

INTERFACE ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO: UMA ATIVIDADE DESENVOLVIDA COM BASE NUM DOCUMENTO DO SÉCULO XVI

An interface between the history of mathematics and education: an activity based on a sixteenth-century document

Fumikazu Saito¹ · Marisa da Silva Dias²

Resumo: Este artigo propõe a construção de uma interface entre história e ensino de matemática a partir de um diálogo entre historiadores e educadores da matemática. Para tanto, consideramos aspectos epistemológicos e metodológicos ligados à história da matemática, pautada em tendências historiográficas atuais, juntamente com a metodologia baseada no movimento lógico-histórico. A interface contemplou o movimento do pensamento na formação dos conceitos e o contexto no qual tais conceitos foram desenvolvidos, de modo a conduzir à reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento para a elaboração de atividade didática. Esta atividade teve por base um documento do século XVI dedicado à construção e uso de “instrumentos matemáticos”, e sua elaboração levou em consideração uma intencionalidade e um plano de ação que viabilizaram o seu desenvolvimento. A organização do ensino articulou as conexões internas e externas trazidas pela análise do documento e a forma do pensamento do desenvolvimento do conceito.

Palavras-chave: História da matemática. Ensino de matemática. Atividade didática.

Abstract: This paper proposes to devise an interface between history and mathematics education based on a dialogue between historians of mathematics and educators. Regarding this, we have considered epistemological and methodological aspects of the history of mathematics based on current trends in historiography along with the methodology based on the logic-historical approach. The interface sought to envisage the movement in thought in the context in which these very concepts were conceived and the context in which mathematical concepts were developed. This interface led us to reflect on the historical process of development of knowledge by which a didactic activity could be devised. This activity was based on a sixteenth century document devoted to the construction and use of “mathematical instruments”. Activity elaboration took into account an intention and a plan of action through which its application was made possible. The teaching organization took into consideration the internal and external connections brought about by analysis of the document and the thought form in developing the concept.

Keywords: History of Mathematics. Mathematics teaching. Didactic activity.

¹ Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e em História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Rua Marquês de Paranaguá, 111, Prédio I, 2º andar, Consolação. São Paulo, SP, Brasil. 01.303-050. fsaito@pucsp.br

² Departamento de Educação, Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista (Unesp). Bauru, SP, Brasil.

Introdução

Os educadores matemáticos, já há algum tempo, têm voltado sua atenção para as possíveis relações entre história, epistemologia e ensino-aprendizagem de matemática. Várias propostas que procuram articular História e Educação Matemática têm sido apresentadas e apreciadas por educadores não só no Brasil, mas também no exterior. Entretanto, as propostas de interação, que vão desde aplicações em sala de aula, pautadas em diferentes correntes pedagógicas e em algumas perspectivas historiográficas, até estudos sobre o papel da história da matemática no ensino, apresentam-se, em sua maior parte, como relatos e “ensaios”. Isso pode ser constatado, por exemplo, no relatório publicado pela International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) em 2000 (FAUVEL; VAN MAANEN, 2000).

Estudos com o intuito de avaliar e trazer novas contribuições concernentes às potencialidades pedagógicas da história da matemática na educação matemática já vêm sendo realizados há algum tempo (MENDES, 2006, 2009; MIGUEL, 1997; MIGUEL; BRITO, 1996; MIGUEL; MIORIM, 2005; MIORIM; VILELA, 2009). Alguns desses estudos, além de fornecerem subsídios para a compreensão do papel da história no ensino, pontuam diferentes vertentes pedagógicas, associando-as ao uso da história da matemática, de modo a propor novos caminhos de abordagem. Do mesmo modo, historiadores da ciência e da matemática parecem estar convencidos de que a história tem um papel importante no ensino. Buscando transpor os limites acadêmicos nos quais desenvolvem suas pesquisas, os historiadores da ciência e da matemática têm voltado sua atenção não só para o papel da história na formação do matemático, mas, também, do professor de matemática (BELHOSTE, 2002; D’AMBROSIO, 1996; MENDES, 2006, SAITO, 2010).

Podemos dizer que os educadores têm valorizado, consideravelmente, as contribuições da história da matemática na educação matemática (BELHOSTE, 2002; MENDES, 2006). Porém, sabemos o cuidado que se deve ter nessa abordagem para que não se crie a imagem de que a história resolverá todos os problemas de aprendizagem, o que podem sugerir os argumentos de Felix Klein, analisados por Miguel (1997), referentes à dimensão pedagógica da história. Além disso, os estudos de Furinghetti (2007, p. 133) sugerem que, embora a história da matemática seja uma mediadora para a aprendizagem da matemática, não é método de ensino, mas uma provedora de recursos que conduz à reflexão sobre o processo de construção do conhecimento matemático. Com isso, faz-se necessário um aprofundamento nas reflexões, discussões e elaboração de propostas, a fim de se delinearem algumas condições para que a articulação entre história e ensino seja viável. Assim, propomos um diálogo entre historiadores e educadores da matemática de modo a refletirmos sobre a possibilidade da construção de uma interface que contemple a significação dos objetos matemáticos historicamente constituídos. A história da matemática, dessa maneira, propiciaria a experiência do processo de construção do conceito, promovendo a apropriação da significação dos objetos matemáticos³.

³Deve-se salientar que estamos utilizando o termo significação (ou significado) para designar a produção histórico-social, distinguindo-o do sentido pessoal (LEONTIEV, 1983). Embora o processo de apropriação carregue em si um sentido pessoal, subjetivo, que o sujeito imprime, ele não perde a sua significação. Em outros termos, o caráter objetivo do conhecimento não deixa de existir para o indivíduo.

A articulação entre história e ensino, entretanto, não parece ser uma tarefa simples, pois ela visa não só uma compreensão mais contextualizada dos objetos matemáticos, mas, também, uma metodologia de abordagem que viabilize uma proposta didático-pedagógica. Assim, do ponto de vista do historiador da matemática, somente uma história da matemática pautada em tendências historiográficas atuais poderia contribuir de maneira mais profícua para o ensino. Isso se torna ainda mais evidente na medida em que, nos Parâmetros Curriculares Nacionais, está explícita a noção-base de que o conhecimento matemático deve ser entendido como atividade humana (BRASIL, 1997, 2000). Contudo, a escrita da história por trás das muitas histórias da matemática não parece ser adequada nesse sentido, visto que muitas destas histórias reduzem-se a biografias ou a conteúdos matemáticos dispostos linearmente, dando ênfase ao caráter heurístico dos objetos da matemática, o que acaba por transmitir a ideia de conhecimento acabado e verdadeiro. Por outro lado, alguns educadores podem compartilhar da ideia de que a introdução do elemento histórico pode ser um fator complicador. Como bem observa Miguel (1997), além da ausência de literatura histórica adequada e do sentido de progresso histórico na criança, a introdução do elemento histórico no ensino, em vez de facilitar a aprendizagem, poderia complicá-la ainda mais. Nesse sentido, Miguel acredita que é necessário que as histórias da matemática utilizadas pelo professor sejam escritas sob o ponto de vista do educador matemático. Somente assim teríamos uma história da matemática pedagogicamente orientada.

A esse respeito, queremos aqui observar que a interface que consideramos é aquela que, embora tenha alguns pressupostos e concepções sobre história e ensino, constrói-se no movimento da pesquisa com a prática pedagógica. Compartilhamos com Miguel e Miorim (2005) e outros pesquisadores a ideia de que não existe uma única história da matemática, e, mesmo, de qualquer história. Defendemos uma história que contemple a abordagem de cultura matemática, porém, diferente de uma história-problema, não nos propomos a ver um problema de investigação a partir de diferentes práticas sociais.

Se levarmos em consideração os poucos trechos dos Parâmetros Curriculares Nacionais que se referem à história da matemática, notaremos neles marcas nítidas de perspectivas historiográficas tradicionais (BRASIL, 1997, p. 33-34). Assim, embora haja reconhecimento da importância da história da matemática no ensino, tal reconhecimento não parece garantir a necessária construção de interfaces (BELTRAN, 2009; FARIA, 2010).

