

# Uso de modelos lineales y no lineales para el estudio de la curva de lactancia en búfalos Murrah y sus cruces en sistemas de cría extensiva en el estado de São Paulo

M Muñoz Berrocal\*\*, H Tonhati\*, R Aspilcueta Borquis \*, \*\* y N Hurtado-Lugo\*, \*\*

*Facultad de Zootecnia, Universidad Nacional Agrária de la Selva. Tingo Maria, Peru*

*\* Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal (UNESP), 14884900, SP, Brasil*

*\*\* Bolsista da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP  
[milthon\\_munoz@yahoo.es](mailto:milthon_munoz@yahoo.es)*

## Resumen

En el presente estudio las funciones Lineales: Lineal Hiperbólica (FLH), Cuadrática Logarítmica (FCL), y las funciones no lineales: Parabólica Exponencial (FPE), Gama Incompleta (FGI), y Polinomial Inversa (FPI), fueron empleadas con el objetivo de evaluar cual es la función matemática que mejor ajusta la curva de lactancia media, empleando datos de producción de leche de doce rebaños bufalinos de la raza Murrah y sus mestizos, criados bajo sistemas intensivos y con un ordeño diario. Se consideraron informaciones de 1280 lactancias, referentes a 8839 controles de producción de leche. El control lechero fue realizado en promedio cada 30 días, durante el periodo de 1990 a 2001. Las lactancias empleadas contenían como mínimo cuatro y como máximo nueve controles. Los criterios utilizados para verificar la calidad del ajuste de cada función matemática fueron: el coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_A$ ), el test de “Lack of Fit (LOF)”, el grafico de distribución de residuos y el grafico de *Lag* residuos. Los mejores coeficientes de determinación fueron 88.79% para FCL seguida de la FPI, e produciendo los menores residuos, y LOF significativos ( $P>0.05$ ). Todas las funciones matemáticas testadas subestimaron el pico de producción de leche en bufalas Murrah, siendo la función cuadrática logarítmica, la que más se aproxima (ajusta) al pico de producción.

**Palabras clave:** búfalos, gama incompleta, linear hiperbólica, parabólica exponencial, polinomial inversa, quadrática logarítmica

## Use of some mathematical models to study the lactation curve of Murrah buffaloes and their crossbreds under extensive system in the state of São Paulo

### Abstract

In this study the Linear functions: Hyperbolic Linear (HLF), Quadratic logarithmic (FQF), and non-linear functions: Parabolic Exponential (PEF), Incomplete Gama (IGF), and Polinomial Inverse (FPI), were employed with the goal to assess what is the function that best fits the curve of lactation average, using data from milk production from twelve herds of buffalo and their Murrah race cross, and reared under intensive systems with once daily milking. We considered details from 1280 lactations with 8839 measurements of milk production. The milk yield determination was conducted on average every 30 days during the period from 1990 to 2001. The lactations employed containing at least four and a maximum of nine

measurements of milk production. The criteria used to verify the quality of the adjustment of each function were: the coefficient of determination adjusted ( $R^2_A$ ), the test "Lack of Fit (LOF)," the graphic distribution of waste and waste Lag graph. The best ratios were 88.79% for determination FQF followed by the FPI ( $P > 0.05$ ). All mathematical functions tested underestimated the peak of milk production in Murrah buffaloes, with the quadratic logarithmic function coming closest (adjusted) to peak production.

**Keywords:** buffaloes, incomplete gamma, inverse polynomial, lineal hyperbolic, parabolic exponential, quadratic logarithmic

## Introducción

La representación gráfica para la producción de leche durante la lactación de una vaca es denominada curva de lactación y esta puede servir como ayuda al momento de tomar decisiones sobre cambios en la alimentación, descarte de animales o en programas de selección para los futuros reproductores. Diferentes investigaciones han procurado identificar funciones matemáticas, que mejor ajusten la curva de producción de leche en diferentes especies domesticas, entre las cuales son empleadas las funciones lineales y no lineales (Ribeiro 1977; Gonçalves et al 2002; Faro y Albuquerque 2002; Goana et al 1985; Congleton y Everett 1980b).

Las funciones lineales y no lineales permiten estimar la producción total de leche cuando una hembra no ha terminado su lactancia, permitiendo identificar anticipadamente el potencial de búfalas superiores, facilitando las decisiones de descarte y manejo de los animales, además de permitir el uso de un mayor número de hijas en la evaluación genética de los futuros reproductores. Las funciones no lineales son transformadas para que se tornen funciones lineales y sus parámetros puedan ser estimados a través de regresiones múltiples (Congleton y Everett 1980a,b).

