



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

***UM MODELO DE UNIT COMMITMENT
HIDROTÉRMICO PARA O AMBIENTE DE
MERCADOS DE ENERGIA***

Edson José Rezende Luciano

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Co-orientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio da Silva

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB), da Universidade Estadual Paulista (UNESP), como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Bauru, 27 de Agosto de 2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA UNESP - BAURU

Luciano, Edson José Rezende.

Um modelo de unit commitment hidrotérmico para o ambiente de
Mercados de energia / Edson José Rezende Luciano, 2010.
150 f.

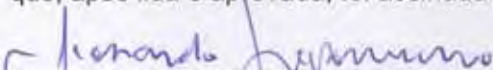
Orientador: Leonardo Nepomuceno

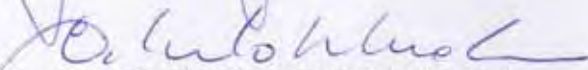
Dissertação (Mestrado) –Universidade Estadual Paulista. Faculdade
de Engenharia de Bauru, Bauru, 2010

1. Pré-despacho de geração. 2. Algoritmos genéticos. 3.
Otimização matemática. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Bauru. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE EDSON JOSE REZENDE LUCIANO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 27 dias do mês de agosto do ano de 2010, às 14:30 horas, no(a) ANFITEATRO DA PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos-USP, Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de EDSON JOSE REZENDE LUCIANO, intitulado "UM MODELO DE UNIT COMMITMENT HIDROTÉRMICO PARA O AMBIENTE DE MERCADOS DE ENERGIA". Após a exposição, o discente foi argüido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO


Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA


Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO

Agradecimentos

A Deus, pelo dom da vida e por estar sempre comigo conduzindo meus passos.

Ao Professor Leonardo Nepomuceno, pela sua grande orientação e ajuda no desenvolvimento dessa pesquisa.

Ao co-orientador Paulo Sérgio pelas ajudas nas programações em JAVA.

À minha mãe Zélia e meu pai Valdomiro por serem sempre meu porto seguro.

À minha família por acreditar em meu trabalho apoiando e incentivando.

Aos amigos do LEESP (Alessandro, André, Maria Cláudia, Luis Fabiano, Wesley, ...) pelo convívio e ajuda mútua na realização desse trabalho.

À Guerta Dibbern em suas sábias palavras.

Ao Fernando Germano por ter sido um paizão e nossas longas conversas.

Aos meus amigos em Aguaí-SP pelos momentos de descontração.

À FAPESP pelo suporte financeiro por meio do processo *n*^o 2008/02332-2.

E a todos que, de alguma forma contribuíram para a realização desse trabalho.

Resumo

LUCIANO, E.J.R. (2010). *Um Modelo de Unit Commitment Hidrotérmico para o Ambiente de Mercados de Energia*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2010.

Este projeto tem como objetivo descrever, implementar e avaliar um modelo de *Unit Commitment* (UC) hidrotérmico para o ambiente de mercados de energia. O modelo deve considerar aspectos que têm sido negligenciados na abordagem atualmente vigente no Brasil, ou seja, o modelo deve apresentar as seguintes contribuições: i) a discretização do problema deve ser feita em base horária e não semanal, de modo a permitir o estabelecimento de um mercado de curtíssimo prazo efetivo; ii) o modelo deve levar em conta os custos de partida/parada de máquinas, comparando a solução do modelo proposto com o modelo em que esses custos não são considerados; iii) as inter-relações entre os mercados *pool* e bilateral são descritas de forma explícita em um único problema de otimização de UC; iv) a inserção dos custos de oportunidade hidráulica propostos no âmbito desse trabalho na função de custos.

Abstract

LUCIANO, E.J.R. (2010). *A Model for Hydrothermal Unit Commit Environment Energy Markets*. Dissertation (Master's degree) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2010.

This project aims to describe, implement and evaluate a model of Unit Commitment (UC) for the hydrothermal environment of energy markets. The model takes into account aspects that have been neglected in the approach currently used in Brazil, and present the following contributions: i) discretization of the problem is performed in an hourly basis, instead of the weekly-based approach currently used, to allow the establishment of an effective market for short term generation planning; ii) the model takes into account unit start-up and shut down costs; The outcomes of the proposed model are compared with those of a model in which these costs are not considered; iii) the interrelationships between *pool* and bilateral markets are described explicitly within a single optimization problem in the proposed UC model; iv) the inclusion of opportunity costs associated with hydraulic utility, proposed in the context of this research.

Conteúdo

<i>Agradecimentos</i>	iii
<i>Resumo</i>	iv
<i>Abstract</i>	v
<i>Lista de Figuras</i>	ix
<i>Lista de Tabelas</i>	x
<i>Lista de Siglas e Abreviações</i>	xii
<i>Glossário</i>	xii
Capítulo 1	1
INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Motivação e Contexto do Trabalho	2
1.2 Objetivos.....	4
1.3 Organização do Trabalho.....	4
Capítulo 2	7
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1 Trabalhos Relacionados.....	8
Capítulo 3	13
DESCRIÇÃO DO MODELO PROPOSTO	13
3.1 Introdução	14
3.2 Descrição do Modelo <i>Unit Commitment</i>	16
3.2.1 Descrição da função objetivo	19
3.2.2 Restrição de atendimento da Demanda	27
3.2.3 Restrições operacionais da usina.....	28
3.2.4 Restrições de atendimento da Meta Energética.....	29
3.2.5 Restrição de atendimento dos Contratos Bilaterais.....	31

3.3 Problemas de Pré-Despacho associados ao UC.....	35
Capítulo 4	37
ANÁLISE DE MERCADO.....	37
4.1 Introdução	38
4.1.1 Formação do Preço <i>Spot</i> no Mercado <i>Pool</i>	38
4.1.2 Custos de Geração Efetivo e de Oportunidade.....	45
4.1.3 Índices de Desempenho Econômico de Agentes de Mercado.....	46
Capítulo 5	53
TÉCNICA DE SOLUÇÃO.....	53
5.1 Descrição da Técnica de Solução	54
5.2 Algoritmos Genéticos	58
5.2.1 Computação Bioinspirada	58
5.2.2 Introdução aos Algoritmos Genéticos	58
5.2.3 Indivíduos	60
5.2.4 População	60
5.2.5 Função de Avaliação e <i>Fitness</i>	61
5.2.6 Operadores Genéticos.....	62
5.3 Aplicação dos Algoritmos Genéticos ao Problema Mestre	67
5.3.1 Indivíduos	68
5.3.2 Operador de Mutação Direcionada à Factibilização	71
5.4 Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica.....	73
5.4.1 Aplicação do Método ao Problema de Pré-Despacho (PD)	73
5.5 Plataforma de Simulação	93
Capítulo 6	95
RESULTADOS	95
6.1 Introdução	96

6.2 Dados para as Simulações.....	97
6.3 Simulação do Caso Base.....	102
6.4 Influência dos Custos de Partida e Parada de Máquinas	110
6.5 Influência dos Contratos Bilaterais.....	115
6.6 Influência da Meta Energética.....	118
6.7 Influência das Demandas.....	120
6.8 Influência do Custo de Oportunidade.....	123
Capítulo 7	126
CONCLUSÕES	126
Capítulo 8	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	131

Lista de Figuras

Figura 3-1 - Curva de produtividade da usina de Furnas com 5 máquinas	21
Figura 3-2 - Curva de produtividade da usina de Furna com 8 máquinas.....	22
Figura 3-3 - Curva de perdas da usina de Itutinga.....	26
Figura 3-4 - Curva de perdas da usina de Piraju destacando a zona proibida de geração.....	29
Figura 3-5 - Grafo de um sistema de potência com 4 Barras	34
Figura 3-6: Matriz de contratos bilaterais para hora 15 do dia (GD_{15})	34
Figura 4-1 - Processo iterativo para o cálculo do preço a cada intervalo de tempo	45
Figura 5-1: Técnica de solução para o problema.....	57
Figura 5-2 - Relação entre o método do gradiente e os AGs na busca da solução.....	59
Figura 5-3 - Descrição básica dos algoritmos genéticos	60
Figura 5-4 - Roleta viciada para a população da tabela acima	63
Figura 5-5- <i>Crossover</i> de um ponto.....	64
Figura 5-6 - <i>Crossover</i> de dois pontos.....	65
Figura 5-7 - <i>Crossover</i> uniforme	66
Figura 5-8 - <i>Crossover</i> baseado em maioria.....	66
Figura 5-9 - Algoritmo de criação de indivíduos	70
Figura 5-10 - Esquema de um indivíduo do AG	70
Figura 5-11 - Fluxograma do funcionamento do operador de factibilidade.....	73
Figura 6-1 - Gráfico do comportamento da demanda ao longo do dia.....	99
Figura 6-2 - Esquema de geração de cada usina com custos de partidas e paradas	103
Figura 6-3 - Esquema de geração de cada usina sem custos de partidas e paradas.....	112

Lista de Tabelas

Tabela 5-1 - Exemplo de indivíduos para a construção da roleta viciada	63
Tabela 5-2 - Número de possibilidades entre codificações binária e inteira	69
Tabela 6-1 - Dados das curvas de lances adotados para os agentes térmicos do sistema	97
Tabela 6-2 - Dados das curvas de perdas hidráulicas adotadas para os agentes hidráulicos do sistema	98
Tabela 6-3 - Dados das demandas horárias do sistema	98
Tabela 6-4 - Matriz de contratos bilaterais sintetizada por usina	100
Tabela 6-5 - Dados de metas energéticas	100
Tabela 6-6 - Custos de partidas e paradas de máquinas por usina	101
Tabela 6-7 - Parâmetros do AG	101
Tabela 6-8 - Pré-Despacho de potências ativas	105
Tabela 6-9 - Preço <i>spot</i> da energia	106
Tabela 6-10 - Custos de geração horário e por usina	107
Tabela 6-11 - Receitas horárias e por usinas	108
Tabela 6-12 - Receitas líquidas horárias e por usina	109
Tabela 6-13 - Receitas e despesas das usinas	110
Tabela 6-14 - Comparação do número de partidas e parada	113
Tabela 6-15 - Comparação do custo de partidas e paradas.....	113
Tabela 6-16 - Custos total de geração com e sem partidas e paradas.....	114
Tabela 6-17 - Preço <i>spot</i> da energia sem custos de partidas e paradas	115
Tabela 6-18 - Comparativo entre caso base e caso sem custos de partida e parada	115
Tabela 6-19 - Comparação do número de partidas e parada	116
Tabela 6-20 - Preço <i>spot</i> da energia sem contratos bilaterais.....	117

Tabela 6-21 - Análise econômica com os contratos bilaterais nulos.....	117
Tabela 6-22 - Metas energéticas.....	118
Tabela 6-23 - Análise econômica folgando a meta energética.....	119
Tabela 6-24 - Comparação do preço <i>spot</i> entre o caso base e o caso meta folgada	119
Tabela 6-25 - Geração térmica com meta folgada.....	120
Tabela 6-26 - Dados da demandas horárias do caso base e com demanda folgada	121
Tabela 6-27 - Preço <i>spot</i> da energia para o caso base e com demanda reduzida	121
Tabela 6-28 - Gerações térmicas para o caso base e o caso com demanda folgada.....	122
Tabela 6-29 - Índices econômicos entre o caso base e o caso demanda folgada	122
Tabela 6-30 - Perdas hidráulicas em percentagem para os casos base e sem CO	123
Tabela 6-31 - Perdas hidráulicas em MW para os casos base e sem CO	124
Tabela 6-32 - Gerações térmicas para o caso base e o caso sem CO	124
Tabela 6-33 - Preço <i>spot</i> da energia para o caso base e o caso sem CO	125
Tabela 6-34 - Índices econômicos entre o caso base e o caso sem CO.....	125

Lista de Siglas e Abreviações

PD: Pré-Despacho

UC: *Unit Commitment*

MPI: Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica

FPO: Fluxo de Potência Ótima

PGCP: Problema de Planejamento de Geração de Curto Prazo

CP/P: Custos de Partida/Parada de Máquinas

AG: Algoritmos Genéticos

PLD: Preço de Liquidação das Diferenças

CCEE: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica

ANEEL: Agência Nacional de Energia Elétrica

Glossário

Mercado *pool*: mercado de energia praticado no curto prazo

Preço *spot*: preço da energia no curto prazo

Contratos Bilaterais: contratos firmados entre agentes geradores e agentes consumidores

Zona Proibida: região a qual uma usina não pode ou não consegue gerar por limites operativos das unidades geradoras

Cavitação: fenômeno originado em quedas repentinas de pressão que ocorrem na turbina do gerador

Cascata Hidráulica: várias usinas acopladas em um mesmo aproveitamento hídrico

Programação de Geração: indica quantas unidades geradoras deverão estar ligadas

Despacho de Geração: indica o quanto de energia cada usina deve gerar

Base Horária: subdivisão de um período em intervalos horários

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e Contexto do Trabalho

A implantação dos novos mercados de energia no Brasil (SILVA, 2010) tem provocado grandes transformações no modo como os modelos de planejamento de operação de sistemas de energia são formulados. Nos sistemas verticalizados (anteriores ao ambiente de mercado), as decisões de operação eram centralizadas, de modo que não havia nenhum espaço para a competição. Com a desregulamentação, as decisões de operação passaram a ser orientadas ao mercado e baseadas na livre competição entre os agentes. Um dos principais objetivos da implantação do ambiente de mercado é a redução dos custos de produção de energia e, por consequência, a redução dos custos da energia para o consumidor final.

O Brasil acompanhou essa tendência mundial, sendo que seu mercado de energia foi implantado recentemente (SILVA, 2001). Apesar das substanciais alterações ocorridas no setor em virtude da implantação dos mercados de energia no Brasil, o setor elétrico brasileiro continua a ser planejado e operado com metodologias e ferramentas computacionais, como o NEWAVE e DECOMP (CEPEL, 2009), desenvolvidos para o ambiente anterior à implantação dos novos mercados de energia. Tais metodologia e ferramentas computacionais para a formação de preços e planejamento no setor elétrico brasileiro trabalham com conceitos de mercado de energia centralizado, onde as decisões eram feitas pelo Estado ou órgãos relacionados, o que impossibilitava a competição entre os agentes de geração. Dessa forma, os preços da energia calculados por esses modelos computacionais atualmente têm sido questionados inclusive por órgãos governamentais diretamente relacionados aos mercados de energia (CCEE, 2009), principalmente por apresentar comportamentos não muito coerentes.

O modelo NEWAVE e DECOMP adotado atualmente no Brasil permite o cálculo do preço da energia em base semanal para três patamares de carga, o qual recebe o nome de Preço de Liquidação das Diferenças (PLD). O preço da energia em base

semanal não reflete um mercado de curto prazo. Por este motivo, o desenvolvimento de um modelo que calcule os preços em base horária deve contribuir de forma bastante significativa para a melhoria dos mercados de energia no Brasil.

O presente trabalho de pesquisa “*Um Modelo de Unit Commitment Hidrotérmico para o Ambiente de Mercados de Energia*” tem como objetivo o desenvolvimento de um modelo de *Unit Commitment* (UC) para sistemas hidrotérmicos, em que os preços são calculados em base horária e os custos de partida-parada são levados em consideração. A metodologia de solução do UC proposto é baseada em um modelo de Pré-Despacho (PD) de geração proposto em (SILVA, 2010), que será utilizado de forma exaustiva na solução do problema de UC.

O modelo de UC proposto nesse trabalho tem como características: a adoção de um critério de otimização relacionado à produtividade das usinas hidráulicas (COSTA, *et al.*, 2009) (SOARES S., 2007) ao invés de meramente minimizar a complementação térmica; a representação de contratos bilaterais pré-estabelecidos (GALIANA, *et al.*, 2002); a representação de metas energéticas (SANTOS, 2001); como uma forma mais simplificada de representação da parte hidráulica do problema; e os custos de partidas e paradas das máquinas. A solução do modelo de UC foi desenvolvida utilizando-se um Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica (MPI) e algoritmos genéticos, cujas aplicações à solução do problema serão descritas em detalhe em seções subseqüentes.

O modelo de UC considera a importância de partir ou parar uma máquina não é considerada nos modelos de planejamento atualmente utilizados no Brasil. Segundo (NILSSON e SJELVGREN, 1997), existem custos que devem ser considerados quando a opção de partir ou parar uma máquina é uma decisão a ser tomada. Em alguns casos é mais conveniente desligar uma máquina e re-despachar a

energia nas máquinas restantes, ou em outros casos, é melhor colocar uma máquina em operação a fim de aumentar a eficiência da usina.

1.2 Objetivos

O objetivo desse trabalho é desenvolver um modelo de *Unit Commitment* Hidrotérmico para realizar uma programação diária de geração com base horária, adotando os algoritmos genéticos na decisão do esquema de geração das máquinas e o método de pontos interiores para realizar o despacho da geração e o cálculo dos preços *spot* da energia. O modelo proposto permitirá em seu processo de otimização fazer um estudo sobre os mercados de energia, possibilitando aos agentes tomarem melhores decisões em leilões de energia.

A validação do trabalho é feita através de simulações envolvendo um sistema-teste com sete usinas sendo duas térmicas e cinco hidráulicas. É analisada a influência dos custos de partidas e paradas nos custos de produção e nas receitas das usinas. Também são analisadas as variáveis econômicas quando há alterações na demanda, contratos bilaterais, metas energéticas e quando não são considerados os custos de oportunidade hidráulica. A linguagem adotada para o desenvolvimento do modelo é o JAVA, através da plataforma Eclipse.

1.3 Organização do Trabalho

No capítulo 1, é contextualizado o sistema elétrico brasileiro, no âmbito do mercado de energia, a fim de enumerar as principais deficiências que motivaram a realização deste trabalho. Ainda, foi feita uma descrição sucinta da metodologia e das ferramentas necessárias para a simulação do modelo proposto, bem como objetivos almejados para esse projeto.

No capítulo 2 são discutidos alguns trabalhos já realizados que foram publicados em revistas da área de pesquisa, de modo a comparar as diversas abordagens, técnicas de solução e metodologia para tratar o problema de *Unit Commitment* e os mercados de energia. Esse capítulo estabelece as bases para a análise das restrições de cada modelo a fim de verificar a viabilidade e a importância de cada parâmetro já estudado no tratamento do problema.

No capítulo 3 é descrito o modelo proposto, com a inserção dos custos de oportunidade hidráulica no custo total do sistema. Ainda é demonstrado a função de perdas hidráulicas que envolvem perdas no par turbina-gerador, perdas por elevação no canal de fuga e perdas no conduto forçado. São detalhadas também todas as restrições do modelo proposto.

O capítulo 4 faz uma abordagem econômica do problema de planejamento de geração de curto prazo envolvendo receitas e custo para os agentes de geração térmica, hidráulica e agentes consumidores. O capítulo ainda demonstra a formação do preço para o mercado de curto prazo.

O capítulo 5 descreve toda metodologia de solução, destacando a separação do problema em dois subproblemas: o problema mestre e o subproblema de Pré-Despacho. O problema mestre consiste em calcular a programação de geração por meio dos algoritmos genéticos. Ainda, apresenta-se o funcionamento dos algoritmos genéticos e os operadores genéticos adotados na solução do problema mestre; Finalmente, faz-se um desenvolvimento do Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica aplicado à solução do Pré-despacho.

No capítulo 6 são realizadas as simulações e analisados os resultados, aplicando-se a metodologia descrita no capítulo anterior a um sistema teste. Um caso base que considera os custos de partidas e paradas em seu processo de otimização é

comparado a outros cinco casos: i) um caso que não considera as partidas e paradas, ii) um caso que verifica a influência dos contratos bilaterais, iii) um caso que analisa os efeitos das metas energéticas no sistema, iv) um caso que verifica o efeito de variação na demanda no mercado de energia e v) um caso que verifica a influência dos custos de oportunidade hidráulica.

As conclusões do desenvolvimento desse trabalho são apresentadas no capítulo 7.

No capítulo seguinte, são detalhados alguns trabalhos publicados que serviu como base para essa pesquisa.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Trabalhos Relacionados

Muitos trabalhos foram publicados propondo modelos e métodos de resolução de *Unit Commitment* (UC) e despacho de geração de energia. Entretanto, o maior foco das abordagens descritas na literatura são os custos de geração térmica, já que a maioria dos sistemas de geração possui predominância térmica. Em geral, pouca atenção tem sido dada aos modelos de UC de sistemas com características fortemente hidráulicas, como o sistema brasileiro, uma vez de que poucos países possuem grande potencial hidráulico em sua matriz energética.

No Brasil, a geração hidráulica é a fonte de energia com maior representatividade na geração do sistema. Segunda a ANEEL (ANEEL, 2010), o Brasil possui 70,54% de geração hidráulica contra 23,99% de geração térmica, mostrando que há uma necessidade de se estudar, de forma mais efetiva, um modelo que represente as usinas hidráulicas no processo de otimização dos custos e despacho.

No artigo (SOARES e SALMAZO, 1997.), propôs-se um modelo de pré-despacho que minimiza as perdas na geração e transmissão. Este modelo traz uma contribuição importante que é o conceito de perdas hidráulicas. Em seu trabalho os autores adotam como objetivo despachar as máquinas em um ponto de operação em que tanto as perdas na transmissão quanto as perdas hidráulicas sejam minimizadas. O conceito de perdas hidráulicas é utilizado nesse trabalho de dissertação, sendo aplicado para um ambiente de mercados de energia, em que as perdas hidráulicas são quantificadas em termos econômicos através de uma função denominada de custo de oportunidade hidráulico (COSTA, *et al.*, 2009). O modelo de UC descrito neste trabalho adota essa função conforme será mostrado em seções subsequentes.

Na tese desenvolvida por Arce (ENCINA, 2006) também foi proposto um modelo em que otimiza-se a geração hidráulica em um despacho de energia. Nesse

modelo foi proposta uma função de perdas hidráulicas na função objetivo associado a um custo, a qual quantifica financeiramente essas perdas. A função de perdas hidráulicas é formada pela composição de perdas associadas a elevação do nível de canal de fuga, variação do rendimento do conjunto turbina-gerador e por perda de carga nas tubulações do sistema hidráulico.

Uma das características que tem sido desprezadas pela metodologia vigente, diz respeito às inter-relações entre os mercados *pool*/bilateral. Em Galiana (GALIANA, *et al.*, 2002) e (KOCKAR e GALIANA, 2002) analisa-se o efeito de um *mix* de mercado *pool*/bilateral. Mostra-se que tanto o mercado *pool* como o bilateral estão correlacionados e que estes exercem influências mútuas entre si. Essas influências se dão através dos níveis de potências demandadas, custos da geração, preço de venda e nas receitas e despesas das usinas.

Com o processo de desregulamentação, a energia passa a ser considerada uma *commodity* e a preocupação atual dos agentes é a venda e obtenção de lucros, pois a energia passou a ser vista como um bem de consumo. Neste contexto, busca-se despachar energia com a maior eficiência possível minimizando as perdas, diminuindo os custos e, do ponto de vista dos agentes geradores, aumentando as receitas. Uma questão que surge nos mercados de energia é como estabelecer um mecanismo de formação de preços em um sistema que responde por mais de 70% de geração hidráulica, em que o insumo principal relacionado à geração, a água, é gratuito. Nos demais países onde a geração é predominantemente térmica, foram propostos alguns modelos, mas nenhum pode ser aplicado à realidade brasileira.

Em um contexto onde os custos de geração começaram a ter um papel importante na formação dos mercados de energia, a contabilização de todos os gastos se tornou essencial nas decisões dos agentes em seus lances nos leilões de energia. Os modelos de *Unit Commitment* (UC) consideram os custos de partida e parada de

máquinas associados com o despacho de geração, os quais podem ter um efeito importante nos custos totais de geração. No trabalho (ALDRIDGE, *et al.*, 2001) foi proposto um modelo de UC que envolve partidas e paradas de máquinas em sistemas térmicos. Nesse trabalho, a solução do problema é feita através de algoritmos genéticos com um esquema de codificação binária, para decidir a configuração mais eficiente de geração. São levados em conta os limites de geração das máquinas, as restrições em rampa, os tempos mínimos para ligar e desligar as máquinas, o atendimento da demanda, e as restrições de reserva girante.

Nilsson ((NILSSON e SJELVGREN, 1997) e (NILSSON, 1997)) em seus estudos através de entrevistas feitas com os produtores de energia da Suécia, enumerou algumas causas que contribuem para a formação de custos nas partidas e paradas de máquinas em uma usina, e seus impactos em um esquema de curto prazo. Dentre suas conclusões, as entrevistas apontaram que a formação dos custos de partidas e paradas se deve às degradações dos enrolamentos devido a aquecimentos provocados em suas partidas, perdas de água durante as partidas e paradas ou durante as manutenções, desgastes mecânicos, falhas em equipamentos nas partidas, entre outras. Nilsson detectou em suas entrevistas que um custo aproximado para representar as partidas e paradas de máquinas fica em torno de 3 US\$/MW nominal da máquina.

No artigo (BAKKEN e BJOKVOLL, 2002), os autores também enunciam alguns fatores que contribuem para a formação dos custos de partidas e paradas, dentre eles estão: as perdas de água para colocar uma máquina em operação, as falhas nas partidas, falhas mecânicas envolvendo válvulas, aquecimentos nos enrolamentos, manutenção e monitoramento, paradas inesperadas. Os autores ainda comentam que cada partida/parada na máquina pode causar uma redução de 15 a 50 horas na vida útil da máquina.

Em usinas térmicas, além das limitações das máquinas já vistas nas usinas hidráulicas mencionadas em (BAKKEN e BJOKVOLL, 2002) e (NILSSON e SJELVGREN, 1997), pode-se associar os custos de partidas e paradas com perdas de energia para o aquecimento de caldeiras para colocar as máquinas em operação ou mesmo perdas de energia em seu resfriamento.

No artigo (FINARDI e SILVA, 2006), os autores desenvolvem um modelo de *Unit Commitment* específico para sistemas predominantemente hidráulicos, no qual utiliza-se a técnica da decomposição dual e programação quadrática seqüencial. O estudo destaca o acoplamento espacial entre usinas de uma mesma cascata hidráulica (uma situação que não está presente em usinas térmicas), e que aumenta a dificuldade de resolução do problema. Os autores analisam também as perdas envolvidas na geração hidráulica, seja por eficiência da turbina e gerador até problemas de cavitação e zonas proibidas. Apesar de possuir restrições detalhadas da parte hidráulica, tais como balanço de águas, controle das vazões, reservas girantes e limites de geração das máquinas, o modelo proposto não considera restrições de atendimento de demanda.

No modelo proposto nesse trabalho, as restrições hidráulicas são representada de forma mais simples, através de uma restrição de meta energética, similar ao que é descrito em (FRANÇA, *et al.*, 2009). A solução do modelo deverá ser validada através de um simulador hidráulico que irá verificar o atendimento de tais restrições representadas pela meta energética. O simulador hidráulico não é motivo dessa pesquisa e está sendo desenvolvido em um projeto de pesquisa junto ao grupo de pesquisa da UNESP em Bauru.

A metodologia de solução adotada para a resolução do modelo de Pré-despacho proposto neste trabalho foi o Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica, também utilizado por Granville (GRANVILLE, 1999) para a solução de um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) não linear. Granville

descreve o método como bastante atraente, pelo fato de não ser muito sensível à quantidade de variáveis, e por ser relativamente simples e robusto, podendo ser utilizado para a solução de sistemas de grande porte.

No próximo capítulo será apresentado o modelo proposto nesse trabalho. Será mostrada a função custo de oportunidade formada pelas perdas hidráulicas e serão detalhadas todas as restrições do modelo.

Capítulo 3

DESCRIÇÃO DO MODELO PROPOSTO

3.1 Introdução

Recentemente, o problema de Planejamento de Geração de Curto Prazo (PGCP) tem sido alvo de intensa pesquisa. O problema consiste na definição de uma política de geração, a qual envolve a programação (quais unidades geradoras estarão em operação) e o despacho de geração (montante de energia gerada por cada gerador) do sistema no curto prazo. A política de geração é calculada de modo a otimizar um critério específico, pré-determinado, mas levando em consideração as restrições operativas, que podem envolver a geração e transmissão.

No ambiente de mercados de energia, o PGCP tem seu escopo de aplicação ampliado. Nesse ambiente, além da política de geração, o problema deve fornecer ainda uma política de formação de preços, que envolve o cálculo dos preços de mercado de curto prazo, denominado preços *spot* do sistema, durante o período de planejamento (em geral, discretizado em 24 horas do dia). O problema PGCP geralmente pode envolver restrições associadas aos mercados de energia.

O PGCP pode ser descrito basicamente por 3 modelos: Despacho Econômico (DE), Pré-Despacho (PD) e *Unit Commitment* (UC). O DE é um modelo que consiste em calcular um despacho de geração para um intervalo de tempo específico. O Despacho Econômico Clássico (HAPP, 1977) é calculado de modo a minimizar os custos de geração térmica, sujeito ao atendimento da demanda do intervalo e aos limites de geração de potência ativa. Por envolver apenas uma hora do dia, em geral, as restrições do DE são simplificadas considerando apenas a demanda total do sistema elétrico e os limites operacionais das unidades geradoras. O modelo de PD calcula um planejamento de geração para o próximo dia de operação. Esse planejamento pode discretizar o despacho de geração a cada meia-hora do dia, ou em base horária. O PD otimiza custos de geração (COSTA, *et al.*, 2009) ou perdas na geração e transmissão (SOARES e SALMAZO, 1997.) podendo considerar restrições

operativas de geração, transmissão e restrições hidráulicas, e ainda restrições relacionadas ao mercado. O modelo de UC possui as mesmas características de um PD, entretanto, os modelos de UC geralmente consideram os custos para partir/parar (CP/P) máquinas durante um dia de planejamento. Em geral, as partidas/paradas são modeladas no UC utilizando-se variáveis inteiras ou binárias, o que faz com que o UC se torne um problema de otimização inteira mista.

A maioria dos modelos de *Unit Commitment* (UC) encontrados na literatura não envolve a representação do sistema de geração hidráulica, ou trata este subsistema de forma heurística, ou aproximada. A grande maioria dos países possui, ao contrário do que ocorre no Brasil, uma predominância na geração de energia de base térmica, qual seja: carvão, gás, óleo, etc. Assim, a maioria dos modelos de UC que tem sido descritos na literatura, não são diretamente aplicáveis a sistemas brasileiros.

Os modelos de UC de sistemas hidrotérmicos são muito mais complexos do que os modelos de UC convencionais (com predominância de usinas térmicas), uma vez que as decisões de geração são acopladas espacialmente (em função do acoplamento de usinas na mesma cascata hidráulica) e temporalmente (em função das necessidades de armazenamento/defluência em diferentes períodos de tempo), o que faz com que o UC se torne um problema de otimização dinâmica.

No Brasil, o PGCP é feito utilizando-se modelos de Pré-Despacho de geração e não modelos de UC, de modo que os CP/P são desprezados. O modelo de PD que formula o problema de planejamento de geração, que tem sido utilizado pelo setor elétrico brasileiro, foi desenvolvido para um ambiente anterior ao processo de desregulamentação. Assim, o modelo que tem sido utilizado para a solução do PGCP no Brasil sofreu algumas modificações de modo a estabelecer mecanismos de formação de preços. Esse mecanismo de formação de preço tem sido questionado tanto pelo setor (CCEE, 2009), quanto pela comunidade acadêmica (CASTRO e LEITE, 2010).

3.2 Descrição do Modelo *Unit Commitment*

Diante dessas questões, este trabalho propõe um modelo de UC de sistemas hidrotérmicos específico para o ambiente de mercados, que é capaz de calcular tanto uma política de geração quanto uma política de preços em base horária.

