

**ENIUCE MENEZES DE SOUZA**

**ANÁLISE DE *WAVELETS* PARA DETECÇÃO  
E CORREÇÃO DO MULTICAMINHO NO  
POSICIONAMENTO RELATIVO GNSS  
ESTÁTICO E CINEMÁTICO**



**TESE**

**Presidente Prudente**

**2008**

**ENIUCE MENEZES DE SOUZA**

**ANÁLISE DE *WAVELETS* PARA DETECÇÃO  
E CORREÇÃO DO MULTICAMINHO NO  
POSICIONAMENTO RELATIVO GNSS  
ESTÁTICO E CINEMÁTICO**

Tese de doutorado desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista.

**Orientador: Prof. Dr. João Francisco Galera Monico**

**Co-orientador: Prof. Dr. Aylton Pagamisse**

Souza, Eniuce Menezes de.  
S714a Análise de wavelets para detecção e correção do multicaminho  
no posicionamento relativo GNSS estático e cinemático / Eniuce  
Menezes de Souza. - Presidente Prudente : [s.n], 2008  
xiii, 171 f.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de  
Ciências e Tecnologia

Orientador: João Francisco Galera Monico

Co-Orientador: Aylton Pagamisse

Banca: Hélio Magalhães de Oliveira, Silvio Rogério Correia  
Freitas, Messias Meneguette Junior, Paulo de Oliveira Camargo

Inclui bibliografia

1. Multicaminho. 2. Wavelets. 3. Análise de Multirresolução. 4.  
GNSS. I. Autor. II. Título. III. Presidente Prudente - Faculdade de  
Ciências e Tecnologia.

CDD(18.ed.) 530

## **DADOS CURRICULARES**

### **Eniuce Menezes de Souza**

NASCIMENTO: 03/11/1980 – Campo Mourão – PR

FILIAÇÃO: Paulo Menezes  
Eunice Moralles Menezes

1998-2001: Curso de Graduação  
Licenciatura em Matemática  
Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNESP

2002-2004: Curso de Pós-Graduação  
Mestrado em Ciências Cartográficas  
Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNESP

2004-2008: Curso de Pós-Graduação  
Doutorado em Ciências Cartográficas  
Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNESP

*Ao meu amado e companheiro esposo, Henrique, que está sempre ao meu lado com dedicação inestimável e compreensão.*

*À minha maravilhosa filha, Giovanna, minha inspiração e incentivo, e ao Vítor, que está por vir, mas já me traz muita alegria.*

*Aos meus queridos e estimados pais, Paulo e Eunice, que são meu alicerce e exemplo de vida, pelo apoio incondicional em todos os momentos.*

*À minha querida e carinhosa irmã, Elaine, companheira e amiga.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por ser minha luz e estar sempre ao meu lado.

Ao meu orientador, Dr. João Francisco Galera Monico, pela contribuição, apoio e confiança; e ao meu co-orientador, Dr. Aylton Pagamisse, pelo auxílio e sugestões.

Ao Dr. Pedro Alberto Morettin (IME/USP), pela atenção e pelas contribuições com as *wavelets*, e à Dra. Chang Chiann (IME/USP), pelas valiosas sugestões durante a qualificação.

Ao Dr. José Paulo Molin e MSc. Thiago Martins Machado (ESALQ/USP), que gentilmente auxiliaram e possibilitaram a realização do experimento cinemático.

Ao Dr. Hélio Kuga, Dr. Paulo Milani e equipe (INPE), pela carinhosa atenção, colaboração incondicional e disponibilização do *software* SimGEN para simulação de dados GPS.

To Dr. Frank Van Graas, Dr. Zhen Zhu, Dr. Chris Bartone, Dr. Wouter Pelgrum, Dr. Maarten Uijt de Haag and Dr. Andrey Soloviev from Ohio University, who received me so friendly, by the attention and by the precious discussions.

Aos professores do Departamento de Cartografia e Matemática e aos funcionários da FCT que direta ou indiretamente me auxiliaram durante o desenvolvimento desta tese.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo apoio financeiro.

Ao Wagner Carrupt Machado, Haroldo Antonio Marques e Heloísa Alves da Silva, pela colaboração no *software* GPSeq.

Ao Grupo de Estudos em Geodésia Espacial (GEGE) pelas discussões durante as reuniões.

A todos os amigos do PPGCC pelas contribuições e sugestões. Ao Wesley Polezel, pelo companheirismo e trabalho em conjunto com esforço e perseverança. A alguns companheiros de jornada, Dani, Letícia, Lauri, Guilherme, João Paulo, GPSR, Fazan, Marcelo Gaúcho e Renata, por todos os momentos passados juntos.

Aos meus familiares e todos meus amigos pessoais, pelo estímulo indispensável e ajuda durante este trajeto.

*Finish.*

*Finish what you start.*

*Finish well.*

*It's more important to finish than to start.*

*When you finish, it's time to start again.*

*(Wizard Franchising)*

## RESUMO

O multicaminho é um dos fenômenos que ocorre quando o sinal proveniente do *Global Navigation Satellite System* (GNSS) reflete em objetos localizados nas proximidades do levantamento e chega ao receptor via múltiplos caminhos. Geralmente, o receptor GNSS recebe além do sinal direto, também o sinal refletido, o qual é atrasado em relação ao sinal direto. Conseqüentemente, as medidas de pseudodistância (PD) e fase de batimento da onda portadora são rastreadas para um sinal composto, e não para o sinal direto, causando o erro do multicaminho. Esse efeito é uma fonte de erro significativa que ainda permanece como um desafio para a pesquisa, especialmente para o posicionamento relativo estático e cinemático em aplicações de alta precisão. Diferentemente dos demais erros, o multicaminho não é atenuado quando se formam as duplas diferenças (DD) em uma linha de base curta, por ser um efeito altamente dependente do local do levantamento. Pelo contrário, os erros de multicaminho podem aumentar no processo de dupla diferenciação. Nessa pesquisa foi proposta uma metodologia, viável em termos práticos e econômicos, capaz de detectar e corrigir o efeito do multicaminho nas observações de fase da onda portadora e PD L1 e/ou L2 para aplicações estáticas e cinemáticas, quer sejam pós-processadas ou em tempo real. Essa metodologia é baseada na Análise de Multirresolução (AMR) utilizando a Transformada de *Wavelets* (TW). A TW é aplicada para decompor as séries temporais dos resíduos das DDs do ajustamento em componentes de frequências baixa e alta. Após tal procedimento, as séries temporais dos resíduos de DD GNSS passam pela Análise de *Wavelets* (AW), baseada na estimativa rápida e automática de limiares capazes de extrair o efeito de multicaminho. Uma vez que as componentes dos erros devido ao multicaminho são extraídas, essas são aplicadas diretamente nas medidas de observação das DD da fase da onda portadora e PD para corrigi-las do efeito de multicaminho. Foram realizados experimentos com dados simulados e reais de modo a causar propositamente o efeito do multicaminho e, conseqüentemente, permitir a avaliação e validação da metodologia proposta. Os resultados foram muito promissores em relação à acurácia das coordenadas, solução das ambigüidades, qualidade das observações e resíduos, tendo em vista o processamento após a correção do efeito do multicaminho.

**Palavras Chaves:** Multicaminho, *Wavelets*, Análise de Multirresolução, GNSS, GPS.



## ABSTRACT

GNSS-multipath is a phenomenon that occurs when the signal from *Global Navigation Satellite System* (GNSS) reflects on objects surrounding the survey environment and reaches the receiver antenna through multiple paths. Usually, the GNSS receiver also collects the reflected signal, which is delayed in relation to the direct one. Consequently, the pseudorange (code) and carrier phase measurements are tracked for a composed signal, and not for the direct signal, causing a multipath error. This effect is a significant error source that still remains as a challenge for the research, especially for static and kinematic relative positioning in high-precision applications. Differently from other errors sources, multipath is not attenuated when the double differences (DD) are formed in a short baseline, because this error is highly dependent upon the surrounding environment. On the contrary, multipath errors can even increase in the double differentiation process. In this research a feasible and economic methodology, able of detecting and correcting the multipath effect from the carrier phase and pseudorange L1 and/or L2 for static and kinematic applications, post-processed or in real time. This approach is based on the Multiresolution Analysis (MRA) using the Wavelet Transform (WT). WT is applied to decompose the temporal series of DD residuals in components of low and high frequencies. After such a procedure, the temporal series is submitted to a Wavelet Analysis, based on a fast and automatic threshold estimation capable of extracting the multipath effect. Once the multipath errors components are extracted, these are applied directly to the DD carrier phase and pseudorange measurements to correct them of the multipath effect. Experiments were carried out with simulated and real data, both subject to multipath effect and, consequently, allowing the evaluation and validation of the proposed methodology. The results were very promising in relation to the coordinates accuracy, ambiguity solution, observation quality and residuals, considering the processing after the multipath effect correction.

**Keywords:** Multipath, *Wavelets*, Multiresolution Analysis, GNSS, GPS.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Possibilidades de reflexão e difração de sinais de satélites GNSS que podem chegar à antena do receptor causando o efeito do multicaminho. ....	30
Figura 2 – Onda eletromagnética com os vetores E e H perpendiculares formando um plano perpendicular à direção de propagação.....	31
Figura 3 – (a) Polarização de uma onda eletromagnética a partir da projeção do vetor campo elétrico sobre um plano transversal à direção de propagação. (b) Polarização circular do sinal GPS.....	32
Figura 4 – Polarização Linear, Circular e Elíptica. ....	33
Figura 5 – Reflexão de uma onda polarizada circularmente. ....	34
Figura 6 – Comparação da fase da componente $E_{  }$ para a água doce, salgada e solo seco. Notar a ocorrência de inversão de fase quando o ângulo de elevação atinge o ângulo de Brewster. ....	36
Figura 7 – Comparação da fase da componente $E_{\perp}$ para a água doce, salgada e solo seco.....	36
Figura 8 – Amplitude do sinal direto, de multicaminho e composto em função do ângulo de elevação do satélite para água doce (a), água salgada (b) e solo seco (c).....	38
Figura 9 – Polarização do sinal direto, de multicaminho e composto em função do ângulo de elevação do satélite para água doce (a), água salgada (b) e solo seco (c). ....	39
Figura 10 – Ilustração da reflexão especular e da reflexão difusa.....	40
Figura 11 – Reflexão de uma onda eletromagnética em uma superfície.....	41
Figura 12 – Definição das zonas de Fresnel (ortogonais a linha de propagação transmissor-receptor) de uma onda esférica. ....	43
Figura 13 – Definição da zona efetiva de reflexão em uma superfície .....	44
Figura 14 – Ilustração sobre o conceito da difração.....	46
Figura 15 – Antenas para redução do efeito do multicaminho.....	52
Figura 16 – Bloqueador do multicaminho.....	55
Figura 17 – Um sinal $f$ e suas projeções sobre espaços de Haar $V_0$ e $V_{-1}$ . ....	62
Figura 18 – Algoritmo de decomposição de Mallat ou piramidal. ....	65
Figura 19 – <i>Wavelet</i> de Haar. ....	67
Figura 20 – <i>Wavelets</i> de Daubechies $\psi$ com $p = 2, 4, 6$ e $10$ . ....	68
Figura 21 – <i>Symmlets</i> $\psi$ com $p = 4, 5, 6$ e $10$ . ....	69
Figura 22 – <i>Coiflets</i> $\psi$ com $L = 2, 4, 8$ e $10$ . ....	70
Figura 23 – <i>Wavelets Splines</i> Biortogonais $\psi$ com $p = 4$ e $5$ . ....	71
Figura 24 – <i>Wavelets</i> Biortogonais $\psi$ parecidas com as <i>Coiflets</i> de ordem $L = 2$ e $4$ . ....	72
Figura 25 – Limiar Rígido e Suave em $f(t) = t$ .....	73
Figura 25 – a) Representação gráfica da SD. b) Ilustração da soma de vetores. c) Ilustração da subtração de vetores C, que é a SD. O vetor de SD resultante coincide com o vetor da LB. ....	83
Figura 26 – Representação gráfica da $DD = SD1 - SD2$ . ....	83
Figura 27 – Representação gráfica da DD quando o receptor móvel ( $r_2$ ) está em movimento circular.....	84
Figura 28 – Exemplo de gráfico do <i>software</i> GPSeq. ....	85
Figura 29 – Exemplo de utilitário na interface gráfica do <i>software</i> GPSeq. ....	86
Figura 30 – Gráfico da SNR de diferentes satélites.....	86
Figura 31 – Gráfico das médias do MP para cada instante e também para cada satélite. ....	87
Figura 32 – Configuração dos dados de entrada no <i>software</i> GPSeq.....	87

Figura 33 – Dupla (a), Tripla (b) e Tetra Diferenças (c) das observações de fase. Ilustração de uma perda ciclos no instante 84. Todas as DD são afetadas a partir do instante 84, enquanto apenas uma TD é corrompida nesse instante.....	90
Figura 34 – Comparação dos resultados com e sem a correção das perdas em três satélites no mesmo instante utilizando a estratégia de modificação da MVC e introdução de novas ambigüidades.....	91
Figura 35 – Fluxograma geral da implementação. ....	93
Figura 36 – Fluxograma da AMR.....	93
Figura 37 – Detalhe ilustrativo da interface gráfica do <i>software</i> SimGEN.....	94
Figura 38 – Cenário do experimento para avaliação do posicionamento estático. Observa-se a placa e também carreta estacionada, como refletores, proporcionando a geração de sinais de multicaminhos. ....	96
Figura 39 – Representação esquemática do experimento.....	97
Figura 40 – Local do experimento sem os objetos refletores.....	97
Figura 41 – Azimute e ângulo de elevação de todos os satélites considerados nesse estudo...	98
Figura 42 – Skyplot: diagrama de visibilidade dos satélites rastreados, o qual representa uma projeção dos satélites centrada na posição do receptor. O azimute e ângulo de elevação dos satélites são mostrados em função do tempo.....	98
Figura 43 – Repetibilidade do efeito do multicaminho na presença e ausência de refletores.	100
Figura 44 – MP1 e MP2 com e sem refletores. ....	101
Figura 45 – SNR1 (L1) e SNR2 (L2) nos dias 16, 17, 20 e 21/09. ....	102
Figura 46 – Comparação do EMQ dos resíduos das DDs aplicando e sem aplicar <i>wavelets</i> .	103
Figura 47 – Comparação do teste GOM aplicando e sem aplicar <i>wavelet</i> (SW). Nível de significância = 5%. $\chi^2 = 25,73$ . ....	104
Figura 48 – Comparação entre a resultante das coordenadas 3D aplicando e sem aplicar <i>wavelet</i> (SW).....	104
Figura 49 – Porcentagem de melhoria considerando EMQ dos resíduos, o teste GOM e a acurácia das coordenadas.....	105
Figura 50 – Resíduos das DDs 23-02 e 23-03 SCM e CCM no dia 16/09/03 para a L1.....	106
Figura 51 – Resíduos das DDs 23-14 e 23-15 SCM e CCM no dia 16/09/03 para a L1.....	107
Figura 52 – Resíduos DDs 23-16, 23-18 e 23-21 SCM e CCM no dia 16/09/03 para a L1..	108
Figura 53 – Estatística GOM sem (SCM) e com (CCM) a correção do multicaminho utilizando a AMR e AW. Nível de significância = 5%. $\chi^2 = 25,73$ . ....	109
Figura 54 – Estatísticas sem (SCM) e com (CCM) a correção do efeito do multicaminho utilizando a AMR e AW.....	110
Figura 55 – Comparação das coordenadas (E, N e h) e dos desvios padrão das mesmas SCM e CCM. ....	111
Figura 56 – Resíduos das DDs 23-03 e 23-21 SCM e CCM no dia 16/09/03 para a L2.....	112
Figura 57 – Estatística GOM sem (SCM) e com (CCM) a correção do multicaminho utilizando a AMR e AW para o processamento envolvendo L1 e L2. Nível de significância = 5%. $\chi^2 = 40,80$ . ....	113
Figura 58 – Teste <i>Ratio</i> sem (SCM) e com (CCM) a correção do efeito do multicaminho utilizando a AMR e AW para o processamento envolvendo L1 e L2.....	114
Figura 59 – Comparação das coordenadas e desvios padrão das mesmas SCM e CCM para o processamento envolvendo L1 e L2. ....	114
Figura 60 – Coordenadas locais E, N e h e desvios padrão comparados antes e após redução do efeito do multicaminho utilizando a AMR e AW.....	116
Figura 61 – Teste <i>Ratio</i> antes e após redução do efeito do multicaminho.....	116

Figura 62 – Resultante das discrepâncias entre as coordenadas conhecidas e as obtidas em cada instante do processamento.....	117
Figura 63 – Configurações do movimento simulado. ....	118
Figura 64 – Cenário do experimento simulado no <i>software</i> SimGEN.....	118
Figura 65 – DD14-13 para a fase e PD sem e com correção do efeito do multicaminho. ....	119
Figura 66 – Ambigüidades <i>float</i> das DDs para a L1. ....	120
Figura 67 – Resultante das discrepâncias entre as coordenadas 3D estimadas e as de referência (simuladas).....	121
Figura 68 – Teste estatístico LOM. Nível de significância = 5%. $\chi^2 = 16,35$ . ....	122
Figura 69 – Cenário do experimento cinemático.....	123
Figura 70 – Ilustração do círculo formado com o movimento do veículo. ....	123
Figura 71 – Skyplot - diagrama de visibilidade dos satélites rastreados, o qual representa uma projeção dos satélites centrada na posição do receptor. O azimute e ângulo de elevação dos satélites são mostrados em função do tempo.....	124
Figura 72 – Observações de PD sem e com correção do efeito do multicaminho. ....	125
Figura 73 – Observações de fase sem e com correção do efeito do multicaminho. ....	125
Figura 74 – EMQ das discrepâncias da LB aplicando e sem aplicar <i>wavelet</i> (SW). ....	126
Figura 75 – Tempo necessário para a solução das ambigüidadesaplicando cada uma das <i>wavelets</i> mãe.....	127
Figura 76 – EMQ das discrepâncias da LB para cada um dos tamanhos das janelas de dados processadas.....	127
Figura 77 – Tempo necessário para a solução das ambigüidades aplicando cada uma das janelas utilizadas.....	128
Figura 78 – Resíduos das DDs. ....	129
Figura 79 – Observações, SD e DD da fase. ....	130
Figura 80 – Tetra Diferenças da fase L1. ....	130
Figura 81 – Discrepâncias entre a LB estimada e a conhecida para o processamento envolvendo L1. ....	131
Figura 82 – Ambigüidades <i>float</i> das DDs. ....	132
Figura 83 – Teste estatístico LOM. Nível de significância = 5%. $\chi^2 = 21,16$ . ....	133
Figura 84 – Resíduos das DDs. ....	134
Figura 85 – Ambigüidades <i>float</i> das DDs. ....	135
Figura 86 – Discrepâncias entre a LB estimada e a conhecida para o processamento envolvendo L1. ....	135
Figura 87 – Observações da fase. ....	136
Figura 88 – Discrepâncias entre a estimativa da LB em cada instante e a LB conhecida para o processamento envolvendo L1 e L2 sem correção das perdas de ciclos no instante 401.....	137
Figura 89 – Observações da fase L2 escalonadas por um valor constante.....	137
Figura 90 – Tetra Diferenças da fase L2. ....	138
Figura 91 – Tetra Diferenças da fase L2 depois de eliminar o instante 401. ....	138
Figura 92 – Discrepâncias entre a estimativa da LB em cada instante e a LB conhecida para o processamento envolvendo L1 e L2. ....	139
Figura 93 – Ambigüidades <i>float</i> das DDs para a L2. ....	141
Figura 94 – Discrepâncias entre a estimativa da LB em cada instante e a LB conhecida para o processamento envolvendo L1 e L2. ....	141

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características de algumas famílias de <i>Wavelets</i> de Suporte Compacto.....	66
Tabela 2 – Semi-eixo maior ( $a$ ) da zona efetiva de reflexão elíptica (Equação 10) dos PRNs rastreados para a carreta .....	99
Tabela 3 – Semi-eixo maior ( $a$ ) da zona efetiva de reflexão elíptica (Equação 10) dos PRNs rastreados para a placa.....	99
Tabela 4 – EMQ dos resíduos das DDs de fase e PD para os dias 16 e 17/09/03 para a L1 (m)	108
Tabela 5 – EMQ dos resíduos das DDs de fase e PD para os dias 16 e 17/09/03 para a L2 (m)	112
Tabela 6 – EMQ dos resíduos das DDs de fase e PD (m).....	122
Tabela 7 – Ângulo de elevação dos satélites (Graus) do instante inicial e final do processamento .....	124
Tabela 8 – EMQ dos resíduos das DDs da L1 para o caso RTK (m).....	129
Tabela 9 – EMQ dos resíduos das DDs da L1 para o caso pós-processado (m) .....	134
Tabela 10 – Ambigüidades solucionadas na estratégia CCM e as respectivas correções aplicadas no instante 401.....	139
Tabela 11 – EMQ dos resíduos das DDs de PD para a L2.....	140

## LISTA DE SIGLAS

AMR	Análise de Multirresolução
AW	Análise de <i>Wavelets</i>
CCM	Com Correção do Multicaminho
DD	Duplas Diferença
DP	Desvio Padrão
EGNOS	<i>European Geostationary Navigation Overlay Service</i>
FIR	<i>Finite Impulse Response</i>
FK	Filtro de Kalman
Galileo	<i>Sistema de Posicionamento por satélite Europeu</i>
GBAS	<i>Ground-Based Augmentation System</i>
GDOP	<i>Geometric Dilution of Precision</i>
GLONASS	<i>GLObal NAVigation Satellite System</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GOM	<i>Global Overall Model</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IMLA	Rede de antenas integradas para limitar o multicaminho
IIR	<i>Infinite Response Impulse</i>
ISS	<i>International Space Station</i>
LAAS	<i>Local Area Augmentation System</i>
LAMBDA	<i>Least Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment</i>
LB	Linha de Base
MVC	Matriz de Variância e Covariância
PD	Pseudodistância
PMMW	<i>Phase Multipath Mitigation Window</i>
PRN	<i>Pseudo Random Noise</i>
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
RLSCO	<i>Reweighed Least Squares for Correlated Observations</i>
RIA	<i>Ratio Integer Aperture</i>
RINEX	<i>Receiver Independent Exchange Format</i>
RTK	<i>Real Kinematic Time</i>
SBAS	<i>Satellite-Based Augmentation Systems</i>
SCM	Sem Correção do Multicaminho
SD	Simple Diferença
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
STDD	Série Temporal das DD GNSS
STR	Série Temporal dos Resíduos das DD GNSS
SW	Sem <i>Wavelets</i>
TD	Tripla Diferença

TEM	<i>Transverse EletroMagnetic Wave</i>
TEQC	<i>Translate/Edit/Quality Check</i>
TFDO	<i>Time Frequency Denoising Operator</i>
TW	Transformada de <i>Wavelets</i>
TWC	Transformada de <i>Wavelets</i> Contínua
TWD	Transformada de <i>Wavelets</i> Discreta
TWDI	Transformada de <i>Wavelets</i> Discreta Inversa
WAAS	<i>Wide Area Augmentation System</i>
SimGEN	Simulador de sistemas de posicionamento

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado	Equação
$S_D$	Sinal direto	1
$S_{MP,i}$	$i$ -ésimo sinal de multicaminho	1
$E_{\perp}$	Componente do campo elétrico polarizada perpendicularmente	...
$H$	Campo magnético	...
$E_{\parallel}$	Componente do campo elétrico polarizada paralelamente	...
$\theta_B$	Ângulo de <i>Brewster</i> (rad)	2
$\varepsilon_1$	Permissividade do meio 1 (Farad/m)	2
$\varepsilon_2$	Permissividade do meio 2 (Farad/m)	2
$h_m$	Altura média das irregularidades dentro da elipse de <i>Fresnel</i> (m)	3
$\theta$	Ângulo de elevação do sinal (rad)	3
$\delta$	Diferença de comprimento dos percursos dos sinais direto e refletido (m)	4
$\Delta\theta$	Diferença de fase máxima	5
$\lambda$	Comprimento de onda da portadora (m)	5
$n_f$	Número de zonas de <i>Fresnel</i>	7
$d_1$	Distância do transmissor $T$ a frente de onda	7
$d_2$	Distância da frente de onda ao receptor	7
$R$	Raio da zona de <i>Fresnel</i> (m)	8
$a$	Semi-eixo maior da zona efetiva de reflexão (m)	10
$\theta_d$	Atenuação devido à difração	11
$h_s$	Altura da superfície refletora	11
$d_s$	Distância perpendicular da antena à superfície refletora	11
$L_1$	Onda portadora GPS com frequência de 1,2 GHz	12
$L_2$	Onda portadora GPS com frequência 1,5 GHz	12
$PD$	Observável GPS: Pseudodistância ou Código	12
$PD_{L1}, PD_{L2}$	Medidas da pseudodistância nas portadoras L1 e L2	12
$\phi$	Observável GPS: Fase da onda portadora	12
$\phi_{L1}, \phi_{L2}$	Medidas da fase nas portadoras L1 e L2	12
$MP1$	Indicativo do nível de multicaminho em $PD_{L1}$	12
$MP2$	Indicativo do nível de multicaminho em $PD_{L2}$	13
$B_1, B_2$	Tendências ( <i>bias terms</i> )	13
$M_{\phi1}, M_{\phi2}$	Efeito do multicaminho em $\phi_{L1}$ e $\phi_{L2}$	13
$\lambda_1, \lambda_2$	Comprimento de onda dos sinais L1 e L2 (m)	14
$S_r$	Potência do sinal do receptor (dB)	16
$N_r$	Potência do ruído do receptor (dB)	16



$\psi_{a,b}$	Família de funções <i>wavelets</i>	17
$\psi$	<i>Wavelet</i> mãe	17
$a$	Fator de dilatação da <i>wavelet</i> mãe	17
$b$	Fator de translação da <i>wavelet</i> mãe	17
$\mathfrak{R}$	Espaço dos números reais	17
$\psi_{j,k}$	Base ortonormal gerada por $\psi$ em $L^2(\mathfrak{R})$	18
$Z$	Espaço dos números inteiros	18
$f$	Função (Sinal) de quadrado integrável sobre $\mathfrak{R}$	20
$c_{j,k}$	Coefficientes de <i>wavelets</i>	21
$\phi$	Função escala ou <i>wavelet</i> pai	22
$\phi_{j,k}$	Base ortonormal em $L^2(\mathfrak{R})$	23
$g_k$	Coefficientes de filtros passa-alto ( <i>quadrature filter</i> )	24
$h_k$	Coefficientes de filtros passa-baixa ( <i>quadrature filter</i> )	25
$J$	Escala de resolução mais baixa	29
$V_j$	Subespaço fechado $V_j \subset L^2(\mathfrak{R})$	32
$P_j$	Projeção ortogonal de $f$ sobre $V_j$	32
$W_j$	Subespaço fechado de detalhes, complemento ortogonal de $V_j$ em $V_{j-1}$	33
$W_{\psi,f}$	Transformada de <i>wavelets</i> contínua (TWC) de um sinal $f \in L^2(\mathfrak{R})$	34
$\bar{z}$	Conjugado complexo de $z$	...
$d_{j,k,n}$	Coefficientes <i>wavelets</i> da transformada de <i>wavelets</i> discreta (TWD)	35
$n$	Número de observações ( $2^J$ ) de um processo estocástico ou uma série temporal	35
$X$	Vetor de componentes $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$ representando um processo estocástico ou uma série temporal	35
$d_{j,k}$	Coefficientes <i>wavelets</i> de detalhes	36
$\psi^{(H)}$	<i>Wavelet</i> de Haar	42
$p$	Número de momentos nulos de uma <i>wavelet</i>	...
$L$	Ordem da <i>Coiflet</i>	45
$\tilde{h}, \tilde{g}$	Coefficientes dos filtros de <i>wavelets</i> biortogonais de reconstrução	...
$\tilde{\phi}_{j,n}, \tilde{\psi}_{j,n}$	Bases biortogonais de reconstrução	...
$\tilde{V}_j, \tilde{W}_j$	Subespaços das bases biortogonais de reconstrução	47
$d$	Vetor de componentes $\{d_i\}_{i=0}^{n-1} \in \mathfrak{R}$	48
$\lambda_T$	Limiar Universal ( <i>Threshold</i> )	48
$L_\lambda^R$	Limiar rígido	48
$L_\lambda^S$	Limiar suave	49
$\hat{\sigma}$	Estimativa do nível de ruído	50
$\xi_N$	Frequência de Nyquist	...
$V_i$	Vetor dos resíduos	53

$Q_{v_i}$	MVC dos resíduos	54
$t_0$	Instante inicial de referência	54
$t$	Instante qualquer dentro do intervalo de coleta	54
$q$	Número de graus de liberdade	54
$T_{GOM}^k$	Teste estatístico de detecção de erros globais não modelados denominado <i>Global Overall Model</i> (GOM)	54
$dif$	Diferença entre as coordenadas estimadas (com e sem a correção do efeito do multicaminho) e as coordenadas de referência	55
$erro_{médio}$	Erro médio	55
$s$	Número total de pares de coordenadas avaliados	55
$\sigma$	Desvio padrão	56
$EMQ$	Erro médio quadrático	57
$\tau$	Tamanho do subintervalo ou janelas de dados	...
$T_{LOM}^k$	Teste estatístico de detecção de erros locais não modelados denominado <i>Local Overall Model</i> (LOM)	58
$E, N, h$	Coordenadas de uma estação qualquer em um sistema de referência locais	...
$\varepsilon$	Latitude na elipse de Poincaré	...
$\tau$	Longitude na elipse de Poincaré	...
$\gamma$	Ângulo da elipse de polarização	...

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	24
1.1. Objetivos.....	27
1.2. Conteúdo da Tese .....	27
2. O EFEITO DO MULTICAMINHO .....	30
2.1. Sinal com multicaminho .....	30
2.2. Propriedades Eletromagnéticas do Sinal GPS .....	31
2.3. Reflexão de uma Onda Eletromagnética .....	33
2.3.1. Comparação da amplitude do sinal direto e refletido .....	37
2.3.2. Comparação da polarização do sinal direto e refletido.....	38
2.3.3. Influência do Tipo de Relevo na Reflexão .....	40
2.3.4. Zona de Reflexão.....	42
2.3.4.1. Elipsóides de Fresnel.....	43
2.3.4.2. Zona Efetiva de Reflexão .....	44
2.3.5. Reflexão Difusa .....	45
2.4. Difração .....	45
2.5. Fatores Indicadores do Multicaminho .....	46
2.5.1. Repetibilidade.....	47
2.5.2. MP1 e MP2.....	47
2.5.3. Razão Sinal Ruído (SNR).....	48
2.6. A Influência do Multicaminho no Posicionamento Relativo GPS.....	49
2.7. O Estado da Arte da Atenuação do Multicaminho .....	51
2.7.1. Posicionamento Estático.....	51
2.7.2. Posicionamento Cinemático .....	54
3. WAVELETS.....	58
3.1. Princípios.....	58
3.2. Análise de Multirresolução (AMR).....	61
3.3. A Transformada de <i>Wavelets</i> e o Algoritmo Piramidal.....	63
3.4. Características das <i>Wavelets</i> .....	65
3.4.1. Wavelet de Haar .....	66
3.4.2. Wavelet de Daubechies .....	67
3.4.3. Symmlets .....	68
3.4.4. Coiflets .....	69
3.4.5. <i>Wavelets Splines</i> Biortogonais .....	70
3.4.6. Bases de <i>Wavelets</i> Biortogonais Próximas às Bases Ortonormais.....	71
3.5. Análise de <i>Wavelets</i> .....	72
3.5.1. Wavelet Shrinkage.....	72
3.5.1.1. Escolha dos Esquemas de Limiarização .....	73
3.5.1.2. Escolha dos Parâmetros .....	74
4. METODOLOGIA.....	76
4.1. Posicionamento Relativo Estático .....	76
4.2. Posicionamento Relativo Cinemático.....	80
4.2.1. Metodologia para análise do modelo matemático funcional de DDs no posicionamento cinemático .....	82
4.3. <i>Software</i> em desenvolvimento: GPSeq.....	84
4.3.1. Estratégias adotadas no processamento dos dados.....	88
4.3.2. Implementação dos métodos de <i>Wavelets</i> .....	92

4.4. Simulador de dados: <i>Software</i> SimGEN .....	94
5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS .....	96
5.1. Posicionamento Relativo Estático .....	96
5.1.1. Fatores Indicadores do Efeito do Multicaminho .....	98
5.1.2. Comparação das diferentes <i>wavelets</i> mãe .....	102
5.1.3. Detecção e Correção do Efeito do Multicaminho na L1 .....	105
5.1.3.1. Análise dos Resíduos das DDs .....	106
5.1.3.2. Solução das Ambigüidades.....	110
5.1.3.3. Comparação das Coordenadas.....	111
5.1.4. Detecção e Correção do Efeito do Multicaminho na L2 .....	111
5.1.4.1. Análise dos Resíduos das DDs .....	112
5.1.4.2. Solução das Ambigüidades.....	113
5.1.4.3. Comparação das Coordenadas.....	114
5.1.5. Processamento no modo Cinemático.....	115
5.2. Posicionamento Relativo Cinemático – Dados Simulados .....	117
5.3. Posicionamento Relativo Cinemático – Dados Reais.....	122
5.3.1. Análise do Modelo Funcional de DDs .....	125
5.3.2. Comparação das diferentes <i>wavelets</i> mãe .....	126
5.3.3. Análises do Tamanho da Janela de dados .....	127
5.3.4. Análises da Correção do Efeito do Multicaminho para a L1 .....	128
5.3.4.1. RTK .....	128
5.3.4.2. Posicionamento Relativo Cinemático Pós-Processado .....	133
5.3.5. Análises da Correção do Efeito do Multicaminho para a L1 e L2 .....	136
5.3.5.1. RTK .....	136
5.3.5.2. Posicionamento Relativo Cinemático Pós-Processado .....	140
6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	142
REFERÊNCIAS .....	148
BIBLIOGRAFIA .....	158
APÊNDICE A – <i>Splines</i> .....	164
APÊNDICE B – Polarização de uma onda eletromagnética .....	165
ANEXO A – Coeficientes dos filtros das diferentes <i>wavelets</i> mãe utilizadas .....	168

## 1. INTRODUÇÃO

O *Global Navigation Satellite System* (GNSS), em especial, o *Global Positioning System* (GPS) está revolucionando a navegação como fonte básica de posicionamento. A rápida evolução das aplicações GNSS tem feito com que uma variedade de requisitos seja necessária na construção dos receptores GNSS. Além disso, a demanda pelo aumento de acurácia tem requerido um entendimento profundo das fontes de erros presentes nesse sistema e dos métodos para reduzi-las ou eliminá-las. Dentre essas fontes de erros, as mais relevantes são os efeitos atmosféricos, multicaminho, erros orbitais e ruídos no receptor (MONICO, 2007, p. 189; SEEBER, 2003, p. 297).

O multicaminho é uma fonte de erro significativa, especialmente para o posicionamento relativo em aplicações de alta precisão, pois os demais são atenuados quando se formam as duplas diferenças (DD) em uma linha de base (LB) curta (MONICO, 2007, p.221). O multicaminho é o fenômeno pelo qual o sinal GNSS reflete em objetos localizados no ambiente do levantamento e chega ao receptor via múltiplos caminhos. Geralmente, o receptor GNSS também recebe o sinal refletido, o qual é atrasado em relação ao sinal direto. Conseqüentemente, as medidas de pseudodistância (PD) ou código e fase de batimento da onda portadora, observáveis do GNSS, são rastreadas para um sinal composto, e não para o sinal direto, causando o erro de multicaminho.

O multicaminho depende de vários fatores, dentre eles pode-se citar: o material do refletor, as características da antena e do receptor GNSS, ângulo de elevação do satélite e a distância perpendicular entre a antena e o objeto refletor. Geralmente, o multicaminho proveniente de superfícies próximas à antena, ou seja, devido a atrasos curtos, é de frequência baixa e o maior causador de erros. O multicaminho devido a atrasos longos é de frequência alta e causa erros menos significativos. Entretanto, as medidas de fase da onda portadora e PD podem estar contaminadas pelos efeitos de multicaminho de frequências baixa e alta simultaneamente (SOUZA, 2004a e b).

Para realizar o processamento das medidas de PD e fase da onda portadora GNSS, usualmente se utiliza a estimativa pelo Filtro de Kalman (FK) (BIERMAN, 1977; MACHADO, 2001). Para tanto, a formulação do modelo matemático, o qual consiste das partes funcional e estocástica, é essencial. Se o modelo matemático funcional é adequado, os resíduos estimados devem ter comportamento randômico. Entretanto, como já dito, as

medidas GNSS são contaminadas por diversos tipos de erros, nem todos modeláveis. Dessa forma, obtêm-se resíduos que contém, além da componente aleatória, as características dos erros sistemáticos não modelados. É desejável extrair ou minimizar os erros sistemáticos contidos nas medidas GNSS (SATIRAPOD et al., 2001a, 2001b).

Com esse intuito, no posicionamento relativo estático e cinemático (RTK - *Real Time Kinematic*) em LB curtas, a técnica de dupla diferenciação é utilizada na construção do modelo funcional. Dessa forma, os erros orbitais, atmosféricos e dos relógios do satélite e receptor são atenuados. Entretanto, o mesmo não acontece com o multicaminho, pois esse efeito depende da configuração do ambiente de cada estação. Além disso, no caso do posicionamento cinemático, o efeito de multicaminho se altera mais rapidamente para a estação móvel, já que a geometria do ambiente também está se modificando com o passar do tempo. Logo, o multicaminho se torna a fonte de erro mais significativa nos resíduos. É reconhecido que os esforços complementares para redução dos erros inerentes ao GNSS, centralizam-se na propagação do multicaminho em aplicações estáticas. Detectar esse efeito e ter a capacidade de reduzi-lo em aplicações cinemáticas (RTK) é um alvo desejado por muitos em nível internacional.

Ao realizar um posicionamento relativo estático, o efeito do multicaminho na série temporal dos resíduos apresenta variações suaves devido ao movimento dos satélites. Entretanto, no caso do posicionamento relativo cinemático (RTK), o efeito do multicaminho na série temporal dos resíduos das DD apresenta variações bruscas e muitas oscilações devido às alterações rápidas na geometria do ambiente do levantamento. Tais características fazem com que essas séries temporais apresentem comportamento não-estacionário. Esse fator motiva que investigações relacionadas com a ferramenta *wavelets* sejam realizadas, pois são apropriadas para tratar séries não-estacionárias.

Nos últimos anos, algumas técnicas baseadas em *wavelets* têm sido introduzidas no campo do sistema de posicionamento GNSS (COLLIN e WARNANT, 1995; FU e RIZOS, 1997; OGAJA et al., 2001; OGAJA, WANG e RIZOS, 2001; SATIRAPOD et al., 2001a, 2001b). Estes métodos têm sido utilizados para redução de ruídos, detecção de erros grosseiros, compressão de dados e, além disso, redução do multicaminho de frequência alta (XIA, 2001; SOUZA, 2004a e b; SOUZA e MONICO, 2004) e baixa (SATIRAPOD, KHOONPHOOL e RIZOS, 2003) para aplicações estáticas. Souza (2004a) e Souza e Monico (2004) verificaram que o efeito de multicaminho de frequência alta pode ser atenuado diretamente na série temporal das medidas de DD GNSS com o uso da Transformada de

*Wavelets* (TW). Pode-se verificar melhorias médias nos resíduos de até 30% para a PD e 14% para a fase e, no desvio padrão, 24% e 15%, respectivamente. Obtiveram-se também melhores resultados na solução das ambigüidades GNSS e das coordenadas das estações apenas com a remoção do multicaminho de frequência alta. Entretanto, para correção do multicaminho de frequência baixa, causador dos maiores erros, deve-se realizar uma Análise de *Wavelets* (AW) na série temporal dos resíduos das DD.

Na presente pesquisa, um novo método de redução do multicaminho está sendo proposto para o posicionamento GNSS. Nesse método, primeiramente aplica-se a TW para realizar uma Análise de Multirresolução (AMR), ou seja, decompor a série temporal dos resíduos das medidas de DD da fase e PD em componentes de frequências baixas e altas. Em seguida, o multicaminho é detectado e extraído através da AW, ou seja, pela limiarização<sup>1</sup> (*threshold*) ou encolhimento (*shrinkage*) dos coeficientes *wavelets* (DONOHO e JOHNSTONE, 1994, 1995). Esse processo consiste em aplicar limiares não-lineares aos coeficientes do espectro de *wavelets*. Souza (2004a) e Souza e Monico (2004) mostraram quais limiares e parâmetros envolvidos no processo são mais promissores, além do cálculo rápido e automático dos mesmos a partir de cada sinal GNSS. As melhorias, as quais já se mostraram relevantes, referem-se à redução apenas do efeito do multicaminho de frequência alta. Corrigir o efeito do multicaminho de frequência baixa, o qual é o maior causador de erros, constitui um avanço muito importante para o posicionamento relativo estático e muito mais para o cinemático. Como consequência, a solução das ambigüidades GNSS em tempo real poderá alcançar um melhor nível de sucesso.

Uma vez que as componentes dos erros devido ao multicaminho são extraídas, estas são aplicadas diretamente nas medidas de observação das DD da fase da onda portadora e PD para corrigi-las do efeito de multicaminho.

Um passo determinante na AMR é a escolha correta da *wavelet* mãe. Em Souza (2004a), apenas as bases de *wavelets* ortonormais de Daubechies foram utilizadas para aplicar a TW. Além de outras bases ortonormais (DAUBECHIES, 1992), existem também bases de *wavelets* biortogonais (COHEN, DAUBECHIES e FEAUVEAU, 1992), as quais ainda não haviam sido investigadas no sistema GNSS, mas são contempladas nesta pesquisa.

Logo, a metodologia proposta nesta pesquisa se trata de uma inovação, com contribuição tecnológica para as áreas envolvidas em aplicações GNSS.

---

<sup>1</sup> Uso de limiares (*thresholds*) para reduzir ou anular coeficientes que estiverem abaixo de certo valor (MORETTIN, 1999, p.145).

## 1.1. Objetivos

A presente pesquisa tem como objetivo principal desenvolver uma metodologia inovadora e viável em termos práticos e econômicos, capaz de identificar, reduzir, ou até mesmo, praticamente eliminar os efeitos do multicaminho nas observações de fase da portadora e PD L1 e/ou L2 para aplicações estáticas e cinemáticas, quer sejam pós-processadas ou em tempo real.

Nesse sentido, para que o objetivo principal seja atingido, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- Analisar os princípios da propagação e reflexão, bem como as propriedades eletromagnéticas do sinal GNSS e como tais propriedades são afetadas na reflexão do sinal em diferentes superfícies;
- Investigar a aplicação e o desempenho da ferramenta matemática *wavelets* na detecção e correção do efeito do multicaminho;
- Determinar uma *wavelet* mãe mais adequada para correção do efeito do multicaminho. Para tanto, é necessário investigar e implementar bases de *wavelets* ortonormais e biortogonais, bem como avaliar e comparar o desempenho de cada uma dessas bases tanto para o posicionamento estático como para o cinemático;
- Realizar um estudo aprofundado da AW para que seja possível desenvolver uma metodologia que possibilite o sucesso na redução do efeito do multicaminho, principalmente em aplicações GNSS cinemáticas, onde esse efeito sofre muitas variações continuamente;
- Aplicar a AW com estimação rápida e automática de limiares capazes de detectar e minimizar o efeito de multicaminho das séries temporais GNSS. Nesse sentido, objetiva-se avaliar os métodos de limiarização não lineares disponíveis investigando um método apropriado para ser utilizado;
- Ampliar a capacidade do *software* GPSeq (MACHADO e MONICO, 2002, SOUZA et al., 2006, MONICO et al., 2006), em desenvolvimento na FCT/UNESP, gerando um *software* redutor dos efeitos do multicaminho no posicionamento relativo.

## 1.2. Conteúdo da Tese

A organização desta tese é descrita nessa seção, com o conteúdo de cada capítulo.



O efeito do multicaminho, foco principal desta pesquisa, é descrito no Capítulo 2. Neste capítulo são abordadas as propriedades eletromagnéticas do sinal GNSS, bem como a influência dos diversos tipos de reflexão sobre o mesmo. Os fatores mais relevantes que auxiliam na análise e detecção do efeito do multicaminho e o estado da arte da atenuação deste efeito também são apresentados.

O Capítulo 3 é dedicado aos princípios da teoria de *wavelets*, da AMR, bem como a apresentação de algumas bases de *wavelets* ortonormais e biortogonais mais utilizadas. Os conceitos principais da AW também são abordados, envolvendo os métodos de limiarização (*wavelet shrinkage*) para detecção e correção do efeito do multicaminho.

O Capítulo 4 se destina à descrição da metodologia aplicada, no caso do posicionamento relativo estático e cinemático. O *software* em desenvolvimento GPSeq para processamento dos dados é brevemente apresentado, bem como alguns aspectos relacionados à implementação da metodologia proposta. O simulador de sistemas de posicionamento SimGEN, o qual é utilizado para simular os dados do experimento cinemático também é brevemente descrito.

Os experimentos conduzidos e os resultados obtidos são descritos no Capítulo 5, enquanto as conclusões e recomendações constam no Capítulo 6.

## 2. O EFEITO DO MULTICAMINHO

Para entender o efeito do multicaminho é necessário conhecer os diversos aspectos que influenciam sua ocorrência. Dessa forma, neste capítulo são apresentadas as propriedades eletromagnéticas do sinal GPS, bem como as alterações e conseqüências dos diferentes tipos de reflexão e/ou difração do mesmo. Embora tais propriedades sejam descritas para o GPS, elas podem ser entendidas para os demais sistemas do GNSS, ou seja, Galileo (*Sistema de Posicionamento por satélite Europeu*) e Glonass (*GLObal NAVigation Satellite System - Russo*). Os fatores mais relevantes que auxiliam na análise e detecção do efeito do multicaminho e o estado da arte sobre a atenuação deste efeito também são apresentados.

### 2.1. Recepção de Sinal com Multicaminhos

O efeito provocado por multicaminhos é bem descrito pelo próprio nome: o sinal emitido pelo satélite pode chegar ao receptor, em algumas circunstâncias, por mais que um caminho (Figura 1). O multicaminho é causado principalmente por reflexões do sinal em superfícies próximas à antena do receptor, tais como construções, veículos, árvores, colinas etc.

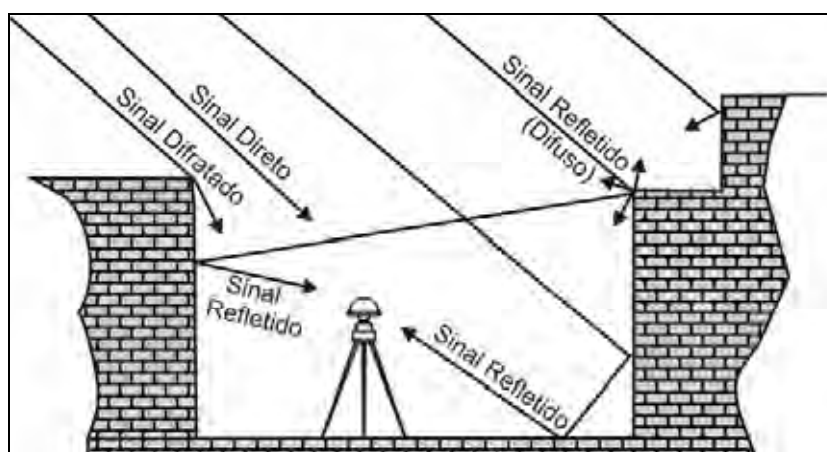


Figura 1 – Possibilidades de reflexão e difração de sinais de satélites GNSS que podem chegar à antena do receptor causando o efeito do multicaminho.

O sinal que chega a antena do receptor é composto do sinal direto adicionado aos sinais de multicaminho (refletidos e difratados). O sinal composto  $S(t)$  é expresso por:

$$S(t) = S_D(t) + \sum_{i=1}^n S_{MP,i}(t), \quad (1)$$

em que  $S_D(t)$  é o sinal direto e  $S_{MP,i}(t)$  é o  $i$ -ésimo sinal de multicaminho. Nota-se a partir da equação 1 que a composição do efeito do multicaminho é linear, abrindo a perspectiva para uso de ferramentas lineares, como é o caso das *wavelets*.

O ambiente do levantamento determina as possíveis reflexões e/ou difrações e, conseqüentemente, o efeito do multicaminho. Entretanto, para entender esse efeito é necessário considerar não apenas as relações entre o satélite, receptor e geometria do ambiente, mas também as propriedades eletromagnéticas e as características de propagação do local.

## 2.2. Propriedades Eletromagnéticas de um Sinal GNSS

Os campos elétrico e magnético de uma onda eletromagnética variam no espaço e no tempo, à medida que avançam no meio. A Figura 2 ilustra uma onda eletromagnética onde os campos elétrico (E) e magnético (H) são perpendiculares. Eles propagam juntos na direção perpendicular ao plano formado pelos vetores dos campos elétrico e magnético. Tal onda, com campos E e H perpendiculares em um plano e direção de propagação transversa a tal plano, é chamada de onda eletromagnética transversal (TEM - *Transverse ElectroMagnetic Wave*) (RAY, 2000, p. 27; RIBEIRO, 2004, p. 36 e 55).

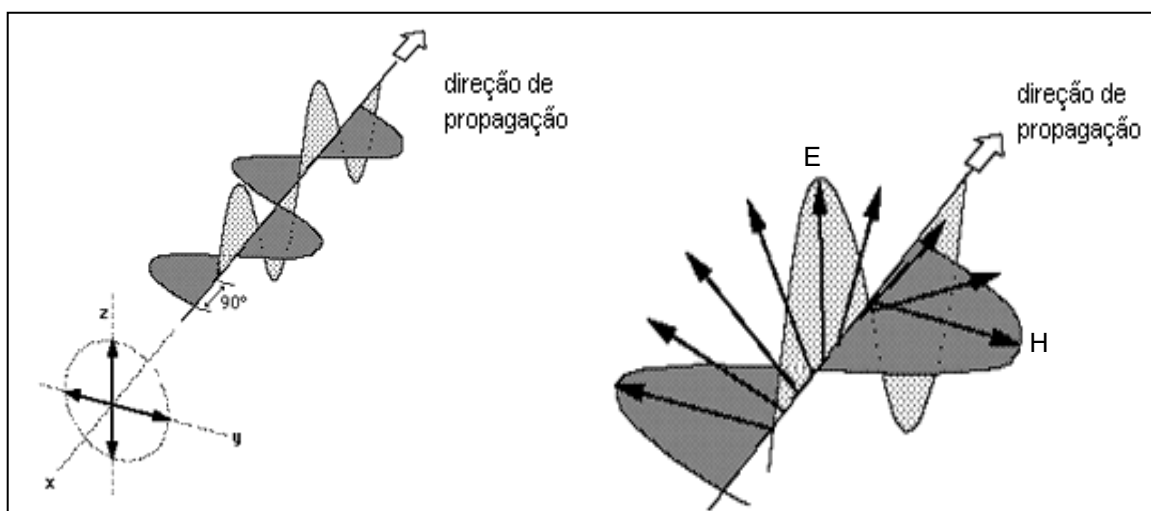


Figura 2 – Onda eletromagnética com os vetores E e H perpendiculares formando um plano perpendicular à direção de propagação.

Fonte: RAY, 2000, p.28.

Para analisar a polarização de uma onda eletromagnética, apenas o campo elétrico é considerado. Pode-se imaginar um plano normal à direção de propagação, em uma distância qualquer da origem da onda, sobre o qual serão projetados os valores instantâneos do campo elétrico. Unindo nesse plano os pontos da extremidade do vetor, obtém-se uma figura geométrica cujo formato define a polarização da onda eletromagnética, situação ilustrada na Figura 3. Se as sucessivas projeções resultarem em um segmento de reta, diz-se que a onda possui polarização linear. Em outras palavras, a polarização de uma onda eletromagnética é decidida pela natureza da variação temporal da componente relativa ao campo elétrico. Dessa forma, se a direção de propagação do campo elétrico não se altera com o passar do tempo, trata-se de uma onda linearmente polarizada. Se, entretanto, o vetor do campo elétrico rotaciona em função do tempo, este pode descrever uma polarização circular ou elíptica, dependendo da curva descrita por este vetor (RAY, 2000, p. 28). Quando a polarização do vetor elétrico é horária, o sinal é polarizado à direita.

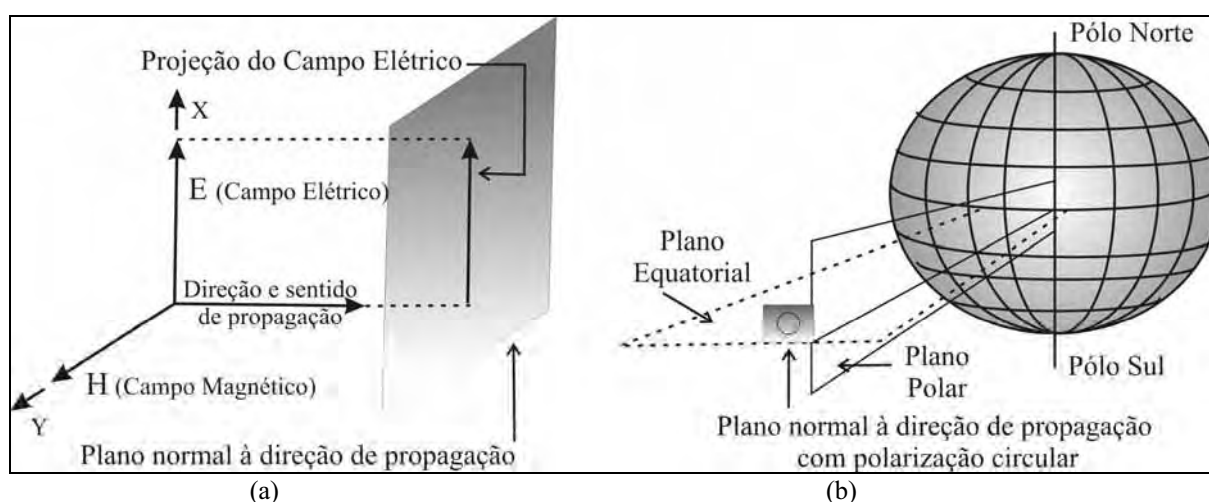


Figura 3 – (a) Polarização de uma onda eletromagnética a partir da projeção do vetor campo elétrico sobre um plano transversal à direção de propagação. (b) Polarização circular do sinal GPS.

Fonte: Adaptado de RIBEIRO, 2004, p.56 e 57.

A Figura 4 ilustra diferentes tipos de polarização de acordo com a curva traçada pelo vetor elétrico.

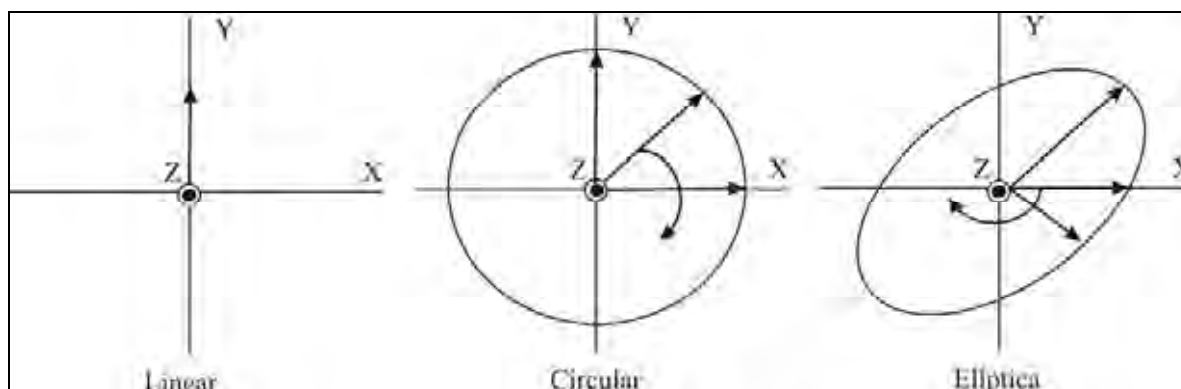


Figura 4 – Polarização Linear, Circular e Elíptica.  
Fonte: Adaptado de RAY, 2000, p.29 e RIBEIRO, 2004, p.58.

O sinal GPS é uma onda eletromagnética transversal polarizada circularmente à direita. Na verdade, os sinais dos satélites dos sistemas de posicionamento envolvidos no GNSS (GPS, Glonass e Galileo) são polarizados circularmente porque sinais polarizados linearmente mudam sua polarização quando passam pela ionosfera (veja Apêndice B). Esse fenômeno é conhecido por rotação de *Faraday*. Devido à quantidade de mudanças ou rotações ser imprevisível, este tipo de onda é difícil de ser recebido pela antena, a qual precisa ter a mesma polarização do sinal. Logo, o GNSS evita esse problema pelo envio de sinais polarizados circularmente (RAY, 2000, p. 29; ISSLER et al., 2003; FERNÁNDEZ et al., 2004).

### 2.3. Reflexão de uma Onda Eletromagnética

Para analisar as características de uma onda refletida, pode-se considerar uma onda incidente em um plano de reflexão tangente à superfície da Terra, como ilustrado na Figura 5. As alterações em uma onda eletromagnética após a reflexão serão consideradas a partir do campo elétrico (E), entretanto, tais considerações também poderiam ser feitas utilizando o campo magnético.

