

KARLA DE SOUZA TORRES

Controle Orbital de Satélites Artificiais com Propulsão e Uso de Gravidade Lunar

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física na área de Dinâmica Orbital.

Orientador: Doutor Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado

Guaratinguetá
2004

DADOS CURRICULARES

KARLA DE SOUZA TORRES

NASCIMENTO	11/11/1979 – CURVELO / MG
FILIAÇÃO	Maria do Socorro de Souza Torres Nélson Gonçalves Torres
1998/2002	Graduação em Ciência da Computação Departamento de Informática – UFV
2002/2004	Mestrado em Física Departamento de Física e Química – FEG/UNESP

Aos professores Ernesto Vieira Neto e Rodolpho Vilhena de Moraes, que com amizade e compreensão muito me ajudaram nesta importante fase de minha vida, dedico.

AGRADECIMENTOS

Especial agradecimento dedico ao meu orientador Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado que aceitou desde o início o desafio de não só me orientar no projeto, como também me ensinar toda a base necessária para a minha introdução na área, tarefas que ele executou com extrema paciência e prestatividade.

À professora Silvia Maria Giuliatti Winter pelas correções e sugestões ao trabalho.

À FAPESP que acreditou em mim e neste projeto, financiando toda a pesquisa.

À Faculdade de Engenharia da UNESP por todo o apoio.

Aos meus amigos, alunos e professores do mestrado, que me fizeram perceber que eu jamais estarei sozinha e desamparada em minha jornada.

À minha família que mesmo distante me proporcionou a segurança de saber que sempre há um porto seguro.

“Amamos tão apaixonadamente as estrelas que não temos medo da noite”
(Epitáfio na lápide de dois astrônomos amadores)

“Ubi dubium ibi libertas”
(Provérbio Latino)

CONTROLE ORBITAL DE SATÉLITES ARTIFICIAIS COM PROPULSÃO E USO DE GRAVIDADE LUNAR

RESUMO

A redução do custo de combustível de uma manobra é atualmente a grande prioridade de todos os programas espaciais existentes no mundo. As manobras assistidas pela gravidade são uma forma promissora de se contornar o problema, pois proporcionam economias com vasto impacto no custo final da missão. Neste trabalho é feito um estudo particular do controle orbital de um satélite artificial da Terra usando a gravidade da Lua. O objetivo é estudar uma técnica mais econômica que os métodos clássicos usados para mudança de plano. A idéia principal desta abordagem é enviar primeiramente o veículo espacial em direção à Lua, para que seu campo gravitacional possa fazer a mudança de plano desejada (sem custo de combustível), e só então retornar o veículo aos valores desejados de semi-eixo maior e excentricidade. Para tanto, é assumido que a espaçonave inicia sua missão em uma órbita em torno da Terra que é coplanar à órbita da Lua e a meta é colocá-la em uma órbita similar, que difere da órbita inicial somente pela inclinação. Uma descrição da passagem próxima é feita no espaço tridimensional. São usadas equações analíticas baseadas na abordagem “Patched Conics” para se calcular a variação na velocidade, momento angular, energia e inclinação do veículo espacial que realiza esta manobra. Várias simulações são feitas para se avaliar a economia de combustível envolvida.

ORBITAL CONTROL OF ARTIFICIAL SATELLITES USING PROPULSION AND LUNAR GRAVITY

ABSTRACT

A study is made in the problem of the orbital control of an Earth's satellite using the gravity of the Moon. The main objective is to study a technique to decrease the fuel consumption in a plane change maneuver to be performed in a satellite that is in orbit around the Earth. The main idea of this approach is to send the spacecraft to the Moon using a single impulsive maneuver, use the gravity field of the Moon to make the desired plane change of the trajectory (without fuel consumption), and then return the spacecraft to the desired semi-major axis and eccentricity. The spacecraft is assumed to start in an orbit in the plane of the lunar orbit around the Earth and the goal is to put it in a similar orbit that differs from the initial orbit only by the inclination. A description of the close approach maneuver is made in the three-dimensional space. Analytical equations based in the patched conics approximation are used to calculate the variation in velocity, angular momentum, energy and inclination of the spacecraft that realizes this maneuver. Several simulations are made to evaluate the savings involved.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	24
1.1. Motivação.....	24
1.2. Objetivos.....	25
1.3. Organização.....	25
CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	27
2.1. Otimização de Trajetórias.....	28
2.2. Revisão Bibliográfica.....	30
CAPÍTULO 3 – A MANOBRA PROPOSTA.....	40
3.1. O Impulso Inicial.....	41
3.2. Swing-By em Três Dimensões.....	46
3.3. Impulsos Finais.....	54
CAPÍTULO 4 – MANOBRAS CONVENCIONAIS.....	57
4.1. Manobra de Mudança de Plano Monoimpulsiva.....	57
4.2. Manobra Tri-Impulsiva.....	60
4.3. Comparação entre as Manobras Mono e Tri-Impulsiva.....	62
4.4. Manobra de Mudança de Plano Bi-Impulsiva.....	64
CAPÍTULO 5 – RESULTADOS.....	67
5.1. Comparações com Manobra Monoimpulsiva.....	68
5.2. Comparações com Manobra Tri-Impulsiva.....	174

5.3. Discussão.....	188
CAPÍTULO 6 – O EFEITO DO ACHATAMENTO TERRESTRE.....	190
6.1. Resultados.....	190
6.2. Conclusões.....	195
CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES.....	196
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	198

LISTA DE FIGURAS

2.1	– Transferência de Hohmann.....	31
2.2	– Transferência bielíptica tri-impulsiva.....	33
3.1	– Órbita inicial em torno da Terra.....	41
3.2	– Órbita de transferência para a Lua.....	42
3.3	– Primeiro impulso aplicado no apogeu da órbita inicial.....	43
3.4	– Primeiro impulso aplicado no perigeu da órbita inicial.....	44
3.5	– Variação de $\Delta V_I - \Delta V_{II}$ em função de a_0 para o valor de $e_0 = 10^{-15}$	45
3.6	– Variação de $\Delta V_I - \Delta V_{II}$ em função de a_0 para o valor de $e_0 = 0.05$	45
3.7	– Variação de $\Delta V_I - \Delta V_{II}$ em função de a_0 para o valor de $e_0 = 0.1$	45
3.8	– Variação de $\Delta V_I - \Delta V_{II}$ em função de a_0 para o valor de $e_0 = 0.5$	45
3.9	– Variação de $\Delta V_I - \Delta V_{II}$ em função de a_0 (0 a 0,1) e de e_0 (de 0 a 0,9).	46
3.10	– Swing-by em três dimensões.....	48
3.11	– Soma dos vetores velocidade envolvidos na manobra de swing-by.....	48
3.12	– Aplicação dos dois impulsos finais.....	55
4.1	– Manobra de mudança de plano monoimpulsiva.....	57
4.2	– Triângulo de vetores velocidade.....	57
4.3	– Gráfico de consumo de combustível vs ângulo de rotação i_0 para valores de a_0	59
4.4	– Gráfico de consumo de combustível vs ângulo de rotação i_0 para valores de e_0	59
4.5	– Geometria da manobra de mudança de plano tri-impulsiva.....	60
4.6	– Comparação entre manobras tri-impulsiva usando o perigeu ou o apogeu	61
4.7	– Comparação entre as manobras mono e tri-impulsiva para valores de a_0 .	63
4.8	– Comparação entre as manobras mono e tri-impulsiva para valores de e_0 .	63
4.9	– Variação de consumo manobra bi-impulsiva em função de ω ($\theta = 0.35$).	66
4.10	– Variação do consumo manobra bi-impulsiva em função de ω ($\theta = 0.95$)	66
4.11	– Variação do consumo manobra bi-impulsiva em função de ω ($\theta = 1.04$).	66
4.12	– Variação do consumo manobra bi-impulsiva em função de ω ($\theta = 2.1$)..	66
5.1	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0046$).....	70
5.2	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0046$).....	71
5.3	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, r_p = 0,0046$).....	72
5.4	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0048$).....	73

5.5	- Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0048$).....	74
5.6	- Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, r_p = 0,0048$)	74
5.7	- Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0286$)	75
5.8	- Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0286$)	76
5.9	- Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, r_p = 0,0286$)	76
5.10	- Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0524$)	77
5.11	- Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0524$)	78
5.12	- Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, r_p = 0,0524$)	78
5.13	- Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0762$)	79
5.14	- Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0762$)	80
5.15	- Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, r_p = 0,0762$)	80
5.16	- Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,1$)	81
5.17	- Comparações de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,1$)	82
5.18	- Gráfico de inclinações em função de β para valores de r_p ($e_0 = 0, a_0 = 0,017, a_1 = 0,51$)	83
5.19	- $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0 = 0, a_0 = 0,017, a_1 = 0,51$)	84
5.20	- Ampliação do gráfico ($\Delta V_T - \Delta V_M$) vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, a_0 = 0,017, a_1 = 0,51$)	84
5.21	- ($\Delta V_T - \Delta V_M$) em função de r_p para valores de a_0 ($e_0 = 0, \beta = 1,07$).....	85
5.22	- Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0046$)	86
5.23	- Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0046$)	87
5.24	- Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0046$)	87
5.25	- Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0048$)	88
5.26	- Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0048$)	89
5.27	- Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0048$)	89
5.28	- Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0286$)	90

5.29	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0286$)	91
5.30	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0286$)	91
5.31	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0524$)	92
5.32	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0524$)	93
5.33	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0524$)	93
5.34	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0762$)	94
5.35	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0762$)	95
5.36	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0762$)	95
5.37	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,1$)	96
5.38	– Comparações de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,1$)	97
5.39	– Gráfico de inclinações em função de β para valores de r_p ($e_0 = 0,02, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5084$)	98
5.40	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0 = 0,02, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5084$)	99
5.41	– Ampliação do gráfico ($\Delta V_T - \Delta V_M$) vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5084$)	99
5.42	– ($\Delta V_T - \Delta V_M$) em função de r_p para valores de a_0 ($e_0 = 0, \beta = 1,03$).....	100
5.43	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0046$).....	101
5.44	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0046$)	102
5.45	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0046$)	102
5.46	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0048$)	103
5.47	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0048$)	104
5.48	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0048$)	104
5.49	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0286$)	105
5.50	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0286$)	106
5.51	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0286$)	106
5.52	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0524$)	107

5.53	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0524$)	108
5.54	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0524$)	108
5.55	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0762$)	109
5.56	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0762$)	110
5.57	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,05, r_p = 0,0762$)	110
5.58	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,1$)	111
5.59	– Comparações de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,05, r_p = 0,1$)	112
5.60	– Gráfico de inclinações em função de β para valores de r_p ($e_0 = 0,05, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5081$)	113
5.61	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0 = 0,05, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5081$)	113
5.62	– Ampliação do gráfico ($\Delta V_T - \Delta V_M$) vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,05, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5081$)	114
5.63	– ($\Delta V_T - \Delta V_M$) em função de r_p para valores de a_0 ($e_0 = 0, \beta = 1,026$)	115
5.64	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0046$)	116
5.65	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0046$)	117
5.66	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0046$)	117
5.67	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0048$)	118
5.68	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0048$)	119
5.69	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0048$)	119
5.70	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0286$)	120
5.71	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0286$)	121
5.72	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0286$)	121
5.73	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0524$)	122
5.74	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0524$)	123
5.75	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0524$)	123
5.76	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0762$)	124

5.77	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0762$)	125
5.78	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0762$)	125
5.79	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,1$)	126
5.80	– Comparações de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,1$)	127
5.81	– Gráfico de inclinações em função de β para valores de r_p ($e_0 = 0,1, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5077$)	127
5.82	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0 = 0,1, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5077$)	128
5.83	– Ampliação do gráfico ($\Delta V_T - \Delta V_M$) vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,1, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5077$)	128
5.84	– ($\Delta V_T - \Delta V_M$) em função de r_p para valores de a_0 ($e_0 = 0, \beta = 1,03$).....	129
5.85	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0046$)	130
5.86	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0046$)	130
5.87	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0046$)	131
5.88	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0048$)	132
5.89	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0048$)	132
5.90	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0048$)	133
5.91	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0286$)	134
5.92	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0286$)	134
5.93	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0286$)	135
5.94	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0524$)	136
5.95	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0524$)	136
5.96	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0524$)	137
5.97	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0762$)	138
5.98	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0762$)	138
5.99	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,5, r_p = 0,0762$)	139
5.100	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,1$)	140

5.101	– Comparações de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,5, r_p = 0,1$)	140
5.102	– Gráfico de inclinações em função de β para valores de r_p ($e_0 = 0,5, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5043$)	141
5.103	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0 = 0,5, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5043$)	141
5.104	– Ampliação do gráfico ($\Delta V_T - \Delta V_M$) vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,5, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5043$)	142
5.105	– ($\Delta V_T - \Delta V_M$) em função de r_p para valores de a_0 ($e_0 = 0, \beta = 1,04$).....	142
5.106	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0046$)	143
5.107	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0046$)	144
5.108	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0046$)	144
5.109	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0048$)	145
5.110	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0048$)	145
5.111	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0048$)	146
5.112	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0286$)	146
5.113	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0286$)	147
5.114	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0286$)	147
5.115	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0524$)	148
5.116	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0524$)	148
5.117	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0524$)	149
5.118	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0762$)	150
5.119	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0762$)	150
5.120	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,7, r_p = 0,0762$)	151
5.121	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,1$)	151
5.122	– Comparações de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,7, r_p = 0,1$)	152
5.123	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,7, r_p = 0,1$)	152
5.124	– Gráfico de inclinações em função de β para valores de r_p ($e_0 = 0,7, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5026$)	153

5.125	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0 = 0,7, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5026$)	153
5.126	– Ampliação do gráfico ($\Delta V_T - \Delta V_M$) vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,7, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5026$)	154
5.127	– ($\Delta V_T - \Delta V_M$) em função de r_p para valores de a_0 ($e_0 = 0, \beta = 1,05$).....	154
5.128	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0046$)	155
5.129	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0046$)	156
5.130	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0046$)	156
5.131	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0048$)	157
5.132	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0048$)	158
5.133	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0048$)	158
5.134	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0286$)	159
5.135	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0286$)	159
5.136	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0286$)	160
5.137	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0524$)	161
5.138	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0524$)	161
5.139	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0524$)	162
5.140	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0762$)	163
5.141	– Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0762$)	163
5.142	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,9, r_p = 0,0762$)	164
5.143	– Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,1$)	165
5.144	– Comparações de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,9, r_p = 0,1$)	165
5.145	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,9, r_p = 0,1$)	166
5.146	– Gráfico de inclinações em função de β para valores de r_p ($e_0 = 0,9, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5009$)	167
5.147	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0 = 0,9, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5009$)	168
5.148	– Ampliação do gráfico ($\Delta V_T - \Delta V_M$) vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,9, a_0 = 0,017, a_1 = 0,5009$)	168

5.149	– $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função de r_p para valores de a_0 ($e_0 = 0, \beta = 1,07$).....	169
5.150	– Gráfico de inclinações em função de β para valores de e_0 ($r_p = 0,0046, a_0 = 0,017$)	170
5.151	– $(\Delta V_T - \Delta V_{Tri})$ em função do ângulo β para valores de e_0 ($r_p = 0,0046, a_0 = 0,017$)	171
5.152	– Gráfico de inclinações em função de β para valores de e_0 ($r_p = 0,046, a_0 = 0,017, a_1 = 0,51$)	172
5.153	– $(\Delta V_T - \Delta V_{Tri})$ em função do ângulo β para valores de e_0 ($r_p = 0,046, a_0 = 0,017, a_1 = 0,51$)	173
5.154	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0046, i_m = 0,854157$)	175
5.155	– $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0046, i_m = 0,854157$)	176
5.156	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, r_p = 0,0046, i_m = 0,854157$)	176
5.157	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0048, i_m = 0,854157$)	177
5.158	– $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0048, i_m = 0,854157$)	177
5.159	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, r_p = 0,0048, i_m = 0,854157$)	178
5.160	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0762, i_m = 0,854157$)	178
5.161	– $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0762, i_m = 0,854157$)	179
5.162	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0, r_p = 0,0762, i_m = 0,854157$)	179
5.163	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0, r_p = 0,0762, i_m = 0,854157$)	180
5.164	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0046, i_m = 0,859444$)	181
5.165	– $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0046, i_m = 0,859444$)	181
5.166	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0046, i_m = 0,859444$)	182
5.167	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0048, i_m = 0,85944$)	182
5.168	– $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0048, i_m = 0,859444$)	183
5.169	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0048, i_m = 0,859444$)	183
5.170	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0762, i_m = 0,85944$)	187
5.171	– $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0762, i_m = 0,859444$)	184
5.172	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0762, i_m = 0,859444$).....	184
5.173	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0762, i_m = 0,85944$)	185
5.174	– Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0 = 0,1, r_p = 0,0046, i_m = 0,87974$)	186

5.175	– $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0046$, $i_m = 0,87974$)	187
5.176	– Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0046$, $i_m = 0,87974$)	187
5.177	– $(\Delta V_T - \Delta V_{mono})_{\min}$ em função de r_p para valores de e_0 ($a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,51$, $\beta \approx 1,0$).....	188
5.178	– $(\Delta V_T - \Delta V_{mono})_{\min}$ em função de r_p para valores de e_0 ($a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,51$, $\beta \approx 2,8$).....	189

LISTA DE TABELAS

4.1	– Valores de inclinação i_o para os quais $\Delta V_M = \Delta V_{Tri}$ para valores de e_0	64
5.1	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0$, $r_p = 0,0046$, $\beta \sim 2,8$)	72
5.2	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0$, $r_p = 0,0048$, $\beta \sim 2,8$)	75
5.3	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 1,0$)	77
5.4	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 2,5$)	77
5.5	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 1,0$)	79
5.6	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0$, $r_p = 0,0762$, $\beta \sim 1,0$)	81
5.7	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $0 \leq \beta \leq 1,4$ ($e_0 = 0$, $a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,51$).....	85
5.8	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0046$, $\beta \sim 2,8$) ..	88
5.9	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0048$, $\beta \sim 2,8$) ..	90
5.10	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 1,0$) ..	92
5.11	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 2,5$) ..	92
5.12	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 1,0$) ..	94
5.13	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0762$, $\beta \sim 1,1$) ..	96
5.14	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $0 \leq \beta \leq 1,4$ ($e_0 = 0,02$, $a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,51$).....	100
5.15	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,05$, $r_p = 0,0046$, $\beta \sim 2,8$) ..	103
5.16	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,05$, $r_p = 0,0048$, $\beta \sim 2,8$) ..	105
5.17	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,05$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 1,0$) ..	107
5.18	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,05$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 2,5$) ..	107
5.19	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,05$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 1,0$) ..	109
5.20	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,05$, $r_p = 0,0762$, $\beta \sim 1,0$) ..	111
5.21	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $0 \leq \beta \leq 1,4$ ($e_0 = 0,05$, $a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,51$).....	114
5.22	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,1$, $r_p = 0,0046$, $\beta \sim 2,8$)	118
5.23	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,1$, $r_p = 0,0048$, $\beta \sim 2,8$)	120
5.24	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,1$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 1,0$)	122
5.25	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,1$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 2,5$)	122
5.26	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,1$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 1,0$)	124
5.27	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,1$, $r_p = 0,0762$, $\beta \sim 1,0$)	126
5.28	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $0 \leq \beta \leq 1,4$ ($e_0 = 0,1$, $a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,51$)	129
5.29	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,5$, $r_p = 0,0046$, $\beta \sim 2,8$).....	131
5.30	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,5$, $r_p = 0,0048$, $\beta \sim 2,8$)	133

5.31	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,5$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 1,0$)	135
5.32	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,5$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 1,0$)	137
5.33	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,5$, $r_p = 0,0762$, $\beta \sim 1,0$)	139
5.34	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $0 \leq \beta \leq 1,4$ ($e_0 = 0,5$, $a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,51$).....	142
5.35	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,7$, $r_p = 0,0046$, $\beta \sim 2,9$)	144
5.36	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,7$, $r_p = 0,0048$, $\beta \sim 2,9$)	146
5.37	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,7$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 2,7$)	147
5.38	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,7$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 1,0$)	149
5.39	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,7$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 2,5$)	149
5.40	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,7$, $r_p = 0,0762$, $\beta \sim 1,0$)	151
5.41	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,7$, $r_p = 0,1$, $\beta \sim 1,0$)	152
5.42	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $0 \leq \beta \leq 1,4$ ($e_0 = 0,7$, $a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,51$).....	154
5.43	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,0046$, $\beta \sim 2,99$) ..	157
5.44	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,0048$, $\beta \sim 2,99$) ..	158
5.45	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,0286$, $\beta \sim 2,8$)	160
5.46	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 1,15$) ..	162
5.47	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,0524$, $\beta \sim 2,7$)	162
5.48	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,0762$, $\beta \sim 1,2$)	164
5.49	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,0762$, $\beta \sim 2,5$)	164
5.50	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,1$, $\beta \sim 1,25$)	166
5.51	– Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0 = 0,9$, $r_p = 0,1$, $\beta \sim 2,4$)	166
5.52	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $0 \leq \beta \leq 1,4$ ($e_0 = 0,9$, $a_0 = 0,017$, $a_1 = 0,5009$)	169
5.53	– $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhores valores de r_p para cada valor de e_0 ($a_0 = 0,017$, $\beta \sim 1$)	173
6.1	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0$; $r_p = 0,0046$; $\beta = 2,8$).....	191
6.2	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0$; $r_p = 0,0286$; $\beta = 2,8$).....	191
6.3	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0$; $r_p = 0,0286$; $\beta = 1,0$).....	191
6.4	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0$; $r_p = 0,0762$; $\beta = 2,8$).....	192
6.5	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0$; $r_p = 0,0762$; $\beta = 1,0$).....	192
6.6	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,05$; $r_p = 0,0046$; $\beta = 2,8$).....	192
6.7	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,05$; $r_p = 0,0286$; $\beta = 2,8$).....	192

6.8	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,05$; $r_p = 0,0286$; $\beta = 1,0$).....	193
6.9	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,05$; $r_p = 0,0762$; $\beta = 2,8$).....	193
6.10	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,05$; $r_p = 0,0762$; $\beta = 1,0$).....	193
6.11	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,5$; $r_p = 0,0046$; $\beta = 2,8$).....	193
6.12	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,5$; $r_p = 0,0286$; $\beta = 2,8$).....	194
6.13	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,5$; $r_p = 0,0286$; $\beta = 1,0$).....	194
6.14	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,5$; $r_p = 0,0762$; $\beta = 2,8$).....	194
6.15	– Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0 = 0,5$; $r_p = 0,0762$; $\beta = 1,0$).....	194

LISTA DE SÍMBOLOS

Genéricos

a	Semi-eixo maior da elipse
e	Excentricidade
\vec{r}	Vetor posição
\vec{v}	Vetor velocidade
m	Massa
t	Tempo
ΔV	Varição instantânea da velocidade
μ	Massa adimensional do planeta
ω	Velocidade angular

Específicos

a_0	Semi-eixo maior da órbita inicial
e_0	Excentricidade da órbita inicial
a_1	Semi-eixo maior da órbita de transferência para a Lua
e_1	Excentricidade da órbita de transferência para a Lua
ΔV_1	Impulso inicial para a transferência para a Lua
ΔV_{1I}	Impulso inicial aplicado no apogeu da órbita inicial
ΔV_{1II}	Impulso inicial aplicado no perigeu da órbita inicial
M_1	Terra
M_2	Lua
μ_T	Massa adimensional da Terra
μ_L	Massa adimensional da Lua
\vec{r}_p	Vetor posição da periluna
\vec{v}_p	Vetor velocidade da espaçonave na periluna
x_i, y_i, z_i	Coordenadas cartesianas da periluna no sistema de referência inercial
V_{xi}, V_{yi}, V_{zi}	Componentes da velocidade da espaçonave na periluna, no sistema de referência inercial
\vec{V}_∞^-	Vetor velocidade da espaçonave em relação à Lua antes do swing-by

\vec{V}_∞^+	Vetor velocidade da espaçonave em relação à Lua após o swing-by
\vec{V}_2	Velocidade da Lua no sistema de referência inercial
\vec{V}_i	Velocidade da espaçonave no sistema de referência inercial antes do swing-by
\vec{V}_o	Velocidade da espaçonave no sistema de referência inercial após o swing-by
ΔE	Variação de energia da espaçonave em relação à Terra
\vec{R}	Vetor posição da Lua
\vec{C}_i	Momento angular da espaçonave antes do swing-by
\vec{C}_o	Momento angular da espaçonave após o swing-by
$\Delta \vec{C}$	Variação do momento angular da espaçonave
i_i	Inclinação inicial da espaçonave em relação ao plano orbital da Lua
i_o	Inclinação final da espaçonave em relação ao plano orbital da Lua
α	Ângulo entre a projeção do vetor \vec{r}_p no plano orbital da Lua e a linha que conecta os dois primários
β	Ângulo entre o vetor \vec{r}_p e o plano orbital da Lua
λ	Ângulo entre o vetor \vec{v}_p e a interseção entre plano horizontal que passa por \vec{r}_p e o plano perpendicular a este
δ	Metade do ângulo total de rotação em torno da Lua
γ	Ângulo de Vôo inicial
γ_f	Ângulo de Vôo final
ϕ	Ângulo entre \vec{V}_∞^- e a velocidade da Lua \vec{V}_2

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Em 25 de Dezembro de 1997 o satélite ASIASAT 3 foi lançado do cosmódromo Baikonur em Kazakhstanna, na tentativa de se alcançar uma órbita geossíncrona. Sua finalidade era fornecer serviços de telecomunicações para a companhia Asia Satellite Telecommunications Co. Ltd. (ASIASAT) de Hong Kong. Por causa de um mau funcionamento em seu veículo lançador, ele acabou sendo abandonado em uma órbita errada, altamente inclinada e excêntrica, sem combustível suficiente para colocá-lo em sua órbita nominal. Apesar de o satélite ainda ser funcional, seus seguradores declararam perda total para seus propósitos originais. Em Abril do ano seguinte, a empresa Hughes Global Services, Inc. (HGS) aceitou o desafio de projetar uma missão para tentar salvar o satélite, que passou então a ser chamado HGS-1.

A saída encontrada pelos engenheiros e cientistas da Hughes foi a de enviar o satélite para a Lua, de forma que sua gravidade permitisse o ajuste na órbita. Foi o primeiro uso comercial conhecido da Lua e a primeira missão lunar tentada por uma entidade não-governamental (Hughes' Site).

1.1. MOTIVAÇÃO

A meta da grande maioria dos programas espaciais existentes é a busca de manobras que minimizem o consumo de combustível, de forma a fazer com que o custo total da missão seja aceitável. Às vezes é necessário que uma missão de emergência seja planejada, com o objetivo de salvar um veículo espacial, apenas com o combustível disponível. Este foi o caso do satélite ASIASAT 3, um satélite comercial, que não foi projetado para manobras de transferências de órbitas, tendo combustível suficiente somente para pequenos ajustes.

No entanto, apesar de não haver combustível bastante para uma manobra de mudança de inclinação (que é extremamente dispendiosa), havia o suficiente para enviar a espaçonave à Lua e deixar que sua gravidade fizesse a mudança de inclinação desejada, sem custo de combustível. A passagem próxima (também denominada de swing-by) altera não só a inclinação, mas também os demais elementos orbitais, bem como a velocidade, a energia e o momento angular da espaçonave, de acordo com os

parâmetros iniciais. Outra vantagem desta abordagem é que ela permite a possibilidade de se estudar a Lua, fazendo desta uma missão de objetivo duplo.

1.2. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é propor um modelo alternativo para se realizar uma manobra de mudança de plano orbital, usando uma passagem próxima (swing-by) com a Lua. O modelo proposto faz uma análise sobre uma manobra de mudança de inclinação de uma órbita combinando o uso de propulsores com a gravidade lunar, com o objetivo de avaliar a economia de combustível envolvida. A idéia principal é verificar em quais situações esta estratégia é mais econômica que os métodos clássicos (que não utilizam o swing-by) para que se tenha um quadro comparativo útil para o planejamento de missões deste tipo.

Considera-se inicialmente um satélite artificial terrestre em uma órbita em torno da Terra, no mesmo plano da órbita lunar, e a estratégia aqui pesquisada consiste em dividir a manobra completa em três etapas:

- i. Aplicação de um impulso para permitir que o veículo espacial cruze com a órbita da Lua;
- ii. Ao cruzar com a órbita da Lua, o veículo espacial deve realizar uma manobra de passagem próxima (swing-by) com a Lua e alterar o seu plano orbital;
- iii. Numa terceira etapa, é necessário impulsionar o satélite para colocá-lo na órbita final desejada.

A principal vantagem dessa manobra é o fato de que a mudança de plano orbital é obtida graças à gravidade da Lua, economizando uma grande quantidade de combustível e viabilizando missões, que de outra maneira não seriam possíveis.

1.3. ORGANIZAÇÃO

A organização deste trabalho consiste em sete capítulos, sendo este primeiro o de introdução e especificação do tema proposto. O segundo traz toda a fundamentação teórica necessária ao desenvolvimento das equações da manobra, bem como faz uma revisão bibliográfica e histórica de diversos trabalhos relacionados ao assunto. O terceiro capítulo descreve a manobra proposta em seus detalhes, já apresentando alguns resultados. O quarto capítulo apresenta a descrição das manobras de mudança de plano

convencionais, sendo duas manobras clássicas encontradas na literatura e uma terceira que foi visualizada como possível para a comparação. O quinto capítulo traz então os resultados principais que são os gerados pela comparação da manobra proposta com os métodos convencionais. O sexto capítulo faz uma comparação entre alguns resultados obtidos pelo modelo analítico proposto e um método numérico que inclui o efeito de perturbação causado pelo achatamento terrestre. A ideia desse capítulo é exemplificar como a inclusão de uma perturbação modifica os resultados obtidos. O sétimo capítulo traz as conclusões de todo o estudo.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Todo este projeto se fundamenta no problema de transferir um veículo espacial entre duas órbitas dadas com o mínimo de consumo de combustível possível. Em uma transferência orbital existem diversos fatores importantes como o tempo mínimo para a manobra, limites nos atuadores, velocidade final mínima, encontro com outro veículo espacial, etc. No entanto, aqui o problema será abordado em termos de transferências com minimização do consumo de combustível, que é o parâmetro mais importante na maioria das missões planejadas atualmente.

Uma transferência orbital se torna necessária por diversos motivos, mas é possível agrupá-los em duas categorias principais, de acordo com o tipo de manobra envolvida (PRADO; RIOS-NETO, 1993a):

- i. Transferências de órbita: Manobras de grande amplitude, destinadas a alterar significativamente a órbita do veículo espacial. Por exemplo, transferências de um satélite em órbita baixa para uma órbita alta (como a geoestacionária), ou mesmo transferências à Lua, como é o caso deste projeto;
- ii. Correções de órbita: Manobras de pequena amplitude, em geral feitas com o objetivo de manter um veículo espacial em determinada órbita, ao invés de alterá-la. Essas manobras são necessárias para compensar efeitos perturbadores tais como o arrasto atmosférico ou o achatamento terrestre, que tendem a alterar a órbita nominal do veículo espacial. Como exemplo pode ser citada a manutenção de uma estação espacial ou de um satélite geossíncrono.

Conceitualmente, a transferência orbital com consumo mínimo de combustível consiste em se alterar o estado (posição, velocidade, massa) de um veículo espacial das condições \vec{r}_0 , \vec{v}_0 e m_0 no tempo t_0 , para as condições \vec{r}_f , \vec{v}_f e m_f no tempo t_f ($t_f \geq t_0$) com o menor gasto de combustível ($m_0 - m_f$) possível (MAREC, 1979). Na prática, o consumo de combustível é medido pelo parâmetro ΔV que é a alteração instantânea da velocidade devido à aplicação de uma força, ou seja, minimizar ΔV , é o mesmo que minimizar ($m_0 - m_f$).

As transferências podem ser completamente vinculadas, como no caso de “rendez-vous”, em que é necessário que o veículo espacial se encontre e permaneça ao lado de um outro veículo espacial, ou ser parcialmente livre (com tempo livre, velocidade final livre, etc) como é o caso da troca de órbita de um veículo espacial sem restrições ao tempo necessário à execução da manobra; ou ainda como o caso de “fly-by” quando se deseja interceptar um outro corpo celeste, porém sem o objetivo de permanecer próximo a ele. Para tanto, deve-se fazer a escolha de direção, sentido e magnitude do empuxo (controle disponível) a ser aplicado, respeitando-se os limites dos equipamentos disponíveis. O trabalho feito aqui considera apenas transferências com tempo livre.

2.1. OTIMIZAÇÃO DE TRAJETÓRIAS

Para se otimizar uma trajetória espacial deve-se antes escolher uma abordagem para o problema, de forma a facilitar sua compreensão e solução. Em geral, cada uma das diversas abordagens existentes na literatura pode ser subdividida em três partes: a escolha da dinâmica do sistema (equações de movimento), a escolha do controle aplicado (modo de atuação dos propulsores) e a escolha do método de otimização.

A dinâmica do sistema é usualmente baseada nas forças gravitacionais dos corpos envolvidos e nas forças geradas pelo atuador. Existem 4 categorias básicas (PRADO; RIOS-NETO, 1993a):

- i. Modelagem simples de dois-corpos, onde é assumida a presença de um corpo principal massivo (como a Terra ou a Lua) que governa o movimento de um veículo espacial com massa desprezível (em órbitas keplerianas), em todas as fases sem propulsão. Nenhuma perturbação de outros corpos é considerada e os dois corpos envolvidos são assumidos como massas pontuais. Devido à sua simplicidade, rapidez no fornecimento de resultados, existência de soluções analíticas e boa precisão na maioria das situações, é o modelo mais estudado, sendo também a base deste trabalho, como será detalhado adiante;
- ii. Modelagem de dois corpos perturbados, onde o modelo matemático do item anterior é adotado, acrescentando-se uma ou mais perturbações no sistema. As perturbações mais comuns são a não-esfericidade do astro principal, o atrito atmosférico, a existência de pressão de radiação, a presença de outros corpos massivos, etc. Quase sempre é necessário utilizar integração numérica para

resolver o problema, pois é rara a existência de soluções analíticas para esta modelagem. É comum também utilizar linearizações em torno de uma órbita de referência para a obtenção de resultados analíticos aproximados, a fim de refinar um estudo feito com a modelagem do item i;

- iii. Modelagem com três corpos, onde é assumida a presença de três corpos no sistema, que são tratados como massas puntiformes. O caso particular denominado “problema restrito de três corpos” é bastante utilizado na literatura e descreve o movimento de uma massa pontual desprezível (como o veículo espacial) influenciado pela atração gravitacional de dois corpos massivos (que são os primários, como a Terra ou a Lua) durante toda a trajetória (SZEBEHELY, 1967). Para esta modelagem são necessárias integrações numéricas, pois não existem soluções analíticas;
- iv. Modelagem com N-corpos, onde se assume a presença de um número arbitrário de corpos celestes. O sistema é composto por estes N corpos e todos eles são considerados como sendo massas puntiformes. Para o caso $N = 4$ existe um exemplo desenvolvido por Pu e Edelbaum (1975). Esta é a modelagem que deve ser usada para missões multi-planetárias (diversos planetas e/ou satélites visitados pelo mesmo veículo espacial) como as missões Voyager I e II, Galileu, etc. Em geral, esta modelagem é usada como refinamento para uma solução encontrada por uma modelagem mais simples, como a de dois ou três corpos.

Quanto ao controle a ser aplicado no sistema, dois modelos principais podem ser considerados:

- i. Empuxo infinito, onde é assumido que o motor seja capaz de aplicar um empuxo instantâneo e de magnitude infinita que resulta em uma variação instantânea de velocidade (ΔV) do veículo espacial. É o modelo mais utilizado na literatura, bem como neste trabalho, devido à sua simplicidade e razoável precisão;
- ii. Empuxo Contínuo, onde é assumido que o motor seja capaz de aplicar um empuxo finito por um intervalo de tempo diferente de zero. O seu efeito é medido por integrações numéricas das equações de movimento ou por linearizações válidas por um curto período de tempo.

Para o método de otimização distinguem-se na literatura três categorias principais:

- i. Método direto, onde o problema é reduzido à busca direta de valores numéricos para um determinado número de parâmetros que minimizam uma certa função objetivo, representante do consumo de combustível. É este o método utilizado neste projeto, devido à sua maior adequação ao problema proposto;
- ii. Método indireto, onde as condições necessárias de primeira ordem (equações de Euler-Lagrange) são escritas e resolvidas analítica ou numericamente. Com isso, obtém-se os dados necessários para a solução final procurada;
- iii. Método híbrido, onde as condições necessárias de primeira ordem são escritas e resolvidas por meio de uma busca direta de parâmetros, como no método direto. Em outras palavras, as equações de Euler-Lagrange transformam o problema original num outro equivalente, que é então resolvido pelo método direto.

2.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A literatura é rica em trabalhos sobre otimização de trajetórias espaciais, considerando o consumo mínimo de combustível durante a missão. O artigo Prado e Rios-Neto, 1993a faz um ótimo apanhado sobre os principais trabalhos em técnicas convencionais de otimização de transferências orbitais e por essa razão a seção dedicada aos métodos clássicos desta revisão está baseada no mesmo. A este artigo ainda são acrescentadas algumas referências adicionais que foram consideradas relevantes, bem como artigos encontrados na literatura após o ano de sua publicação.

Outros trabalhos que resumem o conhecimento sobre manobras impulsivas são devidos a Gobetz e Doll (1969) e Edelbaum (1967), este último fazendo um estudo bibliográfico detalhado sobre o número de impulsos necessários a diferentes tipos de manobras orbitais.

Métodos Clássicos

Goddard (1919) foi um dos primeiros pesquisadores a estudar transferências ótimas de um veículo espacial entre dois pontos. Trabalhou com o problema de enviar um foguete para grandes altitudes com consumo mínimo de combustível e chegou a propor soluções ótimas aproximadas para este problema.

Para o caso de transferências com tempo livre, o primeiro resultado significativo na teoria de transferência orbital ótima foi desenvolvido por Hohmann (1925). Ele propôs que a transferência de consumo mínimo de combustível entre órbitas circulares e coplanares em um campo gravitacional newtoniano (que atua com uma lei do inverso do quadrado da distância) se dá através de uma elipse que é tangente a ambas as circunferências. Esta solução ainda é usada sob certas circunstâncias, e foi considerada como solução final do problema até 1959. As transferências desenvolvidas neste trabalho baseam-se na transferência de Hohmann e os passos principais envolvidos na mesma estão resumidos abaixo.

Transferência de Hohmann

A transferência de Hohmann é uma manobra relativamente simples (CHOBOTOV, 1996). Na órbita inicial de raio r_1 (ver Figura 2.1) aplica-se um impulso (ΔV_1) tangencial à velocidade orbital do veículo espacial. A magnitude de ΔV_1 é determinada pelo requisito de que o raio do apoópsse da elipse de transferência resultante deve ser igual ao raio da órbita circular final. Quando o veículo espacial atinge o apoópsse da órbita de transferência, outro impulso (ΔV_2) deve ser aplicado na direção do movimento para que o veículo entre em uma órbita circular de raio r_2 , completando a transferência.

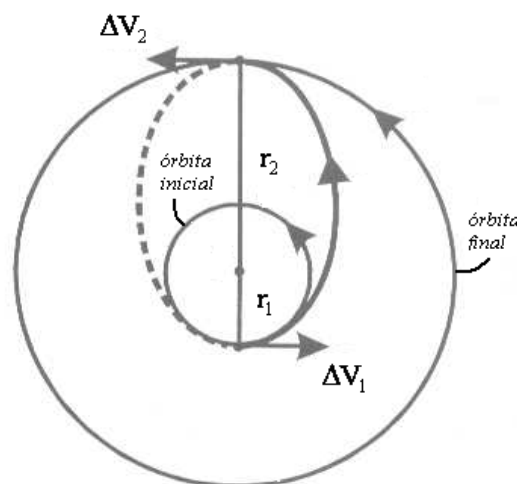


Figura 2.1 – Transferência de Hohmann (Chobotov, 1996).

Os impulsos desta manobra são obtidos da equação “vis-viva”,

$$V^2 = \mu \left[\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right] \quad (1)$$

e são dados por:

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{2\mu}{r_1} - \frac{2\mu}{r_1 + r_2}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \quad (2)$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} - \sqrt{\frac{2\mu}{r_2} - \frac{2\mu}{r_1 + r_2}}. \quad (3)$$

sendo que o incremento total de velocidade é dado por: $\Delta V = |\Delta V_1| + |\Delta V_2|$.

O tempo gasto para a transferência é a metade do período da órbita de transferência, isto é,

$$t = \frac{\pi(r_1 + r_2)^{3/2}}{2\sqrt{2\mu}}. \quad (4)$$

Um estudo detalhado desta transferência é feito em Marec (1979) onde a transferência de Hohmann é analisada em sua optimalidade. Barrar (1963) faz uma demonstração analítica de que esta é a transferência *bi-impulsiva* ótima.

A transferência de Hohmann acaba por obter grandes contribuições de outros pesquisadores com o passar do tempo e foi estendida para o caso elíptico (transferência entre duas órbitas elípticas, com empuxo infinito aplicado nos apsides), como feito por Marchal (1965), que faz um estudo para órbitas inicial e final elípticas e co-axiais diretas. Smith (1959) obteve resultados para alguns casos especiais entre órbitas coplanares, tais como: órbitas elípticas co-axiais e quase co-axiais, uma das órbitas quase circular ou ainda as duas órbitas quase circulares. Bender (1962) apresenta uma modelagem abrangente para resolver qualquer transferência entre órbitas coplanares. Posteriormente os casos de órbitas não-coplanares também foram incluídos, adicionando-se componentes de empuxo fora do plano das órbitas inicial e final. McCue (1963) estudou o problema de uma transferência bi-impulsiva entre duas órbitas elípticas inclinadas, incluindo a possibilidade de “rendez-vous”. A solução ótima para o caso de transferências entre órbitas elípticas não coplanares com tempo ou combustível fixo é apresentada por Eckel e Vinh (1984).

Vieram outras contribuições para se obter a diferença entre o caso ideal (empuxo infinito) e o real (empuxo finito), como o trabalho detalhado desenvolvido por Zee (1963) que obteve expressões analíticas para consumo extra de combustível (quanto combustível extra seria necessário para efetuar a manobra prevista), deficiência de

energia (quanta energia se teria a menos, caso a manobra fosse efetuada com o combustível previsto pelo caso ideal) e variação dos elementos orbitais (quanto cada elemento orbital da órbita final seria diferente do nominal, caso a manobra fosse realizada com o combustível previsto pelo caso ideal) devido à situação não ideal do propulsor, para diferentes valores de empuxo real aplicado.

Outra variante foi desenvolvida por Melton e Jin (1991), que estudaram a transferência entre duas órbitas circulares com dois impulsos de magnitudes fixas, onde o objetivo é encontrar as direções dos impulsos.

A Transferência Bielíptica Tri-Impulsiva

O conceito tri-impulsivo foi introduzido na literatura por Shternfeld (1959) na Rússia (EDELBAUM, 1967). Ele descobriu que se a órbita circular final da transferência de Hohmann é muito maior que a inicial, pode-se economizar combustível indo-se além da órbita final e usando-se uma elipse intermediária para o retorno, como mostrado na Figura 2.2.

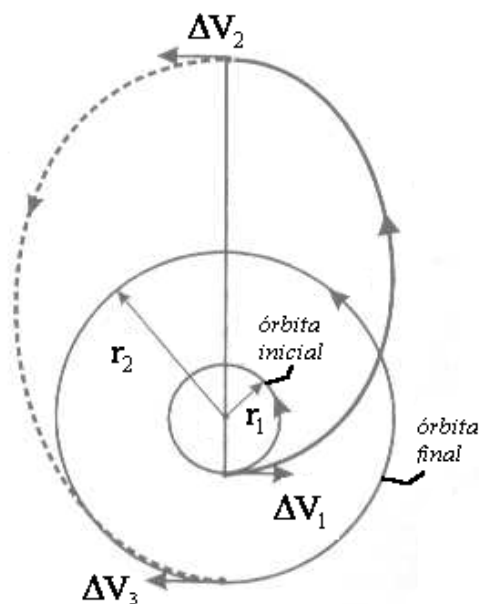


Figura 2.2 – Transferência bielíptica tri-impulsiva (Edelbaum, 1967).

De forma independente e simultânea, Hoelker e Silber (1959) fizeram um trabalho mais detalhado e mostraram que a solução de Hohmann era uma solução ótima apenas quando a razão entre os raios das órbitas final e inicial é menor que 11,94. Nos outros casos a transferência bielíptica tri-impulsiva, como ficou conhecida, é mais econômica. Esta transferência segue os passos:

- i. Aplica-se o primeiro impulso (ΔV_1) na órbita inicial, na direção do movimento do veículo espacial, e com uma magnitude tal que ele entre em uma órbita elítica com periápse r_1 e apoápse r_T . É necessário que $r_T > r_2$ pois, caso contrário, a transferência de Hohmann é mais eficiente;
- ii. Quando o veículo atinge o apoápse r_T , o segundo impulso (ΔV_2) é aplicado, também na direção do movimento, e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita elítica com apoápse r_T e periápse r_2 ;
- iii. Quando o veículo atinge o periápse r_2 aplica-se o terceiro impulso, agora contrário à direção do movimento, e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita circular de raio r_2 .

Deve-se notar que a transferência tem sua eficiência aumentada quanto maior for o valor de r_T , como é mostrado em Marec (1979). Esta manobra é mais eficiente que a manobra de Hohmann devido ao fato de que o segundo impulso é aplicado longe do centro de atração, o que diminui o combustível necessário para o impulso. Isto ocorre porque, sendo a intensidade do campo gravitacional inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os corpos, a força de atração em um ponto mais afastado é muito mais fraca.

A manobra tri-impulsiva também obteve contribuições de outros pesquisadores que a estenderam para o caso elítico (com as órbitas inicial e final elíticas), como em Ting (1960) que também mostrou que a aplicação de mais de três impulsos não pode levar a uma solução mais econômica (para o caso ideal de empuxo infinito), e Roth (1967) que obteve a solução de mínimo incremento de velocidade para a transferência bielítica com mudança de plano orbital.

A Transferência Bi-Parabólica

Sabendo-se que, quanto maior o valor de r_T (distância do veículo ao foco, no momento do segundo impulso) mais eficiente é a transferência, é natural se pensar no limite de r_T tendendo ao infinito. Isto é o que caracteriza a transferência bi-parabólica, que segue as etapas:

- i. Na órbita inicial aplica-se um impulso na direção do movimento e com magnitude ΔV_1 , tal que faça com que o veículo espacial entre em uma órbita parabólica;
- ii. Quando o veículo atinge o infinito¹ aplica-se um segundo impulso, infinitesimal, que faz com que o veículo passe da órbita parabólica inicial para outra órbita parabólica final que leva à órbita final. Esse impulso não consome combustível, devido ao fato de r_T ser infinito.
- iii. Quando o veículo espacial passa pelo periápse da órbita parabólica aplica-se o terceiro impulso, na direção oposta ao movimento e com magnitude ΔV_3 , tal que faça com que o veículo entre em órbita circular.

Esta transferência é usada somente como limite inferior para o consumo de combustível para transferências bielípticas já que, na prática, ela não pode ser realizada visto que o tempo necessário à etapa ii é infinito.

Em Marec (1979) podem ser encontrados gráficos de comparação da eficiência dos três tipos de transferências para diferentes valores da razão r_2 / r_1 .

Outras Manobras Impulsivas

Há outro tipo de transferência, derivada da transferência de Hohmann, que parte do pressuposto de que a transferência será feita por uma série de impulsos no perigeu (em passagens consecutivas) seguida por uma série de impulsos no apogeu. Essas manobras nos apsides podem compensar uma eventual falta de capacidade dos propulsores em fornecer o impulso necessário, pois usam o princípio de que impulsos nos apsides são mais eficientes. Neste caso a transferência leva várias órbitas para se concretizar. Um trabalho que calcula o impulso extra necessário (em relação à manobra bi-impulsiva de Hohmann) em função dos raios das órbitas inicial e final e do número de revoluções usadas na transferência é feito por Spencer, Glickman e Bercaw (1982) para o caso de plano orbital fixo.

Nesta mesma linha e um pouco mais tarde, Redding (1984) obtém um método de cálculo para a manobra não-impulsiva equivalente, com uso de empuxo finito aplicado em arcos em torno dos apsides. Matogawa (1983) também trabalha nesta idéia e deduz expressões para o número de extensões ótimo dos arcos com propulsão.

¹ Teoricamente, é claro. Na prática faz-se r_T tão grande que o efeito gravitacional do centro de atração possa ser desconsiderado.

Eckel (1962) encontra a melhor solução bi-impulsiva para o caso de órbitas elípticas não-coplanares, depois generalizada para o caso de N impulsos (com N dado *a priori*) em Eckel (1963). Prussing (1970) busca a solução ótima para um *rendez-vous* com tempo fixo usando dois ou três impulsos e Prussing (1969) faz este mesmo trabalho considerando 4 impulsos. Já Moyer (1965) estuda o caso de uma transferência com impulso mínimo entre uma órbita circular e uma elíptica coplanares. Pines (1964) encontra e aplica constantes de movimento ao caso impulsivo e Robins (1966) faz um estudo analítico da aproximação impulsiva. O artigo Broucke e Prado (1993b) faz uma abordagem analítica alternativa para o problema de transferências coplanares com N impulsos, onde a vantagem das transferências que passam pelo infinito é discutida em detalhes.

A maioria dos trabalhos mais modernos busca não só obter as magnitudes e direções dos impulsos, mas também o seu número, não mais o definindo *a priori*. Exemplos desta linha de pesquisa podem ser encontrados em Lion e Handelsman (1968), Jezewski e Rozendaal (1968), Gross e Prussing (1974), Eckel (1982) e Prussing e Chiu (1986). Uma interessante abordagem sobre o caso de propulsão quase-impulsiva, estudada a partir da impulsiva, pode ser encontrada em Redding e Breakwell (1984). Em Hazelrigg (1984) o teorema de Green foi utilizado para obter a solução ótima para a transferência entre órbitas coplanares e co-axiais sem restrição de tempo ou ângulo.

Existem também alguns exemplos de abordagens mistas, usando linearizações e sistema de propulsão impulsivo, como em Marec (1968) e em Stern (1984). May (1986) faz um trabalho com enfoque diferente, usando considerações de energia nas transferências orbitais. O problema de se fazer uma transferência bi-impulsiva de um corpo para ele mesmo é estudado em Prado e Broucke (1993).

Métodos Modernos

Os métodos mais modernos no estudo de trajetórias espaciais estão apoiados nos conceitos de mecânica celeste de captura gravitacional e de manobras assistidas por gravidade. Estes conceitos já são conhecidos pelos astrônomos por no mínimo 160 anos (BROUCKE; PRADO, 1993a), mas somente nas últimas décadas é que estas técnicas estão sendo estudadas e aplicadas em programas espaciais em todo o mundo, como forma de reduzir o consumo de combustível total das missões.

Captura Gravitacional

A captura gravitacional está baseada na idéia de que uma órbita levemente hiperbólica (energia residual positiva) em torno de um corpo pode ser transformada em uma órbita levemente elíptica (energia residual negativa) devido a perturbações de outros corpos. Essa captura em geral é temporária mas, enquanto a energia permanece negativa, um impulso pode ser aplicado para completar uma captura definitiva. Yamakawa (1992) foi um dos primeiros a ordenar os conhecimentos sobre a captura gravitacional fazendo uma revisão bibliográfica precisa. Inicialmente os estudos buscavam explicar a captura dos satélites planetários, mas com o tempo começaram a analisar o fenômeno na perspectiva da redução de consumo de combustível nas manobras espaciais.

Uma aplicação marcante foi o encontro com a Lua da nave espacial japonesa Muses-A/Hiten em 5 de Agosto de 1990 e a captura lunar em 19 de Dezembro. No mesmo ano, o trabalho feito por Belbruno e Miller (BELBRUNO, 1987; 1990) foi relacionado com esta missão. Esse tópico de captura gravitacional se encontra mais detalhado em Vieira-Neto (1999).

Manobra Assistida por Gravidade ou Swing-By

Nas manobras assistidas por gravidade (ou manobras de swing-by) o veículo espacial se utiliza de uma passagem próxima a um corpo celeste para ganhar ou perder energia, velocidade e momento angular. É a parte teórica principal deste projeto, uma vez que é devido a uma manobra de swing-by com a Lua que está sendo proposta uma economia de combustível em relação às manobras convencionais.

Esta é uma técnica importante, dado o número de missões que foram executadas ou que estão programadas usando este tipo de manobra (PRADO, 2001a). Minovich (1961) foi um dos primeiros a documentar os efeitos do swing-by, apresentando fórmulas para os cálculos das alterações na energia e no semi-eixo maior de uma órbita elíptica. Depois dele, Battin (1965) descreveu o diagrama fundamental para as mudanças de velocidades envolvidas neste tipo de manobra. Os trabalhos de Ruppe (1966) e Kaplan (1976) trazem descrições gerais desta técnica e o trabalho de Uphoff (1989) traz seus conceitos básicos. Mais recentemente vieram os trabalhos de Dowling *et al.* (1990) e (1991) que fizeram uma revisão bem detalhada do estudo de Minovitch (1961).

Visualizando situações práticas, Szebehely (1965) e Hollister e Prussing (1966) fazem um trabalho teórico sobre o uso do planeta Vênus para uma viagem da Terra até Marte e, mais recentemente, Striepe e Braun (1991) desenvolveram um estudo mais detalhado desta manobra.

Um conceito importante derivado da manobra assistida pela gravidade é a missão multi-planetária. Esse caso particular engloba, especialmente, a grande viagem entre os planetas, concebida por Flandro (1966). Um exemplo bem sucedido foi o das missões Voyager, que voaram para os planetas exteriores (planetas a partir de Júpiter) do sistema solar com o uso de swing-bys sucessivos nos planetas visitados, onde ganharam energia (KOHLHASE; PENZO, 1977).

Um pouco mais tarde, Nock e Upholf (1979) pesquisaram o uso da Lua para lançar uma nave espacial para uma órbita elíptica ou hiperbólica que termine em escape da Terra. No mesmo ano, D'Amario *et al.* (1979) desenvolvem métodos de otimização para economia de combustível em manobras de múltiplos swing-bys com propulsão nos satélites de um grande planeta (Júpiter ou Saturno), de forma a investigar esses satélites. D'Amario, Byrnes e Stanford (1981) apresentam um novo método de otimização e D'Amario, Byrnes e Stanford (1982) fazem aplicações para a sonda Galileo.

Ainda nesta linha de pesquisa, Farquhar e Dunhan (1981) e Marsh e Howell (1988) fazem um estudo do uso de sucessivos swing-bys com a Lua para obter geometrias desejáveis nas órbitas das naves espaciais ao redor da Terra.

O uso de swing-by com a Terra, ou outro planeta interior, para fornecer energia suficiente ao veículo espacial para que ele atinja o exterior do Sistema Solar foi pesquisado em Byrnes e D'Amario (1982) e em D'Amario e Byrnes (1983).

A missão Ulysses (CARVEL, 1985) tinha o objetivo de observar os pólos do Sol e foi realizada na prática. Ela fez uso do planeta Júpiter para fazer uma forte alteração na inclinação do plano orbital da nave espacial, de modo que fosse transferida para uma órbita que tivesse um plano orbital perpendicular à eclíptica.

Uma outra importante missão foi a ICE (ISEE-3) que descreve uma trajetória que usa múltiplos swing-bys lunares para alcançar o cometa Giacobini-Zimmer e que foi desenvolvida e documentada nos artigos Farquhar, Muhonen e Church (1985), Muhonen, Davis e Dunhan (1985), Dunhan e Davis (1985) e Efron, Yomans e Schanzle (1985).

Já na última década, houveram os trabalhos de Weinstein (1992) que pesquisou os efeitos de um swing-by com Plutão e Swenson (1992) que fez cálculos de uma trajetória para Netuno usando swing-bys com a Terra, Vênus e Júpiter.

As pesquisas mais modernas ainda incluem Prado e Broucke (1994) que consideraram os efeitos da atmosfera em uma trajetória de swing-by, Prado e Broucke (1995) que classificaram trajetórias que fazem um swing-by com a Lua e Prado (1996), que considerou a possibilidade de se aplicar um impulso durante a passagem pelo periápse de uma manobra de passagem próxima.

Outros modelos usados para estudar o problema são o problema circular restrito de três corpos (como em Broucke (1988), Broucke e Prado (1993a) e Prado (1993)) e o problema elíptico restrito de três corpos (PRADO, 1997)

Dois trabalhos muito importantes para a base teórica do swing-by desta pesquisa são Felipe e Prado (1999), que estudaram e classificaram numericamente manobras de swing-by em três dimensões, e Prado (2000) que fez uma descrição analítica da manobra de swing-by também no espaço tridimensional.

CAPÍTULO 3

A MANOBRA PROPOSTA

A manobra proposta consiste em três etapas principais, sendo a primeira de aplicação de um impulso inicial no satélite, de forma a enviá-lo para a Lua. A segunda etapa consiste no swing-by com a Lua que resulta na mudança de plano da órbita sem custo de combustível. A terceira etapa é a aplicação dos impulsos finais que retornam o satélite aos valores de semi-eixo maior e excentricidade da órbita inicial, completando a manobra.

O sistema possui dois corpos primários com massa finita (a Terra e a Lua) que estão em órbita circular em torno do centro de massa comum, e um terceiro corpo com massa desprezível (a espaçonave) que tem seu movimento governado pelos dois outros corpos. O sistema é fechado, ou seja, são desconsideradas quaisquer perturbações fora do sistema Terra-Lua-espaçonave.

A abordagem mais comum para se estudar este tipo de manobra é dividir o problema em três fases dominadas pela mecânica celeste de dois corpos. Este é o método chamado “Patched Conics” em que a manobra de passagem próxima é dividida da seguinte forma:

- i. A primeira parte despreza os efeitos da Lua e considera somente a influência gravitacional da Terra na trajetória que leva a espaçonave à Lua;
- ii. Quando o veículo atinge um ponto no qual a gravidade da Lua domina seu movimento (entrando assim na esfera de influência da Lua), os efeitos da Terra são desconsiderados e o movimento passa a ser controlado pela gravidade lunar, e a órbita é considerada como sendo kepleriana em torno da Lua;
- iii. Uma vez que o veículo espacial deixa a esfera de influência da Lua, seu movimento é novamente controlado somente pela gravidade terrestre.

É assumido que o satélite se encontra inicialmente em uma órbita estacionária em volta da Terra (órbita inicial ou órbita *zero*), coplanar com a órbita da Lua, como mostra o esquema da Figura 3.1. Esta órbita possui semi-eixo inicial maior a_0 e excentricidade e_0 .

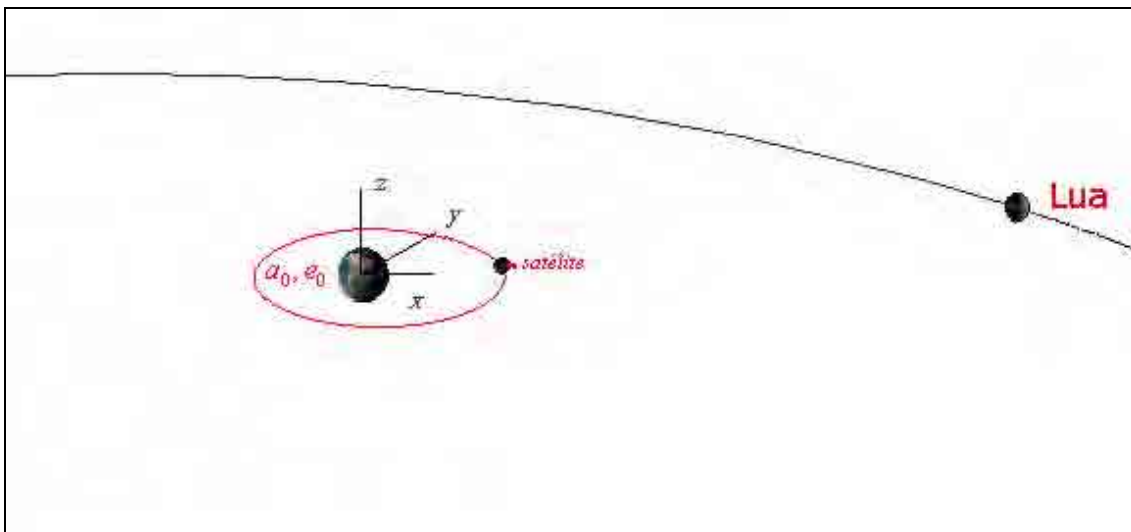


Figura 3.1 - Órbita inicial em torno da Terra.

De forma a simplificar os cálculos, o sistema canônico de unidades é usado, e isto implica que:

- A unidade de distância é a distância entre o centro da Terra e o centro da Lua (384400,05 Km);
- A velocidade angular do movimento da Terra e da Lua em torno do centro de massa do sistema é um;
- A massa da Terra (μ_T) é dada por $1 - \mu_L$, sendo $\mu_L = \frac{M_2}{M_1 + M_2}$ (massa adimensional da Lua) e M_1 e M_2 as massas reais da Terra e da Lua, respectivamente;
- E ainda, a unidade de tempo é definida de forma que o período de movimento da Terra e da Lua em torno do centro de massa do sistema seja 2π ;
- E, enfim, a constante gravitacional² também é um.

3.1. O IMPULSO INICIAL

Quando o satélite atinge a posição escolhida, um primeiro impulso é aplicado de forma a enviar a espaçonave de sua órbita inicial para o encontro com a Lua. A órbita de transferência (órbita *um*) possui semi-eixo maior a_1 e excentricidade e_1 . Lembrando-se

² Constante que expressa a atração gravitacional que se produz entre dois objetos de um kg cada um, separados por um metro de distância. Seu valor real é $G = 6.673 * 10^{-11} m^3 s^{-2} kg^{-1}$.

que a distância entre a Terra e a Lua é um, o valor mínimo para o semi-eixo maior que permite a transferência para a Lua é dado por:

$$a_1 = (1 + r)/2 \quad (5)$$

onde r é o ponto de aplicação do primeiro impulso, o perigeu ou apogeu da órbita inicial. A excentricidade desta órbita de transferência é dada por:

$$e_1 = 1 - \frac{r}{a_1} \quad (6)$$

O esquema para esta manobra pode ser visto na Figura 3.2.

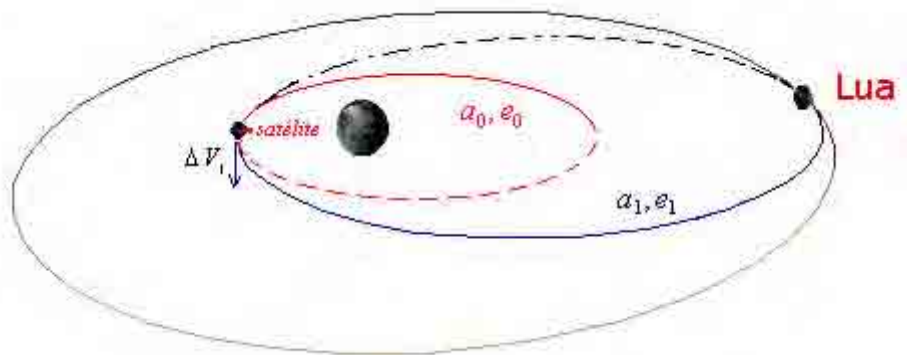


Figura 3.2 - Órbita de transferência para a Lua.

O impulso necessário para esta transferência é dado por $\Delta V_1 = V_1 - V_0$, sendo que V_1 é a velocidade na órbita de transferência e V_0 é a velocidade na órbita inicial, ambas no ponto do impulso. Sendo a órbita inicial elíptica, deve-se escolher o ponto em que este impulso será aplicado. De forma a fazer esta manobra ainda mais competitiva que as manobras clássicas, é razoável se estudar qual o melhor ponto da órbita inicial para a aplicação do primeiro impulso, ou seja, o ponto em que a manobra proposta é mais econômica. É sabido que os únicos pontos que podem ser ótimos são o periápse e o apoápse da órbita (MAREC, 1979). A seguir será então apresentado um estudo para a escolha do modelo que minimiza o gasto de combustível do primeiro impulso.

Modelos para o Impulso Inicial

As posições analisadas para a aplicação do primeiro impulso são o periápse e o apoápse da órbita inicial. A seguir são mostrados os dois modelos considerados e os resultados usados para a escolha de um deles.

Modelo 1 - Impulso inicial dado no apogeu da órbita inicial.

Neste caso, o impulso é dado quando o satélite atinge o apogeu da órbita inicial como é mostrado na Figura 3.3.

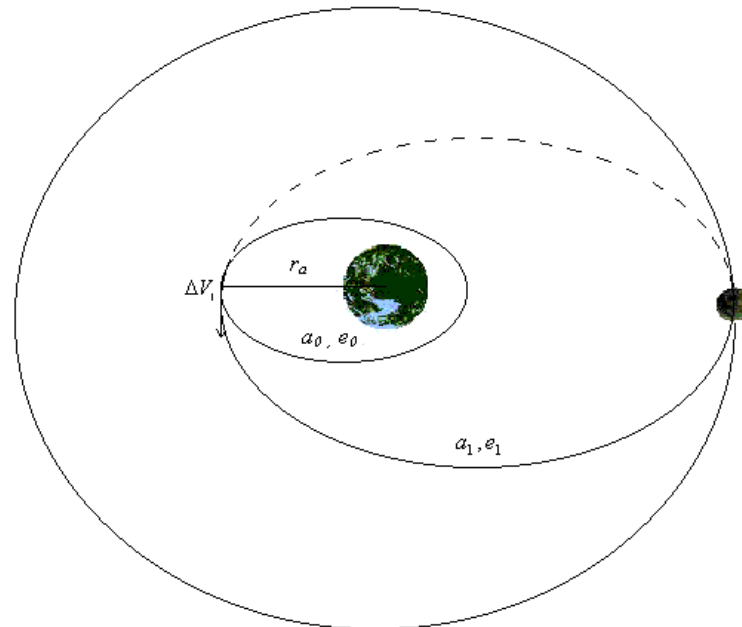


Figura 3.3 – Primeiro impulso aplicado no apogeu da órbita inicial.

Para se encontrar o valor do impulso neste modelo usa-se também a Equação (1) fazendo-se $r = a_0(1+e_0)$, ou seja, o apogeu da órbita inicial. Com isso, o primeiro impulso é dado por:

$$\Delta V_{1I} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1+e_0)} - \frac{\mu_T}{a_1}} - \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1+e_0)} - \frac{\mu_T}{a_0}} \quad (7)$$

Modelo 2 - Impulso inicial dado no perigeu da órbita inicial.

Já neste caso, o primeiro impulso é aplicado quando o satélite atinge o perigeu da órbita inicial, como mostra a Figura 3.4.

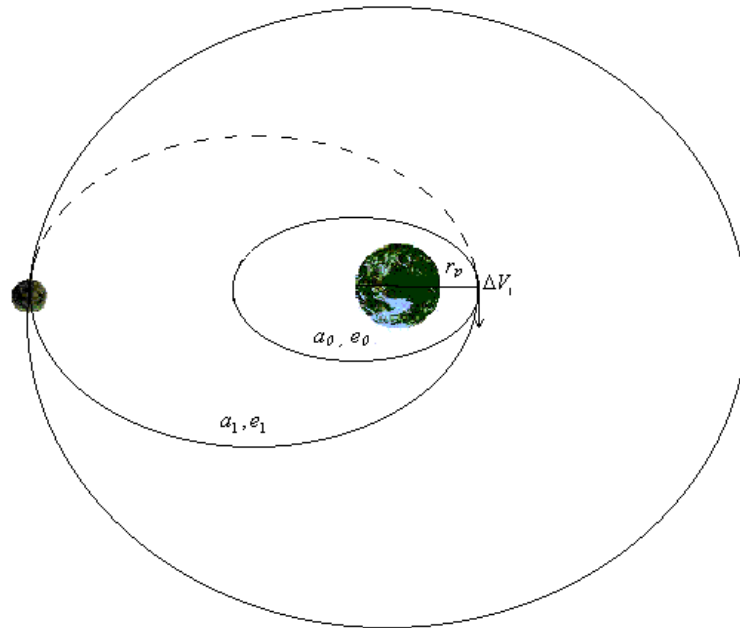


Figura 3.4 – Primeiro impulso aplicado no perigeu da órbita inicial.

Da mesma forma que no modelo anterior, o impulso inicial neste caso pode ser calculado a partir de (1), mas fazendo-se agora $r = a_0(1 - e_0)$, ou seja, o perigeu da órbita inicial. Assim,

$$\Delta V_{1II} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1-e_0)} - \frac{\mu_T}{a_1}} - \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1-e_0)} - \frac{\mu_T}{a_0}} \quad (8)$$

Testes

Para testar os dois modelos foram gerados alguns gráficos que pudessem justificar a escolha de um deles. Para tanto, foi atribuído o valor da massa adimensional da Lua $\mu_L = 0.0121$, uma vez que a massa adimensional da Terra μ_T é uma função do mesmo. Para obter o valor do semi-eixo maior da órbita de transferência a_1 foi usada a Equação (5). Assim, restam os valores do semi-eixo maior e excentricidade da órbita inicial a_0 e e_0 , respectivamente, para serem variados.

A seguir são apresentados alguns gráficos bidimensionais onde se fixa um valor para e_0 e obtém-se $\Delta V_{1I} - \Delta V_{1II}$, a diferença entre os valores dos dois modelos, em função de a_0 . Os valores acima do eixo a_0 (com valores positivos da função $\Delta V_{1I} - \Delta V_{1II}$) indicam que o módulo do impulso ΔV_{1I} é maior que o módulo do impulso ΔV_{1II} , sendo o modelo I, portanto, menos eficiente (uma vez que buscamos o

menor consumo de combustível). O caso contrário indica que o modelo II é menos eficiente.

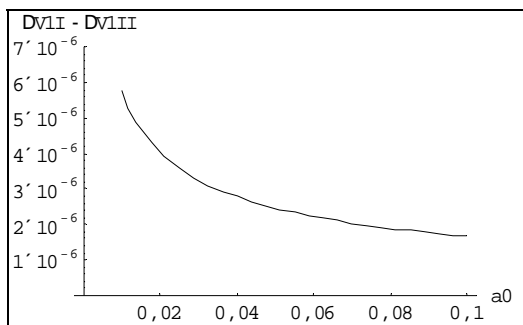


Figura 3.5 – Variação de $\Delta V_{I} - \Delta V_{II}$ em função de a_0 para o valor $e_0 = 10^{-5}$.

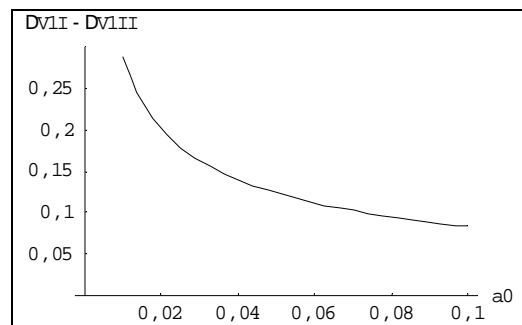


Figura 3.6 – Variação de $\Delta V_{I} - \Delta V_{II}$ em função de a_0 para o valor $e_0 = 0,05$.

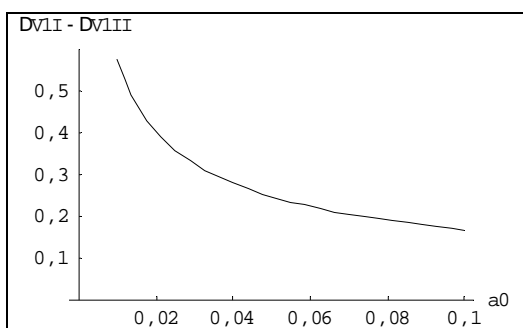


Figura 3.7 – Variação de $\Delta V_{I} - \Delta V_{II}$ em função de a_0 para o valor $e_0 = 0,1$.

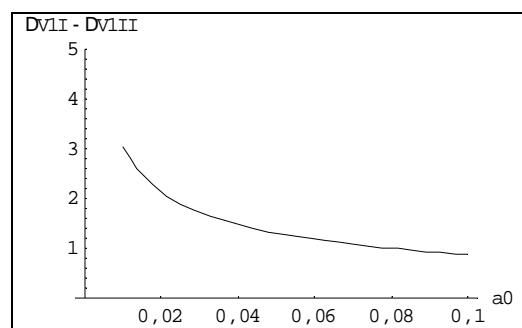


Figura 3.8 – Variação de $\Delta V_{I} - \Delta V_{II}$ em função de a_0 para o valor $e_0 = 0,5$.

Pode-se perceber pelos gráficos apresentados nas Figuras 3.5 - 3.8 que, apesar das diferenças de escalas dos gráficos, o impulso descrito pelo modelo II é menor que o impulso do modelo I em todos os valores de excentricidade testados. Especial atenção deve ser dada ao fato de que, quando a excentricidade é próxima de zero, como no gráfico da Figura 3.5, as duas manobras são praticamente iguais em eficiência, o que é justificado pelo fato desta órbita estar próxima da circular, o que faz a escolha da posição do impulso ser irrelevante.

É natural se pensar que, para confirmar a hipótese de que a manobra II é sempre melhor que a manobra I, pode ser feito um gráfico tridimensional em que o semi-eixo maior e a excentricidade da órbita inicial são variados simultaneamente. Isto é feito na Figura 3.9.

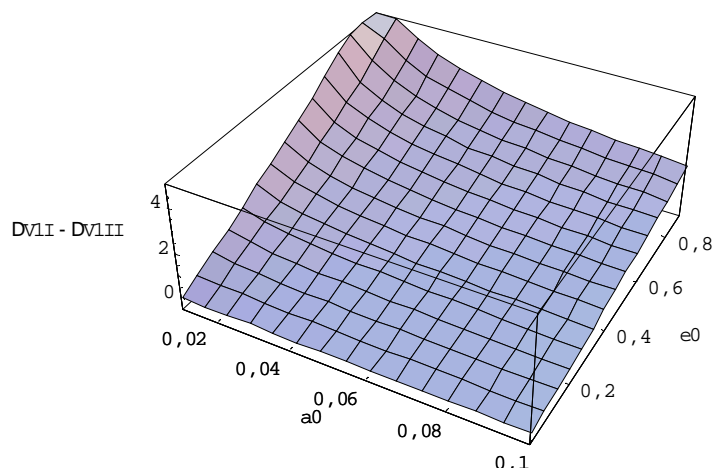


Figura 3.9 – Variação de $\Delta V_I - \Delta V_{II}$ em função de a_0 (de 0 a 0,1) e de e_0 (de 0 a 0,9).

Pode-se ver pela Figura 3.9 que, para quaisquer valores de semi-eixo maior e excentricidade da órbita inicial dentro dos limites testados, a função $\Delta V_I - \Delta V_{II}$ possui valores positivos.

Conclusão

A partir da análise dos resultados gerados é justificada a escolha do modelo II para ser usado na manobra proposta. Esse resultado é esperado, uma vez que a velocidade no perigeu é maior, fazendo que o módulo do impulso para atingir a velocidade desejada seja menor. Isto quer dizer que, para órbitas iniciais elípticas, o perigeu da órbita será sempre usado para a aplicação do impulso inicial que irá levar a espaçonave à Lua. Com isso o primeiro impulso da manobra é dado pela Equação (9):

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1-e_0)} - \frac{\mu_T}{a_1}} - \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1-e_0)} - \frac{\mu_T}{a_0}} \quad (9)$$

3.2. SWING-BY EM TRÊS DIMENSÕES

Após a aplicação do primeiro impulso, o satélite partirá em direção à Lua para que a gravidade lunar faça a manobra de mudança de plano sem consumo de combustível. A manobra de swing-by é uma técnica muito popular usada para diminuir o gasto de combustível em missões espaciais, e consiste em usar uma passagem próxima a um corpo celeste de forma a alterar a velocidade, energia e momento angular de um corpo menor (um cometa ou uma espaçonave, por exemplo) (FELIPE; PRADO, 1999).

Ao entrar na região de influência lunar, o satélite passa a descrever uma órbita em torno da Lua e o ponto em que a manobra é estudada é o periápse lunar (ou periluna). Dentre os diversos conjuntos de condições iniciais que podem ser usados para identificar unicamente uma trajetória de swing-by, as seguintes cinco variáveis são usadas (PRADO, 2000):

- . \vec{V}_p , a velocidade da espaçonave na periluna;
- . \vec{r}_p , a distância entre a espaçonave e o centro da Lua no momento da passagem próxima (distância da periluna);
- . α , o ângulo entre a projeção do vetor \vec{r}_p no plano da órbita da Lua em torno do centro de massa do sistema e a linha que conecta os dois corpos primários;
- . β , o ângulo entre o vetor \vec{r}_p e o plano da órbita da Lua;
- . λ , o ângulo entre o vetor \vec{V}_p e a interseção entre o plano horizontal que passa pela periluna e o plano perpendicular a esse (que contém \vec{V}_p).

A Figura 3.10 mostra a seqüência para esta manobra, na qual M_1 e M_2 são os corpos primários: Terra e Lua, respectivamente. M_3 representa a espaçonave, o corpo secundário de massa desprezível. É assumido que M_1 e M_2 estão em órbitas circulares em torno do centro de massa comum e M_3 tem seu movimento governado pelos dois outros corpos. O veículo espacial deixa o ponto A, passa pelo ponto P (periápse da trajetória de M_3 em torno de M_2) e vai ao ponto B. Os pontos A e B são escolhidos de tal forma que a influência de M_2 pode ser desprezada e, conseqüentemente, a energia pode ser assumida como constante antes de A e depois de B (estando o sistema seguindo a modelagem simples de dois corpos).

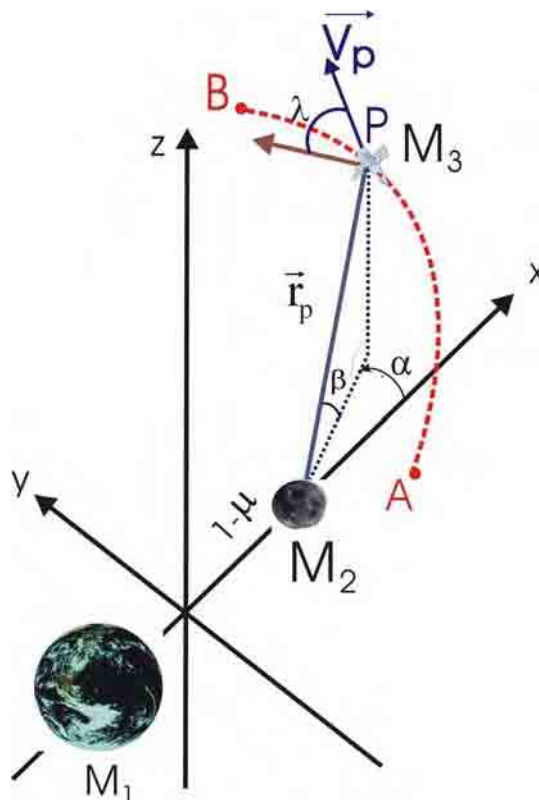


Figura 3.10 - Swing-by em três dimensões (Prado, 2001b).