O modelo de UC proposto é descrito em (3.1), e tem como objetivo a minimização dos custos dos lances das usinas térmicas, dos custos de oportunidade das usinas hidráulicas, propostos nesse trabalho, e dos custos de partida/parada de máquinas, sujeito ao atendimento da demanda, dos limites de operação das usinas térmicas e hidráulicas, das metas energéticas pré-estabelecidas e dos contratos bilaterais. A função objetivo e as restrições são detalhadas a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} C_{k,t} (Pt_{k,t}) + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Co_{k,t} (Preço_t, Ph_{k,t}) \right] + \\ & + \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} \Gamma_k |nt_{k,t} - nt_{k,t-1}| + \sum_{k \in \Omega_{ph}} H_k |nh_{k,t} - nh_{k,t-1}| \right] \end{aligned}$$

s.a:

$$\sum_{k \in \Omega_{pt}} Pt_{k,t} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Ph_{k,t} = D_t, \quad t = 1 \dots T \quad (a)$$

$$Pt_k^{\min}(nt_{k,t}) \leq Pt_{k,t} \leq Pt_k^{\max}(nt_{k,t}), \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{pt}, \\ t = 1 \dots T \end{array} \quad (b)$$

$$Ph_k^{\min}(nh_{k,t}) \leq Ph_{k,t} \leq Ph_k^{\max}(nh_{k,t}), \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{ph}, \\ t = 1 \dots T \end{array} \quad (c)$$

$$\sum_{t=1}^T (Ph_{k,t} + nh_{k,t} L_k(Ph_{k,t}, nh_{k,t})) = M_k, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{ph} \\ t = 1 \dots T \end{array} \quad (d)$$

$$Pt_{k,t} + Ph_{k,t} \geq \sum_{m=1}^{nb} \mathbf{GD}_{k,m,t}, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{ger}, \\ t = 1 \dots T. \end{array} \quad (e)$$

(3.1)

$$nt_{k,t} \in \mathbb{Z}^+, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{pt}, \\ t = 1 \dots T \end{array}$$

$$nh_{k,t} \in \mathbb{Z}^+, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{ph}, \\ t = 1 \dots T \end{array}$$

Em que:

t : índice dos intervalos de tempo;

k : índice das usinas do sistema;

T : número de intervalos de tempo;

Ω_{pt} : conjunto das usinas com unidades de geração térmica;

Ω_{ph} : conjunto das usinas com unidades de geração hidráulica;

Ω_{ger} : conjunto das usinas de geração, ou seja, $\Omega_{pt} \cup \Omega_{ph}$;

- $nt_{k,t}$: número de máquinas ligadas na usina térmica k , no intervalo t ;
- $nh_{k,t}$: número de máquinas ligadas na usina hidráulica k , no intervalo t ;
- D_t : demanda total do sistema no intervalo de tempo t ;
- $Pt_{k,t}$: geração de potência ativa da usina térmica k , no intervalo t ;
- $Ph_{k,t}$: geração de potência ativa da usina hidráulica k , no intervalo t ;
- $C_{k,t}(Pt_{k,t})$: custo dos lances dos agentes térmicos da usina k , no intervalo t ;
- $Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$: custo de oportunidade da usina hidráulica k , no intervalo t ;
- $Preço_t$: preço da geração no intervalo t dado em \$/MW;
- $L_k(Ph_{k,t})$: perdas hidráulicas da usina k , no intervalo t ;
- Γ_k : custo de partida da máquina conectada à usina térmica k ;
- H_k : custo de partida da máquina conectada à usina hidráulica k ;
- $Pt_k^{\min}(n_{k,t}), Pt_k^{\max}(n_{k,t}), Ph_k^{\min}(n_{k,t}), Ph_k^{\max}(n_{k,t})$: limites de geração mínimo e máximo, das usinas térmicas e usinas hidráulicas, respectivamente, conectadas à barra k , em função das quantidades de máquinas ligadas nas usinas térmicas k e usinas hidráulicas k a cada intervalo t ;
- M_k : meta energética (dada por modelos de longo/médio prazo) para a usina conectada à barra k . É importante notar que a meta energética é estipulada para a usina como um todo (conjunto de unidades), e não para uma unidade individualmente;
- $\mathbf{GD}_{k,m,t}$: contrato bilateral estabelecido entre o agente gerador da usina conectado à barra k e o agente consumidor conectado à barra m , no intervalo t ;
- m : índice das barras do sistema.

3.2.1 Descrição da função objetivo

A primeira parcela da função objetivo consiste na função de custo dos lances das usinas térmicas, a qual é detalhada em (3.2):

$$C_{k,t}(P_{k,t}) = a_k (P_{k,t})^2 + b_k P_{k,t} + c_k \quad (3.2)$$

Em que:

$C_{k,t}(P_{k,t})$: custo do lance do agente da usina térmica k , no intervalo t ;

$P_{k,t}$: geração de potência ativa da usina térmica k , no intervalo t ;

a_k, b_k, c_k : lance do agente da usina térmica k , com dimensões $\$/MW^2$, $\$/MW$ e $\$$ respectivamente.

Os custos dos lances dos agentes das usinas térmicas podem não representar os custos efetivos de geração das usinas térmicas. Os custos efetivos de geração são obtidos através de ensaios térmicos com as usinas, obtendo o “verdadeiro” custo de geração térmica. Os agentes térmicos tentam maximizar seus lucros dando lances nos leilões de energia cujos custos sejam sempre maiores do que os custos efetivos. Assim, em um mercado ideal, quando um agente dá lances muito altos nos leilões de energia (energia cara), a usina representada pelo agente poderá correr o risco de não ser despachada. Por outro lado, se o agente der lances ligeiramente acima dos custos efetivos (energia barata), a usina representada pelo agente poderá ser bem despachada. Assim, os leilões de energia estimulam os agentes à competição, o que deve, em última instância, diminuir os preços de energia para o consumidor.

A segunda parcela da função objetivo consiste no custo de oportunidade das usinas hidráulicas $Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$ propostos no contexto dessa dissertação e do trabalho de mestrado descrito em (SILVA, 2010). Matematicamente, os $Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$ são calculados conforme (3.3).

$$Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t}) = Preço_t L_k(Ph_{k,t}) \quad (3.3)$$

Em que:

$Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$: custo de oportunidade das usinas hidráulicas k , no intervalo t ;

$Preço_t$: preço *spot* da energia no intervalo t ;

$L_k(Ph_{k,t})$: perdas hidráulicas da usina k , no intervalo t ;

O modelo proposto permite criar uma política de formação de preços, envolvendo o cálculo dos preços *spot* horário da energia para o sistema. Os preços *spot* da energia, usados para o cálculo dos custos de oportunidade das usinas hidráulicas, são obtidos através de um processo iterativo dentro do método de resolução do modelo, possuindo valores distintos a cada iteração do algoritmo. À medida que o método vai convergindo para seu ponto ótimo, os preços *spot* também convergem, fazendo com que os custos de oportunidade tendam a se estabilizar. Esse processo de formação dos preços *spot* é discutido em detalhes na seção 4.1.1.

A relação entre potência gerada pelas usinas hidráulicas e os custos de geração ainda não foi apropriadamente estudada. Enquanto as usinas térmicas possuem custos efetivos de geração, nas usinas hidráulicas os “custos” são quantificados por meio do conceito de custos de oportunidade aqui proposto. Os custos de oportunidade das usinas hidráulicas representam o quanto os agentes de energia estão deixando de ganhar por deixar de gerar energia elétrica em seu ponto de máxima produtividade.

O melhor ponto de geração de energia para as usinas hidráulicas é obtido através da otimização da produtividade, maximizando a conversão da energia potencial da água em energia elétrica. Assim, otimizar a produtividade implica em gerar a mesma quantidade de energia elétrica para uma menor vazão turbinada.

Exemplificando, a Figura 3-1 mostra a curva de produtividade da usina de Furnas com 5 máquinas em operação. A descrição da curva de produtividade é feita em (SILVA, *et al.*, 2009). Nesta figura, pode-se observar que sua maior produtividade é de aproximadamente $0,86\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}$ no ponto de 700MW de geração de energia elétrica. Para gerar 700MW nessa usina é necessária uma vazão de $814\text{m}^3/\text{s}$ de água.

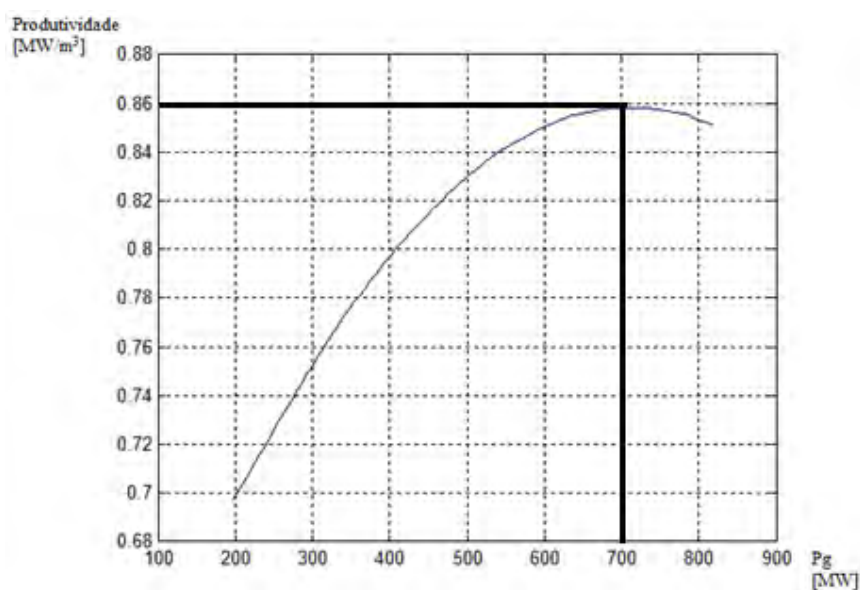


Figura 3-1 - Curva de produtividade da usina de Furnas com 5 máquinas

Na Figura 3-2, mostra-se a curva de produtividade da mesma usina de Furnas para uma configuração com 8 máquinas operando. Ao gerar os mesmos 700MW do exemplo da Figura 3-1 para a configuração da Figura 3-2, a produtividade dessa usina não atinge seu ponto máximo, operando com $0,81\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}$, de modo que haja um consumo de $864\text{m}^3/\text{s}$ de água.

Ao comparar as produtividades dessa usina para as duas configurações distintas de operação (para 5 e 8 máquinas em operação), observa-se que para gerar 700MW, a usina operando com 5 máquinas consome uma vazão de $814\text{m}^3/\text{s}$ e operando com 8 máquinas consome $864\text{m}^3/\text{s}$. Assim, nota-se que a usina está gastando $50\text{m}^3/\text{s}$ a mais de água por operar fora do seu ponto de máxima produtividade.

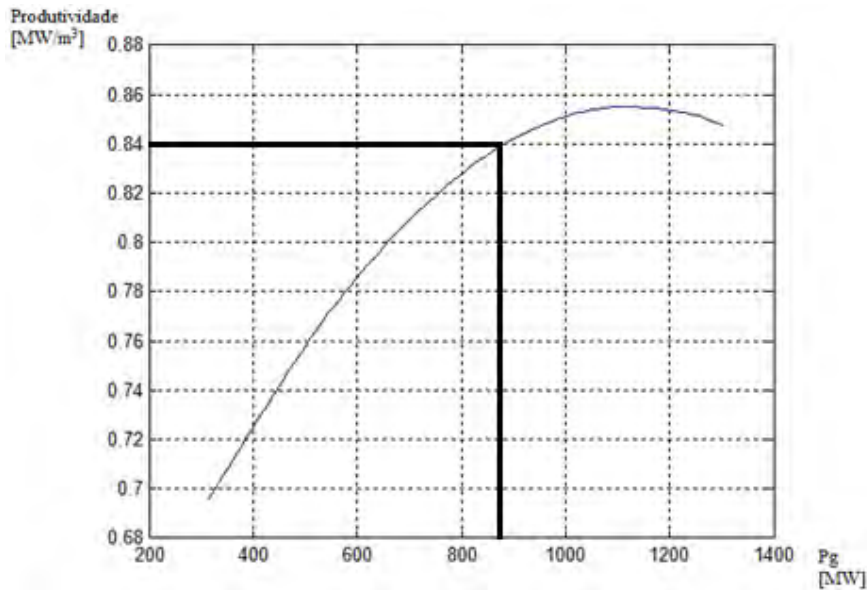


Figura 3-2 - Curva de produtividade da usina de Furna com 8 máquinas

O ponto de máxima produtividade é utilizado como ponto de referência para as perdas hidráulicas, isto é, as perdas hidráulicas são perdas relativas ao ponto de máxima produtividade, conforme discutido a seguir.

A função de perdas hidráulicas, descrita em (SOARES e SALMAZO, 1997.), é uma função de perdas relativas ao ponto de máxima produtividade, ou seja, no ponto de máxima produtividade da usina as perdas são consideradas nulas. Essa função de perdas hidráulicas é formada pela perda associada ao rendimento do par turbina-gerador, a perda associada à altura de queda líquida e a perda hidráulica na tubulação de adução. As perdas que formam a função de perdas hidráulicas podem assumir valores negativos devido ao ponto de referência da função de perdas.

A perda associada ao rendimento do par turbina-gerador é uma perda relativa, ou seja, é calculada em função do desvio da perda obtida no ponto de máximo rendimento, conforme expressão (3.4).

$$P_{ig} = K(\bar{\eta}_{ig}(h_m, q_m) - \eta_{ig}(h, q))hq \quad (3.4)$$

Em que:

P_{ig} : perda associada ao rendimento do par turbina-gerador [MW];

K : constante que engloba o peso específico da água, a aceleração da gravidade e um fator de correção para fornecer os resultados em MW;

$\bar{\eta}_{ig}(h_m, q_m)$: rendimento máximo do par turbina-gerador em função da altura de queda líquida h_m e da vazão q_m no ponto de máxima produtividade;

$\eta_{ig}(h, q)$: rendimento do par turbina-gerador em função da altura de queda líquida h e da vazão turbinada q em um ponto de operação da usina;

h : altura de queda líquida da usina [m];

q : vazão turbinada [m^3/s].

Essa perda está relacionada ao rendimento da turbina (na conversão de energia potencial da água em energia mecânica) e do gerador (na conversão da energia mecânica do eixo da turbina em energia elétrica). O rendimento da turbina é função da vazão turbinada e da altura de queda líquida que, em geral, possui seu máximo rendimento próximo à máxima turbinagem. No gerador, o maior rendimento está em torno da potência nominal da máquina.

A perda associada à altura de queda líquida também é uma perda relativa ao ponto de máxima produtividade, e é descrita conforme expressão (3.5):

$$P_a = K\eta_{ig}(h, q)(h_1(q) - \bar{h}_1(q_m))q \quad (3.5)$$

Em que:

P_a : perda associada à altura de queda líquida [MW];

K : constante que engloba o peso específico da água, a aceleração da gravidade e um fator de correção para fornecer os resultados em MW;

$\eta_{ig}(h, q)$: rendimento do par turbina-gerador em função da altura de queda líquida h e da vazão turbinada q em um ponto de operação da usina;

$h_l(q)$: altura de queda líquida da usina em função da vazão turbinada q [m];

$\bar{h}_l(q_m)$: altura de queda líquida da usina em função da vazão turbinada q_m no ponto de máxima produtividade [m];

q : vazão turbinada $[m^3/s]$.

A perda associada à altura de queda líquida é diretamente influenciada pela elevação do canal de fuga, já que a cota de montante não possui alterações significativas em uma política de operação de curto prazo. O aumento da vazão com a turbinagem faz com que a cota do canal de fuga tenda a se elevar, diminuindo a altura de queda líquida e com isso, diminuindo a produtividade da usina.

A perda hidráulica no tubo de adução é causada devido ao atrito entre a água e a tubulação do conduto forçado, sendo representada por uma diminuição da altura de queda líquida (perda de carga). A perda de carga pode ser calculada de três maneiras: como uma porcentagem da queda bruta da usina, como um valor constante ou como uma função da vazão turbinada, como visto em (3.6).

$$\left\{ \begin{array}{l} cq^2 \\ c \\ ch_b \end{array} \right. \quad [m] \quad (3.6)$$

Em que:

c : valor constante associado à perda de carga;

q : vazão turbinada;

h_b : queda bruta da usina.

A perda hidráulica no tubo de adução também é calculada em relação ao ponto de máxima produtividade, e pode ser obtida conforme expressão (3.7):

$$P_h = K\eta_{ig}(h, q)(h_p(q) - \bar{h}_p(q_m))q \quad (3.7)$$

Em que:

P_h : perda hidráulica no tubo de adução [MW];

K : constante que engloba o peso específico da água, a aceleração da gravidade e um fator de correção para fornecer os resultados em MW;

$\eta_{ig}(h, q)$: rendimento do par turbina-gerador em função da altura de queda líquida h e da vazão turbinada q em um ponto de operação da usina;

$h_p(q)$: perda de carga hidráulica devido ao atrito entre a água e o tubo de adução em função da vazão turbinada q [m];

$\bar{h}_p(q_m)$: perda de carga hidráulica devido ao atrito entre a água e o tubo de adução em função da vazão turbinada q_m no ponto de máxima produtividade [m];

q : vazão turbinada [m^3/s].

A Figura 3-3 abaixo mostra a representação das parcelas de perda no par turbina-gerador, perda por elevação no canal de fuga, perda no tubo de adução e a perda total para o exemplo da usina de Itutinga. A figura mostra também uma aproximação polinomial (4º grau) da curva total. Pode-se observar ainda, que o ponto de máxima produtividade da usina possui perdas totais nulas, reforçando o conceito de perdas relativas em relação ao ponto de máxima produtividade da usina.

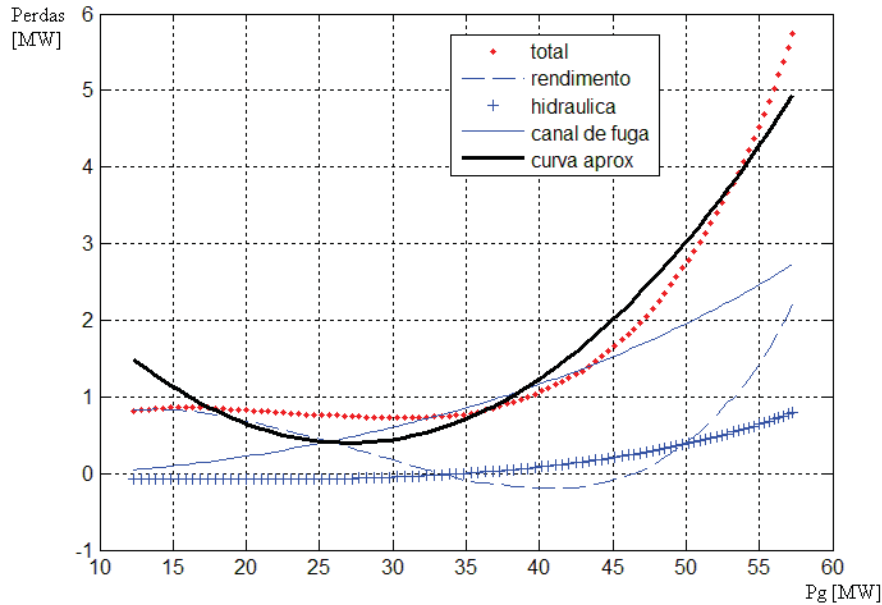


Figura 3-3 - Curva de perdas da usina de Itutinga

Matematicamente, a função de perdas hidráulicas pode ser representada por um polinômio de grau n . A expressão (3.8) mostra a representação da função das perdas em um polinômio do segundo grau, o qual foi adotado no capítulo de resultados numéricos dessa dissertação.

$$L_k(P_{h_{k,t}}) = \alpha_k (P_{h_{k,t}})^2 + \beta_k P_{h_{k,t}} + \gamma_k \quad (3.8)$$

Em que:

$L_k(P_{h_{k,t}})$: perda hidráulica da usina k , no intervalo t ;

$P_{h_{k,t}}$: geração de potência ativa térmica, da usina k , no intervalo t ;

$\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$: parâmetros da curva de perdas com dimensões de 1/MW, 1 e MW respectivamente.

A terceira e quarta parcelas da função objetivo consistem nos custos de partida/parada (CP/P) das máquinas. Segundo Nilsson (NILSSON e SJELVGREN,

1997), a formação dos custos em uma partida/parada de máquinas deve-se aos seguintes fatores: degradação dos enrolamentos por aquecimento, perdas de água durante as partidas/paradas, desgastes mecânicos e falhas em equipamentos de partida. Nilsson sugere em seu trabalho uma estimativa de 3\$/MW nominal da máquina para uma única partida/parada de máquina, a qual foi adotada no capítulo de resultados numéricos dessa dissertação.

Matematicamente, o cálculo do CP/P consiste em verificar as quantidades de máquinas que partiram/pararam entre os intervalos de tempo e multiplicá-las pelo custo de partida/parada unitário de cada máquina (3\$/MW nominal da máquina). Como exemplo, se uma usina possuir três máquinas de 100MW, o CP/P de cada máquina será \$300,00, conforme estimativa feita por Nilsson. Ao partir duas máquinas em um determinado instante de tempo, o CP/P dessas duas máquinas para a usina vai ser \$600,00.

3.2.2 Restrição de atendimento da Demanda

A dinâmica das cargas no sistema de potência faz a demanda variar a todo instante de tempo. Essa dinâmica na demanda é difícil de ser tratada em um problema de otimização, uma vez que envolveria restrições complexas com equações diferenciais a serem resolvidas. Para tratar essa dinâmica, a demanda é discretizada durante um período, transformando-a em uma demanda estática.

A demanda no sistema brasileiro é discretizada em três patamares de cargas: leve, média e pesada. Nas cargas leves, geralmente nas madrugadas, o sistema trabalha com folga podendo até desligar máquinas em usinas ou até mesmo tirar uma usina do sistema. As cargas pesadas ocorrem no horário de pico com sua solicitação máxima por volta das 19 horas.

O modelo de UC proposto discretiza o problema em base horária com restrições de igualdade para o atendimento da demanda, conforme expressão (3.1.a). As demandas de cada hora do dia devem ser fornecidas como dados de entrada para a solução do modelo proposto.

No mercado brasileiro, os preços da energia são discretizados em base semanal para três patamares de cargas os quais podem ser vistos no sítio da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE, 2009). Os preços de energia em base semanal adotados no mercado brasileiro não refletem o mercado de energia em um dia de operação, pois as variações na demanda fazem os preços da energia flutuarem durante o dia.

O modelo de UC proposto cria uma política de formação de preços em base horária. Os preços da energia são obtidos por meio dos multiplicadores de Lagrange associados à demanda (BAZARAA, *et al.*, 2006). Ao discretizar a demanda em base horária, obtém-se um multiplicador de Lagrange para cada hora do dia, e assim é possível formar preços horários da energia. Com isso, o modelo proposto permite a estruturação de um mercado de energia que acompanha os patamares horários de carga em um dia.

3.2.3 Restrições operacionais da usina

As restrições (3.1.b) e (3.1.c) do modelo proposto limitam as gerações das usinas em suas restrições operacionais, restringindo-as em suas potências máximas e mínimas de geração. Na formulação adotada pode-se observar que os limites de máxima e mínima geração de cada usina são funções da quantidade de máquinas que estão ligadas, que é variável do problema de otimização proposto.

Os limites operacionais das usinas térmicas e hidráulicas são calculados através dos limites de geração mínima e máxima das máquinas em operação. A faixa de

operação de geração de energia está compreendida entre a soma das gerações mínimas e a soma das gerações máximas das máquinas em operação da usina. Em alguns casos, essa faixa de operação não é contínua, possuindo zonas proibidas de geração.

Na Figura 3-4 pode-se notar que existe uma zona proibida de geração entre 44MW a 49MW, justamente quando a usina deixa de operar com uma máquina, cujos valores mínimos e máximos são 24MW e 43 MW respectivamente, para gerar com duas máquinas. Essa zona proibida ocorre devido à soma da potência mínima de geração de duas máquinas ser maior que o limite máximo de geração de uma máquina.

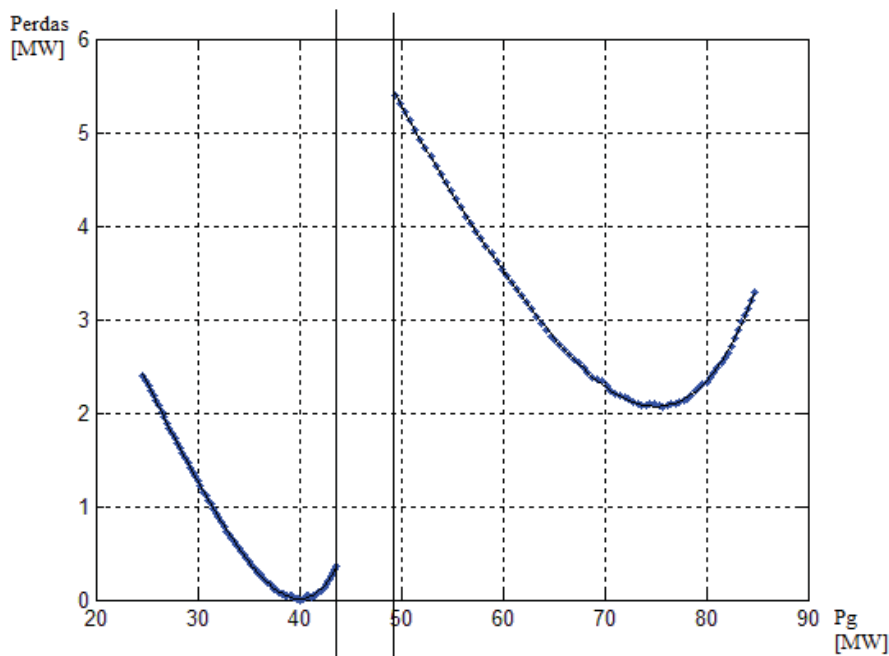


Figura 3-4 - Curva de perdas da usina de Piraju destacando a zona proibida de geração

3.2.4 Restrições de atendimento da Meta Energética

No modelo de UC proposto, as restrições de meta energética (3.1.d) têm função de representar o acoplamento entre o planejamento de longo/médio prazo com o planejamento de curto prazo. Essa abordagem já foi estudada em (SOARES, *et al.*, 2003), (KADOWAANKI, *et al.*, 2009) e (SANTOS e OHISHI, 2004). O objetivo

fundamental dessa restrição é buscar garantir que restrições hidráulicas de longo prazo (balanços de água, vazões turbinadas, cotas de montante e jusante, vertimento) sejam respeitadas de modo que não haja déficit de energia futuro.

Matematicamente, a restrição estabelece que o somatório das gerações de uma usina hidráulica, durante um dia de operação, deve ser igual a um valor de meta energética, dada em MW, para aquela usina. A meta energética é obtida através da solução de um modelo de planejamento energético de médio/longo prazo. O modelo de planejamento energético estabelece a quantidade de energia no reservatório para a usina turbinar, sem comprometer gerações futuras dessa usina.

Boa parte dos modelos de PD/UC utilizados para sistemas hidrotérmicos faz uma representação explícita de variáveis associadas à parte hidráulica do problema. Tal abordagem de modelagem gera modelos de PD/UC que possuem, em geral, maior nível de complexidade algorítmica.

Na abordagem de UC proposta, as variáveis hidráulicas não são representadas de forma explícita, sendo representadas de forma indireta através das restrições de metas energéticas. Conforme estudos realizados em (SANTOS e OHISHI, 2004) e (SOARES e OHISHI, 1995), verifica-se que quando as metas energéticas estão fixas em um dia de operação, os limites associados às variáveis hidráulicas não são significativamente violados.

O artifício de substituir variáveis hidráulicas no modelo de UC por uma meta energética, torna o problema mais simples computacionalmente na resolução do processo de otimização. Essa estratégia reduz o número de restrições do modelo de UC, substituindo as restrições hidráulicas por uma única restrição de meta energética para cada usina hidráulica.

Após calculados os despachos pelo UC, a abordagem utilizada nesse trabalho propõe a validação desses despachos por meio de um simulador hidráulico de curto prazo (CICOGNA, 1999) (HIDALGO, *et al.*, 2009), o qual fará a verificação quanto a eventuais violações de algumas das variáveis hidráulicas. O simulador é capaz de propor re-despachos nas usinas em que tais limites foram violados. Nesses casos, é necessária uma etapa adicional de solução do UC, na qual os re-despachos propostos pelo simulador são fixados e as demais usinas são re-despachadas. O simulador não é objeto de estudo dessa dissertação, sendo estudado no contexto do grupo de pesquisa da UNESP.

3.2.5 Restrição de atendimento dos Contratos Bilaterais

As restrições (3.1.e) refletem os contratos bilaterais estabelecidos de forma livre (sem a intervenção do operador independente do sistema) entre os agentes geradores e consumidores. Esses contratos são feitos de maneira sigilosa sem que sejam divulgados seus valores comerciais e contratados. No entanto, os montantes contratados devem ser informados ao operador independente do sistema ou ao órgão de coordenação do mercado (no Brasil, a CCEE). Na maioria dos casos sabe-se que os preços da energia vendida através dos contratos bilaterais tendem a ser mais baratos que os preços praticados no mercado *spot*. Nessa circunstância, é difícil obter dados a respeito dos contratos firmados. Matematicamente, as restrições de contratos bilaterais estabelecem o valor mínimo que cada usina deve gerar de potência ativa, em cada hora do dia, para cumprir os contratos firmados.

Para a inclusão dos aspectos de mercado no problema de UC é necessário separar as demandas de potências ativas totais consumidas em uma barra m do sistema, em um intervalo de tempo t , dadas por $D_{m,t}$; $m=1 \dots nb$ $t=1 \dots T$, em suas componentes relacionadas aos mercados *pool* e bilateral, conforme descrito em (3.9).

$$D_{m,t} = D_{m,t}^p + D_{m,t}^b \quad m = 1 \dots nb; \quad t = 1 \dots T \quad (3.9)$$

Em que:

$D_{m,t}^p$: demanda ativa total na barra m negociada no *pool* no intervalo de tempo t ;

$D_{m,t}^b$: demanda ativa total na barra m negociada no bilateral no intervalo de tempo t ;

nb : número de barras do sistema.

A demanda horária do sistema descrita no modelo proposto é dada por (3.10):

$$D_t = \sum_{m=1}^{nb} D_{m,t} \quad (3.10)$$

De forma análoga, as potências ativas geradas totais (geradas por usinas térmicas e hidráulicas) em uma usina hidráulica k em um intervalo de tempo t , dadas por $Ph_{k,t}$; $k \in \Omega_{ph}$ $t = 1 \dots T$ e em uma usina térmica k em um intervalo de tempo t , dadas por $Pt_{k,t}$; $k \in \Omega_{pt}$ $t = 1 \dots T$, também podem ser decompostas em componentes relacionadas aos mercados *pool* e bilateral, conforme descrito em (3.11) e (3.12).

$$Ph_{k,t} = Ph_{k,t}^p + Ph_{k,t}^b, \quad k \in \Omega_{ph} \quad t = 1 \dots T \quad (3.11)$$

$$Pt_{k,t} = Pt_{k,t}^p + Pt_{k,t}^b, \quad k \in \Omega_{pt} \quad t = 1 \dots T \quad (3.12)$$

Em que:

$Ph_{k,t}^p$: geração hidráulica total na usina k negociada no *pool* no intervalo t ;

$Ph_{k,t}^b$: geração hidráulica total na usina k negociada no bilateral no intervalo t ;

$Pt_{k,t}^p$: geração térmica total na usina k negociada no *pool* no intervalo t ;

$Pt_{k,t}^b$: geração térmica total na usina k negociada no bilateral no intervalo t .