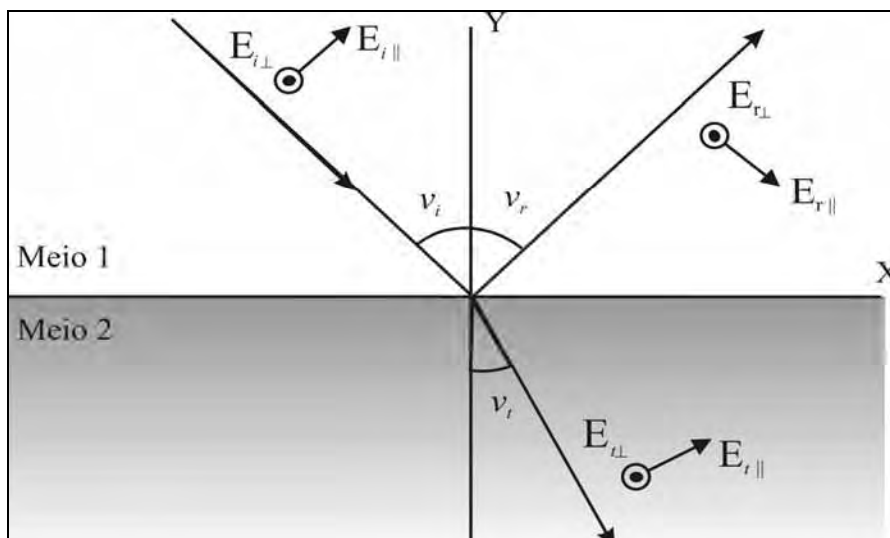


Figura 5 – Reflexão de uma onda polarizada circularmente.  
Fonte: RAY, 2000, p. 33.

Em relação à Figura 5, os índices  $i$ ,  $r$  e  $t$ , representam as componentes incidente, refletida e transmitida, respectivamente. Observa-se que uma onda incidente forma um ângulo  $v_i$  com relação ao eixo  $Y$  (ângulo de incidência) e a onda refletida forma um ângulo  $v_r$  em relação ao mesmo eixo (ângulo de reflexão). Já a onda transmitida forma um ângulo  $v_t$  em relação ao eixo  $Y$  negativo (ângulo de refração). Em casos específicos, ou seja, quando a superfície refletora for plana,  $v_i$  e  $v_r$  são iguais.

Até o momento, referiu-se apenas à polarização do sinal, ou seja, da onda eletromagnética (linear, circular ou elíptica), entretanto, o campo elétrico possui duas componentes denominadas de componente polarizada perpendicularmente ( $E_{\perp}$ ) e paralelamente ( $E_{\parallel}$ ). Vale ressaltar que tais termos não devem ser confundidos, pois, o campo elétrico de um sinal com polarização circular ou elíptica possui tanto a componente  $E_{\perp}$  como a  $E_{\parallel}$ , já um sinal com polarização linear possui apenas uma das componentes ( $E_{\perp}$  ou  $E_{\parallel}$ ). Assim, se uma onda é referida como polarizada perpendicularmente ou paralelamente, subentende-se que tal onda possui polarização linear.

A componente  $E_{\perp}$  é normal ao plano de incidência (plano  $XY$ ) e a componente  $E_{\parallel}$  é paralela ao plano de incidência (Figura 5). As componentes  $E_{\perp}$  e  $E_{\parallel}$  também são conhecidas de componente horizontal e vertical, respectivamente. A direção, a amplitude e a fase de tais componentes são alteradas após a reflexão e dependem da polarização do sinal incidente e da permissividade e condutividade<sup>2</sup> da superfície refletora.

<sup>2</sup> A condutividade indica a maior ou menor possibilidade do meio permitir o deslocamento de cargas elétricas sob a ação de um campo elétrico, medido em Siemens/m

Para analisar essas alterações deve-se considerar um ângulo, conhecido como ângulo de *Brewster*, o qual pode ser determinado por

$$\theta_B = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}, \quad (2)$$

onde:

- $\theta_B$  é o ângulo de *Brewster* (rad);
- $\varepsilon_1$  é a permissividade do meio 1 (Farad/m);
- $\varepsilon_2$  é a permissividade do meio 2 (Farad/m).

O ângulo de *Brewster* é conhecido como ângulo de polarização, pois uma onda que possui tanto a componente  $E_{\perp}$  como a  $E_{\parallel}$  e que incide nesse ângulo é refletida apenas com a componente  $E_{\perp}$  ( $E_{\parallel} = 0$ ). Assim, se o sinal GNSS, o qual é polarizado circularmente, incidir no ângulo de *Brewster*, se torna polarizado linearmente após a reflexão (RAY, 2000, p. 34; SEARS e ZEMANSKY, 1980, p. 414).

Se o ângulo de incidência na reflexão for maior que o ângulo de *Brewster*, apenas a componente  $E_{\parallel}$  sofrerá reversão do sinal (*shift* de  $180^\circ$  na fase), tornando-se polarizada a esquerda. Nesse caso, embora a amplitude da componente  $E_{\parallel}$  não seja anulada, ela é modificada, fazendo com que as amplitudes de  $E_{\parallel}$  e  $E_{\perp}$  sejam em geral diferentes. Consequentemente, o sinal refletido não possui polarização circular perfeita, mas uma polarização elíptica.

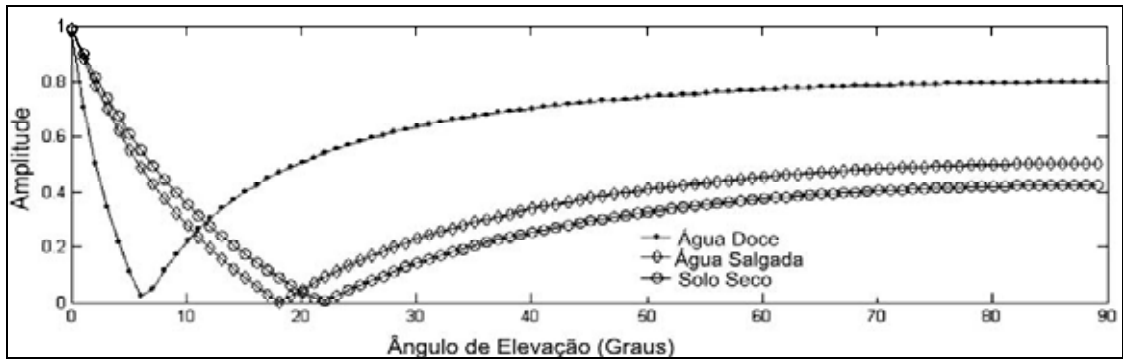
Em geral, a maioria das antenas GPS tem uma atenuação<sup>3</sup> de 5 a 10 dB para ondas com polarização oposta. Entretanto, o sinal recebido pelo receptor, o qual é uma soma do sinal direto com o refletido, não pode ser atenuado, já que não está geralmente com polarização totalmente revertida.

Nota-se na equação 2 que o ângulo de *Brewster* é diferente para cada material. Para o concreto, por exemplo, esse ângulo é aproximadamente  $30^\circ$  (MANANDHAR e SHIBASAKI, 2004).

Na Figura 6 são ilustradas a amplitude e a fase da componente  $E_{\parallel}$  de acordo com o ângulo de elevação do satélite para três superfícies refletoras com coeficientes de reflexão diferentes: água doce, água salgada e solo seco. Na Figura 7 as mesmas características são mostradas para a componente  $E_{\perp}$ .

---

<sup>3</sup> (dB) deciBels especifica qualquer decremento ou incremento na amplitude de uma grandeza elétrica. Trata-se de uma medida relativa de potência, isto é,  $0 \text{ dBm} = 1 \text{ mW}$  (miliWatt). O símbolo dBm se refere a mW, quando a referência é 1 kW, utiliza-se dBk.



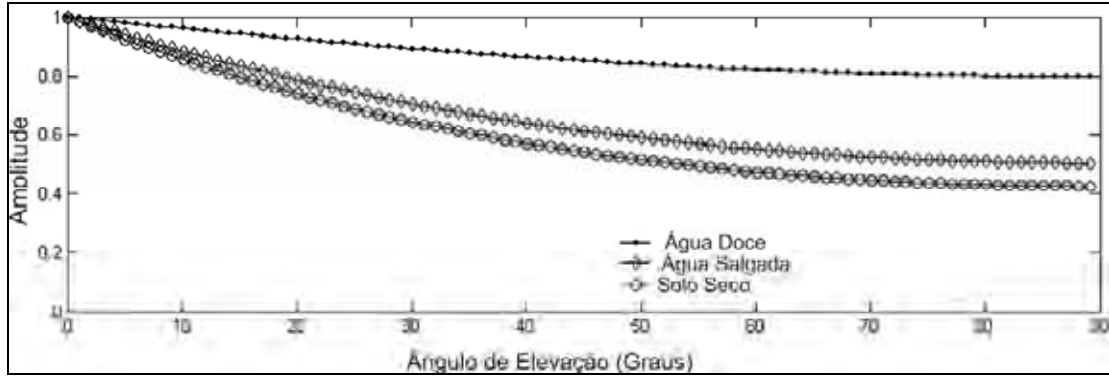
(a) Amplitude da componente  $E_{\parallel}$



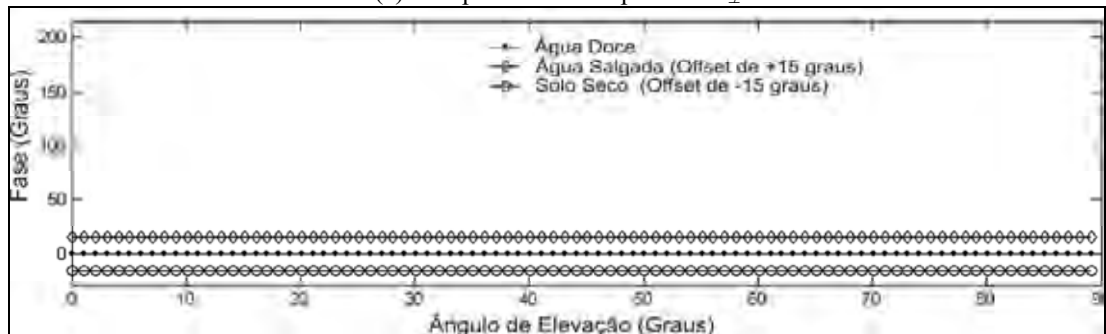
(b) Fase da componente  $E_{\parallel}$

Figura 6 – Comparação da fase da componente  $E_{\parallel}$  para a água doce, salgada e solo seco. Notar a ocorrência de inversão de fase quando o ângulo de elevação atinge o ângulo de Brewster.

Fonte: Adaptado de ALOI e VAN GRAAS, 2004.



(a) Amplitude da componente  $E_{\perp}$



(b) Fase da componente  $E_{\perp}$

Figura 7 – Comparação da fase da componente  $E_{\perp}$  para a água doce, salgada e solo seco.

Fonte: Adaptado de ALOI e VAN GRAAS, 2004.



Para os cálculos apresentados na Figura 6 e na Figura 7, foram utilizados os valores de 79,8, 9,3 e 6,3 como permissividades relativas para a água doce, salgada e solo seco (ALOI e VAN GRAAS, 2004).

Pode-se observar na Figura 6b e Figura 7b que a componente  $E_{||}$  muda de fase em diferentes ângulos de elevação, enquanto a componente  $E_{\perp}$  mantém a fase. Nos pontos onde a amplitude da componente  $E_{||}$  é zero, têm-se os ângulos de *Brewster* para cada superfície refletora (Figura 6a). Nota-se que os ângulos de *Brewster* são aproximadamente  $6^{\circ}$ ,  $18^{\circ}$  e  $22^{\circ}$  para a água doce, salgada e solo seco, respectivamente. Para ângulos menores que os de *Brewster*, as componentes  $E_{||}$  e  $E_{\perp}$  estão em fase. Para ângulos maiores, a componente  $E_{||}$  sofre uma reversão de fase (Figura 6b) e, conseqüentemente, as componentes  $E_{||}$  e  $E_{\perp}$  ficam fora de fase. Na Figura 6a e Figura 7a, pode-se notar que a água doce produz a amplitude mais forte enquanto o solo seco a amplitude mais fraca para cada componente na frequência da portadora GPS L1 (1575,42 MHz).

### 2.3.1. Comparação da amplitude do sinal direto e refletido

A amplitude de uma onda eletromagnética é formada pela amplitude das componentes complexas de  $E_{\perp}$  e  $E_{||}$  (ALOI e VAN GRAAS, 2004):

$$|E| = [ |E_{\perp}|^2 + |E_{||}|^2 ]^{1/2},$$

onde  $|E|$  é a amplitude total da onda,  $|E_{\perp}|$  é a amplitude complexa da componente  $E_{\perp}$  e  $|E_{||}|$  é a amplitude complexa da componente  $E_{||}$ .

A Figura 8 compara a amplitude do sinal direto, do sinal de multicaminho e do sinal composto para três casos distintos: água doce, salgada e solo seco.

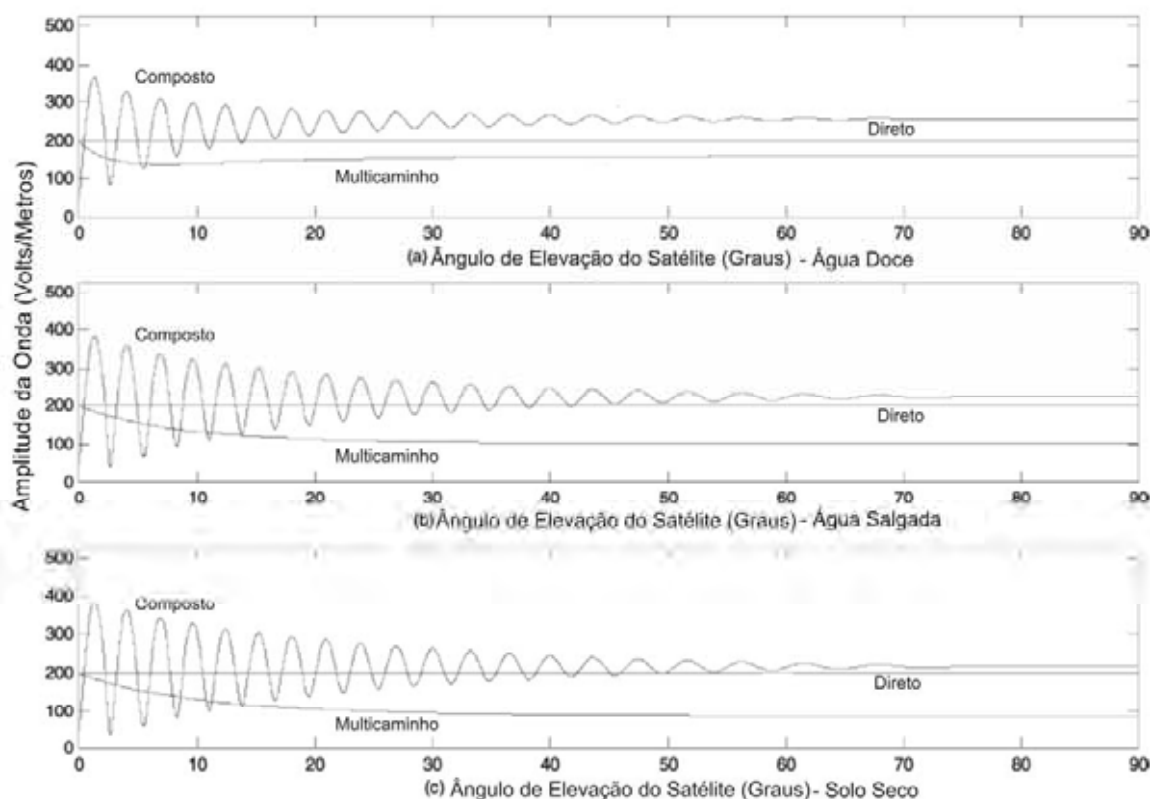


Figura 8 – Amplitude do sinal direto, de multicaminho e composto em função do ângulo de elevação do satélite para água doce (a), água salgada (b) e solo seco (c).

Fonte: Adaptado de ALOI e VAN GRAAS, 2004.

Como esperado, a amplitude do sinal direto se mantém constante, enquanto a amplitude do sinal de multicaminho decresce conforme o ângulo de elevação aumenta. A amplitude do sinal composto tem uma característica oscilatória devido às diferenças de amplitude e fase dos sinais direto e de multicaminho.

### 2.3.2. Comparação da polarização do sinal direto e refletido

O estado de polarização e sentido de rotação de uma onda eletromagnética são definidos pela comparação das informações de amplitude e fase das componentes  $E_{\perp}$  e  $E_{\parallel}$  (ALOI e VAN GRAAS, 2004):

$$\gamma = \tan^{-1} \left( \frac{|E_{\perp}|}{|E_{\parallel}|} \right) \text{ e}$$

$$\Delta\theta = \theta_{E_{\perp}} - \theta_{E_{\parallel}},$$

onde  $\theta_{E_{\perp}}$  e  $\theta_{E_{\parallel}}$  são os ângulos de fase das componentes  $E_{\perp}$  e  $E_{\parallel}$ .

Uma outra forma de definir o estado de polarização de uma onda eletromagnética é a seguinte:

$$2\varepsilon = \text{sen}^{-1}[\text{sen}(2\gamma)\text{sen}(\Delta\theta)]$$

$$2\tau = \text{tan}^{-1}[\text{tan}(2\gamma)\text{cos}(\Delta\theta)]$$

onde  $2\varepsilon$  é o ângulo de latitude e  $2\tau$  é o ângulo de longitude na esfera de Poincaré, a qual identifica o estado de polarização e sentido de rotação do campo elétrico. Valores de  $\varepsilon$  iguais a  $-45^\circ$ ,  $-22^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $22^\circ$  e  $45^\circ$  correspondem à polarização circular a direita, elíptica à direita, linear, elíptica à esquerda e circular à esquerda, respectivamente. Mais detalhes da determinação da polarização na esfera de Poincaré são apresentados no Apêndice B. Na Figura 9 são comparadas as polarizações do sinal direto, do sinal de multicaminho e do sinal composto para a água doce, água salgada e solo seco.

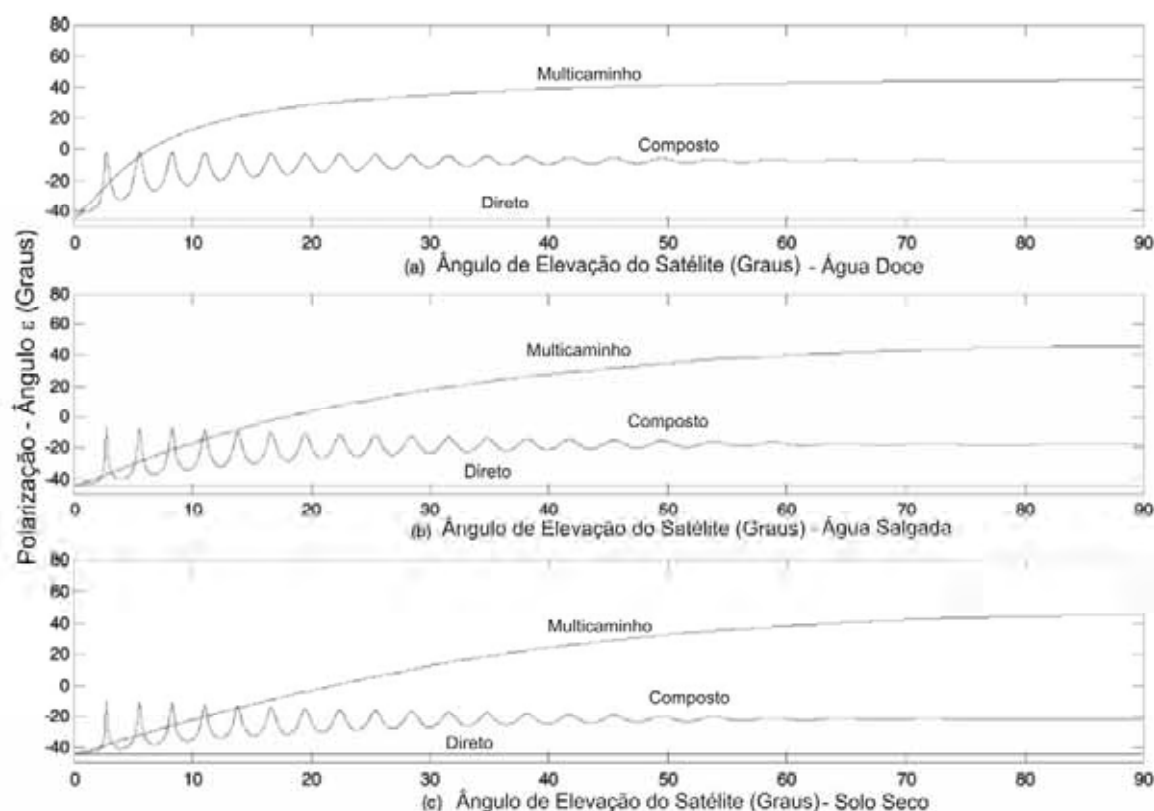


Figura 9 – Polarização do sinal direto, de multicaminho e composto em função do ângulo de elevação do satélite para água doce (a), água salgada (b) e solo seco (c).

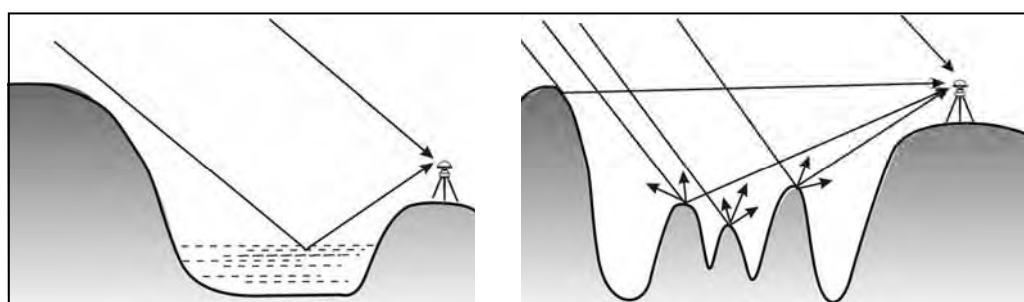
Fonte: Adaptado de ALOI e VAN GRAAS, 2004.

Pode-se observar na Figura 9 que o sinal direto mantém a polarização à direita. Entretanto, o sinal de multicaminho oscilou sua polarização de circular à direita, elíptica à direita, linear, elíptica à esquerda e circular à esquerda de acordo com o aumento do ângulo de elevação do satélite. Logo, confirma-se que o sinal de multicaminho não pode ser

rejeitado pela antena GNSS, já que a polarização é variável e, em geral, o sinal não é refletido exatamente com polarização circular à esquerda para que possa ser rejeitado.

### 2.3.3. Influência do Tipo de Relevo na Reflexão

A reflexão da onda eletromagnética pode se modificar conforme o perfil do terreno ou superfície onde ela reflete. Quando a superfície for plana e perfeitamente lisa, tem-se a reflexão especular (Figura 10a). No caso de superfícies irregulares, os planos tangentes em cada ponto do contorno representam superfícies de reflexão diferentes. Logo, a onda refletida espalha-se em várias direções, constituindo-se em uma reflexão ou espalhamento difuso (Figura 10b e Seção 2.3.5).



(a) Reflexão em uma superfície plana (Especular) (b) Reflexão em uma superfície irregular (Difusa)

Figura 10 – Ilustração da reflexão especular e da reflexão difusa.

Fonte: Adaptado de RIBEIRO, 2004, p. 194.

A influência da onda refletida no desempenho global do sistema depende do grau de rugosidade da superfície (RIBEIRO, 2004, p. 194), comparado ao comprimento de onda do sinal. Quanto menor a rugosidade, mais a intensidade da onda refletida se aproxima da obtida na reflexão especular. Para estabelecer um critério de influência, será utilizada a Figura 11 como referência, na qual se representa um perfil de terreno com irregularidades de altura  $h_m$ .

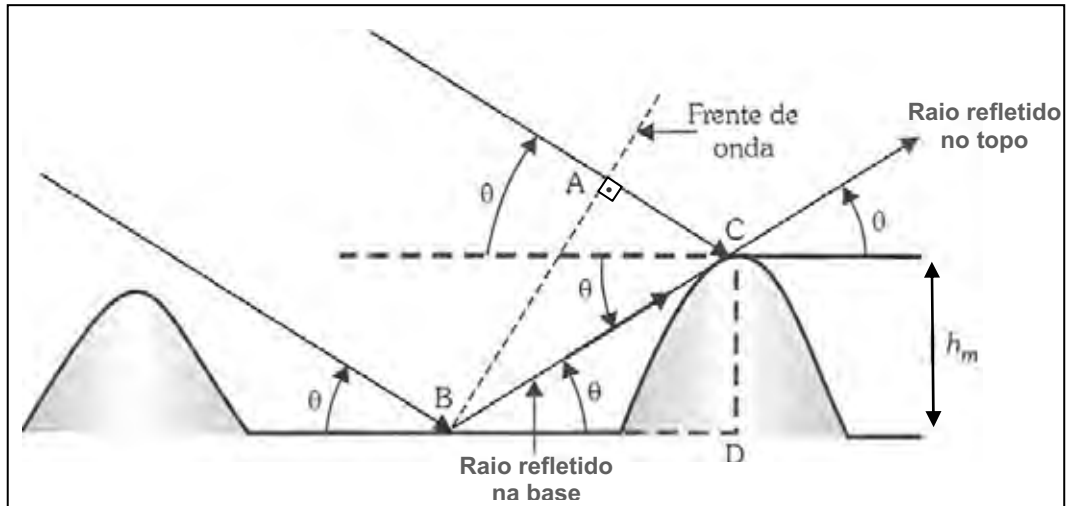


Figura 11 – Reflexão de uma onda eletromagnética em uma superfície.

Fonte: RIBEIRO, 2004, p. 194.

Observando a Figura 11, uma onda com frente plana incide desde a base da irregularidade (ponto  $B$ ), até o seu topo (ponto  $C$ ). Desde que a fonte transmissora seja pontual, a frente de onda gerada é esférica, entretanto, devido à distância longa, pode-se considerar que a frente da onda chega plana à fonte receptora. O raio incidente em  $B$  percorre uma distância  $BC - AC$  a mais do que o raio incidente em  $C$ . De acordo com a construção geométrica da figura, tem-se as seguintes relações trigonométricas:

$$\begin{aligned} h_m &= BC \operatorname{sen} \theta \quad \text{e} \\ AC &= BC \cos 2\theta, \end{aligned} \quad (3)$$

onde:

- $h_m$  é a altura média das irregularidades dentro da elipse de *Fresnel* (Seção 2.3.4.1) (m);
- $\theta$  é o ângulo de elevação do sinal (rad).

Os dois percursos diferem de

$$\delta = \frac{h_m}{\operatorname{sen} \theta} - BC \cos 2\theta = \frac{2h_m - BC 2 \operatorname{sen} \theta \cos 2\theta}{2 \operatorname{sen} \theta} = \frac{2h_m}{\operatorname{sen} \theta} \left( \frac{1 - \frac{BC \operatorname{sen} \theta \cos 2\theta}{h_m}}{2} \right) \stackrel{(Eq3)}{=} \frac{2h_m}{\operatorname{sen} \theta} \left( \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right)$$

Aplicando a identidade trigonométrica  $\operatorname{sen}^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ , obtém-se

$$\delta = 2h_m \operatorname{sen} \theta. \quad (4)$$

Sabendo que a diferença de fase é proporcional à diferença de comprimento dos percursos dos sinais, a equação 4 conduz a uma diferença de fase ( $\Delta\theta$ ) máxima entre os dois raios de

$$\Delta\theta = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi h_m \operatorname{sen} \theta}{\lambda}, \quad (5)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda do sinal em metros.

Quando essa defasagem for inferior a  $\pi/2$ , todos os raios refletidos se compõem aditivamente. Se for superior a  $\pi/2$ , haverá um cancelamento parcial dos diversos raios refletidos e a energia da onda refletida é menor do que na primeira situação. Uma superfície é considerada como rugosa quando  $\Delta\theta > \pi/2$ , resultando na reflexão difusa. A superfície será regular, responsável por uma reflexão especular, quando  $\Delta\theta < \pi/2$  (RIBEIRO, 2004, p. 195). Logo, segue o critério de *Rayleigh*, que considera a superfície rugosa quando  $\Delta\theta > \pi/2$  ou substituindo essa condição na expressão anterior,

$$h_m > \frac{\lambda}{8\sin\theta}. \quad (6)$$

A onda resultante de uma reflexão especular sofre poucas variações em amplitude e fase e, portanto, é mais determinística que qualquer outro tipo de reflexão.

Do exposto nota-se não apenas que a reflexão especular é a maior causadora do efeito do multicaminho, mas também que grandes diferenças de fase devido aos percursos longos do sinal refletido não causam os efeitos de multicaminho mais significativos. Isso está de acordo, inclusive, com a frequência do sinal composto com multicaminho, a qual é derivada da diferença de fase (Equação 5). Essa frequência é proporcional a  $\delta$  e inversamente proporcional a  $\lambda$ . Por outro lado, o erro do multicaminho na fase é proporcional a  $\lambda$  e, conseqüentemente, inversamente proporcional à frequência desse sinal (SOUZA e MONICO, 2003; SOUZA, 2004a). Assim, o multicaminho proveniente de superfícies próximas à antena e referente a atrasos curtos do sinal GNSS, é de frequência baixa e o maior causador de erros. O multicaminho proveniente de superfícies distantes da antena, relacionado com os atrasos longos do sinal, é de frequência alta e causa erros menos significativos. O sinal GNSS pode estar contaminado pelos efeitos de multicaminho de frequências baixa e alta, simultaneamente (SOUZA, 2004a, p.41).

#### 2.3.4. Zona de Reflexão

Com alguns princípios da propagação de ondas, pode-se determinar a região da superfície refletora que pode causar as reflexões mais significativas. Para tanto, faz-se necessária a descrição dos elipsóides de *Fresnel*, os quais são apresentados na seção seguinte.

### 2.3.4.1. Elipsóides de Fresnel

Para que ondas enviadas por uma antena transmissora sejam captadas por uma antena receptora, existe a necessidade de visibilidade de uma área pré-determinada entre as antenas. É dentro dessa área que se encontra a zona de *Fresnel*, a qual é detalhada na Figura 12.

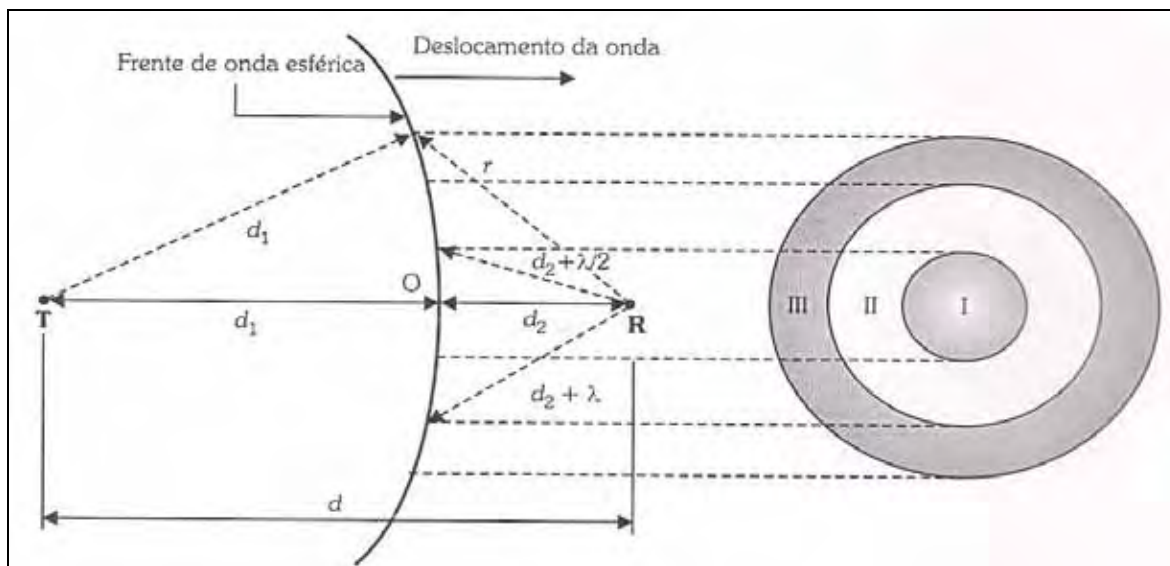


Figura 12 – Definição das zonas de Fresnel (ortogonais a linha de propagação transmissor-receptor) de uma onda esférica.  
 Fonte: RIBEIRO, 2004, p. 215.

Na Figura 12,  $d_1$  é a distância do transmissor  $T$  a frente de onda e  $d_2$  é a distância da frente de onda ao receptor. A primeira zona de *Fresnel* é a região de maior concentração de energia e corresponde a uma calota esférica entre  $d_2$  e  $d_2 + \lambda/2$ . A segunda corresponde a um anel entre  $d_2 + \lambda/2$  e  $d_2 + \lambda$  e assim sucessivamente. As distâncias do receptor aos limites dos anéis diferem de  $\lambda/2$ . Para uma frente de onda esférica se deslocando, os limites das sucessivas zonas de *Fresnel* deslocam-se e as somas das distâncias até  $T$  e  $R$  serão sempre

$$d_1 + r = d_1 + d_2 + n_f \lambda/2, \tag{7}$$

onde  $n_f$  representa o número de zonas de *Fresnel* consideradas.

Sabe-se que o lugar geométrico dos pontos, cujas somas das distâncias a dois pontos fixos é uma constante, descreve uma elipse no plano. Os pontos fixos identificam os focos da elipse, que neste caso, coincidem com as posições das antenas. Imaginando que a análise anterior seja válida em todos os planos longitudinais que passam pela origem e pelo

destino da onda, conclui-se que as zonas de *Fresnel* no espaço gerarão elipsóides de revolução, os quais são chamados de elipsóides de *Fresnel* (RIBEIRO, 2004, p. 215).

Na secção cruzada circular do elipsóide de *Fresnel*, tem-se a zona de *Fresnel*, a qual é quantificada por seu raio (RAY, 2000, p. 32). Para a  $n$ -ésima zona de *Fresnel*, o raio é dado por

$$R = \sqrt{n_i \lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}} \tag{8}$$

Se  $d_1$  é muito maior que  $d_2$ , caso do GPS, a equação 8 se reduz a

$$R \cong \sqrt{n_i \lambda d_2} \tag{9}$$

### 2.3.4.2. Zona Efetiva de Reflexão

Para encontrar a zona efetiva de reflexão do sinal GNSS em uma superfície plana na Terra, pode-se traçar um elipsóide de *Fresnel* entre o satélite transmissor e a imagem do receptor. A zona efetiva de reflexão é ilustrada na Figura 13.

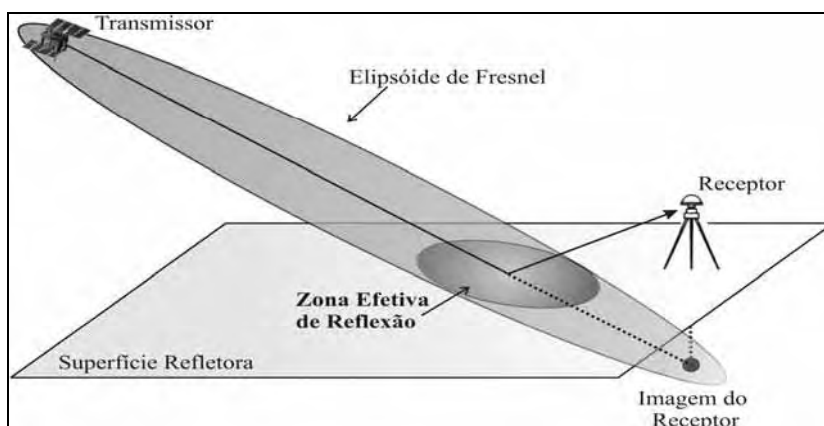


Figura 13 – Definição da zona efetiva de reflexão em uma superfície  
 Fonte: Adaptado de RAY, 2000, p. 31.

A maior influência do efeito de multicaminho sobre o sinal direto acontece quando as reflexões ocorrem na zona em que o primeiro elipsóide de *Fresnel* intercepta a superfície refletora (RIBEIRO, 2004, p. 236). A zona efetiva de reflexão tem formato elíptico, cujo semi-eixo maior pode ser aproximado por (RAY, 2000, p.32)

$$a = \frac{R}{\text{sen} \theta} \tag{10}$$

Dentro dessa zona efetiva de reflexão, pode-se utilizar o critério de *Rayleigh* para determinar se a reflexão é especular ou difusa (Seção 2.3.3). Além disso, a partir da equação 10, verifica-se que para ângulos de elevação baixos, têm-se maiores valores no semi-



eixo maior da elipse. Assim, a elipse se torna cada vez mais alongada e com maior área a medida que o ângulo de elevação decresce. Isto significa que são necessárias superfícies refletoras grandes para que satélites em ângulos de elevação baixos reflitam a mesma quantidade de energia que é refletida em superfícies pequenas para satélites em ângulos de elevação altos.

### 2.3.5. Reflexão Difusa

A reflexão ou espalhamento difuso ocorre quando a onda é refletida em uma superfície rugosa. Pode atingir uma área muito maior que a primeira zona de Fresnel. A fase não é coerente e a amplitude apresenta severas flutuações após a reflexão. É equivalente a soma de várias reflexões com fases e amplitudes diferentes, dependendo das irregularidades e estrutura da superfície. Devido a tal comportamento, esse tipo de reflexão segue a distribuição de *Rayleigh* (RIBEIRO, 2004, p.255) e geralmente é tratada como ruído na maioria das situações práticas (RAY, 2000, p.35). Entretanto, quando o sinal recebido pelo receptor possui componentes do sinal direto junto com diversas componentes de sinais refletidos, diz-se que esse sinal resultante é descrito pela distribuição de *Rice* (RIBEIRO, 2004, p.258; FERNÁNDEZ et al., 2004).

## 2.4. Difração

A difração ocorre quando uma onda eletromagnética atinge a borda de objetos ou superfícies curvas. A difração consiste, fundamentalmente, na possibilidade da onda contornar um obstáculo ou espalhar-se quando for parcialmente interrompida por ele (RIBEIRO, 2004, p.205; HALLIDAY e RESNICK, 1978, p.559). Na Figura 14, pode-se visualizar um exemplo do conceito da difração.

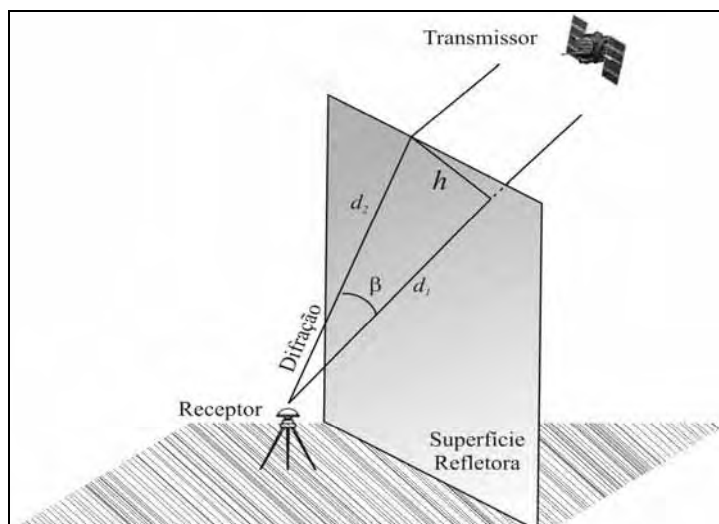


Figura 14 – Ilustração sobre o conceito da difração.  
Fonte: Adaptado de SUH et al., 2004.

A atenuação devido à difração  $v_d$  pode ser calculada a partir da teoria da difração em bordas usando a seguinte equação (SUH et al., 2004):

$$v_d = h \sqrt{\frac{2}{\lambda d_2}}, \quad (11)$$

onde:

- $d_2$  pode ser obtido a partir de  $d_2 = \sqrt{h_s^2 + d_s^2}$ , considerando  $d_s$  a distância perpendicular da antena à superfície refletora e  $h_s$  a altura da mesma;
- $h$  pode ser obtida a partir de  $h = d_2 \sin \beta$ .

Tem-se um outro exemplo de difração muito comum no caso do GNSS. Quando os sinais refletidos nas superfícies atingem a borda do plano de terra de uma antena sem o *choke-ring* (Seção 2.7.1), tais sinais são difratados e atingem a antena (RAY, 2000, p. 35).

Da mesma forma que a reflexão difusa, a difração também possui muitos componentes e, portanto, é muito difícil de modelar.

## 2.5. Fatores Indicadores do Multicaminho

Nesta seção são descritos alguns fatores que auxiliam na detecção e análise do efeito do multicaminho na recepção de sinais GNSS.

### 2.5.1. Repetibilidade

Sabe-se que o erro de multicaminho depende de vários fatores incluindo o satélite, refletor, receptor e seus respectivos movimentos. Mas, quando o receptor está estacionário e o ambiente está inalterado, o erro de multicaminho muda devido somente ao movimento dos satélites. O satélite GPS tem um período orbital de meio dia sideral onde um dia sideral é igual a 23h, 56min e 4,009054s (SPILKER e PARKINSON, 1996, p.38; SOUZA, 2004a, p.87). O erro de multicaminho se repete depois de um dia sideral, ou seja, com quase quatro minutos de antecedência em relação ao dia solar médio. Como a órbita da Terra em torno do Sol é elíptica, a velocidade de translação da Terra em torno do Sol não é constante, causando uma variação diária de 1° 6' (4min e 27s) em Dezembro, e 53' (3min e 35s) em Junho.

### 2.5.2. MP1 e MP2

Os valores de MP1 e MP2 fornecidos a seguir proporcionam um indicativo do nível de multicaminho numa estação e podem ser obtidos a partir do *software* TEQC (*Translate/Edit/Quality Check*) (UNAVCO, 2006). As combinações lineares para MP1 e MP2 são dados por (FORTES, 1997, p.38; ESTEY e MEERTENS, 1999):

$$MP1 = PD_{L1} - \left(1 + \frac{2}{\alpha - 1}\right)\phi_{L1} + \left(\frac{2}{\alpha - 1}\right)\phi_{L2} = M_{PD1} + B_1 - \left(1 + \frac{2}{\alpha - 1}\right)M_{\phi1} + \left(\frac{2}{\alpha - 1}\right)M_{\phi2}, \quad (12)$$

$$MP2 = PD_{L2} - \left(\frac{2\alpha}{\alpha - 1}\right)\phi_{L1} + \left(\frac{2\alpha}{\alpha - 1} - 1\right)\phi_{L2} = M_{PD2} + B_2 - \left(\frac{2\alpha}{\alpha - 1}\right)M_{\phi1} + \left(\frac{2\alpha}{\alpha - 1} - 1\right)M_{\phi2}, \quad (13)$$

onde as tendências (*bias terms*)  $B_1$  e  $B_2$  resultam das ambigüidades da fase e são dados por

$$B_1 = -\left(1 + \frac{2}{\alpha - 1}\right)n_1\lambda_1 + \left(\frac{2}{\alpha - 1}\right)n_2\lambda_2, \quad (14)$$

$$B_2 = -\left(\frac{2\alpha}{\alpha - 1}\right)n_1\lambda_1 + \left(\frac{2\alpha}{\alpha - 1} - 1\right)n_2\lambda_2, \quad (15)$$

de forma que:

- $PD_{L1}$  e  $PD_{L2}$  são as medidas simultâneas da PD, em cada portadora (L1 e L2);
- $\alpha = (f_{L1}^2 / f_{L2}^2)$ , sendo  $f_{L1}$  a frequência na L1 e  $f_{L2}$  a frequência na L2;
- $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são os comprimentos de onda de L1 e L2;
- $\phi_{L1}$  e  $\phi_{L2}$  são as medidas da fase para cada portadora (L1 e L2);
- $M_{PD1}$  e  $M_{PD2}$  representam o efeito do multicaminho em  $PD_{L1}$  e  $PD_{L2}$ ;
- $M_{\phi1}$  e  $M_{\phi2}$  representam o efeito do multicaminho em  $\phi_{L1}$  e  $\phi_{L2}$ .

Analisando as equações 12 e 13, nota-se no segundo membro das mesmas que os MPs podem ser calculados exclusivamente das observações de PD e fase. Por outro lado, analisando o terceiro membro dessas equações, verifica-se que o MP depende do efeito do multicaminho na PD ( $M_{PD}$ ) e fase ( $M_\phi$ ) e das tendências  $B$  originadas das ambigüidades (desconhecidas) da fase. Portanto, independentemente do valor absoluto calculado para MP1 e MP2, o acompanhamento de sua variação ao longo do tempo fornece informações implícitas sobre a qualidade dos dados. Logo, se um valor do MP1 muda bruscamente, isso significa que houve um efeito acentuado de multicaminho em  $PD_{L1}$  (dado por  $M_{PD1}$ ) ou ocorreu uma perda de ciclos que provocou uma variação acentuada em  $B_1$  (descartando, neste caso, os efeitos das modificações em  $M_{\phi 1}$  e  $M_{\phi 2}$  por serem os valores do efeito do multicaminho na fase muito menores que os relativos as PDs) (FORTES, 1997).

### 2.5.3. Relação Sinal-Ruído (SNR)

A SNR (*Signal to Noise Ratio*) é a razão da potência do sinal do receptor  $S_r$  pelo nível de potência do ruído  $N_r$  e é representada por uma medida logarítmica em decibels (dB). Assim, a SNR definida por (SEEBER, 2003, p. 234):

$$SNR = 10 \text{Log} \left( \frac{S_r}{N_r} \right). \quad (16)$$

O valor da SNR é inversamente proporcional ao efeito do multicaminho. Então, quanto maior o valor da SNR, menor o multicaminho, e quanto menor a SNR, maior o multicaminho (RAY, 2000, p.81).

Uma característica importante da SNR, que deve ser levada em consideração, é a sua correlação alta com o ângulo de elevação do satélite (FARRET, 2000; FARRET et al., 2003).

Os valores da SNR podem ser extraídos dos arquivos de observação originais. O *software* TEQC pode ser utilizado para conversão dos arquivos de saída do receptor, em formato binário, para o formato RINEX (*Receiver Independent Exchange Format*) contendo além das observáveis comumente utilizadas, os valores da SNR1 e SNR2 relativas às portadoras L1 e L2, respectivamente. Para mais detalhes sobre técnicas baseadas na SNR, pode-se citar os trabalhos de Axelrad, Comp e Macdoram (1996), Comp e Axelrad (1996), Sleewaegen (1997), Reichert e Axelrad (1999) e Ray, Cannon e Fenton (1999).

## 2.6. A Influência do Multicaminho no Posicionamento Relativo GNSS

O efeito do multicaminho constitui uma das fontes de erros mais significativas no posicionamento relativo, pois além de não ser atenuado no processo de dupla diferenciação, nem mesmo para linhas de base curtas, ainda não existe uma metodologia prática e robusta de redução do mesmo. No caso do posicionamento relativo estático, esse efeito já é crítico, mas por sofrer alterações apenas devido ao movimento dos satélites, o multicaminho faz com que as séries temporais dos resíduos das DDs não sofram variações bruscas. Mais detalhes sobre o efeito do multicaminho no posicionamento relativo estático são descritos em Souza (2004a) e Braasch (1991, 1996). Para o posicionamento cinemático (RTK), o problema é muito mais complicado devido às alterações rápidas e bruscas na geometria do levantamento, as quais fazem com que as séries temporais dos resíduos das DDs apresentem comportamento não-estacionário.

A frequência do sinal com o efeito do multicaminho é proporcional à distância perpendicular entre a antena e o objeto refletor e o erro máximo é inversamente proporcional a essa distância (HOFMANN-WELLENHOF, LICHTENEGGER e WASLE, 2008, p.158; LEICK, 2004, p.237, POLEZEL, SOUZA e MONICO, 2004, 2005). Dessa forma, os maiores erros causados pelo multicaminho são os de frequência baixa, ou seja, os que provêm de atrasos curtos (menores que 20 m). Aplicações cinemáticas de alta dinâmica são afetadas, principalmente, pelo efeito de multicaminho de frequência alta e esse pode até ser tratado como um erro quase aleatório. Entretanto, o multicaminho de frequência baixa, devido aos atrasos curtos, é predominante em muitas das situações (KIM e LANGLEY, 2001).

Além disso, o erro máximo para a fase da onda portadora é de  $1/4$  do comprimento de onda ( $\cong 5$  cm). Porém, esse valor pode ser maior, caso combinações lineares sejam realizadas. Para a PD, o erro do multicaminho também é proporcional ao comprimento de onda, entretanto, possui ordem de magnitude várias vezes maior ( $\cong 150$  m) (LEICK, 2004, p. 238; HOFMANN-WELLENHOF, LICHTENEGGER e WASLE, 2008, p.157; RAY, 2000, p.18).

Geralmente, na maioria das aplicações do GNSS que utilizam as medidas da fase de batimento da onda portadora, principalmente nas cinemáticas, o primeiro interesse é solucionar as ambigüidades. Porém, freqüentemente o efeito de multicaminho nas medidas de fase da onda portadora torna a solução correta das ambigüidades uma tarefa difícil. Até mesmo quando as ambigüidades são solucionadas corretamente, é interessante reduzir esse

efeito das medidas para melhorar a qualidade dos resultados do posicionamento (KIM e LANGLEY, 2001).

Em aplicações aéreas, geralmente, o efeito de multicaminho é mais significativo durante o processo de pouso e decolagem das aeronaves. Nesses casos, a maioria dos erros provém do multicaminho de atraso curto (LIGHTSEY, 1996; VAN DIERENDONCK e BRAASH, 1997).

Além disso, é reconhecido que o multicaminho é a fonte de erro não corrigível dominante nos sistemas diferenciais GPS em áreas locais como o Sistema Ampliado Baseado no Terreno (GBAS - *Ground-Based Augmentation System*) para pouso de aeronaves (SKIDMORE et al., 2003).

Erros devido ao multicaminho também contribuem para a degradação do desempenho global do sistema ampliado baseado em satélites (SBAS - *Satellite-Based Augmentation Systems*), tal como o *Wide Area Augmentation System* (WAAS) e *European Geostationary Navigation Overlay Service* (EGNOS). Para controlar e limitar o multicaminho na estação de referência terrestre, a administração federal da aviação do GBAS e do *Local Area Augmentation System* (LAAS) utilizam uma rede de antenas integradas que limita o multicaminho (IMLA). Essa antena terrestre gera resultados notavelmente bons. Infelizmente, devido à construção e ao grande tamanho físico da IMLA, tal antena não pode ser utilizada para uma aeronave (SKIDMORE et al., 2003). Assim, necessita-se de muita pesquisa no sentido de realmente mitigar o multicaminho para as aplicações aéreas.

Em aplicações envolvendo automóveis em áreas urbanas o problema mais significativo é o bloqueio do sinal. Entretanto, na proximidade de grandes construções pode ocorrer um efeito de multicaminho forte de atraso curto (menos que  $0,1\text{chip}$  ou 30m para o código C/A) e prejudicar muito a navegação automobilística (EISSFELLER e WINKEL, 1996).

A extensão do problema do multicaminho para aplicações marítimas depende da localização da antena, do tamanho do navio e do estado do mar. Antenas colocadas perto de cabines ou superestruturas estarão sujeitas a efeitos de multicaminho fortes de atraso curto. Além disso, a água pode ser um excelente refletor se o estado do mar estiver calmo (reflexão especular). Asperidades na água causarão multicaminho difuso e mais fácil de ser reduzido por suavização do sinal (VAN DIERENDONCK e BRAASH, 1997).

É importante salientar que um pré-requisito fundamental para as aplicações aéreas e marítimas é a utilização de receptores com uma excelente capacidade de mitigação de

interferências e ruídos. Para as aplicações automobilísticas tais interferências são menos importantes que o problema de bloqueio do sinal.

## 2.7. O Estado da Arte da Atenuação de Sinais com Multicaminho no GNSS

Nessa seção são apresentadas algumas das principais técnicas desenvolvidas para redução do efeito do multicaminho no posicionamento estático e cinemático.

### 2.7.1. Posicionamento Estático

Para o posicionamento estático, muitos trabalhos têm sido apresentados para redução do multicaminho, desde tecnologias de *hardware* (receptores e antenas), técnicas de uso de múltiplas antenas, até técnicas de processamento dos dados ou em tempo real dentro do próprio receptor.

Possibilidades tradicionais referem-se ao uso de antenas específicas e/ou planos de terra para redução do efeito do multicaminho. O plano de terra, em sua configuração mais simples, é uma superfície metálica de forma circular ou retangular centrada no plano horizontal da base da antena GNSS (LEICK, 2004, p.243). Essa técnica fomentava a teoria de que o plano de terra protegeria a antena de todos os sinais que chegam por baixo dela. Isso mostrou-se não ser verdade, pois, em virtude de algumas características das ondas eletromagnéticas, elas se deslocavam para a superfície superior do plano, alcançando a antena. Além disso, nem todos os sinais de multicaminho chegam por baixo da antena, tornando esse método ineficaz em tais casos (WEILL, 1997a).

Para eliminar tal aparecimento de ondas, o plano de terra pode ser constituído de um *choke-ring*, uma série de círculos concêntricos com altura de aproximadamente um quarto de comprimento de onda, valor máximo do multicaminho para a portadora, e espaçamento de aproximadamente metade do comprimento de onda (LEICK, 2004, p.243). Essa composição antena-plano de terra, denotada antena *choke-ring* (Figura 15a), embora não possa atenuar os sinais refletidos que chegam de cima do horizonte e tenha desvantagens em relação ao seu tamanho físico, é uma das melhores para proteção contra o multicaminho. A mais recente configuração dessa antena, chamada de *choke-ring* cônica 3D (Figura 15b), permite o melhor recebimento de sinais provenientes de satélites em ângulos de elevação baixos mantendo a rejeição de sinais refletidos.

Outra possibilidade para redução do efeito do multicaminho em antenas refere-se à tecnologia *Pinwheel*, desenvolvida pela NovAtel (Figura 15c). A unidade possui *slots* espirais otimizados para receber sinais circularmente polarizados à direita. Além disso, existe um arranjo de anéis concêntricos do lado de fora dos *slots* espirais para suprimir a difração e a reflexão nas bordas da antena. Dessa forma, essa antena é moldada para reduzir sinais com multicaminho polarizados à esquerda e que chegam de ângulos de elevação baixos (KUNYSZ, 2000).



Figura 15 – Antenas para redução do efeito do multicaminho.

Em Kunysz (2008), o plano de terra *choke-ring* 3D foi utilizado em conjunto com a antena *Pinwheel* e comparado com outras configurações de planos de terra *choke-ring* e antenas. Verificou-se que a composição *choke-ring* 3D e *Pinwheel* mostrou-se mais consistente e eficiente na redução do efeito do multicaminho proveniente do horizonte.

Um outro método interessante refere-se à calibração de estações para o efeito de multicaminho, em particular estações de referência. A idéia básica desse método é descorrelacionar o multicaminho através do movimento controlado de um robô. A estação com o robô é colocada perto da estação fixa a ser calibrada, a qual está sujeita a todos os erros de multicaminho. Já a estação móvel reduz o efeito de multicaminho através do movimento controlado. Dessa forma, nas séries temporais das DDs comparecem apenas os erros de multicaminho para a estação fixa, os quais segundo os autores, podem ser descritos no modelo funcional (SEEBER, 2003, p.318).

Algumas investigações têm sido feitas em relação ao GNSS. Dentre outros, Lau (2004) apresentou um trabalho sobre o uso de frequências múltiplas que serão disponibilizadas pelo GPS Modernizado (L2 e L5) e o Galileo (L1, E5a, E5b e E6) para atenuação do multicaminho. Ele utiliza o fato do efeito do multicaminho ser diferente em frequências diferentes e a redundância maior conduzir a resultados melhores no FK.



Um método que pode ser utilizado para redução do efeito do multicaminho em estações de referência foi apresentado por Lopes et al. (2000). Trata-se de uma metodologia utilizando redes neurais para a calibração do atraso do efeito do multicaminho no GPS na determinação da atitude de espaçonaves. Devido a sua habilidade de aproximação de funções irregulares e também ao seu método de treinamento, as redes neurais têm particular vantagem no ajuste de curvas. Na realidade, as redes neurais podem ser treinadas em tempo real para compensar o efeito do multicaminho sem a necessidade de modelos matemáticos. Além disso, são interpoladoras excelentes e podem detectar o efeito do multicaminho com confiabilidade razoável, até mesmo em pontos onde não há informações providas durante o processo de treinamento. Os dados de entradas são provenientes dos receptores GPS. As redes neurais são treinadas para gerar o efeito do multicaminho em função da posição calculada pelo receptor a partir de dados recebidos. Uma vez que a correção foi adicionada à medida, pelo menos na teoria, o efeito do multicaminho é compensado (LOPES et al. 2000).

