

Modelación para ajuste de la curva de lactación usando función lineal, no lineal y polinomios segmentados en ganados con alto grado de sangre Brown Swiss

R Aspilcueta Borquis*, **, ***, M Muñoz Berrocal*, ***, H Tonhati**, Roberta Cristina Sesana**y Naudin Hurtado-Lugo**, ***

* *Facultad de Zootecnia, Universidad Nacional Agrária de la Selva. Tingo Maria, Peru.*

** *Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal (UNESP), 14884900, SP, Brasil.*

*** *Becario de la Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP (Trabajo presentado para optar el título de Ingeniero Zootecnista en la Universidad Nacional Agraria de la Selva (UNAS). Av. Universitaria, Km. 1.5, Tingo María. Perú)*
raul_rusbel@yahoo.es

Resumen

En el presente estudio se evaluó la función lineal (lineal hiperbólica), función no lineal (gama incompleta) y los polinomios segmentados, dados por los modelos cuadrático-cuadrático (PSCC) y con tres segmentados cuadráticos (PSCCC), en el ajuste de la curva de lactación media en el sistema semi extensiva de vacas con composición genética con altos niveles de *Brown Swiss* con dos ordeños al día. Se utilizaron 780 lactaciones, referentes a 22318 controles de leche. El control lechero fue realizado con intervalos de 7 días, durante los años 1966 al 2000. Las lactaciones usadas contenían en lo mínimo 22 y como máximo 42 controles.

Para el PSCC, en este sistema de producción la curva media alcanzo el “pico” en la 8⁰ semana de la lactación, para el PSCCC los “Nudos” fueron estimados en el 8⁰ y 16⁰ semana de la lactación. Los parámetros de cada función fueron estimados por procesos inter activos a través del PROC REG del paquete estadístico SAS. Los criterios usados para la verificación la calidad del ajuste para cada función fueron coeficiente de determinación ajustado (R_A^2), tiempo del pico (TP), producción en el pico (PP) y gráficos de distribución de residuos. Los PSCC y PSCCC, acompañaron las variaciones en la producción de leche a lo largo de la lactación.

Se demuestra que los polinomios segmentados presentan buen ajuste a la curva de lactación.

Palabras claves: funciones matemáticas, nudos, producción en el pico, tiempo en el pico

Modeling for adjustment of lactation curves using linear function, nonlinear and segmented polynomials in high grade Brown Swiss cattle

Abstract

In the present study there were studied and compared linear function (hyperbolic), non linear function (incomplete gama) and segmented polynomials, given by quadratic-quadratic (PSCC) and with three quadratics segmented (PSCCC) models, in the

adjustment of average lactation curve of cows with levels of Brown Swiss in their breed composition, with two milkings by day in an semi extensive system. 780 lactations were used, referring to 22318 milk controls. Milk control was done by intervals of 7 days, during 1966 to 2000. The used lactations have a minimum of 22 controls and a maximum of 42.

For PSCC, in this production system the curved average reached the "peak" at the 8^o week of the lactation, for the PSCCC the "Knots" were considered in 8^o and 16^o week of lactation. The parameters of each function were considered by active Inter processes through PROC REG of statistical program SAS. The criteria used to verificate the quality of adjustment for each function were: Adjusted Coefficient of Determination (R_A^2), time of the peak (TP), production in the peak (PP) and remainders distribution graphics. PSCC and PSCCC accompanied the variations in milk production throughout lactation.

It was demonstrated that the segmented polynomials present good adjustment for lactation curve.

Keywords: mathematical functions, production in the peak, time in the peak

Introducción

Las principales aplicaciones de las curvas de lactación en el ganado lechero, se relacionan a la forma de la curva y sus componentes. Eso posibilitaría el establecimiento de programas de mejoramiento que considerarían, además de la producción total, los componentes que determinan una curva de lactación, cuya forma sería más deseable, en el sentido biológico o económico. A nivel del productor, el conocimiento de las curvas de lactación de sus rebaños podría ayudar en la adecuación de técnicas de alimentación, manejo y en el descarte y selección de los animales de acuerdo aun padrón deseable establecido (Tonhati 2001).