Usando a abordagem “Patched Conics” já descrita, as equações que quantificam as mudanças na velocidade, energia e momento angular na órbita kepleriana da espaçonave em torno do corpo primário estão disponíveis na literatura (BROUCKE, 1988; PRADO, 2000).

A Figura 3.11 mostra a adição vetorial das velocidades envolvidas na manobra.

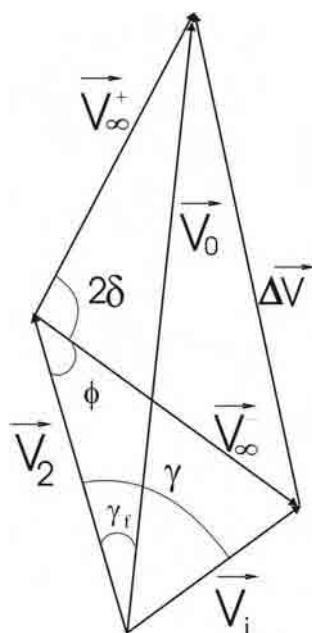


Figura 3.11 - Soma de vetores velocidade envolvidos na manobra de swing-by (Prado, 2001a).

Na Figura 3.11, \vec{V}_i e \vec{V}_o , são os vetores velocidade da espaçonave em relação à Terra (velocidades em relação ao sistema de coordenadas inercial) imediatamente antes e imediatamente após o swing-by, respectivamente; γ é o ângulo de vôo, ou seja, o ângulo entre a velocidade da espaçonave no sistema de referência inercial e a velocidade da Lua; δ é metade do ângulo de rotação da espaçonave em volta da Lua; \vec{V}_∞^- é o vetor velocidade da espaçonave em relação à Lua no momento que o swing-by começa (\vec{V}_∞^-) ou termina (\vec{V}_∞^+); e $\Delta\vec{V}$ é a variação total na velocidade da espaçonave causada pela manobra de swing-by.

É possível então calcular a magnitude da velocidade da espaçonave em relação à Terra no momento do cruzamento com a órbita da Lua (V_i) e a anomalia verdadeira deste ponto (PRADO, 2001a):

$$V_i = \sqrt{\mu_T \left(2 - \frac{1}{a_1} \right)} \quad (10)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left\{ \frac{1}{e_1} \left[a_1 (1 - e_1^2) - 1 \right] \right\} \quad (11)$$

Nestas equações, está sendo usada a distância canônica entre a Terra e a Lua ($d = 1$). O ângulo de vôo γ é dado por:

$$\gamma = \tan^{-1} \left[\frac{e_1 \sin \theta}{1 + e_1 \cos \theta} \right] \quad (12)$$

O módulo de \vec{V}_∞ pode ser obtido pela lei dos cossenos de acordo com os vetores da Figura 3.11:

$$V_\infty = \sqrt{V_i^2 + V_2^2 - 2V_i V_2 \cos \gamma} \quad (13)$$

O ângulo ϕ mostrado na Figura 3.11 e o ângulo de rotação (2δ) da espaçonave em volta da Lua são dados por:

$$\phi = \cos^{-1} \left[-\frac{V_i^2 - V_2^2 - V_\infty^2}{2V_2 V_\infty} \right] \quad (14)$$

$$\delta = \sin^{-1} \left(1 / \left(1 + \frac{r_p V_\infty^2}{\mu_L} \right) \right) \quad (15)$$

O ângulo de aproximação α mostrado na Figura 3.10 é dado por $\alpha = \pi + \phi + \delta$. Assumindo-se que a trajetória da espaçonave está vindo do mesmo plano da órbita da Lua e que o ângulo β e a distância da periluna r_p são usados como variáveis de controle da manobra, pode-se obter a seguinte equação para o ângulo λ da Figura 3.10:

$$\lambda = \text{sen}^{-1}[-\tan(\delta)\tan(\beta)] \quad (16)$$

Agora é feita uma análise vetorial para se encontrar os vetores envolvidos na manobra de swing-by, já mostrados na Figura 3.11. Inicialmente, são calculadas as condições iniciais da espaçonave em relação à Lua na periluna. Elas são (PRADO, 2000):

. Posição:

$$x_i = r_p \cos \beta \cos \alpha \quad (17)$$

$$y_i = r_p \cos \beta \sin \alpha \quad (18)$$

$$z_i = r_p \sin \beta \quad (19)$$

. Velocidade:

$$V_{xi} = -V_p \text{sen } \lambda \text{sen } \beta \cos \alpha - V_p \cos \lambda \text{sen } \alpha \quad (20)$$

$$V_{yi} = -V_p \text{sen } \lambda \text{sen } \beta \sin \alpha + V_p \cos \lambda \cos \alpha \quad (21)$$

$$V_{zi} = V_p \cos \beta \text{sen } \lambda \quad (22)$$

Durante a passagem, é ainda assumido que a modelagem simples de dois corpos é válida e que toda a manobra ocorre no plano definido pelos vetores \vec{r}_p e \vec{V}_p . Desta forma, os vetores \vec{V}_∞^- e \vec{V}_∞^+ podem ser escritos como uma combinação linear dos vetores unitários associados a \vec{r}_p e \vec{V}_p . Usando \vec{V}_∞ para representar ambos \vec{V}_∞^- e \vec{V}_∞^+ , uma vez que eles diferem apenas na direção, tem-se:

$$\vec{V}_\infty = A \frac{\vec{r}_p}{r_p} + B \frac{\vec{V}_p}{V_p} \quad (23)$$

Isto significa que:

$$\vec{V}_\infty = A(\cos \beta \cos \alpha, \cos \beta \sin \alpha, \text{sen } \beta) + B(-\text{sen } \lambda \text{sen } \beta \cos \alpha - \cos \lambda \text{sen } \alpha, \text{sen } \lambda \text{sen } \beta \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha, \cos \beta \text{sen } \lambda) \quad (24)$$

Sendo que A e B seguem a relação:

$$A^2 + B^2 = V_\infty^2 \quad (25)$$

O módulo do vetor \vec{V}_∞ também pode ser obtido pela fórmula:

$$V_\infty^2 = V_p^2 - \frac{2\mu_L}{r_p} \quad (26)$$

Esta equação representa a conservação de energia da dinâmica de dois corpos. O segundo requisito para \vec{V}_∞ é que ele faça um ângulo δ com \vec{V}_p , sendo que δ é a metade do ângulo total de rotação descrito pelo vetor velocidade durante a manobra. Esta condição pode ser escrita como:

$$\vec{V}_\infty \bullet \vec{V}_p = V_\infty V_p \cos \delta \quad (27)$$

onde o ponto é a representação do produto escalar entre os dois vetores. E, usando a Equação (23), pode-se obter:

$$\vec{V}_\infty \bullet \vec{V}_p = \left(A \frac{\vec{r}_p}{r_p} + B \frac{\vec{V}_p}{V_p} \right) \bullet \vec{V}_p = B V_p = V_\infty V_p \cos \delta \quad (28)$$

onde conclui-se que $B = V_\infty \cos \delta$, pelo fato de que $\vec{r}_p \bullet \vec{V}_p = 0$ (na periluna, \vec{r}_p e \vec{V}_p são perpendiculares).

Assim, da Equação (25) tem-se:

$$\begin{aligned} A^2 &= V_\infty^2 - B^2 \\ &= V_\infty^2 - V_\infty^2 \cos^2 \delta \\ &= V_\infty^2 (1 - \cos^2 \delta) \\ &= V_\infty^2 \sin^2 \delta \end{aligned}$$

onde,

$$A = \pm V_\infty \sin \delta \quad (29)$$

Com estas condições tem-se que

$$\begin{aligned} \vec{V}_\infty^- &= V_\infty \sin \delta (\cos \beta \cos \alpha, \cos \beta \sin \alpha, \sin \beta) \\ &+ V_\infty \cos \delta (-\sin \lambda \sin \beta \cos \alpha - \cos \lambda \sin \alpha, \\ &- \sin \lambda \sin \beta \sin \alpha + \cos \lambda \cos \alpha, \cos \beta \sin \lambda) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}\vec{V}_\infty^+ &= -V_\infty \text{sen } \delta (\cos \beta \cos \alpha, \cos \beta \text{sen } \alpha, \text{sen } \beta) \\ &+ V_\infty \cos \delta (-\text{sen } \lambda \text{sen } \beta \cos \alpha - \cos \lambda \text{sen } \alpha, \\ &-\text{sen } \lambda \text{sen } \beta \text{sen } \alpha + \cos \lambda \cos \alpha, \cos \beta \text{sen } \lambda)\end{aligned}\quad (31)$$

Assume-se que velocidade da Lua em relação ao sistema de referência inercial é:

$$\vec{V}_2 = (0, V_2, 0) \quad (32)$$

E então, pela adição vetorial:

$$\begin{aligned}\vec{V}_i &= \vec{V}_\infty^- + \vec{V}_2 = V_\infty \text{sen } \delta (\cos \beta \cos \alpha, \cos \beta \text{sen } \alpha, \text{sen } \beta) \\ &+ V_\infty \cos \delta (-\text{sen } \lambda \text{sen } \beta \cos \alpha - \cos \lambda \text{sen } \alpha, \\ &-\text{sen } \lambda \text{sen } \beta \text{sen } \alpha + \cos \lambda \cos \alpha, \cos \beta \text{sen } \lambda) + (0, V_2, 0)\end{aligned}\quad (33)$$

$$\begin{aligned}\vec{V}_o &= \vec{V}_\infty^+ + \vec{V}_2 = -V_\infty \text{sen } \delta (\cos \beta \cos \alpha, \cos \beta \text{sen } \alpha, \text{sen } \beta) \\ &+ V_\infty \cos \delta (-\text{sen } \lambda \text{sen } \beta \cos \alpha - \cos \lambda \text{sen } \alpha, \\ &-\text{sen } \lambda \text{sen } \beta \text{sen } \alpha + \cos \lambda \cos \alpha, \cos \beta \text{sen } \lambda) + (0, V_2, 0)\end{aligned}\quad (34)$$

Com estas equações é possível obter as expressões para as variações na velocidade, energia e momento angular. Elas são:

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_o - \vec{V}_i = -2V_\infty \text{sen } \delta (\cos \beta \cos \alpha, \cos \beta \text{sen } \alpha, \text{sen } \beta) \quad (35)$$

que implica em:

$$|\Delta \vec{V}| = 2V_\infty \text{sen } \delta \quad (36)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}(V_o^2 - V_i^2) = -2V_2 V_\infty \cos \beta \text{sen } \alpha \text{sen } \delta \quad (37)$$

Para o momento angular (\vec{C}) os resultados são:

$$\vec{C}_i = \vec{R} \times \vec{V}_i = V_\infty \left(\begin{array}{l} 0, -\text{sen } \beta \text{sen } \delta + \cos \beta \cos \delta \text{sen } \lambda, \\ \frac{V_2}{V_\infty} + \cos \alpha \cos \delta \cos \lambda + \cos \beta \text{sen } \alpha \text{sen } \delta - \cos \delta \text{sen } \alpha \text{sen } \beta \text{sen } \lambda \end{array} \right) \quad (38)$$

$$\vec{C}_o = \vec{R} \times \vec{V}_o = V_\infty \left(\begin{array}{l} 0, \text{sen } \beta \text{sen } \delta - \cos \beta \cos \delta \text{sen } \lambda, \\ \frac{V_2}{V_\infty} + \cos \alpha \cos \delta \cos \lambda - \cos \beta \text{sen } \alpha \text{sen } \delta - \cos \delta \text{sen } \alpha \text{sen } \beta \text{sen } \lambda \end{array} \right) \quad (39)$$

onde $\vec{R} = (1,0,0)$ é vetor posição da Lua, sendo 1 a distância canônica entre a Terra e a Lua, e \vec{C}_i e \vec{C}_o são os momentos angulares inicial (antes do swing-by) e final (após o swing-by), respectivamente.

E assim, obtém-se a variação do momento angular por:

$$\Delta\vec{C} = \vec{C}_o - \vec{C}_i = 2V_\infty \sin \delta (0, \sin \beta, -\cos \beta \sin \alpha) \quad (40)$$

sendo que o módulo desta variação é dado por:

$$|\Delta\vec{C}| = 2V_\infty \sin \delta (\cos^2 \beta \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta)^{1/2} \quad (41)$$

Usando a definição de velocidade angular $\omega = \frac{V_2}{d}$ é possível conseguir:

$$\omega \Delta C_z = -2V_2 V_\infty \cos \beta \sin \alpha \sin \delta = \Delta E \quad (42)$$

Para a inclinação, os resultados são obtidos dos cálculos seguintes:

$$|\vec{C}_i| = V_\infty \left[(\sin \beta \sin \delta + \cos \beta \cos \delta \sin \lambda)^2 + \left(\frac{V_2}{V_\infty} + \cos \alpha \cos \delta \cos \lambda + \cos \beta \sin \alpha \sin \delta - \cos \delta \sin \alpha \sin \beta \sin \lambda \right)^2 \right]^{1/2} \quad (43)$$

$$C_{iz} = V_\infty \left(\frac{V_2}{V_\infty} + \cos \alpha \cos \delta \cos \lambda + \cos \beta \sin \alpha \sin \delta - \cos \delta \sin \alpha \sin \beta \sin \lambda \right) \quad (44)$$

E assim,

$$\cos(i_i) = \frac{C_{iz}}{|\vec{C}_i|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sin \beta \sin \delta + \cos \beta \cos \delta \sin \lambda}{\frac{V_2}{V_\infty} + \cos \alpha \cos \delta \cos \lambda + \cos \beta \sin \alpha \sin \delta - \cos \delta \sin \alpha \sin \beta \sin \lambda} \right)^2}} \quad (45)$$

E, de forma análoga:

$$|\vec{C}_o| = V_\infty \left[(\text{sen } \beta \text{ sen } \delta + \cos \beta \cos \delta \text{ sen } \lambda)^2 + \left(\frac{V_2}{V_\infty} + \cos \alpha \cos \delta \cos \lambda - \cos \beta \text{ sen } \alpha \text{ sen } \delta - \cos \delta \text{ sen } \alpha \text{ sen } \beta \text{ sen } \lambda \right)^2 \right]^{1/2} \quad (46)$$

$$C_{oz} = V_\infty \left(\frac{V_2}{V_\infty} + \cos \alpha \cos \delta \cos \lambda - \cos \beta \text{ sen } \alpha \text{ sen } \delta - \cos \delta \text{ sen } \alpha \text{ sen } \beta \text{ sen } \lambda \right) \quad (47)$$

E assim,

$$\cos(i_o) = \frac{C_{oz}}{|\vec{C}_o|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\text{sen } \beta \text{ sen } \delta - \cos \beta \cos \delta \text{ sen } \lambda}{\frac{V_2}{V_\infty} + \cos \alpha \cos \delta \cos \lambda + \cos \beta \text{ sen } \alpha \text{ sen } \delta - \cos \delta \text{ sen } \alpha \text{ sen } \beta \text{ sen } \lambda} \right)^2}} \quad (48)$$

onde i_i e i_o são as inclinações inicial (antes do swing-by) e final (após o swing-by) respectivamente, e o subscrito Z significa a componente z do momento angular.

A variação na inclinação Δi pode ser obtida fazendo-se $i_o - i_i$. No entanto, nesta pesquisa considera-se que a espaçonave está vindo do mesmo plano orbital da Lua e assim $i_i = 0^\circ$, e a variação total na inclinação é $\Delta i = i_o$.

3.3. OS IMPULSOS FINAIS

Após o swing-by, o satélite sairá da região de influência da Lua com uma nova inclinação, e será necessário aplicar-lhe dois outros impulsos, ΔV_2 e ΔV_3 , para que ele retorne aos valores de semi-eixo maior e excentricidade da órbita inicial em torno da Terra. A órbita final terá os mesmos valores de semi-eixo maior e excentricidade da órbita inicial. O esquema na Figura 3.12 mostra uma ilustração da aplicação dos dois impulsos finais.

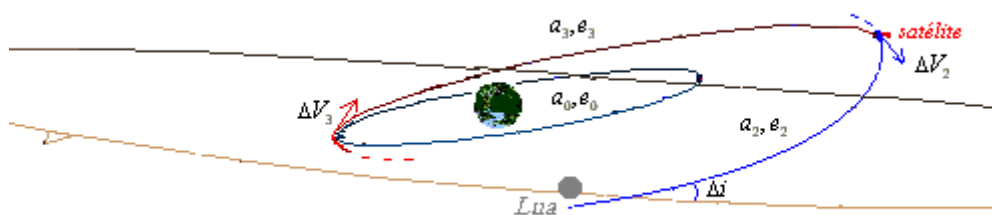


Figura 3.12 – Aplicação dos dois impulsos finais.

Antes de se calcular o segundo impulso deve-se primeiramente encontrar o semi-eixo maior (a_2) e excentricidade (e_2) da órbita após a manobra de swing-by (órbita *dois*). As equações de a_2 e e_2 são dadas por (PRADO, 2001b):

$$a_2 = \frac{\mu_T}{2\mu_T - V_o^2} \quad (49)$$

$$e_2 = \sqrt{1 - \frac{C_o^2}{\mu_T a_2}} \quad (50)$$

Assim, os parâmetros orbitais da órbita *dois* (a_2, e_2) foram obtidos e com eles pode-se calcular a magnitude do segundo impulso. Antes disto, porém, deve-se esclarecer que este impulso será aplicado no apogeu da órbita *dois* para que a espaçonave deixe essa órbita e passe a descrever uma órbita que possui o mesmo perigeu da órbita final desejada. Esta órbita intermediária (a_3, e_3) será chamada de órbita *três* e seu semi-eixo maior é dado por:

$$a_3 = \frac{a_2(1+e_2) + a_0(1-e_0)}{2}, \quad (51)$$

uma vez que o apogeu desta órbita é o apogeu da órbita *dois* e seu perigeu é o perigeu da órbita inicial. Com isso, pode-se então obter a equação do segundo impulso a partir da Equação (1):

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_2(1+e_2)} - \frac{\mu_T}{a_2}} - \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_2(1+e_2)} - \frac{\mu_T}{a_3}} \quad (52)$$

Para se calcular a magnitude do terceiro impulso, deve-se saber que ele é usado para fazer com que a espaçonave saia da órbita *três* e volte aos valores de semi-eixo

maior e excentricidade da órbita inicial. Com isso, mais uma vez da Equação (1), tem-se:

$$\Delta V_3 = \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1-e_0)} - \frac{\mu_T}{a_3}} - \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1-e_0)} - \frac{\mu_T}{a_0}} \quad (53)$$

Com o terceiro impulso, a manobra é finalizada e o satélite se encontrará em uma órbita final com o mesmo tamanho e a mesma forma da órbita inicial, mas com uma inclinação i_o em relação ao plano da órbita da Lua.

Para calcular o gasto total de combustível da manobra proposta basta-se somar os três impulsos aplicados:

$$\Delta V_T = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 \quad (54)$$

CAPÍTULO 4

MANOBRAS CONVENCIONAIS

Uma manobra de mudança de plano gira o plano orbital no sistema de referência inercial enquanto mantém o tamanho e a forma (a e e) da órbita. As manobras consideradas para testar a eficiência do modelo proposto são as manobras clássicas monoimpulsiva e tri-impulsiva (CHOBOTOV, 1996), e uma manobra bi-impulsiva que foi idealizada para efeitos comparativos. Estas manobras são generalizadas aqui para o caso elíptico de forma a aumentar a abrangência das comparações.

4.1. MANOBRA DE MUDANÇA DE PLANO MONOIMPULSIVA

Na manobra de mudança de plano monoimpulsiva, um impulso ΔV é aplicado de forma a girar a velocidade em um ângulo θ , como é ilustrado na Figura 4.1.

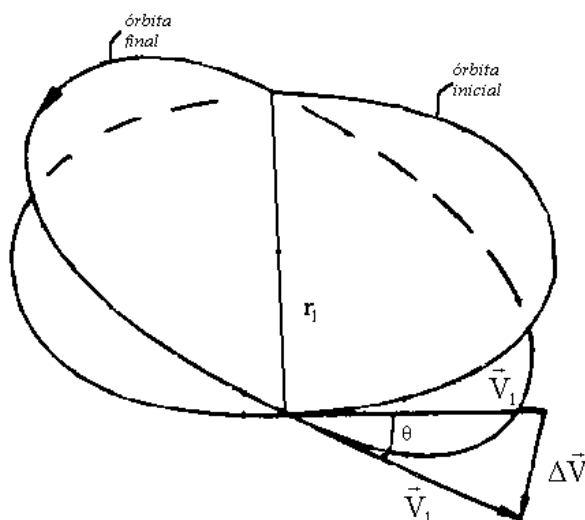


Figura 4.1 – Mudança de plano monoimpulsiva (Chobotov, 1996).

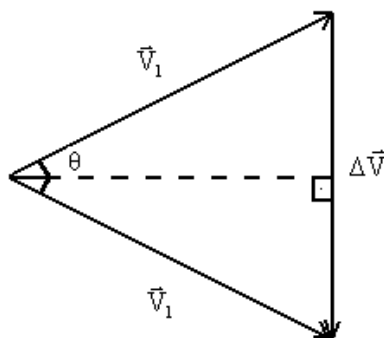


Figura 4.2 – Triângulo dos vetores velocidade (Chobotov, 1996).

A Figura 4.2 mostra o triângulo isósceles de velocidades resultantes e por meio do triângulo retângulo pode-se obter:

$$\frac{\Delta V / 2}{V_1} = \text{sen}(\theta / 2),$$

ou seja:

$$\Delta V_M = 2V_1 \text{sen}(\theta / 2) \quad (55)$$

O ângulo de rotação θ aqui é o mesmo valor de inclinação obtido pela manobra proposta i_o , ou seja, a partir da inclinação obtida i_o faz-se o cálculo de consumo da manobra monoimpulsiva para o mesmo valor de inclinação.

Para o caso de órbitas elípticas, o melhor ponto para aplicação do impulso é o apogeu da órbita, que é o ponto mais distante do centro de atração.

Substituindo então na Equação (55), θ por i_o e V_1 pela velocidade do apogeu da órbita inicial, obtida com a Equação (1), tem-se:

$$\Delta V_M = 2 \sqrt{\frac{2\mu_T}{a_0(1+e_0)} - \frac{\mu_T}{a_0}} \text{sen} \frac{i_o}{2} \quad (56)$$

A Figura 4.3 mostra um gráfico de consumo de combustível desta manobra em função de i_o para o caso da órbita inicial circular. Alguns valores de a_0 são considerados. Pode-se notar que o consumo diminui quando se aumenta a_0 , uma vez que isto significa uma maior distância do centro de atração. No entanto a observação mais importante é que esta manobra é tanto melhor quanto menor for a mudança de inclinação necessária.

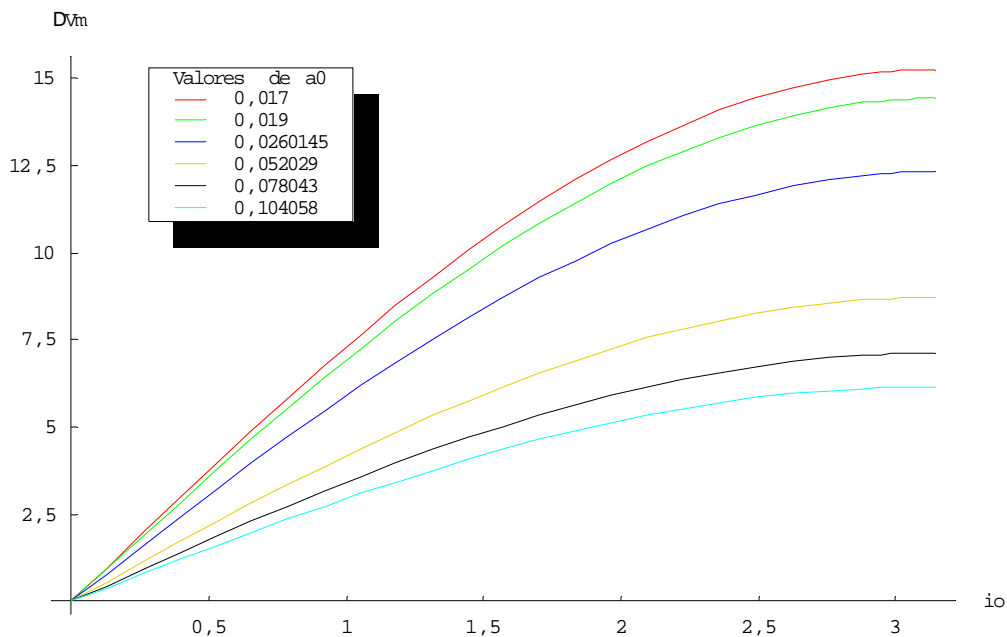


Figura 4.3 – Gráfico de consumo de combustível vs ângulo de rotação i_0 para valores de a_0 .

A Figura 4.4 mostra o mesmo gráfico de consumo de combustível em função do ângulo de inclinação i_0 , mas considerando agora alguns valores de excentricidade da órbita inicial e fixando-se $a_0 = 0,104058$. A maior observação neste gráfico é que a manobra também consome menos combustível para maiores valores de excentricidade, o que também é explicado pela maior distância do apogeu ao centro de atração.

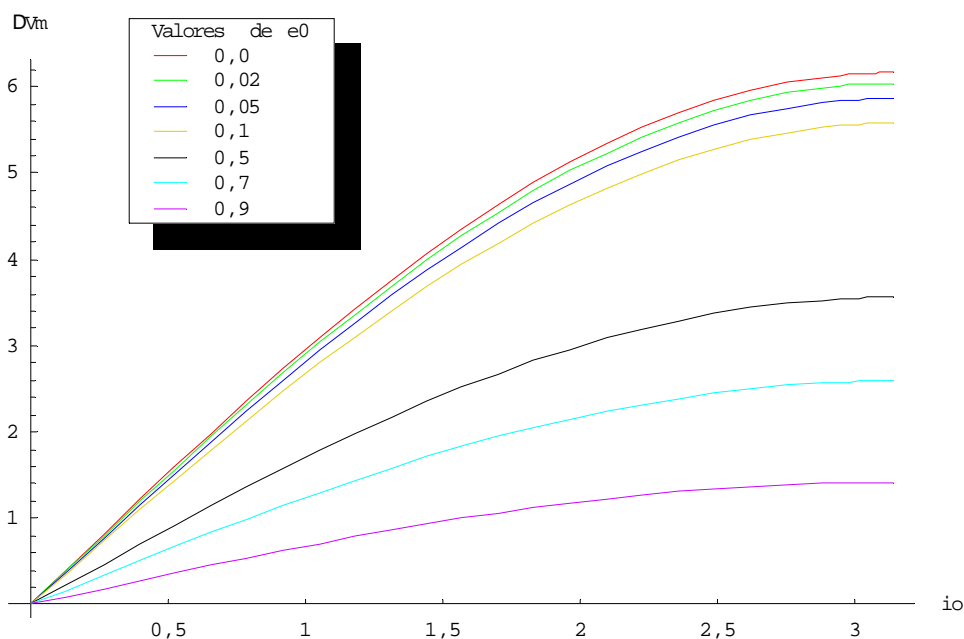


Figura 4.4 – Gráfico de consumo de combustível vs ângulo de rotação i_0 para valores de e_0 .

Uma vez que uma maior distância do centro de atração faz com que a manobra monoimpulsiva se torne mais econômica, é natural se pensar em enviar a espaçonave tão longe quanto possível para se fazer uma mudança de plano com custos mínimos. Esta é exatamente a idéia da manobra tri-impulsiva que é descrita na próxima seção.

4.2. MANOBRA DE MUDANÇA DE PLANO TRI-IMPULSIVA

A idéia principal da manobra tri-impulsiva é fazer a manobra de mudança de plano onde a velocidade orbital é baixa, ou seja, no apoópsse da elipse de transferência, longe do centro de atração. Para tanto, o primeiro impulso ΔV_{Tri1} é acrescentado tangencialmente à velocidade da órbita inicial no ponto escolhido, de forma a alcançar uma elipse de transferência cujo raio do apoópsse é r_2 . No apoópsse, um segundo impulso ΔV_{Tri2} é aplicado para girar a velocidade no ângulo θ , o ângulo de mudança de plano desejado. A Figura 4.5 apresenta a geometria desta manobra. O terceiro impulso ΔV_{Tri3} é usado para retornar o veículo espacial aos valores de semi-eixo maior e excentricidade da órbita inicial.

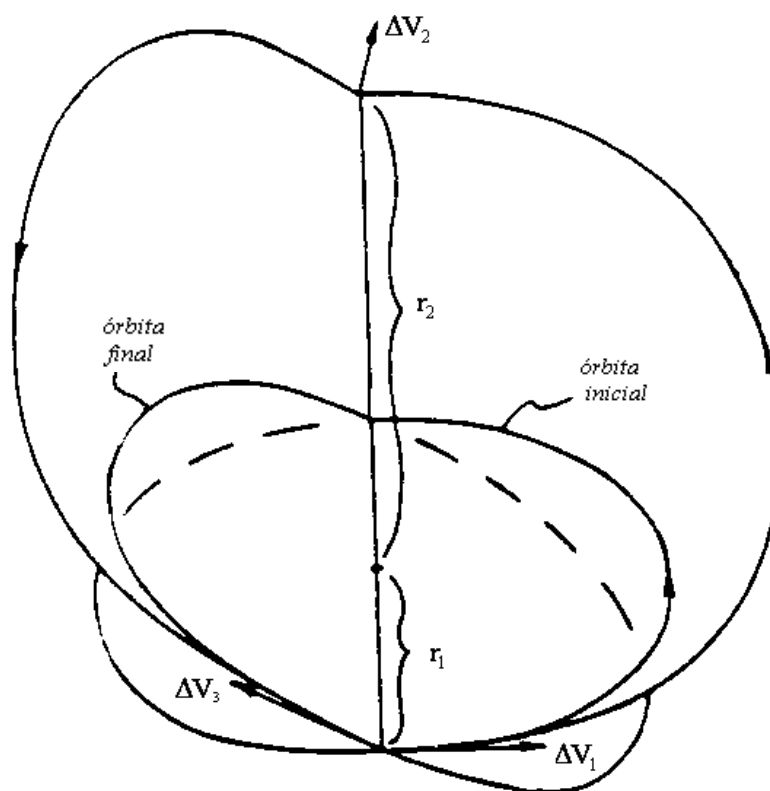


Figura 4.5 – Geometria da manobra de mudança de plano tri-impulsiva (Chobotov, 1996).

As equações para os três impulsos necessários para esta manobra também são calculadas a partir da Equação (1), e são dadas por:

$$\Delta V_{Tri1} = \Delta V_{Tri3} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{r_1} - \frac{2\mu_T}{(r_1 + r_2)}} - V_1 \quad (57)$$

Nesta equação, o semi-eixo maior da elipse de transferência a é calculado por $a = \frac{r_1 + r_2}{2}$ e V_1 é a velocidade da órbita inicial (ou da órbita final) no ponto escolhido para a aplicação do primeiro e do terceiro impulso (dada pela Equação 1). Assim:

$$\Delta V_{Tri1} = \Delta V_{Tri3} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{r_1} - \frac{2\mu_T}{(r_1 + r_2)}} - \sqrt{\frac{2\mu_T}{r_1} - \frac{\mu_T}{a_0}} \quad (58)$$

A Figura 4.6 mostra uma comparação entre a manobra tri-impulsiva que usa o perigeu da órbita inicial para o primeiro (e último) impulso (ΔV_{trip}) e a mesma manobra usando o apogeu da órbita (ΔV_{tria}), para alguns valores de a_0 . Pode-se concluir a partir do gráfico que no caso de órbitas elípticas, o melhor ponto para a aplicação desses dois impulsos é o perigeu da órbita inicial.

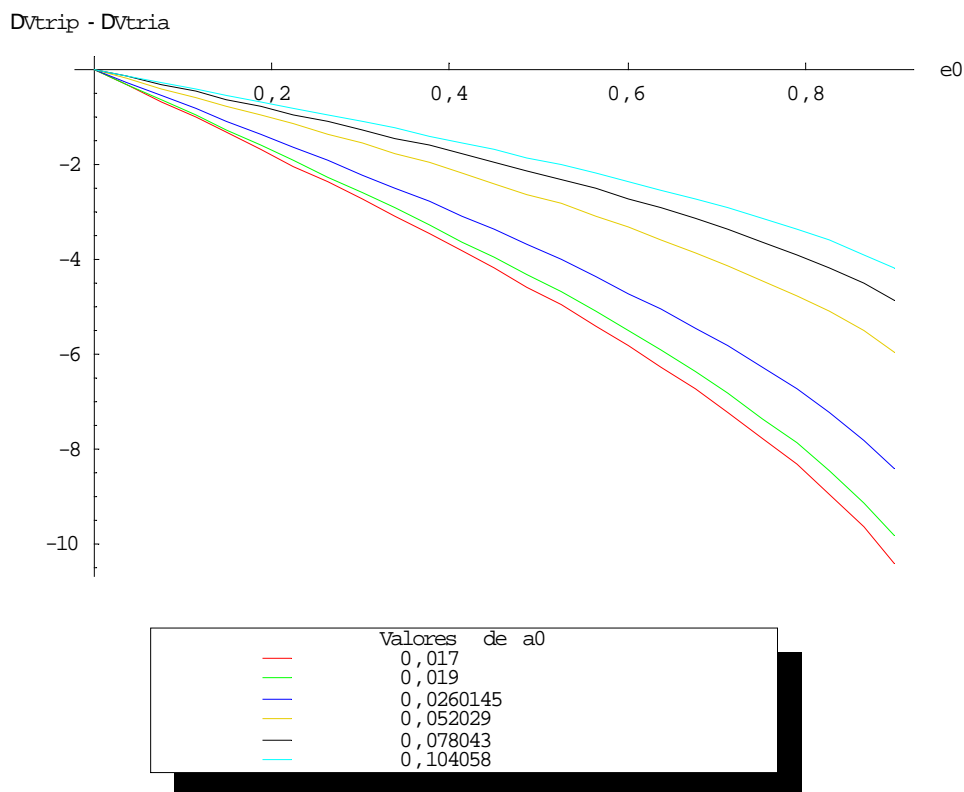


Figura 4.6 – Comparação entre as manobras tri-impulsiva usando o perigeu ou apogeu.

Assim,

$$r_1 = a_0(1 - e_0) \quad (59)$$

O segundo impulso é dado por $V_{Tri2} = 2V_a \sin(\theta/2)$, ou seja, uma mudança de plano monoimpulsiva onde V_a é a velocidade no apogeu da elipse de transferência e θ é a inclinação obtida pela manobra proposta i_o . Explicitando-se esses valores, tem-se:

$$\Delta V_{Tri2} = 2\sqrt{\frac{2\mu_T}{r_2} - \frac{2\mu_T}{(r_1 + r_2)}} \sin \frac{i_o}{2} \quad (60)$$

Após a rotação, a espaçonave retorna através de uma segunda elipse de transferência para o ponto de partida. Neste ponto, ΔV_{Tri3} é aplicado tangencialmente na direção contrária para alcançar a órbita final, que possui os mesmos valores de semi-eixo maior e excentricidade da órbita inicial, mas com nova inclinação. Os impulsos ΔV_{Tri1} e ΔV_{Tri3} são iguais em magnitude.

Assim, o consumo total desta manobra é dado pela equação:

$$\Delta V_{Tri} = \Delta V_{Tri1} + \Delta V_{Tri2} + \Delta V_{Tri3} \quad (61)$$

Se $r_2 \rightarrow \infty$, $\Delta V_{Tri2} \rightarrow 0$ e a manobra passa a ser independente do ângulo de rotação. Neste caso, o custo da manobra se resume ao custo de enviar a espaçonave ao infinito e trazê-la de lá. Por isso, essa manobra é viável somente quando se deve fazer altas mudanças de inclinação, para as quais a manobra monoimpulsiva é pouco eficiente. Na seção seguinte é feita uma comparação entre ambas as manobras clássicas de mudança de plano, para que se descubra os valores de mudança de inclinação a partir dos quais uma manobra se torna mais eficiente que a outra.

4.3. COMPARAÇÃO ENTRE AS MANOBRAS MONO E TRI-IMPULSIVA

Nesta seção é feita uma comparação entre as duas manobras clássicas de mudança de plano monoimpulsiva e tri-impulsiva. Já se sabe que a manobra monoimpulsiva é melhor que a tri-impulsiva para pequenas inclinações. O intuito desta seção é descobrir qual é o valor da inclinação para o qual a manobra tri-impulsiva passa a ser melhor que a manobra monoimpulsiva. A Figura 4.7 mostra o gráfico da função $\Delta V_M - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo de inclinação i_o , para alguns valores de a_0 considerando as órbitas inicial e final circulares ($e_0 = 0$).

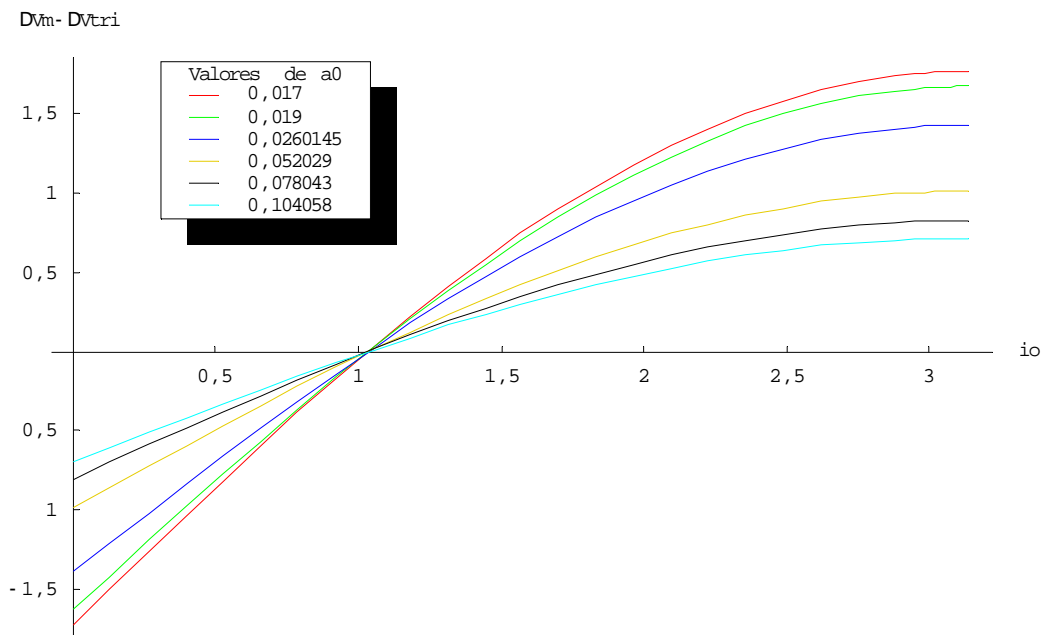


Figura 4.7 – Comparação entre as manobras mono e tri-impulsiva para valores de a_0 .

Pode-se ver pela Figura 4.7 que para as órbita circulares o valor de inclinação para o qual $\Delta V_M = \Delta V_{Tri}$ é sempre o mesmo, independente do valor de a_0 . A Figura 4.8 mostra o gráfico da função $\Delta V_M - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo de inclinação i_o , para diferentes valores de e_0 , fixando o valor de $a_0 = 0,104058$.

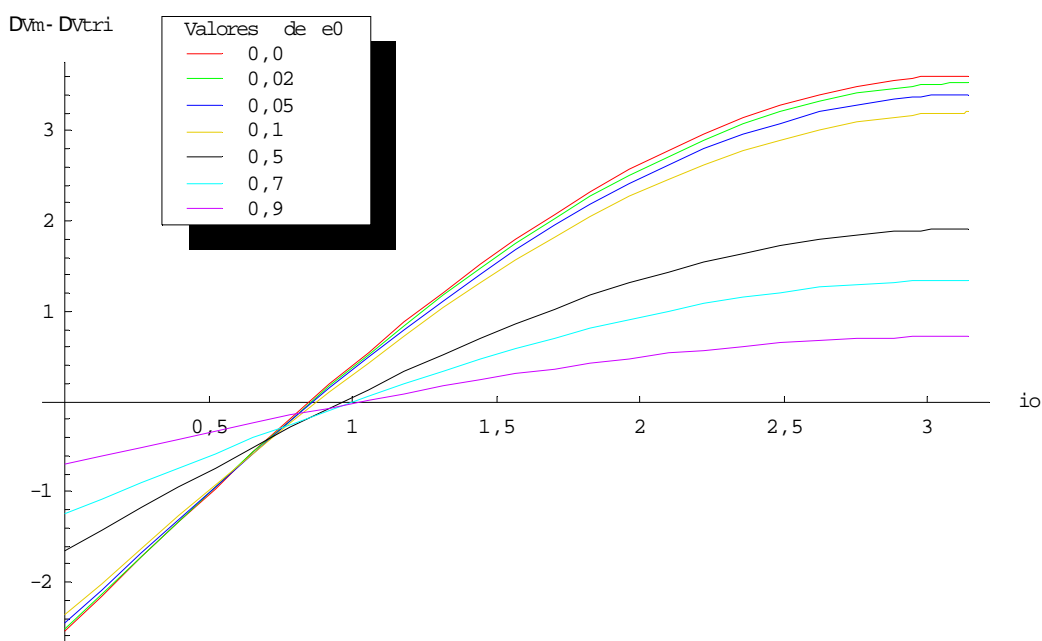


Figura 4.8 – Comparação entre as manobras mono e tri-impulsiva para valores de e_0 .

A Tabela 4.1 mostra que as raízes da função $\Delta V_M - \Delta V_{Tri}$ são independentes do valor de a_0 , mas mudam de acordo com o valor da excentricidade da órbita inicial.

Tabela 4.1 – Valores de inclinação i_0 para os quais $\Delta V_M = \Delta V_{Tri}$ para valores de e_0 .

$a_0 \backslash e_0$	0,017	0,019	0,0260145	0,052029	0,078053	0,104058
0	0,854157	0,854157	0,854157	0,854157	0,854157	0,854157
0,02	0,859444	0,859444	0,859444	0,859444	0,859444	0,859444
0,05	0,86721	0,86721	0,86721	0,86721	0,86721	0,86721
0,1	0,87974	0,87974	0,87974	0,87974	0,87974	0,87974
0,5	0,96524	0,96524	0,96524	0,96524	0,96524	0,96524
0,7	1,00062	1,00062	1,00062	1,00062	1,00062	1,00062
0,9	1,03242	1,03242	1,03242	1,03242	1,03242	1,03242

4.4. MANOBRA DE MUDANÇA DE PLANO BI-IMPULSIVA

A manobra bi-impulsiva de mudança de plano é também uma extensão da manobra monoimpulsiva, descrita anteriormente. A idéia é realizar a mudança de inclinação necessária em dois estágios, sendo cada um deles similar à manobra monoimpulsiva, ao invés de realizá-la completamente em um único impulso. Assim, para um ângulo de rotação θ desejado haveria um ângulo intermediário ω , tal que $0 < \omega < \theta$, no qual a manobra é dividida. Os dois impulsos para esta manobra são dados por:

$$\Delta V_1 = 2V_1 \operatorname{sen} \frac{\omega}{2} \quad (62)$$

$$\Delta V_2 = 2V_1 \operatorname{sen} \left(\frac{\theta - \omega}{2} \right) \quad (63)$$

A principal tarefa aqui é verificar se existem valores de ω tal que façam desta uma manobra mais competitiva que as duas outras já descritas. Este é um modelo idealizado para fins comparativos, não correspondendo a uma manobra clássica. Por isso, antes de comparar este modelo com a manobra proposta deve-se verificar sua eficiência.

Teste de Eficiência da Manobra Bi-Impulsiva

Uma forma de testar se a manobra de mudança de plano bi-impulsiva é uma manobra válida para a comparação com a manobra proposta é verificar como ela se comporta quando diversos tipos de mudança de inclinação são requeridos. Neste tipo de teste são buscados valores do ângulo intermediário ω para os quais a manobra bi-impulsiva obtém os menores valores de consumo, ou seja, é mais eficiente. Por exemplo, um gráfico que mostrasse que para uma inclinação desejada de $1,04 \text{ rad}$ ($\sim 60^\circ$) a função que representa a manobra de mudança de plano bi-impulsiva tem seu menor valor em $\omega = 0,69 \text{ rad}$ ($\sim 45^\circ$) nos mostraria que a melhor manobra para esta inclinação é realizar dois impulsos, onde o primeiro realizaria uma mudança de plano de $\sim 45^\circ$ e o segundo completaria a manobra com uma mudança de plano de $\sim 15^\circ$. Assim, o melhor caso desta manobra ($\omega = 0,69 \text{ rad}$) seria usado na comparação com a manobra proposta (para a mesma inclinação requerida). Por outro lado, se a função que representa a mudança de plano bi-impulsiva tem seus melhores valores em $\omega = 0 \text{ rad}$ (0°) ou $\omega = \theta$ (a inclinação requerida) mostra-se que é melhor que a manobra seja realizada em um único impulso (totalmente no primeiro ou totalmente no segundo), ou seja, que o melhor caso da manobra bi-impulsiva é a manobra monoimpulsiva.

Desta forma alguns gráficos podem ser analisados para se inferir a eficiência desta manobra. Os gráficos nas Figuras 4.9 e 4.10 mostram o consumo da manobra de mudança de plano bi-impulsiva em função do ângulo ω para as inclinações $\theta = 0,35 \text{ rad}$ e $\theta = 0,95 \text{ rad}$, respectivamente.

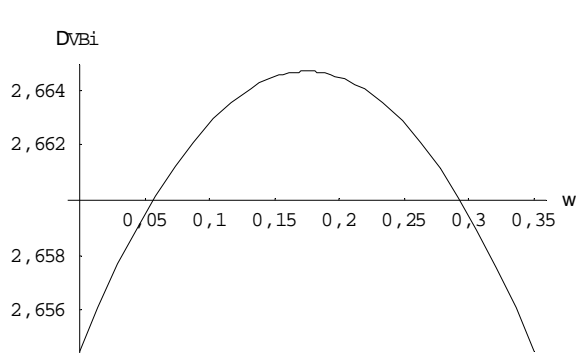


Figura 4.9 – Variação do consumo da manobra bi-impulsiva em função do ângulo ω ($\theta = 0,35 \text{ rad}$).



Figura 4.10 – Variação do consumo da manobra bi-impulsiva em função do ângulo ω ($\theta = 0,95 \text{ rad}$).

Percebe-se, através das Figuras 4.9 e 4.10, que a função que representa a manobra de mudança de plano bi-impulsiva (ΔV_{Bi}) possui a forma de uma parábola e tem seus menores valores em $\omega = 0$ e $\omega = \theta$. Os gráficos nas Figuras 4.11 e 4.12 reforçam esta idéia mostrando a mesma função para as inclinações $\theta = 1,04 \text{ rad}$ e $\theta = 2,1 \text{ rad}$, respectivamente.

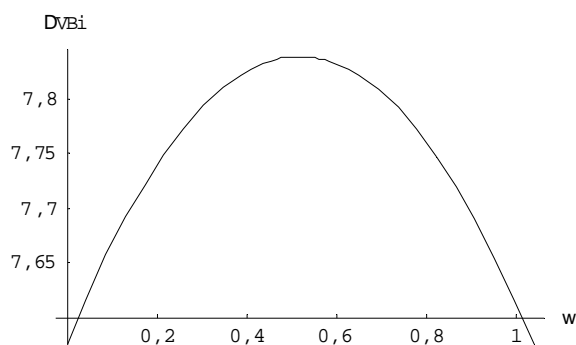


Figura 4.11 – Variação do consumo da manobra bi-impulsiva em função do ângulo ω ($\theta = 1,04 \text{ rad}$).

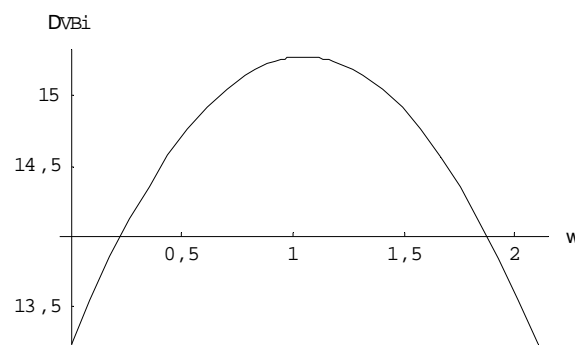


Figura 4.12 – Variação do consumo da manobra bi-impulsiva em função do ângulo ω ($\theta = 2,1 \text{ rad}$).

Pode-se observar que o gráfico da função tem sempre a mesma forma, mudando apenas o intervalo em que ela se aplica para cada valor de inclinação.

Assim, analisando os gráficos obtidos, pode-se concluir que a manobra bi-impulsiva de mudança de plano não é uma manobra viável para a comparação, uma vez que seu melhor caso leva à manobra de mudança de plano monoimpulsiva. Por isso, ela está sendo descartada nas comparações com a manobra proposta, comparações estas que são mostradas e discutidas no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os principais resultados alcançados no desenvolvimento e análise da manobra proposta. Diversos gráficos foram gerados e analisados de forma a obter um panorama da eficiência da manobra em relação às manobras clássicas. Como a manobra de mudança de plano bi-impulsiva foi descartada pelos testes apresentados no capítulo anterior, as comparações são feitas com os métodos clássicos encontrados na literatura: as manobras de mudança de plano monoimpulsiva e tri-impulsiva. O programa usado para fazer as simulações foi o Mathematica versão 4.0.

As comparações com a manobra clássica de mudança de plano monoimpulsiva são as mais importantes, visto as dificuldades práticas da manobra clássica tri-impulsiva. Assim, a Seção 5.1 é dedicada às comparações com a manobra monoimpulsiva e diversos gráficos de resultados são apresentados e comentados. Já a Seção 5.2 mostra alguns gráficos de comparação com a manobra tri-impulsiva em seu melhor caso, enfatizando as inclinações maiores que as apresentadas na Tabela 4.1, ou seja, as inclinações em que a manobra tri-impulsiva é teoricamente melhor que a manobra monoimpulsiva.

As comparações são feitas sob a variação dos quatro parâmetros livres: a excentricidade da órbita inicial e_0 , a distância da periluna r_p , o semi-eixo maior da órbita inicial a_0 e o ângulo β (descritos no Capítulo 3 deste documento), hierarquizados em subseções nessa mesma ordem. Será tomado o valor mínimo do semi-eixo maior da órbita de transferência a_1 dado pela Equação (5), ou seja, existirá um valor mínimo de a_1 para cada valor de a_0 considerado. O restante dos parâmetros está vinculado pelas equações da manobra proposta (Capítulo 3) ou são considerados constantes dentro do modelo canônico já descrito:

- . Módulo da velocidade da Lua: $|\vec{V}_2| = 1$;
- . Distância entre a Terra e a Lua: $d = 1$;
- . Massa da Lua: $\mu_L = 0,0121$;

Cada subseção de valores para as variáveis é iniciado com o gráfico de inclinações (em radianos) obtidas pela manobra proposta (i_o) em função do ângulo β .

Este gráfico é extremamente importante pois o consumo de combustível das manobras, tanto a proposta como as clássicas, está diretamente ligado ao mesmo.

Todas as comparações usam o consumo total de combustível da manobra proposta ΔV_T (Equação 54) e o compara com o consumo total de combustível de uma das manobras clássicas, monoimpulsiva ΔV_M (Equação 56) ou tri-impulsiva ΔV_{Tri} (Equação 61).

5.1 COMPARAÇÕES COM A MANOBRA MONOIMPULSIVA

Esta seção é dedicada às comparações de consumo entre a manobra proposta e a manobra clássica de mudança de plano monoimpulsiva. Estes resultados são os mais importantes, uma vez que essa manobra clássica é a mais usada na grande maioria das situações práticas. Por isso, mesmo quando as inclinações obtidas são maiores que as apresentadas na Tabela 4.1, ainda são efetivas as comparações da manobra monoimpulsiva com a manobra proposta.

Cada seção seguinte apresenta a variação de pelo menos um dos quatro parâmetros livres, mantendo-se fixos os restantes. Os tópicos de mais alto nível mantêm fixo um valor de excentricidade, começando pelo tratamento do caso especial circular em que $e_0 = 0$. Os outros valores considerados para o parâmetro e_0 são 0,02, 0,05, 0,1, 0,5, 0,7 e 0,9. Cada valor de e_0 implica em um conjunto de valores mínimos de a_1 segundo a Equação (5).

Para cada valor de e_0 busca-se variar o valor da distância da periluna r_p e, para cada valor desta considerado, são variados os parâmetros semi-eixo maior inicial (a_0) e ângulo β . Ao final, fixa-se o valor de a_0 e estima-se o efeito da variação da periluna r_p na comparação. Então, fixa-se simultaneamente os valores de a_0 e r_p para estimar o efeito da variação da excentricidade.

O primeiro valor da distância da periluna usado em cada seção de diferente valor de e_0 é o valor de 0,0046 (aproximadamente 30 km acima da superfície lunar) considerado um valor mínimo aceitável dentro de uma margem hipotética de segurança para que não ocorram colisões ou capturas. Este valor é um valor estimado baseado em pesquisas recentes (e.g. Vieira-Neto e Prado, 1998), sendo que deve ser reconsiderado se resultados mais atuais sobre o efeito do campo gravitacional da Lua forem encontrados. Isto quer dizer que ele pode ser maior ou menor, de acordo com os dados

obtidos por pesquisas futuras. Os demais valores são 0,0048 (~ 100 km da superfície lunar), 0,0286 (~ 9250 km da superfície lunar), 0,0524 (~ 18400 km da superfície da lua), 0,0762 (~ 27550 km da superfície da lua) e 0,1 (~ 36700 km da superfície lunar).

Os valores de a_0 escolhidos para cada r_p começam com o valor de 0,017 que corresponde a aproximadamente 150 km da superfície terrestre. Os outros valores são 0,019 (~920 km da superfície terrestre), 0,0260145 (~10000 km do centro da Terra, ~3620 km de sua superfície), 0,052029 (~13620 km da superfície terrestre), 0,078043 (~23620 km da superfície terrestre), 0,104058 (~33620 km da superfície terrestre) e 0,13007277 (~43620 km da superfície terrestre).

Os valores para cada variável são escolhidos de forma a mostrar como a variação daquele parâmetro influencia a eficiência da manobra proposta.

5.1.1 Órbita inicial circular ($e_0=0$)

Esta seção trata o caso das órbitas inicial e final circulares. A seguir, seis valores de r_p são analisados para este caso. Dentro de cada valor fixo de r_p busca-se inicialmente verificar a influência do valor do semi-eixo maior inicial a_0 , segundo a variação do ângulo β na eficiência da manobra proposta em relação à manobra clássica de mudança de plano.

5.1.1.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

Aqui o valor da periluna $r_p = 0,0046$ é considerado para o caso das órbitas inicial e final circulares. A seguir, a Figura 5.1 apresenta o gráfico de inclinações obtidas pela manobra proposta, em função do ângulo β para os valores do semi-eixo maior da órbita inicial a_0 escolhidos.

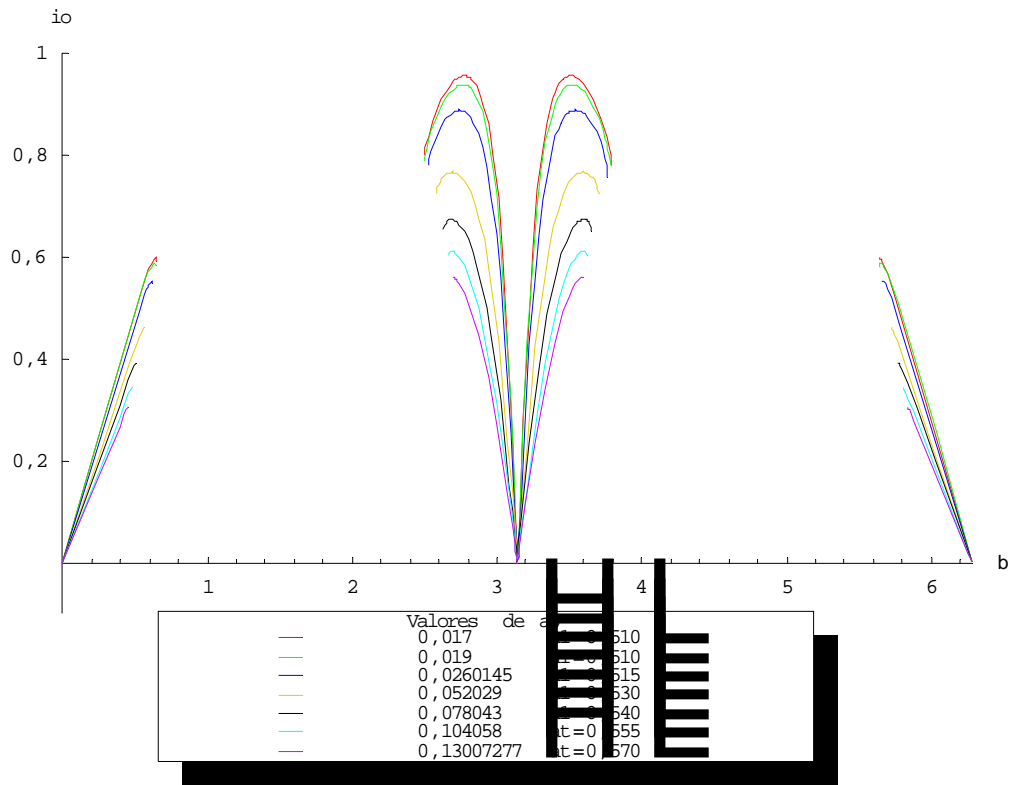


Figura 5.1 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0046$).

Pode-se ver pela Figura 5.1 que duas regiões são distintas: $5,6 \leq \beta \leq 0,6 \text{ rad}$ e $2,5 \leq \beta \leq 3,8 \text{ rad}$. No entanto, sendo o gráfico simétrico, pode-se avaliar as duas regiões considerando apenas a faixa que vai de 0 a π e distinguindo as regiões por $0 \leq \beta \leq 0,6 \text{ rad}$ ($\sim 0^\circ$ a 35°) e $2,5 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$ ($\sim 140^\circ$ a 180°), sendo esta última a região que, neste caso, apresenta maiores valores de inclinações obtidas pela manobra proposta. No gráfico da Figura 5.1 e em todos os demais haverá sempre as regiões em branco, em torno de $\beta \pm 90^\circ$ ($\pm 1,57 \text{ rad}$), que correspondem a uma anomalia matemática da Equação (16), tanto por causa do termo $\tan(\beta)$ quanto pelo próprio domínio da função sen^{-1} . Fisicamente estas regiões correspondem à manobra de swing-by do caso polar ($\beta = 90^\circ$, que não produz qualquer variação de inclinação) ou a valores do ângulo β impossíveis de serem atingidos com as condições iniciais.

Está claro pela Figura 5.1 que os valores de a_0 que proporcionam maiores inclinações são os menores valores possíveis. Isto pode ser explicado pelo fato de que, quanto maior for o valor do semi-eixo maior da órbita inicial, mais próximo ele estará do semi-eixo maior da órbita da Lua. Isto faz com que a velocidade relativa da espaçonave em relação à Lua no ponto de encontro com a mesma seja menor,

diminuindo os efeitos do swing-by (cf. Equação 37). E são também os menores valores de a_0 que conferem maior eficiência à manobra proposta em relação à clássica, como mostra a Figura 5.2.

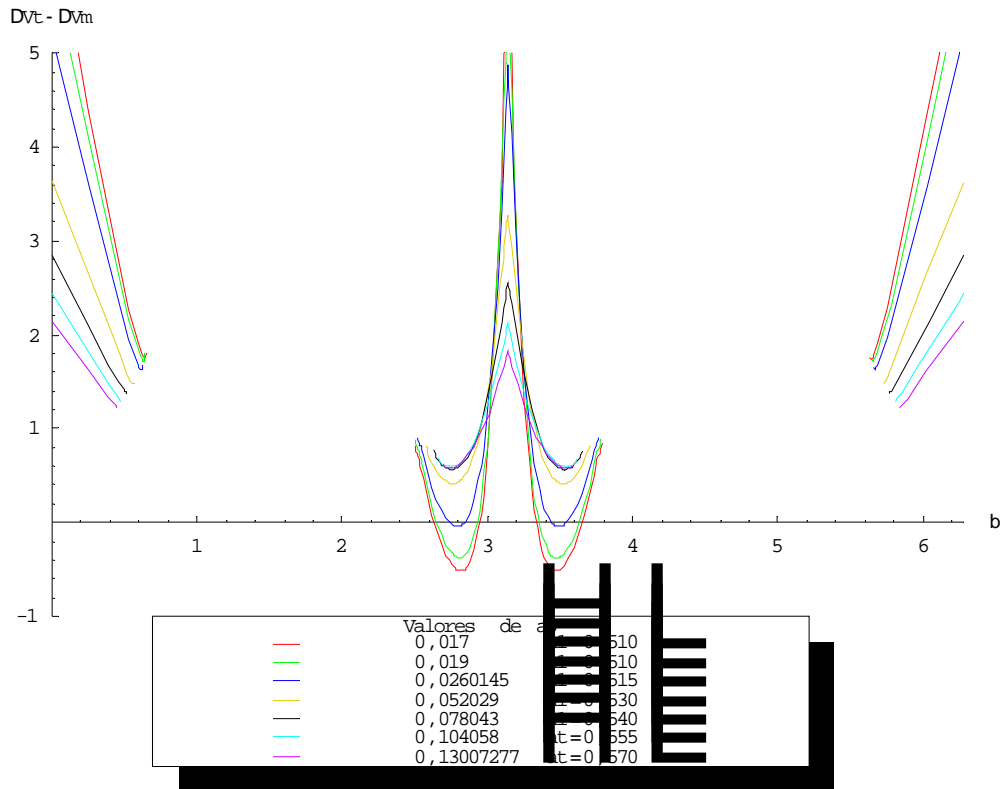


Figura 5.2 – Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0046$).

A Figura 5.2 mostra o gráfico de comparação entre o consumo das manobras, proposta e monoimpulsiva, segundo a variação do ângulo β para os valores de a_0 considerados. Pode-se ver claramente pela figura que a eficiência da manobra proposta decresce com o aumento do valor de a_0 . A Figura 5.3 mostra uma ampliação da Figura 5.2 abaixo do eixo horizontal (onde ΔV_T é menor que ΔV_M), que é onde a manobra proposta apresenta consumo de combustível menor que o consumo da manobra clássica.

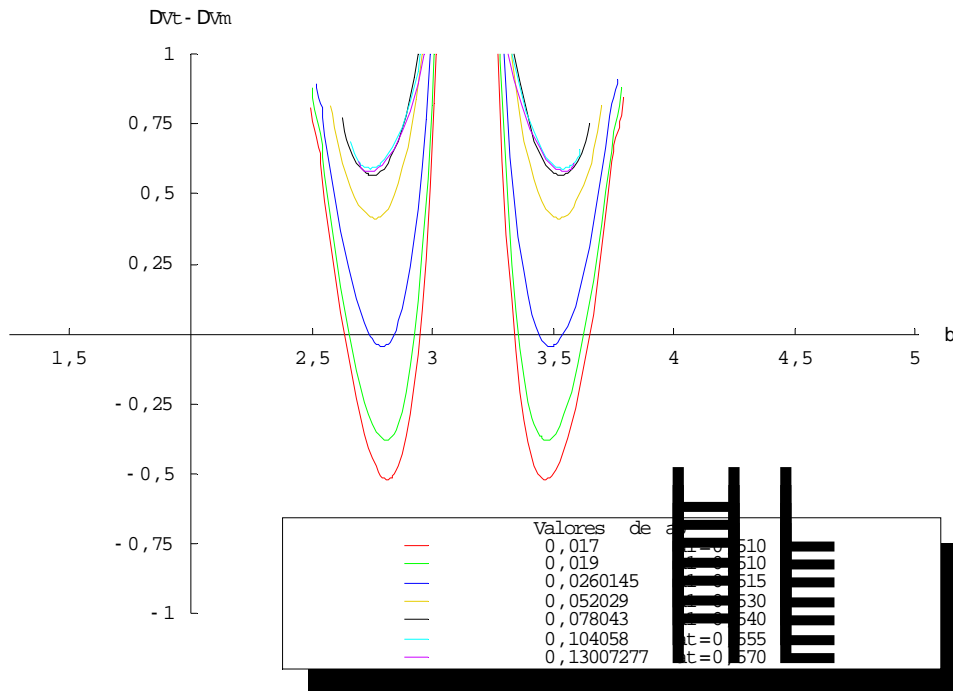


Figura 5.3 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $r_p=0,0046$).

Na Figura 5.3 é visível que, para a órbita inicial circular e o valor de $r_p = 0,0046$, os valores de β em que o swing-by deve ser realizado são os valores na região de $2,6 \leq \beta \leq 2,9 \text{ rad}$. A Tabela 5.1 apresenta os mínimos da função ($\Delta V_T - \Delta V_M$) para cada um dos valores de a_0 em que a manobra proposta apresenta regiões de menor consumo que a clássica. A tabela mostra que, sendo as órbitas inicial e final circulares, a periluna da órbita da espaçonave durante o swing-by de 0,0046, e, por exemplo, o semi-eixo maior da órbita inicial (e final) de 0,017, o melhor caso é realizar a manobra em $\beta = 2,81428$, para se atingir uma economia de 0,518575 unidade canônica sobre a manobra clássica monoimpulsiva.

Tabela 5.1 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0046$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,81428	-0,518575
0,019	2,80864	-0,379064
0,0260145	2,79331	-0,044132

5.1.1.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$

Considera-se agora o valor de $r_p=0,0048$, que é uma distância de aproximadamente 100 km acima da superfície lunar.

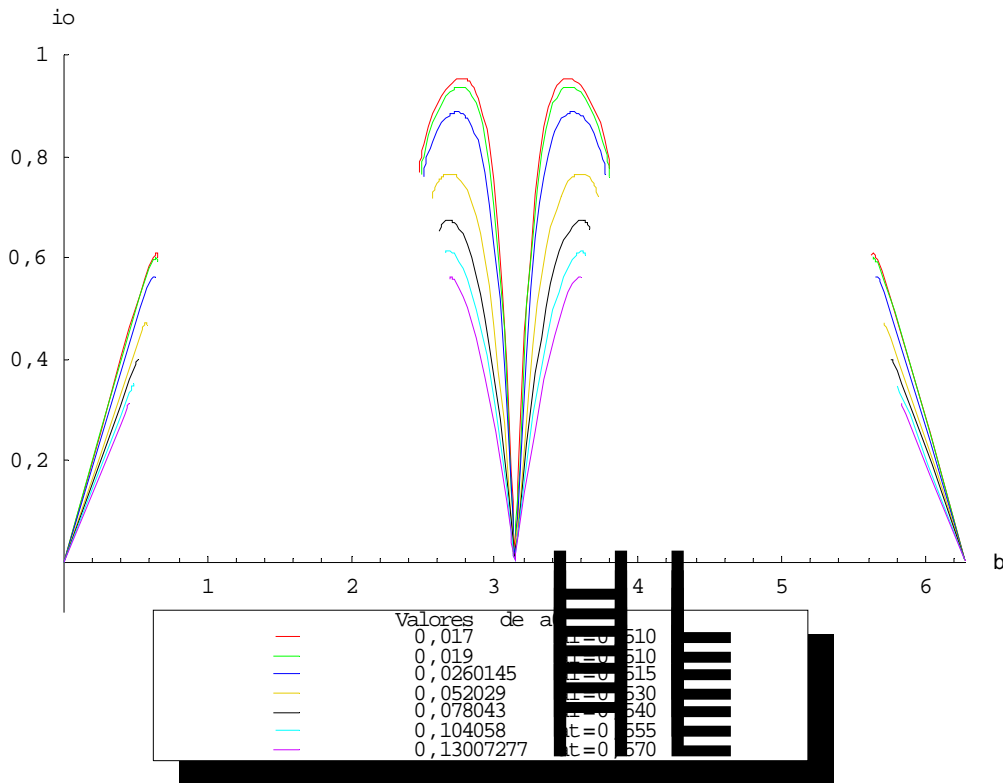


Figura 5.4 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0048$).

Assim como no tópico anterior, a Figura 5.4 apresenta o gráfico de inclinações para o novo valor de r_p . As inclinações obtidas são muito semelhantes ao valor de $r_p = 0,0046$. O comportamento da função $\Delta V_T - \Delta V_M$ também é pouco alterado, apesar de haver um sutil decréscimo na eficiência da manobra proposta ($\sim 0,003$ unidade canônica) mostrado na Figura 5.5 e confirmado na ampliação da região abaixo do eixo horizontal (Figura 5.6).

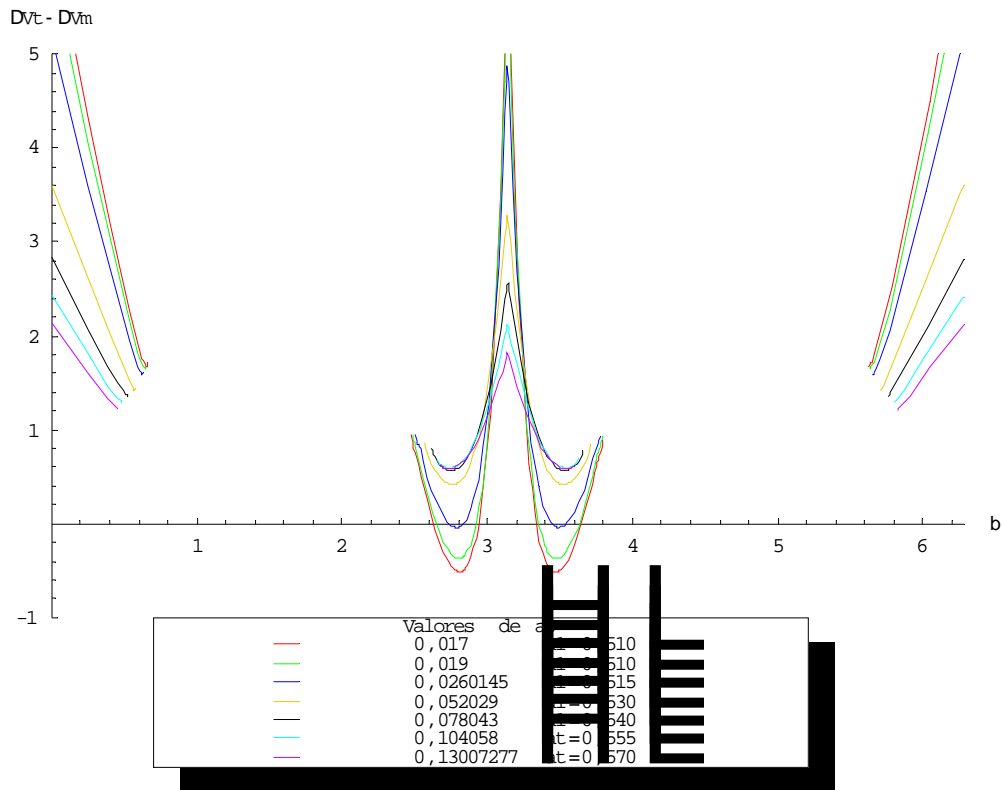


Figura 5.5 – Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0048$).

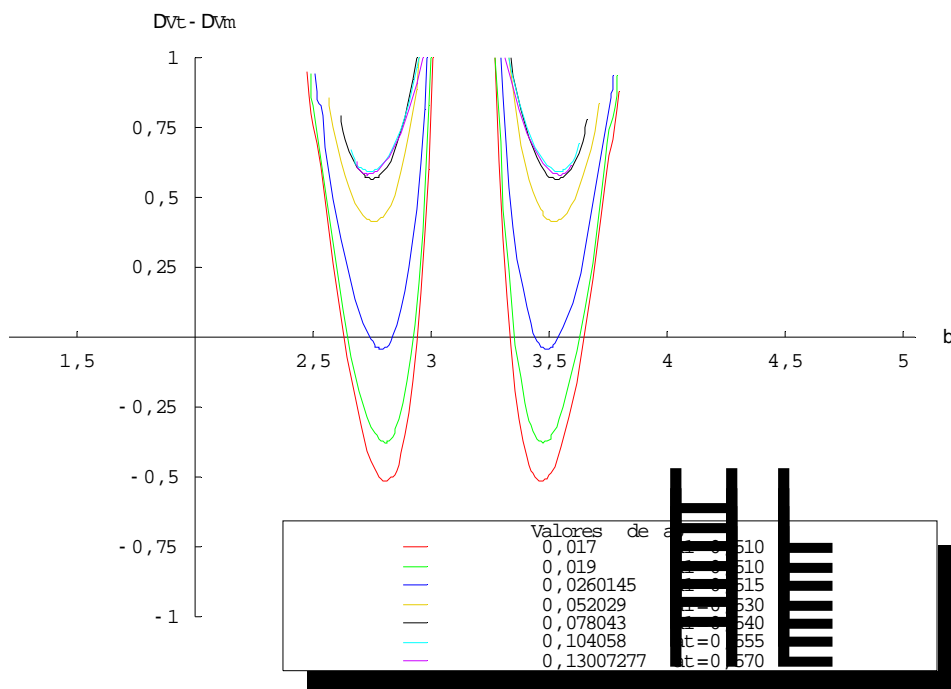


Figura 5.6 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $r_p=0,0048$).

Para este conjunto de valores os melhores valores de β para a realização da manobra proposta, permanecem em torno de $\beta \sim 2,8 \text{ rad}$. A Tabela 5.2 apresenta os

mínimos da função $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ para os valores de a_0 em que a manobra proposta apresenta regiões de eficiência sobre a clássica.

Tabela 5.2 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0048$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,81173	-0,515033
0,019	2,80599	-0,376743
0,0260145	2,79082	-0,0409059

5.1.1.3 Valor da periluna $r_p = 0,0286$

Para este valor de r_p , pode-se ver pela Figura 5.7 que o comportamento das curvas de a_0 começam a se alterar, apesar de que os valores de inclinação alcançados continuam a decrescer com o aumento do valor do semi-eixo maior da órbita inicial a_0 .

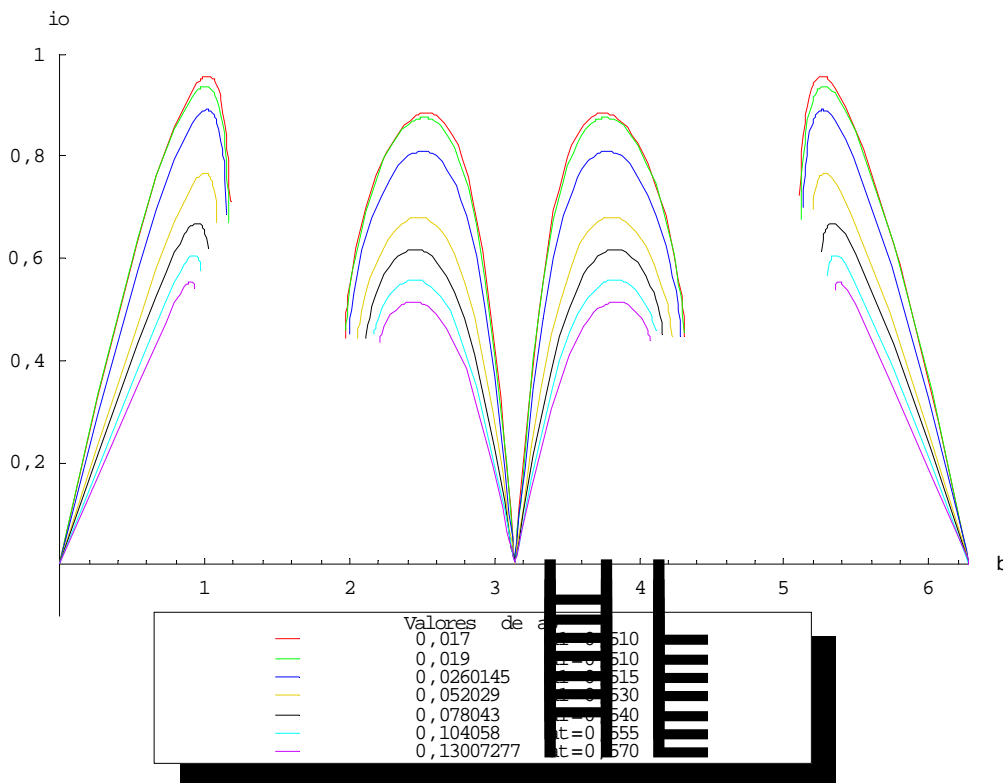


Figura 5.7 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0286$).

A Figura 5.7 mostra que para o valor de r_p de 0,0286, a região de $0 \leq \beta \leq 1,2$ rad, atinge maiores valores de inclinação e passa a ser vantajosa para a manobra proposta para valores de $0,8 \text{ rad} < \beta < 1,15 \text{ rad}$, como pode ser visto no gráfico de diferença entre os consumos da Figura 5.8 e em sua ampliação na Figura 5.9.