Lopes et al. (2000) concluíram que com a calibração reduz substancialmente a magnitude do erro da simples diferença na fase da onda portadora. Entretanto, para calibração do erro de multicaminho, a atitude da aeronave é supostamente conhecida para que a rede neural possa detectar as distorções devido ao multicaminho. No caso de estações de referência, tal conjectura seria sempre aceitável se na determinação das coordenadas de referência, estas estivessem realmente livres do efeito do multicaminho. Porque, em geral, utiliza-se o sistema GPS para determinação das coordenadas das estações de referência e, mesmo após o ajustamento de uma rede geodésica, o erro do multicaminho é propagado nessas estações. Embora de pequena magnitude, o erro do multicaminho já inerente à coordenada de referência provavelmente não será detectado pela rede neural, mas apenas os outros erros de multicaminho do levantamento em questão.

Algumas técnicas envolvem modelagem estocástica para redução de erros que não são completamente modelados na parte funcional. A maioria das modelagens estocásticas é, na prática, relacionada com o ângulo de elevação dos satélites: conforme o ângulo de elevação decresce os erros não modelados na parte funcional aumentam, logo, o peso para a respectiva observação desse satélite deve decrescer. Esse tipo de estratégia funciona bem para efeitos troposféricos e ionosféricos, mas não para o efeito do multicaminho, por não ser dependente apenas do ângulo de elevação do satélite. Conforme visto na Seção 2.3.4.2, podem ocorrer erros de multicaminho grandes para um satélite em um ângulo de elevação alto, caso o receptor esteja nas proximidades de uma superfície refletora

alta, como um prédio, por exemplo. Nesse sentido, uma boa opção de modelagem estocástica foi proposta por Lau e Cross (2006), onde o modelo estocástico é modificado de acordo com a SNR, a qual é bem correlacionada com o multicaminho. Com esse método, foram obtidas melhorias na acurácia dos resultados de 26% a 35%.

Em relação à redução do efeito do multicaminho utilizando análise espectral, existem alguns métodos. Uma técnica recente é baseada em um operador de redução de ruído no tempo e frequência denominada *Time Frequency Denoising Operator* (TFDO) que envolve a Transformada de Fourier fracionária para redução do multicaminho (JARROT et al., 2005). Essa técnica mostrou-se muito promissora, mas a acurácia dos resultados não foi analisada. Um outro método, que funciona como um redutor de ruído, utiliza o método dos mínimos quadrados reponderado (RLSCO - *Reweighed Least Squares for Correlated Observations*) (WIESER e BRUNNER, 2002). Nesse método, um modelo de variância nebulosa (fuzzy) é utilizado para considerar o multicaminho, difração e ruídos. Ele combina a qualidade do sinal provida pelo receptor com a qualidade derivada da estimação dos parâmetros (WIESER, 2001). Outros métodos envolvem *wavelets* e têm provido bons resultados no posicionamento estático e em estações de referência (XIA, 2001; SATIRAPOD et al., 2001a,b; SOUZA, 2004; SATIRAPOD e RIZOS, 2005; ZHONG et al., 2007, WANG, WANG e ROBERTS, 2007). As técnicas envolvendo *wavelets* possuem desempenho melhor que as de redução de ruído, tais como Fourier, por isso elas têm sido mais utilizadas.

Várias outras técnicas são descritas em Souza, Pagamisse e Monico (2003), Souza, Monico e Polezel (2004), Souza (2004a), Souza, Polezel e Monico (2005) e Weill (1997a,b). Entretanto, ainda falta a concretização de uma técnica prática para uso da comunidade.

### 2.7.2. Posicionamento Cinemático

Algumas investigações com possibilidade de mitigação do multicaminho no posicionamento cinemático em tempo real têm sido apresentadas.

Em Kim e Langley (2001), um sistema de antenas múltiplas foi utilizado para realizar uma estimativa do efeito do multicaminho em aplicações cinemáticas em tempo real. Para utilização desse método, dentre outras inconveniências, é necessário dispor de antenas e receptores de mesmo tipo, pois o método assume que cada sistema receptor-antena esteja sujeito aos mesmos sinais refletidos. Esse método foi melhorado em 2005, de forma

que apenas duas antenas (uma móvel rotacionando ao redor de uma mestre) conectadas a um receptor eram necessárias. Embora essa metodologia tenha proporcionado bons resultados nos experimentos realizados, só pode ser utilizada em aplicações cinemáticas de baixa dinâmica (SERRANO, KIM e LANGLEY, 2005).

S. Elder e M. Elder (2006) desenvolveram um equipamento com superfícies arredondadas para reduzir o efeito do multicaminho proveniente do chão (Figura 16), o qual foi utilizado em conjunto com outros sensores para navegação automobilística autônoma. Os resultados foram mostrados apenas em relação à componente altimétrica, mas melhoram a navegação em ambientes “abertos”.



Figura 16 – Bloqueador do multicaminho.

Fonte: ELDER e ELDER, 2006.

Em relação ao processamento em tempo real dentro do receptor, o estado da arte em tecnologias para mitigação do multicaminho em receptores é capaz de reduzir as componentes de atraso médio e grande desse efeito. Porém, a maioria dessas técnicas é insuficiente contra o multicaminho de atraso curto, ou seja, de frequência baixa. Esta é uma séria limitação para as aplicações GNSS, principalmente em tempo real (SLEEWAEGEN e BOON, 2001). Em Nunes, Souza e Leitão (2007) foram testados alguns métodos alternativos para mitigar o multicaminho de frequência baixa. Embora os resultados tenham sido melhores, o método ainda não se mostrou eficiente computacionalmente.

A *Leica Geosystems* esteve desenvolvendo, por diversos anos, a técnica para mitigação de multicaminho no receptor para fase da onda portadora denominada *Phase Multipath Mitigation Window* (PMMW). Com esta técnica pode-se obter uma melhoria de mais de 30% para os erros causados pelo multicaminho. Em alguns testes realizados, apenas sinais refletidos com atrasos maiores que 7,5 m foram totalmente eliminados, enquanto os sinais com atrasos menores foram apenas atenuados (TAILLE et al., 2003).

Muitos estudos têm sido realizados para navegação de espaçonaves nas proximidades da estação espacial internacional (ISS - *International Space Station*) utilizando GPS. Entretanto, esses estudos não estão tendo sucesso devido aos sinais refletirem e serem bloqueados na ISS. Gaylor e Lightsey (2003) apresentaram um trabalho no ION GNSS 2003 com o intuito de quantificarem esses efeitos na ISS. Como resultado dos estudos concluiu-se que será muito difícil, se não impossível, utilizar apenas o sistema GPS para navegação nas proximidades da ISS devido à combinação dos efeitos de bloqueio do sinal e multicaminho.

Kubo e Yasuda (2003) comprovaram dificuldade na solução correta das ambigüidades no posicionamento relativo em tempo real sob efeitos do multicaminho. Os melhores resultados que eles puderam obter ocorreram detectando os satélites mais afetados pelo efeito de multicaminho e retirando-os do processamento.

Em relação às técnicas de processamento de dados, existem algumas propostas relacionadas com o uso de observações de código-menos-fase, as quais podem separar ou eliminar os sinais de multicaminho (ZHANG e BARTONE, 2005). Entretanto, métodos para reduzir o multicaminho das observações de fase têm sido escassamente propostos. Kashiwayanagi et al. (2007) desenvolveu um algoritmo de monitoramento de integridade de um veículo autônomo utilizando receptores de dupla frequência para reduzir o efeito do multicaminho. O algoritmo detecta os satélites cujos sinais estão sendo afetados pela comparação de observações de fase com observações de código-menos-fase. Mas nesse caso é necessário dispor de receptores de dupla frequência. Uma técnica capaz de ser aplicada tanto para receptores de simples como de dupla frequência seria muito interessante, principalmente pelo fato de receptores de simples frequência serem os mais utilizados em todo o mundo.

Assim, percebe-se a grande importância e necessidade de estudos aprofundados nessa área.



### 3. WAVELETS

A análise de *wavelets* é uma técnica matemática muito útil para análise numérica e manipulação de sinais discretos uni ou multidimensionais. Foi originalmente aplicada nos anos oitenta em Geofísica para analisar sinais sísmicos (HUBBARD, 1995). Posteriormente, foi melhor formalizada graças aos esforços de matemáticos, físicos e engenheiros. Entretanto, verificou-se que a teoria de *wavelets* já estava implícita em várias áreas bem antes dessa data, mas sem um formalismo adequado. Meyer (1993) apresentou uma retrospectiva histórica das *wavelets*, desde Fourier (1807), passando por Haar (1910), Grossmann e Morlet (1980), até os dias de hoje. Seu uso tem crescido exponencialmente, especialmente pelo fato de representar a síntese de técnicas antigas associadas a resultados matemáticos robustos e algoritmos computacionais eficientes (DAUBECHIES, MALLAT e WILLSKY, 1992).

O fato mais importante sobre as *wavelets* é que elas são localizadas no tempo ou espaço e frequência simultaneamente. Esse comportamento as torna ideais para analisar sinais ou séries temporais não estacionárias, contendo transitoriedades como o efeito do multicaminho (Capítulo 2). São superiores às bases de Fourier, as quais são localizadas em frequência, mas não no tempo: pequenas mudanças em algumas observações podem causarem alguns casos mudanças em todas as componentes de uma expansão de Fourier, o que não acontece com uma expansão com série de *wavelets* (MORETTIN, 1999, p.160).

Neste capítulo, são apresentadas as idéias básicas sobre as *wavelets*, partindo de uma analogia com a análise de Fourier, bem como as características de diferentes bases de *wavelets*.

#### 3.1. Princípios

A idéia, tanto na análise de Fourier, quanto na análise de *wavelets*, é aproximar uma função por uma combinação linear de senos e cossenos ou *wavelets*, respectivamente (MORETTIN, 1999, p. 160).

Na análise de Fourier, toda função periódica de período  $2\pi$ , de quadrado integrável, ou seja, de  $L^2(0,2\pi)$ , é gerada por uma superposição de exponenciais complexas,

$\omega_n(t) = e^{int}$ ,  $n = 0, \pm 1, \dots$ , obtidas por dilatação da função  $\omega(t) = e^{it}$ . Essa idéia foi estendida para  $L^2(\mathfrak{R})$ , isto é, esse espaço é gerado a partir de uma única função  $\psi$ , chamada de *wavelet* mãe. Isto é possível por dilatações (ou compressões) e translações de  $\psi$ , gerando uma família de funções  $\psi_{a,b}$  (VETTERLI e KOVAČEVIĆ, 1995, p.301),

$$\psi_{a,b}(t) \triangleq \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right); \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0. \quad (17)$$

Para trabalhar com sinais discretos, usualmente se utiliza valores especiais para  $a$  e  $b$ :  $a = 2^j$  e  $b = k2^j$ , com  $j, k \in \mathbb{Z}$ . Dessa forma, considerando um caso particular da equação 17 tem-se:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z}, \quad (18)$$

ou seja,  $\psi_{j,k}(t)$  é obtida de  $\psi(t)$  por uma dilatação  $2^j$  e uma translação  $k2^j$ . As funções  $\{\psi_{j,k}(t), j, k \in \mathbb{Z}\}$  formam uma base que não precisa ser necessariamente ortogonal. Contudo, ao se trabalhar com bases ortogonais é possível a reconstrução perfeita do sinal original a partir dos coeficientes da transformada. Daí o interesse em considerar bases de *wavelets* que sejam ortogonais (MORETTIN, 1999, p. 161). Na Seção 3.4 são descritas algumas das bases ortogonais mais utilizadas.

Considerando uma base ortonormal gerada por  $\psi$ ,

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z}, \quad (19)$$

de forma que qualquer  $f(t)$  de quadrado integrável sobre  $\mathfrak{R}$  (CHUI, 1992, p.14), pode ser escrito por (representação homogênea)

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(t). \quad (20)$$

Diz-se que  $f$  (Equação 20) é uma série de *wavelets* e os coeficientes de *wavelets* são dados por

$$c_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt. \quad (21)$$

Como será apresentado na Seção 3.4, existem diversos tipos de *wavelets* e algumas possuem características mais adequadas para determinadas aplicações. A descoberta de bases ortonormais da forma da equação 19 e de suporte compacto (não nulas em um intervalo finito) é devida a Ingrid Daubechies. Daubechies (1988), inspirada nos trabalhos de Mallat, estendeu o trabalho de Haar, sintetizando essa família de *wavelets* ortonormais e

possibilitando uma análise e síntese mais eficiente do que a obtida com outros sistemas (como o de Haar). Uma maneira de gerar tais *wavelets* é pela função escala ou *wavelet* pai que é solução da equação (MALLAT, 1989)

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_k h_k \phi(2t - k). \quad (22)$$

A função dada pela equação 22 gera uma família ortonormal em  $L^2(\mathfrak{R})$  (MORETTIN, 1999, p.163; DAUBECHIES, 1992, p.130)

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z}. \quad (23)$$

Nessas condições,  $\psi$  pode ser obtida por

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_k g_k \phi(2t - k), \quad (24)$$

onde

$$g_k = (-1)^k h_{1-k} \quad (25)$$

é a condição chamada *quadrature filter relation*. Na realidade,  $h_k$  e  $g_k$  são coeficientes de filtros passa-baixa e passa-alta, respectivamente, chamados *quadrature filters*, usados para calcular a transformada de *wavelets* discreta. Esses coeficientes são dados por

$$h_k = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \phi(2t - k) dt \quad e \quad (26)$$

$$g_k = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \phi(2t - k) dt. \quad (27)$$

As equações 26 e 27 são chamadas equações de dilatação (MORETTIN, 1999, p. 163, DAUBECHIES, 1988, 1992). As *wavelets*  $\phi$  geram determinados subespaços de uma AMR, que será descrita na Seção 3.2.

Assim, considerando o sistema ortonormal

$$\{\phi_{j,k}(t), \psi_{j,k}(t), j, k \in \mathbb{Z}\}, \quad (28)$$

pode-se escrever, para  $f(t) \in L^2(\mathfrak{R})$  (dita representação heterogênea),

$$f(t) = \sum_k c_{j,k} \phi_{j,k}(t) + \sum_{j \leq J} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t), \quad (29)$$

onde

$$c_{j,k} = \langle f(t), \phi_{j,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \phi_{j,k}(t) dt, \quad (30)$$

$$d_{j,k} = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt. \quad (31)$$



Na equação 29,  $J$  é a escala de resolução mais baixa (*coarsest scale*) (MORETTIN, 1999, p.164). Esse procedimento faz parte da AMR, a qual será descrita na seção seguinte.

### 3.2. Análise de Multirresolução (AMR)

A AMR introduzida por Mallat (1989) consiste de uma seqüência de subespaços fechados  $V_j$  onde  $V_j \subset L^2(\mathfrak{R})$  (cada  $V_j$  usando resoluções diferentes, de onde se origina naturalmente o nome análise de multirresolução), satisfazendo (DAUBECHIES, 1992, p. 129; MORETTIN, 1999, p.169; JAWERTH e SWELDENS, 1994):

$$\text{MR1)} \quad \dots V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots;$$

$$\text{MR2)} \quad \overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathfrak{R});$$

$$\text{MR3)} \quad \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \{0\};$$

Para entender a idéia das relações anteriores, considere um sinal  $f$  em  $L^2(\mathfrak{R})$ , do qual se quer obter aproximações em diversos níveis de resolução. Cada subespaço  $V_j$  será constituído por funções aproximantes, sendo que a melhor aproximação é obtida considerando-se a projeção ortogonal ( $P_j$ ) de  $f$  sobre cada  $V_j$ , então (MORETTIN, 1999, p.169),

$$\forall g(t) \in V_j, \quad \|g(t) - f(t)\| \geq \|P_j(t) - f(t)\|. \quad (32)$$

Dizer que  $V_j \subset V_{j-1}$  significa que ao passar do nível de resolução  $j$  (ou escala  $2^j$ ) para o nível  $j-1$ , ganha-se informação ou adiciona-se detalhes. À medida que a resolução  $2^j$  aumenta ( $j \rightarrow -\infty$ ), a função aproximada converge para a função original ( $P_j f \rightarrow f$ ), ou seja, contém mais e mais informações sobre  $f$  e obtêm-se (MR2). A Figura 17 ilustra a projeção de um sinal  $f$  sobre os espaços de Haar (Seção 3.4.1)  $V_0$  e  $V_{-1}$ . Para evitar confusão, é importante enfatizar que o parâmetro escala  $2^j$  é o inverso da resolução  $2^{-j}$  (MALLAT, 1998, p. 221).

Por outro lado, quando a resolução  $2^j$  decresce para zero, (MR3) implica que se perde todas as informações de  $f$ .

$$\text{MR4)} \quad \text{Invariância em escala: } f(t) \in V_j \subset L^2(\mathfrak{R}) \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j-1}, k \in \mathbb{Z};$$

$$\text{MR5)} \quad \text{Invariância em translações: } f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(t - 2^j k) \in V_j, (j, k) \in \mathbb{Z}^2;$$

A propriedade (MR4) está relacionada com a (MR1), pois à medida que  $j$  decresce, refinando a escala, a resolução em frequência aumenta. Dessa forma, detalhes que aparecem em uma escala  $2^j$  também devem estar presentes na escala  $2^{j-1}$  (OLIVEIRA, 2007, p. 83). A propriedade (MR5) significa que  $V_j$  é invariante a qualquer translação proporcional a escala  $2^j$ .

**MR6)** Existência de uma função  $\phi \in V_j$  (função escala) tal que  $\{\phi_{j,k}; k \in Z\}$  é uma base ortonormal em  $V_j$  onde  $\phi_{j,k}(t)$  é dada pela equação 23.

A informação que é perdida quando se passa de  $V_{j-1}$  para  $V_j$  pode ser representada pelo subespaço  $W_j$ , complemento ortogonal<sup>4</sup> de  $V_j$  em  $V_{j-1}$ , isto é,

$$V_j \oplus W_j = V_{j-1}, W_j \perp V_j, \tag{33}$$

onde  $\oplus$  representa a soma direta. Segue que  $V_j = \bigoplus_{j+1}^{j=-\infty} W_j$ .

Considerando  $\psi(t)$  definida como na equação 24, então  $\{\psi_{j,k}; k \in Z\}$  forma uma base ortogonal para  $W_j$ , de modo que, para qualquer  $f \in L^2(\mathfrak{R})$ , pode-se escrever  $f$  como na equação 29.

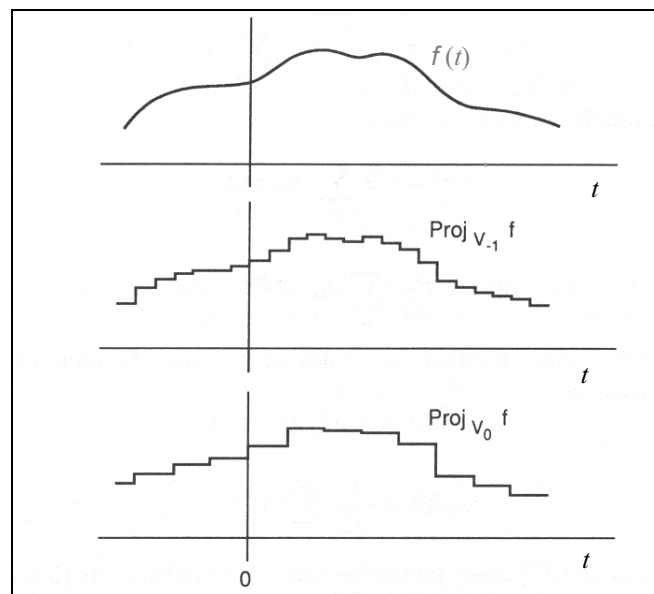


Figura 17 – Um sinal  $f$  e suas projeções sobre espaços de Haar  $V_0$  e  $V_{-1}$ .  
Fonte: DAUBECHIES, 1992.

A AMR nos conduz a um algoritmo recursivo de filtragem para executar a decomposição de um sinal em bases de *wavelets*, também conhecido como algoritmo de

<sup>4</sup> Dado um espaço vetorial  $H$  e um subespaço  $S$ , o complemento ortogonal de  $S$  em  $H$ , denotado  $S^\perp$  é o conjunto  $\{x \in H \mid x \perp S\}$ . Se  $S$  é fechado, então dado um vetor  $y$  em  $H$ , há um único  $v$  em  $S$  e um único  $w$  em  $S^\perp$  tal que  $y = v+w$ , então  $H = S \oplus S^\perp$ , ou  $H$  é a soma direta de um subespaço e seu complemento ortogonal.

Mallat. Os  $h_n$  e os  $g_n$  são os coeficientes dos filtros (a escolha de uma transformada de *wavelets* corresponde essencialmente a escolha do filtro) (SOUZA, 2004a, p.72). As bases de Meyer e Battle-Lemarié (DAUBECHIES, 1992, p.137-152), onde os  $h_n$  e os  $g_n$  possuem infinitos valores diferentes de zero, correspondem a esquemas de filtragem utilizando filtros IIR (*Infinite Response Impulse* – resposta ao filtro infinita) e, portanto, precisam ser truncados para implementação prática. Por outro lado, as bases de Daubechies, Symmlets e Coiflets dentre outras correspondem a esquemas de filtragem utilizando filtros FIR (*Finite Impulse Response* – resposta ao filtro finita) e serão brevemente descritas na Seção 3.4. Para mais detalhes sobre os esquemas de filtragem pode-se consultar Vetterli e Kovačević (1995), Souza, Pagamisse e Monico (2003) e Souza (2004a).

### 3.3. A Transformada de *Wavelets* e o Algoritmo Piramidal

A Transformada de *Wavelets* Contínua (TWC) de uma função (sinal)  $f \in L^2(\mathfrak{R})$  é definida por

$$(W_\psi f)(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle \triangleq \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx, \quad a, b \in \mathfrak{R}, \quad a \neq 0, \quad (34)$$

onde  $\psi_{a,b}$  é dada por pela equação 17 (DAUBECHIES, 1992, p.24). Para mais detalhes sobre a TWC pode-se consultar Souza (2004a), Daubechies (1992) e Chui (1992).

A fim de trabalhar com sinais discretos, assume-se  $\psi_{a,b}$  como definida na equação 18. Entretanto, em geral não existe uma fórmula “fechada” para a Transformada de *Wavelets* Discreta (TWD) equivalente ao caso contínuo (Equação 34) (DAUBECHIES, 1992, p.8). Segundo Von Sachs, Nason e Kroisandt (1997) e Morettin (1999, p.178), os coeficientes *wavelets* da TWD podem ser representados por

$$d_{j,k,n} = \sum_{t=0}^{n-1} x_t \psi_{j,k}(t), \quad (35)$$

com  $X = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})^T$  e  $n = 2^j$  observações de um processo estocástico ou uma série temporal. A equação 35 seria calculada para  $j = 0, 1, \dots, J$  e  $k = 0, 1, \dots, 2^j$ , com  $J$  inteiro representado a escala mais grossa ou suave, perfazendo  $n$  coeficientes  $d$ . Entretanto, a TWD é efetivamente calculada por um algoritmo desenvolvido por Mallat (1989) que será descrito a seguir.

Considerando que qualquer sinal  $f \in L^2(\mathfrak{R})$  pode ser representado em relação a uma base de *wavelets* como na equação 29,

$$f(t) = \sum_k c_{j,k} \phi_{j,k}(t) + \sum_{j \leq J} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t), \quad (36)$$

ainda permanece a questão de como calcular eficientemente os coeficientes  $d_{j,k}$  e  $c_{j,k}$ . Utilizando a equação da função escala  $\phi$  (Equação 22) e a definição da *wavelet*  $\psi$  (Equação 24), tem-se

$$d_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle_{L^2} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \langle f, \phi_{j-1, 2k+n} \rangle, \quad (37)$$

$$d_{j,k} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \overline{g_{n-2k}} c_{j-1,n}, \quad (38)$$

$$c_{j,k} = \langle f, \phi_{j,k} \rangle = \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \langle f, \phi_{j-1, 2k+n} \rangle \text{ e} \quad (39)$$

$$c_{j,k} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \overline{h_{n-2k}} c_{j-1,n}. \quad (40)$$

com  $h_k$  e  $g_k$  dados pelas equações 26 e 27.

As quatro equações anteriores representam a base do algoritmo piramidal de Laplace (BURT E ADELSON, 1983; MALLAT, 1998, p. 254; GILBERT e KELLER, 2000), também conhecido como algoritmo “piramidal” ou “cascata”. Nessas equações, nota-se que o algoritmo calcula  $c_{j,k}$  e  $d_{j,k}$ , a partir dos coeficientes suaves do nível  $j-1$ .

Com a notação  $(H_j t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k} t_n$  e  $(G_j t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{n-2k} t_n$ , as equações 37 e

39 podem ser escritas por

$$c_{j,k} = H_j c_{j-1,k} \text{ e } d_{j,k} = G_j c_{j-1,k}, \quad (41)$$

de forma que  $H_j$  pode ser interpretado como um filtro passa baixa e  $G_j$  como filtro passa alta. Observe que as equações 38 e 40 podem ser vistas como um processo de convolução seguido de uma decimação (*downsampling*) por dois (notação:  $\downarrow 2$ ), que ao ser aplicada em uma seqüência, significa que as amostras pares ou ímpares estão sendo eliminadas. Logo, no nível  $j$ , tem-se metade dos coeficientes do nível  $j-1$ , donde o nome piramidal ou cascata. A Figura 18 ilustra tal procedimento.

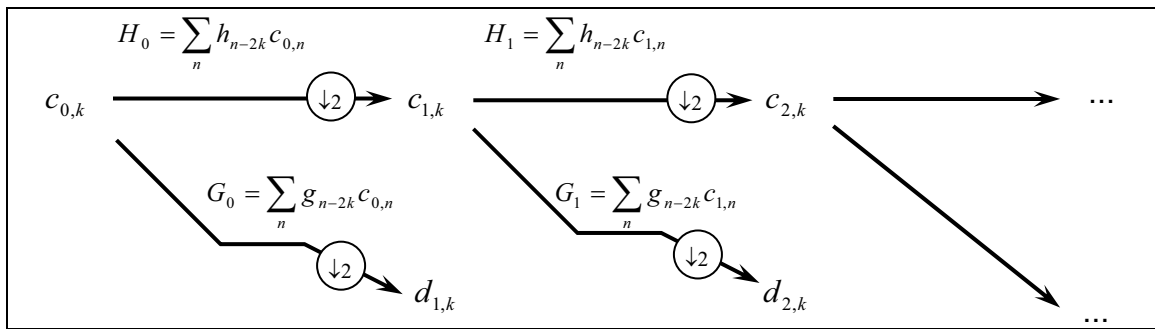


Figura 18 – Algoritmo de decomposição de Mallat ou piramidal.  
 Fonte: Adaptado de DAUBECHIES (1992) e GILBERT e KELLER (2000).

A TWD inversa (TWDI) essencialmente realiza as mesmas operações associadas com a TWD na direção contrária. Os mesmos coeficientes são aplicados em ordem reversa utilizando o algoritmo piramidal de reconstrução. Ao invés da decimação, os sinais são interpolados: zeros são colocados entre os coeficientes da transformada (*upsampling*,  $\uparrow 2$ ). Enquanto  $(h, g)$  são utilizados nos filtros passa baixa e passa alta para decomposição, a notação equivalente para reconstrução é  $(\tilde{h}, \tilde{g})$ .

Para mais detalhes do algoritmo piramidal, pode-se consultar Chui (1992), Strang e Nguyen (1996), Mallat (1998) e Souza (2004a).

O algoritmo piramidal é extremamente atrativo devido à sua alta eficiência computacional. Para seqüências de tamanho  $n$ , a Transformada de Fourier necessita de  $O(n^2)$  operações, enquanto a Transformada Rápida de Fourier resulta em uma complexidade multiplicativa  $O(n \log_2 n)$ . O algoritmo piramidal para o cálculo da TWD é ainda mais rápido, realizando apenas  $O(n)$  multiplicações (GILBERT e KELLER, 2000; OLIVEIRA, 2007, p.98).

### 3.4. Características das Wavelets

As *wavelets* podem ser suaves ou não, simétricas ou não, ter suporte compacto ou não, gerar sistemas ortogonais ou não e ainda ter formulações matemáticas simples ou não (MORETTIN, 1999, p.161).

Para determinar a regularidade ou suavidade de uma *wavelet*, o número de momentos nulos<sup>5</sup>  $p$  dessa *wavelet* é crucial. Assim, quanto maior  $p$ , mais suave será  $\psi$ .

<sup>5</sup> Uma *wavelet*  $\psi$  tem  $p$  momentos nulos se  $\int_{-\infty}^{\infty} t^k \psi(t) dt = 0$  para  $0 \leq k < p$  (MALLAT, 1998, p. 168).

Entretanto, em alguns casos, pode-se obter *wavelets* com a mesma regularidade e com um número menor de momentos nulos (DAUBECHIES, 1992, p.242).

Por outro lado, a *wavelet* é dita ser de suporte compacto se toda a energia dessa *wavelet* está restrita a um intervalo finito, ou seja, se a função é exatamente zero fora desse intervalo. Nesse caso, diz-se que as *wavelets* têm localização espacial. Tal propriedade é de fundamental interesse para aplicações em séries temporais. Logo, nesta pesquisa, são utilizadas apenas famílias de *wavelets* de suporte compacto.

Na Tabela 1 são mostradas algumas características das *wavelets* de suporte compacto geralmente mais utilizadas.

Tabela 1 – Características de algumas famílias de *Wavelets* de Suporte Compacto

Família	Haar	Daubechies	<i>Symmlets</i>	<i>Coiflets</i>	<i>Splines Wavelets</i>	Biortogonais
Abreviação	Haar	Daub	Sym	Coif	Spline	Bior
Ortogonal	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Não
Biortogonal	Não	Não	Não	Não	Sim	Sim
Simétrica	Sim	Não	Próximas	Próximas	Sim	Sim

Pode-se notar na Tabela 1 que algumas *wavelets* são ortonormais, enquanto outras, biortogonais, ou até mesmo nenhum dos dois casos. A vantagem de bases biortogonais em relação às ortonormais é que tanto os filtros de decomposição como os de reconstrução podem ser simétricos (DAUBECHIES, 1992, p. 269). Vale ressaltar que simetria e reconstrução exata em *wavelets* ortogonais (exceto o caso de Haar) são incompatíveis se os mesmos filtros FIR são utilizados para decomposição e reconstrução (DAUBECHIES, 1992, p. 259). Como esse é o caso das *wavelets* de Daubechies, *Symmlets* e *Coiflets*, logo, tais *wavelets* não são simétricas.

### 3.4.1. Wavelet de Haar

A função de Haar representa a *wavelet* mais antiga e simples possível, a qual é dada por

$$\psi^{(H)} \triangleq \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1/2 \\ -1, & 1/2 \leq t < 1 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (42)$$

cuja função escala é  $\phi^{(H)}(t) = 1, 0 \leq t \leq 1$  e

$$\psi_{j,k}^{(H)}(t) = \begin{cases} 2^{-j/2}, & 2^j k \leq t < 2^j (k+1/2) \\ -2^{-j/2}, & 2^j (k+1/2) \leq t < 2^j (k+1) \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (43)$$

Para a *wavelet* de Haar, a equação 22 fica

$$\phi(t) = \phi(2t) + \phi(2t-1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \phi(2t) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \phi(2t-1). \quad (44)$$

Logo  $h_0 = h_1 = 1/\sqrt{2}$  (MORETTIN, 1999, p. 164). Do mesmo modo,  $g_0 = -g_1 = 1/\sqrt{2}$ . Na Figura 19, é ilustrada a *wavelet* de Haar, a qual é calculada numericamente utilizando o algoritmo piramidal de reconstrução (Seção 3.3).

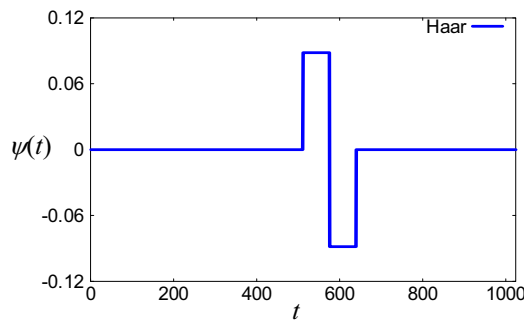


Figura 19 – *Wavelet* de Haar.

A *wavelet* de Haar, geralmente, não é a *wavelet* ideal para ser aplicada a funções suaves porque possui apenas um momento nulo (MALLAT, 1998, p. 247).

Vale ressaltar que muitas funções *wavelets* importantes e usuais não têm uma fórmula explícita “fechada” como a *wavelet* de Haar (Equação 42), apenas uma forma iterativa de calculá-las (Daubechies, *Symmlets*, *Coiflets*, etc.). Entretanto, para o processamento de sinais discretos, as implicações de tais complicações são irrisórias (TOPIWALA, 1998, p.48).

### 3.4.2. Wavelet de Daubechies

As *wavelets* de Daubechies possuem suporte compacto e geram bases ortonormais. São construídas a partir de *conjugate mirror filters*<sup>6</sup> de tamanho  $2p$ . Assim, a *wavelet* resultante tem  $p$  momentos nulos e suporte em  $[-p+1, p]$  (MALLAT, 1998, p.250).

<sup>6</sup> Os *quadrature mirror filters* não podem ser FIR. Em 1984, Smith e Barnwell e Mintzer (1985 apud MALLAT, 1998, p. 258) encontraram condições necessárias e suficientes para obter reconstrução perfeita utilizando filtros FIR e chamaram tais filtros de *conjugate mirror filters*.

Quando  $p=1$ , obtêm-se a *wavelet* de Haar (Seção 3.4.1). Na Tabela A1 (Anexo A) são apresentados os coeficientes dos filtros das *wavelets* de Daubechies  $h_n$  (filtro passa baixa) para  $2 \leq p \leq 10$  (DAUBECHIES, 1992, p.195).

Na Figura 20 são ilustradas algumas *wavelets* de Daubechies, as quais foram calculadas a partir dos coeficientes listados na Tabela A1 para  $p = 2, 4, 6$  e  $10$  utilizando o algoritmo de reconstrução (TWDI).

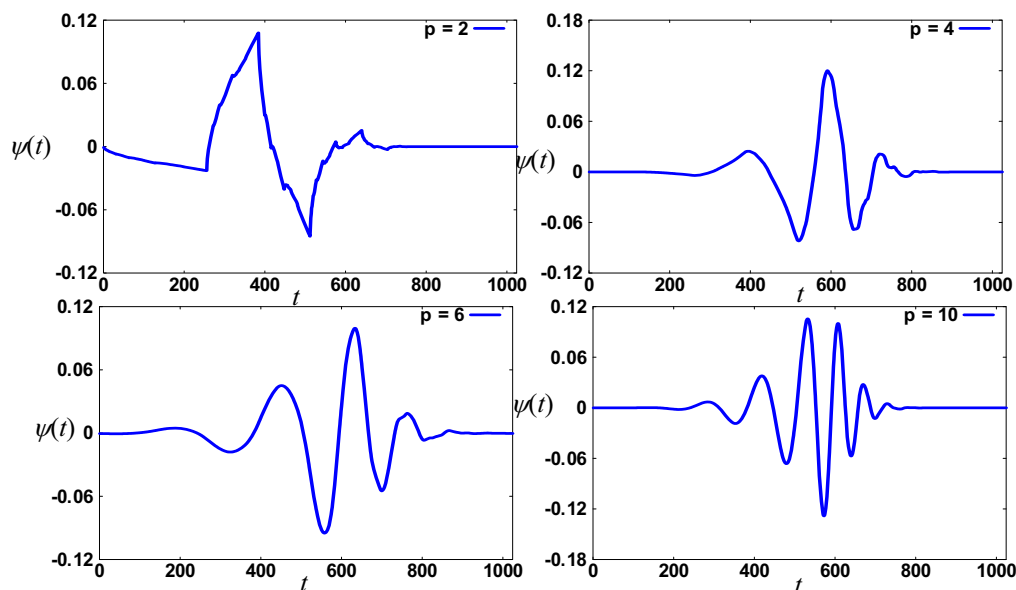


Figura 20 – *Wavelets* de Daubechies  $\psi$  com  $p = 2, 4, 6$  e  $10$ .

Pode-se observar na Figura 20 que as *wavelets* de Daubechies com o menor número de coeficientes ( $p=2$ ) são as menos suaves. Devido a pouca suavidade da *wavelet* Daub2, esta não será utilizada nesta pesquisa.

### 3.4.3. Symmlets

As *Symmlets* também foram introduzidas por I. Daubechies (1992). Da mesma forma que as *wavelets* de Daubechies, as *Symmlets* são ortonormais, têm  $p$  momentos nulos e suporte em  $[-p+1, p]$ . Entretanto, são mais simétricas que as *wavelets* de Daubechies e chamadas de *least asymmetric* na literatura inglesa.

Na Tabela A2 (Anexo A) são apresentados os coeficientes dos filtros passa baixa das *Symmlets* para  $4 \leq p \leq 10$  (DAUBECHIES, 1992, p.198).

Algumas *Symmlets*, calculadas a partir dos coeficientes da Tabela A2 para  $p = 4, 5, 6$  e  $10$ , são ilustradas na Figura 21.



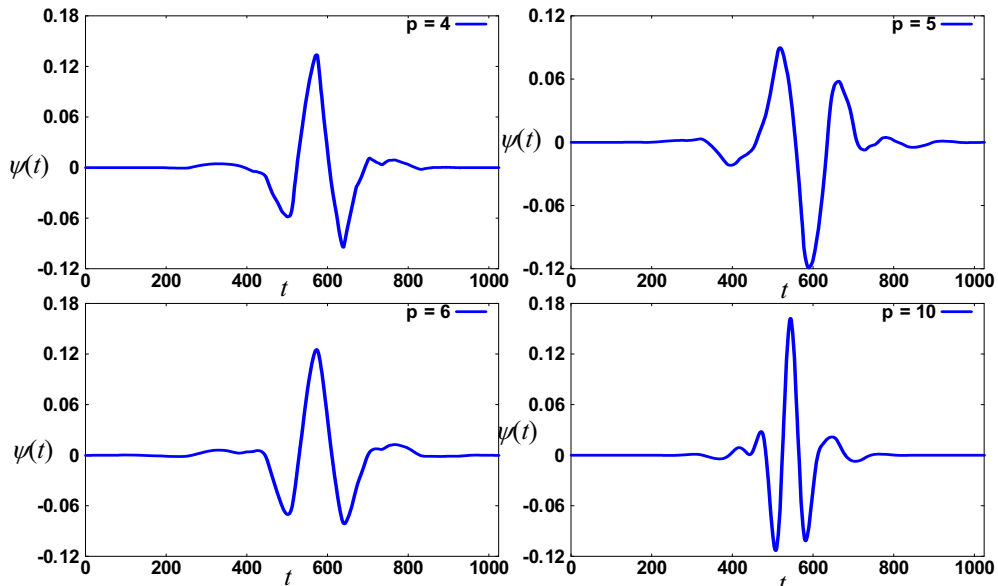


Figura 21 – Symmlets  $\psi$  com  $p = 4, 5, 6$  e  $10$ .

### 3.4.4. Coiflets

R. Coifman sugeriu em 1989 a construção de bases de *wavelets* ortonormais com momentos nulos não apenas para a *wavelet* mãe  $\psi$ , mas também para *wavelet* pai  $\phi$  (DAUBECHIES, 1992, p.258). Daubechies construiu tais *wavelets* e as denominou *Coiflets* em homenagem a R. Coifman.

O objetivo é que  $\psi$  e  $\phi$  satisfaçam

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^l \psi(t) dt = 0, \quad l = 0, \dots, L-1, \quad (45)$$

e

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dt = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} t^l \phi(t) dt = 0, \quad l = 0, \dots, L-1, \quad (46)$$

onde  $L$  é chamado de ordem da *Coiflet*. Na Tabela A3 (Anexo A) são listados os coeficientes das *Coiflets* para  $L = 2, 4, 6, 8$  e  $10$  (DAUBECHIES, 1992, p.261).

Na Figura 22, são ilustradas algumas das *Coiflets*, cujos coeficientes foram listados na Tabela A3 (Anexo A). Da mesma forma que as *wavelets* apresentadas anteriormente, as *Coiflets* da Figura 22 foram esboçadas utilizando o algoritmo piramidal de reconstrução implementado para aplicar a TWDI.

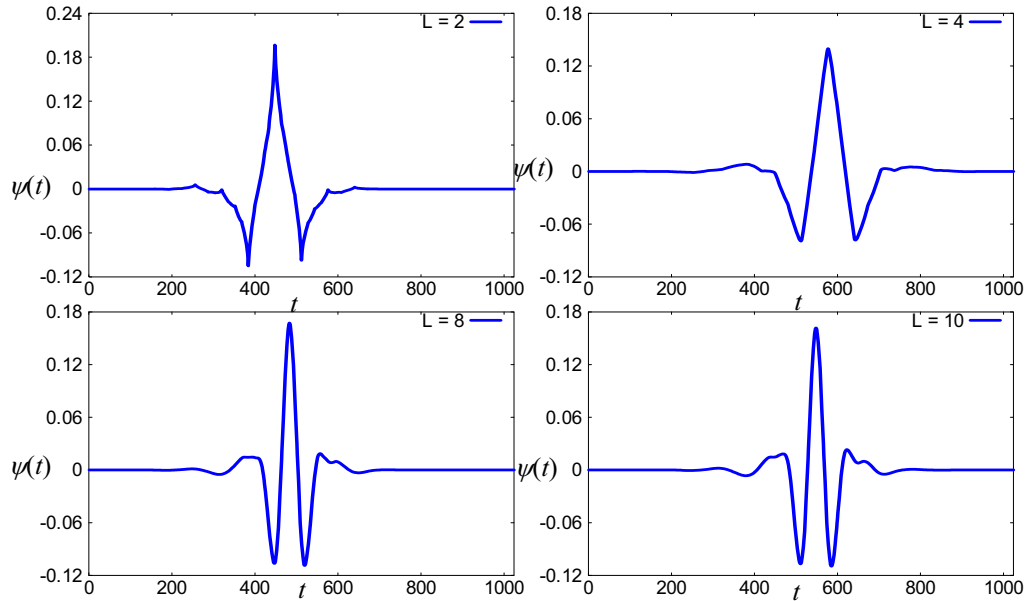


Figura 22 – Coiflets  $\psi$  com  $L = 2, 4, 8$  e  $10$ .

Observando a Figura 22, pode-se notar que as *Coiflets* são *wavelets* quase simétricas.

### 3.4.5. Wavelets Splines Biortogonais

Bases de *wavelets* biortogonais foram introduzidas por Cohen, Daubechies e Feauveau (1992) com o intuito de obter *wavelets* que fossem simétricas e de suporte compacto. *Wavelets* biortogonais construídas a partir de *splines* são atrativas devido ao seu suporte curto e regularidade, pois tais propriedades são muito úteis para redução de truncamentos na reconstrução de sinais (UNSER, 1997). Bases de wavelet biortogonais são também muito utilizadas em compactação de imagens, sendo adotadas no padrão internacional JPG2000 (CHRISTOPOUOS, SKORAS e EBRAHIMI, 2000).

As *wavelets splines* biortogonais são descritas por filtros FIR que permitem reconstrução perfeita. Entretanto, reconstrução perfeita utilizando filtros FIR só é possível se os filtros de construção  $(h, g)$  e reconstrução  $(\tilde{h}, \tilde{g})$  são diferentes. Se  $(h, g)$  e  $(\tilde{h}, \tilde{g})$  são distintos, a base resultante não é ortogonal, mas biortogonal (MALLAT, 1998, p. 264).

Considerando que para  $j \in \mathbb{Z}$ ,  $\{\phi_{j,n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$  e  $\{\tilde{\phi}_{j,n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$  são bases dos espaços  $V_j$  e  $\tilde{V}_j$  e  $\{\psi_{j,n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$  e  $\{\tilde{\psi}_{j,n}\}_{n \in \mathbb{Z}}$  são bases dos espaços de detalhes  $W_j$  e  $\tilde{W}_j$  tem-se que

$$V_j \oplus W_j = V_{j-1} \text{ e } \tilde{V}_j \oplus \tilde{W}_j = \tilde{V}_{j-1}. \quad (47)$$

A biortogonalidade das *wavelets* de decomposição e reconstrução implica que  $W_j$  não é ortogonal a  $V_j$  mas é a  $\tilde{V}_j$ , enquanto que  $\tilde{W}_j$  não é ortogonal a  $\tilde{V}_j$  mas é a  $V_j$  (MALLAT, 1998, p.267). A equação 47 está relacionada com a AMR e foi detalhada na Seção 3.2.

Tem-se *wavelets splines* sempre que as funções  $\psi$  e  $\phi$  são *splines* polinomiais de grau  $n$ . A *wavelet* de Haar pode ser considerada como o caso mais simples, ou seja, uma *spline* de grau 0 (UNSER, 1997). Para noções básicas sobre *splines* pode-se consultar o apêndice A.

Na Tabela A4 (Anexo A) constam os coeficientes dos filtros de decomposição  $h$  e reconstrução  $\tilde{h}$  para  $p = \tilde{p} = 4$  e 5 (COHEN, DAUBECHIES e FEAUVEAU, 1992; DAUBECHIES, 1992).

As respectivas *wavelets splines* biortogonais dos filtros listados na Tabela A4 são mostradas na Figura 23.

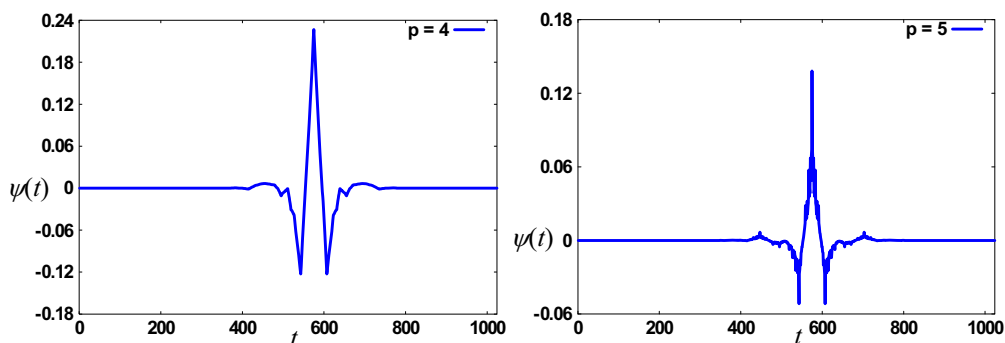


Figura 23 – *Wavelets Splines* Biortogonais  $\psi$  com  $p = 4$  e 5.

### 3.4.6. Bases de *Wavelets* Biortogonais Próximas às Bases Ortonormais

M. Barlaud sugeriu bases de *wavelets* biortogonais muito próximas de bases ortonormais (COHEN, DAUBECHIES e FEAUVEAU; DAUBECHIES, 1992). Tais bases conduzem a filtros simétricos que são muito parecidos com os filtros da *Coiflet*.

Na Tabela A5 (Anexo A) são listados os coeficientes dos filtros de decomposição e reconstrução das bases de *wavelets* biortogonais próximas das *Coiflets* de ordem  $L = 2$  e 4.

Comparando os coeficientes dos respectivos índices  $n$  das Tabelas A4 e A5 para  $L = 2$  e 4, verifica-se que os coeficientes dessa *wavelet* biortogonal são realmente muito parecidos com os filtros da *Coiflet*, a qual é ortonormal.

Na Figura 24 são ilustradas as *wavelets* biortogonais respectivas aos filtros listados na Tabela A5.

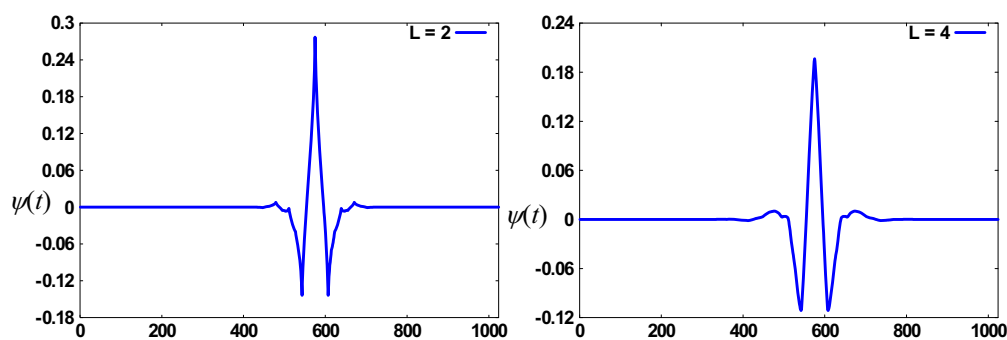


Figura 24 – *Wavelets* Biortogonais  $\psi$  parecidas com as Coiflets de ordem  $L = 2$  e  $4$ .

### 3.5. Análise de *Wavelets*

Nessa seção será abordada a Análise de *Wavelets* (AW), a qual consiste de técnicas de limiarização (*threshold*) ou encolhimento (*shrinkage*) dos coeficientes do espectro de *wavelets*.

#### 3.5.1. Wavelet Shrinkage

O princípio do encolhimento das *wavelets* (*wavelet shrinkage*) tem por objetivo a redução (e mesmo remoção) do ruído presente num sinal, diminuindo (ou zerando) a magnitude dos coeficientes *wavelets* (MORETTIN, 1999, p.191). Nesta seção, tal procedimento é brevemente descrito. Para mais detalhes, pode-se consultar Donoho e Johnstone (1994, 1995), Donoho et al. (1995) e Souza (2004a,b).

Dessa forma, o procedimento do encolhimento consiste nos três estágios seguintes:

- 1) A partir da TWD de  $y_1, \dots, y_n$ , obtêm-se os  $n$  coeficientes *wavelets*  $y_{j,k}$ ;
- 2) Usam-se limiares não lineares para anular ou reduzir aqueles coeficientes abaixo de certos valores. Obtêm-se, nesse estágio, os coeficientes desprovidos de ruído. Na Seção 3.5.1.2 é descrito sobre a garantia de que apenas o ruído é removido e não as informações características do próprio sinal. Nessa etapa, pode-se também extrair informações sobre efeitos, tal como o multicaminho;
- 3) A partir da TWDI dos coeficientes do estágio (2), o sinal é reconstruído sem as componentes relativas aos ruídos.

Para a escolha dos limiares no segundo estágio, existem dois problemas: um é a escolha do esquema de limiares e o outro é a escolha dos parâmetros que governam esse esquema. Esses problemas são discutidos nas seções 3.5.1.1 e 3.5.1.2, respectivamente.

### 3.5.1.1. Escolha dos Esquemas de Limiarização

Os principais e mais utilizados esquemas de limiarização são o limiar rígido (*hard threshold*) e o suave (*soft threshold*).

Considere  $d$  um vetor de componentes  $\{d_i\}_{i=0}^{n-1} \in \mathfrak{R}$  e  $\lambda_T$  um limiar também real. O limiar rígido é definido por

$$L_\lambda^R(d_i) = \begin{cases} 0, & |d_i| < \lambda_T \\ d_i, & |d_i| \geq \lambda_T \end{cases} \quad (48)$$

Enquanto o limiar suave,

$$L_\lambda^S(d_i) = \text{sign}(d_i)(|d_i| - \lambda_T) = \begin{cases} d_i - \lambda_T, & d_i > \lambda_T \\ 0, & -\lambda \leq d_i \leq \lambda_T \\ d_i + \lambda_T, & d_i < -\lambda_T \end{cases} \quad (49)$$

A Figura 25 mostra como os limiares rígido e suave agem. Note que o limiar rígido é do tipo “mata” ou “preserva”, ao passo que o suave é do tipo “mata” ou “reduz”.

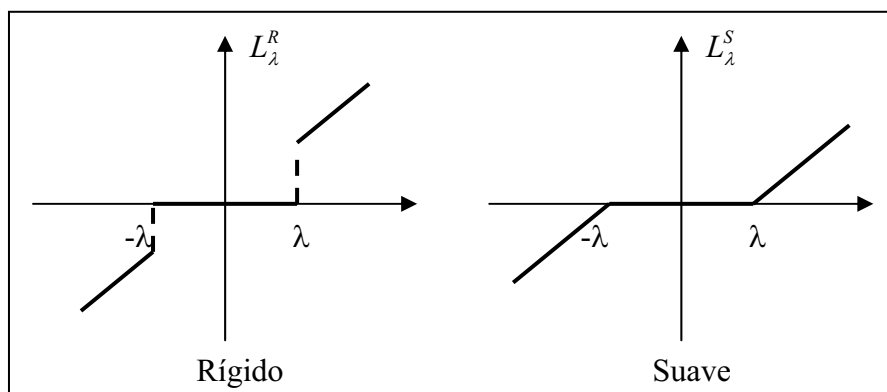


Figura 25 – Limiar Rígido e Suave em  $f(t) = t$   
Fonte: MORETTIN, 1999.

Para mais detalhes sobre os limiares apresentados e outros existentes, pode-se consultar Donoho e Johnstone (1994), Morettin (1999) e Souza (2004a).

Na seção seguinte são apresentadas algumas considerações sobre o parâmetro  $\lambda_T$  das equações 48 e 49, o qual pode ser estimado automaticamente a partir de cada série temporal.

### 3.5.1.2. Escolha dos Parâmetros

Para a escolha do parâmetro  $\lambda_T$ , que aparece nas equações 48 e 49, pode-se utilizar um limiar global, aplicável a todos os níveis ou limiares que dependem do nível  $j$ , ou seja, para cada escala tem-se um limiar  $\lambda_{Tj}$ . Entretanto, pode-se aplicar o limiar apenas na escala mais fina (o primeiro nível de decomposição), pois Daubechies (1992) mostra que nesse nível, os coeficientes *wavelets* são praticamente puro ruído (desprezíveis). Logo, tem-se a garantia de que todos os componentes que representam as informações e características do sinal são preservados. A motivação para o uso das *wavelets* é poder representar um sinal com um pequeno subconjunto de coeficientes, desprezando (zerando) os demais. Dessa forma, torna-se claro o uso de esquemas de limiarização como os da Seção 3.5.1.1, pois ao desprezar alguns coeficientes e manter os que efetivamente contribuem com o sinal, está-se eliminando o ruído (SOUZA, 2004a, p.82).

Donoho e Johnstone (1993) resolveram o problema da escolha do parâmetro  $\lambda$  propondo o uso do limiar universal:

$$\lambda_T \stackrel{\Delta}{=} \hat{\sigma} \sqrt{2 \log n}, \quad (50)$$

onde  $\hat{\sigma}$  é a estimativa do nível de ruído, o qual deve ser estimado a partir dos dados da série temporal.

O limiar universal provê uma maneira rápida e automática de limiarização, além de garantir que o sinal a ser obtido é assintoticamente tão suave quanto à série temporal original (VON SACHS, 1998).

Para estimar o nível de ruído na equação 50, Donoho e Johnstone (1994) propuseram o seguinte estimador:

$$\hat{\sigma} = \text{med} \left\{ |d_{0,k}| : 0 \leq k < n/2 \right\} / 0,6745, \quad (51)$$

onde *med* indica a mediana, o índice 0 representa a escala mais fina ou de resolução mais alta e o fator 0,6745 é determinado estatisticamente em Donoho et al. (1995).

Outra opção é

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n/2 - 1} \sum_{k=0}^{n/2-1} (d_{0,k} - \bar{d}), \quad (52)$$

porém, o estimador dado pela equação 52 não é indicado para grandes conjuntos de dados (VIDAKOVIC e MUELLER, 1991). Dessa forma, o estimador apresentado na equação 51 é utilizado nesta pesquisa.

Existem outros limiares variantes do limiar universal e também algumas combinações caracterizadas por outros nomes (COIFMAN e DONOHO, 1995; DONOHO e JOHNSTONE, 1993; DONOHO e JOHNSTONE, 1994; DONOHO et al., 1995; NASON, 1994,1996; MORETTIN, 1999).

## 4. METODOLOGIA

Para detectar, reduzir ou praticamente eliminar o efeito do multicaminho do posicionamento relativo estático e cinemático (RTK), as séries temporais dos resíduos das DDs são analisadas através de uma metodologia baseada na AMR utilizando a TW e *wavelet shrinkage* que caracteriza a AW. Os procedimentos a serem realizados são descritos nas seções 4.1 e 4.2 para o posicionamento relativo estático e cinemático, respectivamente. Na Seção 4.3 são apresentadas as características principais do *software* GPSeq em desenvolvimento e as estratégias adotadas na implementação dos métodos envolvidos nesta pesquisa. Também é descrito brevemente sobre o *software* SimGEN na Seção 4.4, o qual será utilizado nesta pesquisa para simulação de dados cinemáticos.

### 4.1. Posicionamento Relativo Estático

Para realizar o posicionamento relativo GNSS, usualmente utiliza-se a estimativa pelo FK. Devido ao fato das DDs serem utilizadas na construção do modelo matemático funcional, apenas o efeito do multicaminho não é reduzido quando se considera o posicionamento relativo envolvendo LB curtas. Logo, o multicaminho se torna a fonte de erro mais significativa nas DDs e, conseqüentemente, nos resíduos de tais DDs.

Existem diferentes metodologias para aplicar *wavelets* e reduzir o efeito do multicaminho. Uma delas refere-se a reduzir o multicaminho diretamente nas DDs (XIA, 2001; SOUZA, 2004a,b; SOUZA e MONICO, 2004, SOUZA et al., 2005). Mas nesse caso, apenas parte do efeito do multicaminho é reduzida, a de frequência alta devido aos atrasos longos. A metodologia proposta nesta pesquisa refere-se a reduzir efetivamente o efeito do multicaminho, principalmente o de frequência baixa, aplicando as *wavelets* nos resíduos das DDs (SOUZA et al., 2007b, 2008a). Uma vez detectado, esse efeito é corrigido no sinal de DD GNSS e o FK é aplicado novamente.

