assemelha da que é admitida e desenvolvida atualmente, é a do matemático alemão Johann Peter Dirichlet (1805-1859), que em 1837, definiu que "se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo, que sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x" (BOYER, 1974, p. 405 *apud* MAGARINUS, 2013, p. 17).

Outro fato que devemos destacar, que ocorreu no século XX, é o surgimento de um grupo de matemáticos, no qual se destacaram os franceses André Weil (1906-1998) e Jean Dieudonné (1906-1992). Ao utilizarem o pseudônimo de Nicolas Bourbaki, que contribuiu com trabalhos importantes na redefinição de conceitos na linguagem de conjuntos. Em 1939, apresenta uma definição de função, como:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. A relação entre uma variável x de E e uma variável y de F, é chamada de uma relação funcional em y se, para todo $x \in E$, existe um único $y \in F$ que está associado, na relação dada, com x. Damos o nome de função para a operação que, de alguma forma, associa a cada elemento $x \in E$ o

> elemento y ∊ F que é associado a x pela relação estabelecida; diz-se que y é o valor da função relativo ao elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional dada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função (KLEINER, 1989, p. 18 *apud* MAGARINUS, 2013, p. 18)

Dessa maneira, com base neste apanhado que foi desenvolvido para apresentar alguns dos matemáticos mais importantes e significativos no conceito de função, foi possível observar a grande evolução dos conceitos e definições de função, de modo que, ao contrário do que muitos leigos imaginam, o desenvolvimento da definição de função que conhecemos hoje, foi desenvolvida através muitos e muitos anos e com diversas contribuições de grandes nomes da história da matemática, até que se chegasse à definição que encontramos hoje nos livros de história da matemática e livros didáticos.

A seguir apresentaremos a definição que atualmente é aceita.

4.3 DEFINIÇÕES DE FUNÇÃO E OS TIPOS DE FUNÇÕES

Como a finalidade desta pesquisa está voltada para o ensino de função aos alunos do Ensino Médio, a referência que utilizamos para apresentar as definições de função e alguns de seus tipos, será a partir de um livro didático deste segmento de ensino.

As definições e tipos de função apresentadas a seguir foram retiradas, na íntegra, de Dante (2005),

> **Definição de função**
> Dados dois conjuntos não-vazios A e B, uma função de A em B é uma regra que diz como associar cada elemento $x \in$ A a um único elemento em $y \in$ B. Com a seguinte notação: $f: A \to B \quad ou \quad A \xrightarrow{f} B$ (DANTE, 2005, p. 34).
>
> **Definição de domínio, contradomínio e conjunto imagem**
> Dada uma função *f* de A em B, o conjunto A denomina-se *domínio* da função e o conjunto B, *contradomínio* da função. Para cada $x \in$ A, o elemento $y \in$ B denomina-se *imagem* de x pela função *f*. Com a notação: $y = f(x)$
> O conjunto de todos os y assim obtidos é denominado de *conjunto imagem* da função *f*, e sua notação é $Im(f)$ (DANTE, 2005, p. 35).
>
> **Definição de função injetora**
> Uma função $f: A \to B$ é considerada injetora quando elementos divergentes de A são transformados por *f* em elementos divergentes de B, portanto, não há elemento em B que seja imagem de mais de um elemento de A.
> Notação: $x_1 \neq x_2 \ em \ A \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \ em \ B$, ou, $f(x_1) = f(x_2) \ em \ B \Rightarrow x_1 = x_2 \ em \ A$ (DANTE, 2005, p. 47).
>
> **Definição de função sobrejetora**
> Uma função $f: A \to B$ é considerada sobrejetora quando, para qualquer elemento $y \in$ B, pode-se encontrar um elemento $x \in$ A tal que $f(x) = y$. Isto é, *f* é uma função

sobrejetora quando todo elemento de B é imagem de pelo menos um elemento de A, sendo, $Im(f) = B$ (DANTE, 2005, p.47).

Definição de função bijetora
Uma função $f: A \to B$ é considerada bijetora se ela é, ao mesmo tempo, injetora e sobrejetora (DANTE, 2005, p. 48).

Definição de função composta
Dadas as funções $f: A \to B$ e $g: B \to C$, chamamos de função composta de g e f a função $g\ o\ f: A \to C$, logo: $(g\ o\ f)(x) = g(f(x)),\ x \in$ A (DANTE, 2005, p. 50).

Definição de função inversa
Dada uma função $f: A \to B$, bijetora, chama-se função inversa de *f* a função $g: B \to A$, pois, se $f(a) = b$, logo $g(b) = a$, com $a \in$ A e $b \in$ B (DANTE, 2005, p. 51).

Função Polinomial de primeiro grau ou função afim
Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ denomina-se de *função afim* quando há dois números reais *a* e *b* tal que $f(x) = ax + b$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$ (DANTE, 2005, p. 54).

Função Identidade
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, onde $f(x) = x$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$. Sendo, $a = 0$ e $b = 0$ (DANTE, 2005, p. 54).

Função Linear
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, onde $f(x) = ax$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$. Sendo, $b = 0$ (DANTE, 2005, p. 54).

Função Constante
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, onde $f(x) = b$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$. Sendo, $a = 0$ (DANTE, 2005, p. 54).

Função Polinomial de segundo grau ou função quadrática
Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ denomina-se de *função quadrática* quando há números reais a, b e c, com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$ (DANTE, 2005, p. 72).

Função Modular
Chama-se de *função modular*, a função em que $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, sendo que $f(x) = |x|$, portanto: $f(x) = \begin{Bmatrix} x, para\ x\ \geq 0 \\ -x, para\ x < 0 \end{Bmatrix}$ (DANTE, 2005, p. 99).

Função Exponencial
Dado um número real *a*, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$, chama-se *função exponencial de base a* a uma função *f* de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ definida por $f(x) = a^x\ ou\ y = a^x$ (DANTE, 2005, p. 111).

Função Logarítmica
A função logarítmica é a inversa da função exponencial, sendo assim:
$a^{\log_a x} = x\ \ e\ \ \log_a(a^x) = x$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$. Ou seja, $f(x) = \log_a x$ (DANTE, 2005, p. 127).

Função Trigonométrica: Função Seno
Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, que relaciona a cada número real *x* o valor real em *sen x,* isto é, $x \to f(x) = sen\ x$ (DANTE, 2005, p. 230).

Função Trigonométrica: Função Cosseno

> Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, que relaciona a cada número real x o valor real em *cosseno* x, isto é, $x \rightarrow f(x) = cos\ x$ (DANTE, 2005, p. 232).

4.4 O CONCEITO DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO

O estudo de função no ensino regular é abordado especificamente em todos os anos do Ensino Médio, pois acredita-se ser uma etapa em que os alunos, teoricamente, já trazem consigo, referente aos anos anteriores, um desenvolvimento e conhecimento matemático, que irá auxiliar e complementar neste conteúdo.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2000), ensinar funções, possibilita um estudo mais apurado em diversas áreas do conhecimento, seja em Biologia, Física, Química, e entre outras, não somente em expressões numéricas, mas também, com interpretações e representações gráficas. Além disso, na disciplina de Matemática, o conceito de função é muito importante e deve explorado em sala de aula, de diferentes maneiras, de modo que, o professor relacione o conteúdo com situações do próprio cotidiano do aluno, ou busque relações de interdisciplinaridade.

Segundo Barreto (2008) este conteúdo,

> no contexto da matemática escolar com vistas às aplicações, funções podem ser entendidas como um conceito que trata de problemas de variação e quantificação de fenômenos. Ou, em outras palavras, o estudo das funções pode ser entendido como o estudo de relações entre grandezas que variam. (BARRETO, 2008, p. 3).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC – (BRASIL, 2017), no que diz respeito à relação de variação proporcional entre duas grandezas, propõe para o ensino, a resolução de problemas, como caminho a ser explorado pelos educadores. Além disso, a noção de função, por meio da linguagem e o pensamento algébrico, sendo a compreensão de padrões, relações e funções, além de utilizar modelos matemáticos para representar e analisar relação quantitativas. É possível desenvolver com os alunos, competências e habilidades, que são necessárias para seu desenvolvimento educacional e além de tudo, sua capacidade de questionar e resolver problemas em sua vida fora da escola.

