

Tiago Gomes Cabana

**Cálculo de Ofertas Estratégicas por Meio de
Sistema de Curvas Cota-Preço Nodais com
Restrições de Rede em Mercados do Dia
Seguinte**

Bauru

2023

Tiago Gomes Cabana

**Cálculo de Ofertas Estratégicas por Meio de Sistema
de Curvas Cota-Preço Nodais com Restrições de
Rede em Mercados do Dia Seguinte**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da
Faculdade de Engenharia de Bauru com ori-
entação do Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Engenharia de Bauru
Departamento de Engenharia Elétrica

Bauru
2023

Cabana, Tiago Gomes.

Cálculo de ofertas estratégicas por meio de sistema de curvas cota-preço nodais com restrições de rede em mercados do dia seguinte / Tiago Gomes Cabana, 2023

147 p. : il, tabs.

Orientador: Leonardo Nepomuceno

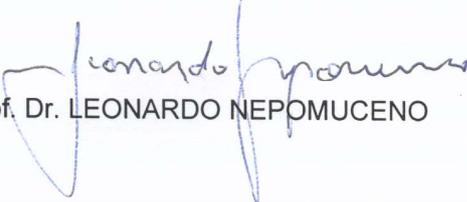
Tese (Doutorado)-Universidade Estadual Paulista (Unesp). Faculdade de Engenharia, Bauru, 2023

1. Problema de cálculo de ofertas estratégicas. 2. Modelo de autoprodução. 3. Curva cota-preço. 4. Mercado do dia seguinte. 5. Otimização Estocástica. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE TIAGO GOMES CABANA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 04 dias do mês de agosto do ano de 2023, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de TESE DE DOUTORADO de TIAGO GOMES CABANA, intitulada **CÁLCULO DE OFERTAS ESTRATÉGICAS POR MEIO DE SISTEMA DE CURVAS COTA-PREÇO NODAIS COM RESTRIÇÕES DE REDE EM MERCADOS DO DIA SEGUINTE**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Eletrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof^a. Dr^a. ADRIANA CRISTINA CHERRI NICOLA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matematica / Faculdade de Ciencias de Bauru UNESP, Prof. Dr. ANTONIO FERNANDO CREPALDI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia de Produção / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof^a. Dr^a. CLAUDIA ALEJANDRA SAGASTIZABAL (Participação Virtual) do(a) Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - IMECC / Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Prof. Dr. BENVINDO RODRIGUES PEREIRA JÚNIOR (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos - USP. Após a exposição pelo doutorando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO

Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO

*Dedico à Virgem Maria, Rainha de todos os Santos e Anjos,
a minha Senhora e minha mãe.
Totus Tuus Mariae*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, o Justo Juiz e Rei da Misericórdia, o Pantokrátor.

À minha família, meus pai Mauro Cabana, minha mãe Francisca Tereza Gomes Cabana e meu irmão Mateus Gomes Cabana, que me acompanharam durante toda a minha vida, profissional e pessoal.

À minha noiva Paola Miranda Alves, um diamante valioso em minha vida, que me faz ansiar pelo dia de sermos uma família.

Ao professor Leonardo Nepomuceno, meu orientador, que não sabia que uma reunião em 2016 sobre um trabalho de graduação era o primeiro passo para a tese de doutorado.

Aos professores e colegas do grupo de pesquisa do LOESP, em especial Caio, Daniel, Marina e Letícia, pelos anos de convivência e ajuda nessa caminhada na pós-graduação.

Aos meus amigos, tanto da igreja quanto da caminhada escolar, que me apoiaram em diversos momentos.

À Faculdade de Engenharia de Bauru, com todos os seus professores, técnicos e demais funcionários que me auxiliaram durante o período de doutorado, seja com a pesquisa ou com os estágios de docência.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo apoio financeiro.

*“O homem tem em si uma sede de infinito,
uma saudade de eternidade,
uma busca de beleza,
um desejo de amor,
uma necessidade de luz e de verdade,
que o impelem rumo ao Absoluto;
o homem tem em si o desejo de Deus.”
(Papa Emérito Bento XVI)*

RESUMO

No mercado *pool* de energia do dia seguinte, o problema de cálculo de ofertas estratégicas (COE) de uma companhia geradora *price-maker* consiste em calcular as ofertas desta companhia no leilão de modo maximizar seus lucros. O COE tem sido formulado por meio de modelos de otimização bi-nível, em que o nível superior envolve a maximização dos lucros da companhia e o nível inferior envolve o problema de compensação de mercados (do inglês, *market clearing procedure*) utilizado pelo operador de mercado. Esta abordagem de COE apresenta dificuldades devido à necessidade de que o problema de nível inferior seja convexo, o que não ocorre na operação prática dos mercados. Outra abordagem para o COE envolve a utilização de problemas de autoprodução (AP) que definem as ofertas ótimas da companhia geradora com base nas previsões de preços de equilíbrio do sistema fornecidos pela curva cota-preço, a qual relaciona o preço de equilíbrio do sistema com a cota aceita pela companhia. Entretanto, esta abordagem pode apresentar erros de estimação de preços associados às imprecisões da curva cota-preço. Esta tese tem por objetivo propor um modelo de COE baseado em modelos de AP e nas curvas cota-preço, que considera a representação de aspectos físicos e operativos práticos de unidades termelétricas, da rede de transmissão e de incertezas associadas às ofertas das unidades geradoras das demais companhias e aos lances dos consumidores. Para tanto, é proposto um sistema de curvas cota-preço nodais, obtido por meio de modelos de otimização, que reduz consideravelmente os erros de estimação de preços de equilíbrio e um novo modelo de AP que utiliza este sistema de curvas de modo a obter as ofertas estratégicas para o mercado do dia seguinte.

Palavras-chave: Problema de Cálculo de Ofertas Estratégicas, Modelo de Autoprodução, Curva Cota-Preço, Mercado do Dia Seguinte, Otimização Estocástica.

ABSTRACT

In the day-ahead energy market, the problem of calculating strategic offers (COE) for a price-maker company consists of determining the offers for this company which maximize its profits in the energy auction. The COE has been formulated by means of bi-level optimization models, where the upper level involves maximizing the company's profits, and the lower level involves a market clearing procedure problem performed by the market operator. This COE approach faces difficulties due to the need for convexity characteristics associated with the lower-level problem, which generally does not occur in practical operation of energy markets. Another approach to formulate the COE involves the use of self-scheduling problems (AP) that define the optimal power output of the generating company based on equilibrium price forecasts provided by the price-quota curve, which relates the system's equilibrium price to the company's accepted quota. However, this approach may have price estimation errors associated with inaccuracies in the price-quota curve. This thesis aims to propose a COE model based on self-scheduling models and price-quota curves that consider the representation of practical physical and operational aspects of thermal units, transmission networks, and uncertainties associated with offers from the remaining generating companies and consumer bids. A system of nodal price-quota curves is proposed, which is obtained by means of optimization models, that considerably reduces the forecast errors for market prices along with a new self-scheduling model that utilizes this system of curves to obtain strategic offers for the day-ahead market.

Key-words: Strategic Offering Problem, Self-Production model, Residual Demand Curve, Day-Ahead Market, Stochastic Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Curvas de Geração Agregada (Vermelho) e Demanda Agregada (Verde).	12
Figura 3.1 – Curva cota-preço típica para uma CGPM em um determinado período t .	29
Figura 3.2 – Funções $D(p)$ $S'(p)$.	32
Figura 3.3 – Construção da curva de demanda residual tradicional.	32
Figura 3.4 – Curvas construídas pela CGPM utilizando bloco completo e bloco fracionado	41
Figura 4.1 – Etapas do cálculo de ofertas estratégicas utilizando o sistema de curvas cota-preço.	46
Figura 4.2 – Curva Cota Preço Nodal do SCCPN.	53
Figura 4.3 – Esquema de discretização da CCP.	55
Figura 5.1 – Esquema de Comparação entre os modelos de COE.	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Exemplos de blocos de ofertas para a construção da curva de geração agregada.	11
Tabela 2.2 – Exemplos de blocos de lances para a construção da curva de demanda agregada.	12
Tabela 3.1 – Exemplo de blocos ofertas das unidades da companhia <i>price-maker</i> para a construção da matriz de blocos.	39
Tabela 3.2 – Matriz de Blocos de acordo com as ofertas da Tabela 3.1.	39
Tabela 3.3 – Exemplo de blocos ofertas das unidades da companhia <i>price-maker</i> para a construção da matriz de blocos.	40
Tabela 3.4 – Matriz de Blocos de acordo com as ofertas da Tabela 3.1.	40
Tabela 5.1 – Estrutura geral dos estudos de caso investigados.	70
Tabela 5.2 – Número de restrições para os casos 1 a 4	74
Tabela 5.3 – Número de restrições para os casos 5 e 6	74
Tabela 5.4 – Número de variáveis para os casos 1 a 4	75
Tabela 5.5 – Número de variáveis para os casos 5 e 6	76
Tabela 5.6 – Tempo computacional para os casos 1 a 4	76
Tabela 5.7 – Tempo computacional para os casos 5 e 6	77
Tabela 5.8 – Lucros e erros percentuais diários - Caso 1.	78
Tabela 5.9 – Lucros e erros percentuais diários - Caso 2.	79
Tabela 5.10–Lucros e erros percentuais diários - Caso 3.	80
Tabela 5.11–Lucros e erros percentuais diários - Caso 4.	80
Tabela 5.12–Lucros e erros percentuais diários - Caso 5.	81
Tabela 5.13–Lucros e erros percentuais diários - Caso 6.	82
Tabela B.1 – Mapeamento de unidades geradoras e demandas nas barras no sistema de 24 barras	96
Tabela B.2 – Mapeamento de unidades geradoras e demandas nas barras no sistema de 48 barras	96
Tabela B.3 – Dados das linhas de transmissão do sistema de 24 barras	98
Tabela B.4 – Dados das linhas de transmissão do sistema de 48 barras	98
Tabela C.1 – Dados das unidades termelétricas referentes a potência - Sistema de 24 barras	102
Tabela C.2 – Dados das unidades termelétricas referentes a potência - Sistema de 48 barras	103
Tabela C.3 – Dados das unidades termelétricas referentes aos custos - Sistema de 24 barras	103

Tabela C.4–Dados das unidades termelétricas referentes aos custos - Sistema de 48 barras	104
Tabela D.1–Potência dos Blocos de Ofertas das Unidades Geradoras em \$/MWh.	105
Tabela D.2–Preço dos Blocos de Ofertas das Unidades Geradoras em MWh.	106
Tabela D.3–Potência dos Blocos de Lances das Unidades Consumidoras em MWh.	106
Tabela D.4–Preço dos Blocos de Lances das Unidades Consumidoras em \$/MWh.	112
Tabela F.1–Erros horários do caso 1: Determinístico, com preço de equilíbrio único e uma companhia <i>price-maker</i>	119
Tabela F.2–Erros horários do caso 2: Determinístico, com preço de equilíbrio nodal e uma companhia <i>price-maker</i>	120
Tabela F.3–Erros horários do caso 3: Estocástico, com preço de equilíbrio único e uma companhia <i>price-maker</i>	121
Tabela F.4–Erros horários do caso 4: Estocástico, com preço de equilíbrio nodal e uma companhia <i>price-maker</i>	122
Tabela F.5–Erros horários do caso 5: Determinístico, com preço de equilíbrio único e duas companhias <i>price-maker</i>	123
Tabela F.6–Erros horários do caso 6: Determinístico, com preço de equilíbrio nodal e duas companhias <i>price-maker</i>	123

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACR	Ambiente de Contratação Regulado;
ACL	Ambiente de Contratação Livre;
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica;
AP	Autoprodução
BSM	<i>Block Sorting Matrix</i>
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica;
CCP	Curva Cota-Preço
CCPN	Curva Cota-Preço Nodal
CCPO	Curva Cota-Preço por Otimização
CDA	Curva de Demanda Agregada
CDRT	Curva de Demanda Residual Tradicional
CGA	Curva de Geração Agregada
CGPM	Companhia Geradora <i>Price-Maker</i> ;
CGPT	Companhia Geradora <i>Price-Taker</i> ;
CO	Cálculo de Ofertas;
COE	Cálculo de Ofertas Estratégicas;
COE-CCPO	Cálculo de Ofertas Estratégicas com Curva Cota-Preço por Otimização
COE-CDRT	Cálculo de Ofertas Estratégicas com Curva de Demanda Residual Tradicional
COE-SCCPN	Cálculo de Ofertas Estratégicas com Sistema de Curvas Cota-Preço Nodais
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
MPEC	<i>Mathematical Program with Equilibrium Constraints</i>
OIS	Operador Independente do Sistema;

OM	Operador de Mercado;
OS	Operador do Sistema;
PEM	Procedimento de Equilíbrio de Mercado;
PEM-E	Procedimento de Equilíbrio de Mercado Econômico;
PEM-T	Procedimento de Equilíbrio de Mercado Termelétrico;
PEM-R	Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Rede de Transmissão;
SCCPN	Sistema de Curvas Cota-Preço Nodais
UC	<i>Unit Commitment</i> ;

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	MERCADOS DE ELETRICIDADE	9
2.1	Introdução	9
2.2	Operador de mercado	10
2.2.1	Curvas de geração agregada e demanda agregada	11
2.2.2	Modelo do procedimento de equilíbrio de mercado	14
3	CÁLCULO DE OFERTAS DAS COMPANHIAS GERADORAS	21
3.1	Introdução	23
3.2	Abordagem baseada em previsão de preços de equilíbrio	25
3.3	Abordagem baseada em otimização estocástica	26
3.4	Abordagem baseada em otimização bi-nível	27
3.5	Abordagem baseada nas curvas cota-preço	29
3.6	Construção da curva de demanda residual tradicional	31
3.6.1	Interpretação da curva de demanda residual tradicional como um pro- blema de otimização	33
3.7	Curva de cota-preço por otimização	35
3.8	Nomenclatura	35
3.9	Modelo matemático	36
4	CÁLCULO DE OFERTAS ESTRATÉGICAS COM SISTEMA DE CURVAS COTA-PREÇO	43
4.1	Introdução	43
4.2	Abordagem de COE com base no SCCPN	44
4.2.1	Estrutura geral	44
4.2.2	Nomenclatura	45
4.3	Escolha dos blocos para construção das curvas	48
4.4	Construção do sistema de curvas cota-preço nodais	49
4.5	Modelo de autoprodução	53
4.6	Heurística para a escolha dos blocos ofertados	56
4.7	Especificidades do sistema de curvas cota-preço nodais	57
4.7.1	COE - Representação determinística das ofertas e lances dos demais agentes	59
4.7.2	COE - Mercado com preço de equilíbrio único em cada período	60
4.8	Modelos de COE utilizados para comparação	61

4.8.1	Modelo de COE-CDRT	61
4.8.1.1	Etapa 1 - Construção da CDRT	62
4.8.1.2	Etapa 2 - Modelo de AP	62
4.8.2	Modelo de COE-CCPO	63
4.8.2.1	Etapa 1 - Construção da CCPO	64
4.8.2.2	Etapa 2 - Modelo de AP	65
5	RESULTADOS NUMÉRICOS	67
5.1	Introdução	67
5.2	Metodologia de comparação e estudos de caso	68
5.2.1	Caso 1 - Cálculo de ofertas estratégicas determinístico com preço de equilíbrio único com 1 companhia geradora <i>price-maker</i>	70
5.2.2	Caso 2 - Cálculo de ofertas estratégicas determinístico com preço de equilíbrio nodal com 1 companhia geradora <i>price-maker</i>	71
5.2.3	Caso 3 - Cálculo de ofertas estratégicas estocástico com preço de equilíbrio único com 1 companhia geradora <i>price-maker</i>	71
5.2.4	Caso 4 - Cálculo de ofertas estratégicas estocástico com preço de equilíbrio nodal com 1 companhia geradora <i>price-maker</i>	72
5.2.5	Caso 5 - Cálculo de ofertas estratégicas determinístico com preço de equilíbrio único com 2 companhias geradoras <i>price-maker</i>	72
5.2.6	Caso 6 - Cálculo de ofertas estratégicas determinístico com preço de equilíbrio nodal com 2 companhias geradoras <i>price-maker</i>	72
5.2.7	Comparação de resultados	73
5.3	Dimensão dos Modelos de COE	73
5.3.1	Número de restrições	73
5.3.2	Número de variáveis	75
5.3.3	Tempo Computacional	76
5.4	Resultados e discussões	77
6	CONCLUSÕES	85
	REFERÊNCIAS	87
	APÊNDICE A – RESTRIÇÕES DAS UNIDAS TERMELÉTRICAS	91
	APÊNDICE B – DADOS DA REDE DE TRANSMISSÃO	95
	APÊNDICE C – DADOS DAS UNIDADES TERMELÉTRICAS	101
	APÊNDICE D – DADOS DE OFERTAS E LANCES INICIAS	105

	APÊNDICE E – CÁLCULO DE ERROS	113
E.1	Cálculo de erros nos lucros	113
E.2	Cálculo de erros nos preços de equilíbrio e cotas	113
	APÊNDICE F – RESULTADOS HORÁRIOS	119

1 INTRODUÇÃO

Ambientes de mercados de eletricidade têm sido adotados no mundo todo, substituindo as antigas estruturas utilizadas nos ambientes regulados, nas quais a energia elétrica era tratada como um monopólio governamental fortemente regulado, e sem a possibilidade de concorrência entre os agentes comercializadores de energia. No ambiente de mercados de eletricidade, a energia é tratada como uma *commodity* comercializada por meio de livre concorrência entre os agentes do mercado.

Ao analisarmos a comercialização de energia elétrica, é importante categorizar os tipos de mercados. A primeira distinção a ser feita com relação à comercialização de energia envolve a organização dos mercados, em que podem ser identificados os mercados organizados e os mercados não organizados (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). No primeiro tipo de mercado, existe a necessidade de um agente intermediador entre os fornecedores e consumidores de energia. Contudo, os agentes comercializadores podem realizar as transações de compra e venda diretamente, i.e., sem a participação de um intermediador, por meio da assinatura de contratos bilaterais. Este tipo de situação representa um mercado não organizado. A estruturação dos mercados de eletricidade (i.e. a arquitetura de mercados) pode variar de país para país, cada um seguindo as suas especificidades. Entretanto, existem algumas estruturas básicas que têm sido adotadas em vários mercados, as quais serão discutidas neste trabalho.

No Brasil, o mercado organizado é conhecido como Ambiente de Contratação Regulado (ACR). No ACR, os consumidores, denominados de cativos, podem comprar a energia apenas da concessionária responsável pela distribuição local de energia. Neste ambiente, a comercialização é regulada pelo governo federal por meio de leilões, em que a tarifa de energia é regulada pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Os preços de energia brasileiros têm como base o sistema de bandeiras tarifárias, as quais estão associadas à necessidade de acionamento das usinas termelétricas, mais caras, em maior ou menor grau. Já o mercado não organizado brasileiro é denominado de Ambiente de Contratação Livre (ACL). No ACL, os consumidores realizam contratos com as companhias responsáveis pela geração e distribuição de energia. Todavia, esses contratos são regidos por normas estabelecidas pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) (TAKIGAWA et al., 2020). Cabe à ANEEL, a regulamentação técnica e fiscalização envolvendo a produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica. A arquitetura de mercado brasileira difere consideravelmente das estruturas que têm sido adotadas nos Estados Unidos e Europa.

No ambiente regulado, anterior aos mercados, em alguns estados dos Estados Unidos, por exemplo, a operação do sistema de energia era realizada por meio de uma estrutura

centralizada, em que o Operador do Sistema (OS) definia o *status* ligado/desligado de cada unidade geradora do sistema, através da resolução de um algoritmo chamado *Unit Commitment* (UC), tendo por objetivo a minimização dos custos, atendendo às restrições técnicas e de segurança do sistema e das unidades (CONEJO; BARINGO, 2017).

A partir da implantação dos mercados nos EUA, e em vários países da Europa, as operações do sistema de energia passaram a ser organizadas em uma estrutura de mercado baseada em leilões de energia. Nesta estrutura, o Operador de Mercado (OM), por meio de um algoritmo de compensação de mercado, denominado de Procedimento de Equilíbrio de Mercado (PEM), busca a maximização da função de bem comum, dada pela diferença entre o excedente de produção e de consumo (CONEJO; BARINGO, 2017; CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). É a partir deste tipo de comercialização de energia que este trabalho se desenvolve.

Nos leilões de energia, as companhias geradoras submetem ao OM ofertas de vendas de blocos de energia por meio do par preço(\$/MWh)/quantidade(MWh). Por sua vez, os consumidores submetem ao OM lances de compra de blocos de energia com a mesma estrutura preço/quantidade. O OM recebe, então, estes blocos de oferta e venda de energia e, utilizando um algoritmo de PEM, especifica as potências despachadas pelos fornecedores e consumidas pelas demandas, além de determinar o preço de equilíbrio de mercado, isto é, o preço de comercialização da energia (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). Neste ambiente o Operador do Sistema (OS) é responsável pela gestão técnica, preservando a segurança do sistema. Em alguns mercados, o Operador Independente do Sistema (OIS), é responsável pelas ações do OM e do OS (KARDAKOS; SIMOGLU; BAKIRTZIS, 2013).

Os mercados de eletricidade podem ainda ser classificados considerando-se o horizonte de tempo de comercialização de energia. Os mercados de futuros envolvem a comercialização de eletricidade a médio e longo prazos. Já as negociações em curto prazo podem ser realizadas nos mercados do tipo *pool* ou nos mercados do tipo *power exchange*. Os mercados do tipo *pool* levam em conta os aspectos físicos e operativos, juntamente com os aspectos econômicos nos algoritmos que calculam o PEM, enquanto que o mercado do tipo *power exchange* não considera tais aspectos físicos e operativos no algoritmo de PEM, levando em conta estes aspectos somente em ajuste realizados *a posteriori* ao leilão.

O mercado *pool* pode ainda ser dividido em três subtipos de mercados (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), descritos a seguir, sendo que esta pesquisa tem como foco o mercado do dia seguinte:

- Mercado do dia seguinte: são realizados leilões para cada uma das 24 horas do dia seguinte;
- Mercado de ajustes: similar ao mercado do dia seguinte, porém com horizonte de tempo menor, 6 ou 4 horas por exemplos. Tem como objetivo fazer ajustes nas quantidades despachadas, de modo a buscar um acompanhamento da demanda;

- Mercado de balanço: é também denominado de mercado em tempo real, sendo feito para suprir potências que não foram despachadas nos mercados anteriores. Tem como objetivo promover ajustes mais finos nas quantidades despachadas, de modo a buscar um ajuste em tempo real no acompanhamento da demanda

Os mercados de eletricidade possuem três principais agentes: i) o OM, que tem por objetivo a operação de todos os mercados organizados de eletricidade. Em geral, os leilões de energia realizados para o fechamentos desses mercados tem como objetivo a maximização da função de bem comum; ii) os consumidores, que buscam fazer uma utilização otimizada da energia adquirida nos mercados e iii) as companhias geradoras, cujo objetivo consiste em maximizar seus lucros nos mercados de eletricidade. As companhias geradoras podem ser classificadas em Companhias Geradoras do tipo *Price-Maker* (CGPM), que são aquelas que possuem uma maior fatia de mercado, geralmente possuindo maior capacidade de geração relativamente às demais, de modo que são capazes de influenciar o preço de equilíbrio de mercado a partir de suas ofertas no leilão. Já as Companhias Geradoras do tipo *Price-Taker* (CGPT), que são aquelas que não possuem poder de influenciar o preço de equilíbrio do mercado a partir de suas ofertas.

Um dos problemas clássicos enfrentados pelas companhias geradoras, sejam elas CGPM ou CGPT, consiste em calcular as ofertas ótimas a serem submetidas ao leilão. Um problema análogo e enfrentado pelos consumidores, que necessitam calcular seus lances ótimos a serem submetidos ao leilão. Nestes problemas, tanto as companhias geradoras quanto os consumidores, têm por objetivo a maximização dos seus lucros no leilão. Assim, tanto as companhias geradoras quanto os consumidores necessitam resolver cotidianamente esse problema básico, o qual irá definir os blocos ótimos de ofertas e lances a serem submetidos no leilão do dia seguinte, para alcançar o objetivo de maximização de seus lucros nos mercados. De forma mais específica, as CGPMs necessitam resolver o problema denominado de Cálculo de Ofertas Estratégicas (COE), enquanto que as CGPTs necessitam resolver o problema de Cálculo de Ofertas (CO) (STEEGER; BARROSO; REBENNACK, 2014). A diferenciação entre o COE e o CO se dá pelo fato que, como a CGPT não consegue influenciar o preço de equilíbrio de mercado, suas ofertas não são estratégicas, contudo, para ambos os tipos de companhia, o objetivo é maximização dos lucros. É importante ressaltar, que para a CGPM, nem sempre é interessante gerar toda a energia de que dispõe, uma vez que seus níveis de geração afetam o preço de equilíbrio de energia, podendo, conseqüentemente, reduzir seus lucros no mercado. Assim, a CGPM, conhecendo seu poder de mercado, busca manipular suas ofertas de forma estratégica, de modo a maximizar seus lucros. De modo análogo, os consumidores também necessitam resolver seus problemas de lances, estratégicos ou não, dependendo do impacto que esses consumidores possam ter nos preços de equilíbrio.

Ao resolver o problema de COE, as CGPM necessitam levar em conta alguns aspectos fundamentais. Primeiramente, as restrições físicas e operativas de cada unidade

geradora da companhia precisam ser representadas na formulação matemática do COE. Sem a representação destes aspectos, a solução de ofertas ótimas obtidas pode não ser viável na operação prática das unidades da companhia. Por exemplo, ao analisarmos as unidades termelétricas, as mesmas possuem um período de tempo mínimo que necessitam ficar em operação se forem ligadas, o qual precisa ser respeitado. Outro aspecto a ser levado em conta nos problemas de COE é a rede de transmissão, afinal cada linha da rede de transmissão possui uma capacidade de transmissão de energia, e a CGPM escoar sempre seu produto por meio dessa rede. Além disso, outro ponto importante a ser levado em conta na formulação matemática de problemas de COE é o fato de que uma determinada CGPM não ter conhecimento sobre quais serão as ações (ofertas e lances) dos demais agentes no leilão do dia seguinte, trazendo incertezas quanto a tais ofertas e lances ao problema. Por fim, um último aspecto a ser levado em conta na formulação de problemas de COE, porém não menos importante, são as características econômicas específicas do mercado em que é realizado o leilão, podendo haver regras como a quantidade mínima ou máxima de blocos a serem ofertados, ou mesmo a ocorrência de restrições dos próprios agentes relacionadas à mínima receita necessária para que tais companhias participem do mercado.

As CGPM necessitam então definir uma formulação matemática para o problema de COE que irá utilizar para o cálculo e suas ofertas, de modo a abranger todos estes aspectos. Duas classes básicas de modelos têm sido propostas para a formulação de problemas de COE. Na primeira abordagem, o COE é formulado como um problema de otimização bi-nível (MOISEEVA; HESAMZADEH, 2018). Um problema bi-nível consiste em um problema de otimização que possui um outro problema de otimização como uma de suas restrições. Este tipo de formulação surge em problemas de tomada de decisão hierárquicas em que uma decisão tomada por um determinado agente de nível superior (líder), o qual busca a otimização de um objetivo próprio, influencia e/ou é influenciada diretamente pela decisão de um agente de nível inferior (seguidor), o qual também busca a otimização de seus objetivos pessoais (BYLLING; GABRIEL; BOOMSMA, 2020). Para esta classe de formulações para o problema de COE, a CGPM busca maximizar, no nível superior, seus lucros no mercado, porém estes lucros são influenciados pelo preço de equilíbrio calculado pelo OM, por meio do algoritmo de PEM. Assim, é necessário que o problema de otimização dado pelo modelo de PEM seja representado como uma restrição, no nível inferior do modelo de COE. Nota-se que o modelo de PEM, no nível inferior do COE, também é influenciado pelas decisões de nível superior da CGPM, já que as ofertas desta companhia influenciam nos preços de equilíbrio calculados pelo PEM. Esta interação entre os problemas de otimização fica então diretamente capturada pelo modelo bi-nível. Os modelos de otimização bi-níveis são geralmente de difícil solução, mesmo quando os problemas de nível superior e inferior são lineares. Uma das abordagens de solução utilizadas consiste em substituir o problema de nível inferior pelas suas correspondentes condições de

Karush-Kuhn-Tucker (KKT) (BAZARAA; JARVIS; SHERALI, 2009). Entretanto, esta abordagem só é aplicável quando o problema de nível inferior é convexo (LUO; PANG; RALPH, 1996). Assim, a utilização de restrições não convexas no problema de nível inferior, por meio de variáveis binárias, por exemplo, inviabiliza esta abordagem de solução. O modelo de um único nível que resulta da substituição do problema de nível inferior por suas respectivas condições de KKT é denominado de Problema Matemático com Restrições de Equilíbrio (MPEC), sigla frequentemente utilizada do inglês, *Mathematical Problem with Equilibrium Constraints* (DAI; QIAO, 2017; DAI; QIAO, 2015). Os problemas de otimização do tipo MPEC são reconhecidamente de difícil solução principalmente pela presença das restrições de complementaridade associadas às condições de KKT.

Dadas as dificuldades de solução das formulações bi-níveis para o COE, uma formulação alternativa que tem sido muito utilizada envolve a construção da chamada curva cota-preço, ou curva de demanda residual (XU; BALDICK, 2007; XU; BALDICK; SUTJANDRA, 2011b), em conjunto com os chamados modelos de Autoprodução (AP) (ANEIROS et al., 2013). Para uma determinada CGPM, a curva cota-preço busca estimar o preço de equilíbrio de mercado para cada cota de energia desta companhia que é aceita no mercado (TORRE et al., 2002). Em geral, o gráfico da curva cota-preço utiliza no eixo das ordenadas, o preço de equilíbrio do sistema, e no eixo das abcissas, a cota de energia aceita pela companhia no leilão. A curva cota-preço é monotonamente decrescente, já que o aumento na cota da companhia produz um aumento na oferta de energia no mercado, reduzindo os preços de equilíbrio. Deste modo, a curva cota-preço de uma CGPM também pode ser utilizada para mensurar o seu poder de mercado. Ou seja, quanto mais inclinada a curva cota-preço desta CGPM, maior é o seu poder de influenciar o preço de equilíbrio (poder de mercado). Por esta razão, a curva cota-preço também é utilizada pelos operadores do mercado para a identificação de poder de mercado pelas companhias.

Nesta abordagem, os modelos de AP são utilizados pelas CGPM para calcular a produção ótima de energia no mercado. O problema de AP tem por função objetivo a maximização dos lucros da CGPM, sujeito às restrições físicas e operativas das unidades da companhia (TORRE et al., 2002; TORRE; CONTRERAS; CONEJO, 2004). Os modelos de AP são geralmente utilizados em conjunto com as curvas cota-preço, porque estas são capazes de prever, com alguma precisão, o preço de equilíbrio do sistema para cada cota da companhia no mercado. Assim, a curva cota-preço tem a capacidade de decompor o problema de maximização dos lucros da companhia, já que estima os preços de equilíbrio (com alguma margem de erro) independentemente das ofertas e lances dos demais agentes, pois estas informações estão implícitas na curva. Assim, com auxílio da curva cota-preço é possível, nesta abordagem, calcular a produção ótima de cada unidade da CGPM utilizando-se modelos de AP, e por consequência, calcular as ofertas ótimas desta companhia no leilão (ofertas estratégicas), utilizando-se algoritmos e/ou heurísticas específicas a partir das ofertas ótimas calculadas pelo AP.

Tradicionalmente, na literatura, a curva cota-preço tem sido construída por meio da subtração entre a curva de demanda agregada (dada pela agregação das curvas de lances de todos os consumidores) e a curva de geração agregada (dada pela agregação das curvas de ofertas de todos os geradores, exceto as unidades da CGPM cuja curva se deseja construir). Nesta subtração, são considerados somente os aspectos econômicos do leilão (i.e. ofertas e lances), de modo que todas as restrições operativas dos sistemas de geração e transmissão são desprezadas, o que pode implicar em erros de previsão nos preços de equilíbrios por parte da curva cota-preço. Em (CABANA, 2019) propõe-se um novo método de construção de curva cota-preço por meio da execução de uma série de problemas de otimização baseados no PEM. Este método é denominado de método de construção da Curva Cota-Preço por Otimização (CCPO). Na abordagem de construção utilizada na CCPO, a curva cota-preço de uma CGPM é construída executando-se uma sequência de modelos de PEM, nos quais a geração das unidades da CGPM aumenta de forma progressiva e iterativa. Para cada nível de geração dessas unidades, resolve-se o problema de PEM associado e registram-se os valores de cota da companhia e preço de equilíbrio (o qual é obtido pela varável dual associada à restrição de atendimento de demanda). Os níveis de cotas das unidades da CGPM são gradativamente aumentados até as suas respectivas capacidades de produção. Os valores registrados de cota da companhia e quantidade em cada iteração são, então, utilizados para a construção da curva cota-preço por otimização. A grande vantagem da abordagem de construção da CCPO consiste no fato de que as restrições relacionadas à geração e transmissão podem ser diretamente inseridas no modelo, o que confere a esta abordagem uma precisão muito maior na previsão de preços de equilíbrio, quando comparada às abordagens tradicionais (CABANA, 2019).

Apesar dos resultados mais precisos da abordagem de construção da CCPO quando comparados à abordagem tradicional, foram identificadas algumas deficiências com relação à precisão da CCPO para situações em que o sistema de transmissão é considerado de forma detalhada no problema de PEM. Nesses casos, para cada cota da CGPM no mercado, os modelos de PEM calculam preços nodais (i.e. um preço para cada barra do sistema de transmissão), enquanto que a CCPO calcula preços de equilíbrio médios, envolvendo todas as barras. Verificou-se em (CABANA, 2019) que essa é a principal fonte de erros da abordagem da CCPO para a estimação dos preços de equilíbrio. Assim, com o intuito de reduzir esses erros de previsão de preços, é importante investigar novas abordagens baseadas em otimização para o cálculo de curvas cota-preços nodais, ou seja, curvas cota-preço que possam mostrar a relação entre cota e o preço de forma individualizada, para cada nó (barra) do sistema de transmissão.

Neste trabalho, propõe-se, inicialmente, uma nova forma de representação das curvas cota-preço de uma CGPM em problemas de COE, de modo que o conceito de curva cota-preço convencional é substituído pelo conceito de sistema de curvas cota-preço nodais (SCCPN), no qual as curvas cota-preço nodais propostas neste trabalho são utilizadas

para a estimação de preços nodais para cada cota da CGPM que seja aceita no mercado. O SCCPN também utiliza formulações baseadas em otimização, como aquelas descritas em (CABANA, 2019), para a construção das curvas. Entretanto, na abordagem baseada no SCCPN, estas curvas são específicas para cada nó (barra) da rede de transmissão. Este trabalho tem ainda como objetivo comparar as previsões realizadas utilizando-se a abordagem de SCCPN, envolvendo preços de equilíbrio e lucros da companhia, com as abordagens anteriormente descritas na literatura. A seguir, com o intuito de calcular a produção ótima esperada pela CGPM no mercado, busca-se utilizar o SCCPN como informação de entrada base para o modelo AP proposto, o qual adota uma representação detalhada do sistema de transmissão. Além disso, o modelo de AP proposto também busca tratar as incertezas relacionadas às ofertas e aos lances dos demais agentes. Para isso, o modelo de AP é formulado como um problema de otimização estocástica (BIRGE; LOUVEAUX, 2011), em que estas incertezas são tratadas por meio de um conjunto de cenários plausíveis para as ofertas e lances dos demais agentes. Finalmente, este trabalho busca, a partir da produção ótima calculada pelo modelo de AP, determinar as ofertas ótimas da CGPM ao leilão do mercado do dia seguinte, utilizando-se algoritmos heurísticos.

A abordagem geral tem por objetivo propor um novo modelo de cálculo de ofertas estratégicas (COE) para companhias geradoras do tipo *price-maker* em mercados de eletricidade do tipo *pool* do dia seguinte. Em resumo, a abordagem proposta utiliza uma estrutura geral que integra o SCCPN para a estimação das curvas cota-preços nodais da companhia, o modelo de AP, que considera as restrições da rede de transmissão e incertezas dos demais agentes, e uma heurística de obtenção das ofertas ótimas da companhia.

Esta trabalho está estruturado conforme apresentado a seguir. A Seção 2 apresenta, mais detalhadamente, a estrutura geral de mercados de eletricidade do tipo *pool* do dia seguinte. A Seção 3 descreve as principais abordagens que têm sido utilizadas na literatura para o cálculo de ofertas estratégicas (COE) das companhias geradoras no mercado. A Seção 4 propõe o cálculo de ofertas estratégicas utilizando a abordagem que utiliza o sistema de curvas cota-preços nodais (SCCPN) proposto. A Seção 5 apresenta o estudo de caso e os testes realizados com a abordagem de COE proposta, comparando-a a algumas abordagens previamente descritas na literatura. Por fim, a Seção 6 apresenta as conclusões deste trabalho.

2 MERCADOS DE ELETRICIDADE

Neste capítulo é apresentada a estrutura geral dos mercados organizados de eletricidade, com maior detalhamento para o mercado do tipo *pool* do dia seguinte, que é o foco principal desta pesquisa. Na Seção 2.1 é apresentada uma breve introdução sobre os mercados de eletricidade. Na Seção 2.2 são descritas as principais funções do operador de mercado (OM), bem como seu objetivo e o procedimento de fechamento de mercado, incluindo a descrição matemática detalhada do modelo de procedimento de equilíbrio de mercado (PEM). Conforme discutido no capítulo subsequente, além de ferramenta básica para o fechamento de mercado realizado pelo OM, o modelo de PEM também é a base para o sistema de curvas cota-preço nodais (SCCPN) proposto neste trabalho.

2.1 Introdução

Os mercados de eletricidade compreendem um ambiente em que a energia, as reservas e demais serviços auxiliares são comercializados. Conforme já discutido previamente, no que diz respeito à sua forma de organização, os mercados de eletricidade podem ser subdivididos em mercados organizados e não organizados. Nos mercados não organizados, as transações de compra e venda de energia são estabelecidas de forma bilateral, sem a participação direta do operador de mercado (OM) (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). Os contratos estabelecidos neste tipo de mercado são denominados de contratos bilaterais. Os montantes contratados nos contratos bilaterais, bem como as barras onde a energia deve ser injetada (geração) e retirada (demanda) são geralmente informados ao operador independente do sistema (OIS). Nos mercados organizados são feitas todas as transações de energia coordenadas pelo OM, por meio de uma estrutura de bolsa de negócios.

No que diz respeito ao horizonte de tempo em que as transações são realizadas, os mercados podem ainda ser classificados em mercados de futuros e opções e mercados do tipo *pool*. Nos mercados de futuros e opções, as negociações são feitas de forma que a energia transacionada deve ser entregue em uma data futura, a qual pode envolver semanas ou meses à frente (HULL, 2017). Nos mercados do tipo *pool*, as transações de energia são feitas em um horizonte de curto prazo, geralmente envolvendo algumas horas à frente. Os modelos de Cálculo de Ofertas Estratégicas (COE) discutidos neste trabalho, têm como foco o cálculo de ofertas para companhias *price-maker* no sub-mercado do dia seguinte, o qual compõe o mercado *pool*.

O mercado *pool* pode ser dividido em três tipos de sub-mercados básicos, que se diferenciam de acordo com o horizonte de tempo em que a energia é transacionada quais sejam: mercado do dia seguinte, mercado de ajustes (ou intra-diários) e mercado de

equilíbrio (ou de tempo real) (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010).

Nos mercados do dia seguinte e de ajustes, os produtores de energia submetem ao OM blocos de ofertas de venda de energia, enquanto os consumidores e varejistas submetem blocos de lances de compra de energia. Estes blocos são constituídos pelo par de informações preço e quantidade negociada, sendo que é o operador do mercado quem recebe estes blocos e determina, por meio de um procedimento de equilíbrio de mercado (PEM), quais as ofertas e lances são aceitos. O que diferencia o mercado do dia seguinte do mercado de ajuste também é o horizonte de tempo. No mercado do dia seguinte, são submetidos, no dia anterior, ofertas e lances do tipo preço/quantidade para cada hora do dia seguinte. O mercado de ajustes também possui uma discretização horária, mas pode ocorrer algumas vezes durante o dia, dependendo da estrutura do mercado, de modo a buscar um acompanhamento da carga durante o próprio dia de operação.