Existen varias funciones matemáticas que pueden ser utilizadas para describir la producción de leche de una vaca y la forma de su lactación. Dentro de estas funciones se encuentran los polinomios segmentados, y las cuales surgieron como un intento para solucionar problemas presentados por los polinomios ordinarios y por las funciones no lineales. Los segmentos que componen son definidos por los procesos visuales comunes en diagrama de puntos, la forma de detectar los cambios de comportamiento de la curva (Schenkel 1989).

El objetivo del presente trabajo fue evaluar los polinomios segmentados: cuadrático-cuadrático y cuadrático con tres segmentos, para verificar el mejor ajuste de la curva media de lactación en la granja Zootécnica de la Universidad Nacional Agraria de la Selva (Perú). Además determinar el tiempo del pico, producción en el pico de lactación, duración de la lactación y producción total de leche.

Materiales y métodos

La ejecución del trabajo se llevó a cabo en la ciudad Tingo María-Perú, ubicada a 09^o18'42" S 75^o59'51" W, a 626 m.s.n.m., ecológicamente esta considerada como bosque sub tropical húmedo, con una temperatura media anual de 24.5 ^oC, humedad relativa de 84% y precipitación media anual de 3194 mm.

Los registros de producción de leche utilizados en el sistema semi extensivo fueron pertenecientes a 780 vacas mestizas de primera lactancia (*Brown Swiss Vs Cebuinas*), con una incidencia mayor al 75% para la raza *Brown Swiss*, los demás grupos genéticos no fueron considerados debido al escaso numero de animales en cada composición racial. Estas lactancias fueron controladas del periodo de 1966 al 2000 en la granja de la Facultad de Zootécnica de la Universidad Nacional Agraria de la Selva (UNAS) (Perú), donde es practicado el control lechero diario (2 veces al día). Los animales en la mañana se alimentaban en los potreros con pasto Camerún (*Echinochloa polystachia*) y en las tardes se les brindaba forraje en el establo; durante el ordeño se les brindó alimento balanceado. A partir de las fichas de producción fue editado un archivo conteniendo el número de la vaca, fecha del parto y producción de leche semanal. Para el estudio se utilizaron controles semanales. Al analizar los datos se hizo un descarte de lactaciones que presentaron vacas con; información

confusa o deficiente, lactaciones menores a 100 días, vacas que presentan en el periodo de lactación problemas productivos o reproductivos causados por enfermedades.

Fueron estudiadas; la función lineal hiperbólica, función gama incompleta y cuatro polinomios segmentados para ajustar las lactaciones para la curva media. El ajuste se realizó usando todas las producciones en cada semana considerando los modelos descritos a seguir:

- Función lineal hiperbólica (FLH)

$$Y = b_0 + b_1x + b_2x^{-1}$$

- Función gama incompleta (FGI)

$$Y = b_0x^{b_1}e^{-b_2x}$$

- Polinomio segmentado cuadrático-cuadrático (PSCC)

$$Y = b_0 + b_1X + b_2X^2 + (c_1 - b_2)Z$$

Donde: $Z=0$, si $X > k$; $Z=(X-K)^2$, si $X < K$.

- Polinomio con tres segmentos cuadrático (PSCCC)

$$Y = b_0 + b_1X + b_2X^2 + c_1Z_1 + c_2Z_2$$

Donde: $Z_1=(X-K_1)^2$, si $X > K_1$, $Z_2=(X-K_2)^2$, si $X < K_2$.

En los modelos descritos, y es la producción de leche diaria, X es la semana de la lactación, b_0 , b_1 , b_2 son los parámetros de cada función, K , K_1 , K_2 , son los "nudos" o puntos de unión entre los segmentos de los polinomios segmentados.

La estimación del nudo fue realizada al principio, por inspección, para la visualización de cuantos segmentos componen la recta, además de los probables puntos donde ocurre el cambio de curvatura. En una segunda etapa, los valores iniciales obtenidos a través del diagrama fueron continuamente experimentados en el PROC REG (SAS 1996).