Na notação proposta em (GALIANA, *et al.*, 2002), definiu-se a matriz de contratos bilaterais **GD** (Geração-Demanda), para as nb barras, conforme descrito em (3.13).

$$\mathbf{GD} = \{ \mathbf{GD}_{k,m} \quad k = 1, \dots, nb, \quad m = 1, \dots, nb \} \quad (3.13)$$

Cada elemento $\mathbf{GD}_{k,m}$ tem valor dado em MW correspondente ao somatório dos contratos estabelecidos entre geradores conectados à barra k e consumidores conectados à barra m . Nessa dissertação, essa notação é adaptada de modo que os contratos bilaterais possam ser estabelecidos em cada intervalo de tempo t do UC e para cada usina (térmica ou hidráulica) conectada à barra k . Assim, estabelece-se uma matriz de contratos \mathbf{GD}_t para cada intervalo de tempo t , conforme:

$$\mathbf{GD}_t = \{ \mathbf{GD}_{k,m,t} \quad k = 1, \dots, nb; \quad m = 1, \dots, nb \}, \quad t = 1 \dots T \quad (3.14)$$

Nessa notação, $\mathbf{GD}_{k,m,t}$ é um valor dado em MW correspondente ao somatório dos contratos estabelecidos entre a usina conectada à barra k e um consumidor conectado à barra m no intervalo de tempo t .

Seja o sistema exemplo com quatro barras mostrado na Figura 3-5, no qual as barras 1 e 2 são barras de cargas e as barras 3 e 4 são barras de geração. A Figura 3-6 exemplifica uma matriz de contratos para o intervalo de tempo da hora 15 do dia para o sistema exemplo mostrado na Figura 3-5. Por meio dessa matriz, pode-se observar as demandas contratadas pelas barras 1 e 2 com as barras 3 e 4 de geração. Repara-se que, nesse intervalo, o mínimo de geração requerido para o cumprimento dos contratos dos geradores 3 e 4 é de 25MW e 30MW respectivamente. Matrizes de contratos similares

para os demais intervalos de tempo devem ser fornecidas para a solução do UC proposto.

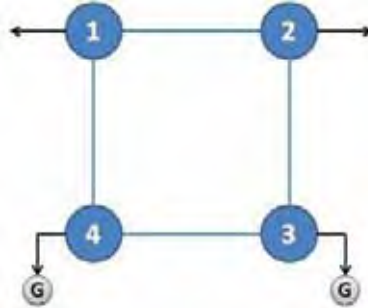


Figura 3-5 - Grafo de um sistema de potência com 4 Barras

	<i>Demanda barra 1</i>	<i>Demanda barra 2</i>	<i>Demanda barra 3</i>	<i>Demanda barra 4</i>
<i>Geração barra 1</i>	0	0	0	0
<i>Geração barra 2</i>	0	0	0	0
<i>Geração barra 3</i>	10	15	0	0
<i>Geração barra 4</i>	5	25	0	0

Figura 3-6: Matriz de contratos bilaterais para hora 15 do dia (GD_{15})

A partir da matriz de contratos bilaterais é possível calcular a potência gerada total contratada de uma usina térmica ou de uma usina hidráulica e a potência contratada total demandada por uma barra m . Os cálculos dessas potências podem ser escritos conforme expressões (3.15), (3.16) e (3.17).

$$Ph_{k,t}^b = \sum_{m=1}^{nb} GD_{k,m,t}, \quad k = \Omega_{ph}, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.15)$$

$$Pt_{k,t}^b = \sum_{m=1}^{nb} GD_{k,m,t}, \quad k = \Omega_{pt}, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.16)$$

$$D_{m,t}^b = \sum_{k=1}^{nb} GD_{k,m,t}, \quad m = 1, \dots, nb, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.17)$$

O modelo de UC proposto calcula as potências ativas geradas pelas usinas hidráulicas $Ph_{k,t}$; $k \in \Omega_{ph}$ $t = 1 \dots T$ e usinas térmicas $Pt_{k,t}$; $k \in \Omega_{pt}$ $t = 1 \dots T$ que suprem as potências contratadas no mercado bilateral e complementam a demanda do sistema por meio do mercado *pool*. Conhecendo os montantes de potências ativas contratadas no mercado bilateral, obtidas pelas expressões (3.15) e (3.16), os montantes de geração das usinas hidráulicas e usinas térmicas fornecidos para o mercado *pool* podem ser escritos conforme (3.18) e (3.19).

$$Ph_{k,t}^p = Ph_{k,t} - Ph_{k,t}^b, \quad k \in \Omega_{ph} \quad t = 1 \dots T \quad (3.18)$$

$$Pt_{k,t}^p = Pt_{k,t} - Pt_{k,t}^b, \quad k \in \Omega_{pt} \quad t = 1 \dots T \quad (3.19)$$

3.3 Problemas de Pré-Despacho associados ao UC

O modelo de UC proposto é um problema de otimização inteira mista, o qual calcula as quantidades de máquinas ligadas e o despacho de geração para um dia de operação. Ao fixar as quantidades de máquinas ligadas em um dia de operação, o modelo de UC se torna um problema de Pré-Despacho (PD). O modelo de PD assim definido é descrito em (3.20).

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} C_{k,t} (Pt_{k,t}) + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Co_{k,t} (Preço_t, Ph_{k,t}) \right]$$

s.a :

$$\sum_{k \in \Omega_{pt}} Pt_{k,t} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Ph_{k,t} = D_t, \quad t = 1 \dots T \quad (a)$$

$$Pt_k^{\min} \leq Pt_{k,t} \leq Pt_k^{\max}, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{pt}, \\ t = 1 \dots T \end{array} \quad (b)$$

$$Ph_k^{\min} \leq Ph_{k,t} \leq Ph_k^{\max}, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{ph}, \\ t = 1 \dots T \end{array} \quad (c)$$

$$\sum_{t=1}^T (Ph_{k,t} + L_k (Ph_{k,t})) = M_k, \quad k \in \Omega_{ph} \quad (d)$$

$$Pt_{k,t} + Ph_{k,t} \geq \sum_{m=1}^{nb} \mathbf{GD}_{k,m,t}, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{ger}, \\ t = 1 \dots T \end{array} \quad (e) \quad (3.20)$$

Como as variáveis inteiras estão fixadas, o problema de PD não envolve a parte inteira de modelagem, o que faz com que sua solução seja mais simples se comparada ao UC. No entanto, o PD ainda é um problema de otimização dinâmico e não linear.

O capítulo seguinte faz uma análise econômica do modelo proposto. Serão definidos todos os índices econômicos permitindo calcular as receitas e despesas dos agentes geradores e agentes consumidores. Será demonstrada ainda a formação do preço para o mercado de curto prazo.

Capítulo 4

ANÁLISE DE MERCADO

4.1 Introdução

Os novos mercados de energia praticados em ambientes descentralizados permitem a comercialização da energia elétrica que podem ser comprada e vendida no mercado de curto prazo denominado mercado *pool* e no mercado com contratos firmados entre os agentes geradores e consumidores denominado mercado de contratos bilaterais. O mercado de contratos bilaterais permite os agentes consumidores contratarem energias com os agentes geradores a um preço, em geral, mais baixos sem a interferência do operador do sistema, entretanto liquidadas pelo operador de mercado (no Brasil, CCEE). O mercado *pool* permite os agentes geradores darem lances de energia até que a demanda seja totalmente atendida permitindo a formação de preço. A energia vendida no mercado *pool* é negociada ao preço de curto prazo denominado preço *spot*.

O modelo de UC proposto permite fazer a análise econômica de um despacho diário de energia que envolve tanto o mercado *pool* como o mercado de contratos bilaterais. O modelo possibilita analisar economicamente as receitas, receitas líquidas e despesas para os agentes geradores e consumidores, conforme descrito a seguir.

O cálculo de receitas e despesas está diretamente relacionado ao cálculo de preços do mercado *spot*. Conforme já destacado na seção 3.2.1, o cálculo dos preços *spot* é obtido através de um processo iterativo, o qual é discutido a seguir.

4.1.1 Formação do Preço *Spot* no Mercado *Pool*

Os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de um problema de otimização permitem fazer uma interpretação econômica (BAZARAA, *et al.*, 2006) desse problema. Mostra-se a seguir que os multiplicadores de Lagrange associados à demanda correspondem em módulo, aos preços *spot* da energia. Para a demonstração é

adotado um problema de minimização de custos de geração térmica e custos de oportunidade hidráulica com restrições de atendimento de demandas e de metas energéticas, conforme (4.1). O problema (4.1) relaxa as restrições de desigualdade de (3.20), supondo limites infinitos para tais restrições. Essa relaxação não altera os resultados obtidos na demonstração a seguir.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min Custo} = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} C_{k,t}(Pt_{k,t}) + \sum_{k \in \Omega_{ph}} \text{Preço}_t L_k(Ph_{k,t}) \right] \\ \text{s.a.} \\ \sum_{k \in \Omega_{pt}} Pt_{k,t} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Ph_{k,t} = D_t, \quad t = 1 \dots T \\ \sum_{t=1}^T (Ph_{k,t} + L_k(Ph_{k,t})) = M_k, \quad k \in \Omega_{ph} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

A função Lagrangiana associada ao problema (4.1) é dada em (4.2).

$$\begin{aligned} L = & \text{Custo} + \sum_{t=1}^T \left[\lambda_{D_t} \left[\sum_{i \in \Omega_r} Pt_{i,t} + \sum_{j \in \Omega_h} Ph_{j,t} - D_t \right] \right] + \\ & + \sum_{j \in \Omega_h} \left[\lambda_{M_j} \left[\sum_{t=1}^T (Ph_{j,t} + L_j(Ph_{j,t})) - M_j \right] \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

Em que:

λ_{D_t} : multiplicador de Lagrange associado à demanda no intervalo t ;

λ_{M_k} : multiplicador de Lagrange associado à meta energética, da usina k .

Sabendo-se que as gerações são funções da demanda:

$$Pt_{i,t} = Pt_{i,t}(D_t), \quad \text{para } i = 1 \dots nt, \quad t = 1 \dots T \quad (4.3)$$

$$Ph_{j,t} = Ph_{j,t}(D_t), \text{ para } j = 1 \dots nh, \quad t = 1 \dots T \quad (4.4)$$

Em que:

nt : número de usinas de geração térmica;

nh : número de usinas de geração hidráulica.

O preço da energia $Preço_t$ para um determinado intervalo de tempo q é definido nessa dissertação como o acréscimo no custo total (durante todo o dia) de produção de energia decorrente de um acréscimo infinitesimal da demanda do intervalo de tempo q .

$$\begin{aligned} \frac{\partial Custo}{\partial D_q} = & \sum_{t=1}^T \left(\sum_{k \in \Omega_{pt}} \frac{\partial C_{k,t}(Pt_{k,t})}{\partial Pt_{k,t}} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} \right) + \sum_{t=1}^T \left(\sum_{k \in \Omega_{ph}} Preço_t \frac{\partial L_k(Ph_{k,t})}{\partial Ph_{k,t}} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} \right) + \\ & + \sum_{t=1}^T \left(\sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial D_q} L_k(Ph_{k,t}) \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Assim, para o intervalo de tempo q , o preço da energia é:

$$\begin{aligned} Preço_q = & \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \lambda cm_{k,t} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} Preço_t \lambda pm_{k,t} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} + \\ & + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial D_q} L_k(Ph_{k,t}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

para $q = 1 \dots T$

Em que:

$\lambda cm_{k,t}$: custo marginal de geração térmico k , no intervalo t ;

$\lambda pm_{k,t}$: perda marginal k , no intervalo t .

Aplicando as condições de KKT para a função Lagrangiana (4.2), e destacando-se os multiplicadores associados às usinas térmicas, tem-se (4.7):

$$\frac{\partial L}{\partial Pt_{k,t}} = \lambda cm_{k,t} + 0 + \lambda_{D_t} = 0, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{pt}, \\ t = 1 \dots T \end{array}$$

$$\lambda_{D_t} = -\lambda cm_{k,t}, \quad \begin{array}{l} k \in \Omega_{pt}, \\ t = 1 \dots T \end{array} \quad (4.7)$$

Aplicando as condições de KKT para a função Lagrangiana (4.2), e destacando-se os multiplicadores associados às usinas hidráulicas, tem-se (4.8):

$$\frac{\partial L}{\partial Ph_{k,t}} = Preço_t \lambda pm_{k,t} + L_k(Ph_{k,t}) \frac{\partial Preço_t}{\partial P_{k,t}} + \lambda_{D_t} + \lambda_{M_k} (1 + \lambda pm_{k,t}) = 0$$

$$Preço_t \lambda pm_{k,t} = -L_k(Ph_{k,t}) \frac{\partial Preço_t}{\partial P_{k,t}} - \lambda_{D_t} - \lambda_{M_k} (1 + \lambda pm_{k,t}) \quad (4.8)$$

Derivando a restrição de atendimento de demanda para um instante q em relação a D_q , tem-se (4.9):

$$\sum_{k \in \Omega_{pt}} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} = 1, \quad \text{para } t = q \quad (4.9)$$

Derivando as restrições de atendimento de demanda para os instantes $t \neq q$ em relação a D_q , tem-se (4.10):

$$\sum_{k \in \Omega_{pt}} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} = 0, \quad \begin{array}{l} t = 1 \dots T, \\ t \neq q \end{array} \quad (4.10)$$

Somando as expressões (4.9) e (4.10), tem-se (4.11):

$$\sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} \right] = 1 \quad (4.11)$$

Derivando as restrições de meta energética em relação a D_q , tem-se (4.12):

$$\sum_{t=1}^T \left(\frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} + \lambda pm_{k,t} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} \right) = 0, \quad k \in \Omega_{ph}$$

$$\sum_{t=1}^T \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} (1 + \lambda pm_{k,t}) = 0, \quad k \in \Omega_{ph} \quad (4.12)$$

Substituindo (4.7) e (4.8) em (4.6), tem-se (4.13):

$$\begin{aligned} Preço_q &= \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} -\lambda_{D_t} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \left(-\lambda_{D_t} - \lambda_{M_k} (1 + \lambda pm_{k,t}) - L_k (Ph_{k,t}) \frac{\partial Preço_t}{\partial Ph_{k,t}} \right) \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} + \\ &+ \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} L_k (Ph_{k,t}) \frac{\partial Preço_t}{\partial D_q} \\ Preço_q &= -\sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \lambda_{D_t} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} - \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \lambda_{D_t} \frac{\partial Ph_{h,t}}{\partial D_q} - \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \lambda_{M_k} (1 + \lambda pm_{k,t}) \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} - \\ &- \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} L_k (Ph_{k,t}) \frac{\partial Preço_t}{\partial Ph_{k,t}} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} L_k (Ph_{k,t}) \frac{\partial Preço_t}{\partial D_q} \\ Preço_q &= -\sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \lambda_{D_t} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} - \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \lambda_{D_t} \frac{\partial Ph_{h,t}}{\partial D_q} - \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \lambda_{M_k} (1 + \lambda pm_{k,t}) \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} - \\ &- \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} L_k (Ph_{k,t}) \frac{\partial Preço_t}{\partial D_q} + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} L_k (Ph_{k,t}) \frac{\partial Preço_t}{\partial D_q} \\ Preço_q &= -\sum_{t=1}^T \lambda_{D_t} \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Ph_{h,t}}{\partial D_q} \right] - \sum_{k \in \Omega_{ph}} \lambda_{M_k} \sum_{t=1}^T (1 + \lambda pm_{k,t}) \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} \quad (4.13) \end{aligned}$$

Substituindo (4.11) e (4.12) em (4.13), tem-se (4.14):

$$Preço_q = -\lambda_{D_q} \quad (4.14)$$

Assim, pode-se concluir que, no problema de UC proposto, o preço da energia $Preço_t$ é, em módulo, igual ao multiplicador de Lagrange associado à demanda λ_{D_t} para todos os intervalos de tempo t .

$$Preço_t = -\lambda_{D_t} \quad (4.15)$$

Se definirmos custos incrementais do sistema para cada intervalo de tempo associados à alteração incremental da demanda do intervalo q , tem-se (4.16):

$$\begin{aligned} \frac{\partial Custo_t}{\partial D_q} &= \sum_{k \in \Omega_{pt}} \frac{\partial C_{k,t}(Pt_{k,t})}{\partial Pt_{k,t}} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Preço_t \frac{\partial L_k(Ph_{k,t})}{\partial Ph_{k,t}} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} + \\ &\quad \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial D_q} L_k(Ph_{k,t}) \\ \lambda_{t,q} &= \sum_{k \in \Omega_{pt}} \lambda_{cm_{k,t}} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Preço_t \lambda_{pm_{k,t}} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_q} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial D_q} L_k(Ph_{k,t}) \quad (4.16) \end{aligned}$$

Somando os custos incrementais de cada intervalo de tempo da expressão (4.16) para todos os intervalos de tempo e comparando com a expressão (4.6), tem-se (4.17):

$$\begin{aligned} Preço_t &= \lambda_{1,q} + \lambda_{2,q} + \dots + \lambda_{T,q} \\ Preço_t &= \sum_{t=1}^T \lambda_{t,q} \quad (4.17) \end{aligned}$$

O cálculo da função de custo de oportunidade $Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$, depende da definição do preço de equilíbrio de mercado $Preço_t$, o qual é função do multiplicador de Lagrange λ_{D_t} associado à restrição de atendimento de demanda, conforme descrito acima. Por outro lado, o multiplicador λ_{D_t} é obtido para uma determinada função objetivo, a qual envolve um preço $Preço_t$. Assim, pode-se dizer que o problema PD está parametrizado em $Preço_t$, ou seja, $PD = PD(Preço_t)$. Nesse caso, o problema de definição de $Preço_t$ passa por um processo recursivo, em que é fixado um determinado valor inicial para $Preço_t$, o qual é atualizado de forma recursiva, fazendo-se $Preço_t = -\lambda_{D_t}$, até que o processo se estabilize com uma determinada precisão ε . O algoritmo para a obtenção de $Preço_t$ e da função de custo de oportunidade para uma usina hidráulica é mostrado na Figura 4-1.

Uma estratégia mais simples para o cálculo de $Preço_t$ consiste em atualizar $Preço_t^{(k)} = -\lambda_{D_t}^{(k)}$ de forma iterativa durante o processo de otimização (em que k é a iteração do processo de solução do problema de otimização). Essa forma mais simples e computacionalmente mais eficiente de cálculo produz os mesmos valores obtidos pela estratégia descrita na Figura 4-1.

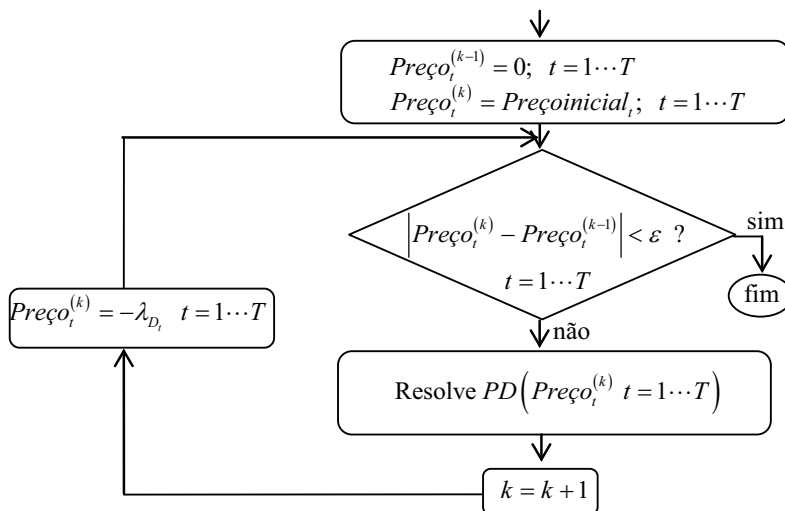


Figura 4-1 - Processo iterativo para o cálculo do preço a cada intervalo de tempo

4.1.2 Custos de Geração Efetivo e de Oportunidade

O modelo de UC proposto possui uma função de custo formada pelos custos de geração térmica $(C_{k,t}(Pt_{k,t}))$, custos de oportunidade hidráulica $Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$ e custos de partida/parada de máquinas (CP/P), sendo importante destacar a natureza desses custos.

Os custos de geração térmica e de partida/parada de máquinas envolvem o dispêndio financeiro efetivo para as usinas. No caso dos custos de geração térmica, é necessária a compra de combustíveis para a geração. Para o caso dos CP/P, os custos financeiros envolvem a perda de vida útil da máquina e, em última instância, a aquisição de uma nova máquina em tempo inferior.

Os custos de oportunidade hidráulica não envolvem dispêndio financeiro efetivo por parte dos agentes hidráulicos, já que a água não possui um valor de mercado mensurável. Assim, os $Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$ não impactam diretamente as receitas das usinas hidráulicas, ou seja, a expressão para o cálculo das receitas das usinas hidráulicas não envolvem a função de $Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$. Entretanto, do ponto de vista do sistema como um todo e também do consumidor, a introdução dos $Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t})$ na função objetivo do modelo faz com que os recursos hídricos sejam melhores aproveitados, gerando também uma energia com menor custo para o consumidor.

No mercado de energia somente os agentes das usinas térmicas, as quais possuem custos efetivos, podem dar lances nos leilões de energia. Como descrito anteriormente na seção 3.2.1, os agentes tentam maximizar seus lucros dando lances nos leilões de energia cujos custos sejam sempre maiores do que os custos efetivos. O modelo de UC, como uma ferramenta de mercado, permite aos agentes darem seus lances podendo analisar seus custos, receitas e receitas líquidas. Com os lances dos agentes, o modelo ainda calcula os preços *spot* do sistema, o qual será pago pelo consumidor.

4.1.3 Índices de Desempenho Econômico de Agentes de Mercado

O desempenho econômico dos agentes nos mercados *pool* e bilateral é medido através dos índices de desempenho, quais sejam: receitas, despesas e receitas líquidas. O cálculo desses índices é feito de forma diferenciada para os agentes das usinas térmicas, hidráulicas e agentes consumidores, conforme descrito a seguir.

Agentes de Usinas de Geração Térmica

As receitas dos agentes de usinas térmicas são provenientes dos mercados *pool* e bilateral. Os montantes e preços praticados nesses mercados são diferentes, sendo que os preços do mercado bilateral não são de conhecimento do operador independente do sistema, nem do órgão responsável pelo mercado (no Brasil, ONS e CCEE respectivamente).

Os montantes de geração das usinas térmicas para o mercado bilateral $(Pt_{k,t}^b; k = \Omega_{pt} \quad t = 1, \dots, T)$ são obtidos a partir da matriz de contratos bilaterais, conforme (3.16). Os montantes de geração das usinas térmicas para o mercado *pool* $(Pt_{k,t}^p; k = \Omega_{pt} \quad t = 1, \dots, T)$ são obtidos a partir da complementação de geração das usinas, conforme (3.19).

As potências $Pt_{k,t}^p$ são vendidas no mercado *pool* ao preço *spot* $Preço_t$ dada na expressão (4.15). As potências $Pt_{k,t}^b$ são vendidas no mercado bilateral aos preços $\Pi_{k,m,t}$: preço bilateral estabelecido entre o agente da usina térmica k e o agente consumidor da barra m no intervalo t .

Com a definição dessas variáveis, é possível calcular a receita da usina térmica k , no intervalo t , para o mercado *pool* $(Rt_{k,t}^p)$ e bilateral $(Rt_{k,t}^b)$, e a receita total $(Rt_{k,t})$, conforme (4.18), (4.19) e (4.20):

$$Rt_{k,t}^p = Preço_t Pt_{k,t}^p \quad (4.18)$$

$$Rt_{k,t}^b = \sum_{m=1}^{nb} \Pi_{k,m,t} Pt_{k,t}^b \quad (4.19)$$

$$Rt_{k,t} = Rt_{k,t}^p + Rt_{k,t}^b \quad (4.20)$$

A receita diária total da usina térmica k em um dia de operação é dada por (4.21):

$$Rt_k = \sum_{t=1}^T Rt_{k,t} \quad (4.21)$$

Para a produção de energia, a usina térmica tem um custo de produção dado pela função (3.2) e pela partida/parada de máquinas. Assim, a despesa da usina térmica k , no intervalo t , é dada por (4.22):

$$Ct_{k,t} = C_{k,t} (Pt_{k,t}) + CP / P \quad (4.22)$$

A despesa total da usina térmica k em um dia de operação é dada por (4.23):

$$Ct_k = \sum_{t=1}^T Ct_{k,t} \quad (4.23)$$

As receitas líquidas das usinas térmicas são dadas pelas diferenças entre receitas e despesas. Com isso, a receita líquida de uma usina térmica k , no intervalo t , é dada por (4.24):

$$RLt_{k,t} = Rt_{k,t} - Ct_{k,t} \quad (4.24)$$

A receita líquida total da usina térmica k para um dia de operação é dada por (4.25):

$$RLt_k = \sum_{t=1}^T RLt_{k,t} \quad (4.25)$$

Agentes de Usinas de Geração Hidráulica

De forma análoga, as receitas dos agentes de usinas hidráulicas também são provenientes dos mercados *pool* e bilateral, com diferentes montantes e preços

praticados nesses mercados. Os preços de energia do mercado bilateral para os agentes de usinas hidráulicas, como os preços do mercado bilateral para os agentes de usinas térmicas, não são de conhecimento do operador independente do sistema, nem do órgão responsável pelo mercado (no Brasil, ONS e CCEE respectivamente).

Os montantes de geração das usinas hidráulicas para o mercado bilateral $(Ph_{k,t}^b; k = \Omega_{ph} \quad t = 1, \dots, T)$ são obtidos a partir da matriz de contratos bilaterais, conforme (3.15). Os montantes de geração das usinas térmicas para o mercado *pool* $(Ph_{k,t}^p; k = \Omega_{ph} \quad t = 1, \dots, T)$ são obtidos a partir da complementação de geração das usinas, conforme (3.18).

As potências $Ph_{k,t}^p$ são vendidas no mercado *pool* ao preço *spot* $Preço_t$ dada na expressão (4.15). As potências $Ph_{k,t}^b$ são vendidas no mercado bilateral aos preços $\Pi_{k,m,t}$: preço bilateral estabelecido entre o agente da usina hidráulica k e o agente consumidor da barra m no intervalo t .

Com a definição dessas variáveis, é possível calcular a receita da usina hidráulica k , no intervalo t , para o mercado *pool* $(Rh_{k,t}^p)$ e bilateral $(Rh_{k,t}^b)$, e a receita total $(Rh_{k,t})$, conforme (4.26), (4.27) e (4.28):

$$Rh_{k,t}^p = Preço_t Ph_{k,t}^p \quad (4.26)$$

$$Rh_{k,t}^b = \sum_{m=1}^{nb} \Pi_{k,m,t} Ph_{k,t}^b \quad (4.27)$$

$$Rh_{k,t} = Rh_{k,t}^p + Rh_{k,t}^b \quad (4.28)$$

A receita diária total da usina hidráulica k em um dia de operação é dada por (4.29):

$$Rh_k = \sum_{t=1}^T Rh_{k,t} \quad (4.29)$$

A usina hidráulica não possui um custo de produção de energia efetivo, já que a água não tem um valor mensurável. A única parcela de custo efetivo que as usinas hidráulicas possuem são custos relacionados a partida/parada de máquinas. Assim, a despesa da usina térmica k , no intervalo t , é dada por (4.30):

$$Ch_{k,t} = CP / P \quad (4.30)$$

A despesa total da usina hidráulica k em um dia de operação é dada por (4.31):

$$Ch_k = \sum_{t=1}^T Ch_{k,t} \quad (4.31)$$

As receitas líquidas das usinas hidráulicas são dadas pelas diferenças entre receitas e despesas. Com isso, a receita líquida de uma usina hidráulica k , no intervalo t , é dada por (4.32):

$$RLh_{k,t} = Rh_{k,t} - Ch_{k,t} \quad (4.32)$$

A receita líquida total da usina hidráulica k para um dia de operação é dada por (4.33):

$$RLh_k = \sum_{t=1}^T RLh_{k,t} \quad (4.33)$$

Agentes Consumidores

Os agentes consumidores compram energia pelos mercados *pool* e bilateral. Para o mercado bilateral, os agentes fecham os montantes e os preços de energia com os

agentes de usinas térmicas e hidráulicas. Por meio das expressões (3.15) e (3.16), e dos preços contratados é possível os agentes consumidores calcularem seus dispêndios de energia.

Para um agente consumidor conectado a barra m , o valor gasto para a compra de energia no mercado bilateral ($Cc_{m,t}^b$) em um intervalo t é dado por (4.34):

$$Cc_{m,t}^b = \sum_{k=1}^{nb} \Pi_{k,m,t} \mathbf{GD}_{k,m,t} \quad (4.34)$$

Para um dia de operação, a despesa (Cc_m^b) do agente consumidor no mercado bilateral conectado a barra m , é dado por (4.35):

$$Cc_m^b = \sum_{t=1}^T Cc_{m,t}^b \quad (4.35)$$

A energia demandada pelos agentes consumidores no mercado *pool* é comprada pelos preços *spot*, que são calculados pelo modelo de UC. A despesa de um agente consumidor conectado a barra m no intervalo t no mercado *pool* ($Cc_{m,t}^P$) é dada por (4.36):

$$Cc_{m,t}^P = \text{Preço}_t D_{m,t}^P \quad (4.36)$$

Para um dia de operação, a despesa do agente consumidor no mercado *pool* (Cc_m^P) conectado na barra m é dada por (4.37):

$$Cc_m^P = \sum_{t=1}^T Cc_{m,t}^P \quad (4.37)$$

A despesa total do agente consumidor conectado a barra m em um intervalo t ($Cc_{m,t}$) e a despesa total para um dia de operação (Cc_m) são dadas por (4.38) e (4.39) respectivamente:

$$Cc_{m,t} = Cc_{m,t}^p + Cc_{m,t}^b \quad (4.38)$$

$$Cc_m = \sum_{t=1}^T Cc_{m,t}^p + Cc_{m,t}^b \quad (4.39)$$

No capítulo seguinte será descrito a técnica de solução do modelo. O modelo consiste em um problema de programação inteira-mista não linear que será resolvido utilizando algoritmos genéticos, que fornece a solução inteira, e método de pontos interiores primal-dual barreira logarítmica, que calcula o despacho de geração e o custo do sistema.

Capítulo 5

TÉCNICA DE SOLUÇÃO.

5.1 Descrição da Técnica de Solução

O modelo de *Unit Commitment* (UC) descrito no Capítulo 3 consiste em um problema de programação inteira-mista cujas variáveis inteiras representam a quantidade de máquinas ligadas em uma usina e as variáveis reais representam o despacho de geração das usinas.

A parte inteira do modelo de UC torna mais complexa a solução do problema. Várias técnicas de solução têm sido aplicadas para resolver essa classe de problemas, tais como: *Simulated Annealing*, Algoritmos Genéticos (ELDIN, *et al.*, 2008), Computação Evolutiva, Busca Tabu, Redes Neurais, Lógica Nebulosa, etc..

Uma vez que a parte inteira esteja definida, é necessário ainda resolver o problema de Pré-Despacho (PD) resultante, conforme descrito em (3.20). A literatura apresenta várias abordagens de solução para o problema dessa natureza, dentre os quais se destacam: Relaxação Lagrangiana (LIANG, *et al.*, 2009), Programação Quadrática Sequencial (FINARDI e SILVA, 2006), Método de Pontos Interiores (WRIGHT, 1997) (CARVALHO, 2005), etc..

Para a descrição da metodologia de solução adotada, define-se o vetor \mathbf{n} , que estabelece a quantidade de máquinas que estão ligadas nas usinas térmicas e hidráulicas, em todos os T intervalos de tempo, conforme (5.1).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{nt} &= [\hat{\mathbf{nt}}_1 \hat{\mathbf{nt}}_2 \dots \hat{\mathbf{nt}}_{nt}]^T \\
 \hat{\mathbf{nt}}_k &= [nt_{k,1} \ nt_{k,2} \ \dots \ nt_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\
 \mathbf{nh} &= [\hat{\mathbf{nh}}_1 \ \hat{\mathbf{nh}}_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{nh}}_{nh}]^T \\
 \hat{\mathbf{nh}}_k &= [nh_{k,1} \ nh_{k,2} \ \dots \ nh_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph} \\
 \mathbf{n} &= [\mathbf{nt} \ \mathbf{nh}]^T \tag{5.1}
 \end{aligned}$$

Em que:

nt : número de usinas de geração térmica;

nh : número de usinas de geração hidráulica.