Como toda área de conhecimento, pesquisas e estudos em história da matemática dependem de especialistas, pois diferentemente do que pensa o senso comum, não basta juntarmos história e matemática para que o resultado final seja, provavelmente, história da matemática, visto que a soma de duas coisas, neste caso, resulta numa terceira com características próprias, diferente daquelas que lhe deram origem, como discute Alfonso-Goldfarb (2003) ao abordar a história da ciência. Além disso, devemos também considerar que histórias da matemática escritas por matemáticos são diferentes, por exemplo, daquelas escritas por historiadores da ciência. Isso, entretanto, não significa que uma história seja mais verdadeira do que a outra, mas que as histórias são escritas de diferentes perspectivas e métodos baseados em diferentes questões, e adotando critérios distintos (BROMBERG; SAITO, 2010).

Da mesma maneira, podemos dizer a respeito da educação matemática e a história da matemática. Essas duas áreas de conhecimento têm contornos bem definidos por métodos e objetos de investigação. Desse modo, por construção de interface queremos aqui nos referir à

constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática.

Convém observar que esta interface não é única e constitui-se numa gama de possibilidades. Para a sua construção, consideramos não só aspectos epistemológicos e metodológicos ligados à história da matemática, mas, também, à educação matemática, aproximando as concepções historiográfica do historiador e pedagógica do educador (BELTRAN, 2009). Desse modo, buscamos privilegiar o processo histórico do desenvolvimento da matemática juntamente com a formação do conceito no processo do ensino e aprendizagem. Procuramos construir uma interface entre história e ensino dando ênfase maior ao contexto no qual esses conceitos foram desenvolvidos. Além disso, buscamos uma abordagem metodológica a fim de captarmos o movimento do pensamento no contexto em que os conceitos matemáticos foram concebidos, da qual trataremos a seguir.

O movimento do pensamento na formação do conceito matemático

Como já apontamos acima, a construção de uma interface entre história e ensino da matemática requer, além de uma perspectiva historiográfica atualizada, uma metodologia de abordagem que propicie uma apropriada articulação entre esses dois campos de conhecimento.

Do ponto de vista do educador matemático, a história da matemática tem sido utilizada, como sintetiza Miguel (1997), como fonte de motivação, de objetivo, de métodos, de seleção de problemas, bem como instrumento de desmistificação da matemática, de desalienação do seu ensino, de formalização de conceitos matemáticos, de promoção do pensamento crítico, de unificação de campos da matemática, de promoção de atitudes e valores, de conscientização epistemológica e de resgate da identidade cultural. Analisando essas vertentes, concordamos com Miguel que devemos encarar com prudência o uso da história da matemática no ensino, e que, além disso, não há uma única história da matemática da qual o educador possa fazer uso.

Nossos estudos a respeito das propostas e tendências do uso de história da matemática no ensino têm revelado, em linhas gerais, três importantes aspectos que poderiam ser entendidos como favoráveis à integração desses dois campos de conhecimento. O primeiro diz respeito à própria área de referência dos educadores matemáticos, ou seja, a história tem ajudado a construir uma visão diferenciada da matemática, que passa a ser vista como atividade intelectual e humanizadora, ao invés de um corpo de conhecimento dado ou um conjunto de técnicas de resolução de problemas matemáticos. O segundo aspecto está relacionado à percepção do conhecimento matemático. A articulação de tópicos de história no ensino de matemática tem possibilitado a reorientação da visão do que são os objetos da Matemática, pois o estudo do processo histórico conduz a uma linha interpretativa diferenciada, propiciando a abordagem do mesmo objeto matemático por outra perspectiva e, assim, contribuindo para sua melhor compreensão. O terceiro aspecto a ser considerado é a interdisciplinaridade, na qual o processo histórico tem se mostrado eficaz ao abordar o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, na medida em que os insere num contexto particular e estabelece relações com outras áreas do conhecimento científico, tecnológico e social (DIAS; SAITO, 2009).

Esses três aspectos parecem convergir para a ideia de que documentos históricos propiciam um potencial recurso para elaboração de propostas didáticas que contemplem a formação do conceito matemático. Isso, entretanto, não quer dizer que devemos ensinar matemática pela história, nem repetir o percurso histórico na formação de um conceito matemático. Mas, buscar no processo histórico o movimento do pensamento no contexto da formação deste conceito.

Cabe notar que não se trata aqui de reforçar a prevalência do lógico sobre o epistemológico e os fundamentos da matemática sobre a própria matemática e suas aplicações. Ao privilegiarmos os elementos que propiciam a construção do conceito matemático a ser ensinado, procuramos uma via que nos auxilie a esboçar um método que conduza à apropriação do conceito pelo indivíduo.

Ao pensarmos nos modos de tratamento possíveis para abordar a história da matemática no ensino, optamos por nos fundamentar na perspectiva lógico-histórica (DIAS, M. S., 2007; MOURA; SOUSA, 2005). Dentre as diversas abordagens que exploram as potencialidades pedagógicas da história da matemática que consideramos em nossas discussões, aquelas com objetivo de estudar as contribuições do lógico-histórico são poucas. Dentre esses estudos, encontramos, no campo da matemática, as pesquisas de Amorim (2007), M. S. Dias (2007), Duarte (1987), Giardinetto (1996), Moisés (1999), Sousa (2004).

Tal perspectiva tem por pressuposto a possibilidade do estudo no movimento do pensamento, no sentido de apreensão do objeto, isto é, do desenvolvimento do conceito. Essa perspectiva pauta-se na categoria do movimento lógico-histórico (KOPNIN, 1978), em que o histórico do objeto é entendido no seu processo de mudança, isto é, etapas de seu surgimento e desenvolvimento, e, o lógico, como meio pelo qual o pensamento realiza a reprodução do processo histórico desse objeto. Tal reprodução não significa que o pensamento deva copiar os passos da história, pois a reprodução no pensamento é formação, reconstrução e elaboração. O lógico do histórico refere-se à lógica dialética, mais ampla que a lógica formal. A relação da lógica formal com o conhecimento matemático tem sido tão estreita que, muitas vezes, se toma uma pela outra. A lógica formal se interessa pela própria forma linguística da expressão de uma ideia, como, por exemplo, de uma definição matemática. Entretanto, a lógica dialética, por sua vez, estuda, sobretudo, o conteúdo mental que se expressa por meio da forma linguística, dando atenção especial à relação desse conteúdo com a realidade objetiva no processo de pensamento, ou seja, no processo de aquisição do conhecimento.

A relação dialética entre o lógico e o histórico no pensamento conduz à compreensão do objeto de estudo na sua forma teórica, pois

[...] embora a teoria do objeto se manifeste ao mesmo tempo como sua história, a reprodução, no pensamento, da essência e do conteúdo de qualquer fenômeno não torna desnecessário o estudo de sua história; ao contrário, para atingir-se um degrau mais elevado no conhecimento do objeto, é necessário recorrer justamente à história. (KOPNIN, 1978, p. 185)

Tomando por objeto o conhecimento científico, o movimento lógico-histórico de seu processo de criação e desenvolvimento percorre gerações. Desse modo, quando o histori-

ador busca captar o movimento histórico real, ele seleciona e organiza, no pensamento, o modo como concebe o histórico, que constituirá o lógico desse movimento. Para um historiador, isso significa a realização da obra que ele constrói em seu pensamento, cujo movimento está relacionado com as necessidades e preocupações de seu momento histórico. Nesse sentido, nenhuma história é única e neutra, mas reflete uma ideologia e uma racionalidade do contexto no qual ela é produzida (NOBRE, 2004). Embora esse processo pareça óbvio, os livros de história da matemática, entretanto, não são utilizados por muitos educadores de maneira crítica. E cabe aqui lembrar que são esses livros que hoje temos como referência para apropriação da história da matemática.

Assim, na formação do conceito, o histórico do objeto refletido no pensamento constitui o conteúdo do pensamento, e o lógico, reflexo desse conteúdo, reproduz “a essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações” (KOPNIN, 1978, p. 183). Por esse motivo, investimos na formação de conceitos, pelo indivíduo, por meio de uma proposta capaz de desencadear, no pensamento, essa dialética entre o histórico e o lógico.

Ao articularmos história da matemática e ensino, não procuramos fazer a história guiar o pensamento de tal modo a impor o processo histórico, mas permitir que a formação das ideias componha a lógica do movimento do pensamento. Porém, temos consciência de que a construção do texto histórico influencia na forma de conceber o desenvolvimento do conhecimento, que trataremos no tópico a seguir.