La selección de la mejor función fue hecha como base a:

- a) Coeficiente de determinación ajustado.

$$R_a^2 = \frac{(n-1)R^2 - p}{n-p-1}$$

Donde: p número de parámetros del modelo, n número de observaciones, R^2 coeficiente de determinación y R_a^2 coeficiente de determinación ajustado.

- b) Gráfico de distribución de residuos.

Fueron utilizados dos tipos de gráficos de distribución de residuos para mostrar la calidad del ajuste proporcionado para cada función y la presencia de auto correlación residual, para la curva media. El primero, muestra la dispersión de los residuos en función del tiempo. Si los residuos se presentaran distribuidos aleatoriamente en relación a la variable clasificatoria x , es indicativo de buen ajuste. Por eso, si estos se presentan en bloques de valores positivos o negativos, es indicativo de auto correlación residual positiva o negativa, lo que indica mal ajuste. El segundo tipo es el gráfico del "lag" de residuos (Draper y Smith 1981). El gráfico muestra la existencia o no de auto correlación serial y relaciona el (i)ésimo con el (i-1)ésimo residuo, lo que permite la constatación de la presencia o no de auto correlación entre los residuos sucesivos. Cuando ocurre auto correlación positiva, el gráfico presenta una recta creciente, y si es negativa, esta presenta una recta decreciente. Si estos se presentan dispersos sin mostrar alguna tendencia, es indicativo de buen ajuste.

- c) Estimación de las variables tiempo de pico (TP) y producción en el pico (PP).

Considerando que el pico de lactación ocurre en las primeras semanas después del parto, el tiempo del pico será estimado en función del primer segmento cuadrático del modelo. Las producciones en el pico serán estimadas en función del tiempo del pico, también para cada primer segmento. Por ejemplo para un polinomio

segmentado Cuadrático-Cuadrático, estarán dados:

$$y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + (b_1 - a_2)Z$$
$$TP = -a_1/2a_2$$
$$PP = a_0 + a_1(TP) + a_2(TP)^2$$

d) Duración de la lactancia y producción total de leche.

La duración de la lactancia y producción total de leche fue calculada mediante el PROC MEANS (SAS 1996).

Resultados y discusión

La producción total de leche estimada para la curva media es de 2123kg, 272 días de lactación en promedio. La curva de lactación media en las vacas estudiadas se observa en la figura 1, la producción media se inicia con 8,00 kg, el pico es alcanzado en la séptima semana de lactación con producción de 9,49kg.