De forma análoga, define-se ainda o vetor \mathbf{P} , que estabelece o despacho de geração das usinas térmicas e hidráulicas em todos os T intervalos de tempo, conforme (5.2).

$$\begin{aligned}\mathbf{Pt} &= [\hat{\mathbf{Pt}}_1 \hat{\mathbf{Pt}}_2 \dots \hat{\mathbf{Pt}}_{nt}]^T \\ \hat{\mathbf{Pt}}_k &= [Pt_{k,1} Pt_{k,2} \dots Pt_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\ \mathbf{Ph} &= [\hat{\mathbf{Ph}}_1 \hat{\mathbf{Ph}}_2 \dots \hat{\mathbf{Ph}}_{nh}]^T \\ \hat{\mathbf{Ph}}_k &= [Ph_{k,1} Ph_{k,2} \dots Ph_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph} \\ \mathbf{P} &= [\mathbf{Pt} \mathbf{Ph}]^T\end{aligned}\tag{5.2}$$

O problema de UC (3.1) proposto pode ser reescrito conforme (5.3).

$$\begin{aligned}\underset{(\mathbf{n}, \mathbf{P})}{\text{Min}} \quad & f(\mathbf{n}, \mathbf{P}) \\ \text{s.a:} \quad & \\ & (\mathbf{n}, \mathbf{P}) \in \mathfrak{S}\end{aligned}\tag{5.3}$$

Em que:

$$\begin{aligned}f(\mathbf{n}, \mathbf{P}) &= \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} C_{k,t}(Pt_{k,t}) + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t}) \right] + \\ &+ \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} \Gamma_k |nt_{k,t} - nt_{k,t-1}| + \sum_{k \in \Omega_{ph}} H_k |nh_{k,t} - nh_{k,t-1}| \right]\end{aligned}$$

$$\mathfrak{S} = \left\{ \begin{aligned} &(\mathbf{n}, \mathbf{P}) \perp \sum_{k \in \Omega_{pt}} Pt_{k,t} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Ph_{k,t} = D_t, \quad t = 1 \cdots T, \\ &Pt_k^{\min}(nt_{k,t}) \leq Pt_{k,t} \leq Pt_k^{\max}(nt_{k,t}), \quad k \in \Omega_{pt} \quad t = 1 \cdots T, \\ &Ph_k^{\min}(nh_{k,t}) \leq Ph_{k,t} \leq Ph_k^{\max}(nh_{k,t}), \quad k \in \Omega_{ph} \quad t = 1 \cdots T, \\ &\sum_{t=1}^T (Ph_{k,t} + nh_{k,t} L_k(Ph_{k,t}, n_{k,t})) = M_k, \quad k \in \Omega_{ph} \\ &Pt_{k,t} + Ph_{k,t} \geq \sum_{m=1}^{nb} \mathbf{GD}_{k,m,t}, \quad k \in \Omega_{ge}, \quad t = 1 \cdots T. \end{aligned} \right\}$$

O problema (5.3) pode ser decomposto nos problemas (5.4) e (5.5).

$$\underset{\mathbf{n}}{\text{Min}} \quad Z(\mathbf{n}) \tag{5.4}$$

$$Z(\mathbf{n}) = \begin{cases} \underset{\mathbf{P}}{\text{Min}} & f(\mathbf{P}) \\ \text{s.a:} & \\ & \mathbf{P} \in \mathfrak{S}_{\mathbf{n}} \end{cases} \tag{5.5}$$

Em que:

$$\mathfrak{S}_{\mathbf{n}} = \left\{ \begin{aligned} &(\mathbf{P}) \perp \sum_{k \in \Omega_{pt}} Pt_{k,t} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Ph_{k,t} = D_t, \quad t = 1 \cdots T, \\ &Pt_k^{\min} \leq Pt_{k,t} \leq Pt_k^{\max}, \quad k \in \Omega_{pt} \quad t = 1 \cdots T, \\ &Ph_k^{\min} \leq Ph_{k,t} \leq Ph_k^{\max}, \quad k \in \Omega_{ph} \quad t = 1 \cdots T, \\ &\sum_{t=1}^T (Ph_{k,t} + L_k(Ph_{k,t})) = M_k, \quad k \in \Omega_{ph} \\ &Pt_{k,t} + Ph_{k,t} \geq \sum_{m=1}^{nb} \mathbf{GD}_{k,m,t}, \quad k \in \Omega_{ge}, \quad t = 1 \cdots T. \end{aligned} \right\}$$

Repara-se que o conjunto \mathfrak{S}_n é um subconjunto de \mathfrak{S} , em que as variáveis inteiras dadas por \mathbf{n} estão fixadas com valores calculados na solução de (5.4). Nesse caso, os valores $Pt_{k,t}^{\min}$, $Pt_{k,t}^{\max}$, $Ph_{k,t}^{\min}$, $Ph_{k,t}^{\max}$ e $L_k(Ph_{k,t})$ são pré-estabelecidos para o valor de \mathbf{n} dado.

O problema $Z(\mathbf{n})$ corresponde a um Pré-despacho de geração parametrizado nas variáveis inteiras \mathbf{n} . O problema $Z(\mathbf{n})$ deverá, portanto, calcular os despachos de geração em todos os intervalos de tempo, definidos por \mathbf{P} , dado o conjunto de máquinas que serão efetivamente despachadas (máquinas ligadas) \mathbf{n} . Já (5.4) é um problema irrestrito de programação inteira que busca a melhor configuração de quantidade de máquinas ligadas nas usinas dada por \mathbf{n} , usando como objetivo o despacho ótimo para cada configuração. Essa decomposição do problema em dois subproblemas pode ser visto na Figura 5-1.

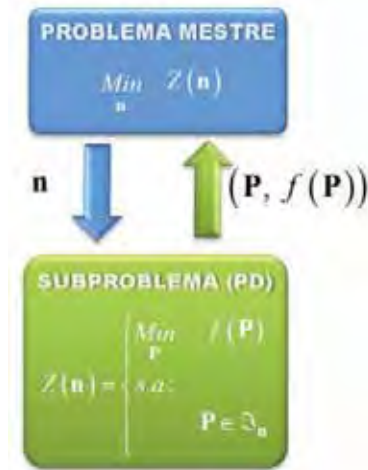


Figura 5-1: Técnica de solução para o problema

Nesse trabalho, o problema (5.4) é resolvido através da utilização de um método de Algoritmo Genético clássico (GOLDBERG, 1989). O problema de PD (5.5) ainda pode ser considerado como um problema de otimização dinâmica dado que as

decisões de geração estão acopladas pelas restrições de metas energéticas. No presente trabalho, o PD é resolvido através da aplicação direta do Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica.

Nas seções 5.2 e 5.3 será detalhado o método de Algoritmos Genéticos bem como sua aplicação ao problema mestre mostrado na Figura 5-1. Na seção 5.4 é descrita a aplicação do Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica à solução do subproblema de PD, também mostrado na Figura 5-1.

5.2 Algoritmos Genéticos

5.2.1 Computação Bioinspirada

A computação bioinspirada estuda técnicas de computação inspiradas na biologia. As técnicas de computação bioinspiradas são baseadas em comportamentos naturais vistos em seres vivos como o cérebro, a evolução e seleção natural, a recombinação genética e modelos imunológicos. Dentre as técnicas de solução encontradas na computação natural, destacam-se: redes neurais, inteligência de enxames, algoritmos genéticos, computação evolutiva, etc..

5.2.2 Introdução aos Algoritmos Genéticos

Na década de 40, cientistas iniciaram os trabalhos na busca de inteligência artificial inspiradas na natureza por processos de raciocínio e aprendizado. No início da década de 60, começa a surgir a idéia de estratégias evolucionárias até que no final da década John Holland cria os Algoritmos Genéticos (LINDEN, 2006). Holland queria desenvolver processos evolutivos para estudar a evolução e adaptação de seres reais através de simulações computacionais.

Os algoritmos genéticos são algoritmos evolucionários de busca estocástica com técnica de solução baseada no processo de evolução natural da espécie. A técnica

de solução do AG utiliza operadores genéticos que funcionam paralelamente aos processos naturais de evolução, dentre os quais: seleção de indivíduos, mutação genética e recombinação ou *crossover*.

Nos AGs, a técnica de otimização é probabilística a qual envolve uma população de indivíduos que permite varrer um espaço de busca maior. Essa técnica difere dos métodos clássicos de otimização que são determinísticos, os quais envolvem o cálculo de direções de busca. Os métodos clássicos dependem do ponto inicial para o cálculo da direção de busca e conforme a escolha desse ponto, o método caminha para um ponto de ótimo local, conforme Figura 5-2. Os AGs, por sua vez, também não garantem que sua solução seja o ótimo global. Em cada solução, os indivíduos recebem um *fitness* que avalia os seus níveis de adaptabilidade. O indivíduo com maior adaptabilidade pode ser um ponto ótimo, porém não significa que ele esteja no ponto de ótimo global, embora o AG se mostre muito eficiente.

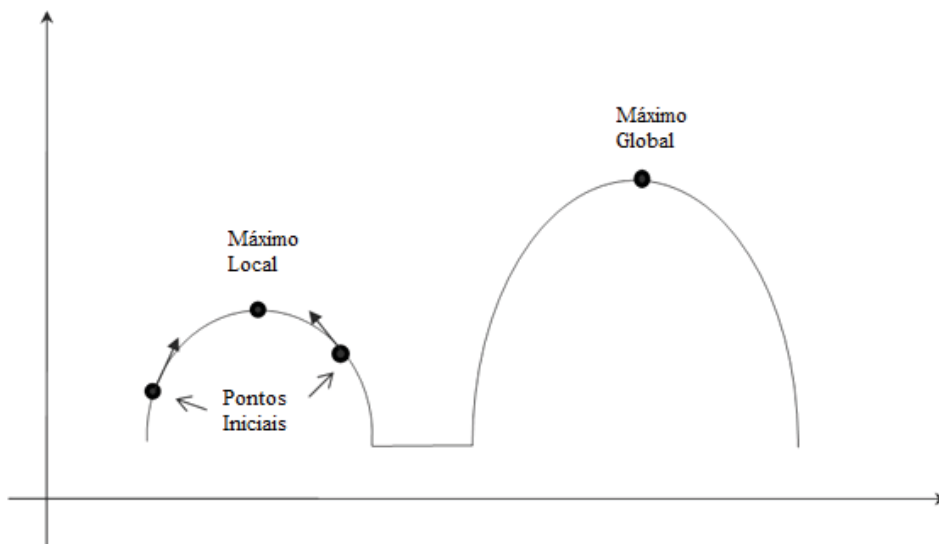


Figura 5-2 - Relação entre o método do gradiente e os AGs na busca da solução.

Um pseudocódigo da estrutura básica de um algoritmo genético pode ser visto na Figura 5-3. Nota-se que o AG é um método fácil de ser implementado se comparado a alguns métodos de otimização convencional.

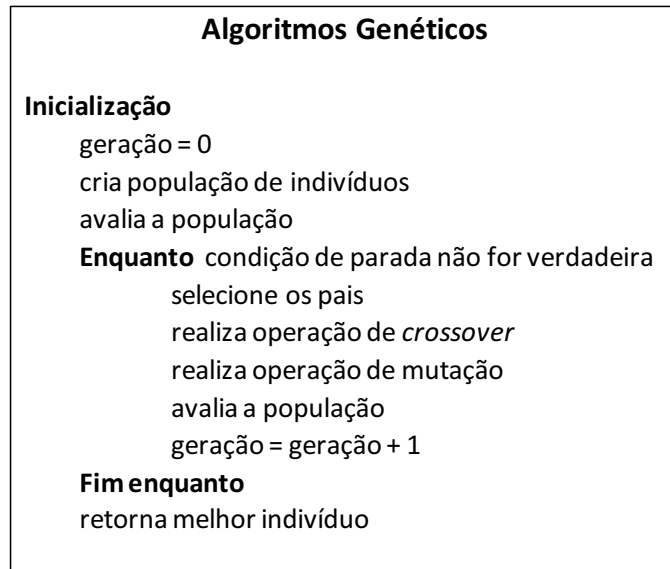


Figura 5-3 - Descrição básica dos algoritmos genéticos

5.2.3 Indivíduos

O indivíduo é uma codificação de um candidato à solução do problema para que seja resolvido pelo AG. Essa codificação pode ser feita de várias maneiras, entretanto é comum encontrar indivíduos com codificações binárias, reais, inteiras, etc.. A escolha da codificação adequada pode diminuir significativamente o tamanho da população e o tempo de execução do algoritmo, além de ser essencial para a resolução e convergência do AG.

5.2.4 População

A população do AG é um conjunto de indivíduos que possuem as possíveis soluções do problema. À medida que as gerações vão evoluindo, os indivíduos da

população vão se recombinando e cruzando através dos operadores genéticos, formando novas populações.

O tamanho da população pode influir na resolução do AG na busca do ponto ótimo. Uma população formada por poucos indivíduos compromete a variabilidade genética e afeta a resolução do problema por não percorrer todo espaço de busca. No entanto, se a população for muito grande o programa pode trabalhar com indivíduos repetidos, afetando o tempo de convergência do AG.

5.2.5 Função de Avaliação e *Fitness*

A função de avaliação permite avaliar os indivíduos que são obtidos durante as gerações do AG. A avaliação, ou *fitness*, dos indivíduos possibilita classificá-los em indivíduos mais e menos aptos a serem candidatos à melhor solução. É através da função de avaliação que é feita a ligação entre os indivíduos da população e o problema a ser otimizado.

A função de avaliação, na maioria das vezes, é a própria função objetivo do problema a ser minimizado ou maximizado. Entretanto, a função de avaliação pode apresentar problemas para avaliar uma população, como o aparecimento de um superindivíduo, que ocorre quando um indivíduo tem um *fitness* muito superior em relação aos outros indivíduos. Outro problema que pode ocorrer com a função de avaliação é o caso em que há uma pequena diferença entre as avaliações, fazendo com que os indivíduos menos aptos tenham praticamente a mesma chance que os indivíduos mais aptos de serem selecionados pela roleta viciada. Para corrigir esses problemas penaliza-se a função de avaliação ou cria-se uma nova função. Para detalhes, ver (LINDEN, 2006).

5.2.6 Operadores Genéticos

Operadores genéticos são ferramentas do AG que realizam tarefas específicas cujas funções são modificar ou criar novos indivíduos com base nos indivíduos da população atual. Dentre os operadores pode-se destacar: seleção, *crossover* ou recombinação, mutação, elitismo.

➤ **Seleção**

O processo de seleção reproduz computacionalmente o mecanismo de seleção natural encontrados em seres vivos. O intuito é selecionar pais para cruzarem entre si e gerar novos filhos. Pela teoria da evolução proposta por Darwin, os indivíduos mais aptos têm maiores chances de cruzarem entre si, gerando filhos mais adaptados, garantindo a evolução da espécie. Esse processo é reproduzido no AG através do método *Roulette Wheel* (Roleta Viciada). Pode-se ainda enumerar outros métodos de seleção como o método do torneio, seleção por *ranking*, seleção truncada, etc., os quais não serão abordados nessa dissertação.

O método da Roleta Viciada consiste em simular uma roleta com os indivíduos da população. O percentual que cada indivíduo ocupará na roleta será obtido com base em seu *fitness*, obtida pela função de avaliação. Essa distribuição permite que os indivíduos mais aptos tenham maiores chances de serem selecionados, mas também permite que indivíduos menos aptos estejam presentes no processo de seleção e possam ser selecionados, podendo gerar indivíduos mais adaptados.

A técnica da roleta viciada permite que o AG possua variabilidade genética, porém os indivíduos mais aptos têm maiores chances de serem selecionados. Na Figura 5-4 pode ser visto um exemplo de divisão na roleta viciada conforme os indivíduos da Tabela 5-1.

Indivíduo	Avaliação	Parcela da Roleta (%)
0010	5	10
0100	8	16
0101	12	24
1001	25	50
Total	50	100

Tabela 5-1 - Exemplo de indivíduos para a construção da roleta viciada

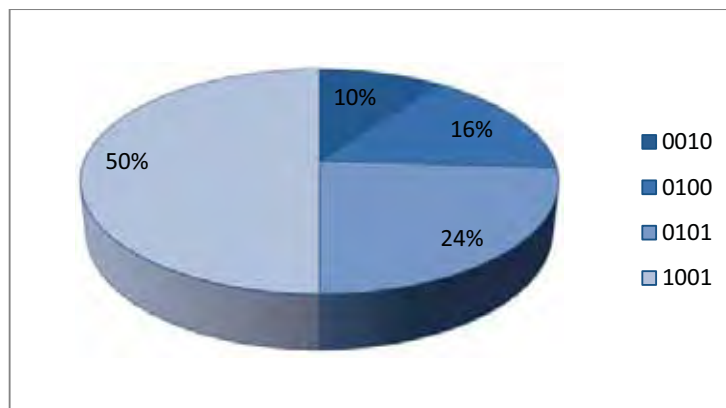


Figura 5-4 - Roleta viciada para a população da tabela acima

Para algumas situações, o método da roleta viciada pode não possuir um bom desempenho. Esse método tenta buscar o equilíbrio entre diversificação no processo de busca pela solução e intensificação de busca em regiões promissoras do espaço de solução, com o objetivo de percorrer o espaço de soluções viáveis da melhor forma possível (JUNIOR, 2009).

No método da roleta, os indivíduos mais aptos podem não ser selecionados, podendo ser escolhidos indivíduos com avaliação ruim. A escolha de maus indivíduos pode prejudicar a solução do AG, e até retardar a convergência genética. Para resolver esse problema, existem técnicas alternativas para fazer a seleção dos pais que favorece a busca da solução em regiões que contêm os melhores indivíduos do AG. Porém, ao

explorar apenas regiões específicas, pode-se perder variabilidade genética, e com isso, perder informações genéticas em indivíduos menos aptos.

Recombinação, Cruzamento ou Crossover

O processo de cruzamento ou *crossover* é um dos principais operadores genéticos para a criação de novas gerações. Este processo consiste em simular computacionalmente a reprodução sexuada entre dois indivíduos, porém com menor grau de complexidade. O operador de *crossover* faz a troca de materiais genéticos entre dois pais com o intuito de formar filhos com as características provenientes dos pais. Abaixo serão enumerados alguns tipos de *crossover* mais comuns com algumas de suas características.

- **Crossover de Um Ponto:** Esse é o operador mais simples de ser programado. Consiste em escolher dois pais, selecionar aleatoriamente um ponto de corte e trocar os materiais genéticos para formar dois novos filhos. Por ser um tipo de cruzamento mais simples e possuir um único ponto de corte, esse operador pode comprometer a variabilidade genética. Na Figura 5-5 pode-se ver um exemplo de *crossover* de um ponto.

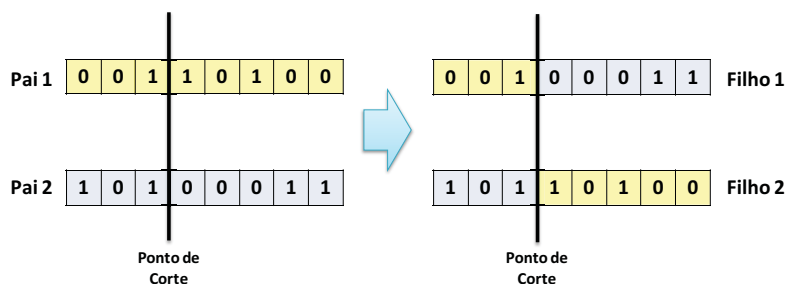


Figura 5-5- Crossover de um ponto

- **Crossover de Dois Pontos:** Este operador de recombinação se assemelha ao *crossover* de um ponto com a diferença de possuir dois pontos de cortes ao invés de um. Com esse operador pode-se preservar alguns esquemas de indivíduos como, por exemplo, o esquema 00****00, o qual mantém os dois genes iniciais e finais do indivíduo sem modificá-los e busca soluções alterando apenas os 4 genes internos desse indivíduo. Esse operador permite aumentar a variabilidade genética, podendo ampliar o espaço de busca. Por ser tão simples de implementar quanto o *crossover* de um ponto, é uma opção muito boa pra substituir o *crossover* de um ponto. Na Figura 5-6 pode-se ver um exemplo de *crossover* de dois pontos.

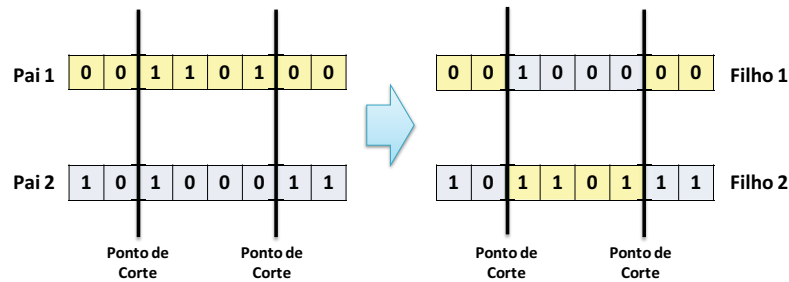


Figura 5-6 - *Crossover* de dois pontos

- **Crossover Uniforme:** Este operador consiste em sortear para cada gene dos pais um valor binário 0 ou 1. Caso o gene obtenha valor 1 no sorteio, o filho 1 recebe o mesmo gene do pai 1 e o filho 2 recebe o gene do pai 2. Caso seja sorteado 0 para o gene, o filho 1 recebe o gene de pai 2 e o filho 2 recebe o gene do pai 1. O funcionamento desse operador é ilustrado na Figura 5-7. Acredita-se que esse operador tenha um desempenho melhor que os *crossovers* de um e dois pontos, embora não há razões determinísticas que comprovem a eficiência desse operador de *crossover*. O *crossover* uniforme tende a conservar esquemas mais longos, mas pode comprometer alguns

esquemas, quebrando-os em função dos sorteios individualizados dos genes.

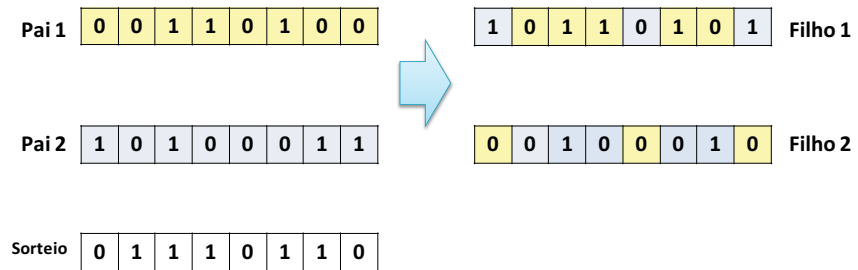


Figura 5-7 - *Crossover* uniforme

- **Crossover Baseado em Maioria:** Este operador é menos conhecido e não muito usado, pois cria uma convergência genética muito rápida. Ele consiste em selecionar uma quantidade de pais e criar um filho verificando o gene com a maior frequência, bit a bit, para reproduzir o filho, conforme Figura 5-8.

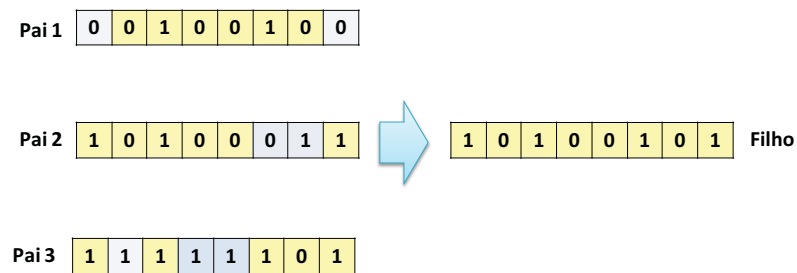


Figura 5-8 - *Crossover* baseado em maioria

Mutação

Os seres vivos sofrem mutações que, em geral, proporcionam uma melhor adaptabilidade ou simplesmente sofrem mutações por algum tipo de agressão que o ambiente possa causar. O AG possui um operador de mutação que, a uma taxa extremamente baixa, modifica aleatoriamente um gene de um de seus indivíduos. Com isso, podem-se criar dois cenários no algoritmo, que é a própria característica dos seres

vivos sem sofrer mutações e aumentar a variabilidade genética ao longo das gerações do AG.

A taxa de mutação deve ser baixa para evitar que a solução do algoritmo seja obtida de forma aleatória, pelo processo de modificação dos genes. Com a taxa de mutação baixa garante-se que a solução será calculada predominantemente pelo processo de cruzamento dos pais.

Elitismo

O elitismo é uma técnica que permite que o algoritmo sempre carregue consigo a melhor solução e, que essa solução possa ser utilizada nos futuros cruzamentos. A técnica consiste em não deixar perder-se o melhor ou os melhores indivíduos gerados ao longo das gerações, salvando-os junto com a população atual ou substituindo os piores indivíduos pelos melhores.

5.3 Aplicação dos Algoritmos Genéticos ao Problema Mestre

O problema mestre visto na Figura 5-1 é basicamente resolvido pelos Algoritmos Genéticos clássicos, conforme mostrado na Figura 5-3. Algumas modificações foram feitas no algoritmo para que melhorasse seu desempenho, como a criação do operador genético de mutação direcionada à factibilização e a geração de indivíduos iniciais aleatórios, porém dentro de critérios mínimos de atendimento aos contratos bilaterais. Essas modificações alteram o universo de busca do AG reduzindo-o apenas a indivíduos potencialmente factíveis ou próximos dos limites factíveis, limitados pelas restrições do problema. Assim, quando o subproblema de PD for executado para um indivíduo calculado pelo AG do problema mestre, existem maiores chances do MPI convergir. A criação e codificação dos indivíduos e o funcionamento do operador de mutação direcionada à factibilização serão descritos a seguir.

O AG clássico adotado para resolver o problema mestre utiliza os seguintes operadores genéticos: seleção tipo roleta viciada, *crossover* de dois pontos, mutação a uma taxa baixa e elitismo. A função de avaliação adotada é a própria função objetivo do subproblema PD, sendo que a função de *fitness* é dada pelo inverso do valor da função objetivo.

5.3.1 Indivíduos

A codificação dos indivíduos é crítico para o desempenho do AG para resolver o problema. O projeto inicial dessa pesquisa propôs uma codificação binária, a qual especificava através dos bits 0 e 1 se uma determinada máquina estaria ligada ou desligada. No Brasil, foi observado que as usinas, em geral, possuem unidades geradoras idênticas e quando possuem máquinas com características distintas, as máquinas idênticas são agrupadas em conjuntos. Essa divisão das usinas permite codificar os indivíduos em valores inteiros que representam quantas máquinas do conjunto da usina estarão em operação, sem a necessidade de individualizar as máquinas, e com isso diminui significativamente o espaço de busca do AG. Essa técnica de codificação já foi explorada na tese de mestrado (SANTOS, 2001).

Como na codificação binária existem apenas 2 estados possíveis, a enumeração de todas as possibilidades do espaço de solução dos indivíduos é dada pela expressão (5.6):

$$2^{\sum_{k=1}^m N_k} \quad (5.6)$$

Em que:

m : representa o número total de usinas do problema em estudo;

N_i : número total de máquinas da usina i .

Para a enumeração aqui utilizada, em que a codificação é feita pelas quantidades de máquinas da usina (0 até N_k), a enumeração de todas as possibilidades do espaço de solução dos indivíduos é dada por (5.7):

$$\left(\prod_{k=1}^{nu} (N_k + 1) \right) \quad (5.7)$$

Para exemplificar, a redução do espaço de busca quando adota-se codificação inteira comparada com a codificação binária, seja um sistema com 2 usinas, sendo uma com 4 máquinas e outra com 7. Na Tabela 5-2 mostra-se a redução do espaço de busca quando se observa a redução dos números de possibilidades do espaço de solução entre a codificação inteira e binária. Nota-se para esse exemplo, que a escolha da codificação em números inteiros reduziu praticamente em 2000 as possibilidades do espaço de busca quando se compara com a codificação binária.

Tabela 5-2 - Número de possibilidades entre codificações binária e inteira

Usina	Nº Máquinas	Possibilidades Binário	Possibilidades Inteiro
1	4	$2^4 = 16$	5
2	7	$2^7 = 128$	8
Total	11	$2^{11} = 2048$	40

Mesmo com o espaço de busca reduzido na codificação inteira, nem todos os indivíduos são potencialmente factíveis. O modelo de UC proposto possui restrições de atendimento à demanda, meta energética e contratos bilaterais que devem ser atendidas e para isso necessita de uma configuração mínima de máquinas que devem estar em operação. Com isso, alguns indivíduos do espaço de busca se tornam infactíveis, reduzindo mais ainda as possibilidades de busca do AG.

A criação de indivíduos iniciais é aleatória, entretanto alguns critérios são considerados para que essa aleatoriedade não crie indivíduos distantes do espaço factível. Os indivíduos são criados por gene, o que impossibilita verificar a factibilidade das metas e demandas, mas permite validar a geração dos contratos bilaterais. Como os contratos são firmados para cada hora e cada usina, os genes podem ser criados de modo a serem factíveis com relação aos contratos. Para isso, cria-se um gene aleatório e verifica se esse gene permite a geração mínima da usina atender a potência demandada pelo contrato, conforme pode ser visto na Figura 5-9.

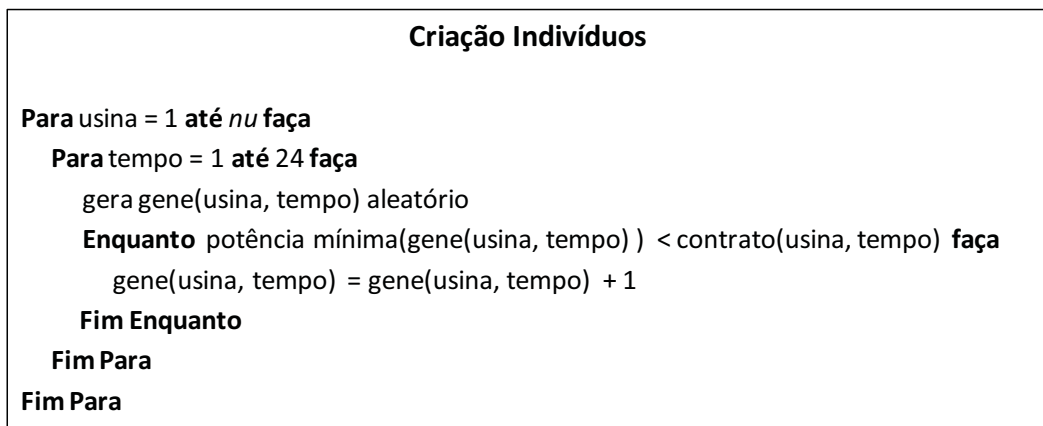


Figura 5-9 - Algoritmo de criação de indivíduos

Uma representação de um indivíduo do UC descrito em (5.1) pode ser vista na Figura 5-10. Esse indivíduo representa, para cada usina e para cada intervalo de tempo, quantas máquinas deverão estar ligadas.