Sumarizando, a metodologia baseada em *wavelets* para detectar e corrigir o efeito do multicaminho em aplicações estáticas é dividida em cinco passos:

- 1) Decomposição *wavelet*:** os resíduos de cada DD, provenientes do FK, são decompostos pela TWD usando o algoritmo piramidal (Seção 3.3). Obtém-se, portanto, os coeficientes *wavelets* que representam os resíduos para cada DD.



**2) Identificação do efeito do multicaminho modificando os coeficientes *wavelet* a partir da AW.** Nesse processo, dois problemas estão envolvidos: um é a escolha do esquema de limiares, apresentada na Seção 3.5.1.1 e o outro é a escolha dos parâmetros que governam esse esquema, descritos na Seção 3.5.1.2. Na escolha do esquema, dois são tradicionalmente utilizados: o limiar rígido (*hard threshold*) e o suave (*soft threshold*). Segundo Souza (2004a) e Souza e Monico (2004), o limiar rígido proporciona melhores resultados quando aplicados a série temporal das DDs GNSS da fase e PD. Ao aplicar o limiar rígido, a idéia é zerar os coeficientes *wavelet* que não excedem um determinado  $\lambda$ , calculado pelo limiar não linear universal (Seção 3.5.1.2). Nesse passo, o nível de ruído (Seção 3.5.1.2) da série temporal dos resíduos das DDs deve ser calculado para que os componentes relativos aos ruídos possam ser separados e os componentes relativos ao efeito do multicaminho de frequência baixa e alta possam ser detectados. Usualmente, para limiarização de séries temporais com erros não estacionários envolvidos, é necessário calcular o ruído em cada nível da decomposição (VON SACHS, 1998). Mas no método proposto, os erros não estacionários não devem ser excluídos (zerados). Eles precisam ser mantidos na série temporal que representa o erro do multicaminho. Portanto, apenas as partes não desejadas (ruído) são removidas e os coeficientes ou componentes remanescentes representam a informação significativa, que nesse caso (resíduos das DDs envolvendo linhas de base curtas), é o efeito do multicaminho de frequência baixa e alta.

**3) Extração do erro proveniente do efeito do multicaminho de frequência baixa e alta:** os componentes provenientes do passo 2 são agora utilizados para a reconstrução da série temporal utilizando a TWDI (algoritmo piramidal inverso).

**4) Correção do efeito do multicaminho:** os erros extraídos do multicaminho no passo 3 são diretamente aplicados nas DDs para corrigi-las desse efeito.

**5) Aplicação das DDs corrigidas do efeito do multicaminho no modelo matemático funcional.** Uma vez que as observações de DDs estão corrigidas do efeito do multicaminho, o FK é aplicado novamente e os resíduos remanescentes são agora caracterizados pelo ruído das próprias medidas.

Para aplicar a TWD no passo 1, é necessário escolher uma das *wavelets* mãe apresentadas na Seção 3.4. Como essa escolha é importante para que resultados satisfatórios possam ser obtidos, faz-se necessário avaliar o desempenho das bases de *wavelets* ortonormais e biortogonais: Daubechies (Daub), *Symmlets* (Sym), *Coiflets* (Coif), *wavelets Splines* (Spline) e *wavelets* biortogonais próximas das *wavelets* ortonormais (Bior). Além do

desempenho individual de cada *wavelet* mãe, poderá ser comparado também o suporte de cada uma dessas bases (SOUZA et al., 2007a).

Em relação aos experimentos, estes foram realizados de forma que o efeito do multicaminho fosse controlado, para que os resultados pudessem ser comparados. Em um primeiro momento a coleta de dados foi realizada com objetos refletoras que causassem propositalmente o efeito do multicaminho. Em um segundo momento esses objetos foram retirados para que as coordenadas de referência da antena do receptor fossem determinadas e utilizadas na comparação dos resultados. Os dados foram processados posteriormente à coleta, sem e com a metodologia proposta.

Para a solução das ambigüidades reais (*float*) como valores inteiros (*fixed*) foi utilizado o método *Least Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment* (LAMBDA), desenvolvido na Universidade de Tecnologia de Delft, Holanda (TIBERIUS, DE JONGE, 1995, 1996; TEUNISSEN, 1998a; SOUZA, MEIRA e MONICO, 2002). Esse método, pertencente às técnicas *On-The-Fly* (OTF), possibilita a estimação rápida dos números inteiros de ciclos através de uma transformação no conjunto das ambigüidades, o que viabiliza a solução das ambigüidades em aplicações cinemáticas.

Tão importante quanto a solução das ambigüidades, é a validação dessa solução. Um teste muito utilizado nessa etapa é o teste *Ratio*, o qual é definido pela razão entre a norma ao quadrado do segundo melhor e o melhor vetor de resíduos das ambigüidades (TEUNISSEN, 1998a). Entretanto, alguns princípios não realísticos têm sido considerados na literatura, como por exemplo, a distribuição probabilística e o uso da teoria clássica de teste de hipótese para derivação do teste *Ratio*. Nesse sentido, uma boa opção é o teste estatístico *Ratio Integer Aperture* (RIA) desenvolvido por Teunissen e Verhagen (2004), pois possibilita a validação da solução das ambigüidades com maior confiabilidade. Para mais detalhes do teste RIA e do seu desempenho na validação da solução das ambigüidades na presença do efeito do multicaminho, pode-se consultar Verhagen (2005) e Souza e Monico (2005a, b, c).

Para avaliar e comparar a qualidade dos resultados, a solução das ambigüidades, os resíduos, as observações de DDs e as coordenadas estimadas foram analisadas.

Na análise da solução das ambigüidades, além da validação da solução, o tempo necessário para a solução confiável também foi avaliado. Espera-se que esse tempo seja menor quando as observações estiverem sem o efeito de multicaminho.

Em termos de resíduos das DDs, foi utilizado o erro médio quadrático (EMQ) de uma observação isolada, o qual é definido por (GEMAEL, 1994, p.88)

$$EMQ = \sqrt{\frac{\sum V_i^2}{n-1}}, \quad (53)$$

onde  $V_i$  representa o vetor dos resíduos e  $n$  o tamanho da amostra, ou seja, o número de instantes utilizados no processamento.

Para analisar a qualidade das observações de DDs, utilizou-se o teste de detecção de erros globais não modelados (como por exemplo, o multicaminho) denominado *Global Overall Model* (GOM). Esse teste envolve as observações desde o instante  $t_0$  até ao  $t$  (TEUNISSEN, 1998b, p.299):

$$T_{GOM}^{t_0,t} = \frac{\sum_{i=t_0}^t V_i^T Q_{V_i}^{-1} V_i}{q}, \quad (54)$$

onde  $Q_{V_i}$  é a Matriz de Variância e Covariância (MVC) dos resíduos e  $q$  é o número de graus de liberdade. O erro é detectado quando a estatística  $T_{GOM}^k$  exceder o valor da  $\chi^2$ , a um determinado nível de significância  $\alpha$ . Assim, quanto menor o valor dessa estatística, melhor a qualidade das observações indicando que o efeito do multicaminho foi melhor corrigido. Entretanto, vale ressaltar que a detecção de erros utilizando a estatística GOM só ocorre se o modelo estocástico estiver sendo considerado corretamente.

Em relação à análise das coordenadas estimadas no ajustamento, essas foram comparadas antes e após a correção do efeito do multicaminho com as coordenadas de referência, ou seja, as coordenadas conhecidas da estação. Nessa análise, o EMQ pode ser calculado. A partir da diferença (*dif*) entre as coordenadas estimadas (com e sem a correção do efeito do multicaminho) e as coordenadas de referência, pode-se obter o erro médio (MIKHAIL e ACKERMANN, 1976):

$$erro_{medio} = \frac{\sum dif}{s}, \quad (55)$$

onde  $s$  é o número total de pares de coordenadas avaliados. O desvio padrão dessas diferenças é dado por

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (dif - erro_{medio})^2}{s-1}}. \quad (56)$$

Logo, o EMQ das coordenadas comparadas é obtido a partir das quantidades anteriores da seguinte forma (MIKHAIL e ACKERMANN, 1976):

$$EMQ = \sqrt{\text{erro}_{\text{medio}}^2 + \sigma^2} . \quad (57)$$

## 4.2. Posicionamento Relativo Cinemático

O posicionamento relativo cinemático pode ser realizado em tempo real, o que caracteriza o RTK, ou pós-processado. No RTK, requer-se que as ambigüidades sejam solucionadas o mais rápido possível. Mas, para posicionamentos pós-processados, em um primeiro momento, é conveniente tentar solucionar as ambigüidades apenas no último instante do processamento. Se as ambigüidades puderem ser solucionadas, em um segundo momento, reprocessa-se os dados injuncionando as ambigüidades como valores inteiros. Em muitos casos, as ambigüidades não podem ser solucionadas com confiabilidade. Mas mesmo quando as ambigüidades não são solucionadas, suas precisões no último instante são bem melhores que no começo do processamento. Dessa forma, uma maneira de obter resultados pós-processados de melhor qualidade é injuncionar as ambigüidades *float*, bem como suas respectivas precisões e reprocessar os dados. Para mais detalhes desse procedimento pode-se consultar Souza, Monico e Pagamisse (2008) e Souza et al. (2008b).

Em ambos os casos de posicionamento relativo cinemático (RTK ou pós-processado), o efeito do multicaminho na série temporal dos resíduos apresenta variações bruscas e muitas oscilações devido às alterações rápidas na geometria do ambiente do levantamento. Logo, quando o interesse é gerar as correções devido aos erros do multicaminho para o caso cinemático, deve-se adotar alguns procedimentos diferentes dos apresentados para o posicionamento relativo estático na Seção 4.1.

Na detecção do multicaminho em aplicações cinemáticas é necessário realizar o processamento em subintervalos de dados. Cada subintervalo será denotado como uma janela de dados. Os cinco passos descritos na Seção 4.1 são executados para cada janela. Em relação ao passo 1, em cada instante  $k$ , os resíduos das DDs de PD e de fase do instante  $k - \tau + 1$  até o instante  $k$  são decompostas para estimar o multicaminho. Como o algoritmo piramidal é utilizado para aplicar a transformada de *wavelets*, é necessário considerar  $\tau \geq 4$ . Assim, para processar dados de cada instante, dados de instantes anteriores são utilizados,

mas apenas aqueles do instante atual  $k$  é corrigido, pois, nesse momento as correções dos instantes anteriores já foram aplicadas nas janelas anteriores.

Nesse processo, o tamanho ou a dimensão da janela móvel precisa ser determinada avaliando a qualidade dos resultados, mas, de forma que o tempo computacional seja otimizado.

Para a decomposição da série temporal dos resíduos no passo 1, será utilizada uma das *wavelets* mãe apresentadas na Seção 3.4, cujo desempenho for o melhor para o posicionamento cinemático.

Para verificação e validação da metodologia proposta é necessário realizar experimentos controlados de forma que seja possível comprovar a eficiência ou não da mesma. A realização de um experimento desse tipo não é uma tarefa fácil visto que vários fatores devem ser considerados.

Nesse sentido, torna-se ideal o uso de simuladores de dados. O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) adquiriu recentemente o SimGEN, o qual simula sistemas de posicionamento GPS. Esse simulador é brevemente descrito na Seção 4.4.

Com esse simulador pode-se gerar dados de um veículo equipado com um receptor GPS, cujo movimento (circular ou linear, por exemplo) é conhecido. Dessa forma, num primeiro momento, pode-se gerar dados sem o efeito do multicaminho e posteriormente simular objetos refletores nas proximidades do receptor. Logo, ao aplicar a AMR e AW na detecção e correção do efeito do multicaminho, é possível comparar os resultados obtidos, ou seja, as coordenadas estimadas com as conhecidas previamente.

Embora experimentos simulados sejam importantes, é a realização de um experimento controlado em ambiente real é imprescindível para a validação da metodologia proposta. Assim, foi realizado um experimento utilizando um veículo (trator) com movimento controlado realizando uma trajetória circular em torno de um pivô, o qual foi considerado como a estação base para o posicionamento relativo. Conhecendo-se as coordenadas dessa estação base, pode-se determinar a posição do veículo na circunferência em cada instante. O comprimento da LB estimada em cada instante, a qual coincide com o raio da circunferência, foi comparado com o valor conhecido, medido através de métodos apropriados de topografia. Para refletir os sinais e causar propositalmente o efeito do multicaminho foi colocado um ônibus nas proximidades do trator.

Para verificar a qualidade das observações em cada instante é necessário utilizar o teste de detecção de erros locais não modelados (como por exemplo, o

multicaminho) denominado *Local Overall Model* (LOM). Esse teste envolve as observações apenas do instante  $k$  (TEUNISSEN, 1998b, p.295):

$$T_{LOM}^k = \frac{V_k^T Q_{V_k}^{-1} V_k}{q} \quad (58)$$

onde  $Q_{V_k}$  é a MVC dos resíduos e  $q$  é o número de graus de liberdade em cada instante  $k$ . O erro é detectado quando a estatística  $T_{LOM}^k$  exceder o valor da  $\chi^2$ , a um determinado nível de significância  $\alpha$ . Assim, quanto menor o valor dessa estatística, melhor a qualidade das observações indicando que o efeito do multicaminho foi melhor corrigido.

#### 4.2.1. Metodologia para análise do modelo matemático funcional de DDs no posicionamento cinemático

Nessa seção é discutida uma metodologia para mostrar que o modelo matemático funcional de DDs, as quais envolvem diferenças de distâncias entre receptores e satélites, representa o movimento do receptor móvel.

Para simplificar o entendimento, serão utilizadas operações gráficas com vetores para um caso genérico. Entretanto, esse processo pode ser realizado algebricamente encontrando os componentes de cada vetor, combinando-os para obter os componentes do vetor resultante e, então, convertendo-os na forma polar.

A soma de dois vetores,  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$ , é um vetor  $\mathbf{C}$ , que é obtido colocando o ponto inicial de  $\mathbf{B}$  no ponto final de  $\mathbf{A}$ , e então desenhando uma linha do ponto inicial de  $\mathbf{A}$  até o ponto final de  $\mathbf{B}$ . Já a subtração é definida pela diferença de dois vetores  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ , a qual gera um vetor  $\mathbf{C} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$  ou  $\mathbf{C} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$ . Assim, a subtração de vetores pode ser representada pela adição do vetor  $\mathbf{A}$  com o vetor  $\mathbf{B}$  na direção oposta. Esse processo é ilustrado na Figura 26 para a SD. Cada vetor representa uma observável, como por exemplo a PD, com uma direção e magnitude, que é a distância entre o satélite e o receptor.

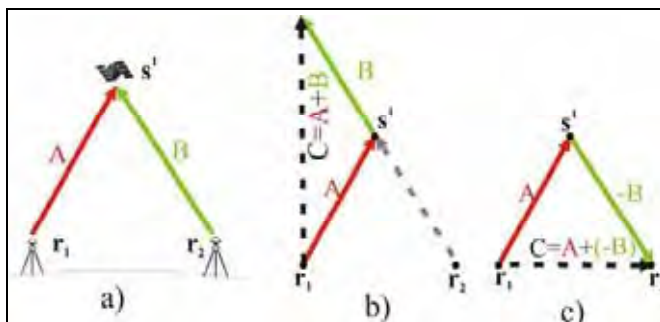


Figura 26 – a) Representação gráfica da SD. b) Ilustração da soma de vetores. c) Ilustração da subtração de vetores C, que é a SD. O vetor de SD resultante coincide com o vetor da LB.

Independentemente da posição dos receptores e satélite, é possível obter um plano passando por três pontos similarmente a Figura 26c. Para cada SD formada, o vetor resultante coincide teoricamente com o vetor da LB, que é a distância entre os receptores  $r_1$  e  $r_2$ . Considerando diferentes satélites, os diversos vetores de SD resultantes (vetor C na Figura 26c) seriam os mesmos se erros inerentes às observações não estivessem presentes.

Quando a DD é calculada, é realizada a diferença entre dois vetores de SD, como ilustrado na Figura 27.

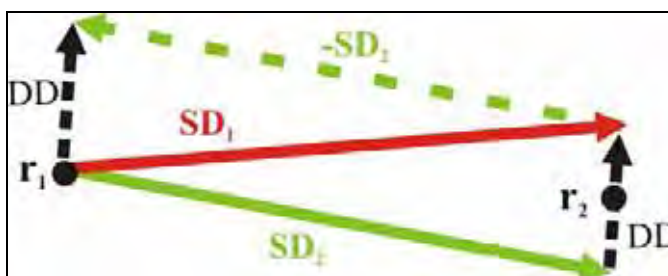


Figura 27 – Representação gráfica da  $DD = SD_1 - SD_2$ .

É importante observar que este procedimento refere-se a uma análise do DD como uma grandeza vetorial. Entretanto, para o cálculo das coordenadas da posição de  $r_2$ , utiliza-se a DD como uma grandeza escalar. Nesse caso, são realizadas diferenças de distâncias, as quais permitem que a geometria de distribuição dos satélites seja levada em consideração, ou seja, o valor de cada SD depende da posição de cada satélite.

No posicionamento relativo cinemático, o receptor base  $r_1$  permanece parado enquanto o receptor móvel  $r_2$  está em movimento. Quando o deslocamento inicia, a direção do vetor de DD depende da direção do movimento do receptor móvel. Além disso, a magnitude do vetor de DD (comprimento do vetor) é modificada proporcionalmente à distância que o receptor móvel vai tomando em relação à estação base. Se o receptor está em

um movimento cíclico, por exemplo, o vetor de DD também descreverá uma trajetória em movimento cíclico. A Figura 28 ilustra o vetor de DD nos instantes  $t_i$  e  $t_{i+k}$ .

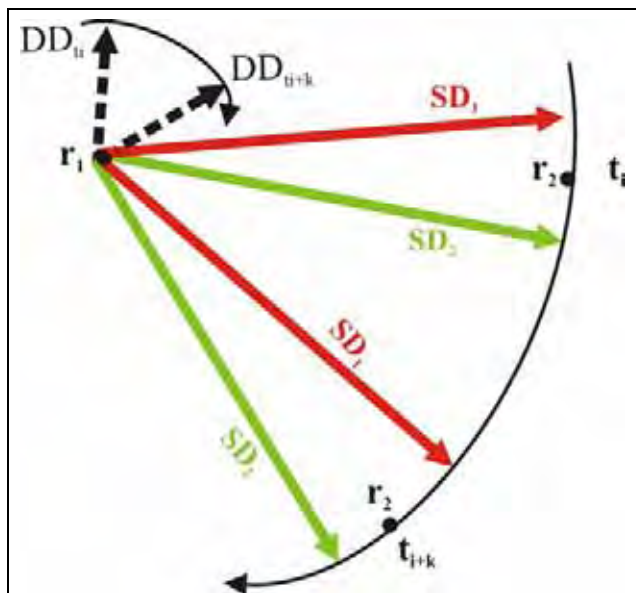


Figura 28 – Representação gráfica da DD quando o receptor móvel ( $r_2$ ) está em movimento circular.

Com os experimentos realizados, os quais são apresentados no Capítulo 5, essa análise teórica poderá ser confirmada.

### 4.3. Software em desenvolvimento: GPSeq

Nesta seção são abordados os conceitos do *software* GPSeq (MACHADO e MONICO, 2002; SOUZA et al., 2006; MONICO et al., 2006), o qual está em desenvolvimento na FCT/UNESP e está sendo ampliado nesta pesquisa.

O GPSeq é um *software* para processamento de dados GPS oriundos de posicionamento relativo de linhas de base curtas. Este *software* realiza um ajustamento recursivo utilizando como observações as DDs da fase de batimento da onda portadora e da PD (MACHADO e MONICO, 2002).

Começou a ser desenvolvido em linguagem FORTRAN 77 (Compilador Lahey Fujitsu Fortran 95) operando apenas em sistema DOS. Devido à necessidade de processar e analisar muitos dados, nesta pesquisa foi desenvolvida uma interface gráfica em linguagem C e C++ Builder. Parte dos códigos foi transcrita de FORTRAN para C, mas a maior parte dos códigos em diferentes linguagens foi integrada através de *Dynamic Link Libraries* (DLLs).



A utilização de interface gráfica é importante para facilitar a análise, principalmente dos resíduos das DDs, pois na análise do multicaminho é necessário verificar a repetibilidade e a tendência do efeito do multicaminho, bem como comparar visualmente e analiticamente várias séries temporais de resíduos ao mesmo tempo. Um exemplo desse tipo de gráfico, no qual podem ser esboçadas até nove séries temporais simultaneamente, é apresentado na Figura 29.

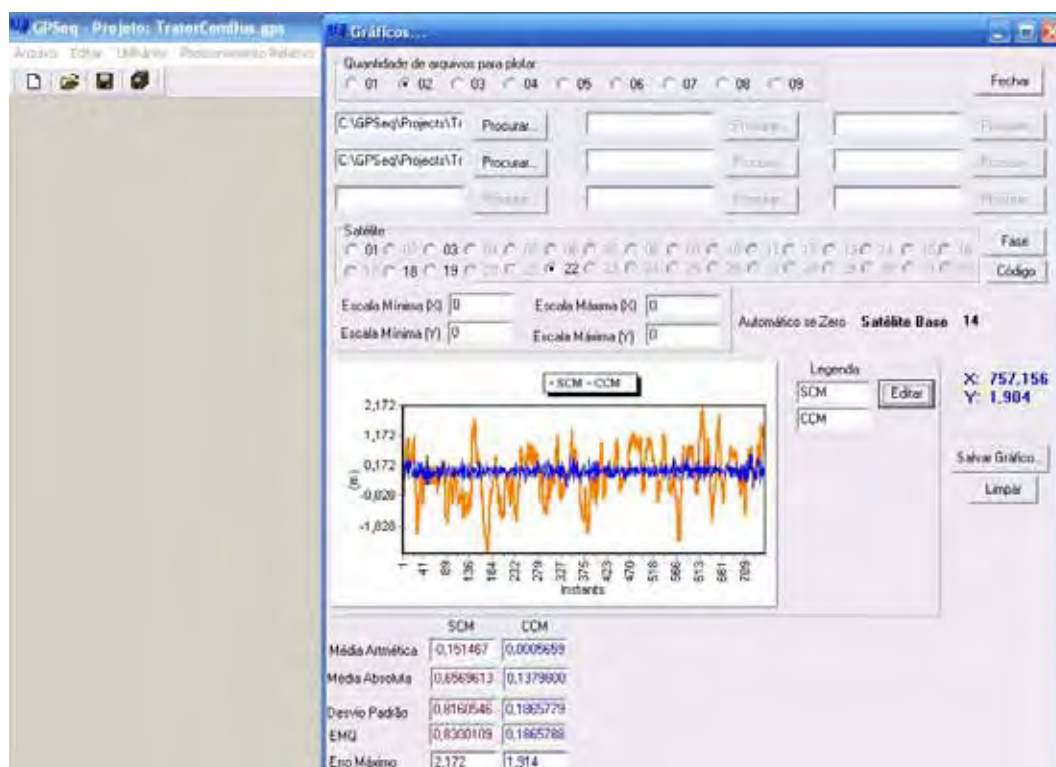


Figura 29 – Exemplo de gráfico do *software* GPSeg.

Também foram criados aplicativos de fácil utilização para edição e transformação de dados RINEX. Esses aplicativos são baseados no *software* TEQC. Um exemplo desses utilitários é apresentado na Figura 30.

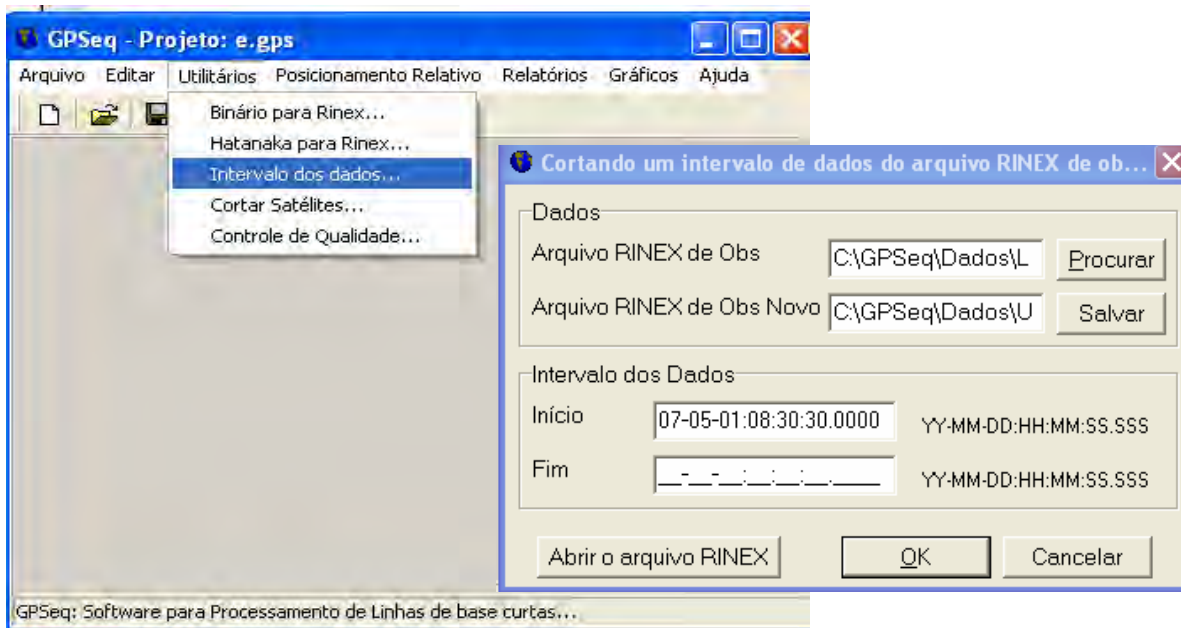


Figura 30 – Exemplo de utilitário na interface gráfica do *software* GPSeq.

No utilitário que se refere ao controle de qualidade a partir do *software* TEQC, além de informações sobre ionosfera e outros, pode-se gerar arquivos sobre a SNR e indicativos de multicaminho em uma estação MP1 e MP2 (Seções 2.5.2 e 2.5.3). Esses dados podem ser plotados no próprio GPSeq conforme ilustra a Figura 31 em termos da SNR e a Figura 32 para o MP.

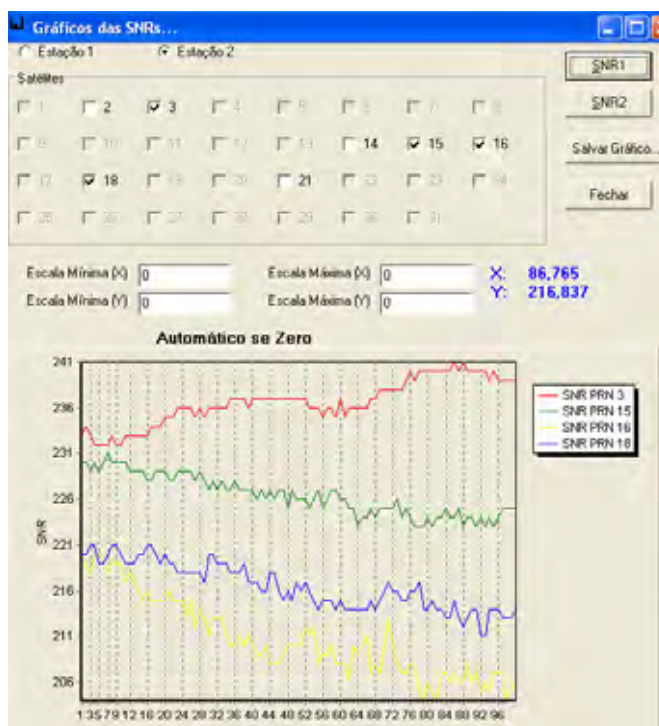


Figura 31 – Gráfico da SNR de diferentes satélites.

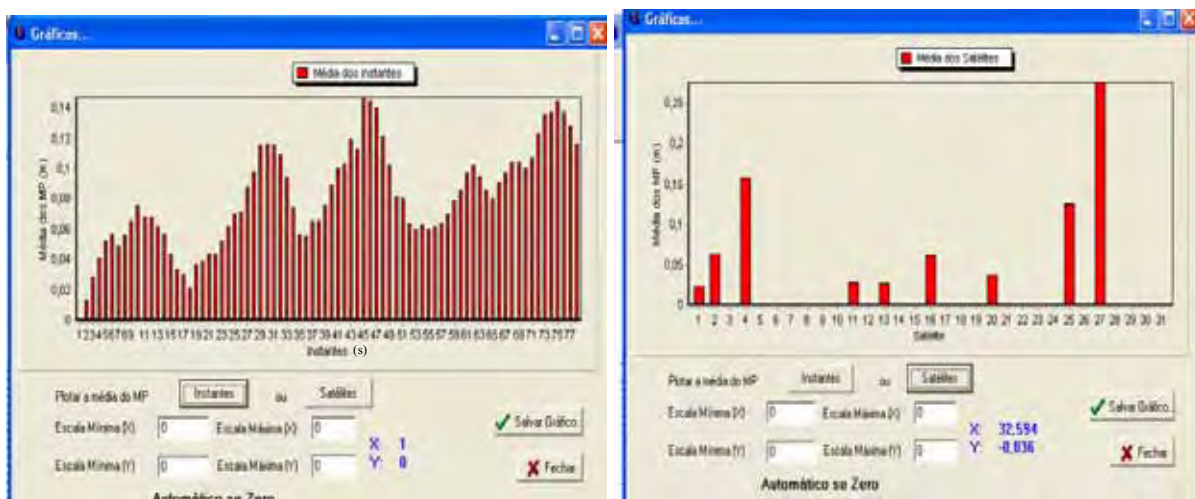


Figura 32 – Gráfico das médias do MP para cada instante e também para cada satélite.

Em relação ao posicionamento relativo, ao criar um projeto no *software* GPSeq, os arquivos de configuração dos dados de entrada e de resultados do processamento são organizados em diretórios específicos. Em relação aos dados de entrada, os mesmos podem ser configurados conforme a Figura 33.

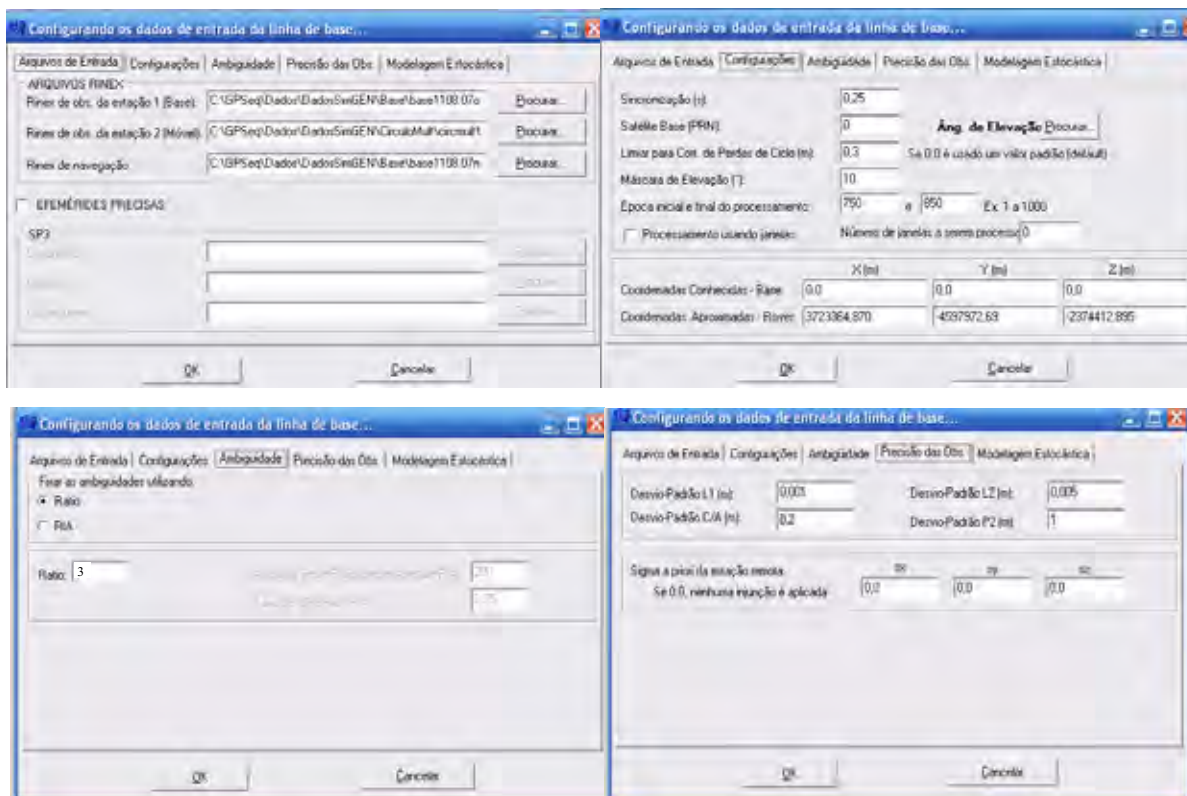


Figura 33 – Configuração dos dados de entrada no *software* GPSeq.

No momento é possível processar apenas uma LB de cada vez. Os dados de entrada devem estar no formato RINEX (IGS, 2003), permitindo que receptores de fabricantes

distintos possam ser utilizados na coleta dos dados (MACHADO e MONICO, 2002). Conforme a Figura 33, deve-se indicar o endereço de onde se encontram os arquivos RINEX, o valor limite para assumir que as observações coletadas pelos receptores base e móvel são simultâneas (*Synchronization*), a precisão das observações de fase de batimento da onda portadora (L1 e L2) e PD (C/A e P2) e o número *Pseudo Random Noise* (PRN) do satélite base, o número de amostras a serem geradas pelo Teste *Ratio Integer Aperture* (RIA) para validação da solução das ambigüidades (TEUNISSEN e VERHAGEN, 2004; SOUZA e MONICO, 2005a, b, c), bem como a taxa de falha fixa para que a probabilidade de falha nunca ultrapasse tal valor, além do instante inicial e final do processamento.

Na solução das ambigüidades, conforme descrito na Seção 4.1, é utilizado o método LAMBDA (TIBERIUS, DE JONGE, 1995, 1996; TEUNISSEN, 1998a; SOUZA, MEIRA e MONICO, 2002). Já na validação da solução das ambigüidades, têm-se duas opções. Na primeira delas, pode-se optar por solucionar as ambigüidades pelo teste *Ratio Convencional*, ou seja, quando o valor desse teste for maior que 3, por exemplo, conforme ilustrado na Figura 33. A segunda opção refere-se a utilizar o teste RIA, onde a ambigüidade será solucionada quando a probabilidade de falha dessa solução não ultrapassar um valor pré-estabelecido, por exemplo, 0,25 (Figura 33). Nesse caso, é equivalente dizer que a probabilidade de sucesso será maior que 0,75.

O número *Pseudo Random Noise* (PRN) do satélite base pode ser escolhido pelo usuário, mas se definido como zero, o *software* escolhe o satélite com o maior ângulo de elevação.

#### 4.3.1. Estratégias adotadas no processamento dos dados

Com o intuito de viabilizar as aplicações cinemáticas, além das estáticas, o Filtro de Kalman (FK) (BIERMAN, 1977) torna-se uma ferramenta bastante adequada ao processo de estimação dos parâmetros. Dessa forma, os princípios do FK foram adotados no desenvolvimento do *software*.

No processo de estimação pelo Filtro de Kalman, os parâmetros estimados no último instante representam a melhor solução, pois esse estimador considera as informações dos instantes anteriores. Por isso, na solução das ambigüidades das DDs utiliza-se a solução *float* (ambigüidades estimadas como números reais) e respectiva MVC do último

instante como dado de entrada para a subrotina LAMBDA. Esse procedimento é realizado no posicionamento relativo estático.

No posicionamento cinemático, pode-se realizar o processamento de duas formas. A primeira é adequada para o posicionamento cinemático pós-processado, pois após solucionar as ambigüidades das DDs no último instante, o processo pode retornar ao início. Nessa etapa do processamento, as ambigüidades das DDs são introduzidas como constantes no modelo matemático funcional, restando apenas os três parâmetros referentes as componentes das coordenadas da estação móvel. Com esse procedimento, a probabilidade de solucionar as ambigüidades das DDs corretamente aumenta e, por conseqüência, as coordenadas de todos os pontos rastreados podem ser estimadas com alta precisão, inclusive as do início do rastreo.

A segunda possibilidade idealiza o RTK, pois, desde o início do processamento tenta-se solucionar as ambigüidades levando em consideração a confiabilidade dessa solução a partir do teste *Ratio* ou RIA. Uma vez solucionadas as ambigüidades das DDs, as mesmas são introduzidas como constantes no modelo matemático funcional, restando apenas as componentes da estação móvel para serem determinadas. Nesse procedimento é possível avaliar o tempo requerido para a solução das ambigüidades com uma dada confiabilidade, principalmente na presença do efeito do multicaminho.

Outro ponto a ser considerado no processamento é a detecção e correção das perdas de ciclos, principalmente no posicionamento cinemático, devido à alta dinâmica do receptor e as freqüentes obstruções do sinal. Esse procedimento é imprescindível para evitar erros grandes na determinação das coordenadas dos pontos de interesse e também impedir que as perdas de ciclos prejudiquem a detecção, correção e análise do efeito do multicaminho.

Quando se refere ao processamento de dados de dupla freqüência, a tarefa de detecção e correção das perdas de ciclo é mais fácil, devido à possibilidade de combinação das observações de fase e PD entre as diferentes freqüências. Entretanto, quando se deseja utilizar dados de simples freqüência, o que melhor representa a realidade brasileira, essa tarefa é mais trabalhosa, principalmente quando a perda de ciclos ocorre no satélite base, afetando todas as DDs envolvidas.

Dessa forma fez-se necessária a implementação de estratégias para detecção e correção de perdas de ciclos no *software* GPSeq, as quais pudessem ser aplicadas em dados de simples ou dupla freqüência, tanto no posicionamento estático como no cinemático.

No processo de detecção das perdas, além de detectar a ocorrência de perdas, é necessário identificar a(s) observação(ões) afetada(s). Na ausência de perda de ciclos, o comportamento de uma série temporal das medidas da fase de batimento da onda portadora, e suas diferenciações, deve ser contínuo. Um salto súbito na série indica a ocorrência de perda de ciclos. Para tanto, implementou-se uma técnica de diferenciação das observáveis de fase, pois, a ocorrência de uma perda de ciclos, num determinado instante  $t$ , envolvendo uma estação e um satélite, faz com que todas as DDs relacionadas a esse satélite sejam afetadas a partir desse instante. Quando são realizadas diferenças entre duas DDs, envolvendo os mesmos satélites e receptores, mas em instantes consecutivos, tem-se a tripla diferença (TD), a qual é corrompida pela perda apenas no instante  $t$ . Já nas tetras diferenças, as quais referem-se a diferença de duas TDs em instantes consecutivos, a perda de ciclos causa influências nos instantes  $t$  e  $t+1$ , cujos valores são de mesma magnitude e sinais opostos. Um salto na tetra diferença, além da detecção da perda de ciclo, indica o valor aproximado dessa perda. Essas características são apresentadas na Figura 34 (SOUZA, MONICO e MACHADO, 2007).

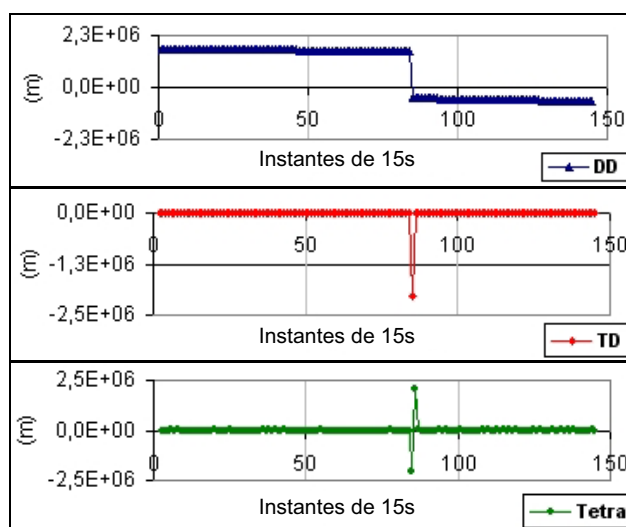


Figura 34 – Dupla (a), Tripla (b) e Tetra Diferenças (c) das observações de fase. Ilustração de uma perda ciclos no instante 84. Todas as DD são afetadas a partir do instante 84, enquanto apenas uma TD é corrompida nesse instante.

É importante salientar que se a perda de ciclos ocorrer no satélite escolhido como base, todas as DDs, TDs e tetras serão contaminadas. Uma vez detectadas, é imprescindível corrigir tais perdas de ciclos ou adotar algum procedimento/estratégia para que os resultados do processamento não sejam afetados.

Nesse sentido foram implementadas e analisadas duas estratégias para eliminar a perda de ciclo em dados GPS de simples e/ou dupla frequência. Na primeira, a

perda de ciclos é tratada através da modificação da MVC dos parâmetros. Na prática, deve-se atribuir um valor grande à variância da ambigüidade da DD que envolve o satélite em que ocorreu a perda de ciclos na MVC. Neste procedimento, adotou-se como referência o valor aproximado da perda de ciclos obtido na tetra diferença. Este valor, escalonado por 3, foi considerado o novo desvio padrão da referida ambigüidade da DD afetada. As correlações com os outros parâmetros foram todas adotadas como nulo.

Na segunda estratégia implementada, ao se detectar a perda de ciclo, uma nova ambigüidade de DD é introduzida como incógnita no processo de estimação, além de manter a antiga.

A primeira alternativa mostrou-se mais viável computacionalmente visto que apenas a MVC dos parâmetros é alterada. A segunda opção requer mais “cuidados” na implementação, principalmente em relação à dimensão de vetores e matrizes no caso de muitas perdas em várias instantes durante o processamento. Além disso, os resultados proporcionados pela modificação da MVC são melhores. Para realizar tal comparação, foram simulados dados com diversos tipos de perdas de ciclos, adaptando o *software* SIGOG (MOHINO et al., 2005). Na Figura 35 é apresentada a comparação de um dos casos de perdas simuladas: a ocorrência de perdas em três satélites num mesmo instante (SOUZA, MONICO e MACHADO, 2007).

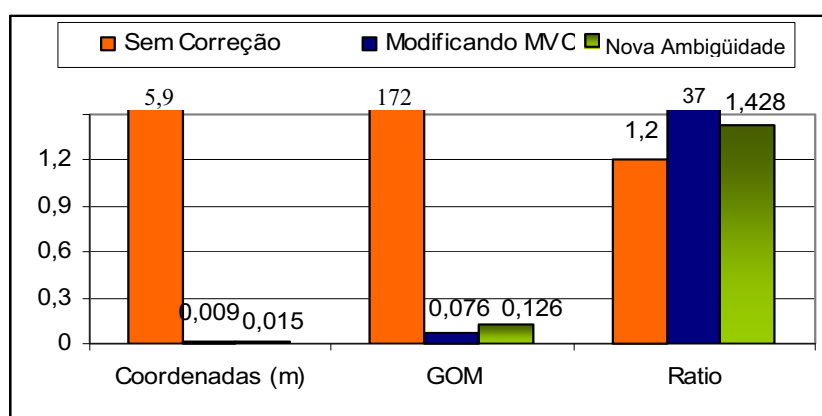


Figura 35 – Comparação dos resultados com e sem a correção das perdas em três satélites no mesmo instante utilizando a estratégia de modificação da MVC e introdução de novas ambigüidades.

Conforme ilustrado na Figura 35, pode-se verificar que os erros nas coordenadas foram drasticamente reduzidos após a correção das perdas de ciclo. Os testes GOM (Equação 54) e *Ratio* (Seção 4.1) também indicaram a eficiência dessas estratégias na correção das perdas de ciclo. Mas comparando as duas estratégias, verificou-se que a

modificação da MVC dos parâmetros proporcionou os melhores resultados. A eficiência dessa técnica foi comprovada em experimentos com dados reais, inclusive quando a perda ocorre no satélite base e todas as DDs são afetadas (MACHADO, SOUZA e MONICO, 2007). Logo, a estratégia de correção de perdas de ciclos adotada por *default* no *software* GPSeq é a modificação da MVC dos parâmetros.

### 4.3.2. Implementação dos métodos de *Wavelets*

Para realizar a AMR (Seção 3.2), o algoritmo piramidal, descrito na Seção 3.3, foi implementado no *software* GPSeq. O algoritmo aplica a TWD para decompor a série temporal dos resíduos e também aplica a TWDI, para que as séries temporais possam ser reconstruídas e as correções para o efeito do multicaminho possam ser obtidas.

Para analisar o desempenho de diferentes *wavelets* mãe (Seção 3.4), foram implementados os filtros das seguintes bases de *wavelets* ortonormais:

- Daubechies (Daub) com 2, 4, 6 e 10 momentos nulos (Figura 20);
- *Symmlets* (Sym) com 4, 5, 6 e 10 momentos nulos (Figura 21);
- *Coiflets* (Coif) de 2, 4, 8 e 10 momentos nulos (Figura 22);

e de duas bases biortogonais:

- *Wavelets Spline* (Spline) com 4 e 5 momentos nulos (Figura 23);
- *Wavelets* biortogonais (Bior) próximas de bases ortonormais *Coiflets* com 2 e 4 momentos nulos (Figura 24);

a fim de se testar qual filtro é mais eficaz na detecção e correção do multicaminho, já que, geralmente, quanto maior o número de coeficientes (momentos nulos e suporte), mais suave é a *wavelet*.

Uma característica importante é que os suportes das *wavelets* devem ser centrados adequadamente para que haja reconstrução exata dos sinais decompostos. Em cada caso das bases ortonormais analisadas, as duas *wavelets*  $\phi$  e  $\psi$  foram centradas em  $-n/2$ , considerando  $n$  o número de coeficientes de cada *wavelet*. As *wavelets* biortogonais próximas das ortonormais com  $p = \tilde{p} = 4$  foram centradas em  $-2$  e  $n+2$  (PRESS et al., 1992). Já as splines *wavelets* com  $p = \tilde{p} = 4$  foram centradas em  $-\pi$  e  $-N+\pi$  (MALLAT, 1998).

Os procedimentos metodológicos gerais utilizados para a detecção e correção do efeito do multicaminho utilizando a AMR e AW são ilustrados na Figura 36.



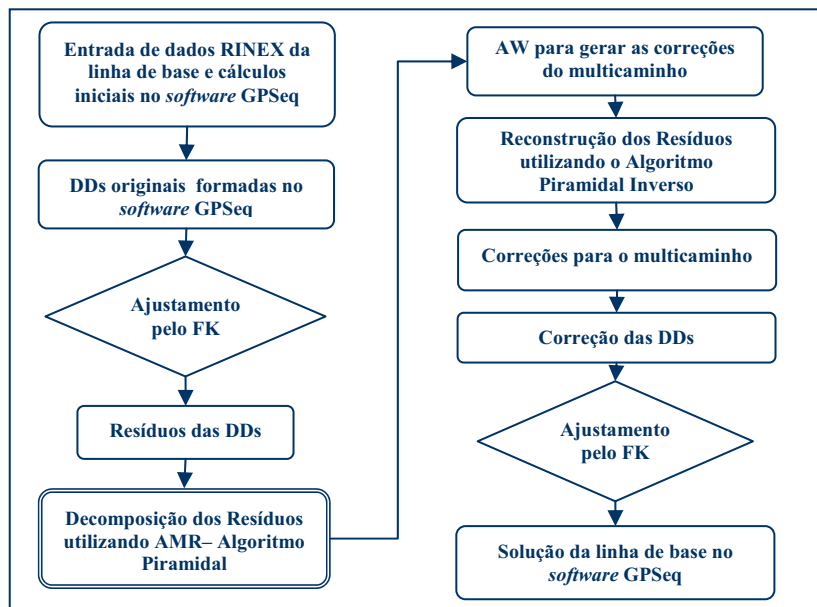


Figura 36 – Fluxograma geral da implementação.

A etapa de decomposição das séries temporais dos resíduos das DDs para realizar a AMR utilizando o algoritmo piramidal, indicada na Figura 36, é detalhada na Figura 37.

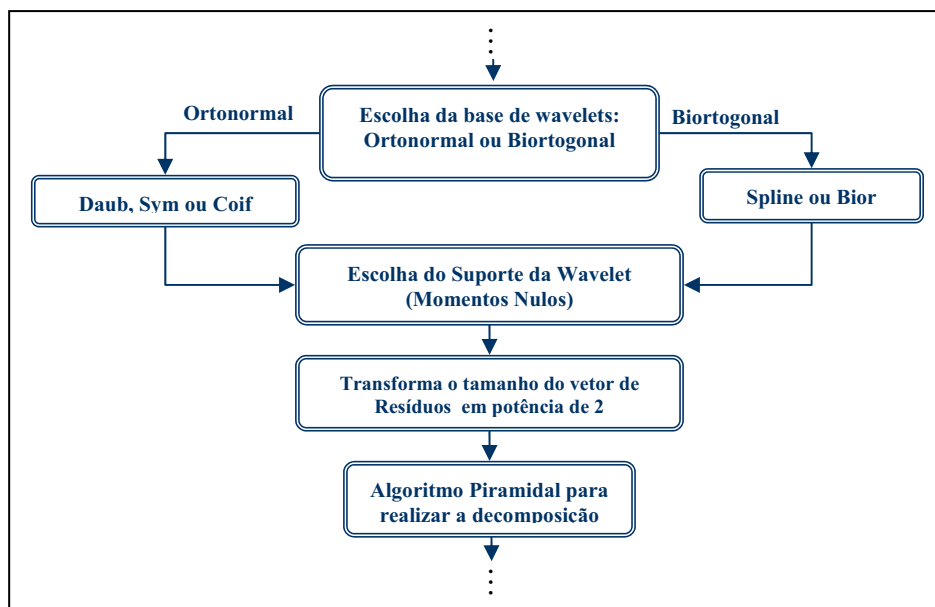


Figura 37 – Fluxograma da AMR.

Na Figura 37, a etapa que transforma o vetor de resíduos em potência de dois é necessária para que o vetor seja totalmente decomposto utilizando o algoritmo piramidal. Nessa etapa, uma opção é completar o vetor com zeros. Entretanto, um procedimento que reduz os problemas relacionados com as bordas dos sinais refere-se a “espelhar” o sinal em ambas as bordas. Esse procedimento foi implementado nessa pesquisa.

#### 4.4. Simulador de dados: *Software* SimGEN

Nesta seção é apresentado brevemente um simulador de sistemas de navegação tais como o GPS ou GLONASS. Trata-se de um simulador desenvolvido pela *Spirent* (Modelo GSS7700) e adquirido pelo INPE. A versão adquirida permite a simulação apenas do sistema GPS e de dados de simples frequência (L1). Esse simulador reproduz o ambiente de navegação do receptor em uma plataforma dinâmica. Os sinais podem ser simulados com os efeitos da alta dinâmica do movimento do veículo, movimento dos satélites, efeitos de ionosfera, troposfera, multicaminho, etc.

O simulador é composto de dois elementos: o *hardware* simulador e o *software* simulador. O primeiro é um gerador de sinais de radiofrequência com múltiplos canais. Os canais podem simular sinais diretos ou refletidos (multicaminho). O segundo é o *software* SimGEN, o qual permite a especificação, desenvolvimento e execução dos cenários das simulações (Figura 38).

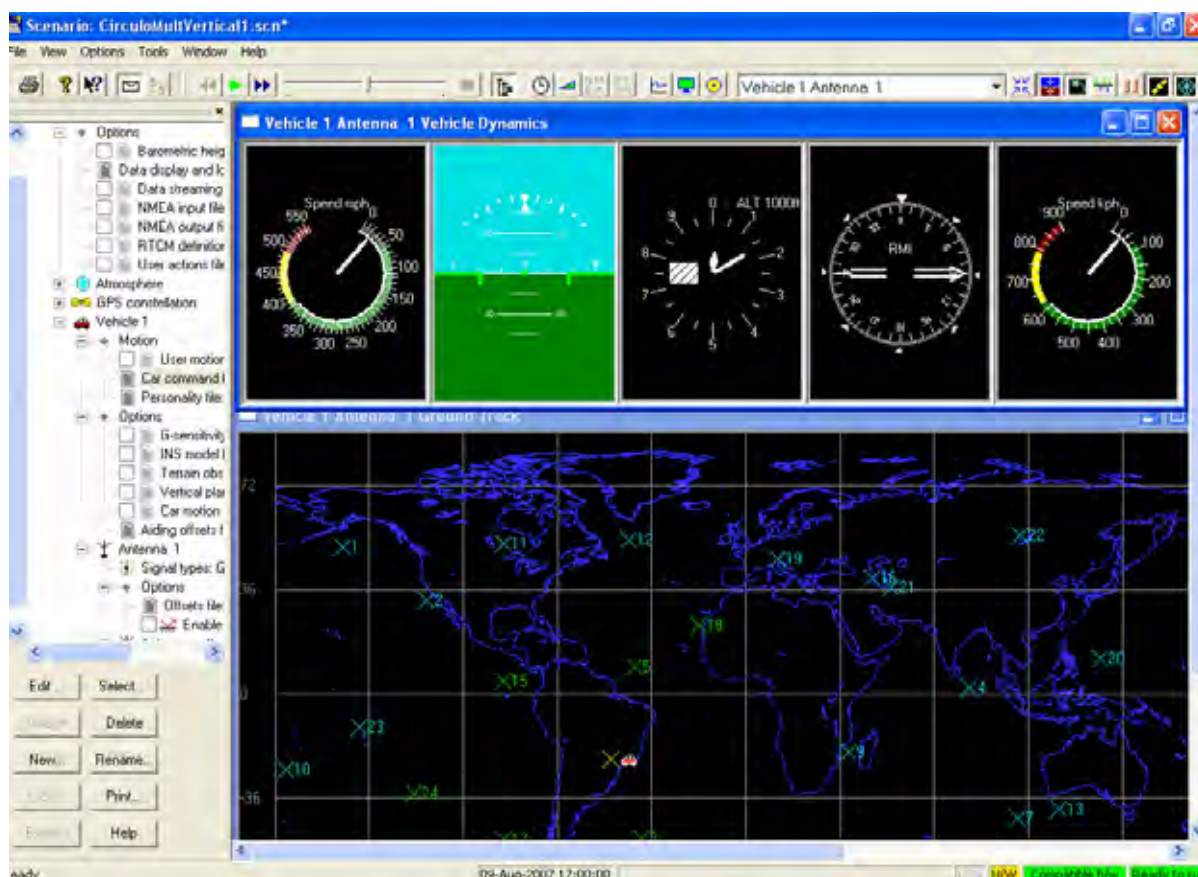


Figura 38 – Detalhe ilustrativo da interface gráfica do *software* SimGEN.

Esse simulador é muito importante para a presente pesquisa, pois permite criar um cenário com um veículo em navegação de forma que o movimento seja totalmente

controlado (conhecido). É possível colocar objetos refletores verticais de tamanhos diferentes e em posições variadas. Dessa forma, será possível comparar o desempenho da AMR e AW na correção do efeito do multicaminho verificando, principalmente, se as coordenadas estimadas não foram prejudicadas.

As coordenadas do movimento do veículo, em diferentes sistemas de referência, podem se registradas em arquivos específicos. Além das coordenadas, diversas outras informações podem ser armazenadas, tais como, instante de tempo de cada posição, velocidade, aceleração, parâmetros da ionosfera, troposfera, multicaminho, dentre outros.

Em relação ao efeito do multicaminho, existem muitas possibilidades de criar dados com esse efeito. Pode-se simular o erro do multicaminho colocando refletores verticais ou horizontais, de forma que é decidido a priori quais satélites estarão sujeitos a cada tipo de reflexão e também a intensidade do erro causado. É possível optar pelo recebimento do sinal refletido junto com o sinal direto ou apenas sinais refletidos.

Uma vez criado o cenário, deve-se conectar o mesmo com o *hardware* simulador para que possam ser gerados os arquivos RINEX de observação e navegação, de acordo com data e tempo de simulação determinados no cenário.

## 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

No Capítulo 3 a teoria sobre o efeito do multicaminho foi apresentada. Com o objetivo de verificar alguns dos aspectos teóricos apresentados e validar a metodologia proposta, foram realizados alguns experimentos. Na Seção 5.1, são apresentados os experimentos e resultados obtidos para a detecção e correção do efeito do multicaminho no posicionamento estático e, nas Seções 5.2 e 5.3, para o caso cinemático.

### 5.1. Posicionamento Relativo Estático

O experimento foi realizado na empresa de transportes Takigawa (TAK) de Presidente Prudente, a aproximadamente 1,9km da antiga estação UEPP pertencente à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC). Essa estação possuía um receptor Trimble 4000 SSI e foi utilizada como estação base para realizar o posicionamento relativo.