No mercado de equilíbrio, também chamado de mercado em tempo real, as transações de energia são realizadas de forma horária, mas podem também ocorrer mais de uma vez em cada hora. Seu objetivo é realizar ajustes nos casos de excessos ou o déficits de geração em tempo real. No caso de déficit de geração, geradores e consumidores apresentam ofertas no mercado de equilíbrio que são aceitas pelo OM em base de preço crescente até que o equilíbrio se estabeleça. No caso de excesso de geração, são aceitas ofertas de redução de produção com base em preços decrescentes até que o equilíbrio seja assegurado (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010).

Os geradores não despacháveis, que envolvem as fontes de geração intermitentes, tais como unidades de geração eólica e solar, apenas podem participar do mercado de equilíbrio, devido à natureza incerta de suas fontes de produção, o que geralmente impossibilita o cumprimento de um programa de produção previamente estabelecido (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010).

A existência de um mercado baseado em ofertas e lances apresenta desafios complexos tanto para os geradores e consumidores como para os operadores de mercado e do sistema. Para os geradores/consumidores, a questão é como desenvolver estratégias de venda/compra que maximizem suas receitas no mercado. Por outro lado, os operadores de mercado buscam em analisar essas estratégias, a fim de evitar abusos relacionados ao poder de mercado (BARROSO et al., 2006).

2.2 Operador de mercado

O operador de mercado (OM) é o responsável pela compensação do mercado de eletricidade. Nos leilões de energia, o OM recebe os blocos submetidos tanto pelas companhias geradoras como pelos consumidores e varejistas. A função objetivo adotada pelo OM nos modelos que buscam estabelecer o procedimento de equilíbrio de mercado (PEM) é a função de bem comum (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). Já o operador

independente do sistema (OIS) tem como objetivo a operação do sistema de potência, estando também sob sua responsabilidade a manutenção da segurança e confiabilidade operacional do sistema.

Para realizar o fechamento (compensação) de mercado, o OM utiliza algoritmos de PEM. A solução do modelo de PEM define quais geradores serão despachados em cada período e com que montantes de geração, e o quanto de energia cada consumidor receberá em cada período, além de definir os preços de equilíbrios em cada período, isto é, os preços da comercialização de energia no mercado. Assim, o modelo de PEM é um dos mais básicos de mercados de eletricidade, pois aloca a geração/consumo e calcula os preços de comercialização da energia. Este modelo será descrito matematicamente a seguir. Contudo, antes de descrever o modelo de PEM de forma matemática, é importante apresentar como o fechamento de mercados pode ser visualizado de modo gráfico, a partir dos conceitos econômicos da curva de geração agregada (CGA) e da curva demanda agregada (CDA).

2.2.1 Curvas de geração agregada e demanda agregada

A CGA e a CDA são curvas que são construídas a partir dos blocos de ofertas e lances e que relacionam preço e potência, de modo que são formadas por passos, ou seja são lineares por partes. Para a construção da CGA, primeiramente é preciso ordenar todos os blocos ofertados de geração em ordem crescente de preços. O primeiro passo para a construção da curva envolve o bloco de preço mais baixo, de modo que a curva se inicia no preço deste bloco, com uma potência variando desde zero até a potência total deste bloco. O próximo passo da curva se inicia no segundo preço mais barato, partindo da potência do primeiro bloco e indo até a soma dessa primeira potência com a potência do segundo bloco. Esse processo é repetido até serem agregados todos os blocos de ofertas.

A construção da CDA é similar, sendo que a única diferença é que os blocos de lances devem ser ordenados com os preços decrescentes, de modo que o primeiro passo envolve justamente o bloco com o preço mais alto. A título de exemplificação do processo de construção das curvas CGA e CDA, são apresentados, a seguir, na Tabela 2.1 três blocos de ofertas, contendo quantidade e preço de venda de energia, submetidos por duas unidades geradoras; e na Tabela 2.2, são apresentados quatro blocos de lances de consumo, também contendo quantidade e preço de venda de energia, submetidos por um único consumidor. A partir destes blocos são construídas as curvas CGA e CDA apresentadas na Figura 2.1.

Tabela 2.1 – Exemplos de blocos de ofertas para a construção da curva de geração agregada.

Ofertas dos Geradores			
Quantidade(MW)/Preço(\$/MW)			
Gerador 1	50/25	25/28	10/30
Gerador 2	20/20	10/25	30/29

Tabela 2.2 – Exemplos de blocos de lances para a construção da curva de demanda agregada.

Lances da Demanda				
Potência(MW)/Preço(\$/MW)				
Demanda 1	40/30	30/27	30/24	20/20

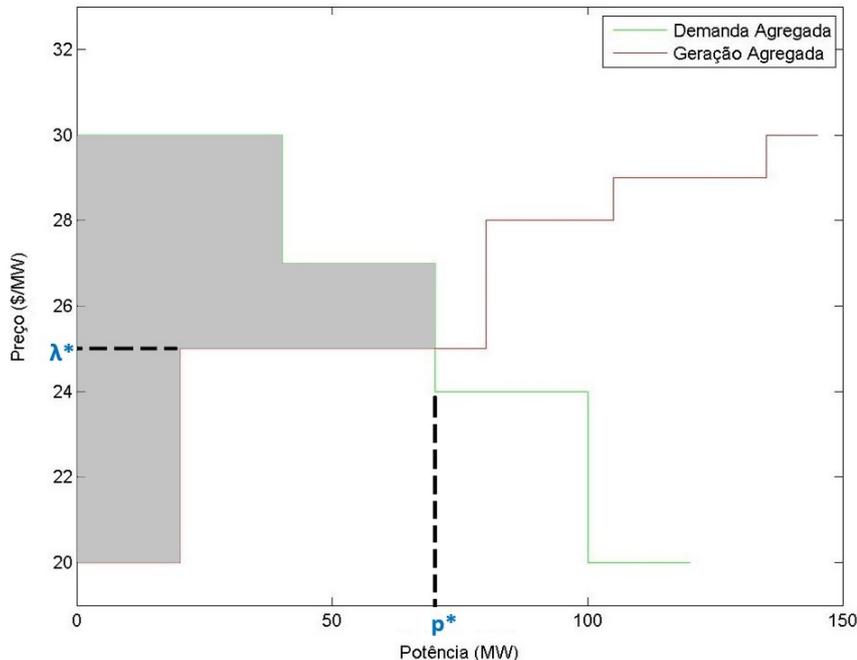


Figura 2.1 – Curvas de Geração Agregada (Vermelho) e Demanda Agregada (Verde).

No exemplo mostrado na Tabela 2.1, é possível verificar que o bloco mais barato corresponde ao bloco fornecido pelo Gerador 2, com um preço de \$20 e uma potência de 20 MW, sendo estes os valores justamente utilizados no primeiro passo da curva. Em seguida, existem dois blocos com o preço de \$25, um do Gerador 1, com 50 MW e outro do Gerador 2, com 10 MW. Desta forma, o segundo passo de construção da curva envolverá 60 MW, iniciando em 20 MW (do primeiro passo) e terminando em 80 MW.

De modo similar, com os dados da Tabela 2.2, é possível verificar que o primeiro passo para a construção da CDA é o bloco de 40 MW com preço de \$30. O segundo bloco mais caro, possui potência de 30 MW com preço de \$27, então o segundo passo se inicia com no preço \$27, com a potência de 40 MW e indo até a 70 MW.

No ponto cruzamento da CGA e CDA, é possível compreender o fechamento de mercado de forma gráfica, encontrando-se o ponto de equilíbrio de mercado. Este ponto apresenta a potência de equilíbrio (ou produção ótima) (CONEJO; BARINGO, 2017), no qual a demanda se iguala à geração. No exemplo da Figura 2.1, a potência de equilíbrio é dada por p^* , com valor de 70 MW. Ou seja, os dois geradores irão produzir, juntos, um total 70 MW, que será o mesmo valor consumido pela demanda. Outra informação dada

pelo cruzamento das curvas CGA e CDA é o preço de equilíbrio. Este é o preço que a toda a energia será comercializada no leilão. Na figura 2.1, este preço é dado por λ^* , tendo o valor de \$25.

A partir dessa solução gráfica, é possível também analisar os blocos aceitos e a receita obtida por cada agente do mercado. Percebe-se que apenas os blocos que estão à esquerda do ponto de equilíbrio são os blocos aceitos no mercado. Primeiramente, pode-se analisar a demanda de energia aceita no mercado. Na Tabela 2.2 são apresentados os quatro blocos submetidos pela demanda ao leilão. Desses quatro blocos, os dois primeiros possuem preços acima do preço de equilíbrio, \$30 e \$27 respectivamente. Assim, como estão acima da expectativa de preço de equilíbrio, estes dois blocos são aceitos por completo no leilão. A potência total aceita é de 70 MW, sendo 40 MW do primeiro bloco e 30 MW do segundo, de modo que este consumidor deverá pagar pela energia um valor de \$1750 ($\$25,00 \times 70$ MW). Destaca-se que, pela teoria marginalista, a energia adquirida pelo consumidor é paga ao preço de equilíbrio, e não ao preço submetido nos lances. Existem também os mercados do tipo *pay-as-bid*, em que as preços pagos são os preços ofertados (MAZZI; KAZEMPOUR; PINSON, 2018), porém a grande maioria dos mercados utiliza a teoria marginalista.

A análise de blocos aceitos para as unidades geradoras é análoga. Contudo, existe uma diferença: os blocos aceitos são aqueles que possuem preço menor ou igual ao preço de equilíbrio (i.e. \$25 por MW). O gerador 1 ofertou um bloco de 50 MW ao preço de \$25 por MW e o gerador 2 ofertou um bloco de 20 MW ao preço de \$20 por MW e um bloco de 10 MW ao preço de \$25 por MW. Os demais blocos não serão escolhidos pois possuem preços superiores ao de equilíbrio. Os 20 MW do primeiro bloco ofertado pelo gerador 2 serão os primeiros a serem vendidos, pois têm preço inferior ao de equilíbrio. Assim, para atender à demanda de 70 MW restam 50 MW, os quais podem ser fornecidos pelos geradores 1 e 2. Note que existem 60 MW que foram ofertados ao preço de \$25 por MW por estes dois geradores, mas existem somente 50 MW restantes para fechar o atendimento da demanda. Assim, 10 MW destes dois geradores não serão despachados. Na Figura 2.1 é possível observar estes 10 MW à direita do ponto de equilíbrio.

A decisão de qual geradora “deixará” de gerar esses 10 MW é arbitrária. Devem ser estabelecidas estruturas legais que regulamentem essas situações na comercialização de energia, que permitam decidir de modo claro qual das unidades deverá deixar de gerar nestas situações. Uma regra possível para esta situação seria estabelecer que a companhia que ofertou uma menor potência tem a preferência de aceitação do bloco. Desta maneira, o gerador 1 teria 40 MW aceitos do primeiro bloco ofertado e o gerador 2 teria os dois blocos completos aceitos. Como o preço de equilíbrio é \$25 por MW, o gerador 1 teria uma receita de \$1000 enquanto que o gerador 2 teria uma receita de \$750.

Uma última análise a ser feita diz respeito à função objetivo de bem comum adotada pelo OM. Como dito anteriormente, os blocos aceitos no leilão são aqueles que estão à

esquerda do ponto de equilíbrio. Com isso é possível determinar 2 regiões na Figura 2.1: a região abaixo da CDA até o preço de \$25 por MW é chamada de excedente de consumo; a região acima da CGA até o preço de \$25 por MW é chamada de excedente de produção. O objetivo do OM é maximização da função de bem comum, que é dada pela soma do excedente de consumo com o excedente de geração. Em outras palavras, o objetivo do OM é maximização da área à esquerda do ponto de equilíbrio.

O exemplo discutido acima apresenta uma situação simples, em que são utilizados apenas dois geradores e um consumidor, se comparada com a quantidade de ofertas e lances fornecidos na prática da operação de um mercado de energia, por vários geradores e consumidores. Assim, realizar a construção das CGAs e CDAs de forma gráfica em sistemas com muitos geradores e para as 24 horas se torna um tarefa inviável. Além disso, o fechamento do leilão por meio destas curvas leva em conta apenas os aspectos econômicos do problema, desprezando os limites físicos e operacionais relacionados aos sistemas de geração e transmissão. Desse modo, em situações práticas, o OM utiliza o modelo de otimização chamado de PEM, o qual também busca maximizar a função de bem comum, sujeito à restrição de atendimento de demanda. Além de determinar os blocos aceitos e o preço de equilíbrio o modelo de PEM é capaz de levar em conta os aspectos físicos e operativos das unidades geradoras bem como as restrições referente à rede de transmissão.

2.2.2 Modelo do procedimento de equilíbrio de mercado

Nesta seção, apresenta-se um modelo clássico de PEM, utilizado pelo OM em vários mercados. Apesar de este modelo de PEM não ser utilizado no Brasil, que ainda utiliza um modelo de minimização de custos ao invés da maximização do bem comum, ele representa de forma detalhada vários aspectos econômicos e operacionais importantes para um leilão. A formulação envolvendo os aspectos econômicos deste modelo podem ser encontrados em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). As restrições referentes aos aspectos físicos e operativos das unidades termelétricas foram obtidas de (ARROYO; CONEJO, 2002). Por fim, as restrições referentes à rede de transmissão foram baseadas em (MOTTO et al., 2002) e (BREGADIOLI, 2015). Aspectos relacionados à representação das restrições hidráulicas não são detalhados neste trabalho, mas podem ser encontrados em (PEREIRA et al., 2017). A seguir, é apresentada a nomenclatura utilizada nos modelos de PEM, seguida pela descrição da função objetivo e restrições.

Nomenclatura

Conjuntos

T Períodos;

- I Unidades geradoras;
- D Consumidores;
- M Blocos de ofertas das unidades geradoras;
- N Blocos de lances dos consumidores;
- K Barras do sistema;
- Π_i Região de operação factível da unidade geradora i ;

Parâmetros

- $\lambda_{tdn}^D, \lambda_{tim}^G$ Preço do bloco n/m da demanda d /gerador i no período t ;
- $\bar{E}_{tdn}^D, \bar{E}_{tim}^G$ Potência do bloco n/m da demanda d /gerador i no período t ;
- $C_i^F, C_i^{UP}, C_i^{DW}$ Custo fixo de geração/partida/parada da unidade termelétrica i ;
- \bar{F}_{kl} Fluxo de potência máximo na linha de transmissão kl ;
- M_k^D Consumidores conectados à barra k ;
- M_k^G Unidades de geração conectadas à barra k ;
- M_k^N Barras vizinhas à barra k

Variáveis

- e_{tim}^G, e_{tdn}^D Potência produzida/consumida pelo bloco de energia m/n ofertado pela unidade i /consumidor d no período t ;
- p_{ti}^G, p_{td}^D Potência gerada/consumida pela unidade i /consumidor d no período t ;
- f_{fkl} Fluxo de potência na linha de transmissão kl no período t ;
- θ_{tk} Ângulo de tensão na barra k no período t ;
- v_{ti}, y_{ti}, z_{ti} Variável binária que indica se a unidade i está ligada/teve ação de ligar/teve a ação de desligar no período t ;
- λ_t^M Preço de equilíbrio de mercado no período t ;

O modelo de PEM aqui descrito tem como objetivo a maximização da função de bem comum. Na Figura 2.1, esta função representa a maximização da área à esquerda do ponto de equilíbrio, e que também corresponde à maximização dos excedentes de geração

e de consumo. Matematicamente, a função objetivo do modelo de PEM é expressa pela equação (2.1):

$$\max \sum_{t \in T} \left(\sum_{d \in D} \sum_{n \in N} \lambda_{tdn}^D e_{tdn}^D - \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \lambda_{tim}^G e_{tim}^G \right). \quad (2.1)$$

Como já mencionado, a solução gráfica obtida a partir do cruzamento das curvas CGA e CDA para realizar o fechamento de mercado é inviável para situações práticas, em que ocorrem muitas ofertas e lances de companhias geradoras e consumidores. Além disso, o fechamento do mercado precisa ser realizado para cada período (hora) do dia. O primeiro somatório da função objetivo (2.1) é utilizado para que a somatória dos termos da função de bem comum seja feita sobre todos os períodos do leilão.

A função de bem comum apresenta dois produtos principais: $\lambda_{tdn}^D e_{tdn}^D$ e $\lambda_{tim}^G e_{tim}^G$. O primeiro representa a área abaixo da CDA para o consumidor d no período t , e o segundo representa a área abaixo da CGA para o gerador i no período t . A maximização da subtração destes dois termos é justamente a maximização da área à esquerda do ponto de equilíbrio, ou seja, a maximização da função de bem comum. O modelo do PEM deve ainda representar uma série de restrições econômicas dadas de (2.2) a (2.6):

$$e_{tim}^G \leq \bar{E}_{tim}^G, \forall t \in T, \forall i \in I, \forall m \in M, \quad (2.2)$$

$$e_{tdn}^D \leq \bar{E}_{tdn}^D, \forall t \in T, \forall d \in D, \forall n \in N, \quad (2.3)$$

$$p_{ti}^G = \sum_{m \in M} e_{tim}^G, \forall t \in T, \forall i \in I, \quad (2.4)$$

$$p_{td}^D = \sum_{\forall n \in N} e_{tdn}^D, \forall t \in T, \forall d \in D, \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \in I} p_{ti}^G - \sum_{d \in D} p_{td}^D = 0, \forall t \in T : (\lambda_t^M). \quad (2.6)$$

As restrições (2.2) e (2.3) determinam os valores máximos de potência que podem ser aceitos em cada bloco, os quais estão limitados pela quantidade de potência submetida em cada bloco de geração e consumo, respectivamente. As restrições (2.4) e (2.5) determinam, respectivamente, a potência total efetivamente gerada por cada unidade geradora i (dada pela somatória dos blocos aceitos) em cada período t e a potência total efetivamente consumida por cada consumidor d (dada pela somatória dos blocos aceitos) em cada período t . Por fim, a restrição (2.6) representa o balanço de potência ativa para cada período. Esta restrição impõe que o valor total da potência gerada em cada período seja igual a potência total demandada neste período. Da teoria marginalista, sabe-se que a variável dual (λ_t^M) associada a esta restrição corresponde ao preço de equilíbrio do sistema em cada período t .

Se somente as restrições econômicas de (2.3) a (2.6) são efetivamente consideradas no modelo de PEM, a sua solução será idêntica à solução gráfica, discutida anteriormente. Porém, conforme já comentado, a solução gráfica (puramente econômica) não leva em conta uma série de restrições físicas e operativas, envolvendo os limites operacionais das unidades e do sistema de transmissão, as quais podem tornar a solução inviável, na prática.

Assim, é importante que o modelo de PEM descrito acima seja reformulado de modo a introduzir novas restrições que sejam capazes de representar esses aspectos físicos e operativos do sistema. Para considerar todos estes aspectos é necessário um novo modelo de PEM, mais complexo, o qual considera uma estrutura de ofertas e lances que vai além dos blocos simples do tipo preço/quantidade. Nesta nova estrutura complexa de ofertas/lances, as unidades geradoras fornecem, além dos blocos de preço/quantidade, ofertas relacionadas aos seus custos de partida e parada, bem como seus custos fixos, de modo que uma estrutura de custos mais ampla é levada em consideração no PEM. Com relação às restrições físicas, as unidades geradoras também submetem ofertas relacionadas às rampas de tomada e alívio e carga, bem como as rampas de partida e parada de máquina. Estas rampas correspondem às taxas de variação que a potência de uma unidade pode sofrer de um período para outro (ARROYO; CONEJO, 2002) para cima, para baixo, na partida e na parada, respectivamente. Nesta estrutura complexa de leilão, as unidades podem ainda submeter ofertas relacionadas ao tempo mínimo que uma unidade precisa permanecer ligada, e ofertas relacionadas ao tempo mínimo que uma unidade deve permanecer desligada. Por simplicidade as restrições da modelagem das unidades termelétricas são apresentadas de forma completa no Apêndice A, sendo resumidas pela restrição (2.8), que é a Região de operação factível da unidade geradora i .

Assim, o modelo matemático de PEM que leva em conta todos esses aspectos é descrito de (2.7)-(2.8), por meio de um modelo de otimização inteiro-misto, em que as variáveis binárias v_{ti} , y_{ti} e z_{ti} são utilizadas para exprimir, respectivamente, o estado, a ação de parada e a ação de partida de uma máquina i no período t .

$$\max \sum_{t \in T} \left(\sum_{d \in D} \sum_{n \in N} \lambda_{tdn}^D e_{tdn}^D - \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \lambda_{tim}^G e_{tim}^G - \sum_{i \in I} (C_j^{DW} z_{ti} + C_j^{UP} y_{ti} + C_j^F v_{ti}) \right) \quad (2.7)$$

$$p_{ti}^G \in \Pi_{ti}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I \quad (2.8)$$

$$y_{ti}, z_{ti}, v_{ti} \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T, \forall i \in I. \quad (2.9)$$

No modelo PEM utilizados em mercados com lances complexos de energia, a primeira alteração em relação ao modelo simples, definido previamente, ocorre na função objetivo. Na função objetivo (2.1), são acrescentadas as somas dos termos $C_i^{DW} z_{ti} + C_i^{UP} y_{ti} + C_i^F v_{ti}$. Estes termos se referem, respectivamente, aos custos ofertados de parada,

partida e custos fixos de operação de cada unidade. Desta forma, a nova função objetivo, (2.7), considera de forma mais detalhada as ofertas de custos de cada unidade. Nota-se que esses custos não necessitam ser os custos reais de cada unidade, mas os custos que a unidade submete ao leilão. Obviamente, sabe-se, pelo processo de concorrência inerente ao leilão, que custos ofertados altos significam menor probabilidade de geração. Assim, é importante que as unidades ponderem sobre os custos ofertados, pois podem deixar de gerar, caso forneçam custos muito elevados.

Por fim, um último aspecto importante de ser considerado no modelo de PEM são as restrições referentes a modelagem da rede de transmissão. Para tanto deve-se adicionar as restrições (2.10)–(2.12) ao modelo de PEM:

$$\sum_{i \in M_k^G} p_{ti}^G - \sum_{d \in M_k^D} p_{td}^D - \sum_{l \in M_k^N} f_{tkl} = 0, \left(\lambda_{tk}^B \right), \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (2.10)$$

$$f_{tkl} = \left(\frac{G_{kl}^M (\theta_{tk} - \theta_{tl})^2}{2} - B_{kl}^M (\theta_{tk} - \theta_{tl}) \right), \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall l \in M_k^N \quad (2.11)$$

$$-F_{kl}^{max} \leq f_{tkl} \leq F_{kl}^{max}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall l \in M_k^N. \quad (2.12)$$

A restrição (2.10) representa o balanço de potência ativa em cada barra do sistema. As variáveis duais λ_{tk}^B associadas a esta restrição expressam os preços nodais do sistema em cada período. Assim, em modelos de PEM para mercados com lances complexos, em que a rede de transmissão é representada, o fechamento de mercado não apresenta um único preço de equilíbrio, mas, sim, um preço para cada barra k , em cada período t , dado pela variável dual λ_{tk}^B associada a esta restrição de balanço de potência.

A restrição (2.11) determina o fluxo de potência ativa que flui entre as barras k e l no período t , em que o primeiro termo à direita da igualdade representa as perdas na linha $k - l$ e o segundo representa o fluxo de potência linearizado nesta linha (Monticelli, Alcir J., 1983). É possível utilizar técnicas para a linearização das perdas, de modo a substituir o primeiro termo por uma função linearizada. Finalmente, a restrição (2.12) estabelece os limites para o fluxo de potência, associado à capacidade de transmissão da linha $k - l$.

Dependendo do nível de detalhe da função e objetivo e restrições adotadas, podem ser definidos três modelos de PEM que tem sido utilizados na literatura. O primeiro modelo considera apenas as restrições econômicas do leilão e possui os mesmos resultados que aqueles apresentados pela abordagem de solução gráfica, correspondente ao cruzamento das curvas CGA e CDA. Este primeiro modelo é apresentado em (2.13a)-(2.13b) e, por simplicidade, é denominado de modelo de Procedimento de Equilíbrio de Mercado Econômico (PEM-E):

$$\max(2.1) \quad (2.13a)$$

s.a:

$$(2.2) - (2.6). \quad (2.13b)$$

Este primeiro modelo, por não considerar os aspectos físicos e operativos das unidades termelétricas, não é utilizado em muitos mercados *pool* de energia, mas é conceitualmente importante, pois é a base econômica teórica a partir da qual são construídos os demais modelos.

O segundo modelo, apresentado em (2.14a)-(2.14c), é o modelo de PEM em que as restrições físicas e operativas das unidades termelétricas são consideradas. Por simplicidade, este modelo é aqui denominado de modelo de Procedimento de Equilíbrio de Mercado para sistemas Termelétricos (PEM-T):

$$\max(2.7) \tag{2.14a}$$

s.a:

$$(2.2) - (2.6) \tag{2.14b}$$

$$(2.8) - (2.9). \tag{2.14c}$$

Por fim, o último modelo, apresentado em (2.15)-(2.18), além de considerar as características das unidades termelétricas, também considera as restrições relacionadas à rede de transmissão. Por simplicidade chamaremos este de modelo de Procedimento de Equilíbrio de Mercado com Rede de transmissão (PEM-R):

$$\max(2.7) \tag{2.15}$$

s.a:

$$(2.2) - (2.5) \tag{2.16}$$

$$(2.8) - (2.9) \tag{2.17}$$

$$(2.10) - (2.12). \tag{2.18}$$

Existem ainda outros modelos de PEM, que levam em conta outras restrições associadas às unidades de geração hidrelétrica como aqueles descritos em (PEREIRA et al., 2017) e (BREGADIOLI et al., 2016), os quais são mais adaptados à realidade de sistemas hidrotérmicos, como o brasileiro. Estes modelos não serão investigados neste trabalho, sendo motivo de trabalhos de pesquisa futuros.

Os consumidores e as companhias geradoras têm por objetivo a maximização de seus lucros nos mercados. No próximo capítulo são abordados brevemente os tipos de modelos utilizados pelas companhias geradoras com este intuito. Os modelos utilizados pelos consumidores não serão discutidos, pois também estão fora do escopo deste trabalho.

3 CÁLCULO DE OFERTAS DAS COMPANHIAS GERADORAS

No ambiente de mercados de energia do dia seguinte, uma companhia geradora de energia, seja ela CGPM (*price-maker*) ou CGPT (*price-taker*), necessita calcular os blocos de ofertas que serão submetidos por ela ao leilão. Para isso, a companhia utiliza ferramentas computacionais, denominadas de cálculo de ofertas (CO) (para as companhias do tipo *price-taker*), ou cálculo de ofertas estratégicas (COE) (para as companhias do tipo *price-maker*), as quais têm como objetivo determinar os valores ótimos dos blocos ofertados ao leilão, de modo a maximizar seus lucros no mercado.

Neste capítulo, apresenta-se uma breve introdução às abordagens e formulações para o CO e COE. Na Seção 3.1, um modelo genérico de CO e COE é formulado como um problema de otimização cujo parâmetro mais importante é o preço de equilíbrio do sistema. Mostra-se que a questão mais central para a resolução dos problemas de CO e COE está relacionada à capacidade de prever os preços de mercado, os quais são funções da quota submetida pela companhia *price-maker* ao leilão, bem como das incertezas relacionadas às ofertas das outras companhias e dos lances dos consumidores.

As diferentes formas de tratamento das incertezas relacionadas às ofertas e lances dos demais agentes levam à formulação de quatro classes de modelos de CO e COE, os quais são descritas a seguir, sendo que as abordagens 1) e 2) são utilizadas pela CGPT (modelo de CO) enquanto que as abordagens 3) e 4) são utilizadas pela CGPM (modelo de COE):

1. Na abordagem descrita na Seção 3.2 são utilizados modelos de previsão de preços para cada período, para a estimação dos preços de equilíbrio, os quais são diretamente utilizados em um modelo de CO determinístico;
2. Na abordagem descrita na Seção 3.3, utiliza-se um modelo de CO estocástico, em que os preços são descritos por um conjunto de cenários plausíveis associados às ofertas e lances dos demais agentes. Neste modelo, a decisão ótima é calculada de forma a estar preposicionada em relação a todos os cenários utilizados, dependendo da probabilidade de ocorrência de cada cenário;
3. Na abordagem descrita na Seção 3.4, o COE é formulado como um problema de otimização bi-nível, em que a CGPM maximiza seus lucros no nível superior, sujeita às restrições operativas de suas próprias unidades, mas também sujeita à solução do problema de PEM pelo OM, o qual é inserido no nível inferior, como uma restrição do problema de COE;

4. Na abordagem descrita na Seção 3.5, descreve-se um modelo de COE em que a curva cota-preço é utilizada de modo a estabelecer uma relação entre a cota da CGPM e o preço de equilíbrio de mercado. A utilização da curva cota-preço desacopla matematicamente o problema de COE do procedimento de PEM, pois esta curva já carrega a informação estabelecida entre a cota submetida pela companhia e o preço de equilíbrio de mercado. Obviamente, a qualidade de solução deste modelo depende da capacidade da curva cota-preço de estimar com precisão os preços de equilíbrios associados a cada cota da companhia.

Por fim, nas Seções 3.6 e 3.7 são apresentados os métodos de construção da curva de demanda residual tradicional e da curva cota-preço por otimização proposta em (CABANA, 2019). A seguir é apresentada a nomenclatura utilizada nos modelos de autoprodução e cálculo de ofertas descritos neste capítulo.

Nomenclatura

Conjuntos

I	Unidades geradoras pertencentes à companhia <i>price-maker</i> , cujas ofertas ótimas se pretende calcular;
J	Unidades geradoras do sistema;
D	Consumidores;
Ω	Cenários de preços de equilíbrio;
Π_i/Π_j	Região de operação factível da unidade geradora i/j ;
$\Pi_{i\omega}/\Pi_{j\omega}$	Região de operação factível da unidade geradora i/j para cada cenário ω ;
M	Blocos de ofertas das unidades geradoras;
N	Blocos de lances dos consumidores;

Parâmetros

λ_t^M	Preço de equilíbrio de mercado no período t ;
$\lambda_{t\omega}^M$	Preço de equilíbrio de mercado em período t , para cada cenário ω ;
$\lambda_{dn}^D/\lambda_{jm}^G$	Preço do bloco n/m da demanda d /gerador j ;
π_ω	Probabilidade de ocorrência do cenário ω ;
$\bar{E}_{dn}^D/\bar{E}_{jm}^G$	Energia do bloco n/m da demanda d /gerador j ;

Variáveis

- p_{ti}^G Potência produzida pela unidade geradora i no período t ;
- $p_{ti\omega}^{G\Omega}$ Potência produzida pela unidade geradora i , no período t , e cenário ω ;
- e_{jm}^G/e_{dn}^D Potência produzida/consumida pelo bloco de energia m/n submetida pela unidade j /consumidor d ;
- p_{tj}^G/p_{td}^D Potência gerada/consumida pela unidade i /consumidor d no período t ;

Funções

- $c_{ti}(p_{ti}^G)/c_{tj}(p_{tj}^G)$ Custo de produção da unidade geradora i/j em função de sua geração no período t ;
- $c_{ti\omega}(p_{ti\omega}^{G\Omega})$ Custo de produção da unidade geradora i em função de sua geração no período t e cenário ω ;

3.1 Introdução

O problema de cálculo de ofertas pode envolver a solução inicial de um problema de Autoprodução (AP), o qual determina a produção ótima de cada unidade geradora da companhia com o objetivo de maximizar o seu lucro e respeitando as suas restrições técnicas (CONEJO; BARINGO, 2017). Um modelo de AP genérico para as companhias geradoras é apresentado em (3.1):

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \left(p_{ti}^G \lambda_t^M - c_i(p_{ti}^G) \right) \\ \text{s.a:} \quad & \\ & p_{ti}^G \in \Pi_{ti}, \quad \forall i \in I, \forall t \in T. \end{aligned} \tag{3.1}$$

A função objetivo em (3.1) representa a maximização da receita líquida da companhia, em que o produto $p_{ti}^G \lambda_t^M$, no primeiro termo, representa a receita de cada unidade i da companhia no período t e o termo $c_{ti}(p_{ti}^G)$ representa os custos de produção da energia desta unidade neste período. Assim a receita líquida diária é calculada como a somatória das receitas calculadas para todas as unidades e todos os períodos. O conjunto de restrições físicas e operativas das unidades foram resumidos pela região factível dada por Π_{ti} para cada período t e cada unidade i da companhia. Um exemplo de um conjunto factível que poderia ser utilizado é dado pelo conjunto de restrições (A.2)–(A.17), caso as unidades sejam do tipo termelétrica. Para sistemas que possuam unidades hidrelétricas, o conjunto Π_{ti} poderia envolver restrições hidráulicas como aquelas descritas em (PEREIRA et al., 2017) e (BREGADIOLI et al., 2016).

A partir do valor de geração ótima calculado pelo modelo de AP dado em (3.1), a companhia pode determinar a oferta de geração no leilão a partir de diversas técnicas. No modelo genérico (3.1), contudo, os valores dos preços de equilíbrio de mercado λ_t^M são parâmetros sobre os quais em geral não se tem muita informação no momento da execução do modelo de AP, já que o mesmo só será efetivamente determinado no fechamento do mercado no dia seguinte. Desta forma, ocorre um certo problema cíclico: para calcular os blocos que serão ofertados no leilão, a companhia geradora precisa estimar ou assumir os valores de λ_t^M , os quais, por sua vez, só podem ser calculados após todos os agentes, incluindo a própria companhia geradora, fazerem suas ofertas e lances no leilão do dia seguinte.

Sendo assim, é necessário que a companhia geradora estime, utilizando alguma metodologia, valores para λ_t^M no modelo de AP dado em (3.1). A metodologia utilizada pode variar, de acordo com o tipo de companhia geradora atuando no mercado. Para uma CGPT, por exemplo, é comum que, a partir de um banco de dados de preços de equilíbrio de dias anteriores, esta companhia faça uma previsão de um único conjunto de preços temporais λ_t^M , e resolva o problema de AP de forma determinística, utilizando este conjunto de preços. Este tipo de abordagem é descrito matematicamente na Seção 3.2. Outra alternativa para a CGPT, consiste em utilizar um modelo de otimização estocástica, no qual é adotado um conjunto de cenários plausíveis para os preços de equilíbrio, bem como suas respectivas probabilidades de ocorrência. Neste caso, o modelo de AP dado em (3.1) necessita ser atualizado para representar um modelo de otimização estocástica descrito sobre o processo estocástico λ_t^M . Este tipo de abordagem é detalhado matematicamente na Seção 3.3. Já para uma CGPM, como esta possui o poder de influenciar os preços de equilíbrios λ_t^M a partir de suas ofertas, esta geralmente utiliza modelos em que os preços de equilíbrios podem variar em função da sua quota ofertada no leilão. Isto pode ser feito por meio da formulação de um problema de otimização bi-nível, em que os preços de equilíbrios correspondem às variáveis duais associadas às restrições de atendimento de demanda em cada período t . Tais restrições ocorrem no problema de PEM, no nível inferior do problema de maximização de lucros. Nesse caso, o modelo de AP dado em (3.1) precisa ser completamente reescrito como um problema de COE bi-nível, uma vez que todas as inter-relações entre os preços de equilíbrio e as ofertas da companhia no mercado são capturadas pelo modelo bi-nível. Este tipo de abordagem é descrito matematicamente na Seção 3.4. Uma forma alternativa para o modelo de AP para a CGPM, que evita a formulação bi-nível, de difícil solução, consiste em descrever uma relação matemática entre a quota aceita da companhia no mercado e os correspondentes preços de equilíbrio resultantes, por meio da curva cota-preço, investigada neste trabalho. Este tipo de abordagem é descrito matematicamente na Seção 3.5. É importante ressaltar, que mesmo neste tipo de formulação existem incertezas, pois a companhia não tem conhecimento das ações dos demais agentes do mercado, mas ainda será necessário considerar um conjunto de dados

referentes a estes agentes para este modelo.

Neste ponto, já é possível fazer a distinção entre problemas de cálculos de ofertas para as CGPMs e as CGPTs. Por não terem o poder de influenciar o preço de equilíbrio, as CGPTs buscam maximizar seus lucros por meio dos modelos de AP, adotando valores específicos (ou cenários) para estes preços, de modo que o modelo de AP se torna um problema de maximização da própria geração das unidades, respeitando as restrições físicas das mesmas. Como as CGPTs não são capazes de estabelecer estratégias para a alteração do preços por meio dos blocos que oferta ao leilão, define-se para estas companhias o problema de Cálculo de Ofertas (CO). Por outro lado, para as CGPMs, que possuem poder de alterar os preços de equilíbrio de forma estratégica, por meio de suas ofertas ao leilão, definem-se os problemas de Cálculo de Ofertas Estratégicas (COE). Para as CGPMs, é fundamental conhecer o próprio poder de mercado, sabendo o quanto a sua cota pode afetar o preço de equilíbrio.

À exceção dos modelos bi-níveis, os modelos de cálculo de ofertas utilizam as geração ótimas calculadas pelo modelo de AP como base para o cálculo dos blocos ofertados ao leilão de energia. Para o cálculo destas ofertas, as gerações ótimas calculadas pelo AP para cada uma das unidades da companhias, são geralmente decompostas em blocos de potência/preço, os quais serão ofertados ao leilão. Algumas heurísticas têm sido utilizadas com essa finalidade. Uma heurística simples consiste em utilizar a potência total calculada para cada unidade pelo modelo de AP como sendo um bloco único, associado ao qual utiliza-se o preço de equilíbrio também calculado no modelo de AP. Se esta heurística simples for considerada, as soluções de potência e preço calculadas pelo modelo de AP são idênticas aos blocos únicos submetidos ao leilão, pelo modelo de CO ou COE. Neste caso, não existe distinção entre a solução ótima proposta pelo AP e a solução obtida pelo problema de CO ou COE. Este tipo de simplificação é adotada nas discussões deste capítulo. Uma outra heurística, que busca explorar novas estratégias para a decomposição dos valores de potência e preço dos blocos, será abordada mais adiante. A seguir, são descritos em detalhes os modelos de CO e COE comentados anteriormente.

3.2 Abordagem baseada em previsão de preços de equilíbrio

Considerando que geralmente as companhias geradoras possuem um banco de dados que registram os preços de equilíbrios de dias anteriores, é possível, por meios de métodos matemáticos de previsão, prever os preços de equilíbrio λ_t^M , e utilizá-los diretamente no modelo de AP. Nesta abordagem, e sob a condição de utilização de uma heurística simplificada como previamente comentado, a formulação do modelo de CO se torna idêntica àquela dada para o modelo de AP anteriormente descrito em (3.1). Assim, para a utilização do modelo de CO, é necessária apenas uma etapa anterior, que envolve a utilização de modelos de previsão de séries temporais de preços de equilíbrio.

Alguns trabalhos são encontrados na literatura sobre modelos de CO envolvendo diversos modelos para a previsão de séries temporais de preços, como a utilização de modelos baseados na função de densidade de probabilidade (CONEJO; NOGALES; ARROYO, 2002), uso de séries temporais (NOGALES et al., 2002) e redes neurais (SZKUTA; SANABRIA; DILLON, 1999).

3.3 Abordagem baseada em otimização estocástica

Da mesma forma que a companhia geradora pode utilizar métodos de previsão, a partir de uma série de dados de preços de equilíbrio obtidas para os dias anteriores, esta companhia pode, de forma alternativa, utilizar a otimização estocástica, tratando as séries de preços de equilíbrio dos dias anteriores como um processo estocástico, definido a partir de um conjunto de cenários ω possíveis ($\omega \in \Omega$). O modelo de CO estocástico que resulta dessa abordagem calcula um conjunto de ofertas de potência $p_{ti}^{G\Omega}$ que estão pré-posicionadas em relação a todos os cenários de preços de equilíbrio, ponderando cada um destes cenários com uma determinada probabilidade de ocorrência (π_ω). Para a construção deste modelo utiliza-se a variável $p_{ti\omega}^{G\Omega}$, que corresponde ao valor calculado de potência gerada para cada período t , unidade i e cenário ω . O problema de CO estocástico é apresentado em (3.2):

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{\omega \in \Omega} \pi_\omega \left(p_{ti\omega}^{G\Omega} \lambda_{t\omega}^M - c_{ti\omega} \left(p_{ti\omega}^{G\Omega} \right) \right) \\ \text{s.a:} \quad & p_{ti\omega}^{G\Omega} \in \Pi_{ti}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall \omega \in \Omega \\ & p_{ti}^G = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_\omega p_{ti\omega}^{G\Omega}, \forall i \in I, \forall t \in T. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Nesta abordagem, são considerados $|\Omega|$ séries de preços de equilíbrio $\lambda_{t\omega}^M$, em que $|\Omega|$ corresponde à quantidade de cenários utilizados (i.e. o cardinal do conjunto Ω). Além disso, conforme já comentado, calcula-se um valor de potência ótima gerada $p_{ti\omega}^{G\Omega}$ para cada período t , cada gerador i e cada cenário ω . Como são obtidos $|\Omega|$ valores de potência (um para cada cenário), é necessário determinar a potência ótima esperada p_i^G (também denominada de esperança matemática de $p_{ti\omega}^{G\Omega}$) utilizando-se a probabilidade de ocorrência de cada cenário π_ω , conforme descrito pela segunda restrição do modelo (3.2). Já a primeira restrição deste modelo garante que a potência $p_{ti\omega}^{G\Omega}$ calculada deve ser factível com relação ao conjunto Π_{ti} , que restringe a operação das unidades da companhia, para todo gerador i , todo período t , e todo cenário ω . Um exemplo desta abordagem é descrito por Baringo, Baringo e Arroyo (2019), para uma usina virtual que opera em mercados de energia e reserva.