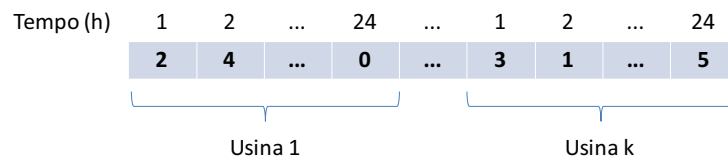


Figura 5-10 - Esquema de um indivíduo do AG

5.3.2 Operador de Mutação Direcionada à Factibilização

O operador de mutação direcionada à factibilidade foi desenvolvido especialmente para tentar gerar indivíduos potencialmente factíveis para o problema proposto. Os indivíduos criados aleatoriamente, garantindo apenas o atendimento dos contratos bilaterais, devem ser verificados quanto ao atendimento de metas e demandas (factibilidade); caso contrário, os indivíduos não terão chance alguma de sobrevivência, uma vez que não apresentam solução factível quando avaliados como um candidato à solução do subproblema de PD. Com o intuito de tornar o indivíduo potencialmente factível, o operador de mutação direcionada à factibilização verifica se tal indivíduo atende as tais restrições e, caso não sejam atendidas, mutações em genes específicos são feitas para tornar o indivíduo potencialmente factível. Embora indivíduos infactíveis possam ter esquemas que gerem novos indivíduos com boa adaptabilidade, esses são descartados para agilizar a convergência dos algoritmos genéticos.

Para a factibilização, o operador genético proposto verifica individualmente o atendimento de cada uma das restrições: contratos bilaterais, demandas e metas energéticas. Primeiramente, o operador verifica se o conjunto de máquinas ligadas nas usinas atende pelo menos os montantes de potência dos contratos bilaterais. Se esse conjunto de máquinas for insuficiente para a geração desses contratos, são feitas mutações direcionadas (alterando o número de máquinas ligadas do conjunto) de modo que o indivíduo seja capaz de gerar pelo menos os valores de contratos pré-estabelecidos. Após as mutações direcionadas, o indivíduo possui um novo conjunto de máquinas ligadas.

Logo após, o operador analisa o novo conjunto de máquinas ligadas em cada usina observando se tal conjunto consegue gerar as metas energéticas diárias calculadas pelo planejamento. Se esse novo conjunto de máquinas for insuficiente para

a geração dessas metas energéticas, são feitas mutações direcionadas de modo que o indivíduo seja capaz de gerar os valores de metas pré-estabelecidas. As mutações direcionadas são feitas de forma heurística, buscando não ferir a restrição de contratos bilaterais previamente verificadas. Após as mutações direcionadas ao atendimento das metas, o indivíduo passa a ter um novo conjunto de máquinas ligadas.

Em seguida, é verificado o atendimento das demandas horárias analisando se o novo conjunto de máquinas ligadas consegue atender as cargas. Se o novo conjunto de máquinas for insuficiente para a geração das demandas horárias, são feitas mutações direcionadas de modo que o indivíduo seja capaz de gerar os valores de demandas horárias pré-estabelecidas. Essas mutações direcionadas buscam não ferir as restrições de contratos bilaterais e metas energéticas previamente verificadas. Após todas essas verificações, o indivíduo possui um novo conjunto de máquinas ligadas que é potencialmente factível. O funcionamento do operador pode ser visto na Figura 5-11.

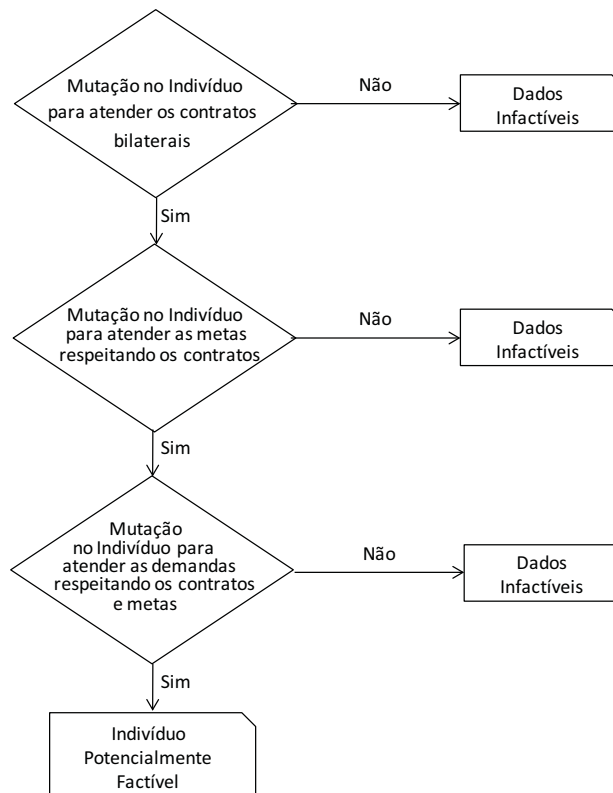


Figura 5-11 - Fluxograma do funcionamento do operador de factibilidade

5.4 Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica

5.4.1 Aplicação do Método ao Problema de Pré-Despacho (PD)

Para a resolução do PD (3.1), será descrita matematicamente nessa seção a aplicação do método de pontos interiores (MPI) primal-dual barreira logarítmica. Nessa etapa de solução do UC, as variáveis inteiras com os esquemas das máquinas ligadas já foram calculadas pelo AG, sendo essas variáveis constantes na resolução do PD.

Para a aplicação do MPI à solução do PD, primeiramente, é necessário transformar todas as restrições de desigualdade em restrições de igualdade, introduzindo

variáveis de folga não negativas. Em seguida, introduz-se à função objetivo a função barreira logarítmica com o parâmetro de barreira $\mu > 0$. A barreira logarítmica garante que as variáveis de folga sejam positivas, pois limita a região de busca dentro dos limites factíveis. O problema (3.1) pode ser reescrito em (5.8) com a inserção das barreiras logarítmicas e as variáveis de folga.

$$\text{Min} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} C_{k,t} (Pt_{k,t}) + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Co_{k,t} (Preço_t, Ph_{k,t}) \right] + \\ & \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} \Gamma_k |nt_{k,t} - nt_{k,t-1}| + \sum_{k \in \Omega_{ph}} H_k |nh_{k,t} - nh_{k,t-1}| \right] - \\ & -\mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{nb}} \ln(s_{k,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \ln(st1_{k,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \log(st2_{k,t}) \\ & -\mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \ln(sh1_{k,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \ln(sh2_{k,t}) \end{aligned} \right.$$

s.a :

$$\sum_{k \in \Omega_{pt}} Pt_{k,t} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Ph_{k,t} - D_t = 0 \quad t = 1 \dots T$$

$$Pt_{k,t} - st1_{k,t} - Pt_k^{\min} = 0 \quad k \in \Omega_{pt}$$

$$Pt_{k,t} + st2_{k,t} - Pt_k^{\max} = 0 \quad t = 1 \dots T$$

$$Ph_{k,t} - sh1_{k,t} - Ph_k^{\min} = 0 \quad k \in \Omega_{ph}$$

$$Ph_{k,t} + sh2_{k,t} - Ph_k^{\max} = 0 \quad t = 1 \dots T \quad (5.8)$$

$$\sum_{t=1}^T (Ph_{k,t} + nh_{k,t} L_k(Ph_{k,t}, nh_{k,t})) - M_k = 0 \quad k \in \Omega_{ph}$$

$$Pt_{k,t} + Ph_{k,t} - \sum_{m=1}^{nb} \mathbf{GD}_{k,m,t} - s_{k,t} = 0 \quad k \in \Omega_{ger} \\ t = 1 \dots T$$

Para simplificar a notação do problema, define-se a função $f(\mathbf{P})$ para representar a função objetivo do problema (3.1), como mostrado em (5.9).

$$f(\mathbf{P}) = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} C_{k,t}(Pt_{k,t}) + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Co_{k,t}(Preço_t, Ph_{k,t}) \right] + \sum_{t=1}^T \left[\sum_{k \in \Omega_{pt}} \Gamma_k |nt_{k,t} - nt_{k,t-1}| + \sum_{k \in \Omega_{ph}} H_k |nh_{k,t} - nh_{k,t-1}| \right] \quad (5.9)$$

Em que:

\mathbf{P} : vetor dado em (5.2).

Define-se os vetores $\mathbf{s}, \mathbf{st1}, \mathbf{st2}, \mathbf{sh1}$ e $\mathbf{sh2}$, os quais estabelecem as variáveis de folga e excesso, conforme (5.10).

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= [\hat{\mathbf{s}}_1 \ \hat{\mathbf{s}}_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{s}}_{nu}]^T \\ \hat{\mathbf{s}}_k &= [s_{k,1} \ s_{k,2} \ \dots \ s_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ger} \\ \mathbf{st1} &= [\hat{\mathbf{st}}_1 \ \hat{\mathbf{st}}_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{st}}_{nt}]^T \\ \hat{\mathbf{st}}_k &= [st1_{k,1} \ st1_{k,2} \ \dots \ st1_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\ \mathbf{st2} &= [\hat{\mathbf{st}}_2 \ \hat{\mathbf{st}}_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{st}}_{nt}]^T \\ \hat{\mathbf{st}}_k &= [st2_{k,1} \ st2_{k,2} \ \dots \ st2_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\ \mathbf{sh1} &= [\hat{\mathbf{sh}}_1 \ \hat{\mathbf{sh}}_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{sh}}_{nh}]^T \\ \hat{\mathbf{sh}}_k &= [sh1_{k,1} \ sh1_{k,2} \ \dots \ sh1_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph} \\ \mathbf{sh2} &= [\hat{\mathbf{sh}}_2 \ \hat{\mathbf{sh}}_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{sh}}_{nh}]^T \\ \hat{\mathbf{sh}}_k &= [sh2_{k,1} \ sh2_{k,2} \ \dots \ sh2_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Ainda no intuito de simplificar a notação do problema (5.8), podem-se definir os vetores **g1** e **g2** formados pelas restrições de igualdade, o vetor **h1** formado pela restrição de desigualdade e os vetores **z1**, **z2**, **z3** e **z4** formados pelas restrições de desigualdade oriundas das restrições canalizadas. As componentes dos vetores podem ser vistas nas equações (5.11).

$$\begin{aligned}
 g1_t(\mathbf{P}) &= \sum_{k \in \Omega_{pt}} Pt_{k,t} + \sum_{k \in \Omega_{ph}} Ph_{k,t} - D_t, & t = 1 \dots T \\
 g2_k(\mathbf{P}) &= \sum_{t=1}^T \left(Ph_{k,t} + n_{k,t} L_k(Ph_{k,t}, n_{k,t}) \right) - M_k, & k \in \Omega_{ph} \\
 h1_{k,t}(\mathbf{P}, \mathbf{s}) &= Pt_{k,t} + Ph_{k,t} - \sum_{m=1}^{nb} \mathbf{GD}_{k,m,t} - s_{k,t}, & k \in \Omega_{ge}, \quad t = 1 \dots T \\
 z1_{k,t}(\mathbf{P}, \mathbf{st1}) &= Pt_{k,t} - st1_{k,t} - Pt_k^{\min}, & k \in \Omega_{pt}, \quad t = 1 \dots T \\
 z2_{k,t}(\mathbf{P}, \mathbf{st2}) &= Pt_{k,t} + st2_{k,t} - Pt_k^{\max}, & k \in \Omega_{pt}, \quad t = 1 \dots T \\
 z3_{k,t}(\mathbf{P}, \mathbf{sh1}) &= Ph_{k,t} - sh1_{k,t} - Ph_k^{\min}, & k \in \Omega_{ph}, \quad t = 1 \dots T \\
 z4_{k,t}(\mathbf{P}, \mathbf{sh2}) &= Ph_{k,t} + sh2_{k,t} - Ph_k^{\max}, & k \in \Omega_{ph}, \quad t = 1 \dots T
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

em que $s_{k,t}, st1_{k,t}, st2_{k,t}, sh1_{k,t}, sh2_{k,t} \geq 0$

Os vetores **g1**, **g2**, **h1**, **z1**, **z2**, **z3** e **z4** podem ser vistos em (5.12):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g1} &= [g1_1 \ g1_2 \ \dots \ g1_T]^T \\
 \mathbf{g2} &= [g2_1 \ g2_2 \ \dots \ g2_{nh}]^T \\
 \mathbf{h1} &= [\hat{\mathbf{h}}1_1 \ \hat{\mathbf{h}}1_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{h}}1_{nu}]^T \\
 \hat{\mathbf{h}}1_k &= [h1_{k,1} \ h1_{k,2} \ \dots \ h1_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ger} \\
 \mathbf{z1} &= [\hat{\mathbf{z}}1_1 \ \hat{\mathbf{z}}1_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{z}}1_{nt}]^T \\
 \hat{\mathbf{z}}1_k &= [z1_{k,1} \ z1_{k,2} \ \dots \ z1_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\
 \mathbf{z2} &= [\hat{\mathbf{z}}2_1 \ \hat{\mathbf{z}}2_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{z}}2_{nt}]^T \\
 \hat{\mathbf{z}}2_k &= [z2_{k,1} \ z2_{k,2} \ \dots \ z2_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\
 \mathbf{z3} &= [\hat{\mathbf{z}}3_1 \ \hat{\mathbf{z}}3_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{z}}3_{nh}]^T \\
 \hat{\mathbf{z}}3_k &= [z3_{k,1} \ z3_{k,2} \ \dots \ z3_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph} \\
 \mathbf{z4} &= [\hat{\mathbf{z}}4_1 \ \hat{\mathbf{z}}4_2 \ \dots \ \hat{\mathbf{z}}4_{nh}]^T \\
 \hat{\mathbf{z}}4_k &= [z4_{k,1} \ z4_{k,2} \ \dots \ z4_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph}
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Em que:

nu : número total de usinas;

nt : número total de usinas térmicas;

nh : número total de usinas hidráulicas;

Com as definições (5.9) e (5.11) o problema (5.8) pode ser reescrito em

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \left\{ \begin{aligned}
 & f(\mathbf{P}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{nb}} \ln(s_{k,t}) - \\
 & \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \ln(st1_{k,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \ln(st2_{k,t}) - \\
 & -\mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \ln(sh1_{k,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \ln(sh2_{k,t})
 \end{aligned} \right. \\
 & \text{s.a :} \\
 & \mathbf{g1}(\mathbf{P}) = 0 \\
 & \mathbf{z1}(\mathbf{P}) = 0 \\
 & \mathbf{z2}(\mathbf{P}) = 0 \\
 & \mathbf{z3}(\mathbf{P}) = 0 \\
 & \mathbf{z4}(\mathbf{P}) = 0 \\
 & \mathbf{g2}(\mathbf{P}) = 0 \\
 & \mathbf{h1}(\mathbf{P}) = 0
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Podem-se definir ainda os multiplicadores de Lagrange associados às restrições do problema para, em seguida, construir a função Lagrangiana. Os vetores com os multiplicadores de Lagrange são dados em (5.14).

$$\begin{aligned}
 \lambda_{\mathbf{D}} &= [\lambda_{D_1} \lambda_{D_2} \dots \lambda_{D_r}]^T \\
 \lambda_{\mathbf{M}} &= [\lambda_{M_1} \lambda_{M_2} \dots \lambda_{M_{nh}}]^T \\
 \boldsymbol{\pi} &= [\hat{\boldsymbol{\pi}}_1 \hat{\boldsymbol{\pi}}_2 \dots \hat{\boldsymbol{\pi}}_{nu}]^T \\
 \hat{\boldsymbol{\pi}}_k &= [\pi_{k,1} \pi_{k,2} \dots \pi_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ger} \\
 \boldsymbol{\pi t1} &= [\hat{\boldsymbol{\pi t1}}_1 \hat{\boldsymbol{\pi t1}}_2 \dots \hat{\boldsymbol{\pi t1}}_{nt}]^T \\
 \hat{\boldsymbol{\pi t1}}_k &= [\pi t1_{k,1} \pi t1_{k,2} \dots \pi t1_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\
 \boldsymbol{\pi t2} &= [\hat{\boldsymbol{\pi t2}}_1 \hat{\boldsymbol{\pi t2}}_2 \dots \hat{\boldsymbol{\pi t2}}_{nt}]^T \\
 \hat{\boldsymbol{\pi t2}}_k &= [\pi t2_{k,1} \pi t2_{k,2} \dots \pi t2_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\
 \boldsymbol{\pi h1} &= [\hat{\boldsymbol{\pi h1}}_1 \hat{\boldsymbol{\pi h1}}_2 \dots \hat{\boldsymbol{\pi h1}}_{nh}]^T \\
 \hat{\boldsymbol{\pi h1}}_k &= [\pi h1_{k,1} \pi h1_{k,2} \dots \pi h1_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph} \\
 \boldsymbol{\pi h2} &= [\hat{\boldsymbol{\pi h2}}_1 \hat{\boldsymbol{\pi h2}}_2 \dots \hat{\boldsymbol{\pi h2}}_{nh}]^T \\
 \hat{\boldsymbol{\pi h2}}_k &= [\pi h2_{k,1} \pi h2_{k,2} \dots \pi h2_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph}
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

A partir do problema (5.13), é possível construir a função Lagrangiana, conforme mostrado em (5.15).

$$\begin{aligned}
 L &= f(\mathbf{P}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{nb}} \ln(s_{k,t}) - \\
 &\quad - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \ln(st1_{k,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \ln(st2_{k,t}) - \\
 &\quad - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \ln(sh1_{k,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \ln(sh2_{k,t}) + \\
 &\quad + \lambda_{\mathbf{D}} \mathbf{g1}(\mathbf{P}) + \lambda_{\mathbf{M}} \mathbf{g2}(\mathbf{P}) + \boldsymbol{\pi} \mathbf{h1}(\mathbf{P}) + \\
 &\quad + \boldsymbol{\pi t1} \mathbf{z1}(\mathbf{P}) + \boldsymbol{\pi t2} \mathbf{z2}(\mathbf{P}) + \boldsymbol{\pi h1} \mathbf{z3}(\mathbf{P}) + \boldsymbol{\pi h2} \mathbf{z4}(\mathbf{P})
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Dentre os multiplicadores destaca-se λ_{D_t} , o qual é a variável relacionada ao preço *spot* do intervalo t do problema, conforme demonstrado na seção 4.1.1 e transcrito em (5.16). Esse preço será utilizado na função objetivo do problema no cálculo dos custos de oportunidade, o que torna o PD em um problema que envolve variáveis primais e duais (mesmo que de forma indireta).

$$Preço_t = -\lambda_{D_t} \quad (5.16)$$

As condições de primeira ordem associadas à função Lagrangiana (5.15) são dadas em (5.17). Essas condições são obtidas derivando-se a função Lagrangiana em relação às variáveis primais e duais do problema, e introduzindo-se as condições de complementaridade.

$$\begin{aligned}
 \partial L / \partial \mathbf{P} &= \nabla f(\mathbf{P}) + \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P})^T \lambda_D + \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P})^T \lambda_M + \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P})^T \pi + \\
 &\quad + \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P})^T \pi t1 + \nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P})^T \pi t2 + \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P})^T \pi h1 + \nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P})^T \pi h2 = 0 \\
 \partial L / \partial \lambda_D &= \mathbf{g1}(\mathbf{P}) = 0 \\
 \partial L / \partial \lambda_M &= \mathbf{g2}(\mathbf{P}) = 0 \\
 \partial L / \partial \pi &= \mathbf{h1}(\mathbf{P}) = 0 \\
 \partial L / \partial \pi t1 &= \mathbf{z1}(\mathbf{P}) = 0 \\
 \partial L / \partial \pi t2 &= \mathbf{z2}(\mathbf{P}) = 0 \\
 \partial L / \partial \pi h1 &= \mathbf{z3}(\mathbf{P}) = 0 \\
 \partial L / \partial \pi h2 &= \mathbf{z4}(\mathbf{P}) = 0 \quad (5.17) \\
 \partial L / \partial \mathbf{s} &= \mu \mathbf{e} + \mathbf{S}\pi = 0 \\
 \partial L / \partial \mathbf{st1} &= \mu \mathbf{e} + \mathbf{St1}\pi t1 = 0 \\
 \partial L / \partial \mathbf{st2} &= \mu \mathbf{e} - \mathbf{St2}\pi t2 = 0 \\
 \partial L / \partial \mathbf{sh1} &= \mu \mathbf{e} + \mathbf{Sh1}\pi h1 = 0 \\
 \partial L / \partial \mathbf{sh2} &= \mu \mathbf{e} - \mathbf{Sh2}\pi h2 = 0
 \end{aligned}$$

Em que $(\mathbf{s}, \mathbf{st1}, \mathbf{st2}, \mathbf{sh1}, \mathbf{sh2}, \pi t2, \pi h2) \geq 0, (\pi, \pi t1, \pi h1) \leq 0$

Em (5.17), tem-se as matrizes **S**, **St1**, **St2**, **Sh1**, **Sh2**, as quais consistem em matrizes diagonais em que os elementos são as variáveis de folga contidas nos vetores **s**,

$st1$, $st2$, $sh1$, $sh2$ respectivamente, e tem-se o vetor unitário e com dimensões apropriadas ao problema.

Para simplificar a notação do problema, as variáveis primais e duais são reescritas como um vetor de variáveis u , dado em (5.18).

$$u = [P \lambda_D \lambda_M s st1 st2 sh1 sh2 \pi \pi t1 \pi t2 \pi h1 \pi h2]^T \quad (5.18)$$

As equações (5.17) obtidas das condições de primeira ordem correspondem a um sistema de equações não-lineares, as quais podem ser escritas de maneira simplificada conforme (5.19).

$$\nabla F(u) = 0 \quad (5.19)$$

Em que $\nabla F(u)$: vetor das derivadas parciais de primeira ordem da função Lagrangiana, dado em (5.20).

$$\nabla F = \begin{bmatrix} \nabla F1 \\ \nabla F2 \\ \nabla F3 \\ \nabla F4 \\ \nabla F5 \\ \nabla F6 \\ \nabla F7 \\ \nabla F8 \\ \nabla F9 \\ \nabla F10 \\ \nabla F11 \\ \nabla F12 \\ \nabla F13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f(P) + \nabla g1(P)^T \lambda_D + \nabla g2(P)^T \lambda_M + \nabla h1(P)^T \pi + \\ + \nabla z1(P)^T \pi t1 + \nabla z2(P)^T \pi t2 + \nabla z3(P)^T \pi h1 + \nabla z4(P)^T \pi h2 \\ g1(P) \\ g2(P) \\ h1(P) \\ z1(P) \\ z2(P) \\ z3(P) \\ z4(P) \\ \mu e + S\pi \\ \mu e + St1\pi t1 \\ \mu e - St2\pi t2 \\ \mu e + Sh1\pi h1 \\ \mu e - Sh2\pi h2 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

O sistema de equações não lineares (5.17) pode ser resolvido usando o método de Newton. Para isso, deve-se encontrar uma direção Newton primal-dual $\Delta \mathbf{u}$ conforme mostrado em (5.21).

$$\mathbf{H}(\mathbf{u})\Delta \mathbf{u} = -\nabla F(\mathbf{u}) \quad (5.21)$$

Em que:

$\mathbf{H}(\mathbf{u})$: matriz Hessiana associada à função Lagrangiana;

$\Delta \mathbf{u}$: vetor direção de busca do método de Newton;

A matriz Hessiana $\mathbf{H}(\mathbf{u})$ do sistema (5.21) é dada por (5.22).

(5.22)

$$\begin{bmatrix}
 \nabla^2 f(\mathbf{P}) + \sum_{k \in \Omega_h} \lambda_{M_k} \nabla^2 g_{2k}(\mathbf{P}) & \nabla g_1(\mathbf{P})^T & \nabla g_2(\mathbf{P})^T & \nabla h_1(\mathbf{P})^T & \nabla z_1(\mathbf{P})^T & \nabla z_2(\mathbf{P})^T & \nabla z_3(\mathbf{P})^T & \nabla z_4(\mathbf{P})^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \nabla g_1(\mathbf{P}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \nabla g_2(\mathbf{P}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \nabla h_1(\mathbf{P}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \nabla z_1(\mathbf{P}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \nabla z_2(\mathbf{P}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\
 \nabla z_3(\mathbf{P}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\
 \nabla z_4(\mathbf{P}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\
 0 & 0 & 0 & S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & St1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi t1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -St2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Pi t2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Sh1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi h1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Sh2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Pi h2
 \end{bmatrix}$$

As matrizes $\mathbf{\Pi}$, $\mathbf{\Pi t1}$, $\mathbf{\Pi t2}$, $\mathbf{\Pi h1}$, $\mathbf{\Pi h2}$ são matrizes diagonais formadas pelos multiplicadores de Lagrange contidos nos vetores $\boldsymbol{\pi}$, $\boldsymbol{\pi t1}$, $\boldsymbol{\pi t2}$, $\boldsymbol{\pi h1}$, $\boldsymbol{\pi h2}$ respectivamente, visto em (5.14).

Novamente, para simplificar a notação, adota-se (5.23).

$$\mathbf{W}(\mathbf{P}, \lambda_{\mathbf{D}}, \lambda_{\mathbf{M}}) = \nabla^2 f(\mathbf{P}) + \sum_{k \in \Omega_{2k}} \lambda_{M_k} \nabla^2 g_{2k}(\mathbf{P}) \quad (5.23)$$

O vetor direção de busca do sistema (5.21) é dado por (5.24).

$$\Delta \mathbf{u} = [\Delta \mathbf{P} \Delta \lambda_{\mathbf{D}} \Delta \lambda_{\mathbf{M}} \Delta \boldsymbol{\pi} \Delta \boldsymbol{\pi t1} \Delta \boldsymbol{\pi t2} \Delta \boldsymbol{\pi h1} \Delta \boldsymbol{\pi h2} \Delta \mathbf{s} \Delta \mathbf{st1} \Delta \mathbf{st2} \Delta \mathbf{sh1} \Delta \mathbf{sh2}]^T \quad (5.24)$$

Em que:

$$\Delta \mathbf{P} \mathbf{t} = [\Delta \hat{\mathbf{P}} \mathbf{t}_1 \Delta \hat{\mathbf{P}} \mathbf{t}_2 \dots \Delta \hat{\mathbf{P}} \mathbf{t}_{nt}]^T$$

$$\Delta \hat{\mathbf{P}} \mathbf{t}_k = [\Delta P t_{k,1} \Delta P t_{k,2} \dots \Delta P t_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{pt}$$

$$\Delta \mathbf{P} \mathbf{h} = [\Delta \hat{\mathbf{P}} \mathbf{h}_1 \Delta \hat{\mathbf{P}} \mathbf{h}_2 \dots \Delta \hat{\mathbf{P}} \mathbf{h}_{nt}]^T$$

$$\Delta \hat{\mathbf{P}} \mathbf{h}_k = [\Delta P h_{k,1} \Delta P h_{k,2} \dots \Delta P h_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph}$$

$$\Delta \mathbf{P} = [\Delta \mathbf{P} \mathbf{t} \Delta \mathbf{P} \mathbf{h}]^T$$

$$\Delta \lambda_{\mathbf{D}} = [\Delta \lambda_{D_1} \Delta \lambda_{D_2} \dots \Delta \lambda_{D_r}]^T$$

$$\Delta \lambda_{\mathbf{M}} = [\Delta \lambda_{M_1} \Delta \lambda_{M_2} \dots \Delta \lambda_{M_{nh}}]^T$$

$$\Delta \boldsymbol{\pi} = [v \hat{\boldsymbol{\pi}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{\pi}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{\pi}}_{nu}]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\pi}}_k = \left[\Delta \pi_{k,1} \Delta \pi_{k,2} \dots \Delta \pi_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{ger}$$

$$\Delta \boldsymbol{\pi t1} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{\pi t1}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{\pi t1}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{\pi t1}}_{nt} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\pi t1}}_k = \left[\Delta \pi t1_{k,1} \Delta \pi t1_{k,2} \dots \Delta \pi t1_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{pt}$$

$$\Delta \boldsymbol{\pi t2} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{\pi t2}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{\pi t2}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{\pi t2}}_{nt} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\pi t2}}_k = \left[\Delta \pi t2_{k,1} \Delta \pi t2_{k,2} \dots \Delta \pi t2_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{pt}$$

$$\Delta \boldsymbol{\pi h1} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{\pi h1}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{\pi h1}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{\pi h1}}_{nh} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\pi h1}}_k = \left[\Delta \pi h1_{k,1} \Delta \pi h1_{k,2} \dots \Delta \pi h1_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{ph}$$

$$\Delta \boldsymbol{\pi h2} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{\pi h2}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{\pi h2}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{\pi h2}}_{nh} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\pi h2}}_k = \left[\Delta \pi h2_{k,1} \Delta \pi h2_{k,2} \dots \Delta \pi h2_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{ph}$$

$$\Delta \boldsymbol{s} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{s}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{s}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{s}}_{nu} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{s}}_k = \left[\Delta s_{k,1} \Delta s_{k,2} \dots \Delta s_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{ger}$$

$$\Delta \boldsymbol{st1} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{st1}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{st1}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{st1}}_{nt} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{st1}}_k = \left[\Delta st1_{k,1} \Delta st1_{k,2} \dots \Delta st1_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{pt}$$

$$\Delta \boldsymbol{st2} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{st2}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{st2}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{st2}}_{nt} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{st2}}_k = \left[\Delta st2_{k,1} \Delta st2_{k,2} \dots \Delta st2_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{pt}$$

$$\Delta \boldsymbol{sh1} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{sh1}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{sh1}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{sh1}}_{nh} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\boldsymbol{sh1}}_k = \left[\Delta sh1_{k,1} \Delta sh1_{k,2} \dots \Delta sh1_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{ph}$$

$$\Delta \boldsymbol{sh2} = \left[\Delta \hat{\boldsymbol{sh2}}_1 \Delta \hat{\boldsymbol{sh2}}_2 \dots \Delta \hat{\boldsymbol{sh2}}_{nh} \right]^T$$

$$\Delta \hat{\mathbf{sh}}_k = [\Delta sh_{k,1} \Delta sh_{k,2} \dots \Delta sh_{k,T}]^T, \quad k \in \Omega_{ph}$$

Multiplicando a matriz Hessiana $\mathbf{H}(\mathbf{u})$ (5.22) pelo vetor direção de busca $\Delta \mathbf{u}$ (5.24), conforme sistema de equações (5.21), tem-se (5.25).

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(\mathbf{P}, \lambda_{\mathbf{D}}, \lambda_{\mathbf{M}}) \Delta \mathbf{P} + \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P})^T \Delta \lambda_{\mathbf{D}} + \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P})^T \Delta \lambda_{\mathbf{M}} + \\ + \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P})^T \Delta \pi + \nabla z1(\mathbf{P})^T \Delta \pi t1 + \nabla z2(\mathbf{P})^T \Delta \pi t2 + &= -\nabla \mathbf{F1} \quad (a) \\ + \nabla z3(\mathbf{P})^T \Delta \pi h1 + \nabla z4(\mathbf{P})^T \Delta \pi h2 & \\ \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} &= -\nabla \mathbf{F2} \quad (b) \\ \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} &= -\nabla \mathbf{F3} \quad (c) \\ \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \Delta s &= -\nabla \mathbf{F4} \quad (d) \\ \nabla z1(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \Delta st1 &= -\nabla \mathbf{F5} \quad (e) \\ \nabla z2(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} + \Delta st2 &= -\nabla \mathbf{F6} \quad (f) \\ \nabla z3(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \Delta sh1 &= -\nabla \mathbf{F7} \quad (g) \\ \nabla z4(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} + \Delta sh2 &= -\nabla \mathbf{F8} \quad (h) \\ \mathbf{S} \Delta \pi + \mathbf{II} \Delta s &= -\nabla \mathbf{F9} \quad (i) \\ \mathbf{St1} \Delta \pi t1 + \mathbf{II} t1 \Delta st1 &= -\nabla \mathbf{F10} \quad (j) \\ -\mathbf{St2} \Delta \pi t2 - \mathbf{II} t2 \Delta st2 &= -\nabla \mathbf{F11} \quad (k) \\ \mathbf{Sh1} \Delta \pi h1 + \mathbf{II} h1 \Delta sh1 &= -\nabla \mathbf{F12} \quad (l) \\ -\mathbf{Sh2} \Delta \pi h2 - \mathbf{II} h2 \Delta sh2 &= -\nabla \mathbf{F13} \quad (m) \end{aligned} \quad (5.25)$$

A partir da matriz \mathbf{GD}_t é possível definir o vetor de contratos bilaterias \mathbf{B} , conforme (5.26).