Sendo assim, vamos elencar as competências e habilidades, segundo o que é proposto em Brasil (2017), no que se refere ao conteúdo de função em todo o Ensino Médio, que são elas:

Quadro 2 – Habilidades da competência especifica 3 – BNCC

(EM13MAT302)	Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT304)	Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305)	Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT306)	Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

Fonte: BRASIL (2017).

Estas quatro habilidades apresentadas, referem-se à competência específica 3, da BNCC, que diz respeito a "interpretação, construção de modelos, resoluções e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos" (BRASIL, 2017, p.535).

Já as próximas habilidades, são específicas da competência 4, de acordo com a BNCC, pois ao "compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos, na busca de solução e comunicação de resultados de problemas" (BRASIL, 2017, p.538). São elas:

Quadro 3 – Habilidades da competência especifica 4 – BNCC

(EM13MAT401)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403)	Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404)	Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Fonte: BRASIL (2017).

E por último, temos a competência 5 da BNCC, que discute habilidades direcionadas para a "capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas" (BRASIL, 2017, p.540), sendo possível também, a utilização de materiais concretos, uso de tecnologias digitais ou meios visuais. Estas habilidades são:

Quadro 4 – Habilidades da competência especifica 4 – BNCC

(EM13MAT501)	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502)	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo y = ax2.
(EM13MAT503)	Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT507)	Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT508)	Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Fonte: BRASIL (2017).

Estas competências e habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular, nos leva a refletir em como está o ensino de funções nas escolas e além disso, a nos questionar como deve ser desenvolvido o conceito de função, sendo ele tão amplo e complexo.

Também podemos observar que, o conceito de função, presente na área da Matemática, mais especificamente no âmbito da álgebra, sendo necessário um conhecimento dos símbolos algébricos, para que seja possível "expressar a relação entre grandezas, modelar situações-problema, construir modelos descritivos de fenômenos e estabelecer conexões dentro e fora da própria matemática" (GONÇALVES, 2015, p. 21).

Quando falamos de ensino de matemática no ensino médio, mais exclusivamente no conteúdo de funções, os professores enfrentam certos obstáculos, pois muitas vezes "os conceitos que são apresentados de forma fragmentada não garante ao estudante o estabelecimento de significação para as ideias isoladas e desconectadas, mesmo que trabalhados de forma aprofundada e completa" (GONÇALVES, 2015, p. 21).

Para isso, o educador, deve desenvolver e aplicar metodologias de ensino que favoreçam este aprendizado, como propõe Brito e Almeida (2005, *apud* MAGARINUS, 2013) quando se refere ao incremento do conceito de função nas escolas, que se faça por meio de condições que apresentam um caráter dinâmico, de modo que proporcione melhor interpretação e compreensão no aprendizado.

5 A PROPOSTA

Neste capítulo, iremos apresentar uma proposta para o ensino de função e descrever seu desenvolvimento em sala de aula.

Foi elaborada para alunos do 1° ano do Ensino Médio, com o intuito de aprimorar a noção de função e auxiliar sua compreensão e entendimento por meio de uma atividade lúdica, de modo que o aluno se permita explorar diversos meios, além do que é esperado com o conteúdo, mas também que, possibilite a interação com os colegas, a aprendizagem com os possíveis erros e, além disso, ser o próprio protagonista no processo de desenvolvimento de seu conhecimento e aprendizagem.

Sendo assim, a proposta deste trabalho é a utilização do Jogo Bingo das Funções com a finalidade de reforçar os conceitos de função aprendidos anteriormente nas aulas de Matemática.

O estudo de função inicia-se no 1° ano do Ensino Médio, ciclo de ensino visto como essencial para a formação dos estudantes e que, segundo o Currículo do Estado de São Paulo (2011),

> no Ensino Médio, a ampliação de ideias associadas ao bloco temático Relações ocorre de forma muito significativa. Além da continuidade do estudo de medidas de figuras planas e espaciais, iniciado no Ensino Fundamental, deve ser incorporada nesse eixo a investigação das relações entre grandezas que dependem umas das outras, ou seja, as relações de interdependência, o que abre portas para o estudo mais sistematizado de um tipo particular de interdependência, que são as funções (SÃO PAULO, 2011, p. 43).

Segundo Ferreira, Pavlack e Machado (2013) os jogos propiciam situações de prazer e aprendizagem relevante, sendo um recurso que beneficia o desenvolvimento da linguagem, diversos processos de raciocínio e da socialização entre os alunos.

Desse modo, as atividades manipulativas "devem conter boas perguntas, ou seja, que constituam boas situações-problema que permitam ao aluno ter seu olhar orientado para os objetivos a que o material se propõe" (SHIH *et al*. 2016, p. 14). Além de uma situação lúdica, na qual "é a experiência do indivíduo que, carregada de intencionalidade, viabiliza a sua manifestação lúdica. É a experiência interna plena do sujeito ao realizar uma atividade, [...] à experiência interna do sujeito diante daquela situação" (MASSA, 2015, p. 127). É com esse intuito que as atividades manipulativas e lúdicas entram como cooperantes para o desenvolvimento da aprendizagem matemática e podem trazer o incentivo e o interesse do aluno.

Com base nestas convicções, a proposta apresentada neste trabalho tem a finalidade de apresentar e explorar com os alunos um jogo de bingo com funções de 1º grau que relaciona o domínio e imagem de cada uma das funções envolvidas no jogo. Com isso, é possível tirar os alunos do modo passivo e o introduzir de maneira ativa em uma aprendizagem lúdica e que eles "aprendam jogando".

5.1 O SURGIMENTO DA PROPOSTA E SUA FINALIDADE

Inicialmente, o desenvolvimento do jogo partiu de uma experiência vivenciada no Estágio Supervisionado referente à disciplina de Matemática.

Nesta experiência, na condição de observadora, foi possível perceber algumas dificuldades que os alunos apresentaram nas aulas de Matemática e, principalmente, quando o conteúdo era função, independente de qual tipo, os alunos apresentavam diversas dúvidas, sejam na interpretação de um exercício ou na sua representação gráfica, ou até mesmo, em operações básicas necessárias para a resolução de um exercício.

Foi com base nisso que adaptamos um jogo já existente, de modo que atendesse algumas necessidades dos alunos das turmas observadas, que apresentavam dificuldades com noções básicas de função, de modo que, por meio do jogo, fosse possível a resolução de algumas funções que estão contidas nas cartelas, proporcionando uma atividade diferenciada, mas que principalmente desenvolvesse habilidades de raciocínio lógico e matemático.

Sendo assim, o jogo Bingo das Funções foi criado como uma proposta de ensino, com o intuito de sanar as dificuldades que os alunos apresentavam ao resolver questões envolvendo o conteúdo de função.

5.2 O JOGO: BINGO DAS FUNÇÕES

O jogo Bingo das Funções tem a característica de ser um material manipulativo[1] e lúdico[2], com o intuito de propiciar aos alunos uma atividade diferente das que geralmente eles realizam nas aulas, tendo como base as aulas observadas no estágio, de modo que percebam

---

[1] Materiais manipulativos são "objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia" (REYS, 1971 *apud* CAPORALE, 2013, p. 2).

[2] Significado de lúdico, segundo o dicionário Aurélio (1988): Adj. Referente a, ou que tem o caráter de jogos, brinquedos e divertimentos.

que nas aulas de matemática é possível realizar atividades e jogos que contribuem para seu aprendizado.

Este jogo tem por objetivo auxiliar de forma recreativa o aprendizado da função afim, de modo a melhorar o raciocínio através da substituição de valores na função, revelando sua imagem. Ele pode contribuir para iniciar o conteúdo de função e, além disso, pode ser utilizado como um meio de exercitar o que foi estudado anteriormente de uma maneira mais descontraída.

O jogo é composto por 40 cartelas que estão disponíveis no Apêndice I, todas compostas por funções polinomiais de primeiro grau, ou seja, cada cartela consta com uma função específica para a realização do bingo. No Quadro 2, é possível observarmos todas as funções desenvolvidas para o jogo.