Mediante el empleo de este tipo de funciones en la lactancia de una hembra se puede conocer de forma más acertada la curva de la lactancia y la de sus componentes. Este hecho posibilita el montaje de programas de mejoramiento genético que consideren, además de la producción total de leche, los componentes que determinaran la curva de lactancia y cuya forma sería la más deseable, en el sentido biológico o económico (Tonhati 2001).

El objetivo del presente estudio fue evaluar las funciones lineales: cuadrática logarítmica e lineal hiperbólica, y las funciones no lineales: polinomial inversa, gama incompleta e parabólica exponencial, para el ajuste de la curva de lactancia media en doce rebaños bubalinos en el estado de São Paulo.

## Materiales e métodos

Fueron utilizados 8839 controles de producción de leche, correspondientes a 1280 lactancias de 623 búfalas Murrah e sus mestizos, de composición genética variada, controladas en el periodo de 1995 a 2001, en doce haciendas localizadas en la región del Valle de Ribeira, São Paulo. Los animales fueron alimentados principalmente de forraje del género *Brachiaria* como *Brachiaria decumbens* y *Brachiaria humidicola*, y pasturas nativas como *Paspalum sp.*

Cada hacienda presentó en promedio 20 búfalas en lactancia, categorizadas por la edad, los animales no recibieron ningún tipo de suplementación a lo largo de año. La sal mineralizada fue ofrecida *ad libitum* y servida en comederos. En las haciendas estudiadas es practicado el sistema de monta natural e

inseminación artificial. El ordeño es realizado de forma manual una vez al día, con apoyo del becerro, y un cuarto de la ubre es destinado a la alimentación de los becerros, hasta el final de la lactancia.

El control sanitario es realizado en intervalos de 4 meses, son aplicadas vacunas para fiebre aftosa, carbón sintomático y rabia, las hembras son vacunadas contra brucelosis. El control de ectoparásitos y endoparásitos es realizado con 1 o 2 aplicaciones semestrales. El control lechero fue implantado en las haciendas en el año de 1990 con un ordeno al día. Los datos de producción de leche fueron anotados en fichas individuales, y posteriormente fueron registrados en el paquete informático Interherd, donde también fueron ingresadas las informaciones de la vida reproductiva de cada animal.

Para el análisis estadístico descriptivo fueron empleados los datos colectados en todas las haciendas. Fueron eliminadas las lactancias que iniciaron el control de producción 30 días posterior al parto, lactancias con controles mayores a 45 días entre cada control, lactancias con menos de 4 controles y lactancias totales con menos de 115 días de duración. El número máximo de controles observados en una lactancia fue de 9 controles, siendo el período máximo de días observados de 270. Los datos fueron clasificados en meses de 30 días, de acuerdo con la periodicidad de los controles que eran realizados.

### **Funciones empleadas para el ajuste de las lactancias**

Cinco funciones matemáticas fueron usadas para ajustar las lactancias para la curva media. El ajuste fue realizado empleando todas las producciones en cada mes.

#### *Funciones lineales*

Función Lineal Hiperbólica (FLH)  $y = b_0 + b_1x + b_2x^{-1}$

Función Cuadrática logarítmica (FCL)  $y = b_0 + b_1X + b_2X^2 + b_3LnX$

#### *Funciones no-lineales*

Función Parabólica Exponencial (FPE)  $y = b_0 + b_1x + b_2x^{-1}$

Función Gama Incompleta (FGI)  $y = b_0x^{b_1}e^{b_2x}$

Función Polinomial Inversa (FPI)  $y = x(b_0 + b_1x + b_2x^2)^{-1}$

En los modelos descritos con anterioridad,  $Y$  es la producción de leche diaria,  $X$  es el mes de la lactancia,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  son los parámetros de cada función. Para obtener los valores iniciales de las funciones, en relación a los parámetros en el estudio, fue empleado el PROC REG del paquete estadísticos SAS (SAS 1995), estimados los valores iniciales, estos fueron usados como parámetros en el PROC NLIN (SAS 1995).

### **Estadísticos empleados para la selección de la mejor función matemática**

Cuando se comparan modelos con diferentes números de parámetros, es adecuado utilizar el coeficiente de

determinación ajustado al número de parámetros de cada modelo, para que estos sean comparados en iguales condiciones. Según Draper y Smith (1981) la fórmula es la siguiente:

$$R_A^2 = \frac{(n-1)R^2 - p}{n-p-1}$$

Donde:

$p$  = Número de parámetros del modelo de regresión.

