

# MODELAGEM EM TEMPO REAL DO ERRO SISTEMÁTICO DAS OBSERVÁVEIS GPS DEVIDO À IONOSFERA

*Real Time Modeling of the Systematic Error in GPS Observables Due to  
Ionosphere*

CLAUDINEI RODRIGUES DE AGUIAR<sup>1</sup>  
PAULO DE OLIVEIRA CAMARGO

Universidade Estadual Paulista

Faculdade de Ciências e Tecnologia – Depto de Cartografia

<sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

Rua Roberto Simonsen, 305 – 19060900 – Presidente Prudente – SP  
{aguiar; paulo}@fct.unesp.br

## RESUMO

Os receptores GPS de uma frequência são muito utilizados nos trabalhos de posicionamento com GPS. Dentre as diversas aplicações, pode-se citar aquelas em que é de interesse obter as coordenadas da antena do receptor em tempo real. Uma das maiores fontes de erro para estas aplicações é o efeito devido à ionosfera. No Departamento de Cartografia da FCT/UNESP foi desenvolvido o modelo da ionosfera (Mod\_Ion) que está implementado para ser executado após a coleta dos dados GPS. Para aplicações em tempo real foram introduzidas duas melhorias no Mod\_Ion, que consistiram na alteração da função de modelagem e implementação do Filtro de Kalman. Os resultados dos experimentos mostraram que as modificações foram eficazes na correção do efeito sistemático devido à ionosfera, chegando a proporcionar uma melhora na acurácia resultante do posicionamento por ponto em tempo real, de 90,75%, no período diário de máxima atividade da ionosfera.

**Palavras chaves:** Ionosfera, GPS, Pseudodistância, Filtro de Kalman.

## ABSTRACT

Single frequency GPS receivers have been many used in GPS surveys. Among the several applications, one can mention those that are to obtain the receiver's antenna coordinates in real time. One of the main error sources to these applications is the ionosphere systematic error. In the FCT/UNESP a regional ionosphere model (Mod\_Ion) was developed. It has been implemented to execute after collecting of

GPS data. At real time applications two improvements in the Mod\_Ion were introduced, consisting of an alteration of the function of modeling and implementation of the Kalman Filter. The results of the experiments showed that the modifications were the most effective in the ionosphere systematic effect's corrections, providing a improvement in the accuracy of point positioning, of 90,75%, in period of the highest ionosphere activity.

**Keywords:** Ionosphere, GPS, Pseudorange, Kalman Filter.

## 1. INTRODUÇÃO

O GPS (*Global Positioning System*) é um sistema de posicionamento utilizado em larga escala pela comunidade civil para as mais diversas aplicações, dentre as quais podem-se citar aquelas em que é de interesse obter as coordenadas da antena do receptor em tempo real, tais como a navegação aérea, marítima e terrestre, monitoramento da ionosfera e troposfera, monitoramento de deslocamento de estruturas e tubulações, dentre outras.

A qualidade do resultado do posicionamento com receptores de uma frequência é afetada, principalmente, pela influência da ionosfera nos sinais GPS, que por sua vez passou a ser a principal fonte de erro na navegação e no posicionamento com GPS, após a desativação da técnica SA (*Selective Availability* – Disponibilidade Seletiva) (CAMARGO, 1999; SKONE, 1998). A magnitude do erro sistemático devido à refração ionosférica é diretamente proporcional ao TEC (*Total Electron Content* – Conteúdo Total de Elétrons) na camada ionosférica, ou seja, ao número de elétrons presente ao longo do caminho percorrido pelo sinal, e inversamente proporcional ao quadrado da frequência. Se o valor do TEC fosse constante ou tivesse uma variação regular, os efeitos causados pela ionosfera seriam de fácil determinação. O problema principal é que o TEC varia no tempo e no espaço em razão do fluxo de ionização solar, atividade magnética, ciclo de manchas solares, estação do ano, hora do dia, localização geográfica e direção do raio vetor do satélite, sendo de difícil correção (CAMARGO, 1999).

Como a magnitude do efeito da ionosfera sobre o sinal GPS depende da frequência, a determinação deste efeito para usuários de receptores de uma frequência tem sido feita a partir de modelos ionosféricos que utilizam observações coletadas com receptores GPS de dupla frequência e, a partir da estimativa dos valores do erro sistemático devido à ionosfera, pode-se aplicar a correção nas medidas obtidas com receptores de uma frequência. Na comunidade geodésica um dos modelos utilizados é o modelo de Klobuchar. Este modelo, também denominado modelo Broadcast, calcula o erro sistemático devido à ionosfera para receptores de uma frequência (KLOBUCHAR, 1987), e os seus coeficientes são transmitidos pelos satélites GPS nas mensagens de navegação.

No Departamento de Cartografia da FCT/UNESP foi desenvolvido o modelo

da ionosfera Mod\_Ion (CAMARGO, 1999), para uso em receptores GPS de uma frequência, onde a ionosfera é analiticamente representada pela série do tipo Fourier. Este modelo está implementado para ser executado em pós-processamento e utiliza dados GPS coletados com receptores de dupla frequência. Aguiar *et al.* (2003) avaliaram a performance do Mod\_Ion e do modelo de Klobuchar na determinação do atraso ionosférico sobre a pseudodistância. Os resultados deste experimento comprovaram a eficácia do Mod\_Ion em relação ao modelo de Klobuchar, pois os testes mostraram que o Mod\_Ion removeu aproximadamente 91,7% do efeito da ionosfera na pseudodistância (C/A), e o modelo de Klobuchar removeu apenas 53,7%.

Porém, existem aplicações onde é de interesse que as coordenadas da antena do receptor sejam determinadas em tempo real e, conseqüentemente, a correção do efeito da ionosfera deve atender a esse requisito. Um dos focos de interesse atual da comunidade mundial é o que diz respeito à correção desses efeitos em tempo real.

Em termos computacionais, um algoritmo muito utilizado para estimação de parâmetros em tempo real é o filtro de Kalman (GELB *et al.*, 1974). O filtro de Kalman pode ser utilizado para calcular a correção ionosférica na portadora  $L_1$ , ou obter o TEC, em tempo real.

No Brasil, com o intuito de obter uma estratégia mais efetiva de modelar a ionosfera em tempo real, num projeto de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da FCT/UNESP, o autor deste trabalho implementou no Mod\_Ion um algoritmo recursivo que permite a estimação dos coeficientes do modelo ionosférico em tempo real, o Mod\_Ion\_FK (AGUIAR, 2005). O Mod\_Ion\_FK permite calcular o erro sistemático devido à ionosfera na portadora  $L_1$ , bem como o TEC. Deve-se salientar que para o modelo de observações utiliza-se uma série bidimensional, do tipo de Fourier, a fim de modelar o comportamento da ionosfera em latitude e longitude. Além disto, para a adaptação da variação temporal do erro devido à ionosfera no filtro de Kalman, utilizou-se o processo aleatório *Gauss-Markov* (GM). A escolha deste processo foi baseada em Aguiar (2005), onde foram analisados os processos *Gauss-Markov*, o *random-constant* e o *random-walk*, e os resultados mostraram que o modelo em tempo real é mais eficiente quando se utiliza o processo *Gauss-Markov*.