Quadro 5 – As funções propostas para o Jogo

f(x) = x + 1	f(x) = x + 9	f(x) = x – 7	f(x) = 2x + 1	f(x) = 2x – 4
f(x) = x + 2	f(x) = x + 10	f(x) = x – 8	f(x) = 2x + 2	f(x) = 3x + 1
f(x) = x + 3	f(x) = x – 1	f(x) = x – 9	f(x) = 2x + 3	f(x) = 3x + 2
f(x) = x + 4	f(x) = x – 2	f(x) = x – 10	f(x) = 2x + 4	f(x) = 3x + 3
f(x) = x + 5	f(x) = x – 3	f(x) = 2x	f(x) = 2x + 5	f(x) = 3x – 1
f(x) = x + 6	f(x) = x – 4	f(x) = 3x	f(x) = 2x – 1	f(x) = 3x – 2
f(x) = x + 7	f(x) = x – 5	f(x) = 4x	f(x) = 2x – 2	f(x) = 3x – 3
f(x) = x + 8	f(x) = x – 6	f(x) = 5x	f(x) = 2x – 3	f(x) = 10x

Fonte: Elaborado pela autora.

As 40 funções apresentadas no Quadro 2 estão distribuídas entre as cartelas propostas para este jogo, sendo que, cada aluno fica com uma cartela e consequentemente, cada um terá uma função única. Além disso, a cartela conta com 16 números aleatórios que representam os possíveis valores da imagem da função determinada na cartela, de modo que, para determinalos é necessário a verificação na função da cartela, que será exemplificado mais adiante na Figura 3, no tópico 5.4.

Sendo assim, as cartelas que foram desenvolvidas para o jogo, presente neste trabalho, contam funções relativamente simples, correspondente a função polinomial de primeiro grau. Porém, isso não impede que o professor aprimore para outros tipos de funções ou dificulte as funções das cartelas, de acordo com as características que seus alunos apresentem com o conteúdo de função.

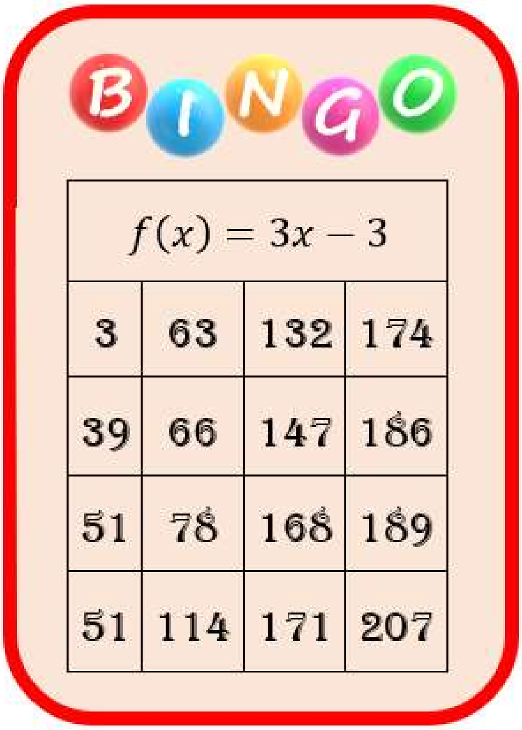
Em um jogo convencional de bingo, que muitas vezes encontramos em festas de comunidades ou em eventos, o jogador escolhe uma cartela, que normalmente apresenta 24 números aleatórios que variam entre 1 a 75, sendo que a cada rodada um número é "cantado" (sorteado), logo, cada jogador deve verificar se esse número consta em sua cartela e marca-lo. O ganhador será aquele que completar sua cartela, de acordo com o padrão estabelecido anteriormente. Normalmente, há recompensa ou premiações ao vencedor.

Porém, o presente trabalho traz uma proposta em que o jogo elaborado apresenta funções a serem resolvidas. A proposta do jogo é, assim como em um jogo convencional de bingo, em que as "peças são cantadas", nesta atividade, as peças no globo do bingo serão os possíveis domínios da função, que estará definida em cada cartela escolhida pelos alunos (ver Apêndice I). Já os números que se encontram nas cartelas representam alguns dos elementos que compõem o conjunto imagem da função específica de cada cartela.

Para este jogo é necessária a impressão das cartelas, disponíveis no Apêndice I e se possível um globo de bingo. Porém, caso não seja viável ao professor o globo, ele poderá se adaptar com pedaço de papel com os números de 1 a 75, para que seja feito o sorteio. Para este jogo foram produzidas 40 cartelas, todas com funções de polinômio de primeiro grau, diferentes umas das outras.

A seguir, a Figura 1 representa um exemplo de uma das cartelas do jogo que foi desenvolvida especialmente para a realização desta proposta de ensino.

Figura 1 – Exemplo de uma cartela do jogo



$f(x) = 3x - 3$			
3	63	132	174
39	66	147	186
51	78	168	189
51	114	171	207

Fonte: Elaborado pela autora.

5.3 DESENVOLVIMENTO DO JOGO

O professor que deseja utilizar o Jogo Bingo das Funções em suas aulas de matemática deve ficar atento ao momento propício para a realização da atividade e qual a maneira que mais se encaixa em sua turma de alunos.

Orientamos que o conteúdo de função polinomial de primeiro grau já tenha sido discutido com os alunos com o intuito de eles já terem uma noção previa de função, para que assim, o Jogo possa ser realizado, sem muitos obstáculos com relação ao conceito. De modo que, a finalidade do Jogo seja buscar um melhor desempenho dos alunos no conceito de função e aprimorar o que já aprenderam anteriormente.

Um ponto que julgamos importante é como explicar para os alunos o desenvolvimento desta atividade, já que muitas vezes é novidade para eles, em seu ambiente escolar. O professor deve se atentar em como apresentar o Jogo para sua turma, para que fique claro quais são os caminhos para ser seguidos e o porquê ele está sendo proposto em aula.

Além disso, destacamos também, a quantidade de rodadas do jogo que o professor julga ser necessária para aquela determinada turma de alunos, sendo que, deve-se levar em consideração o nível de dificuldade sobre o conteúdo e o interesse dos alunos. Porém o número de rodadas do jogo está relacionado também com o tempo.

Sabemos que o tempo das aulas é curto para os conteúdos que são exigidos no ensino regular. Porém acreditamos que, se possível, o professor disponibilize duas aulas para esta atividade, de preferências que sejam seguidas, pois assim, ele conseguirá um tempo relativamente razoável para a realização de algumas rodadas do jogo, sem que fique cansativo e repetitivo para os alunos.

Com relação à distribuição dos alunos, isto fica a critério do professor. A orientação é que seja uma cartela para cada aluno, porém, caso o professor ache necessário, os alunos poderão jogar em duplas. Além disso, para que se torne uma atividade que seja diferente do que os alunos estão acostumados, sugerimos sejam que formados grupos com até 4 alunos ou que a turma seja disposta em círculo para que seja possível a interação entre os alunos, proporcionando um melhor entrosamento.

5.4 COMO JOGAR

1. O professor deverá distribuir as cartelas (Apêndice 1) de modo aleatório ou espalhá-las sobre uma mesa e deixar que os alunos às escolham.
2. Depois disso, o professor sorteia um número e o "canta". Os alunos deveram realizar a substituição do x da função presente em sua cartela pelo número cantado pelo professor e realizar a operação mentalmente ou com auxílio de papel e lápis. Caso o resultado da substituição seja um dos valores contidos na cartela, o aluno deve marcá-lo. Se o resultado não estiver contido na cartela escolhida, o aluno deve esperar a próxima peça que será "cantada" pelo professor.