$n$  = Número de observaciones.

$R^2$  = Coeficiente de Determinación.

El coeficiente de determinación mide la proporción de la variación de la variable dependiente (producción de leche), que es explicada por el modelo de regresión. Cuando diversos modelos con número de parámetros diferentes son comparados, es común ajustar por el  $R^2$  al número de parámetros de cada modelo. Así, el aumento del  $R_A^2$  solo ocurre cuando la pérdida en el número de grados de libertad del residuo es compensada por el aumento de la suma de cuadrados del modelo de regresión, en consecuencia de la inclusión de un mayor número de variables en el modelo

### Grafico de distribución de los residuos

Fueron empleados dos tipos de gráficos de distribución de residuos para mostrar la calidad del ajuste proporcionando para cada función y la presencia de auto-correlación residual para la curva media. El primero muestra la dispersión de los residuos en función del tiempo. Si los residuos se presentan distribuidos aleatoriamente en relación con la variable clasificatoria  $X$ , es indicativo de un buen ajuste. Sin embargo, si estos se presentaron en bloques de valores positivos o negativos, es indicativo de autocorrelación residual positiva o negativa, lo que indica un mal ajuste. El segundo tipo es el grafico de *lag* de residuos (Draper y Smith 1981). El grafico muestra la existencia o no de autocorrelación serial y relaciona el (i)ésimo con el (i-1)ésimo residuo, lo que permite la constatación de la presencia o no de autocorrelación entre los residuos sucesivos. Cuando ocurre autocorrelación positiva, el grafico presenta una recta ascendente, y si es negativa, presenta una recta descendente. Si estos se presentan dispersos sin mostrar alguna tendencia, es indicativo de buen ajuste.

### Test de “Lack of Fit”

Searle (1971) y Draper y Smith (1981), indican que el test de “Lack of Fit” se basa en una suposición de que para un conjunto de datos donde existen medidas repetidas de la variable independiente  $X$ , para diferentes medidas de la variable  $Y$ , es posible particionar la suma de cuadrados del residuo en dos términos. Uno es llamado <<Error Puro >> y el otro << Lack of Fit >> del modelo (ver tabla 1).

**Tabla 1.** Cuadro de análisis de variancia del Test de *Lack of Fit*

Fuente de variación	G.L.*	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	$F_c$
Modelo de Regresión	$r-1$	SCR	$CMR=SCR/r-1$	
Error Puro	$N-p$	SCEP	$CMEP=SCEP/N-p$	
Lack of Fit	$p-r$	SCLOF	$CMLOF=SCLOF/p-r$	$CMLOF/CMEP$

\* $N$  = número total de observaciones;  $r$  = número de parámetros del modelo de regresión;  $p$  = número de clases de la variable clasificatoria  $X$ ;  $CMEP$  = Cuadrado medio del error puro, estimado por  $SCEP/(N-p)$ ,

el cual es un estimador de la variancia residual ( $\sigma^2$ ); *CMLOF* = Cuadrado medio debido al "Lack of Fit", representado por  $SCLOF/(p-r)$ , que estima  $\sigma^2$  si el modelo es correcto; caso contrario, estima  $\sigma^2 + \text{error}$ , si el modelo es inadecuado (Draper e Smith 1981)

Para un determinado conjunto de datos, donde  $X$  es el día de lactancia y  $Y$  es la producción de leche correspondiente, se tiene que  $X_1, X_2, \dots, X_p$ , son los  $p$  valores distintos  $X$ , donde cada  $X_i$  ocurre  $n_i$  veces, con  $n_i$  valores correspondientes de  $Y$ , denominados entonces  $Y_{ij}$ , para  $j=1, 2, \dots, n_i$  y para  $i=1, 2, \dots, p$ . Para toda  $i$ , desde que  $i \geq 1$ , se puede considerar que:

$$n. = \sum_{i=1}^p n_i = N = \text{número total de observações}$$

Entonces, la Suma de Cuadrados del Error será:

$$SCE = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \hat{Y}_{ij}^2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \hat{b}' X' Y$$

Con  $(N-p)$  grados de libertad, y la cual puede ser particionada en la suma de cuadrados del error puro (*SCEP*) y la suma de cuadrados del "Lack of Fit" (*SCLOF*), dadas por:

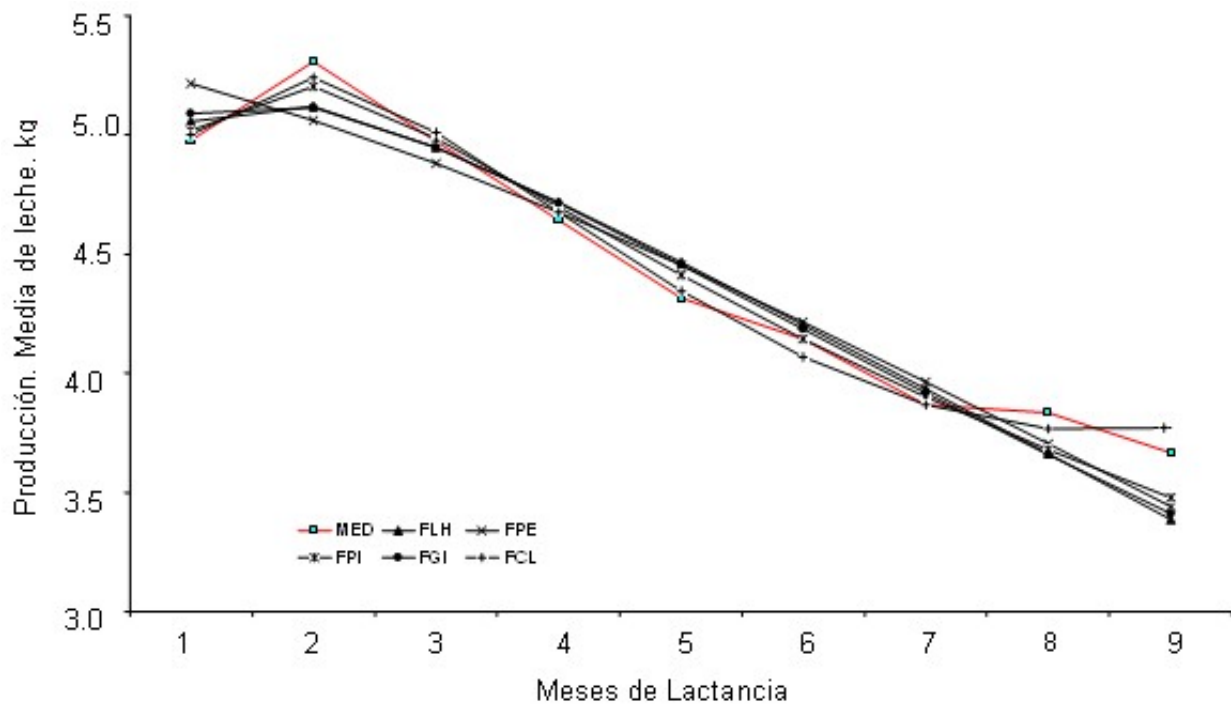
$$SCEP = \sum_{i=1}^p \left[ \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - n_i \left( \bar{Y}_i \right)^2 \right]$$

$$SCLOF = SCE - SCEP$$

Con  $(N-p)$  y  $(p-r)$  grados de libertad, respectivamente.

## Resultados y discusión

La curva de lactación media observada para los rebaños en este estudio representaron una curva típica de lactación para búfalas Murrah (Figura 1), esto indica que la producción de leche se inicia con 4,98 kg, presentando un discreto aumento de la producción hasta el pico de la lactancia, la cual ocurrió en el segundo mes (5,31 kg), y después presento una tendencia de declinación continua en la producción hasta el sétimo mes de lactación, observándose en el octavo y noveno mes una disminución de la declinación, esto debido a que al final de lactancia se coincide con la época de lluvias, en donde los animales tienen mayor disponibilidad de pasturas.



**Figura 1.** Curvas de lactancia observadas (MED) y estimadas por las funciones: Lineal Hiperbólica (FLH), Cuadrática Logarítmica (FCL), Parabólica Exponencial (FPE), Gama Incompleta (FGI) y Polinomial Inversa (FPI), para búfalas Murrah y sus mestizos

La curva de producción de leche en este estudio fue similar a lo relatado por Hurtado-Lugo et al (2006) y Aspilcueta et al (2007), quienes estimaron el pico de producción en el segundo mes de lactación, y posteriormente presentándose una lenta disminución de la producción hasta el final de la lactación.