Os resultados dos experimentos mostraram que a combinação da função de modelagem série de Fourier bidimensional no modelo de observações, com o processo aleatório *Gauss-Markov* no modelo dinâmico, chega a proporcionar uma melhora na acurácia resultante do posicionamento por ponto em tempo real, de 90,75% no período diário de máxima atividade da ionosfera. Os parâmetros das séries utilizadas nos experimentos foram estimados a partir de dados GPS de dupla frequência coletados pelas estações ativas da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo). Como os dados da RBMC não são disponibilizados em tempo real, foi realizada uma simulação onde o tratamento do processamento foi realizado como se assim o fosse, visando avaliar a implementação. Desta forma,

para cada instante de observação dos dados da RBMC, os coeficientes do Mod\_Ion\_FK foram estimados pelo processo de filtragem e então foram calculados os atrasos.

## 2. MODELO DA IONOSFERA EM TEMPO REAL

O modelo da ionosfera em tempo real Mod\_Ion\_FK é baseado na diferença entre as observáveis GPS coletadas com receptores de dupla frequência. O modelo de observação é o mesmo utilizado por Camargo (1999) no Mod\_Ion. Na derivação do modelo os erros devido ao não sincronismo do relógio do satélite e do receptor, o erro das efemérides e da refração da troposfera não são considerados, pois estes efeitos contaminam cada uma das medidas efetuadas em ambas as frequências, da mesma maneira. Como se utiliza diferenciação entre as medidas, os mesmos são cancelados. Para as pseudodistâncias ( $P_1^s, P_2^s$ ) originais ou filtradas pela fase da portadora, o modelo é expresso por (CAMARGO, 1999):

$$(P_2 - P_1)_r^s F = I_{1r}^s + [(S_{p2} - S_{p1})^s + (R_{p2} - R_{p1})]F, \quad (1)$$

onde  $F = f_1^2 / (f_1^2 - f_2^2)$ ;  $f_1$  e  $f_2$  correspondem à frequência do sinal em  $L_1$  e  $L_2$ , respectivamente;  $I_{1r}^s$  é atraso ionosférico na portadora  $L_1$ ;  $(S_{p2} - S_{p1})^s$  é o erro sistemático interfrequência dos satélites; e  $(R_{p2} - R_{p1})_r$  representa o erro sistemático interfrequência dos receptores.

Considerando o atraso ionosférico na direção vertical, por meio da função de mapeamento geométrico padrão, a equação 1 é reescrita como:

$$(P_2 - P_1)_r^s F = \frac{I_1^v}{\cos(z^{1s})_r} + [(S_{p2} - S_{p1})^s + (R_{p2} - R_{p1})_r]F. \quad (2)$$

onde  $z^{1s}$  que representa o ângulo zenital do caminho do sinal, em relação a um plano ionosférico de altitude média  $h_m$ . Neste trabalho a altitude média da ionosfera ( $h_m$ ) foi considerada como sendo 400 km.

No Mod\_Ion\_FK, a natureza periódica do efeito da ionosfera é considerada nas direções latitudinal e longitudinal, a partir de uma série do tipo Fourier bidimensional, para modelar a correção ionosférica na direção vertical (AGUIAR, 2005):

$$I_{i(\text{Four}19)}^v = a_1 + a_2 B^s + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2i+1}}^{n=4} \{a_j \cos(i h^s) + a_{j+1} \sin(i h^s)\} + a_{n^2+3} h^s + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2i+10}}^{m=4} \{a_j \cos(i B^s) + a_{j+1} \sin(i B^s)\} \quad (3)$$

onde a variável  $B^s$  representa a latitude do ponto sub-ionosférico (projeção da latitude do ponto ionosférico, na camada ionosférica de altitude média  $h_m$ , sobre a superfície da Terra) e a variável  $h^s$  é dada por:

$$h^s = \frac{2\pi}{T}(t - 14^h). \quad (4)$$

Na equação 4,  $T$  representa o período de 24 horas e  $t$  a hora local do ponto sub-ionosférico. Observa-se que a ionosfera é modelada por uma série de 4ª ordem com 19 coeficientes (equação 3). Na equação 3, a função de modelagem é representada por duas séries do tipo Fourier perpendiculares entre si. Nota-se que esta função está modelando o atraso ionosférico em longitude e em latitude. Portanto, o número total de parâmetros do modelo utilizado no Mod\_Ion\_FK é dado por  $\mathbf{u} = \mathbf{19} + \mathbf{r} + \mathbf{s}$ , onde  $\mathbf{19}$  representa os coeficientes da série ( $a_1, a_2, \dots, a_{19}$ ),  $\mathbf{r}$  corresponde aos erros sistemáticos devido à interferência dos receptores ( $R_{p2} - R_{p1}$ )<sub>r</sub>, num total igual ao número de receptores utilizados na rede e  $\mathbf{s}$  corresponde a interferência dos satélites ( $S_{p2} - S_{p1}$ )<sub>s</sub>, num total igual ao número de satélites rastreados para determinação dos parâmetros do modelo. Os parâmetros são estimados em tempo real utilizando o filtro de Kalman.

### 2.1 Estimação dos parâmetros com o filtro de Kalman

Devido à natureza recursiva, o filtro de Kalman é especialmente apropriado para aplicações em tempo real. Para cada época, o procedimento recursivo consiste de duas etapas: a predição, que é a atualização da época, e a filtragem, que é a atualização das medidas (CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001). No filtro de Kalman, a estimativa predita do vetor estado  $X_{k|k-1}$  com sua respectiva MVC ( $\Sigma_{X_{k|k-1}}$ ), é dada por (CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001):

$$X_{k|k-1} = T_{k,k-1} X_{k-1|k-1} + e \quad (5)$$

$$\Sigma_{X_{k|k-1}} = T_{k,k-1} \Sigma_{X_{k-1|k-1}} T_{k,k-1}^T + \Sigma_{W_k}, \quad (6)$$

onde  $X_{k-1|k-1}$  é o vetor estado filtrado ( $ux_1$ ) de uma época anterior à época  $k$ ;  $T_{k,k-1}$  é a matriz transição ( $uxu$ ) que interliga os vetores estado  $X_{k|k-1}$  e  $X_{k-1|k-1}$ . A matriz  $\Sigma_{W_k}$  ( $uxu$ ) é a MVC do ruído do processo.

A estimativa filtrada e sua respectiva MVC é dada por (CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001):

$$X_{k|k} = X_{k,k-1} + K_k [L_k^b - A_k X_{k|k-1}] + e \quad (7)$$

$$\Sigma_{X_{k|k}} = [I_n - K_k A_k] \Sigma_{X_{k|k-1}}, \quad (8)$$

onde  $L_k^b$  é o vetor das observações ou medidas, de dimensão  $n_k \times 1$ , com  $n_k$  igual ao número de observações coletadas na época  $k$ ;  $A_k$  é a matriz dos coeficientes ( $n_k \times x$ ) que relaciona as observações ao vetor estado; e a matriz  $K_k$  é conhecida como a matriz ganho de Kalman.