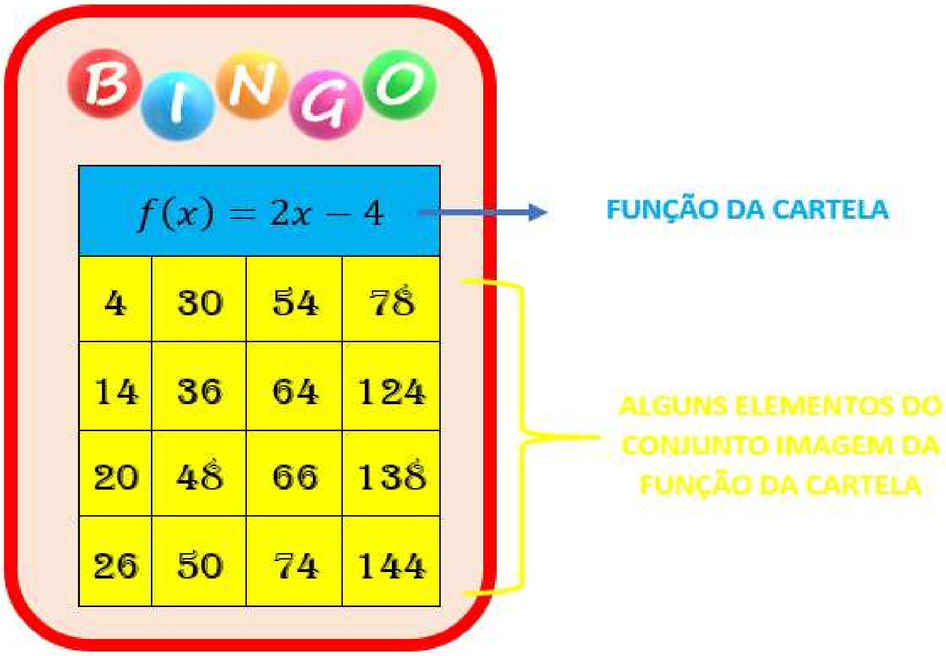
Observação: é interessante o professor solicitar as contas feitas pelos alunos, pois assim, seria possível uma visão geral de como eles substituíram nos números na função pré-determinada.

3. O ganhador de cada rodada será aquele que conseguir preencher inteiramente a sua cartela de bingo. De modo que, assim que o aluno que perceber que sua cartela está preenchida, deverá gritar "BINGO!".

4. Para facilitar a conferência dos números marcados pelo ganhador da rodada, estão disponíveis no Apêndice 2 todas as resoluções das cartelas referente às imagens propostas em cada uma delas.

Vejamos um exemplo a seguir:

Figura 2 – Elementos da cartela



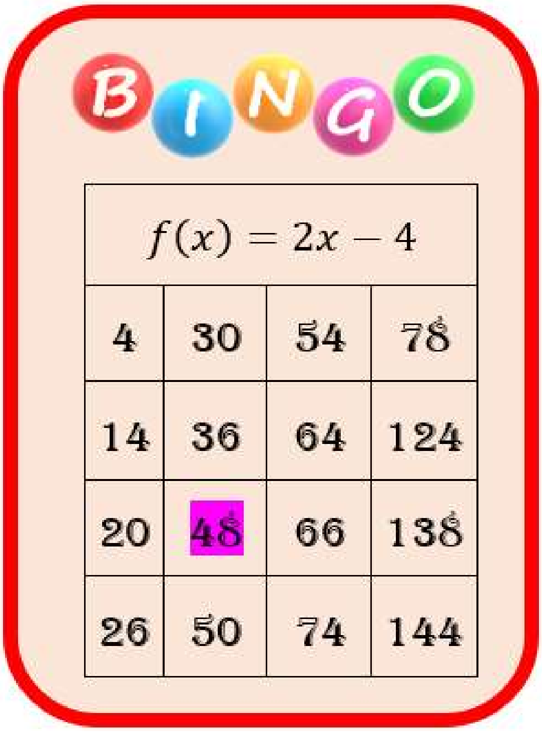
Fonte: Elaborado pela autora.

Na figura 2, destacamos os elementos que estão presentes nas cartelas desenvolvidas para este jogo, sendo o que está realçado na cor azul turquesa, representa a função que cada cartela contém e que será a base para a resolução, conforme os números são sorteados. Já o espaço realçado na cor amarela, representa os números que devem ser preenchidos de acordo com o sorteio do bingo, de modo que, para ganhar a rodada, o aluno tem que fazer a substituição do x pelo número sorteado pelo professor, na função expressa na cartela.

Com relação a resolução que os alunos deverão fazer para encontrar os números que são possíveis na cartela, mostraremos um exemplo.

Supondo que a cartela escolhida apresente a função $f(x) = 2x - 4$, e o número sorteado foi 26. Para descobrirmos se a sua imagem correspondente está na cartela, deve-se fazer assim como mostra na Figura 3.

Figura 3 – Exemplo de verificação



NÚMERO SORTEADO: 26

VERIFICAÇÃO:

$f(x) = 2x - 4$

$f(26) = 2 * 26 - 4$

$f(26) = 52 - 4$

$f(26) = 48$

Logo, o número 48 que será marcado na cartela.

Fonte: Elaborado pela autora.

Como descrito na Figura 3, a verificação deve ser feita com todos os números sorteados com relação à função descrita na cartela, de modo que, ao preencher todos os números contidos na cartela correspondente, a rodada chegará ao fim, determinando o ganhador da respectiva rodada do jogo.

Em virtude da proposta apresentada neste trabalho, o Jogo Bingo das Funções visa utilizar de um recurso didático diferenciado que proporciona ao aluno participar ativamente, somando em seu processo de ensino e aprendizagem. Porém, não basta somente inserir o jogo com os alunos em sala, é necessário que a partir dele, haja uma reflexão do que o jogo propõe em seu aprendizado de função e como ele pode trazer melhorias para a assimilação e entendimento do conteúdo de funções, para que, ao longo no desenvolvimento deste conteúdo, seja possível um melhor desempenho.

6 APÓS O JOGO

O conteúdo de função é vasto, sendo a partir de seu conceito e suas aplicações algébricas ou gráficas, de modo a conter diferentes abordagens.

De acordo com Caraça (1984, *apud* NEVES; RESENDE, 2016) o conceito de função tem como fundamento a correspondência homogênea com relação às variáveis, na qual possibilita revelar a relação de interdependência, de modo que se trabalhe os conceitos de variáveis, a teoria dos conjuntos – domínio, contradomínio, imagem – e a relação algébrica. É importante ressaltar que o professor trabalhe os conteúdos de Conjuntos, Par Ordenado, Produto Cartesiano e Relações, antes de inicializar o conteúdo de função, pois "eles são âncoras para o estudo das funções" (CHAVES; CARVALHO, 2004, p. 10).

Além disso, a relação de intervalos e a linguagem simbólica é necessária para a formação do conceito de função e, posteriormente, o desenvolvimento da representação gráfica da função.

Como visto no Capítulo 4, há diversos tipos de funções e definições que, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular, as habilidades e competências deste conteúdo devem ser desenvolvidas no Ensino Médio, com enfoque na 1ª série.

Sendo assim, com base no que foi apresentado e discutido neste trabalho, entendemos que a proposta do Jogo Bingo das funções pode ser desenvolvida em sala de aula como um facilitador para a compreensão e o entendimento de função afim. O Jogo contribui para o desenvolvimento algébrico do conteúdo de função e também possibilita o trabalho do professor com a relação de dependência de uma variável e uma análise com o que "acontece" a cada novo valor obtido para x.

Entendemos que o professor pode utilizar o Jogo após ter abordado em suas aulas o conteúdo de função, sendo já apresentado seu conceito e notações, para que a atividade seja desenvolvida de forma mais dinâmica e que possibilite ao professor explanar algumas reflexões sobre o conteúdo em si e, até mesmo, analisar com os alunos quais pontos são positivos para a sua autoaprendizagem e o que pode ser melhorado. Porém, é possível também explorar o Jogo como uma base introdutória ao conceito de função com relação às variáveis dependentes e independentes, como citado acima, de modo que favoreça o início do processo de aprendizagem dos educandos com relação ao conteúdo.

Claro que por ser uma atividade lúdica e manipulativa, que conta com a interação dos alunos, não há como prever exatamente como será o desenvolvimento da atividade, e se isso fosse possível, não haveria pontos a serem discutidos, pois seria evidente e irrefutável os resultados encontrados. Logo, como cada turma de alunos é ímpar, de forma que apresenta um entrosamento diversificado, sendo esse o ponto chave da atividade. A partir de uma atividade lúdica e manipulativa, como o Jogo proposto neste trabalho, por meio da interação entre aluno-aluno e aluno-professor, o desenvolvimento em cada turma determinará quais serão os questionamentos a serem levantados e discutidos.