3.4 Abordagem baseada em otimização bi-nível

As duas abordagens de cálculo de ofertas descritas na seções anteriores são mais aplicáveis às CGPTs, pois assumem que os preços de equilíbrio estimados não variam com relação à cota (blocos de ofertas) que a companhia submete ao leilão. Nessas abordagens, ou os preços são fixados, ou são representados por um conjunto de cenários previamente estabelecidos. As CGPMs, por outro lado, podem influenciar o preço de equilíbrio, por meio de sua cota submetida ao mercado. Assim, é importante que os modelos de COE levem em conta essa característica. Deste modo, as CGPMs devem utilizar modelos de COE em que os blocos de ofertas de potências das unidades da CGPMs (i.e. a cota da companhia) sejam determinados levando-se em conta representações de séries de preços de equilíbrio que sejam variáveis com essas cotas, modelando a relação de interdependência entre a cota da CGPTs submetida ao leilão e estes preços de equilíbrio.

Como visto no Capítulo 2, no modelo de PEM, o preço de equilíbrio é a variável dual associada a restrição do balanço de potência. Assim, um problema de COE que tem sido utilizado pela CGPM consiste na formulação de um modelo bi-nível, em que o problema de nível superior, associado à CGPM, busca a maximização dos lucros líquidos desta companhia no mercado (i.e. como em um modelo de AP) enquanto que o problema de nível inferior, associado ao operador de mercado (OM), é o problema de PEM. Um exemplo genérico desta abordagem de COE é apresentado em (3.3), a seguir:

$$\max \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} p_{it}^G \lambda_t^M - c_{ti}(p_{ti}^G) \quad (3.3a)$$

$$\text{s.a: } \max \sum_{t \in T} \left(\sum_{d \in D} \sum_{n \in N} \lambda_{tdn}^D e_{tdn}^D - \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \lambda_{tjm}^G e_{tjm}^G - \sum_{j \in J} c_{tj}(p_{tj}^G) \right) \quad (3.3b)$$

$$\text{s.a:} \quad (3.3c)$$

$$p_{tj}^G \in \Pi_{tj}, \quad \forall j \in J, \forall t \in T \quad (3.3d)$$

$$e_{tjm}^G \leq \bar{E}_{jm}^G, \quad \forall j \in J; \forall m \in M, \forall t \in T \quad (3.3e)$$

$$e_{tdn}^D \leq \bar{E}_{dn}^D, \quad \forall d \in D; \forall n \in N, \forall t \in T \quad (3.3f)$$

$$p_{tj}^G = \sum_{m \in M} e_{tjm}^G, \quad \forall j \in J, \forall t \in T \quad (3.3g)$$

$$p_{td}^D = \sum_{n \in N} e_{tdn}^D, \quad \forall d \in D, \forall t \in T \quad (3.3h)$$

$$\sum_{j \in J} p_{tj}^G - \sum_{d \in D} p_{td}^D = 0, \quad \forall t \in T : \quad (\lambda_t^M). \quad (3.3i)$$

O nível superior, tem por função objetivo a maximização do lucro da CGPM dada em (3.3a), a qual possui as unidades geradoras $i \in I$. Repara-se a relação de interdependência explícita com a variável dual λ_t^M da restrição (3.3i), que representa os preços de equilíbrio no problema de nível inferior. Por sua vez, o problema de nível inferior, o qual corresponde a um modelo de PEM, tem por função objetivo a maximização da

função de bem-comum dada em (3.3b), envolvendo os consumidores e todas as unidades geradoras, agora representadas por $j \in J$. As restrições que se seguem são semelhantes às restrições do modelo de PEM-E dado em (2.13), apenas acrescentando-se o conjunto de restrições (3.3d) que representam a região factível de operação de todas as unidades de geração. Este conjunto restrições pode representar, por exemplo, os limites das unidades termelétricas, conforme já descrito no modelo PEM-T, dado em (2.14). Mais uma vez, destaca-se que os preços de equilíbrio em cada período t , dados por λ_t^M , presentes na função objetivo (3.3a) são as variáveis duais da restrição (3.3i). Também é possível verificar a relação de dependência inversa, i.e. o modelo de nível inferior depende explicitamente dos blocos de ofertas aceitas pela CGPM, dados pela potência p_{ij}^G efetivamente gerada por esta companhia, a qual aparece em várias restrições do problema nível inferior, em especial, no balanço de potência, dado em (3.3i), que envolve todas as unidades $j \in J$, incluindo-se as unidades i da própria CGPM.

Um dos métodos mais utilizados para a resolução do problema bi-nível (3.3) consiste na sua reformulação, de modo a torná-lo um problema de otimização de um único nível. Isso é feito substituindo-se o problema de nível inferior por suas respectivas condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) (BAZARAA; JARVIS; SHERALI, 2009). Destaca-se que esta substituição só é possível se o problema de nível inferior for convexo (LUO; PANG; RALPH, 1996). Assim, problemas de PEM de nível inferior que apresentem variáveis binárias, por exemplo, inviabilizam a utilização desta técnica de solução. O problema de otimização de um único nível que resulta desta reformulação é denominado de Problema Matemático com Restrições de Equilíbrio, em que a sigla MPEC, do inglês *Mathematical Program with Equilibrium Constraints*, tem sido muito utilizada, mesmo em textos em português. É importante ressaltar que o problema de COE reescrito por meio de um MPEC apresenta algumas dificuldades e limitações. Uma das principais dificuldades é justamente a complexidade computacional envolvida para a resolução dos problemas de MPEC. Em função da presença das restrições de complementaridade associadas às condições e KKT do problema de nível inferior, os problemas de MPEC geralmente não satisfazem as condições padrão de qualificação de restrições (BAZARAA; JARVIS; SHERALI, 2009), de modo que os *solvers* convencionais utilizados para a solução de problemas de otimização não linear podem não ser capazes de encontrar nem mesmo uma solução ótima local. A principal limitação associada ao MPEC está relacionada à formulação do problema de nível inferior, o qual não pode conter não convexidades, limitando a representatividade dos modelos.

Em função da limitação associada à convexidade do problema de nível inferior, este não pode apresentar variáveis binárias, uma vez que não seria possível reescrever este problema por meio das condições de KKT. Desta forma, o conjunto factível representados pelas restrições (3.3d) não podem representar todas as restrições físicas e operativas das unidades apresentadas em (A.2)-(A.17). Por exemplo, a representação detalhada das restrições de rampas de tomada e alívio de carga, as restrições de partida e parada de

unidades, além das restrições de mínimo tempo de operação e desligamento das unidades, não é possível neste tipo de formulação. Em função desta limitação, é necessário representar algumas estas restrições de forma simplificada e desconsiderar outras na formulação do problema. Desta forma, os modelos podem acabar se distanciando de forma considerável da realidade operativa das unidades.

3.5 Abordagem baseada nas curvas cota-preço

Uma alternativa aos modelos de otimização bi-níveis, a qual tem sido muito utilizada para a solução de problemas de COE para CGPMs, consiste em utilizar a chamada Curva Cota-Preço (CCP), também conhecida como curva de demanda residual (TORRE et al., 2002). A curva cota preço é calculada de forma que consiga exprimir a relação entre a cota q_t ofertada pela CGPM ao leilão no período t , com os preços de equilíbrio no leilão λ_t^M neste mesmo período. Uma curva cota-preço típica é mostrada na Figura 3.1 para um determinado período t .

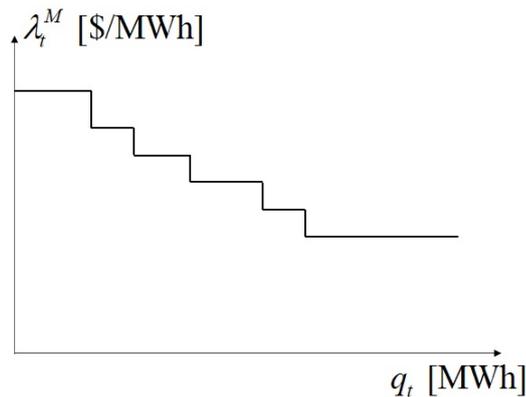


Figura 3.1 – Curva cota-preço típica para uma CGPM em um determinado período t .

A curva cota-preço estabelece uma previsão para o preço de equilíbrio de mercado no período t para dada uma cota q_t aceita pela companhia neste período. Desta forma, os preços horários de equilíbrio são expressos como funções lineares por partes da cota aceita pela companhia, ou seja, tem-se $\lambda_t^M(p_{ti}^G)$. Esta curva embute informações relacionadas às inter-relações de todas as companhias envolvidas no mercado para a obtenção de preços de equilíbrio. Utilizando-se esta relação linear por partes no problema genérico de AP, descrito em (3.1), obtém-se o problema de COE descrito em (3.4):

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} p_{ti}^G \lambda_t^M(p_{ti}^G) - c_{ti}(p_{ti}^G) \\ \text{s.a:} \quad & \\ & p_{ti}^G \in \Pi_{ti}, \quad \forall i \in I, \forall t \in T. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Como os preços de equilíbrio são representados por funções matemáticas explicitamente definidas no modelo de COE dado em (3.4), e como a estas funções embutem as

informações relacionadas às inter-relações de todas as companhias envolvidas no mercado, este problema de COE pode ser resolvido independentemente das ofertas e lances dos demais agentes. Assim, a utilização da curva cota-preço desacopla o problema de COE do problema de PEM. Deste modo, a curva cota-preço torna possível que a CGPM possa determinar sua cota ótima no mercado, representando efetivamente a sua própria influência nos preços de equilíbrios de mercado, sem necessidade de modelar as influências dos demais agentes.

Essa característica da curva cota-preço permite representar, no conjunto de restrições dado em (3.4), as variáveis binárias relacionadas aos estados ligado/desligado das unidades. Estas variáveis, por sua vez, permitem a representação de restrições detalhadas de rampas de tomada e alívio e carga, bem como rampas de partida e parada de máquina para unidades termelétricas. Além disso, outras restrições associadas a unidades hidrelétricas também podem ser incluídas. Conforme comentado na seção anterior, a representação destas restrições detalhadas para unidades hidrelétricas e termelétricas não é viável em problemas bi-níveis como aqueles descritos em (3.3a), dadas as dificuldades e limitações matemáticas já discutidas para estes modelos. Assim, comparadas às abordagens bi-níveis, as abordagens de COE que utilizam as curvas cota-preço conseguem representar de forma mais precisa as restrições associadas aos limites físicos e operativos das unidades geradoras. Outra vantagem da abordagem de COE baseada na curva cota-preço é que, diferentemente das abordagens bi-níveis, cujas formulações são geralmente convertidas em problemas de MPEC, elas não possuem restrições de complementaridade, sendo, portanto, muito mais simples de serem resolvidas por meio de *solvers* de otimização não linear inteiro mista.

Por outro lado, a abordagem baseada na curva cota-preço possui também algumas limitações relacionadas à qualidade e à precisão com que essa curva é capaz de representar as inter-relações entre os agentes no mercado. Assim, se a curva cota-preço embute estas representações de forma adequada, o modelo COE também tende a ter uma boa representatividade no que diz respeito à precisão com que ele estima os lucros obtidos pela companhia e os preços de equilíbrio de mercados. Por outro lado, se estas curvas não representam de forma adequada estas inter-relações entre os agentes no mercado, a previsão de lucros da CGPM e a previsão dos preços de equilíbrio também ficam prejudicadas. Assim, a qualidade dos métodos de construção da curva cota-preço são fundamentais para o bom desempenho dos modelos de COE.

Tradicionalmente a curva cota-preço é construída utilizando-se a CGA e CDA, considerando assim apenas os aspectos econômicos do leilão. Contudo, Cabana et al. (2022) propõe uma abordagem para a construção da curva cota-preço por meio da utilização de modelos de otimização, cujas estruturas são bastante semelhantes aos modelos de PEM. A ideia geral desta abordagem consiste em resolver uma sequência de modelos de PEM em que a geração da CGPM é iterativamente aumentada, até atingir sua cota máxima. Para cada problema de PEM resolvido, registram-se a cota submetida e o respectivo preço de

equilíbrio. Esses registros são então utilizados na construção da curva cota-preço. A partir desta abordagem, é possível considerar detalhes importantes de representação dos sistemas de geração e transmissão, tais como as características físicas das unidades de geração, e as capacidades do sistema de transmissão, melhorando significativamente a qualidade da curva cota-preço. De modo didático, denota-se daqui a curva construída a partir da CGA e da CDA como Curva de Demanda Residual Tradicional (CDRT), enquanto que as curvas obtidas através de modelos de otimização são denominadas de Curva Cota-Preço por Otimização (CCPO). Nas próximas seções são apresentadas os métodos de construção da CDRT e da CCPO.

3.6 Construção da curva de demanda residual tradicional

Conforme detalhado no capítulo anterior, a curva de geração agregada (CGA) e a curva de demanda agregada (CDA) reúnem, respectivamente, as ofertas e lances dos agentes geradores e consumidores. A construção da curva de demanda residual para uma determinada CGPM se inicia por reconstruir a CGA retirando a geração da própria CGPM neste processo de construção. Já a CDA, é construída da forma tradicional, envolvendo todos os consumidores. Ao subtrairmos a CDA da CGA, resulta uma curva que representa o resíduo de potência que potencialmente estaria disponível para a CGPM, independentemente das parcelas de todos os demais agentes, a qual é denominada de curva de demanda residual tradicional (CDRT). A subtração dessas curvas é feita em termos de potência, de modo que é necessário trabalhar com funções inversas, conforme detalhado a seguir.

Para melhor exemplificar o processo de construção da CDRT, considere para um determinado período, a CDA dada por $D(q)$, expressa como a função da demanda agregada q e a CGA dada por $S(q)$, expressa como a função da geração agregada (Note-se que como no ponto de equilíbrio a demanda agregada e a geração agregada devem ser ambas iguais à cota, estas são descritas pela mesma variável q). Observa-se ainda que para a construção da CDRT, a CGA deve ser construída sem considerar as ofertas da CGPM no mercado. Desta forma, denota-se $S'(q)$ como função de geração agregada sem considerar os blocos de ofertas da CGPM. Estas funções apresentam um determinado valor de preço p para cada valor de potência q . A Figura 3.2 apresenta um exemplo das funções $D(q)$ e $S'(q)$, bem como o ponto de equilíbrio, onde estas curvas se cruzam.

Considera-se a seguir, a inversa dessas funções, como sendo $D(p)^{-1}$ e $S'(p)^{-1}$. É importante ressaltar que o conceito formal de função inversa não é aplicado para as funções de demanda agregada e geração agregada, já que as mesmas não são bijetoras. Entretanto, esta tem sido uma notação usual na literatura (XU; BALDICK, 2007; GONZÁLEZ et al., 2017). Além disso, seja a CDRT dada pela função $R(q)$. Por definição, a inversa da função

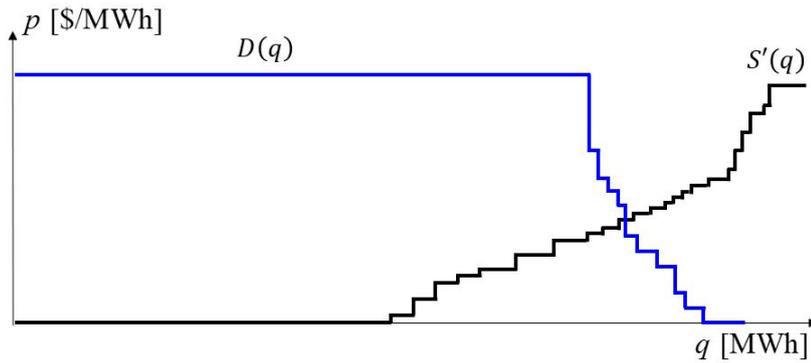


Figura 3.2 – Funções $D(p)$ $S'(p)$.

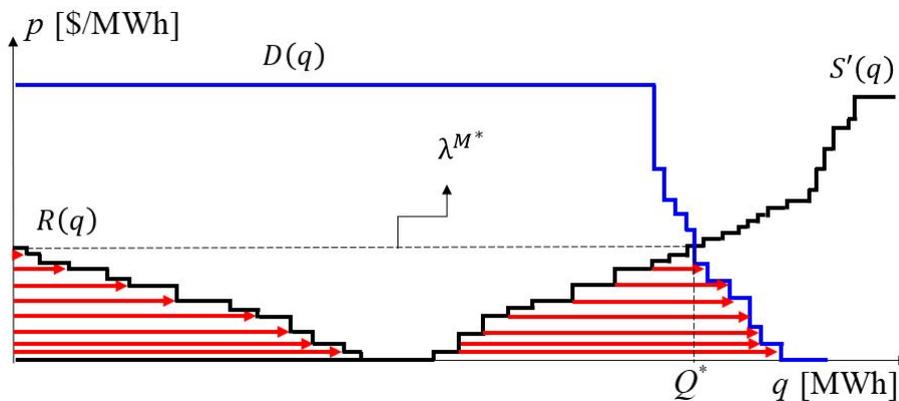


Figura 3.3 – Construção da curva de demanda residual tradicional.

de demanda residual, $R(p)^{-1}$, é dada por:

$$R(p)^{-1} = D(p)^{-1} - S'(p)^{-1}. \quad (3.5)$$

As funções $D(p)^{-1}$, $S'(p)^{-1}$ e $R(p)^{-1}$, por sua vez, fornecem o valor de potência q para cada valor de preço p . Graficamente, a função de demanda residual, $R(q)$, inversa da função $R(p)^{-1}$, é apresentada na Figura 3.3. Nesta figura, é mostrado que a subtração entre as funções $D(q)$ e $S'(q)$ é feita horizontalmente, representada pelas setas vermelhas. Esta subtração gera a função $R(q)$ à esquerda da figura. A função de demanda residual $R(t)$, representa a CDRT na qual, para cada valor de potência da companhia aceita, ou seja, para cada cota q , estima-se um preço de equilíbrio p . Como a CDRT é obtida pela subtração da CGA e CDA, e as mesmas são construídas com blocos, a CDRT será uma curva decrescente e linear por partes (TORRE; CONTRERAS; CONEJO, 2004). É possível também realizar a subtração das curvas CGA e CDA por meio de um processo de inversão de eixos, como apresentado em (CABANA, 2019).

A partir da compreensão do processo de construção da CDRT é possível observar que esta curva apresenta a demanda que sobra (resíduo) para a CGPM gerar, considerando

os aspectos econômicos do leilão, ou seja, considerando-se os valores de potência e preço dos blocos ofertados por todos os demais agentes. Todavia é possível reinterpretar a CDRT por meio da utilização de um modelo de otimização semelhante ao modelo de PEM. Esta reinterpretação é especialmente útil, pois permite construir uma curva de demanda residual por meio de um modelo de otimização, tornando, assim, possível a incorporação de vários aspectos de representação importantes associados aos sistemas de geração e transmissão no processo de construção da curva. A interpretação da CDRT como um modelo de otimização é descrita na Seção 3.6.1. O modelo de CCPO baseado nesta interpretação é descrito posteriormente na Seção 3.7.

3.6.1 Interpretação da curva de demanda residual tradicional como um problema de otimização

A Figura 3.3 mostra o ponto de cruzamento entre a CDA e a CGA, sendo que esta última não considera as ofertas da CGPM no leilão. Desta forma, o ponto de equilíbrio Q^* destacado na figura corresponde ao ponto em que a geração das demais unidades geradoras é igual à potência demandada, como apresentado em (3.6). Por simplicidade, e sem perda de generalidade, considere que todas as unidades geradoras que não pertencem a CGPM, cuja curva cota-preço se deseja construir, pertencem a uma única CGPT:

$$\sum_{d \in D} p_d^D - \sum_{i \in I^T} p_i^{PT} = 0, \quad (3.6)$$

em que:

- p_i^{PT} é a geração das unidades i pertencentes a CGPT;
- p_d^D é a potência demanda pelas unidades consumidoras d ;
- I^T é o conjunto das unidades geradoras pertencentes a CGPT;
- D é o conjunto de consumidores.

No modelo de PEM apresentado no capítulo anterior, a restrição (3.6) representa justamente o balanço de potência do sistema, cuja variável dual associada é o preço de equilíbrio de mercado. Por facilidade, o modelo de PEM-E já apresentado (que utiliza somente as restrições econômicas) é reescrito a seguir em (3.7)–(3.12). Entretanto, nesta formulação, o modelo de PEM-E é reescrito considerando que toda a potência gerada no sistema é fornecida apenas pelas unidades geradoras pertencentes à CGPT. Desta forma, todas as variáveis e constantes, referentes aos geradores, tiveram os super-índices G substituídos por PT :

$$\max \sum_{t \in T} \left(\sum_{d \in D} \sum_{n \in N} \lambda_{tdn}^D e_{tdn}^D - \sum_{i \in I^T} \sum_{m \in M} \lambda_{tim}^{PT} e_{tim}^{PT} \right) \quad (3.7)$$

s.a:

$$e_{tim}^G \leq \bar{E}_{tim}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in IT, \forall m \in M \quad (3.8)$$

$$e_{tdn}^D \leq \bar{E}_{tdn}^D, \quad \forall t \in T, \forall d \in D, \forall n \in N \quad (3.9)$$

$$p_{ti}^{PT} = \sum_{m \in M} e_{tim}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T \quad (3.10)$$

$$p_{td}^D = \sum_{\forall n \in N} e_{tdn}^D, \quad \forall t \in T, \forall d \in D \quad (3.11)$$

$$\sum_{i \in IT} p_{ti}^{PT} - \sum_{d \in D} p_{td}^D = 0, \quad \forall t \in T : (\lambda_t^M). \quad (3.12)$$

A restrição (3.12), como dito anteriormente, apresenta o balanço de potência e, no ponto ótimo, a variável dual λ_t^{M*} , que também está indicada na Figura 3.3, determina o preço de equilíbrio para o período t . Se esta restrição é relaxada no modelo, utilizando um valor $r_t \geq 0$, representando uma quantidade residual de potência, é possível determinarmos novos valores de preço de equilíbrio, os quais são descritos em função deste resíduo, como é apresentado a seguir em (3.13).

$$\sum_{i \in IT} p_{ti}^{PT} - \sum_{d \in D} p_{td}^D = r_t, \quad \forall t \in T : (\lambda_t^M(r_t)) \quad (3.13)$$

A partir de discussões em (XU; BALDICK; SUTJANDRA, 2011a), propõe-se nesta tese que a CDRT seja caracterizada pelo *locus* dos pontos ótimos $(\lambda_t^{M*}(r_t), r_t^*)$, os quais são iterativamente obtidos pelo aumento gradual dos resíduos r_t em cada período, até que toda a capacidade da CGPM seja atingida. Desta forma, considerando r_t como sendo a geração residual da CGPM, é possível construir a CDRT da companhia, aumentando iterativamente o valor do resíduo e registrando-se os pares preços e quantidade, dados por $(\lambda_t^{M*}(r_t), r_t^*)$. O *locus* de todos estes pares define a CDRT. Destaca-se que, dependendo de uma maior ou menor discretização no aumento gradual dos resíduos, pode-se ter também uma maior ou menor precisão na curva.

É importante salientar que mesmo a CDRT tendo sido construída por meio da solução de um conjunto de modelos de PEM, como discutido anteriormente, esta curva considera apenas os aspectos econômicos do leilão, pois é baseada no modelo PEM-E (puramente econômico), o qual não considera uma ação ativa da CGPM, e também não representa aspectos de modelagem relacionados aos sistemas de geração e transmissão. Na seção a seguir, apresenta-se a construção da CCPO em que a CGPM tem uma participação ativa no mercado, fornecendo ofertas ao leilão de energia no processo de construção da curva, e são considerados aspectos de representação dos sistemas de geração e transmissão, por meio da utilizando modelos de PEM mais representativos.

3.7 Curva de cota-preço por otimização

Dado que a curva cota-preço pode ser obtida por meio de um modelo de otimização, torna-se também possível considerar outros aspectos de modelagem no processo de construção da curva, tais como as restrições associadas às unidades geradoras, à rede de transmissão ou mesmo às incertezas associada aos mercados, tais como as ofertas e lances dos demais agentes. A Curva de Cota-Preço por Otimização proposta em Cabana et al. (2022) possui potencial para incorporação de todos esses novos aspectos de modelagem. O modelo matemático da CCPO é descrito na seção (3.9). Antes, porém, é descrita a nomenclatura deste modelo na Seção (3.8), a seguir.

3.8 Nomenclatura

Conjuntos

- T Períodos;
- I^T Unidades geradoras pertencentes a CGPT;
- I^M Unidades geradoras pertencentes a CGPM;
- D Consumidores;
- M Blocos de ofertas das unidades geradoras pertencentes a CGPT;
- N Blocos de lances dos consumidores;
- O Blocos de ofertas das unidades geradoras pertencentes à CGPM;
- B Blocos de ofertas da CGPM;

Parâmetros

- λ_{tdn}^D Preço do bloco n do consumidor d no período t ;
- λ_{tim}^{PT} Preço do bloco m do gerador i pertencente a CGPT no período t ;
- λ_{tio}^{PM} Preço do bloco o do gerador i pertencente a CGPM no período t ;
- \bar{E}_{tdn}^D Energia do bloco n do consumidor d no período t ;
- \bar{E}_{tim}^{PT} Energia do bloco m do gerador i pertencente a CGPT no período t ;
- \bar{E}_{tio}^{PM} Energia do bloco o do gerador i pertencente a CGPM no período t ;
- BSM_{tib} Matriz de ordenação de blocos que indica o número de blocos b ofertados pelo gerador i no período t ;

Variáveis

- e_{tdn}^D/e_{tdnb}^D Potência consumida pelo bloco de energia n ofertado pelo consumidor d no período t com a CGPM ofertando b blocos no mercado;
- $e_{tim}^{PT}/e_{timb}^{PT}$ Potência produzida pelo bloco de energia m ofertado pela unidade i da CGPT no período t com a CGPT ofertando b blocos no mercado;
- $e_{tio}^{PM}/e_{tiov}^{PM}$ Potência produzida pelo bloco de energia o ofertado pela unidade i da CGPM no período t com a CGPM ofertando b blocos no mercado;
- p_{td}^D/p_{tdb}^D Potência consumida pela consumidor d no período t com a CGPM ofertando b blocos no mercado;
- p_{ti}^{PT}/p_{tib}^{PT} Potência gerada pela unidade i da CGPT no período t com a CGPM ofertando b blocos no mercado;
- $p_{ti}^{PM}/p_{tiov}^{PM}$ Potência gerada pela unidade i da CGPM no período t com a CGPM ofertando b blocos no mercado;

3.9 Modelo matemático

O modelo apresentado em (3.7)–(3.12) considera o resíduo como sendo a geração da CGPM. Para a construção da CCPO proposta em (CABANA, 2019), é necessário considerar a ação das unidades da CGPM de forma direta (ativa), de modo a acrescentar neste modelo os termos referentes aos blocos ofertados pelas unidades desta companhia. O modelo resultante é apresentado em (3.14)–(3.21), em que as potência geradas pela CGPT e pela CGPM são identificadas pelos super-índices PT e PM , respectivamente:

$$\max \sum_{t \in T} \left(\sum_{d \in D} \sum_{n \in N} \lambda_{tdn}^D e_{tdn}^D - \sum_{i \in I^T} \sum_{m \in M} \lambda_{tim}^{PT} e_{tim}^{PT} - \sum_{i \in I^M} \sum_{o \in O} \lambda_{tio}^{PM} e_{tio}^{PM} \right) \quad (3.14)$$

s.a:

$$e_{tim}^{PT} \leq \bar{E}_{tim}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T, \forall m \in M \quad (3.15)$$

$$e_{tio}^{PM} \leq \bar{E}_{tio}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^M, \forall o \in O \quad (3.16)$$

$$e_{tdn}^D \leq \bar{E}_{tdn}^D, \quad \forall t \in T, \forall d \in D, \forall n \in N \quad (3.17)$$

$$p_{ti}^{PT} = \sum_{m \in M} e_{tim}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T \quad (3.18)$$

$$p_{ti}^{PM} = \sum_{o \in O} e_{tio}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^M \quad (3.19)$$

$$p_{td}^D = \sum_{\forall n \in N} e_{tdn}^D, \quad \forall t \in T, \forall d \in D \quad (3.20)$$

$$\sum_{i \in IT} p_{ti}^{PT} + \sum_{i \in IM} p_{ti}^{PM} - \sum_{d \in D} p_{td}^D = 0, \quad \forall t \in T : (\lambda_t^M). \quad (3.21)$$

Comparando-se os modelos (3.7)–(3.12) e (3.14)–(3.21) é possível observar, inicialmente, que o resíduo r_t é igual ao somatório da geração das unidades geradoras da CGPM, $\sum_{i \in IM} p_{ti}^{PM}$. Além disso, observa-se que no novo modelo é acrescentado à função objetivo o termo $\lambda_{tio}^{PM} e_{tio}^{PM}$. Assim, para que haja uma possível equivalência entre os modelos, i.e. para que a função objetivo (3.7) seja igual à função objetivo (3.14), é necessário que este termo adicionado seja nulo. Como e_{tio}^{PM} é uma variável do modelo, para que haja esta equivalência é necessário que o valor de λ_{tio}^{PM} seja nulo, de modo que ambos os modelos tenham a mesma função objetivo.

Como dito anteriormente, a curva cota-preço pode ser construída por meio de pares de informações envolvendo o preço de equilíbrio (λ_t^M) e o respectivo resíduo, o qual, para este problema de otimização, corresponde ao valor do somatório $\sum_{i \in IM} p_{ti}^{PM}$, conforme já comentado. Desta forma, para que a CDRT seja construída a partir do modelo (3.14)–(3.21), é necessário que a CGPM oferte todos os seus blocos a preços nulos. Assim, mostra-se, inicialmente, que a CDRT pode ser construída a partir do modelo da CCPO, dado em (3.14)–(3.21), caso as considerações acima sejam estabelecidas neste modelo, de modo que a CDRT passa a ser um caso especial da CCPO, em que CGPM faz suas ofertas a preços nulos.

A partir das observações anteriores, é possível derivar novas conclusões críticas importantes sobre o processo de construção da CDRT, permitindo identificar algumas deficiências de modelagem desta curva: i) a CDRT não considera a participação ativa da CGPM do mercado, inferindo que esta curva deve ofertar sempre a preços nulos. Em um mercado de energia, dificilmente as companhias geradoras irão ofertar blocos a preços nulos, principalmente pelo fato de que as mesmas buscam uma receita mínima para suprir as despesas relacionadas ao processo de produção da energia, e os preços dos blocos ofertados pela CGPM influenciam diretamente no preço de equilíbrio de mercado; ii) ao considerar que os blocos de ofertas de venda de energia serão ofertados a preço nulo, o modelo da CDRT assume que todos os blocos da CGPM serão aceitos no leilão, ou seja, que a companhia irá despachar suas unidades antes das demais companhias despacharem as suas. Essa também não é uma hipótese necessariamente verdadeira em um mercado real, especialmente para situações em que duas ou mais companhias *price-maker* coexistem no mercado. Estes dois fatos mostram que a CDRT assume comportamentos para a CGPM que não são necessariamente verificadas em mercados realistas.

Desta maneira, a diferença fundamental entre as curvas cota-preço obtidas pela CDRT e pela CCPO, é que as curvas obtidas por meio da CCPO consideram a participação

ativa da CGPM no mercado, ou seja, os blocos que serão ofertados por esta companhia. Assim, para a construção da CCPO, é necessário assumir um conjunto inicial de blocos que a CGPM deverá ofertar ao leilão. A escolha destes blocos iniciais é arbitrária, mas não deve ser aleatória. Em (TORRE; CONTRERAS; CONEJO, 2004), os autores buscam encontrar o equilíbrio de Nash envolvendo várias companhias no mercado, construindo as curvas cota-preço de cada companhia, simulando leilões e atualizando os valores das ofertas e lances de forma iterativa. Para a construção da curva cota-preço inicial para cada companhia, os autores em (TORRE; CONTRERAS; CONEJO, 2004) utilizam o seguinte critério: a potência inicial do bloco ofertado deve corresponder à potência máxima da unidade e o preço associado deste bloco deve ser dado pelo custo marginal de geração da unidade, o qual é calculado pela derivada da função de custo da unidade neste ponto. Assim, estes autores consideram que não faz sentido para a CGPM ofertar blocos de modo que a somatória das potências dos mesmos seja superior à potência máxima da unidade. Outra estratégia plausível para definir os preços iniciais para os blocos seria adotar preços de tal forma que a companhia alcance um valor mínimo de receita, necessária para cobrir as despesas e ter um lucro líquido aceitável no mercado.

Com um conjunto inicial de blocos, a CGPM constrói sua CCPO simulando leilões consecutivos. No primeiro leilão, considera-se que a CGPM não oferta nenhum bloco. No ponto obtido neste leilão pela CCPO, o preço de equilíbrio é calculado quando a CGPM possui cota nula. Este é justamente o ponto de encontro no cruzamento das funções $D(q)$ e $S'(q)$ na Figura 3.3. Em (GONZÁLEZ et al., 2017), este ponto é denominado de ponto “real”. A partir deste primeiro ponto, as quantidades de blocos ofertados pela CGPM vão sendo incrementados, simulando leilões de forma iterativa até serem ofertados todos os blocos da companhia, obtendo assim o último ponto da CCPO (preço de equilíbrio com a cota máxima).

É importante destacar que a ordem em que são ofertados os vários blocos das várias unidades da CGPM pode alterar a curva cota-preço final obtida. Assim, uma questão importante é como considerar a ordem em que tais blocos serão efetivamente ofertados pela CGPM ao leilão. Para que esta ordem seja efetivamente considerada no modelo de COE, é necessário alterar o modelo dado em (3.14)–(3.21), de modo que o conjunto de blocos O ofertados pela CGPM seja substituído por um conjunto dado pela matriz de ordenação BSM (do inglês, *Block Sorting Matrix*), que determina quantos blocos cada unidade deve efetivamente ofertar, de acordo com a quantidade total de blocos ofertados pela CGPM. A partir desta alteração, o novo modelo de COE é fornecido em (3.22)–(3.29):

$$\max \sum_{t \in T} \sum_{b \in B} \left(\sum_{d \in D} \sum_{n \in N} \lambda_{tdn}^D e_{tdnb}^D - \sum_{i \in I^T} \sum_{m \in M} \lambda_{tim}^{PT} e_{timb}^{PT} - \sum_{i \in I^M} \sum_{o \in BSM_{tib}} \lambda_{tio}^{PM} e_{tio}^{PM} \right) \quad (3.22)$$

s.a:

$$e_{tdnb}^D \leq \bar{E}_{tdn}^D, \quad \forall t \in T, \forall d \in D, \forall n \in N, \forall b \in B \quad (3.23)$$

$$e_{timb}^{PT} \leq \bar{E}_{timb}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T, \forall m \in M, \forall b \in B \quad (3.24)$$

$$e_{tiob}^{PM} \leq \bar{E}_{tiob}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^M, \forall o \in BSM_{tib}, \forall b \in B \quad (3.25)$$

$$p_{tdb}^D = \sum_{\forall n \in N} e_{tdnb}^D, \quad \forall t \in T, \forall d \in D, \forall b \in B \quad (3.26)$$

$$p_{tib}^{PT} = \sum_{m \in M} e_{timb}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T, \forall b \in B \quad (3.27)$$

$$p_{tib}^{PM} = \sum_{o \in BSM_{tib}} e_{tiob}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^M, \forall b \in B \quad (3.28)$$

$$\sum_{i \in I^T} p_{tib}^{PT} + \sum_{i \in I^M} p_{tib}^{PM} - \sum_{d \in D} p_{tdb}^D = 0, \quad \forall t \in T, \forall b \in B : (\lambda_{tb}^{MC}). \quad (3.29)$$

Para exemplificar o uso da BSM, vamos supor uma situação de uma CGPM com 3 unidades geradoras e que cada unidade geradora oferte 4 blocos de potência/preço no leilão, conforme mostrado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Exemplo de blocos ofertas das unidades da companhia *price-maker* para a construção da matriz de blocos.

Ofertas das Unidade da Companhia				
Potência(MW)/Preço(\$/MW)				
Unidade 1	50/19	30/20	20/21	30/22
Unidade 2	40/24	36/25	32/28	24/30
Unidade 3	42/23	36/26	30/27	22/29

Neste caso, a quantidade de blocos ofertados é igual a 12, logo existem 12! possibilidades diferentes para a ordenação dos blocos de ofertas. Contudo, pode-se considerar uma estratégia para reduzir drasticamente estas possibilidades. Sabe-se que a CGA é construída ordenando os blocos de potência a partir de preços crescentes, de modo que os blocos mais baratos são “vendidos” primeiro. Assim uma estratégia de ordenação coerente consiste em ordenar os blocos a partir de preços crescentes. Se utilizarmos esta estratégia de ordenação, a BSM resultante é apresentada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Matriz de Blocos de acordo com as ofertas da Tabela 3.1.

<i>b</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Unidade 1	0	1	2	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Unidade 2	0	0	0	0	0	0	1	2	2	2	3	3	4
Unidade 3	0	0	0	0	0	1	1	1	2	3	3	4	4

Adotando-se esta estratégia de ordenação o conjunto *B* de blocos possíveis se reduz a 13 possibilidades (12 blocos possíveis mais a situação em que nenhuma unidade submete

oferta), conforme mostrado na Tabela 3.2. No modelo (3.22)–(3.29), a BSM possui 3 índices: t, i, b , sendo portanto uma matriz tridimensional. Para o exemplo da tabela, os índices b , associados aos blocos, variam de 0 a 13, os índices i associados às unidades da CGPM variam de 0 a 3. Para esse exemplo considera-se arbitrariamente o índice $t = 1$ (i.e. a matriz é descrita para o primeiro período). Assim, na Tabela 3.2, quando b for 7, por exemplo, a companhia estará ofertando 6 blocos no total, em que a unidade 1 ofertará 4 blocos e as unidades 2 e 3 ofertarão apenas 1 bloco cada uma, todos escolhidos em ordem crescente de preços.

Existe também a alternativa em que a CGPM decide ofertar frações dos blocos para a construção da curva. Como os pontos das curvas são resultados de simulações de leilões consecutivos, cada fracionamento dos blocos resultará em mais pontos para a curva. Utilizando a mesma situação, em que a companhia decide fracionar os blocos ofertados em 2 partes, neste caso a BSM_{tib} terá o índice b variando de 0 a 25. A Tabela 3.3 demonstra a abordagem em que a empresa oferece metade de cada bloco. A BSM resultante dessa situação é apresentada na Tabela 3.4. Por fim, a Figura 3.4 apresenta duas curvas, construídas para o mesmo horário para o estudo de caso de Cabana (2019), em que uma a companhia ofertou um bloco completo e no segundo a mesma fracionou o bloco em 2 para a construção.

Tabela 3.3 – Exemplo de blocos ofertas das unidades da companhia *price-maker* para a construção da matriz de blocos.