La media para la producción total de leche fue estimada en 1427,74 kg, en 270 días de lactancia. Esta media de producción se encuentra próxima a las obtenidas por Tonhati et al. (2000a,b), de 1259 kg y 1496 kg, respectivamente. Mientras, valores superiores fueron estimados por Ramos et al (2006) y Malhado et al (2007), en el Brasil, reportando medias de producción de leche de  $1650 \pm 687$  kg y  $1864 \pm 677$  kg, respectivamente. Shabade et al (1993), analizando informaciones de animales de la raza Murrah en la India, estimaron una media de producción de leche de 1892 kg. Mientras, Rosati y Van Vleck (2002), para búfalos de la raza mediterránea en Italia, obtuvieron medias de producción de leche de 2287 kg. Tanto en Italia como en la India, los valores superiores de producción de leche, pueden ser atribuidos a los resultados de los programas de control lechero y evolución genética implementada en estos países hace varias décadas. Mientras que, la producción de leche observada en Colombia (1065 kg), fue inferior a la estimada en este trabajo.

Estas diferencias en las medias de producción de leche pueden ser atribuidas no solamente a las condiciones ambientales en que los animales se encuentran, sino, también a las diferentes constituciones genéticas de los rebaños, debido a que en Colombia la bubalinocultura es reciente y estas son las primeras evaluaciones genéticas para la especie bufalina en ese país.

### Comparación entre las funciones

Los coeficientes de determinación ajustados al número de parámetros de cada modelo ( $R^2_A$ ), estimados para la curva media de lactación de los rebaños analizados presentaron valores elevados para todas las

funciones (Tabla 2), indicando buenas aproximaciones. Los ajustes medios de  $R^2_A$  fueron superiores al 88,00 para las FCL, FLH, FPE, FGI y FPI, respectivamente. De acuerdo con El Faro et al (1999) buenos ajustes para las curvas de lactancia serían obtenidos por medio de la estimativa del  $R^2$ , iguales o superiores al 80%. En el presente estudio, la curva media fue estimada por medio de regresiones sobre todo los controles y también sobre la media de los controles. Fueron estimados  $R^2$  elevados para las funciones ajustadas, indicando que cualquiera de las funciones analizadas, en este estudio puede ser utilizada en el ajuste la curva de media de lactación para búfalas lecheras. Los análisis de residuos indicaron que las funciones presentaron una autocorrelación positiva ( $p < 0.01$ ) entre los residuos. Por otro lado, los testes de *Lack of Fit* fueron significativos ( $p < 0.005$ ), indicando una falta de ajuste de ambos criterios. Según Draper e Smith (1981), sugirieron emplear el  $R^2_A$  y el análisis de residuos para aumentar la potencia de los análisis.

**Tabla 2.** Tests estadísticos utilizados para medir la calidad del ajuste de cada función estudiada.

Función	Lack of Fit	$R^2_A$ %
FCL	17.33*	88.79
FLH	8.54*	88.73
FPE	13.50*	88.70
FGIFPI	8.05*	88.74
	2.68*	88.78

\* *Significativo*

De forma general, no existe un consenso en la literatura de cuales pruebas estadísticas deben de ser consideradas en la evaluación de adherencia proporcionada por una función matemática. Pruebas estadísticas como el  $R^2_A$  por ejemplo presentan una aproximación del  $\hat{Y}$  (producciones de leche estimadas), con relación al  $Y$  (producciones de leche observadas), esta relación no alcanza a dar una explicación biológica de la curva de lactación con relación a su forma. Además, el método empleado para ajustar una función a un conjunto de datos y la calidad de los datos disponibles para realizar los ajustes son de fundamental importancia para el análisis de los mismos. Por consiguiente, la mayoría de las funciones son incapaces de describir las oscilaciones en la producción de leche a lo largo de la lactancia, debido a los factores biológico e intrínscico de cada animal y al hecho de que más difícil describir la curva cuando se trabajan con datos de control lechero mensual (Bianchini Sobrinho 1984).