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= [\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \dots \mathbf{B}_{nu}] \\ \mathbf{B}_k &= [B_{k,1} B_{k,2} \dots B_{k,T}], \quad k \in \Omega_{ger} \\ B_{k,t} &= \sum_{m=1}^{nb} \mathbf{GD}_{k,m,t}, \quad t=1 \dots T \\ & \quad k \in \Omega_{ger} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Assume-se que a estimação atual das variáveis duais e primais são satisfeitas, conforme (5.27).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{s} &= \mathbf{P} - \mathbf{B} \\
 \mathbf{st1} &= \mathbf{Pt} - \mathbf{Pt}^{\min} \\
 \mathbf{st2} &= \mathbf{Pt}^{\max} - \mathbf{Pt} \\
 \mathbf{sh1} &= \mathbf{Ph} - \mathbf{Ph}^{\min} \\
 \mathbf{sh2} &= \mathbf{Ph}^{\max} - \mathbf{Ph}
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

Em que:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Pt}^{\min} &= \left[\hat{\mathbf{Pt}}^{\min}_1 \hat{\mathbf{Pt}}^{\min}_2 \dots \hat{\mathbf{Pt}}^{\min}_{nt} \right]^T \\
 \hat{\mathbf{Pt}}^{\min}_k &= \left[Pt^{\min}_{k,1} Pt^{\min}_{k,2} \dots Pt^{\min}_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\
 \mathbf{Pt}^{\max} &= \left[\hat{\mathbf{Pt}}^{\max}_1 \hat{\mathbf{Pt}}^{\max}_2 \dots \hat{\mathbf{Pt}}^{\max}_{nt} \right]^T \\
 \hat{\mathbf{Pt}}^{\max}_k &= \left[Pt^{\max}_{k,1} Pt^{\max}_{k,2} \dots Pt^{\max}_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{pt} \\
 \mathbf{Ph}^{\min} &= \left[\hat{\mathbf{Ph}}^{\min}_1 \hat{\mathbf{Ph}}^{\min}_2 \dots \hat{\mathbf{Ph}}^{\min}_{nt} \right]^T \\
 \hat{\mathbf{Ph}}^{\min}_k &= \left[Ph^{\min}_{k,1} Ph^{\min}_{k,2} \dots Ph^{\min}_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{ph} \\
 \mathbf{Ph}^{\max} &= \left[\hat{\mathbf{Ph}}^{\max}_1 \hat{\mathbf{Ph}}^{\max}_2 \dots \hat{\mathbf{Ph}}^{\max}_{nt} \right]^T \\
 \hat{\mathbf{Ph}}^{\max}_k &= \left[Ph^{\max}_{k,1} Ph^{\max}_{k,2} \dots Ph^{\max}_{k,T} \right]^T, \quad k \in \Omega_{ph}
 \end{aligned}$$

Conforme estimativa em (5.27), pode-se reescrever (5.20) em (5.28).

$$\begin{aligned}
 \nabla \mathbf{F4} &= \mathbf{h1} = \mathbf{0} \\
 \nabla \mathbf{F5} &= \mathbf{z1} = \mathbf{0} \\
 \nabla \mathbf{F6} &= \mathbf{z2} = \mathbf{0} \\
 \nabla \mathbf{F7} &= \mathbf{z3} = \mathbf{0} \\
 \nabla \mathbf{F8} &= \mathbf{z4} = \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

Com isso, as equações (d),(e),(f),(g)e(h) do sistema (5.25) podem ser reescritas conforme (5.29).

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{W}(\mathbf{P}, \lambda_{\mathbf{D}}, \lambda_{\mathbf{M}}) \Delta \mathbf{P} + \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P})^T \Delta \lambda_{\mathbf{D}} + \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P})^T \Delta \lambda_{\mathbf{M}} + \\
 & + \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P})^T \Delta \pi + \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P})^T \Delta \pi \mathbf{t1} + \nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P})^T \Delta \pi \mathbf{t2} + \quad = -\nabla \mathbf{F1} \quad (a) \\
 & + \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P})^T \Delta \pi \mathbf{h1} + \nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P})^T \Delta \pi \mathbf{h2} \\
 & \quad \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} \quad = -\nabla \mathbf{F2} \quad (b) \\
 & \quad \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} \quad = -\nabla \mathbf{F3} \quad (c) \\
 & \quad \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{s} \quad = \mathbf{0} \quad (d) \\
 & \quad \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{st1} \quad = \mathbf{0} \quad (e) \\
 & \quad \nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} + \Delta \mathbf{st2} \quad = \mathbf{0} \quad (f) \\
 & \quad \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{sh1} \quad = \mathbf{0} \quad (g) \\
 & \quad \nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} + \Delta \mathbf{sh2} \quad = \mathbf{0} \quad (h) \\
 & \quad \mathbf{S} \Delta \pi + \mathbf{\Pi} \Delta \mathbf{s} \quad = -\nabla \mathbf{F9} \quad (i) \\
 & \quad \mathbf{St1} \Delta \pi \mathbf{t1} + \mathbf{\Pi t1} \Delta \mathbf{st1} \quad = -\nabla \mathbf{F10} \quad (j) \\
 & \quad -\mathbf{St2} \Delta \pi \mathbf{t2} - \mathbf{\Pi t2} \Delta \mathbf{st2} \quad = -\nabla \mathbf{F11} \quad (k) \\
 & \quad \mathbf{Sh1} \Delta \pi \mathbf{h1} + \mathbf{\Pi h1} \Delta \mathbf{sh1} \quad = -\nabla \mathbf{F12} \quad (l) \\
 & \quad -\mathbf{Sh2} \Delta \pi \mathbf{h2} - \mathbf{\Pi h2} \Delta \mathbf{sh2} \quad = -\nabla \mathbf{F13} \quad (m) \quad (5.29)
 \end{aligned}$$

Com a finalidade de reduzir o número de variáveis envolvidas na resolução do sistema (5.29), de modo a trabalhar apenas com um sistema linear que envolva \mathbf{P} , $\lambda_{\mathbf{D}}$ e $\lambda_{\mathbf{M}}$, isolam-se os termos $\Delta \pi$, $\Delta \pi \mathbf{t1}$, $\Delta \pi \mathbf{t2}$, $\Delta \pi \mathbf{h1}$ e $\Delta \pi \mathbf{h2}$ conforme (5.30).

$$\begin{aligned}
 \Delta \pi & = -\mathbf{S}^{-1} \mathbf{\Pi} \Delta \mathbf{s} - \mathbf{S}^{-1} \nabla \mathbf{F9} \\
 \Delta \pi \mathbf{t1} & = -\mathbf{St1}^{-1} \mathbf{\Pi t1} \Delta \mathbf{st1} - \mathbf{St1}^{-1} \nabla \mathbf{F10} \\
 \Delta \pi \mathbf{t2} & = -\mathbf{St2}^{-1} \mathbf{\Pi t2} \Delta \mathbf{st2} + \mathbf{St2}^{-1} \nabla \mathbf{F11} \\
 \Delta \pi \mathbf{h1} & = -\mathbf{Sh1}^{-1} \mathbf{\Pi h1} \Delta \mathbf{sh1} - \mathbf{Sh1}^{-1} \nabla \mathbf{F12} \\
 \Delta \pi \mathbf{h2} & = -\mathbf{Sh2}^{-1} \mathbf{\Pi h2} \Delta \mathbf{sh2} + \mathbf{Sh2}^{-1} \nabla \mathbf{F13}
 \end{aligned} \quad (5.30)$$

Definem-se as matrizes \mathbf{SP} , $\mathbf{SPt1}$, $\mathbf{SPt2}$, $\mathbf{SPh1}$ e $\mathbf{SPh2}$, como mostrado em (5.31).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{SP} &= \mathbf{S}^{-1}\mathbf{\Pi} \\
 \mathbf{SPt1} &= \mathbf{St1}^{-1}\mathbf{\Pi t1} \\
 \mathbf{SPt2} &= \mathbf{St2}^{-1}\mathbf{\Pi t2} \\
 \mathbf{SPh1} &= \mathbf{Sh1}^{-1}\mathbf{\Pi h1} \\
 \mathbf{SPh2} &= \mathbf{Sh2}^{-1}\mathbf{\Pi h2}
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

A partir das matrizes definidas em (5.31), pode-se reescrever (5.30) em (5.32):

$$\begin{aligned}
 \Delta\pi &= -\mathbf{SP}\Delta\mathbf{s} - \mathbf{S}^{-1}\nabla\mathbf{F9} \\
 \Delta\pi\mathbf{t1} &= -\mathbf{SPt1}\Delta\mathbf{st1} - \mathbf{St1}^{-1}\nabla\mathbf{F10} \\
 \Delta\pi\mathbf{t2} &= -\mathbf{SPt2}\Delta\mathbf{st2} + \mathbf{St2}^{-1}\nabla\mathbf{F11} \\
 \Delta\pi\mathbf{h1} &= -\mathbf{SPh1}\Delta\mathbf{sh1} - \mathbf{Sh1}^{-1}\nabla\mathbf{F12} \\
 \Delta\pi\mathbf{h2} &= -\mathbf{SPh2}\Delta\mathbf{sh2} + \mathbf{Sh2}^{-1}\nabla\mathbf{F13}
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

Isolando $\Delta\mathbf{s}$, $\Delta\mathbf{st1}$, $\Delta\mathbf{st2}$, $\Delta\mathbf{sh1}$ e $\Delta\mathbf{sh2}$ das equações (d),(e),(f),(g)e(h) do sistema (5.29) e substituindo nas equações (5.32), tem-se (5.33).

$$\begin{aligned}
 \Delta\pi &= -\mathbf{SP}\nabla\mathbf{h1}(\mathbf{P})\Delta\mathbf{P} - \mathbf{S}^{-1}\nabla\mathbf{F9} \\
 \Delta\pi\mathbf{t1} &= -\mathbf{SPt1}\nabla\mathbf{z1}(\mathbf{P})\Delta\mathbf{P} - \mathbf{St1}^{-1}\nabla\mathbf{F10} \\
 \Delta\pi\mathbf{t2} &= \mathbf{SPt2}\nabla\mathbf{z2}(\mathbf{P})\Delta\mathbf{P} + \mathbf{St2}^{-1}\nabla\mathbf{F11} \\
 \Delta\pi\mathbf{h1} &= -\mathbf{SPh1}\nabla\mathbf{z3}(\mathbf{P})\Delta\mathbf{P} - \mathbf{Sh1}^{-1}\nabla\mathbf{F12} \\
 \Delta\pi\mathbf{h2} &= \mathbf{SPh2}\nabla\mathbf{z4}(\mathbf{P})\Delta\mathbf{P} + \mathbf{Sh2}^{-1}\nabla\mathbf{F13}
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

Substituindo $\Delta\pi$, $\Delta\pi\mathbf{t1}$, $\Delta\pi\mathbf{t2}$, $\Delta\pi\mathbf{h1}$ e $\Delta\pi\mathbf{h2}$ na equação (a) do sistema (5.29), tem-se (5.34).

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{W}(\mathbf{P}, \lambda_{\mathbf{D}}, \lambda_{\mathbf{M}}) \Delta \mathbf{P} + \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P})^T \Delta \lambda_{\mathbf{D}} + \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P})^T \Delta \lambda_{\mathbf{M}} + \\
 & + \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P})^T (-\mathbf{SP} \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \mathbf{S}^{-1} \nabla \mathbf{F9}) + \\
 & + \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P})^T (-\mathbf{SPt1} \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \mathbf{St1}^{-1} \nabla \mathbf{F10}) + \\
 & + \nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P})^T (\mathbf{SPt2} \nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} + \mathbf{St2}^{-1} \nabla \mathbf{F11}) + \\
 & + \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P})^T (-\mathbf{SPh1} \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} - \mathbf{Sh1}^{-1} \nabla \mathbf{F12}) + \\
 & + \nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P})^T (\mathbf{SPh2} \nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} + \mathbf{Sh2}^{-1} \nabla \mathbf{F13}) = -\nabla \mathbf{F1}
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

Rearranjando a equação (5.34), isolando $\Delta \mathbf{P}$ e simplificando a notação, tem-se (5.35).

$$\left[\overline{\mathbf{W}(\mathbf{P}, \lambda_{\mathbf{D}}, \lambda_{\mathbf{M}})} \right] \Delta \mathbf{P} + \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P})^T \Delta \lambda_{\mathbf{D}} + \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P})^T \Delta \lambda_{\mathbf{M}} = -\overline{\nabla \mathbf{F1}} \tag{5.35}$$

Em que:

$$\begin{aligned}
 \overline{\mathbf{W}(\mathbf{P}, \lambda_{\mathbf{D}}, \lambda_{\mathbf{M}})} &= \mathbf{W}(\mathbf{P}, \lambda_{\mathbf{D}}, \lambda_{\mathbf{M}}) - \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P})^T \mathbf{SP} \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P}) - \\
 & - \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P})^T \mathbf{SPt1} \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P}) + \nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P})^T \mathbf{SPt2} \nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P}) - \\
 & - \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P})^T \mathbf{SPh1} \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P}) + \nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P})^T \mathbf{SPh2} \nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P}) \\
 \overline{\nabla \mathbf{F1}} &= -\nabla \mathbf{F1} + \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P})^T \mathbf{S}^{-1} \nabla \mathbf{F9} + \\
 & + \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P})^T \mathbf{St1}^{-1} \nabla \mathbf{F10} - \nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P})^T \mathbf{St2}^{-1} \nabla \mathbf{F11} + \\
 & + \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P})^T \mathbf{Sh1}^{-1} \nabla \mathbf{F12} - \nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P})^T \mathbf{Sh2}^{-1} \nabla \mathbf{F13}
 \end{aligned}$$

Assim, o sistema linear dado em (5.25) pode ser reescrito em (5.36). Utilizando qualquer método de resolução de sistemas lineares, podem-se calcular as direções de busca de Newton $\Delta \mathbf{P}$, $\Delta \lambda_{\mathbf{D}}$ e $\Delta \lambda_{\mathbf{M}}$. Para a solução do Pré-Despacho proposto foi utilizado o pacote JAMA de resolução de sistemas lineares (JAMA, 2010).

$$\begin{bmatrix} \overline{W}(\mathbf{P}, \lambda_D, \lambda_M) & \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P})^T & \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P})^T \\ \nabla \mathbf{g1}(\mathbf{P}) & 0 & 0 \\ \nabla \mathbf{g2}(\mathbf{P}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \lambda_D \\ \Delta \lambda_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{F1}} \\ -\mathbf{g1}(\mathbf{P}) \\ -\mathbf{g2}(\mathbf{P}) \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

Depois de calculadas as direções de busca $\Delta \mathbf{P}$, $\Delta \lambda_D$ e $\Delta \lambda_M$, o restante das direções de buscas são atualizadas conforme (5.37).

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{s} &= \nabla \mathbf{h1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{st1} &= \nabla \mathbf{z1}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{st2} &= -\nabla \mathbf{z2}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{sh1} &= \nabla \mathbf{z3}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{sh2} &= -\nabla \mathbf{z4}(\mathbf{P}) \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \boldsymbol{\pi} &= \mathbf{S}^{-1}(-\nabla \mathbf{F9} - \boldsymbol{\Pi} \Delta \mathbf{s}) \\ \Delta \boldsymbol{\pi t1} &= \mathbf{St1}^{-1}(-\nabla \mathbf{F10} - \boldsymbol{\Pi t1} \Delta \mathbf{st1}) \\ \Delta \boldsymbol{\pi t2} &= \mathbf{St2}^{-1}(\nabla \mathbf{F11} - \boldsymbol{\Pi t2} \Delta \mathbf{st2}) \\ \Delta \boldsymbol{\pi h1} &= \mathbf{Sh1}^{-1}(-\nabla \mathbf{F12} - \boldsymbol{\Pi h1} \Delta \mathbf{sh1}) \\ \Delta \boldsymbol{\pi h2} &= \mathbf{Sh2}^{-1}(\nabla \mathbf{F13} - \boldsymbol{\Pi h2} \Delta \mathbf{sh2}) \end{aligned} \quad (5.37)$$

A partir das direções de busca obtidas da solução do sistema linear (5.36) e da expressão (5.37), a próxima etapa do MPI consiste em calcular o tamanho dos passos nos espaços primal e dual de modo que se caminhe sempre pelo interior do conjunto factível. Assim, os tamanhos dos passos podem ser dados como em (5.38) e (5.39).

$$\alpha_p = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{\Delta s_{k,t} \leq 0} \left\{ \frac{s_{k,t}}{|\Delta s_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{ger} \end{array}, \\ \text{Min}_{\Delta st1_{k,t} \leq 0} \left\{ \frac{st1_{k,t}}{|\Delta st1_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{pt} \end{array}, \\ \text{Min}_{\Delta st2_{k,t} \leq 0} \left\{ \frac{st2_{k,t}}{|\Delta st2_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{pt} \end{array}, \\ \text{Min}_{\Delta sh1_{k,t} \leq 0} \left\{ \frac{sh1_{k,t}}{|\Delta sh1_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{ph} \end{array}, \\ \text{Min}_{\Delta sh2_{k,t} \leq 0} \left\{ \frac{sh2_{k,t}}{|\Delta sh2_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{ph} \end{array}, \\ 1 \end{array} \right. \quad (5.38)$$

$$\alpha_d = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{\Delta \pi_{k,t} \geq 0} \left\{ \frac{-\pi_{k,t}}{|\Delta \pi_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{ger} \end{array}, \\ \text{Min}_{\Delta \pi t1_{k,t} \geq 0} \left\{ \frac{-\pi t1_{k,t}}{|\Delta \pi t1_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{pt} \end{array}, \\ \text{Min}_{\Delta \pi t2_{k,t} \geq 0} \left\{ \frac{\pi t2_{k,t}}{|\Delta \pi t2_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{pt} \end{array}, \\ \text{Min}_{\Delta \pi h1_{k,t} \geq 0} \left\{ \frac{-\pi h1_{k,t}}{|\Delta \pi h1_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{ph} \end{array}, \\ \text{Min}_{\Delta \pi h2_{k,t} \leq 0} \left\{ \frac{\pi h2_{k,t}}{|\Delta \pi h2_{k,t}|} \right\} \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ k \in \Omega_{ph} \end{array}, \\ 1 \end{array} \right. \quad (5.39)$$

Usando os passos (5.38) e (5.39), uma nova aproximação para a solução ótima pode ser dada conforme (5.40).

$$\begin{aligned}
 P &= P + \sigma \alpha_p \Delta P \\
 \lambda_D &= \lambda_D + \sigma \alpha_d \Delta \lambda_D \\
 \lambda_M &= \lambda_M + \sigma \alpha_d \Delta \lambda_M \\
 s &= s + \sigma \alpha_p \Delta s \\
 st1 &= st1 + \sigma \alpha_p \Delta st1 \\
 st2 &= st2 + \sigma \alpha_p \Delta st2 \\
 sh1 &= sh1 + \sigma \alpha_p \Delta sh1 \\
 sh2 &= sh2 + \sigma \alpha_p \Delta sh2 \\
 \pi &= \pi + \sigma \alpha_d \Delta \pi \\
 \pi t1 &= \pi t1 + \sigma \alpha_d \Delta \pi t1 \\
 \pi t2 &= \pi t2 + \sigma \alpha_d \Delta \pi t2 \\
 \pi h1 &= \pi h1 + \sigma \alpha_d \Delta \pi h1 \\
 \pi h2 &= \pi h2 + \sigma \alpha_d \Delta \pi h2
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

O valor de $\sigma = 0,9995$ adotado em (5.40) evita que as variáveis de otimização primais e duais estejam na fronteira do conjunto factível do problema original. A condição de parada do método ocorre quando a norma infinito dos gradientes da equação (5.19) atingir uma precisão ζ .

5.5 Plataforma de Simulação

A linguagem de programação utilizada para a implementação programação do modelo proposto foi o JAVA (JAVA, 2010) através da plataforma Eclipse (ECLIPSE, 2010). O JAVA permite utilizar o conceito de programação orientado a objeto que reflete em um ambiente organizado e permite, por meio dos objetos, acoplar os modelos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa em um único *software*. Os objetos do *software* modelam os elementos encontrados no sistema de potência, com cada um possuindo suas características e funções específicas para realizar cada uma das atividades que são designadas.

A seguir o modelo será validado em um sistema-teste contendo 7 usinas. Nas simulações serão verificadas as influências dos custos de partida e parada de máquinas, metas energéticas, contratos bilaterais, demanda e custo de oportunidade hidráulica.

Capítulo 6

RESULTADOS

6.1 Introdução

Os resultados apresentados nesse capítulo têm como objetivo análises e avaliações de alguns aspectos de modelagem que foram propostos no Capítulo 5. Dentre os aspectos de modelagem mais importantes serão analisados:

- A influência dos custos de partida/parada nos custos totais de geração.
- O impacto das metas energéticas em termos de suas influências no preço da energia, no despacho e nos índices econômicos (receitas e despesas).
- O impacto dos contratos bilaterais em termos de suas influências no preço da energia, no despacho e nos índices econômicos (receitas e despesas).
- O impacto das demandas em termos de suas influências no preço da energia, no despacho e nos índices econômicos (receitas e despesas).
- O impacto dos custos de oportunidade em termos de suas influências no preço da energia, no despacho e nos índices econômicos (receitas e despesas).

Os resultados apresentados foram obtidos através de simulações com o sistema-teste descrito a seguir.

6.2 Dados para as Simulações

O modelo proposto nesse trabalho é testado para um sistema-teste utilizando-se a metodologia de solução descrita no Capítulo 5. O sistema-teste utilizando possui 7 usinas, sendo 2 térmicas e 5 hidráulicas. Os dados das usinas térmicas foram obtidos com base nos dados usados por Galiana (GALIANA, *et al.*, 2002). Os dados das usinas hidráulicas foram obtidos a partir do trabalho de mestrado (COSTA, *et al.*, 2009) desenvolvido no grupo de pesquisa na UNESP, em Bauru.

Os dados das curvas de lances das usinas térmicas estão mostrados na Tabela 6-1 e os dados das curvas de perdas das máquinas hidráulicas estão mostrados na Tabela 6-2. As usinas hidráulicas adotadas para esse sistema são: Barra Bonita, Euclides da Cunha, Ibitinga, Promissão e Jurumirim. As tabelas com os dados das usinas ainda especificam as potências mínima e máxima de cada máquina e o número de máquinas que a usina possui. Cabe ressaltar que os parâmetros a_k, b_k, c_k das curvas de lances representam os custos efetivos de produção térmica. Cabe aos agentes térmicos submeter lances a'_k, b'_k, c'_k , os quais podem ser iguais aos valores a_k, b_k, c_k efetivos, ou não.

Tabela 6-1 - Dados das curvas de lances adotados para os agentes térmicos do sistema

Usina	a_k [\$/ MW^2]	b_k [\$/ MW]	c_k [\$]	Geração Mínima [MW]	Geração Máxima [MW]	Número Máquinas na usina
Térmica 1	0,8000	20	40	5,0	50,0	3
Térmica 2	0,0900	30	50	8,0	80,0	2

Tabela 6-2 - Dados das curvas de perdas hidráulicas adotadas para os agentes hidráulicos do sistema

Usina	α_k [1/MW]	β_k [adimensional]	γ_k [MW]	Geração Mínima [MW]	Geração Máxima [MW]	Número Máquinas na usina
Euclides da Cunha	0,009636	-0,32543	4,116315	3,0	27,2	4
Barra Bonita	0,003640	-0,12890	1,421907	3,0	35,0	4
Ibitinga	0,005487	-0,24378	3,90500	4,0	43,8	3
Promissão	0,000666	-0,04145	1,925494	9,5	88,0	3
Jurumirim	0,002354	-0,13734	2,764319	15,0	48,9	2

As demandas horárias utilizadas para o sistema-teste são mostradas na Tabela 6-3.

Tabela 6-3 - Dados das demandas horárias do sistema

Hora do dia	Demanda	Hora do dia	Demanda
1	320	13	860
2	300	14	1000
3	300	15	1030
4	320	16	1180
5	400	17	1200
6	580	18	1250
7	630	19	1400
8	680	20	1200
9	800	21	1000
10	840	22	850
11	860	23	600
12	840	24	450

O comportamento da demanda ao longo do dia pode ser visto graficamente na Figura 6-1. A estimativa da demanda foi feita com base na curva de demanda do sistema brasileiro, a qual foi adaptada para o sistema-teste.

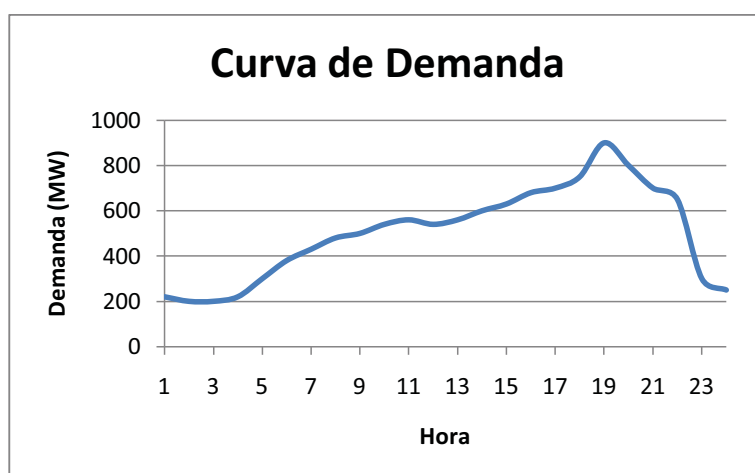


Figura 6-1 - Gráfico do comportamento da demanda ao longo do dia

No Brasil, o mercado de energia não é discretizado hora-a-hora, o que implica na falta de dados envolvendo os contratos bilaterais. Para que fosse possível a simulação do sistema estudado, estabeleceu-se uma heurística para a definição das curvas de contratos. Tal heurística ajusta uma curva que tenha um perfil semelhante à curva de demanda.

A matriz de contratos bilaterais é sintetizada na Tabela 6-4. Nessa tabela mostra-se a somatória de contratos estabelecidos entre cada usina com seus agentes compradores, para cada intervalo de tempo.

Tabela 6-4 - Matriz de contratos bilaterais sintetizada por usina

Usina tempo	Térmica 1 [MW]	Térmica 2 [MW]	Barra Bonita [MW]	Euclides da Cunha [MW]	Ibitinga [MW]	Promissão [MW]	Jurumirim [MW]
1	5,0000	6,0000	5,0000	7,0000	9,0000	15,0000	10,0000
2	5,0096	6,0115	5,0096	7,0134	9,0172	15,0287	10,0192
3	5,0733	6,0879	5,0733	7,1026	9,1319	15,2198	10,1466
4	5,2359	6,2832	5,2359	7,3304	9,4248	15,7079	10,4719
5	5,5325	6,6389	5,5325	7,7455	9,9584	16,5974	11,0649
6	5,9875	7,1850	5,9875	8,3825	10,7775	17,9625	11,9750
7	6,6157	7,9388	6,6157	9,2619	11,9082	19,8470	13,2313
8	7,4216	8,9059	7,4216	10,3902	13,3588	22,2647	14,8432
9	8,3997	10,0796	8,3997	11,7595	15,1194	25,1990	16,7994
10	9,5344	11,4413	9,5344	13,3481	17,1619	28,6031	19,0687
11	10,8000	12,9600	10,8000	15,1200	19,4400	32,4000	21,6000
12	12,1608	14,5929	12,1608	17,0251	21,8894	36,4823	24,3216
13	13,5709	16,2851	13,5709	18,9992	24,4276	40,7126	27,1417
14	14,9744	17,9693	14,9744	20,9641	26,9539	44,9231	29,9487
15	16,3053	19,5663	16,3053	22,8274	29,3495	48,9158	32,6106
16	17,4875	20,9850	17,4875	24,4825	31,4775	52,4625	34,9750
17	18,4349	22,1218	18,4349	25,8088	33,1828	55,3046	36,8697
18	19,0512	22,8614	19,0512	26,6716	34,2921	57,1535	38,1024
19	19,2301	23,0761	19,2301	26,9221	34,6141	57,6902	38,4602
20	18,8552	22,6262	18,8552	26,3972	33,9393	56,5655	37,7104
21	17,8000	21,3600	17,8000	24,9200	32,0400	53,4000	35,6000
22	15,9280	19,1136	15,9280	22,29917	28,6704	47,7839	31,8559
23	13,0925	15,7110	13,0925	18,3295	23,5665	39,2774	26,1850
24	9,1368	10,9641	9,1368	12,7915	16,4462	27,4103	18,2736

Os dados de metas energéticas para as usinas hidráulicas são mostrados na Tabela 6-5.

Tabela 6-5 - Dados de metas energéticas

Usina	Meta Energética [MW]
Euclides da Cunha	1200
Barra Bonita	1800
Ibitinga	1800
Promissão	4000
Jurumirim	1300

Segundo Nilson (NILSSON e SJELVGREN, 1997), os custos de partidas e paradas das máquinas são representadas por um custo fixo de 3,00\$/MW nominal da máquina. Nos resultados apresentados nesse capítulo foi adotada esta estimativa de custo de partida/parada de máquinas. A Tabela 6-6 abaixo mostra os custos para partir ou parar cada máquina em sua respectiva usina.

Tabela 6-6 - Custos de partidas e paradas de máquinas por usina

Usina	Custo de Partidas e Paradas [\\$]
Térmica 1	150,00
Térmica 2	240,00
Euclides da Cunha	81,60
Barra Bonita	105,00
Ibitinga	131,40
Promissão	264,00
Jurumirim	146,70

Os algoritmos genéticos necessitam de alguns parâmetros para iniciar seu processo. Precisa-se determinar quantos indivíduos serão criados, a quantidade de gerações e a taxa de mutação. Os parâmetros usados para realizar a simulação constam na Tabela 6-7.

Tabela 6-7 - Parâmetros do AG

Parâmetros do AG	
Quantidade de Indivíduos	30
Quantidade de Geração	200
Taxa de Mutação	5%

Como critério de parada para o Método de Pontos Interiores, o qual é utilizado para calcular o PD, foi adotada uma precisão de $\zeta = 10^{-7}$ na norma infinito do gradiente (5.20) para a convergência do método.

Para realizar as simulações utilizou-se um computador com processador Intel Core i5 de 2,8 Ghz, 4Gb de memória RAM e sistema operacional Windows Seven,

64 bits, com a plataforma Eclipse 64 bits. O tempo de processamento médio das simulações foi de 15 minutos quando são completadas as 200 gerações do AG.

6.3 Simulação do Caso Base

A simulação do caso base consiste na solução do modelo de *Unit Commitment* (UC) proposto, em que são considerados custos de partidas e paradas de máquinas. Como a solução da parte inteira do modelo de UC é resolvida por algoritmos genéticos (heurístico), os resultados obtidos a cada vez que o modelo é resolvido podem ser diferentes. Para obter as soluções para o caso base, o modelo foi resolvido várias vezes a fim de conseguir o melhor resultado entre as simulações, podendo assim encontrar o melhor indivíduo.

Com o melhor indivíduo analisam-se os despachos de geração, o número de partidas e paradas de máquinas, os custos de geração e as receitas e despesas das usinas. Na Figura 6-2 mostra-se o esquema de partidas e paradas das máquinas em cada usina do sistema em estudo.