Ofertas das Unidade da Companhia								
Potência(MW)/Preço(\$/MW)								
Unidade 1	25/19	25/19	15/20	15/20	10/21	10/21	15/22	15/22
Unidade 2	20/24	20/24	18/25	18/25	16/28	16/28	12/30	12/30
Unidade 3	21/23	21/23	18/26	18/26	15/27	15/27	11/29	11/29

Tabela 3.4 – Matriz de Blocos de acordo com as ofertas da Tabela 3.1.

b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Unidade 1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	8	8	8
Unidade 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Unidade 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	2
b	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Unidade 1	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
Unidade 2	3	4	4	4	4	4	5	6	6	6	7	8	
Unidade 3	2	2	3	4	5	6	6	6	7	8	8	8	

Das discussões acima, verifica-se que na abordagem da CCPO a curva pode ser construída por meio de um modelo de otimização, e considerando a ação ativa da CGPM no mercado, tendo em conta os blocos que serão ofertados. Assim, a cota gerada pela CGPM no mercado não será apenas um resíduo. Em função disso, adota-se aqui uma

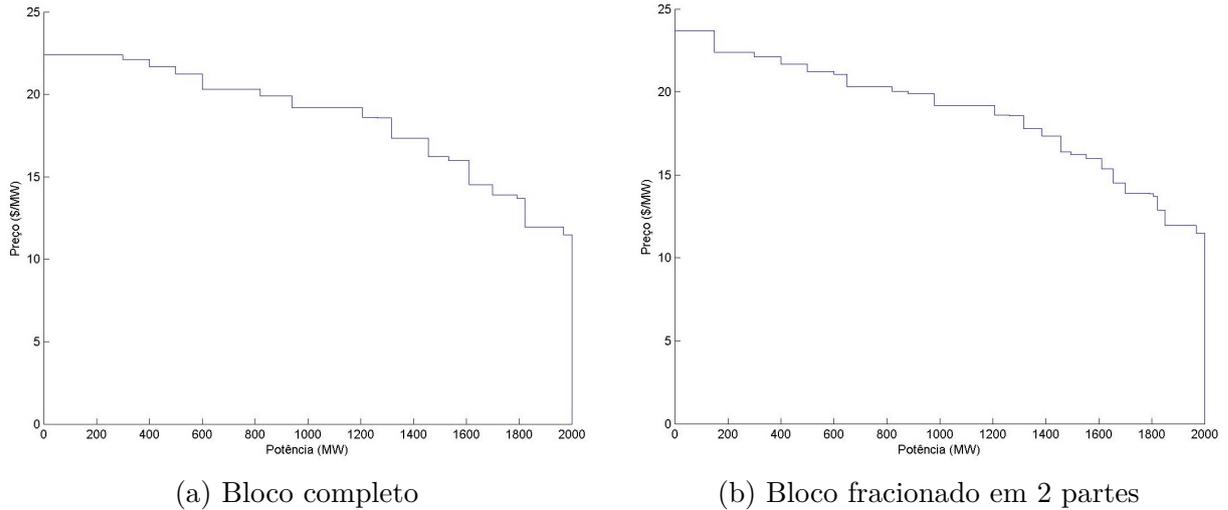


Figura 3.4 – Curvas construídas pela CGPM utilizando bloco completo e bloco fracionado

diferença de nomenclatura para designar as curvas obtidas pelas abordagens da CDRT e CCPO. Na curva construída pela abordagem CDRT, por meio da subtração das curvas de geração agregada e demanda agregada existe, de fato, um resíduo de potência a ser gerado pela CGPM. Desta forma, faz sentido, neste caso, que esta curva seja denominada de demanda residual. Já para a curva construída pela abordagem CCPO, que considera a ação ativa da CGPM no mercado, não se pode falar em um resíduo de potência a ser gerado, de modo que o denominador de curva de demanda residual perde o sentido. Em razão isto, adotar-se a terminologia de curva cota-preço tem mais sentido para a curva obtida pela CCPO, ao invés de demanda residual.

Além de considerar a ação da CGPM de forma ativa no leilão, como dito anteriormente, a CCPO é capaz de levar em conta outros aspectos importantes de representação das restrições dos sistemas de geração e transmissão no processo de construção da curva. Em (CABANA et al., 2022) é proposto um modelo matemático mais completo de construção da curva, em que são inseridos no modelo de COE dado em (3.22)–(3.29), os aspectos físicos e operativos das unidades termelétricas, além das restrições referentes à rede de transmissão. Entretanto, foi necessário introduzir uma simplificação no modelo da transmissão, especificamente na restrição de balanço de potência. Ao invés de adotar equações de balanço nodais (uma para cada barra da rede), foi necessário adotar uma única equação de balanço para todo o sistema. Essa simplificação foi necessária, porque a curva cota-preço apresenta um único preço de equilíbrio para o todo o sistema em cada período, e se fossem adotadas equações de balanço nodais seriam também obtidos vários preços nodais (i.e. um preço de equilíbrio para cada barra). Mostra-se em (CABANA et al., 2022), que esta simplificação reduziu a qualidade das curvas calculadas pela abordagem de CCPO, especialmente para problemas em que a transmissão está congestionada.

No próximo capítulo é proposto um modelo de COE que utiliza uma nova abordagem de construção de curvas cota-preço. Neste modelo, busca-se expandir o conceito de curva

cota-preço no sentido de adotar um sistema de curvas cota-preço nodais.

4 CÁLCULO DE OFERTAS ESTRATÉGICAS COM SISTEMA DE CURVAS COTA-PREÇO

4.1 Introdução

O problema de cálculo de ofertas consiste em a companhia determinar os blocos que cada uma de suas unidade geradoras irá ofertar no leilão do dia seguinte de modo a maximizar o seu lucro. Como visto no capítulo anterior, para as CGPTs, o problema de CO pode envolver métodos de previsão ou programação estocástica. Para as CGPMs, o problema de COE tem sido formulado por meio de um problema de otimização bi-nível (o qual é geralmente reformulado como um MPEC), ou por meio da utilização de uma abordagem que utiliza alguma curva cota-preço (tal como a CCPO, ou a CDRT) em conjunto com um modelo de AP. As vantagens e desvantagens das abordagens de COE foram amplamente discutidas no capítulo anterior.

Neste trabalho, propõe-se uma nova abordagem de COE, também formulado a partir de curvas cota-preço. Conforme já discutido, a qualidade desta classe de modelos de COE para uma CGPM está fortemente ligada à capacidade da curva cota-preço de prever, com precisão, os lucros da CGPM e os preços de equilíbrio de mercado. Neste caso, o trabalho descrito em (CABANA et al., 2022) mostra que a abordagem da CCPO (com base em modelos de otimização) tem um desempenho muito superior à abordagem tradicional, dada pela CDRT. Apesar deste melhor desempenho, o trabalho também aponta uma deficiência da abordagem CCPO no que diz respeito à representação das equações de balanço de potência. Com a representação de balanço de potência por meio de barra única (i.e. considerando-se que o sistema possui apenas um único nó) a qualidade das curvas cota-preço fica deteriorada para situações em que a transmissão é representada em detalhe, ou está congestionada, como mostrado em (CABANA et al., 2022),

A fim de superar estas deficiências de representação do sistema de transmissão no cálculo das curvas cota-preço, propõe-se inicialmente neste capítulo o conceito de Curva Cota-Preço Nodal (CCPN). Com base neste novo conceito, propõe-se uma nova abordagem de COE que utiliza, em conjunto, um Sistema de Curvas Cota-Preço Nodais (SCCPN) para compor a abordagem de COE aqui proposta. Esta abordagem é capaz de considerar as incertezas das ações dos demais agentes no leilão e pode ser utilizada, sem simplificações na representação da transmissão, em um mercado de preços de equilíbrios nodais. Na Seção 4.2 é apresentada a estrutura geral da abordagem de COE aqui proposta. Nas seções 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6, são apresentadas as principais etapas da abordagem de COE proposta para

uma CGPM, as quais envolvem: a escolha dos blocos para construção das curvas nodais, a construção do sistema de curvas cota-preço nodais em si, o modelo de autoprodução utilizado e a heurística para a escolha dos blocos que serão ofertados ao leilão. Na Seção 4.7 são discutidas algumas especificidades da abordagem de COE proposto.

Por fim, para fins de comparações investigadas no capítulo de resultados, na Seção 4.8.1, são apresentados modelos de AP presentes em abordagens de COE que utilizam a CDRT, e que são similares aos modelos de AP presentes na abordagem de COE proposta.

4.2 Abordagem de COE com base no SCCPN

4.2.1 Estrutura geral

Conforme já discutido no capítulo anterior, uma abordagem de COE tem como objetivo definir os blocos ofertados pela CGPM que irão maximizar seus lucros no leilão. Para alcançar este objetivo a abordagem de COE necessita ser suficientemente representativa, de modo a considerar diversas características associadas às unidades geradoras, ao sistema elétrico e ao próprio mercado. Atualmente, uma classe de abordagens de COE que tem sido muito utilizada para resolver este problema envolve o uso da curva de demanda residual ou curva cota-preço.

A curva de demanda residual tradicional (CDRT) considera, em seu processo de construção, apenas as características econômicas do mercado, utilizando somente as ofertas e lances dos agentes, e desprezando completamente os limites operacionais e físicos das unidades e do sistema de transmissão. Por outro lado, a curva cota-preço por otimização (CCPO) proposta em (CABANA et al., 2022) é capaz de representar, em seu processo de construção, as características físicas e operativas dos geradores, as incertezas referentes às ofertas e aos lances dos demais agentes, além das características econômicas do leilão. Entretanto, as características do sistema de transmissão são consideradas de forma simplificada na CCPO, de modo que são embutidos erros na abordagem de COE.

Este trabalho propõe uma abordagem de COE que busca atender as características físicas e operativas dos geradores, a representação da rede de transmissão detalhada em um mercado de energia com preços de equilíbrio nodais e as incertezas inerentes aos lances dos consumidores e às ofertas das unidades pertencentes as demais companhias geradoras. A abordagem de COE proposta também utiliza curvas cota-preço construídas por meio de modelos de otimização, tendo por base a CCPO. Todavia, para aperfeiçoar a representação da rede de transmissão, considerando preços de equilíbrio nodais, é proposto o conceito de Curva Cota-Preço Nodal (CCPN). A partir a utilização da CCPN, a abordagem de COE é capaz de introduzir as características detalhadas do sistema de transmissão com representação nodal.

É importante diferenciar conceitualmente a curva cota-preço (CCP) da CCPN.

Uma CCP apresenta uma estimativa para o preço de equilíbrio do mercado de acordo com a cota aceita pela CGPM neste mercado. Na mesma linha de raciocínio, propõe-se neste trabalho, que uma CCPN estime o preço de equilíbrio (nodal) em cada barra do sistema de transmissão, de acordo com a cota da companhia aceita no leilão. Este conceito é bem mais aderente à realidade de boa parte dos modelos de PEM utilizados pelos operadores de mercado (OMs) para fechar os leilões, os quais também descrevem o sistema de transmissão de forma detalhada, por meio de balanços de potência em cada barra, e restrições de capacidade de transmissão.

Desta forma, na abordagem de COE proposta neste trabalho, utiliza-se um conjunto CCPNs, sendo uma para cada barra do sistema, e não mais com uma única CCP representando o preço do sistema como um todo. A forma de utilização deste conjunto de CCPNs internamente no modelo de autoprodução (AP) também é importante na abordagem proposta, de modo que estas curvas não devem ser utilizadas separadamente no modelo de AP, mas sim em conjunto, devido ao seu método de construção, que será apresentado adiante. Para que essa utilização conjunta das CCPNs seja feita de forma adequada, é proposto um segundo conceito, denominado de Sistema de Curvas Cota-Preço Nodais (SCCPN), o qual é utilizado na formulação do modelo e AP aqui proposto especificamente para compor a abordagem de COE proposta.

Além disso, as CCPNs são construídas de modo a considerar as incertezas envolvendo as ofertas e lances dos demais agentes. Para isso, o modelo de otimização utilizado para a construção das CCPNs é formulado como um problema de otimização estocástica conforme discutido a seguir. Em função disso, o SCCPN bem como a abordagem de COE como um todo, também ficam estruturados com base em modelos estocásticos. Por simplicidade, adota-se apenas o termo sistema de curvas cota-preços, ao invés do termo sistema de curvas cota-preços nodais estocástico. Decidiu-se por essa simplificação pois, com pequenas alterações, conforme será mostrado na Seção 4.7, é possível obter um SCCPN com apenas uma única curva determinística, de modo que o termo SCCPN torna-se mais geral.

A abordagem proposta de COE que utiliza o SCCPN, doravante denominada de abordagem de COE-SCCPN, pode ser melhor compreendida se separada em etapas básicas de modelagem, as quais são apresentadas na Figura 4.1. As formulações matemáticas e detalhes de cada uma destas etapas são abordadas nas próximas sessões. Antes porém, é apresentada na seção a seguir, a nomenclatura utilizada nos modelos presentes nas etapas da abordagem COE-SCCPN.

4.2.2 Nomenclatura

Conjuntos

T Períodos;

I Unidades geradoras;

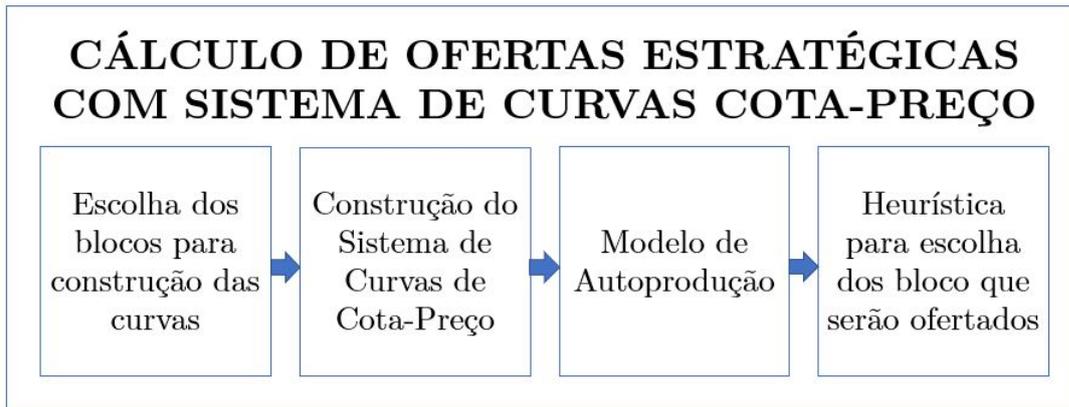


Figura 4.1 – Etapas do cálculo de ofertas estratégicas utilizando o sistema de curvas cota-preço.

I^M Unidades geradoras pertencentes a CGPM;

I^T Unidades geradoras pertencentes a CGPT;

D Consumidores;

M Blocos de ofertas das unidades geradoras;

N Blocos de lances dos consumidores;

K Barras do sistema;

B Blocos ofertados pela CPGM;

Ω Cenários de ofertas e lances dos demais agentes;

S Passos da curva cota-preço;

Π_i Região de operação factível da unidade geradora i ;

Parâmetros

$\lambda_{tdn\omega}^D$ Preço do bloco n do consumidor d no período t no cenário ω ;

$\lambda_{tim\omega}^{PT}$ Preço do bloco m do gerador i pertencente a CGPT no período t no cenário ω ;

λ_{tio}^{PM} Preço do bloco o do gerador i pertencente a CGPM no período t ;

$\bar{E}_{tdn\omega}^D$ Potência do bloco n do consumidor d no período t no cenário ω ;

$\bar{E}_{tim\omega}^{PT}$ Potência do bloco m do gerador i pertencente a CGPT no período t no cenário ω ;

\bar{E}_{tio}^{PM}	Potência do bloco o do gerador i pertencente a CGPM no período t ;
$C_i^F, C_i^{UP}, C_i^{DW}$	Custo de geração/partida/parada da unidade termelétrica i ;
\bar{F}_{kl}	Fluxo de potência máximo na linha de transmissão kl ;
M_k^D	Consumidores conectados à barra k ;
M_k^{PT}	Unidades de geração pertencentes a CGPT conectadas à barra k ;
M_k^{PM}	Unidades de geração pertencentes a CGPM conectadas à barra k ;
M_k^N	Barras vizinhas à barra k ;
π_ω	Probabilidade de ocorrência do cenário ω ;
C_{tks}^{\min}	Valor de cota mínima do bloco de discretização s na barra k no período t da curva cota preço, dado por $C_{tks}^{\min} = \sum_{s=1}^{S-1} B_{tks}^{\max}$;
B_{tks}^{\max}	Valor de cota do bloco de discretização s na barra k no período t da curva cota-preço;
P_{tks}^{OTH}	Potência dos demais agentes no bloco de discretização s na barra k no período t da curva cota-preço;
$\lambda_{t,k,s}$	Preço associado bloco de discretização s na barra k no período t da curva cota-preço;
A_i, B_i, C_i	Coefficientes da curva de custo do gerador termelétrico i ;

Variáveis

e_{tdnbw}^D	Potência consumida pelo bloco de energia n ofertado pelo consumidor d no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
e_{timbw}^{PT}	Potência produzida pelo bloco de energia m ofertado pela unidade i pertencentes a CGPT no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
e_{tiobw}^{PM}	Potência produzida pelo bloco de energia o ofertado pela unidade i pertencentes a CGMT no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
p_{tdnbw}^D	Potência consumida pelo consumidor d no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;

$p_{timb\omega}^{PT}$	Potência produzida pela unidade i pertencentes a CGPT no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
$p_{tiob\omega}^{PM}$	Potência produzida pela unidade i pertencentes a CGMT no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
$p_{tiob\omega}^G$	Potência produzida pela unidade i no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
$p_{tkb\omega}^C$	Potência total produzida pela CGPM no período t na barra k com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
$p_{tkb\omega}^O$	Potência total produzida pelos demais agentes no período t na barra k com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
$f_{tklb\omega}$	Fluxo de potência na linha de transmissão kl no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
$\theta_{tkb\omega}$	Ângulo de tensão na barra k no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
$v_{tib\omega}, y_{tib\omega}, z_{tib\omega}$	Variável binária que indica se a unidade i está ligada/teve ação de ligar/teve a ação de desligar no período t com a CGPM ofertando b blocos no leilão no cenário ω ;
c_{tk}	Cota da CGPM no período t na barra k ;
o_{tk}	Potência dos demais agentes no período t na barra k ;
α_{tks}	Variável binária que define qual passo s na barra k da curva cota-preço está ativo no período t ;
β_{tks}	Variável que representa o valor fracionário do bloco de discretização s na barra k no período t ;

4.3 Escolha dos blocos para construção das curvas

O SCCPN tem por base o método de construção da CCPO dado em (CABANA, 2019), sendo que a principal diferenciação se faz em relação a representação da rede de transmissão. Como dito anteriormente, as curvas do SCCPN fornecem estimativas de preços para cada barra do sistema, enquanto que a CCPO fornece um único preço para todo o sistema, sendo assim uma estimativa do preço médio. No modelo de construção da CCPO já apresentado em (3.22)-(3.29), para cada valor de potência total da CGPM submetido ao leilão do PEM, é obtido um novo valor de preço de equilíbrio de mercado,

sendo assim definido um par de valores potência/preço que definem as coordenadas (*locus*) de cada ponto da CCPO.

Para construção da CCPO para uma CGPM, é necessário considerar os blocos de lances de compra de energia dos consumidores, os blocos ofertas de venda de energia das outras companhias geradoras e um conjunto inicial de blocos de ofertas de venda de energia da própria CGPM, cuja CCPO se deseja construir. Destas três informações a única que a CGPM possui de forma determinística são os próprios blocos, como já apresentado na Seção 3.7. Assim, a CGPM não possui informação perfeita sobre quais serão os blocos que as unidades das demais companhias e os consumidores irão submeter ao leilão do dia seguinte. Dessa forma, existem incertezas associadas a estas informações, as quais necessitam ser tratadas no processo de construção das curvas cota-preço.

Para isso, sabe-se que as companhias mantêm bancos de dados atualizados com informações sobre os blocos submetidos em leilões de dias anteriores pelos outros agentes. Utilizando-se tais informações, é possível considerar cada conjunto de blocos de dias anteriores como um cenário possível de ofertas/lances destes agentes. Se a CGPM atribuir probabilidades de ocorrência a estes cenários, ela pode obter uma curva cota-preço esperada, dada pela esperança matemática de todos os possíveis cenários. Na seção a seguir, apresenta-se o modelo matemático detalhado para a construção das curvas do SCCPN.

4.4 Construção do sistema de curvas cota-preço nodais

No modelo de construção da CCPO apresentado em (3.22)-(3.29), para cada nova oferta iterativa de potência da CGPM, são registrados os valores de cota aceita no mercado e o preço de equilíbrio, sendo estes dois valores as coordenadas de cada ponto da CCPO. As CCPNs têm por base o mesmo método de construção. Todavia, como é considerada a rede de transmissão, para cada nova oferta da CGPM, são registrados $|K|$ preços de equilíbrios e $|K|$ valores de cotas da companhia, sendo K o conjunto de barras do sistema. Além disso, conforme já anteriormente discutido, são levadas em conta as incertezas das ofertas dos demais agentes de mercado, por meio de um conjunto de cenários plausíveis $\omega \in \Omega$ de ofertas e lances desses agentes. A partir desta consideração, as CCPNs que compõem o SCCPN passam a ser calculadas a partir de um modelo de otimização estocástico. Para a introdução destas duas novas características no modelo, são introduzidos também dois novos índices nas variáveis de otimização e também em alguns parâmetros do modelo, quais sejam: o índice k , relacionada à barra do sistema de transmissão, e o índice ω , relacionado aos cenários analisados. Outra observação importante sobre o modelo de construção do SCCPN é a representação detalhada, no processo de construção destas curvas, do sistema de transmissão e das principais restrições relacionadas às unidades de geração termelétrica, envolvendo rampas de partida, parada, descida e subida, bem como tempo mínimos de operação e desligamento.

A partir destas considerações, o modelo (4.1)–(4.16) utilizado para a obter o SCCPN, é sintetizado a seguir:

$$\begin{aligned} \max \sum_{t \in T} \sum_{b \in B} \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} & \left(\sum_{d \in D} \sum_{n \in N} \lambda_{tdn\omega}^D e_{tdnb\omega}^D - \sum_{i \in I^T} \sum_{m \in M} \lambda_{tim\omega}^{PT} e_{timb\omega}^{PT} - \right. \\ & \left. - \sum_{i \in I^M} \sum_{o \in BSM_{tib}} \lambda_{tio}^{PM} e_{tiob\omega}^{PM} - \sum_{i \in I} \left(C_i^{DW} z_{tib\omega} + C_i^{UP} y_{tib\omega} + C_i^F v_{tib\omega} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

s. a:

$$e_{tdnb\omega}^D \leq \bar{E}_{tdn\omega}^D, \quad \forall t \in T, \forall d \in D, \forall n \in N, \forall b \in B \quad (4.2)$$

$$e_{timb\omega}^{PT} \leq \bar{E}_{tim\omega}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T, \forall m \in M, \forall b \in B \quad (4.3)$$

$$e_{tiob\omega}^{PM} \leq \bar{E}_{tio}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^M, \forall o \in BSM_{tib}, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.4)$$

$$p_{tdb\omega}^D = \sum_{\forall n \in N} e_{tdnb\omega}^D, \quad \forall t \in T, \forall d \in D, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.5)$$

$$p_{tib\omega}^{PT} = \sum_{m \in M} e_{timb\omega}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.6)$$

$$p_{tib\omega}^{PM} = \sum_{o \in BSM_{tib}} e_{tiob\omega}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^M, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i \in M_k^{PT}} p_{tib\omega}^{PT} + \sum_{i \in M_k^{PM}} p_{tib\omega}^{PM} - \sum_{d \in M_k^D} p_{tdb\omega}^D - \sum_{l \in M_k^N} f_{tklb\omega} = 0, \\ \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega : \left(\lambda_{tkb\omega}^{CM} \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} f_{tklb\omega} = \left(\frac{G_{kl}^M (\theta_{tkb\omega} - \theta_{tlb\omega})^2}{2} - B_{kl}^M (\theta_{tkb\omega} - \theta_{tlb\omega}) \right), \\ \forall t \in T, \forall k \in K, \forall l \in M_k^N, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$-F_{kl}^{max} \leq f_{tklb\omega} \leq F_{kl}^{max}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall l \in M_k^N, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.10)$$

$$p_{tib\omega}^G = p_{tib\omega}^{PT}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.11)$$

$$p_{t(i+IT)b\omega}^G = p_{tib\omega}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I^M, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.12)$$

$$p_{tib\omega}^G \in \Pi_{tib\omega} \quad \forall t \in T, \forall i \in I^T, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.13)$$

$$p_{tkb\omega}^C = \sum_{i \in M_k^{PM}} p_{tib\omega}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.14)$$

$$p_{tkb\omega}^O = \sum_{i \in M_k^{PT}} p_{tib\omega}^{PT} - \sum_{d \in M_k^D} p_{tdb\omega}^D, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega \quad (4.15)$$

$$y_{tib\omega}, z_{tib\omega}, v_{tib\omega} \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T, \forall i \in I, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega. \quad (4.16)$$

A função objetivo (4.1) representa a maximização do valor esperado do bem comum, para cada conjunto de blocos b ofertados pela CGPM. O valor esperado (ou esperança matemática) do bem comum é obtido ponderando-se os valores de bem comum associados a cada cenário por sua respectiva probabilidade de ocorrência π_ω . Observa-se ainda na função de bem comum que os termos referentes aos blocos de ofertas da CGPM são separados dos blocos de ofertas da CGPT. A função objetivo também leva em conta os custos de partida, parada e operação de cada unidade geradora i e cada cenário ω .

Todas as restrições (4.2)–(4.15) do modelo são consideradas para cada período t , para cada conjunto de blocos b ofertados pela CGPM e para cada cenário ω . Desta forma, para simplificar a descrição deste conjunto de restrições, esta informação não será destacada, estando implícita. Além disso, também por simplicidade, considera-se que as demais unidades geradoras não pertencentes à CGPM pertencem a uma única CGPT.

As restrições (4.2)–(4.4) apresentam o limites dos blocos de ofertas/lances submetidos por cada consumidor, cada unidade geradora da CGPT e por cada unidade geradora da CGPM, respectivamente. É importante ressaltar que apenas o limite dado por \bar{E}_{tio}^{PM} não possui o índice de ω (i.e. é independente do cenário), pois a CGPM possui um conjunto inicial de blocos que serão ofertados, os quais não dependem do cenários.

As restrições (4.5)–(4.7) representam, respectivamente, a potência total consumida por cada consumidor, a potência total gerada por cada unidade geradora da CGPT e potência total gerada por cada unidade geradora da CGPM. Estas potências são calculadas, respectivamente, pela somatória dos blocos aceitos no leilão por cada um desses agentes.

A representação da rede de transmissão é considerada nas restrições (4.8)–(4.10). A restrição (4.8) corresponde ao balanço de potência em cada barra k do sistema. Para cada barra, a somatória das gerações das unidades da CGPM e da CGPT deve igualar a potência demandada somada aos fluxos de potência que saem desta barra para cada barra vizinha (i.e. diretamente conectada à barra k). A variável dual $(\lambda_{tkb\omega}^M)$ associada a esta restrição representa o preço de equilíbrio nodal. O fluxo de potência entre duas barras é determinado pela restrição (4.9) e seus limites são apresentados na restrição (4.10).

As restrições (4.11) e (4.12) foram acrescentadas ao modelo para agrupar as variáveis de geração das unidades da CGPT $(p_{tib\omega}^{PT})$ e das unidades da CGPM $(p_{tib\omega}^{PM})$ em uma única variável $(p_{tib\omega}^G)$, que exprime a geração de todas as unidades geradoras do sistema.

O modelo também considera as características físicas e operativas das unidades geradoras termelétricas, sendo estas representadas pela restrição (4.13), em que a potência

das unidades geradoras termelétricas deve estar na região de operação factível. O conjunto total de restrições está apresentado no Apêndice A.

Por fim, as restrições (4.14) e (4.15) definem, respectivamente, a potência total gerada pela CGPM em cada barra k do sistema e a potência dos demais agentes, também para cada barra do sistema, sendo esta última dada pela subtração da potência total gerada pelas unidades da CGPT menos a potência total demandada pelos consumidores. Desta forma, para cada conjunto de blocos ofertados b é encontrado um valor de potência total gerada pela CGPM, $p_{tkb\omega}^C$, e a potência total dos demais agentes, $p_{tkb\omega}^O$. Além disso, pela variável dual associada a restrição (4.8), para cada conjunto de blocos ofertados b também é encontrado um preço de equilíbrio para cada barra $\lambda_{tkb\omega}^{CM}$.

Como as variáveis $p_{tkb\omega}^C$, $p_{tkb\omega}^O$ e $\lambda_{tkb\omega}^{CM}$ são definidas para cada cenário ω , o modelo não calcula efetivamente uma decisão única para estas variáveis, mas um conjunto de decisões, i.e., uma decisão para cada cenário associado. Para que se obtenha uma decisão única para cada variável, é necessário calcular os valores esperados para estas variáveis. Mais uma vez, isso é feito ponderando-se cada uma destas decisões pelas respectivas probabilidades de ocorrência associadas a cada cenário. Assim, os valores de decisão únicos, respectivamente, para a potência gerada pela CGPM, a potência dos demais agentes e o preço de equilíbrio nodal são dados conforme descrito em (4.17), (4.18) e (4.19). Estes cálculos podem ser feitos após a resolução do modelo:

$$\hat{p}_{tkb}^C = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} p_{tkb\omega}^C, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B \quad (4.17)$$

$$\hat{p}_{tkb}^O = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} p_{tkb\omega}^O, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B \quad (4.18)$$

$$\hat{\lambda}_{tkb}^{MC} = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} \lambda_{tkb\omega}^{MC}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B. \quad (4.19)$$

Por fim, com os valores de \hat{p}_{tkb}^C , \hat{p}_{tkb}^O e $\hat{\lambda}_{tkb}^{MC}$ é possível construir as CCPNs que compõem o SCCPN. Uma grande inovação associadas às CCPNs, é que a mesma é tridimensional, diferentemente das curvas cota-preço atualmente descritas na literatura. Para cada conjunto de blocos ofertados b , é determinada a potência gerada pela CGPM em cada barra, a estimativa do preço de equilíbrio em cada barra e, por fim, a estimativa da potência gerada pelos demais agentes. Assim, o conceito de CCPN agrega uma dimensão de informação adicional às curvas cota-preço tradicionais, que envolve a estimativa das potências dos demais agentes no mercado. Um exemplo gráfico de uma CCPN é apresentado na Figura 4.2.

Como cada ponto da CCPN se refere a um leilão com uma quantidade de blocos ofertados pela CGPM, existe uma ligação entre todas as CCPNs construídas pela companhia, de modo que o primeiro ponto de todas as curvas é obtido, quando a companhia não ofertou nenhum bloco, o segundo ponto quando a companhia ofertou apenas um bloco, e

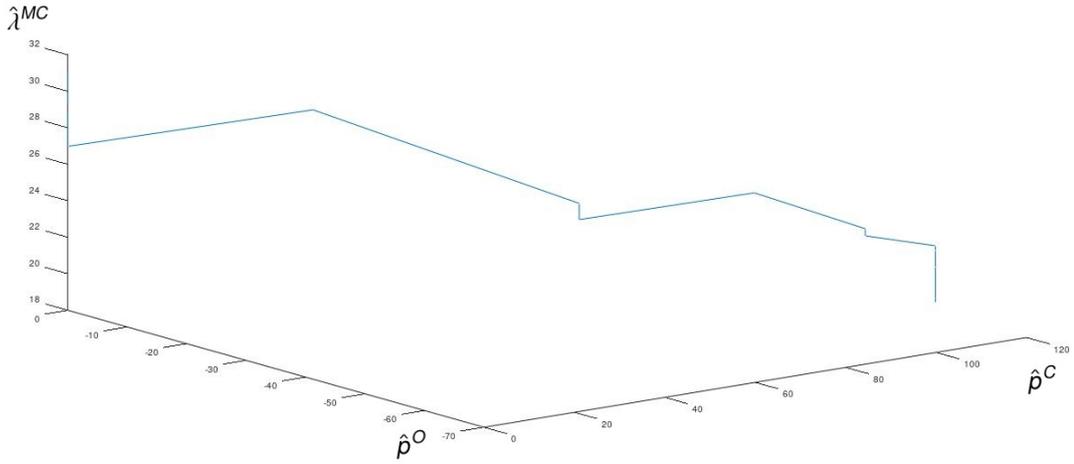


Figura 4.2 – Curva Cota Preço Nodal do SCCPN.

assim por diante. Por isso, cada CCPN não pode ser utilizada separadamente, e sim em conjunto, dentro de um sistema de curvas cota-preço. A maneira como as CCPNs atuam de forma conjuntas no SCCPN é apresentada na terceira etapa do COE, o modelo de AP.

4.5 Modelo de autoprodução

Pode-se utilizar qualquer modelo de autoprodução (AP) (como por exemplo, o modelo apresentado em (TORRE et al., 2002)) quando são utilizadas curvas cota-preços bidimensionais (e.g. a CDRT, a CCPO ou uma outra curva construída por algum outro método alternativo) como informação de entrada deste modelo de AP. Entretanto, para utilizar o SCCPN como parâmetro de entrada de um modelo de AP, é necessário propor um modelo de AP específico, que leve em conta as características tridimensionais deste sistema de curva. Assim, neste trabalho é proposto um modelo de AP específico para este fim, o qual é apresentado em (4.20)–(4.33):

$$\max \sum_{t \in T} \left(\sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \lambda_{tks} (\beta_{tks} + \alpha_{tks} C_{tks}^{min}) - \sum_{i \in I} A_i v_{ti} + B_i p_{ti}^G + C_i p_{ti}^{G^2} + C_i^{UP} y_{ti} + C_i^{DW} z_{ti} \right) \quad (4.20)$$

Sujeito a:

$$c_{tk} = \sum_{i \in M_k^I} p_{ti}^G, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (4.21)$$

$$o_{tk} = \sum_{s \in S} (\alpha_{tks} P_{tks}^{oth}), \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (4.22)$$

$$c_{tk} = \sum_{s \in S} (\beta_{tks} + \alpha_{tks} C_{tks}^{min}), \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (4.23)$$

$$0 \leq \beta_{tks} \leq \alpha_{tks} B_{tks}^{max}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall s \in S \quad (4.24)$$

$$\sum_{s \in S} \alpha_{tks} = 1, \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (4.25)$$

$$\alpha_{t1s} = \alpha_{tks}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall s \in S \quad (4.26)$$

$$p_{ti}^G \leq \bar{P}_i^G, \quad \forall t \in T, \forall i \in IM \quad (4.27)$$

$$p_{ti}^G \geq \underline{P}_i^G v_{ti}, \quad \forall t \in T, \forall i \in IM \quad (4.28)$$

$$c_{tk} + o_{tk} - \sum_{l \in M_k^N} f_{tkl} = 0, \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (4.29)$$

$$f_{tkl} = \left(\frac{G_{kl}^M (\theta_{tk} - \theta_{tl})^2}{2} - B_{kl}^M (\theta_{tk} - \theta_{tl}) \right), \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall l \in M_k^N \quad (4.30)$$

$$-F_{kl}^{max} \leq f_{tkl} \leq F_{kl}^{max}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall l \in M_k^N \quad (4.31)$$

$$p_{ti}^G \in \Pi_{ti}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I \quad (4.32)$$

$$y_{ti}, z_{ti}, v_{ti}, \alpha_{tks} \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall s \in S. \quad (4.33)$$

Como a CCPN é linear por partes decidiu-se fazer a discretização da mesma em s passos. Esta discretização é feita utilizando as constantes C_{tks}^{\min} e B_{tks}^{\max} , que são respectivamente a cota mínima de cada passo s da curva e o tamanho deste mesmo passo, e as variáveis β_{tks} e α_{tks} , que determinam o valor da cota ótima do passo s e qual passo s está ativo.

A função objetivo (4.20) consiste na maximização do lucro da CGPM. O termo $(\beta_{tks} + \alpha_{tks} C_{tks}^{\min})$ é a cota da companhia em cada barra k para cada período t e λ_{tks} é o preço de equilíbrio nodal em cada período e cada barra, de modo que a multiplicação dos dois termos representa a receita bruta. O termo $A_i v_{ti} + B_i p_{ti}^T + C_i p_{ti}^{T^2} + C_i^{UP} y_{ti} + C_i^{DW} z_{ti}$ exprime os custos de produção. Os três primeiros termos da soma se referem ao custo de operação em função da potência de saída, sendo que o principal fator de custos é o combustível, e a relação entre potência de saída e a entrada de combustível pode ser expressa por um função quadrática (GRAINGER, 1999). Os dois últimos termos do somatório se referem aos custos de partida e parada de uma unidade termelétrica. Desta forma, a subtração da receita bruta com os custos resulta na receita líquida, valor que o modelo de AP busca maximizar.

As restrições (4.21)-(4.26) são baseadas em (TORRE et al., 2002), em que a CCP é discretizada em passos s através programação linear inteira mista. A Figura 4.3 apresenta o esquema de discretização. É importante ressaltar que a curva proposta relaciona o preço de equilíbrio de mercado com a cota da companhia geradora e com a potência dos demais agentes. Entretanto, para facilitar o entendimento, na Figura 4.3, foi suprimida a dimensão referente à potência dos demais agentes.

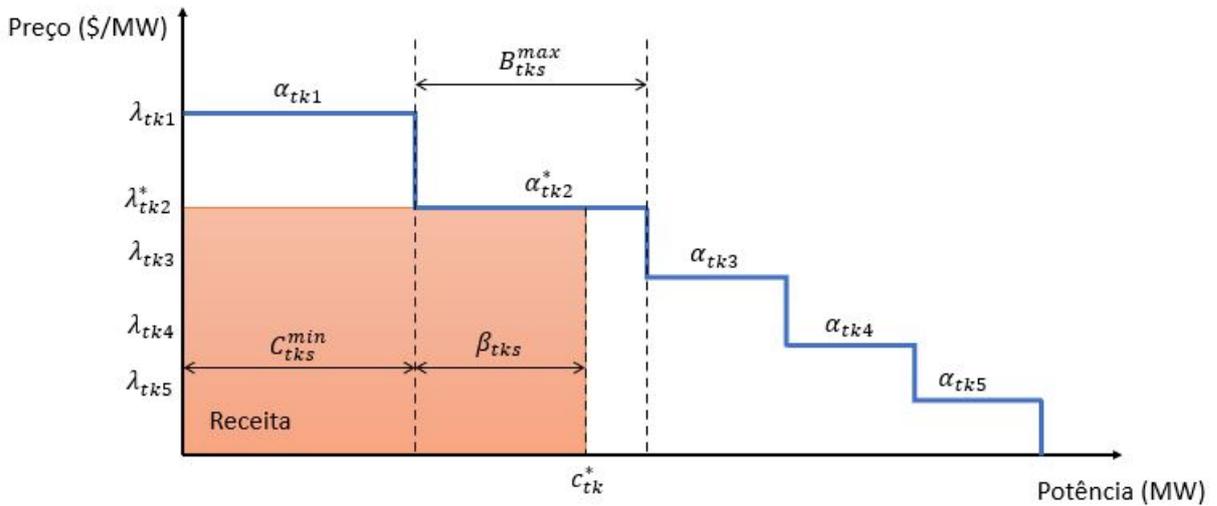


Figura 4.3 – Esquema de discretização da CCP.

A restrição (4.21) define que a cota aceita da companhia na barra k é igual a somatória das potências despachadas para as unidades de geração da companhia presentes naquela barra. As restrições (4.22) e (4.23) definem qual deve ser a potência dos demais agentes na barra k e a qual deve ser a cota da companhia na barra k , respectivamente.

Em cada passo s da curva, a potência na barra k varia entre C_{tk}^{\min} e $C_{tk}^{\min} + \beta_{tk} s$, e o valor de $\beta_{tk} s$, varia entre 0 e B_{tk}^{\max} , conforme destacado na Figura 4.3. Essas duas condições são apresentadas nas restrições (4.23) e (4.24).

A restrição (4.25) determina qual passo s apresenta a potência ótima de geração da CGPM. Como no SCCPN as CCPNs são construídas por simulação de leilões consecutivos, existe uma relação entre os passos de cada curva, de modo que é necessário escolher o mesmo passo s para todas as curvas CCPNs, pois isto significa estar escolhendo o mesmo leilão, e conseqüentemente o mesmo número de blocos ofertados pela CGPM. Esta situação é apresentada na restrição (4.26).

As restrições (4.27) e (4.28) impõem os limites de geração mínimo e máximos. As restrições (4.29)-(4.31) representam a rede de transmissão, de modo que a restrição (4.29) é o balanço de potência nodal, a restrição (4.30) apresenta o cálculo dos fluxos de potência nas linhas, enquanto a restrição (4.31) apresenta seus limites.

A representação da terceira dimensão na CCPN é necessária justamente pela equação (4.29). Para representar a rede de transmissão, é necessário considerar os fluxos

de potência entre as barras. A variação da potência das unidades geradoras da CGPM induz variações nas potências geradas pelas unidades da CGPT e na potência consumida, de modo que essas mudanças modificam diretamente os fluxos de potência entre as barras. Por isso, no modelo de construção do SCCPN, ao variar a quantidade de blocos ofertados, é calculado não apenas o preço de equilíbrio e a cota aceita pela companhia em cada leilão, mas também a potência gerada pela CGPT e a potência consumida. É válido ressaltar que para a CGPM não é necessário criar uma curva de 4 dimensões, separando a potência da CGPT e da demanda, pois na restrição (4.29) é considerado a potência dos demais agentes em uma única variável.