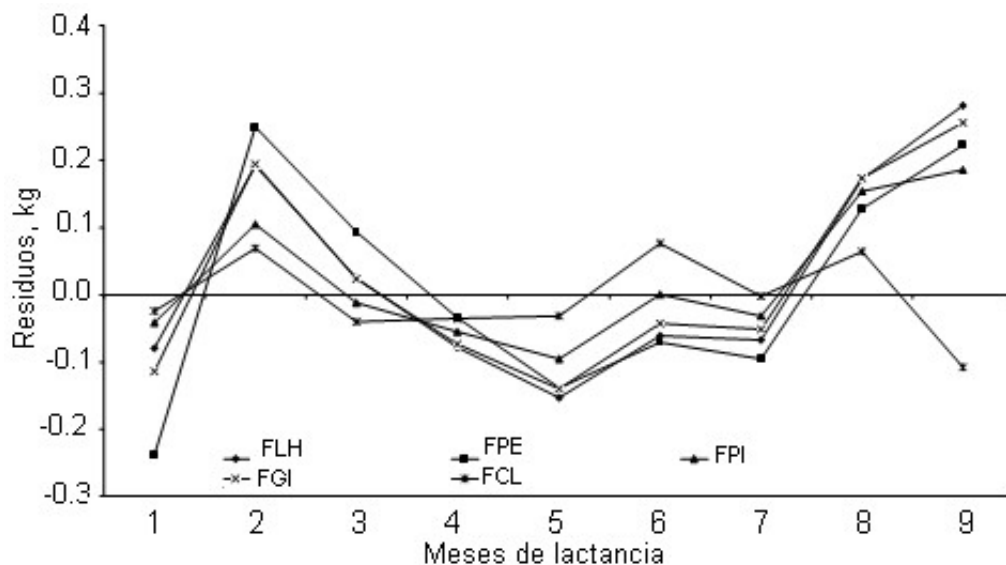
Las funciones linear hiperbólica (FLH), gama incompleta (FGI) y parabólica exponencial (FPE) tienen el mismo comportamiento, en el ajuste de la curva de lactación (Figura 1 y 2), en donde en el primer y desde el cuarto al séptimo mes de lactación fue sobreestimada la producción y en el segundo, tercero, octavo y noveno mes de lactación subestima la producción de leche (Figura 1).

En tanto la función cuadrática logarítmica (FCL) sobreestimó en el primer, desde del tercero al quinto y desde el octavo hasta el noveno mes de lactancia y subestimó en el segundo, sexto y séptimo mes de lactancia (Figura 1 y 2). La función polinomial inversa (FPI) sobreestimó la producción en el primer mes, tercero, cuarto, quinto y séptimo mes de lactancia y subestimó en el segundo, octavo y noveno mes de lactancia (Figura 1 y 2). Todas las funciones matemáticas testadas subestimaron el pico de producción de leche en búfalas de la raza Murrah, siendo la función cuadrática logarítmica, la que más se aproxima (ajusta) al pico de producción.

Las funciones que mejor ajustaron la curva de lactación fueron las FCL y FPI. Este mejor ajuste puede ser debido a que estas funciones estimaron los menores residuos a lo largo de toda la lactación y los cuales variaron entre -0.09 y 0.18 kg. Para las otras funciones, los residuos variaron entre -0.24 a 0.28 kg, y los

cuales fueron más elevados comparados con los residuos de FCL y FPI, mostrando la existencia de autocorrelación residual positiva (Figura 2), que indican modelos no adecuados (Ribeiro 1997).

La función gama incompleta no presenta un buen ajuste a la curva de lactación de búfalas, estos resultados coinciden con Goana et al (1985) y Andrighetto et al (2004), quienes encontraron valores de  $R^2_A$  de 0,52 y 0,54 respectivamente. Estos autores sugirieron realizar más estudios en donde sean incluidas otras funciones matemáticas, con el objetivo de encontrar el modelo que mejor ajuste la curva de lactación en búfalas. Por otro lado, estudios realizados por Kumar y Bhat (1979), empleando las mismas funciones, obtuvieron mejores ajuste con la función gama incompleta, seguidos por las funciones polinomial inversa y parabólica exponencial.



**Figura 2.** Distribución de los residuos estimados por las funciones: Lineal Hiperbólica (FLH), Cuadrática Logarítmica (FCL), Parabólica Exponencial (FPE), Gama Incompleta (FGI) y Polinomial Inversa (FPI), para búfalos Murrah y sus mestizos

En investigaciones realizadas en bovinos lecheros de la raza Holstein, Gonçalves et al (2002), observaron, que las funciones gama incompleta y cuadrático logarítmica fueron próximas entre ellas, estos resultados son un poco diferentes a los estimados en el presente trabajo. Esta diferencia es posiblemente a que la curva individual de producción de leche para búfalas, no presenta una curva típica comparada con la curva producción de vacas lecheras especializadas, esto hecho generado por la grande proporción de curvas atípicas generadas por las funciones estudiadas en búfalas lecheras. Por otro lado, esto es observado especialmente con relación a la FCL, y que por presentar un parámetro adicional, es una funcional más flexible para presentar “buenos ajustes” que puede producir curvas con formas variadas (Pineda 1987), generando formas de inclinación positiva después del pico de producción. Según Congleton y Everett (1980a), y Pineda (1987), o reportaron que los parámetros de las funciones lineales y no lineales pueden tener una representación biológica.