### 2.1.1 Predição

Na estimação do vetor estado, que contém os parâmetros incógnitos, alguns cuidados devem ser tomados e dá-se uma atenção especial ao modelo dinâmico do sistema (equações 5 e 6).

No caso da ionosfera, seu comportamento dinâmico pode ser caracterizado por modelos de correlação. Logo, com relação ao modelo dinâmico dá-se uma atenção especial à matriz de transição e conseqüentemente ao tratamento do ruído branco envolvido no processo de estimação pelo filtro de Kalman. Neste trabalho a variação temporal da ionosfera foi implementada por meio do processo aleatório Gauss-Markov (GM). Deve-se enfatizar que o processo GM é adaptado ao filtro de Kalman na matriz de transição e pela adição de ruídos à MVC do estado predito.

Considerando a modelagem temporal da ionosfera pelo processo GM, o modelo dinâmico (equação 5) é reescrito como (AGUIAR, 2005):

$$X_{k/k-1}^{\text{ion}} = e^{-\beta(t_k - t_{k-1})} X_{k-1/k-1}^{\text{ion}}, \quad (9)$$

onde  $1/\beta$  é tempo de correlação temporal do atraso ionosférico em segundos;  $t_k - t_{k-1}$  é intervalo de predição em segundos; o sobrescrito ion é para especificar que o processo GM está sendo considerado apenas para os coeficientes de modelagem da ionosfera; e  $e^{-\beta(t_k - t_{k-1})}$  consiste nos valores da diagonal principal da matriz de transição  $T_{k/k-1}$ .

O comportamento temporal não modelado da ionosfera está presente no vetor do ruído branco do modelo dinâmico e que, de acordo com o processo GM, tem variância  $\Sigma_w$  dada por:

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} \sigma^2 [1 - e^{-2\beta(t_k - t_{k-1})}] & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma^2 [1 - e^{-2\beta(t_k - t_{k-1})}] \end{bmatrix}, \quad (10)$$

onde  $\sigma^2$  é a variância do processo.

Deve-se salientar que a equação 10 é utilizada para modelar o ruído apenas dos 19 elementos iniciais do vetor estado e da matriz de transição, e que correspondem aos coeficientes da série de Fourier.

Das equações 9 e 10, observa-se que o modelo dinâmico é determinado se os parâmetros  $\beta$  e  $\sigma^2$  são conhecidos. Estes parâmetros podem ser obtidos a partir de técnicas de autocorrelação (GELB *et al.*, 1974). Neste trabalho optou-se em adotar os valores de  $\beta$  e  $\sigma^2$  obtidos por Fortes (2002). Portanto, os valores serão fixados como  $1/\beta = 2156$  s e  $\sigma^2 = 0,071931$  m<sup>2</sup>. Deve-se esclarecer que, para o caso deste trabalho, os valores adotados são apenas aproximações, pois a ionosfera é representada por coeficientes de uma série, e em Fortes (2002) a ionosfera, ou seja o TEC foi parametrizado diretamente na vertical (VTEC). Logo, para este trabalho os valores de  $\beta$  e  $\sigma^2$  representam, respectivamente, a correlação e a variância de todos os coeficientes da série combinados. As tendências interfrequência dos satélites e dos receptores foram modeladas temporalmente a partir do processo *random-constant* (GELB *et al.*, 1974). A escolha deste processo para modelar a tendência interfrequência foi feita baseada na natureza constante de tais erros sistemáticos.

### 2.1.2 Filtragem

Substituindo a função de modelagem (equação 3) na equação 2, obtém-se a equação de observação (AGUIAR, 2005):

$$F(P_2 - P_1)_r^s = SF(a_1 + a_2 B^s + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2i+1}}^{n=4} \{a_j \cos(i h^s) + a_{j+1} \sin(i h^s)\} + a_{n^2+3} h^s) + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2i+10}}^{m=4} \{a_j \cos(i B^s) + a_{j+1} \sin(i B^s)\} + F[(S_{p2} - S_{p1})^s + (R_{p2} - R_{p1})_r] + F \varepsilon_{p21} \quad (11)$$

onde SF é a função de mapeamento geométrico padrão, dada por  $1/\cos z^?$ .

A partir da equação 11 as matrizes e vetores envolvidos no processo de filtragem no filtro de Kalman podem ser montados.

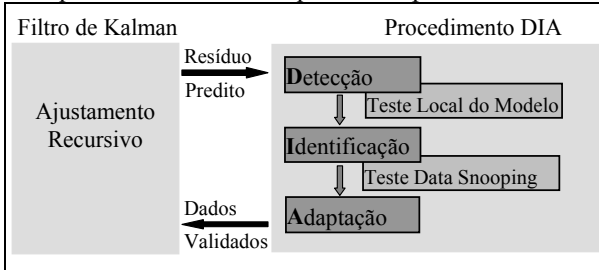
No caso de pseudodistâncias originais ou suavizadas, o vetor das observações  $L_k^b$  é composto da combinação linear das observáveis de mesmo tipo, de dimensão  $n_k \times 1$ , onde  $F(P_2 - P_1)_r^s$  fornece o valor do atraso ionosférico observado em  $L_1$ .

No Mod\_Ion\_FK o controle de qualidade do processo de estimação em tempo real é baseado no vetor do resíduo predito ( $V_k$ ), que é definido como a diferença entre a entrada atual do sistema ( $L_k^b$ ) e a predita:

$$V_k = L_k^b - A_k X_{k|k-1} \quad (12)$$

O controle de qualidade implementado no Mod\_Ion\_FK é conhecido pela comunidade geodésica como procedimento DIA (Detecção, Identificação e Adaptação) (Figura 1).

Figura 1 – Esquema do controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman



O teste local do modelo, no processo de detecção, é baseado no teste estatístico Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), e tem a função de diagnosticar se um erro não especificado ocorreu. Após a detecção, passa-se ao processo de identificação, onde é executado o teste Data Snooping (BAARDA, 1968), onde a verossimilhança do erro mais provável é baseada no teste estatístico de distribuição normal. Finalmente, após a identificação do erro mais provável é realizada a adaptação do filtro recursivo para eliminar a presença de tendência no vetor estado.

No Mod\_Ion\_FK, a partir dos coeficientes estimados e do conhecimento de um valor aproximado para a latitude, longitude e altitude da estação pode-se efetuar correções nas observáveis GPS realizadas com a portadora  $L_1$ .

### 3. AVALIAÇÃO DO MODELO IONOSFÉRICO

O objetivo dos experimentos é utilizar o Mod\_Ion\_FK para determinar o atraso ionosférico para as pseudodistâncias (C/A) do arquivo da Estação UEPP da RBMC, corrigir a observável e realizar o posicionamento por ponto em tempo real.