No modelo de AP também é necessário representar as características físicas e operativas das unidades termelétricas, como rampas de partida e parada e mínimos tempos de operação ou desligamento, sendo estas representadas pela restrição (4.32) e descritas de modo completo no Apêndice A.

O modelo de AP calcula a potência ótima de geração de cada unidade geração p_{ti}^G . Além disso, ele apresenta o preço de equilíbrio previsto para cada barra λ_{tks} e a estimativa do lucro da CGPM, sendo este o valor da função objetivo. A partir do valor de potência ótima determinada pelo modelo de AP, a companhia deve decidir quais devem ser os blocos que serão ofertados no leilão, para alcançar esta potência. Uma heurística para a definição das escolhas dos blocos a serem ofertados é apresentada na próxima seção.

4.6 Heurística para a escolha dos blocos ofertados

Como visto anteriormente, o modelo de AP apresenta a potência ótima e o valor estimado do preço de equilíbrio. Uma possível estratégia de ofertas de blocos seria ofertar um único bloco, com o valor da potência do bloco ser a potência ótima determinada no modelo de AP, com o preço do bloco ser o preço de equilíbrio estimado. Contudo esta estratégia possui um problema. Mesmo a construção do SCCPN considerando cenários com diversas possibilidades de ofertas e lances de blocos das demais companhias e das demandas é impossível determinar com exatidão quais serão os blocos submetidos ao leilão no dia seguinte pelos demais agentes. Caso os blocos ofertados pelos geradores da CGPT tenham preços inferiores ao preço estimado, a CGPM acabará não tendo nenhum bloco aceito no leilão.

Uma estratégia mais adequada consiste em construir uma curva de ofertas da CGPM, de modo a interceptar a CCP no ponto ótimo. Em Xu e Baldick (2007) é apresentada a derivada da curva de demanda residual com restrições de transmissão, em que os autores afirmam que na perspectiva da CGPM, na barra *slack*, o cruzamento da sua curva de ofertas de geração com a curva de demanda residual apresenta um ponto de equilíbrio. Com isto é possível adotar outra estratégia: definir um conjunto de blocos, de modo que a somatória das potências dos blocos seja o valor da cota da companhia determinada pelo

modelo de AP e o bloco com preço mais caro tenha o valor do preço de equilíbrio.

Todavia, partindo da definição apresentada em Torre et al. (2002), que a CCP relaciona o preço de equilíbrio de acordo com a cota que é aceita no leilão, então quaisquer conjuntos de blocos ofertados, em que a somatória da potência seja igual ao valor da potência ótima calculada pelo AP é um conjunto válido de blocos ofertados, desde que o preço dos blocos seja inferior ao preço estimado pelo modelo de AP, não necessariamente igual. A heurística da escolha dos blocos utilizado neste trabalho se baseia neste princípio e é apresentada em (4.34) e (4.35), sendo a primeira regra utilizada para determinar a potência dos blocos e a segunda utilizada para determinar o preço dos blocos.

$$E_{tio}^O = \begin{cases} \bar{E}_{tio}^{PM}, & \text{se } \sum_{x=1}^o \bar{E}_{tix}^{PM} - q_{ti}^* \leq 0 \\ \bar{E}_{tio}^{PM} - \left(\sum_{x=1}^o \bar{E}_{tix}^{PM} - q_{ti}^* \right), & \text{se } \sum_{x=1}^o \bar{E}_{tix}^{PM} - q_{ti}^* > 0 \text{ e } \sum_{x=1}^{o-1} \bar{E}_{tix}^{PM} \leq q_{ti}^* \\ 0, & \text{se } \sum_{x=1}^o \bar{E}_{tix}^{PM} - q_{ti}^* > 0 \text{ e } \sum_{x=1}^{o-1} \bar{E}_{tix}^{PM} > q_{ti}^* \end{cases} \quad (4.34)$$

$$\lambda_{tio}^O = \begin{cases} \lambda_{tio}^{PM}, & \text{se } \lambda_{tio}^{PM} \leq \lambda_t^* \\ \lambda_t^*, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.35)$$

Inicialmente, seja o par (q_{ti}^*, λ_t^*) , os valores de potência ótima e preço estimado calculados pelo modelo de AP, para cada unidade i e período t e o par $(\bar{E}_{tio}^{PM}, \lambda_{tio}^{PM})$ o conjunto de blocos $o \in O$ utilizado para a construção do SCCPN, para cada unidade i e período t . Por fim, sejam $(E_{tio}^O, \lambda_{tio}^O)$ a potência e preço dos blocos o da unidade i que serão ofertados no período t .

A ideia básica da regra (4.34) é a submissão ao leilão dos mesmos blocos de potência utilizados para construção do SCCPN, até o momento que a somatória da potência dos blocos seja igual a potência q_{ti}^* calculada pelo modelo de AP. A partir deste ponto, os blocos ofertados devem ter potência nula.

De modo similar, a regra (4.35) é a submissão ao leilão os mesmo blocos de preço utilizados para a construção do SCCPN. Caso o preço do bloco ofertado seja inferior ao preço λ_t^* , utiliza-se mesmo o valor do preço do bloco utilizado para a construção da curva. Caso seja superior, deve-se utilizar o próprio valor de λ_t^* .

4.7 Especificidades do sistema de curvas cota-preço nodais

O COE utilizando o SCCPN apresentado neste capítulo, e aqui denominado de COE-SCCPN, é capaz de considerar muitos aspectos de modelagem importantes para os mercados, quais sejam:

- Aspectos econômicos do leilão;
- Características físicas e operativas das unidades de geração;

- Representação da rede de transmissão;
- Incertezas nos lances dos consumidores e ofertas dos geradores das demais companhias;
- Ação da CGPM na determinação dos preços;

É possível contudo, realizar simplificações no modelo de COE de modo que este possa refletir situações mais simples (i.e. com menos informações para a tomada de decisão), mas que podem ocorrer em alguns mercados de energia reais. Um exemplo de simplificação que pode ocorrer em modelos de COE, em alguns mercados de energia, diz respeito às informações sobre as incertezas nas ofertas e lances dos demais agentes. Na operação prática dos mercados, tais informações possuem algum grau de incerteza inerente, uma vez que não é possível prever, de antemão e com certeza, quais serão estes valores para o mercado do dia seguinte. Além disso, dependendo da estrutura de cada mercado, as informações sobre as ofertas e lances dos demais agentes podem ou não estar disponíveis. Se tais informações estão disponíveis, então elas podem ser utilizados em um modelo de COE estocástico, que envolva a representação das incertezas nestas informações por meio de cenários. O tratamento destas incertezas é feito no modelo de COE-SCCPN, conforme já descrito. Por outro lado, se tais informações não estão disponíveis para os agentes, não é possível tratar as incertezas, de modo que é necessário trabalhar com um modelo de COE determinístico. Para esta situação, o modelo COE-SCCPN pode ser adaptado para refletir um modelo de COE determinístico, mais simples. Na seção 4.7.1 estas adaptações são discutidas.

Um outro exemplo importante de simplificação que pode ocorrer em modelos de COE, em alguns mercados de energia, diz respeito à representação do sistema de transmissão. Na literatura é possível identificar pelo menos três formas de representação da transmissão utilizadas em mercados de energia:

- i) A rede é completamente desprezada no leilão de energia. Neste caso, a restrição de balanço de potência em cada período garante que as potências geradas totais devem igualar as potências consumidas totais, de modo que ocorre um único preço de energia para cada período (dado pela variável dual associada a esta restrição);
- ii) Os congestionamentos na rede de transmissão são representados em detalhe, geralmente por meio de restrições lineares, porém o balanço de potência em cada período é feito como em i), ou seja, as potências geradas totais devem igualar as potências consumidas totais, de modo que, mais uma vez, ocorre um único preço de energia para cada período;
- iii) A rede de transmissão é representada de forma detalhada, com a representação de congestionamentos e o balanço de potência é feita em cada barra do sistema, de

modo que ocorrem preços nodais (dados pelas variáveis duais associadas às restrições de balanço em cada barra) em cada período.

No modelo COE-SCCPN, utiliza-se a forma mais representativa, em que a rede de transmissão é modelada como em iii). Modelos de COE que utilizam a CDRT, CCPO ou qualquer tipo de curva cota-preço que seja bidimensional, não são capazes de representar a rede de transmissão na sua forma detalhada como iii), sendo possível apenas a representação como em ii), pois relacionam a cota da companhia com um único preço de equilíbrio para todo o sistema. Na Seção 4.7.2 são apresentadas alterações do modelo de COE-SCCPN para que este utilize a forma detalhada em i), ou seja, um modelo de COE sem considerar a rede de transmissão.

4.7.1 COE - Representação determinística das ofertas e lances dos demais agentes

O modelo de COE-SCCPN, que adota uma representação inerentemente estocástica das incertezas associadas às ofertas e lances dos demais agentes, pode ser simplificado de modo a tratar estas informações de forma determinística. É importante destacar que o modelo de COE consiste em uma cadeia de modelos, conforme mostrado na Figura 4.1, que envolve a construção da curva cota-preço, um modelo de auto produção (AP) e uma heurística de definição dos blocos de ofertas. A forma de representação das incertezas associadas às ofertas e lances dos demais agentes pode afetar tanto o processo de construção da curva cota-preço, quanto a solução do modelo de AP. Assim, para tornar o modelo de COE-SCCPN determinístico, é preciso verificar a necessidade de propor alterações tanto no modelo de construção do sistemas de curvas cota-preço (SCCPN), dado em (4.1)–(4.15), quanto no seu modelo de AP, dado em (4.20)–(4.33).

No que diz respeito ao modelo de construção do SCCPN, para tornar este modelo determinístico, basta considerar o conjunto Ω contendo um único cenário ($|\Omega| = 1$). Além disso, as equações (4.17)–(4.19), utilizadas após a solução do problema de construção do SCCPN para o cálculo de decisões esperadas (i.e. as esperanças matemáticas para as variáveis $p_{tkb\omega}^C, p_{tkb\omega}^O$ e $\lambda_{tkb\omega}^{CM}$) não são mais necessárias, uma vez que as decisões calculadas para tais variáveis já serão únicas (i.e. calculadas para um único cenário).

No que diz respeito ao modelo de AP associado ao COE, é necessário verificar se há necessidade de adotar alterações neste modelo, de modo a tornar este modelo determinístico. Entretanto, como este modelo de AP utiliza como informação de entrada uma única curva cota-preço esperada (a qual já embute as informações estocásticas de um conjunto de curvas), não é necessário fazer nenhuma alteração neste modelo para que ele seja utilizado de forma determinística.

4.7.2 COE - Mercado com preço de equilíbrio único em cada período

Na Seção 4.7 foram descritas três formas de representação do sistema de transmissão que têm sido adotados em mercados de energia reais. Destacou-se que nas formas de representação i) e ii), o sistema de transmissão possui preços únicos para todo o sistema em cada período. Por outro lado, o modelo COE-SCCPN utiliza a representação iii), na qual os preços são diferentes para cada barra em cada período (preços nodais). Todavia é possível fazer algumas simplificações no modelo de COE-SCCPN de modo a considerar um mercado que adote uma estrutura de preço de equilíbrio único.

Para isso, mais uma vez é importante lembrar que o modelo de COE-SCCPN compreende uma cadeia de modelos, envolvendo a construção da curva cota-preço, um modelo de AP e uma heurística de definição dos blocos de ofertas. Assim, é necessário analisar as alterações necessárias em cada modelo para que, em cada período, o mercado tenha um único preço de equilíbrio para todo o sistema (como ocorre nas representações i) e ii) na Seção 4.7). Para adotar representações da transmissão como em i) e ii), é necessário alterar tanto o modelo de construção do sistemas de curvas cota-preço (SCCPN), dado em (4.1)–(4.15), quanto o seu modelo de AP, dado em (4.20)–(4.33).

No que diz respeito às alterações no modelo de SCCPN, a primeira alteração é simples, e consiste em considerar o conjunto de barras do sistema K contendo uma única barra ($|K| = 1$). Essa única alteração já é suficiente para que a variável dual associada à restrição (4.8) apresente um único preço de equilíbrio, conforme desejado. A segunda alteração no modelo de SCCPN consiste em desconsiderar a variável de fluxo de potência entre as barras $f_{tklb\omega}$, sempre que se deseje que o sistema de transmissão não seja representado. Isto pode ser feito de duas formas: a) anulando-se os limites de fluxo ($F_{kl}^{\max} = 0$), nas restrições (4.10), de modo que a variável $f_{tklb\omega}$ assumira sempre valor nulo, ou b) retirando-se a variável de fluxo $f_{tklb\omega}$ das restrições (4.8), retirando-se ainda do modelo as restrições (4.9) e (4.10). O modelo de SCCPN resultante destas alterações apresenta uma única curva cota-preço, conforme desejado, e não mais um conjunto de curvas nodais.

No que diz respeito às alterações no modelo de AP associado ao COE-SCCPN, dado em (4.20)–(4.33), são necessárias três alterações, sendo as duas primeiras análogas às descritas acima. Na primeira alteração, é necessário considerar, no modelo de AP, o conjunto de barras K , como possuindo uma única barra ($|K| = 1$). A segunda alteração consiste em desconsiderar, sempre que desejado, a variável de fluxo de potência $f_{tklb\omega}$, o que também pode ser feitos de duas maneiras: a) anulando-se o limite de fluxo ($F_{kl}^{\max} = 0$) nas restrições (4.31), ou b) retirando-se as equações (4.29)–(4.31) do modelo. A terceira alteração no modelo de AP está associada ao fato de que este modelo utiliza uma CCPN tridimensional (i.e. envolvendo cota, preço e injeção de potência dos demais agentes), de modo que é necessário proceder alterações de modo a reestruturar este modelo para utilizar uma curva bidimensional (i.e. envolvendo somente cota e preço). Para isso, deve-se então

desconsiderar a variável $o_{t,k}$, seja retirando a restrição (4.22), ou considerando como nulo o valor de P_{tks}^{oth} . Além disso, é necessário retirar a restrição (4.29), pois com o valor dos fluxos de potência das linhas de transmissão e a potência dos demais agentes sendo nulos, esta restrição irá impor que a cota da companhia deverá ser nula também.

Com todas estas alterações nas restrições, o modelo de AP é capaz de utilizar como informação de entrada não apenas a curva construída pelo modelo (4.1)–(4.15), mas qualquer curva cota-preço bidimensional.

É válido ressaltar que, caso se deseje ter um modelo de COE determinístico com mercado utilizando preço de equilíbrio único, é necessário utilizar as alterações propostas nas duas últimas seções em conjunto.

4.8 Modelos de COE utilizados para comparação

Neste trabalho, o modelo proposto para o cálculo de ofertas estratégicas por meio do sistemas de curvas cota-preço nodais (SCCPN), denominado de COE-SCCPN, é comparado a dois outros modelos de cálculo de ofertas estratégicas descritos na literatura, quais sejam: o modelo de COE que utiliza a curva de demanda residual tradicional (CRDT), aqui denominado de COE-CDRT e o modelo de COE que utiliza a curva cota-preço por otimização (CCPO), aqui denominado de COE-CCPO.

Cada um destes modelos de COE pode ser formulado de forma determinística/estocástica e ainda adotar esquemas de precificação por barra única ou nodal. O modelo de COE-CDRT, em suas versões determinística e estocástica, e com esquemas de precificação por barra única ou nodal, é descrito na Seção 4.8.1. O modelo de COE-CCPO, também em suas versões determinística e estocástica, e com esquemas de precificação por barra única ou nodal, é descrito na Seção 4.8.2.

4.8.1 Modelo de COE-CDRT

O modelo de COE-CDRT utiliza uma cadeia de modelos que evoluem as seguintes etapas: i) A construção da curva de demanda residual tradicional (CDRT), a qual é realizada sem auxílio de modelos de otimização, por meio da subtração entre a Curva de Geração Agregada (CGA) e a Curva de Demanda Agregada (CDA), ii) A utilização da curva de demanda residual dada em i) como entrada para a solução do modelo de auto produção (AP) e iii) a Utilização da solução do modelo de AP como entrada para uma heurística que define os blocos de ofertas a serem submetidos ao leilão. A seguir, são descritas versões deste modelo, utilizadas para fins de comparação, no capítulo de resultados, que envolvem suas formulações determinística/estocástica e com esquemas de precificação por barra única/preço nodal. Para isso, versões determinística/estocástica e com esquemas de precificação por barra única/preço nodal são analisadas para as etapas i) e ii) de construção do modelo. A etapa iii) é independente tanto no que diz respeito à

estocasticidade, quanto no que diz respeito aos esquemas de precificação, de modo que a mesma heurística é adotada nesta etapa em todas as versões.

4.8.1.1 Etapa 1 - Construção da CDRT

Na versão determinística da Etapa 1, que envolve de construção da CDRT, utilizam-se curvas únicas e pré-estabelecidas para a CGA e CDA associadas a um único dia de operação do mercado, desconsiderando outros cenários associados a tais curvas. Já na versão estocástica desta etapa, em que os agentes possuem vários cenários de ofertas/lances associadas a vários dias anteriores de operação do mercado, pode-se utilizar estabelecer a construção de uma curva esperada para a CDRT, obtida a partir dos valores cenários associados às ofertas/lances dos dias anteriores. Outra possibilidade seria ainda utilizar métodos de previsão de séries temporais, por exemplo, para determinar as ofertas/lances que serão utilizados para a construção da CDRT.

As versões barra única e com esquema de precificação nodal para a Etapa 1 são idênticas, uma vez que a representação da transmissão não afeta esta etapa do modelo COE-CDRT, a qual depende somente das curvas da CGA e CDA.

4.8.1.2 Etapa 2 - Modelo de AP

No modelo de COE-CDRT, a Etapa 2, que envolve a solução do modelo de AP, é realizada para uma única curva cota-preço de entrada, independentemente se ela foi obtida de forma determinística ou estocástica. Assim, as versões determinística e estocástica deste modelo de AP são idênticas.

Ao que se refere a representação da transmissão, o COE-CDRT possui duas formulações distintas, sendo possível desprezar completamente a mesma ou uma versão de barra única, (i.e. em que se considera um preço de equilíbrio único de mercado em cada período), sendo as representações i) e ii) descritas na Seção 4.7. Não é possível representar a rede de transmissão na forma mais detalhada pois a cada CDRT apresenta um preço de equilíbrio único para cada valor de cota. A versão do modelo de AP em que é desprezada a rede de transmissão é matematicamente descrita em (4.36)–(4.41):

$$\max \sum_{t \in T} \left(\sum_{s \in S} \lambda_{ts} (\beta_{ts} + \alpha_{ts} C_{ts}^{min}) - \sum_{i \in I} A_i v_{ti} + B_i p_{ti}^G + C_i p_{ti}^{G^2} \right) \quad (4.36)$$

Sujeito a:

$$c_t = \sum_{i \in I} p_{ti}^G, \quad \forall t \in T \quad (4.37)$$

$$c_t = \sum_{s \in S} (\beta_{ts} + \alpha_{ts} C_{ts}^{min}), \quad \forall t \in T \quad (4.38)$$

$$0 \leq \beta_{ts} \leq \alpha_{ts} B_{ts}^{max}, \quad \forall t \in T, \forall s \in S \quad (4.39)$$

$$\sum_{s \in S} \alpha_{ts} = 1, \quad \forall t \in T \quad (4.40)$$

$$p_{ti}^G \in \Gamma_{it}, \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (4.41)$$

Neste modelo, as restrições (4.37)–(4.40) estão relacionadas à representação da curva de demanda residual obtida na Etapa 1. Já a restrição (4.41) resume todas as restrições referentes aos aspectos físicos e operativos das unidades termelétricas, apresentadas em (A.2)–(A.17), de modo que a potência p_{ti}^G do gerador i precisa estar na região de operação $\Gamma_{it}, \forall i \in I, \forall t \in T$. Observa-se que o modelo (4.36)–(4.41) é equivalente ao modelo de AP (4.20)–(4.33) com as alterações sugeridas nas Seções 4.7.1 e 4.7.2.

Para a obtenção do modelo de AP, com representação da rede de transmissão com barra única, deve-se acrescentar ao modelo (4.36)–(4.41) as restrições (4.42)–(4.44), que detalham o balanço nodal e os fluxos na rede e transmissão, com seus respectivos limites:

$$\sum_{i \in M_k^{PM}} p_{ti}^{PM} + P_{tk}^{oth} - \sum_{l \in M_k^N} f_{tklbw} = 0, \quad \forall t \in T; \forall k \in K \quad (4.42)$$

$$f_{tkl} = \left(\frac{G_{kl}^M (\theta_{tk} - \theta_{tl})^2}{2} - B_{kl}^M (\theta_{tk} - \theta_{tl}) \right), \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall l \in M_k^N \quad (4.43)$$

$$-F_{kl}^{max} \leq f_{tkl} \leq F_{kl}^{max}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall l \in M_k^N. \quad (4.44)$$

Estas restrições são semelhantes às restrições (4.29)–(4.31). A diferença é que no modelo de AP para o SCCPN, utiliza-se a variável o_{tk} , que representa a injeção líquida de potência na barra k associada aos demais agentes de mercado. Já nas restrições (4.42)–(4.44), as injeções líquidas de potência P_{tk}^{oth} são constantes.

Torre, Contreras e Conejo (2004) afirmam que os valores de P_{tk}^{oth} podem ser considerados publicamente disponíveis antes da resolução do problema de otimização. Contudo, na prática, nem sempre é possível saber com exatidão qual a demanda em cada barra e a potência gerada pelas unidades da CGPT. Desta forma, uma maneira plausível de determinar o valor de P_{tk}^{oth} é simular um leilão, com os dados de ofertas da CGPM e CGPT e lances de vendas dos consumidores, considerados para construção da CDRT e SCCPN e calcular qual é a potência dos outros agentes para cada barra e período.

4.8.2 Modelo de COE-CCPO

O modelo de COE-CCPO utiliza uma cadeia de modelos que evoluem as seguintes etapas: i) A construção da curva cota-preço por otimização (CCPO), a qual é realizada por meio de uma sequência de modelos de otimização, que correspondem aos modelos de procedimento de equilíbrio (PEM), conforme já detalhado; ii) A utilização da curva cota-preço dada em i) como entrada para a solução do modelo de auto produção (AP) e iii)

a utilização da solução do modelo de AP como entrada para uma heurística que define os blocos de ofertas a serem submetidos ao leilão. A seguir, são descritas versões deste modelo, utilizadas para fins de comparação, no capítulo de resultados, que envolvem suas formulações determinística/estocástica e com esquemas de precificação por barra única/preço nodal. Para isso, versões determinística/estocástica e com esquemas de precificação por barra única/desprezando a rede de transmissão são analisadas para as etapas i) e ii) de construção do modelo. A etapa iii) é independente, tanto no que diz respeito à estocasticidade, quanto no que diz respeito aos esquemas de precificação, de modo que a mesma heurística é adotada nesta etapa em todas as versões.

4.8.2.1 Etapa 1 - Construção da CCPO

A Etapa 1 do modelo de COE-CCPO consiste em construir a curva cota-preço, o que é feito neste modelo, por meio de modelos de otimização, como proposto em (CABANA et al., 2022). Para a descrição da versão estocástica da Etapa 1 do modelo de COE-CCPO, pode-se partir do modelo de construção do sistema de curvas cota-preço (i.e. o modelo de SCCPN) descrito em (4.1)–(4.19), fazendo-se algumas modificações sobre este modelo.

Na primeira modificação, altera-se a restrição de atendimento de demanda (4.8) do modelo de SCCPN para a restrição dada em (4.45):

$$\sum_{k \in K} \left(\sum_{i \in M_k^{PT}} p_{tib\omega}^{PT} + \sum_{i \in M_k^{PM}} p_{tib\omega}^{PM} - \sum_{d \in M_k^D} p_{tdb\omega}^D - \sum_{l \in M_k^N} f_{tklb\omega} \right) = 0, \quad (4.45)$$

$$\forall t \in T, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega : (\lambda_{tb\omega}^{CM}).$$

Observa-se que no balanço de potência descrito em (4.45) considera-se a representação do sistema de transmissão por meio de barra única (descrita em ii) na Seção 4.7), a qual é utilizada por este modelo (CABANA et al., 2022). Neste tipo de modelagem para a transmissão, toda a geração e demanda do sistema estão localizados em uma única barra virtual. Mesmo com esta modelagem via barra única, ainda é possível considerar os fluxos de potências e seus limites existentes na rede de transmissão. Na segunda modificação para construir a versão estocástica do modelo de COE-CCPO, é preciso estabelecer uma única potência da companhia por período. Desta forma é necessário substituir a restrição (4.14) pela restrição (4.46) a seguir:

$$p_{tb\omega}^C = \sum_{k \in K} \sum_{i \in M_k^{PM}} p_{tib\omega}^{PM}, \quad \forall t \in T, \forall b \in B, \forall \omega \in \Omega. \quad (4.46)$$

Finalmente, a última alteração necessária à obtenção do modelo estocástico da Etapa 1 diz respeito às restrições referentes à potência dos demais agentes, que dão origem à terceira dimensão da curva, as quais devem ser omitidas no modelo da Etapa 1.

Com todas as alterações descritas acima, a versão estocástica do modelo da curva cota-preço utilizado na Etapa 1 do modelo COE-CCPO é dada conforme (4.47)–(4.50):

$$\max (4.1) \tag{4.47}$$

s.a:

$$(4.2) - (4.7) \tag{4.48}$$

$$(4.45), (4.46) \tag{4.49}$$

$$(4.10) - (4.15) \tag{4.50}$$

Desta forma, ao se comparar os modelos de COE-SCCPN e COE-CCPO, ambos irão diferir pela maneira que estes representam a rede de transmissão. Contudo para fazer a análise do COE-CCPO, quando este não representa a rede de transmissão (modelo i) apresentado na Seção 4.7), as alterações necessárias são as mesmas utilizadas pelo COE-SCCPN, apresentadas na Seção 4.7.2. Por fim, para se obter a versão determinística da Etapa 1, deve-se seguir as alterações apresentadas na Seção 4.7.1. Assim, os modelos de COE-CCPO e COE-SCCPN, seja determinístico ou estocástico, quando são formulados desprezando a rede de transmissão, são idênticos.

4.8.2.2 Etapa 2 - Modelo de AP

Na versão determinística do modelo de COE-CCPO, a Etapa 2, que envolve a solução do modelo de AP, é realizada para uma única curva cota-preço de entrada, independentemente se ela foi obtida de forma determinística ou estocástica. Assim, as versões determinística e estocástica deste modelo de AP são idênticas.

As versões barra única e sem representação da rede de transmissão para o modelo de AP do COE-CCPO possuem formulações distintas. A versão barra única do modelo de AP é matematicamente descrita em (4.36)–(4.41), enquanto que a versão com representação nodal acrescenta a este modelo, as restrições (4.42)–(4.44), que detalham o balanço nodal e os fluxos na rede e transmissão, com seus respectivos limite.

Assim sendo, todas as versões do modelo da Etapa 2 utilizado no modelo de COE-CCPO são idênticas às respectivas versões do modelo da Etapa 2 utilizado no modelo de COE-CDRT.

As comparações entre o modelo COE-SCCPN proposto neste trabalho, e os modelos COE-CDRT e COE-CCPO previamente propostos na literatura, são detalhadas no Capítulo 5, a seguir.

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1 Introdução

As companhias geradoras nos mercados de energia têm por objetivo a maximização de seus lucros e, para tanto, necessitam definir os blocos de preço/quantidade que serão ofertados no leilão para alcançar este objetivo. Como apresentado no Capítulo 3, existem diversos modelos para o cálculo de ofertas que as companhias geradoras podem utilizar, sendo que alguns são específicos para companhias do tipo *price-taker* (CGPT) e outros utilizados para companhias do tipo *price-maker* (CGPM).

Este trabalho propõe um modelo de Cálculo de Ofertas Estratégicas (COE) para uma CGPM utilizando um SCCPN, aqui denominado de modelo de COE-SCCPN, o qual considera um mercado de energia com preço de equilíbrio nodal, bem como as características físicas e operativas das unidades e as incertezas do mercado (associadas às ofertas e lances dos demais agentes). O modelo COE-SCCPN proposto é detalhado no Capítulo 4. Além disso, foram também descritas neste capítulo algumas especificidades do modelo COE proposto, de modo que, com algumas alterações, é possível obter modelos de COE determinísticos e/ou com preço de equilíbrio de mercado único (desprezando a representação da rede de transmissão) para o sistema em cada período. Foram descritos também no Capítulo 4 dois outros modelos de COE previamente propostos na literatura: i) o modelo de COE-CDRT que utiliza a curva de demanda residual tradicional e ii) o modelo COE-CCPO, que utiliza a curva cota-preço obtida por meio de um modelo de otimização. Mostrou-se que o modelo de COE-SCCPN consiste em uma generalização dos modelos COE-CDRT e COE-CCPO, os quais podem ser vistos como casos particulares do modelo de COE-SCCPN proposto. Finalmente, este capítulo descreve versões determinísticas/estocásticas para os modelos de COE-CDRT e COE-CCPO, bem como as suas respectivas versões quando são adotados esquemas de precificação por barra única ou desprezando a rede de transmissão.

Neste capítulo, o modelo COE-SCCPN proposto é comparados aos modelos COE-CDRT e COE-CCPO previamente descritos na literatura. Dentre as variáveis calculadas por estes modelos, são registrados os respectivos valores previstos para o lucro da companhia *price-maker*, o preço de equilíbrio de mercado e a geração efetivamente despachada para cada unidade da companhia *price-maker* (cota da companhia). As decisões calculadas por cada um dos modelos são submetidas a leilões de energia, os quais calculam os valores “reais” para o lucro da companhia *price-maker*, o preço de equilíbrio de mercado e a geração efetivamente despachada para cada unidade da companhia *price-maker* (cota). Comparando-se os valores previstos pelos modelos com os valores reais obtidos pelos leilões, é possível calcular os erros de cada um dos modelos, avaliando-se as suas respectivas

precisões.

Foram estabelecidos vários estudos de caso, de modo a analisar situações reais em que os modelos de COE são formulados como problemas de otimização determinísticos ou estocástico, bem como situações em que o mercado adota um esquema de preços único para o sistema em cada período, não considerando a rede de transmissão, ou um esquema de preços nodais diferentes para cada barra em cada período.

A Seção 5.2 apresenta os sistemas utilizados para a realização dos estudos de caso, descreve a metodologia de avaliação dos modelos de COE e descreve, de forma sintética, a estrutura geral adotada para os estudos de casos realizados. A Seção 5.3 apresenta os dados de dimensões computacionais relacionados aos modelos, envolvendo número de restrições e número de variáveis. Na Seção 5.4 apresentam-se os resultados para os modelos propriamente ditos, onde são avaliados os erros associados a cada modelo e para cada caso, no que diz respeito aos valores previstos para os lucros, preço de equilíbrio de mercado e cota efetivamente aceita no leilão.

5.2 Metodologia de comparação e estudos de caso

Para este trabalho foram considerado dois sistemas elétricos de potência. O primeiro sistema possui 12 unidades geradoras termelétricas, em que 7 pertencem a CGPM e 5 pertencem a CGPT, e 17 consumidores. Os geradores e os consumidores estão distribuídos em 24 barras, em que são realizados leilões horários em um período de 24 horas. O segundo sistema possui 2 CGPMs, com 9 e 7 unidades geradoras termelétricas para cada companhia, respectivamente, e 1 CGPT, com 8 unidades geradoras termelétricas. Estes 24 geradores estão distribuídos em um sistema de 48 barras.

Os dados da rede de transmissão foram retirados de Grigg et al. (1999) e são apresentados no Apêndice B. Além disso, como a restrição que determina o fluxo de potência entre duas barras envolve um termo quadrático, foi utilizado um processo de linearização, baseado em (PEREIRA, 2017; BREGADIOLI, 2015; MOTTO et al., 2002), em que é discretizada a curva em partes lineares, pois o *software* utilizado para resolução dos problemas tem como *solver* o CPLEX, para programação linear inteira mista. Ademais, os dados referentes as características físicas e operativas das unidades termelétricas foram retirados de (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010; MALIK; CORY, 1997; LIU; ZHU; JIANG, 2018) e são apresentados no Apêndice C. Por fim os dados dos blocos de ofertas e lances utilizados para as construções das curvas cota-preço podem ser encontrados em (CABANA, 2022), sendo alguns destes apresentados no Apêndice D.

A metodologia que permite a comparação entre os modelos de COE avaliados neste trabalho é apresentada na Figura 5.1.

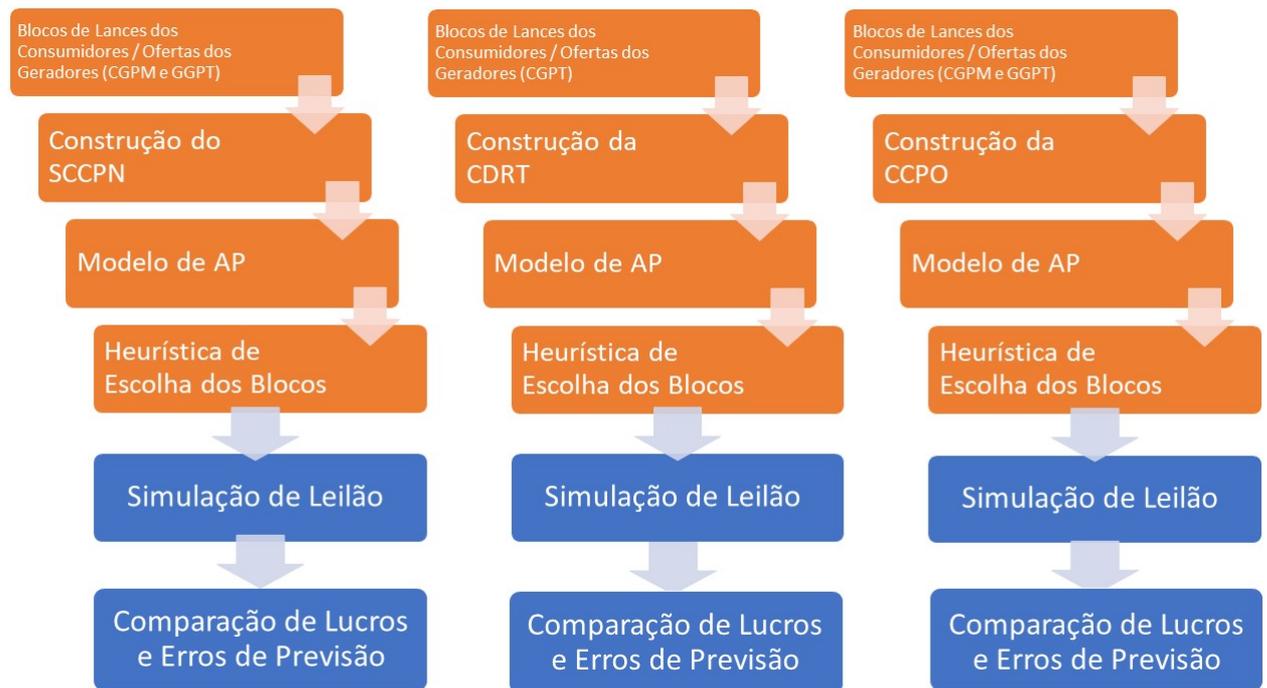


Figura 5.1 – Esquema de Comparação entre os modelos de COE.

As etapas iniciais dos métodos, destacadas em quadros de cor laranja na Figura 5.1, envolvem os processos para a construção dos modelos de COE. Este processo de construção dos modelos se inicia com a escolha dos blocos de ofertas para construção das curvas, sendo que os blocos utilizados para os lances dos consumidores e ofertas dos geradores da CGPT serão os mesmos para os três problemas de COE. A segunda etapa dos processos de construção dos modelos envolve os cálculos das curvas de demanda residual ou da curva cota preço, dependendo do modelo. A terceira etapa dos processos de construção dos modelos de COE consiste na solução dos modelos de AP. Modelos de AP específicos são utilizados em cada modelo de COE, conforme já descrito no Capítulo 4. A última etapa de construção dos modelos de COE é a heurística para a escolha dos blocos. Esta heurística será a mesma para os três problemas de COE, a qual é descrita em (4.34)–(4.35). Como cada modelo de AP apresenta uma potência ótima para cada unidade e uma estimativa de preço de equilíbrio, a heurística irá definir os blocos a serem ofertados, de modo que a somatória da potência desses blocos seja aquela determinada pelo modelo de AP. Para tanto, os dois modelos terão a mesma base de ofertas da própria companhia para a determinação da escolha final dos blocos no leilão.

Com os blocos definidos por cada um dos modelos de COE, são realizadas simulações de leilões, em que os lances dos consumidores e a ofertas da CGPT serão os mesmos para os 3 tipos de COE, variando apenas os blocos ofertados pela própria CGPM, sendo cada um determinado pelo seu COE específico. Com os resultados do leilão são realizadas as comparações entre os lucros obtidos e os lucros reais e calculados os erros de previsão.

Para realizar esta comparação entre o COE-SCCPN, COE-CCPO e COE-CDRT, foram definidos alguns casos de estudos, os quais estão sintetizados na Tabela 5.1. Na tabela, são destacados o número de *price makers*, o sistema estudado, a forma de tratamento de incertezas por meio de modelos de COE determinístico ou estocástico, e o tipo de precificação adotado pelo mercado, que pode envolver preços únicos para todo o sistema em cada período (precificação única), preços nodais diferentes para cada barra em cada período (precificação nodal). Destaca-se que os casos estocásticos envolvendo o sistema e 48 barras e duas companhias *price-maker* não estão representados na tabela, dada a dimensão destes problemas e dificuldade de memória de computação para o cálculo e armazenamento das informações nestes casos.

Tabela 5.1 – Estrutura geral dos estudos de caso investigados.

Caso	# <i>price-makers</i>	Sistema	Determinístico/Estocástico	Precificação
1	1	IEEE 24 barras	Determinístico	única
2	1	IEEE 24 barras	Determinístico	nodal
3	1	IEEE 24 barras	Estocástico	única
4	1	IEEE 24 barras	Estocástico	nodal
5	2	IEEE 48 barras	Determinístico	única
6	2	IEEE 48 barras	Determinístico	nodal

Os detalhes dos estudos de caso são descritos nas seções a seguir.

5.2.1 Caso 1 - Cálculo de ofertas estratégicas determinístico com preço de equilíbrio único com 1 companhia geradora *price-maker*

Neste caso, a rede de transmissão é desprezada em todos os modelos de COE. Assim sendo, o modelo de COE-SCCPN se torna equivalente ao modelo de COE-CCPO, em que é gerada uma única curva cota-preço, que de forma semelhante à CDRT, possui apenas 2 dimensões (cota e preço de equilíbrio). Desta forma, o modelo de AP utilizado para os três problemas de COE será o mesmo. Além disso, para verificar o efeito da partição dos blocos na construção da matriz BSM (*Block Sorting Matrix*), foram construídas 2 tipos de curva cota-preço por otimização, uma em que os blocos para de construção da curva não foram particionados, e uma segunda em que este blocos foram particionados ao meio.

O leilão utilizado é o mesmo que o descrito em (2.7)–(A.17), em que são consideradas as mesmas ofertas da CGPT e lances dos consumidores, que foram utilizados para a construção das curvas. Esta situação deve apresentar o melhor resultado possível para todos os problemas de COE, todavia, esta situação “perfeita” é irreal, pois é impossível prever com exatidão o comportamento dos demais agentes de mercado.

5.2.2 Caso 2 - Cálculo de ofertas estratégicas determinístico com preço de equilíbrio nodal com 1 companhia geradora *price-maker*

O caso 2 se assemelha ao caso 1, com a diferença que agora é considerada a rede de transmissão, ou seja, o mercado de energia utiliza preço de equilíbrio nodal. Neste caso, o modelo de COE-SCCPN apresentará uma CCPN para cada barra, diferenciando-se do COE-CCPO.

Os blocos utilizados para construção do SCCPN são os mesmos utilizados para a construção da CDRT e CCPO. Nesta situação o modelo de AP irá variar para cada uma das curvas. O modelo de AP do COE-SCCPN para este caso, será o modelo completo (4.1)–(4.19), apresentado no capítulo anterior, sendo que este é capaz de receber o SCCPN com uma CCPN tridimensional para cada barra. Já o modelo de AP utilizado pela CDRT e pela CCPO é o apresentado em (4.36)–(4.41) na Seção 4.8.1. De modo semelhante ao caso 1, verificou-se a influência de particionar os blocos para a obtenção da BSM. Neste caso, serão feitos estudos do COE-CCPO com 2 curvas diferentes, e o cálculo do COE-SCCPN, com 2 conjuntos de CCPNs diferentes.