Porém, podemos exemplificar algumas das abordagens que o educador poderá fazer após a realização da proposta com os alunos. Algumas delas são:

1. Perguntar aos alunos se houve alguma dificuldade com o jogo e com o conteúdo explícito através dele. Esta pergunta é essencial para que o professor distinga quais foram os obstáculos que fizeram com que os alunos não aproveitassem completamente a finalidade da atividade e faça adequações, para que assim, ao utilizar com outra turma, tenha uma base do que pode ser mudado ou não.
2. Questioná-los se é plausível relacionar conteúdos matemáticos vistos anteriormente com o jogo e abrir para discussão sobre quais e por quê. Este tópico é o momento em que o educador avalia se a atividade cumpriu o seu objetivo, com base no que os alunos apressam sobre ele e se realmente é possível aprender e assimilar o conteúdo de função por meio do jogo. Além disso, através da verificação que o aluno tem que fazer na função para encontrar a imagem correspondente, trabalha-se as quatro operações matemáticas básicas, o que pode auxiliar o professor na verificação de que se alunos ainda apresentam dificuldades nesta parte de matemática elementar.
3. Propor uma reflexão com os alunos sobre se é viável a utilização do Jogo Bingo das Funções para a melhor entendimento e desempenho no conteúdo de função afim. Isso é de suma importância, pois é com base no desenvolvimento da proposta da atividade e as opiniões dos alunos sobre a própria é que podemos chegar à uma melhor conclusão de que sua aplicabilidade tem fundamento para o conteúdo proposto.
4. Levantar as opiniões dos alunos se atividades, assim como o jogo propõe, tornam a aula mais atrativa e se facilita o aprendizado e assimilação do conteúdo proposto.

Esses são só alguns exemplos que o educador pode se basear para fomentar a discussão no decorrer ou posterior ao jogo, sendo de extrema relevância a participação dos alunos seja com a atividade e sua proposta de conteúdo e até mesmo sua interação com os colegas e opiniões levantadas e discutidas.

Sendo assim, propomos que o professor da disciplina de Matemática que utilizar a proposta deste trabalho como um recurso metodológico em suas aulas, atente-se a todos os passos apresentados no capítulo anterior e não empregue-o somente como um jogo e sim, como um meio de proporcionar uma atividade lúdica com foco na aprendizagem relacionada ao conteúdo de função e que gere discussões sobre o porquê desta atividade e quais as suas vantagens para o ensino de função.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde o início de minha formação na graduação, um fato que me causou inquietação foi o ensino de Matemática nas escolas públicas e privadas, que tive a oportunidade de conhecer, as quais utilizavam um modelo tradicional, em que os alunos eram meros receptores de um conhecimento engessado sem terem a chance de adquirirem o saber de maneira mais flexível e que fosse mais próximo de sua realidade.

Partindo dessa situação, passei a me questionar sobre como poderia fazer intervenções pedagógicas que pudessem contribuir para melhor entendimento da matemática, seja para mim ou para outras pessoas.

Ao buscar autores que tiveram como premissa a transformação do ensino, deparei-me com um grande número de situações de ensino-aprendizagem que expressavam o que eu gostaria de colocar em prática. A próxima questão então foi como promover o conhecimento coletivo a partir dessas situações que estudei.

Foi com base nisso que surgiu a ideia de transformar o Jogo de Bingo tradicional, que já conhecemos e acontece normalmente em quermesses e eventos, em um jogo que utiliza-se da mesma estrutura, mas que trouxesse um conteúdo matemático que fosse possível de se trabalhar em sala de aula, de modo que proporciona-se uma estrutura para o conhecimento matemático do conteúdo de função de forma diferente do que comumente é apresentado nas escolas, com uma proposta manipulativa e lúdica para os alunos.

Como dito no início do presente texto, a ideia inicial era apresentar a proposta e posteriormente desenvolvê-la com alunos do Ensino Médio de uma escola local, porém, devido a pandemia gerada pela COVID 19, não foi possível.

Por isso, o desenvolvimento do presente trabalho buscou apresentar uma proposta de ensino para alunos do 1° ano do Ensino Médio que, por meio do Jogo Bingo das Funções, teve o intuito de auxiliar no conteúdo de função polinomial de primeiro grau, de modo que o aluno seja participante ativo, no qual possibilite mais interação entre os educandos e a aprendizagem com os próprios erros e acertos.

Acredito que a proposta elaborada para a presente pesquisa possa acrescentar e favorecer para a aprendizagem dos alunos na disciplina de Matemática, mais especificamente, com relação ao conteúdo de função afim, de modo que possibilite que o conteúdo seja mais atrativo para os alunos e para o próprio professor que empregá-lo em sala de aula.

Por fim, encerro dizendo que espero que este jogo alcance as muitas salas de aula como uma alternativa de atividade metodológica para o ensino de função e que beneficie as aulas de

Matemática como um todo, expandindo a oportunidade para incremento de atividades similares que permitam a interação dos alunos com o material e entre eles mesmos, auxiliando e favorecendo com os diversos conteúdos matemáticos que deverão ser trabalhados em sala.

REFERÊNCIAS

ALVARENGA, K.; BARBOSA, C. V.; FERREIRA, G. M. O conceito de função: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a. C até o século XX. **Revemat**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 159-178, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9n1p159/27629. Acesso em: 4 ago. 2020.

BARRETO, M. M. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio**. Artigo adaptado da dissertação de mestrado Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. UFRGS, 2008. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf. Acesso em: 30 maio 2020.

BEZERRA, A. V. R. C.; SANTOS, E. L. de S.; CUNHA, N. da S. **A importância dos materiais concretos, os jogos, nas aulas de matemática**. 2012. Disponível em: https://docplayer.com.br/3223130-A-importancia-dos-materiais-concretos-os-jogos-nas-aulas-de-matematica.html. Acesso em: 8 ago. 2020.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia**, Campo Grande, v. 5, n. 2, maio-ago. 2012. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1185/840. Acesso em: 22 maio 2020.

BICUDO. M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática, **Pró- posições**, São Paulo, v. 4, n. 1[10], p. 18- 23, mar. 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379/11803. Acesso em: 25 maio 2020.

BORBA, M. C. A pesquisa qualitativa em educação matemática**.** *In:* REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 27., 21-24 nov., 2004, Caxambu-MG. **Anais** [...]. Rio Claro: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, 2004. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf. Acesso em: 13 maio 2020.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **Base nacional comum curricular:** versão final. Brasília: MEC, 2017.

BUENO, R. W. S.; VIALI, L. A construção histórica do conceito de função. **Educação Matemática em Revista RS**, ano 10, n. 10, v. 1, p. 37-47, 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/280446315_A_Construcao_Historica_do_Conceito_de_Funcao. Acesso em: 18 ago. 2020.

CAPORALE, S. M. M. Materiais manipulativos nas aulas de matemática. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 18-21 jul. 2013, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2955_2172_ID.pdf. Acesso em: 19 jun. 2020.

DARRONQUI, L. C.; TRIVIZOLLI, L. M. Elementos da história da matemática como estratégia Pedagógica no ensino da função polinomial do Primeiro grau. *In*: SECRETÁRIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO (Paraná). **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor público PDE, 2014**. Curitiba: SEED/PR., 2016. v. 1. (Cadernos PDE).

DANTE, L. R. **Matemática**: volume único. São Paulo: Editora Ática, 2005.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (org). **O planejamento da pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2006. Disponível em: https://bds.unb.br/handle/123456789/863. Acesso em: 26 abr. 2020.

FERREIRA, A. B. H. **Dicionário Aurélio básico da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1988.

FERREIRA, I. F.; PAVLACK, B. S.; MACHADO, S. B. Ludicidade e Matemática: jogos no ensino de funções. *In*: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. **Anais** [...]. Montevideo, 2013. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/19666/1/Ferreira2013Ludicidade.pdf. Acesso em: 27 jul. 2020.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o suo de materiais concretos e jogos no Ensino de Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo, v. 4, n. 7, 1990. Disponível em: http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf. Acesso em: 24 jun. 2020.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001. Disponível em: https://secure.unisagrado.edu.br/static/biblioteca/mimesis/mimesis_v22_n1_2001_art_02.pdf. Acesso em: 2 jun. 2020.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de pesquisa**. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamente e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/52806. Acesso em: 3 maio 2020.

GONÇALVES, A. C. **Aspectos da história do conceito de função e suas representações por diagramas, linguagem algébrica e gráficos cartesianos**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-01072015-113421/publico/Dissertacao_AlexsandraGoncalves_revisada.pdf. Acesso em: 5 set. 2020.