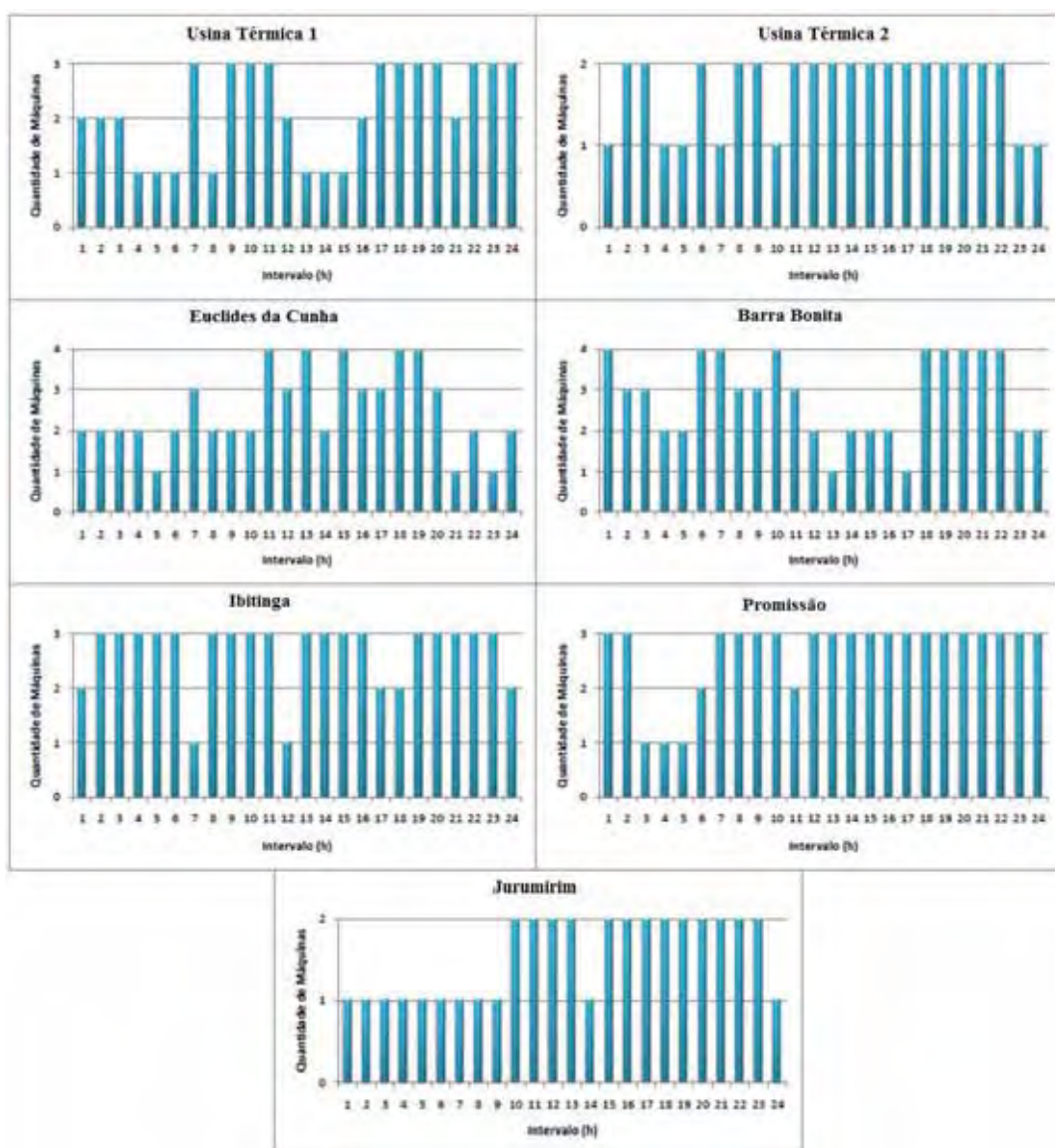


Figura 6-2 - Esquema de geração de cada usina com custos de partidas e paradas

Nesse esquema pode-se observar que o AG buscou minimizar as partidas e paradas, evitando ligar e desligar máquinas em intervalos de tempo muito próximos. Pode-se observar ainda que ao evitar ligar e desligar máquinas, a programação da usina busca manter o esquema de máquinas ligadas ou desligadas por maiores intervalos de tempo, evitando ligar ou desligar máquinas desnecessariamente. Como exemplo, a usina

de Jurumirim opera com uma máquina do intervalo 1 ao 9 e logo no intervalo 10 ela liga duas máquinas mantendo-as ligada até o intervalo 23, com exceção do intervalo 14 que é desligado uma máquina e logo no intervalo 15 volta a ser ligada.

Em alguns casos, nota-se que há máquinas sendo desligadas em um intervalo de tempo, voltando a ser ligada no próximo intervalo, como visto na Figura 6-2 nos intervalos de tempo 13, 14 e 15 da usina de Jurumirim. Isso pode ter ocorrido por alguns motivos, entre eles: o custo do sistema é minimizado quando se desliga essa máquina, o AG não encontrou um esquema no cruzamento que permitisse que essa máquina estivesse constantemente ligada ou desligada ou a infactibilização do problema violando algumas das restrições.

A Tabela 6-8 mostra os despachos feitos pelo PD para esse esquema de geração calculado pelo AG. Observa-se nessa tabela que: para cada intervalo de tempo, a soma da geração das usinas atendeu à restrição de demanda; os contratos pré-estabelecidos são atendidos; a geração elétrica somada às perdas hidráulicas cumpriu a meta energética para cada usina hidráulica.

Na hora 19 tem-se o pico de consumo de energia e, conseqüentemente todas as máquinas estão ligadas para atender a demanda solicitada pelo sistema. Nesse instante, as usinas de Barra Bonita, Promissão e Jurumirim estão em sua geração máxima, levando a concluir que suas gerações possuem um custo mais baixo. Em contrapartida, a usina térmica 1 está abaixo de sua geração máxima, gerando menos que um terço da sua capacidade nominal, provavelmente por ter um alto custo de produção.

Pelo despacho calculado, pode-se verificar ainda que, a usina Euclides da Cunha foi a que possuiu o pior rendimento, com uma perda hidráulica de 7,21%. Em função disso, percebe-se o reflexo dessas perdas no esquema que o AG calculou,

gerando menos energia com menos máquinas ligadas para essa usina em quase todos os intervalos de tempo.

Tabela 6-8 - Pré-Despacho de potências ativas

Hora do dia	Térmica 1 [MW]	Térmica 2 [MW]	Barra Bonita [MW]	Euclides da Cunha [MW]	Ibitinga [MW]	Promissão [MW]	Jurumirim [MW]	Demanda [MW]
1	16,06	15,83	29,56	66,72	41,64	31,65	18,53	220,00
2	14,37	16,64	27,39	41,38	56,72	28,50	15,00	200,00
3	15,00	22,25	28,21	44,66	58,89	15,22	15,77	200,00
4	8,89	23,48	31,69	39,00	68,07	25,97	22,89	220,00
5	11,04	42,55	18,32	52,11	81,12	61,82	33,04	300,00
6	9,80	63,02	33,84	89,36	73,73	82,98	27,28	380,00
7	31,27	37,09	52,91	96,97	25,84	155,70	30,23	430,00
8	10,69	78,95	35,88	75,12	79,10	168,79	31,46	480,00
9	32,03	78,68	35,85	74,99	79,01	168,06	31,39	500,00
10	32,80	41,63	36,42	103,01	80,52	180,49	65,13	540,00
11	33,84	89,42	74,36	80,27	82,52	131,33	68,25	560,00
12	23,16	94,76	56,75	55,23	28,08	211,10	70,92	540,00
13	13,47	91,10	74,77	27,03	83,06	201,46	69,10	560,00
14	14,83	109,34	39,57	59,80	88,78	248,67	39,01	600,00
15	16,11	99,18	76,73	56,63	85,63	222,63	73,10	630,00
16	25,06	111,63	59,75	60,50	89,49	254,46	79,11	680,00
17	42,15	138,69	64,32	34,26	64,98	264,00	91,60	700,00
18	37,81	112,95	79,97	121,81	59,93	257,78	79,74	750,00
19	45,62	159,23	90,14	140,00	103,21	264,00	97,80	900,00
20	39,92	125,44	62,12	129,32	93,63	264,00	85,58	800,00
21	25,04	111,50	19,91	120,93	89,45	254,13	79,05	700,00
22	34,93	95,87	37,97	111,17	84,58	214,01	71,47	650,00
23	26,79	23,81	15,89	39,24	68,31	79,82	46,14	300,00
24	26,06	21,66	31,19	37,68	44,50	67,04	21,87	250,00
Soma Geração			1113,49	1757,18	1710,80	3853,61	1263,48	
Perdas Hidráulicas			86,51	42,82	89,20	146,39	36,52	
Meta da Usina			1200,00	1800,00	1800,00	4000,00	1300,00	
Perdas Totais (%)			7,21%	2,38%	4,96%	3,66%	2,81%	

Analisando o problema economicamente tem-se o multiplicador de Lagrange associado à demanda como um subproduto do PD. É por meio dos multiplicadores de Lagrange que se tem a formação dos preços *spot*. Com os preços *spot* é possível calcular as receitas das usinas no mercado *pool*.

Na Tabela 6-9 têm-se os preços *spot* para cada intervalo de tempo. Nessa tabela, nota-se que nos horários em que o sistema está trabalhando com folga, gerando

na carga leve, os preços da energia possuem valores bem menores do que no horário de ponta. Isso se dá devido à grande disponibilidade de energia nos horários de carga leve, diferentemente do horário de pico em que a complementação da geração é feita pelas usinas térmicas que possuem um alto custo de geração.

Tabela 6-9 - Preço *spot* da energia

Hora do dia	Preço	Hora do dia	Preço
1	32,85	13	38,20
2	31,50	14	39,84
3	32,00	15	38,93
4	34,23	16	40,05
5	37,66	17	42,48
6	35,67	18	40,17
7	36,68	19	44,33
8	37,11	20	41,29
9	37,08	21	40,03
10	37,49	22	38,63
11	38,05	23	34,29
12	38,53	24	33,90

Com os dados de saída do PD, ou seja, os preços *spot* da energia, as potências despachadas para atender os mercados *pool* e bilateral e ainda fazendo uma estimativa de preço dos contratos bilaterais como sendo 80% do preço *spot*, pode-se fazer uma análise econômica da programação calculada pelo UC.

A Tabela 6-10 mostra os custos de geração térmica e os custos de oportunidade hidráulica para cada intervalo de tempo. Nesta tabela, pode-se ainda observar: o custo de geração térmica por usina; o custo total de geração térmica para o sistema; o custo de oportunidade hidráulica por usina; o custo total de oportunidade para o sistema; o custo total de partidas e paradas por usina; o custo total de partidas e paradas para o sistema; o custo efetivo diário por usina; e o custo efetivo total para o sistema em um dia.

Tabela 6-10 - Custos de geração horário e por usina

Hora do dia	Térmica 1 [\\$]	Térmica 2 [\\$]	Barra Bonita [\\$]	Euclides da Cunha [\\$]	Ibitinga [\\$]	Promissão [\\$]	Jurumirim [\\$]	Custo Total [\\$]
1	504,43	547,48	92,73	37,39	79,36	153,96	33,75	1449,11
2	450,06	611,63	92,41	31,79	118,81	150,42	38,86	1493,97
3	470,10	789,77	92,37	29,73	118,47	46,37	37,89	1584,70
4	281,09	804,15	94,41	20,02	123,07	44,44	29,23	1396,40
5	358,19	1489,49	52,29	40,25	149,71	71,86	29,99	2191,79
6	312,66	2169,49	97,65	51,21	131,40	96,47	27,45	2886,34
7	1006,05	1286,43	151,19	64,00	46,55	172,54	28,01	2754,78
8	345,25	2748,92	102,37	56,05	143,81	189,43	28,70	3611,52
9	1034,06	2738,89	102,27	52,75	143,57	188,39	28,65	4288,59
10	1062,88	1454,83	103,90	77,44	147,88	207,23	59,11	3113,26
11	1102,16	3142,45	212,56	66,08	154,21	157,93	62,31	4897,71
12	757,78	3346,97	162,79	49,17	53,40	266,60	65,82	4702,54
13	454,44	3206,64	213,94	22,81	156,05	245,86	63,35	4363,09
14	512,61	3918,15	115,50	65,49	178,83	366,41	39,40	5196,39
15	569,97	3517,99	221,02	53,76	165,48	293,95	69,22	4891,39
16	832,34	4009,72	175,06	68,37	182,06	384,59	81,30	5733,44
17	1436,90	5126,10	199,89	54,30	150,97	437,83	119,97	7525,96
18	1257,46	4062,74	234,84	140,14	122,64	395,38	82,79	6295,99
19	1587,41	6017,97	297,20	242,83	267,65	456,88	148,71	9018,66
20	1343,26	4571,17	186,95	174,93	203,30	425,54	98,91	7004,05
21	831,75	4004,43	58,32	136,41	181,87	383,52	81,15	5677,45
22	1143,90	3389,81	109,01	100,59	161,49	273,24	66,63	5244,68
23	847,04	815,31	47,25	20,16	123,32	133,11	58,20	2044,40
24	822,30	742,00	93,88	19,35	81,17	135,44	30,06	1924,20
Custo Total Geração	19324,12	64512,53	-----	-----	-----	-----	-----	83836,65
Custo de Oportunidade	-----	-----	3309,81	1672,04	3385,08	5677,79	1409,46	15454,18
CP/P	2250,00	2160,00	1795,20	2100,00	1839,60	2376,00	733,50	13254,30
Custo Efetivo	21574,12	66672,53	1795,20	2100,00	1839,60	2376,00	733,50	97090,95

O cálculo das receitas é feito conforme descrito na seção 4.1.3. As receitas horárias por usina são dadas na Tabela 6-11.

Tabela 6-11 - Receitas horárias e por usinas

Hora do dia	Térmica 1 [\\$]	Térmica 2 [\\$]	Barra Bonita [\\$]	Euclides da Cunha [\\$]	Ibitinga [\\$]	Promissão [\\$]	Jurumirim [\\$]	Receita Total [\\$]
1	483,38	509,42	938,24	2145,73	1308,73	941,17	543,15	6869,82
2	415,16	518,34	831,05	1259,29	1729,71	803,01	409,35	5965,90
3	439,84	703,19	870,29	1383,72	1826,21	389,65	439,70	6052,61
4	273,72	784,33	1048,86	1284,77	2265,49	781,20	711,78	7150,15
5	366,92	1559,54	648,42	1904,04	2980,04	2203,08	1160,81	10822,86
6	312,93	2212,15	1164,34	3127,89	2553,12	2831,89	887,76	13090,07
7	1059,83	1318,61	1892,21	3488,56	860,37	5564,84	1011,64	15196,05
8	357,79	2873,33	1276,36	2710,37	2836,16	6098,23	1057,48	17209,72
9	1081,91	2855,35	1267,08	2693,52	2818,03	6045,30	1039,83	17801,02
10	1111,70	1498,76	1294,24	3762,33	2890,73	6553,36	2299,62	19410,72
11	1155,15	3313,43	2747,51	2939,58	2992,55	4751,50	2433,28	20333,00
12	785,27	3546,29	2093,26	1997,53	914,12	7854,11	2546,10	19736,68
13	559,53	3371,14	2753,44	888,43	2987,79	7387,18	2433,69	20381,20
14	648,59	4209,50	1458,12	2216,98	3324,49	9552,63	1317,82	22728,12
15	737,68	3721,68	2861,22	2028,82	3107,38	8289,62	2594,44	23340,84
16	895,64	4301,20	2254,70	2229,70	3335,15	9776,15	2892,59	25684,75
17	1558,53	5662,91	2578,48	1240,03	2483,69	10753,65	3583,64	27860,91
18	1328,12	4354,56	3062,43	4683,20	2137,52	9904,95	2903,57	28374,35
19	1753,89	6782,62	3829,96	5974,15	4276,91	11205,85	4003,88	37827,27
20	1437,36	4975,56	2414,41	5129,01	3595,23	10449,42	3233,05	31234,04
21	893,23	4296,62	660,92	4650,67	3335,93	9765,57	2892,59	26495,52
22	1189,93	3577,56	1351,02	4132,48	3059,40	7920,37	2529,62	23760,39
23	823,86	791,86	463,06	1230,85	2194,88	2491,60	1418,58	9414,68
24	807,79	713,54	1004,88	1203,80	1414,22	2115,17	636,35	7895,75
Receita Total	20477,74	68451,48	40764,49	64305,45	61227,85	144429,46	44979,94	444636,41

Na Tabela 6-12 têm-se as receitas líquidas horárias, por usina e para o sistema em um dia. Com essa tabela pode-se analisar quais usinas estão tendo receitas positivas e negativas em suas gerações.

Tabela 6-12 - Receitas líquidas horárias e por usina

Hora do dia	Térmica 1 [\\$]	Térmica 2 [\\$]	Barra Bonita [\\$]	Euclides da Cunha [\\$]	Ibitinga [\\$]	Promissão [\\$]	Jurumirim [\\$]	Receita Líq. Total [\\$]
1	-21,05	-38,06	938,24	2145,73	1308,73	941,17	543,15	5817,91
2	-34,90	-93,29	831,05	1259,29	1729,71	803,01	409,35	4904,22
3	-30,26	-86,58	870,29	1383,72	1826,21	389,65	439,70	4792,73
4	-7,38	-19,82	1048,86	1284,77	2265,49	781,20	711,78	6064,90
5	8,73	70,05	648,42	1904,04	2980,04	2203,08	1160,81	8975,17
6	0,27	42,65	1164,34	3127,89	2553,12	2831,89	887,76	10607,92
7	53,79	32,17	1892,21	3488,56	860,37	5564,84	1011,64	12903,58
8	12,53	124,41	1276,36	2710,37	2836,16	6098,23	1057,48	14115,54
9	47,85	116,46	1267,08	2693,52	2818,03	6045,30	1039,83	14028,07
10	48,82	43,93	1294,24	3762,33	2890,73	6553,36	2299,62	16893,03
11	52,99	170,98	2747,51	2939,58	2992,55	4751,50	2433,28	16088,39
12	27,49	199,32	2093,26	1997,53	914,12	7854,11	2546,10	15631,93
13	105,09	164,50	2753,44	888,43	2987,79	7387,18	2433,69	16720,12
14	135,98	291,35	1458,12	2216,98	3324,49	9552,63	1317,82	18297,37
15	167,71	203,69	2861,22	2028,82	3107,38	8289,62	2594,44	19252,88
16	63,30	291,48	2254,70	2229,70	3335,15	9776,15	2892,59	20843,07
17	121,62	536,80	2578,48	1240,03	2483,69	10753,65	3583,64	21297,91
18	70,66	291,82	3062,43	4683,20	2137,52	9904,95	2903,57	23054,15
19	166,49	764,65	3829,96	5974,15	4276,91	11205,85	4003,88	30221,89
20	94,10	404,39	2414,41	5129,01	3595,23	10449,42	3233,05	25319,61
21	61,48	292,19	660,92	4650,67	3335,93	9765,57	2892,59	21659,35
22	46,02	187,76	1351,02	4132,48	3059,40	7920,37	2529,62	19226,67
23	-23,18	-23,45	463,06	1230,85	2194,88	2491,60	1418,58	7752,34
24	-14,51	-28,46	1004,88	1203,80	1414,22	2115,17	636,35	6331,45
Receita	1153,62	3938,95	40764,49	64305,45	61227,85	144429,46	44979,94	360799,76
CP/P	2250,00	2160,00	1795,20	2100,00	1839,60	2376,00	733,50	13254,30
Receita Líq. Total	-1096,38	1778,95	38969,29	62205,45	59388,25	142053,46	44246,44	347545,46

Nota-se que em alguns intervalos de tempo as usinas térmicas têm receitas negativas. Esses prejuízos são vistos principalmente em instantes que as usinas térmicas geram pouca energia. Observa-se ainda, que a usina térmica 1 possui uma receita negativa quando os custos de partida e parada são contabilizados, o que leva a concluir que essa usina tem um custo alto de geração. Com isso, o UC buscou uma política de geração para minimizar o despacho dessa usina, conforme visto no esquema de geração da Figura 6-2.

No Brasil, as usinas térmicas são despachadas para complementar o déficit energético das usinas hidráulicas, além de contribuir para não sobrecarregar a transmissão. Essas usinas, em sua maioria, declaram inflexibilidade e geram energia em sua potência nominal, não havendo um despacho efetivo de geração. Para as usinas térmicas, o despacho é feito por ordem de mérito para manter o preço da energia a valores mais baixos.

A Tabela 6-13 é um resumo das receitas e despesas das usinas do sistema em um dia de operação. Essa tabela permite visualizar quais usinas tiveram lucro ou prejuízo em um dia de operação.

Tabela 6-13 - Receitas e despesas das usinas

	Térmica 1 [\$]	Térmica 2 [\$]	Barra Bonita [\$]	Euclides da Cunha [\$]	Ibitinga [\$]	Promissão [\$]	Jurumirim [\$]	Total [\$]
Custos	21574,12	66672,53	1795,20	2100,00	1839,60	2376,00	733,50	97090,95
Receitas	20477,74	68451,48	40764,49	64305,45	61227,85	144429,46	44979,94	444636,41
Receita Líq.	-1096,38	1778,95	38969,29	62205,45	59388,25	142053,46	44246,44	347545,46

6.4 Influência dos Custos de Partida e Parada de Máquinas

Essa simulação consiste na solução do *Unit Commitment* (UC) sem considerar os custos de partidas e paradas de máquinas na função objetivo do modelo proposto. É importante destacar que mesmo não sendo otimizados, os custos de partida/parada não deixam de existir. Ou seja, esses custos existem, porém só não estão sendo minimizados no caso estudado nessa seção. Após a otimização em que os custos de partida/parada são desprezados, tais custos são computados e posteriormente inseridos nos custos totais das usinas para verificar suas influências nas receitas e despesas.

A Figura 6-3 mostra o esquema de geração do sistema para um dia de operação. Esse esquema foi obtido do melhor indivíduo dentre várias simulações do AG e percebe-se um aumento no número de partida e parada de máquinas ao se comparar com o caso base. Esse aumento nas partidas e paradas se deve ao fato de que as partidas

e paradas não foram minimizadas, por isso aparecem em maior número nesse estudo de caso. Como os custos de partir e parar não deixam de existir (só não são otimizados), a análise econômica que é feita em seguida leva em consideração tais custos para o cálculo das receitas e despesas das usinas. Este estudo de caso mostra a importância de incluir os custos de partida e parada no despacho diário. Se tais custos não forem considerados, o número de partidas e paradas pode aumentar significativamente, como nesse exemplo, o que pode aumentar os custos com manutenção e perda de vida útil das máquinas.

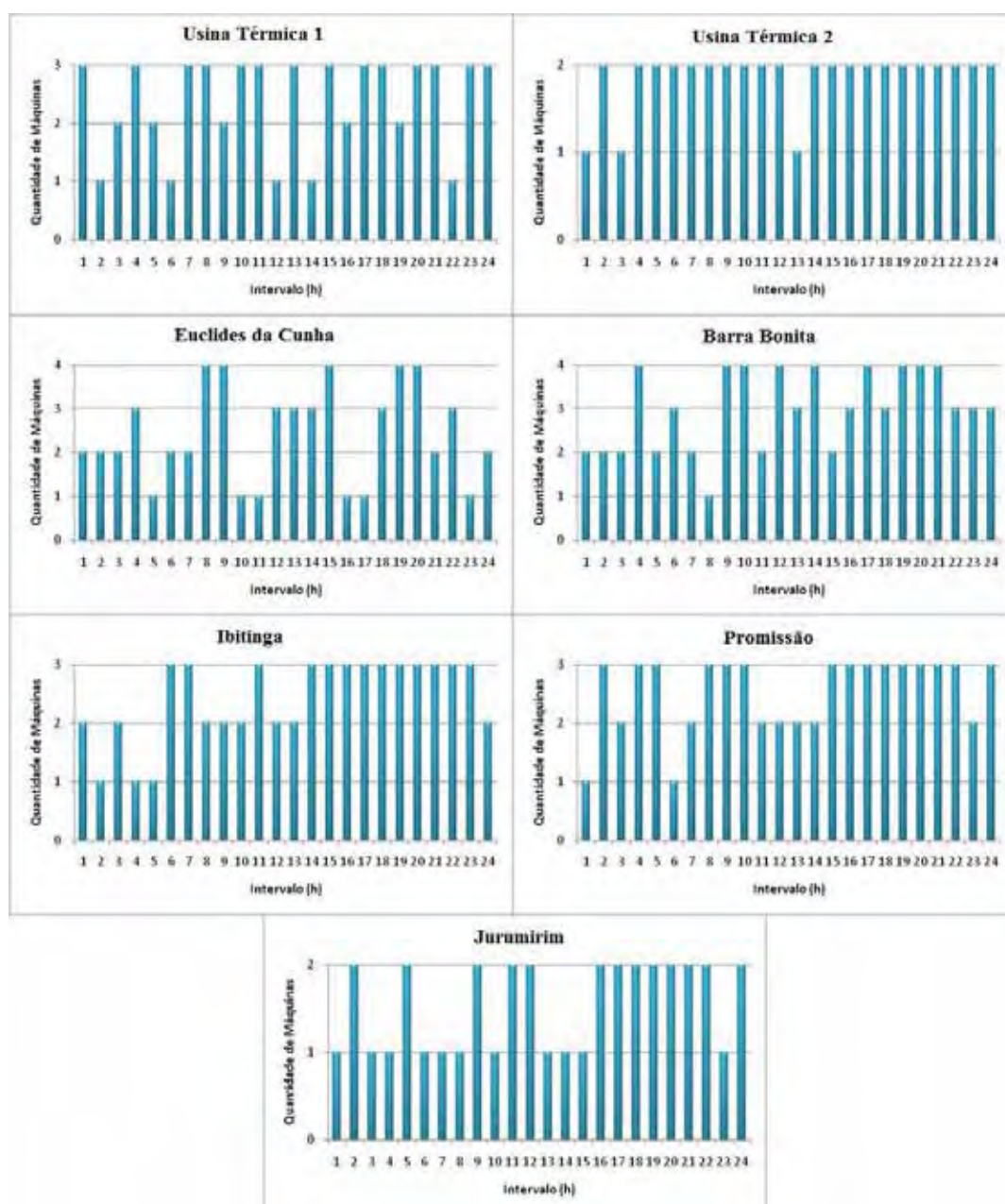


Figura 6-3 - Esquema de geração de cada usina sem custos de partidas e paradas

Uma das conseqüências de não se considerar as partidas e paradas de máquinas são os aumentos dessas partidas e paradas, como visto na Tabela 6-14. Embora houvesse uma diminuição na usina térmica 2 e na usina de Ibitinga, a soma das

partidas e paradas no sistema aumentou 30,85%. Isso provavelmente aconteceu porque o AG pode partir ou parar máquinas sem se preocupar o quanto isso custaria para o sistema. Nessa situação, a tendência é ficar ligando e desligando máquinas buscando custos mais baixos de geração para o acompanhamento da variação da demanda. Conforme mostrado a seguir, esse esquema de ligar e desligar sem se preocupar com os custos de partir e parar as máquinas pode custar muito caro ao sistema, tornando o custo de produção muito maior, e elevando o preço final para o consumidor.

Tabela 6-14 - Comparação do número de partidas e parada

	Térmica 1	Térmica 2	Barra Bonita	Euclides da Cunha	Ibitinga	Promissão	Jurumirim	Total
Caso Base	15	9	22	20	14	9	5	94
Caso 6.4	29	6	26	25	12	13	12	123
Aumento PP	93,33%	-33,33%	18,18%	25,00%	-14,29%	44,44%	140%	30,85%

A Tabela 6-15 mostra os custos de partida e parada para o caso base e para a simulação em que não são considerados esses custos. Pode-se observar que houve um aumento de 30,57% nos custos de partida e parada quando esses não são considerados no modelo.

Tabela 6-15 - Comparação do custo de partidas e paradas

	Térmica 1 [\$]	Térmica 2 [\$]	Barra Bonita [\$]	Euclides da Cunha [\$]	Ibitinga [\$]	Promissão [\$]	Jurumirim [\$]	Total [\$]
Caso Base	2250,00	2160,00	1795,20	2100,00	1839,60	2376,00	733,50	13254,30
Caso 6.4	4350,00	1440,00	2121,60	2625,00	1576,80	3432,00	1760,40	17305,80
Aumento Custos	93,33%	-33,33%	18,18%	25,00%	-14,29%	44,44%	140%	30,57%

O custo total do sistema é mostrado a seguir na Tabela 6-16, com o objetivo de comparação com o custo total calculado no caso base. Nota-se nessa tabela o aumento de 3,66% no custo do sistema quando os custos de partir e parar máquinas não são considerados no modelo. A influência dos custos de partida e parada nas usinas é mais explícita na usina de Jurumirim com um aumento de 140% em suas partidas e paradas, refletindo em um mesmo aumento no custo total dessa usina. Já na usina

térmica 2, que teve uma diminuição de 33,33% em suas partidas e paradas, seus custos caíram 3,06%.

Tabela 6-16 - Custos total de geração com e sem partidas e paradas

	Térmica 1 [\$]	Térmica 2 [\$]	Barra Bonita [\$]	Euclides da Cunha [\$]	Ibitinga [\$]	Promissão [\$]	Jurumirim [\$]	Custo Total [\$]
Custos Caso Base	21574,12	66672,53	1795,20	2100,00	1839,60	2376,00	733,50	97090,95
Custos Caso 6.4	24489,90	64635,05	2121,60	2625,00	1576,80	3432,00	1760,40	100639,85
Aumento Custo	13,52%	-3,06%	18,18%	25,00%	-14,29%	44,44%	140,00%	3,66%

A Tabela 6-17 nos mostra o novo preço *spot* da energia. Comparada com o caso base, percebe-se que o preço da energia teve uma redução perceptível em torno do horário de ponta. Já nos demais horários, os preços aumentaram consideravelmente quando os custos de PP foram desprezados. Se tomarmos um preço médio durante o dia, verifica-se que praticamente não houve alteração da média de preços ao consumidor. Para o caso base foi verificado uma média de \$37,54 enquanto para o caso em que os CP/P não são otimizados o preço obtido foi de \$37,06. Essa queda na média do preço no caso em que não otimiza-se os CP/P é devido a liberdade em ligar e desligar máquinas sem contabilizar esses custos na função objetivo do problema. Entretanto, ao analisar o custo total, nota-se uma redução considerável com a minimização das partidas e paradas de máquinas. Assim, tanto do ponto de vista do custo total de geração quanto do ponto de vista do preço final ao consumidor, é importante que os custos de partir e parar as máquinas sejam considerados.

Tabela 6-17 - Preço *spot* da energia sem custos de partidas e paradas

Hora do Dia	Preço Caso Base [\$]	Preço Caso 6.4 [\$]	Hora do Dia	Preço Caso Base [\$]	Preço Caso 6.4 [\$]
1	32,85	33,69	13	38,20	41,72
2	31,50	32,22	14	39,84	39,16
3	32,00	32,62	15	38,93	38,32
4	34,23	31,89	16	40,05	39,60
5	37,66	34,04	17	42,48	38,98
6	35,67	36,82	18	40,17	40,17
7	36,68	36,53	19	44,33	44,71
8	37,11	36,55	20	41,29	40,14
9	37,08	35,40	21	40,03	38,64
10	37,49	37,37	22	38,63	38,23
11	38,05	39,03	23	34,29	33,72
12	38,53	37,75	24	33,90	32,18

Na Tabela 6-18 tem-se o comparativo entre o caso base e o caso em que os custos de partidas e paradas não são minimizados. Nota-se que quando os custos de partida e parada são otimizados no modelo proposto, o custo total do sistema diminui 3,66% e o número dessas partidas e paradas caem 30,85%, o que significa uma economia de 30,57% nos custos das partidas e paradas. Já o custo de geração subiu 0,50% , o qual foi compensado pela redução das quantidades de partidas e paradas.