Según, El Faro y Albuquerque (2002), estudiando curvas de lactancia en hembras bovinas de la raza Caracú, encontraron un mejor ajuste medio para producción de leche en la función polinomial inversa. Estos mismos autores concluyeron que las funciones de parámetros como; la producción inicial y el pico de producción ayudan en la determinación de la curva de la lactancia, además de poseer aplicaciones prácticas e interpretaciones biológicas.



Por otro lado, es difícil establecer a partir de cada función matemática, cuales son los valores obtenidos para los parámetros y que se encuentran próximos de los valores considerados como normales. Para la FGI, se sabe que apenas el parámetro  $b_0$ , se encuentra relacionado a la producción de leche inicial.

Además, este parámetro de acuerdo con Cobby y Le Du ( 78), define una escala de producción y no una producción inicial. Esto mismo es estimado para las FCL y FPE, pero no para el caso de la FPI. Los demás parámetros de la FGI indican las tasas de aumento pre-pico o declino pos-pico.

Los parámetros para  $b_2$  y  $b_1$  de la FPI representan el aumento y declino en el inicio y final de la curva de la lactancia, sin tener una interpretación biológica. El Faro et al (1999) sugirió que en la FPI no hay una definición para el calculo de la persistencia de la lactancia, existiendo solo formulas para el tiempo y producción en el pico. Además, la FPI a pesar de describir la producción inicial, el tiempo y las producciones próximas al pico de los valores observados, presentaron residuos mayores a partir de la segunda mitad de la lactancia, y sus desvíos con relación a las producciones totales, siendo mayores cuando fueron comparadas con las demás funciones. Las FLH y la FCL describen la persistencia de la lactancia, como tasa de declino de la producción mensual de leche, representado por el coeficiente de regresión lineal de la recta ( $b_1$ ).

Se observo que la FCL y FPI fueron modelos que presentaron las mejores aproximaciones entre  $Y$  y  $\hat{Y}$ , en relación a los demás modelos. La inclusión del mayor número de parámetros fue compensada por la mejoría en la calidad del ajuste, para la curva media de la lactación. Schaefer (1996) sugiere que la correlación entre residuos o autocorrelaciones es esperada, pues existen efectos que el modelo de regresión no consigue explicar, como por ejemplo aquellos efectos inherentes al propio animal, además de los efectos ambientales.

## Conclusiones

- Todas las funciones matemáticas testadas subestimaron el pico de producción de leche en búfalas Murrah, siendo la función cuadrática logarítmica, la que más se aproxima al pico de producción.
- Entre las funciones lineales y no lineales estudiadas, la función lineal cuadrática logarítmica y la función no lineal polinomial inversa fueron aquellas que presentaron un mejor ajuste de la curva media de la lactancia en la población bufalina del estado de São Paulo en sistemas de cría extensiva.

## Literatura citada

**Andrighetto C, Piccinin A, Gimenez J N, Mendes J A e Mori C L 2004** Curva de lactação de búfalas Murrah ajustada pela função gama incompleta. In: V Simpósio Nacional da Sociedade Brasileira de Melhoramento Animal, Pirassununga. Anais do SBMA, 2004 p. 1-3

**Aspiculcueta R R B, Tonhati H, Albuquerque L G, Sesana, R C, Seno L O e Bignardi A B 2007** Parâmetros genéticos para produção de leite no dia do controle de búfalas da raça Murrah no Brasil. In: Reunião Anual da Sociedade de Zootecnia, 2007. Jaboticabal. Anais da 44a Reunião Anual da Sociedade de Zootecnia. Visçosa. MG, 2007. V. 1. P. 1-3

**Bianchini Sobrinho E 1984** Estudo da curva de lactação de vacas da raça Gir. Tese de Doutorado, USP, Ribeirão Preto, SP. 1984. 88 p