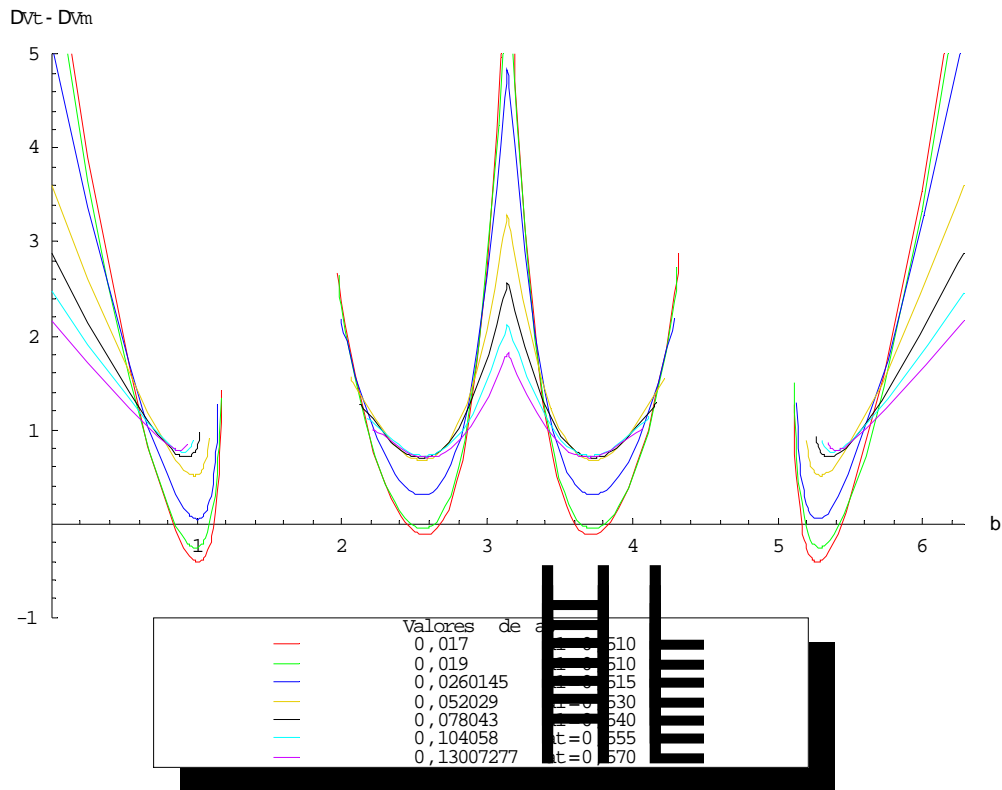


Figura 5.8 – Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0286$).

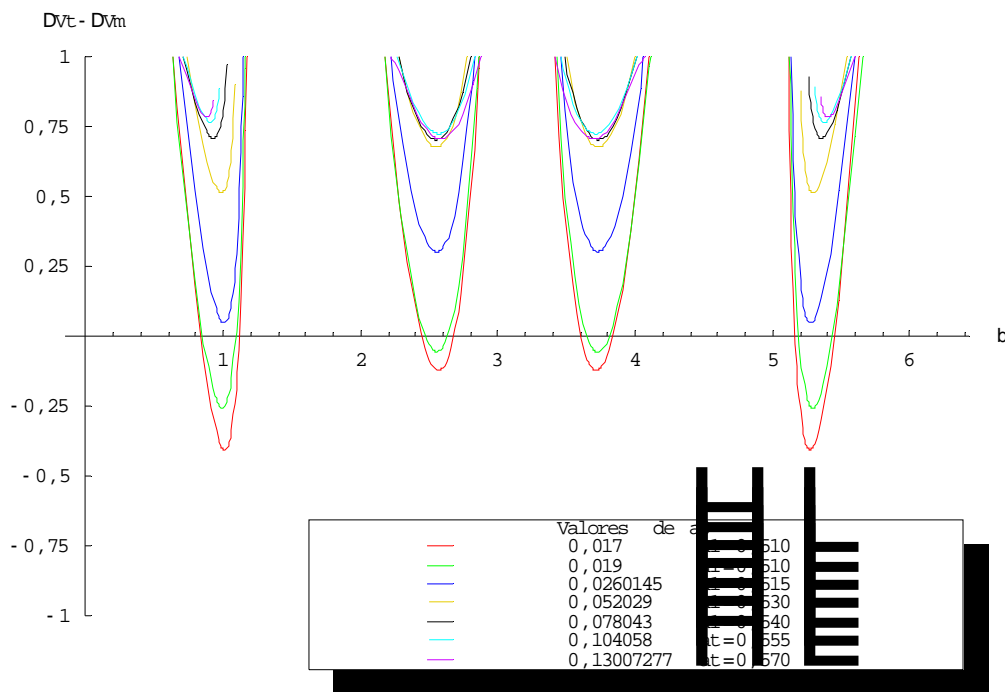


Figura 5.9 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $r_p=0,0286$).

Para este caso, os mínimos são calculados nas duas regiões de β em que a manobra proposta é melhor que a manobra clássica monoimpulsiva. A Tabela 5.3

mostra os mínimos para a região de $0 \leq \beta \leq 1,2 \text{ rad}$ e a Tabela 5.4 mostra o mesmo para a região de $2,0 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$, ambas considerando os dois melhores valores de a_0 .

Tabela 5.3 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 1,0$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,01056	-0,406671
0,019	0,993203	-0,257865

Tabela 5.4 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 2,5$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,56825	-0,121789
0,019	2,55661	-0,0563886

5.1.1.4 Valor da periluna $r_p = 0,0524$

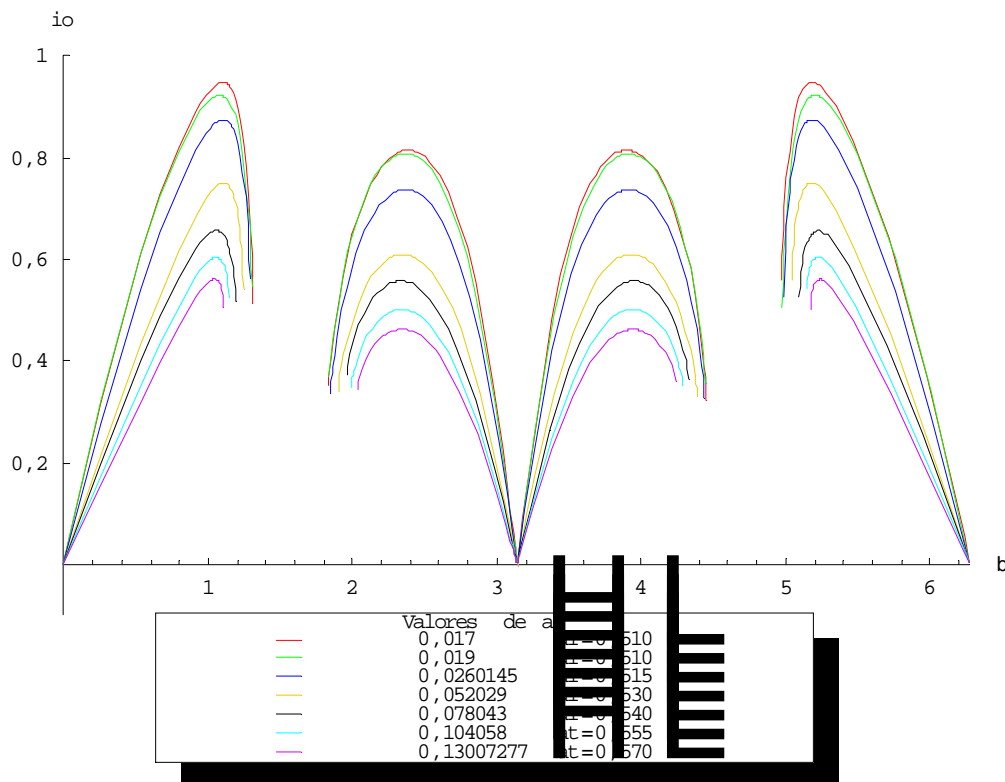


Figura 5.10 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0524$).

Com o aumento do valor da distância da periluna r_p para 0,0524, a região de $1,8 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$ passa a apresentar menores valores de inclinação, como pode ser visto na Figura 5.10. Isto faz com que esta região deixe de ser viável para a manobra

proposta (Figuras 5.11 e 5.12), uma vez que ela perde na comparação com a manobra monoimpulsiva. Já na região de $0 \leq \beta \leq 1,2 \text{ rad}$, as inclinações obtidas permanecem praticamente as mesmas das obtidas com o valor de $r_p = 0,0286$.

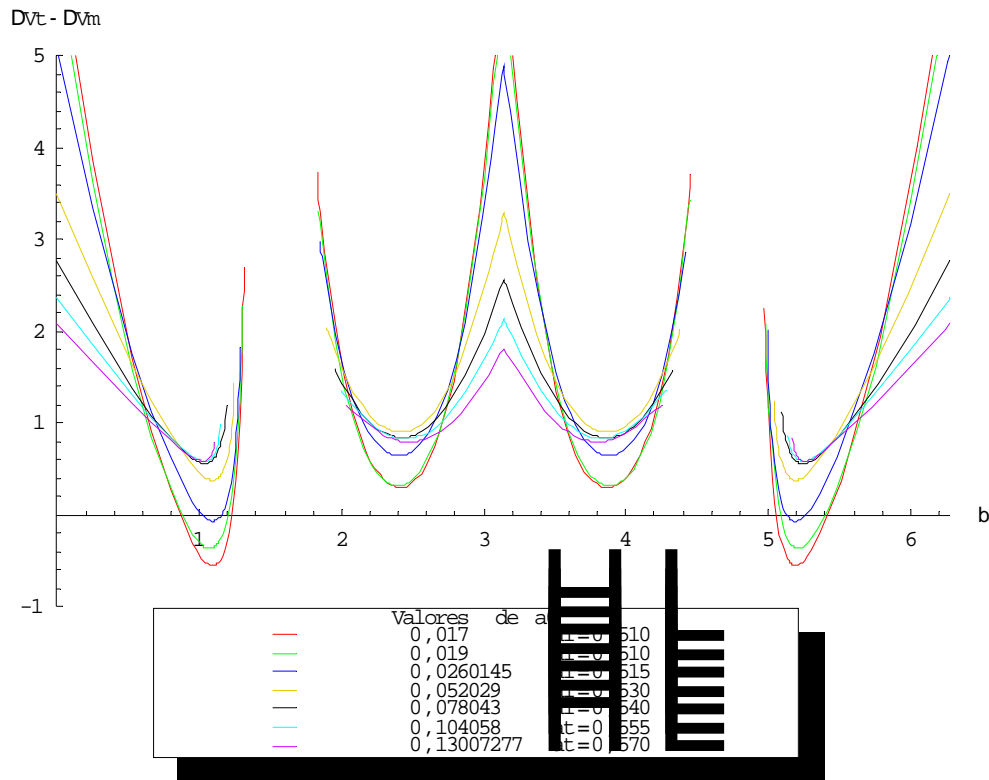


Figura 5.11 – Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0524$).

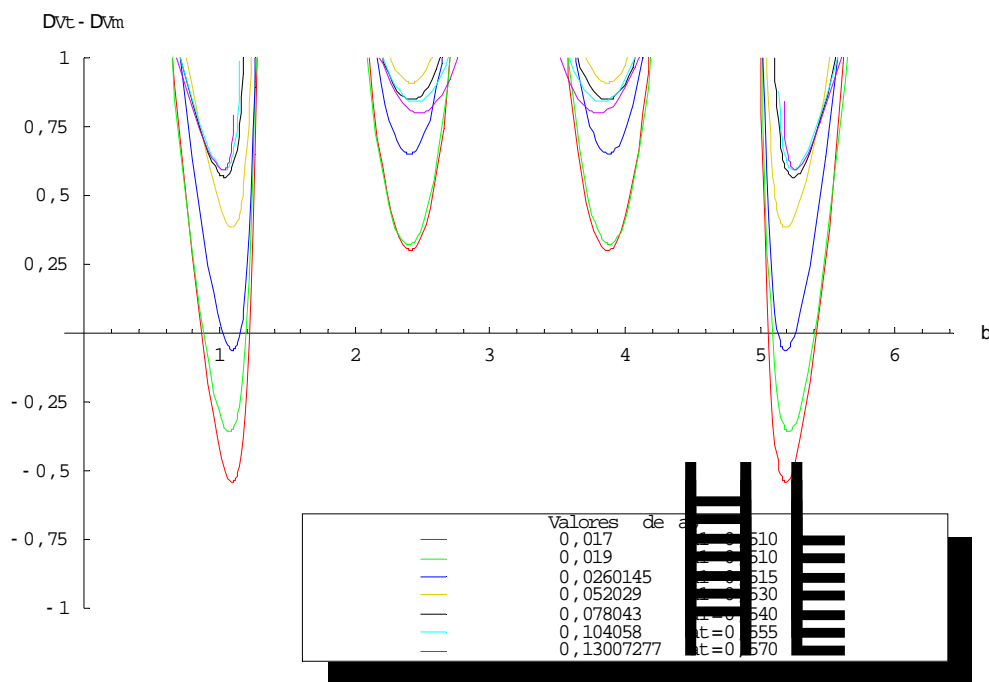


Figura 5.12 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $r_p=0,0524$).

A Tabela 5.5 apresenta os mínimos da função $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região de $0 \leq \beta \leq 1,2 \text{ rad}$ para os três melhores valores de a_0 .

Tabela 5.5 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0524$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,09254	-0,545259
0,019	1,07213	-0,362354
0,260145	1,09387	-0,0639835

5.1.1.5 Valor da periluna $r_p = 0,0762$

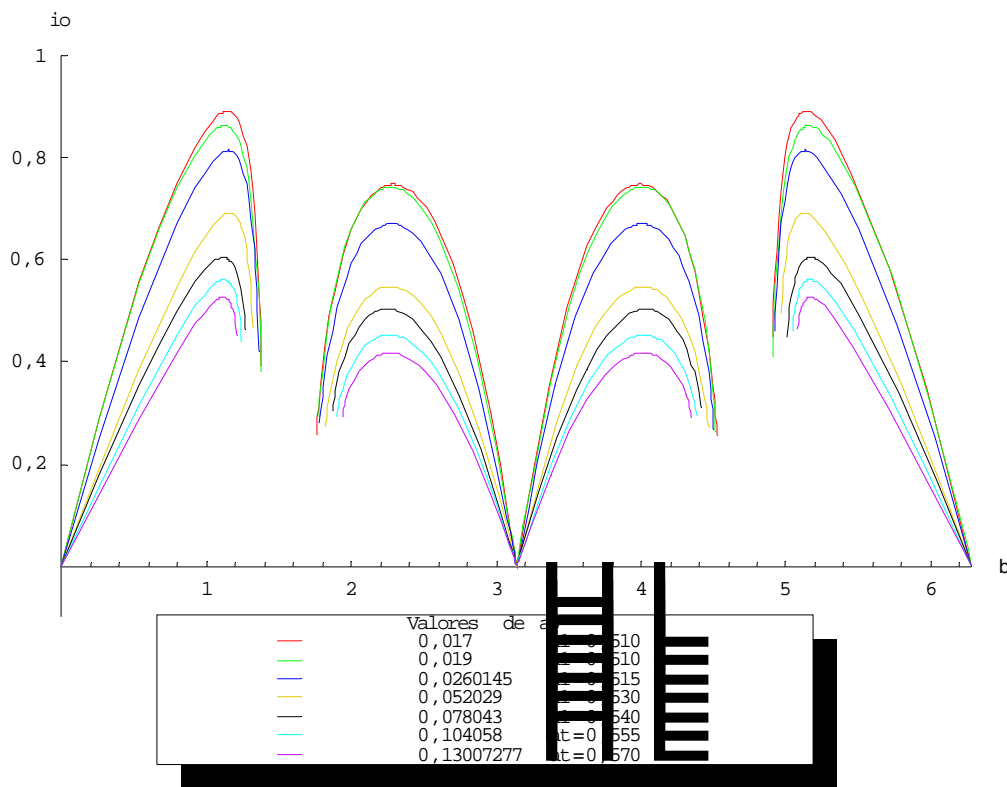


Figura 5.13 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0762$).

Para este valor de r_p , ambas as regiões de β sofrem decréscimos nos valores de inclinações obtidos. No entanto, a região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$ continua sendo a melhor do ponto de vista da manobra proposta, como pode ser visto nas Figuras 5.14 e 5.15.

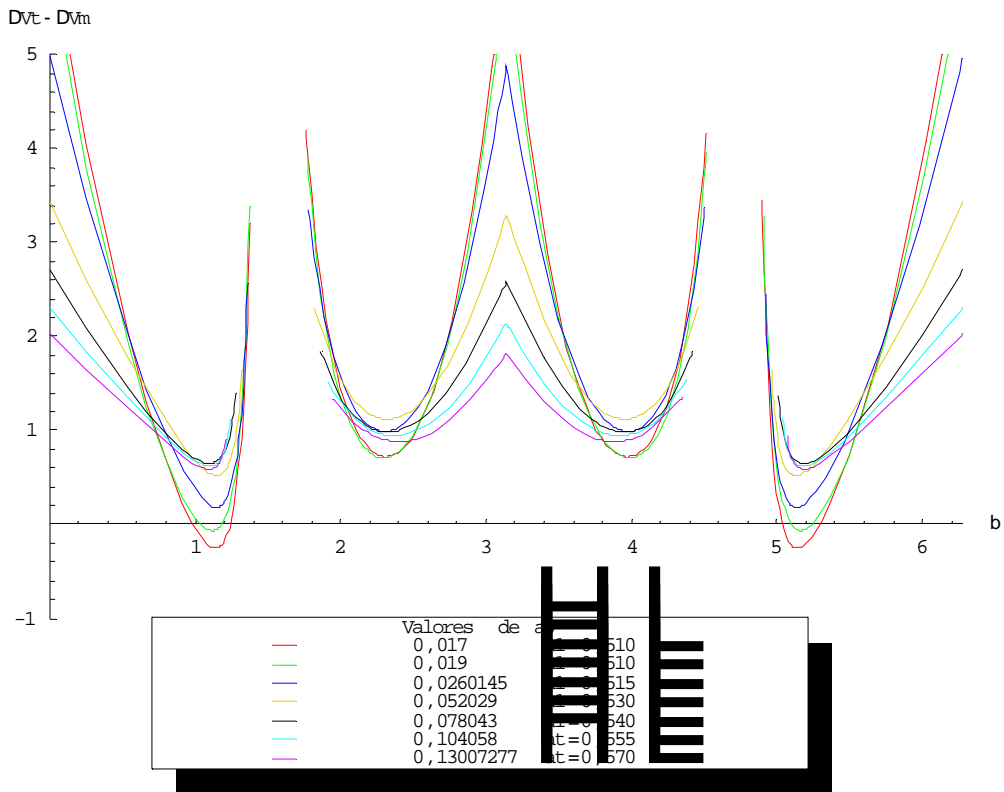


Figura 5.14 – Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0762$).

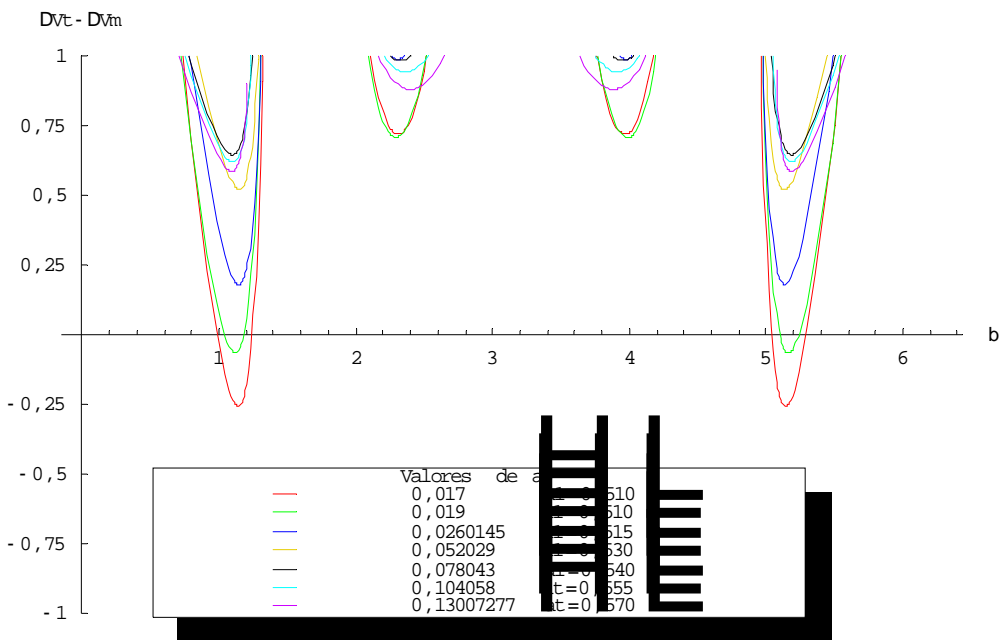


Figura 5.15 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $r_p=0,0762$).

A Tabela 5.6 mostra os mínimos da função $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$ para os dois melhores valores de a_0 .

Tabela 5.6 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0762$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,14076	-0,255166
0,019	1,11873	-0,0659924

5.1.1.6 Valor da periluna $r_p = 0,1$

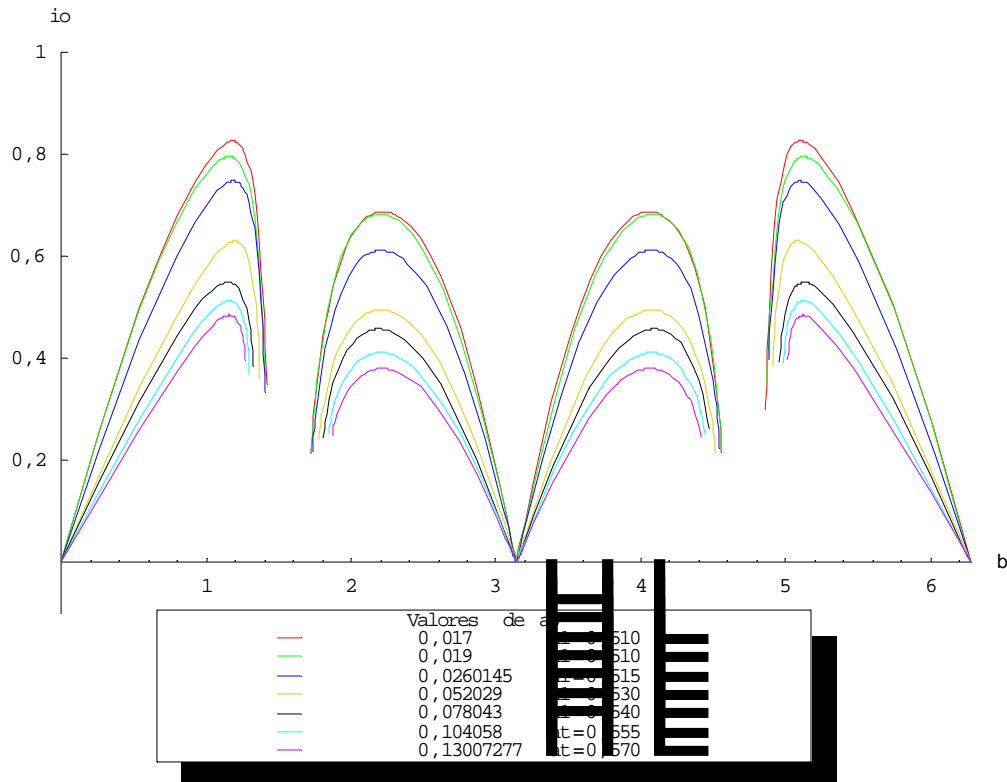


Figura 5.16 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,1$).

Para este último valor de r_p considerado, pode-se notar pela Figura 5.16 que os valores de inclinação obtidos foram consideravelmente reduzidos e pode-se notar pela Figura 5.17 que não há regiões em que a manobra proposta é mais eficiente que a clássica, para este caso.

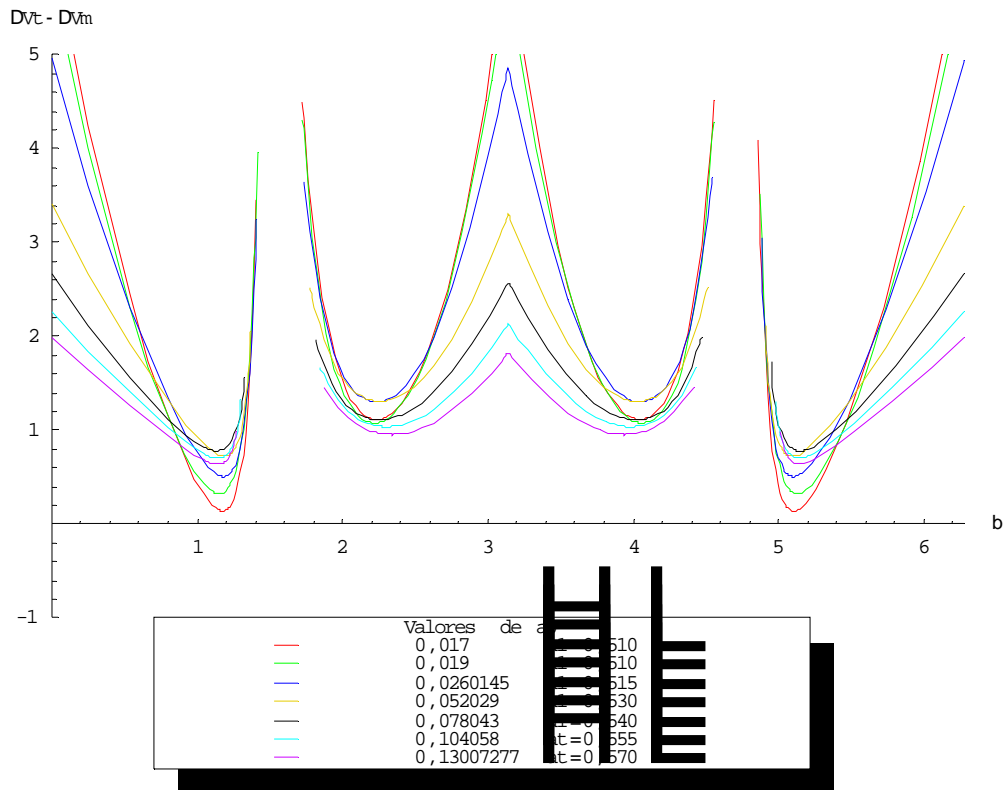


Figura 5.17 – Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,1$).

5.1.1.7 Variação no valor da periluna

Neste tópico será analisada a influência da distância da periluna na eficiência da manobra proposta sobre a manobra monoimpulsiva de mudança de plano. Para tanto o valor do parâmetro a_0 é fixo em seu melhor valor 0,017 ($a_1 = 0.51$). Inicialmente o gráfico de inclinações sob a variação do ângulo β é mostrado na Figura 5.18 considerando todos os valores de r_p mostrados nesta Seção 5.1.1. A Figura 5.19 apresenta o gráfico de comparação entre os consumos das manobras $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função de β para os mesmos valores de r_p .

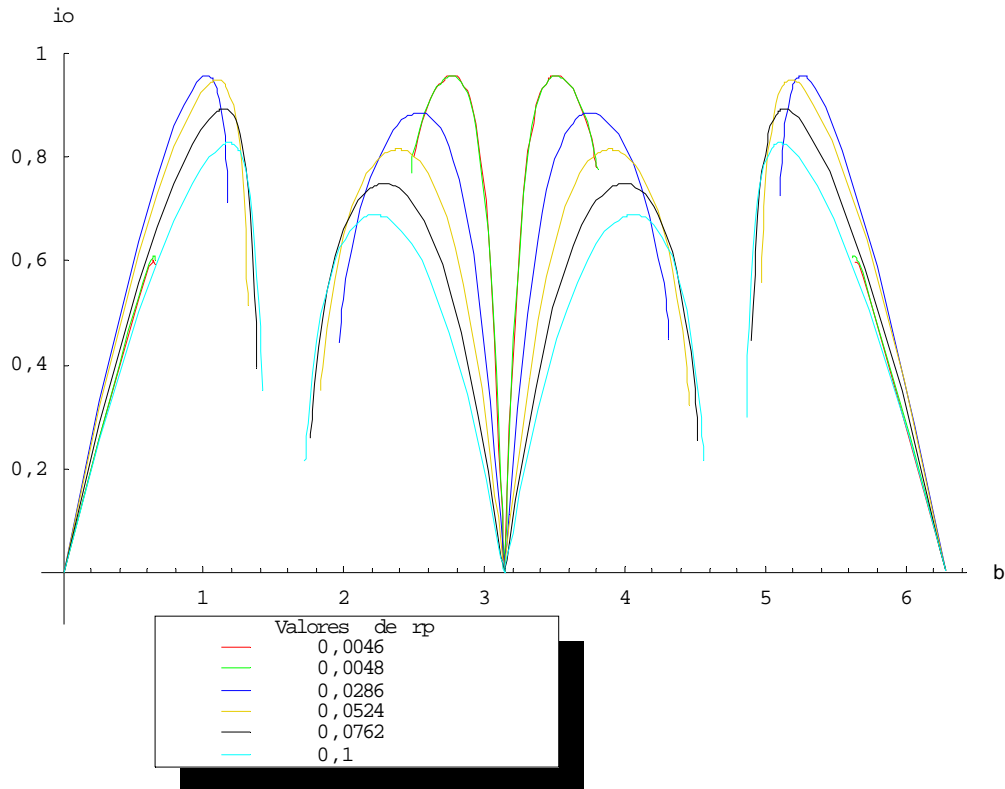


Figura 5.18 – Gráfico de inclinações em função de β para os valores de r_p ($e_0=0$, $a_0=0,017$, $a_1=0,51$).

Pode-se averiguar pela Figura 5.19 que na região de $2,0 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$ a eficiência da manobra proposta decresce com o aumento no valor de r_p . Já na região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$, o aumento de r_p melhora a manobra proposta até um certo ponto, a partir do qual a eficiência passa a diminuir. Isto pode ser confirmado na ampliação mostrada na Figura 5.20.

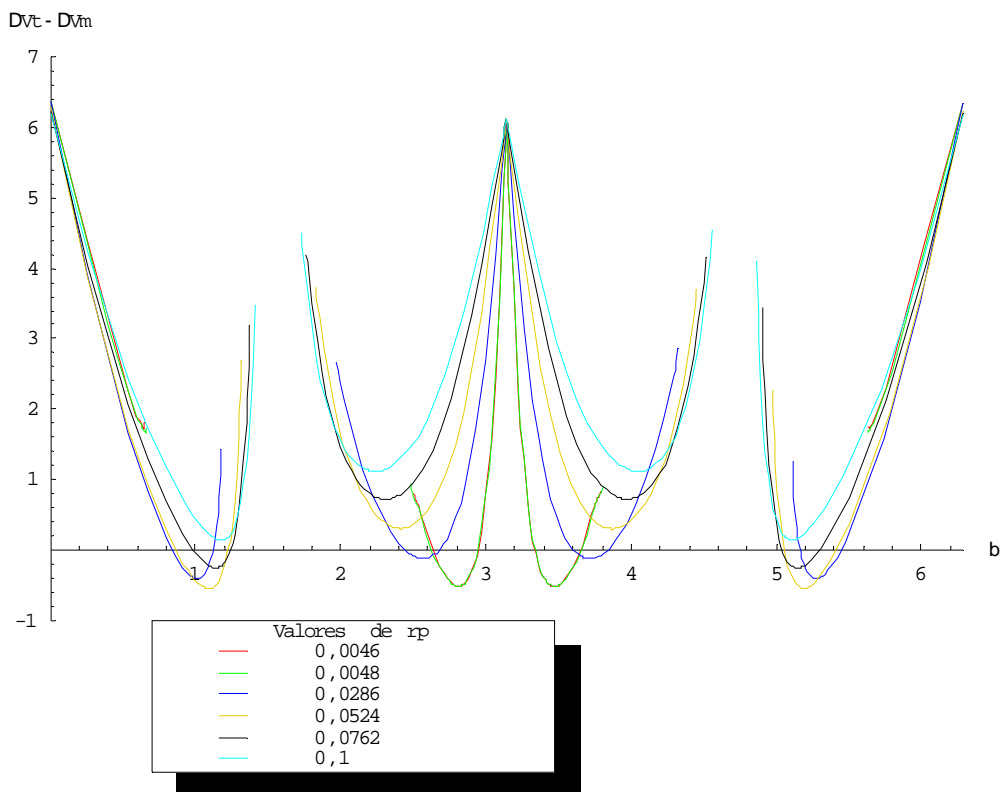


Figura 5.19 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0=0$, $a_0=0,017$, $a_1=0,51$).

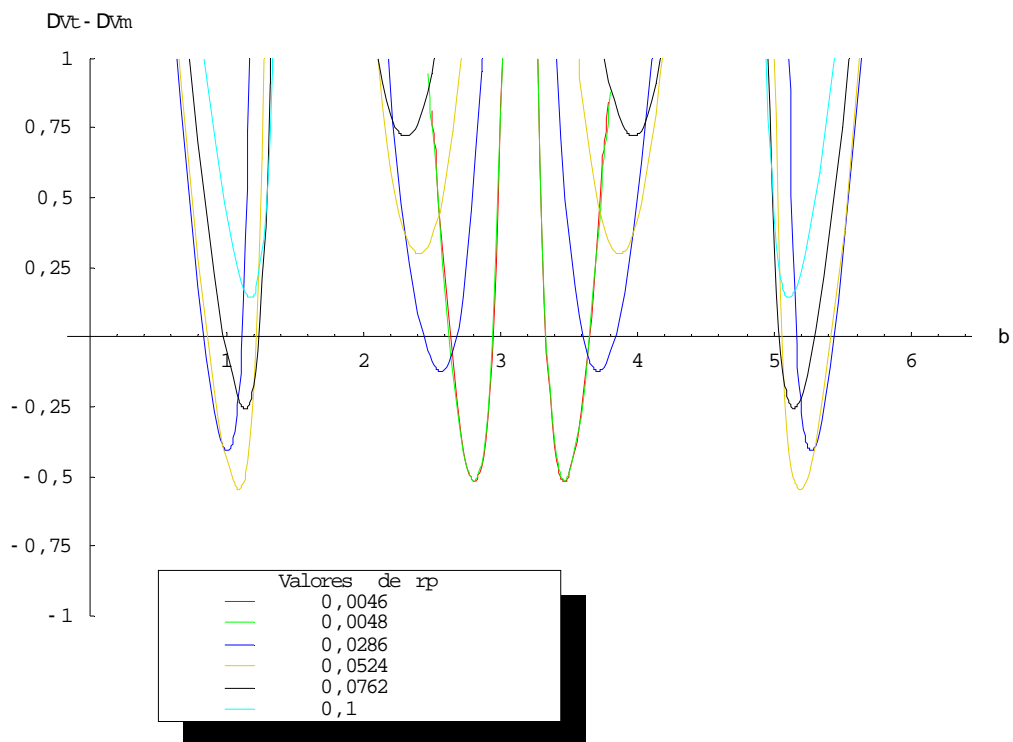


Figura 5.20 – Ampliação do gráfico $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $a_0=0,017$, $a_1=0,51$).

É razoável se pensar, portanto, em se encontrar o valor de r_p na região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$ para o qual a função $\Delta V_T - \Delta V_M$ tem seu valor mínimo, e a partir do qual a eficiência da manobra proposta diminui. Este valor foi calculado e corresponde a $r_p = 0,0437132$ ($\sim 15000 \text{ km}$ da superfície lunar) e o mínimo que a função atinge (bem como o valor do ângulo β correspondente) é mostrado na Tabela 5.7. Ou seja, considerando as economias já mostradas para este caso das órbitas inicial e final circulares, o melhor caso encontrado é realizar a manobra de swing-by no ângulo $\beta = 1,06901$ a uma distância da periluna de $r_p = 0,0437132$.

Tabela 5.7 – $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para o melhor valor de r_p na região $\beta \sim 1$ ($e_0=0$, $a_0=0,017$, $a_1=0,51$).

$(r_p)_{\min}$	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,0437132	1,06901	-0,5789

E para finalizar esta seção das órbitas circulares, a Figura 5.21 mostra um gráfico de comparação de consumos $\Delta V_T - \Delta V_M$ em função de r_p , com o valor do ângulo β fixo neste mínimo, para cada um dos valores de a_0 considerados nesta seção. Pode-se verificar a clara redução do custo da manobra proposta nos valores de r_p próximos ao mostrado na Tabela 5.7. Também pode-se reafirmar pela figura que os melhores valores de a_0 para a manobra proposta são os menores possíveis.

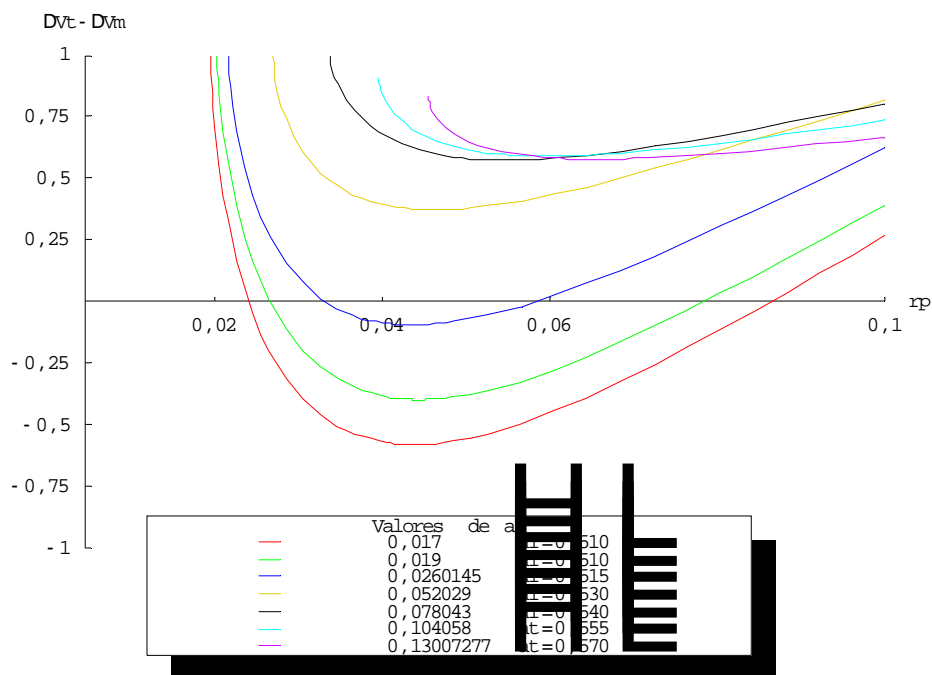


Figura 5.21 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função de r_p para valores de a_0 ($e_0=0$, $\beta=1,07$).

5.1.2 Excentricidade da órbita inicial de 0,02

Nesta seção, as mesmas comparações da Seção 5.1.1 serão aqui repetidas, considerando agora a órbita inicial (e final) com excentricidade de 0,02.

5.1.2.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

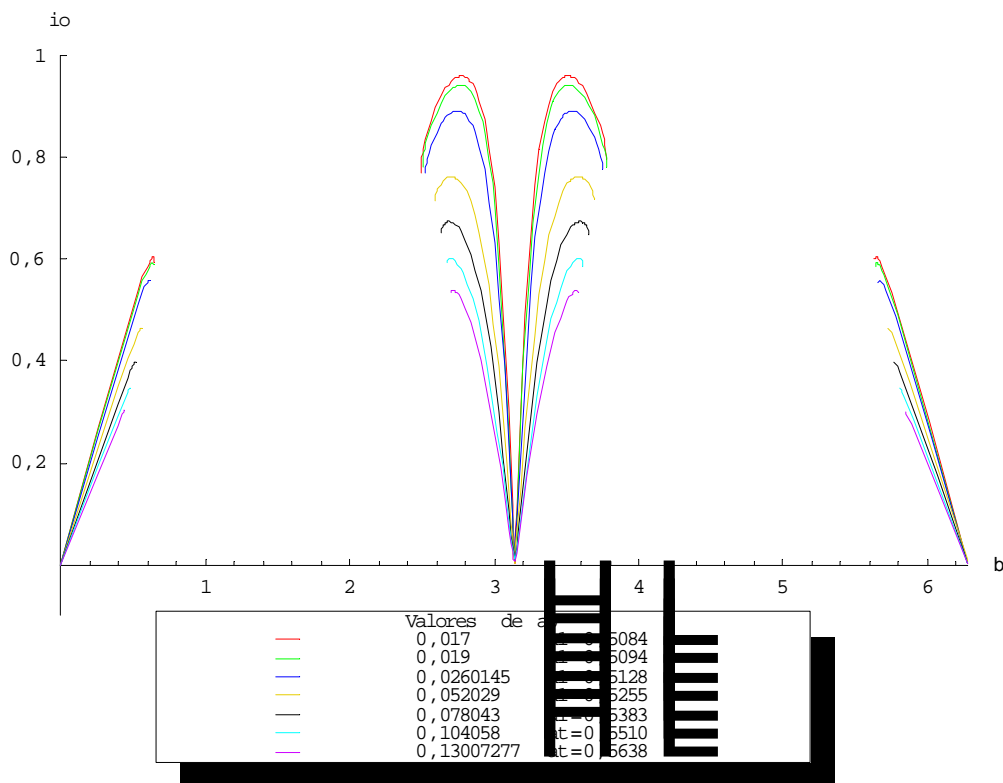


Figura 5.22 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0046$).

A passagem de órbita inicial circular para uma órbita elíptica faz com que os valores de inclinações obtidas tenham um ligeiro aumento, apesar do gráfico na Figura 5.22 ser muito semelhante ao caso circular correspondente (cf. Figura 5.1). No entanto, a passagem para o caso elíptico melhora a manobra clássica pelo distanciamento do ponto de aplicação do impulso (apogeu da órbita inicial) do centro de atração. Assim, o efeito é um decréscimo na eficiência da manobra proposta em relação à clássica, como pode ser visto no gráfico de comparação entre as manobras (Figura 5.23) e em sua ampliação (Figura 5.24).

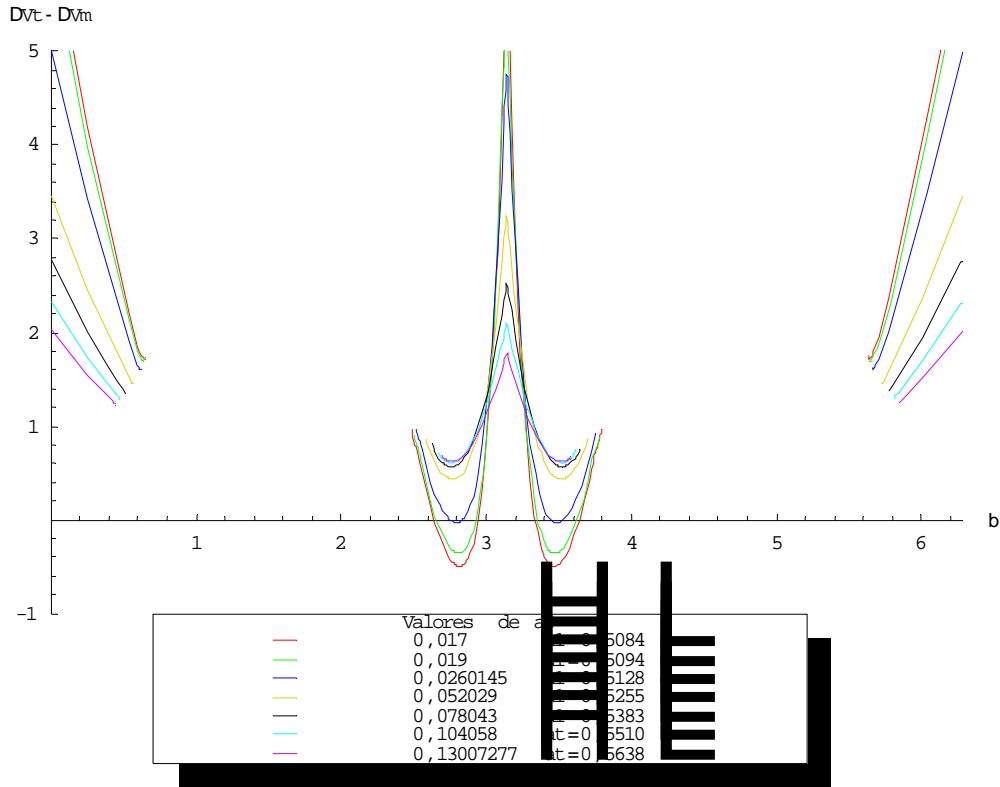


Figura 5.23 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0046$).

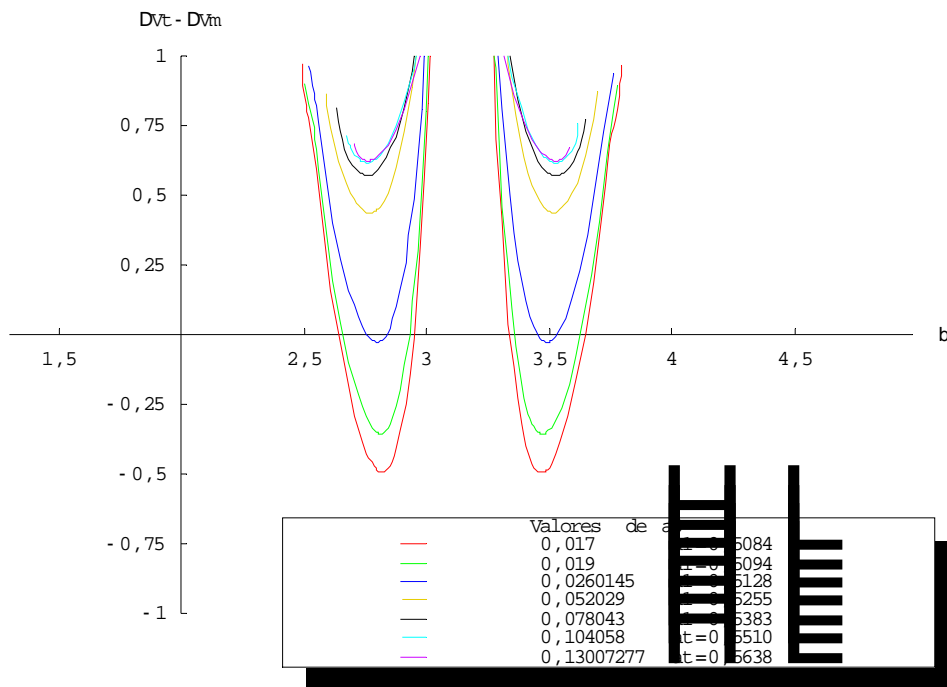
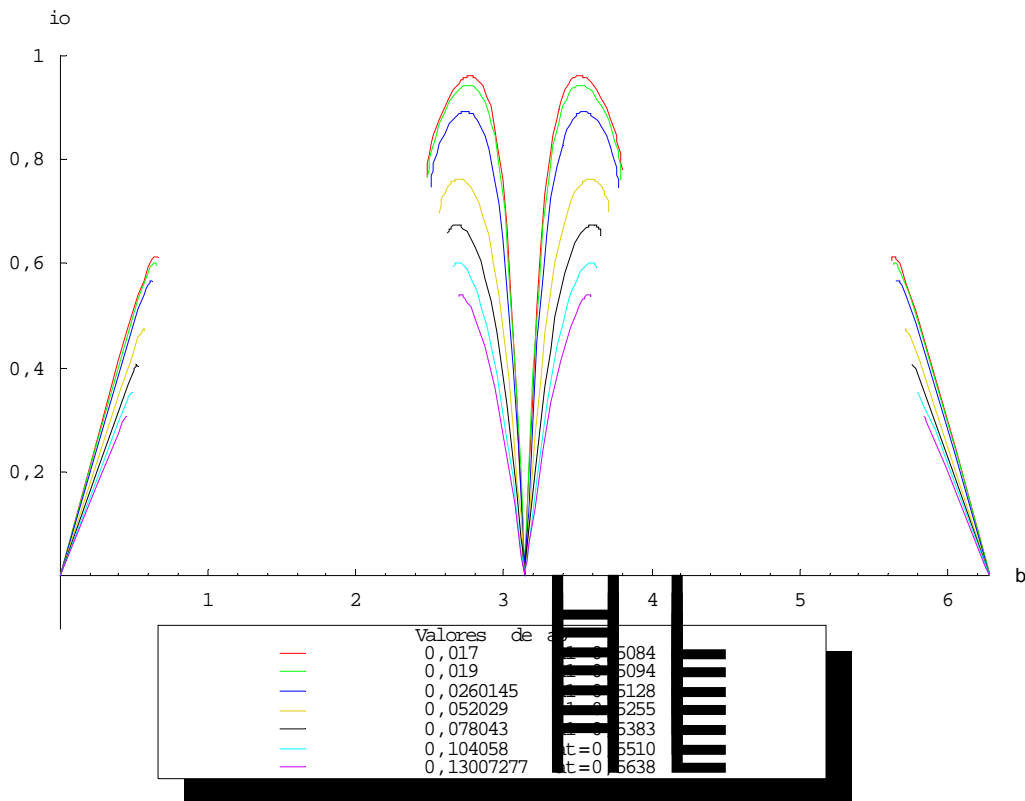


Figura 5.24 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,02$, $r_p=0,0046$).

O decréscimo em eficiência da manobra proposta em relação à manobra clássica com a excentricidade é bastante sutil, mas pode ser confirmado pela Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0046$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,81591	-0,495247
0,019	2,81056	-0,357075
0,0260145	2,79592	-0,0279586

5.1.2.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$ Figura 5.25 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0048$).

O comportamento dos gráficos para este valor de r_p é semelhante ao caso do tópico anterior em que $r_p = 0,0046$: há um leve acréscimo nos valores de inclinações obtidos (Figura 5.25) e um pequeno decréscimo na eficiência da manobra proposta em relação à clássica, como pode ser visto nas Figuras 5.26 e 5.27, e confirmado na Tabela 5.9.

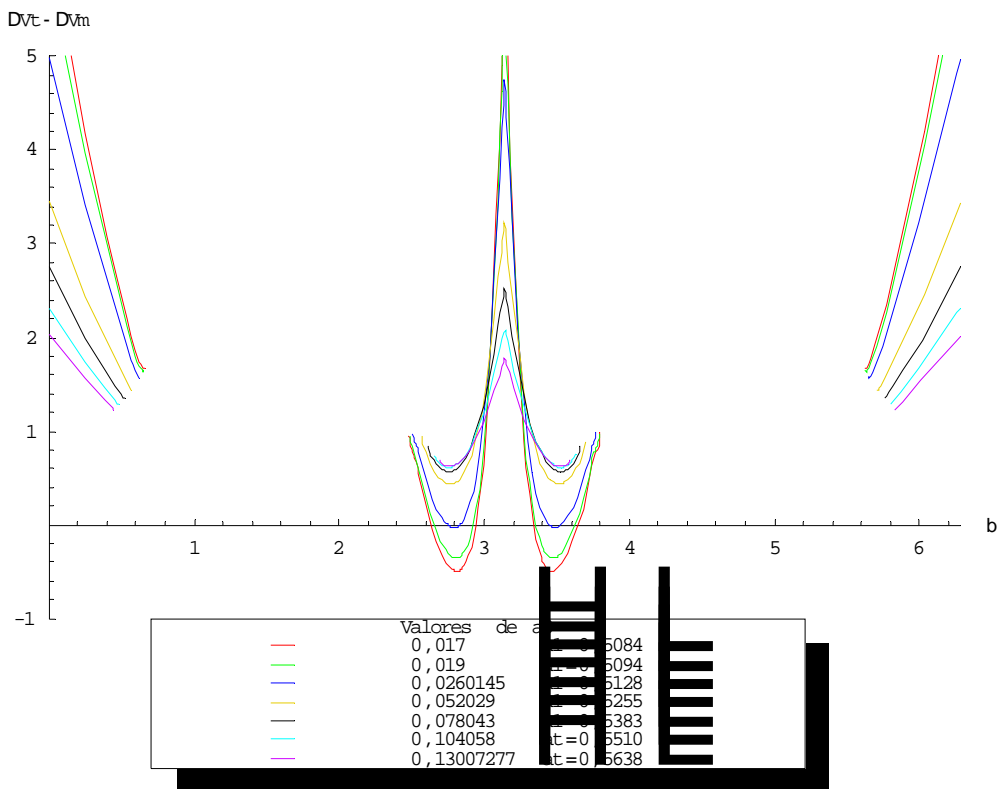


Figura 5.26 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0048$).

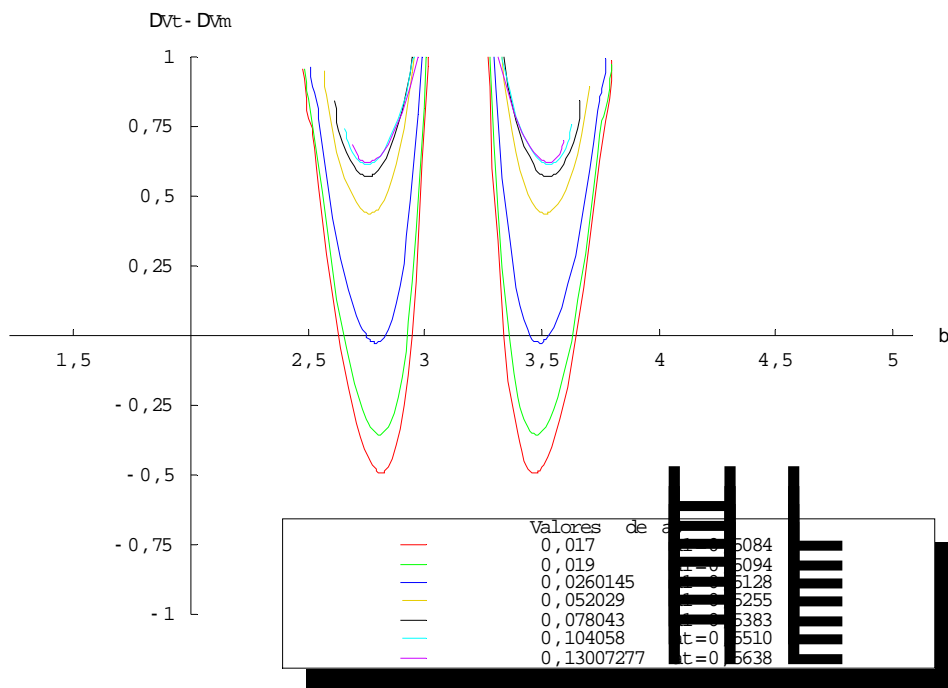
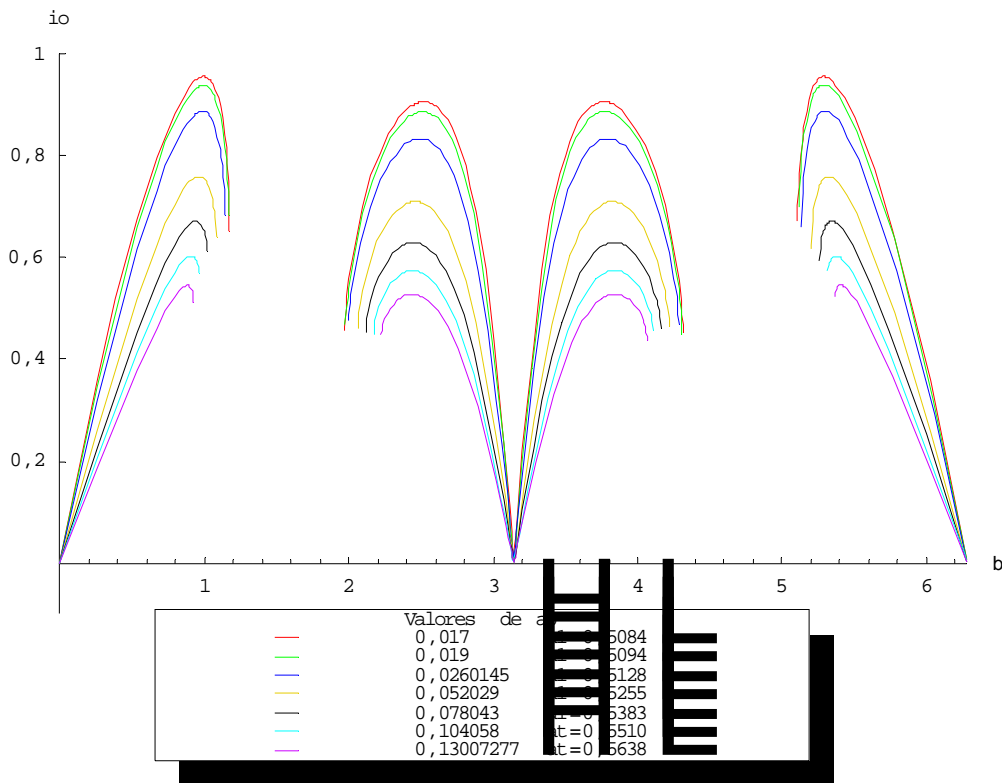


Figura 5.27 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,02$, $r_p=0,0048$).

A Tabela 5.9 apresenta os mínimos da função $\Delta V_T - \Delta V_M$ para este conjunto de valores.

Tabela 5.9 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0048$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,81318	-0,493776
0,019	2,80784	-0,355622
0,0260145	2,7932	-0,0269124

5.1.2.3 Valor da periluna $r_p = 0,0286$ Figura 5.28 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0286$).

O valor da distância da periluna de $0,0286$, para o caso das órbitas inicial e final com excentricidade $0,02$, produz um gráfico de inclinações (Figura 5.28) também muito semelhante ao caso correspondente circular, com pequenos acréscimos nos valores de inclinação obtidos. Quando comparado também ao caso correspondente circular, percebe-se pelas Figuras 5.29 e 5.30 que também para este caso de r_p há um pequeno decréscimo na eficiência da manobra proposta na região de $2,0 \leq \beta \leq 3,14$ rad mas um acréscimo na região de $0 \leq \beta \leq 1,2$ rad como pode ser confirmado nas Tabelas 5.10 (cf. Tabela 5.3) e 5.11 (cf. Tabela 5.4).

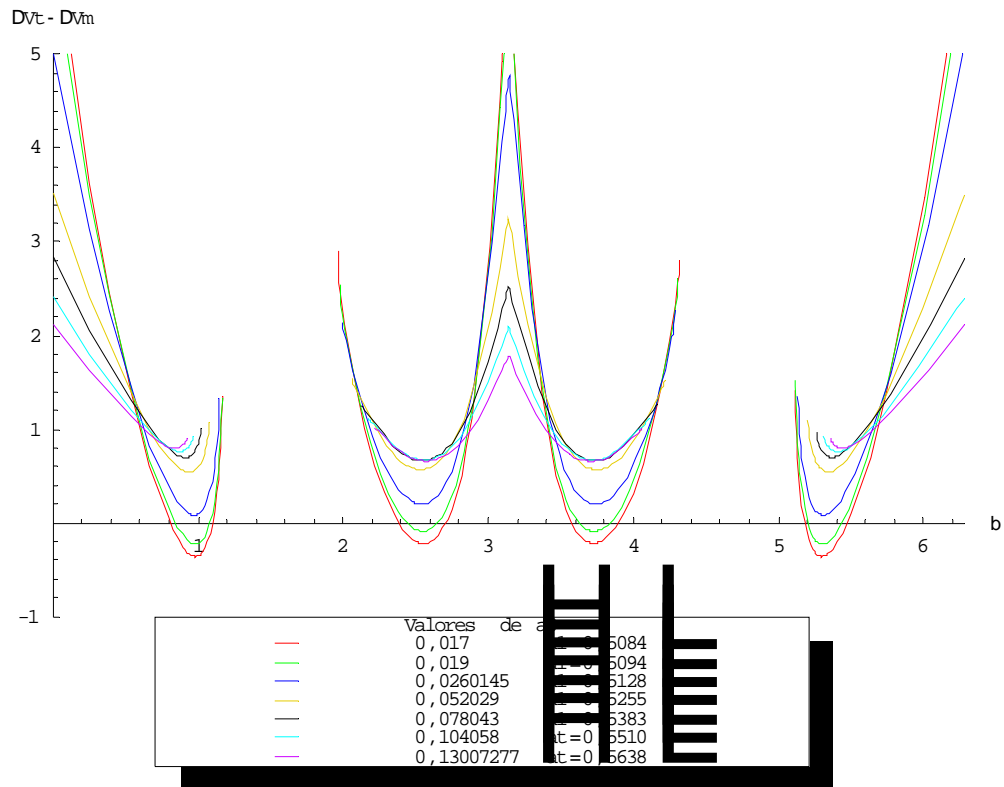


Figura 5.29 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0286$).

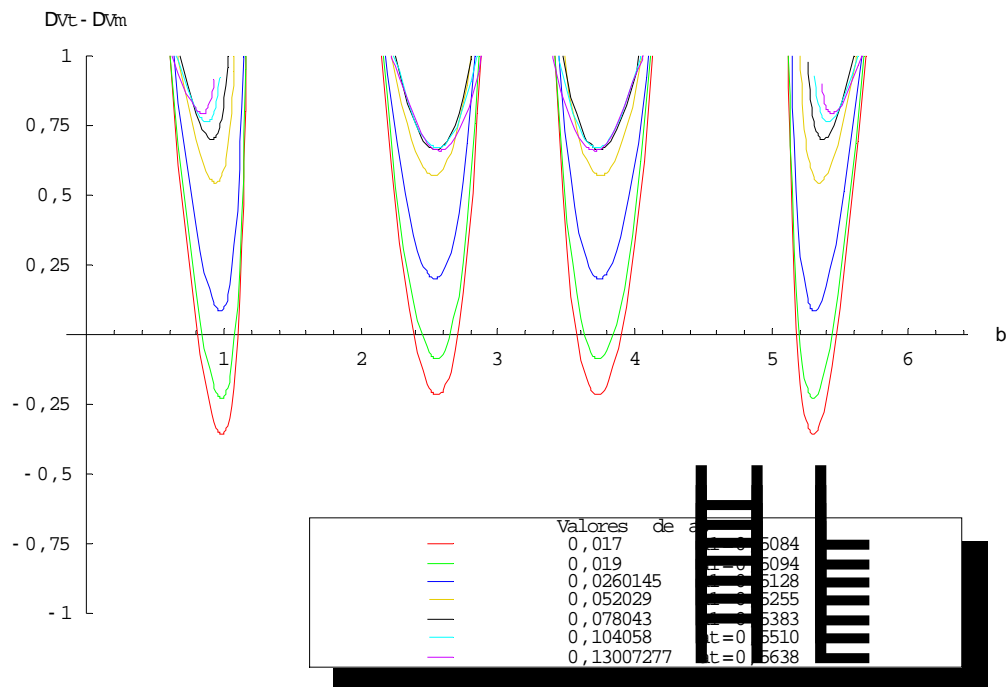


Figura 5.30 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,02$, $r_p=0,0286$).

As Tabelas 5.10 e 5.11 apresentam os mínimos da função $\Delta V_T - \Delta V_M$ para cada uma das regiões de β consideradas.

Tabela 5.10 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 1,0$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	0,981822	-0,358594
0,019	0,980983	-0,229496

Tabela 5.11 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 2,5$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,55606	-0,218815
0,019	2,55231	-0,0879492

5.1.2.4 Valor da periluna $r_p = 0,0524$

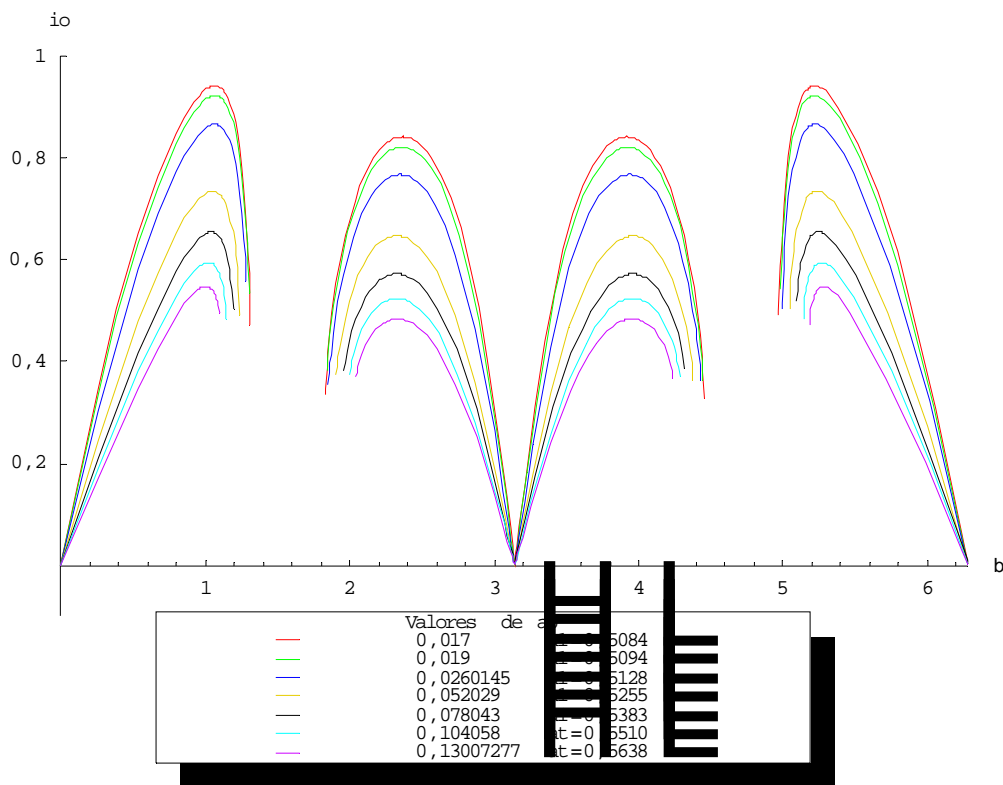


Figura 5.31 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0524$).

O gráfico de inclinações obtido para este valor da distância da periluna (Figura 5.31) também é muito semelhante ao gráfico correspondente do caso circular (Figura 5.10). O mesmo acontece com o gráfico de comparação entre os consumos mostrado

nas Figuras 5.32 e 5.33. No entanto, o decréscimo de eficiência da manobra proposta em relação à manobra clássica monoimpulsiva pode ser detectado na Tabela 5.12.

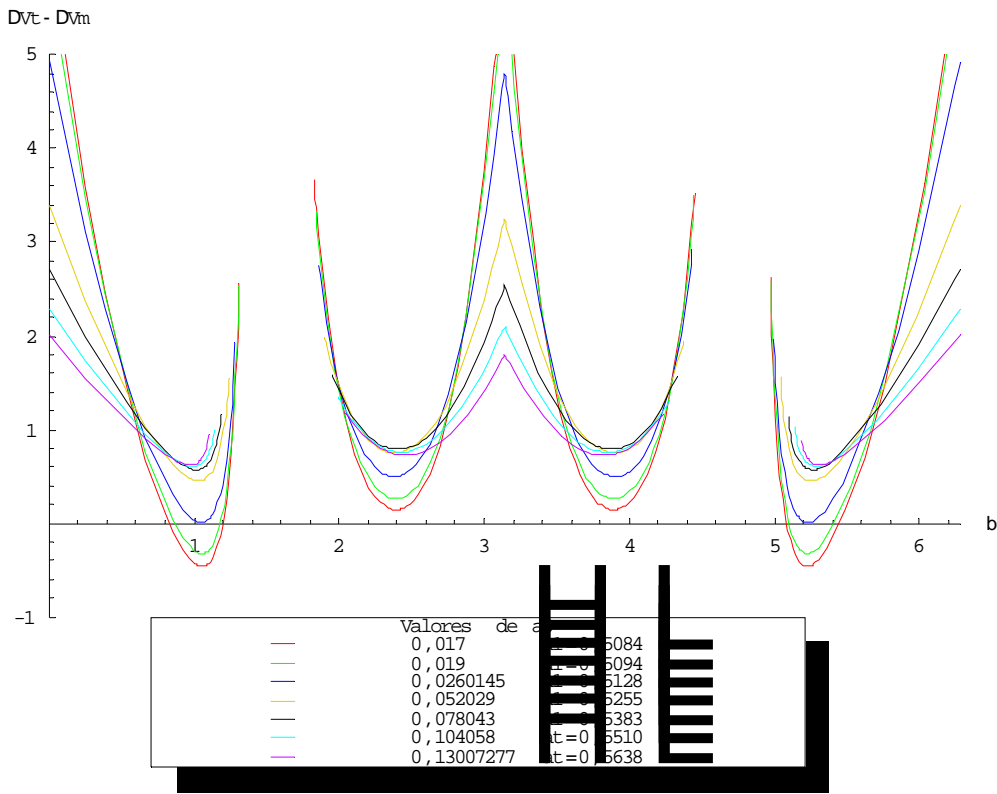


Figura 5.32 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0524$).

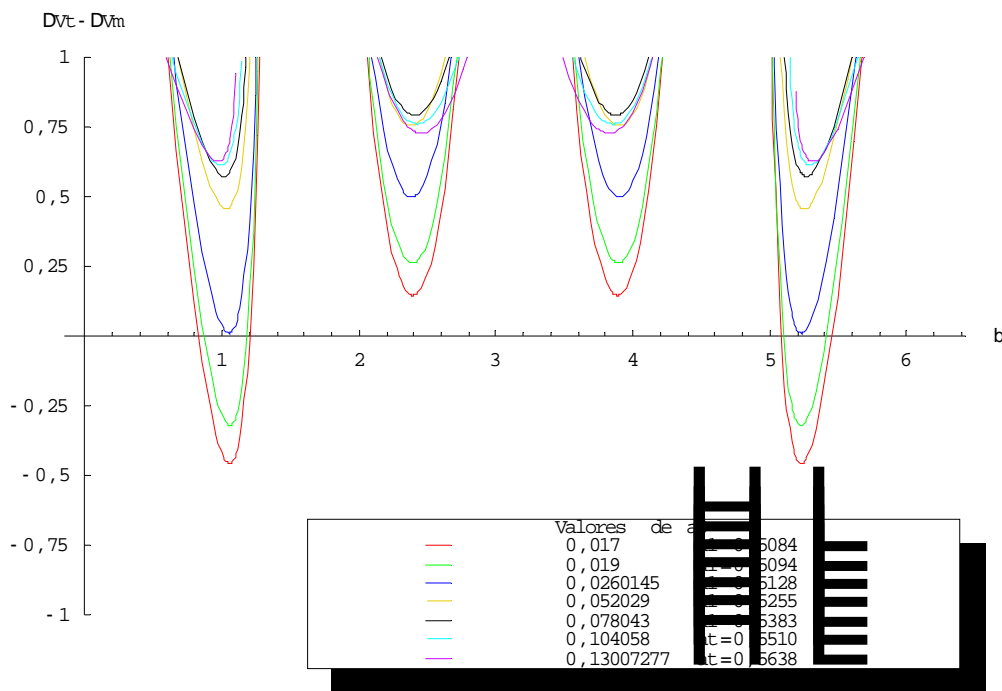
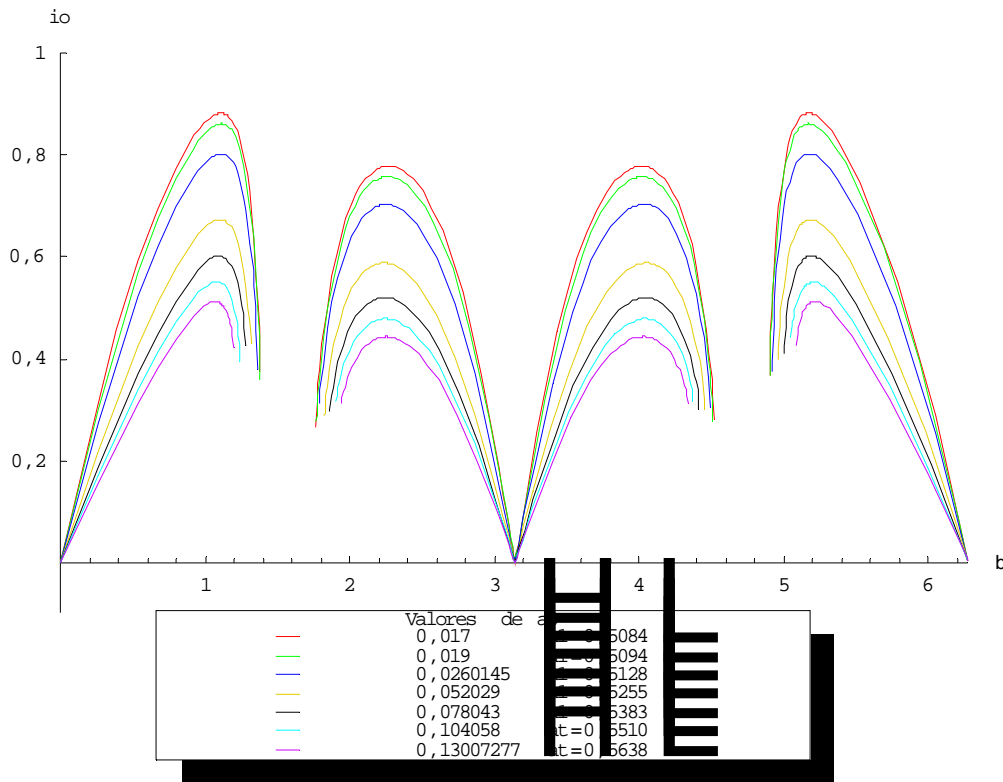


Figura 5.33 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,02$, $r_p=0,0524$).

Tabela 5.12 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0524$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,05506	-0,459992
0,019	1,05608	-0,321872

5.1.2.5 Valor da periluna $r_p = 0,0762$ Figura 5.34 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0762$).

Para o valor de $r_p = 0,0762$ a semelhança entre os gráficos de inclinação do caso circular correspondente (cf. Figura 5.13) e o deste caso de excentricidade $0,02$ (Figura 5.34) permanece, bem como o sutil decréscimo de eficiência da manobra proposta em relação ao caso circular, visto nas Figuras 5.35 e 5.36 e confirmado na tabela de mínimos da função $\Delta V_T - \Delta V_M$ (Tabela 5.13), para a região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$.

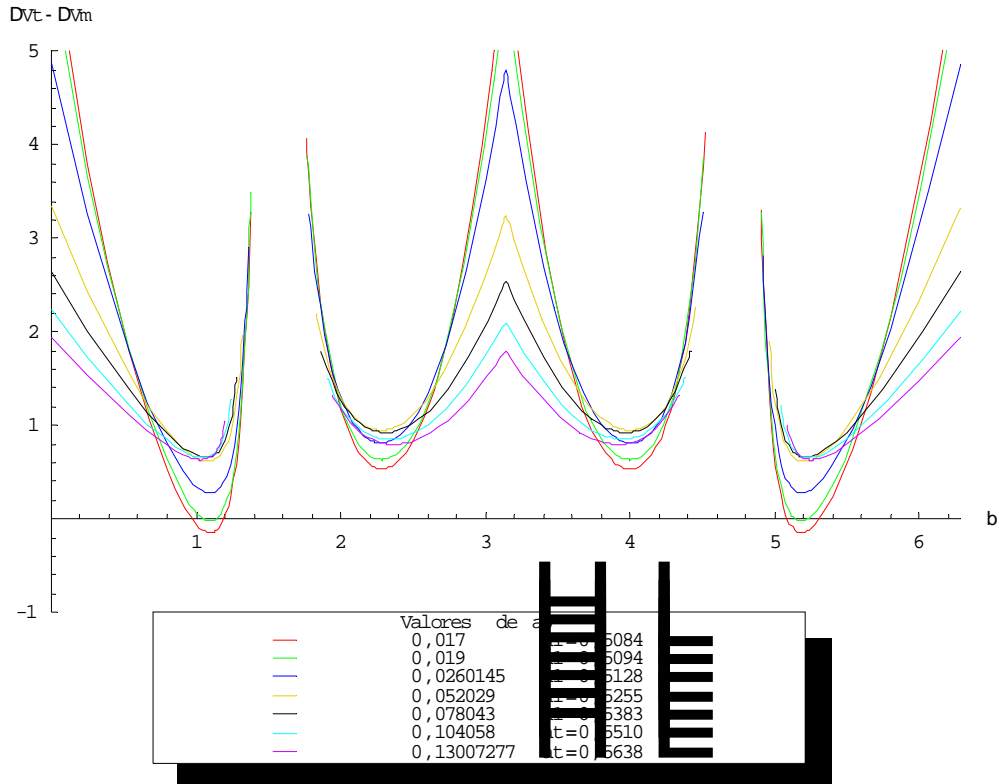


Figura 5.35 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0762$).

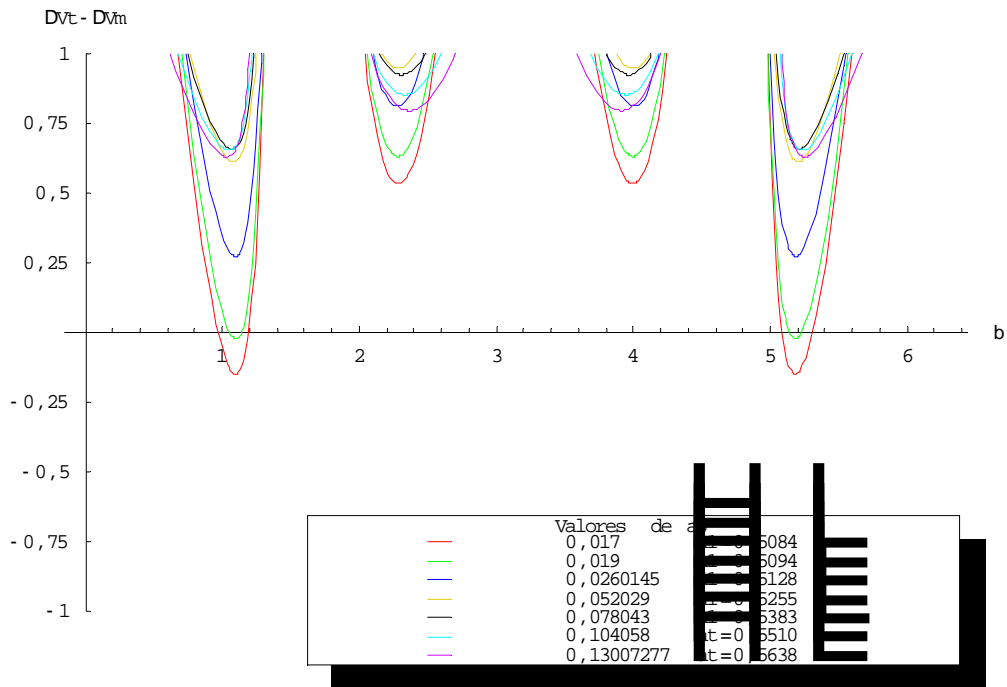
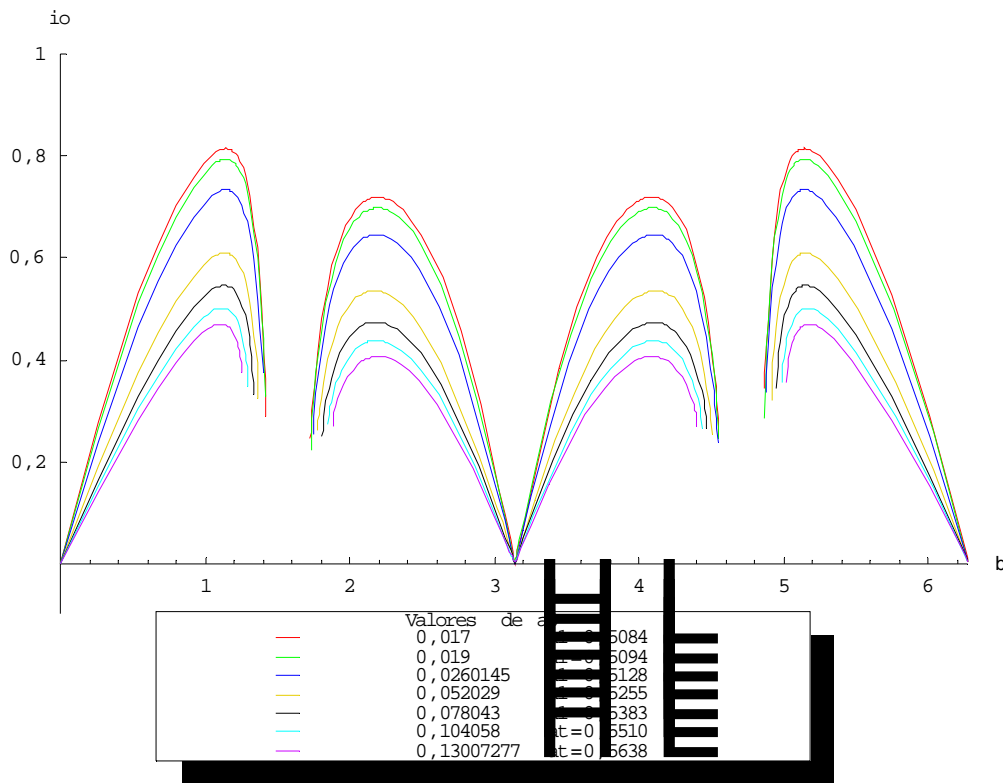


Figura 5.36 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,02$, $r_p=0,0762$).