Para estimar os coeficientes do Mod\_Ion\_FK foram utilizados os dados GPS coletados nas estações da RBMC, exceto a UEPP. Para cada instante de observação, após a filtragem dos coeficientes, foram estimados os atrasos ionosféricos e o arquivo RINEX de observação da estação em questão foi corrigido. Estes dados foram coletados durante o período de 24 horas do dia 8 de julho de 2001 (inverno) e do primeiro dia de abril de 2002 (outono). Vale salientar que a escolha deste dois dias baseou-se nos experimentos realizados em Matsuoka (2003) contemplando uma semana de cada estação do ano, onde o menor efeito da ionosfera ocorreu no dia 8 de julho de 2001 (inverno) e o maior efeito da ionosfera ocorreu no dia 1 de abril de 2002 (outono) que são, respectivamente, épocas do ano de menor e maior taxa de ionização sobre o Brasil. Deve-se dar destaque também que no ano de 2002 a atividade solar ainda estava elevada, apesar desta já estar na fase de declínio após



o pico do ciclo solar de 11 anos.

Para se avaliar a melhora da qualidade no posicionamento, as coordenadas geodésicas ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) foram comparadas com as consideradas verdadeiras da estação UEPP, para cada instante no posicionamento por ponto. Foi realizado o posicionamento por ponto com os dados sem a correção da ionosfera e com a correção utilizando o modelo ionosférico em tempo real, pois, dessa forma, pode-se analisar a melhora dos resultados após a correção do erro sistemático devido à ionosfera utilizando o Mod\_Ion\_FK.

O posicionamento por ponto foi processado com o *software* GPSPACE (*GPS Positioning from ACS Clocks and Ephemerides*) Versão 3.3, desenvolvido pelo GSD (*Geodetic Survey Division*) do NRCAN (*Natural Resources Canada*) (NRCAN, 2000) e disponível a todos usuários por meio da Internet, no endereço <http://www.nrcan-nrcan.gc.ca/>. No caso em questão, adotaram-se como “verdade de terreno”, as coordenadas ITRF (IGS00) (*International Terrestrial Reference Frame 2000*). A escolha desta realização de sistema de referência foi baseada nas opções de realizações disponíveis no GPSPACE.

Para estimar os coeficientes do modelo, foram utilizadas as pseudodistâncias em L1 e L2, suavizadas pela fase da portadora, observadas com uma taxa de coleta de 15 segundos e máscara de elevação de 10°. Porém, para minimizar a refração troposférica, no processamento foi utilizada uma máscara de elevação de 15° e o valor adotado para a altura média da camada da ionosfera foi de 400 km, assim como fez Camargo (1999) e Matsuoka (2003), em seus experimentos. Os dados GPS de dupla frequência utilizados foram coletados nas estações BRAZ (Brasília), CUIB (Cuiabá), IMPZ (Imperatriz), PARA (Curitiba), POAL (Porto Alegre), RIOD (Rio de Janeiro), SALV (Salvador) e VICO (Viçosa), da RBMC. As demais estações da RBMC não foram utilizadas devido à ocorrência de algum tipo de problema com os dados, ou porque ainda não estavam implantadas ou em funcionamento no período selecionado para o experimento.

Para o propósito deste trabalho onde o foco é analisar a eficiência do modelo ionosférico, para minimizar a influência de erros sistemáticos tais como o de órbita e de tendência interfrequência, foram utilizadas as efemérides precisas disponibilizadas pelo International GNSS Service (IGS) via FTP e as estimativas de interfrequência dos satélites fornecidas pelo CODE (*Center for Orbit Determination in Europe*) nos arquivos via FTP. Para a interfrequência dos receptores da RBMC, envolvidos no processamento em tempo real, foram utilizadas as estimativas obtidas a partir de um ajustamento em lote utilizando 24 horas de dados dos dias 7 de julho de 2001 e 31 de março de 2002, e a do receptor GPS da estação UEPP para o experimento em questão e que corresponde a 2,602 m.

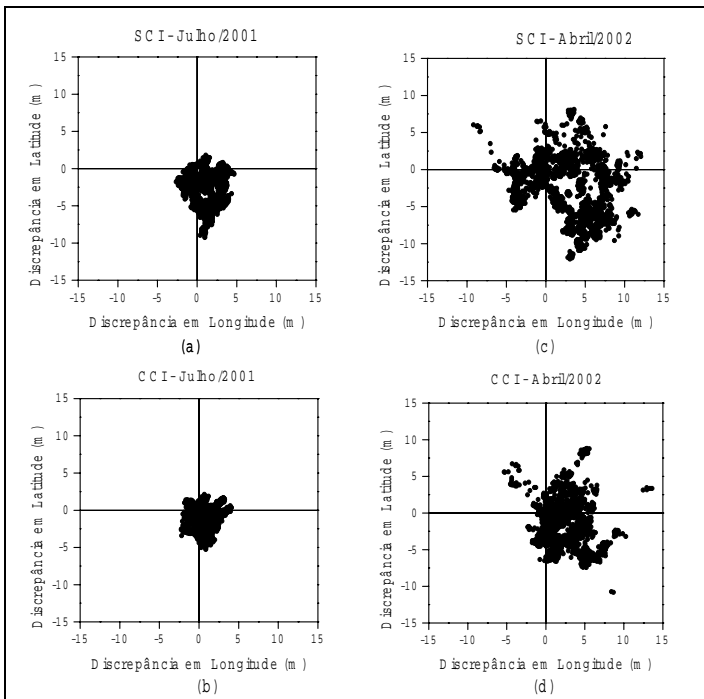
#### 4. ANÁLISE DA PERFORMANCE DO MODELO IONOSFÉRICO EM TEMPO REAL

Os valores estimados para as coordenadas geodésicas ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) em cada instante de observação foram comparadas com os valores considerados verdadeiros, para os seguintes casos:

- sem a correção do efeito da ionosfera (SCI);
- com a correção do efeito da ionosfera (CCI).

Para se ter uma idéia da qualidade do posicionamento após a correção do erro sistemático devido à ionosfera, a Figura 2 mostra a discrepância em planimetria, para as opções SCI e CCI, para as 24 horas de observação em Julho/2001 e Abril/2002.