A partir da dialética do lógico e do histórico como forma de pensamento, observamos a possibilidade didática que busca relacionar o histórico de conceitos e sua essência, o lógico, com a finalidade da formação do conceito para si. Ao reproduzir na mente a criação e o desenvolvimento de um conceito, o indivíduo, além de compreender sua necessidade e as aptidões humanas nele sintetizadas, elabora novos aspectos e novas relações do movimento do objeto no pensamento. Desse modo, o termo reprodução não deve ser aqui tomado no sentido de cópia idêntica, mas no de capacidade humana, como sintetiza Rubinstein (1976, p. 47):

Tal como a retenção não é apenas uma conservação passiva, muito menos a reprodução é uma reprodução mecânica do que foi inculcado ou aprendido. No processo de reprodução, aquilo que se deve reproduzir não se reproduz apenas, mas forma-se de certo modo. Até o próprio conteúdo significativo se forma através da formulação linguística. O pensar está contido na reprodução, capta o conteúdo de uma forma mais exata, generaliza-o, sistematiza-o, aperfeiçoa-o e reconstrói-o. Por isso a reprodução do reproduzido é a essência da própria reprodução como resultado da sua elaboração ideológica, como aspecto essencial da reprodução.

Desse modo, ao explorarmos o movimento lógico-histórico do conceito na proposta didática, também buscamos contribuir com a aprendizagem do modo de produção do conhecimento. Isso possibilita ao indivíduo compreender a inexistência de verdades absolutas, concepções frequentes de estudantes em relação à matemática, geradas ou pelo método de ensino fundamentado somente na lógica formal, ou por uma concepção historiográfica de vertente positivista.

Contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos

Ao aproximarmos a história e o ensino, não procuramos afirmar que a pesquisa histórica seja a do professor. Queremos apenas ressaltar que o educador, ao levar para a sala de aula as histórias que estão nos livros, atualmente baseadas em uma vertente historiográfica tradicional, tende a reforçar a linearidade do desenvolvimento do conceito.

Ao introduzirmos a história no ensino de matemática, corremos o risco de acentuar o anacronismo existente nas várias histórias da matemática. Esse anacronismo consiste em atribuir, a um estudioso de matemática do passado, posturas e atitudes conscientes que ele nunca possuiu. Assim, como sugere A. M. Alfonso-Goldfarb (1994), um “matemático” do século XVI, por exemplo, é anacronicamente comparado a um matemático no século XX, como se ambos estivessem envolvidos com as mesmas preocupações e necessidades matemáticas.

Esse anacronismo geralmente é acentuado quando o historiador ou, mesmo, o educador escolhe um assunto e seleciona, na história, momentos que supostamente estejam relacionados a ele, fazendo uma comparação descontextualizada. Esse tipo de abordagem tradicional da histórica, entretanto, acaba conduzindo a uma perspectiva histórica evolucionista e presentista do conhecimento, sugerindo que toda a história da matemática teria convergido para o momento presente, que seria a etapa mais aprimorada de seu desenvolvimento (BUTTERFIELD, 1965).

Sem dúvidas, podemos escrever uma história da matemática fundamentada por esse viés historiográfico. Contudo, esse tipo de escrita histórica acaba por legitimar a ideia de que a matemática só poderia ter trilhado esse caminho histórico, que era o único que conduzia ao verdadeiro conhecimento. Nesses termos, a história passa a destacar apenas os grandes nomes da matemática e a buscar, no passado, os precursores da matemática moderna. Ao procederem dessa maneira, as narrativas históricas passam a organizar os conteúdos matemáticos de tal modo a darem ênfase ao encadeamento lógico dos conceitos, sem relação com as necessidades humanas e outros aspectos sociais e culturais que fazem parte do seu contexto.

Cabe observar que histórias da matemática sempre foram escritas, mas foi, a partir do século XVIII, que surgiram grandes compêndios. Dentre os mais conhecidos, encontramos: ‘Cronica de matematici: overo epitome dell’ istoria delle vite loro’, de Bernardino Baldi (1553-1617); ‘Historia matheseos universae’, publicado por Johann Christoph Heilbronner (1706-1745), e ‘Histoire des mathématiques’ de Jean-Étienne Montucla (1725-1799). No primeiro, publicado postumamente, Baldi (1707) buscou fazer um levantamento de matemáticos conhecidos desde a Antiguidade até o século XVII, dedicando, a cada um deles, uma breve biografia. No segundo, Heilbronner (1742) buscou, tal como Baldi (1707), recensar matemáticos importantes, procurando, entretanto, creditar, a cada um deles, seus feitos e descobertas mais notáveis. Mas é no terceiro compêndio, publicado em quatro volumes, entre 1799 e 1802, que encontramos o grande modelo que seria adotado pelas histórias da matemática de gerações posteriores. E, dentre essas histórias, a que merece destaque, provavelmente, é ‘Vorlesungen über Geschichte der Mathematik’, publicada por Moritz Benedikt Cantor (1829-1920) entre 1880 a 1908.

O que caracteriza essas quatro obras é a forma linear e cronológica com que foram escritas essas histórias. Do ponto de vista historiográfico, o desenvolvimento do conhecimento matemático é visto como uma sucessão de fatos, organizados logicamente, por sua tempo-

ralidade, omitindo debates e outras questões “extramatemáticas” que, direta ou indiretamente, estiveram ligadas no momento de sua formulação. Essa maneira de escrever a história da matemática parece ter-se consolidado no início do século XX, com a volumosa obra de Cantor. O mesmo estilo de escrita da história, com algumas variações, pode ser encontrado, por exemplo, em outras obras de história da matemática bem conhecidas, tais como: ‘History of Mathematics’ de Florian Cajori (1859-1930); ‘Introdução à história da matemática’ de Howard Eves (2004); ‘História da matemática’ de Carl B. Boyer (1996), e ‘History of Mathematics’ de David E. Smith (1923).

Embora sejam referências importantes, essas histórias da matemática, além de serem extremamente descritivas, procuram valorizar a escrita linear e cronológica da história, de tal modo que passaram a ser classificadas como “positivistas”. A esse respeito, entretanto, é importante ter em conta que o rótulo “positivista” não é utilizado aqui em seu sentido pejorativo. Por “positivista” queremos nos referir a uma tendência historiográfica que procura escrever uma história linear e progressista, acumulando grande número de datas, nomes e feitos matemáticos importantes. Nessa vertente historiográfica, a história da matemática deveria dar conta não só de grandes descobertas matemáticas, mas, também, evidenciar o progresso do pensamento matemático desde suas origens até o século XX (BUTTERFIELD, 2003; DEBUS, 1991; ROSSI, 2000).

Diametralmente opostas, outras tendências historiográficas primaram pela necessidade de se entender como os fatores externos à Matemática a teriam influenciado. Enquanto a primeira proposta historiográfica preocupou-se com problemas internos à Matemática, ou seja, à evolução dos conceitos matemáticos, independente da sociedade ou do meio em que eram produzidos, outras correntes historiográficas tomam a sociedade como base do processo de construção do conhecimento matemático. Representativos dessa segunda tendência historiográfica são os estudos relacionados à etnomatemática (D’AMBROSIO, 1993). Iniciativas de educadores e historiadores nesse sentido têm contribuído para a compreensão mais contextualizada dos objetos da matemática a serem ensinados.

Ao enfocarem aspectos “extramatemáticos”, tanto no ensino e na aprendizagem, quanto na constituição do conhecimento matemático, as tendências historiográficas com base em fatores socioculturais contribuíram muito para aproximar a Matemática dos aspectos ligados às necessidades humanas e, desse modo, ajudaram na compreensão do papel da Matemática na sociedade. Contudo, uma abordagem que dá ênfase apenas a questões socioculturais, deixando de lado outras de natureza teórica e conceitual, é, também, problemática, visto que os conteúdos matemáticos estruturados em bases lógicas, bem definidas em diferentes épocas, tornam-se periféricos. Assim, questões de natureza epistemológica ligadas aos objetos matemáticos não são levantadas, nem analisadas, o que pode conduzir a imprecisões conceituais. Vale lembrar que, ao articularmos história e ensino de matemática, devemos dar conta não só do desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação crítica do estudante e do professor, mas também dos conteúdos próprios da área de referência, isto é, da Matemática.