GRANDO, R. C. **O jogo suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/253786. Acesso em: 8 ago. 2020.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas,

Campinas, 2000. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle /REPOSIP/251334?mode=full. Acesso em: 22 jul. 2020.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens**. São Paulo: Editora Perspectiva, 2000. Disponível em: http://jnsilva.ludicum.org/Huizinga_HomoLudens.pdf. Acesso em: 12 maio 2020.

MAGARINUS, R. **Uma proposta para o ensino de funções através da utilização do objeto de aprendizagem**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/10933/MAGARINUS%2C%20 RENATA.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 6 ago. 2020.

MASSA, M. S. Ludicidade: da etimologia da palavra à com complexidade do conceito. **Aprender:** Caderno de Filosofia e Psicologia da Educação, Vitória da Conquista, ano 9, v. 1, n. 15, p. 111-130, 2015. Disponível em: https://periodicos2.uesb.br/index.php/aprender/ article/view/2460/2029. Acesso em: 7 jul. 2020.

MELO, S. A.; SARDINHA, M. O. B. Jogos no ensino aprendizagem de matemática: uma estratégia para aulas mais dinâmicas. **Revista F@pciência**, Apucarana, v. 4, n. 2, p. 5 – 15, 2009. Disponível em: http://www.fap.com.br/fap-ciencia/edicao_2009_2/002.pdf. Acesso em: 10 ago. 2020.

MOURA, M. O. O Jogo e a construção do conhecimento matemático. **Ideias**, São Paulo, n. 10, p. 45-53, 1991. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em: 1 jul. 2020.

MOTA, P. C. C. L. M. **Jogos no ensino da matemática,** 2009. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática/Educação) – Universidade Portucalense Infante D. Henrique, Portugal, Porto, 2009. Disponível em: http://repositorio.uportu.pt/bitstream/11328/525/2/TMMAT%20108.pdf. Acesso: 9 jul. 2020.

PARANÁ (Estado). Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor público PDE**, 2014. Curitiba: SEED/PR., 2016. v. 1. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_artigo_luciene_cristina_darronqui.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

PRESTES, M. de L. A. A pesquisa qualitativa na educação. **Educação e Filosofia**, Uberlândia, v. 4 n. 7, p. 91-104, jul./dez., 1989. Disponível em: http://www.seer.ufu.br/index. php/EducacaoFilosofia/article/view/1869/1554. Acesso em: 18 maio 2020.

QUIRINO, R. H. R. O conceito de jogo, arte e a linguagem para a hermenêutica filosófica de Hans-Georg Gadamer. **Revista Fafic**, v. 01, p. 57-70, 2010. Disponível em: https://fescfafic.edu.br/ojs/index.php/revista/article/view/4/2. Acesso em: 4 jul. 2020.

RAMOS, M. A. R. O conceito de função: de Leibniz a Riemann. *In:* SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 10., 2013, Campinas – SP. **Anais** [...]. Vitória da Conquista: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, 2013. Disponível em: https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:qsM9Z8On_osJ:https://www.cle.uni camp.br/eprints/index.php/anais-snhm/article/view/61/52+&cd=2&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br. Acesso em: 26 maio 2020.

RORATTO, J. M. Posições subjetivistas e objetivistas de ciência: a hermenêutica como fundamento da pesquisa qualitativa. **Roteiro**, Joaçaba, v. 35, n. 1, p. 175-192, jan./jun. 2010. Disponível em: https://portalperiodicos.unoesc.edu.br/roteiro/article/view/233/23. Acesso em: 24 abr. 2020.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Currículo do Estado de São Paulo:** Matemática e suas tecnologias Ensino Fundamental ciclo II e Ensino Médio. São Paulo: SE, 2011.72 p.

SHIH, A. *et al*. Materiais manipulativos para o ensino das quatro operações básicas. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Anos iniciais do ensino fundamental.** Porto Alegre: Penso, 2016. (Coleção Mathemoteca, 2). Disponível em: https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=Xj_xCwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA1&dq=SHIH,+A.+et+al.+Materiais+manipulativos+para+o+ensino+das+quatro+opera%C3%A7%C3%B5es+b%C3%A1sicas.+In:+SMOLE,+K.+S.%3B+DINIZ,+M.+I.+(org.).+Cole%C3%A7%C3%A3o+Mathemoteca%3B+v.+2%3B+Anos+iniciais+do+ensino+fundamental.+Penso,+Porto+Alegre,+2016.&ots=dEbqB9xFH-&sig=hMAN1QNlnBC8Nx9u_aV_Lgkc6R0#v=onepage&q&f=false. Acesso em: 28 ago. 2020.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Jogos no Ensino da Matemática. *In*: BIENAL DA SBM, 2., 2004, Salvador. **Anais** [...]. Salvador: UFBA, 2004. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~iole/jogosnoensinodamatematica.pdf. Acesso em: 24 maio 2020.

SILVA, M. H. M.; REZENDE, W. M. Análise histórica do conceito de função. **Caderno Dá Licença**, Niterói, v. 2, p. 16-24, 1999. Disponível em: http://dalicenca.uff.br/wp-content/uploads/sites/204/2020/05/Anlise_Histrica_do_Conceito_de_Funo.pdf. Acesso em: 24 set. 2020.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Cadernos do Mathema**: jogos de matemática do 6º ao 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

VIDIGAL, E. S. O jogo como modelo da experiência hermenêutica. **Outras Palavras**, v. 13, n. 1, 2017. Disponível em: http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:w6aCNNO3xXUJ:revista.faculdadeprojecao.edu.br/index.php/Projecao5/article/download/758/734+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br. Acesso em: 2 jun. 2020.

ZANETTE, M. S. Pesquisa qualitativa no contexto da Educação no Brasil. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 65, p. 149-166, jul./set. 2017. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/er/n65/0104-4060-er-65-00149. Acesso em: 28 abr. 2020.

ZUFFI, E. M. Alguns aspectos do desenvolvimento do conceito de função. **Hipátia**, Campos do Jordão, v. 1, n. 1, p. 1-10, dez. 2016. Disponível em: https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/436/75. Acesso em: 10 set. 2020.