Tabela 5.13 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0762$, $\beta \sim 1,1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,0993	-0,149743
0,019	1,101	-0,0231522

5.1.2.6 Valor da periluna $r_p = 0,1$ Figura 5.37 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,1$).

Para o valor de $r_p = 0,1$, dentro do caso excêntrico em que $e = 0,02$, as inclinações obtidas são menores quando comparadas aos demais valores de r_p , e o gráfico de comparações entre os consumos não apresenta regiões em que a manobra proposta é mais eficiente que a manobra clássica de mudança de plano monoimpulsiva.

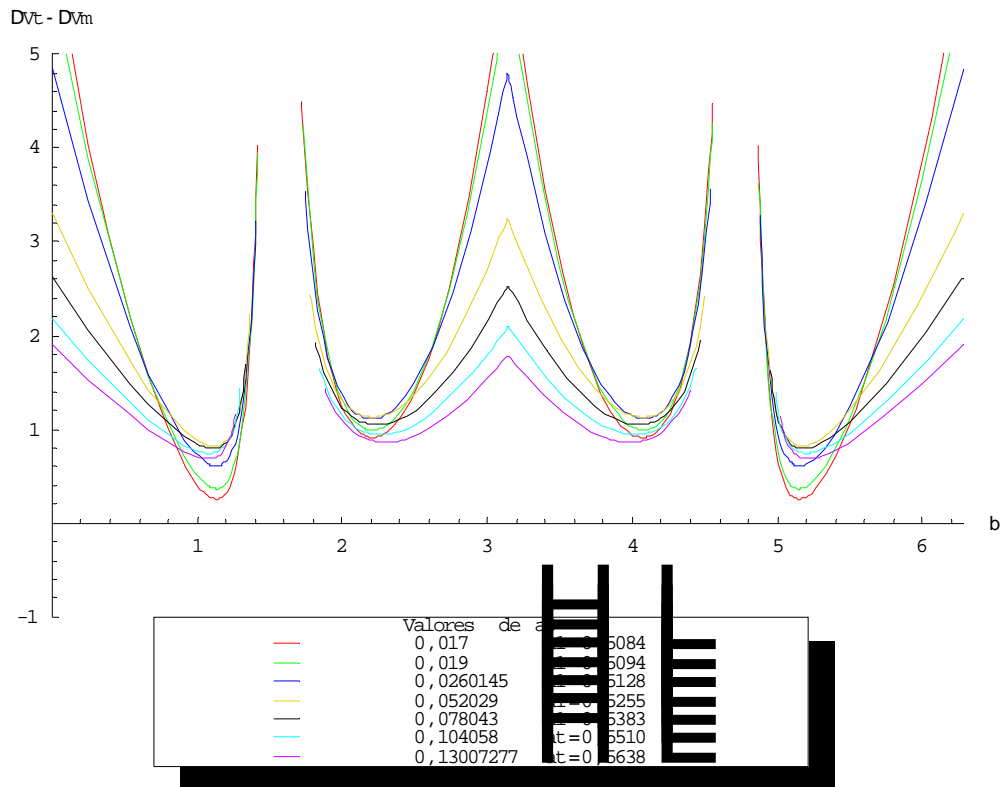


Figura 5.38 – Comparação de consumos em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,1$).

5.1.2.7 Variação no valor da periluna

Assim como no caso circular, nesta seção é feita uma análise do efeito da variação da distância do periápse lunar na eficiência da manobra proposta. Mais uma vez o valor de a_0 é fixo em $0,017$ (com seu respectivo valor de $a_1 = 0,5084$ para este valor de $e_0 = 0,02$) e os gráficos de inclinação (Figura 5.39) e de comparação entre os consumos das manobras (Figuras 5.40 e 5.41) são gerados para os valores de r_p , em função da variação do ângulo β .

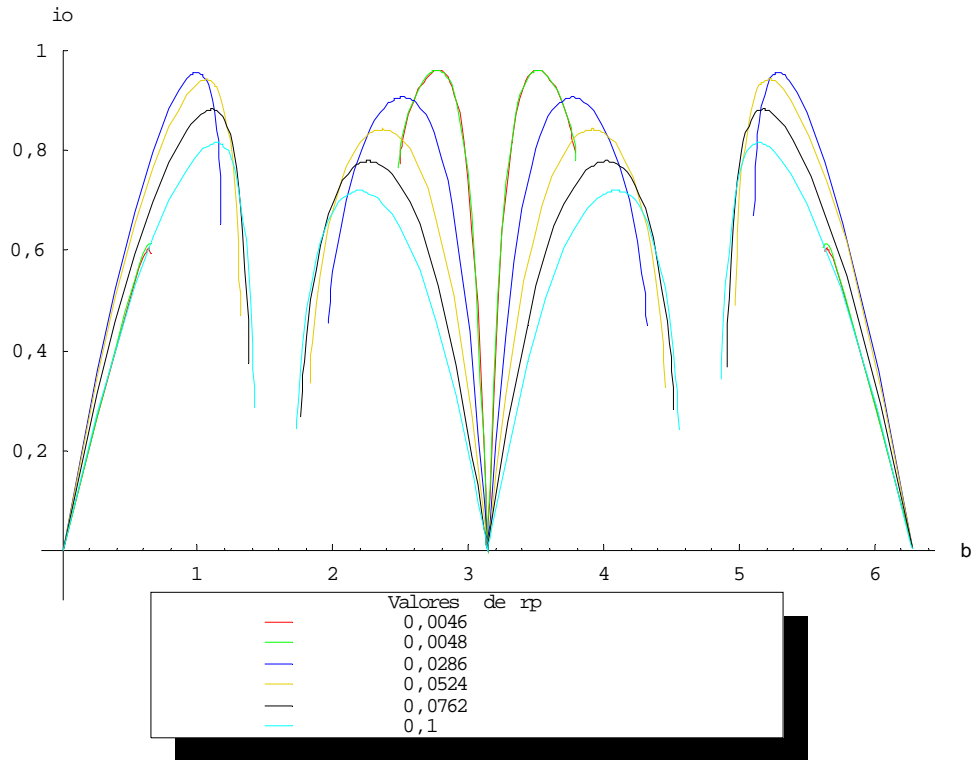


Figura 5.39 – Gráfico (inclinação vs β) para alguns valores de r_p ($e_0=0,02$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5084$).

Pode-se ver pelas Figuras 5.40 e 5.41 que, mais uma vez, na região de $1,8 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$ os valores de r_p que proporcionam maiores economias são os menores valores considerados. No entanto, na região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$, existe um valor mínimo de r_p entre os valores de $0,0286$ e $0,0762$.

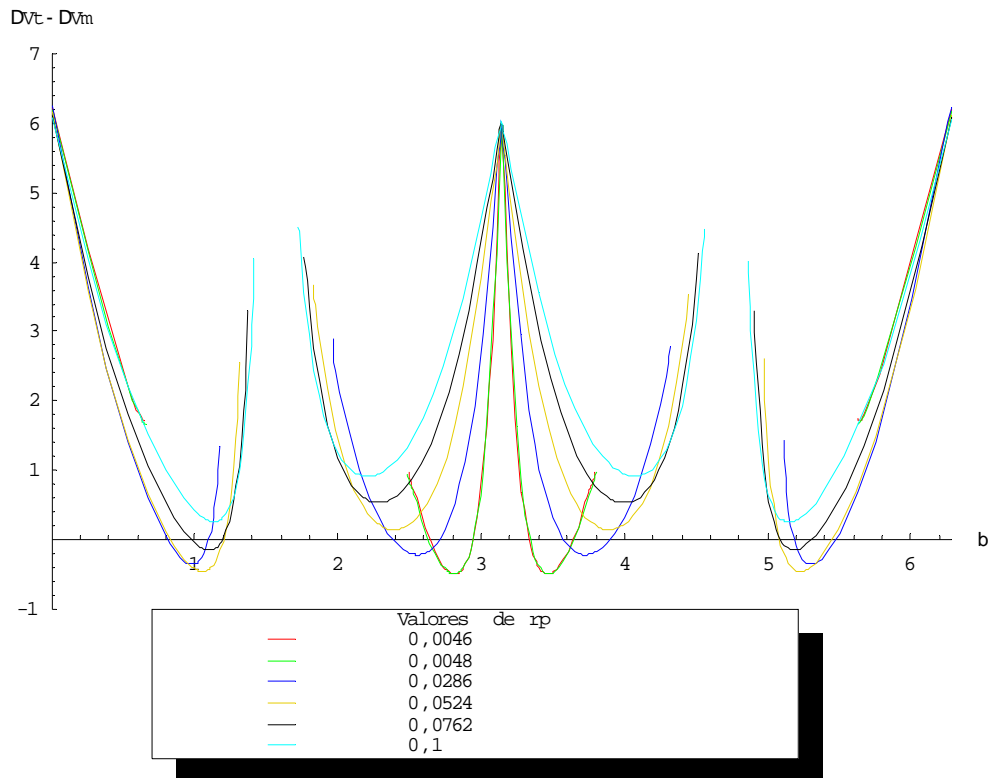


Figura 5.40 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0=0,02$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5084$).

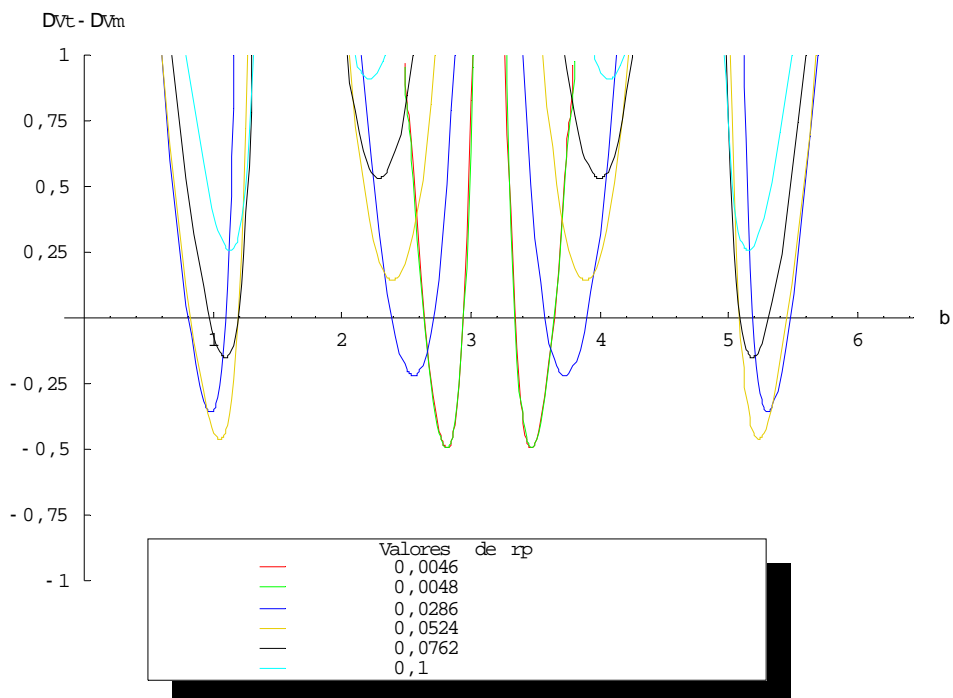


Figura 5.41 – Ampliação do gráfico $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,02$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5084$).

O valor encontrado para o mínimo de r_p na região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$ corresponde a 0,0423819, um valor ligeiramente menor que o caso circular, que proporciona também uma economia ligeiramente menor para a manobra proposta.

Tabela 5.14 – $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $\beta \sim 1$ ($e_0=0,02$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5084$).

$(r_p)_{\min}$	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,0423819	1,03046	-0,505491

Novamente, um gráfico é gerado à partir do valor de β em que ocorre o mínimo da função objetivo e é mostrado na Figura 5.42. Neste gráfico os cinco valores de a_0 são considerados sob a variação do parâmetro r_p .

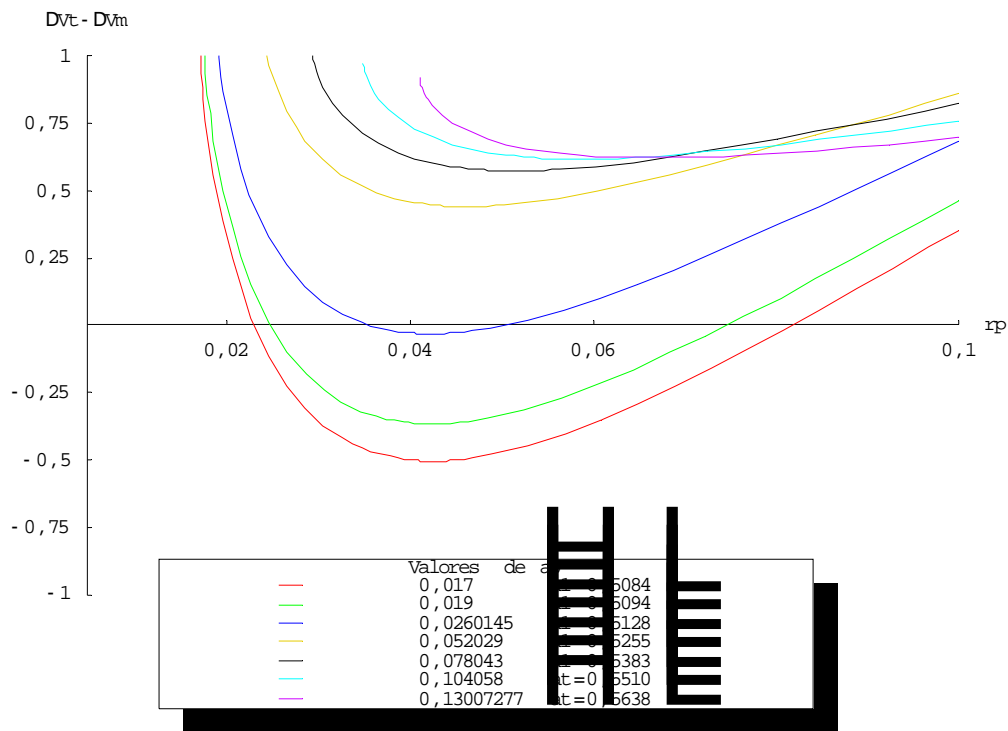


Figura 5.42 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função de r_p para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $\beta=1,03$).

5.1.3 Excentricidade da órbita inicial de 0,05

5.1.3.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

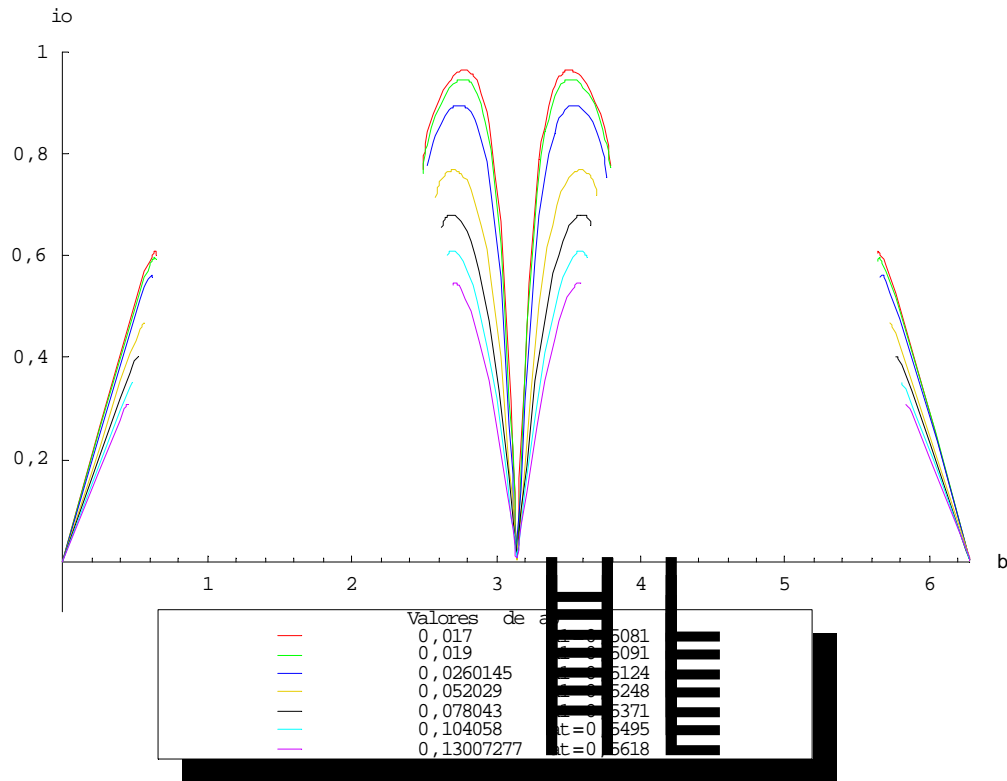


Figura 5.43 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0046$).

Com o aumento da excentricidade da órbita inicial para $0,05$, maiores valores de inclinações são obtidos pelos menores valores do semi-eixo maior inicial (Figura 5.43). No entanto, como foi constatado na Seção 5.1.2 e como pode ser confirmado nas Figuras 5.44 e 5.45, o aumento do valor da excentricidade diminui a eficiência da manobra proposta em relação à clássica em questão. Isto pode ser confirmado nos mínimos da função mostrado na Tabela 5.15.

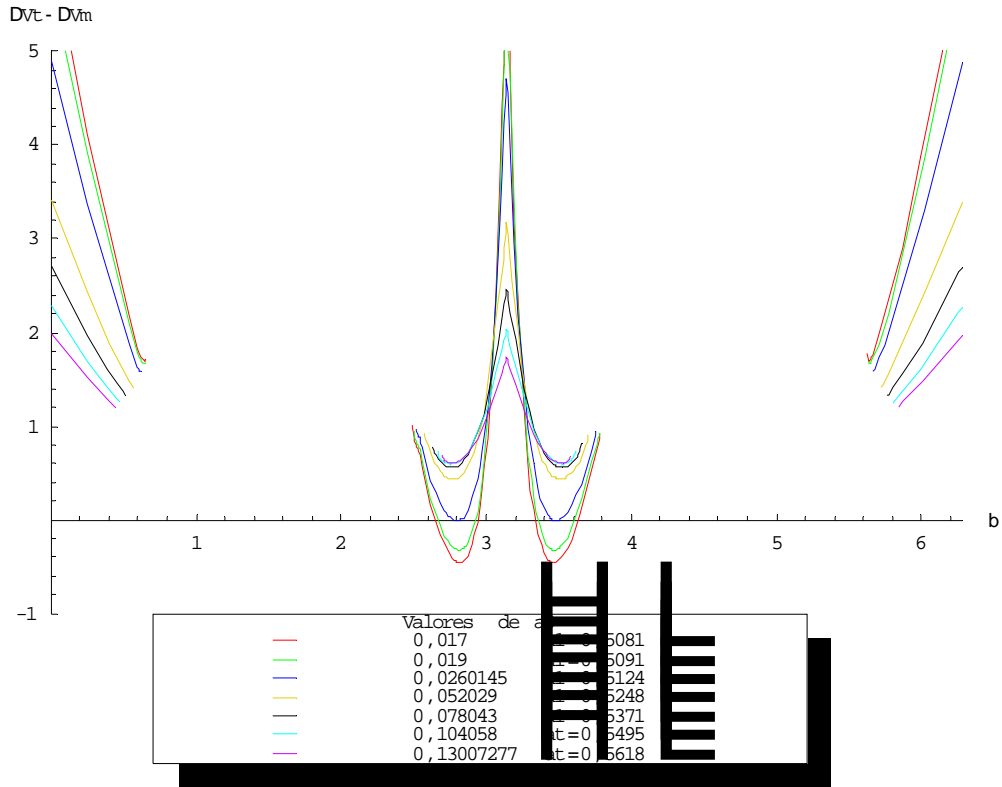


Figura 5.44 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0046$).

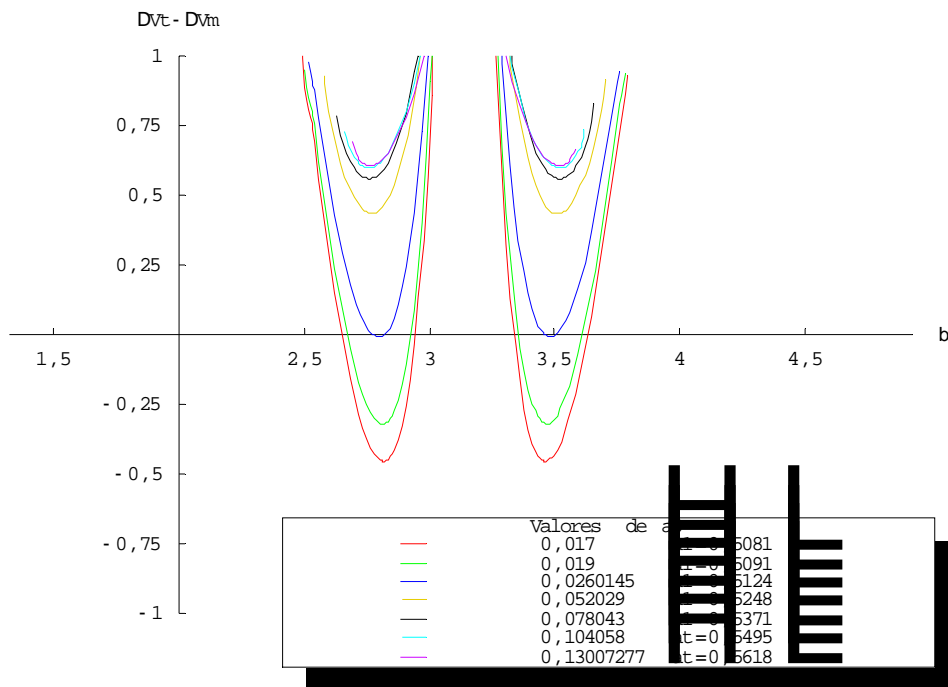


Figura 5.45 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,05$, $r_p=0,0046$).

Pode-se notar também, pela Tabela 5.15, que o valor de $a_0 = 0,0260145$ quase deixa de ser vantajoso para a manobra proposta neste valor de excentricidade da órbita inicial de $0,05$.

Tabela 5.15 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0046$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,81893	-0,455563
0,019	2,81372	-0,322303
0,0260145	2,79927	-0,00813074

5.1.3.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$

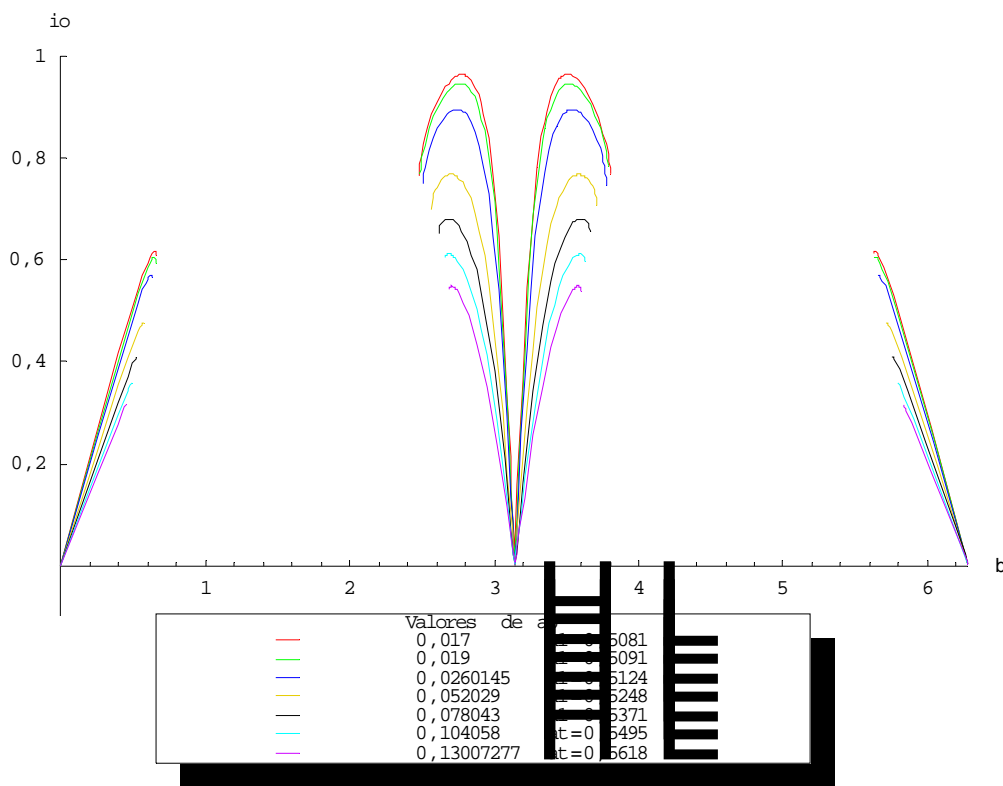


Figura 5.46 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0048$).

Para este valor de distância da periluna, o gráfico de inclinação (Figura 5.46) também segue o padrão dos gráficos correspondentes para os demais valores de e_0 , apresentando, com o aumento da excentricidade, um ligeiro aumento nos valores de inclinações obtidos. Há também ainda o decréscimo na eficiência da manobra proposta em relação à clássica, com o aumento de e_0 , mostrado nas Figuras 5.47 e 5.48 e confirmado na Tabela 5.16.

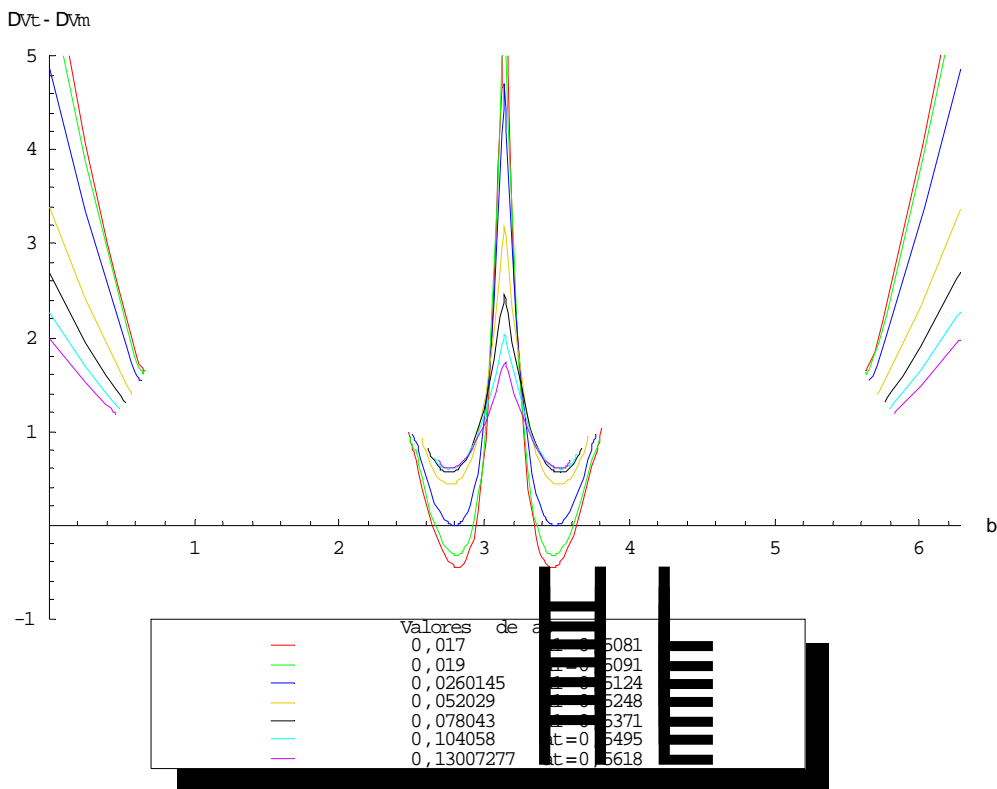


Figura 5.47 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0048$).

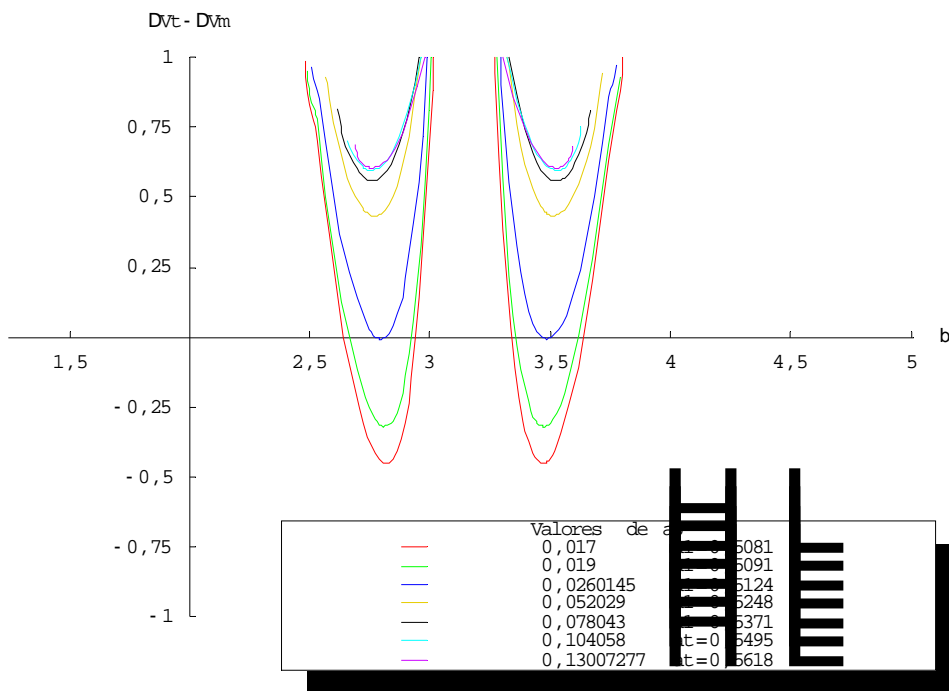


Figura 5.48 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,05$, $r_p=0,0048$).

A Tabela 5.16 mostra que para o valor de $a_0 = 0,0260145$, o consumo mínimo das manobras, proposta e clássica, é praticamente o mesmo.

Tabela 5.16 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0048$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,8162	-0,454362
0,019	2,81101	-0,320955
0,0260145	2,79656	-0,00715379

5.1.3.3 Valor da periluna $r_p = 0,0286$

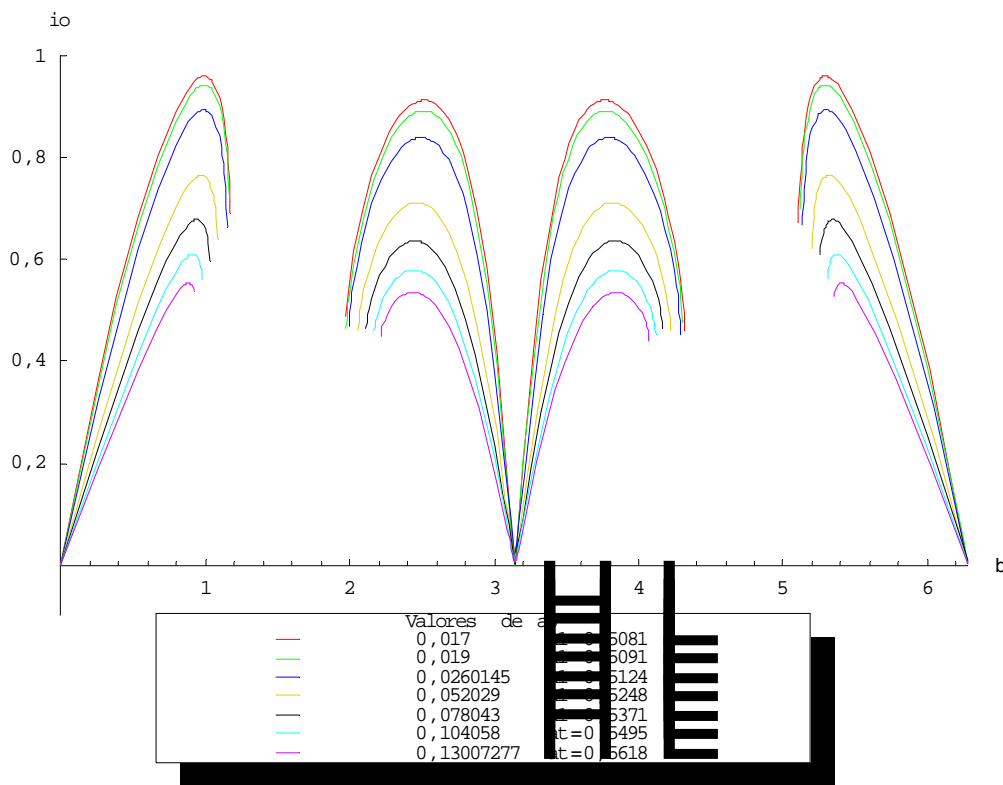


Figura 5.49 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0286$).

Considera-se agora o valor de $r_p=0,0286$. O gráfico de inclinações mostrado na Figura 5.49 é também muito similar ao correspondente circular (Figura 5.7), com leve aumento nos valores obtidos. As maiores diferenças para este caso ainda estão no gráfico de comparação entre as manobras mostrado nas Figuras 5.50 e 5.51. O aumento da excentricidade para o valor de $0,05$ ainda faz com que a manobra proposta sofra decréscimo em eficiência na comparação com a clássica, o que pode ser confirmado nas Tabelas 5.17 e 5.18.

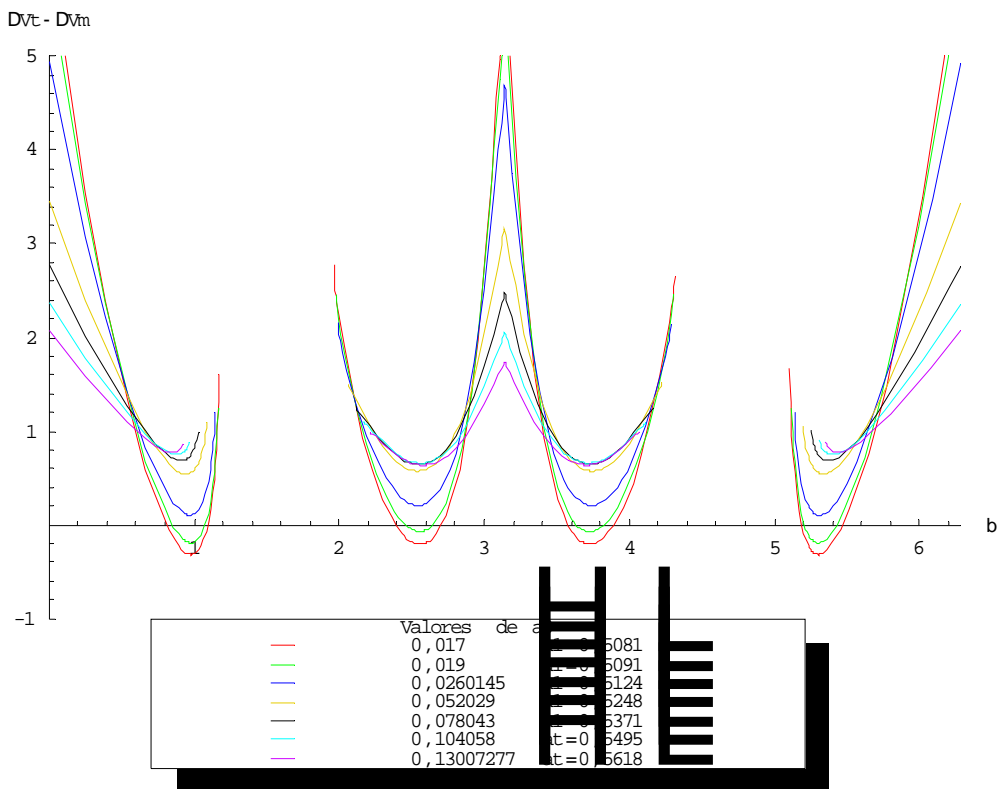


Figura 5.50 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0286$).

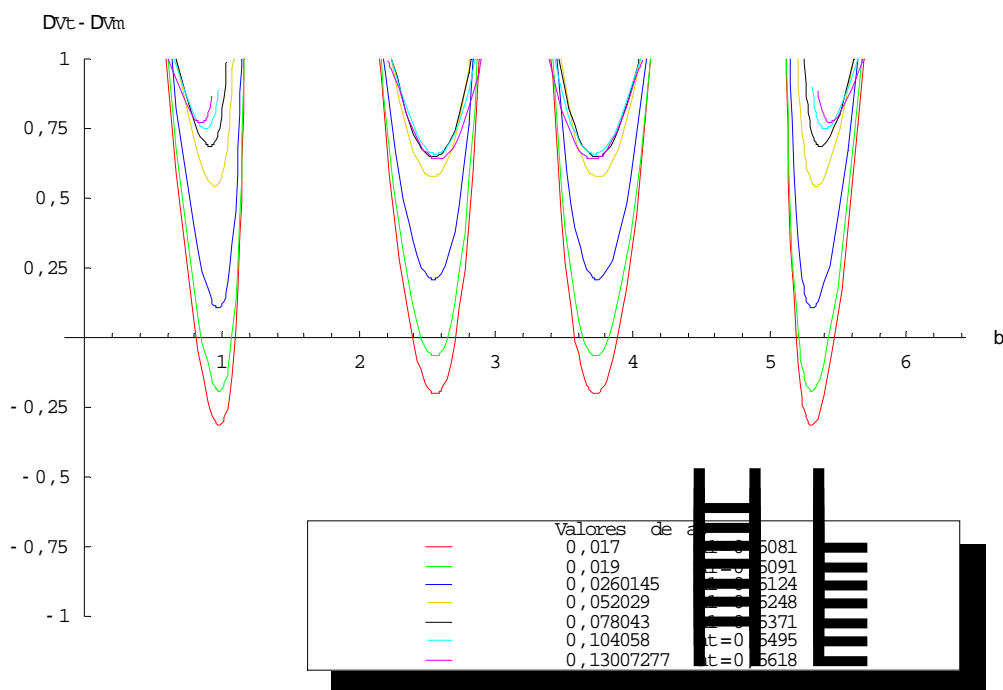


Figura 5.51 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,05$, $r_p=0,0286$).

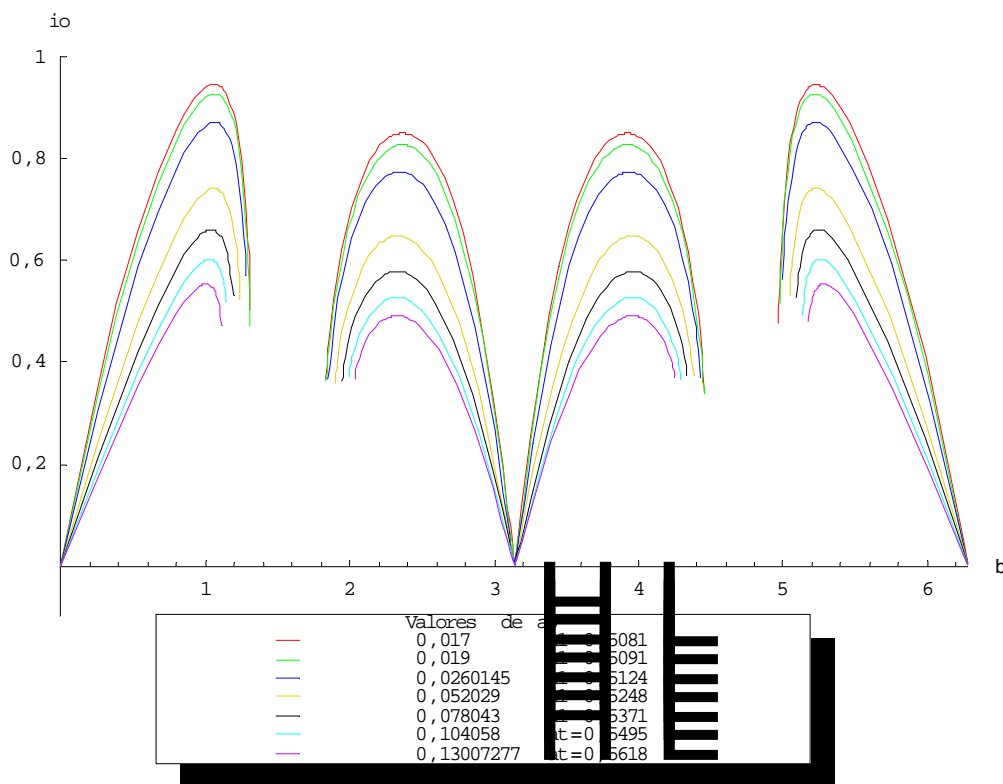
Tabela 5.17 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 1,0$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	0,978349	-0,316187
0,019	0,980116	-0,192199

Tabela 5.18 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 2,5$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,5728	-0,203599
0,019	2,55487	-0,0679072

5.1.3.4 Valor da periluna $r_p = 0,0524$

Figura 5.52 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0524$).

Para este novo valor de r_p o gráfico de inclinações obtidas (Figura 5.52) é ainda praticamente o mesmo do caso circular (cf. Figura 5.10) e as Figuras 5.53 e 5.54 mostram que a principal diferença na comparação com o caso circular ainda é o decréscimo de eficiência da manobra proposta em relação à clássica, o que pode ser confirmado na Tabela 5.19.

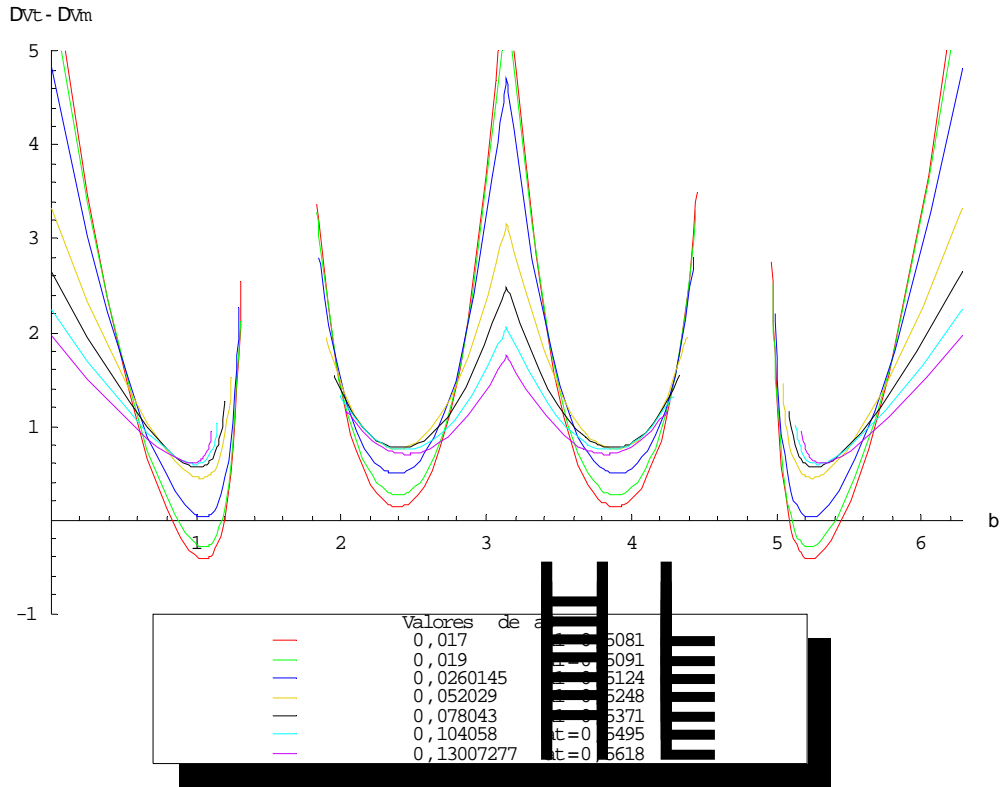


Figura 5.53 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0524$).

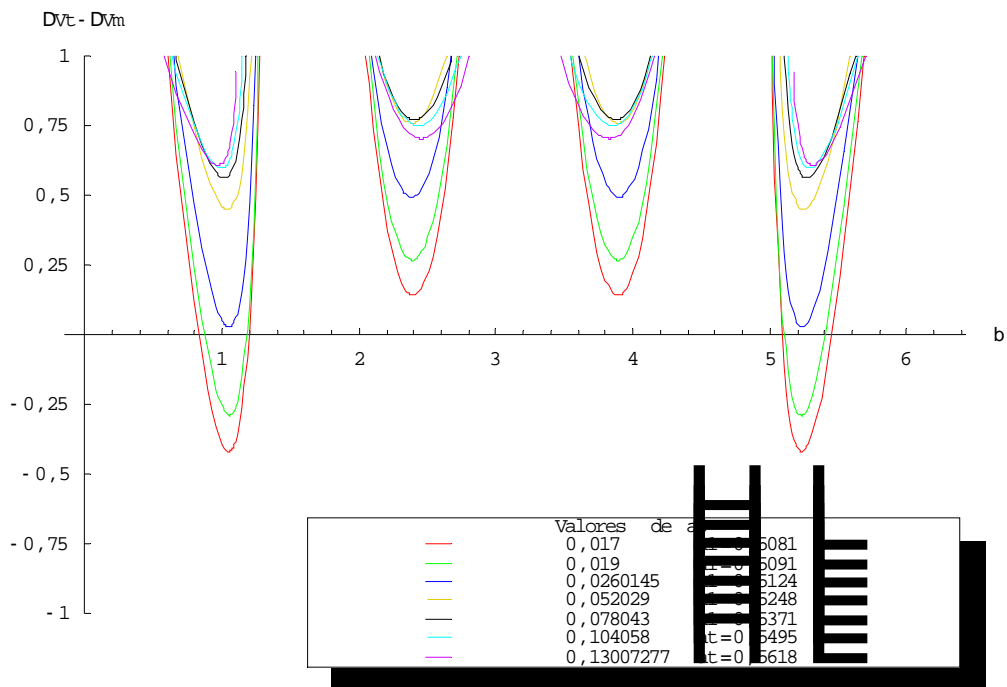
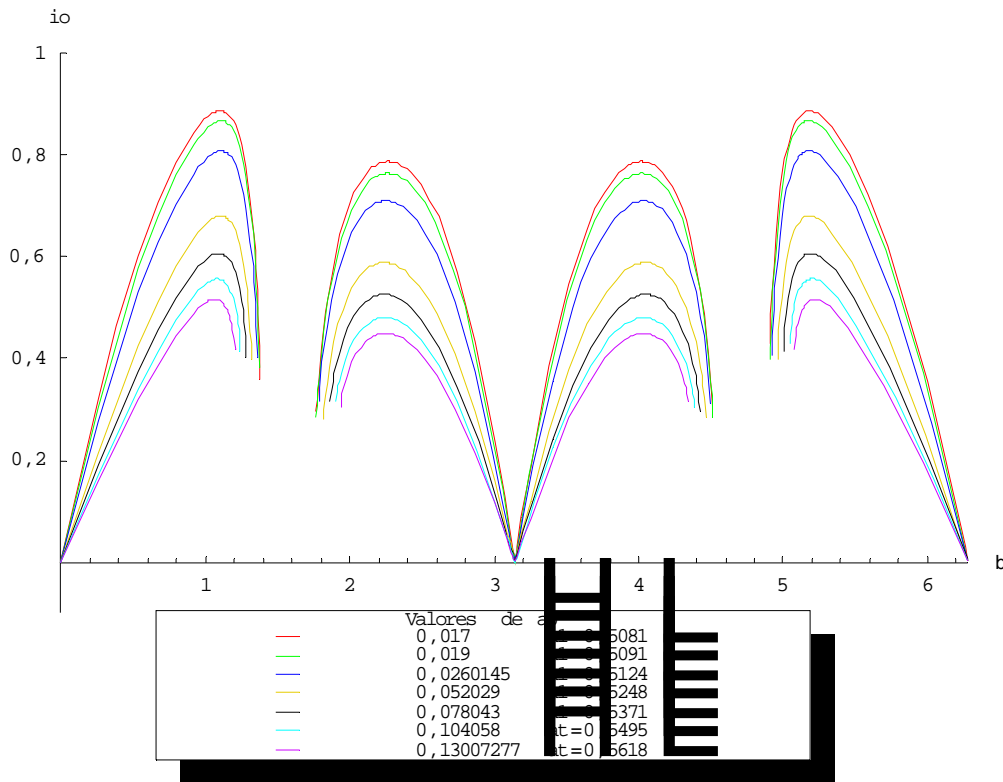


Figura 5.54 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,05$, $r_p=0,0524$).

Tabela 5.19 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0524$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,09851	-0,493537
0,019	1,08261	-0,325376

5.1.3.5 Valor da periluna $r_p = 0,0762$ Figura 5.55 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0762$).

O comportamento, tanto do gráfico de inclinações obtidas (Figura 5.55) quanto o de comparação entre as manobras (Figura 5.56 e 5.57), para este valor de r_p segue a mesma tendência dos gráficos correspondentes para os valores anteriores de e_0 estudados: as inclinações são praticamente as mesmas do caso circular, com sutil acréscimo de valores, e há novamente o decréscimo da eficiência da manobra proposta em relação à clássica para este maior valor de e_0 .

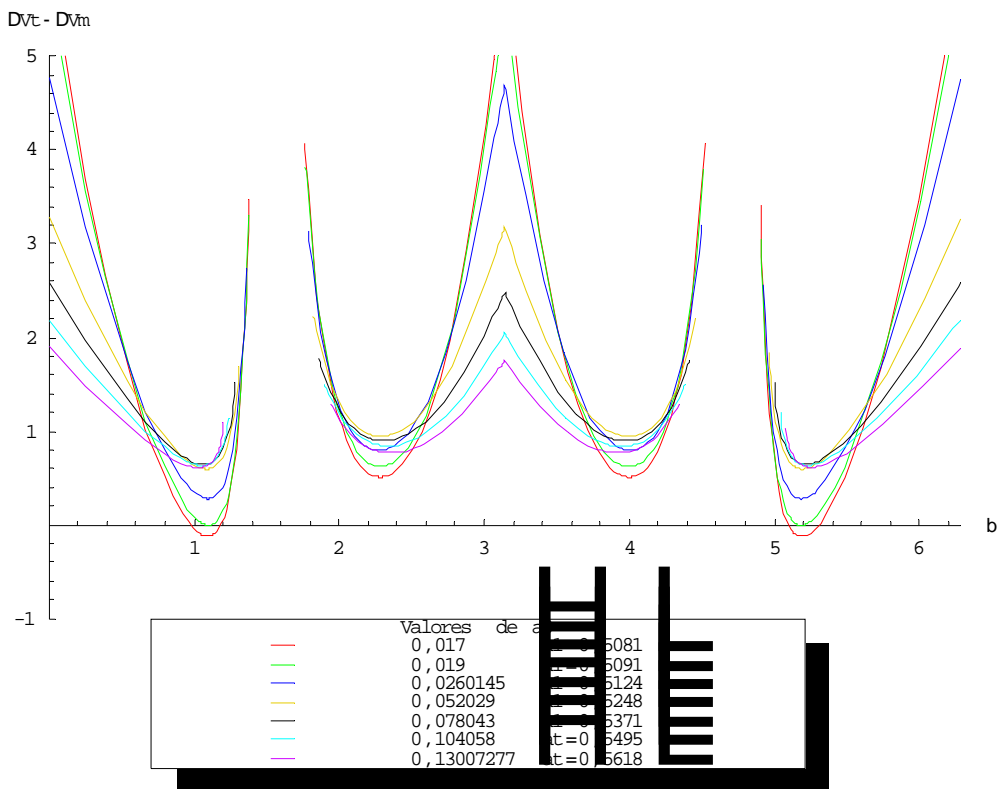


Figura 5.56 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0762$).

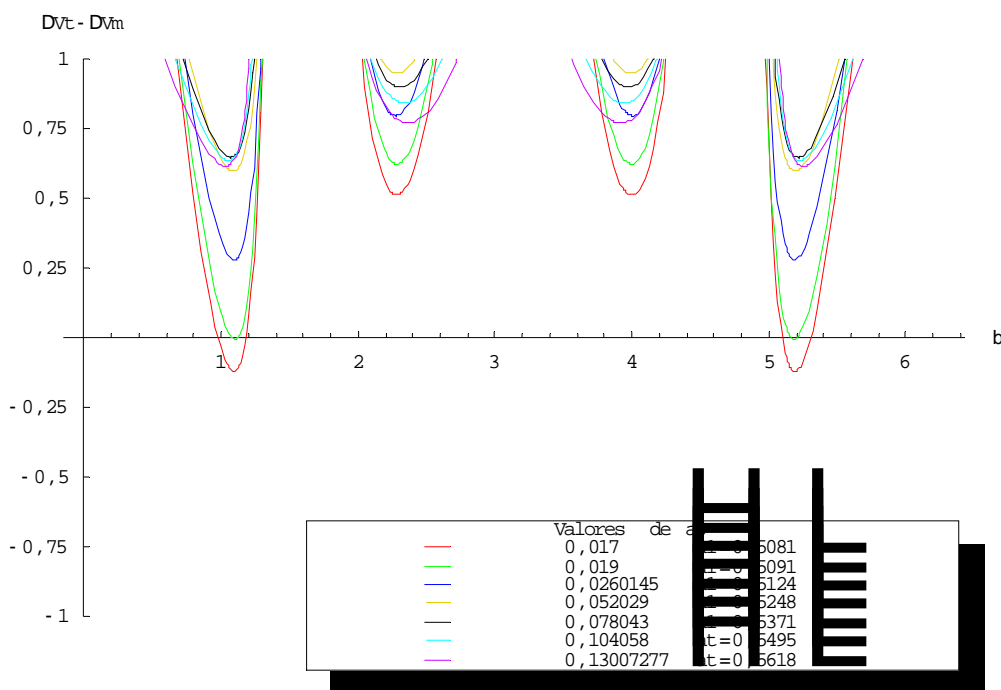
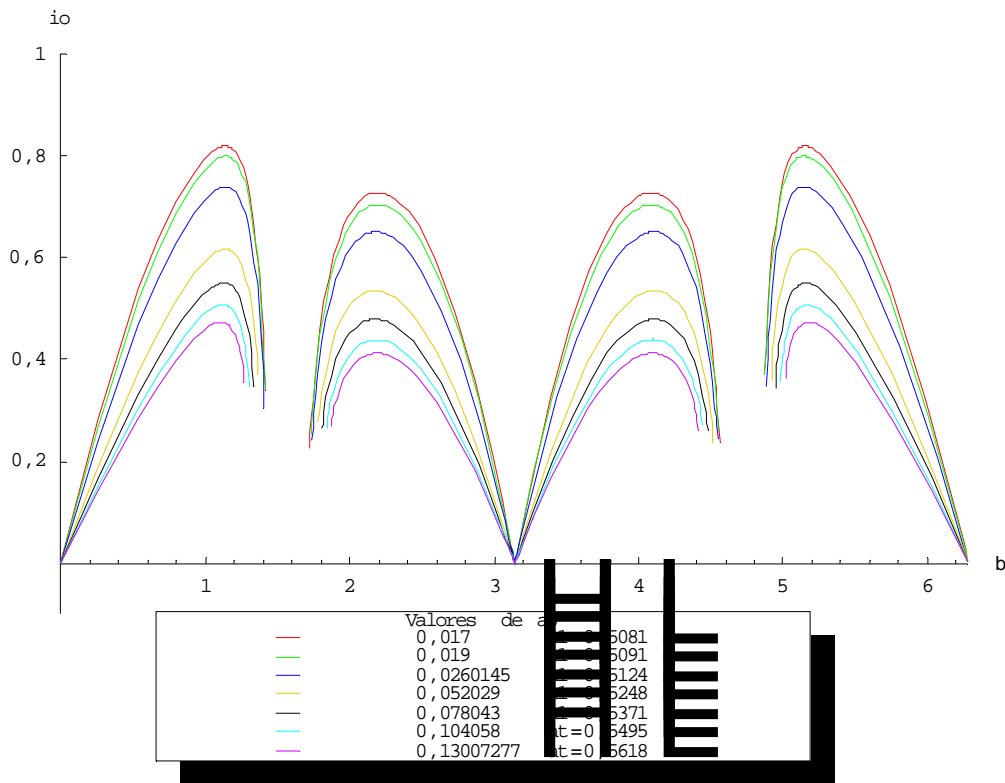


Figura 5.57 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,05$, $r_p=0,0762$).

A Tabela 5.20 apresenta os mínimos da função objetivo $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ para este conjunto de valores dos parâmetros livres.

Tabela 5.20 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,0762$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,09408	-0,122112
0,019	1,09949	-0,00549407

5.1.3.6 Valor da periluna $r_p = 0,1$ Figura 5.58 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,1$).

Também para o valor de $r_p = 0,1$ deste valor de excentricidade da órbita inicial não há regiões em que a manobra proposta ganhe na comparação com a manobra clássica em questão (Figura 5.59).

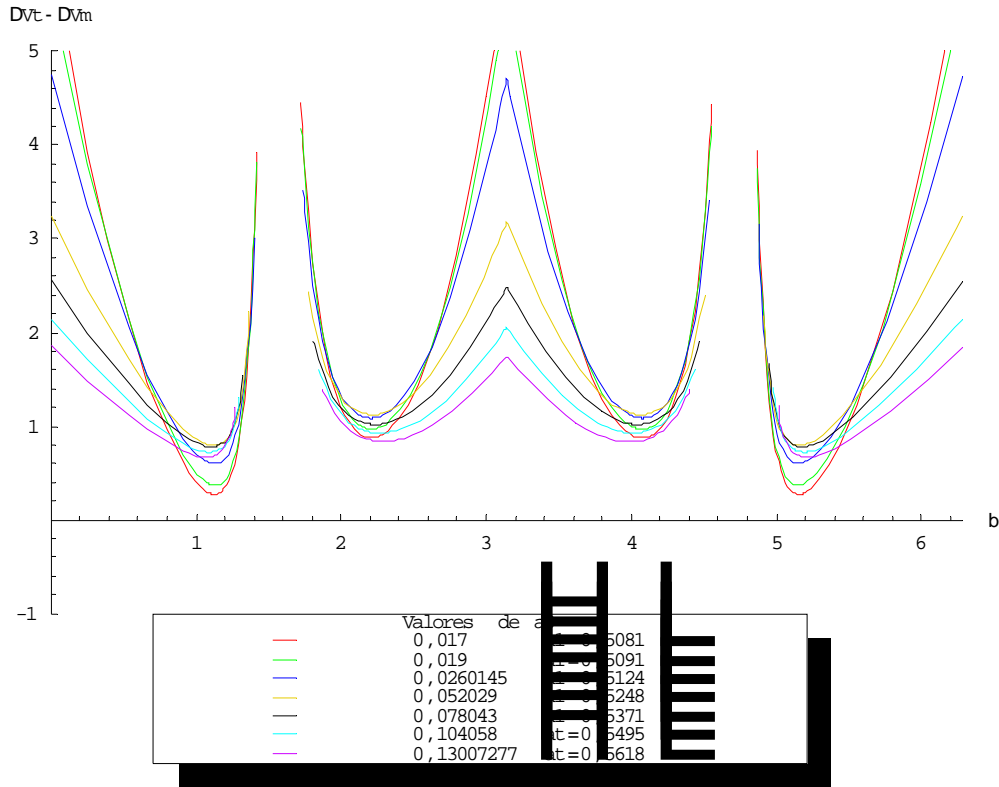


Figura 5.59 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $r_p=0,1$).

5.1.3.7 Variação no valor da periluna

Fechando a Seção 5.1.3, mais uma análise da influência de r_p é feita, considerando agora o valor de excentricidade da órbita inicial $e_0 = 0,05$. Fixando-se ainda o valor de a_0 em $0,017$, a Figura 5.60 mostra as inclinações obtidas para este valor de e_0 , considerando os seis valores de r_p estudados.

Apesar de ter sido constatado que o aumento do valor de e_0 para $0,05$ diminui a eficiência da manobra proposta em relação à clássica, o comportamento dos gráficos de comparação entre as manobras mostrado na Figura 5.61 é bastante semelhante ao gráfico correspondente do caso circular (Figura 5.19). Na ampliação (Figura 5.61) pode-se confirmar que, ainda na região de $2,0 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$, quanto menor o valor de r_p melhor para a manobra proposta, e na região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$, existe ainda um valor mínimo de r_p a ser encontrado.

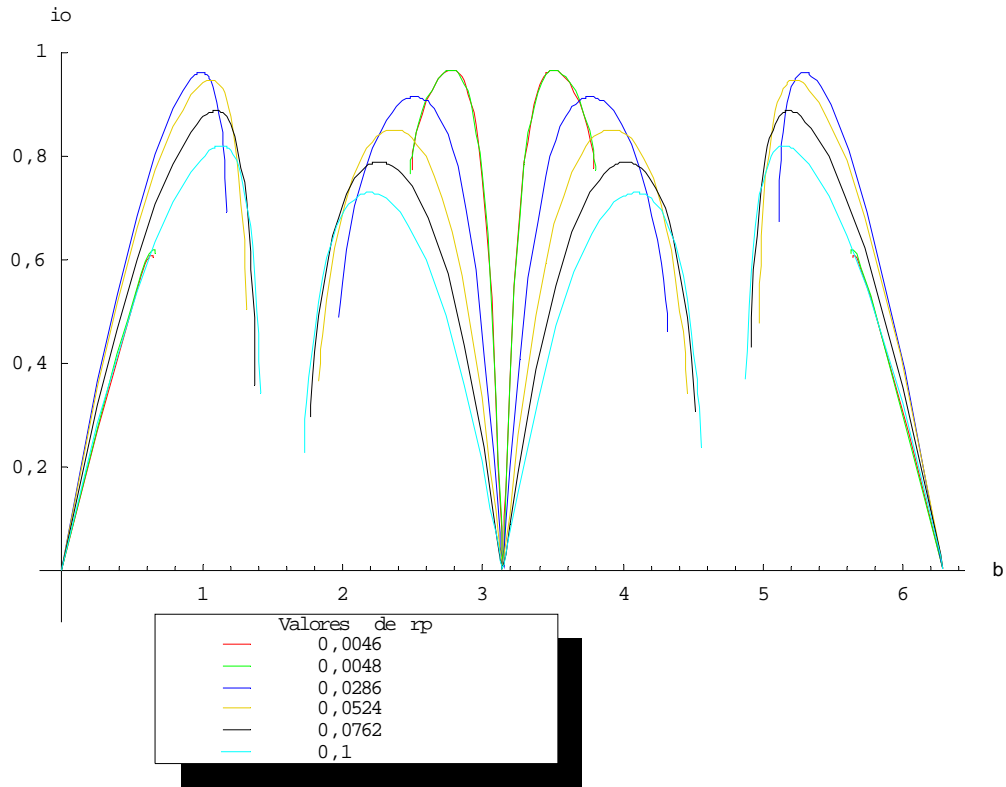


Figura 5.60 – Gráfico de (inclinação vs β) para os valores de r_p ($e_0=0,05$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5081$).

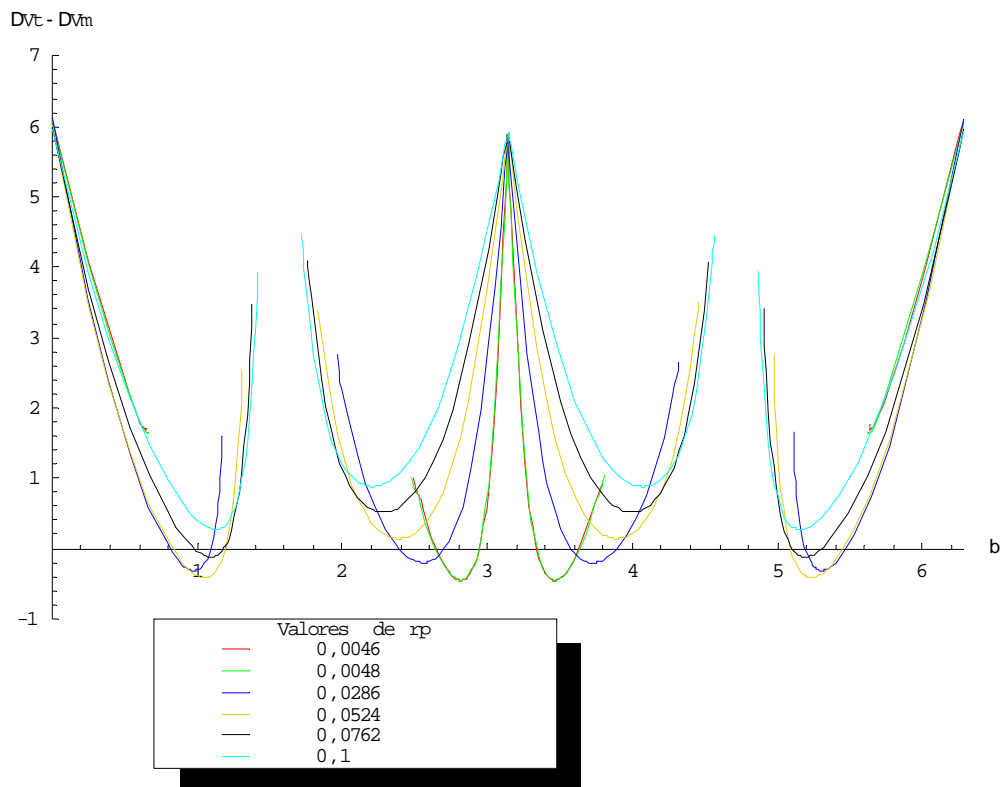


Figura 5.61 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0=0,05$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5081$).

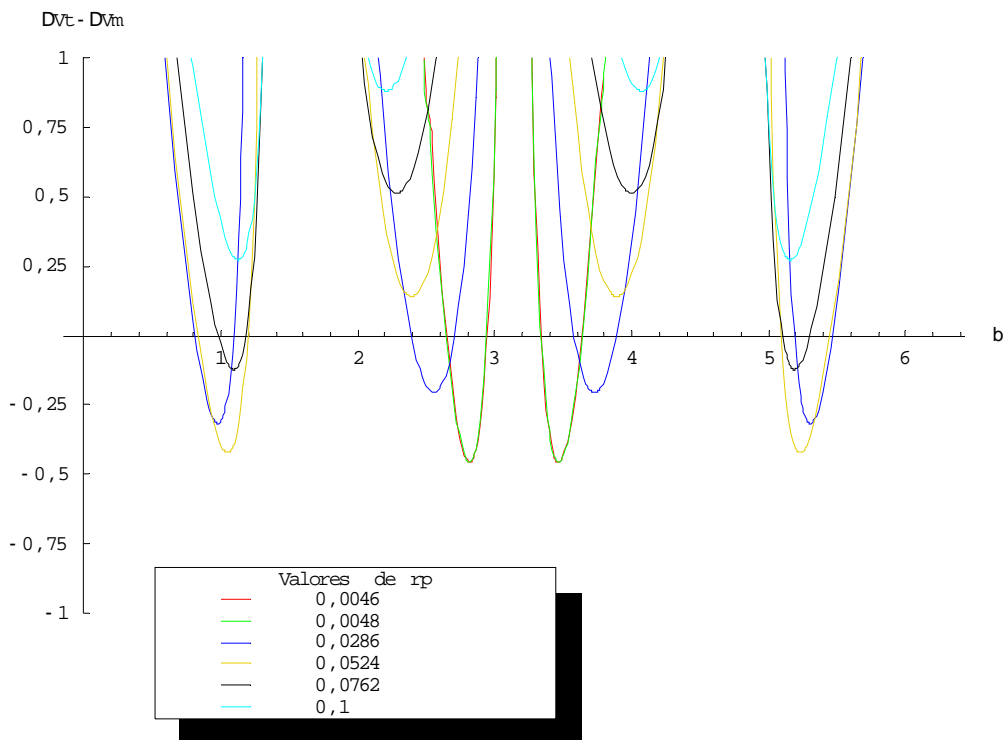


Figura 5.62 – Ampliação do gráfico $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,05$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5081$).

A Tabela 5.21 mostra o valor de r_p que minimiza a função $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ encontrado para este valor de e_0 , mostrando ainda que ele é ligeiramente maior que o valor encontrado para $e_0 = 0,02$ e apresenta uma economia menor que os mesmos. A Figura 5.63 mostra a evolução da função $\Delta V_T - \Delta V_M$ neste ponto de β variando-se r_p para os valores de a_0 .

Tabela 5.21 – $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $\beta \sim 1$ ($e_0=0,05$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5081$).

$(r_p)_{\min}$	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,0425979	1,02659	-0,462745

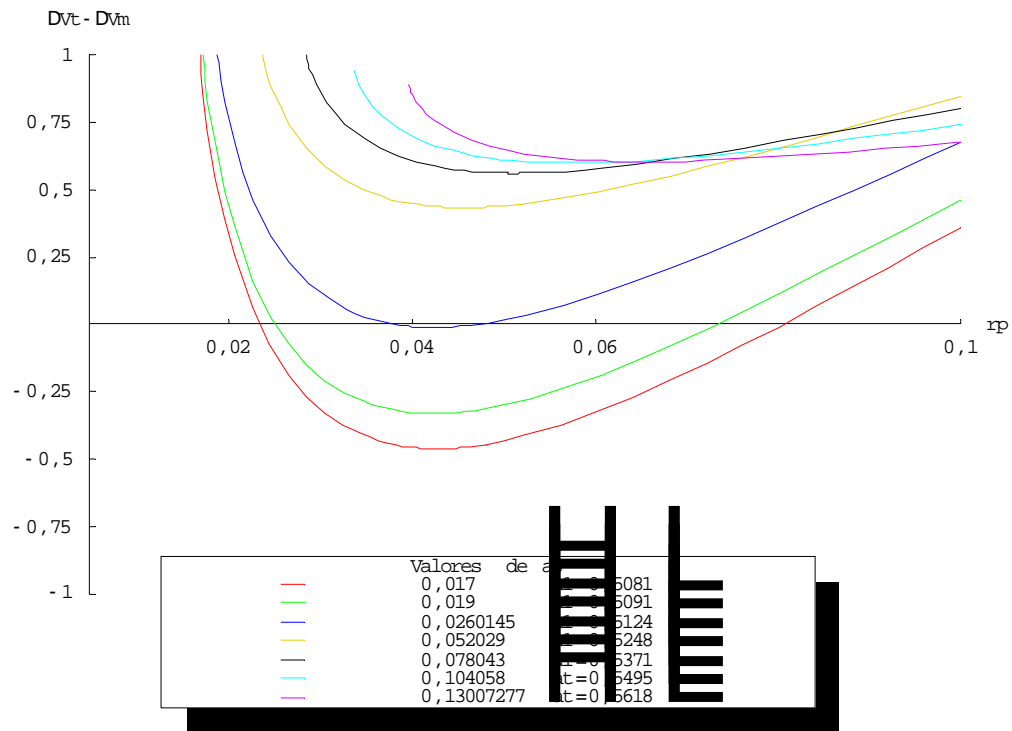


Figura 5.63 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função de r_p para valores de a_0 ($e_0=0,05$, $\beta=1,026$).

5.1.4 Excentricidade da órbita inicial de 0,1

5.1.4.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

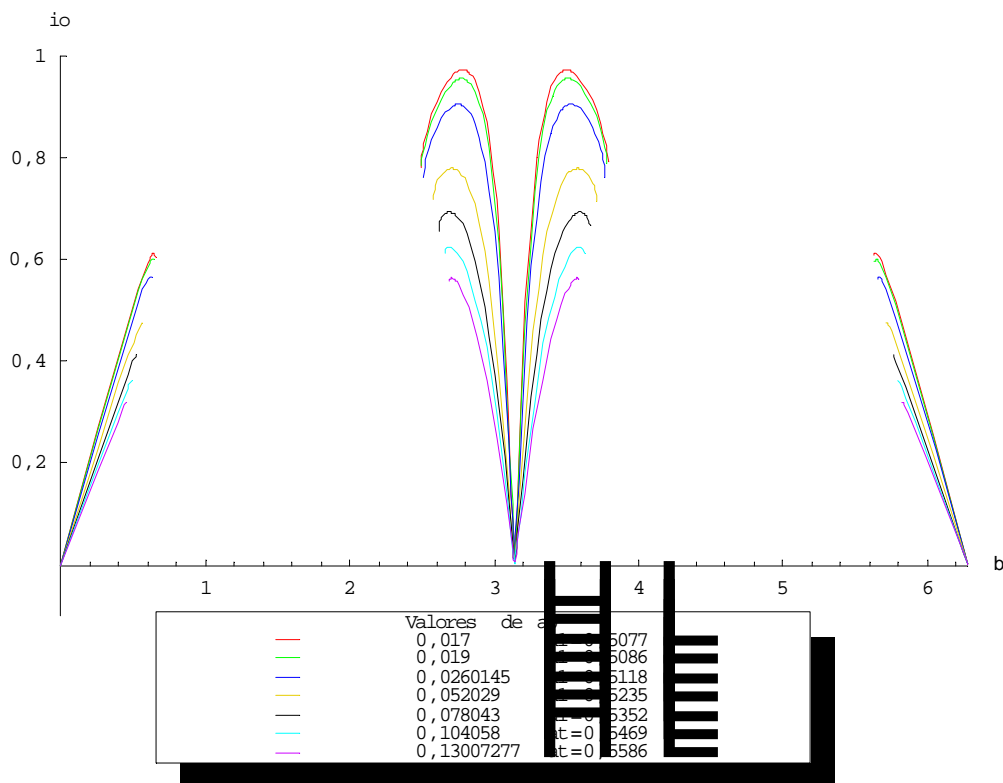


Figura 5.64 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0046$).

Para o valor de $e_0 = 0,1$ pode-se notar melhor o aumento, mesmo ainda sutil, dos valores de inclinação alcançados pelos menores valores de a_0 (Figura 5.64). No entanto é visível ainda que também para este valor de e_0 continua o decréscimo da manobra proposta em relação à clássica, como mostrado nas Figuras 5.65 e 5.66.

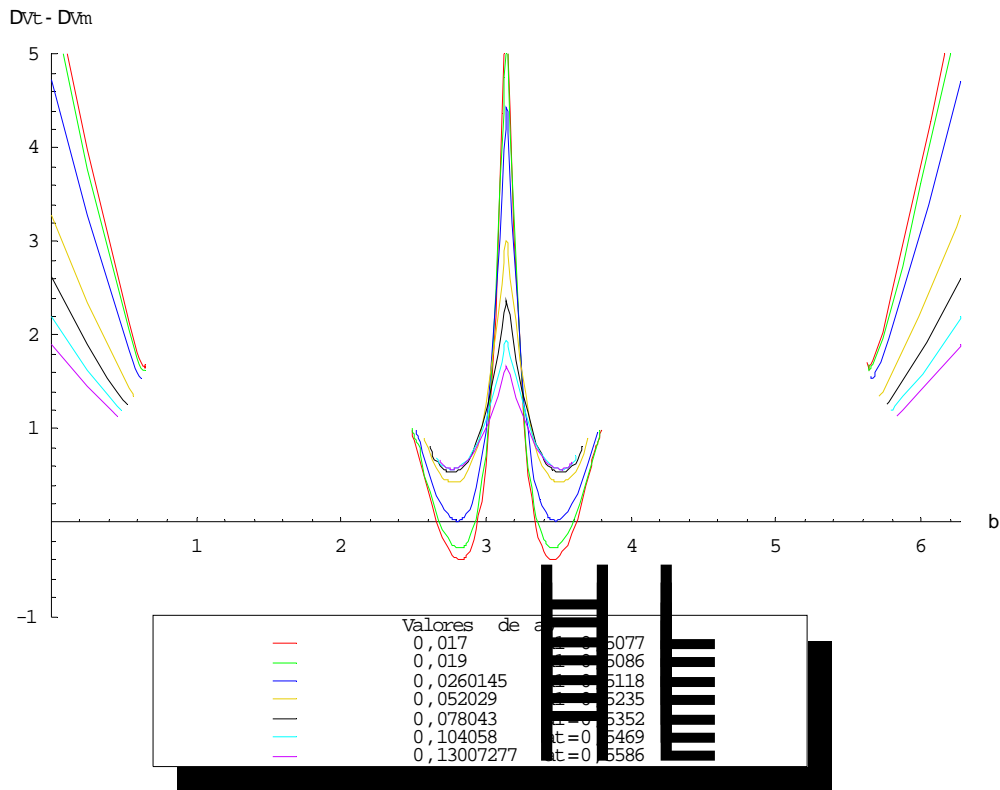


Figura 5.65 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0046$).