Figura 2 – Discrepância em planimetria

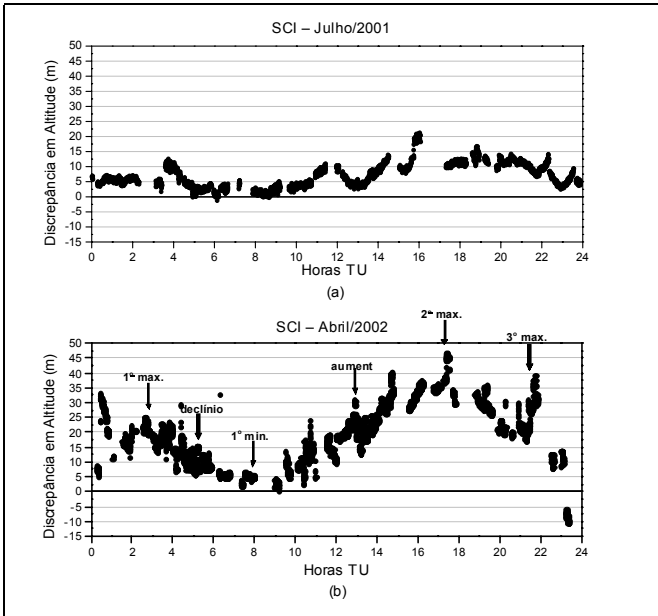


Comparando-se os gráficos a, b, c e d da Figura 2 observa-se que o erro em planimetria é menor quando se realiza o posicionamento em dia de menor atividade ionosférica (Julho/2001). Outro fato que pode ser notado observando-se a “nuvem”

de pontos nos gráficos da figura em questão, é que após a correção do atraso ionosférico em tempo real há uma melhora na acurácia e dispersão (precisão) das coordenadas, em comparação com a opção SCI. Para os resultados de Julho/2001 obteve-se uma melhora média de 41,45% em acurácia e de 31,38% em precisão, e para Abril/2002 a melhora média foi de 28,18% na acurácia e de 62,42% na precisão.

Tratando agora da eficiência do modelo na altimetria, a Figuras 3 mostra o comportamento diário das discrepâncias em altitude geométrica para a estratégia sem a correção do efeito da ionosfera (SCI).

Figura 3 – Discrepância em altimetria – SCI

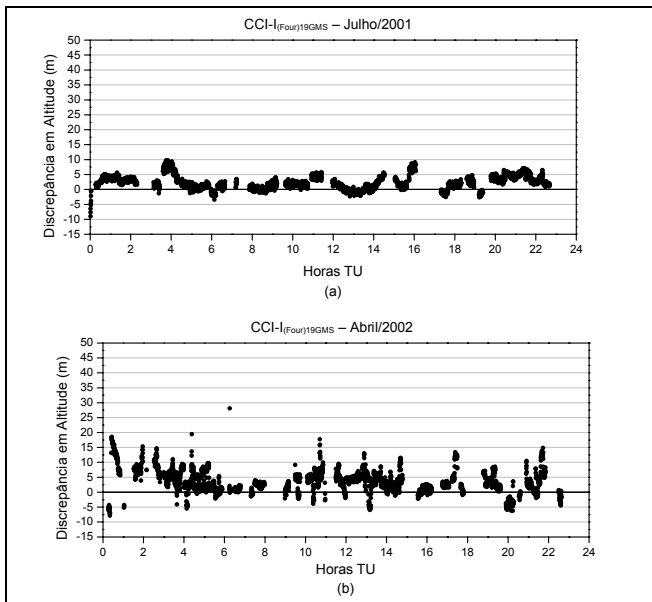


Nos gráficos a e b da Figura 3 verifica-se que o efeito diário da ionosfera no posicionamento por ponto é bem representado pela variação da altitude geométrica, pois esta é a componente mais sensível à influência da ionosfera. Estes gráficos também mostram que no efeito diário da ionosfera ocorrem três picos de máximo e dois de mínimo. O primeiro máximo ocorre, aproximadamente, às 3 horas TU (Tempo Universal). O segundo máximo, que corresponde ao efeito máximo diário da ionosfera sobre a altitude geométrica ocorre, aproximadamente, às 17 horas TU ( $\cong$  14 horas local). E o terceiro máximo ocorre, aproximadamente, às 21 horas TU ( $\cong$  18 horas local), no horário do pico pré-inversão. Pico pré-inversão é o nome dado à intensificação do efeito fonte e da anomalia equatorial, nos horários

próximos ao pôr do Sol, provocada pela deriva vertical do plasma ionosférico que se intensifica devido ao desenvolvimento de campos elétricos do dínamo da região F antes da deriva se inverter e cessar o efeito fonte (BATISTA, 2003). Já, o menor efeito diário da ionosfera ocorre no primeiro mínimo, aproximadamente, às 8 horas TU ( $\cong$  5 horas local), e no segundo mínimo, aproximadamente, às 24 horas TU ( $\cong$  21 horas local).

O comportamento diário das discrepâncias em altitude geométrica para a estratégia com a correção do efeito da ionosfera (SCI), é apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Discrepâncias em altimetria – CCI



Nos gráficos a e b da Figura 4, observa-se que após a correção do efeito sistemático devido à ionosfera, as discrepâncias em altitude ficam menores. Considerando os resultados referentes à Abril/2002, pode-se verificar que as correções foram mais eficientes em altimetria, pois as discrepâncias que apresentavam magnitudes de aproximadamente 45 m na opção SCI (Figura 3 b), passaram a apresentar valores médios em torno de 10 m após as correções (Figura 4 b).

Do que foi observado até o momento, pode-se afirmar que o efeito da ionosfera é bem menor na planimetria (latitude e longitude) do que na altimetria

(altitude), e que o comportamento diário da ionosfera é quase que totalmente refletido na altimetria.

Para a análise dos resultados foram calculados valores de discrepâncias ( $\Delta$ ) máximo, mínimo e a média, para a planimetria e altimetria, utilizando amostras, cada uma com um conjunto de 20 instantes, totalizando 5 minutos, em períodos distintos do dia, referente a Julho/2001 e Abril/2002. Os períodos utilizados para análise da performance do Mod\_Ion\_FK foram identificados na Figura 4 e correspondem aos intervalos das 3:00-3:05, 5:00-5:05, 8:00-8:05, 13:00-13:05, 17:00-17:05 e 21:00-21:05 horas TU. Os valores estão apresentados na Tabela 1, e representam o Erro Médio Quadrático (EMQ).