Como já mencionamos anteriormente, não é propósito nosso fazer do professor um historiador, e, sim, aproximá-lo do historiador da matemática, de modo a elaborarmos uma estratégia, ou mesmo esboçarmos uma metodologia de trabalho, em que seja possível articular proficuamente história e ensino da matemática. Inferimos que é possível a construção de uma

interface entre esses dois campos de conhecimento se privilegiarmos o processo histórico do desenvolvimento da matemática com a formação do conceito no ensino e aprendizagem. Isso pode ser alcançado se uma ênfase maior for dada ao contexto histórico no qual esses conceitos são desenvolvidos. A esse respeito, a História da Ciência pautada em tendências historiográficas atuais tem apresentado interessantes estudos nessa direção (ALFONSO-GOLDFARB, 1994; ALFONSO-GOLDFARB; BELTRAN, 2004; BELTRAN et al., 2009; SAITO, 2008a).

Foram poucas as iniciativas que procuraram contextualizar os objetos matemáticos segundo as atuais tendências historiográficas (BASTOS, 2006; D'AMBROSIO, 2008; DIAS, A. L. M., 2002; FOWLER, 1994; SIQUEIRA, 2009). Esse quadro, provavelmente, é decorrente da prevalência do lógico sobre o epistemológico e dos fundamentos da matemática sobre a própria matemática e suas aplicações (SILVA, 1999).

Frente a isso, a história da matemática escrita por historiadores da ciência tem buscado contextualizar historicamente o conhecimento matemático, reformulando suas questões. Tendo por base três esferas de análise (epistêmica, historiográfica e contextual), a escrita da história levou em consideração não só aspectos internos, mas, também, externos ao desenvolvimento do conhecimento matemático, de tal modo a situar os objetos da matemática na história (ALFONSO-GOLDFARB; FERRAZ, 2009).

Convém observar que contextualizar historicamente não implica apenas descrever e explicitar sobre o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, mas, também, relacioná-los à própria natureza da matemática no passado. Por meio da análise histórica dos conceitos e das problemáticas que conduziram ao surgimento de um conteúdo matemático num determinado momento histórico, é possível compreender como o conhecimento matemático se desenvolveu e se institucionalizou em diferentes épocas (BROMBERG; SAITO, 2010). Assim, em nossas análises, concluímos que é somente através de um exercício de ampliação de foco e, por conseguinte, privilegiando o processo histórico do desenvolvimento da Matemática com a formação do conceito no ensino e aprendizagem, que conseguiremos dar início a um trabalho que contemple a construção de uma interface entre história e ensino de matemática (DIAS; SAITO, 2009).

Se aprender não significa absorver e acumular conhecimento, mas desenvolver uma postura crítica sobre o conhecimento, então, ensinar significa passar à diante menos quantidade e mais qualidade. O conhecimento matemático foi transmitido de geração a geração por séculos, porém, nesse processo de transmissão, a concepção do que vem a ser “matemática” transformou-se (AXWORTHY, 2009; BESSE, 2009; POPPER, 2006; ROUX, 2010). Ademais, a matemática nem sempre foi um campo unificado de conhecimento. Podemos dizer que o estudo da matemática ganhara impulso entre os séculos XVI e XVII. Além disso, a partir do século XVIII, a matemática começou a adquirir contornos mais definidos e, gradativamente, à medida que avançou em direção ao século XIX, produziu conhecimentos exclusivamente matemáticos (BROMBERG; SAITO, 2010).

Deve-se ressaltar que não podemos nos referir às áreas do conhecimento, anteriores ao século XVIII, como disciplinas específicas. Estudos recentes têm apontado para uma vasta e complexa rede, na qual as várias áreas do saber interpenetravam-se como as tramas de um tecido. Ao se recortar uma das partes desta rede, essas tramas revelam aspectos importantes acerca da estrutura das várias áreas de conhecimento (ALFONSO-GOLDFARB; BELTRAN, 2002; SAITO, 2008a). A matemática, nesse sentido, era um campo de conhecimento comple-

xo, que incluía vários domínios de saber, desenvolvendo outros tantos novos domínios ao longo da história (ROUX, 2010). Isso significa, entre outras coisas, que não podemos definir a matemática de uma só maneira quando tratamos de sua história.

A articulação entre história e ensino de matemática deve, portanto, dar atenção para as diferentes concepções de matemática em diferentes épocas. Devemos evitar definir a matemática com base em nossas concepções modernas, e compreender a dinâmica do desenvolvimento do conhecimento matemático a fim de aproximarmos essa dinâmica do ensino. Isso porque, no que diz respeito ao ensino de matemática, não há prática ou teoria pedagógica que não seja influenciada por uma concepção filosófica sobre a natureza da ciência e, consequentemente, da matemática (BELTRAN, 2009; SILVA, 1999).

Diferentes épocas definiram a matemática de formas diferentes. A concepção do que vem a ser matemática numa época é definida por sua *episteme*, isto é, um conjunto de relações epistemológicas que fundamenta o conhecimento numa determinada época, representando, dessa maneira, as condições de possibilidade discursivas que constituem uma epistemologia (FOUCAULT, 1999, 2000). Podemos dizer que o conhecimento matemático afigurou-se de forma diferenciada em determinados momentos da história, atendendo a uma necessidade não só interna, como, também, a uma demanda extramatemática. A matemática desenvolveu-se juntamente com seu objeto de investigação, de modo que é preciso refinar o olhar para outras direções que a *episteme* de uma época permite. Dessa maneira, afastamos o nosso olhar do objeto matemático e buscamos por outras relações no contexto histórico, para, então, voltarmos a contemplar o objeto novamente, dando-lhe significado. Esse modo de proceder revela, no percurso histórico, o desenvolvimento de novas relações entre a Matemática, seu objeto e o contexto, sem perder de foco as múltiplas facetas inter-relacionadas entre matemática e outras áreas de conhecimento.

A vertente historiográfica tradicional não parece dar conta desse movimento, visto que objeto da matemática é definido segundo parâmetros modernos e que, ao inseri-lo no contexto histórico, ele apenas é retirado do presente e alocado no passado. Ao contrário, uma vertente historiográfica mais atualizada propõe analisar o passado no passado, e lá encontrar um objeto matemático, destacando-o da trama da qual ele faz parte (trama essa que é dada por sua *episteme*). Assim que o objeto é arrancado de sua trama, ele revela as diversas conexões que dão sentido a sua existência naquele contexto histórico, abrindo, assim, um campo de possibilidades a ser explorado pelos educadores matemáticos.

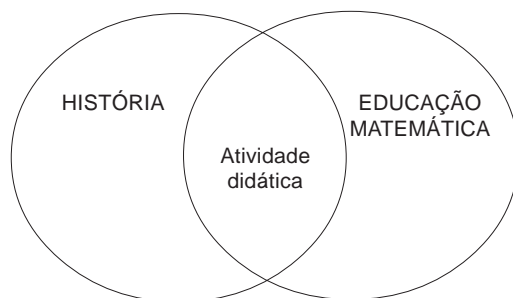
Todavia, é preciso evitar a distinção proposta por Grattan-Guinness (2005) entre “história” e “legado” (*heritage*), como discorreremos mais abaixo. De fato, devemos concordar com Grattan-Guinness (2005), no que se refere ao ensino de matemática, de que temos de dar conta da matemática que se ensina no século XXI, e não daquela ensinada no século XV, por exemplo. A razão da distinção proposta por Grattan-Guinness (2005) repousa no fato de que, se recorrêssemos a uma história da matemática devidamente contextualizada, os objetos matemáticos se tornariam irreconhecíveis e até problemáticos do ponto de vista formal, pois, a linguagem, a definição, a notação, os métodos de demonstração, os algoritmos, entre outros, não teriam nenhuma relação com a matemática moderna. Por outro lado, se buscássemos no passado os conceitos matemáticos do presente, teríamos sérias restrições, visto que não teríamos como evitar os anacronismos que a historiografia atual tem criticado nos últimos anos.

Assim, é importante aqui ressaltar que não buscamos utilizar a matemática do passado de forma diferenciada para ensinar matemática nos dias de hoje. A nossa proposta tem em vista explorar a contribuição que a história pode dar ao ensino da matemática por meio de construção de interfaces entre história e ensino, de modo a dar significado aos objetos matemáticos, contribuindo, assim, para a formação crítica de crianças, jovens e adultos, e de professores da Educação Básica.