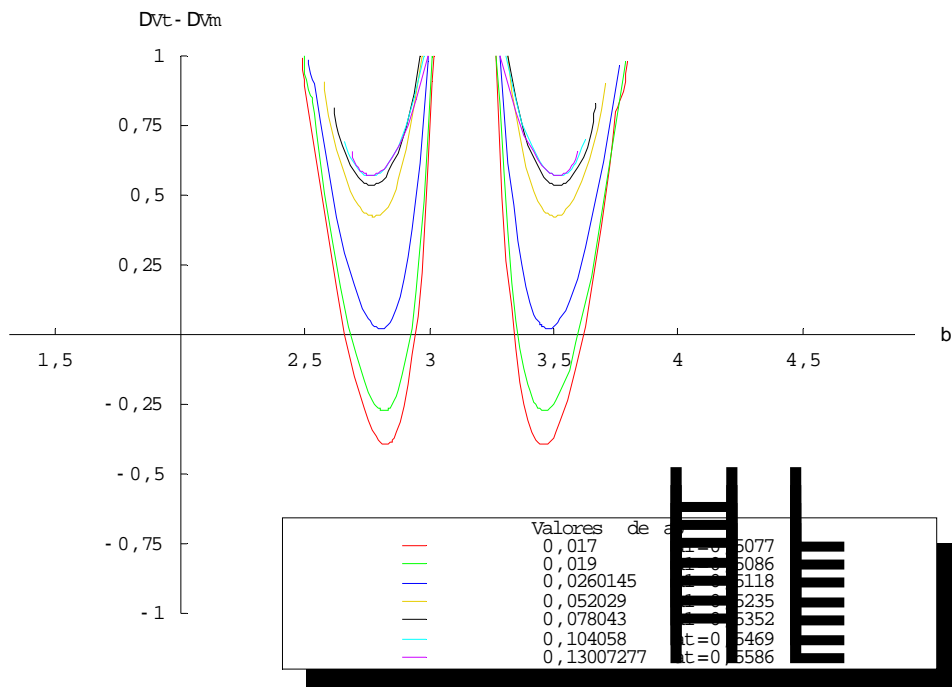
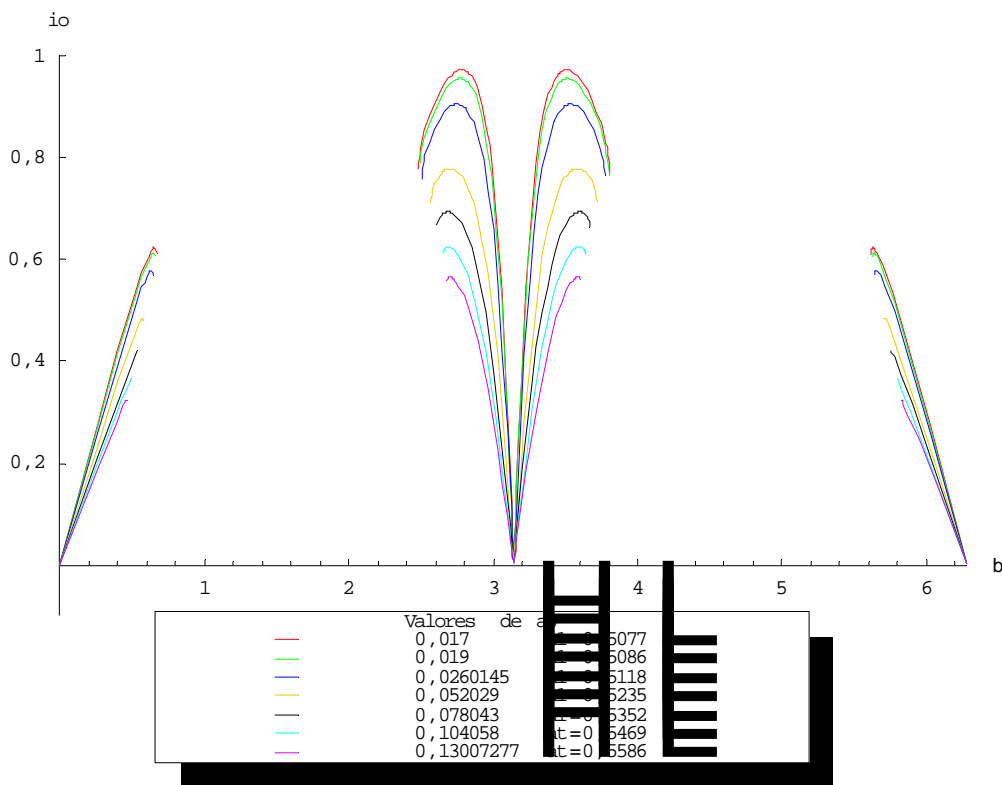


Figura 5.66 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,01$, $r_p=0,0046$).

A Tabela 5.22 mostra os mínimos da função $\Delta V_T - \Delta V_M$.

Tabela 5.22 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0046$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,82432	-0,393982
0,019	2,81915	-0,271927
0,0260145	2,80507	0,020219

5.1.4.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$ Figura 5.67 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0048$).

Como já visto, os gráficos, tanto de inclinações quanto de comparação entre as manobras, tendem a manter o mesmo formato dos correspondentes circulares, diferenciando apenas dos valores atingidos. As inclinações tendem a aumentar com o aumento da excentricidade e a eficiência da manobra proposta em relação à clássica monoimpulsiva, tende a diminuir. Por essa razão, a partir deste ponto, serão omitidos comentários repetitivos, explicitando-se somente os que acrescentarem informações novas.

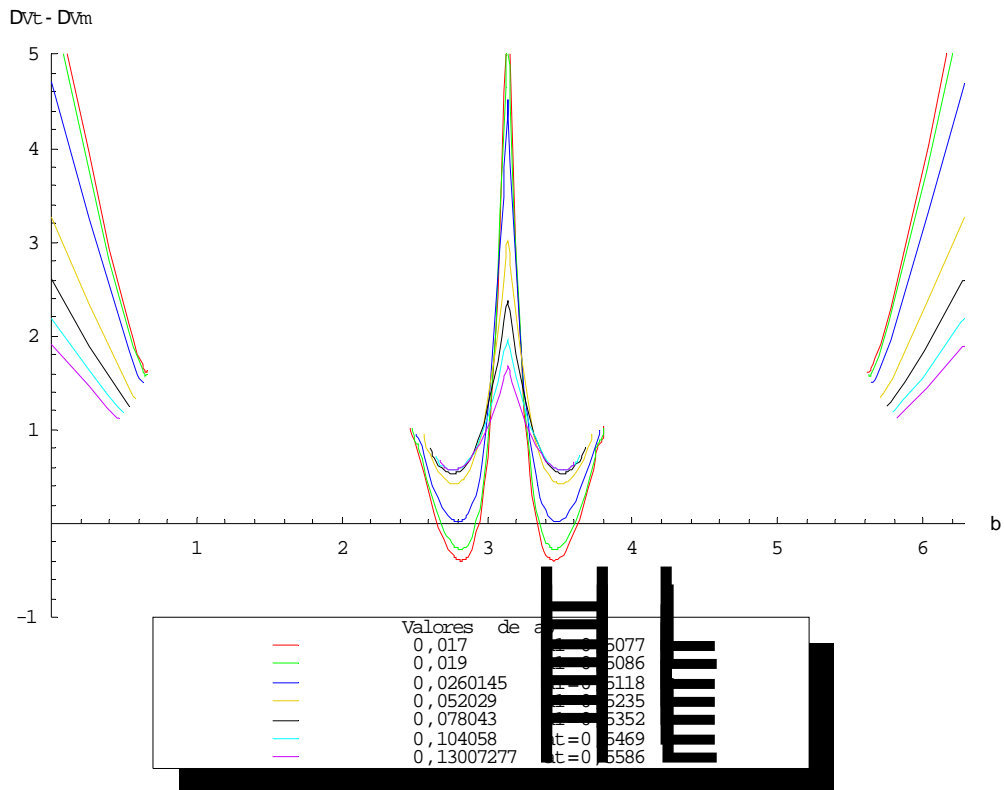


Figura 5.68 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0048$).

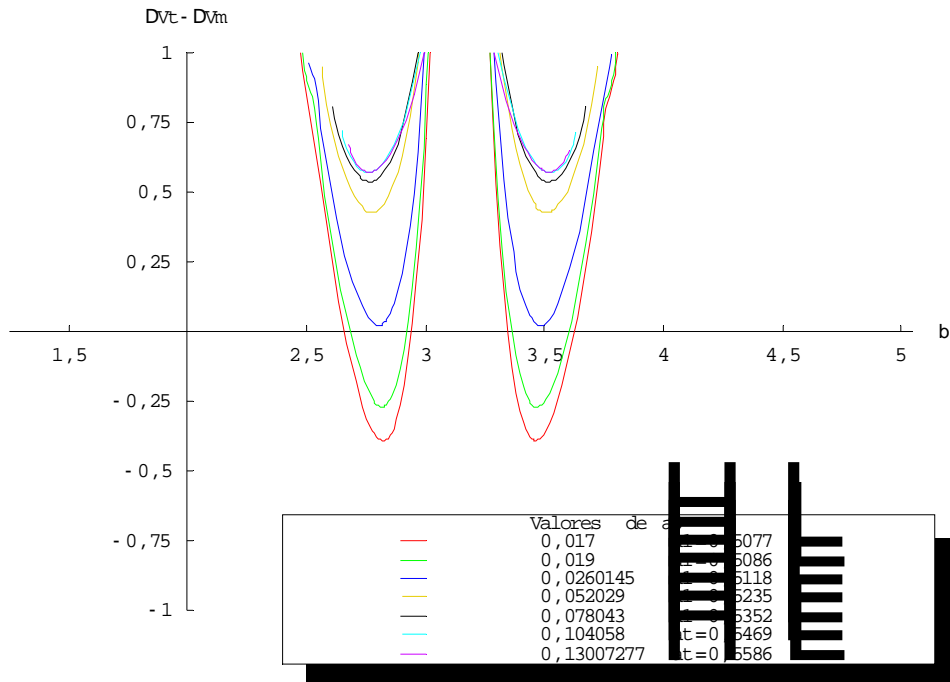
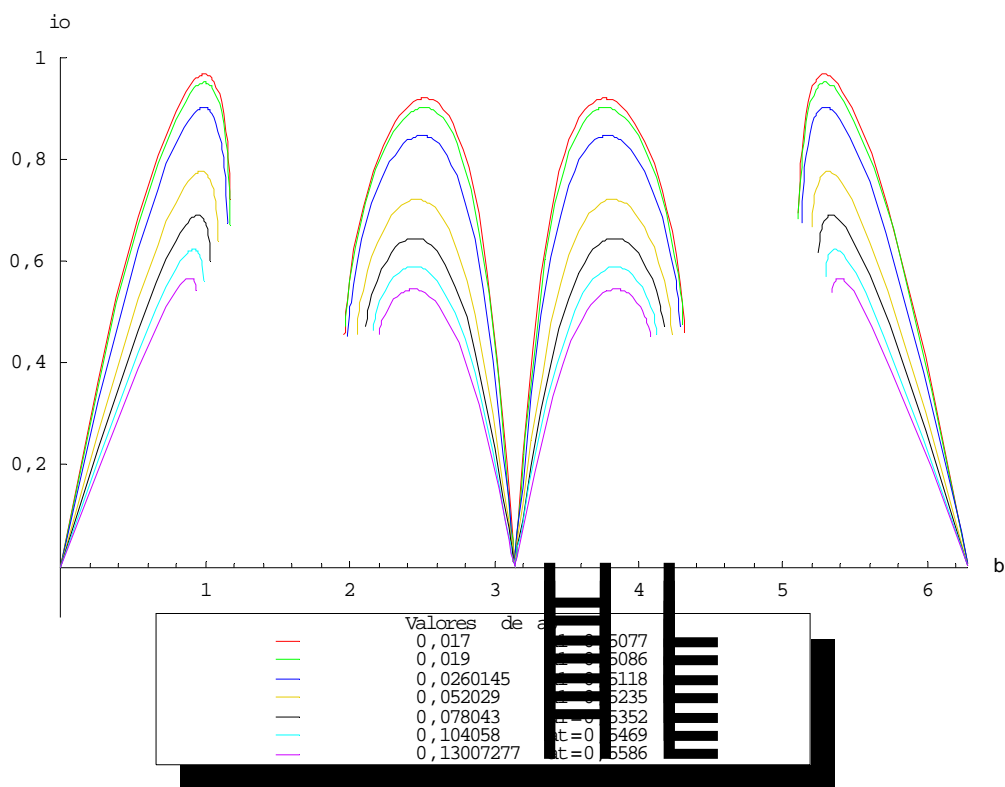


Figura 5.69 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,1$, $r_p=0,0048$).

Tabela 5.23 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0048$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,82163	-0,39274
0,019	2,81645	-0,270756
0,0260145	2,8024	0,0213025

5.1.4.3 Valor da periluna $r_p = 0,0286$ Figura 5.70 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0286$).

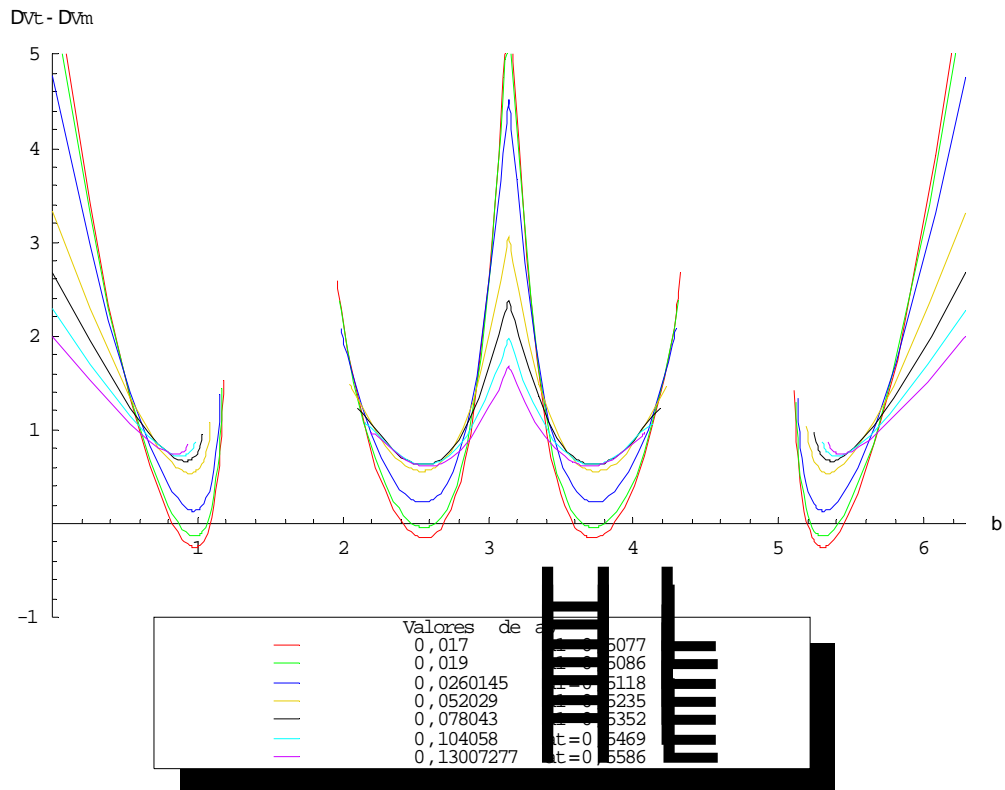


Figura 5.71 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0286$).

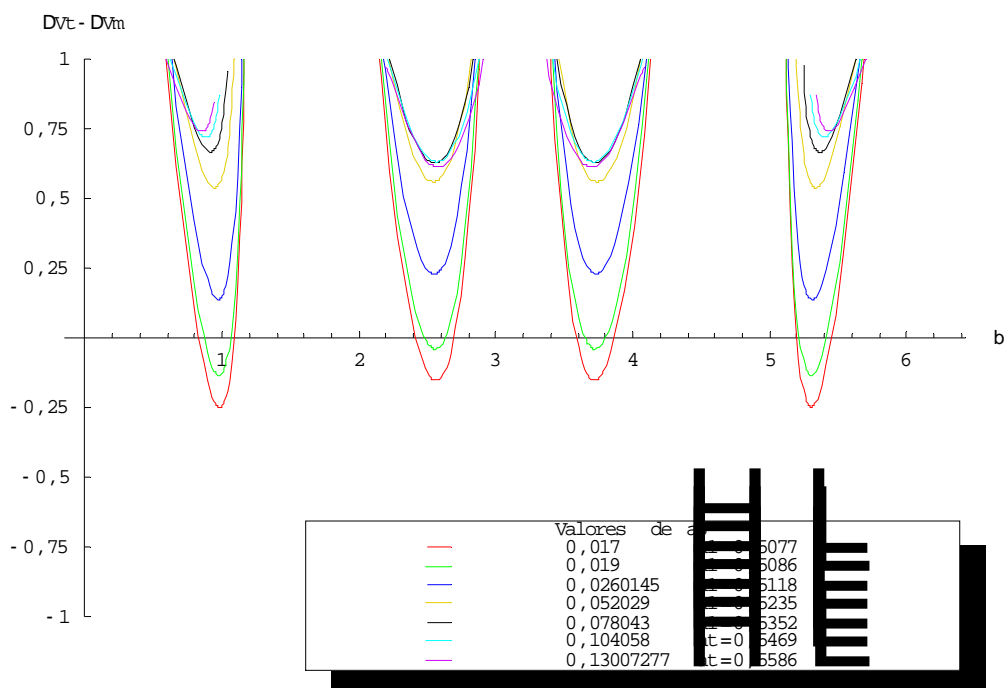


Figura 5.72 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,1$, $r_p=0,0286$).

Tabela 5.24 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 1,0$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	0,980167	-0,249983
0,019	0,978362	-0,137403

Tabela 5.25 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 2,5$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,56262	-0,154391
0,019	2,55927	-0,0416625

5.1.4.4 Valor da periluna $r_p = 0,0524$

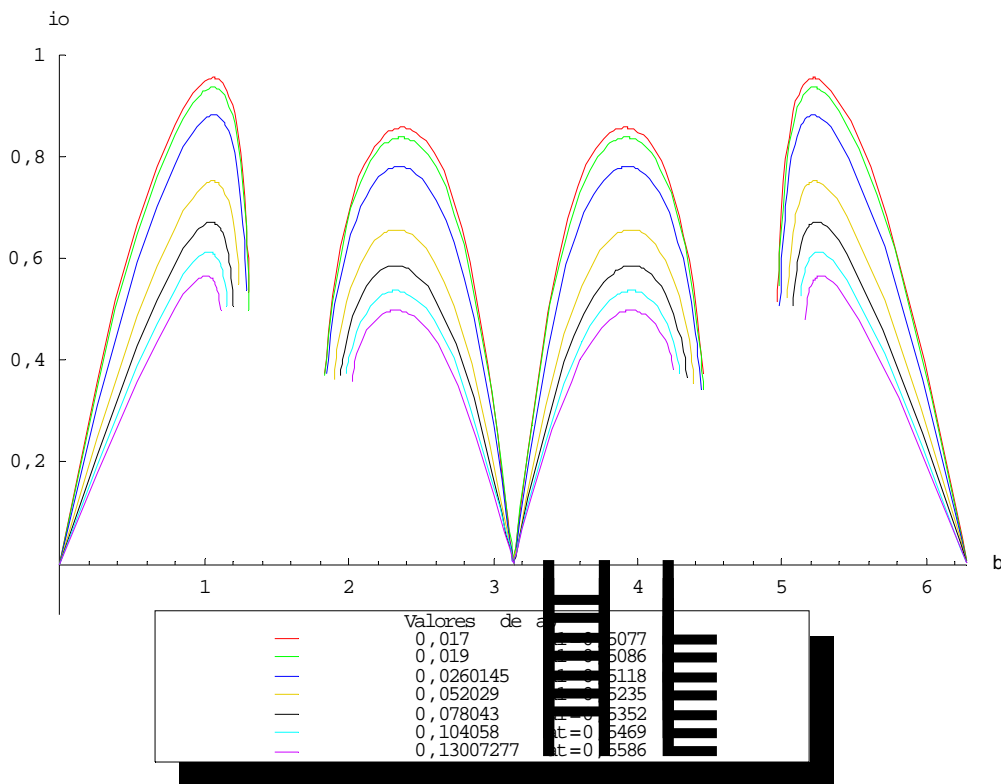


Figura 5.73 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0524$).

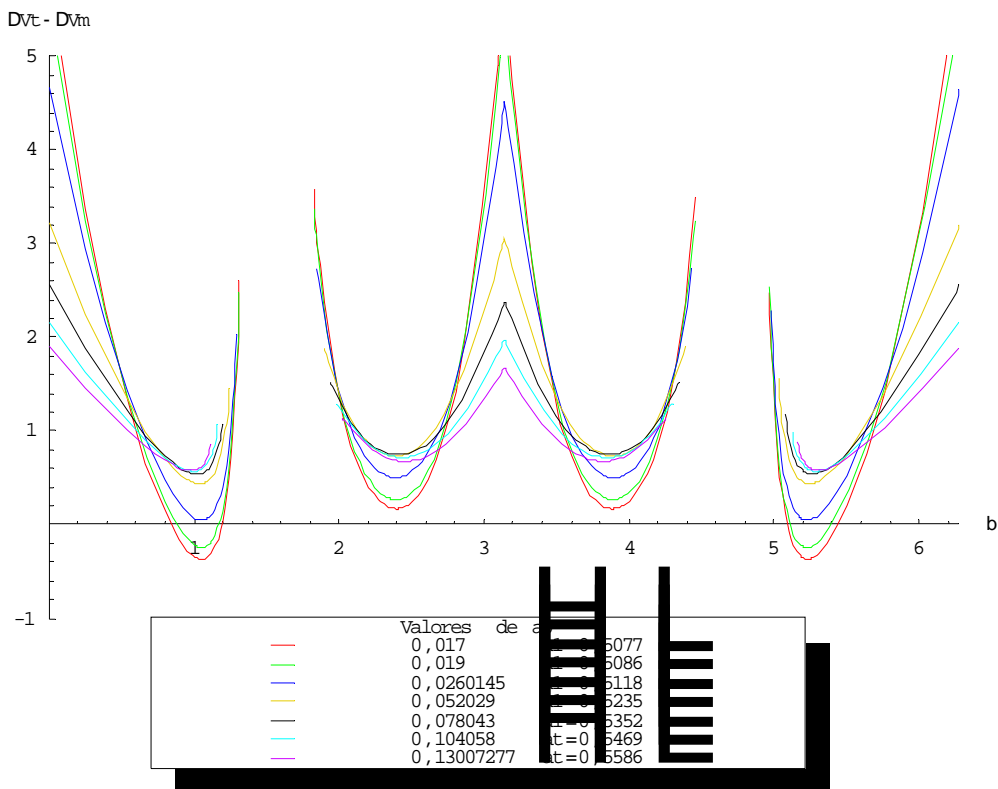


Figura 5.74 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0524$).

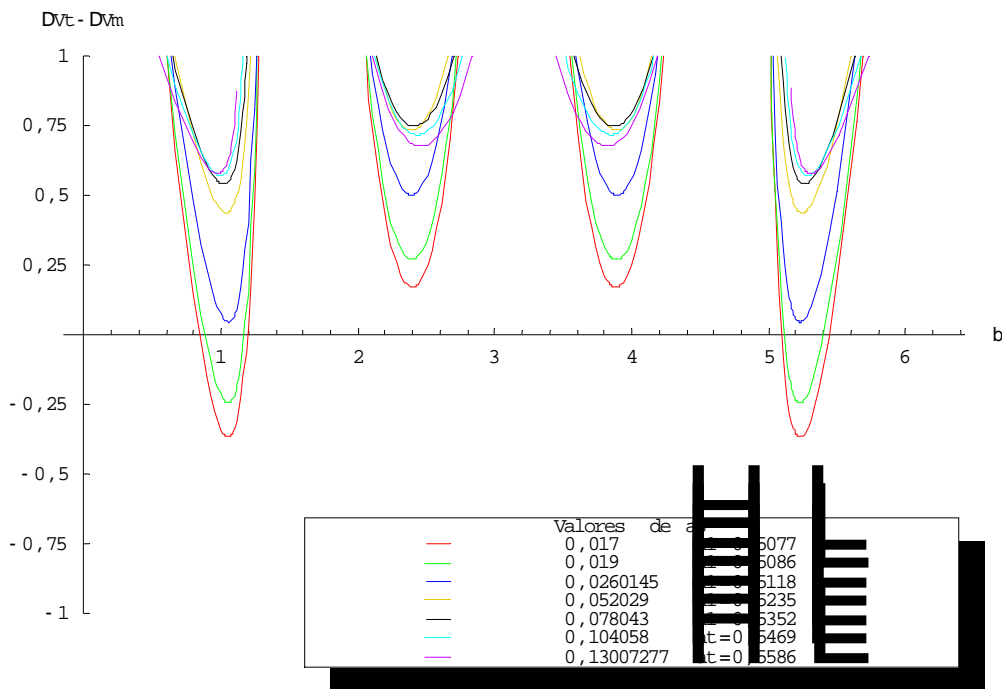
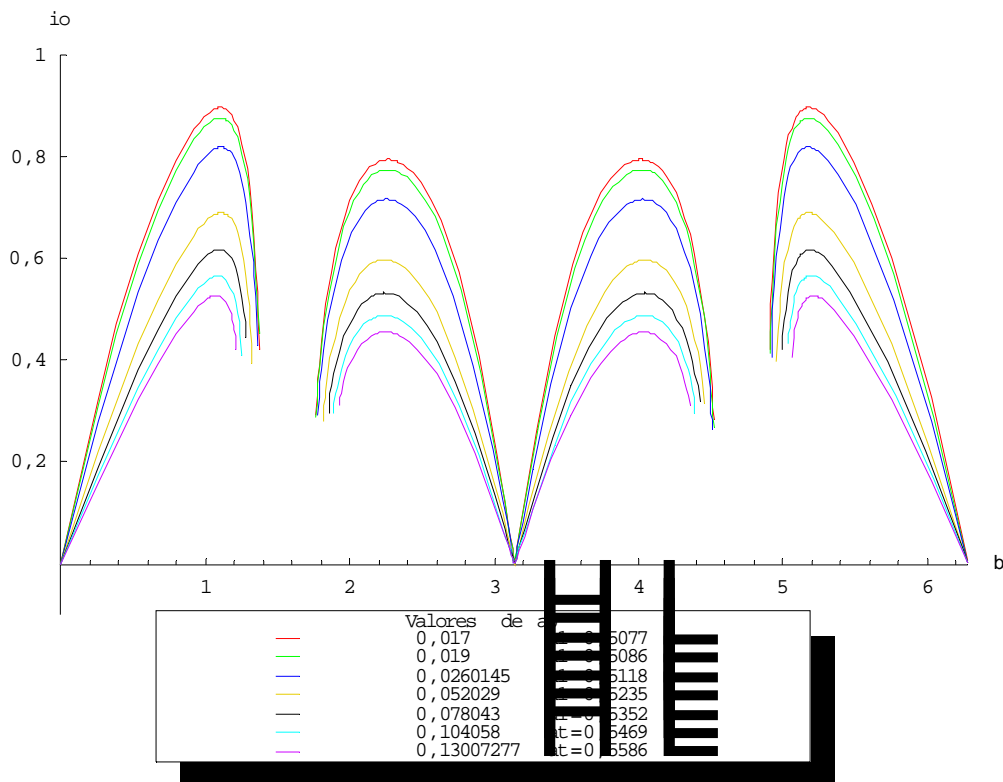


Figura 5.75 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,1$, $r_p=0,0524$).

Tabela 5.26 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0524$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,05242	-0,369073
0,019	1,05213	-0,245461

5.1.4.5 Valor da periluna $r_p = 0,0762$ Figura 5.76 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0762$).

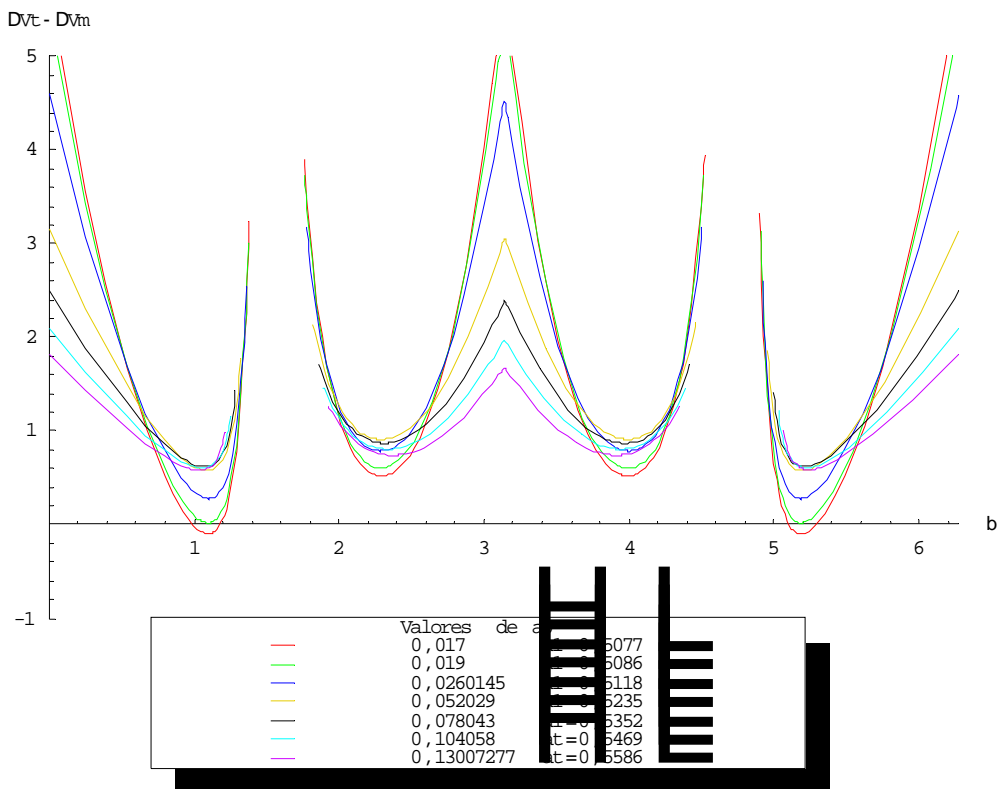


Figura 5.77 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0762$).

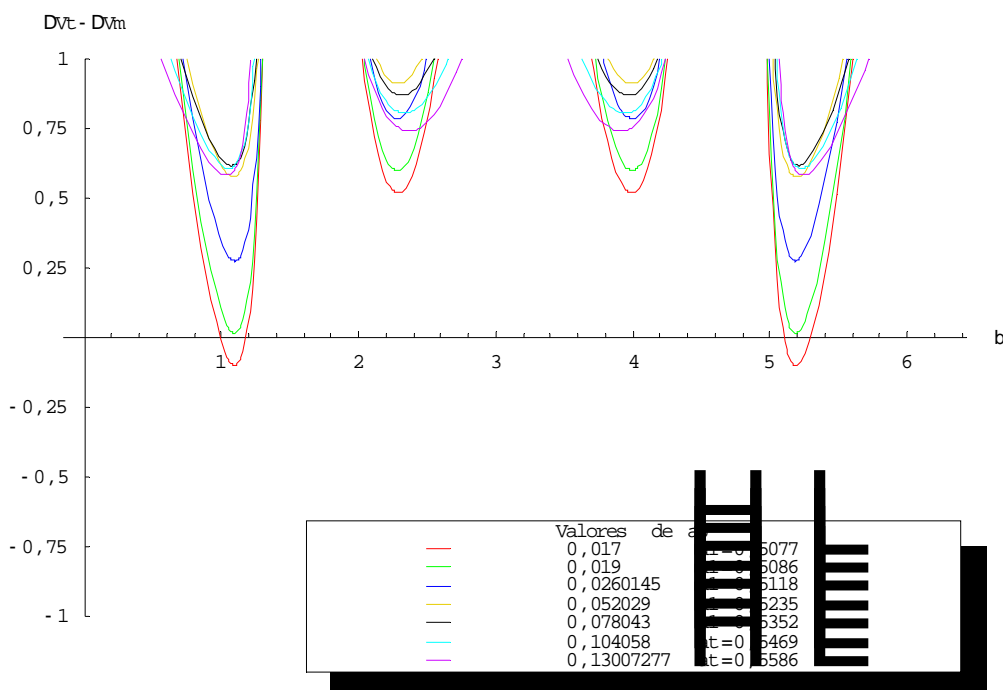
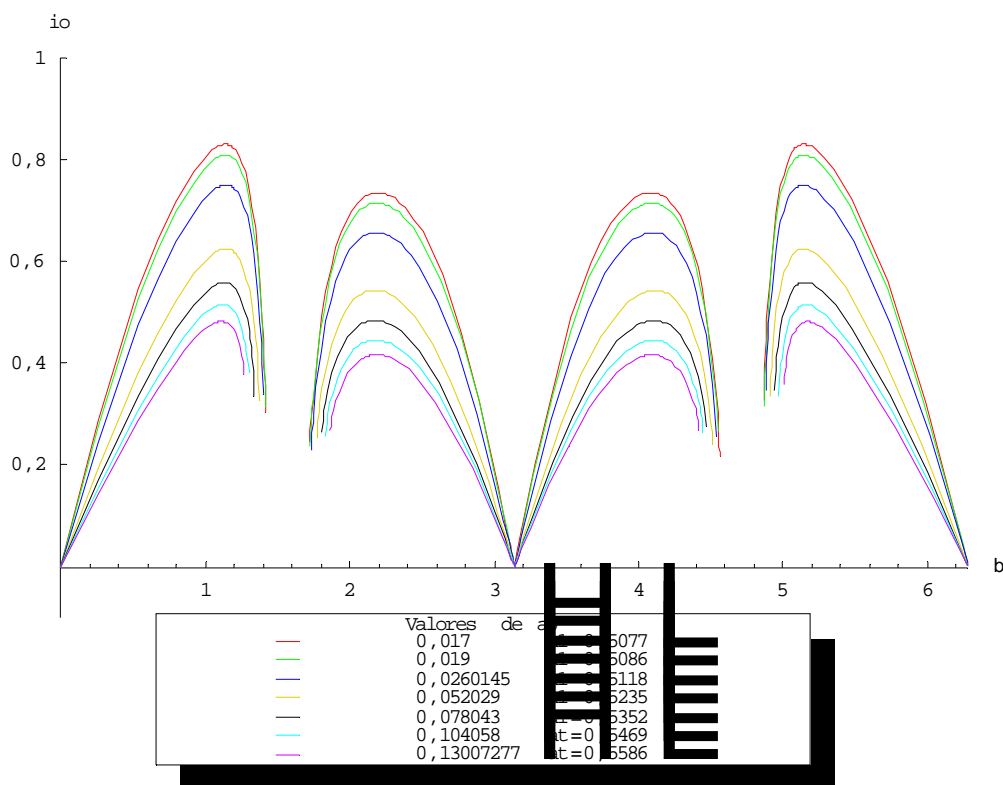


Figura 5.78 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,1$, $r_p=0,0762$).

Tabela 5.27 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0762$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,09632	-0,0976481
0,019	1,09658	-0,0176704

5.1.4.6 Valor da periluna $r_p = 0,1$ Figura 5.79 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,1$).

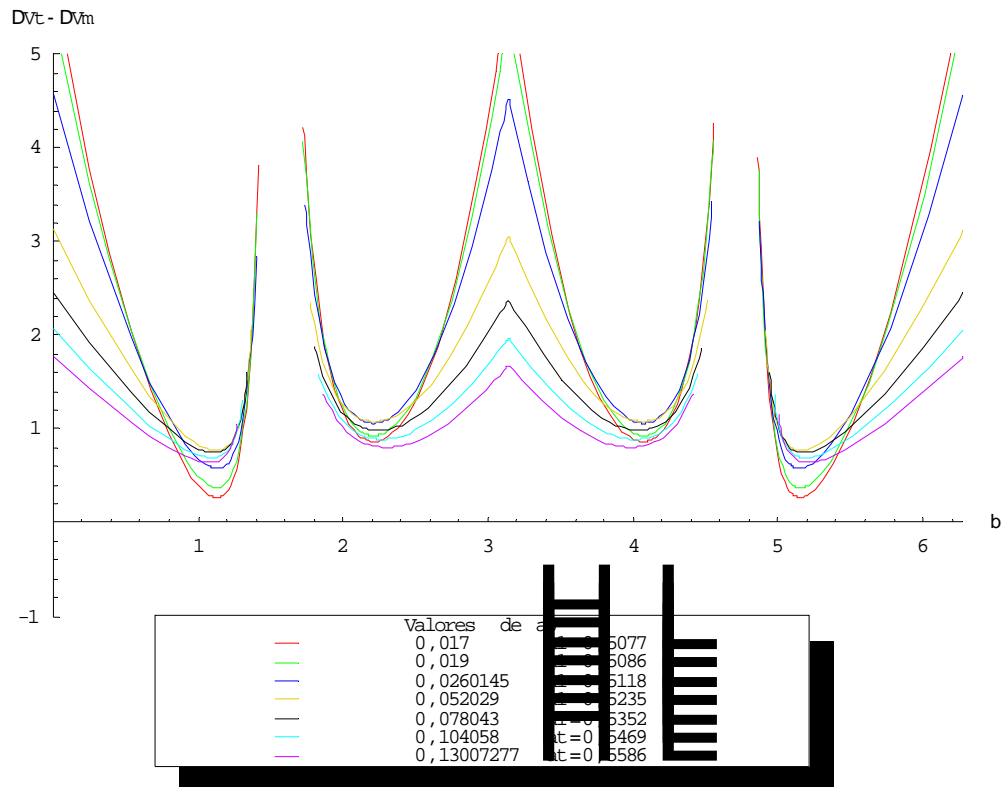


Figura 5.80 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,1$).

5.1.4.7 Variação no valor da periluna

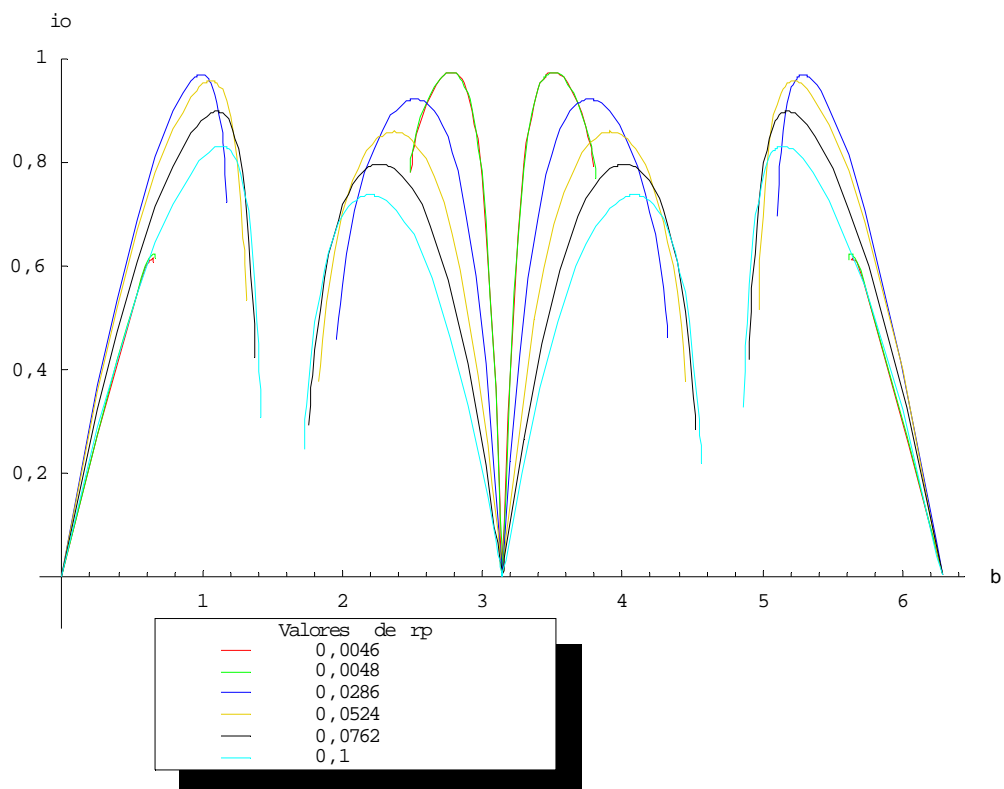


Figura 5.81 – Gráfico de (inclinação vs β) para os valores de r_p ($e_0=0,1$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5077$).

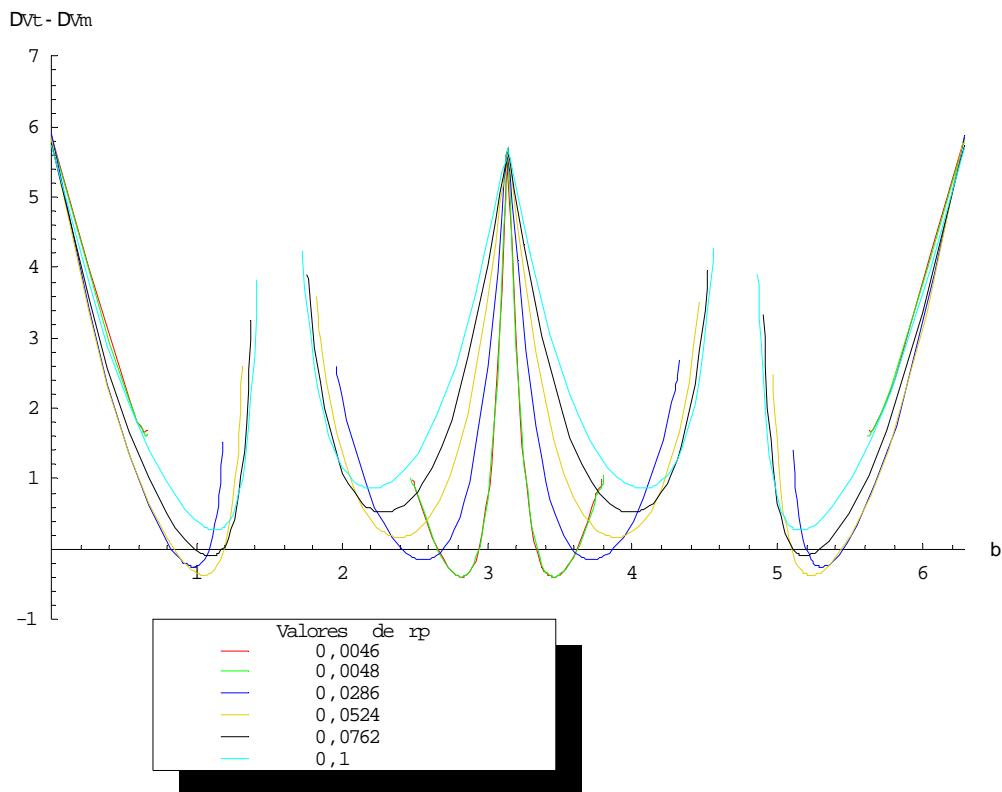


Figura 5.82 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0=0,1$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5077$).

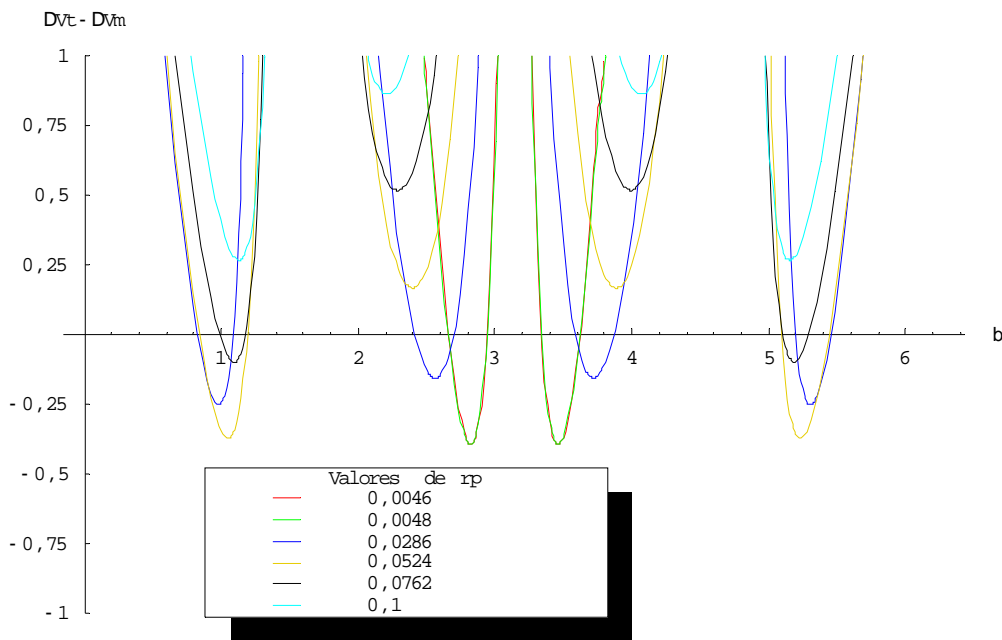


Figura 5.83 – Ampliação do gráfico $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,1$, $a_0=0,017$, $a_1=0,51$).

Tabela 5.28 – $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p ($\beta \sim 1$, $e_0=0,1$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5077$).

$(r_p)_{\min}$	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,0433817	1,03065	-0,402626

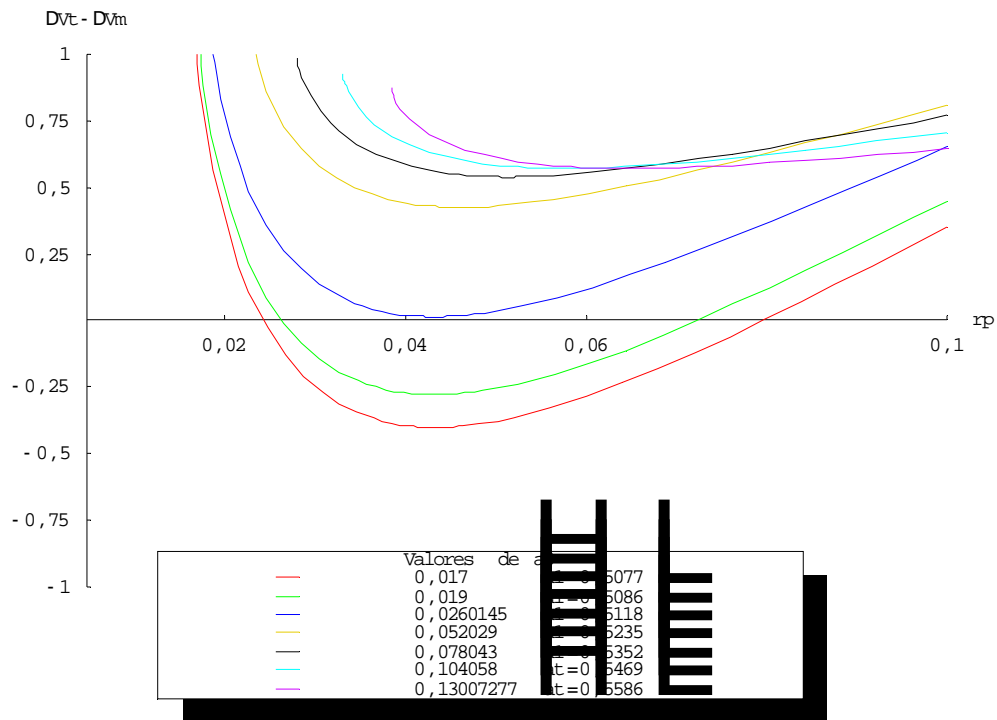


Figura 5.84 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função de r_p para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $\beta=1,03$).

5.1.5 Excentricidade da órbita inicial de 0,5

5.1.5.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

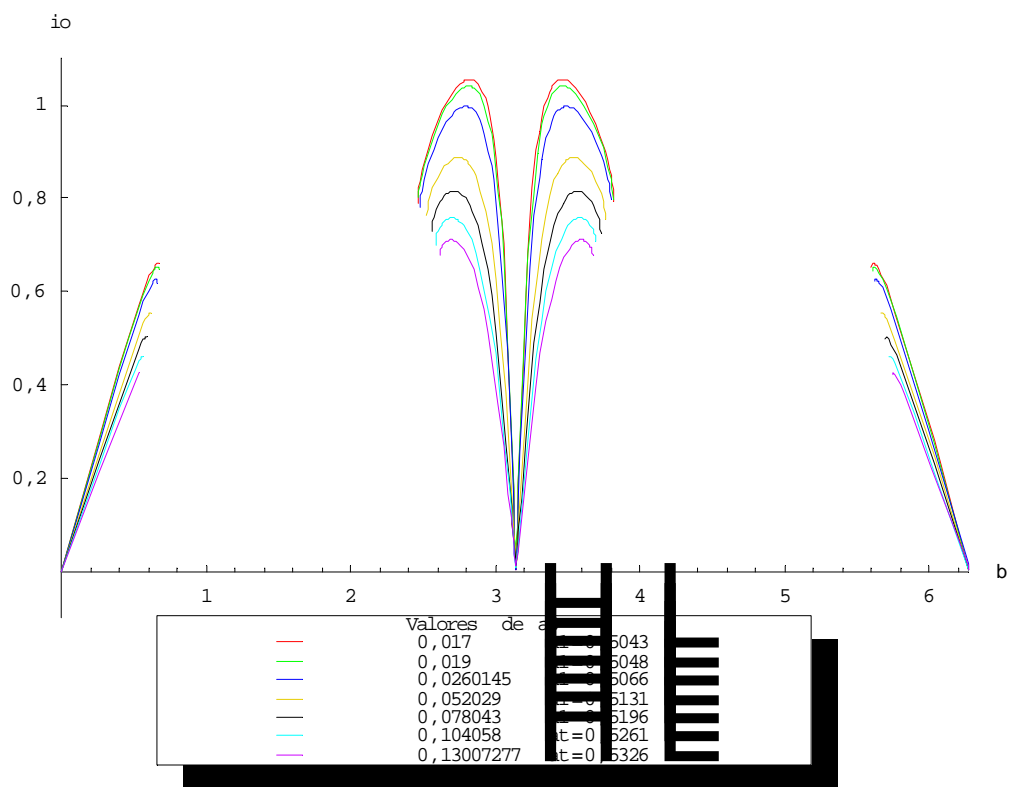


Figura 5.85 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0046$).

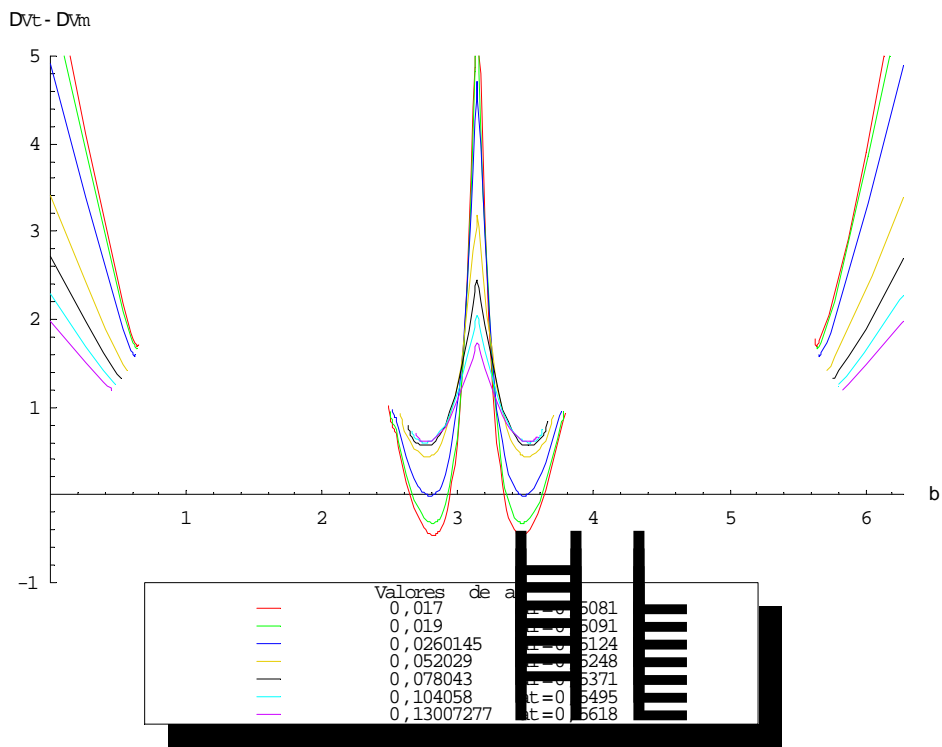


Figura 5.86 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0046$).

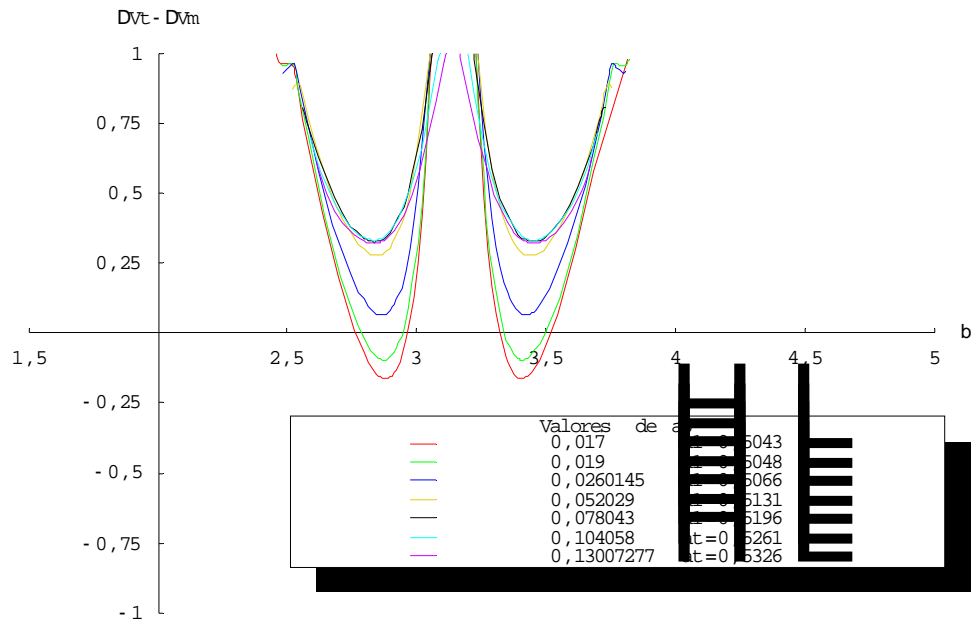


Figura 5.87 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,5$, $r_p=0,0046$).

Tabela 5.29 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0046$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,87861	-0,161558
0,019	2,87465	-0,0945542
0,0260145	2,86401	0,0650239

5.1.5.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$

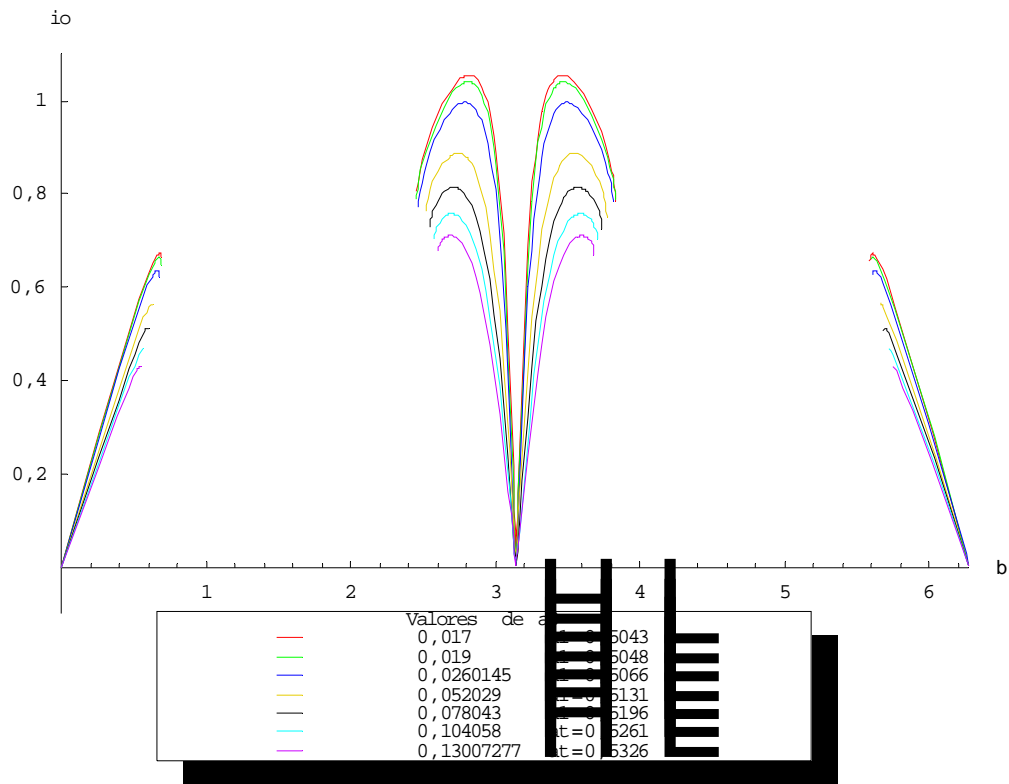


Figura 5.88 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0048$).

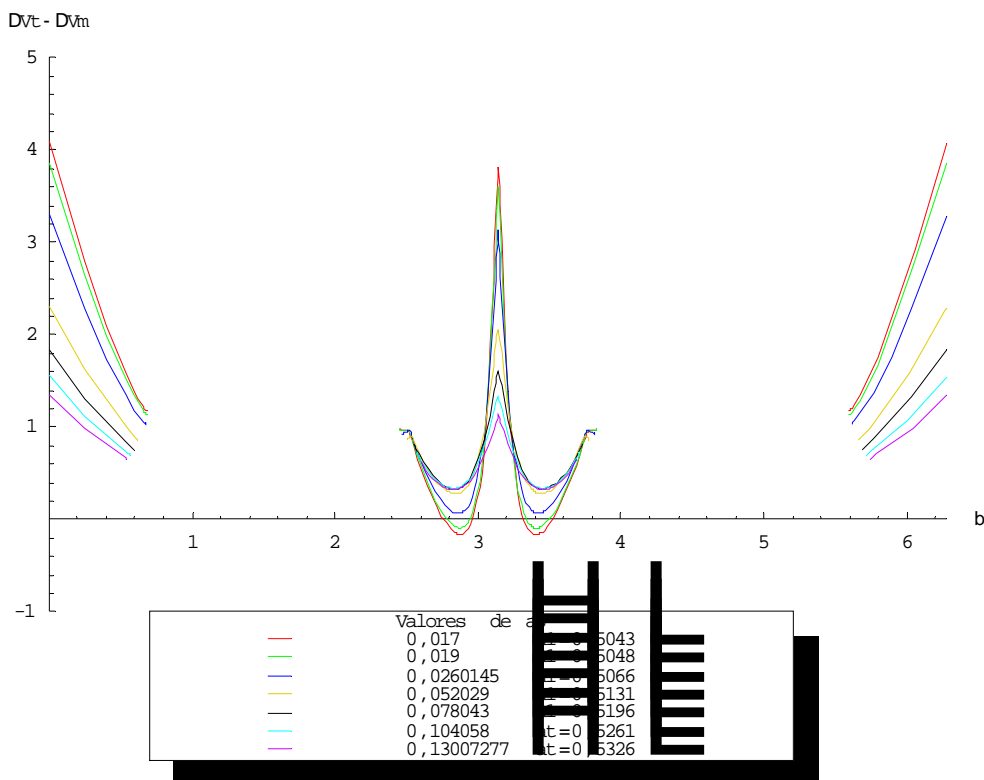


Figura 5.89 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0048$).

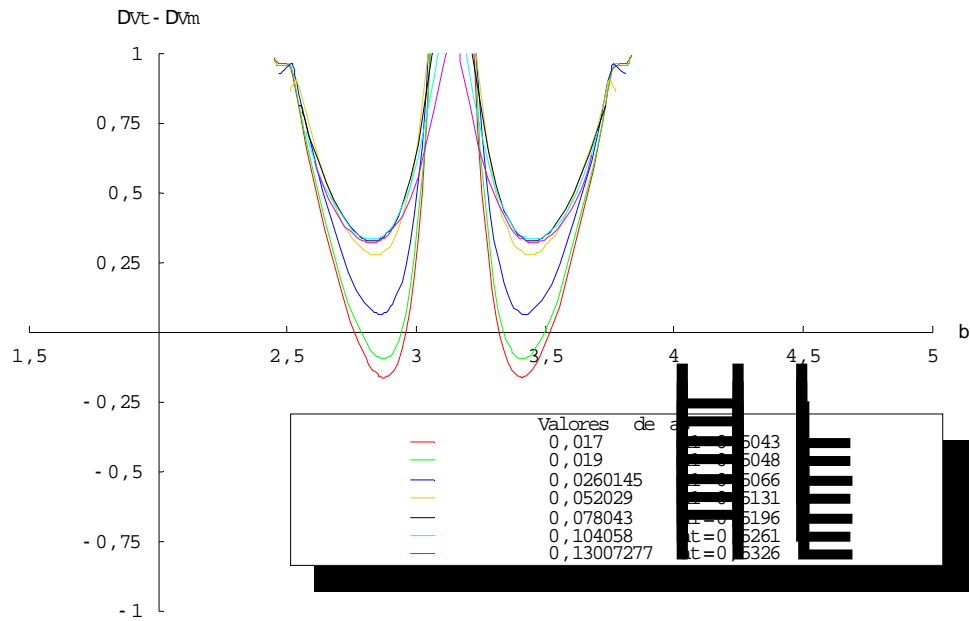


Figura 5.90 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,5$, $r_p=0,0048$).

Tabela 5.30 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0048$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,87616	-0,160961
0,019	2,87219	-0,0939812
0,0260145	2,86156	0,0655977

5.1.5.3 Valor da periluna $r_p = 0,0286$

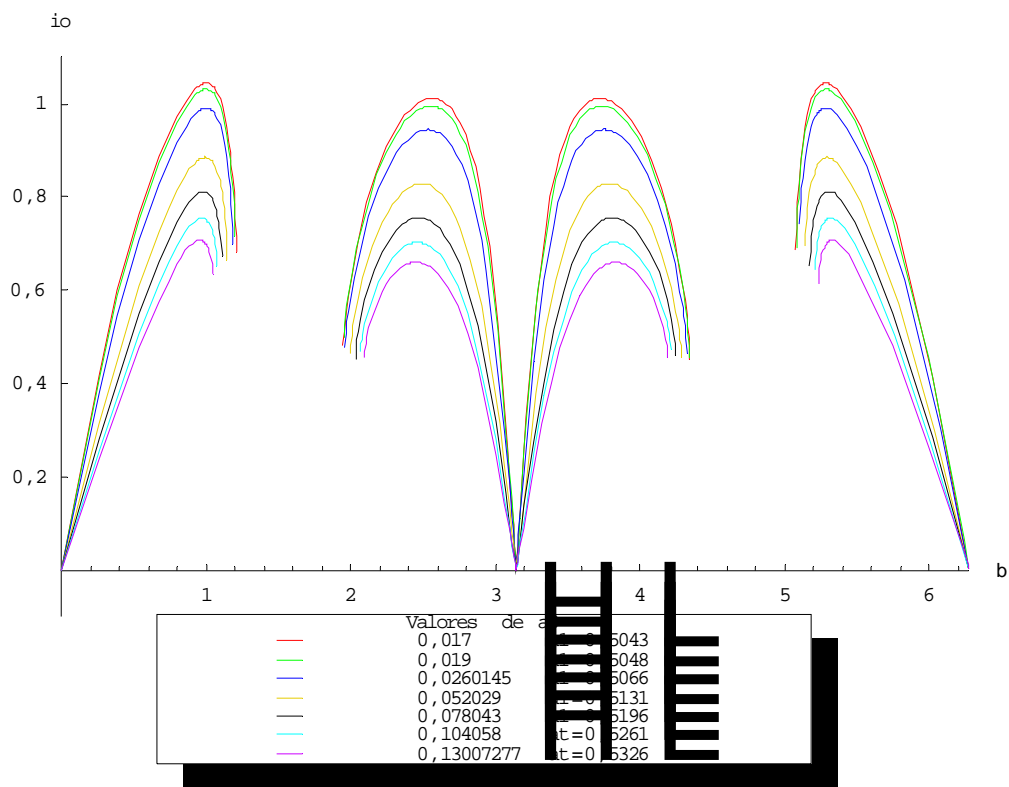


Figura 5.91 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0286$).

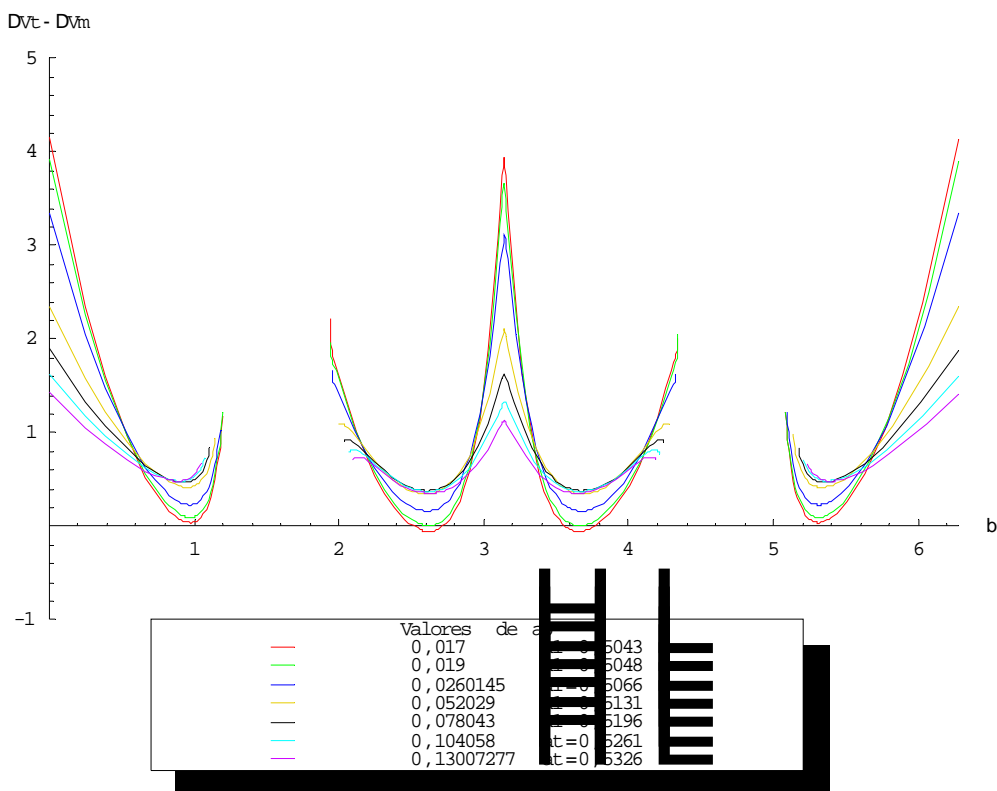


Figura 5.92 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0286$).

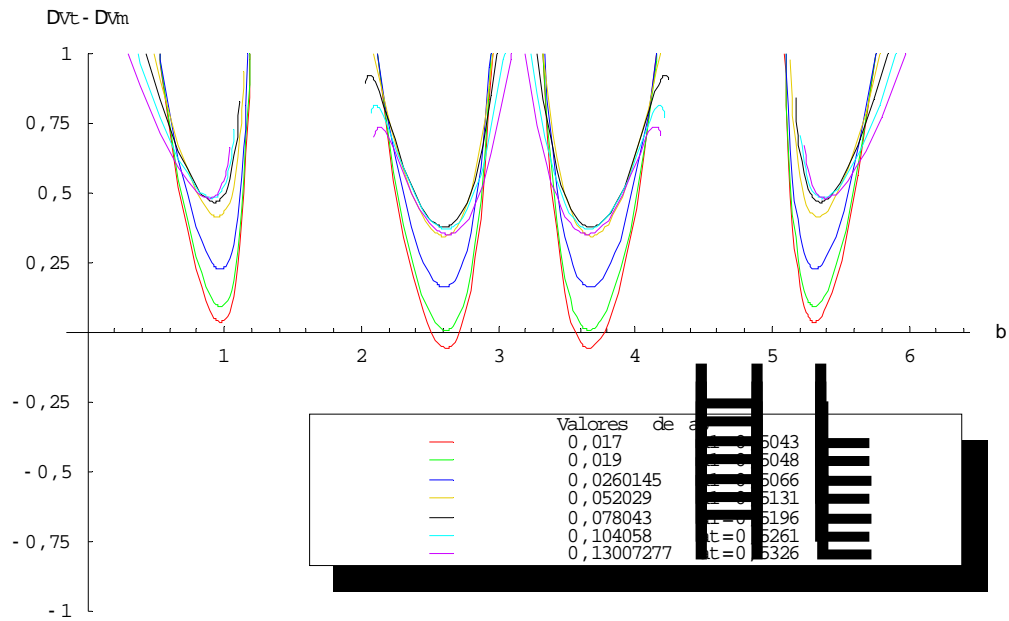


Figura 5.93 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,5$, $r_p=0,0286$).

Tabela 5.31 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 2,6$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,624	-0,0549672
0,019	2,61961	0,00858486

5.1.5.4 Valor da periluna $r_p = 0,0524$

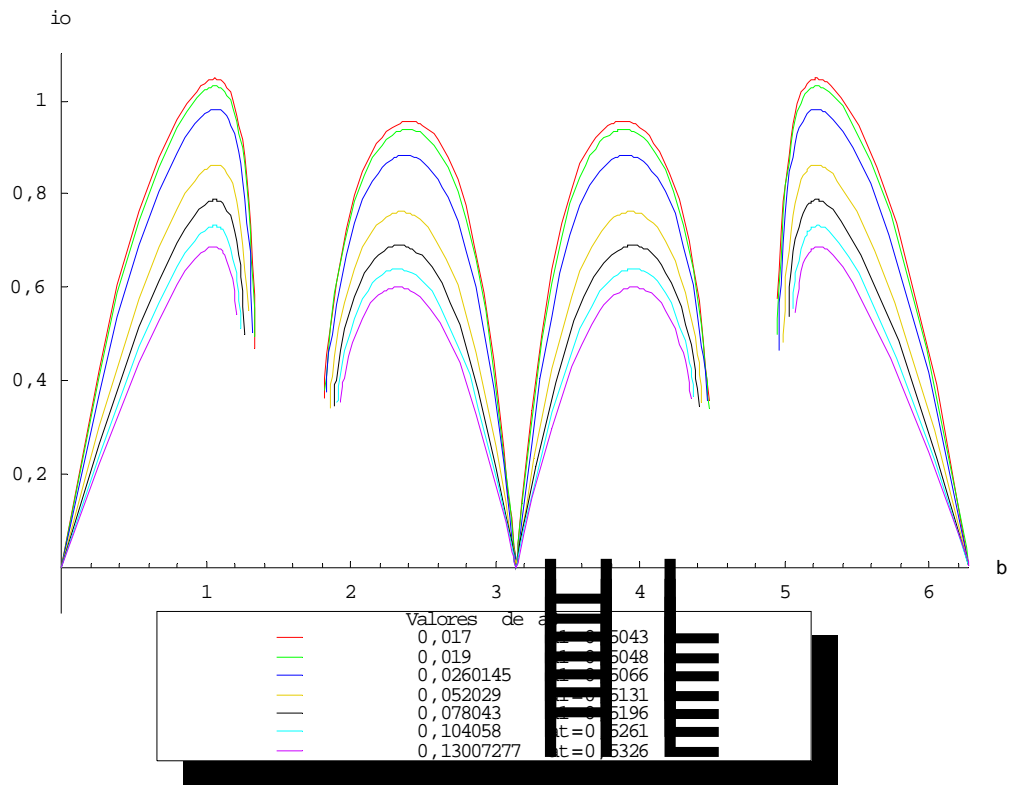


Figura 5.94 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0524$).

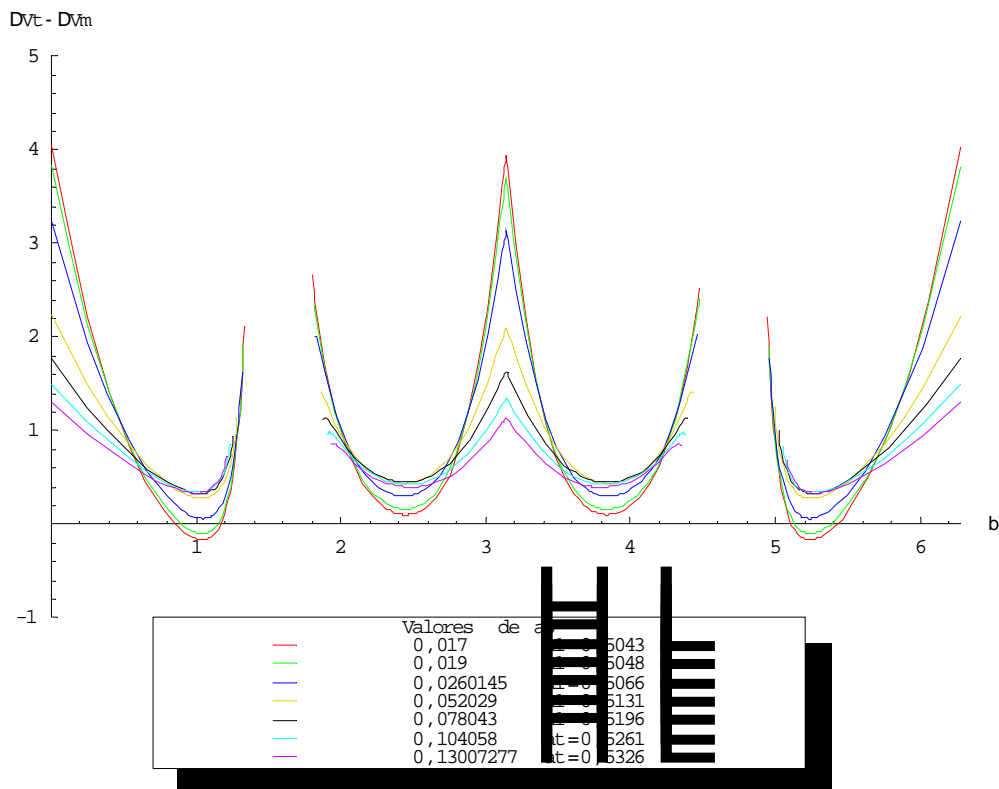


Figura 5.95 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0524$).

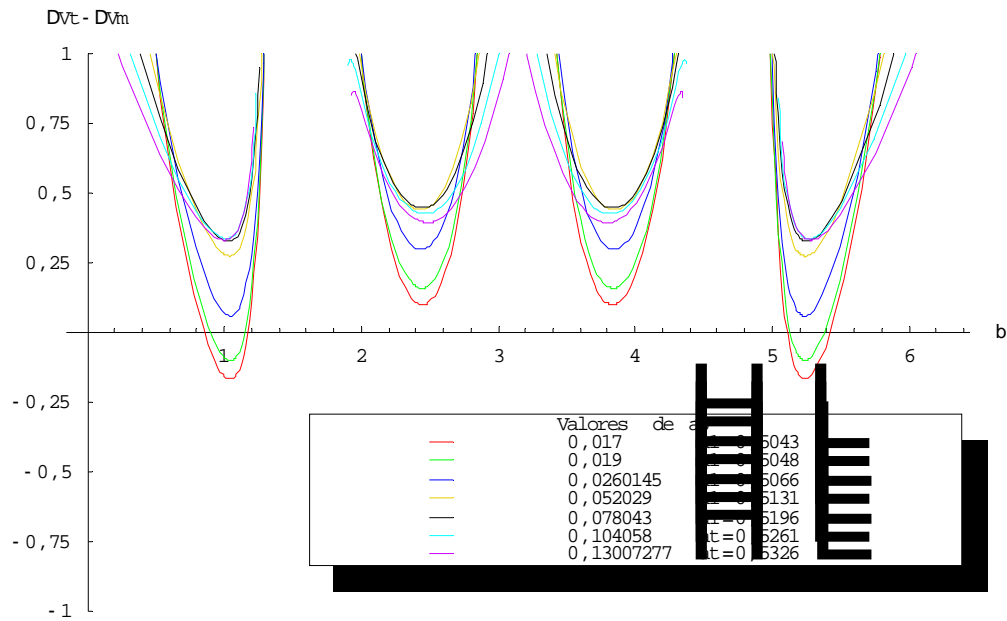


Figura 5.96 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,5$, $r_p=0,0524$).

Tabela 5.32 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0524$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,04304	-0,167357
0,019	1,04307	-0,0998466
0,0260145	1,04637	0,0596756

5.1.5.5 Valor da periluna $r_p = 0,0762$

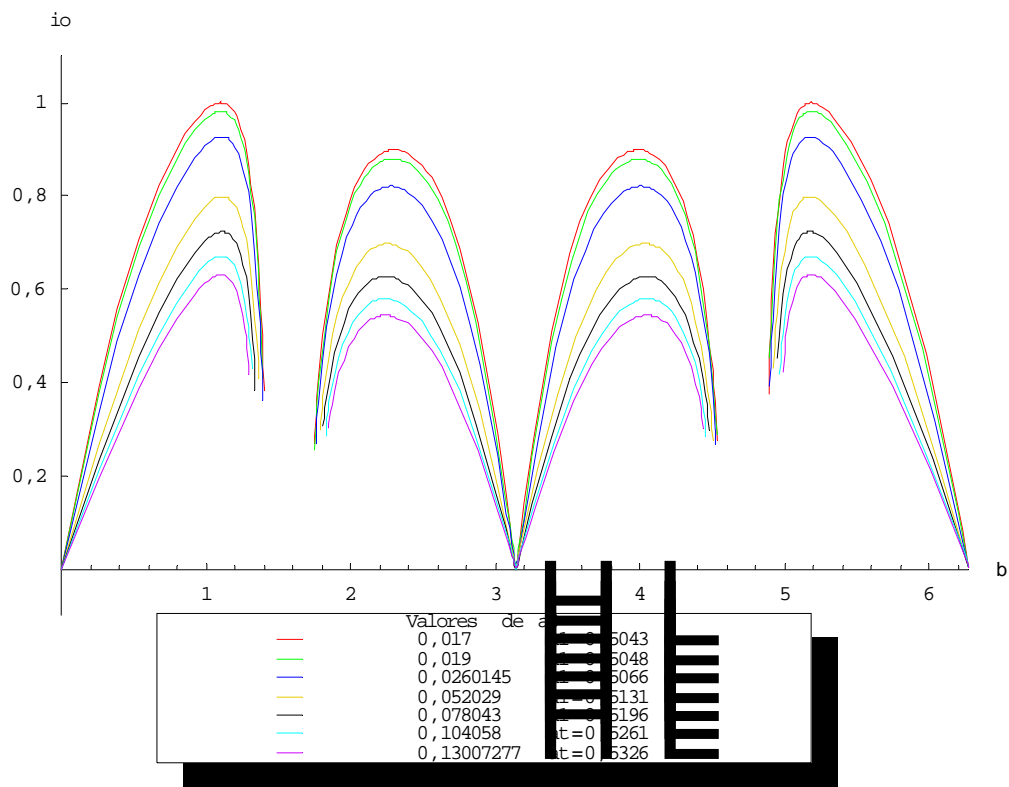


Figura 5.97 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0762$).