Tabela 1 –Discrepância em planimetria e altimetria

	Julho/2001				Abril/2002			
	$\Delta$ Planimetria (m)		$\Delta$ Altimetria (m)		$\Delta$ Planimetria (m)		$\Delta$ Altimetria (m)	
	SCI	CCI	SCI	CCI	SCI	CCI	SCI	CCI
<b>3:00-3:05 horas TU – 1ª máximo</b>								
<b>Máximo</b>	3,12	1,95	5,23	2,54	7,63	4,80	18,33	6,75
<b>Mínimo</b>	1,82	1,15	3,25	0,38	6,77	4,00	13,55	2,08
<b>Média</b>	2,47	1,53	4,61	1,86	7,17	4,33	15,95	4,34
<b>Melhora(%)</b>		<b>37,77</b>		<b>59,66</b>		<b>39,65</b>		<b>72,82</b>
<b>5:00-5:05 horas TU – declínio</b>								
<b>Máximo</b>	2,75	2,26	3,54	2,37	3,21	2,08	7,53	1,67
<b>Mínimo</b>	1,53	0,88	0,05	0,01	2,57	1,51	5,77	0,03
<b>Média</b>	1,94	1,34	1,55	0,48	2,94	1,84	6,53	0,69
<b>Melhora(%)</b>		<b>31,12</b>		<b>69,13</b>		<b>37,56</b>		<b>89,50</b>
<b>8:00-8:05 horas TU – 1ª mínimo</b>								
<b>Máximo</b>	1,23	1,57	2,40	1,35	2,36	1,42	5,46	3,19
<b>Mínimo</b>	0,20	0,15	0,75	0,02	1,49	0,51	4,30	2,13
<b>Média</b>	0,67	0,66	1,56	0,54	1,87	0,92	4,78	2,52
<b>Melhora(%)</b>		<b>0,95</b>		<b>65,29</b>		<b>50,71</b>		<b>47,26</b>
<b>13:00-13:05 horas TU - aumento</b>								
<b>Máximo</b>	2,32	1,82	5,11	2,10	4,03	1,55	24,98	6,75
<b>Mínimo</b>	1,62	1,20	2,49	0,12	3,42	0,78	22,21	4,15
<b>Média</b>	2,04	1,55	3,77	0,93	3,69	1,18	23,98	5,36
<b>Melhora(%)</b>		<b>23,70</b>		<b>75,41</b>		<b>68,00</b>		<b>77,66</b>
<b>17:00-17:05 horas TU – 2ª máximo</b>								
<b>Máximo</b>	7,77	4,91	12,34	2,63	8,00	5,25	33,59	1,95
<b>Mínimo</b>	6,60	3,63	10,80	1,04	4,90	1,59	29,27	0,10
<b>Média</b>	7,29	4,35	11,56	1,84	5,95	2,79	30,90	0,72
<b>Melhora(%)</b>		<b>40,25</b>		<b>84,11</b>		<b>53,12</b>		<b>97,65</b>
<b>21:00-21:05 horas TU – 3ª máximo</b>								
<b>Máximo</b>	3,68	2,25	8,53	5,96	9,21	5,49	39,06	14,43
<b>Mínimo</b>	3,00	0,79	6,59	2,05	8,25	4,10	29,71	5,04
<b>Média</b>	3,21	1,65	7,39	4,51	8,79	4,74	34,78	10,14
<b>Melhora(%)</b>		<b>48,55</b>		<b>39,00</b>		<b>46,08</b>		<b>70,85</b>

As discrepâncias apresentadas na Tabela 1 representam EMQ para a planimetria e altimetria, pois, os valores de discrepâncias foram calculados por época e em relação às coordenadas da estação consideradas como verdadeiras. As discrepâncias em planimetria representam a resultante calculada a partir das discrepâncias em latitude e em longitude.

Comparando a discrepância planimétrica com a altimétrica sem a correção, para o dia de maior atividade da ionosfera, observa-se que o valor em altimetria é bem maior que em planimetria, principalmente às 17 e 21 horas TU, 2<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> máximos, respectivamente, mostrando-se que a maior influência da ionosfera está na determinação da altitude geométrica. Observa-se ainda que a maior correção em planimetria ocorreu no período em que a atividade ionosférica começa a aumentar ( $\cong$  13 horas TU), e a menor correção em planimetria ocorreu no período de declínio da atividade ionosférica ( $\cong$  5 horas TU). Nestes períodos, após a correção, conseguiu-se uma melhora de 68,00% e 37,56%, respectivamente. Com a opção SCI a maior média das discrepâncias obtida foi de 8,79 m às 21 horas TU, e o menor valor de 1,87 m às 8 horas TU. Após a correção da ionosfera, esses valores atingiram magnitudes bem menores, de 4,74 m às 21 horas TU, e 0,92 m às 8 horas TU.

Nos resultados obtidos para a altimetria (Tabela 1), pode-se verificar que a melhor performance do modelo de correção do atraso ionosférico em tempo real ocorreu no período diário de máxima atividade da ionosfera ( $\cong$  17 horas TU), onde a melhora média foi de 97,65%. Neste período de máxima atividade da ionosfera o valor médio da discrepância sem a correção do atraso ionosférico foi de 30,90 m e após a correção este valor diminuiu para 0,72 m e chegou a atingir um mínimo de 0,10 m. A menor melhora obtida foi de 47,26% e ocorreu no período diário de mínima atividade da ionosfera ( $\cong$  8 horas TU), o que já era esperado pois como a maior influência da ionosfera está na altitude, no período de mínima atividade da ionosfera outros erros sistemáticos e aleatórios passam a ter um nível de significância maior na determinação da altitude. Nos períodos do declínio, do aumento e do pico pré-inversão, o Mod\_Ion\_FK também melhorou significativamente os resultados em altimetria, chegando a diminuir em média as discrepâncias em 89,5%, 77,66% e 70,85%, respectivamente. Comparando-se ainda os resultados da discrepância altimétrica de Abril/2002 com os resultados de Julho/2001, observa-se que no período do pico pré-inversão há uma diferença significativa na melhora do EMQ. Isto ocorre devido ao pico pré-inversão atingir magnitudes menores no período de baixa atividade da ionosfera (Julho/2001) e assim ocorre uma menor influência do erro sistemático da ionosfera sobre o sinal GPS.

Os resultados referentes à Abril/2002 apresentados na Tabela 1 com a opção CCI, apresentou uma melhor eficiência para a planimetria no período das 13 horas TU, onde o valor da discrepância em média reduziu de 3,69 m para 1,18 m. Para a

altitude a opção CCI foi mais eficiente no período das 17 horas TU. Para os resultados referentes à Julho/2001, a correção apresentou uma melhor eficiência para a planimetria no período das 21 horas TU, onde o valor da discrepância média reduziu de 3,21 m para 1,65 m. Para a altitude a opção CCI também foi mais eficiente no período das 17 horas TU.

A precisão em planimetria e altimetria é apresentada na Tabela 2. Deve-se lembrar que estes valores foram calculados para seis condições diárias de atividade da ionosfera diferentes, a partir de amostras de 20 instantes de observação a cada 15 segundos, em cada período analisado, para Julho/2001 e Abril/2002.