Tabela 6-18 - Comparativo entre caso base e caso sem custos de partida e parada

Economia com os Custos de PP	
Custo Total	3,66%
Custo de Geração	-0,50%
Custo de PP	30,57%
Números de PP	30,85%

6.5 Influência dos Contratos Bilaterais

Nesse caso, o modelo de *Unit Commitment* foi simulado em um ambiente de mercado onde todas as gerações foram vendidas no mercado *pool*, ou seja, com todos os contratos bilaterais nulos. A fim de poder comparar com o caso base, nesse caso os custos de partidas e paradas foram reintroduzidos na função objetivos do modelo de UC

proposto. A análise feita nesta seção tem por objetivo verificar a influência dos contratos bilaterais nas decisões de geração e nas receitas e despesas dos agentes.

A Tabela 6-19 mostra a influência dos contratos bilaterais nas partidas e paradas de máquinas. Nessa tabela pode-se observar que em algumas usinas houve um aumento em suas partidas e paradas e, em outras, houve uma diminuição. No geral, houve um aumento de 13,83% nas partidas e paradas em comparação com o caso base. O UC resolvido pelos algoritmos genéticos (método heurístico), busca minimizar o custo total do sistema indiferentemente da programação de geração calculada. Durante o processo de otimização, podem ser encontradas várias programações que possuem custos muito próximos, com um número maior de partidas e paradas de máquinas e custo de geração das usinas menor.

Tabela 6-19 - Comparação do número de partidas e parada

	Térmica 1	Térmica 2	Barra Bonita	Euclides da Cunha	Ibitinga	Promissão	Jurumirim	Total
Caso Base	15	9	22	20	14	9	5	94
Caso 6.5	19	4	29	18	14	13	10	107
Aumento PP	26,67%	-55,56%	31,82%	-10,00%	0,00%	44,44%	100%	13,83%

A Tabela 6-20 nos mostra o novo preço *spot* da energia. Nota-se que houve algumas variações nos preços da energia, tanto para mais como para menos, ao comparar com o caso base. Se tomarmos um preço médio diário para os dois casos, verifica-se que as médias praticamente não sofreram alterações. A média dos preços para o caso base é \$37,54 contra \$37,82 para quando os contratos bilaterais são anulados. Era esperada que houvesse uma diminuição na média dos preços, pois para contratos bilaterais com valores nulos seria o mesmo que não inserir tal restrição no modelo, ampliando o espaço de otimização. Entretanto, a restrição de contratos bilaterais não estava ativa em nenhum dos dois casos analisados, o que também não restringiu o espaço de busca. Caso em algum dos casos a restrição de contratos bilaterais estivesse ativa, a tendência era que o preço da energia subisse.

Tabela 6-20 - Preço *spot* da energia sem contratos bilaterais

Hora do Dia	Preço Caso Base [\$]	Preço Caso 6.5 [\$]	Hora do dia	Preço Caso Base [\$]	Preço Caso 6.5 [\$]
1	32,85	34,45	13	38,20	37,77
2	31,50	33,12	14	39,84	39,24
3	32,00	32,96	15	38,93	39,59
4	34,23	32,81	16	40,05	40,46
5	37,66	36,62	17	42,48	43,83
6	35,67	35,71	18	40,17	39,14
7	36,68	36,07	19	44,33	43,49
8	37,11	36,21	20	41,29	41,37
9	37,08	37,69	21	40,03	40,51
10	37,49	39,21	22	38,63	38,58
11	38,05	38,72	23	34,29	33,80
12	38,53	42,31	24	33,90	33,99

A Tabela 6-21 destaca a comparação do custo do sistema, da receita total e da receita líquida entre o caso base e o caso sem contratos.

Tabela 6-21 - Análise econômica com os contratos bilaterais nulos

	Custo [\$]	Receita Total [\$]	Receita Líquida [\$]
Caso Base	97090,95	444636,43	347545,48
Caso s/ Contratos	96679,01	471512,56	374833,55
Diferença	-0,42%	6,04%	7,85%

No caso atual, em que os contratos bilaterais foram anulados, o custo de produção foi ligeiramente reduzido (0.42%). Esse era um resultado esperado já que, nesse caso, há um maior espaço para a otimização do *pool*, com uma conseqüente redução dos custos. As receitas totais e líquidas dos agentes geradores aumentaram consideravelmente com a redução dos contratos bilaterais a zero. Isso se deve ao fato de que os preços praticados no mercado bilateral são em geral bem menores que os preços *spot* praticados no *pool*. Assim, o cálculo das receitas aumenta, aumentando por conseqüência a receita líquida.

Por essa análise das receitas líquidas pode parecer, *a priori*, que os mercados bilaterais não são atrativos para os agentes geradores, já que seus lucros

aumentaram vendendo energia ao mercado *pool*. Entretanto, há outros aspectos econômicos que não são avaliados aqui, tais como, por exemplo, a liquidez. Apesar de os preços de longo prazo praticados nos mercados bilaterais serem menores que os preços *spot* do *pool*, as vendas a longo prazo fazem com que as usinas tenham maior capital de giro (e maior liquidez), o qual pode ser reinvestido na empresa, ou pode ainda ser utilizado em outras formas de aplicação econômica. Assim, a análise de portfólio de mercado, de modo a estabelecer quanto cada agente deve vender nos mercados *pool* e bilateral é mais complexa, e deve envolver outros aspectos econômicos não tratados nesse trabalho. Na prática, os agentes geradores têm investido boa parcela de sua geração nos mercados bilaterais.

6.6 Influência da Meta Energética

Nesse caso é feita a análise da sensibilidade dos preços e do despacho quando se altera a meta energética da usina, ou seja, a resposta do sistema em períodos de cheia ou períodos de seca. Para isso, a meta energética da usina de Jurumirim foi alterada, aumentando-a em 500MW, simulando uma situação em que há mais disponibilidade de água (período de cheia). A Tabela 6-22 destaca a alteração da meta da usina de Jurumirim.

Tabela 6-22 - Metas energéticas

Usina	Meta Caso Base [MW]	Meta Caso Atual [MW]
Euclides da Cunha	1200	1200
Barra Bonita	1800	1800
Ibitinga	1800	1800
Promissão	4000	4000
Jurumirim	1300	1800

Com uma maior disponibilidade de geração na usina de Jurumirim a um custo mais baixo, a simulação do UC aumentou o despacho de geração nesta usina hidráulica e reduziu a geração das usinas térmicas. Esse novo cenário energético fez reduzir 17,93% no custo do sistema.

Na Tabela 6-23 tem-se a comparação entre os custos e as receitas para o caso base e o caso com meta folgada. Observa-se na tabela que houve uma redução dos custos proporcionada pela diminuição da geração térmica que é mais cara. Nota-se ainda que, as receitas também sofreram uma queda, porém em menor escala, já que os preços da energia também sofreram uma redução.

Tabela 6-23 - Análise econômica folgando a meta energética

	Custo [\$]	Receita Total [\$]	Receita Líquida [\$]
Caso Base	97090,95	444636,43	347545,48
Caso 6.6	79680,44	424828,58	345148,14
Diferença	-17,93%	-4,45%	-0,69

Na Tabela 6-24, mostra-se o comparativo dos preços calculados no caso base com os preços do caso atual, com a meta folgada. Percebe que os preços da energia caíram em praticamente todos os intervalos de tempo, justamente por causa de uma maior geração na usina hidráulica com a meta relaxada, a um custo mais baixo.

Tabela 6-24 - Comparação do preço *spot* entre o caso base e o caso meta folgada

Hora do Dia	Preço Caso Base [\$]	Preço Caso 6.6 [\$]	Hora do dia	Preço Caso Base [\$]	Preço Caso 6.6 [\$]
1	32,85	32,24	13	38,20	36,61
2	31,50	31,25	14	39,84	36,89
3	32,00	29,53	15	38,93	36,59
4	34,23	30,85	16	40,05	37,26
5	37,66	35,90	17	42,48	36,67
6	35,67	35,02	18	40,17	40,19
7	36,68	37,18	19	44,33	44,16
8	37,11	34,71	20	41,29	39,42
9	37,08	34,68	21	40,03	38,51
10	37,49	35,13	22	38,63	38,82
11	38,05	35,85	23	34,29	32,08
12	38,53	35,35	24	33,90	31,77

A Tabela 6-25 mostra que com o aumento na meta energética a geração total das usinas térmicas foi reduzida em 19,9%. Isso é explicado pelo aumento na geração das usinas hidráulicas, que são mais baratas.

Em modelos de programação da geração de sistemas com características fortemente hidráulicas, espera-se que haja uma forte correlação entre a disponibilidade de água (energia) atual e os preços de energia do mercado *spot*. A correlação entre a disponibilidade de energia durante o dia (representada no modelo de UC proposto pela meta energética) e o preço de energia, verificada nesse estudo de caso, é uma das boas características do modelo de UC proposto. No modelo atualmente estabelecido no Brasil, percebe-se que essa correlação não representa a realidade. Um exemplo claro dessa falta de correlação é que os preços de energia publicados no mercado *pool* brasileiro às véspera do desabastecimento de energia era baixo, conforme pode ser visto na CCEE (CCEE, 2009). Um modelo que realmente representasse a situação hidrológica da época deveria apresentar preços *spot* muito altos às véspera de um desabastecimento.

Tabela 6-25 - Geração térmica com meta folgada

	Geração Usina Térmica 1 [MW]	Geração Usina Térmica 2 [MW]	Geração Total [MW]
Caso Base	586,74	1804,71	2391,45
Caso 6.6	481,68	1434,72	1916,40

6.7 Influência das Demandas

Nesse caso será verificada a influência da demanda nos preços e nos demais índices econômicos para os agentes do sistema. Para realizar esse estudo, retirou-se 25MW na demanda de cada hora do dia, o que representa 5,5% da carga total do sistema estudado. As demandas estabelecidas para esse estudo de caso, em cada hora do dia, são mostradas na Tabela 6-26.

Tabela 6-26 - Dados da demandas horárias do caso base e com demanda folgada

Hora do Dia	Demanda Caso Base [MW]	Demanda Caso 6.7 [MW]	Hora do dia	Demanda Caso Base [MW]	Demanda Caso 6.7 [MW]
1	220	195	13	560	535
2	200	175	14	600	575
3	200	175	15	630	605
4	220	195	16	680	655
5	300	275	17	700	675
6	380	355	18	750	725
7	430	405	19	900	875
8	480	455	20	800	775
9	500	475	21	700	675
10	540	515	22	650	625
11	560	535	23	300	275
12	540	515	24	250	225

Simulando novamente várias vezes o AG para o caso com a demanda folgada, e buscando o melhor indivíduo, pode-se notar que, em sua maioria, os preços *spot* da energia caíram, conforme mostrado na Tabela 6-27.

Tabela 6-27 - Preço *spot* da energia para o caso base e com demanda reduzida

Hora do Dia	Preço Caso Base [S]	Preço Caso 6.7 [S]	Hora do dia	Preço Caso Base [S]	Preço Caso 6.7 [S]
1	32,85	31,62	13	38,20	35,45
2	31,50	29,27	14	39,84	35,73
3	32,00	31,30	15	38,93	39,25
4	34,23	29,78	16	40,05	38,31
5	37,66	33,79	17	42,48	38,96
6	35,67	36,07	18	40,17	37,28
7	36,68	34,34	19	44,33	43,74
8	37,11	36,24	20	41,29	39,17
9	37,08	38,81	21	40,03	39,09
10	37,49	36,95	22	38,63	39,55
11	38,05	33,90	23	34,29	33,55
12	38,53	34,35	24	33,90	30,72

Cabe ressaltar que houve queda no preço da energia no horário de ponta (hora 19), que foi de 44,33\$/MW para 43,74\$/MW. Nesse horário, as gerações hidráulicas para o caso base tendem a seu limite máximo, quando já não o atingiram. Desse modo, a complementação da energia é feita por meio das usinas térmicas que

possuem um maior custo. Quando se reduz a demanda do sistema, a necessidade da complementação das térmicas é menor, resultando em um custo mais baixo para o sistema e conseqüentemente a uma queda nos preços *spot* da energia.

Embora se perceba aumentos nos preços da energia em determinados intervalos, a média dos preços da energia em um dia teve uma redução de R\$37,54 (caso base) para R\$35,72 (caso com redução na demanda). A redução da geração térmica foi de 24,68% e pode ser vista na Tabela 6-28.

Tabela 6-28 - Gerações térmicas para o caso base e o caso com demanda folgada

	Geração Usina Térmica 1 [MW]	Geração Usina Térmica 2 [MW]	Geração Total [MW]
Demanda Caso Base	586,74	1804,71	2391,45
Demanda Caso 6.7	477,20	1324,15	1801,35

A redução significativa da geração térmica no sistema fez com que o custo do sistema reduzisse 21,45%. A Tabela 6-29 mostra essa redução no custo do sistema.

Tabela 6-29 - Índices econômicos entre o caso base e o caso demanda folgada

	Custo [\$]	Receita Total [\$]	Receita Líquida [\$]
Demanda Caso Base	97090,95	444636,43	347545,48
Demanda Caso 6.7	76262,50	404060,27	326466,03
Diferença	21,45%	9,13%	6,07%

A diminuição da geração nas usinas térmicas fez diminuir o custo do sistema e o preço médio da energia. A redução no preço afetou diretamente as receitas das usinas, conforme visto na Tabela 6-29. Percebe-se que embora haja uma redução na receita total, em função da queda do preço da energia, o custo sofreu uma redução bem maior.

6.8 Influência do Custo de Oportunidade

A simulação desse caso mostra a influência dos custos de oportunidade das usinas hidráulicas para o despacho e para os índices econômicos do sistema. Para tal análise, não será considerado, na função objetivo do modelo proposto os custos de oportunidade (CO). Isso implica que a geração das usinas hidráulicas não está sendo otimizada, deixando de operá-las próximo de seu ponto de máxima produtividade. Para tal simulação, os dados de entrada (demanda, meta energética, contratos bilaterais e limites operacionais das usinas) foram mantidos. O objetivo desse estudo de caso é o de avaliar a importância, em termos econômicos, de otimizar os custos de oportunidade hidráulica, propostos nesse trabalho.

A Tabela 6-30 mostra as perdas hidráulicas em porcentagem da geração total de cada usina hidráulica para o caso base e para a situação em que os custos de oportunidade não são considerados (na tabela, Sem CO). Nota-se que houve um aumento nas perdas hidráulicas em todas as usinas, o que implica em que os pontos de operação das usinas estão mais distantes do ponto de máxima produtividade e que os recursos hídricos não estão sendo tão bem aproveitados.

Tabela 6-30 - Perdas hidráulicas em porcentagem para os casos base e sem CO

	Barra Bonita	Euclides da Cunha	Ibitinga	Promissão	Jurumirim
Caso Base	7,21%	2,38%	4,96%	3,66%	2,81%
Caso 6.8	7,64%	2,85%	5,84%	3,79%	3,50%

A Tabela 6-31 mostra as perdas hidráulicas em MW para o caso base e o caso em que os custos de oportunidade não são introduzidos. Nota-se que a diferença em um dia de operação foi 43,89MW.

Tabela 6-31 - Perdas hidráulicas em MW para os casos base e sem CO

	Barra Bonita	Euclides da Cunha	Ibitinga	Promissão	Jurumirim	Total
Caso Base	86,51	42,82	89,20	146,39	36,52	401,44
Caso 6.8	91,69	51,26	105,12	151,71	45,55	445,33
Diferença	5,18	8,44	15,92	5,32	9,03	43,89

A Tabela 6-32 mostra o aumento da geração térmica causada pelas perdas hidráulicas que não foram otimizadas ao se comparar com o caso base. Em função de maiores perdas e conseqüentemente menor rendimento das usinas hidráulicas, o aumento da complementação térmica foi 1,84%.

Tabela 6-32 - Gerações térmicas para o caso base e o caso sem CO

	Geração Usina Térmica 1 [MW]	Geração Usina Térmica 2 [MW]	Geração Total [MW]
Caso Base	586,74	1804,71	2391,45
Caso 6.8	588,15	1847,19	2435,34

A complementação da geração nas usinas térmicas para suprir as perdas hidráulicas não otimizadas faz os preços *spot* subirem, conforme Tabela 6-33. Na tabela percebe-se que houve um aumento nos preços da energia nos horários de carga leve e uma queda nos preços na carga pesada. Essa política de preço calculada pelo modelo provavelmente aconteceu para evitar grandes aumentos dos preços no horário de ponta, distribuindo as gerações térmicas nas cargas mais leves e disponibilizando geração hidráulica na ponta.

Tabela 6-33 - Preço *spot* da energia para o caso base e o caso sem CO

Hora do dia	Preço Caso Base [\\$]	Preço Caso 6.8 [\\$]	Hora do dia	Preço Caso Base [\\$]	Preço Caso 6.8 [\\$]
1	32,85	33,43	13	38,20	37,71
2	31,50	32,18	14	39,84	39,11
3	32,00	33,45	15	38,93	40,04
4	34,23	34,82	16	40,05	38,27
5	37,66	35,40	17	42,48	40,00
6	35,67	35,79	18	40,17	40,48
7	36,68	37,41	19	44,33	43,47
8	37,11	38,03	20	41,29	40,02
9	37,08	36,20	21	40,03	37,91
10	37,49	36,79	22	38,63	40,90
11	38,05	37,12	23	34,29	36,53
12	38,53	38,71	24	33,90	35,19

O aumento da geração nas usinas térmicas aumenta o custo do sistema como visto na Tabela 6-34. Nessa tabela mostra-se ainda o custo do sistema, as receitas e as receitas líquidas para o caso base e o caso em que o custo de oportunidade não é otimizado. Pode-se perceber o aumento no custo para atender as mesmas cargas do sistema com as mesmas situações energéticas. Nota-se ainda que a receita líquida teve uma queda em função do aumento do custo.

Tabela 6-34 - Índices econômicos entre o caso base e o caso sem CO

	Custo [\\$]	Receita Total [\\$]	Receita Líquida [\\$]
Caso Base	97090,95	444636,43	347545,48
Caso 6.8	100847,50	441025,37	339263,54
Diferença	3,87%	-0,81%	-2,38%

No próximo capítulo serão colocadas as conclusões obtidas com esse trabalho enfatizando os resultados alcançados e as contribuições do modelo. Ainda será destacado os trabalhos futuros a serem feitos.

Capítulo 7

CONCLUSÕES

Este trabalho propôs um modelo de *Unit Commitment* hidrotérmico cuja estrutura de modelagem foi proposta especificamente para o ambiente de mercados de energia. O modelo de UC leva em consideração restrições operativas dos geradores, o atendimento à demanda horária, as metas energéticas das usinas hidráulicas e o atendimento dos contratos bilaterais previamente firmados entre os agentes consumidores e geradores.

Para o modelo proposto, adotou-se uma técnica de solução que consiste em dividir o problema em dois subproblemas: o problema mestre, que calcula a parte inteira da modelagem (*status* ligado e desligado das unidades) é resolvido por algoritmos genéticos; e o subproblema de Pré-Despacho (que resulta quando as variáveis inteiras são fixadas) o qual é resolvido pelo Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica. O problema mestre busca o melhor indivíduo para representar o esquema de geração das usinas. O subproblema de Pré Despacho (PD) se propõe a minimizar a função objetivo formada pelos custos de geração térmica, custos de oportunidade hidráulica e os custos de partidas e paradas das máquinas. O subproblema de PD retorna ao problema mestre a avaliação do indivíduo, calculada pelos algoritmos genéticos e calcula as potências despachadas.

Os indivíduos do UC foram codificados em números inteiros ao invés de binários. Isso permite que o espaço de busca fique significativamente menor, facilitando a busca computacional, diminuindo significativamente o espaço de busca e facilitando a tarefa de calcular a solução da parte inteira do problema de UC.

Os estudos feitos com as simulações e os resultados permitiram avaliar o desempenho do *Unit Commitment* e obter as seguintes conclusões:

- Considerar os custos de partidas e paradas no problema de UC influencia fortemente o esquema de geração das usinas, reduzindo as

partidas e paradas de máquinas. Para a simulação feita com o sistema-teste, o caso base teve uma redução de 30,85% nas partidas e paradas de máquinas, e seus custos caíram 3,66%.

- Os contratos bilaterais previamente estabelecidos influenciam os despachos diários e também as receitas do sistema, uma vez que a energia vendida no mercado bilateral, em geral possui um preço mais baixo. Essa análise permite aos agentes decidir o quanto vender nos mercados energia, através dos lances nos leilões do *pool*. No sistema-teste pôde-se observar uma receita líquida 7,85% maior ao vender energia apenas no mercado *spot*. Foi possível verificar que os mercados bilaterais e *pool* estão intrinsecamente interligados e que estes exercem e sofrem influências mútuas, como de fato deve ocorrer em qualquer mercado. As inter-relações entre os mercados *pool* e bilateral não têm sido representadas no modelo atualmente utilizado pelo setor elétrico brasileiro.
- As metas energéticas, que representam a disponibilidade diária de energia hidráulica, afetam de forma fundamental os custos e as receitas das usinas. Quando há uma disponibilidade de energia hidráulica, o UC decide gerar mais energia nas usinas hidráulicas, que possuem um custo mais baixo. No sistema-teste observou-se que ao aumentar a meta energética da usina de Jurumirim em 500MW, o custo do sistema caiu 17,93%. Em sistemas com características fortemente hidráulicas, espera-se que haja uma forte correlação entre a disponibilidade de água (energia) atual e os preços de energia do mercado *spot*. Essa correlação foi verificada nos estudos feitos a partir do modelo de UC proposto, sendo essa uma das boas características desse modelo. No modelo utilizado pelo setor elétrico

brasileiro, percebe-se que tal correlação não reflete a realidade. Um exemplo claro dessa falta de correlação é que os preços de energia publicados no mercado *pool* brasileiro às véspera do desabastecimento de energia era baixo.

- As demandas afetam diretamente os preços da energia, os quais são obtidos através dos multiplicadores de Lagrange associados à demandas horárias. Quando há excesso de demanda, o sistema fica sobrecarregado, tendo que gerar energia nas usinas térmicas, mais caras, fazendo o preço da energia subir. Nos estudos feitos com sistema-teste, a redução de 25MW nas demandas horárias fez o custo do sistema cair 21,45%.
- A introdução da função de custo de oportunidade, proposta no contexto desse trabalho e do trabalho (SILVA, 2010) como um critério de otimização do UC teve resultados importantes. Mostrou-se que houve uma maior eficiência na operação energética das usinas hidráulicas, diminuindo as perdas na geração de energia e possibilitando que tais usinas pudessem gerar uma maior quantidade de energia elétrica com a mesma meta energética pré fixada. Ao otimizar os custos de oportunidade, mostrou-se que é possível diminuir a contribuição das usinas térmicas, reduzindo os custos de geração e os preços da energia para o consumidor. Estudos com o sistema-teste mostraram que quando os custos de oportunidade hidráulica são representados, o custo do sistema cai em 3,87%. Esse é um resultado muito bom se considerarmos que estamos otimizando apenas um dia de operação.

A metodologia de solução se mostrou bastante eficiente na resolução de um sistema contendo poucas usinas. O tempo gasto para a simulação das 7 usinas propostas no sistema-teste foi em média 15 minutos.

O modelo proposto permite calcular uma política de geração, obtendo os despachos horários de cada usina e as quantidades de máquinas em operação. Além da política de geração, o modelo ainda permitiu criar uma política de formação de preço, introduzindo o conceito de mercado de energia.

Por meio desse modelo é possível simular um mercado de energia entre agentes geradores e agentes consumidores com energia sendo negociada através de contratos bilaterais e mercado de curto prazo (mercado *pool*). O modelo ainda como uma ferramenta de mercado permite os agentes térmicos darem lances nos leilões de energia a fim de maximizar seus lucros.

Como trabalhos futuros, o modelo deve ser testado e validado em sistemas de grande porte. Há a possibilidade da inserção de restrições envolvendo reserva girante, rampas de carga e a implementação de um fluxo de carga para considerar as perdas na transmissão.

Capítulo 8

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALDRIDGE, J. C.; MCKEE, S.; MCDONALD, J. R.; GALLOWAY, S. J.; DAHAL, K. P.; BRADLEY, M. E.; F., M. J. Knowledge-based genetic algorithm for unit commitment. **IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.**, Vol. 148, no. 2, 2001.

ANEEL. **sítio oficial da Agência Nacional de Energia Elétrica**, 2010. Disponível em: <www.aneel.gov.br>. Acesso em: 15 mar. 2010.

BAKKEN, B. H.; BJOKVOLL, T. Hydropower Unit Start-up Costs. **Power Engineering Society Summer Meeting, 2002 IEEE**, 3, 25 July 2002. 1522-1527.

BAZARAA, M. S.; SHERALII, H. D.; SHETTY, C. M. **Nonlinear Programming: Theory and Algorithms**. 3 edition. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2006.

CARVALHO, L. M. R. **Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Pré-Despacho de um Sistema Hidroelétrico Usando o Princípio de Mínimo Esforço - Comparação com o Modelo de Fluxo em Redes**. São Carlos: Tese (Doutorado), 2005.

CASTRO, N. J.; LEITE, A. L. S. Preço spot de eletricidade: teoria e evidências do caso brasileiro. **IV Encontro de Economia Catarinense**, Criciúma, 2010.

CCEE. **sítio oficial da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica**, 2009. Disponível em: <www.ccee.org.br>. Acesso em: 06 ago. 2009.

CEPEL. **sítio oficial da Centro de Pesquisas de Energia Elétrica**, 2009. Disponível em: <www.cepel.br>. Acesso em: 06 agosto 2009.

CHABAR, R. M.; PEREIRA, M. V. F.; GRANVILLE, S.; L.A.BARROSO; N.A.ILIADIS. Optimization of Fuel Contracts Management and Maintenance Scheduling for Thermal Plants under Price Uncertainty. **Power Systems Conference and Exposition, 2006. PSCE '06. 2006 IEEE PES**, p. 923-930, 2006.

CICOGNA, M. A. **Modelo de Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos a Usinas Individualizadas Orientado por Objetos**. [S.l.]: Dissertação de Mestrado. Universidade de Campinas, 1999.

COSTA, L. L. H.; SILVA, A. L. D.; VERGÍLIO, A. H. B.; NEPOMUCENO, L. Um Modelo de Despacho Econômico. **CLAGTEE - Congresso Latino Americanos de Geração e Transmissão de Energia Elétrica**, 2009.

ECLIPSE. **sítio oficial do Eclipse**, 2010. Disponível em: <www.eclipse.org>. Acesso em: 01 set. 2010.

ELDIN, A. S.; EL-SAYED, M. A. H.; YOUSSEF, H. K. M. A Two-Stage Genetic Based Technique for the Unit Commitment Optimization Problem. **Power System Conference, 2008. MEPCON 2008. 12th International Middle-East**, p. 425-430, 2008.

ENCINA, A. S. A. **Despacho Ótimo de unidades Geradoras em Sistema Hidrelétricos via Heurística Baseada em Relaxação Lagrangeana e Programação Dinâmica**. [S.l.]: Universidade Estadual de Campinas, 2006.

FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. D. Solving the Hydro Unit Commitment Problem via Dual Decomposition and Sequential Quadratic Programing. **IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, No. 2**, p. 835-844, May 2006.

FRANÇA, T. P.; LUCIANO, E. J. R.; NEPOMUCENO, L. Um Modelo de Unit Commitment para Sistemas Hidrotérmicos. **The 8th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission**, 2009.

GALIANA, F. D.; KOCKAR, I.; FRANCO, P. C. Combined Pool/Bilateral Dispatch – Part I: Performance of Trading Strategies. **IEEE Trans. on Power Systems**, vol. 17, no. 1, p. 92-99, February 2002.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimisation and Machine Learning**. [S.l.]: Addison-Wesley, 1989.

GRANVILLE, S. Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol14, No 1, p. 136-146, 1999.

HAPP, H. H. Optimal power dispatch - A comprehensive survey. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, p. 841-854, 1977.

HIDALGO, I. G.; SOARES, S.; FONTANE, D. G.; CICOGNA, M. A. Management and analysis of data from hydroelectric plants. **Power Systems Conference and Exposition. PSCE '09. IEEE/PES**, Seattle, 2009.

JAMA. **sítio oficial do JAMA: A Java Matrix Package**, 2010. Disponível em: <<http://math.nist.gov/javanumerics/jama>>. Acesso em: 15 mar. 2010.

JAVA. **sítio oficial do JAVA**, 2010. Disponível em: <<http://java.sun.com/docs/books/tutorial>>. Acesso em: 01 set. 2010.

JUNIOR, F. C. L. **Algoritmo Q-learning como Estratégia de Exploração e/ou Exploração para as Metaheurísticas GRASP e Algoritmos Genéticos.** [S.l.]: Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Tese (Doutorado), 2009.

KADOWAANKI, M.; OHISHI, T.; MARTINS, L. S. A.; SOARES, S. Short-term hydropower scheduling via an optimization-simulation decomposition approach. **PowerTech**, IEEE Bucharest , 2009.

KOCKAR, I.; GALIANA, F. D. Combined Pool/Bilateral Dispatch – Part II: Curtailment of Firm and Nonfirm Contracts. **IEEE Trans. on Power Systems**, vol. **17**, no. **4**, p. pp. 1184-1190, 2002.

LIANG, R.-H.; KE, M.-H.; CHEN, Y.-T. Coevolutionary Algorithm Based on Lagrangian Method for Hydrothermal Generation Scheduling. **IEEE Transactions on Power Systems**, Vol. **24**, No. **2**, p. 499-507, May 2009.

LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos.** Rio de Janeiro: Brasport, 2006.

MICHALEWICZ, Z. **Genetic algorithms + data structures = evolution programs.** 3ª Edição. ed. Springer: [s.n.], 1996.

NILSSON, O. . S. D. Hydro Unit Start-up Costs and Their Impact on the Short Term Scheduling Strategies os Swedish Power Producers. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol.**12**, No. **1**, 1997.

NILSSON, O.; SJELVGREN, D. Variable Splitting Applied Modelling of Start-up Costs in Short Term Hydro Generation Scheduling. **IEEE Transactions on Power Systems**, No **2**, v. 12, p. 770-775, May 1997.

ONS. **sítio oficial do Operador Nacional do Sistema Elétrico**, 2010.
Disponível em: <www.ons.org.br>. Acesso em: 15 mar. 2010.

SANTOS, E. F. Um Modelo de Pré-Despacho em Usinas Hidrelétricas Usando Algoritmos Genéticos, Campinas, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

SANTOS, E. F.; OHISHI, T. A Hydro Unit Commitment Model Using Genetic Algorithm. **Evolutionary Computation**, 2004. 1368 - 1374 Vol.2.

SILVA, A. L. **Um Modelo de Pré-Despacho para o Ambiente dos Novos Mercados de Energia**. Bauru-SP: Dissertação - Universidade Estadual Paulista - UNESP, 2010.

SILVA, A. L.; LUCIANO, E. J. R.; VERGILIO, A. H. B.; NEPOMUCENO, L.; CICOGNA, M. A. Um Modelo de Pré-Despacho para o Ambiente dos Novos Mercados de Energia. **XVI SIMPEP - Simpósio de Engenharia de Produção**, 2009.

SILVA, E. L. **Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica**. 1ª Edição. ed. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 2001.

SOARES S., E. A. Projeto Temático FAPESP “Programação da Operação de Sistemas de Potência Considerando a Inclusão de Restrições Elétricas”. processo no. 2004/14531-9, 2007.

SOARES, S.; OHISHI, T. Hydro-dominated short-term hydrothermal scheduling via a hybrid simulation-optimisation approach: a case study. **Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings**, 1995. 569 - 575.

SOARES, S.; OHISHI, T.; CICOONA, M.; ARCE, A. S. Dynamic Dispatch of Hydro Generating Units. **Power Tech Conference Proceedings**, IEEE Bologna, 2003.

SOARES, S.; SALMAZO, C. T. Minimum Loss Predispatch Model for Hydroelectric Power Systems. **IEEE Trans. on Power Systems**, vol. 12, no. 3, p. pp. 1220 – 1228, August 1997.

WRIGHT, S. J. Primal-Dual Interior-Point Methods. **Society for Industrial and Applied Mathematics – Siam**, 1997.