**Cobby J M and Le Du L P 1978** On fitting curves to lactation data. Animal Production 26:127-133

- Congleton W R J and Everett R W 1980a** Error and bias in using the Incomplete Gamma Function to describe lactation curves. Journal Dairy Science.63: 101-108 <http://jds.fass.org/cgi/reprint/63/1/101>
- Congleton W R J and Everett, R W 1980b** Application of the Incomplete Gamma Function to predict cumulative milk production. Journal Dairy Science 63: 109-119 <http://jds.fass.org/cgi/reprint/63/1/109>
- Draper N M and Smith H 1981** Applied regression analysis, 2<sup>nd</sup> edition, New York, Wiley.
- El Faro L Z e Albuquerque L G 2002** Comparação de alguns modelos matemáticos para o ajuste às curvas de lactação individuais de vacas da raça Caracu. Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia.54. 3 Belo Horizonte June [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-09352002000300013&lng=in&nrm=iso&tlng=in](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-09352002000300013&lng=in&nrm=iso&tlng=in)
- El faro L Z, Albuquerque L G e Fries L A 1999** Comparação de alguns modelos matemáticos para ajuste a curva de lactação média de um rebanho da raça Caracu. Revista Brasileira de Zootecnia V.28 n.5 p 987-982
- Goana J H B, Andrade V J e Pereira C S 1985** Estudo da curva da lactação da raça Mediterrâneo e seus mestiços. Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia 37 (5) 445-497
- Gonçalves T M, Oliveira A I G, Freitas R T F e Pereira I G 2002** Curvas de lactação em rebanhos Holandeses no estado de Minas Gerais. Escolha do Melhor ajuste. Revista Brasileira de Zootecnia.31:(4): 1689-1694 <http://www.scielo.br/pdf/rbz/v31n4/13730.pdf>
- Hurtado-Lugo N, Cerón-Muñoz My Gutiérrez-Valencia A 2006** Estimación de parámetros genéticos para la producción de leche en el día de control en búfalos de la Costa Atlántica Colombia. Livestock Research for Rural Development 18(3): <http://www.lrrd.org/lrrd18/3/hurt18039.htm>
- Kumar R and Bhat P N 1979** Lactation curve in Indian buffaloes. Indian Journal Dairy Science 32(2):156-160
- Malhado C H, Ramos A, Carneiro P, Souza J e Piccinin A 2007** Parâmetros e tendências da produção de leite em bubalinos da raça Murrah no Brasil. Revista Brasileira de Zootecnia 37: .376-379 <http://www.scielo.br/pdf/rbz/v36n2/14.pdf>
- Pineda A M G 1987** Mathematical functions applied to dairy cow lactation curves. Thesis (Master of Science), University of Florida, 243p.
- Ramos A A, Malhado C H M e Carneiro P L S 2006** Caracterização fenotípica e genética da produção de leite e do intervalo entre partos em bubalinos da Raça Murrah. Pesquisa Agropecuária Brasileira .41 (8): 1261-1267 <http://www.scielo.br/pdf/pab/v41n8/31702.pdf>
- Ribeiro M N 1977** Estudo da curva de lactação de um rebanho caprino no Estado da Paraíba. Tese (Doutorado em Zootecnia), UNESP-FCAV, SP. 91 pp.
- Rosati A and Van Vleck L D 2002** Estimation of genetic parameters for milk, fat, protein and mozzarella cheese production in Italian river buffalo population. Livestock Production Science 74:185 –190
- SAS 1995** System for regression SAS Institute Inc., Cary, North Caroline.
- Schaeffer L R 1996** tópicos avançados em melhoramento animal; Random Regression Models, FCAV, UNESP, Jaboticabal, Sp (Brasil).
- Searle S R 1971** Linear Models. John Wiley de Sons, New York, Inc.
- Shabade N S, Jagtap D Z and Belhe N D 1993** Factors affecting production and production efficiency traits of first lactation in Murrah buffaloes. Indian Journal of Animal Science 63: (11) 1212-1213
- Tonhati H 2001** Resultados do controle leiteiro em bubalinos. In: II Simpósio Paulista de Bubalinocultura, 2, 2001, Pirassununga, SP, Brasil. Anais. Pirassununga, ABCB.
- Tonhati H, Muñoz M F C, Oliveira J A, Duarte J M C, Furtado T P e Tseimazides S P 2000a** Parâmetros genéticos para a produção de leite, gordura e proteína em búfalinos Revista Brasileira de Zootecnia 29 (suplemento 1): 2051-2056

**Tonhati H, Vasconcellos F B and Albuquerque L G 2000b** Genetic aspects of productive and reproductive traits in a Murrah buffalo herd in São Paulo, Brazil. *Journal of Animal Breeding Genetics* 117: 331-336

*Received 24 March 2008; Accepted 23 May 2008; Published 4 September 2008*

[Go to top](#)