Tabela 2 - Desvio-padrão em planimetria e altimetria

	Julho/2001				Abril/2002			
	$\sigma_{\text{Planimetria}} \text{ (m)}$		$\sigma_{\text{Altimetria}} \text{ (m)}$		$\sigma_{\text{Planimetria}} \text{ (m)}$		$\sigma_{\text{Altimetria}} \text{ (m)}$	
	SCI	CCI	SCI	CCI	SCI	CCI	SCI	CCI
<b>3:00-3:05 horas TU – 1ª máximo</b>								
<b>Máximo</b>	0,88	0,76	2,81	1,22	1,79	1,35	2,81	2,12
<b>Mínimo</b>	0,42	0,06	1,20	0,11	0,72	0,31	1,20	0,56
<b>Média</b>	0,73	0,61	1,86	0,93	1,10	0,91	1,86	1,54
<b>Melhora (%)</b>		<b>17,31</b>		<b>50,10</b>		<b>16,97</b>		<b>17,24</b>
<b>5:00-5:05 horas TU – declínio</b>								
<b>Máximo</b>	0,82	0,65	1,55	1,22	0,39	0,39	0,75	0,73
<b>Mínimo</b>	0,50	0,46	0,94	0,93	0,32	0,34	0,61	0,60
<b>Média</b>	0,59	0,53	1,17	1,05	0,36	0,34	0,68	0,67
<b>Melhora (%)</b>		<b>10,21</b>		<b>10,14</b>		<b>4,45</b>		<b>1,07</b>
<b>8:00-8:05 horas TU – 1ª mínimo</b>								
<b>Máximo</b>	0,59	0,64	1,18	1,57	1,13	1,07	1,20	1,14
<b>Mínimo</b>	0,23	0,21	0,47	0,46	0,95	0,87	0,95	0,87
<b>Média</b>	0,44	0,41	0,89	0,88	1,03	0,98	1,06	1,01
<b>Melhora (%)</b>		<b>7,75</b>		<b>1,23</b>		<b>5,11</b>		<b>5,11</b>
<b>13:00-13:05 horas TU – aumento</b>								
<b>Máximo</b>	0,82	0,77	1,47	1,35	1,10	1,02	2,42	2,25
<b>Mínimo</b>	0,57	0,43	1,06	0,80	0,84	0,74	1,88	1,66
<b>Média</b>	0,68	0,58	1,25	1,06	0,91	0,82	2,06	1,85
<b>Melhora (%)</b>		<b>15,70</b>		<b>15,73</b>		<b>10,40</b>		<b>10,42</b>
<b>17:00-17:05 horas TU – 2ª máximo</b>								
<b>Máximo</b>	1,30	1,12	1,90	1,64	1,88	2,10	3,30	3,70
<b>Mínimo</b>	0,82	0,75	1,20	1,09	0,45	0,32	0,83	0,79
<b>Média</b>	1,13	0,95	1,65	1,40	0,91	0,88	1,64	1,59
<b>Melhora (%)</b>		<b>15,29</b>		<b>15,30</b>		<b>3,11</b>		<b>3,18</b>
<b>21:00-21:05 horas TU – 3ª máximo</b>								
<b>Máximo</b>	0,65	0,69	1,13	1,19	3,98	1,30	1,77	1,76
<b>Mínimo</b>	0,36	0,40	0,59	0,60	2,71	0,90	1,05	0,99
<b>Média</b>	0,54	0,52	0,92	0,91	3,53	1,14	1,47	1,12
<b>Melhora (%)</b>		<b>3,24</b>		<b>1,36</b>		<b>67,61</b>		<b>23,86</b>

Na Tabela 2 observa-se que, com a correção do atraso ionosférico, há uma redução da dispersão das posições estimadas em relação à posição média calculada. Nesta tabela, para os períodos que estão sendo analisados, nota-se ainda uma melhora expressiva na precisão planimétrica no período das 21 horas TU, no dia de maior atividade da ionosfera (Abril/2002), e para o dia de menor atividade da ionosfera (Julho/2001), a melhora de maior magnitude ocorreu na precisão altimétrica no período das 3 horas TU. Com relação aos demais resultados apresentados na Tabela 2 não se observam uma melhora tão significativa na precisão planimétrica e altimétrica do posicionamento por ponto em tempo real, comparando-se a opção CCI com a SCI, pois o efeito da ionosfera afeta, principalmente, a acurácia do posicionamento, e não a precisão, pois se trata de um erro sistemático.

Para se ter uma idéia geral dos resultados obtidos durante o período de 24 horas de dados utilizados para a correção do erro da ionosfera, a qualidade da planimetria e altimetria no posicionamento por ponto também foi analisada calculando-se os valores máximo, mínimo e a média das discrepâncias para o período de 24 horas, bem como a melhora obtida após a correção dos dados GPS utilizando os coeficientes estimados em tempo real (Mod\_Ion\_FK) e os coeficientes estimados num ajustamento em lote (Mod\_Ion). A Tabela 3 apresenta os resultados do EMQ obtido com o modelo de correção da ionosfera em tempo real, Mod\_Ion\_FK.

Tabela 3 – Discrepância em planimetria e altimetria – 24 h

	Julhoa/2001				Abril/2002			
	$\Delta$ Planimetria (m)		$\Delta$ Altimetria (m)		$\Delta$ Planimetria (m)		$\Delta$ Altimetria (m)	
	SCI	CCI	SCI	CCI	SCI	CCI	SCI	CCI
<b>Máximo</b>	9,32	5,35	21,20	9,74	33,67	35,46	46,53	27,91
<b>Mínimo</b>	0,20	0,15	0,00	0,00	0,01	0,09	0,01	0,01
<b>Média</b>	3,45	2,02	8,30	2,54	5,33	3,83	22,00	4,18
<b>Melhora(%)</b>		<b>41,45</b>		<b>69,40</b>		<b>28,18</b>		<b>81,00</b>

Na Tabela 3 verifica-se que a correção do atraso ionosférico em tempo real proporcionou uma melhora nos resultados do posicionamento por ponto tanto em planimetria quanto em altimetria, com relação à melhora da acurácia, em comparação com a opção SCI. Comparando a melhora obtida para cada uma das opções de processamento, em termos da média do EMQ para o período total de observações, verifica-se que a opção CCI apresentou uma melhora para o período de 24 horas em Julho/2001, de aproximadamente 41,45% na acurácia planimétrica e de 69,40% na acurácia altimétrica, e para Abril/2002 a melhora foi de aproximadamente 28,18% na acurácia da planimetria e de 81,00% na acurácia da altimetria. Verifica-se que a maior influência do efeito da ionosfera está sobre a altitude geométrica, onde as correções foram mais expressivas com uma melhora na



acurácia de 22,00 m para 4,18 m para o período de 24 horas. Já para a componente planimétrica verifica-se uma melhora menos expressiva quando comparada com a da altimetria. De modo geral, os resultados apresentados na Tabela 3 mostram que o Mod\_Ion\_FK proporcionou uma melhora na qualidade do posicionamento por ponto em tempo real, principalmente, na componente altimétrica, durante todo o período de observação. Pode-se afirmar também que o Mod\_Ion\_FK pode ser utilizado para o posicionamento por ponto no pós-processamento, e que os valores da Tabela 3 estão compatíveis com a acurácia proporcionada pelo Serviço de Posicionamento Preciso (SPS), que é de aproximadamente 5 à 10 m com 68,3% de probabilidade.

Na Tabela 4 são apresentados os resultados da média da precisão obtida durante todo o período de observação utilizando o Mod\_Ion\_FK para realizar a correção do atraso ionosférico.

Tabela 4 - Desvio-padrão em planimetria e altimetria – 24 H

	Julho/2001				Abril/2002			
	$\sigma_{\text{Planimetria}} \text{ (m)}$		$\sigma_{\text{Altimetria}} \text{ (m)}$		$\sigma_{\text{Planimetria}} \text{ (m)}$		$\sigma_{\text{Altimetria}} \text{ (m)}$	
	SCI	CCI	SCI	CCI	SCI	CCI	SCI	CCI
<b>Média</b>	2,39	1,64	4,18	2,22	5,23	3,60	9,82	3,69
<b>Melhora (%)</b>		<b>31,38</b>		<b>46,89</b>		<b>31,17</b>		<b>62,42</b>

Os resultados apresentados na Tabela 4 mostram a melhora obtida na precisão nas componentes planimétrica e altimétrica do posicionamento após a correção do erro devido à ionosfera com o Mod\_Ion\_FK. Os valores apresentados na tabela mostram que tanto para Julho/2001 como para Abril/2002, as coordenadas estimadas após a correção com o Mod\_Ion\_FK apresentam-se menos dispersas em torno de um valor médio.