Na empresa TAK, um receptor Ashtech ZXII de dupla frequência (L1 e L2) foi colocado em um campo aberto onde os possíveis objetos refletores distavam mais de 50m das antenas. Utilizou-se intervalo de coleta de 15s e máscara de elevação de 5°. Nos dias 16 e 17/09/03, uma carreta revestida de alumínio representando um objeto refletor de 2,5×13m, distando 1,3m do chão, foi colocada a 6m do receptor (Figura 39) enquanto uma placa de zinco medindo 1,10×0,30m foi colocada a 50cm do mesmo. Sabe-se que o efeito do multicaminho depende da distância perpendicular entre o receptor e a superfície refletora. Em Polezel, Souza e Monico (2004; 2005), tem-se experimentos comprovando essa característica, inclusive analisando diferentes materiais. No experimento realizado na presente pesquisa, as distâncias dos objetos refletores foram determinadas de modo a permitir que o tamanho (semi-eixo maior) da zona efetiva de reflexão fosse coerente com o tamanho de cada superfície refletora. Pode-se verificar na Tabela 8 e na Tabela 9 que o tamanho das superfícies comporta as elipses com os semi-eixos maiores calculados.



Figura 39 – Cenário do experimento para avaliação do posicionamento estático. Observa-se a placa e também carreta estacionada, como refletores, proporcionando a geração de sinais de multicaminhos.

Na Figura 40 é apresentado um esquema do experimento.



Figura 40 – Representação esquemática do experimento.

Os objetos foram colocados próximos da antena do receptor para que o principal efeito do multicaminho causado fosse o de frequência baixa, por ser o maior causador de erros. A superfície dos objetos é plana para que a maioria das reflexões causadas seja especular, o que ajuda também a maximizar o efeito do multicaminho (Seção 2.3.3). Coletou-se os dados em dois dias para verificação da repetibilidade do efeito do multicaminho, pois esse efeito deve apresentar o mesmo padrão durante dias consecutivos quando a geometria do levantamento permanece inalterada. Os dados foram coletados por mais de 2h em cada dia.

Posteriormente, nos dias 20 e 21/09/2003, a coleta de dados foi realizada sem os objetos refletores.

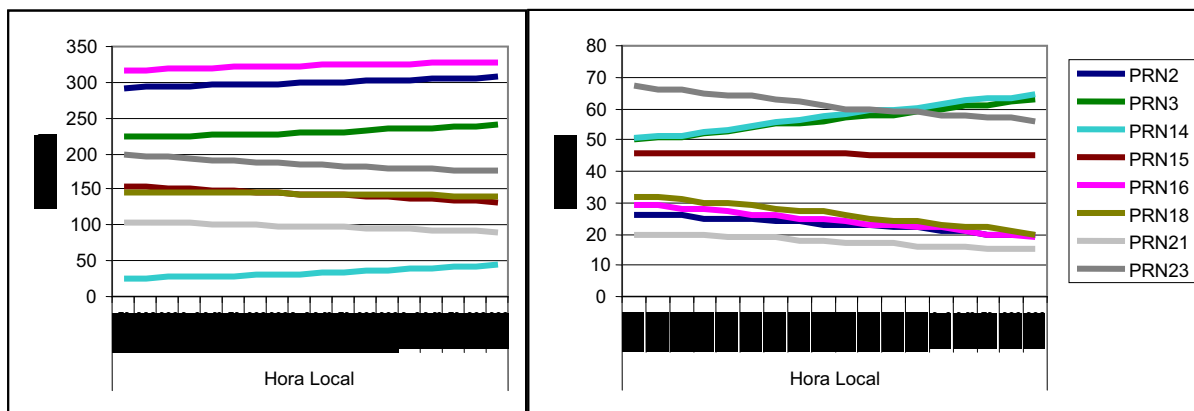


Figura 41 – Local do experimento sem os objetos refletores.

Da forma que o experimento foi realizado, pode-se analisar o efeito do multicaminho causado propositalmente e comparar com os resultados sem esse efeito. Na seção seguinte são investigados os fatores indicadores do efeito do multicaminho.

### 5.1.1. Fatores Indicadores do Efeito do Multicaminho

Os fatores que auxiliam a detecção e análise do efeito do multicaminho, tais como, a repetibilidade, MP e SNR foram apresentados na Seção 2.5. Nesta seção, tais fatores são considerados no experimento realizado. Além dos fatores citados, o ângulo de elevação e o azimute de cada satélite também foram analisados, pois os satélites com ângulo de elevação e azimute propícios para gerar reflexões causam maiores erros de multicaminho. Na Figura 42, são apresentados os ângulos de elevação e azimute para cada satélite visível no momento da coleta de dados. Para uma melhor visualização dessas informações, a Figura 43 mostra o *skyplot* juntamente como a representação esquemática da posição das superfícies refletoras em relação ao receptor.



(a) Azimute (b) Elevação  
 Figura 42 – Azimute e ângulo de elevação de todos os satélites considerados nesse estudo.

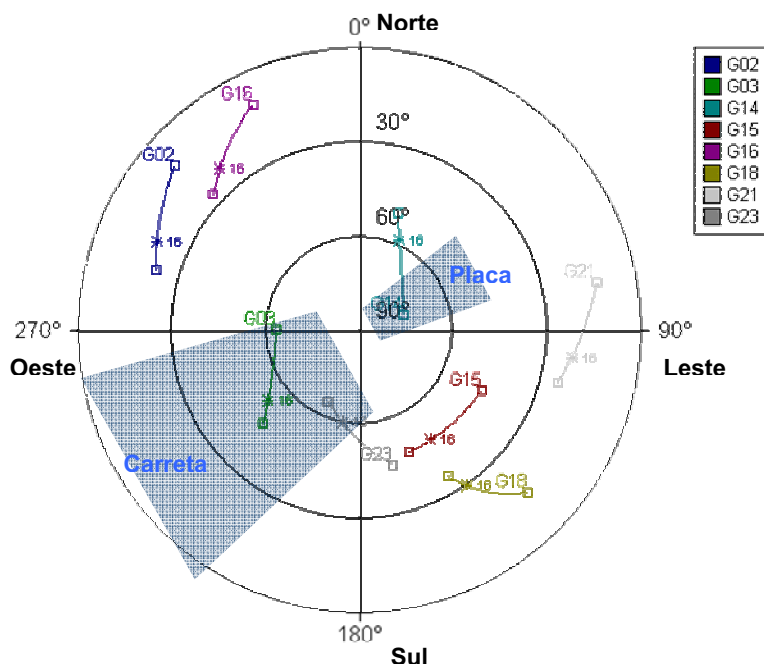


Figura 43 – Skyplot: diagrama de visibilidade dos satélites rastreados, o qual representa uma projeção dos satélites centrada na posição do receptor. O azimute (0° a 360°) e ângulo de elevação (0° a 90°) dos satélites são mostrados em função do tempo.

Conforme apresentado na Seção 2.3.4, é possível quantificar o efeito do multicaminho utilizando princípios da propagação de ondas, os quais permitem calcular o tamanho da região na superfície refletora que pode causar as reflexões mais significativas a partir das zonas de Fresnel. Dessa forma, os ângulos de elevação foram utilizados para calcular o semi-eixo maior ( $a$ ) da zona efetiva de reflexão da primeira zona de Fresnel, de acordo com a equação 10 (Seção 2.3.4.2). Devido ao fato do ângulo de elevação variar em relação ao tempo de coleta, o semi-eixo  $a$  foi calculado no início e no fim da coleta. Na Tabela 2 e na Tabela 3 são apresentados esses valores, bem como suas médias para as superfícies refletoras carreta e placa, respectivamente. Para obter  $a$  calculou-se o raio da zona de Fresnel  $R$  a partir da equação 9. Para a carreta,  $R = \sqrt{1 \times 0,19 \times 6}$ , pois  $n_f=1$  (primeira zona de Fresnel),  $\lambda = 0,19\text{m}$  para a portadora L1 e  $d_2 = 6\text{m}$ . Já para a placa,  $R = \sqrt{1 \times 0,19 \times 0,5}$ , pois  $d_2 = 0,5\text{m}$ .

Tabela 2 – Semi-eixo maior ( $a$ ) da zona efetiva de reflexão elíptica (Equação 10) dos PRNs rastreados para a carreta

PRN	$a_{\text{Início}} \text{ (m)}$	$a_{\text{Fim}} \text{ (m)}$	$a_{\text{Médio}} \text{ (m)}$
2	2,526	2,135	2,331
3	1,394	1,178	1,286
14	1,394	1,209	1,302
15	1,510	1,510	1,510
16	2,135	3,122	2,629
18	2,015	3,122	2,568
21	3,122	3,874	3,498
23	1,136	1,259	1,198

Tabela 3 – Semi-eixo maior ( $a$ ) da zona efetiva de reflexão elíptica (Equação 10) dos PRNs rastreados para a placa

PRN	$a_{\text{Início}} \text{ (m)}$	$a_{\text{Fim}} \text{ (m)}$	$a_{\text{Médio}} \text{ (m)}$
2	0,729	0,616	0,673
3	0,402	0,340	0,371
14	0,402	0,349	0,376
15	0,436	0,436	0,436
16	0,616	0,901	0,759
18	0,582	0,901	0,741
21	0,901	1,118	1,010
23	0,328	0,363	0,346

O satélite 21, com o ângulo de elevação mais baixo ( $20^\circ$  a  $15^\circ$ ) e azimute de  $100^\circ$  a  $90^\circ$  (Figura 7) durante a sessão processada (15:45h às 16:15h), estava propício a causar reflexões significativas, principalmente na carreta. Verifica-se na Tabela 2 e na Tabela 3 que o semi-eixo maior da zona efetiva de reflexão para o PRN 21 é o maior dentre todos os demais satélites. Já o PRN 23, com ângulo de elevação relativamente alto ( $70^\circ$  a  $58^\circ$ ) e azimute ( $200^\circ$  a  $180^\circ$ ), estava menos propício a causar reflexões (Figura 43). Nota-se que o semi-eixo maior para o PRN 23 é o menor dentre os satélites rastreados. Isso indica que a possibilidade de reflexões a

partir desse satélite está restrita a uma área menor que para os demais. Esse fator contribuiu para que o PRN 23 fosse escolhido como satélite base para formar as DDs e realizar o processamento da LB UEPP-TAK.

O satélite 14 foi o que mais variou em ângulo de elevação ( $49^\circ$  a  $65^\circ$ ) (Figura 42) durante a sessão processada (15:45h às 16:15h). Dessa forma, o satélite 14 foi escolhido para mostrar a repetibilidade do efeito do multicaminho e as análises da MP e SNR, pois esses fatores estão relacionados com o ângulo de elevação. Os resultados para os demais satélites foram semelhantes.

Na Figura 44, pode-se verificar os resíduos da DD 23-14 para a PD. Os resultados para as DDs de fase da onda portadora foram semelhantes, logo, não serão mostrados graficamente, mas estão implícitos nos resultados finais.

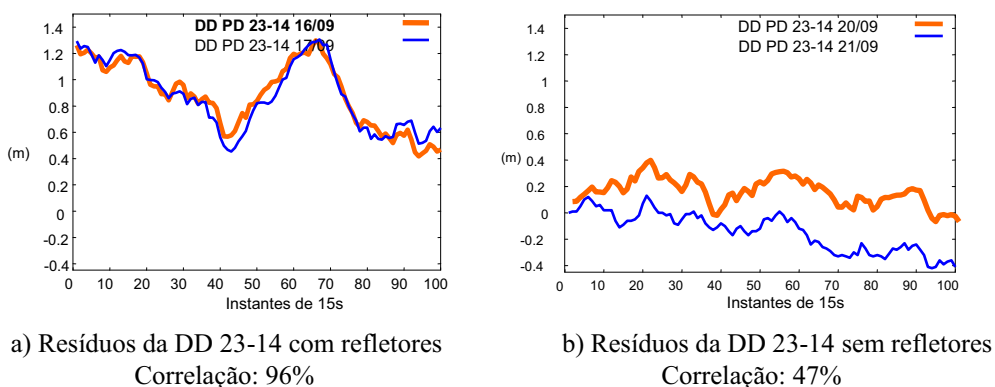


Figura 44 – Repetibilidade do efeito do multicaminho na presença e ausência de refletores.

Analisando a Figura 44a, como esperado, verifica-se que a repetibilidade do multicaminho é de 96% nos dias 16 e 17/09/03, devido à presença de refletores, o que não ocorre na ausência deles nos dias 20 e 21 (Figura 44b). O satélite 14 é um satélite ascendente, logo, como era previsto, os erros nos resíduos são decrescentes, pois satélites com os menores ângulos de elevação tendem a gerar maiores erros de multicaminho. Como nos dias 20 e 21/09 não havia refletores, além da correlação baixa entre os resíduos (47%), verifica-se a magnitude bem menor dos mesmos em relação aos dias 16 e 17.

Ao analisar o nível de multicaminho na L1 e L2 utilizando as medidas MP1 e MP2 (Seção 2.5.2), tem-se resultados semelhantes, os quais são mostrados na Figura 45.



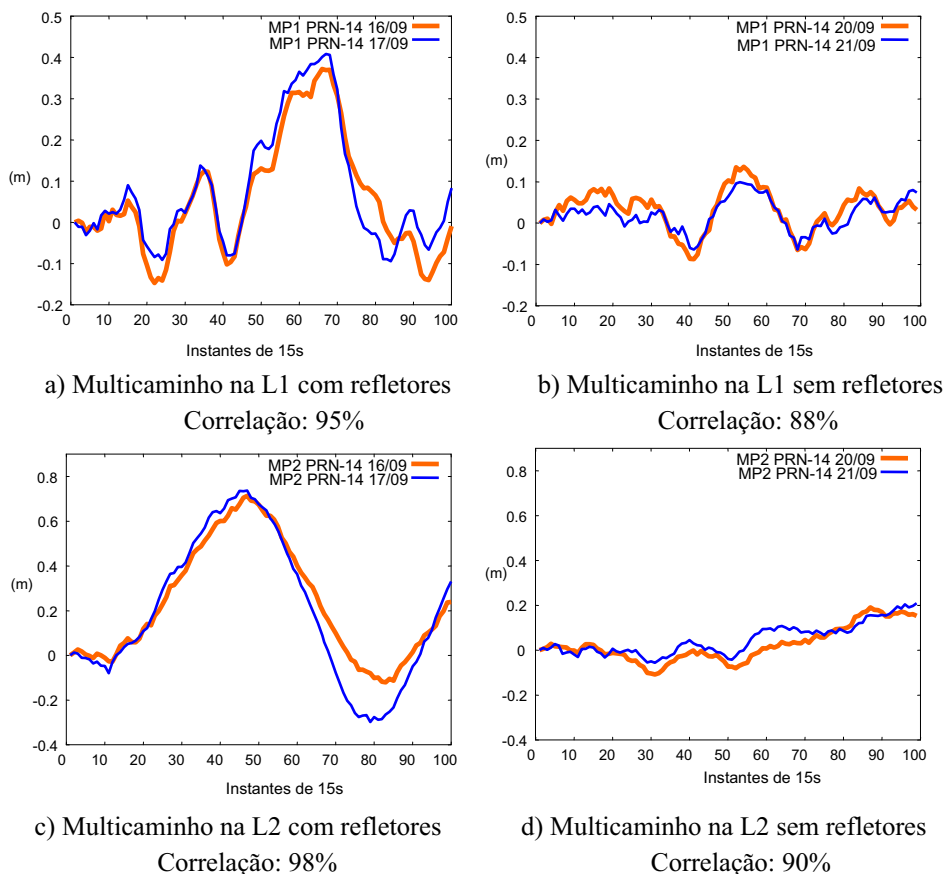


Figura 45 – MP1 e MP2 com e sem refletores.

Verifica-se na Figura 45(a e c) a correlação alta de 95% e 98% para o MP1 e MP2 respectivamente nos dias 16 e 17/09/03. A magnitude do nível de erro indicada ultrapassou 0,4 m na L1 e foi de quase 0,8 m na L2. Já na ausência de refletores (Figura 45 (b e d)), a magnitude do nível de erro de multicaminho é bem menor, ou seja, não ultrapassou 20 cm para L1 e L2. Por tratar-se de um indicador do nível de multicaminho verifica-se também a correlação entre os dois dias (88% e 90%, respectivamente, para MP1 e MP2).

O último fator a ser analisado nesta seção é a SNR (Seção 2.5.3). Os valores da SNR para a L1 e L2 são apresentados na Figura 46 (a, b, c e d).

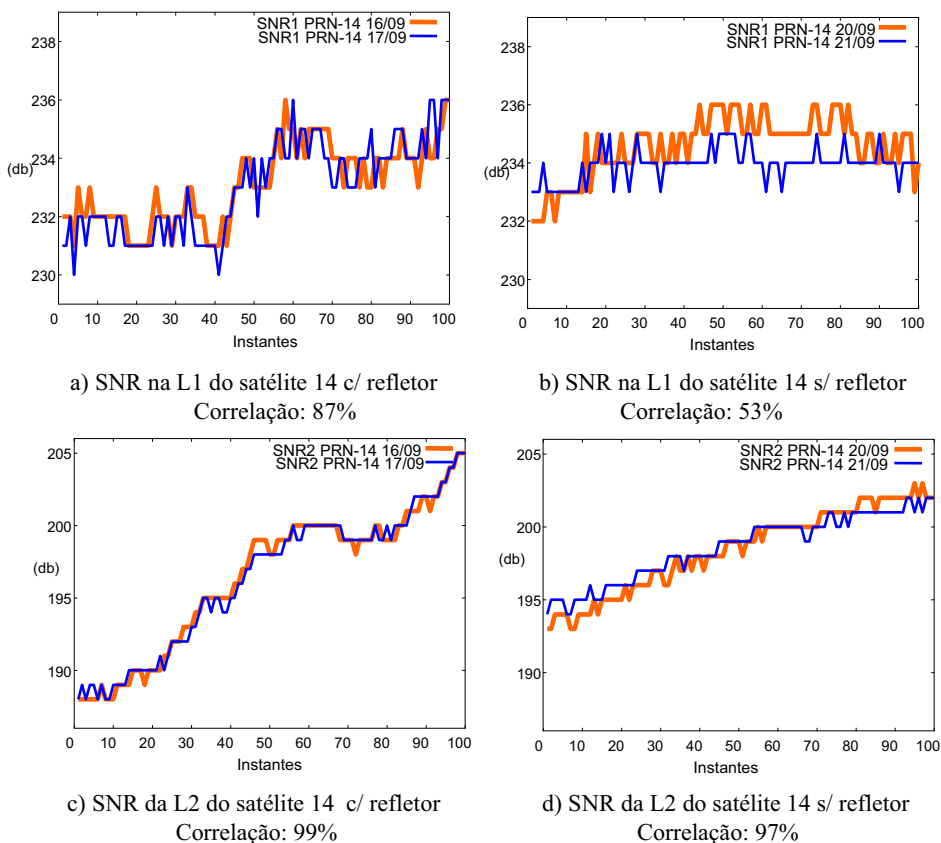


Figura 46 – SNR1 (L1) e SNR2 (L2) nos dias 16, 17, 20 e 21/09.

Pode-se verificar na Figura 46 que o multicaminho, além de afetar a PD e a fase, realmente afeta a SNR. Na Figura 46(a e c) há uma correlação de 87% e 99% nos dias 16 e 17, respectivamente para SNR1 e SNR2. Devido ao fato do satélite 14 ser um satélite ascendente, os valores da SNR são crescentes, como esperado. Entretanto, comparando os valores da SNR nos dias 16 e 17 com os mesmos nos dias 20 e 21 verifica-se que houve uma melhoria, mas os valores estão muito próximos. Isto ocorre porque a SNR está diretamente ligada ao ângulo de elevação do satélite e depende mais desse ângulo de elevação do que do multicaminho propriamente dito (FARRET, 2000).

### 5.1.2. Comparação das diferentes *wavelets* mãe

Conforme apresentado na Seção 3.4, existem diferentes *wavelets* mãe que podem gerar bases ortonormais ou biortogonais. Nesta seção, o desempenho das bases de *wavelets* ortonormais e biortogonais na aplicação em séries temporais GPS é comparado, bem como o suporte de cada uma das *wavelets* envolvidas em tais bases.

Para tanto, os dados com multicaminho, coletados nos dias 16 e 17/09/03 de acordo com o experimento descrito na Seção 5.1, foram utilizados aplicando a AMR (Seção 3.2) e a AW (Capítulo 3.5) com cada uma das *wavelets*. Os resultados foram comparados com o processamento convencional sem a AMR.

Para cada um dos processamentos foi analisado o EMQ dos resíduos das DDs, os quais são ilustrados na Figura 47 para a fase (a) e PD (b).

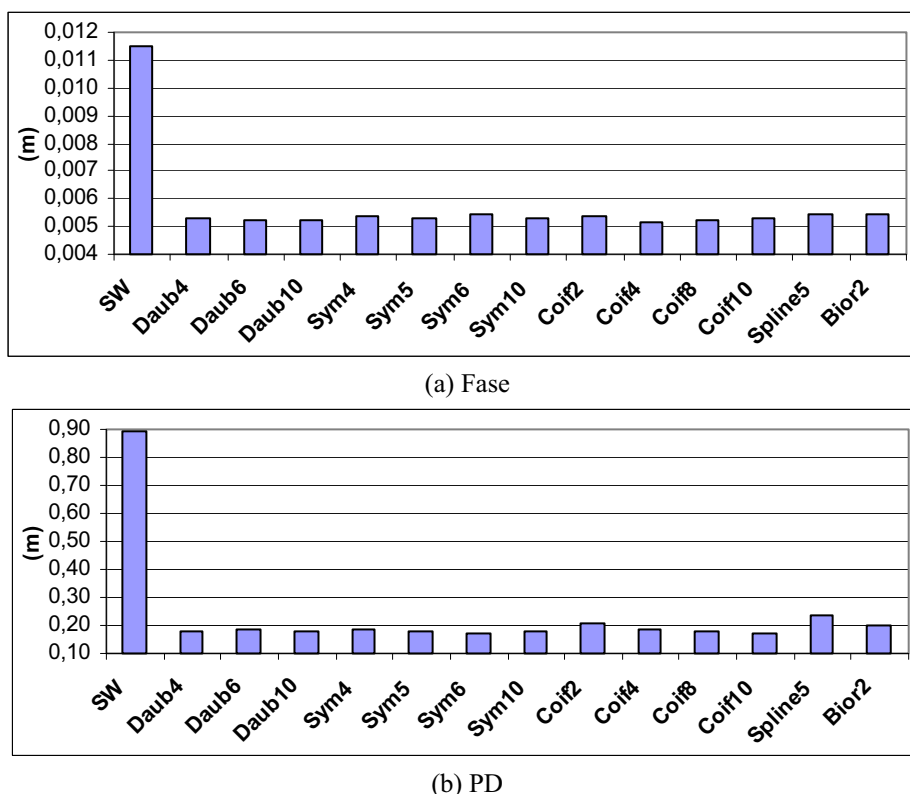


Figura 47 – Comparação do EMQ dos resíduos das DDs aplicando e sem aplicar *wavelets* (SW).

Nota-se na Figura 47 (a e b) que o EMQ dos resíduos foi bastante reduzido utilizando tanto as bases de *wavelets* ortonormais como as biortogonais. Nos resíduos da fase, pode-se dizer que a diferença entre cada uma das bases não é significativa (Figura 47a). Nos resíduos da PD apenas a Spline5 apresentou EMQ um pouco maior que para as demais *wavelets* (Figura 47b).

Para comparar a qualidade das observações de DD para a fase e a PD utilizando cada uma das *wavelets*, utilizou-se o teste GOM (Equação 54). Os valores obtidos com essa análise podem ser vistos na Figura 48.

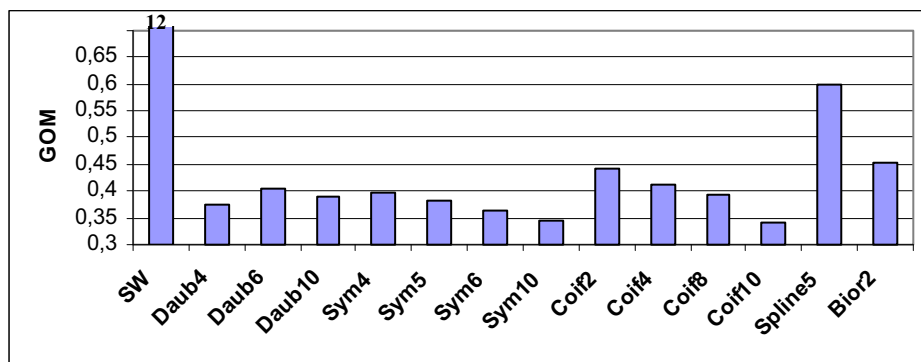


Figura 48 – Comparação do teste GOM aplicando e sem aplicar *wavelet* (SW). Nível de significância = 5%.  $\chi^2 = 25,73$ .

Nota-se que, embora os valores do teste GOM tenham sido bastante reduzidos para todas as *wavelets*, a Coif10, a Sym6 e a Sym10 apresentaram os melhores valores. O GOM ficou pior apenas para a Spline5.

Em relação à acurácia das coordenadas, a Figura 49 ilustra a resultante 3D das discrepâncias das coordenadas para cada um dos processamentos.

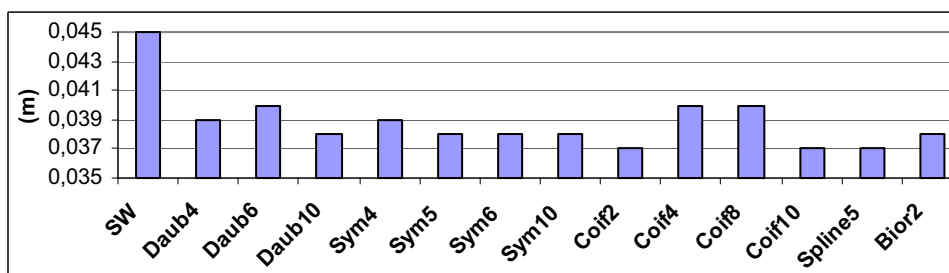


Figura 49 – Comparação entre a resultante das coordenadas 3D aplicando e sem aplicar *wavelet* (SW).

Pode-se notar na Figura 49 que as discrepâncias entre as coordenadas foram mais reduzidas com a Coif2, Coif10 e Spline5, embora essa última não tenha apresentado os melhores resultados nas análises anteriores de resíduos e teste GOM.

Devido ao fato de diferentes *wavelets* terem se sobressaído nas análises realizadas, foi calculada a porcentagem de melhoria com o uso de cada uma das *wavelets* em relação ao processamento convencional. Logo, obteve-se uma porcentagem em relação ao EMQ dos resíduos, outra para o teste GOM e uma terceira para as coordenadas. Para facilitar a visualização, na Figura 50 é apresentada uma média dessas três porcentagens de melhoria para cada *wavelet*.

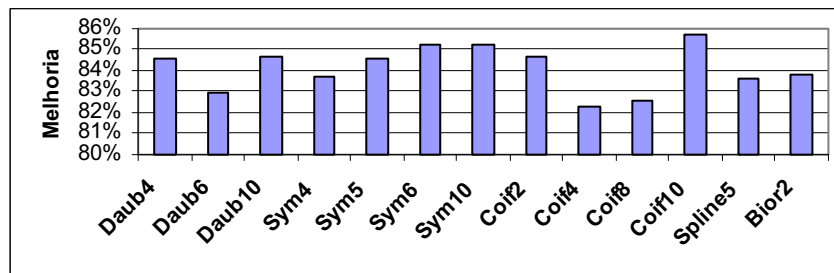


Figura 50 – Porcentagem de melhoria considerando EMQ dos resíduos, o teste GOM e a acurácia das coordenadas.

Verifica-se a partir da Figura 50 que de uma forma geral, as *wavelets* que mais se sobressaíram foram a Coif10, a Sym6 e a Sym10. Entretanto, as diferenças entre elas são muito pequenas. Por exemplo, no caso das resultantes das coordenadas (Figura 49), tem-se apenas 3mm de diferença entre o melhor e o pior caso. Dependendo da aplicação não há diferença entre utilizar uma ou outra *wavelet* mãe.

Em relação ao uso de bases de *wavelets* biortogonais, verificou-se no experimento realizado que a Spline5, embora não tenha se destacado nas análises do teste estatístico GOM e resíduos, apresentou os melhores resultados na análise das coordenadas. Pode-se considerar que o uso dessa base biortogonal é uma boa opção para detecção e correção do efeito do multicaminho no GPS.

### 5.1.3. Detecção e Correção do Efeito do Multicaminho na portadora L1

Depois de realizar o processamento da LB UEPP-TAK utilizando dados de PD e fase para a portadora L1, o mesmo foi feito utilizando a AMR (Seção 3.2) e a AW (Capítulo 3.5) para detectar e corrigir o efeito do multicaminho conforme metodologia descrita na Seção 4.1. A decomposição realizada pela AMR foi feita com a *wavelet* mãe Symmlet de 6 momentos nulos (Sym6), por ser uma das *wavelets* que apresentaram bom desempenho para redução do efeito do multicaminho dos sinais GPS (Seção 5.1.2). Na AW, o esquema de limiarização rígido utilizando o nível de ruído calculado pela equação 51 foi aplicado para eliminar os ruídos e estimar o efeito do multicaminho. Os resultados são apresentados nas seções seguintes, nas quais são analisados os resíduos, a solução das ambigüidades e as coordenadas estimadas.

### 5.1.3.1. Análise dos Resíduos das DDs

Os resíduos de todas as DDs com a correção do multicaminho (CCM) e sem a mesma (SCM) foram plotados para verificar se o erro do multicaminho foi realmente corrigido. Na Figura 51 os resíduos das DDs 23-02 e 23-03 para a fase da onda portadora e para a PD são ilustrados.

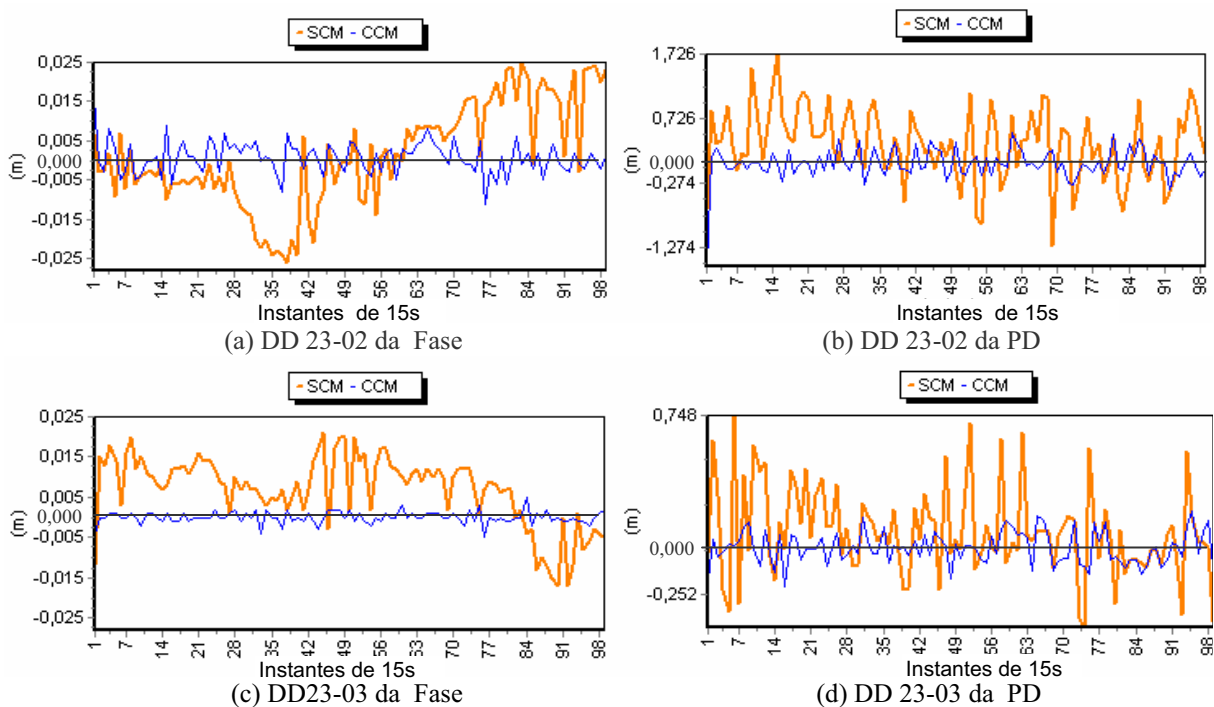


Figura 51 – Resíduos das DDs 23-02 e 23-03 SCM e CCM no dia 16/09/03 para a L1.

Nota-se na Figura 51 que o erro do multicaminho foi reduzido significativamente tanto para a fase como para a PD após aplicar a metodologia proposta. Além disso, o satélite 2 é descendente (Figura 42) e os resíduos da DD 23-02 da fase parecem ser crescentes. O mesmo não ocorre para a PD, haja vista que esse tipo de análise pode ser comprometida devido às alterações simultâneas no azimute do satélite. O mesmo ocorre com o satélite ascendente 3, os resíduos, principalmente para a fase, são decrescentes.

Na Figura 52 os resíduos das DDs 23-14 e 23-15 para a fase da onda portadora e para a PD são apresentados.

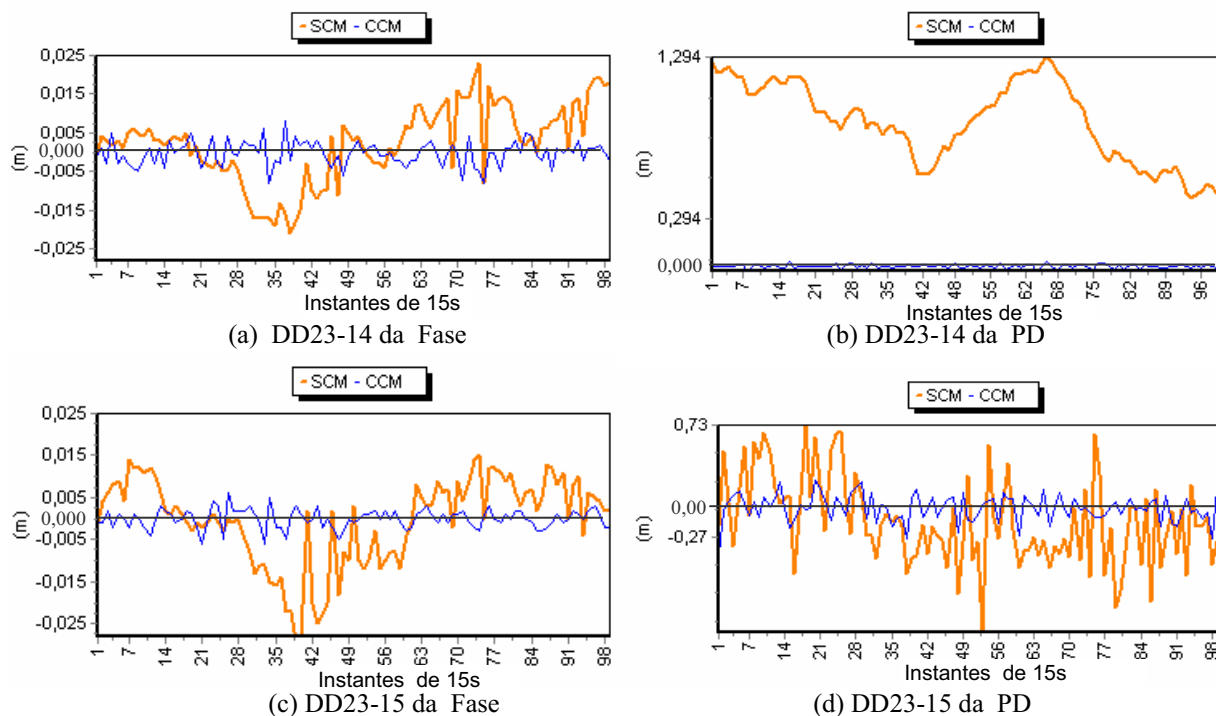


Figura 52 – Resíduos das DDs 23-14 e 23-15 SCM e CCM no dia 16/09/03 para a L1.

Observa-se na Figura 52 que a tendência do efeito do multicaminho foi eliminada restando, provavelmente, apenas os ruídos inerentes às observações e erros aleatórios. Observando os resíduos da PD na Figura 52b, nota-se que os resíduos são decrescentes, o que está de acordo com o fato do satélite 14 ser ascendente (Figura 42). Entretanto, o mesmo não ocorre para a fase (Figura 52a). Já em relação ao satélite 15 (Figura 52), essa comparação não pode ser feita, pois ângulo de elevação desse satélite praticamente não sofre alterações durante a seção de dados processada (Figura 42).

Na Figura 53 os resíduos das DDs 23-16, 23-18 e 23-21 para a fase da onda portadora e para a PD são apresentados.

Novamente, nota-se na Figura 53 que o efeito do multicaminho foi significativamente reduzido. Os satélites 16, 18 e 21 são satélites descendentes (Figura 42) e, em geral, os erros nos resíduos das DDs são crescentes. Isto ocorre, principalmente, nos resíduos da DD 23-21 da PD, no qual o erro de multicaminho ultrapassa 5 m.

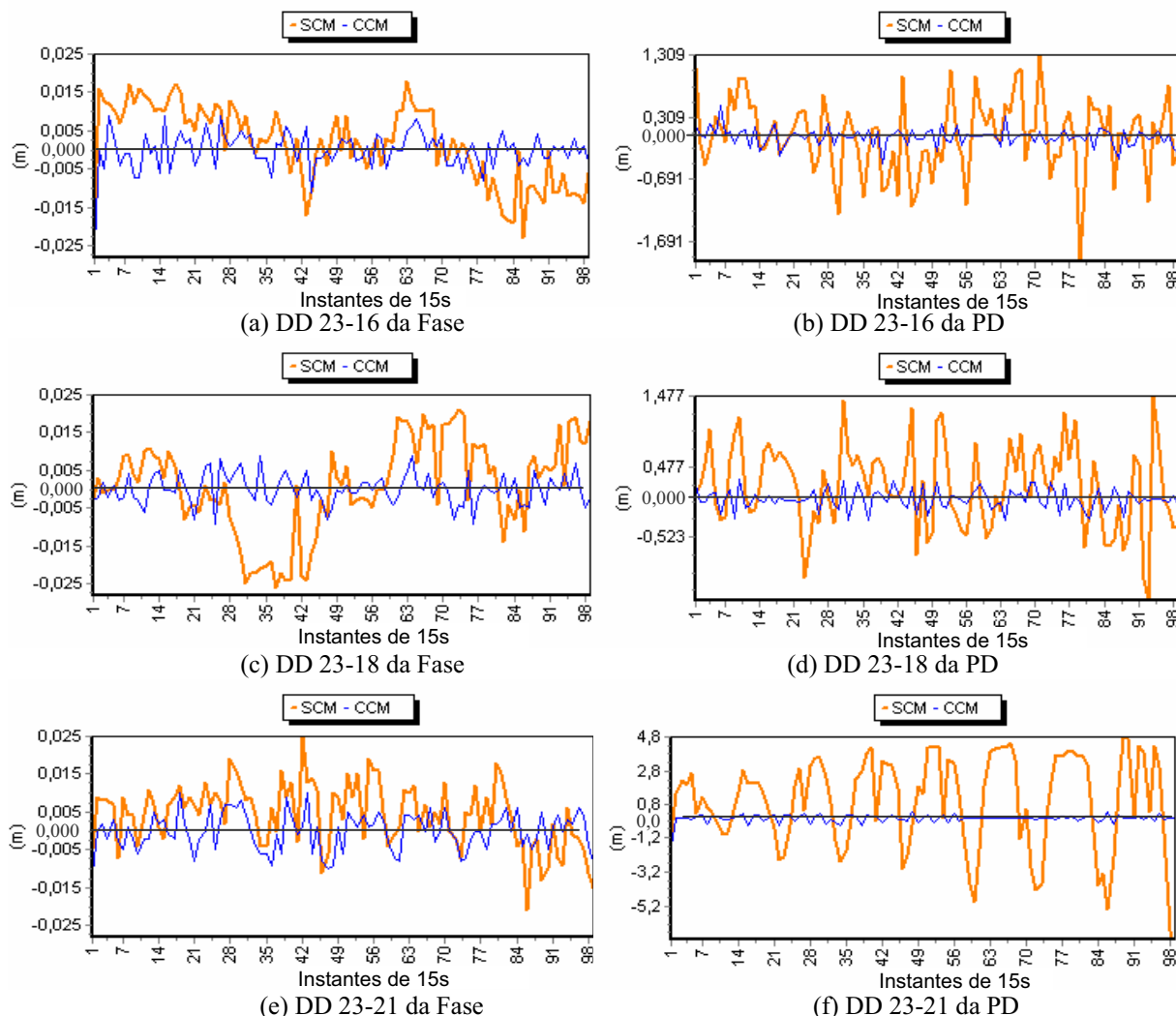


Figura 53 – Resíduos DDs 23-16, 23-18 e 23-21 SCM e CCM no dia 16/09/03 para a L1.

Outra análise dos resíduos para quantificar a melhoria ao corrigir o efeito do multicaminho se refere ao cálculo do EMQ de uma observação isolada (Equação 53). Na Tabela 4 os valores do EMQ para os resíduos de cada DD sem e com a correção do efeito do multicaminho são apresentados para os dias 16 e 17/09/03. O fator de redução dos erros do multicaminho foi calculado pela divisão ( $EMQ_{SCM} / EMQ_{CCM}$ ).

Tabela 4 – EMQ dos resíduos das DDs de fase e PD para os dias 16 e 17/09/03 para a L1 (m)

Resíduos das DDs	Fase			PD		
	SCM	CCM	Fator de Redução	SCM	CCM	Fator de Redução
DD 23-02	0,009	0,004	2,6	0,501	0,131	3,8
DD 23-03	0,010	0,001	10,0	0,275	0,048	5,7
DD 23-14	0,009	0,003	2,8	0,926	0,011	84,1
DD 23-15	0,009	0,002	4,3	0,408	0,118	3,5
DD 23-16	0,008	0,004	2,1	0,565	0,133	4,2
DD 23-18	0,011	0,003	3,5	0,412	0,079	5,2
DD 23-21	0,009	0,004	2,3	2,187	0,133	16,5
Média	----	----	4	----	----	18
Desvio Padrão	----	----	±2,8	----	----	±29,7



Nota-se na Tabela 4 que o EMQ foi reduzido, na média, por um fator de 4 para a fase e de 18 para a PD, atingindo um fator de redução dos erros do multicaminho de 84 para a DD 23-14 da PD. Como essa última se destaca muito das demais, o desvio padrão ficou muito discrepante. Retirando essa observação da análise, o desvio padrão do fator de redução fica 4,9.

É importante observar também que os resultados apresentados SCM, estão de acordo com os tamanhos das zonas efetivas de reflexão da primeira zona de Fresnel (Seção 2.3.4.2). Comparando, para cada satélite, o semi-eixo maior apresentado na Tabela 2 e na Tabela 3 (Seção 5.1.1), nota-se que para elipses maiores os erros nos resíduos foram realmente maiores. Isso está mais visível na PD, onde por exemplo, o PRN 21 apresentou a maior zona efetiva de reflexão para os dois objetos refletores (carreta e placa) e os resíduos da DD23-21 atingiram até 5,5m de erro de multicaminho. No caso do PRN 3 o qual apresentou a menor zona efetiva de reflexão para ambos os objetos refletores, o EMQ dos resíduos da DD23-03 foi o de magnitude menor (Tabela 4).

Para comparar a qualidade das observações de DD para a fase e a PD, antes e após a correção do efeito do multicaminho, utilizou-se a estatística GOM (Equação 54). Os valores obtidos com esta análise podem ser vistos na Figura 54.

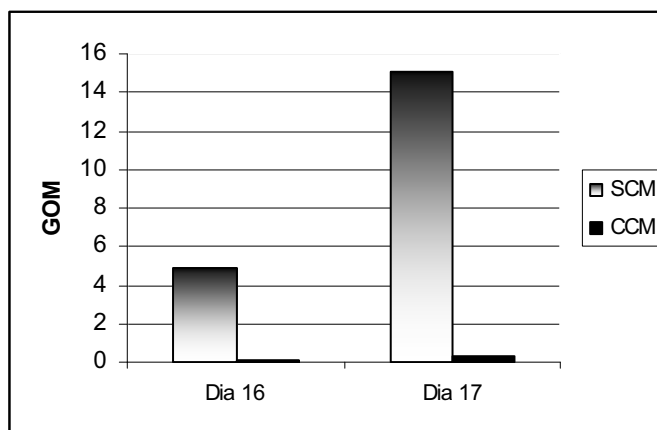


Figura 54 – Estatística GOM sem (SCM) e com (CCM) a correção do multicaminho utilizando a AMR e AW. Nível de significância = 5%.  $\chi^2 = 25,73$ .

Verifica-se a partir da Figura 54, que o valor do teste GOM nos dias 16 e 17 é menor para as observações após a correção do multicaminho, mostrando que esse efeito sistemático foi minimizado, atingindo até 98% de melhoria.

### 5.1.3.2. Solução das Ambigüidades

Para verificar a confiabilidade da solução das ambigüidades, a Figura 55a apresenta os valores do teste *Ratio* sem e com a correção do multicaminho e, na Figura 55b, é mostrada a probabilidade de sucesso calculada com o teste RIA. O teste *Ratio* é comumente utilizado e refere-se ao valor da diferença entre a forma quadrática do vetor dos resíduos que proporcionou a melhor unidade de peso *a posteriori* e a que proporcionou a segunda melhor (TEUNISSEN, 1998a). Já a estatística proporcionada pelo teste RIA possui um robusto fundamento teórico (TEUNISSEN e VERHAGEN, 2004) e indica com confiabilidade a probabilidade de sucesso da solução das ambigüidades, ou seja, a probabilidade das mesmas terem sido solucionadas corretamente.

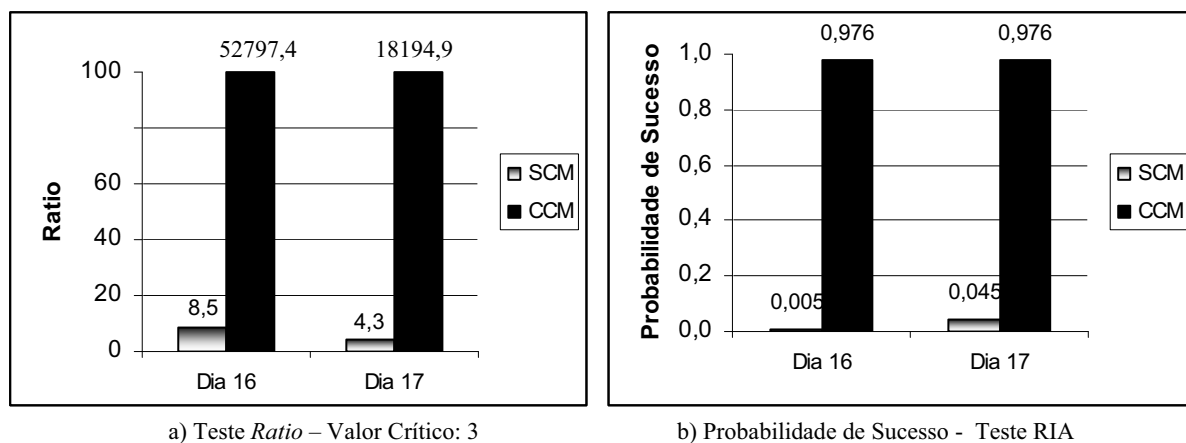
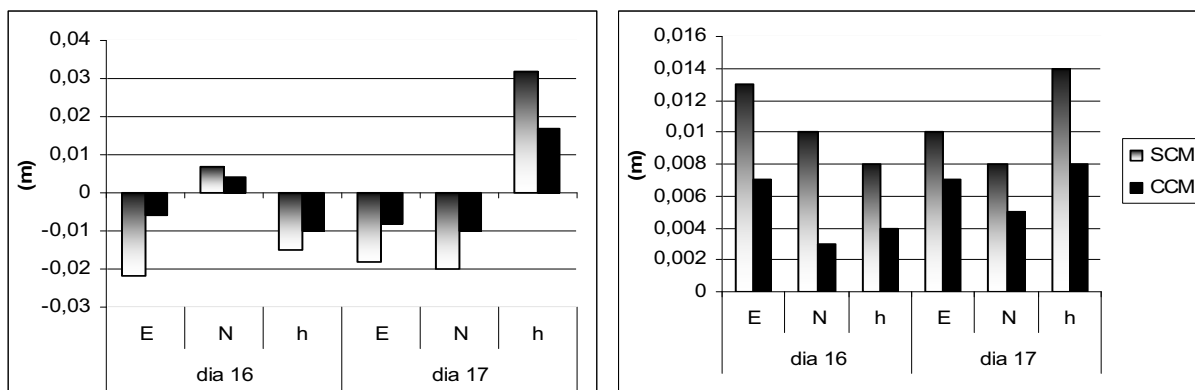


Figura 55 – Estatísticas sem (SCM) e com (CCM) a correção do efeito do multicaminho utilizando a AMR e AW.

Em relação ao *Ratio* (Figura 55a), sabe-se que quanto maior o valor desse teste, maior a probabilidade do vetor das ambigüidades estar solucionado corretamente (TEUNISSEN, 1998a). Pode-se verificar que a solução das ambigüidades após a correção do multicaminho está muito mais confiável, pois os valores são extremamente altos. Já em relação à probabilidade das ambigüidades terem sido solucionadas corretamente (Figura 55b), nota-se que antes da correção do efeito do multicaminho, essa probabilidade estava muito baixa. Isso é esperado pelo fato do efeito do multicaminho prejudicar muito a solução das ambigüidades. Após a correção desse efeito, o teste RAI indicou que as ambigüidades foram solucionadas corretamente com quase 98% de probabilidade. Logo, tem-se novamente indicativos da eficiência da AMR e AW na detecção e correção do efeito do multicaminho a partir dos resíduos das DD GPS.

### 5.1.3.3. Comparação das Coordenadas

As coordenadas antes e após a correção do multicaminho foram comparadas com as coordenadas de referência, ou seja, estimada a partir do processamento das sessões de dados coletadas nos dois dias sem os objetos causadores dos erros de multicaminho mais significativos. As discrepâncias entre as coordenadas são apresentadas na Figura 56a e seus respectivos desvios padrão na Figura 56b.



(a) Discrepâncias entre as coordenadas (b) Desvio Padrão das coordenadas  
 Figura 56 – Comparação das coordenadas (E, N e h) e dos desvios padrão das mesmas SCM e CCM.

A partir da Figura 56a, nota-se mais de 0,030m na discrepância da componente h (dia 17) em relação à coordenada de referência. A discrepância média das coordenadas foi de 0,020m devido aos erros de multicaminho e 0,009m após a correção desse efeito. Ocorreram melhorias em relação a todas as componentes e, na componente E (dia 16), obteve-se uma melhoria de 73%, ou seja, 0,016m. Por se tratar de uma LB curta, esta melhoria foi muito significativa. Observando a Figura 56b, nota-se que o desvio padrão das coordenadas também melhorou bastante. Logo, após a redução do multicaminho, verifica-se que as coordenadas estão mais acuradas.

### 5.1.4. Detecção e Correção do Efeito do Multicaminho na portadora L2

Na Seção 5.1.3 foram apresentadas análises utilizando dados de PD e fase apenas para a portadora L1. Nesta seção, a detecção e correção do efeito do multicaminho será analisada para o processamento de dados de dupla frequência, ou seja, estarão envolvidas observações de PD e fase para ambas as portadoras L1 e L2. O experimento foi realizado com receptores de dupla frequência.

### 5.1.4.1. Análise dos Resíduos das DDs

Na análise dos resíduos das DDs, analogamente ao processamento envolvendo a L1, verificou-se melhorias significativas para todos os resíduos das DDs. Na Figura 57 foram plotados os gráficos dos resíduos para a fase da onda portadora e para a PD no caso com menos (DD23-03) e mais (DD23-21) efeito do multicaminho. Posteriormente, todos os resultados são sumarizados na Tabela 5.

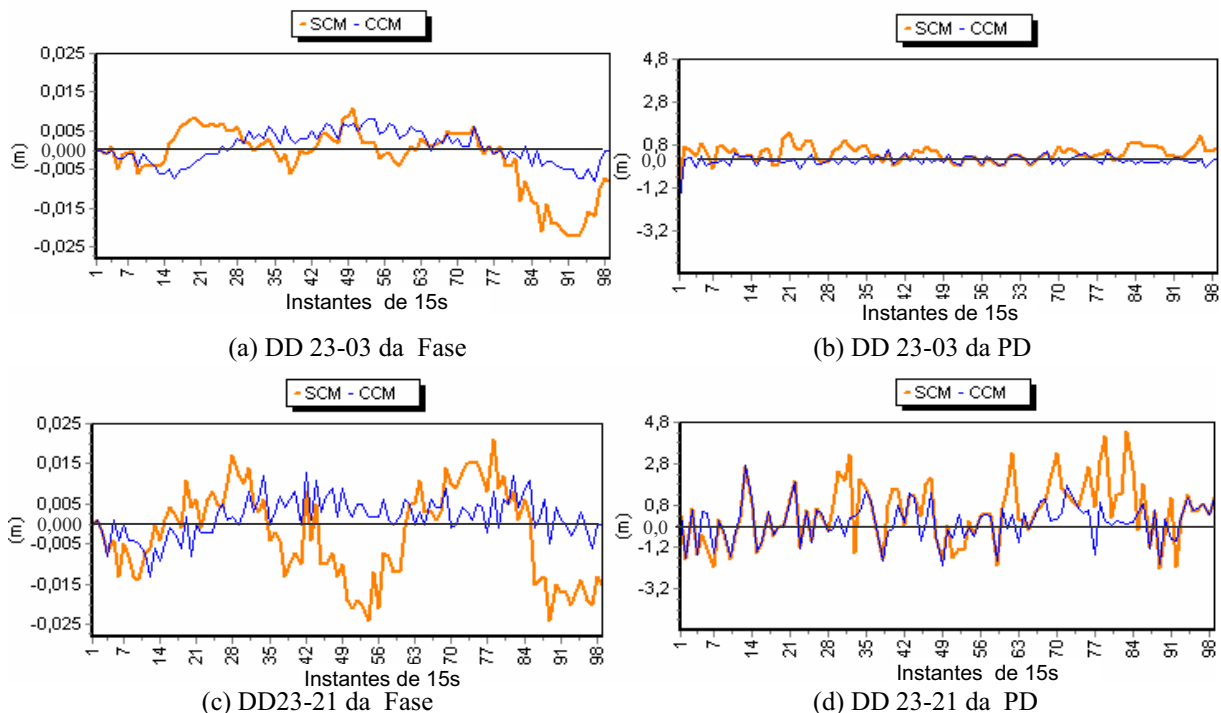


Figura 57 – Resíduos das DDs 23-03 e 23-21 SCM e CCM no dia 16/09/03 para a L2.

Nota-se na Figura 57 que o erro do multicaminho foi reduzido significativamente tanto para a fase como para a PD após aplicar a metodologia proposta.

Na Tabela 5 os valores do EMQ para os resíduos de cada DD sem e com a correção do efeito do multicaminho são apresentados para os dias 16 e 17/09/03. O fator de redução dos erros do multicaminho foi calculado pela divisão ( $EMQ_{SCM} / EMQ_{CCM}$ ).

Tabela 5 – EMQ dos resíduos das DDs de fase e PD para os dias 16 e 17/09/03 para a L2 (m)

Resíduos das DDs	Fase			PD		
	SCM	CCM	Fator de Redução	SCM	CCM	Fator de Redução
DD 23-02	0,007	0,004	1,8	1,018	0,519	2,0
DD 23-03	0,007	0,003	2,2	0,532	0,220	2,4
DD 23-14	0,007	0,003	2,2	0,656	0,212	3,1
DD 23-15	0,007	0,004	2,0	0,556	0,231	2,4
DD 23-16	0,011	0,004	2,8	0,831	0,546	1,5
DD 23-18	0,007	0,003	2,8	0,829	0,576	1,4
DD 23-21	0,011	0,005	2,3	1,567	0,958	1,6
Média	----	----	<b>2,3</b>	----	----	<b>2,1</b>
Desvio Padrão	----	----	<b>±0,4</b>	----	----	<b>±0,6</b>

Nota-se na Tabela 5 que o EMQ foi reduzido, na média, por um fator de 2, aproximadamente, para a fase e para a PD.

Analogamente ao processamento utilizando apenas a portadora L1, nota-se que a detecção do efeito do multicaminho envolvendo dados de dupla frequência também está de acordo com os tamanhos das zonas efetivas de reflexão da primeira zona de Fresnel (Seção 2.3.4.2). Observa-se, para o caso SCM, que o menor erro ocorreu nos resíduos da DD23-03, enquanto o maior se apresentou nos resíduos da DD23-21, conforme esperado.

Para comparar a qualidade das observações de DD para a fase e a PD, antes e após a correção do efeito do multicaminho, utilizou-se a estatística GOM (Equação 54). Os valores obtidos com esta análise podem ser vistos na Figura 58.