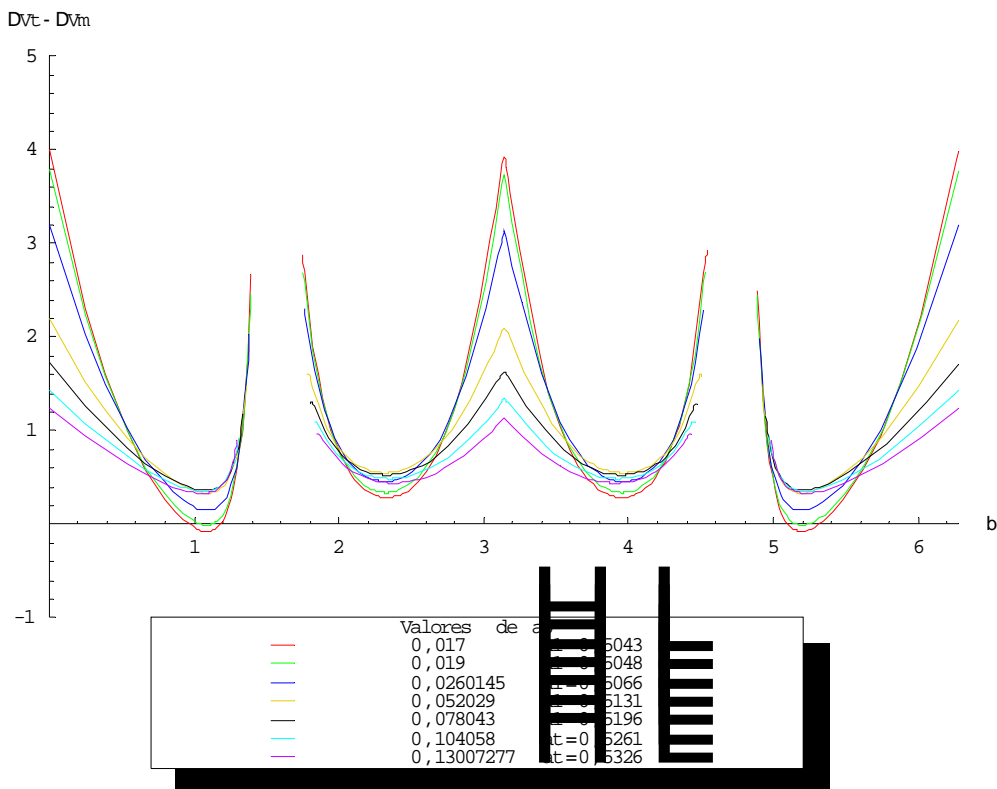


Figura 5.98 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0762$).

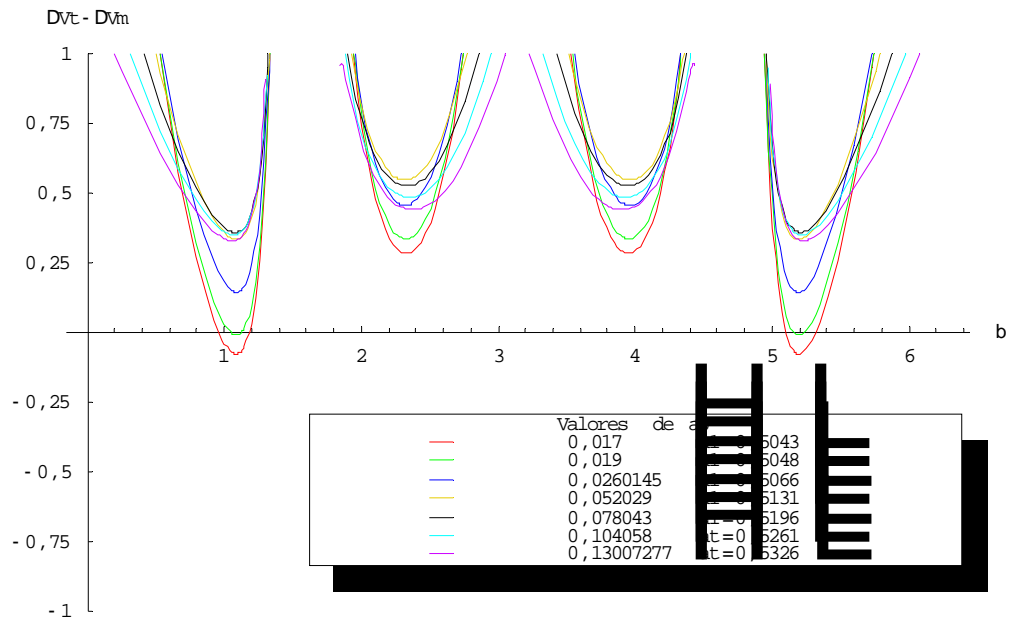


Figura 5.99 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,5$, $r_p=0,0762$).

Tabela 5.33 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,0762$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,08613	-0,0763587
0,019	1,0868	-0,0087317

5.1.5.6 Valor da periluna $r_p = 0,1$

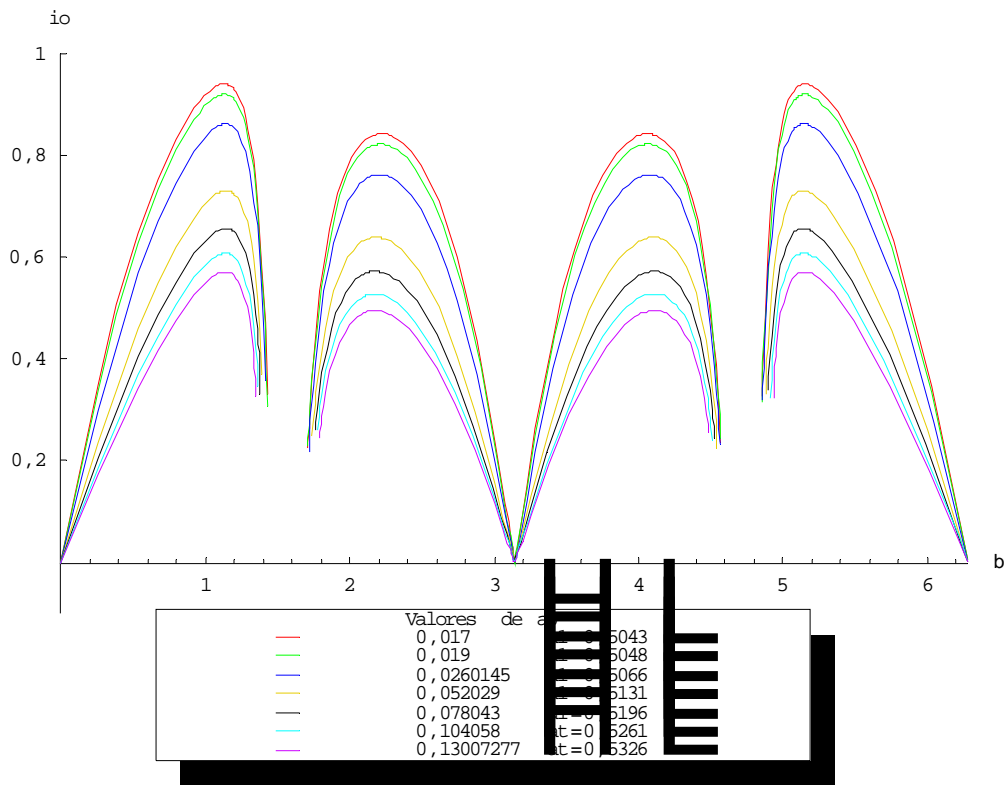


Figura 5.100 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,1$).

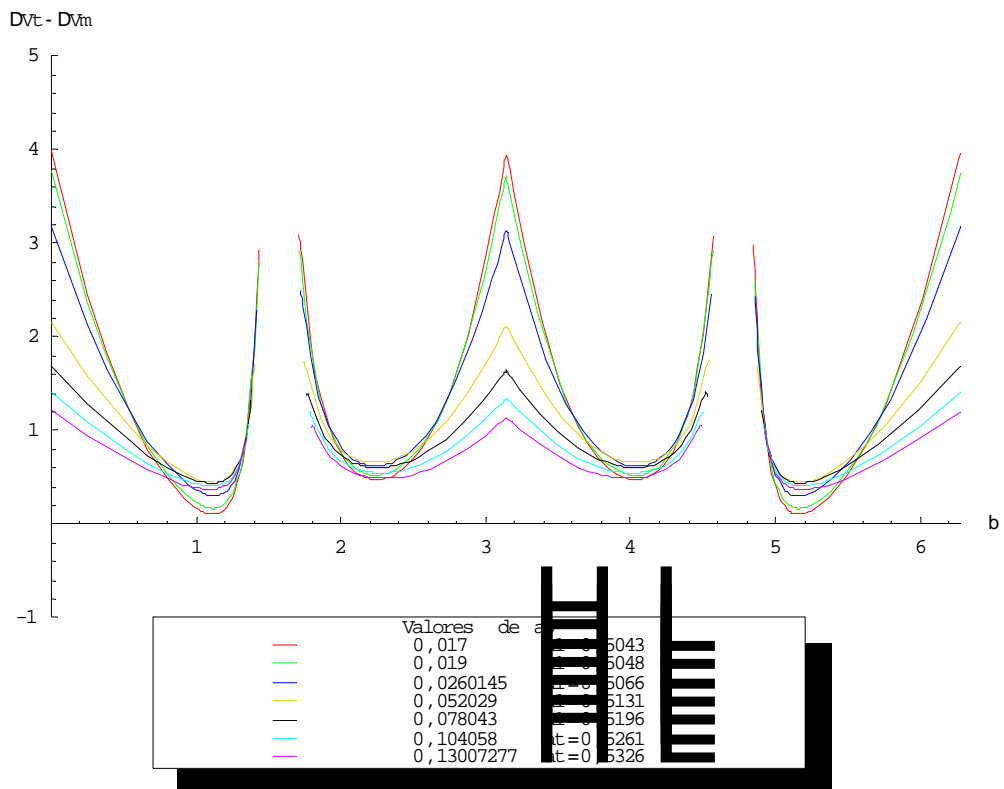


Figura 5.101 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $r_p=0,1$).

5.1.5.7 Variação no valor da periluna

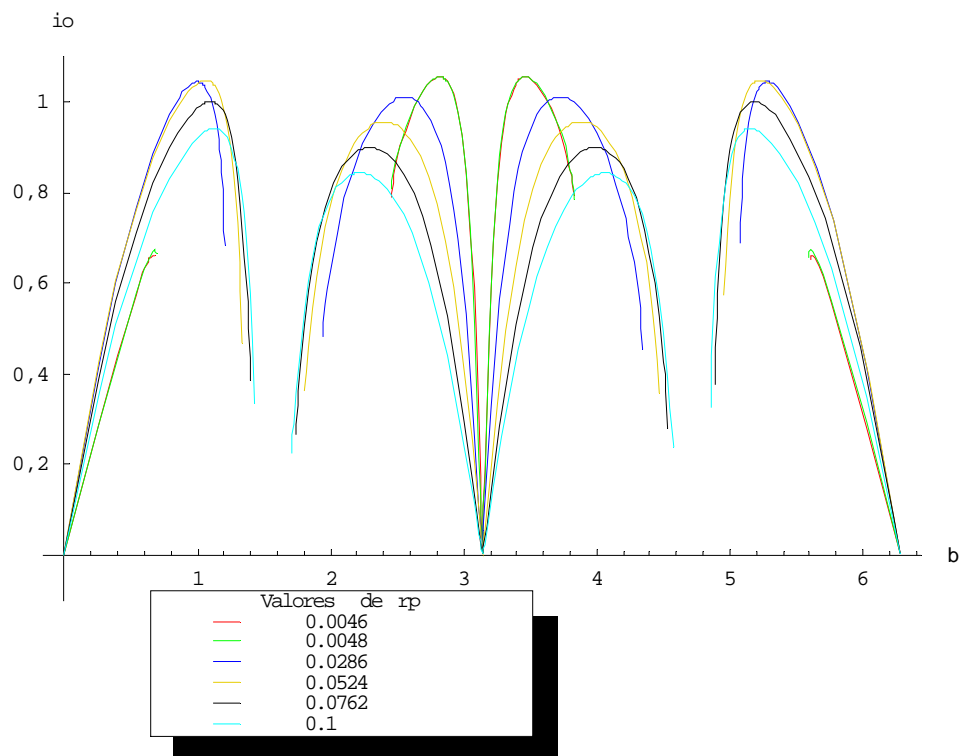


Figura 5.102 – Gráfico de (inclinação vs β) para os valores de r_p ($e_0=0,5$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5043$).

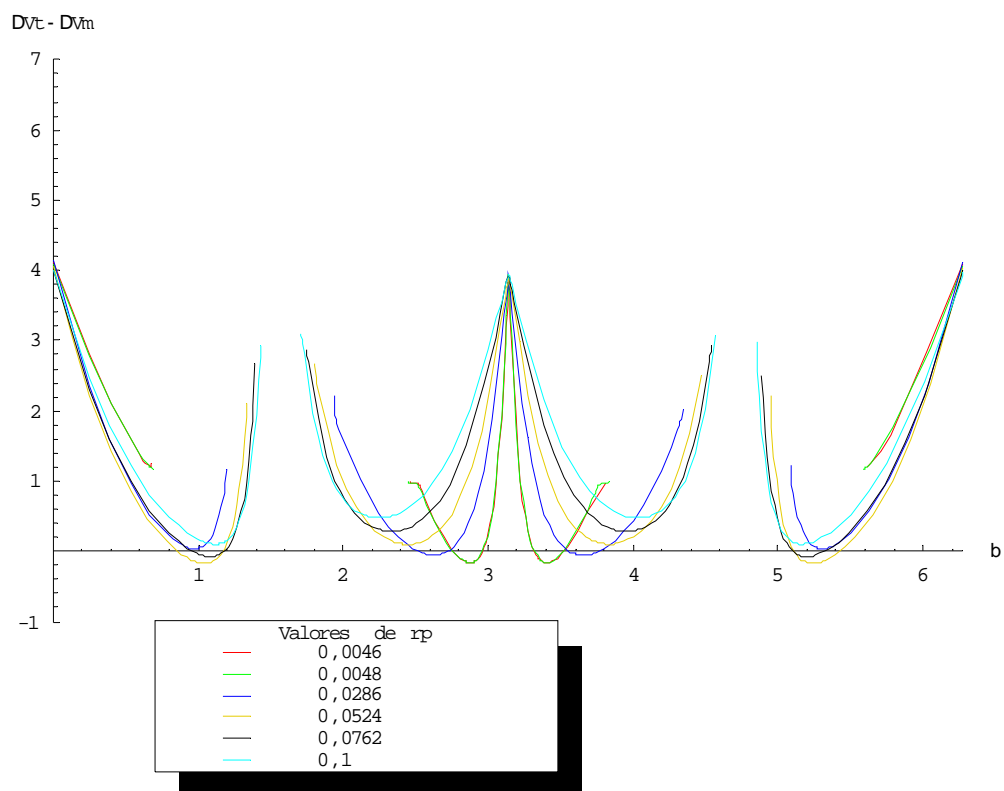


Figura 5.103 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0=0,5$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5043$).

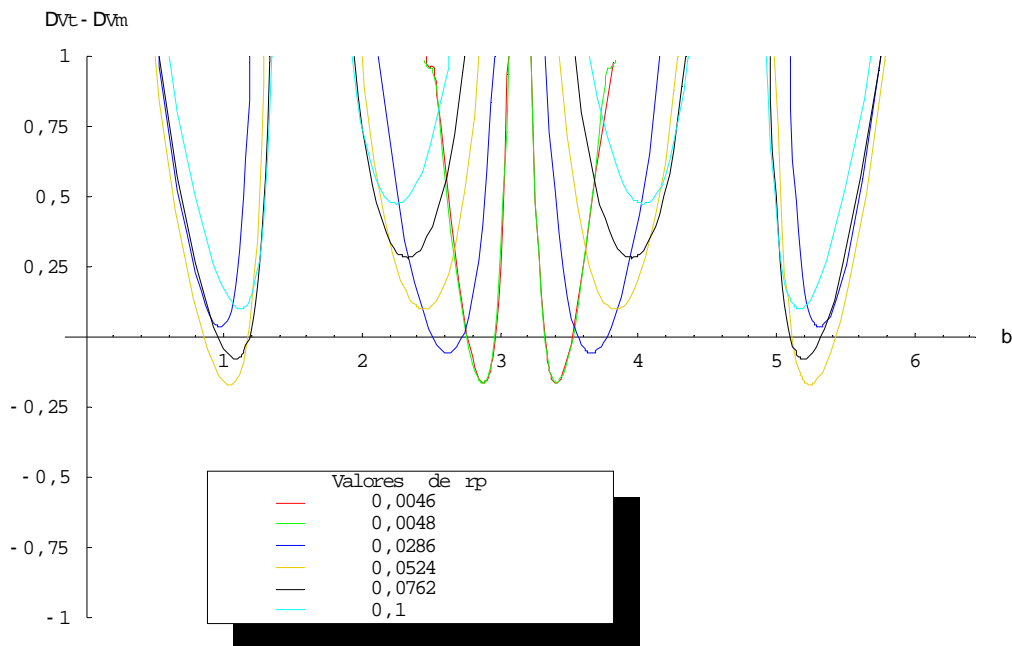


Figura 5.104 – Ampliação do gráfico $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,5$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5043$).

Tabela 5.34 – $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p ($\beta \sim$, $e_0=0,5$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5043$).

$(r_p)_{\min}$	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,020697	1,04232	-0,167382

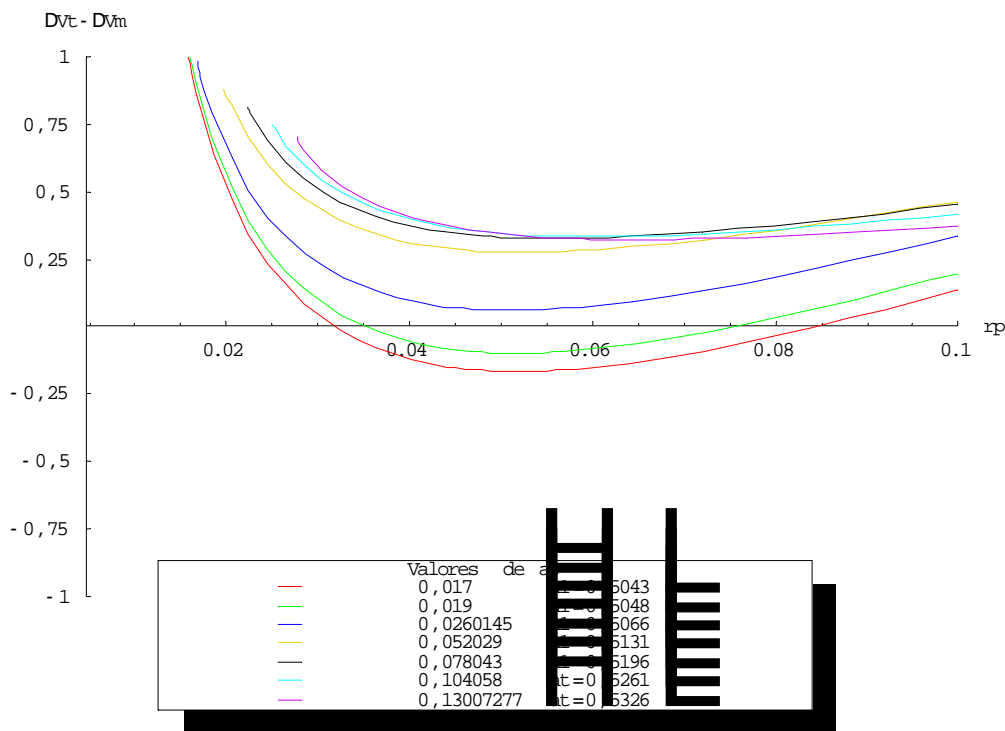


Figura 5.105 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função de r_p para valores de a_0 ($e_0=0,5$, $\beta=1,04$).

5.1.6 Excentricidade da órbita inicial de 0,7

5.1.6.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

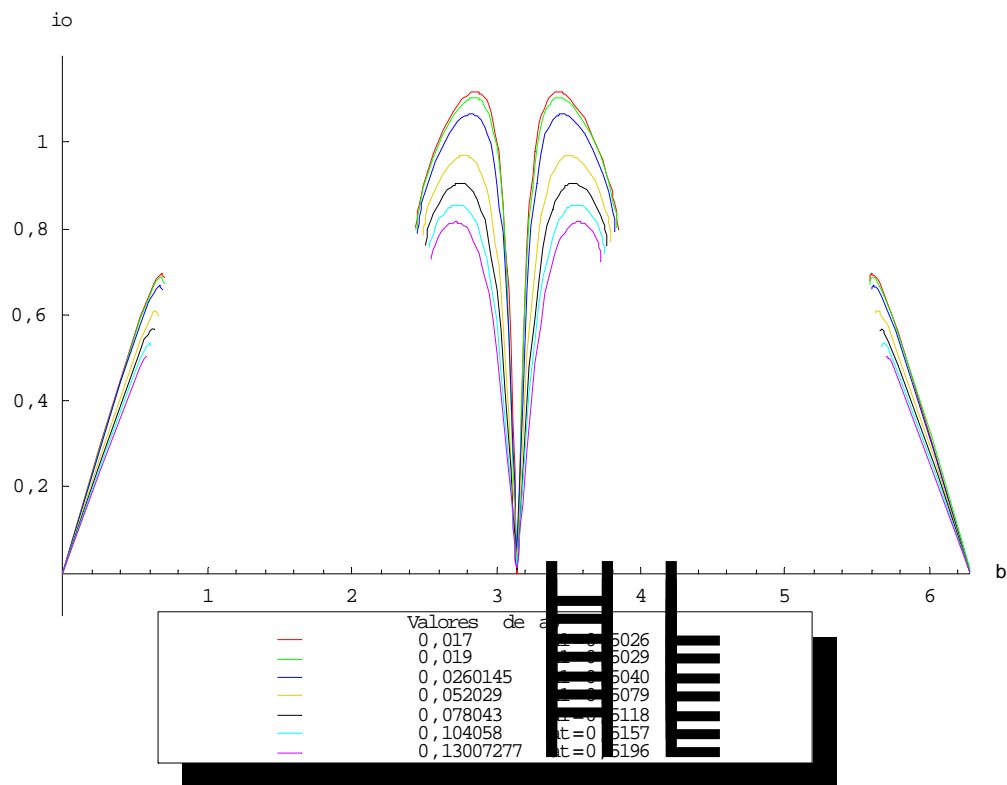


Figura 5.106 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0046$).

As inclinações obtidas para este valor de $e_0 = 0,7$ são maiores que os casos de excentricidade menor, como mostrado pela Figura 5.106. No entanto, é visível também a diminuição das regiões vantajosas para a manobra proposta, mostrado nas Figuras 5.107 e 5.108.

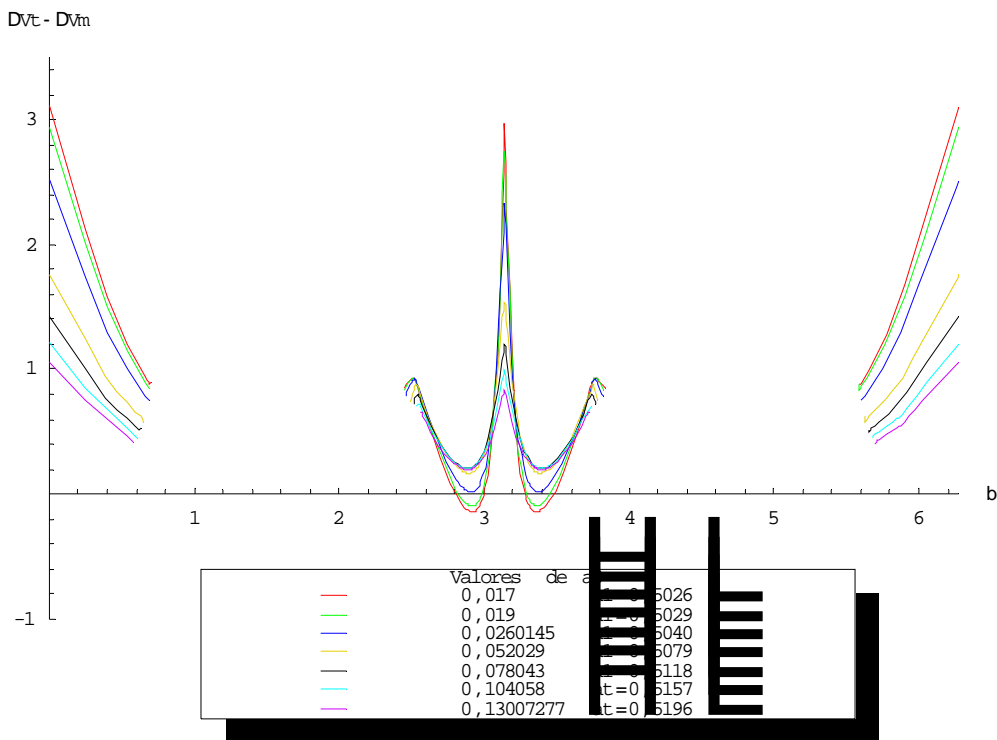


Figura 5.107 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0046$).

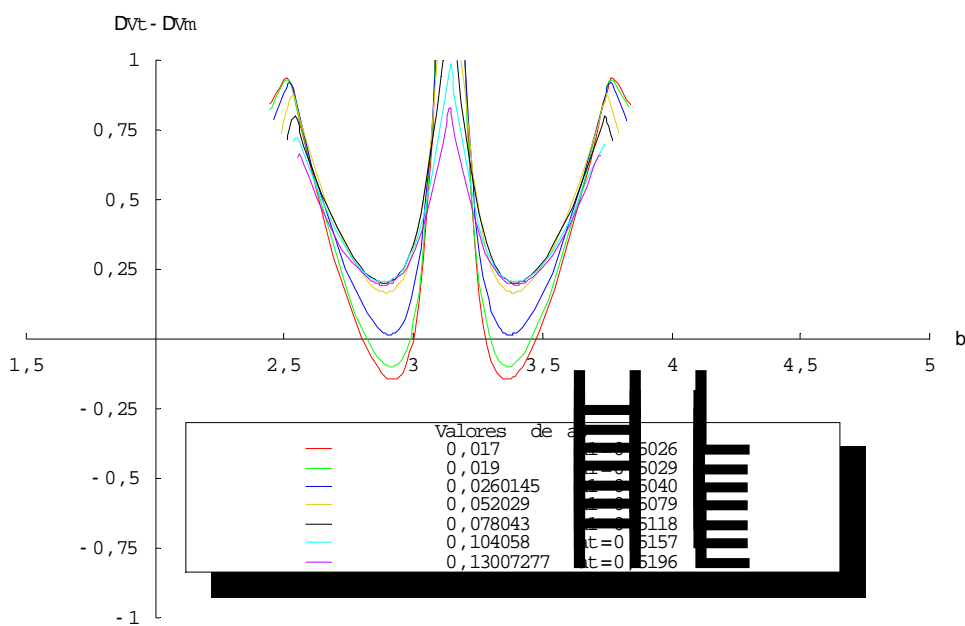


Figura 5.108 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,7$, $r_p=0,0046$).

Tabela 5.35 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0046$, $\beta \sim 2,9$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,92059	-0,144209
0,019	2,91755	-0,097147

5.1.6.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$

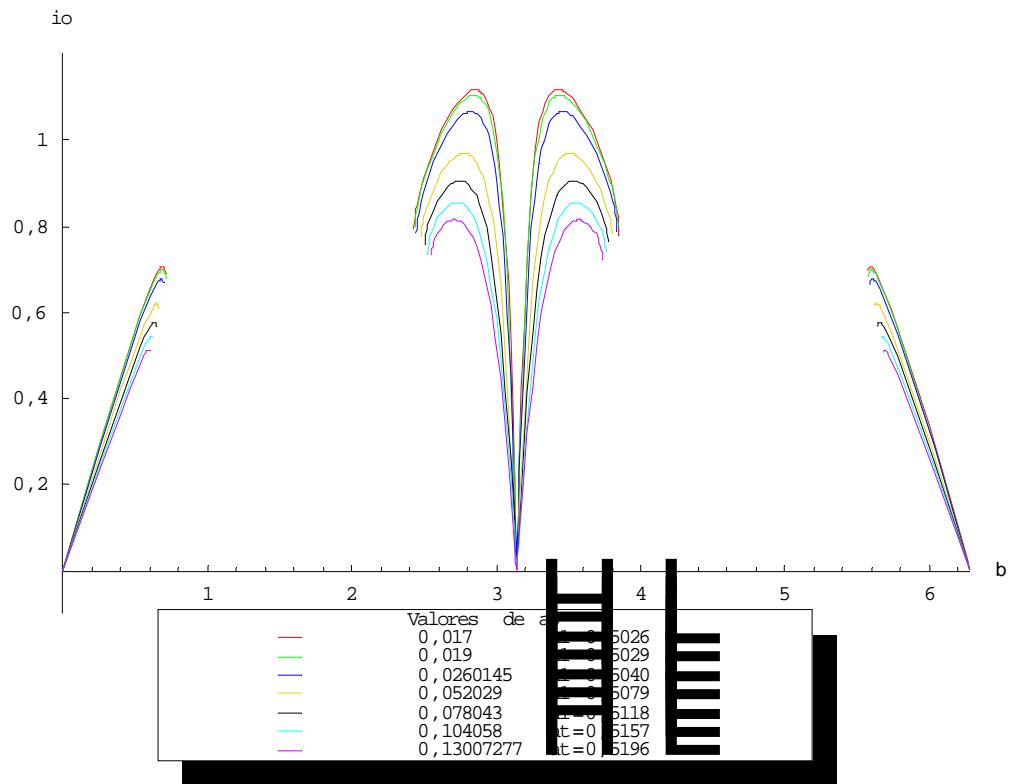


Figura 5.109 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0048$).

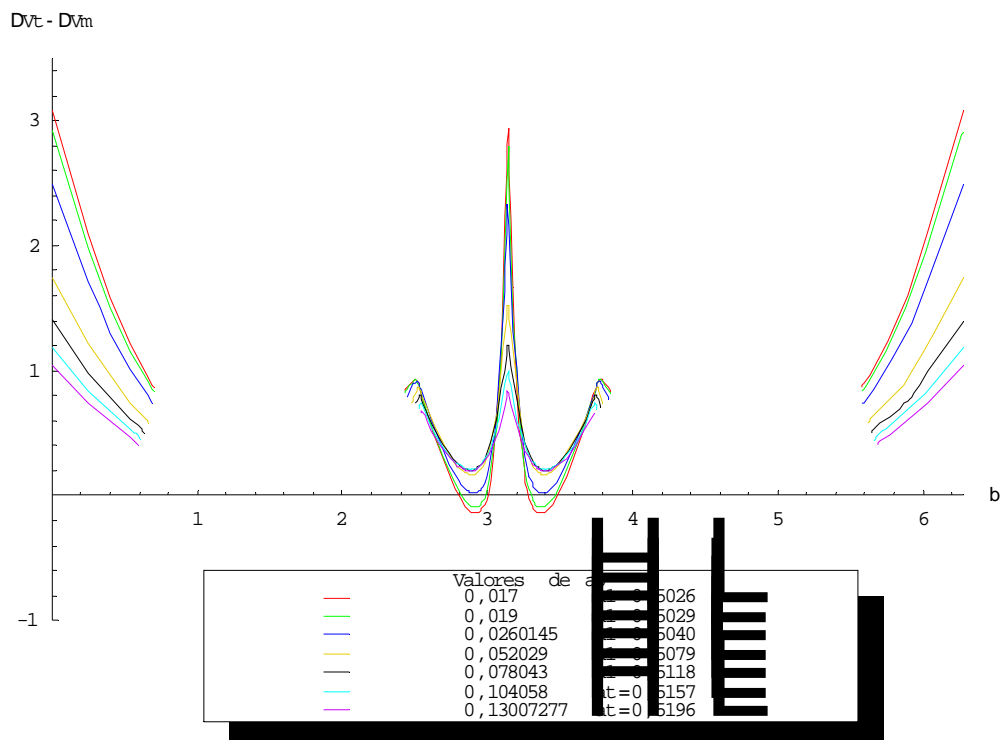


Figura 5.110 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0048$).

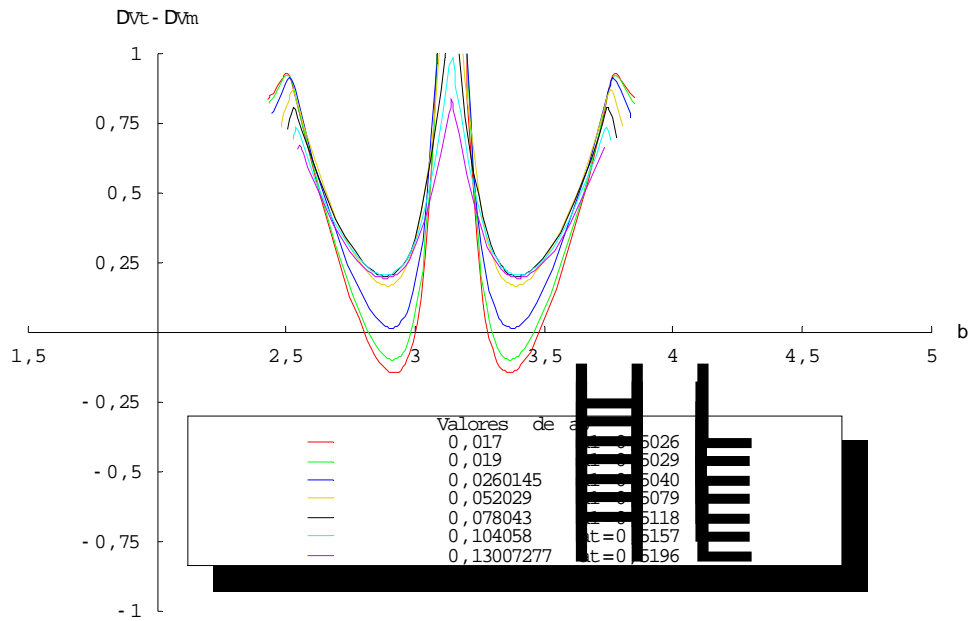


Figura 5.111 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,7, r_p=0,0048$).

Tabela 5.36 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,7, r_p=0,0048, \beta \sim 2,9$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,91839	-0,1143891
0,019	2,91535	-0,0964089

5.1.6.3 Valor da periluna $r_p = 0,0286$

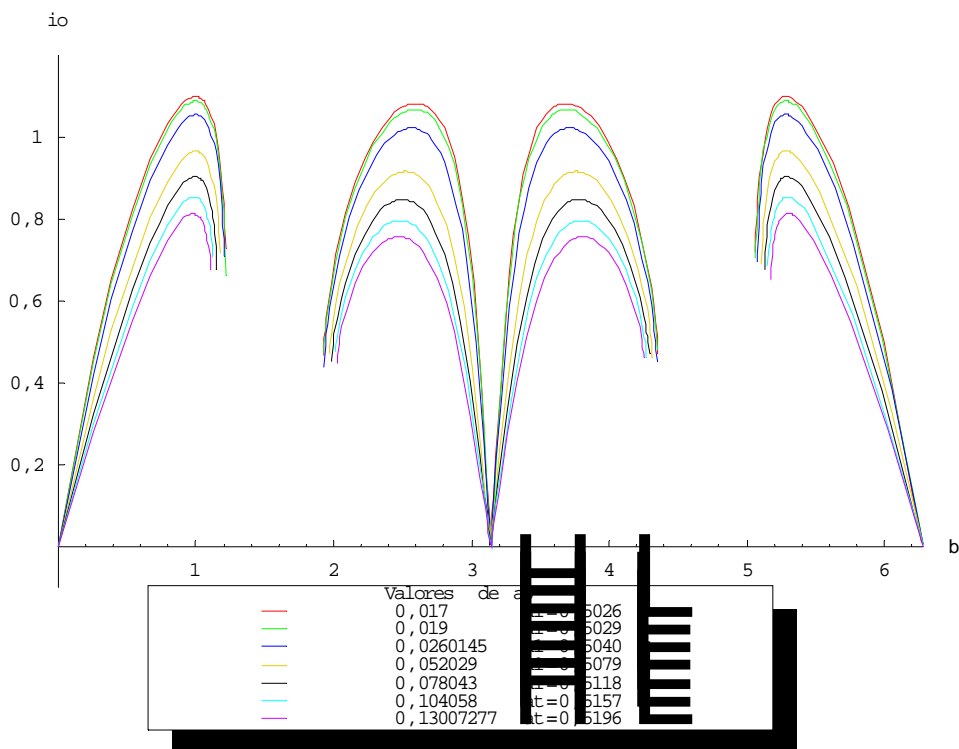


Figura 5.112 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,7, r_p=0,0286$).

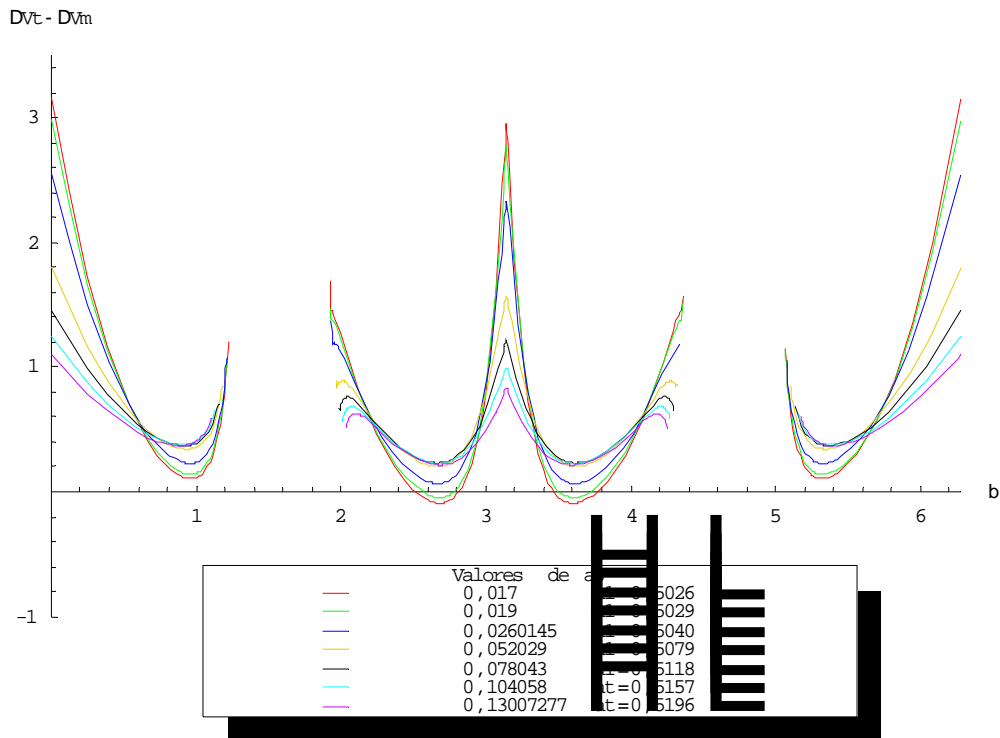


Figura 5.113 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,7, r_p=0,0286$).

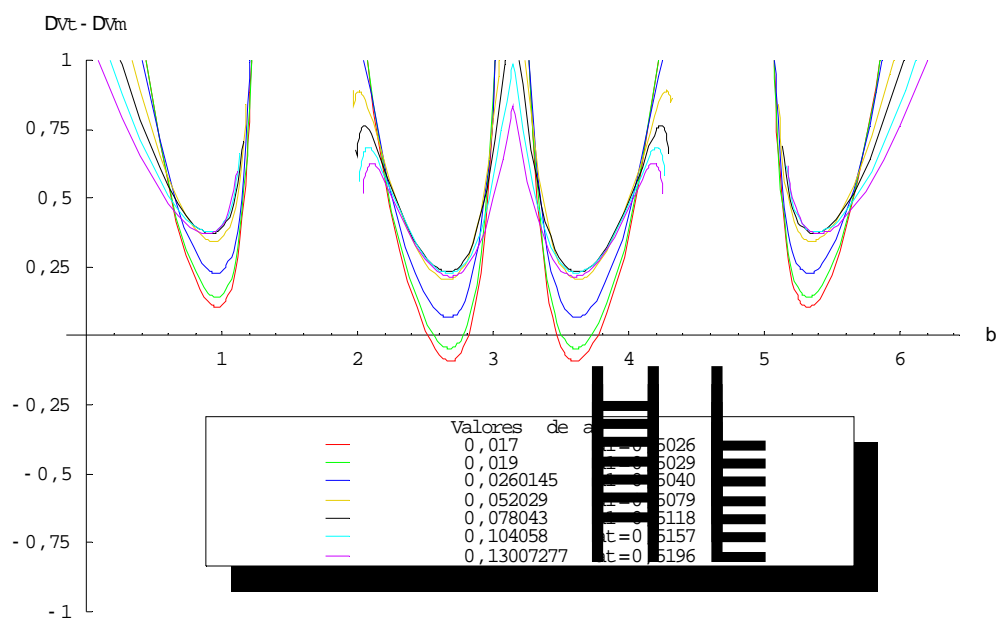


Figura 5.114 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,7, r_p=0,0286$).

Tabela 5.37 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,7, r_p=0,0286, \beta \sim 2,7$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,68139	-0,0908823
0,019	2,67729	-0,0450073

5.1.6.4 Valor da periluna $r_p = 0,0524$

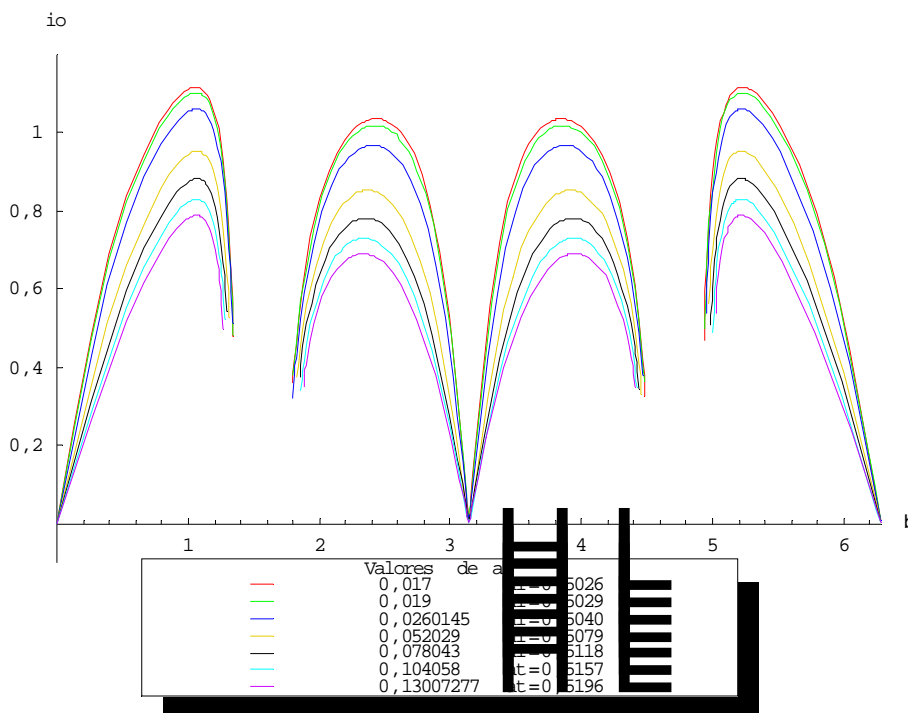


Figura 5.115 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0524$).

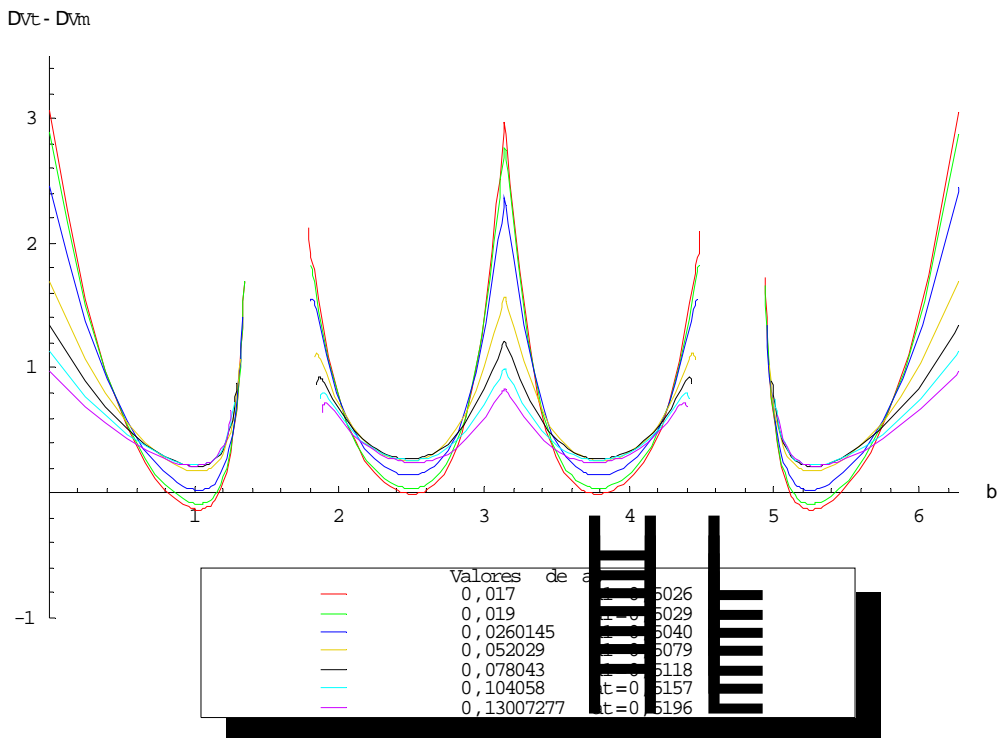


Figura 5.116 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0524$).

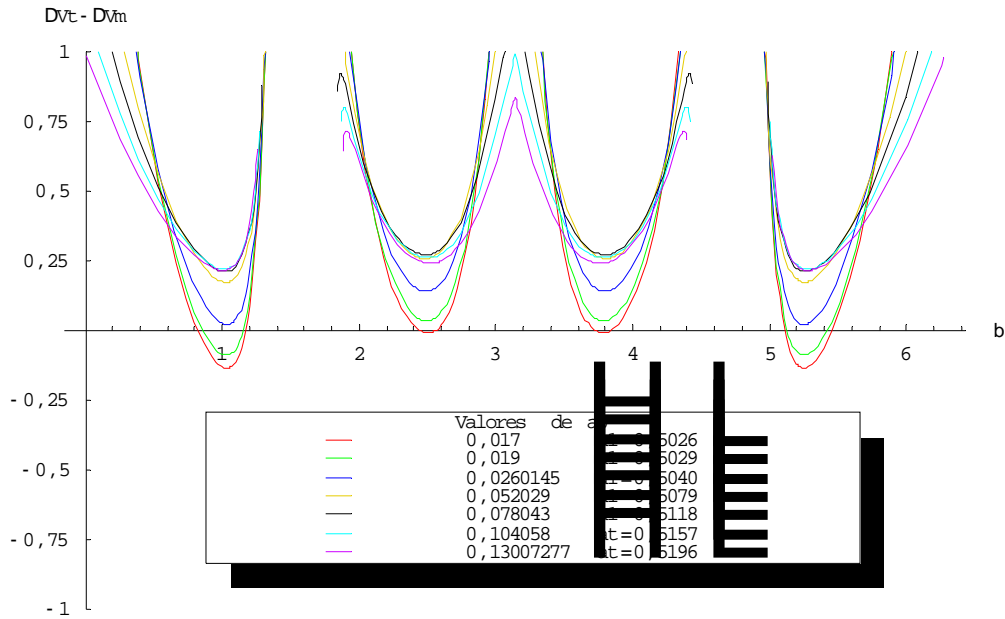


Figura 5.117 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,7$, $r_p=0,0524$).

Tabela 5.38 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0524$, $\beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,03097	-0,135161
0,019	1,03093	-0,0889573

Tabela 5.39 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0524$, $\beta \sim 2,5$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,50177	-0,00871331

5.1.6.5 Valor da periluna $r_p = 0,0762$

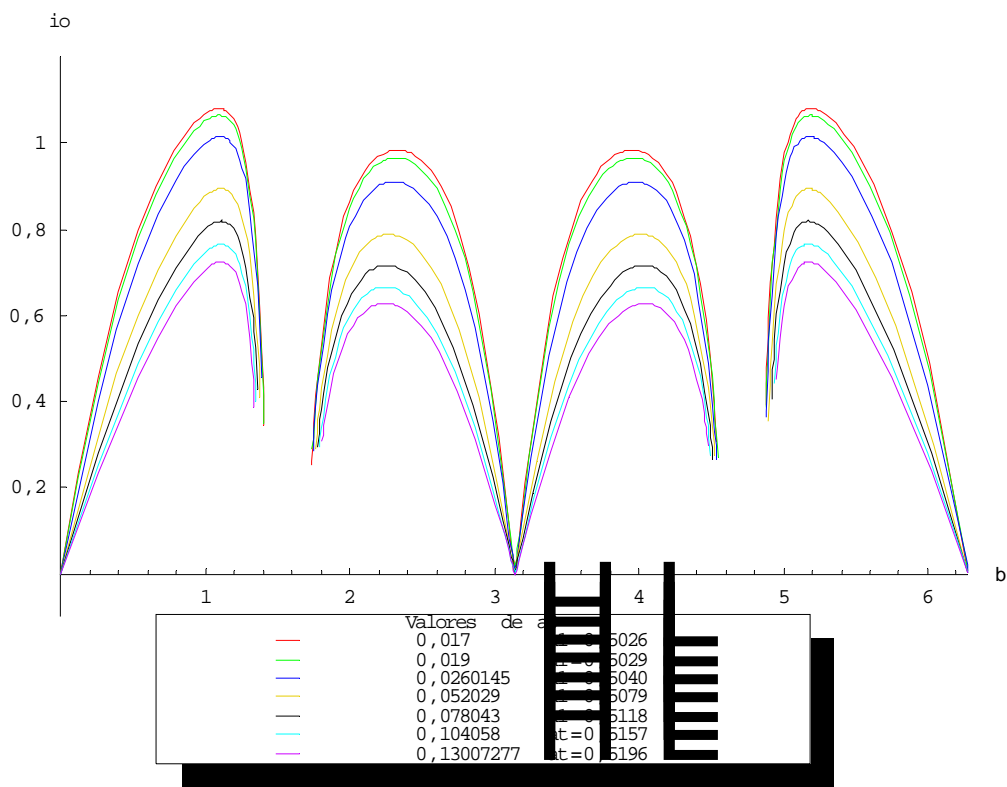


Figura 5.118 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0762$).

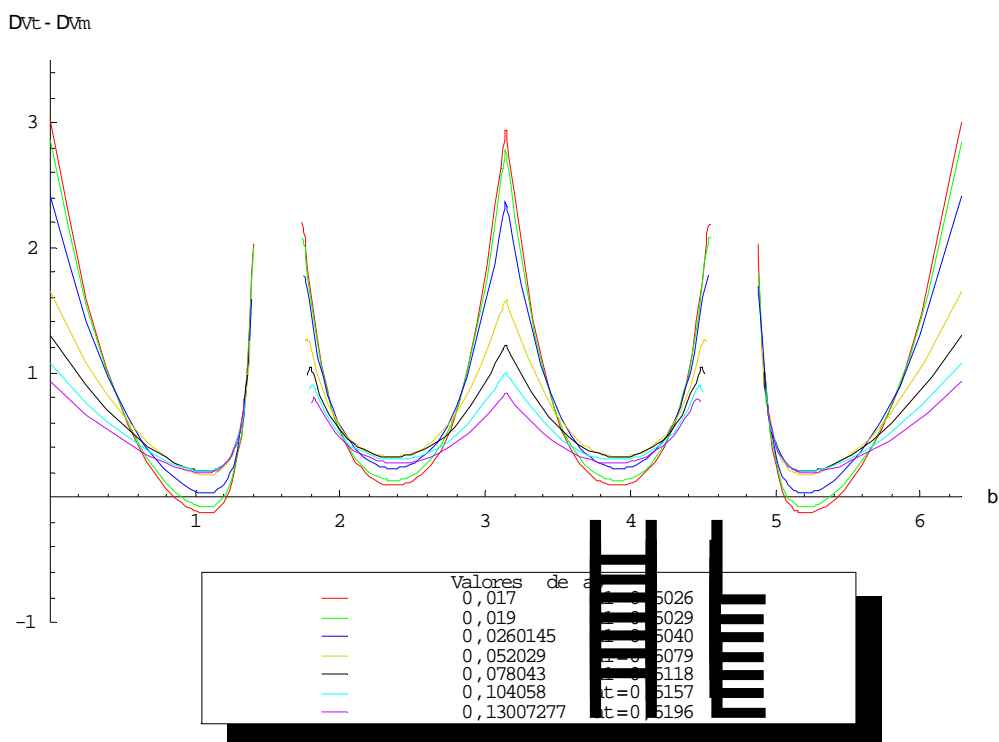


Figura 5.119 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $r_p=0,0762$).

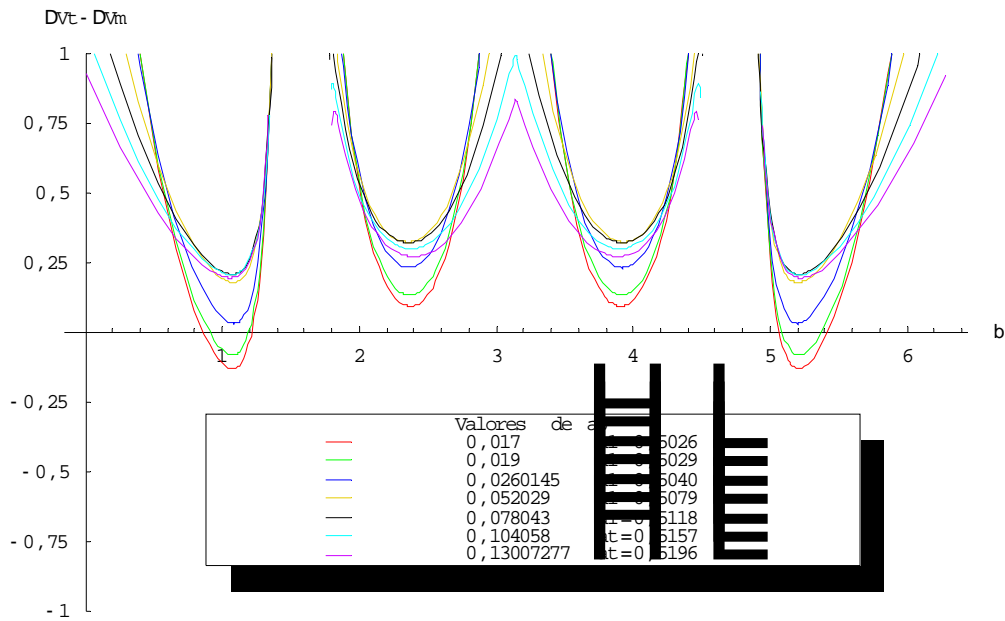


Figura 5.120 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,7, r_p=0,0762$).

Tabela 5.40 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,7, r_p=0,0762, \beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,07403	-0,129086
0,019	1,07479	-0,0804577

5.1.6.6 Valor da periluna $r_p = 0,1$

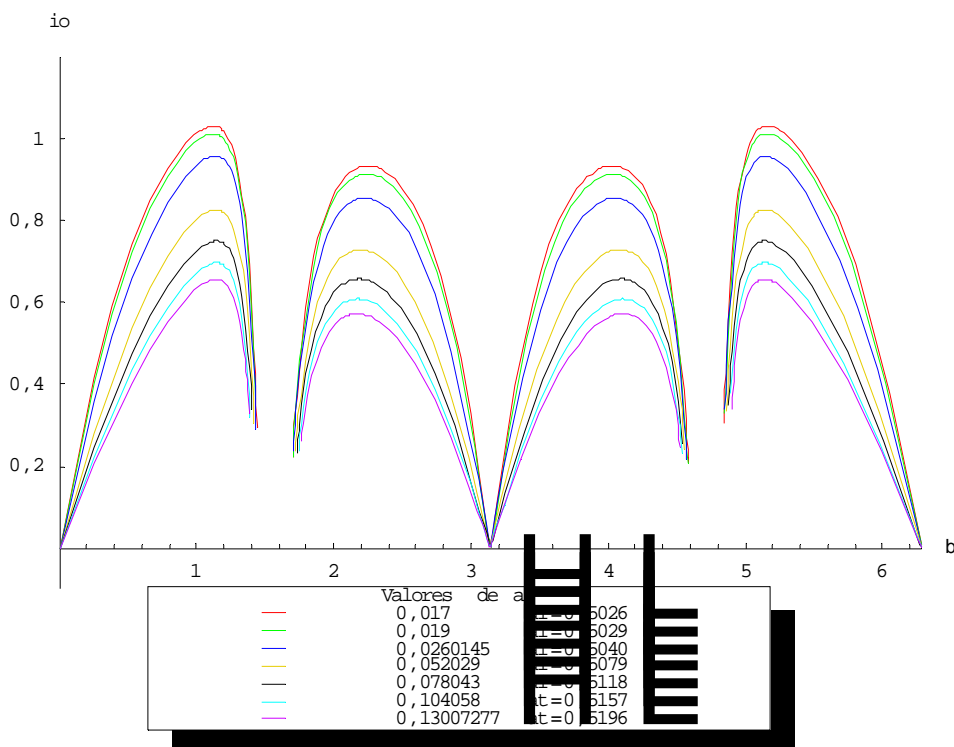


Figura 5.121 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,7, r_p=0,1$).

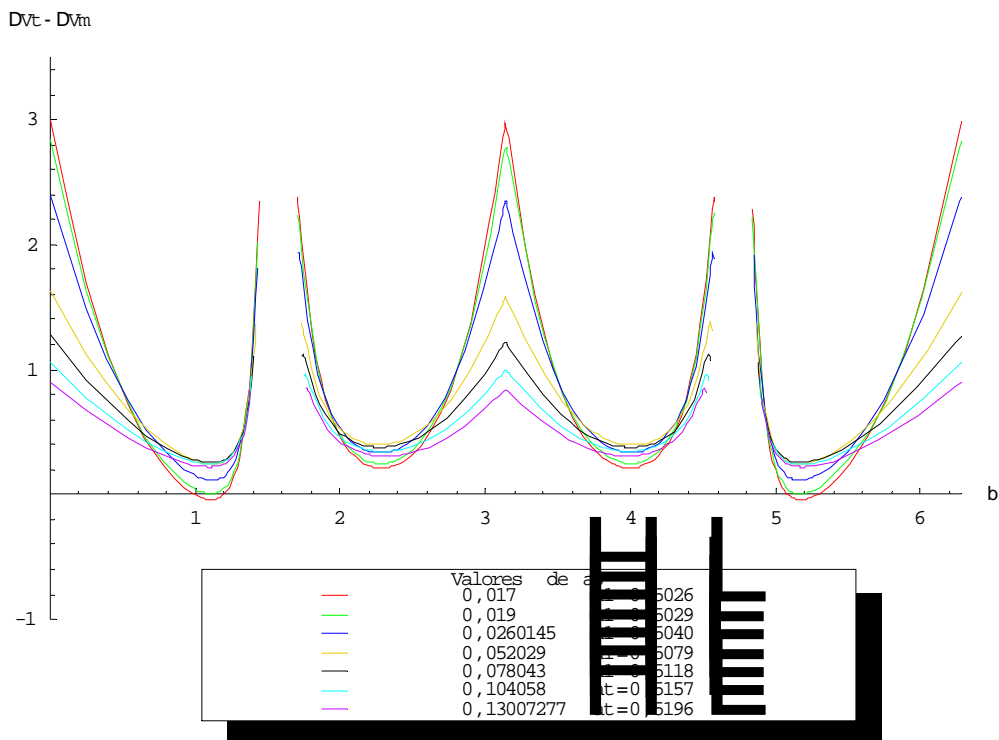


Figura 5.122 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,7, r_p=0,1$).

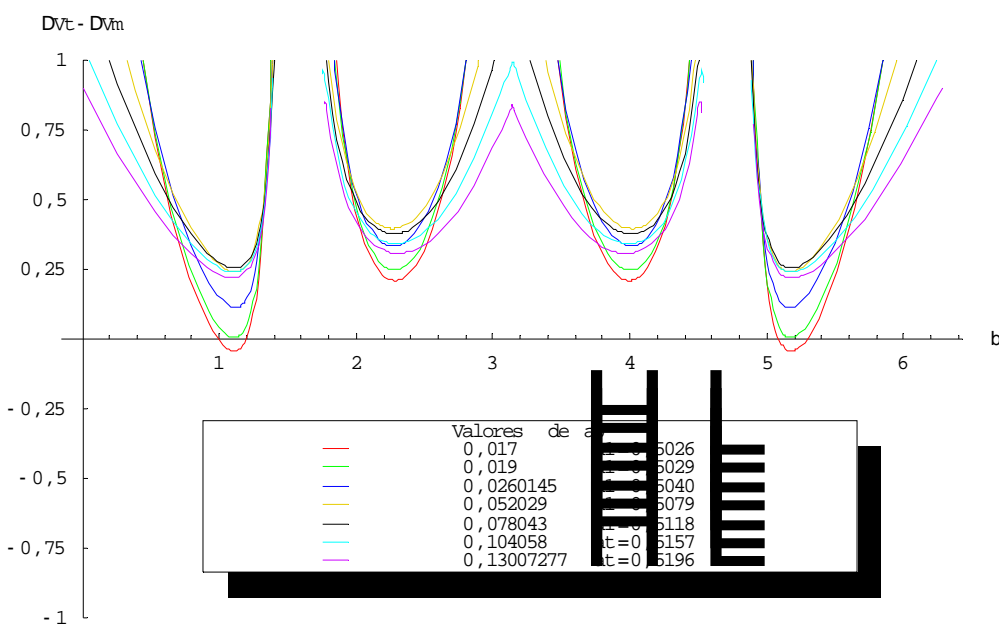


Figura 5.123 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,7, r_p=0,1$).

Tabela 5.41 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,7, r_p=0,1, \beta \sim 1$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,10748	-0,0430255
0,019	1,10865	0,00479962

5.1.6.7 Variação no valor da periluna

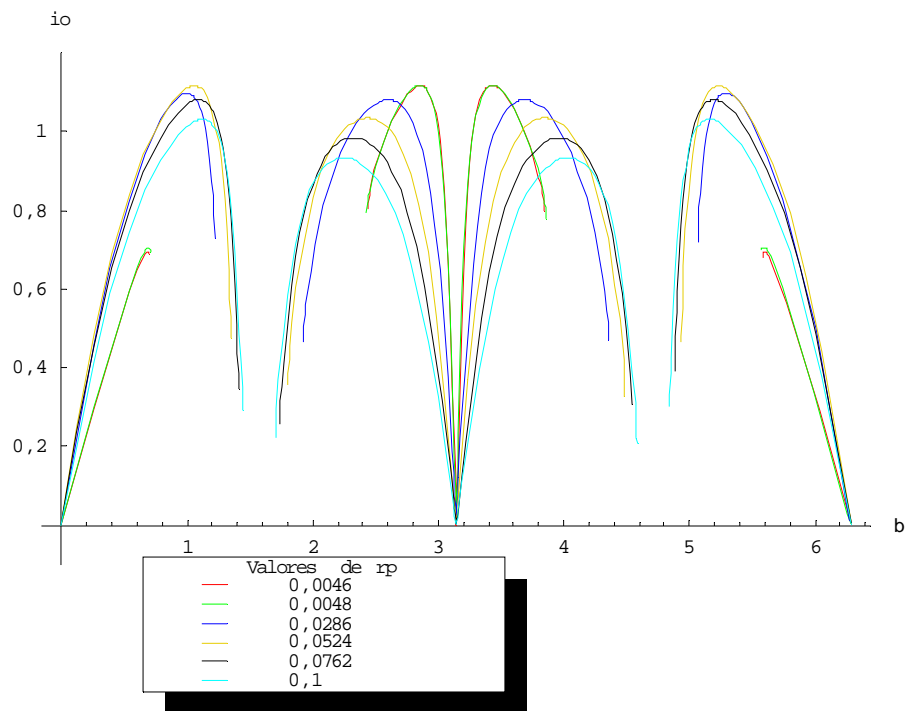


Figura 5.124 – Gráfico (inclinação vs β) para os valores de r_p ($e_0=0,7$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5026$).

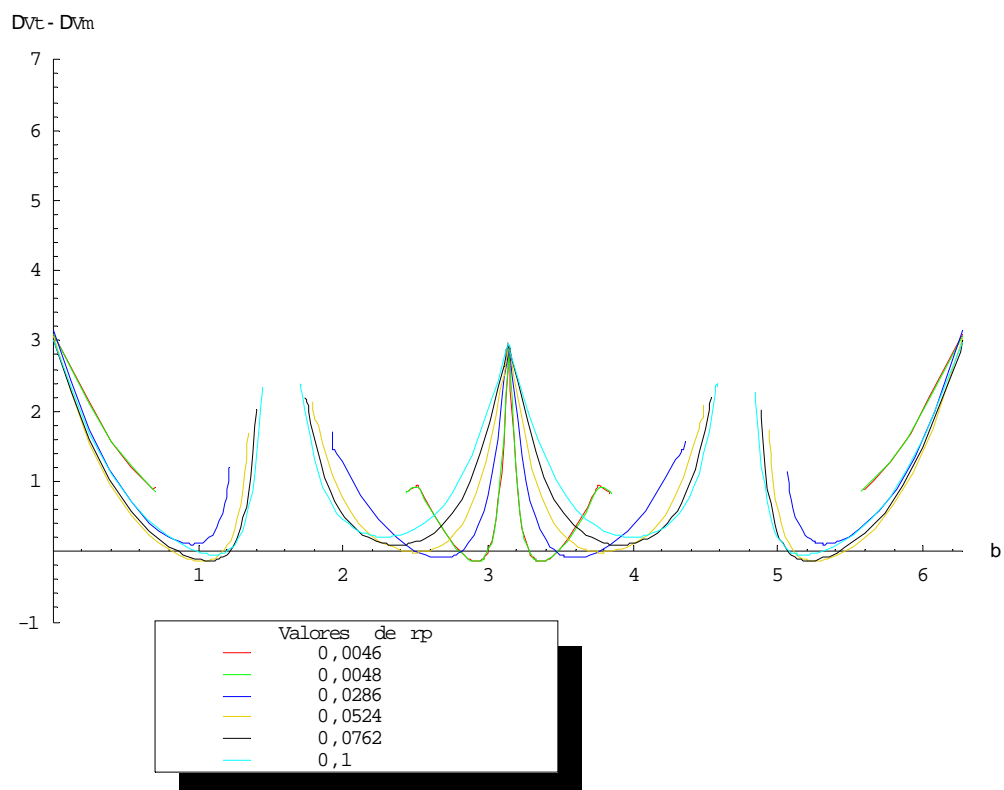


Figura 5.125 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0=0,7$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5026$).

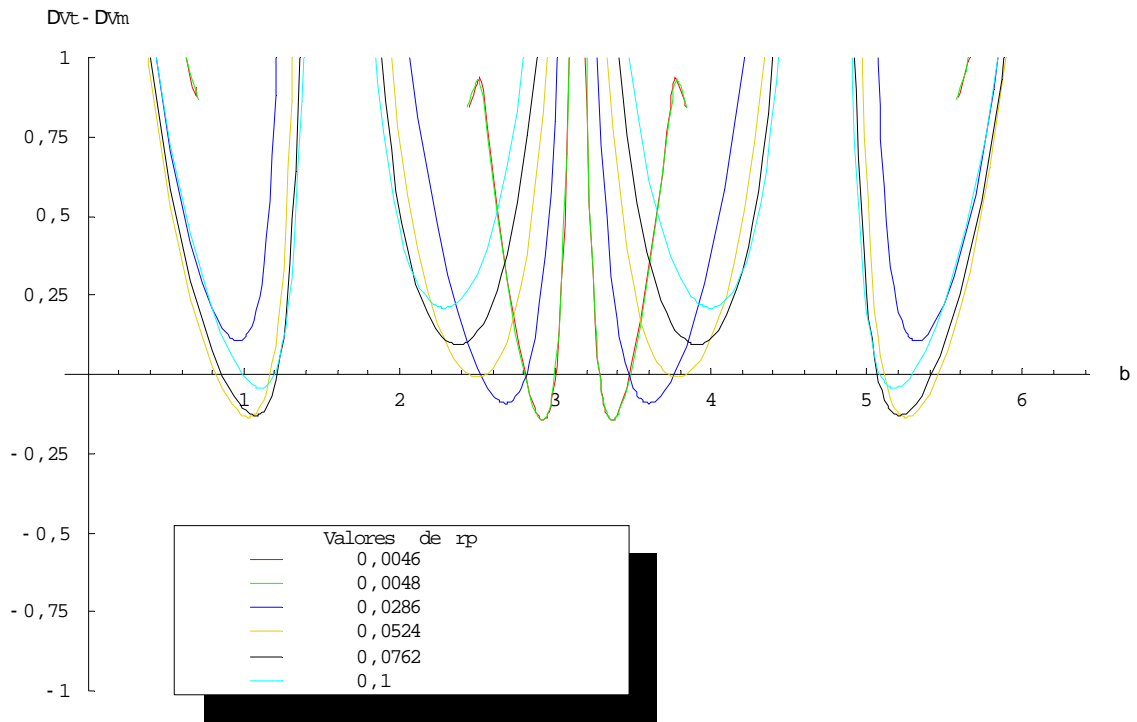


Figura 5.126 – Ampliação do gráfico $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,7$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5026$).

Tabela 5.42 – $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p ($\beta \sim 1$, $e_0=0,7$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5026$).

$(r_p)_{\min}$	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,062144	1,05021	-0,14812

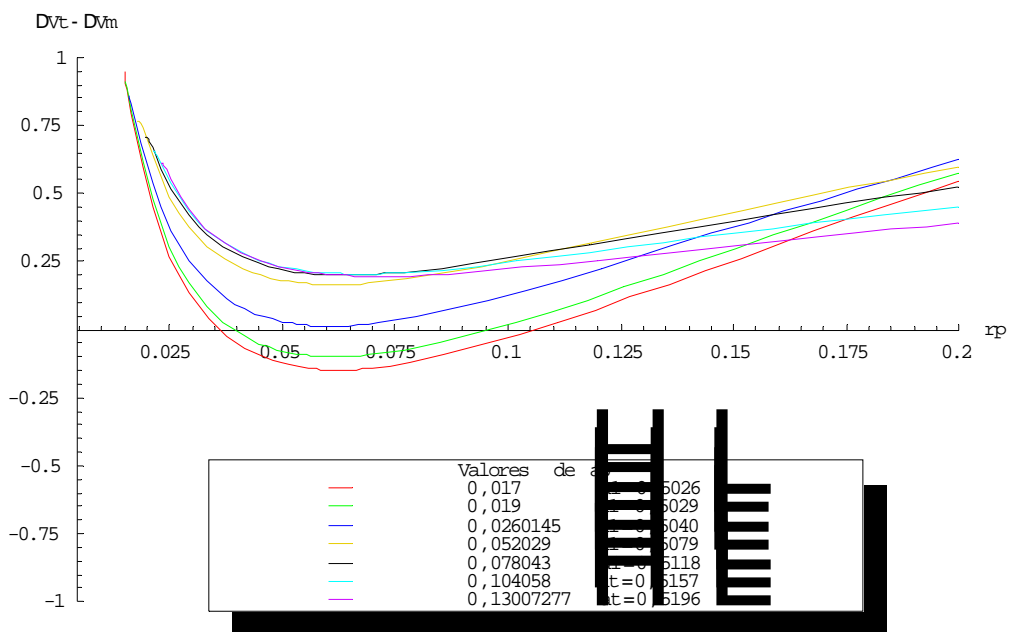


Figura 5.127 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função de r_p para valores de a_0 ($e_0=0,7$, $\beta=1,05$).

5.1.7 Excentricidade da órbita inicial de 0,9

5.1.7.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

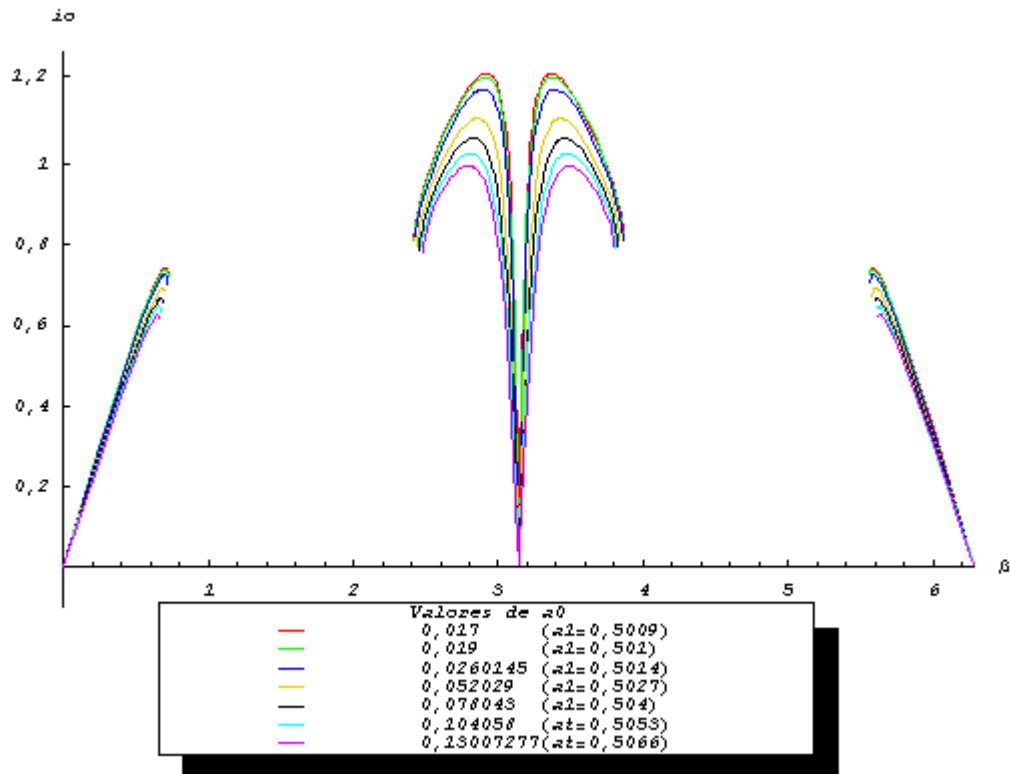


Figura 5.128 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0046$).

O valor de excentricidade $0,9$ é o último valor considerado para a excentricidade da órbita inicial. Para este valor de e_0 , o intervalo de definição da função ($\Delta V_T - \Delta V_M$) é visivelmente menor, como pode ser visto na Figura 5.129. Também são menores as regiões viáveis à manobra proposta, como mostrado na Figura 5.130.

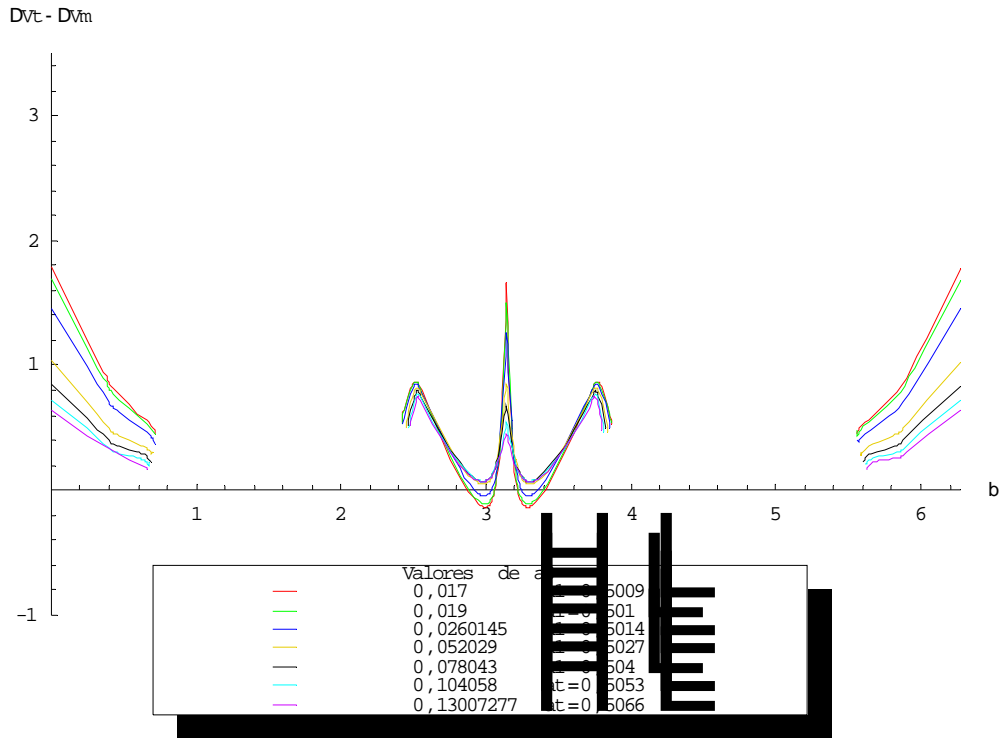


Figura 5.129 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0046$).