Comparando-se os valores da Tabela 4 com os da Tabela 2, nota-se que para os períodos analisados na Tabela 2, a melhora na precisão não foi significativa, mas no geral, para o período de 24 horas de observação (Tabela 4), houve uma melhora considerável na precisão das posições estimadas.

Com base nos resultados apresentados, pode-se verificar que, com a correção do atraso ionosférico utilizando o Mod\_Ion\_FK, consegue-se melhorar a qualidade do posicionamento por ponto em tempo. Verificou-se que houve uma melhora significativa da acurácia em altimetria quando comparada com os resultados obtidos sem a correção do atraso ionosférico, o que mostra que a maior influência da ionosfera está na componente altimétrica.

## 5. CONSIDERAÇÕES E CONCLUSÕES

O modelo utilizado foi eficiente, pois os resultados mostram que para cada instante de observação o atraso ionosférico é estimado de forma coerente,

resultando na melhora da qualidade das posições obtidas em cada instante do posicionamento por ponto.

As conclusões foram baseadas nos resultados obtidos em seis períodos durante o dia, bem como nos dados de 24 horas de observação. Os períodos, de 5 minutos, escolhidos foram: 3 e 17 horas TU, quando a atividade diária da ionosfera passa pelo 1º e 2º máximos, respectivamente; 5 horas TU, quando a atividade diária da ionosfera está em declínio; 8 horas TU, quando a atividade diária da ionosfera passa pelo 1º mínimo; 13 horas TU, quando a atividade diária da ionosfera está em fase de ascensão; e 21 horas TU, quando ocorre o pico pré-inversão (3º máximo).

Concluiu-se que a correção do atraso ionosférico utilizando o Mod\_Ion\_FK melhorou a qualidade do posicionamento por ponto em tempo real. Especificamente, o Mod\_Ion\_FK apresentou eficiência na correção do atraso ionosférico, principalmente no período das 17 horas TU, onde se obteve uma melhora do EMQ em altimetria em torno de 97,65% na época do ano de maior atividade solar, o que representa uma melhora na acurácia de 30,90 m para 0,72 m. Com relação a planimetria, o melhor resultado foi no período das 13 horas TU, onde a acurácia melhorou de 3,69 m para 1,18 m, o que representa uma redução de 68,00% no EMQ. Para o período de 24 horas de observação houve uma melhora significativa na acurácia do posicionamento por ponto em tempo real. Em termos de precisão, concluiu-se que todos os resultados obtidos após a correção do atraso ionosférico, tanto nos seis períodos analisados quanto nas 24 horas de observação, proporcionaram melhor precisão.

Com base nos resultados obtidos em diferentes condições da atividade diária da ionosfera, onde nos períodos de maior atividade ionosférica as correções feitas a partir do Mod\_Ion\_FK foram mais significativas, conclui-se que o modelo ionosférico em tempo real apresentou uma performance eficiente em diferentes condições da atividade ionosférica. A maior influência do erro sistemático devido à ionosfera é na determinação da altitude geométrica. Deve-se esclarecer que os resultados e conclusões são baseados no comportamento diário da ionosfera, para um período de alta atividade solar.

Pode-se comprovar a potencialidade do Mod\_Ion\_FK utilizando uma modelagem bidimensional da ionosfera a partir da série do tipo Fourier, a função de mapeamento geométrico padrão e o processo *Gauss-Markov*, na correção dos dados GPS do erro devido à ionosfera em tempo real. Observa-se também a melhora na precisão e na acurácia estimada em cada instante de observação, sob diferentes condições diárias da ionosfera e em dias de maior e menor atividade ionosférica.

## AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da FCT/Unesp, a CAPES pela bolsa de Mestrado, à Diretoria de Geodésia do IBGE por disponibilizar os dados GPS da RBMC e ao

GSD/NRCan do Canadá pelo fornecimento das correções dos relógios dos satélites.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, C. R. *Modelo Regional da Ionosfera (Mod\_Ion): Implementação em Tempo Real*. 2005. 159 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas, Faculdade de Ciências e Tecnologia UNESP, Presidente Prudente.
- AGUIAR, C. R.; CAMARGO, P.O.; MATSUOKA, M.T.; DAL POZ, W.R. Determinação do Erro Sistemático na Pseudodistância devida à Ionosfera: avaliação da performance do Mod\_Ion e do modelo de Klobuchar. *Série em Ciências Geodésicas*. UFPR, Curitiba, Paraná, vol.3, pp. 119-132. 2003.
- BAARDA, W. A testing procedure for use in geodetic networks. *Netherlands Geodetic Commission – Publication on geodesy – News Series*, Delft, v.2, n.5, 1968.
- BATISTA, I.S.. Notas de aula do curso “*Introdução à ionosfera e a propagação de ondas*” ministrado no Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista, 2003.
- CAMARGO, P. O. *Modelo Regional da Ionosfera para uso em Posicionamento com Receptores de uma Frequência*. 1999. 191 p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- CAMARGO, P. O. *Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman*. 1992. 94 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- FORTES, L. P. S. *Optimizing the Use of GPS Multi-Reference Stations for Kinematic Positioning*. 2002. 354 f. Ph.D. dissertation – Department of Geomatics Engineering, UCGE Report nº 20158, The University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada.
- GELB, A.; KASPER, J. F.; NASH, R. A.; PRICE, C. F.; SUTHERLAND, A. A. *Applied Optimal Estimation*. Cambridge, Massachusetts: The M.I.T. Press, 1974. 374p.
- KLOBUCHAR, J. A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v.AES-23, n.3, p.325-331. 1987.
- MATSUOKA, M. T. *Avaliação de Funções para Modelagem do Efeito da*

- Refração Ionosférica na Propagação dos Sinais GPS*. 2003. 164 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação em Ciências Cartográficas, Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP, Presidente Prudente.
- NRCAN. *User's Guide – GPSPACE (GPS Positioning from ACS Clocks and Ephemerides)*, Canadian Active Control System Operations, Geodetic Survey Division, Geomatics Canada, Natural Resources Canada, 2000. 58p.
- SKONE, S. *Wide area ionosphere grid modelling in the auroral region*. 1998. 198 f. Ph.D Thesis – Department of Geomatics Engineering, UCGE Report nº 20123, The University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada.
- TEUNISSEN, P. J. G. *Dynamic Data Processing: Recursive Least-Squares*. 1ª Ed. Netherlands: Delft University Press, 2001. 241p.

Recebido em outubro de 2005. Aceito em maio/2006