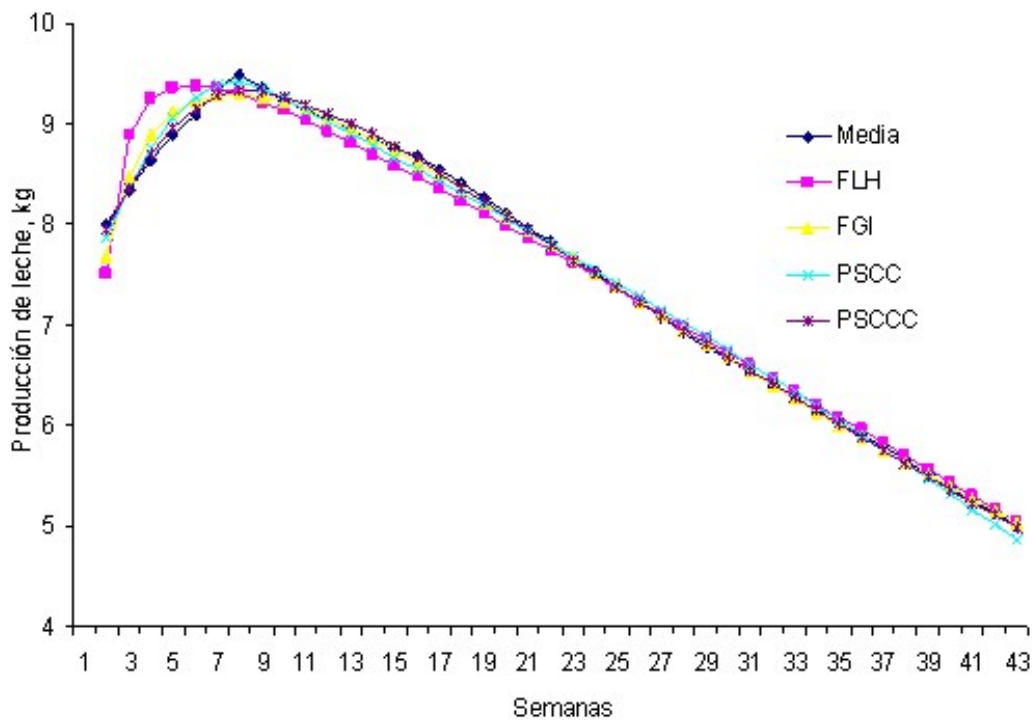


Figura 1. Comparación de los gráficos de la función gama incompleta (FGI), lineal hiperbólica (FLH), polinomio segmentado con dos segmentos cuadrático (PSCC) y polinomio segmentado con tres segmentos cuadrático (PSCCC) con la curva media.

La producción total de leche estimada para la curva media fue de 2123 kg. El pico de producción de leche y producción en el pico para la curva media, para el polinomio segmentado cuadrático– cuadrático y el polinomio segmentado cuadrático–cuadrático–cuadrático fue alcanzado a las 6.8 y 7.2 semanas y 9,8 y 9,45 kg.leche/día, respectivamente. La producción encontrada esta dentro del rango que encontró Muñoz (1989), quien evaluó dos sistemas de crianza en *Brown Swiss*, con parte de esta base de datos para encontrar la producción promedio. Sin embargo, se debe de tener cuidado al emplear estos datos, porque la producción se encuentra influenciada por varios factores como, la producción de leche por lactancia puede variar de un hato a otro, y aún dentro del mismo hato a través de los años, de acuerdo a las variaciones genéticas y medio ambientales, etc. (Muñoz 1989).

Comparación entre las funciones

La función lineal hiperbólica muestra que el ajuste no es muy bueno porque subestima la producción de leche en la 1ª semana y entre la 8ª y 24ª semana y además sobreestima la producción de leche desde la 2ª hasta la 7ª semana y desde la 25ª hasta la 43ª semana (figura 1 y 2), este resultado es similar a lo reportado por Muñoz (2002).

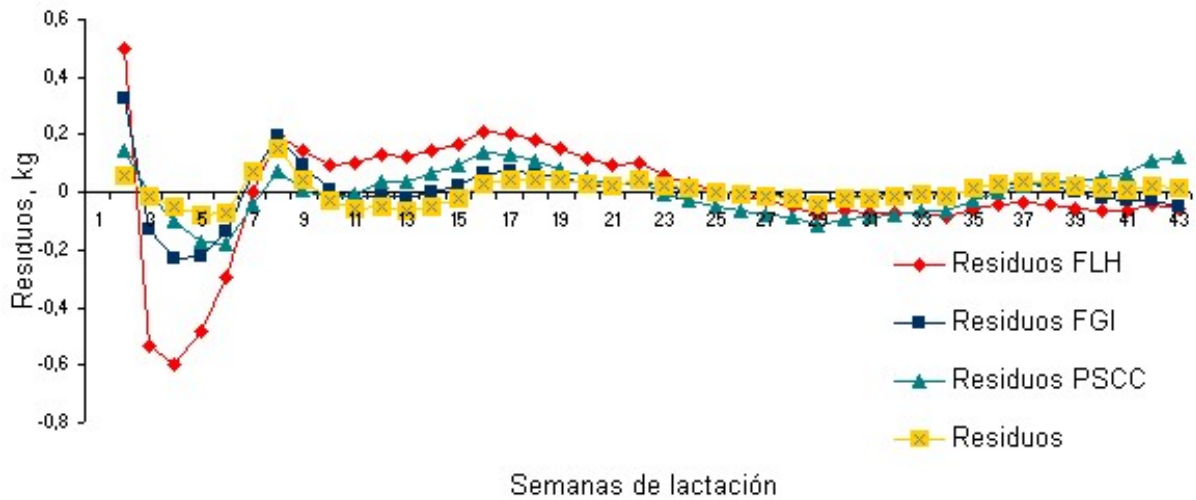


Figura 2. Distribución de los residuos estimados, por la función lineal hiperbólica (FLH), gama incompleta (FGI), y por los Polinomios segmentados PSCC y PSCCC, para vacas con alto grado de sangre *Brown Swiss*