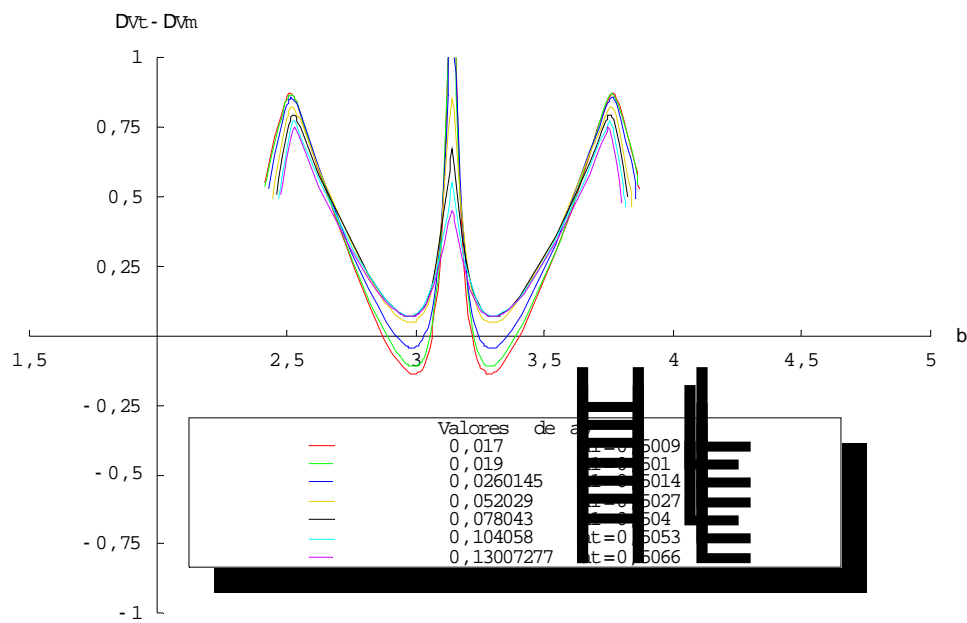
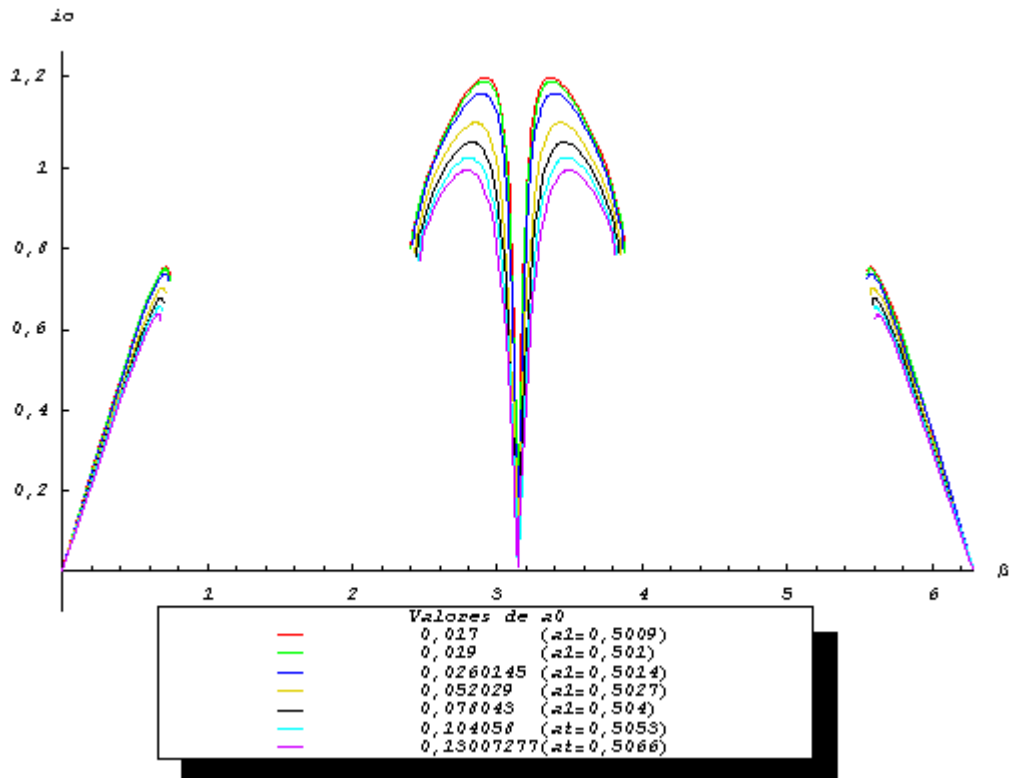


Figura 5.130 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,9$, $r_p=0,0046$).

A Tabela 5.43 mostra os mínimos atingidos para este conjunto de valores.

Tabela 5.43 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0046$, $\beta \sim 2,99$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,99489	-0,138302
0,019	2,99334	-0,111077
0,0260145	2,9893	-0,0455408

5.1.7.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$ Figura 5.131 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0048$).

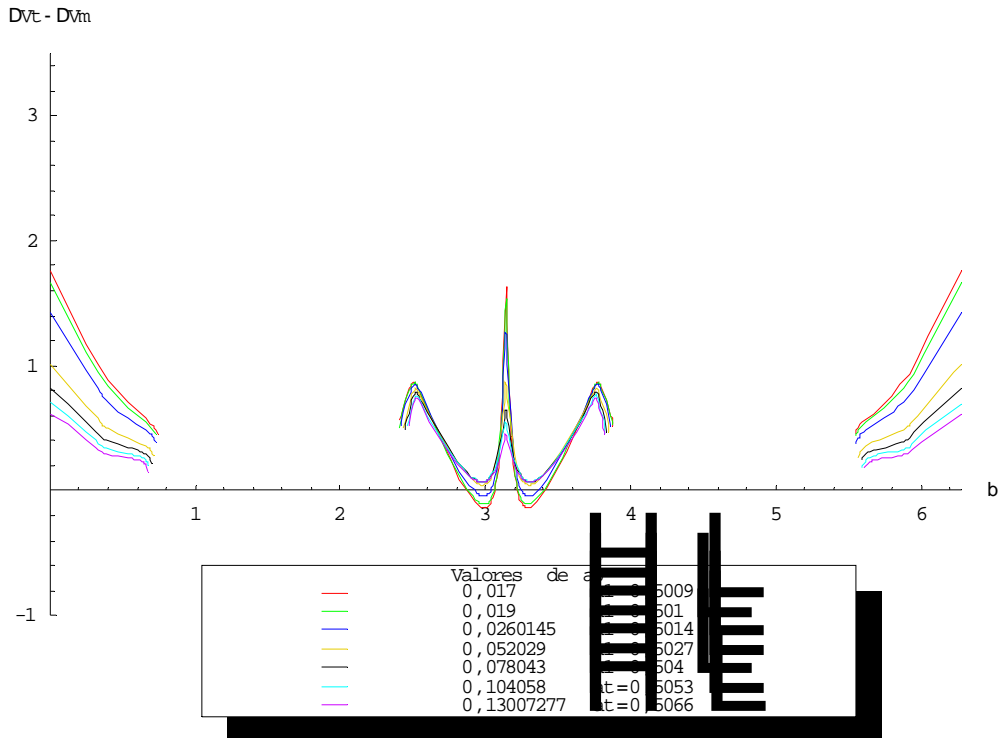


Figura 5.132 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,9, r_p=0,0048$).

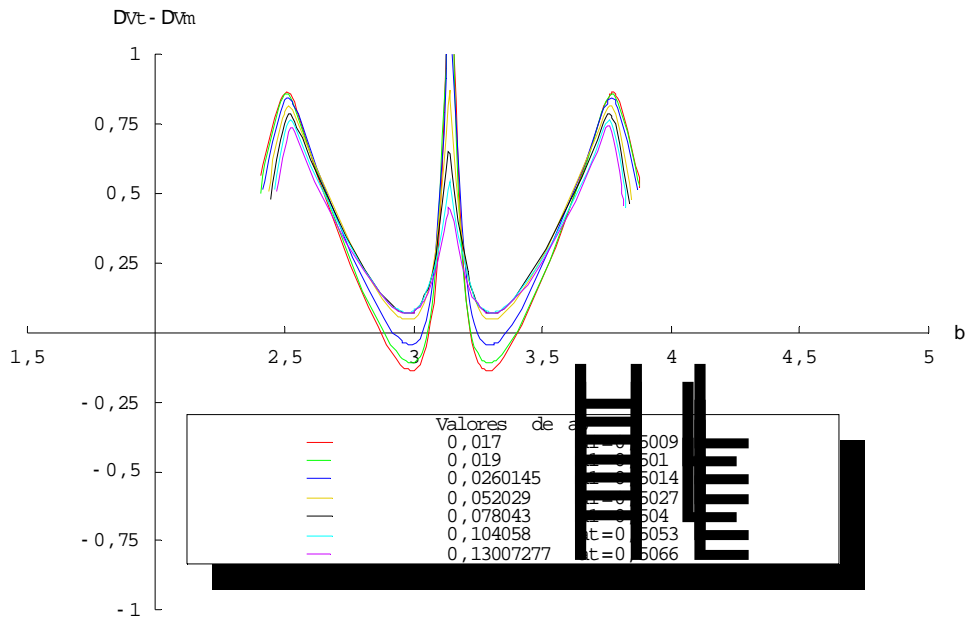


Figura 5.133 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,9, r_p=0,0048$).

Tabela 5.44 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,9, r_p=0,0048, \beta \sim 2,99$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,9933	-0,13822
0,019	2,99174	-0,110997
0,0260145	2,98769	-0,0454527

5.1.7.3 Valor da periluna $r_p = 0,0286$

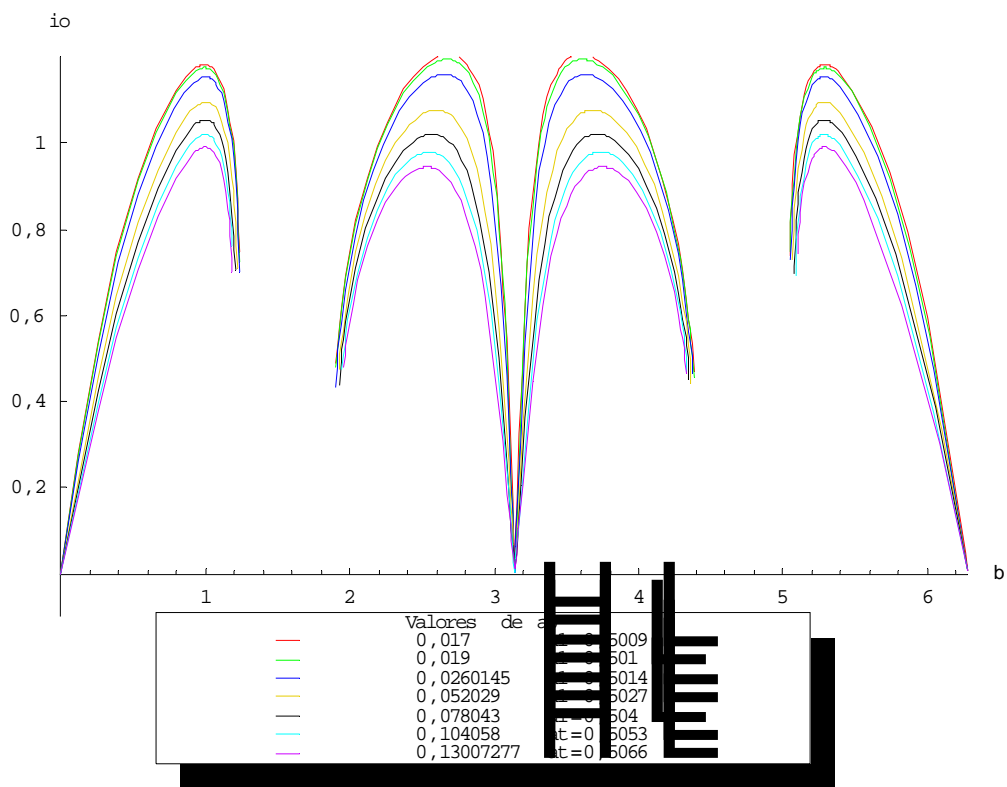


Figura 5.134 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0286$).

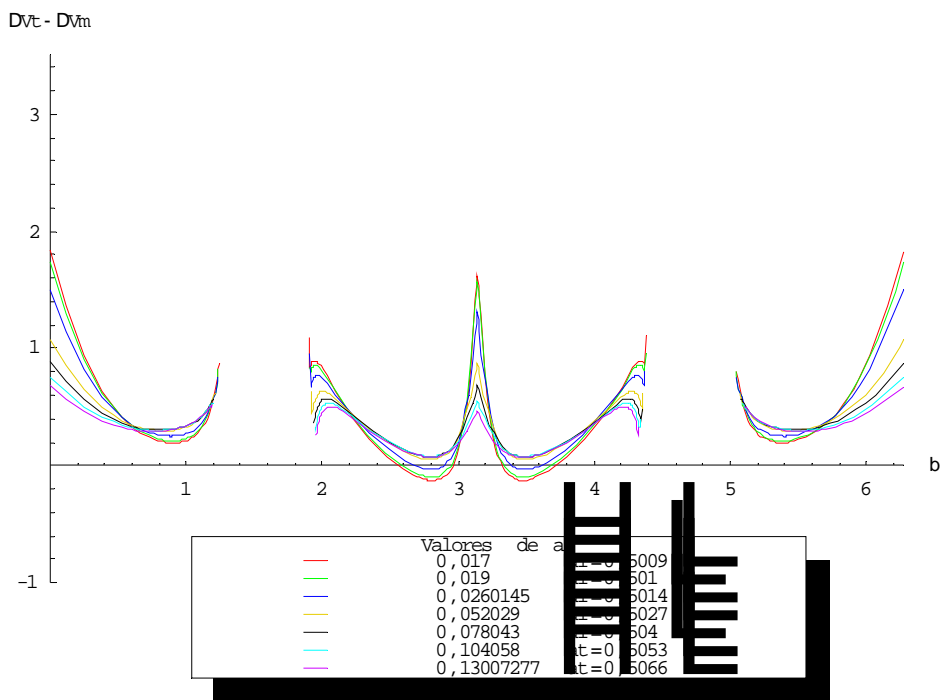


Figura 5.135 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0286$).

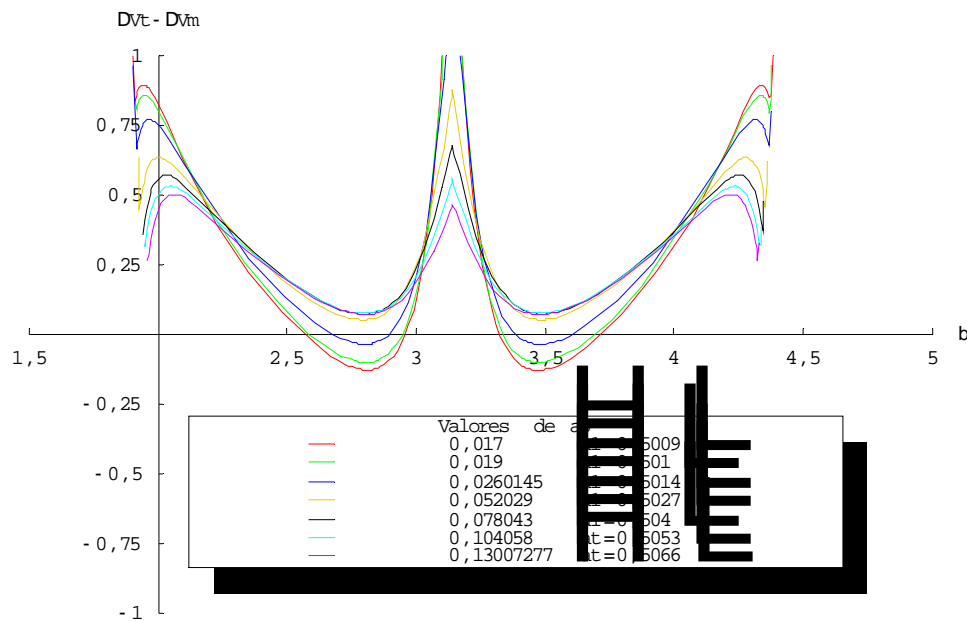


Figura 5.136 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_M$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,9$, $r_p=0,0286$).

A Tabela 5.45 mostra os mínimos atingidos para estes valores de r_p e e_0 .

Tabela 5.45 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0286$, $\beta \sim 2,8$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,80996	-0,126759
0,019	2,80724	-0,0999173
0,0260145	2,80142	-0,0342228

5.1.7.4 Valor da periluna $r_p = 0,0524$

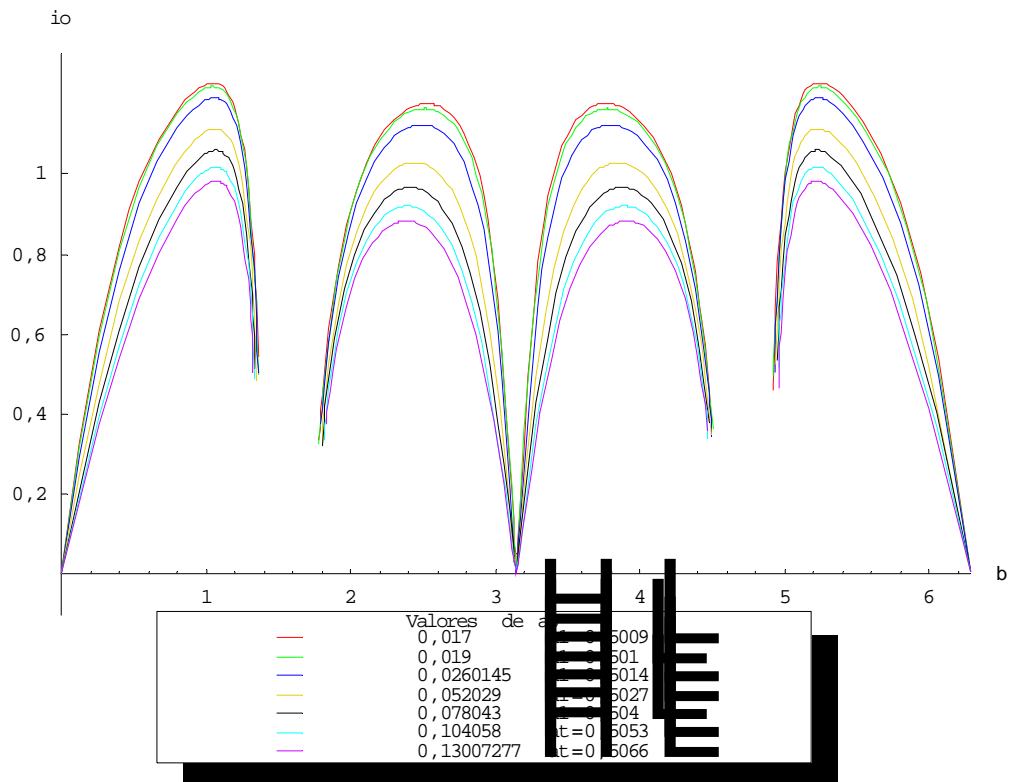


Figura 5.137 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0524$).

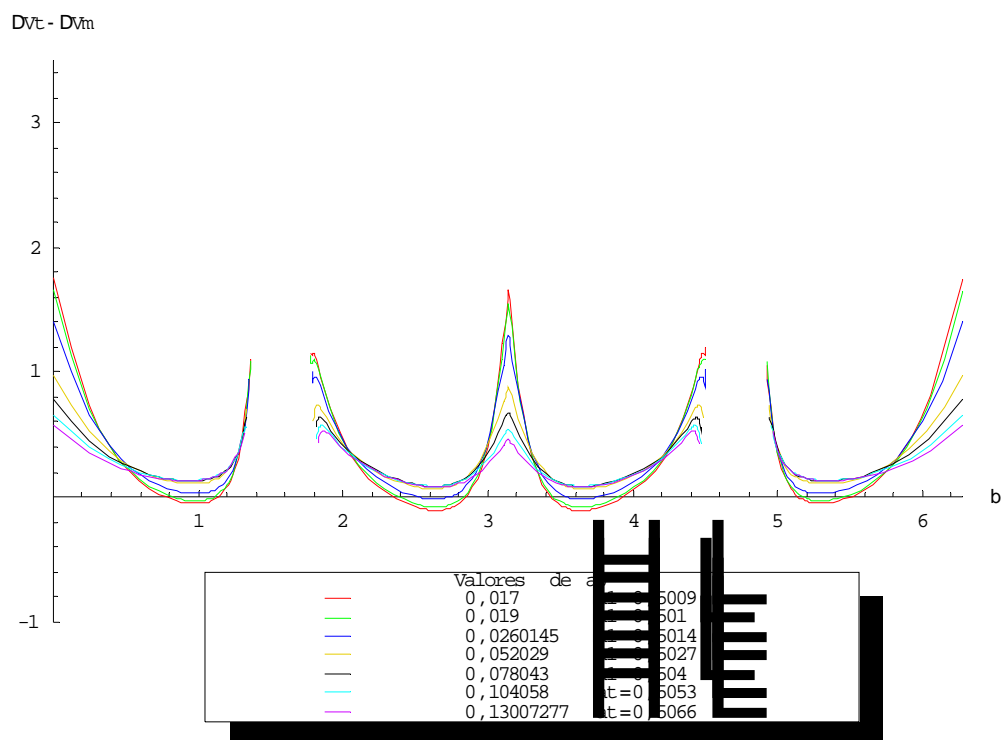


Figura 5.138 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0524$).

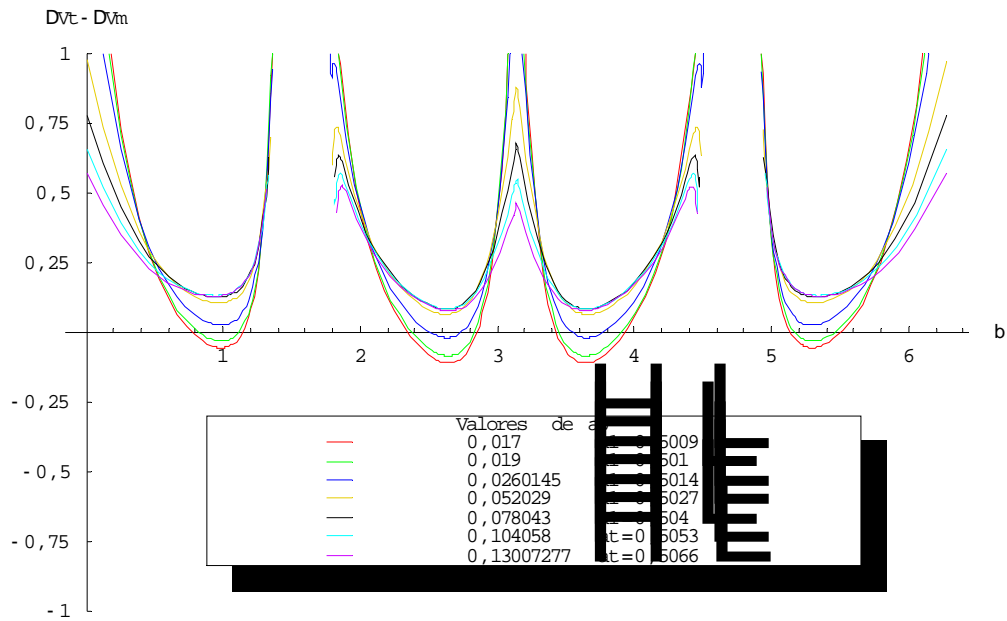


Figura 5.139 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,9, r_p=0,0524$).

As Tabelas 5.46 e 5.47 mostram os mínimos atingidos em ambas as regiões.

Tabela 5.46 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,9, r_p=0,0524, \beta \sim 1,0$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	0,986498	-0,0538863
0,019	1,14887	-0,0302939

Tabela 5.47 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,9, r_p=0,0524, \beta \sim 2,6$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,64535	-0,10895
0,019	2,64137	-0,082625
0,0260145	2,63373	-0,0175072

5.1.7.5 Valor da periluna $r_p = 0,0762$

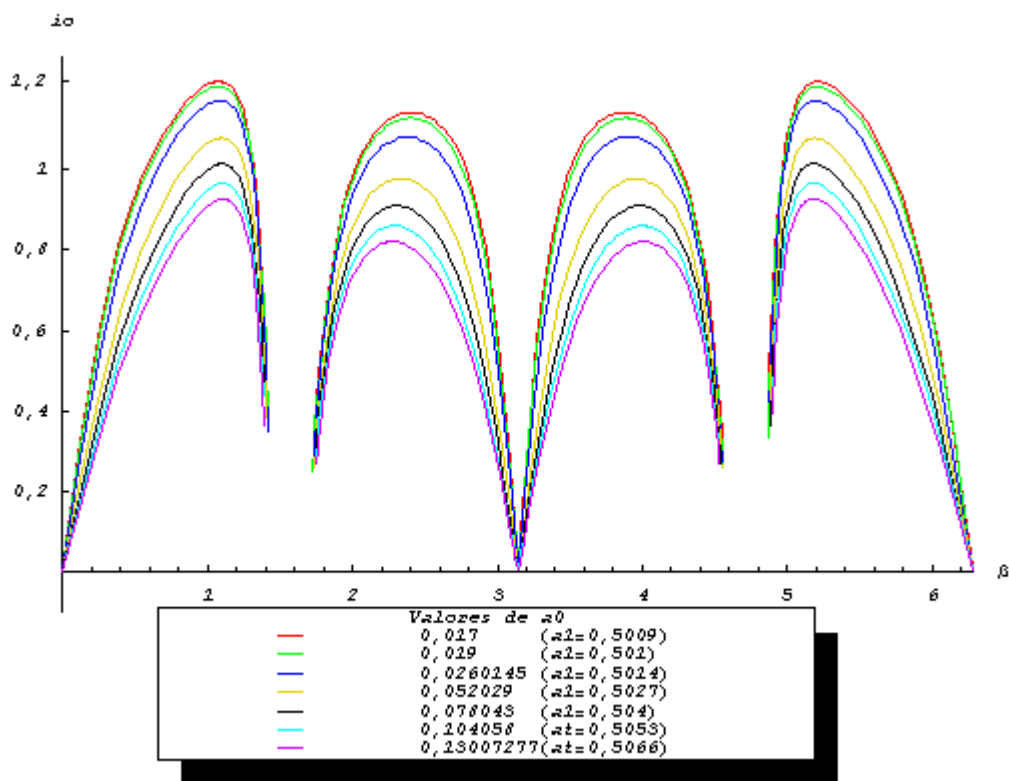


Figura 5.140 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0762$).

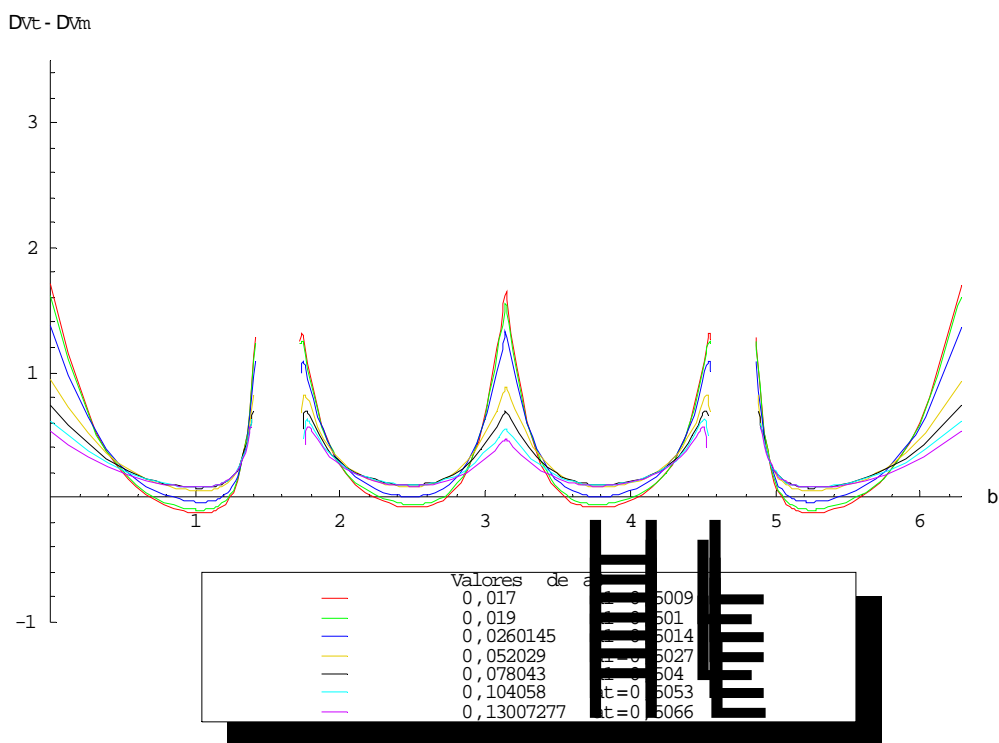


Figura 5.141 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0762$).

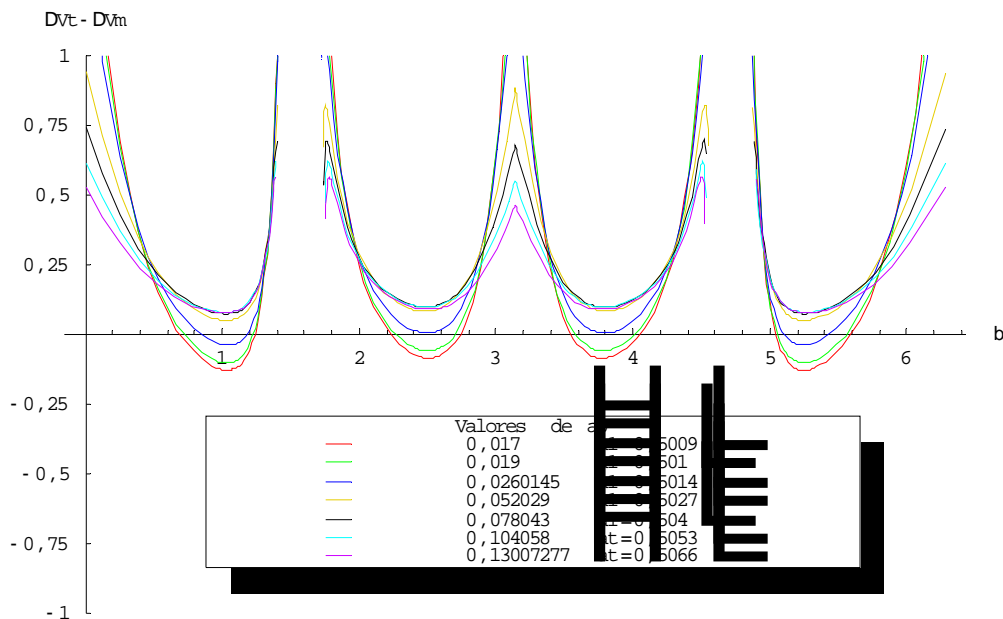


Figura 5.142 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,9$, $r_p=0,0762$).

Tabela 5.48 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,0762$, $\beta \sim 1,0$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,03437	-0,127763
0,019	1,03428	-0,101449
0,0260145	1,04109	-0,0380367

Tabela 5.49 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0762$, $\beta \sim 2,5$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,50878	-0,0839901
0,019	2,5038	-0,0582988

5.1.7.6 Valor da periluna $r_p = 0,1$

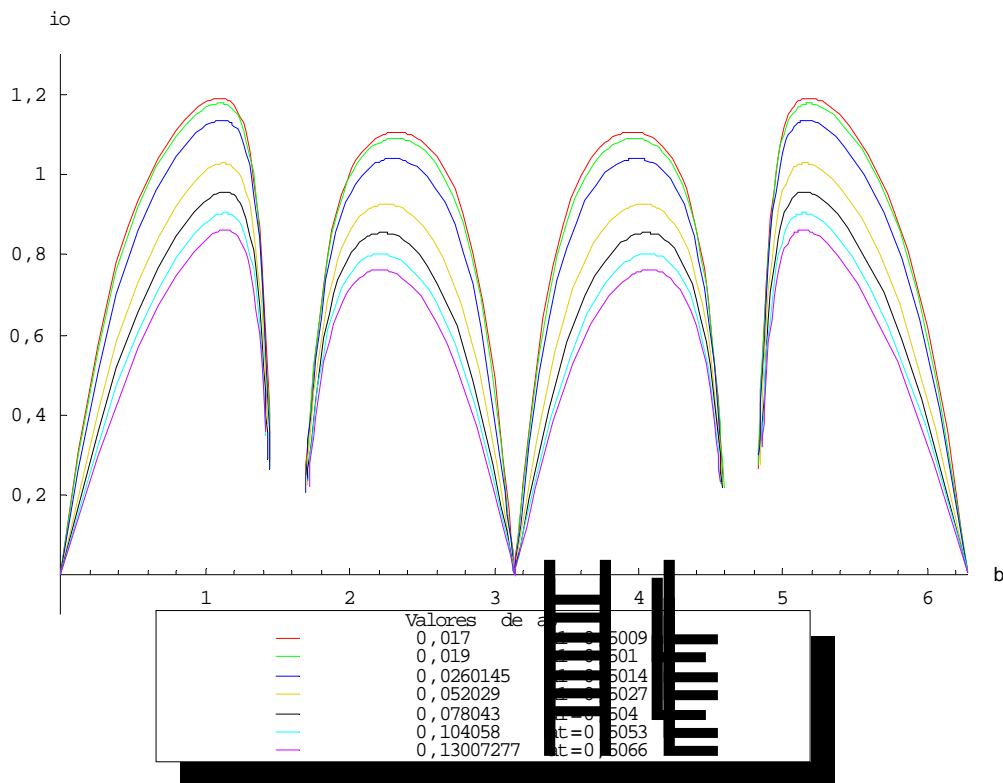


Figura 5.143 – Inclinações obtidas pela manobra proposta para os valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,1$).

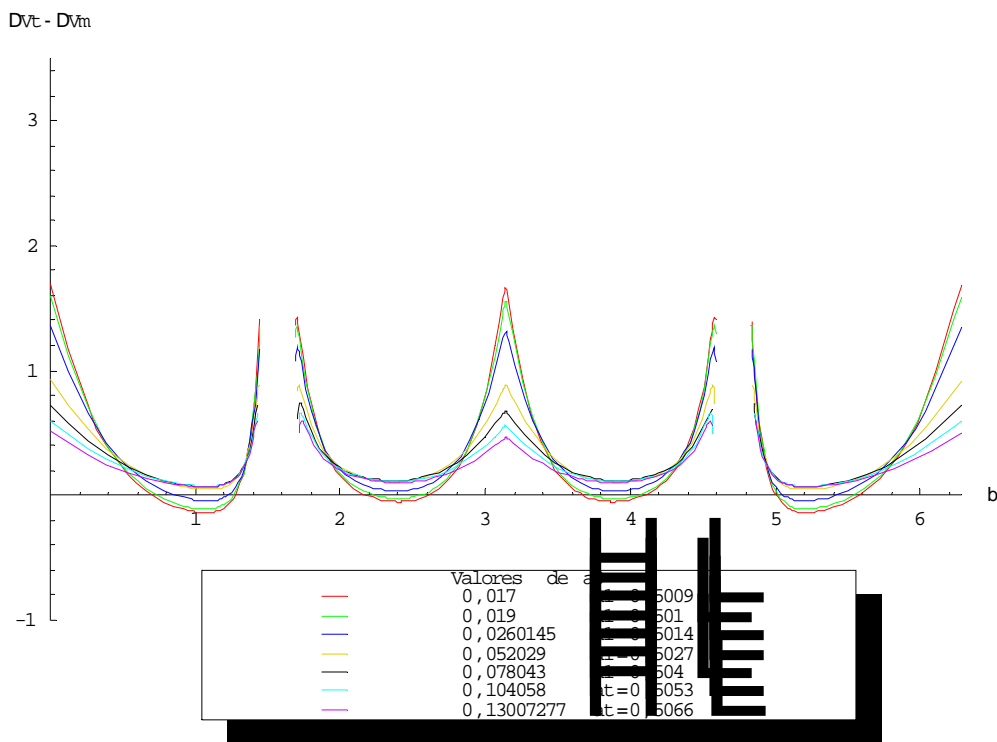


Figura 5.144 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,1$).

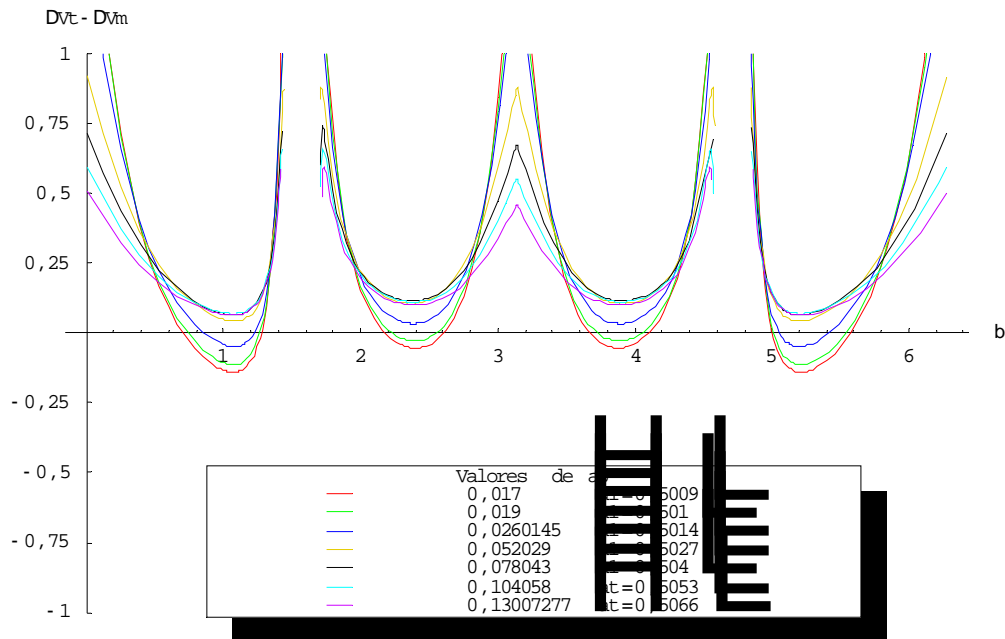


Figura 5.145 – Ampliação de $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,9$, $r_p=0,1$).

Para o valor de excentricidade inicial $e_0 = 0,9$ a manobra proposta ganha da manobra clássica nas duas regiões de β consideradas, como pode ser confirmado nas Tabelas 5.50 e 5.51.

Tabela 5.50 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,1$, $\beta \sim 1,0$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	1,07087	-0,139429
0,019	1,25011	-0,111945
0,0260145	1,27837	-0,0467264

Tabela 5.51 – Mínimos de $\Delta V_T - \Delta V_M$ para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $r_p=0,1$, $\beta \sim 2,4$).

a_0	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,017	2,40207	-0,0524623
0,019	2,39656	-0,0275042

5.1.7.7 Variação no valor da periluna

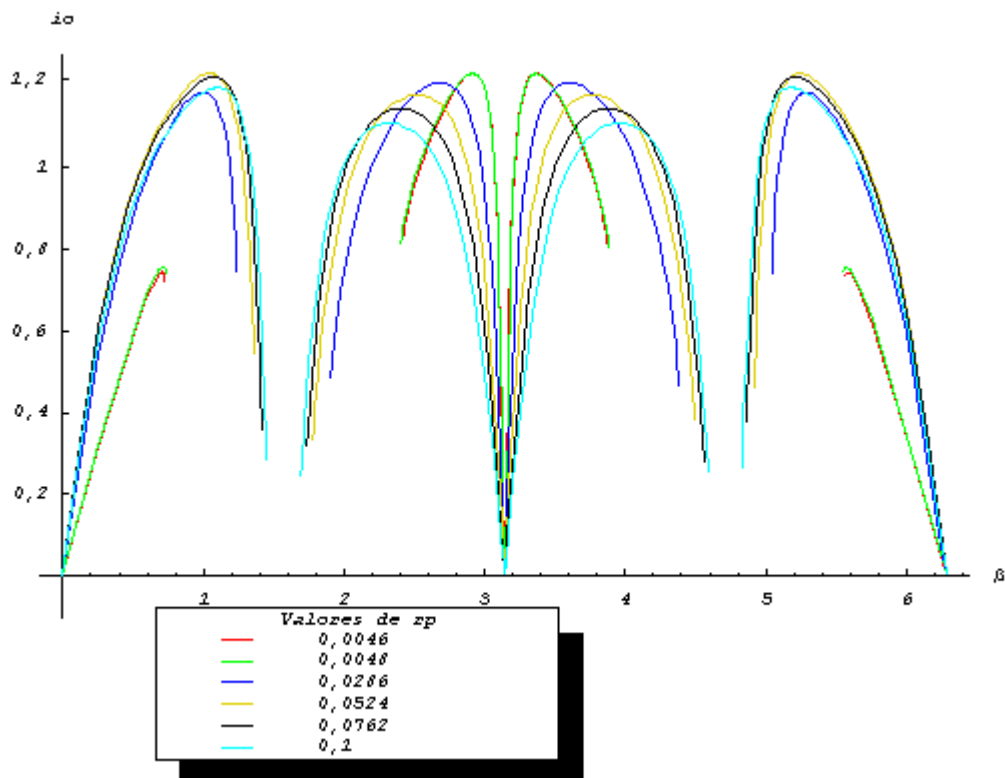


Figura 5.146 – Gráfico (inclinação vs β) para os valores de r_p ($e_0=0,9$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5009$).

A variação da distância da periluna r_p é aqui novamente analisada, mas considerando agora o valor de $e_0 = 0,9$. A Figura 5.146 mostra as inclinações obtidas e a Figura 5.147 confirma que para este valor de excentricidade da órbita inicial, o intervalo de definição da função ($\Delta V_T - \Delta V_M$) diminuiu drasticamente. A Figura 5.148 mostra que as economias atingidas pela manobra proposta também sofreram decréscimos.

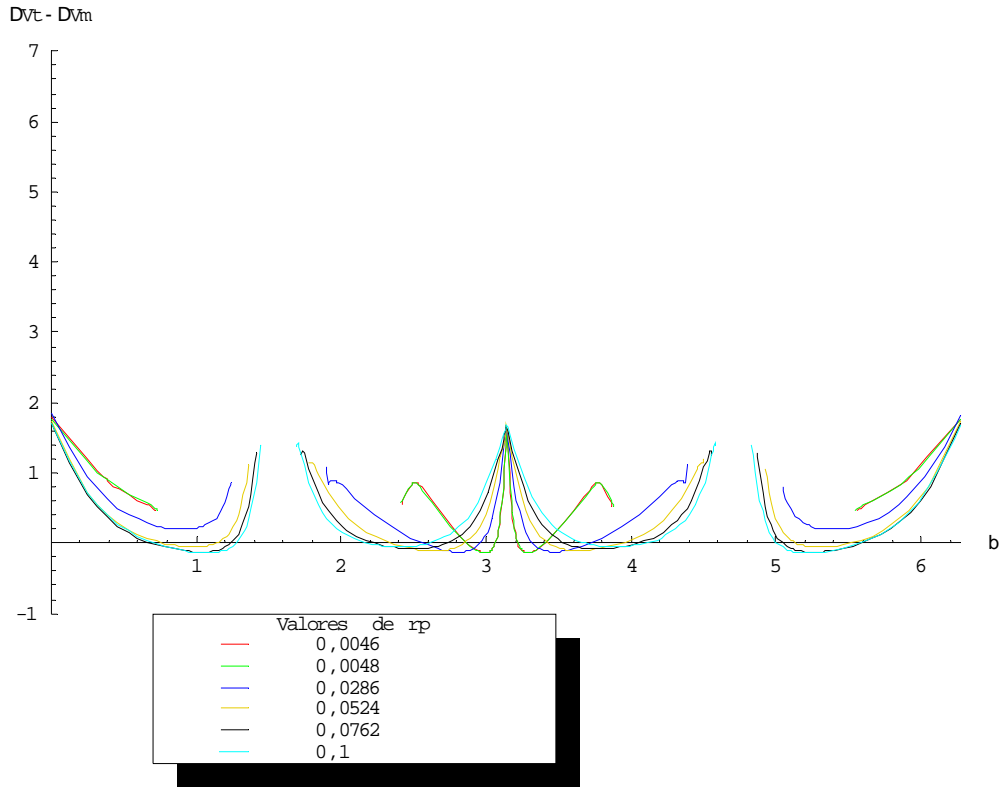


Figura 5.147 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de r_p ($e_0=0,9$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5009$).

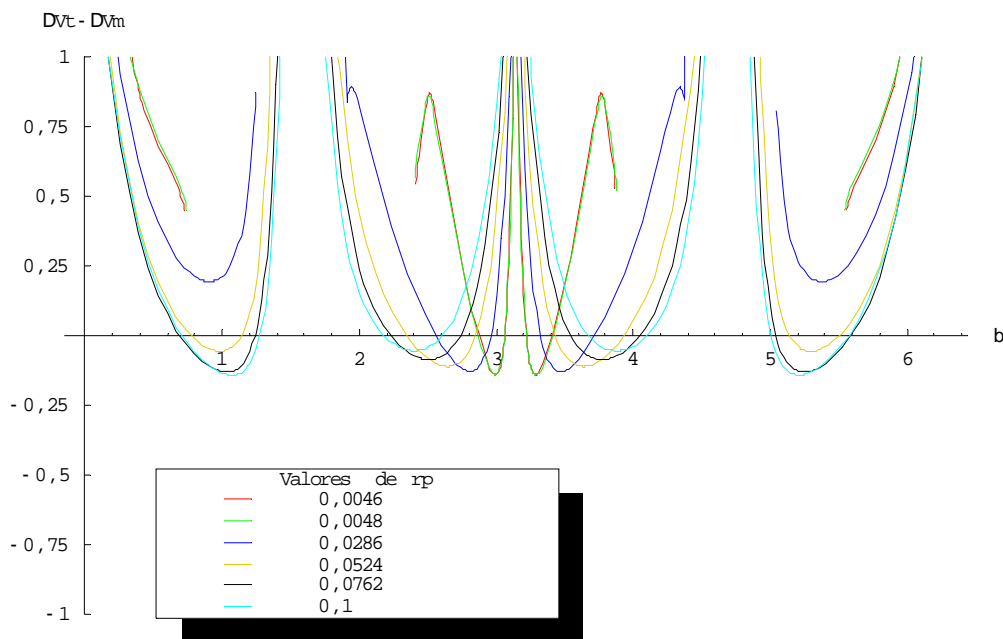


Figura 5.148 – Ampliação do gráfico $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ vs β na região abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,9$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5009$).

A Tabela 5.52 mostra que o valor de r_p que minimiza a função objetivo para este valor de e_0 é bem próximo ao valor de $r_p = 0,1$, o que justifica o comportamento do

gráfico $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ vs r_p mostrado na Figura 5.149, em que maiores valores de r_p continuam apresentando regiões em que a manobra proposta é melhor que a clássica em questão.

Tabela 5.52 $-\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhor valor de r_p na região $\beta \sim 1$ ($e_0=0,9$, $a_0=0,017$, $a_1=0,5009$).

$(r_p)_{\min}$	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,0952771	1,06425	-0,140011

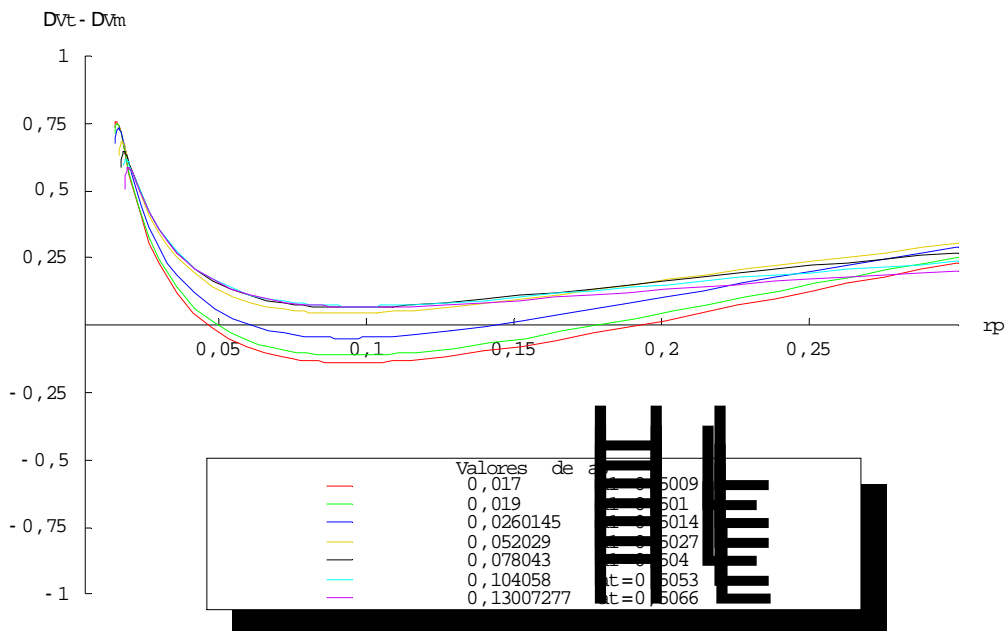


Figura 5.149 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função de r_p para valores de a_0 ($e_0=0,9$, $\beta=1,064$).

5.1.8 Variação na excentricidade da órbita inicial

Nesta seção, um apanhado geral de todas as excentricidades tratadas no texto deste trabalho será feito. A intenção é verificar, em poucos gráficos, a influência da variação da excentricidade na eficiência da manobra proposta. Para isto, valores para as demais variáveis foram escolhidos de acordo com os gráficos mostrados em toda a Seção 5.1. Para o valor de a_0 foi escolhido o seu menor valor $0,017$, que foi aquele que conferiu maior desempenho à manobra proposta em todos os gráficos de consumo. Para o valor de r_p verificou-se pelos gráficos apresentados, que pelo menos dois valores devem ser considerados: um que seja o melhor na região de $2,5 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$, e outro que seja mediano entre os melhores valores da região de $0 \leq \beta \leq 0,8 \text{ rad}$. Os valores escolhidos foram $r_p = 0,0046$ e $r_p = 0,046$. Cada valor de excentricidade implica em um valor do semi-eixo maior de transferência a_1 segundo a Equação (5). O gráfico na Figura 5.150 mostra as inclinações obtidas para cada um dos valores de excentricidade, considerando o menor valor de r_p .

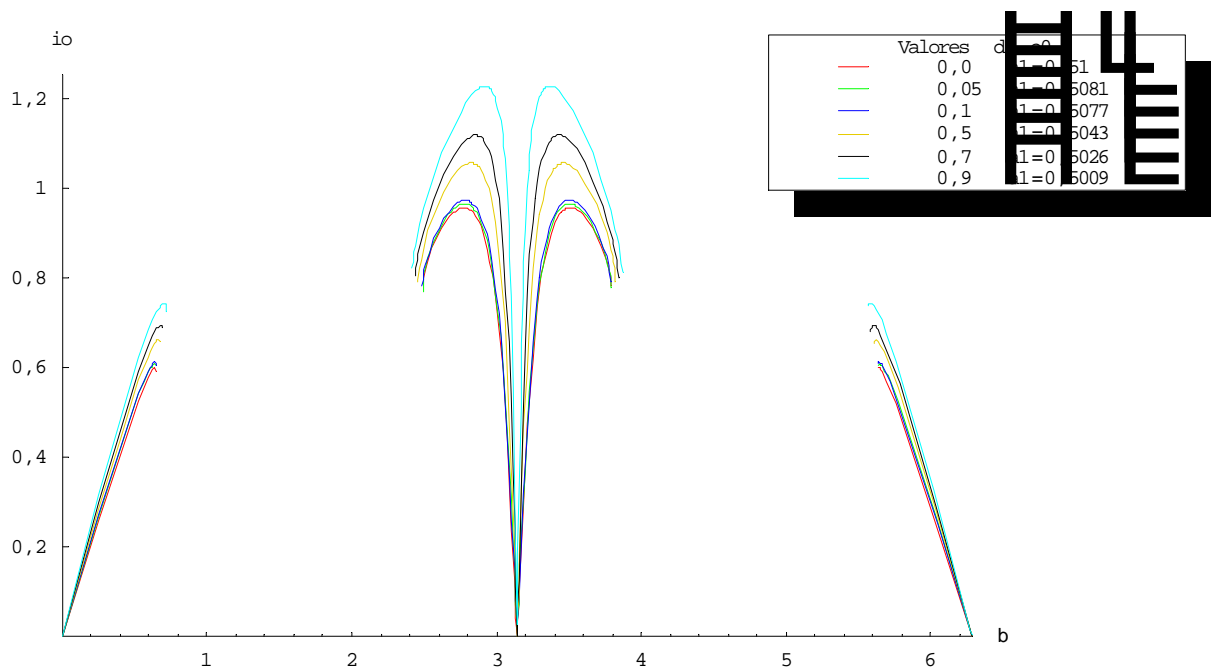


Figura 5.150 – Gráfico de inclinações em função de β para os valores de e_0 ($r_p=0,0046$, $a_0=0,017$).

Pode-se ver pela Figura 5.150 que, como já obtido nas seções anteriores, o aumento da excentricidade e_0 faz com que maiores valores de inclinação i_0 sejam obtidos. Já o gráfico da Figura 5.151 mostra a função objetivo $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β , para os mesmos valores de e_0 e também considerando o menor valor de r_p .

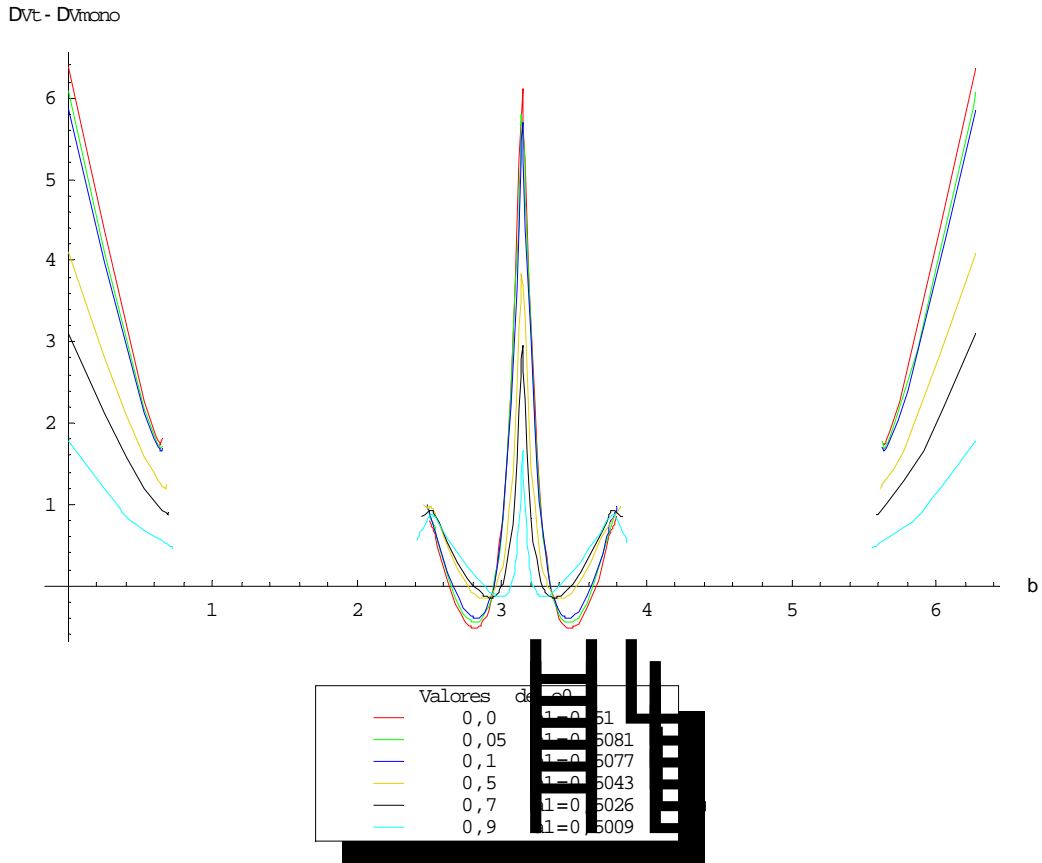


Figura 5.151 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de e_0 ($r_p=0,0046$, $a_0=0,017$).

Pode-se verificar pela Figura 5.151 que, como visto também nas seções anteriores, o aumento do valor de e_0 faz com que a manobra proposta tenha a sua eficiência reduzida, na região de $2,5 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$.

Possibilitando o enfoque da região de $0 \leq \beta \leq 0,8 \text{ rad}$, a Figura 5.152 apresenta o gráfico de inclinações obtidas também em função do ângulo β , só que agora para o valor de $r_p = 0,046$.

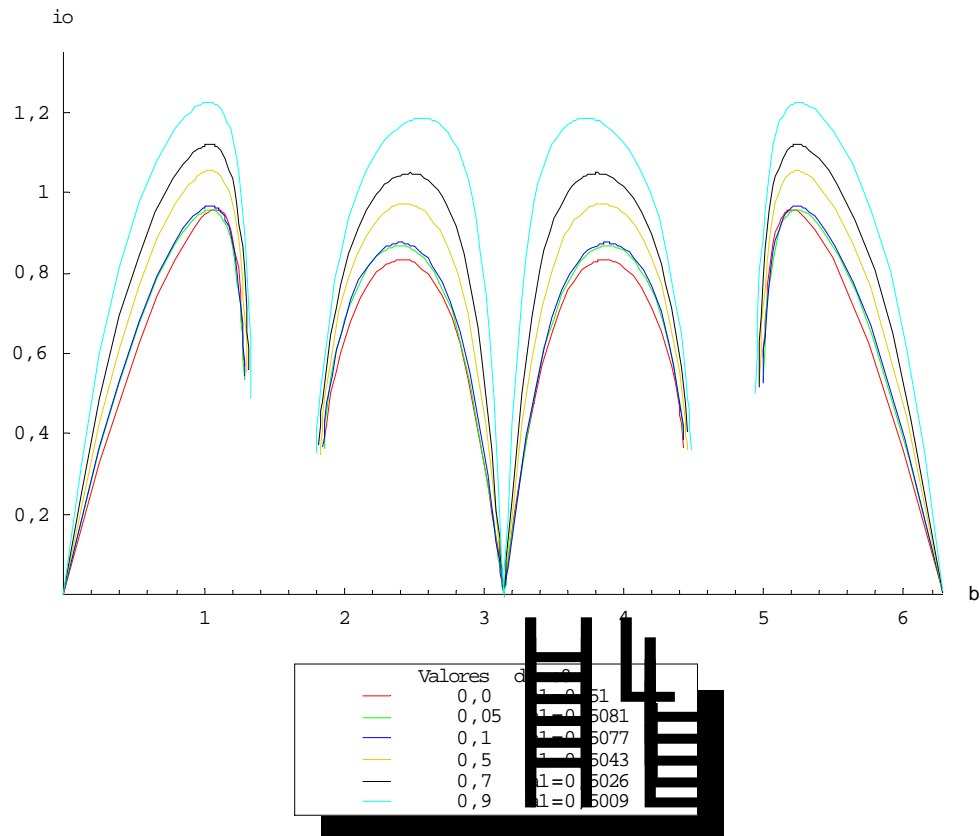


Figura 5.152 – Gráfico de inclinações em função de β para os valores de e_0 ($r_p=0,046$, $a_0=0,017$).

Como visto na Figura 5.152, mesmo para o valor de $r_p = 0,046$, as maiores inclinações são obtidas por meio dos maiores valores de excentricidade e_0 . A Figura 5.153 mostra a função consumo em função também do ângulo β , para esse valor de r_p .

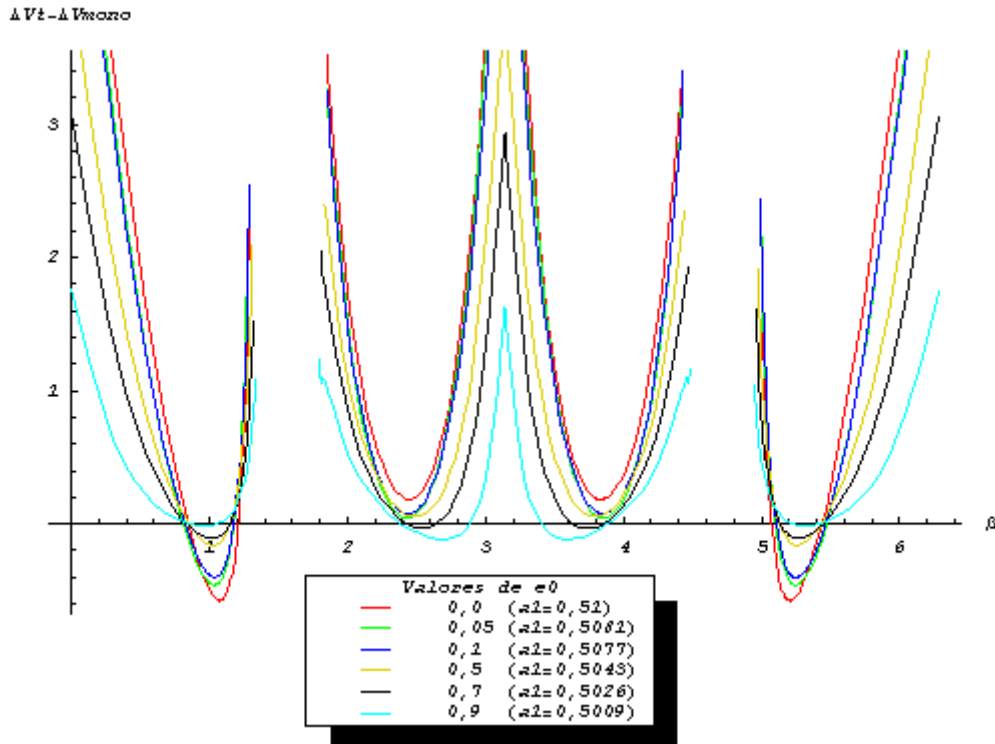


Figura 5.153 – $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ em função do ângulo β para valores de e_0 ($r_p=0,046$, $a_0=0,017$).

Pode-se averiguar pela Figura 5.153 que para o valor de $r_p = 0,046$ a região de $0 \leq \beta \leq 1,4$ rad é a melhor para a manobra proposta mas, mesmo nesta região, a eficiência da manobra também decresce com o aumento do valor da excentricidade da órbita inicial e_0 .

A Tabela 5.53 mostra todos os valores de r_p que minimizam a função $(\Delta V_T - \Delta V_M)$ para cada valor de e_0 considerado neste trabalho.

Tabela 5.53 – $\Delta V_T - \Delta V_M$ mínimo para melhores valores de r_p , para cada valor de e_0 ($a_0=0,017$, $\beta \sim 1$).

e_0	$(r_p)_{\min}$	$(\beta)_{\min}$	$(\Delta V_T - \Delta V_M)_{\min}$
0,0	0,0437132	1,06901	-0,5789
0,02	0,0423819	1,03046	-0,505491
0,05	0,0425979	1,02659	-0,462745
0,1	0,0433817	1,03065	-0,402626
0,5	0,0520697	1,04232	-0,167382
0,7	0,062144	1,05021	-0,14812
0,9	0,0952771	1,06425	-0,140011

5.2 COMPARAÇÕES COM A MANOBRA TRI-IMPULSIVA

A manobra de mudança de plano tri-impulsiva é uma manobra usada como limite inferior para o consumo de combustível nas manobras de mudança de plano com grandes inclinações (ver Tabela 4.1 e será usada aqui somente para efeito ilustrativo da eficiência da manobra proposta. Somente alguns gráficos em que a manobra proposta apresenta regiões de economia sobre a manobra tri-impulsiva são mostrados. As comparações são feitas usando a equação de consumo da manobra proposta (Equação 54) e o melhor caso da manobra clássica ($r_2 \rightarrow \infty$), na Equação (58).

Para cada tópico abaixo, são apresentados inicialmente os gráficos de inclinação que mostram, com uma linha horizontal, os valores de inclinação a partir do qual a manobra tri-impulsiva é melhor que a manobra monoimpulsiva de mudança de plano. Os gráficos de inclinação são então seguidos pelos gráficos de comparação de consumo entre a manobra clássica e a manobra proposta, enfatizando os pontos da curva que possuem inclinações maiores que a mínima para a manobra tri-impulsiva. Isto quer dizer que, quando a manobra proposta ganha na comparação com a manobra clássica tri-impulsiva para as maiores inclinações, ela está ganhando das manobras monoimpulsiva e tri-impulsiva simultaneamente.

Os valores de inclinação mínima para que a manobra tri-impulsiva se torne melhor que a manobra monoimpulsiva serão aqui designados por i_m .

Apesar de que somente alguns conjuntos de valores são mostrados neste caso, a hierarquia dos parâmetros da Seção 5.1 é também usada aqui.

5.2.1 Órbita inicial circular ($e_0=0$)

5.2.1.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

A Figura 5.154 mostra o gráfico de inclinações para o caso circular com um valor de distância da periluna de $r_p = 0,0046$. A linha horizontal indica o valor de inclinação $i_m = 0,854157$ (Tabela 4.1).

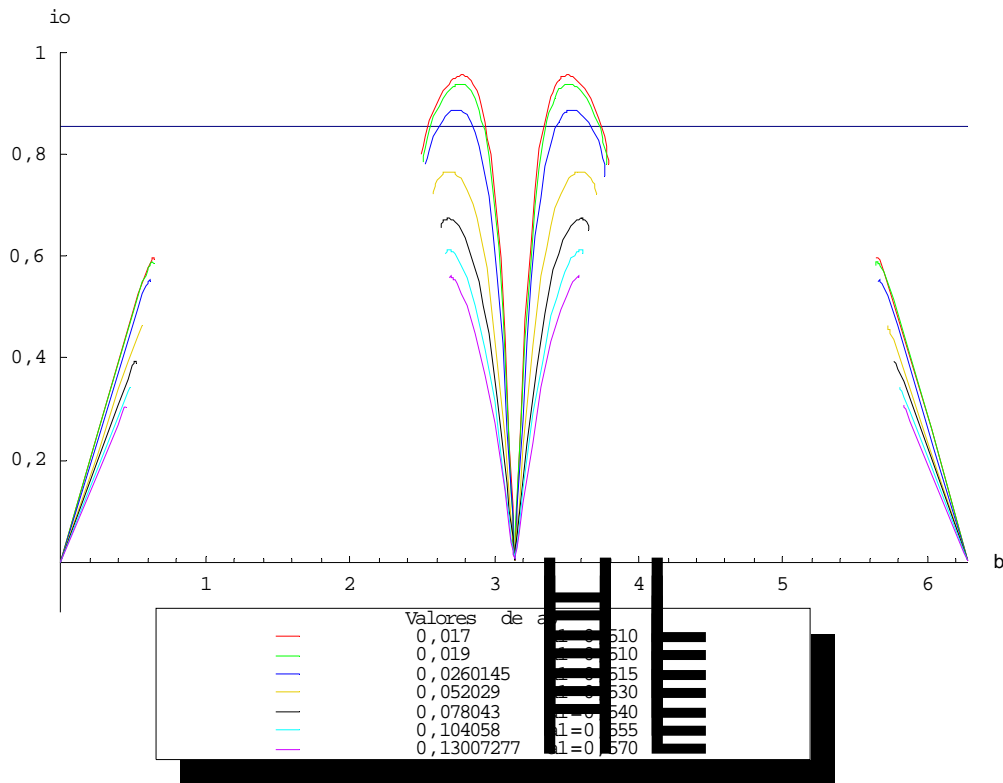


Figura 5.154 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0046$, $i_m = 0,854157$).

A Figura 5.155 mostra o gráfico de comparações entre a manobra clássica tri-impulsiva e a manobra proposta somente para os valores de a_0 que ultrapassam a linha de i_m na Figura 5.154. Os pontos da curva que realmente possuem $i_o > i_m$ são realçados (linhas mais grossas). A ampliação na Figura 5.156 mostra somente estes pontos da curva abaixo do eixo horizontal. Isto quer dizer que, na Figura 5.155, as linhas mais finas não são interessantes pois os valores de inclinações para as mesmas são menores que os valores mínimos de inclinação que justificam a manobra tri-impulsiva de mudança de plano. Em contrapartida, as curvas mostradas na Figura 5.156 mostram quando a manobra proposta vence a comparação com a manobra tri-impulsiva, nos valores de inclinação que a manobra clássica tri-impulsiva vence a comparação com a manobra monoimpulsiva.

Este mesmo modelo é seguido nos demais tópicos mostrados nesta seção.

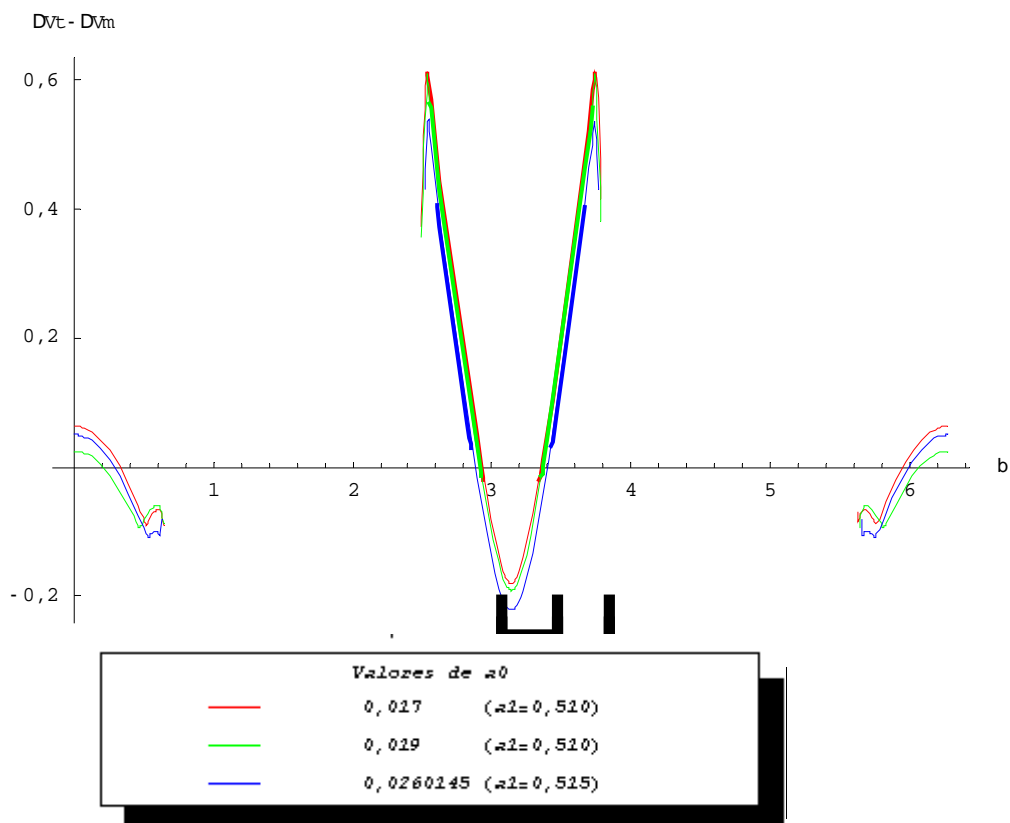


Figura 5.155 – $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0046$, $i_m = 0,854157$).

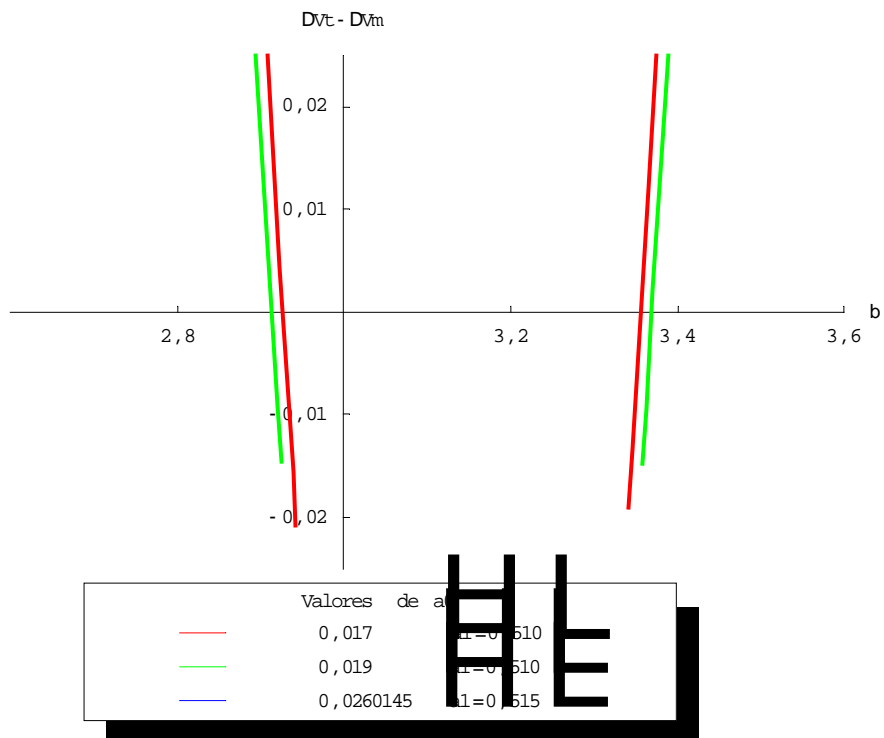


Figura 5.156 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $r_p=0,0046$, $i_m = 0,854157$).

5.2.1.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$

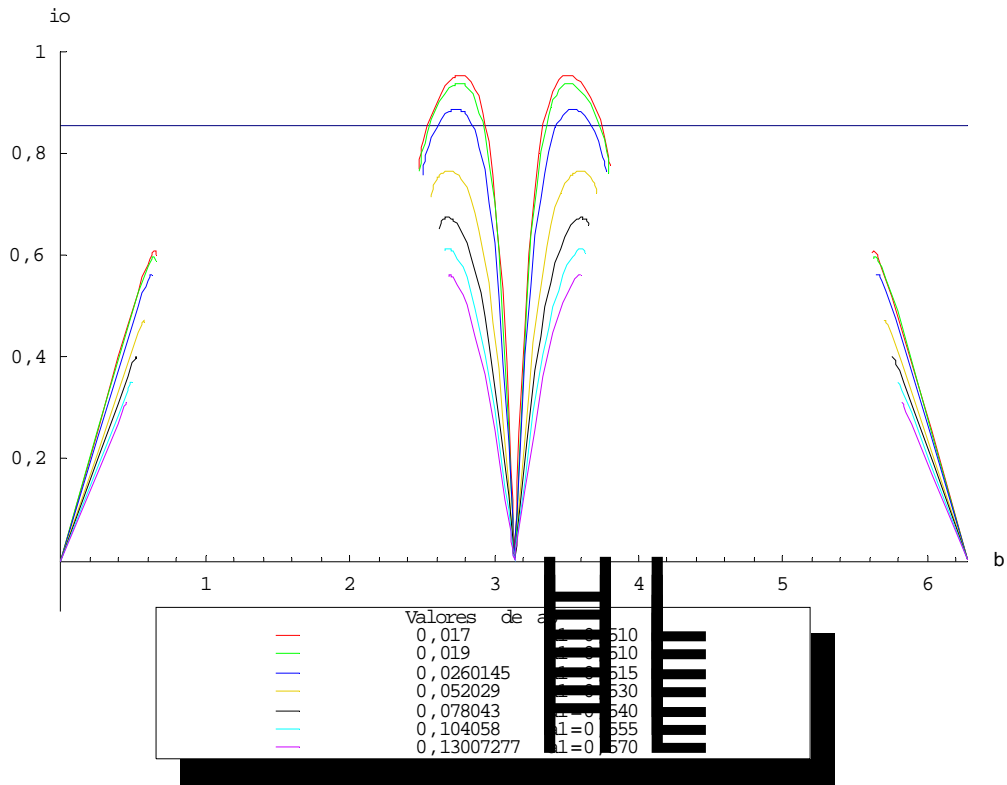


Figura 5.157 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0048$, $i_m = 0,854157$).

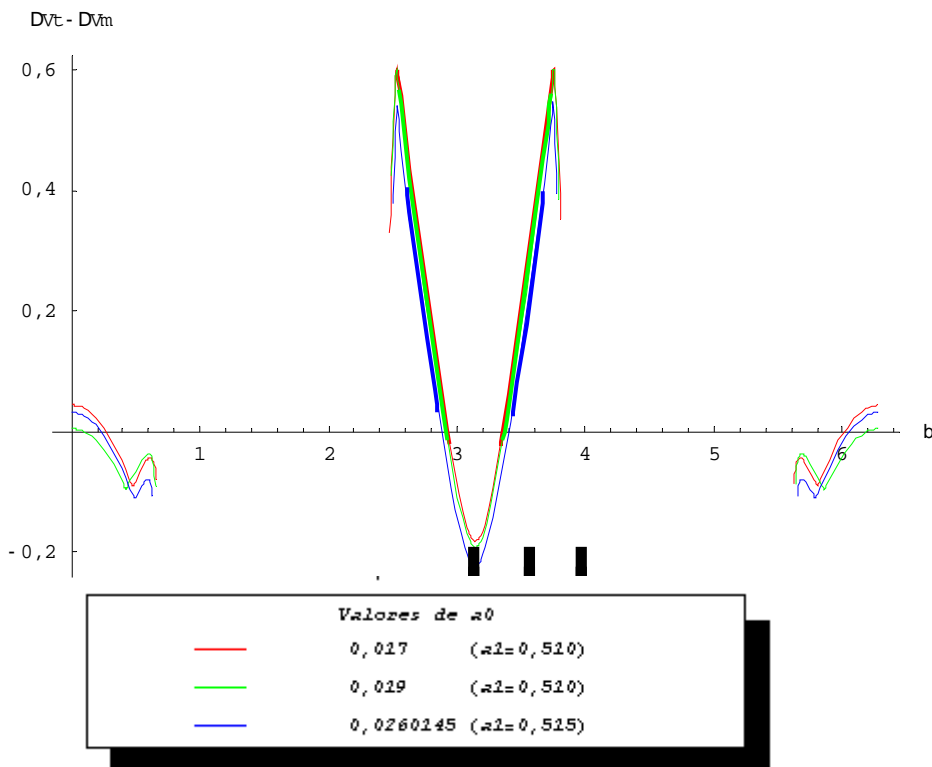


Figura 5.158 – $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0048$, $i_m = 0,854157$).