APÊNDICE A – Fichas

$f(x) = 2x + 5$			
7	31	81	115
13	39	93	117
19	45	95	119
23	47	111	133

$f(x) = x + 9$			
10	24	40	61
13	29	43	69
16	30	50	80
20	31	59	82

$f(x) = x - 2$			
2	17	28	53
5	19	32	60
8	20	37	65
10	21	48	70

$f(x) = x + 1$			
3	16	39	56
6	22	43	58
10	28	47	61
14	35	51	68

BINGO

$f(x) = x + 6$			
7	29	46	66
10	31	47	69
14	35	57	72
28	39	61	75

BINGO

$f(x) = x + 7$			
9	28	49	69
14	33	54	72
16	38	57	75
23	42	68	77

BINGO

$f(x) = 2x - 4$			
4	30	54	78
14	36	64	124
20	48	66	138
26	50	74	144

BINGO

$f(x) = x - 5$			
5	21	48	63
8	28	53	64
19	33	57	66
20	42	58	70

BINGO

$f(x) = 2x - 1$			
1	29	49	93
3	35	53	121
21	39	57	131
25	47	85	147

BINGO

$f(x) = x + 8$			
9	28	50	68
16	33	54	72
21	44	57	73
23	49	63	80

BINGO

$f(x) = x + 5$			
6	22	38	60
10	24	44	66
17	27	49	71
18	34	54	72

BINGO

$f(x) = 2x + 2$			
8	32	56	74
16	38	58	88
18	44	62	92
22	50	70	100

BINGO

$f(x) = x + 2$			
5	22	38	58
11	28	44	61
17	31	49	70
20	34	52	74

BINGO

$f(x) = x + 4$			
7	27	45	68
9	37	47	70
16	38	60	73
21	43	66	76

BINGO

$f(x) = x - 4$			
1	24	40	57
9	26	44	64
13	31	48	69
14	35	52	71

BINGO

$f(x) = 2x - 2$			
4	18	40	54
8	24	42	62
12	26	46	116
14	34	50	124

BINGO

$f(x) = 2x + 4$			
8	34	60	80
10	38	66	104
16	46	72	126
24	54	74	144

BINGO

$f(x) = 3x + 1$			
7	34	61	175
10	43	106	187
19	52	121	199
28	55	154	220

BINGO

$f(x) = x - 8$			
1	18	32	51
4	24	37	52
11	25	42	60
13	30	46	66

BINGO

$f(x) = 3x + 2$			
11	50	80	152
17	56	98	188
26	65	119	209
41	71	134	218

BINGO

$f(x) = x - 9$			
-2	28	44	59
-1	37	49	60
6	41	50	61
22	43	55	64

BINGO

$f(x) = 3x - 2$			
10	91	157	202
16	106	172	208
25	124	181	211
43	142	193	220

BINGO

$f(x) = x - 7$			
-2	20	36	55
7	22	41	59
8	30	43	63
14	34	47	65

BINGO

$f(x) = 2x + 3$			
5	33	91	123
15	49	99	131
21	85	107	147
23	87	117	151

BINGO

$f(x) = x + 3$

5	24	43	58
11	29	48	69
16	32	49	70
22	36	54	74

BINGO

$f(x) = x - 6$

-3	20	31	44
2	25	34	50
12	28	37	52
17	30	41	64

BINGO

$f(x) = x - 1$

6	18	30	48
9	21	33	50
13	23	37	67
15	27	42	73

BINGO

$f(x) = 2x + 1$

5	39	53	81
9	41	59	103
17	45	69	131
21	49	73	145

BINGO

$f(x) = 2x - 3$			
11	47	85	125
29	55	91	135
33	67	103	141
41	75	111	145

BINGO

$f(x) = x - 3$			
1	18	34	55
8	26	40	65
10	29	42	67
14	31	46	71

BINGO

$f(x) = 3x - 1$			
11	65	122	182
17	71	137	188
38	74	158	200
41	95	173	224

BINGO

$f(x) = x + 10$			
15	39	61	68
23	46	64	70
25	53	66	83
36	57	67	84

BINGO

$f(x) = x - 10$			
-1	17	34	48
2	24	38	50
8	25	42	56
13	30	46	59

BINGO

$f(x) = 2x$			
10	46	88	124
28	50	104	132
36	82	112	134
38	84	114	146

BINGO

$f(x) = 3x$			
6	42	87	171
12	57	90	174
24	66	135	195
36	69	153	204

BINGO

$f(x) = 3x + 3$			
6	54	177	204
12	60	189	210
30	99	192	213
42	108	195	216

BINGO

$f(x) = 3x - 3$			
3	63	132	174
39	66	147	186
51	78	168	189
54	114	171	207

BINGO

$f(x) = 10x$			
40	180	380	660
50	190	540	670
120	210	590	690
160	230	610	710

BINGO

$f(x) = 5x$			
30	125	200	265
60	135	205	300
65	150	235	305
105	170	260	320

BINGO

$f(x) = 4x$			
16	76	140	232
28	96	160	264
36	116	164	276
52	124	216	280

APÊNDICE B – Gabarito das funções

f(x) = 10x		f(x) = 2x + 1		f(x) = 2x + 2	
f(4) = 40	f(38) = 380	f(2) = 5	f(26) = 53	f(3) = 8	f(27) = 56
f(5) = 50	f(54) = 540	f(4) = 9	f(29) = 59	f(7) = 16	f(28) = 58
f(12) = 120	f(59) = 590	f(8) = 17	f(34) = 69	f(8) = 18	f(30) = 62
f(16) = 160	f(61) = 610	f(10) = 21	f(36) = 73	f(10) = 22	f(34) = 70
f(18) = 180	f(66) = 660	f(19) = 39	f(40) = 81	f(15) = 32	f(36) = 74
f(19) = 190	f(67) = 670	f(20) = 41	f(51) = 103	f(18) = 38	f(43) = 88
f(21) = 210	f(69) = 690	f(22) = 45	f(65) = 131	f(21) = 44	f(45) = 92
f(23) = 230	f(71) =710	f(24) = 49	f(72) = 145	f(24) = 50	f(49) = 100

f(x) = 2x + 3		f(x) = 2x +4		f(x) = 2x + 5	
f(1) = 5	f(44) = 91	f(2) = 8	f(28) = 60	f(1) = 7	f(38) = 81
f(6) = 15	f(48) = 99	f(3) = 10	f(31) = 66	f(4) = 13	f(44) = 93
f(9) = 21	f(52) = 107	f(6) = 16	f(34) = 72	f(7) = 19	f(45) = 95
f(10) = 23	f(57) = 117	f(10) = 24	f(35) = 74	f(9) = 23	f(53) = 111
f(15) = 33	f(60) = 123	f(15) = 34	f(38) = 80	f(13) = 31	f(55) = 115
f(23) = 49	f(64) = 131	f(17) = 38	f(50) = 104	f(17) = 39	f(56) = 117
f(41) = 85	f(72) = 147	f(21) = 46	f(61) = 126	f(20) = 45	f(57) = 119
f(42) = 87	f(74) = 151	f(25) = 54	f(70) = 144	f(21) = 47	f(64) = 133

f(x) = 2x - 1		f(x) = 2x - 2		f(x) = 2x - 3	
f(1) = 1	f(25) = 49	f(3) = 4	f(21) = 40	f(7) = 11	f(44) = 85
f(2) = 3	f(27) = 53	f(5) = 8	f(22) = 42	f(16) = 29	f(47) = 91
f(11) = 21	f(29) = 57	f(7) = 12	f(24) = 46	f(18) = 33	f(53) = 103
f(13) = 25	f(43) = 85	f(8) = 14	f(26) = 50	f(22) = 41	f(57) = 111
f(15) = 29	f(47) = 93	f(10) = 18	f(28) = 54	f(25) = 47	f(64) = 125
f(18) = 35	f(61) = 121	f(13) = 24	f(32) = 62	f(29) = 55	f(69) = 135
f(20) = 39	f(66) = 131	f(14) = 26	f(59) = 116	f(35) = 67	f(72) = 141
f(24) = 47	f(74) = 147	f(18) = 34	f(63) = 124	f(39) = 75	f(74) = 145

f(x) = 2x - 4		f(x) = 3x + 1		f(x) = 3x + 2	
f(4) = 4	f(29) = 54	f(2) = 7	f(20) = 61	f(3) = 11	f(26) = 80
f(9) = 14	f(34) = 64	f(3) = 10	f(35) = 106	f(5) = 17	f(32) = 98
f(12) = 20	f(35) = 66	f(6) = 19	f(40) = 121	f(8) = 26	f(39) = 119
f(15) = 26	f(39) = 74	f(9) = 28	f(51) = 154	f(13) = 41	f(44) = 134
f(17) = 30	f(41) = 78	f(11) = 34	f(58) = 175	f(16) = 50	f(50) = 152
f(20) = 36	f(64) = 124	f(14) = 43	f(62) = 187	f(18) = 56	f(62) = 188
f(26) = 48	f(71) = 138	f(17) = 52	f(66) = 199	f(21) = 65	f(69) = 209
f(27) = 50	f(74) = 144	f(18) = 55	f(73) = 220	f(23) = 71	f(72) = 218

f(x) = x + 1		f(x) = x + 2		f(x) = x + 3	
f(2) = 3	f(38) = 39	f(3) = 5	f(36) = 38	f(2) = 5	f(40) = 43
f(5) = 6	f(42) = 43	f(9) = 11	f(42) = 44	f(8) = 11	f(45) = 48
f(9) = 10	f(46) = 47	f(15) = 17	f(47) = 49	f(13) = 16	f(46) = 49
f(13) = 14	f(50) = 51	f(18) = 20	f(50) = 52	f(19) = 22	f(51) = 54
f(15) = 16	f(55) = 56	f(20) = 22	f(56) = 58	f(21) = 24	f(55) = 58
f(21) = 22	f(57) = 58	f(26) = 28	f(59) = 61	f(26) = 29	f(66) = 69
f(27) = 28	f(60) = 61	f(29) = 31	f(68) = 70	f(29) = 32	f(67) = 70
f(34) = 35	f(67) = 68	f(32) = 34	f(72) = 74	f(33) = 36	f(71) = 74