Entre as diversas iniciativas que procuram aproximar a história da matemática do ensino, o uso de documentos originais tem sido muito promissor (FURINGHETTI, 2007; JAHNKE, 2000). Seguindo de perto esta tendência, optamos por explorar as potencialidades desses documentos, visto que eles oferecem diferentes enfoques de abordagem. Não nos referimos aqui apenas a documentos matemáticos, mas, também, a outros que, direta ou indiretamente, envolvem conceitos matemáticos, tais como: tratados de música, astronomia, óptica, hidrostática, pneumática, mecânica, pintura, arquitetura, escultura, agrimensura, navegação, cartografia, cosmografia, geografia, alquimia, medicina, teologia, entre muitos outros. Esses documentos trazem informações sobre: o desenvolvimento do conhecimento matemático, os métodos de resolução de diversos tipos de problemas matemáticos, o uso da matemática em diferentes contextos e áreas de conhecimento, e assim por diante. Além disso, nos dão subsídios para compreendermos o que era a matemática e seu objeto, quem a ensinava, quem a aprendia, por que razão certos conteúdos eram ensinados e outros omitidos etc. Desse modo, fornecem indícios sobre os fatores que moldaram ou, mesmo, conduziram a novos desdobramentos do conhecimento matemático e suas múltiplas facetas relacionadas não só com outras áreas de conhecimento, mas, também, com as necessidades sociais e culturais de uma época.

É claro que é impossível considerar todos esses aspectos de uma só vez e desenvolver um estudo histórico de grande profundidade, que é tarefa do historiador, e não do educador. Assim, preocupamo-nos aqui apenas com aqueles aspectos que, por meio de um diálogo entre educadores e historiadores da matemática, poderiam ser articulados para a construção, primeiro, de uma interface entre história e ensino, para, então, buscar alternativas metodológicas para a elaboração de atividades que envolvam história e ensino de matemática (Figura 1).

Figura 1. Interface entre história e ensino de matemática



Fonte: Elaborada pelos autores.

Como veremos a seguir, o uso de documentos originais, balizado por uma história da matemática, pautada em tendências historiográficas mais atualizadas, juntamente com a metodologia baseada no movimento lógico-histórico, parece contribuir para o desenvolvimento de atividades que nos conduz à construção de uma possível interface entre história e ensino.

Uma proposta considerando a construção da interface

Propomos iniciar um diálogo pelo desenvolvimento de um conceito matemático, compreendendo que a história do objeto matemático constitui seu conceito, por isso, este é mais amplo que sua definição. Dentre os muitos documentos que envolvem conceitos matemáticos, optamos por escolher tratados que versam sobre a construção e o uso de instrumentos que designaremos, tal como sugere Bennett (1998, 2003), por “instrumentos matemáticos”. Com objetivo geral de construir uma abordagem didática, capaz de oferecer uma aprendizagem interdisciplinar, foi escolhido o tratado ‘Del modo di misurare’ (1564) de Cosimo Bartoli. Tal escolha foi intencional, pois buscamos selecionar um documento que:

- 1) envolvesse conhecimento matemático;
- 2) permitisse o desenvolvimento de conceitos com estudantes da Escola Básica; e
- 3) permitisse a apreensão da produção de conhecimento, enquanto processo, que é sintetizado nos instrumentos de medida.

Escolhemos um tratado do século XVI porque, entre os séculos XVI e XVII, vemos proliferar, por toda a Europa, oficinas que fabricam diversos tipos de instrumentos, e tratados que procuram explicitar sua construção e uso (BENNETT, 1986; KUHN, 1989; SAITO, 2008a; VAN HELDEN, 1983; WARNER, 1990, 1994). Análises recentes em história da ciência têm apontado para o importante papel que esses instrumentos tiveram na construção da ciência moderna e, sobretudo, na articulação entre experiência/experimento e matemática (SAITO, 2008b, 2009). Esses documentos parecem abrir um campo de possibilidades (DIAS, M. S., 2007) que pode ser explorado pelo educador matemático. Dentre essas possibilidades, podemos citar, por exemplo, o conceito de medida, a partir da construção e uso de instrumentos, articulando número e magnitude. Porém, essa articulação pode ir além, de modo a propiciar uma abordagem interdisciplinar, na medida em que o mesmo documento permite explorar outros aspectos do conhecimento, envolvendo outras áreas, tais como, por exemplo: a geografia, especialmente no que diz respeito à topografia; a astronomia, em relação à posição e movimento dos planetas; a história, no contexto sociocultural da construção dos instrumentos; a física e a química, no que tange à óptica e aos próprios materiais e sua manipulação.

Nessa abordagem interdisciplinar, outras características e outros conceitos de cada campo de conhecimento podem ser considerados. Além disso, aspectos de um conceito de uma área podem ser apropriados por outra. Por exemplo, um único instrumento pode reunir aspectos de um conceito da astronomia articulados com a geometria e outras áreas de conhecimento, formando um conceito.

Estes instrumentos matemáticos foram concebidos para medir o que Aristóteles denominava quantidades, ou seja, distâncias e ângulos (ARISTÓTELES, 1952). Por ângulos, entretanto, devemos entender “paralaxe”, isto é, a distância entre estrelas ou planetas. Note que, esses instrumentos faziam parte de um conjunto de conhecimentos mais abrangente, e

eram utilizados em diversos campos de atividades, tais como na astronomia, arquitetura, agrimensura, navegação, cartografia, artilharia, cosmografia, geografia etc. (BENNETT, 1998; CAMEROTA, 1998; CORMACK, 2006; HEILBRON, 2001; MARR, 2009; TURNER, 1998). No entanto, não podemos considerá-los instrumentos universais, visto que as técnicas empregadas, tanto para seu uso quanto para realizar cálculos, eram diferentes para cada área de conhecimento, por inexistir, ainda, um padrão de medida.

Um tratamento adequado desses documentos sob a perspectiva de uma historiografia mais atualizada, associada a tendências didático-pedagógicas da Educação Matemática, pode conduzir a uma profícua articulação entre história e ensino de matemática. Mais ainda, essa articulação possibilita um novo olhar do historiador para o ensino, e vice-versa. Por isso, após a escolha criteriosa do documento, historiador e educador, juntos, submetem o documento a um tratamento, que denominamos *tratamento didático*. Antes de o documento ser levado à sala de aula, é necessário que se faça uma análise do documento a fim de evitar, assim, o problema colocado por Grattan-Guinness (2005), a que nos referimos anteriormente. A experiência do historiador permitirá contextualizar os documentos, aspecto esse que o tratamento didático deverá contemplar para que a atividade didática possa oferecer uma aprendizagem interdisciplinar. Por sua vez, o contexto histórico em que se inserem esses documentos pode auxiliar o educador a refletir sobre o que buscar na história, visto que documentos devidamente contextualizados trazem à luz a concepção de ciência e matemática que influencia, quando não fundamenta, a prática ou a teoria pedagógica vigente numa determinada época.

Por esse motivo, a atividade didática que propomos não é linear. Não buscamos utilizar os instrumentos apenas para a apropriação do modo de realizar medições em determinada época, pois essa seria uma abordagem estreita. Ao contrário, buscamos articular conceitos matemáticos e não matemáticos no processo formativo de um significado de medição. Nesse trabalho, particularmente, enfocaremos o estudo do processo de medir distâncias.

Atividade didática

A atividade busca refletir o processo da produção do conhecimento que, dependendo da intencionalidade do educador, poderá ser orientada para diferentes propostas de ensino. Esta atividade é organizada em três etapas inter-relacionadas: 1) Tratamento didático do documento; 2) Intencionalidade e plano de ação; e 3) Desenvolvimento. O que apresentamos abaixo é uma síntese do desenvolvimento da atividade didática em espaços educativos diversos, em forma de oficinas (DIAS; SAITO, 2010a, 2010b; DIAS; SAITO; CASTILLO, 2011) e minicursos (SAITO; DIAS, 2011) para professores e estudantes, e em aulas nos cursos de Licenciatura em Matemática e de Especialização em Educação Matemática. Com isso, discutimos as potencialidades da interface entre história e ensino de matemática para o ambiente escolar.

Tratamento didático do documento

Como já mencionamos anteriormente, a escolha de ‘Del modo di misurare’ de Cosimo Bartoli não foi aleatória. Trata-se de uma obra, publicada em 1564, que teve ampla repercussão não só por seu apelo prático, mas, também, para o ensino de geometria.