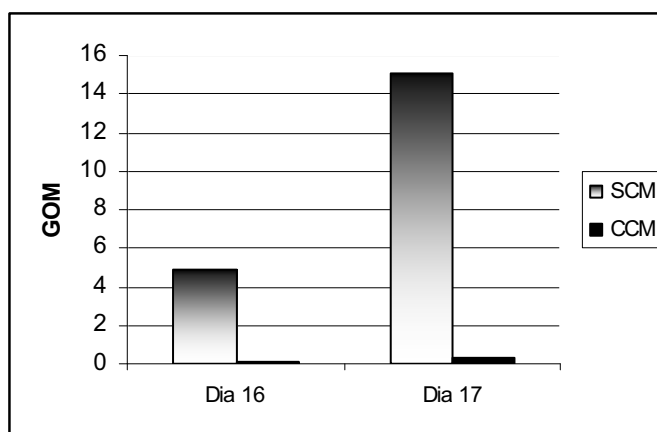


Figura 58 – Estatística GOM sem (SCM) e com (CCM) a correção do multicaminho utilizando a AMR e AW para o processamento envolvendo L1 e L2. Nível de significância = 5%.  $\chi^2 = 40,80$ .

Verifica-se a partir da Figura 58, que o valor do teste GOM nos dias 16 e 17 é menor para as observações após a correção do multicaminho, atingindo até 73% de melhoria.

#### 5.1.4.2. Solução das Ambigüidades

Para verificar a confiabilidade da solução das ambigüidades, a Figura 59 apresenta os valores do teste *Ratio* sem e com a correção do multicaminho.

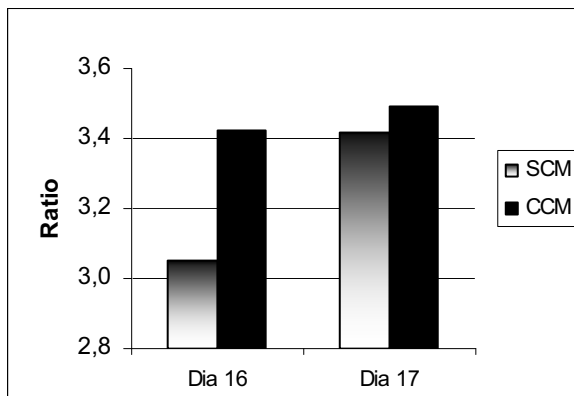
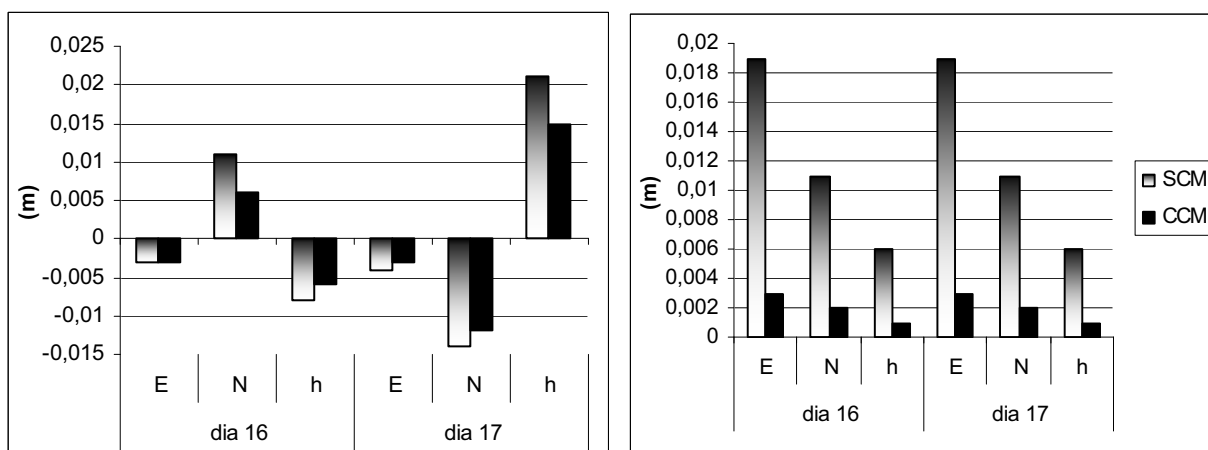


Figura 59 – Teste *Ratio* sem (SCM) e com (CCM) a correção do efeito do multicaminho utilizando a AMR e AW para o processamento envolvendo L1 e L2.

A partir da Figura 59, pode-se verificar que a solução das ambigüidades após a correção do multicaminho está mais confiável, embora os valores não sejam muito diferentes e todos tenham ultrapassado o valor crítico 3.

### 5.1.4.3. Comparação das Coordenadas

As coordenadas antes e após a correção do multicaminho foram comparadas com as coordenadas de referência. As discrepâncias entre as coordenadas são apresentadas na Figura 60a e seus respectivos desvios padrão na Figura 60b.



(a) Discrepâncias entre as coordenadas

(b) Desvio Padrão das coordenadas

Figura 60 – Comparação das coordenadas e desvios padrão das mesmas SCM e CCM para o processamento envolvendo L1 e L2.

A partir da Figura 60a, nota-se mais de 0,020m na discrepância da componente h (dia 17) em relação à coordenada de referência. A discrepância média das coordenadas foi de 0,010m devido aos erros de multicaminho e 0,007m após a correção desse efeito no processamento envolvendo dados de dupla frequência, representando uma melhoria

de 30%. Logo, após a correção do multicaminho, verifica-se que as coordenadas estão mais acuradas.

### 5.1.5. Processamento no modo Cinemático

Com o objetivo de investigar a possibilidade de aplicação da AMR e da AW na redução do efeito do multicaminho em aplicações cinemáticas, foi realizado o processamento dos dados do experimento descrito na Seção 5.1 no modo cinemático. Embora o receptor tenha permanecido estático, o processamento foi realizado no modo cinemático para analisar o desempenho da metodologia proposta. Nesse procedimento, as coordenadas são estimadas em cada instante simulando a estação em movimento. Como ela está estática, há possibilidade de analisar a qualidade do método, bastando para tanto calcular a acurácia do mesmo. É importante realizar essa análise para verificar se o erro proveniente do multicaminho não afeta as coordenadas.

O comportamento das coordenadas, antes e após a redução do efeito do multicaminho utilizando a AMR e a AW foi analisado. Na Figura 61 (a, b e c) são apresentadas as coordenadas locais E, N e h e os desvios padrão determinados em cada instante do processamento.

A partir da Figura 61 (a, b e c) verifica-se que antes de corrigir o efeito do multicaminho o comportamento das coordenadas variou bastante, o que não deveria ocorrer já que o receptor permaneceu estático. Entretanto, isso deve ter ocorrido porque o multicaminho prejudicou a solução das ambigüidades de forma que estas não puderam ser solucionadas com confiabilidade durante todo o processamento. Após aplicar *wavelets* o comportamento das coordenadas melhorou bastante, logo a partir do início do processamento. O desvio padrão das coordenadas também melhorou após a redução do efeito do multicaminho. Isso se deve ao fato de que as ambigüidades foram solucionadas no instante 5 do processamento. Após esse instante, as ambigüidades foram introduzidas como injunção na determinação das coordenadas posteriores no modo cinemático, ou seja, instante por instante. Para decidir sobre o aceite da solução das ambigüidades foi utilizado o teste *Ratio* (Seção 4.1), o qual é ilustrado na Figura 62.

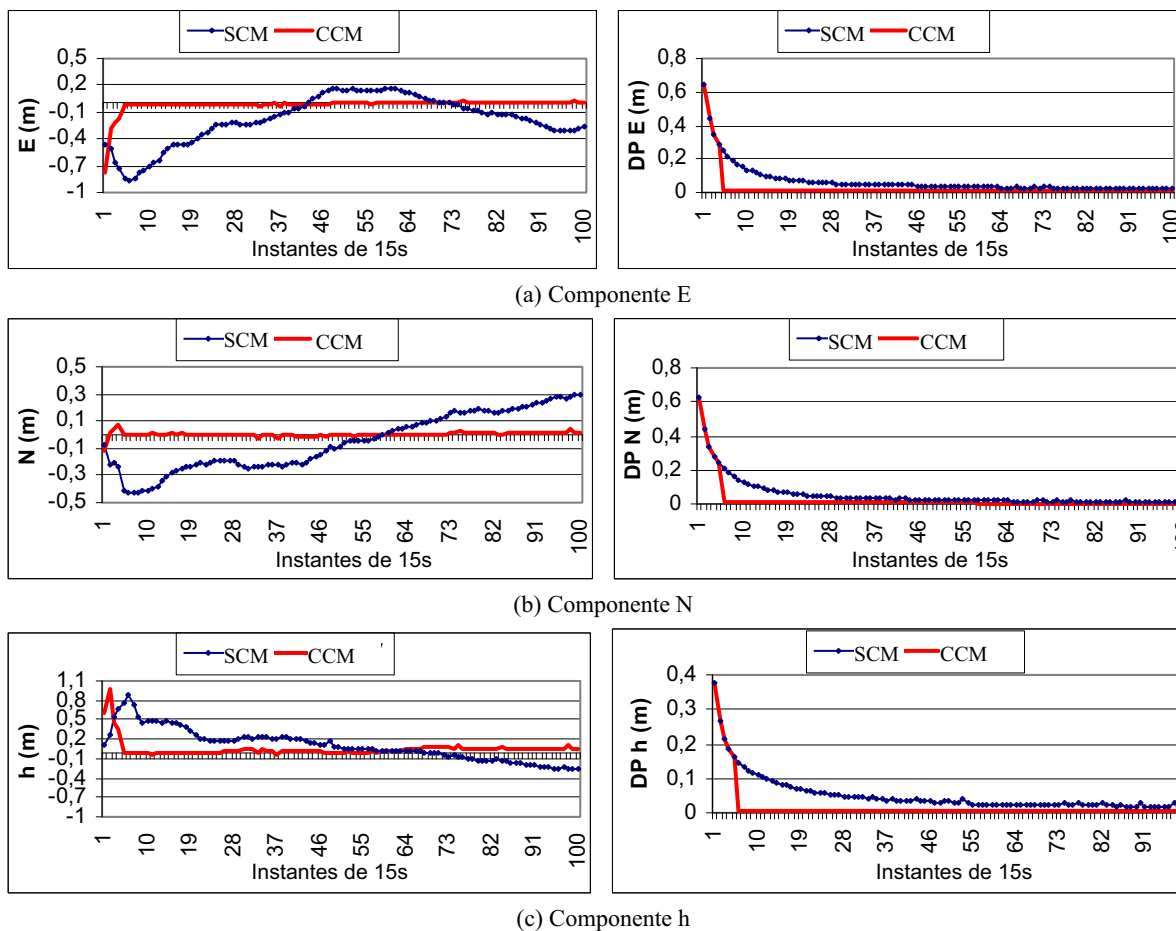


Figura 61 – Coordenadas locais E, N e h e desvios padrão comparados antes e após redução do efeito do multicaminho utilizando a AMR e AW.

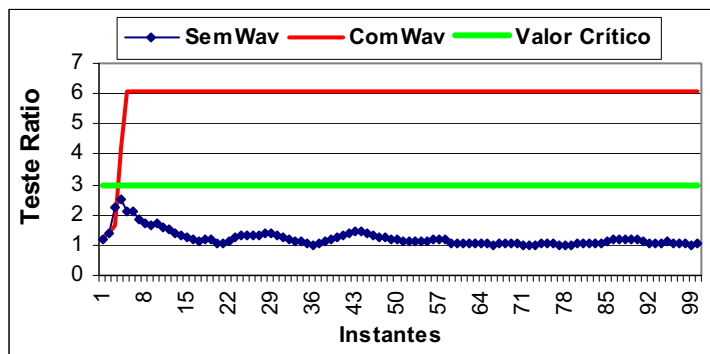


Figura 62 – Teste *Ratio* antes e após redução do efeito do multicaminho.

Conforme ilustrado na Figura 62, o valor crítico 3 foi utilizado para solucionar ou não as ambigüidades. Nota-se que apenas após a redução do efeito do multicaminho, o valor do teste *Ratio* ultrapassou o valor crítico e permitiu que as ambigüidades fossem solucionadas com confiabilidade.

Foram calculadas as discrepâncias entre as coordenadas conhecidas e as obtidas em cada instante do processamento. As resultantes das discrepâncias são ilustradas na Figura 63.



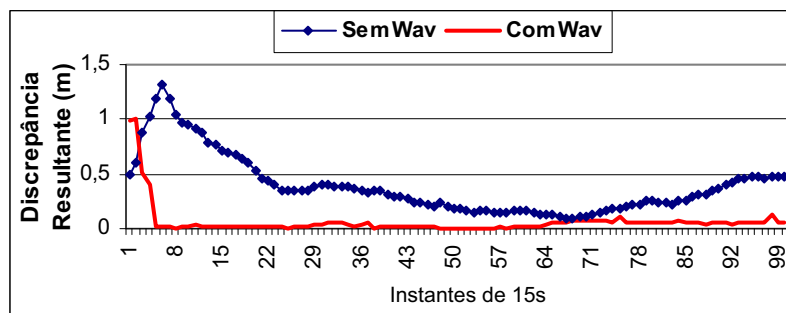


Figura 63 – Resultante das discrepâncias entre as coordenadas conhecidas e as obtidas em cada instante do processamento.

De acordo com a Figura 63, verifica-se que o efeito do multicaminho causou erros significativos nas coordenadas, atingindo até 1,31m. Entretanto, após a redução do efeito do multicaminho, verifica-se que as coordenadas estão bem mais acuradas. Obteve-se até 1,29m de melhoria nas discrepâncias das coordenadas. Na média obteve-se 0,45m de melhoria.

## 5.2. Posicionamento Relativo Cinemático – Dados Simulados

Nesta seção é apresentado um experimento realizado com o simulador de sistemas de navegação (Seção 4.4) desenvolvido pela *Spirent* e adquirido pelo INPE.

Foram simulados diversos cenários envolvendo diferentes tipos de movimento de veículos e diferentes possibilidades de multicaminho no *software* SimGEN. Uma vez criados os cenários, foi conectado um receptor Topcon Hipper GGD no *hardware* simulador, instalado nas dependências no INPE, para que os arquivos RINEX de observação e navegação pudessem ser gerados.

Era esperado que o receptor reconhecesse todas as configurações determinadas em cada cenário como se estivesse em um ambiente real. Entretanto, diversos imprevistos ocorreram. Embora, dados de diversos satélites estivessem sendo simulados, o receptor demorou em torno de 10min para rastrear 2 ou 3 satélites. O rastreamento de 4 ou 5 satélites ocorreu, em geral, depois de 20min de coleta de dados. Outro problema foi relacionado com a data e hora do rastreamento. Mesmo o receptor sendo reinicializado a cada início de simulação, o começo do rastreamento ocorria de acordo com o tempo universal coordenado e, no meio ou final de cada rastreamento (de no máximo 30min), o horário seguia conforme simulado no cenário. Devido a fatores desse tipo, foi possível processar e analisar os dados de apenas um cenário, o qual é descrito a seguir.

Simulou-se um veículo em movimento circular com as configurações ilustradas na Figura 64.

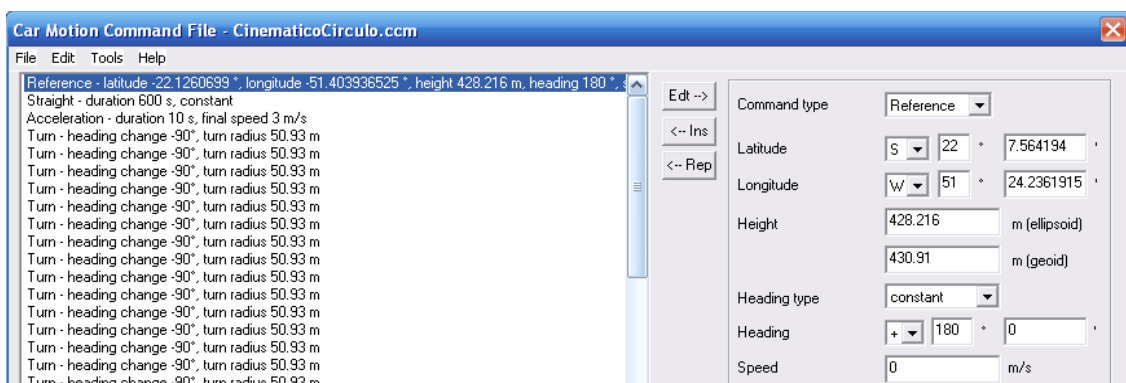


Figura 64 – Configurações do movimento simulado.

Em um primeiro momento esse cenário foi simulado sem objetos refletores para causar o efeito do multicaminho. A partir dessa simulação têm-se as coordenadas de referência do veículo em cada instante. Posteriormente, o mesmo cenário foi simulado mas colocando uma superfície vertical de 40m de altura e largura “ilimitada” a 2m do lado direito do veículo, conforme ilustrado na Figura 65.

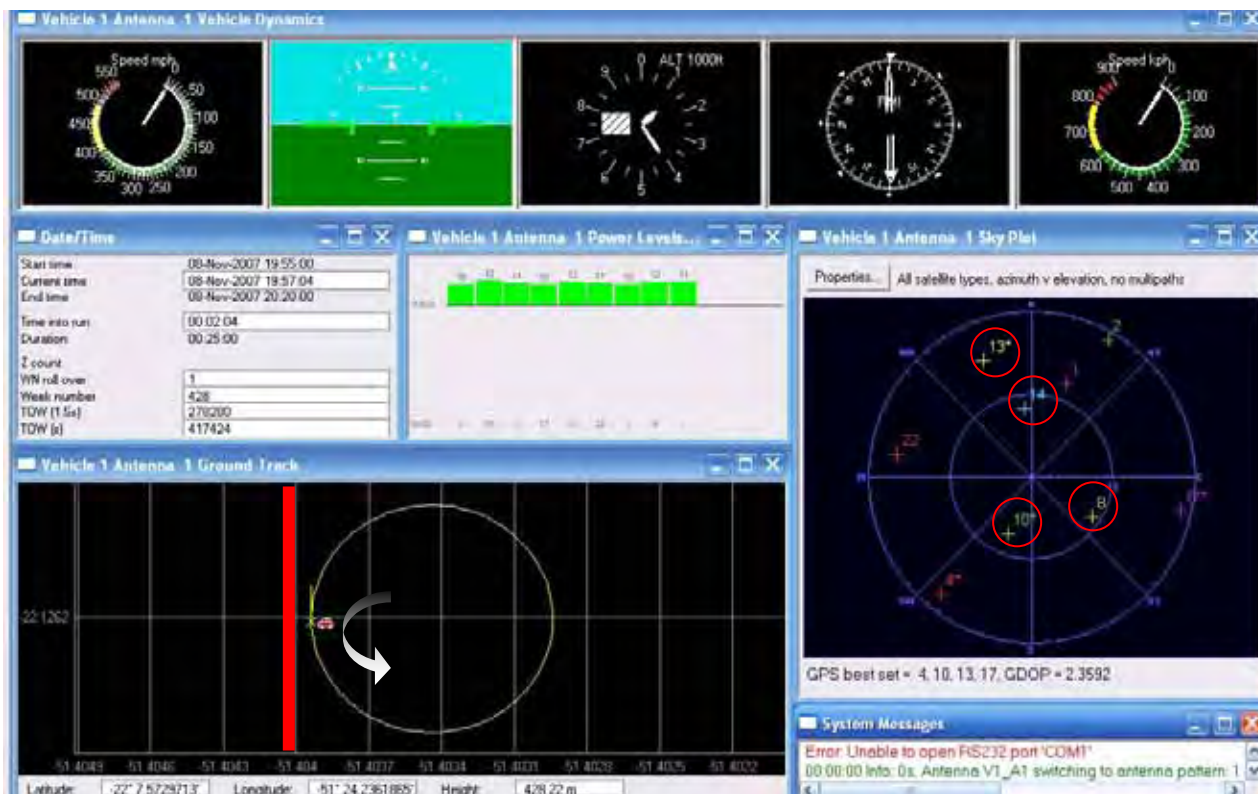


Figura 65 – Cenário do experimento simulado no *software* SimGEN.

Todos os satélites ilustrados no *skyplot* da Figura 65 fizeram parte da simulação, mas apenas os satélites 8, 10, 13 e 14 foram rastreados durante 100s. Pode-se verificar que o PRN 14 é o satélite com maior ângulo de elevação, logo, foi escolhido como satélite base para formar as DDs. O intervalo de coleta foi de 1s e a máscara de elevação de  $10^\circ$ .

O processamento dos dados foi realizado sem e com a correção do efeito do multicaminho utilizando *wavelets*. Foi aplicada a *wavelet* mãe Spline5 e a janela de dados adotada para o processamento foi de tamanho 30. O motivo dessas escolhas é apresentado na Seção 5.3. Optou-se por realizar a comparação das *wavelets* mãe e tamanho da janela com dados reais, pois no caso dos dados simulados, o número pequeno (4) e distribuição ruim dos satélites (Figura 65) não se referem a uma situação usual na prática.

Na Figura 66 a DD14-13 é apresentada para a fase e PD. As demais DDs apresentaram comportamento similar.

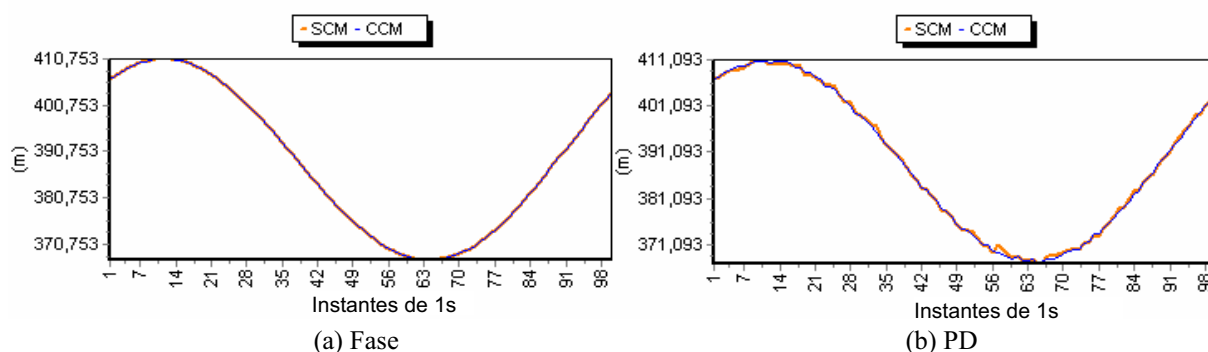


Figura 66 – DD14-13 para a fase e PD sem e com correção do efeito do multicaminho.

A partir da Figura 66 os princípios discutidos na Seção 4.2.1 podem ser verificados para os dados simulados, ou seja, observa-se na DD o movimento cíclico do veículo. Embora esteja mais visível para a PD, também é possível observar que a DD corrigida do efeito do multicaminho parece melhor representar o movimento do receptor móvel.

Para verificar o comportamento das ambigüidades durante os processamentos, na Figura 67 são apresentadas as ambigüidades *float* da DD14-08, DD14-10 e DD14-13 para a L1.

Nota-se na Figura 67 que o comportamento da estimativa das ambigüidades das DDs para o caso CCM estabilizou antes que o caso SCM. Não foi possível solucionar as ambigüidades com confiabilidade para o caso SCM, nem mesmo no último instante do processamento com o intuito de realizar o posicionamento cinemático pós-processado. A

ambigüidade da DD14-10 é solucionada incorretamente e ao reprocessar os dados os resultados são muito deteriorados. Se o reprocessamento é realizado com a ambigüidade *float*, os resultados também são deteriorados. Dessa forma, foram avaliados os processamentos RTK solucionando e sem solucionar as ambigüidades apenas no caso CCM.

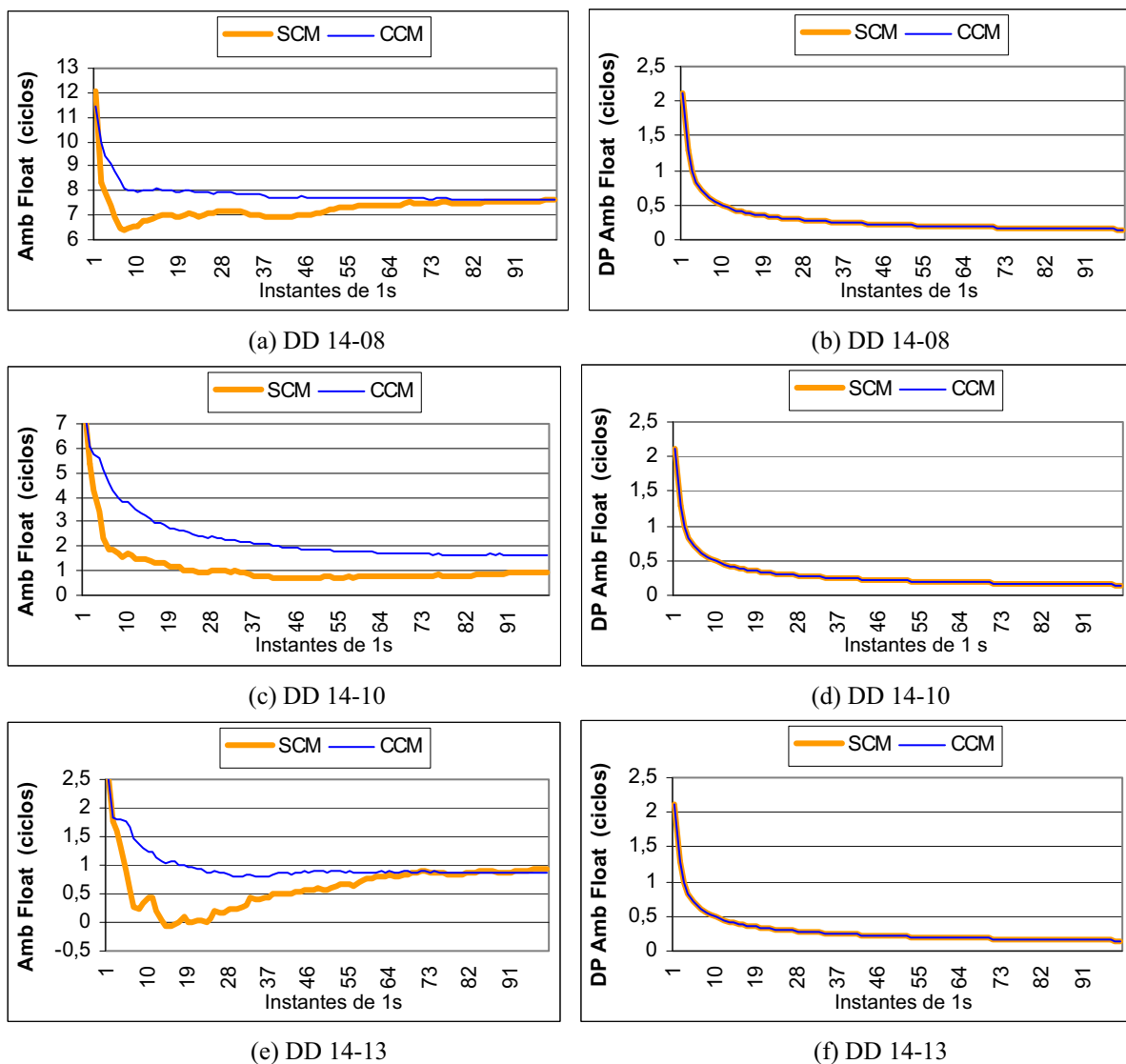


Figura 67 – Ambigüidades *float* das DDs para a L1.

Na Figura 68a são comparadas as resultantes das discrepâncias entre as coordenadas 3D estimadas e as de referência (simuladas) utilizando as estratégias SCM e CCM sem solucionar as ambigüidades em ambas as estratégias. Na Figura 68b tais discrepâncias são apresentadas para o caso em que as ambigüidades da estratégia CCM puderam ser solucionadas com confiabilidade.

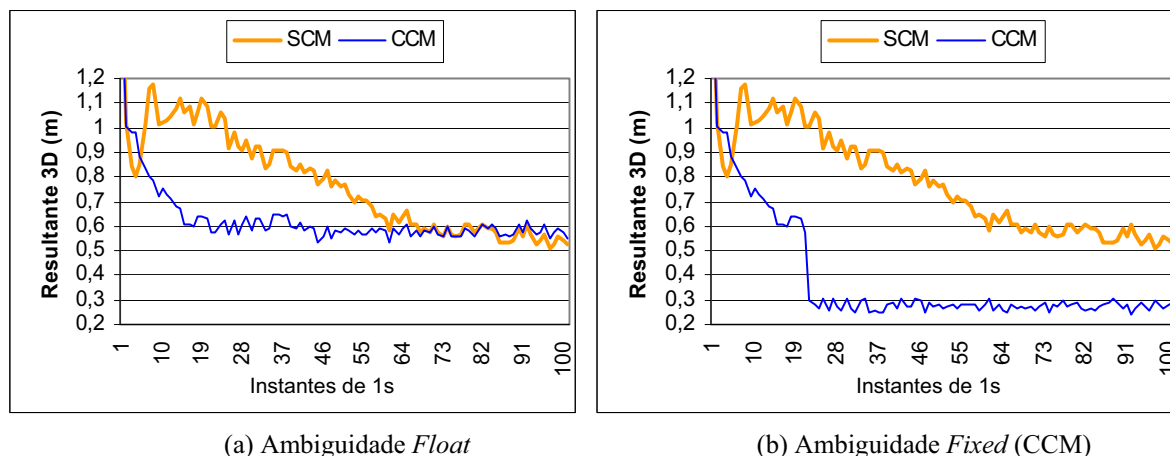


Figura 68 – Resultante das discrepâncias entre as coordenadas 3D estimadas e as de referência (simuladas).

Verifica-se na Figura 68 que as discrepâncias após corrigir o efeito do multicaminho foram menores tanto para o caso em que as ambigüidades estavam *float* como para as ambigüidades *fixed*. Embora ainda se verifique um erro sistemático de aproximadamente 0,28m no caso CCM (Figura 68b), as discrepâncias foram reduzidas em 0,40m, na média, representando uma melhoria de 60%. Pelo fato de terem sido processadas apenas 3 DDs, envolvendo satélites não bem distribuídos (Figura 65), é importante avaliar o *Geometric Dilution of Precision* (GDOP), o qual propicia um indicativo da distribuição dos satélites. O GDOP está relacionado com o inverso do volume de um tetraedro formado pelas posições do usuário e dos 4 satélites. A melhor geometria ocorre quando o volume é maximizado, o que implica em um GDOP mínimo (MONICO, 2007, p. 288). Nota-se na Figura 65 que se todos os satélites simulados tivessem sido rastreados, o GDOP seria 2,3. Entretanto, ao considerar apenas os 4 satélites (1, 8, 10, 13 e 14) rastreados, o GDOP foi 5,2. Esse fator indica que é esperado que a qualidade dos resultados seja realmente deteriorada pela distribuição ruim dos satélites.

Analisando o teste estatístico LOM para comparar a qualidade das observações de DD da fase e da PD, antes e após a correção do efeito do multicaminho, verifica-se que não há indicativos de efeitos não modelados (Figura 69).

O teste estatístico LOM mostrou que a qualidade das observações melhorou significativamente depois de corrigir o efeito do multicaminho. Na média, a melhoria foi de 81%.

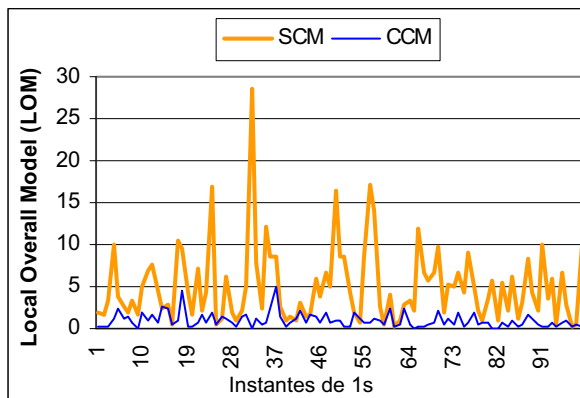


Figura 69 – Teste estatístico LOM. Nível de significância = 5%.  $\chi^2 = 16,35$ .

Na Tabela 6 os valores do EMQ para os resíduos de cada DD sem e com a correção do efeito do multicaminho são apresentados.

Tabela 6 – EMQ dos resíduos das DDs de fase e PD (m)

Resíduos das DDs	Fase			PD		
	SCM	CCM	Fator de Redução	SCM	CCM	Fator de Redução
DD 14-08	0,002	0,001	2,0	0,512	0,252	2,0
DD 14-10	0,003	0,002	1,5	0,466	0,310	1,5
DD 14-13	0,002	0,001	2,0	0,496	0,242	2,0
Média	----	----	<b>1,8</b>	----	----	<b>1,8</b>
Desvio Padrão	----	----	<b>±0,3</b>	----	----	<b>±0,3</b>

A partir da Tabela 6, verifica-se que o EMQ dos resíduos das DDs processadas foi reduzido pela metade, ou seja, por um fator de 2, na média.

### 5.3. Posicionamento Relativo Cinemático – Dados Reais

Para efetivação do posicionamento cinemático, foi realizado um experimento com um veículo cujo movimento era controlado. Esse experimento foi realizado em parceria com a Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” (ESALQ/USP) no dia 09 de novembro de 2007. Um trator pequeno foi adaptado para operar ancorado em torno de um pivô central (Figura 70a). O pivô central possui um mancal fixado sobre uma base de concreto. Sobre o mancal foi apoiado um eixo girante que lhe permite o movimento com um mínimo de atrito. O veículo foi preso por um cabo de aço e foi esterçado levemente para fora de forma que o cabo ficasse permanentemente esticado e com isso se tivesse um círculo regular (Figura 71).

Para determinar as coordenadas da base central foi instalado um receptor geodésico de dupla frequência Topcon Hipper GGD. O receptor utilizado no veículo foi de mesma marca e modelo.



(a) Receptores base e móvel

(b) Ônibus colocado para refletir os sinais GPS

Figura 70 – Cenário do experimento cinemático.



Figura 71 – Ilustração do círculo formado com o movimento do veículo.

Para causar propositalmente o efeito do multicaminho, principalmente o de frequência baixa, um ônibus foi colocado a 2m do trator (Figura 70b). A LB formada foi de aproximadamente 15m, logo, os erros provenientes da atmosfera e órbitas podem ser considerados insignificativos. Portanto, nos resíduos das DD da PD e fase devem exibir, principalmente, multicaminho e ruído das observações.

Os dados foram coletados com uma máscara de elevação de  $10^\circ$  e em um intervalo amostral de 1s durante um período de 1000s. Durante os primeiros 400s o trator permaneceu parado ao lado do ônibus e, após esse período, iniciou o seu movimento ao redor do pivô com uma velocidade constante de 4km/h. Para cada instante  $k$ , o multicaminho é detectado, extraído e aplicado diretamente às observações de DD para corrigi-las desse efeito. Instantaneamente, o FK é aplicado novamente, mas com as observações de DD corrigidas. Para formar as DDs, o PRN 14, com o ângulo de elevação mais alto ( $63^\circ - 69^\circ$ ) conforme ilustrado na Tabela 7, foi escolhido como satélite base. Os PRNs 3 e 18 envolvidos na DD

com o segundo ângulo de elevação mais alto (55° - 59°) e o mais baixo (23° - 18°) foram escolhidos para ilustrar os resultados. Essas duas DDs foram, respectivamente, os casos com menos e mais efeitos significativos do multicaminho, porque o erro do multicaminho é inversamente proporcional ao ângulo de elevação do satélite. A Figura 72 mostra os ângulos de elevação e azimute para cada satélite visível no momento da coleta de dados relacionados no *skyplot*.

Tabela 7 – Ângulo de elevação dos satélites (Graus) do instante inicial e final do processamento

PRN	Ângulo de elevação	
	Inicial	Final
22	57°	51°
14	63°	68°
3	55°	59°
1	36°	44°
18	23°	18°
19	28°	34°

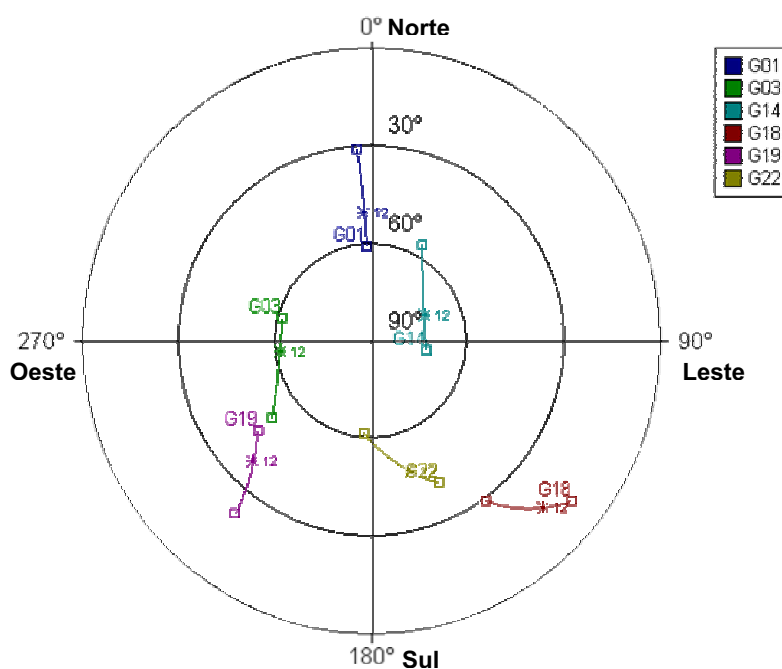


Figura 72 – Skyplot - diagrama de visibilidade dos satélites rastreados, o qual representa uma projeção dos satélites centrada na posição do receptor. O azimute (0° a 360°) e ângulo de elevação (0° a 90°) dos satélites são mostrados em função do tempo.

Em um primeiro momento, o posicionamento relativo cinemático foi executado sem nenhuma correção do efeito do multicaminho (SCM). Já em um segundo momento, a MRA foi aplicada para corrigir o efeito do multicaminho. Nos resultados essa estratégia com correção do multicaminho é representada por CCM.



Os primeiros resultados a serem mostrados referem-se à análise do modelo matemático funcional representado pelas DDs. Os princípios discutidos na Seção 4.2.1 serão analisados na próxima seção.

### 5.3.1. Análise do Modelo Funcional de DDs

Para comparar o comportamento do modelo funcional de DDs da PD antes e após aplicar a AMR, pode-se observar a Figura 73.

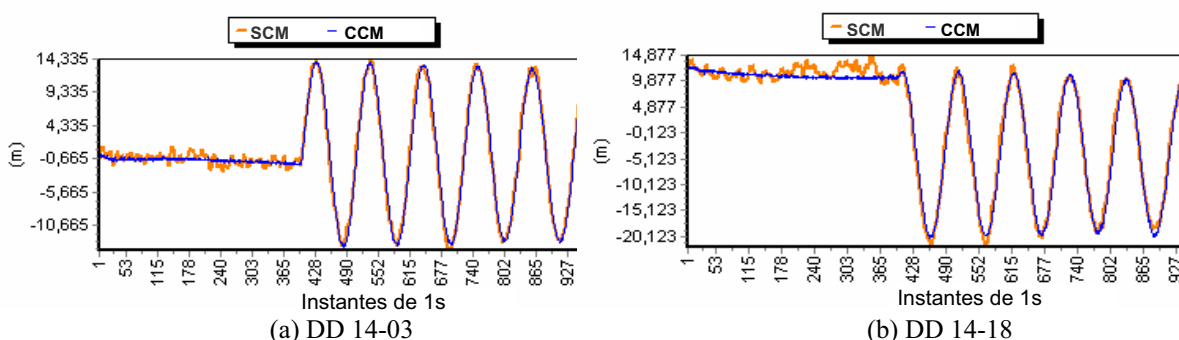


Figura 73 – Observações de PD sem e com correção do efeito do multicaminho.

A partir da Figura 73 os princípios discutidos na Seção 4.2.1 podem ser verificados. Pode-se observar o movimento do trator, o qual começou aproximadamente no instante 400. Quando o deslocamento se inicia, o modelo funcional de DD representa o movimento cíclico da trajetória do receptor móvel. Também é possível observar que as DDs corrigidas do efeito do multicaminho parecem melhor representar o movimento do receptor móvel.

Para as observações de fase da onda portadora, as DDs são plotadas na Figura 74.

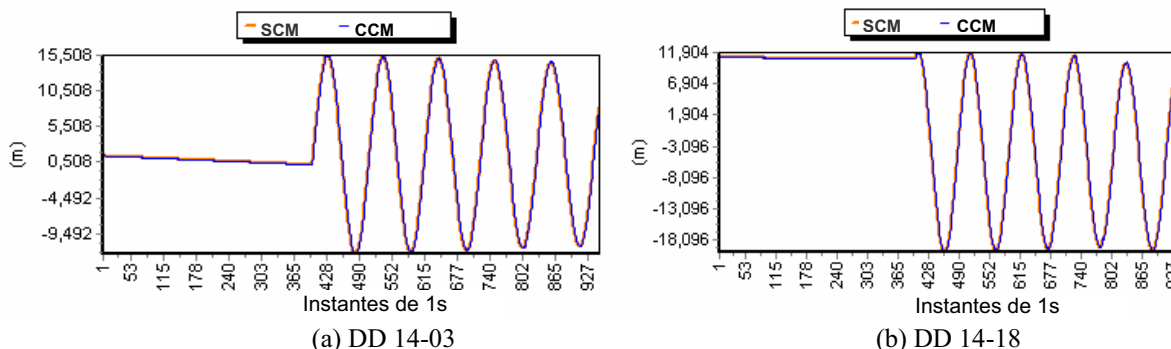


Figura 74 – Observações de fase sem e com correção do efeito do multicaminho.

Como o ruído da observação de fase é muito menor que a da PD, não se nota diferenças entre os processamentos SCM e CCM. Mas tanto para a PD quanto para a fase, é possível verificar que o modelo funcional de DD representa o movimento do receptor.

### 5.3.2. Comparação das diferentes *wavelets* mãe

Nesta seção o desempenho das bases de *wavelet* ortonormais e biortogonais na aplicação em séries temporais GPS é comparado para o caso cinemático. Os resultados foram analisados em relação à acurácia das coordenadas 3D. Devido ao fato de nesse experimento o comprimento da LB ser a única informação conhecida, o EMQ das discrepâncias da estimativa da LB foi comparado e ilustrado na Figura 75, para o período em que o veículo estava em movimento (instante 400 a 1000).

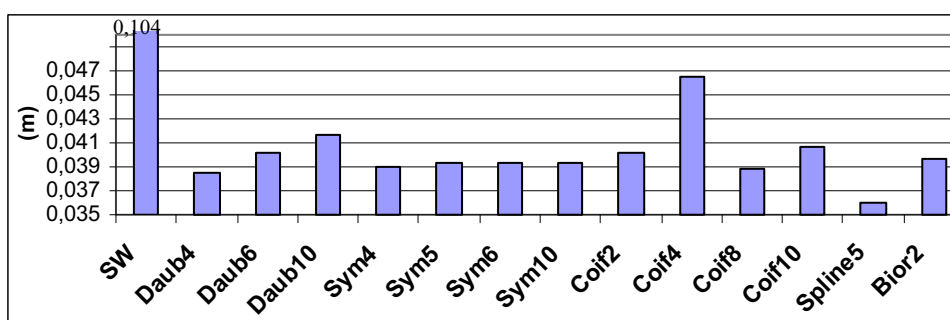


Figura 75 – EMQ das discrepâncias da LB aplicando e sem aplicar *wavelet* (SW).

Pode-se notar na Figura 75 que o EMQ das discrepâncias da LB foi menor para as *wavelets* mãe Spline5 (base biortogonal). Com o uso da Spline5 chega-se a uma redução de 35% no EMQ das discrepâncias, o que corresponde a praticamente 7cm de melhoria em relação ao posicionamento sem aplicar *wavelets* (SW). Nota-se, portanto, que o uso da base de *wavelets* biortogonal Spline5 passa a ser significativo em aplicações cinemáticas em que se deseja resultados de alta precisão.

Os resultados apresentados estão influenciados pelo tempo de solução das ambigüidades, o qual é ilustrado na Figura 76.

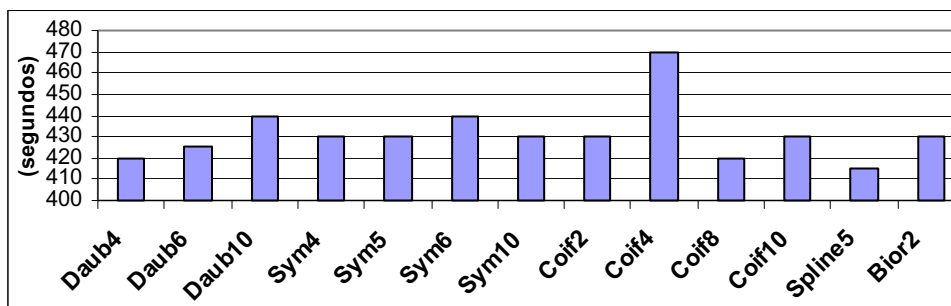


Figura 76 – Tempo necessário para a solução das ambigüidades aplicando cada uma das *wavelets* mãe.

Verifica-se na Figura 76 que o tempo para a solução das ambigüidades com confiabilidade foi diferente para cada uma das *wavelets* mãe analisadas. Sem aplicar *wavelets*, as ambigüidades não puderam ser solucionadas com confiabilidade, por isso o tempo para o caso SW não consta nessa análise. Além disso, pode-se notar que o tempo necessário para a solução das ambigüidades foi menor para a Spline5, ou seja, menos de 7min.

Assim, a *wavelet* mãe Spline5 foi escolhida para ser aplicada na correção do efeito do multicaminho no posicionamento cinemático.

### 5.3.3. Análises do Tamanho da Janela de dados

Conforme descrito na metodologia, no posicionamento cinemático, é necessário realizar o processamento utilizando janelas de dados. No entanto, a dimensão da janela móvel deve ser determinada de acordo com a qualidade dos resultados.

Para a aplicação da transformada de *wavelets* através do algoritmo piramidal a janela de dados deve ser maior ou igual a 4. Dessa forma, foram avaliados alguns tamanhos de janelas no intervalo de 8 a 64 segundos.

O EMQ das discrepâncias da estimativa da LB foi comparado e ilustrado na Figura 77 para alguns tamanhos de janelas de dados. O tempo necessário para a solução das ambigüidades também foi avaliado e consta na Figura 78.

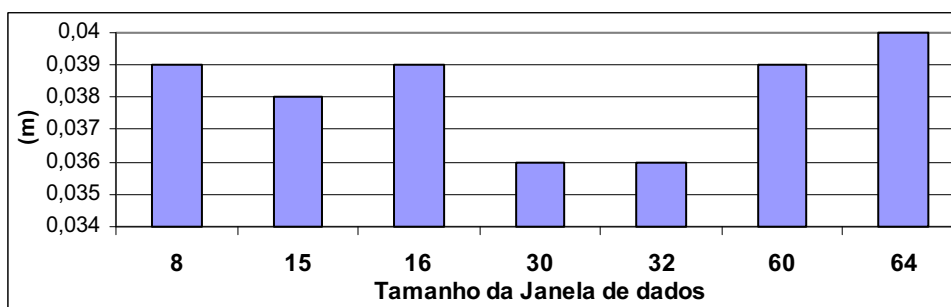


Figura 77 – EMQ das discrepâncias da LB para cada um dos tamanhos das janelas de dados processadas

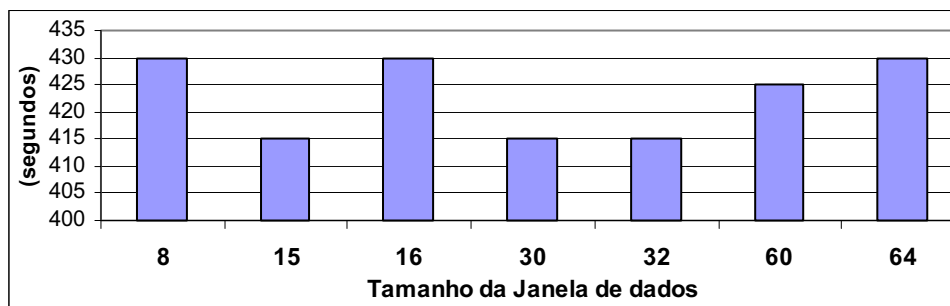


Figura 78 – Tempo necessário para a solução das ambigüidades aplicando cada uma das janelas utilizadas.

A partir da Figura 77 pode-se notar que o menor valor do EMQ das discrepâncias das linhas de base ocorreu quando foi aplicada uma janela de dados de tamanho 30. Ao aumentar o tamanho da janela, os resultados foram piorando gradativamente. O tempo necessário para solução das ambigüidades utilizando a janela de tamanho 30 também ficou entre os menores. Em relação ao tempo de processamento, quanto maior o tamanho da janela, maior o tempo de processamento. Isso se deve à decimação por 2 (*downsampling*), vista na Seção 3.3. Uma janela de tamanho 4 é dividida apenas uma vez no algoritmo piramidal, uma de tamanho 8 é dividida duas vezes, e assim sucessivamente. Logo, para uma série temporal de 1000 dados e aplicando uma janela de tamanho 30 ou 32 realiza-se 4000 divisões no algoritmo piramidal, enquanto que com uma janela de 64, realiza-se 8000 divisões. Torna-se, portanto, viável utilizar janelas o quanto menor possível. Dessa forma, avaliando o EMQ apresentado na Figura 77 em conjunto com o tempo necessário para a solução das ambigüidades (Figura 78) e também o desempenho computacional, conclui-se que a melhor janela de dados a ser considerada é a de tamanho 30.

#### 5.3.4. Análises da Correção do Efeito do Multicaminho para a L1

Conforme discutido na Seção 4.2, o posicionamento relativo cinemático pode ser realizado em tempo real (RTK) ou pós-processado. Nas próximas seções, a correção do efeito do multicaminho utilizando *wavelets* é avaliada para ambos os processamentos.

##### 5.3.4.1. RTK

Na análise do desempenho da correção do efeito do multicaminho utilizando *wavelets* no RTK, os resíduos das DDs foram comparados. Os resíduos estimados para a fase e PD respectivos a DD14-03 e DD14-18 são plotados na Figura 79.

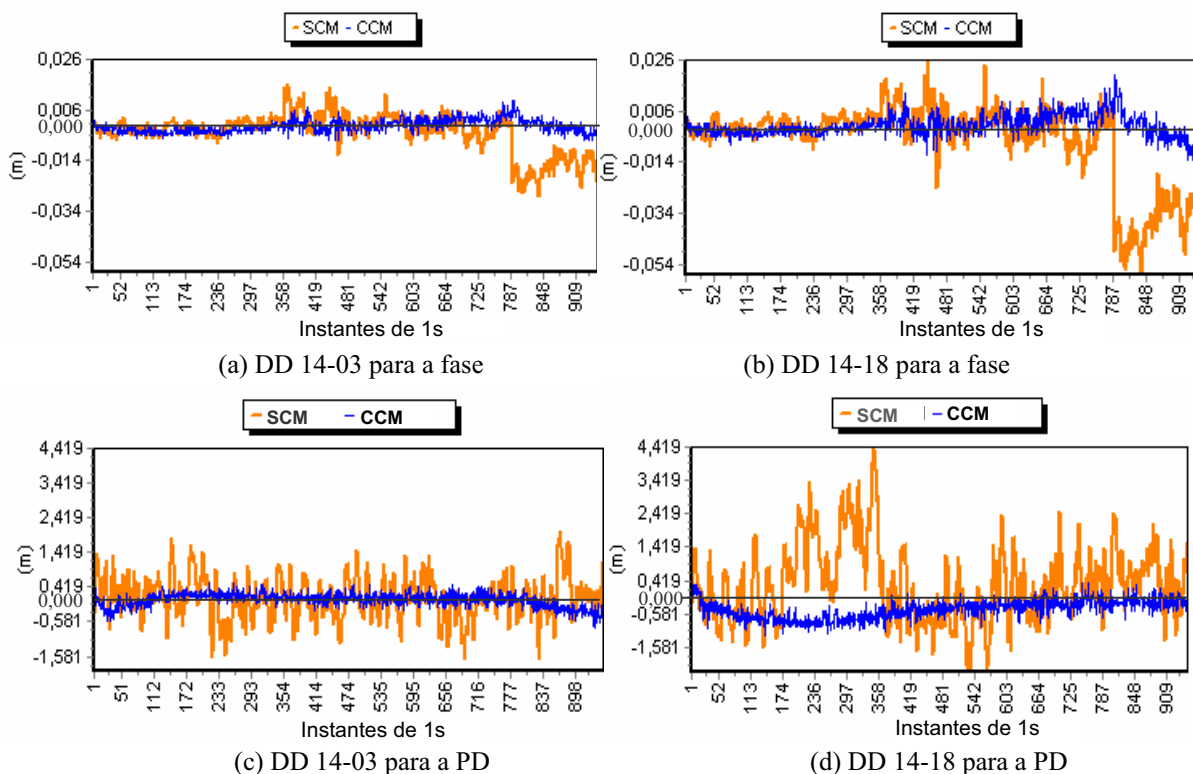


Figura 79 – Resíduos das DDs.

Pode-se observar a partir da Figura 79 que a tendência do multicaminho foi significativamente reduzida para ambas as observações quando a metodologia baseada em *wavelets* foi aplicada (CCM). Verifica-se também os resíduos da DD 14-03 apresentaram erros menores que os da DD14-18. Isto era esperado devido ao erro do multicaminho ser inversamente proporcional ao ângulo de elevação do satélite e o PRN 03 ser o satélite com segundo ângulo de elevação mais alto (55° - 59°) enquanto o PRN 18 apresentou o ângulo de elevação mais baixo (23° - 18°) dentre todos os satélites.

Na Tabela 8 os valores do EMQ para os resíduos de cada DD sem e com a correção do efeito do multicaminho são apresentados para a L1.

Tabela 8 – EMQ dos resíduos das DDs da L1 para o caso RTK (m)

Resíduos das DDs	Fase			PD		
	SCM	CCM	Fator de Redução	SCM	CCM	Fator de Redução
DD 14-01	0,007	0,004	1,8	0,959	0,350	2,7
DD 14-03	0,017	0,004	4,3	0,622	0,276	2,3
DD 14-18	0,007	0,003	2,3	1,176	0,385	3,1
DD 14-19	0,008	0,002	4,0	0,887	0,357	2,5
DD 14-22	0,012	0,005	2,4	0,779	0,292	2,7
Média	----	----	3	----	----	2,6
Desvio Padrão	----	----	±1,1	----	----	±0,3

Nota-se na Tabela 9 que o EMQ foi reduzido, na média, por um fator de aproximadamente 3, para a fase e para a PD.

Voltando a analisar os gráficos dos resíduos da fase na Figura 79 (a e b), nota-se um salto no instante 788. Esse salto se deve ao fato de terem ocorrido perdas de ciclos no receptor móvel em todos os satélites nesse instante, inclusive no satélite base (Figura 80).

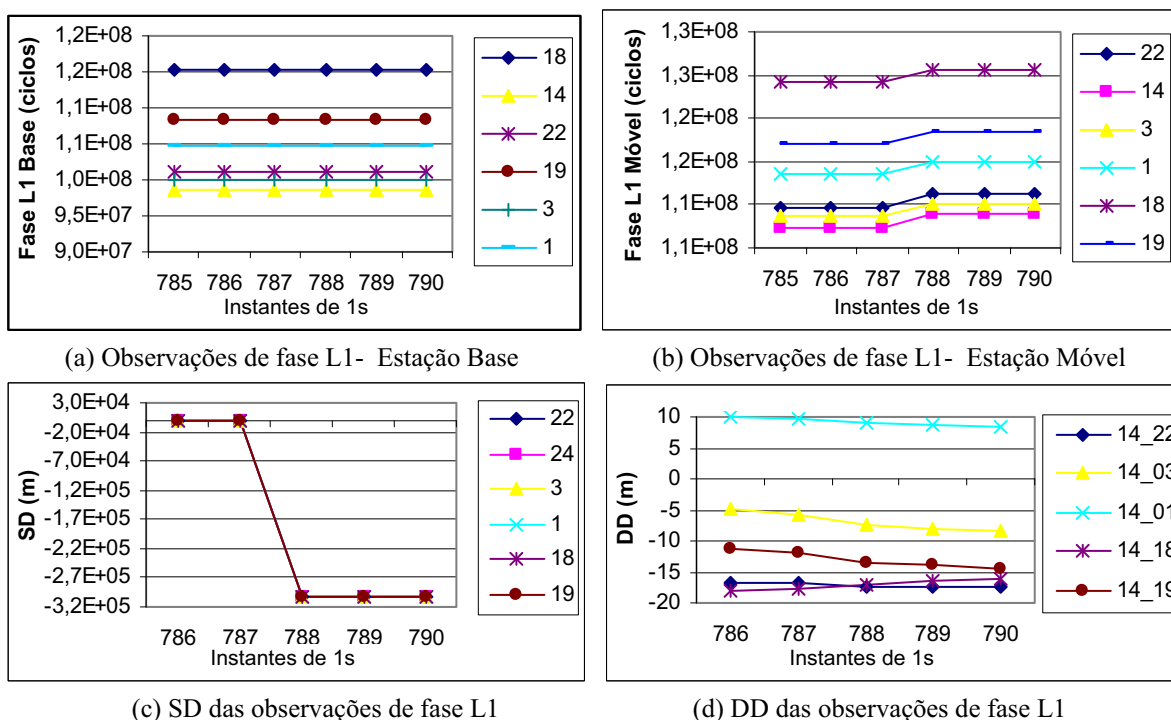


Figura 80 – Observações, SD e DD da fase.