Por fim, o modelo de leilão utilizado é o apresentado em (2.7)–(2.12) (eliminando-se a restrição (2.6)). Novamente, de forma semelhante ao Caso 1, os blocos dos consumidores e das unidades da CGPT serão os mesmos que foram considerados para a criação das curvas.

5.2.3 Caso 3 - Cálculo de ofertas estratégicas estocástico com preço de equilíbrio único com 1 companhia geradora *price-maker*

Para o caso 3 são consideradas as incertezas nas ofertas e lances dos demais agentes. A partir do conjunto de dados de ofertas da CGPT e lances dos consumidores utilizado no caso determinístico, foi gerado, utilizando a simulação de Monte Carlo, um banco de dados de 5 dias de dados aleatórios, com uma distribuição uniforme tendo uma variação máxima de 5% do conjunto de dados dos blocos iniciais. O banco de dados dos blocos referentes a 5 dias pode ser encontrado em (CABANA, 2022). Em uma situação real, a CGPM é capaz de construir qualquer CCP utilizando informações do comportamento dos concorrentes de leilões anteriores (CONEJO et al., 2002).

Novamente, como no Caso 1, os modelos COE-SCCPN e COE-CCPO são equivalente, de modo que utilizando os dados dos 5 dias, deve-se gerar uma única curva cota-preço estocástica. Já a CDRT não é capaz de considerar os dados de 5 dias, sendo necessário realizar uma etapa anterior à escolha dos blocos de modo a definir os blocos a serem utilizados. Neste trabalho, decidiu-se adotar a média dos blocos desses 5 dias, pois os dados foram gerados com uma distribuição uniforme.

De modo semelhante ao Caso 1, o modelo de AP e a heurística para a escolha dos blocos serão os mesmas para todos os problemas de COE. Para o leilão, onde são

comparados os resultados, novamente foi utilizada a simulação de Monte Carlo, para gerar os blocos que são submetidos ao leilão pelos demais agentes geradores. Foram gerados dados aleatórios relacionados às ofertas e lances dos demais agentes para 20 leilões diferentes, tendo sido necessário, portanto, analisar a média de erros para esses leilões.

5.2.4 Caso 4 - Cálculo de ofertas estratégicas estocástico com preço de equilíbrio nodal com 1 companhia geradora *price-maker*

Este é o caso em que o COE-SCCPN, proposto no Capítulo 4, é utilizado com todas as suas características. De forma similar ao caso 3, os cenários com ofertas e lances dos demais agentes foram obtidos por simulação de Monte Carlo, a fim de se obter dados referentes a 5 dias. Também foram considerados dados de blocos diferentes para 20 leilões, a fim de se determinar um resultado médio. Os blocos para construção das curvas e os blocos utilizados para simulação dos leilões são exatamente os mesmos do caso 3. Contudo, diferentemente do caso anterior, o COE-SCCPN não é equivalente ao COE-CCPO.

A construção da CDRT é feita de modo similar ao Caso 3, em que é necessário uma etapa prévia, para determinar os blocos médios que serão utilizados. O modelo de AP para os modelos COE-CDRT e COE-CCPO e o modelo de leilão utilizados são os mesmos do Caso 2, em que é considerada a rede de transmissão.

5.2.5 Caso 5 - Cálculo de ofertas estratégicas determinístico com preço de equilíbrio único com 2 companhias geradoras *price-maker*

Todas os casos anteriores foram realizados considerando um sistema com apenas uma CGPM e uma CGPT. Conejo et al. (2002) afirmam que em um mercado onde várias CGPM competem, a precisão das curvas cota-preço pode se deteriorar. Para verificar o quanto a precisão destas curva se degrada, são propostos 2 novos casos (5 e 6), em que existem duas companhias *price-maker* e uma companhia *price-taker*.

O Caso 5, em que ocorre um mercado com preço de equilíbrio único em uma situação determinística para o sistema IEEE de 48 barras e com duas companhias *price-maker*, apresenta modelos de COE idênticos àqueles utilizados para o Caso 1. Assim, os modelos de construção das curvas cota-preço, os modelos de AP e o modelo de leilão são também os mesmos descritos no Caso 1.

5.2.6 Caso 6 - Cálculo de ofertas estratégicas determinístico com preço de equilíbrio nodal com 2 companhias geradoras *price-maker*

Por fim, o sexto e último caso apresenta uma situação em que as ofertas e lances dos demais agentes é representada de forma determinística, com duas CGPMs em um mercado com preços nodais para o sistema IEEE de 48 barras. Os modelos de COE são os

mesmos já apresentados para o Caso 2, de modo que os modelos de construção das curvas cota-preço, os modelos de AP e o modelo de leilão são também os mesmos descritos no Caso 2.

5.2.7 Comparação de resultados

A última etapa apresentada na Figura 5.1 consiste na comparação dos valores previstos pelos modelos de COE com os valores “reais” obtidos pela simulação das decisões calculadas pelos modelos de COE nos respectivos modelos de leilão. Essa comparação visa analisar os erros de previsão dos modelos de COE associados às seguintes variáveis: os lucros da companhia *price-maker*, os preços de equilíbrio de mercado e as cotas aceitas pela companhia *price-maker*.

Contudo, cada um dos casos apresentados possui a sua particularidade, seja precificação única ou nodal, determinístico ou estocástico. Com isso se faz necessário determinar cálculos de erros diferentes para cada caso. Estes cálculos são apresentados de forma detalhada no Apêndice E.

Nas próximas seções, são apresentados os resultados dos testes numéricos dos estudos de caso. Informações envolvendo a dimensão dos problemas de otimização são descritas na Seção 5.3, enquanto a comparação entre os modelos é descrita na Seção 5.4.

5.3 Dimensão dos Modelos de COE

Para resolução dos modelos de otimização apresentados neste trabalho foi utilizado o *software* IBM ILOG-CPLEX *Optimization Studio*, versão 12.10.0. A construção da CDRT, por ser feita por meio de um processo de subtração de curvas, foi feita através do *software* Octave, versão 5.2.0. Por fim, todos os programas foram executados em um computador com processador AMD Rayzen 5 2500U de 2.0 GHz, com 20 GB de memória RAM. Os dados de dimensão numérica envolvem o tamanho dos modelos de otimização resolvidos, envolvendo a quantidade de restrições e variáveis destes modelos. Estes dados são mostrados a seguir, para cada um dos casos.

5.3.1 Número de restrições

Nas Tabelas 5.2 e 5.3 a seguir são apresentados o número de restrições presentes nos modelos utilizados nos COEs do estudo de caso. A primeira tabela se refere aos casos 1 a 4, enquanto a segunda tabela se refere aos casos 5 e 6. Como nestes dois últimos casos é abordada a situação com 2 companhias *price-maker*, e cada companhia utiliza o mesmo problema de COE, a quantidade de restrições utilizadas pelos modelos de cada companhia é apresentada em uma coluna diferente. Por simplicidade denominamos por Caso5-PM1, a quantidade de restrições presentes nos modelos de COE utilizado pela

companhia *price-maker* 1, e Caso 5-PM2, o número de restrições referente a companhia *price-maker* 2. Esta nomenclatura é utilizada de modo semelhante para o Caso 6, e também utilizado nas tabelas referentes ao número de variáveis, na seção seguinte.

Ademais, os modelos de COE-SCCPN e COE-CCPO utilizam dois modelos de otimização, o primeiro para a construção do SCCPN e da CCPO e o segundo é o modelo de AP, sendo que o número de restrições destes dois modelos é apresentado nas tabelas, já o COE-CDRT utiliza apenas o modelo de AP. Por fim, ambos os problemas de COE submetem os blocos a um modelo de PEM. Como o leilão é o mesmo para todos os modelos de COE, o número de restrições é o mesmo, sendo este valor apresentado na última linha das duas tabelas.

Modelo	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
SCCPN-P1	184.266	754.290	918.546	3.804.858
AP-P1	2.261	86.885	2.261	87.053
SCCPN-P2	381.330	1.501.722	x	x
AP-P2	2.933	151.397	x	x
CCPO-P1	184.266	706.146	918.546	3.525.066
AP-P1	2.261	20.813	2.261	20.813
CCPO-P2	381.330	1.406.538	x	x
AP-P2	2.933	21.485	x	x
AP-CDRT	3.341	21.893	3.461	22.013
Leilão	6.090	24.618	6.090	24.618

Tabela 5.2 – Número de restrições para os casos 1 a 4

Modelo	Caso 5 - PM1	Caso 5 - PM2	Caso 6 - PM1	Caso 6 - PM2
SCCPN	477.300	376.884	1.991.340	1.563.564
AP	2.884	2.260	211.108	173.812
CCPO	477.300	376.884	1.866.396	1.465.884
AP	2.884	2.260	41.548	40.924
AP-CDRT	3.988	3.484	42.652	42.148
Leilão	15.156		50.796	

Tabela 5.3 – Número de restrições para os casos 5 e 6

Como nos casos 1, 3 e 5, é considerado um sistema com preço de equilíbrio único para o mercado, o problema de COE-SCCPN é equivalente ao problema de COE-CCPO. Desta forma o número de restrições e o número de variáveis, que veremos a seguir, será o mesmo entre estes problemas nestes casos específicos. Nos casos 1 e 2, foi elaborado a BSM de duas formas, uma com os blocos sendo ofertados por inteiro e outra sendo particionado em duas partes. Ao comparar a quantidade de restrições do Modelo SCCPN-P2 é um pouco mais que o dobro que modelo SCCPN-P1. Na próxima seção será apresentado os resultados, mostrando o efeito nos resultados aos se particionar os blocos para a BSM. Todavia, neste

momento já é possível observar o efeito na quantidade de restrições existentes ao variar o particionamento na BSM.

No problema de COE-SCCPN é possível observar que nos casos 3 e 4 o número de restrições é em torno de 5 vezes maior que a quantidade de restrição nos casos 1 e 2. Este valor é devido a quantidade cenários utilizados, pois os casos 3 e 4 são consideradas incertezas, tendo assim curvas estocásticas. De um modo geral, a quantidade de restrições dos modelos de AP é abaixo, sendo próximas a quantidade de restrições do modelo de leilão, sendo que os únicos casos que isso varia são dos modelos de AP utilizados pelo COE-SCCPN, pois estes utilizam o SCCPN. É importante ressaltar que nos casos em que é representada a rede de transmissão e que o mercado possui preço de equilíbrio nodal a quantidade de restrições dos modelos de AP e leilão é maior.

Ao analisar a Tabela 5.3 é verificado que a quantidade de restrições dos modelos utilizados entre as companhias *price-maker* 1 e 2 não varia muito. Além disso, a tendência de aumento na quantidade de variáveis do caso 5 para o caso 6 é similar aos casos 1 e 2. Por fim é válido observar que o modelo de construção da SCCPN no caso 4, possui 3.804.858 restrições, mostrando que este é um modelo de um porte maior.

5.3.2 Número de variáveis

As Tabelas 5.4 e 5.5 apresentam o número de variáveis utilizadas nos modelos, sendo que os números entre parênteses indicam o quanto destas variáveis são inteiras. A estrutura das tabelas segue o mesmo padrão apresentado nas Tabelas 5.2 e 5.3, respectivamente.

Modelo	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
SCCPN-P1	133.632(25.056)	609.000(25.056)	665.376(125.280)	3.078.408(125.280)
AP-P1	2040(1.176)	49.334(16.632)	2.040(1.176)	49.334(16.632)
SCCPN-P2	281.808(49.248)	1.216.152(49.248)	x	x
AP-P2	3.384(1.848)	81.600(32.760)	x	x
CCPO-P1	133.632(25.056)	576.864(25.056)	665.376(125.280)	2.878.656(125.280)
AP-P1	2.040(1.176)	17.304(1.176)	2.040(1.176)	17.304(1.176)
CCPO-P2	281.808(49.248)	1.153.532(49.248)	x	x
AP-P2	3.384(1.848)	18.648(1.848)	x	x
AP-CDRT	4.200(2.256)	19.464(2.256)	4.440(2.376)	19.704(2.376)
Leilão	4.344(864)	19.608(864)	4.344(864)	19.608(864)

Tabela 5.4 – Número de variáveis para os casos 1 a 4

As observações realizadas com as Tabelas 5.2 e 5.3 também podem ser feitas de modo análogo para as Tabelas 5.4 e 5.5. Para os modelos de construção de curvas, AP e leilão a inserção das restrições referentes à rede de transmissão aumenta o número de variáveis. Os casos 3 e 4, por considerar as incertezas, têm quantidades de variáveis em nível alto, aproximadamente (cinco vezes mais que os casos 1 e 2) devido à quantidade de cenários tratados. Os modelos de AP dos modelos de COE-SCCPN possuem mais

Modelo	Caso 5 - PM1	Caso 5 - PM2	Caso 6 - PM1	Caso 6 - PM2
SCCPN	348.984(63.936)	276.312(50.112)	1.610.832(63.936)	1.265.328(50.112)
AP	2.616(1.512)	2.040(1.176)	117.936(42.120)	99.312(32.760)
CCPO	348.984(63.936)	276.312(50.112)	1.527.624(63.936)	1.200.360(50.112)
AP	2.616(1.512)	2.040(1.176)	34.440(1.512)	33.864(1.176)
AP-CDRT	4.824(2.616)	4.488(2.400)	36648(2616)	36312(2400)
Leilão	8.688(1.728)		40.512(1.728)	

Tabela 5.5 – Número de variáveis para os casos 5 e 6

variáveis que os modelos de AP dos modelos de COE-CCPO e COE-CDRT, por considerar o SCCPN. Além disso, a quantidade de variáveis dos casos 5 e 6 é similar a quantidade de variáveis dos casos 1 e 2.

Por fim, o modelo de construção do SCCPN do caso 4, possui um alto número de variáveis, 3.078.408, sendo 125.280 variáveis binárias, mostrando a grande dimensão do problema.

5.3.3 Tempo Computacional

Nas Tabelas 5.6 e 5.7 são apresentados os tempos computacionais dos modelos. É importante ressaltar os valores não são exatos, pois o tempo apresentado nas tabelas engloba o tempo de carregamento de dados, de solução, impressão dos resultados e outros. Além disso, para alguns modelos não foi contabilizado o tempo de impressão de resultados, pela grande quantidade de dados. Desta forma, as tabelas a seguir tem por função apenas desenvolver uma compreensão da base de tempo necessária para a solução dos modelos.

Modelo	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
SCCPN-P1	42s	32min 51s	40min 38s	1h 35min
AP-P1	12s	22s	8s	56s
SCCPN-P2	58s	31min 28s	x	x
AP-P2	18s	53s	x	x
CCPO-P1	42s	19min 38s	40min 38s	48min 0s
AP-P1	12s	1min 44s	8s	1min 24s
CCPO-P2	58s	25min 19s	x	x
AP-P2	18s	2min 09s	x	x
AP-CDRT	10s	42s	10s	52s
Leilão	12s	36s	9s	38s

Tabela 5.6 – Tempo computacional para os casos 1 a 4

Em todos os modelos de otimização utilizados neste trabalho, buscou-se encontrar a solução na otimalidade, de modo que o *GAP* de integralidade fosse nulo. Entretanto, em alguns modelos específicos isto não foi possível, por problema de limitação de memória de execução de programa. Os modelos e os valores de *GAP* não nulos utilizados para obter as soluções são itemizados a seguir os demais valores de *GAP* foram nulos.

Modelo	Caso 5 - PM1	Caso 5 - PM2	Caso 6 - PM1	Caso 6 - PM2
SCCPN	2min 04s	1min 28s	1h 12min	1h 42min*
AP	1min 42s	58s	3min 20s	18min 34s
CCPO	2min 04s	1min 28s	27min 55s	55min 57s
AP	1min 42s	58s	59min 34s	25min 31s
AP-CDRT	1min 37s	1min 02s	3min 09s	41s
Leilão	15s		1min 46s	

Tabela 5.7 – Tempo computacional para os casos 5 e 6

*Valor com *GAP* de 0,01%, contudo os resultados foram *GAP* nulo

- Caso 2: Modelo de AP, do COE-CCPO em que foi particionado 2 vezes o bloco na obtenção da BSM - *GAP* de 0,005%;
- Caso 4: Modelo de construção da CCPO - *GAP* de 0,015%;
- Caso 4: Modelo de construção do SCCPN - *GAP* de 0,05%;
- Caso 6: Modelo de construção da CCPO da companhia *price-maker* 1 - *GAP* de 0,001%;
- Caso 6: Modelo de AP, do COE-CCPO, utilizado pela companhia *price-maker* 1 - *GAP* de 0,48%;
- Caso 6: Modelo de AP, do COE-CCPO, utilizado pela companhia *price-maker* 2 - *GAP* de 0,9%;
- Caso 6: Modelo de construção do SCCPN, utilizado pela companhia *price-maker* 1 - *GAP* de 10%;

À exceção do último caso itemizado, para os demais casos o *solver* foi capaz de obter resultados ótimos com um valor de *GAP* suficientemente baixo. Mesmo neste último caso, que apresentou valor *GAP* acima do desejado, os resultados de previsão do modelo COE foram satisfatórios, conforme será apresentado adiante. O maior problema encontrado para a solução dos modelos foi a memória RAM, de execução de programas. Em função da dimensão dos problemas, na resolução de alguns modelos, esta memória tendia a seus valores limite. Todavia, os seis casos apresentados neste trabalho são suficientes para mostrar a qualidade do modelo de COE-SCCPN proposto. A seção, apresentam-se os resultados obtidos com a comparação dos modelos de COE-SCCPN, COE-CCPO e COE-CDRT.

5.4 Resultados e discussões

Ao comparar os modelos COE-SCCPN aos modelos COE-CCPO e COE-CDRT, dois pontos são importantes a serem analisados: o lucro obtido pelos modelos e erros

de previsão dos modelos calculados comparando-se as decisões obtidos pelos modelos e as decisões “reais” obtidas pela simulação do mercado em várias situações, por meio de algoritmos de leilão. Nesta seção são mostrados os resultados para os 6 estudos de casos definidos descritos na Seção 5.2, utilizando-se as expressões de erros médios diários descritas nas seções E.1 e E.2.

Na Tabela 5.8, apresentam-se os resultados referentes ao Caso 1. Foram construídas duas curvas cota-preço com modelos os otimização, variando-se a partição dos blocos ofertados por meio da matriz de ordenação de blocos (BSM). Denominamos COE-SCCPN-P1 e COE-CCPO-P1, os modelos de COE nos quais o cálculo das curvas cota-preço foi realizado de modo que os blocos completos foram ofertados na construção da BSM. De modo semelhante, denominamos os modelos COE-SCCPN-P2 e COE-CCPO-P2, os modelos nos quais o cálculo das curvas cota-preço foi realizado de modo que os blocos foram particionados ao meio na construção da BSM. Para esta situação, o modelo COE-SCCPN é equivalente ao COE-CCPO, de modo que os resultados apresentadas nas colunas 2 e 3 são idênticos aos resultados das colunas 4 e 5.

Caso 1	COE SCCPN - P1	COE SCCPN - P2	COE CCPO - P1	COE CCPO - P2	COE CDRT
Lucro Previsto	R\$ 631.366,25	R\$ 633.145,18	R\$ 631.366,25	R\$ 633.145,18	R\$ 616.683,44
Lucro Real	R\$ 631.366,25	R\$ 633.145,18	R\$ 631.366,25	R\$ 633.145,18	R\$ 614.356,10
Erro de Lucro	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,38%
Erro de Preço	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,81%
Erro de Cota	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Tabela 5.8 – Lucros e erros percentuais diários - Caso 1.

Ao analisarmos o efeito dos particionamento dos blocos, é possível observar que o lucro real da companhia teve um acréscimo de R\$1778,93, ao particionar o bloco em 2 na obtenção da BSM. Comparando os lucros pelo modelo de COE-SCCPN com aqueles obtidos pelo modelo COE-CDRT, verifica-se que, ao utilizar o modelo COE-SCCPN, a CGPM alcança lucros maiores, com uma diferença de R\$17010,15 e R\$18789,08, considerando uma e duas partições na obtenção da BSM, respectivamente. Esses ganhos ao utilizar os modelos de COE-SCCPN representam um aumento de lucro de 2,77% e 3,06%, em relação ao lucro do COE-CDRT, respectivamente.

Com relação aos erros de previsão, verifica-se inicialmente que todos os modelos de COE obtiveram erro nulo de previsão de cota. Assim, para todos os modelos, toda a potência que a companhia esperava vender no mercado foi efetivamente despachada no leilão. Esse resultado também mostra que a heurística utilizada para escolha de blocos tem boa qualidade. Por fim, ao verificar os erros de previsão de lucro e de preço de equilíbrio, observa-se que os modelo de COE-SCCPN, e seu equivalente o modelo COE-CCPO, apresentam erros nulos, o que não ocorre com o problema de COE-CDRT. É importante lembrar que, nos casos determinísticos, as companhias estão em uma situação ideal, em que os dados utilizados de ofertas e lances dos demais agentes para a construção das

curvas são os mesmos utilizados na simulação de leilão. Ou seja, espera-se um erro nulo ou muito baixo para curvas cota-preço com boa precisão.

Na Tabela 5.9, apresentam-se os resultados referentes ao Caso 2. Neste caso, os modelos COE-SCCPN e COE-CCPO não são equivalentes, devido à representação detalhada da transmissão no modelo COE-SCCPN. Também neste caso, os modelo COE-SCCPN e COE-CCPO possuem duas formas de construção de suas respectivas curvas cota-preço, envolvendo as partições dos blocos de forma análoga ao descrito para o Caso 1.

Caso 2	COE SCCPN - P1	COE SCCPN - P2	COE CCPO - P1	COE CCPO - P2	COE CDRT
Lucro Previsto	R\$ 557.441,59	R\$ 560.808,83	R\$ 631.366,25	R\$ 633.145,18	R\$ 616.683,44
Lucro Real	R\$ 557.610,59	R\$ 560.977,83	R\$ 576.016,14	R\$ 577.514,67	R\$ 564.066,50
Erro de Lucro	0,03%	0,03%	9,61%	9,63%	9,33%
Erro de Preço	0,00%	0,00%	4,09%	3,98%	5,07%
Erro de Cota	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Tabela 5.9 – Lucros e erros percentuais diários - Caso 2.

Como no Caso 1, observa-se que ao particionar os blocos, o lucro real obtido pela CGPM aumenta, em R\$3.367,24, para o COE-SCCPN, e R\$ 1.498,53 para o COE-CCPO. Contudo, diferentemente do caso anterior, o COE-CDRT alcançou lucros reais maiores que os modelos de COE-SCCPN, com uma diferença de R\$6.455,91 em relação ao COE-SCCPN-P1 e R\$ 3.088,67 em relação ao COE COE-SCCPN-P2, uma diferença percentual de 1,14% e 0,55%, em relação ao lucro real do COE-CDRT. Quando a comparação é feita em relação aos modelos de COE-CCPO, o modelo de COE-CDRT possui lucros menores, com uma diferença de R\$ 11.949,64 para o lucro do COE-CCPO-P1 e R\$ 13.448,17 para o lucro do COE-CCPO-P2 (i.e. uma diferença percentual de 2,12% e 2,38%, em relação ao lucro do COE-CDRT, respectivamente).

Por mais que os modelos de COE-CCPO possuam os melhores lucros reais, e o modelo de COE-CDRT alcançou um lucro maior que os modelos de COE-SCCPN, os erros de previsão de lucro dos modelos de COE propostos nesse trabalho são próximos de zero, enquanto que os erros de previsão de lucro dos modelos de COE-CCPO e COE-CDRT foram próximos de 10%. De modo análogo, os modelos de COE-SCCPN alcançaram um erro de previsão preço de 0,00%, enquanto este erro está próximo de 4% no modelo de COE-CCPO, e de 5% para o COE-CDRT. Destaca-se que os erros de previsão apresentados nas tabelas dessa seção são erros diários médios, de modo que os erros de previsão de preço de equilíbrio para os modelos de COE-SCCPN não são exatamente nulos, ocorrendo um erro de 0,16% na barra 7, no período 24. Ao calcular a média, o valor obtido é próximo de zero, como apresentado na Tabela 5.9. Esse erro foi o responsável por apresentar uma diferença entre o lucro previsto e o lucro real para os modelos de COE-SCCPN. Mais uma vez, para todos os modelos, o erro de previsão de cota foi nulo.

Para os casos 3 a 6 não foram adotadas partições na construção da BS, para os modelos COE-SCCPN e COE-CCPO, de modo que estes foram construídos com os blocos

ofertados completos. Desta forma, nas tabelas associadas a estes casos serão omitidos os termos P1 e P2 dos modelos COE-SCCPN e COE-CCPO. Os resultados do Caso 3 são apresentados na Tabela 5.10.

Caso 3	COE SCCPN	COE CCPO	COE CDRT
Lucro Previsto	R\$ 623.032,47	R\$ 623.032,47	R\$ 614.750,07
Lucro Real	R\$ 618.649,73	R\$ 618.649,73	R\$ 611.153,78
Erro com Lucro Médio	0,71%	0,71%	0,59%
Erro de Preço	2,18%	2,18%	2,95%
Erro de Cota	0,00%	0,00%	0,00%

Tabela 5.10 – Lucros e erros percentuais diários - Caso 3.

Mais uma vez, como o sistema apresenta um preço de equilíbrio único, o modelo de COE-SCCPN é idêntico ao modelo de COE-CCPO. Além disso, neste caso representa-se a situação em que a CGPM possui um banco de dado com as informações do comportamento dos agentes em dias anteriores, de modo que para o modelo de COE-SCCPN é construída uma curva cota-preço estocástica, e para o modelo COE-CDRT é realizado um processo de previsão de ofertas para a construção da curva.

Para verificar a qualidade da representação das incertezas pelos modelos de COE, foram simulados 20 leilões, em que as ofertas e lances das demais companhias são gerados de forma aleatória, utilizando-se uma distribuição de probabilidade. Verifica-se que a CGPM alcançou um lucro médio real maior com o modelo de COE-SCCPN, se comparado àquele obtido pelo modelo COE-CDRT, com uma diferença de R\$7.495,95, um percentual de 1,23%, em relação ao lucro com o COE-CDRT. Todavia os erros de previsão de lucros foram bem próximos, sendo 0,71% para o modelo de COE-SCCPN e 0,59% para o COE-CDRT. No que diz respeito aos erros previsão de preços de equilíbrio, o modelo de COE-SCCPN foi ligeiramente melhor, tendo um erro de 2,18%, enquanto que o modelo de COE-CDRT obteve um erro de 2,95%. Novamente, como nos casos anteriores, todos os modelos tiveram erros de previsão de cota nulos.

Os resultados obtidos para o Caso 4 são apresentados na Tabela 5.11.

Caso 4	COE SCCPN	COE CCPO	COE CDRT
Lucro Previsto	R\$ 546.830,36	R\$ 627.143,14	R\$ 614.750,07
Lucro Real	R\$ 547.353,35	R\$ 568.660,34	R\$ 566.666,40
Erro com Lucro Médio	0,10%	10,28%	8,49%
Erro de Preço	2,65%	4,71%	5,05%
Erro de Cota	0,00%	0,00%	0,00%

Tabela 5.11 – Lucros e erros percentuais diários - Caso 4.

Observa-se para este caso, os resultados são semelhantes àqueles obtidos no Caso 2, apresentados na Tabela 5.9. O modelo de COE-CCPO obteve o maior lucro, com R\$

1.993,94 a mais que o lucro obtido pelo modelo COE-CDRT (uma diferença percentual de 0,35%). O lucro obtido pelo modelo COE-CCPO foi também superior ao obtido pelo modelo de COE-SCCPN, com uma diferença de R\$ 19.313,05 (i.e. uma diferença percentual de 3,41%). Todavia, o COE-SCCPN obteve um erro de previsão de lucro de apenas 0,10%, enquanto que os erros de previsão de lucro para o COE-CCPO e COE-CDRT foram 10,28% e 8,49% respectivamente.

No que diz respeito aos erros de previsão de preços de equilíbrio o COE-SCCPN alcançou o melhor resultado com um erro de apenas 2,65%, enquanto que os modelos de COE-CCPO e COE-CDRT alcançaram valores próximos a 5%. Novamente, como nos casos anteriores, os modelos não tiveram erro de previsão de cota.

Os casos 5 e 6, cujos resultados são descritos a seguir, foram estabelecidos para permitir a análise de sistemas que apresentem mais de uma companhia *price-maker*. Para isso, foi utilizado o sistema IEEE de 48 barras, que integra dois subsistemas de 24 barras, em que as duas companhias *price-maker* possuem unidades geradoras em ambos os subsistemas.

Para o Caso 5, o mercado de energia está estruturado de forma a possuir um único preço de equilíbrio para o sistema em cada período, de modo que os modelos de COE-SCCPN e COE-CCPO são equivalentes para este caso. Os resultados obtidos para o Caso 5 são apresentados na Tabela 5.12.

Caso 5	COE SCCPN	COE CCPO	COE CDRT
Lucro Previsto CGPM1	R\$ 587.823,72	R\$ 587.823,72	R\$ 603.334,68
Lucro Real CGPM1	R\$ 584.016,13	R\$ 584.016,13	R\$ 551.513,17
Erro de Lucro CGPM1	0,65%	0,65%	9,40%
Erro de Preço CGPM1	1,69%	1,69%	1,40%
Erro de Cota CGPM1	1,01%	1,01%	18,58%
Lucro Previsto CGPM2	R\$ 498.808,00	R\$ 498.808,00	R\$ 528.533,40
Lucro Real CGPM2	R\$ 491.473,57	R\$ 491.473,57	R\$ 464.776,09
Erro de Lucro CGPM2	1,49%	1,49%	13,72%
Erro de Preço CGPM2	2,63%	2,63%	1,69%
Erro de Cota CGPM2	1,10%	1,10%	22,08%

Tabela 5.12 – Lucros e erros percentuais diários - Caso 5.

Ao analisarmos os lucros reais obtidos pelos modelos COE-SCCPN e COE-CCPO, para a Companhia Geradora *Price-Maker* 1 (CGPM1) e Companhia Geradora *Price-Maker* 2 (CGPM2), respectivamente, observa-se que ambas obtiveram lucros maiores, que os obtidos pelo modelo COE-CDRT, sendo que as companhias CGPM1 e CGPM2 obtiveram lucros adicionais de R\$ 32.502,96 e R\$ 26.697,48 em relação ao modelo COE-CDRT, respectivamente, o que corresponde a valores adicionais de 5,89% e 5,74%, respectivamente.

Além de lucros maiores, os modelos COE-SCCPN e COE-CCPO obtiveram erros de previsão de lucro significativamente menores, com valores de 0,65% e 1,49% para as

CPGM1 e CGPM2, quando as companhias utilizam o modelo COE-SCCPN, e de 9,40% e 13,72% quando utilizam o modelo COE-CDRT. Os erros de previsão de preço de equilíbrio, contudo, foram próximos. Para a CGPM1, os erros de previsão de preço ficaram em 1,69% e 1,40%, ao utilizar os modelos COE-SCCPN e COE-CDRT, respectivamente. Para a CGPM2, os erros ficaram em, 2,63% e 1,69%, ao utilizar os modelos COE-SCCPN e COE-CDRT. A diferença mais significativa diz respeito aos erros de previsão de cota. Enquanto, o modelo COE-SCCPN obteve erros próximos de 1% para as duas companhias, o modelo COE-CDRT obteve erros grosseiros, próximos de 20%. Esses valores altos de erros de cota do modelo COE-CDRT, para situações em que mais de uma companhia *price-maker* co-existem no mercado, corroboram resultados prévios, já descritos na literatura.

Por fim, a Tabela 5.13 apresenta os resultados para o Caso 6, em que o sistema possui 2 companhias *price-maker* (CGPM1 e CGPM2) e o mercado adota uma estrutura de preços de equilíbrio nodais.

Caso 6	COE SCCPN	COE CCPO	COE CDRT
Lucro Previsto CGPM1	R\$ 513.516,85	R\$ 581.842,24	R\$ 603.014,71
Lucro Real CGPM1	R\$ 535.063,60	R\$ 551.264,19	R\$ 507.894,55
Erro de Lucro CGPM1	4,03%	5,55%	18,73%
Erro de Preço CGPM1	6,37%	6,79%	7,39%
Erro de Cota CGPM1	0,00%	1,86%	3,73%
Lucro Previsto CGPM2	R\$ 390.426,82	R\$ 490.093,51	R\$ 528.947,64
Lucro Real CGPM2	R\$ 421.694,29	R\$ 515.482,10	R\$ 400.921,93
Erro de Lucro CGPM2	7,41%	4,93%	31,93%
Erro de Preço CGPM2	5,25%	8,20%	7,80%
Erro de Cota CGPM2	0,00%	0,01%	2,93%

Tabela 5.13 – Lucros e erros percentuais diários - Caso 6.

O modelo COE-CCPO obtém lucros reais maiores para as duas companhias, com a CGPM1 obtendo R\$ 43.369,64 e a CGPM2 obtendo R\$114.560,17, a mais do que os lucros obtidos pelo o modelo COE-CDRT, o que corresponde a uma diferença percentual de 8,54% e 28,57%, respectivamente. O modelo COE-SCCPN obteve resultados inferiores ao COE-CCPO mas superiores ao COE-CDRT, com diferenças de R\$ 27.169,05 e R\$ 20.772,36, para os lucros da CGPM1 e CGPM2, respectivamente, correspondendo a diferenças de 5,35% e 5,18%, respectivamente, em relação ao lucro do modelo COE-CDRT.

Verifica-se que modelo COE-CDRT obteve erros de previsão de lucros muito altos, sendo 18,73% para a CGPM1 e 31,93% para CGPM2. Já os modelos COE-SCCPN e COE-CCPO obtiveram previsões de lucro similares, visto que a CGPM1 alcançou erros menores previsão de lucro utilizando o modelo COE-SCCPN, com 4,03%, contra 5,55% ao utilizar o modelo COE-CCPO. Já a CGPM2 obteve erro menor de previsão de lucro ao utilizar o modelo COE-CCPO, com 4,93% contra 7,41% ao utilizar o modelo COE-SCCPN.

De forma semelhante aos casos anteriores, o modelo COE-SCCPN alcançou melhores

resultados em relação ao erro de previsão de preço de equilíbrio para as duas companhias geradoras, sendo 6,37% para a CGPM1 e 5,25% para a CGPM2. Os modelos COE-CCPO e COE-CDRT obtiveram resultados próximos, de modo que o COE-CCPO obteve menor erro de previsão que o COE-CDRT para a CGPM1, 6,79% contra 7,80%. Para a CGPM2, a situação foi inversa, sendo que o modelo de COE-CDRT alcançou menor erro, 7,80%, e o modelo de COE-CCPO obteve 8,20%.

Uma última análise envolve os erros de previsão de cota. O modelo de COE-SCCPN obteve erros de previsão de cota nulos, para as duas companhias. Já o modelo COE-CCPO, obteve um erro de previsão de cota próximo de zero para a CGPM2, e um erro 1,86% para a CGPM1. Por fim, os erros de previsão de cota do modelo COE-CDRT para as duas companhias foram em torno de 3%.

Com os resultados apresentados, algumas considerações devem ser feitas. O modelo COE-SCCPN obteve ótimo desempenho em todos os casos, em relação à previsão de lucros, preços e cota. Como nos casos em que o mercado possui preço de equilíbrio único, os modelos COE-SCCPN e COE-CCPO são equivalentes. Nos demais casos, foi possível observar os ganhos do modelo COE-SCCPN, no que diz respeito à redução dos erros, ao se utilizar curvas cota-preços nodais. É necessário observar que em alguns casos outros modelos obtiveram lucros reais maiores, todavia sempre com um erro de previsão de lucros também maiores que aqueles apresentados pelo modelo COE-SCCPN.

Um último ponto que precisa ser destacado, diz respeito à previsão de cotas para situações em que duas ou mais companhias geradoras coexistem no sistema. Os modelos de COE-SCCPN e COE-CCPO obtiveram erros baixos para esses casos, o que definitivamente não ocorreu no modelo COE-CDRT. Na formulação dos modelos que calculam a CCPO/SCCPN, mostra-se como o modelo da construção da CCPO pode ser particularizado para representar a CDRT. Para isso, é necessário considerar, no modelo de construção da CCPO, que a companhia *price-maker* faça ofertas a preços nulos, o que não ocorre nos modelos de construção curvas dado pelo CCPO e SCCPN. Quando uma companhia *price-maker* faz uma oferta de venda a preço nulo, ela espera que sua oferta vai ser integralmente despachada no mercado de energia, o que nem sempre ocorre. Em situações em que só existe uma companhia *price-maker*, isto realmente tende a acontecer. Todavia, quando duas ou mais companhias *price-maker* coexistem no mercado, não existe mais a garantia que suas ofertas serão integralmente despachadas, o que faz com apareçam erros grosseiros de previsão de cota para o modelo de COE-CDRT, como ocorreu nos casos 5 e 6.

Vale ressaltar, que nas tabelas deste capítulo, foram apresentados apenas os resultados de forma didática e simplificada, com os valores da média dos erros totais, e em alguns casos até mesmo a média de lucros reais, pois a grande quantidade de dados necessitava de um método de análise objetiva. Os resultados completos, contendo os valores de potências de cada usina, e preço de equilíbrio, para cada período, barra e cenário, e os

erros detalhados podem ser verificados em (CABANA, 2022).

6 CONCLUSÕES

Este trabalho teve por objetivo propor um modelo de cálculo de ofertas estratégicas para companhias geradoras do tipo *price-maker*, utilizando um sistema de curvas cota-preço nodais construídas por modelos de otimização, representando a rede de transmissão, utilizado em um mercado com preços de equilíbrio nodais, levando em conta as características físicas e operativas das unidades de geração termelétricas e considerando as incertezas em relação as ofertas dos demais agentes no mercado.

Uma companhia geradora do tipo *price-maker* que utiliza um modelo de cálculo de ofertas estratégicas (COE) com um bom desempenho de previsão, é capaz de utilizar de seu poder de mercado para alcançar lucros maiores. Contudo, para que este modelo de COE tenha um bom desempenho, é necessário levar em conta diversas características físicas e operacionais importantes inerentes ao sistema e ao mercado. Na seção de resultados, o modelo de cálculo de ofertas estratégicas proposto, que utiliza o sistema de curvas cota-preço nodais, aqui denominado de modelo COE-SCCPN, foi comparado a dois outros modelos de cálculo de ofertas estratégicas propostos na literatura: um modelo de COE que utiliza a curva de demanda residual tradicional (COE-CDRT) e um modelo de COE que utiliza a curva cota-preço construída por meio de um modelo otimização (COE-CCPO). A capacidade de previsão do COE-SCCPN foi superior aos demais modelos de cálculo de ofertas estratégicas em praticamente todos os casos investigados, sendo que este modelo apresentou erros inferiores de previsão de lucros, preços de equilíbrio e cotas.

Entretanto, em algumas poucas situações, um dos dois outros modelos de COE utilizados para comparação, obtiveram lucro real superior, todavia, com erros de previsão também superiores. Uma questão importante a analisar seria: é preferível para uma companhia geradora, um modelo que tenha uma ótima previsão ou que alcance um lucro maior? O ideal é conseguir estas duas características. O Sistema de Curvas Cota-Preço Nodais (SCCPN), proposto neste trabalho, é uma generalização da Curva Cota-Preço por Otimização (CCPO) proposto em (CABANA, 2019; CABANA et al., 2022), tendo sido construído com o intuito de reduzir os erros de previsão associados para um mercado que adote uma estrutura de preços nodais. Além disso, verifica-se que a CDRT, como já afirmado por outros pesquisadores em (CONEJO et al., 2002), tem sua qualidade deteriorada na presença de mais de uma companhia geradora *price-maker* (conforme verificado nos casos 5 e 6 da Seção 5). Além disso, a CDRT não é capaz de levar em conta as incertezas do mercado, as características físicas e operativas das unidades geradoras e a representação da rede de transmissão. Também foi possível observar que, no processo de construção dos SCCPN, o particionamento da matriz de ordenação de blocos (BSM), tende a aumentar os lucros da companhia *price-maker*.

Em todos os 6 casos investigados, foi utilizado um modelo de procedimento de equilíbrio de mercado (PEM) em que são consideradas as representações das características físicas e operativas das unidades termelétricas, fato que efetivamente ocorre nos leilões do mercado do tipo *pool* de energia. Como a CDRT só é capaz de levar em conta os aspectos econômicos do leilão, em nenhum dos casos o modelo COE-CDRT alcançou erros nulos em todas as previsões. Ademais, nos casos 3 e 4, em que são consideradas as incertezas de mercado, o modelo de COE-CDRT necessita de um processo prévio de previsão de lances para construção da sua curva, enquanto que para o problema de COE-SCCPN é possível construir curvas cota-preços estocásticas.