Convém observar que, no século XVI, os aspectos práticos da geometria tornaram-se importantes para os príncipes e governantes. O crescente aumento da procura por instrução em geometria, necessária para o desenvolvimento de novas técnicas para a navegação, agrimensura, horografia, cartografia, artilharia e fortificação, por exemplo, conduziu muitos praticantes de matemáticas a publicarem tratados que versassem sobre a construção e uso de instrumentos (BENNETT, 1998; BIAGIOLI, 1989; CIOCCI, 2009, TAYLOR, 1954). Podemos dizer que muitos desses tratados foram compilados a partir de notas de aulas, e o ‘Del modo di misurare’ não é exceção, visto tratar-se de uma compilação, como bem sugere o próprio autor no início de sua obra (BARTOLI, 1564; BRYCE, 1980).

A obra foi dividida, por Bartoli (1564), em seis livros, cada um deles dedicado, direta ou indiretamente, aos modos de medir: distâncias (largura, comprimento, altura e profundidade); superfícies (áreas de diferentes superfícies); corpos (regulares e irregulares), isto é, volumes. Além disso, fornece instruções de como mapear uma província de 400 ou 500 milhas de comprimento e largura, “de tal modo a poder desenhá-la sobre um plano com sua capital, terras, castelo, portos, rios, e outras coisas notáveis” (BARTOLI, 1564, p. 1r).

Diferentemente de um manual prático do tipo “faça você mesmo”, os aspectos teóricos e práticos em ‘Del modo di misurare’ são indissociáveis. Analisando a obra, podemos notar que ela estava destinada a um público que tinha conhecimentos da geometria incorporada no instrumento, e, também, práticos de seu ofício, apontando, dessa maneira, para a indissociabilidade entre o saber e o fazer.

Para a atividade, selecionamos algumas partes da obra relacionadas a três instrumentos descritos por Bartoli (1564) no primeiro livro de ‘Del modo di misurare’: o quadrante geométrico, o quadrante num quarto de círculo e o báculo (SAITO; DIAS, 2010, 2011). Assim, o primeiro tratamento didático dado a essas partes foi de caráter estrutural, com o objetivo de elaborar um material que compusesse uma proposta a ser desenvolvida com estudantes. Esse tratamento levou em conta o objetivo, o público-alvo e o tempo disponibilizado para desenvolvimento. Para tornar o conteúdo dessas partes acessível, foi realizada uma tradução, para a língua portuguesa, do toscano do século XVI, das instruções de construção dos instrumentos selecionados, bem como das orientações de cálculos a serem realizados para finalizar a medida. Foram escolhidas, da obra, algumas imagens em que os instrumentos aparecem, a que acompanha as instruções para a construção de cada instrumento, e outra que ilustra o processo de medida utilizando o instrumento, por exemplo, para medir a altura de um castelo, a distância entre dois pontos em um terreno montanhoso etc.

Nota-se que dos aspectos internos do texto, o primeiro tratamento referiu-se aos termos, às expressões ou, mesmo, aos nomes de objetos que podem impedir o leitor de compreender minimamente o documento. Cabe observar que um documento pode conter termos e expressões que se refiram a objetos que não são mais comuns nos dias de hoje. Assim, fica a critério do professor propor, aos estudantes, a realização de uma pesquisa a esse respeito ou ele mesmo assinalar seus significados em nota de rodapé.

O que salientamos nesse momento é que devemos tratar o texto de acordo com os propósitos didáticos, sem invadir o texto. Assim, o estudante pode, minimamente, apreender que as formas de expressão não são fixas. Essas formas e a língua variam e mostram aspectos do caráter histórico da produção de conhecimento. Além disso, a organização das ideias no que se refere aos conceitos matemáticos não é propriamente didática, como em livros didáti-

cos. Tal organização reflete um contexto histórico, social e cultural que permite ao estudante identificar a necessidade do conhecimento matemático, bem como sua relação com outros conhecimentos, como das artes, da Física, da Química, da linguagem etc., como, por exemplo, os refletidos nas imagens, no material para confecção do instrumento, nos elementos discursivos etc.

A intencionalidade e plano de ação

Considerando-se o campo de possibilidades mencionado anteriormente, a organização do momento da atividade é orientada por uma intencionalidade de aprendizagem. Essa, por sua vez, aliada às condições objetivas, configura-se no objetivo e no plano de ações. Tal elaboração está fundamentada na atividade orientadora de ensino (DIAS, M. S., 2007; MOURA, 1996;), tanto no que se refere aos pressupostos da perspectiva histórico-cultural, particularmente à teoria da atividade (LEONTIEV, 1983), quanto a sua estrutura, partindo de um problema desencadeador de aprendizagem que guia a preparação de uma situação-problema.

O problema desencadeador de aprendizagem apoia-se na potencialidade da articulação entre conceitos matemáticos e extramatemáticos do documento, diferenciada dos problemas e exercícios comuns em livros didáticos, pois as situações no documento não estão organizadas para fins de ensino, tal como entendemos hoje. Tais situações estiveram presentes na história das gerações precedentes, e cabe, à autonomia do professor, a organização e elaboração do seu plano de ação. O instrumento matemático agrega uma forma de síntese de conhecimentos de uma época e com uma determinada finalidade prática, no sentido de que não se limita à academia.

Particularmente, no caso do instrumento quadrante num quarto de círculo, a potencialidade do documento reúne diferentes conceitos matemáticos, como: divisão de segmentos, triangularização, proporcionalidade, quadrilátero, medida, semelhança de triângulos, mediatriz, bissetriz, precisão, distâncias etc. Tais conceitos não são explicitados por palavras-termo (DAVÍDOV, 1988) como atualmente. Por exemplo, ao invés de dizer trace a mediatriz do segmento, o documento apresenta 'divida novamente [o comprimento] em duas partes iguais'. Dessa forma, o próprio documento permite, ao estudante, utilizar seus conhecimentos pelo significado do conceito. Com isso, o professor pode problematizar situações singulares a partir do documento, como, por exemplo, a divisão de segmentos em partes iguais, visto que o documento apresenta divisões em doze, três e duas partes. A partir daí, o próprio contexto vai justificar a necessidade de precisão nessas divisões, pois, caso contrário, as medidas das distâncias com o instrumento não refletirão a realidade.

Assim, elaboramos uma situação-problema a fim de atender dois objetivos. Um deles se refere à análise das potencialidades pedagógicas do documento para o processo de ensino e aprendizagem e, o outro, à promoção de discussões dos conhecimentos mobilizados a partir do desenvolvimento da situação-problema (DIAS; SAITO, 2010a, 2010b). Essa configuração foi determinada devido ao público-alvo em questão, professores e licenciandos de matemática. A proposta da situação-problema, por meio do documento e após o tratamento didático, foi: a construção do instrumento, a utilização por meio da realização de uma medição, a apresentação do resultado desse processo e a discussão da validação do instrumento. Inferimos que essas ações permitem constituir a significação do conceito matemático para o sujeito. Para

esse fim, um plano de ações foi organizado, com o fornecimento do documento, de materiais, em local adequado e a formação de pequenos grupos, a fim de proporcionar discussões, análises e sínteses para a realização das fases propostas: construção, medição e validação.

Desenvolvimento

Quanto às potencialidades pedagógicas, é possível discutir os modos de ação levando em conta o nível escolar dos estudantes com a forma com que o documento escolhido coloca os conceitos em jogo. Por exemplo, não é necessário que os estudantes tenham conhecimento matemático sobre mediatriz, mas, caso o tenham, o documento oferece uma oportunidade de mobilizá-lo pelo seu conteúdo, e não pela indicação do professor, como se ele pedisse: “trace a mediatriz”. Com isso, o professor pode avaliar se o estudante se apropriou, de fato, do conceito, e não somente do *modo didático de uso de um objeto matemático*. Por outro lado, a divisão de um segmento em duas ou quatro partes iguais pode ser realizada de outra forma. Nesse momento, o professor poderá realmente avaliar quais são os conhecimentos mobilizados e se estão adequados ao nível de ensino.

Durante o desenvolvimento, como também após, no momento de síntese, os sujeitos podem questionar sobre os conhecimentos, materiais e práticas de uma época. Com isso, é possível observar que o interesse histórico parte dos sujeitos, diferentemente de propostas que inserem várias informações históricas antes de introduzirem um assunto. A articulação entre os conhecimentos para realizar as ações propostas pelo artesão, por meio do tratado, com os mobilizados pelos sujeitos, permite alcançar outro nível de compreensão de um conceito matemático (DIAS; SAITO, 2010a, 2010b).