Na Figura 80b pode-se observar as perdas de ciclos na estação móvel. Ao formar as SDs (Figura 80c), tais perdas ficam mais nítidas. Entretanto, ao formar as DDs (Figura 80d) os saltos já não podem ser identificados para todos os satélites, como por exemplo, para a DD14-18.

Conforme descrito na Seção 4.3.1, a tetra diferença está sendo utilizada para detecção de perdas de ciclos. As tetras 14-03 e 14-18 são ilustradas na Figura 81.

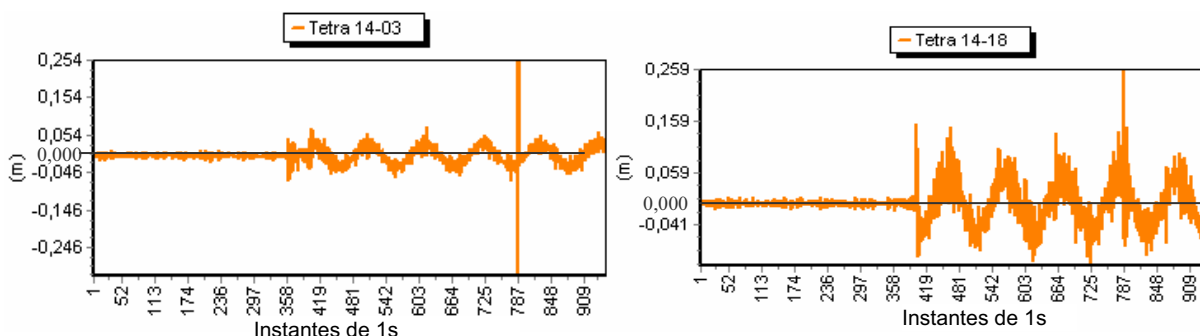


Figura 81 – Tetra Diferenças da fase L1.

Pode-se verificar na tetra diferença 14-03 (Figura 81a) que a perda de ciclos causou influências nos instantes 788 e 799, cujos valores dos saltos são de aproximadamente a mesma magnitude e sinais opostos. Entretanto, na tetra 14-18 a perda de ciclos ficou mais caracterizada como erro grosseiro, pois os saltos não apresentaram a característica de mesma magnitude e sinais opostos. Mas, mesmo nesse caso, a estratégia de modificação da MVC dos parâmetros (Seção 4.3.1) foi aplicada.

É muito importante ressaltar que embora essa estratégia de modificação da MVC tenha apresentado resultados muito bons para o posicionamento estático, mesmo no caso de perdas no satélite base, no caso cinemático os princípios a serem considerados são diferentes. A variância das coordenadas é relaxada a cada instante no posicionamento cinemático, para permitir a estimativa do movimento do receptor. Logo, na ocorrência de perdas de ciclos, é atribuído um valor grande às variâncias de todos os parâmetros na MVC, o que corresponde na prática, a uma reinicialização das estimativas. Portanto, é esperado que ao ocorrer perdas de ciclos, a qualidade dos resultados seja prejudicada.

Em relação à comparação dos processamentos antes e após a aplicação da metodologia baseada em *wavelets*, o comprimento da LB estimada para cada instante foi analisado. O comprimento da LB é conhecido, já que é igual ao raio da circunferência percorrida pelo receptor móvel. Na Figura 82 são apresentadas as discrepâncias entre as LB estimadas e o valor de referência.

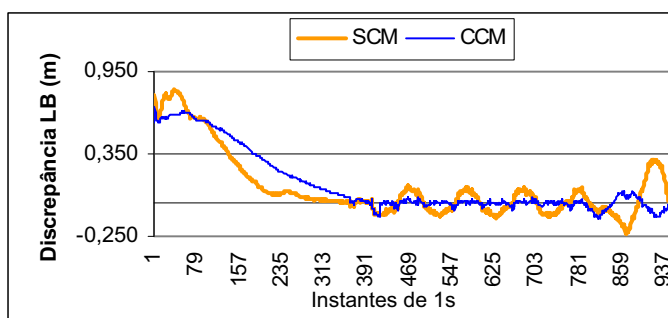


Figura 82 – Discrepâncias entre a LB estimada e a conhecida para o processamento envolvendo L1.

Nota-se na Figura 82 que no início do processamento, enquanto o veículo estava parado ao lado do ônibus, os resultados não foram bons para ambos os processamentos SCM e CCM. Isso se deve ao fato de que no início do rastreo, além do efeito do multicaminho prejudicar os resultados, a precisão das ambigüidades é elevada. Logo, houve dificuldade na solução das ambigüidades, as quais não puderam ser solucionadas com confiabilidade durante todo período processado para o caso SCM. Após a correção do efeito do multicaminho, as ambigüidades puderam ser solucionadas com confiabilidade no instante

418, requerendo, portanto, menos de 7 min para essa solução. Uma vez que as ambigüidades foram solucionadas, a qualidade dos resultados no processamento CCM foi muito boa, conforme pode ser verificado na Figura 82, no intervalo do instante 418 ao 788. Após o instante 788, conforme já discutido anteriormente nessa seção, as perdas de ciclo prejudicaram os resultados, conforme esperado. Mas mesmo assim, o processamento CCM apresentou resultados melhores.

Na Figura 83 são apresentadas as ambigüidades *float* da DD14-03 e DD14-18 para a L1.

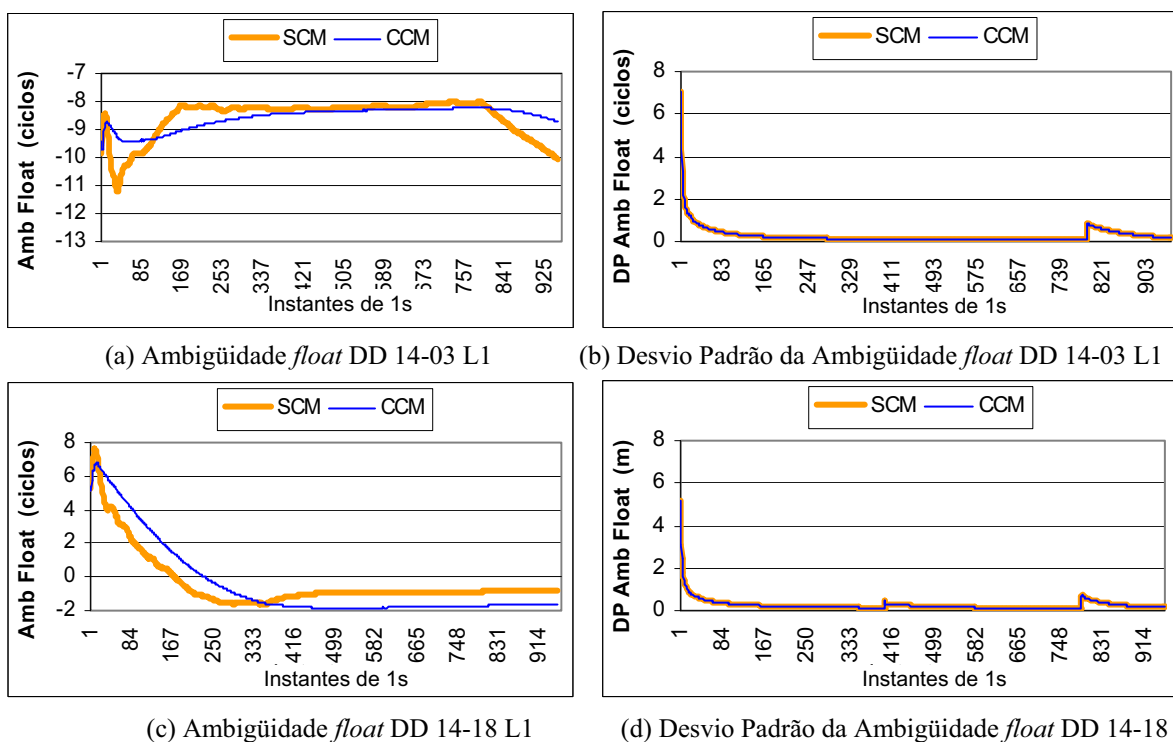


Figura 83 – Ambigüidades *float* das DDs.

Para comparar a qualidade das observações de DD da fase e da PD, antes e após a correção do efeito do multicaminho, foi aplicado o teste estatístico LOM, apresentado na Seção 4.2. Esse teste tem distribuição  $\chi^2$  e consta na Figura 84.



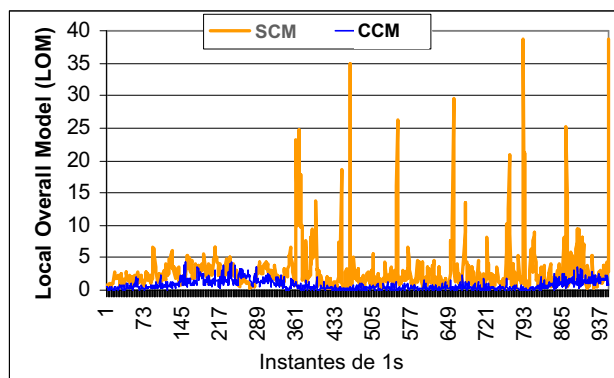


Figura 84 – Teste estatístico LOM. Nível de significância = 5%.  $\chi^2 = 21,16$ .

Pode-se verificar que o teste estatístico LOM (Figura 84) chega a atingir o valor 38 antes da correção do efeito do multicaminho e, após a correção, o valor máximo do LOM foi 4. Na média, a melhoria foi de 80%. Isso mostra que o teste LOM indicou que a qualidade das observações melhorou significativamente depois de corrigir o efeito do multicaminho.

Os resultados apresentados referem-se ao posicionamento cinemático que pode ser aplicado em tempo real (RTK). Na próxima seção são apresentados os resultados para o posicionamento pós-processado.

#### 5.3.4.2. Posicionamento Relativo Cinemático Pós-Processado

No caso pós-processado, o posicionamento cinemático foi realizado até o final do processamento, momento em que se tentou solucionar as ambigüidades das DDs. Como o teste *Ratio* nesse momento era 2,58, não foi possível solucionar as ambigüidades como valores inteiros. Mas, mesmo assim, as ambigüidades *float* desse último instante e suas precisões foram injuncionadas e o processamento foi realizado novamente. Esse procedimento foi realizado, porque no final do processamento, a precisão das ambigüidades é muito melhor que a do início. Dessa forma, erros (nesse caso de LB curta, multicaminho) que no início do processamento foram absorvidos na estimativa das ambigüidades, no reprocessamento, devem ser absorvidos nos resíduos. Esse procedimento é importante, porque a metodologia de *wavelets* detecta o efeito do multicaminho a partir dos resíduos. Assim, essa metodologia foi então aplicada nos resíduos desse reprocessamento (ambigüidades *float* injuncionandas). Além desse procedimento, o processamento foi realizado até o instante 700, para que as perdas de ciclos ocorridas no final do processamento não afetassem todo o reprocessamento.

Para comparar os resultados utilizando essa nova estratégia de processamento, os resíduos das DDs antes e após a correção do efeito do multicaminho foram analisados. Os resíduos estimados para a fase e PD respectivos a DD14-03 e DD14-18 são plotados na Figura 85.

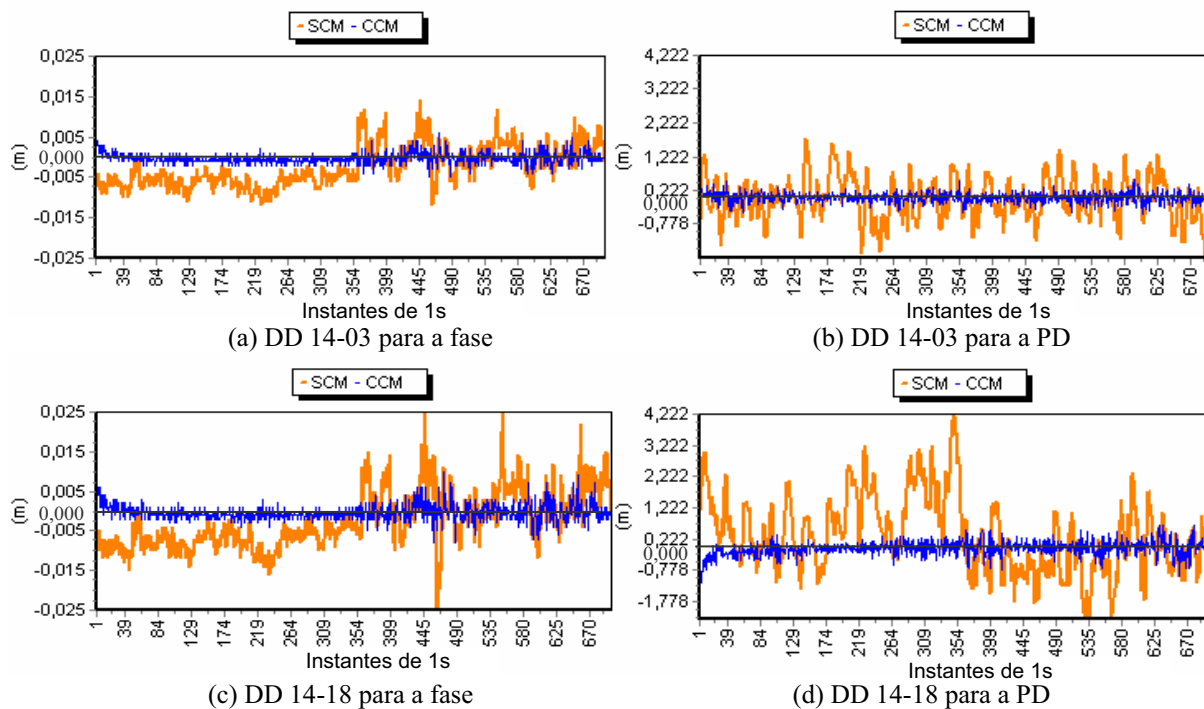


Figura 85 – Resíduos das DDs.

Pode-se observar a partir da Figura 85 que a tendência do multicaminho foi significativamente reduzida para ambas as observações quando a metodologia baseada em *wavelets* foi aplicada.

Na Tabela 9 os valores do EMQ para os resíduos de cada DD sem e com a correção do efeito do multicaminho são apresentados para a L1.

Tabela 9 – EMQ dos resíduos das DDs da L1 para o caso pós-processado (m)

Resíduos das DDs	Fase			PD		
	SCM	CCM	Fator de Redução	SCM	CCM	Fator de Redução
DD 14-01	0,007	0,001	7,0	1,065	0,206	5,2
DD 14-03	0,007	0,002	3,5	0,629	0,161	3,9
DD 14-18	0,005	0,001	5,0	1,258	0,263	4,8
DD 14-19	0,003	0,001	3,0	0,893	0,183	4,9
DD 14-22	0,008	0,002	4,0	0,839	0,183	4,6
<b>Média</b>	----	----	<b>4,5</b>	----	----	<b>4,7</b>
<b>Desvio Padrão</b>	----	----	<b>±1,6</b>	----	----	<b>±0,5</b>

Nota-se na Tabela 9 que o EMQ foi reduzido, na média, por um fator maior que 4, para a fase e para a PD.

Na Figura 86 são apresentadas as ambigüidades *float* da DD14-03 e DD14-18 para a L1.

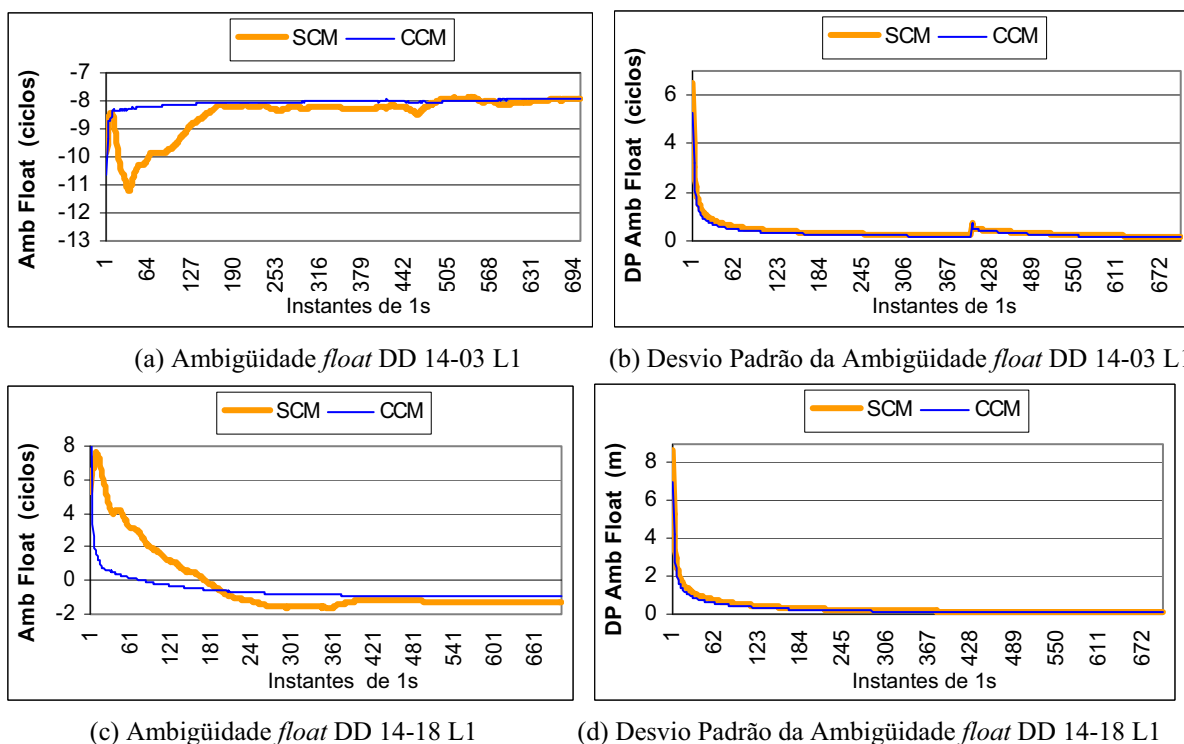


Figura 86 – Ambigüidades *float* das DDs.

Nota-se na Figura 86 que o comportamento da estimativa das ambigüidades das DDs para o caso CCM estabilizou logo no início do processamento (instante 5), o que contribuiu para a solução rápida das ambigüidades após a aplicar *wavelets*.

Na Figura 87a são comparadas as discrepâncias na estimativa da LB utilizando as estratégias SCM e CCM sem solucionar as ambigüidades em ambas as estratégias. Na Figura 87b tais discrepâncias são apresentadas para o caso em que as ambigüidades da estratégia CCM puderam ser solucionadas com confiabilidade.

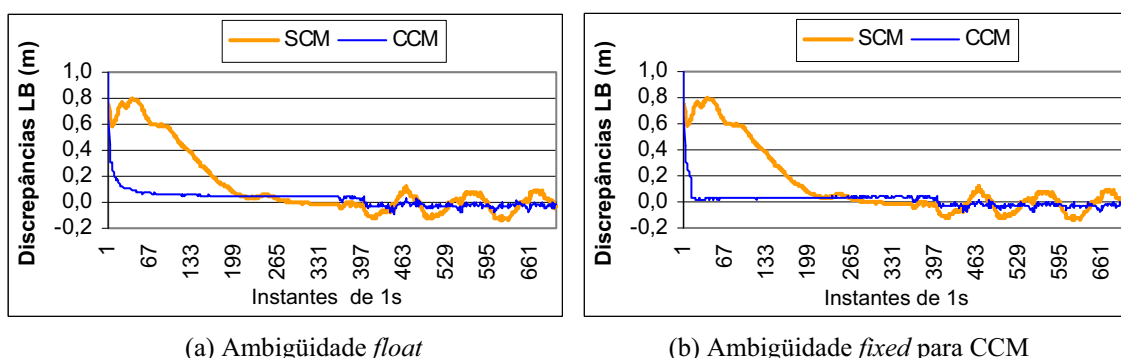


Figura 87 – Discrepâncias entre a LB estimada e a conhecida para o processamento envolvendo L1.

Verifica-se na Figura 87 que as discrepâncias após corrigir o efeito do multicaminho foram bem menores tanto para o caso em que as ambigüidades estavam *float* como para as ambigüidades *fixed*. Para as discrepâncias da LB apresentadas na Figura 87b, o EMQ de 0,296m no processamento SCM foi reduzido para 0,029m no CCM, representando uma melhoria de 90%. Isso indica que ao aplicar a estratégia CCM nos resíduos do reprocessamento SCM, foi possível detectar melhor o efeito do multicaminho, e portanto, a correção mais eficaz desse efeito permitiu obter melhores resultados.

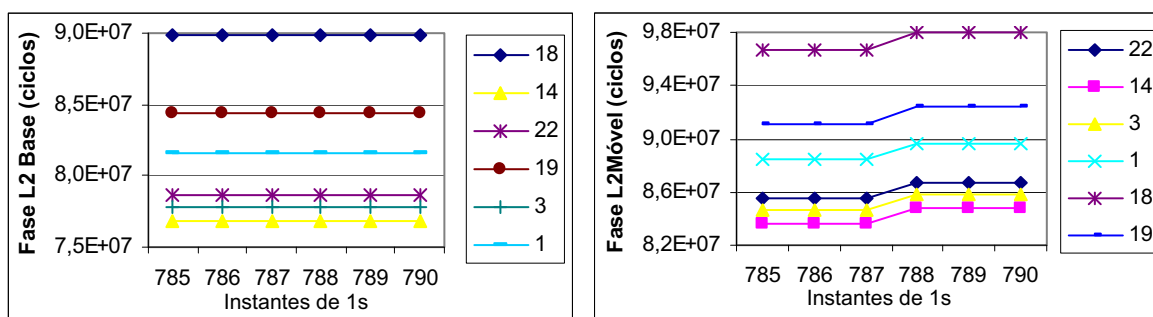
### 5.3.5. Análises da Correção do Efeito do Multicaminho para a L1 e L2

Analogamente ao processamento para L1, a correção do efeito do multicaminho utilizando *wavelets* também foi avaliada para o posicionamento relativo cinemático RTK e pós-processado utilizando observações de dupla frequência (L1 e L2).

#### 5.3.5.1. RTK

Na análise do desempenho da correção do efeito do multicaminho para receptores de dupla frequência, as mesmas análises apresentadas na Seção 5.3.4.1 para a L1 foram realizadas.

Conforme discutido na Seção 5.3.4.1, as perdas de ciclos que ocorreram em todos os satélites para a portadora L1 (estação móvel), também ocorreram para a L2 e são ilustradas na Figura 88.



(a) Observações de fase L2 - Estação Base (b) Observações de fase L2 - Estação Móvel  
 Figura 88 – Observações da fase.

É esperado que ao ocorrer perdas de ciclos no RTK, considerando as estratégias de correção adotadas, a qualidade dos resultados seja prejudicada. Dessa forma, a comparação do comprimento da LB antes e após a aplicação da metodologia baseada em *wavelets* é apresentada na Figura 89.

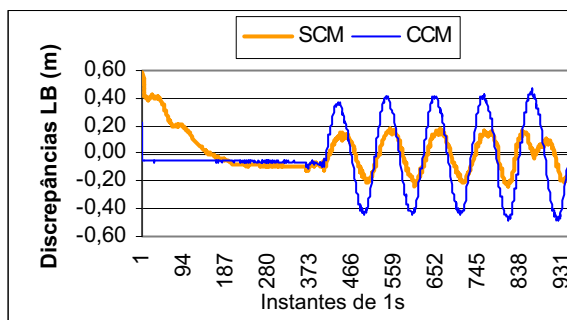
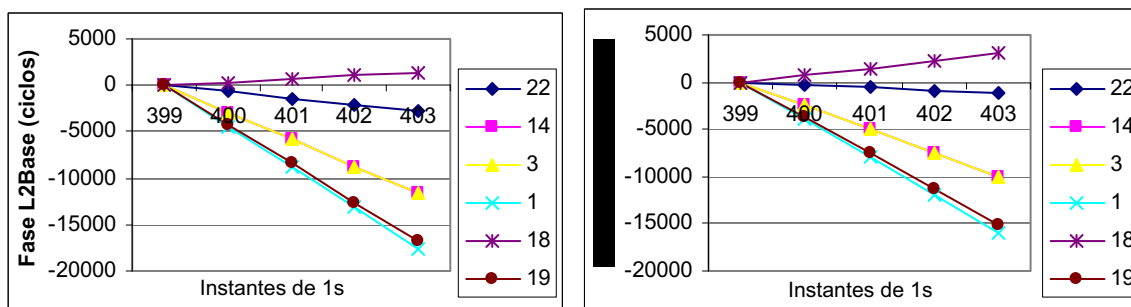


Figura 89 – Discrepâncias entre a estimativa da LB em cada instante e a LB conhecida para o processamento envolvendo L1 e L2 sem correção das perdas de ciclos no instante 401.

Nota-se na Figura 89 que as discrepâncias da LB ficaram pequenas (menores que 2cm) logo no início do processamento CCM. Isso se deve ao fato de que as ambigüidades puderam ser solucionadas com confiabilidade no primeiro instante de dados de dupla frequência processados CCM, enquanto tal solução não ocorreu para o caso SCM. Entretanto, a partir do instante 401, todos os resultados foram degradados (Figura 89). Para averiguar o ocorrido nesse processamento, as observações da L2 foram analisadas.



(a) Estação Base (b) Estação Móvel  
 Figura 90 – Observações da fase L2 escalonadas por um valor constante.

Verifica-se na Figura 90 que devido a dimensão dos valores não é possível notar visualmente algum comportamento que poderia causar problemas nos resultados a partir do instante 401. Embora não conste nessa figura, foram analisadas também as observações de PD L2 e o comportamento foi similar.

Já nas tetras diferenças para a L2, todas apresentaram um salto no instante 401, similares a tetra 14-03 (Figura 91a). Isso pode ter ocorrido devido a algum erro grosseiro e/ou perda de ciclos, instante em que o veículo foi ligado pelo operador para iniciar o movimento. O comportamento do salto na tetra no instante 401 caracteriza erro grosseiro e não perda de ciclo, como a ocorrida no instante 788, representada por saltos de aproximadamente a mesma magnitude e sinais opostos (Figura 91a).

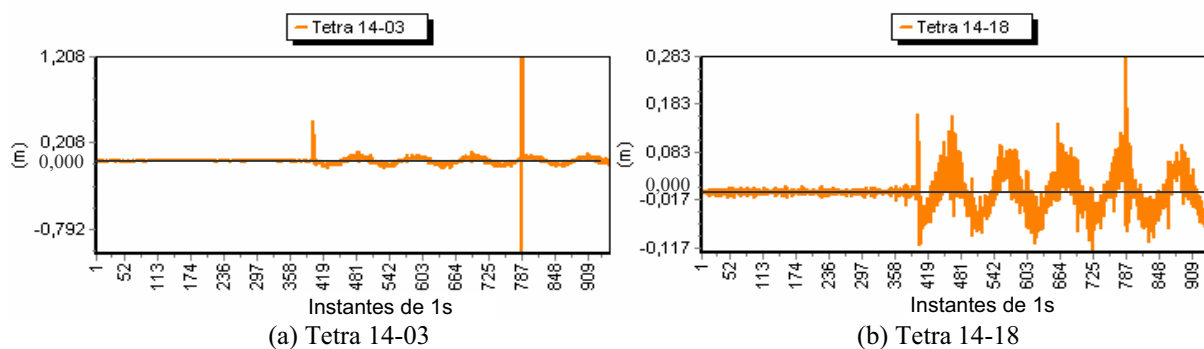


Figura 91 – Tetra Diferenças da fase L2.

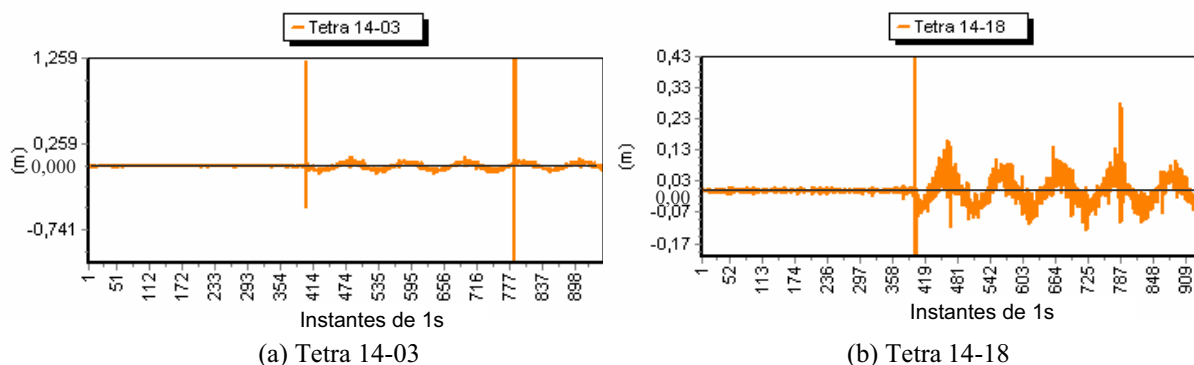


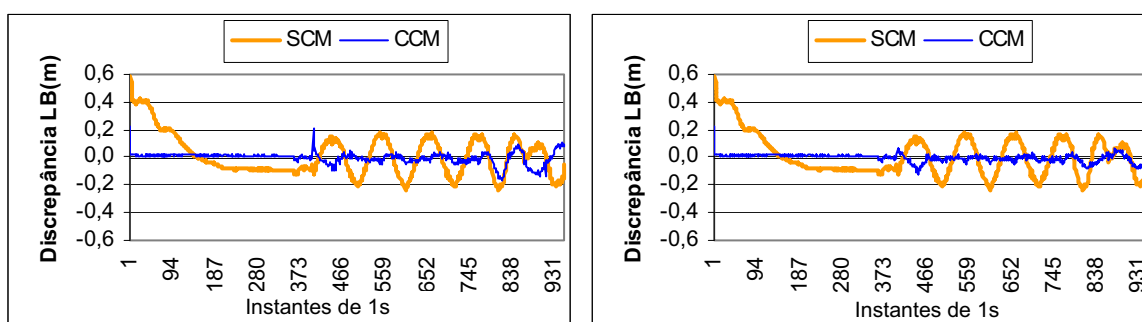
Figura 92 – Tetra Diferenças da fase L2 depois de eliminar o instante 401.

Com a hipótese de erro grosseiro, é usual eliminar a observação. Entretanto, ao eliminar as observações identificadas, o problema não foi resolvido. Pelo contrário, os saltos na tetra diferença ficaram maiores e o comportamento do salto ficou mais parecido com perda de ciclos (Figura 92). Suspeitou-se então de perdas de ciclos ao invés de erros grosseiros. Como as ambigüidades no instante 401 já estavam solucionadas para a estratégia CCM, e na hipótese de perda de ciclos, é necessário corrigir as perdas, pois caso contrário, os resultados ficam comprometidos. Isso pode ser verificado na Figura 89a, onde o processamento CCM (ambigüidades *fixed*) ficou pior que o SCM (ambigüidades *float*). Porém, para corrigir as perdas de ciclos nas ambigüidades já solucionadas, é preciso conhecer o valor de cada perda de ciclos ou iniciar uma nova solução. Ao reiniciar as tentativas para realizar novas soluções das ambigüidades utilizando o método LAMBDA, as ambigüidades foram solucionadas e os resultados são apresentados na Figura 93a. No que se refere a conhecer o valor das perdas, com as estratégias implementadas nessa tese, não é possível determinar as novas ambigüidades automaticamente. Dessa forma, observou-se o comportamento da estimativa das ambigüidades a partir do instante 401 (Figura 94) e inseriu-se uma correção em todas as ambigüidades solucionadas da portadora L2 e em apenas uma das ambigüidades da L1, que também apresentou um salto no instante 401. Na Tabela 10 são apresentados os valores inteiros das ambigüidades das DDs solucionadas antes do instante 401, as correções aplicadas, bem como as respectivas ambigüidades após a correção.

Tabela 10 – Ambigüidades solucionadas na estratégia CCM e as respectivas correções aplicadas no instante 401.

Ambigüidades das DDs (ciclos)	L1		L2			
	Amb antes do inst. 401	Correção aplicada	Amb depois do inst. 401	Amb antes do inst. 401	Correção aplicada	Amb depois do inst. 401
DD 14-01	-5	0	-5	-3	1	-4
DD 14-03	-8	3	-11	3	3	0
DD 14-18	-1	0	-1	3	1	2
DD 14-19	0	0	0	-1	1	-2
DD 14-22	6	0	6	7	1	6

Após aplicar as correções no instante 401, o comprimento da LB antes e após a aplicação da metodologia baseada em *wavelets* foi comparado novamente (Figura 93b).



(a) Reinicializando a solução das ambigüidades (b) Corrigindo a perda de ciclos  
 Figura 93 – Discrepâncias entre a estimativa da LB em cada instante e a LB conhecida para o processamento envolvendo L1 e L2.

Verifica-se que após a reinicialização das soluções das ambigüidades ou correção das perdas de ciclos no instante 401 (CCM), os resultados ficaram bons. Entretanto, com a correção das perdas, os resultados ficaram melhores. Realmente, se as perdas de ciclos são conhecidas, é mais eficiente corrigir tais perdas ao invés de reinicializar o filtro, principalmente quando as perdas ocorrem em todos as DDs envolvidas.

Do apresentado, conclui-se que o comportamento cíclico após o instante 401 na estratégia CCM (Figura 89) era proveniente de perdas de ciclos. Com observações de dupla frequência, existe a possibilidade de realizar combinações entre as observações e entre as frequências para determinar o tamanho da perda de ciclo. Necessita-se, portanto, de melhorias de implementação nesse sentido. Além disso, nesse processamento, as ambigüidades foram solucionadas na estratégia CCM, mas no caso em que elas não estão solucionadas, a opção é reinicializar as estimativas na ocorrência de perdas de ciclos, o que prejudica os resultados. Nota-se, portanto, que muitos fatores podem influenciar o posicionamento RTK e verifica-se a dificuldade desse tipo de posicionamento utilizando apenas o sistema de posicionamento GPS. Para reduzir tais dificuldades, uma possibilidade seria realizar o RTK envolvendo a

integração de sensores, tal como com um sistema de posicionamento inercial (SOLOVIEV e VAN GRAAS, 2008), por exemplo.

Análises mais detalhadas para comparação dos processamentos SCM e CCM para dados de dupla frequência são realizadas na próxima seção para o posicionamento pós-processado.

### 5.3.5.2. Posicionamento Relativo Cinemático Pós-Processado

Com o intuito de verificar o desempenho da correção do efeito do multicaminho utilizando *wavelets* para o processamento envolvendo observações de dupla frequência (L1 e L2), os resíduos das DDs foram comparados. Os EMQs dos resíduos estimados da fase e PD para a L2 são sumarizados na Tabela 11.

Tabela 11 – EMQ dos resíduos das DDs de PD para a L2

Resíduos das DDs	Fase			PD		
	SCM	CCM	Fator de Redução	SCM	CCM	Fator de Redução
DD 14-01	0,037	0,003	12,3	0,425	0,111	3,8
DD 14-03	0,065	0,003	21,7	0,279	0,087	3,2
DD 14-18	0,116	0,005	23,2	1,102	0,189	5,8
DD 14-19	0,159	0,006	26,5	0,622	0,161	3,9
DD 14-22	0,027	0,002	13,5	0,46	0,101	4,6
<b>Média</b>	----	----	<b>19</b>	----	----	<b>4</b>
<b>Desvio Padrão</b>	----	----	<b>±6</b>	----	----	<b>±1</b>

Nota-se na Tabela 11 que o EMQ foi reduzido, na média, por um fator de 19 para a fase e de 4 para a PD, representando uma melhoria significativa do efeito do multicaminho.

Para verificar o comportamento das ambigüidades durante o processamento, na Figura 94 são apresentadas as ambigüidades *float* da DD14-03 e DD14-18 para a L2.

Nota-se na Figura 94 que o comportamento da estimativa das ambigüidades das DDs para o caso CCM estabilizou logo no início do processamento.

Em relação à comparação da qualidade das coordenadas estimadas antes e após a aplicação da metodologia baseada em *wavelets*, o comprimento da LB estimada para cada instante foi analisado. Na Figura 95 são apresentadas as discrepâncias entre as LB estimadas e o valor de referência conhecido, considerando a correção das perdas no instante 401, conforme discutido na Seção 5.3.5.1.



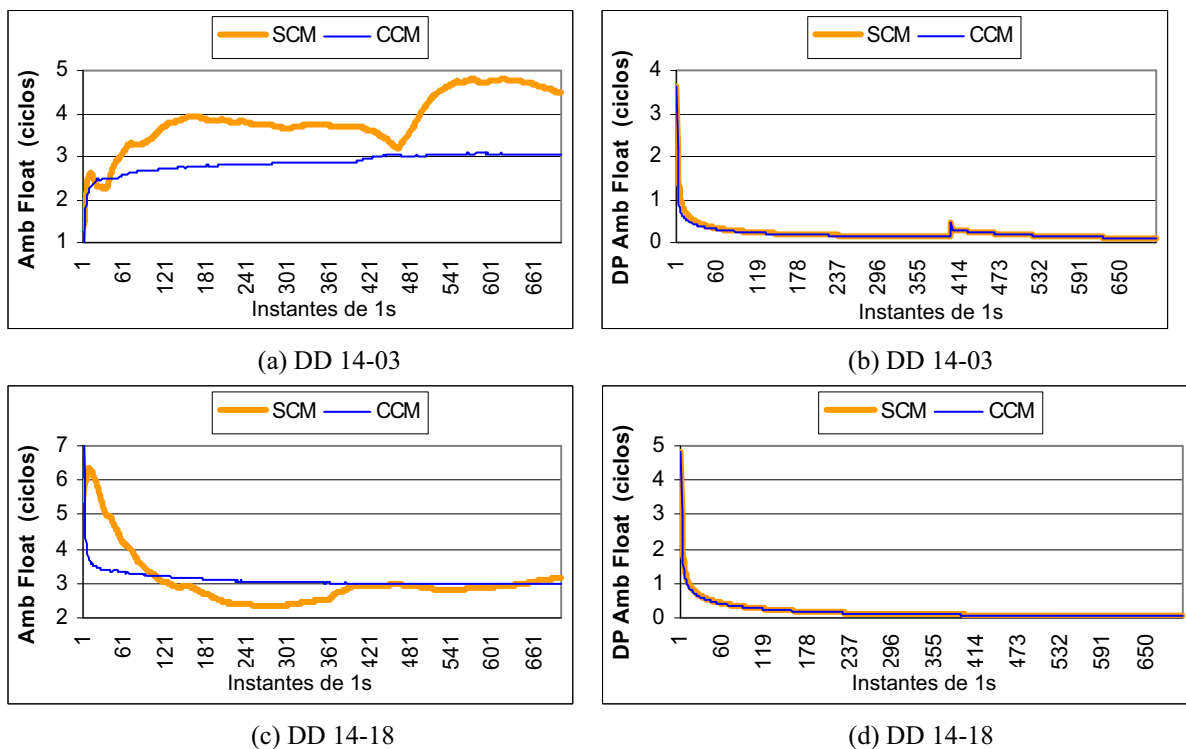


Figura 94 – Ambigüidades float das DDs para a L2.

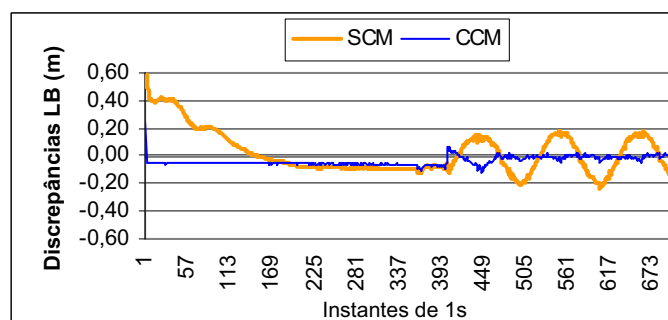


Figura 95 – Discrepâncias entre a estimativa da LB em cada instante e a LB conhecida para o processamento envolvendo L1 e L2.

Verifica-se na Figura 95 que as discrepâncias após corrigir o efeito do multicaminho foram menores. O EMQ de 0,157m no processamento SCM foi reduzido para 0,049m no CCM, representando uma melhoria de 70%.

Portanto, ao corrigir o efeito do multicaminho nos dados de dupla frequência, também foram obtidas melhorias significativas.

## 6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nesta pesquisa descreveu-se sobre o efeito do multicaminho no posicionamento relativo estático e cinemático (RTK), bem como sua consequência nas observações de PD e de fase da onda portadora GNSS. Foram abordadas as propriedades eletromagnéticas do sinal GNSS e a influência dos diversos tipos de reflexão sobre o mesmo. Os fatores mais relevantes que auxiliam na análise e detecção do efeito do multicaminho e o estado da arte da atenuação desse efeito também foram apresentados. Os princípios teóricos de propagação e reflexão de ondas discutidos puderam ser verificados nos experimentos realizados e os resultados foram condizentes. O cálculo das zonas de Fresnel trata-se, portanto, de uma alternativa para quantificação do efeito do multicaminho em propagação de sinais, em especial, no caso de sinais de satélites GNSS.

Para detectar e corrigir o efeito do multicaminho no posicionamento estático e cinemático, deve-se considerar, respectivamente, o comportamento diferenciado desse efeito. A metodologia necessária para tratar esses dois tipos de posicionamento foi apresentada.

Os experimentos foram realizados de modo a causar propositamente o efeito do multicaminho e, conseqüentemente, permitir a avaliação da detecção e correção desse efeito utilizando a metodologia proposta baseada em *wavelets*. Embora tenham-se realizados os experimentos com dados do sistema GPS, a metodologia é factível de ser aplicada também para dados do sistema GLONASS ou do futuro sistema Galileo.

No caso da correção do efeito do multicaminho no posicionamento relativo estático, os resultados para esses casos foram apresentados e pode-se concluir que a metodologia proposta mostrou-se muito eficiente na correção do efeito do multicaminho, atingindo melhorias de 98% no teste estatístico GOM e solução das ambigüidades e 73% na estimativa das coordenadas.

Os fatores indicadores do efeito do multicaminho, tais como, a repetibilidade, SNR e MP foram analisados e a teoria apresentada foi confirmada nos resultados obtidos.

No caso do processamento dos dados do experimento estático no modo cinemático, o efeito do multicaminho mostrou-se mais agravante. O receptor permaneceu estático e apenas o processamento foi realizado no modo cinemático, e mesmo assim foram

obtidos até 1,31m de erro nas coordenadas. Se o receptor estivesse em movimento, os erros devido ao multicaminho poderiam ser ainda maiores, devido às mudanças bruscas no ambiente do levantamento. Trata-se de um erro bastante significativo, visto que foi realizado um posicionamento relativo envolvendo uma LB curta (1,9km). Mas, vale ressaltar que esse erro de 1,31m foi obtido com as ambigüidades *float*, porque o efeito do multicaminho impediu que as ambigüidades fossem solucionadas. Por outro lado, verificou-se que a metodologia proposta utilizando *wavelets* mostrou-se eficiente na redução do efeito do multicaminho. Os erros nas coordenadas foram reduzidos em até 1,29m, passando de 1,31m para 0,02m.

Devido ao fato da escolha da *wavelet* mãe conferir maior grau de liberdade à análise, foram apresentadas as principais características de algumas bases de *wavelets* ortonormais e biortogonais (Seção 3.4), para que a performance da aplicação de tais bases de *wavelets* em séries temporais GPS fosse comparada.

A partir das análises realizadas para o caso estático, verificou-se que de uma forma geral, as *wavelets* que mais se sobressaíram foram a Coif10, a Sym6 e a Sym10. Entretanto, as diferenças entre os resultados obtidos com elas foram pequenas. Em relação ao uso de bases de *wavelets* biortogonais, verificou-se no experimento realizado que a Spline5, embora não tenha se destacado nas análises do teste estatístico GOM e resíduos, apresentou os melhores resultados na análise das coordenadas. Já no caso cinemático, a Spline5 se sobressaiu dentre as outras bases de *wavelets* e atingiu 7cm de melhoria em relação ao posicionamento sem aplicar *wavelets*. A diferença média de aplicar uma outra *wavelet* ao invés da Spline5 foi de 2cm. O tempo necessário para a solução das ambigüidades também foi menor para a Spline5. Conclui-se, portanto, que o uso da base de *wavelets* biortogonal Spline5 passa a ser significativo em aplicações cinemáticas em que se deseja resultados de alta precisão.

No posicionamento relativo cinemático verificou-se a necessidade de realizar o processamento utilizando subintervalos ou janelas de dados. O tamanho ou a dimensão da janela móvel foi analisado avaliando a qualidade dos resultados, tempo para solução das ambigüidades, mas, de forma que o tempo computacional fosse otimizado. Concluiu-se que o uso de janelas de dados de tamanho 30 são ideais para aplicação no posicionamento cinemático GPS.

O comportamento do modelo matemático funcional de DD foi demonstrado e analisado no posicionamento cinemático como uma grandeza vetorial. Esse procedimento é

diferente do usual em que a DD é tratada como uma grandeza escalar para o cálculo de posições. Com os experimentos realizados envolvendo dados reais e simulados, os princípios discutidos puderam ser comprovados, concluindo que o modelo matemático funcional de DD, que envolve diferenças de distâncias entre receptores e satélites, representa o movimento do receptor móvel.

O posicionamento relativo cinemático foi realizado como se fosse em tempo real (RTK) e pós-processado, envolvendo dados de simples e dupla frequência. A detecção e correção do efeito do multicaminho utilizando *wavelets* foram avaliadas para todos os processamentos realizados.

Tanto no RTK como o posicionamento cinemático pós-processado envolvendo dados simulados e reais para simples e dupla frequência, o tempo para a solução das ambigüidades foi significativamente reduzido. Devido à influência do efeito do multicaminho, as ambigüidades não puderam ser solucionadas no processamento SCM. Entretanto, com a correção desse efeito, o comportamento da estimativa das ambigüidades das DDs estabilizou logo no início do processamento, contribuindo para uma solução rápida e confiável das ambigüidades.

Em termos da análise da acurácia das coordenadas estimadas, o posicionamento pós-processado apresentou os melhores resultados, atingindo 90% de melhoria para a L1 e 56% para a L1 e L2. Isso ocorreu devido ao fato dos erros (nesse caso de LB curta, multicaminho) que no início do processamento foram absorvidos na estimativa das ambigüidades, no reprocessamento, são absorvidos nos resíduos. Dessa forma, ao aplicar a estratégia CCM nos resíduos do reprocessamento SCM, foi possível detectar melhor o efeito do multicaminho e, portanto, a correção mais eficaz desse efeito permitiu obter melhores resultados. Para os dados simulados, as discrepâncias entre as coordenadas de referência foram reduzidas em 0,30m, na média.

Verificou-se nos processamentos que a presença de perdas de ciclos em todos os satélites prejudicou a qualidade dos resultados. É importante ressaltar que embora a estratégia de modificação da MVC tenha apresentado resultados muito bons para o posicionamento estático, mesmo no caso de perdas no satélite base, no posicionamento cinemático os princípios a serem considerados são diferentes. A variância das coordenadas é relaxada a cada instante no posicionamento cinemático, para permitir a estimativa do movimento do receptor. Logo, na ocorrência de perdas de ciclos, é atribuído um valor grande às variâncias de todos os parâmetros na MVC, o que corresponde na prática, a uma

reinicialização das estimativas. Portanto, é esperado que ao ocorrer perdas de ciclos, a qualidade dos resultados seja prejudicada. Uma possibilidade para solucionar esse tipo de problema é realizar o posicionamento cinemático GPS em conjunto com outros sensores, tais como um sistema de posicionamento inercial, por exemplo.

A qualidade das observações de DD da fase e da PD, antes e após a correção do efeito do multicaminho, foi analisada aplicando o teste estatístico LOM, apresentado na Seção 4.2. Pode-se verificar melhorias de 80%, na média, tanto para o posicionamento cinemático utilizando dados reais como simulados. O efeito do multicaminho nos resíduos também foi significativamente reduzido em todos os processamentos. Isso indica que a qualidade das observações melhorou significativamente depois de corrigir o efeito do multicaminho.

A partir dos resultados obtidos pode-se verificar que a metodologia proposta baseada em *wavelets* vem trazer um avanço muito importante na detecção e correção do efeito do multicaminho no posicionamento estático, mas principalmente, no cinemático em tempo real (RTK) e pós-processado.

Para trabalhos futuros cabe acrescentar algumas sugestões, tais como:

- Investigar outras famílias de *wavelets*. Existem muitas *wavelets* que ainda não foram utilizadas em aplicações GNSS, tais como, a beta *wavelets* (OLIVEIRA, 2007);
- Investigar outras abordagens na estimação de limiares para realizar a AW, como por exemplo, o limiar adaptativo (*SureShrink*), minimax e validação cruzada ou até análise Bayesiana, ao invés do universal. Algumas discussões teóricas sobre essas possibilidades são apresentadas em Morettin (1999). Como, em geral, são realizados levantamentos envolvendo posicionamento estático e cinemático, torna-se necessário investigar limiares que se adaptem para cada caso em um mesmo processamento;
- Realizar o RTK efetivamente em tempo real, pois nesta pesquisa foi aplicado como se fosse em tempo real. Nesse sentido cabem melhorias na implementação para que a solução das ambigüidades, perdas de ciclos, detecção, identificação e adaptação de erros grosseiros sejam consideradas em tempo real;
- Nesta pesquisa foi aplicada à decomposição em AMR, entretanto, existe também a possibilidade de decomposição em transformada de “*wavelet packet*” (MALLAT, 1998), na qual os componentes de detalhes também são divididos em componentes de resolução menores.

- O *software* SimGEN possui muitas possibilidades de simulação do efeito do multicaminho. Para evitar o problema de conexão entre o *hardware* simulador e o receptor, recomenda-se que seja implementado um aplicativo que recupere as informações necessárias para realizar o posicionamento diretamente do *software* simulador. Essa possibilidade se deve ao fato do SimGEN registrar em cada instante a posição, a velocidade e a aceleração do veículo e satélite, parâmetros da ionosfera, troposfera, multicaminho, dentre outros. Isso, além de viabilizar muitos experimentos, facilitaria os procedimentos envolvidos;
- Investigar aplicações para a análise do modelo funcional de DDs realizada. Pois, apenas realizando diferenças entre as observações coletadas de fase e PD, é possível obter informações tais como sobre a mudança de direção de um receptor móvel;

Finalmente é válido ressaltar a importância de dar continuidade às melhorias no *software* GPSeq. Durante essa pesquisa, além da metodologia desenvolvida, foram realizadas implementações tais como correção de perdas de ciclos, testes para validação da solução das ambigüidades, padronização de arquivos, inclusão de aplicativos para controle de qualidade e edição de dados RINEX a partir do *software* TEQC, ampliação para processamento de dados de dupla frequência. Devido à necessidade de processar, analisar e plotar muitos dados, também foi desenvolvida uma interface gráfica em linguagem C e C++ Builder. Parte dos códigos foi transcrita de FORTRAN para C, mas os códigos em diferentes linguagens foram integrados através de DLLs. Com a interface gráfica, melhor estruturação e organização do *software*, foi possível disponibilizar o GPSeq a comunidade usuária. A versão 1.1 que processa dados de simples frequência está disponível em <http://gege.fct.unesp.br>. Entretanto, várias outras melhorias ainda são necessárias, dentre elas, pode-se citar: mudança do satélite base durante uma sessão para que seja possível processar dados de um dia completo, por exemplo. Adequação para processamento de LB longas, embora a combinação linear livre da ionosfera e o modelo de troposfera de Hopfield já esteja implementada, é necessária a inclusão de outras combinações e modelos.

## REFERÊNCIAS

ALOI, D.N.; VAN GRAAS, F. Ground-multipath mitigation via polarization steering of GPS signal. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**. v. 40, n.2, p. 536-552, 2004.

ALVES, D.B.M. **MMQ com penalidades**: Atenuação de erros sistemáticos no posicionamento relativo GPS. Presidente Prudente: Departamento de Matemática, 2003. Relatório Técnico. 2/2003, 70p.

AXELRAD, P.; COMP, C.J.; MACDORAN, P.F. SNR-based multipath error correction for GPS differential phase, **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 32, p. 650-660, 1996.

BIERMAN, G. J. **Factorization methods for discrete sequential estimation**, New York: Academic Press, 1977.

BRAASCH, M.S. A signal model for GPS, **Navigation**. v. 37, n. 4, p. 363-377, 1991.

\_\_\_\_\_. Multipath effects. In: PARKINSON, B.W.; SPILKER, J.J. **Global Positioning System: theory and applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 547-568.

BURT, P.J. ADELSON, E.H., The Laplacian

CHUI, C.K. **An introduction to wavelets**. Boston: Academic Press, 1992.

COHEN, A.; DAUBECHIES, I.; FEAUVEAU, J.C. Biorthogonal bases of compactly supported wavelets. **Communications on Pure and Applied Mathematics**, v. 15, p. 458-560, 1992.

COIFMAN, R.R.; DONOHO, D.L. Translation-invariant de-noising. In: ANTONIADIS, A.; OPPENHEIM, G. **Wavelets and statistics**. Lecture Notes in Statistics, New York: Springer-Verlag, 1995, p. 125-150.

COLLIN F.; WARNANT R. Applications of the wavelet transform for GPS cycle slip correction and comparison with Kalman Filter. **Manuscripta Geodaetica**, 20, p.161-172, 1995.

COMP, C.J.; AXELRAD, P. An Adaptive SNR-Based Carrier Phase Multipath Mitigation Technique. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 683-697.

CHRISTOPOUOS, C.; SKORAS, A.; EBRAHIMI, T. The JPG2000 Still Image Coding System: An Overview, **IEEE Trans. On Consumer Electronics**, 2000, v. 46, p.1103-1127.

CUNHA, M.C. **Métodos numéricos**. 2.ed. Campinas: Unicamp, 2000. 263p.

DAUBECHIES, I. Orthonormal bases of compact supported wavelets. **Communications on Pure and Applied Mathematics**, v. 41, p. 909-996, 1988.

\_\_\_\_\_. **Ten lectures on wavelets**. Philadelphia: SIAM, 1992. 357p.

DAUBECHIES, I., MALLAT, S.; WILLSKY, A., Introduction to the special issue on wavelet transforms and multiresolution signal analysis. **IEEE Trans. Inf. Theory** **38**, v.2, p. 528–531,1992.

DONOHO, D.L.; JOHNSTONE, I.M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. **Biometrika**, v.81, p.425-455, 1994.

\_\_\_\_\_. Adapting to unknown smoothing via wavelet shrinkage. **Journal American Statistical Association**, v.90, p.1200-1224,1995.

DONOHO, D.L.; JOHNSTONE, I.M.; KERKYACHARIAN, G.; PICARD, D. Wavelet shrinkage: asymptopia? (with discussion). **Journal Royal Statistical Society, B**, v.57, p.301-369, 1995.

EISSFELLER, B.; WINKEL, J.Ó. GPS Dynamic multipath analysis in urban areas. In: ION, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 719-27.

ELDER, S.; ELDER, M. How can the effects of reflected GPS multipath signals be eliminated on an autonomous mobile vehicle? In: NATIONAL TECHNICAL MEETING, **Proceedings...**, Monterey, CA: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2006, p.798-802.

ESTEY, L.H.; MEERTENS, C.M. TEQC: The multi-purpose toolkit for GPS/GLONASS Data. **GPS Solutions**, v. 3, n. 1, p. 42-49, 1999.

FARRET, J. C. **O efeito do multicaminho estático nas medidas da fase das portadoras GPS**. 2000. 132 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésias) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

FARRET, J.C; SANTOS, M.C., MORAES C.V.; FARRET, I.S.; BARBIERI, M.J.; SANTOS, C.P. Correlação SNR e multicaminho na fase das portadoras GPS. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 3, 2003, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2003. 1 CD-ROM.

FERNÁNDEZ, A.; DIEZ, J.; MARRADI, L.; GABAGLIO, V., Galileo receiver performance under GPS interference and multipath with the GRANADA software receiver. In: ION GNSS, 17, 2004, Long Beach, CA. **Proceedings...** Long Beach: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2004. p. 1027-34.

FORTES, L.P.S. **Operacionalização da rede brasileira de monitoramento contínuo do sistema GPS (RBMC)**. 1997. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Sistemas e Computação) – Instituto Militar de Engenharia (IME), Rio de Janeiro.