Para os casos 5 e 6, em que é utilizado um sistema elétrico com 2 companhias geradoras *price-maker*, a qualidade da curva de demanda residual tradicional se deteriora consideravelmente para o modelo COE-CDRT, o que não ocorre com os modelos COE-CCPO e COE-SCCPN. As análises sobre esses casos mostraram a superioridade do modelo de COE-SCCPN em relação ao modelo COE-CDRT. Por fim, para verificar a eficácia do modelo COE-SCCPN em relação ao modelo COE-CCPO, é preciso verificar os casos 2, 4 e 6, em que o mercado possui preços de equilíbrios nodais. Este é o principal motivo para o aumento dos erros de previsão do modelo de COE-CCPO, principalmente no que diz respeito à estimação dos preços de equilíbrio, situação que é corrigida com o modelo COE-SCCPN. Diante dos resultados apresentados, ficam evidentes a qualidade e a excelência do modelo COE-SCCPN proposto neste trabalho.

Todavia, esta não é uma pesquisa finalizada. Com os resultados apresentados neste trabalho foi possível verificar que o partição dos blocos para construção da matriz de ordenação de blocos faz com que a companhia geradora alcance lucros maiores. Assim, um futuro estudo sobre a matriz de ordenação de blocos, bem como os blocos utilizados para a construção das curvas cota-preço poderia ser realizado. Além disso, foram citadas outras abordagens de COE que não utilizam a curva cota-preço. Um estudo futuro interessante envolve a comparação entre os lucros e erros obtidos pelo modelo de COE-SCCPN, aqui proposto, com aqueles obtidos por modelos de COE formulados através de problemas matemáticos com restrições de equilíbrio (MPEC, do inglês *mathematical problems with equilibrium constraints*). Ambas as abordagens possuem limitações computacionais e qualidades de modelagem distintas, de modo que um estudo de comparação entre as abordagens pode trazer conclusões importantes.

REFERÊNCIAS

ANEIROS, G. et al. Functional Prediction for the Residual Demand in Electricity Spot Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 4, p. 4201–4208, nov. 2013. ISSN 1558-0679. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems. Citado na página 5.

ARROYO, J. M.; CONEJO, A. J. Multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1225–1231, nov. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 4 vezes nas páginas 14, 17, 92 e 93.

BARINGO, A.; BARINGO, L.; ARROYO, J. M. Day-ahead self-scheduling of a virtual power plant in energy and reserve electricity markets under uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 34, n. 3, p. 1881–1894, 2019. Citado na página 26.

BARROSO, L. A. et al. Nash equilibrium in strategic bidding: a binary expansion approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, p. 629–638, maio 2006. ISSN 0885-8950. Citado na página 10.

BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. *Linear Programming and Network Flows*. 4 edition. ed. Hoboken, N.J: Wiley, 2009. ISBN 978-0-470-46272-0. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 28.

BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. *Introduction to Stochastic Programming*. New York, NY: Springer New York, 2011. (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). ISBN 978-1-4614-0236-7 978-1-4614-0237-4. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4614-0237-4>>. Citado na página 7.

BREGADIOLI, G. F. *Modelo de Leilão de Energia Multiperíodo com Representação da Transmissão e da Coordenação com o Médio Prazo para Sistemas Hidrotérmicos*. Tese (Dissertação de mestrado) — Faculdade de Engenharia - UNESP, Bauru - SP, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 68.

BREGADIOLI, G. F. et al. Medium-term coordination in a network-constrained multi-period auction model for day-ahead markets of hydrothermal systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 82, p. 474–483, nov. 2016. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206151630477X>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 23.

BYLLING, H. C.; GABRIEL, S. A.; BOOMSMA, T. K. A parametric programming approach to bilevel optimisation with lower-level variables in the upper level. *Journal of the Operational Research Society*, v. 71, n. 5, p. 846–865, maio 2020. ISSN 0160-5682. Publisher: Taylor & Francis _eprint: <https://doi.org/10.1080/01605682.2019.1590132>. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/01605682.2019.1590132>>. Citado na página 4.

CABANA, T. G. *Novo Método de Construção da Curva Cota-Preço para Companhias Geradoras do tipo Price-Maker via Modelos de Otimização*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", 2019. Citado 8 vezes nas páginas 6, 7, 22, 32, 36, 40, 48 e 85.

- CABANA, T. G. "Banco de dados utilizados no estudo de caso da tese de doutorado: Cálculo de Ofertas Estratégicas por Meio de Sistema de Curvas Cota-Preço com Restrições de Rede em Mercados do Dia Seguinte". 2022. Disponível em : <https://github.com/tgcabana/Date_PHD_Cabana>. "acessado em 15/07/2022". Citado 6 vezes nas páginas 68, 71, 84, 105, 114 e 119.
- CABANA, T. G. et al. Optimization-based models for estimating residual demand curves for a price-maker company. *IEEE Transactions on Power Systems*, p. 1–10, 2022. Citado 7 vezes nas páginas 30, 35, 41, 43, 44, 64 e 85.
- CONEJO, A.; NOGALES, F.; ARROYO, J. Price-taker bidding strategy under price uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1081–1088, 2002. Citado na página 26.
- CONEJO, A. J.; BARINGO, L. *Power System Operations*. 1st ed. 2018 edition. ed. New York, NY: Springer, 2017. ISBN 978-3-319-69406-1. Citado 3 vezes nas páginas 2, 12 e 23.
- CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 153). ISBN 978-1-4419-7420-4 978-1-4419-7421-1. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-7421-1>>. Citado 9 vezes nas páginas 1, 2, 9, 10, 14, 68, 95, 101 e 105.
- CONEJO, A. J. et al. Optimal response of an oligopolistic generating company to a competitive pool-based electric power market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2, p. 424–430, maio 2002. ISSN 0885-8950. Citado 3 vezes nas páginas 71, 72 e 85.
- DAI, T.; QIAO, W. Optimal Bidding Strategy of a Strategic Wind Power Producer in the Short-Term Market. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, v. 6, n. 3, p. 707–719, jul. 2015. ISSN 1949-3029. Citado na página 5.
- DAI, T.; QIAO, W. Finding Equilibria in the Pool-Based Electricity Market With Strategic Wind Power Producers and Network Constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 1, p. 389–399, jan. 2017. ISSN 0885-8950. Citado na página 5.
- GONZÁLEZ, J. P. et al. Residual Demand Curves for Modeling the Effect of Complex Offering Conditions on Day-Ahead Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 1, p. 50–61, jan. 2017. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 38.
- GRAINGER, J. J. *Power system analysis*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1999. Citado na página 54.
- GRIGG, C. et al. The IEEE Reliability Test System-1996. A report prepared by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p. 1010–1020, ago. 1999. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 95.
- HULL, J. C. *Fundamentals Of Futures And Options Markets, 8Th Edn*. 8th edition edition. ed. [S.l.]: Pearson, 2017. ISBN 978-1-292-15503-6. Citado na página 9.
- KARDAKOS, E. G.; SIMOGLU, C. K.; BAKIRTZIS, A. G. Short-Term Electricity Market Simulation for Pool-Based Multi-Period Auctions. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 3, p. 2526–2535, ago. 2013. ISSN 0885-8950. Citado na página 2.

LIU, G.; ZHU, Y. L.; JIANG, W. Wind-thermal dynamic economic emission dispatch with a hybrid multi-objective algorithm based on wind speed statistical analysis. *Transmission Distribution IET Generation*, v. 12, n. 17, p. 3972–3984, 2018. ISSN 1751-8687. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 101.

LUO, Z.-Q.; PANG, J.-S.; RALPH, D. *Mathematical Programs with Equilibrium Constraints*. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 1996. ISBN 978-0-521-57290-3. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 28.

MALIK, A. S.; CORY, B. J. Impact of DSM on energy production cost and start-up and shut-down costs of thermal units. In: *1997 Fourth International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, APSCOM-97. (Conf. Publ. No. 450)*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 2, p. 650–655 vol.2. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 101.

MAZZI, N.; KAZEMPOUR, J.; PINSON, P. Price-Taker Offering Strategy in Electricity Pay-as-Bid Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 33, n. 2, p. 2175–2183, mar. 2018. ISSN 1558-0679. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems. Citado na página 13.

MOISEEVA, E.; HESAMZADEH, M. R. Strategic Bidding of a Hydropower Producer Under Uncertainty: Modified Benders Approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 33, n. 1, p. 861–873, jan. 2018. ISSN 1558-0679. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems. Citado na página 4.

Monticelli, Alcir J. *Fluxo de Carga em Redes de Energia*. Edgard Blucher, 1983. Disponível em: <<http://www.estantevirtual.com.br/katialivros/Alcir-Monticelli-e-Ariovaldo-Garcia-Introducao-a-Sistemas-de-Energia-Eletrica-142569096>>. Citado na página 18.

MOTTO, A. L. et al. Network-constrained multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 3, p. 646–653, ago. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 68.

NOGALES, F. et al. Forecasting next-day electricity prices by time series models. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2, p. 342–348, 2002. Citado na página 26.

PEREIRA, A. C. Procedimento de Equilíbrio de Mercados de Energia e Reserva com Restrições de Segurança em Sistemas Hidrotérmicos. p. 125, 2017. Citado na página 68.

PEREIRA, A. C. et al. Network-Constrained Multiperiod Auction for Pool-Based Electricity Markets of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, PP, n. 99, p. 1–1, 2017. ISSN 0885-8950. Citado 3 vezes nas páginas 14, 19 e 23.

STEEGER, G.; BARROSO, L. A.; REBENNACK, S. Optimal Bidding Strategies for Hydro-Electric Producers: A Literature Survey. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 29, n. 4, p. 1758–1766, jul. 2014. ISSN 0885-8950. Citado na página 3.

SZKUTA, B.; SANABRIA, L.; DILLON, T. Electricity price short-term forecasting using artificial neural networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p. 851–857, 1999. Citado na página 26.

- TAKIGAWA, F. Y. K. et al. A Mathematical Modeling for Contract Flexibility Optimization by Brazilian Free Consumers. *IEEE Latin America Transactions*, v. 18, n. 09, p. 1530–1537, set. 2020. ISSN 1548-0992. Conference Name: IEEE Latin America Transactions. Citado na página 1.
- TORRE, S. d. l. et al. Price maker self-scheduling in a pool-based electricity market: a mixed-integer LP approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1037–1042, nov. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 5 vezes nas páginas 5, 29, 53, 55 e 57.
- TORRE, S. d. l.; CONTRERAS, J.; CONEJO, A. J. Finding multiperiod Nash equilibria in pool-based electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 1, p. 643–651, fev. 2004. ISSN 0885-8950. Citado 4 vezes nas páginas 5, 32, 38 e 63.
- XU, L.; BALDICK, R. Transmission-Constrained Residual Demand Derivative in Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 4, p. 1563–1573, nov. 2007. ISSN 0885-8950. Citado 3 vezes nas páginas 5, 31 e 56.
- XU, L.; BALDICK, R.; SUTJANDRA, Y. Bidding Into Electricity Markets: A Transmission-Constrained Residual Demand Derivative Approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 26, n. 3, p. 1380–1388, ago. 2011. ISSN 0885-8950. Citado na página 34.
- XU, L.; BALDICK, R.; SUTJANDRA, Y. Transmission-Constrained Inverse Residual Demand Jacobian Matrix in Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 26, n. 4, p. 2311–2318, nov. 2011. ISSN 0885-8950. Citado na página 5.

APÊNDICE A – RESTRIÇÕES DAS UNIDAS TERMELÉTRICAS

Por simplicidade, é representado neste apêndice as restrições referentes aos aspectos físicos e operativos das unidades termelétricas. O conjunto de restrições a seguir considera apenas os conjuntos de tempo (T) e unidades geradoras (i), todavia é possível também considerar o conjunto de blocos de construção da Curva Cota-Preço por Otimização e/ou Sistema de Curva Cota-Preço Nodais (B) e o conjunto de cenários (Ω), para os modelos estocásticos. Para tanto deve-se acrescentar um índice referente a cada um destes conjuntos e considerar a restrição para estes conjuntos: ($b \in B; \omega \in \Omega$)

Nomenclatura

Conjuntos

T Períodos;

I Unidades geradoras;

Parâmetros

$\bar{P}_i^G, \underline{P}_i^G$ Potência máxima/minima gerada da unidade i ;

SU_i, SD_i Rampa de partida/parada da unidade i ;

RD_i, RU_i Rampa de tomada/alívio de carga da unidade i ;

UT_i, DT_i Mínimo tempo ligado/desligado da unidade i ;

P_i^{G0} Potência da unidade geradora i no início do horizonte de mercado;

V_i^0 *Status* da unidade geradora i no início do horizonte de mercado;

GT_i, FT_i Número de períodos que a unidade i deve permanecer ligada/desligada no início do horizonte de mercado;

Variáveis

p_{ti}^G Potência gerada pela unidade i no período t ;

v_{ti}, y_{ti}, z_{ti} Variável binária que indica se a unidade i está ligada/teve ação de ligar/teve a ação de desligar no período t ;

No modelos de PEM, AP, CCPO e SCCPN que consideram os aspectos físicos e operativos das unidades termelétricas, as restrições referentes a estas unidades eram simplificadas por uma única restrição (A.1):

$$p_{ti}^G \in \Pi_{ti} \quad (\text{A.1})$$

Este apêndice apresenta de forma detalhada as restrições referentes as unidades termelétricas, sendo que a restrição (A.1) representa o conjunto de restrições (A.2)-(A.18), em que estas foram baseadas em (ARROYO; CONEJO, 2002).

$$p_{ti}^T \leq \bar{P}_i^G v_{ti}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I \quad (\text{A.2})$$

$$p_{ti}^T \geq \underline{P}_i^G v_{ti}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I \quad (\text{A.3})$$

$$p_{ti}^T \leq \bar{P}_j^G (v_{ti} - z_{(t+1)i}) + SD_j z_{(t+1)i}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I \quad (\text{A.4})$$

$$p_{ti}^T \leq p_{(t-1)i}^T + RU_j v_{(t-1)i} + SU_j y_{ti}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I \quad (\text{A.5})$$

$$p_{(t-1)i}^T \leq p_{ti}^T + RD_j v_{ti} + SD_j z_{ti}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I \quad (\text{A.6})$$

$$p_{1i}^T \leq P_j^{G0} + RU_j V_j^0 + SU_j y_{ti}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I \quad (\text{A.7})$$

$$P_j^{G0} \leq p_{1i}^T + RD_j v_{1i} + SD_j z_{1i}, \quad \forall t \in T, \forall i \in I \quad (\text{A.8})$$

$$\sum_{t=1}^{G_i} (1 - v_{ti}) = 0, \quad \forall i \in I \quad (\text{A.9})$$

$$\sum_{x=t}^{t+UT_j-1} v_{xi} \geq UT_j y_{ti}, \quad t = G_j + 1 \dots T - UT_j + 1, \quad \forall i \in I \quad (\text{A.10})$$

$$\sum_{x=t}^T (v_{xi} - y_{ti}) \geq 0, \quad t = T - UT_j + 2, \dots, T, \quad \forall i \in I, \quad (\text{A.11})$$

$$\sum_{t=1}^{F_i} v_{ti} = 0, \quad \forall i \in I \quad (\text{A.12})$$

$$\sum_{x=t}^{t+DT_j-1} (1 - v_{xi}) \geq DT_j z_{ti}, \quad t = F_j + 1 \dots T - DT_j + 1, \quad \forall i \in I \quad (\text{A.13})$$

$$\sum_{x=t}^T (1 - v_{xi} - y_{ti}) \geq 0, \quad t = T - DT_j + 2, \dots, T, \quad \forall i \in I \quad (\text{A.14})$$

$$y_{ti} - z_{ti} = v_{ti} - v_{(t-1)i}, \forall t \in T, \quad \forall i \in I \quad (\text{A.15})$$

$$y_{1i} - z_{1i} = v_{1i} - V_j^0, \quad \forall i \in I \quad (\text{A.16})$$

$$y_{ti} + z_{ti} \leq 1, \quad \forall t \in T, \forall i \in I. \quad (\text{A.17})$$

$$y_{ti}, z_{ti}, v_{ti} \in \{0, 1\} \quad (\text{A.18})$$

As restrições (A.2) e (A.3) determinam os limites mínimos e máximos de geração de cada unidade. As restrições (A.4)-(A.8) representam as rampas de tomada e alívio de carga de cada gerador. Sabe-se que nas unidades termelétricas essas rampas são mais pronunciadas, de modo a limitar a operação dessas unidades. Já nas unidades de geração do tipo hidrelétrica, a representação destas rampas geralmente não é necessária, já que tais unidades são mais flexíveis e conseguem taxas de variação bastante consideráveis de um período para o outro.

Outro aspecto operativo que precisa ser levado em consideração são os tempos mínimos de operação e desligamento, os quais também são mais importantes para as unidades termelétricas. Assim, caso uma unidade termelétrica seja ligada, a mesma precisa permanecer em operação por um determinado período mínimo de tempo antes que possa ser desligada. O mesmo vale caso a unidade seja desligada, i.e., caso desligada a mesma necessita permanecer desligada por um período mínimo de tempo antes de ser ligada novamente. As restrições (A.9)-(A.14) modelam estes comportamentos. Estas restrições, descritas em (ARROYO; CONEJO, 2002), são modeladas de forma detalhada, e também consideram o caso em que a unidade foi ligada ou desligada no dia anterior, pois a mesma necessita respeitar estes tempos de operação no dia seguinte.

As restrições de rampas e mínimo tempo de operação e desligamento utilizam variáveis binárias para modelar as situações de partida, parada e estado da unidade. Desta forma, é necessário incluir restrições lógicas, que impeçam ações como ligar e desligar uma unidade em um mesmo período. Estas restrições são apresentadas em (A.15)–(A.17).

APÊNDICE B – DADOS DA REDE DE TRANSMISSÃO

Este trabalho utilizou dois sistemas de transmissão. Um deles de 24 barras com 12 unidades geradoras e 17 unidades consumidoras e outro de 48 barras, com 24 unidades geradoras e 34 unidades consumidoras. Este apêndice apresenta os dados referentes a rede de transmissão elétrica deste estudo. O mapeamento dos geradores, e suas respectivas companhias (CGPT - Companhia Geradora *price-taker*; CGPM1 - Companhia Geradora *price-maker 1*; CGPM2 - Companhia Geradora *price-maker 2*), além das demandas em cada barra são apresentados nas Tabelas B.1 e B.2.

Os dados de condutância, susceptância e a capacidade de fluxo de potência de cada linha de transmissão são apresentados nas Tabelas B.3 e B.4. O sistema de 48 barras é um sistema de duplicado de 24 barras, dividido em duas regiões. Desta forma, Na tabela B.4, nas colunas que apresentam os nós iniciais e finais, o primeiro valor apresentado é a região (1 ou 2) e o segundo número se refere ao nó. Os dados foram retirados de (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010) e (GRIGG et al., 1999).

Tabela B.1 – Mapeamento de unidades geradoras e demandas nas barras no sistema de 24 barras

Barra	Gerador	Companhia	Demanda
1	1	CGPT	1
2	2	CGPT	2
3	*		3
4	*		4
5	*		5
6	*		6
7	3	CGPT	7
8	*		8
9	*		9
10	*		10
11	*		*
12	*		*
13	4	CGPT	11
14	*		12
15	5 6	CGPT e CGPM	13
16	7	CGPM	14
17	*		*
18	8	CGPM	15
19	*		16
20	*		17
21	9	CGPM	*
22	10	CGPM	*
23	11 12	CGPM e CGPM	*
24	*		*

Tabela B.2 – Mapeamento de unidades geradoras e demandas nas barras no sistema de 48 barras

Barra	Gerador	Companhia	Demanda
1	1	CGPT	1
2	2	CGPT	2
3	*		3
4	*		4
5	*		5
6	*		6
7	3	CGPM2	7
8	*		8
9	*		9
10	*		10
11	*		*
12	*		*

13	4	CGPM2	11
14	*		12
15	5 6	CGPT e CGPM1	13
16	7	CGPM1	14
17	*		*
18	8	CGPM1	15
19	*		16
20	*		17
21	9	CGPM1	*
22	10	CGPM1	*
23	11 12	CGPM1 e CGPM1	*
24	*		*
25	13	CGPT	18
26	14	CGPT	19
27	*		20
28	*		21
29	*		22
30	*		23
31	15	CGPM1	24
32	*		25
33	*		26
34	*		27
35	*		*
36	*		*
37	16	CGPM1	28
38	*		29
39	17 18	CGPT e CGPT	30
40	19	CGPT	31
41	*		*
42	20	CGPM2	32
43	*		33
44	*		34
45	21	CGPM2	*
46	22	CGPM2	*
47	23 24	CGPM2 e CGPM2	*
48	*		*

Tabela B.3 – Dados das linhas de transmissão do sistema de 24 barras

Nó inicial	Nó final	Condutância pu	Susceptância pu	Capacidade MVA
1	2	13,5038	-65,7184	175
1	3	1,0226	-4,1889	175
1	5	2,5257	-10,4127	175
2	4	1,6944	-6,9623	175
2	6	1,1230	-4,6042	175
3	9	1,8112	-7,4261	175
3	24	0,2833	-11,8980	400
4	9	2,0690	-5,5057	175
5	10	2,4560	-10,0373	175
6	10	3,2425	-14,8692	175
7	8	3,5500	-14,4363	175
8	9	1,3072	-5,3564	175
8	10	1,3072	-5,3564	175
9	11	0,2833	-11,8980	400
9	12	0,2833	-11,8980	400
10	11	0,2833	-11,8980	400
10	12	0,2833	-11,8980	400
11	13	2,4820	-20,1866	500
11	14	2,7177	-23,1552	500
12	13	2,4820	-20,1866	500
12	23	1,2187	-10,0038	500
13	23	1,3862	-11,1397	500
14	16	1,4071	-16,7166	500
15	16	6,6702	-57,3639	500
15	21	9,1462	-37,9567	475
15	24	2,4584	-18,5783	500
16	17	4,2815	-37,5344	500
16	19	5,3903	-42,044	500
17	18	9,5928	-68,5884	500
17	22	1,2044	-9,1968	500
18	21	16,3720	-72,0367	1000
19	20	11,4393	-46,4435	1000
20	23	22,3148	-83,3085	1000
21	22	1,8482	-14,2105	500

Tabela B.4 – Dados das linhas de transmissão do sistema de 48 barras

Nó inicial	Nó final	Condutância pu	Susceptância pu	Capacidade MVA
1-1	1-2	13,5038	-65,7184	175
1-1	1-3	1,0226	-4,1889	175
1-1	1-5	2,5257	-10,4127	175
1-2	1-4	1,6944	-6,9623	175
1-2	1-6	1,1230	-4,6042	175
1-3	1-9	1,8112	-7,4261	175

1-3	1-24	0,2833	-11,8980	400
1-4	1-9	2,0690	-5,5057	175
1-5	1-10	2,4560	-10,0373	175
1-6	1-10	3,2425	-14,8692	175
1-7	1-8	3,5500	-14,4363	175
1-8	1-9	1,3072	-5,3564	175
1-8	1-10	1,3072	-5,3564	175
1-9	1-11	0,2833	-11,8980	400
1-9	1-12	0,2833	-11,8980	400
1-10	1-11	0,2833	-11,8980	400
1-10	1-12	0,2833	-11,8980	400
1-11	1-13	2,4820	-20,1866	500
1-11	1-14	2,7177	-23,1552	500
1-12	1-13	2,4820	-20,1866	500
1-12	1-23	1,2187	-10,0038	500
1-13	1-23	1,3862	-11,1397	500
1-14	1-16	1,4071	-16,7166	500
1-15	1-16	6,6702	-57,3639	500
1-15	1-21	9,1462	-37,9567	475
1-15	1-24	2,4584	-18,5783	500
1-16	1-17	4,2815	-37,5344	500
1-16	1-19	5,3903	-42,044	500
1-17	1-18	9,5928	-68,5884	500
1-17	1-22	1,2044	-9,1968	500
1-18	1-21	16,3720	-72,0367	1000
1-19	1-20	11,4393	-46,4435	1000
1-20	1-23	22,3148	-83,3085	1000
1-21	1-22	1,8482	-14,2105	500
2-1	2	13,5038	-65,7184	175
2-1	2-3	1,0226	-4,1889	175
2-1	2-5	2,5257	-10,4127	175
2-2	2-4	1,6944	-6,9623	175
2-2	2-6	1,1230	-4,6042	175
2-3	2-9	1,8112	-7,4261	175
2-3	2-24	0,2833	-11,8980	400
2-4	2-9	2,0690	-5,5057	175
2-5	2-10	2,4560	-10,0373	175
2-6	2-10	3,2425	-14,8692	175
2-7	2-8	3,5500	-14,4363	175

2-8	2-9	1,3072	-5,3564	175
2-8	2-10	1,3072	-5,3564	175
2-9	2-11	0,2833	-11,8980	400
2-9	2-12	0,2833	-11,8980	400
2-10	2-11	0,2833	-11,8980	400
2-10	2-12	0,2833	-11,8980	400
2-11	2-13	2,4820	-20,1866	500
2-11	2-14	2,7177	-23,1552	500
2-12	2-13	2,4820	-20,1866	500
2-12	2-23	1,2187	-10,0038	500
2-13	2-23	1,3862	-11,1397	500
2-14	2-16	1,4071	-16,7166	500
2-15	2-16	6,6702	-57,3639	500
2-15	2-21	9,1462	-37,9567	475
2-15	2-24	2,4584	-18,5783	500
2-16	2-17	4,2815	-37,5344	500
2-16	2-19	5,3903	-42,044	500
2-17	2-18	9,5928	-68,5884	500
2-17	2-22	1,2044	-9,1968	500
2-18	2-21	16,3720	-72,0367	1000
2-19	2-20	11,4393	-46,4435	1000
2-20	2-23	22,3148	-83,3085	1000
2-21	2-22	1,8482	-14,2105	500

APÊNDICE C – DADOS DAS UNIDADES TERMELÉTRICAS

O estudo de caso utilizado neste trabalho considera um conjunto com 12 unidades geradoras termelétricas, para o sistema com 24 barras e um conjunto de 24 unidades geradoras termelétricas, para o sistema com 48 barras. Estas unidades possuem determinadas características físicas e operativas, como rampas de partida, parada, tomada e alívio de carga e mínimo tempo de operação e desligamento. Neste apêndice, são apresentados os dados referentes a estas características, utilizados nos modelos de construção do SCCP, de AP e de PEM.

Estes dados foram retirados de Conejo, Carrión e Morales (2010), Malik e Cory (1997), Liu, Zhu e Jiang (2018). Os dados referentes aos custos fixos de geração, partida, parada e os coeficientes da curva de custo de combustível de cada gerador são apresentados nas Tabelas C.3 e C.4, referente aos sistemas de 24 e 48 barras, respectivamente. Os dados referentes a potência, como rampas de partida, parada, tomada e alívio de carga, além dos valores de potência mínima e máxima são apresentados nas Tabelas C.1 e C.2, referente aos sistemas de 24 e 48 barras, respectivamente. A seguir é apresentado a nomenclatura utilizado nas tabelas.

Nomenclatura

\bar{P}_i	Potência máxima gerada do gerador i no período t ;
\underline{P}_i	Potência mínima gerada do gerador i no período t ;
C_i^F	Custo fixo de geração do gerador i ;
C_i^{UP}	Custo de partida do gerador i ;
C_i^{DW}	Custo de parada do gerador i ;
A_i, B_i, C_i	Coefficientes da curva de custo do gerador i ;
SD_i	Rampa de parada do gerador i ;
SU_i	Rampa de partida do gerador i ;
RD_i	Rampa de alívio de carga do gerador i ;
RU_i	Rampa de tomada de carga do gerador i ;

UT_i	Mínimo tempo que o gerador i deve permanecer ligada;
DT_i	Mínimo tempo que o gerador i deve permanecer desligada;
GT_i	Número de períodos que o gerador i deve permanecer ligado no início do horizonte para respeitar seu número mínimo de períodos ligado;
FT_i	Número de períodos que o gerador i deve permanecer desligado no início do horizonte para respeitar seu número mínimo de períodos desligado;
V_i^0	Status das unidade i no início do horizonte de mercado;
P_i^{G0}	Potência da companhia i no início do horizonte de mercado;

Tabela C.1 – Dados das unidades termelétricas referentes a potência - Sistema de 24 barras

Unidade	\bar{P}_i	\underline{P}_i	SD_i	SU_i	RD_i	RU_i	UT_i	DT_i	FT_i	GT_i	V_i^0	P_i^{G0}
1	152	30,4	60,8	60,8	91,2	91,2	8	4	0	6	0	0
2	152	30,4	60,8	60,8	91,2	91,2	8	8	0	6	0	0
3	300	75	150	150	225	225	8	8	2	0	1	75
4	591	206,85	413,7	413,7	620,55	620,55	12	12	1	0	1	206,85
5	60	12	24	24	36	36	4	4	1	0	0	0
6	155	54,25	108,5	108,5	162,75	162,75	8	8	2	0	0	0
7	155	54,25	108,5	108,5	162,75	162,75	8	8	0	0	0	0
8	400	100	200	200	300	300	1	1	0	0	0	0
9	400	100	200	200	300	300	1	1	0	0	0	0
10	300	300	300	300	300	300	1	1	0	0	1	300
11	310	108,5	217	217	310	310	8	8	0	0	1	108,5
12	350	140	240	240	240	240	24	24	0	0	1	140

Tabela C.2 – Dados das unidades termelétricas referentes a potência - Sistema de 48 barras

Unidade	\bar{P}_i	\underline{P}_i	SD_i	SU_i	RD_i	RU_i	UT_i	DT_i	FT_i	GT_i	V_i^0	P_i^{G0}
1	152	30,4	60,8	60,8	91,2	91,2	8	4	0	6	0	0
2	152	30,4	60,8	60,8	91,2	91,2	8	8	0	6	0	0
3	300	75	150	150	225	225	8	8	2	0	1	75
4	591	206,85	413,7	413,7	620,55	620,55	12	12	1	0	1	206,85
5	60	12	24	24	36	36	4	4	1	0	0	0
6	155	54,25	108,5	108,5	162,75	162,75	8	8	2	0	0	0
7	155	54,25	108,5	108,5	162,75	162,75	8	8	0	0	0	0
8	400	100	200	200	300	300	1	1	0	0	0	0
9	400	100	200	200	300	300	1	1	0	0	0	0
10	300	300	300	300	300	300	1	1	0	0	1	300
11	310	108,5	217	217	310	310	8	8	0	0	1	108,5
12	350	140	240	240	240	240	24	24	0	0	1	140
13	152	30,4	60,8	60,8	91,2	91,2	8	4	0	6	0	0
14	152	30,4	60,8	60,8	91,2	91,2	8	8	0	6	0	0
15	300	75	150	150	225	225	8	8	2	0	1	75
16	591	206,85	413,7	413,7	620,55	620,55	12	12	1	0	1	206,85
17	60	12	24	24	36	36	4	4	1	0	0	0
18	155	54,25	108,5	108,5	162,75	162,75	8	8	2	0	0	0
19	155	54,25	108,5	108,5	162,75	162,75	8	8	0	0	0	0
20	400	100	200	200	300	300	1	1	0	0	0	0
21	400	100	200	200	300	300	1	1	0	0	0	0
22	300	300	300	300	300	300	1	1	0	0	1	300
23	310	108,5	217	217	310	310	8	8	0	0	1	108,5
24	350	140	240	240	240	240	24	24	0	0	1	140

Tabela C.3 – Dados das unidades termelétricas referentes aos custos - Sistema de 24 barras

Unidade	C_i^F	C_i^{UP}	C_i^{DW}	A_i	B_i	C_i
1	125	40	10	125	3,05	0,005
2	125	40	10	125	3,05	0,005
3	70	45	10	70	2,75	0,007
4	40	45	10	40	3,5	0,006
5	45	45	10	45	3,89	0,006
6	115	40	10	115	2	0,0055
7	115	40	10	115	2	0,0055
8	150	23	3	150	1,89	0,005
9	150	23	3	150	1,89	0,005
10	200	23	3	200	1,3	0,0045
11	115	40	10	115	2	0,0055
12	130	40	10	130	2,45	0,005

Tabela C.4 – Dados das unidades termelétricas referentes aos custos - Sistema de 48 barras

Unidade	C_i^F	C_i^{UP}	C_i^{DW}	A_i	B_i	C_i
1	125	40	10	125	3,05	0,005
2	125	40	10	125	3,05	0,005
3	70	45	10	70	2,75	0,007
4	40	45	10	40	3,5	0,006
5	45	45	10	45	3,89	0,006
6	115	40	10	115	2	0,0055
7	115	40	10	115	2	0,0055
8	150	23	3	150	1,89	0,005
9	150	23	3	150	1,89	0,005
10	200	23	3	200	1,3	0,0045
11	115	40	10	115	2	0,0055
12	130	40	10	130	2,45	0,005
13	125	40	10	125	3,05	0,005
14	125	40	10	125	3,05	0,005
15	70	45	10	70	2,75	0,007
16	40	45	10	40	3,5	0,006
17	45	45	10	45	3,89	0,006
18	115	40	10	115	2	0,0055
19	115	40	10	115	2	0,0055
20	150	23	3	150	1,89	0,005
21	150	23	3	150	1,89	0,005
22	200	23	3	200	1,3	0,0045
23	115	40	10	115	2	0,0055
24	130	40	10	130	2,45	0,005

APÊNDICE D – DADOS DE OFERTAS E LANCES INICIAS

Para este trabalho, na Seção 5, foram definidos 6 casos de estudos, que variam de 24 a 48 barras, 12 a 24 unidades geradoras, 17 e 34 unidades de demandas, e 1 ou 2 companhais geradores, sendo alguns casos determinísticos e outros estocásticos. Para a construção do SCCPN, CCPO e da CDRT, além da geração dos cenários e das simulações dos leilões para os casos estocásticos, é necessário considerar um conjunto inicial de blocos de potência/preço.

Esta seção apresenta os dados referentes aos blocos das unidades geradoras (considera-se as unidades 6 a 12 pertencentes a CGPM) e unidades consumidores e foram baseados em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). Para as unidades geradoras decidiu-se que as mesmas ofertariam os mesmos blocos de potência e preço para as 24 horas. As Tabelas D.1 e D.2 apresentam as potências e os preços desses blocos de oferta, respectivamente.

Para as unidades de demanda, todavia, decidiu-se que para cada hora os consumidores iriam submeter blocos de potência diferentes, pois a potência demanda varia em cada hora. Para os preços dos blocos, decidiu-se manter os mesmos valores para todas horas. As Tabelas D.3 e D.4 apresentam as potências e os preços dos blocos de lances, respectivamente.

A partir desses dados, e de simulação de Monte Carlo, foram obtidos o conjunto de cenários para a construção de curvas e leilões para simulação. Pela quantidade de dados, torna-se inviável apresentar todos neste apêndice, de forma que podem ser encontrados em (CABANA, 2022).

Tabela D.1 – Potência dos Blocos de Ofertas das Unidades Geradoras em \$/MWh.

Unidade	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	30,40	45,60	45,60	30,40
2	30,40	45,60	45,60	30,40
3	75,00	75,00	90,00	60,00
4	206,85	147,75	118,20	118,20
5	12,00	18,00	18,00	12,00
6	54,25	38,75	31,00	31,00
7	54,25	38,75	31,00	31,00
8	100,00	100,00	120,00	80,00
9	100,00	100,00	120,00	80,00
10	300,00	0,00	0,00	0,00
11	108,50	77,50	62,00	62,00
12	140,00	87,50	52,50	70,00

Tabela D.2 – Preço dos Blocos de Ofertas das Unidades Geradoras em MWh.

Unidade	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	11,46	11,96	13,89	15,97
2	11,46	11,96	13,89	15,97
3	18,60	20,03	21,67	22,72
4	19,20	20,32	21,22	22,13
5	23,41	23,78	26,84	30,40
6	9,92	10,25	10,68	11,26
7	9,92	10,25	10,68	11,26
8	5,31	5,38	5,53	5,66
9	5,31	5,38	5,53	5,66
10	0,00	0,00	0,00	0,00
11	9,92	10,25	10,68	11,26
12	10,08	10,66	11,09	11,72

Tabela D.3 – Potência dos Blocos de Lances das Unidades Consumidoras em MWh.