A ausência da graduação na régua utilizada na proposta de construção dos instrumentos gera a necessidade de criação ou utilização de outros procedimentos. Como já mencionamos anteriormente, no século XVI, os padrões de medida e as escalas, tais como compreendemos atualmente, ainda não se encontravam estabelecidos. Desse modo, por meio desse documento, busca-se colocar o sujeito numa relação com seu antepassado, compreendendo-o como sujeito histórico, permitindo que ele se desenvolva não só como herdeiro do conhecimento produzido, mas, também, como capaz de reproduzir, no pensamento, os aspectos históricos de produção do conhecimento humano. Citamos a elaboração da unidade de medida que é substancial para a compreensão do controle que o homem busca na sua relação com o meio. Embora a abordagem do documento proposto seja a da distância, ele, entretanto, favorece a discussão de “unidade de medida” de diferentes grandezas.

Considerações finais

A atividade didática aqui apresentada resumidamente teve intenção de mostrar o conhecimento matemático integrado e inserido num contexto de produção de conhecimento, conferindo-lhe seu caráter interdisciplinar. Na sua organização, foi considerada a apreensão que pode ser feita pelo sujeito da cultura humana, situando-o num lugar histórico, com o propósito de articular história e ensino. Dessa maneira, estabelecemos um diálogo com o

passado sem repetir o percurso histórico. Isso foi possível porque, inicialmente, construímos uma interface entre história e ensino.

Por construção de interface nos referimos à constituição de um conjunto de ações e produções que levam em consideração o movimento do pensamento na formação do conceito e o contexto no qual os conceitos foram desenvolvidos. Desse modo, a interface conduz à reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento para a elaboração de atividades didáticas que articulam história e ensino de matemática.

O caráter didático-pedagógico da interface não implica simplesmente fornecer, ao estudante, um documento original para ele formular hipóteses (espontâneas), pois o dispêndio de esforços para compreendê-lo pode ir além dos propósitos de ensino. Por exemplo, o idioma, a estrutura da língua e as notações podem causar uma série de impedimentos, comprometendo, assim, o objetivo da atividade. Além disso, é preciso considerar a intencionalidade do professor, o público-alvo e o conceito a ser desenvolvido no ambiente educacional. Portanto, a interface permite uma organização do ensino que contempla hipóteses dentro de um campo de possibilidades do desenvolvimento do conceito. Este campo leva em conta as conexões internas e externas trazidas pelo documento e a forma do pensamento do desenvolvimento do conceito, permitindo a construção do significado do objeto matemático pelo sujeito.

Salientamos que as ações da atividade didática podem conduzir a questões conceituais não contempladas anteriormente pela interface, visto que tais questões podem estar ligadas à história, ao ensino ou a outras áreas de conhecimento. Desse modo, a atividade didática pode contribuir para novas investigações, incentivando novas análises. Assim, as ações da atividade e as investigações compõem a dinâmica da dialética no campo de possibilidades da interface entre história e ensino.

Referências

ALFONSO-GOLDFARB, A. M. **O que é história da ciência**. São Paulo: Brasiliense, 1994.

_____. Como se daria a construção de áreas interface do saber? **Kairós**, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 55-66, 2003.

ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; FERRAZ, M. H. M. Enredos, nós e outras calosidades em história da ciência. In: ALFONSO-GOLDFARB, A. M. et al. (Org.). **Centenário Simão Mathias: documentos, métodos e identidade da história da ciência**. São Paulo: CESIMA: PUCSP, 2009. p. 25-36.

ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; BELTRAN, M. H. R. (Org.). **O laboratório, a oficina e o ateliê: a arte de fazer o artificial**. São Paulo: Educ: Fapesp, 2002.

ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; BELTRAN, M. H. R. (Org.). **Escrevendo a história da ciência**: tendências, propostas e discussões. São Paulo: Educ, 2004.

AMORIM, M. P. **Apropriação de significações do conceito de números racionais**: um enfoque histórico-cultural. 2007. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2007.

ARISTÓTELES. Categories. In: _____. **The works of Aristotle**. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1952. p. 9-11 (Great books of the western world, 1).

AXWORTHY, A. The epistemological foundations of the propaedeutic status of mathematics according to the epistolary and pefratory writings of Oronce Fine. In: MARR, A. (Org.). **The worlds of Oronce Fine**: mathematics, instruments and print in Renaissance France. Donington: Shaun Tyas, 2009. p. 31-51.

BALDI, B. **Cronica de matematici**: overo epitome dell' istoria delle vite loro. Urbino: Angelo Antonio Monticelli, 1707.

BARTOLI, C. **Cosimo Bartoli gentil'huomo, et academico fiorentino, del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le province, le prospettive, & tutte le altre cose terrene, che possono occorrere agli homini, secondo le vere regole d'Euclide, & de gli altri piu lodati scrittori**. Venetia: Francesco Franceschi Sanese, 1564.

BASTOS, T. R. **A concretização do abstrato**: história da institucionalização das ciências matemáticas. Brasília: Capes; Belo Horizonte: Argumentum, 2006.

BELHOSTE, B. Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 11-27, 2002.

BELTRAN, M. H. R. História da ciência e ensino: algumas considerações sobre a construção de interfaces. In: WITTER, G. P.; FUJIWARA, R. (Org.). **Ensino de ciências e matemática**: análise de problemas. São Paulo: Ateliê Editorial, 2009. p. 179-208.

BELTRAN, M. H. R. et al. (Org.). **História da ciência e ensino**: propostas, tendências e construção de interfaces. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

BENNETT, J. The mechanics' philosophy and the mechanical philosophy. **History of Science**, Cambridge, v. 24, p. 1-28, 1986.

_____. Practical geometry and operative knowledge. **Configurations**, Baltimore, v. 6, n. 2, p. 195-222, 1998.

_____. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for? **British Journal for the History of Science**, Cambridge, v. 36, n. 2, p. 129-150, 2003.

BESSE, J.-M. Cosmography in the sixteenth century: the position of Oronce Fine between mathematics and history. In: MARR, A. (Org.). **The worlds of Oronce Fine**: mathematics, instruments and print in Renaissance France. Donington: Shaun Tyas, 2009. p. 100-113.

BIAGIOLI, M. The social status of italian mathematicians. **History of Science**, Cambridge, v. 27, n. 1, p. 41-95, 1989.

- BOYER, C. B. **História da matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio – parte III: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf> >. Acesso em: 23 mar. 2006.
- _____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, 1997.
- BROMBERG, C.; SAITO, F. A história da matemática e a história da ciência. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDRADE, L. dos S. P. (Org.). **História da ciência: tópicos atuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2010. p. 47-72.
- BRYCE, J. H. Cosimo Bartoli's del modo di misurare le distanze (1564): a reappraisal of his sources. **Anali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze**, Firenze, v. 2, p. 19-34, 1980.
- BUTTERFIELD, H. **As origens da ciência moderna**. Lisboa: Edições 70, 2003.
- _____. **The whig interpretation of history**. New York: W. W. Norton, 1965.
- CAJORI, F. **História da matemática**. São Paulo: Ciência Moderna, 2007.
- CAMEROTA, F. Misurare 'per prospettiva': geometria pratica e prospectiva pingendi. In: SINISGALLI, R. (Ed.). **La prospettiva: fondamenti teorici ed esperienze figurative dall'antichità al mondo moderno**. Firenze: Edizioni Cadmo, 1998. p. 293-308.
- CANTOR, M. B. **Vorlesungen über geschichte der mathematik**. Leipzig: Von B. G. Teubner, 1901.
- CIOCCI, A. **Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo**. Sansepolcro: Aboca Museum Edizioni, 2009.
- CORMACK, L. B. The commerce of utility: teaching mathematical geography in Early Modern England. **Science & Education**, Dordrecht, v. 15, n. 2-4, p. 305-322, 2006.
- D'AMBROSIO, U. Etnomatemática e seu lugar na história e na pedagogia da matemática. In: GAMA, R. (Org.). **Ciência e técnica: antologia de textos históricos**. São Paulo: T. A. Queiroz, 1993. p. 105-116.
- _____. **Educação matemática: da teoria à prática**. 14. ed. Campinas: Papyrus, 1996.
- _____. **Uma história concisa da matemática no Brasil**. Petrópolis: Vozes, 2008.
- DAVÍDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Havana: Editorial Progreso, 1988.
- DEBUS, A. G. A ciência e as humanidades: a função renovadora da indagação histórica. **Revista da SBHC**, Rio de Janeiro, v. 5, p. 3-13, 1991.
- DIAS, A. L. M. Matemática no Brasil: um estudo da trajetória da historiografia. RBHM: **Revista Brasileira de História da Matemática**, Natal, v. 2, n. 4, p. 169-195, 2002.