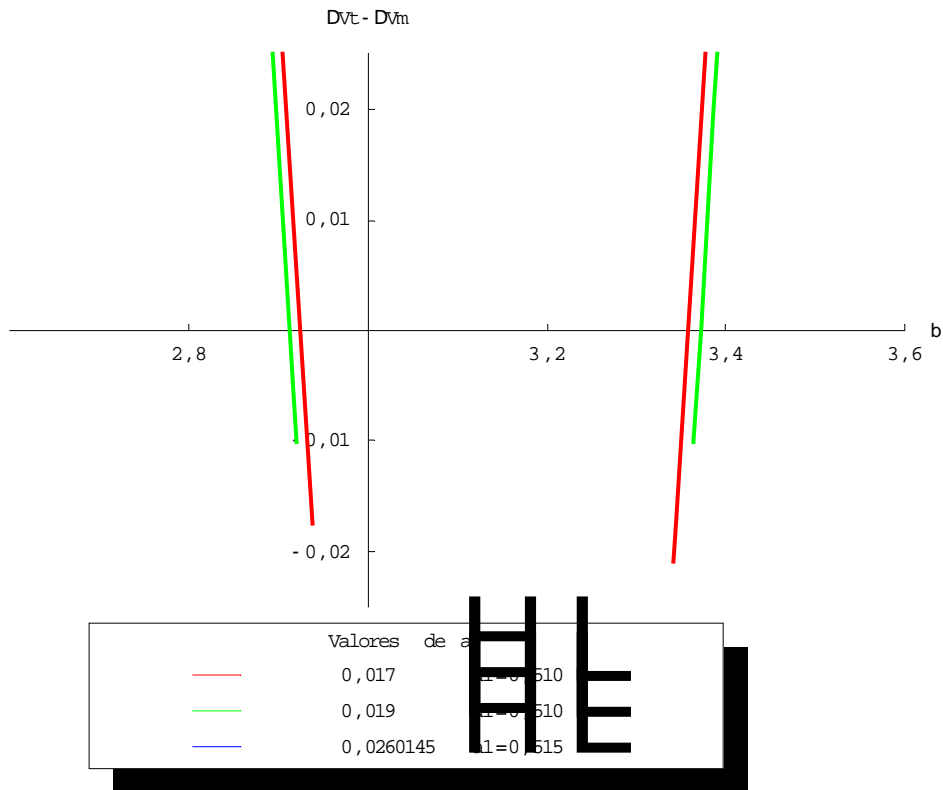


Figura 5.159 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $r_p=0,0048$, $i_m = 0,854157$).

5.2.1.3 Valor da periluna $r_p = 0,0762$

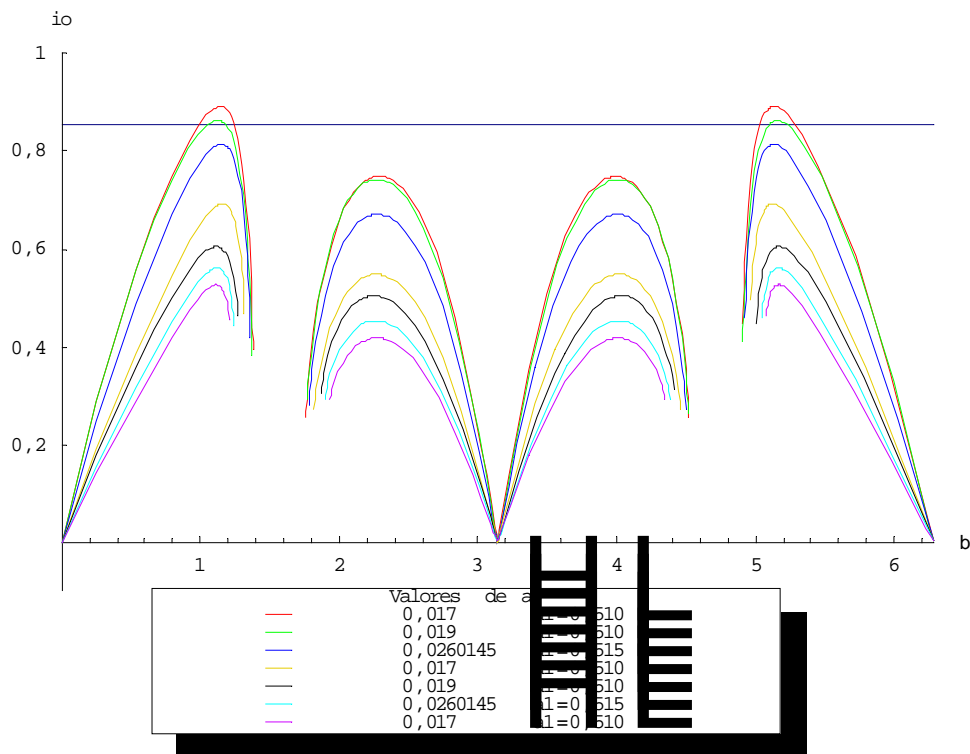


Figura 5.160 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0762$, $i_m = 0,854157$).

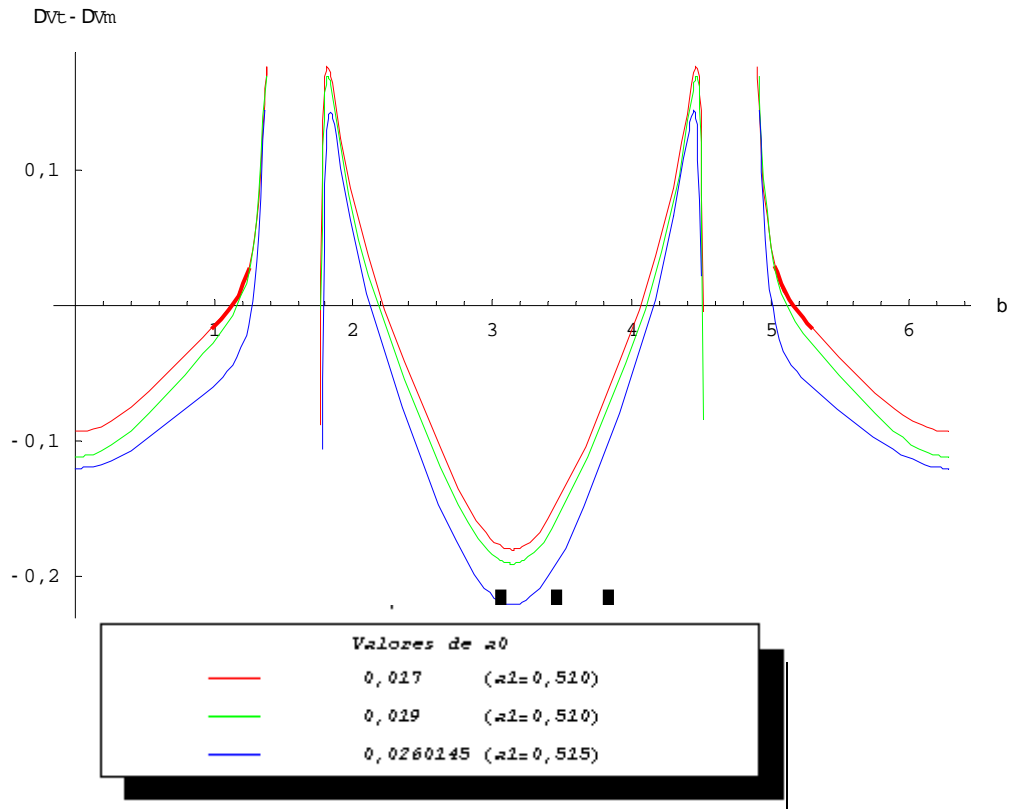


Figura 5.161 – $\Delta V_T - \Delta V_{Tr}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,0762$, $i_m = 0,854157$).

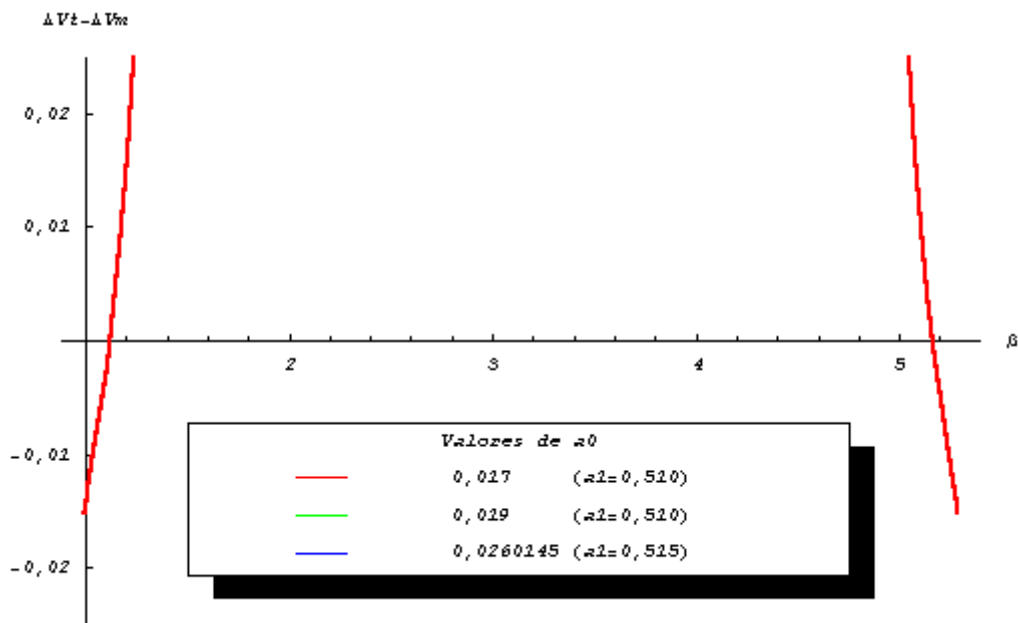


Figura 5.162 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tr}$ abaixo do eixo horizontal ($e_0=0$, $r_p=0,0762$, $i_m = 0,854157$).

5.2.1.4 Valor da periluna $r_p = 0,1$

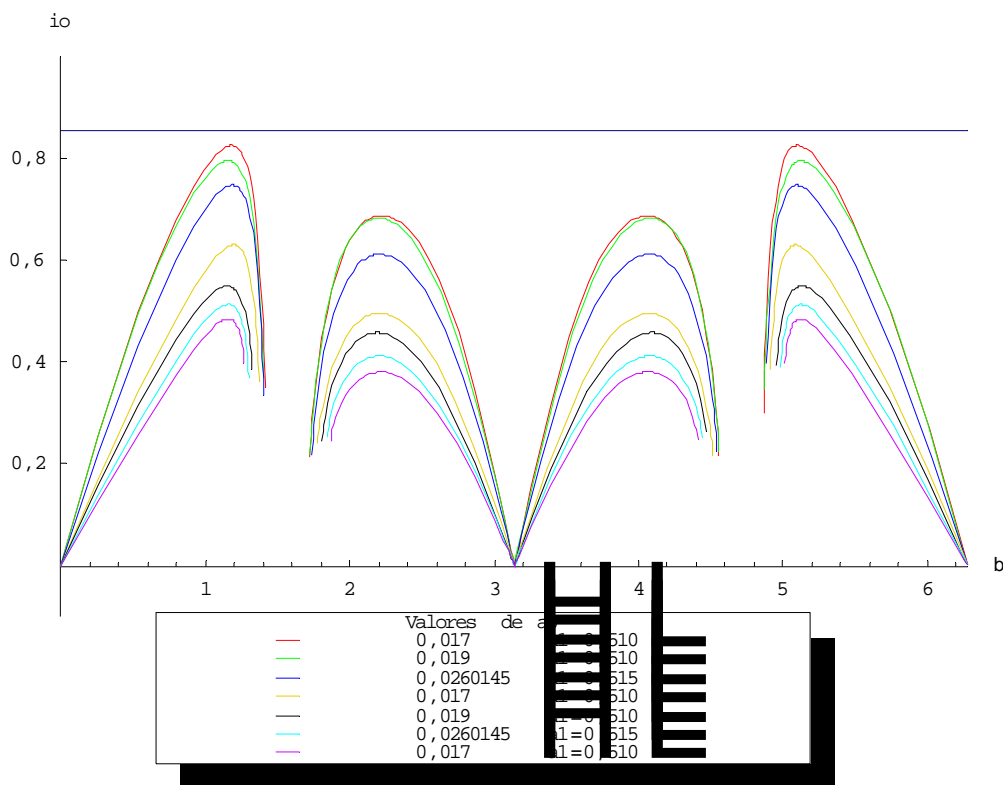


Figura 5.163 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0$, $r_p=0,1$, $i_m = 0,854157$).

Alguns conjuntos de valores não produzem inclinações maiores que i_m , como é o caso de $r_p = 0,1$ para órbitas inicial e final circulares.

5.2.2 Excentricidade $e_0=0,02$

5.2.2.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

Para este valor de excentricidade $e_0 = 0,02$ o valor de inclinação mínima é $i_m = 0,859444$.

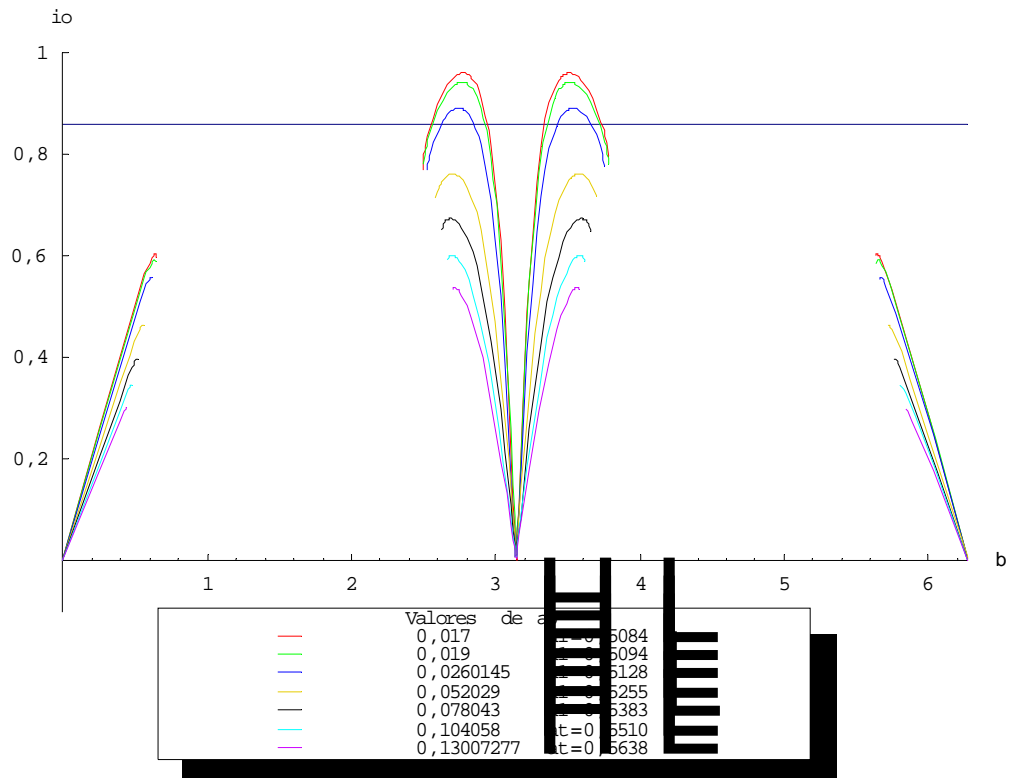


Figura 5.164 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0046$, $i_m = 0,859444$).

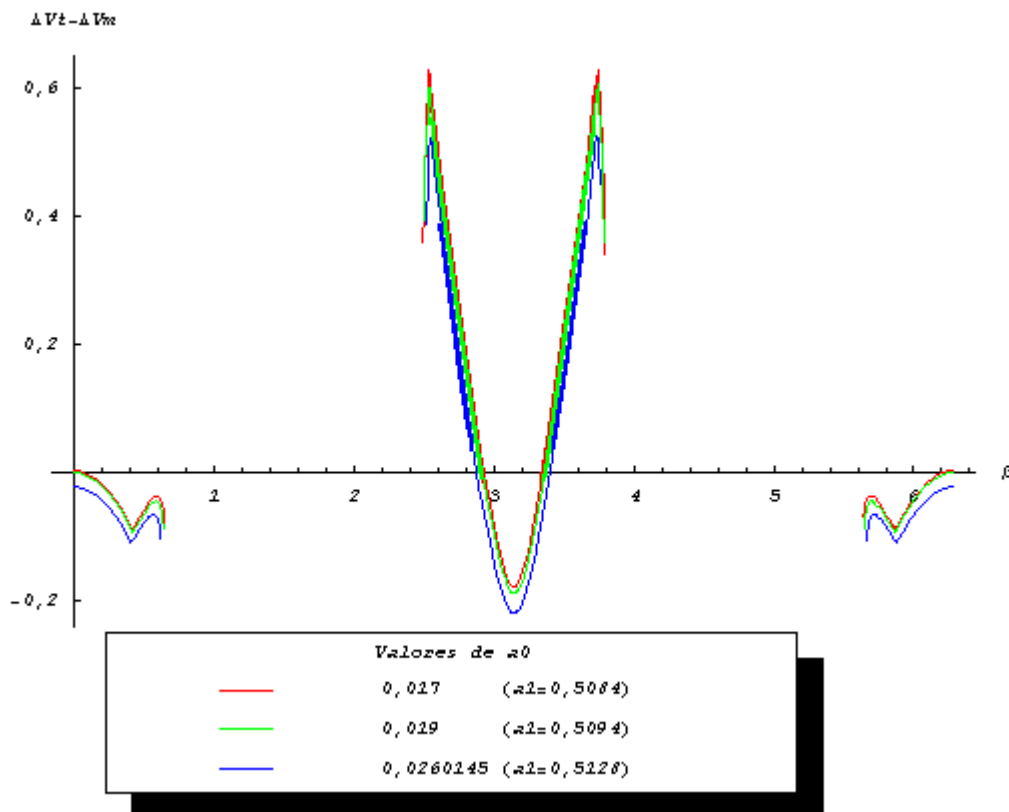


Figura 5.165 – $\Delta V_T - \Delta V_{Ti}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0046$, $i_m = 0,859444$).

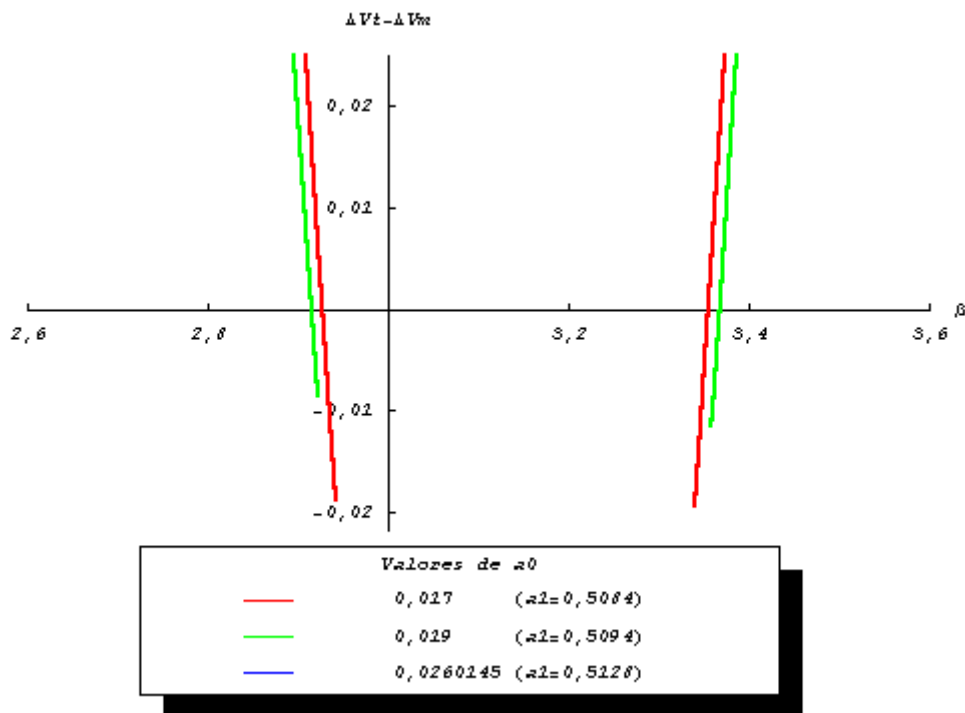


Figura 5.166 – Ampliação de $\Delta V_t - \Delta V_{tr}$ abaixo do eixo horizontal

($e_0 = 0,02, r_p = 0,0046, i_m = 0,859444$).

5.2.2.2 Valor da periluna $r_p = 0,0048$

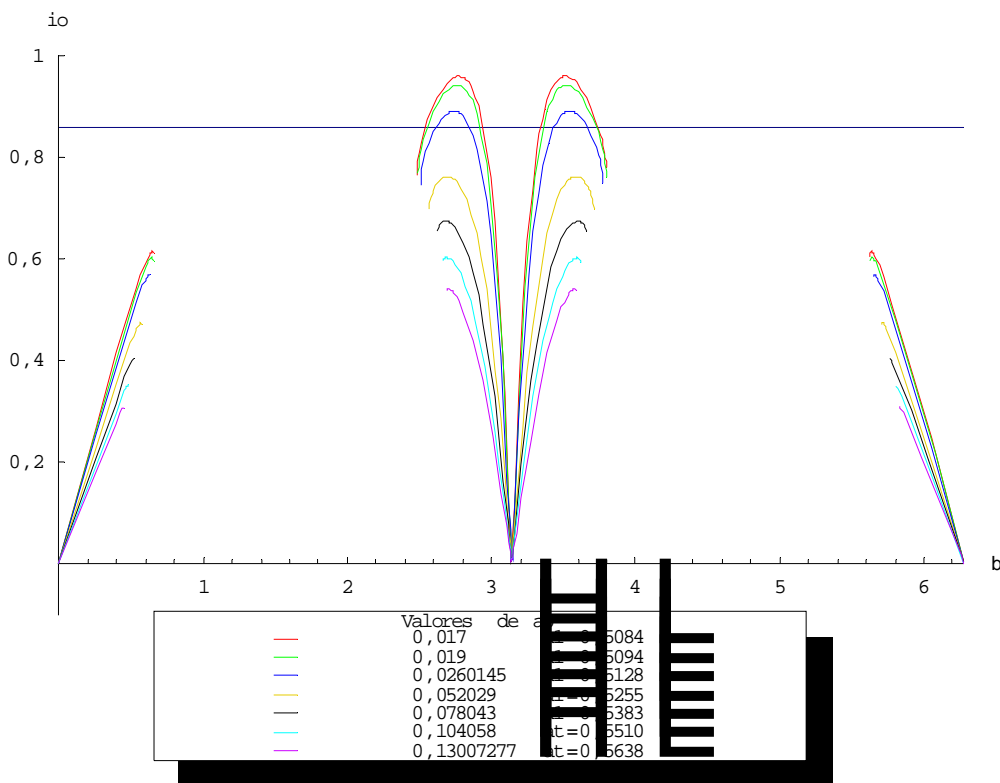


Figura 5.167 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0,02, r_p=0,0048, i_m = 0,859444$).

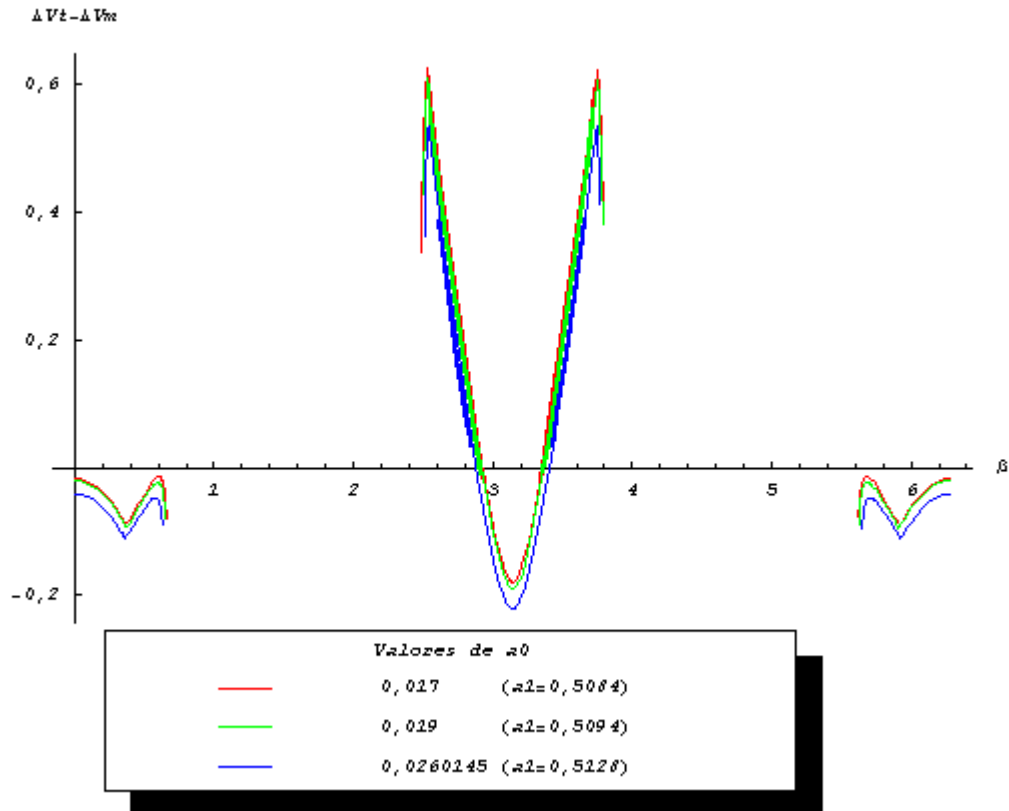


Figura 5.168 – $\Delta V_T - \Delta V_{Tn}$ em função do ângulo β para valores de a_0
 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0048$, $i_m = 0,859444$).

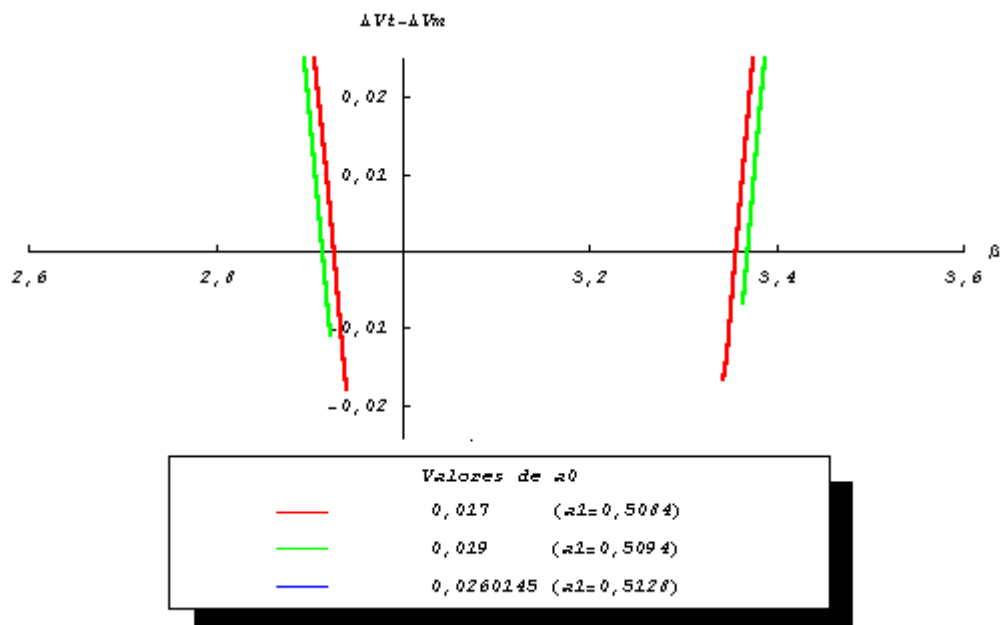


Figura 5.169 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tn}$ abaixo do eixo horizontal
 ($e_0 = 0,02$, $r_p = 0,0048$, $i_m = 0,859444$).

5.2.2.3 Valor da periluna $r_p = 0,0762$

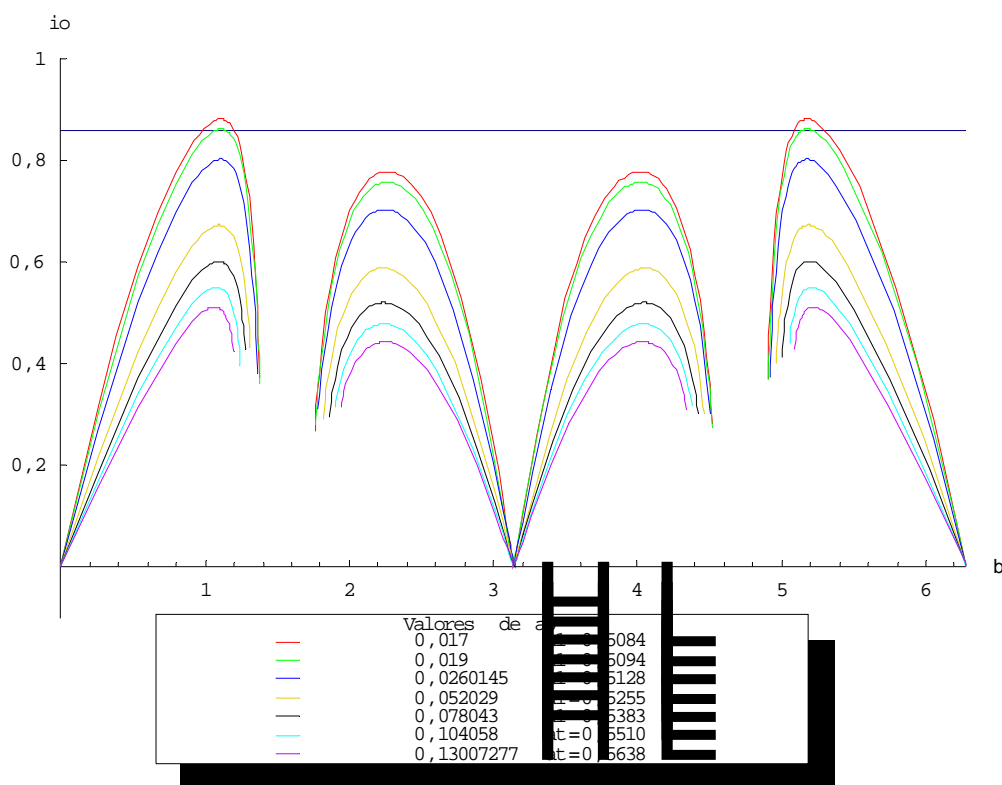


Figura 5.170 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0762$, $i_m = 0,859444$).

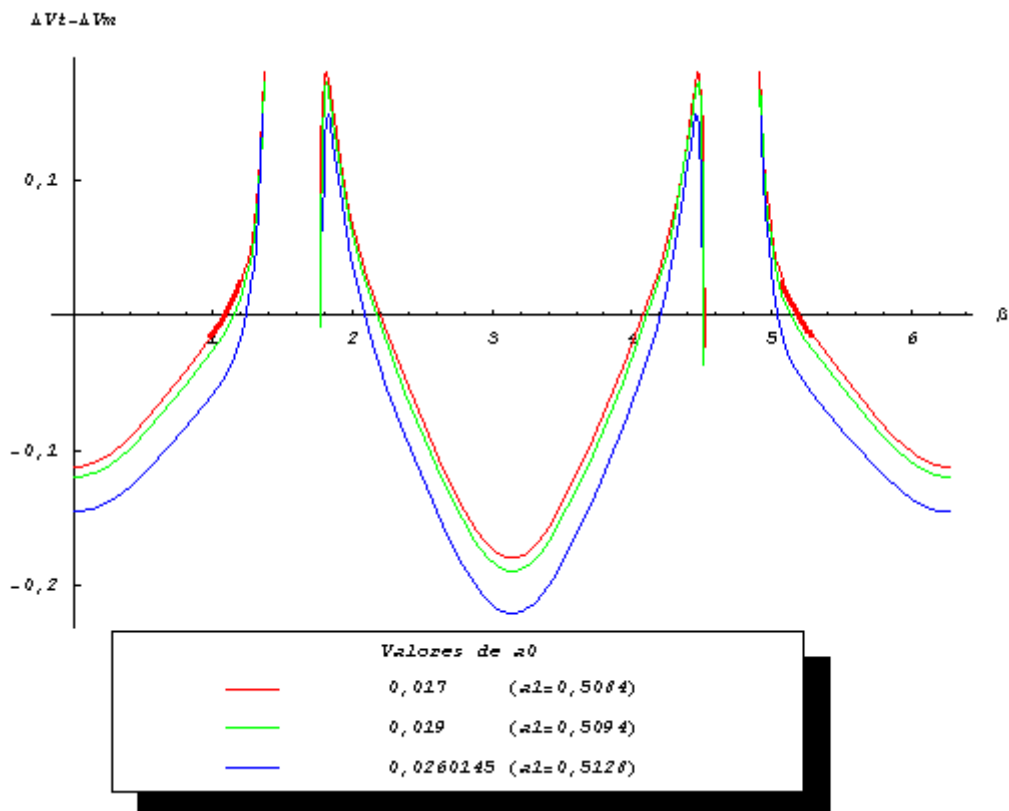


Figura 5.171 – $\Delta V_t - \Delta V_{tr}$ em função de β para valores de a_0 ($e_0=0,02$, $r_p=0,0762$, $i_m = 0,859444$).

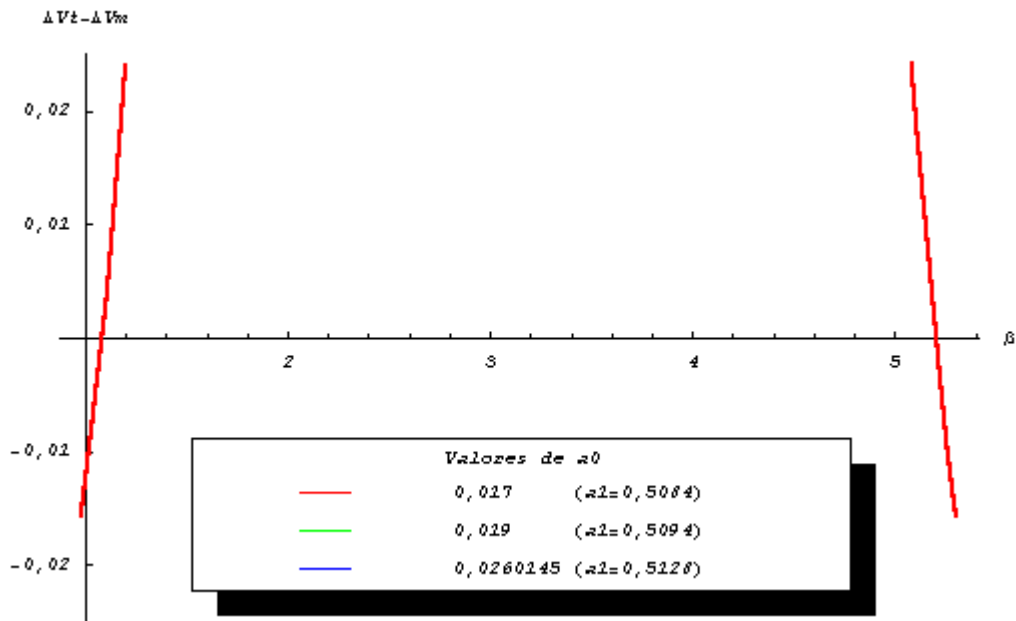


Figura 5.172 – Ampliação de $\Delta V_t - \Delta V_{tri}$ abaixo do eixo horizontal ($e_0 = 0,02, r_p = 0,0762, i_m = 0,859444$).

5.2.2.4 Valor da periluna $r_p = 0,1$

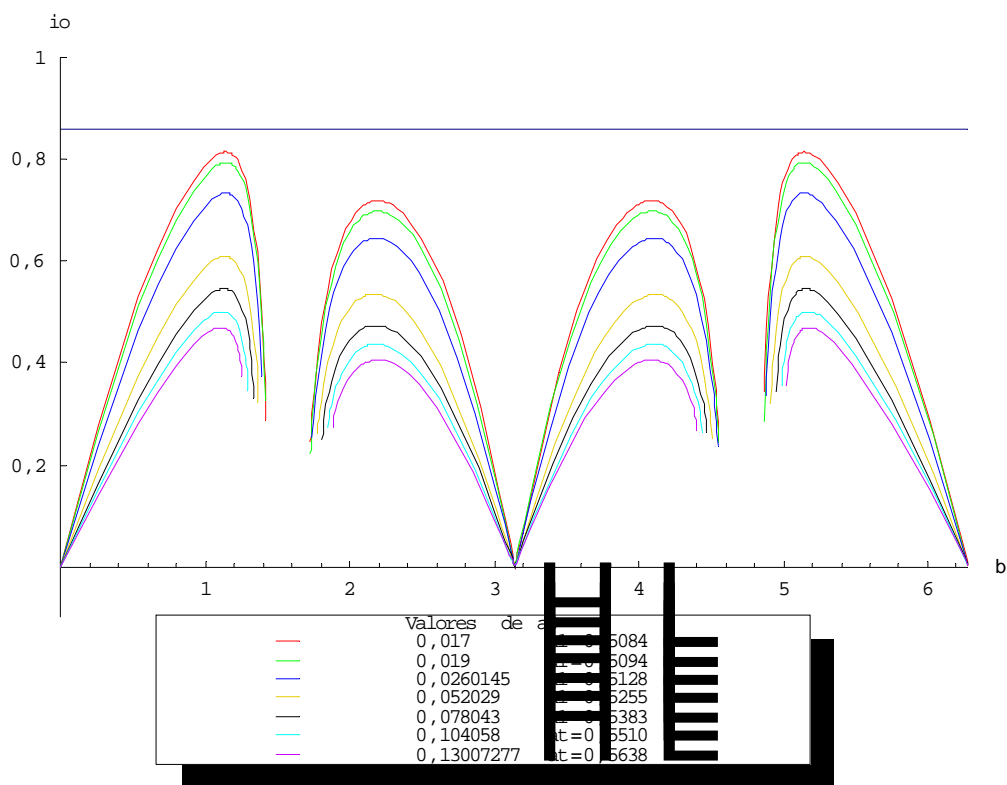


Figura 5.173 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0,02, r_p=0,1, i_m = 0,859444$).

5.2.3 Excentricidade $e_0=0,1$

5.2.3.1 Valor da periluna $r_p = 0,0046$

Para este valor de excentricidade $e_0 = 0,1$ o valor de inclinação mínima é $i_m = 0,87974$.

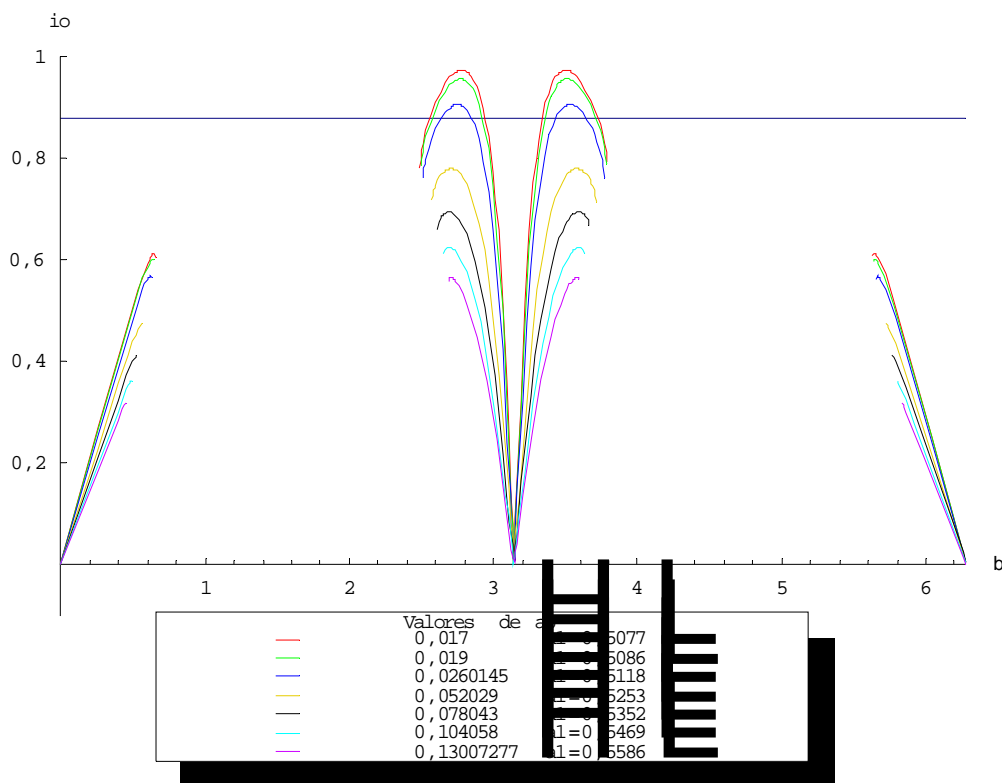


Figura 5.174 – Inclinações obtidas para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0046$, $i_m = 0,87974$).

Foi constatado pelos resultados gerados que maiores valores de excentricidade da órbita inicial não melhoram a manobra proposta em relação à manobra clássica tri-impulsiva de mudança de plano. Portanto, aqui é mostrado o último valor de e_0 para esta Seção 5.2.

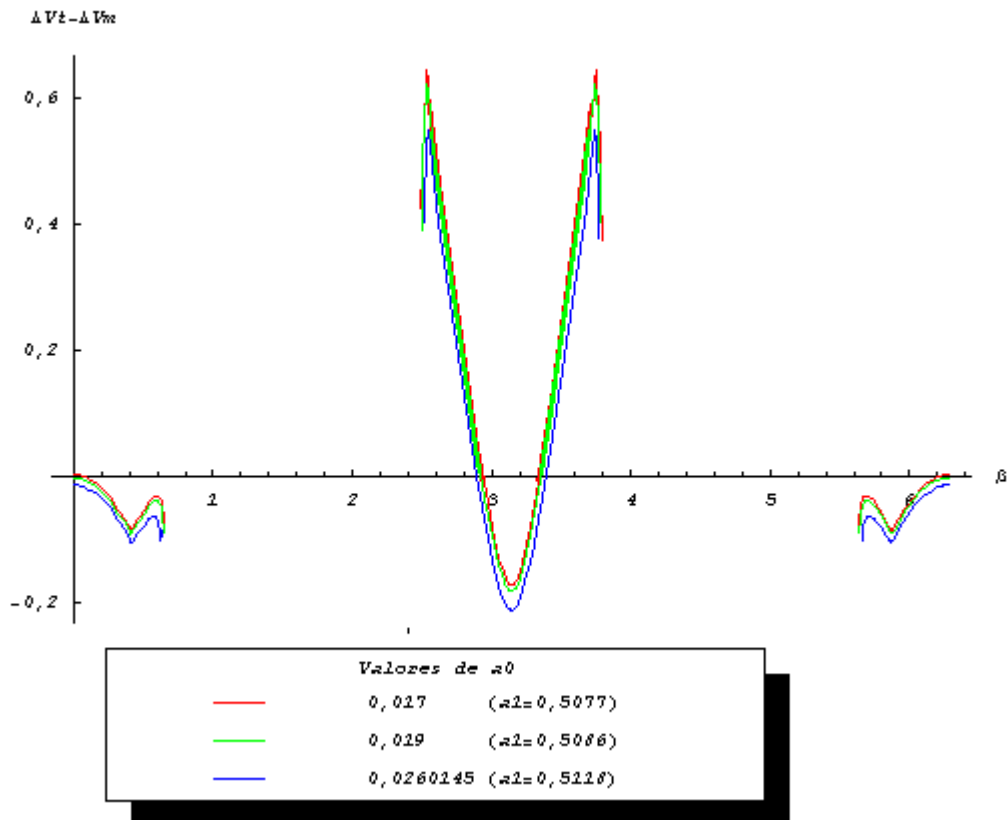


Figura 5.175 – $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ em função do ângulo β para valores de a_0 ($e_0=0,1$, $r_p=0,0046$, $i_m = 0,87974$).

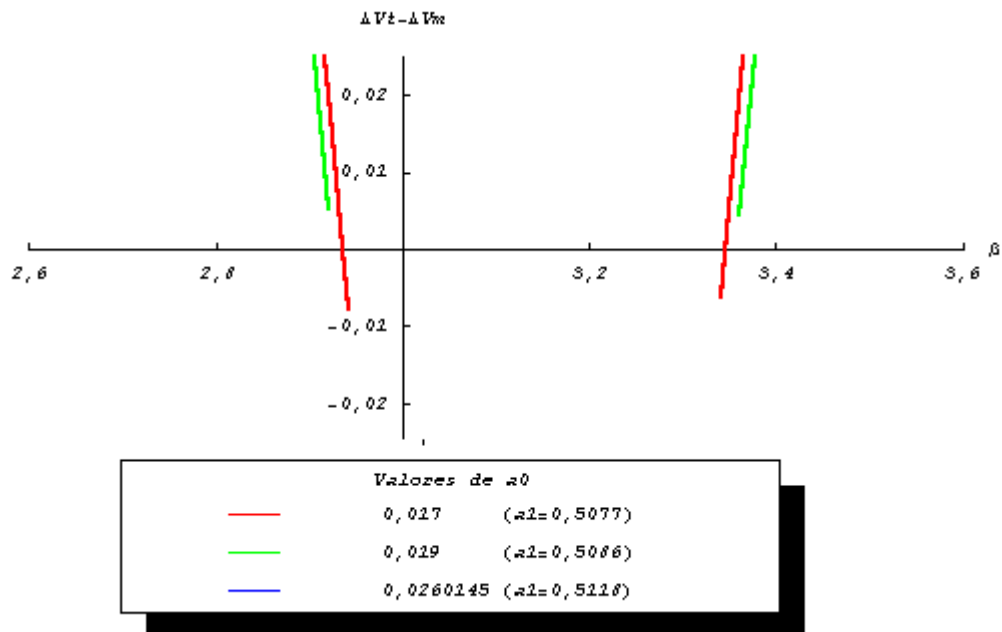


Figura 5.176 – Ampliação de $\Delta V_T - \Delta V_{Tri}$ abaixo do eixo horizontal ($e_0=0,1$, $r_p=0,0046$, $i_m = 0,87974$).

5.3 DISCUSSÃO

Nesta seção os melhores resultados da manobra proposta em relação às clássicas são apresentados e discutidos de forma sucinta. Como as comparações com a manobra tri-impulsiva foram mostradas apenas para efeito ilustrativo do limite inferior de consumo de combustível, os gráficos apresentados adiante são centrados nos melhores casos da manobra proposta em relação à clássica monoimpulsiva. Dois gráficos são apresentados mostrando-se os mínimos atingidos pela função de diferença de combustível entre as manobras, em relação à variação da distância da periluna. Para a geração dos gráficos, foi escolhido o melhor valor do semi-eixo maior inicial ($a_0 = 0,017$) e cada ponto das curvas é referente ao mínimo atingido pela função objetivo para diferentes valores de r_p . Cada curva corresponde a um valor de excentricidade da órbita inicial com seu respectivo valor de semi-eixo maior de transferência mínimo. A Figura 5.177 mostra o gráfico gerado pelos mínimos da função objetivo na região de $0 \leq \beta \leq 1,4 \text{ rad}$ e a Figura 5.178 mostra o mesmo para a região de $2,5 \leq \beta \leq 3,14 \text{ rad}$. Cada ponto das curvas possui o valor de β referente ao mínimo da função objetivo para cada valor de e_0 (cf. Figuras 5.20, 5.41, 5.62, 5.83, 5.104, 5.126 e 5.148).

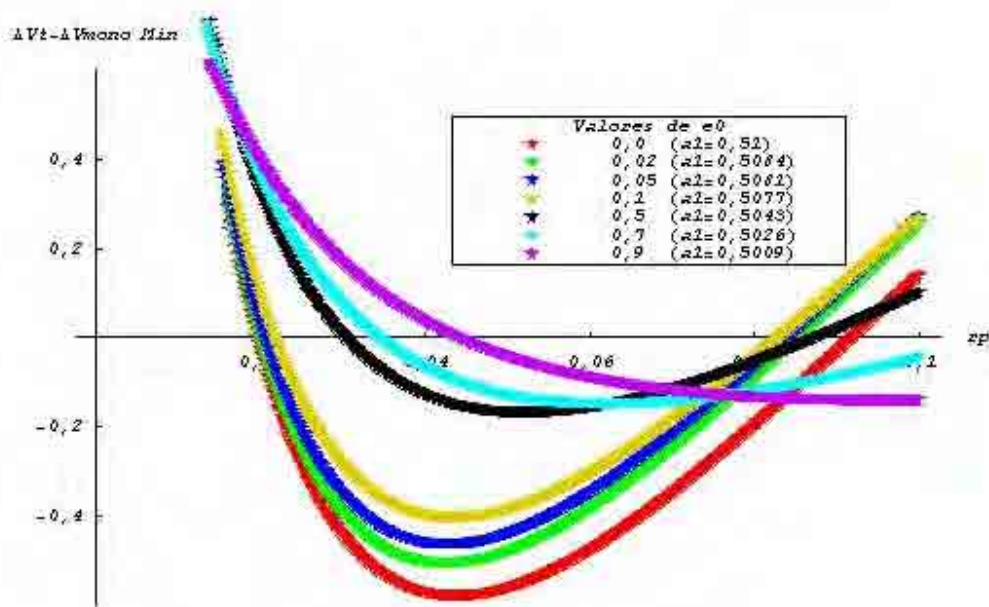


Figura 5.177— $(\Delta V_T - \Delta V_{mono})_{\min}$ em função de r_p para valores de e_0 ($a_0=0,017$, $\beta \approx 1$)

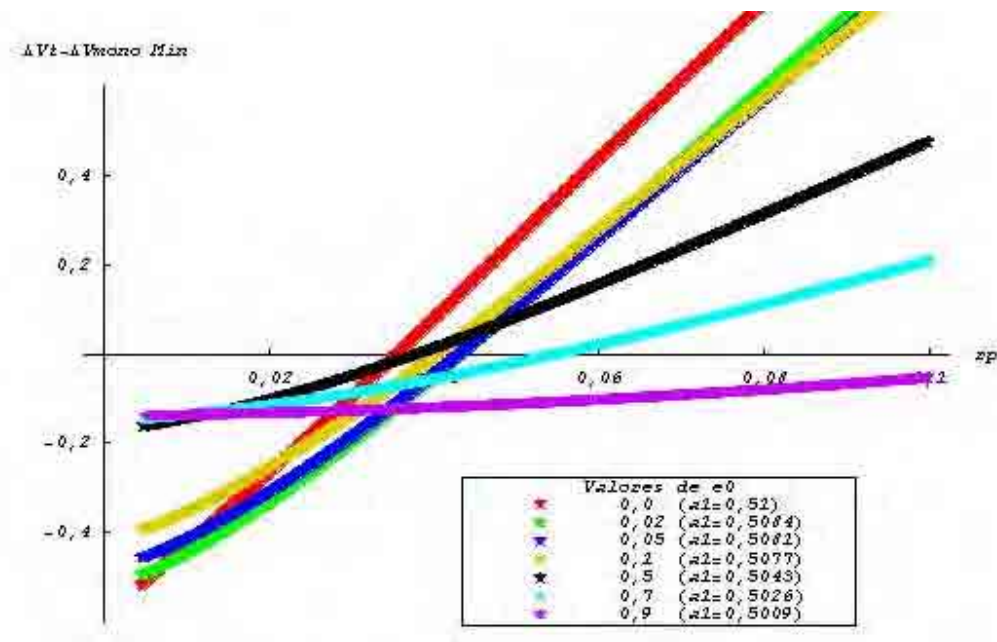


Figura 5.178— $(\Delta V_T - \Delta V_{mono})_{\min}$ em função de r_p para valores de e_0 ($a_0=0,017$, $\beta \approx 2,8$)

As Figuras 5.177 e 5.178 confirmam e resumem as informações mostradas na Seção 5.1. Como foi visto, para a região de $0 \leq \beta \leq 1,4$ rad (Figura 5.177) existe um valor de r_p mínimo para cada valor de e_0 considerado. Os valores de r_p mínimo aumentam quando crescem os valores de excentricidade inicial. Outra informação confirmada é que a manobra proposta é tanto melhor quanto mais próxima da órbita circular for a órbita inicial. Já para a região de $2,5 \leq \beta \leq 3,14$ rad (Figura 5.178) os melhores casos para a manobra proposta envolvem os menores valores de r_p possíveis, envolvendo também os menores valores de excentricidade e_0 .

Para se ter uma idéia de limite superior, o melhor caso para a manobra proposta estudado aqui ($e_0=0,0$, $a_0=0,017$, $a_1=0,51$, $r_p=0,0437$ e $\beta = 1,07$), proporciona uma economia de aproximadamente 10% sobre a manobra clássica monoimpulsiva. Apesar de aparentemente pequena, uma economia desta ordem pode ser crucial na viabilização de uma missão. Outra observação é que este limite pode ser ainda melhorado pelo refinamento do modelo, como por exemplo, considerar a aplicação de um impulso no periápse da órbita em torno da Lua, para potencializar os efeitos do swing-by (PRADO, 1996).

CAPÍTULO 6

O EFEITO DO ACHATAMENTO TERRESTRE

De forma a exemplificar como este modelo pode ser aperfeiçoado para que esteja mais próximo das situações reais, neste capítulo o efeito da não esfericidade da Terra é considerado. Perturbações orbitais geram pequenos desvios no movimento orbital calculado pela mecânica celeste de dois corpos. Para incluí-las, integrações numéricas devem ser realizadas para se estimar as diferenças de consumo de combustível entre o modelo kepleriano e o modelo perturbado.

As equações de movimento da mecânica celeste de dois corpos podem ser dadas por:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (59)$$

E a forma geral das equações de movimento que inclui perturbações, pode ser expressa como:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{a}_p \quad (60)$$

onde \vec{a}_p é a soma de todas as acelerações de perturbação. Neste caso, \vec{a}_p incluirá somente o efeito do achatamento terrestre, nomeado por J_2 . J_2 é um parâmetro relacionado ao achatamento dos pólos terrestres, sendo que a diferença estimada entre o raio polar e o raio equatorial é de 22 km.

A modelagem computacional usada para resolver o problema perturbado será o “Problema de Valor de Contorno em Dois Pontos”, que será resolvido por meio da técnica “Shooting Method” conforme descritos em (PRESS *et al.*, 1992). As rotinas disponíveis em FORTRAN dessa referência foram utilizadas.

6.1 – RESULTADOS

Aqui serão mostrados os resultados atingidos para alguns conjuntos de valores das variáveis do problema. São mostrados os resultados para três valores de e_0 , e para cada um

deles, três valores de r_p são considerados. Dois valores de β , um em cada região considerada anteriormente ($0 \leq \beta \leq 1.4$ e $2.5 \leq \beta \leq 3.14$), são usados para cada valor da distância da periluna r_p , exceto para o caso de $r_p = 0.0046$, em que somente o valor de $\beta = 2.8$ é considerado (uma vez que a função de consumo não é definida em $\beta = 1.0$ para este valor de r_p).

Para cada conjunto de valores, uma tabela é mostrada com o valor da distância da Terra até cada um dos pontos de aplicação dos impulsos da manobra proposta, o módulo de cada um deles, considerando a Terra esférica, e o módulo de cada impulso considerando o achatamento terrestre.

6.1.1 Órbita inicial circular ($e_0=0$)

6.1.1.1 Distância da periluna $r_p=0.0046$

$$\beta = 2.8$$

Tabela 6.1 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0=0$; $r_p=0.0046$; $\beta=2.8$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.017	3.06738	3.06742	1.00556	0.35318	0.35327	0.017	3.0676	3.06783

6.1.1.2 Distância da periluna $r_p=0.0286$

$$\beta = 1.0$$

Tabela 6.2 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0=0$; $r_p=0.0286$; $\beta=1.0$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.017	3.06738	3.06743	1.00265	0.46945	0.46946	0.017	3.06735	3.06737

$$\beta = 2.8$$

Tabela 6.3 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0=0$; $r_p=0.0286$; $\beta=2.8$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.017	3.06738	3.06744	1.00824	0.11953	0.11953	0.017	3.06784	3.06787

6.1.1.3 Distância da periluna $r_p=0.0762$

$$\beta = 1.0$$

Tabela 6.4 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0=0$; $r_p=0.0762$; $\beta=1.0$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.017	3.06738	3.06748	1.00575	0.16558	0.16559	0.017	3.06762	3.06765

$$\beta = 2.8$$

Tabela 6.5 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado ($e_0=0$; $r_p=0.0762$; $\beta=2.8$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.017	3.06738	3.06739	1.00552	0.03621	0.03621	0.017	3.0676	3.06769

6.1.2 Excentricidade inicial $e_0=0.05$

6.1.2.1 Distância da periluna $r_p=0.0046$

$$\beta = 1.0$$

Tabela 6.6 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.05$; $r_p = 0.0046$; $\beta = 1.0$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.01615	2.95857	2.95860	1.00682	0.35625	0.35626	0.01615	2.95882	2.95884

6.1.2.2 Distância da periluna $r_p=0.0286$

$$\beta = 1.0$$

Tabela 6.7 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.05$; $r_p = 0.0286$; $\beta = 1.0$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.01615	2.95857	2.95859	1.00363	0.46882	0.46883	0.01615	2.95855	2.95860

$$\beta = 2.8$$

Tabela 6.8 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.05$; $r_p = 0.0286$; $\beta = 2.8$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.01615	2.95857	2.95860	1.00962	0.12062	0.12062	0.01615	2.95906	2.95909

6.1.2.3 Distância da periluna $r_p=0.0762$

$$\beta = 1.0$$

Tabela 6.9 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.05$; $r_p = 0.0762$; $\beta = 1.0$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.01615	2.95857	2.95859	1.0069	0.16588	0.16589	0.01615	2.95883	2.95887

$$\beta = 2.8$$

Tabela 6.10 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.05$; $r_p = 0.0762$; $\beta = 2.8$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.01615	2.95857	2.95862	1.00664	0.03669	0.03669	0.01615	2.95881	2.95887

6.1.3 Excentricidade inicial $e_0=0.5$

6.1.3.1 Distância da periluna $r_p=0.0046$

$$\beta = 2.8$$

Tabela 6.11 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.5$; $r_p = 0.0046$; $\beta = 2.8$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.0085	1.97895	1.97899	1.0185	0.38950	0.38951	0.0085	1.97938	1.97946

6.1.3.2 Distância da periluna $r_p=0.0286$

. $\beta = 1.0$

Tabela 6.12 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.5$; $r_p = 0.0286$; $\beta=1.0$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.0085	1.97895	1.97896	1.01399	0.46695	0.46696	0.0085	1.9791	1.9798

. $\beta = 2.8$

Tabela 6.13 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.5$; $r_p = 0.0286$; $\beta = 2.8$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.0085	1.97895	1.97899	1.02055	0.1326	0.1326	0.0085	1.97951	1.97955

6.1.3.3 Distância da periluna $r_p=0.0762$

. $\beta = 1.0$

Tabela 6.14 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.5$; $r_p = 0.0762$; $\beta = 1.0$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.0085	1.97895	1.97896	1.01647	0.17172	0.17173	0.0085	1.97926	1.97928

. $\beta = 2.8$

Tabela 6.15 – Comparação de impulsos dos modelos analítico e perturbado

($e_0 = 0.5$; $r_p = 0.0762$; $\beta = 2.8$).

r_1	ΔV_1	ΔV_{1a}	r_2	ΔV_2	ΔV_{2a}	r_3	ΔV_3	ΔV_{3a}
0.0085	1.97895	1.97896	1.01586	0.04184	0.04184	0.0085	1.97922	1.97925

6.2 – CONCLUSÕES

O método utilizado para a solução do problema perturbado (considerando corpos não esféricos) funcionou de forma muito eficiente em todos os casos analisados. As soluções foram obtidas com tempo de processamento muito curto e não houve nenhum problema de convergência.

Os resultados mostraram um leve aumento na magnitude dos impulsos, que são utilizados para compensar o efeito da perturbação. Porém, esse aumento tem magnitude muito pequena e só deve ser levados em conta em estágios muito avançados no planejamento de missões. Para uma análise inicial de viabilidade de missões, o modelo não perturbado possui excelente precisão.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

Neste trabalho de pesquisa foi proposto um modelo alternativo para se fazer uma manobra de mudança de plano na órbita de um satélite artificial. O modelo proposto consiste, primeiramente, em enviar a espaçonave à Lua por meio de um impulso aplicado no perigeu da órbita inicial; deixar com que a gravidade lunar faça a mudança de inclinação na órbita do satélite artificial sem custos de combustível; e só então retornar o veículo espacial aos seus valores iniciais de semi-eixo maior e excentricidade por meio de dois outros impulsos. A órbita final tem a mesma forma e tamanho da órbita inicial, mas possui nova inclinação. A modelagem simples de dois corpos é usada para a obtenção de soluções analíticas.

Após seu desenvolvimento e análise, o modelo proposto é comparado com os métodos clássicos de mudança de plano, de forma a testar sua viabilidade. Para a obtenção dos resultados, gráficos foram gerados sob a variação de quatro parâmetros livres que minimizam a função objetivo: o semi-eixo maior e a excentricidade da órbita inicial, a distância da periluna e o ângulo que a localiza no espaço tridimensional. A função objetivo é aquela que representa a comparação de consumo de combustível entre as manobras proposta e clássica.

Dos resultados obtidos pôde-se concluir que, dentro da modelagem analítica, o modelo proposto é mais econômico que os métodos clássicos em diversas situações, que podem ser resumidas pelos tópicos abaixo:

- Em relação ao semi-eixo maior da órbita inicial, a manobra proposta apresenta menor consumo quanto menor for o valor deste parâmetro.
- Quanto à excentricidade da órbita inicial, a maior economia está associada com o menor valor da mesma, ou seja, quanto mais próxima da órbita circular for a órbita inicial, menor o consumo da manobra proposta.
- No caso da distância da periluna durante a passagem próxima com a Lua, existe uma dependência desta com o ângulo que dá sua posição no espaço tridimensional: 1) para um ângulo dentro da faixa de valores de $45^\circ \leq \beta \leq 60^\circ$ ou de $-60^\circ \leq \beta \leq -45^\circ$ a partir do plano orbital da Lua (ver Figura 3.10) os melhores valores da distância da periluna são próximos a 15000 km da superfície lunar;

2) já para um ângulo dentro da faixa de $140^\circ \leq \beta \leq 160^\circ$ ou de $-160^\circ \leq \beta \leq -140^\circ$ do plano orbital lunar a melhor distância para o periápse da passagem próxima é a menor possível. Pôde-se verificar pelas tabelas da Seção 5.1 que, de maneira geral, a situação 1) é a que confere maior economia à manobra proposta.

O estudo mostrou que, dentro desta modelagem, a economia pode chegar a aproximadamente 10% sobre a manobra clássica mais usada. Sabe-se ainda que este limite pode ser melhorado por estudos mais avançados e refinamentos da missão, como pode ser o caso do estudo sobre a aplicação de um impulso na periluna durante a passagem próxima com a Lua, sendo esta uma das sugestões de trabalho futuro baseado nesta pesquisa.

Diversas outras sugestões podem ser dadas para trabalhos futuros a partir deste. A mais imediata delas é a inclusão de uma ou mais perturbações ao modelo matemático gerado aqui. Um exemplo mais comum de perturbação é o caso da não esfericidade da Terra, considerado e comentado no Capítulo 6. No entanto, existem vários outros tipos de perturbações que podem ser incluídos, de forma a fazer com que o modelo se torne mais próximo da situação real. Pelas conclusões do Capítulo 6, pode-se ter uma idéia de que o modelo analítico apresenta razoável precisão, e que a inclusão de perturbações causa pequenas alterações. Outra sugestão é refinar a solução analítica com integrações numéricas, remodelando o sistema para 3 ou N corpos. Pode-se ainda pesquisar as diferenças envolvidas entre o caso de controle ideal, de empuxo infinito, e o caso real de empuxo contínuo.

O mais importante é que este projeto fornece uma base teórica para estudos mais avançados de como fazer do satélite natural terrestre um recurso para tornar mais econômico o controle de satélites artificiais. Sabendo-se ainda que, com esta idéia, pode-se até mesmo aproveitar as próprias missões para se adquirir maior conhecimento sobre este recurso natural disponível.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barrar, R. B.**, 1963, *An analytic proof that the Hohmann-type transfer is the true minimum two-impulse transfer*, *Astronautica Acta*, vol. 9, p. 1-11.
- Battin, R. H.**, 1965, *Astronautical guidance*, New York, McGraw-Hill, p. 150-155.
- Belbruno, E. A.**, 1987, *Lunar capture orbits, a method of constructing earth moon trajectories and the lunar gas mission*, AIAA-87-1054.
- Belbruno, E. A.**, 1990, *Examples of the nonlinear dynamics of ballistic capture and escape in the earth-moon system*, AIAA-90-2896.
- Bender, D. F.**, 1962, *Optimum coplanar two-impulse transfers between elliptic orbits*, *Aerospace Engineering*, p. 44-52.
- Broucke, R. A.** 1988, *The celestial mechanics of gravity assist*. AIAA Paper 88 - 4220.
- Broucke, R. A.; Prado, A. F. B. A.**, 1993a, *Jupiter swing-by trajectories passing near the earth*, *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 82: Space Flight Mechanics, Part II, Editores: Robert G. Melton, Lincoln J. Wood, Roger C. Thompson, Stuart J. Kerridge, p. 1159-1176.
- Broucke, R. A.; Prado, A. F. B. A.**, 1993b, *Optimal n-impulse transfer between coplanar orbits*, *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 85: Astrodynamics, Part I, Editores: Arun K. Misra, Vinod J. Modi, Richard Holdaway, Peter M. Bainum, p. 483-502.
- Byrnes, D. V.; D'Amario, L. A.**, 1982, *A combined halley flyby galileo mission*, In: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, San Diego, CA, August, (AIAA paper 82-1462).
- Carvell, R.**, 1985, *Ulysses - The Sun from above and below*, *Space*, vol.1, p. 18-55.
- Chobotov, V. A.**, 1996, *Orbital motion – second edition*. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- D'Amario, L. A.; Byrnes, D. V.**, 1983, *Interplanetary trajectory design for the Galileo mission*, In: AIAA Aerospace Sciences Meeting, 21, Reno, NV, Jan. 10-13, (AIAA paper 83-0099).
- D'Amario, L. A.; Byrnes, D. V.; Sackett, L. L.; Stanford, R. H.**, 1979, *Optimization of multiple flyby trajectories*, In: AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, Provincetown, MA, June, p. 79-162.
- D'Amario, L. A.; Byrnes, D. V.; Stanford, R. H.**, 1981, *A new method for optimizing multiple-flyby trajectories*, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 4, n. 6, p. 591-596.
- D'Amario, L. A.; Byrnes, D. V.; Stanford, R. H.**, 1982, *Interplanetary trajectory optimization with application to Galileo*, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 5, n. 5, p. 465-471.
- Dowling, R. L.; Kosmann, W. J.; Minovitch, M. A.; Ridenoure, R. W.**, 1990, *The origin of gravity-propelled interplanetary space travel*, In: Congress of International Astronautical Federation, 41, Dresden, GDR, Oct. 6-12.

- Dowling, R. L.; Kosmann, W. J.; Minovitch, M. A.; Ridenoure, R. W.**, 1991, *Gravity propulsion research at UCLA and JPL, 1962-1964*, In: Congress of International Astronautical Federation, 42, Montreal, Canada, Oct. 5-11.
- Dunham, D.; Davis, S.**, 1985, *Optimization of a multiple lunar-swing-by trajectory sequence*, Journal of the Astronautical Sciences, vol. 33, n. 3, p. 275-288.
- Eckel, K. G.**, 1962, *Optimum transfer between non-coplanar elliptical orbits*, Astronautica Acta, vol. 8, p. 177-192.
- Eckel, K. G.**, 1963, *Optimum transfer in a central force field with n impulses*, Astronautica Acta, vol. 9, p. 302-324.
- Eckel, K. G.**, 1982, *Optimal impulsive transfer with time constraint*, Astronautica Acta, vol. 9, p. 139-146.
- Eckel, K.G.; Vinh, N.X.**, 1984, *Optimal switching conditions for minimum fuel fixed time transfer between non coplanar elliptical orbits*, Astronautica Acta, vol. 11, pp. 621-31.
- Edelbaum, T. N.**, 1967, *How many impulses?*, Astronautics & Aeronautics, Nov., pp. 64-69.
- Efron, L.; Yeomans, D. K.; Schanzle, A., F.**, 1985, *ISEE-3/ICE navigation analysis*, Journal of the Astronautical Sciences, vol. 33, n.3, p. 301-323.
- Farquhar, R. W.; Dunham, D. W.**, 1981, *A new trajectory concept for exploring the Earth's geomagnetic tail*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 4, n. 2, p. 192-196.
- Farquhar, R. W.; Muhonen, D.; Church, L. C.**, 1985, *Trajectories and orbital maneuvers for the ISEE-3/ICE comet mission*, Journal of Astronautical Sciences, vol. 33, n. 3, p. 235-254.
- Felipe, G.; Prado, A. F. B. A.**, 1999, *Classification of out of plane swing-by trajectories*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 22, No. 5, p. 643-649.
- Flandro, G.**, 1966, *Fast reconnaissance missions to the outer solar system, utilizing energy derived from the gravitational field of Jupiter*, Astronautical Acta. vol. 12, n. 4, p. 329-337.
- Gobetz, F. W.; Doll, J. R.**, 1969, *A survey of impulsive trajectories*, AIAA Journal, vol. 7, p. 801-834.
- Goddard, R. H.**, 1919, *A method of reaching extreme altitudes*, Smithsonian Inst. Publ. Misc. Collect., vol. 71.
- Gross, L.R.; Prussing, J. E.**, 1974, *Optimal multiple-impulse direct ascent fixed-time rendezvous*, AIAA Journal, vol. 12, p. 885-889.
- Hazelrigg Jr., G. A.**, 1984, *Globally optimal impulsive transfer via Green's theorem*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 7, p. 462-470.
- Hoelker, R.F.; Silber, R.**, 1959, *The bi-elliptic transfer between circular co-planar orbits*, Alabama, Army Ballistic Missile Agency, Redstone Arsenal, EUA.
- Hohmann, W.**, 1925, *Die erreichbarkeit der himmelskorper*, Oldenbourg, Munique, Germany.

- Holister, W. M.; Prussing, J. E.**, 1966, *Optimum transfer to Mars via Venus*, *Astronautica Acta*, vol. 12, n. 2, p. 169-179.
- Jezewski, D. J.; Rozendaal, H. L.**, 1968, *An efficient method for calculating optimal free-space n-impulsive trajectories*, *AIAA Journal*, vol. 6, p. 2160-2165.
- Kaplan, M. H.**, 1976, *Modern spacecraft dynamics & control*, New York, John Wiley & Sons, p. 90-95.
- Kohlhase, C. E.; Penzo, P. A.**, 1977, *Voyager mission description*, *Space Science Reviews*, vol. 21, n.2, p. 77-101.
- Lion, P. M.; Handelsman, M.**, 1968, *Primer vector on fixed-time impulsive trajectories*, *AIAA Journal*, vol. 6, p. 127-132.
- Marchal, C.**, 1965, *Transferts Optimaux Entre Orbites Elliptiques Coplanaires (Durée Indifférente)*, *Astronautica Acta*, vol. 11, p. 432-445.
- Marec, J. P.**, 1968, *Transferts impulsions, économiques, entre orbites quasi-circulaires, proches, noncoplanaires*, *Astronautica Acta*, vol. 14, p. 47-55.
- Marec, J. P.**, 1979, *Optimal Space Trajectories*, New York, NY, Elsevier.
- Marsh, S. M.; Howell, K. C.**, 1988, *Double lunar swing-by trajectory design*, AIAA paper 88-4289.
- Matogawa, Y.**, 1983, *Optimum low thrust transfer to geosynchronous orbit*, *Astronautica Acta*, vol. 10, p. 467-478.
- May, D. H.**, 1986, *An energy approach for orbital transfers*, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 9, p. 23-26.
- Mccue, G. A.**, 1963, *Optimum two-impulse orbital transfer and rendezvous between inclined elliptical orbits*, *AIAA Journal*, vol. 1, p. 1865-1872.
- Melton, R. G.; Jin, H.**, 1991, *Transfers between circular orbits using fixed impulses*, AAS 91-161.
- Minovich, M. A.**, 1961, *A method for a determining interplanetary free-fall reconnaissance trajectories*, JPL Tec. Memo 312-130, August 23, 47 p.
- Moyer, H. G.**, 1965, *Minimum impulse coplanar circle -ellipse transfer*, *AIAA Journal*, vol. 3, p. 723-726.
- Muhonen, D.; Davis, S.; Dunham, D.**, 1985, *Alternative gravity-assist sequences for the ISEE-3 escape trajectory*, *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 33, n. 3, p. 255-273.
- Nock, K. T.; Upholf, C. W.**, 1979, *Satellite aided orbit capture*, AAS/AIAA paper 79-165.
- Pines, S.**, 1964, *Constants of the motion for optimum thrust trajectories in a central force field*, *AIAA Journal*, vol. 2, p. 2010-2014.
- Prado, A. F. B. A.**, 1993, *Optimal transfer and swing-by orbits in the two- and three-body problems*, Ph. D. Dissertation, Dept. of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, Univ. of Texas, Austin, TX.
- Prado, A. F. B. A.**, 1996, *Powered swing-by*, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 19, No. 5, p. 1142-1147.

- Prado, A. F. B. A.**, 1997, *Close-approach trajectories in the elliptic restricted problem*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 20, No. 4, p. 797-802.
- Prado, A. F. B. A.**, 2000, *An analytical description of the close approach maneuvers in three dimensions*, IAF-00-A.5.05.
- Prado, A. F. B. A.**, 2001a, *Trajelórias espaciais e manobras assistidas por gravidade*, São José dos Campos: INPE.
- Prado, A. F. B. A.**, 2001b, *Orbital control of a satellite using the gravity of the moon*, Anais do XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (Cobem), Uberlândia - MG.
- Prado, A. F. B. A.; Broucke, R. A.**, 1993, *The problem of transfer orbits from one body back to the same body*, AAS paper 93-183, AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, Pasadena, CA, EUA.
- Prado, A. F. B. A.; Broucke, R. A.**, 1994, *A study of the effects of the atmospheric drag in swing-by trajectories*, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, vol. XVI, p. 537-544.
- Prado, A. F. B. A.; Broucke, R. A.**, 1995, *A classification of swing-by trajectories using the moon*, Applied Mechanics Reviews, vol. 48, No. 11, Part 2, November, p. 138-142.
- Prado, A. F. B. A.; Rios-Neto, A.**, 1993a, *Um estudo bibliográfico sobre o problema de transferências de órbitas*, Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, vol. XV, No. 1, p. 65-78.
- Press, W. H.; Flannery, B. P.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.**, 1992, *Numerical recipes in fortran*, Cambridge University Press, 2ª edição.
- Prussing, J. E.**, 1970, *Optimal two- and three-impulse fixed-time rendezvous in the vicinity of a circular orbit*, AIAA Journal, vol. 8, p. 1221-1228.
- Prussing, J. E.**, 1969, *Optimal four-impulse fixed-time rendezvous in the vicinity of a circular orbit*, AIAA Journal, vol. 7, p. 928-935.
- Prussing, J. E.; Chiu, J. H.**, 1986, *Optimal multiple-impulse time-fixed rendezvous between circular orbits*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 9, p. 17-22.
- Pu, C. L.; Edelbaum, T. N.**, 1975, *Four-body trajectory optimization*, AIAA Journal, vol. 13, p.333-336.
- Redding, D. C.**, 1984, *Highly efficient, very low-thrust transfer to geosynchronous orbit: exact and approximate solutions*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 7, p. 141-147.
- Redding, D. C.; Breakwell, J. V.**, 1984, *Optimal low-thrust transfers to synchronous orbit*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 7, p. 148-155.
- Robbins, H. M.**, 1966, *An analytical study of the impulsive approximation*, AIAA Journal, vol. 4, p.1417-1423.
- Roth, H. L.**, 1967, *Minimization of the velocity increment for a bi-elliptic transfer with plane change*, Astronautical Acta, vol. 13, p. 119-130.
- Ruppe, H. O.**, 1966, *Introduction to astronautics*, New York, Academic Press, pp. 144-147 no Volume 1 e p. 151-162 no Volume 2.

- Shternfeld, A.**, 1959, *Soviet space science*, Basic Books, Inc., New York, p. 109-111.
- Smith, G. C.**, 1959, *The calculation of minimal orbits*, *Astronautical Acta*, vol. 5, p. 253-265.
- Spencer, T. M.; Glickman, R.; Bercaw, W.**, 1982, *Low-thrust orbit raising for shuttle payloads*, *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 5, No. 4, p. 372-378.
- Stern, S. A.**, 1984, *A rectilinear guidance strategy for short orbital transfers*, *Journal of Spacecrafts and Rockets*, vol. 21, p. 542-545.
- Striepe, S. A.; Braun, R. D.**, 1991, *Effects of a Venus swing-by periapsis burn during an Earth-Mars trajectory*, *Journal of the Astronautical Sciences*, vol.39, n.3, p. 299-312.
- Swenson, B. L.**, 1992, *Neptune atmospheric probe mission*, In: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Hilton Head, SC, 1992, (AIAA paper 92-4371).
- Szebehely, V. G.**, 1965, *Special orbits for exploration of Mars and Venus*, In: AFCRL-NASA-VPI Conference on The Exploration of Mars and Venus, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg, VA.
- Szebehely, V. G.**, 1967, *Theory of orbits*, Academic Press, New York.
- Ting, L.**, 1960, *Optimum orbital transfer by several impulses*, *Astronautical Acta*, vol. 6, No. 5, p. 256-265.
- Uphoff, C.**, 1989, *The art and science of lunar gravity assist*, In: AAS/GSFC Symposium, (AAS 89-170).
- Vieira-Neto, E.**, 1999, *Estudo numérico da captura gravitacional temporária utilizando o problema restrito de três corpos*, São José dos Campos, 224 p. (INPE-7033-TDI/663). Dissertação de Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.
- Vieira-Neto, E.; Prado, A. F. B. A.**, 1998, *Time-of-flight analyses for the gravitational capture maneuver*, In: *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 21, No. 1, p. 122-126.
- Weinstein, S. S.**, 1992, *Pluto flyby mission design concepts for very small and moderate spacecraft*, In: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Hilton Head, SC, August 10-12, (AIAA paper 92-4372).
- Yamakawa, H.**, 1992 *On Earth-Moon transfer trajectory with gravitational capture*, Dr. Dissertation, University of Tokyo, December.
- Zee, C. H.**, 1963, *Effect of finite thrusting time in orbital maneuvers*, *AIAA Journal*, vol. 1, p. 60-64.
- Hugues' Site:** <http://www.g2satellitesolutions.com/>