Blocos	1	2	3	4	1	2	3	4
Unidade	Hora 1				Hora 2			
1	48,59	20,24	8,10	4,05	45,69	19,04	7,61	3,81
2	43,47	18,11	7,25	3,62	40,88	17,03	6,81	3,41
3	80,55	33,56	13,43	6,71	75,74	31,56	12,62	6,31
4	33,24	13,85	5,54	2,77	31,26	13,02	5,21	2,60
5	31,97	13,32	5,33	2,66	30,06	12,52	5,01	2,50
6	61,37	25,57	10,23	5,11	57,71	24,05	9,62	4,81
7	56,26	23,44	9,38	4,69	52,90	22,04	8,82	4,41
8	76,72	31,97	12,79	6,39	72,14	30,06	12,02	6,01
9	77,99	32,50	13,00	6,50	73,34	30,56	12,22	6,11
10	86,94	36,23	14,49	7,25	81,75	34,06	13,63	6,81
11	118,91	49,55	19,82	9,91	111,81	46,59	18,64	9,32
12	86,94	36,23	14,49	7,25	81,75	34,06	13,63	6,81
13	141,92	59,14	23,65	11,83	133,45	55,60	22,24	11,12
14	44,75	18,65	7,46	3,73	42,08	17,53	7,01	3,51
15	149,60	62,33	24,93	12,47	140,67	58,61	23,44	11,72
16	81,83	34,10	13,64	6,82	76,95	32,06	12,82	6,41
17	57,54	23,97	9,59	4,79	54,10	22,54	9,02	4,51
Unidade	Hora 3				Hora 4			
1	43,51	18,13	7,25	3,63	42,79	17,83	7,13	3,57
2	38,93	16,22	6,49	3,24	38,28	15,95	6,38	3,19
3	72,14	30,06	12,02	6,01	70,93	29,56	11,82	5,91
4	29,77	12,40	4,96	2,48	29,27	12,20	4,88	2,44

5	28,63	11,93	4,77	2,39	28,15	11,73	4,69	2,35
6	54,96	22,90	9,16	4,58	54,04	22,52	9,01	4,50
7	50,38	20,99	8,40	4,20	49,54	20,64	8,26	4,13
8	68,70	28,63	11,45	5,73	67,56	28,15	11,26	5,63
9	69,85	29,10	11,64	5,82	68,68	28,62	11,45	5,72
10	77,86	32,44	12,98	6,49	76,56	31,90	12,76	6,38
11	106,49	44,37	17,75	8,87	104,71	43,63	17,45	8,73
12	77,86	32,44	12,98	6,49	76,56	31,90	12,76	6,38
13	127,10	52,96	21,18	10,59	124,98	52,07	20,83	10,41
14	40,08	16,70	6,68	3,34	39,41	16,42	6,57	3,28
15	133,97	55,82	22,33	11,16	131,73	54,89	21,96	10,98
16	73,28	30,53	12,21	6,11	72,06	30,02	12,01	6,00
17	51,53	21,47	8,59	4,29	50,67	21,11	8,44	4,22

Unidade	Hora 5				Hora 6			
1	42,79	17,83	7,13	3,57	43,51	18,13	7,25	3,63
2	38,28	15,95	6,38	3,19	38,93	16,22	6,49	3,24
3	70,93	29,56	11,82	5,91	72,14	30,06	12,02	6,01
4	29,27	12,20	4,88	2,44	29,77	12,40	4,96	2,48
5	28,15	11,73	4,69	2,35	28,63	11,93	4,77	2,39
6	54,04	22,52	9,01	4,50	54,96	22,90	9,16	4,58
7	49,54	20,64	8,26	4,13	50,38	20,99	8,40	4,20
8	67,56	28,15	11,26	5,63	68,70	28,63	11,45	5,73
9	68,68	28,62	11,45	5,72	69,85	29,10	11,64	5,82
10	76,56	31,90	12,76	6,38	77,86	32,44	12,98	6,49
11	104,71	43,63	17,45	8,73	106,49	44,37	17,75	8,87
12	76,56	31,90	12,76	6,38	77,86	32,44	12,98	6,49
13	124,98	52,07	20,83	10,41	127,10	52,96	21,18	10,59
14	39,41	16,42	6,57	3,28	40,08	16,70	6,68	3,34
15	131,73	54,89	21,96	10,98	133,97	55,82	22,33	11,16
16	72,06	30,02	12,01	6,00	73,28	30,53	12,21	6,11
17	50,67	21,11	8,44	4,22	51,53	21,47	8,59	4,29

Unidade	Hora 7				Hora 8			
1	53,66	22,36	8,94	4,47	62,37	25,99	10,39	5,20
2	48,01	20,01	8,00	4,00	55,80	23,25	9,30	4,65
3	88,97	37,07	14,83	7,41	103,39	43,08	17,23	8,62
4	36,72	15,30	6,12	3,06	42,67	17,78	7,11	3,56
5	35,30	14,71	5,88	2,94	41,03	17,10	6,84	3,42
6	67,78	28,24	11,30	5,65	78,78	32,82	13,13	6,56
7	62,14	25,89	10,36	5,18	72,21	30,09	12,04	6,02

8	84,73	35,30	14,12	7,06	98,47	41,03	16,41	8,21
9	86,14	35,89	14,36	7,18	100,11	41,71	16,69	8,34
10	96,03	40,01	16,00	8,00	111,60	46,50	18,60	9,30
11	131,33	54,72	21,89	10,94	152,63	63,60	25,44	12,72
12	96,03	40,01	16,00	8,00	111,60	46,50	18,60	9,30
13	156,75	65,31	26,13	13,06	182,17	75,91	30,36	15,18
14	49,43	20,59	8,24	4,12	57,44	23,93	9,57	4,79
15	165,23	68,84	27,54	13,77	192,02	80,01	32,00	16,00
16	90,38	37,66	15,06	7,53	105,04	43,77	17,51	8,75
17	63,55	26,48	10,59	5,30	73,85	30,77	12,31	6,15
Unidade	Hora 9				Hora 10			
1	68,89	28,70	11,48	5,74	69,62	29,01	11,60	5,80
2	61,64	25,68	10,27	5,14	62,29	25,95	10,38	5,19
3	114,22	47,59	19,04	9,52	115,42	48,09	19,24	9,62
4	47,14	19,64	7,86	3,93	47,63	19,85	7,94	3,97
5	45,32	18,88	7,55	3,78	45,80	19,08	7,63	3,82
6	87,02	36,26	14,50	7,25	87,94	36,64	14,66	7,33
7	79,77	33,24	13,29	6,65	80,61	33,59	13,43	6,72
8	108,78	45,32	18,13	9,06	109,92	45,80	18,32	9,16
9	110,59	46,08	18,43	9,22	111,75	46,56	18,63	9,31
10	123,28	51,37	20,55	10,27	124,58	51,91	20,76	10,38
11	168,60	70,25	28,10	14,05	170,38	70,99	28,40	14,20
12	123,28	51,37	20,55	10,27	124,58	51,91	20,76	10,38
13	201,24	83,85	33,54	16,77	203,35	84,73	33,89	16,95
14	63,45	26,44	10,58	5,29	64,12	26,72	10,69	5,34
15	212,11	88,38	35,35	17,68	214,35	89,31	35,72	17,86
16	116,03	48,35	19,34	9,67	117,25	48,85	19,54	9,77
17	81,58	33,99	13,60	6,80	82,44	34,35	13,74	6,87
Unidade	Hora 11				Hora 12			
1	69,62	29,01	11,60	5,80	68,89	28,70	11,48	5,74
2	62,29	25,95	10,38	5,19	61,64	25,68	10,27	5,14
3	115,42	48,09	19,24	9,62	114,22	47,59	19,04	9,52
4	47,63	19,85	7,94	3,97	47,14	19,64	7,86	3,93
5	45,80	19,08	7,63	3,82	45,32	18,88	7,55	3,78
6	87,94	36,64	14,66	7,33	87,02	36,26	14,50	7,25
7	80,61	33,59	13,43	6,72	79,77	33,24	13,29	6,65
8	109,92	45,80	18,32	9,16	108,78	45,32	18,13	9,06
9	111,75	46,56	18,63	9,31	110,59	46,08	18,43	9,22
10	124,58	51,91	20,76	10,38	123,28	51,37	20,55	10,27

11	170,38	70,99	28,40	14,20	168,60	70,25	28,10	14,05
12	124,58	51,91	20,76	10,38	123,28	51,37	20,55	10,27
13	203,35	84,73	33,89	16,95	201,24	83,85	33,54	16,77
14	64,12	26,72	10,69	5,34	63,45	26,44	10,58	5,29
15	214,35	89,31	35,72	17,86	212,11	88,38	35,35	17,68
16	117,25	48,85	19,54	9,77	116,03	48,35	19,34	9,67
17	82,44	34,35	13,74	6,87	81,58	33,99	13,60	6,80
Unidade	Hora 13				Hora 14			
1	68,89	28,70	11,48	5,74	68,89	28,70	11,48	5,74
2	61,64	25,68	10,27	5,14	61,64	25,68	10,27	5,14
3	114,22	47,59	19,04	9,52	114,22	47,59	19,04	9,52
4	47,14	19,64	7,86	3,93	47,14	19,64	7,86	3,93
5	45,32	18,88	7,55	3,78	45,32	18,88	7,55	3,78
6	87,02	36,26	14,50	7,25	87,02	36,26	14,50	7,25
7	79,77	33,24	13,29	6,65	79,77	33,24	13,29	6,65
8	108,78	45,32	18,13	9,06	108,78	45,32	18,13	9,06
9	110,59	46,08	18,43	9,22	110,59	46,08	18,43	9,22
10	123,28	51,37	20,55	10,27	123,28	51,37	20,55	10,27
11	168,60	70,25	28,10	14,05	168,60	70,25	28,10	14,05
12	123,28	51,37	20,55	10,27	123,28	51,37	20,55	10,27
13	201,24	83,85	33,54	16,77	201,24	83,85	33,54	16,77
14	63,45	26,44	10,58	5,29	63,45	26,44	10,58	5,29
15	212,11	88,38	35,35	17,68	212,11	88,38	35,35	17,68
16	116,03	48,35	19,34	9,67	116,03	48,35	19,34	9,67
17	81,58	33,99	13,60	6,80	81,58	33,99	13,60	6,80
Unidade	Hora 15				Hora 16			
1	67,44	28,10	11,24	5,62	67,44	28,10	11,24	5,62
2	60,34	25,14	10,06	5,03	60,34	25,14	10,06	5,03
3	111,81	46,59	18,64	9,32	111,81	46,59	18,64	9,32
4	46,14	19,23	7,69	3,85	46,14	19,23	7,69	3,85
5	44,37	18,49	7,39	3,70	44,37	18,49	7,39	3,70
6	85,19	35,50	14,20	7,10	85,19	35,50	14,20	7,10
7	78,09	32,54	13,02	6,51	78,09	32,54	13,02	6,51
8	106,49	44,37	17,75	8,87	106,49	44,37	17,75	8,87
9	108,26	45,11	18,04	9,02	108,26	45,11	18,04	9,02
10	120,68	50,29	20,11	10,06	120,68	50,29	20,11	10,06
11	165,05	68,77	27,51	13,75	165,05	68,77	27,51	13,75
12	120,68	50,29	20,11	10,06	120,68	50,29	20,11	10,06
13	197,00	82,08	32,83	16,42	197,00	82,08	32,83	16,42

14	62,12	25,88	10,35	5,18	62,12	25,88	10,35	5,18
15	207,65	86,52	34,61	17,30	207,65	86,52	34,61	17,30
16	113,59	47,33	18,93	9,47	113,59	47,33	18,93	9,47
17	79,86	33,28	13,31	6,66	79,86	33,28	13,31	6,66
Unidade	Hora 17				Hora 18			
1	71,79	29,91	11,97	5,98	72,52	30,22	12,09	6,04
2	64,24	26,76	10,71	5,35	64,88	27,04	10,81	5,41
3	119,02	49,59	19,84	9,92	120,23	50,09	20,04	10,02
4	49,12	20,47	8,19	4,09	49,62	20,67	8,27	4,13
5	47,23	19,68	7,87	3,94	47,71	19,88	7,95	3,98
6	90,69	37,79	15,11	7,56	91,60	38,17	15,27	7,63
7	83,13	34,64	13,85	6,93	83,97	34,99	13,99	7,00
8	113,36	47,23	18,89	9,45	114,50	47,71	19,08	9,54
9	115,25	48,02	19,21	9,60	116,41	48,50	19,40	9,70
10	128,47	53,53	21,41	10,71	129,77	54,07	21,63	10,81
11	175,70	73,21	29,28	14,64	177,48	73,95	29,58	14,79
12	128,47	53,53	21,41	10,71	129,77	54,07	21,63	10,81
13	209,71	87,38	34,95	17,48	211,83	88,26	35,30	17,65
14	66,12	27,55	11,02	5,51	66,79	27,83	11,13	5,57
15	221,05	92,10	36,84	18,42	223,28	93,03	37,21	18,61
16	120,91	50,38	20,15	10,08	122,14	50,89	20,36	10,18
17	85,02	35,42	14,17	7,08	85,88	35,78	14,31	7,16
Unidade	Hora 19				Hora 20			
1	72,52	30,22	12,09	6,04	69,62	29,01	11,60	5,80
2	64,88	27,04	10,81	5,41	62,29	25,95	10,38	5,19
3	120,23	50,09	20,04	10,02	115,42	48,09	19,24	9,62
4	49,62	20,67	8,27	4,13	47,63	19,85	7,94	3,97
5	47,71	19,88	7,95	3,98	45,80	19,08	7,63	3,82
6	91,60	38,17	15,27	7,63	87,94	36,64	14,66	7,33
7	83,97	34,99	13,99	7,00	80,61	33,59	13,43	6,72
8	114,50	47,71	19,08	9,54	109,92	45,80	18,32	9,16
9	116,41	48,50	19,40	9,70	111,75	46,56	18,63	9,31
10	129,77	54,07	21,63	10,81	124,58	51,91	20,76	10,38
11	177,48	73,95	29,58	14,79	170,38	70,99	28,40	14,20
12	129,77	54,07	21,63	10,81	124,58	51,91	20,76	10,38
13	211,83	88,26	35,30	17,65	203,35	84,73	33,89	16,95
14	66,79	27,83	11,13	5,57	64,12	26,72	10,69	5,34
15	223,28	93,03	37,21	18,61	214,35	89,31	35,72	17,86
16	122,14	50,89	20,36	10,18	117,25	48,85	19,54	9,77

17	85,88	35,78	14,31	7,16	82,44	34,35	13,74	6,87
Unidade	Hora 21				Hora 22			
1	65,99	27,50	11,00	5,50	60,19	25,08	10,03	5,02
2	59,04	24,60	9,84	4,92	53,85	22,44	8,98	4,49
3	109,41	45,59	18,23	9,12	99,79	41,58	16,63	8,32
4	45,15	18,81	7,53	3,76	41,18	17,16	6,86	3,43
5	43,42	18,09	7,24	3,62	39,60	16,50	6,60	3,30
6	83,36	34,73	13,89	6,95	76,03	31,68	12,67	6,34
7	76,41	31,84	12,74	6,37	69,69	29,04	11,62	5,81
8	104,20	43,42	17,37	8,68	95,04	39,60	15,84	7,92
9	105,93	44,14	17,66	8,83	96,62	40,26	16,10	8,05
10	118,09	49,20	19,68	9,84	107,71	44,88	17,95	8,98
11	161,50	67,29	26,92	13,46	147,31	61,38	24,55	12,28
12	118,09	49,20	19,68	9,84	107,71	44,88	17,95	8,98
13	192,76	80,32	32,13	16,06	175,82	73,26	29,30	14,65
14	60,78	25,33	10,13	5,07	55,44	23,10	9,24	4,62
15	203,18	84,66	33,86	16,93	185,32	77,22	30,89	15,44
16	111,14	46,31	18,52	9,26	101,37	42,24	16,90	8,45
17	78,15	32,56	13,02	6,51	71,28	29,70	11,88	5,94
Unidade	Hora 23				Hora 24			
1	52,94	22,06	8,82	4,41	45,69	19,04	7,61	3,81
2	47,37	19,74	7,89	3,95	40,88	17,03	6,81	3,41
3	87,77	36,57	14,63	7,31	75,74	31,56	12,62	6,31
4	36,22	15,09	6,04	3,02	31,26	13,02	5,21	2,60
5	34,83	14,51	5,80	2,90	30,06	12,52	5,01	2,50
6	66,87	27,86	11,14	5,57	57,71	24,05	9,62	4,81
7	61,30	25,54	10,22	5,11	52,90	22,04	8,82	4,41
8	83,59	34,83	13,93	6,97	72,14	30,06	12,02	6,01
9	84,98	35,41	14,16	7,08	73,34	30,56	12,22	6,11
10	94,73	39,47	15,79	7,89	81,75	34,06	13,63	6,81
11	129,56	53,98	21,59	10,80	111,81	46,59	18,64	9,32
12	94,73	39,47	15,79	7,89	81,75	34,06	13,63	6,81
13	154,63	64,43	25,77	12,89	133,45	55,60	22,24	11,12
14	48,76	20,32	8,13	4,06	42,08	17,53	7,01	3,51
15	162,99	67,91	27,17	13,58	140,67	58,61	23,44	11,72
16	89,16	37,15	14,86	7,43	76,95	32,06	12,82	6,41
17	62,69	26,12	10,45	5,22	54,10	22,54	9,02	4,51

Tabela D.4 – Preço dos Blocos de Lances das Unidades Consumidoras em \$/MWh.

Unidade	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	24,80	21,05	12,88	09,85
2	29,55	20,20	14,50	05,37
3	27,22	16,21	15,78	11,90
4	24,10	21,55	13,23	08,55
5	29,75	19,40	16,30	06,76
6	27,31	16,32	15,18	11,22
7	26,80	22,40	15,35	09,80
8	28,62	18,57	14,27	08,55
9	25,93	17,35	12,40	09,19
10	30,40	23,70	16,38	10,60
11	28,37	22,49	14,55	07,85
12	25,15	17,79	15,85	06,38
13	30,25	19,90	13,70	10,74
14	26,70	24,65	12,58	07,50
15	31,57	18,50	16,78	11,94
16	27,35	24,88	17,50	08,75
17	32,20	20,85	13,85	07,03

APÊNDICE E – CÁLCULO DE ERROS

E.1 Cálculo de erros nos lucros

A partir dos resultados obtidos pelas simulações de leilão, é possível calcular os erros nos lucros estimados para a CGPM calculados por cada modelo de COE, de modo a definir com qual destes modelos a companhia alcançou o maior lucro e qual destes modelos obteve menor erro de estimação de lucro. Para o cálculo dos erros de lucros, é necessário comparar o lucro real obtido no procedimento de equilíbrio de mercado que resolve o leilão (L^{PEM}), com o lucro esperado calculado pelo modelo de AP (L^{AP}) (i.e. o valor da função objetivo do modelo) e com isto determinar os erros na previsão do lucro ($E^{\$}$) dos modelos. Os erros de lucro para os casos 1, 2, 5 e 6 (que envolvem casos determinísticos) são calculados pelo erro relativo conforme (E.1). Para os casos 3 e 4 (que envolvem casos estocásticos com simulação de muitos leilões), como são obtidos diferentes valores de lucros para cada simulação de leilão, adotam-se valores médios para os lucros envolvendo todos os cenários de leilão, dados por \bar{L}^{PEM} e calculados conforme (E.2), os quais são utilizados para o cálculo dos erros médio nos lucros, conforme (E.3).

$$E^{\$} = \frac{|L^{AP} - L^{PEM}|}{L^{PEM}}, \quad (\text{Casos 1,2,5 e 6}) \quad (\text{E.1})$$

$$\bar{L}^{PEM} = \frac{\sum_{\zeta \in Z} L_{\zeta}^{PEM}}{|Z|} \quad (\text{E.2})$$

$$E^{\$} = \frac{|\bar{L}^{PEM} - L^{AP}|}{\bar{L}^{PEM}}, \quad (\text{Casos 3 e 4}) \quad (\text{E.3})$$

Para os casos estocásticos, adota-se Ω como o conjunto de cenários utilizados na construção das curvas cota-preço estocásticas e Z como o conjunto de cenários utilizados para as simulações de situações aleatórias nos leilões. Nos estudos realizados adotou-se $|\Omega| = 5$ para a construção das curvas cota-preço e $|Z| = 20$ para as simulações dos leilões.

E.2 Cálculo de erros nos preços de equilíbrio e cotas

Os erros de previsão nos preços de equilíbrio de mercado e cotas aceitas pela CGPM dependem do caso estudado. As expressões para estes erros precisam levar em conta se os preços/cotas são obtidos por modelos determinísticos ou estocásticos e ainda considerar se os preços/cotas são calculados por meio de um esquema de precificação

único para todo o sistema em cada período, ou um esquema de precificação nodal. Além disso, é interessante calcular médias horárias de preços/cotas, bem como os preços/cotas médios diários (durante todo o dia). Na Seção 5.3 serão apresentados as médias diárias dos erros para os preços/cotas. Já os erros horários para os preços/cotas são apresentados no Apêndice F e em (CABANA, 2022). A análise de erros de preços/cotas são analisados para cada caso, a seguir

Para os casos 1 e 5 (que envolvem situações determinísticas e barra única), os modelos de AP de todos os COEs estimam um único preço de equilíbrio (λ_t^{AP}) e uma única cota (P_t^{AP}) para cada período t . De modo semelhante, o leilão realizado para comparar os modelos de COE, calcula um preço de equilíbrio único horário dado por λ_t^{PEM} e uma cota horária da companhia dada por P_t^{PEM} . Assim, os erros médios horários de preço (E_t^λ) e cota (E_t^P), são calculados utilizando as expressões (E.4) e (E.5), respectivamente e os erros médios diários de preço (\bar{E}^λ) e cota (\bar{E}^P) são calculados utilizando as expressões (E.6) e (E.7).

$$E_t^\lambda = \frac{|\lambda_t^{AP} - \lambda_t^{PEM}|}{\lambda_t^{PEM}}, \quad \forall t \in T. \quad (\text{E.4})$$

$$E_t^P = \frac{|P_t^{AP} - P_t^{PEM}|}{P_t^{PEM}}, \quad \forall t \in T. \quad (\text{E.5})$$

$$\bar{E}^\lambda = \frac{\sum_{t \in T} E_t^\lambda}{|T|}. \quad (\text{E.6})$$

$$\bar{E}^P = \frac{\sum_{t \in T} E_t^P}{|T|}. \quad (\text{E.7})$$

Para os casos 2 e 6 (que envolvem situações determinísticas e preços nodais), o modelo de PEM do leilão determina valores de preços de equilíbrio (λ_{tk}^{PEM}) e cotas da companhia (P_{tk}^{PEM}) para cada barra k e cada período t . Diferentemente dos casos 1 e 5, em que todos os modelos de AP dos modelos de COE testados apresentam a mesma quantidade de dados em relação ao modelo de PEM, para os casos 2 e 6, os modelos de AP dos problemas de COE-CDRT e COE-CCPO, apresentam uma quantidade diferente de dados em relação ao modelo de PEM, sendo necessárias expressões diferentes para o cálculo de erros para cada tipo de COE.

Para o modelo de COE-SCCPN, o modelo de AP irá estimar um preço (λ_{tk}^{AP}) e uma cota (P_{tk}^{AP}) para cada período e cada barra, como ocorre também no modelo de PEM. Com isso os erros horários nodais de preço (E_{tk}^λ) e cota (E_{tk}^P) podem ser determinados pelas expressões (E.8) e (E.9):

$$E_{tk}^\lambda = \frac{|\lambda_{tk}^{AP} - \lambda_{tk}^{PEM}|}{\lambda_{tk}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (\text{E.8})$$

$$E_{tk}^P = \frac{|P_{tk}^{AP} - P_{tk}^{PEM}|}{P_{tk}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (\text{E.9})$$

Já para os modelos COE-CDRT e COE-CCPO, o modelo de AP irá apresentar apenas um preço (λ_t^{AP}) e uma cota (P_t^{AP}) para cada período. Conseqüentemente, os erros horários nodais de preço e cota são dados pelas expressões (E.10) e (E.11).

$$E_{tk}^\lambda = \frac{|\lambda_t^{AP} - \lambda_{tk}^{PEM}|}{\lambda_{tk}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (\text{E.10})$$

$$E_{tk}^P = \frac{|P_t^{AP} - P_{tk}^{PEM}|}{P_{tk}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (\text{E.11})$$

A partir dos erros de preço e cota horários nodais dados, são calculados os erros médios horários (\bar{E}_t^λ e \bar{E}_t^P) e os erros médios diários ($\bar{\bar{E}}^\lambda$ e $\bar{\bar{E}}^P$) para cada COE, utilizando-se as expressões (E.12)–(E.15).

$$\bar{E}_t^\lambda = \frac{\sum_{k \in K} E_{tk}^\lambda}{|K|}, \quad \forall t \in T. \quad (\text{E.12})$$

$$\bar{E}_t^P = \frac{\sum_{k \in K} E_{tk}^P}{|K|}, \quad \forall t \in T. \quad (\text{E.13})$$

$$\bar{\bar{E}}^\lambda = \frac{\sum_{t \in T} \bar{E}_t^\lambda}{|T|}. \quad (\text{E.14})$$

$$\bar{\bar{E}}^P = \frac{\sum_{t \in T} \bar{E}_t^P}{|T|}. \quad (\text{E.15})$$

Para o caso 3, os modelos de AP estimam um preço de equilíbrio (λ_t^{AP}) e uma cota (P_t^{AP}) para cada horário. Não obstante, são realizadas simulações de vários leilões, calculando-se um preço de equilíbrio ($\lambda_{t\zeta}^{PEM}$) e uma cota ($P_{t\zeta}^{PEM}$) para cada período t e cada cenário de leilão ζ . Assim, os erros de previsão em cada período t e cenário de leilão ζ para os preços ($E_{t\zeta}^\lambda$) e cotas ($E_{t\zeta}^P$) são dados pelas expressões (E.16) e (E.17):

$$E_{t\zeta}^\lambda = \frac{|\lambda_t^{AP} - \lambda_{t\zeta}^{PEM}|}{\lambda_{t\zeta}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall \zeta \in Z. \quad (\text{E.16})$$

$$E_{t\zeta}^P = \frac{|P_t^{AP} - P_{t\zeta}^{PEM}|}{P_{t\zeta}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall \zeta \in Z. \quad (\text{E.17})$$

Com os erros $E_{t\zeta}^\lambda$ e $E_{t\zeta}^P$ são calculadas as médias horárias dos erros de preço (\bar{E}_t^λ) e cota (\bar{E}_t^P), e a média diária de erros de preço ($\bar{\bar{E}}^\lambda$) e cota ($\bar{\bar{E}}^P$), utilizando-se as expressões (E.18) – (E.21):

$$\bar{E}_t^\lambda = \frac{\sum_{\zeta \in Z} E_{t\zeta}^\lambda}{|Z|} \quad \forall t \in T. \quad (\text{E.18})$$

$$\bar{E}_t^P = \frac{\sum_{\zeta \in Z} E_{t\zeta}^P}{|Z|} \quad \forall t \in T. \quad (\text{E.19})$$

$$\overline{\overline{E}}^\lambda = \frac{\sum_{t \in T} \overline{E}_t^\lambda}{|T|}. \quad (\text{E.20})$$

$$\overline{\overline{E}}^P = \frac{\sum_{t \in T} \overline{E}_t^P}{|T|}. \quad (\text{E.21})$$

Por fim, para o caso 4, para o modelo COE-SCCPN, o modelo de AP apresenta preços de equilíbrio (λ_{tk}^{AP}) e cotas (P_{tk}^{AP}) para cada período e cada barra. Por outro lado, para os modelos COE-CDRT e COE-CCPO o modelo de AP apresenta preços de equilíbrio (λ_t^{AP}) e cotas (P_t^{AP}) para cada período apenas. Neste caso, são simulados ainda vários cenários de leilão, de modo que são calculados preços de equilíbrio ($\lambda_{tk\zeta}^{PEM}$) e cota ($P_{tk\zeta}^{PEM}$) por período, por barra e por cenário. Assim, para o modelo COE-SCCPN, os erros em cada período t , barra k e cenário de leilão ζ , dados por ($E_{tk\zeta}^\lambda$) e cota ($E_{tk\zeta}^P$), são calculados conforme expressões (E.22) e (E.23). Para os demais modelos de COE, esses erros são calculados, respectivamente, pelas expressões (E.24) e (E.25):

$$E_{tk\zeta}^\lambda = \frac{|\lambda_{tk}^{AP} - \lambda_{tk\zeta}^{PEM}|}{\lambda_{tk\zeta}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall \zeta \in Z \quad (\text{E.22})$$

$$E_{tk\zeta}^P = \frac{|P_{tk}^{AP} - P_{tk\zeta}^{PEM}|}{P_{tk\zeta}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall \zeta \in Z \quad (\text{E.23})$$

$$E_{tk\zeta}^\lambda = \frac{|\lambda_t^{AP} - \lambda_{tk\zeta}^{PEM}|}{\lambda_{tk\zeta}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall \zeta \in Z \quad (\text{E.24})$$

$$E_{tk\zeta}^P = \frac{|P_t^{AP} - P_{tk\zeta}^{PEM}|}{P_{tk\zeta}^{PEM}}, \quad \forall t \in T, \forall k \in K, \forall \zeta \in Z. \quad (\text{E.25})$$

As expressões (E.26) e (E.27) são utilizadas para calcular os erros médios por período e cenário de leilão.

$$\overline{E}_{t\zeta}^\lambda = \frac{\sum_{k \in K} E_{tk\zeta}^\lambda}{|K|} \quad \forall t \in T, \forall \zeta \in Z. \quad (\text{E.26})$$

$$\overline{E}_{t\zeta}^P = \frac{\sum_{k \in K} E_{tk\zeta}^P}{|K|} \quad \forall t \in T, \forall \zeta \in Z. \quad (\text{E.27})$$

A partir de (E.26) e (E.27), são calculados os erros horários de preço de equilíbrio e cota utilizando-se as expressões (E.28) e (E.29), respectivamente:

$$\overline{\overline{E}}_t^\lambda = \frac{\sum_{k \in K} \overline{E}_{t\zeta}^\lambda}{|Z|} \quad \forall t \in T. \quad (\text{E.28})$$

$$\overline{\overline{E}}_t^P = \frac{\sum_{k \in K} \overline{E}_{t\zeta}^P}{|Z|} \quad \forall t \in T. \quad (\text{E.29})$$

Por fim, as expressões (E.30) e (E.31) calculam as médias de erros diários de preço e cota:

$$\overline{\overline{E}}^\lambda = \frac{\sum_{k \in K} \overline{E}_t^\lambda}{|T|}. \quad (\text{E.30})$$

$$\overline{\overline{E}}^P = \frac{\sum_{k \in K} \overline{E}_t^P}{|T|}. \quad (\text{E.31})$$

Tabela F.2 – Erros horários do caso 2: Determinístico, com preço de equilíbrio nodal e uma companhia *price-maker*

T	SCCPN P1		SCCPN P2		CCPO P1		CCPO P2		CDRT	
	Cota	Preço	Cota	Preço	Cota	Preço	Cota	Preço	Cota	Preço
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,26%	0,00%	20,95%	0,00%	10,09%
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,31%	0,00%	3,31%	0,00%	4,29%
3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,91%	0,00%	3,91%	0,00%	4,10%
4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,84%	0,00%	3,93%	0,00%	4,20%
5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,84%	0,00%	3,93%	0,00%	4,20%
6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,49%	0,00%	3,49%	0,00%	4,16%
7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,14%	0,00%	43,35%	0,00%	5,14%
8	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,45%	0,00%	25,15%	0,00%	5,43%
9	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,55%	0,00%	12,04%	0,00%	5,18%
10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,66%	0,00%	11,59%	0,00%	4,94%
11	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,66%	0,00%	11,59%	0,00%	4,94%
12	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,55%	0,00%	12,04%	0,00%	5,18%
13	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,55%	0,00%	12,04%	0,00%	5,18%
14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,55%	0,00%	12,04%	0,00%	5,18%
15	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,18%	0,00%	5,84%	0,00%	5,34%
16	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,18%	0,00%	5,84%	0,00%	5,34%
17	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,02%	0,00%	12,42%	0,00%	3,67%
18	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,69%	0,00%	10,92%	0,00%	3,61%
19	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,69%	0,00%	10,92%	0,00%	3,61%
20	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,66%	0,00%	11,59%	0,00%	4,94%
21	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,08%	0,00%	23,76%	0,00%	5,34%
22	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,39%	0,00%	24,47%	0,00%	5,43%
23	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,89%	1,29%	4,82%	0,00%	5,57%
24	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	3,72%	2,94%	42,15%	0,00%	6,72%
MÉDIA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,09%	0,18%	13,84%	0,00%	5,07%

Tabela F.3 – Erros horários do caso 3: Estocástico, com preço de equilíbrio único e uma companhia *price-maker*

T	SCCPN		CCPO		CDRT	
	Cota	Preço	Cota	Preço	Cota	Preço
1	0,00%	1,95%	0,00%	1,95%	0,00%	10,39%
2	0,00%	2,19%	0,00%	2,19%	0,00%	2,30%
3	0,00%	1,52%	0,00%	1,52%	0,00%	2,25%
4	0,00%	1,69%	0,00%	1,69%	0,00%	2,49%
5	0,00%	1,89%	0,00%	1,89%	0,00%	3,81%
6	0,00%	2,01%	0,00%	2,01%	0,00%	3,87%
7	0,00%	2,68%	0,00%	2,68%	0,00%	3,45%
8	0,00%	1,97%	0,00%	1,97%	0,00%	2,21%
9	0,00%	2,47%	0,00%	2,47%	0,00%	2,04%
10	0,00%	2,36%	0,00%	2,36%	0,00%	2,51%
11	0,00%	1,99%	0,00%	1,99%	0,00%	2,31%
12	0,00%	2,18%	0,00%	2,18%	0,00%	2,79%
13	0,00%	2,53%	0,00%	2,53%	0,00%	2,15%
14	0,00%	3,22%	0,00%	3,22%	0,00%	2,29%
15	0,00%	1,95%	0,00%	1,95%	0,00%	2,20%
16	0,00%	2,25%	0,00%	2,25%	0,00%	2,73%
17	0,00%	1,92%	0,00%	1,92%	0,00%	2,42%
18	0,00%	1,61%	0,00%	1,61%	0,00%	3,58%
19	0,00%	2,83%	0,00%	2,83%	0,00%	1,62%
20	0,00%	2,06%	0,00%	2,06%	0,00%	2,17%
21	0,00%	1,80%	0,00%	1,80%	0,00%	2,26%
22	0,00%	2,52%	0,00%	2,52%	0,00%	2,78%
23	0,00%	2,68%	0,00%	2,68%	0,00%	2,51%
24	0,00%	2,10%	0,00%	2,10%	0,00%	3,74%
MÉDIA	0,00%	2,18%	0,00%	2,18%	0,00%	2,95%

Tabela F.4 – Erros horários do caso 4: Estocástico, com preço de equilíbrio nodal e uma companhia *price-maker*

T	SCCPN		CCPO		CDRT	
	Cota	Preço	Cota	Preço	Cota	Preço
1	0,00%	1,41%	0,00%	3,79%	0,00%	11,74%
2	0,02%	3,53%	0,00%	3,79%	0,00%	5,43%
3	0,00%	2,81%	0,00%	7,20%	0,00%	4,49%
4	0,00%	4,28%	0,00%	4,73%	0,00%	4,73%
5	0,00%	4,49%	0,00%	5,90%	0,00%	3,98%
6	0,00%	3,05%	0,00%	4,65%	0,00%	4,01%
7	0,00%	3,26%	0,00%	4,63%	0,00%	5,27%
8	0,00%	3,16%	0,00%	4,05%	0,00%	5,93%
9	0,00%	2,01%	0,00%	4,02%	0,00%	4,61%
10	0,00%	3,56%	0,00%	4,96%	0,00%	5,04%
11	0,00%	2,64%	0,00%	4,27%	0,00%	4,49%
12	0,00%	1,93%	0,00%	4,27%	0,00%	5,36%
13	0,00%	1,90%	0,00%	3,93%	0,00%	4,63%
14	0,00%	1,79%	0,00%	6,18%	0,00%	4,55%
15	0,00%	2,16%	0,00%	4,59%	0,00%	4,03%
16	0,00%	2,61%	0,00%	4,19%	0,00%	6,01%
17	0,00%	1,73%	0,00%	4,44%	0,00%	3,88%
18	0,00%	2,59%	0,00%	3,99%	0,00%	4,10%
19	0,00%	1,94%	0,00%	4,85%	0,00%	4,04%
20	0,00%	2,17%	0,00%	3,76%	0,00%	4,07%
21	0,00%	2,41%	0,00%	4,86%	0,00%	4,77%
22	0,00%	2,55%	0,00%	6,37%	0,00%	6,51%
23	0,00%	4,07%	0,00%	5,73%	0,00%	5,41%
24	0,00%	1,64%	0,00%	4,00%	0,00%	4,03%
MÉDIA	0,00%	2,65%	0,00%	4,71%	0,00%	5,05%

Tabela F.5 – Erros horários do caso 5: Determinístico, com preço de equilíbrio único e duas companhias *price-maker*

T	SCCPN				CCPO				CDRT			
	Price-Maker 1		Price-Maker 2		Price-Maker 1		Price-Maker 2		Price-Maker 1		Price-Maker 2	
	Cota	Preço										
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	29,84%	0,00%	38,42%
2	0,00%	15,48%	0,00%	15,48%	0,00%	15,48%	0,00%	15,48%	30,40%	1,58%	0,00%	0,19%
3	0,00%	0,00%	7,15%	0,17%	0,00%	0,00%	7,15%	0,17%	32,00%	0,00%	46,47%	0,71%
4	3,59%	0,00%	4,10%	0,00%	3,59%	0,00%	4,10%	0,00%	74,45%	0,51%	26,43%	0,00%
5	1,77%	0,00%	6,27%	0,00%	1,77%	0,00%	6,27%	0,00%	74,45%	0,51%	26,43%	0,00%
6	0,00%	6,35%	0,00%	6,79%	0,00%	6,35%	0,00%	6,79%	78,70%	0,51%	27,73%	0,00%
7	0,00%	1,37%	0,00%	1,37%	0,00%	1,37%	0,00%	1,37%	0,00%	0,29%	0,00%	0,29%
8	1,68%	0,00%	0,00%	0,00%	1,68%	0,00%	0,00%	0,00%	4,65%	0,00%	5,88%	0,00%
9	3,70%	0,00%	4,57%	0,00%	3,70%	0,00%	4,57%	0,00%	11,25%	0,00%	21,31%	0,00%
10	1,24%	0,00%	4,57%	0,00%	1,24%	0,00%	4,57%	0,00%	20,89%	0,00%	12,52%	0,00%
11	1,24%	0,00%	4,57%	0,00%	1,24%	0,00%	4,57%	0,00%	11,00%	0,00%	24,06%	0,00%
12	3,70%	0,00%	4,57%	0,00%	3,70%	0,00%	4,57%	0,00%	11,25%	0,00%	21,31%	0,00%
13	3,70%	0,00%	4,57%	0,00%	3,70%	0,00%	4,57%	0,00%	11,25%	0,00%	21,31%	0,00%
14	3,86%	0,00%	4,38%	0,00%	3,86%	0,00%	4,38%	0,00%	8,78%	0,00%	24,78%	0,00%
15	3,73%	0,00%	0,00%	0,00%	3,73%	0,00%	0,00%	0,00%	8,38%	0,00%	20,21%	0,00%
16	0,00%	0,00%	4,42%	0,00%	0,00%	0,00%	4,42%	0,00%	12,85%	0,00%	14,53%	0,00%
17	0,00%	0,00%	0,00%	2,51%	0,00%	0,00%	0,00%	2,51%	8,22%	0,00%	33,01%	0,00%
18	0,00%	0,00%	4,07%	0,00%	0,00%	0,00%	4,07%	0,00%	8,17%	0,00%	25,72%	0,00%
19	0,00%	0,00%	4,07%	0,00%	0,00%	0,00%	4,07%	0,00%	8,02%	0,00%	25,95%	0,00%
20	1,24%	0,00%	4,57%	0,00%	1,24%	0,00%	4,57%	0,00%	8,59%	0,00%	27,62%	0,00%
21	1,95%	0,00%	0,00%	0,00%	1,95%	0,00%	0,00%	0,00%	8,78%	0,00%	14,49%	0,00%
22	2,71%	0,00%	0,00%	0,00%	2,71%	0,00%	0,00%	0,00%	1,62%	0,00%	0,47%	0,00%
23	0,00%	1,11%	1,32%	0,00%	0,00%	1,11%	1,32%	0,00%	0,00%	0,29%	0,00%	0,29%
24	6,47%	0,00%	0,00%	0,00%	6,47%	0,00%	0,00%	0,00%	12,28%	0,00%	109,63%	0,71%
M	1,69%	1,01%	2,63%	1,10%	1,69%	1,01%	2,63%	1,10%	18,58%	1,40%	22,08%	1,69%

Tabela F.6 – Erros horários do caso 6: Determinístico, com preço de equilíbrio nodal e duas companhias *price-maker*

T	SCCPN				CCPO				CDRT			
	Price-Maker 1		Price-Maker 2		Price-Maker 1		Price-Maker 2		Price-Maker 1		Price-Maker 2	
	Cota	Preço	Cota	Preço								
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	6,89%	0,00%	6,89%	28,09%	0,00%	36,89%	0,00%
2	0,00%	0,41%	0,00%	0,41%	0,00%	14,86%	0,12%	24,02%	19,82%	0,77%	20,42%	3,53%
3	0,00%	6,36%	0,00%	4,77%	0,80%	4,92%	0,00%	4,92%	14,87%	7,94%	14,87%	5,51%
4	0,00%	1,84%	0,00%	1,84%	1,22%	4,70%	0,05%	4,83%	12,58%	9,38%	12,66%	6,32%
5	0,00%	1,50%	0,00%	1,50%	1,22%	4,70%	0,05%	4,83%	12,58%	9,38%	12,66%	6,33%
6	0,00%	5,25%	0,00%	5,25%	0,52%	6,77%	0,00%	6,77%	12,25%	8,88%	12,33%	6,47%
7	0,00%	4,18%	0,00%	24,99%	0,00%	4,00%	0,00%	16,69%	7,02%	0,00%	7,02%	2,08%
8	0,00%	0,67%	0,00%	20,15%	1,94%	4,70%	0,00%	4,70%	5,13%	0,83%	5,13%	2,08%
9	0,00%	1,07%	0,00%	1,07%	1,63%	6,27%	0,00%	6,27%	3,71%	3,18%	3,71%	2,50%
10	0,00%	0,03%	0,00%	0,03%	1,70%	5,37%	0,00%	5,37%	3,08%	3,11%	3,08%	2,48%
11	0,00%	0,03%	0,00%	0,03%	1,70%	5,37%	0,00%	5,37%	3,08%	3,11%	3,08%	2,48%
12	0,00%	0,89%	0,00%	0,89%	1,70%	8,82%	0,00%	8,82%	3,71%	3,18%	3,71%	2,50%
13	0,00%	0,89%	0,00%	0,89%	2,85%	9,39%	0,00%	9,39%	3,71%	3,18%	3,71%	2,50%
14	0,00%	0,39%	0,00%	0,39%	2,79%	9,39%	0,00%	9,39%	3,71%	3,18%	3,71%	2,50%
15	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,07%	5,59%	0,00%	10,28%	6,13%	2,33%	6,13%	2,50%
16	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,07%	9,31%	0,00%	9,31%	6,13%	2,33%	6,13%	2,50%
17	0,00%	0,91%	0,00%	0,44%	3,07%	9,87%	0,00%	9,87%	3,60%	2,86%	3,60%	2,43%
18	0,00%	0,53%	0,00%	6,69%	3,08%	9,16%	0,00%	11,44%	3,19%	2,47%	3,19%	2,42%
19	0,00%	0,53%	0,00%	6,69%	3,13%	9,16%	0,00%	11,44%	3,19%	2,47%	3,19%	2,42%
20	0,00%	0,22%	0,00%	0,00%	2,56%	6,23%	0,00%	6,23%	3,08%	3,11%	3,08%	2,48%
21	0,00%	16,50%	0,00%	10,60%	2,63%	5,60%	0,00%	5,60%	4,69%	1,62%	4,69%	2,23%
22	0,00%	30,98%	0,00%	11,08%	2,00%	4,00%	0,00%	4,00%	5,25%	0,73%	5,25%	0,00%
23	0,00%	32,04%	0,00%	22,16%	2,11%	3,17%	0,00%	5,74%	3,98%	0,00%	3,98%	0,00%
24	0,00%	47,65%	0,00%	6,19%	1,92%	4,70%	0,00%	4,70%	4,77%	15,37%	4,86%	6,02%
M	0,00%	6,37%	0,00%	5,25%	1,86%	6,79%	0,01%	8,20%	7,39%	3,73%	7,80%	2,93%