- FU, W.X.; RIZOS, C. The applications of wavelets to signal processing. In: ION, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 1385-1388.
- GAYLOR, D.E.; LIGHTSEY, E.G. Effects of multipath and signal blockage on GPS navigation in the vicinity of the International Space Station. In: ION, 16, 2003, Portland, ORE. **Proceedings...** Portland: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2003.
- GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: Aplicações geodésicas.** Curitiba: UFPR, 1994. 319p.
- GILBERT, A.; KELLER, W. Deconvolution with Wavelets and Vaguelettes. **Journal of Geodesy**, v.74, p.306-320, 2000.
- HALLIDAY, D.; RESNISK, R. **Física II.** 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1978. v. 2. 749p.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; WASLE, E. **GNSS: Global Navigation Satellite Systems.** 4.ed. Wien: Springer-Verlag, 2008. 516p.
- HUBBARD, B.B., **Onde set ondelettes: La saga d'un outil mathématique,** Pour la Science, 1995.
- IGS - International GPS Service. **GPS/GLONASS RINEX 2.1.0 data.** Disponível em: <<http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/data/format/rinex210.txt>>. Acesso em: 29 nov. 2008.
- ISSLER, J.L., HEIN, G.W., GODET, J.; MARTIN, J. C.; ERHARD, P.; LUCAS-RODRIGUEZ, R., PRATT, T. Galileo frequency & signal design. **GPS World.** Jun 2003.
- JARROT, A.; IOANA, C.; QUINQUIS, A., Le GAC, J.C. Multi-component signal denoising using unitary time-frequency transforms, In: EUSIPCO 2005, **Proceedings...** Antalya, Turkey, September, 2005. p. 4-8.
- JAWERTH, B.; SWELDENS, W. An overview of wavelet based multiresolution analyses. **SIAM**, v.36, n.3, p.377-412, 1994.
- KASHIWAYANAGI, T.; SEKIZAWA, T.; YAMADA, T.; YUI, K.; NAKAMURA, M. Novel algorithm to exclude multipath satellites by dual frequency measurements in RTK-GPS. In: ION GNSS, 20, Fort Worth, Texas. **Proceedings...** Fort Worth: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2007. p. 1741-1747.
- KIM, D.; LANGLEY, R. B. Mitigation of GPS carrier phase multipath effects in real-time kinematic applications. In: ION, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Salt Lake City: The Institute of Navigation, 2001. p. 2144-2152.
- KUNYSZ, W. High Performance GPS pinwheel antenna. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 13, 2000, Anaheim, Canada. **Proceedings...** Anaheim, Canada: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2000. p. 2506-2511.

- KUNYSZ W. **A three dimensional choke ring ground plane antenna**, Technical Paper, NovAtel Inc., 2008. Disponível em: <<http://www.novatel.com/products/alltechpapers.htm>>. Acesso: 7 out. 2008.
- KUBO, N.; YASUDA, A. How multipath error influences on ambiguity resolution. In: ION, 16, 2003, Portland, ORE. **Proceedings...** Portland: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2003.
- LAU, L. Investigations into multipath effects on GNSS multiple-frequency single epoch high precision positioning. In: ION GNSS, 17, 2004, Long Beach, CA. **Proceedings...** Long Beach: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2004. p. 1169-1180.
- LAU, L.; CROSS, P. A new signal-to-noise-ratio based stochastic model for GNSS high-precision carrier phase data processing algorithms in the presence of multipath errors. In: ION GNSS, 19, 2006, Fort Worth, Texas. **Proceedings...** Fort Worth: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2006. p. 276-285.
- LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 3ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004. 464p.
- LIGHTSEY, E.G. Spacecraft attitude control using GPS carrier phase. In: PARKINSON, B. W.; SPILKER, J.J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v.2, p. 461-480.
- LOPES, R.V.F.; CARRARA, V.; ENDERLE, W.; ARBINGER, C. Mitigating multi-path error by neural network. In: AAS/AIAA SPACE FLIGHT MECHANICS MEETING, Clearwater, Florida. **Proceedings...** San Diego: AAS, 2000. p. 1339-1350.
- MACHADO, W.C. **Solução rápida das ambigüidades GPS para aplicações no posicionamento relativo de linhas de base curtas**. Presidente Prudente, 2001. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Estado de São Paulo, Presidente Prudente.
- MACHADO, W.C.; SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G. Correção de perdas de ciclos no *software* GPSeq: Resultados e Análises. In: XXIII CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 2007.
- MACHADO, W.C.; MONICO, J.F.G. Utilização do *software* GPSeq na solução rápida das ambigüidades GPS no posicionamento relativo cinemático de bases curtas. **Pesquisas em Geociências**, v.29, n.2, p.89-99, 2002.
- MALLAT, S. **A wavelet tour of signal processing**. USA: Academic Press, 1998. 577p.
- \_\_\_\_\_. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v.11, n.7 p. 674-693, 1989.
- MANANDHAR, D.; SHIBASAKI, R. Possibility analysis of polarization diversity scheme for multipath mitigation in GPS receivers. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GNSS/GPS, Sydney, Australia, 2004.

- MEYER, Y. **Wavelets: algorithms and applications**. Philadelphia, SIAM, 1993.
- MIKHAIL, E.; ACKERMANN, F. **Observation and Least Square**. New York: IEP, 1976.
- MOHINO, E.; GENDE, M.; BRUNINI, C.; HERAIZ, M. SIGOG: Simulated GPS observation generator. **GPS Solutions**, v.9, n.3, 2005.
- MONICO, J.F.G. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2.ed. São Paulo: UNESP, 2007. 476p.
- MONICO, J.F.G.; SOUZA, E.M.; POLEZEL; W.G.C., MACHADO, W.C. **GPSeq Manual**, Presidente Prudente, 2006. 34p.
- MORETTIN, P.A. **Ondas e Ondaletas: da análise de Fourier à análise de ondaletas**. São Paulo: EDUSP, 1999. 272p.
- NASON, G.P. **Wavelet regression by cross-validation**. Stanford: Stanford University, 1994.
- \_\_\_\_\_. Wavelets shrinkage using cross-validation. **Journal of the Royal Statistics Society**, v. 58, p. 463-479, 1996.
- NUNES, F.D.; SOUSA, F.M.G.; LEITÃO, J.M.N. Nonlinear least-squares algorithm for close-in multipath mitigation in GNSS receivers. In: ION GNSS, 20, Fort Worth, Texas, **Proceedings...** Fort Worth: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2007, p. 1683-1691.
- OLIVEIRA, H. M. **Análise de sinais para engenheiros: uma abordagem via wavelets**. Rio de Janeiro: Brasport, 2007. 244p.
- OGAJA, C., WANG, J.; RIZOS, C. Principal component analysis of wavelet transformed GPS data for deformation monitoring. In: IAG SCIENTIFIC MEETING, 2001, Budapest, Hungary, **Proceedings...**, 2001.
- OGAJA C.; RIZOS C., WANG J.; BROWNJOHN J. Towards the implementation of on-line structural monitoring using RTK-GPS and analysis of results using the wavelet transform. In: FIG INT. SYMP. ON DEFORMATION OBSERVATIONS, 10, 2001, Orange, California. **Proceedings...**, 2001, p. 284-293.
- POLEZEL, W.G.C.; SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G. Análise dos fatores que influenciam o multicaminho. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CADASTRO TÉCNICO MULTIFINALITÁRIO - COBRAC, 2004, Florianópolis. **Anais...**, 2004.
- POLEZEL, W.G.C.; SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G. Influência do multicaminho na acurácia das coordenadas GPS. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, XXII, 2005, Macaé. **Anais...**, 2005.
- \_\_\_\_\_. Correlação da SNR e multicaminho proveniente de diferentes distâncias e materiais. In: IV COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 2005, Curitiba. **Anais...**, 2005.

PRESS, W.H.; TEUKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W.T.; FLANNERY B. P. **Numerical Recipes in C**. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. 994 p.

RAY, J.K. **Mitigation of GPS Code and Carrier Phase Multipath Effects Using a Multi-Antenna System**. 2000. 260f. Tese - University of Calgary, Calgary.

RAY, J.K.; CANNON, M.E.; FENTON, P. Code Range and Carrier Phase Multipath Mitigation Using SNR, Range and Phase Measurements in a Multi-Antenna System. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 713-725.

REICHERT, A.; AXELRAD, P. GPS Carrier Phase Multipath Reduction Using SNR Measurements to Characterize an Effective Reflector. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 1951-1960.

RIBEIRO, J.A.J. **Propagação das ondas eletromagnéticas**. São Paulo: Érica, 2004. 390p.

SATIRAPOD C.; OGAJA, C., WANG J.; RIZOS C. An approach to GPS analysis incorporating wavelet decomposition. **Artificial Satellites**, 36, p.27-35. 2001a.

\_\_\_\_\_. GPS analysis with the aid of wavelets. In: INTERNATIONAL SYMP. ON SATELLITE NAVIGATION TECHNOLOGY & APPLICATIONS, 5, 2001b, Canberra, Australia, **Proceedings...**, 2001b.

SATIRAPOD, C.; KHOONPHOOL, R.; RIZOS, C. Multipath mitigation of permanent GPS stations using wavelets. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GPS/GNSS, 2003, Tokio, Japan. 15-18 November.

SATIRAPOD, C.; RIZOS C. Multipath mitigation by wavelet analysis for GPS base station applications. **Survey Review**, v.38, n.295, p. 2-10, 2005.

SEARS, F.W.; ZEMANSKY, M.W. **Física: calor, ondas e ótica**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1980. v. 2, 440p.

SEEBER, G. **Satellite geodesy: foundations, methods and applications**. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003. 586p.

SERRANO, L.; KIM, D.; LANGLEY, R.B. A new approach for mitigating low-frequency carrier-phase multipath in GPS-RTK, based on between-receivers dynamics and an effective reflector. In: ION GNSS, Long Beach, CA. **Proceedings...** Long Beach: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2005, p. 94-103.

SLEEWAEGER, J.M. Multipath mitigation, benefits from using the signal-to-noise ratio. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 531-540.

SLEEWAEGEN, J.M.; BOON, F. Mitigation short-delay multipath: a promising new technique. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Salt Lake City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 204-213.

SKIDMORE, T.A.; VAN GRAAS, F., KELLY, J., MARTII, L. An investigation of GPS airborne multipath. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 16, 2003, Portland, ORE. **Proceedings...** Portland: The Satellite Div. of the Inst. of Navigation, 2003.

SOLOVIEV, A.; VAN GRAAS, F. Utilizing multipath reflections in deeply integrated GPS/INS architecture for navigation in urban environments. In: ION/IEEE PLANS, 2008, Monterey, CA. **Proceedings...**, Monterey: IEEE, 2008. p. 383-393.

SOUZA, E.M. **Efeito de multicaminho de alta frequência no GPS: detecção e atenuação utilizando wavelets**. 2004a. 141f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Estado de São Paulo, Presidente Prudente.

\_\_\_\_\_. Multipath reduction from GPS double differences using wavelets: how far can we go?. In: ION GNSS, **Proceedings...**, Long Beach, CA: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2004b, p. 2563-2571.

SOUZA, E.M.; PAGAMISSE, A.; MONICO, J.F.G. **Wavelets: redução do multicaminho do posicionamento relativo GPS**. Presidente Prudente: Departamento de Matemática, 2003. Relatório Técnico. 1/2003. 74p.

SOUZA, E.M.; MEIRA, S.A; MONICO, J.F.G. Solução das Ambigüidades GPS e suas elipses dos erros. In: DINCON - CONGRESSO TEMÁTICO DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES, 1, 2002, São José do Rio Preto. **Anais...**, 2002.

SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G. Efeito do multicaminho nas medidas de fase e pseudodistância GPS: detecção e atenuação utilizando wavelets. In: COLÓQUIO BRAS. DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 3, Curitiba. **Novos Desenvolvimentos em Ciências Geodésicas**. Curitiba: UFPR, 2003. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Wavelet shrinkage: high frequency multipath reduction from GPS relative positioning. **GPS Solutions**, Heidelberg: Springer, v.8, n.3, p. 152-159, 2004.

\_\_\_\_\_. Ambiguity resolution and validation under multipath effects: improvements using wavelets, In: IAG 2005, Cairns, Austrália. **Proceedings...**, 2005a.

\_\_\_\_\_. Validação da solução da ambiguidade GPS: fundamentos, implementação e resultados In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 4, Curitiba. **Novos Desenvolvimentos em Ciências Geodésicas**. Curitiba: UFPR, 2005b. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Validação da solução das ambiguidades: performance do teste ratio de abertura inteira. In: XXII CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, Macaé, RJ. **Anais...** 2005c.

SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G.; POLEZEL, W. G. C. Atenuando o multicaminho: possibilidades e técnicas. In: I SIMPÓSIO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS E TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO, 1, Recife, 2004.

SOUZA, E.M.; POLEZEL, W.G.C; MONICO, J.F.G. Avaliação do nível de multicaminho no posicionamento relativo GPS e sua atenuação através da análise de multiresolução. **Boletim de Ciências Geodésicas**. v.11, n.2, p. 221-234, 2005.

SOUZA, E.M; PAGAMISSE, A.; MENEGUETTE, M.; MONICO, J.F.G. Processamento de sinais com wavelets: redução do efeito do multicaminho do sinal GPS. **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 6, n. 1, 2005, p. 177-186.

SOUZA, E.M., POLEZEL, W.G.C., MONICO, J.F.G., MACHADO, W.C. GPSEQ: *software* gratuito para posicionamento relativo GPS envolvendo linhas de base curtas. **INFO GNSS**, 2006.

SOUZA, E.M., MONICO, J.F.G., MACHADO, W.C. Avaliação de estratégias de detecção e correção de perda de ciclos na portadora L1. In: II SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOMÁTICA E V COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 2007, Presidente Prudente, SP. **Anais...** Presidente Prudente: UNESP, 2007.

SOUZA, E.M.; PAGAMISSE, A.; MONICO, J.F.G.; POLEZEL, W.G.C. Comparação das bases de wavelets ortonormais e biortogonais: implementação, vantagens e desvantagens no posicionamento com GPS. **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v.8, 2007a, p.149-158.

SOUZA, E.M.; PAGAMISSE, A.; MONICO, J.F.G.; POLEZEL, W.G.C. Método dos mínimos quadrados com regressão wavelets para redução de erros no processamento de sinais GPS. **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v.8, 2007b, p.139-147.

SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G; POLEZEL, W.G.C.; PAGAMISSE, A. An effective wavelet method to detect and mitigate low-frequency multipath effects. In: Peiliang, X.; Jingnan, L.; Athanasios, D. **VI Hotine-Marussi Symposium on Theoretical and Computational Geodesy**, v. 132, p. 179-184, 2008a.

\_\_\_\_\_. Spectral Analysis and low-frequency multipath mitigation for kinematic applications. In: ION/IEEE PLANS, 2008b, Monterey, CA. **Proceedings...**, Monterey: IEEE, 2008b. p. 413-417.

SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G; PAGAMISSE, A. Investigating multipath mitigation for kinematic applications using wavelet techniques. In: ENC GNSS, 2008, Toulouse, France. **Proceedings...** Toulouse: CNES, 2008.

SPIPKER, J.J.; PARKINSON, B.W. Overview of GPS operation and design. In: PARKINSON, B.W. e SPIPKER, J.J. **Global Positioning System: theory and applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 29-55.

STRANG, G.; NGUYEN, T. **Wavelets and filter banks**. Wellesley-Cabridge Press, 1996.

SUH, Y. KONISHI, Y.; HAKAMATA, T.; MANANDHAR, D.; SHIBASAKI, R.; KUBO, N. Evaluation of multipath error and signal propagation in complex 3D urban environments for GPS multipath identification. In: ION GNSS, 17, 2004, Long Beach, CA. **Proceedings...** Long Beach: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2004. p. 1147-1156.

TAILLE, D. B.; MAENPA, J.; EULER, H.J.; CROSS P. Overcoming the limitations of the phase multipath mitigation window. In: ION, 16, 2003, Portland, ORE. **Proceedings...** Portland: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2003.

TIBERIUS, C.C.J.M., DE JONGE, P. Fast positioning using LAMBDA-method. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DIFFERENTIAL SATELLITE NAVIGATION SYSTEMS, 4, 1995, Bergen, Noruega. **Proceedings...** Bergen, Noruega, 1995.

\_\_\_\_\_. **The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation e aspects.** Delft Geodetic Computing Centre, 1996.

TEUNISSEN, P. J. G. GPS Carrier phase ambiguity fixing concepts. In: TEUNISSEN, P.J.G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy.** 2 ed. Berlin: Springer Verlage, 1998a, p. 319-388.

TEUNISSEN, P.J.G. Quality control and GPS. In: TEUNISSEN, P.J.G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy.** 2 ed. Berlin: Springer Verlage, 1998b, p. 271-318.

TEUNISSEN P.J.G.; VERHAGEN S. On the foundation of the popular ratio test for GNSS ambiguity resolution. In: ION GNSS, **Proceedings...**, Long Beach, CA: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2004, p. 2529-2540.

TOUSI, R.; BOERNER, W.M.; LEE, J.S.; LUENEBURG, E. A review of polarimetry in the context of synthetic aperture radar: concepts and information extraction. **Canadanse Journal Remote Sensing**, v. 30, n. 3, p. 380-407, 2004.

UNAVCO. Disponível em: <<http://www.unavco.org/facility/software/teqc/tutorial.html>>. Acesso em: 29 nov. 2008, 60p.

UNSER, M. Ten good reasons for using spline wavelets. **Wavelets Applications in Signal and Image Processing**, v. 3169, p. 422-431, 1997.

VAN DIERENDONCK, A.J.; BRAASH, M.S. Evaluation of GNSS receiver correlation processing techniques for multipath and noise mitigation. In: NATIONAL TECHNICAL MEETING, 1997, Santa Monica, California. **Proceedings...**,1997. p.207-215.

VERHAGEN, S. **The GNSS integer ambiguities: estimation and validation.** 2005.196f. Thesis, Delft Institute of Earth Observation and Space Systems, Delft Univerty of Technology.

VETTERLI, M.; KOVAČEVIĆ, J. **Wavelets and subband coding**, New Jersey: Prentice-Hall, 1995. 488p.

VIDAKOVIC, B.; MUELLER, P. Wavelets for kids. 1991. Não publicado. Disponível em: <[www2.isye.gatech.edu/~brani/wp/kidsA.ps](http://www2.isye.gatech.edu/~brani/wp/kidsA.ps)>. Acesso em: 25 nov. 2008.

VON SACHS, R.; NASON, G.P.; KROISANDT, G. **Adaptive estimation of the evolutionary wavelet spectrum**. Stanford: Stanford University, 1997.

VON Sachs, R. Nonparametric wavelet methods for nonstationary time series, In: 22ND EUROPEAN MEETING OF STATISTICIANS AND 7TH VILNIUS CONFERENCE ON PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS, Vilnius, Lithuania, **Proceedings...**, 1998.

WANG, J.; WANG, J.L.; ROBERTS, C. Reducing GPS carrier phase errors with EMD-wavelet for precise static positioning, **Survey Review**, 2007.

WEILL, L.R. Conquering Multipath: The GPS accuracy battle. **GPS World**, v.8, p. 59-66, 1997a,

WEILL, L.R. GPS Multipath mitigation by means of correlator reference waveform design. In: NTM, Santa Monica, California. **Proceedings...**, 1997b. p. 197-206.

WIESER, A **Robust and fuzzy techniques for parameter estimation and quality assessment in GPS**. 2001. Thesis (Ph.D. in Surveying Engineering), Graz University of Technology.

WIESER A.; BRUNNER F.K. Short static GPS sessions: robust estimation results. **GPS Solutions**, v.5, n.3, 2002. p. 70-79.

XIA, L. Approach for multipath reduction using wavelet algorithm. In: ION, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2134-2143.

ZHANG, Y.; BARTONE, C. Improvement of high accuracy positioning with real-time WaveSmooth™ multipath mitigation technique. In: INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, AEROSPACE CONFERENCE, 2005, Big Sky, MT. **Proceedings...**, 2005.

ZHONG, P.; DING, X.L.; ZHENG, D.W.; CHEN, W.; HUANG D.F. Adaptive wavelet transform based on cross-validation method and its application to GPS multipath mitigation. **GPS Solutions**, Estados Unidos, v.12, n.2, p. 109-117, 2007.



## BIBLIOGRAFIA

GRAPS, A. An introduction to wavelets. **IEEE Computational Science and Engineering**, v.2, n.2, 1995.

AKANSU, A.N. **Wavelet, subband and block transforms in communications and multimedia**. Hingham: Kluwer, 1999. 433 p.

BREEUWER, E. **Modeling and measuring GPS multipath effects**, 1991. 117f. Dissertação (Mestrado) – Faculty of Electrical Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

BRUNNER, F.K. HARTINGER, H.E TROYER, L. GPS sigma diffraction modeling: the stochastic SIGMA -  $\Delta$  model, **Journal of Geodesy**, v. 73, p. 259-267, 1999.

BROWN, R.G.; HWANG, P.Y.C. **Introduction to random signals and applied Kalman Filtering**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1993. 502 p.

BÖDER, V., MENGE, F., SEEBER, G.; WÜBBENA, G., SCHMITZ, M. How to deal with station dependent errors - new developments of the absolute field calibration of PCV and phase-multipath with a precise robot. In: ION, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...**, Salt Lake City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001.

CHAVES, J.C. **Uso da tecnologia GPS na monitoração de deformação: sistemas, etapas e experimentos**. 2001. 155f. Tese (Doutorado em Engenharia de transportes) - Universidade do Estado de São Paulo, São Carlos.

CHIANN, C.; MORETTIN, P.A. Estimation of time varying linear systems. **Statistical Inference for Stochastic Processes**, v.2, p.253-285,1999.

DAHLHAUS R. Fitting time series models to nonstationary processes. **The Annals of Statistics**, v. 25, n. 1, p. 1-37, 1997.

CHIANN, C.; MORETTIN, P.A. A wavelet analysis for time series. **Journal Nonparametric Statistics**, v. 10, p.1-46, 1998.

DAI, D.; WALTER, T.; COMP C.J.; TSAI Y.J.; KO. P.Y.; PER, E.; POWELL, J.D. High Integrity Multipath Mitigation Techniques for Ground Reference Stations. In: ION, 10, 1997, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 593-604.

DONOHU, D.L. Nonlinear wavelet methods for recovery of signals, densities, and spectra from indirect and noisy data. In: SYMPOSIA IN APPLIED MATHEMATICS, 47, 1993. **Proceedings...**, 1993, p.173-205.

DONOHU, D.L.; MALLAT, S.; VON SACHS, R. Estimating covariances of locally stationary process: consistency of best basis methods. In: PROC. OF TIME FREQUENCY AND TIME-SCALE SYMPOSIUM, Paris. **Proceedings...**, 1996.

\_\_\_\_\_. **Estimating covariances of locally stationary processes: rates of convergence of best basis methods.** Stanford : Stanford University, 1998.

FARREL, J.; GIVARGIS, T. Differential GPS Reference station algorithm: design and analysis. **IEEE Transactions on Control, Systems Technology**, v.8, n.3, p. 519-531, 2000.

FENTON, P.; FALKENBERG, B.; FORD, T.; NG, K.; VAN DIERENDONCK, A.J. Novatel's GPS receiver: the high performance OEM sensor of the future. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 1991, Albuquerque. **Proceedings...** Washington, 1991. p. 49-58.

GAO, H. Y. Choice of thresholds for wavelet shrinkage estimate of the spectrum. **Journal of Time series Analysis**, v.18, p. 231-351, 1997.

GARIN, L.; ROUSSEAU, J.M. Enhanced strobe correlator multipath rejection for code & carrier. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 559-567.

GARIN, L.; VAN DIGGELEN, F.; ROUSSEAU, J.M. Strobe & edge correlator multipath mitigation for code. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 657-671.

GEORGIADOU, Y.; KLEUSBERG, A. On carrier signal multipath effects in relative GPS positioning, **Manuscripta Geodaetica**, v. 13, 1988, p. 172-179.

GERA, G.; REGAZZONI, C.S. A new method to performance enhancement of tracking modules in a multipath environments for satellite based navigation systems. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Salt Lake City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2161-2165.

HAGERMAN, L. **Effects of multipath on coherent and noncoherent PRN ranging receiver**, Aerospace Rep. TOR-0073(3020-03)-3, Development Planning Division, The Aerospace Corporation, may 15, 1973.

HANNAH, C.D.; WALKER, R.A.; KUBIK, K. Towards a complete virtual multipath analysis tool. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 11, 1998, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p.1055-1063.

JIA, M.; TSAKIRI, M.; STEWART, M. Mitigation Multipath errors using semi-parametric models for high precision static positioning. In: IAG SYMPOSIA, 2000. **Geodesy Beyond 2000 – The Challenges of the First Decade**, v. 121, p. 393-398.

KUNYSZ, W. High performance GPS pinwheel antenna. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 13, 2000, Anaheim, Canada. **Proceedings...** Anaheim, Canada: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2000. p. 2506-2511.

\_\_\_\_\_. Advanced pinwheel compact controlled reception pattern antenna (AP-CRPA) designed for interference and multipath mitigation. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2030-2036.

LANDRY, R.J.; LEKAIM, D.; MOUYON, P. Wavelet coefficients thresholding for GPS receiver robustness. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON KINEMATIC SYSTEMS IN GEODESY, GEOMATICS AND NAVIGATION, 1997, Banff, Canada., 1997. p.89-102.

LANGLEY, R.B. RTK GPS. **GPS World**, September 1998. p. 70-76.

LANGLEY, R.B. GPS receivers and the observables. In: KLEUSBERG, A, TEUNISSEN, P. **GPS for Geodesy**. Berlin: Verlag, 1996. p. 141-174.

MACABIAU, C.; ROTURIER, B.; BENHALLAM, A. Performance of GPS receivers with more than one multipath. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 281-287.

MACHADO, W.C.; MONICO, J.F.G. Solução rápida das ambigüidades GPS utilizando o software GPSeq. In: XIX CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, Recife, 1999. **Proceedings...** 1 CDROM.

MOELKER, D.J. Multiple antennas for Advanced GNSS Multipath Mitigation and Multipath Direction Finding. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 541-550.

MORA-CASTRO, E.J.; CARRASCOSA-SANZ, C.; ORTEGA, G. Characterisation of the multipath effects on the GPS pseudorange and carrier phase measurements. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 11, 1998, Nashville. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p. 1065-1074.

MORETTIN, P.A. **Ondaletas e seus usos na estatística**. In: 7ª ESCOLA DE SÉRIES TEMPORAIS E ECONOMETRIA, 1997, Canela, Rio Grande do Sul. 86 p.

MORETTIN, P.A. **Wavelets in statistics**. Reviews of The Institute of Mathematics and Statistics of The University of Sao Paulo, 1997, v.3 ,n. 2, p.211-272.

MISITI, M.; MISITI, Y.; OPPENHEIM, G.; POGGI, J.M. **Wavelet toolbox user's guide**. The MathWorks. 2001.

NATO ASI SERIES. 1994. v.454, Maratea, Italy. **Approximation theory, wavelets and applications**. Maratea: Kluwer. 572 p.

NASON, G.P.; SAPATINAS, T. Wavelet Packet Transfer Function modeling of nonstationary time series. **Statist. Comput.**, 11, 2000.

NELSON, L.M.; AXELRAD, P.; ETTER, D.M. Adaptive detection of code delay and multipath in a simplified GPS signal model. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 10, 1997, Kansas City, Missouri. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1997. p. 569-581.

NEUMANN, M.H.; VON SACHS, R. Wavelet threshold in anisotropic function classes and application to adaptive estimation of evolutionary spectra. **Annals of Statistics**, v.25, p.38-76, 1997.

NOVATEL INC. Disponível em: <<http://www.novatel.ca>>. Acesso em: 29 nov. 2008.

PAGAMISSE, A. **Uma introdução ao estudo das wavelets e suas Aplicações**. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 2002, Presidente Prudente. Notas de minicurso. 57 p.

PAGAMISSE, A; DUTRA, L.V. Segmentação de texturas pela transformada *wavelet* diádica. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOMÁTICA, 2002, Presidente Prudente. **Anais...** CDROM. p. 328-337.

PARKINSON, B.W. GPS error analysis. In: PARKINSON, B. W. e SPILKER, J. J. **Global Positioning System: theory and applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 469-483.

PARKINSON, B.W.; ENGE, P.K. Diferencial GPS. In: PARKINSON, B.W. e SPILKER, J.J. **Global Positioning System: theory and applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 2, p. 3-50.

PERCIVAL, D.B.; WALDEN, A.T. **Wavelet methods for time series analysis**. Cambridge, Cambridge University Press, 2000.594p.

PHILIPPOV, V.; SUTIAGIN, I.; ASHJAEI, J. Measured characteristics of dual depth dual frequency choke ring for multipath rejection in GPS receivers. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 793-796.

PHILIPPOV, V.; TATARNICOV, D.; ASHJAEI, J.; ASTAKHOV, A., SUTIAGIN, I. The first dual-depth dual-frequency choke ring. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 11, 1998, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p. 1035-1040.

RAY, J K.; CANNON, M.E.; FENTON, P. Mitigation of static carrier phase multipath effects using multiple closely-spaced antennas. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 11, 1998, Nashville, Tennessee. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p. 1025-1034.

ROBERTS, G.W. Multipath mitigation for bridge deformation monitoring. **Journal of Global Positioning Systems**, 2002. v. 1, n. 1, p. 25-33.

RUSKAI, M.B.; BEYLKIN, G.; COIFMAN, R. **Wavelets and their applications**. USA: Jones and Bartlett Publishers, 1992.

SANTOS, M.C.; FARRET, J.C. Detection and mitigation of static multipath in L1 carrier phase measurements using a dual-antenna approach. **IAG**, 2001. Scientific Assemble, Budapest, 1 CD ROM.

SATIRAPOD, C.; WANG, J.; RIZOS, C. Modelling residual systematic erros in GPS positioning: methodologies and comparative studies. In: IAG SYMP, 2001, Budapest, Hungary. **Vistas for Geodesy in the New Millennium**, v.125, Springer-Verlag, 2001, p. 410-414.

\_\_\_\_\_. Comparing different GPS data processing techniques for moddelling residual systematic erros. Disponível em: <[www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/satirapod\\_etal2001e.pdf](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/satirapod_etal2001e.pdf)>. Acesso em: 17 dez. 2003.

SLEEWAEGEN, J.M.; BOON, F. Mitigation short-delay multipath: a promising new technique. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Salt Lake City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 204-213.

SONG, I. Measurement noise and multipath reduction with combined observables. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON KINEMATICS SYSTEMS IN GEODESY, GEOMATICS AND NAVIGATION, 1997, Banff, Canada. **Proceedings...**, 1997. p. 79-87.

SOUZA, W.M. **Redução de ruído em imagens no domínio da transformada de wavelets**. 1997. 101f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília.

SPIPKER, J.J. GPS signal structure and theoretical performance. In: PARKINSON, B. W. e SPIPKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 57-119.

\_\_\_\_\_. Fundamentals of signal tracking theory. In: PARKINSON, B.W. e SPIPKER, J.J. **Global Positioning System: theory and applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 245-327.

SWELDENS, W. Wavelets: what next? **Proceedings of the IEEE**, 84(4), p.680-5, april 1996. Disponível em: <<http://cm.bell-labs.com/who/wim/papers/papers.html>>. Acesso em: 29 nov. 2008.

\_\_\_\_\_. **The construction and application of wavelets in numerical analysis**. 1995. 270f. Tese (PhD), Columbia. Disponível em: <<http://cm.bell-labs.com/who/wim/papers/papers.html>> Acesso em: 25 nov. 2008.

STEWART, M.P.; FFOULKES-JONES, G.H.; OCHIENG, W.Y. **GPS analysis software (GAS)**. Version 2.4. User Manual, Curtin University of Technology: IESSG Publication, 1997.

TOPIWALA, P.N. **Wavelet image and video compression**. USA: Kluwer, 1998, 453p. Disponível em: <<http://portal.acm.org/citation.cfm?id=521755>>. Acesso em: 25 nov. 2008.

TOWNSEND, B.R.; VAN NEE, D.J.R.; FENTON, P.C.; VAN DIERENDONCK, K.J. Performance evaluation of the multipath estimating delay lock loop, In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 8, 1995, Anaheim, California. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1995.

VAN DIERENDONCK, A.J. GPS receivers. In: PARKINSON, B.W. e SPILKER, J.J. **Global Positioning System: theory and applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 329-407.

VAN DIERENDONCK, A. J.; FENTON, P.; FORD, T. Theory and performance of narrow correlator spacing in a GPS receiver, **Navigation**. v. 39, n. 3, 1992. p. 265-283.

VAN DIERENDONCK, A J.; BRAASCH, M.S. Evaluation of GNSS receiver correlation processing techniques for multipath and noise mitigation. In: NATIONAL TECHNICAL MEETING, 1997, Santa Monica, California. **Proceedings...**,1997. p. 207-215.

VAN NEE, R. GPS multipath and satellite interference. **Proceedings of the Forty eight Annual Meeting of the Institute of Navigation**, Institute of Navigation, Washington, 1992. p. 167-177.

VON SACHS, R. Modelling and estimation of time-varying structure of nonstationary time series. **Brazilian Journal of Probability and Statistics**, v.10, p.181-204, 1996.

VON SACHS, R.; SCHNEIDER, K. Wavelet smoothing of evolutionary spectra by nonlinear thresholding. **Applied Computation and Harmonic Analysis**, v.3, p.268-283, 1996.

WAHBA, G. Automatic smoothing of the log periodogram. **Journal American Statistical Association**, v.75, p.122-132, 1980.

WALKER. R.A.; KUBIK, K. Numerical modelling of GPS signal propagation. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 709-717.

\_\_\_\_\_. Comparison of RTK failure for receiver jamming by multipath. In: NTM, 1997, Santa Monica, California. **Proceedings...**,1997. p.261-5.

WELLS, D.E; BECK, N.; DELIKARAOGLOU, D.; KLEUSBERG, A.; KRAKIWSKY, E. J.; LACHAPELLE, G.; LANGLEY, R.B.; NAKIBOGLU, M.;SCHWARZ, K.P.; TRANQUILLA, J.N.; VANICEK, P.;. **Guide to GPS positioning**. New Brunswick: Canadian GPS Associates, 1987.

YONGHONG, L. 3D Multi-static SAR system for terrain imaging based on indirect GPS signals. **Journal of Global Positioning Systems**. v. 1, n. 1, p. 34-39, 2002.

ZHDANOV, A. et al. Multipath error reduction in signal processing. In: INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1999. p. 1217-1223.

## APÊNDICE A – *Splines*

As *splines* são funções polinomiais por partes extensivamente usadas em interpolações polinomiais segmentadas e computação gráfica. O termo vem das antigas régua elásticas (flexíveis) usadas em ajustes em Engenharia.

Antes de definir as funções *splines*, é necessário introduzir uma partição do intervalo  $[a, b]$  onde se pretende trabalhar. Uma partição  $I$  é definida pelos pontos  $x_0, x_1, \dots, x_m$ , de forma que

$$I: a = x_0 < x_1 < \dots < x_{m-1} < x_m = b, \quad (\text{A.1})$$

e em cada subintervalo  $(x_{i-1}, x_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , as *splines* são funções polinomiais por partes (CUNHA, 2000, p.126; ALVES, 2003, p.27).

**Definição A.1.** Uma função  $s(x)$  é chamada de *spline* de grau  $n$ , associada a uma partição (A.1) de  $[a, b]$ , se (MORETTIN, 1999, p.187; CUNHA, 2000, p.126)

- i)  $s(x)$  é um polinômio em cada subintervalo  $(x_{i-1}, x_i)$ ;
- ii)  $s(x)$  tem  $n - 1$  derivadas contínuas em cada  $x_i$  e, portanto, em  $[a, b]$ ;
- iii) a derivada de ordem  $n-1$  de  $s(x)$  é uma função constante por partes, com saltos nos nós  $x_i$ .

A Figura A.1 ilustra uma *spline* linear,  $n = 1$ , e uma *spline* cúbica,  $n = 3$ .

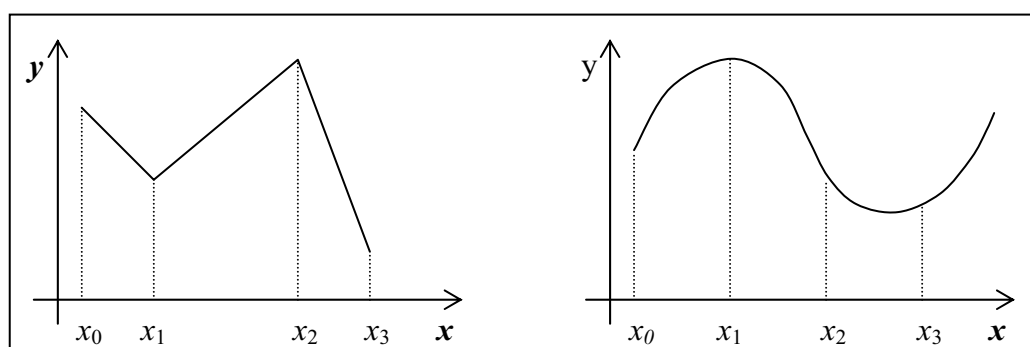


Figura A.1 – Exemplos de *splines* linear ( $n = 1$ ) e cúbica ( $n = 3$ ).

Fonte: ALVES, 2003, p 27.

As funções *splines* são bastante utilizadas na estimação de funções densidades e em regressão não-paramétrica. Em Alves (2003), as *splines* são utilizadas no Método dos Mínimos Quadrados com penalidades para redução de erros sistemáticos no posicionamento relativo GPS. Para um tratamento sistemático sobre *splines*, pode-se consultar Chui (1992) e Cunha (2000).

## APÊNDICE B – Polarização de uma onda eletromagnética

Conforme descrito na Seção 2.2, o sinal emitido pelo satélite GPS é polarizado circularmente. Para obtenção dessa polarização, duas ondas linearmente polarizadas podem ser combinadas, o que é ilustrado na Figura B.1.

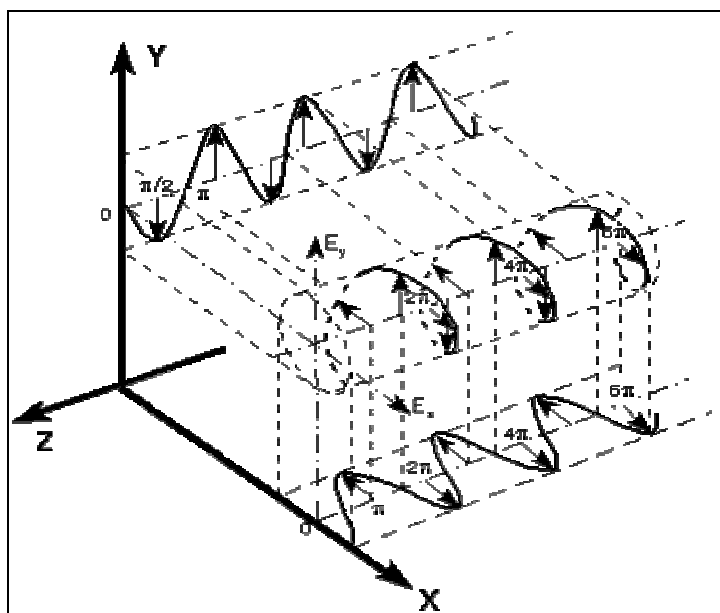


Figura B.1 – Onda polarizada circularmente.

Observa-se na Figura B.1 que as duas ondas polarizadas linearmente são combinadas com uma defasagem de  $\pi/2$  de uma para a outra para gerar a polarização circular. Essa denominação se deve ao fato do vetor resultante da combinação das duas ondas de mesma amplitude, com polarização linear, uma na horizontal e a outra na vertical, girar em torno do eixo de propagação. Caso o sentido de rotação seja horário, a polarização é dita circular à direita, caso contrário, trata-se de uma polarização circular à esquerda.

O plano  $E_x E_y$  determinado na Figura B.1 é equivalente ao plano  $E_{\perp} E_{\parallel}$  descrito na Seção 2.2. Por simplificação de notação esse plano será denotado como  $xy$  para apresentar a elipse de polarização (Figura B.2), a qual permite a representação do campo elétrico.



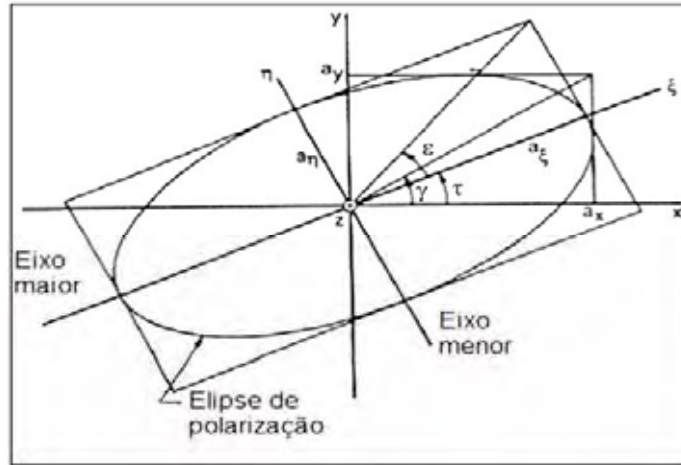


Figura B.2 – Elipse de Polarização.  
Fonte: Adaptado de TOUSI et al., 2004.

A elipse de polarização pode ser caracterizada usando:

- as quantidades independentes  $a_x$ ,  $a_y$  e  $\Delta\theta$  ou as três equações equivalentes:  $s_0 = a_x^2 + a_y^2$ ,  $\alpha = \tan^{-1}(a_y/a_x)$  e  $\Delta\theta$ . Neste caso,  $a_x$  e  $a_y$  são as magnitudes de cada componente  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$  e  $\Delta\theta = \theta_y - \theta_x$  é a diferença de fase entre tais componentes. Quando a diferença de fase é zero ( $\Delta\theta = 0$ ) ou um número múltiplo de  $\pi$  ( $\Delta\theta \propto \pi$ ), a elipse se reduz a uma linha reta (onda linearmente polarizada). Quando as duas componentes de magnitude são iguais ( $a_x = a_y$ ) e estão na quadratura de fase ( $\Delta\theta = \pm \pi/2$ ), a elipse se reduz a um círculo (onda circularmente polarizada).
- os eixos maior ( $a_\xi$ ) e menor ( $a_\eta$ ) e o ângulo  $\tau$  ( $0 \leq \tau \leq \pi$ ), o qual especifica a orientação da elipse ou as três equações independentes equivalentes:  $s_0 = a_\xi^2 + a_\eta^2 = a_x^2 + a_y^2$ , o ângulo de elipticidade  $\varepsilon = \tan^{-1}(a_\xi/a_\eta)$  ( $-\pi/4 \leq \varepsilon \leq \pi/4$ ) e o ângulo de orientação  $\tau$ .

Conforme apresentado na Seção 2.3.2, os ângulos da elipse  $\varepsilon$  e  $\tau$  estão relacionados com os ângulos  $\gamma$  e  $\Delta\theta$  da elipse de polarização por:

$$2\varepsilon = \text{sen}^{-1}[\text{sen}(2\gamma)\text{sen}(\Delta\theta)]$$

$$2\tau = \text{tan}^{-1}[\text{tan}(2\gamma)\text{cos}(\Delta\theta)]$$

O fator de achatamento na elipse representada na Figura B.2 é dado pelo ângulo  $\varepsilon$ , de forma que para  $\varepsilon = 0$  tem-se a polarização linear e para  $\varepsilon = 45^\circ$  tem-se a polarização circular a esquerda e para  $\varepsilon = -45^\circ$  tem-se a polarização circular a direita. No

caso de  $\varepsilon = 0$  e  $\tau = 0$  ou  $180^\circ$ , diz-se que a polarização linear é horizontal, e para  $\tau = 90^\circ$  trata-se de uma polarização linear vertical.

Assim, tem-se dois ângulos que descrevem a elipse de polarização, e portanto, o estado da polarização. Se esses ângulos forem projetados em uma esfera, tem-se uma representação mais fácil do estado de polarização. Essa esfera é conhecida como esfera de Poincaré, a qual foi concebida por Henri Poincaré em 1892.

A Figura B.3 ilustra a esfera de Poincaré, na qual um ponto na superfície (de raio unitário) é especificado em termos da longitude  $2\tau$  e latitude  $2\varepsilon$ .

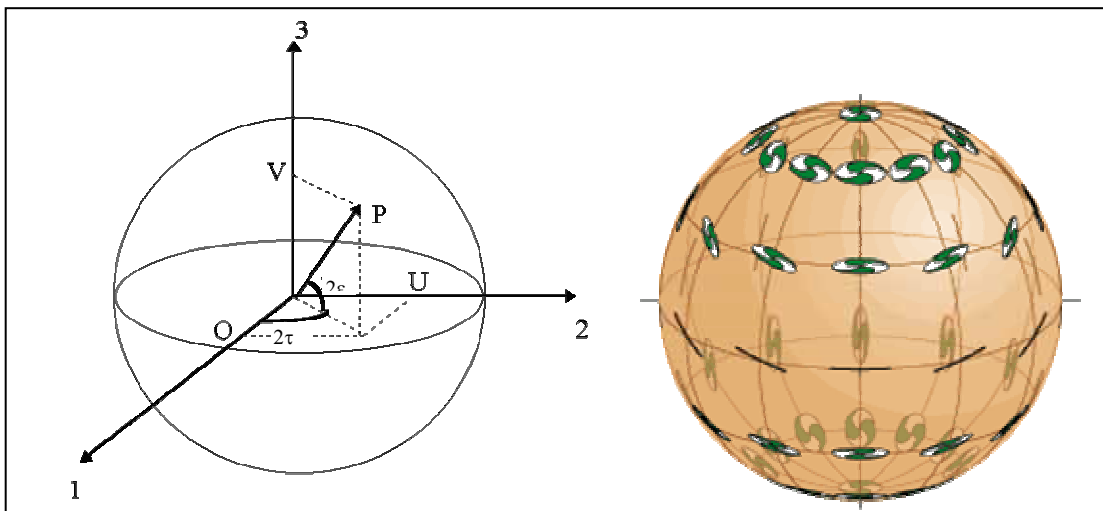


Figura B.3 – Representação da esfera de Poincaré.

Cada ponto na superfície da esfera de Poincaré representa um estado único de polarização. Os pólos norte e sul representam polarizações circulares a direita e à esquerda, respectivamente (Figura B.3). Pontos no equador representam polarização linear enquanto outros pontos na esfera representam polarização elíptica.

## ANEXO A – Coeficientes dos filtros das diferentes *wavelets* mãe utilizadas

Neste anexo constam os coeficientes dos filtros das *wavelets* mãe utilizadas nesta pesquisa. Na Tabela A1 são apresentados os coeficientes dos filtros das *wavelets* de Daubechies  $h_n$  (filtro passa baixa) para  $2 \leq p \leq 10$ . Os filtros  $h_n$  estão normalizados de forma que  $\sum_n h_n = \sqrt{2}$  (DAUBECHIES, 1992, p.195).

Tabela A1 – Filtros para *wavelets* de Daubechies com  $p$  momentos nulos.

Daub	$n$	$h_n[p]$	$n$	$h_n[p]$	
$p=2$	0	0.34150635094622	$p=8$	0	0.03847781105406
	1	0.59150635094587		1	0.22123362357624
	2	0.15849364905378		2	0.47774307521438
$p=3$	3	-0.09150635094587	3	0.41390826621166	
	0	0.23523360389270	4	-0.01119286766665	
	1	0.57055845791731	5	-0.20082931639111	
	2	0.32518250026371	6	0.00033409704628	
	3	-0.09546720778426	7	0.09103817842345	
$p=4$	4	-0.06041610415535	8	-0.01228195052300	
	5	0.02490874986589	9	-0.03117510332533	
	0	0.16290171402562	10	0.00988607964808	
	1	0.50547285754565	11	0.00618442240954	
	2	0.44610006912319	12	-0.00344385962813	
	3	-0.01978751311791	13	-0.00027700227421	
	4	-0.13225358368437	14	0.00047761485533	
5	0.02180815023739	15	-0.00008306863060		
$p=5$	6	0.02325180053556	$p=9$	0	0.02692517479416
	7	-0.00749349466513		1	0.17241715192471
	0	0.11320949129173		2	0.42767453217028
	1	0.42697177135271		3	0.46477285717278
	2	0.51216347213016		4	0.09418477475112
	3	0.09788348067375		5	-0.20737588089628
	4	-0.17132835769133		6	-0.06847677451090
	5	-0.02280056594205		7	0.10503417113714
	6	0.05485132932108		8	0.02172633772990
$p=6$	7	-0.00441340005433	9	-0.04782363205882	
	8	-0.00889593505093	10	0.00017744640673	
	9	0.00235871396920	11	0.01581208292614	
	0	0.07887121600143	12	-0.00333981011324	
	1	0.34975190703757	13	-0.00302748028715	
	2	0.53113187994121	14	0.00130648364018	
	3	0.22291566146505	15	0.00016290733601	
	4	-0.15999329944587	16	-0.00017816487955	
	5	-0.09175903203003	17	0.00002782275679	
	6	0.06894404648720	$p=10$	0	0.01885857879640
	7	0.01946160485396		1	0.13306109139687
8	-0.02233187416548	2		0.37278753574266	
9	0.00039162557603	3		0.48681405536610	
10	0.00337803118151	4		0.19881887088440	
11	-0.00076176690258	5		-0.17666810089647	
0	0.05504971537285	6		-0.13855493935993	
$p=7$	1	0.28039564181304		7	0.09006372426666
	2	0.51557424581833		8	0.06580149355070
	3	0.33218624110566		9	-0.05048328559801
	4	-0.10175691123173		10	-0.02082962404385
	5	-0.15841750564054	11	0.02348490704841	
	6	0.05042323250485	12	0.00255021848393	
	7	0.05700172257986	13	-0.00758950116768	
	8	-0.02689122629486	14	0.00098666268244	
	9	-0.01171997078235	15	0.00140884329496	
	10	0.00887489618962	16	-0.00048497391996	
	11	0.00030375749776	17	-0.00008235450295	
	12	-0.00127395235906	18	0.00006617718320	
	13	0.00025011342658	19	-0.00000937920789	

Na Tabela A2 são apresentados os coeficientes dos filtros passa baixa das *Symmlets* para  $4 \leq p \leq 10$ . Os valores listados na tabela são  $c_p = \sqrt{2}h_p$ , de forma que  $\sum_n c_n[p] = 2$  (DAUBECHIES, 1992, p.198).

Tabela A2 – Filtros para *Symmlets* com  $p$  momentos nulos.

Sym	$n$	$c_n[p]$	$n$	$c_n[p]$
$p=4$	0	-0.107148901418	4	0.069490465911
	1	-0.041910965125	5	-0.038493521263
	2	0.703739068656	6	-0.073462508761
	3	1.136658243408	7	0.515398670374
	4	0.421234534204	8	1.099106630537
	5	-0.140317624179	9	0.680745347190
	6	-0.017824701442	10	-0.086653615406
$p=5$	7	0.045570345896	11	-0.202648655286
	0	0.038654795955	12	0.010758611751
	1	0.041746864422	13	0.044823623042
	2	-0.055344186117	14	-0.000766690896
	3	0.281990696854	15	-0.004783458512
	4	1.023052966894	0	0.001512487309
	5	0.896581648380	1	-0.000669141509
	6	0.023478923136	2	-0.014515578553
	7	-0.247951362613	3	0.012528896242
8	-0.029842499869	4	0.087791251554	
9	0.027632152958	5	-0.025786445930	
$p=6$	0	0.021784700327	6	-0.270893783503
	1	0.004936612372	7	0.049882830959
	2	-0.166863215412	8	0.873048407349
	3	-0.068323121587	9	1.015259790832
	4	0.694457972958	10	0.337658923602
	5	1.113892783926	11	-0.077172161097
	6	0.477904371333	12	0.000825140929
	7	-0.102724969862	13	0.042744433602
	8	-0.029783751299	14	-0.016303351226
	9	0.063250562660	15	-0.018769396836
	10	0.002499922093	16	0.000876502539
11	-0.011031867509	17	0.001981193736	
$p=7$	0	0.003792658534	0	0.001089170447
	1	-0.001481225915	1	0.000135245020
	2	-0.017870431651	2	-0.012220642630
	3	0.043155452582	3	-0.002072363923
	4	0.096014767936	4	0.064950924579
	5	-0.070078291222	5	0.016418869426
	6	0.024665659489	6	-0.225558972234
	7	0.758162601964	7	-0.100240215031
	8	1.085782709814	8	0.667071338154
	9	0.408183939725	9	1.088251530500
	10	-0.198056706807	10	0.542813011213
	11	-0.152463871896	11	-0.050256540092
	12	0.005671342686	12	-0.045240772218
13	0.014521394762	13	0.070703567550	
$p=8$	0	0.002672793393	14	0.008152816799
	1	-0.000428394300	15	-0.028786231926
	2	-0.021145686528	16	-0.001137535314
	3	0.005386388754	17	0.006495728375
		18	0.000080661204	
		19	-0.000649589896	

Na Tabela A3 são listados os coeficientes das *Coiflets* para  $L = 2, 4, 6, 8$  e  $10$ . Os valores listados são normalizados de forma que a soma seja igual a 1 (DAUBECHIES, 1992, p.261).

Tabela A3 – Coeficientes para *Coiflets* de ordem  $L = 2, 4, 6, 8$  e  $10$ .

Coif	$n$	$h_n[L]/\sqrt{2}$	$n$	$h_n[L]/\sqrt{2}$	
$L=2$	-2	-0.05142972847100	$L=8$	0	0.55312645256200
	-1	0.23892972847100		1	0.30715732619800
	0	0.60285945694200		2	-0.04711273886500
	1	0.27214054305800		3	-0.06803812705100
	2	-0.05142972847100		4	0.02781364015300
$L=4$	3	-0.01107027152900	5	0.01773583743800	
	-4	0.01158759673900	6	-0.01075631851700	
	-3	-0.02932013798000	7	-0.00400101288600	
	-2	-0.04763959031000	8	0.00265266594600	
	-1	0.27302104653500	9	0.00089559452900	
	0	0.57468239385700	10	-0.00041650057100	
	1	0.29486719369600	11	-0.00018382976900	
	2	-0.05408560709200	12	0.00004408035400	
	3	-0.04202648046100	13	0.00002208285700	
	4	0.01674441016300	14	-0.00000230494200	
	5	0.00396788361300	15	-0.00000126217500	
6	-0.00128920335600	$L=10$	-10	-0.00014996380000	
7	-0.00050950539900		-9	0.00025356120000	
$L=6$	-6		-0.00268241867100	-8	0.00154024570000
	-5		0.00550312670900	-7	-0.00294111080000
	-4		0.01658356047900	-6	-0.00716378190000
	-3		-0.04650776447900	-5	0.01655206640000
	-2		-0.04322076356000	-4	0.01991780430000
	-1		0.28650333527400	-3	-0.06499726280000
	0		0.56128525687000	-2	-0.03680007360000
	1		0.30298357177300	-1	0.29809232350000
	2		-0.05077014075500	0	0.54750542940000
	3		-0.05819625076200	1	0.30970684900000
	4		0.02443409432100	2	-0.04386605080000
	5		0.01122924096200	3	-0.07465223890000
6	-0.00636960101100		4	0.02919587950000	
7	-0.00182045891600		5	0.02311077700000	
8	0.00079020510100		6	-0.01397368790000	
9	0.00032966517400		7	-0.00648009000000	
10	-0.00005019277500		8	0.00478300140000	
11	-0.00002446573400	9	0.00172065470000		
$L=8$	-8	0.00063096104600	10	-0.00117582220000	
	-7	-0.00115222485200	11	-0.00045122700000	
	-6	-0.00519452402600	12	0.00021372980000	
	-5	0.01136245924400	13	0.00009937760000	
	-4	0.01886723537800	14	-0.00002923210000	
	-3	-0.05746423442900	15	-0.00001507200000	
	-2	-0.03965264851700	16	0.00000264080000	
	-1	0.29366739089500	17	0.00000145930000	
			18	-0.00000011840000	
		19	-0.00000006730000		

Na Tabela A4 constam os coeficientes dos filtros de decomposição e reconstrução  $h$  e  $\tilde{h}$  para  $p = \tilde{p} = 4$  e 5 (COHEN, DAUBECHIES e FEAUVEAU; DAUBECHIES, 1992) das *wavelets splines* biortogonais.

Tabela A4 – Coeficientes dos filtros das *Wavelets Splines* Biortogonais de reconstrução perfeita com  $p = 4$  e 5.

<b>Spline</b>	<b><math>n</math></b>	<b><math>h_n[p]</math></b>	<b><math>\tilde{h}_n[p]</math></b>
$p=4$ $\tilde{p}=4$	0	.78848561640637	.85269867900889
	-1,1	.41809227322204	.37740285561283
	-2,2	-.04068941760920	-.11062440441844
	-3,3	-.0645388826876	-.02384946501956
	-4,4	0.	.03782845554969
$p=5$ $\tilde{p}=5$	0	.89950610974865	.73666018142821
	-1,1	.47680326579848	.24560528195603
	-2,2	-.09350469740094	-.05446378846824
	-3,3	-.13670658466433	.00794810863724
	-4,4	-.00269496688011	.03968708834741
	-5,5	.01345670945912	0.

Na Tabela A5 são listados os coeficientes dos filtros de decomposição e reconstrução das bases de *wavelets* biortogonais próximas das *Coiflets* de ordem  $L = 2$  e 4.

Tabela A5 – Coeficientes dos filtros das *wavelets* biortogonais próximas das *Coiflets* de ordem  $L = 2$  e 4.

<b>Bior</b>	<b><math>n</math></b>	<b><math>h_n[L]/\sqrt{2}</math></b>	<b><math>\tilde{h}_n[L]/\sqrt{2}</math></b>
$L=2$	0	.6	.607142857143
	-1,1	.25	.260714285714
	-2,2	-.05	-.053571428571
	-3,3	0.	-.010714285714
$L=4$	0	.575	.575291895604
	-1,1	.28125	.286392513736
	-2,2	-.05	-.052305116758
	-3,3	-.312	-.039723557692
	-4,4	.0125	.015925480769
	-5,5	0.	.003837568681
	-6,6	0.	-.001266311813
	-7,7	0.	-.000506524725