De forma general este modelo es el que menos ajusta la curva de producción en las primeras semanas de control. En cuanto a la función gama incompleta observamos que acompaña muy bien a la curva media observada (ver figura 1 y 2), concordando con lo reportado por Kumar y Bhat (1979), Cheema y Basu (1983), Bremner-Gaona et al (1985). Además Muñoz (2002), indica que los parámetros de esta función representan mejor una curva de lactación.

Los polinomios segmentados probados PSCC y PSCCC, acompañan de cerca los segmentos de la curva observada, representando bien las oscilaciones a los residuos próximos y reducidos. Según Glasbey (1988), esto ocurre cuando el modelo es adecuado. Los menores residuos fueron presentados por el PSCCC. Valores pequeños que indican ausencia de autocorrelación residual positiva o negativa y muestran buen ajuste de la curva estimada Ribeiro (1997).

En la tabla 1 se muestra el TP y la PP ajustados a las funciones utilizadas. Además, se observa que los coeficientes de determinación ajustada (R_A^2), son semejantes y altos, presentando valores de 93.3 %, y 98.3 % para los PSCC y PSCCC, respectivamente. Esto indica que cualquier modelo de los polinomios segmentados estudiados, podría ser utilizado para el ajuste de la curva de lactación en las condiciones consideradas.

Tabla 1. Medias estimadas de tiempo del pico y producción en el pico (PP) y pruebas estadística para medir la calidad de ajuste para las funciones gama incompleta (FGI), lineal hiperbólica (FLH), polinomio segmentado con dos segmentos cuadrático (PSCC) y polinomio segmentado con tres segmentos cuadrático (PSCCC) con respecto a los valores observados (Observado)

Función	Tiempo del pico, semana	Producción en el pico, kg	R_A^2 , %
Observado	7.0	9.48	
FLH	6.0	9.39	87.1
FGI	6.75	9.29	91.6
PSCC	6.8	9.80	93.3
PSCCC	7.2	9.45	98.3

Estos modelos presentaron muy buenas aproximaciones entre y e \hat{y} , porque sus residuos para PSCC y PSCCC, variaron desde -0.18kg hasta 0.148kg y desde -0.0812kg hasta 0.155kg, respectivamente (ver figura 2 y 3), en comparación con las otras funciones evaluadas. Esto se puede deber al hecho de que la inclusión de segmentos es compensado con la calidad del ajuste, para la curva media (El Faro 1996 y Ribeiro 1997).