f(x) = x + 4		f(x) = x + 5		f(x) = x + 6	
f(3) = 7	f(41) = 45	f(1) = 6	f(33) = 38	f(1) = 7	f(40) = 46
f(5) = 9	f(43) = 47	f(5) = 10	f(39) = 44	f(4) = 10	f(41) = 47
f(12) = 16	f(56) = 60	f(12) = 17	f(44) = 49	f(8) = 14	f(51) = 57
f(17) = 21	f(62) = 66	f(13) = 18	f(49) = 54	f(22) = 28	f(55) = 61
f(23) = 27	f(64) = 68	f(17) = 22	f(55) = 60	f(23) = 29	f(60) = 66
f(33) = 37	f(66) = 70	f(19) = 24	f(61) = 66	f(25) = 31	f(63) = 69
f(34) = 38	f(69) = 73	f(22) = 27	f(66) = 71	f(29) = 35	f(66) = 72
f(39) = 43	f(72) = 76	f(29) = 34	f(67) = 72	f(33) = 39	f(69) = 75

f(x) = x + 7		**f(x) = x + 8**		**f(x) = x + 9**	
f(2) = 9	f(42) = 49	f(1) = 9	f(42) = 50	f(1) = 10	f(31) = 40
f(7) = 14	f(47) = 54	f(8) = 16	f(46) = 54	f(4) = 13	f(34) = 43
f(9) = 16	f(50) = 57	f(13) = 21	f(49) = 57	f(7) = 16	f(41) = 50
f(16) = 23	f(61) = 68	f(15) = 23	f(55) = 63	f(11) = 20	f(50) = 59
f(21) = 28	f(62) = 69	f(20) = 28	f(60) = 68	f(15) = 24	f(52) = 61
f(26) = 33	f(65) = 72	f(25) = 33	f(64) = 72	f(20) = 29	f(60) = 69
f(31) = 38	f(68) = 75	f(36) = 44	f(65) = 73	f(21) = 30	f(71) = 80
f(35) = 42	f(70) = 77	f(41) = 49	f(72) = 80	f(22) = 31	f(73) = 82

f(x) = x +10		**f(x) = x - 1**		**f(x) = x - 2**	
f(5) = 15	f(51) = 61	f(7) = 6	f(31) = 30	f(4) = 2	f(30) = 28
f(13) = 23	f(54) = 64	f(10) = 9	f(34) = 33	f(7) = 5	f(34) = 32
f(15) = 25	f(56) = 66	f(14) = 13	f(38) = 37	f(10) = 8	f(39) = 37
f(26) = 36	f(57) = 67	f(16) = 15	f(43) = 42	f(12) = 10	f(50) = 48
f(29) = 39	f(58) = 68	f(19) = 18	f(49) = 48	f(19) = 17	f(55) = 53
f(36) = 46	f(60) = 70	f(22) = 21	f(51) = 50	f(21) = 19	f(62) = 60
f(43) = 53	f(73) = 83	f(24) = 23	f(68) = 67	f(22) = 20	f(67) = 65
f(47) = 57	f(74) = 84	f(28) = 27	f(74) = 73	f(23) = 21	f(72) = 70

f(x) = x – 3		**f(x) = x - 4**		**f(x) = x - 5**	
f(4) = 1	f(37) = 34	f(5) = 1	f(44) = 40	f(10) = 5	f(53) = 48
f(11) = 8	f(43) = 40	f(13) = 9	f(48) = 44	f(13) = 8	f(58) = 53
f(13) = 10	f(45) = 42	f(17) = 13	f(52) = 48	f(24) = 19	f(62) = 57
f(17) = 14	f(49) = 46	f(18) = 14	f(56) = 52	f(25) = 20	f(63) = 58
f(21) = 18	f(58) = 55	f(28) = 24	f(61) = 57	f(26) = 21	f(68) = 63
f(29) = 26	f(68) = 65	f(30) = 26	f(68) = 64	f(33) = 28	f(69) = 64
f(32) = 29	f(70) = 67	f(35) = 31	f(73) = 69	f(38) = 33	f(71) = 66
f(34) = 31	f(74) = 71	f(39) = 35	f(75) = 71	f(47) = 42	f(57) = 70

f(x) = x - 6		f(x) = x - 7		f(x) = x - 8	
f(3) = -3	f(37) = 31	f(5) = -2	f(43) = 36	f(9) = 1	f(40) = 32
f(8) = 2	f(40) = 34	f(14) = 7	f(48) = 41	f(12) = 4	f(45) = 37
f(18) = 12	f(43) = 37	f(15) = 8	f(50) = 43	f(19) = 11	f(50) = 42
f(23) = 17	f(47) = 41	f(21) = 14	f(54) = 47	f(21) = 13	f(54) = 46
f(26) = 20	f(50) = 44	f(27) = 20	f(62) = 55	f(26) = 18	f(59) = 51
f(31) = 25	f(56) = 50	f(29) = 22	f(66) = 59	f(32) = 24	f(60) = 52
f(34) = 28	f(58) = 52	f(37) = 30	f(70) = 63	f(33) = 25	f(68) = 60
f(36) = 30	f(70) = 64	f(41) = 34	f(72) = 65	f(38) = 30	f(74) = 66

f(x) = x - 9		f(x) = x - 10		f(x) = 2x	
f(7) = -2	f(53) = 44	f(9) = -1	f(44) = 34	f(5) = 10	f(44) = 88
f(8) = -1	f(58) = 49	f(12) = 2	f(48) = 38	f(14) = 28	f(52) = 104
f(15) = 6	f(59) = 50	f(18) = 8	f(52) = 42	f(18) = 36	f(56) = 112
f(31) = 22	f(64) = 55	f(23) = 13	f(56) = 46	f(19) = 38	f(57) = 114
f(37) = 28	f(68) = 59	f(27) = 17	f(58) = 48	f(23) = 46	f(62) = 124
f(46) = 37	f(69) = 60	f(34) = 24	f(60) = 50	f(25) = 50	f(66) = 132
f(50) = 41	f(70) = 61	f(35) = 25	f(66) = 56	f(41) = 82	f(67) = 134
f(52) = 43	f(73) = 64	f(40) = 30	f(69) = 59	f(42) = 84	f(73) = 146

f(x) = 3x		f(x) = 4x		f(x) = 5x	
f(2) = 6	f(29) = 87	f(4) = 16	f(35) = 140	f(6) = 30	f(40) = 200
f(4) = 12	f(30) = 90	f(7) = 28	f(40) = 160	f(12) = 60	f(41) = 205
f(8) = 24	f(45) = 135	f(9) = 36	f(41) = 164	f(13) = 65	f(47) = 235
f(12) = 36	f(51) = 153	f(13) = 52	f(54) = 216	f(21) = 105	f(52) = 260
f(14) = 42	f(57) = 171	f(19) = 76	f(58) = 232	f(25) = 125	f(53) = 265
f(19) = 57	f(58) = 174	f(24) = 96	f(66) = 264	f(27) = 135	f(60) = 300
f(22) = 66	f(65) = 195	f(29) = 116	f(69) = 276	f(30) = 150	f(61) = 305
f(23) = 69	f(68) = 204	f(31) = 124	f(70) = 280	f(34) = 170	f(64) = 320

f(x) = 3x + 3		**f(x) = 3x - 1**		**f(x) = 3x - 2**	
f(1) = 6	f(58) = 177	f(4) = 11	f(41) = 122	f(4) = 10	f(53) = 157
f(3) = 12	f(62) = 189	f(6) = 17	f(46) = 137	f(6) = 16	f(58) = 172
f(9) = 30	f(63) = 192	f(13) = 38	f(53) = 158	f(9) = 25	f(61) = 181
f(13) = 42	f(64) = 195	f(14) = 41	f(58) = 173	f(15) = 43	f(65) = 193
f(17) = 54	f(67) = 204	f(22) = 65	f(61) = 182	f(31) = 91	f(68) = 202
f(19) = 60	f(69) = 210	f(24) = 71	f(63) = 188	f(36) = 106	f(70) = 208
f(32) = 99	f(70) = 213	f(25) = 74	f(67) = 200	f(42) = 124	f(71) = 211
f(35) = 108	f(71) = 216	f(32) = 95	f(75) = 224	f(48) = 142	f(74) = 220

f(x) = 3x - 3	
f(2) = 3	f(45) = 132
f(14) = 39	f(50) = 147
f(18) = 51	f(57) =168
f(19) = 54	f(58) = 171
f(22) = 63	f(59) = 174
f(23) = 66	f(63) = 186
f(27) = 78	f(64) = 189
f(39) = 114	f(70) = 207