DIAS, M. S. **Formação da imagem conceitual da reta real**: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. 2007. 251 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

DIAS, M. S.; SAITO, F. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília. **Anais...** Brasília: SBEM, 2009. p. 1-14.

_____. A resolução de situações-problema a partir da construção e uso de instrumentos de medida segundo o tratado *Del modo di misurare* (1564) de Cosimo Bartoli. In: INTERNATIONAL CONFERENCE-PROBLEM-BASED LEARNING AND ACTIVE LEARNING METHODOLOGIES, 6., 2010, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Pan American Network of Problem Based Learning: USP, 2010a. p. 1-13.

_____. O ensino da matemática por meio de instrumentos do século XVI. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, São Carlos. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2010b. v. 1. p. 1-4.

DIAS, M. S.; SAITO, F.; CASTILLO, A. R. M. Entes matemáticos mobilizados na construção e no uso de um instrumento de medida do século XVI. In: JORNADA DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA E ENSINO: PROPOSTAS, TENDÊNCIAS E CONTRUÇÃO DE INTERFACES, 3., 2011, São Paulo. **Caderno de resumos...** São Paulo: PUC, 2011. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/hcensino/article/view/6276>>. Acesso em: 23 nov. 2011.

DUARTE, N. **A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar**. 1987. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1987.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Ed. Unicamp, 2004.

FARIA, J. T. de. **A contribuição da história da matemática na formação dos professores das séries iniciais**. 2010. 73 f. Dissertação (Mestrado em História da Ciência) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2010.

FAUVEL, J.; VAN MAANEM, J. **History in mathematics education**: an ICMI study. Dordrecht: Kluwer, 2000.

FOUCAULT, M. **As palavras e as coisas**: uma arqueologia das ciências humanas. 8. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

_____. **A arqueologia do saber**. 6. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2000.

FOWLER, D. H. The story of the discovery of incommensurability, revisited. In: GAVROUGLU, K.; CHRISTIANIDIS, J.; NICOLAIDIS, E. (Org.). **Trends in the historiography of science**. Dordrecht: Kluwer, 1994. p. 221-235.

FURINGHETTI, F. Teacher education through the history of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Berlin, v. 66, n. 2, p. 131-143, 2007.

GIARDINETTO, J. R. B. A relação entre o lógico e o histórico: categoria subsidiadora da investigação histórica para elaboração de procedimentos de ensino da matemática. In: HPM HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1996, Braga. **Actas...** Braga: Universidade do Minho, 1996. v. 2. p. 265-268.

GRATTAN-GUINNESS, I. History or heritage?: an important distinction in mathematics and for mathematics education. In: VAN BRUMMELEN, G.; KINYON, M. (Org.).

Mathematics and the historian's craft: the Kenneth O. May lectures. New York: Canadian Mathematical Society: Springer, 2005. p. 7-21.

HEILBRON, J. L. **The sun in the church: cathedrals as solar observatories.** Cambridge: Harvard University Press, 2001.

HEILBRONNER, J. C. **Historia matheseos universae, a mundo condito ad seculum P.C. N. XVI praecipuorum mathematicorum, vitas, dogmata, scripta & manuscripta complexa.** Leipzig: Joh. Friderici Gleditschii, 1742.

JAHNKE, H. N. The use of original sources in the mathematics classroom. In: FAUVEL, J.; VAN MAANEM, J. (Org.). **History in mathematics education: an ICMI study.** Dordrecht: Kluwer, 2000. p. 291-328.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

KUHN, T. S. Tradição matemática versus tradição experimental no desenvolvimento da ciência física. In: _____. **A tensão essencial.** Lisboa: Edições 70, 1989. p. 63-100.

LEONTIEV, A. **Atividade, conciencia, personalidad.** Habana: Pueblo y Educación, 1983.

MAAR, A. (Org.). **The worlds of Oronce Fine: mathematics, instruments and print in Renaissance France.** Donington: Shaun T'yas, 2009.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação na sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** Natal: Flecha do Tempo, 2006.

_____. **Investigação histórica no ensino da matemática.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MIGUEL, A. As potencialidades da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetekiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, 1997.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. A História da matemática na formação do professor de matemática. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 40, p. 47-61, 1996.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática: propostas e desafios.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MIORIM, M. A.; VILELA, D. S. (Org.). **História, filosofia e educação matemática.** Campinas: Alinea, 2009.

MOISÉS, R. P. **A resolução de problemas na perspectiva histórico/lógica**: o problema em movimento. 1999. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

MONTUCLA, J.-É. **Histoire des mathématiques dans laquelle rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nous jours...** Paris: H. Agasse, 1799-1802. 4 v.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Rio Claro, n. 12, p. 29-43, 1996.

MOURA, A. R. L. de; SOUSA, M. C. O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes. **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 24, p. 11-46, 2005.

NOBRE, S. Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

POPPER, N. 'Abraham, planter of mathematics': histories of mathematics and astrology in Early Modern Europe. **Journal of the History of Ideas**, Philadelphia, v. 67, n. 1, p. 87-106, 2006.

ROSSI, P. **Naufração sem espectador**: a idéia de progresso. São Paulo: Ed. da Unesp, 2000.

ROUX, S. Forms of mathematization (14th-17th centuries). **Early Science and Medicine**, New York, v. 15, n. 4-5, p. 319-337, 2010.

RUBINSTEIN, S. L. **Princípios de psicologia geral**. Lisboa: Estampa, 1976.

SAITO, F. **Instrumentos de magia e de ciência**: a observação mediada em De telescópio segundo a perspectiva de Giambattista della Porta. 2008. 328 f. Tese (Doutorado em História da Ciência) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008a.

_____. **Experiment and mathematics**: the study on lenses according to Giambattista della Porta (1535-1615)'s perspective. *Circumscribere: International Journal for the History of Science*, São Paulo, v. 4, p. 83-101, 2008b.

_____. Algumas considerações historiográficas para a história dos instrumentos e aparatos científicos: o telescópio na magia natural. In: ALFONSO-GOLDFARB, A. M. et al. (Org.). **Centenário Simão Mathias**: documentos, métodos e identidade da história da ciência. São Paulo: CESIMA: PUCSP, 2009. p. 103-122.

_____. História da ciência e ensino: em busca de diálogo entre historiadores da ciência e educadores. **História da Ciência e Ensino**: construindo interfaces, São Paulo, v. 1, p. 1-6, 2010.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. História e ensino de matemática: construção e uso de instrumentos de medida do século XVI. **História da Ciência e Ensino**: construindo interfaces, São Paulo, v. 2, p. 75-87, 2010.

_____. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SILVA, J. J. da. Filosofia da matemática e filosofia da educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Ed. da Unesp, 1999. p. 45-58.

SIQUEIRA, R. M. de. Interna ou externa? Sobre a história lakatosiana dos poliedros. In: ALFONSO-GOLDFARB, A. M. et al. (Org.). **Centenário Simão Mathias: documentos, métodos e identidade da história da ciência**. São Paulo: CESIMA: PUCSP, 2009. p. 285-290.

SMITH, D. E. **History of mathematics**. Boston: Ginn, 1923. 2 v.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental**. 2004. 285 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

TAYLOR, E. G. R. **The mathematical practitioners of Tudor & Stuart England**. Cambridge: Cambridge: Institute of Navigation at the University Press, 1954.

TURNER, G. L. E. **Scientific instruments, 1500-1900: an introduction**. Berkeley: University of California Press; London: P. Wilson, 1998.

VAN HELDEN, A. The birth of the modern scientific instrument, 1550-1770. In: BURKE, J. G. (Ed.). **The uses of science in the age of Newton**. Berkeley: University of California Press, 1983. p. 49-84.

WARNER, D. J. What is a scientific instrument, when did it become one, and why? **British Journal for the History of Science**, Cambridge, v. 23, n. 1, p. 83-93, 1990.

_____. Terrestrial magnetism: for the glory of God and the benefit of mankind. **Osiris**, Chicago, v. 9, p. 67-84, 1994.