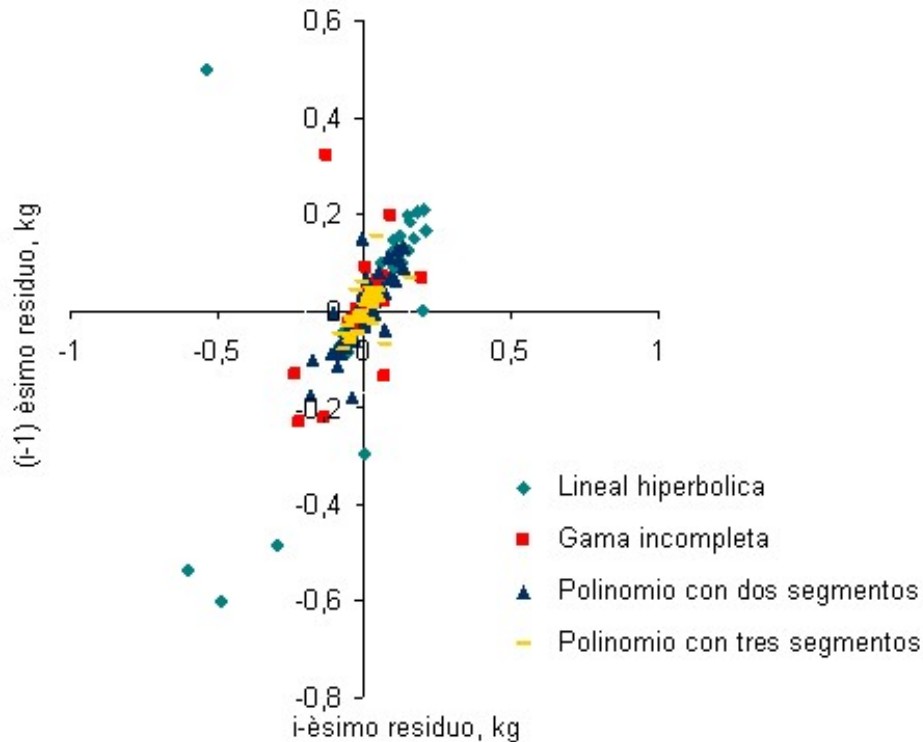


Figura 3. Gráficos de Lag de residuos por el ajuste de medias de las funciones: Lineal Hiperbólica, gama incompleta, polinomio segmentado con dos segmentos cuadrático polinomio segmentado con tres segmentos cuadrático para vacas con alto grado de sangre Brown Swiss

Los PSCC y PSCCC estimaron el TP y PP muy próximos de la curva observada, los cuales también podrían ser usados para la elección de la mejor función ya que ellos tienen una interpretación biológica (El Faro 1996).

Conclusiones

- Se observa que los polinomios segmentados presentan un buen ajuste a la curva de lactación, en el sistema crianza de las vacas analizadas; la función matemática que mejor describió la curva de lactación observada fue por el polinomio segmentado con tres segmentos cuadráticos (PSCCC) seguido por cuadrático – cuadrático (PSCC).
- El coeficiente de determinación ajustado y la distribución de residuos entre las producciones observadas y estimadas y el gráfico de *lag* de residuos pueden contribuir en la toma de decisiones en cuanto a la calidad de ajuste proporcionado para una función.

Bibliografía

Bremner-Gaona J H, Pereira C S, Andrade V J, Sampaio I B M, Silva-Pereira C e Machado S I 1985 Estudo da Curva de Lactação em vacas da raça Mediterrânea e seus mestiços. Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia 37 (5): 477-480

Draper N M and Smith H 1981 Applied regression analysis, 2nd edition, New York, Wiley.

Cheema J S and Basu S B 1983 Relationship of part lactation yield in Kankrej cattle. Indian Veterinary Journal 60: 638-640

El Faro L 1996 Estudo da curva de lactação de um rebanho da raça caracu. Jaboticabal, UNESP FCAVJ, SP, p. 179. (Dissertação de Mestrado).

Glasbey C A 1998 Examples of regression with serially correlated errors. The Statistician. Edinburgh pp. 277-291

Kumar R and Bhat P N 1979 Lactation curve in Indian buffaloes. Indian Journal of Dairy Science, New Delhi 32(2): 156

Muñoz Berrocal M 1989 Evaluación Reproductiva y productiva de ganado lechero Brown Swiss en dos Sistema de Crianza. Tesis Ing. Zootecnista. Universidad Nacional Agrária de la Selva. Tingo Maria – Peru, pag, 33p.

Muñoz Berrocal MH 2002 Funções matemáticas para ajuste da curva de lactação de Búfalas da raça Murrah e seus mestiços. Jaboticabal, UNESP/FCAVJ, SP, p. 107. (Tese de Doutorado).

Ribeiro MN 1997 Estudo da curva da lactação de um rebanho caprino no Estado da Paraíba. UNESP FCAVJ, SP. p. 107 (Tese de Doutorado).

SAS 1996 User's Guide: Statistics. SAS Institute. Inc., Cary, North Caroline.

Schenkel FS 1989 Utilización de Polinomios Segmentados en la investigación Zootécnica: Consideraciones Teóricas y Prácticas (notas), Universidad del Río Grande del Sur, Porto Alegre

Tonhati H 2001 Resultados del control lechero en bufalinos. In: II Simposio Paulista de Bubalinocultura, 2, 2001, Pirassununga. Anais, Pirassununga, ABCB

Received 9 April 2008; Accepted 15 May 2008; Published 5 August 2008

[Go to top](#)